



**HAL**  
open science

# Etude de concept d'instruments cophaseur pour l'imagerie interférométrique infrarouge. Observation de binaires en interaction à très haute résolution angulaire.

Nicolas Blind

► **To cite this version:**

Nicolas Blind. Etude de concept d'instruments cophaseur pour l'imagerie interférométrique infrarouge. Observation de binaires en interaction à très haute résolution angulaire.. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2011. Français. NNT : . tel-00676363

**HAL Id: tel-00676363**

**<https://theses.hal.science/tel-00676363>**

Submitted on 5 Mar 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ DE GRENOBLE  
ÉCOLE DOCTORALE DE PHYSIQUE

THÈSE  
présentée par

**Nicolas BLIND**

pour obtenir le diplôme de Docteur en sciences de l'Université de Grenoble

(Arrêté ministériel du 7 août 2006)

Spécialité : ASTROPHYSIQUE – PHYSIQUE & MILIEUX DILUÉS

---

**Etude de concept d'instruments cophaseur pour  
l'imagerie interférométrique infrarouge.  
Observation de binaires en interaction à très haute  
résolution angulaire.**

---

Soutenue publiquement le 3 novembre 2011  
devant le jury composé de

M. Jean-Philippe BERGER	Directeur de thèse
M. Frédéric CASSAING	Rapporteur
M. Sylvain CHATY	Président
M. Alain CHELLI	Directeur de thèse
M. Olivier CHESNEAU	Rapporteur
M. Jean-Louis MONIN	Examineur
M. Tijn VERHOELST	Examineur

*Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble*  
UMR-5274 (OSUG/UJF/CNRS), BP 53, F-38041 Grenoble Cedex 9











# Remerciements

Me voici finalement arrivé au terme d'une aventure longue de plus de 3 ans, dont je réalise tout juste tout ce qu'elle a pu m'apporter. Cette thèse et moi-même devons tellement à toutes les personnes rencontrées, qu'il s'agisse des amis, des collègues de travail ou de simples rencontres de quelques minutes dans la pampa chilienne, qu'il me paraît difficile de vous remercier tous comme il se doit ici. Je commencerais donc simplement par un grand MERCI!<sup>1</sup> Merci à tous pour votre soutien durant ce qui fut l'expérience la plus enrichissante de ma vie, sur le plan professionnel évidemment, mais bien plus encore sur le plan humain (c'est bon, j'en fais pas trop?).

J'aimerais donc commencer par remercier Jean-Philippe et Alain qui m'ont supportés (dans les deux sens du terme) et ont fait preuve d'une extrême bienveillance durant tout ce temps. Votre expérience et votre vision complémentaire de l'interférométrie ont été fondamentaux (d'un côté "*les aspects pratiques*"<sup>2</sup>, le cambouis de PTI, et j'en oublie ; et de l'autre les fondamentaux de l'interférométrie, la rigueur des équations, qui m'a partiellement contaminé!). Et promis, je prendrai plus de vacances à présent !

Il serait injuste de ne pas remercier ici Jean-Baptiste, quasiment un troisième directeur de thèse (en tout cas le plus survolté!). Ton implication dans mon travail, la pertinence de tes conseils et ta motivation de tous les instants se sont révélés précieux.

Je voudrai également remercier Frédéric Cassaing et Olivier Chesneau d'avoir accepté de rapporter ma thèse. Vos commentaires ont permis de l'enrichir et d'en améliorer la clarté. Je remercie également le président du jury, Sylvain Chaty, et les examinateurs Tijn Verhoelst et Jean-Louis Monin, ainsi que Guy Perrin (malgré son absence (justifiée!) le jour de la soutenance). Et encore désolé pour les (nombreuses) fautes de typographie, j'ai appris l'existence des correcteurs automatiques depuis...

Une thèse est une épreuve particulièrement longue et éprouvante, qu'il serait bien difficile de supporter au jour le jour sans les amis thésards. Merci tout d'abord à mon compagnon de bureau le plus fidèle, "*premier astronaute calédonien*" mais "*à la voix rauque et peu engageante*", Rémi, pour les tonnes de "cônneries", parfois très inavouables. Merci également aux autres occupants du second étage, Astrid Choupette (et sa moitié Coupou), Jérém La Bretonne, Biazley Braquet, Illya et Susana pour l'animation générale que vous avez contribué à mettre (parfois jusqu'à l'excès!). N'oublions pas Fabrice (au service de sa majesté et toujours souriant), Sam (merci pour le tour de parapente – tout le labo en pense autant j'imagine), Vasco, Katrien, Christophe. Sans oublier les compères de planéto : JY l'Indien, Ratty, Tom ("*le gars trop apeuré*"), Xavi, Gaël, Hélène et Guillaume.

Un merci particulier également à Benoit, grand gardien du sacro-saint TTime, pour les conseils avisés et la disponibilité de tous les instants. Merci à Mickaël, Steph et Andy pour leur bonne humeur constante. Merci aux plus anciens également, les Nicos, Vane, Johan, Romain et Morgan, ainsi qu'aux plus jeunes arrivant : Jacques, Florian, Fabien, Virginie, Romane, Julien (il est bien mon bureau hein ?) et Julien, Marie. Et merci à Benji et son compère Guillaume pour

---

1. Me voilà assurer bretelle et ceinture au cas où j'oublierai des noms par la suite !

2. L'éclat de rire général du labo lors de cette (malheureuse ?) réplique restera pour moi un mystère.

le superbe séjour au Chili (mais pas que).

Je ne sais pas si je dois remercier l'équipe des frigos<sup>3</sup>... Ah! Ma balance me dit que non!

Merci à mes collègues les plus précieux également : Henri et Guillaume pour leur aide lorsque je me suis attaqué au sujet des binaires dont j'ignorais tout ; Eric, Pierre, Fabien M., Olivier A., Laurent et Karine pour leur aide et leurs conseils durant ces trois années. Un merci particulier à Fabien P. pour ses nombreux conseils qui m'ont guidés tout du long. Et merci aux membres du secrétariat.

Merci à Will et Ludivine de toujours être là quand il y a besoin, ainsi qu'à tous les amis grenoblois : Tom, Alina et Dragosh, Claudio, Emilie, Marjo, Annaëlle ainsi qu'aux ex-anneciens Janko et Dams Le Nain. Mes remerciements les plus chaleureux et les plus profonds à Paul et Fanny. Merci 1000 fois pour votre aide, pour avoir pris la peine de m'écouter et avoir su me supporter dans les moments les plus difficiles (et dieu sait que j'ai du vous saouler par moments!).

Last but not least, Chuck Norris, car si je suis arrivé au bout de cette épreuve, c'est grâce à ses films et surtout parce qu'il le voulait bien.

Les derniers remerciements iront à mes parents, mon frère et mon grand père, malgré ma flemme notoire (et à demi-assumée) à aller vous voir. Nos (trop rares) retrouvailles me permirent de me ressourcer comme jamais (j'aurais vraiment dû rentrer plus souvent...)!

---

3. Frigos, dont j'ai eu la charge un temps, avec la lourde tâche d'envoyer les mails –débiles– de rappel (j'espère que vous m'excuserez pour le niveau d'humour affligeant dont j'ai fait preuve!)





# Table des matières

Liste des figures	3
Liste des tableaux	3
Glossaire	5

## I Introduction à la très haute résolution angulaire

<b>Chapitre 1 - Sonder les binaires en interaction</b>	<b>9</b>
1.1 Classification observationnelle	11
1.2 Les binaires en interaction	12
1.3 Mécanique des systèmes binaires	14
1.4 Les processus de transfert de masse	16
1.5 Comprendre les binaires : contraindre l'orbite	20
1.6 Apport de l'interférométrie optique	23
<b>Chapitre 2 - L'interférométrie optique à longue base</b>	<b>27</b>
2.1 Principe de l'interférométrie optique à longue base	29
2.2 La turbulence atmosphérique	36
2.3 Théorie du signal interférométrique	43
2.4 La dispersion chromatique	53

## II Cophaser la nouvelle génération d'interféromètres

<b>Chapitre 3 - Le suivi de frange</b>	<b>63</b>
3.1 La problématique du suivi de franges	65
3.2 Les positions des franges	66
3.3 Définition des régimes de fonctionnement	68
3.4 Mesurer la phase	72
3.5 Mesurer le retard de groupe	73
3.6 Les réseaux à 3 télescopes et plus	77

<b>Chapitre 4 - Filtrage modal pour le suivi de frange</b>	<b>81</b>
4.1 Les sauts de phase : un vrai faux problème ?	83
4.2 La phase en interférométrie au sol	85
4.3 Estimation des performances	86
4.4 La référence de phase	93
4.5 De l'importance de l'OA même sur de petits télescopes	94
4.6 Conclusion	99
<i>Article : Estimating the phase in ground-based interferometry</i>	99
<b>Chapitre 5 - Un suiveur de frange pour les instrument imageurs</b>	<b>111</b>
5.1 De nouveaux besoins	113
5.2 Le codage ABCD	113
5.3 Comparaison des estimateurs de phase	114
5.4 Comparaison des estimateurs de retard de groupe	121
5.5 Stratégies de recombinaison	129
5.6 Application au VLTI : l'étude de phase A du 2GFT/POPS	138
5.7 Conclusion et perspective pour le cophasage d'instruments imageurs	146
<i>Article : Optimized fringe trackers for the VLTI next generation instruments</i>	148
<i>Article : The Planar Optics Phase Sensor</i>	162
<b>Chapitre 6 - Validation expérimentale d'un senseur de frange en OI</b>	<b>175</b>
6.1 Protocole expérimental	177
6.2 Traitement de données	178
6.3 Procédure d'étalonnage	181
6.4 Résultats et discussion	184
6.5 Conclusion	188

### III Etude des binaires en interaction

<b>Chapitre 7 - Etude du système symbiotique SS Leporis</b>	<b>191</b>
7.1 Description du système	193
7.2 Observations	194
7.3 Synthèse d'image	195
7.4 Modélisation	197
7.5 Analyse des données	198
7.6 Résultats	200
7.7 Quel processus d'accrétion pour SS Lep ?	205
7.8 Conclusion	207
<i>Article : SS Leporis</i>	208

### Conclusions et perspectives

# Conclusion

## Annexes

<b>Chapitre A - Formalisme de Goodman et interférométrie stellaire</b>	<b>225</b>
A.1 Formalisme	225
A.2 Nomenclature	226
A.3 Signal interférométrique	227
<b>Chapitre B - Erreur statistique sur la mesure de phase</b>	<b>231</b>
B.1 Bruit sur la phase en interférométrie multimode	231
B.2 Bruit sur la phase en interférométrie monomode	232
<b>Chapitre C - Bruit atmosphérique sur la phase astrométrique</b>	<b>235</b>
C.1 Cas multimode	235
C.2 Cas monomode	237
<b>Chapitre D - Densité de probabilité Ricienne du flux cohérent</b>	<b>239</b>
D.1 Cas multimode	239
D.2 Cas monomode	241
<b>Chapitre E - Dynamique d'un estimateur de retard de groupe de type dispersé</b>	<b>243</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>245</b>





# Table des figures

1.1	Exemple d'orbite astrométrique. . . . .	12
1.2	Courbes de lumière caractéristiques de binaires à éclipses. . . . .	12
1.3	Représentation des surfaces équipotentielles et du lobe de Roche d'une binaire. . . . .	17
1.4	Formation d'un disque d'accrétion . . . . .	20
1.5	Représentation des paramètres orbitaux. . . . .	21
1.6	Exemples de courbes de vitesses radiales. . . . .	22
1.7	Exemple d'image reconstruite avec le recombineur de 3 télescopes AMBER/VLTI. . . . .	24
1.8	Exemple d'image reconstruite avec l'instrument à 4 télescopes MIRC/CHARA. . . . .	25
2.1	Schéma de principe d'un interféromètre stellaire. . . . .	30
2.2	Le VLTI. . . . .	31
2.3	Exemples de couverture du plan $(u, v)$ . . . . .	34
2.4	Exemple de franges d'interférence. . . . .	35
2.5	Schéma de principe de l'atmosphère turbulente. . . . .	37
2.6	Effet de la turbulence sur une source ponctuelle. . . . .	38
2.7	Principe de l'anisoplanétisme . . . . .	39
2.8	Représentation des polynômes de Zernike. . . . .	40
2.9	Exemple d'une image d'étoile double, avec et sans optique adaptative. . . . .	42
2.10	Profil d'intensité de différentes fonctions d'étalement du point. . . . .	43
2.11	Schéma de la perte de cohérence . . . . .	45
2.12	Effet du filtrage monomode. . . . .	47
2.13	Schéma de principe des recombinaisons co-axiales et multi-axiales. . . . .	51
2.14	Franges mono et polychromatiques . . . . .	52
2.15	Schéma des chemins optiques parcourus par les deux faisceaux d'un interféromètre . . . . .	54
2.16	Illustration des effets de la dispersion sur les interférogrammes. . . . .	57
3.1	Retard de groupe et phase . . . . .	67
3.2	Régime de fonctionnement d'un suiveur de frange . . . . .	70
3.3	Échantillonnage des franges temporel et statique. . . . .	74
3.4	Comment estimer le retard de groupe ? . . . . .	76
3.5	Schémas de recombinaison co-axiaux pour un suiveur de franges à 4, 6 et 8 télescopes . . . . .	77
4.1	Figure présentant la notation utilisée pour décrire les fronts d'onde. . . . .	85
4.2	Erreur statistique sur la phase interférométrique . . . . .	88
4.4	Magnitude limite d'un suiveur de frange (estimation optimiste au premier ordre) . . . . .	91
4.5	Bruit atmosphérique sur la phase . . . . .	91
4.6	Perte de contraste des franges pour un suivi de frange sur source brillante . . . . .	92
4.7	Bruit atmosphérique sur la mesure de phase astrométrique. . . . .	95
4.8	Densité de probabilité du flux cohérent . . . . .	96
4.9	Probabilité du flux cohérent. . . . .	97

4.10	Limitation de la magnitude limite suivant le régime de fonctionnement . . . . .	98
5.1	Codage ABCD des franges. . . . .	114
5.2	implantations du codage ABCD. . . . .	114
5.3	Erreur statistique sur la phase suivant les conditions d'observation. . . . .	121
5.4	Comparaison des performances d'un estimateur de retard de groupe temporel, avec et sans compensation de la photométrie instantanée. . . . .	124
5.5	Réponse des estimateurs de retard de groupe temporel et spectral. . . . .	126
5.6	Augmentation de la dynamique d'un estimateur de retard de groupe avec le nombre de canaux spectraux. . . . .	127
5.7	Précision des estimateurs de retard de groupe. . . . .	129
5.8	Schémas de recombinaison co-axiaux pour un suiveur de franges à 4, 6 et 8 télescopes	130
5.9	Nomenclature utilisée pour les schémas 4TO, 6TO et 8TO. . . . .	132
5.10	Variation du contraste des franges lors de l'observation d'une binaire avec un interféromètre à quatre télescopes. . . . .	137
5.11	Schéma représentatif du recombineur en optique intégré 4T3 avec codage des franges ABCD statique. . . . .	140
5.12	Schéma du concept POPS/2GFT. . . . .	141
5.13	DSP du piston au VLTI. . . . .	143
5.14	Bruit de mesure sur la phase du concept 4T3-ABCD en boucle fermée dans des conditions typique du VLTI. . . . .	144
5.15	Temps de répétition et bruit résiduel de POPS en boucle fermée. . . . .	145
6.1	Schéma du banc interférométrique SILVI . . . . .	177
6.2	Modulation ABCD statique des franges dans un composant d'optique intégrée. .	178
6.3	Transmission relative d'un composant d'optique intégrée 2T-ABCD disposant de voies photométriques. . . . .	182
6.4	Exemple de franges ABCD obtenues sur SILVI avec un composant 2T-ABCD. . .	183
6.5	Spectres d'étalonnage obtenus sur SILVI. . . . .	183
6.6	Spectre mesuré sur le banc interférométrique SILVI et longueur d'onde effective. .	184
6.7	Phases ABCD d'un composant d'optique intégrée 2T-ABCD . . . . .	184
6.8	Mesure de contraste des franges sur SILVI. . . . .	185
6.9	Mesures de phase et de retard de groupe sur le banc SILVI. . . . .	186
6.10	Simulation d'interférogrammes mal étalonnés pour la mesure de retard de groupe.	187
6.11	Retard de groupe estimé avec une unique sortie. . . . .	187
6.12	Phase mesurée sur un composant 2T-ABCD. . . . .	188
7.1	Couvertures du plan (u,v) pour les 8 observations de SS Leporis. . . . .	195
7.2	Reconstruction d'image de SS Leporis avec PIONIER. . . . .	196
7.3	Cartes de $\chi^2$ de la séparation de la binaire en fonction de l'orientation. . . . .	198
7.4	Courbes de visibilité des observations de SS Lep. . . . .	199
7.5	Courbes de clôture de phase des observations de SS Lep. . . . .	199
7.6	Flux relatif des 3 composantes de SS Leporis. . . . .	202
7.7	Diamètre apparent de la géante M. . . . .	202
7.8	Orbite de SS Lep. . . . .	203
7.9	Masses et rapport de masse de SS Lep. . . . .	203
7.10	Flux de l'étoile A, de la géante M et du disque de poussière. . . . .	204
7.11	Rapport du rayon de la géante au rayon de son lobe de Roche. . . . .	205
7.12	Représentation du lobe de Roche dans le cas de SS Lep. . . . .	205
A.1	Figure présentant la notation utilisée pour décrire les fronts d'onde. . . . .	226

# Liste des tableaux

2.1	Liste des interféromètres optiques . . . . .	33
2.2	Paramètres d'observation dans des conditions standards. . . . .	39
2.3	Tableau récapitulatif des différents termes apparaissant dans l'équation interférométrique . . . . .	50
3.1	Récapitulatif des suiveurs de franges en opération. . . . .	79
4.1	Expression de l'erreur sur la phase interférométrique multimode et monomode . . . . .	87
4.2	Expression de la corrélation entre les phases astrométriques . . . . .	94
5.1	Caractéristiques de différentes conditions d'observations au VLTI. . . . .	119
5.2	Bruit de piston et de scintillation d'un estimateur de phase ABCD temporel, dans les conditions du VLTI. . . . .	120
5.3	Comparaison des schémas de recombinaison dans le cas idéal. . . . .	135
5.4	Comparaison des schémas de recombinaison quand une des bases résout fortement la source. . . . .	135
5.5	Comparaison des schémas de recombinaison lorsqu'une des pupilles a un faible flux. . . . .	136
5.6	Capacité des différents schémas de recombinaisons à extraire la photométrie directement depuis le signal de frange. . . . .	138
5.7	Spécifications haut niveau du 2GFT . . . . .	139
5.8	Performances attendues d'un composant d'optique intégrée 4T3-ABCD. . . . .	141
6.1	Etapes d'étalonnage d'un composant d'optique intégrée . . . . .	181
7.1	Paramètres du système SS Leporis . . . . .	193
7.2	Résumé des observations de SS Lep. . . . .	194
7.3	Meilleurs paramètres de la modélisation de SS Leporis pour les 8 observations. . . . .	201
7.4	Paramètres orbitaux de SS Lep. . . . .	202
7.5	Paramètres stellaire de SS Lep issus de cette étude. . . . .	204
D.1	Paramètres $a$ et $\sigma$ de la distribution Ricienne dans les cas monomode et multimode. . . . .	242



# Glossaire

## Abréviations et conventions d'écriture

$\hat{X}$	Estimateur de la grandeur $X$
$\langle X \rangle$	Valeur moyenne de la grandeur $X$
$\sigma_X$	En général, représente l'écart type de la grandeur $X$
<b>2T, ..., NT</b>	Nomenclature désignant un interféromètre constitué de 2, ..., N télescopes
<b>ABCD</b>	Codage des franges d'interférences avec 4 points d'échantillonnage par frange
<b>ESO</b>	European Southern Observatory
<b>DDM</b>	Différence De Marche
<b>DSP</b>	Densité Spectrale de Puissance
<b>FEP</b>	Fonction d'Étalement du Point
<b>IRM</b>	Infra-Rouge Moyen
<b>IRP</b>	Infra-Rouge Proche
<b>IS</b>	Instrument Scientifique
<b>OA</b>	Optique Adaptative
<b>OI</b>	Optique Intégrée
<b>RSB</b>	Rapport Signal à Bruit
<b>SF</b>	Suiveur de Frange
<b>TF</b> ( $\mathcal{F}(X)$ ou $\tilde{X}$ )	Transformée de Fourier (de la grandeur $X$ )

## Instruments et interféromètres

<b>2GFT</b>	Second Generation Fringe Tracker <i>Demande d'étude de phase A de l'ESO pour un suiveur de frange de seconde génération pour le VLTI</i>
<b>AMBER</b>	Astronomical Multi-BEam combineR <i>Spectro-interféromètre à 3 télescopes du VLTI</i>
<b>AT</b>	Auxiliary Telescope <i>Télescopes de 1.8m du VLTI dédiés à l'interférométrie</i>
<b>CHARA</b>	Center for High Angular Resolution Astronomy <i>Interféromètre constitué de 6 télescopes installé sur le mont Wilson en Californie (USA)</i>
<b>FINITO</b>	Fringe tracking Instrument of NIce and Torino <i>Suiveur de frange à 3 télescopes du VLTI</i>

<b>GRAVITY</b>	General Relativity Analysis with VLTI inTerferometrY <i>Instrument à 4 télescopes à référence de phase de seconde génération du VLTI</i>
<b>KI</b>	Keck Interferometer <i>Interféromètre combinant les 2 télescopes Keck installés au Mauna Kea (Hawaï)</i>
<b>MACAO</b>	Multiple Application Curvature Adaptive Optics System <i>Optiques adaptatives dédiées à l'interférométrie et installées sur les UTs du VLTI</i>
<b>MATISSE</b>	Fringe tracking Instrument of NIce and Torino <i>Suiveur de frange à 3T du VLTI</i>
<b>MIDI</b>	Mid-Infrared Interferometric Instrument <i>Instrument à 2T du VLTI observant dans l'IR moyen</i>
<b>PIONIER</b>	Precision Integrated-Optics Near-infrared Imaging ExpeRiment <i>Instrument visiteur au VLTI recombinaut 4 télescopes</i>
<b>POPS</b>	Planar Optic Phase Sensor <i>Concept de senseur de frange proposé par l'IPAG à l'ESO dans le cadre des études pour le 2GFT</i>
<b>PRIMA</b>	Phase-Referenced Imaging and Microarcsecond Astrometry <i>Instrument à référence de phase de première génération du VLTI</i>
<b>SILVI</b>	Banc simulateur de VLTI de l'IPAG
<b>UT</b>	Unit Telescope <i>Télescopes de 8 m du VLT</i>
<b>VINCI</b>	VLT INterferometer Commissioning Instrument
<b>VLTI</b>	Very Large Telescope Interferometer <i>Interféromètre du VLT pouvant combiner jusqu'à 4 UTs ou 4 ATs, et installé sur le mont Paranal (Chili)</i>

# Partie I

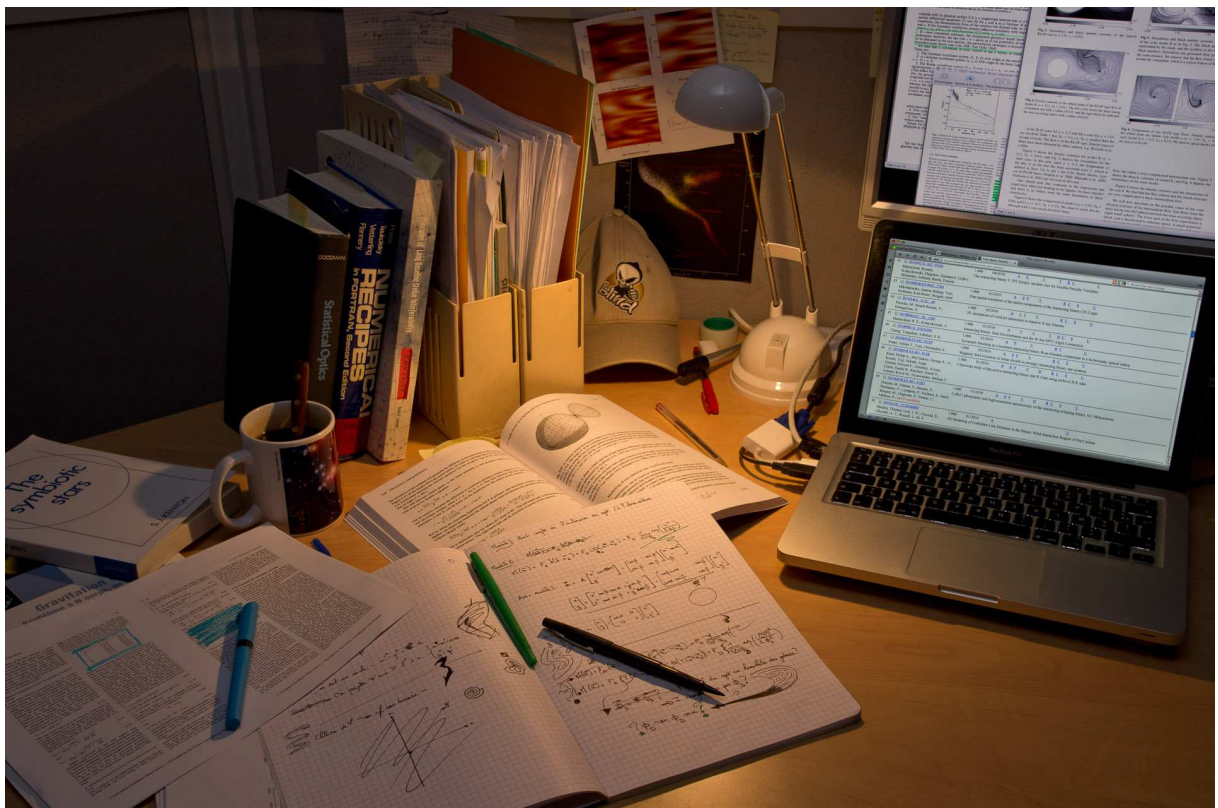
## Introduction à la très haute résolution angulaire





# Chapitre 1

## Sonder les binaires en interaction avec l'interférométrie



**Sommaire**

---

1.1	Classification observationnelle	11
1.2	Les binaires en interaction	12
1.3	Mécanique des systèmes binaires	14
1.3.1	Orbite Képlérienne	14
1.3.2	Modifications de l'orbite	14
1.4	Les processus de transfert de masse	16
1.4.1	Dépassement du lobe de Roche	16
1.4.2	Accrétion de vent stellaire	18
1.4.3	Amélioration de l'accrétion par vent	19
1.4.4	Formation d'un disque d'accrétion	20
1.5	Comprendre les binaires : contraindre l'orbite	20
1.5.1	Mesure de l'orbite astrométrique	21
1.5.2	Mesures de vitesse radiale	22
1.5.3	Déterminer les masses	23
1.6	Apport de l'interférométrie optique	23

---

La diversité des systèmes binaires est telle qu'il est difficile d'en donner une classification parfaitement organisée. Elles sont généralement classées suivant leurs propriétés observationnelles ou physiques.

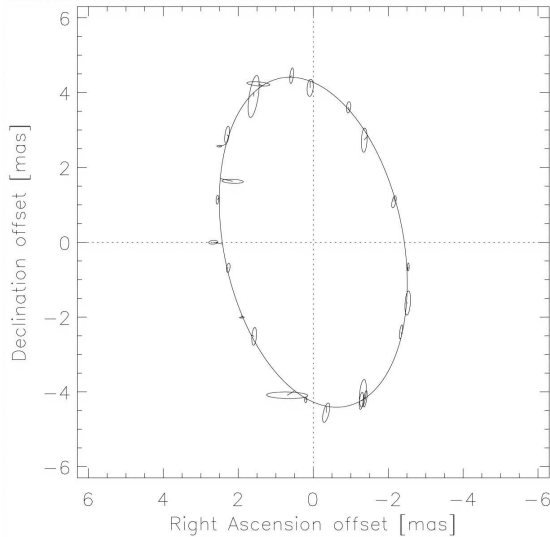
## 1.1 Classification observationnelle

Les étoiles binaires sont détectées de différentes manières, d'où leur classification d'un point de vue observationnel :

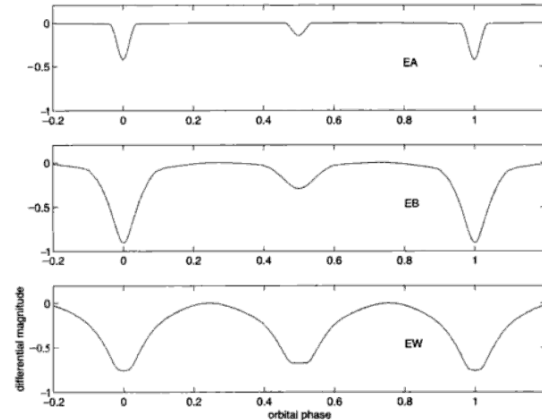
- **Les binaires visuelles** – Les deux étoiles du système sont spatialement résolues par un instrument, et de leur séparation angulaire ou de leur mouvement apparent on en déduit qu'elles sont liées gravitationnellement. L'exemple le plus connu est le couple Algor/Mizar dont la séparation est de 12 secondes d'arc. La figure 1.1 présente l'exemple d'une binaire résolue spatialement par interférométrie.
- **Les binaires astrométriques** – Ces systèmes sont trop lointains et/ou trop petits pour qu'un télescope puisse observer chaque composante individuellement. La présence de la binaire est trahie par l'observation d'un déplacement périodique du photocentre, ce qui requiert des mesures astrométriques extrêmement précises. Lorsque le contraste lumineux est très important, on observe principalement le déplacement de la composante la plus brillante.
- **Les binaires à éclipses** – Les binaires à éclipses sont des systèmes particuliers pour lesquels le plan de l'orbite est dans la ligne de visée, de sorte que les étoiles s'éclipsent mutuellement toutes les demi-périodes de révolution. On observe ainsi une diminution de la luminosité de la binaire à chaque éclipse, dont l'importance va dépendre de quelle étoile est éclipsée, du rapport de taille et de luminosité des étoiles, et de l'inclinaison de l'orbite. Parmi les binaires à éclipses, on distingue trois types de courbes de lumière (voir Fig. 1.2) :
  - ▶ Les systèmes EA, nommés également *Algolides*, dont le prototype est Algor : les composantes sont détachées et sont par conséquent peu ou pas déformées par effet de marée. La courbe de lumière est caractérisée par des éclipses très marquées, séparées par une phase de maximum de luminosité constante.
  - ▶ Les systèmes EB, dont le prototype est  $\beta$  Lyrae : dans ces systèmes, les composantes sont souvent semi-détachées, une des composantes remplissant son lobe de Roche et étant donc déformée par effet de marée. Celle-ci présentant une section apparente plus ou moins élevée suivant la phase orbitale, les éclipses sont moins nettes que pour un système EA.
  - ▶ Les systèmes EW, comme W Ursae Majoris : il s'agit de binaires à contact, de période inférieure au jour.

Cette classification est uniquement basée sur des caractéristiques observationnelles, différents systèmes pouvant présenter des caractéristiques physiques différentes.

- **Les binaires spectroscopiques** – Le mouvement orbital de ces binaires est mis en évidence par la détection d'un décalage Doppler des raies d'au moins une des composantes du système. La mesure du décalage des raies permet alors d'en déduire la vitesse radiale de l'étoile projetée sur la ligne de visée. Cette méthode a l'avantage majeur sur la technique astrométrique de permettre la détection de binaires extrêmement serrées. C'est également avec cette méthode qu'a été détectée la plupart des planètes extra-solaires.



**FIGURE 1.1** – Orbite astrométrique du système Omicron Orionis, mesurée avec l’interféromètre PTI du mont Palomar. La taille apparente de l’orbite est de 4 milli-arc seconde, soit environ 25 fois plus faible que la résolution théorique d’un télescope de 8 m en infra-rouge. Figure extraite de l’article de [Hummel et al. \(2001\)](#).



**FIGURE 1.2** – Courbes de lumière caractéristiques des trois types de binaires à éclipses. L’amplitude des éclipses dépend de l’inclinaison du système, de la taille relative des étoiles et de leur rapport de luminosité. La durée des minima est liée au niveau de détachement entre les composantes. Figure extraite de [Hilditch \(2001\)](#).

- **Les binaires X** – Les binaires X sont des systèmes en rotation rapide contenant une étoile compacte. Ces binaires sont à l’origine des phénomènes énergétiques de type novae ou supernovae I, le rayonnement X résultant de l’accrétion de matière de l’étoile par l’objet compact au travers d’un disque. L’observation de ces systèmes dans le domaine X permet de mesurer la période orbitale, voire de mesurer l’inclinaison dans les systèmes à éclipses<sup>1</sup>.

## 1.2 Les binaires en interaction

Parmi tous les systèmes binaires envisageables, on qualifie de *binaire en interaction* tout système dans lequel les interactions par effet de marée sont suffisantes pour influencer sur l’évolution du système. Des interactions importantes dans ces systèmes peuvent se traduire par un transfert de masse d’au moins une des composantes vers son compagnon. Nous qualifierons par la suite d’*étoile secondaire* l’étoile perdant de la matière, et de *primaire* son compagnon<sup>2</sup>, accrétant tout ou partie de cette matière. La nature de ces transferts de masse dépend de la taille relative des étoiles à leur *lobe de Roche*.

Le *lobe de Roche* est la “sphère” d’influence gravitationnelle de chacune des étoiles de la binaire, dans laquelle la matière lui est liée, et au delà de laquelle elle sera liée à son compagnon ou quittera le système. Le lobe de Roche est défini comme le lieu où le potentiel gravitationnel des deux astres s’équilibre dans le référentiel de la binaire. Nous reviendrons plus en détail sur la notion de lobe de Roche dans la section 1.4.1.

1. Nous n’étudierons pas ces systèmes dans cette thèse, mais à titre informatif, la classe des binaires X regroupe trois catégories d’objets : 1) Les *variables cataclysmiques* dont l’accréteur est une naine blanche ; 2) Les *binaires X de faible masse* (LMXB pour *Low Mass X-ray Binary* en anglais) constituées d’une étoile à neutron ou d’un trou noir, et d’une géante rouge ; 3) Les *binaires X massives* (HMXB pour *High Mass X-ray Binary* en anglais) constituées d’une étoile à neutron ou d’un trou noir, et d’une étoile géante massive de type O, A ou B.

2. La nomenclature habituelle est de considérer l’étoile la plus massive comme étant la primaire. Dans le cas de systèmes présentant une *inversion* de masse, la primaire est l’accréteur. Nous y revenons dans la section 1.3.2.

Suivant la taille relative des étoiles et de leur lobe de Roche, [Kopal \(1959\)](#) a distingué trois catégories de binaires en interaction :

- **Les binaires détachées** où les deux étoiles sont suffisamment éloignées par rapport à leurs tailles respectives pour qu'aucune ne remplisse son lobe de Roche. Pour ces systèmes, on s'attend à ce que le vent de la secondaire soit accrété par son compagnon (en plus ou moins grande partie, suivant les caractéristiques du système). Les effets de marée sont également supposés de faible ampleur. S'il y a transfert de masse, la morphologie du flux de matière sera celle d'un cône d'accrétion, mais un disque d'accrétion peut se former dans certains cas (par exemple si la vitesse du vent est faible par rapport à la vitesse orbitale, ou si l'étoile qui accrète est suffisamment compacte). Ces systèmes servent souvent à tester les théories d'évolution stellaire puisque les masses des composantes peuvent être déterminées et les interactions négligées.
- **Les binaires semi-détachées** pour lesquelles une étoile remplit son lobe de Roche de sorte qu'elle est fortement déformée par effet de marée. Un transfert de matière vers le compagnon a lieu à travers le point de Lagrange L1. Si un disque d'accrétion se forme, il apparaîtra un point *chaud* au niveau du contact entre le flux de matière provenant de la secondaire et le disque, se traduisant par une émission de rayonnements UV ou X. Cette catégorie regroupe les binaires X ainsi que différentes sous classes telles que les binaires de type  $\beta$  Lyr, W Serpentis, etc.
- **Les binaires à contact** où les deux étoiles sont suffisamment proches pour être en contact direct l'une de l'autre. Il n'y a pas à proprement parler de transfert de masse dans ces systèmes, les deux étoiles partageant finalement une même enveloppe. Les binaires à contact sont des systèmes stables avec une durée de vie de l'ordre de plusieurs millions, voire milliards, d'années. Elles diffèrent donc des systèmes dans l'état d'*enveloppe commune*, stade d'évolution instable d'un système ne durant que quelques années au maximum (voir Sect. 1.3.2). Le prototype de ce type de binaire est le système W Ursa Major.

Nous verrons dans la section 1.4.4 les conditions nécessaires à la formation d'un disque d'accrétion.

Parmi les systèmes en interaction, notons la classe des étoiles dites *symbiotiques*<sup>3</sup>, constituées d'une géante rouge et d'un compagnon plus compact, typiquement une naine blanche. Il s'agit de systèmes en interaction avec les périodes orbitales les plus longues (de quelques dizaines de jours à quelques années), la distance entre étoiles étant de l'ordre de l'unité astronomique. Les interactions sont donc a priori relativement faibles, même si on observe des variations régulières de luminosité de l'ordre de 1 magnitude, et jusqu'à 2 ou 4 magnitudes plus rarement. On distingue deux types d'étoiles symbiotiques : 1) Les systèmes de type *S* (pour *Stellaire*) où l'étoile donneuse est une géante classique ; 2) Le type *D* (pour *Dust* en anglais) où la secondaire est une étoile Mira, géante rouge entourée d'une enveloppe moléculaire. R Aquarii est une étoile symbiotique de ce type ([Ragland et al., 2008](#)). Environ 20% des étoiles symbiotiques sont de type *D*. Pour une revue complète sur les binaires symbiotiques, je renvoie le lecteur à l'article de [Kenyon \(1990\)](#) ou à son livre *The symbiotic stars* ([Kenyon, 1986](#)).

Notons finalement, que les systèmes présentant la plus forte indication d'épisodes passés ou

---

3. On parle en général d'*étoile* symbiotique et non de *système* pour des raisons historiques. Leur nature binaire n'était initialement pas suspectée, les premières observations indiquant qu'il s'agissait d'étoiles géantes de type M (étoiles froides). Elles présentaient cependant de fortes raies d'émissions d'atomes ionisés (e.g. He II), signe d'un vent ionisé par un astre relativement chaud. Ces deux caractéristiques n'étant pas a priori compatibles, on utilisa le qualificatif de *symbiotique* pour ces étoiles particulières.

présents de transfert de masse sont ceux présentant le paradoxe d'Algol. Dans ces systèmes, l'étoile la plus évoluée apparaît comme la moins massive du système, en opposition avec les modèles d'évolution stellaire<sup>4</sup>. Ceci laisse donc supposer que la secondaire a perdu une partie importante de sa masse initiale, dont une fraction a pu être transférée au compagnon.

### 1.3 Mécanique des systèmes binaires

Dans le cadre des binaires en interaction, nous noterons  $M_1$  la masse de la primaire,  $M_2$  celle de la secondaire,  $M = M_1 + M_2$  la masse totale du système, et  $q = M_2/M_1$  le rapport de masse du système.

#### 1.3.1 Orbite Képlérienne

Tant que les binaires interagissent faiblement, l'orbite du système est stable et vérifie les lois de Kepler. L'orbite est elliptique, d'excentricité  $0 \leq e < 1$ , de demi-grand axe  $a$  et de période  $P$ . Dans le plan de l'orbite, la distance entre les composantes de la binaire en fonction du temps est donc :

$$r = a \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \nu} \quad (1.1)$$

$\nu$  étant l'angle entre le périastre et la position de l'étoile à l'instant  $t$ , également appelé *anomalie vraie*. La distance de la primaire au centre de masse (un des foyers de l'orbite) s'obtient simplement en remplaçant  $a$  par le demi-grand axe  $a_1 = a M_2/M$  de son orbite. Ces orbites obéissent à la troisième loi de Kepler, liant la masse du système, à la période  $P$  et au demi-grand axe  $a$  :

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (1.2)$$

$G$  étant la constante de gravitationnelle. Le moment cinétique orbital du système vaut, dans le référentiel du centre de masse :

$$J_{orb} = M_1 M_2 \sqrt{\frac{Ga(1 - e^2)}{M}} \quad (1.3)$$

#### 1.3.2 Modifications de l'orbite

##### Synchronisation et circularisation

Tout comme la Lune présente toujours la même face à la Terre, la période de rotation d'une étoile dans un système binaire a tendance à se synchroniser avec la période de révolution du système. Ce phénomène de *synchronisation* est le résultat des effets de marée qu'exercent les deux astres l'un sur l'autre. La synchronisation nécessite une perte de moment angulaire de l'astre via des couples (dûs à sa déformation sous l'effet de forces de marée, à un couplage magnétique, etc.) qui dissipent son moment angulaire par friction en son sein. La synchronisation représente donc un état de minimum d'énergie et une tendance naturelle dans l'évolution d'un système binaire. En dissipant le moment orbital du système, ces effets de marée vont également mener à une diminution de l'excentricité de l'orbite [Shu et Lubow \(1981\)](#). En notant que l'énergie potentielle du système est  $E = -GM/2a$ , d'après l'équation 1.3, l'excentricité de l'orbite vaut :

$$e = \sqrt{1 - \frac{2J_{orb}^2 E}{(GM_1 M_2)^2}} \quad (1.4)$$

4. En supposant qu'elles se soient formées en même temps, ce qui, excepté dans des amas très compacts où des captures sont possibles, est l'hypothèse la plus réaliste.

Celle-ci va donc décroître au fur et à mesure que le moment orbital du système va être dissipé par effets de marée. L'étude de [Duquennoy et Mayor \(1991\)](#) a par exemple montré que quasiment toutes les binaires contenant une étoile naine G ont des orbites circularisées dès lors que la période orbitale est inférieure à 10 jours, les étoiles étant alors très proches et à même d'interagir. [Mason et al. \(1998\)](#) fit le même constat pour des étoiles de type O. Les travaux de [Zahn \(1977\)](#) ont montré que ces deux phénomènes étaient plus efficaces pour des étoiles présentant une enveloppe convective (e.g. étoiles naines de type solaire ou géantes rouges) que pour des étoiles à enveloppe radiative (e.g. étoiles massives de classe O, A ou B). L'efficacité est également d'autant plus importante que l'orbite est plus petite (les effets de marée étant plus importants), les temps de synchronisation  $t_{sync}$  et de circularisation  $t_{circ}$  étant alors d'autant plus courts. On trouve dans [Zahn \(1977\)](#) des estimations de  $t_{sync}$  et  $t_{circ}$  dans ces cas de figure. Dans le cas d'étoiles à enveloppe convective<sup>5</sup> :

$$t_{sync} \simeq 10^4 \left[ \frac{1+q}{q} \right]^2 P^4 \text{ années} \quad (1.5)$$

$$t_{circ} \simeq 10^6 q^{-1} \left[ \frac{1+q}{2} \right]^{5/3} P^{16/3} \text{ années} \quad (1.6)$$

la période  $P$  étant exprimée ici en jours. Ces relations supposent que les étoiles n'ont pas le temps d'évoluer. A titre d'exemple, pour un système constitué d'étoiles à enveloppe convective avec un rapport de masse égal à 1 et une période orbitale de 1 jour,  $t_{sync} \sim 10^4$  années, et  $t_{circ} \sim 10^6$  années ([Hilditch, 2001](#)). Cela peut paraître faible à l'échelle d'une vie stellaire, mais  $t_{sync}$  et  $t_{circ}$  évoluent rapidement, en  $P^4$  et  $P^{16/3}$  respectivement pour ce type d'étoile, menant à  $t_{sync} \sim 10^8$  années, et  $t_{circ} \sim 10^{11}$  années pour  $P = 10$  jours. Au delà d'une certaine période orbitale, on s'attend donc à ce que de tels systèmes conservent leur excentricité initiale. Dans le cas d'étoiles à enveloppe radiative, ces temps sont plusieurs ordres de grandeur supérieurs. Ces relations tiennent compte des effets de marée entre les étoiles, mais pas d'une potentielle évolution du système, tels que l'évolution d'une des composantes vers un stade plus avancé de géante. Dans un tel cas, les effets de marée vont fortement augmenter et les temps de synchronisation et de circularisation vont considérablement diminuer ([Zahn, 1975](#)).

### Demi-grand axe de l'orbite

Dans le cas où les étoiles sont très proches, le transfert de masse peut devenir important et fortement modifier le diamètre de l'orbite. Afin de donner une idée de la modification induite, nous pouvons dériver l'équation 1.3 par rapport au temps, en supposant que la masse et le moment angulaire du système sont conservés. Sous ces hypothèses, on montre alors ([Tout et Hall, 1991](#))<sup>6</sup> :

$$\frac{\dot{a}}{a} = -2 \frac{\dot{M}_2}{M_2} (1 - q) \quad (1.7)$$

L'étoile 2 étant le donneur,  $\dot{M}_2 < 0$ . Deux situations se présentent alors :

- **Rétrécissement de l'orbite** si  $q > 1 - \dot{M}_2/M_2$  – L'étoile la plus massive transfère de la masse à sa compagne moins massive. On est dans une situation instable, où l'orbite va se réduire, entraînant un transfert de masse de plus en plus efficace, et ainsi de suite. Cette situation perdure jusqu'à ce que l'étoile primaire devienne la plus massive du système, c'est-à-dire lorsque le rapport de masse  $q$  devient inférieur à 1.

5. Je ne présente pas ces expressions pour les étoiles à enveloppe radiative, le résultat étant beaucoup plus complexe.

6. Dans le cas où l'orbite est circularisée (après un débordement du lobe de Roche par exemple), cette relation est exacte.



- **Elargissement de l'orbite** si  $q < 1$  – Lorsque la primaire est (ou devient) plus massive que la donneuse, la situation s'inverse, et l'orbite commence à s'élargir. La situation est maintenant régulée, une augmentation du transfert de masse (quelle qu'en soit la raison) va induire un élargissement plus rapide de l'orbite, et réduire l'efficacité du phénomène.

Cet exemple est donné à titre indicatif en négligeant la variation de la taille du lobe de Roche en fonction de celle de l'orbite. Il montre néanmoins qu'un transfert de masse sur de longues échelles de temps doit mener à une inversion du rapport de masse, où l'accréteur devient plus massif que son compagnon. Dans la pratique, le fait que la taille de l'orbite augmente ou diminue dépend fortement du mécanisme de transfert de masse et de son efficacité (Jahanara *et al.*, 2005). La stabilité de ce transfert dépend également du rapport entre la taille du lobe de Roche et celle de l'orbite (voir Ritter, 1996). Par exemple, dans le cas où l'orbite s'élargit, si le rayon de l'étoile augmente plus vite que le lobe de Roche suite à la perte de masse, le transfert de masse est instable (e.g. cas d'une géante rouge qui déborde de son lobe de Roche). Dans le cas d'une géante rouge débordant de son lobe de Roche, il faut en fait dans ce cas que  $q < 6/5$ .

**Cas des systèmes à enveloppe commune** – Si l'étoile donneuse possède une enveloppe convective (cas d'étoiles géantes sur la séquence principale ou sur la branche des géantes asymptotiques), dès qu'elle remplit son lobe de Roche, on observe la formation d'un *système à enveloppe commune* (Livio, 1996). La séparation des deux étoiles se réduit suffisamment pour que l'étoile donneuse dépasse son lobe de Roche. Dans cette situation le transfert de masse devient dynamiquement instable : l'orbite, et donc le lobe de Roche, se réduisent plus vite que le diamètre de la géante, impliquant une perte de masse accélérée. Le transfert est si rapide que la binaire n'a pas le temps de se stabiliser, et l'étoile primaire sort elle-même de son état d'équilibre thermodynamique. Le système évolue alors rapidement vers une configuration où les deux étoiles orbitent dans une enveloppe commune. Dans la pratique, une partie non négligeable de la matière dépassant du lobe de Roche peut quitter le système via le point de Lagrange L2 (Vanbeveren *et al.*, 1998).

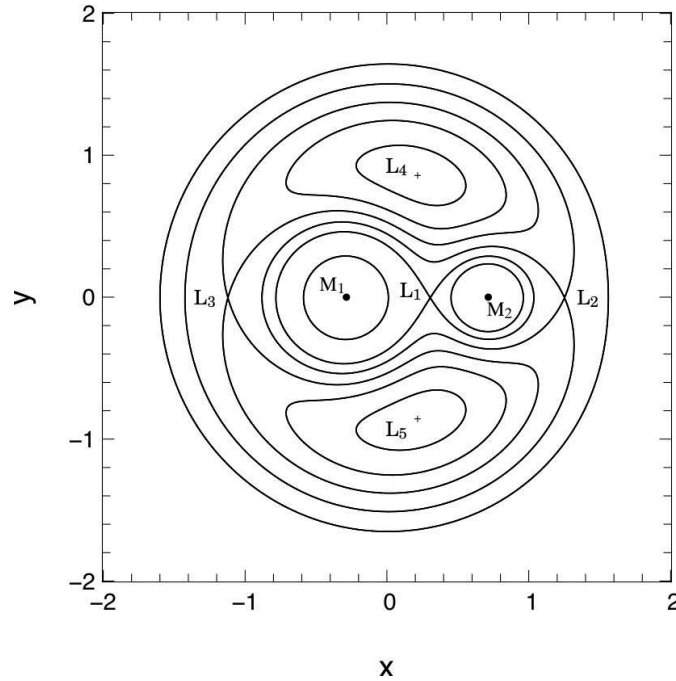
## 1.4 Les processus de transfert de masse

Les binaires en interaction se caractérisent par le transfert de masse et/ou de moment angulaire en leur sein, dont l'importance dépend principalement de la taille de l'orbite relativement à celle du donneur. L'évolution de ces systèmes est très fortement influencée par ces processus, qu'il est donc fondamental de caractériser. On distingue principalement deux mécanismes de transfert de masse : le dépassement du lobe de Roche et l'accrétion de vent stellaire, tous deux sont caractérisés par leur transfert de moment angulaire.

### 1.4.1 Dépassement du lobe de Roche

Le modèle du lobe de Roche suppose l'orbite circulaire (c'est-à-dire que la distance entre les deux étoiles reste constante) et deux étoiles en rotation synchrone (ce qui est généralement le cas puisque  $t_{syn} < t_{circ}$ ). En normalisant les distances relativement à la séparation de la binaire ( $a = 1$ ), le potentiel gravitationnel perçu par une masse test en un point  $(x, y, z)$  de l'espace est :

$$\Phi = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{\omega^2}{2} \left[ \left( x - \frac{M_2}{M_1 + M_2} \right)^2 + y^2 \right] \quad (1.8)$$



**FIGURE 1.3** – Représentation des surfaces équipotentielles d'une binaire avec un rapport de masse  $q = 0.4$ . Les lobes de Roche correspondent à l'équipotentielle en forme de 8 passant au point  $L_1$ . Les points de Lagrange  $L_4$  et  $L_5$  sont symbolisés par les croix. A proximité des centres de masse, les surface sont quasi-sphériques, signe de la faible influence du compagnon. Lorsqu'on s'éloigne du système les équipotentielles redeviennent sphériques, la binaire pouvant être assimilée à un corps ponctuel de masse  $M_1 + M_2$ .

où  $r_1^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $r_2^2 = (x - 1)^2 + y^2 + z^2$ , et  $\omega^2 = (2\pi/P)^2 = GM/a^3 = GM$ . En simplifiant l'expression par  $GM$ , on fait apparaître le rapport de masse :

$$\Phi_r = -\frac{2}{(1+q)r_1} - \frac{2q}{(1+q)r_2} - \left(x - \frac{q}{1+q}\right)^2 - y^2 \quad (1.9)$$

A partir de là, on peut calculer les équipotentielles du système binaire, l'équipotentielle du lobe de Roche étant la surface en forme de 8 passant par le point  $L_1$ , à la limite de l'influence de chaque étoile. Ces surfaces sont représentées sur la figure 1.3. On remarque qu'au voisinage des centres de masse, les équipotentielles sont quasi-sphériques, signe de la faible influence du compagnon. La taille du lobe de Roche est liée à l'influence du compagnon : ainsi plus le système sera serré et/ou le compagnon massif, plus le lobe de Roche sera de taille réduite. [Eggleton \(1983\)](#) a déterminé une relation empirique permettant d'évaluer analytiquement le rayon  $r_L$  du lobe de Roche en fonction du rapport de masse :

$$r_L(q) = a \frac{0.49 q^{2/3}}{0.69 q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})} \quad (1.10)$$

$r_L$  est le rayon d'une sphère qui aurait le même volume que le lobe de Roche. Cette relation est précise à environ 1%. Dans cette relation le rapport de masse  $q = M_2/M_1$  est défini de telle sorte que  $M_2$  est la masse de l'étoile dont on cherche à déterminer  $r_L$ .

Au cours de l'évolution du système, le rapport  $r_L/r$  peut devenir inférieur à 1, de sorte qu'une étoile remplit son lobe de Roche. Ceci peut arriver principalement de deux manières : 1) L'étoile évolue en géante rouge (son rayon  $r$  augmente très fortement) ; 2) Le rayon de l'orbite peut se réduire par perte de moment orbital, du fait d'un freinage magnétique, ou de l'émission d'ondes gravitationnelles dans les systèmes binaires d'étoiles à neutrons ou dans les variables cataclysmiques à très courte période contenant une naine rouge et une naine blanche. Lorsqu'une

étoile remplit son lobe de Roche, une importante quantité de matière va s'échapper, au profit de son compagnon. Le point privilégié par lequel va s'échapper cette matière est le point de Lagrange L1 situé directement entre les étoiles. Les travaux théoriques de [Lubow et Shu \(1975\)](#), puis des simulations numériques (e.g. [Nagae et al., 2004](#)) ont montré que la matière est accrétée sous la forme d'un filet de matière issu de ce point L1 avant de former un disque d'accrétion, pourvu que la taille de l'accréteur soit suffisamment petite.

Ce modèle de lobe de Roche souffre cependant de deux défauts. Premièrement, il considère que la masse de chaque corps est ponctuelle, approximation parfaitement valable pour les binaires détachées uniquement (!). Ensuite, il considère uniquement les forces de gravitation et centrifuge, et ne tient pas compte de forces radiatives (vent stellaire) ou magnétiques intenses, etc. [Schuerman \(1972\)](#) proposa le premier d'incorporer l'effet de forces de radiation dans des systèmes comprenant une étoile jeune émettant un vent important. De nombreux auteurs ont poursuivi ce travail, dont dernièrement [Dermine et al. \(2009\)](#) qui étudia de manière plus systématique l'influence de différentes forces de radiations et vents sur la géométrie du lobe de Roche. Ils montrèrent que sous l'effet de ces forces, le lobe de Roche pouvait fortement se réduire et changer de morphologie, et l'étoile perd de la matière sans qu'elle soit forcément accrétée par son compagnon (i.e. la matière ne passe plus par le point de Lagrange L1). Ces forces favorisent donc une perte de masse du système, voire la formation d'un disque circumbinaire. Lorsque ces forces sont suffisamment importantes, le concept de lobe de Roche n'a plus lieu d'être, l'influence gravitationnelle du compagnon n'étant pas suffisante pour accrêter et maintenir la matière au sein du système. Ils dérivèrent également une forme alternative à la relation 1.10 de [Eggleton](#) tenant compte de ces forces radiatives :

$$r_L(q, f) = a \frac{A(f) q^{2/3}}{B(f) q^{2/3} + \ln(1 + C(f) q^{1/3})} \quad (1.11)$$

$f$  étant le rapport des forces radiatives aux forces de gravitation, et :

$$\begin{aligned} A(f) &= (1 - f)^{1/3} (0.49 + 0.25f + 0.35f^2 - 0.59f^3 + 0.37f^4) \\ B(f) &= 0.6 + 0.3f \\ C(f) &= 1 + f \end{aligned}$$

### 1.4.2 Accrétion de vent stellaire

Bien que le dépassement du lobe de Roche semble la manière la plus naturelle pour transférer de la masse, l'accrétion d'un vent stellaire est la configuration la plus souvent rencontrée (voir par exemple [Mikołajewska, 2003](#), dans le cas d'étoiles symbiotiques). Les étoiles émettent des vents d'autant plus puissants qu'elles sont massives et/ou évoluées. Une étoile de la séquence principale comme le Soleil par exemple ne perd que  $10^{-14} M_\odot \text{ an}^{-1}$ , la vitesse du vent atteignant quelques dizaines à centaines de  $\text{km.s}^{-1}$ . Lorsque l'étoile devient une géante rouge le flux de matière monte jusqu'à  $10^{-7} \sim 10^{-4} M_\odot \text{ an}^{-1}$  mais la vitesse du vent n'excède guère quelque dizaines de  $\text{km.s}^{-1}$  ([Dupree, 1986](#)). Les étoiles massives de type Wolf-Rayet émettent des vents extrêmement puissants à plus de  $2000 \text{ km.s}^{-1}$ , et perdent jusqu'à  $10^{-5} M_\odot \text{ an}^{-1}$ . Suivant leur nature, leurs mécanismes d'émission et d'accélération, ces vents sont susceptibles d'être accrétés par un compagnon binaire avec une plus ou moins grande efficacité.

Le modèle de Bondi-Hoyle-Lyttleton ([Bondi et Hoyle, 1944](#); [Bondi, 1952](#)) fut le premier à tenter d'expliquer le phénomène d'accrétion de vent, et il est encore fréquemment cité, malgré sa simplicité et le fait qu'il soit erroné dans un grand nombre de situations. Une revue complète de ce modèle et de ses champs d'application se trouve dans la revue de [Edgar \(2004\)](#). L'idée de ce modèle est assez simple : un corps ponctuel de masse  $m$  se déplaçant à une vitesse  $v_\infty$  par rapport à un milieu de densité  $\rho_\infty$  va accrêter la matière du fait de sa gravité. L'analyse de [Bondi](#)

(1952) montra que le taux d'accrétion auquel on peut s'attendre vaut alors :

$$\dot{M}_{BH} = \frac{4\pi G^2 m^2 \rho_\infty}{(c_\infty^2 + v_\infty^2)^{3/2}} \quad (1.12)$$

$c_\infty$  étant la vitesse du son dans le milieu. La comparaison aux simulations montre en général une bonne concordance, les limites de ce modèle étant atteintes dans les systèmes binaires compacts dans lesquels la vitesse orbitale est équivalente ou supérieure à celle du vent : il faut alors tenir compte des forces centrifuges et de Coriolis. Les simulations menées par [Theuns et al. \(1996\)](#) ou [Nagae et al. \(2004\)](#) ont ainsi montré que le taux d'accrétion de vent pouvait en fait être de 5 à 10 fois plus faible que ce que prédit le modèle de Bondi-Hoyle. L'accrétion par vent dépend en fait de nombreux paramètres : la masse et la séparation des composantes, ainsi que la vitesse du vent et son processus d'accélération ([Boffin et Anzer, 1994](#)).

### 1.4.3 Amélioration de l'accrétion par vent

Certains systèmes présentent les preuves d'interactions extrêmement importantes (menant par exemple à une inversion du rapport de masse), alors que la séparation des étoiles est trop importante pour envisager que la secondaire dépasse (ou ait dépassé) son lobe de Roche (cas des étoiles symbiotiques SY Mus et RW Hya par exemple ; voir [Iijima, 2002](#)). Ces interactions ne peuvent malheureusement pas s'expliquer par une accrétion de vent classique, le flux de matière étant trop faible. Les observations de [Mikołajewska \(2007\)](#) et [Jorissen \(2003\)](#) par exemple, ont cependant semblé montrer que la perte de masse par vent dans certaines géantes faisant parti de systèmes binaires était plus importante que ce qu'on attendrait de la même étoile isolée.

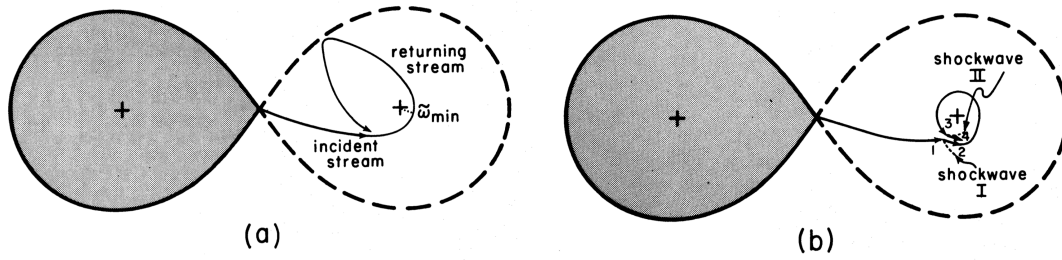
[Tout et Eggleton \(1988\)](#) proposèrent que l'influence gravitationnelle d'un compagnon binaire pouvait très fortement augmenter la perte de masse d'une étoile du fait de phénomènes de frictions. Ils proposèrent ainsi une modification de la loi de [Reimers \(1975\)](#) avec un terme supplémentaire  $B$ , qui augmenterait la perte de masse d'un facteur :

$$\gamma = 1 + B \times \min \left[ \left( \frac{r}{r_L} \right)^6, \frac{1}{2^6} \right] \quad (1.13)$$

avec  $B \sim 10^4$ . Le phénomène sature lorsque l'étoile remplit plus de la moitié de son lobe de Roche, car elle est supposée être synchronisée dans ce cas. La perte de masse peut être augmentée jusqu'à un facteur 150, au point qu'une géante rouge pourrait perdre son enveloppe avant de dépasser son lobe de Roche.

Depuis quelques années à présent est envisagé un processus intermédiaire entre le dépassement du lobe de Roche et l'accrétion de vent : le dépassement du lobe de Roche par le vent (littéralement *wind Roche lobe overflow* en anglais) ([Podsiadlowski et Mohamed, 2007](#); [Mohamed et Podsiadlowski, 2007, 2010](#)). Dans le cas de systèmes détachés où la secondaire émet un vent stellaire relativement lent – et/ou accéléré seulement au delà du lobe de Roche (cas des étoiles Mira par exemple) –, le lobe de Roche n'est pas rempli par l'enveloppe de la géante, mais par le vent. Les particules du vent sont trop lentes pour s'échapper du système, et elles remplissent le lobe de Roche. Le transfert de masse ressemble donc à un dépassement classique du lobe de Roche (phénomène également observé dans les simulations de [Nagae et al. \(2004\)](#)), et l'efficacité de l'accrétion du vent peut alors être 100 fois supérieure à ce que prédit le modèle de Bondi-Hoyle<sup>7</sup>. Les simulations suggèrent également que le vent accrété est focalisé suivant le plan de l'orbite, à l'image d'un disque d'accrétion ([Theuns et al., 1996](#); [Nagae et al., 2004](#)).

7. Notons que le modèle de [Tout et Eggleton](#) augmente la perte de masse de la secondaire, tandis que celui de [Mohamed et Podsiadlowski](#) augmente l'efficacité de l'accrétion.



**FIGURE 1.4** – Représentation schématique de la formation d'un disque d'accrétion. *a*) La secondaire (à gauche) remplit son lobe de Roche. Au départ, la matière passant par le point L1 suit une trajectoire balistique en direction de la primaire, s'approche d'une distance minimum  $r_{min}$  (noté  $\tilde{\omega}_{min}$  sur la figure, et supposé supérieur au rayon de la primaire), avant de rencontrer le flux de matière passant le point L1. *b*) Au fur et à mesure des chocs, et de la dissipation d'énergie par friction (entre autre), un disque d'accrétion se forme. Figures extraites de Lubow et Shu (1975)

#### 1.4.4 Formation d'un disque d'accrétion

Dans le cas où la matière transférée passe par le point de Lagrange L1 (dépassement du lobe de Roche ou mécanismes d'accrétion de vent particuliers), il peut se former un disque d'accrétion. Une fois traversé le point L1, la matière suit une trajectoire balistique en direction de l'accréteur, et si celui-ci est trop grand, il va directement intercepter cette matière, empêchant la formation d'un disque. On montre que la distance minimum entre ce flux de matière et l'accréteur vaut (Warner, 2003) :

$$\frac{r_{min}}{a} = 0.0488 q^{-0.464} \quad 0.05 < q < 1 \quad (1.14)$$

Si l'accréteur est plus petit que ce rayon d'approche minimum, le flux de matière va se mettre dans un premier temps à orbiter autour, avant de revenir heurter le flux en provenance du point L1 (voir Fig. 1.4) (Lubow et Shu, 1975; Shu et Lubow, 1981). Au bout d'un temps, un anneau de matière va se former, et le transport de moment angulaire (via des frottements visqueux par exemple) va faire chuter cette matière vers l'accréteur et mener à la formation d'un disque d'accrétion en rotation quasi-képlérienne. On définit le *rayon de circularisation*  $r_{circ}$  (supposé égal au rayon du disque) comme le rayon pour lequel la matière en rotation képlérienne a le même moment cinétique que la matière quittant L1 :

$$\frac{r_{circ}}{a} = (1 + q) \left( \frac{d_{L1}}{a} \right)^4 \simeq (1 + q)(0.5 - 0.227 \log(q))^4 \quad (1.15)$$

où  $d_{L1}$  est la distance de la primaire au point L1, et  $a$  est le demi-grand axe de la binaire. Au niveau du point de contact entre le disque et le flux de matière apparaît un point chaud.

## 1.5 Comprendre les binaires : contraindre l'orbite

Suite à ce qui vient d'être dit, il apparaît que les paramètres essentiels à contraindre pour comprendre précisément un système binaire en interaction sont le rapport de masse (i.e. les masses des composantes), la taille relative de l'orbite et du donneur, et finalement la distance au système. Cette dernière est principalement contrainte par les mesures astrométriques Hipparcos (Van Leeuwen, 2007), mais la détermination de l'orbite peut également apporter des contraintes à ce niveau. La taille du donneur peut quant à elle être déterminée par analyse du spectre du système, par mesure directe par interférométrie, par analyse des courbes de luminosité pour les systèmes à éclipses, etc. La masse des deux astres ne peut être contrainte qu'en déterminant l'orbite du système, qui ne peut elle-même être contrainte en totalité avec une seule de ces méthodes. Les paramètres orbitaux peuvent être déterminés principalement en combinant les mesures d'orbites

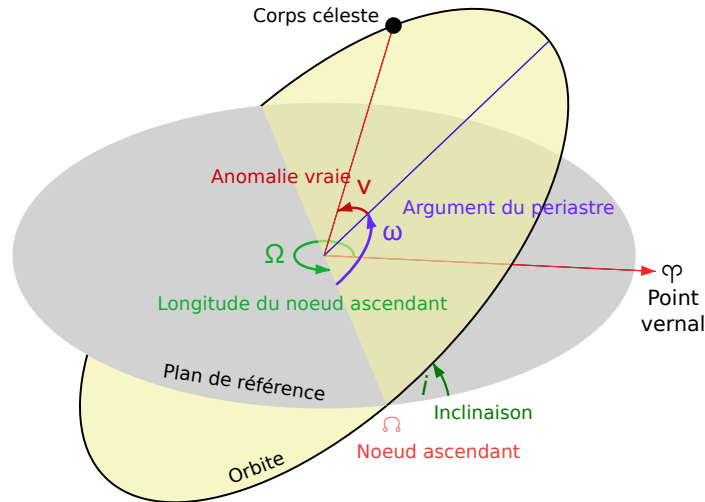


FIGURE 1.5 – Représentation des paramètres orbitaux.

astrométriques et spectroscopiques. D'autres méthodes existent – e.g. polarimétrie – mais nous nous concentrerons ici sur ces deux méthodes.

### 1.5.1 Mesure de l'orbite astrométrique

La première méthode pour contraindre l'orbite d'une binaire est de mesurer directement le déplacement des deux astres. L'équation 1.1 donne le rayon de l'orbite relativement au centre de masse dans le plan de l'orbite. Le plan de l'orbite ne correspondant pas au plan du ciel, le déplacement effectivement observé dans les directions Nord et Est est :

$$\begin{cases} x &= r (\cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \sin \Omega \sin(\omega + \nu) \cos i) \\ y &= r (\sin \Omega \cos(\omega + \nu) + \cos \Omega \sin(\omega + \nu) \cos i) \end{cases} \quad (1.16)$$

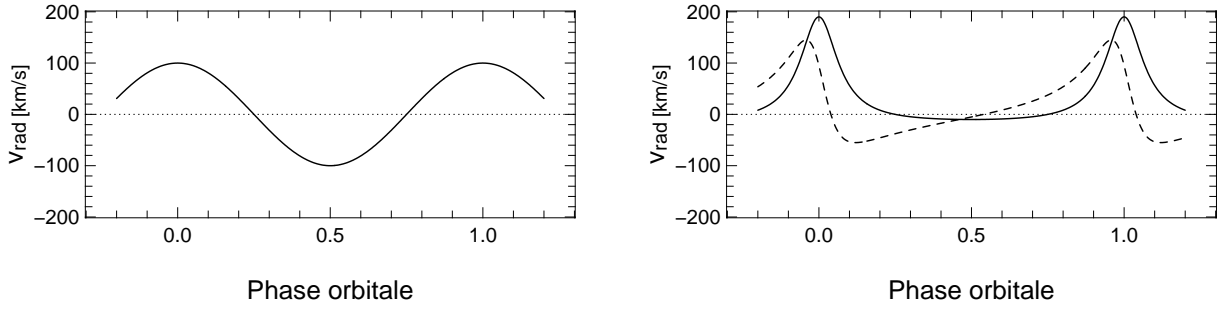
$r$  étant donné dans l'équation 1.1, et dépendant de l'excentricité et du demi grand-axe. Les différents paramètres orbitaux définissant l'orientation de l'orbite par rapport à l'observateur sont représentés sur la figure 1.5 :

- $i$  est l'inclinaison entre le plan de l'orbite le plan du ciel.
- $\Omega$  est la longitude du nœud ascendant, angle entre la direction dans le plan du ciel et le nœud ascendant. La ligne des nœuds est la droite d'intersection entre le plan du ciel et le plan de l'orbite. Le nœud ascendant est le point d'intersection où l'orbite sort du plan du ciel.
- $\omega$  est l'argument du périastre, l'angle entre la ligne des nœuds et la position du périastre.

La mesure de l'orbite astrométrique nous permet donc d'avoir accès à ces paramètres orbitaux, et plus particulièrement au demi-grand axe apparent  $\alpha$ , à l'inclinaison  $i$  et à l'excentricité  $e$ . La détermination du demi-grand axe apparent de la binaire permet d'évaluer la masse totale du système via la troisième loi de Kepler, pour peu que la distance au système soit connue.

Les binaires en interactions sont par nature des systèmes de demi-grand axe apparent très réduit, inférieurs à quelques dizaines de milli-arc secondes pour les plus proches du système solaire. Les télescopes au sol actuels n'ont pas un pouvoir de résolution suffisant pour observer des séparations angulaires inférieures à 15 mas. La méthode actuellement la plus à même d'effectuer





**FIGURE 1.6** – Exemples de courbes de vitesses radiales obtenues pour une demi-amplitude  $K = 100 \text{ km.s}^{-1}$ . *Gauche* – Cas d’une orbite circulaire,  $e = 0$ . *Droite* – Cas d’une orbite fortement excentrique,  $e = 0.9$ .  $\omega = 0^\circ$  et  $60^\circ$  pour les courbes continues et pointillées respectivement, et  $\gamma = 0 \text{ km.s}^{-1}$ .

cette mesure est donc l’interférométrie optique à longue base<sup>8</sup>, permettant de discerner des déplacements inférieurs à 1 mas, avec des précisions de l’ordre de quelques dizaines de micro-arc secondes. Les interféromètres à référence de phase PRIMA (Delplancke *et al.*, 2006) ou GRAVITY (Gillessen *et al.*, 2010) devraient même être capable de discerner des déplacements de l’ordre de 10 micro-arc seconde. Bien qu’il ne s’agisse pas d’un instrument interférométrique, la mission GAIA (Lindgren *et al.*, 2008) devrait également apporter une quantité importante d’informations.

### 1.5.2 Mesures de vitesse radiale

La méthode des vitesses radiales consiste pour sa part à mesurer la vitesse d’une des composantes du système relativement à l’observateur, en mesurant le décalage Doppler de ses raies. Pour une source se déplaçant à une vitesse  $v$  par rapport à l’observateur, on observe un décalage de la position des raies :

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \left[ \frac{1 + v/c}{1 - v/c} \right]^{1/2} - 1 \simeq v/c \text{ pour } v \ll c \quad (1.17)$$

Dans le cas de binaires classiques, le décalage Doppler est donc proportionnel à la vitesse de la source. L’amplitude du signal mesuré est d’autant plus importante que le demi-grand axe est petit et que l’orbite est vue par la tranche ( $i \sim 90^\circ$ ), les vitesses projetées étant alors maximum.

Les équations de la vitesse radiale permettant d’extraire les paramètres orbitaux ont été dérivées par Paddock (1913). Il montra que la vitesse radiale  $v_{rad}$  d’une source est reliée aux paramètres orbitaux du système :

$$v_{rad} = K[\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega] + \gamma \quad (1.18)$$

où  $K = (2\pi a \sin i)/(P\sqrt{1 - e^2})$  est la demi-amplitude de la courbe de vitesse radiale, et  $\gamma$  est la vitesse systématique, c’est-à-dire le terme traduisant le mouvement d’ensemble du système binaire par rapport à l’observateur. Si on est en mesure d’estimer les vitesses radiales des deux composantes du système  $K_1$  et  $K_2$ <sup>9</sup>, on peut en outre estimer le rapport de masse du système, puis  $a_1 = aM_2/M$  et  $a_2 = aM_1/M$  :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1} = q \quad (1.19)$$

8. La technique de l’interférométrie des tavelures permet uniquement d’atteindre la résolution théorique d’un télescope monolithique (Labeyrie, 1970), soit environ 15 mas pour des télescopes de 10 m d’ouverture dans le visible.

9. Pour déterminer  $K_1$  et  $K_2$ , on observe des raies particulières à chaque étoile. Dans le cas d’une raie commune aux deux étoiles, l’effet Doppler peut induire un dédoublement de la raie, d’où on peut déduire la vitesse radiale des deux étoiles.

Un des grands intérêts de la mesure de la vitesse radiale est également de permettre une mesure directe de la projection du demi-grand axe de l'orbite via la mesure de  $K$  puisque :

$$a_{1,2} \sin i = K_{1,2} P \frac{\sqrt{1-e^2}}{2\pi} \quad (1.20)$$

Si on a pu mesurer le demi-grand axe apparent  $\alpha$  du système par une mesure astrométrique, on est également en mesure d'estimer la distance  $d$  au système puisque  $\alpha = a/d$ . Si on ne peut mesurer la vitesse radiale que d'une des composantes, on peut également estimer la fonction de masse  $f_1$  d'une des étoiles, liant les deux masses du système :

$$f_1(M) = 1.0361 \times 10^{-7} (1-e^2)^{3/2} K_1^3 P M_\odot = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} \quad (1.21)$$

### 1.5.3 Déterminer les masses

Si l'on effectue des mesures de vitesse radiale sur au moins une des sources et qu'on estime l'orbite astrométrique du système, tous les paramètres orbitaux peuvent être déterminés. On dispose alors en particulier de la fonction de masse du système (voire du rapport de masse), ainsi que de la troisième loi de Kepler donnant accès à la masse totale du système. On est donc en mesure avec ces deux mesures d'estimer la masse de chacune des composantes de la binaire.

## 1.6 Apport de l'interférométrie optique

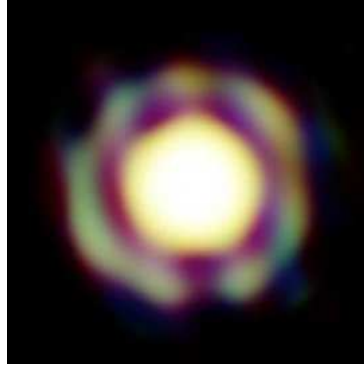
Jusqu'à présent, les systèmes binaires ont surtout été étudiés par spectroscopie ou par l'analyse de courbes de lumière pour les systèmes à éclipses. L'étude des courbes de luminosité permet par exemple de déterminer avec un bon degré de confiance si le système est détaché ou non. Les études spectroscopiques permettent de déterminer la majeure partie des caractéristiques orbitales du système. Dans les deux cas, un suivi régulier et à plus ou moins long terme de la source est nécessaire. Puisque le système n'est pas spatialement résolu, l'interprétation de ces données repose cependant sur certains a priori, et ne permettent pas toujours une représentation précise de la morphologie du système.

De part sa capacité à fournir des informations à très haute résolution angulaire, l'interférométrie optique à longue base se montre parfaitement complémentaire des méthodes jusque là utilisées. L'intérêt premier de l'interférométrie pour l'étude de binaires réside dans sa capacité à résoudre spatialement les orbites, et donc à fournir les paramètres orbitaux des systèmes – paramètres essentiels pour les étudier et les comprendre. Depuis l'avènement des premiers interféromètres optiques, tels que le Mark III (Shao *et al.*, 1988) ou PTI (Colavita *et al.*, 1999), de nombreuses orbites de binaires ont ainsi pu être déterminées (voir par exemple Armstrong *et al.*, 1992; Hummel *et al.*, 1993).

Du fait de la grande variété de phénomènes en jeu dans les systèmes binaires en interaction (accrétion de vent asymétrique, présence de nébuleuse ionisée, de jets de matière, de disque d'accrétion, etc.), leur morphologie se révèle très complexe, et il est nécessaire d'observer directement leurs parties internes (c'est-à-dire à l'échelle de l'orbite ou moins) pour les comprendre et étudier précisément les phénomènes en leur sein. Les nouvelles générations d'interféromètres, dits imageurs, répondent à ce besoin : en combinant 4 télescopes – et plus dans un avenir relativement proche – ils permettent de fournir de plus en plus d'information sur la source<sup>10</sup>, et ainsi de modéliser toujours plus précisément la morphologie exacte des systèmes. Jusqu'à présent, la quasi-totalité des études interférométriques ne fournissaient pas d'image à très haute

10. Nous verrons dans les prochains chapitres que la quantité d'information fournit par un interféromètre augmente environ comme le carré du nombre de télescopes utilisés simultanément.



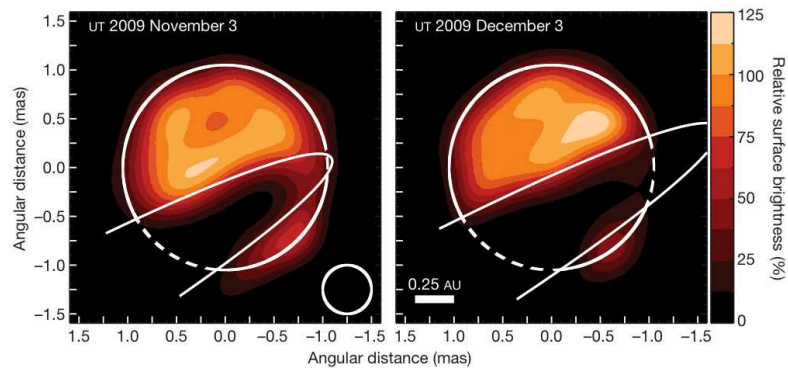


**FIGURE 1.7** – Image de l'étoile variable T Leporis de type Mira, observée avec l'interféromètre à 3 télescopes AMBER du VLTI. L'image reconstruite à partir des données interférométriques montre clairement l'enveloppe moléculaire entourant l'étoile géante et s'étendant sur près de 15 mas sur le ciel (Le Bouquin *et al.*, 2009). Les données ont été recueillies durant plusieurs nuits réparties sur un mois environ.

résolution des objets, et reposaient sur une modélisation paramétrique des données : il restait donc un certain *a priori* dans leur analyse. Ces instruments à 4 télescopes vont progressivement faire entrer l'interférométrie optique dans l'ère de la reconstruction d'image. Cette technique nécessitait auparavant de nombreuses nuits d'observations (et par conséquent des objets relativement statiques) avant de fournir des images fiables à très haute résolution angulaire. Par exemple, avec des instruments à 3 télescopes tels que AMBER au VLTI (Petrov *et al.*, 2007), l'image de l'étoile Mira T Leporis reconstruite par Le Bouquin *et al.* (2009) et montrant sans ambiguïté l'enveloppe moléculaire entourant la géante (Fig. 1.7), a nécessité de collecter des données durant plusieurs nuits, réparties sur un mois. Nous sommes actuellement à une époque charnière pour l'interférométrie optique : les instruments à 4 télescopes actuels fournissent de grandes quantités d'information, qu'il peut devenir difficile d'interpréter sans le soutien de la reconstruction d'image, seule capable de faire apparaître des structures complexes difficilement identifiables (et modélisables) à travers des données interférométriques brutes. Avec "seulement" 4 télescopes, les images obtenues actuellement présentent encore des artefacts et sont donc sujettes à interprétation. Mais ces instruments ont déjà démontré leur potentiel unique, en particulier dans le domaine des binaires en interaction avec l'instrument MIRC du réseau CHARA (Monnier *et al.*, 2004). Les travaux de Zhao *et al.* (2008) ont permis d'imager pour la première fois le système semi-détaché  $\beta$  Lyr à différente époque, avec une résolution angulaire record de 0.5 milli-seconde d'arc. Ces observations ont mis en évidence une importante distorsion par effet de marée de l'étoile donneuse, ainsi que la présence d'un disque d'accrétion autour de la primaire. Kloppenborg *et al.* (2010) ont également produit plusieurs images de la binaire à éclipse  $\varepsilon$  Aurigae, montrant que la secondaire super-géante est éclipsée par le disque d'accrétion entourant son compagnon (Fig. 1.8).

La capacité de spectro-interférométrie d'instruments comme AMBER a également permis d'observer directement le vent émis par les étoiles géantes, en se concentrant sur l'émission de la raie Brackett  $\gamma$  (par exemple  $\eta$  Carinae ; Weigelt *et al.*, 2007). L'observation directe des vents de géante dans les systèmes binaires devrait permettre d'en étudier la morphologie, et de déterminer s'il est oui ou non accrété, et avec quelle efficacité.

La faiblesse actuelle des interféromètres optiques réside dans leur grande sensibilité aux perturbations atmosphériques, limitant les temps de pose à quelques milli-secondes. Leur sensibilité est donc relativement réduite, les magnitudes limites atteintes avec des télescopes de 1 ou 2 m étant typiquement aux alentours de 5 à 7 dans l'IR et dans de bonnes conditions d'observation. Afin de repousser les limites des interféromètres au sol, il est nécessaire de disposer d'instruments compensant ces perturbations. En plus d'étudier les binaires en interaction par interférométrie



**FIGURE 1.8** – Image du système à éclipse  $\epsilon$  Aurigae montrant la super-géante éclipsée par le disque d'accrétion entourant son compagnon. Chaque image est le résultat d'une seule nuit d'observation de la source avec l'instrument MIRC recombinaison 4 télescopes du réseau CHARA.

optique, j'ai étudié dans cette thèse un de ces types d'instrument, *le suiveur de frange*, afin de repousser les capacités d'observation de ces futurs instruments imageurs à très haute résolution angulaire.



## Chapitre 2

# L'interférométrie optique à longue base



## Sommaire

---

2.1	Principe de l'interférométrie optique à longue base	29
2.1.1	Formation des images et optique de Fourier	29
2.1.2	Synthèse d'ouverture à plus de 3 télescopes	32
2.1.3	Observables interférométriques	33
2.2	La turbulence atmosphérique	36
2.2.1	Description qualitative de la turbulence	36
2.2.2	Propagation de la lumière en milieu turbulent	37
2.2.3	Corriger la turbulence	41
2.3	Théorie du signal interférométrique	43
2.3.1	Les équations interférométriques	43
2.3.2	Filtrage du front d'onde : interférométries mono- et multi-mode	45
2.3.3	Le codage des franges	49
2.3.4	Franges polychromatiques	50
2.4	La dispersion chromatique	53
2.4.1	Origines de la dispersion	53
2.4.2	Influence sur le contraste des franges	55
2.4.3	Influence sur la position des franges	56
2.4.4	Implications pratiques...	57

---

## 2.1 Principe de l'interférométrie optique à longue base

### 2.1.1 Formation des images et optique de Fourier

Du fait de sa dimension finie, tout instrument formant des images (aussi parfait soit-il) est incapable de délivrer une image avec un niveau de détail infini. Ainsi l'image d'une étoile n'est pas une étoile mais seulement une tache entourée d'anneaux de diffraction, limitant la résolution finale de l'image obtenue. Ce phénomène de diffraction a été expliqué via le principe de Huygens-Fresnel : chaque point de la pupille d'entrée de l'instrument peut-être considéré comme une source secondaire, émettant une onde sphérique. L'image de l'objet est finalement le résultat de l'interférence du front d'onde de toutes ces sources secondaires au niveau du plan focal de l'instrument.

Dans le cadre de l'astronomie optique<sup>1</sup>, la formation des images est décrite sur la base de trois hypothèses<sup>2</sup> :

- L'hypothèse de Fraunhofer stipule que l'objet observé est situé à "l'infini" ;
- Le système optique est linéaire et invariant par translation ;
- On considère que l'objet est proche de l'axe optique, ce qui revient à considérer des angles petits ;
- L'objet est une source lumineuse incohérente.

Ces approximations mènent à ce qu'on appelle la diffraction de Fraunhofer, liant l'amplitude du champ incident, à celle du champ transmis, sous la forme d'une relation de Fourier. Dans le cadre de ces hypothèses, un système optique se décrit comme un système linéaire (Goodman, 1985) et est donc caractérisé par une unique fonction, appelée *fonction d'étalement du point* (FEP, ou *Point Spread Function* (PSF) en anglais), correspondant à la réponse impulsionnelle du système optique. Elle représente la distribution de l'intensité lumineuse au foyer de l'instrument lorsqu'on observe une source ponctuelle (c'est-à-dire visuellement plus petite que la tache d'Airy de l'instrument) : pour un télescope de surface collectrice circulaire, cette réponse impulsionnelle n'est autre que la tache d'Airy.

En vertu des propriétés des systèmes linéaires invariants par , l'image par le système d'un objet quelconque est obtenue par convolution de sa distribution d'intensité avec la réponse impulsionnelle du système. Ainsi, si on note  $\vec{\alpha}$  une coordonnée angulaire sur le ciel, définie par rapport à l'axe optique de l'instrument,  $H(\vec{\alpha})$  sa PSF et  $I_0(\vec{\alpha})$  la distribution d'intensité de la source, alors l'image  $I$  au foyer du télescope est :

$$I(\vec{\alpha}) = H(\vec{\alpha}) \otimes O(\vec{\alpha}) \quad (2.1)$$

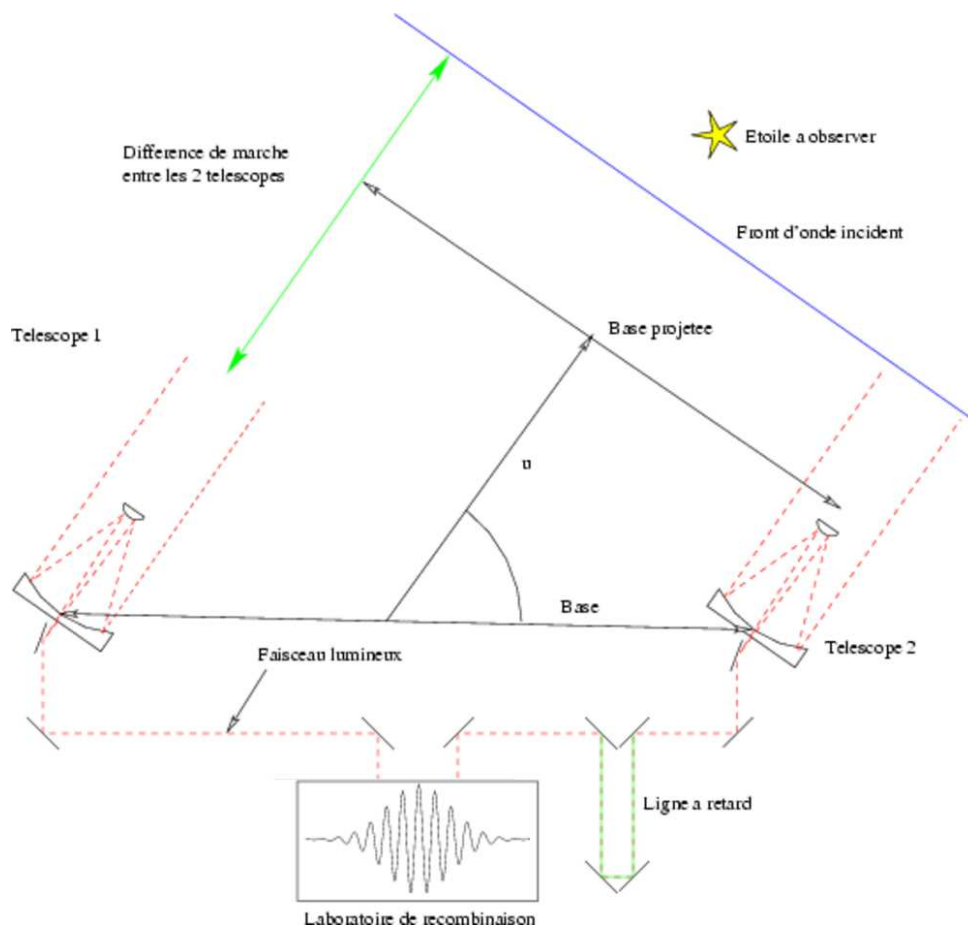
“ $\otimes$ ” étant le symbole de la convolution. Cette relation s'écrit par conséquent dans le plan de Fourier via un simple produit :

$$\tilde{I}(\vec{f}) = \tilde{H}(\vec{f}) \cdot \tilde{O}(\vec{f}) \quad (2.2)$$

la transformée de Fourier d'une grandeur  $X$  étant symbolisée par  $\tilde{X}$ .  $\tilde{H}(\vec{f})$  est appelée *fonction de transfert optique* du système.  $\vec{f} = (\vec{x}/\lambda, \vec{y}/\lambda)$  est le vecteur des coordonnées spatiales sur le plan de la pupille, en unité de longueur d'onde, et correspond à l'inverse d'un angle. Une image est donc un signal bi-dimensionnel qu'il est possible de décomposer en fréquences spatiales :  $\tilde{I}(\vec{f})$  est ce qu'on appelle le spectre image de l'objet.

1. Le terme d'*optique* se limitera ici aux rayonnements infra-rouge et visible.

2. Ces hypothèses sont également valables dans le domaine radio par exemple.

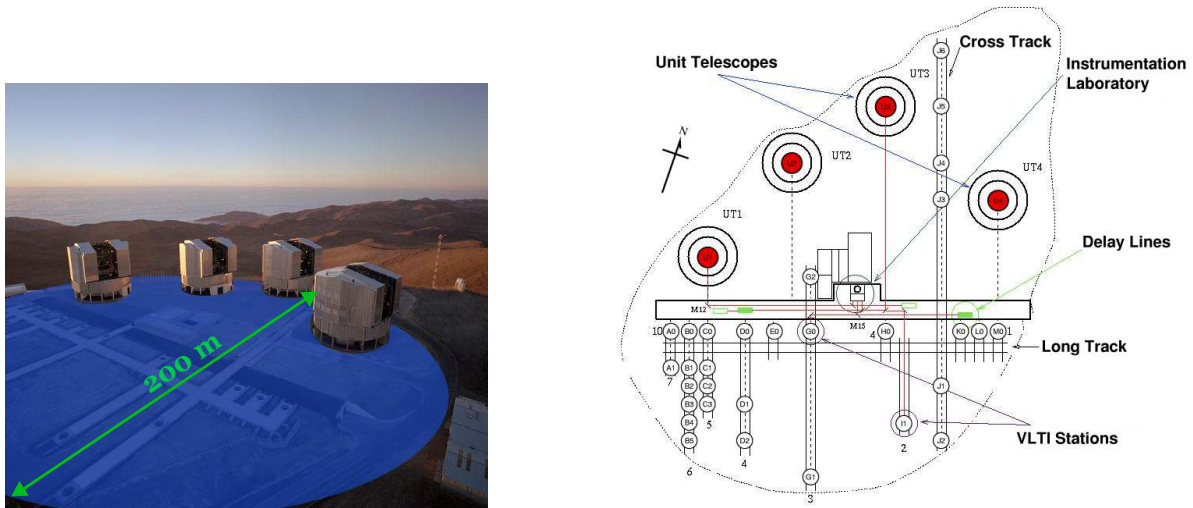


**FIGURE 2.1** – Schéma de principe d'un interféromètre stellaire. L'instrument échantillonne la fréquence spatiale définie par la base projetée suivant la direction d'observation. Les faisceaux interfèrent dans le laboratoire de recombinaison. Les franges d'interférences étant localisées en un endroit précis de l'espace, il est nécessaire de disposer de lignes à retard afin de compenser la différence de marche entre les 2 faisceaux. Ces lignes à retard servent également à moduler à volonté la différence de marche afin d'échantillonner les franges d'interférence et extraire l'information cohérente.

Ce que nous montre cette relation est qu'un instrument optique n'est rien d'autre qu'un filtre à 2 dimensions ne laissant passer que certaines fréquences spatiales de la source. Ainsi un télescope classique de diamètre  $D$  est un filtre passe-bas, limitant la résolution angulaire de l'image à  $\lambda/D$ .

Dans la pratique, la taille des télescopes est limitée pour des raisons d'ordre technologique, et il en va donc de même pour leur résolution. Il faut passer par l'*interférométrie* pour atteindre des résolutions spatiales plus élevées. En effet, en combinant la lumière provenant de télescopes individuels séparés de plusieurs dizaines de mètres, on est en mesure de synthétiser un télescope de diamètre équivalent. Un interféromètre à 2 télescopes peut être vu comme une expérience de trous d'Young, les trous étant séparés d'une distance  $\vec{B}$ , appelée *base* de l'interféromètre (Fig. 2.1). L'optique de Fourier nous apprend qu'un tel instrument échantillonne les fréquences spatiales autour de celle de cette base :  $\vec{f} = \vec{B}/\lambda$ . Il s'agit d'un filtre passe-bande, très limité en fréquences spatiales, en termes de norme et orientation.

En disposant plusieurs télescopes sur une grande superficie, on est en mesure de créer de grandes lignes de bases, permettant d'accéder à des résolutions angulaires bien supérieures à ce qu'il est possible d'atteindre avec des télescopes classiques. Le fait de disposer d'un grand



**FIGURE 2.2** – *Gauche* – Vue aérienne du Very Large Telescope Interferometer (VLTI) situé au Chili. On peut y voir les 4 télescopes principaux (dits UTs) de 8.2 m de diamètre ainsi que les rails et stations des télescopes auxiliaires (ATs) de 1.8 m, dédiés à l’interférométrie. *Droite* – Schéma des différentes stations VLTI. La plus grande base disponible mesure en principe 200 m, permettant ainsi de le pouvoir de résolution angulaire d’un télescope de 200 m de diamètre (représenté par la zone en bleu sur la figure de gauche), une fois le plan de Fourier suffisamment échantillonné. Toutes les stations ne sont pas opérationnelles à l’heure actuelle, de sorte que les plus longues lignes de bases mesurent 130 m. Les capacités de recombinaison sont également limitées pour l’instant à 4 télescopes simultanément, le VLTI n’étant équipé que de 4 lignes à retard.

nombre de télescopes permet alors d’échantillonner un maximum de fréquences spatiales<sup>3</sup> et donc de synthétiser un télescope géant, dont le diamètre serait équivalent aux plus longues lignes de base de l’interféromètre (Fig. 2.2).

L’optique de Fourier (Goodman, 1985) montre qu’une base d’un interféromètre échantillonne une fréquence spatiale particulière de la distribution d’intensité de la source et, selon le théorème de Van-Cittert Zernike, il en mesure le degré complexe de cohérence spatiale, également appelée *visibilité complexe*<sup>4</sup>. Nous verrons plus en détail quelle est sa signification dans la section 2.1.3.

Un interféromètre diffère par conséquent d’un télescope classique dans le sens où il fait des mesures directement dans le plan de Fourier (également appelé plan  $(u, v)$  par la suite) et non plus dans le plan image. En échantillonnant un grand nombre de points dans le plan des fréquences spatiales, on est alors *en théorie* capable d’inverser la relation de Fourier (2.2) et d’obtenir une image à très haute résolution de l’objet, limitée à la fréquence  $\lambda/B_{max}$  de la plus grande base. Cette relation n’est cependant pas simple à inverser en interférométrie optique car on dispose en général de peu de télescopes et donc d’une couverture du plan  $(u, v)$  encore limitée comparée à ce qu’on peut voir en interférométrie radio. A l’heure actuelle, la majeure partie de la science faite grâce à l’interférométrie optique consiste en une modélisation paramétrique des données, tandis que le problème de la reconstruction d’image est un champ de recherche en plein développement, comme en attestent le concours de reconstruction d’image ayant lieu tous les 2 ans depuis 2004 (voir Malbet *et al.*, 2010a) ainsi que la thèse de Renard (2010).

3. Idéalement, l’ensemble des fréquences spatiales doit être couvert de la manière la plus uniforme et complète possible, à l’image d’un télescope couvrant absolument toutes les fréquences spatiales de 0 à  $\lambda/D$ .

4. Ce que montre exactement le théorème de Van-Cittert Zernike est qu’il existe une relation de Fourier à 3 dimensions (deux spatiales et une spectrale) entre la visibilité mesurée et la distribution d’intensité spectrale de la source.



### 2.1.2 Synthèse d'ouverture à plus de 3 télescopes

La partie précédente avait pour but de décrire l'interférométrie de manière simple en ne considérant qu'un instrument à 2 télescopes. Un tel instrument n'est cependant capable d'échantillonner qu'une fréquence spatiale à la fois. L'étude détaillée d'objets astrophysiques nécessite de disposer d'un maximum de points dans le plan  $(u,v)$  (c'est-à-dire d'un maximum de fréquences spatiales) afin d'élaborer des modèles de meilleure qualité voire de permettre une reconstruction d'image. La couverture du plan  $(u,v)$  peut s'effectuer de 4 manières différentes et complémentaires :

- **L'effet de super-synthèse** – La fréquence d'échantillonnage effective d'une base correspond à la projection de la ligne joignant les 2 télescopes perpendiculairement à la direction d'observation des télescopes (voir Fig.2.1). Du fait de la rotation terrestre, la direction d'observation d'une source varie au cours du temps et la fréquence dans le plan  $(u,v)$  varie également. Cet effet naturel, dit de super-synthèse, permet ainsi d'atteindre une couverture du plan  $(u,v)$  relativement importante en l'espace d'une nuit (voir Fig. 2.3, ligne du bas). Cependant, pour une base et une déclinaison donnée, l'ensemble des fréquences échantillonnables est limité et il est malgré tout nécessaire de disposer de plusieurs bases au sol différentes afin d'optimiser la couverture du plan  $(u,v)$ .
- **Utilisation de la dispersion spectrale** – La fréquence d'échantillonnage d'une base  $f = B/\lambda$ . Disperser les franges sur un plus grand nombre de canaux spectraux permet d'avoir accès à un plus grand panel de fréquences. Se faisant, on considère cependant la source comme un corps gris, ce qui n'est pas forcément justifié<sup>5</sup>. On fait surtout cette hypothèse en reconstruction d'image afin d'avoir une couverture du plan  $(u,v)$  la plus complète possible.
- **Disposer de plus de télescopes** – La solution la plus naturelle suite à ce qui précède est donc de disposer de plus de télescopes afin de former plus de bases simultanément (voir Fig. 2.3 de gauche à droite). Le nombre de bases total d'un réseau interférométrique à  $N$  télescopes étant égal à  $N(N-1)/2$ , l'ajout d'un télescope augmente de manière importante le nombre de bases et la couverture du plan  $(u,v)$ .
- **Déplacer les télescopes** – Lorsqu'on dispose d'un nombre limité de télescopes (typiquement entre 2 et 4), une autre possibilité pour améliorer la couverture du plan  $(u,v)$  consiste à relocaliser les télescopes. Cette solution autorise une grande flexibilité et diversité de choix de bases et fréquences spatiales. Il est en outre possible d'adapter au mieux la configuration du réseau interférométrique suivant le type de source observé. Par exemple pour une source compacte<sup>6</sup> (telle qu'une binaire serrée), on privilégiera les configurations avec les plus grandes bases et atteignant la plus haute résolution angulaire. Cette méthode est couramment utilisée sur plusieurs interféromètres optiques tels que le VLTI mais demande un effort logistique important (voir Tab. 2.1).

Aussi intéressante qu'elle y paraisse, la relocalisation présente un inconvénient majeur. En pratique déplacer un télescope sur une nouvelle station est une opération délicate et de ce fait, il n'est a priori pas possible de changer la configuration du réseau au cours d'une nuit. Cela est particulièrement handicapant lorsqu'on cherche à observer des sources de faible taille, tels que des étoiles jeunes ou des systèmes binaires. Ces objets pouvant évoluer en l'espace de quelques

5. Nous verrons en particulier cela dans la partie astrophysique de cette thèse.

6. En interférométrie stellaire, et dans le reste de cette thèse, nous qualifions de *source compacte* une source non résolue spatialement par un télescope seul.

Réseau	Nb. télescopes	Télescopes recombines	Taille pupilles	Base max.	Couverture spectrale
CHARA	6	2 à 6	1 m	330 m	Visible, IRP
KI	2	2	10 m	85 m	IRP, IRM
LBTI	2	2	8.4 m	23 m	IRP, IRM
MROI	10	4 à 10	1.4 m	340 m	Visible, IRP
NPOI	6	6	0.12 m	64	visible, IRP
SUSI	2	2	0.14 m	640 m	Visible
VLTI	4	2 à 4	1.8 ou 8.2 m	200 m	IRP, IRM

**TABLE 2.1** – Liste des interféromètres optiques prévus ou en opération actuellement. La bande spectrale Infra-Rouge Proche (IRP) va de  $\lambda = 1.1 \mu\text{m}$  à  $2.4 \mu\text{m}$  (bandes J, H et K), et l'Infra-Rouge Moyen (IRM) couvre le spectre de  $\lambda = 3.6 \mu\text{m}$  à  $13.5 \mu\text{m}$  (bandes L, M, et N).

jours, les observations se doivent d'être faites sur un maximum de bases dans un temps le plus réduit possible. La solution pour étudier de tels objets ne réside donc pas dans la reconfiguration du réseau mais dans l'augmentation du nombre de télescopes simultanément combinés.

Depuis quelques années, la tendance est au développement d'instruments à synthèse d'ouverture permettant de reconstruire une image sans a priori sur les caractéristiques de l'objet. Comme l'a montré [Renard et al. \(2010\)](#) cette technique nécessite cependant de disposer d'une couverture du plan  $(u, v)$  aussi *complète* et *uniforme* que possible, et de disposer d'information aussi bien à basse qu'à haute fréquence spatiale. Afin d'atteindre cet impératif et de permettre l'observation d'objets évoluant rapidement, les projets actuels tablent sur des recombineurs à 4, 6 voire même 10 télescopes délivrant en simultanément 6, 15 et 45 bases respectivement. Il faut cependant voir que la difficulté de mise en place de tels instruments ne réside pas en soi dans le nombre de télescopes, mais plutôt dans le nombre de bases.

### 2.1.3 Observables interférométriques

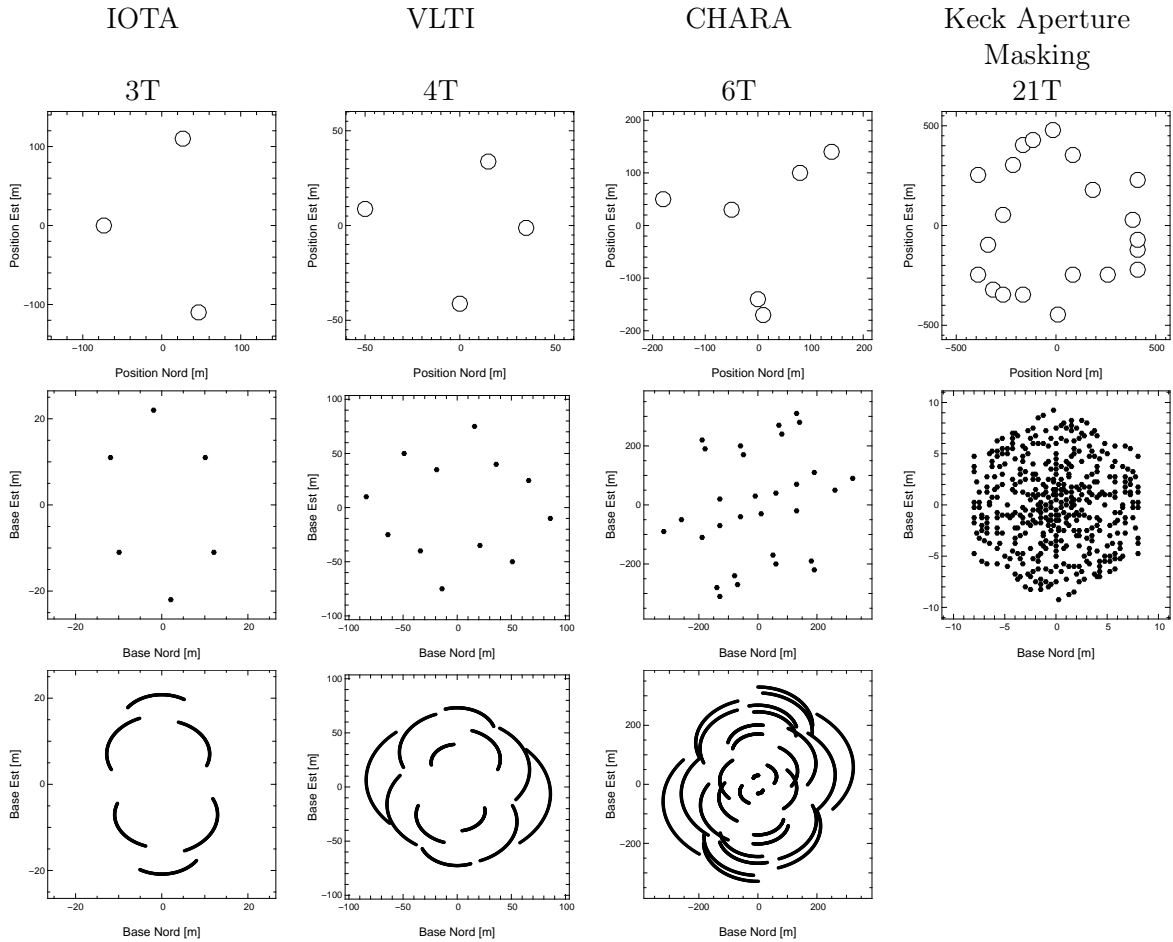
Nous venons de voir que la synthèse d'ouverture requiert un nombre très important de données, et en pratique toute analyse d'observations interférométriques requiert un minimum de données afin d'en extraire une information utile. Voyons ce que sont exactement ces données et quel est leur signification physique.

Dans la partie 2.1.1 nous avons introduit rapidement la notion de *visibilité complexe*, notée  $\mathcal{V}$ . Il s'agit de la grandeur que mesure un interféromètre. D'après le théorème de Van-Cittert Zernike, elle correspond à la transformée de Fourier de la distribution d'intensité de l'objet  $O(\vec{\alpha})$  (l'image) à la fréquence  $\vec{f}_{ij} = (u, v)$  de la base  $\{ij\}$  considérée, normalisée par la distribution d'intensité totale de la source :

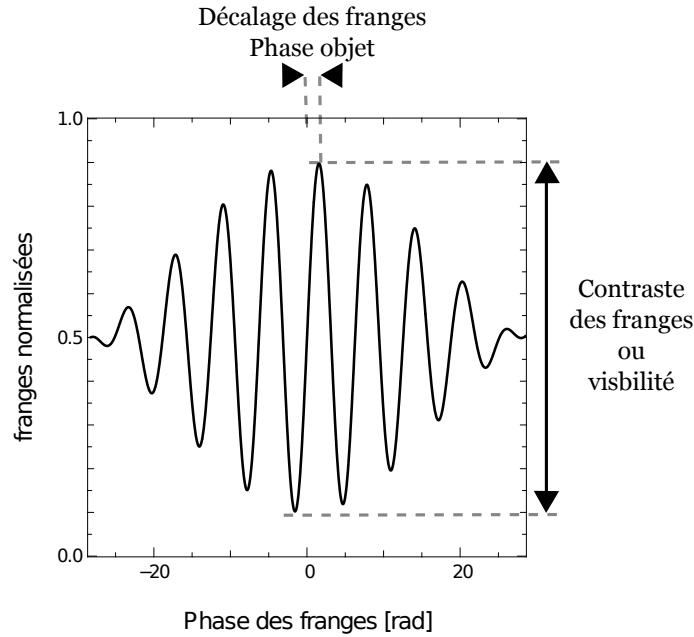
$$\mathcal{V}_{\text{source}}(\vec{f}_{ij}) = \frac{\int O(\vec{\alpha}) \exp(-2i\pi\vec{\alpha} \cdot \vec{f}_{ij}) d\vec{\alpha}}{\int O(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha}} \quad (2.3)$$

On parle également de degré complexe de cohérence de la source. Cette quantité est normalisée de sorte qu'elle est égale à 1 à fréquence nulle (aucune résolution spatiale). L'amplitude et la position des franges d'interférence formées par la recombinaison de 2 télescopes dépend directement des propriétés géométriques de l'objet observé (voir Fig. 2.4).

- **Visibilité** – Dans la suite nous qualifierons de *visibilité* et noterons  $V$  le module de la visibilité complexe  $\mathcal{V}$ . Etant donnée la définition de  $\mathcal{V}$ , la visibilité est au maximum égale à



**FIGURE 2.3** – Différents exemples de réseaux avec les plans  $(u, v)$  correspondants. En haut figurent les positions des télescopes, au milieu le plan  $(u, v)$  instantané (pour une mesure sur chaque base) et en bas lorsqu'on utilise le principe de super-synthèse (observation d'une source durant 3 heures avant et après son passage au méridien). On note la rapide amélioration de la couverture du plan  $(u, v)$  en ajoutant quelques télescopes. – *N.B.* : Le Keck Aperture Masking n'est pas un interféromètre constitué de plusieurs télescopes individuels, comme le VLTI par exemple. Il s'agit d'un instrument monolithique (le Keck en l'occurrence) sur lequel est posé un masque percé de 21 trous créant des franges au foyer sur 210 bases différentes. Cette technique permet d'atteindre la résolution théorique de l'instrument et du fait du grand nombre de bases permet également des reconstructions d'images fiables, la rotation du ciel permettant de couvrir la quasi-totalité des fréquences spatiales de 0 à  $\lambda/D$  (non représenté ici). Voir [Tuthill et al. \(2000\)](#) pour plus de détails.



**FIGURE 2.4** – Exemple de franges d’interférence telles qu’on peut en observer en laboratoire. Le contraste/la visibilité a été fixée à 0.8, tandis que la phase des franges est de l’ordre de  $90^\circ$ , expliquant le léger décalage de la frange *centrale* par rapport à la DDM nulle.

1 à fréquence spatiale nulle<sup>7</sup>. Elle caractérise les dimensions de la source de telle sorte qu’on considère qu’elle est résolue par l’interféromètre dès lors que  $V$  est *notablement* inférieure à 1.

Dans la pratique, on ne mesure jamais directement la visibilité de la source  $V_{\text{source}}$ , mais plutôt le contraste des franges (nous parlerons également de visibilité des franges par la suite). Ce contraste est défini comme :

$$|\mathcal{V}| = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (2.4)$$

$I_{\max}$  et  $I_{\min}$  étant le maximum et le minimum d’intensité des franges observées. Dans la pratique, les flux  $I_1$  et  $I_2$  provenant de deux télescopes sont inégaux et réduisent la visibilité de la source des franges d’un facteur :

$$V_{\text{sci}} = \frac{2I_1 I_2}{\sqrt{(I_1 I_2)}} \quad (2.5)$$

Nous qualifierons par la suite ce terme de *visibilité photométrique* ou *visibilité de scintillation*. Le lien entre la visibilité observée  $V$  et la visibilité de la source  $V_{\text{source}}$  est simplement :

$$V = V_{\text{sci}} V_{\text{source}} \quad (2.6)$$

- **Phase** – La phase  $\phi$  est l’argument de la visibilité complexe. Ce terme caractérise la position du photo-centre de la source à une fréquence spatiale donnée. Malheureusement dans la pratique, la phase n’est que très difficilement mesurable avec un instrument au sol. L’atmosphère, et éventuellement les instruments, introduisent eux-mêmes une phase

7. La visibilité peut éventuellement être égale à 1 à fréquence non nulle dans quelques cas très particuliers.

dans l'interférogramme. Ce terme, dit de *piston*<sup>8</sup>, est totalement aléatoire et varie avec une amplitude bien supérieure à  $2\pi$ , de telle sorte que la véritable phase des franges ne peut être retrouvée. Il existe malgré tout plusieurs solutions pour mesurer cette phase, telle que les techniques de *référence de phase* (Shao et Colavita, 1992) ou de *phase différentielle* (Vannier *et al.*, 2006).

- **Clôture de phase** – Il s'agit de l'observable la plus couramment utilisée pour extraire une information de phase sur la source. La technique de la clôture de phase fut initialement introduite dans le domaine de l'interférométrie radio par Jennison (1958) : elle consiste simplement à additionner la phase instantanée mesurée simultanément par 3 bases formant un cycle. On montre très facilement que les termes de phase aléatoire introduits par l'atmosphère et l'instrument s'annulent deux à deux de telle sorte que la clôture de phase est – *en théorie* – insensible au piston atmosphérique.

Dans la pratique de nombreux phénomènes empêchent les instruments optiques au sol d'atteindre leurs performances optimales, aussi bien en terme de sensibilité que de résolution. Parmi tous les phénomènes perturbateurs envisageables, le principal contributeur est sans conteste l'atmosphère terrestre.

## 2.2 La turbulence atmosphérique

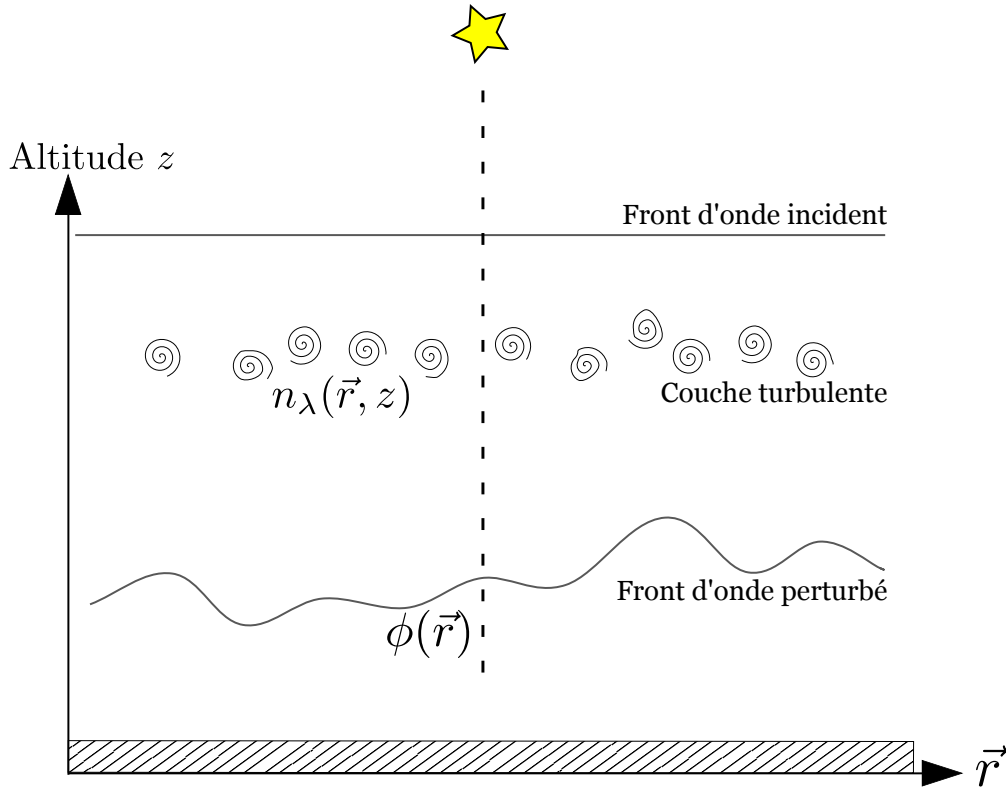
L'atmosphère terrestre dégrade de manière considérable la qualité des observations astronomiques au sol : elle limite non seulement le pouvoir de résolution des télescopes classiques mais en atténue également très fortement la sensibilité. Les différents rayons lumineux d'une source astronomique se propagent dans l'atmosphère suivant des chemins aléatoires, si bien que pour un temps de pose suffisamment long (de l'ordre de quelques dixièmes de secondes seulement) la tache de diffraction semble notablement élargie. Ainsi n'importe quel télescope de 1 à 8 mètres de diamètre voit sa résolution limitée à celle d'un simple instrument de quelques dizaines de centimètres.

Bien que le phénomène de turbulence atmosphérique soit connu de longue date, les premiers travaux théoriques décrivant l'atmosphère sont assez tardifs et sont l'œuvre de Kolmogorov (1941). Tatarski (1961) prolongera ces travaux en décrivant la propagation des ondes électromagnétiques optiques dans un milieu inhomogène turbulent. Pour une revue complète des effets de la turbulence dans le cadre d'observations, je renvoie le lecteur à l'incontournable article de Roddier (1981). Je vais ici en présenter les principaux points.

