HAL
open science

Observation et diagnostic de processus industriels à modèle non linéaire : application aux machines électriques

Ayan Mahamoud

To cite this version:

Ayan Mahamoud. Observation et diagnostic de processus industriels à modèle non linéaire : application aux machines électriques. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2010. Français. NNT : . tel-00676588

HAL Id: tel-00676588

https://theses.hal.science/tel-00676588v1

Submitted on 5 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

École Doctorale

Sciences et Technologies de l'Information et de Mathematiques

Année : 2010 N° B.U. :

Thèse de Doctorat

Spécialité : Automatique et Informatique Appliquée

Présentée et soutenue publiquement par :

Ayan MAHAMOUD MOHAMED

le 21 juillet 2010
à l'École Centrale de Nantes

TITRE

OBSERVATION ET DIAGNOSTIC DE PROCESSUS INDUSTRIELS A MODELE NON LINEAIRE APPLICATIONS AUX MACHINES ÉLECTRIQUES

Jury

Président	F. PLESTAN	*Professeur des Universités, IRCCyN, École Centrale de Nantes*
Rapporteurs	G. BESANCON	*Maître de Conférences, HDR, GIPSA-LAB, INP Grenoble*
	V. COCQUEMPOT	*Professeur des Universités, LAGIS, Université de Lille*
Examinateurs	J. De LEON	*Professeur des Universités, FIME, UANL, Monterrey, Mexique*
	A. GLUMINEAU	*Professeur des Universités, IRCCyN, École Centrale de Nantes*
	I. SOULEIMAN	*Maître de Conférences, CRUD, Université de Djibouti*
Invités	E. SCHAEFFER	*Maître de Conférences, IREENA, Université de Nantes*

Directeur de thèse : Alain GLUMINEAU
Laboratoire : IRCCyN, Ecole Centrale de Nantes
Co-Encadrant : Ibrahim SOULEIMAN
Laboratoire : CRUD, Université de Djibouti

N° **ED : 503-092**

Waxbarashadu waa dhaxal u hadha aadmiga. Wuxuu ka dhashaa laba shay : hadaf shakhsi iyo hadaf siyaasa'deed oo waxbarasho. Kagungaadh kiisu u curiyay fursado.

L'éducation est un héritage pour l'Humanité. Son résultat est la conjugaison de deux choses : un objectif personnel et une politique d'éducation qui créent des opportunités.

N. BOULHAN.

... À mes grands-parents Mohamed Barreh, Boulhan Houssein, Hawa Elmi et Fatouma Cheick Egueh.

...À mon père, ma mère, mon frère et ma soeur.

Table des matières

Avant-propos **v**

Notations **vii**

1 Introduction Générale **1**
1.1 Contexte et Objectifs 1
1.2 Organisation du rapport de thèse 2

Partie I – Épistémologie et État de l'art : Diagnostic et Observation de systèmes **5**

2 Diagnostic de Systèmes **7**
2.1 Introduction 8
2.2 Quelques Définitions 9
2.2.1 Caractérisation de défauts 9
2.3 Principe du diagnostic : Détection et Isolation des défauts 11
2.3.1 Détection de défauts - Problème Fondamental de la Génération de Résidus 13
2.3.2 Isolation de défauts 15
2.3.3 Procédures Post-Diagnostic 15
2.3.4 Méthodes basées sur le modèle pour la génération de résidus 16
2.4 Robustesse et Performance d'un algorithme FDI 17
2.5 Conclusion 18

3 Observation et Observabilité des Systèmes **19**
3.1 Introduction 20
3.2 Observabilité des systèmes linéaires 21
3.3 Observateurs pour systèmes linéaires 22
3.3.1 Observateur de Luenberger 22
3.3.2 Observateur de Kalman 22
3.4 Observabilité des systèmes non linéaires 23
3.5 Observation de systèmes non linéaires 24
3.5.1 Observateurs étendus/généralisés 25
3.5.2 Observateur à grand gain 26
3.6 Conclusion 27

Partie II – Diagnostic Par Observateurs : Applications aux machines électriques **28**

4 Méthodologie du diagnostic par des observateurs non linéaires **31**
4.1 Introduction 32
4.2 Problématique et modèle d'état non linéaire 33
4.2.1 Problématique 33
4.2.2 Modèle d'état non linéaire avec défaut 33
4.3 Diagnostic à base d'observateurs 35
4.3.1 Observateur de type Kalman 36
4.3.2 Observateur Grand Gain 42
4.4 Conclusion 45

5 Diagnostic de machines électriques avec capteur mécanique **47**
5.1 Introduction 48
5.2 Diagnostic de défauts d'une machine à courant continu série 48
5.2.1 Modèle de la machine à courant continu série 48
5.2.2 Commande PI de la machine à courant continu série 50
5.2.3 Synthèse de l'observateur de type Kalman 52
5.2.4 Analyse de la stabilité en boucle fermée 55
5.2.5 Diagnostic de défauts d'une machine à courant continu série 55
5.2.6 Résultats de simulation "observateur+commande" pour le diagnostic 58
5.3 Observation et Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone avec capteur 64
5.3.1 Modèle d'état dans le repère tournant dq 65
5.3.2 Modèle de la machine asynchrone avec défaut 66
5.3.3 Observateur Grand Gain 70
5.4 Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone avec capteur 77
5.4.1 Benchmark pour le diagnostic de la machine asynchrone 77
5.4.2 Résultats de simulation 78
5.5 Conclusion 83

6 Diagnostic de machines électriques sans capteur mécanique **85**
6.1 Introduction 86
6.2 Observation et Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur 87
6.2.1 Modèle d'état dans le repère tournant dq lié au flux rotorique . . . 87
6.2.2 Observateur Grand Gain 89
6.3 Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur 90
6.4 Stratégie pour le Diagnostic de défauts avec incertitudes paramétriques d'une machine asynchrone sans capteur 97
6.4.1 Modèle d'état étendu dans le repère tournant dq lié au flux rotorique 97
6.4.2 Observabilité de la machine asynchrone sans mesure de vitesse . . 99
6.4.3 Cas 1 : $\dot{\Omega} = 0$ 101
6.4.4 Cas 2 : $\omega_s = 0$ 102
6.4.5 Cas 3 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ 104
6.4.6 Cas 4 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$ 106
6.4.7 Stratégie robuste de détection des défauts 107
6.4.8 Stratégie robuste d'isolation des défauts 108

6.5 Synthèse d'observateurs et d'estimateurs pour le Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur . . . 110
6.5.1 Synthèse du quasi-estimateur . . . 111
6.5.2 Synthèse des observateurs . . . 111
6.6 Diagnostic robuste de défauts d'une machine asynchrone sans capteur . . . 113
6.6.1 Benchmark pour le diagnostic de la machine asynchrone . . . 113
6.6.2 Résultats de simulation . . . 114
6.7 Conclusion . . . 122

7 Conclusions et Perspectives 123

Partie III – Annexes 126

A Observabilité de la machine asynchrone sans capteur mécanique 129
A.1 Cas général . . . 129
A.2 Cas 1 : $\dot{\Omega} = 0$ . . . 133
A.3 Cas 2 : $\omega_s = 0$ . . . 136
A.4 Cas 3 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ . . . 139
A.5 Cas 4 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$ . . . 141

B Résultats de simulation - Comparaison des performances des observateurs de type Kalman et Grand gain - Tests de robustesse 143
B.1 Influence des incertitudes paramétriques sur la reconstruction de la vitesse 144
B.2 Comparaison des performances des observateurs et des quasi-estimateurs . 145
B.2.1 5 spires en court-circuit sur la phase a . . . 145
B.2.2 15 spires en court-circuit sur la phase c . . . 149
B.2.3 26 spires en court-circuit sur la phase c . . . 152
B.3 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 5 spires en court-circuits sur la phase a . . . 156
B.3.1 Variation de +50% sur R_s . . . 156
B.3.2 Variation de −50% sur R_s . . . 159
B.4 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 12 spires en court-circuits sur la phase b . . . 163
B.4.1 Variation de +50% sur R_s . . . 163
B.4.2 Variation de −50% sur R_s . . . 166
B.5 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 15 spires en court-circuits sur la phase c . . . 170
B.5.1 Variation de +50% sur R_s . . . 170
B.5.2 Variation de −50% sur R_s . . . 173
B.6 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 26 spires en court-circuits sur la phase c . . . 177
B.6.1 Variation de +50% sur R_s . . . 177
B.6.2 Variation de −50% sur R_s . . . 180

Bibliographie 184

Avant-propos

Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués à l'École Centrale de Nantes, au sein de l'équipe Commande de l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN).
Cette thèse s'intitule "Observation et Diagnostic de processus industriels à modèle non linéaire". Ces travaux portent sur l'application du diagnostic par observateurs non linéaires aux machines électriques.

Ces travaux de recherche n'auraient pu aboutir sans les échanges précieux avec l'ensemble des acteurs de la recherche à l'IRCCyN en particulier, à l'Université de Djibouti, l'Université de Nantes et l'École Centrale de Nantes en général. Je souhaite remercier ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réussite et à la bonne réalisation de ces travaux. Qu'ils trouvent trace dans ce mémoire de ma profonde reconnaissance.

Mes premiers remerciements vont tout naturellement à l'endroit de mon directeur de thèse, Alain GLUMINEAU, Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes, pour son encadrement constant et son appui-conseil. Je lui suis reconnaissante de la confiance dont il m'a toujours témoigné. Je ne pouvais souhaiter meilleur encadrement car tout en étant présent, il m'a laissé une autonomie de réflexion certaine. Je remercie également Ibrahim SOULEIMAN, Maître de Conférences à l'Université de Djibouti, co-encadrant de ma thèse qui a cru dès le départ à mon projet et m'a soutenue dans ce sens.

Je remercie Jesus DE LEON MORALES, Professeur à l'Université Nuevo Leon au Mexique, et Emmanuel SCHAEFFER, Maître de Conférences à l'Université de Nantes qui m'ont fait l'honneur de participer à mon jury de thèse. Nos discussions enrichissantes et leurs nombreuses propositions ont amené un certain éclairage sur mes travaux.

J'exprime ma profonde gratitude à Frank PLESTAN, Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes, pour avoir accepté la présidence du jury.

Pour avoir accepté la lourde tâche de rapporteurs de ces travaux, je remercie Vincent COCQUEMPOT, Professeur des Universités à l'Université de Lille et Gildas BESANCON, Maître de Conférences à l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Je les remercie pour leur disponibilité et de l'intérêt porté à mes travaux. Nos entretiens ont sans conteste contribué à la bonne lisibilité de ce mémoire.

Je remercie Jean-François LAFAY, Michel MALABRE et Claude MOOG, pour m'avoir reçue à l'IRCCyN et accueillie au sein de l'équipe Commande.

Je tiens à exprimer toute ma sympathie aux personnes qui composent l'équipe Commande de l'IRCCyN ainsi qu'aux membres qui constituent le groupe Inter GDR MACS-SEEDS CSE Commande des Systèmes Électriques (ex CE2 : Commande des Entraînements Électriques). Merci Luc, Malek et Demba pour les nombreux et fructueux échanges.

Je remercie chaleureusement Robert BOISLIVEAU pour son aide lors de la mise en oeuvre expérimentale. Je dis un grand merci à Halima, Maryam, Patricia, Idil, Kadra, Émily, Armelle, Sylvie, Souad, Hawa et Malika qui, à Nantes ou à Djibouti, nous simplifient considérablement les tâches administratives.

Ces trois années ont été l'occasion de riches rencontres. Je remercie particulièrement Marwa, Araceli et Rola pour les expériences pas toujours scientifiques, quelquefois linguistiques, bien souvent gastronomiques et pour tous les fous-rires partagés. Merci à tous les doctorants pour ces moments de détente : Dramane, Tao, Runmin, Carlos, Sébastien, Émilie, Thomas, Céline, Louay, Adrien, Dominique, Denis. Je vous souhaite à tous bonne continuation. Je ne manquerais pas non plus de remercier mes collègues de l'Université de Djibouti.

Je ne peux terminer cet avant-propos sans avoir une pensée à ma famille.
À ma famille nantaise tout d'abord, à Éliane, Alain, Mathieu et Géraldine, je vous suis profondément reconnaissante pour tous ces moments chaleureux et conviviaux, pour votre soutien et vos encouragements.

Enfin, je voudrais témoigner ici de tout mon amour et mon affection à :

Mes très chers parents, grâce à Dieu, je vous dois TOUT. Pour croire en chacun de mes projets, soient-ils les plus fous, pour votre soutien, votre force et vos encouragements, je vous dis merci. Je vous suis reconnaissante. Vous êtes mon inspiration.

Mon adorable frère, solide et tendre roc, je te remercie pour ta présence et tes conseils plus qu'avisés.

Ma soeur, indéfectible soutien, attentive et attentionnée. Tu es, avec papa, maman et el pequeño, ce que j'ai de plus cher au monde.

À vous je dédie donc cette thèse.

À ma Famille.

Notations

Machine à courant continu série

Ω : vitesse mécanique ;

i : courant ;

u : tension de commande ;

τ_l : couple de charge ;

R : résistance ;

L_a : inductance de l'induit ;

L_f : inductance de l'inducteur ;

$L = L_a + L_f$: inductance ;

K_m : coefficient caractéristique du moteur ;

J : inertie du moteur ;

D : coefficient de friction visqueuse ;

Machine asynchrone

$u_s = \left[u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}\right]^T$: tensions statoriques triphasées ;

$u_r = \left[u_{ra}, u_{rb}, u_{rc}\right]^T$: tensions rotoriques triphasées ;

$i_s = \left[i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}\right]^T$: courants statoriques triphasés ;

$i_r = \left[i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}\right]^T$: courants rotoriques triphasés ;

$\phi_s = \left[\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}\right]^T$: flux magnétiques au stator ;

$\phi_r = \left[\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}\right]^T$: flux magnétiques au rotor ;

$u_{s\alpha,\beta} = \left[u_{s\alpha}, u_{s\beta}\right]^T$: tensions statoriques diphasées dans le repère fixe (α, β) ;

$i_{s\alpha,\beta} = \left[i_{s\alpha}, i_{s\beta}\right]^T$: courants statoriques diphasés dans le repère fixe (α, β) ;

$u_{r\alpha,\beta} = \left[u_{r\alpha}, u_{r\beta}\right]^T$: tensions rotoriques diphasées dans le repère fixe (α, β) ;

$i_{r\alpha,\beta} = \left[i_{r\alpha}, i_{r\beta}\right]^T$: courants rotoriques diphasés dans le repère fixe (α, β) ;

$\phi_{s\alpha,\beta} = \left[\phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}\right]^T$: flux statoriques diphasés dans le repère fixe (α, β) ;

$\phi_{r\alpha,\beta} = \left[\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}\right]^T$: flux rotoriques diphasés dans le repère fixe (α, β) ;

$u_{sdq} = \left[u_{sd}, u_{sq}\right]^T$: tensions statoriques diphasées dans le repère tournant (d,q) ;

$i_{sdq} = \left[i_{sd}, i_{sq}\right]^T$: courants statoriques diphasés dans le repère tournant (d,q) ;

$u_{rdq} = \left[u_{rd}, u_{rq}\right]^T$: tensions rotoriques diphasées dans le repère tournant (d,q) ;

$i_{scdq} = \left[i_{scd}, i_{scq}\right]^T$: courants statoriques diphasés de court-circuit dans le repère tournant (d,q) ;

$r_{dq} = \left[r_d, r_q\right]^T$: résidus sur les courants statoriques diphasés dans le repère tournant (d,q) ;

$\phi_{sdq} = \left[\phi_{sd}, \phi_{sq}\right]^T$: flux statoriques diphasés dans le repère tournant (d,q) ;

$\phi_{rdq} = \left[\phi_{rd}, \phi_{rq}\right]^T$: flux rotoriques diphasés dans le repère tournant (d,q) ;

L_{as}, L_{ar} : inductances statoriques et rotoriques propres ;

M_{as} : inductance mutuelle entre deux phases stator ;

M_{ar} : inductance mutuelle entre deux phases rotor ;

R_s, R_r : résistances statorique et rotorique ;

$L_s = L_{as} - M_{as}$: inductance statorique cyclique ;

$L_r = L_{ar} - M_{ar}$: inductance rotorique cyclique ;

$M_{sr} = \frac{3}{2}M$: inductance mutuelle cyclique stator et rotor ;

R_s, R_r : matrices diagonales des résistances statoriques et rotoriques ;

L_s, L_r : matrices des inductances statoriques et rotoriques ;

L_{sr} : matrices des mutuelles inductances stator, rotor ;

J : moment d'inertie (moteur asynchrone+charge) ;

f_v : coefficient de frottements visqueux ;

f_s : coefficient de frottements secs ;

T_l : couple de charge ;

p : nombre de paires de pôles ;

Ω : vitesse mécanique de rotation du rotor ;

$p\Omega$: pulsation électrique correspondante à la vitesse de rotation Ω ;

ω_r : pulsation des grandeurs électriques rotoriques ou pulsation de glissement ;

$\omega_s = \omega_r + p\Omega$: pulsation des grandeurs électriques statoriques ;

$\xi = arctan\ \frac{\phi_{sd}}{\phi_{sq}}$: position angulaire du repère tournant (d,q) ;

σ : coefficient de dispersion ou de Blondel ;

n_s : nombre total de spires dans les enroulements statoriques ;

n_{cc} : nombre de spires en court-circuit, indiquant l'amplitude du défaut ;

$p\gamma$: position angulaire indiquant la phase où un défaut est apparu.

Table des figures

2.1 Classification (a, b, c) et modélisation (d, e) des défauts. 11
2.2 Principe du diagnostic. 12
2.3 Logique de Diagnostic. 13
2.4 Allure du signal résidu. 16

3.1 Ensemble système - observateur. 20

4.1 Condition de détection des défauts. 40
4.2 Comportement de la dynamique de l'erreur d'estimation en cas de défauts. . . . 41

5.1 Trajectoires de référence pour la vitesse Ω, le défaut d et la perturbation τ_l. . . . 60
5.2 Vecteur courant i et vitesse Ω mesurés et observés. 60
5.3 Résidus du courant et de la vitesse. Couple de charge τ_l observé et de référence. . 61
5.4 Courant i et vitesse Ω mesurés et observés. 62
5.5 Paramètres de la machine (R, L) estimés et couple de charge τ_l. 62
5.6 Vecteur des erreurs pour les paramètres (R, L) et le couple de charge τ_l. 63
5.7 Trajectoire de référence vitesse, couple de charge et flux. 80
5.8 Vecteur courants i_{dq} et de la vitesse Ω mesurés et observés. 80
5.9 Couple de charge T_l de référence et observé. 81
5.10 Résidus sur les courants i_{sdq} et amplitude du défaut court-circuit simulé d. . . . 81
5.11 Amplitude du défaut d simulé et estimé. 82

6.1 Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et amplitude du défaut. 92
6.2 Vecteur des courants mesurés et estimés i_{dq}. 93
6.3 Vitesse Ω de référence et observée. 93
6.4 Couple de charge observé et de référence T_l. 94
6.5 Amplitude du défaut estimé d. 94
6.6 Influence d'une variation de -50% de Rs sur T_l. 95
6.7 Influence d'une variation de $+50\%$ de Rs sur T_l. 95
6.8 Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué. 116
6.9 Courants i_{dq} mesurés et observés. 116
6.10 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés. 117
6.11 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé. 117
6.12 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé. 118
6.13 Amplitude du défaut d estimé. 118
6.14 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation. 119

B.1 Influence d'une variation de -50% de Rs sur Ω. 144
B.2 Influence d'une variation de $+50\%$ de Rs sur Ω. 144
B.3 Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué – cc de 5 spires (a). 145
B.4 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés – cc de 5 spires (a). 146
B.5 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés – cc de 5 spires (a). . . 146
B.6 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé – cc de 5 spires (a). 147
B.7 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé – cc de 5 spires (a). 147
B.8 Amplitude du défaut d estimé – cc de 5 spires (a). 148
B.9 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation – cc de 5 spires (a). 148
B.10 Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué – cc de 15 spires (c). 149
B.11 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés – cc de 15 spires (c). 149
B.12 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés – cc de 15 spires (c). . . 150
B.13 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé – cc de 15 spires (c). 150
B.14 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé – cc de 15 spires (c). 151
B.15 Amplitude du défaut d estimé – cc de 15 spires (c). 151
B.16 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation – cc de 15 spires (c). 152
B.17 Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué – cc de 26 spires (c). 152
B.18 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés – cc de 26 spires (c). 153
B.19 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés – cc de 26 spires (c). . . 153
B.20 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé – cc de 26 spires (c). 154
B.21 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé – cc de 26 spires (c). 154
B.22 Amplitude du défaut d estimé – cc de 26 spires (c). 155
B.23 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation – cc de 26 spires (c). 155
B.24 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de $+50\%$ sur R_s – cc de 5 spires (a). 156
B.25 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de $+50\%$ sur R_s – cc de 5 spires (a). 157
B.26 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de $+50\%$ sur R_s – cc de 5 spires (a).157
B.27 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de $+50\%$ sur R_s – cc de 5 spires (a). 158
B.28 Amplitude du défaut d estimé - Variation de $+50\%$ sur R_s – cc de 5 spires (a). . 158

B.29 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 5 spires (a). 159
B.30 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a). 159
B.31 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a). 160
B.32 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a).160
B.33 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a). 161
B.34 Amplitude du défaut d estimé - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a). . 161
B.35 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a). 162
B.36 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 163
B.37 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 164
B.38 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 164
B.39 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 165
B.40 Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 165
B.41 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 166
B.42 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 166
B.43 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 167
B.44 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 167
B.45 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 168
B.46 Amplitude du défaut d estimé - Variation de −50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 168
B.47 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de −50% sur R_s – cc de 12 spires (b). 169
B.48 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 170
B.49 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 171

B.50 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 171
B.51 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 172
B.52 Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c). . 172
B.53 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 173
B.54 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 173
B.55 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 174
B.56 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 174
B.57 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 175
B.58 Amplitude du défaut d estimé - Variation de −50% sur R_s – cc de 15 spires (c). . 175
B.59 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de −50% sur R_s – cc de 15 spires (c). 176
B.60 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 177
B.61 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 178
B.62 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 178
B.63 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 179
B.64 Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c). . 179
B.65 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 180
B.66 Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 180
B.67 Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 181
B.68 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 181
B.69 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de −50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 182
B.70 Amplitude du défaut d estimé - Variation de −50% sur R_s – cc de 26 spires (c). . 182

B.71 Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c). 183

Liste des tableaux

2.1 Table de signature pour le cas de défauts multiples. 15

5.1 Paramètres de la machine à courant continu série 58
5.2 Paramètres de la machine asynchrone (rotor à cage d'écureuil) 79

6.1 Performances des observateurs et des quasi-estimateurs pour l'isolation des défauts 114
6.2 Performances des observateurs et des quasi-estimateurs pour l'isolation des défauts - Variation de +50% sur R_s 119
6.3 Performances des observateurs et des quasi-estimateurs pour l'isolation des défauts - Variation de −50% sur R_s 120
6.4 Performances globales des observateurs et des quasi-estimateurs - Compromis entre détection, isolation et commande 120

Chapitre 1

Introduction Générale

1.1 Contexte et Objectifs

Les systèmes industriels se complexifient avec l'automatisation des processus. Malgré cette complexité, ils doivent assurer les fonctions pour lesquelles ils ont été conçus et notamment la sûreté de leur fonctionnement. Cela signifie assurer la fiabilité, la maintenabilité, la disponibilité et la sécurité.

L'AFNoR (*Association Française de Normalisation*) définit la fiabilité comme l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée. La maintenabilité est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits. La disponibilité correspond à l'aptitude à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données et à un instant donné. Quant à la sécurité, c'est l'aptitude d'une entité à éviter de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques.

Un système industriel qui a un fonctionnement sûr doit pouvoir fonctionner sans causer de dommages pour et autour de lui. Améliorer leurs performances en termes de sûreté de fonctionnement conduit alors à l'élaboration de systèmes de surveillance.

Un système de surveillance réalise trois tâches consécutives : la détection, l'isolation et l'identification. La détection consiste à indiquer si le système fonctionne correctement ou si un défaut est survenu. L'isolation vise à déterminer la partie défectueuse du système. L'identification consiste en la détermination du type de défaut afin de mettre en oeuvre le type de maintenance (corrective ou préventive) approprié au défaut.

La nécessité du diagnostic de défauts pour les systèmes industriels a conduit au développement de nouvelles techniques. Parmi ces nouvelles techniques développées, l'automatique industrielle introduit les notions d'observation des systèmes.

Dans un but de commande (par exemple commande par retour d'état dynamique ou statique), l'on peut avoir besoin de l'intégralité de l'état. Cependant, pour des raisons

techniques (exemple flux de la machine asynchrone) ou économiques (coût des capteurs), cela ne peut pas toujours se faire. Ainsi, sont alors utilisées des techniques d'observation du système considéré qui consistent en l'estimation des grandeurs non mesurées de ce système à partir des grandeurs mesurées.

Un observateur est un système auxiliaire qui permet d'estimer de façon dynamique l'état. Dans la majorité des cas un observateur est utilisé dans un but de commande. Il peut aussi être utilisé dans le domaine de la détection et de l'isolation de défauts [36, 83], ou encore pour filtrer des mesures bruitées.

Les techniques de synthèse d'observateurs diffèrent suivant les classes des systèmes auquels ces observateurs sont associés. Les observateurs peuvent être de type discret [49], linéaire [63] ou non linéaire [4, 16, 104]. Leurs applications sont tout aussi multiples : elles vont de l'électrotechnique [3, 22, 98, 97] à la robotique [17, 78] en passant par la biologie [15, 100].

Nous développons dans nos travaux l'utilisation des observateurs pour le diagnostic des systèmes non linéaires. Nous souhaitons satisfaire deux objectifs paradoxaux au seul moyen d'observateurs non linéaires. L'objectif souhaité est de diagnostiquer les défauts indépendamment des perturbations. Nous définissons tout d'abord une stratégie robuste de diagnostic. Cette stratégie repose sur le découplage des défauts et des perturbations. Une transformation sera donc appliquée aux équation du système. Elle permet de découpler défauts et perturbations. Grâce à cette dernière, le diagnostic sera rendu aussi robuste que possible vis-à-vis des perturbations et aussi sensible que possible vis-à-vis des défauts.

Par la suite, des observateurs seront synthétisés pour le système découplé. Les observateurs serviront d'une part à la commande mais aussi au diagnostic. Ils devront donc être sensibles aux défauts pour le diagnostic tout en étant robustes pour la commande. C'est sur l'étude de ce paradoxe "Robustesse-Sensibilité" que reposent les travaux développés dans cette thèse. En outre, cette étude se fera avec la contrainte suivante : pas de capteurs supplémentaires autre que ceux existants pour la commande. Nous validons ensuite la stratégie définie pour le diagnostic et la commande à l'aide d'observateurs. Cette validation consiste en l'application de la stratégie à travers des simulations sur différents types de machines électriques avant une future mise en oeuvre expérimentale.

1.2 Organisation du rapport de thèse

Le mémoire de thèse se divise en deux parties. Il est organisé de la manière suivante :

La première partie rappelle d'abord les avancées que connaît le diagnostic des systèmes puis introduit dans un second temps les observateurs. Elle comprend deux chapitres.

Le diagnostic de systèmes est abordé dans le chapitre 2. La définition du diagnostic et son principe y sont établis. Les différentes étapes du diagnostic d'un système sont

aussi développées et différentes méthodes pour la génération de résidus sont abordées : géométrique, stochastique, à base de modèle. Enfin, les bases pour le diagnostic avec des observateurs sont données de manière non exhaustive.

Le chapitre 3 pose le problème de l'observabilité d'un système. Des notions de bases relatives à la synthèse d'observateurs pour des systèmes linéaires et non linéaires sont définies. Ce chapitre comprend aussi un aperçu des observateurs pour différentes classes de systèmes parmi lesquels l'observateur non linéaire de Luenberger étendu, l'observateur de type Kalman, l'observateur à grands gains.

Les contributions de cette thèse sont développées dans la seconde partie de ce mémoire qui est constituée des chapitres 4, 5 et 6. Cette seconde partie comprend une nouvelle méthode de diagnostic des systèmes à base d'observateurs non linéaires ainsi que différentes applications de cette méthode au diagnostic de systèmes industriels, à savoir les machines électriques.

Dans le chapitre 4, une méthode de diagnostic à base d'observateurs non linéaires est énoncée. Cette méthode est basée sur une transformation sous forme affine en l'état d'un système non linéaire MIMO. L'objectif souhaité est double. L'observateur devra être robuste pour la commande tout en étant sensible aux défauts pour le diagnostic.

Le chapitre 5 montre l'applicabilité de la méthode au travers d'exemples d'applications. La méthode exposée au chapitre précédent est mise en oeuvre dans ce chapitre pour le diagnostic de deux types de défauts sur des machines électriques, avec ou sans capteur de vitesse. La première application est le diagnostic de défauts multiplicatifs d'une machine à courant continu série. La deuxième application est le diagnostic de défauts capteurs d'une machine asynchrone, avec capteur de vitesse. Cette application se fait grâce à un benchmark spécifique de défauts statoriques. Ce benchmark Commande-Observation-Diagnostic se trouve sur la plateforme située à l'IRCCyN. L'influence de certains paramètres de la machine est mise en évidence pour l'étude du paradoxe "Robustesse-Diagnostic".

Le chapitre 6 est l'étude du diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur de vitesse. L'observateur utilisé inclut une estimation des résistances et s'applique ainsi à l'état étendu. En outre, afin de prendre en considération les incertitudes paramétriques, nous utilisons un estimateur couplé à l'observateur. Par ailleurs, une solution de compromis est proposée dans ce chapitre pour l'étude du paradoxe "Robustesse-Sensibilité" quand les observateurs sont utilisés non seulement pour le diagnostic de défauts mais aussi pour la commande. Nous introduisons à cet effet le concept nouveau de "quasi-estimateur".

" The process of scientific discovery is, in effect, a continual flight from wonder." - Albert Einstein

Ces travaux ont fait l'objet de plusieurs publications.

PUBLICATIONS EN CONGRES INTERNATIONAUX

(Mahamoud, 2010) : A. Mahamoud, A. Glumineau et I. Souleiman. *O*n a New Strategy for Induction Motors Fault Detection and Isolation, IEEE ICCA 2010, Xiamen, Chine, 9-11 Juin 2010.

(Mahamoud, 2009) : A. Mahamoud, A. Glumineau et I. Souleiman. *F*DI using High Gain Observers for Cascade Systems : application to induction motors, ECC'09, Budapest, Hongrie, 23-26 Août 2009.

(Mahamoud, 2009) : A. Mahamoud, A. Glumineau et I. Souleiman. *Methodology for nonlinear FDI Observer via Nonlinear Transformation : Application to a DC Serie Motor*, The 7th IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (Safeprocess '09), Barcelone, Espagne, Juin, 30 - 3 Juillet 2009.

Première partie

Épistémologie – État de l'art
Diagnostic et Observation de systèmes

Chapitre 2

Diagnostic de Systèmes

Depuis longtemps, l'intérêt des scientifiques s'est porté sur le diagnostic des systèmes industriels. Plusieurs raisons peuvent expliquer l'intérêt de la communauté automaticienne pour le diagnostic des systèmes. Il est évident qu'un système défaillant aura des conséquences lourdes pour la production industrielle voire encore plus lourdes pour l'Homme comme pour l'Environnement . L'on peut citer en exemples les catastrophes industrielles de Bhopal, le 3 décembre 1984 ou Tchernobyl, le 26 avril 1986.

Parce qu'un petit défaut peut avoir de grandes conséquences, le diagnostic des systèmes industriels est nécessaire !

Parce que les conséquences de ces dégâts peuvent affecter indifféremment non seulement l'Environnement mais aussi et surtout l'Homme, et ce, à court, moyen ou long terme, la supervision des systèmes industriels est nécessaire !

Dans ce chapitre, nous rappelons quelques définitions concernant la supervision et le diagnostic. Puis nous énonçons le principe du diagnostic des systèmes et nous décrivons brièvement certaines méthodes appliquées à la détection et l'isolation de défauts.

"L'homme et sa sécurité doivent constituer la première préoccupation de toute aventure technologique ." - Albert Einstein

2.1 Introduction

La complexité croissante des systèmes industriels, leur utilisation de plus en plus fréquente rendent nécessaire le diagnostic des défauts pouvant affecter le fonctionnement normal de ces mêmes systèmes.

Le diagnostic d'un système matériel désigne toute méthode permettant de déterminer si ce système est affecté par un défaut quelconque et de discriminer l'origine du défaut. Le diagnostic des systèmes s'effectue grâce à des algorithmes de détection utilisant les informations relevées par observation, contrôles et tests.

L'intérêt porté au diagnostic des systèmes date du début des années 70. Beard (1971) et Jones (1973) ont été les pionniers dans le domaine du diagnostic : ils ont posé les jalons du diagnostic et défini la problématique du diagnostic des systèmes par observateur. Les premières applications de ces travaux sur le diagnostic concernaient principalement les industries aéronautique, aérospatiale et chimique.

La raison d'exister du diagnostic est la défaillance. La finalité du diagnostic n'est autre que la nécessité de systèmes efficaces et sûrs, autrement dit plus fiables et robustes face aux défaillances. La défaillance est définie comme étant "le résultat d'un mécanisme pathologique rationnel et explicable, dû à une ou plusieurs causes à identifier".

Les méthodes développées jusqu'alors pour le diagnostic des systèmes industriels concernent le diagnostic des systèmes linéaires [69, 70]. Cependant, la majorité des systèmes présents dans l'industrie sont non linéaires. Il n'existe pas de méthodes générales systématiques pour le diagnostic de tels systèmes. Les méthodes développées pour le diagnostic des systèmes non linéaires reposent le plus souvent sur une connaissance du comportement du système non linéaire en question.

Les nombreuses méthodes proposées au fil des années et des recherches peuvent être classées selon qu'elles sont basées ou non sur la connaissance du modèle mathématique du système à diagnostiquer.

Les approches floues [35, 57], à base de réseaux de neurones [57] ou par analyse stochatisque des signaux [105] ne sont pas considérées comme des approches basées sur le modèle. Les approches basées sur le modèle comprennent entre autres, les équations de parité [37, 41, 69, 75, 93], l'identification paramétrique [51, 60, 80, 103] et les observateurs [47, 48, 53, 72].

Nous rappelons dans la suite du chapitre, quelques définitions concernant la terminologie du diagnostic et des défauts. Nous expliquons, ensuite, le principe du diagnostic des systèmes de part les différentes étapes qui le composent.

2.2 Quelques Définitions

De manière générale, un système industriel est composé de trois parties :
- les actionneurs,
- le procédé,
- les capteurs.

Les défauts peuvent survenir sur chacune de ces trois parties.

Selon le *Comité Technique de l'International Federation of Automatic Control (IFAC) Safeprocess* [52], un **défaut** est une déviation non permise d'au moins une propriété ou un paramètre caractéristique du système par rapport à un comportement usuel, nominal ou acceptable.

Le **diagnostic de défaut** consiste donc en la détermination du type, de l'amplitude, de la localisation et de l'instant d'occurrence t_d d'un défaut. Il comprend trois étapes successives :
- la détection du défaut,
- l'isolation du défaut,
- l'identification du défaut.

La **surveillance** et la **supervision** constituent un complément du diagnostic. La **surveillance** d'un système est une tâche continue et en temps réel pour déterminer l'état d'un système. Elle se fait à travers l'enregistrement des informations pouvant indiquer la survenue d'éventuelles anomalies dans le comportement du système. Quant à la **supervision**, elle consiste en la prise de décisions appropriées, lors de l'étape de surveillance du système, afin de maintenir le fonctionnement nominal du système malgré l'apparition de défauts.

L'ensemble de ces tâches vise à assurer les performances optimales du système, en termes de disponibilité, fiabilité et maintenabilité. Cela équivaut à prévenir la survenue de pannes. Une **panne** est un dysfonctionnement voire une défaillance autrement dit un arrêt de fonctionnement momentané et accidentel, d'une partie ou de tous les composants d'un système matériel.

Il est opportun, lors du diagnostic d'un système, de différencier défaut et perturbation. Une **perturbation** est une entrée inconnue et non commandée qui agit sur un système. Contrairement au défaut, qui est interne au système, une perturbation est une entrée exogène au système.

2.2.1 Caractérisation de défauts

Les défauts peuvent être caractérisés d'une part, selon leur comportement dans le temps et d'autre part selon leur modélisation mathématique. Ainsi, ils peuvent être brusques, intermittents ou graduels, additifs ou multiplicatifs comme l'illustre la figure 2.1.

Défaut brusque

Ce type de défaut apparaît à un instant t_d et est d'une amplitude constante non nulle. Un défaut de ce type représente des pannes brutales.

Défaut intermittent

Un défaut intermittent est un cas particulier de défaut brusque. Il s'agit d'un défaut imprévisible. Par conséquent, le caractère aléatoire de ce défaut le rend difficile à détecter. Il peut représenter des défauts de connexion, d'alimentation voire de faux contacts.

Défaut à dérive lente

Un défaut de type graduel apparaît à un instant t_d. Cependant, contrairement au défaut brusque, l'amplitude de ce type de défaut ne reste pas constante. Elle augmente proportionnellement avec le temps.

Ce type de défaut caractérise généralement des défauts d'usure.

Chaque type de défaut rappelé ci-dessus peut se modéliser sous la forme soit d'un défaut additif, soit d'un défaut multiplicatif.

Modélisation du défaut : défaut additif ou multiplicatif

Deux modèles mathématiques sont utilisés selon l'effet du défaut sur le système.

Un défaut est dit **additif** quand il est modélisé par l'ajout d'une variable δE. Quant au défaut **multiplicatif**, il affecte un système à travers la multiplication de l'entrée E du système par un défaut δx.

Un défaut δx affecte une variable x du système. L'équation de sortie $S = Ex$ est alors modifiée et en présence du défaut δx, elle s'écrit $S = E(x + \delta x)$.

La figure 2.1 récapitule les types de défauts ainsi que leurs possibles modélisations.

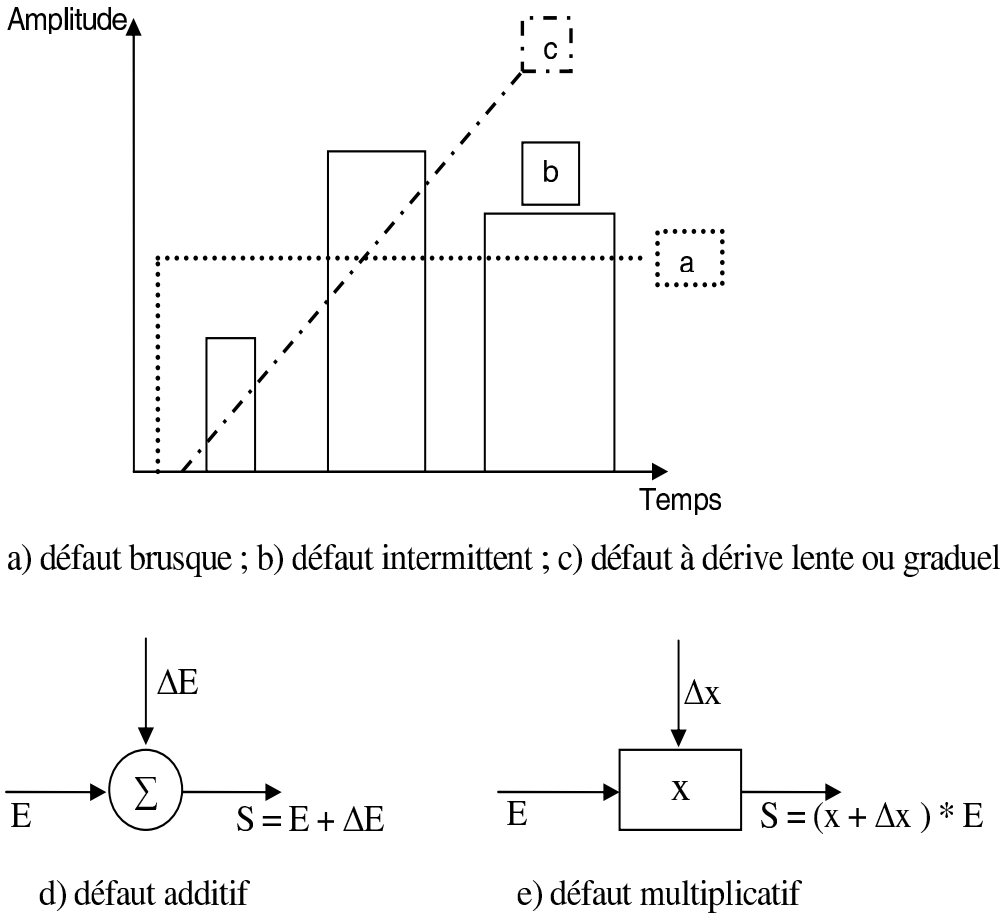

FIG. 2.1: Classification (a, b, c) et modélisation (d, e) des défauts.

2.3 Principe du diagnostic : Détection et Isolation des défauts

Associé à l'origine aux Sciences de la Santé, le terme **diagnostic** désigne, dans le domaine des Sciences de l'Ingénieur, l'analyse des mauvais fonctionnements, défauts ou défaillances d'un système afin d'en déterminer la nature et la cause.

Le diagnostic de défauts passe, en ce sens, par deux étapes fondamentales, la **détection** et l'**isolation** des défauts. La première consiste en la génération d'un signal indiquant l'occurrence d'un défaut. Ce signal, communément appelé résidu, une fois généré, est utilisé pour détecter puis isoler le défaut lors de la seconde étape. Les algorithmes qui aident à la réalisation de ces deux tâches portent le nom d'algorithmes FDI (Fault

Detection and Isolation).

Une dernière étape succède à celle de détection et d'isolation. Il s'agit de l'**identification** du défaut en vue du type de maintenance à mettre en place. Il est alors possible d'implémenter les méthodes pour diagnostic de défauts sur le système soit en exploitation soit hors ligne, selon le type de maintenance, corrective ou préventive, mise en place.

L'identification permettra en outre la mise en place de procédures tolérantes aux défauts telles que la reconfiguration de la commande.

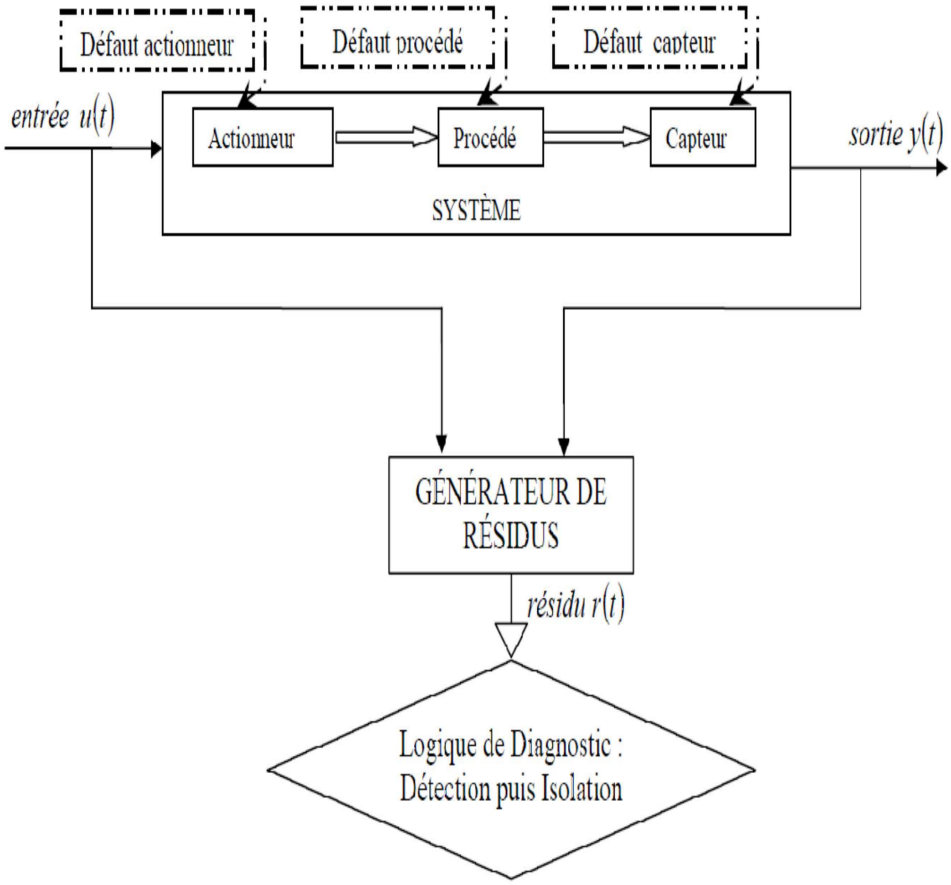

FIG. 2.2: Principe du diagnostic.

La logique de diagnostic (Fig 2.3) consiste en une prise de décisions résultant directement de l'évaluation des résidus $r(t)$. Des résidus nuls indiquent que le système fonctionne normalement. Il s'agira donc de poursuivre la tâche de surveillance du système en temps continu.

Des résidus non nuls indiquent un mauvais fonctionnement du système. Il s'agira alors d'en comprendre les raisons à travers les étapes de détection et d'isolation qui composent

le diagnostic.

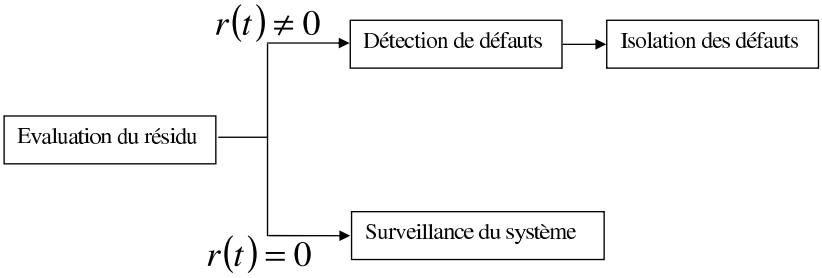

FIG. 2.3: Logique de Diagnostic.

2.3.1 Détection de défauts - Problème Fondamental de la Génération de Résidus

La première étape du diagnostic consiste en la détection de défauts. Cette phase de détection est rendue possible par la génération de signaux, les résidus. Un **résidu** est un signal généré à partir des informations fournies par le système à diagnostiquer (Fig. 2.2), notifiant de l'éventuelle occurrence d'un défaut sur le système.

De manière générale, un résidu correspond à la différence entre la sortie mesurée et la sortie observée. En supposant que l'erreur d'estimation converge pour un système sans défaut, dans le cas d'un système avec défaut, cette même erreur d'estimation serait non nulle.

L'amplitude du signal résidu obtenu en sortie du générateur indique donc l'occurrence ou non d'un défaut. En effet, si le résidu est d'une amplitude non nulle, un défaut est apparu sinon aucun défaut n'affecte le système (Fig. 2.4).

La détection de défauts est donc basée sur l'évaluation des différents résidus générés. Ces résidus peuvent être générés suivant plusieurs méthodes : stochastiques ou déterministes, basées sur le modèle mathématique ou sur la connaissance du comportement du système, ...

Quelque soit la méthode utilisée pour générer les résidus, détecter et différencier tous les défauts indépendamment de leurs instants d'apparition porte le nom de **Problème Fondamental de la Génération de Résidus** [10, 30, 69].

Problème Fondamental de la Génération de Résidus

Le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (PFGR) énonce la nécessité de construire un vecteur de résidus, de dimension supérieure ou égale au nombre de défauts,

chaque résidu étant sensible à un seul défaut et insensible aux perturbations du système.

Le PFGR soulève deux autres problèmes, celui de la **détectabilité** du défaut et celui du **découplage** défauts-perturbations.

Détectabilité des défauts

Un défaut est détectable si, et seulement si, il a un effet sur au moins une des sorties du système.