### 2.2.1 Description qualitative de la turbulence

Le modèle de turbulence de Kolmogorov suppose un fluide totalement turbulent, où l'énergie cinétique est transférée par des mouvements tourbillonnaires, d'une échelle externe  $L_0$  vers une échelle interne  $l_0$ . Ces turbulences se développent lorsque le rapport des forces visqueuses aux forces d'inertie devient suffisamment important. Ce rapport est représenté par le nombre de Reynolds  $Re = vL_0/\nu$ , où  $v$  est la vitesse de déplacement du fluide et  $\nu$  est sa viscosité cinématique. On considère en général que la turbulence se développe pour des Reynolds supérieur à 2000, et dans le cas de l'air, ce nombre s'élève grossièrement à  $10^6$  : l'atmosphère est donc totalement turbulente. Ce n'est qu'en dessous d'une échelle interne de l'ordre du millimètre que le Reynolds redevient suffisamment faible pour que la turbulence disparaisse : les échanges d'énergie sont

8. Le piston atmosphérique est décrit plus en profondeur dans la partie suivante 2.2 sur les effets de l'atmosphère sur les observations.



**FIGURE 2.5** – Traversée de l’atmosphère par un front d’onde initialement plan : les variations de température, pression et composition chimique influent sur l’indice optique du milieu et modifient aléatoirement le chemin optique, déformant ainsi le front.

alors dus à la viscosité du fluide.

### 2.2.2 Propagation de la lumière en milieu turbulent

Les mouvements tourbillonnaires entre les échelles interne et externe du milieu vont en modifier localement et aléatoirement les caractéristiques, en particulier la température et par conséquent l’indice optique. Si on fait l’hypothèse de négliger le phénomène de scintillation (Roddiier, 1981), c’est-à-dire les variations d’amplitude du champ électromagnétique, l’atmosphère ne fait que modifier la phase de ce champ. Un front d’onde initialement plan et se propageant dans ce milieu va donc être petit à petit déformé (figure 2.5). La perturbation de phase subie par un rayonnement de longueur d’onde  $\lambda$  lors de sa traversée de la couche turbulente est alors :

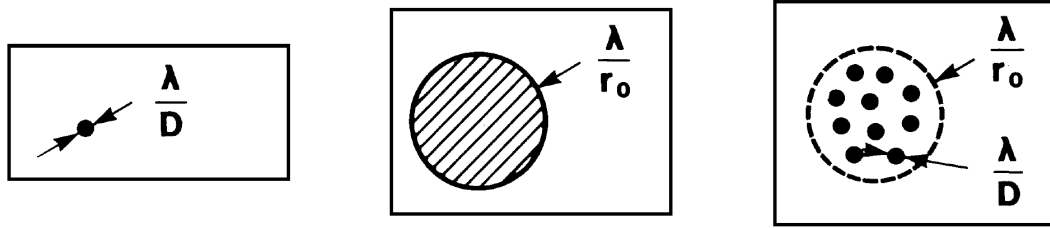
$$\phi(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} \int n_{\lambda}(\vec{r}, z) dz \quad (2.7)$$

Considérant en première approximation les variations d’indice optique  $n_{\lambda}$  de la couche turbulente comme achromatiques (Roddiier, 1981), le chemin optique  $x$  reste pour sa part achromatique :

$$x(\vec{r}) = \int n_{\lambda}(\vec{r}, z) dz = \int n(\vec{r}, z) dz \quad (2.8)$$

Cette perturbation de phase dépend bien entendu du point considéré. Le degré de corrélation de la perturbation entre 2 points distants de  $\vec{\rho}$  est caractérisée par une fonction de structure  $D_{\phi}$  :

$$D_{\phi}(\vec{\rho}) = \langle |\phi(\vec{r} + \vec{\rho}) - \phi(\vec{r})|^2 \rangle \quad (2.9)$$



**FIGURE 2.6** – Effet de la turbulence sur l’image d’une source ponctuelle : à gauche, image sans turbulence, de résolution  $\lambda/D$  ; au centre, image long temps de pose en présence de turbulence appelée tache de seeing, de résolution finale  $\lambda/r_0$  ; à droite, image court temps de pose en présence de turbulence. L’image est constituée d’environ  $(D/r_0)^2$  tavelures de résolution  $\lambda/D$ , contenus dans une zone de taille  $\lambda/r_0$ .

où  $\langle \cdot \rangle$  symbolise une moyenne statistique. Pour des distances supérieures à l’échelle externe  $\mathcal{L}_0$  de la turbulence, toute corrélation disparaît. En partant des lois établies par Kolmogorov, on peut exprimer analytiquement la fonction de structure spatiale de l’atmosphère [Fried \(1966a\)](#) :

$$D_\phi(\rho = |\vec{\rho}|) = 6.88 \left( \frac{\rho}{r_0} \right)^{5/3} \quad (2.10)$$

### Paramètre de Fried

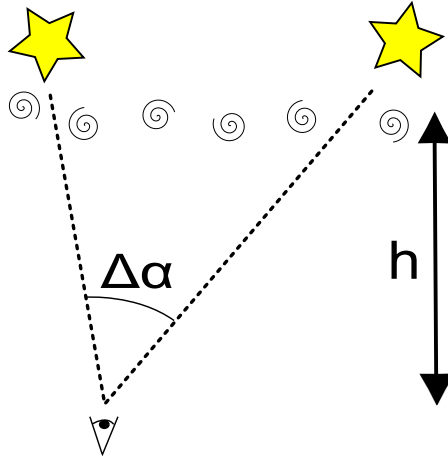
On voit apparaître dans cette expression le paramètre de Fried  $r_0$  ([Fried, 1966b](#)). Il rend compte de la perte de cohérence du front d’onde en présence de perturbations atmosphériques et caractérise la zone dans laquelle le front d’onde incident reste corrélé spatialement (c’est-à-dire telle que les fluctuations de phase sont inférieures à 1 radian). D’un point de vue observationnel, un objet ponctuel sera vu par l’instrument comme un ensemble de *tavelures* (ou *speckles* en anglais) de largeur  $\lambda/D$  contenus dans une tache de taille caractéristique  $\lambda/r_0$  (figure 2.6) : chacune des tavelures se déplaçant aléatoirement au cours du temps, le résultat d’une intégration suffisamment longue du signal est une image de résolution  $r_0/\lambda$ , alors que la résolution théorique de l’instrument est de  $D/\lambda$ .

En pratique, le paramètre de Fried représente la limite au delà de laquelle augmenter la taille d’une pupille ne permet plus d’augmenter la résolution des images. Dit autrement, tout télescope dont le diamètre est supérieur au paramètre de Fried, verra sa résolution limitée à celle d’un télescope de diamètre  $r_0$ . Par exemple dans le visible à  $0.5 \mu m$ ,  $r_0$  est de l’ordre de  $10 \text{ cm}$ . Notons que le paramètre de Fried dépend de la longueur d’onde comme  $\lambda^{6/5}$  : ainsi  $r_0$  est de l’ordre de  $0.6 \text{ m}$  à  $2.2 \mu m$ , et les observations effectuées dans le domaine infrarouge sont donc moins perturbées par la turbulence atmosphérique que celles dans le visible.

### Angle d’anisoplanétisme

La cohérence spatiale de l’onde perturbée peut également être caractérisée via l’*angle d’anisoplanétisme*  $\theta_0$ . Lorsqu’on observe 2 sources distinctes, leurs fronts d’ondes ne vont pas traverser exactement les mêmes couches turbulentes (Fig. 2.7). Ils sont donc partiellement (voire totalement) décorrélés de sorte que considérer une des 2 sources comme référence pour l’autre biaisera les mesures. Nous définirons  $\theta_0$  comme l’angle en dessous duquel les fluctuations de phase du front d’onde sont inférieures à 1 radian, et [Roddiier \(1981\)](#) l’a exprimé en fonction du paramètre de Fried :

$$\theta_0 = 0.314 (r_0/h) \quad (2.11)$$



**FIGURE 2.7** – Principe de l’anisoplanétisme. Suivant la direction d’observation, la perturbation est différente. Pour un angle donné et à taille de cellule turbulente égale, les couches les plus hautes ont un plus fort impact que les couches au sol.

où  $h$  est l’altitude la couche turbulente. On voit de manière assez logique que plus la couche turbulente est basse plus l’angle d’anisoplanétisme est grand. Ce sont donc les couches les plus externes de l’atmosphère qui ont le plus gros impact sur ce facteur. On note également que  $\theta_0$  est chromatique puisque proportionnel au paramètre de Fried.

### Temps de cohérence

Si le paramètre de Fried caractérise la qualité *spatiale* du front d’onde, le temps de cohérence de l’atmosphère  $\tau_0$  permet quant à lui de la caractériser *temporellement*. Ainsi pour un temps de pose inférieur à  $\tau_0$ , on considérera que l’atmosphère est figée et que l’impact de l’atmosphère est négligeable. Si l’on se place dans le cadre de l’hypothèse de Taylor d’une turbulence figée se déplaçant à une vitesse moyenne  $v$ , la fonction de structure temporelle peut se dériver de la fonction de structure spatiale (Eq. 2.10) :

$$D_\phi(t) = 6.88 (t/\tau_0)^{5/3} \quad (2.12)$$

avec :

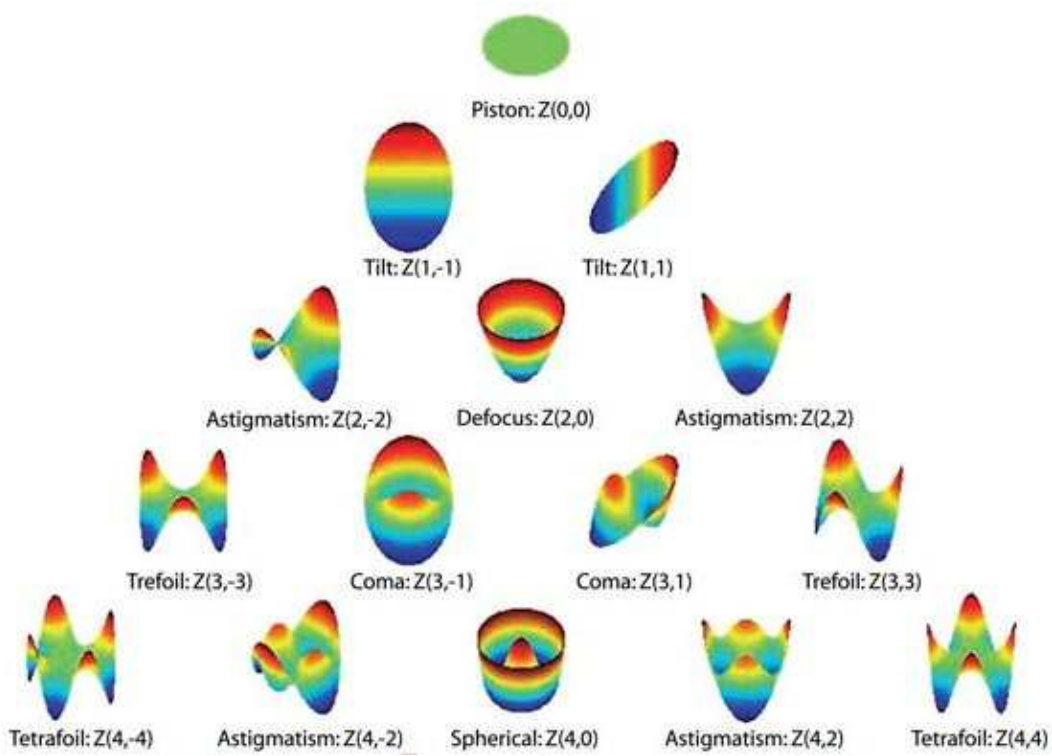
$$\tau_0 = 0.314 (r_0/v) \quad (2.13)$$

$\tau_0$  est donc proportionnel à  $\lambda^{6/5}$ , et à  $0.5 \mu\text{m}$ , le temps de cohérence de l’atmosphère est de l’ordre de  $10 \text{ ms}$ .

$\lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.5	2.2	10
$r_0$ [m]	0.1	0.6	4
$\tau_0$ [ms]	10	60	360
$\theta_0$ ["]	3	20	120
seeing ["]	1	0.75	0.55
$\lambda/D$ ["], $D = 2 \text{ m}$	0.050	0.22	1.0
$\lambda/D$ ["], $D = 8 \text{ m}$	0.012	0.06	0.25

**TABLE 2.2** – Paramètres d’observation dans des conditions standards. La comparaison de la résolution théorique d’un instrument  $\lambda/D$  à la taille typique de la tache de seeing montre bien à quel point l’atmosphère limite la qualité des observations au sol dans le proche infrarouge, et encore plus dans le visible.





**FIGURE 2.8** – Représentation des 5 premiers ordres des polynômes de Zernike  $Z(n, m)$  et pouvant servir à décrire la turbulence atmosphérique. Plus l'ordre  $n$  du polynôme augmente moins la perturbation est énergétique. Dans le cadre de cette étude, on isolera le terme de piston des autres.

Les quantités définies précédemment l'ont été afin de donner des ordres de grandeur et une idée des limitations qu'induit l'atmosphère (voir Tab. 2.2). Plus de détails sur le temps de cohérence peuvent également être trouvés dans l'article de [Kellerer et Tokovinin \(2007\)](#).

### Décomposition modale du front d'onde

Lorsqu'on cherche à analyser les perturbations du front d'onde, il s'avère pratique de les décomposer suivant une base de fonctions orthonormales. On utilise en général la base des polynômes de Zernike  $Z_n^m(\vec{r})$ <sup>9</sup>, définie sur une surface circulaire de rayon  $R$  (Fig. 2.8) de sorte que :

$$\phi(\vec{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n Z_n^m(r/R) \quad (2.14)$$

Chaque polynôme décrit un mode de turbulence, d'énergie  $a_n$  plus ou moins importante. Dans le cadre de cette étude nous décomposerons cette base en deux parties, chacune ayant un rôle bien particulier. La première est le *piston*  $\phi_p$  défini comme la moyenne de la perturbation de phase au dessus du télescope :

$$\phi_p = \int \phi(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.15)$$

Il s'agit du terme de plus bas ordre des polynômes de Zernike ( $n = 0$ ). La seconde est la variance des fluctuations spatiales de phase sur la surface du télescope, comprenant tous les ordres supérieurs. On peut montrer que pour une pupille circulaire de diamètre  $D$ , la variance

9. L'expression exacte de ces polynômes peut être trouvée dans le livre de [Born et Wolf \(1964\)](#) par exemple.

de la somme de toutes ces perturbations vaut :

$$\sigma_D^2 = \langle (\phi - \phi_p)^2 \rangle_D = 1.03 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \quad (2.16)$$

où  $\langle \cdot \rangle_D$  représente la moyenne sur la surface de la pupille. Ainsi l'impact de la turbulence croît quasiment comme le carré de la taille du télescope.

Ces deux composantes (le piston et les déformations locales du front d'onde) sont les responsables de la dégradation de la qualité des observations astrophysiques, que ce soit en imagerie ou en interférométrie. Il convient donc de les corriger pour tirer au maximum parti des capacités des instruments au sol.

### 2.2.3 Corriger la turbulence

La correction des perturbations atmosphériques est actuellement un thème de recherche majeur en instrumentation tant les performances des instruments sont réduites par la turbulence. De nos jours, les grands projets d'instrumentation optique envisagés sans le développement d'un système d'*optique adaptative* performante sont de plus en plus rares. La preuve en est la diversité de concepts proposés aujourd'hui (XAO, MCAO, GLAO, etc. ; voir [Léna, 2009](#)), chacun développé pour une problématique observationnelle bien précise. L'interférométrie n'est pas en reste avec le développement sur tous les grands réseaux et instruments de *suiveurs de franges*, parfois associés avec des systèmes d'optique adaptative comme c'est le cas au VLTI avec le système MACAO ([Arsenault et al., 2003](#)).

## L'Optique Adaptative

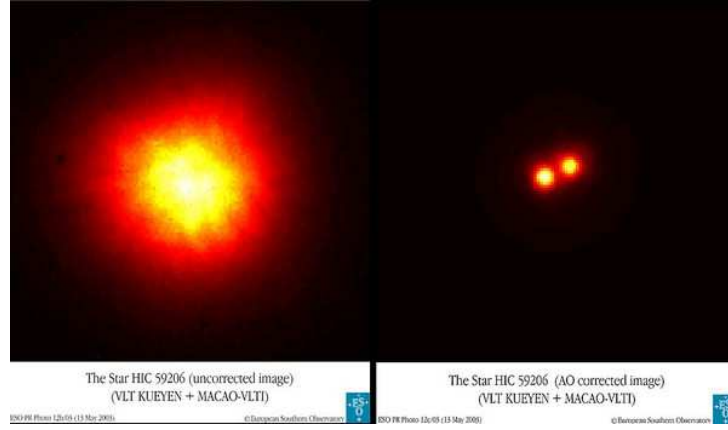
L'Optique Adaptative est apparue en astronomie dans le courant des années 90. Il s'agit d'un système mesurant et compensant en temps réel les déformations du front d'onde de plus basses fréquences spatiales. Elle permet ainsi de retrouver une grande partie du pouvoir de résolution du télescope ainsi que d'augmenter de manière significative le rapport signal-à-bruit des mesures (Fig. 2.9). Ce sont les perturbations de plus bas ordres qui dégradent le plus fortement les images. Ainsi en ne corrigeant que quelques uns des premiers ordres (en commençant par le Tip-Tilt) on corrige la majeure partie des aberrations. En utilisant la base des polynômes de Zernike, [Noll \(1976\)](#) a calculé le variance résiduelle  $\sigma_{r,Noll}^2$  du front d'onde après une correction (supposée parfaite) d'un nombre de degrés  $j$  de polynômes. Dans le cas où  $j$  devient grand (au delà de 20) il a par exemple montré que  $\sigma_{r,Noll}$  vaut :

$$\sigma_{r,Noll} \sim 0.294 j^{-\sqrt{3}/2} (D/r_0)^{5/3} \quad (2.17)$$

Dans la suite de cette thèse nous aurons besoin de tenir compte du comportement d'une optique adaptative. Le paramètre retenu en général pour caractériser la qualité d'une image (corrigée ou non par OA) est le *rapport de Strehl*  $\mathcal{S}$ , défini comme le rapport de l'intensité au centre de l'image (le pic cohérent) à l'intensité – maximale – obtenue au même point en l'absence d'aberrations de phase  $\phi(\vec{r})$  (d'origines atmosphériques ou instrumentales) :

$$\mathcal{S} = \frac{\iint P(\vec{r})P(\vec{r} + \vec{r}')e^{i(\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{r}'))} d\vec{r} d\vec{r}'}{[\int P(\vec{r})d\vec{r}]^2} \quad (2.18)$$

$P(\vec{r})$  étant la fonction pupille du télescope. Par la suite, nous décrirons le comportement d'une OA avec le modèle développé par [Tatulli \(2004\)](#). La correction par optique adaptative n'étant que partielle, on peut en première approximation modéliser la fonction de transfert d'une OA en



**FIGURE 2.9** – Exemple d’images d’une étoile double obtenues sans OA (à gauche) et avec (à droite). A gauche la binaire n’est pas visible du fait de la turbulence. L’apport de l’OA à droite est nette permettant un gain en résolution d’un facteur 20. Le flux lumineux concentré sur moins de pixels augmente également la sensibilité des instruments. [crédits ESO]

la somme d’une partie basse fréquence non turbulente, et une partie haute fréquence purement turbulente contenant les résidus de correction (Conan, 1994). On montre alors que la fonction de structure associée à ce front d’onde partiellement corrigé vérifie :

$$\exp\left(-\frac{1}{2}D_\phi(\rho)\right) = E_c + (1 - E_c) \exp\left(-3.44(\rho/r_0)^{5/3}\right) \quad (2.19)$$

où  $E_c$  est l’énergie cohérente concentrée dans le pic cohérent, et reliée à la variance résiduelle  $\sigma_{r,Noll}^2$  du front d’onde partiellement corrigé, telle que calculée par Noll (1976) :

$$E_c = \exp(-\sigma_{r,Noll}^2) \quad (2.20)$$

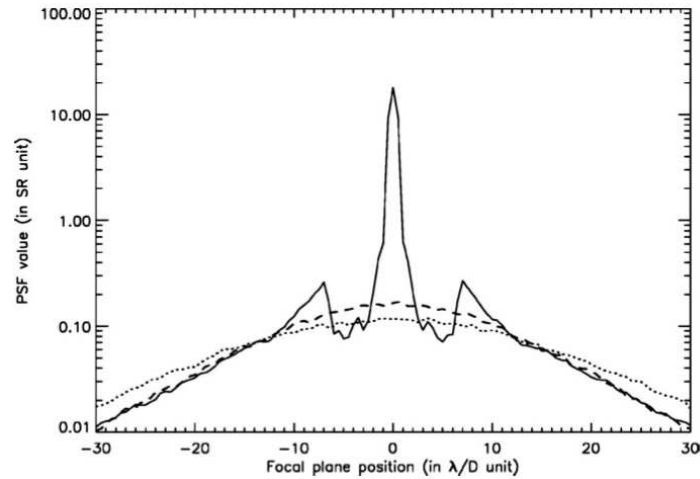
L’énergie cohérente est par conséquent une grandeur qui caractérise la qualité de la correction par OA, et il a été montré que pour des rapports de Strehl  $\mathcal{S}$  supérieurs à 30%,  $E_c \sim \mathcal{S}$  (Fusco et Conan, 2004).

Dans la pratique la distribution d’intensité obtenue au foyer d’un télescope montre bien ces deux composantes avec au centre un cœur cohérent de forte intensité où a été concentré une grande partie de l’énergie, entouré d’un halo incohérent (Fig. 2.10).

L’optique adaptative est également importante en interférométrie. L’interféromètre mesure par nature le degré de cohérence d’une onde incidente entre deux télescopes, cohérence perdue spatialement du fait de la turbulence. On peut ainsi montrer que le contraste des franges est globalement atténué d’un facteur  $\exp(-\sigma_{r,Noll}^2)$ , tendant très vite vers zéro si on ne corrige pas les premiers ordres de la turbulence et qu’on utilise de grand télescopes (d’un diamètre supérieur à 1 mètre en infra-rouge). En considérant le cas extrême où ce terme est nul, les franges vont d’une certaine manière disparaître. Puisqu’on cherche à mesurer le contraste et la phase des franges, on comprend vite le problème que peut poser l’absence d’OA en interférométrie optique. Certains instruments ne possédant pas d’OA, tels que PTI ou IOTA, ont été dimensionnés de sorte à limiter l’impact de la turbulence en limitant la taille des surfaces collectrices à 40 cm de diamètre.

### Le Suiveur de Franges

Le terme de piston n’a aucun effet sur des observations avec 1 télescope mais a par contre un impact énorme en interférométrie. Il a pour conséquence de faire varier extrêmement vite la



**FIGURE 2.10** – Profil d'intensité de différentes FEP, en pointillés et tirets sans correction par OA, et pour une turbulence à  $D/r_0 = 40$  et  $23$  respectivement. En trait plein une OA corrige les 36 premiers modes de Zernike : on voit clairement ressortir au centre le pic cohérent, et le halo turbulent sur l'extérieur (figure extraite de Fusco et Conan, 2004)

différence de marche entre les 2 faisceaux : le résultat est un déplacement continu et aléatoire des franges d'interférence sur le capteur. L'information cohérente est fortement brouillée dès lors qu'on intègre au delà du temps de cohérence de l'atmosphère, typiquement 10 ms en infra-rouge. Avec des temps d'intégration aussi courts, la sensibilité des interféromètres est extrêmement limitée : c'est pourquoi on a besoin d'un **Suiveur de Franges** pour mesurer et compenser en temps réel les variations aléatoires de chemin optique entre les télescopes. Au même titre que l'optique adaptative pour un instrument imageur, le suiveur de franges, de part sa capacité à *figer* les franges, est un instrument indispensable pour espérer tirer au maximum profit des instruments interférométriques. Grâce à lui, on est en mesure d'atteindre des temps d'intégration de plusieurs secondes, augmentant ainsi la sensibilité de l'interféromètre d'un facteur 100 à 1000. Le premier instrument à en avoir été équipé fut le Mark III (Shao et Staelin, 1980). A l'heure actuelle, tous les réseaux d'interféromètres optiques étudient ou disposent d'un tel instrument.

L'étude et l'optimisation de suiveurs de franges pour la prochaine génération d'instruments à synthèse d'ouverture constitue un des enjeux de cette thèse. La partie II y est en totalité consacrée et nous verrons plus en détail la problématique du suivi de franges dans le chapitre 3.

## 2.3 Théorie du signal interférométrique

### 2.3.1 Les équations interférométriques

Dans la partie 2.1.1, nous avons vu que le but de l'interférométrie longue base est d'obtenir des informations haute fréquence sur la source astronomique. Cette technique est utilisée depuis les années 1950 dans le domaine des ondes radio afin de palier la faible résolution de ces instruments, due à l'observation dans des longueurs d'onde extrêmement grandes, environ  $10^3$  à  $10^5$  fois plus grandes que celles de l'optique. L'adoption de cette technologie dans le domaine optique (IR et visible) ne s'est faite qu'à partir des années 1970/1980 : les longueurs d'onde y étant beaucoup

plus faibles, les contraintes sont également beaucoup plus importantes que dans le domaine radio.

Le principe de l'interférométrie est de recombinaison la lumière collectée par plusieurs télescopes afin de créer des franges interférences et d'en extraire les informations sur la source à diverses fréquences spatiales. Il est possible d'obtenir ces franges de différentes manières, suivant le choix de filtrer le front d'onde ou non (partie 2.3.2) et suivant le mode de recombinaison des faisceaux (partie 2.3.3). Ceci nous mènera à un ensemble de 4 équations interférométriques polychromatiques, pouvant se mettre sous la forme générale suivante :

$$I = E_{geo} \left( \sum_{i=1}^{N_{tel}} I_i + \sum_{i>j}^{N_{tel}} 2\sqrt{I_i I_j} E_{co} V_{ij} \cos(\phi_{ij}) \right) \quad (2.21)$$

où :

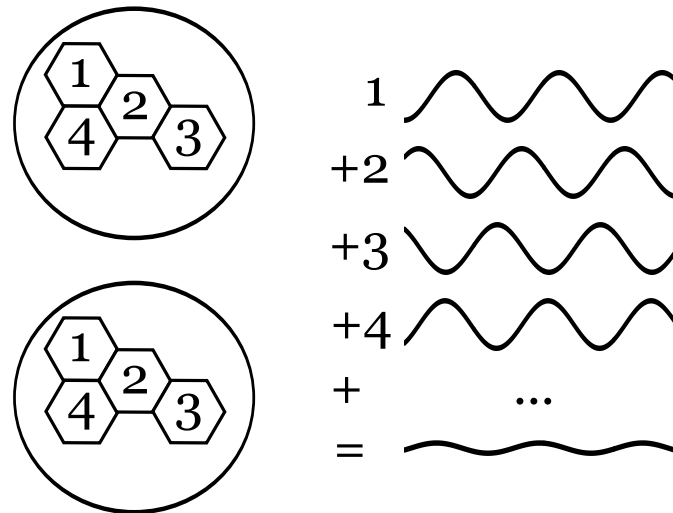
- $I$  est le flux interférométrique sur le capteur.
- $N_{tel}$  est le nombre de télescopes participant à une même figure d'interférence. En général on recombine soit les télescopes 2 à 2 ( $N_{tel} = 2$ ) soit tous simultanément ( $N_{tel}$  correspond alors au nombre de télescopes utilisés).
- $I_i$  est le flux photométrique (incohérent) provenant de la pupille  $i$ . On peut tenir compte du rendement *optique* du système dans ce terme.
- $V_{ij}$  est la visibilité des franges sur la base  $\{ij\}$ , correspondant également à leur contraste visuel comme expliqué précédemment. Ce terme contient la visibilité de la source astrophysique  $V_{ij}^s$ , mais peut également contenir des termes d'origine atmosphérique  $V_{ij}^a$  (cf. partie 2.3.2 pour plus de détails) ou instrumentale  $V_{ij}^{ins}$  (effets de polarisation par exemple).
- $E_{co}$  est un terme d'enveloppe dite de cohérence d'origine chromatique et modulant le contraste des franges suivant la différence de marche (DDM). Son expression sera détaillée ultérieurement pour les différents cas envisagés (partie 2.3.3).
- $E_{geo}$  est un terme d'enveloppe dépendant du type de recombinaison considéré.
- $\phi_{ij}$  est la différence de phase entre les faisceaux provenant des télescopes  $i$  et  $j$ . Ce terme contient la phase de la source observée  $\phi_{ij}^s$ , ainsi que le terme atmosphérique  $\phi_{ij}^p$  de *piston différentiel*. Il contient également la phase instrumentale introduite volontairement  $\phi_{ij}^{mod}$  (*modulation* de DDM), ou involontairement  $\phi_{ij}^{ins}$  (effets instrumentaux de polarisation par exemple).

Le traitement des données interférométriques a pour but d'extraire le signal cohérent de visibilité  $V_{ij}$  et de phase  $\phi_{ij}$  formant la visibilité complexe :

$$\mathcal{V}_{ij} = V_{ij} e^{i\phi_{ij}} \quad (2.22)$$

Rappelons que cette grandeur, une fois débarrassée de bruits et effets indésirables, est reliée à la distribution d'énergie spatiale de la source par une relation de Fourier (théorème de Van Cittert-Zernike, Eq. 2.3).

Nous allons à présent voir quelles formes prennent les différents termes de l'équation interférométrique suivant le type de filtrage spatial et de recombinaison utilisé.



**FIGURE 2.11** – Représentation schématique de la perte de cohérence induite par les défauts de phase locaux sur chacune des pupilles d’un interféromètre. Chaque pupille peut-être divisée en sous-pupilles liées à une cellule turbulente de taille  $r_0$  (quatre de ces cellules sont représentées ici). Les interférogrammes sur chaque sous-pupille sont déphasés, de sorte que l’interférogramme résultant de la somme de ces dernières a un contraste fortement réduit.

## 2.3.2 Filtrage du front d’onde : interférométries mono- et multi-mode

### 2.3.2.1 Gérer la turbulence locale en interférométrie

Par nature, un interféromètre mesure le degré de cohérence entre les fronts d’onde aboutissant aux différents télescopes. Comme nous l’avons vu dans la partie 2.2, au niveau de chacune des pupilles d’un interféromètre, le front d’onde est localement perturbé, entraînant une perte de cohérence spatiale partielle – voire totale. La conséquence en est une diminution du contraste des franges et par conséquent une baisse de sensibilité de l’instrument et l’ajout d’un biais dans l’estimation de la visibilité de la source astrophysique si cet effet n’est pas proprement étalonné. Il est d’autant plus dommageable que les conditions atmosphériques sont mauvaises et que la surface collectrice des télescopes est importante. Si on se réfère à l’équation 2.16, l’amplitude moyenne des perturbations croît comme  $D^{5/3}$  : un télescope de 8m sera donc affecté par une perturbation environ 10 fois supérieure à celle que *percevra* un instrument de 2m, réduisant d’autant sa sensibilité interférométrique.

Pour se représenter ce phénomène, imaginons qu’on divise chaque télescope en un nombre  $N = (D/r_0)^2$  de cellules de diamètre  $r_0$ , chacune ayant une phase décorrélée de ses voisines (voir Fig. 2.11). On peut ainsi considérer l’interféromètre comme la somme de  $N$  plus petits interféromètres, avec chacun une phase différente, c’est-à-dire une position des franges différente. Recombiner les pupilles du réseau revient à superposer ces différentes franges non corrélées, ce qui a pour résultat de diminuer leur contraste, et donc le RSB. On comprend intuitivement dès lors que si le diamètre des télescopes augmente ou si les conditions se dégradent (soit  $D/r_0$  qui augmente), le nombre de franges indépendantes va augmenter, et le RSB diminuer, jusqu’à la situation limite où les franges seront totalement brouillées et de contraste nul.

Plusieurs manières de limiter l’influence de l’atmosphère sont envisageables. La première, qui concerne la quasi totalité des instruments, consiste à observer dans le proche ou moyen infra-rouge plutôt que dans le visible afin de limiter l’importance des perturbations<sup>10</sup>. La plus

10. Rappelons que le paramètre de Fried et le temps de cohérence varient comme  $\lambda^{6/5}$ .

simple solution pratique réside ensuite dans le fait de limiter la taille des télescopes à 10 ou 40 cm, comme c'est le cas pour le Mark III, IOTA, PTI, SUSI et NPOI. Cependant qui dit petits télescopes, dit également faible sensibilité. Il est donc indispensable à un moment donné de passer à des diamètres supérieurs, de l'ordre de 1 à 2 m comme à CHARA ou au VLTI (avec les *Auxiliary Telescopes*, ou ATs), voire même de l'ordre de 8 à 10 m comme c'est le cas au Keck ou au VLTI (avec les télescopes principaux de 8.2 m, également appelés UTs pour *Unit Telescopes*). Dans l'infra-rouge proche, le  $r_0$  est de l'ordre de 50 cm environ, de sorte que de tels instruments doivent être équipés de systèmes d'optique adaptative corrigeant en temps réel les déformations du front d'onde. Des instruments de 1 à 2 m peuvent se contenter d'une OA *bas niveau* – c'est-à-dire un correcteur de Tip-Tilt – afin de stabiliser les flux<sup>11</sup>, mais des télescopes de 8 à 10 m quant à eux se doivent d'être équipés d'optiques adaptatives à hautes performances si on souhaite observer des franges. Cependant ces systèmes sont complexes et coûteux, et leurs performances ne peuvent être garanties dans des conditions d'observation réellement mauvaises.

La dernière solution envisagée à l'heure actuelle est le filtrage modal, c'est-à-dire le filtrage spatial du front d'onde par un guide d'onde monomode, transformant les fluctuations locales de phase en fluctuations d'intensité en sortie du guide. Les performances de cette technique ont été démontré théoriquement (Tatulli *et al.*, 2004) et pratiquement (Coudé du Foresto *et al.*, 1997, 1998; Kervella *et al.*, 2004a,b) pour la mesure de visibilité. Le travail de Tatulli *et al.* (2004) a été prolongé dans cette thèse pour la mesure de phase dans le contexte du suivi de franges (voir chapitre 4). L'intérêt de cette méthode de filtrage n'est plus à démontrer comme en atteste le nombre de projets actuels ou à venir reposant sur cette capacité à filtrer le front d'onde de ses principales inhomogénéités (avec ou sans correction préalable par OA). Nous parlerons par la suite de *propagation monomode* et de *filtrage modal*. Par opposition, une propagation des faisceaux à l'air libre n'effectuant aucun filtrage du front d'onde, nous la qualifierons de *multimode*.

Voyons à présent les différences entre ces deux modes de filtrage.

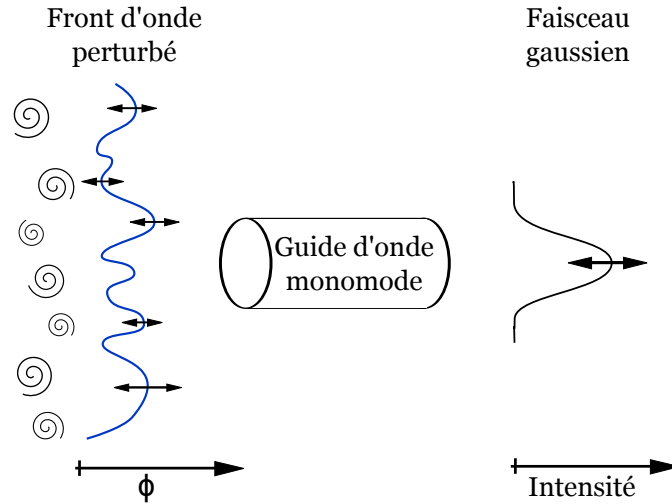
### 2.3.2.2 Interférométrie monomode

L'interférométrie monomode repose sur l'utilisation de guides d'onde ne transmettant que le premier mode de propagation. Ce mode est de profil gaussien : y injecter un faisceau de profil différent va conduire au rejet de la partie du flux non gaussienne. Si on considère un faisceau d'entrée perturbé par l'atmosphère, le signal de sortie sera un faisceau de profil gaussien déterministe, dont seule l'intensité variera. Ainsi un guide monomode effectue un filtrage spatial du faisceau d'entrée (nous parlerons plutôt de *filtrage modal* par la suite), transformant les fluctuations de phase du front d'onde en fluctuations d'intensité (fig. 2.12). Autrement dit le nombre de photons cohérents (interférométriques) et incohérents (photométriques) détectés dépend du couplage entre le front d'onde et le guide (Ruilier, 1998) : moins il y aura de perturbations et plus il sera grand.

Au cours de sa thèse, Mège (2003) a décrit en détail la propagation d'un signal interférométrique à travers des guides d'onde monomode, via des termes de couplage photométrique  $\rho_i$  et interférométrique  $\rho_{ij}$ . Ces coefficients de couplage traduisent le degré de corrélation entre le front d'onde perturbé injecté dans les fibres et le profil de propagation dans ceux-ci, et se calculent comme la convolution entre la fonction de transfert turbulente du système et la visibilité de la source. Ainsi le flux photométrique perçu en sortie du guide varie-t-il suivant la forme du front d'onde incident. Si on note  $I_0$  le flux collecté par le télescope  $i$ , le flux couplé dans le guide vaut :

$$I_i = \rho_i I_0 \quad (2.23)$$

11. Nous verrons cependant dans le chapitre 4 qu'une véritable OA peut améliorer de manière significative les performances de tels interféromètres. Des études ont été menées pour en équiper CHARA et les ATs du VLTI (projet NAOMI).



**FIGURE 2.12** – Effet du filtrage monomode sur un front d’onde initialement perturbé. Le guide ne laisse passer que le premier mode de propagation, transformant les  $\sim (D/r_0)^2$  fluctuations de phase sur la pupille en une unique fluctuation d’intensité sur le profil gaussien parfaitement déterministe.

Dans un cas idéal non turbulent, [Shaklan et Roddier \(1988\)](#) montrèrent que le couplage optimal  $\rho_0$  dans le guide ne peut dépasser 80%, du fait de l’incompatibilité entre le profil gaussien du guide et la tache d’Airy d’un télescope circulaire.

[Mège \(2003\)](#) a montré que si la source est résolue par les pupilles de l’interféromètre, la mesure de visibilité est biaisée, à cause d’un effet de lobe identique à celui rencontré en radio-interférométrie. Le but de l’interférométrie optique étant justement d’observer des sources non résolues par les instruments conventionnels, nous nous placerons toujours dans le cas de *sources non résolues par les pupilles*. Cette hypothèse permettra en outre de grandement simplifier les calculs. On montre que dans un tel cas, les coefficients de couplage photométrique s’écrivent simplement en fonction du Strehl instantané  $\mathcal{S}_i$  sur le télescope  $i$  ([Coudé du Foresto et al., 2000](#); [Tatulli et Chelli, 2005](#)) et du coefficient de couplage optimal  $\rho_0$  :

$$\rho_i = \rho_0 \mathcal{S}_i \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_i &= \frac{1}{S^2} \iint_{S^2} e^{i(\phi_{i,1} - \phi_{i,2})} dS_1 dS_2 \\ &= \frac{\iint P_i(r) P_i(r+r') e^{i(\phi_i(r) - \phi_i(r+r'))} d\vec{r} d\vec{r}'}{[\int P_i(r) d\vec{r}]^2} \end{aligned} \quad (2.25)$$

où  $\phi_i(\vec{r})$  est la phase du front d’onde sur la pupille  $i$  en un point de coordonnée  $\vec{r}$ , et  $P_i(r)$  est la fonction pupille du télescope  $i$  de surface  $S$ . Dans le cas d’une pupille idéale, cette fonction vaut 1 partout sur la pupille et 0 en dehors.

Nous supposons également que les différentes pupilles sont *statistiquement décorréliées* vis-à-vis des perturbations atmosphériques. En d’autres termes, on les suppose plus éloignées que l’échelle externe des turbulences  $\mathcal{L}_0$ , de l’ordre de quelques dizaines de mètres. Sous ces hypothèses, on montre les deux propriétés suivantes :

$$\rho_{ij} = \rho_0 A_i A_j^* \mathcal{V}_{ij}^s \quad (2.26)$$

$$|\rho_{ij}|^2 = \rho_0^2 \mathcal{S}_i \mathcal{S}_j V_{ij}^{s^2} \quad (2.27)$$

où  $\mathcal{V}_{ij}^s$  est la visibilité complexe de la source et  $V_{ij}^s$  est son module (nous parlerons simplement de visibilité pour ce terme par la suite), mesurées par la base  $\{ij\}$ . On voit apparaître à ce stade



le terme complexe  $A_{ij}$ , que nous qualifierons de *phaseur* :

$$A_{ij} = A_i A_j^* \quad (2.28)$$

$$A_i = \frac{1}{S} \int e^{i\phi_i} dS = \frac{\int P_i(r) e^{i\phi_i(r)} d\vec{r}}{\int P_i(r) d\vec{r}} \quad (2.29)$$

$A_j^*$  étant le complexe conjugué de  $A_j$ . Il traduit le fait qu'on intègre (ou focalise) et filtre les fronts d'onde turbulents sur chacune des pupilles *avant* recombinaison (d'où la séparation des intégrations sur chaque pupille). Son module correspond à la perte de contraste des franges due à la focalisation des fronts d'onde turbulents : nous l'appellerons *visibilité modale atmosphérique* et noterons  $V_{ij}^a$ . Il vaut donc :

$$V_{ij}^a = \sqrt{S_i S_j} \quad (2.30)$$

L'argument de ce phaseur caractérise quant à lui le terme de piston différentiel tel que *perçu* par un système monomode. Sa définition est caractéristique d'un instrument monomode et diffère du piston différentiel défini dans la partie 2.2. Nous le qualifierons donc par la suite de *piston monomode* :

$$\phi_{ij}^p = \arg \left( \int_S e^{i\phi_i(r)} dS \int_S e^{-i\phi_j(r)} dS \right) \quad (2.31)$$

Nous verrons plus en détail les implications pratiques d'une telle perception de la phase dans le chapitre 4. Notons finalement qu'on considère généralement que les notions de plan image et plan pupille n'ont pas de sens en interférométrie monomode.

### 2.3.2.3 Interférométrie multimode

Ce que nous qualifierons par la suite de propagation multimode sera une propagation des faisceaux à l'air libre. Dans un tel type de propagation les faisceaux sont recombinaison sans subir aucun filtrage. Les termes de couplage n'ont plus lieu d'être et le flux photométrique  $I_i$  correspond au flux total collecté par le télescope  $i$ . On montre alors qu'il est possible de définir un *phaseur multimode*, analogue au monomode, mais dont l'expression montre cependant bien l'absence de filtrage dans le système :

$$A_{ij} = \frac{1}{S} \int_S e^{i(\phi_i - \phi_j)} dS = \frac{\int |P(r)|^2 e^{i(\phi_i(r) - \phi_j(r))} d\vec{r}}{\int |P(r)|^2 d\vec{r}} \quad (2.32)$$

Par analogie avec le cas monomode, ce terme traduit la perte de cohérence engendrée par la focalisation d'un front d'onde turbulent, à ceci près que dans le cas multimode, les faisceaux sont focalisés (et les perturbations, intégrées) et interfèrent au niveau du capteur. Le module de ce terme (que nous appellerons la *visibilité atmosphérique multimode*) traduit la perte de contraste des franges d'interférence engendrée par l'intégration des fronts d'onde spatialement incohérents en entrée des pupilles, tandis que son argument décrit le terme de piston différentiel *perçu* par l'instrument multimode. Sa définition est spécifique à un instrument multimode et nous le qualifierons de *piston multimode* :

$$V_{ij}^a = |A_{ij}| = \sqrt{A_{ij} A_{ij}^*} \quad (2.33)$$

$$\phi_{ij}^p = \arg(A_{ij}) = \arg \left( \int_S e^{i(\phi_i(r) - \phi_j(r))} dS \right) \quad (2.34)$$

Nous venons de décrire les signaux interférométriques suivant que le front d'onde est filtré ou non et avons vu la forte implication sur la manière dont les instruments voient le piston

atmosphérique suivant leur mode de filtrage. Nous verrons dans le chapitre 4 quelles sont les implications pratiques du filtrage modal en terme de performances pour la mesure de la phase dans le cadre du suivi de franges. Nous montrerons en particulier qu'il vaut parfois mieux filtrer le front d'onde et disposer d'un signal *propre*, quitte à perdre une partie du flux d'entrée perturbé.

### 2.3.3 Le codage des franges

Afin d'extraire l'information cohérente contenue dans un signal interférométrique, il est possible de moduler la différence de marche entre les faisceaux de deux manières différentes.

#### 2.3.3.1 Recombinaison coaxiale

Dans la cas co-axial, les faisceaux sont superposés l'un à l'autre. En interférométrie multi-mode, la recombinaison la plus naturelle s'effectue dans le plan pupille des télescopes (cas de l'instrument MIDI par exemple ; [Leinert et al. \(2003\)](#)), comme dans le cas d'un interféromètre de Michelson (exemple de droite de la figure 2.13). Dans ce cas on recombine en général les différents télescopes deux-à-deux<sup>12</sup> : on parle de recombinaison *par paire*. Par la suite, lorsqu'on parlera de recombinaison co-axiale, il sera sous-entendu qu'elle sera par paire. Il est possible d'accéder à toutes les bases de l'interféromètre en prélevant une part du flux sur chacun des télescopes afin de former chacune des interférences.

Dans un tel schéma de recombinaison, on ne perçoit qu'un état de phase à la fois : il est nécessaire de moduler *temporellement* la différence de marche  $x$  entre les faisceaux pour *parcourir* les franges et en extraire le signal interférométrique. Si on note  $\sigma_0 = 1/\lambda_0$  le nombre d'onde, le terme de modulation est de la forme :

$$\phi_{co,ij}^{mod} = 2\pi\sigma_0 x \quad (2.35)$$

Dans le cas co-axial on ne perçoit qu'un état de phase à la fois, si bien que le terme d'enveloppe géométrique n'existe pas et est égale à 1.

#### 2.3.3.2 Recombinaison multiaxiale

Dans le cas *multi-axial*, les faisceaux sont recombinaison dans un plan commun et la modulation de la différence de marche est de type *spatiale* (fig. 2.13, à gauche), à la manière de l'expérience des fentes d'Young. Dans une telle configuration il est possible de recombinaison directement la lumière collectée par 2 télescopes ou plus. En général, on recombine tous les télescopes du réseau, on parle alors de recombinaison *tout-en-un* (cas des instruments AMBER/VLTI ([Petrov et al., 2007](#)) et MIRC/CHARA ([Monnier et al., 2004](#))).

Pour la base  $ij$ , les franges sont codées avec une fréquence  $\nu_{ij}$  dépendant de la séparation des pupilles de *sortie* avant recombinaison (la fréquence  $\nu_{ij}$  est une fréquence d'échantillonnage du *signal mesuré*, différente de la fréquence spatiale de la base). La modulation de la phase s'opère alors suivant l'angle  $\alpha$  entre les faisceaux au niveau du capteur :

$$\phi_{multi,ij}^{mod} = 2\pi\nu_{ij}\alpha \quad (2.36)$$

Dans le cas multi-axial on recombine des faisceaux ayant une étendue géométrique limitée. De fait l'intensité des franges (en plus de leur contraste) est modulée en fonction de la DDM par

12. Il est possible de recombinaison plus de télescopes, mais ce n'est pas optimal des points de vue opérationnel et du rapport signal à bruit ([Le Bouquin et al., 2004](#)).

	Coaxial		Multiaxial	
$\phi^{mod}$	$2\pi\sigma_0x$		$2\pi f_{ij}\alpha$	
	Monomode	Multimode	Monomode	Multimode
Photométrie	$\rho_i I_0$	$I_i$	$\rho_i I_0$	$I_i$
$E_{geo}$	1	1	Gaussienne	Fonction d'Airy

**TABLE 2.3** – Tableau récapitulant la forme des différents termes pouvant figurer dans l'équation interférométrique générale 2.21, suivant les 4 types d'interférogrammes envisagés dans cette étude.

la forme de ce faisceau, à savoir 1) Une figure d'Airy dans le cas multimode ; 2) Une gaussienne dans le cas monomode. La largeur de cette enveloppe et le nombre de franges qu'elle contient dépend de la configuration optique choisie.

Dans le cas d'un système à plus de 3 télescopes, le principal souci d'une recombinaison multi-axiale tout-en-un, face, réside dans le fait qu'il est nécessaire de séparer les pics interférométriques (situés aux fréquences  $\nu_{ij}$ ) dans le domaine de Fourier, afin d'extraire l'information cohérente de chaque base. En comparaison à un système co-axial par paire, cela a pour principal désagrément de fortement augmenter le nombre de pixels nécessaires à la lecture de l'interférogramme (qui n'augmente pas linéairement avec le nombre de bases ; [Le Bouquin et al. 2004](#)) et par conséquent le bruit et le temps de lecture du détecteur, même si une optimisation est possible en autorisant un recouvrement partiel des pics ([Le Bouquin et Tatulli, 2006](#)).

### 2.3.3.3 Recombinaison anamorphique

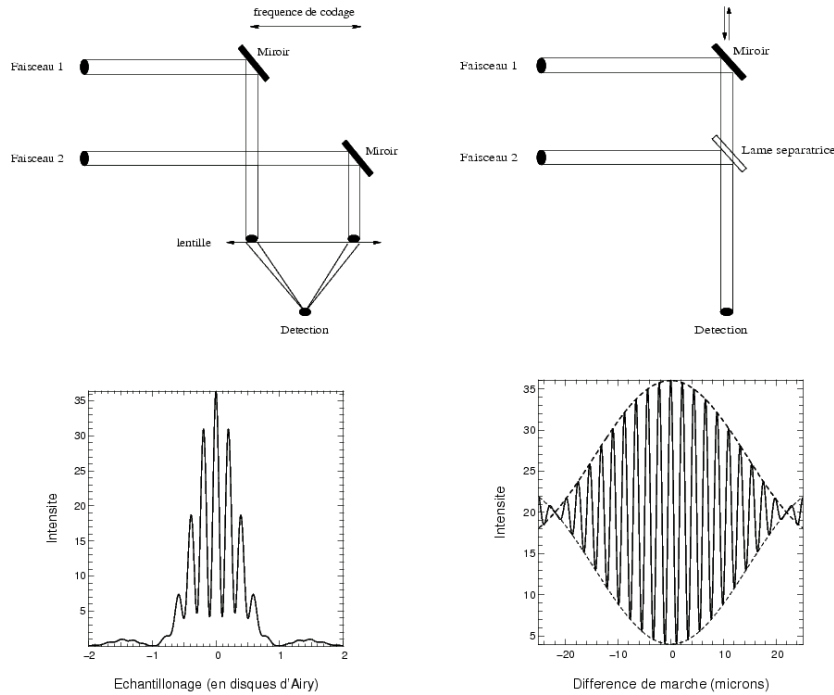
Une des difficultés des systèmes à recombinaisons coaxiales est qu'il est nécessaire de disposer d'un recombineur pour chaque base créée, sachant que pour un interféromètre constitué de  $N$  télescopes, le nombre total de bases s'élève à  $N(N-1)/2$ . Ainsi un interféromètre à 6 télescopes nécessite déjà jusqu'à 15 recombineurs, ce qui n'est pas sans poser de problèmes de conception instrumentale, de transmission ou de polarisation. Un recombineur multi-axial tout-en-un nécessite quant à lui un grand nombre de pixels afin d'échantillonner les interférogrammes tout en évitant le recouvrement des pics interférométriques dans le domaine de Fourier, limitant par conséquent la sensibilité de l'instrument avec les technologies actuelles.

Afin de palier à ces problèmes, [Ribak et al. \(2004, 2006, 2007\)](#) a proposé un nouveau type de système, dit *anamorphique*, recombinaison simultanément toutes les bases par paires avec un minimum d'éléments optiques. D'un point de vue analytique ce système est représenté de la même manière qu'un système coaxial.

Nous venons de voir dans les 2 sections précédentes que la seule différence entre les systèmes décrits ci-dessus réside dans la manière de recombinaison des faisceaux (co- ou multi-axial) et dans les propriétés de filtrage spatial (mono- ou multi-mode). Le type de filtrage est de première importance car elle modifie la description des flux photométriques et, plus important dans le cadre de cette thèse, la perception qu'a un instrument du piston atmosphérique.

### 2.3.4 Franges polychromatiques

Nous avons introduit dans la partie précédente le terme d'enveloppe de cohérence  $E_{co}$  (d'origine chromatique) modulant le contraste des franges en fonction de la différence de marche, indépendant du type de recombinaison ou de filtrage. Nous allons dans cette partie décrire des interférogrammes polychromatiques de manière rigoureuse en tenant compte d'effets chroma-



**FIGURE 2.13** – Schéma de principe des deux types de recombinaison possibles. A gauche, la recombinaison multi-axiale : les franges sont modulées par la fonction d’Airy des pupilles et sont codées sur plusieurs pixels. A droite, la recombinaison coaxiale : les franges sont modulées par l’enveloppe de cohérence de la source et sont enregistrées sur un unique pixel. L’interférogramme est balayé temporellement, par le déplacement d’un miroir par exemple.

tiques. Ceci nous permettra de définir mathématiquement l’enveloppe de cohérence et de voir les conséquences pratiques de cette enveloppe sur le contraste et la position des franges.

### Interférogramme monochromatique

Nous allons dans un premier temps repartir d’un interférogramme monochromatique, dans lequel nous allons introduire des termes dépendant de la longueur d’onde. La superposition de ces interférogrammes monochromatiques, nous permettra ensuite de définir de façon précise certaines grandeurs telles que l’enveloppe de cohérence  $E_{co}$ .

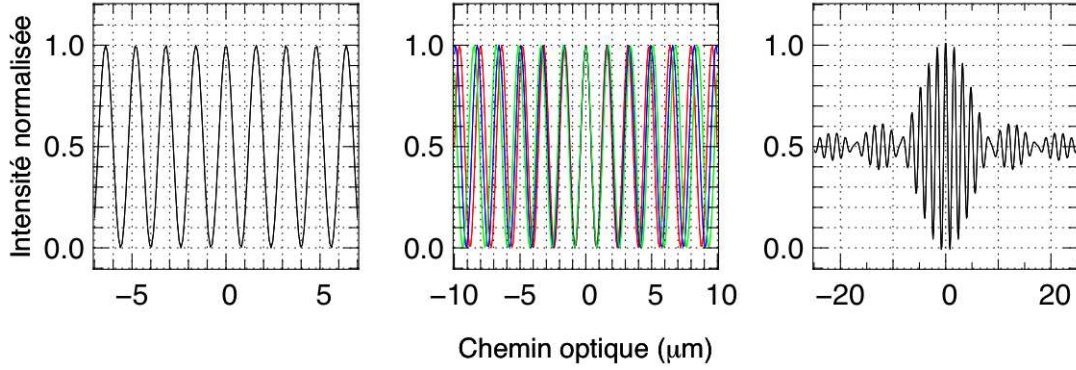
L’information que cherche à mesurer un interféromètre étant contenue uniquement dans la partie cohérente des interférences, nous ne raisonnerons que sur celle-ci, qui s’écrit de la manière suivante à une longueur d’onde  $\lambda = 1/\sigma$  :

$$I_{\sigma}^c(x) = 2t_{\sigma}I_{\sigma}V_{\sigma} \cos(2\pi\sigma(x - x_0 - x_{\sigma})) \tag{2.37}$$

$$= t_{\sigma}I_{\sigma}V_{\sigma} \exp(-2i\pi\sigma(x - x_0 - x_{\sigma})) + cc \tag{2.38}$$

où  $cc$  désigne le complexe conjugué du terme le précédent, et l’indice  $\sigma$  signifie qu’on considère une grandeur dépendant de la longueur d’onde. Les différents termes apparaissant dans cette expression sont :

- $I_{\sigma}$  : le flux lumineux provenant de la source ;
- $t_{\sigma}$  : transmission des différentes parties de l’instrument (optiques, caméra, etc.) ;
- $V_{\sigma}$  : un terme de contraste contenant la visibilité de la source, le contraste des instruments, etc. ;



**FIGURE 2.14** – Exemple de franges polychromatiques (à droite) obtenues par somme (au centre) de franges monochromatiques (à gauche) sur un intervalle spectral donné. On voit bien la modulation des franges par l'enveloppe de cohérence à droite.

- $x$  : la différence de marche entre les deux faisceaux. L'interférogramme a été en outre déplacé d'une valeur  $x_0 + x_\sigma$  par rapport au zéro ;
- $x_0$  est un terme achromatique tel que le piston atmosphérique (Roddiér, 1981) ;
- $x_\sigma$  est quant à lui un terme de dispersion purement chromatique (dispersion atmosphérique ou dans le système optique, etc.).

On fait implicitement l'hypothèse que les bras de l'interféromètre sont symétriques (même transmissions, etc).

### Interférogramme polychromatique

L'interférogramme polychromatique s'obtient par superposition des interférogrammes monochromatiques (Fig. 2.14, au centre). Les fonctions définies ci-dessus étant supposées à support fini, l'interférogramme résultant est de la forme :

$$I^c(x) = \int_{\mathbb{R}} I_\sigma^c d\sigma \quad (2.39)$$

$$= \int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma e^{2i\pi\sigma(x_0+x_\sigma)} e^{-2i\pi\sigma x} d\sigma + \int_{\mathbb{R}} cc d\sigma \quad (2.40)$$

A travers l'intégration et le second terme exponentiel apparaît une transformée de Fourier, faisant passer de l'espace des fréquences vers l'espace normal. Nous allons définir les termes suivants :

$$F_c = \int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma d\sigma \quad (2.41)$$

$$\gamma(x) = \frac{\int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma e^{2i\pi\sigma(x_0+x_\sigma)} e^{-2i\pi\sigma x} d\sigma}{\int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma d\sigma} = \frac{TF_{\sigma \rightarrow x}(t_\sigma I_\sigma V_\sigma e^{2i\pi\sigma(x_0+x_\sigma)})}{F_c} \quad (2.42)$$

$F_c$  est le flux corrélé, c'est-à-dire l'énergie cohérente contenue dans le signal, et  $\gamma$  est normalisé par définition. L'interférogramme polychromatique s'écrit :

$$I^c(x) = F_c(\gamma(x) + \gamma^*(x)) = 2F_c|\gamma(x)| \cos(\arg(\gamma(x))) \quad (2.43)$$

Par comparaison avec l'équation générale 2.21 dans le cas à 2 télescopes, il apparaît que l'enveloppe de cohérence n'est autre que le terme  $|\gamma|$  :

$$E_{co} = |\gamma| \quad (2.44)$$

Nous avons donc à présent une définition claire et précise de l'enveloppe de cohérence, terme modulant le contraste des franges lorsqu'on s'éloigne de la différence de marche nulle. Dans le cas idéal d'un signal dont le spectre est plat sur un intervalle de longueur d'onde de largeur  $\Delta\lambda$  centré autour de  $\lambda_0$ . L'enveloppe de cohérence est caractérisée par la longueur de *cohérence*  $L_c = \lambda_0^2/\Delta\lambda = 1/\Delta\sigma$ <sup>13</sup>. Cette enveloppe est alors représentée par un sinus cardinal (fig. 2.14, à droite) :

$$E_{co}(x) = \text{sinc}(\pi \Delta\sigma x) \quad (2.45)$$

Nous verrons par la suite que le terme dispersif  $x_\sigma$  a une grande influence dans la pratique, aussi bien sur la qualité des données interférométriques que sur la problématique du suivi de franges.

Dans cette partie nous nous sommes limités à décrire analytiquement les franges polychromatiques et l'enveloppe de cohérence en tenant compte des effets dispersifs. Nous allons étudier plus en profondeur les relations précédentes (Eqs. 2.42 et 2.43) dans la partie suivante. Nous y verrons l'importance toute particulière des termes tels que  $x_0$  et  $x_\sigma$ .

## 2.4 La dispersion chromatique

Les phénomènes dispersifs revêtent un intérêt tout particulier en interférométrie et plus particulièrement dans le cadre du suivi de franges : 1) Ils modifient la forme des interférogrammes et en réduisent le rapport signal à bruit (RSB); 2) Ils modifient la position relative entre le maximum de l'enveloppe et les franges. Nous tâcherons de décrire dans cette partie les effets de la propagation de faisceaux lumineux dans des milieux dispersifs.

### 2.4.1 Origines de la dispersion

Les phénomènes de dispersion chromatique sont dus à la dépendance du *chemin optique*  $x_\sigma$  et de l'indice optique  $n_\sigma$  du milieu traversé vis-à-vis de la longueur d'onde  $\lambda = 1/\sigma$  du rayonnement :

$$d_\sigma = n_\sigma x \quad (2.46)$$

où  $x$  est la distance physiquement parcourue par le rayonnement. On peut écrire l'indice optique sous la forme d'un développement en série :

$$n_\sigma = n_0 + n_1/\sigma + n_2/\sigma^2 + n_3/\sigma^3 + \dots \quad (2.47)$$

Le terme  $n_0$  sera par la suite appelé terme d'ordre 0 (terme non dispersif),  $n_1$  sera le terme d'ordre 1,  $n_2$  l'ordre 2, etc.

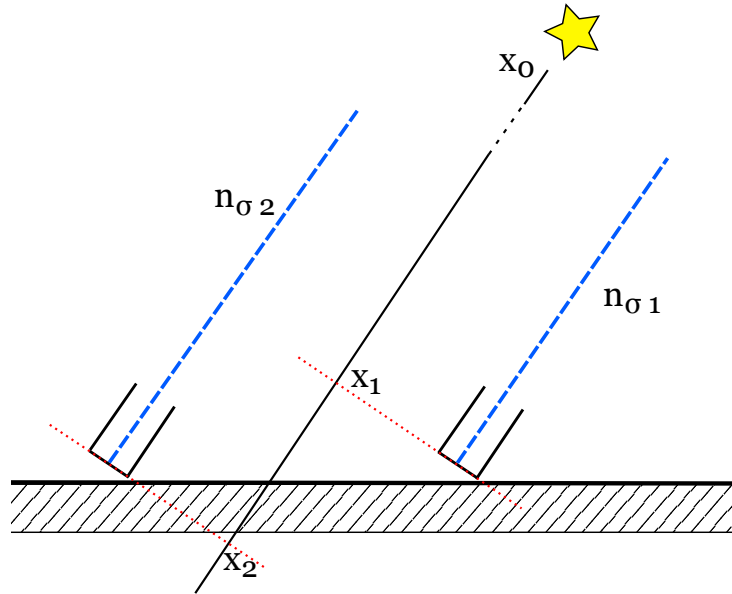
En interférométrie on s'intéresse naturellement à la dispersion différentielle. En effet si les deux faisceaux parcourent la même distance dans des milieux parfaitement identiques, les effets dispersifs se compenseront. La différence de marche  $d_\sigma$  à un nombre d'onde  $\sigma$  donnée s'écrit (voir le figure 2.15 pour les détails de la nomenclature) :

$$\begin{aligned} \delta_\sigma &= \int_{x_0}^{x_2} n_{\sigma,2} dx - \int_{x_0}^{x_1} n_{\sigma,1} dx = \int_{x_1}^{x_2} n_{\sigma,2} dx + \int_{x_0}^{x_1} (n_{\sigma,2} - n_{\sigma,1}) dx \\ &= \int_{\Delta x} n_{\sigma,2} dx + \int_{x_{12}} \Delta n_\sigma dx \end{aligned}$$

soit finalement :

$$\delta_\sigma = \langle n_{\sigma,2} \rangle_{\Delta x} \Delta x + \langle \Delta n_\sigma \rangle_{x_{12}} x_{12} \quad (2.48)$$

13. Dans le cas idéal décrit ici,  $L_c$  correspond exactement à la moitié de la DDM entre les deux zéros entourant le maximum de l'enveloppe. Dans un cas dispersif, ces zéros n'existent plus forcément (comme nous le verrons) mais elle donne toujours une indication sur la largeur approximative de l'enveloppe.



**FIGURE 2.15** – Schéma des chemins optiques parcourus par les faisceaux 1 et 2 (en bleu), avec les nomenclatures associées. Chaque faisceau traverse un milieu d'indice différent  $n_{\sigma,i}$ .

où  $\Delta n_{\sigma} = n_{\sigma,2} - n_{\sigma,1}$  est l'indice différentiel perçu par les faisceaux,  $\Delta x = |x_2 - x_1|$  est la différence de chemin parcouru et  $x_{12} = |x_1 - x_0|$  est la distance commune parcourue par les 2 faisceaux.  $\langle \cdot \rangle_x$  désigne la moyenne de la valeur entre crochets sur une distance parcourue  $x$ .

- Le premier terme de cette expression  $\langle n_{\sigma,2} \rangle_{\Delta x} \Delta x$  n'est nul que si les faisceaux ne parcourent pas la même distance physique, ce qui est le cas dès lors qu'on s'éloigne du centre de l'enveloppe de cohérence. On verra alors des phénomènes dispersifs si l'indice optique sur le bras le plus long est chromatique.
- Le second terme  $\langle \Delta n_{\sigma} \rangle_{x_{12}} x_{12}$  montre que s'il existe une dissymétrie dans les milieux parcourus par les faisceaux on aura alors apparition de phénomènes de dispersion différentielle.

Dans le cadre d'observations astronomiques au sol, le second terme est le plus intéressant. Du fait de la turbulence atmosphérique, l'indice optique différentiel est sujet à des variations continues et aléatoires. Mais on peut référencer plusieurs origines à ce terme :

- **Géométrique** – Lorsque les télescopes pointent une source, les faisceaux qu'ils collectent n'ont pas traversés la même épaisseur d'atmosphère (Basden et Buscher, 2005) (voir figure 2.15). Sur une certaine distance (dépendant principalement de l'orientation des télescopes) un des faisceaux se propage dans l'atmosphère tandis que l'autre est toujours dans le vide. On a donc une différence d'indice  $n_{air} - 1$ .
- **Atmosphère et lignes à retard** – Lorsque les faisceaux traversent l'atmosphère, le milieu que chacun rencontre est légèrement différent (variations locales de température, densité, etc. faisant varier l'indice optique et induisant du piston différentiel; densités de colonne de vapeur d'eau pouvant être différentes (Meisner et Le Poole 2003)). Si les lignes à retard de l'interféromètre sont en outre à l'air libre et non sous vide, elles sont au sein d'un milieu turbulent pouvant engendrer le même type de perturbation que l'atmosphère (Tango, 1990; Ten Brummelaar, 1995; Lawson, 1996).

- **Éléments optiques** – Les différents éléments optiques présents dans les instruments sont en général dispersifs, en particulier les guides d'onde optiques. Dans le cas de ces dernières l'indice optique peut légèrement différer de l'un à l'autre (Coudé du Foresto *et al.*, 1995). Si en outre leurs longueurs sont égalisées avec une précision de longueur  $\varepsilon$ , cela va ajouter entre les faisceaux une DDM  $(n_{\sigma, fibre} - n_{\sigma, air})\varepsilon$  d'importance non négligeable, étant donné que les indices optiques de ces guides peuvent atteindre 1.5 pour des fibres en silice.

Certains des phénomènes décrits ci-dessus sont prévisibles ou calibrables, voire même compensables. Ainsi les problèmes liés à l'orientation des télescopes ou à la propagation des faisceaux au sein des lignes à retard sont en grande partie compensés par l'utilisation d'éléments optiques dispersifs (Ten Brummelaar, 1995; Meisner et Le Poole, 2003; Basden et Buscher, 2005), pour peu que température, humidité et pression soient enregistrées. Dans le cas des fibres optiques une optimisation de la taille du cœur permet de limiter la dispersion chromatique (Coudé du Foresto *et al.*, 1995).

A contrario les phénomènes atmosphériques tels que les variations de densité de colonne de vapeur d'eau ou le piston atmosphérique modifient aléatoirement les propriétés du milieu. Il peut s'agir de grandeurs pouvant varier très rapidement (le temps caractéristique de variation du piston atmosphérique est de l'ordre de la dizaine de milli-secondes par exemple) et, comme nous allons le voir, il peuvent faire se déplacer les franges relativement à l'enveloppe de manière tout aussi rapide. Ce sont ces phénomènes aléatoires qui vont principalement nous intéresser par la suite.

### 2.4.2 Influence sur le contraste des franges

Afin de mieux comprendre l'impact de la dispersion chromatique sur l'enveloppe de cohérence, commençons par analyser un cas qui en est exempt.

#### Cas idéal non dispersif

Dans un cas idéal, c'est-à-dire reposant sur les hypothèses suivantes :

- La source est achromatique ( $I_{\sigma}$  et  $V_{\sigma}$  indépendant de la longueur d'onde) ;
- La transmission des différents éléments du système est supposée idéale ( $t_{\sigma}$  constant) ;
- Les phénomènes de dispersion sont négligés ( $x_{\sigma} = 0$ ).

on retrouve alors le résultat où l'enveloppe de cohérence est représentée par un sinus cardinal :

$$E_{co} = |\gamma(x)| = |\text{sinc}(\pi \Delta\sigma (x - x_0))| \quad (2.49)$$

$\Delta\sigma$  étant la largeur spectrale du signal exprimée en nombre d'onde et  $x_0$  une DDM achromatique (par exemple le piston atmosphérique).

Comme nous l'avons déjà vu, ce terme module à faible fréquence les franges d'interférences et en diminue le contraste au fur et à mesure que la différence de marche entre les faisceaux augmente (fig. 2.16, en haut), les interférogrammes monochromatiques étant de moins en moins en phase. En ce sens, l'enveloppe de cohérence est une grandeur mesurant le degré de corrélation entre les différentes ondes monochromatiques, et dans le cas présent, le maximum de l'enveloppe (situé à différence de marche nulle) correspond au lieu où les interférogrammes sont strictement en phase. Étant donnée la définition de  $|\gamma|$ , ce maximum vaut 1. La longueur caractéristique  $L_c$



de cette enveloppe, dite *longueur de cohérence*, est définie comme la distance entre le maximum de l'enveloppe et son premier zéro :

$$L_c = \lambda^2 / \Delta\lambda = 1 / \Delta\sigma \quad (2.50)$$

### Cas dispersif

Considérons à présent que le système est dispersif ( $x_\sigma \neq 0$ ; fig. 2.16, courbes du milieu et du bas) : les interférogrammes monochromatiques vont être décalés les uns par rapport aux autres et il n'existe plus forcément de point où tous les interférogrammes sont exactement en phase. Parler de différence de marche nulle n'a plus vraiment de sens dans un tel cas. L'énergie des interférogrammes est répartie sur un intervalle de différence de marche plus important : l'enveloppe est alors plus large, asymétrique et d'amplitude maximum plus faible que dans le cas non dispersif.

Cette dernière propriété se retrouve analytiquement à partir de l'équation (2.42) et de l'inégalité de Cauchy :

$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt \quad (2.51)$$

ce qui, rapporté au problème présent s'écrit :

$$|\gamma(x)| = \left| \frac{\int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma e^{2i\pi\sigma(x_0+x_\sigma)} e^{-2i\pi\sigma x} d\sigma}{\int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma d\sigma} \right| \leq \frac{\int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma d\sigma}{\int_{\mathbb{R}} t_\sigma I_\sigma V_\sigma d\sigma} = 1 \quad (2.52)$$

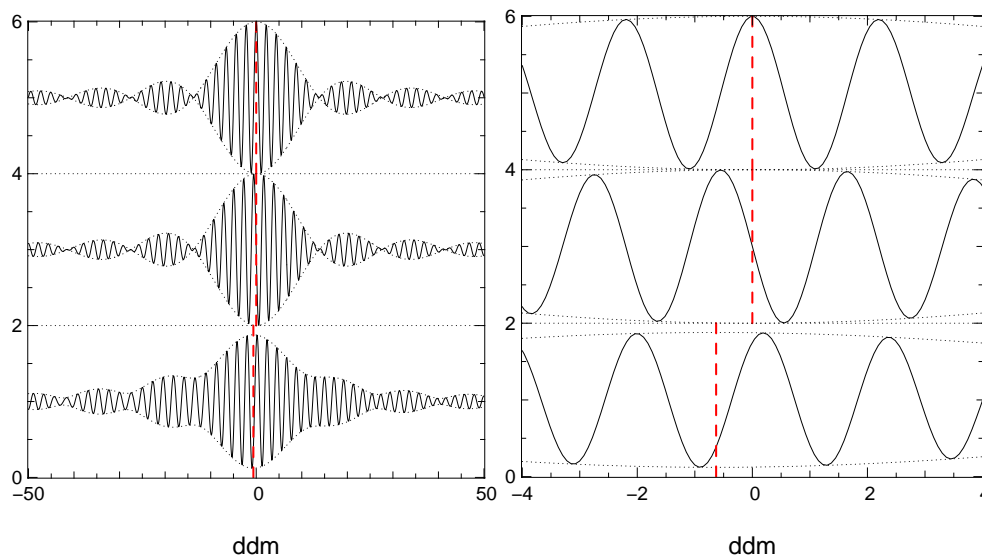
L'amplitude de l'enveloppe de cohérence vaut donc au maximum 1, ce qui correspond au cas non dispersif à la différence de marche nulle, c'est-à-dire là où tous les phaseurs de l'intégrale sont en phase. Dans le cas dispersif (fig. 2.16) par contre, il apparaît assez clairement que  $x_0$  n'est plus l'endroit du maximum de l'enveloppe, et qu'en outre ce maximum est inférieur à 1 (sommation partiellement cohérente des phaseurs quelle que soit la différence de marche considérée).

Nous venons de voir les effets de la dispersion sur le contraste des franges, voyons à présent son influence sur la position de l'enveloppe et des franges.

### 2.4.3 Influence sur la position des franges

La dispersion chromatique a une grande importance dans le cadre du suivi de franges dans la mesure où elle implique une différenciation de la position de l'enveloppe de cohérence et des franges. Comme nous le verrons plus en détail par la suite, le suivi de franges nécessite de mesurer 2 positions différentes. Nous allons nous concentrer dans cette partie sur l'impact de la dispersion sur la position relative des franges et de l'enveloppe, et nous consacrerons au suivi de franges à proprement parler dans le chapitre suivant.

Considérons un premier cas où la différence de marche est achromatique  $x_\sigma = 0$  (pas de dispersion,  $n_\sigma = n_0$ ) : on montre alors que l'enveloppe et les franges se déplacent de concert de  $x_0$  (fig. 2.16, en haut). Si on considère maintenant une dispersion d'ordre 1 ( $n_\sigma = n_1/\sigma$ ), la phase entre les faisceaux est alors achromatique ( $\phi_\sigma = \phi_0$ ) et on montre que l'enveloppe reste centrée autour de 0 tandis que les franges se déplacent d'une DDM  $\phi_0/2\pi\sigma_0$  au sein de l'enveloppe (fig. 2.16, au centre). Enfin les phénomènes d'ordre supérieur sont plus complexes et vont faire se déplacer les franges et l'enveloppe de manière indépendante (fig. 2.16, en bas).



**FIGURE 2.16** – Représentation de 3 interférogrammes, sans dispersion, avec dispersion du premier ordre et dispersion d'ordre supérieur (de haut en bas respectivement). La position du maximum de l'enveloppe est signalée par les pointillés rouge dans chaque cas. La comparaison des deux premiers illustre bien le fait qu'une dispersion du premier ordre déplace les franges au sein de l'enveloppe, mais pas l'enveloppe. La troisième figure fait bien apparaître l'étalement de l'énergie sur un intervalle de différence de marche plus important, un maximum de l'enveloppe plus faible et le déplacement relatif de l'enveloppe et des franges.

La conclusion essentielle de ce paragraphe est qu'**en présence de dispersion, la position du maximum de l'enveloppe ne correspond plus avec celui de la frange centrale**. Comme il était annoncé au début de cette partie, le suivi de franges nécessite de disposer de 2 estimateurs de position des franges pour assurer une bonne correction de la turbulence atmosphérique.

Comme nous venons de le voir, les phénomènes de dispersion chromatique ont un effet non négligeable sur la formation et l'observation d'interférogrammes polychromatiques, entraînant une perte de visibilité des franges ainsi qu'un déplacement relatif de l'enveloppe et des franges. La figure 2.16 illustre bien ce constat. Nous allons maintenant caractériser les effets de la dispersion de manière plus précise afin de déduire l'importance de ce phénomène dans la pratique.

#### 2.4.4 Implications pratiques...

##### ... sur le contraste des franges

La dispersion a de fortes implications sur les mesures dans la pratique. Dès lors que la propagation des faisceaux s'effectue dans un milieu dispersif d'ordre supérieur ou égal à 2, l'énergie des interférogrammes monochromatiques va être dispersée sur une plus importante différence de marche et le contraste maximum des franges va en être atténué. Dans le cas de lignes à retard à l'air libre, cette atténuation sera d'autant plus importante que les bases seront longues et la source éloignée du zénith. Afin de limiter ce phénomène, particulièrement handicapant en terme de sensibilité interférométrique, il apparaît nécessaire de compenser la dispersion à l'aide d'éléments optiques dispersifs ([Ten Brummelaar, 1995](#)). [Tango \(1990\)](#) montra que dans le visible et dans de l'air humide, utiliser un simple compensateur à deux verres (BK7+F7) permet de passer d'une perte de contraste de 80% pour un excès de chemin optique de seulement 1 mètre, à une perte limitée à 40% après plus de 30 mètres. Au delà il se révèle nécessaire de limiter la bande passante du signal en le répartissant sur plusieurs canaux spectraux. [Lawson \(1996\)](#) montra que

sans compensation de la dispersion et pour un excès de chemin optique dans l'air de 30 mètres, la largeur de chaque canal ne doit pas excéder 60 nm dans l'IR proche ( $\lambda \sim 900 \text{ nm}$ ) si l'on désire perdre moins de 5% de contraste dans chaque canal spectral.

Dans la partie 2.3.2 nous expliquions que les guides d'onde monomodes étaient utilisés en interférométrie optique pour leurs propriétés de filtrage spatial. Le problème de ces guides est qu'ils peuvent se révéler extrêmement dispersifs (Shaklan et Roddier, 1987). Par conséquent une mauvaise égalisation des longueurs de fibres entre les voies d'un interféromètre, ou des inhomogénéités de fabrication (menant à des fibres d'indices légèrement différents) peuvent engendrer de très fortes déformations de l'enveloppe de cohérence (Coudé du Foresto *et al.*, 1995).

### ... sur la position des franges

Les principaux responsables de la dispersion différentielle entre les bras d'un interféromètre sont l'air sec et la vapeur d'eau. L'indice optique dans ces milieux a été estimé analytiquement par plusieurs auteurs, dont Owens (1967) synthétisa les travaux. Cependant ses résultats ne sont valides dans le domaine infra-rouge que pour l'air sec et Mathar (2004) évalua l'indice optique de la vapeur d'eau en analysant plus de 30000 raies d'absorption dans ce domaine de longueur d'onde. Il en ressort que dans l'IR, l'air sec est extrêmement peu dispersif, au contraire de la vapeur d'eau, du fait de nombreuses raies d'absorption. Les grands observatoires sont cependant localisés dans des régions relativement sèches, et par exemple au VLT, la vapeur d'eau compte pour environ 0.3% de la pression atmosphérique, si bien que pour des longueurs d'onde inférieures à  $2.4 \mu\text{m}$ , la dispersion est quasiment uniquement due à l'air sec. La très faible proportion d'eau dans de tels sites, fait qu'en bande K, la dispersion engendrée par l'air sec est 300 fois plus élevée que l'eau, et présente une composante du premier ordre déplaçant les franges au sein de l'enveloppe à raison de 1.5 radian (une demi frange) par mètre d'excès d'air (Meisner et Le Poole, 2003). Il s'agit néanmoins de considérations sur une atmosphère statique : les variations aléatoires de densité de colonne de vapeur d'eau jouent un rôle beaucoup plus important lors d'observations, déplaçant en permanence les franges au sein de l'enveloppe.

Le véritable soucis dans la pratique réside dans le fait que les interférogrammes observés ne sont pas statiques et ne cessent de bouger du fait des perturbations atmosphériques. Nous avons répertorié 3 degrés de dispersion dans les parties précédentes :

**Milieu non dispersif : différence de marche achromatique** – Le piston atmosphérique peut être considéré en première approximation comme achromatique (Roddier, 1981) (nous parlerons également d'ordre 0 de la dispersion par la suite). Nous avons vu que dans un tel cas, enveloppe et franges se déplaçaient ensemble, avec dans le cas du piston différentiel, une amplitude d'environ 20 à 30  $\mu\text{m}$  et un temps caractéristique de l'ordre de la dizaine de millisecondes dans l'IR. Toutes les vibrations instrumentales sont également de ce type.

**Milieu dispersif du premier ordre : phase achromatique** – Nous avons vu que dans un tel cas les franges se déplacent au sein de l'enveloppe, cette dernière ne bougeant pas. Dans la pratique les variations aléatoires de densité de colonnes de vapeur d'eau engendrent une dispersion de ce type (Meisner *et al.*, 2004). Dans le cas du VLTI, les variations relatives de densité de colonnes d'air et de vapeur d'eau sont de 1.5 moles/m<sup>2</sup> sur une période de temps de 100 secondes (Meisner et Le Poole, 2003), ce qui mène à des variations de phase au sein de l'enveloppe de  $1.70 \mu\text{m}$  à  $\lambda_0 = 2.20 \mu\text{m}$  (Absil, 2003). Dans le cas du Keck Interferometer, Colavita *et al.* (2004) estiment que ces variations s'élèvent à  $0.7 \mu\text{m}$  à  $\lambda = 2.20 \mu\text{m}$ . En supposant en première approximation que ces variations de densité suivent une statistique

gaussienne, les variations de densité de colonne d'eau vont engendrer un déplacement des franges au sein de l'enveloppe avec une amplitude crête-à-crête entre 5 et 10  $\mu m$  environ, soit 2 à 5 franges. Le temps de cohérence de la vapeur d'eau étant plus grand que celui de l'air sec d'un facteur  $\sim 100$  (Colavita, 2010), il se situe aux alentours de la seconde. Pour des interférogrammes de résolution spectrale autour de 5 (par exemple obtenus en bande H ou K sans dispersion spectrale additionnelle), la frange centrale ne doit donc a priori quitter le lobe principal de l'enveloppe de cohérence que très rarement, quelques fois par minute au maximum. En augmentant la résolution spectrale, ce phénomène doit devenir quasiment négligeable.

**Milieu dispersif d'ordre supérieur** – Les effets dispersifs d'ordre supérieur ou égal à 2 associés aux perturbations atmosphériques engendrent un déplacement différentiel de l'enveloppe et des franges, ainsi qu'une déformation de l'enveloppe.

Ne serait-ce que du fait des deux premiers effets cités, il est clair que la connaissance en temps réel de la position des franges va nécessiter à la fois d'estimer la position des franges (mesure de *phase*) et la position de l'enveloppe (mesure de *retard de groupe*). Etant donné les constantes de temps et l'amplitude des 2 premiers phénomènes, nous pouvons considérer que les franges et l'enveloppe se déplacent principalement sous l'effet du piston différentiel, les variations de densité de colonne d'eau ajoutant par la suite une dérive plus faible et lente des franges au sein de l'enveloppe.

Ces considérations sur la position relative des franges et de l'enveloppe nous mènent à présent au cœur de la problématique du suivi de franges.



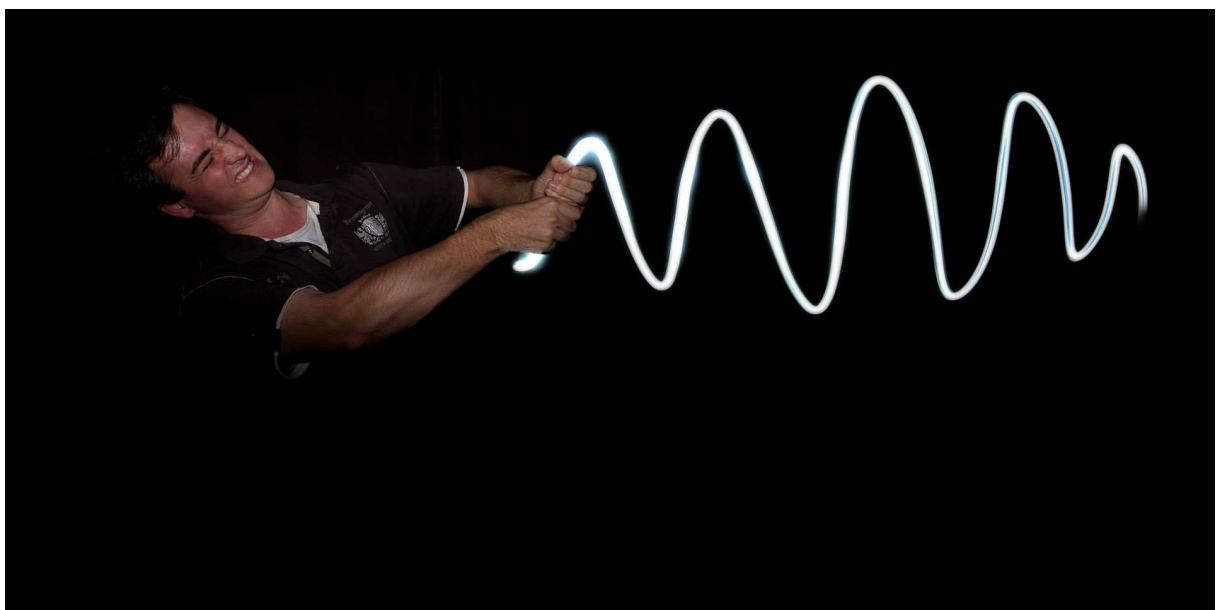
## Partie II

# Cophaser la nouvelle génération d'interféromètres



## Chapitre 3

# Cophasage multi-télescope Le suivi de frange





**Sommaire**

---

3.1	La problématique du suivi de franges	65
3.2	Les positions des franges	66
3.3	Définition des régimes de fonctionnement	68
3.4	Mesurer la phase	72
3.5	Mesurer le retard de groupe	73
3.6	Les réseaux à 3 télescopes et plus	77

---

### 3.1 La problématique du suivi de franges

Le suivi de franges (ou cophasage multi-télescope), tel que décrit précédemment, consiste “simplement” à mesurer et corriger en temps réel les variations de différence de marche entre les faisceaux d’un interféromètre, avec une précision de l’ordre d’une fraction de longueur d’onde (inférieure à  $\lambda/10$  idéalement). Le but est de stabiliser les franges d’interférence sur le détecteur, permettant ainsi des temps d’intégration de plusieurs secondes, multipliant par un facteur 100 à 1000 la sensibilité des instruments au sol.

Cependant, si le problème du suivi de franges semble simple à poser en ces termes, il ne l’est pas à résoudre dans la pratique. En effet la condition de *mesurer et corriger en temps réel* la position des franges pose tout le problème : une mesure de la position des franges se doit d’être à la fois rapide et précise. Or, alors que le besoin en précision requiert plutôt de longs temps d’intégrations, une correction en temps réel nécessite au contraire des temps d’intégration aussi courts que possible<sup>1</sup>. Un mouvement résiduel  $\sigma$  des franges (dû à la combinaison d’une erreur de mesure et d’un retard entre les moments de la mesure et de la correction) de l’ordre d’un dixième de longueur d’onde (ou dit autrement d’un dixième de frange, soit environ  $200\text{ nm}$  dans l’infra-rouge) implique une perte de contraste des franges d’un facteur  $1 - \exp(-0.5\sigma^2)$ , soit environ 20% (!). Ceci se traduit par une diminution d’autant du rapport signal-à-bruit (RSB) du signal interférométrique, sans compter que les mesures peuvent dès lors être fortement biaisées. Atteindre une grande précision nécessite d’avoir suffisamment de signal, c’est-à-dire de photons cohérents dans notre cas. Ceci pose problème dans le cas d’une source faible, la collecte de suffisamment de photons nécessitant des temps d’intégration plus élevés, ce qui peut alors poser problème vis-à-vis de la correction *en temps réel*. Pour que la mesure de position des franges ait un sens, le temps d’intégration se doit d’être plus court que le temps caractéristique de variations de la perturbation, soit  $\tau_0$ . Le temps de cohérence étant de l’ordre de 10 ms (voire beaucoup moins), le nombre de photons collecté (et donc le RSB) est par nature limité, tout comme la magnitude limite d’un suiveur de frange. La problématique du suivi de franges (et de tout instrument cherchant à corriger la turbulence en fait) est donc d’arriver aux bons compromis assurant une correction précise avec un minimum de signal/information.

Un autre point d’importance pour un tel système est la *robustesse* face aux perturbations. Ces dernières connaissent des épisodes de variation extrêmement importantes, dépassant les capacités de l’instrument à les percevoir. L’instrument peut alors être d’une certaine manière *perdu* et ne plus savoir quoi ou où corriger. Un suiveur de franges ne peut donc pas se contenter d’être précis, il se doit d’être également robuste face à de tels événements afin de ne pas passer 90% de son temps à ne pas savoir quoi faire (ou pire à faire quelque chose, mais mal).

Le but de la deuxième partie de cette thèse est d’étudier les suiveurs de franges pour les futurs instruments à synthèse d’ouverture. Nous allons poser les bases nécessaires à la compréhension plus approfondie du suivi de franges dans le présent chapitre. Nous nous attacherons dans les 2 suivants à optimiser les performances des suiveurs de franges (plus exactement du senseur de franges) sur des considérations de précision et robustesse.

---

1. Nous verrons dans le chapitre 5 que le temps de lecture du détecteur et la vitesse à laquelle fonctionne la boucle de rétro-action jouent également un rôle important dans ce problème de rapidité.

## 3.2 Les positions des franges

Nous avons vu dans le chapitre précédent que, du fait de phénomènes dispersifs, les franges et l'enveloppe de cohérence ne se déplaçaient pas de concert sur le capteur. Pour corriger ces 2 déplacements, il est donc nécessaire de disposer de 2 estimateurs de la position des franges :

- **La phase**  $x_P$  liée à la position des franges d'interférence à proprement parler ;
- **Le retard de groupe**  $x_G$  lié à la position de l'enveloppe.

Il s'agit de grandeurs classiques qu'on retrouve dans de nombreux domaines et définies comme (Meisner, 2001) :

$$x_P = \frac{1}{2\pi} \frac{\phi}{\sigma} \quad (3.1)$$

$$x_G = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} = x_P + \sigma \frac{\partial x_P}{\partial \sigma} \quad (3.2)$$

### Retard de groupe

Cela pose problème quant à la signification du retard de groupe tel que nous venons de le définir : ce terme est sensé donner la position de l'enveloppe de cohérence, ce que nous permet d'extraire la relation ci-dessus dans deux cas uniquement : si la DDM est achromatique ou si elle est proportionnelle au nombre d'onde  $\sigma$ . On se retrouve en fait avec une définition d'une utilité limitée pour déterminer la position de l'enveloppe, mais qui est cependant utilisée sur certains instruments en supposant que la DDM est une fonction affine de  $\sigma$ .

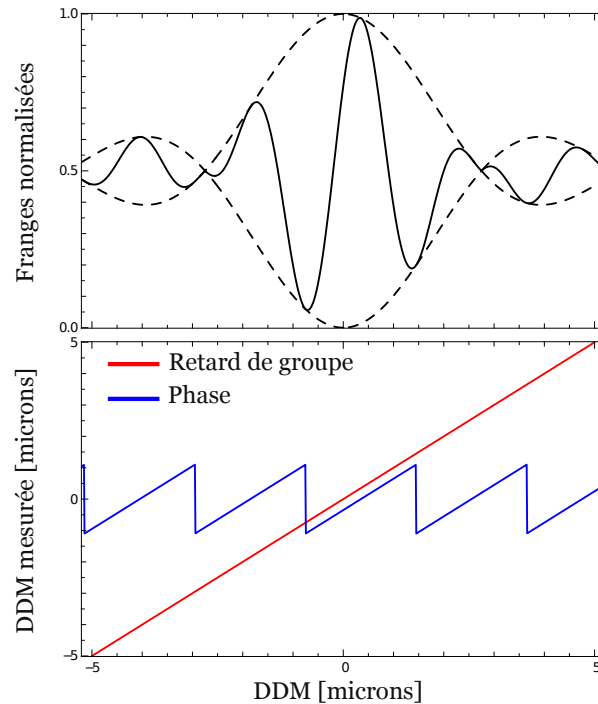
Afin d'avoir une définition univoque de cette grandeur, **le retard de groupe sera défini comme la position du maximum de l'enveloppe de cohérence**. Il s'agit en effet de la position autour de laquelle on va chercher à faire les mesures puisqu'il s'agit du point de plus grand RSB. En se référant à la définition 2.43 d'un interférogramme polychromatique, il découle que cette position est obtenue en maximisant  $|\gamma|$  :

$$|\gamma(x_G)| = \max(|\gamma|) \quad (3.3)$$

### Phase

Le problème est moindre dans le cas de la phase. De manière générale, les franges polychromatiques sont équivalentes à des franges monochromatiques à la longueur d'onde effective de la bande spectrale. Ce n'est que dans des cas extrêmement dispersifs et lorsque la DDM devient importante (supérieure à une dizaine de franges) que l'on commence à voir apparaître une possible distorsion des franges (la représentation par une fonction sinusoïdale n'est alors plus valide) empêchant un estimateur de phase de mesurer la position des franges. Dans la pratique on n'utilise jamais de mesures faites à une grande distance du centre de l'enveloppe afin d'avoir le maximum de RSB. C'est pourquoi nous ignorerons par la suite ce problème et considérerons la définition précédente comme toujours valide. La phase *polychromatique* peut alors être définie par rapport à la longueur d'onde effective  $\lambda_0$  de la bande spectrale considérée. De manière analogue au retard de groupe, déterminer la phase revient à maximiser la quantité  $\text{Re}(\gamma)$  :

$$\text{Re}(\gamma(x_P)) = \max(\text{Re}(\gamma)) \quad (3.4)$$



**FIGURE 3.1** – Représentation du retard de groupe (rouge) et de la phase (bleu), en fonction de la position sur l'interférogramme (noir). L'enveloppe est représentée en pointillés noirs. On note bien l'ambiguïté de la mesure de phase au contraire du retard de groupe. L'interférogramme est obtenu en présence d'effets dispersifs, montrant bien que la phase et le retard de groupe ne mesurent pas la même position et n'ont pas la même utilité.

Du fait de l'équivalent monochromatique de la phase polychromatique, les franges sont toutes identiques et les estimateurs de phase délivrent un résultat sujet à une ambiguïté de  $2\pi$  (Fig. 3.1). Ils permettent donc uniquement de connaître la position précise sur une frange, mais ne permettent pas de savoir sur quelle frange est effectuée la mesure.

### La frange centrale

Du fait de cette ambiguïté de la phase, parler de la position relative *des franges* vis-à-vis du paquet n'a pas grand sens, et nous allons nous référer dans la suite à une frange particulière : la *frange centrale* sera la frange la plus proche du maximum du paquet de franges et sur laquelle on mesurera la phase.

Ce qu'il ressort de cette partie est que les mesures de phase et de retard de groupe sont des grandeurs complémentaires pour déterminer la position de la frange centrale, et dont nous pourrions résumer le rôle de la manière suivante :

**Retard de groupe** : estimation non ambiguë de la position du paquet de franges. Cet estimateur permet de savoir sur quelle frange ou à quelle distance du maximum de l'enveloppe on se situe au moment de la mesure.

**Retard de phase** : estimation à haute précision de la phase, mais avec une ambiguïté de  $2\pi$ . On ne sait pas sur quelle frange on se trouve, mais on sait avec exactitude où l'on se

trouve sur celle-ci lors de la mesure.

Nous verrons dans le chapitre 5 que la mesure de phase est de l'ordre de 20 à 40 fois plus précise que la mesure de retard de groupe. Cassaing (1997) explique ce fait dans sa thèse via une analogie mécanique assez élégante. Il y décrit le point de fonctionnement du suiveur de franges comme étant une bille tombant dans un puits de potentiel dont le minimum est situé à la position des franges ou de l'enveloppe. Dans le cas de la phase (position des franges) on a une succession de petits puits très étroits assurant une stabilisation très précise de la bille. Mais suite à une forte perturbation, la bille peut passer dans un puits voisin, expliquant l'ambiguïté de mesure. Dans le cas de l'enveloppe, le puits possède un unique minimum et il n'existe donc qu'une seule position stable. Par contre, le puits étant beaucoup plus large (la pente plus douce), la stabilisation est moins précise.

Puisque le retard de groupe permet de lever l'ambiguïté de la mesure de phase, ces 2 quantités sont complémentaires et il est *a priori* nécessaire de mesurer ces deux quantités afin de faire du suivi de franges. Cette complémentarité associée à la différence importante en terme de précision a une forte implication sur la manière dont un suiveur de franges va fonctionner en pratique.

### 3.3 Définition des régimes de fonctionnement

Comme déjà expliqué, le but d'un suiveur de franges est d'arriver à cophaser un réseau interférométrique avec une précision meilleure que  $\lambda/10$  voire  $\lambda/20$ . Il n'est cependant pas toujours possible d'atteindre de telles précisions, en particulier pour des raisons de RSB, c'est-à-dire de flux cohérent trop faible. Il est donc nécessaire d'ajuster la stratégie de cophasage du réseau en fonction des conditions d'observation.

Le but premier d'un suiveur de franges est d'assurer que la frange sur laquelle on mesure le signal interférométrique est proche du maximum de l'enveloppe c'est-à-dire dans la zone de plus fort RSB : on a donc dans un premier temps besoin de mesurer le retard de groupe. C'est ce qu'on appelle en général un mode de *cohérence*. Idéalement cette mesure doit se faire avec une précision meilleure que  $\lambda/6$  afin d'être sûr qu'on se situe sur la frange centrale<sup>2</sup>. Si l'instrument scientifique est un spectro-interféromètre (dispersant les franges sur quelques canaux spectraux), la longueur de cohérence sur chacun est fortement augmentée : cette contrainte peut alors être relaxée à  $\lambda/1$  dans la mesure où être à quelques franges du centre de l'enveloppe n'influe que faiblement sur le contraste et donc le RSB. La position du maximum de l'enveloppe trouvée, la mesure de phase permet dans un second temps de connaître la position sur la frange centrale à mieux que  $\lambda/10^3$  et ainsi de stabiliser les franges, permettant d'intégrer le signal scientifique et d'en augmenter le RSB, en particulier sur des sources faibles.

Il s'agit cependant là d'un cas de fonctionnement idéal. Dans la pratique la stabilisation des franges s'effectue en corrigeant la DDM à l'air libre, grâce à des lignes à retard équipées de miroirs. Etant donné l'ampleur des variations de piston à corriger (parfois plusieurs dizaines de microns) et que l'air est relativement peu dispersif, la correction apportée par des lignes à retards à l'air libre est (quasi) achromatique. De ce fait on effectue une stabilisation de l'ensemble {enveloppe+franges} mais on ne compense pas le déplacement relatif des deux, dû aux phéno-

2. Si on considère que le retard de groupe sert à déterminer sur quelle frange on se situe, cela signifie que l'erreur à  $3\text{-}\sigma$  sur son estimation doit être inférieure à  $\lambda/2$ .

3. Les franges doivent être stabilisées afin de minimiser la réduction du contraste des franges durant l'intégration. Une erreur de mesure de  $\lambda/10$  impliquant une réduction de 20% de ce contraste, nous considérerons qu'il s'agit de la limite supérieure pour un suivi de franges efficace.

mènes dispersifs d'ordre supérieur ou égal à 1. Dans un régime de cophasage (où l'on stabilise les franges), on asservit le système sur la mesure de phase. On peut alors se retrouver dans une situation où les franges s'éloignent fortement du centre de l'enveloppe (et où le RSB est faible) : à ce moment il peut être nécessaire d'arrêter l'intégration pour recentrer le paquet de franges (en estimant le retard de groupe) et recommencer une mesure dans des conditions plus propices.

Si on considère un interférogramme en bande K, sa longueur de cohérence vaut  $L_c \sim 14\mu m$ , soit un premier lobe d'enveloppe contenant 12 franges. Les termes dispersifs du premier ordre créent une dérive des franges au sein de l'enveloppe de cohérence avec une amplitude crête-à-crête de l'ordre de  $10\mu m$  en bande K (Absil, 2003) (soit environ 5 franges), ce qui amène les franges au maximum en un point où l'enveloppe a un contraste de 0.6. Il s'agit d'un pire cas dans la mesure où il est possible de disperser le flux interférométrique sur  $n$  canaux spectraux, augmentant d'autant la longueur de cohérence. Ainsi en utilisant 3 canaux spectraux le point de plus faible contraste atteint a alors une visibilité de 0.95.

Nous pouvons en outre noter qu'il s'agit de phénomènes atmosphériques aléatoires et des excursions de piston beaucoup plus importantes peuvent avoir lieu. Si on considère que le temps de cohérence de l'atmosphère en bande K est de l'ordre de 1 à 10 ms (cas du VLTI; Le Bouquin *et al.*, 2008), on peut s'attendre à plusieurs importantes excursions des franges (supérieures à  $20\mu m$ ) toutes les secondes.

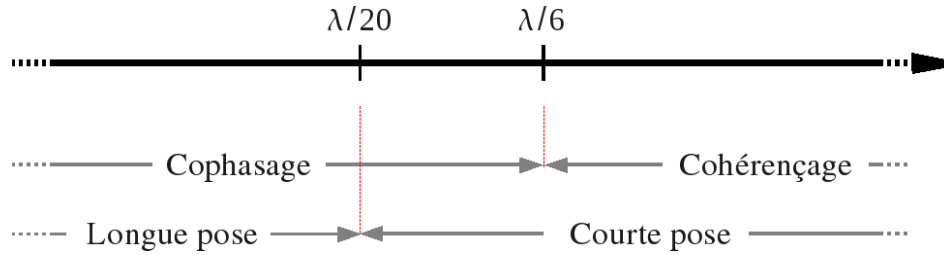
Bien que ces considérations se basent uniquement sur les deux premiers ordres de la dispersion, les ordres supérieurs vont ajouter des perturbations supplémentaires. Mais cela ne change rien en terme de suivi de franges, la connaissance de la phase et du retard de groupe permettant de déterminer où se trouve la frange centrale.

A la vue de ces considérations, une correction de DDM achromatique ne semble en fait pas suffisante, et il serait sans doute intéressant d'intégrer un compensateur dispersif du premier ordre (dispersion linéaire) afin de conserver les franges au centre de l'enveloppe à tout moment. Dans un régime à suffisamment fort RSB, la mesure simultanée et à haute précision des retards de groupe et de phase permettrait d'augmenter encore la magnitude limite des instruments scientifiques de quelques dizaines de pourcents. Une telle compensation permettrait également d'identifier rapidement des phénomènes de *sauts de franges* (c'est-à-dire de variations de DDM supérieures à une frange entre 2 mesures de phase, pouvant fortement réduire l'efficacité du suiveur de franges en brouillant fortement le signal intégré sur la voie scientifique – si le temps que prend le saut est suffisamment grand devant le temps d'intégration, ou si ces sauts sont fréquents) et d'adapter en conséquence le comportement de l'instrument scientifique.

Malheureusement la mesure de retard de groupe se révèle de *20 à 40 fois moins* précise qu'une mesure de phase (voir Lawson *et al.* (2000) et le chapitre 5), et une telle compensation relative en temps réel est sans doute difficilement envisageable autrement que par un suivi hors-axe sur une source extrêmement brillante.

Afin que la mesure du retard de groupe ait un sens vis-à-vis de la phase, il est nécessaire d'élever leur RSB à des niveaux équivalents. En effet, corriger la position de l'enveloppe avec un retard de groupe estimé avec une précision de l'ordre d'une frange ferait perdre tout intérêt à une mesure de phase précise à mieux que  $\lambda/10$ . Dans la pratique, le retard de groupe est estimé à une fréquence 10 à 1000 fois plus faible que la mesure de phase (cas de l'instrument PRIMA par exemple; Sahlmann *et al.* 2009) et on en extrait une position *moyenne* du paquet durant ce temps d'intégration. La mesure du retard de groupe est alors envoyée en consigne aux lignes à retard afin de recentrer l'enveloppe. Entre ces deux mesures, les franges peuvent se déplacer au sein de l'enveloppe et sont suivies à haute fréquence via la mesure de phase, en supposant que les phénomènes tels que les sauts de franges sont suffisamment rares pour être négligés.

Une telle différence dans les fréquences d'acquisition de ces 2 mesures est parfaitement viable dans la pratique. Rappelons que le déplacement relatif des franges et de l'enveloppe est dû à la



**FIGURE 3.2** – Régime de fonctionnement d’un suiveur de franges et type d’intégration sur l’IS suivant la valeur du résidu sur la mesure de DDM.

vapeur d’eau atmosphérique dont le temps de cohérence est environ 100 fois plus grand que celui de l’air sec. Le mouvement relatif des franges et de l’enveloppe (estimé par le retard de groupe) est donc relativement lent comparé à celui des franges, justifiant la fréquence d’acquisition relativement lent pour le retard de groupe.

En fonction de la précision des mesures de phase et de retard de groupe, il va falloir adopter une stratégie de stabilisation différente. On distingue en général 3 régimes de fonctionnement pour l’ensemble suiveur de franges/instrument scientifique (Fig. 3.2).

- **Cophasage longue pose** – Il s’agit du régime de fonctionnement idéal permettant les longs temps d’intégration sur la voie scientifique (le suiveur de franges travaillant toujours avec un fréquence d’acquisition élevée). Il correspond à un suivi quasi parfait des franges : l’erreur sur la mesure de phase est inférieure à  $\lambda/10$  : la perte de contraste due au déplacement résiduel des franges durant une longue pose reste inférieure à 20%, et atteint 5% pour une précision de  $\lambda/20$ .

Au sein de ce régime on peut distinguer deux qualités de suivi, selon que la dispersion d’ordre 1 est corrigée ou non. Si ce n’est pas le cas (on ne corrige que l’ordre 0 de la dispersion, c’est-à-dire le piston achromatique), les franges sont libres de se déplacer au sein de l’enveloppe. Etant donné que le suiveur de franges va figer le déplacement de cette frange, l’instrument scientifique (IS) verra en fait se déplacer l’enveloppe de cohérence et mesure des visibilités changeants avec une amplitude de l’ordre de 40 %, biaisant de facto celles-ci. Ces biais sont étalonnables durant les observations, mais reposent sur l’hypothèse que les conditions atmosphériques et le comportement du suiveur de franges évoluent lentement. Etant donné la précision de la mesure de phase, celle-ci ne devrait pas être biaisée sur l’instrument scientifique. Si en outre cette dérive au sein de l’enveloppe est trop importante, on peut se retrouver sur les bords du lobe central, lieu de faible RSB, rendant alors le suivi de la frange difficile, et pouvant de ce fait impliquer un arrêt de l’intégration sur l’instrument scientifique et un recentrage de l’interférogramme.

Si par contre les effets dispersifs d’ordre 1 sont compensés, on est capable de garder la frange suivie au centre de l’enveloppe, et tant que le RSB est suffisamment élevé, l’IS peut intégrer le signal à volonté, sans problèmes de biais pour la mesure de la visibilité. Mais comme précisé précédemment, un tel régime n’est sans doute envisageable qu’avec des sources extrêmement brillantes, du fait de la faible précision de la mesure de retard de groupe. A ma connaissance un tel régime de fonctionnement n’est pas implanté – ni même envisagé – du fait de la trop faible précision des mesures de retard de groupe.

- **Cophasage courte pose** – Dans ce régime, l’erreur sur la mesure de phase est importante

(supérieure à  $\lambda/6$ ). On asservit toujours le système sur la phase : les sauts de franges restent assez peu probables et un régime longue pose sur l'IS est envisageable. Mais la perte de contraste y sera supérieure à 40%. Il peut alors être bénéfique de limiter et optimiser les temps d'intégration sur l'IS pour augmenter au maximum le RSB de chaque mesure, et d'intégrer les mesures *a posteriori*.

Un instrument scientifique mesurant en général la phase du signal sur plusieurs canaux spectraux, il est capable de s'asservir jusqu'au niveau du cophasage courte pose. C'est le cas des instruments tels que AMBER au VLTI et ceux installés sur le site de CHARA avant l'arrivée des suiveurs de franges FINITO (Gai *et al.*, 2003; Le Bouquin *et al.*, 2008) et CHAMP (Berger *et al.*, 2006, 2008) sur les sites respectifs. Les mesures étant faites sur la source scientifique, il est clair qu'une telle stratégie est d'autant moins efficace que la source est faible.

- **Cohérence** – Dans ce régime la mesure de phase est trop imprécise : effectuer une correction de DDM serait contre productif car engendrerait de très nombreux sauts de franges et brouillerait totalement le signal scientifique. On se limite donc ici à de courtes poses sans compensation rapide de DDM via la phase. On utilise juste le retard de groupe, afin de s'assurer qu'on effectue bien les mesures dans la partie centrale de l'enveloppe de cohérence. Etant donné le faible RSB de ces mesures, la correction sur la position de l'enveloppe est cependant bien plus lente que le temps de cohérence de l'atmosphère. Les différentes mesures sont donc effectuées à des points de l'enveloppe (et donc pour des contrastes) très variés. On peut alors adopter 2 stratégies : 1) On utilise toutes les mesures faites, au risque d'extraire des données fortement biaisées (tout va dépendre de la symétrie de l'enveloppe de cohérence et de la valeur moyenne du piston différentiel – a priori nulle) ; 2) On utilise une approche type *lucky imaging*, où on rejette toutes les données avec des visibilités jugées trop basses (ce qui peut également biaiser la mesure.).

Le régime de fonctionnement du suiveur de franges dépend principalement de la luminosité de la source de référence. Pour réellement repousser les limites du suiveur de franges il faut passer par du *suiivi hors-axe* en mesurant la position des franges sur une source significativement plus brillante que la scientifique (on parle également de référence de phase), quitte à enregistrer des franges en aveugle sur la voie scientifique. C'est cette stratégie qui a été adoptée au VLTI par exemple, avec PRIMA (Sahlmann *et al.*, 2009) et l'instrument de seconde génération GRAVITY (Gillissen *et al.*, 2010). Il faut cependant trouver une source de référence suffisamment brillante à proximité.

### Changement de régime

Le fait de passer d'un mode cohérence à un mode cophasage n'améliore pas fondamentalement la sensibilité de la voie scientifique, les temps de pose restant les mêmes. Elle en améliore l'efficacité en permettant de fournir beaucoup plus de données utilisables pour un même temps d'observation. Une moyenne *a posteriori* de toutes ces données permet d'augmenter (*statistiquement*) la magnitude limite de l'instrument. En stabilisant les franges près du centre de l'enveloppe, le cophasage augmente également leur qualité (diminution des biais) comme il a été montré avec FINITO couplé à l'instrument AMBER sur le VLTI (Le Bouquin *et al.*, 2008). L'augmentation significative de la sensibilité et de la magnitude limite vient lorsqu'on passe du régime courte à longue pose où l'on va réduire l'impact négatif du bruit du détecteur, voir intégrer des franges en aveugle.



Idéalement, un suiveur de franges devrait s'adapter et changer de régime de fonctionnement en fonction des conditions atmosphériques et du RSB des mesures de phase. Ceci nécessiterait une forte interaction avec l'instrument scientifique, afin d'optimiser les temps de pose pour chaque condition. Cependant l'étalonnage des instruments dépend de leur régime de fonctionnement (e.g. la fonction de transfert de l'interféromètre dépend du temps de pose). Cette étape d'étalonnage est tout aussi importante et chronophage que l'obtention des données scientifiques, si bien qu'on ne change que rarement de régime au cours d'une observation.

### Considérations sur le détecteur

Les considérations précédentes sont valables dans le cadre des détecteurs actuels, limités en sensibilité par le bruit électronique qu'ils génèrent. Dans quelques années devrait arriver une nouvelle génération de capteurs IR à base de photo-diodes avalanche, promettant de très faibles niveaux de bruit (bruit de lecture inférieur à  $2 e^-/\text{pixel}$ ) (Finger *et al.*, 2009; Gach *et al.*, 2009). Les performances des instruments seront alors principalement limitées par le bruit de photon, c'est-à-dire par la quantité de photons provenant de la source et enregistrés sur le détecteur. On aura alors intérêt à limiter les temps d'intégration afin d'échantillonner le signal (et les perturbations) le plus finement possible. On pourra alors *choisir* le temps d'intégration optimal, et en additionnant les données (et éventuellement en corrigeant les perturbations) *a posteriori*, on retrouvera un signal longue pose sans ajout de bruits supplémentaires.

Maintenant que nous savons quel est le but d'un suiveur de franges, et quelle stratégie est adoptée pour le faire fonctionner, voyons comment il arrive à extraire l'information qui lui est utile, à savoir la phase et le retard de groupe.

## 3.4 Mesurer la phase

La phase étant définie modulo  $2\pi$ , la mesurer requiert d'échantillonner le signal sur une DDM inférieure ou égale à la longueur d'onde du signal. Pour cela il est nécessaire de faire un minimum de 3 mesures (chacune déphasée de  $120^\circ$  par rapport à la suivante par exemple), mais 4 ou plus est tout à fait envisageable (Schmit *et al.*, 1992). Pour des raisons conceptuelles la plupart des instruments actuels mesurent en fait la phase en échantillonnant 4 points déphasés de  $90^\circ$  : on parle de **codage ABCD** (Shao *et al.*, 1988), et la phase est alors estimée comme :

$$\hat{\phi} = \text{atan} \frac{A - C}{B - D} \quad (3.5)$$

Cet échantillonnage se fait de 2 manières différentes suivant que les différentes mesures sont simultanées ou non :

**a : Temporelle** (Fig. 3.3, en haut) – La modulation temporelle est utilisée dans le cas de recombinaisons coaxiales<sup>4</sup>. On dispose alors d'une unique sortie interférométrique<sup>5</sup> et on fait varier la DDM avant recombinaison des faisceaux, grâce à des lignes à retard. La modulation n'est pas séquentielle mais continue, c'est-à-dire que pendant que le signal sur le point A est intégré, la DDM varie typiquement de  $\lambda/4$ . Ceci a pour conséquence de légèrement biaiser la mesure et de réduire le contraste effectif des franges, et donc le RSB final. On peut montrer

4. Il est tout à fait possible de moduler temporellement avec une recombinaison multi-axiale, mais l'intérêt est pour le moins limité.

5. Dans la pratique on dispose toujours à minima de 2 sorties pour des raisons de conservation de l'énergie.

que dans le pire cas le contraste est multiplié par un facteur  $\sqrt{8}/\pi \sim 0.9$  (Shao et Staelin, 1977), ce qui correspond à une perte de RSB de l'ordre de 10%.

Comme nous le verrons dans la partie 5.3, le principal inconvénient d'une telle méthode est qu'entre les différentes mesures, d'importantes variations de piston ou de photométrie peuvent avoir lieu. La turbulence atmosphérique ou les vibrations des télescopes peuvent fortement limiter la précision des mesure de phase avec une telle implantation, rendant impossible le cophasage du réseau dans certains cas. Afin de réduire ces perturbations, il est alors nécessaire de limiter les temps d'intégration, et donc la sensibilité de l'instrument.

De part sa simplicité de mise en place, il s'agit de la méthode la plus courante à l'heure actuelle. Elle a été utilisée sur des instruments tels que le Mark III, PTI, IOTA, COAST, NPOI, SUSI, et plus récemment à CHARA sur CHAMP, au Keck Interferometer et au VLTI avec FINITO.

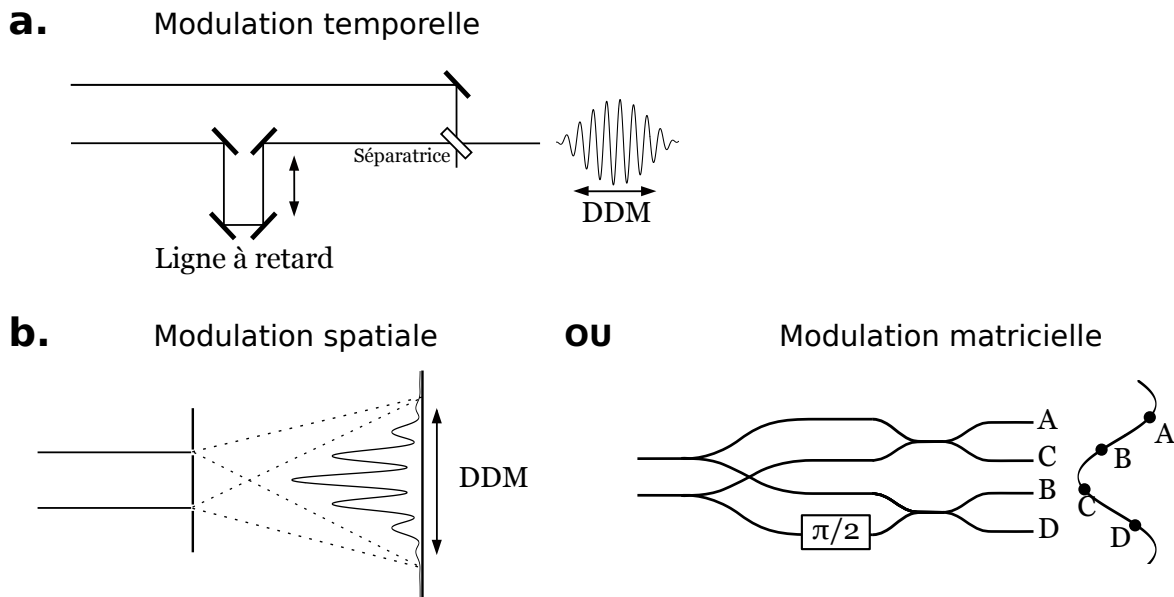
**b : Statique** (Fig. 3.3, en bas) – Dans ce cas, on dispose d'autant de pixels qu'il y a de points à échantillonner sur la frange. A chacun de ces pixels, est associée une DDM différente définie par le concept du recombineur. On parle de modulation *spatiale* dans le cas d'un recombineur multiaxial ou *matricielle* dans le cas d'un recombineur de type co-axial. La caractéristique fondamentale de tels systèmes est que les différents états de phase sont mesurés *simultanément* et que les différentes sorties sont liées aux mêmes entrées : elles subissent les même perturbations (variations de photométrie, piston, etc.) et sont donc dégradées de la même manière. Du point de vue de la phase, la mesure n'est pas biaisée et est *a priori* de meilleure qualité que dans le cas d'une modulation temporel.

La recombinaison multiaxiale a été implantée sur les instruments AMBER du VLTI et MIRC de CHARA. Du fait d'une certaine complexité de mise en œuvre, les systèmes matriciels n'ont vu le jour qu'assez récemment sur PRIMA avec un choix de système en optique de volume. Des recombineurs en optique intégrée sont également à l'étude depuis plusieurs années à l'IPAG (Berger *et al.*, 2003; LeBouquin *et al.*, 2004) : il est prévu d'implanter de tels composants pourvus de fonctions de type ABCD (voir Fig. 3.3) sur PIONIER ainsi que sur les instruments de seconde génération du VLTI, GRAVITY (Gillessen *et al.*, 2010) et VSI (Malbet *et al.*, 2008, 2009).

Nous parlerons indistinctement de modulation spatiale ou matricielle par la suite, leur caractéristique commune étant la simultanéité des mesures, au contraire de la modulation temporelle.

### 3.5 Mesurer le retard de groupe

L'estimation du retard de groupe est un problème majeur du suivi de franges puisqu'il s'agit de la grandeur qui permet de déterminer où se trouve le point de plus fort RSB, sachant que ce dernier diminue très vite lorsqu'on s'éloigne du maximum. Du fait de la sensibilité plus faible des estimateurs, les temps d'évaluation de cette grandeur sont de l'ordre de 10 ms à 1 s : les effets atmosphériques risquent donc de fortement perturber les mesures. On dispose grossièrement d'une estimation de la position *moyenne* des franges durant ce temps, ce qui permet au minimum de savoir si l'on est ou non encore sur le lobe central de l'enveloppe.



**FIGURE 3.3** – Représentation schématique des différents types d'échantillonnages des franges. *a)* Dans le cas temporel, les franges sont parcourues en faisant varier la DDM avec une ligne à retard. *b)* Dans le cas statique on peut considérer 1) *A gauche* : une modulation spatiale des franges, la DDM varie suivant le point considéré sur le plan focal. 2) *A droite* : une modulation “matricielle” des franges. On a représenté ici le cas d'un circuit de recombinaison ABCD obtenu à partir de composants en optique intégrée (voir [Benisty et al. \(2009\)](#)) ainsi que la thèse de P. [Labeye \(2008\)](#) pour plus de détails sur cette technologie). Une implantation en optique de volume a été adoptée pour l'instrument PRIMA, menant à un schéma optique différent, non représenté ici.

## Signaux bruts

Contrairement à la phase, il s'agit d'une grandeur d'origine purement polychromatique : l'évaluer nécessite d'avoir accès à l'information spectrale du signal interférométrique. Etant donnée la relation de Fourier entre l'interférogramme et le spectre cohérent qui lui est lié (voir relation 2.43), travailler dans le domaine temporel (technique Double-Fourier ; [Mariotti et Ridgway 1988](#)) ou spectral permet d'avoir accès à la même information sur le retard de groupe (voir Fig. 3.4) :

**A : Modulation temporelle** – La manière la plus naturelle consiste à échantillonner un interférogramme à large bande spectrale en modulant temporellement la DDM sur un intervalle de largeur comprise entre 1 et 5 fois la longueur de cohérence autour du lobe central. Tout comme pour la phase, un tel estimateur va délivrer un résultat fortement influencé par les variations de photométries et de chemin optique entre chaque mesure, et étant donné le temps que prend une modulation complète, il est peu probable que l'effet de ces perturbations soit négligeable. Limiter l'amplitude de modulation à une longueur de cohérence par exemple (cas de FINITO au VLTI ; [Le Bouquin et al. 2008](#)) permet a priori de limiter ce problème, pour peu que les sauts de phase soient rares.

Il est en outre clair qu'il est difficilement possible de retrouver le maximum de l'enveloppe de cohérence si le point de départ de la modulation de DDM se situe à une distance supérieure à l'amplitude du balayage. Il est donc nécessaire de trouver le juste compromis en terme d'amplitude de modulation et de temps d'intégration afin de limiter tous les problèmes d'origine atmosphérique.

Afin de limiter encore plus l'influence des effets perturbateurs, il est possible de rendre la

méthode encore plus rapide en limitant non seulement l’amplitude de la modulation, mais également le nombre de points de mesure sur l’enveloppe. La méthode du Split-Scan (utilisée sur CHAMP à CHARA ; [Berger et al. 2008](#)) se contente ainsi de mesurer le contraste d’une frange de part et d’autre du maximum de l’enveloppe (en omettant d’échantillonner certaines franges entre chaque point), et d’en déduire la position du maximum.

**B : Franges dispersées** – La seconde méthode consiste à échantillonner spectralement l’interférogramme, en le dispersant sur plusieurs canaux spectraux. Le signal est également échantillonné temporellement (avec un codage ABCD typiquement), d’une part parce qu’il est nécessaire de mesurer la phase en même temps que le retard de groupe, et d’autre part car cela permet de remonter directement au flux cohérent complexe  $\mathcal{V}_{ij}^\sigma$  (relation 2.22) intégré sur chaque canal. Bien que le flux lumineux est dilué sur plus de pixels dans ce cas (plus de bruit de détecteur), nous verrons que cette méthode est plus sensible et plus précise que la méthode temporelle.

La figure 3.4 résume le principe de l’estimation du retard de groupe pour ces deux méthodes.

L’un des avantages de l’échantillonnage spectral sur le temporel est de véritablement pouvoir mesurer en temps réel la position relative de la frange centrale et de l’enveloppe. Il est ainsi possible de distinguer de brusques sauts de franges entre deux mesures, sauts qui passeraient inaperçus avec un estimateur de retard de groupe de type temporel (ou qui seraient tout du moins difficilement identifiables ou quantifiables). Ceci permet alors de décider d’arrêter l’intégration sur l’instrument scientifique, les sauts de franges étant intégrés par ce dernier et brouillant par conséquent les interférogrammes et biaisant légèrement les mesures de visibilité. Etant donné que cette méthode permet de disposer d’une information multi-longueur d’onde, il est également possible de s’en servir pour estimer les variations de densité de la vapeur d’eau, et éventuellement de les corriger. Cette approche a par exemple été adoptée sur le Keck Interferometer pour arriver à cophaser l’instrument en bande N à partir de mesures de retard de groupe en bande K ([Colavita et al., 2010](#)).

## Analyse des signaux

L’analyse des signaux bruts obtenus par l’une des 2 méthodes précédentes est assez variée et dépend assez fortement de la méthode. Voici quelques unes des méthodes les plus utilisées, chacune pouvant atteindre un niveau de raffinement algorithmique plus ou moins poussé :

**I : Analyse directe de l’interférogramme** – Dans le cas d’une modulation temporelle, il est possible de déterminer directement où se trouve le maximum de l’enveloppe en *redressant* puis filtrant les franges, via une TF glissante par exemple (technique de filtrage/lissage de l’interférogramme ; [Wilson et al. 2005](#)). Une autre possibilité consiste à mesurer la corrélation entre l’interférogramme mesuré et un modèle d’interférogramme ([Thureau et al., 2003](#)). Le point du maximum de corrélation donne la position de l’enveloppe, mais peut-être biaisé suivant la qualité du modèle. Avec la méthode du Split-Scan, on mesure le contraste des franges de part et d’autre du centre de l’enveloppe en quelques points (typiquement 2 ou 3). La différence de contraste entre eux permet d’estimer le retard de groupe après y avoir ajusté un modèle d’enveloppe. Il s’agit de la méthode appliquée sur le suiveur de franges CHAMP de CHARA ([Berger et al., 2008](#)). Elle a l’avantage sur une modulation classique de limiter les effets perturbateurs, atmosphériques ou instrumentaux (vibrations entre autre), mais comme cette dernière elle repose sur un modèle d’interférogramme.

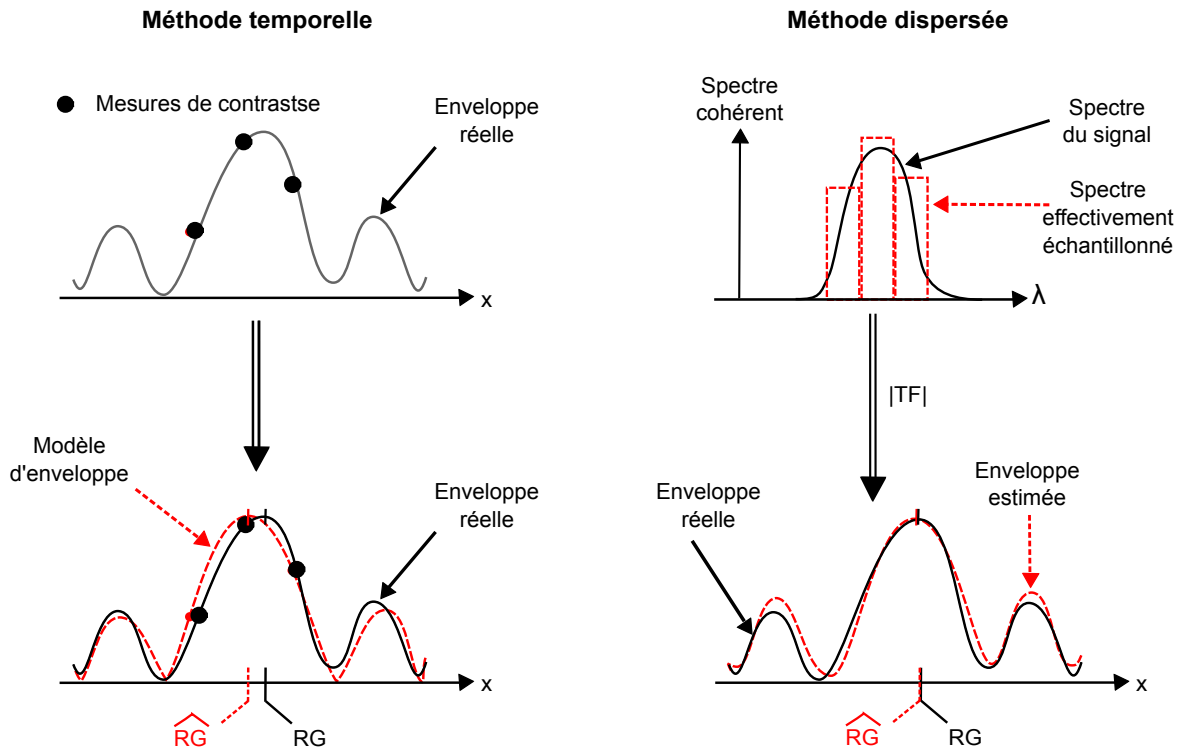


FIGURE 3.4 – Schéma résumant les étapes de calcul du retard de groupe entre l'acquisition du signal dans les cas temporels et dispersés.

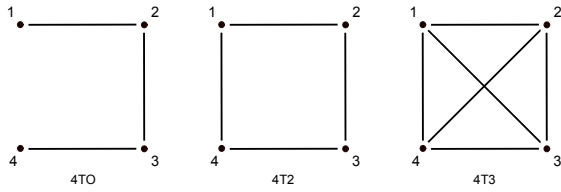
II : **Pente de la phase** – En supposant que les phénomènes dispersifs sont de faible importance, la phase varie linéairement avec le nombre d'onde. Il est alors possible de déterminer analytiquement une relation entre le retard de groupe et la phase chromatique. Cette technique a été appliquée dans le cadre d'une modulation temporelle sur l'interféromètre IOTA (Tubbs, 1998; Pedretti *et al.*, 2005), et avec des franges dispersées spectralement dans une ancienne version du logiciel de l'instrument AMBER (Tatulli *et al.*, 2007). Le principal défaut de cette méthode est l'hypothèse relativement forte sur laquelle elle repose, la phase de la source pouvant être fortement chromatique (source fortement chromatique). Dans la pratique l'estimateur a de fortes chances d'être biaisé, mais peut suffire à assurer la grossière localisation de l'enveloppe comme l'a montré l'expérience sur IOTA et AMBER<sup>6</sup>.

III : **Reconstruction de l'enveloppe de cohérence** – A partir des données acquises (temporellement ou spectralement) on peut reconstruire l'enveloppe de cohérence puis en chercher le maximum. On peut affiner l'estimation de sa position par dichotomie ou en ajustant cette enveloppe mesurée sur un modèle comme c'est le cas à PTI (Colavita *et al.*, 1999), au Keck (Colavita *et al.*, 2010) ou sur PRIMA (Sahlmann *et al.*, 2008).

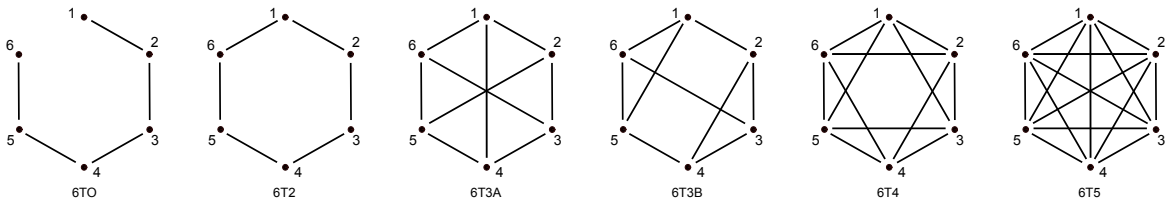
Il ne s'agit là que d'un échantillon des possibilités d'extraire le retard de groupe. Notons que Pedretti *et al.* (2004) comparèrent à IOTA les performances de 3 techniques différentes : 1) Pedretti *et al.* (2005) estime la pente de la phase analytiquement ; 2) Thureau *et al.* (2003) détermine la position de l'enveloppe en comparant les franges scannées à un modèle de franges polychromatiques ; 3) Wilson *et al.* (2004) propose une procédure assez sophistiquée consistant

6. La dernière version du logiciel de réduction de données d'AMBER (Chelli *et al.*, 2009) s'affranchit de cet effet par un traitement des données spécifique.

Schémas à 4 télescopes



Schémas à 6 télescopes



Schémas à 8 télescopes

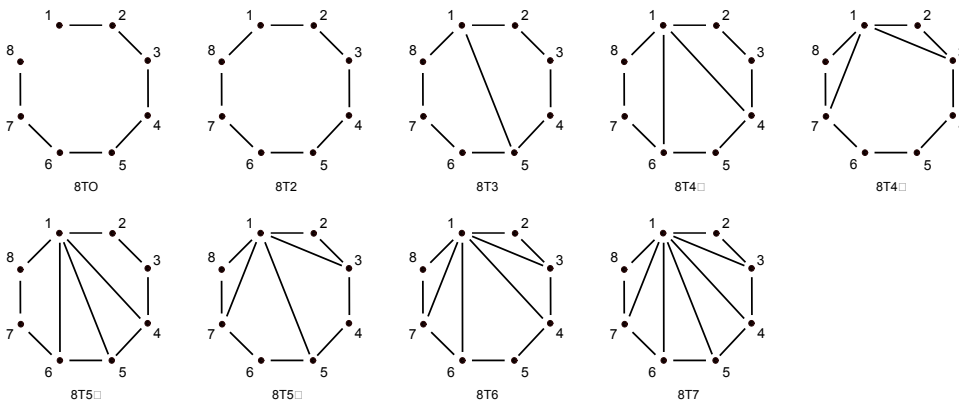


FIGURE 3.5 – Représentation schématique des différentes configurations de recombinaison envisagées dans cette thèse pour cophaser des réseaux à 4, 6 ou 8 télescopes, avec la nomenclature associée en dessous. Par soucis de clarté, on a représenté dans le cas 8T uniquement les bases issues d’une des pupille.

principalement à redresser puis lisser les franges avec une fenêtre d’une certaine longueur. Le résultat de cette comparaison fut que les 3 méthodes, aussi compliquées, soient-elles avaient des performances très similaires et ne peuvent apporter plus d’information que le signal de base n’en possède.

Ce que nous retiendrons pour la suite est que le plus important pour estimer la position des franges est de disposer du signal de franges le plus propre possible, c’est-à-dire influencé au minimum par les perturbations extérieures (atmosphère ou instrument).

### 3.6 Les réseaux à 3 télescopes et plus

Cophaser un réseau à 3 télescopes ou plus nécessite de mesurer phase et retard de groupe sur plusieurs bases simultanément. Avec  $N$  télescopes, le réseau subit  $N$  perturbations de piston

$\phi_i^p$ , mais chaque base  $\{ij\}$  est perturbée par un piston différentiel  $\phi_{ij}^p = \phi_i^p - \phi_j^p$ . Parmi tous les pistons différentiels, seuls  $N - 1$  sont linéairement indépendants : il est donc possible de cophaser le réseau avec autant de mesures de position des franges. Le nombre total de bases étant supérieur, on peut envisager toutes les configurations de suiveur de franges d'un minimum de  $N - 1$  bases (configuration dite *ouverte*) jusqu'à un maximum de  $N(N - 1)/2$  (configuration totalement *redondante*). La totalité des suiveurs de franges en opération sont basés sur une recombinaison co-axiale par paire des faisceaux. La raison pour laquelle seules des recombinaisons co-axiales sont actuellement envisagées, réside dans les performances limitées des détecteurs (fort bruit de lecture et lecture du détecteur assez lente) nécessitant de limiter le nombre de pixels à lire. A nombre de bases égal, un instrument multi-axial requiert en effet plus de pixels qu'un système co-axial par paire. Par exemple pour un réseau à 4 télescopes et 6 bases recombinaisons, ils nécessitent respectivement 95 et 24 pixels (Tarmoul *et al.*, 2010), de sorte que les mesures sont naturellement plus bruitées pour une recombinaison multi-axiale, alors qu'un suiveur de franges se doit d'être le plus sensible possible.

Bien entendu suivant le nombre de bases envisagées et leur disposition, les performances du suiveur de franges différeront en fonction des conditions d'observation. Nous distinguerons 2 types de configurations dans cette thèse :

- Les schémas *ouverts* (ou non redondants) constitués du minimum de bases, soit  $N - 1$ . Ils seront identifiés par la nomenclature *NTO*, le *NT* signifiant “N Télescopes” et le *O* étant pour “Ouvert”.
- Les schémas *redondants* avec  $N$  bases et plus. Nous considérerons ici uniquement des schémas relativement symétriques, c'est-à-dire tels que chaque télescope du réseau contribue au même nombre  $R$  de bases. Ils seront identifiés avec la nomenclature *NTR*, avec éventuellement une lettre additionnelle lorsque plusieurs configurations sont envisageable pour une même valeur de  $R$ .

Pour conclure ce chapitre, le tableau 3.1 récapitule les caractéristiques de différents interféromètres ou suiveurs de franges. On trouve en particulier dans les colonnes  $\phi$  et RG les caractéristiques des estimateurs de phase et retard de groupe respectivement, avec la nomenclature définie précédemment.

Instrument	$\phi$	RG	SF	Config.	Remarques	Références
CHARA/CHAMP	a	A-I	Oui	6T2	Split Scan à 3 points $L_{mod} = 3 \sim 5\lambda$	<a href="#">Berger <i>et al.</i> (2008)</a>
COAST	a	A-I	Non	-	$L_{mod} = 40 \sim 80\lambda$	<a href="#">Thureau <i>et al.</i> (2003)</a>
GI2T	?	B	Non	-	Cohérencage via technique de speckles dispersés	<a href="#">Koechlin <i>et al.</i> (1996)</a>
IOTA	a	A-II	Non	-	$L_{mod} < 50\lambda$	<a href="#">Pedretti <i>et al.</i> (2005)</a>
IOTA	a	A-I	Non	-	$L_{mod} < 50\lambda$	<a href="#">Wilson <i>et al.</i> (2005)</a>
KI/FATCAT	a	B-III	Oui	2T	$N_\lambda = 5$ – monomode	<a href="#">Vasisht <i>et al.</i> (2003)</a>
Mark III	a	B-III	Non	-	$1 \sim 2\lambda$	<a href="#">Shao <i>et al.</i> (1988)</a>
MROI	a	B	Oui	N/A	$N_\lambda = 5$	<a href="#">Jurgenson <i>et al.</i> (2008)</a>
NPOI (1 <sup>ere</sup> gén.)	a	B	Oui	3T2	$N_\lambda = 20$	<a href="#">Benson <i>et al.</i> (1998)</a>
NPOI (2 <sup>nd</sup> gén.)	b	B-III	Oui	6TO	$N_\lambda > 2$ – monomode	<a href="#">Zhang <i>et al.</i> (2006)</a>
VLTI/FINITO	a	A-1	Oui	3T2	$L_{mod} = 5\lambda$ – monomode	<a href="#">Le Bouquin <i>et al.</i> (2008)</a>
VLTI/PRIMA-FSU	b	B-III	Oui	2T	$N_\lambda = 5$ – monomode	<a href="#">Sahlmann <i>et al.</i> (2008)</a>
PTI	a	B-III	Oui	2T	$N_\lambda = 5$ – monomode	<a href="#">Colavita <i>et al.</i> (1999)</a>

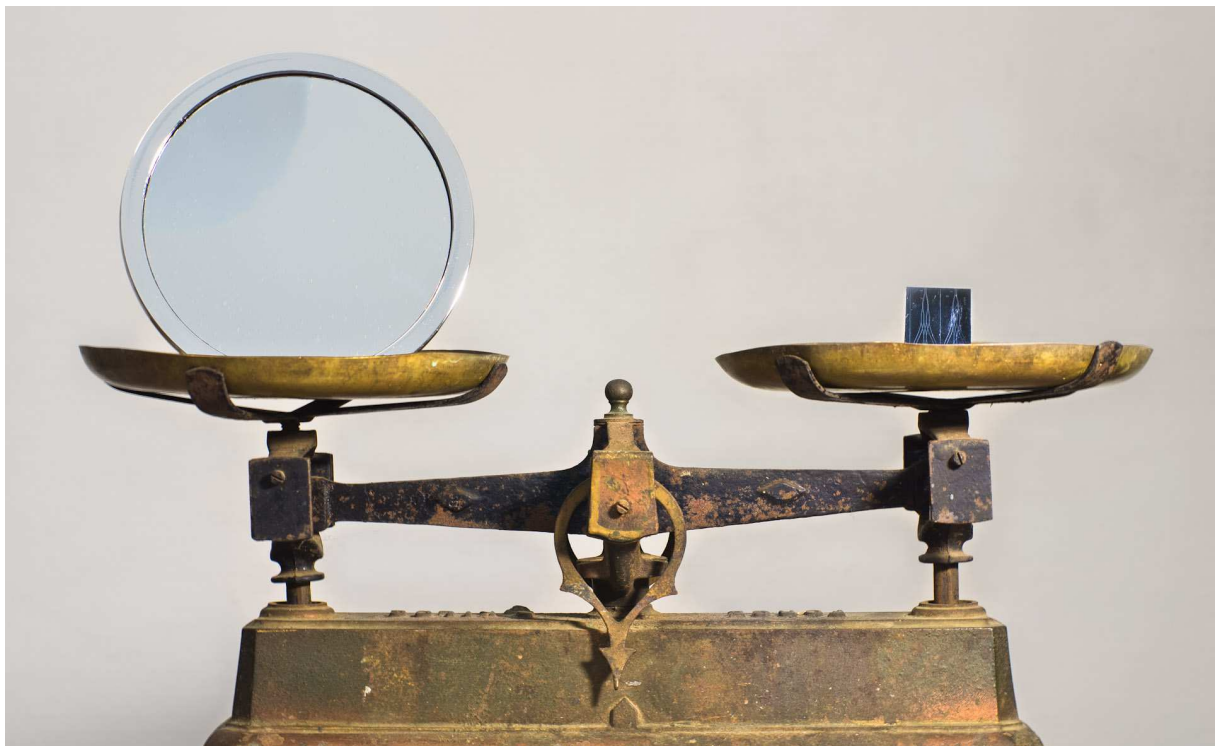
**TABLE 3.1** – Récapitulatif des interféromètres et des mode de cophasage (colonne  $\phi$ ) et cohérencage (colonne *RG*). La colonne *SF* stipule si l’interféromètre est équipé d’un suiveur de franges dédié ou non, et si c’est le cas, la colonne *Config.* précise la configuration de recombinaison adoptée pour cophaser le réseau, telle que décrite dans la partie précédente (2T dans le cas d’un interféromètre ne recombinant que 2 télescopes à la fois).  $L_{mod}$  représente la DDM (en nombre de franges de longueur  $\lambda$ ) sur laquelle les franges sont modulées pour mesurer le retard de groupe avec une méthode de type temporelle.  $N_\lambda$  donne le nombre de canaux spectraux utilisé dans le cas de méthodes dispersées. Certains des instruments filtrent spatialement le front d’onde via des guides d’onde monomodes.





## Chapitre 4

### Le filtrage modal pour le suivi de frange



*Sur le plateau de droite, deux composants d'optique intégrée "suiveur de frange" recombinaient quatre télescopes et formant quatre bases.*

**Sommaire**

---

4.1	Les sauts de phase : un vrai faux problème ?	83
4.2	La phase en interférométrie au sol	85
4.3	Estimation des performances	86
4.3.1	Expression du bruit sur la phase	86
4.3.2	Régime faible flux et magnitude limite	89
4.3.3	Régime haut flux et perte de contraste	90
4.4	La référence de phase	93
4.5	De l'importance de l'OA même sur de petits télescopes	94
4.6	Conclusion	99
	<i>Article : Estimating the phase in ground-based interferometry</i>	99

---

Nous avons vu qu'en interférométrie, les perturbations atmosphériques pouvaient se décomposer en deux termes : 1) Les déformations locales du front d'onde, modifiant le Strehl instantané sur chaque télescope ; 2) Le piston différentiel, déplaçant rapidement et aléatoirement les franges sur la capteur. Nous allons dans ce chapitre nous intéresser au premier de ces deux termes, dans le contexte du suivi de frange, c'est-à-dire de la mesure de phase. Nous allons en particulier comparer les performances des systèmes multimode et monomode, ces derniers filtrant spatialement le front d'onde.

## Le filtrage modal en pratique

L'intérêt de l'emploi de fibres ou de composants d'optique intégrée monomodes a été débattu plusieurs fois. L'analyse complète de [Tatulli et al. \(2004\)](#) comparant les performances de systèmes monomodes et multimodes (c'est-à-dire en optique de volume principalement) a démontré que le filtrage modal fournit un meilleur RSB sur les visibilités, en particulier lorsque les conditions se dégradent (rapport de Strehl  $\mathcal{S} < 0.2$ ). Grâce à sa capacité particulière à transformer les fluctuations de phase du front d'onde en fluctuations de flux, les visibilités sont également beaucoup plus facilement étalonnables, et possèdent bien une meilleure précision. Il a ainsi été démontré à plusieurs reprises qu'il est possible d'atteindre des précisions de l'ordre du pourcent ([Coudé du Foresto et al., 1997, 1998](#); [Kervella et al., 2004a,b](#)).

Au départ de cette thèse s'est posée la question de l'efficacité du filtrage modal dans le cadre de la mesure de phase<sup>1</sup>, et plus particulièrement dans celui du suivi de frange. Ce chapitre fournit une étude comparative entre propagation libre (multimode) et filtrage modal (monomode). Comme expliqué dans le chapitre précédent, le suivi de frange requiert à la fois sensibilité et robustesse. Or, de forts a priori s'opposent à l'utilisation de solutions monomodes pour faire du suivi de frange. Le premier point réside dans le terme  $\rho_0$  (voir Sec. 2.3.2) qui limite par nature la transmission de tels systèmes à 80%<sup>2</sup>. Mais un tel a priori repose uniquement sur des considérations de *flux*, tandis qu'en interférométrie on doit raisonner en terme de *flux cohérent*, c'est-à-dire en tenant compte à la fois du flux de photons mais également du contraste des franges. Il faut donc bien garder en tête qu'un système monomode transmet uniquement la partie cohérente du flux incident tandis qu'un système multimode laissera passer toute la perturbation atmosphérique et fournira un signal "moins" cohérent. La première question à se poser est donc de savoir quel est le meilleur compromis : vaut-il mieux conserver un maximum de flux ou un maximum de cohérence ? Ce point est abordé dans la partie 4.3. Dans ce contexte de mesure de la phase, la partie 4.4 étudiera également le problème de la référence de phase et du suivi de frange hors-axe.

Le second point *a priori* en défaveur de systèmes monomodes réside dans la robustesse (la capacité du suiveur de frange à corriger les perturbations atmosphériques en continu) et dans la difficulté à injecter un flux (une tavelure plus exactement) dans des guides optiques de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre. Les tavelures bougeant aléatoirement et très rapidement, on observe de fréquentes pertes de couplage en entrée de fibre – même en présence d'un système de correction du tip-tilt – empêchant la formation de franges. Ce point est abordé dans la partie 4.5.

### 4.1 Les sauts de phase : un vrai faux problème ?

A ce jour, seules deux autres études de ce type ont été menées ([Tubbs, 2005](#); [Buscher et al., 2008](#)), basées sur des simulations numériques. Elles ont en particulier abordé le problème des *sauts de phase*. Ces sauts de phase – tels que décrits par [Buscher et al.](#) – sont dûs au fait que le

1. Les systèmes multimodes actuels sont construits en optique de volume. Nous parlerons également de propagation libre des faisceaux pour de tels systèmes.

2. Ceci est simplement le résultat de l'incompatibilité géométrique entre la tache d'Airy d'un télescope et le profil gaussien du mode fondamental du guide ([Shaklan et Roddier, 1988](#))

piston atmosphérique différentiel diffère de celui que mesure l'interféromètre. Cette mesure est même différente selon qu'on considère un interféromètre multi- ou monomode, ce qui nous avait mené à définir un piston monomode et un piston multimode dans la partie 2.3.2. Rappelons que le piston atmosphérique est défini comme la différence des moyennes de phase  $\phi_{i_r}$  sur chaque pupille (après correction éventuelle par une OA – voir les notations sur la figure 4.1) :

$$\phi_{ij}^p = \int_S \phi_{i_r}(r) - \phi_{j_r}(r) dr \quad (4.1)$$

tandis que le piston de l'interférogramme est défini comme l'argument du *phaseur*, et diffère suivant le type de filtrage (rappel des Eqs. 2.31 et 2.34) :

$$\phi_{ij,mono}^p = \arg \left( \int_S e^{i\phi_{i_r}(r)} dr \int_S e^{-i\phi_{j_r}(r)} dr \right) \quad \text{dans le cas monomode} \quad (4.2)$$

$$\phi_{ij,multi}^p = \arg \left( \int_S e^{i(\phi_{i_r}(r) - \phi_{j_r}(r))} dr \right) \quad \text{dans le cas multimode} \quad (4.3)$$

Nous avons précédemment qualifié ces pistons de *pistons monomodes* et *multimodes* respectivement. En l'absence de perturbations locales de phase (c'est-à-dire lorsque  $\phi_{i_r}(r)$  est constant sur la pupille  $i$ ), il apparait que les trois quantités sont égales. Dans le cas contraire, l'intégration des phaseurs par l'instrument va aboutir à un résultat différent du véritable piston différentiel. En faisant l'hypothèse que les perturbations du front d'onde sont petites ( $\delta\phi_{ij}(r) = \phi_{i_r}(r) - \phi_{j_r}(r) \ll 1$  rad), [Buscher et al.](#) ont montré que le piston *réel* (Eq. 4.1) diffère de celui mesuré environ comme  $\delta\phi_{ij}^3$ . Ils concluent que si l'amplitude des perturbations augmente, le biais sur la mesure de phase augmentera de manière exponentielle. Le suiveur de frange peut par exemple corriger un piston dans le sens opposé au déplacement effectif des franges, et dans les cas les plus extrêmes, il pourra asservir sur une frange voisine de la précédente, occasionnant un saut de frange du point de vue de l'instrument scientifique. Leur étude montre finalement que le filtrage modal permet de limiter ces sauts en fournissant un estimateur plus proche du piston réel.

Cependant, et contrairement à l'hypothèse de [Buscher et al.](#), l'interféromètre ne perçoit pas le piston réel. Considérons par exemple un instrument scientifique monomode associé à un suiveur de frange lui aussi monomode. Les deux appareils vont percevoir les mêmes variations de piston, telles que définies par l'équation 4.2. Le suiveur de franges va alors corriger la position des franges telle qu'il la mesure, et elles seront recentrées de la bonne valeur sur l'instrument scientifique. Il en va de même si on considère une paire d'instruments multimodes. Si par contre on asservit un instrument monomode avec un suiveur de franges multimode, on se retrouvera dans une situation similaire à celle évoquée par [Buscher et al.](#) puisque les deux instruments mesurent une quantité différente. Un calcul similaire à celui mené par Buscher, mais comparant les phases monomode et multimode, montre que la différence croît également comme  $\delta\phi_{ij}^3$ . Dans le cadre de mesures astrométriques avec une référence de phase comme PRIMA ou GRAVITY, on cherche à atteindre des précisions sur la phase de l'ordre de la dizaine de micro-seconde d'arc. Il est nécessaire pour de tels instruments que les deux recombineurs soient basés sur le même type de filtrage (choix fait pour ces deux instruments en l'occurrence), ce que soulignait déjà [Cassaing et al. \(2000\)](#).

Notons cependant que ce genre de problème n'arrive sans doute que dans des conditions très dégradées ( $\delta\phi \sim 1$  rad), dans lesquelles le suiveur de franges aura sans doute du mal à asservir, du fait d'un trop faible RSB sur les franges et d'un temps de cohérence très court. Nous allons à présent comparer les performances d'instruments mono- et multimode vis-à-vis de la mesure de phase, et déterminer quel est le meilleur compromis.

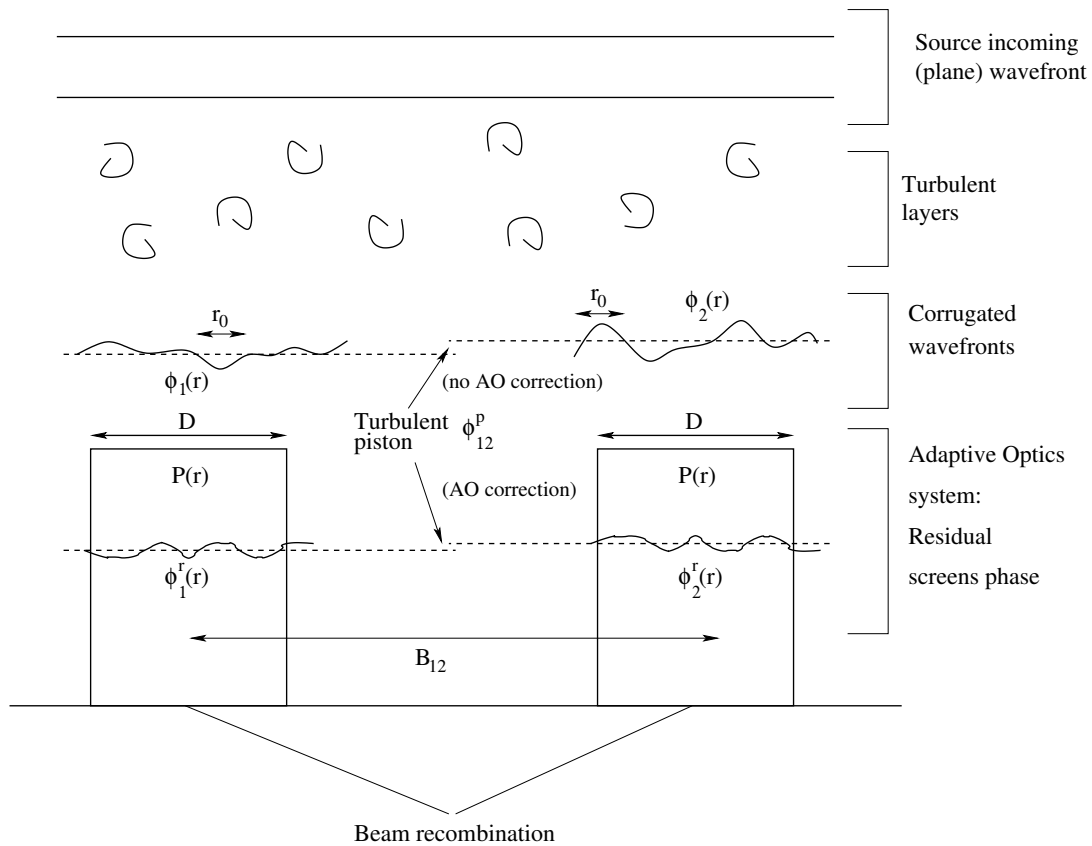


FIGURE 4.1 – Notation utilisée pour décrire les fronts d'onde.

## 4.2 La phase en interférométrie au sol

Nous allons à présent comparer quantitativement les performances de l'interférométrie monomode et multimode dans le cadre d'observation au sol. Commençons par la mesure de phase pure, c'est-à-dire l'argument du flux cohérent complexe  $F_{ij}^c$ , proportionnel au phaseur cohérent  $A_{ij}$  défini dans le chapitre 2 (Eqs. 2.28 et 2.32). Quelle que soit la méthode utilisée pour estimer ce flux cohérent complexe (codage ABCD; Colavita *et al.*, 1999) dans le plan image ou analyse de Fourier (Roddier et Lena, 1984), la phase est estimée de la même manière :

$$\phi_{ij} = \text{atan} \left( \frac{\text{Im}(\hat{F}_{ij}^c)}{\text{Re}(\hat{F}_{ij}^c)} \right) \quad (4.4)$$

le  $\hat{X}$  signifiant qu'on considère l'estimateur de la quantité  $X$ . Si on suppose que le RSB sur l'estimation du flux cohérent est élevé, on montre que l'erreur sur l'estimation de la phase vaut (Chelli, 1989) :

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{2} \frac{\text{E} \left( \left| \hat{F}_{ij}^c \right|^2 \right) - \text{Re} \left[ \text{E} \left( \hat{F}_{ij}^{c2} \right) \right]}{\left[ \text{E} \left( \hat{F}_{ij}^c \right) \right]^2} \quad (4.5)$$

où  $\text{E}(X)$  est la valeur estimée de  $X$ . Nous allons dans un premier temps calculer  $\sigma_\phi$  dans les cas multi- et monomode en se basant sur un formalisme analogue à celui de Tatulli *et al.* (2004) dans le cas de la visibilité, et reprenant le formalisme de détection continue développé par Goodman (1985) (voir annexe A).

## Les flux cohérents

Les flux cohérents, qu'ils soient mono- ou multimode, ne dépendent pas de la manière dont sont recombinaés les faisceaux (co- ou multi-axial). Ainsi dans le cas multimode, le flux cohérent s'exprime comme :

$$F_{ij}^{c\,multi} = NV_{ij}A_{ij}^{multi} \quad (4.6)$$

$$A_{ij}^{multi} = \frac{\int |P(r)|^2 e^{i(\phi_{i_r}(r) - \phi_{j_r}(r))} d\vec{r}}{\int |P(r)|^2 d\vec{r}} \quad (4.7)$$

tandis que dans le cas monomode on a :

$$F_{ij}^{c\,mono} = \rho_0 NV_{ij}A_{ij}^{mono} \quad (4.8)$$

$$A_{ij}^{mono} = \frac{\int P(r) e^{i\phi_{i_r}(r)} d\vec{r}}{\int P(r) d\vec{r}} \frac{\int P(r) e^{-i\phi_{j_r}(r)} d\vec{r}}{\int P(r) d\vec{r}} \quad (4.9)$$

où  $N$  est le nombre de photons collecté,  $V_{ij}$  le contraste des franges (d'origine astrophysique et instrumentale),  $P(r)$  est la fonction pupille des télescopes (supposés identiques dans la suite par soucis de simplicité), et  $\phi_{i_r}(r)$  est l'écran de phase sur une pupille  $i$  (éventuellement partiellement corrigé par OA, voir Fig. 4.1).

Notons que dans les deux cas, le phaseur  $A_{ij}$  correspond plus exactement à la fonction de transfert interférométrique en présence de perturbations atmosphériques. Par analogie avec la définition du rapport de Strehl d'une pupille simple (Fusco et Conan, 2004), ce terme peut être vu comme un rapport de Strehl interférométrique.

## 4.3 Estimation des performances

### 4.3.1 Expression du bruit sur la phase

De ces expressions, nous avons déduit l'erreur statistique sur la mesure de phase avec et sans filtrage modal. Les calculs étant particulièrement lourds (voir l'annexe B pour les détails), nous nous contentons de présenter et analyser le résultat final. On montre que la variance de la mesure de phase peut se décomposer en la somme quadratique de 3 termes, dûs respectivement au bruit de détecteur, de photon et atmosphérique :

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_{\phi\,det}^2 + \sigma_{\phi\,phot}^2 + \sigma_{\phi\,atm}^2 \quad (4.10)$$

Le détail de chaque terme figure dans le tableau 4.1. Nous avons tenu compte d'une éventuelle correction par OA dans ces calculs, que nous avons modélisée comme indiqué dans la section 2.2.3 (Eq. 2.19). Avant d'analyser plus en profondeur les résultats, quelques remarques sur ces expressions. Elles sont très semblables pour les deux type de filtrage. En particulier dans les régimes de bruits de détecteur et de photons, les expressions diffèrent principalement par le terme de couplage  $\rho_0$  diminuant le nombre de photons maximum. Ainsi dans le régime dominé par le bruit de photons une implantation multimode sera environ 20% plus précise quelles que soient les conditions (à transmission photométrique égale). Dans le régime dominé par le bruit de photons, elle ne sera plus performante que pour des rapports de Strehls supérieurs à 40%. Les expressions pour les régimes détecteur et photon sont similaire à celles qu'avaient trouvé Shao *et al.* (1988), ainsi que Goodman (1985) et Tatulli et Chelli (2005) dans le cas de la mesure de visibilité. On retrouve une dépendance à faible flux en  $1/N$  puis en  $1/\sqrt{N}$  à haut flux, avant d'atteindre le plateau dû au régime atmosphérique, indépendant de la source. Notons que les termes atmosphériques ont également des expressions très proches, mais la disposition des intégrales

Cas multimode

$$\sigma_{\phi det}^2 = \frac{1}{2} \frac{N_{pix} \sigma_{det}^2}{N^2 V_{ij}^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

$$\sigma_{\phi phot}^2 = \frac{1}{2} \frac{2}{N V_{ij}^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

$$\sigma_{\phi atm}^2 = \frac{\frac{1}{2} \int [P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ]^2 d\vec{r}d\vec{r}' - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int [P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ]^2 d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

Cas monomode

$$\sigma_{\phi det}^2 = \frac{1}{2} \frac{N_{pix} \sigma_{det}^2}{\rho_0^2 N^2 V_{ij}^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

$$\sigma_{\phi phot}^2 = \frac{1}{2} \frac{2\bar{S}}{\rho_0 N V_{ij}^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

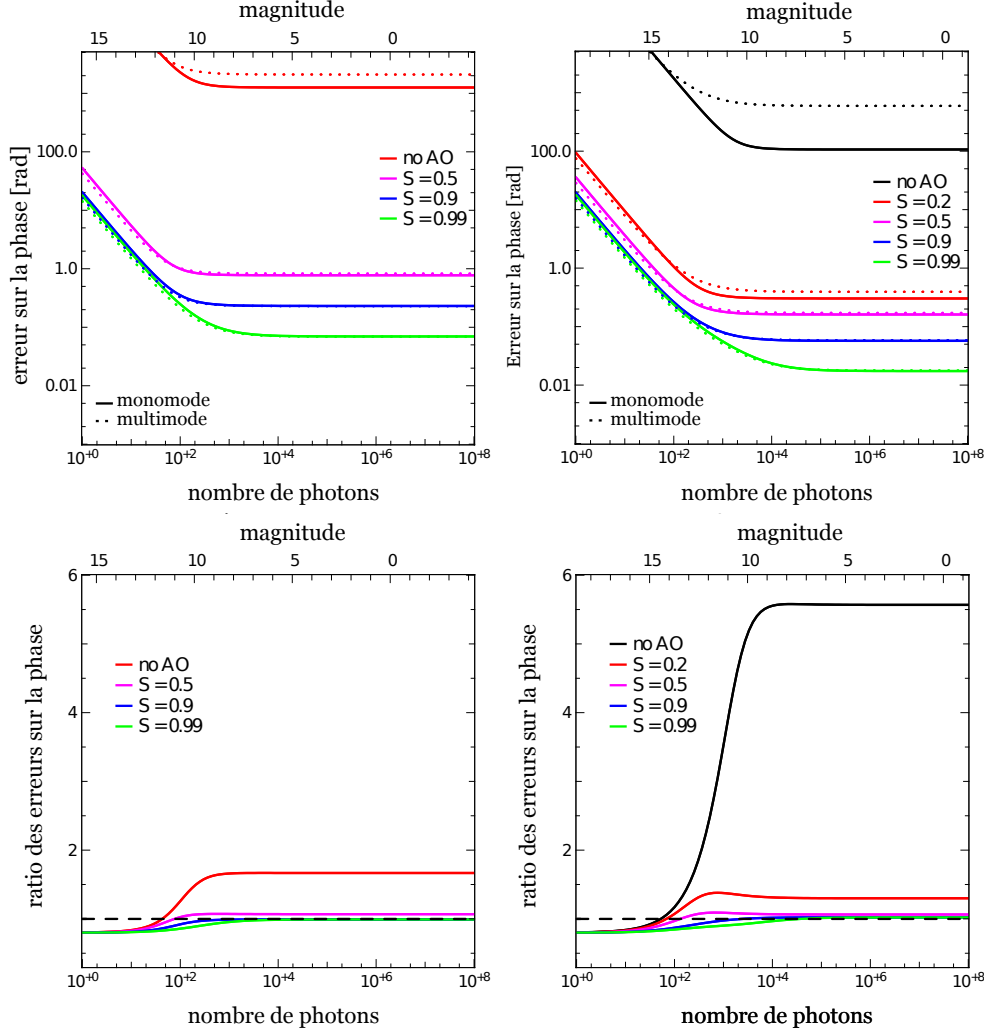
$$\sigma_{\phi atm}^2 = \frac{\frac{1}{2} \left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2 - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^4 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

**TABLE 4.1** – Expression de la variance de la phase pour les trois régimes de bruit (détecteur, photon et atmosphérique respectivement), dans les deux cas mono- et multimode. Les différents termes de ces expressions sont le nombre de photons collectés  $N$ , le contraste des franges  $V_{ij}$ , le nombre de pixels  $N_{pix}$  lus pour échantillonner le signal et le bruit de détecteur  $\sigma_{det}$  en électron par pixel. L'influence de l'atmosphère apparaît à travers la variance résiduelle sur chaque pupille  $\sigma_{\phi_r}$  (Noll, 1976), la fonction de structure  $D_{\phi_r}$  et le Strehl longue pose  $\bar{S}$ . Voir l'annexe B pour le détail des calculs.

est différente du fait des propriétés de filtrage modal différentes des deux implantations. Seuls l'évaluation numérique de ces intégrales nous permettra une comparaison des deux méthodes.

Le bruit sur la mesure de phase a été calculé en fonction du flux incident pour différentes conditions d'observations ( $D/r_0 = 2$  et  $8$ ; correspondant aux conditions d'observations au VLTI avec les ATs ( $D = 1.8$  m) et les UTs ( $D = 8.2$  m) respectivement, dans le proche infra-rouge ( $r_0 \sim 1$  m) et différents degrés de correction par OA (différents Strehls). Les résultats des calculs sont présentés sur la figure 4.2. On observe sur les courbes principalement deux régimes de fonctionnement (détecteur pour les faibles flux et atmosphérique pour les forts flux). Le régime limité par le bruit de photons n'apparaît jamais clairement sur ces courbes (on le devine à peine sur les courbes avec un Strehl de 99%). On voit cependant que, même si l'atmosphère limite les performances à haut flux, ces dernières restent bonnes dès lors que le Strehl est supérieur à 20% avec une précision jamais plus mauvaise que 0.5 rad, soit  $\lambda/12$ . De tels rapports de Strehl indiquent cependant que du suivi de frange ne peut se faire sans un système d'OA, évolué pour un télescope de 8 m et plus (tel que MACAO au VLTI; Arsenault *et al.* (2003)), ou à minima une correction de tip-tilt pour des télescopes plus modestes tels qu'à CHARA ou les ATs au VLTI. Ceci semble également indiquer que le suivi de frange est en pratique possible dans des conditions atmosphériques standards voire dégradées, indépendamment du mode de recombinaison.

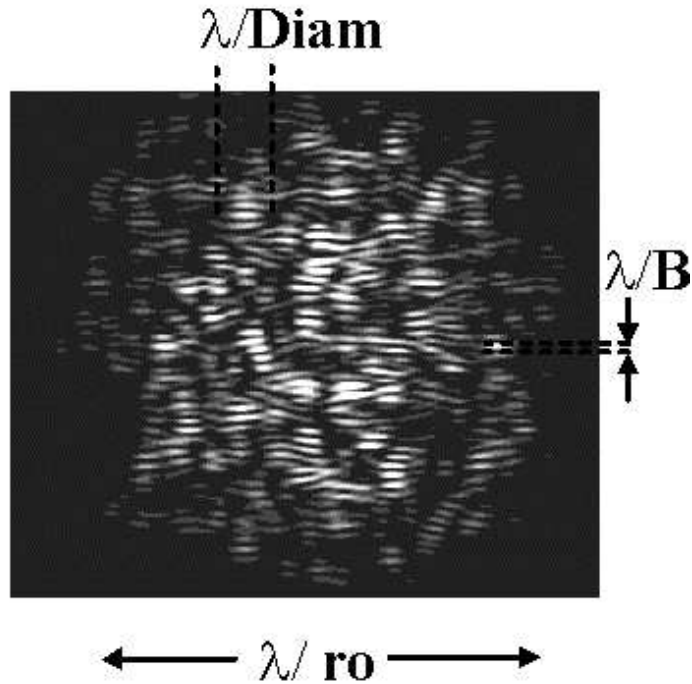




**FIGURE 4.2** – *Haut* : Erreur statistique sur la phase interférométrique en fonction du nombre de photons collectés  $N$ . L'erreur pour un instrument monomode est en ligne pleine, et pour un multimode en pointillés. *Bas* : Rapport des erreurs  $\sigma_{\phi}^{multi}/\sigma_{\phi}^{mono}$ . Une courbe au dessus de la ligne pointillée (rapport des erreurs égal à 1) signifie que le monomode se révèle plus efficace. Sont représentés différents degrés de correction par OA (différents rapports de Strehl, voir figures), et deux niveaux de turbulence de  $D/r_0 = 2$  (*gauche*) et 8 (*droite*), représentant grossièrement les conditions de fonctionnement du VLTI pour les ATs ( $D = 1.8$  m) et les UTs ( $D = 8.2$  m) respectivement. Pour tous les calculs nous avons considéré un bruit de détecteur  $\sigma_{det}$  de  $4e^-/\text{pixel}$ , un contraste de frange de 1 et un échantillonnage de type ABCD ( $N_{pix} = 4$ ). L'échelle de magnitude a été obtenue en considérant des observations en bande K avec un instrument ayant les mêmes performance que AMBER, soit une transmission totale de 15%, une efficacité quantique de 50% et un temps d'intégration de 30 ms.

son ou du type de filtrage choisi. Nous verrons cependant dans le chapitre suivant qu'en fonction de l'implantation pratique de l'estimateur de phase, l'atmosphère – voire l'instrumentation – peut introduire des perturbations plus nocives encore à la mesure, même si elle est effectuée plus vite que le temps de cohérence de l'atmosphère. Ceci peut empêcher le cophasage du réseau, y compris dans des conditions d'observations standards et avec de petits télescopes de 1 m.

Notons également que les courbes à très faible Strehl (observations supposées être sans correction par OA) et/ou très faible flux ( $N < 10 \sim 100$  photons typiquement) conduisent à des erreurs bien supérieures à 1 radian. Pour de telles valeurs, on ne respecte sans doute plus l'hypothèse de fort RSB sur laquelle reposent nos expressions analytiques, et les valeurs issues des calculs ne sont sans doute plus représentatives de la réalité. On s'attend cependant à des erreurs



**FIGURE 4.3** – Figure d’interférence multi-axiale obtenue avec l’instrument multimode VEGA monté sur le GI2T. La tache de seeing de taille  $\lambda/r_0$  est remplie de tavelures de taille caractéristique  $\lambda/D$ , et est parcourue par la figure d’interférence.

effectivement bien supérieures à 1 rad dans de tels cas, de sorte qu’on se situe de toute manière dans un régime de fonctionnement inefficace en pratique.

### 4.3.2 Régime faible flux et magnitude limite

Pour des sources faibles, l’erreur est dominée par le bruit de lecture  $\sigma_{\phi \text{ det}}$ . La comparaison de l’expression de ce bruit entre multi- et monomode montre qu’il dépend fortement du nombre de pixels, qui dépend lui-même de la manière dont sont codées les franges. Différentes solutions technologiques sont donc à considérer pour les comparer.

#### Cas multiaxial

Si on considère une recombinaison multi-axiale, le nombre de pixels nécessaire pour échantillonner des franges multimodes va dépendre du degré de turbulence. La figure d’interférence dans ce cas consiste en une tâche de seeing frangée, remplie d’un ensemble de tavelures (voir Fig. 4.3). Afin d’échantillonner correctement les franges, il est nécessaire de disposer de deux pixels par tavelure (Chelli et Mariotti, 1986), sachant que leur taille va varier en fonction de la turbulence, tandis que l’interfrange est fixé par le concept optique de l’instrument. Pour une tâche de seeing mesurant  $r_0$ , le nombre total de pixels nécessaires s’élève à  $N_{pix} = 2D/r_0$ . Dans le cas du VLTI,  $D/r_0 = 2$  et 8 pour les ATs et les UTs respectivement, ce qui mène à un nombre de pixels égal à 4 et 16 respectivement.

Dans le cas d’un filtrage modal, les fluctuations de phase du front d’onde sont transformées en fluctuation d’intensité, mais la forme de la figure d’interférence est parfaitement déterministe et indépendante de la turbulence. Tatulli et LeBouquin (2006) ont montré que le nombre optimum de pixels respectant le critère de Shannon est égal à  $N_{pix} = 10$  pour 2 télescopes.

### Cas co-axial

Dans le cas co-axial, les franges sont balayées temporellement<sup>3</sup> et un unique pixel est chargé d'enregistrer les variations d'intensité dues à leur défilement sur le capteur. En supposant que le temps de scan est court devant le temps de cohérence de l'atmosphère (afin de figer la turbulence), 3 pixels sont a priori suffisant pour échantillonner le signal. Dans la pratique on en utilise plutôt 4 avec un codage de type ABCD. Ceci est vrai que l'on considère un système mono- ou multimode, la seule différence résidant dans le filtrage ou non du front d'onde.

Dans le cadre du suivi de frange, on cherche à atteindre une sensibilité maximale, et donc les solutions nécessitant le minimum de pixels, soit une recombinaison co-axiale par pair et un codage de type ABCD. Le nombre de pixels étant alors égal que l'on filtre le front d'onde ou non, une implantation multimode se révèle plus sensible d'un facteur  $1/\rho_0$ , soit 25%. Cela peut paraître logique a posteriori : dans un régime pauvre en photon, la principale source de bruit proviendra du manque de photon. Les perturbations locales du front d'onde n'ont qu'une incidence secondaire sur l'interférogramme et les propriétés de filtrage modal ne jouent qu'un faible rôle.

Si on définit maintenant la magnitude limite de l'instrument comme étant la magnitude pour laquelle l'erreur sur la phase est égale à 1 rad, le flux correspondant vaut :

$$N_{lim}^{[multi,mono]} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{N_{pix}}\sigma_{det}}{[1, \rho_0]V_{12}e^{-\sigma_{\phi_r}^2}} \quad (4.11)$$

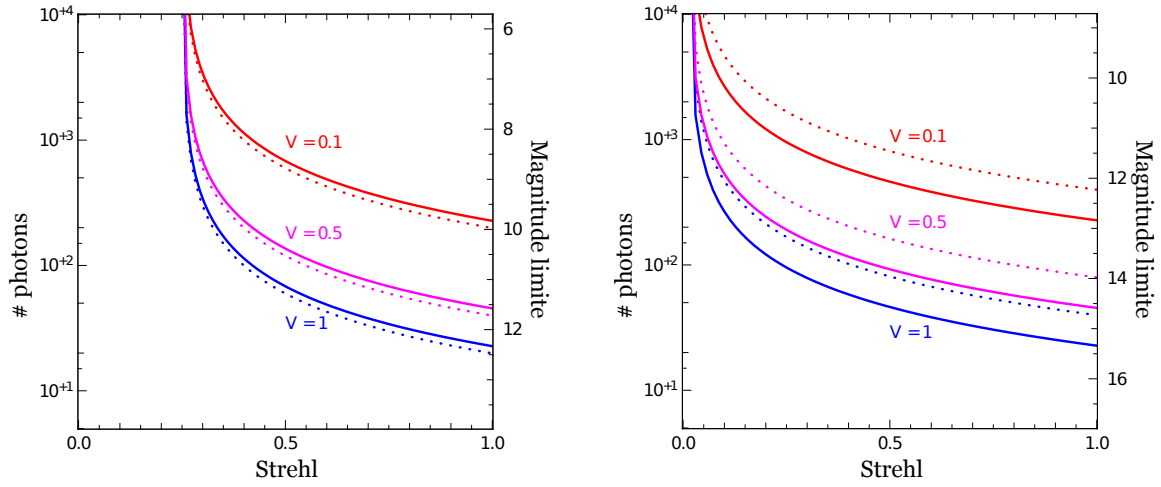
où le coefficient  $\rho_0$  ou 1 traduit que l'on filtre ou non le front d'onde respectivement. La magnitude limite est présentée sur la Fig. 4.4 en fonction du Strehl et pour différents contrastes de franges. On y voit qu'un interféromètre multimode offre un gain de 0.25 magnitude en sensibilité limite. Les valeurs de magnitude limite délivrées par ces courbes sont à prendre avec réserve. En effet il s'agit d'estimations au premier ordre, basées sur une estimation optimiste de la précision pour laquelle il est possible de cophaser efficacement, mais surtout ne tenant pas compte de contraintes opérationnelles, telles que le retard entre la mesure et le moment où les franges sont recentrées (nous étudierons ce point plus en détail dans le chapitre suivant), ou encore les problèmes d'injection dans les fibres. L'intérêt de ces courbes est surtout de permettre une comparaison entre les interféromètres multimode et monomode.

#### 4.3.3 Régime haut flux et perte de contraste

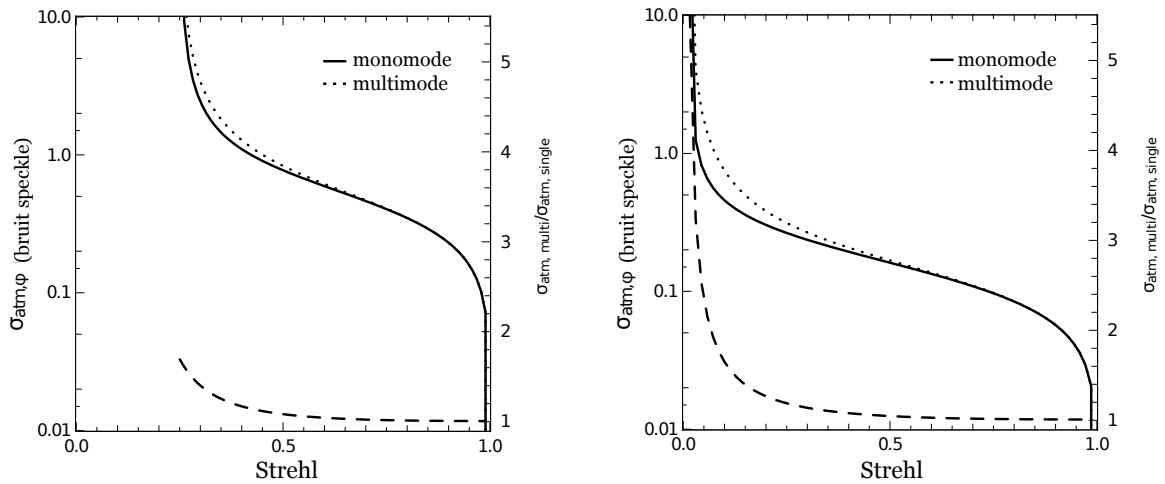
Le bruit atmosphérique domine à haut flux et l'erreur de mesure ne dépend plus de la source. La figure 4.5 représente le bruit atmosphérique pour des interféromètres multimode et monomode, ainsi que le rapport de ces bruits. Il apparaît que le filtrage modal se révèle plus performant dans toutes les conditions d'observations, un comportement déjà démontré par [Tatulli et al. \(2004\)](#) dans le cas de la visibilité.

On note en particulier que le gain est d'autant plus important que les conditions d'observations sont mauvaises (faible rapport de Strehl et grand  $D/r_0$ ). Pour des Strehls supérieurs à 20%, le gain est inférieur à 50%. C'est lorsqu'on n'applique pas ou peu de corrections par OA (d'où des Strehls très faibles) que les propriétés du filtrage modal se révèlent les plus marquantes, avec

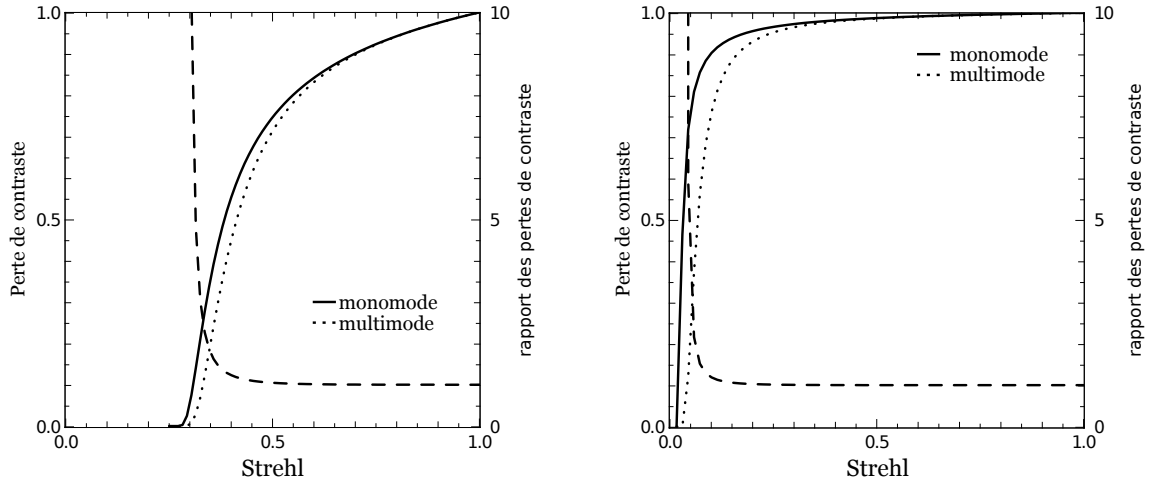
3. Ceci est vrai pour la plupart des instruments. De nouveaux concepts permettant d'échantillonner simultanément les 4 points d'un codage ABCD sont en train d'être implantés. C'est le cas de l'instrument PRIMA ([Sahlmann et al., 2009](#)) avec une implantation en optique de volume. Des solutions basées sur l'optique intégrée sont également en développement depuis de nombreuses années ([Benisty et al., 2009](#)) et vont arriver sur le ciel d'ici quelques années avec GRAVITY.



**FIGURE 4.4** – Magnitude limite en fonction du Strehl pour  $D/r_0 = 2$  (*gauche*) et  $8$  (*droite*), et différents contrastes de frange ( $V = 1$ , source non résolue ;  $V = 0.5$ , source partiellement résolue ;  $V = 0.1$ , source fortement résolue). Les courbes pleines et pointillées représentent les cas monomodes et multimodes respectivement. Nous avons considéré les mêmes paramètres que précédemment : un bruit de détecteur  $\sigma_{det}$  de  $4e^-/\text{pixel}$ , un contraste de frange de 1 et un échantillonnage de type ABCD ( $N_{pix} = 4$ ). L'échelle de magnitude a été obtenue en considérant des observations en bande K avec un instrument ayant les mêmes performance que AMBER, soit une transmission totale de 15%, une efficacité quantique de 50% et un temps d'intégration de 30 ms.



**FIGURE 4.5** – Bruit atmosphérique en fonction du Strehl et pour deux conditions d'observation,  $D/r_0 = 2$  (*gauche*) et  $8$  (*droite*). Le rapport  $\sigma_{\phi atm}^{multi}/\sigma_{\phi atm}^{mono}$  est représenté en trait discontinu, l'échelle correspondante se situant à droite.



**FIGURE 4.6** – Perte de contraste sur la voie scientifique lorsque le suiveur de frange est asservi sur une source brillante, pour deux conditions d’observations,  $D/r_0 = 2$  (*gauche*) et 8 (*droite*). Le rapport de performances est représenté avec la ligne discontinue, l’échelle correspondante se situant à droite.

un gain en précision pouvant aller jusqu’à 4. Ce résultat est une illustration parfaite du fait qu’il vaut parfois mieux conserver la cohérence du front d’onde et perdre du flux plutôt que l’inverse.

Si on considère à présent un suiveur de frange asservi sur une source suffisamment brillante, ses performances seront limitées par le bruit atmosphérique. Le mouvement résiduel des franges va diminuer le contraste des franges intégrées sur la voie scientifique. Si considère une correction instantanée de la position des franges et un temps d’intégration suffisamment long devant le temps de cohérence de l’atmosphère, on peut appliquer l’hypothèse d’ergodicité et montrer que le contraste des franges intégrées est égal à :

$$\langle V \rangle_t = V e^{-\frac{\sigma_{\phi}^2 atm}{2}} \quad (4.12)$$

Autrement dit le contraste des franges est atténué du facteur exponentiel  $e^{-\frac{\sigma_{\phi}^2 atm}{2}}$  ce qui a pour effet de réduire le RSB des mesures, et de biaiser l’estimation de la visibilité de la source. Notons cependant que ce biais peut-être calibré en observant une source de visibilité connue (idéalement une source ponctuelle) dans des conditions d’observation et de fonctionnement similaires à celle de la source scientifique. Cette perte de contraste est représentée sur la figure 4.6 où l’on constate que même pour des corrections par OA modérées (c’est-à-dire pour une correction de tip-tilt uniquement,  $\mathcal{S} > 50\%$  pour  $D/r_0 = 2$ ,  $\mathcal{S} > 10\%$  pour  $D/r_0 = 8$ ), le terme exponentiel est supérieur à 0.8 et la perte de contraste est inférieure à 25%. Pour des corrections de moins bonne qualité, les performances chutent rapidement car les erreurs de suivi deviennent importantes et brouillent rapidement les franges intégrées.

## 4.4 La référence de phase

La mesure simultanée de la phase sur deux sources distinctes est utile dans plusieurs contextes :

- Le suivi de frange hors axe consiste à mesurer la position des franges sur une source brillante, différente de la source scientifique. Cette technique permet d'observer des sources plus faibles.
- La référence de phase est utilisée en reconstruction d'image par exemple. Elle permet d'avoir accès à toute l'information de phase sur l'objet au contraire de la clôture de phase.
- Cette technique permet des mesures astrométriques à très haute précision de la position apparente d'une source vis-à-vis d'une source immobile dans le ciel. L'instrument GRAVITY est par exemple sensé atteindre une précision de  $10 \mu\text{as}$  en 5 minutes d'intégration, et devrait permettre des mesures d'orbites serrées et la détection de corps peu massifs (exo-planètes entre autre).

En pratique, les deux faisceaux traversent cependant des couches turbulentes sensiblement différentes. Les mesures de phase sont donc partiellement décorrélées, et une nouvelle source de bruit *astrométrique* est introduite, indépendante des propriétés des sources. Afin de limiter son influence les deux sources doivent être le plus proche possible, typiquement dans le disque d'anisoplanétisme, large d'environ 20 seconde d'arc dans le proche infra-rouge. Dans le cas d'observations astrométriques ce bruit devient extrêmement critique, le champ de vue étant par conséquent beaucoup plus réduit .

En utilisant le même formalisme que précédemment nous allons calculé cette erreur astrométrique additionnelle. En faisant l'hypothèse d'une atmosphère à une couche turbulente, nous définissons la phase de la source scientifique  $\phi_s$  et de la source de référence  $\phi_r^{\Delta\alpha h}$ ,  $\Delta\alpha$  étant l'angle séparant les deux sources, et  $h$  l'altitude de la couche turbulente. La phase astrométrique entre les sources est alors :

$$\Delta\phi^{\Delta\alpha h} = \phi_s - \phi_r^{\Delta\alpha h} \quad (4.13)$$

et on montre très facilement que l'erreur astrométrique s'exprime comme :

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 = 2\sigma_{\phi_{atm}}^2 - 2\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) \quad (4.14)$$

Ainsi plus les sources seront distantes, moins les deux mesures seront corrélées et plus l'erreur astrométrique sera importante. Elle atteint au maximum deux fois le bruit atmosphérique  $\sigma_{\phi_{atm}}$  vu précédemment lorsque la distance tend vers l'infini (c'est-à-dire au delà de quelques fois l'angle anisoplanétique), les fluctuations de phase entre les deux sources étant alors totalement décorrélées.

L'atmosphère est constituée de plusieurs couches turbulentes, dont en général une au niveau du sol ( $h \sim 20 \text{ m}$ ) (Martin *et al.*, 2000). Si on considère que les cellules turbulentes font la même taille quelle que soit l'altitude (à un ordre de grandeur près), les couches situées à plusieurs km d'altitude dominent le bruit astrométrique car elle sont des centaines de fois plus distantes que celles au sol. Dans le cas du VLT nous considérerons que la couche dominante se trouve à  $h = 10 \text{ km}$  (Masciadri *et al.*, 1999).

Le calcul analytique du bruit astrométrique  $\sigma_{\Delta\phi}$  se fait de manière similaire au cas de la phase. Le premier terme de l'expression 4.14 a déjà été calculé précédemment, et le terme de covariance prend une forme analogue à ceci près qu'il fait apparaître la corrélation entre les fronts d'onde (voir tableau 4.2). Le détail des calculs peut être trouvé dans l'annexe C. Les résultats des calculs numériques sont présentés dans la figure 4.7 pour  $D/r_0 = 8$ . On constate que les courbes comportent deux régimes de fonctionnement suivant la distance entre les sources.

Cas multimode

---

$$\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) = \frac{1}{2} \frac{\int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}'+\vec{\Delta}\alpha h)} \right]^2 d\vec{r}d\vec{r}' - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}'+\vec{\Delta}\alpha h)} \right]^2 d\vec{r}d\vec{r}'}{\left[ \int P^2(\vec{r})d\vec{r} \right]^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$

Cas monomode

---

$$\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) = \frac{1}{2} \frac{\left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}'+\vec{\Delta}\alpha h)} d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2 - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}'+\vec{\Delta}\alpha h)} d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2}{\left[ \int P(\vec{r})d\vec{r} \right]^4 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$$


---

**TABLE 4.2** – Expression de la covariance entre les mesures de phase astrométrique (terme de droite de l'expression 4.14), dans les cas mono- et multimode. Le terme de gauche a déjà été calculé auparavant (voir tableau 4.1). L'influence de l'atmosphère apparaît à travers la variance résiduelle sur chaque pupille  $\sigma_{\phi_r}$  (Noll, 1976), la fonction de structure  $D_{\phi_r}$ , dont le second terme  $\vec{r}' + \vec{\Delta}\alpha h$  traduit la séparation entre les deux sources. Voir l'annexe C pour le détail des calculs.

### Champ de vue large – Suivi de frange hors axe

Pour le suivi de franges, il est impératif de trouver une source de référence la plus lumineuse possible. Afin de disposer du plus grand échantillon de sources, le champ de vue pour du suivi hors-axe est relativement grand,  $\Delta\alpha$  de l'ordre de quelques secondes d'arc. Dans ce cas, on s'aperçoit qu'un interféromètre monomode apparaît plus efficace dès que  $\Delta\alpha > 1''$ . Le gain peut atteindre un facteur 4 lorsque qu'on ne corrige pas le front d'onde avec une OA. L'ajout d'une correction de tip-tilt ou mieux ( $\mathcal{S} > 0.2$ ) réduit ce facteur à moins de 1.5. Du point de vue de l'erreur astrométrique, il apparaît donc bénéfique d'effectuer un filtrage modal du front d'onde pour un suiveur de franges hors-axe tel que PRIMA, possédant un champ de vue de l'ordre de  $30''$ . Le plateau correspondant à la décorrélation totale des front d'onde semble être atteinte pour une distance de  $10''$ , ce qui correspond grossièrement à l'angle anisoplanétique à Paranal en bande K (Martin *et al.*, 2000). A ce moment l'erreur astrométrique de phase est égale à  $\sqrt{2}\sigma_{\phi_{atm}}$ .

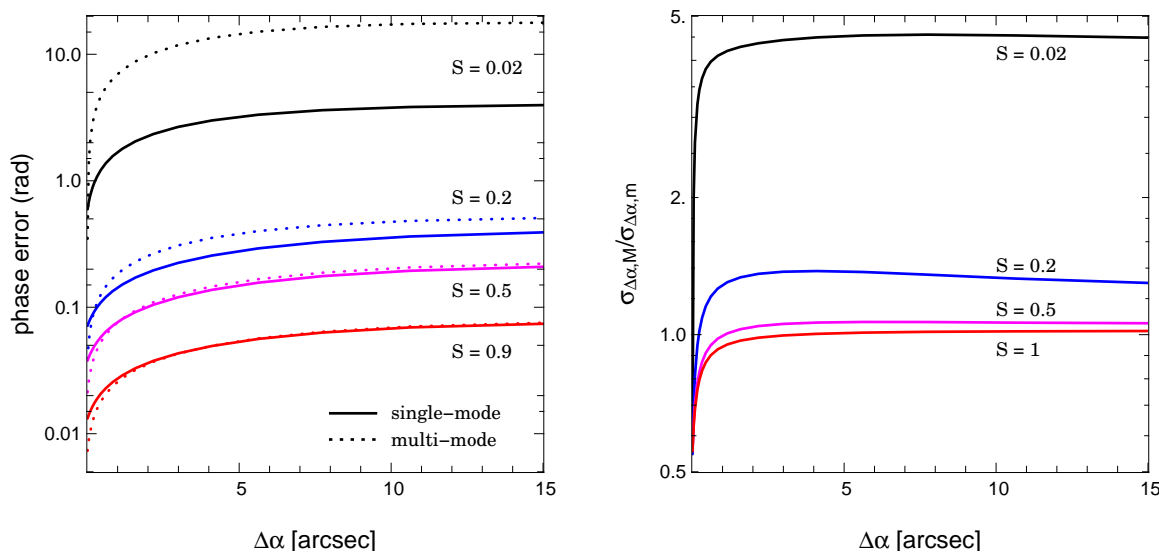
### Champ de vue étroit – Mesures astrométriques

Dans un régime de fonctionnement scientifique ou astrométrique, nous allons chercher à minimiser au maximum les perturbations atmosphérique et allons donc privilégier un champ de vue relativement réduit, inférieur à  $2''$  dans le cas de GRAVITY (Gillessen *et al.*, 2010). Les calculs montrent que lorsque les sources sont proches ( $\Delta\alpha < 1''$ ), un interféromètre multimode se révèle plus performant d'un rapport 1 à 2 environ. La raison en est que le filtrage modal *lisse* les perturbations du front d'onde et réduit l'effet de la corrélation très forte qu'il y a entre ceux-ci.

## 4.5 De l'importance de l'OA même sur de petits télescopes

Nous abordons ici le dernier point de notre comparaison entre le filtrage modal et la propagation libre de faisceaux. Les calculs qui suivront ont été initialement menés afin d'estimer la probabilité d'occurrence des sauts de phase. Les calculs que nous avons effectués nous ont cependant mené à des résultats allant au delà de la problématique du suivi de frange comme l'atteste le titre de cette section.

Les conclusions des études précédentes diffèrent sur l'influence du filtrage modal sur la probabilité d'occurrence de ces sauts : tandis que les simulations de Tubbs (2005) semblent indiquer



**FIGURE 4.7** – *Gauche* – Bruit astrométrique fonction de la séparation angulaire dans les cas monomode (ligne continue) et multimode (pointillés). *Droite* – Rapport  $\sigma_{\Delta\alpha,m}^{multi}/\sigma_{\Delta\alpha,m}^{mono}$ . Pour les deux figures  $D/r_0 = 8$  et on considère une unique couche turbulente située à une altitude  $h$  de 10 km.

que le filtrage modal augmenterait le nombre de ces évènements, celles de [Buscher et al.](#) montrent qu'il a tendance à améliorer les choses. Nous avons pour notre part tenté de décrire le phénomène analytiquement afin de pouvoir déterminer dans quelles conditions d'observation les sauts de franges risquent d'arriver<sup>4</sup>. Nous n'allons cependant pas tenter de déterminer quantitativement l'influence de ce phénomène sur l'efficacité du suivi de franges, en estimant par exemple un taux de perte des franges. Nous considérons le cas le plus défavorable dans lequel un saut de frange est un évènement impliquant une perte des franges.

D'après les simulations de [Buscher et al. \(2008\)](#), les sauts de franges sur une base sont très probable lorsque les fluctuations locales du front d'onde sont importantes (écart type supérieur à 1 radian typiquement). La conséquence en est que le flux cohérent tend vers zéro, ou de manière équivalente que le phaseur interférométrique  $A_{ij}$  tend vers zéro. Nous allons donc déterminer la densité de probabilité de cette quantité. [Canales et Cagigal \(1999b,a\)](#) ont étudié la distribution statistique de tavelure au foyer d'un télescope mono-pupille en présence de correction partielle par OA. Ils ont montré que la densité de probabilité  $p(I)$  du flux  $I$  au foyer d'un télescope (c'est-à-dire le Strehl) suit une loi Ricienne (*cf* Annexe D pour de plus amples détails) :

$$p(I) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I+a^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(-\frac{a\sqrt{I}}{\sigma^2}\right) \quad (4.15)$$

où  $a^2$  et  $\sigma^2$  dépendent des moments du premier et second ordre des parties réelle et imaginaire du phaseur complexe décrivant le front d'onde :

$$I = A_r^2 + A_i^2 \quad (4.16)$$

$$a^4 = \langle A_r \rangle_{\Phi}^4 + 2 \langle A_r \rangle_{\Phi}^2 (\sigma_i^2 - \sigma_r^2) - (\sigma_i^2 - \sigma_r^2)^2 \quad (4.17)$$

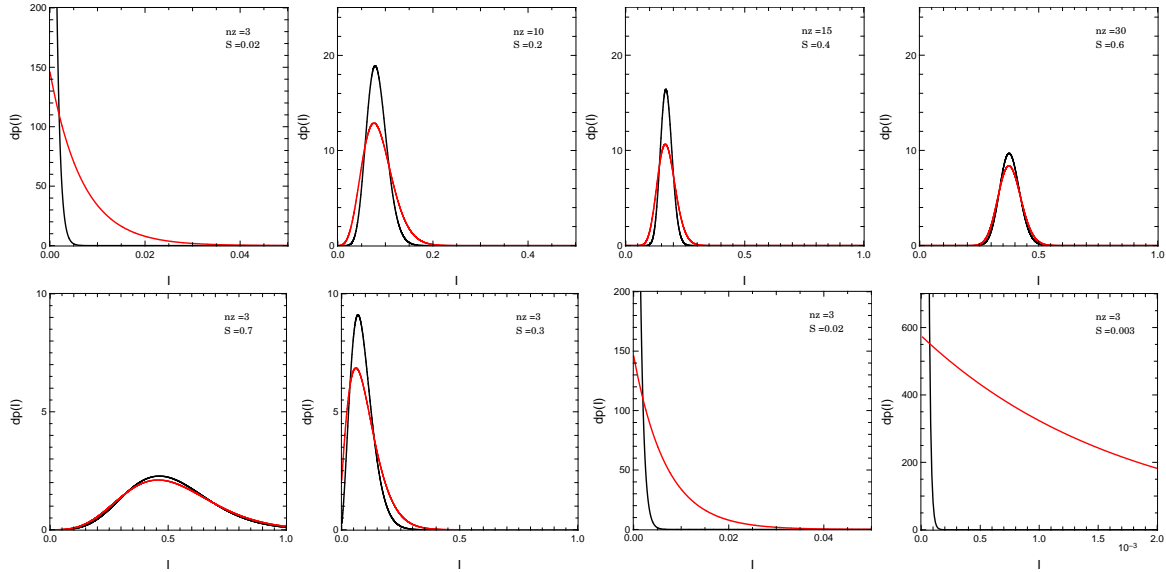
$$2\sigma^2 = \sigma_r^2 + \sigma_i^2 + \langle A_r \rangle_{\Phi}^2 - a^2 \quad (4.18)$$

avec  $\sigma_r^2$  et  $\sigma_i^2$  les variances de  $A_r$  et  $A_i$ .

Par analogie avec le rapport de Strehl pour un télescope mono-pupille, nous avons noté que  $A_{ij}$  peut être vu comme le rapport de Strehl interférométrique. De fait  $A_{ij}$  obéit également à une

4. Rappelons que ces sauts de franges existent uniquement si on considère un instrument scientifique multimode associé à un suiveur de frange monomode, ou inversement.





**FIGURE 4.8** – Densité de probabilité du flux cohérent  $p(I)$  multimode (rouge) et monomode (noir). *En haut* –  $D/r_0 = 8$  : le nombre de polynômes de Zernike corrigés par OA va de 3 (correction de tip-tilt) à 30, pour des Strehls de 0.02 à 0.6. *En bas* – Seule une correction de tip-tilt est appliquée ( $n_z = 3$ ), la turbulence devenant plus forte avec un  $D/r_0$  valant 2, 4, 8 et 16 (de gauche à droite).

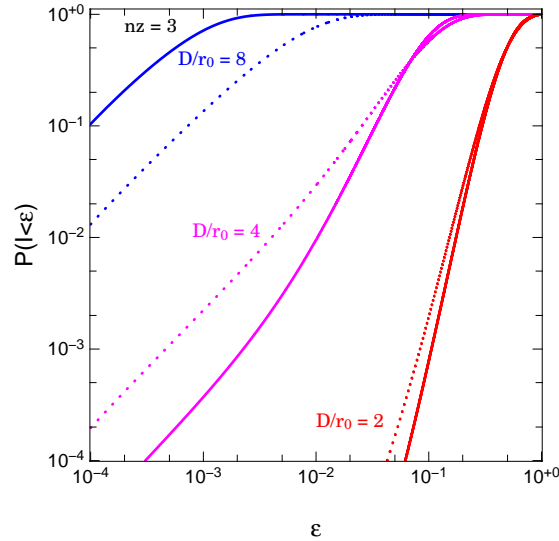
statistique Riciennne, avec  $I = |A_{ij}|^2$ . A partir des relations précédentes, nous avons déterminé  $a^2$  et  $\sigma^2$  dans les cas multimode et monomode. Le détail des calculs peut être trouvé dans l'annexe D.

La principale limitation de ces calculs réside dans le fait qu'ils supposent des conditions d'observations constantes. Or, dans la pratique, elle peuvent changer très rapidement, avec par exemple un seeing passant de 0.5 secondes d'arc (excellentes conditions d'observation) à plus de 2 secondes d'arc (mauvaises conditions) en l'espace de quelques minutes seulement. Nous l'analyserons pas l'effet de ces variations, ce qui nécessiterait sans doute de passer par des simulations numériques plus lourdes, tandis que notre approche du problème se veut analytique.

Un premier pas dans notre étude consiste à analyser les densités de probabilité calculées pour différentes conditions (voir Fig. 4.8). Dans le cas d'une forte turbulence ( $D/r_0 = 8$ , figures du haut), on s'aperçoit que  $p(I)$  prend des valeurs très faibles près de zéro dès lors qu'on applique une correction par OA modérée ( $n_z > 10$ ,  $\mathcal{S} > 0.2$ ). Au delà de 15 modes corrigés, la probabilité que le flux cohérent soit inférieur à 1% est inférieure à  $10^{-9}$ . La différence entre monomode et multimode n'est pas très marquée dans l'ensemble. Ce n'est que dans le cas de degrés de correction faibles ( $n_z < 10$ ) qu'un interféromètre monomode semble plus à même de connaître des pertes de flux cohérent, et donc des sauts de phase. Cependant, dans de tels cas, le flux interférométrique est en moyenne inférieur à 6%, rendant les observations extrêmement difficiles quel que soit le type d'interféromètre. Ce que montrent principalement ces courbes, c'est que filtrage modal ou pas, une OA est nécessaire sur des télescopes de grand diamètre.

Dans le cas d'une correction de tip-tilt uniquement (figures du bas), tant que le diamètre des télescopes est modéré (moins de 3 m dans l'infra-rouge proche) la probabilité que le flux interférométrique atteigne zéro est faible. Pour des diamètres de 4 à 6 m, elle devient non négligeable, et au delà on peut considérer qu'il devient impossible d'observer avec seulement une correction de tip-tilt (le flux cohérent moyen est inférieur à 1% pour  $D = 8$  m). On observe qu'un système multimode sera légèrement plus efficace dans ces conditions, mais le flux cohérent moyen restant très faible, les observations resteront sans doute difficiles.

Dans les cas les plus défavorables que nous venons de voir, les sauts de frange seront également très fréquents, mais encore une fois, même en leur absence, la qualité des données sera



**FIGURE 4.9** – Probabilité que le rapport de Strehl interférométrique soit plus faible qu’une quantité  $\varepsilon$  pour différents niveaux de turbulence dans les cas monomode (trait plein) et multimode (trait pointillé). On considère une correction de tip-tilt uniquement.

fortement dégradée.

L’intégration des courbes ci-dessus nous a permis de déterminer la probabilité  $P(I < \varepsilon)$  que le flux interférométrique  $I$  soit inférieur à une quantité  $\varepsilon$ . Les courbes de la figure 4.9 mènent naturellement aux mêmes conclusions que précédemment, de manière plus quantitative.

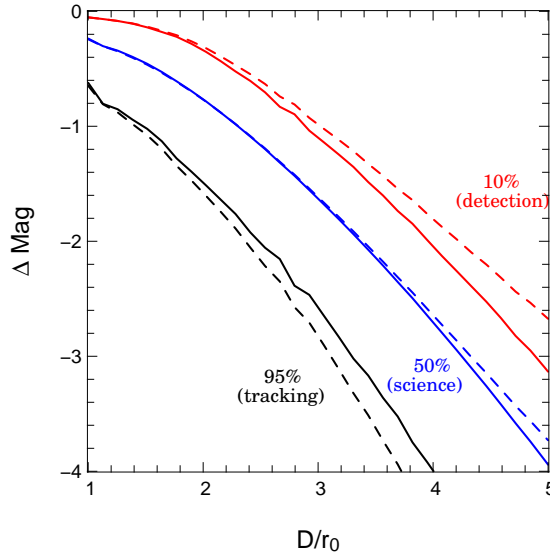
Pour une forte turbulence, la probabilité  $P(I < \varepsilon) = 1 - P(I > \varepsilon)$  est toujours plus grande dans le cas monomode. Ceci s’explique par le fait que la tache de seeing est extrêmement perturbée dans ce cas, si bien que la probabilité que deux tavelures soient injectés simultanément dans deux fibres différentes est faible. Cependant, la probabilité que le flux cohérent soit supérieur à 1% est faible, voire quasi nulle (0% dans le cas monomode, 22% dans le cas multimode), et comme expliqué précédemment, que l’on filtre ou non les aberrations du front d’onde, le fonctionnement de l’instrument sera très fortement détérioré dans ces conditions. Pour une turbulence plus faible ( $D/r_0 < 4$ ), on se retrouve dans les conditions des simulations de [Buscher et al.](#). On observe le même comportement que dans leur étude, à savoir que le filtrage modal est légèrement plus efficace.

On peut définir l’efficacité  $\tau$  d’une observation de la manière suivante :

$$\tau = \frac{\text{Temps d'observation ayant fourni des données exploitables}}{\text{Temps total des observations}}$$

Pour atteindre une efficacité supérieure à  $\tau$ , il faut que le flux cohérent (donc le RSB) soit plus élevé qu’une valeur  $\varepsilon_0$ , de sorte que  $P(I > \varepsilon_0) > \tau$ . En fonction de l’efficacité des observations, nous avons distingué trois types de fonctionnement :

- **Suivi de franges**,  $\tau > 0.95$  – Il s’agit d’un régime de fonctionnement à haute efficacité qui concerne principalement les instruments de type suiveur de frange. Afin d’atteindre les temps d’intégrations les plus longs possibles sur l’instrument scientifique, ces instruments doivent mesurer la position des franges durablement, idéalement durant plus de 95% du temps.
- **Observation scientifique**,  $\tau > 0.5$  – Dans le cadre d’observations scientifiques, l’instru-



**FIGURE 4.10** – Limitation de la magnitude limite d’un instrument corrigé uniquement du tip-tilt, pour trois régimes de fonctionnement typiques : suivi de frange (noir), mesure scientifique (bleu) et détection (rouge). Les performances d’instruments monomode et multimode sont en ligne continue et discontinue respectivement.

ment scientifique peut travailler avec des sources plus faibles. Ceci implique des mesures à plus faible flux cohérent (i.e. plus faible RSB), et on peut imaginer se contenter de mesurer les franges durant 50% du temps.

- **Détection de franges,  $\tau \sim 0.1$**  – Dans de mauvaises conditions, l’efficacité de détection des franges sera très faible, aux alentours de 10%. On procèdera à un traitement de données type “lucky imaging” où seules les 10% des données avec le RSB le plus élevé seront sélectionnées.

Les résultats correspondants sont présentés dans la figure 4.10 où la perte de sensibilité  $\varepsilon_0$  a été traduite en une perte de magnitude limite :

$$\Delta \text{Mag} = 2.5 \log(\varepsilon_0) \quad (4.19)$$

On peut tout d’abord noter que dans le régime de détection à faible efficacité, un interféromètre multimode se révèle plus efficace. Ce résultat est cohérent avec l’analyse des densités de probabilité, où l’on avait vu qu’en cas de forte turbulence et de faible correction par OA (uniquement de tip-tilt en l’occurrence), le phaseur interférométrique monomode a plus de chances d’atteindre zéro. Dans le régime scientifique les performances sont quasi identiques. Finalement dans le régime suivi de frange (haute efficacité) un système monomode se révèle plus efficace de 0.25 magnitude environ. Finalement quel que soit le régime de fonctionnement d’un interféromètre, les différences entre multimode et monomode restent très semblables.

Ce qui est peut-être plus intéressant dans ces courbes est de noter que les performances se dégradent relativement vite lorsque la turbulence augmente. Ainsi un suiveur de frange travaillant avec une turbulence  $D/r_0 = 3$  (télescopes proches de leur limite de diffraction) voit-il sa magnitude limite réduite de 3 magnitudes. Ces résultats coïncident avec le gain attendu de 2.4 magnitudes à CHARA si on l’équipait d’OA (Ridgway *et al.*, 2008). Notons également que, si on ajoute cette contrainte sur la qualité moyenne du flux cohérent aux courbes de magnitudes limites présentées précédemment (Fig. 4.4), nous retombons sur des magnitudes limites plus réalistes (proches des résultats obtenus avec PRIMA ; Sahlmann *et al.*, 2009) en perdant environ 3 et 6 magnitudes sur les ATs et UTs respectivement.

Le résultat principal de cette étude des flux cohérents va finalement au delà de la simple comparaison monomode/multimode. Elle a montré qu’installer une optique adaptative sur des télescopes de 1 ou 2 m pourrait permettre de fortement augmenter la magnitude limite et l’efficacité des interféromètres tels que CHARA ou le VLTI avec les ATs. C’est un fait quasi admis dans la communauté des interférométristes comme en atteste la volonté des équipes de CHARA et du VLTI d’équiper leurs télescopes 1 à 2 mètres d’optiques adaptatives (Ten Brummelaar *et al.*, 2010)<sup>5</sup>.

## 4.6 Conclusion

Cette étude visant à comparer les interférométries monomode et multimode a permis d’aborder des problèmes importants en interférométrie. Pour résumer ce travail en quelques mots, il a été montré que contrairement à ce qu’on pourrait *a priori* penser, **l’interférométrie monomode est aussi performante que sa “concurrente” multimode**. En rentrant un peu plus dans le détail des résultats, on a même montré que les propriétés de filtrage modal ont un avantage certain et qu’il vaut souvent mieux perdre du flux pour conserver la cohérence des front d’onde plutôt que le contraire. Dans le cadre du suivi de franges nous avons montré que l’interférométrie monomode fournit des mesures absolues de phase plus précises (d’autant plus que les conditions sont mauvaises), ainsi qu’une erreur astrométrique pour du suivi hors-axe plus réduite. En contre partie, la magnitude limite est moins élevée du fait du terme de perte de couplage  $\rho_0$  (une limitation physique du concept) et les performances sont légèrement moins bonnes en fonctionnement astrométrique à champ de vue étroit ( $\Delta\alpha < 1 \sim 2''$ ; cas d’instruments scientifiques tels que PRIMA et GRAVITY en fonctionnement astrométrique).

Nous avons également montré que l’impact des sauts de franges est moins important qu’initialement supposé. D’une part, il ne concerne que la configuration particulière d’un instrument scientifique multimode cophasé avec un suiveur de frange monomode (et inversement) si bien que le problème est le même dans les deux cas. Notons également que d’après la dernière partie de ce chapitre, les interféromètres en opération se retrouvent rarement dans des conditions pouvant induire des sauts de frange. Dans le cas contraire, les conditions d’observations seront mauvaises, et les résultats scientifiques sans doute peu exploitables.

Enfin le tout dernier résultat de cette étude nous a montré la nécessité de l’optique adaptative en interférométrie, y compris avec des télescopes de taille “modeste”.

### Article : *Estimating the phase in ground-based interferometry*

Cet article présente l’ensemble des résultats de la comparaison entre interférométrie multimode et monomode, dans le cadre de la mesure de phase pour le suivi de frange. Dans le chapitre présent, j’ai cependant apporté quelques précisions et améliorations sur des points non abordés dans le papier. Il s’agit en particulier de quelques précisions quant au problème des sauts de frange (Section 4.1), ainsi que d’une étude un peu plus approfondie sur les courbes de densité de probabilité du flux cohérent avec cette dernière analyse en terme de perte de magnitude.

---

5. Le financement d’optiques adaptatives pour CHARA a été accordé en mai 2010. La question reste en suspens pour le VLTI par manque de moyens.

# Estimating the phase in groundbased interferometry: performance comparison between singlemode and multimode schemes

E. Tatulli, N. Blind, J. P. Berger, A. Chelli, and F. Malbet

Laboratoire d'Astrophysique, Observatoire de Grenoble, 38041 Grenoble Cedex, France  
e-mail: etatulli@obs.ujf-grenoble.fr

Received 25 September 2009 / Accepted 6 September 2010

## ABSTRACT

**Aims.** We compare the performance of multi and singlemode interferometry for estimating the phase of the complex visibility.

**Methods.** We provide a theoretical description of the interferometric signal that enables us to derive the phase error with detector, photon, and atmospheric noises, for both multi and singlemode cases.

**Results.** We show that despite the loss of flux which occurs when the light is injected in the singlemode component (i.e. singlemode fibers, integrated optics), the spatial filtering properties of these singlemode devices often enable a better performance than multimode concepts. In the high-flux regime, which is speckle-noise dominated, singlemode interferometry is always more efficient, and its performance is significantly better when the correction provided by adaptive optics becomes poor, by a factor of 2 and more when the Strehl ratio is lower than 10%. In low-light level cases (detector noise regime), multimode interferometry reaches better performance, yet the gain never exceeds ~20%, which corresponds to the percentage of photon loss caused by the injection in the guides. Besides, we demonstrate that singlemode interferometry is also more robust to the turbulence for both fringe tracking and phase referencing, with the exception of narrow fields of view ( $\lesssim 1''$ ).

**Conclusions.** Our conclusion is therefore that from a theoretical point of view and contrarily to a widespread opinion, fringe trackers built with singlemode optics should be considered as a both practical and competitive solution.

**Key words.** instrumentation: interferometers – methods: analytical – techniques: interferometric

## 1. Introduction

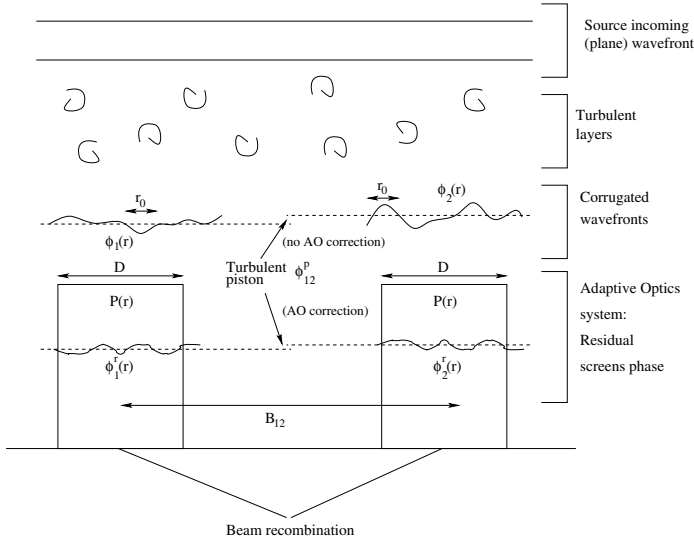
Performance of groundbased optical interferometers is severely limited by the atmospheric turbulent piston, which introduces a random optical path difference between the beams that are combined to produce fringes. These fringes are thus randomly moving on the detector, blurring the signal and preventing us from integrating on time longer than the coherence time of the atmosphere, typically a few tens of milliseconds in the infrared. As a consequence, the limiting-magnitude and ultimate precision of groundbased interferometers are dramatically reduced.

By estimating and compensating in real-time the interferometric phase – in other words by “locking” the fringes on the detector, fringe tracking and phase referencing devices are powerful instruments to circumvent this problem, allowing us to integrate the interferograms on much longer time frames. These instruments, which noticeably improve the sensitivity and the accuracy of interferometers, are undergoing major developments in recent few years, as the number of concepts that are currently studied for various interferometers (Le Bouquin et al. 2008; Sahlmann et al. 2008: VLTI; Berger et al. 2008: CHARA; Jurgenson et al. 2008: MROI) can attest.

In all the different concepts proposed, one key issue still in debate among the instrumental community is the relevance of using spatial filtering devices such as singlemode fibers or integrated optics to carry/combine the beams. It is often argued that spatial filtering is not suited for that type of instruments,

because only a fraction of the total flux is injected in the spatial filter component. This coupling efficiency, which is typically on the order of the Strehl ratio (Coudé du Foresto et al. 2000), can indeed be low with strong turbulence and/or poor adaptive optics (AO) correction. However, the case is not that simple. Singlemode filters only keep that part of the incoming flux which is related to the coherent part of the corrugated wavefront. In other words, singlemode devices only propagate the first mode of the electro-magnetic field, leaving at its output a plane wavefront – that is a deterministic signal, the price to pay is a loss of flux that is correlated to the strength of the turbulence. At the contrary, multimode schemes such as bulk optics are preserving the total flux, but keep the incoherent part of the wavefront at the output (producing randomly moving speckle patterns in the image), which makes the interferogram sensitive to turbulence. Hence choosing between singlemode and multimode schemes corresponds to decide whether losing flux or losing coherence in the signal will be the best strategy to optimize the performance of the interferometer.

Indeed, the efficiency of singlemode devices in terms of precision and robustness of the estimation of the amplitude of the visibility has already been demonstrated experimentally (Coudé du Foresto et al. 1997) and theoretically as well (Tatulli et al. 2004). But concerning the estimate of the phase – which is the quantity of interest for fringe tracking and phase referencing instruments, the situation is not clear yet. If simulations have been initiated in some specific cases to estimate the effects of spatial filtering (Buscher et al. 2008: phase jumps;



**Fig. 1.** Sketch of the effect of the turbulence in interferometry. On each telescope pupil  $P(\mathbf{r})$  separated by the baseline distance  $B_{12}$ , the wavefront is affected by a random phase screen, respectively  $\phi_1(\mathbf{r})$  and  $\phi_2(\mathbf{r})$ . The strength of the turbulence depends on the parameters  $D/r_0$  where  $D$  is the diameter of the telescope and  $r_0$  is the Fried parameter (Fried 1965), describing the typical size of a coherent cell in the wavefront. Furthermore, the optical path difference between the two beams is randomly shifted by the turbulent piston  $\phi_{12}^p$ , which is the phase difference between the two telescopes, averaged on the pupils. If an AO system is present on each telescope, then the wavefront is partially corrected in real time, and the quantity of interest are the residual phases  $\phi_1^r(\mathbf{r})$  and  $\phi_2^r(\mathbf{r})$  and the associated residual turbulent piston.

Tubbs 2005: computation of the coherence time), no theoretical formalism regarding this problem has been presented so far to our knowledge.

We here derive the error of the interferometric phase with detector, photon, and atmospheric noises, both for the singlemode and multimode cases in presence of partial AO correction, following a formalism analogous to the one previously developed for the squared visibility in Tatulli et al. (2004). We then compare the performance of singlemode and multimode schemes for the estimate of the phase of the interferograms, and apply our analysis in the framework of fringe-tracking and phase referencing methods.

## 2. The phase in groundbased interferometry

### 2.1. General description and underlying assumptions

**The groundbased interferometer:** As sketched in Fig. 1, we consider an interferometer with two telescopes, separated by the baseline distance  $B_{12}$ . We assume that both telescopes are identical, that is they are described by the same pupil function  $P(\mathbf{r})$  of diameter  $D$ , therefore by the same collecting area  $\Sigma_P$  defined as  $\Sigma_P = \int [P(\mathbf{r})]^2 d\mathbf{r}$ . Their transmissions are different however, namely  $t_1$  and  $t_2$  respectively. The wavefront over each telescope is affected by randomly moving phase screens,  $\phi_1(\mathbf{r})$  and  $\phi_2(\mathbf{r})$  respectively. The typical cell size of these turbulent phases is  $r_0$  (Fried 1965) and the strength of the turbulence is characterized by the quantity  $D/r_0$ . When Adaptive Optic systems are installed on each telescope, they partially compensate in real-time the wavefront corrugations of the atmosphere. The correction is not perfect however, and residual phases  $\phi_1^r(\mathbf{r})$  and  $\phi_2^r(\mathbf{r})$  remain, affecting the two telescopes. Because of this turbulence,

the optical path difference (opd) between the two light paths to the star through the two telescopes is randomly shifted by the so-called turbulent piston  $\phi_{12}^p$ , i.e. the phase difference between the two telescopes averaged over the pupils:

$$\phi_{12}^p = \int P(\mathbf{r})\phi_1^r(\mathbf{r})d\mathbf{r} - \int P(\mathbf{r})\phi_2^r(\mathbf{r})d\mathbf{r}. \quad (1)$$

**The interferogram:** A 2-telescope interferogram consists in an incoherent part, which is the sum of the photometric fluxes coming from both telescopes, and a modulated coherent part – namely the fringes, which are proportional to the so-called complex coherent flux  $F_{12}^c$ , which depends on the flux  $N$  (photons per surface unit and per time unit) and on the complex visibility  $V_{12}$  of the source corresponding to the baseline frequency  $f_{12} = B_{12}/\lambda$  of the interferometer.  $\lambda$  is the effective wavelength of the interferogram. The modulation of the fringes can be either temporal, when the opd is scanned with moving piezo-mirrors (temporal coding), or spatial, when the opd is scanned with dedicated output pupils, whose separation defines the frequency of the modulation (spatial coding).

Finally, the phase of the interferogram  $\Phi_{12}$ , that is the phase shift with respect to the zero opd, originates from the source phase  $\phi_{12}^{\text{obj}}$ , a potential instrumental phase  $\phi_{12}^{\text{ins}}$ , which we will assume equal to zero below<sup>1</sup>, and the turbulence piston phase  $\phi_{12}^p$ .

### 2.2. Estimating the interferometric phase and its associated error

Estimating the interferometric phase  $\Phi_{12}$  requires us to define and compute from each interferogram an appropriate complex estimator  $\widehat{F}_{12}^c$  of the complex coherent flux  $F_{12}^c$ . Several methods are possible to build this estimator, such as ‘‘ABCD’’ techniques in the image plane (Colavita 1999; Tatulli et al. 2007) or an analysis in the Fourier plane (Roddier & Lena 1984; Coudé du Foresto et al. 1997). In any case, the measured phase is then the argument of the complex estimator  $\widehat{F}_{12}^c$ :

$$\Phi_{12} = \text{atan} \left[ \frac{\text{Im}(\widehat{F}_{12}^c)}{\text{Re}(\widehat{F}_{12}^c)} \right]. \quad (2)$$

In this framework, one can show that in first approximation, i.e. when the error on  $\widehat{F}_{12}^c$  is small compared to its amplitude, the variance of the instantaneous phase (i.e. measured over one interferogram) can be expressed as (Chelli 1989, see Eq. (5), case  $j = k$ ):

$$\sigma_{\phi}^2 = \frac{1}{2} \frac{E \left( \left| \widehat{F}_{12}^c \right|^2 \right) - \text{Re} \left[ E \left( \widehat{F}_{12}^c \right)^2 \right]}{\left[ E \left( \widehat{F}_{12}^c \right) \right]^2}, \quad (3)$$

where  $E$  denotes the expected value. Chelli (1989) has also demonstrated that the variance of the interferometric phase is independent of the object phase. For the sake of simplicity, we will therefore consider that the source of interest is centrosymmetric, namely  $\phi_{12}^{\text{obj}} = 0$ .

Regardless of the method used to build the estimator from the interferogram, the statistics of the phase will depends on

<sup>1</sup> Considering a non zero instrumental phase  $\phi_{12}^{\text{ins}}$  would only introduce an extra shift of the interferogram, but would not affect the performance of the interferometer, as long as this instrumental phase is stable or calibratable.



**Table 1.** Expression of the variance of the phase for the three noise regimes, the detector, photon, and atmospheric regimes, both in the multimode and singlemode cases.

Multimode case	
$\sigma_{\text{det}\phi}^2$	$= \frac{1}{2} \frac{N_{\text{pix}} \sigma_{\text{det}}^2}{N^2 t_1 t_2  V_{12} ^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$
$\sigma_{\text{phot}\phi}^2$	$= \frac{1}{2} \frac{N t_1 t_2  V_{12} ^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}{t_1 + t_2}$
$\sigma_{\text{atm}\phi}^2$	$= \frac{1}{2} \frac{\int [P(\mathbf{r})P(\mathbf{r}')e^{-\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\mathbf{r},\mathbf{r}')}]^2 d\mathbf{r}d\mathbf{r}' - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \int P(\mathbf{r})P(\mathbf{r}')e^{\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\mathbf{r},\mathbf{r}')} d\mathbf{r}d\mathbf{r}' \right]^2}{\left[ \int P^2(\mathbf{r})d\mathbf{r} \right]^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$
Singlemode case	
$\sigma_{\text{det}\phi}^2$	$= \frac{1}{2} \frac{N_{\text{pix}} \sigma_{\text{det}}^2}{\rho_0^2 N^2 t_1 t_2  V_{12} ^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$
$\sigma_{\text{phot}\phi}^2$	$= \frac{1}{2} \frac{(t_1 + t_2) \bar{S}}{\rho_0 N t_1 t_2  V_{12} ^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$
$\sigma_{\text{atm}\phi}^2$	$= \frac{1}{2} \frac{\left[ \int P(\mathbf{r})P(\mathbf{r}')e^{-\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\mathbf{r},\mathbf{r}')} d\mathbf{r}d\mathbf{r}' \right]^2 - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \int P(\mathbf{r})P(\mathbf{r}')e^{\frac{1}{2}D_{\phi_r}(\mathbf{r},\mathbf{r}')} d\mathbf{r}d\mathbf{r}' \right]^2}{\left[ \int P(\mathbf{r})d\mathbf{r} \right]^4 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}}$

**Notes.** See text and Appendix A for a description of the parameters involved.

whether the interferometer is using a multimode or a singlemode design. Below, we explore how the atmospheric spatial fluctuations of the turbulent wavefront affect the fringe pattern in multimode and singlemode cases.

### 2.3. The coherent flux in multimode interferometry

In multimode interferometry, the total flux on the detector remains constant (neglecting scintillation) and the interferograms are created in speckle patterns randomly moving with the fluctuations of the turbulent wavefronts over the two telescopes.

There are two different ways to combine the beams in multimode interferometry (Chelli & Mariotti 1986): whether in the image plane, a technique which is suited to perform spatial coding of the fringes on the detector, known as Fizeau (Beckers & Hege 1984) and Michelson (Mourard et al. 1994) mountings<sup>2</sup>, or in the pupil plane, which is commonly used to temporally sample the interferogram through dedicated moving piezo-electric mirrors (Dyck et al. 1995). In both cases however, the expression of the coherent flux can be written as (as shown in the demonstration of Appendices A.3.1 and A.3.2 of this paper and in Appendices A1 and A2 of Buscher et al. 2008):

$$F_{12}^c = \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} V_{12} T_{12}. \quad (4)$$

$T_{12}$  is the normalized interferometric transfer function resulting of the cross-correlation of the pupil of the two telescopes, corrugated by the residual atmospheric screen phases  $\phi_1^r(\mathbf{r})$  and  $\phi_2^r(\mathbf{r})$ , (see Fig. 1). It writes:

$$T_{12} = \frac{\int [P(\mathbf{r})]^2 e^{i(\phi_1^r(\mathbf{r}) - \phi_2^r(\mathbf{r}))} d\mathbf{r}}{\int [P(\mathbf{r})]^2 d\mathbf{r}}. \quad (5)$$

<sup>2</sup> In the Fizeau combination, the output pupil is homothetic to the entrance one, whereas in the Michelson scheme this property is not conserved.

As an analogy with classical AO systems on single-pupil telescopes (see e.g. Fusco & Conan 2004),  $|T_{12}|^2$  can be seen as the instantaneous *interferometric* Strehl ratio, for multimode interferometry.

### 2.4. The coherent flux in singlemode interferometry

The main property of singlemode devices such as fibers or integrated optic chips is to perform a spatial filtering of the input wavefront so that only its Gaussian part is transmitted. As a consequence, a singlemode device turns the input spatial wavefront fluctuations into intensity fluctuations at the output. With this, each outgoing wavefront is flat, hence the shape of the interferogram is deterministic, only depending on the instrumental configuration. The trade-off is that only a fraction of the flux is transmitted, corresponding to the coherent energy of the turbulent wavefront. The singlemode instantaneous coherent flux thus takes the form (see Appendix A.4, Eq. (A.38))

$$F_{12}^c = \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} \rho^{12}(V), \quad (6)$$

where  $\rho^{12}(V)$  is the interferometric coupling coefficient that depends both on the source extension and on the level of AO correction (Tatulli et al. 2004, see Eqs. (3), and (A.35), Appendix A.4 of this paper). Focusing on compact sources, that is astrophysical objects unresolved by a single telescope,  $\rho^{12}(V)$  takes a simple expression of the form  $\rho^{12}(V) = \rho_0 V_{12} \rho_{12}$  (Tatulli & Chelli 2005, Eqs. (4–6)). The coherent flux thus rewrites:

$$F_{12}^c = \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} \rho_0 V_{12} \rho_{12}, \quad (7)$$

where  $\rho_{12}$  is independent of the source properties

$$\rho_{12} = \frac{\int P(\mathbf{r}) e^{i(\phi_1^r(\mathbf{r}))} d\mathbf{r} \int P(\mathbf{r}) e^{-i(\phi_2^r(\mathbf{r}))} d\mathbf{r}}{\int P(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \int P(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}, \quad (8)$$

and where  $\rho_0$  is the maximum achievable coupling efficiency, shown to be  $\sim 80\%$  (Shaklan & Roddier 1988), because of the

geometrical mismatch between the telescope Airy disk profile and the Gaussian profile of the propagated mode.

Equation (8) has to be compared with Eq. (5). We can see that they are almost similar, but with one major difference: in Eq. (5), the product of the phasors is integrated over the pupil, whereas in Eq. (8), each phasor is *first* integrated over the pupil, then the product is performed. As noticed by Buscher et al. (2008), this difference is the mathematical expression of the property of spatial filtering.

Again,  $|\rho_{12}|^2$  – which is equal to 1 for perfect AO correction/absence of atmospheric turbulence – can be seen by as the instantaneous *interferometric* Strehl ratio, but for the singlemode case.

### 3. Performance comparison

#### 3.1. Phase noise

From Eqs. (3–7), we derive the expression of the error of the phase for both singlemode and multimode cases, as developed in Appendix A. We show that the variance of the interferometric phase can be decomposed as the quadratic sum of three terms, corresponding to the detector, photon, and atmospheric regimes:

$$\sigma_{\phi}^2 = \sigma_{\text{det},\phi}^2 + \sigma_{\text{phot},\phi}^2 + \sigma_{\text{atm},\phi}^2, \quad (9)$$

where the detail of each term is given in Table 1. The phase error depends on parameters coming from the source and the instrument, which we recall here:  $N$  is the number of incoming photons per surface unit and per time unit,  $|V_{12}|$  is the amplitude of the visibility,  $t_1$  and  $t_2$  are the transmissions of both telescopes,  $N_{\text{pix}}$  is the number of pixels to sample the interferogram,  $\sigma_{\text{det}}$  is the detector noise. The phase error also depends on atmospheric terms: the long exposure Strehl ratio  $\bar{S}$  and its associated coherent energy  $e^{-\sigma_{\phi_r}^2}$  where  $\sigma_{\phi_r}^2$  is the variance of the residual phase of a single telescope (Noll 1976), and of the phase structure function with partial AO correction  $\mathcal{D}_{\phi_r}(\mathbf{r})$  as modelled in Appendix D.

Figure 2 (top) shows the multimode and singlemode phase error as a function of the number of incoming photoevents (alternatively, source  $K$ -band magnitude), for different levels of AO correction (i.e. different Strehl ratios). In a general way, the behavior of the error is similar in both cases: at low fluxes, the detector noise dominates with a slope of the error in  $1/N$ , then it goes through a (short) photon noise regime in  $1/\sqrt{N}$  and eventually reaches a plateau for the brightest sources due to speckle noise – analog to the one known in the case of the visibility (Goodman 1985; Tatulli et al. 2004), which limits the ultimate precision on the phase. Note that in order to keep the phase noise below reasonable levels, that is smaller than 1 radian, it is mandatory to equip interferometers with AO systems, to ensure at least a low-order correction of the turbulent phase, providing Strehl ratios greater than  $\sim 0.1$  for  $D/r_0 = 8$  and  $\sim 0.5$  for  $D/r_0 = 2$ .

Going into greater detail, Fig. 2 (bottom) shows the ratio of the error of the multimode phase by the error of the singlemode phase as a function of the number of photoevents. Clearly, two different behaviors occur if we are considering a photon-starved or a photon rich regime, as discussed below.

#### 3.2. Low-light level regime – limiting magnitude

For faint sources, the phase error is dominated by the detector noise  $\sigma_{\text{det},\phi}$ . The comparison between both multimode and

singlemode cases is not straightforward however because the number of pixels required to sample the fringes is specific to each technique, and depends on the chosen combination scheme. Let us first review here the possible technical solutions:

*Multimode – (image plane) multi-axial combination:* Here, each speckle in which the interferograms are formed must be sampled correctly, that is it must be crossed by at least two pixels (Chelli & Mariotti 1986). Then, if we take the whole image of size  $\lambda/r_0$ , the total number of pixels required becomes  $N_{\text{pix}} = 2D/r_0$ . As a consequence,  $N_{\text{pix}}$  is dependent on the turbulence, in this combination mode. In the case of the VLTI at Cerro Paranal, the average  $r_0$  is  $\approx 1$  m in the  $K$ -band, which gives turbulence strengths of  $D/r_0 \approx 8$  and  $D/r_0 \approx 1.8$  for the UTs ( $D = 8$  m) and ATs ( $D = 1.8$  m). This corresponds to a number of pixels that can vary quite a lot with the strength of the turbulence,  $N_{\text{pix}} = 16$  (UTs) and  $N_{\text{pix}} = 4$  (ATs) respectively.

*Multimode – (pupil plane) coaxial combination:* Providing that the interferogram is scanned faster than the coherent time of the atmosphere in order to “freeze” the fringes, the minimum number of pixels to obtain full information on the temporal interferogram is 3, which corresponds to the 3 degrees of freedom: incoherent flux, fringe amplitude, and phase. However, instead of this “ABC” scheme with 120 degrees between the three channels, it is frequently more practical to implement an “ABCD” scheme with 90 degree phase shifts, hence requiring 4 pixels. Note that in the framework of phase tracking, it is also possible to only measure the sine component of the fringe with an “AC” scheme with 180 degrees between the two channels. In any case, the number of pixels needed in a coaxial pupil plane combiner is between 2 and 4.