Remarque 2.1 *Cette définition est différente de la détectabilité au sens de l'automatique [6].*

Découplage défauts-perturbations

Le découplage des défauts et des perturbations peut se faire à l'aide d'une transformation. Cette transformation, appliquée à un système avec des défauts et des perturbations, vise à séparer ce système en deux sous-systèmes, l'un des deux étant sensible aux défauts et insensible aux perturbations.

Différentes méthodes de découplage ont été développées suivant le modèle du système non linéaire considéré [25, 38, 36, 37, 54, 69, 70].

Cependant, pour un système réel/physique donné, le découplage parfait des défauts et des perturbations est peu plausible. Dans la réalité, pour des systèmes industriels non linéaires, un tel découplage est, en pratique, difficile à mettre en oeuvre.

Prise de décision : évaluation des résidus

Cette étape consiste en l'analyse de l'information fournie par les résidus. Elle fait suite à l'étape de génération de résidus. En effet, dans le cas de défauts multiples, afin de faciliter l'isolation des défauts, la génération de résidus a pour but de construire des **résidus structurés**.

Des **résidus structurés** sont définis comme des résidus sensibles à un unique défaut et insensibles aux autres. Ces résidus sont générés suivant une table de signature, comme le montre le tableau 2.1.

	Défaut d_1	Défaut d_2	Défaut d_3	$\cdots$	Défaut d_j
Résidu r_1	1	0	0	$\cdots$	0
Résidu r_2	0	1	0	$\cdots$	0
Résidu r_3	0	0	1	$\cdots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Résidu r_j	0	0	0	$\cdots$	1

TAB. 2.1: Table de signature pour le cas de défauts multiples.

Ainsi, un résidu non nul informe de l'occurrence du défaut auquel il est sensible.

2.3.2 Isolation de défauts

L'isolation de défauts fait suite à la détection de défauts. Ces deux étapes consécutives constituent le diagnostic des systèmes. Si la détection de défauts est la génération de résidus grâce auxquels les défauts pourront être détectés, l'isolation, quant à elle, permet de caractériser ces défauts, d'en définir le type et surtout de les localiser.

L'isolation de défauts introduit la question de leur **isolabilité**.

Isolabilité

Des défauts seront isolables si, à partir des signaux de mesure et de commande, il est possible de les discriminer et de les distinguer. Cela revient à spécifer, pour chaque défaut précédemment détecté, l'amplitude et l'instant d'apparaition.

Après la localisation et la caractérisation des défauts vient l'étape de **prise de décision**.

2.3.3 Procédures Post-Diagnostic

Cette étape correspond à l'analyse des options qui s'offrent à l'issue du diagnostic de défauts et à leur mise en oeuvre.

Ainsi, suite à la détection puis à l'isolation de défauts, cela revient à choisir entre :

- arrêter le système et faire de la maintenance, corrective ou préventive,
- garder le système en fonctionnement mais réévaluer l'objectif assigné au système : passer d'un fonctionnement en mode normal à un fonctionnement en mode dégradé,
- reconfigurer le système : réorganiser le système afin de prendre en compte le défaut constaté : redéfinir par exemple la structure des lois de commande.

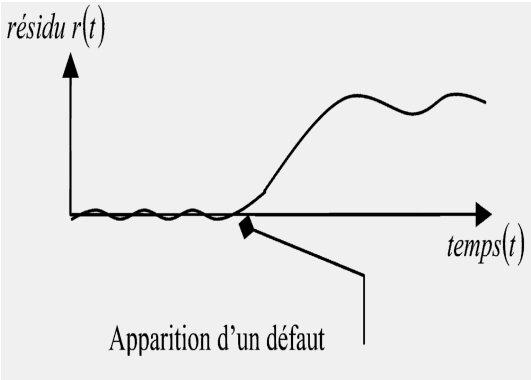

FIG. 2.4: Allure du signal résidu.

De nombreuses méthodes ont été développées pour la génération de résidus [30, 37, 38, 41, 51, 52]. Elles sont regroupées généralement sous deux catégories :

- les méthodes basées sur une connaissance du comportement du système,
- les méthodes basées sur le modèle mathématique du système.

Nous ne présentons que le deuxième type de méthodes dans ce mémoire.

2.3.4 Méthodes basées sur le modèle pour la génération de résidus

De manière générale, pour la génération des résidus, les méthodes basées sur le modèle reposent sur le concept de **redondance analytique**.

La redondance analytique correspond à l'utilisation des signaux de mesure et de commande disponibles combinés avec le modèle mathématique du système à diagnostiquer.

Dans [20], il a été établi qu'une relation différentielle non linéaire lie les résidus générés à partir de Relations de Redondance Analytique d'une part et d'observateurs Grand Gain d'autre part.

Quelque soit l'approche utilisée pour générer les résidus, estimation paramétrique ou observateurs d'état, l'équation générale des résidus générés $r(t)$ est une fonction des sorties estimées et des sorties mesurées.

Ainsi, pour l'estimation paramétrique, le résidu s'écrit :

$$r(t) = Q(\theta_{nom} - \hat{\theta})$$

tandis que pour les observateurs, il s'écrit :

$$r(t) = Q(y - \hat{y}),$$

avec θ_{nom} et y qui correspondent respectivement à la valeur nominale des paramètres θ et au vecteur de mesures, Q étant pour chaque cas une matrice de pondération. $\hat{\theta}$ et $\hat{y}$ représentent respectivement l'estimé de θ_{nom} et l'observé de y.

Pour l'espace de parité la forme d'évaluation du résidu w_e est fonction des défauts d, des perturbations ϵ, des entrées u, des sorties y et de leurs dérivées successives $\bar{s}$:

$$w_e = w_c(\bar{y}^{\bar{s}}, \bar{u}^{\bar{s}}) - w_f(\bar{y}^{\bar{s}}, \bar{u}^{\bar{s}}, \bar{d}^{\bar{s}}, \bar{\epsilon}^{\bar{s}}).$$

Toutes ces approches ont aussi une condition commune : quelque soit la méthode choisie parmi les trois, il est nécessaire de générer un nombre suffisant de résidus, supérieur ou égal au nombre de défauts, pour une meilleure localisation du défaut.

2.4 Robustesse et Performance d'un algorithme FDI

Un algorithme FDI sera dit **robuste** si la méthode utilisée pour générer les résidus tient compte des incertitudes de modèle.

En effet, de manière générale, le modèle mathématique d'un système, bien qu'étant précis dans la formulation et l'écriture des équations, ne décrit pas toujours le fonctionnement réel du système. Dans la réalité, d'autres paramètres peuvent intervenir. Des bruits de mesure, des incertitudes paramétriques et/ou une méconnaissance de la structure des perturbations peuvent engendrer, lors de la détection des défauts, des fausses alarmes ou des non détections.

Une **fausse alarme** correspond à la détection de "faux" défauts, autrement dit, des défauts qui n'en sont pas. Une **non détection** correspond à la non détection de "vrais" défauts, autrement dit des défauts qui affectent réellement le système.

L'une et l'autre sont à éviter dans le sens où elles peuvent entraîner une prise de décision inadéquate. A cause d'une fausse alarme, un défaut, qui n'en est pas un, sera traité en tant que tel avec tout ce que cela implique en termes de sûreté de fonctionnement.

A cause d'une non détection, un défaut qui ne sera pas traité pourrait entraîner des défauts plus graves et mener à un mauvais fonctionnement du système, des défaillances, voire à des pannes et donc à son arrêt complet.

La **performance** d'un algorithme FDI est donc quantifiée selon son pourcentage de fausses alarmes et de non détections.

Un algorithme de détection de défauts sera performant si les probabilités des fausses alarmes et de mauvaises détections sont toutes deux les plus petites possible.

Le compromis réside dans le choix du seuil de détection de défauts. En effet, le seuil de détection devra être choisi de telle sorte que l'on puisse détecter même les défauts les plus faibles tout en évitant de confondre les perturbations et les bruits de mesure avec des défauts à détecter.

2.5 Conclusion

Nous avons rappelé dans ce chapitre quelques définitions concernant le diagnostic de défauts. Le diagnostic de défauts est constitué de deux étapes consécutives, la détection suivie de l'isolation de défauts. Il est nécessaire que les défauts soient, au préalable, détectables puis isolables afin de les diagnostiquer.

Des signaux sont générés afin de permettre la détection des défauts. Les différentes méthodes pour la génération des résidus utilisent la redondance analytique. Elles se basent sur le modèle d'état du système et comparent les variables estimées à partir de ce modèle avec celles mesurées. Les résidus sont donc fonction des sorties estimées et des sorties mesurées.

Il est nécessaire de générer un nombre suffisant de résidus, au moins égal à la dimension des défauts, de manière à avoir un diagnostic meilleur en terme d'isolation.

Cependant, quelque soit la méthode choisie pour générer des résidus, le problème le plus souvent rencontré lors de leur évaluation est généralement dû aux erreurs de modélisation. La réponse à ces erreurs est un algorithme de détection de défauts qui soit robuste par rapport aux incertitudes du modèle voire une prise en compte plus précise des nonlinéarités du système.

L'idéal pour qu'un algorithme robuste face à ces incertitudes du modèle soit qualifié de performant est qu'il génère un faible pourcentage à la fois de fausses alarmes et de non détections.

Dans la suite du mémoire, nous considérons, pour la génération de résidus, l'approche basée sur les observateurs d'état. Le chapitre suivant introduit la notion d'observabilité d'un système, similaire à la notion d'isolabilité pour un défaut. Il porte, en outre, sur différents types d'observateurs pour reconstruire les variables d'un système donné.

Chapitre 3

Observation et Observabilité des Systèmes

Ce chapitre traite de la synthèse d'observateurs pour des systèmes linéaires et pour certaines classes de systèmes non linéaires. Une étude préliminaire à la synthèse d'observateurs est l'étude de l'observabilité du système, linéaire ou non linéaire, pour lequel un observateur est envisagé. Il est donc nécessaire de définir au préalable la notion d'observabilité des systèmes.

Les conditions d'observabilité d'un système linéaire diffèrent de celles d'un système non linéaire. Suivant la linéarité du système en question, des observateurs spécifiques peuvent être synthétisés.

La différence entre l'observabilité d'un système linéaire et celle d'un système non linéaire ainsi que les différentes catégories d'observateurs qui existent dans la littérature automaticienne seront développées de manière non exhaustive dans la suite de ce chapitre.

"Every great advance in science has issued from a new audacity of imagination." - John Dewey

3.1 Introduction

La majorité des systèmes réels peut être modélisée par un système d'équations différentielles. Ce système d'équations constitue le modèle mathématique du comportement du phénomène étudié.

Les systèmes dynamiques considérés dans la suite de ce mémoire sont de la forme :

$$\begin{array}{rcl} \dot{\eta} & = & f(\eta, u, y) \\ y & = & h(\eta) \end{array} \tag{3.1}$$

où $\eta \in N \subset I\!R^n$, N étant un ouvert dense de $I\!R^n$, $u(t) \in I\!R^m$ et $y(t) \in I\!R^p$.

On note η l'état du système, u le vecteur des entrées et y le vecteur des sorties mesurées. On suppose que les fonctions $f(.,.)$ et $h(.)$ sont des fonctions méromorphes de η et u. On suppose également que la fonction $u(t)$ est admissible [45], c'est-à-dire mesurable et bornée.
Suivant l'expression de la fonction $f(\eta, u, y)$, les systèmes seront dit linéaires, bilinéaires ou non linéaires.

Caractériser à chaque instant la dynamique de ces systèmes, quelque soit leur nature, nécessite bien souvent de connaître tout ou partie des états de ces systèmes. Mais la réalité est toute autre. Il est très souvent compliqué d'accéder à ces états, pour des raisons économiques (coût élevé des capteurs de mesures) ou plus simplement pour des raisons techniques.

Il est possible cependant de contourner cette difficulté et pallier le manque d'informations par l'utilisation d'un *observateur*. Un **observateur** est un système dynamique qui reconstruit l'état du système à partir des entrées et des sorties mesurées. Les entrées d'un observateur sont donc les entrées et les sorties du système originel et la sortie d'un observateur est l'état estimé (Figure 3.1).

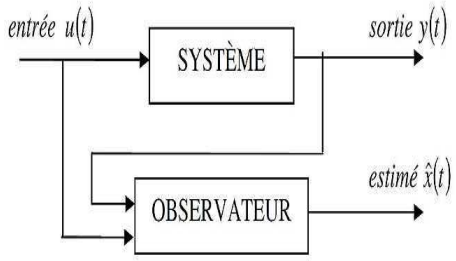

FIG. 3.1: Ensemble système - observateur.

La synthèse d'observateurs pour des systèmes dynamiques introduit une nouvelle notion.

En effet, la notion d'observabilité constitue une étape préalable à la synthèse d'un observateur pour un système dynamique donné. Cela signifie que l'observabilité d'un système doit nécessairement être étudiée avant de justifier de l'existence ou non d'un observateur pour ce système.

Dans les paragraphes suivants, nous donnons la définition de l'observabilité d'un système et nous rappellons certains des observateurs les plus communément utilisés, d'abord pour des systèmes linéaires et ensuite pour des systèmes non linéaires.

3.2 Observabilité des systèmes linéaires

Un système linéaire stationnaire est un système de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \tag{3.2}$$

où $x \in N \subset I\!R^n$, N étant un ouvert dense de $I\!R^n$, $u(t) \in I\!R^m$ et $y(t) \in I\!R^p$ et où A et B sont des matrices à valeurs réelles constantes.
Les notions brièvement exposées ici se trouvent plus détaillées dans [55]. Nous allons présenter les définitions liées à l'observabilité.

Définition 3.1 *[55] Le système (3.2) est observable si, étant donné l'instant t_0, il existe un instant t_1 fini tel que la connaissance de $y(t_0, t_1)$ et $u(t_0, t_1)$ permette de déterminer de manière unique l'état $x(t_0) = x_0$ et ceci quelque soit l'entrée du système.* ■

Différents critères ont été développés pour définir l'observabilité d'un système linéaire. On applique généralement le test du rang de la matrice d'observabilité, définie par :

$$\Theta = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

La condition du rang s'énonce comme suit.

Définition 3.2 *Le système (3.2) est observable si et seulement si le rang de la matrice Θ est égal à n. On dit alors que la paire (C, A) est observable.* ■

Un autre critère est celui énoncé dans [73] : le système (3.2) est complètement observable si et seulement si, $\forall s \in C, Re(s) \geq 0$:

$$rang \begin{pmatrix} sI - A \\ C \end{pmatrix} = n. \tag{3.4}$$

En somme, pour un système linéaire donné, l'observabilité peut être vérifiée par le critère de rang. L'observabilité des systèmes linéaires est donc :
- indépendante de l'entrée u,
- caractérisée par la connaissance de y et de ses dérivées temporelles à un ordre inférieur à n.

3.3 Observateurs pour systèmes linéaires

Il existe deux types d'observateurs pour les systèmes linéaires, l'observateur de Luenberger pour les systèmes linéaires stationnaires et l'observateur de Kalman pour les systèmes linéaires variants.

3.3.1 Observateur de Luenberger

Nous supposons que le système (3.2) est observable. Nous pouvons lui associer l'observateur suivant, dit de Luenberger [63, 64] :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}). \tag{3.5}$$

En posant e l'erreur entre l'état réel et l'état estimé, tel que $e = x - \hat{x}$, nous obtenons l'équation de la dynamique de l'erreur d'observation :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - KC)e. \tag{3.6}$$

La stabilité d'un tel observateur est obtenue en choisissant les valeurs propres de $A - KC$ dans la partie gauche du plan complexe. La convergence de l'erreur d'estimation de l'observateur est alors exponentielle et sa vitesse dépend du choix du gain K.

3.3.2 Observateur de Kalman

Cette classe d'observateurs convient aux systèmes linéaires variants de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y &= Cx(t), \end{aligned} \tag{3.7}$$

où A et B sont des matrices connues à chaque instant.

La particularité de cet observateur est son gain variant donné par la résolution d'une équation algébrique différentielle de Ricatti.

Théorème 3.1 ([40]) *Soit le système :*

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A(t)\hat{x} + B(t)u(t) - S^{-1}C^T(C\hat{x} - y) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned} \tag{3.8}$$

avec, pour θ une constante positive, S solution de :

$$\dot{S} = -\theta S - A^T S - SA + C^T C$$

et (C, A) sous forme canonique d'observabilité. Le système (3.8) est un observateur de (3.7) pour tout θ suffisamment grand. ■

3.4 Observabilité des systèmes non linéaires

La définition de l'observabilité utilisée pour les systèmes linéaires n'est plus suffisante pour prouver l'observabilité d'un système non linéaire. La stabilité et l'observabilité d'un système non linéaire ne dépendent pas seulement de l'état comme dans le cas linéaire, elles dépendent en plus de l'entrée, comme l'illustre l'exemple suivant :

Exemple 3.1 *Soit le système non linéaire suivant :*

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= ux_2 \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{3.9}$$

L'observabilité de ce système dépend de l'entrée u. En effet, la variable d'état x_2 est fonction de la dérivée de la sortie y et de l'entrée u : $x_2 = \dot{y}/u$. Ainsi, toutes les variables de l'état x ne seront connues que si l'entrée u est différente de zéro.

L'observabilité d'un système non linéaire peut donc être liée à la nature de ses entrées. L'observabilité d'un système non linéaire ne saurait être définie sans donner au préalable la définition de l'indistinguabilité [34]. En effet, un système est dit observable si il n'admet pas de points distincts $x^1(t_0), x^2(t_0)$ indistinguables.

Définition 3.3 *[50] Deux états initiaux $x^1(t_0)$ et $x^2(t_0)$ sont dits indistinguables si, $\forall t \in [t_0, t_1]$, les sorties correspondantes $y^1(t)$ et $y^2(t)$ sont identiques quelle que soit l'entrée admissible $u([t_0, t_1])$ du système.* ■

L'indistinguabilité étant une relation d'équivalence, soit $I(x)$ la classe d'équivalence de x. La définition de l'indistinguabilité introduit celle de l'observabilité :

Définition 3.4 *[50] Le système non linéaire (3.1) est observable en x_0 si l'ensemble des points indistinguables de x_0 est réduit à x_0, i.e. $I(x_0) = x_0$.*
Le système (3.1) est observable si, pour tout $x \in N$, un ouvert dense de $\mathbb{R}^n$, $I(x) = x$. ■

La définition de l'observabilité d'un système non linéaire n'exclut pas nécessairement l'existence d'entrées pour lesquelles deux états seraient indistinguables. Cette observabilité globale laisse souvent la place au concept plus faible d'observabilité locale. L'on peut se référer à [50] pour de plus amples détails sur la notion d'observabilité des systèmes non linéaires.

Tout comme pour les systèmes linéaires, il est nécessaire de trouver un test caractérisant l'observabilité pour les systèmes non linéaires. Introduisons à cet effet, l'espace d'observabilité générique.

Définition 3.5 *[21] L'espace d'observabilité générique noté $\mathcal{O}$ est défini par $\mathcal{O} = \mathcal{X} \cap (\mathcal{Y} + \mathcal{U})$, avec :*

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= Span_{\mathcal{K}}\{dx\} \\ \mathcal{U} &= Span_{\mathcal{K}}\{du^{(v)} v \geq 0\} \\ \mathcal{Y} &= Span_{\mathcal{K}}\{dy^{(w)}, w \geq 0\}, \end{aligned} \tag{3.10}$$

■

où K est l'ensemble des fonctions méromorphes [21].

Définition 3.6 *[21] Le système non linéaire (3.1) est génériquement observable si et seulement si :*

$$dim \;\; \mathcal{O} = n\,. \tag{3.11}$$

■

Remarque 3.1 *Si cette condition, appelée condition de rang d'observabilité générique, est vérifiée cela signifie que le système est observable sauf en des singularités qui peuvent apparaître en des points isolés de l'espace d'état et des entrées. Générique signifie alors que les conditions sont valables partout sauf en un nombre fini de points.*

Dans la pratique, l'étude des formes canoniques d'observabilité sera considérée pour montrer l'observabilité des systèmes non linéaires. Ces formes proposées dans [11, 12, 50, 56] sont obtenues par transformations de coordonnées d'état.
Supposons que la condition d'observabilité générique soit satisfaite pour le système (3.1). La condition suffisante ci-dessous pourra alors être vérifiée :

$$\mathrm{Rang}_{\mathcal{K}} \begin{pmatrix} \mathrm{d}h \\ \mathrm{d}L_f h \\ \vdots \\ \mathrm{d}L_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n. \tag{3.12}$$

Cela signifie que l'état x peut être déduit de la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de ses dérivées. En effet, en considèrant que :

$$\bar{Y} = \left[y, \dot{y}, \cdots, y^{(n-1)}\right] = \left[h(x), L_f h(x), \cdots, L_f^{(n-1)} h(x)\right] = G(x), \tag{3.13}$$

le théorème des fonctions inverses permet localement d'inverser l'équation ci-dessus et d'obtenir $x = G^{-1}\left[\bar{Y}\right]$. Une transformation de coordonnées d'état pourra être définie par : $z = \bar{Y}^T$.
Cependant, la garantie de construction d'observateurs pour systèmes non linéaires observables n'est pas certaine. En effet, contrairement aux systèmes linéaires, l'existence d'un observateur pour un système non linéaire ne repose pas nécessairement sur ses propriétés d'observabilité. Un système non linéaire peut être observable sans pour autant que l'on puisse synthétiser un observateur.

3.5 Observation de systèmes non linéaires

Différentes techniques ont été proposées pour résoudre ce problème de synthèse d'observateur. L'idée générale derrière ces techniques est de transformer le système non linéaire observable en un système plus simple pour lesquel la synthèse d'un observateur est possible.

Outre la linéarisation du système en question par injection d'entrées-sorties, soit par des outils géométriques [58, 59, 102] soit par des outils algébriques [77, 43, 101, 79, 62], la technique d'immersion développée par Fliess et Kupka (1983) [32] facilite la synthèse d'un observateur pour un système non linéaire donné. En effet, ces travaux ont montré qu'un système non linéaire affine en la commande pouvait s'immerger en un système bilinéaire. Ces travaux ont ensuite été étendus à l'immersion d'un système non linéaire en un système affine en l'état [94].

D'autres approches ont été développées pour la transformation d'un système non linéaire en un système affine en l'état modulo une injection d'entrées-sorties. Gauthier et Hammouri [46] ont généralisé leur étude sur la bilinéarisation par un approche géométrique à la transformation en un système affine. Souleiman et Glumineau [89, 90, 91] ont quant à eux privilégié l'approche algébrique, en raison de sa constructivité, et développé une technique de transformation par difféomorphismes des systèmes non linéaires en des systèmes affines en l'état modulo une injection d'entrées-sorties.

L'intérêt de ces transformations réside dans la possibilité de modéliser des observateurs pour des systèmes non linéaires observables. Nombre d'observateurs non linéaires existent dans la littérature. Une fois le système non linéaire observable transformé soit en un système non linéaire "linéarisable" modulo une injection d'entrée et de sortie soit en un système non linéaire affine en l'état, d'aucuns pourront modéliser pour le premier cas un observateur de Luenberger étendu et dans le second cas un observateur de type Kalman [6].

De plus, les techniques d'observation de systèmes non-linéaires nécessitent quelquefois des hypothèses sur la non-linéarité de type Lipschitz. Cela mène souvent à la synthèse d'observateurs à grand gain permettant de "dominer" les non-linéarités du système. Nous rappelons dans les lignes qui suivent quelques-uns des observateurs les plus récurrents.

3.5.1 Observateurs étendus/généralisés

Observateur de Luenberger Ce type d'observateur convient aux systèmes non linéaires "linéarisables" par transformation de coordonnées d'état $\varsigma = T(x)$ et de sortie (non linéaires) modulo une injection d'entrée-sortie φ [12, 104, 56].
Le système non linéaire (3.1) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma} &= A\varsigma + \varphi(u,y) \\ y &= C\varsigma. \end{aligned} \tag{3.14}$$

avec les matrices A et C de la forme $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$.

Un observateur de type "Luenberger" s'écrira :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varsigma}} &= A\hat{\varsigma} + \varphi(u,y) + K(y - C\hat{\varsigma}) \\ \hat{y} &= C\hat{\varsigma} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Le gain K de cet observateur est obtenu tel que la matrice $A - KC$ soit Hurwitz.

Cependant, ce type d'observateurs ne correspond pas à toutes les classes de systèmes non linéaires. En effet, les systèmes non linéaires ne sont pas tous linéarisables modulo une injection d'entrée-sortie. Cela n'est possible que si l'on prend des injections d'entrées-sorties généralisées nécessitant l'utilisation des dérivées des mesures, ce qui est inapplicable en pratique.

Observateur de Kalman Cette classe d'observateurs s'applique à une plus large classe de systèmes. Elle est présentée dans de nombreux travaux [13, 29, 28, 40, 27] et a un champ d'application très varié [27, 40, 68, 74, 99].
Les résultats rappelés ci-dessous sont issus de [40]. Une des hypothèses de base pour pouvoir appliquer ce type d'observateur est que le système non linéaire en question soit uniformément observable pour toute entrée.
Nous considérons la classe de systèmes non linéaires suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(u)x + \varphi(u,y) \\ y &= Cx. \end{aligned} \tag{3.16}$$

L'extension de l'observateur de Kalman s'applique à la classe des systèmes non linéaires affines en l'état.

Théorème 3.2 ([40]) *Supposons que le système (3.16) soit uniformément observable pour toute entrée u : le système (3.16) est donc équivalent au système (3.1) modulo une transformation d'état et une injection d'entrée-sortie. Supposons que l'hypothèse ci-dessus soit satisfaite. Soit le système :*

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\zeta}} &= A(u)\hat{\zeta} + \varphi(u,y) - S^{-1}C^T(C\hat{\zeta} - y) \\ \hat{y} &= C\hat{\varsigma} \end{aligned} \tag{3.17}$$

avec, pour θ une constante positive, S solution de :

$$\dot{S} = -\theta S - A(u)^T S - SA(u) + C^T C$$

et (C, A) sous forme canonique d'observabilité. Alors, pour toute entrée u uniformément bornée, le système (3.17) est un observateur de (3.16) pour tout θ suffisamment grand.

3.5.2 Observateur à grand gain

Cette classe d'observateur s'applique à une large classe de systèmes non linéaires de la forme (3.18). Ses applications sont quant à elles multiples ([10, 72]).
Considérons que, pour le cas monosortie, le système (3.1) puisse se mettre sous la forme suivante [13] :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \varphi(u, y, x) \\ y &= Cx. \end{aligned} \tag{3.18}$$

Nous posons de plus l'hypothèse suivante :
La fonction $\varphi(u, y, x)$ du système (3.18) est globalement Lipschitz par rapport à x et uniformément par rapport à u et y.

Alors le système (3.19) est un observateur pour le système (3.18).

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varsigma}} &= A\hat{\varsigma} + \varphi(u, y, \hat{\varsigma}) - \Delta^{-1}K(C\hat{\varsigma} - y) \\ \hat{y} &= C\hat{\varsigma} \end{aligned} \tag{3.19}$$

avec, pour θ une constante positive, Δ de la forme :

$$\Delta = diag\left\{1/\theta, 1/\theta^2, ..., 1/\theta^n\right\}$$

et K telle que $A - KC$ soit Hurwitz.

Connu pour sa robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques, l'observateur à grand gain, sous l'hypothèse d'un système uniformément observable - *i.e* système observable pour toute entrée - permet d'estimer des états non mesurés.

Notons que cette classe d'observateurs convient tout particulièrement aux systèmes non linéaires affines en l'état. Les travaux de De Leon [23] ont permis d'étendre la classe d'application de l'observateur à grand gain. Dans [23], l'observateur à grand gain a été appliqué à la classe des systèmes non linéaires affines en l'état de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(u, y)x + \varphi(u, y, x) \\ y &= Cx. \end{aligned} \tag{3.20}$$

3.6 Conclusion

Différentes notions ont été rappelées dans ce chapitre parmi lesquelles l'observabilité des systèmes. Nous avons présenté quelques-uns des nombreux types d'observateurs pour systèmes linéaires et non linéaires.

De manière générale, la preuve de l'observabilité d'un système non linéaire n'entraîne pas nécessairement l'existence d'un observateur pour ce système.

Si les bases pour les observateurs pour les systèmes linéaires ont été établies voila quatre décennies, de nombreux types d'observateurs ont été depuis développés pour les systèmes non linéaires. Différents types d'observateurs (modes glissants, backstepping, en temps fini, horizons glissants) sont encore à l'étude pour de plus larges classes de systèmes non linéaires [5, 17, 24, 33, 76].

Deuxième partie

Diagnostic Par Observateurs : Applications aux machines électriques

Chapitre 4

Méthodologie du diagnostic par des observateurs non linéaires

Ce chapitre traite de la conception d'un observateur robuste pour le diagnostic d'un système non linéaire.

La synthèse d'un observateur pour un système non linéaire nécessite le plus souvent de transformer au préalable ce même système non linéaire en un système pour lequel la synthèse d'un observateur est possible.

La difficulté majeure réside dans la recherche de la transformation adéquate, autrement dit il s'agira de trouver la transformation qui n'altère en rien les propriétés d'observabilité du système originel, le difféomorphisme qui permettra la synthèse d'un observateur pour le système en question.

"In science one tries to tell people, in such a way as to be understood by everyone, something that no one ever knew before." - Paul Dirac

4.1 Introduction

Pour garantir la sécurité des utilisateurs et protéger l'environnement, les processus industriels nécessitent à tout moment une surveillance accrue et un diagnostic fiable.

Un système industriel se décompose généralement en trois parties : les actionneurs, le process et les capteurs. Des variations dans un ou plusieurs composants du système peuvent altérer le fonctionnement dudit système. De ce fait, à défaut de prévenir ces changements, l'idéal serait de les détecter le plus tôt possible.

Le diagnostic de défaut est un double problème. Il est constitué de deux étapes, une étape de détection suivie d'une étape d'isolation du défaut. La première consiste en la génération d'un signal qui indique de l'occurrence ou non d'un défaut. Le signal ainsi généré sera utilisé dans la seconde étape pour isoler le défaut.
Les méthodes les plus récentes développées en matière de diagnostic de défaut comprennent les méthodes basées sur les équations de redondance analytique [93], celles utilisant une approche stochastique [14, 105], et les méthodes basées sur les observateurs [1, 2, 7, 25, 47, 53, 61, 103].

Le problème de la génération de résidus pour le diagnostic des systèmes est un problème récurrent dans la littérature [37, 38, 51, 69, 70]. Les recherches, initiées au milieu des années 50, ont évolué avec la complexité des systèmes industriels.

De nombreux systèmes industriels n'ont pas un comportement que l'on pourrait qualifier de linéaire. La non linéarité de ces systèmes industriels complique les tâches de surveillance et diagnostic, surtout si le diagnostic se fait avec des observateurs. Aussi, concevoir des observateurs pour ces systèmes non linéaires passe le plus souvent par la recherche d'une transformation. Cette dernière vise à transformer le système non linéaire de départ en un système pour lequel il est possible de modéliser un observateur.

Différentes méthodes, algébriques ou géométriques, existent dans la littérature pour transformer un système non linéaire observable en un système pour lequel un observateur existe. Une fois le système transformé, concevoir un système de diagnostic pour détecter les défauts devient possible.

Ainsi, l'observateur est utilisé comme générateur de résidus. Le vecteur d'état estimé qu'il fournit servira à calculer une erreur d'estimation. Cette erreur sera ensuite utilisé comme résidu afin de détecter les défauts.

Nous nous intéressons, dans la suite de ce chapitre, au diagnostic des systèmes non linéaires à l'aide d'observateurs.

4.2 Problématique et modèle d'état non linéaire

4.2.1 Problématique

Notre objectif est de proposer une stratégie robuste basée sur les observateurs pour le diagnostic de systèmes non linéaires tout en utilisant l'état reconstruit pour la commande. L'objectif est donc double. L'observateur devra non seulement être sensible au défaut pour mener à bien le diagnostic de défauts mais il devra aussi, à des fins de commande, être robuste par rapport aux incertitudes paramétriques et aux perturbations. A cet effet, transformer le système non linéaire observable en un système moins complexe, par exemple un système affine en l'état, rend possible la modélisation d'observateurs dans les nouvelles coordonnées d'état. Et, si ces coordonnées sont choisies spécifiquement, le diagnostic de défauts sera alors possible.

Ici, il s'agira de trouver un difféomorphisme $\tilde{x} = T(\eta)$. Quand la bonne transformation existe, le système non linéaire sans défaut

$$\Sigma : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\eta} & = & f(\eta, u, y) \\ y & = & h(\eta) \end{array} \right. \tag{4.1}$$

est équivalent au système affine en l'état suivant :

$$\Sigma_a : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\tilde{x}} & = & A(u, y)\tilde{x} + \varphi(u, y) \\ y & = & C\tilde{x} \end{array} \right. \tag{4.2}$$

avec $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ est l'état, $u \in \mathbb{R}^m$ l'entrée, $y \in \mathbb{R}^p$ la sortie, où la matrice $A(u, y)$ et le terme $\varphi(u, y)$ sont supposés uniformément bornés.

4.2.2 Modèle d'état non linéaire avec défaut

Considérons maintenant le système non linéaire suivant :

$$\Sigma_f : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\eta} & = & f(\eta, u, y) + g(\epsilon, d) \\ y & = & h(\eta) \end{array} \right. \tag{4.3}$$

où $\eta \in \mathbb{R}^n$ représente l'état, $u \in \mathbb{R}^m$ l'entrée du système, $y \in \mathbb{R}^p$ la sortie, f et h sont des fonctions analytiques. g est une fonction de d ($d \in \mathbb{R}^l, l \leq n$), les défauts que l'on souhaite détecter, et des perturbations ϵ ($\epsilon \in \mathbb{R}^k, k \leq n$). Défauts et perturbations pouvent aussi être considérés comme des entrées inconnues. Le système non linéaire Σ_f est supposé observable [6].

Remarque 4.1 *Quand $g(\epsilon, d) = 0$, autrement dit, quand aucun défaut ni perturbation ne viennent gêner le fonctionnement du système, Σ_f est équivalent au système (4.1).*

Si, au travers d'une transformation d'état, le système (4.3) est équivalent à la classe de systèmes affines en l'état

$$\Sigma_{fa} : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\tilde{x}} & = & A(u,y)\tilde{x} + \varphi(u,y) + \tilde{g}(\epsilon,d) \\ y & = & C\tilde{x} \end{array} \right. \tag{4.4}$$

où $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrées, $y \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sorties, $\tilde{g}$, tel que $\tilde{g} = \frac{\partial T}{\partial x} g(\epsilon, d)$, représente le vecteur fonction des perturbations possibles ϵ (dim $\epsilon = k$) et des défauts à détecter d (dim $d = l$), alors un ensemble d'observateurs pour le diagnostic peut être modélisé.

Dans l'hypothèse que les défauts d varient lentement, nous les supposons constants. Des observateurs peuvent ainsi être synthétisés afin d'estimer l'amplitude des défauts.

L'ensemble des observateurs servira d'une part à estimer correctement les variables d'état du système et d'autre part à détecter les défauts grâce à la génération de signaux r tels que $r := r(\hat{y}, y)$, où $\hat{y}$ est l'estimation de y.

Le système (4.3) comprend des défauts d et des perturbations ϵ. Aussi, pour détecter les défauts et les isoler des perturbations, il s'avère nécessaire de découpler défauts et perturbations. Cela équivaut à séparer le système (4.3) en deux sous-systèmes. Le premier sous-système contient l'influence des défauts tandis que le second contient les perturbations en plus des défauts.

Une solution au problème est de trouver la bonne transformation $T(\tilde{x})$ tel que (4.4) équivaut au système

$$\Sigma'_{fa} : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x_1} & = & A_1(u,y)x_1 + \varphi_1(.) + F_1(u,x)d \\ y_1 & = & C_1 x_1 \\ \dot{x_2} & = & A_2(u,y)x_2 + \varphi_2(.) + E\epsilon + F_2(u,x)d \\ y_2 & = & C_2 x_2. \end{array} \right. \tag{4.5}$$

avec $F_1(u,x), F_2(u,x)$ et E respectivement les matrices qui introduisent les défauts d et le vecteur caractérisant la perturbation ϵ dans le modèle.

Selon l'expression des fonctions $\varphi_1(.)$ et $\varphi_2(.)$ du système (4.5), nous synthétisons un observateur de type Kalman ou un observateur Grand Gain. Nous distinguons donc deux cas. Les fonctions φ_1 et φ_2 dépendent de u et de y, un observateur de type Kalman peut être synthétisé pour le système (4.5). Dans le cas où les fonctions φ_1 et φ_2 dépendent de u, y et de x, un observateur Grand Gain peut être synthétisé pour le système (4.5).

Remarque 4.2 *Ici, seul le cas $i = 1..2$ est considéré car correspondant aux exemples d'application traités ensuite (MCC série et MAS danc ce cas précis) mais l'extension au cas plus général où $i > 2$ est aisée.*

L'observateur pour le système (4.5) servira à la détection des défauts. En effet, grâce à l'observateur, des résidus $r(t)$ pourront être générés. Ce vecteur de résidus $r(t)$, autrement dit de signaux dépendant des signaux mesurés et estimés tel que $r(t) = f(y(t), \hat{y}(t))$, sera

utilisé afin de détecter les défauts selon la procédure décrite dans le chapitre 2.

Il s'agira donc de procéder à la synthèse d'observateur pour chaque sous-système satisfaisant certaines propriétés parmi lesquelles la propriété d'entrées régulièrement persistantes (définition 4.1). Les conditions pour la modélisation de cet ensemble d'observateurs sont explicitées dans la section suivante.

4.3 Diagnostic à base d'observateurs

Le "reconstructeur d'état" [6] :

$$O : \begin{cases} \dot{\hat{\tilde{x}}} &= A(u,y)\hat{\tilde{x}} + \varphi(.) + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{\tilde{x}} \end{cases} \tag{4.6}$$

tel que l'erreur d'estimation $\|e(t)\| = \left\|\tilde{x}(t) - \hat{\tilde{x}}(t)\right\| \to 0$ pour $t \to 0$, K étant le gain de l'observateur, est un observateur asymptotique pour le système Σ_a (4.2).

Objectif : ***L'objectif est de construire pour chaque sous-système de (4.5) un observateur, robuste par rapport à la perturbation ϵ, pour d'une part estimer et reconstruire les variables d'état x et d'autre part pour détecter et isoler les possibles défauts d.***

Nous précisons dans les sections ci-dessous comment les observateurs de type Kalman et Grand Gain, introduits dans le chapitre précédent, vont être utilisés pour le diagnostic.

Pour le système (4.2) [6] :

- la matrice de transition $\Phi_u(\tau, t)$ est définie par $\frac{d\Phi_u(\tau,t)}{d\tau} = A(u(\tau), y)\Phi_u(\tau, t)$ avec $\Phi_u(\tau, t) = Id$,
- le Grammien d'observabilité $\Gamma(t, T, u)$ est donné par $\int_t^{t+T}(\Phi_u^T(\tau, t)C^T C\Phi_u(\tau, t))d\tau$,
- l'index d'universalité $\gamma(t, T, u)$ est défini comme la plus petite valeur propre du Grammien d'observabilité $\Gamma(t, T, u)$.

Définition 4.1 ***Entrée Régulièrement Persistante***
Une entrée régulièrement persistante est une entrée qui excite suffisamment le système dans le but de garantir son observabilité. Pour un instant $T > 0$ et $t_0 > 0$, il existe une constante $\alpha > 0$ telle que, $\forall t > t_0$ $\gamma(t, T, u) \geq \alpha$.[6, 8].

Par la suite, nous utilisons tout ou partie des hypothèses définies ci-après :

Hypothèse 4.1
L'entrée u est régulièrement persistante et connue pour Σ_1.

Hypothèse 4.2
$F_i(u,x)$ sont globalement Lipschitz par rapport à x, uniformément par rapport à u, pour $i = 1..2$.

Hypothèse 4.3
Pour $i = 1..2$, il existe des constantes ν_i telles que $\|F_i(u,x)d\| \leq \nu_i$, i.e $\|F_i(u,x)d\|$ sont bornés. La perturbation ϵ est aussi bornée : il existe une constante υ telle que $\|E\epsilon\| \leq \upsilon$ avec $\nu_i \geq \upsilon$.

4.3.1 Observateur de type Kalman

Synthèse de l'observateur

Considérons le sous-système dynamique du système $\Sigma_{fa}^{'}$ (4.5) :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{x_1} &= A_1(u,y)x_1 + \varphi_1(u,y) + F_1(u,x)d \\ y_1 &= C_1 x_1 \end{cases} \tag{4.7}$$

- où $x_1 \in \mathbb{R}^r (r < n)$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y_1 \in \mathbb{R}^s (s < p)$,
- où le terme $\varphi_1(u,y)$ est supposé uniformément borné,
- où $C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$ et la matrice $A_1(u,y) \in I\!R^{r\times r}$ avec

$$A_1(u,y) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_1(u,y) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2(u,y) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \alpha_{r-1}(u,y) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

Quand $d = 0$, sous l'hypothèse 4.1, un observateur de type Kalman pour le système équivalent Σ_1 s'écrit [6] :

$$O : \begin{cases} \dot{z_1} &= A_1(u,y)z_1 + \varphi_1(u,y) - KC_1(z_1 - x_1) \\ \hat{y_1} &= C_1 z_1 \\ r_1 &= \hat{y_1} - y_1 \end{cases} \tag{4.8}$$

où $z_1 \in \mathbb{R}^r$ est l'estimation de l'état x_1, $K = S^{-1}C_1^T$ le gain de l'observateur tel que S, matrice symétrique définie positive, soit solution de l'équation de Ricatti :

$$\dot{S} = -\theta S - A_1^T(u,y)S - SA_1(u,y) + C_1^T C_1, \tag{4.9}$$

avec $S_0 = S_0^T > 0$ et θ un paramètre scalaire pour le réglage de l'observateur.
A l'aide de l'observateur de type Kalman, nous allons définir un générateur de résidus pour le système (4.7).

Théorème 4.1 *Pour $d = 0$, le système (4.8) est un observateur à convergence exponentielle pour le système (4.7). De plus, quand d est non nul, le système (4.8) est un générateur de résidus pour le système (4.7).*

Nos travaux portent sur l'extension de l'étude de la stabilité de l'observateur de type Kalman aux systèmes non linéaires observables avec défaut. Nous développons, dans la section ci-dessous, la preuve du théorème 4.1 à travers l'analyse de la stabilité de l'observateur (4.8).

Étude de la stabilité de l'observateur [66]

Nous nous intéressons à la preuve de la stabilité de l'observateur (4.8). Nous définissons, à partir de (4.7) et (4.8), l'erreur d'estimation comme $e = x_1 - z_1$. Les dynamiques de l'erreur sont données par :

$$\dot{e} = \left(A_1(u,y) - S^{-1}C_1^T C_1\right) e + F_1(u,x)d. \tag{4.10}$$

Preuve du théorème 4.1

Soit, $V(e) = e^T S e = \|e\|_S^2$ une fonction de Lyapunov candidate associée à la dynamique (4.10). En calculant la dérivée temporelle de $V(e)$ et en utilisant les expressions (4.8) et (4.10), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e,d) &= e^T \left\{\dot{S} + A_1^T(u,y)S + SA_1(u,y) - 2C_1^T C_1\right\} e \\ &\quad + \left\{F_1(u,x)d\right\}^T Se + e^T S \left\{F_1(u,x)d\right\}. \end{aligned} \tag{4.11}$$

Or, de (4.9) $\dot{S} + A_1^T(u,y)S + SA_1(u,y) = -\theta S + C_1^T C_1$. La relation (4.11) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e,d) &= e^T \left\{-\theta S - C_1^T C_1\right\} e + \left\{F_1(u,x)d\right\}^T Se + e^T S \left\{F_1(u,x)d\right\} \\ &= -\theta \|e\|_S^2 - \|C_1 e\|_S^2 + \left\{F_1(u,x)d\right\}^T Se + e^T S \left\{F_1(u,x)d\right\}. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Nous étudions les conditions de stabilité de l'observateur (4.8) en présence de défauts d. L'observateur (4.8) est stable pourvu que $\dot{V}(e,d) \leq 0$.

Nous distinguons les cas suivants.

1. **Analyse de la convergence sans défaut ($d = 0$)**

   Dans le premier cas, aucun défaut n'agit sur le système, i.e, $d = 0_l$, avec $dim d = l$. Pour un système sans défaut d, la relation (4.12) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T \left\{-\theta S - C_1^T C_1\right\} e \\ &= -\theta e^T Se - \|C_1 e\|^2. \end{aligned} \tag{4.13}$$

   $\dot{V}(e) \leq 0$. L'observateur est donc stable.

Par ailleurs, l'égalité (4.13) implique l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq -\theta e^T S e \\ &\leq -\theta V. \end{aligned} \tag{4.14}$$

La solution de cette équation différentielle est bornée par l'exponentielle $e^{-\theta t}$. Soit :

$$V(e) \leq e^{-\theta t}. \tag{4.15}$$

La relation (4.15) prouve que le système (4.8) est un observateur à convergence exponentielle pour le système (4.7) quand $d = 0$.

2. **Analyse de la convergence avec défaut ($d \neq 0$)**

Pour le second cas considéré, un défaut affecte le système ($d \neq 0$). La présence d'un défaut correspond à $\nu_1 = \|F_1(u,x)\| \,.\, \|d\|$ non nul.

À partir de (4.12), nous obtenons :

$$\dot{V}(e,d) \leq -\theta \|e\|_S^2 - \|C_1 e\|_S^2 + 2 \|F_1(u,x)de\|_S \,. \tag{4.16}$$

En considérant que

$$\|F_1(u,x)de\|_S \leq \|F_1(u,x)d\| \,.\, \|e\|_S$$

et $\|F_1(u,x)d\| \leq \nu_1$, la relation (4.16) devient :

$$\dot{V}(e,d) \leq -\theta \|e\|_S^2 + 2 \|e\|_S \nu_1. \tag{4.17}$$

En mettant $\|e\|_S$ en facteur, $V(e)$ peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\dot{V}(e,d) \leq -\|e\|_S (\theta \|e\|_S - 2\nu_1). \tag{4.18}$$

Dans l'équation (4.18), $\|e\|_S > \frac{2\nu_1}{\theta} \Rightarrow \dot{V}(e,d) < 0$: l'erreur converge vers une boule de rayon $r = \frac{2\nu_1}{\theta}$.
$\dot{V}(e,d)$ est négative pourvu que l'erreur d'estimation $\|e\|_S$ soit toujours supérieure à $\frac{2\nu_1}{\theta}$. Le respect de cette condition assure la stabilité pratique de l'observateur (4.8) en présence de défauts.

Cependant, la condition $\|e\|_S > \frac{2\nu_1}{\theta}$ ne garantit pas la détection du défaut d. Pour que la détection du défaut d soit garantie, il faudrait que, en présence de défauts,

l'erreur d'estimation ne tende pas vers zéro.

Cela équivaut à déterminer la "condition d'instabilité" de l'observateur (4.8) par le calcul de la dérivée de (4.12) selon l'erreur d'estimation $\|e\|_S$. En présence de défaut, la "condition d'instabilité" assure la détection des défauts car l'erreur d'estimation $\|e\|_S$ ne s'annule jamais.

3. **Analyse de la condition de détection des défauts ($d \neq 0$)**

Nous étudions la condition de divergence de l'observateur. Dans ce cas, il faut établir $\dot{V} > 0$. L'équation de $\dot{V}(e,d)$ (4.11) est celle d'une parabole.

Nous cherchons la valeur de l'erreur d'estimation correspondant au point d'inflexion de la parabole $\dot{V}(e,d)$. Nous dérivons pour cela $\dot{V}(e,d)$ en fonction de l'erreur d'estimation e.

En utilisant les propriétés de symétrie de la matrice S, la dérivée de $\dot{V}(e,d)$ (4.11) selon l'erreur s'écrit :

$$\frac{\partial \dot{V}(e,d)}{\partial e} = -2\left\{\theta S + C_1^T C_1\right\} e + 2SF_1(u,x)d. \tag{4.19}$$

Le point d'inflexion de la parabole $\dot{V}(e,d)$ est alors obtenu par la résolution de l'équation $\frac{\partial \dot{V}(e,d)}{\partial e} = 0$.