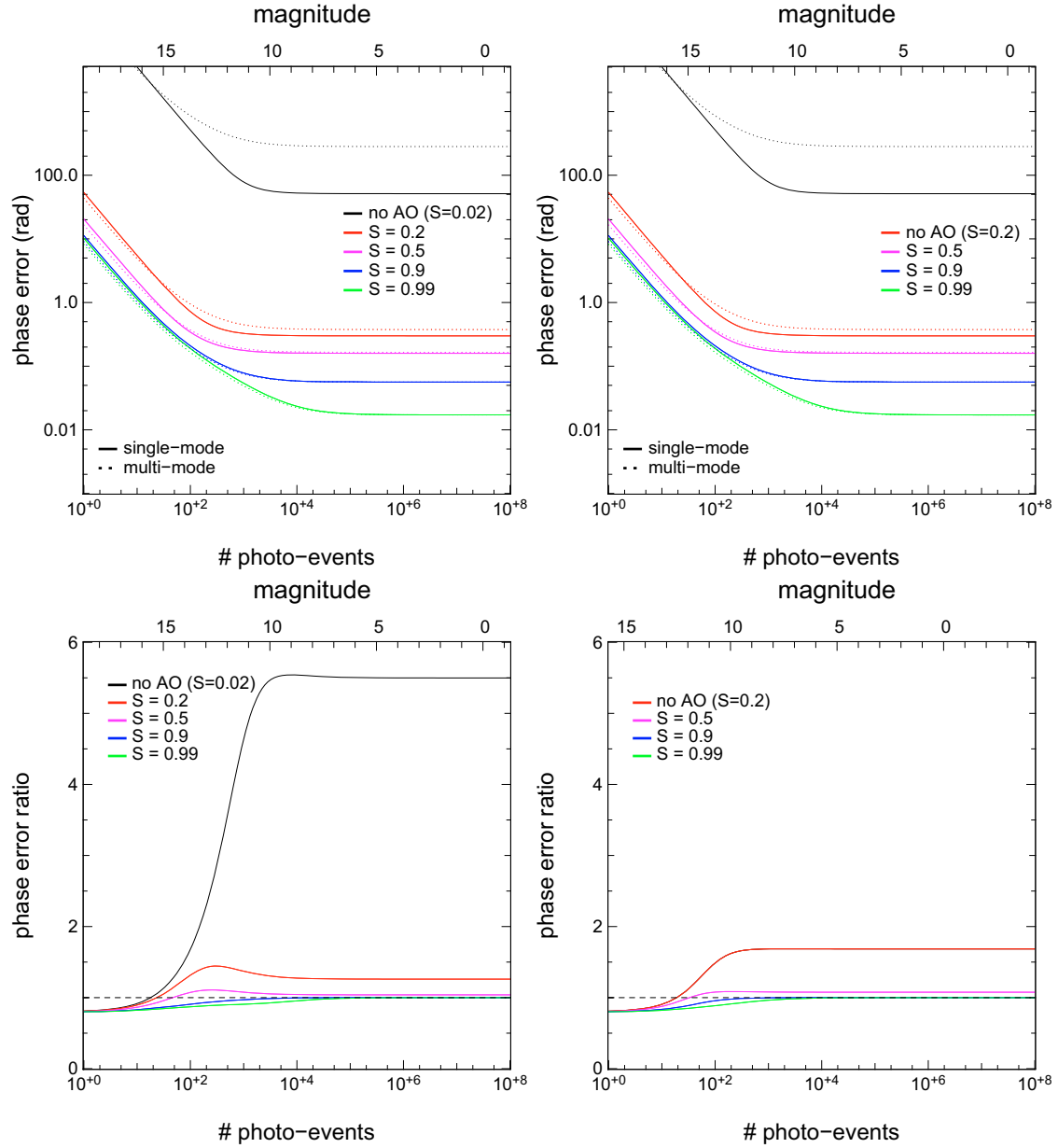
*Singlemode – multi-axial combination:* Contrary to the multimode/multi-axial combination, the number of pixels here is independent of the turbulence, because the shape and frequency of the interferogram are fixed by the design of the beam combiner. Typically, the interferogram consists in a sinusoidal signal with a frequency defined by the separation of the output pupils (the so-called coding frequency), and where its amplitude is modulated by the Gaussian envelope of the singlemode device. Tatulli & LeBouquin (2006) have shown that the optimum number of pixels that respects the Shannon criterion ( $>2$  pixels per fringe) and prevents an overlapping of the photometric and interferometric peaks in the Fourier plane is  $N_{\text{pix}} = 10$ .

*Singlemode – coaxial combination:* As in the coaxial multimode case, one merely needs to sample the interferogram with respect to the 3 degrees of liberty here. As a result, the number of pixels is again between 2 and 4. Note that instead of the usual temporal coding, fringes can be scanned simultaneously thanks to “ABCD-like” integrated chip devices (Benisty et al. 2009).

As a consequence, coaxial schemes – both in multimode and singlemode cases – appear more appropriate, because they are using substantially fewer pixels than multi-axial ones. We remark however that these conclusions apply in the framework of fringe tracking where pair-wise combinations are favored. They may differ in the context of an interferometric imaging instrument where an important number of baselines is involved. Below we will consider coaxial combiners with  $N_{\text{pix}} = 4$ , corresponding to the standard “ABCD” sampling.

As multimode and singlemode fringe trackers finally require the same number of pixels, a straightforward comparison of the expressions of the detector noise shows that multimode combiners will in this regime achieve a slightly better performance by a factor of  $1/\rho_0$ , because singlemode spatial filters cannot transmit 100% of the flux for the geometrical reasons mentioned in





**Fig. 2.** Global performance comparison between multimode and singlemode interferometry, all sources of noise considered. *Top*: error of the phase in multimode (dotted lines) and singlemode (solid lines) as the function of the number of detected photoevents (per time unit) and *K*-band magnitude. For both cases, we can see the three regimes: the detector noise (in  $1/N$ ), then (shortly) the photon noise (in  $1/\sqrt{N}$ ) and finally the speckle noise (saturation). *Bottom*: ratio of multimode vs. singlemode phase error. Plots are shown for several levels of correction (Strehl ratios). The fixed parameters are  $\sigma_{\text{det}} = 4e^-/\text{pix}$ ,  $|V_{ij}| = 1$ ,  $N_{\text{pix}} = 4$ . Two turbulence strengths are considered  $D/r_0 = 8$  (*left*) and  $D/r_0 = 2$  (*right*) that correspond to the average turbulence conditions of the VLTI with UTs ( $D = 8$  m) and ATs ( $D = 1.8$  m) respectively. For the conversion between detected photoevents and magnitude scale, we have considered a total transmission coefficient of 15%, a detector quantum efficiency of 50%, an integration time of 30 ms and a spectral resolution of 35 with 2 pixels by spectral channel.

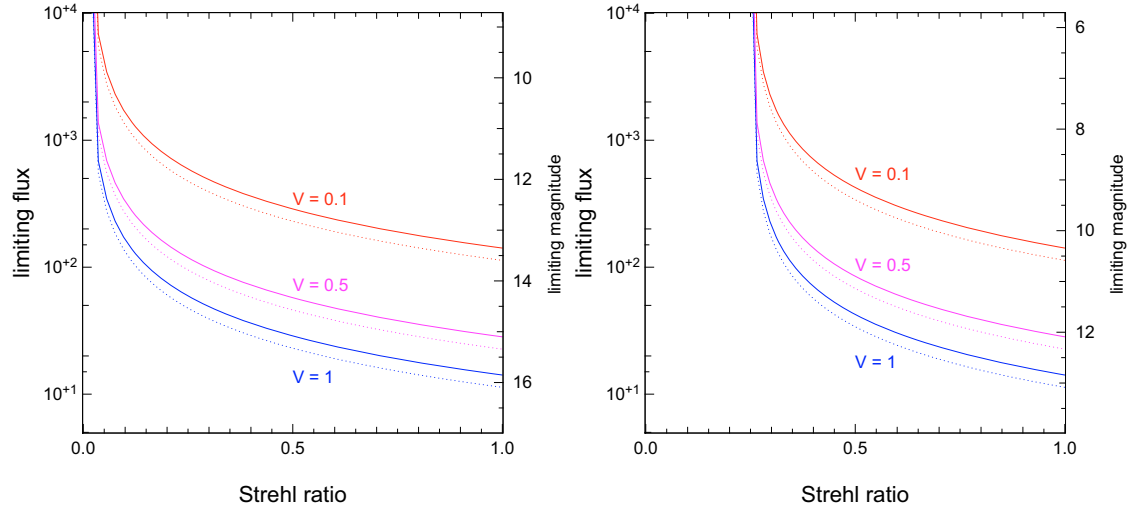
previous sections. If we define the limiting magnitude<sup>3</sup> such as the error of the phase to be equal to 1 rad, which – apart from

very low AO correction levels – occurs in this detector noise regime, the corresponding limiting flux is given by

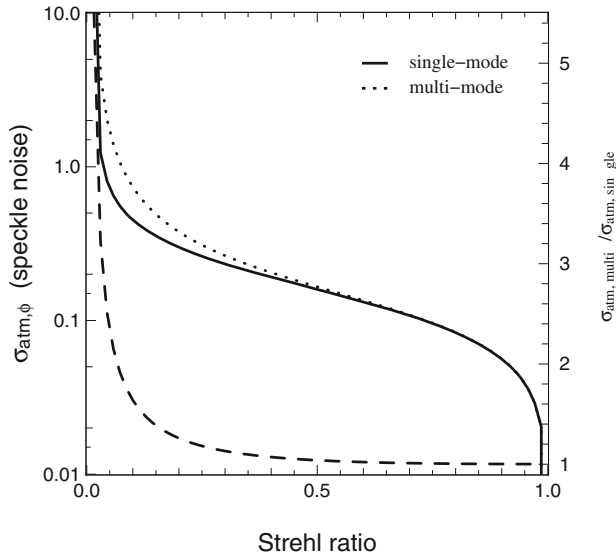
<sup>3</sup> Note that the definition of the limiting magnitude depends on the estimator chosen to measure the phase. Here the interferometric phase is merely estimated at the baseline frequency  $f_{12}$ , which is at the top of the interferometric peak (see Appendices A.3 and A.4). If a different estimator is used, like integrating the high frequency peak over the frequency range  $[f_{12} - D/\lambda, f_{12} + D/\lambda]$  (see e.g. Roddier & Lena 1984; Mourard et al. 1994, in the case of the squared visibility estimators), the expression, and therefore the value of the limiting magnitude will change accordingly.

$$K_{\text{lim}}^{[\text{multi}, \text{single}]} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{N_{\text{pix}}} \sigma_{\text{det}}}{[1, \rho_0] V_{12} e^{-\sigma_{\text{dr}}^2}}, \quad (10)$$

with the factor 1 or  $\rho_0$  depending whether we are using multimode or singlemode interferometers. As illustrated by Fig. 3, the gain in limiting magnitude for multimode combiners is  $\sim 0.25$  magnitude.



**Fig. 3.** Limiting flux as a function of the Strehl ratio (detector noise regime case) for turbulence strengths of  $D/r_0 = 8$  (left) and  $D/r_0 = 2$  (right). Plots are shown for an unresolved ( $V = 1$ ), fairly resolved ( $V = 0.5$ ), and fully resolved ( $V = 0.1$ ) source, respectively. Curves are going by pair for singlemode (solid lines) and multimode (dotted lines) cases. The fixed parameters have the same values as previous figures.



**Fig. 4.** Phase speckle noise as a function of the Strehl ratio for both singlemode (solid line) and multimode (dotted line) cases, with  $D/r_0 = 8$ . The ratio between the multimode and the singlemode phase errors is plotted in dashed line ( $y$ -axis on the right side).

### 3.3. High-light level regime: the speckle noise

In the photon-rich regime, the speckle noise dominates and the error on the interferometric phase reaches a plateau, that is, is not dependent on the flux of the source anymore. As illustrated by Fig. 4, singlemode interferometers always provide a lower phase error than multimode ones, emphasizing the remarkable properties of spatial filtering of the turbulent wavefront by singlemode devices. This behavior was already noticed by [Tatulli et al. \(2004\)](#) for the estimate of the squared visibility, showing that the so-called *modal* speckle noise of the visibility was, for a given AO correction, always lower than classical speckle noise of multimode interferometers. The concept of modal speckle noise can also be applied for the singlemode interferometric phase. However, at the difference of the squared visibility for which the modal speckle noise is 0 for a point source, the phase

modal speckle noise always exists, independently of the size of the source.

Note that the gain of using singlemode schemes is all the more important than the level of correction is low. If for a fairly good correction with a Strehl ratio above 20%, the difference remains marginal with a factor  $\sim 1-1.5$  between the singlemode and multimode phase error, the situations where bright sources are observed with low/none AO correction will highly benefit from singlemode interferometers. In these cases the precision of the phase can increase by at least a factor of 2 and much more when using spatial filtering of the corrugated wavefront with a typical Strehl ratio below 10%. This is a typical counter-intuitive example where it is more profitable to lose a substantial part of the flux and keep only the coherent part of the perturbed wavefronts than conserving the whole flux at the price of introducing additional atmospheric noise.

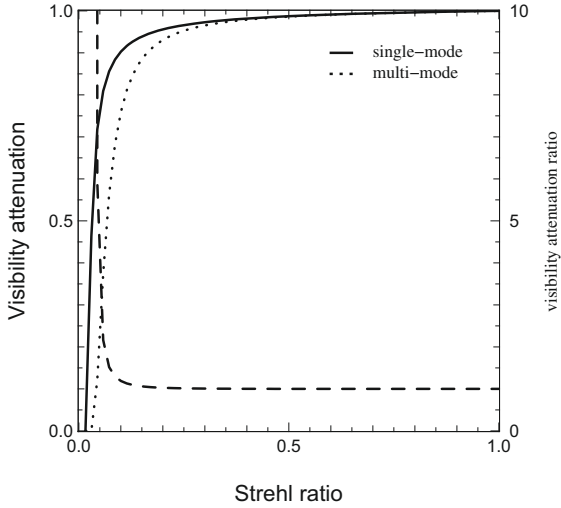
## 4. Application to fringe tracking

In this section, we apply the formalism developed above in the context of on-axis and off-axis fringe tracking, that is when the phase is estimated and compensated in real time to stabilize the fringes on the detector. We focus on the relative performance of fringe tracking systems using either multimode or singlemode schemes.

### 4.1. Coherent integration

For each interferogram, fringes are shifted from the zero optical path difference by the turbulent piston. This piston is corrected in real time by the fringe tracker, which estimates the phase of the fringes and compensates the optical path difference in real time by moving dedicated mirrors.

Centering the fringes in real time allows us to perform coherent integration of the signal, that is to integrate on time scales much longer than the coherence time of the atmosphere. However, the estimated piston used for the opd correction is affected by a random measurement error  $\epsilon(t)$ . As a result, the interferogram is not perfectly centered and is still moving with an excursion depending on the statistics of the noise. If the interferograms are integrated over a time that is long enough for the



**Fig. 5.** Long exposure visibility attenuation owing to the atmospheric noise of the measurement of the phase, as a function of the Strehl ratio for multimode (dotted line) and singlemode (solid line) systems, with  $D/r_0 = 8$ . The ratio of the attenuation between singlemode and multimode is plotted in a dashed line ( $y$ -axis on the right side).

realizations of the random error  $\epsilon(t)$  to span all the range of its probability law, then, by rules of ergodicity, the visibility will be affected by a loss of contrast<sup>4</sup>, which writes

$$\langle V \rangle_t = \langle V \rangle_\epsilon = V e^{-\frac{\sigma_\phi^2}{2}}, \quad (11)$$

where  $\langle \rangle_\epsilon$  is the ensemble average over the realizations of the noise, and  $\sigma_\phi^2$  is the variance of this noise as computed in Sect. 3.1. Hence, for long integration times, an attenuation of the coherent flux (equivalently of the visibility) by a factor  $e^{-\frac{\sigma_\phi^2}{2}}$  is introduced by the instantaneous turbulent phase, which is corrected only to the precision of its estimation. This bias therefore depends on whether singlemode or multimode fringe tracking is used.

For the high-light level regime, where the fringe tracking is mostly expected to work, Fig. 5 shows the attenuation of the visibility as a function of the Strehl ratio for both singlemode and multimode systems. We can see that acceptable loss of contrast, typically  $\geq 0.8$ , is achieved as soon as moderate AO corrections with Strehl  $\geq 0.1$  (for  $D/r_0 = 8$ ) are provided. On the contrary, for a lower performance of the AO system, the attenuation coefficient drops rapidly and the advantage of tracking the fringes is lost because of the uncompensated turbulent fluctuations of the phase over the pupils.

One important conclusion to draw is that for a given AO correction, the visibility attenuation induced by the noise of the phase is always smaller when using singlemode fringe tracking systems instead of multimode ones. In other words, the maximum achievable atmospheric contrast is always higher using singlemode fringe tracker than with multimode systems. This is especially true for low AO correction cases where the attenuation can become twice as large and more, as shown in Fig. 5.

<sup>4</sup> For the sake of simplicity, we assume here that the phase is instantaneously compensated, hence we do not take into account the delay of the fringe tracking loop between the measurement of the phase and its correction. The problem of time delay, which is independent of the multimode or singlemode nature of the fringe-tracking system, is treated in Conan et al. (2000).

## 4.2. Phase jumps

It is usually implicitly assumed that the phase estimated in interferometry is effectively the shift of the fringes with respect to the zero opd, namely the piston phase. By definition, the piston phase shift is the average differential phase across the apertures, as illustrated in Fig. 1 and described in Eq. (1), which can be rewritten as

$$\phi_{12}^p(t) = \int_{\Sigma} [\phi_1^r(\mathbf{r}, t) - \phi_2^r(\mathbf{r}, t)] d\Sigma, \quad (12)$$

following the formalism of Buscher et al. (2008, see Eq. (6)), where  $d\Sigma$  is an elemental within the aperture  $\Sigma$ .

As first brought up by these authors, the practical estimate  $\widetilde{\phi}_{12}^p(t)$  of this piston phase is performed by taking the argument of the complex phasor averaged over the pupils, that is

$$\widetilde{\phi}_{12}^p(t) = \arg \left( \int_{\Sigma} e^{i(\phi_1^r(\mathbf{r}, t) - \phi_2^r(\mathbf{r}, t))} d\Sigma \right) \quad (13)$$

in the multimode case, and

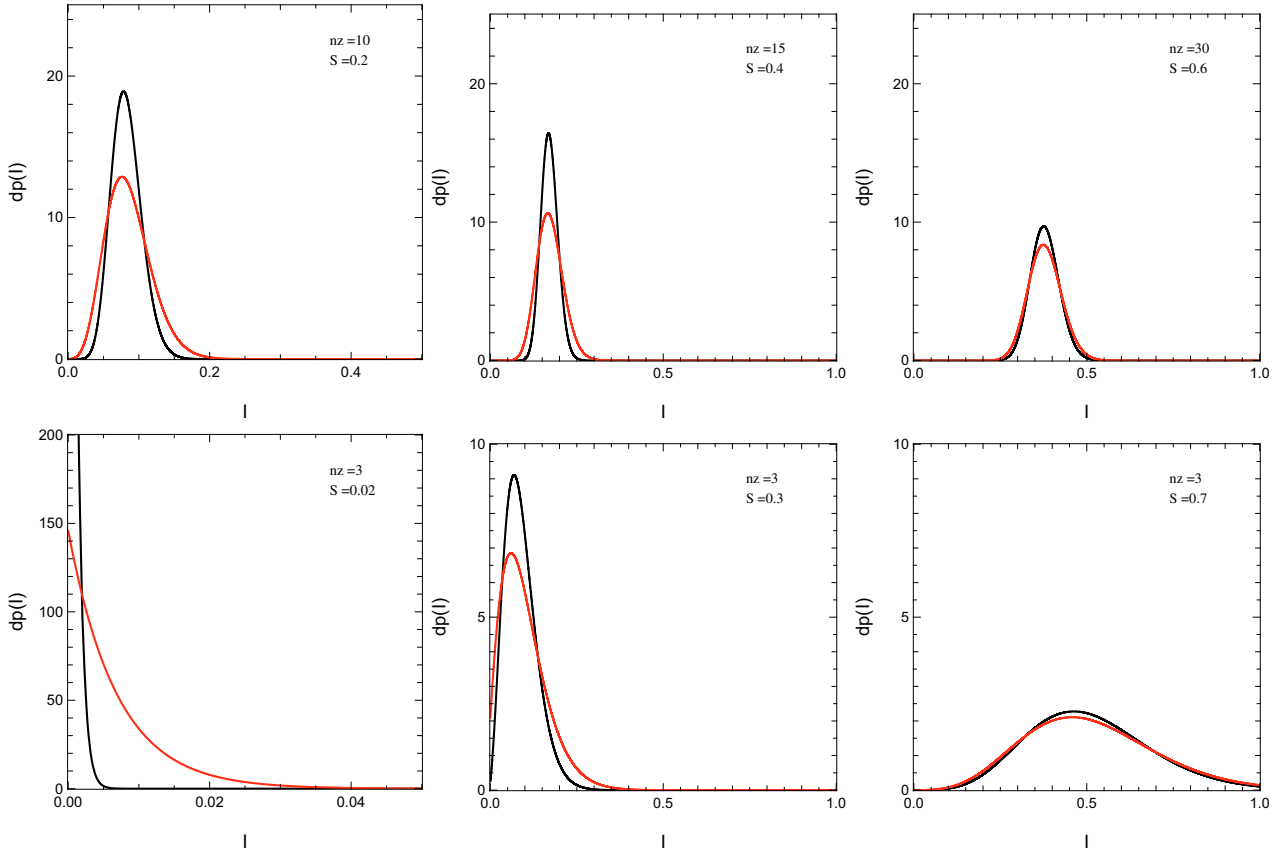
$$\widetilde{\phi}_{12}^p(t) = \arg \left( \int_{\Sigma} e^{i\phi_1^r(\mathbf{r}, t)} d\Sigma \int_{\Sigma} e^{-i\phi_2^r(\mathbf{r}, t)} d\Sigma \right) \quad (14)$$

in the singlemode one.

By comparing Eq. (12) to Eqs. (13, 14) we can see that the true piston phase  $\phi_{12}^p$  and the estimated one  $\widetilde{\phi}_{12}^p$  are literally not the same, unless when there is no phase fluctuation (i.e. no turbulence or a perfect correction of the wavefronts) across the apertures.

When considering a small amount of fluctuations  $\delta\phi_{12}(\mathbf{r}, t)$  such as  $\phi_1^r(\mathbf{r}, t) - \phi_2^r(\mathbf{r}, t) = \delta\phi_{12}(\mathbf{r}, t)$ , a Taylor expansion of Eqs. (13, 14) can show that  $\phi_{12}^p$  and  $\widetilde{\phi}_{12}^p$  will then deviate roughly as  $\int_{\Sigma} [\delta\phi_{12}(\mathbf{r}, t)]^3 d\Sigma$  (Buscher et al. 2008). But if these fluctuations are high (typically above 1 radian), there can be strong differences between the piston phase and the argument of the complex phasor. More precisely, strong divergences are occurring when the complex phasor has a very small amplitude and eventually crosses the origin of the complex plane. Then rapid phase jumps of the argument of the phasor can be experienced, whereas these jumps are not seen in the piston phase. As a consequence the correction performed by the fringe tracker may be highly wrong and fringes potentially lost, especially if the science camera is working at a different wavelength than that of the fringe tracker (Buscher et al. 2008), as is the case e.g. for the FINITO instrument (fringe tracking in  $H$ -band and correction in  $K$ -band, Gai et al. 2004; Le Bouquin et al. 2008).

It is therefore important to know the probability of phase jumps to occur in order to ensure an observational/instrumental context in which these events are avoided as much as possible. So far, the conclusions about this point are not clear: if Tubbs (2005) implied that spatial filtering could be the source of these anomalies, Buscher et al. (2008) on the contrary argues that AO correction and most of all spatial filtering help to reduce these singularities. All the previous analysis were however based only on simulations. We propose here a theoretical analysis of this phenomenon. We emphasize that our analysis focuses on the rate of occurrence of phase jumps, as defined above. We do not study the consequences of these phase jumps in terms of an effective loss of fringe tracking. Such a causality will depend on the system (e.g. single wavelength vs. multiple spectral channels methods) used to practically estimate and correct the opd. Considering that a phase jump would systematically induce a



**Fig. 6.** Density probability of the multimode instantaneous Strehl ratio ( $I = |T_{12}|^2$ , red lines) and singlemode one ( $I = |\rho_{12}|^2$ , black lines) for various levels of AO correction and turbulence strengths. *Top*: constant turbulence strength  $D/r_0 = 8$  and the number of corrected Zernike are, from left to right,  $n_z = 10, 15, 30$ . *Bottom*: constant AO correction  $n_z = 3$  (tip-tilt only), with various turbulence strengths, from left to right  $D/r_0 = 8, 4, 2$ .

failure in the fringe tracking system therefore corresponds to the worst case scenario.

That the coherent flux drops to zero because of turbulent phase fluctuation depends on whether the interferometric transfer function  $|T_{12}|$  for multimode systems or the interferometric coupling coefficient  $|\rho_{12}|$  in the singlemode case, drops to zero. We thus aim here to establish the probability density of these quantities, and study how likely it is for them to take very low values. Canales & Cagigal (1999) have studied the distribution of speckle statistics in presence of partial AO correction for mono-pupil telescopes. They have shown that the density probability  $dp(I)$  of the intensity  $I$  at the center of the image – that is by definition, the instantaneous Strehl ratio – follows a Rician statistics of the form

$$dp(I) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I+a^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(-\frac{a\sqrt{I}}{\sigma^2}\right), \quad (15)$$

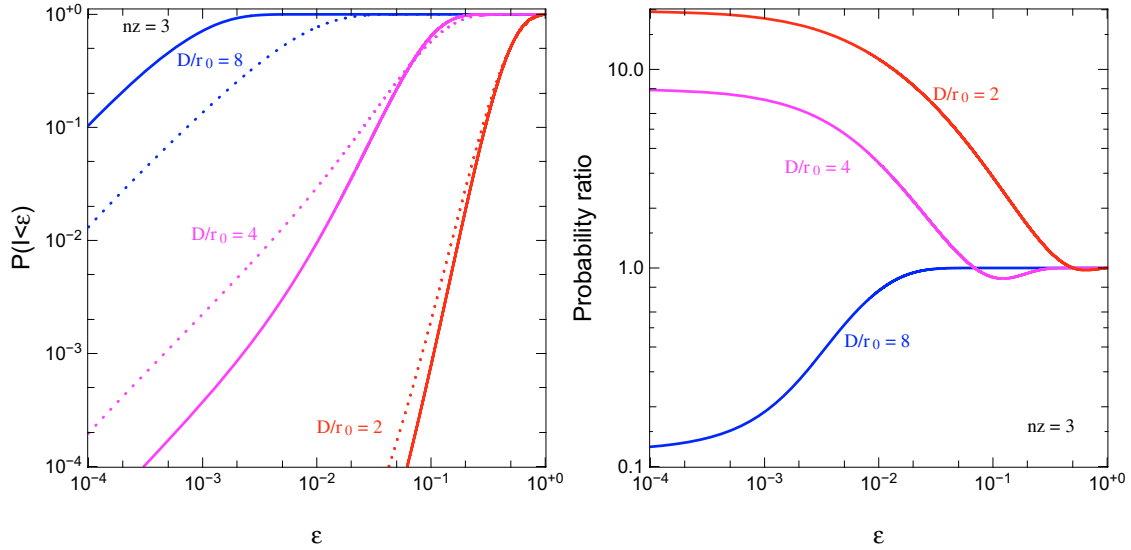
where  $a^2$  and  $\sigma^2$  depend on the first and second order moments of the real and imaginary part of the complex phasor describing the AO-corrected turbulent wavefront. Note that this analytical definition of the density probability implicitly assumes a time-constant  $r_0$  to characterize the turbulence. This hypothesis is the limitation of our model because  $r_0$  may actually vary on time scales of minutes and shorter, which leads to brief episodes of very small  $r_0$  that would trip up AO systems and lead to a very low Strehl ratio for a brief period of time. However, modelling this effect requires more complex and heavy simulations of partially AO-corrected turbulence, which is beyond the scope of this paper.

We emphasized in Sect. 2 that  $|T_{12}|^2$  and  $|\rho_{12}|^2$  represent the instantaneous interferometric Strehl ratio for the multimode and singlemode cases, respectively. Therefore, by straightforward analogy with an interferometric pupil instead of a monolithic one, we can show that  $I = |T_{12}|^2$  and  $I = |\rho_{12}|^2$  are also following a Rician distribution. The parameters  $a^2$  and  $\sigma^2$  relative to both instantaneous interferometric Strehl ratio can be directly derived from the formalism of the previous section, and their expressions are given in Table B.1 of Appendix B.

Figure 6 shows the density probability of  $|T_{12}|^2$  and  $|\rho_{12}|^2$  for various levels of AO correction and turbulence strength.

**High-order AO correction:** first, we can see that as soon as moderate AO correction is applied – roughly a few tens of modes or a Strehl ratio  $\gtrsim 0.3$ , the probability density displays a bell shape, which becomes narrower with a higher AO correction, and the probability that  $|T_{12}|$  or  $|\rho_{12}|$  goes to very low values is null (typically, for  $n_z = 15$  and  $D/r_0 = 8$ , the probability for the interferometric instantaneous Strehl ratio to be  $< 0.01$  is  $< 10^{-9}$ , and  $< 0.05$  is  $< 0.02\%$ ), emphasizing again the relevance of associating high-performance AO systems to fringe tracking devices, whether the wavefront is spatially filtered or not. We note that the intensity mean value ( $\langle I \rangle = 2\sigma^2 + a^2$ ) is systematically slightly higher in the singlemode case and the dispersion ( $\sigma_I^2 = 2\sigma^2 + 4\sigma^2 a^2$ ) slightly smaller. The difference is not critical however.

**Low-order AO correction:** for low-order AO such as tip-tilt correction only, the situation is fairly different. The shape of the distribution has changed, peaking at zero for strong turbulence with high values of  $D/r_0 \gtrsim 5$ . The probability to have a very low value of the intensity is thus significant, and events such as phase



**Fig. 7.** *Left:* probability for the instantaneous interferometric Strehl ratio  $I$  to be lower than the value  $\epsilon$  for the tip-tilt correction only, for different strengths of turbulence  $D/r_0 = 8, 4, 2$  (respectively in blue, magenta and red), for the multimode (dotted line) and singlemode (solid line) cases. *Right:* multimode versus singlemode probability ratio.

jumps are likely to happen. In other words, tip-tilt correction is an insufficient order correction to exclude these events.

Figure 7 displays the probability  $P(I)$  for the instantaneous interferometric Strehl ratio to reach values close to zero (i.e.  $P(I < \epsilon)$  with  $\epsilon$  very small) for different strengths of the atmospheric turbulence. We can see that for strong turbulence ( $D/r_0 \gtrsim 5$ ), the probability  $P(I) < \epsilon$  is always higher in the singlemode case. In these cases we expect phase jumps to occur more frequently with the singlemode fringe tracker, because the likelihood that two speckles are simultaneously entering the singlemode fibers of the two telescopes is weak. However, this does not mean that phase jumps cannot occur often with multimode fringe tracker too. As an example the probability to have instantaneous interferometric Strehl lower than 0.01 in the multimode case is  $\sim 78\%$  for  $D/r_0 = 8$ , whereas it is 100% in the singlemode. In other words, regardless of the multimode versus singlemode issue, one should never consider to perform fringe tracking with big telescope apertures associated with solely the tip-tilt correction.

For weak turbulence (roughly  $D/r_0 \lesssim 5$ , Fig. 6, bottom middle and right), the distribution starts to look like a bell shape again, but this time with a slight probability to have a zero intensity. But as shown in Fig. 7 this probability is now higher in the multimode case, because only a few and big speckles are present in the images. Indeed, this case is the one treated by Buscher et al. (2008, see Fig. 4, with  $D/r_0 = 4$ , tip-tilt correction) in his simulations, and we come to the same conclusion as he: in these conditions, spatial filtering lets the number of phase jump events decrease. We emphasize here though that this statement is true only for cases of moderate turbulence strength.

**Application to the VLTI:** We recall that at Paranal the average  $r_0$  is  $\sim 1$  m in the  $K$ -band, which gives turbulence strengths of  $D/r_0 \sim 8$  and  $D/r_0 \sim 1.8$  for the UTs and ATs, respectively. The UTs come with high-order Adaptive Optic systems (MACAO, Arsenault et al. 2004), therefore one can equally choose multimode or singlemode fringe tracking schemes because (i) phase jumps are unlikely to occur in any case; and (ii) multimode and singlemode fringe trackers will provide the same robustness to eventual phase jumps. For ATs where tip-tilt correction is currently provided, the likelihood to endure phase jumps is also very

low. But to maximize the stability of their fringe tracking system, it still seems appropriate to accompany the ATs with singlemode spatial filtering devices because the probability to undergo these phase jumps remains roughly 10 times lower (see Fig. 7, right). Alternatively, providing higher order AO correction to ATs will fix the phase jump issue.

#### 4.3. Phase referencing – astrometry

The interest of phase referencing instruments such as PRIMA, which was recently installed on the VLTI (Delplancke et al. 2000), is (i) to provide sub-microarcsecond precision astrometry, allowing e.g. the detection of the presence of a faint companion (extrasolar planet) around the central star (Launhardt et al. 2008); and (ii) to drastically increase the limiting magnitude of the interferometer by locking the fringes of the (possibly faint) science object on a simultaneously observed bright off-axis reference star whose phase is used as reference (Sahlmann et al. 2008). This method requires that the nearby reference star is close enough – typically in the isoplanatic patch – in order to assume that both the wavefront of the source and the reference are identically perturbed by the atmospheric turbulence. Strictly speaking, this assumption is not true because the optical paths of the two stars are different, crossing different part of the atmosphere in the turbulent layers. As a result, the loss of correlation between the two wavefronts will lead to an atmospheric noise on the astrometric phase, which will lower the ultimate performance of this method.

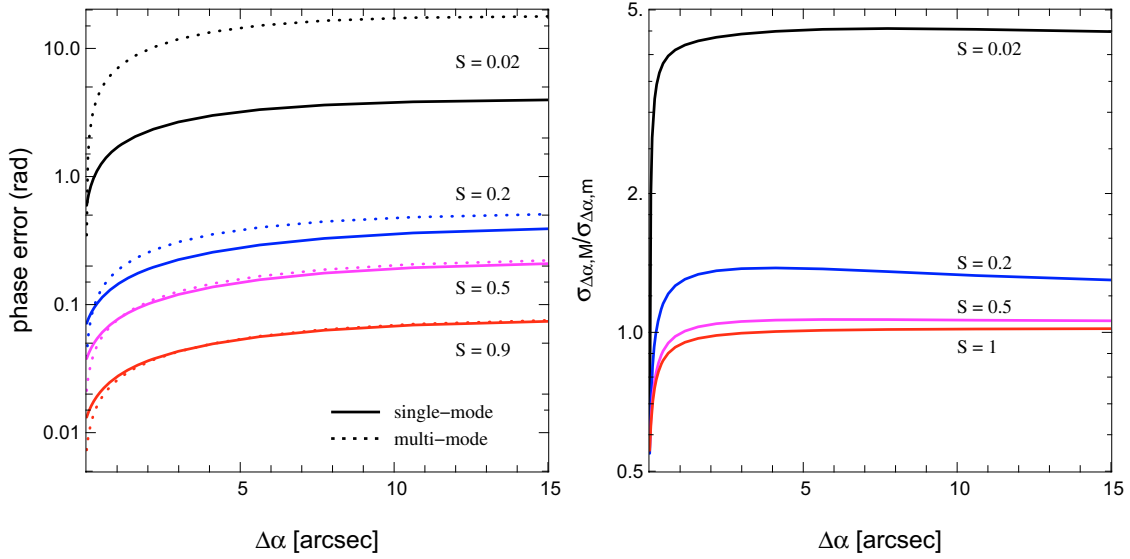
We call respectively  $\phi_s$ , and  $\phi_r^{\Delta ah}$ , the phase of the astrophysical target and the phase estimated from the off-axis reference source, located at an angular distance  $\Delta\alpha$  of the science object, and where we assume for the sake of simplicity a single turbulent layer located at an height  $h$  from the ground. The astrometric phase is then simply defined by

$$\Delta_{\phi}^{\Delta ah} = \phi_s - \phi_r^{\Delta ah}, \quad (16)$$

and its associated error writes

$$\sigma_{\Delta_{\phi}^{\Delta ah}}^2 = 2\sigma_{\phi}^2 - 2\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta ah}). \quad (17)$$





**Fig. 8.** *Left:* astrometric phase error caused by atmospheric turbulence, as the function of the angular distance  $\Delta\alpha$  between the source and the reference star for both singlemode (solid lines) and multimode (dotted lines). *Right:* ratio of the multimode versus the singlemode astrometric error. Results are shown for various AO correction levels as described in the figures above. We have assumed one single turbulent layer located at  $h = 10$  km.

Equation (17) tells us that the noise of the astrometric phase increases as long as the correlation between the two turbulent wavefronts  $\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h})$  decreases, that is as long as the spatial distance  $\Delta\alpha h$  between both turbulent phase screens is getting higher. The quantitative effect of the separation between the star and its reference on the interferometric narrow-angle astrometric error has already been studied by [Shao & Colavita \(1992\)](#), and we refer the readers to their paper for more details. In our analysis, we focus on the relative performance of astrometry between the multimode and singlemode scheme, studying how spatial filtering of the wavefronts will impact on the astrometric error, as developed in Appendix C.

For sake of simplicity we have assumed in the following one single turbulent layer located at  $h = 10$  km as it is the strongest layer at the Cerro Paranal site ([Masciadri et al. 1999](#)). There is also a strong layer very close to the ground at around 20 m ([Martin et al. 2000](#)) but that only marginally contributes to the phase decorrelation, because the linear distance at stake is 500 times smaller than the one at the high altitude layer. Figure 8 (left) shows the evolution of the astrometric error as a function of the angular distance between the source and the reference for both the singlemode and multimode scheme.

**Large field of view:** when the reference source is farther away than about  $\approx 1''$  from the astrophysical object of interest, we can see that spatial filtering allows us to increase the precision of the astrometric phase. The improvement is better when the AO correction is low, reaching a factor of  $\sim 4$  without AO correction, as emphasized by Fig. 8 (right). This argues in favor of using spatial-filtering elements in the design of astrometric instruments with a large field of view (FOV), as was chosen for PRIMA (FOV  $\approx 30''$ ). Looking at more details, one can notice that the phase tends asymptotically toward a plateau, from an angular separation of  $\sim 10''$  that roughly corresponds to the isoplanatic angle of Paranal in the  $K$ -band<sup>5</sup>. Indeed, from this angle wavefronts can be considered as uncorrelated and the

astrometric error converges to  $\sqrt{2}\sigma_\phi$ , which does not depend on the separation  $\Delta\alpha$  any longer. As a consequence in this regime (i.e.  $\Delta\alpha \gtrsim 10''$ ) the astrometric phase error ratio can be approximated by the speckle phase error ratio, which we already discussed in Sect. 3.3.

**Narrow field of view:** on the contrary, when wavefronts are still strongly correlated ( $\Delta\alpha \lesssim 1''$ ), the performance of singlemode astrometry is slightly poorer (by a factor  $\sim 1$  to  $\sim 1.5$ ) than that of multimode astrometry, the error of the latter decreasing faster as the separation between the astrophysical source and the reference shrinks to zero. By smoothing the turbulent wavefronts across the apertures, spatial filtering is indeed lowering the effect of the strong correlation between the wavefronts. This situation concerns the cases for which the reference is very close to the star, like GRAVITY, the second generation of astrometric instruments of the VLTI ([Gillissen et al. 2006](#), FOV  $\approx 2''$ ).

## 5. Summary and conclusions

We provided a theoretical formalism that allows us to derive the error of the interferometric phase both for singlemode and multimode interferometry. From these derivations, we demonstrated that:

- Contrarily to a widespread idea, losing flux by injecting the light into singlemode spatial filters is not a performance killer for estimating the phase. Indeed singlemode interferometry provides a better performance than that of multimode interferometry, unless the interferometer is working in the detector noise regime (faint sources). Then multimode interferometry is slightly better, providing a phase error smaller by a factor  $\rho_0 \approx 0.8$ , which is the maximum fraction of flux that can be injected in singlemode devices.
- In cases of bright source observations, spatial filtering is shown to be very efficient, especially when the AO correction of the turbulent wavefronts is poor or absent. In these situations, the precision of the singlemode interferometric phase is better than that of the multimode one by a factor of 2 and more when the Strehl is below 10%.

<sup>5</sup> Considering the measurements of [Martin et al. \(2000\)](#), who have found an average isoplanatic angle of  $\sim 1.9''$  in the visible, and recalling that it evolves with wavelength as  $\lambda^{1.2}$  ([Shao & Colavita 1992](#)).

- Singlemode interferometry also proves to be more robust to the turbulence of both locking and coherently integrating the fringes and providing a better astrometric precision when using phase referencing techniques, except for narrow fields of view ( $\text{FOV} \lesssim 1''$ ).

In conclusion, from a theoretical point of view and contrarily to a widespread opinion, singlemode fringe tracking should be seriously considered as an advantageous technical solution. Furthermore, the astronomers should realize that the many gains of singlemode interferometry (flexibility of the solutions, robustness to the alignment, less optical elements,...) may significantly compensate a modest and limited loss of performance in the faint sources case compared to multimode interferometry solutions. This is all the more true because the detectors should soon evolve to reach photon counting capability.

*Acknowledgements.* The authors are grateful to the anonymous referee, whose careful and thorough review of the text and theoretical formalism helped them improve the papers clarity and quality considerably.

## References

- Arsenault, R., Donaldson, R., Dupuy, C., et al. 2004, in SPIE Conf. Ser., 5490, ed. D. Bonaccini Calia, B. L. Ellerbroek, & R. Ragazzoni, 47
- Beckers, J. M., & Hege, E. K. 1984, in *Very Large Telescopes, their Instrumentation and Programs*, ed. M.-H. Ulrich, & K. Kjaer, IAU Colloq. 79, 279
- Benisty, M., Berger, J., Jocou, L., et al. 2009, *A&A*, 498, 601
- Berger, D. H., Monnier, J. D., Millan-Gabet, R., et al. 2008, in Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conf., 7013
- Buscher, D. 1988, *MNRAS*, 235, 1203
- Buscher, D. F., Young, J. S., Baron, F., & Haniff, C. A. 2008, in Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conf., 7013
- Canales, V. F., & Cagigal, M. P. 1999, *Appl. Opt.*, 38, 766
- Chelli, A. 1989, *A&A*, 225, 277
- Chelli, A., & Mariotti, J. M. 1986, *A&A*, 157, 372
- Colavita, M. M. 1999, *PASP*, 111, 111
- Conan, J. 1994, Ph.D. Thesis, Université Paris XI Orsay
- Conan, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., & Tokovinin, A. A. 2000, in SPIE Conf., 4006, ed. P. Léna & A. Quirrenbach, 973
- Coudé du Foresto, V., Ridgway, S., & Mariotti, J.-M. 1997, *A&AS*, 121, 379
- Coudé du Foresto, V., Faucherre, M., Hubin, N., & Gitton, P. 2000, *A&AS*, 145, 305
- Delplancke, F., Leveque, S. A., Kervella, P., Glindemann, A., & D'Arcio, L. 2000, in SPIE Conf., 4006, ed. P. Léna & A. Quirrenbach, 365
- Dyck, H. M., Benson, J. A., Carleton, N. P., et al. 1995, *AJ*, 109, 378
- Fried, D. L. 1965, *J. Opt. Soc. Am.* (1917–1983), 55, 1427
- Fusco, T., & Conan, J.-M. 2004, *J. Opt. Soc. Am. A*, 21, 1277
- Gai, M., Menardi, S., Cesare, S., et al. 2004, in SPIE Conf., 5491, ed. W. A. Traub, 528
- Gillessen, S., Perrin, G., Brandner, W., et al. 2006, in SPIE Conf., 6268
- Goodman, J. W. 1985, *Statistical optics* (New York: Wiley-Interscience), 567
- Jurgenson, C. A., Santoro, F. G., Baron, F., et al. 2008, in SPIE Conf. Ser., 7013
- Launhardt, R., Queloz, D., Henning, T., et al. 2008, in SPIE Conf. Ser., 7013
- Le Bouquin, J.-B., Abuter, R., Bauvir, B., et al. 2008, in SPIE Conf. Ser., 7013
- Martin, F., Conan, R., Tokovinin, A., et al. 2000, *A&AS*, 144, 39
- Masciadri, E., Vernin, J., & Bougeault, P. 1999, *A&AS*, 137, 203
- Mège, J.-M. 2002, Ph.D. Thesis
- Mège, P., Malbet, F., & Chelli, A. 2003, in SPIE Conf., 4838, ed. W. A. Traub, 329
- Mourard, D., Tallon-Bosc, I., Rigal, F., et al. 1994, *A&A*, 288, 675
- Noll, R. J. 1976, *J. Opt. Soc. Am.* (1917–1983), 66, 207
- Roddier, F. 1979, *J. Opt.*, 10, 299
- Roddier, F., & Lena, P. 1984, *J. Opt.*, 15, 171
- Sahlmann, J., Abuter, R., Di Lieto, N., et al. 2008, in SPIE Conf. Ser., 7013
- Shaklan, S., & Roddier, F. 1988, *Appl. Opt.*, 27, 2334
- Shao, M., & Colavita, M. M. 1992, *A&A*, 262, 353
- Tatulli, E., & Chelli, A. 2005, *J. Opt. Soc. Amer. A*, 22, 1589
- Tatulli, E., & LeBouquin, J. 2006, *MNRAS*, 368, 1159
- Tatulli, E., Mège, P., & Chelli, A. 2004, *A&A*, 418, 1179
- Tatulli, E., Millour, F., Chelli, A., et al. 2007, *A&A*, 464, 29
- Tubbs, R. 2005, *Appl. Opt.*, 44, 6253
- Vannier, M., Petrov, R. G., Lopez, B., & Millour, F. 2006, *MNRAS*, 367, 825

## Chapitre 5

# Un suiveur de frange pour les instruments imageurs





## Sommaire

---

5.1	De nouveaux besoins	113
5.2	Le codage ABCD	113
5.3	Comparaison des estimateurs de phase	114
5.3.1	Implantations ABCD	115
5.3.2	Erreur sur les mesures de phase	116
5.3.3	Comparaison des performances	119
5.4	Comparaison des estimateurs de retard de groupe	121
5.4.1	Le retard de groupe : rappels	121
5.4.2	Description des simulations	122
5.4.3	Linéarité et robustesse	125
5.4.4	Précision	128
5.5	Stratégies de recombinaison	129
5.5.1	Schémas de recombinaison	131
5.5.2	Etude de performances	131
5.5.3	La robustesse	136
5.5.4	Extraire la photométrie	137
5.5.5	Choix du schéma de recombinaison	138
5.6	Application au VLTI : l'étude de phase A du 2GFT/POPS	138
5.6.1	Contexte de l'étude	138
5.6.2	Spécifications haut niveau et recommandations	139
5.6.3	La réponse à l'ESO : le concept POPS	139
5.6.4	Performances attendues du concept à 4 télescopes	142
5.6.5	Performances du senseur de franges	144
5.6.6	Performances du suivi de frange	145
5.6.7	Influence des conditions atmosphériques	146
5.7	Conclusion et perspective pour le cophasage d'instruments imageurs	146
	<i>Article : Optimized fringe trackers for the VLTI next generation instruments</i>	148
	<i>Article : The Planar Optics Phase Sensor</i>	162

---

## 5.1 De nouveaux besoins

Avant de rentrer dans le vif du sujet, rappelons un des points du chapitre précédent, relatif au nombre de pixels nécessaire pour échantillonner les franges (partie 4.3.2). Nous y avons vu qu'une recombinaison des franges co-axiale par paire utilise fréquemment quatre pixels quelles que soient les conditions d'observations, tandis qu'une recombinaison multi-axiale en requiert quatre à seize suivant le mode de filtrage, les conditions, etc. [Le Bouquin \*et al.\* \(2004\)](#) et [Tarmoul \*et al.\* \(2010\)](#) ont en outre montré que la différence est d'autant plus marquée que le nombre de bases augmente. Par exemple dans le cas à quatre télescopes, recombinaison six bases requiert au minimum 18 ou 95 pixels pour une recombinaison co-axiale (codage ABC à 3 points par frange) ou multi-axiale (cf. [Tarmoul \*et al.\*, 2010](#)) respectivement. Etant donné les performances des meilleurs détecteurs infra-rouge actuels, les HAWAII-2 RG (bruit de lecture  $\sigma_e \simeq 10 e^-/\text{pixel}$ ), un nombre de pixels plus important se paye au prix fort :

- **Retard pur** – La vitesse de lecture d'un détecteur étant limitée, le fait de lire plus de pixels va induire un retard pur plus important entre le moment où l'on commence à mesurer la position des franges, et le moment où l'on peut appliquer la correction sur les lignes à retard. Pour les HAWAII-2 RG, le temps de lecture d'un pixel est de  $20 \mu s$ . Sans rentrer dans les détails des modes de lectures possible de ce détecteur, dans le meilleur des deux cas (co-axial par paire, 18 pixels sur 3 bandes spectrales) le retard pur atteint déjà environ  $700 \mu s$ , à comparer au temps de cohérence de l'atmosphère de quelques milli-secondes. *A l'heure actuelle*, un schéma multi-axial dispersé sur 3 bandes spectrales (échantillonnant chacune le signal sur 95 pixels) induit un retard pur minimum de 2.4 ms et se révélerait trop lent.
- **Sensibilité** – Les détecteurs infra-rouge actuels génèrent en outre un bruit électronique important lors de la lecture d'un pixel, de l'ordre de  $10 e^-/\text{pixel}$ . Ce bruit de lecture devient dominant lorsque le flux de photons détecté devient faible, et limite donc la sensibilité finale de l'instrument à faible flux, c'est-à-dire sa magnitude limite. Un concept multi-axial est donc naturellement pénalisé du fait du grand nombre de pixels qu'il requiert pour échantillonner correctement les franges (même en tenant compte d'une meilleure transmission optique de 10 à 30% comparé à un système co-axial).

Nous avons décidé d'effectuer cette étude de performance dans le cadre des limitations technologiques actuelles (qui ne seront peut-être plus les mêmes d'ici quelques années), ce qui nous impose d'éliminer d'entrée de jeu la possibilité d'un concept basé sur une recombinaison multi-axiale des faisceaux. **Nous considérerons donc dans la suite uniquement des concepts basés sur une recombinaison co-axiale par paire des faisceaux.**

## 5.2 Le codage ABCD

Dans ce cadre, l'échantillonnage le plus simple et le plus couramment utilisé est le fameux ABCD ([Shao \*et al.\*, 1988](#)) consistant à échantillonner quatre points sur une même frange, chacun en quadrature par rapport au suivant (voir Fig. 5.1). Si on considère le point A comme la référence de phase des quatre mesures, la phase des autres mesures est idéalement :

$$\phi_A = 0 \quad ; \quad \phi_B = \pi/2 \quad ; \quad \phi_C = \pi \quad ; \quad \phi_D = 3\pi/2$$

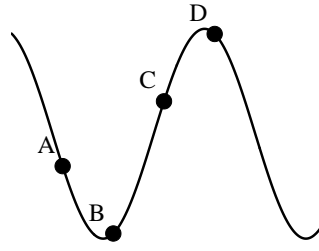


FIGURE 5.1 – Frange d'interférence échantillonnée en quatre points en quadrature. On parle de codage ABCD.

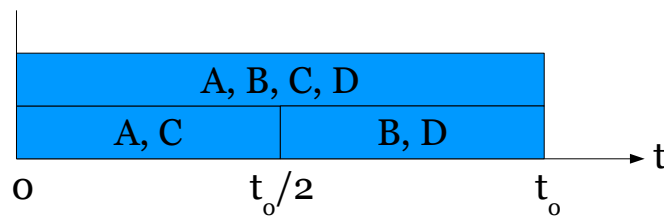


FIGURE 5.2 – Schéma de principe des implantations de l'estimateur ABCD. *Haut* : Estimateur statique, les quatre états de phase sont intégrés simultanément, durant un temps  $t_0$ . *Bas* : Estimateur temporel, les états de phase A et C sont enregistrés durant un temps  $t_0/2$ , puis en déphasant un bras de  $\pi/2$ , on enregistre les états B et D.

de sorte que le flux interférométrique mesuré à chaque fois est :

$$\begin{cases} A = 2I(1 + V \cos(\phi + \phi_A)) = 2I(1 + V \cos \phi) \\ B = 2I(1 + V \cos(\phi + \phi_B)) = 2I(1 - V \sin \phi) \\ C = 2I(1 + V \cos(\phi + \phi_C)) = 2I(1 - V \cos \phi) \\ D = 2I(1 + V \cos(\phi + \phi_D)) = 2I(1 + V \sin \phi) \end{cases} \quad (5.1)$$

Les différences  $A - C \propto V \cos \phi$  et  $B - D \propto V \sin \phi$  nous mènent respectivement aux parties réelles et imaginaires du signal cohérent complexe  $\mathcal{V} = V e^{i\phi}$ . Les mesures faites, l'estimateur de la phase des franges est :

$$\hat{\phi} = \text{atan} \left( \frac{D - B}{A - C} \right) \quad (5.2)$$

Notons qu'il est possible de mesurer la phase des franges avec un codage dit ABC n'échantillonnant que trois points par franges déphasés (idéalement) de  $120^\circ$  ou  $2\pi/3$ , et faisant gagner la lecture d'un pixel (diminuant donc le bruit de lecture de 30%).

### 5.3 Comparaison des estimateurs de phase

Il existe naturellement plusieurs manières d'implémenter un tel codage, la différence principale résidant dans la simultanéité ou non de l'obtention des quatre points. Nous allons déterminer dans cette section laquelle est la plus efficace en conditions réelles.

### 5.3.1 Implantations ABCD

#### ABCD temporel

La méthode la plus couramment employée pour obtenir un échantillonnage ABCD consiste à moduler temporellement la DDM entre les faisceaux. C'est le cas des suiveurs de frange FINITO du VLTI (Gai *et al.*, 2003), CHAMP à CHARA (Berger *et al.*, 2006, 2008), ainsi qu'au Keck Interferometer (Colavita *et al.*, 2010). En pratique de telles implantations utilisent un recombineur qui, pour des raisons de conservation de l'énergie, délivrent simultanément deux sorties interférométriques en opposition de phase. Nous considérerons dans cette étude que ces deux sorties sont utilisées simultanément. Le codage ABCD est donc obtenu en deux étapes et en un temps d'intégration  $t_0$  : dans un premier temps, on mesure les états de phase A et C (de  $t = 0$  à  $t_0/2$ ), puis, après avoir déphasé un des bras de  $\pi/2$ , on mesure les états B et D (de  $t_0/2$  à  $t_0$ ) (voir Fig. 5.2). Il y a donc un retard de  $t_0/2$  entre les mesures AC et BD durant lesquelles des perturbations peuvent avoir lieu (du piston atmosphérique typiquement), biaisant de facto la mesure de phase. Notons cependant que :

- L'implantation que nous considérons ici n'est en fait utilisée sur aucun instrument à l'heure actuelle. Par exemple au Keck, une des deux voies est dispersée spectralement afin d'extraire une information sur le retard de groupe, tandis que l'autre sert à mesurer la phase. Un unique état de phase est donc extrait et les états A, B, C et D sont mesurés successivement.
- La DDM est modulée de manière continue, c'est-à-dire que la phase elle-même varie au cours de la mesure (cette variation étant contrôlée). On ne mesure donc pas exactement l'état A avec une phase  $\phi$ , mais une grandeur correspondant à la moyenne de la frange entre A et B (la phase allant de  $\phi$  à  $\phi + \pi/2$ ). La valeur moyenne dépendant elle-même de  $\phi$ , on pourrait se retrouver avec une estimation de phase biaisée.

Afin de simplifier le problème nous considérerons que la mesure de phase se fait en deux temps (c'est-à-dire en utilisant les deux sorties en opposition simultanément). Nous considérerons également que chaque état de phase est mesuré à DDM constante. Autrement dit, nous négligerons l'influence de la modulation continue de la DDM durant l'intégration du signal (qui dépend de la phase initiale).

#### ABCD statique

En opposition avec l'ABCD temporel, on peut imaginer mesurer les quatre états de phase simultanément entre  $t = 0$  et  $t_0$ , grâce à une implantation particulière que nous qualifierons d'*ABCD statique*. A l'heure actuelle, seul l'instrument PRIMA l'utilise (Sahlmann *et al.*, 2009), mais les instruments scientifiques de seconde génération du VLTI, GRAVITY (Gillessen *et al.*, 2010) et MATISSE (Lopez *et al.*, 2008), devraient également utiliser une implantation de ce type. Notons qu'un instrument multi-axial tout-en-un tel que AMBER (Petrov *et al.*, 2007) peut-être considéré comme possédant un codage des franges statique. Dans un tel cas, il n'existe pas (par définition) de retard entre les différentes mesures.

L'ABCD statique requiert de faire deux fois plus de mesures en simultané, de sorte que chacune des sorties perçoit un flux deux fois moindre que dans le cas temporel disposant de deux sorties. Cependant le temps de pose étant également double comparé au cas temporel, le nombre de photons collectés, et donc le RSB (en terme de bruit de photon), sont les mêmes pour les deux implantations. La différence entre ces deux concepts réside finalement dans la simultanéité ou non des mesures, et dans le fait que les perturbations atmosphériques ou instrumentales peuvent

alors avoir des effets bien différents. Nous allons maintenant comparer ces deux concepts en tenant compte de ces perturbations.

### 5.3.2 Erreur sur les mesures de phase

Nous allons décrire le problème de manière analytique en estimant le bruit sur la mesure de phase pour les ABCD statique et temporel. Les perturbations atmosphériques étant indépendantes de la détection des franges, l'erreur quadratique sur la mesure de phase peut se décomposer en la somme de deux termes :

$$\sigma_{\phi}^2 = \sigma_{sig}^2 + \sigma_{ret}^2 \quad (5.3)$$

où  $\sigma_{sig}$  est le bruit de détection du signal interférométrique (dû aux bruit de photon et de détecteur entre autre). Le second terme  $\sigma_{ret}$  est un bruit d'origine atmosphérique que nous qualifierons de *bruit de retard*, et traduisant le fait que les différentes mesures ABCD n'ont pas été faites dans les mêmes conditions, et ne mesurent donc pas exactement la même quantité. Par définition, un estimateur statique n'est donc pas affecté par ce bruit. Cependant, pour un tel estimateur, les temps d'intégration sont plus long (afin d'intégrer le même flux que dans le cas temporel) et donc le déplacement des franges est plus important. Ceci induit une diminution plus élevée du contraste des franges, et donc une diminution du RSB final. Reste donc à voir dans quelles proportion ces effets (bruit de retard et diminution du contraste) influent sur la précision finale des mesures de phase.

#### 5.3.2.1 Bruits de détection

Le bruit de détection est le bruit généré lors de la détection de photons sur le détecteur (bruit de photon) ainsi que celui généré par la lecture de ce dernier (bruit de lecture). Ce bruit a été évalué analytiquement par plusieurs auteurs, dont nous avons retrouvé les résultats dans le chapitre précédent. Rappelons que la variance de ce bruit est inversement proportionnelle au carré du contraste des franges  $V^2$ . Considérant un mouvement résiduel des franges  $\phi_p$  durant un temps d'intégration  $t$ , le contraste des franges sur le capteur est *en moyenne* atténué d'un facteur  $\exp(-\sigma^2(\phi_p, t)/2)$ , où  $\sigma^2(\phi_p, t)$  est la variance du piston durant  $t$ . Le temps d'intégration d'une mesure étant deux fois plus long pour un concept statique, l'atténuation des franges est naturellement plus importante, et le RSB moins élevé. Le bruit de détection moyen s'écrit alors :

$$\sigma_{sig}^2 = 2 \frac{4\sigma_e^2 + K}{V^2 K^2} \times \begin{cases} \exp(\sigma^2(\phi_p, t_0/2)) \\ \text{dans le cas temporel} \\ \exp(\sigma^2(\phi_p, t_0)) \\ \text{dans le cas statique} \end{cases} \quad (5.4)$$

où  $\sigma_e$  est le bruit de lecture du détecteur en électrons par pixel,  $K$  est le nombre de photons détectés durant le temps d'intégration total  $t_0$ . Le terme de gauche correspond aux bruits de détecteur et de photon classiques, le terme de droite tenant compte du phénomène de perte de contraste des franges.

#### 5.3.2.2 Bruit de retard

Comme expliqué précédemment, le bruit de retard est la conséquence de perturbations de phase ou de photométrie entre les différentes mesures d'un estimateur temporel. Ces perturbations peuvent avoir une origine atmosphérique telle que le piston différentiel ou la scintillation<sup>1</sup>

1. Nous qualifierons de scintillation toute variation de la photométrie avant recombinaison des faisceaux. Il peut donc s'agir de scintillation atmosphérique dans sa définition classique, mais également, dans le cas d'instruments monomode par exemple, de fluctuations dues à des variations locales de Strehl, etc.

mais également instrumentale, telles que des vibrations (les UTs de 8 m du VLT par exemple souffrent de ce problème bridant très fortement leurs performances en mode interférométrique ; [Di Lieto et al. 2008](#)). Le piston atmosphérique et la scintillation étant indépendants ([Fried, 1966b](#)), le bruit de retard peut se décomposer en la somme quadratique d'un bruit de piston  $\sigma_{pist}^2$  et d'un bruit de scintillation  $\sigma_{sci}^2$  :

$$\sigma_{ret}^2 = \sigma_{pist}^2 + \sigma_{sci}^2 \quad (5.5)$$

Afin d'estimer analytiquement ces bruits, nous négligerons l'effet des variations de phase ou de photométrie *durant* l'intégration, et considérerons une *marche* symétrique de perturbation entre les différentes mesures. Ces calculs restant relativement simples, je me permets de les développer ici plutôt que dans une annexe spécifique.

### Bruit de piston

Le bruit de piston est dû aux variations de piston atmosphérique ou à des vibrations entre les mesures (A,C) et (B,D). L'estimateur de phase  $\hat{\phi}$  (Eq ; 5.2) suppose implicitement que la différence de phase entre ces états est de  $90^\circ$ , ce qui ne sera pas forcément le cas en présence de perturbations de ce type, et la mesure sera alors biaisée. En notant  $\phi_p$  cette perturbation (que nous supposons *instantanée*), et en prenant comme origine du temps le milieu de l'intervalle  $t_0$ , les signaux mesurés sont :

$$\begin{cases} A - C & \propto V \cos(\phi + \phi_p(t - t_0/4)) \\ D - B & \propto V \sin(\phi + \phi_p(t + t_0/4)) \end{cases} \quad (5.6)$$

La comparaison au signal idéal montre bien que la mesure est biaisée si le piston a varié entre les mesures. Notons  $\delta\phi_p = \phi_p(t + t_0/4) - \phi_p(t - t_0/4)$  cette fluctuation aléatoire de sorte que :

$$\tan \hat{\phi} = \frac{D - B}{A - C} = \frac{\sin(\phi + \delta\phi_p/2)}{\cos(\phi - \delta\phi_p/2)} \quad (5.7)$$

Nous parlons ici d'une unique mesure. Si on tient compte à présent de la statistique du piston, ce biais se traduira en moyenne par un bruit additionnel  $\sigma_{pist}$  sur l'estimation de la phase. En notant  $\sigma^2(\delta\phi_p, t_0/2)$  la variance du piston sur un temps  $t_0/2$  séparant les 2 mesures, et en supposant que ces variations sont faibles (inférieures à 1 rad typiquement), nous pouvons développer l'expression précédente au second ordre avec la formule de [Papoulis \(1984\)](#). La variance de la phase mesurée vaut alors :

$$\sigma^2(\hat{\phi}) = \left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \delta\phi_p} \right) \Big|_{\langle \delta\phi_p \rangle}^2 \sigma^2(\delta\phi_p, t_0/2) \quad (5.8)$$

où  $\langle \delta\phi_p \rangle$  est la variation moyenne de piston durant  $t_0/2$ , et avec :

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \delta\phi_p} = \frac{1}{2} \frac{\cos(2\phi)}{\cos^2(\phi - \delta\phi_p/2)} \left( 1 + \left( \frac{\sin(\phi + \delta\phi_p/2)}{\cos(\phi - \delta\phi_p/2)} \right)^2 \right)^{-1}. \quad (5.9)$$

En supposant que  $\langle \delta\phi_p \rangle = 0$ , le bruit dû au piston est alors :

$$\sigma_{pist}^2(\hat{\phi}) = \frac{1}{4} \cos^2(2\phi) \sigma^2(\delta\phi_p, t_0/2) \quad (5.10)$$

Ce résultat dépend de la phase moyenne des franges. En supposant que cette dernière est uniformément distribuée sur  $2\pi$ , on montre finalement que le bruit de piston vaut :

$$\sigma_{pist}^2 = \sigma^2(\hat{\phi}) = 0.125 \sigma^2(\delta\phi_p, t_0/2) \quad (5.11)$$

### Bruit de scintillation

Le bruit de scintillation est dû à des variations différentielles de photométrie entre les deux entrées de l'interféromètre, et entre les mesures (A,C) et (B,D). Ceci a pour conséquence de faire varier le contraste des franges entre les deux séries de mesures, quand l'estimateur de phase suppose implicitement qu'il ne varie pas. Nous allons à présent tenir compte uniquement de ce phénomène de sorte que les expressions décrivant le signal mesuré s'écrivent :

$$\begin{cases} A - C & \propto V_{sci}(t - t_0/4) \cos \phi \\ D - B & \propto V_{sci}(t + t_0/4) \sin \phi \end{cases} \quad (5.12)$$

où  $V_{sci}$  est le facteur d'atténuation du contraste entre les faisceaux d'entrée  $I_1$  et  $I_2$  :

$$V_{sci} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \quad (5.13)$$

Si on note les variations de flux sous la forme  $\delta_i = I_i(t + t_0/4) - I_i(t - t_0/4)$ , l'estimateur de phase s'écrit :

$$\tan \hat{\phi} = \frac{D - B}{A - C} = \alpha \tan \phi \quad (5.14)$$

où :

$$\alpha = \sqrt{\frac{I_1 + \delta_1/2}{I_1 - \delta_1/2} \times \frac{I_2 + \delta_2/2}{I_2 - \delta_2/2}} \times \frac{I_1 + I_2 - \delta_1/2 - \delta_2/2}{I_1 + I_2 + \delta_1/2 + \delta_2/2} \quad (5.15)$$

soit en notant  $x_i = \delta_i/I_i$  et  $y_i = \delta_i/(I_1 + I_2)$  :

$$\alpha = \sqrt{\frac{(1 + x_1/2)(1 + x_2/2)}{(1 - x_1/2)(1 - x_2/2)}} \times \frac{1 - y_1/2 - y_2/2}{1 + y_1/2 + y_2/2} \quad (5.16)$$

La lecture de ces expressions montre que si l'intensité des faisceaux d'entrée varie différemment, le terme  $\alpha$  sera différent de 1, et par conséquent l'estimation de la phase sera erronée, ce qui mène en moyenne à une nouvelle source de bruit. Comme précédemment, nous allons estimer ce bruit en fonction de la variance  $\sigma^2(x_i, t_0/2)$  des variations relatives de photométrie  $x_i$  durant un temps  $t_0/2$  séparant les mesures (A,C) et (B,D). Nous supposons dans la suite que les deux pupilles sont décorréelées, c'est-à-dire que la ligne de base est plus longue que l'échelle externe des perturbations atmosphériques (quelques dizaines de mètres environ). L'atmosphère suivant la même statistique pour chacune, cela implique que  $\langle x_1 \rangle = \langle x_2 \rangle = \langle x \rangle$  et  $\sigma(x_1, t_0/2) = \sigma(x_2, t_0/2) = \sigma(x, t_0/2)$  :

$$\begin{aligned} \sigma^2(\hat{\phi}) &= \left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_1} \right) \Big|_{\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle}^2 \sigma^2(x_1, t_0/2) + \left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_2} \right) \Big|_{\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle}^2 \sigma^2(x_2, t_0/2) \\ &= 2 \left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_i} \right) \Big|_{\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle}^2 \sigma^2(x, t_0/2) \end{aligned} \quad (5.17)$$

avec :

$$\left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_i} \right) \Big|_{\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle} = \frac{\partial(\alpha \tan \phi)}{\partial x_i} \frac{1}{1 + (\alpha \tan \phi)^2} \quad (5.18)$$

Afin de simplifier cette expression, nous nous plaçons dans le cadre de faibles perturbations ( $x_i = \delta_i/I_i \ll 1$ ). Nous pouvons alors effectuer un développement au premier ordre de l'expression

Condition	Excellente	Bonne	Standard	Mauvaise
Seeing [arcsec]	0.46	0.55	0.64	1.10
$\tau_0$ [ms]	8.7	3.1	2.7	2.0

TABLE 5.1 – Valeurs typiques du seeing et du temps de cohérence  $t_0$  pour les différentes conditions d’observations considérées.

précédente, ce qui nous mène après une petite série de simplifications des termes d’ordre supérieur à 2 :

$$\alpha \sim 1 + x_1/2 + x_2/2 - y_1 - y_2 = 1 + \frac{1}{2} \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} (\delta_1/I_1 - \delta_2/I_2) \quad (5.19)$$

Si l’on considère finalement que  $\alpha \sim 1$  dans le second terme de l’expression 5.18, nous obtenons :

$$\left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_i} \right) \Big|_{\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle} = \frac{1}{2} \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \cos \phi \sin \phi \quad (5.20)$$

En notant que :

$$\left( \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \right)^2 = 1 - 4 \frac{I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2} = 1 - V_{sci}^2 \quad (5.21)$$

le bruit de scintillation s’exprime :

$$\sigma_{sci}^2(\hat{\phi}) = \frac{1}{2} (\sin \phi \cos \phi)^2 (1 - V_{sci}^2(\langle I_1 \rangle, \langle I_2 \rangle)) \sigma^2(x, t_0/2) \quad (5.22)$$

et dépend de la phase. En supposant toujours que la phase est uniformément répartie entre 0 et  $2\pi$ , le variance moyenne vaut :

$$\sigma_{sci}^2 = \sigma^2(\hat{\phi}) = \frac{1}{16} (1 - V_{sci}^2(\langle I_1 \rangle, \langle I_2 \rangle)) \sigma^2(x, t_0/2) \quad (5.23)$$

Le résultat dépend encore du degré de scintillation moyen à travers le terme  $V_{sci}$ . En analysant de plus près ce terme  $V_{sci}$ , on s’aperçoit que pour un système parfaitement équilibré photométriquement (même transmission sur chacun des bras), il est nul et par conséquent le bruit de scintillation devrait être nul. Cet effet est le résultat de notre modélisation simplifiée du problème, où les perturbations se répartissent de manière symétrique entre (A,C) et (B,D) (perturbation  $-\delta_i/2$  et  $+\delta_i/2$  respectivement). Dans la pratique, les variations rapides de photométrie sur chaque bras et durant chaque intégration de durée  $t_0/2$ , vont rendre les mesures légèrement dissymétriques et générer ce bruit. Afin de tenir compte de cet effet il faudrait par conséquent arriver à mesurer le déséquilibre moyen entre deux mesures séparées de  $t_0/2$ . En attendant de pouvoir le faire rigoureusement, et afin de donner un ordre de grandeur à ces perturbations, nous pouvons arbitrairement considérer un cas extrêmement défavorable pour lequel les voies sont déséquilibrées d’un facteur 10. Ainsi  $V_{sci} \sim 0.57$  et  $1 - V_{sci}^2 \sim 0.67$  :

$$\sigma^2(\hat{\phi}) = 0.04 \sigma^2(x, t_0/2) \quad (5.24)$$

### 5.3.3 Comparaison des performances

Nous avons à présent l’expression analytique des erreurs de mesure de phase suivant qu’on considère un ABCD statique ou temporel. Afin de comparer ces deux implantations de manière réaliste nous avons utilisé des données obtenues au VLTI avec le suiveur de franges FINITO



		Bruit de piston $\sigma_{\text{pist}}$			Bruit de scintillation $\sigma_{\text{sci}}$		
ATs							
$t_0$ [ms]	2	4	8	2	4	8	
E	$\lambda/110$	$\lambda/70$	$\lambda/40$	-	-	-	
B	$\lambda/90$	$\lambda/60$	$\lambda/35$	$\lambda/500$	$\lambda/370$	$\lambda/290$	
S	$\lambda/85$	$\lambda/50$	$\lambda/30$	$\lambda/400$	$\lambda/280$	$\lambda/160$	
M	$\lambda/30$	$\lambda/20$	$\lambda/10$	$\lambda/100$	$\lambda/70$	$\lambda/40$	
UTs							
$t_0$ [ms]	1	2	4	1	2	4	
B	$\lambda/35$	$\lambda/20$	$\lambda/12$	$\lambda/160$	$\lambda/120$	$\lambda/60$	
S	$\lambda/20$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/110$	$\lambda/80$	$\lambda/35$	
M	$\lambda/20$	$\lambda/15$	$\lambda/10$	$\lambda/100$	$\lambda/50$	$\lambda/20$	

**TABLE 5.2** – Bruit de piston (à gauche) et de scintillation (à droite) estimés à partir de différents jeux de données obtenus au VLTI avec FINITO (bande H). Le bruit est présenté respectivement à la longueur d’onde pour trois temps d’intégration. Les conditions d’observations sont Excellente (E), Bonne (B), Standard (S) et Mauvaise (M). Les conditions d’observation correspondantes peuvent être trouvées dans le tableau 5.1.

(bande H), dans différentes conditions d’observations (voir Tab. 5.1)<sup>2</sup>. La vitesse d’échantillonnage maximale de FINITO étant de 1 kHz pour les ATs et 2 kHz pour les UTs, nous avons pu estimer le bruit de retard pour des temps d’intégration minimaux de 2 et 1 ms respectivement. L’estimation des bruits de piston et de scintillation sont présentés dans le tableau 5.2<sup>3</sup>. La première remarque que nous pouvons faire est que, quelles que soient les conditions d’observation et le temps d’intégration, le bruit de scintillation est toujours beaucoup plus faible que le bruit de piston (d’un facteur 2 au moins). Nous allons donc dans la suite le négliger – ceci est d’autant plus vrai que nous avons réellement considéré un cas très défavorable ici.

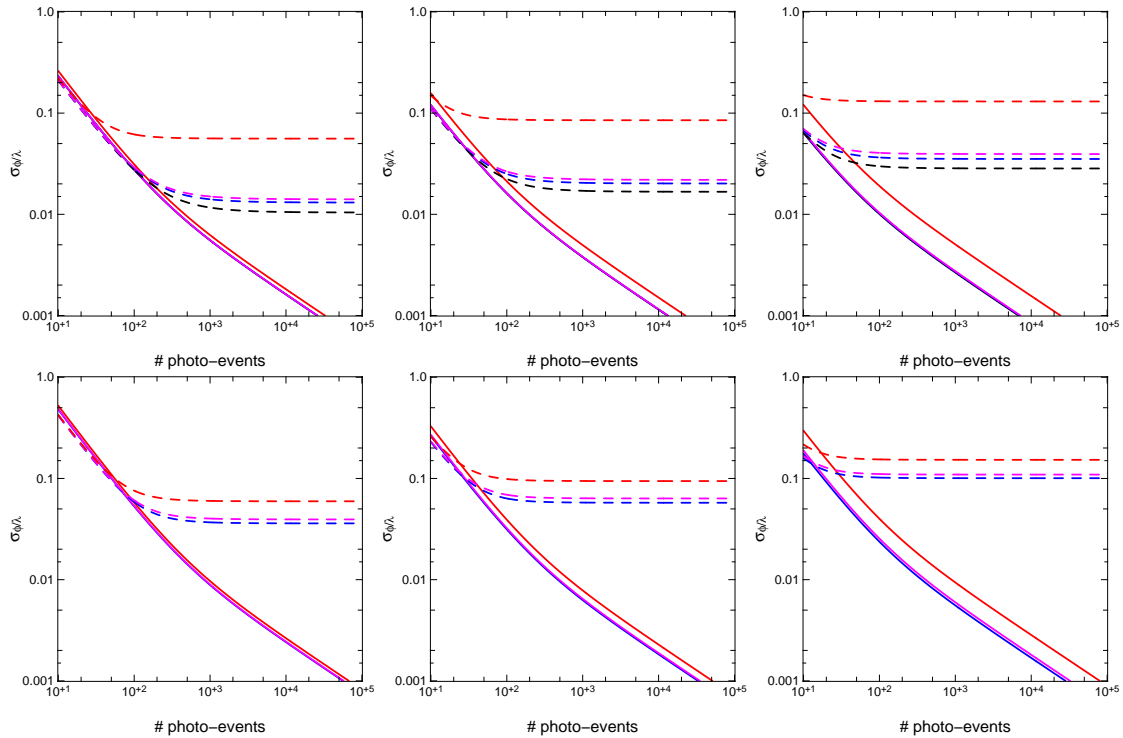
La figure 5.3 représente l’erreur statistique sur la phase  $\sigma_\phi$  vis-à-vis de la longueur d’onde (i.e.  $\sigma_\phi/\lambda$ ), en bande H, et pour les deux implantations, dans différentes conditions d’observation et différents temps d’intégration. Il apparaît de manière assez claire que l’ABCD statique s’avère plus performant que le temporel dans la quasi-totalité des cas. C’est uniquement dans des conditions dégradées et pour des temps d’intégration relativement longs comparés au temps de cohérence de l’atmosphère que l’ABCD temporel semble un petit peu plus performant, du fait d’un terme d’atténuation du contraste des franges plus faible (voir la section 5.3.2.1). Cependant dans ce régime le niveau de bruit est supérieur à  $\lambda/10$  de sorte que le suivi de frange  $y$  semble difficile.

Dans le régime à haut flux, le plateau observé pour la méthode temporelle est dû au bruit de retard. Pour les ATs, l’impact de ce bruit est finalement faible ( $\sigma_\phi < \lambda/35$ ) dans des conditions d’observation standards (ou meilleures),  $y$  compris pour des temps d’intégration de l’ordre de la dizaine de milli-seconde. Dans des conditions de mauvaise qualité, ce bruit devient plus gênant des lors que le temps d’intégration dépasse 2 ms ( $\sigma_\phi > \lambda/20$ ).

L’observation avec les télescopes de 8 m du VLT se révèle plus problématique. Le piston différentiel est plus important et génère de fait un bruit plus important. Ceci est en grande partie dû aux vibrations des montures des télescopes (Di Lieto *et al.*, 2008), dont l’influence est par-

2. Ces données ont été obtenues dans le cadre de l’étude de phase 1A 2GFT de l’ESO. Les détails au sujet de cette étude figurent dans la section 5.6 de ce chapitre.

3. Les données de photométrie à notre disposition ne provenant que d’une seule entrée de l’instrument, elles ne nous ont malheureusement pas permis d’estimer la dissymétrie moyenne entre deux entrées. Le bruit de scintillation présenté ici l’est donc dans le pire cas décrit précédemment, avec un déséquilibre moyen de 10.



**FIGURE 5.3** – Erreur statistique sur la phase respectivement à la longueur d’onde (i.e.  $\sigma_{\phi}/\lambda$ ), en bande H. Les courbes continues représentent l’ABCD statique, et les pointillés l’ABCD temporel. Les conditions d’observations sont Excellente, Bonne, Standard et Mauvaise pour les couleurs Noir, Bleu, Magenta et Rouge respectivement. *Haut* : Cas des ATs, avec, de gauche à droite, un temps d’intégration de 2, 4 et 8 ms. *Bas* : Cas des UTs, avec des temps d’intégration de 1, 2 et 4 ms. Certaines courbes sont superposées sur les figures du fait de conditions assez proches.

ticulièrement visible pour un temps d’intégration de 4 ms où le niveau de bruit est constant et indépendant de la force de la turbulence atmosphérique. Ainsi dans de bonnes conditions le bruit est à un niveau équivalent à celui des ATs dans de mauvaises conditions. Afin de maintenir les performances lorsque les conditions passent de bonnes à mauvaises, il est nécessaire de diviser le temps d’intégration par 2. En particulier dans de mauvaises conditions d’observation et des temps d’intégration supérieur à 4 ms, le bruit dépasse  $\lambda/10$  quelle que soit la luminosité de la source. Dans cette situation, du suivi de frange sera relativement peu efficace. Ceci explique sans doute les difficultés de FINITO à fermer la boucle de suivi de franges sur les UTs et lors de l’observation de sources faibles (rappelons que FINITO dispose d’une implantation temporelle).

On retiendra de cette étude sur la mesure de phase qu’un estimateur temporel de la position des franges limite assez fortement les capacités de suivi de franges dans de mauvaises conditions d’observations ou sur des sources faibles (nécessitant de long temps d’intégration). Du point de vue uniquement des performances, une implantation statique se révèle donc plus intéressante du fait de sa beaucoup moins grande sensibilité aux perturbations extérieures.

## 5.4 Comparaison des estimateurs de retard de groupe

### 5.4.1 Le retard de groupe : rappels

Passons à présent au deuxième estimateur de la position des franges, le retard de groupe. Rappelons que son intérêt est de fournir une estimation non ambiguë de la position des franges (au contraire de la phase) en estimant la position du paquet de frange, et ainsi d’assurer un

suivi de frange robuste avec un RSB maximum. La mesure du retard de groupe permet en outre d'estimer le degré de dispersion dû à la vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère (Meisner et Le Poole, 2003), et ainsi de cophaser un instrument scientifique fonctionnant dans une bande différente de celle du suiveur de frange, comme c'est le cas au Keck Interferometer en cophasant l'instrument en bande N avec un suiveur de franges fonctionnant en bande K (Colavita, 2010).

Rappelons que la forme de l'enveloppe de cohérence  $E(x)$  est directement liée au spectre cohérent observé par l'instrument, spectre lié à celui de la source, plus d'éventuelles perturbations chromatiques d'origine atmosphérique ou instrumentale :

$$E(x) \propto \left| \int_0^\infty I(\lambda) Z(\lambda) e^{i2\pi x_{GD}/\lambda} e^{-i2\pi x/\lambda} d\lambda \right| \quad (5.25)$$

où  $I(\lambda)$  est le spectre de la source, et  $Z(\lambda)$  sa visibilité complexe pour une base donnée et en fonction de la longueur d'onde, et  $x$  est la différence de marche. Puisque le retard de groupe mesure la position du maximum de l'enveloppe de cohérence, il découle de cette définition qu'il est possible de l'estimer de deux manières différentes (rappels de la partie 3.5) :

- **Méthode temporelle** – Dans la méthode temporelle nous mesurons l'amplitude de l'enveloppe  $E(x)$  à différentes DDM. Dans la pratique cette modulation est effectuée via des lignes à retard et est donc temporelle. Puisqu'il est nécessaire dans le même temps de mesurer la phase des franges, la modulation sera d'amplitude modérée autour du maximum (présumé) de l'enveloppe, afin d'avoir un RSB maximum. Cette méthode est utilisée par exemple sur les suiveurs de frange FINITO du VLTI et CHAMP de CHARA.
- **Méthode spectrale** – La relation précédente montre qu'en mesurant le spectre cohérent  $I(\lambda) V(\lambda)$  de la source il est possible de reconstruire l'enveloppe de cohérence et donc d'estimer le retard de groupe. Afin de mesurer ce spectre cohérent, il est nécessaire d'échantillonner les franges à la fois spectralement (sur quelques canaux spectraux) et en DDM (en disposant par exemple d'un estimateur de type ABCD donnant accès au contraste des franges sur chaque canal). Cet échantillonnage ABCD peut être soit temporel, soit statique, comme nous avons pu le voir dans la partie précédente. Cette méthode *spectrale* a été utilisée avec succès sur d'anciens instruments, tels que PTI (Colavita *et al.*, 1999), et plus récemment au Keck Interferometer (avec un ABCD temporel) ou sur PRIMA au VLTI (avec ABCD statique) (Sahlmann *et al.*, 2009).

Le but de cette partie est de comparer les performances de ces deux méthodes dans des conditions réalistes de fonctionnement. Nous avons essayé de résoudre ce problème via une méthode analytique comme pour le problème de la phase. Cependant les développements mathématiques se sont rapidement montrés assez complexes, sans permettre d'introduire de manière réaliste des effets tels que le piston ou la scintillation des faisceaux d'entrée. Nous avons donc effectué des simulations numériques de type Monte-Carlo, en introduisant des perturbations réalistes issues des mêmes jeux de données que pour la phase.

### 5.4.2 Description des simulations

Les deux méthodes décrites précédemment sont fondamentalement différentes. Afin de les comparer sur un pied d'égalité, nous considérons un certain nombre de points communs :

- Le codage des franges se fera par le biais d'un estimateur ABCD statique, et non temporel. En faisant ce choix nous nous concentrons sur les performances pures des estimateurs de retard de groupe. Nous n'aurons ainsi pas à nous soucier de problèmes de retards entre

les différentes mesures ABCD amenant à l'estimation de la visibilité complexe  $Z(\lambda)$ . Il faut cependant noter que la plupart du temps, le codage ABCD retenu dans les suiveurs de franges en opération est temporel, que la méthode de mesure du retard de groupe soit elle-même temporelle ou spectrale.

- Pour les deux méthodes, le signal est intégré durant des temps égaux, c'est-à-dire que pour chaque méthode le même nombre de photons est collecté et les perturbations perçues sont également identiques.
- Dans les deux cas, le retard de groupe est estimé de la même manière une fois les données brutes obtenues. Nous considérerons donc que le retard de groupe est estimé en ajustant un modèle d'enveloppe sur l'enveloppe échantillonnée (cas temporel) ou reconstruite (cas spectral). Nous comparerons ainsi directement la qualité intrinsèque des données. Il existe évidemment de nombreuses autres manières d'estimer la position de l'enveloppe à partir de ces données<sup>4</sup> mais nous considérerons ici qu'il s'agit d'un problème du second ordre. Nous nous concentrerons donc sur le problème de la mesure du retard de groupe en présence de perturbations atmosphériques, et laisserons de côté les aspects algorithmiques pouvant potentiellement améliorer la robustesse de la mesure. En faveur de ce point, [Pedretti \*et al.\* \(2004\)](#) ont par exemple comparé différentes méthodes d'estimation du retard de groupe pour une méthode temporelle, mais les résultats se sont révélés proches, y compris avec l'algorithme très sophistiqué de [Wilson \*et al.\* \(2005\)](#).

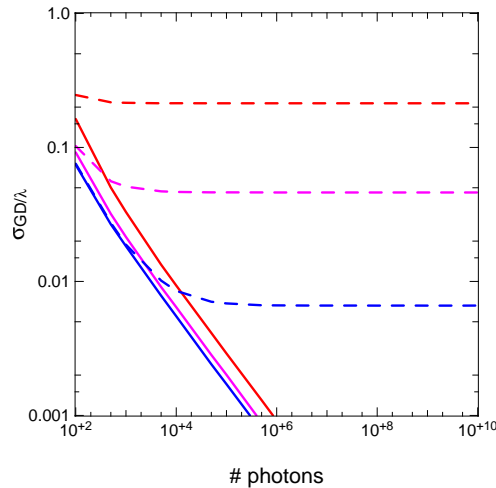
Sur la base de ces caractéristiques communes, nous avons mené une série de simulations en changeant un certain nombre de paramètres libres afin de trouver la configuration optimale de chaque méthode.

### Méthode temporelle

Pour la méthode temporelle, nous pouvons principalement jouer sur deux paramètres : la longueur sur laquelle la DDM est modulée et l'échantillonnage de l'enveloppe. Les simulations ont dans un premier temps montré que l'estimateur temporel est extrêmement sensible aux perturbations atmosphériques, plus particulièrement au piston. L'effet des perturbations se montre logiquement d'autant plus faible que l'enveloppe est parcourue rapidement. Il est donc nécessaire de limiter le nombre de points de mesures, puis d'ajuster la longueur de la modulation pour optimiser les performances. Les simulations ont montré qu'échantillonner l'enveloppe en trois points séparés de 2.5 franges chacun (amplitude de modulation de 5 franges donc) est optimal, ce qui correspond au choix fait pour CHAMP à CHARA ([Berger \*et al.\*, 2006](#)). Une fois que ces trois points sont obtenus, l'ajustement d'un modèle d'enveloppe permet d'en déterminer la position (un schéma du principe de cette méthode se trouve sur la figure 3.4). Nous verrons plus tard l'influence du modèle sur les performances de cet estimateur.

Dans la pratique, le Strehl sur chaque pupille varie extrêmement rapidement et génère de rapides et importantes variations du contraste des franges ([Lawson \*et al.\*, 1999](#)) et du niveau moyen des franges ( $I_1 + I_2$ ). Il est alors difficile d'estimer la position du centre du paquet de franges dans le cas temporel si ces perturbations sont fortes. Pour les estimateurs temporels que nous considérons ici, il peut se révéler important de mesurer en temps réel la photométrie de chaque télescope afin de compenser cet effet (voir Fig. 5.4). Le résultat des simulations montrent assez clairement le gain lorsqu'on compense les photométries. Dans la pratique cette photométrie

4. Par exemple pour la méthode temporelle, [Pedretti \(2003\)](#) proposa une méthode simple basée sur un modèle analytique du signal, [Thureau \*et al.\* \(2003\)](#) proposèrent une méthode recherchant la position de l'enveloppe en la comparant à un modèle d'interférogramme, et [Wilson \*et al.\* \(2005\)](#) proposèrent une méthode relativement évoluée à base d'analyse de Fourier, de fenêtrage et lissage du signal.



**FIGURE 5.4** – Comparaison des performances d’un estimateur de retard de groupe temporel, avec et sans compensation de la photométrie instantanée. L’erreur relativement à la longueur d’onde est représentée en fonction du flux de photons, pour différentes conditions (Bonne, Standard et Mauvaise pour bleu, magenta et rouge respectivement). On a introduit ici seulement les perturbations de photométrie (pas de phénomène de piston).

est mesurée soit en prélevant une certaine quantité du flux avant recombinaison, soit, dans le cas d’instruments recombinaison simultanément 3 télescopes et plus, en l’extrayant directement du signal de frange (nous y reviendrons dans la partie 5.5). Puisque nous nous sommes placés dans le contexte de futurs instruments à quatre télescopes et plus, nous négligerons dans la suite l’influence de ce phénomène en considérant que la photométrie est extraite sans bruit additionnel directement du signal de franges ABCD. Les résultats des simulations seront donc optimistes comparés à la réalité.

Afin de compenser cet effet pour les estimateurs temporels que nous considérons ici, il est nécessaire de mesurer en temps réel la photométrie de chaque télescope.

### Méthode spectrale

Pour la méthode spectrale, nous avons supposé disposer d’un estimateur de type ABCD pour chaque canal, de sorte qu’il est possible d’estimer directement la quantité  $I(\lambda)Z(\lambda)$ . La transformée de Fourier discrète de ces mesures permet d’estimer une enveloppe de cohérence approximative et d’estimer le retard de groupe (voir à nouveau la figure 3.4). Plus la résolution spectrale sera importante plus l’enveloppe reconstruite sera proche de la véritable. Les simulations ont montré qu’on pouvait malgré tout se contenter d’utiliser trois canaux spectraux pour ce faire. Nous considérerons cependant une implantation à cinq canaux afin d’augmenter la robustesse de l’estimateur (voir la section 5.4.3). L’augmentation du nombre de canaux n’influe que faiblement sur la précision des mesures.

Du fait de l’utilisation d’un ABCD statique, chaque nouvelle pose permet d’estimer le retard de groupe. Nous considérons cependant que les mesures ABCD sont obtenues au même rythme pour les deux méthodes. De fait, pour les comparer à nombre de photons et perturbations équivalentes, nous effectuerons autant de mesures de retard de groupe avec la méthode spectrale, qu’il y a de mesures du contraste de franges avec la méthode temporelle. Dans le cas présent, cela signifie que nous estimons trois fois la position de l’enveloppe (en introduisant des perturbations entre chaque) avant de les moyenner.

### 5.4.3 Linéarité et robustesse

L'intérêt premier du retard de groupe est de permettre une estimation non ambiguë de la position des franges. Il permet de garder les franges au niveau du maximum de l'enveloppe, en particulier après des évènements de fort piston (variation de plus de  $15 \mu m$  entre deux mesures par exemple). Cependant cette mesure n'est pas fiable à 100% : y compris avec un RSB important, il est possible de se retrouver à une position éloignée du centre du paquet de franges, zone où le RSB est très faible et où il est donc difficile d'assurer du suivi de frange. Dans cette section, nous allons étudier deux paramètres mesurant la qualité de la mesure, la linéarité et la dynamique. L'estimation du retard de groupe étant notée  $\hat{x}_{GD}$ , nous définissons la linéarité  $\eta$  :

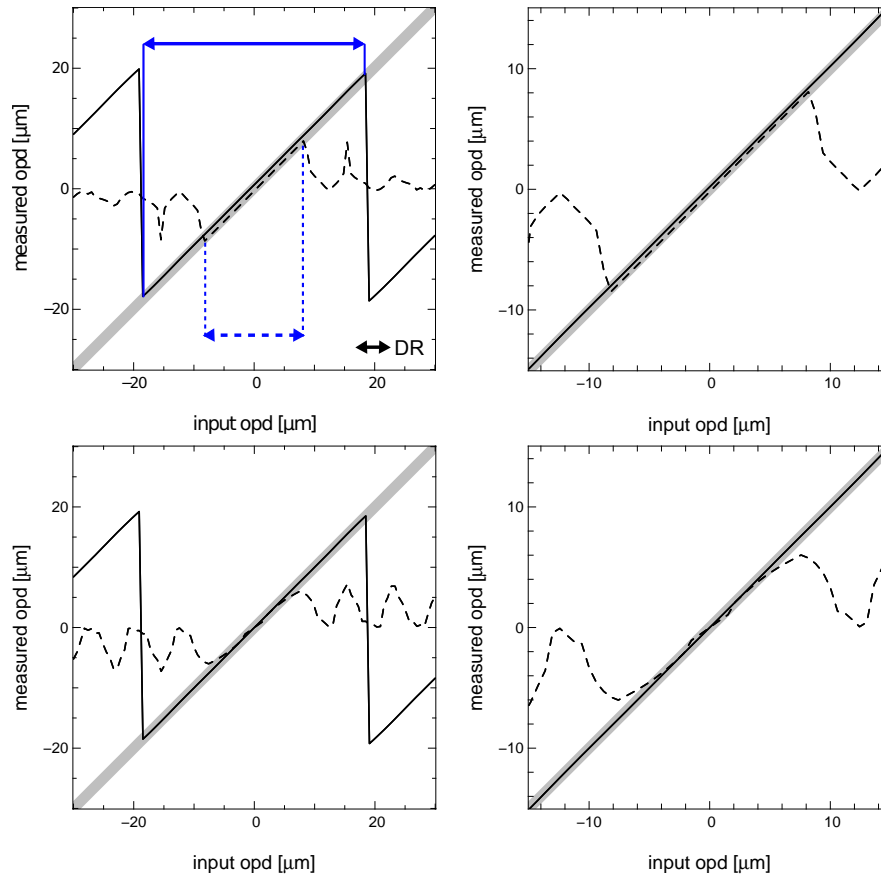
$$\eta(x_{GD}) = \frac{\partial \hat{x}_{GD}}{\partial x_{GD}} \tag{5.26}$$

$x_{GD}$  étant le véritable retard de groupe. Ainsi un estimateur parfaitement linéaire sera tel que  $\eta = 1$ , quel que soit  $x_{GD}$ . Autrement l'estimateur est biaisé et l'enveloppe n'est pas parfaitement recentrée par le suiveur de frange. Aussi parfait que soit l'estimateur de retard de groupe, il existe une limite au delà de laquelle la position estimée devient aberrante, au point que le suiveur de franges va s'écarter de son point de fonctionnement. Nous appellerons *dynamique* l'intervalle de DDM dans lequel l'estimateur reste proche d'une linéarité égale à 1. Ces limites se définissent mathématiquement comme les deux points pour lesquelles  $\eta$  est négatif, voir tend vers  $-\infty$  (autrement dit lorsqu'on voit une discontinuité dans la courbe  $\hat{x}_{GD}$  fonction de  $x_{GD}$ ). Afin d'assurer une robustesse maximum de cet estimateur vis-à-vis du piston atmosphérique, il apparaît donc important de disposer d'un estimateur avec une grande dynamique.

Afin d'étudier le problème de la linéarité seule, nous avons simulé des interférogrammes parfaits, c'est-à-dire que nous n'avons introduit aucun bruit de détection ou atmosphérique. L'enveloppe de cohérence est idéale (i.e. représentée par une fonction sinc), et nous avons testé deux modèles d'enveloppe (une fonctions sinc et une parabole). Les résultats sont présentés dans la figure 5.5.

#### Méthode temporelle

Pour la méthode temporelle, il est nécessaire d'estimer la position de l'enveloppe avec un minimum de données, trois en l'occurrence. La linéarité va donc dépendre de la qualité du modèle d'enveloppe. La figure 5.5 (haut) montre une excellente linéarité de cet estimateur lorsqu'on utilise le bon modèle d'enveloppe. Cependant la dynamique est limitée à une dizaine de franges ( $\pm 8 \mu m$  autour du centre de l'enveloppe), ce qui correspond grossièrement à la largeur du lobe central de l'enveloppe. En dehors, on ne peut même plus considérer l'estimateur comme "faiblement" linéaire. Cependant la valeur retournée étant toujours du même signe que la consigne, le suiveur de franges ne devrait pas diverger, et on peut espérer retrouver (sans doute difficilement) le centre de l'enveloppe. La présence de points sur l'axe  $y$  peut être également gênant car ils correspondent à des points de fonctionnement, même s'ils sont en l'occurrence peu stables. Le problème d'une dynamique si faible rend la méthode peu stable en présence de fréquentes variations de piston de plusieurs dizaines de microns, à moins d'augmenter de manière importante la fréquence de répétition, au prix d'un RSB faible. La solution pour augmenter la dynamique consiste simplement à augmenter l'amplitude de la modulation au delà du lobe central. Ceci nécessite cependant d'avoir au minimum un point de mesure supplémentaire proche des lobes secondaires de l'enveloppe afin de disposer d'un échantillonnage suffisant de l'enveloppe et ainsi ne pas créer un point de fonctionnement artificiel en dehors du lobe principal. Cependant, en conditions de fonctionnement réelles, passer de 3 à 5 points d'échantillonnage de l'enveloppe augmente très fortement l'influence des perturbations (piston ou photométrie), et limite la précision de la mesure comme nous le verrons dans la section suivante.



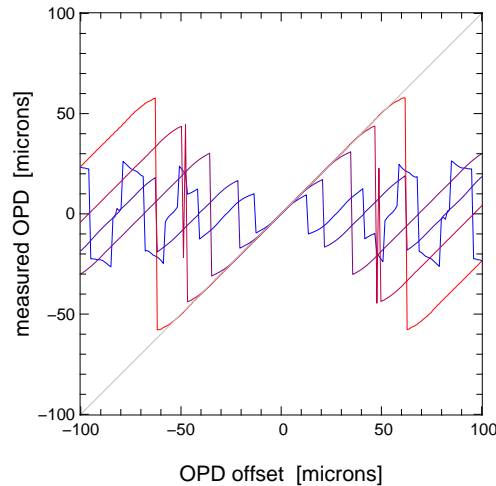
**FIGURE 5.5** – Réponse  $\hat{x}_{GD}$  des estimateurs de retard de groupe temporel (pointillé) et spectral (continu) en fonction de la consigne  $x_{GD}$ , en bande H. La réponse idéale ( $\eta = 1$ ) est représentée par la large ligne grisée. Pour toutes les simulations, l’enveloppe de cohérence est une fonction sinc. *Haut* : Le modèle d’enveloppe est une fonction sinc. *Bas* : Le modèle d’enveloppe est une parabole. Les figures de droite sont un grossissement des figures de gauche sur la partie centrale. Sur la figure en haut à gauche, la dynamique de chaque estimateur est signalée par les flèches bleues.

Lorsqu’on considère un mauvais modèle d’enveloppe (une parabole dans la cas présent), les biais de mesure atteignent 10% (i.e.  $\eta = 0.9$ ) quelle que soit la position dans la plage dynamique. Augmenter le nombre d’échantillons ou l’amplitude de la modulation n’améliore pas les choses, preuve que le problème réside bien dans le modèle. Du fait du nombre important de variables chromatiques variant au cours d’une observation (la dispersion atmosphérique en particulier) et modifiant la forme de l’enveloppe, il paraît illusoire d’arriver à estimer un modèle d’enveloppe parfait. Un tel estimateur fournira donc toujours une estimation biaisée de quelques pourcents. En pratique cela ne devrait cependant pas poser trop de problèmes tant que le biais n’atteint pas  $\lambda/2$  (i.e. tant que l’estimateur ne se trompe pas de frange, à l’erreur de mesure près). On note également que la dynamique n’est quasiment pas affectée par ce problème de modèle. En pratique, l’utilisation d’un mauvais modèle ne devrait donc pas être extrêmement problématique.

### Méthode spectrale

Au contraire, la méthode spectrale semble insensible à un modèle erroné (voir Fig. 5.5, courbes continues). Puisqu’on échantillonne directement le spectre complexe du signal, nous reconstruisons une enveloppe de cohérence réaliste, tenant compte d’effets dispersifs par exemple. Ainsi quel que soit le modèle et le nombre de canaux spectraux, la linéarité est très proche de 1. En dispersant les franges sur cinq canaux en bande H on voit que la dynamique est relativement





**FIGURE 5.6** – Augmentation de la dynamique d’un estimateur de retard de groupe avec le nombre de canaux spectraux. De bleu à rouge le nombre de canaux est égal à 2, 3, 5, 7 et 9. On note l’augmentation de la dynamique, proportionnellement au nombre de canaux spectraux.

large, de l’ordre de  $\pm 20 \mu m$ . Cela n’est toutefois pas suffisant si l’on veut définitivement éliminer les problèmes liés à de forts coups de pistons entre deux mesures. La solution peut consister à augmenter le nombre de canaux spectraux, ou à changer de bande spectrale. En passant par exemple en bande K, la dynamique passe ainsi à  $\pm 40 \mu m$ , toujours avec cinq canaux. Lorsque cet estimateur atteint la limite de son domaine de dynamique, on observe une discontinuité très nette, dont l’origine est l’échantillonnage discret du spectre cohérent. L’enveloppe de cohérence estimée ici étant le résultat d’une transformée de Fourier discrète, lorsqu’on se situe en dehors de la plage dynamique, on estime le retard de groupe sur une réplique de la véritable enveloppe. Dans la pratique si la mesure est effectuée au delà de ces limites, le suiveur de franges va corriger la position des franges dans la mauvaise direction : il s’agit donc d’un problème majeur de stabilité, qu’il faut à tout prix éviter en disposant de la dynamique la plus grande possible.

Notons que si les interférogrammes sont dispersés sur  $N_\lambda$  canaux spectraux, il est possible de retrouver le maximum de l’enveloppe tant qu’on est situé à une distance inférieure à  $\pm N_\lambda L_c / 2$  de celui-ci. La dynamique d’une méthode dispersée sur  $N_\lambda$  canaux est donc équivalente à celle d’une modulation temporelle d’amplitude  $N_\lambda L_c$  (voir annexe E). Ainsi plus le nombre de canaux spectraux est élevé, plus la dynamique le sera. Les simulations ont montré une très bonne concordance avec ce résultat théorique (voir Fig. 5.6), y compris pour des interférogrammes affectés par d’importants phénomènes chromatiques.

Il est également apparu au cours de ces simulations qu’en présence de tels phénomènes, la linéarité de la méthode spectrale pouvait être assez fortement affectée. Dans un cas dispersif l’enveloppe n’est plus parfaitement symétrique de sorte que le recouvrement de ces enveloppes asymétriques modifie la symétrie de l’enveloppe reconstruite par rapport à la véritable enveloppe. Une solution pour diminuer cet effet est d’augmenter l’échantillonnage spectral comme l’ont montré les simulations.

En conclusion de cette section, il apparaît que disperser spectralement les franges est plus efficace d’un point de vue opérationnel. La dynamique plus élevée rend le suiveur de franges plus robuste, et permet de retrouver plus rapidement le centre de l’enveloppe.



#### 5.4.4 Précision

Nous allons à présent évaluer la précision de ces estimateurs de la position de l'enveloppe en fonction du flux incident et de la force des perturbations extérieures. Nous simulons des interférogammes bruités en bande H, en introduisant bruit de photon et de détecteur ( $\sigma_e = 10 e^-/\text{pixel}$ ), et en tenant compte des perturbations de piston et de photométrie. Comme pour la phase ces perturbations sont issues de données obtenues sur FINITO. Pour chaque simulation nous estimons un retard de groupe  $\hat{x}_{GD}$  bruité, et nous évaluons l'erreur statistique  $\sigma_{GD}$  sur cette mesure d'après la dispersion de plusieurs milliers d'itérations.

Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 5.7, pour différentes conditions d'observation et temps d'intégration, pour les ATs et les UTs. Les résultats de ces simulations sont éloquentes : jamais la méthode temporelle ne se montre plus efficace que la méthode spectrale dans des conditions de fonctionnement réalistes (c'est-à-dire tant que l'erreur de mesure est inférieure à 1 radian). L'influence des perturbations se fait très vite ressentir dans le cas temporel avec un plateau limitant drastiquement les performances à fort flux. Ce plateau est dû au piston introduit entre les différentes mesures, agissant donc comme un bruit indépendant additionnel. Les perturbations photométriques diminuent la précision des mesures (décalage des courbes vers le haut) et agit comme une diminution globale du contraste des franges. Pour sa part l'estimateur spectral est quasi insensible au terme de piston. Comme dans le cas de la phase, les UTs se révèlent plus sensibles que les ATs à ces perturbation, en particulier du fait des vibrations des montures. La précision des mesures atteint difficilement moins de  $\lambda/10$  dans les meilleures conditions (court temps d'intégration et bonnes conditions d'observation). Il est particulièrement intéressant de noter la similitude de ces courbes avec celles obtenues dans le cas de la phase, la méthode spectrale associée à un ABCD statique pouvant finalement être considérée comme une méthode *statique*.

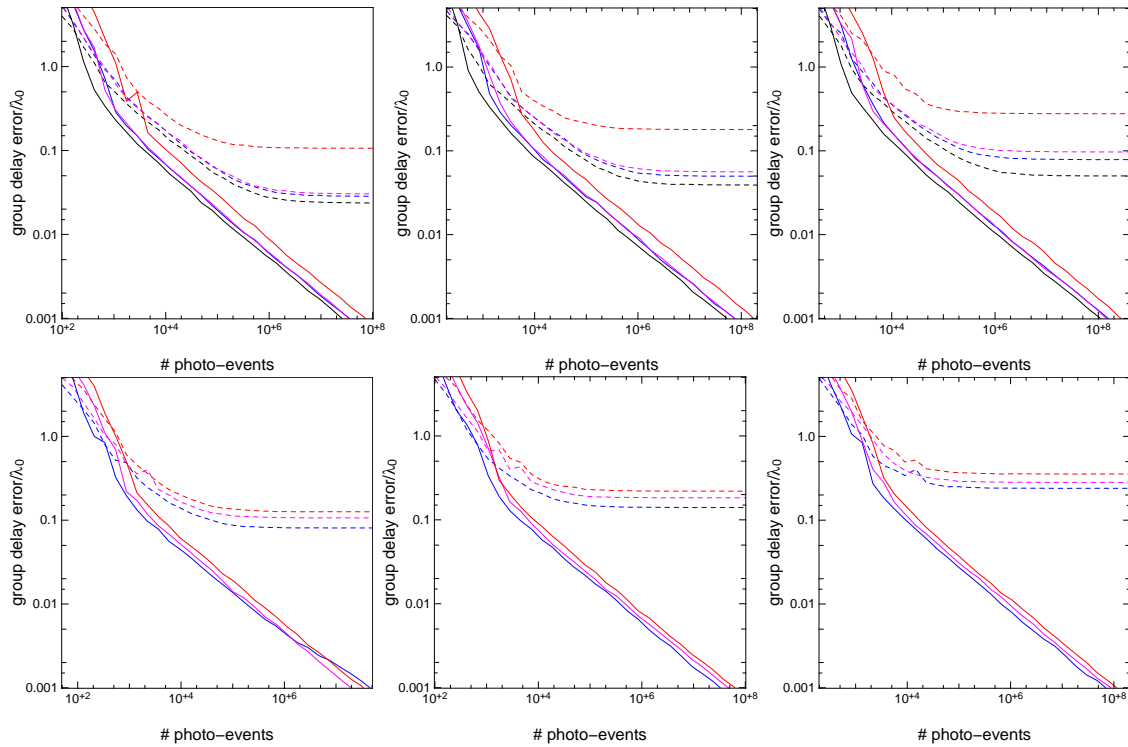
En complément des ces résultats, on peut également noter la dépendance des courbes en fonction du flux  $K$  et du contraste des franges  $V$  :

$$\sigma_{GD}^2 \propto \frac{1}{K V^2} \quad \text{dans le régime du bruit de photon} \quad (5.27)$$

$$\sigma_{GD}^2 \propto \frac{1}{K^2 V^2} \quad \text{dans le régime du bruit de détecteur} \quad (5.28)$$

On trouve la même dépendance que pour la phase, à ceci prêt que la précision d'un estimateur de phase est de 20 à 40 fois plus élevée que celle du retard de groupe comme l'a théoriquement montré [Lawson et al. \(2000\)](#). La comparaison des courbes de phase et de retard de groupe obtenues dans cette étude (bien qu'elle soient issues de deux approches diamétralement opposées) montrent également cette tendance. Dans la pratique une estimation unique du retard de groupe n'est pas suffisante pour précisément recentrer l'enveloppe, de sorte qu'on a plutôt tendance à corriger le retard de groupe à une fréquence bien moindre que la phase, afin que les précisions statistiques soient équivalentes. Par exemple sur l'instrument PRIMA, la position de l'enveloppe est corrigée à une fréquence de 1 Hz, tandis que la phase l'est à 1 kHz, soit un facteur 1000 ([Sahlmann et al., 2009](#)). L'erreur statistique diminuant comme la racine carrée du nombre de mesures, la précision augmente d'un facteur 30 environ, ramenant ainsi la précision des deux mesures à des niveaux équivalents.

La conclusion générale des deux parties précédentes est donc qu'il vaut mieux privilégier des estimateurs de phase et de retard de groupe effectuant les mesures en un minimum d'étapes dans le temps, ce afin de réduire l'influence importante des perturbations atmosphériques ou instrumentales. Les résultats de deux études nous mène à considérer un **estimateur ABCD statique dispersé sur 5 canaux spectraux** comme optimal du point de vue de la précision et de la robustesse – choix effectué entre autre sur PRIMA (voir en particulier



**FIGURE 5.7** – Erreur statistique sur le retard de groupe respectivement à la longueur d’onde (i.e.  $\sigma_{GD}/\lambda$ ), en bande H. Les courbes continues représentent la méthode spectrale, et les pointillés la méthode temporelle. Les conditions d’observations sont Excellente, Bonne, Standard et Mauvaise pour les couleurs Noir, Bleu, Magenta et Rouge respectivement. *Haut* : cas des ATs, avec, de gauche à droite, un temps d’intégration de 2, 4 et 8 ms par mesure. *Bas* : Cas des UTs pour des temps d’intégration de 1, 2 et 4 ms par mesure.  $\hat{x}_{GD}$  est estimé après trois mesures distinctes (trois mesures de contraste des franges dans le cas temporel).

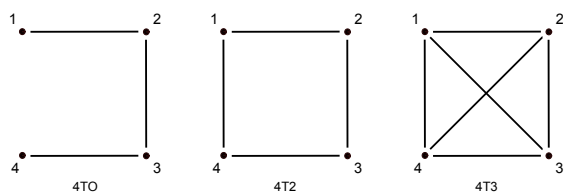
Cassaing *et al.*, 2000).

## 5.5 Stratégies de recombinaison

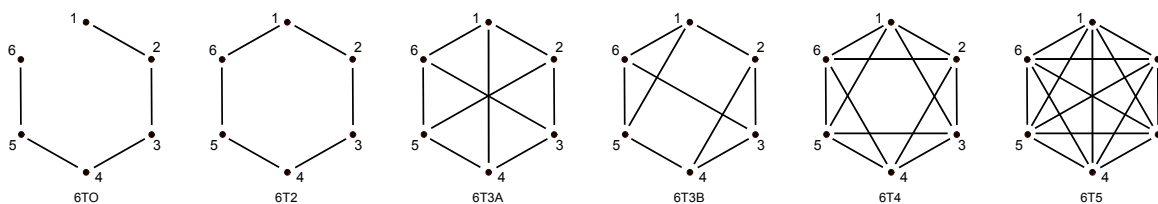
Nous avons déterminé la manière de mesurer la position des franges permettant les mesures les plus précises et robustes en opération, indépendamment du nombre de télescopes du réseau. Nous allons donc aborder ici le problème de la recombinaison de ces télescopes, toujours afin d’optimiser simultanément (si possible) la précision et la robustesse du suiveur de franges.

Cophaser une base nécessite d’estimer le piston différentiel entre les deux pupilles combinées. Etant donné que pour un réseau à  $N$  télescopes, il n’y a que  $N-1$  piston différentiels *indépendants*, il suffit de mesurer ce dernier sur  $N-1$  bases pour être capable de cophaser le réseau dans sa totalité. Cependant du fait des conditions d’observations pouvant changer rapidement au cours d’une nuit, les mesures sur certaines de ces bases peuvent se révéler peu fiables, et de fait un certain nombre de bases ne seront plus cophasées. Il peut donc paraître intéressant de disposer de plus que ce minimum de bases afin d’assurer un minimum de redondance dans l’estimation de la position des franges, et d’augmenter ainsi la robustesse du suiveur de franges. Le revers de la médaille est qu’il est alors nécessaire de partager le flux collecté par chaque télescope entre un nombre croissant de bases, chacune étant alors moins sensible. L’efficacité d’un suiveur de franges dépend donc d’un compromis entre la sensibilité des bases et le degré de redondance en information c’est-à-dire la robustesse. Le but de cette partie est donc d’analyser ce problème et de trouver le meilleur compromis en terme de nombre de bases et de disposition de ces dernières au sein du réseau.

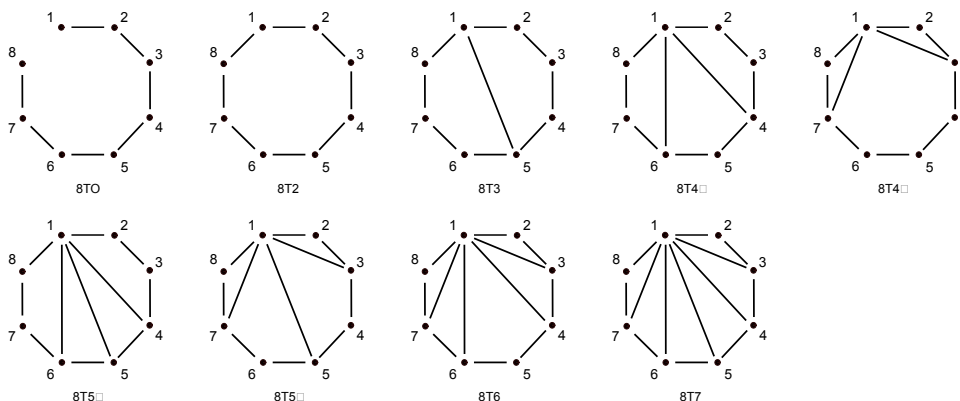
## Schémas à 4 télescopes



## Schémas à 6 télescopes



## Schémas à 8 télescopes



**FIGURE 5.8** – Représentation schématique des différentes configurations de recombinaison envisagées dans cette thèse pour cophaser des réseaux à 4, 6 ou 8 télescopes, avec la nomenclature associée en dessous. Par soucis de clarté, on a représenté dans le cas 8T uniquement les bases liées au télescope 1.

Comme précisé au début de ce chapitre, les limites technologiques actuelles des détecteurs nous imposent de considérer d'emblée une recombinaison co-axiale par paire des bases, plutôt qu'une multi-axiale tout-en-un. Les projets futurs d'instruments prévoient de recombiner quatre télescopes simultanément (GRAVITY et MATISSE au VLTI par exemple), voire six (MIRC à CHARA et VSI au VLTI), huit (VSI) ou même dix (MROI). Nous allons ici considérer le cas d'interféromètres à quatre, six et huit télescopes, et tâcherons d'extraire une tendance des résultats dans ces trois cas.

Les conclusions de cette étude s'appuieront sur trois points : 1) Les performances pures dans différentes conditions d'observation ; 2) Le problème de l'accès à la photométrie ; 3) La robustesse en opération.

### 5.5.1 Schémas de recombinaison

Rappelons que nous considérons deux types de schémas, ceux dits *ouverts* (i.e. avec  $N - 1$  bases) et ceux dits *redondants* ( $N$  bases et plus). Une première étude de la meilleure configuration dans le cas d'instruments à quatre télescopes a été faite par Houairi *et al.* (2008) pour le suiveur de franges du futur instrument GRAVITY du VLTI. Ils montrèrent en particulier que les schémas redondants avec une certaine symétrie sont plus polyvalents vis-à-vis de conditions d'observations dégradées et changeantes. C'est une des raisons pour lesquelles nous considérons dans cette étude uniquement des schémas relativement symétriques, où chaque télescope contribue au même nombre  $R$  de bases. Ils montrèrent également que les schémas ouverts ont des performances en léger retrait, ce qui nous a finalement mené à ne considérer qu'un seul schéma ouvert par type de réseau. Nous verrons plus en détail les raisons de ces performances dégradées dans la suite. Les différents schémas de recombinaison que nous considérerons ont été présentés au début de cette partie (section 3.6). Nous les rappelons dans la figure 5.8.

### 5.5.2 Etude de performances

L'approche de cette étude sera théorique : en nous basant sur les modèles de bruit sur la mesure de phase et de retard de groupe vus précédemment, nous allons analyser les performances des différents schémas dans les régimes de bruit de détecteur, de photon et atmosphérique, de manière indépendante. Évidemment toutes les bases ne fonctionnent pas forcément simultanément dans le même régime, mais les résultats dans chaque régime de bruit globalement montrent les mêmes tendances de sorte que traiter un cas intermédiaire (sans doute plus réaliste) n'apportera pas de réponses supplémentaires. Je rappelle une dernière fois la dépendance des bruits de mesure (sur la phase ou le retard de groupe) en fonction du régime de fonctionnement :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{0,det} \propto \frac{1}{VK} & \text{dans le régime de bruit de détecteur} \\ \sigma_{0,phot} \propto \frac{1}{V\sqrt{K}} & \text{dans le régime de bruit de photon} \\ \sigma_{0,atm} = \text{indépendant de } K \text{ et } V & \text{dans le régime de bruit atmosphérique} \end{array} \right. \quad (5.29)$$

Nous considérerons ces bruits comme des bruits de référence, c'est-à-dire les bruits de mesure qui seraient obtenus dans le cas d'un interféromètre à deux télescopes (le flux collecté par chaque télescope sert à former une unique base).

Nous n'étudierons pas plus en détail le cas du bruit atmosphérique (ou tout autre source de bruit indépendante de la luminosité ou de la visibilité de la source), la conclusion étant relativement évidente. Si toutes les bases sont limitées par un tel bruit, plus on aura de bases, plus la correction sera précise (l'erreur étant alors inversement proportionnelle au nombre de mesures).

### Bruit de mesure sur les schémas redondants

Pour les schémas redondants que nous considérons, le flux de chaque télescope est divisé entre un nombre  $R$  égal de bases. Ainsi chaque base ne reçoit que  $1/R$  du flux collecté par chaque télescope de sorte que l'erreur de mesure sur chaque base dans les régimes de bruit de détecteur et de photon vaut :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{det} & = R\sigma_{0,det} \\ \sigma_{phot} & = \sqrt{R}\sigma_{0,phot} \end{array} \right. \quad (5.30)$$

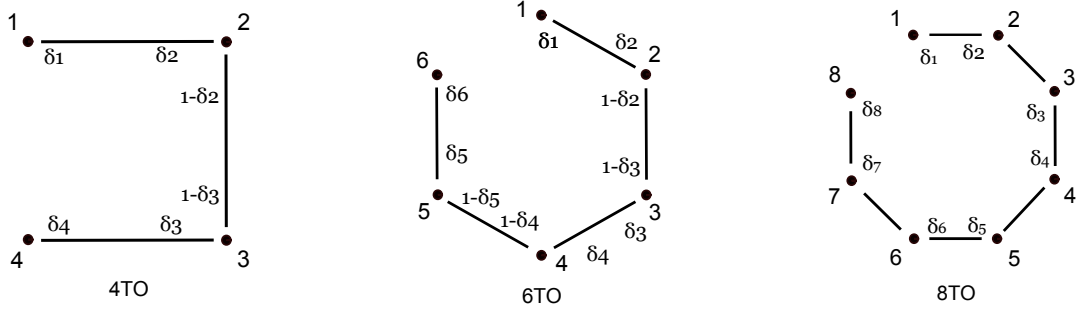


FIGURE 5.9 – Nomenclature utilisée pour les schémas 4TO, 6TO et 8TO.

### Bruit de mesure sur les schémas ouverts

Dans le cas redondant, nous avons implicitement considéré que les flux étaient répartis de manière égale entre les différentes bases. Pour les configurations ouvertes ce n'est bien entendu plus possible, à moins de jeter 50% du flux des pupilles "externes" (celles liées à une seule base). Le cas des configurations ouvertes est donc plus compliqué à traiter puisqu'il va falloir choisir quelle proportion du flux des pupilles internes il faut injecter sur chaque base. Si on note  $\delta_i$  et  $\delta_j$  la proportion du flux prélevé sur les pupilles  $i$  et  $j$  pour former la base  $\{ij\}$ , on montre que :

$$\sigma_{det} = \frac{1}{\sqrt{\delta_i \delta_j}} \sigma_{0,det} \quad (5.31)$$

$$\sigma_{phot} = \sqrt{\frac{\delta_i + \delta_j}{2\delta_i \delta_j}} \sigma_{0,phot} \quad (5.32)$$

Nous considérerons dans la suite le cas particulier de réseaux ouverts pour lesquels la proportion de flux injecté sur chaque base permet d'obtenir des bases aux performances intrinsèques identiques (erreur de mesure identique quelle que soit la base pour un régime de fonctionnement donné). Nous allons donc estimer les facteurs  $\delta_i$  pour chaque base. La nomenclature des différents facteurs  $\delta_i$  se trouve sur la figure 5.9.

**Schéma 4TO** Pour des raisons de symétrie  $\delta_1 = \delta_4 = 1$  et  $\delta_2 = \delta_3 = \delta$ , de sorte que nous avons à résoudre les deux systèmes d'équations suivants :

Bruit de détecteur	Bruit de photon
$\begin{cases} \sigma_{12}^{det} = \sigma_{34}^{det} = \frac{1}{\sqrt{\delta}} \sigma_0^{det} \\ \sigma_{23}^{det} = \frac{1}{1-\delta} \sigma_0^{det} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_{12}^{phot} = \sigma_{34}^{phot} = \sqrt{\frac{1+\delta}{2\delta}} \sigma_0^{phot} \\ \sigma_{23}^{phot} = \frac{1}{\sqrt{1-\delta}} \sigma_0^{phot} \end{cases} \quad (5.33)$

En choisissant  $\delta$  pour que les erreurs sur les trois bases soient égales nous retrouvons le résultat de Houairi *et al.* (2008) :

Bruit de détecteur	Bruit de photon
$\begin{cases} \delta_{det} = 0.38 \\ \sigma_{det} = 1.62 \sigma_{0,det} \end{cases}$	$\begin{cases} \delta_{phot} = 0.42 \\ \sigma_{phot} = 1.31 \sigma_{0,phot} \end{cases}$

**Schéma 6TO** Pour des raisons de symétrie, nous considérons que  $\delta_2 = \delta_5$  et  $\delta_3 = \delta_4$ . Les erreurs de mesure de la phase sont données par les équation suivantes :

$$\begin{array}{cc}
 \text{Bruit de détecteur} & \text{Bruit de photon} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{12,det} = \sigma_{56,det} = \frac{1}{\sqrt{\delta_2}} \sigma_{0,det} \\ \sigma_{23,det} = \sigma_{45,det} = \frac{1}{\sqrt{(1-\delta_2)(1-\delta_3)}} \sigma_{0,det} \\ \sigma_{34,det} = \frac{1}{\delta_3} \sigma_{0,det} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{12,phot} = \sigma_{56,phot} = \sqrt{\frac{1+\delta_2}{2\delta_2}} \sigma_{0,phot} \\ \sigma_{23,phot} = \sigma_{45,phot} = \sqrt{\frac{2-\delta_2-\delta_3}{2(1-\delta_2)(1-\delta_3)}} \sigma_{0,phot} \\ \sigma_{34,phot} = \frac{1}{\sqrt{\delta_3}} \sigma_{0,phot} \end{array} \right.
 \end{array} \quad (5.34)$$

La résolution de ces systèmes nous mène à :

$$\begin{array}{cc}
 \text{Bruit de détecteur} & \text{Bruit de photon} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \delta_{2,det} = 0.31 \\ \delta_{3,det} = 0.55 \\ \sigma_{det} = 1.81\sigma_{0,det} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \delta_{2,phot} = 0.37 \\ \delta_{3,phot} = 0.54 \\ \sigma_{phot} = 1.36\sigma_{0,phot} \end{array} \right.
 \end{array}$$

**Schéma 8TO** Pour des raisons de symétrie, nous considérons que  $\delta_2 = \delta_7$ ,  $\delta_3 = \delta_6$  et  $\delta_4 = \delta_5$ . La résolution du même type de système d'équations nous mène dans le cas 8TO à :

$$\begin{array}{cc}
 \text{Bruit de détecteur} & \text{Bruit de photon} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \delta_{2,det} = 0.30 \\ \delta_{3,det} = 0.56 \\ \delta_{4,det} = 0.54 \\ \sigma_{det} = 1.81\sigma_{0,det} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \delta_{2,phot} = 0.37 \\ \delta_{3,phot} = 0.54 \\ \delta_{4,phot} = 0.54 \\ \sigma_{phot} = 1.36\sigma_{0,phot} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Les valeurs des  $\delta_i$  étant quasi égales dans les deux régimes et ce pour les trois configurations, il est tout à fait envisageable dans la pratique de réaliser un instrument avec des rapports  $\delta_i$  moyens similaires.

### 5.5.2.1 Estimation des phases individuelles

**Matrice de contrôle** – Une fois le piston différentiel mesuré sur chacune des bases que forme le senseur de franges, il faut retrouver avec une précision maximale la phase sur les  $N$  pupilles asservies. La phase différentielle mesurée en direct par chaque base sera notée  $\hat{\phi}_{ij}$ , et la phase que nous cherchons afin d'asservir les lignes à retard sera notée avec un indice simple relatif à la pupille  $x_i$ , avec  $\hat{\phi}_{ij} = x_i - x_j$ . Cette relation peut s'écrire sous forme matricielle via la matrice d'interaction  $\mathbf{M}$  du système :

$$\vec{\hat{\phi}} = \mathbf{M}\vec{x} \quad (5.35)$$

où  $\vec{\hat{\phi}}$  est le vecteur des phases différentielles estimées, et  $\vec{x}$  celui des phases à corriger sur les lignes à retard.

L'inversion de ce système mène à la matrice de contrôle du système  $\mathbf{P}$  :

$$\vec{x} = \mathbf{P}\vec{\hat{\phi}} \quad (5.36)$$

Pour tous les schémas redondants, la matrice d'interaction est rectangulaire et n'est donc pas inversible au sens classique du terme.  $\mathbf{P}$  est en fait le pseudo-inverse de  $\mathbf{M}$ , obtenu ici via une méthode de type SVD (*Singular Value Decomposition*). L'un des inconvénients de la matrice d'interaction est qu'elle contient des modes dits *pistons* correspondant à un même mouvement d'ensemble des actuateurs. Puisqu'on cherche à corriger des mouvement différentiels des franges, les modes pistons ne changent rien quant à la qualité du cophasage. Par contre ces termes peuvent faire diverger le calcul de la matrice de contrôle, et amenant les actuateurs à saturation. La méthode SVD permet d'éliminer ces modes. Chacune des mesures  $\hat{\phi}_{ij}$  effectuée est en outre entachée d'une erreur  $\sigma_{ij}$ . La méthode SVD inverse en outre le système au sens des moindres-carrés, c'est-à-dire qu'elle permet d'estimer le vecteur des pistons  $x$  qui minimise la quantité :

$$\chi^2 = |\vec{\hat{\phi}} - \mathbf{M}\vec{x}|^2 \quad (5.37)$$

Si on souhaite pondérer chaque phase mesurée  $\hat{\phi}_{ij}$  en tenant compte de la qualité de la mesure (donnée par le vecteur des erreurs associées  $\vec{\sigma}$ ), on modifie la matrice d'interaction et le vecteur des phases  $\vec{\hat{\phi}}$  de la manière suivante :

$$\mathbf{M}_{mn} \rightarrow \mathbf{M}_{mn}/\vec{\sigma}_m, \quad \forall n \quad (5.38)$$

$$\vec{\hat{\phi}}_m \rightarrow \vec{\hat{\phi}}_m/\vec{\sigma}_m \quad (5.39)$$

**Erreur sur les pistons estimés** – Afin de comparer les différents schémas de recombinaison, nous allons nous intéresser à l'erreur sur les pistons différentiels évalués, c'est-à-dire à l'erreur sur la grandeur :

$$\phi_{ij} = x_i - x_j \quad (5.40)$$

$$x_i = \sum_k \mathbf{P}_{ik} \vec{\hat{\phi}}_k \quad (5.41)$$

D'après la nouvelle définition du vecteur des phases mesurées (eq. 5.39), l'erreur sur ces différents termes est strictement égale à 1. En considérant que les mesures sont statistiquement indépendantes, l'erreur sur le piston différentiel est finalement :

$$\sigma^2(\phi_{ij}) = \sum_k (\mathbf{P}_{ik} - \mathbf{P}_{jk})^2 \quad (5.42)$$

### 5.5.2.2 Cas de l'étude

Nous pouvons à présent étudier les différents schémas de recombinaison. Pour ce faire nous allons étudier trois cas distincts représentatifs de conditions d'observations réalistes :

- **Cas idéal** – Toutes les bases sont strictement équivalentes, flux et visibilité égaux.
- **Cas d'une source résolue** – Nous nous plaçons dans le cas d'une observation où une des bases de l'interféromètre résout la source de manière significativement plus importante que les autres bases. Ceci peut être le cas lorsque le réseau possède une base beaucoup plus longue que les autres, ou lors de l'observation de sources hautement asymétriques, telle qu'une binaire. Pour étudier ce cas nous considérerons que la base concernée mesure une visibilité de 0.1, contre 1 pour les autres.
- **Cas d'une perte de flux** – Du fait de la scintillation (telle que définie pour la phase dans ce chapitre) ou d'un problème technique, une des entrées de l'interféromètre peut

Schéma	Bruit de	Bruit de
	détecteur	photon
	$\epsilon_{ij}$	$\epsilon_{ij}$
4TO	1.6	1.3
4T2	1.7	1.2
4T3	2.1	1.2
6TO	1.8	1.4
6T2	1.8	1.3
6T3A	2.2	1.3
6T3B	2.3	1.3
6T4	2.6	1.3
6T5	2.9	1.3
8TO	1.8	1.4
8T2	1.9	1.3
8T3	2.3	1.3
8T4A	2.6	1.3
8T4B	2.7	1.3
8T5A	2.9	1.3
8T5B	3.0	1.3
8T6	3.2	1.3

TABLE 5.3 – Résultat de l'étude de performance dans le cas idéal, toutes les bases étant notées  $\{ij\}$ .

Schéma	Bruit de		Bruit de	
	détecteur	$\epsilon_{ij}$	photon	$\epsilon_{ij}$
	$\epsilon_{12}$	$\epsilon_{ij}$	$\epsilon_{12}$	$\epsilon_{ij}$
4TO	16.2	1.6	13.1	1.3
4T2	3.4	2.0	2.4	1.4
4T3	3.0	2.2	1.7	1.4
6TO	18.1	1.8	13.6	1.4
6T2	4.3	2.0	3.1	1.4
6T3A	3.3	2.3	1.9	1.4
6T3B	3.2 - 3.6	2.3	1.8 - 2.1	1.4
6T4	3.3	2.7	1.7	1.4
6T5	3.5	3.0	1.6	1.4
8TO	18.1	1.8	13.6	1.4
8T2	5.1	2.0	3.6	1.4
8T3	3.6	2.4	2.0	1.4
8T4A	3.5	2.7	1.8	1.4
8T4B	3.4	2.8	1.7	1.5
8T5A	3.7	3.0	1.6	1.4
8T5B	3.7	3.1	1.6	1.4
8T6	3.8	3.3	1.5	1.4

TABLE 5.4 – Résultats de l'étude de performance quand la base  $\{12\}$  résout la source. Les autres bases sont notées  $\{ij\}$  et sont équivalentes à quelques pourcents prêt.

se retrouver avec un flux beaucoup plus faible que les autres, affectant de fait les bases qui lui sont liées. Nous considérerons qu'une des entrées reçoit seulement 10% du flux que perçoivent les autres.

### 5.5.2.3 Résultats et conclusion

Les résultats des calculs pour ces trois cas figurent respectivement dans les tableaux 5.3, 5.4 et 5.5, sous la forme de l'erreur relative  $\epsilon_{ij} = \sigma(\phi_{ij})/\sigma_0$  sur la correction apportée sur la ligne de base  $\{ij\}$ .  $\sigma_0$  est l'erreur de référence définie précédemment.

Dans le cas idéal (Tab. 5.3), la redondance dégrade légèrement les performances dans le régime de bruit de détecteur car le signal est codé sur un nombre de pixels plus important. La différence entre les différents schémas est de l'ordre de quelques dizaines de pourcents. Les performances sont par contre strictement identiques dans le régime de bruit de photon. En pratique, la plus grande complexité d'un système comportant plus de bases devrait cependant dégrader sensiblement les performances. Les schémas ouverts et redondants présentent en outre des performances très similaires. Bien que les bases externes des schémas ouverts reçoivent jusqu'à 40% plus de photons que les dans le cas fermé NT2, ces bases sont affectées d'un déséquilibre photométrique imputable au concept, diminuant d'environ 10% le contraste des franges. D'un autre côté, les concepts fermés bénéficient d'une certaine redondance, diminuant le bruit général. Le gain *en précision* du schéma ouvert sur les schémas cycliques n'excède alors pas 10%. Ce gain assez faible souligne finalement une utilisation sous-optimale des photons collectés dans le cas ouvert. Ces deux effets expliquent pourquoi les schémas redondant se révèlent tout aussi performant que les schémas ouverts que nous étudions.

Dans le cas de l'observation d'une source résolue (Tab. 5.4), le bénéficie d'un plus grand



Schéma	Bruit de détecteur		Bruit de photon	
	$\epsilon_{1j}$	$\epsilon_{ij}$	$\epsilon_{1j}$	$\epsilon_{ij}$
4TO	5.1	1.6	3.1	1.3
4T2	4.7	1.9	2.5	1.4
4T3	5.6	2.4	2.5	1.4
6TO	5.7	1.8	3.2	1.4
6T2	4.8	1.9	2.6	1.4
6T3A	5.8	2.2	2.5	1.4
6T3B	5.8	2.3	2.5	1.4
6T4	6.6	2.8	2.5	1.4
6T5	7.3	3.1	2.5	1.4
8TO	5.8	1.8	3.2	1.4
8T2	5.0	2.0	2.7	1.4
8T3	5.8	2.5	2.5	1.4
8T4A	6.6	2.8	2.5	1.4
8T4B	6.6	2.9	2.5	1.4
8T5A	7.1	3.2	2.5	1.4
8T5B	7.4	3.1	2.5	1.4
8T6	8.1	3.5	2.5	1.4

**TABLE 5.5** – Résultat de l'étude de performance dans le cas d'une perte de flux. La pupille 1 a un flux faible, les bases qui lui sont liées sont notées  $\{1j\}$ . Les autres bases sont notées  $\{ij\}$ .

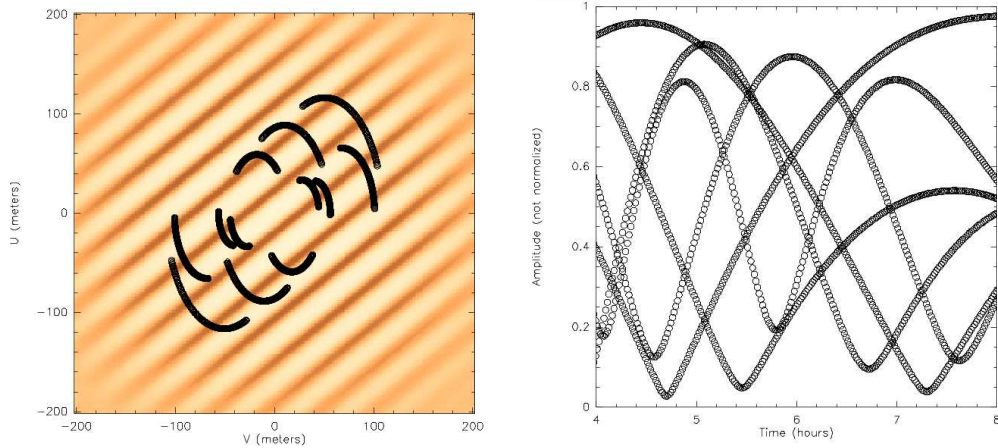
nombre de lignes de base est évident, en particulier si on s'attarde sur le cas non redondant. Alors que sur ce dernier, la précision des mesures chutent d'un facteur 10, le fait de disposer d'un minimum de redondance (et donc de plusieurs manières d'avoir accès au piston sur la base handicapée) permet de maintenir les performances à un bon niveau, comme le montre le passage de schémas NTO à NT2. Ces derniers apparaissent d'ailleurs comme les plus performants dans ces conditions. On n'a cependant considéré ici qu'une seule des bases résout la source. En extrapolant le résultats à deux bases, les schémas NT3 se révèlent plus performants, et ainsi de suite. Etant donné les performances assez similaires de tous les schémas redondants, les schémas NT2 à NT4 apparaissent comme de bons compromis entre performances et difficulté d'implantation.

Enfin, dans le cas où une base perçoit un faible flux (Tab. 5.5), les schémas ouverts se révèlent clairement les moins intéressants. Les schémas redondants présentent les mêmes performances lorsque les mesures sont limitées par le bruit de photon, tandis que dans le cas du bruit de détecteur avoir un minimum de redondance se révèle être le plus intéressant. Lorsque le nombre de bases augmente, le télescope concerné propage de plus en plus de bruit dans le système, que l'augmentation de redondance ne suffit pas à compenser. Il apparait donc plus intéressant de se limiter à des schémas circulaires (NT2).

Les performances des schémas redondants sont relativement proches, tandis que les schémas ouverts ne présentent au final que peu d'intérêt dans la pratique. En tenant compte de la complexité instrumentale croissante avec le nombre de bases, les schémas NT2 et NT3 semblent à privilégier.

### 5.5.3 La robustesse

La robustesse est un des points qu'on cherche à optimiser. En conditions d'observations réelles, le contraste des franges peut varier de manière importante sur une ligne de base, en l'espace de quelques dizaines de minutes. La figure 5.10 présente par exemple les changements de visibilité



**FIGURE 5.10** – Variation typique du contraste des franges lors de l’observation d’une binaire avec un instrument recombinant les quatre UTs du VLTI. La binaire est supposée mesurer 10 mas de large, les deux étoiles ayant la même luminosité. La figure de gauche montre la couverture du plan (u,v) pour 4 h d’observation, avec en fond le contraste des franges attendu pour notre modèle de binaire. La figure de droite représente la variation de visibilité sur les six bases durant les 4 h d’observation. Les figures ont été faites grâce au logiciel `aspro` du JMMC.

attendus lors de l’observation d’une binaire avec les quatre UTs du VLTI. Sur les bases avec les visibilitées les plus faibles, il devient difficile de mesurer la position des franges avec précision, de sorte que le réseau peut se retrouver seulement partiellement cophasé. Le cas d’une base résolvant la source illustre parfaitement cette situation, où il est apparu bénéfique de disposer d’au moins une base supplémentaire pour conserver les performances. De manière générale, la redondance permet d’opérer dans un mode dit “boot-strapping”, dans lequel les bases les plus faibles sont asservies en mesurant la position des franges sur les bases adjacentes. Du point de vue des performances, mais surtout de la robustesse, il apparaît donc préférable de favoriser des schémas fournissant un maximum de lignes de base.

#### 5.5.4 Extraire la photométrie

Mesurer la position des franges ne nécessite pas de connaître la photométrie en temps réel. Cependant elle peut être un outil de diagnostic important pour les opérations. Par exemple, il est fréquent que seule une très faible partie du flux soit injectée dans une entrée de l’interféromètre, de sorte que le RSB sur les bases liées soit très faible. Dans les pires cas (si le flux est nul), les franges peuvent même ne pas être formées. La photométrie permet également de mesurer le contraste des franges sur chaque base, d’en déduire le RSB des mesures de phase et de s’apercevoir de potentiels problèmes techniques ou observationnels. La connaissance de la photométrie permet donc de s’apercevoir rapidement de ce genre de problèmes et d’adapter le comportement du suiveur de franges.

Une fois que le signal de frange est acquis, on peut avoir accès à la somme des flux des pupilles formant la base. Par exemple dans le cas d’un codage ABCD des franges sur une base  $\{ij\}$ , ce flux s’obtient simplement comme :

$$I_i + I_j = \frac{1}{4}(A + B + C + D) \quad (5.43)$$

Lorsqu’on dispose d’un instrument à 3 télescopes et plus, il est possible, sous une certaine condition, d’extraire le flux instantané  $I_i$  de chaque pupille, sans qu’il soit nécessaire de disposer de voies photométrique dédiées. Dans le contexte de recombinaisons co-axiales par paire, il est possible de montrer que *le flux  $I_i$  peut être extrait du signal de frange uniquement si la pupille  $i$*

Schéma	4TO	4T2	4T3	6TO	6T2	6T3A	6T3B	6T4	6T5
Photométries ?	non	non	oui	non	non	non	oui	oui	oui
Schéma	8TO	8T2	8T3	8T4A	8T4B	8T5A	8T5B	8T6	8T7
Photométries ?	non	non	oui	non	oui	oui	oui	oui	oui

**TABLE 5.6** – Capacité des différents schémas de recombinaisons à extraire la photométrie directement depuis le signal de frange. La représentation schématique des différents concepts se trouve dans la figure 5.8.

est intégrée à un sous-réseau fermé constitué d'un nombre impair de télescopes. Autrement le système reliant les différentes photométries est dégénéré. Ainsi les schémas 4T2, 6T2 et 6T3A ne permettent pas d'accéder à la photométrie car le réseau est constitué d'anneaux de quatre ou six télescopes. Par contre on peut trouver dans les réseaux 4T3 et 6T3B des anneaux de trois télescopes pour chaque pupille. Le schéma 6T3B (légèrement asymétrique) a en fait été imaginé après avoir fait ce constat. Le tableau 5.6 présente le résultat de cette étude pour la liste des schémas considérés ici. A la suite de ce constat, il apparait également que des réseaux fermés T0 constitués d'un nombre impair de télescopes seront toujours capable de fournir la photométrie des différentes pupilles.

### 5.5.5 Choix du schéma de recombinaison

Au vu des trois points que nous venons d'étudier, l'intérêt de disposer d'un minimum de redondance s'est clairement imposé afin de maintenir les performances dans diverses situations. Certains schémas se détachent des autres, mais globalement les performances restent tout de même proches. Certains schémas se sont également révélés capables de fournir en temps réel la photométrie des différents télescopes, fournissant ainsi un outil de diagnostic opérationnel important, sans rogner sur la sensibilité de l'instrument. Au vu de ces différents points, les meilleurs compromis entre performance et robustesse sont donc les schémas 4T3, 6T3B et 8T3. Suivant que l'on cherche à augmenter la robustesse ou la facilité d'implantation, on pourra se tourner vers des schémas plus redondants à  $R = 4$  ou cycliques à  $R = 2$  respectivement. Notons que dans le cas 4T, nous avons convergé vers le même choix que pour le suiveur de franges de GRAVITY (Houairi *et al.*, 2008). Les résultats dans le cas 6T sont en accord avec le choix fait pour le suiveur de franges CHAMP de CHARA qui aura une configuration 6T2, même si nous aurions privilégié un concept avec légèrement plus de bases. L'équipe en charge de NPOI a privilégié un concept 6TO pour son suiveur de franges de seconde génération (Zhang *et al.*, 2006).

L'étude de ces trois cas (4T, 6T et 8T) semble montrer une tendance dans les résultats : dans le contexte de recombinaisons co-axiales par paire, un suiveur de franges optimal devrait comporter  $N$  ou  $3N/2$  bases ( $R = 2$  ou 3), suivant qu'on estime qu'il y a besoin de connaître la photométrie en temps réel ou non.

## 5.6 Application au VLTI : l'étude de phase A du 2GFT/POPS

### 5.6.1 Contexte de l'étude

Suite à la conférence "The power of optical/IR interferometry : recent scientific results and 2<sup>nd</sup> generation VLTI instrumentation" tenu en 2005, il a été décidé que les concepts GRAVITY, MATISSE et VSI constitueraient la seconde génération d'instruments du VLTI, destinés à recombinaison quatre voire six télescopes simultanément. Afin d'assurer le cophasage du VLTI pour l'utilisation de ces instruments, l'ESO a lancé fin 2009 un appel à étude pour un suiveur de franges de seconde génération (2GFT pour "2<sup>nd</sup> Generation Fringe Tracker") capable de cophaser un ré-

	Phase	Retard de groupe
Erreur de mesure	< 100 nm	< 800 nm
Fréquence de répétition max.	2 kHz	200 Hz
Retard pur	< 600 $\mu$ s	< 10 ms
Linéarité	< 10% sur $\pm 1050$ nm	< 20% sur $\pm 6$ $\mu$ m

TABLE 5.7 – Liste des spécifications haut niveau du 2GFT.

seau de quatre ou six télescopes. L’IPAG a été le pilote d’un des trois consortiums ayant répondu à cet appel d’offre pour une étude préliminaire de phase A. Le consortium mené par l’IPAG a regroupé l’Institut d’Astrophysique et de Géophysique de Liège (Belgique), le laboratoire Fizeau de l’observatoire de la Côte d’Azur et le GIPSA-Lab de Grenoble.

### 5.6.2 Spécifications haut niveau et recommandations

L’ESO a demandé à ce que le concept proposé de suiveur de franges réponde à un certain nombre de spécifications haut niveau portant sur la précision, la fréquence de répétition, le retard pur<sup>5</sup> et la linéarité des estimateurs de phase et de retard de groupe. Le liste de ces spécifications figure dans le tableau 5.7.

L’étude devait en outre répondre à un certain nombre de questions, parmi lesquelles :

- 1) La place étant limitée dans le laboratoire VLTI, l’instrument doit être aussi compact que possible.
- 2) L’instrument doit travailler en bande H ou K. Si possible, il faut être capable de sélectionner l’une ou l’autre à loisir.
- 3) Il faut fournir une étude comparative des performances entre des concepts basés sur de l’optique de volume (propagation libre, multimode) ou de l’optique intégrée (intrinsèquement monomode), c’est-à-dire démontrant ou non l’apport du filtrage modal.
- 4) Le 2GFT doit pouvoir combiner 4 ou 6 télescopes, avec une bonne modularité pour passer d’un concept à l’autre.
- 5) Différentes configurations de recombinaison (nombre et arrangement des bases) doivent être étudiées afin d’optimiser les performances dans différentes conditions.
- 6) Les bases du VLTI s’étendant de 8 à 200 mètres, l’impact de l’observation avec des visibilités très différentes doit être étudié.
- 7) Une simulation complète des performances du concept doit être fournie.

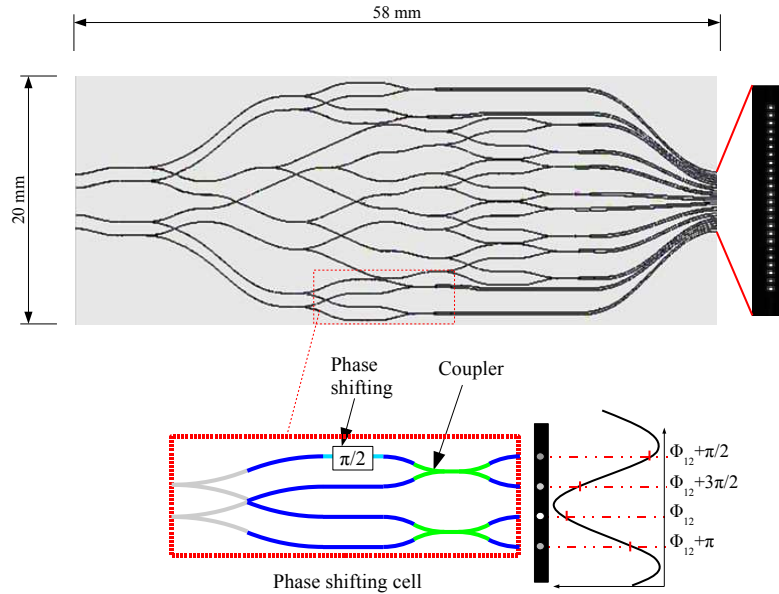
L’étude demandée par l’ESO ne concerne que le *senseur de franges*, c’est-à-dire toute la partie du suiveur de franges en *amont* de l’estimation de la position des franges. L’ESO ne demande pas d’étude concernant l’architecture de contrôle du VLTI après cette étape.

### 5.6.3 La réponse à l’ESO : le concept POPS

Les études menées par le consortium piloté par l’IPAG ont finalement mené au concept de senseur de franges POPS (pour *Planar Optics Phase Sensor*), dont je présente les caractéristiques principales ci-dessous.

**Choix de l’optique intégrée** L’IPAG travaille depuis de nombreuses années à développer la technologie de l’optique intégrée pour son application dans le domaine de l’interférométrie

5. Temps entre le début de la mesure de position des franges et le moment où la correction est appliquée aux lignes à retard.

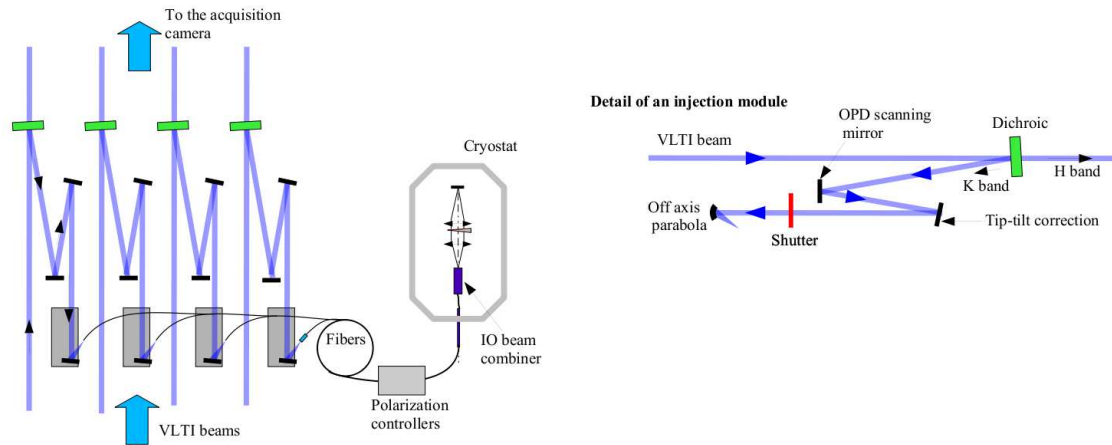


**FIGURE 5.11** – Schéma représentatif du recombineur en optique intégré 4T3 avec codage des franges ABCD statique. Les 4 entrées sont à gauche, les 24 sorties à droite (6 bases et 4 points ABCD par base). La partie basse de la figure montre le principe du codage ABCD statique avec un étage déphaseur de  $\pi/2$ .

stellaire, d'abord l'infra-rouge proche (Benisty *et al.*, 2009), puis dans l'infra-rouge moyen d'ici quelques années (Labadie *et al.*, 2011). Cette technologie a déjà fait ses preuves à plusieurs reprises sur des instruments tels que IOTA avec le composant IONIC-3 (Berger *et al.*, 2003), ou au VLTI sur VINCI (LeBouquin *et al.*, 2004). La dernière démonstration en date est l'instrument PIONIER installé au VLTI en novembre 2010, et recombinaut quatre télescopes simultanément. De futurs projets tels que GRAVITY misent également sur cette technologie pour atteindre leur objectif. Il n'est donc pas étonnant que l'IPAG ait décidé dès les premières esquisses du projet de s'orienter vers une solution à base de composants d'optique intégrée (d'où le nom du projet). En plus de leurs performances, ces composants se révèlent extrêmement compacts et permettent donc de réaliser des instruments plus simples optiquement et plus compacts. Ils sont en outre à l'heure actuelle intrinsèquement monomodes. L'étude comparative entre les technologies monomode et multimode que j'ai menée (voir le chapitre précédent) a permis de montrer l'intérêt du filtrage modal comparativement à une propagation libre des faisceaux dans le cadre de la mesure de phase. Cette étude a démontré l'intérêt du filtrage modal pour le suivi de frange. De fait, cette étude a permis de totalement justifier l'emploi de l'optique intégrée pour le 2GFT, répondant ainsi aux points 1 et 3 présentés précédemment. A l'heure actuelle, les composants d'OI sont en outre disponibles en bande H et K, donc rien ne s'oppose au point numéro 2<sup>6</sup>.

**Choix des concepts de mesure des franges et de la bande spectrale** Les études que j'ai menées dans ce chapitre ont montré dans un premier temps qu'un échantillonnage des franges avec un ABCD statique dispersé était la meilleure façon de mesurer la phase. J'ai également montré dans le contexte de cette étude que mesurer le retard de groupe en dispersant ces franges sur 5 canaux dans la bande K était le meilleur compromis entre précision et robustesse pour du suivi de frange.

6. Ces composants ne couvrent cependant pas simultanément les deux bandes. Il faut donc envisager une solution mécanique avec deux composants distincts pour passer de l'une à l'autre.



**FIGURE 5.12** – *Gauche* : Schéma de principe du concept de 2GFT à 4 télescopes. Le flux collecté par les télescopes du VLTI est envoyé vers POPS (bande K), à travers les bras d’injection dans des fibres monomodes reliées au composant d’optique intégrée, contenu dans un cryostat avec la caméra HAWAII-2 RG. *Droite* : Détail d’un bras d’injection avec dans l’ordre : une dichroïque renvoyant la bande K dans vers POPS ; un miroir de contrôle de la DDM ; un miroir de correction du tip-tilt ; un obturateur pour la calibration ; un miroir parabolique hors-axe pour injecter le flux dans les fibres.

**Choix du concept de recombinaison** L’optimisation des performances du senseur de franges est également passée par la détermination du meilleur mode de recombinaison des franges. La contrainte (forte) apportée par le détecteur (à fort bruit de lecture) a limité le choix à des recombinaisons co-axiales par paire, pour lesquels j’ai déterminé qu’il existait un certain niveau de redondance optimisant à la fois la sensibilité et la robustesse dans des conditions d’observations variées. Notons que le laboratoire Fizeau a également mené des études dans ce sens en considérant une implantation multi-axiale tout-en-un (voir [Tarmoul et al., 2010](#)), mais le détecteur et le grand nombre de pixels requis limitent ses performances, comme l’ont montrées les simulations par la suite. Ces études ont montré que les schémas 4T3 et 6T3B présentés dans ce chapitre étaient les meilleurs compromis dans les cas à 4 et 6 télescopes respectivement, et ont également répondu aux points 4 à 6.

**Le concept POPS** Mes études ont ainsi permis de justifier les concepts optiques et systèmes de POPS : le cœur du concept est un composant d’optique intégrée, recombinaison quatre ou six télescopes via des recombinaisons co-axiales par paire suivant un schéma 4T3 ou 6T3B. La phase est mesurée grâce à un codage des franges de type ABCD statique, dispersé spectralement sur cinq canaux en bande K, afin de mesurer le

Transmission moyenne	$> 55\%$
Contraste large bande	$> 90\% \pm 5\%$ , avec un prisme de Wollaston
Contraste bande étroite	95%, avec un prisme de Wollaston
Déphasage entre sorties AC et BD	$90 \text{ deg} \pm 25 \text{ deg}$
Chromaticité du déphasage	5 à 15 deg
Phase entre les polarisations	5 à 10 deg
Stabilité du contraste	$\leq 0.5\%$
Stabilité du déphasage	$< 1 \text{ deg}$

**TABLE 5.8** – Performances attendues d’un composant d’optique intégrée 4T3-ABCD.

**retard de groupe avec une robustesse maximale.** Un composant d'optique intégrée de type 4T3-ABCD (voir Fig. 5.11) a été totalement caractérisé par [Benisty \*et al.\* \(2009\)](#) en bande H, et l'ensemble des caractéristiques *attendues* pour un composant similaire en bande K sont présentées dans le tableau 5.8. Une vue d'ensemble du concept final à 4T est visible dans la figure 5.12.

**Simulations des performances** Les simulations du système complet (de l'atmosphère aux lignes à retard en passant par POPS) ont été menées par le groupe de Liège afin d'estimer les performances attendues du concept sur le ciel. Elles ont démontré que les spécifications haut niveau demandées par l'ESO étaient atteintes (y compris dans des conditions d'observation moyennes) et que POPS répondait bien aux cahier des charges imposé par l'ESO.

**Boucle de contrôle** Notons enfin, qu'une étude sur l'optimisation de la boucle de contrôle a également été menée par le GIPSA-Lab (voir [Vincent \*et al.\*, 2010](#)).

J'ai présenté dans les chapitres précédents les analyses qui ont permis de définir le concept optique et système de POPS. Je vais à maintenant présenter les résultats des simulations du système complet dans les conditions de fonctionnement du VLTI.

#### 5.6.4 Performances attendues du concept à 4 télescopes

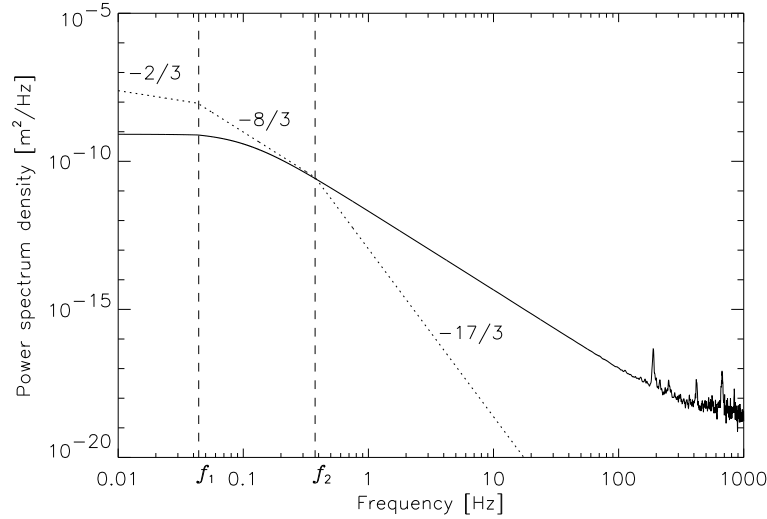
Maintenant que les concepts optimaux de senseurs de frange ont été identifiés, nous étudions leurs performances sur le site du VLTI. Un outil de simulation appelé *Sim2GFT* a été développé spécifiquement dans ce but. *Sim2GFT* consiste en un ensemble de routines IDL dont le but est d'effectuer des simulations *end-to-end* réalistes des performances de senseurs de frange. Les produits des simulations sont les résidus de correction du piston atmosphérique.

##### 5.6.4.1 Description des simulations

*Sim2GFT* a été développé en grande partie par O. Absil de l'Institut d'Astrophysique et de Géophysique de Liège et est basé sur le logiciel GENIEsim qu'il a lui même développé ([Absil \*et al.\*, 2006](#)). Il en suit donc la philosophie et l'architecture, et calcule la densité spectrale de puissance (DSP) du piston résiduel en simulant le comportement du suiveur de franges dans le domaine fréquentiel. Les simulations prennent en compte tous les éléments contribuant aux performances finales du senseur de franges :

- Le *piston* est représenté par sa DSP. Nous utilisons une loi semi-empirique basée sur des observations de FINITO tenant compte à la fois du piston atmosphérique, et éventuellement du piston induit par les optique adaptatives MACAO dans le cas des UTs (voir Fig. 5.13). L'effet des vibrations des UTs a été pris en compte via une loi empirique introduisant un terme de perte de visibilité durant la pose. Nous n'avons cependant pas tenu compte de l'effet de ces vibrations pour calculer le piston résiduel après correction.
- Les fluctuations locales de phases sont représentées par les variations de couplage du flux interférométrique dans les guides monomodes. Nous en avons tenu compte en les séparant en deux composantes :
  - ▶ La contribution du *tip-tilt* qui agit comme un défaut d'alignement des télescopes sur l'entrée de fibres. On estime son influence à travers le recouvrement entre la fonction d'Airy des télescopes et le mode fondamental de la fibre.
  - ▶ Les *aberrations d'ordre supérieur au tip-tilt*, dues à la qualité globale du front d'onde.





**FIGURE 5.13** – Densité spectrale de puissance du piston différentiel au VLTI (ligne pleine) utilisée dans les simulations pour les UTs et une ligne de base de 47 m. La vitesse de vent est de 11 m/s et le paramètre de Fried  $r_0 = 10$  cm à  $\lambda = 500$  nm (seeing  $\sim 1''$ ). Le piston induit par le système d’OA MACAO est visible à haute fréquence ( $f > 100$  Hz). La ligne pointillée représente la DSP théorique du piston différentiel pour une loi de Kolmogorov.

Leur impact est estimé grâce à l’estimation du rapport de Strehl interférométrique instantané.

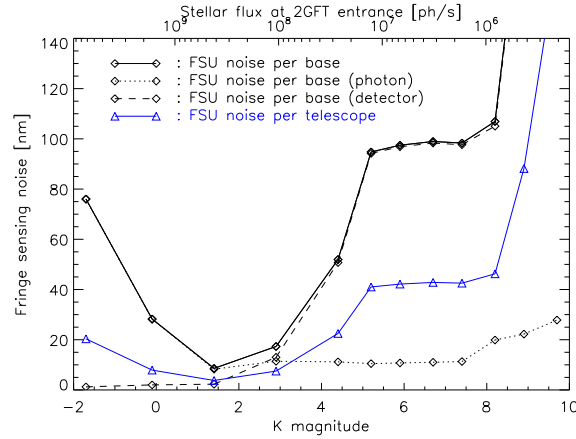
- Le *capteur de frange* est représenté par sa fonction de transfert et la DSP du bruit sur les mesures de phase (bruit blanc). Les mesures de retard de groupe ne sont pas explicitement introduites dans les simulations, bien qu’en pratique elles ont une importance certaine pour s’assurer qu’on asservit le système sur la bonne frange. Ces simulations se placent donc dans un mode de cophasage où nous considérons que le retard de groupe est connu avec une précision suffisante pour ne pas impacter sur les performances. Nous tenons également compte du retard induit par le temps de la mesure.
- Le *contrôleur* de la boucle de rétro-action est représenté par sa fonction de transfert, et consiste en un simple régulateur PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé). Nous mettons donc de côté ici les aspects de contrôle pur du système. L’étude de [Vincent et al. \(2010\)](#) traite de ce point particulier, en développant une nouvelle architecture de contrôle adaptée au cophasage robuste du suiveur de frange.
- Un *retard pur* de  $100 \mu\text{s}$  est introduit entre le contrôleur et les lignes à retard, afin de tenir compte du temps nécessaire au calcul de la phase et du retard de groupe.
- Les *lignes à retard* sont caractérisées par leur fonction de transfert (extraite de données ESO) et par la DSP du bruit en entrée.

L’influence de tous les sous-systèmes du VLTI et du concept 2GFT sur l’intensité lumineuse, le piston ou le front d’onde est intégrée dans Sim2GFT. La visibilité instrumentale est estimée en tenant compte du piston, de la réfraction atmosphérique, du déséquilibre photométrique entre les différentes entrées de l’instrument (scintillation), ainsi que de la dispersion longitudinale au niveau des lignes à retard.

A partir de cette représentation fréquentielle, nous générons des séquences temporelles d’une durée de 100 s (temps typique d’une séquence de mesure au VLTI). Les simulations comprennent quatre sources de paramètres libres :

- La source est une étoile de type K0 III dont la distance varie de 2 à 10 kpc, et supposée





**FIGURE 5.14** – Bruit de mesure sur la phase du concept 4T3-ABCD en boucle fermée dans des conditions typique du VLTI, en fonction de la magnitude la source. La source est une étoile K0III dont la distance varie de 12 à 10 kpc. Les bases du VLTI considérées sont A0-G1-K0-I1 des ATs. Les courbes sont représentées de telles sorte que 90% du temps, l’erreur de mesure est inférieure à la courbe.

proche du zénith. Suivant la distance, sa magnitude et sa visibilité (et donc le *flux cohérent* en entrée de POPS) varient.

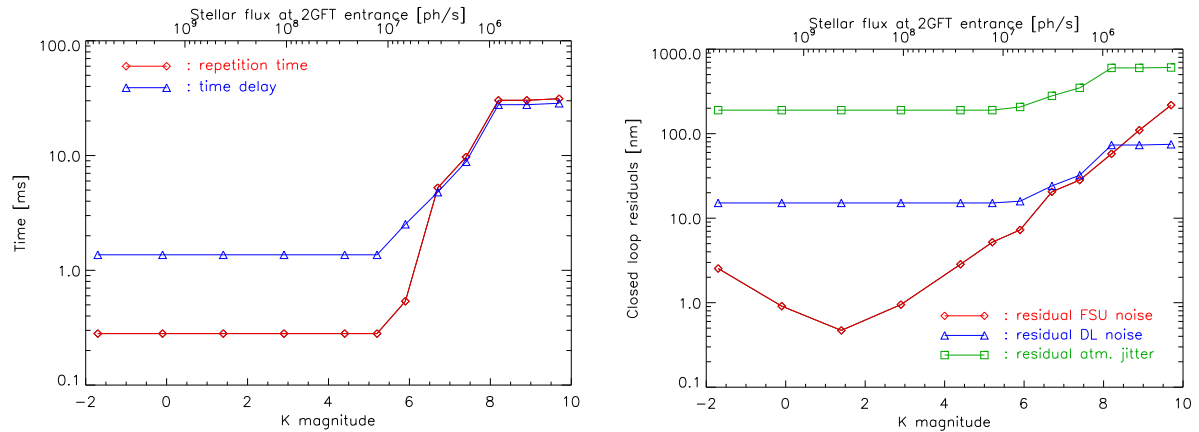
- Pour les simulations avec les ATs, nous avons choisi d’effectuer les simulations avec le quadruplet A0-G1-K0-I1 (bases de 45 à 130 m de long). Pour les UTs, les bases mesurent entre 55 et 130 m.
- L’atmosphère est décrite par deux paramètres : le seeing  $\varepsilon$  et le temps de cohérence  $\tau_0$ . Dans des conditions standards (telles que définies par l’ESO),  $\varepsilon = 0.85''$  et  $\tau_0 = 3$  ms. L’échelle externe de la turbulence étant d’environ 20 m au VLTI, nous pouvons considérer que les télescopes sont spatialement décorrélés avec les bases que nous considérons. La température du ciel est fixée à  $T_{\text{ciel}} = 285$  K.
- La boucle de contrôle peut fonctionner à différentes fréquences, dans la limite de la fréquence maximale autorisée par le détecteur ( $f < 4$  kHz). La fréquence n’est pas à proprement parler libre. Suivant la magnitude de la source, elle est choisie la plus élevée possible tout en maintenant le niveau de bruit sous les 100 nm sur toutes les bases. Le but de cette procédure est de minimiser au maximum le retard pur et donc les résidus de piston après correction.

Nous considérons qu’afin d’assurer un suivi de franges stable, le bruit sur la phase doit être inférieur à 100 nm (environ  $\lambda/20$  en bande K) durant au moins 90% du temps pour toutes les lignes de base. Ceci correspond à un RSB supérieur à 4 sur les franges en bande K, pour 90% des mesures donc.

Nous allons à maintenant présenter les résultats des simulations. La section 5.6.5 s’intéresse d’abord aux performances du *senseur* de franges c’est-à-dire à la mesure de phase (avant correction). La section 5.6.6 s’intéresse aux performances du *suiveur* de frange, c’est-à-dire au piston résiduel après correction.

### 5.6.5 Performances du senseur de franges

Des simulations ont été menées dans un premier temps pour les ATs du VLTI afin d’estimer les performances du *senseur* de franges dans les conditions standards décrites plus tôt. La figure 5.14 présente le bruit du senseur par base ou par télescope en fonction de la magnitude de la source. Sur la partie gauche de la figure (source brillante) le bruit de photon domine. L’augmentation



**FIGURE 5.15** – *Gauche* : Temps de répétition en boucle fermée, et retard pur dans la boucle entre la mesure et la correction, en fonction de la magnitude la source en bande K, et dans le cas des ATs. Pour des étoiles plus faible que  $K = 6$ , le temps de répétition est augmenté (i.e. la fréquence diminue) afin que le RSB sur les franges soit suffisant pour les mesures sur chaque base, jusqu’à ce que son augmentation ne permette plus d’assurer les performances (au delà de  $K = 8$ ). *Droite* : Bruit résiduel en sortie de la boucle fermée pour le bruit du senseur (mesure de la phase ; rouge), les lignes à retard (bleu) et le piston atmosphérique résiduel après correction (vert).

du bruit entre  $K = 1.5$  et  $K = -2$  est due au fait que la source est plus proche et donc assez fortement résolue, ce qui réduit le flux cohérent  $KV$ . Le bruit de détecteur domine au delà de  $K = 3$ , et le bruit sur la mesure de phase dépasse les 100 nm par base au delà de  $K = 5$  environ. Pour des sources plus faibles, il est nécessaire de diminuer la fréquence de répétition de la boucle (i.e. d’augmenter le temps d’intégration) afin de maintenir les performances à la limite des 100 nm par base. Ces performances peuvent être maintenues jusqu’à une magnitude de 7.5 environ. Au delà le temps d’intégration devient trop long et le piston durant l’intégration diminue fortement le contraste des franges, de sorte que le bruit de 100 nm par base ne peut plus être atteint. Les points au delà de  $K = 7.5$  ont été obtenus pour une fréquence de répétition minimisant le bruit, soit 33 Hz ici. On notera que grâce à la redondance d’information dans le schéma 4T3 présent, le bruit de mesure sur chaque télescope est significativement plus bas que celui sur chaque base.

La même étude a été menée pour les UTs de 8 m, avec des résultats similaires au cas des ATs. La différence réside dans la magnitude limite pour laquelle le senseur n’assure plus les performances requises :  $K = 9.5$ . On gagne donc avec les UTs 2 magnitudes, ce qui est moins que ce que pourrait laisser penser l’augmentation du diamètre des télescopes, à savoir 3.5 magnitudes. La différence réside dans la plus grande sensibilité des UTs aux perturbations locales du front d’onde, même s’ils sont équipés des optiques adaptatives MACAO<sup>7</sup>. Au delà d’une magnitude  $V = 10$ , les performances des MACAO diminuent et l’efficacité du couplage dans les guides monomode décroît vite. La fréquence maximum de la boucle (autour de 4 kHz) peut être maintenue jusqu’à une magnitude  $K = 8.5$ . Les performances en boucle fermée dans le cas des ATs (Fig. 5.15) devraient donc être assez fortement dégradées dans le cas des UTs.

### 5.6.6 Performances du suivi de frange

La figure 5.15 présente finalement les performances en boucle fermée du suiveur de franges toujours dans des conditions standard. On voit sur la figure de gauche que pour des magnitudes plus faibles que 5, la boucle fonctionne à sa fréquence maximale, à savoir 4 kHz. Pour des sources plus faibles, le temps d’intégration est progressivement augmenté, et donc la fréquence diminuée,

7. Pour comparaison, dans des conditions standards, les ATs sont proches de la limite de diffraction théorique dans le proche IR, une fois le front d’onde corrigé du tip-tilt par STRAP.

afin de maintenir le RSB sur la mesure de phase.

La partie gauche de la figure 5.15 peut être utilisée pour déterminer une magnitude limite du concept de senseur de frange. Si on considère qu'un temps de répétition de 10 ms (3 fois le temps de cohérence dans notre cas) est le maximum permettant un suivi de frange efficace, alors la magnitude limite pour les ATs serait autour de  $K = 7.5$  dans des conditions standard. Dans le cas des UTs la magnitude limite monte alors jusqu'à 9.5. Dans les deux cas, cela correspond bien avec la limite pour laquelle l'erreur sur la mesure de phase sur les différentes bases est inférieure à 100 nm. Notons en outre que la magnitude limite pour les ATs avec un taux de suivi des franges de 90% correspond bien à ce qui a été obtenu sur le ciel avec l'instrument PRIMA basé sur un concept similaire au notre (à savoir un codage des franges ABCD statique dispersé sur 5 canaux spectraux, et filtrage monomode) dans des conditions standard (Sahlmann *et al.*, 2009).

La partie droite de la figure 5.15 montre le bruit résiduel à la sortie de la boucle de suivi de frange par télescope. On note que le bruit résiduel à la sortie de la boucle est beaucoup plus faible que le bruit à la sortie du senseur. On note également que le bruit du senseur est toujours beaucoup plus faible que le bruit atmosphérique, et qu'il n'influe finalement que très peu sur le niveau des résidus après correction tant que la source est brillante. En effet, pour des fréquences de répétition élevées, le retard pur domine les autres sources d'erreurs, dont celle sur la mesure de la phase.

### 5.6.7 Influence des conditions atmosphériques

Nous avons finalement comparé les performances dans différentes conditions d'observation de mauvaises (seeing  $\varepsilon_0 = 1.1''$  et temps de cohérence  $\tau_0 = 2$  ms) à excellentes ( $\varepsilon_0 = 0.5''$  et  $\tau_0 = 10$  ms). L'influence des conditions atmosphérique est double : d'un côté elle définit le niveau de bruit atmosphérique qu'il faut corriger, et d'un autre, elle affecte le nombre de photons cohérent collectés par pose, puisqu'elle modifie l'efficacité du couplage dans les guides monomodes. Les simulations ont montré que la magnitude limite, en terme de suivi de frange, augmente de 2 magnitudes entre de mauvaises et d'excellentes conditions. Dans le cas des ATs elle varie de  $K = 6.2$  à  $K = 8.5$ . En considérant que la limite de détection des franges est un RSB de 4 atteint durant au moins 50% du temps (avec un temps d'intégration augmenté à 25 ms), la magnitude limite de détection devrait être autour de  $K = 9.5$  avec les ATs dans de bonnes conditions. Pour les UTs cette valeur atteint  $K = 11.2$ , à comparer à nouveau avec les résultats de PRIMA et une limite de détection des franges sur les UTs à  $K = 11.7$ .

## 5.7 Conclusion et perspective pour le cophasage d'instruments imageurs

Dans ce chapitre nous avons déterminé des concepts optimaux de senseurs de frange pour des instruments imageurs à 4, 6 ou 8 télescopes. Nous avons dans un premier temps montré que dans des conditions d'observations réelles, les différents états de phase permettant d'estimer la position des franges (phase et retard de groupe) devraient idéalement être mesurés simultanément afin de limiter au maximum l'impact des perturbations (piston atmosphérique, vibrations, scintillation, etc.). La manière dont on mesure le retard de groupe revêt un intérêt particulier dans la mesure où il assure une grande partie de la robustesse du suiveur de frange. La conclusion de ces deux études a été que la meilleure manière de mesurer la position des franges était de disposer d'un codage des franges de type ABCD statique pour la simultanéité des mesures, et de disperser les franges sur cinq canaux spectraux afin d'augmenter la dynamique de l'estimateur de retard de groupe et donc la robustesse des mesures. Bien que nous ayons mis de côté la possibilité d'une recombinaison multi-axiale au début de ce chapitre, on peut noter que le codage des franges qui en résulte est lui même du type *statique*.

Nous avons ensuite déterminé les schémas de recombinaison co-axiaux par paire offrant le meilleur compromis entre sensibilité et robustesse. À performances équivalentes, nous avons finalement favorisé les schémas permettant d'extraire la photométrie des différents télescopes sans besoin de voies photométriques dédiées. Les résultats de l'étude montrent que les schémas légèrement redondants avec  $R = 3$  sont de bons compromis si l'on tient en outre compte de l'augmentation de la complexité instrumentale lorsque le nombre de bases augmente.

L'ensemble de ces résultats, associés à l'étude comparative entre interférométrie multimode et monomode, a mené à la définition du concept de suiveur de franges de seconde génération pour le VLTI, 2GFT/POPS. Des simulations complètes de l'ensemble {POPS+VLTI} dans le cas à 4 télescopes ont montré que grâce à la redondance d'information dans le système, nous sommes en mesure de concevoir un suiveur de franges à 4 télescopes aux performances similaires aux instruments à 2 télescopes aujourd'hui en opération, tel que PRIMA-FSU. En considérant qu'un suiveur de franges se doit de mesurer de manière fiable la position des franges durant au moins 90% du temps, les magnitudes limites auxquelles nous nous attendons pour POPS sont  $K = 7.5$  et  $K = 9.5$  sur les ATs de 1.8 m et les UTs de 8.2 m respectivement.

Une nouvelle génération de détecteurs infra-rouge à très faible bruit (à la limite du comptage de photon) et à fréquence de répétition élevée vont faire leur apparition d'ici quelques années. Avec de tels détecteurs, des concepts de suiveurs de franges avec un grand nombre de pixels, tels que les schémas multi-axiaux tout-en-un, devraient être envisageables pour faire du suivi de franges. Ces derniers formant naturellement toutes les bases possibles, ils pourront assurer un suivi de frange le plus stable possible. Ils sont également très polyvalents, un concept à 6 télescopes étant proche de l'idéal pour le cophasage de 4 télescopes par exemple. Ils pourraient donc constituer une excellente alternative dans les années à venir.

## **Article : Optimized fringe trackers for the VLTI next generation instruments**

Cet article présente les résultats du présent chapitre, hors du contexte de l'étude du 2GFT/POPS. Cet article ayant été accepté peu avant la fin de ma thèse, il n'y a pas de changements notables ou de nouvelles interprétations entre l'article et ce qui a été présenté dans ce chapitre.

# Optimized fringe sensors for the VLTI next generation instruments

N. Blind<sup>1</sup>, O. Absil<sup>2,\*</sup>, J.-B. Le Bouquin<sup>1</sup>, J.-P. Berger<sup>3</sup>, and A. Chelli<sup>1</sup>

<sup>1</sup> UJF-Grenoble 1/CNRS-INSU, Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG), UMR 5274, Grenoble, France  
e-mail: nicolas.blind@obs.ujf-grenoble.fr

<sup>2</sup> Institut d'Astrophysique et de Géophysique de Liège (IAGL), University of Liège, 4000 Sart Tilman, Belgium

<sup>3</sup> European Southern Observatory, Casilla 19001, Santiago 19, Chile

Received 29 November 2010 / Accepted 30 March 2011

## ABSTRACT

**Context.** With the arrival of the next generation of ground-based imaging interferometers combining from four to possibly six telescopes simultaneously, there is also a strong need for a new generation of fringe trackers able to cophase these arrays. These instruments have to be very sensitive and to provide robust operations in quickly varying observational conditions.

**Aims.** We aim at defining the optimal characteristics of fringe sensor concepts operating with four or six telescopes. The current detector limitations lead us to consider solutions based on co-axial pairwise combination schemes.

**Methods.** We independently study several aspects of the fringe sensing process: 1) how to measure the phase and the group delay, and 2) how to combine the telescopes to ensure a precise and robust fringe tracking in real conditions. Thanks to analytical developments and numerical simulations, we define the optimal fringe-sensor concepts and compute the expected performance of the four-telescope one with our dedicated end-to-end simulation tool sim2GFT.

**Results.** We first show that measuring the phase and the group delay by obtaining the data in several steps (i.e. by temporally modulating the optical path difference) is extremely sensitive to atmospheric turbulence and therefore conclude that it is better to obtain the fringe position with a set of data obtained simultaneously. Subsequently, we show that among all co-axial pairwise schemes, moderately redundant concepts increase the sensitivity as well as the robustness in various atmospheric or observing conditions. Merging all these results, end-to-end simulations show that our four-telescope fringe sensor concept is able to track fringes at least 90% of the time up to limiting magnitudes of 7.5 and 9.5 for the 1.8- and 8.2-meter VLTI telescopes respectively.

**Key words.** techniques: high angular resolution – techniques: interferometric – instrumentation: high angular resolution – instrumentation: interferometers – methods: analytical – methods: numerical

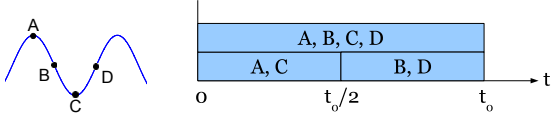
## 1. Introduction

The sensitivity of ground-based interferometers is highly limited by the atmospheric turbulence and in particular by the random optical path difference (OPD) between the telescopes, the so-called piston. By making the fringes randomly move on the detector, the piston blurs the interferometric signal and prevents integration times longer than the coherence time of the atmosphere  $\tau_0$  (typically a few 10 ms in the near infrared). To reach their ultimate performance and increase their number of potential targets, interferometers need fringe trackers, i.e., instruments dedicated to measuring and compensating in real-time the random piston. By keeping the fringes locked with a precision better than  $\lambda/10$ , they ensure a fringe visibility loss lower than 20% with integration times of a few seconds. Up to now, fringe trackers had to cophase arrays up to three telescopes by combining two baselines (e.g., the FINITO fringe tracker at VLTI, Gai et al. 2003; Le Bouquin et al. 2009). The new generation of interferometric instruments, such as MIRC at CHARA (Monnier et al. 2004), MROI (Jurgenson et al. 2008) or GRAVITY (Gillissen et al. 2010), MATISSE (Lopez et al. 2008) and VSI (Malbet et al. 2008) at the VLTI, requires to cophase arrays of four and possibly six telescopes, raising new fringe tracking challenges. This paper aims at defining the optimal concept of a fringe sensor for these arrays.

This study is focused on solutions based on co-axial pairwise combination of the light beams, as currently used in existing and planned fringe-trackers such as FINITO, CHAMP, and GRAVITY. The reason is that fringe sensing is generally carried out in the detector-noise limited regime and that multi-axial combinations require a larger number of pixels than pairwise co-axial combination. Additionally, we consider only the concepts providing measurements of both the phase delay (phase of the interferometric fringes) and the group delay (position of the white-light fringe). Indeed, the group delay resolves the  $2\pi$  ambiguity on the phase and is mandatory to ensure an efficient and robust fringe tracking.

To define the optimal four- and six-telescope fringe sensor concepts based on the co-axial pairwise combination, we study three independent points. In Sect. 2 we study the phase estimator. We compare two different implementations of the ABCD fringe coding depending on whether the ABCD samples are obtained simultaneously or sequentially. In Sect. 3 we study the two possible ways to measure the group delay, either by temporally modulating the OPD or by spectrally dispersing the fringes. In Sect. 4 we compare the efficiency of beam combination schemes with various degrees of redundancy (that is, forming all possible baselines of the array or not). We show that the result is a tradeoff between precision and operational robustness. Finally in Sect. 5 we merge the results of the three previous sections to define the optimal concept in the four-telescope case. We perform a detailed estimate of its performance in the VLTI environment.

\* Postdoctoral Researcher F.R.S.-FNRS (Belgium).



**Fig. 1.** ABCD estimator. *Left:* conceptual representation of the four phase states sampling the fringes. *Right:* the measured phase states functions of the time for static (*top*) and temporally modulated (*bottom*) ABCD. The total integration time is  $t_0$ .

## 2. Phase estimation

Measuring the phase is essential for a fringe tracker to stabilize the fringes and to cophase the array within a fraction of wavelength. In this section, we therefore consider that we are in a cophasing/phase tracking regime in which the group delay is known. We compare the precision of two different implementations of a phase estimator depending on whether the required measurements are simultaneous or not. The simplest and most efficient way to measure the fringe phase is the so-called ABCD estimator (Shao et al. 1988). It consists in sampling four points in quadrature in the same fringe (see Fig. 1, left), so that the real and imaginary parts of the coherent signal are extracted

$$\begin{cases} A - C \propto V \cos \phi \\ D - B \propto V \sin \phi, \end{cases} \quad (1)$$

where  $V$  and  $\phi$  are the fringe visibility and phase respectively, the cotangent of the latter being then estimated by

$$\tan \hat{\phi} = \frac{D - B}{A - C}. \quad (2)$$

Considering a total integration time  $t_0$  to obtain a phase estimation, there are two possible ways to perform the ABCD measurements (Fig. 1, right):

- *Temporal ABCD:* it consists in temporally modulating the OPD as for FINITO at VLTI (Gai et al. 2004), CHAMP at CHARA (Berger et al. 2006), or the Keck Interferometer fringe tracker (Colavita et al. 2010). We will consider in the following an implementation using a sampling of both outputs of a beam-splitter (in phase opposition) simultaneously. This allows the recording of two phase states A and C (in phase opposition) from  $t = 0$  to  $t_0/2$ , and the B and D phase states by adding a temporal  $\pi/2$  phase and recording between  $t = t_0/2$  and  $t_0$ . This way one can generate an ABCD fringe coding (see Fig. 1, right and bottom). There is consequently a  $t_0/2$  time delay between the (A, C) and (B, D) samples. Other possible implementations (for instance at the Keck Interferometer fringe tracker) consider a continuous modulation over one fringe and only use one of the two interferometric outputs to measure the phase. Providing an exhaustive comparison between possible temporal algorithms is out of the scope of this paper but it might lead to select a different implementation.
- *Static ABCD:* with this method we simultaneously measure the four phase states from  $t = 0$  to  $t_0$ . This method is implemented in the PRIMA FSU at the VLTI (Sahlmann et al. 2009) and is expected to be used on future instruments such as GRAVITY. In this case, there is no time delay between the ABCD samples.

In both cases the same signal-to-noise ratio (SNR) is achieved since the same number of photons is collected. The static ABCD

requires twice as many measurements simultaneously, so that the output flux is divided by 2, but each pixel integrates the signal twice as long. However, the temporal and static ABCDs are not fully equivalent in real conditions because of atmospheric and/or instrumental disturbances. We now compare them by taking these effects into account.

### 2.1. Phase measurement errors

When considering piston or photometric disturbances, the phase quadratic error  $\sigma_\phi^2$  decomposes into the sum of two terms

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_{\text{sig}}^2 + \sigma_{\text{del}}^2, \quad (3)$$

the first one is the noise caused by the interferometric signal detection  $\sigma_{\text{sig}}$ , which includes detector and photon noises (Shao et al. 1988). The second one, the so-called delay noise  $\sigma_{\text{del}}$ , is caused by external disturbances (piston or photometric variations) that combine with a delay between the ABCD measurements. By definition, the temporal ABCD is affected by this noise, but not the static ABCD, since the four measurements are simultaneous. Because this noise is an additional term, independent of the source brightness, we can already anticipate that it limits the phase measurements precision at high flux.

#### 2.1.1. Detection noise

While integrating the signal, the fringes move slightly because of the atmospheric piston. Their contrast is attenuated by a factor  $\exp(-\sigma^2(\phi_p, t_1)/2)$ , where  $\phi_p$  is the piston phase and  $\sigma^2(\phi_p, t_1)$  its variance for an integration time  $t_1$ . The integration time per phase state is twice as large in the static case compared with the temporal case (see Fig. 1, right), implying a more significant contrast loss. Combining this effect with the expression of the detection noise for an ABCD estimator derived from Shao et al. (1988), we obtain

$$\sigma_{\text{sig}}^2 = 2 \frac{4\sigma_e^2 + K}{V^2 K^2} \times \begin{cases} \exp(0.5\sigma^2(\phi_p, t_0/2)) \\ \text{in the temporal case} \\ \exp(0.5\sigma^2(\phi_p, t_0)) \\ \text{in the static case,} \end{cases} \quad (4)$$

where  $\sigma_e$  is the read-out noise in electrons per pixel,  $V$  is the fringe contrast and  $K$  is the number of photo-events for a total integration time  $t_0$ . The left term corresponds to the sum of the detector and photon noises respectively.

#### 2.1.2. Delay noise

Delay noise is the consequence of piston and photometric variations between the (A, C) and (B, D) measurements, and therefore only affects the temporal method. These disturbances can be induced by the atmosphere (piston and scintillation) or by the instruments (vibrations). Because atmospheric piston and scintillation are independent (Fried 1966), we can separate the delay noise into two terms that are owing to the piston and the scintillation respectively

$$\sigma_{\text{del}}^2 = \sigma_{\text{pist}}^2 + \sigma_{\text{sci}}^2. \quad (5)$$

To compute these noises we assume that the disturbances are constant while integrating the (A, C) signal, and that they suddenly change while integrating (B, D).



**Table 1.** Typical seeing and atmospheric coherence time  $\tau_0$  for the different observing conditions considered.

Condition	Excellent	Good	Medium	Bad
Seeing [arcsec]	0.46	0.55	0.64	1.10
$\tau_0$ [ms]	8.7	3.1	2.7	2.0

*Piston noise* – Because of the piston variation between the (A, C) and (B, D) measurements, the phase difference between them is not  $\pi/2$ , as it should be. Taking the point in the middle of the interval  $t_0$  as the reference, the measured signal is therefore

$$\begin{cases} A - C \propto V \cos(\phi + \phi_p(t - t_0/4)) \\ D - B \propto V \sin(\phi + \phi_p(t + t_0/4)), \end{cases} \quad (6)$$

the comparison with the ideal signal in Eq. (1) shows that the estimated phase  $\hat{\phi}$  is biased if  $\phi_p$  has varied between measurements. When we take into account the piston statistics, this bias results in the following piston noise of variance

$$\sigma_{\text{pist}}^2 = 0.125 \sigma^2(\delta\phi_p, t_0/2), \quad (7)$$

where  $\sigma^2(\delta\phi_p, t_0/2)$  is the variance of the difference of piston separated by  $t_0/2$ . Details of the computation can be found in Appendix A.

*Scintillation noise* – The fringe visibility depends on the flux imbalance between the two beams  $I_1$  and  $I_2$  of the interferometer. These unequal fluxes reduce the fringe visibility by a factor

$$V_{\text{sci}} = \frac{2 \sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \quad (8)$$

Because of scintillation,  $I_1$  and  $I_2$ , and therefore  $V_{\text{sci}}$ , change between the (A, C) and (B, D) measurements. Still considering the middle of the interval  $t_0$  as the reference, the measured signal is

$$\begin{cases} A - C \propto V_{\text{sci}}(t - t_0/4) \cos \phi \\ D - B \propto V_{\text{sci}}(t + t_0/4) \sin \phi. \end{cases} \quad (9)$$

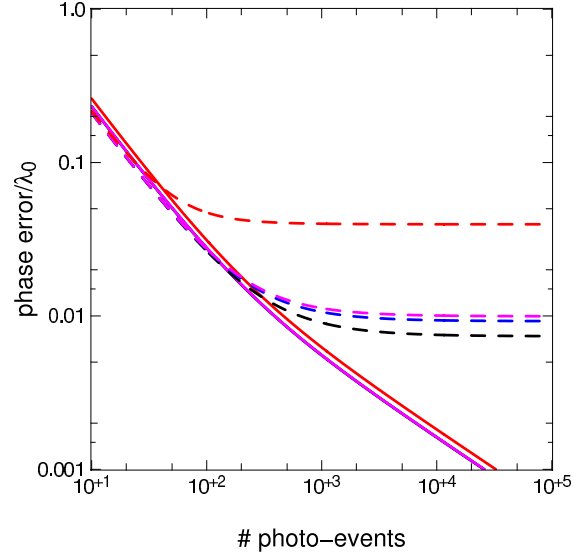
By comparing this equation to the ideal signal (Eq. (1)), we see that a single phase estimation is biased if  $V_{\text{sci}}$  varies, that is if  $I_1$  and/or  $I_2$  vary. Assuming the beams  $I_1$  and  $I_2$  to be independent and of same statistics, the scintillation noise is

$$\sigma_{\text{sci}}^2 \sim 0.04 \sigma^2(x, t_0/2), \quad (10)$$

where  $x = (I_1(t + t_0/4) - I_1(t - t_0/4))/I_1(t)$  is the relative flux variation between the (A, C) and (B, D) exposures,  $\langle x \rangle$  its mean and  $\sigma^2(x, t_0/2)$  its variance during a time  $t_0/2$ . Note that to compute this noise, we consider the extreme case of a mean unbalance between the interferometric inputs equal to 10. Details of the calculations can be found in Appendix A.

## 2.2. Performance comparison

To put quantitative numbers to the previous results, we used data provided by ESO collected at the Paranal Observatory in 2008. The FITS files contain the photometric flux and the fringe phase as measured by the FINITO fringe-tracker in the  $H$ -band. Data were collected at a frequency of 1 kHz for ATs and 2 kHz for UTs, and for various atmospheric conditions (see Table 1). We computed the variance of the difference of piston and photometries separated by  $t_0/2$ , for different values of  $t_0$ . We finally inserted the results in Eqs. (7) and (10) to evaluate piston and scintillation noises in atmospheric conditions ranging from Excellent



**Fig. 2.** Relative errors  $\sigma_\phi/\lambda$  of temporal (dash) and static (solid) ABCD phase estimators in the  $H$ -band as a function of the number of detected photo-events  $K$ . Black, blue, magenta, and red curves represent Excellent, Good, Medium and Bad conditions respectively as defined in Table 1. The plots are made for the ATs for an integration time of 2 ms for the specific ABCD implementation considered here. Note that for the static ABCD, the black, blue, and magenta curves are superimposed because of close performances.

**Table 2.** Piston and scintillation noises computed from Eqs. (7) and (10).

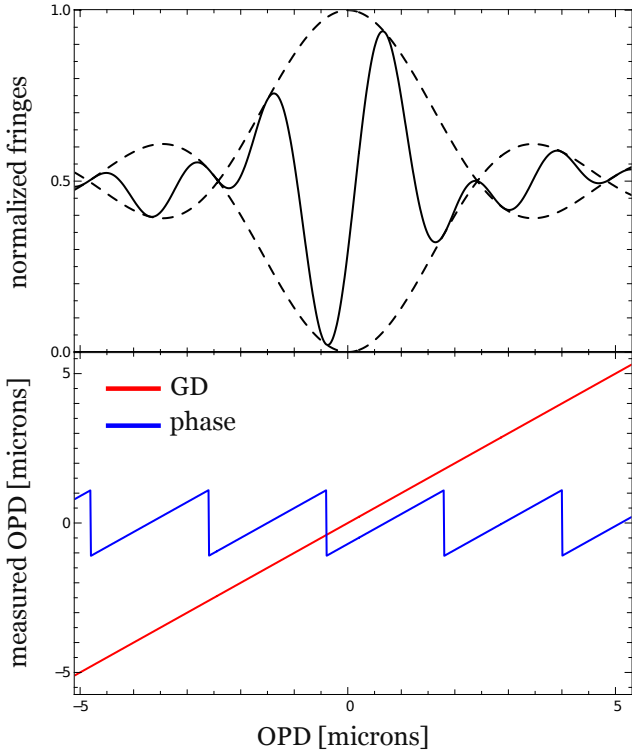
ATs	Piston noise $\sigma_{\text{pist}}$			Scintillation noise $\sigma_{\text{sci}}$			
	$t_0$ [ms]	2	4	8	2	4	8
Good		$\lambda/92$	$\lambda/60$	$\lambda/35$	$\lambda/499$	$\lambda/369$	$\lambda/290$
Bad		$\lambda/29$	$\lambda/19$	$\lambda/12$	$\lambda/101$	$\lambda/67$	$\lambda/37$
UTs	$t_0$ [ms]	1	2	4	1	2	4
	Good		$\lambda/33$	$\lambda/21$	$\lambda/12$	$\lambda/162$	$\lambda/122$
Bad		$\lambda/21$	$\lambda/14$	$\lambda/9$	$\lambda/101$	$\lambda/52$	$\lambda/21$

**Notes.** They are expressed as a function of the wavelength (in the  $H$ -band) for three different integration times. Atmospheric conditions are Good (G) and Bad (B). For more details, see Tables A.1 and A.2 in Appendix A.

to Bad (see Table 2). We note that whatever the conditions and the integration time,  $\sigma_{\text{pist}}$  is always at least twice as large as  $\sigma_{\text{sci}}$ : when measuring the phase, the piston is therefore far more harmful than the relative variations of flux – this is all the more true when we consider an extremely unfavorable case for scintillation noise, as explained in the previous section.

We now compute the phase error  $\sigma_\phi$  in realistic conditions for the temporal and static ABCD methods. Figure 2 represents the phase error relative to the wavelength (i.e.  $\sigma_\phi/\lambda$ ) in the  $H$ -band with both methods. It clearly shows that the static ABCD outperforms the temporal one in almost all regimes. It is only in the photon-poor regime and in bad conditions that modulating the fringes is a little more efficient, that is, when the fringe contrast attenuation on the static ABCD becomes important. Yet, regarding the large phase error ( $\sigma_\phi > \lambda/10$ , see Table 2), phase tracking would be very poor – if possible at all – in such conditions.





**Fig. 3.** *Top:* example of polychromatic fringes (solid line) with longitudinal dispersion, modulated by the coherence envelope (dashed lines). *Bottom:* corresponding phase and group delay measurements (in blue and red respectively) presented in microns.

In the photon-rich regime, the plateau for the temporal method is caused by the delay noise. For the 1.8-m Auxiliary Telescopes (ATs) at the VLTI, it has an almost null impact on phase tracking in good conditions ( $\sigma_\phi < \lambda/35$ ) even for integration times as long as 8 ms. In bad conditions with integration times longer than 2 ms there could be some limitations ( $\sigma_\phi > \lambda/20$ ) depending on the actual implementation of the temporal ABCD.

Observations with the 8-m Unit Telescopes (UTs) show a higher piston noise, partly owing to instrumental vibrations (Di Lieto et al. 2008): in good conditions, the noise level is similar to that of ATs in bad conditions. Passing from good to bad conditions, the integration time has to be divided by 2 to maintain the performance in a photon-rich regime. In particular, in bad conditions and  $t_0 > 4$  ms, the noise level is higher than  $\lambda/10$  whatever the source, and phase tracking can be almost impossible with a temporally modulated ABCD. This probably explains the difficulty of the FINITO fringe-tracker to close the loop on the UTs for faint objects.

In conclusion, with a temporal phase estimator, the fringe tracking capabilities are compromised in bad atmospheric conditions and on faint sources that require long integration times. Therefore, from a performance point of view, a static method should be preferred because of its lower sensitivity to disturbances.

### 3. Group delay estimation methods

The group delay (GD) is a measurement complementary to the phase and is mandatory to ensure an efficient fringe tracking. Indeed, a phase estimator only determines the fringe position modulo  $2\pi$ . The GD lifts this ambiguity (see Fig. 3). It allows one to find and recover the position of maximum contrast,

which provides the highest SNR. This is of particular interest when the fringe-tracking is unstable and/or when unseen fringe jumps occur regularly. Moreover, monitoring both the GD and the phase allows one to determine the amount of dispersion induced by atmospheric water vapor (Meisner & Le Poole 2003). This is done routinely at the Keck Interferometer for cophasing in the *N*-band while measuring the phase and group delay in the *K*-band (Colavita 2010).

$I(\lambda)$  and  $V(\lambda)$  being the flux and the complex visibility of the interferometric signal, the coherence envelope is linked to the complex coherent flux  $I(\lambda)V(\lambda)$  through a Fourier transform

$$E(x) \propto \left| \int_0^\infty I(\lambda)V(\lambda)e^{i2\pi x_{GD}/\lambda} e^{-i2\pi x/\lambda} d\lambda \right|, \quad (11)$$

where  $x$  is the OPD. Consequently, it is possible to estimate the group delay with two different methods:

- the *temporal method* estimates the GD by measuring the envelope amplitude (in other words, the fringe contrast)  $E(x)$  at several points around its maximum by modulating the OPD. Because the phase needs to be measured at the same time to ensure fringe tracking, the OPD is modulated near the envelope center to keep a high SNR. This method is currently used in FINITO and CHAMP;
- the *spectral method* uses the Fourier relation between the coherent spectrum  $I(\lambda)V(\lambda)$  and the coherence envelope  $E(x)$ . The coherence envelope is recovered by measuring the coherent spectrum over few spectral channels. This method has been successfully implemented at PTI (Colavita et al. 1999), and more recently in PRIMA (Sahlmann et al. 2009) and in the KI fringe tracker (Colavita et al. 2010).

We could not obtain a realistic analytical description of these group delay estimators. Therefore we decided to compare them with Monte-Carlo simulations, taking into account atmospheric disturbances.

#### 3.1. Description of the simulations

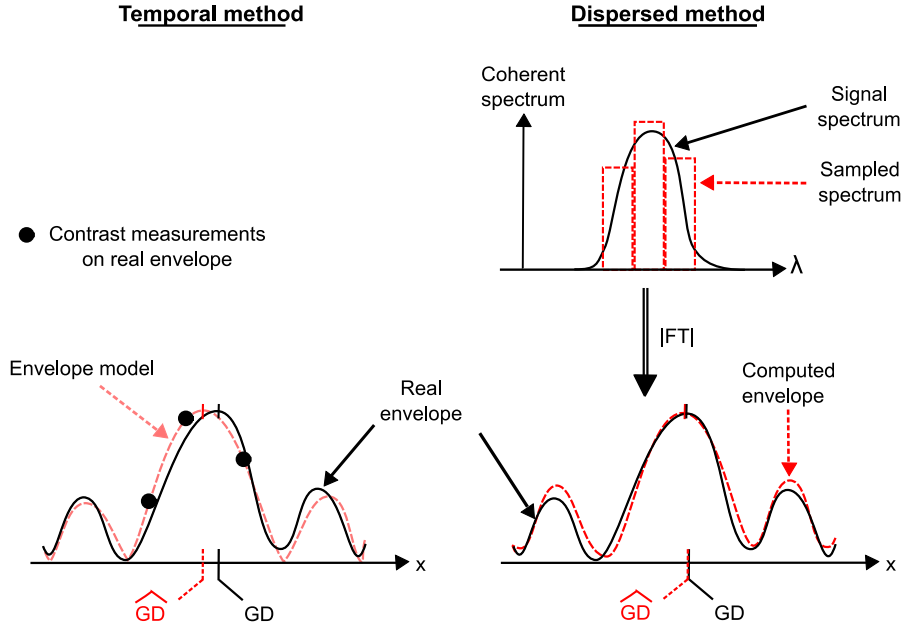
We aim to compare both methods fairly, so that

- we use the same fringe coding, i.e. a static ABCD because of its lower sensitivity to disturbances (see the previous section);
- the signal is integrated during the same amount of time so that each method collects the same amount of photons and is prone to the same disturbances;
- in both cases, the group delay is estimated in the same way by fitting an envelope model to the processed data. This allows a comparison of the intrinsic quality of the data for both methods. There are obviously many other ways to estimate  $x_{GD}$  from a set of data, but we assume that this is a second order problem. Indeed, Pedretti et al. (2004) compared three different algorithms to estimate the group delay with a temporal method and noted only little differences in the performance, even with an algorithm as sophisticated as the one proposed by Wilson et al. (2004).

These choices made, temporal and dispersed methods can also be optimized to improve their performances. Below we describe the characteristics of each method.

##### 3.1.1. Temporally modulated interferogram

Simulations have shown that the temporal estimator is strongly affected by atmospheric and instrumental disturbances. Their



**Fig. 4.** Conceptual representation of the signal processing for group delay estimation. Temporal method (*left*): an envelope model is fitted on the three envelope amplitude measurements to determine the group delay. Dispersed method (*right*): from the spectral sampling of the complex coherent signal, an approximated envelope is computed with a Fourier transform operation. The envelope position is determined by fitting an envelope model.

effect is all the more minimized than the envelope is more quickly scanned. Our study shows that the optimal way to proceed is to successively measure the fringe contrast in three different points over a five-fringe range (OPD equal to  $-2.5\lambda$ , 0 and  $2.5\lambda$  near the envelope maximum). This result agrees with the CHAMP choice (Berger et al. 2006). Once the three contrasts are measured, they are fitted with an envelope model to determine the group delay. A schematic overview of this method is displayed in Fig. 4, left.

The input fluxes have to be monitored to compensate in real time for the photometric/contrast variations that occur between the three measurements. For the sake of simplicity, we consider these photometric estimations to be noise-free. The simulated performance for the temporal method will thus be optimistic.

### 3.1.2. Spectrally dispersed interferogram

Thanks to the ABCD measurements, we can compute the chromatic complex visibility  $I(\lambda)V(\lambda)$  on each spectral channel. An approximated coherence envelope is then computed by taking their discrete Fourier transform (Colavita et al. 1999). It is possible to disperse the fringes over three channels to optimize the sensitivity, but we decided to use five channels to enhance the spectral sampling and thus the robustness of the estimator (see Sect. 3.2). For each exposure, a set of dispersed ABCD data is obtained, which enables a new GD estimation.

For a fair comparison between the temporal and the spectral method, they are both fed with the same disturbances and number of photons: therefore we make three GD estimations with the dispersed estimator, introducing disturbances between each estimation, and finally average them.

## 3.2. Linearity and dynamic range

A reliable estimation of the group delay is of prime importance since it ensures the measurements to be made in the highest SNR

area. We study two quantities in this section, the linearity and the dynamic range, by looking at the response  $\hat{x}_{GD}$  of both methods to a given OPD ramp  $x_{GD}$ . We define the linearity  $\eta$  as the local slope of  $\hat{x}_{GD}$  versus  $x_{GD}$

$$\eta = \frac{\partial \hat{x}_{GD}}{\partial x_{GD}}, \quad (12)$$

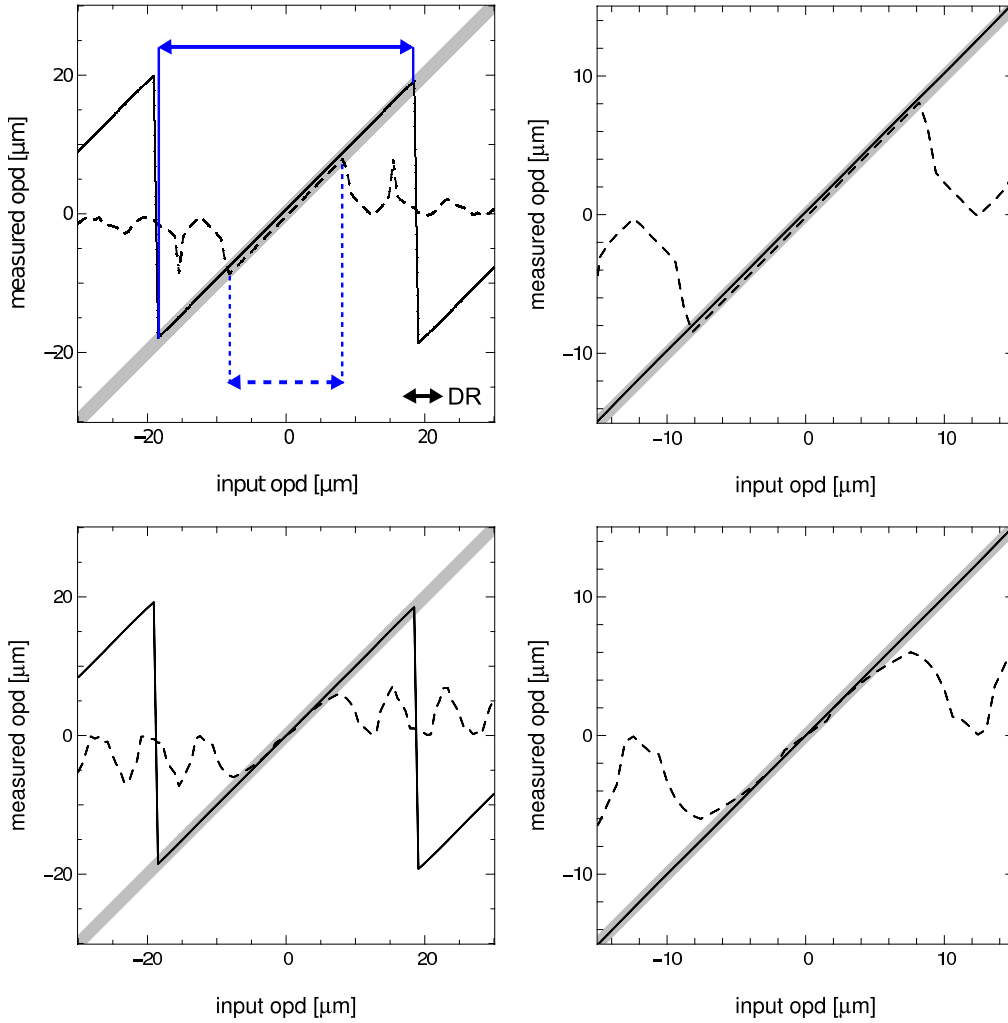
a perfectly linear estimator is one where  $\eta = 1$ . Otherwise the estimator is biased and the envelope is not perfectly stabilized.

The group delay is extremely important for the fringe tracking robustness, that is the ability of the estimator to keep the fringes locked in the highest SNR area, in particular after a strong piston stroke ( $\geq 15 \mu\text{m}$ ). In practice, there are limits outside which the group delay estimation is highly biased and makes the fringe tracker diverge from its operating point. The interval between these limits corresponds to the so-called dynamic range (DR), which is used here to characterize the robustness of the estimators. In practice, the limits of the DR are reached when the slope of  $\hat{x}_{GD}$  versus  $x_{GD}$  changes sign (in other words, when  $\eta$  becomes negative) or when we observe a strong wrapping effect.

In the following paragraphs, we simulate noise-free ideal interferograms in the  $H$ -band with a sinc-shaped coherence envelope. We fit the results with two different envelope models (a parabola and a sinc function) to study its impact on the GD estimation. The results of this study are presented in Fig. 5.

### 3.2.1. Temporally modulated interferogram

In the temporal method, the envelope model is critical to ensure a good linearity. Using the most appropriate sinc model with ideal interferograms (Fig. 5, top, dashed line), the linearity is excellent ( $\eta = 1$ ), but the DR is limited to 10 fringes ( $\pm 8 \mu\text{m}$ ), i.e., to the width of the central lobe. Outside this range the GD estimation is totally non-linear but never crosses the  $y$ -axis: the fringe-tracking loop should not diverge but it should recover the envelope center with difficulty, or even could risk to lock the fringes far away from the envelope center.



**Fig. 5.** Response of the dispersed and temporal group delay estimators (solid and dashed lines respectively) to an OPD ramp  $x_{GD}$  in the  $H$ -band. The ideal response is represented by the large gray line. In all cases, the coherence envelope has a sinc shape. *Top:* the envelope model is a sinc function. *Bottom:* the envelope model is a parabola. Figures on the right are a zoom on the central part of the left-hand side figures. The DR limits are represented with blue arrows on the top-left plot in the ideal case for both estimators.

Using a wrong envelope model (e.g., a parabola; see Fig. 5, bottom, dashed line) leads to a relative bias higher than 10% ( $\eta \sim 0.9$ ) whatever the OPD within the dynamic range. Increasing the number of samples or the scan length does not improve the results, which emphasizes that the problem arises from the wrong envelope model. Because of the number of chromatic variables (particularly the longitudinal dispersion), which continually vary during a night and slightly modify the envelope shape, the envelope model cannot be perfect and the temporal estimator will therefore be consistently nonlinear by a few percents. Interestingly, the DR is still equal to the width of the main lobe<sup>1</sup> and seems weakly affected by the model quality.

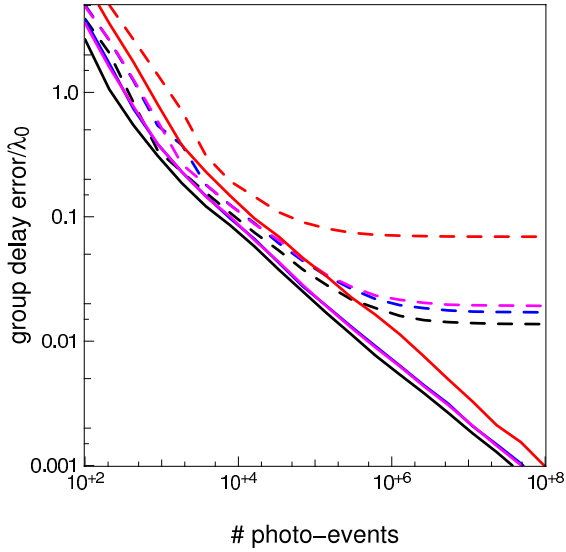
### 3.2.2. Spectrally dispersed interferogram

On the contrary, the dispersed method is not affected by the envelope model (see Fig. 5, solid lines): because we sample the complex coherent spectrum, we can directly compute a realistic coherence envelope and the fitting model has therefore a

<sup>1</sup> Simulations show that the DR can be increased with a higher number of contrast samples and a higher scan length. But in real operations it also increases the influence of atmospheric disturbances, which is not suitable for precision purposes (see Sect. 3.3).

weak influence. Dispersing fringes on five spectral channels in the  $H$ -band, the linearity is excellent ( $\eta \sim 1$ ) over an OPD range of  $\pm 20 \mu\text{m}$ . Beyond these points a sharp wrapping effect is observed (Fig. 5, left), which marks the DR limits: the discrete sampling of the spectrum induces aliasing effects on the computed envelope (obtained from a discrete Fourier transform of the complex coherent signal, see Eq. (11)), so that outside the DR the GD is estimated on a replica of the true envelope. In practice, if the GD is measured after such a wrap, the fringe tracker will correct the OPD in the wrong direction and finally lock the fringes on a point even more distant from the envelope center than previously. However, because we chose to use five spectral channels, the DR ( $\pm 20 \mu\text{m}$ ) is larger than the strongest piston fluctuations which are typically observed on a few milliseconds ( $\sim 15 \mu\text{m}$ ). Working in the  $K$ -band increases the dynamic range up to  $\pm 40 \mu\text{m}$ , which almost cancels these problems. It is actually possible to infer an expression for the DR with dispersed fringes. Let us assume a spectral band with an effective wavelength  $\lambda_0$  and a width  $\Delta\lambda$ , and that the fringes are dispersed over  $N_\lambda$  channels. The dynamic range is then ideally (see Appendix B)

$$DR = N_\lambda \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}. \quad (13)$$



**Fig. 6.** Relative errors  $\sigma_{\text{GD}}/\lambda$  of temporal (dash) and dispersed (solid) GD estimators in different atmospheric conditions. Black, blue, magenta, and red curves represent Excellent, Good, Medium, and Bad conditions respectively as defined in Table 1. The plots are made for the ATs, for a total integration time of 3 ms, constituted of three single exposures of 1 ms.

The larger the number of spectral channels, the lower the aliasing and therefore the larger the DR. This relation excellently agrees with the simulation results.

When longitudinal dispersion is taken into account, the linearity and DR are slightly reduced because the undersampling of the coherent spectrum leads to a less precise envelope computation. Refining the spectral sampling with more channels improves both linearity and DR, as shown by the simulations.

In conclusion, spectrally dispersing the fringes appears to be the most robust method to measure the group delay. It provides an estimator with

- a good linearity without the need of a good envelope model, because it inherently computes a realistic envelope;
- a large DR allowing robust operations and quick recovery of the fringes over an OPD range larger than typical piston variations.

### 3.3. Group delay measurements precision

We now compare the precision of the GD estimators as a function of the incoming flux and of the disturbances strength. The simulations consist of computing noisy interferograms in the *H*-band, introducing detector and photon noises as well as piston and photometric disturbances, which are taken from actual FINITO data. For each simulation, we estimate a noisy GD ( $\hat{x}_{\text{GD}}$ ). Its statistics over several thousands of iterations gives the statistical error  $\sigma_{\text{GD}}$  for both estimators.

The results for ATs and an integration time of 1 ms are presented in Fig. 6. It shows the relative error  $\sigma_{\text{GD}}/\lambda$  on the group delay measurements as a function of the number of photo-events for various atmospheric conditions. The limitation of the temporal estimator is obvious, with a plateau caused by atmospheric disturbances (piston mainly), which acts like an independent, additional noise at high flux, increasing when atmospheric conditions get worse. The dispersed estimator on the other hand appears to be weakly sensitive to these disturbances. Although we used a favorable hypothesis for the temporal method (the

required photometric monitoring is considered noise-free), there is no regime in which this concept is better than the dispersed one. For UTs, the results are similar but with stronger limitations: it appears that the statistical error of the temporal estimator never goes below  $\lambda/4$  with an integration time as low as 1 ms, whatever the conditions.

Additionally, all the simulations show the same dependency of the statistical error of both GD estimators with respect to the incoming flux  $K$  and the visibility  $V^2$

$$\sigma_{\text{GD}}^2 \propto \frac{1}{K V^2} \quad \text{in the photon noise regime} \quad (14)$$

$$\sigma_{\text{GD}}^2 \propto \frac{1}{K^2 V^2} \quad \text{in the detector noise regime.} \quad (15)$$

Interestingly, we find the same kind of dependency than for the phase (Eq. (4)) in the equivalent regimes.

In conclusion, temporally modulating the OPD to estimate the group delay is not as good as the spectrally dispersed fringe method, both in terms of robustness and precision. This is in line with the conclusion of Sect. 2, which showed the sensitivity of temporal fringe coding to external disturbances. We therefore strongly conclude that a static fringe coding scheme dispersed across a few spectral channels should be used to measure the fringe phase and group delay.

## 4. Optimal co-axial pairwise combination schemes

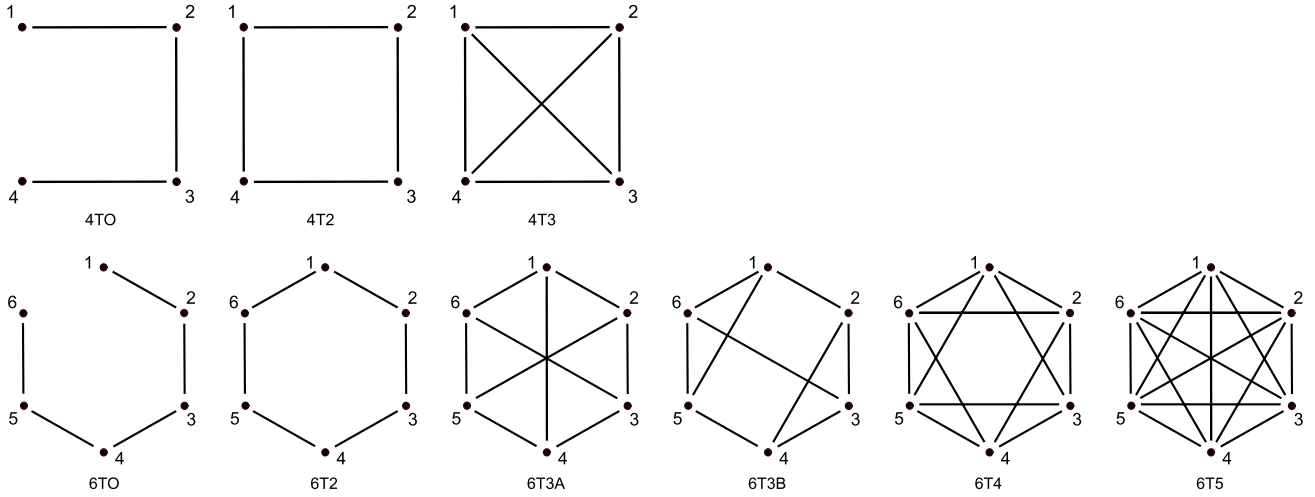
Theoretically, it is possible to cophase an array of  $N$  telescopes by measuring only  $N-1$  baselines. However because of the noisy measurements and of the varying observing conditions during a night, some baselines can deliver information of poor quality, so that it is beneficial to have some redundancy with additional baselines. It is then possible to retrieve the phase on a baseline in several different ways, ensuring a better fringe tracking stability. The drawback is that when the number of measured baselines increases, each one is less sensitive because the flux of the telescopes is divided between more baselines. The sensitivity of the fringe sensor then depends on a competition between the information redundancy and the sensitivity of the individual baselines. The aim of this section is to determine the most efficient schemes with respect to their intrinsic performance and operational advantages.

Several on-going projects will work with four (GRAVITY, MATISSE) to six (VSI, MIRC) telescopes. Therefore we focus on these two cases, assuming that all telescopes are identical. We consider the following schemes, which are illustrated in Fig. 7:

- the *open schemes* are made up of the minimal number of baselines, that is  $N-1$ , and are noted *NTO*. In this case the interferometric outputs are intrinsically imbalanced in flux to have baselines with equivalent performance. For instance, in the 4TO case, we do not distribute 50% of the intensity of the telescope 2 onto baselines {12} and {23}, but  $\sim 40\%$  and  $\sim 60\%$  respectively (see Appendix C.2.2 for the details of this optimization);
- in the *redundant schemes*, the flux of each telescope is equally divided between the same number  $R$  of baselines. When  $R=2$  the schemes are more precisely called circular. The nomenclature to designate them below is *NTR*, on occasion with an additional letter when there are several possibilities for the same value of  $R$ .

<sup>2</sup> These empirical relations are only valid when there is no disturbance for the temporal method.





**Fig. 7.** Various conceptual schemes studied for the 4T and 6T cases (top and bottom respectively) with the associated nomenclature. As explained in Sect. 4.1, we did not study schemes with intrinsically imbalanced photometric inputs other than the open ones, because of lower performance.

#### 4.1. Study of the combination schemes

We decided to compare the various schemes on the base of three considerations: their intrinsic performances, their ability to provide the individual beam photometries without dedicated outputs, and their robustness to unpredictable and rapidly varying observing conditions.

##### 4.1.1. Performance study

The principle of our analysis is similar to the one that led to the GRAVITY fringe tracker by Houairi et al. (2008). It consists in computing the vector of the optimal optical path estimators  $x$  used to drive the delay lines from the noisy and possibly redundant phase information  $\phi$ . These quantities are linked by the interaction matrix  $\mathbf{M}$ , which is known

$$\phi = \mathbf{M} x. \quad (16)$$

With redundant schemes, the system is overdetermined so that we use a  $\chi^2$  minimization procedure to compute the control matrix  $\mathbf{W}$  and then  $x$

$$x = \mathbf{W} \phi. \quad (17)$$

Because  $\phi$  is noisy, we have to take into account the error on the measurement when computing  $\mathbf{W}$  to reduce the impact of the noisiest baselines and prevent the solution from diverging. The quantity of interest is finally the error  $\sigma_{ij}$  on the corrected differential pistons calculated for each baseline  $\{ij\}$  with respect to a reference noise  $\sigma_0$ , which corresponds to the error of a simple two-telescope interferometer. The expression of  $\sigma_0$  is derived from Shao et al. (1988) or, in a more general form, from Tatulli et al. (2010). It depends on the considered noise regime, so that the detector and photon noise regimes can be independently studied

$$\sigma_0^{\text{det}} = \frac{A}{K V} \quad (18)$$

$$\sigma_0^{\text{phot}} = \frac{B}{\sqrt{K} V}, \quad (19)$$

where  $A$  and  $B$  are proportionality factors depending only on the fringe coding, so that this study is independent of the phase and the group delay estimators used. Results for the different

**Table 3.** Results of the performance study in the ideal case, where all baselines are equivalent and noted  $\{ij\}$ .

Scheme	Detector noise	Photon noise
	$\epsilon_{ij}$	$\epsilon_{ij}$
4TO	1.6	1.3
4T2	1.7	1.2
4T3	2.1	1.2
6TO	1.8	1.4
6T2	1.8	1.3
6T3A	2.2	1.3
6T3B	2.2–2.3	1.3
6T4	2.6	1.3
6T5	2.9	1.3

schemes are therefore perfectly comparable within the same regime. Note that the above expressions also agree with our previous results concerning the group delay (Eqs. (14) and (15)).

To analyse the behaviour of the different schemes in realistic conditions, we consider the following three cases:

- *Ideal case*: all baselines are strictly equivalent in terms of flux and visibility.
- *Resolved-source case*: one baseline of the array is highly resolving the source (cases e.g. of an asymmetric source or of a very long baseline). To study this case, we set the fringe visibility to 0.1 on one particular baseline, and to 1 on the others.
- *Low-flux case*: the flux of one telescope is set to one tenth of the others to simulate a quick variations of flux (e.g. scintillation) or a technical problem.

The results for these three cases are presented in Tables 3 to 5, showing the relative error  $\epsilon_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_0$  on the corrected piston for the various baselines  $\{ij\}$ .

In the ideal case (Table 3), the redundancy slightly degrades the performance in the detector noise regime (because the signal is coded on a larger number of pixels) but does not impact the performance in the photon noise regime. The differences are at maximum of the order of 30% between the various schemes. Open and circular schemes provide a similar performance. However, in the open schemes, the flux is not divided equally between the various baselines to reach an optimal SNR (see Appendix C.2.2). Although the baselines at both ends of the

**Table 4.** Results of the performance study when the baseline  $\{12\}$  resolves the source.

Scheme	Detector noise		Photon noise	
	$\epsilon_{12}$	$\epsilon_{ij}$	$\epsilon_{12}$	$\epsilon_{ij}$
4TO	16.2	1.6	13.1	1.3
4T2	3.4	2.0	2.4	1.4
4T3	3.0	2.1–2.4	1.7	1.2–1.4
6TO	18.1	1.8	13.6	1.4
6T2	4.3	2.0	3.1	1.4
6T3A	3.3	2.3–2.4	1.9	1.3–1.4
6T3B	3.2–3.6	2.2–2.5	1.8–2.1	1.3–1.4
6T4	3.3	2.6–2.8	1.7	1.3–1.4
6T5	3.5	2.9–3.1	1.6	1.3–1.4

**Notes.** The other baselines are noted  $\{ij\}$  and are roughly equivalent.

**Table 5.** Results of the performance study in the flux drop-out case.

Scheme	Detector noise		Photon noise	
	$\epsilon_{1j}$	$\epsilon_{ij}$	$\epsilon_{1j}$	$\epsilon_{ij}$
4TO	5.1	1.6	3.1	1.3
4T2	4.7	1.9	2.5	1.4
4T3	5.6	2.4	2.5	1.4
6TO	5.7	1.8	3.2	1.4
6T2	4.8	1.9	2.6	1.4
6T3A	5.8	2.2	2.5	1.4
6T3B	5.7–5.8	2.2–2.5	2.5–2.6	1.2–1.4
6T4	6.6	2.7–2.9	2.5	1.3–1.4
6T5	7.3	3.1	2.5	1.4

**Notes.** The pupil 1 has a low flux and the related baselines are noted  $\{1j\}$ . The unaffected baselines are noted  $\{ij\}$ .

array receive roughly 40% more photons than the others, they are affected by a photometric imbalance, leading to a fringe contrast loss of roughly 10% (i.e. an *SNR* loss around 20%): this points to a suboptimal use of the input photons. On the other hand, the schemes with more baselines benefit from some redundancy. This explains why open schemes are slightly less sensitive in the photon noise regime than redundant – and balanced – ones. A similar conclusion concerning open schemes was already reached by Houairi et al. (2008) in the 4T case.

If a baseline resolves the target (Table 4), the benefit of redundancy clearly appears. Indeed, whereas the measurement error on the resolving baseline strongly increases with open schemes, the performance degradations are well contained with the redundant ones. There is still a significant improvement between  $R = 2$  and 3, but only limited differences between more redundant schemes.

When a telescope has a reduced flux (Table 5), the overall results do not significantly vary between the various schemes. Having a minimal redundancy ( $R = 2$ ) appears optimal in the detector noise regime, because more baselines induce a larger overall read-out noise. In the photon noise regime, redundant schemes have very close performances and are slightly more efficient than the open ones. Hence, circular scheme should be favoured with respect to open ones and the use of more redundant schemes is not essential from the performance point of view.

Taking into account the relatively close performance between the redundant concepts and regarding their instrumental complexity (number of baselines to be coded, optical transmission, etc.), schemes with  $R = 2$  or 3 should be favoured.

#### 4.1.2. Extracting the photometry

The knowledge of the photometry is theoretically not mandatory to measure the fringe phase. However, a real-time photometric monitoring is very useful during operation: it provides an additional diagnosis in case for flux-related issues and it allows the image quality to be optimized in all beams simultaneously (otherwise the only way to optimize the flux of each telescope is to optimize them sequentially). Moreover, the knowledge of the photometries allow the fringe visibility to be computed in real-time, revealing possible technical issues (or even astrophysical “problems” such as unknown binaries).

Some of the schemes that we study allow the instantaneous photometry to be extracted on each pupil without the need of dedicated photometric outputs. We found that in the context of pairwise combinations, the photometry can be recovered from the fringe signal itself for every pupil that is part of a closed (sub-)array constituted of an odd number of pupils. Otherwise, the system linking the fringe signals to the photometries is degenerated. Thus, the 4T2, 6T2 and 6T3A schemes cannot extract the photometry since they only contain rings of four and/or six telescopes, whereas the 4T3 and 6T3B can, since there are triangular sub-arrays. This is summarized in Table 6. For arrays with an odd number of telescopes, circular schemes ( $R = 2$ ) always allow the photometry to be directly estimated.

#### 4.1.3. Robustness

When observing unknown asymmetrical sources, such as well resolved binary stars, unpredictable baselines can exhibit very low visibilities, changing with a time scale of less than one hour (see Fig. 8 for an example). The fringe position may then become impossible to measure on some baselines, leading to a possible discontinuity in the array cophasing. The case of a resolved source previously studied (see Table 4) is an example of such a situation: when one baseline highly resolves the source, the comparison between the open schemes and the redundant ones clearly shows the benefit of having additional baselines. If we now assume that two baselines fully resolve the source, the schemes with  $R \geq 3$  provide better performances than the open and circular schemes, and so on. In general, redundancy allows bootstrapping to be performed and therefore the tracking stability to be increased along an observation night, so that schemes with a high number of baselines are favoured.

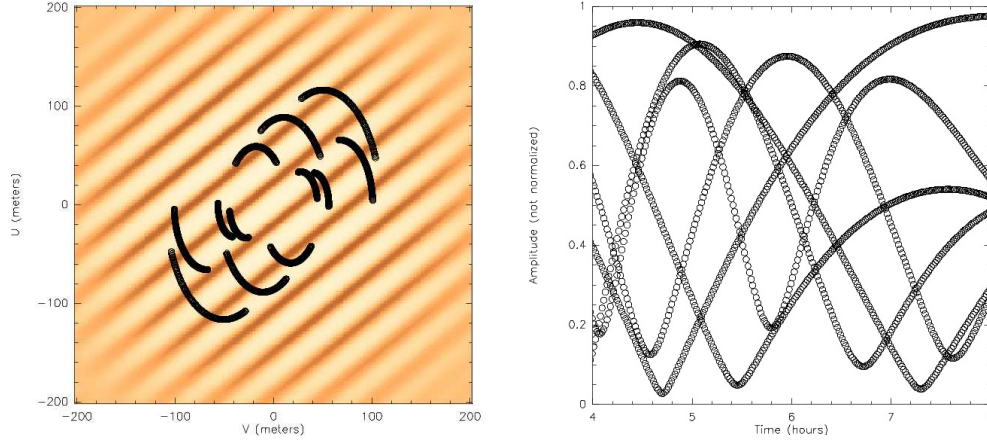
#### 4.2. Choice of the combination schemes

The various schemes studied here provide similar performances in an ideal situation. When considering more realistic conditions, the benefit of the redundancy clearly appears by improving the tracking robustness in various observing conditions. Additionally, among all the schemes, some provide the input fluxes in real time without the need of dedicated outputs, which is extremely useful for the state machine. We conclude that the best compromises between robustness and sensitivity are the 4T3 and 6T3B schemes. Because of their similar performance and their easier practical implementation, we also consider that the circular schemes 4T2 and 6T2 are suitable, if monitoring the photometric fluxes is not required. In the 4T case, these conclusions agree with the results of Houairi et al. (2008) for the dedicated fringe tracker of GRAVITY. The results in the 6T case are also in agreement with the choices made for CHAMP (Berger et al. 2006) at the CHARA array with a 6T2 configuration, even

**Table 6.** Ability of the combination schemes to provide the input photometries without dedicated outputs.

Scheme	4TO	4T2	4T3	6TO	6T2	6T3A	6T3B	6T4	6T5
Photometries ?	no	no	yes	no	no	no	yes	yes	yes

**Notes.** The schematic representation of the schemes can be found in Fig. 7.



**Fig. 8.** Predicted fringe contrast when observing a binary star with equal fluxes and a separation of about 10 mas with the four UTs and a fringe sensor working in the  $H$ -band. The *left panel* shows the  $(u, v)$  tracks overlaid on the fringe contrast from the model. The *right panel* shows the fringe contrast versus time for 4 h for each baseline. The figures were made with the *aspro* public software from JMMC.

though we favour a scheme with more baselines for robustness purposes.

Although we study only two cases (four and six pupils), it appears to be the trend that in the context of pairwise combinations with an even number of telescopes, an optimal fringe sensor should measure either  $N$  or  $3N/2$  baselines ( $R = 2$  or  $3$  respectively) depending on the need for photometries. With an odd number of telescopes, circular schemes should be optimal thanks to their capability to monitor the photometry directly.

## 5. Estimated performance of the chosen concepts

Now that the optimal fringe sensing concepts have been identified, we study their on-sky performance within the VLTI infrastructure. To this aim, we developed a dedicated software simulation tool called *Sim2GFT* (2GFT standing for the “2nd Generation Fringe Tracker” of the VLTI). This simulator, consisting of a set of IDL routines, aims at performing realistic simulations of future observations with the 2GFT fringe sensor and evaluating its performance in terms of residual piston jitter after closed-loop control. In the remainder of this section, we assume that single-mode fibers are used to filter the input wavefronts, following [Tatulli et al. \(2010\)](#).

### 5.1. The *Sim2GFT* simulator

*Sim2GFT* is largely based on the GENIEsim software ([Absil et al. 2006](#)), and therefore follows the same architecture and philosophy. The simulations are taking into account all major contributors to the final performance, from the atmosphere and the telescopes down to the fringe sensor and delay lines. The signal-to-noise ratio on the phase measurement in the fringe sensor is mainly driven by the amount of coherent and incoherent photons (including the atmospheric and instrumental thermal emission), and by the way they are distributed on the detector. To estimate the amount of coherent and incoherent photons properly, all VLTI and 2GFT subsystems are described by their influence

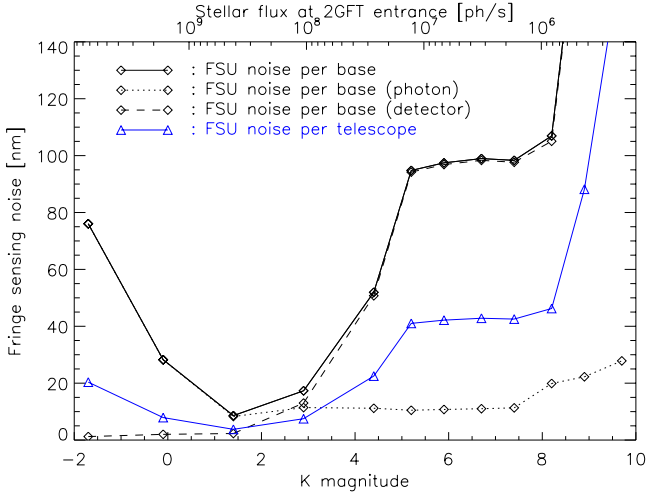
on the intensity, piston, and wavefront quality of the light beams collected by each telescope. The estimated instrumental visibility within the fringe sensor takes into account the visibility loss due to piston jitter, atmospheric refraction, intensity mismatch between the beams due to atmospheric turbulence (scintillation), and longitudinal dispersion in the delay lines. For the piston jitter, a semi-empirical law based on on-sky FINITO data is used to include both the effect of atmospheric piston and vibration-induced piston. Another key element in the simulation is the coupling of the light beams into single-mode fibers, which we estimate by separating the contribution of tip-tilt (through the overlap integral between an offset Airy pattern and the fiber mode) and higher order aberrations (through the estimated Strehl ratio – without tip-tilt – that acts as a multiplicative factor).