Ainsi,

$$\frac{\partial \dot{V}(e,d)}{\partial e} = 0 \Leftrightarrow e_m = \left\{\theta S + C_1^T C_1\right\}^{-1} SF_1(u,x)d. \tag{4.20}$$

La condition (4.20) garantit donc la détection du défaut d. Elle implique que l'occurrence d'un défaut induit la divergence de l'erreur d'estimation d'une boule de rayon $r_{min} = e_m$ non nul. En effet, la trajectoire de l'erreur d'estimation $\|e\|$ quitte la boule de rayon $r_{min} = \left\{\theta S + C_1^T C_1\right\}^{-1} SF_1(u,x)d$ (Figure 4.2). L'erreur d'estimation $\|e\|$ ne s'annule donc jamais en présence de défauts, ce qui garantit la détection des défauts.

De plus le rayon r_{min} de la boule dépend du défaut d. En effet, plus le défaut est important, plus le rayon de la boule sera grand, pour un paramètre θ établi.

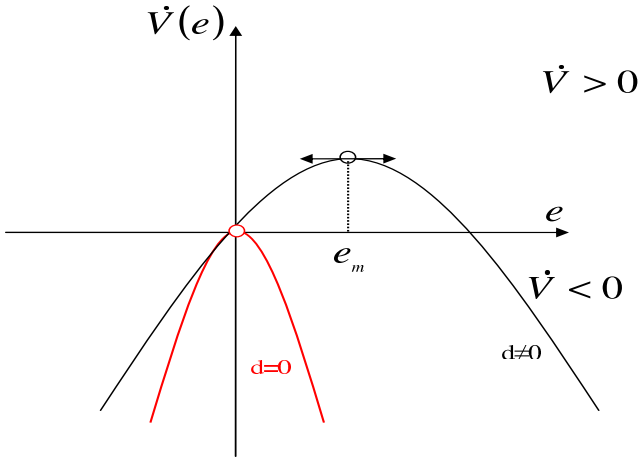

FIG. 4.1: Condition de détection des défauts.

Comme le montre la figure 4.2, l'erreur tend vers une valeur non nulle, qui correspond au point d'inflexion de la parabole $\dot{V}(e, d)$ (Figure 4.1).

Ainsi, l'observateur synthétisé peut être utilisé pour le diagnostic des systèmes et la surveillance.

Remarque 4.3 *En présence de défauts, la convergence de l'observateur (4.8) est assurée par la condition sur l'erreur d'estimation donnée par l'équation (4.18). La détection est, quant à elle, assurée par la "condition d'instabilité". Ainsi, en présence de défauts, les dynamiques de l'erreur convergent vers une boule de rayon* $r = \frac{2\nu_1}{\theta}$ *donné par l'équation (4.18). Elles ne convergent cependant jamais vers zéro grâce à la "condition d'instabilité". En effet, elles sont rejetées d'une seconde boule de rayon* r_{min}*, comme le montre la figure ci-dessous.*

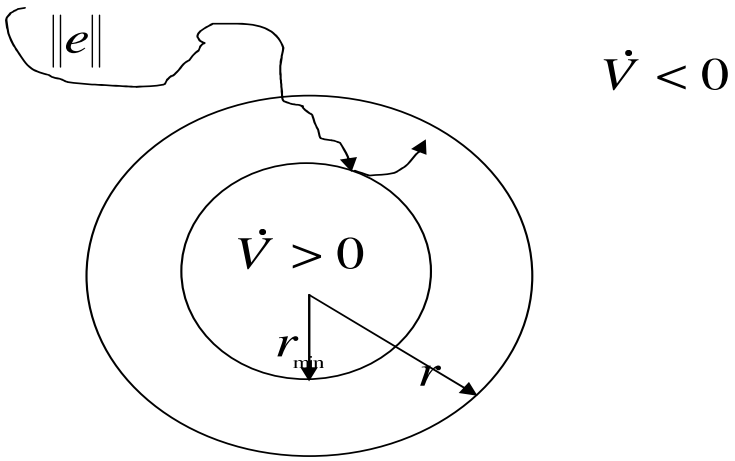

FIG. 4.2: Comportement de la dynamique de l'erreur d'estimation en cas de défauts.

4.3.2 Observateur Grand Gain

Synthèse de l'observateur [23, 44, 72]

Si grâce à une transformation, le système (4.5) peut se représenter sous la forme des sous-systèmes interconnectés (4.21) et (4.22) suivants :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{x_1} = A_1(u,y)x_1 + \varphi_1(u,y,x) + F_1(u,x)d \\ y_1 = C_1 x_1 \end{cases} \tag{4.21}$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{x_2} = A_2(u,y)x_2 + \varphi_2(u,y,x) + E\epsilon + F_2(u,x)d \\ y_2 = C_2 x_2, \end{cases} \tag{4.22}$$

alors, quand $d = 0$, un observateur Grand Gain pour le sous-système dynamique (4.21) est donné par [23] :

$$\begin{cases} \dot{z_1} &= A_1(u,y)z_1 + \varphi_1(u,y,z) - \Gamma_1^{-1}(u,y)\Delta_1^{-1}K_1(\hat{y_1} - y_1) \\ \hat{y}_1 &= C_1 z_1 \end{cases} \tag{4.23}$$

où la matrice $A_1(u,y)$ est de la même forme que pour le système (4.7), $\Gamma_1 = diag\left\{1, \alpha_1(u,y), ..., \prod_{i=1}^{r-1}\alpha_i(u,y)\right\}$, $\Delta_1 = diag\left\{1/\theta_1, 1/\theta_1^2, ..., 1/\theta_1^r\right\}$ avec $\theta_1 > 0$, K_1 est telle que la matrice $(\bar{A}_1 - K_1C_1)$ soit stable avec $\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$.

Pour construire un observateur Grand Gain pour le système (4.21), nous posons les hypothèses suivantes :

Hypothèse 4.4
Il existe des constantes c_1 et c_2, avec $0 < c_1 < c_2 < \infty$, telles que pour tout $x \in I\!R^n$,

$$0 < c_1 \leq |\alpha_i(u,y)| \leq c_2 \leq \infty, i = 1, ..., n-1.$$

Hypothèse 4.5
Le système (4.21) est uniformément observable et la fonction $\varphi_1(u,y,x)$ est globalement Lipschitz par rapport à x et uniformément par rapport à u et y.

Hypothèse 4.6
Il existe une constante positive L_{11} telle que $\sup_{\theta_1 \geq 1} \left\| \Delta_1 \dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\Delta_1^{-1} \right\| \leq L_{11}$ avec $\dot{\Gamma}_1(u,y)$ fonction de u, y et de leurs dérivées temporelles.

L'hypothèse (4.4) induit que la matrice Γ_1 est non singulière, autrement dit, la matrice Γ_1 est inversible.

Un observateur Grand Gain pour le système (4.22) est construit de la même manière que pour le système (4.21).

Théorème 4.2 *Supposons que le système (4.21) satisfait les hypothèses 4.1-4.6, alors, pour $d = 0$, il existe θ_{10} tel que pour tout $\theta_1 > \theta_{10}$, le système (4.23) est un observateur à convergence exponentielle pour le système (4.21). De plus, quand d est non nul, le système (4.23) est un générateur de résidus pour le système (4.21).*

La stabilité de l'observateur Grand Gain (4.23) pour un système non linéaire sans défaut est prouvée dans [23, 44]. Nous étendons, dans nos travaux, l'étude de la stabilité de l'observateur Grand Gain aux systèmes non linéaires observables avec défaut. Nous montrons, dans la suite, la stabilité de l'observateur non linéaire Grand Gain (4.23) pour le sous-système non linéaire (4.21) soumis à un défaut d.

Étude de la stabilité de l'observateur Grand Gain pour un système non linéaire avec défaut [65, 67]

Nous définissons, à partir de (4.21) et (4.23), l'erreur d'estimation comme $e = x_1 - z_1$. Les dynamiques de l'erreur sont données par :

$$\dot{e} = \left(A_1(u,y) - \Gamma_1^{-1}(u,y)\Delta_1^{-1}K_1C_1\right)e + \varphi_1(u,y,z) - \varphi_1(u,y,x) + F_1(u,x)d \tag{4.24}$$

Le changement de coordonnées $\left[\tilde{e} = \Gamma_1(u,y)\Delta_1 e; \tilde{F}_1(u,x) = \Gamma_1(u,y)\Delta_1 F_1(u,x)\right]$ donne l'égalité :

$$\dot{\tilde{e}} = \theta_1\tilde{A}_1\tilde{e} + \dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\tilde{e} + G_1(u,y,z) - G_1(u,y,x) + \tilde{F}_1(u,x)d \tag{4.25}$$

avec

$$\begin{gathered}\tilde{A}_1 = \left\{\bar{A}_1 - K_1C_1\right\};\\ \Gamma_1(u,y)\Delta_1A_1(u,y)\left(\Gamma_1(u,y)\Delta_1\right)^{-1} = \theta_1\tilde{A}_1;\\ C_1\left(\Gamma_1(u,y)\Delta_1\right)^{-1} = \theta_1C_1;\\ \Gamma_1(u,y)\Delta_1(\varphi_1(u,y,z) - \varphi_1(u,y,x)) = G_1(u,y,z) - G_1(u,y,x).\end{gathered}$$

Remarque 4.4 *L'hypothèse (4.3) ($\|F_1(u,x)d\| \leq \nu_1$) entraîne la bornitude de la matrice $\tilde{F}_1(u,x)d$. Il existe alors une constante $\tilde{\nu}_1$ telle que $\left\|\tilde{F}_1(u,x)d\right\| \leq \tilde{\nu}_1$.*

Preuve du théorème 4.2

Soit, $V(\tilde{e}) = \tilde{e}^TP\tilde{e}$ une fonction de Lyapunov candidate de la dynamique (4.25) avec P, la matrice symétrique définie positive vérifiant la relation $P\tilde{A}_1 + \tilde{A}_1^TP = -I$.
De plus, $\|G_1(u,y,z) - G_1(u,y,x)\| \leq k_2\|\tilde{e}\|$ où k_2 est une constante Lipschitz.

La dérivée temporelle de $V(\tilde{e})$ le long de la trajectoire (4.25) s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{V}(\tilde{e},d) &= \tilde{e}^TP\left(\theta_1\tilde{A}_1\tilde{e} + \dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\tilde{e} + G_1(u,y,z) - G_1(u,y,x)\right)\\ &+ \left(\theta_1\tilde{A}_1\tilde{e} + \dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\tilde{e} + G_1(u,y,z) - G_1(u,y,x)\right)^TP\tilde{e}\\ &+ \left(\tilde{F}_1(u,x)d\right)^TP\tilde{e} + \tilde{e}^TP\tilde{F}_1(u,x)d.\end{aligned} \tag{4.26}$$

1. **Analyse de la condition de convergence ($d \neq 0$)**

   À partir des hypothèses (4.2), (4.3), (4.6) et la remarque (4.4), la dérivée temporelle de la fonction $V(\tilde{e})$ peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{e}, d) \quad &\leq -\theta_1 k_1 \|\tilde{e}\|_P^2 + L_{11} \|\tilde{e}\|_P^2 + k_2 \|\tilde{e}\|_P^2 + 2 \|\tilde{e}\|_P \left\| \tilde{F}_1(u,x) d \right\| \\ &\leq -\delta_1 \|\tilde{e}\|_P^2 + 2 \|\tilde{e}\|_P \tilde{\nu}_1. \end{aligned} \tag{4.27}$$

   avec $\|\tilde{e}\|_P^2 = \tilde{e}^T P \tilde{e}$, k_1 une constante positive et $\delta_1 = \theta_1 k_1 - L_{11} - k_2$.
   Pour $\delta_1 > 0$, avec $\|\tilde{e}\|_P$ mise en facteur, la relation (4.27) devient :

$$\dot{V}(\tilde{e}, d) \quad \leq \quad - \|\tilde{e}\|_P (\delta_1 \|\tilde{e}\|_P - 2\tilde{\nu}_1). \tag{4.28}$$

   Pour l'erreur d'estimation $\|\tilde{e}\|_P$ toujours supérieure à $\frac{2\tilde{\nu}_1}{\delta_1}$, la dérivée temporelle de $V(\tilde{e})$ sera négative. La stabilité de l'erreur d'estimation dépend donc de la condition $\|\tilde{e}\|_P > \frac{2\tilde{\nu}_1}{\delta_1}$. Cette condition repose sur le paramètre δ_1. Ce dernier dépendant, entre autres, de θ_1, il pourra être réglé de telle sorte que la condition sur l'erreur d'estimation soit remplie.
   La condition $\|\tilde{e}\|_P > \frac{2\tilde{\nu}_1}{\delta_1}$ ne garantit cependant pas la détection du défaut d. Pour que la détection du défaut d soit garantie, il faudrait que, en présence de défauts, l'erreur d'estimation ne tende pas vers zéro .

   Cela équivaut à déterminer la "condition d'instabilité" de l'observateur (4.23) par le calcul de la dérivée de (4.26) selon l'erreur d'estimation $\|\tilde{e}\|_P$. En présence de défaut, la "condition d'instabilité" assure la détection des défauts car l'erreur d'estimation $\|\tilde{e}\|_P$ ne s'annule jamais.

2. **Analyse de la condition de détection des défauts ($d \neq 0$)**

   La condition de détection des défauts pour l'observateur Grand Gain (4.23) est obtenue à travers la même démarche que pour l'observateur de type Kalman (4.8).

   La dérivée de $\dot{V}(\tilde{e}, d)$ (4.26) en fonction de l'erreur d'estimation $\tilde{e}$ donne la valeur de l'erreur d'estimation correspondant au point d'inflexion de la parabole $\dot{V}(\tilde{e})$ (Figure 4.1).

   Ainsi, en posant $\frac{\partial \dot{V}(\tilde{e},d)}{\partial \tilde{e}} = 0$, nous obtenons :

$$\tilde{e}_m = \psi_1^{-1} P \left(G_1(u,y,z) - G_1(u,y,x) + F_1(u,x) d \right). \tag{4.29}$$

   où $\psi_1 = \left\{ \theta_1 I_1 - P(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)) - \left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y) \right)^T P \right\}$.

La condition (4.29) garantit donc la détection du défaut d. Elle implique que l'occurrence d'un défaut induit la divergence de l'erreur d'estimation d'une boule de rayon $r_{min} = \tilde{e}_m$ non nul. En effet, la trajectoire de l'erreur d'estimation $\|\tilde{e}\|$ quitte la boule de rayon r_{min} (Figure 4.2). L'erreur d'estimation $\|\tilde{e}\|$ ne s'annule donc jamais en présence de défauts, ce qui garantit la détection des défauts.

De plus le rayon r_{min} de la boule dépend du défaut d. En effet, plus le défaut est important, plus le rayon de la boule sera grand, pour un paramètre θ_1 établi.

Remarque 4.5 *En présence de défauts, la convergence de l'observateur (4.23) est assurée par la condition sur l'erreur d'estimation donnée par l'équation (4.28). La détection est, quant à elle, assurée par la "condition d'instabilité" (4.29). Ainsi, en présence de défauts, les dynamiques de l'erreur convergent vers une boule de rayon* $r = \frac{2\nu_1}{\delta_1}$ *donné par l'équation (4.28). Elles ne convergent cependant jamais vers zéro grâce à la "condition d'instabilité" (4.29). En effet, elles sont rejetées d'une seconde boule de rayon* r_{min}*, comme le montre la figure 4.2.*

En outre, la vitesse de convergence de l'observateur (4.23) est réglable. Cela signifie que, à travers le réglage du gain de l'observateur, les dynamiques de cet observateur peuvent être rendues arbitrairement rapides.

Cependant, il est à noter le nécessaire compromis entre vitesse de convergence et atténuation des bruits de mesure et autres perturbations. En effet, plus les gains sont grands, plus vite l'observateur converge mais moins il atténue les bruits de mesure. Des gains trop élevés entraîneraient une reconstruction bruitée de l'état qui pourrait être inutilisable en pratique. Le réglage final de l'observateur tient compte de tous ces éléments.

4.4 Conclusion

Ce chapitre a porté sur la définition d'une stratégie pour le diagnostic des systèmes non linéaires. La stratégie que nous avons définie est basée sur l'utilisation d'observateurs non linéaires.

Nous avons synthétisé deux types d'observateurs pour un système non linéaire observable avec défauts. Un observateur de type Kalman d'une part et un observateur Grand Gain d'autre part ont été définis pour le diagnostic d'un système non linéaire observable. Nous avons supposé pour cela que les entrées sont régulièrement persistantes (définition 4.1).

Deux cas de figure se présentent. Le système non linéaire observable est "sain", autrement dit il n'est sujet à aucun défaut. Les observateurs sont stables et leur convergence est alors exponentielle. Les résidus générés à l'aide des observateurs sont alors nuls. Pour le second cas, le système non linéaire observable est sujet à un ou plusieurs défauts. Nous avons montré que les deux observateurs non linéaires choisis se comportent alors comme des générateurs de résidus. Ils génèrent des signaux qui serviront à détecter puis isoler les défauts. Plus précisément, nous avons étudié et prouvé la stabilité de l'observateur de

type Kalman puis de l'observateur Grand Gain lorsque le système (4.7) est sujet à un voire plusieurs défauts. Nous avons montré la convergence asymptotique de chacun des deux observateurs vers une erreur d'estimation (correspondant au résidu). Ainsi, chacun des deux observateurs fournit un résidu candidat pour le diagnostic de défauts.

L'étape suivante comprend l'application de cette technique au diagnostic des machines électriques.

Chapitre 5

Diagnostic de machines électriques avec capteur mécanique

La supervision des processus industriels vise à prévoir et anticiper les défauts pouvant entraîner des pannes plus sévères. De manière générale, en présence de défauts, la supervision des processus industriels est suivie d'une étape de maintenance, corrective ou préventive.

Le principal défi est de détecter les défauts assez tôt afin de procéder à la maintenance du processus défectueux et ainsi, d'une part, garantir la sûreté de fonctionnement pour les processus industriels et d'autre part, assurer la sécurité humaine.
La technique de diagnostic à l'aide d'observateurs non linéaires développée dans le chapitre précédent sera appliquée dans ce chapitre à deux sortes de machines électriques.

Les machines électriques étant généralement assignées à une tâche précise, diagnostiquer des défauts afin de prévenir des pannes futures constitue une étape nécessaire dans la supervision des processus industriels. Ce chapitre porte sur la détection de défauts pour d'une part une machine à courant continu série et d'autre part une machine asynchrone avec capteur de vitesse.

" La science ne connaît qu'une loi : la contribution scientifique." - Galileo Galilei

5.1 Introduction

Qu'elle soit à courant continu ou à courant alternatif, une machine électrique est soumise aux aléas de son fonctionnement, de l'environnement immédiat et de l'utilisation qui en est faite.

Ainsi, son omniprésence dans de nombreuses applications telles que le transport ferroviaire (train, métro), le transport naval (propulsion des navires) ou encore l'industrie (machines-outils) nécessite la mise en oeuvre de processus de supervision afin d'en garantir la sûreté de fonctionnement.

Cependant, de manière générale, les modèles mathématiques des dynamiques des machines électriques (machine à courant continu, machine synchrone ou asynchrone) comportent des termes non linéaires. Que ce soit à des fins de commande -calcul d'une loi de commande pour contrôler les machines électriques- ou pour le diagnostic des défauts, synthétiser des observateurs n'est donc pas chose aisée.

La technique de diagnostic de défauts développée dans le chapitre précédent sera appliquée dans un premier temps à une machine à courant continu série. Deux cas de figure pour les défauts seront envisagés. Les observateurs synthétisés serviront tout d'abord à la détection d'un puis de deux défauts paramétriques couplés avec une perturbation.

Les observateurs seront ensuite appliqués à la détection de défauts pour une machine asynchrone soumise à des courts-circuits statoriques, ces derniers se comportant comme des défauts capteurs. De plus, le couple de charge de la machine asynchrone τ_l sera considéré comme une perturbation dans les équations du modèle.

5.2 Diagnostic de défauts d'une machine à courant continu série

La machine à courant continu est dit série quand l'inducteur est connecté en série avec l'induit. Ceci implique que le courant dans l'induit i_a est égal au courant circulant dans l'inducteur i_f.
La machine à courant continu série a été et est encore largement répandue sur les engins pour la traction électrique, principalement grâce à son couple de démarrage élevé et à sa propriété d'autorégulateur de puissance.

5.2.1 Modèle de la machine à courant continu série

Avec les hypothèses suivantes [71] :
- le couple constant appliqué à la machine,
- le produit $L_a i_a$ est très petit devant le flux ϕ_f de l'inducteur,
- il n'y a pas de saturation du circuit magnétique, i.e, $\phi_f = L_f i_f = L_f i_a$,

la machine à courant continu série est décrite par les équations électrique et mécanique suivantes :

$$\Sigma : \left\{ \begin{array}{rcl} L\dot{i} & = & -Ri - K_m L_f i\Omega + u \\ J\dot{\Omega} & = & -D\Omega - K_m L_f i^2 - \tau_l \\ y & = & [i, \Omega]^T \end{array} \right. \tag{5.1}$$

avec Ω la vitesse angulaire, i le courant, u la tension de commande. R et L représentent respectivement la résistance et l'inductance, J est l'inertie de la machine et D le coefficient de friction visqueuse.

Le couple de charge τ_l agit comme une perturbation pour le système (5.1). Il est considéré, dans notre étude, comme une entrée inconnue.

Le système (5.1) est un système multisortie : la sortie y est de dimension 2 ($y \in \mathbb{R}^2$). Nous disposons de la mesure du courant i et de la vitesse angulaire Ω. Le modèle mathématique (5.1) comprend une non linéarité quadratique, ce qui complique la synthèse d'observateurs pour la commande et le diagnostic de la machine à courant continu série.

Le modèle (5.1) est du type des modèles (4.4) avec $\tilde{x} = [i, \Omega]^T$.
Les défauts à détecter consistent en une variation des paramètres R et L. Ces défauts sont de type multiplicatifs. Ils correspondent dans la réalité aux variations de résistance et d'inductance que peuvent causer les variations de température et les saturations magnétiques lors du fonctionnement de la machine à courant continu série.

Notre objectif est triple. L'observateur ainsi synthétisé servira :
- à l'estimation d'une grandeur non mesurée, le couple de charge,
- à la commande en vitesse de la machine à courant continu série,
- au diagnostic de défauts.

La validation se fera, en boucle fermée, pour deux cas de défauts paramètres. L'ensemble "Observateur + Commande" devra être, pour la surveillance et le diagnostic, sensible aux défauts et aider à la détection des défauts, tout en étant robuste aux défauts et aux perturbations pour la commande en vitesse de la machine à courant continu série.

Les objectifs sont la commande robuste avec une éventuelle adaptation de la commande et/ou reconfiguration de commande en cas de risques. La commande tolérante aux défauts ne sera pas traitée dans ce mémoire.

Une transformation sera appliquée aux équations du système (5.1). Cette transformation aura pour effet d'augmenter la sensibilité de l'observateur aux défauts. L'observateur sera, à contrario, robuste par rapport à la perturbation. La transformation modifiera l'influence des défauts : les défauts qui étaient, à l'origine, multiplicatifs dans les équations du système (5.1) deviendront additifs dans les équations du système transformé.

Les grandeurs estimées fournies par l'observateur seront utilisées pour la commande en vitesse de la machine à courant continu série. Nous commençons donc par la synthèse

d'une commande pour la machine à courant continu série.

5.2.2 Commande PI de la machine à courant continu série

L'objectif souhaité est la commande du courant i à partir de la vitesse Ω. Les grandeurs régulées sont donc la vitesse mécanique de la machine et le courant. Chacune de ces variables d'état est estimée grâce à l'observateur de type Kalman introduit dans le chapitre 4.

La commande en vitesse de la machine à courant continu est constitué de deux régulateurs de type Proportionnel Intégral (PI) classique en cascade : une boucle interne de courant et une boucle externe de vitesse.
Dans le modèle de la machine à courant continu série (5.1), les équations dynamiques du courant et de la vitesse comportent des termes non linéaires. La commande PI aura pour but de forcer la vitesse Ω puis le courant i à suivre des trajectoires de référence prédéfines tout en compensant les non linéarités du modèle (5.1).
La commande en tension ainsi obtenue est :

$$u = \frac{1}{L}\left(K_{iu}\int_0^t (i^* - i)dt + K_{pu}(i^* - i) + K_m L_f i\Omega\right). \tag{5.2}$$

Nous posons le changement de variable $\tilde{i} = \frac{K_m L_f}{J} i^2$. Cela induit le changement de variable $\tilde{i}^* = \frac{K_m L_f}{J} i^{*2}$
Le courant $\tilde{i}^*$ est la **nouvelle entrée de commande** du système (5.4). Il est donné par :

$$\tilde{i}^* = \frac{1}{J}\left(K_{ii}\int_0^t (\Omega^* - \Omega)(\tau)d\tau + K_{pi}(\Omega^* - \Omega) - J\dot{\Omega} - D\Omega - \hat{\tau}_l\right). \tag{5.3}$$

Si le correcteur de courant est réglé afin d'avoir une réponse rapide en courant, nous pouvons approximer l'ensemble modèle+correcteur par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} L\dot{i}^* \\ J\dot{\Omega}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Ri^* - K_m L_f i\Omega + u \\ -D\Omega^* - J\tilde{i}^* - \hat{\tau}_l \end{bmatrix}. \tag{5.4}$$

Remarque 5.1 *$\hat{\tau}_l$ est l'estimation du couple de charge, considéré comme une entrée inconnue au système (5.1). Cette estimation est fournie par l'observateur interconnecté de type Kalman synthétisé dans la section suivante.*

Nous synthétisons tout d'abord un régulateur de vitesse pour forcer la vitesse Ω à suivre sa référence Ω^*. Ce régulateur nous fournira, à son tour, la référence de courant $\tilde{i}^*$ nécessaire au régulateur de courant afin de générer une tension de commande u.

Synthèse du régulateur de vitesse

La référence du courant de commande $\tilde{i}^*$ a été définie par l'équation (5.3). L'erreur de poursuite de vitesse est donnée par :

$$e_\Omega(t) = \Omega^* - \Omega.$$

La dynamique de l'erreur de vitesse est donnée par :

$$\dot{e}_\Omega = -\frac{D}{J} e_\Omega - e_i. \tag{5.5}$$

Synthèse du régulateur du courant

La référence du courant de commande $\tilde{i}^*$ fourni par le régulateur de vitesse nous permet d'obtenir la tension de commande u (5.2).
L'erreur de poursuite du courant est donnée par :

$$e_i = \tilde{i}^* - \tilde{i}.$$

Dans (5.4), on remplace $\tilde{i}^*$ par son expression (5.3), alors la dynamique de l'erreur du courant est donnée par :

$$\dot{e}_i = K_{pi}\dot{e}_\Omega + K_{ii} e_\Omega. \tag{5.6}$$

Nous remplaçons, dans (5.6), $\dot{e}_\Omega$ par son expression (5.5). Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= K_{pi}(-\tfrac{D}{J} e_\Omega - e_i) + K_{ii} e_\Omega \\ &= (K_{ii} - \tfrac{K_{pi} D}{J}) e_\Omega - K_{ii} e_i. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Considérons le changement de coordonnées suivant :

$$\chi = \begin{pmatrix} e_i, & e_\Omega \end{pmatrix}^T. \tag{5.8}$$

La dynamique de l'erreur de poursuite de la vitesse (5.5) dans les nouvelles coordonnées est donnée par :

$$\dot{\chi} = \bar{A}\chi \tag{5.9}$$

où $\bar{A} = \begin{bmatrix} -K_{pi} & K_{ii} - \frac{K_{pi} D}{J} \\ -1 & -\frac{D}{J}. \end{bmatrix}$

Lemme 5.1 *Considérons le modèle (5.4) de la machine à courant continu série. Les sorties de régulateurs de courant et de vitesse sont donnés respectivement par (5.2) et (5.3), alors ces commandes sont telles que la vitesse et le courant convergent vers leurs trajectoires de référence. Plus précisément les erreurs de poursuite en vitesse et courant convergent asymptotiquement vers zéro.*

Preuve du lemme 5.1

Considérons une fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_c = \chi^T P \chi, \tag{5.10}$$

où $P\bar{A} + \bar{A}^T P = -Q$ avec $P > 0$ et $Q > 0$.
En considérant l'équation (5.9), la dérivée de la fonction V_c est donnée par :

$$\dot{V}_c = \chi^T (P\bar{A} + \bar{A}^T P)\chi = -\chi^T Q \chi. \tag{5.11}$$

Soient $\eta = \frac{\lambda_{min}(Q)}{\lambda_{max}(P)}$ avec $\lambda_{min}(Q)$ et $\lambda_{max}(P)$, respectivement, les valeurs propres minimale et maximale de Q et P [88].
L'équation (5.11) devient alors :

$$\dot{V}_c \leq -\eta \chi^T P \chi.$$

Il suit que :

$$\dot{V}_c \leq -\eta V_c.$$

V_c est bien une fonction de Lyapunov. Les erreurs de poursuite du courant et de la vitesse convergent asymptotiquement. La vitesse de convergence est obtenu par le réglage des coefficients $K_{pi}, K_{ii}, K_{pu}, K_{iu}$.

5.2.3 Synthèse de l'observateur de type Kalman

Dans cette partie, nous allons synthétiser un observateur de type Kalman pour le diagnostic de deux types de défauts de la machine à courant continu série.

Le premier type de défaut consiste en un défaut multiplicatif. L'observateur de type Kalman synthétisé réagit comme un générateur de résidus. La démonstration de la stabilité de l'observateur ainsi que la garantie de détection de défauts a été faite à la section 4.3.1 du chapitre précédent.

Le second type de défaut consiste en deux défauts multiplicatifs. Le système est alors étendu et nous considérons donc les défauts comme des entrées inconnues que l'observateur doit reconstruire. Le système est alors tolérant aux défauts. La démonstration de la convergence de l'observateur est donnée dans les lignes qui suivent.

Il n'existe pas, pour les systèmes non linéaires, de méthodes générales pour la synthèse d'observateurs. Pour synthétiser un observateur, le modèle de la machine à courant continu série (5.1), peut être réécrit sous la forme de deux sous-systèmes :

$$\Sigma_{1e} : \begin{cases} \dot{x}_{1e} &= A_{1e}(u,y)x_{1e} + \varphi_{1e}(u,y) \\ y_{1e} &= C_{1e}x_{1e} \end{cases} \tag{5.12}$$

$$\Sigma_{2e} : \begin{cases} \dot{x}_{2e} &= A_{2e}(u,y)x_{2e} + \varphi_{2e}(u,y) \\ y_{2e} &= C_{2e}x_{2e}. \end{cases} \tag{5.13}$$

Remarque 5.2 *Le choix des variables de chaque sous-système a été fait dans le but de découpler les défauts et les perturbations afin de faciliter le diagnostic. D'autres choix peuvent tout aussi bien être considérés pour représenter le système, pourvu qu'un observateur puisse être conçu. Le vecteur d'états x_{1e} contient les dynamiques du défaut tandis que le vecteur d'états x_{2e} contient les dynamiques de la perturbation. Les variables d'états x_{1e}, x_{2e} ainsi que les matrices A_{1e}, A_{2e}, $\varphi_{1e}(u,y)$ et $\varphi_{2e}(u,y)$ sont définies en section 5.2.5.*

Au vue des matrices A_{1e} et A_{2e} définies en section 5.2.5, chaque sous-système (5.12-5.13) satisfait les propriétés pour la synthèse d'un observateur de type Kalman définies dans le chapitre 4.

Objectif : ***Notre objectif est de construire un observateur pour le sous-système (5.12) pour estimer les variables mécaniques x_{2e} et un observateur pour le sous-système (5.13) pour reconstruire les variables électriques x_{1e} afin de détecter les défauts paramètres multiplicatifs.***

Les défauts d à détecter consistent, dans un premier temps, en une variation paramétrique de la résistance δR puis dans un second temps, en une variation paramétrique de l'inductance δL qui s'ajoute à la précédente variation paramétrique δR. Le couple de charge τ_l constitue dans les deux cas une perturbation au système (5.1).
Les défauts à détecter sont multiplicatifs. Nous appliquons, pour chaque cas, une transformation d'état au système originel (5.1). Cette transformation a pour but de transformer les défauts multiplicatifs en des défauts additifs.
Nous procédons à la synthèse d'un observateur pour chaque sous-système satisfaisant la propriété d'entrées régulièrement persistantes et connues pour Σ_{1e} et Σ_{2e}(définition 4.1, chapitre 4). Nous posons également l'hypothèse suivante :
Les observateurs pour les sous-systèmes (5.12) et (5.13) sont donnés par :

$$O_{1e} : \left\{ \begin{array}{ll} \dot{z}_{1e} & = A_{1e}(u,y)z_{1e} + \varphi_{1e}(u,y) - K_1 C_{1e}(z_{1e} - x_{1e}) \\ \dot{S}_1 & = -\theta_1 S_1 - A_{1e}^T S_1 - S_1 A_{1e} + C_{1e}^T C_{1e} \\ \hat{y}_{1e} & = C_{1e} z_{1e} \end{array} \right. \tag{5.14}$$

$$O_{2e} : \left\{ \begin{array}{ll} \dot{z}_{2e} & = A_{2e}(u,y)z_{2e} + \varphi_{2e}(u,y) - K_2 C_{2e}(z_{2e} - x_{2e}) \\ \dot{S}_2 & = -\theta_2 S_2 - A_{2e}^T S_2 - S_2 A_{2e} + C_{2e}^T C_{2e} \\ \hat{y}_{2e} & = C_{2e} z_{2e} \end{array} \right. \tag{5.15}$$

où z_{1e} et z_{2e} représentent les variables d'état estimées, respectivement pour x_{1e} et x_{2e} ; θ_1 et θ_2 sont des constantes positives ; S_1 et S_2 sont des matrices définies positives ; K_1 et K_2 sont les gains des observateurs obtenus respectivement par $K_1 = S_1^{-1} C_{1e}^T$ et $K_2 = S_2^{-1} C_{2e}^T$ [6].

La preuve de stabilité de l'observateur en boucle fermée, en présence de défauts, suit.

Étude de la stabilité des observateurs (5.14) et (5.15)

Nous nous intéressons à la preuve de la stabilité des observateurs (5.14) et (5.15). À partir de (5.12), (5.13), (5.14) et (5.15), nous définissons les erreur d'estimation comme $e_1 = x_{1e} - z_{1e}$ et $e_2 = x_{2e} - z_{2e}$. Les dynamiques de l'erreur sont données par :

$$\begin{array}{l} \dot{e_1} = \left(A_{1e}(u,y) - S^{-1}C_{1e}^T C_{1e}\right) e_1 \\ \dot{e_2} = \left(A_{2e}(u,y) - S^{-1}C_{2e}^T C_{2e}\right) e_2 \end{array} \tag{5.16}$$

Soit, $V_o = V_1 + V_2$ une fonction de Lyapunov candidate, où V_1 et V_2 sont respectivement la fonction de Lyapunov candidate de chaque dynamique de (5.16) avec $V_1 = e_1^T S_1 e_1$ et $V_2 = e_2^T S_2 e_2$.
Nous calculons la dérivée temporelle de V_o, et en utilisant les expressions (5.14), (5.15) et (5.16) nous obtenons :

$$\dot{V}_o = e_1^T \left\{-\theta_1 S_1 - C_{1e}^T C_{1e}\right\} e_1 + e_2^T \left\{-\theta_2 S_2 - C_{2e}^T C_{2e}\right\} e_2. \tag{5.17}$$

La relation (5.17) peut aussi s'écrire :

$$\dot{V}_o = -\theta_1 e_1^T S_1 e_1 - \left\|C_{1e} e_1\right\|^2 - \theta_2 e_2^T S_2 e_2 - \left\|C_{2e} e_2\right\|^2.$$

La relation ci-dessus implique l'inégalité suivante :

$$\begin{array}{rcl} \dot{V}(e) & \leq & -\theta_1 e_1^T S_1 e_1 - \theta_2 e_2^T S_2 e_2 \\ & \leq & -\theta_1 V_1 - \theta_2 V_2. \end{array} \tag{5.18}$$

Nous posons $\theta = min(\theta_1, \theta_2)$. Il suit que

$$\begin{array}{rcl} \dot{V}_o & \leq & -\theta(V_1 + V_2) \\ & \leq & -\theta V_o. \end{array} \tag{5.19}$$

L'inégalité (5.19) est satisfaite pour un choix adéquat de θ_1 et θ_2. V_o est une fonction de Lyapunov dans le sens où un choix approprié de θ_1 et θ_2 assure que $\dot{V}_o \leq 0$. La convergence asymptotique de l'erreur d'estimation est subordonnée au choix de θ_1 et θ_2.

Les systèmes (5.14) et (5.15) sont des observateurs à convergence exponentielle pour les systèmes (5.12) et (5.13).

Nous développons dans la section ci-dessous la preuve de la convergence globale de l'ensemble "observateur+commande PI".

5.2.4 Analyse de la stabilité en boucle fermée

Le couple de charge n'étant pas mesuré, nous le remplaçons dans le régulateur de vitesse défini par (5.3) par son estimée donnée par l'observateur cascade ((5.14)-(5.15)) présenté ci-dessus.

Les sous-systèmes (5.12)-(5.13) vérifient l'hypothèse 4.1.

Lemme 5.2 *Le système (5.14)-(5.15) est un observateur pour le système (5.12)-(5.13). Considérons le modèle (5.1) de la machine à courant continu série. Si les régulateurs de courant et de vitesse utilisant les variables estimées (5.14)-(5.15) sont donnés respectivement par (5.2) et (5.3), alors les erreurs de poursuites en vitesse et en courant du système bouclé convergent asymptotiquement vers zéro, et ce avec ou sans défaut.*

Preuve du lemme 5.2

Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\begin{array}{rcl} V_{oc} & = & V_o + V_c \\ & = & e_1^T S_1 e_1 + e_2^T S_2 e_2 + \chi^T P \chi \end{array} \tag{5.20}$$

$V_o = e_1^T S_1 e_1 + e_2^T S_2 e_2$ et $V_c = \chi^T P \chi$ sont des fonctions de Lyapunov associées respectivement à l'observateur cascade et à la commande définie ci-dessus.
De l'inégalité (5.19), nous savons que $\dot{V}_o \leq -\theta V_o$. La dérivée de V_{oc} (5.20) est donnée par :

$$\dot{V}_{oc} \leq -\theta V_o - \eta V_c.$$

Soit $\delta_{oc} = min(\theta, \eta)$.
La dérivée de V_{oc} devient :

$$\dot{V}_{oc} \leq -\delta_{oc} V_{oc}. \tag{5.21}$$

Par un choix approprié de θ_1, θ_2 et η, V_{oc} est une fonction de Lyapunov. Par conséquent, les erreurs de poursuites en courant et en vitesse convergent asymptotiquement vers zéro.

5.2.5 Diagnostic de défauts d'une machine à courant continu série

Application au diagnostic d'un défaut multiplicatif et d'une perturbation

Nous considérons une variation de la résistance R comme le défaut d à détecter et le couple de charge τ_l comme la perturbation ϵ.
Au travers de la transformation non linéaire suivante $x = T(\tilde{x})$ avec $x = \begin{pmatrix} ln\ \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix}$, le système (5.1) est équivalent au système :

$$\Sigma : \left\{ \begin{array}{rcl} L\dot{x}_1 & = & -(R + \delta R) - K_m L_f y_2 + \frac{u}{y_1} \\ J\dot{x}_2 & = & -Dx_2 - K_m L_f y_1^2 - \tau_l, \end{array} \right. \tag{5.22}$$

Grâce à la transformation de sortie appliquée, les nouvelles sorties (y_1, y_2) s'écrivent :

$$\begin{aligned} y_1 &= ln\ \tilde{x_1} \\ y_2 &= \tilde{x_2}, \end{aligned} \tag{5.23}$$

et le système (5.22) peut être vu comme deux sous-systèmes, chacun satisfaisant les conditions pour la synthèse d'un observateur de type Kalman.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1(u,y)x_1 + \varphi_1(u,y) + F_1(u,x)d \\ y_1 &= C_1 x_1 \\ \dot{x}_{2e} &= A_{2e}(u,y)x_{2e} + \varphi_{2e}(u,y) \\ y_{2e} &= C_{2e}x_{2e}. \end{aligned}$$

Alors le sous-système électrique s'écrit de la forme suivante :

$$\dot{x}_1 = A_1(u,y)x_1 + \varphi_1(u,y) + F_1(u,x)d$$

avec $x_1 = i$, $A_1(u,y) = -\frac{R}{L}$; $\varphi_1(u,y) = -\frac{K_m L_f}{L}y_2 + \frac{u}{Ly_1}$ et $F_1(u,x)d = -\frac{\delta R}{L}$.

La sortie mesurée pour le sous-système électrique est $y_1 = i$.
Le sous-système mécanique est, quant à lui donné par :

$$\dot{x}_{2e} = \begin{pmatrix} -\frac{D}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x_{2e} + \begin{pmatrix} \frac{K_m L_f}{J} y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec $x_{2e} = (\Omega, \tau_l)^T$, le vecteur d'état étendu, τ_l la perturbation vue comme une entrée inconnue, $A_{2e}(u,y) = \begin{pmatrix} -\frac{D}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\varphi_{2e}(u,y) = \begin{pmatrix} \frac{K_m L_f}{J} y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}$.
La sortie mesurable est donnée par $y_2 = \Omega, (C_{2e} = [1\ \ 0])$.

Remarque 5.3 *Les matrices $\varphi_1(u,y)$ et $\varphi_{2e}(u,y)$ définies ci-dessus sont uniformément Lipschitz par rapport à (u,y).*

Un observateur pour le premier sous-système est donné par

$$\dot{z}_1 = -\frac{R}{L}z_1 - \frac{K_m L_f}{L}y_2 + \frac{u}{Ly_1} - k_1(z_1 - x_1).$$

Un observateur pour le sous-système mécanique s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = &\begin{pmatrix} -\frac{D}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z_2 + \begin{pmatrix} \frac{K_m L_f}{J} y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &- \begin{pmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{pmatrix} (z_2 - x_{2e}). \end{aligned}$$

Application au diagnostic de deux défauts multiplicatifs couplés avec une perturbation

Nous considérons, en plus de la précédente variation de la résistance R, une variation de l'inductance L comme le second défaut à détecter. Le couple de charge est considéré ici aussi comme la perturbation.

En présence des défauts multiplicatifs, le système (5.1) s'écrit

$$\Sigma : \left\{ \begin{array}{rcl} (L+\delta L)\dot{x}_1 & = & -(R+\delta R) - K_m L_f y_2 + \frac{u}{y_1} \\ J\dot{x}_2 & = & -Dx_2 - K_m L_f y_1^2 - \tau_l, \end{array} \right. \tag{5.24}$$

Au travers de la transformation suivante $x = T(\tilde{x})$ avec
$x = \begin{pmatrix} L\ ln\ \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix}$, le système (5.24) est équivalent au système :

$$\Sigma : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_1 & = & -(R+\delta R) - K_m L_f y_2 + \frac{u}{y_1} \\ J\dot{x}_2 & = & -Dx_2 - K_m L_f y_1^2 - \tau_l. \end{array} \right. \tag{5.25}$$

Grâce à la transformation de sortie appliquée, les nouvelles sorties (y_1, y_2) s'écrivent :

$$\begin{array}{rcl} y_1 & = & L\ ln\ \tilde{x_1} \\ y_2 & = & \tilde{x_2}. \end{array} \tag{5.26}$$

Le système (5.25) peut alors être vu comme deux sous-systèmes, chacun satisfaisant les conditions pour la synthèse d'un observateur de type Kalman.

$$\begin{array}{l} \dot{x}_{1e} = A_{1e}(u,y)x_{1e} + \varphi_{1e}(u,y) \\ y_{1e} = C_{1e}x_{1e} \\ \dot{x}_{2e} = A_{2e}(u,y)x_{2e} + \varphi_{2e}(u,y) \\ y_{2e} = C_{2e}x_{2e} \end{array}$$

où le sous-système électrique est de la forme

$$\dot{x}_{1e} = A_{1e}(u,y)x_{1e} + \varphi_{1e}(u,y)$$

avec $x_{1e} = (i, R)^T$, le vecteur d'état étendu, R étant la résistance, considérée ici comme une entrée inconnue, $A_{1e}(u,y) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\varphi_{1e}(u,y) = \begin{pmatrix} -K_m L_f y_2 + \frac{u}{y_1} \\ 0 \end{pmatrix}$.
La sortie mesurée est $y_1 = i, (C_{1e} = [1\ \ 0])$.
Le sous-système mécanique est donné par

$$\dot{x}_{2e} = \begin{pmatrix} -\frac{D}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x_{2e} + \begin{pmatrix} \frac{K_m L_f}{J} y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

où $x_{2e} = (\Omega, \tau_l)^T$, $A_{2e}(u,y) = \begin{pmatrix} -\frac{D}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\varphi_{2e}(u,y) = \begin{pmatrix} \frac{K_m L_f}{J} y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}$, avec comme sortie mesurée $y_2 = \Omega$.

Remarque 5.4 *Les matrices $\varphi_{1e}(u,y)$ et $\varphi_{2e}(u,y)$ définies ci-dessus sont uniformément Lipschitz par rapport à (u,y).*

Un observateur pour le sous-système électrique peut s'écrire

$$\dot{z}_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z_1 + \begin{pmatrix} -K_m L_f y_2 + \frac{u}{y_1} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ k_2 & 0 \end{pmatrix} (z_1 - x_{1e})$$

Un observateur pour le sous-système mécanique est donné par :

$$\dot{z}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{D}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z_2 + \begin{pmatrix} \frac{K_m L_f}{J} y_1^2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{pmatrix} (z_2 - x_{2e})$$

L'inductance L est reconstruite à partir de la mesure du courant et du courant estimé suivant la relation :

$$\hat{L} = \frac{\hat{i}}{ln\ i} \tag{5.27}$$

5.2.6 Résultats de simulation "observateur+commande" pour le diagnostic

Définition du protocole de tests pour le diagnostic de la machine à courant continu série

L'algorithme "observateur + commande" défini dans la partie précédente est appliqué à une machine à courant continu série aux caractéristiques suivantes (tableau 5.1).

Résistance R	7,2 Ω
Inductance L	0,0917 H
Inertie J	0,0007046 $Nm/rad/s^2$
Coefficient de friction visqueuse D	0,0004 $Nm/rad/s$
$K_m L_f$	0,1236 $Nm/Wb.A$

TAB. 5.1: Paramètres de la machine à courant continu série

La période d'échantillonnage de la simulation est égale à $500\mu s$.

Le couple de charge est appliqué à basse vitesse (de $t = 1.5s$ à $t = 3.5s$) et à haute vitesse (à partir de $t = 6s$) comme le montre la figure 5.1.

La figure 5.1 illustre les trajectoires de référence de vitesse ainsi que l'amplitude et les instants d'application du défaut d et de la perturbation ϵ.

Les résultats des essais pour le diagnostic de défaut de la machine à courant continu série sont donnés par les figures 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 qui montrent bien les performances de l'observateur cascade de type Kalman associé à une commande PI. Ces figures montrent l'estimation de la vitesse, du courant, de la résistance de l'inductance ainsi que les vecteurs d'erreurs respectifs.

Résultats de simulations

Les figures (Fig. 5.2, 5.3) illustrent le premier cas. La figure 5.2 représente le courant et la vitesse mesurés et observés.

Pour ce premier test, le défaut à détecter est une variation abrupte de seulement 10% de la résistance. La nouvelle expression de la résistance R_d est donnée par $R_d = R + \delta R$, δR étant la variation. Le défaut est appliqué à $t = 4s$.

L'observateur synthétisé pour ce premier cas de défaut n'estime pas les paramètres de la machine à courant continu série.

L'écart entre le courant estimé et le courant mesuré que nous constatons sur les figures (5.2, 5.3) indique l'occurrence d'un défaut.