The operation of 2GFT is closely related to the detector read-out scheme. Assuming a HAWAII-2RG focal plane array, we consider that the ABCD outputs of all baselines are spread on a single detector line, and that the spectral dispersion is performed on five contiguous detector lines. The detector is read line by line, with a read-out time that depends on the particular arrangement of the ABCD outputs on the lines (it amounts to  $201 \mu\text{s}$  for our design). Deriving a reliable estimation of the phase and group delay requires the five spectral channels to be used<sup>3</sup>. However, it must be noted that the phase and group delay estimations can be updated each time a new detector line is read, although it will be partly redundant with the previous estimation – this corresponds to the sliding-window estimation already in use at the Keck fringe tracker ([Colavita et al. 2010](#)).

The closed-loop behaviour of the fringe tracker is simulated by feeding back the fringe sensor phase delay measurements to the VLTI delay lines, using a simple PID as a controller. Group delay measurements are not explicitly used in our simulations, although in practice they will be used to make sure that fringe

<sup>3</sup> To perform a phase delay estimation with the ABCD scheme, one spectral channel is theoretically sufficient. However, for a better robustness of the dispersion effects, we assume that the information from all five spectral channels is needed and will be used in practice.





**Fig. 9.** Fringe sensing noise plotted at percentile 0.9 (i.e., the noise is actually lower than the plotted curves for 90% of the occurrences) as a function of the target’s  $K$  magnitude (or of the stellar flux in photons per second at the entrance of 2GFT) in the 4T3-ABCD case, assuming a K0III target and using the A0-G1-K0-I1 quadruplet of ATs at the VLTI. The fringe-tracking loop is operated at its maximum frequency as long as the fringe sensing noise per baseline remains  $<100$  nm rms for 90% of the measurements on any individual baseline. The closed-loop repetition frequency is reduced to maintain this level of performance otherwise (this happens for  $K > 5$  in the present case, as also shown in Fig. 10), until this level cannot be reached any more (beyond  $K = 7.5$  in the present case). Note that the increase in sensing noise for bright targets is caused by the resolved stellar photosphere, which reduces the available coherent flux.

tracking is performed on the appropriate (white-light) fringe. The closed-loop simulation relies on a frequency-domain description of the input disturbance (by its power spectral density) and of the subsystems (by their transfer function). The repetition frequency of the loop and the controller gain are optimized as a function of the input photon flux and atmospheric piston to produce the smallest possible piston residual at the output of the closed loop. To ensure a stable fringe tracking, we require the sensing noise to be lower than 100 nm rms for 90% of the measurements on any individual baseline, which would correspond to an  $SNR > 4$  on the fringes in the  $K$ -band for 90% of the measurements.

In the following sections, we describe the estimated performance for fringe sensing and fringe tracking of the 4T3 redundant concept with ABCD encoding on five spectral channels over the  $K$ -band (from 1.9 to 2.4  $\mu\text{m}$ ). The estimations are based on an expected  $K$ -band transmission of 3% for the whole VLTI/2GFT instrument.

## 5.2. Fringe sensing performance

End-to-end simulations of VLTI/2GFT have been performed using the 1.8-m Auxiliary Telescopes (ATs) for a K0III star located at various distances ranging from about 10 pc to 2 kpc, in standard atmospheric conditions: seeing  $\varepsilon = 0.85''$ , coherence time  $\tau_0 = 3$  ms, outer scale  $\mathcal{L}_{\text{out}} = 25$  m, and sky temperature  $T_{\text{sky}} = 285$  K. The target star is assumed to be located close to zenith. For each magnitude, the closed-loop repetition frequency was chosen to be as high as possible within hardware limitations ( $<4$  kHz), while keeping the average fringe sensing noise lower than 100 nm rms on all measured baselines.

Figure 9 illustrates the sensing noise per baseline as a function of stellar magnitude (black diamonds). The respective

contributions of photon noise and detector noise are represented by dotted and dashed lines. On the bright-side end of the plot, photon noise dominates the noise budget. The increase in photon noise from  $K = 1.5$  to  $K = -2$  is because the star is (strongly) resolved, which reduces the available coherent flux. Detector noise becomes higher than photon noise around  $K = 3$ , and the fringe sensing noise reaches its allowed limit ( $<100$  nm rms for 90% of the measurements) around  $K = 5$ . For fainter magnitudes, Sim2GFT ensures that the fringe sensing noise remains at the same level by reducing the closed-loop repetition frequency (i.e., increasing the integration time on the fringe sensing detector). This is possible only until magnitude  $K = 7.5$  in the present case, where a phase sensing noise of 100 nm per baseline cannot be reached any more for any integration time, because of the strong fringe blurring that appears at long DITs. The points plotted in the figure at  $K > 7.5$  do not comply with our requirements any more, and have been computed for the repetition frequency that minimizes the fringe sensing noise ( $\sim 33$  Hz in the considered cases).

Also represented in Fig. 9 is the fringe sensing noise per telescope, which results from the optimized estimation of individual telescope pistons from all measured baselines, as explained in Sect. 4.1. The fringe sensing noise per telescope is significantly lower than the measurement noise on each individual baseline because the estimation of the former is based on the information collected by multiple baselines.

The same kind of performance study was carried out for the Unit Telescopes, showing a similar general behaviour as for ATs. The only differences are

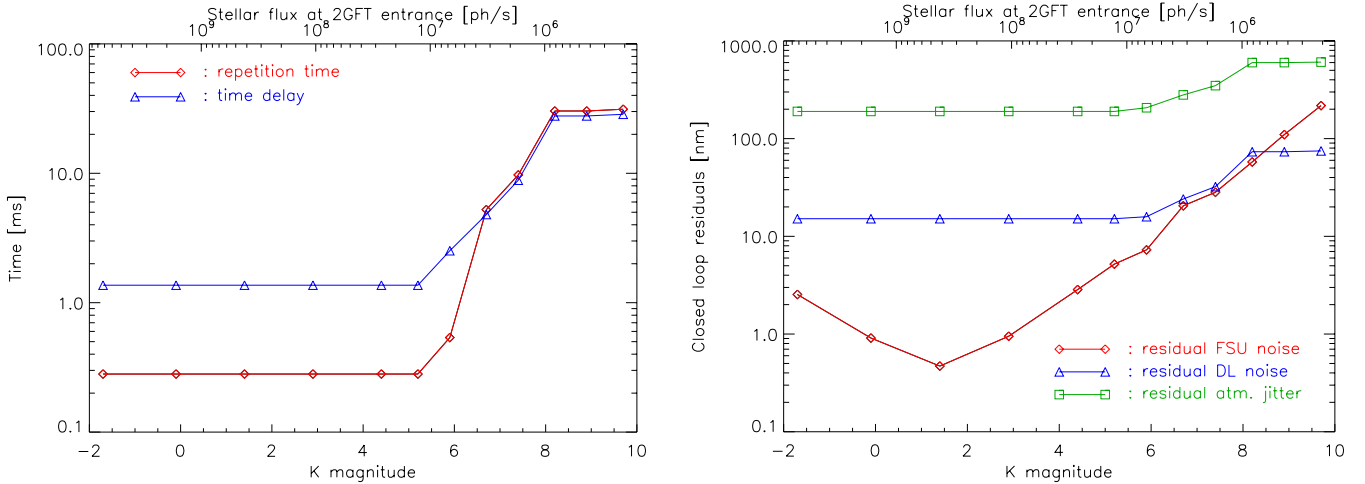
- the magnitude where stable closed-loop fringe tracking becomes impossible, which is now around  $K = 9.5$ ;
- the decrease in the coupling efficiency for stars fainter than  $V = 10$ , which is owing to the reduced performance of the MACAO adaptive optics system.

The latter effect, which is almost nonexistent for ATs (equipped with STRAP for tip-tilt control), speeds up the drop of closed-loop performance at faint magnitudes. The maximum loop repetition frequency ( $\sim 4$  kHz) can actually be maintained until  $K \approx 8.5$  for UTs. The presence of telescope vibrations for UTs is taken into account in a semi-empirical way in our simulations through an estimation of the visibility loss caused by vibration-induced piston jitter, so that the  $SNR$  in the fringe sensing process is estimated in a realistic way. However, let us note that telescope vibrations are expected to strongly affect the residual piston jitter at the output of the closed loop (an effect not simulated in Sim2GFT), so that the results presented in right-hand side plot of Fig. 10 (for ATs) would be significantly degraded for UTs.

## 5.3. Fringe tracking performance

Figure 10 shows the characteristic times of the closed loop and the noise residuals at the output of the fringe tracking loop. The left-hand side plot shows that for magnitudes brighter than  $K = 5$ , the loop can be operated at its maximum repetition frequency (3.6 kHz in this case). For fainter targets, the repetition time is gradually increased to keep a sufficient  $SNR$  on each individual fringe measurement. The sudden increase in repetition time around  $K = 6$  is caused by a modification in the loop behaviour: for bright stars, only one spectral channel is read for each repetition time and the information at other wavelengths is taken from previous repetition times, while for fainter stars all spectral channels are read during each repetition time (the main





**Fig. 10.** *Left:* closed-loop repetition time and time delay in the loop as a function of target  $K$  magnitude. For stars fainter than  $K = 6$ , the loop repetition time is increased (i.e., its frequency decreased) to ensure a sufficient  $SNR$  on the detected fringes in each individual measurement (until the specified  $SNR$  cannot be reached any more whatever the integration time). *Right:* noise residuals at the output of the closed loop, for the three main contributors: fringe sensing (FSU), delay line (DL) and atmospheric noises.

goal of this being to keep the time delay<sup>4</sup> in the loop reasonably short even at low repetition frequencies). The time delay is longer than the repetition time in the bright target case, because only one spectral channel is read per repetition time, while the phase estimation uses the phase information from all five spectral channels.

The left-hand side plot of Fig. 10 can be used to derive a limiting magnitude for the chosen fringe sensing concept. One just needs to define a repetition time threshold above which fringe tracking becomes inefficient. Here, we assume a maximum allowed repetition time of 10 ms (i.e., minimum frequency of 100 Hz)<sup>5</sup>, which gives a limiting magnitude of  $K = 7.5$  on the ATs. In the case of UTs, the limiting magnitude amounts to  $K = 9.5$ . In both cases, this coincidentally corresponds to the magnitude where maintaining a phase measurement error below 100 nm is not possible, which indicates that a DIT of 10 ms is actually a sound choice to define limiting magnitudes in closed-loop fringe tracking operation. Note that a limiting magnitude of  $K = 7.5$  in closed-loop fringe tracking with 90% locking ratio under standard atmospheric conditions corresponds quite well to what has been demonstrated on-sky with the PRIMA fringe sensor unit on the ATs (Sahlmann et al. 2009).

The right-hand side of Fig. 10 shows the noise residuals at the output of the fringe-tracking loop, computed per telescope. Note that the fringe sensing noise residual at the output of the loop is much smaller than the actual fringe sensing noise (evaluated at the detection level), due to closed-loop filtering. Also note that the fringe sensing noise is always much lower than the atmospheric noise under typical atmospheric conditions,

a behaviour directly related to the constraint imposed on the phase sensing noise per baseline in each repetition time (<100 nm rms for 90% of the measurements). For these reasons, the fringe sensing noise does not significantly affect the residual noise level at the output of the fringe tracking loop. The influence of the fringe sensor on the residual piston noise comes rather from its intrinsic sensitivity, which determines the maximum repetition frequency that can be reached for a given coherent flux.

We also performed simulations in various atmospheric conditions, ranging from bad (seeing  $\epsilon_0 = 1.1''$  and coherence time  $\tau_0 = 2$  ms) to excellent ( $\epsilon_0 = 0.5''$  and  $\tau_0 = 10$  ms). The influence of atmospheric conditions on the fringe tracking performance is mainly twofold: on one hand it determines the input atmospheric noise that needs to be corrected, and on the other hand it affects the amount of available coherent photons because it determines the injection efficiency into single-mode fibres. Our simulations have shown that the limiting magnitude increases by about 2 mag between bad and excellent conditions. For instance, if one defines the limiting magnitude at 100 Hz, it varies between  $K = 6.2$  and  $K = 8.5$  depending on the conditions. These limiting magnitudes do not mean, however, that fringes cannot be detected at fainter magnitudes. We estimate that the ultimate limit for fringe detection (fringes detected for 50% of the measurements at an  $SNR$  of 4, using a DIT of 25 ms) should be around  $K = 9.5$  for ATs used in good atmospheric conditions.

## 6. Conclusions and perspectives

We determined the optimal four- and six-telescopes fringe tracker concepts. We showed that for realistic atmospheric conditions, the measurements of the various phase states (e.g., ABCD) that are needed to derive the fringe phase should better be done simultaneously to limit the influence of external disturbances (piston, scintillation, vibrations, etc.) on the measurement precision. Furthermore, spectrally dispersing the fringes allows the group delay to be evaluated with one set of contemporaneous data, which (like for the phase measurement) minimizes the influence of disturbances. We also showed that this method is more robust to longitudinal dispersion effects. Therefore, we

<sup>4</sup> The time delay of the loop is defined as the amount of time between the middle of the overall integration time used for a phase estimation (i.e., including the contribution of all spectral channels), and the moment when the detector read-out sequence is completed for the considered spectral channel.

<sup>5</sup> For an integration time of 10 ms on the fringe sensor, the estimated loss of visibility caused by piston jitter in standard atmospheric conditions is only 5% for ATs, while it amounts to 28% for UTs (an effect mainly caused by vibrations). Operating at lower frequencies would become impractical in the case of UTs, but could be considered in the case of ATs (especially in good atmospheric conditions).

concluded that the optimal way to measure the fringe position (phase and group delay) is to perform a static ABCD fringe coding, dispersed over about five spectral channels.

We also demonstrated that the co-axial pairwise combination schemes with a moderate redundancy provide the best compromise between sensitivity and robust operations. They are less sensitive to varying observing conditions, and some schemes also allow the photometries to be directly extracted from the fringe signal, which is useful for the state machine. We finally favored the 4T3 and 6T3B schemes for four- and six-telescope operations respectively.

Merging these results, we simulated the expected performance of the four-telescope concept. For an efficient fringe-tracking, with fringes locked at least 90% of the time, we expect limiting magnitudes of 7.5 and 9.5 at  $K$  band with ATs and UTs respectively. These performances are close to those of single baseline fringe trackers currently in operation. Another important result is that the fringe tracker ultimate performances are not limited by the fringe sensing measurement errors, but rather by the time delay between the measurement of the piston and its correction by the delay lines.

Finally, in the coming years, a new generation of infrared detectors should be available. By providing very high acquisition frequencies and an extremely low read-out noise at the limit of photon-counting, multi-axial schemes should be reconsidered as a possible solution for fringe-tracking, because they would not be limited by the large amount of pixels needed to encode the interferometric signal.

*Acknowledgements.* The authors are grateful to the referee, whose careful and thorough review of the text and theoretical formalism helped them improve the papers clarity and quality considerably.

## References

- Abzil, O., Di Folco, E., Mérand, A., et al. 2006, *A&A*, 452, 237  
 Berger, D. H., Monnier, J. D., Millan-Gabet, R., et al. 2006, in *Proc. SPIE*, 6268  
 Colavita, M. M. 2010, *PASP*, 122, 712  
 Colavita, M. M., Wallace, J. K., Hines, B. E., et al. 1999, *ApJ*, 510, 505  
 Colavita, M. M., Booth, A. J., Garcia-Gathright, J. I., et al. 2010, *PASP*, 122, 795  
 Di Lieto, N., Haguenaer, P., Sahlmann, J., & Vasisht, G. 2008, in *Proc. SPIE*, 7013  
 Fried, D. L. 1966, *J. Opt. Soc. Am.* (1917–1983), 56, 1372  
 Gai, M., Corcione, L., Lattanzi, M. G., et al. 2003, *Mem. Soc. Astron. Ital.*, 74, 472  
 Gai, M., Menardi, S., Cesare, S., et al. 2004, in *Proc. SPIE*, ed. W. A. Traub, 5491, 528  
 Gillessen, S., Eisenhauer, F., Perrin, G., et al. 2010, in *Proc. SPIE*, 7734  
 Houairi, K., Cassaing, F., Perrin, G., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, 7013  
 Jurgenson, C. A., Santoro, F. G., Baron, F., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, 7013  
 Le Bouquin, J.-B., Abuter, R., Haguenaer, P., et al. 2009, *A&A*, 493, 747  
 Lopez, B., Antonelli, P., Wolf, S., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, 7013  
 Malbet, F., Buscher, D., Weigelt, G., et al. 2008, in *Proc. SPIE*, 7013  
 Meisner, J. A., & Le Poole, R. S. 2003, in *Proc. SPIE*, ed. W. A. Traub, 4838, 609  
 Monnier, J. D., Berger, J., Millan-Gabet, R., & ten Brummelaar, T. A. 2004, in *Proc. SPIE*, ed. W. A. Traub, 5491, 1370  
 Papoulis, A. 1984, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes* (McGraw-Hill)  
 Pedretti, E., Thureau, N. D., Wilson, E., et al. 2004, in *Proc. SPIE*, ed. W. A. Traub, 5491, 540  
 Sahlmann, J., Ménardi, S., Abuter, R., et al. 2009, *A&A*, 507, 1739  
 Shao, M., Colavita, M. M., Hines, B. E., Staelin, D. H., & Hutter, D. J. 1988, *A&A*, 193, 357  
 Tatulli, E., Blind, N., Berger, J. P., Chelli, A., & Malbet, F. 2010, *A&A*, 524, A65  
 Wilson, E., Pedretti, E., Bregman, J., Mah, R. W., & Traub, W. A. 2004, in *Proc. SPIE*, ed. W. A. Traub, 5491, 1507

## Appendix A: Phase error: detection and delay noise expressions

Considering an ABCD fringe coding (Colavita et al. 1999), the phase is extracted as follows. First we have the four ABCD measurements in quadrature

$$\begin{cases} A \propto V \cos(\phi) \\ B \propto V \cos(\phi + \pi/2) = -V \sin(\phi) \\ C \propto V \cos(\phi + \pi) = -V \cos(\phi) \\ D \propto V \cos(\phi + 3\pi/2) = V \sin(\phi), \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

where  $V$  and  $\phi$  are the fringe contrast and phase respectively. We extract the real and imaginary part of the complex fringe signal

$$\begin{cases} A - C \propto V \cos(\phi) \\ D - B \propto V \sin(\phi), \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

and finally we estimate the phase through its cotangent

$$\tan(\hat{\phi}) = \frac{D - B}{A - C}. \quad (\text{A.3})$$

We are interested here in the statistical error on the phase measurement, which depends on three sources of noises: detector noise, photon noise, and delay noises. Because these noises are statistically independent, the variance on the phase measurement  $\sigma_{\phi}^2$  is simply the quadratic sum of these three noises

$$\sigma_{\phi}^2 = \sigma_{\text{det}}^2 + \sigma_{\text{phot}}^2 + \sigma_{\text{del}}^2. \quad (\text{A.4})$$

### A.1. Detection noises

The detector and photon noises terms ( $\sigma_{\text{det}}^2$  and  $\sigma_{\text{phot}}^2$  respectively) are derived from Shao et al. (1988) for the ABCD fringe coding, and for the sake of simplicity we put them together into the so-called signal detection noise  $\sigma_{\text{sig}}^2$

$$\sigma_{\text{sig}}^2 = \sigma_{\text{det}}^2 + \sigma_{\text{phot}}^2 \quad (\text{A.5})$$

$$\sigma_{\text{det}}^2 = 2 \frac{4 \sigma_e^2}{V^2 K^2} \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_{\text{phot}}^2 = 2 \frac{K}{V^2 K^2}, \quad (\text{A.7})$$

where  $K$  is the number of photo-events collected during the exposure and  $\sigma_e^2$  is the detector read-out noise.

### A.2. Delay noise

The delay noise is caused by the delay between the various measurements needed to estimate the phase and therefore only concerns a temporal phase estimator. Because of instrumental or atmospheric disturbances (e.g. fluctuation of the differential piston or scintillation), the phase estimation can be highly biased. Since Fried (1966) has shown that atmospheric piston and scintillation are uncorrelated, we can study both effects independently

$$\sigma_{\text{del}}^2 = \sigma_{\text{pist}}^2 + \sigma_{\text{sci}}^2. \quad (\text{A.8})$$

#### A.2.1. Piston noise: $\sigma_{\text{pist}}$

We note here  $\phi_p(t)$  the piston term introduced by the atmosphere at a moment  $t$  and consider that each (A, C) and (B, D)

## Article : The Planar Optics Phase Sensor

Ce proceeding résume les résultats de l'étude de phase A du concept POPS/2GFT, qui ont été présentés lors de la conférence *SPIE Astronomical Telescopes and Instrumentation* s'étant déroulée à San Diego en juillet 2010. Les principaux résultats de cette étude ont été présentés dans ce chapitre, et figurent dans ce proceeding sous une forme plus brève que dans l'article *Astronomy & Astrophysics* précédent. J'y aborde également quelques aspects que je n'ai pas traités personnellement au cours de ma thèse au niveau de la réalisation pratique du concept, tel que le problème de l'injection des faisceaux VLTI dans le composant d'optique intégrée (voir la section 5 du proceeding).

# The Planar Optics Phase Sensor: a study for the VLTI 2<sup>nd</sup> Generation Fringe Tracker

Nicolas Blind<sup>a</sup>, Jean-Baptiste LeBouquin<sup>a</sup>, Olivier Absil<sup>b</sup>, Mazen Alamir<sup>e</sup>, Jean-Philippe Berger<sup>c</sup>, Denis Defrère<sup>b</sup>, Philippe Feautrier<sup>a</sup>, François Hénault<sup>d</sup>, Laurent Jocou<sup>a</sup>, Pierre Kern<sup>a</sup>, Thomas Laurent<sup>b</sup>, Fabien Malbet<sup>a</sup>, Denis Mourard<sup>d</sup>, Karine Rousselet-Perrault<sup>a</sup>, Alain Sarlette<sup>f</sup>, Jean Surdej<sup>b</sup>, Nassima Tarmoul<sup>d</sup>, Eric Tatulli<sup>a</sup>, Lionel Vincent<sup>a, e</sup>

<sup>a</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble (LAOG), UMR 5571, BP 53, 38041 Grenoble cedex 9, France;

<sup>b</sup> Institut d'Astrophysique et de Géophysique de Liège (IAGL), University of Liège, B-4000 Sart Tilman, Belgium;

<sup>c</sup> European Southern Observatory, Santiago, Chile;

<sup>d</sup> Laboratoire H. FIZEAU, Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), UMR 6525, Avenue Copernic, 06130 Grasse, France;

<sup>e</sup> GIPSA-Lab, UMR 5216, BP 46, 38402 Grenoble cedex, France;

<sup>f</sup> Dept of Electrical Engineering and Computer Science, University of Liège, B-4000 Sart Tilman, Belgium.

## ABSTRACT

In a few years, the second generation instruments of the Very Large Telescope Interferometer (VLTI) will routinely provide observations with 4 to 6 telescopes simultaneously. To reach their ultimate performance, they will need a fringe sensor capable to measure in real time the randomly varying optical path differences. A collaboration between LAOG (PI institute), IAGL, OCA and GIPSA-Lab has proposed the Planar Optics Phase Sensor concept to ESO for the 2<sup>nd</sup> Generation Fringe Tracker. This concept is based on the integrated optics technologies, enabling the conception of extremely compact interferometric instruments naturally providing single-mode spatial filtering. It allows operations with 4 and 6 telescopes by measuring the fringe position thanks to a spectrally dispersed ABCD method. We present here the main analysis which led to the current concept as well as the expected on-sky performance and the proposed design.

**Keywords:** Optical Interferometry; VLTI; Fringe Tracking.

## 1. INTRODUCTION

With the arrival of the GRAVITY and MATISSE instruments after 2012, and VSI after 2015, the VLTI will routinely work with 4 or possibly 6 telescopes simultaneously. As ground-based interferometric devices, they will be extremely sensitive to the atmospheric turbulence and in particular to the randomly varying optical path difference (OPD) between the telescopes. The random movement of the fringes it involves quickly blurs the interferometric signal, preventing for integration time longer than the coherence time of the atmosphere, typically a few tens of milliseconds in the infrared. The limiting magnitude and precision of ground-based interferometers are therefore dramatically reduced. To reach their ultimate performance, it is then mandatory to dispose of a fringe tracker, that is a device measuring in real time the position of the fringes within a fraction of wavelength and finally stabilizing them.

In the context of the next generation of interferometric instruments, the 2<sup>nd</sup> Generation Fringe Tracker (2GFT) is intended to cophase an array of up to 6 telescopes, formed of Auxiliary and/or Unit Telescopes (ATs

---

Further author information: (Send correspondence to N.B.)

N.B.: E-mail: nicolas.blind@obs.ujf-grenoble.fr, Telephone: + 33 4 76 63 57 30

and UTs respectively). The Planar Optics Phase Sensor (POPS) is a fringe sensor proposition for the 2GFT resulting from the collaboration between LAOG (PI institute), IAGL, OCA and GIPSA-Lab. We present here the results of the related system studies. They aim at defining the most efficient conceptual design within the VLTI environment, providing precise measurements of the fringe position as well as robust operations, that is a stable fringe tracking whatever the observational or atmospheric conditions. To do so, we propose 4-telescope and 6-telescope (4T and 6T hereafter) concepts based on the integrated optics (IO) technology, providing a single-mode spatial filtering as well as pairwise co-axial combinations of the beams, and coding the fringes with a spatial ABCD estimator. These system choices are based on theoretical studies and realistic simulations as well as experience gained in operation with real interferometers, especially VINCI at VLTI<sup>1,2</sup>, IONIC-3TH at IOTA<sup>3</sup>, and the fringe-sensor FINITO<sup>4</sup> at VLTI.

We briefly summarize the results of a theoretical analysis of modal filtering influence on the phase measurement in section 2. The best conceptual architectures for 4- and 6-telescope fringe sensors are determined in relation to their sensitivity, robustness and some additional operational considerations in section 3. The performance of the most common phase and group delay estimators are then compared in part 4, taking into account atmospheric disturbances. The instrument conceptual design and the results of realistic simulations for the 4T concept are finally presented in sections 5 and 6 respectively.

## 2. CHOICE OF THE INTEGRATED OPTICS

The initial idea of POPS is to propose an instrument based on the IO technology. IO components provide very compact interferometric instruments, only a few centimeters long, with low sensitivity to external constraints (vibrations or temperature fluctuations) and they simplify the alignment procedure. Transmission of IO is however lower than their equivalent in bulk optics, by 20 to 30% for a co-axial pairwise combination for instance, which corresponds to a limiting magnitude 0.3 mag lower.

Additionally, this technology provides by design a single-mode (SM hereafter) propagation of light, which spatially filters the incoming wavefront and selects its coherent part. Thanks to a theoretical description of the signal, we compare the performance of multi-mode (MM) and SM interferometry for the estimation of the phase (see Tatulli et al<sup>5</sup> (these proceedings) for details). The conclusion of this study is that despite the loss of flux occurring when injecting the light into the SM component (i.e. SM fibers, integrated optics), spatial filtering globally improves fringe sensing performance. This study also demonstrates SM interferometry is more efficient for off-axis fringe tracking and equally efficient for the stability of the beam injection.

Consequently the POPS concept, based on single-mode integrated optics, is a great alternative to classical bulk concepts, from the performance and operational points of view.

## 3. THE COMBINATION CONCEPT

A fringe tracker can cophase a N-telescope interferometer by measuring only N-1 OPDs, thanks to N-1 baselines. However because of the noisy measurements and varying observational conditions during a night, it can be profitable to dispose of some information redundancy with additional baselines. It is then possible to retrieve the phase on a baseline with several independant ways, insuring a better fringe tracking stability.

All-in-one multi-axial schemes are therefore interesting concepts since they provide all the possible baselines. However they are not currently compatible with the specific requirements of fringe tracking, that is very fast measurements and high limiting magnitudes. Because of the high number of pixels they require (95 in the 4T case) and of the performance of available detectors (Hawaii II RG, with a read-out noise of  $10e^-$ /pixel and a low acquisition frequency), their performance is limited in this context. A detailed discussion of the properties and ultimate performance of IO multi-axial combination shemes is presented in Ref. 6 (these proceedings).

### 3.1 Study of the co-axial pairwise schemes

The POPS concept therefore concentrates on co-axial and pairwise solutions, which allow the creation of the desired number of baselines, thereby limiting the number of pixels to read (to the maximum 24 pixels for a 4T concept with an ABCD coding), and enhancing both sensitivity and speed of the fringe sensor. However when

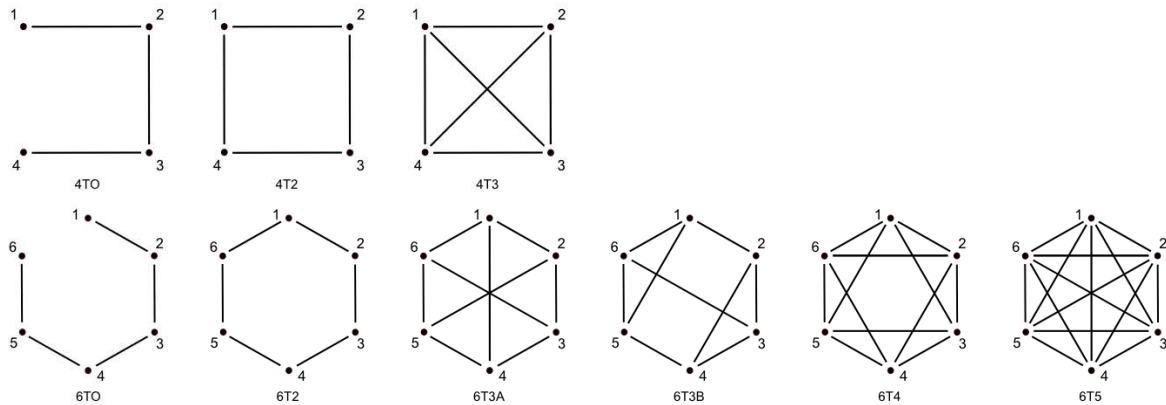


Figure 1. The conceptual combination schemes studied in the 4-telescope (top) and 6-telescope (bottom) cases, with the associated nomenclature below each one.

the number of baselines increases each one is less sensitive because the incoming flux has to be divided between more baselines. The sensitivity of the fringe sensor then depends on a competition between the information redundancy between the baselines and their sensitivity. To determine the optimal pairwise co-axial architectures in the 4T and 6T cases, we study the intrinsic performance of several schemes and also point out some important operational aspects (the detailed study is presented in Ref. 7, in preparation). The schemes studied are presented in Figure 1 with the associated nomenclature.

**Performance study** The performance study is based on theoretical models of the error on the phase measurement,<sup>5</sup> and is similar to the one led by Houairi et al<sup>8</sup> in the context of the GRAVITY fringe tracker. This study consists in computing the optimal optical path estimators used to drive the delay lines, from the noisy phase measurements made on each baseline. When computing the optimal optical paths, the measurements are weighted depending on the measurement error, so that the importance of the noisiest baselines is lowered with respect to the others.

The quantity of interest is finally the relative error  $\epsilon$  on the corrected differential piston which are calculated with respect to a reference noise. The expression of this latter only depends on the considered regime (i.e. detector or photon noise regime), so that results for the different schemes are perfectly comparable within the same regime. More precisely we study three different cases:

1. **Ideal case:** all the baselines are strictly equivalent in term of flux and visibility.
2. **Resolved source case:** we assume the source is highly resolved by one baseline (the {12} for instance), so that the fringe visibility is set to 0.1 on it, and to 1 on the others.
3. **Low coupling efficiency case:** because of quick variations of the instantaneous Strehl ratio, the coupling efficiency on one pupil can be very low compared to the others. To study the behavior of the schemes with respect to this effect, the flux of telescope 1 is set to one tenth that of the others.

For each case, looking at the relative error  $\epsilon$  on the corrected OPD on the different baselines, we are able to compare the combination schemes and to make a choice from a performance point of view. The results of the performance study are listed in the Table 1 for the 4T schemes.

**Extracting the photometry** Some schemes also allow to extract the instantaneous photometry on each pupil without the need of dedicated outputs. We show that it is possible only when the schemes have a particular structure: to evaluate the photometry from a pupil, this latter has to be part of a closed sub-array composed of an odd number of pupils. Otherwise the system linking the fringe signals to the photometries is degenerated.

Table 1. Results of the performance calculations made for the 4T schemes. The relative error is given in detector ( $\epsilon^{det}$ ) and photon ( $\epsilon^{phot}$ ) noise regimes, in the three cases. In the second case, the resolving baseline is the {12}, and is therefore not equivalent to the others (noted {ij}). In the third case the baselines affected by the low coupling are noted {1j}.

Schemes	Ideal case		Resolved case				Low coupling efficiency case			
	$\epsilon_{ij}^{det}$	$\epsilon_{ij}^{phot}$	$\epsilon_{12}^{det}$	$\epsilon_{ij}^{det}$	$\epsilon_{12}^{phot}$	$\epsilon_{ij}^{phot}$	$\epsilon_{1j}^{det}$	$\epsilon_{ij}^{det}$	$\epsilon_{1j}^{phot}$	$\epsilon_{ij}^{phot}$
4TO	1.6	1.3	16.2	1.6	13.1	1.3	5.1	1.6	3.1	1.3
4T2	1.7	1.2	3.4	2.0	2.4	1.4	4.7	1.9	2.5	1.4
4T3	2.1	1.2	3.0	2.2	1.7	1.3	5.6	2.4	2.5	1.4

Thus, the 4T2 cannot extract the photometry since it is a cycle of 4 telescopes, whereas the 4T3 can, since there are triangular sub-arrays. The results of this study are presented in Table 2.

### 3.2 Choice for the 4T case

Looking at the performance (Table 1), the open scheme (4TO) appears less interesting than the cyclic one (4T2, with the minimum redundancy) because of its lower redundancy and of the flux imbalance on the extreme baselines, inducing a sub-optimal use of the input photons \* . The 4T2 and 4T3 appear roughly equivalent: the former provides slightly better performance in the first and third cases, whereas in the second one the 4T3 shows better performance thanks to a more important redundancy. This higher degree of redundancy also provides the following additional advantages, mainly related to operational aspects:

- The photometry of each input beam can be directly recovered from the fringe signal (see Table 2). The knowledge of the photometry is theoretically not mandatory to measure the fringe phase, but operation without photometric information is practically possible only for perfectly symmetric combiners. Otherwise, the fringe signal is polluted by photometric fluctuation residuals and the phase and group delay measurements are biased. Additionally, a real-time photometric monitoring is very useful during operation, providing an additional diagnosis in case of flux drop-outs and allowing the injection to be optimized in all beams simultaneously.
- As seen from the VLTI (and so from the sky), all the baselines of a fully redundant pairwise combination scheme are perfectly identical. Whatever the observed target and the geometry of the telescope array, the way to map the interferometer beams into the fringe sensor inputs is always optimal. This is a critical point since during a night unpredictable baselines can exhibit very low visibilities, changing with a time scale of less than one hour (see a typical example in Figure 2).
- Finally, such a strategy also maximizes the cophasing stability in case of frequent flux drop-outs since unaffected baselines are kept locked and thus only the extinguished beam(s) have to be cophased back after extinction.

Therefore the fully redundant pairwise combination 4T3 has been chosen. This result is in agreement with the conclusions of Houairi et al<sup>8</sup> for the GRAVITY fringe tracker, also based on IO technology.

\*This observation leads us not to consider schemes with intrinsically imbalanced photometric inputs.

Table 2. Capability of the considered schemes to provide the inputs photometries without dedicated outputs.

Schemes	4TO	4T2	4T3	6TO	6T2	6T3A	6T3B	6T4	6T5
Photometries?	no	no	yes	no	no	no	yes	yes	yes



### 3.3 Choice for the 6T case

The performance study in the 6T case leads to the same kind of conclusion as previously. As for the 4TO scheme, the 6TO open scheme is still penalized because of the imbalance of the inputs and of a lower redundancy. And when the number of baselines exceeds 6, the more important redundancy roughly counterbalances the loss of signal-to-noise ratio on the individual baselines. The 6T3B scheme is finally favored to the 6T2, for the same reasons as in the 4T case (i.e. nearby performance, the possibility to directly extract the photometry from the fringe signal and a higher number of baselines enhancing the robustness).

## 4. THE FRINGE SENSING CONCEPTS CHOICES

Fringe tracking consists in: 1) Ensuring the measurements are done in the center of the fringe packet, that is in the highest signal-to-noise ratio (SNR) area, thanks to the group delay measurement; 2) Keeping the fringes locked thanks to the real-time knowledge of the phase, then allowing long integration times and improved SNR on the scientific instrument. We consider in the following that a fringe tracking regime requires a precision on the phase better than  $\lambda/10$ , since the contrast loss due to residual fringe blurring is kept below 5% on the scientific instrument. To fringe track with the highest SNR, it is then mandatory to dispose of phase and group delay estimators as precise as possible, whatever the conditions. Because POPS is a co-axial combiner based on the IO technology, we consider the ABCD estimator<sup>9</sup>, which can be implemented in different ways to measure the phase and the group delay. For both measurements, we compare in realistic conditions the performance of two different implementations. These studies are detailed in Ref. 7 (in preparation). We also determine the optimal spectral band and spectral resolution.

### 4.1 Phase sensing

For the phase we compare two different implementations of the ABCD algorithm: 1) Four phase states are recorded simultaneously over four different outputs (spatial ABCD); 2) The phase measurement is made in two steps (temporal ABCD): two phase opposite outputs are first recorded with a zero delay and then with an additional  $\lambda/2$  delay. The comparison is based on a theoretical analysis of the signal in both cases, and takes into account atmospheric disturbances (i.e. piston and injection fluctuations). The result in the case of the ATs and an integration time of 1 ms is presented in Figure 3.

This study shows that the non-simultaneity of the measurements in the temporal concept introduces an important, additional noise, mainly due to piston. Because of it, the temporal ABCD is always less efficient in a phase tracking regime, so that the spatial ABCD appears as the best choice. Especially, in bad seeing conditions or on UTs, the phase error can be higher than  $\lambda/10$ , limiting the phase tracking capabilities.

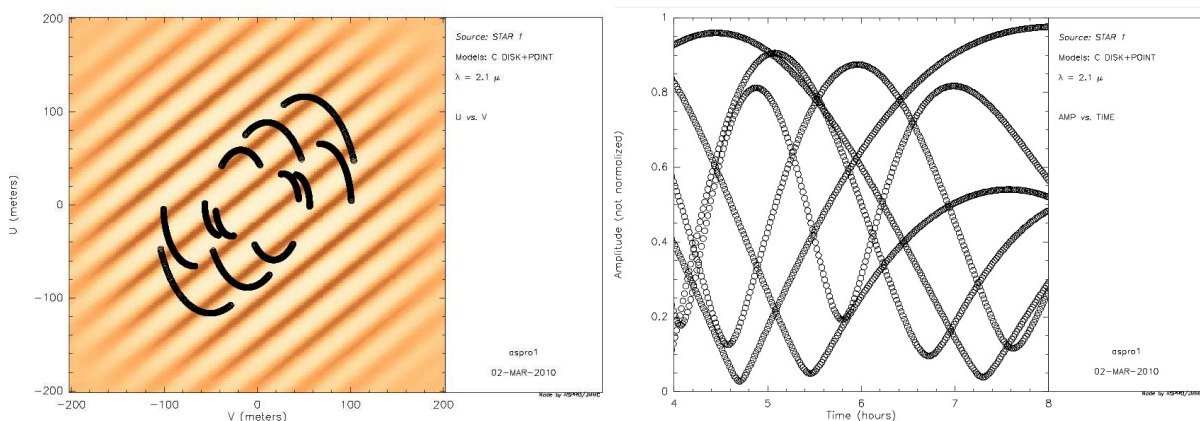


Figure 2. Predicted fringe contrast when observing a binary with equal fluxes and a separation of about 10mas with the four UTs and a fringe sensor working in the K band. The left panel shows the (u,v) tracks overlaid on the fringe contrast from the model. Right panel shows the fringe contrast versus time for 4h for each baseline. The figures have been made with the `aspro` public software from JMMC.



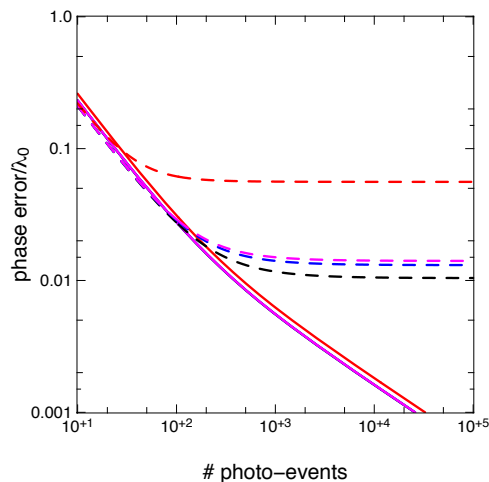


Figure 3. Phase measurement statistical error functions of the incoming flux in the AT case with an integration time of 1 ms, for the spatial ABCD (solid) and temporal ABCD (dashed) phase sensing concepts. From black to red, the atmospheric conditions vary from excellent to bad.

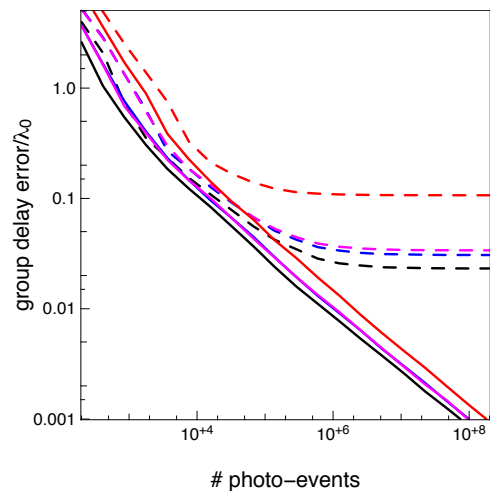


Figure 4. Statistical error for the group delay estimation with the dispersed-fringes (solid) and the scanned-fringes (dashed) group sensing concepts. Curves are given functions of the incoming flux in the AT case for an integration time of 1 ms. From black to red, the atmospheric conditions vary from excellent to bad.

## 4.2 Group delay sensing

Still in the context of the ABCD coding, we consider two concepts to measure the group delay : 1) The scanned-fringes concept where the fringe contrast is measured on some points inside the main lobe of the fringe packet; 2) The dispersed-fringes concept, where the fringe phase is measured over a few spectral channels.

Given the impossibility to carry a realistic analytical description of these group delay estimators, we proceed with Monte-Carlo simulations taking into account atmospheric disturbances. The comparison of the dispersed-fringes and the scanned-fringes concepts, under various atmospheric conditions, shows the first is the most efficient (the results of simulations in the case of the ATs with an integration time of 1 ms are presented in Figure 4). Equally as the temporal ABCD for the phase, the scanned-fringes concept exhibits a very high sensitivity to atmospheric disturbances (piston mainly) so that the dispersed-fringes concept appears as the best choice. For instance, even for integration times as low as 0.5 ms, the precision of the scanned concept never goes below  $\lambda/10$  for the ATs under bad atmospheric conditions and for the UTs whatever the conditions.

## 4.3 Spectral dispersion

The number of spectral channels directly determines the efficiency of the dispersed group delay sensing. A trade-off should be made between an accurate determination (larger spectral dispersion) and an optimal sensitivity when limited by detector noise (smaller dispersion). We decide to disperse the light over 5 channels, corresponding to a spectral resolution  $\sim 20$  in order to provide a non-ambiguous range of  $\pm 20\mu m$  in which the group delay can be found. This non-ambiguous range is larger than the OPD typically introduced by the turbulence over a few seconds ( $\approx 10\mu m$  at Paranal). Therefore the group delay can be quickly recovered after a temporary flux loss (low Strehl or telescope chopping for MATISSE). This non-ambiguous range is also significantly larger than the size of the fringe packet seen in broad band. The detection of the main lobe of the fringe packet is much easier, and thus avoids locking the fringes on a secondary lobe, with a low SNR.

## 4.4 Fringe sensing in the K band

All required optical devices (IO, fibers, bulk) exist in both the H and K astronomical bands. We used the simulation tool `sim2GFT` (see section 6.1 for details) to compute the expected performance in both bands, taking into account the differences in atmospheric turbulence and transmission, sky brightness and expected instrumental transmission.

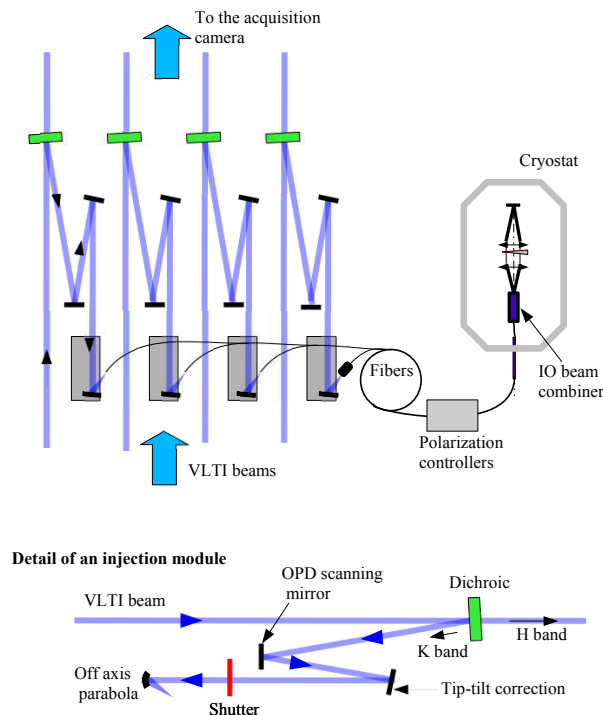


Figure 5. Schematic view of the 4T POPS concept (top) with the 4 modules injecting the VLT beams into single-mode fibers, and combining them into the IO component. This latter is placed with the camera inside the cryogenic dewar. At the bottom is a detailed view of an injection module.

We finally choose the K band from 1.9 to 2.4  $\mu\text{m}$  because it presents a higher limiting magnitude ( $\sim 0.3$  mag). The effective wavelength is also 35% longer enhancing the non-ambiguous phase delay and group delay measurement range, and the atmospheric turbulence strength is smaller, leading to a higher and more stable flux injection in the optical fibers. Furthermore, longitudinal and transversal atmospheric dispersion compensation (LADC and TADC) is not required considering the low losses that are expected (typical coupling losses of about 20% and typical fringe contrast loss of 10% for a zenith distance  $Z=60$  deg).

On the other hand, the K band suffers from an increased thermal background with respect to the H band. The IO component has to be kept cooler than about 240K to limit its emission in the 1.9–2.4  $\mu\text{m}$  spectral range.

## 5. PROPOSED CONCEPT

Based on the conclusions of the previous sections, the 4-telescope POPS concept has finally the following characteristics: *a)* The beam combination is performed thanks to a single-mode integrated optics component using a fully redundant 4T3 scheme with internal spatial ABCD coding; *b)* The phase is estimated thanks to the ABCD outputs, and the group delay is measured by additionally dispersing them over 5 channels; *c)* The concept is optimized for the K spectral range (1.9 to 2.4  $\mu\text{m}$ ) and needs no TADC nor LADC.

### 5.1 Concept overview

Figure 5 presents a schematic view of the overall concept as well as one of the injection module in the bottom part. The VLT beams are collected through 4 injection modules, insuring several functions, before to be injected into the SM fibers and the IO beam combiner. The outputs of the IO chip are imaged and dispersed over 5 pixels of the Hawaii II RG camera. Since the fringe coding is based on an internal ABCD modulation, there is no particular need for an external metrology.

With this design, the transmission of POPS is estimated to roughly 23%, and the instrumental contrast to 87%. The concept footprint is 1000×2500 mm in the 6T configuration.

## 5.2 Injection unit

The injection assembly is based on the PIONIER<sup>10</sup> visitor instrument that is currently under integration at LAOG and provides the following functions (see Figure 5, bottom):

**Selection of the K band** The VLTI beams are collected by dichroics (in green) reflecting the K band in POPS while the H band is transmitted to the IRIS guiding camera.

**Tip-tilt correction** A tip-tilt mirror provides a real-time compensation of the tip-tilt variations created in the VLTI tunnels.

**Calibration** An optical path modulator and a shutter are used for internal calibration of the beam combiner (instrumental contrast, ABCD phase shifts, etc.). We use a long-stroke modulation in order to have a sufficient spectral resolution.

**Injection** The VLTI beams are coupled into a SM fiber through an off-axis parabola. The fiber and the parabola are mounted on a common support, so that the image quality on the fiber head can be adjusted conveniently. The mechanical support of the injection module embeds a manual OPD adjustment to cophase all arms.

## 5.3 Beam combination unit

This assembly is composed of the integrated beam combiner and its feeding fibers. Working in the K band, the design of this assembly is based on the one currently developed for GRAVITY. It is consequently based on fluoride fibers to maximize the throughput of POPS for K band operation, especially for wavelengths above 2.3  $\mu\text{m}$ . They are mounted in a fiber array V-groove glued to the IO component. This assembly is then integrated in the cryostat in order to insure the required stability between the component output and the detector itself. It allows also cooling down the component and the imaging optics at 240K to achieve a negligible background emission.

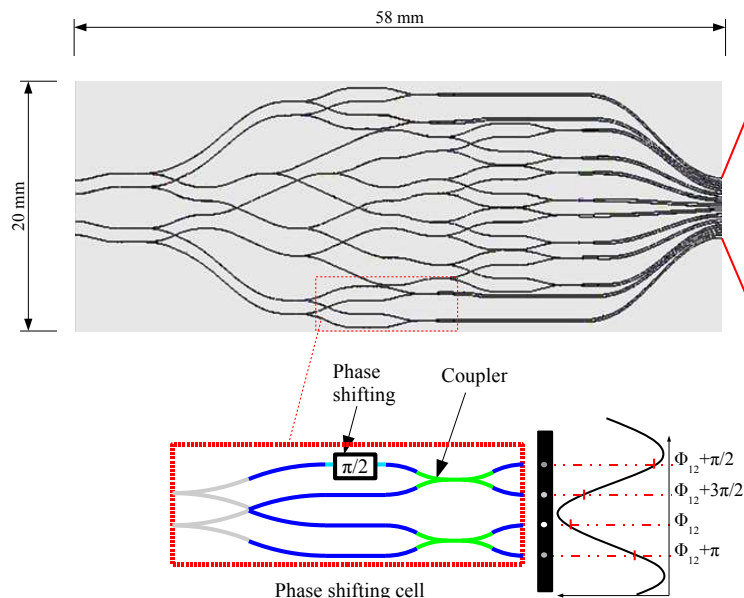


Figure 6. Design of the 4T3-ABCD beam combiner. The 24 interferometric outputs that are imaged on the camera are on the right hand side of the figure.

Table 3. Expected performance of the 4T3 IO component in K band.

Average transmission	$> 55\%$
Broadband contrast level	$> 90\% \pm 5\%$ , with a Wollaston prism
Narrowband contrast level	95%, with a Wollaston prism
Phase shifting value	$90 \text{ deg} \pm 25 \text{ deg}$
Phase shift chromaticity	5 to 15 deg
Phase shift between polarization	5 deg to 10 deg
Contrast stability	$\leq 0.5\%$
Phase shift stability	better than 1 deg

**IO combiner** The concept chosen for POPS is the 4-beam pairwise ABCD combining 6 baselines (4T3 scheme), resulting in 24 interferometric outputs. The circuit, designed in collaboration with our partner CEA/LETI, is presented in Figure 6. The combiner includes a series of achromatic phase shifters to produce four phase states in quadrature, resulting in a spatial ABCD coding for each baseline.

A prototype in the H band has been fully characterized by Benisty et al<sup>11</sup>. The equivalent circuit for the K band is currently under manufacturing for GRAVITY and the expected performance are evaluated from a set of prototypes tested in laboratory (Table 3). The current spectral transmission in K band also presents a strong OH absorption peak at  $2.2 \mu\text{m}$ , so that the average transmission over the K band should be  $> 55\%$ .

**Polarization control** Using low birefringence fibers, polarization control is required to optimize the contrast level. Each fiber arm would therefore implement a fibered polarization controller motorized with a stepper motor, similar to those designed for GRAVITY.

#### 5.4 Cryogenic unit

The cryogenic mechanical structure does not include any manual or motorized adjustment to ensure a high stability level. The cryogenic dewar is based on the last generation of cryostats developed by ESO. It cools down the beam combination optics, the imaging optics and the Hawaii II RG camera. Since POPS is designed for operation with 4 or 6 telescopes, two IO components (4T3 and 6T3B) have to be implemented, mounted upside-down on a bracket support in order to have the two outputs slits imaged on the detector as close as possible.

## 6. EXPECTED PERFORMANCE OF THE 4T CONCEPT

This final section presents the expected performance of the POPS proposition in the 4-telescope case. We first describe our end-to-end simulation tool `sim2GFT` and then present the computed performance for the ATs, the UTs and the specific case of mixed arrays ATs+UTs.

### 6.1 `sim2GFT`

In order to assess the performance of our conceptual designs, and to compare the performance of various designs (i.e., combination of a hardware solution and a phase estimator) under various assumptions in terms of environmental and observing conditions, we have developed a dedicated software simulation tool called `sim2GFT`.

`sim2GFT` is largely based on the `GENIESim` software, which is described in detail by Absil et al.<sup>12</sup>, and therefore follows the same architecture and philosophy. The simulations are taking into account all major contributors to the final performance, from the atmosphere and the telescopes down to the fringe sensor and delay lines. In order to properly estimate the amount of coherent and incoherent photons, all the VLTI and POPS subsystems are described by their influence on the intensity, piston, and wavefront quality of the light beams collected by each telescope. The implementation of each subsystem in the simulator has been extensively validated during the GENIE study<sup>13</sup>.

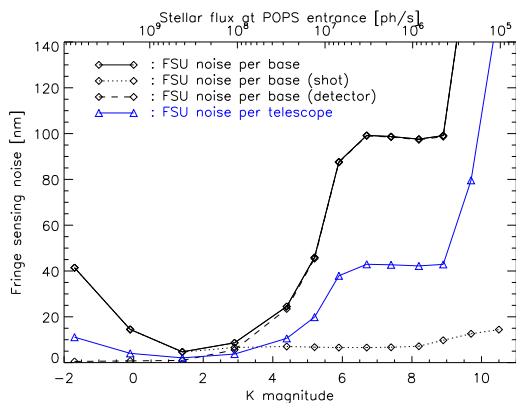


Figure 7. Fringe sensing noise functions of the K-magnitude of the K0 III star source in the 4T3-ABCD case. The corresponding stellar flux in photons per second at the entrance of POPS is on the top scale. The respective contributions of shot and detector noises are represented by dotted and dashed lines.

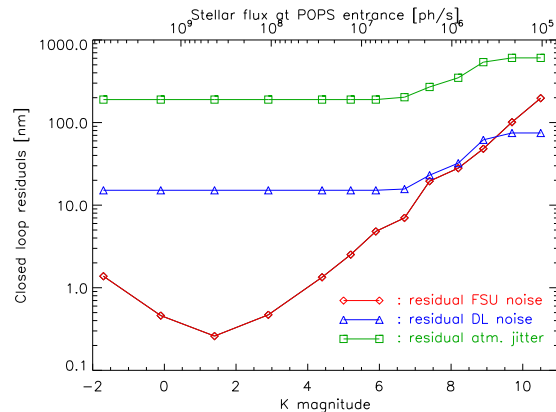


Figure 8. Noise residuals at the output of the closed-loop for the fringe sensing, the delay line and the corrected atmospheric piston.

Some additional physical phenomena (visibility loss due to piston jitter, atmospheric refraction, intensity mismatch between the beams due to atmospheric turbulence, and longitudinal dispersion in the delay lines) have been implemented in the fringe tracking loop of `sim2GFT` with respect to what was implemented in `GENIESim`.

## 6.2 AT case

In the case of the ATs, simulations have been done for 4 different concepts (4T2 and 4T3 schemes associated with a spatial or a temporal ABCD for the phase estimation). They show good agreement with the previous studies, that is the 4T3 with a spatial ABCD concept is the most efficient under various atmospheric or observational conditions. They particularly highlight the contribution of the redundancy, providing a more stable fringe tracking: in the case of a resolved binary (see Figure 2), the fully redundant scheme (4T3) outperforms the cyclic one (4T2).

Therefore we present here the results of simulation for the selected concept that is the 4T3 scheme with a spatial ABCD coding of the fringes. The fringe sensing and closed-loop control performance are summarized in Figures 7 and 8, for a range of magnitudes from  $K = -1.7$  to  $K = 10.5$ . These simulations have been obtained for a K0 III star located at various distances ranging from 12 pc to 3200 pc, with the A0-G1-K0-I1 quadruplet of ATs, and under standard atmospheric conditions: seeing  $\varepsilon = 0.85''$ , Fried parameter  $r_0 = 12$  cm, coherence time  $\tau_0 = 3$  ms, average wind speed of 12 m/s, outer scale  $\mathcal{L}_{\text{out}} = 25$  m, and sky temperature  $T_{\text{sky}} = 285$  K. The target star is assumed to be located close to zenith.

Figure 7 shows the fringe sensing noise (due to shot and detector noises in the fringe sensor) functions of the magnitude. On the bright-side end of the plot, shot noise dominates the noise budget. The increase in shot noise from  $K = 1.5$  to  $K = -2$  is due to the star being (strongly) resolved, which reduces the available coherent flux. Detector noise becomes larger than shot noise around  $K = 3$ , and the fringe sensing noise reaches its allowed limit (100 nm RMS) around  $K = 6$ . In this regime the loop can be operated at its maximum repetition frequency of 3559 Hz. For fainter magnitudes, `sim2GFT` makes sure that the fringe sensing noise remains at the same level by gradually increasing the closed-loop repetition frequency (i.e., increasing the integration time on the detector) to keep a sufficient SNR on each individual fringe measurement. This is possible only up to magnitude  $K \sim 9$  in the present case, where a phase sensing noise of 100 nm per baseline cannot be reached any more for any integration time, because of the strong fringe blurring that appears at long integration times. Above this limit, the integration time is adjusted to minimize the measurement noise. Also represented in Figure 7 is the fringe sensing noise per telescope, which results from the optimized use of the differential piston measured on all the baselines: it is significantly smaller than these latter thanks to the information redundancy.

Finally, for an integration time of 10 ms, the limit above which the sensing noise cannot be maintained below 100 nm is  $K = 8.2$ . If we consider the *operational limiting magnitude* for stable fringe tracking to be the limit for which the SNR is larger than  $\approx 4$  for at least 95% of the time, we obtain a value  $K = 7.2$  for the ATs under standard conditions. The limit for fringe detection ( $\text{SNR} \approx 4$ ) is  $K = 9.2$  under excellent conditions.

The noise residuals at the output of the closed-loop are represented in Figure 8. It shows that the fringe sensing noise is always dominated by the residual atmospheric noise, which is due to the delay between the phase estimation and the moment the correction is applied to the delay lines as well as the finite acquisition frequency of the loop. The fringe sensing noise has however a strong influence on the fringe tracking residuals, as it sets the maximum loop repetition frequency that can be used. In particular, for magnitudes  $K > 6$ , in order to keep a sufficient SNR on the measurements, the loop frequency is reduced, which results in increased closed-loop residuals.

### 6.3 UT case

The same performance study has been carried out in the case of the UTs, showing a similar general behaviour as in the case of ATs. The main difference is that the *operational limiting magnitude* reaches  $K = 9.2$ , and the limit for fringe detection  $K = 11.2$ . Furthermore, the coupling efficiency decreases for stars fainter than  $V = 10$ , because of the reduced performance of the MACAO adaptive optics system. According to our simulations, one can consider that for  $V$  magnitudes larger than  $\sim 12$ , the MACAO correction becomes insufficient to feed the fringe sensor with a beam stable enough. However telescope vibrations are expected to strongly affect the residual piston jitter at the output of the closed-loop (an effect not simulated in `sim2GFT`).

These expected limiting magnitudes are in agreement with the results of instruments in operation. Indeed, PRIMA FSU detected but did not track noisy fringes on a  $K = 11.7$  target<sup>14</sup> on the UTs.

### 6.4 Case of mixed array ATs + UTs

Combining UTs and ATs allows to access to more apertures and to increase the SNR. From a technical point of view, mixing ATs with UTs is possible since the VLTI infrastructure is designed to allow the combination of apertures of different sizes. This case has not been simulated, but simple calculations on the fringe SNR show an increase in the limiting magnitude by up to 1.2 mag compared to the ATs+ATs case.

### 6.5 Influence of the atmospheric conditions

The influence of atmospheric conditions on the fringe tracking performance is mainly twofold: on the one hand it determines the input atmospheric noise that needs to be corrected for, and on the other hand it affects the amount of available coherent photons since it determines the injection efficiency into SM fibers. The POPS performances are simulated from bad atmospheric conditions (seeing  $\epsilon_0 = 1.1''$  and coherence time  $\tau_0 = 2$  ms) to excellent ones ( $\epsilon_0 = 0.5''$ ,  $\tau_0 = 10$  ms) for the ATs. The main conclusion is that the limiting magnitude increases by about 1 magnitude between the bad and the excellent conditions. With integration time of 10 ms the limit to maintain the sensing noise below 100 nm varies between  $K = 7.7$  and  $K = 8.8$  depending on the conditions.

## 7. CONCLUSION

POPS is a K band fringe sensor based on the integrated optics technologies. It measures the fringe position (phase and group delay) thanks to a spatial ABCD fringe coding, dispersed over 5 spectral channels. For the moment only the 4T concept is clearly defined and will recombine the 6 possible baselines to improve the fringe tracking stability under varying observational and atmospheric conditions. Realistic simulations show that the expected performance and limiting magnitude of POPS are similar to those obtained with the current instruments in operation, in particular the PRIMA FSU.

POPS will highly benefit from the technological breakthroughs in the coming years. In particular, the developments of the GRAVITY beam combiners will be directly applicable to the proposed POPS design, especially the improvement of the component transmission and the validation of the polarization controllers.

POPS also has an instrument layout similar to the PIONIER visiting instrument, which will be commissioned at VLTI at the end of 2010. POPS should then benefit from the on-sky experience feedback of PIONIER.

Finally, the availability of fast new generation detectors with smaller read-out noise will impact several of the system choices of POPS. In particular, with such detectors, the multi-axial scheme is significantly less penalized by the number of pixels it requires, and becomes more attractive. Indeed, the multi-axial IO components are shorter and simpler, i.e. more transmissive and probably less chromatic. Furthermore a component designed for 6 telescopes can be used also to combine 4 telescopes, with a limited loss of SNR with respect to a design built for 4T only. Consequently multi-axial combination could be a great alternative with these future detectors. The final choice for the 6T combination concept is therefore still open.

## ACKNOWLEDGMENTS

This phase A study was supported by funds provided by ESO and has made use of the Jean-Marie Mariotti Center *Aspro* service <sup>†</sup>.

## REFERENCES

- [1] LeBouquin, J. B., Rousselet-Perraut, K., Kern, P., Malbet, F., Haguenaer, P., Kervella, P., Schanen, I., Berger, J. P., Delboulbé, A., Arezki, B., and Schöller, M., “First observations with an H-band integrated optics beam combiner at the VLTI,” *Astronomy & Astrophysics* **424**, 719–726 (Sept. 2004).
- [2] LeBouquin, J., Labeye, P., Malbet, F., Jocou, L., Zabihian, F., Rousselet-Perraut, K., Berger, J., Delboulbé, A., Kern, P., Glindemann, A., and Schöller, M., “Integrated optics for astronomical interferometry. VI. Coupling the light of the VLTI in K band,” *Astronomy & Astrophysics* **450**, 1259–1264 (May 2006).
- [3] Berger, J., Haguenaer, P., Kern, P. Y., Rousselet-Perraut, K., Malbet, F., Gluck, S., Lagny, L., Schanen-Duport, I., Laurent, E., Delboulbe, A., Tatulli, E., Traub, W. A., Carleton, N., Millan-Gabet, R., Monnier, J. D., Pedretti, E., and Ragland, S., “An integrated-optics 3-way beam combiner for IOTA,” *Proc. of SPIE* **4838**, 1099–1106 (Feb. 2003).
- [4] LeBouquin, J.-B., Abuter, R., Bauvir, B., Bonnet, H., Haguenaer, P., di Lieto, N., Menardi, S., Morel, S., Rantakyro, F., Schoeller, M., Wallander, A., and Wehner, S., “Fringe tracking at VLTI: status report,” *Proc. of SPIE* **7013** (July 2008).
- [5] Tatulli, E., Blind, N., Berger, J., Chelli, A., and Malbet, F., “Estimating the phase in interferometry: performances comparison between single-mode and multimode schemes and application to fringe tracking techniques,” *these proceedings* (2010).
- [6] Tarmoul, N., Hénault, F., Mourard, D., Berger, J.-P., Jocou, L., Kern, P., and Absil, O., “Multi-axial integrated optics solution for POPS, a second-generation VLTI fringe tracker,” *these proceedings* (2010).
- [7] Blind, N., Absil, O., LeBouquin, J.-B., Berger, J.-P., and Chelli, A. (in preparation).
- [8] Houairi, K., Cassaing, F., Perrin, G., Eisenhauer, F., Brandner, W., Straubmeier, C., and Gillessen, S., “Fringe tracking optimization with 4 beams: application to GRAVITY,” *Proc. of SPIE* **7013** (July 2008).
- [9] Colavita, M. M., “Fringe Visibility Estimators for the Palomar Testbed Interferometer,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **111**, 111–117 (Jan. 1999).
- [10] Berger, J.-P., Zins, G., Lazareff, B., Jocou, L., Kern, P., Rochat, S., Malbet, F., LeBouquin, J.-B., Gillier, D., Millan-Gabet, R., and Traub, W. A., “PIONIER a visitor instrument for VLTI,” *These proceedings* (2010).
- [11] Benisty, M., Berger, J., Jocou, L., Labeye, P., Malbet, F., Perraut, K., and Kern, P., “An integrated optics beam combiner for the second generation VLTI instruments,” *Astronomy and Astrophysics* (Feb. 2009).
- [12] Absil, O., den Hartog, R., Gondoin, P., Fabry, P., Wilhelm, R., Gitton, P., and Puech, F., “Performance study of ground-based infrared Bracewell interferometers. Application to the detection of exozodiacal dust disks with GENIE,” *Astronomy & Astrophysics* **448**, 787–800 (Mar. 2006).
- [13] Absil, O., *GENIEsim, the GENIE simulator*, PhD thesis (2003).
- [14] Sahlmann, J., Ménardi, S., Abuter, R., Accardo, M., Mottini, S., and Delplancke, F., “The PRIMA fringe sensor unit,” *Astronomy & Astrophysics* **507**, 1739–1757 (Dec. 2009).

---

<sup>†</sup> Available at <http://www.jmmc.fr/aspro>

## Chapitre 6

# Validation expérimentale d'un senseur de frange en optique intégrée





**Sommaire**

---

6.1	Protocole expérimental	177
6.2	Traitement de données	178
6.2.1	Signal ABCD brut	179
6.2.2	Soustraction des photométries	180
6.2.3	Normalisation des interférogrammes	180
6.2.4	Correction des phases ABCD	180
6.3	Procédure d'étalonnage	181
6.3.1	Matrice des kappas	181
6.3.2	Etalonnage des paramètres interférométriques	182
6.4	Résultats et discussion	184
6.4.1	Amplitude de l'enveloppe	184
6.4.2	Retard de groupe	186
6.4.3	Phase	188
6.5	Conclusion	188

---

L'IPAG travaille depuis quelques années au développement d'un banc adapté à la simulation de suivi de franges. Celui-ci n'étant pas encore disponible, je me suis efforcé d'utiliser le banc simulateur de VLTI de l'IPAG disponible (SILVI ; *Jocou et al., 2006*) afin de tester et valider des estimateurs de mesure de phase et de retard de groupe. Le but de ce banc est de caractériser des composants d'optique intégrée : pour mes tests j'ai utilisé un recombineur simple de deux faisceaux. Etant donné les résultats du chapitre précédent, je me suis concentré sur les composants modulant en interne la DDM afin de produire un codage ABCD statique des franges. Les sorties sont en outre dispersées spectralement sur quelques canaux spectraux afin d'effectuer une mesure de retard de groupe.

## 6.1 Protocole expérimental

Les mesures ont été effectuées sur le banc SILVI du laboratoire, capable de simuler un interféromètre constitué de 8 télescopes au maximum. La figure 6.1 présente un schéma de principe du banc optique. Il est constitué, par ordre de la source lumineuse au détecteur :

- Une source infra-rouge, de type diode superluminescente (SLED).
- Un sous-ensemble simulateur d'objet situé à l'infini grâce à une parabole hors-axe. On peut générer soit une source ponctuelle, soit une binaire. Nous n'avons utilisé que la configuration avec une source ponctuelle pour cette étude.
- 8 éléments optiques faisant office de télescopes et couplant la lumière dans des fibres monomode à maintien de polarisation. Les fibres sont égalisées à 1 mm près afin de limiter les effets chromatiques différentiels.
- Des moteurs piézoélectriques servant à moduler la DDM entre les différents télescopes.
- Un recombineur en optique intégrée.

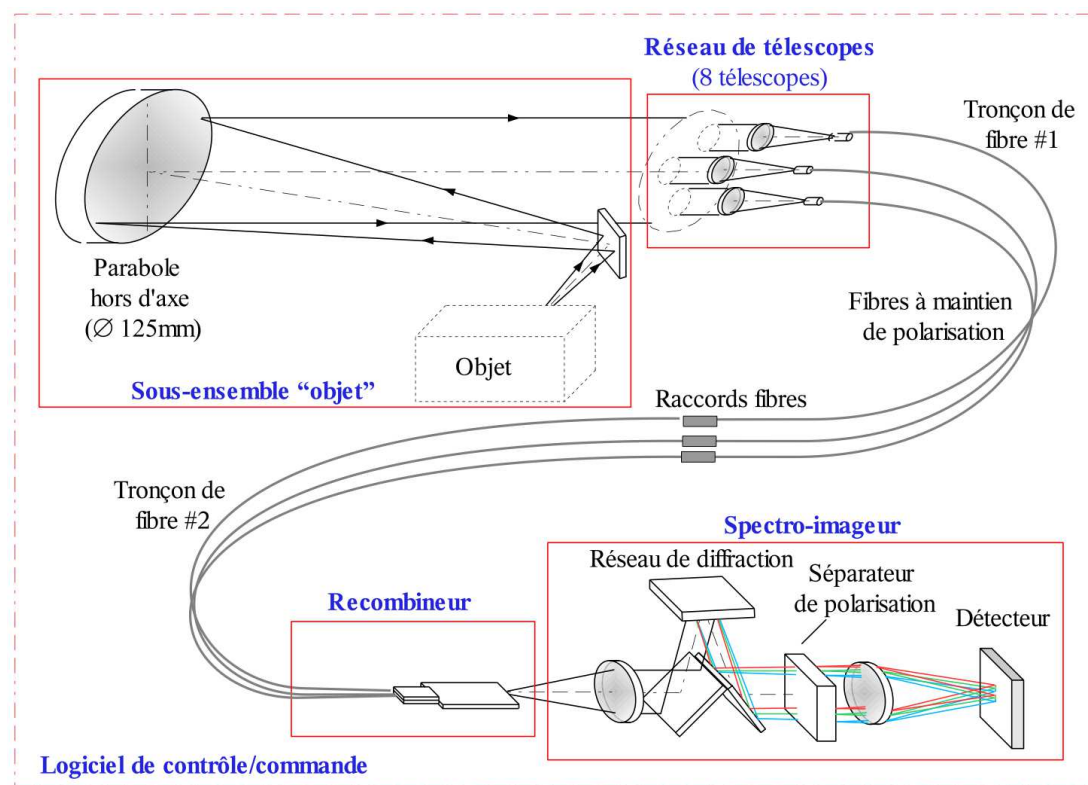
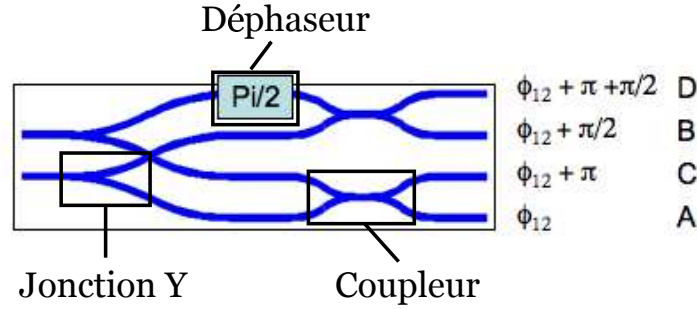


FIGURE 6.1 – Schéma du banc interférométrique SILVI. Figure extraite de la thèse de M. Bénisty (2008).



**FIGURE 6.2** – Modulation ABCD statique des franges dans un composant d’optique intégrée. Les faisceaux des télescopes sont injectés à gauche, et après passage dans diverses fonctions optiques, la sortie du composant délivre les 4 sorties ABCD à droite. Les faisceaux des télescopes sont dans un premier temps séparés via des jonctions Y. Les deux recombinaisons se font alors via un coupleur à onde évanescente permettant d’obtenir deux sorties interférométrique en opposition de phase. Pour la voie du haut, un déphasage de  $\pi/2$  est créé en jouant sur l’indice optique d’un des guides avant recombinaison permettant ainsi de créer les sorties en quadratures B et D.

- Chaque sortie du composant peut-être dispersée avec un spectrographe de résolution  $R = 120$  en bande H ( $\lambda = 1.65 \mu m$ ). Les sorties dispersées spectralement sont enregistrées sur une série de 40 pixels contigus.
- On peut utiliser un prisme de Wollaston afin de séparer les polarisations et augmenter le contraste instrumental. Il n’a pas été utilisé dans cette étude.
- Un détecteur infrarouge en InGaAs avec des pixels de  $40 \mu m$  de côté.
- Le banc est contrôlé à travers une interface LabVIEW.

Afin de valider les algorithmes de mesures de phase et de retard de groupe, nous avons utilisé un composant d’optique intégrée simple, recombinaison 2 télescopes en bande K. Ce composant dispose de voies photométriques dédiées, ainsi que d’une modulation interne de type ABCD statique (voir figure 6.2). Pour plus de précisions sur ce type de codage, voir également l’article de [Benisty et al. \(2009\)](#) ainsi que la thèse de [Labeys \(2008\)](#).

## 6.2 Traitement de données : estimer la phase et le retard de groupe

Dans cette partie, nous allons voir comment estimer la phase et le retard de groupe à partir de données issues d’un banc de mesure, présentant donc des caractéristiques loin d’être idéales. Nous allons nous placer dans le cas d’un codage ABCD statique dispersé sur plusieurs canaux spectraux, le plus difficile à traiter et mettre en place en pratique, mais également le plus efficace comme l’a montré le chapitre précédent. Idéalement, la visibilité complexe des franges vaut  $\mathcal{V} = Ve^{i\phi} = (A - C) + i(D - B)$ , la phase des franges étant son argument :

$$\phi = \arg(\mathcal{V}) = \text{atan} \left( \frac{D - B}{A - C} \right) \quad (6.1)$$

Le retard de groupe  $x_{GD}$  pour sa part correspond à la position du maximum de l’enveloppe de cohérence  $E$ , cette dernière étant obtenue par une TF du flux cohérent  $I(\lambda)\mathcal{V}(\lambda)$  mesuré à différentes longueurs d’ondes :

$$E(x) \propto \left| \int_0^\infty I(\lambda)\mathcal{V}(\lambda) e^{i2\pi x_{GD}/\lambda} e^{-i2\pi x/\lambda} d\lambda \right| \quad (6.2)$$

En pratique, on ne mesure malheureusement pas un signal ABCD parfait du fait d'imperfections dans l'instrument, les sorties du système ayant des caractéristiques légèrement différentes. Pour l'instrument AMBER (Petrov *et al.*, 2007) ou la caractérisation des composants d'OI pour le spectro-imageur de seconde génération VSI (Malbet *et al.*, 2008), le choix avait été fait de caractériser la réponse instrumentale (i. e. les différences entre sorties) à travers une matrice dite P2VM (pour *Pixel To Visibility Matrix*). Comme son nom l'indique, cette matrice – relativement complexe – fait le lien entre les mesures d'intensité des franges sur le détecteur et les grandeurs interférométriques d'intérêt que sont la visibilité, la phases, et les clôtures de phase (voir Tatulli et LeBouquin, 2006; Tatulli *et al.*, 2007; Lacour *et al.*, 2008). Cette matrice caractérisant le système dans sa globalité, son inversion permet de retrouver un signal de frange ABCD débiaisé, proche de l'idéal. Les défauts dont cette matrice tient compte (et qu'elle corrige par conséquent) sont les suivants :

- Les différences de transmissions entre les différentes voies d'entrée/sortie du composant.
- Les différences de contraste instrumental entre ces mêmes voies.
- Le déphasage réel entre les sorties ABCD, qui ne sont pas en pratique en quadrature parfaite.
- La diaphotie, c'est-à-dire les fuites entre les voies interférométriques, ajoutant des signaux de frange parasites sur les différentes sorties.

Nous n'avons pas utilisé ici la matrice V2PM pour caractériser le système, mais un algorithme plus simple tenant également compte de la réponse instrumentale du système, mais traitant chaque ligne de base indépendamment, et négligeant donc les diaphoties. La diaphotie de composants d'optique intégrée complexes de type 4T3-ABCD ayant été mesurée à moins de 1% par Benisty *et al.* (2009), nous avons de bonnes raisons de penser que le biais sur les mesures de position des franges est faible, et influe peu sur le fonctionnement d'un suiveur de frange sensé délivrer des mesures avec une précision de l'ordre de 5% (ou  $\lambda/20$ ). Nous allons maintenant décrire le traitement de données utilisé pour cette étude.

### 6.2.1 Signal ABCD brut

Pour commencer décrivons de manière réaliste le signal interférométrique des quatre sorties ABCD, en tenant compte de transmissions et contrastes inégaux des voies interférométriques, ainsi que d'un écart au déphasage idéal des sorties ABCD. Nous considérerons que les mesures ABCD sont déjà corrigées du courant d'obscurité et du bruit de lecture.

$$\begin{cases} A &= k_{11}p_1 + k_{21}p_2 + 2\sqrt{k_{11}k_{21}}\sqrt{p_1p_2} V V_1 \cos(\phi + \phi_1) \\ B &= k_{12}p_1 + k_{22}p_2 - 2\sqrt{k_{12}k_{22}}\sqrt{p_1p_2} V V_2 \sin(\phi + \phi_2) \\ C &= k_{13}p_1 + k_{23}p_2 - 2\sqrt{k_{13}k_{23}}\sqrt{p_1p_2} V V_3 \cos(\phi + \phi_3) \\ D &= k_{14}p_1 + k_{24}p_2 + 2\sqrt{k_{14}k_{24}}\sqrt{p_1p_2} V V_4 \sin(\phi + \phi_4) \end{cases} \quad (6.3)$$

avec :

- $p_i$  est le flux photométrique provenant du télescope  $i$ .
- $k_{ij}$  est la transmission de la sortie  $j \in [1, 2, 3, 4]$  (correspondant aux sorties A, B, C et D respectivement), le flux provenant du télescope  $i$ .
- $V$  est la visibilité de la source astrophysique.
- $V_j$  est le contraste instrumental de la sortie  $j$ , correspondant toujours aux sorties A, B, C et D.
- $\phi$  est la phase des franges, contenant la phase de la source, le piston atmosphérique, une modulation des lignes à retard, etc.

- $\phi_j$  est la différence au déphasage idéal de la sortie  $j$ , la sortie A étant prise comme référence ( $\phi_1 = 0$ ). Par exemple, si le déphasage entre les sorties A et B est de  $98^\circ$ , alors  $\phi_2 = 8^\circ$ .

Comme expliqué par [Bénisty \(2008\)](#) dans sa thèse, en pratique l'étalonnage du composant ne permet d'avoir accès qu'à des transmissions *relatives*, telles que  $\sum_i k_{ij} = 1$ . Néanmoins, ceci ne change rien au traitement du signal que nous présentons.

Le but de cette partie est donc d'arriver à extraire la phase  $\phi$  des franges et le retard de groupe en tenant compte des caractéristiques du système  $\kappa_{ij}$ ,  $V_j$  et  $\phi_j$ . Nous allons présenter la procédure de correction des franges en trois étapes, en supposant que le composant est étalonné.

### 6.2.2 Soustraction des photométries

Du fait du déséquilibre entre les voies photométriques, le traitement ABCD classique n'est plus applicable car l'estimation des parties réelles  $X$  et imaginaires  $Y$  de la visibilité complexe des franges ( $\hat{X} = A - C$  et  $\hat{Y} = D - B$ ) serait biaisée par des résidus des photométries  $p_1$  et  $p_2$ . Notons qu'il est possible d'estimer ces photométries soit en disposant de voies photométriques dédiées, soit en disposant d'une configuration de recombinaison permettant d'extraire cette information directement du signal de franges (voir la partie 5.5.4). [Monnier \(2001\)](#) a montré qu'en déséquilibrant fortement les voies (d'un facteur supérieur à 2), la photométrie et la visibilité pouvaient être extraites plus précisément qu'avec des voies dédiées prélevant 50% du flux d'entrée. Dans le cas présent, nous disposons de voies photométriques.

Afin de ne garder que le flux cohérent, nous soustrayons donc dans un premier temps le signal photométrique :

$$\begin{cases} I_1^c = A - k_{11}p_1 - k_{21}p_2 = & 2\sqrt{k_{11}k_{21}}\sqrt{p_1p_2} V V_1 \cos(\phi + \phi_1) \\ I_2^c = B - k_{12}p_1 - k_{22}p_2 = - & 2\sqrt{k_{12}k_{22}}\sqrt{p_1p_2} V V_2 \sin(\phi + \phi_2) \\ I_3^c = C - k_{13}p_1 - k_{23}p_2 = - & 2\sqrt{k_{13}k_{23}}\sqrt{p_1p_2} V V_3 \cos(\phi + \phi_3) \\ I_4^c = D - k_{14}p_1 - k_{24}p_2 = & 2\sqrt{k_{14}k_{24}}\sqrt{p_1p_2} V V_4 \sin(\phi + \phi_4) \end{cases} \quad (6.4)$$

### 6.2.3 Normalisation des interférogrammes

Les flux cohérents  $I_j$  ne sont cependant pas équilibrés entre eux, du fait du déséquilibre de transmission entre les voies (termes  $\sqrt{k_{1j}k_{2j}}$ ) et de la différence de contraste instrumental  $V_j$  entre les sorties. Afin de normaliser les 4 sorties à un niveau comparable nous effectuons l'opération suivante :

$$\begin{cases} I_1^n = t/t_1 I_1^c = & 2t\sqrt{p_1p_2}V \cos(\phi + \phi_1) \\ I_2^n = t/t_2 I_2^c = - & 2t\sqrt{p_1p_2}V \sin(\phi + \phi_2) \\ I_3^n = t/t_3 I_3^c = - & 2t\sqrt{p_1p_2}V \cos(\phi + \phi_3) \\ I_4^n = t/t_4 I_4^c = & 2t\sqrt{p_1p_2}V \sin(\phi + \phi_4) \end{cases} \quad (6.5)$$

où  $t_j = \sqrt{k_{1j}k_{2j}} V_j$  et  $t = \prod_j t_j$  .

### 6.2.4 Correction des phases ABCD

Il nous reste à corriger les défauts sur les déphasages ABCD  $\phi_j$ , ce que nous ferons de la même manière que sur l'instrument PRIMA utilisant un codage ABCD statique des franges ([Sahlmann et al., 2009](#)). Notons qu'en théorie les sorties en opposition de phase le sont *strictement* pour des raisons de conservation de l'énergie, mais dans la pratique cela n'est que partiellement vrai, du fait de défauts de réalisation des coupleurs. En prenant la voie A comme référence de phase, on

Étape	$p_1 ?$	$p_2 ?$	DDM ?	Mesure	Quantité étalonnée
1	X	X	X	Fond	Détecteur
2	O	X	X	Photométrie 1	$k_{1j}$
3	X	O	X	Photométrie 2	$k_{2j}$
4	O	O	O	Interférogrammes	$V_j, \phi_j, \lambda_{\text{eff}}$

**TABLE 6.1** – Etapes d'étalonnage d'un composant d'optique intégrée, ici pour un composant à 2T. Nous considérons que les données que nous réduisons sont déjà corrigées de l'étape 1. Pour chaque étape est indiqué quels faisceaux ( $p_i ?$ ) sont utilisés, et si on bouge les lignes à retard (DDM ?). X correspond à non, O à Oui.

définit :

$$\begin{cases} \alpha = \sin(\phi_3) \\ \beta = 1 + \cos(\phi_3) \\ \gamma = \cos(\phi_2) + \cos(\phi_4) \\ \delta = -\sin(\phi_2) - \sin(\phi_4) \\ \epsilon = \beta\gamma - \alpha\delta \end{cases} \quad (6.6)$$

à partir de quoi on corrige une dernière fois les interférogrammes :

$$\begin{cases} X = [(I_1^n - I_3^n)\gamma - (I_2^n - I_4^n)\alpha]/\epsilon = 4t\sqrt{p_1 p_2}V \cos(\phi) \\ Y = [(I_2^n - I_4^n)\beta - (I_1^n - I_3^n)\delta]/\epsilon = 4t\sqrt{p_1 p_2}V \sin(\phi) \end{cases} \quad (6.7)$$

On extrait finalement la visibilité complexe des franges en normalisant par le terme de contraste photométrique  $t\sqrt{p_1 p_2}$  :

$$\mathcal{V} = V e^{i\phi} = x + iy = \frac{X + iY}{4t\sqrt{p_1 p_2}} \quad (6.8)$$

Notons que dans la cadre du suivi de frange exploitant le codage ABCD, il n'est pas nécessaire de supprimer le terme photométrique car on s'intéresse à la *forme* de l'interférogramme, un facteur de proportionnalité ne changeant rien au problème.

## 6.3 Procédure d'étalonnage

Nous allons à présent décrire rapidement la procédure de caractérisation du composant.

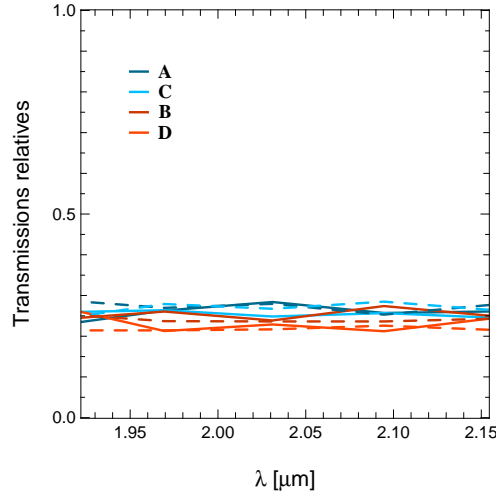
La procédure d'étalonnage consiste principalement à caractériser 4 grandeurs : la transmission des différentes voies du composant, le contraste de ces voies, le déphasage effectif des 4 différentes sorties ABCD, et finalement la longueur d'onde effective de chaque voie, afin de pouvoir estimer la DDM à corriger à partir des mesures de phase. L'étalonnage se découpe pour sa part en 3 étapes décrites dans le tableau 6.1.

### 6.3.1 Matrice des kappas – $k_{ij}$

L'étape 1 étant supposée faite, la seconde consiste à mesurer ce qu'on appelle généralement la matrice des kappa, c'est-à-dire la transmission des différentes entrées/sorties du combineur. Chaque entrée est illuminée *successivement* avec un flux  $I_{\text{calib}}$ , et on mesure le flux  $I_{ij,\text{calib}}$  à chacune des sorties. Le flux d'entrée étant inconnu, nous n'avons accès qu'à une transmission relative  $k_{ij}$  entre les sorties :

$$k_{ij} = \frac{I_{ij,\text{calib}}}{\sum_j I_{ij,\text{calib}}} \quad (6.9)$$

La figure 6.3 présente un exemple d'étalonnage sur le composant 2T-ABCD en bande K. On note un plutôt bon équilibre entre les sorties d'une même entrée, mais un léger déséquilibre photométrique entre les entrées 1 et 2.



**FIGURE 6.3** – Transmissions relatives mesurées sur le composant 2T-ABCD en bande K. Les transmissions  $k_{1j}$  et  $k_{2j}$  sont en lignes continues et pointillées respectivement.

### 6.3.2 Etalonnage interférométrique – $V_j$ , $\phi_{ij}$ , $\lambda_{\text{eff}}$

L'étape 3 de la procédure d'étalonnage consiste à déterminer les paramètres interférométriques de chaque base du recombineur. Cette étape d'étalonnage suit les recommandations de [Coude Du Foresto et al. \(1997\)](#). Pour ce faire nous injectons un flux dans deux entrées et modulons la DDM  $x$  entre les télescopes, et nous obtenons des séries de quatre interférogrammes  $I_j(x)$  (un par sortie ABCD) dont la forme résulte des propriétés de chaque voie (contraste, phase ABCD, etc.). Une série de tels interférogrammes est visible sur la figure 6.4. Afin d'extraire  $V_j$ ,  $\phi_{ij}$  ainsi que la longueur d'onde effective  $\lambda_{\text{eff}}$ , nous calculons la transformée de Fourier de chaque interférogramme, après avoir supprimé la photométrie. Afin d'avoir une résolution spectrale suffisante, la modulation de DDM doit être supérieure à la longueur de cohérence des interférogrammes, autour de  $400 \mu\text{m}$  dans notre cas (voir Fig. 6.5). Le signal dans le domaine des fréquences s'exprime :

$$(\mathcal{F}(I_j))(\sigma) = \tilde{I}_j(\sigma) \propto I_j(-\sigma)V_j(-\sigma)e^{i(\phi_j(-\sigma)+\phi_{ij}(-\sigma)+(j-1)\pi/2)} + I_j(\sigma)V_j(\sigma)e^{i(\phi_j(\sigma)+\phi_{ij}(\sigma)+(j-1)\pi/2)} \quad (6.10)$$

où  $I_j(\sigma)$  est le spectre du signal sur la sortie  $j$ ,  $V_j(\sigma)$  le contraste des franges,  $\phi_\sigma = 2\pi\sigma x$  est la phase modulée et  $x$  la DDM,  $\phi_{j,\sigma}$  sont les écarts aux déphasages ABCD idéaux et le terme  $(j-1)\pi/2$  correspond aux déphasages ABCD idéaux ( $j = [1, 2, 3, 4]$  respectivement). Toutes ces quantités dépendent du nombre d'onde  $\sigma$ .

#### Longueur d'onde effective

La connaissance précise de la longueur d'onde sur chaque canal spectral est essentielle pour déplacer les lignes à retard puisque la DDM est proportionnelle à la longueur d'onde :  $x = \lambda \times \phi/2\pi$ . La longueur d'onde effective  $\lambda_{\text{eff}}$  de chaque canal spectral est définie comme le barycentre du pic interférométrique (voir Fig. 6.6). Les propriétés des différents guides étant légèrement différentes, la longueur d'onde effective de chacun l'est donc également. Suivant la méthode utilisée pour déterminer la position du barycentre du pic interférométrique, celle-ci peut changer. Après plusieurs tests, nous avons convergé vers l'ajustement d'une fonction gaussienne sur les spectres, menant à une mesure de phase biaisée d'environ 5 et 10 % par rapport à l'idéal, lorsque les franges sont dispersées sur 10 et 5 canaux spectraux respectivement.

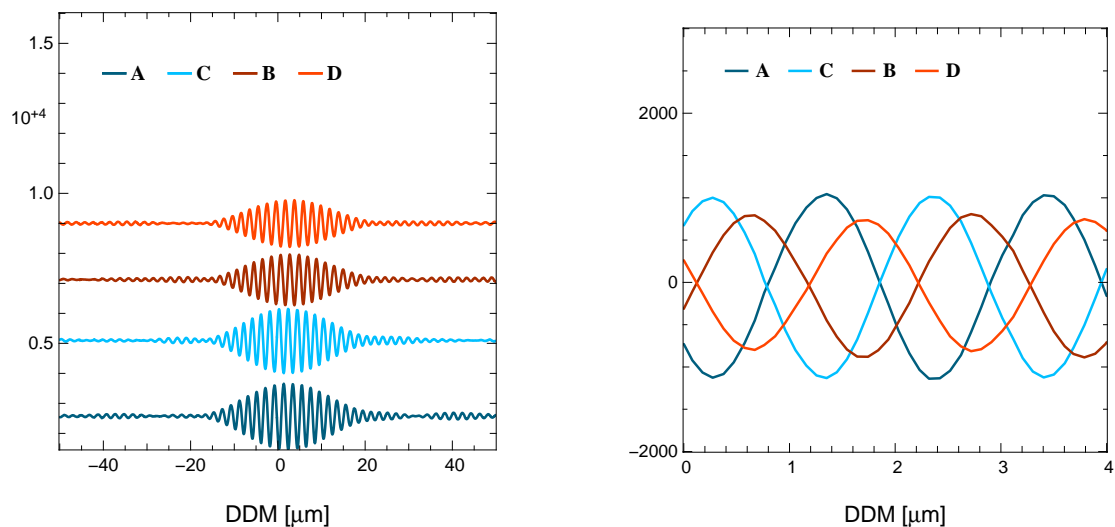


FIGURE 6.4 – Exemple de franges ABCD obtenues sur SILVI avec un composant 2T-ABCD en bande large (un canal spectral). La légère asymétrie des interférogrammes visible sur la figure de gauche montre que le composant est chromatique. La figure de droite permet de constater que les voies AC et BD ne sont pas parfaitement en quadrature.

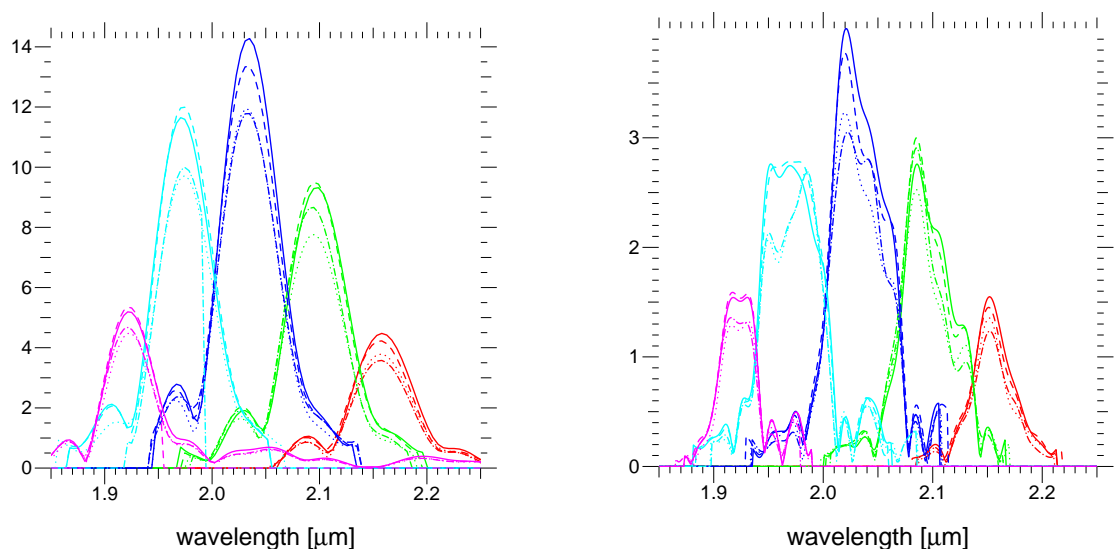
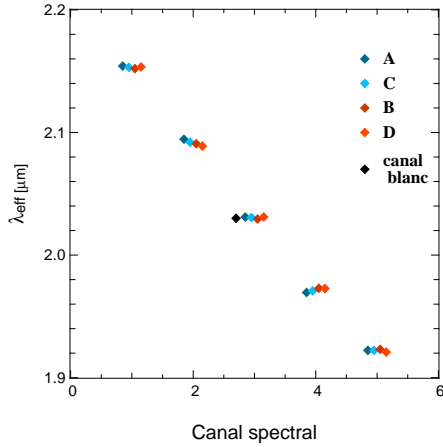
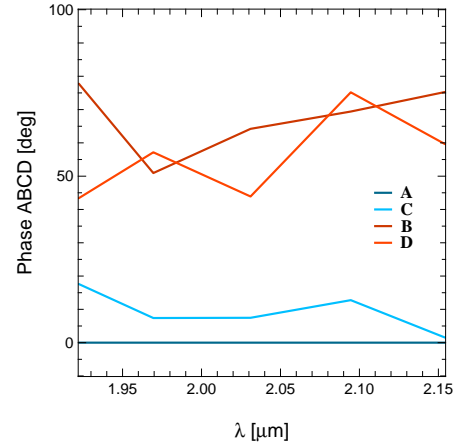


FIGURE 6.5 – Spectres d'étalonnage obtenus sur SILVI pour des longueurs de modulation de 100 et 400  $\mu m$  à gauche et à droite respectivement. L'augmentation de la résolution spectrale avec la longueur de modulation est appréciable : les spectres de gauche semblent quasi gaussiens, tandis que ceux de droite montrent des structures plus complexes. Les différentes couleurs correspondent aux 5 canaux spectraux, et les différents types de courbe aux 4 sorties ABCD.





**FIGURE 6.6** – Longueur d’onde effective de chaque canal pour les 4 sorties ABCD estimée à partir du spectre de droite de la figure 6.5.



**FIGURE 6.7** – Phases ABCD mesurées sur le composant 2T-ABCD en bande K. On a soustrait  $180^\circ$  aux phases  $C$  et  $B$  afin de voir que l’opposition de phase est loin d’être parfaite. La quadrature entre les sorties AC et BD est également loin de l’idéal avec une valeur moyenne autour de  $60^\circ$  environ.

### Contraste instrumental

De la même manière que [Coude Du Foresto \*et al.\* \(1997\)](#), nous évaluons le contraste instrumental en mesurant l’énergie contenue sous le pic interférométrique :

$$\widehat{V}_j^2 = \frac{\int_0^{+\infty} |\tilde{I}_j|^2(\sigma) d\sigma}{\int_0^{+\infty} I_j^2(\sigma) d\sigma} = \frac{\int_0^{+\infty} I_j^2(\sigma) V_j^2(\sigma) d\sigma}{\int_0^{+\infty} I_j^2(\sigma) d\sigma} \quad (6.11)$$

### Ecart aux phases ABCD

Pour déterminer les phases des sorties ABCD, nous conjuguons le spectre de l’interférogramme de chaque sortie ABCD avant de la multiplier par celui de la voie A avec le conjugué des autres, de sorte que le terme de modulation des franges  $2\pi\sigma x$  s’annule, ne laissant en argument que le déphasage par rapport à la voie A :

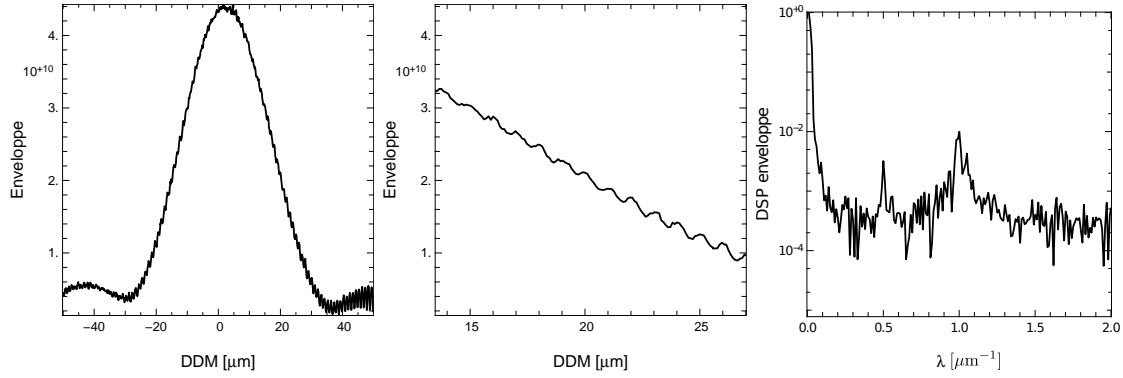
$$\tilde{I}_i \tilde{I}_1^* \propto e^{j(\phi_{i,\sigma} + (i-1)\pi/2)} \quad (6.12)$$

## 6.4 Résultats et discussion

La procédure d’étalonnage ainsi que le traitement du signal ayant été présentés, il reste à valider le tout sur le banc de mesure. Nous allons travailler sur des interférogrammes fortement échantillonnés en DDM (typiquement 10 points par frange), l’amplitude de la modulation étant au maximum de  $400 \mu m$ . Pour chaque pas de la modulation, nous estimons la phase et le retard de groupe d’interférogrammes ABCD, ainsi que l’amplitude – non normalisée – des franges. Lors de ces mesures, les interférogrammes étaient dispersés sur 30 canaux spectraux que nous avons concaténés pour en obtenir finalement entre 3 et 10.

### 6.4.1 Amplitude de l’enveloppe

La figure 6.8 présente les mesures de l’amplitude de l’enveloppe fonction de la DDM. Le résultat n’a pas été normalisé par le terme de photométrie  $\sqrt{p_1 p_2}$  afin de ne pas ajouter de bruit



**FIGURE 6.8** – Mesures de l’amplitude de l’enveloppe (i.e. contraste des franges non normalisées par la photométrie  $\sqrt{p_1 p_2}$ ) sur SILVI en fonction de la DDM. *Gauche* – Mesure de l’amplitude sur l’ensemble de l’interférogramme. *Milieu* – Grossissement sur la partie droite de l’enveloppe afin de montrer le phénomène d’oscillations dû au mauvais étalonnage des défauts. *Droite* – Densité spectrale de puissance de l’enveloppe faisant apparaître des oscillations aux fréquences particulières de  $0.5 \mu\text{m}$  et  $1 \mu\text{m}$  environ, soit  $\lambda/4$  et  $\lambda/2$  respectivement.

entre les différents points de mesure. Le but étant en outre la démonstration de faisabilité de la mesure de phase et de retard de groupe, cette normalisation n’est pas nécessaire. Les figures de gauche et du centre montrent donc l’enveloppe de cohérence, présentant un effet similaire à celui observé sur PRIMA : la mesure est biaisée par de petites perturbations oscillant à une fréquence double de la fréquence des franges, et avec une amplitude relative inférieure à 5% sur la partie centrale de l’enveloppe. La figure de droite présentant la DSP de l’estimation de l’amplitude de l’enveloppe confirme ce fait avec un pic assez prononcé autour de  $1 \mu\text{m}^{-1}$  (soit  $\lambda/2$ ), ainsi qu’un second pic à la fréquence des franges ( $0.5 \mu\text{m}^{-1}$  ou  $\lambda$ ) d’amplitude deux fois moindre. Cette dernière composante n’est pas identifiable sur l’interférogramme du centre.

Le phénomène à fréquence double de celle des franges se comprend comme la conséquence d’un mauvais étalonnage du composant, soit en contraste (contraste des voies, ou contraste induit par un déséquilibre de transmission), soit en phase. Par exemple, si on considère une petite erreur  $\varepsilon$  sur l’estimation du contraste de la voie C, nous mesurons :

$$\begin{cases} A & \propto V \cos \phi \\ B & \propto -V \sin \phi \\ C & \propto -V(1 + \varepsilon) \cos \phi \\ D & \propto V \cos \phi \end{cases} \quad (6.13)$$

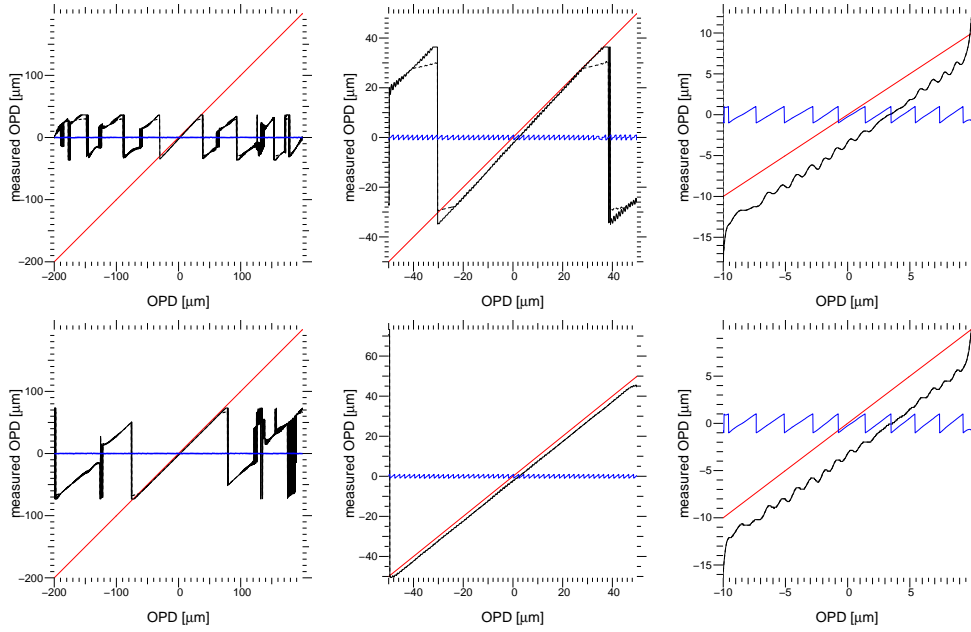
de sorte que l’estimateur de visibilité carrée est :

$$\widehat{V}^2 = \frac{1}{4} ((A - C)^2 + (B - D)^2) = V^2 \left( \frac{1}{4} (2 + \varepsilon)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right) \simeq V^2 (1 + \varepsilon \cos^2 \phi) \quad (6.14)$$

Une erreur relative d’étalonnage  $\varepsilon$  sur les contrastes induit donc des oscillations sur les visibilités mesurées  $\widehat{V}$  (en fonction de la DDM), à une fréquence double de celle des franges et avec une amplitude relative  $\varepsilon/2$ . Mesurer la visibilité des franges avec une erreur inférieure à 1% nécessite d’étalonner les défauts de transmission et de contraste à mieux que 2%. Un calcul similaire dans le cas de la phase, avec une erreur d’étalonnage  $\phi_0$  sur la voie C mène à :

$$\widehat{V}^2 \simeq V^2 (1 - \phi_0 \sin^2 \phi) \quad (6.15)$$

Le résultat est donc similaire à une erreur d’étalonnage de contraste, l’erreur  $\phi_0$  sur la phase induisant une erreur relative  $\phi_0/2$  sur l’estimation de la visibilité. Mesurer la visibilité avec une erreur inférieure à 1% nécessite donc d’étalonner les défauts de phase à mieux que  $8^\circ$ . Ces chiffres sont donnés à titre indicatif, dans la pratique les erreurs entre les différentes voies ABCD risquent de se rajouter, voire se compenser suivant les cas.



**FIGURE 6.9** – Mesures de phase (bleu) et de retard de groupe (noir) sur SILVI, en fonction de la DDM d’entrée. Nous considérons ici des interférogrammes dispersés sur 5 et 10 canaux spectraux, en haut et en bas respectivement. La DDM de référence est symbolisée en rouge. Les figures du centre et de droite sont des agrandissements de la figure de gauche.

Les oscillations de moindre amplitude à la fréquence des franges perçues dans la DSP de l’estimation de l’amplitude de l’enveloppe peuvent s’expliquer de manière similaire par une mauvaise soustraction des photométries par exemple. Considérant un résidu de photométrie  $\varepsilon$  sur la voie A ( $A - C = \varepsilon + 2V \cos \phi$ ), l’estimateur de visibilité carrée vaut :

$$\widehat{V}^2 = \frac{1}{4}((2V \cos \phi + \varepsilon)^2 + 4V^2 \sin^2 \phi) \simeq V^2 + \varepsilon V \cos \phi \quad (6.16)$$

Du simple fait du bruit sur les mesures, ce biais sera toujours présent. Si on suppose que  $\varepsilon$  est de moyenne nulle, cet effet ne devrait pas être handicapant.

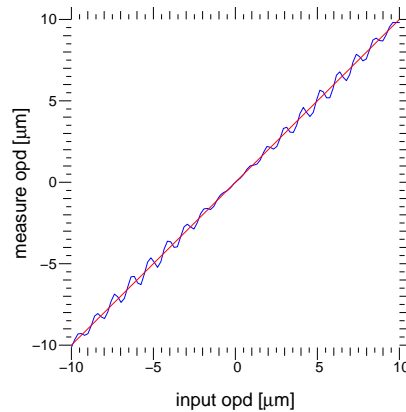
### 6.4.2 Retard de groupe

Pour chaque point de la modulation, nous avons estimé le retard de groupe et avons mesuré la linéarité et la dynamique en fonction du nombre de canaux spectraux (voir Fig. 6.9). Les figures de gauche montrent sans surprise l’augmentation de la dynamique lorsqu’on augmente le nombre de canaux spectraux, passant ainsi de  $70 \mu m$  à  $150 \mu m$ , en bon accord avec la théorie<sup>1</sup> bien que nous travaillons ici avec des interférogrammes affectés de nombreux effets chromatiques<sup>2</sup>. Dans les deux cas, la mesure est biaisée d’environ  $5 \mu m$  au centre à cause d’une mauvaise estimation de la position de l’enveloppe lors de la modulation des franges.

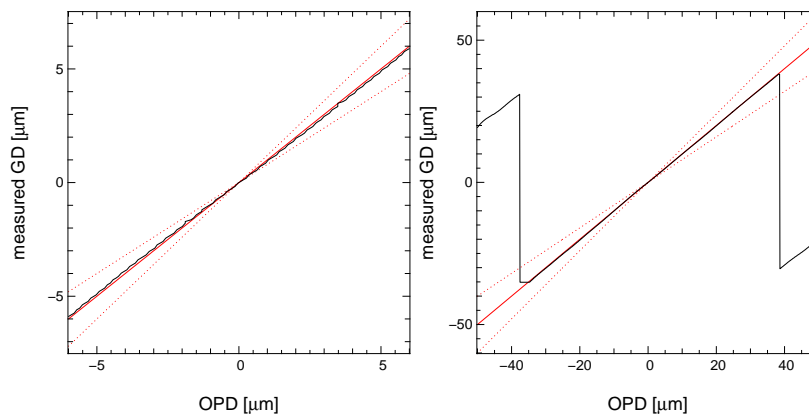
Le point le plus intéressant de ces résultats – et le plus embêtant dans la pratique – réside dans les perturbations à haute fréquence visibles sur les figures de droite. Elles présentent une périodicité d’une demie frange, dont l’amplitude maximum est autour de  $1 \mu m$  et semble dépendre du contraste de l’enveloppe. L’augmentation du nombre de canaux spectraux ne semble pas

1. Avec  $\lambda_0 \sim 2 \mu m$  et  $\Delta\lambda \sim 0.3 \mu m$ , on calcule une dynamique aux alentours de 70 et 140  $\mu m$  avec 5 et 10 canaux spectraux.

2. On note également une nette amélioration de la linéarité, c’est-à-dire une meilleure estimation de la longueur d’onde effective.



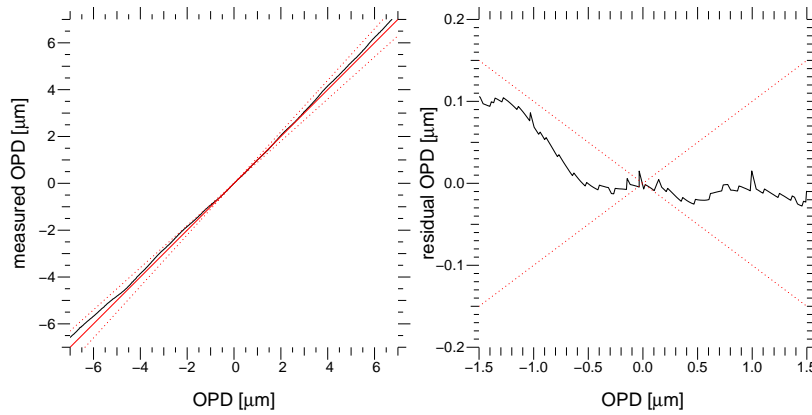
**FIGURE 6.10** – Résultat de simulations où les sorties B et D ont été déphasées de  $15^\circ$  par rapport à l'idéal, sans apporter de corrections. La mesure de retard de groupe (en bleu) fait clairement apparaître le même type d'oscillations que celles observées sur les mesures de laboratoire.



**FIGURE 6.11** – Retard de groupe estimé depuis la sortie A modulée en DDM en noir, la référence étant en rouge. On n'observe pas les oscillations vues précédemment. En trait rouge plein est représentée la réponse idéale, et en pointillé les limites de linéarité à  $\pm 20\%$ .

diminuer l'importance du phénomène. Ces non linéarités posent problème dans la mesure où chaque minimum local correspond à un pseudo-point de fonctionnement qui vont ralentir le retour du suiveur de frange vers le centre de l'enveloppe : cette position ne sera pas retrouvée qu'après quelques itérations –et non directement– ce qui peut poser problème lors de mauvaises conditions d'observations avec de fréquents “coups” de piston de plusieurs franges. Ces effets ont également été observés sur l'instrument PRIMA disposant d'un codage ABCD statique dispersé sur 5 franges (Sahlmann *et al.*, 2009). Les opérations sur le ciel de l'instrument ont bien montré l'existence de ces points de fonctionnement, le suiveur de franges se stabilisant autour de quelques positions bien précises.

Comme dans le cas de la visibilité, ces oscillations sont dues à des erreurs d'étalonnage. En simulant des interférogrammes ABCD, pour lesquels une phase additionnelle de  $15 \sim 20^\circ$  a été ajoutée sur la voie C, nous retrouvons les oscillations à fréquence double de celle des franges avec une amplitude similaire, et dépendant toujours visiblement du contraste de l'enveloppe (voir Fig. 6.10). Nous avons également calculé le retard de groupe en ne considérant qu'une des sorties ABCD, modulée avec un pas de  $\lambda/4$  afin de créer un codage ABCD temporel (voir Fig. 6.11). Nous n'observons dans ce cas absolument aucune des oscillations perçues lorsqu'on utilise l'ABCD statique du composant, ce qui montre que le problème vient d'une erreur d'étalonnage *entre* les sorties.



**FIGURE 6.12** – *Gauche* – Phase mesurée sur SILVI avec un composant 2T-ABCD en bande K en noir. *Droite* – Phase résiduelle mesurée une fois la référence soustraite. En trait rouge continu est représentée la réponse idéale, et en pointillé les limites de linéarité à  $\pm 10\%$ .

### 6.4.3 Phase

Pour la phase nous observons de bons résultats avec une excellente linéarité (Fig. 6.12), et une mesure biaisée à moins de 10% sur la frange centrale. En simulant des interférogrammes ABCD mal étalonnés pour lesquels les sorties B et D sont déphasées de  $15^\circ$  par rapport à l'idéal, on observe le même type de phénomène "d'oscillation" que pour la visibilité et le retard de groupe, à ceci prêt que l'influence est ici extrêmement faible, avec une amplitude inférieure à  $\lambda/40$ .

## 6.5 Conclusion

Cette partie se voulait la conclusion de tout le travail instrumental de cette thèse. Après avoir étudié théoriquement plusieurs aspects du suivi de franges, et en avoir déduit des concepts optimaux pour la mesure de positions des franges, il restait à tester les choix faits précédemment sur un banc de mesure. Dans cette partie, nous avons pu voir qu'il était possible de corriger des interférogrammes ABCD d'importants défauts. La méthode d'étalonnage ainsi que le traitement des données ABCD brutes sont validés sur le banc, et les résultats se montrent pour le moins encourageants pour une caractérisation et réduction de données au premier ordre, comparativement à l'instrument PRIMA faisant face aux mêmes types de problèmes. Il est cependant apparu que la méthode d'étalonnage ou de correction des franges ABCD n'était pas parfaite et pouvait poser problème en pratique, en particulier vis-à-vis de l'estimateur de retard de groupe. Il reste donc encore des améliorations à faire, en tenant compte par exemple de la diaphotie, ou en décrivant de manière plus précise le signal de frange ABCD, et en adaptant en conséquence la procédure d'étalonnage.