La vitesse et le couple de charge estimés (Fig. 5.2, 5.3) convergent vers leurs valeurs réelles (mesure de vitesse).

L'observateur est sensible au défaut grâce à la transformation d'état appliquée aux équations du système (5.22). L'observateur est construit à partir des équations du système sans défaut. La mesure fournit l'information du défaut. Le résidu du courant (Fig. 5.3), généré suivant l'expression (4.8) indique l'occurrence du défaut. L'indication de l'instant d'occurrence du défaut est donnée par la différence entre le courant mesuré et le courant estimé.

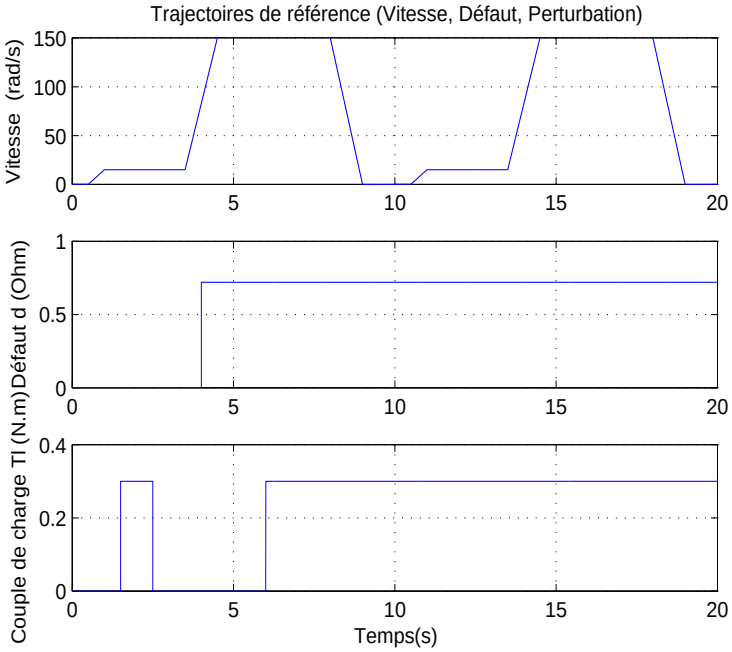

FIG. 5.1: Trajectoires de référence pour la vitesse Ω, le défaut d et la perturbation τ_l.

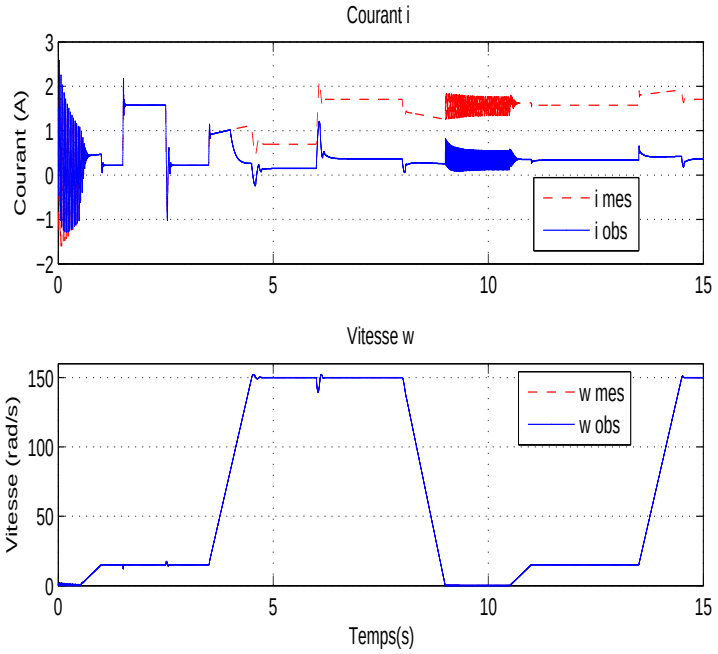

FIG. 5.2: Vecteur courant i et vitesse Ω mesurés et observés.

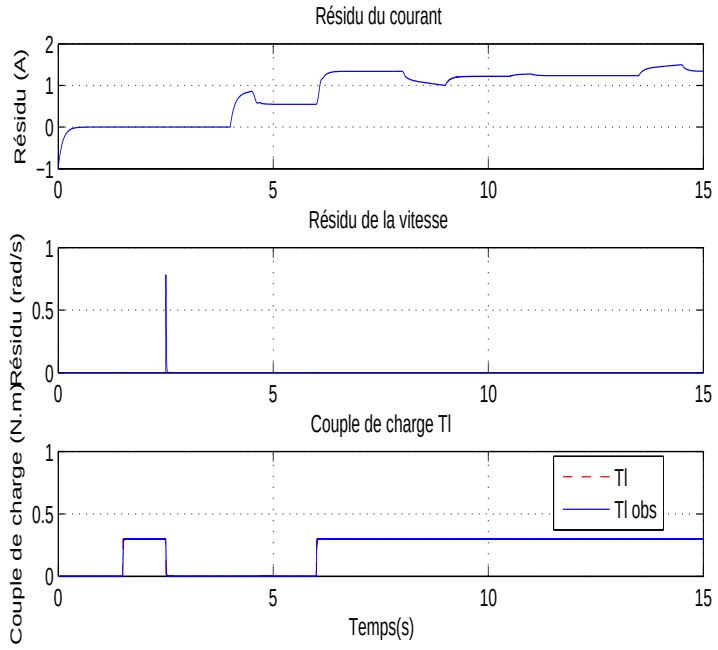

FIG. 5.3: Résidus du courant et de la vitesse. Couple de charge τ_l observé et de référence.

Le second test (Fig. 5.4, 5.5, 5.6) consiste en une variation de 20% de l'inductance L qui s'ajoute à la précédente variation de résistance. Par ailleurs, le couple de charge est considéré comme une perturbation au système (5.25).

La transformation d'état appliquée au système (5.1) permet de découpler défaut et perturbation. En effet, grâce à la transformation, le système (5.1) s'écrit sous la forme de deux sous-systèmes, l'un des deux étant sensible au défaut et insensible à la perturbation (5.25). La transformation appliquée facilite ainsi la détection de défauts pour le système (5.25). Nous synthétisons un ensemble d'observateurs à entrées inconnues. Cet ensemble d'observateurs servira à la reconstruction du courant et de la vitesse mais aussi à l'estimation de certains paramètres de la machine à courant continu série.

La vitesse (Fig. 5.4) et le couple de charge (Fig. 5.5) sont encore une fois bien estimés. L'observateur synthétisé fournit une estimation correcte des paramètres de la machine (Fig. 5.5 et 5.6).

En effet, en dépit des défauts et de la perturbation, le courant estimé converge vers le courant mesuré (Fig. 5.4).

Grâce à la boucle fermée que constitue l'ensemble "observateur+commande", le système (5.25) est robuste et tolérant à la fois aux défauts et à la perturbation.

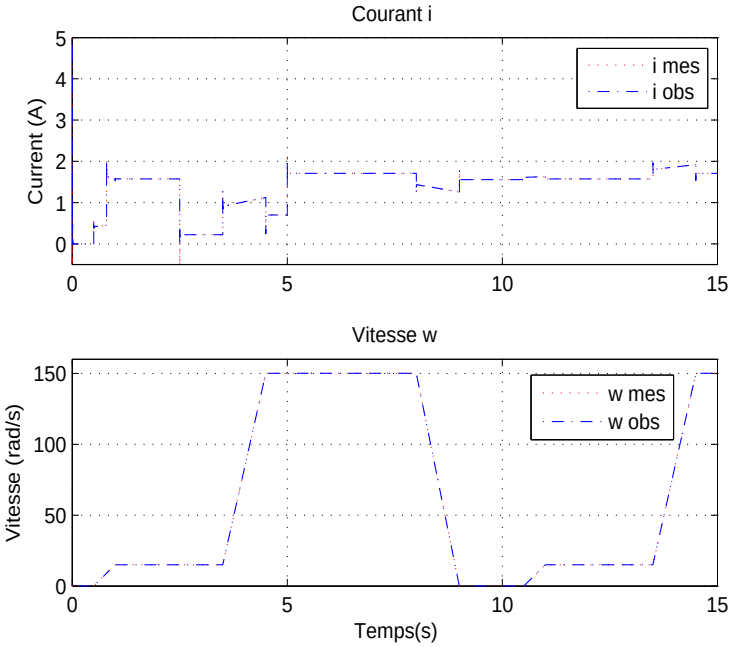

FIG. 5.4: Courant i et vitesse Ω mesurés et observés.

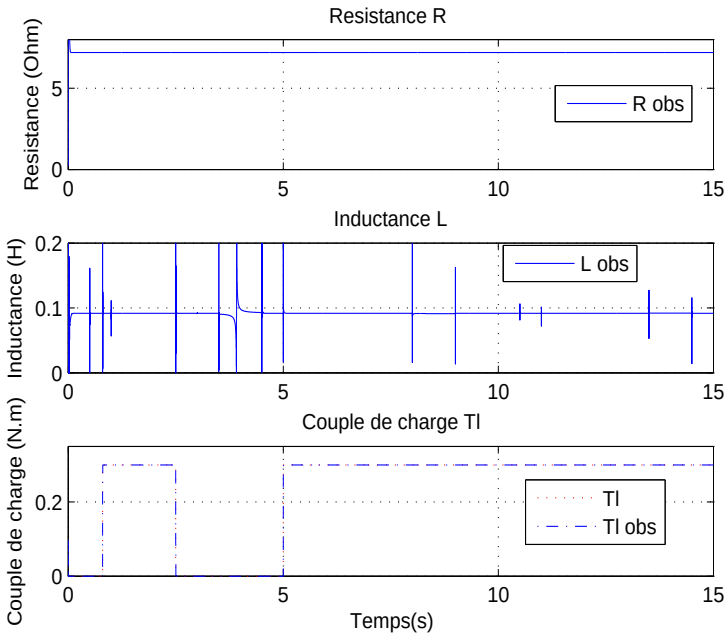

FIG. 5.5: Paramètres de la machine (R, L) estimés et couple de charge τ_l.

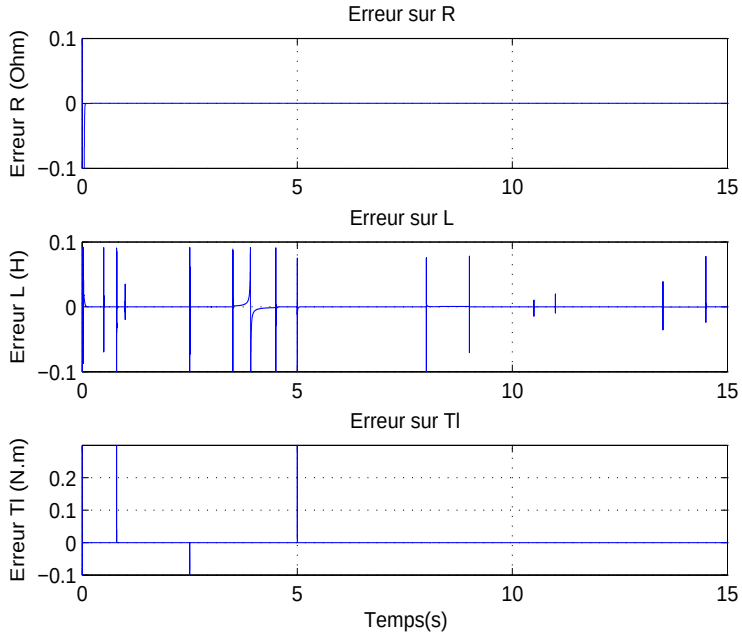

FIG. 5.6: Vecteur des erreurs pour les paramètres (R, L) et le couple de charge τ_l.

Conclusion

Dans cette section, nous avons synthétisé un observateur pour le diagnostic à travers une transformation d'état couplée avec une transformation de sortie.

L'observateur a ensuite été appliqué à une machine à courant continu série pour le diagnostic de différents cas de défauts multiplicatifs. Les défauts multiplicatifs ont été transformés en défauts additifs grâce à une transformation non linéaire.

Pour le premier cas (*un défaut et une perturbation*), l'observateur a agi comme un générateur de résidus. Les résidus générés sont fonctions des sorties estimées et des sorties mesurées.

Pour le second cas de défauts multiples avec une perturbation, en plus d'estimer la vitesse et le courant, l'observateur a ausi servi à l'estimation des paramètres du système.
La méthode a montré sa sensibilité aux défauts pour le diagnostic tout en étant robuste par rapport aux défauts, perturbations et incertitudes paramétriques pour la commande.

Dans la section suivante, nous appliquons une méthode similaire pour le diagnostic d'une machine asynchrone avec capteur.

L'observabilité de la machine asynchrone ayant été maintes fois étudiée de par le passé ([19, 42, 96]), dans ce chapitre, nous concentrons nos travaux sur le diagnostic de la machine asynchrone avec défauts. Nous nous inspirons de ([23, 96]) pour étendre les résultats de synthèse de commande et d'observateur pour une machine asynchrone au

diagnostic de cette machine.

Nous couplons donc l'observateur synthétisé pour le diagnostic à la commande sans capteur dela machine asynchrone développée dans [96]. L'observateur servira non seulement à la commande sans capteur de la machine asynchrone et mais aussi au diagnostic de défauts.

5.3 Observation et Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone avec capteur

Appartenant à la catégorie des machines dites à courant alternatif, une machine asynchrone ou moteur à induction est constituée d'une partie fixe, le stator constitué d'enroulements reliés à une source, et d'une partie mobile, le rotor. Le rotor d'une machine asynchrone, qui est le plus souvent couplé en court-circuit peut être bobiné ou à cage d'écureuil.

Une machine asynchrone peut être représentée sous la forme d'un modèle d'état en définissant le vecteur d'état x, le vecteur d'entrée u et le vecteur de sortie y. Le flux de la machine asynchrone est difficilement accessible. Le vecteur de sortie mesurée est donc constituée des courants statoriques et de la vitesse.

Le couple de charge, vu comme une entrée inconnue, sera considéré dans la suite de nos travaux comme une variable d'état afin de l'estimer.

Le modèle d'état d'une machine asynchrone est généralement disponible dans un repère triphasé (a, b, c). Il peut cependant être défini dans d'autres repères : le repère diphasé fixe (α, β) lié au stator, le repère (d, q) tournant à la pulsation ω_s, le repère tournant (d, q) lié au flux. Pour passer d'un repère à l'autre, une transformation est appliquée.

La transformation de Concordia permet le passage d'un repère triphasé fixe à repère diphasé fixe :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = {T_{32}}^T \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{5.28}$$

où $T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$.
La transformation inverse s'écrit directement $x_{abc} = T_{32} x_{\alpha\beta}$.

La transformation de Park permet le passage d'un repère diphasé fixe à repère diphasé tournant. Elle se fait à l'aide de la matrice de Park P.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P(-\xi) \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

où $P(\xi) = \begin{bmatrix} \cos\xi & -\sin\xi \\ \sin\xi & \cos\xi \end{bmatrix}$.
La transformation inverse s'obtient facilement $x_{\alpha\beta} = P(\xi)x_{dq}$ car $P(-\xi) = P(\xi)^{-1} = P(\xi)^T$.
Dans la suite de nos travaux, nous choisissons d'exprimer le modèle d'état de la machine asynchrone d'abord dans le repère dq tournant à la pulsation ω_s puis dans le repère tournant dq orienté selon le flux rotorique ϕ_{rd}.
Le vecteur d'entrée est composé des tensions statoriques. Le vecteur d'état est constitué des grandeurs électriques (courants), grandeurs magnétiques (flux) et grandeur mécanique (vitesse).

5.3.1 Modèle d'état dans le repère tournant dq

Dans ce repère, le vecteur d'état x, le vecteur d'entrée u et le vecteur de sortie y sont respectivement :

$$x_{dq} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \Omega \end{bmatrix}.$$

Les équations de la machine asynchrone dans le repère dq tournant à la pulsation ω_s sont :

$$\begin{aligned} \dot{i}_{sd} &= -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} + m_1 u_{sd} \\ \dot{i}_{sq} &= -\omega_s i_{sd} - \gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} + ba\phi_{rq} + m_1 u_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} &= aM_{sr} i_{sd} - a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} \\ \dot{\phi}_{rq} &= aM_{sr} i_{sq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} - a\phi_{rq} \\ \dot{\Omega} &= m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega - \tfrac{1}{J} T_l \end{aligned} \tag{5.30}$$

Les paramètres a, b, c, γ, σ, m et m_1 sont définis par :

$a = \frac{R_r}{L_r}$, $\quad b = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}$, $\quad c = \frac{f_v}{J}$

$\gamma = \frac{L_r^2 R_s + M_{sr}^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}$, $\quad \sigma = 1 - \frac{M_{sr}^2}{L_s L_r}$, $\quad m = \frac{pM_{sr}}{JL_r}$,

$m_1 = \frac{1}{\sigma L_s}$, $\quad m_2 = \frac{M_{sr}^2}{\sigma L_s L_r^2}$.

Le modèle non linéaire d'état de la machine asynchrone dans un repère tournant dq est :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} \\ -\omega_s i_{sd} - \gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} + ba\phi_{rq} \\ aM_{sr} i_{sd} - a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} \\ aM_{sr} i_{sq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} - a\phi_{rq} \\ m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

Dans le modèle (5.31), le couple de charge T_l est considéré comme une perturbation. Il est nécessaire d'estimer le couple de charge dans le cadre du diagnostic de défauts. Le vecteur d'état x est étendu en introduisant le couple de charge T_l comme variable d'état.

Nous supposons que le couple de charge et sa dérivée temporelle sont bornés. L'équation différentielle correspondante est :

$$\frac{d(T_l)}{dt} < \tau \tag{5.32}$$

En particulier, ici $\dot{T}_l = 0$.

Le modèle d'état non linéaire étendu de la machine asynchrone dans le repère tournant dq est :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} \\ -\omega_s i_{sd} - \gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} + ba\phi_{rq} \\ aM_{sr} i_{sd} - a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} \\ aM_{sr} i_{sq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} - a\phi_{rq} \\ m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega - \frac{1}{J} T_l \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} \tag{5.33}$$

avec $x_{edq} = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \phi_{rd} & \phi_{rq} & \Omega & T_l \end{bmatrix}^T$. De plus, il existe un domaine physique D d'opération de la machine asynchrone défini par l'ensemble des valeurs D :
$D = \{X \in R^6 \mid |\phi_{rd}| \leq {\Phi_d}^{max}, |\phi_{rq}| \leq {\Phi_q}^{max}, |i_{sd}| \leq {I_d}^{max}, |i_{sq}| \leq {I_q}^{max}, |\Omega| \leq \Omega^{max}, T_l \leq {T_l}^{max}\}$

où $[{\Phi_d}^{max}, {\Phi_q}^{max}, {I_d}^{max}, {I_q}^{max}, \Omega^{max}, {T_l}^{max}]$ sont respectivement les valeurs maximales pour les flux, courants, vitesse et couple de charge. En outre, les paramètres de la machine sont connus avec une certaine précision.

5.3.2 Modèle de la machine asynchrone avec défaut

Reconnue par tous pour sa robustesse et sa simplicité d'entretien, une machine asynchrone n'est cependant pas exempte de défauts, électriques ou mécaniques. Ces pannes aussi diverses que variées touchent indifféremment autant le rotor que le stator.

Ainsi les pannes les plus fréquentes pour une machine asynchrone avec un rotor à cage d'écureuil sont :

- une rupture partielle ou totale d'une barre du rotor,
- une rupture au niveau de l'anneau du rotor,
- un défaut d'isolation électrique au niveau du bobinage du stator, principalement due au vieillissement prématuré de la machine quand utilisée dans un milieu inadéquat, qui peut entraîner soit un court-circuit franc soit une résistance faible entre les bobinages.

Nous considérons dans ce mémoire les courts-circuits statoriques comme défauts à détecter. De nombreuses études ont porté sur l'analyse du comportement des défauts de type court-circuit statorique ([18, 60, 81, 82, 87]).

Modèle des défauts

Tout comme la machine asynchrone, les courts-circuits statoriques peuvent être modélisés aussi bien dans le repère triphasé (a, b, c) ([18]) que le repère tournant (d, q) ([81, 82]).

Pour la suite de nos travaux, nous choisissons la représentation dans le repère (d, q) tournant à la pulsation ω_s. L'avantage de ce choix réside dans l'implémentation de l'observateur.

Dans le repère tournant dq, les courts-circuits statoriques induisent des courants de court-circuit. Ces courants de court-circuit sont considérés comme des biais qui s'ajoutent aux courants i_{park}.
Les nouvelles mesures de courants modifieront donc les dynamiques du système (5.33) dans le sens où les équations du système (5.33) dépendent des mesures de courants.

Le court-circuit statorique est une fonction du nombre de spires en court-circuit n_{cc} et de la position de la phase concernée $p\gamma$. n_{cc} et $p\gamma$ permettront tous deux d'isoler le défaut lors de la phase d'isolation.

Les équations du vecteur des courants statoriques sont données par [81] :

$$i_{sdq} = i_{park(dq)} + i_{scdq} \tag{5.34}$$

où $i_{park(dq)}$ dénote les courants statoriques sans défaut. Les courants de courts-circuits i_{scdq} s'écrivent

$$i_{scdq} = \Lambda(u)d = \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix} d \tag{5.35}$$

avec d le rapport du nombre de spires en court-circuit sur le nombre total de spires $d = \frac{n_{cc}}{n_s}$; $\Lambda(u) = \frac{2}{3R_s} P(-\xi)Q(p\gamma)P(\xi)u_{sdq}$,

$$Q(p\gamma) = \begin{pmatrix} cos^2(p\gamma) & cos(p\gamma)sin(p\gamma) \\ cos(p\gamma)sin(p\gamma) & sin^2(p\gamma) \end{pmatrix},$$

pour $p\gamma \in [0, 2\pi/3, 4\pi/3]$.
$P(\xi)$ est la matrice de Park (5.29).

Ainsi, un court-circuit statorique est vu comme un défaut additif au vecteur des courants. Dans la suite du mémoire d indique les défauts.

Nous verrons plus loin que ce type de défaut additif ne modifie pas l'observabilité du système originel.

Remarque 5.5 *$p\gamma$ est l'angle qui définit la phase où le défaut est apparu.*

Modèle de la machine asynchrone avec défauts

Les défauts de court-circuit statorique se comportent comme des biais sur les courants. Le modèle de la machine asynchrone avec défauts (5.33), peut donc être réécrit sous la forme suivante :

$$\Sigma_{def} : \begin{cases} \dot{x} = A(u,y)x + \varphi(u,y,x) + E\epsilon + F(u,x)d \\ y = Cx, \end{cases} \tag{5.36}$$

où $x = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \phi_{rd} & \phi_{rq} & \Omega & T_l \end{bmatrix}^T$, $u = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} \end{bmatrix}^T$,
$y = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \Omega \end{bmatrix}^T$, $\epsilon = \begin{bmatrix} T_l \end{bmatrix}$,

$$A(u,y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ba & bp\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -bp\Omega & ba & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi(u,y,x) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ -\gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd} \\ -a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -a\phi_{rq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \\ m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F(u,x) = \begin{bmatrix} -\gamma & \omega_s \\ -\omega_s & -\gamma \\ aM_{sr} & 0 \\ 0 & aM_{sr} \\ m\phi_{rq} & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \Lambda(u).$$

Ce modèle (5.36), peut être vu comme une interconnection entre deux sous-systèmes (5.37) et (5.38)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & ba & bp\Omega \\ 0 & 0 & -bp\Omega & ba \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + m_1 u_{sd} \\ -\gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ -a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -a\phi_{rq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\gamma & \omega_s \\ -\omega_s & -\gamma \\ aM_{sr} & 0 \\ 0 & aM_{sr} \end{bmatrix} * \Lambda(u)d \end{aligned} \tag{5.37}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega \\ T_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m\phi_{rq} & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \Lambda(u) d \tag{5.38}$$

Alors, il est possible de représenter les sous-systèmes (5.37) et (5.38) sous la forme compacte interconnectée suivante :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{X}_1 = A_1(X_2)X_1 + \varphi_1(u, y, X_2, X_1) + F_1(u, x)d \\ y_1 = C_1 X_1 \end{cases} \tag{5.39}$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X}_2 = A_2(X_1)X_2 + \varphi_2(u, y, X_1, X_2) + F_2(u, x)d \\ y_2 = C_2 X_2 \end{cases} \tag{5.40}$$

où

$$A_1(X_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ba & bp\Omega \\ 0 & 0 & -bp\Omega & ba \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(X_1) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1(u, y, X_2, X_1) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + m_1 u_{sd} \\ -\gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ -a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -a\phi_{rq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_2(u, y, X_1, X_2) = \begin{bmatrix} m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1(u, x) = \begin{bmatrix} -\gamma & \omega_s \\ -\omega_s & -\gamma \\ aM_{sr} & 0 \\ 0 & aM_{sr} \end{bmatrix} * \Lambda(u),$$

$$F_2(u, x) = \begin{bmatrix} m\phi_{rq} & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \Lambda(u).$$

et $X_1 = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \phi_{rd} & \phi_{rq} \end{bmatrix}^T$, $X_2 = \begin{bmatrix} \Omega & T_l \end{bmatrix}^T$ sont les variables d'état, $u = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} \end{bmatrix}^T$ sont les entrées et $y = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \Omega \end{bmatrix}^T$ sont les sorties, avec $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ et $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Remarque 5.6 *Le choix des variables de chaque sous-système a été fait dans le but de séparer les variables mécaniques* (Ω, T_l) *des variables magnétiques* (ϕ_{rd}, ϕ_{rq})*. Il est clair que d'autres choix peuvent être considérés pour représenter le système, pourvu qu'un observateur puisse être conçu pour le diagnostic et l'observation.*

Dans la partie suivante, nous synthétisons un observateur Grand Gain cascade pour le diagnostic de la machine asynchrone avec défauts. Nos travaux constituent une extension de [23].

5.3.3 Observateur Grand Gain

Synthèse de l'observateur Grand Gain

Nous procédons, dans cette section, à la synthèse d'un observateur pour chaque sous-système satisfaisant certaines propriétés en particulier la propriété d'entrées régulièrement persistantes définie dans le chapitre 4.

Objectif : ***Notre objectif est de construire un observateur pour le sous-système (5.37) pour estimer les variables mécaniques (vitesse et couple de charge) et un observateur pour le sous-système (5.38) pour reconstruire les variables magnétiques (flux) pour d'une part le diagnostic des défauts et d'autre part pour la commande de la machine asynchrone avec capteur.***

Sous les hypothèses suivantes, nous procédons à la synthèse d'un observateur pour chaque sous-système satisfaisant la propriété d'entrées régulièrement persistantes pour Σ_1 et Σ_2 (définition 4.1, chapitre 4) :

Hypothèse 5.1
Les signaux (u, X_2) et (u, X_1) sont des entrées régulièrement persistantes et connues pour Σ_1 et Σ_2, respectivement.

Hypothèse 5.2
Il existe des constantes positives L_{ii} telle que $\sup_{\theta_i \geq 1} \left\| \Delta_i \dot{\Gamma}_i(u,y) \Gamma_i^{-1}(u,y) \Delta_i^{-1} \right\| \leq L_{ii}$ avec $\dot{\Gamma}_i(u,y)$ fonction de u, y et de leurs dérivées temporelles, pour $i = 1, 2$.

Hypothèse 5.3
$\varphi_1(u, y, X_2, X_1)$ et $\varphi_2(u, y, X_1, X_2)$ sont globalement Lipschitz par rapport à X_2, X_1, uniformément par rapport à (u, y).

Hypothèse 5.4
$F_1(u, x)$ et $F_2(u, x)$ sont globalement Lipschitz par rapport à x, uniformément par rapport à u.

Remarque 5.7 *On vérifie aisément que, pour la machine asynchrone (5.39-5.40) :*
- *$\varphi_1(u, y, X_2, X_1)$ et $\varphi_2(u, y, X_2, X_1)$ sont globalement Lipschitz par rapport à X_2, X_1, uniformément par rapport à (u, y),*
- *$F_1(u, x)$ et $F_2(u, x)$ sont globalement Lipschitz par rapport à x, uniformément par rapport à u.*

Hypothèse 5.5
Il existe des constantes ν_i telles que $\|F_i(u, x)d\| \leq \nu_i$, i.e $\|F_i(u, x)d\|$ sont bornés. La perturbation ϵ est aussi bornée : il existe une constante υ telle que $\|E\epsilon\| \leq \upsilon$ avec $\nu_i \geq \upsilon$, pour $i = 1, 2$.

Les observateurs pour les sous-systèmes (5.37) et (5.38) sont donnés par :

$$O_1 : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{Z}_1 & = & A_1(Z_2)Z_1 + \varphi_1(u, y, Z_2, Z_1) - \Gamma_1^{-1}(u, y)\Delta_1^{-1}K_1(\hat{y}_1 - y_1) \\ \hat{y}_1 & = & C_1 Z_1 \end{array} \right. \tag{5.41}$$

$$O_2 : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{Z}_2 & = & A_2(Z_1)Z_2 + \varphi_2(u, y, Z_1, Z_2) - \Gamma_2^{-1}(u, y)\Delta_2^{-1}K_2(\hat{y}_2 - y_2) \\ \hat{y}_2 & = & C_2 Z_2 \end{array} \right. \tag{5.42}$$

où $Z_1 = \left[\hat{i}_{sd}\ \hat{i}_{sq}\ \hat{\phi}_{rd}\ \hat{\phi}_{rq}\right]^T$, $Z_2 = \left[\hat{\Omega}\ \hat{T}_l\right]^T$ sont les variables d'état estimées.

Γ_1 et Γ_2 sont définies respectivement par les matrices $A_1(Z_2)$ et $A_2(Z_1)$.

$\Delta_1 = diag\left\{1/\theta_1, 1/\theta_1^2, 1/\theta_1^3, 1/\theta_1^4\right\}$ et $\Delta_2 = diag\left\{1/\theta_2, 1/\theta_2^2\right\}$ avec θ_1 et θ_2 des constantes positives.
Les matrices $A_1(Z_2)$ et $A_2(Z_1)$ ainsi que les champs de vecteurs $\varphi_1(u, y, Z_2, Z_1)$ et $\varphi_2(u, y, Z_1, Z_2)$ sont donnés par :

$$A_1(Z_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ba & bp\Omega \\ 0 & 0 & -bp\Omega & ba \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(Z_1) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1(u, y, Z_2, Z_1) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + m_1 u_{sd} \\ -\gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ -a\hat{\phi}_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\hat{\phi}_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -a\hat{\phi}_{rq} - (\omega_s - p\Omega)\hat{\phi}_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_2(u, y, Z_1, Z_2) = \begin{bmatrix} m(\hat{\phi}_{rd} i_{sq} - \hat{\phi}_{rq} i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Étude de la stabilité des observateurs interconnectés Grand Gain (5.41) et (5.42)

Nous établissons dans cette section la preuve de la stabilité des observateurs (5.41) et (5.42) en prenant en compte les incertitudes paramétriques de la machine asynchrone avec défauts.

Nous définissons les erreurs d'estimations $[e_1\ ,\ e_2]$ comme $e_1 = X_1 - Z_1$ et $e_2 = X_2 - Z_2$. Les dynamiques de ces erreurs dans le cas nominal sont :

$$\begin{array}{rcl} \dot{e_1} & = & [A_1(Z_2) - \Gamma_1^{-1}(u, y)\Delta_1^{-1}K_1C_1]e_1 + [A_1(X_2) - A_1(Z_2)]X_1 \\ & & +\varphi_1(u, y, X_2, X_1) - \varphi_1(u, y, Z_2, Z_1) + F_1(u, x)d \end{array} \tag{5.43}$$

$$\begin{array}{rcl} \dot{e_2} & = & [A_2(Z_1) - \Gamma_2^{-1}(u, y)\Delta_2^{-1}K_2C_2]e_2 + [A_2(X_1) - A_2(Z_1)]X_2 \\ & & +[\varphi_2(u, y, X_1, X_2) - \varphi_2(u, y, Z_1, Z_2)] + F_2(u, x)d. \end{array} \tag{5.44}$$

Maintenant, considérons que les paramètres de la machine sont connus avec des incertitudes. Alors les équations (5.43), (5.44) deviennent :

$$\begin{array}{rcl} \dot{e}_1 & = & [A_1(Z_2) - \Gamma_1^{-1}(u,y)\Delta_1^{-1}K_1C_1]e_1 + [A_1(X_2) + \delta A_1(X_2) - A_1(Z_2)]X_1 \\ & & +\varphi_1(u,y,X_2,X_1) + \delta\varphi_1(u,y,X_2,X_1) - \varphi_1(u,y,Z_2,Z_1) + F_1(u,x)d \\ \dot{e}_2 & = & [A_2(Z_1) - \Gamma_2^{-1}(u,y)\Delta_2^{-1}K_2C_2]e_2 + [A_2(X_1) + \delta A_2(X_1) - A_2(Z_1)]X_2 \\ & & +[\varphi_2(u,y,X_1,X_2) + \delta\varphi_2(u,y,X_1,X_2) - \varphi_2(u,y,Z_1,Z_2)] + F_2(u,x)d. \end{array} \tag{5.45}$$

où $\delta A_1(X_2)$, $\delta A_2(X_1)$, $\delta\varphi_1(u,y,X_2,X_1)$ et $\delta\varphi_2(u,y,X_1,X_2)$ sont les termes incertains de $A_1(X_2)$, $A_2(X_2)$, $\varphi_1(u,y,X_2,X_1)$, $\varphi_2(u,y,X_1,X_2)$ respectivement.

Hypothèse 5.6
Nous supposons que :

$$\|\delta A_1(X_2)\| \leq \rho_1, \quad \|\delta A_2(X_1)\| \leq \rho_2,$$
$$\|\delta\varphi_1(u,y,X_2,X_1)\| \leq \rho_3, \quad \|\delta\varphi_2(u,y,X_1,X_2)\| \leq \rho_4$$

pour $\rho_i > 0$, for $i = 1, ..., 4$.

Remarque 5.8 *L'hypothèse 5.6 est aisée à vérifier pour les fonctions $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$ de la machine sachant que :*

- *d'une part, il existe un domaine physique $\mathcal{D}$ de fonctionnement de la machine défini par :*

$$\begin{array}{l} \mathcal{D} = \{X \in R^6 \mid \quad |\phi_{rd}| \leq {\Phi_d}^{max}, \quad |\phi_{rq}| \leq {\Phi_q}^{max}, \\ |i_{sd}| \leq {I_d}^{max}, \quad |i_{sq}| \leq {I_q}^{max}, \quad |\Omega| \leq \Omega^{max}, \quad T_l \leq {T_l}^{max}\} \end{array} \tag{5.46}$$

  où $X = (\phi_{rd}, \phi_{rq}, i_{sd}, i_{sq}, \Omega, T_l)$, ${\Phi_d}^{max}, {\Phi_q}^{max}, {I_d}^{max}, {I_q}^{max}, \Omega^{max}$ et ${T_l}^{max}$ sont les valeurs maximales du flux, du courant, de la vitesse et du couple de charge, respectivement. Les conditions initiales seront nécessairement dans le domaine physique $\mathcal{D}$, ce qui permet de borner à l'instant initial l'ensemble des fonctions/matrices $A_i, \delta A_i, \varphi_i, \delta\varphi_i$, et donc permet de dimensionner les gains minimaux permettant d'obtenir la convergence recherchée,
- *et d'autre part, les paramètres de la machine ainsi que leurs variations sont bornés et connus avec une certaine précision.*

Théorème 5.1 *Les hypothèses (5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6) sont vérifiées pour le système (5.39)-(5.40). Alors le système (5.41)-(5.42) est un observateur à convergence exponentielle du système (5.39)-(5.40) pour θ_1 et θ_2 satisfaisant l'inégalité (5.51).*

Grâce au changement de coordonnées suivant $\left[\bar{e}_i = \Gamma_i(u,y)\Delta_i e_i; \bar{F}_i(u,x) = \Gamma_i(u,y)\Delta_i F_i(u,x)\right]$, nous obtenons l'égalité :

$$\begin{array}{rcl} \dot{\bar{e}}_i & = & \theta_i\left\{\bar{A}_i - K_iC_i\right\}\bar{e}_i + \dot{\Gamma}_i(u,y)\Gamma_i^{-1}(u,y)\bar{e}_i + [\bar{A}_i(x) + \delta\bar{A}_i(x) - \bar{A}_i(z)]x \\ & & +G_i(u,y,x) + \delta G_i(u,y,x) - G_i(u,y,z) + \bar{F}_i(u,x)d \end{array} \tag{5.47}$$

avec, pour $i = 1, 2$

$$\begin{gathered}\Gamma_i(u,y)\Delta_i A_i(u,y)\left(\Gamma_i(u,y)\Delta_i\right)^{-1}=\theta_i\bar{A}_i;\\ \Gamma_i(u,y)\Delta_i[A_i(x)+\delta A_i(x)-A_i(z)]x=[\bar{A}_i(x)+\delta\bar{A}_i(x)-\bar{A}_i(z)]x;\\ \Gamma_i(u,y)\Delta_i\left\{\varphi_i(u,y,z)-\varphi_i(u,y,x)\right\}=G_i(u,y,z)-G_i(u,y,x);\\ \Gamma_i(u,y)\Delta_i\delta\varphi_i(u,y,x)=\delta G_i(u,y,x);\\ C_i\left(\Gamma_i(u,y)\Delta_i\right)^{-1}=\theta_i C_i.\end{gathered}$$

Remarque 5.9 *L'hypothèse (5.5) ($\|F_i(u,x)d\|\leq\nu_i$) entraîne la bornitude de la matrice $\bar{F}_i(u,x)d$. Il existe alors une constante $\bar{\nu}_i$ telle que $\left\|\bar{F}_i(u,x)d\right\|\leq\bar{\nu}_i$.*

Remarque 5.10 *L'hypothèse (5.6) entraîne que, pour des constantes positives ($\bar{\rho}_1$, $\bar{\rho}_2$, $\bar{\rho}_3$, $\bar{\rho}_4$)*

$$\begin{gathered}\left\|\delta\bar{A}_1(X_2)\right\|\leq\bar{\rho}_1,\quad\left\|\delta\bar{A}_2(X_1)\right\|\leq\bar{\rho}_2,\\ \|\delta G_1(u,y,X_2,X_1)\|\leq\bar{\rho}_3,\quad\|\delta G_2(u,y,X_1,X_2)\|\leq\bar{\rho}_4.\end{gathered}$$

Preuve du théorème 5.1.
Soit, $V_o=V_1+V_2$ une fonction de Lyapunov candidate, où V_1 et V_2 sont respectivement la fonction de Lyapunov candidate des dynamiques (5.47), avec $V_1=\bar{e_1}^TP_1\bar{e_1}=\|\bar{e_1}\|^2_{P_1}$ et $V_2=\bar{e_2}^TP_2\bar{e_2}=\|\bar{e_2}\|^2_{P_2}$, où, pour $i=1,2$, P_i vérifie $P_i\left\{\bar{A}_i-K_iC_i\right\}+\left\{\bar{A}_i-K_iC_i\right\}^TP_i=-I_i$,
En calculant la dérivée temporelle de V_o et en utilisant les expressions (5.41), (5.42), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\dot{V}_o\;=\;&\bar{e_1}^T\left\{-\theta_1I_1+P_1\left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\right)+\left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\right)^TP_1\right\}\bar{e_1}\\ &+2\bar{e_1}^TP_1\left\{\bar{A}_1(X_2)-\bar{A}_1(Z_2)+\delta\bar{A}_1(X_2)\right\}X_1\\ &+2\bar{e_1}^TP_1\left\{G_1(u,y,X_2,X_1)-G_1(u,y,Z_2,Z_1)+\delta G_1(u,y,X_2,X_1)\right\}\\ &+\bar{e_2}^T\left\{-\theta_2I_2+P_2\left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y)\right)+\left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y)\right)^TP_2\right\}\bar{e_2}\\ &+2\bar{e_2}^TP_2\left\{\bar{A}_2(X_1)-\bar{A}_2(Z_1)+\delta\bar{A}_2(X_1)\right\}X_2\\ &+2\bar{e_2}^TP_2\left\{G_2(u,y,X_1,X_2)-G_2(u,y,Z_1,Z_2)+\delta G_2(u,y,X_1,X_2)\right\}\\ &+\left(\bar{F}_1(u,x)d\right)^TP_1\bar{e_1}+\bar{e_1}^TP_1\bar{F}_1(u,x)d+\left(\bar{F}_2(u,x)d\right)^TP_2\bar{e_2}+\bar{e_2}^TP_2\bar{F}_2(u,x)d\end{aligned}\tag{5.48}$$

À partir de (5.48), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\dot{V}_o\;\leq\;&\left\|-\theta_1I_1+P_1\left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\right)+\left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\right)^TP_1\right\|\bar{e_1}^T\bar{e_1}\\ &+2\|\bar{e_1}\|\|P_1\|\left\|\left\{\bar{A}_1(X_2)-\bar{A}_1(Z_2)+\delta\bar{A}_1(X_2)\right\}\right\|\|X_1\|\\ &+2\|\bar{e_1}\|\|P_1\|\|\{G_1(u,y,X_2,X_1)-G_1(u,y,Z_2,Z_1)+\delta G_1(u,y,X_2,X_1)\}\|\\ &+\left\|-\theta_2I_2+P_2\left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y)\right)+\left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y)\right)^TP_2\right\|\bar{e_2}^T\bar{e_2}\\ &+2\|\bar{e_2}\|\|P_2\|\left\|\left\{\bar{A}_2(X_1)-\bar{A}_2(Z_1)+\delta\bar{A}_2(X_1)\right\}\right\|\|X_2\|\\ &+2\|\bar{e_2}\|\|P_2\|\|\{G_2(u,y,X_1,X_2)-G_2(u,y,Z_1,Z_2)+\delta G_2(u,y,X_1,X_2)\}\|\\ &+2\left\|\bar{F}_1(u,x)d\right\|\|P_1\|\|\bar{e_1}\|+2\left\|\bar{F}_2(u,x)d\right\|\|P_2\|\|\bar{e_2}\|.\end{aligned}$$

À partir des hypothèses (5.3), (5.4), (5.5), (5.6) et des remarques (5.9) et (5.10), nous pouvons poser :

$$\begin{aligned}
\|P_1\| \leq k_1,\ \ \|P_2\| \leq k_5,\ \ \|X_1\| \leq k_3,\ \ \|X_2\| \leq k_7 \\
\|\{G_1(u,y,X_2,X_1) - G_1(u,y,Z_2,Z_1)\}\| \leq k_4 \|\bar{e}_2\| + k_9 \|\bar{e}_1\| \\
\left\|\bar{A}_1(X_2) - \bar{A}_1(Z_2)\right\| \leq k_2 \|\bar{e}_2\| \\
\left\|\bar{A}_2(X_1) - \bar{A}_2(Z_1)\right\| \leq k_6 \|\bar{e}_1\| \\
\|\{G_2(u,y,X_1,X_2) - G_2(u,y,Z_1,Z_2)\}\| \leq k_8 \|\bar{e}_1\| + k_{10} \|\bar{e}_2\| \\
\left\|\left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y)\right)\right\| \leq L_{11},\ \ \left\|\left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y)\right)\right\| \leq L_{22} \\
\left\|\bar{F}_1(u,x)d\right\| \leq \bar{\nu}_1,\ \ \left\|\bar{F}_2(u,x)d\right\| \leq \bar{\nu}_2.
\end{aligned}$$

$\dot{V}_o$ peut alors s'écrire sous la forme de l'inégalité ci-dessous :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \ \leq\ & -(\theta_1 - 2k_1L_{11})\|\bar{e}_1\|^2 - (\theta_2 - 2k_5L_{22})\|\bar{e}_2\|^2 \\
& +2k_1k_2k_3\|\bar{e}_1\|\|\bar{e}_2\| + 2k_5k_6k_7\|\bar{e}_1\|\|\bar{e}_2\| \\
& +2k_1(k_4\|\bar{e}_2\| + k_9\|\bar{e}_1\|)\|\bar{e}_1\| + 2k_5(k_8\|\bar{e}_1\| + k_{10}\|\bar{e}_2\|)\|\bar{e}_2\| \\
& +2(k_1k_3\bar{\rho}_1 + k_1\bar{\rho}_3)\|\bar{e}_1\| + 2(k_5k_7\bar{\rho}_2 + k_5\bar{\rho}_4)\|\bar{e}_2\| \\
& +2k_1\bar{\nu}_1\|\bar{e}_1\| + 2k_5\bar{\nu}_2\|\bar{e}_2\|.
\end{aligned}$$

En posant $\mu_1 = k_1k_2k_3$, $\mu_2 = k_1k_4$, $\mu_3 = k_5k_6k_7$, $\mu_4 = k_5k_8$,
$\mu_5 = 2(k_1k_3\bar{\rho}_1 + k_1\bar{\rho}_3)$, $\mu_6 = 2(k_5k_7\bar{\rho}_2 + k_5\bar{\rho}_4)$,

et en regroupant les termes communs de $\|\bar{e}_1\|$ et $\|\bar{e}_2\|$, la dérivée temporelle de V_o peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \ \leq\ & -(\theta_1 - 2k_1L_{11} - 2k_1k_9)\|\bar{e}_1\|^2 - (\theta_2 - 2k_5L_{22} - 2k_5k_{10})\|\bar{e}_2\|^2 \\
& +2(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4)\|\bar{e}_1\|\|\bar{e}_2\| + \mu_5\|\bar{e}_1\| + \mu_6\|\bar{e}_2\| \\
& +2k_1\bar{\nu}_1\|\bar{e}_1\| + 2k_5\bar{\nu}_2\|\bar{e}_2\|
\end{aligned} \tag{5.49}$$

En exprimant l'inégalité (5.49) en fonction de V_1 et V_2, (5.49) s'écrit :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \ \leq\ & -(\theta_1 - 2k_1L_{11} - 2k_1k_9)V_1 - (\theta_2 - 2k_5L_{22} - 2k_5k_{10})V_2 + 2\tilde{\mu}\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \\
& +\mu_5\|\bar{e}_1\| + \mu_6\|\bar{e}_2\| + 2k_1\bar{\nu}_1\|\bar{e}_1\| + 2k_5\bar{\nu}_2\|\bar{e}_2\|
\end{aligned} \tag{5.50}$$

où $\tilde{\mu} = \sum_{i=0}^{4} \mu_i, i = 1,2,3,4.$

En considérant l'inégalité suivante $\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \leq \frac{\kappa}{2}V_1 + \frac{1}{2\kappa}V_2$, $\forall\kappa \in]0,1[$, on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \ \leq\ & -(\theta_1 - 2k_1L_{11} - 2k_1k_9)V_1 + \tilde{\mu}\kappa V_1 \\
& +\frac{\tilde{\mu}}{\kappa}V_2 - (\theta_2 - 2k_5L_{22} - 2k_{10}k_5)V_2 + \mu_5\|\bar{e}_1\| + \mu_6\|\bar{e}_2\| \\
& +2k_1\bar{\nu}_1\|\bar{e}_1\| + 2k_5\bar{\nu}_2\|\bar{e}_2\|.
\end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \leq\ & -\ (\theta_1 - 2k_1L_{11} - 2k_1k_9 - \tilde{\mu}\kappa)V_1 - (\theta_2 - 2k_5L_{22} - 2k_{10}k_5 - \frac{\tilde{\mu}}{\kappa})V_2 \\
& +2k_1\bar{\nu}_1\|\bar{e}_1\| + 2k_5\bar{\nu}_2\|\bar{e}_2\| + \mu_5\|\bar{e}_1\| + \mu_6\|\bar{e}_2\|.
\end{aligned}$$

Nous posons :
$\delta_1 = \theta_1 - 2k_1L_{11} - 2k_1k_9 - \tilde{\mu}\kappa > 0, \qquad \delta_2 = \theta_2 - 2k_5L_{22} - 2k_{10}k_5 - \frac{\tilde{\mu}}{\kappa} > 0,$
ainsi

$$\theta_1 > 2k_1L_{11} + 2k_1k_9 + \tilde{\mu}\kappa, \qquad \theta_2 > 2k_5L_{22} + 2k_{10}k_5 + \frac{\tilde{\mu}}{\kappa}. \tag{5.51}$$

Avec $\delta = min(\delta_1, \delta_2)$; $\mu = max(\mu_5, \mu_6)$ et $\bar{\nu} = max(k_1\bar{\nu}_1, k_5\bar{\nu}_2)$, il suit que

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq -\delta(V_1 + V_2) + \mu(\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}) + 2\bar{\nu}(\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}) \\ &\leq -\delta V_o + (\mu + 2\bar{\nu})\psi\sqrt{V_o}, \end{aligned} \tag{5.52}$$

où $\psi > 0$, tel que $\psi\sqrt{V_1 + V_2} > \sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}$.

L'inégalité (5.52) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq -\delta \|\bar{e}\|^2 + (\mu + 2\bar{\nu})\psi \|\bar{e}\| \\ &\leq -\|\bar{e}\| (\delta \|\bar{e}\| - (\mu + 2\bar{\nu})\psi), \end{aligned} \tag{5.53}$$

La dérivée temporelle de V_o sera négative pour une erreur d'estimation $\|\bar{e}\|$ toujours supérieure à $\frac{(\mu+2\bar{\nu})\psi}{\delta}$.

Nous distinguons deux cas :
- les paramètres de la machine sont connus i.e $\mu = 0$. Alors $\dot{V}_o \leq 0$ pour $\|\bar{e}\| > \frac{2\bar{\nu}\psi}{\delta}$. Aussi, pour que V_o soit une fonction de Lyapunov, θ_1 et θ_2 devront être choisis tels que l'inégalité (5.51) soit satisfaite. La convergence asymptotique de l'erreur d'estimation est alors fixée arbitrairement par θ_1 et θ_2.
- Les paramètres de la machine varient et $\mu \neq 0$. La dérivée temporelle de V_o sera négative pour une erreur d'estimation $\|\bar{e}\|$ toujours supérieure à $\frac{(\mu+2\bar{\nu})\psi}{\delta}$.
  La stabilité de l'erreur d'estimation dépend donc de la condition $\|\bar{e}\| > \frac{(\mu+2\bar{\nu})\psi}{\delta}$. Cette condition repose sur le paramètre δ. Ce dernier, dépendant de θ_1 et θ_2, pourra être réglé afin que soit remplie la condition sur l'erreur d'estimation.

Remarque 5.11 *L'inégalité (5.51) dépend des constantes de Lipschitz définies dans l'hypothèse 5.3. La méthode pour le calcul des valeurs minimales de θ_1 et θ_2 est développée dans [96].*

Remarque 5.12 *La convergence asymptotique n'est prouvée que pour des entrées régulièrement persistantes [9]. Dans le cas contraire, les erreurs d'estimation restent tout de même bornées.*

Cependant la condition $\|\bar{e}\| > \frac{(\mu+2\bar{\nu})\psi}{\delta}$ ne garantit pas la détection du défaut d. Pour que la détection du défaut d soit garantie, il faudrait que, en présence de défauts, l'erreur d'estimation ne tende pas vers zéro.

Cela équivaut à déterminer la "condition d'instabilité" des observateurs (5.41) et (5.42) par le calcul de la dérivée de (5.48) selon les erreurs d'estimation $\|\bar{e}_1\|_P$ et $\|\bar{e}_2\|_P$. En présence de défauts et d'incertitudes paramétriques, la "condition d'instabilité" assure la

détection des défauts et des incertitudes paramétriques car les erreurs d'estimation $\|\bar{e}_1\|_P$ et $\|\bar{e}_2\|_P$ ne s'annulent jamais.

Analyse de la condition de détection des défauts et des incertitudes paramétriques ($d \neq 0$)

La condition de détection des défauts et des incertitudes paramétriques pour les observateurs (5.41) et (5.42) est obtenue à travers la même démarche que pour l'observateur de type Kalman (4.8) et l'observateur Grand Gain (4.23).

La dérivée de $\dot{V}_o$ (5.48) en fonction de l'erreur d'estimation $\tilde{e}$ donne la valeur de l'erreur d'estimation correspondant au point d'inflexion de la parabole $\dot{V}(e)$ (Figure 4.1).

Ainsi, en posant $\frac{\partial \dot{V}_o}{\partial e} = 0$, nous obtenons

$$e_m = \begin{bmatrix} e_{1m} \\ e_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 \end{bmatrix}^{-1} \left[P_1 \left\{ \mathcal{A}_1 X_1 + \mathcal{G}_1 + \bar{F}_1(u,x)d \right\} + P_2 \left\{ \mathcal{A}_2 X_2 + \mathcal{G}_2 + \bar{F}_2(u,x)d \right\} \right] \quad (5.54)$$

avec

$$\psi_1 = \left\{ -\theta_1 I_1 + P_1 \left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y) \right) + \left(\dot{\Gamma}_1(u,y)\Gamma_1^{-1}(u,y) \right)^T P_1 \right\},$$

$$\psi_2 = \left\{ -\theta_2 I_2 + P_2 \left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y) \right) + \left(\dot{\Gamma}_2(u,y)\Gamma_2^{-1}(u,y) \right)^T P_2 \right\},$$

$$\mathcal{A}_1 = (\bar{A}_1(X_2) - \bar{A}_1(Z_2) + \delta \bar{A}_1(X_2)),$$

$$\mathcal{G}_1 = G_1(u,y,X_2,X_1) - G_1(u,y,Z_2,Z_1) + \delta G_1(u,y,X_2,X_1),$$

$$\mathcal{A}_2 = (\bar{A}_2(X_1) - \bar{A}_2(Z_1) + \delta \bar{A}_2(X_1)),$$

$$\mathcal{G}_2 = (G_2(u,y,X_1,X_2) - G_2(u,y,Z_1,Z_2) + \delta G_2(u,y,X_1,X_2)).$$

La condition (5.54) garantit donc la détection du défaut d. Elle implique que l'occurrence d'un défaut induit la divergence de l'erreur d'estimation d'une boule de rayon $r_{min} = e_m$ non nul. En effet, la trajectoire de l'erreur d'estimation $\|e\|$ quitte la boule de rayon r_{min} (Figure 4.2). L'erreur d'estimation $\|e\|$ ne s'annule donc jamais en présence de défauts et d'incertitudes paramétriques, ce qui garantit la détection des défauts et des incertitudes paramétriques.

Ainsi, en présence d'incertitudes paramétriques, il est difficile de discriminer défauts et incertitudes.

De plus le rayon r_{min} de la boule dépend du défaut d. En effet, plus le défaut est important, plus le rayon de la boule sera grand, pour des paramètres θ_1 et θ_2 établis.

Remarque 5.13 *En présence de défauts et d'incertitudes paramétriques, la convergence des observateurs (5.41) et (5.42) est assurée par la condition sur l'erreur d'estimation donnée par l'équation (5.53). La détection est, quant à elle, assurée par la "condition d'instabilité" (5.54). Ainsi, en présence de défauts, les dynamiques de l'erreur convergent*

vers une boule de rayon $r = \frac{(\mu+2\bar{\nu})\psi}{\delta}$ *donné par l'équation (5.53). Elles ne convergent cependant jamais vers zéro grâce à la "condition d'instabilité" (5.54). En effet, elles sont rejetées d'une seconde boule de rayon* r_{min}*, comme le montre la figure 4.2. Cependant, la condition de détection de défauts ne permet pas de discriminer défauts et incertitudes paramétriques. Il est, en effet, impossible de dire si l'observateur détecte des défauts ou des incertitudes paramétriques. La solution réside dans l'estimation des paramètres, tout du moins des paramètres dont la variation influe sur la détection de défauts.*

Remarque 5.14 *La stabilité du système en boucle fermée et la preuve de convergence globale de l'ensemble "Observateur+Commande" développées dans la section 5.2 peuvent aisément être étendues au cas avec prise en compte des incertitudes paramétriques, présenté ci-dessus.*

5.4 Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone avec capteur

En plus de l'observateur Grand Gain interconnecté, nous synthétisons un observateur afin de visualiser l'allure générale du défaut d. N'ayant aucune information sur la dynamique du défaut d, nous posons, comme pour les observateurs à entrées inconnues [31], la remarque suivante.

Remarque 5.15 *d et $\dot{\mathcal{D}}$ sont tous deux bornés.*

Cet observateur repose sur la loi d'estimation ci-dessous :

$$\dot{\hat{\mathcal{D}}} = -\theta_3(z_1 - x_1) - \theta_4(z_2 - x_2),$$

avec θ_3 et θ_4 les gains.

Remarque 5.16 *Dans le repère dq généralisé (équation 5.27), la vitesse Ω dépend des courants i_d et i_q. Un découplage structurel défaut-perturbation est alors difficile à réaliser et les gains θ_3, associé à l'erreur sur le courant i_d, et θ_4, associé à l'erreur sur le courant i_q, sont pris identiques.*

5.4.1 Benchmark pour le diagnostic de la machine asynchrone

Nous appliquons l'observateur interconnecté défini dans la partie précédente à un benchmark spécifique "Observateur pour le Diagnostic" définie dans le cadre du groupe de travail Inter GDR CE2 et implanté à l'IRCCyN [26].

Ce benchmark permet de tester la performance des observateurs pour une machine asynchrone et ce, à basse fréquence. Ce benchmark a été modifié afin d'inclure des tests

pour le diagnostic de défauts.

Les défauts à détecter sont des courts-circuits statoriques, introduits grâce aux équations (5.34), (5.35). Ils sont appliqués à une machine asynchrone avec les caractéristiques suivantes (tableau 5.2).

Nous considérons le couple de charge T_l comme la perturbation ϵ. Il est appliqué à basse et à moyenne vitesse (de $t = 1s$ à $t = 5s$) comme le montre la figure 5.7.

Pour les tests, la vitesse maximale est établie à 60 rad/s afin d'éviter des courants élevés dans la machine asynchrone. Ces courants pourraient entraîner en cas de défauts importants une destruction de la machine.

Les tests se font en boucle fermée grâce à la commande sans capteur développée dans [96]. D'une part, l'observatyeur fournit une estimation du couple de charge, des flux ainsi que de la vitesse, nécessaire à la commande sans capteur de la machine asynchrone. D'autre part, l'observateur est utilisé pour le diagnostic : il contribue à la génération de résidus pour la détection de défauts.

La période d'échantillonnage est égale à $200\mu s$.

Les résultats ci-dessous montrent la performance de l'observateur (5.41-5.42) à un court-circuit de 8 spires sur un total de 276 spires. Le court-circuit intervient sur une phase. Le défaut et appliqué d'abord à très basse vitesse (de $t = 3s$ à $5s$) puis à vitesse moyenne (de $t = 6.5s$ à $8.5s$).

5.4.2 Résultats de simulation

La figure 5.7 représente les trajectoires de référence pour la vitesse et le flux ainsi que les instants d'application de la perturbation ϵ. Le flux est établi à 1.1 Wb pour éviter une saturation de la machine asynchrone.

Les résultats des essais pour le diagnostic de défaut de la machine asynchrone sont donnés par les figures 5.8, 5.9, 5.10 qui montrent bien les performances de l'observateur Grand Gain interconnecté. Ces figures montrent l'estimation de la vitesse, des courants i_{sd} et i_{sq} et du couple T_l.

La mesure du courant i_{sdq} contient l'information du défaut. Le courant estimé $i_{park(dq)}$ est reconstruit en utilisant les équations du modèle de la machine asynchrone sans défaut. La figure 5.10 montre les résidus indiquant la présence de défauts. Quant à la figure 5.11, elle donne l'allure générale du défaut d.

Bien que la vitesse suit sa trajectoire de référence (Figure 5.8), nous notons des variations sur les signaux des courants. Les instants d'apparition de ces variations correspondent aux instants où un défaut est appliqué à la machine.

Puissance nominale	1,5 kW
Nombre de paire de pôles p	2
Vitesse nominale	1430 rpm
Tension simple	220V
Intensité nominale	6,1 A
Couple nominal	10 Nm
R_s	1,47 Ω
R_r	0,79 Ω
L_s	0,105 H
L_r	0,094 H
M_{sr}	0,094 H
J	$7,7 \times 10^{-3} Nm/rad/s^2$
f_v	$2,9 \times 10^{-3} Nm/rad/s$

TAB. 5.2: Paramètres de la machine asynchrone (rotor à cage d'écureuil)

Ces variations indiquent donc l'occurrence d'un défaut. Grâce aux résidus r_d et r_q calculés en fonction des courants mesurés et estimés (Figure 5.10), nous détectons la présence de défauts.

Cependant, comme le montre la figure (5.9), les variations sur le couple estimé indique une corrélation entre le couple et le défaut. Cette corrélation s'explique par le fait que le couple dépend du courant et de la vitesse. En effet, $T_l = 3p\frac{\omega_s g R_r M_{sr}^2}{R_r^2+(\omega_s g L_r)^2} I_s^2$, avec le glissement $g = \frac{\omega_s - p\Omega}{\omega_s}$ et I_s le module du courant i_{sdq} mesuré.

La figure 5.11 montre clairement l'estimation du défaut. Les instants d'application du défaut y apparaissent clairement (3s-5s, 6.5s-8.5s).

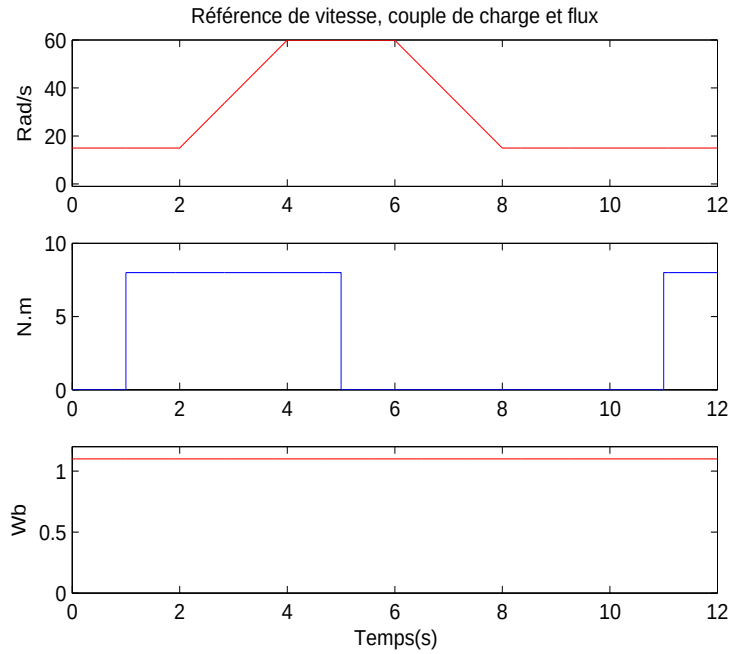

FIG. 5.7: Trajectoire de référence vitesse, couple de charge et flux.

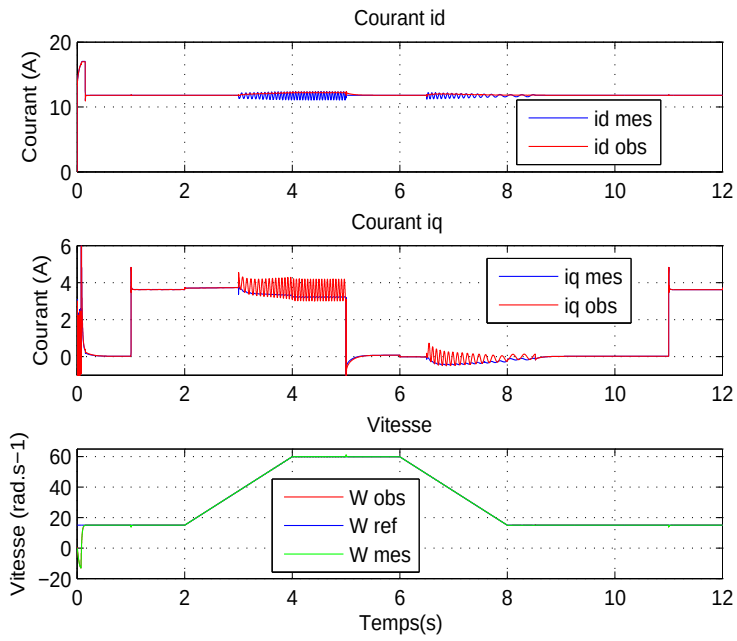

FIG. 5.8: Vecteur courants i_{dq} et de la vitesse Ω mesurés et observés.

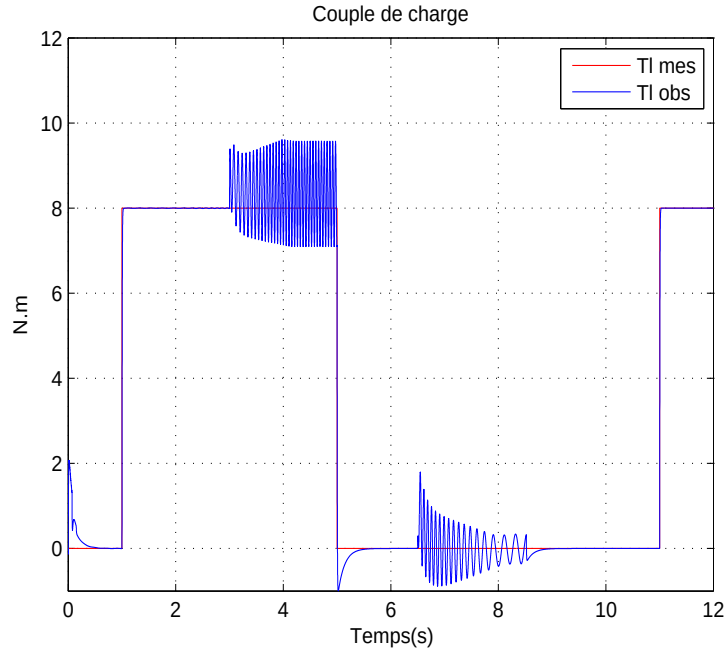

FIG. 5.9: Couple de charge T_l de référence et observé.

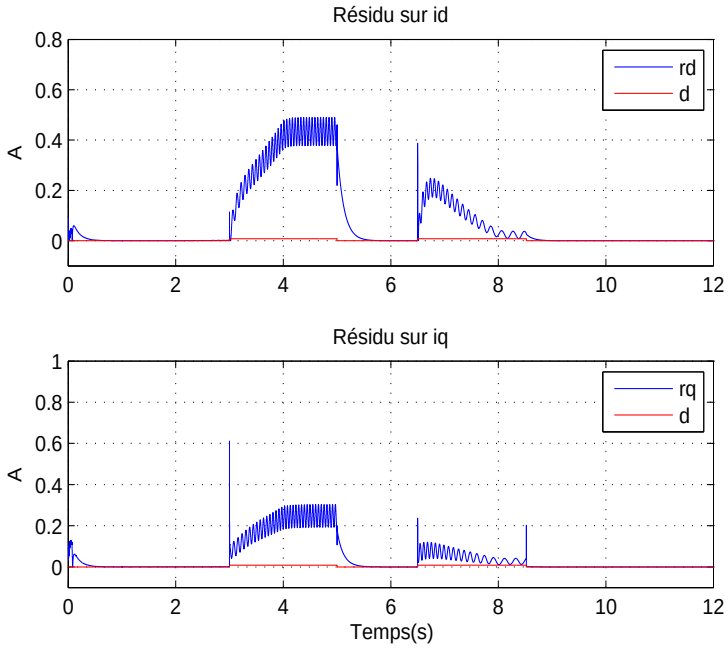

FIG. 5.10: Résidus sur les courants i_{sdq} et amplitude du défaut court-circuit simulé d.

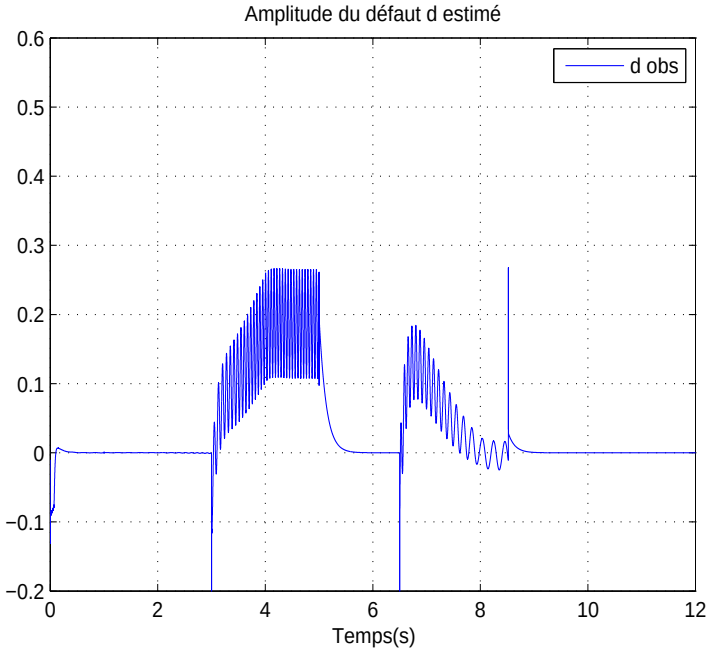

FIG. 5.11: Amplitude du défaut d simulé et estimé.

Conclusion

Cette section a porté sur la synthèse d'observateurs pour le diagnostic de défauts de la machine asynchrone. Un observateur Grand Gain a été synthétisé pour des systèmes non linéaires en cascade.

L'observateur a ensuite été testé sur un benchmark pour le diagnostic de la machine asynchrone. Les défauts considérés dans notre étude sont des courts-circuits statoriques mais la méthodologie développée peut être appliquée à tout autre type de défaut.

Dans nos travaux, le modèle de la machine asynchrone n'a pas été linéarisé. Quant aux équations modélisant le défaut statorique utilisé, elles sont composées des équations des courants statoriques du système sans défaut et de termes supplémentaires modélisant les courants de courts-circuits qui apparaissent en cas de défaut.

L'objectif principal était de vérifier l'applicabilité de l'observateur à la détection de courts-circuits statoriques pour une machine asynchrone. Nous avons aussi établi la convergence de l'observateur pour un système non linéaire avec défauts.

Les résultats de simulation ont montré leur performance en ce qui concerne la détection de défauts. Par ailleurs, ils ont aussi montré l'impact du défaut sur l'estimation du couple de charge. Rappelons que dans notre étude, le couple de charge est considéré comme une perturbation.

5.5 Conclusion

Ce chapitre a porté sur l'application de la stratégie définie au chapitre précédent au diagnostic de machines électriques. La stratégie est basée sur l'utilisation d'observateurs non linéaires.

Deux classes d'observateurs non linéaires ont été étudiées et appliquées à deux machines électriques. Des résultats de simulations sont présentés pour chaque cas de figure.

La première application porte sur le diagnostic de défauts d'une machine à courant continu série avec prise en compte des incertitudes paramétriques. La stratégie adoptée consiste à transformer les défauts de type multiplicatifs en défauts additifs à l'aide de transformations sur l'état et les sorties.

L'observateur de type Kalman synthétisé pour le diagnostic de la machine à courant continu série a montré sa performance : il est en effet robuste aux perturbations et autres incertitudes paramétriques tout en étant sensible aux défauts.

La seconde application porte sur le diagnostic de défauts d'une machine asynchrone avec capteur de vitesse.

L'observateur Grand Gain synthétisé pour le diagnostic de la machine asynchrone avec capteur de vitesse a révélé une corrélation entre les défauts de court-circuits statoriques et la perturbation (couple de charge). La reconstruction du couple de charge est en effet affectée par les défauts présents sur les courants mesurés.

La stabilité de chaque observateur a été précédemment prouvée pour un système non linéaire observable. Nous l'avons prouvée, dans ce chapitre, dans le cas plus général de systèmes non linéaires observables, avec défauts et perturbations.

Dans le chapitre suivant, nous souhaitons identifier, pour la machine asynchrone sans capteur mécanique, l'influence des défauts sur la reconstruction de l'état étendu. En outre, en plus des défauts de courts-circuits statoriques, nous ajoutons des incertitudes paramétriques afin de tester la robustesse de l'observateur Grand Gain dans un but de commande.

Chapitre 6

Diagnostic de machines électriques sans capteur mécanique

Grâce au chapitre précédent, nous avons déterminé l'influence des défauts sur la reconstruction de l'état étendu de la machine asynchrone avec capteur mécanique et la corrélation qui existe entre le défaut et la perturbation.

L'objectif principal est de diagnostiquer le défaut en reconstruisant l'état étendu tout en permettant en parallèle une commande robuste aux défauts, aux perturbations et aux incertitudes paramétriques.

Le défi est de taille. Il faudra d'une part estimer les variables d'état de la machine tout en gérant les éventuelles incertitudes paramétriques et d'autre part trouver une transformation d'entrée-sortie qui, si elle existe, permettra le découplage du défaut et de la perturbation.

"Il n'y a pas moyen de contenter ceux qui veulent savoir le pourquoi des pourquoi." - Leibniz

6.1 Introduction

Le chapitre précédent nous a permis de définir de nouvelles voies à explorer afin d'améliorer le diagnostic de défauts de la machine asynchrone sans capteur. L'une d'entre elles est le découplage de la perturbation et du défaut au moyen d'une transformation.

De nombreux travaux ont porté sur la recherche d'une transformation pour la synthèse d'observateurs pour la machine asynchrone [23, 84, 92, 89, 90, 94].

Le modèle de la machine asynchrone étant fortement non linéaire, une transformation, qu'elle soit linéaire ou non linéaire, par injection d'entrée-sortie, par difféomorphisme voire par immersion [95], permettrait de faciliter la synthèse d'observateurs.

Cependant, la conclusion générale de ces travaux est bien souvent la même. Il n'existe pas de transformation triviale pour la machine asynchrone, suffisamment simple pour être mise en oeuvre pour l'observation et le diagnostic en parallèle.

Nous nous orientons donc vers un autre moyen pour garantir, dans un but de commande, des signaux qui soient affectés le moins possible par le défaut.

Les paramètres d'une machine asynchrone étant connus avec plus ou moins de précision, dans ce chapitre, nous testons tout d'abord la robustesse de l'observateur Grand Gain par rapport aux incertitudes paramétriques. Nous allons ensuite définir une stratégie robuste de détection et d'isolation de défaut pour la machine asynchrone sans capteur. Cette stratégie comporte tout d'abord l'ajout d'observateurs pour estimer les paramètres résistifs de la machine asynchrone afin de prendre en considération les incertitudes paramètriques et assurer la robustesse de l'observateur pour la commande sans capteur mécanique.

Un estimateur viendra renforcer l'ensemble d'observateurs pour le diagnostic et la commande. Cet estimateur est une copie du système sans défaut de la machine asynchrone mais qui est insensible aux variations paramétriques grâce à la prise en compte de leur observation tout en étant sensible au défaut. Ceci permet de traiter le paradoxe "robustesse/ sensibilité" introduit précédemment. Les signaux qu'il fournit serviront donc non seulement à la détection mais aussi à l'isolation des défauts.

Nous appliquons donc au diagnostic de la machine asynchrone sans capteur la méthode développée dans le précédent chapitre pour le diagnostic d'une machine asynchrone avec capteur. Nous utilisons, pour cela, le modèle de la machine asynchrone dans le repère dq orienté selon le flux.

Le diagnostic sans capteur de la machine asynchrone s'effectuera en boucle fermée. Nous implémentons la commande sans capteur développée dans [96]. L'observateur synthétisé servira non seulement à la commande de la machine mais aussi au diagnostic de défauts de courts-circuits statoriques.

6.2 Observation et Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur

6.2.1 Modèle d'état dans le repère tournant dq lié au flux rotorique

Modèle de la machine asynchrone sans défaut

Les modèles d'état (5.31) et (5.33) dans un repère dq généralisé dépendent de la pulsation statorique ω_s. Nous pouvons calculer cette pulsation en supposant que l'axe d coïncide avec le vecteur flux rotorique, ce qui sera imposé par une commande vectorielle [96]. Cela entraîne que la composante du flux en quadrature et sa dérivée s'annulent.

$$\phi_{rq} = \dot{\phi}_{rq} = 0. \tag{6.1}$$

De (5.31) et (6.1), nous obtenons :

$$\dot{\rho} = \omega_s = p\Omega + \frac{aM_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}. \tag{6.2}$$

Le modèle non linéaire de la machine asynchrone dans le repère tournant lié au champ rotorique découle directement du modèle généralisé (5.31).

Dans ce modèle, la pulsation statorique ω_s et l'équation différentielle de ϕ_{rq} sont toutes deux remplacées par l'équation de l'angle du champ ρ obtenu par (6.2)

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + ab\phi_{rd} + p\Omega i_{sq} + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}^2 \\ -\gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} - p\Omega i_{sd} - a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sd} i_{sq} \\ -a\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sd} \\ p\Omega + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq} \\ m\phi_{rd} i_{sq} - c\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix} \tag{6.3}$$

Modèle de la machine asynchrone avec défauts

Nous avons vu précédemment que les défauts de court-circuit statorique se comportent comme des biais sur les courants (5.34). En présence de défauts d, le modèle de la machine asynchrone sans capteur (6.3) peut donc être réécrit dans le repère dq orienté selon le flux ϕ_{rd} sous la forme :

$$\Sigma_{def} : \begin{cases} \dot{x} = A(u,y)x + \varphi(u,y,x) + E\epsilon + F(u,x)d \\ y = Cx. \end{cases} \tag{6.4}$$

où $x = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \phi_{rd} & \rho & \Omega & T_l \end{bmatrix}^T$, $u = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} \end{bmatrix}^T$,
$y = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$, $\epsilon = \begin{bmatrix} T_l \end{bmatrix}$,

$$A(u,y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ba & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -pi_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi(u,y,x) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + p\Omega i_{sq} + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}^2 \\ -\gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} - a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sd} i_{sq} \\ -a\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sd} \\ p\Omega + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq} \\ m\phi_{rd} i_{sq} - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F(u,x) = \begin{bmatrix} -\gamma + aMsr\Lambda_d(u) & p\Omega \\ -p\Omega & -\gamma - aMsr\Lambda_d(u) \\ aM_{sr} & 0 \\ 0 & \frac{aM_{sr}}{\phi_{rd}} \\ 0 & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix}.$$

Ce modèle (6.4), peut être vu comme une interconnection entre deux sous-systèmes (6.5) et (6.6)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{\phi}_{rd} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & ba \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + p\Omega i_{sq} + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}^2 \\ -a\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sd} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\gamma + aMsr\Lambda_d(u) & p\Omega \\ aM_{sr} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix} d \end{aligned} \tag{6.5}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_{sq} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -pi_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} - a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sd} i_{sq} \\ m\phi_{rd} i_{sq} - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} p\Omega & -\gamma - aMsr\Lambda_d(u) \\ 0 & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix} d \end{aligned} \tag{6.6}$$

Alors, il est possible de représenter les sous-systèmes (6.5) et (6.6) sous la forme compacte interconnectée suivante (6.7) et (6.8) :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{X}_1 = A_1 X_1 + \varphi_1(u, y, X_2, X_1) + F_1(u,x)d \\ y_1 = C_1 X_1 \end{cases} \tag{6.7}$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X}_2 = A_2(X_1) X_2 + \varphi_2(u, y, X_1, X_2) + F_2(u,x)d \\ y_2 = C_2 X_2 \end{cases} \tag{6.8}$$

où

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & ba \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(X_1) = \begin{bmatrix} 0 & -pi_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1(u, y, X_2, X_1) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + p\Omega i_{sq} + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}^2 \\ -a\phi_{rd} + aM_{sr} i_{sd} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_2(u, y, X_1, X_2) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} - a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sd} i_{sq} \\ m\phi_{rd} i_{sq} - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1(u, x) = \begin{bmatrix} -\gamma + aMsr\Lambda_d(u) & p\Omega \\ aM_{sr} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix},$$

$$F_2(u, x) = \begin{bmatrix} -p\Omega & -\gamma - aMsr\Lambda_d(u) \\ 0 & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix}.$$

et $X_1 = \begin{bmatrix} i_{sd} \ \phi_{rd} \end{bmatrix}^T$, $X_2 = \begin{bmatrix} i_{sq} \ \Omega \ T_l \end{bmatrix}^T$ sont les variables d'état, $u = \begin{bmatrix} u_{sd} \ u_{sq} \end{bmatrix}^T$ sont les entrées et $y = \begin{bmatrix} i_{sd} \ i_{sq} \end{bmatrix}^T$ sont les sorties, avec $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ et $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Remarque 6.1 *Le choix des variables de chaque sous-système a été fait dans le but de séparer les variables mécaniques* (Ω, T_l) *de la variable magnétique* (ϕ_{rd}) *afin de découpler le défaut* d *de la perturbation* ϵ*. D'autres choix peuvent être aussi considérés dans la représentation du système, pourvu qu'un observateur puisse être conçu pour le diagnostic et l'observation.*

Dans la partie suivante, nous synthétisons un observateur Grand Gain cascade pour le diagnostic de la machine asynchrone avec défauts. Nos travaux constituent une extension de [23].

6.2.2 Observateur Grand Gain

Synthèse de l'observateur Grand Gain

Nous procédons, dans cette section, à la synthèse d'un observateur pour chaque sous-système satisfaisant les propriétés rappelées au chapitre 4 pour la synthèse des observateurs Grand Gain.

Objectif : ***Notre objectif est de construire un observateur pour le sous-système (6.5) pour estimer les variables mécaniques (vitesse et couple de charge) et un observateur pour le sous-système (6.6) pour reconstruire les variables magnétiques (flux) pour d'une part le diagnostic des défauts et d'autre part pour la commande de la machine asynchrone sans capteur.***

Les observateurs pour les sous-systèmes (6.5) et (6.6) sont donnés par :

$$O_1 : \left\{ \begin{array}{lcl} \dot{Z}_1 & = & A_1 Z_1 + \varphi_1(u, y, Z_2, Z_1) - \Gamma_1^{-1}(u, y)\Delta_1^{-1} K_1(\hat{y}_1 - y_1) \\ \hat{y}_1 & = & C_1 Z_1 \end{array} \right. \tag{6.9}$$

$$O_2 : \left\{ \begin{array}{lcl} \dot{Z}_2 & = & A_2(Z_1) Z_2 + \varphi_2(u, y, Z_1, Z_2) - \Gamma_2^{-1}(u, y)\Delta_2^{-1} K_2(\hat{y}_2 - y_2) \\ \hat{y}_2 & = & C_2 Z_2 \end{array} \right. \tag{6.10}$$

où $Z_1 = \left[\hat{i}_{sd}\ \hat{\phi}_{rd}\right]^T$, $Z_2 = \left[\hat{i}_{sq}\ \hat{\Omega}\ \hat{T}_l\right]^T$ sont les variables d'état estimées.

Γ_1 et Γ_2 sont définies respectivement par les matrices $A_1(Z_2)$ et $A_2(Z_1)$.

$\Delta_1 = diag\left\{1/\theta_1, 1/\theta_1^2\right\}$ et $\Delta_2 = diag\left\{1/\theta_2, 1/\theta_2^2, 1/\theta_2^3\right\}$ avec θ_1 et θ_2 des constantes positives.
Les matrices A_1 et $A_2(Z_1)$ ainsi que les champs de vecteurs $\varphi_1(u, y, Z_2, Z_1)$ et $\varphi_2(u, y, Z_1, Z_2)$ sont donnés par :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & ba \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(Z_1) = \begin{bmatrix} 0 & -pi_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1(u, y, Z_2, Z_1) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + p\hat{\Omega} i_{sq} + a\frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}} i_{sq}^2 \\ -a\hat{\phi}_{rd} + aM_{sr} i_{sd} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_2(u, y, Z_1, Z_2) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sq} - bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} - a\frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}} i_{sd} i_{sq} \\ m\hat{\phi}_{rd} i_{sq} - c\hat{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Étude de la stabilité des observateurs interconnectés Grand Gain (6.9) et (6.10)

La stabilité des observateurs (6.9) et (6.10) est montrée par la même méthode que pour les observateurs en cascade (5.41) et (5.42). Dans le cas de la machine asynchrone sans capteur, la vitesse n'étant pas mesurée, le terme $(\Omega - \hat{\Omega})$ n'est plus utilisé pour la preuve de convergence. Cependant, le choix adéquat des constantes θ_1 et θ_2 assure là aussi la convergence asymptotique des observateurs Grand Gain (6.9) et (6.10).

6.3 Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur

Influence de l'amplitude du défaut et des incertitudes paramétriques sur la reconstruction du couple de charge et de la vitesse

En plus de l'observateur Grand Gain interconnecté, nous proposons une loi d'estimation afin d'obtenir l'allure générale du défaut d. N'ayant aucune information sur la dynamique

du défaut d, nous posons, comme pour les observateurs à entrées inconnues [31], la remarque suivante.

Remarque 6.2 *d et $\dot{\mathcal{D}}$ sont tous deux bornés.*

L'observateur est alors donné par :

$$\dot{\hat{\mathcal{D}}} = -\theta_3(z_1 - x_1) - \theta_4(z_2 - x_2),$$

avec θ_3 et θ_4 les gains.

Remarque 6.3 *Les gains θ_3 et θ_4 sont réglés afin de minimiser l'influence de la perturbation sur la reconstruction du défaut et par ce fait découpler structurellement défaut et perturbation. Ainsi, dans le repère dq orienté selon le flux (équation 6.3), la vitesse Ω dépend du courant i_q mais pas du courant i_d. Le gain associé à l'erreur sur le courant i_q, θ_4, est alors pris nul.*

Les résultats des simulations fournis par la suite, selon le benchmark décrit par la figure 6.1, montrent respectivement les réponses à un court-circuit statorique de 2, 8 et 26 spires. Chaque court-circuit est appliqué à une phase, avec un total de 276 spires par phase. Le défaut est appliqué encore une fois à très basse vitesse (de $t = 3s$ à $5s$) puis à moyenne vitesse (de $t = 6.5s$ à $8.5s$).

La figure 6.1 représente les trajectoires de commande pour la vitesse et le couple de charge. Elle représente aussi l'amplitude du défaut appliqué. Les indices A, B et C indiquent respectivement le court-circuit statorique de 2, 8 et 26 spires.

Même si le courant observé $i_{park(dq)}$ est reconstruit en utilisant le modèle de la machine asynchrone sans défaut, des variations sont visibles sur les courants estimés (Figure 6.2). L'amplitude de ces variations augmente avec celle du défaut. Cela illustre clairement l'influence de l'amplitude de défaut sur la reconstruction des courants statoriques.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 6.3, la vitesse suit sa trajectoire de référence quand il n'y a aucun défaut. Cependant, des variations apparaissent sur la reconstruction de la vitesse quand un défaut est appliqué. Ces variations indiquent non seulement de l'occurrence d'un défaut mais fournissent également une information sur l'amplitude du défaut. La vitesse est clairement moins bien estimée quand l'amplitude du défaut croît.

Les grandes variations sur l'estimation du couple de charge (Figure 6.4) indiquent une interdépendance, à moyenne et basse vitesse, du défaut, de la perturbation et de la vitesse. L'estimation de la vitesse dépend de celle du couple de charge. Si le couple est mal estimé, il est certain que la vitesse le sera aussi.

La figure (6.5) montre la détection du défaut à ses instants d'application. Elle illustre aussi l'influence de l'amplitude du défaut. En effet, parce que les courants, la vitesse et

le couple de charge sont mal estimés, la reconstruction de l'amplitude du défaut est 10 fois plus grande que l'amplitude du défaut originalement appliqué (Figure 6.1).

De plus, une variation de -50% ou de $+50\%$ de la résistance statorique R_s influe aussi sur la reconstruction du couple de charge. Ces tests de robustesse (Figure 6.6 et 6.7) illustrent clairement qu'une variation de la résistance statorique mène à une mauvaise estimation du couple de charge et à fortiori de la vitesse et des courants.

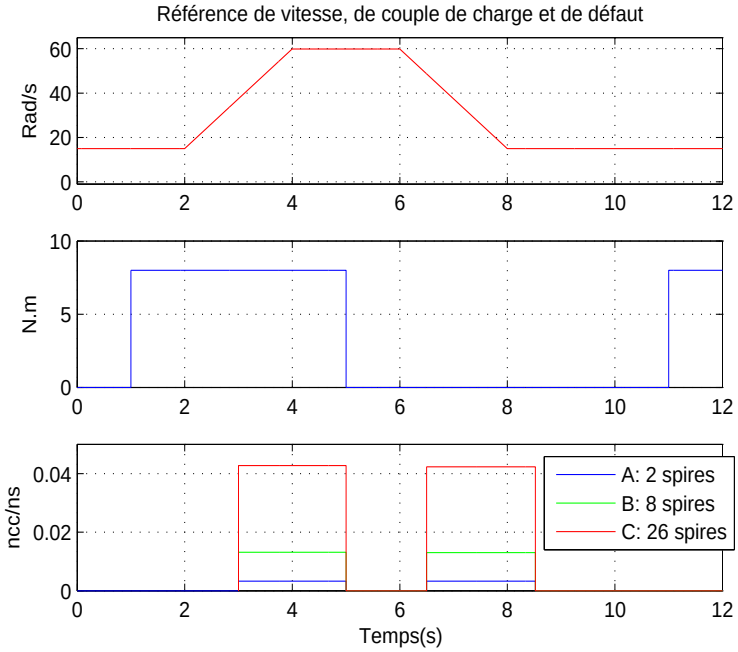

FIG. 6.1: Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et amplitude du défaut.

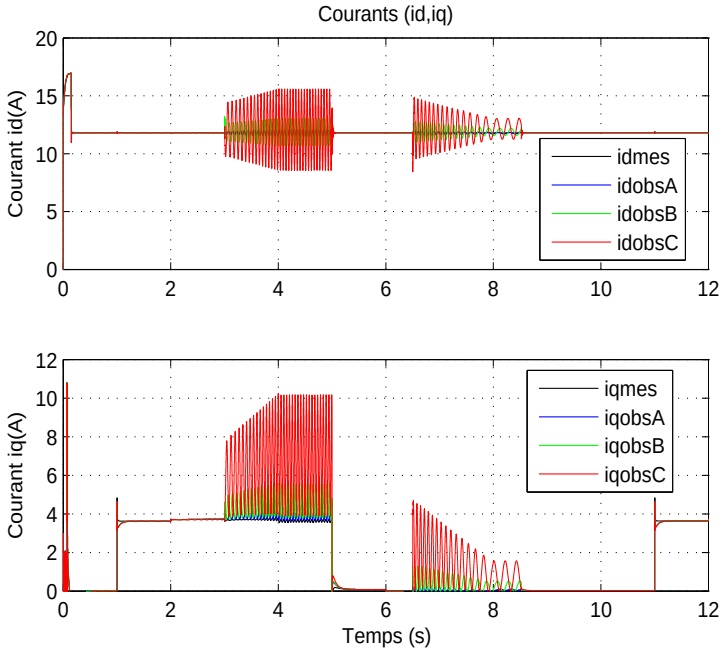

FIG. 6.2: Vecteur des courants mesurés et estimés i_{dq}.

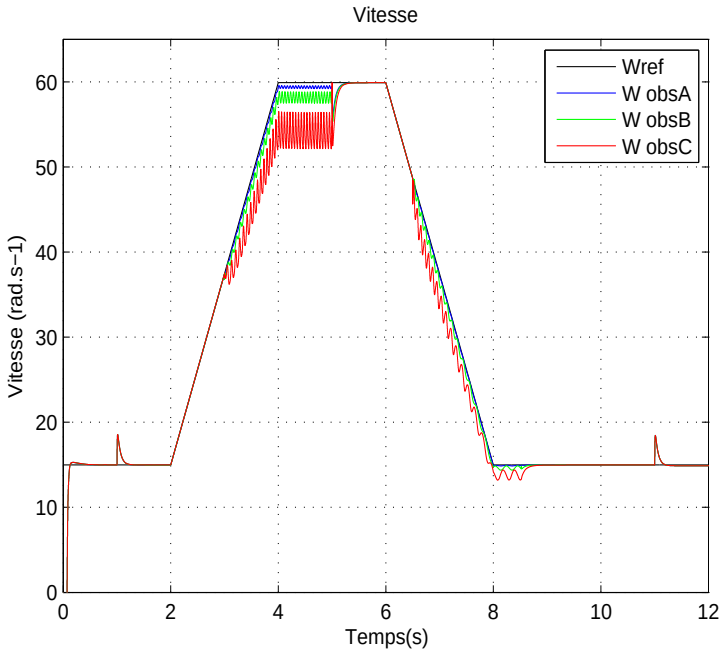

FIG. 6.3: Vitesse Ω de référence et observée.

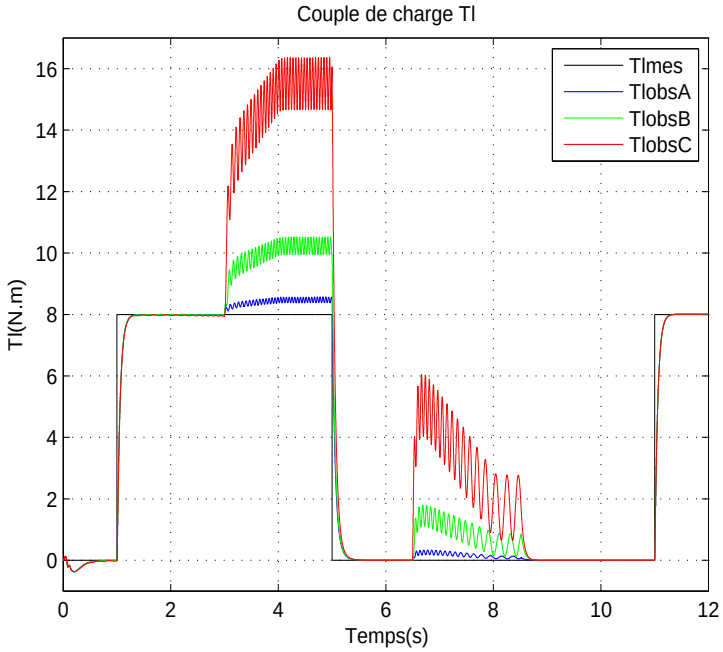

FIG. 6.4: Couple de charge observé et de référence T_l.

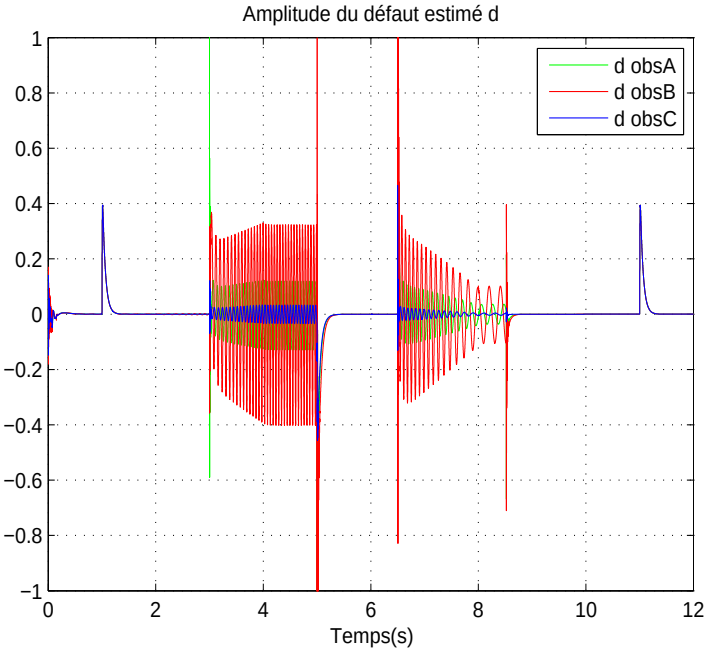

FIG. 6.5: Amplitude du défaut estimé d.