## Partie III

### Etude des binaires en interaction



## Chapitre 7

# Etude du système symbiotique SS Leporis



*18 mars 2011 : Les 4 UTs du VLTi fonctionnent pour la première fois de concert avec PIONIER.*



**Sommaire**

---

7.1	Description du système	193
7.2	Observations	194
7.3	Synthèse d'image	195
7.4	Modélisation	197
7.5	Analyse des données	198
7.6	Résultats	200
7.6.1	Détermination de l'orbite	200
7.6.2	Masse des étoiles	202
7.6.3	Diamètre de la géante M	203
7.6.4	Température des différentes composantes	204
7.7	Quel processus d'accrétion pour SS Lep ?	205
7.7.1	Un transfert de masse par une accrétion efficace du vent	206
7.7.2	Une perte de masse de la géante augmentée	207
7.7.3	L'étoile A : surdimensionnée ou entourée d'un disque d'accrétion ?	207
7.8	Conclusion	207
	<i>Article : SS Leporis</i>	208

---

## 7.1 Description du système

SS Leporis (HD41511) est un système symbiotique composé d'une étoile géante de type M6 III et d'un compagnon plus compact, une étoile de type A1 V. Ce système a la particularité de présenter le paradoxe d'Algol, c'est-à-dire que l'étoile M, la plus évoluée, est la composante la moins massive du système, ce qui s'oppose aux modèles d'évolution stellaire classique. L'étoile A est environ 4 fois plus massive que la géante M selon la dernière publication ayant estimé ce rapport de masse (Welty et Wade, 1995). Ceci est interprété comme la signature de transferts de masse passés de la géante vers l'étoile A, ayant permis d'inverser le rapport de masse. Ce dernier étant relativement élevé actuellement, cela laisse penser que ces transferts ont été importants, et que la M a perdu une partie non négligeable de sa masse initiale. De nombreux auteurs se sont intéressés au cas de ce système, et malgré tout, il est encore assez mal contraint. Sa nature exacte a par exemple été longuement débattue entre pré- ou post-séquence principale. Les deux étoiles furent d'abord identifiées comme étant de type B9 (Wright, 1957) et M1 (Slettebak, 1950), avant que Polidan et Shore (1991) ne proposent un système pré-séquence principale constitué d'une étoile de type A1 V et d'une T Tauri. Les observations de Welty et Wade (1995) ont finalement invalidé cette hypothèse et montré que la géante était de type spectral M4 III. La première orbite spectroscopique du système calculée par Cowley (1967) montre une légère excentricité ( $e = 0.134$ ). Ils en concluent que SS Leporis est une binaire semi-détachée dont la géante remplit son lobe de Roche lorsqu'elle approche du périastre. La dernière étude en date de l'orbite par Welty et Wade (1995) indique cependant que celle-ci est quasi-circulaire ( $e \sim 0.024$ , Tab. 7.1) ce qui semble invalider le scénario de Cowley. De nombreuses observations tendent à montrer qu'il y a encore à l'heure actuelle un transfert de masse de la M vers la A. L'étoile A par exemple est anormalement lumineuse pour sa classe spectrale du fait d'une enveloppe en expansion, certainement due à l'accrétion de matière perdue par la géante (Struve et Roach, 1939; Molaro et al., 1983). L'observation régulière de sursauts lumineux (Struve, 1930; Cowley, 1967; Welty et Wade, 1995) et d'une activité UV de l'enveloppe de l'étoile A (Polidan et Shore, 1993) en sont également de bons indicateurs. Le système est en outre entouré par un disque de poussières (Jura et al., 2001) dont le rayon interne est supposé être jusqu'à deux fois plus large que l'orbite de la binaire, ce qui fut confirmé par les observations interférométriques de Verhoelst et al. (2007). Ceci laisse supposer que le transfert de masse est en outre non conservatif et qu'une faible partie de la masse de la géante M se trouve également dans ce disque (Jura et al., 2001). Les récentes observations interférométriques de Verhoelst et al. (2011) dans l'infra-rouge moyen avec l'instrument MIDI/VLTI (Leinert et al., 2003) ont permis d'estimer une largeur à mi-hauteur gaussienne de 26 mas environ. Les observations de Monnier et al. (2009) avec les lignes de bases de 10 m du Keck Segment-Tilting Experiment à  $10.7 \mu\text{m}$  n'ont quant à elles pas résolues le disque, indiquant qu'il s'étend sur moins de 200 mas dans l'infra-rouge moyen.

	Système		Etoile A	Etoile M
$d$ [pc]	$279 \pm 24^a$	$SpT$	A1V <sup>b</sup>	M6III <sup>c</sup>
$P$ [jours]	$260.3 \pm 1.8^b$	$T_{\text{eff}}$ [K]	9000 <sup>c,d</sup>	3500 <sup>c,d</sup>
$e$	$0.024 \pm 0.005^b$	$\theta$ [mas]	$0.53 \pm 0.02^c$	$3.11 \pm 0.32^c$
$i$	$30^\circ \pm 10^\circ^c$	$R$ [ $R_\odot$ ]	$\sim 15^c$	$110 \pm 30^c$
$f(M)$ [ $M_\odot$ ]	$0.261 \pm 0.005^b$	$F$ à $2.2 \mu\text{m}$ [%]	$11 \pm 7^c$	$60 \pm 50^c$
$1/q$	$4 \pm 1^{b,c}$	$M$ [ $M_\odot$ ]	$2 \sim 3^{a,b}$	$0.4 \sim 1^{a,b}$

**TABLE 7.1** – Paramètres connus du système SS Leporis.  $d$  est la distance,  $P$  la période,  $e$  l'excentricité,  $i$  l'inclinaison,  $f(M)$  la fonction de masse,  $q = M_M/M_A$  le rapport de masse. Pour les étoiles,  $SpT$  est le type spectral,  $T$  la température,  $\theta$  le diamètre apparent,  $R$  le rayon,  $F$  la contribution au flux total du système à  $2.2 \mu\text{m}$  et  $M$  la masse. Références : (a) Van Leeuwen 2007 ; (b) Welty et Wade 1995 ; (c) Verhoelst et al. 2007 ; (d) Blondel et al. 1993.

Obs.	Date	Bases	Bande
A1	11-11-2008	E0-G0-H0	H & K
	13-11-2008	A0-G1-K0	
A2	26-12-2008	A0-G1-K0	H & K
A3	21-02-2009	D0-G1-H0	H & K
	28-02-2009	E0-G0-H0	
A4	07-04-2009	D0-G1-H0	H & K
P1	28-10-2010	D0-G1-H0-I1	H
	30-10-2010	D0-E0-H0-I1	
P2	29-11-2010	E0-G0-H0-I1	H
P3	07-12-2010	D0-G1-H0-I1	H
P4	22-12-2010	A0-G1-K0-I1	H

**TABLE 7.2** – Résumé des observations de SS Leporis. Les périodes A1 à A4 correspondent aux quatre observations AMBER, et P1 à P4 correspondent aux observations PIONIER.

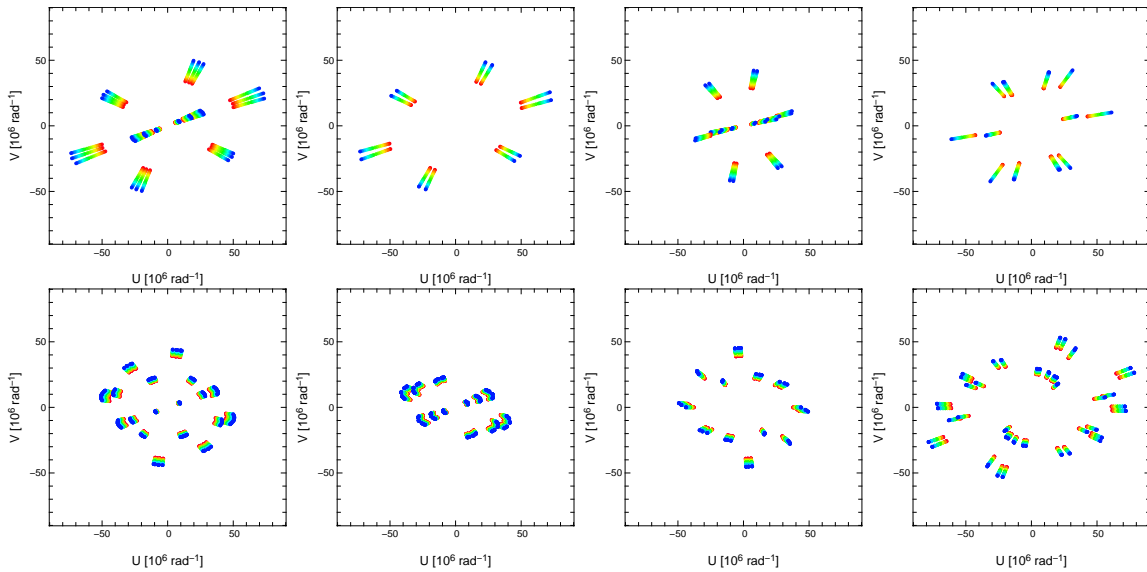
L’un des paramètres essentiels à déterminer pour comprendre les propriétés de ce système est la distance. Jusqu’à présent la distance de ce système était surestimée à  $330^{+90}_{-60}$  pc d’après les données Hipparcos, ce qui mena par exemple à surestimer le diamètre réel de la géante. Le nouveau traitement de données de [Van Leeuwen \(2007\)](#) estime une parallaxe de  $3.59 \pm 0.31$  mas, c’est-à-dire une distance revue à la baisse à  $279 \pm 24$  pc. [Cowley \(1967\)](#) et [Welty et Wade \(1995\)](#) ont déterminé l’orbite spectroscopique du système, mais elle ne permet pas d’accéder à l’inclinaison  $i$  du système. De fait la masse des deux composantes ne peut pas être déterminée précisément. En se basant sur différents arguments, ils estimèrent que le système est sans doute vu sous un angle compris entre 30 et 40° environ, et que la M remplit effectivement son lobe de Roche.

Nous avons étudié cette source plus en profondeur par interférométrie, en analysant des données d’archive AMBER ([Petrov et al., 2007](#)) complétées de données PIONIER ([Berger et al., 2010](#)) obtenues lors des nuits de validation de l’instrument, entre octobre et décembre 2010.

## 7.2 Observations

Les données interférométriques que nous avons exploitées ont été obtenues au VLTI sur les instruments AMBER et PIONIER, avec les ATs. Le résumé des observations se trouve dans le tableau 7.2, et les couvertures des plans  $(u, v)$  correspondant se trouvent sur la figure 7.1. Certains jeux de données sont la combinaison d’observations obtenues sur des nuits différentes, jamais séparées de plus de 7 jours. Comparé à la période de l’orbite de 260 jours, ceci peut avoir une influence sur l’estimation des paramètres de la binaire.

**Observations AMBER** – Les données AMBER ont été obtenues en basse résolution spectrale ( $R = 35$ ) et couvrent les bandes J, H et K. Les franges en bande J ont bien été enregistrées, mais leur qualité étant faible, nous avons préféré ne pas les considérer lors de l’analyse des données. Les visibilités et clôtures de phase ont été extraites des données avec la dernière version du paquet `amdlib` (version 3; [Malbet et al., 2010b](#)). Bien que la faible résolution spectrale sur deux bandes a fourni une grande quantité d’information, nous n’avons à disposition au maximum que 3 points de mesure par nuit – très proches, donc fournissant une information quasi redondante – avec AMBER. Nous verrons dans la section 7.5 que la détermination des caractéristiques du système – en particulier l’orientation de la binaire – n’a pas été facile.



**FIGURE 7.1** – De gauche à droite, et de haut en bas, couverture du plan  $(u, v)$  pour les époques A1 (11-11-2008), A2 (26-12-2008), A3 (21-02-2009), A4 (07-04-2009), puis P1 (28-10-2010), P2 (29-11-2010), P3 (07-12-2010) et P4 (22-12-2010).

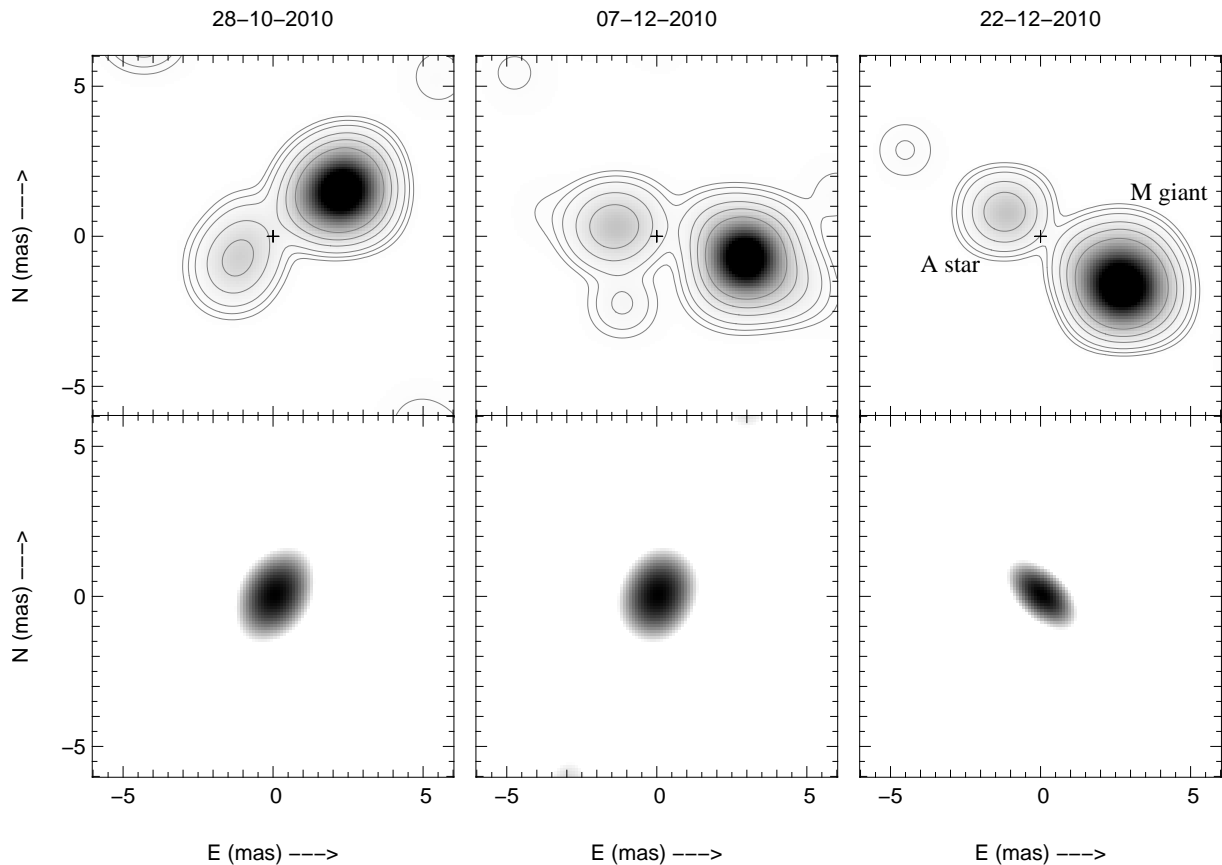
**Observations PIONIER** – Les données PIONIER ont été obtenues en utilisant le prisme fournissant une résolution spectrale autour de  $R = 40$  sur 6 canaux spectraux en bande H. Les observations ayant été menées durant la validation de l'instrument au VLTI, les couvertures  $(u, v)$  sont plus complètes qu'avec AMBER, mais restent limitées comparées à ce qu'y aurait pu être obtenu avec des observations durant une nuit entière. Comme pour AMBER, la faible dispersion spectrale fut une importante source d'information pour l'analyse des données. Les franges brutes ont été réduites en visibilité et clôtures de phase avec le paquet présenté dans [Le Bouquin et al. \(2011\)](#).

### 7.3 Synthèse d'image

La quantité de fréquences spatiales échantillonnées par PIONIER – recombinaison 4 télescopes et fournissant simultanément 6 visibilité et 3 clôtures de phase indépendantes – a permis de reconstruire des images de SS Lep à partir des données interférométriques pour les 4 observations. Pour ce faire, mes collaborateurs Jean-Philippe Berger (ESO) et Jean-Baptiste Lebouquin (IPAG), et moi-même avons utilisé le logiciel de reconstruction d'image MIRA développé par [Thiébaud \(2008\)](#). De manière générale, lorsqu'on opère une reconstruction d'image, le nombre d'inconnues (l'intensité des différents pixels de l'image) est supérieur au nombre de données (visibilité carrées et clôtures de phase), de sorte qu'il est nécessaire d'introduire un certain degré d'*a priori* dans la reconstruction. Cet *a priori* est représenté par un terme dit de *régularisation* qu'on choisira en fonction du type de source observé<sup>1</sup>, auquel on peut donner plus ou moins d'importance par rapport aux données via un *hyper-paramètre*  $\nu$ <sup>2</sup>. Après de nombreux essais, notre choix s'est arrêté sur une régularisation de *variation totale*, associée à une contrainte de positivité, comme recommandé par [Renard \(2010\)](#). L'hyper-paramètre  $\nu$  a été fixé à 100, de sorte que le poids de la régularisation dans la reconstruction reste faible devant celui des données. MIRA ne travaille pour l'instant qu'en considérant des images grises : nous verrons dans la

1. On imposera toujours la positivité (une intensité négative n'ayant pas de sens) ainsi que la normalisation (somme des intensités des pixels égale à 1) de l'image.

2. Lorsque  $\nu = 0$ , on utilise uniquement les données.



**FIGURE 7.2** – Reconstruction d’image de SS Leporis effectuée pour les observations P1, P3 et P4 (en haut). Sur les images sont également représentés les iso-contours correspondant à 0.5, 1, 2, 5, 10 et 20% du maximum d’intensité (l’intensité croit du blanc vers le noir). On distingue clairement sur chaque image la nature binaire du système, tournant d’une image à l’autre. La géante M est la composante la plus lumineuse, et elle apparaît comme spatialement résolue par les observations. Le point central indique la position du centre de masse du système déduit de l’estimation de masses dans la partie 7.6. L’étoile A peut être assimilée à la FEP de l’image. Les premiers artefacts visibles en dehors de la binaire correspondent à un niveau de 0.5 à 1% du maximum. La dynamique de l’image est donc environ égale à 100. Le *dirty beam* associé à chaque image figure sur la ligne du dessous, l’intensité ayant été coupée en dessous de 50% du maximum par soucis de clarté.

partie 7.6 que cette hypothèse de corps gris n’est pas totalement vraie, car la contribution photométrique des trois composantes varie quelque peu en bande H. Cependant, les autres paramètres du système pouvant être considérés comme achromatiques, l’image ne doit pas présenter de biais sur les dimensions du système. Nous avons reconstitué des images de 200 pixels de côté avec une échelle de 0.25 mas/pixel, soit un champ de vue de 50 mas, dont le point de départ est un simple point au centre de l’image : il n’y a donc aucun a priori de binarité injecté dans la reconstruction d’image. La figure 7.2 représente les trois reconstructions obtenues sur cette source. On y distingue très clairement la nature binaire du système sur chacune, ainsi que sa rotation d’une période d’observation à l’autre. La séparation de la binaire semble être aux environs de 5 mas.

L’étoile A étant la moins lumineuse en bande H, nous l’identifions comme la tache la plus claire de l’image. L’étude de [Verhoelst et al. \(2007\)](#) a démontré que l’étoile A et son enveloppe sont supposées avoir un diamètre apparent de 0.5 mas environ. Etant donné les bases les plus longues dont nous disposons lors de ces observations (autour de 130 m), la résolution spatiale maximum atteinte est de 1 mas. Nous ne nous attendons donc pas à résoudre l’étoile A sur les images. La tache la représentant sur les images correspond donc grossièrement à la Fonction d’Étalement du Point (FEP) des images, résultant directement de la couverture du plan  $(u, v)$  pour chaque observation. On note en l’occurrence que cette tache mesure environ 1 mas de large.

L'étoile M pour sa part est clairement résolue par les observations (si on la compare à la A), et a un diamètre d'environ 2 mas. La géante M étant sensée dépasser son lobe de Roche (ou tout du moins s'en approcher comme nous le verrons), nous nous attendons également à observer une distorsion de sa photosphère due à un effet de marée. Celle-ci n'est pas réellement identifiable sur les images présentées ici, mais suivant la régularisation, une distorsion peut apparaître. Nous estimons cependant qu'elle est due à une couverture asymétrique du plan  $(u, v)$  (impliquant une FEP asymétrique ; voir la forme de la tache représentant l'étoile A sur l'image de gauche) plutôt qu'à une réelle distorsion. En effet, la distorsion à laquelle nous nous attendons est sensée être de 5 et 7%, alors que celle observée sur les images avoisine plutôt les 15 à 20%, et son orientation correspond bien avec celle de l'asymétrie des plans  $(u, v)$ .

Finalement, malgré le large champ des images, il n'a pas été possible d'imager le disque circumbinaire par manque de données à faible fréquence spatiale. Les observations de [Verhoelst et al. \(2007\)](#) montraient que cette structure était déjà totalement résolue avec des bases projetées longues d'une trentaine de mètres, ce qui correspond aux bases les plus courtes dont nous disposions.

## 7.4 Modélisation

Etant donné les résultats des études précédentes ainsi que ceux issus de nos reconstructions d'image, j'ai modélisé le système par une binaire résolue, dont la géante, elle même résolue, est modélisée par un disque uniforme, et l'étoile A par un point (ou un disque uniforme de 0.5 mas de large, non résolue par les données).

Bien qu'il ne se soit pas révélé possible d'imager le disque circumbinaire, il est essentiel d'en tenir compte dans la modélisation. En effet, ce disque est clairement résolu par les observations de [Verhoelst et al. \(2007\)](#) ainsi que par les nôtres, avec des bases plus courtes que 30 mètres. Dans notre cas, les clôtures de phase sur les triangles de plus courtes bases sont en outre nulles pour les différentes époques, signe qu'on observe avec les courtes bases une structure étendue relativement symétrique, et non la binaire. Ce disque contribuant en outre à hauteur de 15 à 30% du flux total dans le proche IR (voir Sect. 7.6.4), l'ajustement des courbes de visibilité avec uniquement un modèle de binaire ne s'est pas révélé convaincant (incohérence entre les différentes observations ainsi qu'avec les dimensions du système extraites de la synthèse d'image). Cependant, étant donné le peu de données disponibles à faible fréquence spatiale, des modélisations tenant compte d'un vide central dans ce disque ne se sont pas révélées convaincantes, et j'ai dû me contenter de le modéliser par une simple gaussienne. Le modèle monochromatique est donc le suivant :

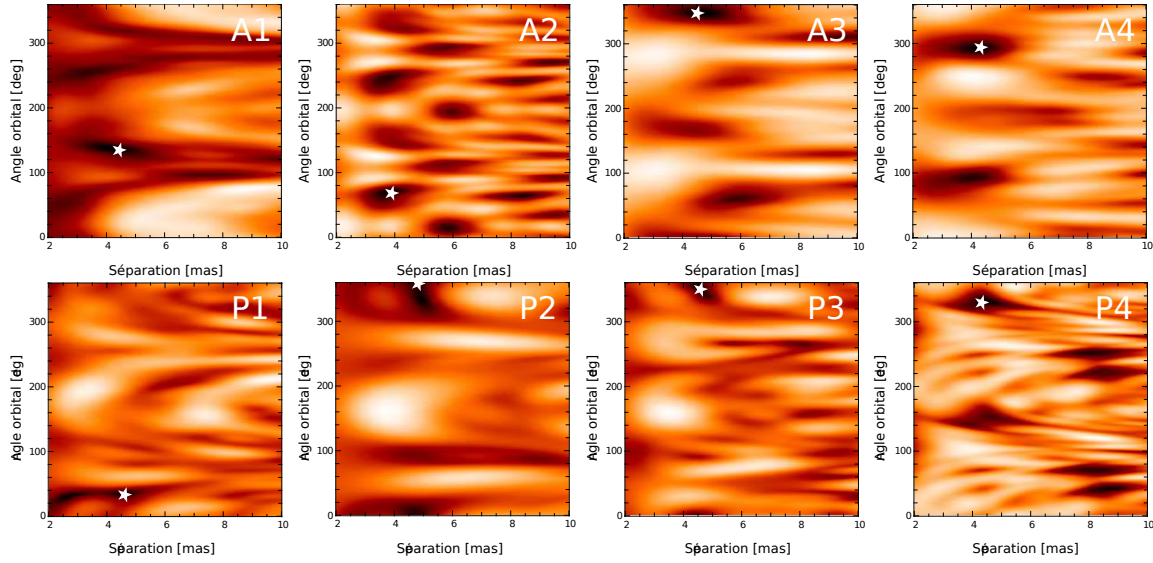
$$\mathcal{M}(\theta) = F_A \delta(\theta - \theta_A) + F_M U D_{\Phi_M}(\theta - \theta_M) + F_D \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Phi_D} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\Phi_D^2}\right) \quad (7.1)$$

où  $\theta$  est le vecteur des coordonnées spatiales sur le ciel, les 7 paramètres libres du modèle étant alors :

- Les luminosités  $F_A$ ,  $F_M$  et  $F_D$  de l'étoile A, l'étoile M et le disque respectivement ;
- Le diamètre  $\Phi_M$  de l'étoile M et la largeur à mi-hauteur  $2\sqrt{2\ln(2)}\Phi_D$  du disque gaussien ;
- La distance des étoiles au centre de masse  $\vec{\theta}_A$  et  $\vec{\theta}_M$ , tel que le vecteur  $\vec{AM}$  joignant les deux étoiles :

$$\vec{AM} = \vec{\theta}_M - \vec{\theta}_A = ae^{i\Omega}$$

$a$  étant la séparation apparente des deux étoiles, et  $\Omega$  étant l'angle orbital par rapport à l'est (direction U dans le plan  $(u, v)$ ).



**FIGURE 7.3** – Carte de  $\chi^2$  de la séparation de la binaire en fonction de l’orientation  $\Omega$ . Le point du minimum est symbolisé par une étoile dans chaque cas.

Ce modèle repose sur l’hypothèse que le disque est centré sur le centre de masse de la binaire. Dans les faits, le nombre de fréquences spatiales échantillonnées est trop faible pour voir un effet dû à un décentrement du disque par rapport au centre de masse (supposé être à l’origine des coordonnées). J’ai donc préféré enlever ce degré de liberté du modèle. La fonction de visibilité complexe correspondant à une transformée de Fourier à 2 dimensions de la distribution d’intensité de l’image, nous obtenons :

$$V(\vec{u}) = \frac{F_A e^{-2i\pi\vec{\theta}_A \cdot \vec{u}} + F_M \text{Airy}(\pi\Phi_M u) e^{-2i\pi\vec{\theta}_M \cdot \vec{u}} + F_D \exp(-(2\pi\Phi_D u)^2)}{F_A + F_M + F_D} \quad (7.2)$$

avec :

$$\begin{aligned} \vec{\theta}_A \cdot \vec{u} &= a/(1+q)(\cos(\Omega)u + \sin(\Omega)v) \\ \vec{\theta}_M \cdot \vec{u} &= -aq/(1+q)(\cos(\Omega)u + \sin(\Omega)v) \end{aligned}$$

avec  $q = M_M/M_A$  le rapport de masse des étoiles. De même que pour la position du disque, la position des étoiles par rapport au centre de masse n’influe pas sur l’ajustement des données, si bien que la grandeur que déterminée est la séparation apparente des étoiles, et non leur position relativement au centre de masse.

Les 7 paramètres libres du modèle sont donc les suivants :  $F_A, F_M, F_D, \Phi_M, \Phi_D, a$  et  $\Omega$ , chacun pouvant dépendre de la longueur d’onde. Je n’ai pas considéré de modèle de dépendance chromatique des différents paramètres (par exemple, plutôt que de considérer une émission de *corps noir* pour les étoiles et de chercher la température de chacune, j’ai déterminé le flux relatif des trois composantes pour chaque longueur d’onde). J’ajuste les données des différents canaux spectraux ensemble, en considérant éventuellement que certains paramètres sont achromatiques.

## 7.5 Analyse des données

J’ai tenté de détecter une distorsion de la géante ou de la matière s’en échappant en la modélisant par une ellipse uniforme. Les résultats se sont révélés peu concluants en ne montrant



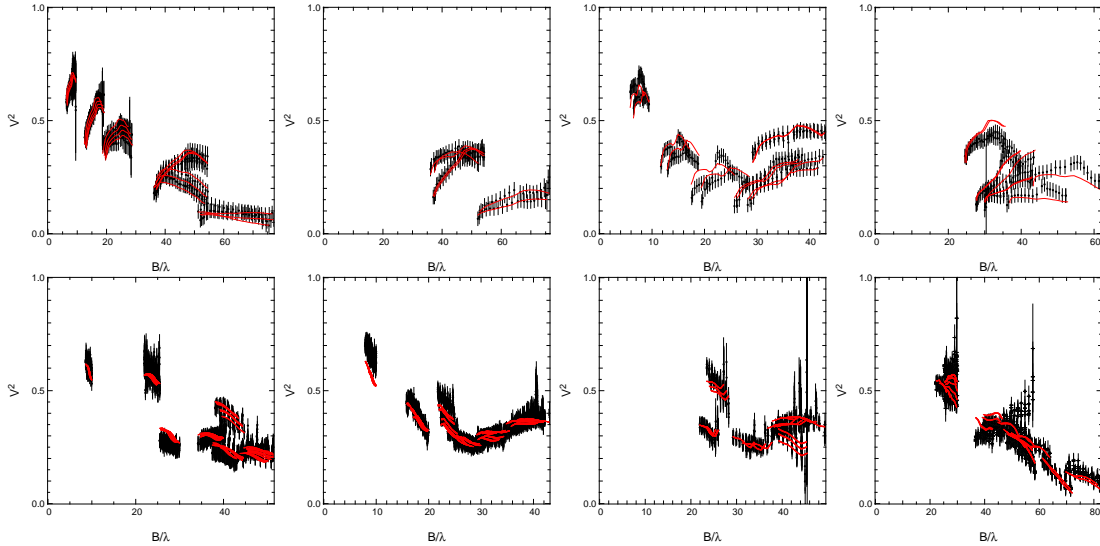


FIGURE 7.4 – Courbes de visibilité des observations de SS Lep. En noir sont les points de mesure avec leurs barres d’erreur. En rouge sont les courbes obtenues à partir des meilleures paramètres.

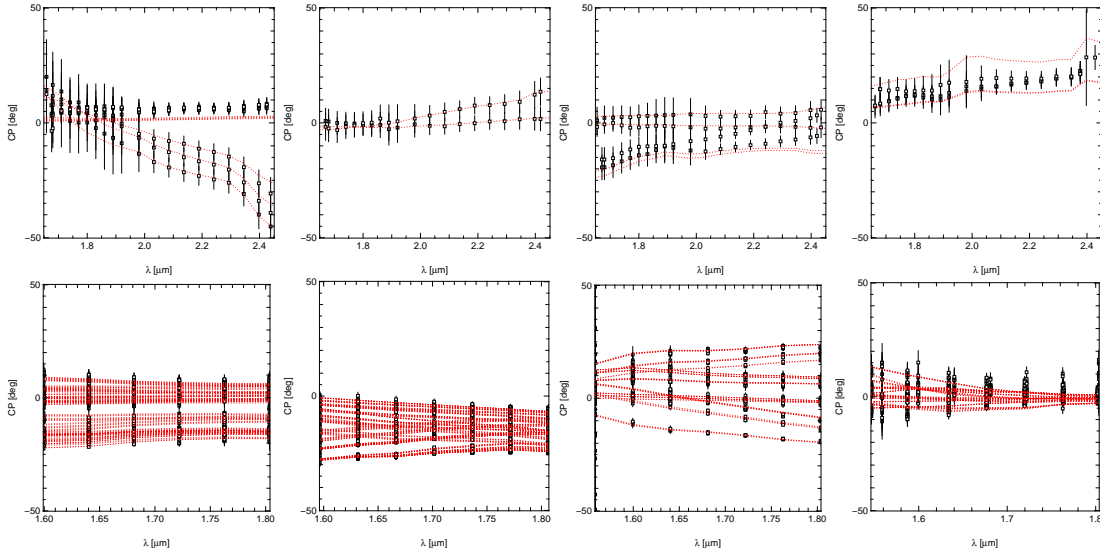


FIGURE 7.5 – Courbes de clôture de phase des observations de SS Lep. En noir sont les points de mesure avec leurs barres d’erreur. En rouge sont les courbes obtenues à partir des meilleures paramètres.

aucune cohérence d’une période à l’autre. Lorsqu’une distorsion est mesurée, l’orientation du grand axe de l’ellipse n’est de son côté absolument pas contrainte. Nous aurons sans doute besoin de lignes de base plus longues et d’un plus grand nombre de fréquences spatiales si nous voulons mesurer une distorsion, attendue aux alentours de 7 à 9% (*cf.* Sect. 7.7). J’ai également modélisé l’étoile A et son enveloppe avec un disque uniforme, afin de détecter l’enveloppe ou un potentiel disque d’accrétion. La détection fut négative, en accord avec les résultats de [Verhoelst et al. \(2007\)](#) qui ont estimé un diamètre {A+enveloppe} autour de 0.5 mas.

L’ajustement du modèle sur les données fut une tâche plutôt ardue avec les observations AMBER, d’autant plus que lors de l’initiation de ce travail, PIONIER n’était pas encore installé au VLTI. Du fait du relativement faible nombre de fréquences spatiales échantillonnées (en particulier à haute fréquence), ces données présentent 2 solutions globales cohérentes entre les différentes époques. Chacune présente en outre une importante ambiguïté de  $180^\circ$  sur l’orientation de la binaire. La figure 7.3 montre les cartes de  $\chi^2$  de l’orientation de la binaire  $\theta$  en fonction de



la séparation  $a$ , pour les observations AMBER (ligne du haut) et PIONIER (ligne du bas). Les observations AMBER ne fournissant qu'une à deux mesures de clôtures de phase (dont en général une à faible fréquence spatiale quasi-nulle, car dues à l'observation du disque circumbinaire), les cartes présentent une très légère asymétrie en faveur d'un point. PIONIER fournissant trois clôtures de phase simultanées, et la couverture du plan  $(u, v)$  étant bien plus complète, les cartes ne montrent plus cette ambiguïté dans la détermination de l'orientation de la binaire – sauf peut-être légèrement pour la période P4. Les meilleurs ajustements sont représentés dans la figure 7.4 pour les visibilitées, et dans la figure 7.5 pour les clôtures de phase. Les paramètres issus de ces ajustements sont présentés quant à eux dans le tableau 7.3 et dans la figure 7.6. On note un ajustement de moins bonne qualité pour l'observation P4. Par exemple un certain nombre de visibilitées ne sont pas ajustées par le modèle de binaire + disque. Curieusement le logiciel de reconstruction d'image MIRA n'a jamais réussi à ajuster ces points non plus. Ceci me laisse penser qu'il s'agit de la signature d'une structure transitoire fine et complexe impossible à imager par MIRA du fait d'une trop faible couverture du plan  $(u, v)$ , mais suffisamment lumineuse pour apparaître dans les données.

Les mesures interférométriques permettent d'évaluer le flux relatif de chaque composante. Lors de l'ajustement, il convient donc de laisser deux flux libres, en l'occurrence ceux du disque et de l'étoile A. Les flux relatifs n'ont pu être déterminés que pour 6 des périodes (voir Fig. 7.6). La précision statistique sur les flux estimés est de l'ordre de 1%, cependant d'une période d'observation à l'autre nous observons de légères différences. Ceci est rassurant quant à la qualité des mesures, mais dans la mesure où nous ne disposons pas d'un suivi photométrique de la source lors des observations, il est difficile de savoir si ces différences sont dues à des variations d'activité dans le système (transfert de masse, variabilité de la géante?). Dans la suite, j'ai préféré considérer qu'il s'agissait de biais de mesure entre observations. L'erreur statistique entre les différentes périodes est alors de l'ordre de 3% sur les flux relatifs.

J'ai également tenté de mesurer un diamètre pour la géante dépendant de la longueur d'onde, mais aucune cohérence n'est apparue entre les différentes observations. J'ai donc préféré le considérer comme achromatique par la suite. Les estimations du diamètre de la géante en fonction des époques se trouvent sur la figure 7.7.

Etant donné le peu d'information obtenue à faible fréquence spatiale, la modélisation du disque circumbinaire est simpliste et je n'ai pu estimer sa largeur à mi-hauteur que pour deux observations sur huit :  $\Phi_D = 12.0 \pm 0.2$  mas, en accord avec le résultat de [Verhoelst et al.](#). L'information la plus intéressante extraite à son sujet reste donc sa contribution au flux total du système.

## 7.6 Résultats

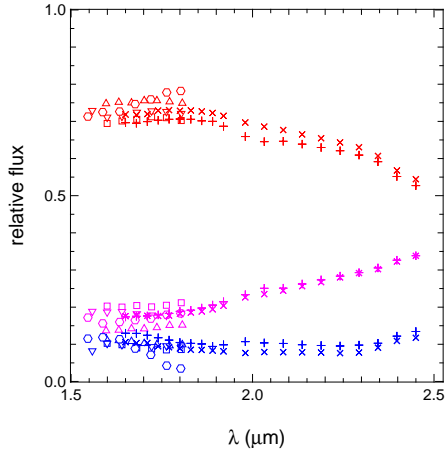
A partir des paramètres *bruts* estimés sur les 8 périodes d'observation, nous pouvons à présent affiner notre vision du système.

### 7.6.1 Détermination de l'orbite

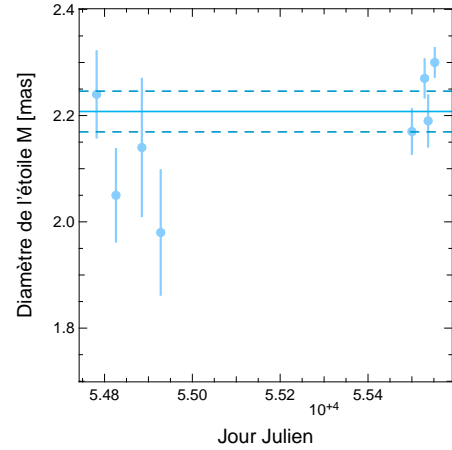
Nous avons dans un premier temps pu contraindre l'orbite du système avec Antoine Mérand (ESO), en combinant les 8 points astrométriques  $(a, \Omega)$  mesurés précédemment avec les mesures de vitesses radiales de [Welty et Wade \(1995\)](#). La figure 7.8 présente l'orbite obtenue avec les meilleurs paramètres, eux-mêmes présentés dans le tableau 7.4. De même que pour les paramètres issus des ajustements des données, j'ai calculé les erreurs à partir de simulations Monte-Carlo. L'inclinaison de l'orbite de  $143.7^\circ$  et l'excentricité quasi nulle ( $e = 0.004 \pm 0.008$ ) confirment les résultats de [Welty et Wade](#) pour une orbite quasi-circulaire et une inclinaison supposée comprise entre  $28^\circ$  et  $38^\circ$  (notre valeur indique un mouvement rétrograde). Notons que l'ajustement de

	$\Phi_M$ [mas]	$\Phi_D$ [mas]	$a$ [mas]	$\Omega$ [deg]	$\chi_r^2$
<b>Période A1 – 11-11-2008</b>					
Libre ?	Oui	Oui	Oui	Oui	
Valeur	2.24	12.35	4.2	135	0.71
Erreur (1- $\sigma$ )	$2.7 \times 10^{-2}$	$2.3 \times 10^{-1}$	$3.5 \times 10^{-2}$	0.35	
<b>Période A2 – 26-12-2008</b>					
Libre ?	Oui	Non	Oui	Oui	
Valeur	2.05	12.2	3.8	69	0.20
Erreur (1- $\sigma$ )	$2.9 \times 10^{-2}$	-	$4.9 \times 10^{-2}$	0.53	
<b>Période A3 – 21-02-2009</b>					
Libre ?	Oui	Oui	Oui	Oui	
Valeur	2.14	12.2	4.5	347	1.36
Erreur (1- $\sigma$ )	$4.3 \times 10^{-2}$	$2.3 \times 10^{-1}$	$3.8 \times 10^{-2}$	0.37	
<b>Période A4 – 07-04-2009</b>					
Libre ?	Oui	Non	Oui	Oui	
Valeur	1.98	12.2	4.2	291	1.62
Erreur (1- $\sigma$ )	$3.9 \times 10^{-2}$	-	$4.0 \times 10^{-2}$	0.47	
<b>Période P1 – 28-10-2010</b>					
Libre ?	Oui	Non	Oui	Oui	
Valeur	2.17	12.2	3.9	32	1.58
Erreur (1- $\sigma$ )	$1.4 \times 10^{-2}$	-	$1.5 \times 10^{-2}$	0.06	
<b>Période P2 – 29-11-2010</b>					
Libre ?	Oui	Non	Oui	Oui	
Valeur	2.27	12.2	4.5	351	2.46
Erreur (1- $\sigma$ )	$1.2 \times 10^{-2}$	-	$0.2 \times 10^{-2}$	0.78	
<b>Période P3 – 07-12-2010</b>					
Libre ?	Oui	Non	Oui	Oui	
Valeur	2.19	12.2	4.5	346	0.96
Erreur (1- $\sigma$ )	$1.6 \times 10^{-2}$	-	$0.6 \times 10^{-2}$	0.20	
<b>Période P4 – 22-12-2010</b>					
Libre ?	Oui	Non	Oui	Oui	
Valeur	2.30	12.2	4.42	330.6	0.96
Erreur (1- $\sigma$ )	$0.9 \times 10^{-2}$	-	$0.9 \times 10^{-2}$	0.12	

**TABLE 7.3** – Paramètres obtenus à partir des meilleurs ajustements des visibilité et clôtures de phase avec le modèle de binaire+disque gaussien. Les erreurs ont été calculées via des simulations Monte-Carlo basées sur les erreurs estimées sur les données. La dernière colonne donne le  $\chi^2$  réduit du meilleur ajustement. La ligne *Libre ?* précise quels paramètres étaient libre lors de l’ajustement.



**FIGURE 7.6** – Flux relatif des 3 composantes de SS Leporis fonction de la longueur d’onde, pour les différentes observations. La géante M est symbolisée en rouge, la A en bleu et le disque en magenta. Les différents symboles représentent les différentes observations : A1 (+), A3 (×), P1 (□), P2 (△), P3 (▽), P4 (○).



**FIGURE 7.7** – Diamètre apparent de la géante M en fonction de la date d’observation, avec les barres d’erreur. La ligne continue représente la moyenne pondérée du diamètre de la géante, avec de part et d’autre en pointillés les limites d’erreur statistique à 3- $\sigma$ .

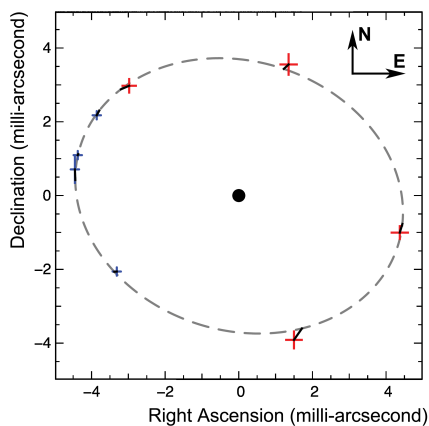
l’orbite par les points astrométriques seuls mène également à une orbite quasi circulaire, de sorte qu’il ne s’agit pas d’un effet due à la combinaison avec les vitesses radiales. Ce résultat invalide donc définitivement le scénario de Cowley basé sur une excentricité importante ( $e = 0.134$ ) amenant à des épisodes de transfert de masse lors du passage du système au périastre. Etant donnée la très faible excentricité, l’argument du périastre est également faiblement contraint.

### 7.6.2 Masse des étoiles

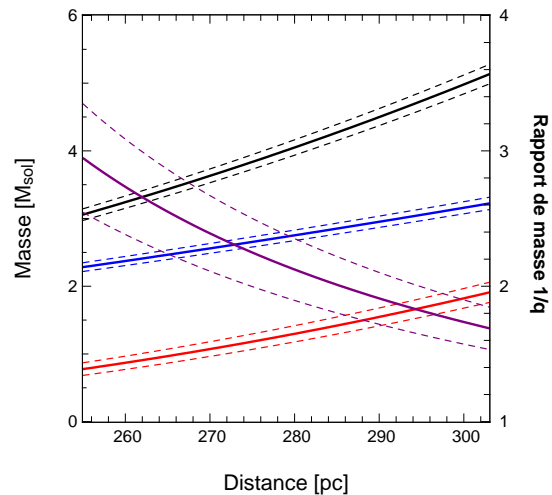
Welty et Wade ont également estimé la fonction de masse  $f(M)$  du système. L’orbite astrométrique nous ayant permis de déterminer l’inclinaison du système, nous sommes en mesure d’évaluer la masse de chaque composante. La principale source d’incertitude pour se faire reste la distance au système telle que mesurée par Hipparcos :  $d = 279 \pm 24$  pc. La figure 7.9 présente la masse des étoiles et du système ainsi que le rapport de masse en fonction de la distance. Le demi-grand axe que nous avons estimé pour l’orbite mesure donc  $1.26 \pm 0.06$  UA, et la troisième loi de Kepler nous mène à une masse du système égale à  $4.01 \pm 0.60 M_{\odot}$ , les erreurs tenant compte de l’incertitude sur la distance. La fonction de masse nous permet alors d’évaluer la masse de chaque étoile, ainsi que le rapport de masse :  $M_A = 2.71 \pm 0.27 M_{\odot}$ ,  $M_M = 1.30 \pm 0.33 M_{\odot}$ , et  $1/q = M_A/M_M = 2.17 \pm 0.35$ . Ceci constitue une révision assez importante du rapport de masse, jusqu’alors *estimé* à  $4 \pm 1$ , changeant de manière importante notre vision du système (*cf.* Sect. 7.7).

Demi grand axe $a$	Inclinaison $i$	Excentricité $e$	Longitude du nœud ascendant $\Omega$	Argument du périastre $\omega$
$4.492 \pm 0.014$ mas	$143.7 \pm 0.5^{\circ}$	$0.005 \pm 0.003$	$162.2 \pm 0.7^{\circ}$	$118 \pm 30^{\circ}$

**TABLE 7.4** – Paramètres orbitaux de SS Lep obtenus en combinant les mesures de vitesses radiales de (Welty et Wade, 1995) avec nos 8 mesures astrométriques.



**FIGURE 7.8** – Meilleure orbite de SS Lep (ligne pointillée) obtenue en combinant les mesures de vitesses radiales de [Welty et Wade \(1995\)](#) avec nos mesures astrométriques. L’orbite représente la géante M, l’étoile A étant symbolisée par un point au centre. Les points obtenus avec les observations AMBER et PIONIER sont respectivement représentés par les croix rouges et bleues, dont la taille symbolise les barres d’erreur à  $3\sigma$ . Les points correspondant sur l’orbite sont les cercles les plus proches des croix.



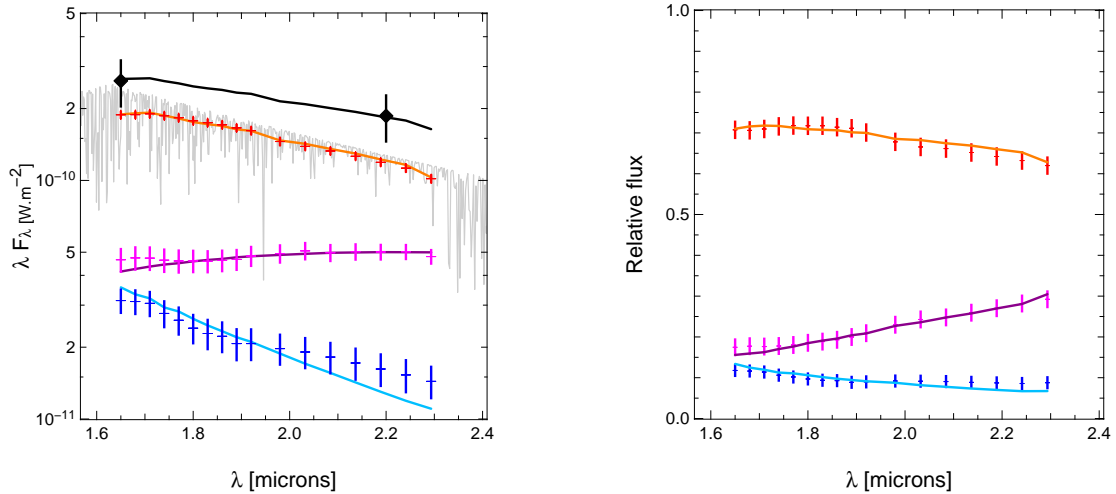
**FIGURE 7.9** – Masses du système (noir), de la géante M (rouge) et de l’étoile A (bleu), et rapport de masse (pourpre) de SS Lep fonction de la distance. Les lignes pointillées présentent les barres d’erreur à  $3\sigma$  si l’on considère la distance comme parfaitement connue.

### 7.6.3 Diamètre de la géante M

En moyennant le diamètre de la M estimé lors des 8 observations, je mesure un diamètre apparent égal à  $\Phi_{M,DU} = 2.208 \pm 0.012$  mas, où l’erreur est estimée d’après la dispersion des 8 mesures (voir Fig. 7.7). Nous avons tenté de voir si les variations de diamètre d’une observation à l’autre sont dues à un effet de perspective suivant la phase orbitale, et au fait que la géante est effectivement déformée par effet de marée, mais cela ne mena clairement à aucun résultat. Notons également que puisque nous nous attendons à ce que la géante soit déformée de quelques pour-cents, il se peut que notre estimation du diamètre soit biaisée de 5% du fait d’un modèle impropre.

Les précédentes observations VINCI avaient permis d’estimer un diamètre notablement plus élevé de 2.94 mas. Ceci est certainement dû au fait que cette estimation a été le résultat d’un suivi de la source sur plus d’un an et que VINCI ne fournissait aucune information de phase. Ceci a forcé les auteurs à modéliser SS Lep comme un système symétrique, mettant donc de côté sa nature binaire, alors qu’elle était résolue par ces observations. Dès lors, il n’a pas été possible de faire la différence entre la signature interférométrique de la binaire en rotation et celle de la géante résolue, menant à une valeur intermédiaire entre les deux.

Le facteur de conversion d’un disque uniforme vers un disque avec un assombrissement centre-bord diffère de quelques pour-cents suivant les auteurs et la méthode. [Verhoelst et al.](#) a calculé un facteur égal à 1.058, tandis qu’en utilisant les résultats de [Hanbury Brown et al. \(1974\)](#) combinés à ceux de [Claret \(2000\)](#), on trouve un facteur de 1.044. L’analyse de [Davis et al. \(2000\)](#) mène à une valeur de 1.030 ([van Belle et al., 2009](#)). L’incertitude principale restant sur la distance du système, nous considérons un facteur de 1.04, menant à un diamètre  $\Phi_{M,LD} = 2.296 \pm 0.013$  mas. On peut noter que ce résultat est en meilleur accord avec la mesure de [Verhoelst et al. \(2007\)](#) à partir de l’analyse de la densité spectrale d’énergie de la source ( $\Phi_{M,LD} = 2.66 \pm 0.33$ ). En tenant compte de l’incertitude sur la distance, le rayon de la géante est estimé à  $R_M = 66.7 \pm 3.3 R_{\odot}$ , soit quasiment 2 fois moins que ce qui était précédemment pensé. Ceci donne finalement une



**FIGURE 7.10** – *Gauche* – Flux de la géante M (rouge), de l'étoile A (bleu) et du disque (magenta). La courbe grise représente le modèle de MARCS utilisé pour la géante. Le flux total du système est présenté en noir, ajusté aux mesures de flux 2MASS en bandes H et K. Les avec les bars d'erreurs représentent les données ici de l'ajustement des courbes de visibilité et de clôture de phase. Les courbes pleines de même couleur représentent le meilleur ajustement de chaque composante. *Droite* – Flux relatifs des trois composantes. La même nomenclature de couleurs et symboles est utilisée.

	Géante M	Etoile A
Masse [ $M_{\odot}$ ]	$1.30 \pm 0.33$	$2.71 \pm 0.27$
Diamètre apparent [mas]	$2.208 \pm 0.012$	$0.6 \pm 0.05$
Rayon [ $R_{\odot}$ ]	$66.7 \pm 3.3$	$\sim 18$
Température [K]	$3500 \pm 200$	$\sim 9000$

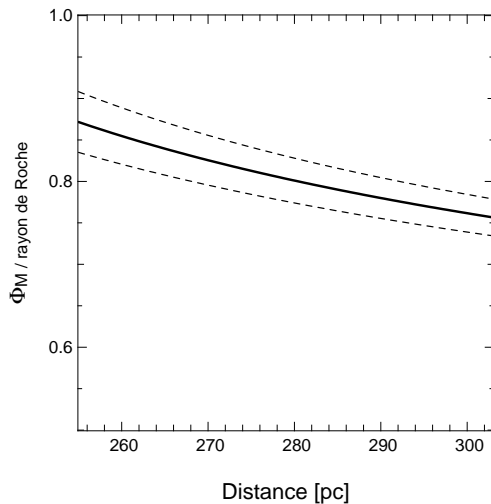
**TABLE 7.5** – Paramètres stellaires extraits de cette étude.

gravité de surface égale à  $\log g \sim 0.9$ .

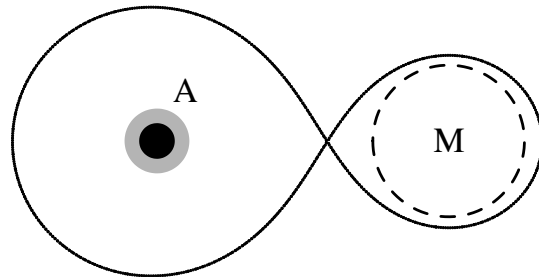
D'après le stade d'évolution observé des deux étoiles, la géante devait être initialement au moins 20% plus massive que l'étoile A (encore sur la séquence principale), c'est-à-dire un rapport de masse initial  $q_0 = M_{M,0}/M_{A,0} > 1.2$ , soit  $M_{M,0} + M_{A,0} > 1.85M_{M,0}$ . La masse initiale du système ayant probablement été plus importante qu'à présent on en déduit que  $1.85M_{M,0} > M_A + M_M$ , soit  $M_{M,0} > 0.55(M_M + M_A) \simeq 2.2M_{\odot}$ . La géante devait donc avoir une masse initiale  $M_{M,0}$  supérieure à  $2.2M_{\odot}$ .

#### 7.6.4 Température des différentes composantes

J'ai également pu estimer le flux relatif de chacune des trois composantes entre 1.6 et  $2.3 \mu m$  et les ai utilisées afin de contraindre leur taille et leur température. En l'absence de mesures du flux absolu sur ce domaine spectral, il n'est cependant pas possible de contraindre les 6 paramètres simultanément, un facteur d'échelle global sur les tailles apparentes des objets ne modifiant pas les rapports de flux. Nous avons donc pris le parti de fixer la taille de la géante M à 2.2 mas d'après les résultats de l'ajustement de données interférométriques. Nous avons utilisé un modèle de MARCS afin d'ajuster la courbe de luminosité correspondante, dont les paramètres sont principalement la température et la métallicité (Gustafsson *et al.*, 2008). Du fait de sa température autour de 9000 K, le spectre de l'étoile A se trouve dans le régime de Rayleigh-Jeans : il est donc impossible d'ajuster simultanément sa température et son diamètre avec la faible résolution spectrale dont nous disposons. Nous avons cette fois-ci décidé de fixer sa température à 9000 K et d'ajuster son diamètre en utilisant un modèle de KURUCZ (Castelli *et*



**FIGURE 7.11** – Rapport du rayon  $\Phi_M/2$  de la géante au rayon de son lobe de Roche  $r_L$  en fonction de la distance au système. Les lignes pointillées représente l’incertitude à  $3\text{-}\sigma$  en considérant la distance comme parfaitement connue.



**FIGURE 7.12** – Représentation du lobe de Roche modifié (ligne pleine) pour le rapport de masse  $1/q = 2.2$  estimé pour SS Leporis. Le rayon de la géante est représenté en ligne pointillée. L’étoile A est représentée par le point noir avec un diamètre de 0.5 mas. Un disque d’accrétion est également représenté autour de l’étoile A, avec un diamètre apparent de 1 mas (voir Sect. 7.7.3).

Kurucz, 2003). La contribution du disque gaussien est finalement modélisée par un unique corps noir. La largeur et la température du disque sont laissés libres. Nous avons enfin tenu compte de l’absorption en utilisant la loi de Cardelli *et al.* (1989) avec  $R_V = 3.1$  et  $A_V = 0.7$  suivant les résultats de Verhoelst *et al.* (2007). Nous avons finalement forcé le flux total du système à être compatible avec les magnitudes 2MASS (Skrutskie *et al.*, 2006). Le meilleur ajustement aux courbes de flux relatifs est présenté dans la figure 7.10. Les estimations des paramètres stellaires en résultant sont présentés dans le tableau 7.5.

Pour la géante M, le meilleur ajustement estime une température de surface de  $3500 \pm 200$  K et suggère une métallicité plus élevée que pour le Soleil. Pour le disque circumbinaire, nous trouvons une température de corps noir de  $1700 \pm 100$  K et une largeur à mi-hauteur du modèle de gaussienne de  $8.0 \pm 0.5$  mas. Cette valeur n’est pas en très bon accord avec l’estimation à partir des données interférométriques. Cela laisse penser (comme on pouvait s’en douter) que modéliser le disque circumbinaire par un disque gaussien est loin de la réalité physique.

Enfin nous mesurons un diamètre pour l’étoile A aux alentours de  $18 R_\odot$  (diamètre apparent estimé à  $\Phi_A = 0.6 \pm 0.05$  mas), beaucoup plus important que celui attendu pour une étoile A sur la séquence principale (leur diamètre est plutôt aux alentours de  $2 \sim 3 R_\odot$ ). Une interprétation différente a été proposée par Olivier Chesneau (Laboratoire Fizeau). Un disque d’accrétion pourrait en effet expliquer l’observation de l’excès lumineux. Un tel disque serait constitué d’un plasma chauffé à une température comprise entre 8000 et 10000 K, et le rayonnement Brehmstrahlung qu’il émettrait se confondrait avec celui d’une étoile A de même température de surface. Nous verrons dans la section 7.7.3 qu’il est très probable qu’un disque d’accrétion se soit formé au tour de l’étoile A.

## 7.7 Quel processus d’accrétion pour SS Lep ?

A travers l’activité UV, l’enveloppe entourant l’étoile A et le disque circumbinaire, nous avons de bonnes raisons de penser qu’à l’heure actuelle de la masse est encore transférée de la géante vers l’étoile A. Le disque est en outre la preuve que ce transfert est (ou a été) non conservatif.

A partir des résultats précédents nous avons déduit avec Henri Boffin (ESO) la nature et les caractéristiques du transfert de masse en jeu dans SS Leporis.

### 7.7.1 Un transfert de masse par une accrétion efficace du vent

A partir des paramètres dérivés précédemment, nous avons calculé les équipotentielles du système. En tenant compte de l'incertitude sur la distance au système, j'ai déduit que la géante remplit *seulement*  $85 \pm 3\%$  de son lobe de Roche (voir Fig. 7.12). ce résultat contredit celui de Verhoelst *et al.* pour 3 raisons principalement :

- Notre modélisation plus précise du système (permise par l'emploi de AMBER et PIONIER) nous a permis une estimation beaucoup plus fiable du diamètre apparent de la géante.
- Avec les parallaxes ré-estimées de Hipparcos, SS Leporis est beaucoup plus proche qu'on ne le pensait auparavant. Les étoiles sont donc plus petites, tandis que la taille de l'orbite ne change pas énormément puisqu'elle est fortement contrainte par la période orbitale, indépendante de la distance.
- Le rapport de masse  $M_M/M_A$  revue à la baisse conduit à une masse et à un lobe de Roche plus importants de la géante.

En tenant compte de la pression de radiation, comme suggéré par Schuerman (1972). En extrapolant les résultats de la table 2 de Dermine *et al.* (2009), il semble cependant que ces forces soient négligeables si on considère que la M est une géante classique. Nous trouvons un facteur de correction  $f$  aux alentours de  $0.02 \sim 0.1$ , ce qui devrait réduire la taille du lobe de Roche de 1 à 4%. Avec leur modèle, la géante ne remplirait son lobe de Roche que pour un facteur de 0.35. La géométrie du Roche de lobe dans le cas de SS Leporis est donc sans doute classique. En estimant le rayon du lobe de Roche avec la relation d'Eggleton (1983), nous trouvons que la géante M n'est pas sensée remplir son lobe de Roche sur l'échantillon des distances possibles (voir Fig. 7.11). En tenant compte de l'incertitude sur la distance, la géante remplit  $85 \pm 3\%$  de son lobe de Roche (voir Fig. 7.12). Contrairement à ce que pensaient les précédentes études, **le transfert de masse dans SS Lep doit s'effectuer par accrétion du vent de la géante** et non par dépassement du lobe de Roche. En supposant que la surface de la géante suit une surface équipotentielle, nous nous attendons à une distorsion (rapport du plus grand axe sur le plus petit) de l'ordre de 5 à 7% de sa photosphère. Nos résultats réfutent donc l'hypothèse d'un dépassement du lobe de Roche à l'heure actuelle. Notons cependant deux choses :

- La pression de radiation peut cependant réduire la surface de Roche (Schuerman, 1972). Dermine *et al.* (2009) estime cependant le rapport  $f$  de la force radiative à la force gravitationnelle à  $f \sim 10^{-2}$  à  $10^{-1}$  pour la géante M, réduisant le rayon du lobe de Roche de 1 à 4%.
- L'atmosphère des géantes rouges comprend de nombreuses couches moléculaires s'étendant au delà de la photosphère observable dans le continu (voir par exemple les travaux de Ohnaka *et al.* (2011)) et pourraient remplir le lobe de Roche. Ces couches étant visibles dans quelques raies d'émission particulières, elles ne sont pas observées dans nos données à faible résolution spectrale. Etant au début de la phase AGB, la géante M est cependant loin de ces stades d'évolution, et cet effet est sans doute négligeable.

Nous en concluons donc que le dépassement du lobe de Roche est peu probable pour SS Lep. La vitesse du vent dans les géants M étant assez faible (environ  $10 \sim 15 \text{ km.s}^{-1}$ ) et plus faible que la vitesse orbitale de SS Lep ( $v_{\text{orbital}} = 48 \text{ km.s}^{-1}$ ), nous nous attendons à être dans le cas particulier où le vent lent de la géante remplit le lobe de Roche (Podsiadlowski et Mohamed, 2007), où une partie importante du vent stellaire peut être accrétée par l'étoile A (au moins 10% si l'on se réfère aux simulations de Nagae *et al.* (2004), peut-être même jusqu'à 80 ou 90%).



### 7.7.2 Une perte de masse de la géante augmentée

Bien que l'accrétion semble efficace, la perte de masse de la géante via son vent ne semble pas suffisante pour expliquer l'état actuel du système, en particulier l'inversion du rapport de masse. En effet, avant d'atteindre la branche asymptotique des géantes, les taux de perte de masse par vent stellaire sont typiquement de l'ordre de  $\sim 1\text{-}2 \times 10^{-8} M_{\odot}.\text{an}^{-1}$  (voir par exemple Reimers, 1975). La géante M (dont nous estimons la masse initiale à plus de  $2.2 M_{\odot}$ ) n'aurait donc perdu que quelques  $0.01 M_{\odot}$  avant d'avoir atteint la branche des géantes, alors qu'elle en aurait perdu  $0.9 M_{\odot}$ . La géante n'étant dans cette phase que depuis quelques millions d'années, elle ne peut pas avoir perdu une telle quantité de matière de cette manière. Du fait de la proximité des étoiles, la perte de masse de la géante pourrait cependant être augmentée par l'influence gravitationnelle de son compagnon tel que supposé dans le mécanisme de Tout et Eggleton (1988). En se référant à leur modèle, la perte de masse dans SS Leporis pourrait être multiplié par un facteur 150, menant à une perte de masse de l'ordre de  $\sim 2.4 \times 10^{-6} M_{\odot}.\text{an}^{-1}$ . Soker *et al.* (1998) et Frankowski et Tylanda (2001) ont en outre montré que dans ce cas, la perte de masse serait fortement augmentée dans le plan équatorial, tandis qu'un disque d'accrétion pourrait s'être formé (Theuns *et al.*, 1996; Nagae *et al.*, 2004).

### 7.7.3 L'étoile A : surdimensionnée ou entourée d'un disque d'accrétion ?

Des deux sections précédentes, on estime donc un taux d'accrétion sur l'étoile A autour de  $10^{-7} \sim 10^{-6} M_{\odot}.\text{an}^{-1}$ . Ces résultats sont en accord avec les taux de  $3.3 \sim 5.5 \times 10^{-7} M_{\odot}.\text{an}^{-1}$  de Blondel *et al.* (1993), par analyse de l'émission Lyman- $\alpha$ .

En s'appuyant sur des courbes de photométrie, Verhoelst *et al.* (2007) ont estimé que l'étoile était 6 à 7 fois plus grosse que la normale (ce que nous avons effectivement mesuré dans la section 7.6.4 en faisant la même hypothèse), du fait d'une accrétion relativement importante empêchant d'atteindre l'équilibre (Kippenhahn et Meyer-Hofmeister, 1977). Cependant, en supposant que l'étoile A a un axe de rotation perpendiculaire au plan orbital, nous estimons une vitesse équatoriale de  $196 \text{ km.s}^{-1}$  d'après les mesures de Royer *et al.* (2002). C'est au delà de la vitesse de rupture de  $170 \text{ km.s}^{-1}$  pour une étoile de  $2.7 M_{\odot}$  et un rayon de  $18 R_{\odot}$ .

Une autre explication à l'excès lumineux de cette étoile serait la présence d'un disque d'accrétion, qui expliquerait également la variabilité du spectre de SS Lep ainsi que l'émission dans l'UV. Ce disque est attendu d'un point de vue mécanique dans le scénario de dépassement du lobe de Roche proposé par (Podsiadlowski et Mohamed, 2007), la matière étant principalement transférée à travers le point de Lagrange L1. Du fait de son moment angulaire, cette matière va atteindre un rayon minimum (Eq. 1.14) avant de former un disque d'accrétion. Dans le cas présent,  $r_{\min} = 20 R_{\odot}$ , plus grand que l'étoile, même si elle a grossi. En outre, au début du transfert de masse,  $r_{\min} \simeq 9 R_{\odot}$ , ce qui est encore plus grand qu'une étoile A sur la séquence principale. Un disque d'accrétion s'est donc très probablement formé autour de l'étoile A, ayant un rayon extérieur  $r_{\text{circ}} \simeq 33 R_{\odot}$  (Eq. 1.15) à l'heure actuelle. En tenant compte de l'inclinaison du système, la taille apparente de ce disque serait alors comprise entre 0.8 et 1 mas. Il se situerait donc à la limite de résolution de nos observations. De nouvelles observations avec l'instrument VEGA de CHARA devraient permettre d'en apprendre plus à ce sujet.

## 7.8 Conclusion

Cette étude du système SS Leporis a fourni une vision nouvelle de ce système, démentissant les suppositions et preuves précédentes d'un dépassement du lobe de Roche par la géante. Le taux d'accrétion pour un processus d'accrétion par vent "classique" reste cependant relativement faible pour expliquer l'état actuel du système. De futurs travaux tenteront de comprendre et reconstruire l'histoire du système.



Ces résultats ont en grande partie été permis par les observations PIONIER. La quantité d'information qu'elles ont fourni ont permis : 1) Une reconstruction d'image confirmant la nature binaire du système ; 2) Une modélisation paramétrique aboutissant à des résultats non ambigus. L'information spectrale des données interférométrique nous a également permis de contraindre, en plus de la *morphologie* du système, certaines de ses caractéristiques *physiques*.

Pour aller plus loin dans la compréhension de ce système et du processus d'accrétion, nous aurons sans doute besoin de nouvelles observations interférométriques, avec la plus grande diversité possible de fréquences spatiales et bandes d'observation. Afin de savoir si nous observons un système au repos ou en plein sursaut d'activité, et afin de mieux analyser les spectres de chaque composante, il sera préférable d'associer ces observations avec des mesures du spectre de la source. De nouvelles mesures de vitesses radiales sur l'étoile A devraient permettre de raffiner également les paramètres du système, en particulier sa distance.

### Article : *SS Leporis*

Les résultats préliminaires sur SS Leporis ont fait l'objet d'une présentation orale à la conférence "Evolution of compact binaries" ayant eu lieu du 6 au 11 mars 2011 à Vina del Mar (Chili). Je présente ici l'article accepté dans la revue *Astronomy & Astrophysics* peu après ma soutenance de thèse, qui ont également donné lieu à un [communiqué de presse ESO](#).

# An incisive look at the symbiotic star SS Leporis

## Milli-arcsecond imaging with PIONIER/VLTI<sup>★,★★</sup>

N. Blind<sup>1</sup>, H. M. J. Boffin<sup>2</sup>, J.-P. Berger<sup>2</sup>, J.-B. Le Bouquin<sup>1</sup>, A. Mérand<sup>2</sup>, B. Lazareff<sup>1</sup>, and G. Zins<sup>1</sup>

<sup>1</sup> UJF-Grenoble 1/CNRS-INSU, Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG) UMR 5274, Grenoble, France  
e-mail: nicolas.blind@obs.ujf-grenoble.fr

<sup>2</sup> European Southern Observatory, Casilla 19001, Santiago 19, Chile  
e-mail: hboffin@eso.org

Received 7 September 2011 / Accepted 20 November 2011

### ABSTRACT

**Context.** Determining the mass transfer in a close binary system is of prime importance for understanding its evolution. SS Leporis, a symbiotic star showing the Algol paradox and presenting clear evidence of ongoing mass transfer, in which the donor has been thought to fill its Roche lobe, is a target particularly suited to this kind of study.

**Aims.** Since previous spectroscopic and interferometric observations have not been able to fully constrain the system morphology and characteristics, we go one step further to determine its orbital parameters, for which we need new interferometric observations directly probing the inner parts of the system with a much higher number of spatial frequencies.

**Methods.** We use data obtained at eight different epochs with the VLTI instruments AMBER and PIONIER in the *H* and *K* bands. We performed aperture synthesis imaging to obtain the first model-independent view of this system. We then modelled it as a binary (whose giant is spatially resolved) that is surrounded by a circumbinary disc.

**Results.** Combining these interferometric measurements with previous radial velocities, we fully constrain the orbit of the system. We then determine the mass of each star and significantly revise the mass ratio. The M giant also appears to be almost twice smaller than previously thought. Additionally, the low spectral resolution of the data allows the flux of both stars and of the dusty disc to be determined along the *H* and *K* bands, and thereby extracting their temperatures.

**Conclusions.** We find that the M giant actually does not *stricto sensu* fill its Roche lobe. The mass transfer is more likely to occur through the accretion of an important part of the giant wind. We finally rise the possibility for an enhanced mass loss from the giant, and we show that an accretion disc should have formed around the A star.

**Key words.** stars: AGB and post-AGB – accretion, accretion disks – binaries: spectroscopic – stars: fundamental parameters – techniques: interferometric – binaries: symbiotic

## 1. Introduction

Symbiotic stars are interacting binaries composed of a hot star accreting material from a more evolved red giant companion. They are excellent laboratories for studying a wide spectrum of poorly understood physical processes, such as the late stage of stellar evolution, the mass loss of red giants, and the mass transfer and accretion in binary systems (Mikołajewska 2007). Their study has important implications for a wide range of objects, like type Ia supernovae, barium stars, the shaping of planetary nebulae, and compact binaries like cataclysmic variables (Podsiadlowski & Mohamed 2007).

SS Leporis (17 Lep; HD 41511; HR 2148) is a prime example of such a long-period interacting system, even though it does not belong to the most common symbiotic systems, because the hot star is not the usual compact white dwarf. As such, SS Lep is a symbiotic system in the first phase of mass transfer, while most symbiotic stars are in their second episode of mass transfer, following the first one that produced the white dwarf.

SS Lep has been known for many decades to present symbiotic features, and its optical spectrum shows at least three

components (Struve & Roach 1939; Molaro et al. 1983; Welty & Wade 1995). The spectral lines of an A star are largely obliterated by shell features that dominate at shorter wavelengths, while an M star spectrum becomes increasingly obvious at longer wavelengths. Welty & Wade (1995) estimated an M4 III spectral type for the cool companion, while even earlier types have been estimated by previous authors. The shell is absorbing light primarily from the A star, indicating some mass loss from the hotter star. The system, however, presents the so-called Algol paradox, as the most evolved star is also the least massive, which implies that the cool star must have lost a large quantity of matter and that the hot companion has accreted part or most of it. Moreover, the regular “outbursts” (Struve 1930; Welty & Wade 1995) and the UV activity (Polidan & Shore 1993) of the A star shell are clear testimony to ongoing mass-transfer episodes. From interferometric observations, Verhoelst et al. (2007) inferred that the mass transfer occurs because the M giant fills its Roche lobe.

The binary system is additionally surrounded by a large circumbinary dust disc and/or envelope (Jura et al. 2001). Interferometric observations confirmed this fact by revealing its presence in the inner part of the system (Verhoelst et al. 2011), further noticing that the structure must be in a disc-like geometry to be compatible with the low extinction towards the central star. Jura et al. (2001) suggest that the circumbinary disc contains large grains that are formed by coagulation and, based on

\* Based on observations made with the VLTI European Southern Observatory telescopes obtained from the ESO/ST-ECF Science Archive Facility.

\*\* Appendix A is available in electronic form at <http://www.aanda.org>

**Table 1.** Previously estimated parameters of SS Lep.

	System		A star	M star
$d$ [pc]	$279 \pm 24^a$	SpT	A1V <sup>b</sup>	M6III <sup>c</sup>
$P$ [d]	$260.3 \pm 1.8^b$	$T_{\text{eff}}$ [K]	$9000^{c,d}$	$3500^{c,d}$
$e$	$0.024 \pm 0.005^b$	$\theta$ [mas]	$0.53 \pm 0.02^c$	$3.11 \pm 0.32^c$
$i$	$30^\circ \pm 10^\circ^c$	$R$ [ $R_\odot$ ]	$\sim 15^c$	$110 \pm 30^c$
$f(M)$	$0.261 \pm 0.005^b$	$F$ [%]	$11 \pm 7^c$	$60 \pm 50^c$
$1/q$	$4 \pm 1^{b,c}$	$M$ [ $M_\odot$ ]	$2 \sim 3^{a,b}$	$0.4 \sim 1^{a,b}$

**Notes.**  $d$  is the distance,  $P$  the orbital period,  $e$  the eccentricity,  $i$  the inclination,  $f(M)$  the mass function,  $q = M_M/M_A$  the mass ratio. For the stars, SpT is the spectral type,  $T_{\text{eff}}$  the temperature,  $\theta$  the apparent diameter,  $R$  the linear radius,  $F$  the flux contribution at  $2.2 \mu\text{m}$ , and  $M$  the mass.

**References.** <sup>(a)</sup> Van Leeuwen (2007); <sup>(b)</sup> Welty & Wade (1995); <sup>(c)</sup> Verhoelst et al. (2007); <sup>(d)</sup> Blondel et al. (1993).

the large and rather unique  $12 \mu\text{m}$  excess of SS Lep despite its rather low luminosity, that the disc may be losing mass by a wind at a rate of  $8 \times 10^{-9} M_\odot \text{yr}^{-1}$ .

The orbital characteristics and circumbinary disc of SS Lep very closely resemble those of the post-AGB binaries with stable, Keplerian circumbinary dust discs (van Winckel 2003), and, as such, SS Lep may be considered as a system linking binary M giants and post-AGB systems – the M-giant should indeed very soon evolve into a post-AGB star. In those post-AGB binaries, the spectra are rich in crystalline features while the spectrum of SS Lep appears entirely amorphous, which, if a link is indeed in order, would imply further dust processing in the disc. Whether the disc can survive long enough if it is indeed losing mass through a wind is, however, still an open question.

Cowley (1967) argued that the system consists of a B9 V primary and an M1 III secondary in a 260-d eccentric orbit ( $e = 0.132$ ). She developed a scenario in which the secondary fills its Roche lobe near periastron and mass transfer proceeds for a short time thereafter. From spectra covering 3.5 orbits, Welty & Wade (1995) proved this scenario unlikely, as their revised orbit provided a similar orbital period but a significantly reduced eccentricity  $e = 0.024$ . They estimated a mass ratio of  $1/q = 3.50 \pm 0.57$ , where the error was very likely severely underestimated given the poor fit of the single Mg II line they used to measure the radial velocity of the A star.

Recently, Van Leeuwen (2007) has reevaluated the parallax of SS Lep from Hipparcos data, obtaining  $\pi = 3.59 \pm 0.31 \text{ mas}$ , that is, a distance of  $279 \pm 24 \text{ pc}$ , so smaller than the previously and generally used value of  $330_{-60}^{+90} \text{ pc}$ . The most recent parameters of SS Lep, as collected from the literature until the present work, is presented in Table 1.

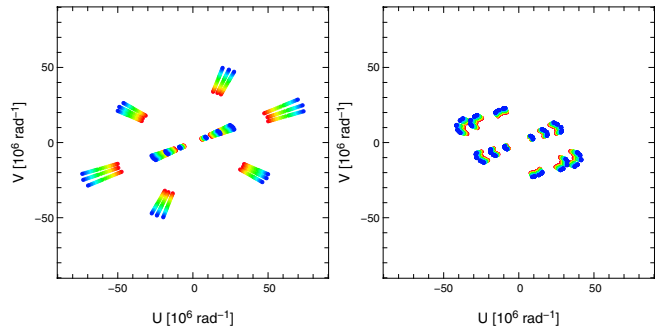
We report here interferometric observations that have allowed model-independent image synthesis (Sect. 3) and a more precise modelling of the system (Sect. 4). Section 5 focuses on the binary by determining mainly the orbital parameters and the M star diameter. We finally discuss the mass transfer process in Sect. 6.

## 2. Observations

Data were collected at the Very Large Telescope Interferometer (VLTI; Huguenaer et al. 2010) with the spectrograph AMBER (Petrov et al. 2007) and the four-telescope visitor instrument PIONIER (Le Bouquin et al. 2011). All observations made use of the 1.8-m Auxiliary Telescopes. Table 2 presents the observation log. Three data sets are the combination of two

**Table 2.** VLTI Observation log of SS Lep for the AMBER and PIONIER observations.

Run	Date	Baselines	Range
A1	11-11-2008	E0-G0-H0	15–130 m
	13-11-2008	A0-G1-K0	
A2	26-12-2008	A0-G1-K0	90–130 m
A3	21-02-2009	D0-G1-H0	15–75 m
A4	28-02-2009	E0-G0-H0	65–70 m
	07-04-2009	D0-G1-H0	
P1	28-10-2010	D0-G1-H0-I1	15–80 m
	30-10-2010	D0-E0-H0-I1	
P2	29-11-2010	E0-G0-H0-I1	15–70 m
P3	07-12-2010	D0-G1-H0-I1	45–80 m
P4	22-12-2010	A0-G1-K0-I1	45–130 m

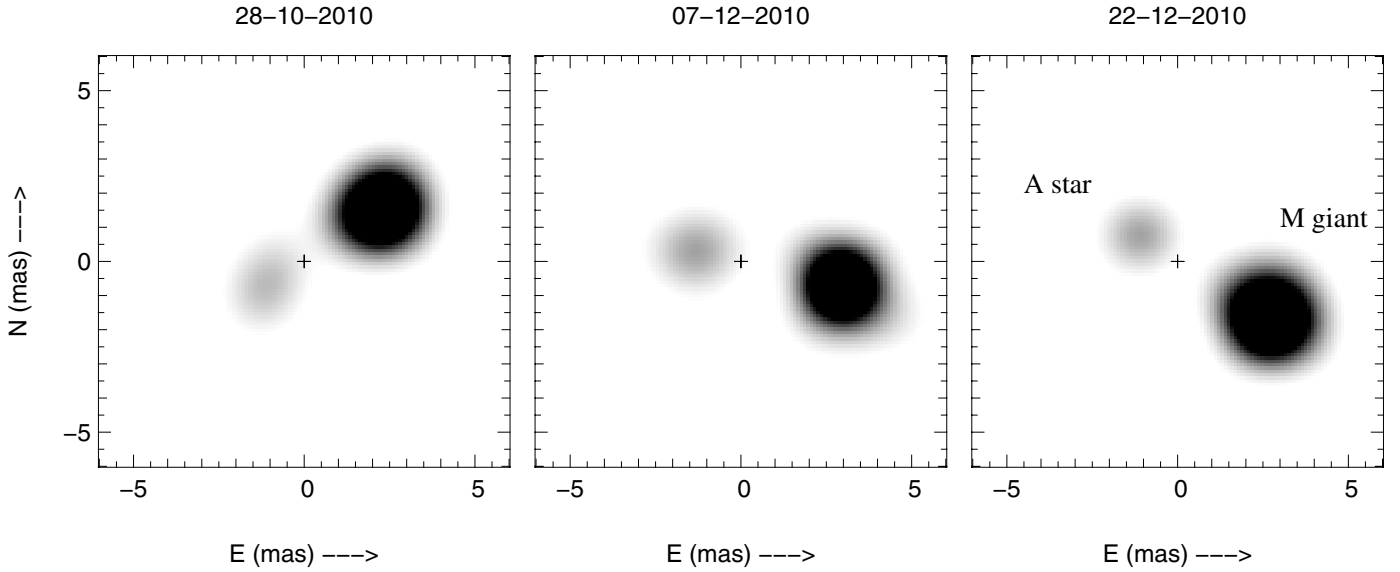
**Fig. 1.** Typical  $(u,v)$ -plane coverage for AMBER (left, November 2008) and PIONIER (right, October 2010) observations.

observations separated in time by a few days (seven to the maximum) to increase the  $(u,v)$ -plane coverage. We made sure that this brings valuable information without biasing the results, more specifically the estimation of the binary orientation. Typical  $(u,v)$ -planes for AMBER and PIONIER observations can be seen in Fig. 1.

**AMBER data** We used archive AMBER data obtained during four different nights in a period of 200 days (more than half an orbital period). They cover simultaneously the  $J$ -,  $H$ -, and  $K$ -bands with a spectral resolution  $R \sim 35$ . Even though  $J$ -band fringes have been properly recorded in several observations, we decided to discard them from the analysis of this paper since the data quality is significantly worse than for longer wavelengths. Raw visibility and closure phase values were computed using the latest public version of the `amdlib` package (version 3; Malbet et al. 2010) and the `yorick` interface provided by the Jean-Marie Mariotti Center.

**PIONIER data** They were obtained in the  $H$ -band between the end of October 2010 and December 2010 during the commissioning runs of the instrument. We used the prism that provides a spectral resolution  $R \sim 40$ , that is, six spectral channels across the  $H$ -band. Because these observations have been made during the commissioning (less than four hours of observation for each night), the  $(u,v)$ -plane coverage is still relatively poor compared with a whole night of observations but more complete than AMBER's. Data were reduced with the `pndrs` package presented by Le Bouquin et al. (2011).

The low spectral resolution multiplies the number of spatial frequencies, and brings a wealth of information (Sect. 4). This is



**Fig. 2.** Model-independent image reconstruction of SS Lep obtained during the PIONIER runs P1, P2, and P4. The resolved M giant and the A star are clearly identified. The images are centered on the center of mass (central cross) as determined from Sect. 5.2. The distortion of the giant in the image is most certainly due to an asymmetric PSF rather than to a definite tidal effect. Three faint artefacts are visible on the periphery of the image.

especially true with AMBER for which the  $(u, v)$ -coverages were relatively poor.

### 3. Image synthesis

With its four telescopes, PIONIER provides six visibilities and four closure phases simultaneously, which allows a reliable image reconstruction for the four observations. We used the MIRA software from Thiébaud (2008). MIRA proceeds by direct minimisation of a penalised likelihood. This penalty is the sum of two terms: a likelihood term that enforces agreement of the model with the data (visibilities and closure phases), plus a regularisation term to account for priors. The priors are required to lever the possible degeneracies due to the sparseness of the spatial frequency sampling. We use here the “total variation” regularisation associated with positivity constraint as recommended by Renard et al. (2011). The pixel scale is 0.25 mas and the field-of-view is  $200 \times 200$  pixels. The starting point is a Dirac function in  $(0, 0)$ . We set the hyper-parameter to a low value of 100, so that the weight of the regularisation term is kept small with respect to the fit to the data. It brings some super-resolution, at the cost of an improved noise level in the image. We combined all the spectral channels to improve the  $(u, v)$ -plane coverage. That the image is indeed “grey” over the  $H$ -band is demonstrated in the next section. The reconstructed images for runs P1, P2, and P4 are presented in Fig. 2. Each image shows the binary nature of SS Lep, the separation being slightly smaller than 5 mas. From one observation to the next, we can observe the rotation of the system.

The A star and its shell have an expected spatial extension of 0.5 mas (Verhoelst et al. 2007) so that we do not expect to resolve them with our VLTI baselines. Therefore, the size of the spot corresponding to the A star more or less defines the point spread function (PSF) of the image, about 1 mas large. Because the M giant is the most luminous component of the system in the  $H$ -band, we identify it in the image as the darkest spot. With respect to the A star, we clearly see that it is spatially resolved and measures approximately 2 mas in diameter. We expect the

distortion observed in the image to come from an asymmetric filling of the  $(u, v)$ -plane (implying a non-circular PSF on the reconstructed image) rather than to a real tidal distortion. As a matter of fact, the tidal distortion would be around  $5 \sim 7\%$ , i.e. less than seen in the image. Additionally, its orientation in the image corresponds well with the asymmetry observed in the corresponding  $(u, v)$ -planes. It was actually not possible to image the circumbinary disc because of the lack of data with short baselines.

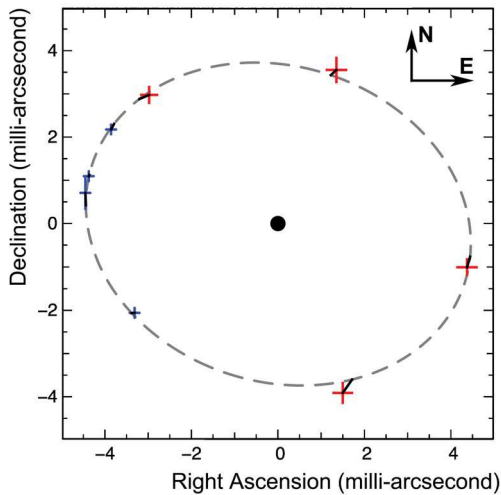
### 4. Modelling

Our observations clearly show that SS Lep is a spatially resolved binary whose M giant is actually resolved for all observations. We built a geometrical model to determine the characteristics of the individual components. The M giant and the A star are modelled as uniform discs, and the circumbinary material is modelled as a Gaussian envelope. We tried to detect a possible tidal distortion of the giant or matter escaping from its atmosphere by modelling it with an elongated uniform disc. Results were not persuasive and, similar to the image reconstruction, we cannot conclude anything about this because we lack the longest baselines able to measure distortion of a few percent. The spatial resolution of 1 mas was also not sufficient to resolve the putative shell or an accretion disc around the A star, which agrees with the 0.5 mas size estimated from the spectral energy distribution (SED) in Verhoelst et al. (2007). We therefore fixed its diameter to 0.5 mas.

The model we used to fit the interferometric data (visibilities and closure phases) therefore comprises six degrees of freedom: the relative flux contribution of two components of the system, the binary separation and its orientation, the size of the M giant, the size of the circumbinary envelope. Our data sets are perfectly suited to spectral analysis. To properly fit the data it appeared necessary to consider the fluxes to be wavelength-dependent.

The data and the results of our fits are presented in the Appendix. Starting from the PIONIER images, we are able to measure the binary separation and orientation for each dataset





**Fig. 3.** SS Lep best orbit (dashed line) obtained by combining previous radial velocities (Welty & Wade 1995) with our astrometric measurements. The central dot indicates the A star. AMBER and PIONIER points are respectively presented by the red and blue crosses representing the  $3\text{-}\sigma$  error bars. The corresponding points on the best orbit are indicated by the short segments originating in each point.

independently. The relative flux of the three components could be recovered between  $1.6$  and  $2.5\ \mu\text{m}$ , with a dispersion of 3% between the different epochs. The relative flux ratios are almost constant over the  $H$ -band, which validates the “grey” approach used in Sect. 3. We tried to measure a chromatic diameter for the giant but results were not consistent between the different epochs. Finally, despite the relatively long period between AMBER and PIONIER observations (almost two orbital periods), we note rather good consistency of results within error bars, indicating that the system is relatively stable.

We were not able to extract much information about the large circumbinary disc because of the lack of very short baselines. The disc is almost totally resolved with the smallest projected baselines of 15 m. We were only able to roughly determine its full width at half maximum (FWHM) for only two observations out of eight (A1 and A4), and its relative flux for 6 of them (A1, A3, P1 to P4). We measured an FWHM of  $12.2 \pm 0.2$  mas in agreement with the estimation of Verhoelst et al. (2007) in the near-IR. The disc has been observed in the mid-IR by Verhoelst et al. (2011), who measured a Gaussian FWHM of 26 mas. Observations with the 10-metre baselines of the Keck Segment-Tilting Experiment at  $10.7\ \mu\text{m}$  did not resolve it (Monnier et al. 2009) and indicate that it should not be larger than 200 mas in the mid-IR.

## 5. Characteristics of the individual components

### 5.1. The orbit of SS Lep

To compute the most reliable orbit possible, we combined our eight astrometric positions of the binary with the radial velocities of the M star obtained by Welty & Wade (1995)<sup>1</sup>. We deduced the orbital parameters from a global  $\chi^2$  minimisation of these data. The best-fit orbit is shown in Fig. 3, and the orbital parameters are listed in Table 3. Uncertainties on the orbital elements are estimated via Monte-Carlo simulations. The

<sup>1</sup> We discarded the A star radial velocities that were not convincing.

**Table 3.** Orbital parameters of SS Lep obtained by combining previous radial velocities (Welty & Wade 1995) with our 8 astrometric measurements.

Semi major axis $a$	$4.492 \pm 0.014$ mas
Linear semi major axis $a$	$1.26 \pm 0.06$ AU
Inclination $i$	$143.7 \pm 0.5^\circ$
Eccentricity $e$	$0.005 \pm 0.003$
Longitude of the ascending node $\Omega$	$162.2 \pm 0.7^\circ$
Argument of periastron $\omega$	$118 \pm 30^\circ$

inclination angle of  $143.7^\circ$  and the non-significant eccentricity<sup>2</sup> confirm the previous measurements of Welty & Wade (1995) of a quasi-circularised orbit observed with an inclination angle between  $28^\circ$  and  $38^\circ$ . The circularised orbit is not a surprise for an evolved symbiotic system, with an M giant in a short orbit. For instance, Fekel et al. (2007) find that 17 of the 21 (i.e. 81%) red symbiotic systems with periods  $P \leq 800$  days have circular orbits.

This result definitely invalidates the periastron-passage mass transfer scenario of Cowley (1967), which required a significant eccentricity ( $e = 0.134$ ) to explain the regular “outbursts” of the system. Finally, given the almost null eccentricity,  $\omega$  is also poorly constrained.

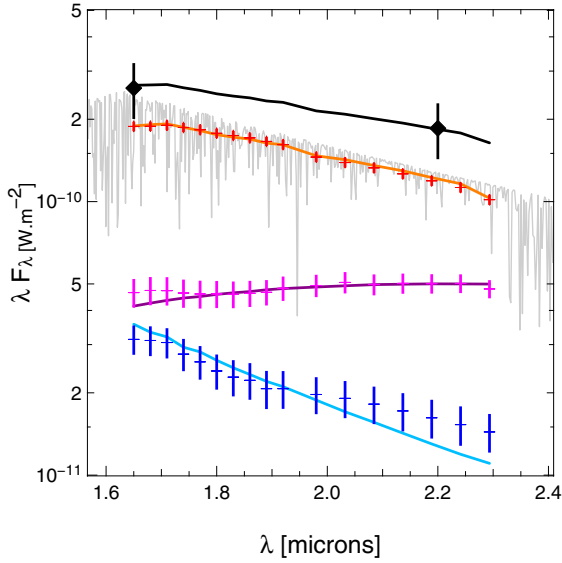
### 5.2. The masses

Combining our value for the inclination with the binary mass function obtained by Welty & Wade (1995), we can estimate the individual mass of the stars, hence the mass ratio. The main source of uncertainty in this estimation resides in the distance, as determined by Hipparcos. Using the distance and the angular separation of the two stars, we obtain  $a = 1.26 \pm 0.06$  AU, and thus, through Kepler’s third law, the total mass of the system is estimated as  $4.01 \pm 0.60 M_\odot$ . We then derive  $M_A = 2.71 \pm 0.27 M_\odot$ ,  $M_M = 1.30 \pm 0.33 M_\odot$ , and  $1/q = M_A/M_M = 2.17 \pm 0.35$ . The mass ratio is thus much greater than previously thought. While the A star still has a mass in the range  $2\text{--}3 M_\odot$ , the mass of the M giant is now much higher than estimated earlier, and this implies that less matter was transferred into the system than previously guessed. We come back to this later.

### 5.3. The M star

Averaging over all the epochs, we measure an apparent diameter for the M star  $\theta_{M,UD} = 2.208 \pm 0.012$  mas, where the error is computed from the dispersion of the eight estimations. The error bars do not include systematic effects like, for instance, tidal distortions, which could increase error bars by a few percent. It was also not possible to identify a dependence in the giant size as a function of the wavelength. The previous VINCI observations of Verhoelst et al. led to a higher value of  $2.94 \pm 0.3$  mas, most likely because theirs was the result of a one-year survey of the source, without any phase information in the interferometric data. This involved modelling the system as a symmetric object, so that it was impossible to disentangle the signatures of the rotating binary from the resolved giant one.

<sup>2</sup> The astrometric points alone lead to an eccentricity of  $0.004 \pm 0.008$ , compatible with a circular orbit.



**Fig. 4.** Flux of the M giant (red), the A star (blue), and the envelope (magenta). The grey curve is the M star MARCS spectrum. In black is the sum of the three components adjusted to the 2MASS magnitudes in the *H*- and *K*-bands. The dots are the data plus the error bars, and the solid lines are the models for each of the components.

The conversion factor from the uniform disc to a limb-darkened one differs by a few percent depending on the authors<sup>3</sup>. We adopt a value of 1.04, which leads to a limb-darkened diameter equal to  $\theta_{\text{M,LD}} = 2.296 \pm 0.013$  mas. These results agree with the limb-darkened diameter estimated from the SED of Verhoelst et al. ( $\theta_{\text{M,LD}} = 2.66 \pm 0.33$  mas). Taking the uncertainty on the distance into account, the M giant radius is  $R_{\text{M}} = 66.7 \pm 3.3 R_{\odot}$ , which is 40% smaller than previously obtained. This leads to a surface gravity  $\log g \sim 0.9$ .

Dumm & Schild (1998) provide measurements of radius for (non-Mira) M star, showing that with a radius around  $\sim 65 R_{\odot}$ , the M star spectral type should be M1/M2. Given the orbital period, Mürset & Schmid (1999) agree by deriving a spectral type between M0 and M1. From the table of these authors, stars with similar luminosities to the one estimated for the M giant of SS Lep all have a radius between 42 and  $67 R_{\odot}$ .

Based on the dependence of the nuclear time scale on stellar mass, the M star must have an initial mass at least 20% higher than its companion to have evolved on the AGB, while its companion is still in the phase of central hydrogen burning. Because the initial mass of the system was probably greater than its current value, this implies an initial mass of the giant  $M_{\text{M},0} > 2.2 M_{\odot}$ <sup>4</sup>. Finally, stars with such masses (unless much larger) never go through a stage with large radii when on the RGB – with the maximum radius reached of the order of  $30 R_{\odot}$  – which indicates the M star is more likely on the early-AGB phase.

<sup>3</sup> Verhoelst et al. calculate a factor of 1.058. Using the results of Hanbury Brown et al. (1974) and Claret (2000), we find a conversion factor of 1.044, and with the method of Davis et al. (2000), it is equal to 1.030 (van Belle et al. 2009).

<sup>4</sup> Since we expect the M star to have had an initial mass at least 20% higher than the A one  $q_0 = M_{\text{M},0}/M_{\text{A},0} > 1.2$ , and therefore  $M_{\text{M},0} + M_{\text{A},0} > 1.85 M_{\text{M},0}$ . Finally, because the system was most likely more massive initially, we get  $1.85 M_{\text{M},0} > M_{\text{A}} + M_{\text{M}}$ , that is,  $M_{\text{M},0} > 0.55(M_{\text{M}} + M_{\text{A}}) \simeq 2.2 M_{\odot}$ .

**Table 4.** Stellar parameters extracted in this study.

	M star	A star
Mass [ $M_{\odot}$ ]	$1.30 \pm 0.33$	$2.71 \pm 0.27$
Apparent diameter [mas]	$2.208 \pm 0.012$	$0.6 \pm 0.05$
Linear radius [ $R_{\odot}$ ]	$66.7 \pm 3.3$	$\sim 18$
Temperature [K]	$3500 \pm 200$	$\sim 9000$

#### 5.4. Temperature of individual components

The modelling presented in Sect. 4 allows us to estimate the relative flux of the three components between 1.6 and  $2.3 \mu\text{m}$  (see Appendix). These measurements can be used to constrain the temperature and the size of the individual components. We impose that the M giant diameter is 2.2 mas as estimated previously. We model its SED with a MARCS model whose dependencies are the temperature and the metallicity (Gustafsson et al. 2008). The A star is in the Rayleigh-Jeans regime: it is impossible to fit simultaneously its temperature and size. We leave its diameter free and model its SED by a KURUCZ model at 9000 K (Castelli & Kurucz 2003). The disc is modelled by a Gaussian whose FWHM and blackbody temperature are left free. We use the absorption law of Cardelli et al. (1989) with  $R_V = 3.1$  and  $A_V = 0.7$  mag (Verhoelst et al. 2007; Malfait et al. 1998). Additionally, we force the total SED (M giant + A star + disc) to be compatible with the 2MASS measurements (Skrutskie et al. 2006). The lack of an absolute spectrum makes difficult a more realistic modelling. The best fit is presented in Fig. 4. Our estimation of the stellar parameters are summarised in Table 4.

The M star temperature is found to be around  $3500 \pm 200$  K. We also confirm that the A star is *apparently* larger than expected from its spectral class ( $\theta_{\text{A}} = 0.6 \pm 0.05$  mas, or a linear radius of about  $18 R_{\odot}$ ). For the disc, we found a blackbody temperature of  $1700 \pm 100$  K and an FWHM of  $8.0 \pm 0.5$  mas. Interestingly, this is incompatible with the 12 mas derived from the fit of visibility curves in Sect. 4. We see this inconsistency as a hint that a Gaussian geometry is probably too simple to model the circumbinary environment.

## 6. The mass transfer process

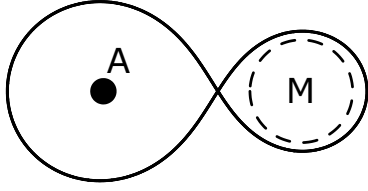
As explained above, SS Lep shows evidence of mass transfer between the M giant and the A star, and this mass transfer is not completely conservative. We now revisit the possible physical foundations for this mass transfer according to the new parameters of the system derived in previous sections.

The observations suggest that the mass transfer is driven by a wind-Roche Lobe overflow (wind RLOF; Podsiadlowski & Mohamed 2007). We indeed show here that the current state of the system seems to require an enhanced mass loss from the giant and that this wind possibly fills the Roche lobe and makes the mass transfer almost conservative. We also show that it is quite possible that an accretion disc formed around the A star, which may explain its abnormal luminosity.

### 6.1. Mass transfer by Roche Lobe overflow from the wind

Our results indicate that the M giant only fills around  $85 \pm 3\%$  of its Roche lobe (Fig. 5). This contradicts the results of Verhoelst et al. (2007). The reasons of this difference are threefold.

1. Our more precise interferometric measurements led us to estimate a smaller giant radius than in previous studies.



**Fig. 5.** Representation of the modified Roche equipotential (solid line) for a mass ratio  $1/q = 2.2$ . The limb-darkened diameter of the M giant is the dashed line, while the A star one is the dark dot.

2. The revised HIPPARCOS distance brings the system closer than previously thought. This makes the stars smaller, while the orbital radius is mostly given by the orbital period and is almost independent of the distance.
3. We have determined for the first time the mass ratio and find a higher value than previously guessed. This leads to a higher mass and Roche lobe radius of the giant.

Our results disprove a *stricto sensu* current RLOF. Two mechanisms might occur that leave this possibility open however, but they can be discarded with quantitative arguments.

First, *radiation pressure* reduces the gravitational acceleration influence, so that the Roche potential surface shrinks (Schuerman 1972). Dermine et al. (2009) estimated the ratio of the radiation to the gravitational force to be  $f \sim 10^{-2}$  to  $10^{-1}$  for the M giant of SS Lep. It reduces the Roche lobe radius by only 1 to 4%. For the giant to fill its Roche lobe we need  $f = 0.35$ , which implies that the  $L_1$  and  $L_2$  points share the same equipotentials, making it more difficult for the A star to accrete, most of the matter finally going into the circumbinary disc. However, the mass of the latter is rather low according to Jura et al. (2001) ( $M_{\text{dust}} \sim 2 \times 10^{-5} M_{\odot}$ ), so that this is unlikely.

Second, *atmosphere stratification* in red giants indicates that there is no single radius value, and it may be not obvious what really fills the Roche lobe. Pastetter & Ritter (1989) have shown that for very evolved stars the scale height of the density stratification in their atmosphere is a significant fraction of their photospheric radius, so that mass flows through the inner Lagrangian point  $L_1$  long before the photosphere reaches the critical Roche equipotential. Because it is on the early AGB phase, the M giant in SS Lep is still very far from these evolutionary stages, so that this effect is negligible here.

Finally, to discard the RLOF mechanism, we should explain the 0.0126 mag ellipsoidal variability in the visible from Koen & Eyer (2002). This variability can be interpreted as the signature of a distorted photosphere, whose flux in the line of sight varies periodically. In the present case, it would correspond to a change in radius of about 8–9%. However, given the low inclination of the system, even if the star was filling its Roche lobe, it would not show such a large variation in radius. Moreover, the data in the  $K$ -band of Kamath & Ashok (1999), where the M giant dominates, are hardly convincing evidence of any periodic variations in SS Lep. The Hipparcos variability must thus have another origin than a tidal distortion of the M giant. If the reason for the light variation in the visible is the primary source of light in the system, a change of less than 0.6% is required to explain the observed amplitude. The cause of this change is, however, not known.

We therefore conclude that an RLOF is unlikely in SS Lep. Podsiadlowski & Mohamed (2007) suggest the possibility of a new mode of mass transfer – the wind Roche lobe overflow – where a slow wind fills the Roche lobe (e.g. Mira stars in symbiotic systems). Because the wind speed in M giants is rather

small (around  $10 \sim 15 \text{ km s}^{-1}$ ) and lower than the orbital one for SS Lep ( $v_{\text{orb}} = 48 \text{ km s}^{-1}$ ), we expect it to be in the particular case of a wind Roche lobe overflow, where a substantial part of the stellar wind can be accreted. The simulations of Nagae et al. (2004) show that at least 10% of the M giant wind could be accreted in SS Lep.

## 6.2. Need for enhanced mass loss from the M giant

As seen in the previous section, the mass transfer in SS Lep is likely due to high-efficiency accretion of the M giant stellar wind. However, it is difficult to explain the current system state with normal stellar wind rates, which are too low. Indeed, before the AGB phase, the typical mass loss rates are around  $\sim 1\text{--}2 \times 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  at the normal (e.g. Reimers) rate. The M giant (with an expected initial mass  $> 2.2 M_{\odot}$ ) should have lost only a few hundredths of a solar mass before reaching the AGB, whereas we expect it to have lost at least  $0.9 M_{\odot}$ . As the M star is on the AGB since only a few million years – and will stay there for a few million years more at most – it cannot have lost much mass since then.

There is, however, some evidence of enhanced wind mass loss of giants in binaries compared to single giants of the same spectral type (Mikołajewska 2007; Jorissen 2003). From a theoretical point of view, the presence of a companion reduces the effective gravity of the mass-losing star, thus enhancing the mass loss. In the case of SS Lep, the so-called CRAP mechanism of tidally enhanced stellar wind (Tout & Eggleton 1988) allows a mass loss rate 150 times higher than the Reimers rate<sup>5</sup>, i.e.  $\sim 2.4 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . Soker et al. (1998) and Frankowski & Tylenda (2001) have also shown that, in this case, the mass loss is strongly enhanced in the equatorial plane, while an accretion disc can form during wind accretion (Theuns et al. 1996; Nagae et al. 2004).

To validate our scenario of a wind RLOF and of enhanced mass loss by wind from the giant, we have considered the possible evolution of a binary system, taking the CRAP mechanism into account, and following the methodology of Hurley et al. (2002). We start with a system having an initial period of 160 days and initial masses  $M_{M,0} = 2.28 M_{\odot}$ ,  $M_{A,0} = 1.85 M_{\odot}$ . For about 1 Gyr, the system evolves without much change, and the primary star starts its ascent of the AGB. After 2.8 Myr, the masses and period have reached the currently observed values, with about  $0.1 M_{\odot}$  having been lost by the system, and forming some circumbinary disc. The mass loss and transfer occurred mostly during the last 500 000 years, with a mass loss  $\sim 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . During the whole process, the Roche lobe radius around the M star remained similar, the lowest value being  $74 R_{\odot}$ . No RLOF should thus have happened, unless the initial eccentricity was very high.

The above scenario is certainly not the only possible one, but it shows that we can explain the current and peculiar properties of SS Lep (including a low-mass circumbinary disc), without resorting to an RLOF and with a low mass loss rate of the order of  $10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ .

## 6.3. Accretion on the A star

From the previous sections, the accretion efficiency is expected to be much higher than 10% in SS Lep, perhaps in the range of 80–90%, while the mass loss rate could reach around

<sup>5</sup> Because the M star fills more than 50% of its Roche lobe, we consider an enhancement factor  $1 + B/2^6 = 156$ , where  $B \sim 10^4$ , as described by Tout & Eggleton (1988).



$10^{-6} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . This corresponds to an accretion rate of a few  $10^{-7} \sim 10^{-6} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  on the A star. This agrees with the  $3.3 \sim 5.5 \times 10^{-7} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  of Blondel et al. (1993), when interpreting the Lyman- $\alpha$  emission in terms of the recombination of  $\text{H}^+$  during the inflow of matter.

Verhoelst et al. (2007) propose that the A star could have “puffed up” by factors of five to seven because of too fast accretion in order to explain its abnormal luminosity. The calculations of Kippenhahn & Meyer-Hofmeister (1977) require an accretion rate of  $5 \times 10^{-5} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  to reconcile the luminosity and the spectral type for an increase in diameter of a factor of ten<sup>6</sup>. This is too high compared to the value we derived previously. Moreover, in this scenario a shell spectrum is hiding the A star spectrum so that a clear determination of the stellar parameters is prevented; in particular, the gravity of the star cannot be estimated accurately. If we make the reasonable assumption that the A star is rotating in the orbital plane, based on the measured  $v \sin i = 118 \text{ km s}^{-1}$  (Royer et al. 2002), we derive an equatorial velocity of  $196 \text{ km s}^{-1}$ . It is above the break-up speed for a  $2.7 M_{\odot}$  star with a radius of  $18 R_{\odot}$ , which is  $170 \text{ km s}^{-1}$ . These arguments challenge the “puffed up” scenario, so we can wonder if the A star indeed has such a large radius.

Another explanation for the abnormal luminosity of the A star could be the presence of an accretion disc. Indeed, the Ly- $\alpha$  emission profile observed by Blondel et al. (1993) consists of a single, asymmetric and redshifted feature, suggesting a significant absorption by the extended atmosphere in the equatorial plane. This could be a hint of wind RLOF presenting a focused wind in the equatorial plane and of the presence of an accretion disc. This disc would easily explain the shell nature of SS Lep as well as the variability of its spectrum. This accretion disc is also expected from a mechanical point of view in the wind RLOF scenario because most of the matter goes through the  $L_1$  point. The matter will fall towards the A star and, because of its initial angular momentum, it will reach a minimum radius of

$$\frac{r_{\min}}{a} = 0.0488 q^{-0.464},$$

before forming an accretion disc. In the present case, this amounts to  $20 R_{\odot}$ , larger than the star (even if it has expanded). Moreover, at the beginning of the mass transfer,  $r_{\min} \simeq 9 R_{\odot}$ , which is also larger than the radius of an A star on the main sequence ( $\sim 2\text{--}3 R_{\odot}$ ). It is thus likely that a disc has formed. The radius of this disc would be about

$$\frac{r_{\text{circ}}}{a} = 0.0859 q^{-0.426},$$

which is  $r_{\text{circ}} \simeq 33 R_{\odot}$  currently for SS Lep. The expected apparent diameter of this disc is between 0.8 and 1 mas if we take the inclination into account. This size is at the limit of detection with our VLTI interferometric observations but is within reach for CHARA instruments like MIRC or VEGA. We think this alternative deserves further scrutiny.

#### 6.4. Future evolution

It is also interesting to consider the future of SS Lep in the framework of the model presented in Sect. 6.2. As the M star will evolve along the AGB, its mass loss will increase more

<sup>6</sup> Based on the same computations, Verhoelst et al. derived a value of  $\sim 2 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ , but the calculations of Kippenhahn & Meyer-Hofmeister give an increase in radius by a factor of 100 for this accretion rate.

and more. Given the multiplication factor imposed by the CRAP mechanism, after 170 000 years, the envelope will be exhausted and the star will start its post-AGB evolution to become a WD. It is likely that for a short time, the system will appear as a non-spherical planetary nebula, where the asymmetry is due to the circumbinary material. The A star will have its mass increased to  $3.3 M_{\odot}$ . Because the primary will not have time to go through the thermal pulses phase, it will most likely not be polluted in s-process elements. The period will have increased to 900 days, so the system will appear in the typical location in the ( $e - \log P$ ) diagram for post-mass transfer systems (Boffin et al. 1993). When in the post-AGB phase, the system will thus appear typical of those discovered, with a circumbinary disc and an orbital period between 200 and 1800 days (van Winckel 2003). The A star will then undergo its evolution as a red giant and the system will most likely again be a symbiotic system – more usual this time, given the presence of a white dwarf.

## 7. Conclusion and future work

We have presented here the results of VLTI observations, and we focused on the binary. After having computed the characteristics of the orbit, we demonstrated that the mass ratio is lower than previously thought and that the M giant does not fill its Roche lobe. However the system is possibly in the configuration of a wind Roche lobe overflow, where a substantial part of the giant’s stellar wind can be accreted by the A star. We also have good reasons to think that the A star is actually surrounded by an accretion disc, although this needs to be investigated further.

We still lack a low-resolution spectro-photometry of SS Lep between  $1.6$  and  $2.5 \mu\text{m}$  to compute the absolute luminosity of each component and extract more specific information. The current data also present good hints of unmodelled material escaping the system. It would be of uttermost importance to obtain additional interferometric observations of SS Lep – at large but also small baselines – to study the binary interactions in more details (M star distortion, mass transfer, circumbinary disc) and to determine if the A star is surrounded by an accretion disc.

*Acknowledgements.* The authors would like to thank O. Absil and G. Dubus for their help, as well as the referee N. Elias, whose careful review of the text helped them improve the papers clarity and quality. PIONIER is funded by the Université Joseph Fourier (UJF, Grenoble) with the programme TUNES-SMING, the Institut de Planétologie et d’Astrophysique de Grenoble (IPAG, ex-LAOG), and the Institut National des Science de l’Univers (INSU) with the programmes “Programme National de Physique Stellaire” and “Programme National de Planétologie”. PIONIER is equipped with a detector provided by W. Traub (JPL, Caltech). The authors want to warmly thank the VLTI team. This work is based on observations made with the ESO telescopes. It made use of the Smithsonian/NASA’s Astrophysics Data System (ADS) and of the Centre de Données astronomiques de Strasbourg (CDS). All calculations and figures were performed with the freeware Yorick<sup>7</sup>. The image reconstruction was performed with the software MIRA<sup>8</sup>.

## References

- Blondel, P. F. C., Talavera, A., & Djie, H. R. E. T. A. 1993, A&A, 268, 624  
 Boffin, H. M. J., Cerf, N., & Paulus, G. 1993, A&A, 271, 125  
 Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, ApJ, 345, 245  
 Castelli, F., & Kurucz, R. L. 2003, in Modelling of Stellar Atmospheres, ed. N. Piskunov, W. W. Weiss, & D. F. Gray, IAU Symp., 210, 20  
 Claret, A. 2000, A&A, 363, 1081  
 Cowley, A. P. 1967, ApJ, 147, 609  
 Davis, J., Tango, W. J., & Booth, A. J. 2000, MNRAS, 318, 387

<sup>7</sup> <http://yorick.sourceforge.net>

<sup>8</sup> <http://www-obs.univ-lyon1.fr/labo/perso/eric.thiebaut/mira.html>



- Dermine, T., Jorissen, A., Siess, L., & Frankowski, A. 2009, *A&A*, 507, 891
- Dumm, T., & Schild, H. 1998, *NewA*, 3, 137
- Dupree, A. K. 1986, *ARA&A*, 24, 377
- Eggleton, P. P. 2006, *Evolutionary Processes in Binary and Multiple Stars*, (Cambridge University Press)
- Fekel, F. C., Hinkle, K. H., Joyce, R. R., Wood, P. R., & Lebzelter, T. 2007, *AJ*, 133, 17
- Frankowski, A., & Tylenda, R. 2001, *A&A*, 367, 513
- Gustafsson, B., Edvardsson, B., Eriksson, K., et al. 2008, *A&A*, 486, 951
- Haguenauer, P., Alonso, J., Bourget, P., et al. 2010, *Proc. SPIE*, 7734
- Hanbury Brown, R., Davis, J., Lake, R. J. W., & Thompson, R. J. 1974, *MNRAS*, 167, 475
- Hurley, J. R., Tout, C. A., & Pols, O. R. 2002, *MNRAS*, 329, 897
- Jorissen, A. 2003, *ASPC*, 303, 25
- Jura, M., Webb, R. A., & Kahane, C. 2001, *ApJ*, 550, L71
- Kamath, U. S., & Ashok, N. M. 1999, *A&AS*, 135, 199
- Kippenhahn, R., & Meyer-Hofmeister, E. 1977, *A&A*, 54, 539
- Koen, C., & Eyer, L. 2002, *MNRAS*, 331, 45
- Le Bouquin, J.-B., Berger, J.-P., Lazareff, B., et al. 2011, *A&A*, 535, A67
- Malbet, F., Duvert, G., Millour, F. A., et al. 2010, *Proc. SPIE*, 7734
- Malfait, K., Bogaert, E., & Waelkens, C. 1998, *A&A*, 331, 211
- Mikołajewska, J. 2007, *Bal. Astron.*, 16, 1
- Mohamed, S., & Podsiadlowski, P. 2007, in *15th European Workshop on White Dwarfs*, ed. R. Napiwotzki, & M. R. Burleigh, *ASP Conf. Ser.*, 372, 397
- Molaro, P., Morossi, C., & Ramella, M. 1983, *A&A*, 119, 160
- Monnier, J. D., Tuthill, P. G., Ireland, M., et al. 2009, *ApJ*, 700, 491
- Mürset, U., & Schmid, H. M. 1999, *A&A*, 137, 473
- Nagae, T., Oka, K., Matsuda, T., et al. 2004, *A&A*, 419, 335
- Pastetter, L., & Ritter, H. 1989, *A&A*, 214, 186
- Petrov, R. G., Malbet, F., Weigelt, G., et al. 2007, *A&A*, 464, 1
- Podsiadlowski, P., & Mohamed, S. 2007, *BaltA*, 16, 26
- Polidan, R. S., & Shore, S. N. 1991, *BAAS*, 23, 1414
- Polidan, R. S., & Shore, S. N. 1993, *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, *BAAS*, 25, 1320
- Renard, S., Thiébaud, E., & Malbet, F. 2011, *A&A*, 533, A64
- Royer, F., Grenier, S., Baylac, M.-O., Gómez, A. E., & Zorec, J. 2002, *A&A*, 393, 897
- Schuerman, D. W. 1972, *Ap&SS*, 19, 351
- Skrutskie, M. F., Cutri, R. M., Stiening, R., et al. 2006, *AJ*, 131, 1163
- Soker, N., Rappaport, S., & Harpaz, A. 1998, *ApJ*, 496, 842
- Theuns, T., Boffin, H. M. J., & Jorissen, A. 1996, *MNRAS*, 280, 1264
- Struve, O. 1930, *ApJ*, 72, 343
- Struve, O., & Roach, F. E. 1939, *ApJ*, 90, 727
- Thiébaud, E. 2008, *Proc. SPIE*, 7013
- Tout, C. A., & Eggleton, P. P. 1988, *MNRAS*, 231, 823
- van Belle, G. T., Creech-Eakman, M. J., & Hart, A. 2009, *MNRAS*, 394, 1925
- Van Leeuwen, F. 2007, *Hipparcos, the new reduction of the raw data* (Springer)
- van Winckel, H. 2003, *ARA&A*, 41, 391
- Verhoelst, T., van Aarle, E., & Acke, B. 2007, *A&A*, 470, L21
- Verhoelst, T., van Aarle, E., & Acke, B. 2011, in *Asymmetric Planetary Nebulae 5 Conference*
- Welty, A. D., & Wade, R. A. 1995, *AJ*, 109, 326

# Conclusions et perspectives



Durant ma thèse, j'ai montré l'intérêt de l'interférométrie optique et de sa capacité de très haute résolution angulaire pour étudier et contraindre la morphologie des systèmes binaires les plus compacts, les binaires en interaction. Combinées avec des mesures de vitesses radiales, les mesures interférométriques ont permis de contraindre de manière précise la masse et la taille des étoiles, et de déduire le type de transfert de masse en jeu dans le système symbiotique SS Leporis. L'analyse des données interférométriques s'est en particulier appuyée sur la nouvelle capacité d'imagerie du VLTI, rendue possible par la combinaison de 4 télescopes simultanément avec l'instrument visiteur PIONIER. L'analyse spectrale des données a également permis d'en apprendre plus sur les propriétés des différentes composantes du système (température entre autres).