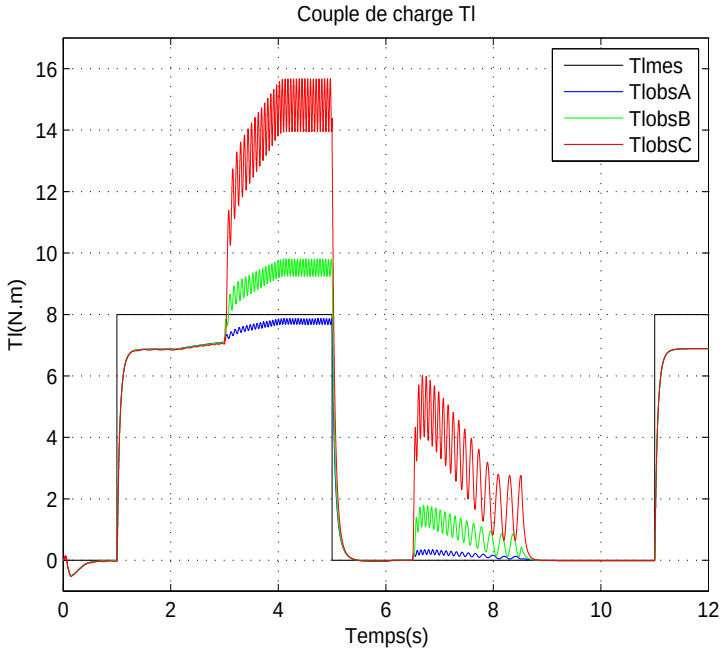

FIG. 6.6: Influence d'une variation de -50% de Rs sur T_l.

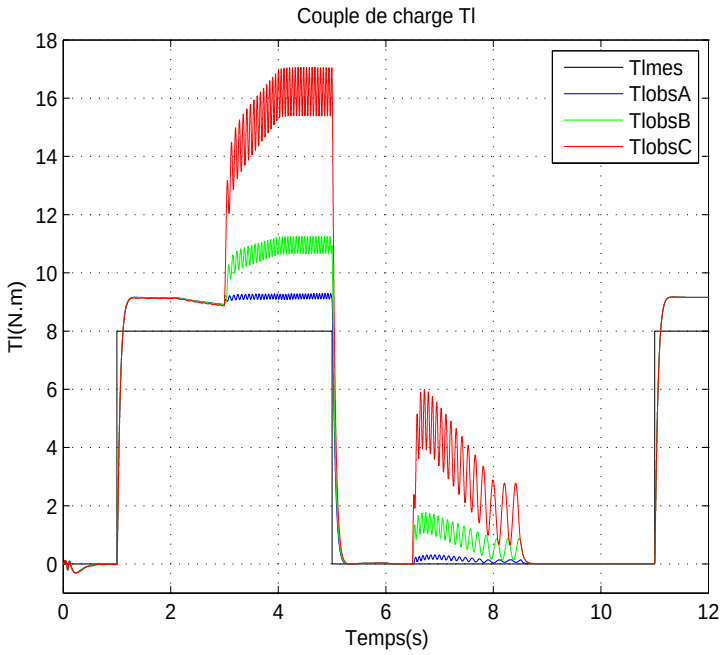

FIG. 6.7: Influence d'une variation de $+50\%$ de Rs sur T_l.

Conclusion

Les résultats présentés dans cette section soulignent l'influence de l'amplitude du défaut sur la reconstruction de l'état.

Ces essais corroborent l'idée générale du Problème Fondamental de la Génération de Résidus évoqué dans le chapitre (2). Pour un diagnostic de défaut efficient, il est nécessaire de découpler les défauts et les perturbations du système.

L'étude des conditions nécessaires sur les transformations non linéaires $x = T(\eta)$ permettant de découpler les défauts et les perturbations est faite dans [39, 85, 86]. L'application de ces conditions, même sur des exemples académiques, ne semble pas triviale.

De manière générale, à notre connaissance, il n'existe pas d'algorithme permettant d'identifier ce type de transformation.

De plus, les essais ci-dessus confirment l'importance d'estimer les résistances rotorique et statorique pour résoudre le problème de la robustesse de l'observateur face aux incertitudes paramétriques, et ce dans le but d'établir une commande tolérante aux défauts pour la machine asynchrone sans capteur.

Dans la section suivante, nous définissons une stratégie robuste de diagnostic de la machine asynchrone sans capteur de vitesse. Cette stratégie comprend l'extension des variables d'état estimées par l'ajout des résistances R_s et R_r ainsi que l'ajout d'un estimateur afin d'améliorer la détection des défauts de courts-circuits statoriques.

6.4 Stratégie pour le Diagnostic de défauts avec incertitudes paramétriques d'une machine asynchrone sans capteur

6.4.1 Modèle d'état étendu dans le repère tournant dq lié au flux rotorique

Afin d'écrire un observateur pour les paramètres de la machine asynchrone, nous étendons le modèle d'état (5.36) par l'ajout des résistances rotorique R_r et statorique R_s.

Nous supposons que les résistances R_r et R_s varient lentement telles que leurs dérivées temporelles sont nulles, autrement dit :

$$\dot{R}_s = \dot{R}_r = 0. \tag{6.11}$$

Le nouveau modèle d'état s'écrit donc :

$$\Sigma_e : \begin{cases} \dot{x} = A(u,y)x + \varphi(u,y,x) + E\epsilon + F(u,x)d \\ y = Cx. \end{cases} \tag{6.12}$$

où $x = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \phi_{rd} & \rho & \Omega & R_s & R_r & T_l \end{bmatrix}^T$, $u = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} \end{bmatrix}^T$,
$y = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$, $\epsilon = \begin{bmatrix} T_l \end{bmatrix}$,

$$A(u,y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & bm_3R_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bp\phi_{rd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\varphi(u,y,x) = \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r)i_{sd} + p\Omega i_{sq} + m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq}^2 \\ -(m_1R_s + m_2R_r)i_{sq} - p\Omega i_{sd} - m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sd}i_{sq} \\ m_3R_rM_{sr}i_{sd} \\ p\Omega + m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq} \\ m\phi_{rd}i_{sq} - c\Omega \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F(u,x) = \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r) + m_3R_rMsr\Lambda_d(u) & p\Omega \\ -p\Omega & -(m_1R_s + m_2R_r) - m_3R_rMsr\Lambda_d(u) \\ m_3R_rM_{sr} & 0 \\ 0 & \frac{m_3R_rM_{sr}}{\phi_{rd}} \\ 0 & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix},$$

avec $m_2 = \frac{M_{sr}^2}{\sigma L_s L_r^2}$ et $m_3 = \frac{1}{L_r}$.

Ce modèle (6.12), peut être vu comme une interconnection entre les sous-systèmes (6.13), (6.14) et (6.15) :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{R}_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & bm_3R_r & 0 \\ 0 & 0 & -m_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ \phi_{rd} \\ R_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r)i_{sd} + p\Omega i_{sq} + m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq}^2 \\ m_3R_rM_{sr}i_{sd} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r) + m_3R_rMsr\Lambda_d(u) & p\Omega \\ m_3R_rM_{sr} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix} d \end{aligned} \tag{6.13}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_{sq} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -bp\phi_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r)i_{sq} - p\Omega i_{sd} - m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sd}i_{sq} \\ m\phi_{rd}i_{sq} - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -p\Omega & -(m_1R_s + m_2R_r) - m_3R_rMsr\Lambda_d(u) \\ 0 & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix} d \end{aligned} \tag{6.14}$$

La résistance statorique étant constante, l'équation différentielle correspondante est :

$$\dot{R}_s = 0. \tag{6.15}$$

Alors, il est possible de représenter les sous-systèmes (6.13) et (6.14) sous la forme compacte interconnectée suivante (6.16) et (6.17) :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{X}_1 = A_1(X_2)X_1 + \varphi_1(u, y, X_3, X_2, X_1) + F_1(u,x)d \\ y_1 = C_1X_1 \end{cases} \tag{6.16}$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X}_2 = A_2(X_1)X_2 + \varphi_2(u, y, X_1, X_2, X_3) + F_2(u, x)d \\ y_2 = C_2 X_2 \end{cases} \tag{6.17}$$

où

$$A_1(X_2) = \begin{bmatrix} 0 & bm_3R_r & 0 \\ 0 & 0 & -m_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(X_1) = \begin{bmatrix} 0 & -bp\phi_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1(u, y, X_3, X_2, X_1) = \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r)i_{sd} + p\Omega i_{sq} + m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq}^2 \\ m_3R_rM_{sr}i_{sd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\varphi_2(u, y, X_1, X_2, X_3) = \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r)i_{sq} - p\Omega i_{sd} - m_3R_r\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sd}i_{sq} \\ m\phi_{rd}i_{sq} - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1(u, x) = \begin{bmatrix} -(m_1R_s + m_2R_r) + m_3R_rM_{sr}\Lambda_d(u) & p\Omega \\ m_3R_rM_{sr} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix},$$

$$F_2(u, x) = \begin{bmatrix} -p\Omega & -(m_1R_s + m_2R_r) - m_3R_rM_{sr}\Lambda_d(u) \\ 0 & m\phi_{rd} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_d(u) \\ \Lambda_q(u) \end{bmatrix}.$$

et $X_1 = \begin{bmatrix} i_{sd} & \phi_{rd} & R_r \end{bmatrix}^T$, $X_2 = \begin{bmatrix} i_{sq} & \Omega & T_l \end{bmatrix}^T$ et $X_3 = R_s$ sont les variables d'état, $u = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} \end{bmatrix}^T$ sont les entrées et $y = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$ sont les sorties, avec $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ et $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Remarque 6.4 *Le choix des variables de chaque sous-système a été fait dans le but de séparer les variables mécaniques* (Ω, T_l) *de la variable magnétique* (ϕ_{rd}) *afin de découpler le défaut* d *de la perturbation* ϵ*. D'autres choix peuvent être aussi considérés dans la représentation du système, pourvu qu'un observateur puisse être conçu pour le diagnostic et l'observation.*

6.4.2 Observabilité de la machine asynchrone sans mesure de vitesse

L'objectif principal est la synthèse d'un observateur pour d'une part la commande et d'autre part le diagnostic de défaut de la machine asynchrone sans capteur mécanique.

Nous avons montré en début de ce chapitre l'influence des incertitudes paramétriques sur la reconstruction de l'état étendu de la machine asynchrone sans capteur avec défauts. Pour pallier ce problème et assurer la robustesse de l'observateur, nous étendons les variables d'état par l'ajout des résistances R_s et R_r.

L'observabilité de la machine asynchrone sans capteur ayant déjà été traité dans [96], nous étudions si l'ajout des résistances R_s et R_r modifie l'observabilité de la machine

asynchrone sans capteur. Cela revient à étudier l'identifiabilité des paramètres R_s et R_r pour la machine asynchrone sans capteur mécanique.

Nous faisons l'étude de l'observabilité dans le repère dq généralisé en étendant le vecteur d'état et en considérant la vitesse non mesurable.

Nous considérons le modèle de la machine asynchrone (5.33) où la vitesse n'est pas mesurée.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{6.18}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \\ R_s \\ R_r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bm_3x_8x_3 + bpx_5x_4 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_1 + \omega_s x_2 \\ bm_3x_8x_4 - bpx_5x_3 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_2 - \omega_s x_1 \\ -m_3x_8x_3 + (\omega_s - px_5)x_4 + m_3x_8M_{sr}x_1 \\ -m_3x_8x_4 - (\omega_s - px_5)x_3 + m_3x_8M_{sr}x_2 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit l'ensemble de fonctions C^∞ $P_1(x)$ généré à partir des mesures et leurs dérivées respectives tel que :

$$P_1(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \\ h_1^{(3)} \\ h_2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \end{bmatrix}.$$

Le jacobien J_1 de $P_1(x)$ par rapport à l'état x permet de caractériser l'observabilité du système (6.18) au sens du rang :

$$
\begin{aligned}
J_1(x) &= \frac{\partial(P_1(x))}{\partial(x)} \\
&= \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-(m_1x_7+m_2x_8) & \omega_s & bm_3x_8 & bpx_5 & bpx_4 & 0 & -m_1x_1 & bm_3x_3-m_2x_1 \\
-\omega_s & -(m_1x_7+m_2x_8) & -bpx_5 & bm_3x_8 & -bpx_3 & 0 & -m_1x_2 & bm_3x_4-m_2x_2 \\
a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\
b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 \\
s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 & s_7 & s_8 \\
r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 & r_6 & r_7 & r_8
\end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

où les termes a_i, b_i, s_i et r_i, pour $i = 1, \cdots, 8$ dépendent des variables d'états x_i ainsi que de la pulsation w_s, des tensions u_{sdq} et de leurs dérivées temporelles respectives (voir Annexe A).

Vu, les expressions de a_i, b_i, s_i et r_i (Annexe A), le déterminant D_1 de la matrice $J_1(x)$ est difficile à exploiter. Nous allons donc considérer différents cas particuliers afin de mieux étudier l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur de vitesse.
Nous considérons tout d'abord le cas où la vitesse Ω de la machine asynchrone est constante.

6.4.3 Cas 1 : $\dot{\Omega} = 0$

Dans le cas où la vitesse de la machine asynchrone est constante, le modèle (5.33) devient :

$$
\begin{cases}
\dot{x} = f(x) + g(x)u \\
y = h(x)
\end{cases}
\tag{6.19}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ R_s \\ R_r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}
$$

$$
f(x) = \begin{bmatrix}
bm_3x_8x_3 + bpx_5x_4 - (m_1x_7+m_2x_8)x_1 + \omega_s x_2 \\
bm_3x_8x_4 - bpx_5x_3 - (m_1x_7+m_2x_8)x_2 - \omega_s x_1 \\
-m_3x_8x_3 + (\omega_s - px_5)x_4 + m_3x_8M_{sr}x_1 \\
-m_3x_8x_4 - (\omega_s - px_5)x_3 + m_3x_8M_{sr}x_2 \\
0 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
$$

Soit la fonction C^∞ $P_2(x)$ générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_2(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \\ h_1^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_1^{(3)} \end{bmatrix}$$

Le jacobien J_2 de $P_2(x)$ par rapport à l'état x permet de caractériser l'observabilité du système (6.19) au sens du rang :

$$\begin{aligned} J_2(x) &= \frac{\partial(P_2(x))}{\partial(x)} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(m_1x_7+m_2x_8) & \omega_s & bm_3x_8 & bpx_5 & bpx_4 & -m_1x_1 & bm_3x_3-m_2x_1 \\ -\omega_s & -(m_1x_7+m_2x_8) & -bpx_5 & bm_3x_8 & -bpx_3 & -m_1x_2 & bm_3x_4-m_2x_2 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{27} & a_{28} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{27} & b_{28} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{27} & s_{28} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La sous-matrice $\frac{\partial(h_1,h_2,\dot{h}_1,\dot{h}_2,h_1^{(2)},h_2^{(2)})}{\partial(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)}$ est de rang plein sauf pour les points $\dot{x}_4 = -\omega_s x_3$, $\dot{x}_3 = \omega_s x_4$ ou encore $\dot{x}_4 = \dot{x}_3 = \omega_s = 0$ qui constituent des singularités (physiques) pour l'observabilité du système [96]. La condition suffisante de l'observabilité est satisfaite sauf en ces singularités.

Pour l'étude de l'observabilité du système étendu, nous complétons par le calcul du rang du jacobien J_2 de $P_2(x)$.
Hors les singularités mentionnées ci-dessus et au vue des termes a_{2i}, b_{2i} et $s_{2i}, i = 1..7$ définis dans en section A.2, le déterminant D_2 du jacobien J_2 de $P_2(x)$ est non nul. Les paramètres R_s et R_r sont donc identifiables.

Étudions l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur pour le cas (physique) où la pulsation ω_s est nulle.

6.4.4 Cas 2 : $\omega_s = 0$

Dans ce cas le modèle de la machine asynchrone (5.33) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{6.20}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \\ R_s \\ R_r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bm_3x_8x_3 + bpx_5x_4 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_1 \\ bm_3x_8x_4 - bpx_5x_3 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_2 \\ -m_3x_8x_3 - px_5x_4 + m_3x_8M_{sr}x_1 \\ -m_3x_8x_4 + px_5x_3 + m_3x_8M_{sr}x_2 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit la fonction C^∞ $P_4(x)$ générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_4(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \\ h_1^{(3)} \\ h_2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \end{bmatrix}.$$

Le jacobien J_4 de $P_4(x)$ par rapport à l'état x permet de caractériser l'observabilité du système (6.20) au sens du rang :

$$\begin{aligned} J_4(x) &= \frac{\partial(P_4(x))}{\partial(x)} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(m_1x_7 + m_2x_8) & 0 & bm_3x_8 & bpx_5 & bpx_4 & 0 & -m_1x_1 & bm_3x_3 - m_2x_1 \\ 0 & -(m_1x_7 + m_2x_8) & -bpx_5 & bm_3x_8 & -bpx_3 & 0 & -m_1x_2 & bm_3x_4 - m_2x_2 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} & b_{46} & b_{47} & b_{48} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} & s_{47} & s_{48} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} & r_{47} & r_{48} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La sous-matrice $\frac{\partial(h_1,h_2,\dot{h}_1,\dot{h}_2,h_1^{(2)},h_2^{(2)})}{\partial(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)}$ est de rang plein sauf pour les points $T_e = 0$ et $\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2 = 0$ [96]. Nous regardons le rang du jacobien $\frac{\partial(h_1^{(3)},h_2^{(3)})}{\partial(x_7,x_8)}$ pour l'observabilité du système étendu. Cela revient à calculer le rang de la matrice :

$$\begin{aligned} J_4^{'}(x) &= \frac{\partial(h_1^{(3)}, h_2^{(3)})}{\partial(x_7, x_8)} \\ &= \begin{bmatrix} s_{47} & s_{48} \\ r_{47} & r_{48} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Le déterminant est alors :

$$D_4^{'} = s_{47}r_{48} - r_{47}s_{48},$$

avec les termes $s_{47}, s_{48}, r_{47}, r_{48}$ définis dans l'annexe A, section A.3. Le déterminant $D_4^{'}$ est non nul.

De plus, hors les singularités précisées ci-dessus, le déterminant D_4 du jacobien J_4, fonction des termes a_{4i}, b_{4i}, r_{4i} et $s_{4i}, i = 1..8$, est non nul. La condition suffisante de l'observabilité du système est encore une fois satisfaite et les paramètres R_s et R_r sont donc identifiables.

Voyons maintenant l'observabilité du système étendu pour le cas (physique) où le flux dans le rotor et le couple électromécanique sont tous deux nuls.

6.4.5 Cas 3 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$

Le modèle de la machine asynchrone (5.33) se résume comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{6.21}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \\ R_s \\ R_r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bm_3x_8x_3 + bpx_5x_4 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_1 \\ bm_3x_8x_4 - bpx_5x_3 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_2 \\ 0 \\ 0 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit la fonction C^∞ $P_5(x)$ générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_5(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \\ h_1^{(3)} \\ h_2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \end{bmatrix}.$$

Le jacobien J_5 de $P_5(x)$ par rapport à l'état x permet de caractériser l'observabilité du système (6.21) au sens du rang :

$$\begin{aligned} J_5(x) &= \frac{\partial(P_5(x))}{\partial(x)} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(m_1x_7+m_2x_8) & \omega_s & bm_3x_8 & bpx_5 & bpx_4 & 0 & -m_1x_1 & bm_3x_3-m_2x_1 \\ -\omega_s & -(m_1x_7+m_2x_8) & -bpx_5 & bm_3x_8 & -bpx_3 & 0 & -m_1x_2 & bm_3x_4-m_2x_2 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} & b_{56} & b_{57} & b_{58} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} & s_{57} & s_{58} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} & r_{56} & r_{57} & r_{58} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La sous-matrice $\frac{\partial(h_1,h_2,\dot{h}_1,\dot{h}_2,h_1^{(2)},h_2^{(2)})}{\partial(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)}$ est de rang plein sauf quand $\phi_{rd}^2+\phi_{rq}^2=0$ ou $\dot{x}_5=0$ [96].

Nous regardons le rang du jacobien $\frac{\partial(h_1^{(3)},h_2^{(3)})}{\partial(x_7,x_8)}$. Cela revient à calculer le rang de la matrice :

$$\begin{aligned} J_5^{'}(x) &= \frac{\partial(h_1^{(3)},h_2^{(3)})}{\partial(x_7,x_8)} \\ &= \begin{bmatrix} s_{57} & s_{58} \\ r_{57} & r_{58} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Le déterminant est alors :

$$D_5^{'} = s_{57}r_{58} - r_{57}s_{58},$$

avec les termes $s_{57}, s_{58}, r_{57}, r_{58}$ définis dans l'annexe A, section A.4. Le déterminant $D_5^{'}$ est non nul. Le déterminant D_5, fonction des termes a_{5i}, b_{5i}, r_{5i} et $s_{5i}, i = 1..8$, est lui aussi non nul.

La condition suffisante de l'observabilité est donc satisfaite sauf en les singularités explicitées ci-dessus et les paramètres R_s et R_r sont identifiables.

Nous étudions maintenant si, à vitesse Ω constante ($\dot{\Omega}=0$), flux rotorique ϕ_{rdq} constant ($\dot{\phi}_{rd}=\dot{\phi}_{rq}=0$) et pulsation statorique nulle ($\omega_s=0$), la machine asynchrone sans capteur de mesure est observable.

6.4.6 Cas 4 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$

Dans ce cas, le modèle de la machine asynchrone (5.33) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{6.22}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \\ R_s \\ R_r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bm_3x_8x_3 + bpx_5x_4 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_1 \\ bm_3x_8x_4 - bpx_5x_3 - (m_1x_7 + m_2x_8)x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Considérons la fonction C^∞ $P_6(x)$ générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_6(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \\ h_1^{(3)} \\ h_2^{(3)} \\ h_1^{(4)} \\ h_2^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \\ x_1^{(4)} \\ x_2^{(4)} \end{bmatrix}.$$

Soit J_6 le jacobien associé à $P_6(x)$ par rapport à x dans l'espace d'observabilité permettant de caractériser l'observabilité au sens du rang :

$$
\begin{aligned}
J_6(x) &= \frac{\partial(P_6(x))}{\partial(x)} \\
&= \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-(m_1x_7+m_2x_8) & 0 & bm_3x_8 & bpx_5 & bpx_4 & 0 & -m_1x_1 & bm_3x_3-m_2x_1 \\
0 & -(m_1x_7+m_2x_8) & -bpx_5 & bm_3x_8 & -bpx_3 & 0 & -m_1x_2 & bm_3x_4-m_2x_2 \\
a_{61} & 0 & a_{63} & a_{64} & a_{65} & 0 & a_{67} & a_{68} \\
0 & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & 0 & b_{67} & b_{68} \\
s_{61} & 0 & s_{63} & s_{64} & s_{65} & 0 & s_{67} & s_{68} \\
0 & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & 0 & r_{67} & r_{68}
\end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Nous remarquons que :
$\frac{\partial h_1^{(2)}}{\partial x} = -(m_1x_7+m_2x_8)\frac{\partial \dot{h}_1}{\partial x}$, $\frac{\partial h_2^{(2)}}{\partial x} = -(m_1x_7+m_2x_8)\frac{\partial \dot{h}_2}{\partial x}$, $\frac{\partial h_1^{(3)}}{\partial x} = (m_1x_7+m_2x_8)^2\frac{\partial \dot{h}_1}{\partial x}$, $\frac{\partial h_2^{(3)}}{\partial x} = (m_1x_7+m_2x_8)^2\frac{\partial \dot{h}_2}{\partial x}$.

Par conséquent, l'observabilité du système (6.22) ne peut être établie dans le cas particulier de fonctionnement de la machine où ϕ_{rd} , ϕ_{rq} sont constants, **pulsation statorique nulle** et **la vitesse est constante** même en utilisant les dérivées d'ordre supérieur des mesures.

6.4.7 Stratégie robuste de détection des défauts

Suite à l'étude de l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur de vitesse, nous définissons dans cette partie une stratégie robuste de détection des défauts de courts-circuits statoriques.

Nous synthétisons un observateur d'une part pour estimer les variables électriques et d'autre part pour reconstruire les variables mécaniques (vitesse et couple de charge). L'observateur servira aussi à estimer les résistances rotorique R_r et statorique R_s.

A cet observateur, nous adjoignons un "quasi-estimateur" qui est un estimateur robuste par rapport au couple de charge, aux variations paramétriques de R_s et R_r mais néanmoins sensible aux défauts. Ce quasi-estimateur, défini dans la section 6.5.1, est une copie du système sans défaut qui reçoit en entrée le couple de charge $\hat{T}_l$ et les résistances $(\hat{R}_s, \hat{R}_r)$ reconstruits et fournit en sortie des signaux "quasi-sains", c'est-à-dire, des signaux très peu affectés par les perturbations et les variations paramétriques considérées.

Nous générons les résidus $r(t)$ pour la détection des défauts en comparant les sorties mesurées y aux sorties estimées $\tilde{y}$.

Les résidus $r(t)$ correspondent à l'écart entre les courants mesurés i_{dq} et les courants estimés $\tilde{i}_{dq}$. Cet écart équivaut au courant i_{scdq} induit par le court-circuit défini dans le

chapitre précédent (5.35).

$$r(t) = \tilde{e}_{dq} = i_{dq} - \tilde{i}_{dq} \tag{6.23}$$

Les résidus ainsi définis serviront par la suite à isoler et localiser les défauts.

6.4.8 Stratégie robuste d'isolation des défauts

Nous définissons dans cette partie une stratégie robuste pour l'isolation des défauts de courts-circuits statoriques. Isoler un défaut de court-circuit statorique c'est déterminer le nombre de spires en court-circuit n_{cc} ainsi que $p\gamma$ l'angle qui indique la phase sur laquelle le court-circuit est apparu.

Cette stratégie repose sur l'utilisation des résidus $r(t)$ générés avec les signaux fournis par le quasi-estimateur et les signaux mesurés (6.23).

Calcul du nombre de spires en court-circuit

Nous calculons tout d'abord n_{cc} à partir des expressions (6.23) et (5.35). En effet, $\tilde{e}_{dq}$ correspondant au courant de court-circuit i_{scdq},

$$r_{dq} = \tilde{e}_{dq} = \frac{2n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s} P(-\xi)Q(p\gamma)P(\xi)u_{sdq}. \tag{6.24}$$

Afin de découpler le défaut d de la perturbation ϵ, pour le calcul de n_{cc}, nous n'exploitons que la composante de l'erreur $\tilde{e}_{dq}$ selon l'axe d.

$$r_d = \tilde{e}_d \quad = \quad \tfrac{2n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s}\left[cos^2(p\gamma-\xi) \quad \tfrac{1}{2}sin\,2(p\gamma-\xi)\right]u_{sdq}. \tag{6.25}$$

De plus, en pratique, la matrice $\{P(-\xi)Q(p\gamma)P(\xi)u_{sdq}\}$ n'étant pas inversible, nous posons donc :

$$\begin{aligned} max\,\{\tilde{e}_d\} \quad &= \quad max\left\{\tfrac{2n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s}\left[cos^2(p\gamma-\xi) \quad \tfrac{1}{2}sin\,2(p\gamma-\xi)\right]u_{sdq}\right\} \\ &= \tfrac{2n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s}max\left\{\left[cos^2(p\gamma-\xi) \quad \tfrac{1}{2}sin\,2(p\gamma-\xi)\right]u_{sdq}\right\} \\ &= \tfrac{2n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s}max\left\{cos^2(p\gamma-\xi)u_{sd} + \tfrac{1}{2}sin\,2(p\gamma-\xi)u_{sq}\right\} \\ &= \tfrac{2n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s}max\ \ \Lambda_d(u_{sdq}). \end{aligned} \tag{6.26}$$

Déterminer le maximum de la fonction $\Lambda_d(u_{sdq})$ revient à calculer sa dérivée temporelle telle que

$$\frac{d\Lambda_d(u_{sdq})}{dt} = 0. \tag{6.27}$$

Dans le repère dq orienté flux, en régime permanent, les tensions u_{sdq} sont constantes. Leurs dérivées temporelles sont donc nulles.

La relation (6.27) devient :

$$\frac{d\Lambda_d(u_{sdq})}{dt} = 0 \Leftrightarrow -sin\ 2(p\gamma - \xi)u_{sd} + cos\ 2(p\gamma - \xi)u_{sq} = 0. \tag{6.28}$$

De (6.28), nous extrayons $(p\gamma - \xi)$ tel que :

$$(p\gamma - \xi) = \frac{1}{2} arctan\ \frac{u_{sq}}{u_{sd}}. \tag{6.29}$$

Nous remplaçons $(p\gamma - \xi)$ dans (6.25). En posant $\bar{u} = \frac{u_{sq}}{u_{sd}}$, nous obtenons la relation suivante :

$$max\,\{\tilde{e}_d\} = \frac{n_{cc}}{3n_s\hat{R}_s} u_{sd}(1 + \sqrt{1 + \bar{u}^2}). \tag{6.30}$$

Soit :

$$n_{cc} = \frac{3n_s\hat{R}_s max\{\tilde{e}_d\}}{u_{sd}(1+\sqrt{1+\bar{u}^2})}. \tag{6.31}$$

Détermination de la phase affectée par le défaut

Afin de retrouver la valeur de l'angle $p\gamma$ et ainsi discriminer la phase sur laquelle le défaut est apparu, nous synthétisons, à partir de l'équation (6.25), pour chaque valeur de $p\gamma \in [0, 2\pi/3, 4\pi/3]$ et pour n_{cc} donné par la relation (6.31), un ensemble de trois signaux (p_a, p_b, p_c).

Le signal p_a est obtenu en posant $p\gamma = 0$ dans l'équation (6.25). Ce signal indique l'occurrence d'un défaut sur la phase a. Le signal p_b est obtenu en remplaçant la valeur de $p\gamma$. Pour $p\gamma = 2\pi/3$ le signal p_b indique un défaut sur la phase b. Le signal p_c, quant à lui, obtenu en posant $p\gamma = 4\pi/3$ dans l'équation (6.25), indique de l'occurrence d'un défaut sur la phase c.

Nous comparons ensuite chaque signal (p_a, p_b, p_c) au résidu r_d obtenu par comparaison des signaux mesurés et estimés.

La phase sur laquelle le défaut est apparu est indiquée par le minimum des trois signaux (e_a, e_b, e_c) générés suivant les équations :

$$\begin{array}{rcl} e_a & = & p_a - r_d \\ e_b & = & p_b - r_d \\ e_c & = & p_c - r_d \end{array} \tag{6.32}$$

Nous présentons dans la section suivante l'ensemble d'observateurs et d'estimateurs synthétisés pour le diagnostic de défauts et la commande sans capteur de la machine asynchrone.

6.5 Synthèse d'observateurs et d'estimateurs pour le Diagnostic de défauts d'une machine asynchrone sans capteur

Dans cette section, nous comparons les performances des observateurs de type Kalman et Grand Gain, définis dans le chapitre précédent, pour le diagnostic des défauts pour la machine asynchrone sans capteur.

En plus de reconstruire les variables mécaniques (vitesse et couple de charge), les observateurs serviront à estimer, pour la commande, les variables électriques (courant et flux) ainsi que les résistances R_s et R_r.

Nous synthétisons en complément des observateurs, des estimateurs qui, à partir du couple de charge et des résistances observés, génèrent une estimation du vecteur d'état.

Il s'agit d'estimateurs adaptatifs dans le sens où les variations paramétriques $(\hat{R}_s, \hat{R}_r)$ ainsi que la perturbation $(\hat{T}_l)$ sont prises en compte. Ces estimateurs sont plus simples que les observateurs car, contrairement à ces derniers, aucun calcul de gain n'est nécessaire.

L'ensemble Observateurs+Estimateurs constitue une solution robuste au paradoxe "Robustesse-Sensibilité" sans pour autant compléxifier les équations. Cet ensemble servira d'une part à la commande sans capteur de la machine asynchrone et d'autre part au diagnostic de défauts de cette machine. En effet, l'ensemble est sensible aux défauts pour le diagnostic tout en étant robuste par rapport aux incertitudes paramétriques, aux défauts ainsi qu'aux perturbations à des fins de commande.

6.5.1 Synthèse du quasi-estimateur

L'estimateur adaptatif est construit selon le modèle ci-dessous :

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{i}}_{sd} &= -(m_1\hat{R}_s + m_2\hat{R}_r)\tilde{i}_{sd} + \omega_s\tilde{i}_{sq} + bm_3\hat{R}_r\tilde{\phi}_{rd} + bp\tilde{\Omega}\tilde{\phi}_{rq} + m_1u_{sd} \\
\dot{\tilde{i}}_{sq} &= -\omega_s\tilde{i}_{sd} - (m_1\hat{R}_s + m_2\hat{R}_r)\tilde{i}_{sq} - bp\tilde{\Omega}\tilde{\phi}_{rd} + bm_3\hat{R}_r\tilde{\phi}_{rq} + m_1u_{sq} \\
\dot{\tilde{\phi}}_{rd} &= m_3\hat{R}_rM_{sr}\tilde{i}_{sd} - m_3\hat{R}_r\tilde{\phi}_{rd} + (\omega_s - p\tilde{\Omega})\tilde{\phi}_{rq} \\
\dot{\tilde{\phi}}_{rq} &= m_3\hat{R}_rM_{sr}\tilde{i}_{sq} - (\omega_s - p\tilde{\Omega})\tilde{\phi}_{rd} - m_3\hat{R}_r\tilde{\phi}_{rq} \\
\dot{\tilde{\Omega}} &= m(\tilde{\phi}_{rd}\tilde{i}_{sq} - \tilde{\phi}_{rq}\tilde{i}_{sd}) - c\tilde{\Omega} - \tfrac{1}{J}\hat{T}_l
\end{aligned} \tag{6.33}$$

Les paramètres b, c, σ, m, m_1, m_2 et m_3 sont définis par :

$$b = \frac{M_{sr}}{\sigma L_sL_r}, \quad c = \frac{f_v}{J}, \qquad \sigma = 1 - \frac{M_{sr}^2}{L_sL_r}$$
$$m = \frac{pM_{sr}}{JL_r}, \quad m_1 = \frac{1}{\sigma L_s}, \quad m_2 = \frac{M_{sr}^2}{\sigma L_sL_r^2}, \quad m_3 = \frac{1}{L_r}.$$

Ce quasi-estimateur consiste en une copie du système (machine asynchrone sans défaut) avec prise en compte des variations paramétriques $(\hat{R}_s, \hat{R}_r)$ et de la perturbation $(\hat{T}_l)$.

6.5.2 Synthèse des observateurs

Nous synthétisons deux types d'observateurs, un observateur de type Kalman et un observateur Grand Gain, afin de comparer leur performance pour le diagnostic de défauts de la machine asynchrone sans capteur.

Les observateurs de type Kalman pour les sous-systèmes (6.13), (6.14) et (6.15) sont donnés par :

$$O_1 : \left\{ \begin{array}{lcl} \dot{Z}_1 & = & A_1(Z_2)Z_1 + \varphi_1(u, y, Z_3, Z_2, Z_1) - K_1(\hat{y}_1 - y_1) \\ \hat{y}_1 & = & C_1Z_1 \end{array} \right. \tag{6.34}$$

$$O_2 : \left\{ \begin{array}{lcl} \dot{Z}_2 & = & A_2(Z_1)Z_2 + \varphi_2(u, y, Z_1, Z_2, Z_3) - K_2(\hat{y}_2 - y_2) \\ \hat{y}_2 & = & C_2Z_2 \end{array} \right. \tag{6.35}$$

$$O_3 : \left\{ \dot{Z}_3 \;=\; -K_3(\hat{y} - y) \right. \tag{6.36}$$

Les gains K_1 et K_2 sont définis respectivement par $K_1 = S_1^{-1}C_1^T$ et $K_2 = S_2^{-1}C_2^T$ avec S_1 et S_2 solutions des équations différentielles :

$$\begin{aligned}
\dot{S}_1 &= -\theta_{K1}S_1 - A_1^TS_1 - S_1A_1 + C_1^TC_1 \\
\dot{S}_2 &= -\theta_{K2}S_2 - A_2^TS_2 - S_2A_2 + C_2^TC_2
\end{aligned} \tag{6.37}$$

θ_{K1} et θ_{K2} sont des constantes positives.

Les observateurs Grand Gain pour les sous-systèmes (6.13), (6.14) et (6.15) sont donnés par :

$$O_1 : \left\{ \begin{array}{lcl} \dot{Z}_1 & = & A_1(Z_2)Z_1 + \varphi_1(u, y, Z_3, Z_2, Z_1) - \Gamma_1^{-1}(u, y)\Delta_1^{-1}K_1(\hat{y}_1 - y_1) \\ \hat{y}_1 & = & C_1 Z_1 \end{array} \right. \tag{6.38}$$

$$O_2 : \left\{ \begin{array}{lcl} \dot{Z}_2 & = & A_2(Z_1)Z_2 + \varphi_2(u, y, Z_1, Z_2, Z_3) - \Gamma_2^{-1}(u, y)\Delta_2^{-1}K_2(\hat{y}_2 - y_2) \\ \hat{y}_2 & = & C_2 Z_2 \end{array} \right. \tag{6.39}$$

$$O_2 : \left\{ \ \dot{Z}_3 \ = \ -\Delta_3^{-1}K_3(\hat{y} - y) \right. \tag{6.40}$$

$Z_1 = \left[\hat{i}_{sd} \ \hat{\phi}_{rd} \ \hat{R}_r\right]^T$, $Z_2 = \left[\hat{i}_{sq} \ \hat{\Omega} \ \hat{T}_l\right]^T$ et $Z_3 = \hat{R}_s$ sont les variables d'état estimées.

Γ_1 et Γ_2 sont définies respectivement par les matrices $A_1(Z_2)$ et $A_2(Z_1)$.

$\Delta_1 = diag\,\{1/\theta_{G1}, 1/\theta_{G1}^2, 1/\theta_{G1}^3, 1/\theta_{G1}^4\}$ et $\Delta_2 = diag\,\{1/\theta_{G2}, 1/\theta_{G2}^2, 1/\theta_{G2}^3\}$ et $\Delta_3 = diag\,\{1/\theta_{G3}, 1/\theta_{G3}^2\}$avec θ_{G1}, θ_{G2} et θ_{G3} des constantes positives.
Les matrices $A_1(Z_2)$ et $A_1(Z_2)$ ainsi que les champs de vecteurs $\varphi_1(u, y, Z_2, Z_1)$ et $\varphi_2(u, y, Z_1, Z_2)$ sont donnés par :

$$A_1(Z_2) = \begin{bmatrix} 0 & bm_3\hat{R}_r & 0 \\ 0 & 0 & -m_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(Z_1) = \begin{bmatrix} 0 & -bp\hat{\phi}_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1(u, y, Z_3, Z_2, Z_1) = \begin{bmatrix} -(m_1\hat{R}_s + m_2\hat{R}_r)i_{sd} + p\hat{\Omega}i_{sq} + m_3\hat{R}_r\frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}}i_{sq}^2 \\ m_3\hat{R}_r M_{sr} i_{sd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\varphi_2(u, y, Z_1, Z_2, Z_3) = \begin{bmatrix} -(m_1\hat{R}_s + m_2\hat{R}_r)i_{sq} - p\hat{\Omega}i_{sd} - m_3\hat{R}_r\frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}}i_{sd}i_{sq} \\ m\hat{\phi}_{rd}i_{sq} - c\hat{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

De plus, pour reconstruire le défaut d, nous ajoutons à l'ensemble "Observateur+Estimateur" un observateur construit suivant la loi d'estimation de la forme suivante :

$$\dot{\hat{\mathcal{D}}} = -\theta_3(z_1 - x_1) - \theta_4(z_2 - x_2),$$

avec θ_3 et θ_4 les gains.
Nous posons, comme pour les observateurs à entrée inconnue [31], la remarque ci-dessous.

Remarque 6.5 *d et $\dot{\mathcal{D}}$ sont tous deux bornés.*

Remarque 6.6 *Les gains θ_3 et θ_4 sont réglés afin de minimiser l'influence de la perturbation sur la reconstruction du défaut et par ce fait découpler structurellement défaut et perturbation. Ainsi, dans le repère dq orienté selon le flux (équation 6.3), la vitesse Ω dépend du courant i_q mais pas du courant i_d. Le gain associé à l'erreur sur le courant i_q, θ_4, est alors pris nul.*

6.6 Diagnostic robuste de défauts d'une machine asynchrone sans capteur

Nous rappelons le benchmark défini pour le diagnostic de défauts de courts-circuits statoriques pour une machine asynchrone sans capteur avec les caractéristiques du tableau 5.2.

6.6.1 Benchmark pour le diagnostic de la machine asynchrone

L'ensemble d'observateurs et d'estimateurs définis ci-dessus est appliqué au diagnostic de la machine asynchrone sans capteur selon un benchmark spécifique. Ce benchmark spécifique "Observateur pour le Diagnostic" est défini dans le cadre du groupe de travail Inter GDR CE2 et implanté à l'IRCCyN [26].

Ce benchmark permet de tester la performance des observateurs pour une machine asynchrone et ce, à basse fréquence. Ce benchmark a été modifié afin d'inclure des tests pour le diagnostic de défauts.

Les courts-circuits statoriques sont introduits grâce aux équations (5.34), (5.35). Ils sont appliqués à une machine asynchrone avec les caractéristiques définies dans le tableau 5.2.

Nous considérons le couple de charge T_l comme la perturbation ϵ. Le couple est appliqué à basse et à haute vitesse (de $t = 1s$ à $t = 5s$) comme le montre la figure 5.7.

Comme les tests précédents, la vitesse maximale est établie à 60 rad/s afin d'éviter des courants trop élevés dans la machine asynchrone et ainsi protéger la machine de courants qui pourraient, en cas de défauts importants, entraîner sa destruction.

La période d'échantillonnage de la simulation est égale à $200\mu s$.

Nous appliquons des courts-circuits d'amplitude croissante et sur différentes phases. Le nombre total de spires par phase vaut 276. Le court-circuit intervient sur une phase. Le défaut est appliqué d'abord à très basse vitesse (de $t = 3s$ à $5s$) puis à vitesse moyenne (de $t = 6.5s$ à $8.5s$).

6.6.2 Résultats de simulation

Les résultats présentés ci-dessous montrent la performance des quasi-estimateurs construits à partir de l'équation (6.33), de l'observateurs de type Kalman (6.34-6.35) et de l'observateur Grand Gain (6.38-6.39) pour le diagnostic de défauts de court-circuits.

Le tableau 6.1 récapitule les performances en termes d'isolation du défaut des observateurs de type Kalman et Grand Gain ainsi que des quasi-estimateurs respectivement associés. Pour une machine asynchrone, isoler un défaut de court-circuit statorique c'est retrouver la phase d'occurrence par la détermination de $p\gamma$ et l'amplitude du défaut définie par n_{cc} le nombre de spires en court-circuit.

	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}
Défaut appliqué	a	5	b	12	c	15	c	26
Observateur de type Kalman	a	6	c	11	a	13	a	23
Quasi-estimateur associé	a	9	b	12	a	14	c	22
Observateur Grand Gain	a	4	b	12	c	23	c	37
Quasi-estimateur associé	a	6	b	14	a	26	a	40

TAB. 6.1: Performances des observateurs et des quasi-estimateurs pour l'isolation des défauts

La figure 6.8 représente les trajectoires de référence pour la vitesse, le couple de charge et l'amplitude du défaut de court-circuit appliqué. Les instants d'application de la perturbation ϵ et du défaut d y apparaissent clairement. Le flux est établi à 1.1 Wb pour éviter une saturation de la machine asynchrone.

Les résultats des essais pour le diagnostic de défaut de la machine asynchrone sont donnés par les figures 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14. Ces résultats montrent les performances de deux observateurs non linéaires et des quasi-estimateurs associés pour la détection d'un défaut de 12 spires en court-circuit sur la phase b. L'ensemble "Observateurs+Estimateurs" est couplé à la commande vectorielle sans capteur de type Backstepping définie dans [96].

Les figures 6.9, 6.10 montrent l'estimation de la vitesse, des courants i_{sd} et i_{sq} et du couple T_l. Les figures 6.11, 6.12, 6.13, 6.14 illustrent les performances des observateurs de type Kalman et Grand Gain et des quasi-estimateurs associés pour la génération des résidus.

Les figures 6.11, 6.12, 6.14 montrent les résidus indiquant la présence de défauts, générés grâce à l'observateur de type Kalman, l'observateur Grand Gain et aux quasi-estimateurs respectivement associés. Quant à la figure 6.13, elle donne l'allure générale du défaut d estimé par l' observateur de type Kalman et l'observateur Grand Gain synthétisé pour le diagnostic de défauts de la machine asynchrone sans capteur.

Si le couple de charge reconstruit grâce à l'observateur Grand Gain converge plus

rapidement vers sa valeur de référence (fig. 6.10), le couple de charge reconstruit par l'observateur de type Kalman est moins sensible au défaut. De ce fait, la vitesse observée $\hat{\Omega}$ fournie par l'observateur de type Kalman est meilleure pour la commande sans capteur de la machine asynchrone.

De manière générale, les résidus sur la figure 6.11 indiquent que le quasi-estimateur associé à l'observateur Grand Gain est sensible au défaut tandis que l'observateur Grand Gain est robuste (insensible) par rapport au défaut. Ceux sur la figure 6.12 montrent que, à contrario, l'observateur de type Kalman est plus sensible au défaut. En effet, le défaut est plus détectable/ visible sur les résidus générés par l'observateur de type Kalman (fig. 6.14).

La figure 6.13 montre clairement l'estimation du défaut par les observateurs de type Kalman et Grand Gain. Les instants d'application du défaut y apparaissent clairement (3s-5s, 6.5s-8.5s). L'amplitude du défaut reconstruite par l'observateur de type Kalman apparaît plus réaliste. En effet, quelque soit l'amplitude du défaut appliqué, l'observateur de type Kalman fournit un nombre de spires en court-circuit n_{cc} plus proche (Tab. 6.1).

L'observateur de type Kalman ne permet cependant pas une bonne isolation du défaut. Les résultats donnés dans le tableau 6.1 indiquent un pourcentage d'erreur élevé pour la détermination de la phase en défaut. Le quasi-estimateur associé fournit une meilleure précision dans l'isolation de la phase en défaut.

Quelque soit l'amplitude de défaut appliquée (Tab. 6.1), l'observateur Grand Gain indique précisément la phase d'occurrence du défaut, contrairement au quasi-estimateur associé. Ce dernier a, en effet, un pourcentage d'erreur assez élevé. Mais, si l'un et l'autre donnent un nombre de spires en court-circuit n_{cc} approchant, pour un défaut de petite amplitude (5 voire 12 spires en court-circuit sur 276 spires au total), le pourcentage d'erreur sur la détermination de n_{cc} augmente avec l'amplitude du défaut appliquée.

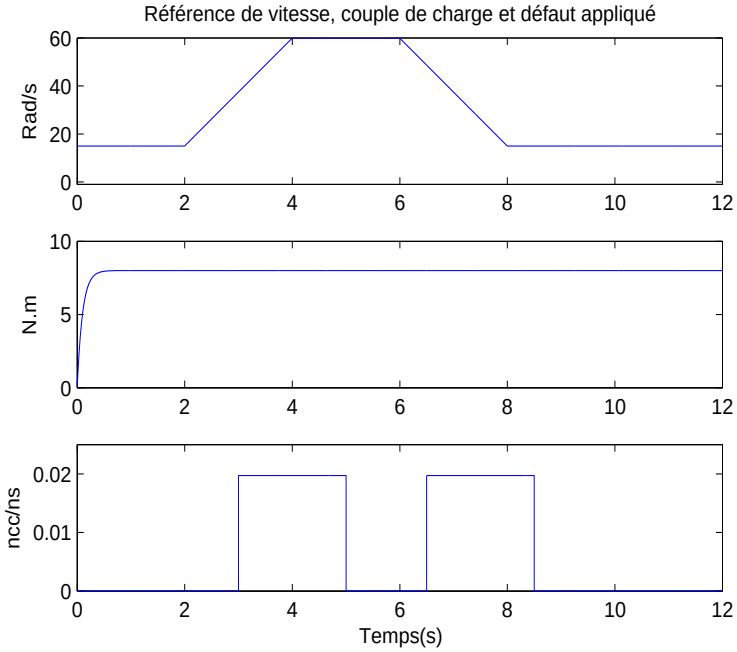

FIG. 6.8: Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué.