L'étude des systèmes en interaction avec l'interférométrie n'en est qu'à ses débuts. De nouveaux outils de diagnostic à haute résolution angulaire devraient permettre dans les prochaines années d'aller plus loin encore dans leur étude :

- ▶ Le développement d'instruments imageurs à 4 et 6 télescopes va permettre d'imager directement ces systèmes à très haute résolution angulaire sans introduire d'a priori. Ceci permettra de faire apparaître de manière non ambiguë des structures fines et complexes au sein de ces systèmes, difficilement identifiables par la simple analyse de courbes de visibilité (comme c'est le cas actuellement dans la plupart des études).
- ▶ Du fait de la quantité d'information fournie par les instruments imageurs à 4 télescopes et plus, il est maintenant possible de déterminer la position astrométrique d'une binaire en quelques dizaines de minutes (test effectué sur les données PIONIER de SS Lep par exemple). Il me semble à présent envisageable de déterminer l'orbite de systèmes en rotation rapide (période de révolution inférieure à un jour par exemple) en une nuit d'observation.
- ▶ Les instruments astrométriques tels que PRIMA et GRAVITY (ainsi que la mission GAIA pour un autre type d'instrument) promettent de contraindre des orbites plus petites que ce qu'il est possible de mesurer actuellement avec des instruments *classiques* (basés sur des mesures de clôtures de phase), et donc d'étudier des systèmes extrêmement compacts, où les interactions sont maximales.
- ▶ La capacité de spectro-interférométrie d'AMBER puis de GRAVITY autorise d'étudier les raies d'émission du vent, d'en étudier la morphologie, d'en déduire comment ce dernier est accrété, et finalement de confronter ces mesures aux modèles d'accrétion de vents envisagés à l'heure actuelle.
- ▶ L'utilisation d'instruments dans le domaine visible, tels que VEGA à CHARA, autorisent quant à eux de se concentrer sur l'étude de la composante la plus chaude du système (l'accréteur). La plus grande résolution angulaire de ces observations (comparativement à l'IR) devrait ainsi permettre de détecter un disque (ou une enveloppe) d'accrétion autour de la primaire et d'en apprendre encore plus sur le processus d'accrétion.
- ▶ Dans le cas où le transfert de masse est non conservatif, ces systèmes sont en outre souvent entourés de poussière, distribuée sous la forme d'un disque ou d'une enveloppe. L'instrument de seconde génération du VLTI, MATISSE, disposera d'une capacité unique d'imagerie à très haute résolution angulaire dans le domaine de l'infra-rouge moyen : l'imagerie des parties internes de ces structures permettra en premier lieu de déterminer si cette poussière est distribuée sous forme de disque ou d'enveloppe. L'étude de leur morphologie aidera à déterminer son origine (d'où et comment fuit-elle du système ?), et finalement de remonter aux propriétés du transfert de masse et à la physique de ces systèmes. Pour soutenir ces observations à très haute résolution angulaire, il sera également intéressant d'utiliser les instruments à masquage de pupille (NACO/SAM au VLT par exemple) pour imager cette fois-ci les parties externes du disque.

De nombreuses questions restent encore en suspens sur ces systèmes, auxquelles l'interférométrie pourrait apporter un certain nombre de réponses. Malheureusement pour nous, la sensibilité des interféromètres est encore limitée du fait de l'atmosphère, la magnitude limite des instruments se situant aux alentours de 7 dans de bonnes conditions d'observation avec des télescopes de 1 ou 2 m de diamètre. Lors de ma recherche de sources potentiellement observables, il fut difficile d'identifier plus d'une demi douzaine de binaires en interactions facilement étudiables par interférométrie. Cette contrainte est évidemment valable pour d'autres domaines d'études.

La majeure partie de ma thèse a ainsi porté sur l'étude de systèmes cophaseurs pour l'interférométrie optique au sol (alias les suiveurs de franges) compensant en temps réel les perturbations atmosphériques et augmentant potentiellement d'un facteur 100 à 1000 la sensibilité des instruments. Je me suis concentré sur la définition de systèmes adaptés à la prochaine génération d'instruments à 4 télescopes et plus, en me plaçant dans le cadre des technologies disponibles actuellement. L'étude comparative entre instruments multimode et monomode nous a conforté dans un premier temps dans l'idée que les technologies à base d'optique intégrée (intrinsèquement monomode) sont promises à un bel avenir, d'une part du fait du filtrage modal fournissant de meilleures performances en conditions dégradées, et d'autre part du fait des nombreux avantages opérationnels de ces composants (stabilité, simplification des alignements optiques, etc.). Cette étude démontra en outre la nécessité de disposer d'optiques adaptatives pour repousser de 2 à 3 magnitudes la magnitude limite des instruments, y compris pour des télescopes de 1 ou 2 mètres de diamètre fonctionnant quasiment à la limite de diffraction. Dans un second temps, je me suis intéressé à optimiser les performances des suiveurs de franges pour cophaser des réseaux de 4, 6 et 8 télescopes. J'ai montré tout l'intérêt d'effectuer les mesures de phase et de retard de groupe aussi vite que possible (idéalement en une seule mesure). J'ai également montré que pour assurer un maximum de sensibilité et de robustesse au suivi de franges, dans un maximum de conditions d'observations, il est nécessaire de disposer d'un *certain* degré de redondance d'information. Ce "degré" dépend du nombre de télescopes à cophaser, mais il est apparu une tendance à ce que chacun fasse partie de 2 à 3 bases (suivant les besoins en photométrie et robustesse). J'ai eu la chance que ces travaux soient en outre effectués dans le cadre de la demande d'étude de phase A pour le suiveur de frange de seconde génération du VLTI (2GFT). Mes études ont permis de définir la majeure partie du concept optique et système de l'instrument POPS proposé par l'IPAG à l'ESO. Les simulations complètes du concept de suiveur de franges découlant de ces études ont montré qu'on serait capable de construire un suiveur de franges à 4 télescopes aussi sensible que les suiveurs de frange à 2 télescopes les plus performants actuellement.

J'ai également effectué des mesures sur le banc SILVI, le banc simulateur de VLTI de l'IPAG. J'ai pu y tester et valider des algorithmes simplifiés, mais réalistes, d'extraction du signal interférométrique pour des composants d'optique intégrée à codage des franges ABCD. Les mesures sur le banc ont permis de valider les algorithmes d'extraction de la phase, de la visibilité ainsi que du retard de groupe. Bien que la procédure d'étalonnage et le traitement du signal demandent sans doute à être affinés, les premiers tests ont montré des performances plutôt encourageantes, semblables à ce qui a été obtenu sur l'instrument PRIMA, basé sur les mêmes concepts d'échantillonnage des franges.

Le suivi de frange n'en est pour ainsi dire qu'à ses débuts. Et s'il n'est plus envisageable de concevoir un interféromètre sans un suiveur de frange dédié, il reste encore beaucoup de travail. De gros efforts sont menés à l'heure actuelle pour le développement de capteurs infrarouge rapides et à faible bruit. L'intérêt de tels capteurs pour le suivi de franges est certain, car en diminuant le niveau de bruit des mesures ainsi que le temps de latence entre celles-ci et la correction, la sensibilité des instruments pourrait augmenter d'au moins une magnitude. Avec de tels détecteurs, il serait également possible d'envisager un suiveur de franges à 6 télescopes

---

extrêmement polyvalent : basé sur une recombinaison multi-axiale tout-en-un des franges, il se révélerait quasiment optimal pour des opérations à 4 télescopes – et ce, sans aucune modification du montage optique. Les performances des suiveurs de franges restent avant tout limitées par la magnitude de la source observée. C’est pourquoi le suivi de frange hors axe (c’est-à-dire l’asservissement du suiveur de frange sur une source différente de la source scientifique) est au cœur de projets comme GRAVITY : en mesurant la position des franges sur une source hors axe brillante, il serait possible d’observer une source scientifique de magnitude beaucoup plus élevée que ce qu’il est actuellement envisageable. Dans les cas les plus extrêmes, on effectuerait du suivi “en aveugle” dans la mesure où les franges ne seraient visibles sur le détecteur qu’après un temps d’intégration de plusieurs secondes (avec des temps de l’ordre de la milli-seconde, le RSB serait trop faible pour identifier des franges). Enfin de nouveaux développements sont peut-être à envisager : amélioration de l’efficacité avec l’implantation d’étoiles guides laser comme on en utilise en optique adaptative, amélioration de la robustesse avec des algorithmes prédictifs<sup>3</sup> associés à une analyse en (quasi) temps réel des propriétés atmosphériques du site, etc.

---

3. Plusieurs études papier et simulations ont été menés et ont montré des résultats intéressants. Voir par exemple [Meisner \(1995, 1996\)](#); [Morel et Koechlin \(1998\)](#).



# Annexes





# Chapitre A

## Formalisme de Goodman et interférométrie stellaire

Cette annexe a pour but de poser les bases du formalisme de Goodman et des notations utilisées dans les annexes B, C et D.

### A.1 Formalisme

Afin d'estimer l'erreur statistique sur la mesure de phase en présence de résidus de phase atmosphérique, nous allons utiliser le formalisme de [Goodman \(1985\)](#), basé sur un modèle de détection continue, où le signal enregistré (un interférogramme dans le cas présent) se représente comme :

$$d(x, y) = \sum_{k=1}^K \delta(x - x_k, y - y_k) \quad (\text{A.1})$$

et sa transformée de Fourier :

$$D(f) = D(f_x, f_y) = \sum_{k=1}^K \exp^{-2i\pi(f_x x_k + f_y y_k)} \quad (\text{A.2})$$

où la position  $x_n$  et le nombre de photo-événements  $K$  par unité de temps sont des processus aléatoires avec une loi de probabilité dépendant de la distribution d'intensité  $I(x)$ . Afin de tenir compte également du bruit de lecture du détecteur, nous devons ajouter un terme additionnel de bruit gaussien  $\epsilon$  à l'équation précédente ([Tatulli \*et al.\*, 2004](#); [Tatulli et Chelli, 2005](#)) :

$$Q(f) = D(f) + \epsilon(f) = \sum_{k=1}^K \exp^{-2i\pi(f_x x_k + f_y y_k)} + \epsilon(f) \quad (\text{A.3})$$

Notons que ce formalisme est indépendant de la manière dont sont codées les franges (temporellement ou spatialement).  $Q$  représentant le spectre du signal, sa phase s'exprime comme :

$$\phi = \text{atan}(\text{Im}(Q), \text{Re}(Q)) \quad (\text{A.4})$$

Dans ce contexte, [Chelli \(1989\)](#) a montré qu'en première approximation (i.e. pour des niveaux de bruit faibles), la variance de la phase est indépendante de la phase et s'exprime comme :

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{2} \frac{\text{E}(|Q|^2) - \text{Re}[\text{E}(Q^2)]}{[\text{E}(Q)]^2} \quad (\text{A.5})$$

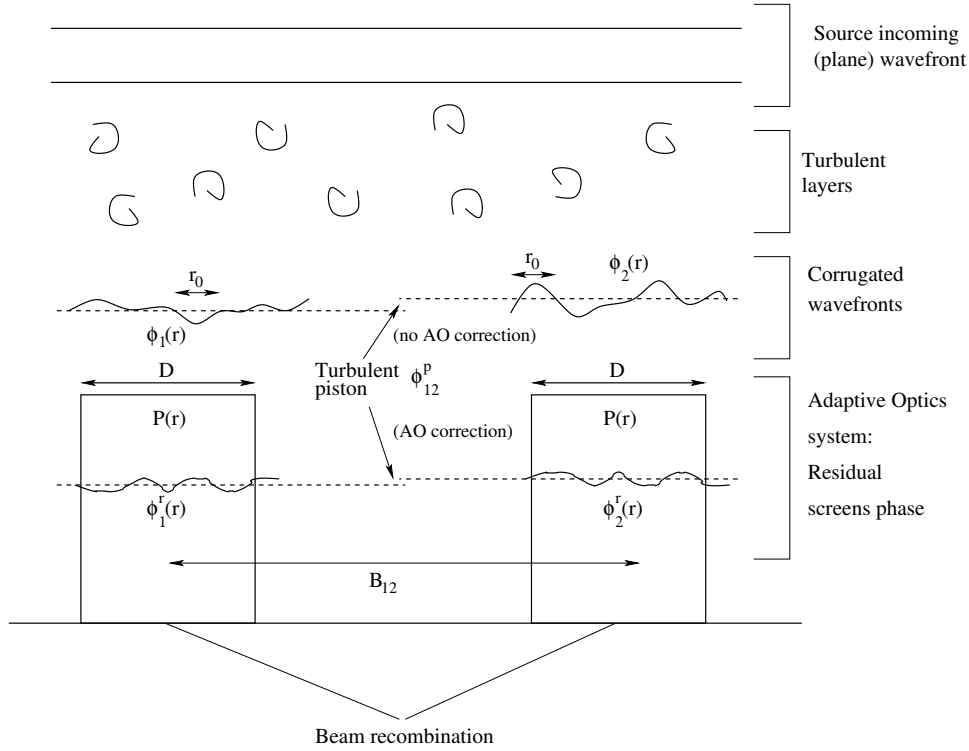


FIGURE A.1 – Notation utilisée pour décrire les fronts d'onde.

En utilisant alors le formalisme de Goodman, on montre que (Chelli, 1989; Tatulli *et al.*, 2004) :

$$E(|Q|^2) = \langle \bar{K}^2 |i(f)|^2 + \bar{K} + N_{pix} \sigma_{det}^2 \rangle_{\Phi} \quad (\text{A.6})$$

$$E(Q^2) = \langle \bar{K}^2 i^2(f) \rangle_{\Phi} \quad (\text{A.7})$$

$$E(Q) = \langle \bar{K} i(f) \rangle_{\Phi} \quad (\text{A.8})$$

où  $\bar{K}$  est le nombre moyen de photons détectés par unité de temps,  $\sigma_{det}$  est le bruit de détecteur et  $N_{pix}$  est le nombre de pixel pour échantillonner le signal.  $i(f)$  est le spectre normalisé de l'interférogramme (tel que  $i(0) = 1$ ).  $\langle \rangle_{\Phi}$  symbolise la valeur moyenne vis-à-vis des perturbations atmosphériques. Suivant le type de filtrage adopté, les expressions des termes précédents vont être différentes.

## A.2 Nomenclature

Nous introduisons quelques concepts et notations qui seront utilisés dans les autres annexes. Considérons (voir Fig. A.1) :

- Un interféromètre constitué de deux télescopes, chacun décrit par une fonction pupille  $P_1(r)$  et  $P_2(r)$ , et les transmissions associées  $t_1$  et  $t_2$  en terme d'intensité. Avec de telles définitions,  $P_1$  et  $P_2$  sont centrés respectivement aux positions  $r_1 = \lambda f_1$  et  $r_2 = \lambda f_2$ . Nous introduisons donc la quantité  $f_{12} = f_2 - f_1$  définissant la fréquence de la ligne de base entre les deux pupilles.
- $\phi_1^r(r)$  et  $\phi_2^r(r)$  sont les phases des fronts d'onde partiellement corrigés par OA au dessus de chaque pupille. Nous introduisons également la fonction de structure de la phase résiduelle  $\mathcal{D}_{\phi_r}$  (en supposant le même niveau de correction par OA sur chacun des deux télescopes), ainsi que la variance de la phase résiduelle  $\sigma_{\phi_r}^2$ .

- Si  $\Psi(r)$  est le front d'onde incident de la source, alors par définition  $|\Psi(0)|^2 \propto N$ ,  $N$  étant le nombre de photons par unité de surface et de temps émis par la source, et  $[\Psi(r)\Psi^*(r + \lambda f)]/|\Psi(0)|^2 = V(f)$  est la visibilité de la source à la fréquence  $f$ .

Dans la suite nous considérerons des interférogrammes monochromatiques à une longueur d'onde  $\lambda$ , puisque considérer une bande spectrale non nulle revient grossièrement à considérer un interférogramme à une longueur d'onde effective  $\lambda_0$ , modulé par une enveloppe de cohérence. En outre, ceci est indépendant du fait qu'on filtre spatialement ou non le front d'onde (i.e. indépendant du fait qu'on soit multimode ou monomode).

### A.3 Signal interférométrique

Nous allons à présent établir les estimateurs du flux cohérent dans les cas monomode et multimode.

#### A.3.1 Cas multimode

Dans le cas multimode, on peut envisager deux types de recombinaison : dans le plan pupille ou dans le plan image.

#### Plan image

La recombinaison dans le plan image décrit en général une recombinaison multi-axiale où les franges sont codées spatialement sur le détecteur, comme dans le cas de l'instrument VEGA à CHARA. Il est en théorie possible d'effectuer une recombinaison co-axiale dans le plan image, mais aucun instrument de ce type n'existe.

La transformée de Fourier de l'interférogramme dans ce cas est :

$$I(f) = Nt_1V(f)S_1(f) + Nt_2V(f)S_2(f) + N\sqrt{t_1t_2}V(f)S_{12}(f) + N\sqrt{t_1t_2}V(f)S_{12}^*(-f) \quad (\text{A.9})$$

où  $S_1(f)$  et  $S_2(f)$  sont les pics photométriques résultant de l'auto-corrélation de chaque pupille perturbée, et  $S_{12}(f)$  est le pic interférométrique issu de la corrélation entre les deux pupilles, de sorte que :

$$S_i(f) = \int P_i(r)P_i(r + \lambda f) \exp^{i(\phi_i^r(r) - \phi_i^r(r + \lambda f))} dr, \quad (i=[1,2]) \quad (\text{A.10})$$

$$S_{12}(f) = \int P_1(r)P_2(r + \lambda f) \exp^{i(\phi_1^r(r) - \phi_2^r(r + \lambda f))} d\vec{r} \quad (\text{A.11})$$

Le nombre de photons découle de l'équation A.9 :

$$\bar{K} = I(\vec{0}) = \Sigma_P N(t_1 + t_2) \quad (\text{A.12})$$

qui est indépendant de la turbulence.  $\Sigma_P$  est la surface collectrice des télescopes (en supposant que les deux sont identiques pour simplifier) :

$$\Sigma_P = \int [P_1(\vec{r})]^2 d\vec{r} = \int [P_2(\vec{r})]^2 d\vec{r} \quad (\text{A.13})$$

Eq. (A.9) montre que l'interférométrie multimode avec une recombinaison dans le plan image transmet toutes les fréquences spatiales  $\vec{f}$ . La visibilité complexe du signal interférométrique  $V_{12} = V(\vec{f}_{12})$  découle alors de l'estimation du flux cohérent à la fréquence de la ligne de base  $\vec{f}_{12}$ , soit :

$$F_{12}^c = N\sqrt{t_1t_2}V_{12}S_{12}(\vec{f}_{12}) \quad (\text{A.14})$$

et le spectre normalisé de l'interférogramme s'écrit :

$$i(\vec{f}_{12}) = \frac{\sqrt{t_1 t_2} V_{12}}{(t_1 + t_2) \Sigma_P} S_{12}(\vec{f}_{12}) = \frac{\sqrt{t_1 t_2} V_{12}}{t_1 + t_2} T_{12}(\vec{f}_{12}) \quad (\text{A.15})$$

où  $T_{12}(\vec{f}) = S_{12}(\vec{f})/\Sigma_P$  est la fonction de transfert interférométrique de l'instrument, telle que  $|T_{12}(\vec{f}_{12})| = 1$ . Par conséquent, et par analogie avec la définition du rapport de Strehl,  $|T_{12}(\vec{f}_{12})|^2$  peut être vu comme le rapport de Strehl interférométrique multimode.

### Plan pupille

La recombinaison des faisceaux dans le plan pupille est en général bien adaptée pour décrire une recombinaison co-axiale avec une modulation temporelle des franges. Dans ce cas, la TF de l'interférogramme vaut :

$$I(f) = \Sigma_P N(t_1 + t_2) + N\sqrt{t_1 t_2} V(\vec{f}_{12}) S_{12}(\vec{f}_{12}) \delta_{f_{12}} + N\sqrt{t_1 t_2} V^*(\vec{f}_{12}) S_{12}^*(\vec{f}_{12}) \delta_{f_{12}} \quad (\text{A.16})$$

$\delta_\nu$  est la fonction de Dirac, et  $\nu_{12}$  est la fréquence temporelle à laquelle les interférogrammes sont modulés. Contrairement au cas précédent, la recombinaison en plan pupille ne transmet que la fréquence spatiale  $f_{12}$ . Le flux cohérent prends néanmoins la même forme que dans la précédent :

$$F_{12}^c = N\sqrt{t_1 t_2} V_{12} S_{12}(\vec{f}_{12}) \quad (\text{A.17})$$

et de manière similaire le nombre de photons est :

$$\bar{K} = I(\vec{0}) = \Sigma_P N(t_1 + t_2) \quad (\text{A.18})$$

et le spectre normalisé de l'interférogramme vaut :

$$i(f_{12}) = \frac{\sqrt{t_1 t_2} V_{12}}{(t_1 + t_2)} T_{12}(\vec{f}_{12}) \quad (\text{A.19})$$

### A.3.2 Cas monomode

Nous avons vu que les équations interférométriques monomode diffèrent légèrement des multimodes, principalement du fait qu'il faut prendre en compte le couplage entre les faisceaux d'entrée et le mode de propagation dans la fibre. Nous nous placerons dans le cadre d'une source compacte (c'est-à-dire non résolue par un télescope seul), cas de quasiment toutes les observations interférométriques. Dans ce cas particulier, rappelons l'expression des termes de couplage photométrique  $\rho_i(V)$  et interférométrique  $\rho^{12}(V)$  (Mège, 2003; Tatulli *et al.*, 2004) :

$$\rho_i(V) = \rho_0 \frac{\int P_i(\vec{r}) P_i(\vec{r} + \lambda \vec{f}) \exp^{i(\phi_i^r(\vec{r}) - \phi_i^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}))} d\vec{r} d\vec{f}}{[\int P_i(\vec{r}) d\vec{r}]^2} = \rho_0 \mathcal{S}_i \quad (\text{A.20})$$

$$\rho^{12}(V) = \rho_0 V_{12} \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}))} d\vec{r} d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r}} = \rho_0 V_{12} \rho_{12} \quad (\text{A.21})$$

$$(\text{A.22})$$

où  $\mathcal{S}_i$  est par définition le rapport de Strehl instantané pour le télescope  $i$ , et avec :

$$\rho_{12} = \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}))} d\vec{r} d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r}} \quad (\text{A.23})$$

Par analogie avec le rapport de Strehl instantané,  $|\rho_{12}|^2$  est le rapport de Strehl interférométrique monomode instantané. La TF de l'interférogramme dans ce cas s'écrit :

$$I(f) = \Sigma_P N t_1 \rho_0 \mathcal{S}_1 H_1(f) + \Sigma_P N t_2 \rho_0 \mathcal{S}_2 H_2(f) + \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} V_{12} \rho_{12} H_{12}(f) + \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} \rho_0 V_{12}^* \rho_{12}^* H_{12}^*(-f) \quad (\text{A.24})$$

où  $H_i(f)$  et  $H_{12}(f)$  sont respectivement les fonctions de transfert photométrique et interférométrique (Mège, 2003), de sorte que  $H_1(0) = 1$  et  $H_{12}(0) = 1$ . Ainsi le flux cohérent prend à la fréquence de la base la forme :

$$F_{12}^c = \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} V_{12} \rho_{12} \quad (\text{A.25})$$

le nombre de photo-événements étant égal à :

$$\bar{K} = I(0) = \Sigma_P N \rho_0 \mathcal{S}_1 + \Sigma_P N t_2 \rho_0 \mathcal{S}_2 \quad (\text{A.26})$$

dépendant pour sa part du degré de turbulence instantané à travers les termes de Strehl (au contraire du cas multimode). Le spectre normalisé de l'interférogramme vaut finalement :

$$i(f_{12}) = \frac{\sqrt{t_1 t_2} \rho_{12} V_{12}}{t_1 \mathcal{S}_1 + t_2 \mathcal{S}_2} \quad (\text{A.27})$$



# Chapitre B

## Erreur statistique sur la mesure de phase

Cette annexe a pour but d'exprimer la variance statistique sur la phase en présence de perturbations atmosphériques partiellement corrigées par OA, dans les cas multimode et monomode. Pour les notations et le formalisme de base, voir l'annexe A.

### B.1 Bruit sur la phase en interférométrie multimode

Dans l'annexe précédente, nous avons montré qu'indépendamment du mode de recombinaison, le flux photométrique, le flux cohérent et le spectre normalisé de l'interféogramme peuvent prendre la forme des équations Eqs. (A.12, A.14, A.15), respectivement. En utilisant ces expressions, les équations (A.6, A.7, A.8) se réécrivent :

$$\mathbb{E}(|Q|^2) = N^2 t_1 t_2 |V_{12}|^2 \langle |S_{12}(\vec{f}_{12})|^2 \rangle_{\Phi} + \Sigma_P N(t_1 + t_2) + N_{pix} \sigma_{det}^2 \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbb{E}(Q^2) = N^2 t_1 t_2 V_{12}^2 \langle S_{12}^2(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbb{E}(Q) = N \sqrt{t_1 t_2} V_{12} \langle S_{12}(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} \quad (\text{B.3})$$

Comme montré par [Chelli \(1989\)](#), l'erreur sur la phase ne dépend pas de la phase, de sorte que l'on peut considérer l'objet comme centro-symétrique, et ainsi  $V_{12} = |V_{12}|$ . Des relations précédentes, on dérive les moments du flux cohérent  $S_{12}(\vec{f}_{12})$  :

$$\begin{aligned} \langle S_{12}(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} &= \int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) \langle \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}))} \rangle_{\Phi} d\vec{r} \\ &= \int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) \exp^{-\frac{1}{2} \langle |\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12})|^2 \rangle_{\Phi}} d\vec{r} \\ &= \Sigma_P \exp^{-\sigma_{\phi_r}^2} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \langle S_{12}^2(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} &= \int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}_{12}) \langle \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) + \phi_1^{r'}(\vec{r}') - \phi_2^{r'}(\vec{r}' + \lambda \vec{f}_{12}))} \rangle_{\Phi} d\vec{r} d\vec{r}' \\ &= P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}_{12}) \exp^{-\frac{1}{2} \langle |\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) + \phi_1^{r'}(\vec{r}') - \phi_2^{r'}(\vec{r}' + \lambda \vec{f}_{12})|^2 \rangle_{\Phi}} d\vec{r} d\vec{r}' \\ &\text{sachant que } \langle \phi_1^r(\vec{r}) \phi_1^{r'}(\vec{r}') \rangle_{\Phi} = \sigma_{\phi_r}^2 - \frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}'), \text{ il découle} \\ &= \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}_{12}) \exp^{\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}') + \frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}, \vec{r}' + \lambda \vec{f}_{12})} d\vec{r} d\vec{r}' \\ &\text{changeant les axes } P_1(\vec{r}), P_2(\vec{r}) \rightarrow P(\vec{r}) \text{ centré en } 0 \\ &= \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int \left[ P(\vec{r}) P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} \right] \left[ P(\vec{r}) P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} \right] d\vec{r} d\vec{r}' \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$



$$\begin{aligned}
\langle |S_{12}(\vec{f}_{12})|^2 \rangle_{\Phi} &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \langle \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) - \phi_1^r(\vec{r}') + \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}))} \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\
&= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \exp^{-\frac{1}{2}\langle |(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) - \phi_1^r(\vec{r}') + \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}))|^2 \rangle_{\Phi}} d\vec{r}d\vec{r}' \\
&= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}') - \frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}, \vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})} d\vec{r}d\vec{r}' \\
&\quad \text{en changeant la référence des axes} \\
&= \int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} \right] \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} \right] d\vec{r}d\vec{r}' \tag{B.6}
\end{aligned}$$

En injectant ces trois dernières relations dans les équations (B.1, B.2, B.3), nous trouvons finalement la variance de la phase, s'exprimant comme la somme quadratique de 3 termes, correspondant respectivement aux régimes limités par le bruit de détecteur, de photons et d'atmosphère :

$$\sigma_{\phi}^2 = \sigma_{det_{\phi}}^2 + \sigma_{phot_{\phi}}^2 + \sigma_{atm_{\phi}}^2 \tag{B.7}$$

avec

$$\sigma_{det_{\phi}}^2 = \frac{1}{2} \frac{N_{pix}\sigma_{det}^2}{\Sigma_P^2 N^2 t_1 t_2 |V_{12}|^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \tag{B.8}$$

$$\sigma_{phot_{\phi}}^2 = \frac{1}{2} \frac{t_1 + t_2}{\Sigma_P N t_1 t_2 |V_{12}|^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \tag{B.9}$$

$$\sigma_{atm_{\phi}}^2 = \frac{1}{2} \frac{\int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} \right]^2 d\vec{r}d\vec{r}' - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} \right]^2 d\vec{r}d\vec{r}'}{\left[ \int P^2(\vec{r})d\vec{r} \right]^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \tag{B.10}$$

On note que l'expression dans le cas du bruit de photons est une généralisation du résultat de [Vannier et al. \(2006\)](#) (Eq. 14), lorsque la visibilité est atténué par un front d'onde partiellement perturbé par OA.

## B.2 Bruit sur la phase en interférométrie monomode

Dans le cas monomode les moments du flux cohérent s'écrivent :

$$E(|Q|^2) = \Sigma_P^2 N^2 t_1 t_2 \rho_0^2 |V_{12}|^2 \langle |\rho_{12}|^2 \rangle_{\Phi} + \Sigma_P N t_1 \rho_0 \langle \mathcal{S}_1 \rangle_{\Phi} + \Sigma_P N t_2 \rho_0 \langle \mathcal{S}_2 \rangle_{\Phi} \tag{B.11}$$

$$+ N_{pix}\sigma_{det}^2 \tag{B.12}$$

$$E(Q^2) = \Sigma_P^2 N^2 t_1 t_2 \rho_0^2 V_{12}^2 \langle \rho_{12}^2 \rangle_{\Phi} \tag{B.13}$$

$$E(Q) = \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} \rho_0 V_{12} \langle \rho_{12} \rangle_{\Phi} \tag{B.14}$$

Il faut donc estimer les moments des coefficients de couplage. En notant  $\overline{\mathcal{S}_i}$  le rapport de Strehl longue pose (c'est-à-dire moyenné sur toutes le réalisation de la phase) :

$$\langle \mathcal{S}_i \rangle_{\Phi} = \overline{\mathcal{S}_i}, \quad (i=[1,2]) \tag{B.15}$$

En supposant une correction par OA équivalente sur les deux télescopes :  $\overline{\mathcal{S}_1} = \overline{\mathcal{S}_2} = \overline{\mathcal{S}}$ , et alors :

$$\begin{aligned}
\langle \rho_{12} \rangle_{\Phi} &= \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \langle \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}))} \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}} \\
&= e^{-\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})d\vec{r}d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}} = e^{-\sigma_{\phi_r}^2} \tag{B.16}
\end{aligned}$$

ce qui montre que le rapport de Strehl cohérent est égal à l'énergie cohérente  $e^{-\sigma_{\phi_r}^2}$ .

$$\begin{aligned}
\langle \rho_{12}^2 \rangle_{\Phi} &= \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \langle \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) + \phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}) - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}'))} \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\
&= e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}') + \frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda\vec{f},\vec{r}' + \lambda\vec{f}')} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\
&\quad \text{ce qui donne avec le changement de variable } \vec{r} + \lambda\vec{f} \rightarrow \vec{u}, \vec{r}' + \lambda\vec{f}' \rightarrow \vec{u}' : \\
&= e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_1(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \int P_2(\vec{r})P_2(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \tag{B.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle |\rho_{12}|^2 \rangle_{\Phi} &= \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \langle \exp^{i(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}) + \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}'))} \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\
&= \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}') - \frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda\vec{f},\vec{r}' + \lambda\vec{f}')} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\
&\quad \text{ce qui donne avec le changement de variable } \vec{r} + \lambda\vec{f} \rightarrow \vec{u}, \vec{r}' + \lambda\vec{f}' \rightarrow \vec{u}' : \\
&= \frac{\int P_1(\vec{r})P_1(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \int P_2(\vec{r})P_2(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \tag{B.18}
\end{aligned}$$

En injectant les 4 relations précédentes dans les équations (B.12, B.13, B.14), nous trouvons à nouveau que l'erreur sur la phase se décompose en la somme quadratique de trois termes, respectivement dus au bruit de détecteur, de photons et de l'atmosphère :

$$\sigma_{\phi}^2 = \sigma_{det_{\phi}}^2 + \sigma_{phot_{\phi}}^2 + \sigma_{atm_{\phi}}^2 \tag{B.19}$$

avec :

$$\sigma_{det_{\phi}}^2 = \frac{1}{2} \frac{N_{pix}\sigma_{det}^2}{\rho_0^2 \Sigma_P^2 N^2 t_1 t_2 |V_{12}|^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \tag{B.20}$$

$$\sigma_{phot_{\phi}}^2 = \frac{1}{2} \frac{(t_1 + t_2)\overline{\mathcal{S}}}{\rho_0 \Sigma_P N t_1 t_2 |V_{12}|^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \tag{B.21}$$

$$\sigma_{atm_{\phi}}^2 = \frac{1}{2} \frac{\left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}') e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2 - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}') e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2}{\left[ \int P(\vec{r})d\vec{r} \right]^4 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \tag{B.22}$$



# Chapitre C

## Bruit atmosphérique sur la phase astrométrique

La phase astrométrique  $\Delta_\phi^{\Delta\alpha h}$  entre la source astrophysique et la source de référence est définie comme :

$$\Delta_\phi^{\Delta\alpha h} = \phi_s - \phi_r^{\Delta\alpha h} \quad (\text{C.1})$$

où  $\phi_s$  et  $\phi_r^{\Delta\alpha h}$  sont respectivement la phase partiellement corrigée par OA de la source astrophysique et de la source de référence hors-axe.  $\Delta\vec{\alpha}$  est la distance sur le ciel entre les deux sources, et  $h$  est l'altitude la couche turbulente.

On montre facilement que l'erreur astrométrique s'écrit alors :

$$\sigma_{\Delta_\phi^{\Delta\alpha h}}^2 = 2\sigma_\phi^2 - 2\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) \quad (\text{C.2})$$

$\sigma_\phi^2$  ayant été calculé dans l'annexe B, il reste à évaluer le terme de covariance de l'équation (C.2). L'expression de la covariance est donnée dans [Chelli \(1989\)](#) comme étant :

$$\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) = \frac{1}{2} \frac{\text{Re}[\text{E}(QQ_{\Delta\alpha h}^*)] - \text{Re}[\text{E}(QQ_{\Delta\alpha h})]}{\text{E}(Q)\text{E}(Q_{\Delta\alpha h})} \quad (\text{C.3})$$

où  $Q_{\Delta\alpha h}$  est l'estimateur de flux cohérent pour la source hors-axe.

### C.1 Cas multimode

Toujours en utilisant le formalisme de Goodman décrit dans l'annexe A, on déduit les moments de l'estimateur de flux cohérent :

$$\text{E}(Q) = N\sqrt{t_1 t_2} V_{12} \langle S_{12}(\vec{f}_{12}) \rangle_\Phi \quad (\text{C.4})$$

$$\text{E}(Q_{\Delta\alpha h}) = N^{\Delta\alpha h} \sqrt{t_1 t_2} V_{12}^{\Delta\alpha h} \langle S_{12}^{\Delta\alpha h}(\vec{f}_{12}) \rangle_\Phi \quad (\text{C.5})$$

$$\text{E}(QQ_{\Delta\alpha h}^*) = NN^{\Delta\alpha h} t_1 t_2 V_{12} (V_{12}^{\Delta\alpha h})^* \langle S_{12}(\vec{f}_{12}) (S_{12}^{\Delta\alpha h})^*(\vec{f}_{12}) \rangle_\Phi \quad (\text{C.6})$$

$$\text{E}(QQ_{\Delta\alpha h}) = NN^{\Delta\alpha h} t_1 t_2 V_{12} V_{12}^{\Delta\alpha h} \langle S_{12}(\vec{f}_{12}) S_{12}^{\Delta\alpha h}(\vec{f}_{12}) \rangle_\Phi \quad (\text{C.7})$$

où  $N^{\Delta\alpha h}$  et  $V_{12}^{\Delta\alpha h}$  sont respectivement le nombre de photons (par unité de surface et de temps) et la visibilité de la source de référence, et :

$$\begin{aligned} \langle S_{12}^{\Delta\alpha h}(\vec{f}_{12}) \rangle_\Phi &= \int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}) \langle \exp^{i(\phi_1^{\Delta\alpha h}(\vec{r}) - \phi_2^{\Delta\alpha h}(\vec{r} + \lambda \vec{f}_{12}))} \rangle_\Phi d\vec{r} \\ &= \Sigma_P \exp^{-\sigma_{\phi_r}^2} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Puisque nous supposons qu'il n'y a qu'une seule couche turbulente à une altitude  $h$ , nous avons par définition  $\phi_1^{\Delta\alpha h}(\vec{r}) = \phi_1(\vec{r} + \Delta\vec{\alpha}h)$  et  $\phi_2^{\Delta\alpha h}(\vec{r}) = \phi_2(\vec{r} + \Delta\vec{\alpha}h)$ , et alors :

$$\begin{aligned} \langle S_{12}^{\Delta\alpha h}(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) \langle \exp^{i(\phi_1(\vec{r} + \Delta\vec{\alpha}h) - \phi_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h))} \rangle_{\Phi} d\vec{r} \\ &= \Sigma_P \exp^{-\sigma_{\phi_r}^2} \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

De plus :

$$\begin{aligned} &\langle S_{12}(\vec{f}_{12})S_{12}^{\Delta\alpha h}(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} \\ &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \exp^{i(\phi_1(\vec{r}) - \phi_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) + \phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) - \phi_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h))} \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \exp^{-\frac{1}{2}\langle |(\phi_1(\vec{r}) - \phi_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) + \phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) - \phi_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h))|^2 \rangle_{\Phi}} d\vec{r}d\vec{r}' \end{aligned}$$

et sachant que  $\langle \phi_1(\vec{r})\phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) \rangle_{\Phi} = \sigma_{\phi_r}^2 - \frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)$ , il vient

$$\begin{aligned} &= \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) + \frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}, \vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r}d\vec{r}' \end{aligned}$$

En changeant les axes de référence de sorte que :  $P_1, P_2$  soit centrés sur 0,

$$\begin{aligned} &= \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} \right] \\ &\quad \times \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} \right] d\vec{r}d\vec{r}' \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$\begin{aligned} &\langle S_{12}(\vec{f}_{12})(S_{12}^{\Delta\alpha h})^*(\vec{f}_{12}) \rangle_{\Phi} \quad (\text{C.11}) \\ &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \exp^{i(\phi_1(\vec{r}) - \phi_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) - \phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) + \phi_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h))} \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \exp^{-\frac{1}{2}\langle |(\phi_1(\vec{r}) - \phi_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) - \phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) + \phi_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h))|^2 \rangle_{\Phi}} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &= \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) - \frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}, \vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12} + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r}d\vec{r}' \end{aligned}$$

Et en changeant à nouveau les références des axes :  $P_1, P_2$  soit centrés en 0 :

$$\begin{aligned} &= \int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} \right] \\ &\quad \times \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} \right] d\vec{r}d\vec{r}' \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

En injectant les équations (C.8, C.9, C.10, C.12) dans les équations (C.6, C.7, C.4, C.5), nous obtenons finalement le terme de covariance de l'erreur astrométrique dans le cas multimode :

$$\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) = \frac{1}{2} \frac{\int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} \right]^2 d\vec{r}d\vec{r}' - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \int \left[ P(\vec{r})P(\vec{r}') e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} \right]^2 d\vec{r}d\vec{r}'}{\left[ \int P^2(\vec{r})d\vec{r} \right]^2 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \quad (\text{C.13})$$

## C.2 Cas monomode

Nous procédons de la même manière dans le cas monomode, de sorte que :

$$E(Q) = \Sigma_P N \sqrt{t_1 t_2} \rho_0 V_{12} \langle \rho_{12} \rangle_\phi \quad (\text{C.14})$$

$$E(Q_{\Delta\alpha h}) = \Sigma_P N^{\Delta\alpha h} \sqrt{t_1 t_2} \rho_0 V_{12}^{\Delta\alpha h} \langle \rho_{12}^{\Delta\alpha h} \rangle_\phi \quad (\text{C.15})$$

$$E(QQ_{\Delta\alpha h}^*) = \Sigma_P^2 N N^{\Delta\alpha h} t_1 t_2 \rho_0^2 V_{12} (V_{12}^{\Delta\alpha h})^* \langle \rho_{12} (\rho_{12}^{\Delta\alpha h})^* \rangle_\phi \quad (\text{C.16})$$

$$E(QQ_{\Delta\alpha h}) = \Sigma_P^2 N N^{\Delta\alpha h} t_1 t_2 \rho_0^2 V_{12} V_{12}^{\Delta\alpha h} \langle \rho_{12} \rho_{12}^{\Delta\alpha h} \rangle_\phi \quad (\text{C.17})$$

avec :

$$\langle \rho_{12} \rangle_\Phi = e^{-\sigma_{\phi_r}^2} \quad (\text{C.18})$$

$$\langle \rho_{12}^{\Delta\alpha h} \rangle_\Phi = e^{-\sigma_{\phi_r}^2} \quad (\text{C.19})$$

Ainsi que :

$$\begin{aligned} \langle \rho_{12} \rho_{12}^{\Delta\alpha h} \rangle_\Phi &= \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}')}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &\quad \times \frac{\langle \exp^{i(\phi_1(\vec{r}) + \phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) - \phi_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) - \phi_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}' + \Delta\vec{\alpha}h))} \rangle_\Phi d\vec{r} d\vec{r}' d\vec{f} d\vec{f}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}')}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &\quad \times \frac{\exp^{\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) + \frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda \vec{f}, \vec{r}' + \lambda \vec{f}' + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r} d\vec{r}' d\vec{f} d\vec{f}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \end{aligned}$$

Avec le changement de variable  $\vec{r} + \lambda \vec{f} \rightarrow \vec{u}$ ,  $\vec{r}' + \lambda \vec{f}' \rightarrow \vec{u}'$  :

$$\begin{aligned} &= e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r}) P_1(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r} d\vec{r}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &\quad \times \frac{\int P_2(\vec{r}) P_2(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r} d\vec{r}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \quad (\text{C.20}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \rho_{12} (\rho_{12}^{\Delta\alpha h})^* \rangle_\Phi &= \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}')}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &\quad \times \frac{\langle \exp^{i(\phi_1(\vec{r}) - \phi_1(\vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) - \phi_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) + \phi_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}' + \Delta\vec{\alpha}h))} \rangle_\Phi d\vec{r} d\vec{r}' d\vec{f} d\vec{f}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &= \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) P_1(\vec{r}') P_2(\vec{r}' + \lambda \vec{f}')}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &\quad \times \frac{\exp^{-\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h) - \frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r} + \lambda \vec{f}, \vec{r}' + \lambda \vec{f}' + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r} d\vec{r}' d\vec{f} d\vec{f}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \end{aligned}$$

et avec le changement de variable  $\vec{r} + \lambda \vec{f} \rightarrow \vec{u}$ ,  $\vec{r}' + \lambda \vec{f}' \rightarrow \vec{u}'$  :

$$\begin{aligned} &= \frac{\int P_1(\vec{r}) P_1(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r} d\vec{r}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \\ &\quad \times \frac{\int P_2(\vec{r}) P_2(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2} \mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}' + \Delta\vec{\alpha}h)} d\vec{r} d\vec{r}'}{\left[ \int P_1(\vec{r}) d\vec{r} \int P_2(\vec{r}) d\vec{r} \right]^2} \quad (\text{C.21}) \end{aligned}$$

En injectant les équations (C.18, C.19, C.20, C.21) dans les équations (C.16, C.17, C.14, C.15), la covariance astrométrique dans le cas monomode s'écrit :

$$\text{cov}(\phi_s, \phi_r^{\Delta\alpha h}) = \frac{1}{2} \frac{\left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}'+\Delta\vec{\alpha}h)}d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2 - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}'+\Delta\vec{\alpha}h)}d\vec{r}d\vec{r}' \right]^2}{\left[ \int P(\vec{r})d\vec{r} \right]^4 e^{-2\sigma_{\phi_r}^2}} \quad (\text{C.22})$$

# Chapitre D

## Densité de probabilité Ricienne du flux cohérent

Nous allons ici tenter de déterminer la densité de probabilité du flux cohérent dans les cas monomode et multimode. Pour ce faire nous allons à nouveau nous servir du formalisme de Goodman décrit dans l'annexe A. Dans l'annexe B nous avons également pu voir qu'il était possible de définir un rapport de Strehl interférométrique en procédant par analogie avec le Strehl classique. Par analogie avec les études de [Canales et Cagigal \(1999b,a\)](#) sur la statistique du Strehl instantané, nous allons donc considérer que les Strehl interférométriques multimode  $I = |T_{12}|^2$  et monomode  $I = |\rho_{12}|^2$  obéissent à une statistique Ricienne, telle que :

$$dp(I) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I+a^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{a\sqrt{I}}{\sigma^2}\right) \quad (\text{D.1})$$

$I_0$  étant la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro. Afin de déterminer  $dp(I)$  dans les cas multi- et monomode, nous allons donc devoir dériver les moments de la distribution ricienne, à savoir les termes  $a$  et  $\sigma$ . D'après [Canales et Cagigal \(1999b\)](#),  $a$  et  $\sigma$  s'expriment à partir des parties réelles et imaginaires  $A_r$  et  $A_i$  du Strehl interférométrique  $I$  (tel que  $I = A_r^2 + A_i^2$ ) :

$$a^4 = \langle A_r \rangle_{\Phi}^4 + 2 \langle A_r \rangle_{\Phi}^2 (\sigma_i^2 - \sigma_r^2) - (\sigma_i^2 - \sigma_r^2)^2 \quad (\text{D.2})$$

$$2\sigma^2 = \sigma_r^2 + \sigma_i^2 + \langle A_r \rangle_{\Phi}^2 - a^2 \quad (\text{D.3})$$

où  $\sigma_r^2 = \langle A_r^2 \rangle_{\Phi} - \langle A_r \rangle_{\Phi}^2$  et  $\sigma_i^2 = \langle A_i^2 \rangle_{\Phi} - \langle A_i \rangle_{\Phi}^2$ .

### D.1 Cas multimode

Dans le cas multimode, le Strehl interférométrique est  $I = |T_{12}|^2$ , ainsi :

$$A_r = \text{Re}(T_{12}) = \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f})) d\vec{r}}{\int P^2(\vec{r}) d\vec{r}} \quad (\text{D.4})$$

$$A_i = \text{Im}(T_{12}) = \frac{\int P_1(\vec{r}) P_2(\vec{r} + \lambda \vec{f}) \sin(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda \vec{f})) d\vec{r}}{\int P^2(\vec{r}) d\vec{r}} \quad (\text{D.5})$$



En suivant la même approche que dans l'annexe B.1, nous évaluons les premier et second ordre de ces quantités :

$$\langle A_r \rangle_{\Phi} = \text{Re}(T_{12}) = \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}}{\int P^2(\vec{r})d\vec{r}} = \exp^{-\sigma_{\phi_r}^2} \quad (\text{D.6})$$

$$\langle A_i \rangle_{\Phi} = \text{Im}(T_{12}) = \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \langle \sin(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}}{\int P^2(\vec{r})d\vec{r}} = 0 \quad (\text{D.7})$$

$$\begin{aligned} \langle A_r^2 \rangle_{\Phi} &= \frac{1}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})) \cos(\phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &\text{et sachant que } \cos(a) \cos(b) = (\cos(a - b) + \cos(a + b))/2 \\ &= \frac{1}{2[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) - \phi_1^r(\vec{r}') + \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &\quad + \frac{1}{2[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) + \phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &\text{en changeant la référence des axes afin que } P_1, P_2 \text{ soit centrés en 0} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\int [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\ &\quad + \frac{1}{2} \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \quad (\text{D.8}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle A_i^2 \rangle_{\Phi} &= \frac{1}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \sin(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})) \sin(\phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &\text{en utilisant le fait que } \sin(a) \sin(b) = (\cos(a - b) - \cos(a + b))/2 \\ &= \frac{1}{2[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) - \phi_1^r(\vec{r}') + \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &\quad - \frac{1}{2[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12}) \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}_{12}) + \phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}_{12})) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}' \\ &\text{en changeant les référence des axes de sorte que } P_1, P_2 \text{ soit centrés en 0} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\int [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\ &\quad - \frac{1}{2} \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] [P(\vec{r})P(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} ] d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \quad (\text{D.9}) \end{aligned}$$

En combinant les équations (D.6, D.7, D.8, D.9) avec les relations (D.2, D.3), nous obtenons finalement les expressions théoriques des termes  $a$  et  $\sigma$  de la distribution ricienne multimode (voir Tab. D.1).

## D.2 Cas monomode

Dans le cas monomode  $I = |\rho_{12}|^2$ , ainsi :

$$A_r = \operatorname{Re}(\rho_{12}) = \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) d\vec{r}d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}} \quad (\text{D.10})$$

$$A_i = \operatorname{Im}(\rho_{12}) = \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \sin(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) d\vec{r}d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}} \quad (\text{D.11})$$

De même que précédemment :

$$\langle A_r \rangle_\Phi = \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) \rangle_\Phi d\vec{r}d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}} = \exp^{-\sigma_{\phi_r}^2} \quad (\text{D.12})$$

$$\langle A_i \rangle_\Phi = \frac{\int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \langle \sin(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) \rangle_\Phi d\vec{r}d\vec{f}}{\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}} = 0 \quad (\text{D.13})$$

$$\begin{aligned} \langle A_r^2 \rangle_\Phi &= \frac{1}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) \cos(\phi_1^{r'}(\vec{r}') - \phi_2^{r'}(\vec{r}' + \lambda\vec{f}')) \rangle_\Phi d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}' \\ &\text{sachant que } \cos(a)\cos(b) = (\cos(a-b) + \cos(a+b))/2 \\ &= \frac{1}{2[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}) - \phi_1^{r'}(\vec{r}') + \phi_2^{r'}(\vec{r}' + \lambda\vec{f}')) \rangle_\Phi d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}' \\ &\quad + \frac{1}{2[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}) + \phi_1^{r'}(\vec{r}') - \phi_2^{r'}(\vec{r}' + \lambda\vec{f}')) \rangle_\Phi d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}' \\ &\text{en effectuant le changement de variable } \vec{r} + \lambda\vec{f} \rightarrow u, \vec{r}' + \lambda\vec{f}' \rightarrow u' : \\ &= \frac{1}{2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_1(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \int P_2(\vec{r})P_2(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\ &\quad + e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_1(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \int P_2(\vec{r})P_2(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r}, \vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \quad (\text{D.14}) \end{aligned}$$

Cas multimode

$$a^2 = \exp^{-2\sigma_{\phi_r}^2} \sqrt{\left(2 - \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \frac{\int [P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')}]^2 d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \right]^2\right)}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\int [P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')}]^2 d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P^2(\vec{r})d\vec{r}]^2} - a^2 \right)$$

Cas monomode

$$a^2 = \exp^{-2\sigma_{\phi_r}^2} \sqrt{\left(2 - \exp^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \left[ \frac{[\int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}']^2}{[\int P(\vec{r})d\vec{r}]^4} \right]^2\right)}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{[\int P(\vec{r})P(\vec{r}')e^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}']^2}{[\int P(\vec{r})d\vec{r}]^4} - a^2 \right)$$

TABLE D.1 – Paramètres  $a$  et  $\sigma$  de la distribution de probabilité Ricienne dans les cas multimode et monomode.

$$\begin{aligned} \langle A_i^2 \rangle_{\Phi} &= \frac{1}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \\ &\quad \times \langle \sin(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f})) \sin(\phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}')) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}' \\ &\text{en utilisant le fait que } \sin(a)\sin(b) = (\cos(a-b) - \cos(a+b))/2 \\ &= \frac{1}{2[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}) - \phi_1^r(\vec{r}') + \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}')) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}' \\ &\quad - \frac{1}{2[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \int P_1(\vec{r})P_2(\vec{r} + \lambda\vec{f})P_1(\vec{r}')P_2(\vec{r}' + \lambda\vec{f}') \\ &\quad \times \langle \cos(\phi_1^r(\vec{r}) - \phi_2^r(\vec{r} + \lambda\vec{f}) + \phi_1^r(\vec{r}') - \phi_2^r(\vec{r}' + \lambda\vec{f}')) \rangle_{\Phi} d\vec{r}d\vec{r}'d\vec{f}d\vec{f}' \\ &\text{Et en effectuant le changement de variable } \vec{r} + \lambda\vec{f} \rightarrow \vec{u}, \vec{r}' + \lambda\vec{f}' \rightarrow \vec{u}' : \\ &= \frac{1}{2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_1(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \int P_2(\vec{r})P_2(\vec{r}') \exp^{-\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \\ &\quad - e^{-4\sigma_{\phi_r}^2} \frac{\int P_1(\vec{r})P_1(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}' \int P_2(\vec{r})P_2(\vec{r}') \exp^{\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\phi_r}(\vec{r},\vec{r}')} d\vec{r}d\vec{r}'}{[\int P_1(\vec{r})d\vec{r} \int P_2(\vec{r})d\vec{r}]^2} \quad (\text{D.15}) \end{aligned}$$

En injectant les relations (D.12, D.13, D.14, D.15) dans les équations (D.2, D.3), nous obtenons les expressions théoriques des paramètres  $a$  et  $\sigma$  de la distribution Ricienne dans le cas monomode (voir Tab. D.1).

# Chapitre E

## Dynamique d'un estimateur de retard de groupe de type dispersé

Dans cette annexe nous déterminons l'étendue dynamique théorique d'un estimateur de retard de groupe dispersé spectralement tel que décrit dans la section 5.4. Rappelons que l'enveloppe de cohérence  $SE$  correspond au module de la transformée de Fourier du signal cohérent :

$$E(x) \propto \left| \int_0^\infty I(\lambda)V(\lambda)e^{i2\pi x_{GD}/\lambda} e^{-i2\pi x/\lambda} d\lambda \right|, \quad (\text{E.1})$$

où  $x$  est la DDM,  $x_{GD}$  la position du centre de l'enveloppe, et  $I(\lambda)$  et  $V(\lambda)$  l'intensité et la visibilité de la source, les deux dépendant de la longueur d'onde  $\lambda$ . Nous considérons une bande spectrale centrée autour de  $\lambda_0$  et de largeur  $\Delta\lambda$ , de sorte que la longueur de cohérence  $L_c$  de l'interférogramme en bande large est  $L_c = \lambda_0^2/\Delta\lambda$ . Les franges sont dispersées suivant  $N_\lambda$  canaux spectraux de largeur égale  $\delta\lambda = \Delta\lambda/N_\lambda$ . En terme de nombre d'onde, les largeurs spectrales en bande large et étroite s'écrivent respectivement  $\Delta\sigma = 1/L_c$  et  $\delta\sigma = \Delta\sigma/N_\lambda$ .

Par soucis de simplicité, nous considérons ici un cas idéal :

- Toutes les grandeurs sont achromatiques, en particulier le flux et la visibilité de la source :  $I(\lambda) = I$  et  $V(\lambda) = V$  ;
- Nous disposons d'un échantillonnage des franges permettant d'estimer le signal de frange complexe  $Z_k$  dans chaque canal spectral  $k$ , avec  $Z_k = I_k V_k e^{i2\pi\sigma_k x_{GD}} = IV e^{i2\pi\sigma_k x_{GD}}$  et  $\sigma_k = 1/\lambda_k$  étant le nombre d'onde effectif de chaque canal.

La TF discrète du signal cohérent complexe vaut alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(x) &= \sum_{k=1}^{N_\lambda} Z_k e^{-i2\pi\sigma_k x} \\ &= \sum_{k=1}^{N_\lambda} IV e^{-i2\pi\sigma_k(x-x_{GD})}, \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

et nous calculons finalement le carré de l'enveloppe de cohérence comme :

$$E^2(x) \propto |\mathcal{F}(x)|^2 \quad (\text{E.3})$$

$$= \mathcal{F}(x) \mathcal{F}^*(x) \quad (\text{E.4})$$

$$= I^2 V^2 \sum_{k=1}^{N_\lambda} \sum_{l=1}^{N_\lambda} e^{-i2\pi(\sigma_k - \sigma_l)(x-x_{GD})}, \quad (\text{E.5})$$

où  $\mathcal{F}^*$  est le complexe conjugué de  $\mathcal{F}$ . Puisque chaque canal spectral a une même largeur,  $\sigma_k - \sigma_l = \delta\sigma (k - l)$ , d'où il découle finalement :

$$E^2(x) \propto I^2 V^2 \sum_{k=1}^{N_\lambda} \sum_{l=1}^{N_\lambda} e^{-i 2\pi \delta\sigma (x-x_{GD}) (k-l)} . \quad (\text{E.6})$$

Le retard de groupe est obtenu quand cette quantité est maximum, c'est-à-dire quand tous les phaseurs dans la double somme sont en phase. Dans le cas présent (sans dispersion chromatique), ceci arrive de manière évidente lorsque  $x = x_{GD}$ , ce qui mène à :

$$\forall(k, l), \quad e^{-i 2\pi \delta\sigma (x-x_{GD})} = 1 . \quad (\text{E.7})$$

La résolution de cette équation donne finalement :

$$x = x_{GD} \quad [1/\delta\sigma] , \quad (\text{E.8})$$

où  $[]$  est le symbole de modulo. En d'autres mots, en dispersant les franges spectralement, le retard de groupe est estimé avec une ambiguïté égale à  $1/\delta\sigma$ . De la définition de  $\delta\sigma$ , cela correspond à une ambiguïté (ou une étendue dynamique) :  $N_\lambda \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ .

# Bibliographie

- O. ABSIL : *GENEsim, the GENIE simulator*. Thèse de doctorat, 2003.
- O. ABSIL, E. DI FOLCO, A. MÉRAND, J.-C. AUGEREAU, V. COUDÉ DU FORESTO, J. A. AUFDENBERG, P. KERVELLA, S. T. RIDGWAY, D. H. BERGER, T. A. TEN BRUMMELAAR, J. STURMANN, L. STRUMANN, N. H. TURNER et H. A. MCALISTER : Circumstellar material in the Vega inner system revealed by CHARA/FLUOR. *Astronomy & Astrophysics*, 452:237–244, 2006.
- J. T. ARMSTRONG, C. A. HUMMEL, A. QUIRRENBACH, D. F. BUSCHER, D. MOZURKEWICH, M. VIVEKANAND, R. S. SIMON, C. S. DENISON, K. J. JOHNSTON, X.-P. PAN, M. SHAO et M. M. COLAVITA : The orbit of Phi Cygni measured with long-baseline optical interferometry - Component masses and absolute magnitudes. *Astrophysical Journal*, 104:2217–2223, décembre 1992.
- R. ARSENAULT, J. ALONSO, H. BONNET, J. BRYNNEL, B. DELABRE, R. DONALDSON, C. DUPUY, E. FEDRIGO, J. FARINATO, N. N. HUBIN, L. IVANESCU, M. E. KASPER, J. PAUFIQUE, S. ROSSI, S. TORDO, S. STROEBELE, J.-L. LIZON, P. GIGAN, F. DELPLANCKE, A. SILBER, M. QUATTRI et R. REISS : MACAO-VLTI : An Adaptive Optics system for the ESO VLT interferometer. volume 4839, pages 174–185, février 2003.
- A. G. BASDEN et D. F. BUSCHER : Improvements for group delay fringe tracking. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 357:656–668, 2005.
- M. BÉNISTY : *Étude de l'environnement proche des étoiles jeunes par interférométrie. Vers l'imagerie avec la recombinaison multiple en optique intégrée*. Thèse de doctorat, 2008.
- M. BENISTY, J.-P. BERGER, L. JOCOU, P. LABEYE, F. MALBET, K. PERRAUT et P. KERN : An integrated optics beam combiner for the second generation VLTI instruments. *Astronomy & Astrophysics*, 498:601–613, mai 2009.
- J. A. BENSON, D. MOZURKEWICH et S. M. JEFFERIES : Active optical fringe tracking at the NPOI. In R. D. REASENBERG, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 3350, pages 493–496, juillet 1998.
- D. H. BERGER, J. D. MONNIER, R. MILLAN-GABET, T. A. TEN BRUMMELAAR, M. ANDERSON, J. L. BLUM, T. BLASIUS, E. PEDRETTI et N. THUREAU : CHARA Michigan phase-tracker (CHAMP) : a preliminary performance report. In *Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- D. H. BERGER, J. D. MONNIER, R. MILLAN-GABET, T. A. TEN BRUMMELAAR, P. MUIRHEAD, E. PEDRETTI et N. THUREAU : CHARA Michigan phase-tracker (CHAMP) : design and fabrication. In *Proc. of SPIE*, volume 6268, juillet 2006.
- J.-P. BERGER, P. HAGUENAUER, P. Y. KERN, K. ROUSSELET-PERRAUT, F. MALBET, S. GLUCK, L. LAGNY, I. SCHANEN-DUPOURT, E. LAURENT, A. DELBOULBE, E. TATULLI, W. A. TRAUB,

- N. CARLETON, R. MILLAN-GABET, J. D. MONNIER, E. PEDRETTI et S. RAGLAND : An integrated-optics 3-way beam combiner for IOTA. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 4838, pages 1099–1106, février 2003.
- J.-P. BERGER, G. ZINS, B. LAZAREFF, J.-B. LÉBOUQUIN, L. JOCOU, P. KERN, R. MILLAN-GABET, W. TRAUB, P. HAGUENAUER, O. ABSIL, J.-C. AUGEREAU, M. BENISTY, N. BLIND, X. BONFILS, A. DELBOULBE, P. FEAUTRIER, M. GERMAIN, D. GILLIER, P. GITTON, M. KIEKEBUSCH, J. KNUDSTRUP, J.-L. LIZON, Y. MAGNARD, F. MALBET, D. MAUREL, F. MENARD, M. MICALLEF, L. MICHAUD, S. MOREL, T. MOULIN, D. POPOVIC, K. PERRAUT, P. RABOU, S. ROCHAT, F. ROUSSEL, A. ROUX, E. STADLER et E. TATULLI : PIONIER : a visitor instrument for VLTI. In *Proc. of SPIE*, volume 7734, juillet 2010.
- P. F. C. BLONDEL, A. TALAVERA et H. R. E. T. A. DJIE : Lyman alpha emission in spectra of Herbig AE stars - an indication of accretion ? *Astronomy & Astrophysics*, 268:624–640, février 1993.
- H. M. J. BOFFIN et U. ANZER : Numerical studies of wind accretion using SPH. 1 : 2D simulations. *Astronomy & Astrophysics*, 284:1026–1036, avril 1994.
- H. BONDI : On spherically symmetrical accretion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 112:195–+, 1952.
- H. BONDI et F. HOYLE : On the mechanism of accretion by stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 104:273–+, 1944.
- M. BORN et E. WOLF : *Principles of Optics Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light 2nd edition*. 1964.
- D. F. BUSCHER, J. S. YOUNG, F. BARON et C. A. HANIFF : Fringe tracking and spatial filtering : phase jumps and dropouts. In *Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- V. F. CANALES et M. P. CAGIGAL : Photon statistics in partially compensated wave fronts. *Journal of the Optical Society of America A*, 16:2550–2554, octobre 1999a.
- V. F. CANALES et M. P. CAGIGAL : Rician Distribution to Describe Speckle Statistics in Adaptive Optics. *Applied Optics*, 38:766–771, février 1999b.
- J. A. CARDELLI, G. C. CLAYTON et J. S. MATHIS : The relationship between infrared, optical, and ultraviolet extinction. *Astrophysical Journal*, 345:245–256, octobre 1989.
- F. CASSAING : *Analyse d'un instrument à synthèse d'ouverture optique : méthodes de cophasage et imagerie à haute résolution angulaire*. Thèse de doctorat, 1997.
- F. CASSAING, B. FLEURY, C. COUDRAIN, P.-Y. MADEC, E. DI FOLCO, A. GLINDEMANN et S. A. LEVEQUE : Optimized fringe tracker for the VLTI/PRIMA instrument. In P. LÉNA & A. QUIRRENBACH, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 4006, pages 152–163, juillet 2000.
- F. CASTELLI et R. L. KURUCZ : New Grids of ATLAS9 Model Atmospheres. In N. PISKUNOV, W. W. WEISS, & D. F. GRAY, éditeur : *Modelling of Stellar Atmospheres*, volume 210 de *IAU Symposium*, pages 20P–+, 2003.
- A. CHELLI : The phase problem in optical interferometry - Error analysis in the presence of photon noise. *Astronomy & Astrophysics*, 225:277–290, novembre 1989.
- A. CHELLI et J. M. MARIOTTI : Visibility and phase analysis for image and pupil plane interferometry at optical wavelengths. *Astronomy & Astrophysics*, 157:372–382, mars 1986.

- A. CHELLI, O. H. UTRERA et G. DUVERT : Optimised data reduction for the AMBER/VLTI instrument. *Astronomy & Astrophysics*, 502:705–709, août 2009.
- A. CLARET : A new non-linear limb-darkening law for LTE stellar atmosphere models. *Astronomy & Astrophysics*, 363:1081–1190, novembre 2000.
- M. M. COLAVITA : Simultaneous Water Vapor and Dry Air Path Length Measurements with the Keck Interferometer Nuller. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 122:712–721, mai 2010.
- M. M. COLAVITA, A. J. BOOTH, J. I. GARCIA-GATHRIGHT, G. VASISHT, R. L. JOHNSON et K. R. SUMMERS : Fringe Measurement and Control for the Keck Interferometer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 122:795–807, juillet 2010.
- M. M. COLAVITA, M. R. SWAIN, R. L. AKESON, C. D. KORESKO et R. J. HILL : Effects of Atmospheric Water Vapor on Infrared Interferometry. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 116:876–885, septembre 2004.
- M. M. COLAVITA, J. K. WALLACE, B. E. HINES, Y. GURSEL, F. MALBET, D. L. PALMER, X. P. PAN, M. SHAO, J. W. YU, A. F. BODEN, P. J. DUMONT, J. GUBLER, C. D. KORESKO, S. R. KULKARNI, B. F. LANE, D. W. MOBLEY et G. T. VAN BELLE : The Palomar Testbed Interferometer. *Astrophysical Journal*, 510:505–521, janvier 1999.
- J.-M. CONAN : *Etude de la correction partielle en optique adaptative*. Thèse de doctorat, Ph. D. thesis, Université Paris XI Orsay, (1994), 1994.
- V. COUDÉ DU FORESTO, M. FAUCHERRE, N. HUBIN et P. GITTON : Using single-mode fibers to monitor fast Strehl ratio fluctuations. Application to a 3.6 m telescope corrected by adaptive optics. *Astronomy & Astrophysics*, 145:305–310, août 2000.
- V. COUDÉ DU FORESTO, G. PERRIN et M. BOCCAS : Minimization of fiber dispersion effects in double Fourier stellar interferometers. *Astronomy & Astrophysics*, 293:278–286, janvier 1995.
- V. COUDÉ DU FORESTO, G. PERRIN, J.-M. MARIOTTI, M. LACASSE et W. TRAUB : *The FLUOR/IOTA fiber stellar interferometer*, pages 115–125. 1997.
- V. COUDÉ DU FORESTO, G. PERRIN, C. RUILIER, B. P. MENNESSON, W. A. TRAUB et M. G. LACASSE : FLUOR fibered instrument at the IOTA interferometer. In R. D. REASENBERG, éditeur : *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 3350 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 856–863, juillet 1998.
- V. COUDE DU FORESTO, S. RIDGWAY et J.-M. MARIOTTI : Deriving object visibilities from interferograms obtained with a fiber stellar interferometer. *aps*, 121:379–392, février 1997.
- A. P. COWLEY : An Interpretation of the Spectrum of 17 Leporis. *Astrophysical Journal*, 147:609–+, février 1967.
- J. DAVIS, W. J. TANGO et A. J. BOOTH : Limb-darkening corrections for interferometric uniform disc stellar angular diameters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318:387–392, octobre 2000.
- F. DELPLANCKE, F. DERIE, S. LÉV”QUE, S. MÉNARDI, R. ABUTER, L. ANDOLFATO, P. BALLESTER, J. DE JONG, N. DI LIETO, P. DUHOUX, R. FRAHM, P. GITTON, A. GLINDEMANN,



- R. PALSA, F. PUECH, J. SAHLMANN, N. SCHUHLER, T. P. DUC, B. VALAT et A. WALLANDER : PRIMA for the VLTI : a status report. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6268 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, juillet 2006.
- T. DERMINE, A. JORISSEN, L. SIESS et A. FRANKOWSKI : Radiation pressure and pulsation effects on the Roche lobe. *Astronomy & Astrophysics*, 507:891–899, novembre 2009.
- N. DI LIETO, P. HAGUENAUER, J. SAHLMANN et G. VASISHT : Adaptive vibration cancellation on large telescopes for stellar interferometry. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- A. K. DUPREE : Mass loss from cool stars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 24:377–420, 1986.
- A. DUQUENNOY et M. MAYOR : Multiplicity among solar-type stars in the solar neighbourhood. II - Distribution of the orbital elements in an unbiased sample. *Astronomy & Astrophysics*, 248:485–524, août 1991.
- R. EDGAR : A review of Bondi-Hoyle-Lyttleton accretion. *New Astronomy Reviews*, 48:843–859, septembre 2004.
- P. P. EGGLETON : Approximations to the radii of Roche lobes. *Astrophysical Journal*, 268:368–+, mai 1983.
- G. FINGER, R.J. DORN, S. ESCHBAUMER, D. IVES, L. MEHRGAN, M. MEYER et J. STEGMEIER : Infrared detector systems at eso. 2009.
- A. FRANKOWSKI et R. TYLENDÁ : On winds from giants in binary systems. *Astronomy & Astrophysics*, 367:513–520, février 2001.
- D. L. FRIED : Limiting Resolution Looking Down Through the Atmosphere. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56:1380–1384, 1966a.
- D. L. FRIED : Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56:1372–1379, 1966b.
- T. FUSCO et J. M. CONAN : On- and off-axis statistical behavior of adaptive-optics-corrected short-exposure Strehl ratio. *JOSA A, Vol. 21 Issue 7, pp.1277-1289*, 2004.
- J.L. GACH, P. BALARD, O. DAIGLE, G. DESTEFANIS, P. FEAUTRIER, C. GUILLAUME et J. ROTHMAN : Sub electron readout noise & photon counting devices. *EAS Publications Series*, 37:255–270, 2009.
- M. GAI, L. CORCIONE, M. G. LATTANZI, B. BAUVIR, D. BONINO, D. GARDIOL, A. GENNAI, D. LOREGGIA, G. MASSONE et S. MENARDI : FINITO : three-way fringe sensor for VLTI. *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 74:472–+, 2003.
- S. GILLESSEN, F. EISENHAEUER, G. PERRIN, W. BRANDNER, C. STRAUBMEIER, K. PERRAUT, A. AMORIM, M. SCHÖLLER, C. ARAUJO-HAUCK, H. BARTKO, H. BAUMEISTER, J.-P. BERGER, P. CARVAS, F. CASSAING, F. CHAPRON, E. CHOQUET, Y. CLENET, C. COLLIN, A. ECKART, P. FEDOU, S. FISCHER, E. GENDRON, R. GENZEL, P. GITTON, F. GONTE, A. GRÄTER, P. HAGUENAUER, M. HAUG, X. HAUBOIS, T. HENNING, S. HIPPLER, R. HOFMANN, L. JOUCOU, S. KELLNER, P. KERVELLA, R. KLEIN, N. KUDRYAVTSEVA, S. LACOUR, V. LAPEYRERE, W. LAUN, P. LENA, R. LENZEN, J. LIMA, D. MORATSCHKE, D. MOCH, T. MOULIN,

- V. NARANJO, U. NEUMANN, A. NOLOT, T. PAUMARD, O. PFUHL, S. RABIEN, J. RAMOS, J. M. REES, R.-R. ROHLOFF, D. ROUAN, G. ROUSSET, A. SEVIN, M. THIEL, K. WAGNER, M. WIEST, S. YAZICI et D. ZIEGLER : GRAVITY : a four-telescope beam combiner instrument for the VLTI. *In Proc. of SPIE*, volume 7734, juillet 2010.
- J. W. GOODMAN : *Statistical Optics*. Wiley Interscience, New York, 1985.
- B. GUSTAFSSON, B. EDVARDSSON, K. ERIKSSON, U. G. JØRGENSEN, Å. NORDLUND et B. PLEZ : A grid of MARCS model atmospheres for late-type stars. I. Methods and general properties. *Astronomy & Astrophysics*, 486:951–970, août 2008.
- R. HANBURY BROWN, J. DAVIS, R. J. W. LAKE et R. J. THOMPSON : The effects of limb darkening on measurements of angular size with an intensity interferometer. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 167:475–484, juin 1974.
- R. W. HILDITCH : *An Introduction to Close Binary Stars*. mars 2001.
- K. HOUAIRI, F. CASSAING, G. PERRIN, F. EISENHAEUER, W. BRANDNER, C. STRAUBMEIER et S. GILLESSEN : Fringe tracking optimization with 4 beams : application to GRAVITY. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- C. A. HUMMEL, J. T. ARMSTRONG, A. QUIRRENBACH, D. F. BUSCHER, D. MOZURKEWICH, R. S. SIMON et K. J. JOHNSTON : The spectroscopic binary eta Andromedae : Determination of the orbit by optical interferometry. *Astrophysical Journal*, 106:2486–2492, décembre 1993.
- C. A. HUMMEL, J.-M. CARQUILLAT, N. GINESTET, R. F. GRIFFIN, A. F. BODEN, A. R. HAJIAN, D. MOZURKEWICH et T. E. NORDGREN : Orbital and Stellar Parameters of Omicron Leonis from Spectroscopy and Interferometry. *Astrophysical Journal*, 121:1623–1635, mars 2001.
- T. IJIMA : An approach for mass transfer in detached symbiotic binary systems. *New Astronomy*, 7:147–154, juin 2002.
- B. JAHANARA, M. MITSUMOTO, K. OKA, T. MATSUDA, I. HACHISU et H. M. J. BOFFIN : Wind accretion in binary stars. II. Angular momentum loss. *Astronomy & Astrophysics*, 441:589–595, octobre 2005.
- R. C. JENNISON : A phase sensitive interferometer technique for the measurement of the Fourier transforms of spatial brightness distributions of small angular extent. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 118:276–+, 1958.
- L. JOCOU, M. BENISTY, J. P. BERGER, K. PERRAUT et P. KERN : An 8-telescope laboratory interferometric simulator for VSI-Vitruv. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6268 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2006.
- A. JORISSEN : The Link between Symbiotic Stars and Chemically Peculiar Red Giants (invited review talks). *In R. L. M. CORRADI, J. MIKOLAJEWSKA, & T. J. MAHONEY, éditeur : Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, volume 303 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 25–+, 2003.
- M. JURA, R. A. WEBB et C. KAHANE : Large Circumbinary Dust Grains around Evolved Giants? *Astrophysical Journal Letters*, 550:L71–L75, mars 2001.
- C. A. JURGENSON, F. G. SANTORO, F. BARON, K. MCCORD, E. K. BLOCK, D. F. BUSCHER, C. A. HANIFF, J. S. YOUNG, T. A. COLEMAN et M. J. CREECH-EAKMAN : Fringe tracking at the MROI. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.

- A. KELLERER et A. TOKOVININ : Atmospheric coherence times in interferometry : definition and measurement. *âp*, 461:775–781, janvier 2007.
- S. J. KENYON : *The symbiotic stars*. 1986.
- S. J. KENYON : Symbiotic stars. In G. WALLERSTEIN, éditeur : *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, volume 9 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 206–216, 1990.
- P. KERVELLA, V. COUDÉ DU FORESTO, D. SEGRANSAN et E. DI FOLCO : Optimal interferometric data acquisition and processing : towards 0.1% precision with the single-mode beam combiner VINCI. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 741–+, octobre 2004a.
- P. KERVELLA, D. SÉGRANSAN et V. COUDÉ DU FORESTO : Data reduction methods for single-mode optical interferometry. Application to the VLTI two-telescopes beam combiner VINCI. *Astronomy & Astrophysics*, 425:1161–1174, octobre 2004b.
- R. KIPPENHAHN et E. MEYER-HOFMEISTER : On the radii of accreting main sequence stars. *Astronomy & Astrophysics*, 54:539–542, janvier 1977.
- B. KLOPPENBORG, R. STENDEL, J. D. MONNIER, G. SCHAEFER, M. ZHAO, F. BARON, H. MCALISTER, T. TEN BRUMMELAAR, X. CHE, C. FARRINGTON, E. PEDRETTI, P. J. SALLAVE-GOLDFINGER, J. STURMANN, L. STURMANN, N. THUREAU, N. TURNER et S. M. CARROLL : Infrared images of the transiting disk in the  $\epsilon$  Aurigae system. *Nature*, 464:870–872, avril 2010.
- L. KOECHLIN, P. R. LAWSON, D. MOURARD, A. BLAZIT, D. BONNEAU, F. MORAND, P. STEE, I. TALLON-BOSC et F. VAKILI : Dispersed fringe tracking with the multi- $r_o$  apertures of the Grand Interferometre a 2 Telescopes. *Applied Optics*, 35:3002–3009, juin 1996.
- A. KOLMOGOROV : The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30:301–305, 1941.
- Z. KOPAL : *Close binary systems*. 1959.
- L. LABADIE, G. MARTIN, N. C. ANHEIER, B. AREZKI, H. A. QIAO, B. BERNACKI et P. KERN : First fringes with an integrated-optics beam combiner at 10  $\mu\text{m}$  - A new step towards instrument miniaturization for mid-infrared interferometry. *ArXiv e-prints*, avril 2011.
- P. LABEYE : *Composants optiques intégrés pour l'interférométrie astronomique*. Thèse de doctorat, 2008.
- A. LABEYRIE : Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *Astronomy & Astrophysics*, 6:85–+, mai 1970.
- S. LACOUR, L. JOCOU, T. MOULIN, P. R. LABEYE, M. BENISTY, J.-P. BERGER, A. DELBOULBÉ, X. HAUBOIS, E. HERWATS, P. Y. KERN, F. MALBET, K. ROUSSELET-PERRAUT et G. PERRIN : Characterization of integrated optics components for the second generation of VLTI instruments. In *Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- P. R. LAWSON : Bandwidth limitations and dispersion in optical stellar interferometry. *Applied Optics*, 35:5122–5124, septembre 1996.
- P. R. LAWSON, M. M. COLAVITA, P. J. DUMONT et B. F. LANE : Least-squares estimation and group delay in astrometric interferometers. In P. LÉNA et A. QUIRRENBACH, éditeurs : *Proc. of SPIE*, volume 4006, pages 397–406, juillet 2000.

- P. R. LAWSON, T. R. SCOTT et C. A. HANIFF : Group-delay tracking and visibility fluctuations in long-baseline stellar interferometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 304:218–224, mars 1999.
- J.-B. LE BOUQUIN, R. ABUTER, B. BAUVIR, H. BONNET, P. HAGUENAUER, N. DI LIETO, S. MENARDI, S. MOREL, F. RANTAKYRÖ, M. SCHOELLER, A. WALLANDER et S. WEHNER : Fringe tracking at VLTI : status report. In *Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- J.-B. LE BOUQUIN, J.-P. BERGER, B. LAZAREFF, G. ZINS, P. HAGUENAUER, L. JOCOU, P. KERN, R. MILLAN-GABET, W. TRAUB, O. ABSIL, J.-C. AUGEREAU, M. BENISTY, N. BLIND, X. BONFILS, P. BOURGET, A. DELBOULBE, P. FEAUTRIER, M. GERMAIN, P. GITTON, D. GILLIER, M. KIEKEBUSCH, J. KLUSKA, J. KNUDSTRUP, P. LABEYE, J.-L. LIZON, J.-L. MONIN, Y. MAGNARD, F. MALBET, D. MAUREL, F. MÉNARD, M. MICALLEF, L. MICHAUD, G. MONTAGNIER, S. MOREL, T. MOULIN, K. PERRAUT, D. POPOVIC, P. RABOU, S. ROCHAT, C. ROJAS, F. ROUSSEL, A. ROUX, E. STADLER, S. STEFL, E. TATULLI et N. VENTURA : PIONIER : a 4-telescope visitor instrument at VLTI. *Astronomy & Astrophysics*, 535:A67, novembre 2011.
- J.-B. LE BOUQUIN, S. LACOUR, S. RENARD, E. THIÉBAUT, A. MERAND et T. VERHOELST : Pre-maximum spectro-imaging of the Mira star T Leporis with AMBER/VLTI. *Astronomy & Astrophysics*, 496:L1–L4, mars 2009.
- J.-B. LE BOUQUIN et E. TATULLI : Pupil plane optimization for single-mode multi-axial optical interferometry with a large number of telescopes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 372:639–645, octobre 2006.
- J.-B. J. LE BOUQUIN, J.-P. BERGER, P. R. LABEYE, E. TATULLI, F. MALBET, K. ROUSSELET-PERRAUT et P. Y. KERN : Comparison of integrated optics concepts for a near-infrared multi-telescope beam combiner. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 1362–+, octobre 2004.
- J. B. LEBOUQUIN, K. ROUSSELET-PERRAUT, P. KERN, F. MALBET, P. HAGUENAUER, P. KERVELLA, I. SCHANEN, J. P. BERGER, A. DELBOULBÉ, B. AREZKI et M. SCHÖLLER : First observations with an H-band integrated optics beam combiner at the VLTI. *Astronomy & Astrophysics*, 424:719–726, septembre 2004.
- C. LEINERT, U. GRASER, F. PRZYGODDA, L. B. F. M. WATERS, G. PERRIN, W. JAFFE, B. LOPEZ, E. J. BAKKER, A. BÖHM, O. CHESNEAU, W. D. COTTON, S. DAMSTRA, J. DE JONG, A. W. GLAZENBORG-KLUTTIG, B. GRIMM, H. HANENBURG, W. LAUN, R. LENZEN, S. LIGORI, R. J. MATHAR, J. MEISNER, S. MOREL, W. MORR, U. NEUMANN, J.-W. PEL, P. SCHULLER, R.-R. ROHLOFF, B. STECKLUM, C. STORZ, O. VON DER LÜHE et K. WAGNER : MIDI - the 10  $\mu\text{m}$  instrument on the VLTI. *Astrophysics and Space Science*, 286:73–83, 2003.
- P. LÉNA : Adaptive optics : a breakthrough in astronomy. *Experimental Astronomy*, 26:35–48, août 2009.
- L. LINDEGREN, C. BABUSIAUX, C. BAILER-JONES, U. BASTIAN, A. G. A. BROWN, M. CROPPER, E. HØG, C. JORDI, D. KATZ, F. VAN LEEUWEN, X. LURI, F. MIGNARD, J. H. J. DE BRUIJNE et T. PRUSTI : The Gaia mission : science, organization and present status. In W. J. JIN, I. PLATAIS, & M. A. C. PERRYMAN, éditeur : *IAU Symposium*, volume 248 de *IAU Symposium*, pages 217–223, juillet 2008.
- M. LIVIO : Common Envelope Evolution in Binary Systems. In R. A. M. J. WIJERS, M. B. DAVIES, & C. A. TOUT, éditeur : *NATO ASIC Proc. 477 : Evolutionary Processes in Binary Stars*, pages 141–+, 1996.

- B. LOPEZ, P. ANTONELLI, S. WOLF, S. LAGARDE, W. JAFFE, R. NAVARRO, U. GRASER, R. PETROV, G. WEIGELT, Y. BRESSON, K. H. HOFMANN, U. BECKMAN, T. HENNING, W. LAUN, C. LEINERT, S. KRAUS, S. ROBBE-DUBOIS, F. VAKILI, A. RICHICHI, P. ABRAHAM, J.-C. AUGEREAU, J. BEHREND, P. BERIO, N. BERRUYER, O. CHESNEAU, J. M. CLAUSSE, C. CONNOT, K. DEMYK, W. C. DANCHI, M. DUGUÉ, G. FINGER, S. FLAMENT, A. GLAZENBORG, H. HANNENBURG, M. HEININGER, Y. HUGUES, J. HRON, S. JANKOV, F. KERSCHBAUM, G. KROES, H. LINZ, J.-L. LIZON, P. MATHIAS, R. MATHAR, A. MATTER, J. L. MENUT, K. MEISENHEIMER, F. MILLOUR, N. NARDETTO, U. NEUMANN, E. NUSSBAUM, A. NIEDZIELSKI, L. MOSONI, J. OLOFSSON, Y. RABBIA, T. RATZKA, F. RIGAL, A. ROUSSEL, D. SCHERTL, F.-X. SCHMIDER, B. STECKLUM, E. THIEBAUT, M. VANNIER, B. VALAT, K. WAGNER et L. B. F. M. WATERS : MATISSE : perspective of imaging in the mid-infrared at the VLTI. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- S. H. LUBOW et F. H. SHU : Gas dynamics of semidetached binaries. *Astrophysical Journal*, 198:383–405, juin 1975.
- F. MALBET, D. BUSCHER, G. WEIGELT, P. GARCIA, M. GAI, D. LORENZETTI, J. SURDEJ, J. HRON, R. NEUHÄUSER, P. KERN, L. JOCOU, J.-P. BERGER, O. ABSIL, U. BECKMANN, L. CORCIONE, G. DUVERT, M. FILHO, P. LABEYE, E. LE COARER, G. LI CAUSI, J. LIMA, K. PERRAUT, E. TATULLI, E. THIÉBAUT, J. YOUNG, G. ZINS, A. AMORIM, B. ARINGER, T. BECKERT, M. BENISTY, X. BONFILS, A. CABRAL, A. CHELLI, O. CHESNEAU, A. CHIAVASSA, R. CORRADI, M. DE BECKER, A. DELBOULBÉ, G. DUCHÈNE, T. FORVEILLE, C. HANIFF, E. HERWATS, K.-H. HOFMANN, J.-B. LE BOUQUIN, S. LIGORI, D. LOREGGIA, A. MARCONI, A. MOITINHO, B. NISINI, P.-O. PETRUCCI, J. REBORDAO, R. SPEZIALI, L. TESTI et F. VITALI : VSI : the VLTI spectro-imager. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- F. MALBET, D. BUSCHER, G. WEIGELT, P. GARCIA, M. GAI, D. LORENZETTI, J. SURDEJ, J. HRON, R. NEUHÄUSER, P. KERN, L. JOCOU, J.-P. BERGER, O. ABSIL, U. BECKMANN, L. CORCIONE, G. DUVERT, M. FILHO, P. LABEYE, E. LE COARER, G. LI CAUSI, J. LIMA, K. PERRAUT, E. TATULLI, E. THIÉBAUT, J. YOUNG, G. ZINS, A. AMORIM, B. ARINGER, T. BECKERT, M. BENISTY, X. BONFILS, A. CHELLI, O. CHESNEAU, A. CHIAVASSA, R. CORRADI, M. DE BECKER, A. DELBOULBÉ, G. DUCHÈNE, T. FORVEILLE, C. HANIFF, E. HERWATS, K.-H. HOFMANN, J.-B. LE BOUQUIN, S. LIGORI, D. LOREGGIA, A. MARCONI, A. MOITINHO, B. NISINI, P.-O. PETRUCCI, J. REBORDAO, R. SPEZIALI, L. TESTI et F. VITALI : Milliarcsecond Astrophysics with VSI, the VLTI Spectro-imager in the ELT Era. *In A. MOORWOOD, éditeur : Science with the VLT in the ELT Era*, pages 343–+, 2009.
- F. MALBET, W. COTTON, G. DUVERT, P. LAWSON, A. CHIAVASSA, J. YOUNG, F. BARON, D. BUSCHER, S. RENGASWAMY, B. KLOPPENBORG, M. VANNIER et L. MUGNIER : The 2010 interferometric imaging beauty contest. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7734 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010a.
- F. MALBET, G. DUVERT, F. A. MILLOUR, J.-B. LE BOUQUIN, G. MELLA, L. HALIPRÉ, A. CHELLI, S. LAFRASSE, E. ALTARIBA et G. ZINS : The third version of the AMBER data reduction software. *In Proc. of SPIE*, volume 7734, juillet 2010b.
- J.-M. MARIOTTI et S. T. RIDGWAY : Double Fourier spatio-spectral interferometry - Combining high spectral and high spatial resolution in the near infrared. *Astronomy & Astrophysics*, 195:350–363, avril 1988.
- F. MARTIN, R. CONAN, A. TOKOVININ, A. ZIAD, H. TRINQUET, J. BORGNINO, A. AGABI et

- M. SARAZIN : Optical parameters relevant for High Angular Resolution at Paranal from GSM instrument and surface layer contribution. *Astronomy & Astrophysics*, 144:39–44, mai 2000.
- E. MASCIADRI, J. VERNIN et P. BOUGEAULT : 3D mapping of optical turbulence using an atmospheric numerical model. II. First results at Cerro Paranal. *Astronomy & Astrophysics*, 137:203–216, mai 1999.
- B. D. MASON, D. R. GIES, W. I. HARTKOPF, W. G. BAGNUOLO, Jr., T. TEN BRUMMELAAR et H. A. MCALISTER : ICCD speckle observations of binary stars. XIX - an astrometric/spectroscopic survey of O stars. *Astrophysical Journal*, 115:821–+, février 1998.
- R. J. MATHAR : Calculated refractivity of water vapor and moist air in the atmospheric window at 10  $\mu\text{m}$ . *Applied Optics*, 43:928–932, février 2004.
- P. MÈGE : *Interférométrie avec des guides d'ondes optiques. Théorie et applications*. Thèse de doctorat, 2003.
- J. MEISNER : *Estimation and Tracking of Atmospheric Delay Noise in a Long-Baseline Optical Stellar Interferometer and Determination of the Expected Estimation Error*. Thèse de doctorat, 1995.
- J. MEISNER : Fringe tracking and group delay tracking methods for MIDI. In J. SURDEJ, J. P. SWINGS, D. CARO et A. DETAL, éditeurs : *Liege International Astrophysical Colloquia*, volume 36 de *Liege International Astrophysical Colloquia*, pages 225–231, 2001.
- J. A. MEISNER : Atmospheric delay tracking in a long-baseline optical stellar interferometer. *Optical Engineering*, 35:1927–1935, juillet 1996.
- J. A. MEISNER et R. S. LE POOLE : Dispersion affecting the VLTI and 10 micron interferometry using MIDI. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 4838, pages 609–624, février 2003.
- J. A. MEISNER, R. N. TUBBS et W. J. JAFFE : Coherent integration of complex fringe visibility employing dispersion tracking. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 725–+, octobre 2004.
- J. MIKOLAJEWSKA : Orbital and Stellar Parameters of Symbiotic Stars (invited review talks). In R. L. M. CORRADI, J. MIKOLAJEWSKA, & T. J. MAHONEY, éditeur : *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, volume 303 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 9–+, 2003.
- J. MIKOLAJEWSKA : Symbiotic Stars : Continually Embarrassing Binaries. *Baltic Astronomy*, 16:1–9, 2007.
- S. MOHAMED et P. PODSIADLOWSKI : Wind Roche-Lobe Overflow : a New Mass-Transfer Mode for Wide Binaries. In R. NAPIWOTZKI & M. R. BURLEIGH, éditeur : *15th European Workshop on White Dwarfs*, volume 372 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 397–+, septembre 2007.
- S. MOHAMED et P. PODSIADLOWSKI : Understanding Mass Transfer in Wind-Interacting Binaries : SPH Models of “Wind Roche-lobe Overflow”. In V. KOLOGERA & M. VAN DER SLUYS, éditeur : *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1314 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 51–52, décembre 2010.
- P. MOLARO, C. MOROSI et M. RAMELLA : Evidence for outburst in the shell star 17 Lep derived from ultraviolet spectra. *Astronomy & Astrophysics*, 119:160–162, mars 1983.

- J. D. MONNIER : Asymmetric Beam Combination for Optical Interferometry. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 113:639–645, mai 2001.
- J. D. MONNIER, J.-P. BERGER, R. MILLAN-GABET et T. A. TEN BRUMMELAAR : The Michigan Infrared Combiner (MIRC) : IR imaging with the CHARA Array. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 1370–+, octobre 2004.
- J. D. MONNIER, P. G. TUTHILL, M. IRELAND, R. COHEN, A. TANNIRKULAM et M. D. PERRIN : Mid-Infrared Size Survey of Young Stellar Objects : Description of Keck Segment-Tilting Experiment and Basic Results. *Astrophysical Journal*, 700:491–505, juillet 2009.
- S. MOREL et L. KOECHLIN : Fringe tracking using a priori information on the optical path difference drift. In R. D. REASENBERG, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 3350, pages 1057–1064, juillet 1998.
- T. NAGAE, K. OKA, T. MATSUDA, H. FUJIWARA, I. HACHISU et H. M. J. BOFFIN : Wind accretion in binary stars. I. Mass accretion ratio. *Astronomy & Astrophysics*, 419:335–343, mai 2004.
- R. J. NOLL : Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 66:207–211, 1976.
- K. OHNAKA, K.-H. HOFMANN, D. SCHERTL, G. WEIGELT, F. MALBET, F. MASSI, A. MEILLAND et P. STEE : Spatially resolving the outer atmosphere of the M giant BK Vir in the CO first overtone lines with VLTI/AMBER. *ArXiv e-prints*, novembre 2011.
- J.C. OWENS : “Optical refractive index of air : dependence on pressure, temperature and composition”. *Applied Optics*, 6(1):51–59, 1967.
- G. F. PADDOCK : The Derivation of the Radial Velocity Equation. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 25:208–+, août 1913.
- A. PAPOULIS : *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 1984.
- E. PEDRETTI : *Systèmes d’imagerie interférométriques*. Thèse de doctorat, 2003.
- E. PEDRETTI, N. D. THUREAU, E. WILSON, W. A. TRAUB, J. D. MONNIER, S. RAGLAND, N. P. CARLETON, R. MILLAN-GABET, F. P. SCHLOERB, M. K. BREWER, J.-P. BERGER et M. G. LACASSE : Fringe tracking at the IOTA interferometer. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 540–+, octobre 2004.
- E. PEDRETTI, W. A. TRAUB, J. D. MONNIER, R. MILLAN-GABET, N. P. CARLETON, F. P. SCHLOERB, M. K. BREWER, J.-P. BERGER, M. G. LACASSE et S. RAGLAND : Robust determination of optical path difference : fringe tracking at the Infrared Optical Telescope Array interferometer. *Applied Optics*, 44:5173–5179, septembre 2005.
- R. G. PETROV, F. MALBET, G. WEIGELT, P. ANTONELLI, U. BECKMANN, Y. BRESSON, A. CHELLI, M. DUGUÉ, G. DUVERT, S. GENNARI, L. GLÜCK, P. KERN, S. LAGARDE, E. LE COARER, F. LISI, F. MILLOUR, K. PERRAUT, P. PUGET, F. RANTAKYRÖ, S. ROBBE-DUBOIS, A. ROUSSEL, P. SALINARI, E. TATULLI, G. ZINS, M. ACCARDO, B. ACKE, K. AGABI, E. ALTARIBA, B. AREZKI, E. ARISTIDI, C. BAFFA, J. BEHREND, T. BLÖCKER, S. BONHOMME, S. BUSONI, F. CASSAING, J.-M. CLAUSSE, J. COLIN, C. CONNOT, A. DELBOULBÉ, A. DOMICIANO DE SOUZA, T. DRIEBE, P. FEAUTRIER, D. FERRUZZI, T. FORVEILLE, E. FOSSAT, R. FOY, D. FRAIX-BURNET, A. GALLARDO, E. GIANI, C. GIL, A. GLENTZLIN, M. HEIDEN, M. HEININGER, O. HERNANDEZ UTRERA, K.-H. HOFMANN, D. KAMM, M. KIEKEBUSCH,

- S. KRAUS, D. LE CONTEL, J.-M. LE CONTEL, T. LESOURD, B. LOPEZ, M. LOPEZ, Y. MAGNARD, A. MARCONI, G. MARS, G. MARTINOT-LAGARDE, P. MATHIAS, P. MÈGE, J.-L. MONIN, D. MOUILLET, D. MOURARD, E. NUSSBAUM, K. OHNAKA, J. PACHECO, C. PERRIER, Y. RABBIA, S. REBATTU, F. REYNAUD, A. RICHICHI, A. ROBINI, M. SACCHETTINI et D. SCHERTL : AMBER, the near-infrared spectro-interferometric three-telescope VLTI instrument. *Astronomy & Astrophysics*, 464:1–12, mars 2007.
- P. PODSIADLOWSKI et S. MOHAMED : The Origin and Evolution of Symbiotic Binaries. *Baltic Astronomy*, 16:26–33, 2007.
- R. S. POLIDAN et S. N. SHORE : Is 17 Leporis a Pre-Main Sequence Binary System? In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 23 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 1414–+, septembre 1991.
- R. S. POLIDAN et S. N. SHORE : EUV Emission from 17 Leporis. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 25 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 1320–+, décembre 1993.
- S. RAGLAND, H. LE COROLLER, E. PLUZHNIK, W. D. COTTON, W. C. DANCHI, J. D. MONNIER, W. A. TRAUB, L. A. WILLSON, J.-P. BERGER et M. G. LACASSE : First Images of R Aquarii and Its Asymmetric H<sub>2</sub>O Shell. *Astrophysical Journal*, 679:746–761, mai 2008.
- D. REIMERS : Circumstellar absorption lines and mass loss from red giants. *Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liege*, 8:369–382, 1975.
- S. RENARD : *Image reconstruction in optical interferometry : application to the inner regions of protoplanetary disks*. Thèse de doctorat, Laboratoire d’Astrophysique de Grenoble, Université Joseph Fourier (Grenoble 1), France <EMAIL>stephanie.renard@obs.ujf-grenoble.fr</EMAIL>, 2010.
- S. RENARD : *Imager les zones de formation des planètes autour des étoiles jeunes dans le cadre de reconstruction d’images pour le VLTI*. Thèse de doctorat, 2010.
- S. RENARD, F. MALBET, M. BENISTY, E. THIÉBAUT et J.-P. BERGER : Image reconstruction in optical interferometry : application to the inner regions of protoplanetary disks. In *Proc. of SPIE*, volume 7734, juillet 2010.
- E. N. RIBAK, M. GAI, S. G. LIPSON et P. PARAHOVNIK : Beam combination : all with all. In *Proc. of SPIE*, volume 6268, juillet 2006.
- E. N. RIBAK, M. GAI, D. LOREGGIA et S. G. LIPSON : Simple beam combination for stellar interferometry. *Optics Letters*, 32:1075–1077, mai 2007.
- E. N. RIBAK, G. S. PERRIN et S. LACOUR : Multiple-beam combination for faint objects. In W. A. TRAUB, éditeur : *Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 1624–+, octobre 2004.
- S. T. RIDGWAY, H. A. MCALISTER, T. TEN BRUMMELAAR, A. MERAND, J. STURMANN, L. STURMANN et N. TURNER : Adaptive optics for the CHARA Array. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7013 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.
- H. RITTER : Principles of Semi-Detached Binary Evolution. In R. A. M. J. WIJERS, M. B. DAVIES, & C. A. TOUT, éditeur : *NATO ASIC Proc. 477 : Evolutionary Processes in Binary Stars*, pages 223–+, 1996.



- F. RODDIER : The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. *In Progress in optics. Volume 19. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1981, p. 281-376.*, volume 19, pages 281–376, 1981.
- F. RODDIER et P. LENA : Long-baseline Michelson interferometry with large ground-based telescopes operating at optical wavelengths. II - Interferometry at infrared wavelengths. *Journal of Optics*, 15:363–374, décembre 1984.
- F. ROYER, S. GRENIER, M.-O. BAYLAC, A. E. GÓMEZ et J. ZOREC : Rotational velocities of A-type stars in the northern hemisphere. II. Measurement of  $v \sin i$ . *Astronomy & Astrophysics*, 393:897–911, octobre 2002.
- C. RUILIER : A study of degraded light coupling into single-mode fibers. *In R. D. REASENBERG, éditeur : Proc. of SPIE*, volume 3350, pages 319–329, juillet 1998.
- J. SAHLMANN, R. ABUTER, N. DI LIETO, S. MÉNARDI, F. DELPLANCKE, H. BARTKO, F. EISENHAUER, S. LÉV"QUE, O. PFUHL, N. SCHUHLER, G. VAN BELLE et G. VASISHT : Results from the VLTI-PRIMA fringe tracking testbed. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- J. SAHLMANN, S. MÉNARDI, R. ABUTER, M. ACCARDO, S. MOTTINI et F. DELPLANCKE : The PRIMA fringe sensor unit. *Astronomy & Astrophysics*, 507:1739–1757, décembre 2009.
- J. SCHMIT, K. CREATH et M. KUJAWINSKA : Spatial and temporal phase-measurement techniques : a comparison of major error sources in one dimension. *In Proceedings of SPIE*, volume 202, 1992.
- D. W. SCHUERMAN : Roche Potentials Including Radiation Effects. *Astrophysics and Space Science*, 19:351–358, décembre 1972.
- S. SHAKLAN et F. RODDIER : Coupling starlight into single-mode fiber optics. *Applied Optics*, 27:2334–2338, juin 1988.
- S. B. SHAKLAN et F. RODDIER : Single-mode fiber optics in a long-baseline interferometer. *Applied Optics*, 26:2159–2163, juin 1987.
- M. SHAO et M. M. COLAVITA : Potential of long-baseline infrared interferometry for narrow-angle astrometry. *Astronomy & Astrophysics*, 262:353–358, août 1992.
- M. SHAO, M. M. COLAVITA, B. E. HINES, D. H. STAELIN et D. J. HUTTER : The Mark III stellar interferometer. *Astronomy & Astrophysics*, 193:357–371, mars 1988.
- M. SHAO et D. H. STAELIN : Long-baseline optical interferometer for astrometry. *Journal of the Optical Society of America*, 67:81–86, janvier 1977.
- M. SHAO et D. H. STAELIN : First fringe measurements with a phase-tracking stellar interferometer. *Applied Optics*, 19:1519–1522, mai 1980.
- F. H. SHU et S. H. LUBOW : Mass, angular momentum, and energy transfer in close binary stars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 19:277–293, 1981.
- M. F. SKRUTSKIE, R. M. CUTRI, R. STIENING, M. D. WEINBERG, S. SCHNEIDER, J. M. CARPENTER, C. BEICHMAN, R. CAPPAS, T. CHESTER, J. ELIAS, J. HUCHRA, J. LIEBERT, C. LONSDALE, D. G. MONET, S. PRICE, P. SEITZER, T. JARRETT, J. D. KIRKPATRICK, J. E. GIZIS, E. HOWARD, T. EVANS, J. FOWLER, L. FULLMER, R. HURT, R. LIGHT, E. L. KOPAN, K. A. MARSH, H. L. MCCALLON, R. TAM, S. VAN DYK et S. WHEELOCK : The Two Micron All Sky Survey (2MASS). *Astrophysical Journal*, 131:1163–1183, février 2006.

- A. SLETTEBAK : Note on the Infrared Spectrum of 17 Leporis. *Astrophysical Journal*, 112:559–+, novembre 1950.
- N. SOKER, S. RAPPAPORT et A. HARPAZ : Eccentric Binary Model for Off-Center Planetary Nebula Nuclei. *Astrophysical Journal*, 496:842, mars 1998.
- O. STRUVE : Recent changes in the absorption spectrum of 17 Leporis. *Astrophysical Journal*, 72:343–345, décembre 1930.
- O. STRUVE et F. E. ROACH : The Ultraviolet Spectra of 17 Leporis and P Cygni. *Astrophysical Journal*, 90:727–+, décembre 1939.
- W. J. TANGO : Dispersion in stellar interferometry. *Applied Optics*, 29:516–521, février 1990.
- N. TARMOUL, F. HÉNAULT, D. MOURARD, J.-B. LE BOUQUIN, L. JOCOU, P. KERN, J.-P. BERGER et O. ABSIL : Multi-axial integrated optics solution for POPS, a 2<sup>nd</sup> generation VLTI fringe tracker. In *Proc. of SPIE*, volume 7734, juillet 2010.
- V.I. TATARSKI : *Wave Propagation in a Turbulent Medium*. Dover, New York, U.S.A., 1961.
- E. TATULLI : *Traitement du signal en interférométrie monomode dans le cadre du projet AMBER. Application à l'observation interférométrique de l'environnement circumstellaire des étoiles jeunes*. Thèse de doctorat, 2004.
- E. TATULLI et A. CHELLI : Fiber optic interferometry : statistics of visibility and closure phase. *Journal of the Optical Society of America A*, 22:1589–1599, août 2005.
- E. TATULLI et J.-B. LÉBOUQUIN : Comparison of Fourier and model-based estimators in single-mode multi-axial interferometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 368:1159–1168, mai 2006.
- E. TATULLI, P. MÈGE et A. CHELLI : Single-mode versus multimode interferometry : A performance study. *âp*, 418:1179–1186, mai 2004.
- E. TATULLI, F. MILLOUR, A. CHELLI, G. DUVERT, B. ACKE, O. HERNANDEZ UTRERA, K.-H. HOFMANN, S. KRAUS, F. MALBET, P. MÈGE, R. G. PETROV, M. VANNIER, G. ZINS, P. ANTONELLI, U. BECKMANN, Y. BRESSON, M. DUGUÉ, S. GENNARI, L. GLÜCK, P. KERN, S. LAGARDE, E. LE COARER, F. LISI, K. PERRAUT, P. PUGET, F. RANTAKYRÖ, S. ROBBE-DUBOIS, A. ROUSSEL, G. WEIGELT, M. ACCARDO, K. AGABI, E. ALTARIBA, B. AREZKI, E. ARISTIDI, C. BAFFA, J. BEHREND, T. BLÖCKER, S. BONHOMME, S. BUSONI, F. CASSAING, J.-M. CLAUSSE, J. COLIN, C. CONNOT, A. DELBOULBÉ, A. DOMICIANO DE SOUZA, T. DRIEBE, P. FEAUTRIER, D. FERRUZZI, T. FORVEILLE, E. FOSSAT, R. FOY, D. FRAIX-BURNET, A. GALLARDO, E. GIANI, C. GIL, A. GLENTZLIN, M. HEIDEN, M. HEININGER, D. KAMM, M. KIEKEBUSCH, D. LE CONTEL, J.-M. LE CONTEL, T. LESOURD, B. LOPEZ, M. LOPEZ, Y. MAGNARD, A. MARCONI, G. MARS, G. MARTINOT-LAGARDE, P. MATHIAS, J.-L. MONIN, D. MOUILLET, D. MOURARD, E. NUSSBAUM, K. OHNAKA, J. PACHECO, C. PERRIER, Y. RABBIA, S. REBATTU, F. REYNAUD, A. RICHICHI, A. ROBINI, M. SACCHETTINI et D. SCHERTL : Interferometric data reduction with AMBER/VLTI. Principle, estimators, and illustration. *âp*, 464:29–42, mars 2007.
- T. A. TEN BRUMMELAAR : Differential path considerations in optical stellar interferometry. *Applied Optics*, 34:2214–2219, mai 1995.

- T. A. TEN BRUMMELAAR, H. A. MCALISTER, S. T. RIDGWAY, D. R. GIES, J. STURMANN, L. STURMANN, N. H. TURNER, G. H. SCHAEFER, C. D. FARRINGTON et P. J. GOLDFINGER : An update on the CHARA Array. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7734 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010.
- T. THEUNS, H. M. J. BOFFIN et A. JORISSEN : Wind accretion in binary stars - II. Accretion rates. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 280:1264–1276, juin 1996.
- E. THIÉBAUT : MIRA : an effective imaging algorithm for optical interferometry. *In Proc. of SPIE*, volume 7013, juillet 2008.
- N. D. THUREAU, R. C. BOYSEN, D. F. BUSCHER, C. A. HANIFF, E. PEDRETTI, P. J. WARNER et J. S. YOUNG : Fringe envelope tracking at COAST. *In Proc. of SPIE*, volume 4838, pages 956–963, février 2003.
- C. A. TOUT et P. P. EGGLETON : Tidal enhancement by a binary companion of stellar winds from cool giants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 231:823–831, avril 1988.
- C. A. TOUT et D. S. HALL : Wind driven mass transfer in interacting binary systems. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 253:9–18, novembre 1991.
- R. TUBBS : Effect of wavefront corrugations on fringe motion in an astronomical interferometer with spatial filters. *Applied Optics*, 44:6253–6257, octobre 2005.
- RN TUBBS : Tracking and characterising atmospheric phase fluctuations at COAST. *Part III undergraduate project report*, May, 1998.
- P. G. TUTHILL, J. D. MONNIER, W. C. DANCHI, E. H. WISHNOW et C. A. HANIFF : Michelson Interferometry with the Keck I Telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 112:555–565, avril 2000.
- G. T. VAN BELLE, M. J. CREECH-EAKMAN et A. HART : Supergiant temperatures and linear radii from near-infrared interferometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 394:1925–1935, avril 2009.
- F. VAN LEEUWEN : *Hipparcos, the new reduction of the raw data*. Springer, 2007.
- D. VANBEVEREN, C. DE LOORE et W. VAN RENSBERGEN : Massive stars. *Astronomy & Astrophysics Review*, 9:63–152, 1998.
- M. VANNIER, R. G. PETROV, B. LOPEZ et F. MILLOUR : Colour-differential interferometry for the observation of extrasolar planets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 367:825–837, avril 2006.
- G. VASISHT, A. J. BOOTH, M. M. COLAVITA, R. L. JOHNSON, Jr., E. R. LIGON, III, J. D. MOORE et D. L. PALMER : Performance and verification of the Keck interferometer fringe detection and tracking system. *In W. A. TRAUB, éditeur : Proc. of SPIE*, volume 4838, pages 824–834, février 2003.
- T. VERHOELST, E. VAN AARLE et B. ACKE : Direct diameter measurement of a star filling its Roche lobe. The semi-detached binary SS Leporis spatially resolved with VINCI/VLTI. *Astronomy & Astrophysics*, 470:L21–L24, août 2007.

- T. VERHOELST, E. VAN AARLE et B. ACKE : A circumbinary dust disc in the making : the semi-detached evolved binary SS Leporis. *In Asymmetric Planetary Nebulae 5 Conference*, 2011.
- L. VINCENT, M. ALAMIR, J. B. LE BOUQUIN, L. JOCOU, K. ROUSSELET-PERRAUT, P. KERN et J. P. BERGER : A new control architecture for multi-beam fringe tracker. *In Proc. of SPIE*, volume 7734, juillet 2010.
- B. WARNER : *Cataclysmic variable stars*, volume 28. Cambridge Univ Pr, 2003.
- G. WEIGELT, S. KRAUS, T. DRIEBE, R. G. PETROV, K.-H. HOFMANN, F. MILLOUR, O. CHESNEAU, D. SCHERTL, F. MALBET, J. D. HILLIER, T. GULL, K. DAVIDSON, A. DOMICIANO DE SOUZA, P. ANTONELLI, U. BECKMANN, Y. BRESSON, A. CHELLI, M. DUGUÉ, G. DUVERT, S. GENNARI, L. GLÜCK, P. KERN, S. LAGARDE, E. LE COARER, F. LISI, K. PERRAUT, P. PUGET, F. RANTAKYRÖ, S. ROBBE-DUBOIS, A. ROUSSEL, E. TATULLI, G. ZINS, M. ACCARDO, B. ACKE, K. AGABI, E. ALTARIBA, B. AREZKI, E. ARISTIDI, C. BAFFA, J. BEHREND, T. BLÖCKER, S. BONHOMME, S. BUSONI, F. CASSAING, J.-M. CLAUSSE, J. COLIN, C. CONNOT, A. DELBOULBÉ, P. FEAUTRIER, D. FERRUZZI, T. FORVEILLE, E. FOSSAT, R. FOY, D. FRAIX-BURNET, A. GALLARDO, E. GIANI, C. GIL, A. GLENTZLIN, M. HEIDEN, M. HEININGER, O. HERNANDEZ UTRERA, D. KAMM, M. KIEKEBUSCH, D. LE CONTEL, J.-M. LE CONTEL, T. LESOURD, B. LOPEZ, M. LOPEZ, Y. MAGNARD, A. MARCONI, G. MARS, G. MARTINOT-LAGARDE, P. MATHIAS, P. MÈGE, J.-L. MONIN, D. MOUILLET, D. MOURARD, E. NUSSBAUM, K. OHNAKA, J. PACHECO, C. PERRIER, Y. RABBIA, S. REBATTU, F. REYNAUD et A. RICCHI : Near-infrared interferometry of eta Carinae with spectral resolutions of 1 500 and 12 000 using AMBER/VLTI. *Astronomy & Astrophysics*, 464:87–106, mars 2007.
- A. D. WELTY et R. A. WADE : On the nature of 17 Leporis. *Astrophysical Journal*, 109:326–331, janvier 1995.
- E. WILSON, E. PEDRETTI, J. BREGMAN, R. W. MAH et W. A. TRAUB : Adaptive DFT-based fringe tracking and prediction at IOTA. *In W. A. TRAUB, éditeur : Proc. of SPIE*, volume 5491, pages 1507–+, octobre 2004.
- E. WILSON, E. PEDRETTI, J. BREGMAN, R.W. MAH et W.A. TRAUB : Adaptive DFT-based interferometer fringe tracking. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 15:2559, 2005.
- K. O. WRIGHT : Recent Changes in the Spectrum of 17 Leporis. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 69:552–+, décembre 1957.
- J.-P. ZAHN : The dynamical tide in close binaries. *Astronomy & Astrophysics*, 41:329–344, juillet 1975.
- J.-P. ZAHN : Tidal friction in close binary stars. *Astronomy & Astrophysics*, 57:383–394, mai 1977.
- X. ZHANG, T. ARMSTRONG, S. RESTAINO, D. MOZURKEWICH et NAVAL RESEARCH LAB WASHINGTON DC REMOTE SENSING DIV : Design Considerations for the Second-Generation NPOI Fringe Tracker and Science Beam Combiner. 2006.
- M. ZHAO, D. GIES, J. D. MONNIER, N. THUREAU, E. PEDRETTI, F. BARON, A. MERAND, T. TEN BRUMMELAAR, H. MCALISTER, S. T. RIDGWAY, N. TURNER, J. STURMANN, L. STURMANN, C. FARRINGTON et P. J. GOLDFINGER : First Resolved Images of the Eclipsing and Interacting Binary  $\beta$  Lyrae. *Astrophysical Journal Letters*, 684:L95–L98, septembre 2008.











Nicolas BLIND

**Etude de concept d'instruments cophaseur pour l'imagerie interférométrique infrarouge.  
Observation de binaires en interaction à très haute résolution angulaire.**

**Résumé** – De part sa capacité de très haute résolution angulaire, l'interférométrie optique est une technique d'observation parfaitement adaptée pour l'étude des zones les plus internes d'objets complexes tels que les étoiles jeunes et leur environnement proche, les noyaux actifs de galaxie ou les binaires en interactions.

Bien qu'étant entrée dans l'aire de l'imagerie avec des instruments de nouvelle génération tels que PIONIER au VLT Interferometer, ou MIRC à CHARA (combinant 4 ou 6 télescopes), l'interférométrie optique est fortement handicapée par les perturbations atmosphériques. Les *suiveurs de franges* sont des instruments développés spécifiquement dans le but de compenser ces perturbations, permettant ainsi d'augmenter la sensibilité des interféromètres d'un facteur 10 à 1000. Dans la première partie de ma thèse, je présente le résultat d'études visant à définir un concept optimal de suiveur de frange de seconde génération pour le VLTI. Je démontre en premier lieu l'intérêt du filtrage spatial monomode pour le suivi de frange, ainsi que l'importance capitale de l'Optique Adaptative pour l'interférométrie, y compris pour des télescopes de 1 à 2 mètres de diamètre. Je détermine ensuite la meilleure méthode de mesure de la position des franges et la configuration de recombinaison des télescopes offrant le meilleur compromis entre sensibilité et robustesse du suivi de frange. Ces études ont finalement menées au concept de suiveur de frange POPS proposé à l'ESO par l'IPAG.

Dans la seconde partie de ma thèse, je me suis intéressée aux binaires en interaction, objets en mesure d'apporter des réponses à un vaste champs d'études, du fait de la diversité des processus physiques en jeu. Leur étude à très haute résolution angulaire, permise par l'interférométrie optique, se montre parfaitement complémentaire des techniques classiques employées jusque là. Je me suis intéressé au cas du système SS Leporis, observé avec les instruments AMBER et PIONIER du VLTI. Nous avons obtenu les premières reconstructions d'images d'une binaire en interaction avec le VLTI. Ces observations nous ont permis d'avoir une nouvelle vision de ce système méconnu, ouvrant par la même la voie à l'étude des binaires en interaction au VLTI.

**Mots clés** : Interférométrie optique – Suivi de frange – Filtrage modal – Binaires en interaction – Transfert de masse

**Study of fringe sensor concepts for infra-red interferometric imaging.  
Observation of interacting binaries at very high angular resolution.**

**Abstract** – Thanks to its very high angular resolution, optical interferometry is a technic perfectly suited for the study of the most inner regions of complex objects like young stars and their close environment, active galactic nuclei or interacting binaries.

Quick and reliable image reconstructions are now possible thanks to the new instruments PIONIER at the VLT Interferometer or MIRC at the CHARA array, combining 4 or 6 telescopes. However interferometers strongly suffer from atmospheric turbulence so that they need *fringe trackers*, instruments which compensate these disturbances, then allowing to increase the sensitivity of interferometers by a factor of 10 to 1000. In the first part of my thesis, I present the result of different studies aiming at defining an optimized fringe tracker for 2<sup>nd</sup> generation instruments at the VLTI. I first demonstrate the interest of single-mode filtering in the framework of fringe tracking, as well as the fundamental importance of Adaptive Optics systems for interferometry, even on 1- or 2-m class telescopes. Second, I determine the most efficient ways to measure the fringe position and the telescopes combination scheme with the best compromise between sensitivity and robustness when combining 4, 6 or 8 telescopes. These studies finally led to the fringe sensor concept POPS proposed to ESO by the IPAG.

In the second part of my thesis, I focused on interacting binaries. Their study could bring a wealth of information into several fields because of the diversity of physical processes at play. Observations of these systems at very high angular resolution with optical interferometry is a complementary tool to more classical techniques. I focused on the system SS Leporis that was observed with the instruments AMBER and PIONIER. We obtained the first image reconstructions of an interacting binary at the VLTI. These observations led us to a fundamentally new view of this particular system and pave the way to the study of interacting binaries at the VLTI.

**Keywords** : Optical interferometry – Fringe tracking – Modal filtering – Interacting binaries – Mass transfer