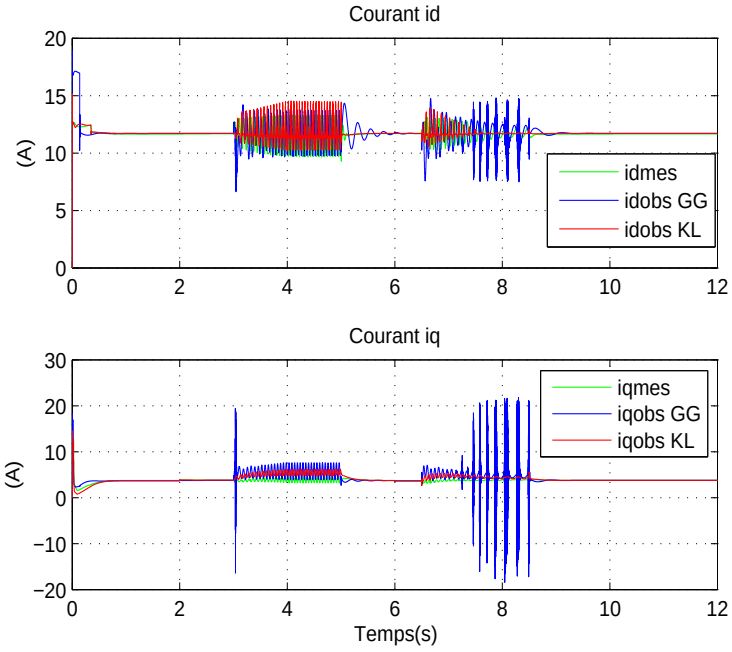

FIG. 6.9: Courants i_{dq} mesurés et observés.

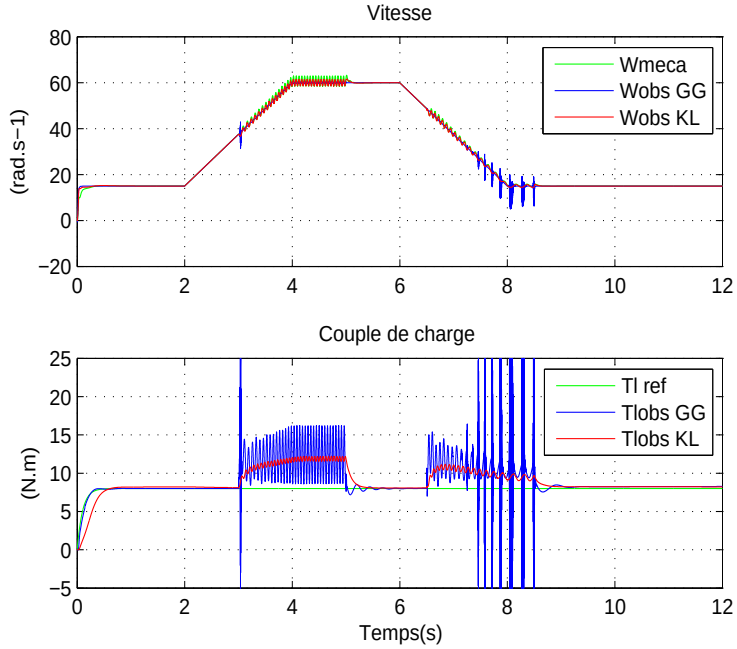

FIG. 6.10: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés.

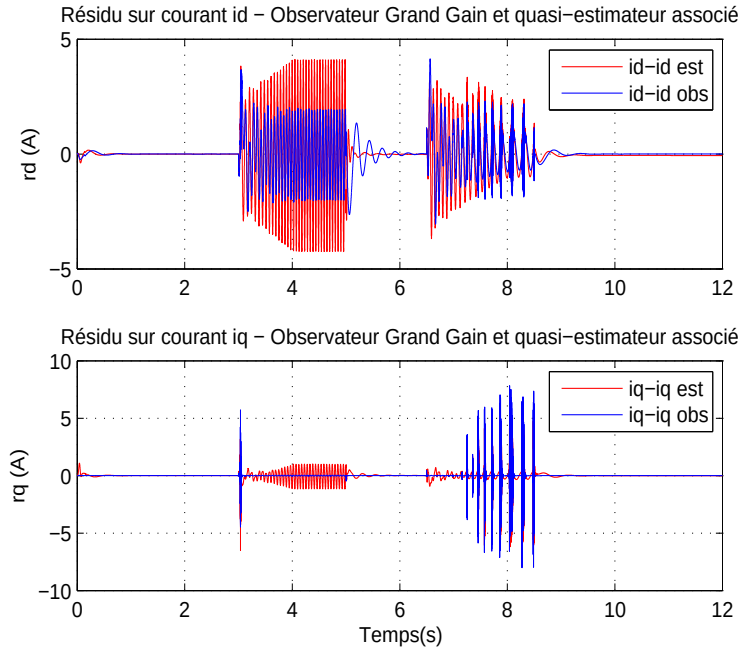

FIG. 6.11: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé.

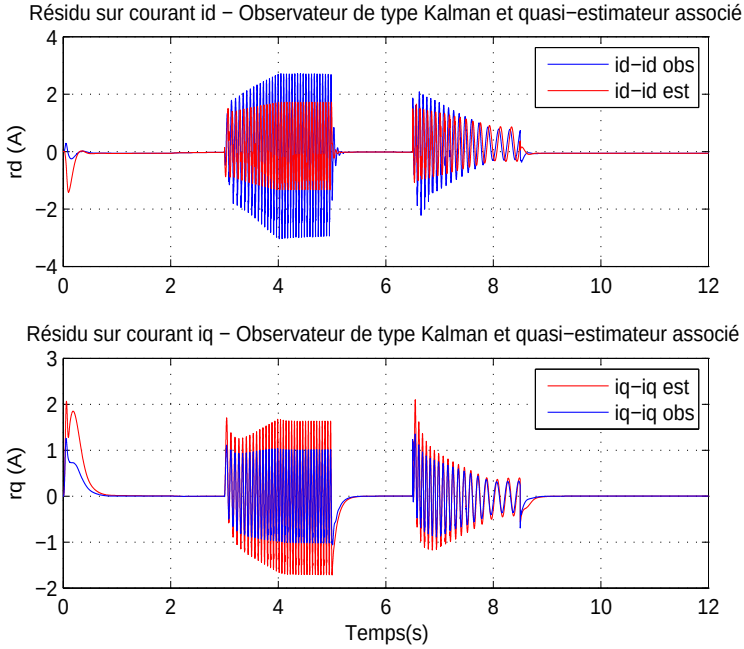

FIG. 6.12: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé.

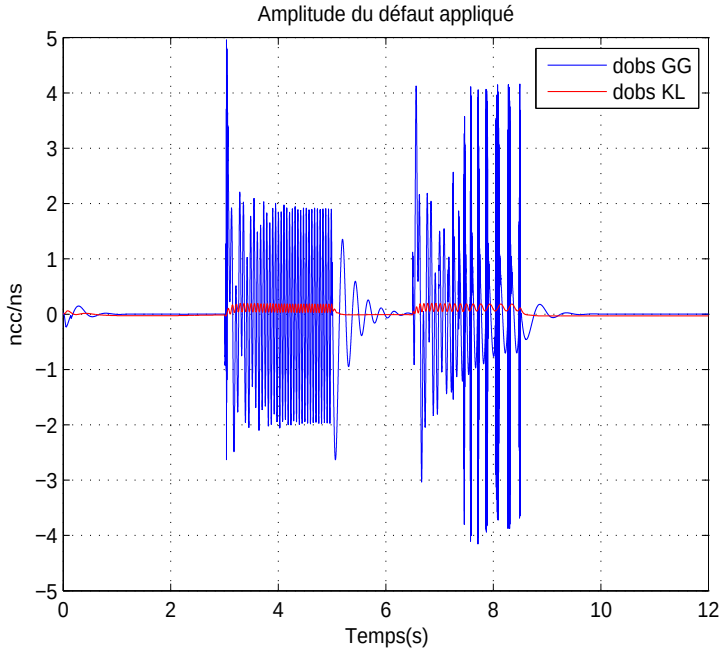

FIG. 6.13: Amplitude du défaut d estimé.

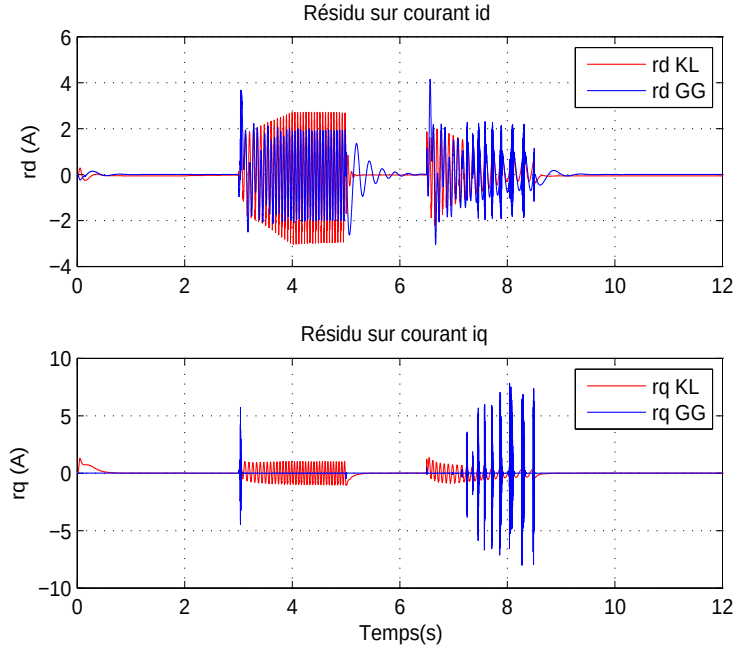

FIG. 6.14: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation.

Voyons maintenant la robustesse par rapport aux incertitudes paramétriques des observateurs et des quasi-estimateurs.

Tests de robustesse

Nous testons dans cette partie la robustesse de l'un et l'autre observateur ainsi que celle de leur quasi-estimateur associé. Nous varions donc la résistance statorique R_s de $+50\%$ puis de -50% pour un défaut de 12 spires en court-circuit sur la phase b. Les performances des observateurs de type Kalman, Grand Gain et les quasi-estimateurs qui leur sont respectivement associés sont récapitulées dans les tableaux 6.2 et 6.3. Ces deux tableaux synthétisent les résultats présentés dans l'annexe B.

	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}
Défaut appliqué	a	5	b	12	c	15	c	26
Observateur de type Kalman	a	5	c	11	a	13	a	23
Quasi-estimateur associé	a	9	b	12	a	14	c	22
Observateur Grand Gain	a	15	b	18	c	32	c	49
Quasi-estimateur associé	a	17	c	21	a	36	a	48

TAB. 6.2: Performances des observateurs et des quasi-estimateurs pour l'isolation des défauts - Variation de $+50\%$ sur R_s

	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}	Phase	n_{cc}
Défaut appliqué	a	5	b	12	c	15	c	26
Observateur de type Kalman	a	5	c	11	a	13	a	23
Quasi-estimateur associé	a	9	b	12	a	14	c	22
Observateur Grand Gain	a	7	b	12	c	21	c	64
Quasi-estimateur associé	a	9	c	15	a	24	c	49

TAB. 6.3: Performances des observateurs et des quasi-estimateurs pour l'isolation des défauts - Variation de -50% sur R_s

Les tests de robustesse confirment les résultats précédents. Les observateurs sont tous deux robustes par rapport aux incertitudes paramétriques. L'un et l'autre estiment correctement l'état étendu malgré les variations de la résistance statorique R_s.

L'observateur de type Kalman est robuste par rapport aux incertitudes paramétriques, à la perturbation que constitue le couple de charge et au défaut pour l'estimation de la vitesse. Grâce à l'estimation robuste de l'amplitude du défaut, encore une fois plus réaliste que celle fournie par l'observateur Grand Gain, le nombre de spires en court-circuit estimé est plus proche de la valeur réelle de n_{cc} appliquée.

Les variations paramétriques ne modifient pas la performance de l'observateur Grand Gain pour ce qui est de la détermination de la phase d'occurrence du défaut. L'observateur Grand Gain isole encore une fois précisément la phase en défaut. Il est donc robuste par rapport aux incertitudes paramétriques. Il ne permet cependant pas une bonne isolation du nombre de spires en court-circuit si l'amplitude du défaut appliquée est trop élevée.

Le tableau 6.4 résume les performances globales des différents observateurs et quasi-estimateurs associés synthétisés pour l'étude du paradoxe "Robustesse (commande)-Sensibilité (diagnostic)".

	Détection	Isolation		Commande
		Phase	n_{cc}	
Observateur de type Kalman	****	*	****	****
Quasi-estimateur associé	****	***	****	***
Observateur Grand Gain	**	****	**	*
Quasi-estimateur associé	****	**	**	**

TAB. 6.4: Performances globales des observateurs et des quasi-estimateurs - Compromis entre détection, isolation et commande

De manière générale, l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé se révèlent optimaux pour la commande, la détection et l'isolation de n_{cc}, le nombre de spires en court-circuit. L'observateur Grand Gain est quant à lui optimal pour l'isolation de la phase en défaut. En effet, l'observateur Grand Gain produit naturellement des

oscillations qui gènent l'estimation de l'état ainsi que la détection de défauts.

La stratégie robuste pour le compromis "Robustesse-Sensibilité" serait donc la synthèse d'un banc d'observateurs composés d'observateurs de type Kalman et d'observateurs Grand Gain :

- l'observateur de type Kalman pour la commande et l'isolation du nombre de spires en court-circuit,
- l'observateur Grand Gain pour l'isolation de la phase d'occurrence du défaut.

Conclusion

Cette section a porté sur la synthèse d'observateurs associés à des quasi-estimateurs pour le diagnostic de défauts de la machine asynchrone sans capteur. Deux observateurs ont été synthétisés : un observateur de type Kalman et un observateur Grand Gain.

Les observateurs et les quasi-estimateurs associés ont ensuite été testés sur un benchmark pour le diagnostic de la machine asynchrone sans capteur. Les défauts considérés dans notre étude sont des courts-circuits statoriques mais la méthodologie développée peut être appliquée à tout autre type de défaut.

L'objectif principal était de tester la performance des observateurs et des quasi-estimateurs pour le diagnostic de courts-circuits statoriques pour une machine asynchrone, notamment en présence de variations paramétriques.

Les différents tests ont montré la robustesse de l'observateur de type Kalman par rapport aux incertitudes paramétriques, à la perturbation ainsi qu'au défaut en ce qui concerne la commande et l'isolation de l'amplitude du défaut. L'observateur Grand Gain est, quant à lui, robuste par rapport aux incertitudes paramétriques et à la perturbation quand il s'agit de déterminer la phase d'occurrence du défaut.

6.7 Conclusion

Ce chapitre a traité du diagnostic de défauts de la machine asynchrone sans capteur. Nous avons, dans un premier temps, synthétisé un observateur Grand Gain pour la détection de défauts. Les résultats de simulation ont montré leur performance en ce qui concerne la détection de défauts. Par ailleurs, ils ont aussi montré l'impact du défaut sur l'estimation du couple de charge considéré comme une perturbation au système. En effet, le couple de charge est mal reconstruit dans le cas de variations paramétriques.

Comme solution à ce problème, nous définissons donc une stratégie robuste de détection et d'isolation pour le diagnostic de défauts d'une machine asynchrone. La stratégie est basée sur l'utilisation d'observateurs non linéaires associés à des "quasi-estimateurs". Il s'agit d'"estimateurs" robustes par rapport aux incertitudes paramétriques et à la perturbation.

Les deux observateurs synthétisés pour le diagnostic sont d'une part un observateur de type Kalman et d'autre part un observateur Grand Gain. Les quasi-estimateurs sont construits à partir du modèle du système. Ils sont robustes aux incertitudes paramétriques et à la perturbation dans le sens où ils utilisent les résistances R_s, R_r et le couple de charge estimés. Tout comme les observateurs, les deux quasi-estimateurs se comportent alors comme des générateurs de résidus. Ils génèrent des signaux qui serviront à détecter puis isoler les défauts.

Les différents essais révèlent un nécessaire compromis, selon le but recherché, entre une isolation du défaut, des signaux estimés pour la commande ou une reconstruction réaliste du défaut.

Une stratégie globale "Commande+Diagnostic" serait donc la synthèse d'un banc d'observateurs non seulement pour la commande mais aussi pour la détection et l'isolation de défauts. Ce banc d'observateurs serait composé :

- d'observateurs de type Kalman pour la commande et la détermination de l'amplitude du défaut,
- d'observateurs Grand Gain pour l'isolation de la phase en défaut.

Une solution moins contraignante en temps de calcul serait d'associer à l'observateur de type Kalman un quasi-estimateur en parallèle. Cependant, cette solution présente un inconvénient majeur. En effet, une perte de précision est à noter en ce qui concerne la localisation de la phase en défaut. Cela fausserait le diagnostic et pourrait induire en erreur la maintenance.

Chapitre 7

Conclusions et Perspectives

Ce travail de thèse a porté sur le diagnostic par observateurs de systèmes non linéaires. L'objectif de ces travaux est la synthèse d'observateurs pour des systèmes non linéaires observables avec défauts.

Nous avons dans un premier temps rappelé l'épistémologie du diagnostic et des observateurs, en général. Le diagnostic de défauts permet d'anticiper la survenue d'une panne dans le sens où il permet de détecter un défaut. En effet, ce défaut pourrait, si il n'était pas détecté à temps, causer une panne.

Les observateurs sont généralement utilisés pour la commande d'un système. Ils peuvent aussi servir au diagnostic de défaut. Dans ce cas, les signaux estimés fournis par l'observateur serviront non seulement au diagnostic de défauts mais aussi à la commande du système. L'objectif du diagnostic par observateurs est donc double. L'observateur doit permettre de détecter les défauts tout en étant robuste pour la commande.

Un compromis assez paradoxal est donc nécessaire entre une observation sensible aux défauts et insensible aux perturbations et une observation robuste donc pas voire peu sensible aux deux. Dans le cas où un défaut est détecté, une reconfiguration de la commande est alors possible.

L'une des contributions de nos travaux est la définition d'une stratégie robuste de diagnostic de défauts pour un système non linéaire observable. Cette stratégie est basée sur la synthèse d'un observateur non linéaire au travers d'une transformation des coordonnées d'état. La stratégie a ensuite été appliquée au diagnostic de défauts d'une machine à courant continu série grâce à un observateur de type Kalman. La transformation non linéaire appliquée a permis de transformer les défauts, au départ de type multiplicatifs, en des défauts de type additifs.

La seconde contribution est la synthèse d'observateurs Grands Gain pour le diagnostic de défauts de la machine asynchrone. Les défauts considérés sont des courts-circuits

statoriques. Ces défauts réagissent comme des défauts capteurs. Les observateurs synthétisés ont été testés sur un benchmark spécifique défini pour le diagnostic de la machine asynchrone. Les différents tests, avec puis sans capteur mécanique, ont permis de déterminer l'influence des incertitudes paramétriques en présence de défauts sur la reconstruction des états de la machine asynchrone.

L'influence des incertitudes se retrouve entre autres sur la reconstruction du couple de charge. Dans nos travaux, le couple de charge est considéré comme une perturbation. En présence de défauts, cette perturbation est mal reconstruite. Elle est d'autant plus mal reconstruite que l'amplitude des défauts est importante et que les paramètres de la machine varient. La mauvaise reconstruction du couple de charge entraîne donc, pour la machine asynchrone sans capteur, une mauvaise estimation de la vitesse.

Pour que la détection de défauts soit précise, l'observateur doit nécessairement être robuste aux incertitudes paramétriques et aux perturbations. Les tests que nous avons menés dans un premier temps permettent, dans une certaine mesure, tant que les paramètres restent invariants, le diagnostic de défauts. Cependant, le diagnostic de défauts à l'aide uniquement d'observateurs de flux et de courants, ainsi que la performance de ces observateurs se trouvent faussés par les variations paramétriques. Les tests ont ainsi montré qu'une variation des paramètres de la machine asynchrone entraîne soit une fausse alarme soit une non détection des défauts. L'un et l'autre phénomène est inacceptable dans le diagnostic des systèmes.

Pour pallier ce problème, nous proposons une stratégie robuste de détection et d'isolation de défauts de courts-circuits statoriques. Cette stratégie consiste en la synthèse d'un ensemble Observateur+"Estimateur" pour le diagnostic et l'observation. Nous modifions donc les observateurs pour estimer les paramètres résistifs de la machine asynchrone afin de prendre en considération les incertitudes paramétriques. L'extension des états observés permet la robustesse de l'observateur pour le diagnostic de défauts par la prise en compte des variations paramétriques.

Une perspective à la première analyse que nous avons faite sur la détection de défauts à l'aide d'observateurs associés à des transformations non linéaires, notamment pour la machine à courant continu série serait une extension, à d'autres systèmes industriels à modèle non linéaire, de cette technique à l'aide de transformations permettant de découpler les défauts des perturbations. A notre connaissance aucun algorithme constructif traitant globalement cette problématique n'existe. Toutefois, des méthodes telles que l'immersion en un système équivalent ou la recherche de difféomorphismes entre systèmes équivalents pourront être exploitées.

Pour la machine asynchrone, les perspectives à envisager sont de tester expérimentalement les algorithmes de détection définis dans cette thèse afin de valider leur performance pour une possible mise en oeuvre industrielle.

La démarche utilisée dans ce mémoire pour les machines électriques peut être mise en oeuvre pour d'autres systèmes industriels à modèle non linéaire. Nos travaux peuvent

d'autre part contribuer à la conception de commande tolérante aux défauts pour les systèmes industriels à modèle non linéaire en général et les machines électriques en particulier.

"Le danger qui menace les chercheurs aujourd'hui serait de conclure qu'il n'y a plus rien à découvrir ." - Pierre Joliot

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Observabilité de la machine asynchrone sans capteur mécanique

Nous détaillons dans cette annexe le calcul de l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur mécanique.

A.1 Cas général

$$
\begin{aligned}
a_1 &= (m_1x_7+m_2x_8)^2 - bM_{sr}(m_3x_8)^2 - bpmx_4^2 - \omega_s^2 \\
a_2 &= bpmx_3x_4 + bpm_3x_8M_{sr}x_5 + \dot{\omega}_s - 2(m_1x_7+m_2x_8)\omega_s \\
a_3 &= -bm_3x_8^2 + bpmx_2x_4 + bp^2x_5^2 - (m_1x_7+m_2x_8)bm_3x_8 - 2bpx_5\omega_s \\
a_4 &= -2bpm_3x_8x_5 + bp(mx_2x_3 - mx_4x_1 - cx_5 - \tfrac{x_6}{J}) \\
&\quad -(m_1x_7+m_2x_8)bpx_5 - bpmx_4x_1 - 2bm_3x_8\omega_s \\
a_5 &= -bpm_3x_8x_4 - bpcx_4 + bp(-m_3x_8x_4 + px_5x_3 + M_{sr}m_3x_8x_2) - (m_1x_7+m_2x_8)bpx_4 \\
&\quad +bp^2x_5x_3 - 2bpx_3\omega_s \\
a_6 &= -\tfrac{bp}{J}x_4 \\
a_7 &= 2\,x_1\,{m_1}^2\,x_7 - m_1\,b\,m_3\,x_8\,x_3 - m_1\,b\,p\,x_5\,x_4 \\
&\quad + 2\,x_1\,m_1\,m_2\,x_8 - 2\,\omega_s\,x_2\,m_1 - {m_1}^2\,\mathrm{u}_1, \\
a_8 &= -2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,x_3 + 2\,b\,m_3\,x_4\,\omega_s - 2\,b\,m_3\,x_4\,p\,x_5 + 2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,M_{sr}\,x_1 + b\,p\,x_5\,m_3\,M_{sr}\,x_2 \\
&\quad -m_1\,x_7\,b\,m_3\,x_3 + 2\,m_1\,x_7\,x_1\,m_2 - 2\,m_2\,x_8\,b\,m_3\,x_3 + 2\,{m_2}^2\,x_8\,x_1 - m_2\,b\,p\,x_5\,x_4 - 2\,m_2\,\omega_s\,x_2 \\
&\quad - m_2\,m_1\,\mathrm{u}_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_1 &= bpmx_3x_4 - bpM_{sr}m_3x_8x_5 - \dot{\omega}_s + 2(m_1x_7+m_2x_8)\omega_s \\
b_2 &= (m_1x_7+m_2x_8)^2 + bM_{sr}(m_3x_8)^2 - bpmx_3^2 - \omega_s^2 \\
b_3 &= 2bpm_3x_8x_5 - bp(mx_2x_3 - mx_4x_1 - cx_5 - \tfrac{x_6}{J}) + (m_1x_7+m_2x_8)bpx_5 - bpmx_2x_3 - 2bm_3x_8\omega_s \\
b_4 &= -b(m_3x_8)^2 + bpmx_1x_3 + bp^2x_5^2 - (m_1x_7+m_2x_8)bm_3x_8 - 2bpx_5\omega_s \\
b_5 &= bpm_3x_8x_3 + bpcx_3 - bp(-m_3x_8x_3 - px_5x_3 + M_{sr}m_3x_8x_1) - (m_1x_7+m_2x_8)bpx_3 \\
&\quad +bp^2x_5x_3 - 2bpx_4\omega_s \\
b_6 &= \tfrac{bp}{J}x_3 \\
b_7 &= 2\,x_2\,{m_1}^2\,x_7 - m_1\,b\,m_3\,x_8\,x_4 + m_1\,b\,p\,x_5\,x_3 + 2\,x_2\,m_1\,m_2\,x_8 + 2\,\omega_s\,x_1\,m_1 - {m_1}^2\,\mathrm{u}_2 \\
b_8 &= -2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,x_4 - 2\,b\,m_3\,x_3\,\omega_s + 2\,b\,m_3\,x_3\,p\,x_5 + 2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,M_{sr}\,x_2 - b\,p\,x_5\,m_3\,M_{sr} \\
&\quad x_1 - m_1\,x_7\,b\,m_3\,x_4 + 2\,m_1\,x_7\,x_2\,m_2 - 2\,m_2\,x_8\,b\,m_3\,x_4 + 2\,{m_2}^2\,x_8\,x_2 + m_2\,b\,p\,x_5\,x_3 \\
&\quad +2\,m_2\,\omega_s\,x_1 - m_2\,m_1\,\mathrm{u}_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_1 &= -m_2{}^3\, x_8{}^3 - m_1{}^3\, x_7{}^3 - 2\, b\, p\, x_4\, m\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 + b\, p^2\, x_5{}^2\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, m\, x_4{}^2 - 3\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, \omega_s \\
&\quad + b\, p\, x_4{}^2\, c\, m + 3\, b\, p\, m\, x_4\, x_3\, \omega_s + 3\, m_1\, x_7\, \omega_s^2 - 4\, b\, p^2\, m\, x_4\, x_3\, x_5 - 2\, m_2\, x_8{}^3\, b\, m_3{}^2\, M_{sr} \\
&\quad + 2\, m_2\, x_8\, b\, p\, m\, x_4{}^2 + 4\, b\, m_3\, x_8\, x_4{}^2\, p\, m - 2\, m_1\, x_7\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, M_{sr} \\
&\quad - b\, m_3{}^3\, x_8{}^3\, M_{sr} + 3\, m_2\, x_8\, \omega_s^2 - 3\, m_2{}^2\, x_8{}^2\, m_1\, x_7 - 3\, m_1{}^2\, x_7{}^2\, m_2\, x_8 \\
s_2 &= -(4\, b\, m_3\, x_8\, x_4\, p\, m\, J\, x_3 + 2\, b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_6 + 2\, m_2\, x_8{}^2\, J\, b\, p\, x_5\, m_3\, M_{sr} \\
&\quad + 2\, m_2\, x_8\, b\, p\, m\, J\, x_3\, x_4 - 3\, m_2{}^2\, x_8{}^2\, J\, \omega_s + 2\, b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, c\, x_5\, J \\
&\quad - 3\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, \omega_s - 4\, b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, m\, J\, x_3\, x_2 + 2\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, p\, x_5 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, m\, J\, x_3\, x_4 + 3\, b\, p\, m\, J\, x_3{}^2\, \omega_s - 3\, b\, p^2\, m\, J\, x_3{}^2\, x_5 \\
&\quad + b\, p\, x_4\, c\, m\, J\, x_3 + \omega_s^3\, J + b\, p^2\, x_4{}^2\, m\, J\, x_5 + 2\, m_1\, x_7\, J\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad - 6\, m_1\, x_7\, J\, \omega_s\, m_2\, x_8 + 2\, b\, p\, x_4\, m\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 - 3\, m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, \omega_s)/J, \\
s_3 &= b\, m_3{}^3\, x_8{}^3\, J\, M_{sr} - b\, p^2\, x_5{}^2\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr} - 2\, b\, p^2\, m\, J\, x_4\, x_3\, x_5 \\
&\quad + p\, x_4\, m\, J\, m_1\, \mathrm{u}_2 + 3\, m_1\, x_7\, J\, \omega_s\, p\, x_5 - 2\, m_1\, x_7\, p\, m\, J\, x_2\, x_4 \\
&\quad - 3\, p^2\, x_5{}^2\, J\, m_3\, x_8 + m_2\, x_8{}^3\, J\, m_3{}^2 - 6\, p\, m\, J\, x_2\, x_3\, \omega_s - p\, x_4\, c\, m\, J\, x_2 \\
&\quad + 6\, p^2\, m\, J\, x_2\, x_3\, x_5 + 2\, m_1\, x_7\, J\, m_3\, x_8{}^2\, m_2 + m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, m_3\, x_8 \\
&\quad + m_1\, x_7\, J\, m_3{}^2\, x_8{}^2 + 3\, m_2\, x_8\, J\, \omega_s\, p\, x_5 + 2\, p\, m\, J\, x_2{}^2\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad + m_2{}^2\, x_8{}^3\, J\, m_3 - 3\, \omega_s^2\, J\, m_3\, x_8 - 4\, p\, x_4\, m\, J\, m_3\, x_8\, x_2 + 6\, p\, x_5\, J\, m_3\, x_8\, \omega_s \\
&\quad - 2\, m_2\, x_8\, p\, m\, J\, x_2\, x_4 - p^2\, x_5{}^2\, m_1\, x_7\, J - 4\, p^2\, m\, x_1\, x_4\, J\, x_5 \\
&\quad + 3\, p\, m\, x_1\, x_4\, J\, \omega_s + 3\, p\, c\, x_5\, J\, \omega_s - p^2\, x_5{}^2\, m_2\, x_8\, J + m_3{}^3\, x_8{}^3\, J \\
&\quad - 3\, p^2\, c\, x_5{}^2\, J - 3\, p^2\, x_5\, x_6 + 3\, p\, \omega_s\, x_6)/J \\
s_4 &= b(m_1\, x_7\, p\, c\, x_5\, J \\
&\quad - 2\, m_1\, x_7\, p\, m\, J\, x_3\, x_2 - 2\, p^2\, m\, J\, x_2\, x_4\, x_5 + m_1\, x_7\, p\, x_6 + 3\, p^2\, x_5{}^2\, J\, \omega_s \\
&\quad - 4\, p\, m_3\, x_8\, m\, J\, x_3\, x_2 + 3\, p\, m_3\, x_8\, c\, x_5\, J + 3\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, p\, x_5 \\
&\quad + m_2{}^2\, x_8{}^2\, J\, p\, x_5 + 4\, m_2\, x_8\, p\, m\, J\, x_1\, x_4 - 4\, p^2\, m\, J\, x_1\, x_3\, x_5 \\
&\quad - 3\, m_2\, x_8{}^2\, J\, \omega_s\, m_3 - 3\, \omega_s^2\, J\, p\, x_5 + m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, p\, x_5 - 3\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, \omega_s \\
&\quad + 8\, m_3\, x_8\, x_4\, p\, m\, J\, x_1 + 2\, m_2\, x_8{}^2\, J\, p\, x_5\, m_3 + 2\, p\, x_4\, c\, m\, J\, x_1 \\
&\quad + 3\, p\, m\, J\, x_1\, x_3\, \omega_s + 4\, m_1\, x_7\, p\, m\, J\, x_1\, x_4 - 3\, m_1\, x_7\, J\, \omega_s\, m_3\, x_8 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, J\, p\, x_5\, m_2\, x_8 - 2\, p\, m\, J\, x_1\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 + 2\, m_1\, x_7\, J\, p\, x_5\, m_3\, x_8 \\
&\quad + 3\, p\, m_3\, x_8\, x_6 - p^3\, x_5{}^3\, J + p\, c\, x_6 + m_2\, x_8\, p\, c\, x_5\, J + m_2\, x_8\, p\, x_6 \\
&\quad - 2\, p\, m\, J\, x_3\, x_2\, m_2\, x_8 - p\, c\, m\, J\, x_3\, x_2 + p\, c^2\, x_5\, J \\
&\quad + 2\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, p\, x_5 - b\, p^2\, m\, J\, x_3{}^2\, x_5 - 3\, b\, p^2\, x_4{}^2\, m\, J\, x_5 \\
&\quad - 2\, p\, x_4\, m\, J\, m_1\, \mathrm{u}_1 + p\, m\, J\, x_3\, m_1\, \mathrm{u}_2)/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_5 &= b\, p(2\, p\, x_5\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 \\
&\quad - 2\, m_1\, x_7\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 - 2\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, x_2 - 2\, m_2\, x_8{}^2\, J\, m_3\, M_{sr}\, x_2 \\
&\quad - 3\, J\, \omega_s\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 - 2\, m_1\, x_7\, J\, p\, x_5\, x_3 + 2\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, x_4 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, J\, x_4\, m_2\, x_8 + m_1\, x_7\, c\, J\, x_4 + 3\, m_1\, x_7\, J\, \omega_s\, x_3 \\
&\quad - 2\, b\, p\, x_5\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_3 + 3\, p\, x_3{}^2\, m\, J\, x_2 + 3\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, x_4 - 3\, p^2\, x_5{}^2\, J\, x_4 \\
&\quad + 6\, p\, x_5\, J\, x_4\, \omega_s + 6\, m_3\, x_8\, J\, x_3\, \omega_s - p\, x_4{}^2\, m\, J\, x_2 + m_2\, x_8\, c\, J\, x_4 \\
&\quad + m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, x_4 - 2\, m_2\, x_8\, J\, p\, x_5\, x_3 - 3\, \omega_s^2\, J\, x_4 + m_2{}^2\, x_8{}^2\, J\, x_4 \\
&\quad - 2\, c\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 + 3\, m_3\, x_8\, x_4\, c\, J - 3\, p\, x_3\, x_6 + 3\, m_2\, x_8\, J\, \omega_s\, x_3 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, J\, m_3\, x_8\, x_4 - b\, p\, x_4\, m\, J\, x_3{}^2 - 4\, p\, x_4\, m\, J\, x_3\, x_1 - 6\, p\, c\, J\, x_3\, x_5 \\
&\quad + x_4\, c^2\, J - b\, p\, x_4{}^3\, m\, J + 3\, c\, J\, x_3\, \omega_s + 2\, m_2\, x_8{}^2\, J\, m_3\, x_4 \\
&\quad + J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, m_1\, \mathrm{u}_2 - 6\, m_3\, x_8\, J\, x_3\, p\, x_5)/J \\
s_6 &= b\, p(-3\, x_3\, p\, x_5 + c\, x_4 \\
&\quad + 3\, x_3\, \omega_s + x_4\, m_1\, x_7 + x_4\, m_2\, x_8 - 2\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 + 3\, m_3\, x_8\, x_4)/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_7 \;=\;& m_1 2\, m_1{}^2\, x_7\, J\, \mathrm{u}_1 - 2\, J\, \omega_s\, m_1\, \mathrm{u}_2 - m_1\, J\, \dot{\mathrm{u}}_1 + 2\, m_2\, x_8\, J\, m_1\, \mathrm{u}_1 \\
& - J\, b\, p^2\, x_5{}^2\, x_3 + J\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, x_3 + 2\, m_1\, x_7\, J\, b\, m_3\, x_8\, x_3 + 2\, m_1\, x_7\, J\, b\, p\, x_5\, x_4 \\
& + 2\, J\, b\, m_3\, x_8\, x_4\, p\, x_5 + 2\, m_2\, x_8{}^2\, J\, b\, m_3\, x_3 + 2\, m_2\, x_8\, J\, b\, p\, x_5\, x_4 \\
& - 3\, J\, \omega_s\, b\, m_3\, x_8\, x_4 + 3\, J\, \omega_s\, b\, p\, x_5\, x_3 + b\, p\, x_4\, c\, x_5\, J - 2\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, x_1 \\
& - 6\, m_1\, x_7\, J\, x_1\, m_2\, x_8 - 3\, m_2{}^2\, x_8{}^2\, J\, x_1 + 6\, m_2\, x_8\, J\, \omega_s\, x_2 - 2\, b\, p\, x_4\, m\, J\, x_3\, x_2 \\
& + 6\, m_1\, x_7\, J\, \omega_s\, x_2 + 2\, b\, p\, x_4{}^2\, m\, J\, x_1 - 2\, b\, p\, x_5\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 + b\, p\, x_4\, x_6 \\
& - 3\, m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, x_1 + 3\, \omega_s^2\, J\, x_1)/J \\
s_8 \;=\;& (-6\, b\, m_3{}^2\, J\, \omega_s\, x_8\, x_4 - 3\, b\, m_3\, J\, \omega_s^2\, x_3 \\
& + 6\, b\, p\, x_5\, J\, m_3\, \omega_s\, x_3 + 6\, b\, m_3{}^2\, x_8\, J\, M_{sr}\, \omega_s\, x_2 - 4\, b\, m_3{}^2\, x_8\, J\, M_{sr}\, x_1\, m_1\, x_7 \\
& - 6\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, x_1\, m_2 + 3\, b^2\, m_3{}^3\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, x_3 - 3\, m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, m_2\, x_1 \\
& + 4\, m_1\, x_7\, J\, m_2\, b\, m_3\, x_8\, x_3 + 2\, m_1\, x_7\, J\, m_2\, b\, p\, x_5\, x_4 - 3\, m_2{}^3\, x_8{}^2\, J\, x_1 \\
& + 2\, m_2{}^2\, x_8\, J\, b\, p\, x_5\, x_4 - 6\, m_2{}^2\, x_8\, J\, x_1\, m_1\, x_7 + 6\, m_2{}^2\, J\, \omega_s\, x_2\, x_8 \\
& - 6\, m_2\, J\, \omega_s\, b\, m_3\, x_8\, x_4 - 4\, b\, p\, x_5\, J\, m_3\, M_{sr}\, x_2\, m_2\, x_8 - 3\, b\, p\, x_5\, J\, m_3\, M_{sr}\, \omega_s\, x_1 \\
& + 4\, b^2\, p\, x_5\, J\, m_3{}^2\, M_{sr}\, x_8\, x_4 - b^2\, p^2\, x_5{}^2\, J\, m_3\, M_{sr}\, x_3 \\
& - 2\, b\, p\, x_5\, J\, m_3\, M_{sr}\, x_2\, m_1\, x_7 + 2\, m_1{}^2\, x_7\, J\, m_2\, \mathrm{u}_1 + 2\, m_2{}^2\, x_8\, J\, m_1\, \mathrm{u}_1 \\
& + 2\, b\, m_3{}^2\, x_8\, J\, M_{sr}\, m_1\, \mathrm{u}_1 - 2\, m_2\, J\, \omega_s\, m_1\, \mathrm{u}_2 + b\, p\, x_5\, J\, m_3\, M_{sr}\, m_1\, \mathrm{u}_2 \\
& + m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, b\, m_3\, x_3 - m_2\, J\, b\, p^2\, x_5{}^2\, x_3 - 2\, b\, p\, m_3\, M_{sr}\, x_2\, c\, x_5\, J \\
& + 6\, b\, m_3{}^2\, J\, p\, x_5\, x_8\, x_4 - 3\, b\, m_3\, J\, p^2\, x_5{}^2\, x_3 - 4\, b\, m_3{}^2\, J\, p\, x_5\, x_8\, M_{sr}\, x_2 \\
& - 3\, b\, m_3{}^3\, x_8{}^2\, J\, M_{sr}\, x_1 + b\, p^2\, x_5{}^2\, J\, m_3\, M_{sr}\, x_1 + 3\, m_2\, x_8{}^2\, J\, b\, m_3{}^2\, x_3 \\
& + 4\, b\, m_3\, x_4{}^2\, p\, m\, J\, x_1 + 3\, m_2\, J\, \omega_s\, b\, p\, x_5\, x_3 + 6\, m_2\, J\, \omega_s\, x_2\, m_1\, x_7 \\
& + 3\, m_2\, J\, \omega_s^2\, x_1 + 2\, b\, p\, m_3\, M_{sr}\, x_2{}^2\, m\, J\, x_3 - 2\, b\, p\, m_3\, M_{sr}\, x_2\, m\, J\, x_4\, x_1 \\
& + 3\, b\, m_3{}^3\, x_8{}^2\, J\, x_3 - 2\, b\, p\, m_3\, x_6\, M_{sr}\, x_2 + 4\, m_2\, x_8\, J\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_4 \\
& + m_2\, b\, p\, x_4\, x_6 - 2\, m_2\, b\, p\, x_4\, m\, J\, x_3\, x_2 + 2\, m_2\, b\, p\, x_4{}^2\, m\, J\, x_1 \\
& + m_2\, b\, p\, x_4\, c\, x_5\, J - 4\, b\, m_3\, x_4\, p\, m\, J\, x_3\, x_2 + 3\, b\, m_3\, x_4\, p\, c\, x_5\, J \\
& + 3\, b\, m_3\, x_4\, p\, x_6 + 2\, m_1\, x_7\, J\, b\, m_3\, x_4\, p\, x_5 + 3\, m_2{}^2\, x_8{}^2\, J\, b\, m_3\, x_3 \\
& - 3\, m_1\, x_7\, J\, b\, m_3\, x_4\, \omega_s + 2\, m_1\, x_7\, J\, b\, m_3{}^2\, x_8\, x_3 - m_2\, J\, m_1\, \dot{\mathrm{u}}_1/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_1 \;=\; & (3\,b\,p\,m\,J\,{x_4}^2\,\omega_s - 4\,b\,m_3\,x_8\,x_4\,p\,m\,J\,x_3 + 2\,b\,p\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_6 \\
& + 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,b\,p\,x_5\,m_3\,M_{sr} - 2\,m_2\,x_8\,b\,p\,m\,J\,x_3\,x_4 - 3\,{m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,\omega_s \\
& + 2\,b\,p\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,c\,x_5\,J - 3\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,\omega_s \\
& - 2\,b\,p\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,m\,J\,x_3\,x_2 + 2\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,p\,x_5 \\
& - 2\,m_1\,x_7\,b\,p\,m\,J\,x_3\,x_4 + b\,p^2\,m\,J\,{x_3}^2\,x_5 - b\,p\,x_4\,c\,m\,J\,x_3 + \omega_s^3\,J \\
& - 3\,b\,p^2\,{x_4}^2\,m\,J\,x_5 + 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_8\,M_{sr} - 6\,m_1\,x_7\,J\,\omega_s\,m_2\,x_8 \\
& + 4\,b\,p\,x_4\,m\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 - 3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,\omega_s)/J \\
r_2 \;=\; & -2\,b\,p\,x_3\,m\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 \\
& + b\,p\,{x_3}^2\,c\,m + 4\,b\,m_3\,x_8\,{x_3}^2\,p\,m + 2\,m_2\,x_8\,b\,p\,m\,{x_3}^2 \\
& + 2\,m_1\,x_7\,b\,p\,m\,{x_3}^2 - {m_2}^3\,{x_8}^3 - {m_1}^3\,{x_7}^3 + b\,p^2\,{x_5}^2\,m_3\,x_8\,M_{sr} \\
& - 3\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,\omega_s - 3\,b\,p\,m\,x_4\,x_3\,\omega_s + 3\,m_1\,x_7\,\omega_s^2 \\
& + 4\,b\,p^2\,m\,x_4\,x_3\,x_5 - 2\,m_2\,{x_8}^3\,b\,{m_3}^2\,M_{sr} - 2\,m_1\,x_7\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,M_{sr} \\
& - b\,{m_3}^3\,{x_8}^3\,M_{sr} + 3\,m_2\,x_8\,\omega_s^2 - 3\,{m_2}^2\,{x_8}^2\,m_1\,x_7 - 3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,m_2\,x_8 \\
r_3 \;=\; & -b(m_1\,x_7\,p\,c\,x_5\,J - 4\,m_1\,x_7\,p\,m\,J\,x_3\,x_2 - 4\,p^2\,m\,J\,x_2\,x_4\,x_5 + m_1\,x_7\,p\,x_6 \\
& + 3\,p^2\,{x_5}^2\,J\,\omega_s - 8\,p\,m_3\,x_8\,m\,J\,x_3\,x_2 + 3\,p\,m_3\,x_8\,c\,x_5\,J \\
& + 3\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,p\,x_5 + {m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,p\,x_5 + 2\,m_2\,x_8\,p\,m\,J\,x_1\,x_4 \\
& - 2\,p^2\,m\,J\,x_1\,x_3\,x_5 - 3\,m_2\,{x_8}^2\,J\,\omega_s\,m_3 - 3\,\omega_s^2\,J\,p\,x_5 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,p\,x_5 \\
& - 3\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,\omega_s + 4\,m_3\,x_8\,x_4\,p\,m\,J\,x_1 + 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,p\,x_5\,m_3 \\
& + p\,x_4\,c\,m\,J\,x_1 + 2\,m_1\,x_7\,p\,m\,J\,x_1\,x_4 - 3\,m_1\,x_7\,J\,\omega_s\,m_3\,x_8 \\
& + 2\,m_1\,x_7\,J\,p\,x_5\,m_2\,x_8 + 2\,p\,m\,J\,x_1\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 + 2\,m_1\,x_7\,J\,p\,x_5\,m_3\,x_8 \\
& + 3\,p\,m_3\,x_8\,x_6 - p^3\,{x_5}^3\,J + p\,c\,x_6 + m_2\,x_8\,p\,c\,x_5\,J + m_2\,x_8\,p\,x_6 \\
& - 4\,p\,m\,J\,x_3\,x_2\,m_2\,x_8 - 2\,p\,c\,m\,J\,x_3\,x_2 + p\,c^2\,x_5\,J \\
& + 2\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,p\,x_5 - 3\,b\,p^2\,m\,J\,{x_3}^2\,x_5 - b\,p^2\,{x_4}^2\,m\,J\,x_5 \\
& - p\,x_4\,m\,J\,m_1\,\mathrm{u}_1 + 2\,p\,m\,J\,x_3\,m_1\,\mathrm{u}_2 + 3\,p\,m\,J\,x_2\,x_4\,\omega_s)/J \\
r_4 \;=\; & b(p\,x_3\,m\,J\,m_1\,\mathrm{u}_1 + 2\,p\,m\,J\,{x_1}^2\,m_3\,x_8\,M_{sr} - 2\,m_2\,x_8\,p\,m\,J\,x_1\,x_3 \\
& - p\,x_3\,c\,m\,J\,x_1 - 2\,m_1\,x_7\,p\,m\,J\,x_1\,x_3 - 4\,m_3\,x_8\,x_3\,p\,m\,J\,x_1 \\
& + b\,{m_3}^3\,{x_8}^3\,J\,M_{sr} - b\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr} + 2\,b\,p^2\,m\,J\,x_4\,x_3\,x_5 \\
& + 3\,m_1\,x_7\,J\,\omega_s\,p\,x_5 - 3\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,x_8 + m_2\,{x_8}^3\,J\,{m_3}^2 - 3\,p\,m\,J\,x_2\,x_3\,\omega_s \\
& + 4\,p^2\,m\,J\,x_2\,x_3\,x_5 + 2\,m_1\,x_7\,J\,m_3\,{x_8}^2\,m_2 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,m_3\,x_8 \\
& + m_1\,x_7\,J\,{m_3}^2\,{x_8}^2 + 3\,m_2\,x_8\,J\,\omega_s\,p\,x_5 + {m_2}^2\,{x_8}^3\,J\,m_3 - 3\,\omega_s^2\,J\,m_3\,x_8 \\
& + 6\,p\,x_5\,J\,m_3\,x_8\,\omega_s - p^2\,{x_5}^2\,m_1\,x_7\,J - 6\,p^2\,m\,x_1\,x_4\,J\,x_5 \\
& + 6\,p\,m\,x_1\,x_4\,J\,\omega_s + 3\,p\,c\,x_5\,J\,\omega_s - p^2\,{x_5}^2\,m_2\,x_8\,J + {m_3}^3\,{x_8}^3\,J \\
& - 3\,p^2\,c\,{x_5}^2\,J - 3\,p^2\,x_5\,x_6 + 3\,p\,\omega_s\,x_6)/J \\
r_5 \;=\; & -b\,p(3\,p\,x_4\,x_6 - 6\,m_3\,x_8\,J\,x_4\,\omega_s \\
& + 3\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,x_3 - 4\,p\,x_3\,m\,J\,x_4\,x_2 - 3\,p^2\,{x_5}^2\,J\,x_3 - 3\,c\,J\,x_4\,\omega_s \\
& + 2\,m_2\,x_8\,J\,p\,x_5\,x_4 - p\,{x_3}^2\,m\,J\,x_1 + 3\,p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_1 + 6\,m_3\,x_8\,J\,x_4\,p\,x_5 \\
& + x_3\,c^2\,J + 6\,p\,c\,J\,x_4\,x_5 - 3\,\omega_s^2\,J\,x_3 + 2\,m_1\,x_7\,J\,x_3\,m_2\,x_8 - 3\,m_2\,x_8\,J\,\omega_s\,x_4 \\
& - b\,p\,x_3\,m\,J\,{x_4}^2 - b\,p\,{x_3}^3\,m\,J - 3\,m_1\,x_7\,J\,\omega_s\,x_4 - 2\,c\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 \\
& + 2\,m_1\,x_7\,J\,p\,x_5\,x_4 + 6\,p\,x_5\,J\,x_3\,\omega_s + 3\,m_3\,x_8\,x_3\,c\,J + m_2\,x_8\,c\,J\,x_3 \\
& + 2\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_3 + m_1\,x_7\,c\,J\,x_3 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,x_3 + {m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,x_3 \\
& + 2\,m_1\,x_7\,J\,m_3\,x_8\,x_3 + 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,m_3\,x_3 + 2\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_4 \\
& - 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_1 - 2\,p\,x_5\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 - 2\,m_1\,x_7\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 \\
& - 2\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_1 + J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,m_1\,\mathrm{u}_1 + 3\,J\,\omega_s\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2)/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_6 &= -\frac{b\,p\,(3\,m_3\,x_8\,x_3 + x_3\,m_2\,x_8 - 3\,x_4\,\omega_s + 3\,x_4\,p\,x_5 - 2\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 + x_3\,m_1\,x_7 + c\,x_3)}{J} \\
r_7 &= m_1(J\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,x_4 + 2\,m_2\,x_8\,J\,m_1\,\mathrm{u}_2 - m_1\,J\,\dot{\mathrm{u}}_2 - J\,b\,p^2\,{x_5}^2\,x_4 \\
&\quad + 2\,b\,p\,{x_3}^2\,m\,J\,x_2 - 6\,m_2\,x_8\,J\,\omega_s\,x_1 - 2\,m_2\,x_8\,J\,b\,p\,x_5\,x_3 \\
&\quad - 2\,J\,b\,m_3\,x_8\,x_3\,p\,x_5 - b\,p\,x_3\,c\,x_5\,J - 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,p\,x_5\,x_3 \\
&\quad + 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,b\,m_3\,x_4 + 3\,J\,\omega_s\,b\,p\,x_5\,x_4 + 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,m_3\,x_8\,x_4 \\
&\quad - 6\,m_1\,x_7\,J\,x_2\,m_2\,x_8 + 3\,J\,\omega_s\,b\,m_3\,x_8\,x_3 - 6\,m_1\,x_7\,J\,\omega_s\,x_1 - 2\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_2 \\
&\quad - 3\,{m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,x_2 - 2\,b\,p\,x_3\,m\,J\,x_4\,x_1 + 2\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 - b\,p\,x_3\,x_6 \\
&\quad + 3\,\omega_s^2\,J\,x_2 - 3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,x_2 + 2\,J\,\omega_s\,m_1\,\mathrm{u}_1 + 2\,{m_1}^2\,x_7\,J\,\mathrm{u}_2)/J \\
r_8 &= -2\,b\,p\,m_3\,M_{sr}\,x_1\,m\,J\,x_3\,x_2 + 4\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_1\,m_2\,x_8 \\
&\quad + 2\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_1\,m_1\,x_7 + 2\,{m_1}^2\,x_7\,J\,m_2\,\mathrm{u}_2 + 2\,{m_2}^2\,x_8\,J\,m_1\,\mathrm{u}_2 \\
&\quad + 2\,m_2\,J\,\omega_s\,m_1\,\mathrm{u}_1 + 3\,b\,{m_3}^3\,{x_8}^2\,J\,x_4 - m_2\,b\,p\,x_3\,x_6 - 3\,b\,p\,m_3\,x_6\,x_3 \\
&\quad - 3\,\omega_s^2\,J\,b\,m_3\,x_4 - 6\,{m_2}^2\,x_8\,J\,\omega_s\,x_1 - 3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,m_2\,x_2 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,b\,m_3\,x_4 \\
&\quad + 3\,{m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,b\,m_3\,x_4 - 3\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,\omega_s\,x_2 - 4\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,x_2\,m_1\,x_7 \\
&\quad - 4\,b^2\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,p\,x_5\,x_3 + 3\,b^2\,{m_3}^3\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_4 - 6\,m_1\,x_7\,J\,m_2\,\omega_s\,x_1 \\
&\quad - 6\,m_1\,x_7\,J\,{m_2}^2\,x_2\,x_8 - 2\,m_1\,x_7\,J\,m_2\,b\,p\,x_5\,x_3 + 4\,m_1\,x_7\,J\,m_2\,b\,m_3\,x_8\,x_4 \\
&\quad - m_2\,J\,b\,p^2\,{x_5}^2\,x_4 - 6\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,\omega_s\,x_1 + 4\,b\,{m_3}^2\,J\,p\,x_5\,x_8\,M_{sr}\,x_1 \\
&\quad + 6\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,x_3\,\omega_s - 3\,b\,{m_3}^3\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_2 - 3\,b\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,x_4 \\
&\quad - 6\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_2\,m_2 - 4\,b\,m_3\,x_3\,p\,m\,J\,x_4\,x_1 + 2\,b\,p\,m_3\,M_{sr}\,x_1\,c\,x_5\,J \\
&\quad + 2\,b\,p\,m_3\,M_{sr}\,{x_1}^2\,m\,J\,x_4 + 2\,b\,p\,m_3\,M_{sr}\,x_1\,x_6 - 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,m_3\,x_3\,p\,x_5 \\
&\quad - 2\,b\,p\,x_3\,m\,J\,x_4\,x_1\,m_2 + 3\,m_1\,x_7\,J\,\omega_s\,b\,m_3\,x_3 - b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,m_1\,\mathrm{u}_1 \\
&\quad + 3\,m_2\,J\,\omega_s\,b\,p\,x_5\,x_4 + 3\,m_2\,{x_8}^2\,J\,b\,{m_3}^2\,x_4 + 6\,m_2\,J\,\omega_s\,b\,m_3\,x_8\,x_3 \\
&\quad - 2\,{m_2}^2\,x_8\,J\,b\,p\,x_5\,x_3 - b^2\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_4 - 4\,m_2\,J\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_8\,x_3 \\
&\quad + 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,{m_3}^2\,x_8\,x_4 + 2\,b\,p\,{x_3}^2\,m\,J\,x_2\,m_2 + b\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_2 \\
&\quad - 3\,b\,m_3\,x_3\,p\,c\,x_5\,J + 4\,b\,m_3\,{x_3}^2\,p\,m\,J\,x_2 - m_2\,b\,p\,x_3\,c\,x_5\,J \\
&\quad - 3\,{m_2}^3\,{x_8}^2\,J\,x_2 + 6\,b\,m_3\,J\,\omega_s\,x_4\,p\,x_5 - 6\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,x_3\,p\,x_5 + 3\,m_2\,J\,\omega_s^2\,x_2 \\
&\quad + 2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,m_1\,\mathrm{u}_2 - m_2\,J\,m_1\,\dot{\mathrm{u}}_2/J
\end{aligned}
$$

A.2 Cas 1 : $\dot{\Omega} = 0$

$$
\begin{aligned}
a_{21} &= b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,M_{sr} + {m_1}^2\,{x_7}^2 + 2\,m_1\,x_7\,m_2\,x_8 + {m_2}^2\,{x_8}^2 - {\omega_s}^2, \\
a_{22} &= b\,p\,x_5\,m_3\,x_8\,M_{sr} - 2\,\omega_s\,m_1\,x_7 - 2\,\omega_s\,m_2\,x_8 \\
a_{23} &= -b\,{m_3}^2\,{x_8}^2 - 2\,\omega_s\,b\,p\,x_5 + b\,p^2\,{x_5}^2 - b\,m_3\,x_8\,m_1\,x_7 - b\,m_3\,{x_8}^2\,m_2 \\
a_{24} &= 2\,\omega_s\,b\,m_3\,x_8 - 2\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_8 - b\,p\,x_5\,m_1\,x_7 - b\,p\,x_5\,m_2\,x_8 \\
a_{25} &= -2\,b\,m_3\,x_8\,x_4\,p - 2\,\omega_s\,b\,p\,x_3 + 2\,b\,p^2\,x_5\,x_3 + b\,p\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 \\
&\quad - b\,p\,x_4\,m_1\,x_7 - b\,p\,x_4\,m_2\,x_8 \\
a_{27} &= 2\,x_1\,{m_1}^2\,x_7 - m_1\,b\,m_3\,x_8\,x_3 - m_1\,b\,p\,x_5\,x_4 + 2\,x_1\,m_1\,m_2\,x_8 - 2\,\omega_s\,x_2\,m_1 - {m_1}^2\,\mathrm{u}_1 \\
a_{28} &= -2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,x_3 + 2\,b\,m_3\,x_4\,\omega_s - 2\,b\,m_3\,x_4\,p\,x_5 + 2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,M_{sr}\,x_1 + b\,p\,x_5\,m_3\,M_{sr}\,x_2 \\
&\quad - m_1\,x_7\,b\,m_3\,x_3 + 2\,m_1\,x_7\,x_1\,m_2 - 2\,m_2\,x_8\,b\,m_3\,x_3 + 2\,{m_2}^2\,x_8\,x_1 \\
&\quad - m_2\,b\,p\,x_5\,x_4 - 2\,m_2\,\omega_s\,x_2 - m_2\,m_1\,\mathrm{u}_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{21} &= -b\,p\,x_5\,m_3\,x_8\,M_{sr} + 2\,\omega_s\,m_1\,x_7 + 2\omega_s\,m_2\,x_8 \\
b_{22} &= b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,M_{sr} + {m_1}^2\,{x_7}^2 + 2\,m_1\,x_7\,m_2\,x_8 + {m_2}^2\,{x_8}^2 - {\omega_s}^2, \\
b_{23} &= -2\,\omega_s\,b\,m_3\,x_8 + 2\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_8 + b\,p\,x_5\,m_1\,x_7 + b\,p\,x_5\,m_2\,x_8 \\
b_{24} &= -b\,{m_3}^2\,{x_8}^2 - 2\,\omega_s\,b\,p\,x_5 + b\,p^2\,{x_5}^2 - b\,m_3\,x_8\,m_1\,x_7 - b\,m_3\,{x_8}^2\,m_2 \\
b_{25} &= 2\,b\,m_3\,x_8\,x_3\,p - 2\,\omega_s\,b\,p\,x_4 + 2\,b\,p^2\,x_5\,x_4 - b\,p\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 \\
&\quad + b\,p\,x_3\,m_1\,x_7 + b\,p\,x_3\,m_2\,x_8 \\
b_{27} &= 2x_2\,{m_1}^2\,x_7 - m_1\,b\,m_3\,x_8\,x_4 + m_1\,b\,p\,x_5\,x_3 + 2\,x_2\,m_1\,m_2\,x_8 + 2\,\omega_s\,x_1\,m_1 - {m_1}^2\,\mathrm{u}_2 \\
b_{28} &= -2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,x_4 - 2\,b\,m_3\,x_3\,\omega_s + 2\,b\,m_3\,x_3\,p\,x_5 + 2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,M_{sr}\,x_2 - b\,p\,x_5\,m_3\,M_{sr}\,x_1 \\
&\quad - m_1\,x_7\,b\,m_3\,x_4 + 2\,m_1\,x_7\,x_2\,m_2 - 2\,m_2\,x_8\,b\,m_3\,x_4 + 2\,{m_2}^2\,x_8\,x_2 \\
&\quad + m_2\,b\,p\,x_5\,x_3 + 2\,m_2\,\omega_s\,x_1 - m_2\,m_1\,\mathrm{u}_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_{21} &= 3\, m_1\, x_7\, {\omega_s}^2 + 3\, m_2\, x_8\, {\omega_s}^2 - {m_1}^3\, {x_7}^3 - 3\, {m_1}^2\, {x_7}^2\, m_2\, x_8 - 3\, {m_2}^2\, {x_8}^2\, m_1\, x_7 \\
&\quad - {m_2}^3\, {x_8}^3 - 2\, m_2\, {x_8}^3\, b\, {m_3}^2\, M_{sr} - 3\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, \omega_s \\
&\quad - 2\, m_1\, x_7\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr} - b\, {m_3}^3\, {x_8}^3\, M_{sr} + b\, p^2\, {x_5}^2\, m_3\, x_8\, M_{sr}, \\
s_{22} &= -{\omega_s}^3 + 3\, {m_1}^2\, {x_7}^2\, \omega_s + 3\, {m_2}^2\, {x_8}^2\, \omega_s + 3\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr}\, \omega_s \\
&\quad + 6\, m_1\, x_7\, \omega_s\, m_2\, x_8 - 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad - 2\, m_2\, {x_8}^2\, b\, p\, x_5\, m_3\, M_{sr} - 2\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr}\, p\, x_5 \\
s_{23} &= -3\, {\omega_s}^2\, b\, m_3\, x_8 + {m_1}^2\, {x_7}^2\, b\, m_3\, x_8 + {m_2}^2\, {x_8}^3\, b\, m_3 + m_2\, {x_8}^3\, b\, {m_3}^2 + 6\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, \omega_s \\
&\quad + m_1\, x_7\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2 + b^2\, {m_3}^3\, {x_8}^3\, M_{sr} + 2\, m_1\, x_7\, b\, m_3\, {x_8}^2\, m_2 \\
&\quad - b^2\, p^2\, {x_5}^2\, m_3\, x_8\, M_{sr} + 3\, m_1\, x_7\, \omega_s\, b\, p\, x_5 + 3\, m_2\, x_8\, \omega_s\, b\, p\, x_5 \\
&\quad + b\, {m_3}^3\, {x_8}^3 - 3\, b\, p^2\, {x_5}^2\, m_3\, x_8 - b\, p^2\, {x_5}^2\, m_2\, x_8 - b\, p^2\, {x_5}^2\, m_1\, x_7, \\
s_{24} &= -3\, {\omega_s}^2\, b\, p\, x_5 + {m_1}^2\, {x_7}^2\, b\, p\, x_5 + {m_2}^2\, {x_8}^2\, b\, p\, x_5 - 3\, m_2\, {x_8}^2\, \omega_s\, b\, m_3 \\
&\quad + 2\, m_2\, {x_8}^2\, b\, p\, x_5\, m_3 + 3\, \omega_s\, b\, p^2\, {x_5}^2 - 3\, m_1\, x_7\, \omega_s\, b\, m_3\, x_8 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8 + 2\, b^2\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr}\, p\, x_5 + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, x_5\, m_2\, x_8 \\
&\quad - 3\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, \omega_s + 3\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, p\, x_5 - b\, p^3\, {x_5}^3, \\
s_{25} &= -2\, b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2\, m_1\, x_7 - 2\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, p\, M_{sr}\, x_2 - 2\, b\, p\, m_3\, {x_8}^2\, M_{sr}\, x_2\, m_2 \\
&\quad - 3\, \omega_s\, b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 + 2\, b\, p^2\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 \\
&\quad + b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, m_1\, \mathrm{u}_2 - 2\, m_2\, x_8\, b\, p^2\, x_5\, x_3 + 6\, b\, m_3\, x_8\, x_3\, p\, \omega_s \\
&\quad - 6\, b\, m_3\, x_8\, x_3\, p^2\, x_5 - 2\, m_1\, x_7\, b\, p^2\, x_5\, x_3 + 3\, m_2\, x_8\, \omega_s\, b\, p\, x_3 \\
&\quad + 3\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, x_4\, p - 2\, b^2\, p^2\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_3 + 3\, m_1\, x_7\, \omega_s\, b\, p\, x_3 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, x_4\, m_2\, x_8 + 2\, m_1\, x_7\, b\, m_3\, x_8\, x_4\, p + {m_2}^2\, {x_8}^2\, b\, p\, x_4 \\
&\quad + 2\, m_2\, {x_8}^2\, b\, m_3\, x_4\, p + 6\, b\, p^2\, x_5\, x_4\, \omega_s + {m_1}^2\, {x_7}^2\, b\, p\, x_4 \\
&\quad + 2\, b^2\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr}\, p\, x_4 - 3\, {\omega_s}^2\, b\, p\, x_4 - 3\, b\, p^3\, {x_5}^2\, x_4 \\
s_{27} &= 6\, m_2\, x_8\, \omega_s\, x_2\, m_1 - 2\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2\, m_1 + 6\, {m_1}^2\, x_7\, \omega_s\, x_2 \\
&\quad - 6\, {m_1}^2\, x_7\, x_1\, m_2\, x_8 - 3\, {m_2}^2\, {x_8}^2\, x_1\, m_1 - 2\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr}\, x_1\, m_1 - {m_1}^2\, \dot{\mathrm{u}}_1 \\
&\quad + 3\, {\omega_s}^2\, x_1\, m_1 - 3\, {m_1}^3\, {x_7}^2\, x_1 - m_1\, b\, p^2\, {x_5}^2\, x_3 + 2\, {m_1}^2\, m_2\, x_8\, \mathrm{u}_1 \\
&\quad + 2\, m_1\, m_2\, x_8\, b\, p\, x_5\, x_4 + 2\, m_1\, m_2\, {x_8}^2\, b\, m_3\, x_3 + 3\, \omega_s\, m_1\, b\, p\, x_5\, x_3 \\
&\quad + 2\, {m_1}^2\, x_7\, b\, m_3\, x_8\, x_3 + 2\, {m_1}^2\, x_7\, b\, p\, x_5\, x_4 + m_1\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, x_3 \\
&\quad - 3\, m_1\, b\, m_3\, x_8\, x_4\, \omega_s + 2\, m_1\, b\, m_3\, x_8\, x_4\, p\, x_5 + 2\, {m_1}^3\, x_7\, \mathrm{u}_1 \\
&\quad - 2\, \omega_s\, {m_1}^2\, \mathrm{u}_2, \\
s_{28} &= -3\, b\, {m_3}^3\, {x_8}^2\, M_{sr}\, x_1 - m_2\, m_1\, \dot{\mathrm{u}}_1 \\
&\quad + 2\, b\, {m_3}^2\, x_8\, M_{sr}\, m_1\, \mathrm{u}_1 + b\, p\, x_5\, m_3\, M_{sr}\, m_1\, \mathrm{u}_2 + 2\, {m_1}^2\, x_7\, m_2\, \mathrm{u}_1 \\
&\quad - 2\, m_2\, \omega_s\, m_1\, \mathrm{u}_2 + 2\, {m_2}^2\, x_8\, m_1\, \mathrm{u}_1 + 3\, m_2\, {x_8}^2\, b\, {m_3}^2\, x_3 \\
&\quad + 4\, b^2\, p\, x_5\, {m_3}^2\, x_8\, M_{sr}\, x_4 - 3\, \omega_s\, m_1\, x_7\, b\, m_3\, x_4 + 4\, m_1\, x_7\, m_2\, x_8\, b\, m_3\, x_3 \\
&\quad - 6\, m_1\, x_7\, {m_2}^2\, x_8\, x_1 + 3\, b^2\, {m_3}^3\, {x_8}^2\, M_{sr}\, x_3 - 6\, b\, {m_3}^2\, {x_8}^2\, M_{sr}\, x_1\, m_2 \\
&\quad + 3\, {m_2}^2\, {x_8}^2\, b\, m_3\, x_3 - 4\, m_1\, x_7\, b\, {m_3}^2\, x_8\, M_{sr}\, x_1 + 6\, b\, {m_3}^2\, x_8\, p\, x_5\, x_4 \\
&\quad + 6\, b\, m_3\, p\, x_5\, x_3\, \omega_s + 6\, b\, {m_3}^2\, x_8\, \omega_s\, M_{sr}\, x_2 - 6\, b\, {m_3}^2\, x_8\, \omega_s\, x_4 \\
&\quad - 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, x_5\, m_3\, M_{sr}\, x_2 + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_4 + 6\, \omega_s\, {m_2}^2\, x_8\, x_2 \\
&\quad + 6\, \omega_s\, m_1\, x_7\, x_2\, m_2 + {m_1}^2\, {x_7}^2\, b\, m_3\, x_3 + 4\, m_2\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, x_4 \\
&\quad + 3\, m_2\, b\, p\, x_5\, x_3\, \omega_s - m_2\, b\, p^2\, {x_5}^2\, x_3 - 4\, m_2\, b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 \\
&\quad + b\, p^2\, {x_5}^2\, m_3\, M_{sr}\, x_1 - 3\, b\, p^2\, {x_5}^2\, m_3\, x_3 - 4\, b\, {m_3}^2\, x_8\, p\, x_5\, M_{sr}\, x_2 \\
&\quad - 6\, \omega_s\, m_2\, x_8\, b\, m_3\, x_4 + 2\, m_1\, x_7\, b\, {m_3}^2\, x_8\, x_3 - 3\, b\, p\, x_5\, m_3\, \omega_s\, M_{sr}\, x_1 \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, m_2\, b\, p\, x_5\, x_4 - b^2\, p^2\, {x_5}^2\, m_3\, M_{sr}\, x_3 + 2\, {m_2}^2\, x_8\, b\, p\, x_5\, x_4 \\
&\quad - 3\, {m_1}^2\, {x_7}^2\, x_1\, m_2 - 3\, {\omega_s}^2\, b\, m_3\, x_3 + 3\, b\, {m_3}^3\, {x_8}^2\, x_3 + 3\, {\omega_s}^2\, x_1\, m_2 \\
&\quad - 3\, {m_2}^3\, {x_8}^2\, x_1
\end{aligned}
$$

A.3 Cas 2 : $\omega_s = 0$

$$
\begin{aligned}
a_{41} &= b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, M_{sr} - b\, p\, m\, x_4{}^2 + m_1{}^2\, x_7{}^2 + 2\, m_1\, x_7\, m_2\, x_8 + m_2{}^2\, x_8{}^2, \\
a_{42} &= b\, p\, m\, x_3\, x_4 + b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr}, \\
a_{43} &= -b\, m_3{}^2\, x_8{}^2 + b\, p\, m\, x_2\, x_4 + b\, p^2\, x_5{}^2 - b\, m_3\, x_8\, m_1\, x_7 - b\, m_3\, x_8{}^2\, m_2, \\
a_{44} &= -b\, p(2\, m_3\, x_8\, x_5\, J + 2\, m\, J\, x_4\, x_1 - m\, J\, x_3\, x_2 + c\, x_5\, J + x_6 + x_5\, m_1\, x_7\, J \\
&\quad + x_5\, m_2\, x_8\, J)/J, \\
a_{45} &= -2\, b\, m_3\, x_8\, p\, x_4 - b\, p\, c\, x_4 + 2\, b\, p^2\, x_5\, x_3 \\
&\quad + b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 - b\, p\, x_4\, m_1\, x_7 - b\, p\, x_4\, m_2\, x_8, \\
a_{46} &= -\tfrac{bp}{J} x_4 \\
a_{47} &= 2x_1 m_1^2 x_7 - m_1 b m_3 x_8 x_3 - m_1 b p x_5 x_4 + 2x_1 m_1 m_2 x_8 \\
&\quad - m_1^2 u_1 \\
a_{48} &= -2b m_3^2 x_8 x_3 - 2b m_3 p x_5 x_4 + 2b m_3^2 x_8 M_{sr} x_1 \\
&\quad + b p x_5 m_3 M_{sr} x_2 - m_1 x_7 b m_3 x_3 + 2 m_1 x_7 x_1 m_2 - 2 m_2 x_8 b m_3 x_3 \\
&\quad + 2 m_2^2 x_8 x_1 - m_2 b p x_5 x_4 - m_2 m_1 u_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{41} &= b\, p\, m\, x_3\, x_4 - b\, p\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
b_{42} &= b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, M_{sr} - b\, p\, m\, x_3{}^2 + m_1{}^2\, x_7{}^2 + 2\, m_1\, x_7\, m_2\, x_8 + m_2{}^2\, x_8{}^2 \\
b_{43} &= b\, p(2\, m_3\, x_8\, x_5\, J - 2\, m\, J\, x_3\, x_2 + m\, J\, x_4\, x_1 + c\, x_5\, J + x_6 + x_5\, m_1\, x_7\, J \\
&\quad + x_5\, m_2\, x_8\, J)/J, \\
b_{44} &= -b\, m_3{}^2\, x_8{}^2 + b\, p\, m\, x_1\, x_3 + b\, p^2\, x_5{}^2 - b\, m_3\, x_8\, m_1\, x_7 - b\, m_3\, x_8{}^2\, m_2, \\
b_{45} &= 2\, b\, m_3\, x_8\, p\, x_3 + b\, p\, c\, x_3 + 2\, b\, p^2\, x_5\, x_4 - b\, p\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 + b\, p\, x_3\, m_1\, x_7 \\
&\quad + b\, p\, x_3\, m_2\, x_8 \\
b_{46} &= \tfrac{bp}{J} x_3 \\
b_{47} &= 2x_2 m_1^2 x_7 - m_1 b m_3 x_8 x_4 + m_1 b p x_5 x_3 + 2x_2 m_1 m_2 x_8 \\
&\quad - m_1^2 u_2 \\
b_{48} &= -2b m_3^2 x_8 x_4 + 2b m_3 p x_5 x_3 + 2b m_3^2 x_8 M_{sr} x_2 \\
&\quad - b p x_5 m_3 M_{sr} x_1 - m_1 x_7 b m_3 x_4 + 2 m_1 x_7 x_2 m_2 - 2 m_2 x_8 b m_3 x_4 \\
&\quad + 2 m_2^2 x_8 x_2 + m_2 b p x_5 x_3 - m_2 m_1 u_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_{41} &= -4\, b\, p^2\, m\, x_4\, x_5\, x_3 + b\, p\, x_4{}^2\, c\, m - b\, m_3{}^3\, x_8{}^3\, M_{sr} + b\, p^2\, x_5{}^2\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad + 2\, m_1\, x_7\, b\, p\, m\, x_4{}^2 - 2\, m_1\, x_7\, b\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, M_{sr} - 2\, m_2\, x_8{}^3\, b\, m_3{}^2\, M_{sr} - m_1{}^3\, x_7{}^3 \\
&\quad - 3\, m_1{}^2\, x_7{}^2\, m_2\, x_8 + 4\, b\, m_3\, x_8\, p\, m\, x_4{}^2 + 2\, m_2\, x_8\, b\, p\, m\, x_4{}^2 \\
&\quad - 3\, m_2{}^2\, x_8{}^2\, m_1\, x_7 - m_2{}^3\, x_8{}^3 - 2\, b\, p\, x_4\, m\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2, \\
s_{42} &= -b\, p(x_4\, c\, m\, J\, x_3 \\
&\quad - 3\, p\, m\, J\, x_3{}^2\, x_5 + 2\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_6 + 2\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, c\, x_5\, J \\
&\quad + 2\, x_4\, m\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_1 - 4\, m\, J\, x_3\, m_3\, x_8\, M_{sr}\, x_2 + 2\, m_1\, x_7\, J\, x_5\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad + 2\, m_2\, x_8{}^2\, J\, x_5\, m_3\, M_{sr} + 2\, m_3{}^2\, x_8{}^2\, J\, x_5\, M_{sr} + 2\, m_2\, x_8\, m\, J\, x_3\, x_4 \\
&\quad + 4\, m_3\, x_8\, m\, J\, x_3\, x_4 + 2\, m_1\, x_7\, m\, J\, x_3\, x_4 + m\, J\, x_4{}^2\, p\, x_5)/J, \\
s_{43} &= b(-m_1\, x_7\, J\, p^2\, x_5{}^2 - m_2\, x_8\, J\, p^2\, x_5{}^2 + 2\, p\, m\, J\, x_2{}^2\, m_3\, x_8\, M_{sr} \\
&\quad - 4\, p^2\, x_4\, m\, J\, x_5\, x_1 + p\, x_4\, m\, J\, m_1\, \mathrm{u}_2 + m_2\, x_8{}^3\, J\, m_3{}^2 \\
&\quad - 4\, m_3\, x_8\, p\, m\, J\, x_2\, x_4 - 2\, m_2\, x_8\, p\, m\, J\, x_2\, x_4 - p\, x_4\, c\, m\, J\, x_2 \\
&\quad + 6\, p^2\, m\, J\, x_2\, x_5\, x_3 + 2\, m_1\, x_7\, J\, m_3\, x_8{}^2\, m_2 - 2\, m_1\, x_7\, p\, m\, J\, x_2\, x_4 \\
&\quad - 3\, p^2\, x_5{}^2\, c\, J + m_1\, x_7\, J\, m_3{}^2\, x_8{}^2 + m_1{}^2\, x_7{}^2\, J\, m_3\, x_8 - 3\, p^2\, x_5{}^2\, J\, m_3\, x_8 \\
&\quad + m_3{}^3\, x_8{}^3\, J - 3\, p^2\, x_5\, x_6 + m_2{}^2\, x_8{}^3\, J\, m_3 + b\, m_3{}^3\, x_8{}^3\, J\, M_{sr} \\
&\quad - 2\, b\, p^2\, m\, J\, x_4\, x_5\, x_3 - b\, p^2\, x_5{}^2\, J\, m_3\, x_8\, M_{sr})/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_{44} &= b\,p(c\,x_6 + 4\,m_2\,x_8\,m\,J\,x_1\,x_4 + 3\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,x_5 + 3\,m_3\,x_8\,c\,x_5\,J - 4\,p\,m\,J\,x_1\,x_5\,x_3 \\
&\quad + 2\,x_4\,c\,m\,J\,x_1 - 2\,p\,x_4\,m\,J\,x_5\,x_2 - m\,J\,{x_3}^2\,b\,p\,x_5 \\
&\quad - 2\,m\,J\,x_3\,x_2\,m_1\,x_7 - 2\,m\,J\,x_3\,x_2\,m_2\,x_8 + m_1\,x_7\,c\,x_5\,J + m_2\,x_8\,c\,x_5\,J \\
&\quad - c\,m\,J\,x_3\,x_2 + m\,J\,x_3\,m_1\,\mathrm{u}_2 + 2\,m_1\,x_7\,J\,x_5\,m_2\,x_8 + {m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,x_5 \\
&\quad - 3\,b\,p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_5 + 3\,m_3\,x_8\,x_6 + 8\,m_3\,x_8\,m\,J\,x_1\,x_4 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,x_5 \\
&\quad + 4\,m_1\,x_7\,m\,J\,x_1\,x_4 + 2\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_5 + 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,m_3\,x_5 \\
&\quad - 4\,m_3\,x_8\,m\,J\,x_3\,x_2 - 2\,m\,J\,x_1\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 + 2\,m_1\,x_7\,J\,x_5\,m_3\,x_8 \\
&\quad - 2\,m\,J\,x_4\,m_1\,\mathrm{u}_1 + m_1\,x_7\,x_6 + m_2\,x_8\,x_6 + c^2\,x_5\,J - p^2\,{x_5}^3\,J)/J, \\
s_{45} &= b\,p(3\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,x_4 - 3\,p^2\,{x_5}^2\,J\,x_4 - 2\,m_1\,x_7\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 - 2\,c\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 \\
&\quad + 2\,m_1\,x_7\,J\,m_3\,x_8\,x_4 - 2\,m_2\,x_8\,J\,p\,x_5\,x_3 - 6\,m_3\,x_8\,J\,p\,x_5\,x_3 + m_2\,x_8\,c\,J\,x_4 \\
&\quad + {m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,x_4 - b\,p\,{x_4}^3\,m\,J + 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,m_3\,x_4 + 3\,m_3\,x_8\,c\,J\,x_4 \\
&\quad - 2\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_3 - 4\,p\,x_4\,m\,J\,x_3\,x_1 + 3\,p\,{x_3}^2\,m\,J\,x_2 \\
&\quad - 2\,m_1\,x_7\,J\,p\,x_5\,x_3 + 2\,m_1\,x_7\,J\,x_4\,m_2\,x_8 - b\,p\,x_4\,m\,J\,{x_3}^2 + m_1\,x_7\,c\,J\,x_4 \\
&\quad + 2\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_4 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,x_4 - p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_2 + x_4\,c^2\,J \\
&\quad - 6\,p\,c\,J\,x_5\,x_3 - 3\,p\,x_3\,x_6 + 2\,p\,x_5\,J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_1 + J\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,m_1\,\mathrm{u}_2 \\
&\quad - 2\,m_2\,{x_8}^2\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_2 - 2\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_2)/J \\
s_{46} &= \frac{b\,p\,(-3\,p\,x_5\,x_3 + c\,x_4 + x_4\,m_1\,x_7 + 3\,m_3\,x_8\,x_4 - 2\,m_3\,x_8\,M_{sr}\,x_2 + x_4\,m_2\,x_8)}{J} \\
s_{47} &= m_1(2m_2x_8Jm_1u_1 + 2Jbpx_5m_3x_8x_4 + 2m_2x_8^2Jbm_3x_3 \\
&\quad +2m_2x_8Jbpx_5x_4 + 2m_1^2x_7Ju_1(t + bpx_4cx_5J + 2m_1x_7Jbm_3x_8x_3 \\
&\quad +2m_1x_7Jbpx_5x_4 - Jbp^2x_5^2x_3 + Jbm_3^2x_8^2x_3 + bpx_4x_6 \\
&\quad -2bm_3^2x_8^2JM_{sr}x_1 + 2bpx_4^2mJx_1 - 3m_2^2x_8^2Jx_1 - 3m_1^2x_7^2Jx_1 \\
&\quad -m_1J\dot{u}_1 - 2bpx_5Jm_3x_8M_{sr}x_2 - 6m_1x_7Jx_1m_2x_8 - 2bpx_4mJx_3x_2)/J \\
s_{48} &= (2\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,m_1\,\mathrm{u}_1 \\
&\quad + 2\,{m_2}^2\,x_8\,J\,m_1\,\mathrm{u}_1 + b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,m_1\,\mathrm{u}_2 + 2\,{m_1}^2\,x_7\,J\,m_2\,\mathrm{u}_1 \\
&\quad - 4\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,p\,x_5\,M_{sr}\,x_2 + 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_4 + 2\,m_1\,x_7\,J\,b\,{m_3}^2\,x_8\,x_3 \\
&\quad + 3\,m_2\,{x_8}^2\,J\,b\,{m_3}^2\,x_3 + 6\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,p\,x_5\,x_4 - 3\,b\,{m_3}^3\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_1 \\
&\quad + 4\,b\,m_3\,p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_1 + m_2\,b\,p\,x_4\,c\,x_5\,J + m_2\,b\,p\,x_4\,x_6 \\
&\quad + 2\,b\,p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_1\,m_2 + 3\,b\,m_3\,p\,x_4\,x_6 + 2\,b\,p\,m_3\,M_{sr}\,{x_2}^2\,m\,J\,x_3 \\
&\quad - 2\,b\,p\,m_3\,M_{sr}\,x_2\,x_6 - 2\,b\,p\,x_4\,m\,J\,x_3\,x_2\,m_2 - 4\,b\,p\,x_4\,m\,J\,m_3\,x_2\,x_3 \\
&\quad - 2\,b\,p\,m_3\,c\,x_5\,J\,M_{sr}\,x_2 + 3\,b\,p\,m_3\,c\,x_5\,J\,x_4 + b\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_1 \\
&\quad - 2\,b\,p\,x_4\,m\,J\,m_3\,x_2\,M_{sr}\,x_1 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,b\,m_3\,x_3 - 3\,b\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,x_3 \\
&\quad + 4\,m_2\,J\,b\,p\,x_5\,m_3\,x_8\,x_4 - m_2\,J\,b\,p^2\,{x_5}^2\,x_3 - 2\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_2\,m_1\,x_7 \\
&\quad - 4\,b\,p\,x_5\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_2\,m_2\,x_8 - b^2\,p^2\,{x_5}^2\,J\,m_3\,M_{sr}\,x_3 + 3\,b\,{m_3}^3\,{x_8}^2\,J\,x_3 \\
&\quad + 2\,{m_2}^2\,x_8\,J\,b\,p\,x_5\,x_4 - 4\,b\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,x_1\,m_1\,x_7 \\
&\quad + 4\,b^2\,{m_3}^2\,x_8\,J\,M_{sr}\,p\,x_5\,x_4 + 3\,{m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,b\,m_3\,x_3 - 6\,m_1\,x_7\,J\,{m_2}^2\,x_1\,x_8 \\
&\quad - 3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,m_2\,x_1 + 3\,b^2\,{m_3}^3\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_3 - 6\,b\,{m_3}^2\,{x_8}^2\,J\,M_{sr}\,x_1\,m_2 \\
&\quad + 4\,m_1\,x_7\,J\,m_2\,b\,m_3\,x_8\,x_3 + 2\,m_1\,x_7\,J\,m_2\,b\,p\,x_5\,x_4 - 3\,{m_2}^3\,{x_8}^2\,J\,x_1 \\
&\quad - m_2\,J\,m_1\,\dot{\mathrm{u}}_1/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{41} &= bp(-x_4cmJx_3 + pmJx_3^2x_5 + 2m_3x_8M_{sr}x_6 + 2m_3x_8M_{sr}cx_5J \\
&\quad +4x_4mJm_3x_8M_{sr}x_1 - 2mJx_3m_3x_8M_{sr}x_2 + 2m_1x_7Jx_5m_3x_8Msr \\
&\quad +2m_2x_8^2Jx_5m_3M_{sr} + 2m_3^2x_8^2Jx_5M_{sr} - 2m_2x_8mJx_3x_4 \\
&\quad -4m_3x8mJx_3x_4 - 2m_1x_7mJx_3x_4 - 3mJx_4^2px_5)/J, \\
r_{42} &= -bm_3^3x_8^3M_{sr} + bp^2x_5^2m_3x_8M_{sr} - 2m_2x_8^3bm_3^2M_{sr} \\
&\quad +4bm_3x_8px_3^2m - 3m_1^2x_7^2m_2x_8 - 3m_2^2x_8^2m_1x_7 - m_2^3x_8^3 \\
&\quad -2m_1x_7bm_3^2x_8^2M_{sr} + 2m_2x_8bpx_3^2m + 4bp^2mx_4x_5x_3 \\
&\quad -2bpx_3mm_3x8M_{sr}x_1 - m_1^3x_7^3 + 2m_1x_7bpx_3^2m + bpx_3^2cm \\
r_{43} &= -bp(cx_6 + 2m_2x_8mJx_1x_4 + 3m_3^2x_8^2Jx_5 + 3m_3x_8cx_5J \\
&\quad -2pmJx_1x_5x_3 + x_4cmJx_1 - 4px_4mJx_5x_2 - 3mJx_3^2bpx_5 \\
&\quad -4mmJx_3x_2m_1x_7 - 4mJx_3x_2m_2x_8 + m_1x_7cx_5J + m_2x_8cx_5J \\
&\quad -2cmJx_3x_2 + 2mJx_3m_1u_2 + 2m_1x_7Jx_5m_2x_8 + m_2^2x_8^2Jx_5 \\
&\quad -bpx_4^2mJx_5 + 3m_3x_8x_6 + 4m_3x_8mJx_1x_4 + m_1^2x_7^2Jx_5 \\
&\quad +2m_1x_7mJx_1x_4 + 2bm_3^2x_8^2JM_{sr}x_5 + 2m_2x_8^2Jm_3x_5 \\
&\quad -8m_3x_8mJx_3x_2 + 2mJx_1m_3x_8M_{sr}x_2 + 2m_1x_7Jx_5m_3x_8 \\
&\quad -mJx_4m_1u_1 + m_1x_7x_6 + m_2x_8x_6 + c^2x_5J - p^2x_5^3J)/J \\
r_{44} &= b(-m_1x_7Jp^2x_5^2 - m_2x_8Jp^2x_5^2 - 6p^2x_4mJx_5x_1 + m_2x_8^3Jm_3^2 \\
&\quad +4p^2mJx_2x_5x_3 + 2m_1x_7Jm_3x_8^2m_2 - 3p^2x_5^2cJ + m_1x_7Jm_3^2x_8^2 \\
&\quad +m_1^2x_7^2Jm_3x_8 - 3p^2x_5^2Jm_3x_8 + m_3^3x_8^3J - 3p^2x_5x_6 + m_2^2x_8^3Jm_3 \\
&\quad +px_3mJm_1u_1 - 4px_3mJm_3x_8x_1 - 2m_2x_8pmJx_1x_3 \\
&\quad +2pmJx_1^2m_3x_8M_{sr} - 2m_1x_7pmJx_1x_3 - px_3cmJx_1 \\
&\quad +bm_3^3x_8^3JM_{sr} + 2bp^2mJx_4x_5x_3 - bp^2x_5^2Jm_3x_8M_{sr})/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{45} &= -bp(3px_4x_6 - 2m_2x_8^2Jm_3M_{sr}x_1 - 2m_3^2x_8^2JM_{sr}x_1 - bpx_3^3mJ \\
&\quad +m_1x_7cJx_3 + 6m_3x_8Jpx_5x_4 + 2m_1x_7Jm_3x_8x_3 + 2m_1x_7Jx_3m_2x_8 \\
&\quad +3px_4^2mJx_1 + 2bm_3^2x_8^2JM_{sr}x_3 - bpx_3mJx_4^2 + m_1^2x_7^2Jx_3 \\
&\quad +2m_1x_7Jpx_5x_4 - 2cJm_3x_8M_{sr}x_1 + m_2^2x_8^2Jx_3 - 4px_3mJx_4x_2 \\
&\quad +m_2x_8cJx_3 - 3p^2x_5^2Jx_3 + x_3c^2J + 6px_4cx_5J - px_3^2mJx_1 \\
&\quad +2m_2x_8Jpx_5x_4 + 3m_3^2x_8^2Jx_3 + 2bpx_5Jm_3x_8M_{sr}x_4 \\
&\quad +2m_2x_8^2Jm_3x_3 + 3m_3x_8cJx_3 + Jm_3x_8M_{sr}m_1u_1 \\
&\quad -2px_5Jm_3x_8M_{sr}x_2 - 2m_1x_7Jm_3x_8M_{sr}x_1)/J \\
r_{46} &= -bp(3m_3x_8x_3 + 3px_5x_4 - 2m_3x_8M_{sr}x_1 + x_3m_2x_8 + x_3m_1x_7 + cx_3)/J \\
r_{47} &= m_1(Jbm_3^2x_8^2x_4 + 2m_1x_7Jbm_3x_8x_4 - 2m_1x_7Jbpx_5x_3 \\
&\quad -bpx_3cx_5J - 2Jbpx_5m_3x_8x_3 - Jbp^2x_5^2x_4 + 2bpx_3^2mJx_2 \\
&\quad -3m2^2x_8^2Jx_2 - 2bm_3^2x_8^2JM_{sr}x_2 + 2m_2x_8^2Jbm_3x_4 \\
&\quad -2m_2x_8Jbppx_5x_3 + 2m_2x_8Jm_1u_2 - 6m_1x_7Jx_2m_2x_8 \\
&\quad -2bpx_3mJx_4x_1 - m_1J\dot{u}_2 + 2bpx_5Jm_3x_8M_{sr}x_1 \\
&\quad -3m_1^2x_7^2Jx_2 - bpx_3x_6 + 2m_1^2x_7Ju_2)/J \\
r_{48} &= -2bpm_3M_{sr}x_1mJx_3x_2 + 4bpx_5Jm_3M_{sr}x_1m_2x_8 \\
&\quad +2bpx_5Jm_3M_{sr}x_1m_1x_7 - 3m_2^3x_8^2Jx_2 + 3b^2m_3^3x_8^2JM_{sr}x_4 \\
&\quad -4b^2px_5Jm_3^2M_{sr}x_8x_3 - 6m_2^2x_8Jx_2m_1x_7 + 3m_2^2x_8^2Jbm_3x_4 \\
&\quad -2m_2^2x_8Jbpx_5x_3 - 4bpm_3mJx_4x_1x_3 + 2bpm_3mJx_4x_1^2M_{sr} \\
&\quad +2m_1x7Jbm_3^2x_8x_4 - m_2bpx_3x_6 - 6bm_3^2x_8^2JM_{sr}x_2m_2 \\
&\quad -b^2p^2x_5^2Jm_3M_{sr}x_4 + 4bm_3^2x_8Jpx_5M_{sr}x_1 - 4bm_3^2x_8JM_{sr}x_2m_1x_7 \\
&\quad -2m1x_7Jm_2bpx_5x_3 + 4m_1x_7Jm_2bm_3x_8x_4 - 3m_1^2x_7^2Jm_2x_2 \\
&\quad +2bppx_3^2mJx_2m_2 + m_1^2x_7^2Jbm_3x_4 + 3bm_3^3x_8^2Jx_4 - 6bm_3^2x_8Jpx_5x_3 \\
&\quad +2bpm_3M_{sr}x_1x_6 - 2m_1x_7Jbm_3px_5x_3 - 3bm_3px_3x_6 - 2bpx_3mJx_4x_1m_2 \\
&\quad -m_2Jm_1\dot{u}_2 + 2m_1^2x_7Jm_2u_2 - 3bm_3^3x_8^2JM_{sr}x_2 \\
&\quad +2m_2^2x_8Jm_1u_2 - 3bm_3Jp^2x_5^2x_4 + bp^2x_5^2Jm_3M_{sr}x_2 \\
&\quad -m_2Jbp^2x_5^2x_4 - 3bm_3px_3cx_5J + 4bm_3px_3^2mJx_2 - m_2bpx_3cx_5J \\
&\quad +2bpm_3M_{sr}x_1cx_5J + 3m_2x_8^2Jbm3^2x_4 + 2bm_3^2x_8JM_{sr}m_1u_2 \\
&\quad -4m_2x_8Jbpx_5m_3x_3 - bpx_5Jm_3M_{sr}m_1u_1)/J
\end{aligned}
$$

A.4 Cas 3 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$

$$
\begin{aligned}
a_{51} &= (m_1x_7 + m_2x_8)^2 - bpmx_4^2 \\
a_{52} &= bpmx_3x_4 \\
a_{53} &= bpmx_2x_4 - (m_1x_7 + m_2x_8)bm_3x_8 \\
a_{54} &= bp(mx_2x_3 - 2mx_4x_1 - cx_5 - \frac{x_6}{J}) - (m_1x_7 + m_2x_8)bpx_5 \\
a_{55} &= -bpcx_4 - (m_1x_7 + m_2x_8)bpx_4 \\
a_{56} &= -\frac{bp}{J}x_4 \\
a_{57} &= 2x_1m_1^2x_7 - m_1bm_3x_8x_3 - m_1bpx_5x_4 + 2x_1m_1m_2x_8 - m_1^2u_1 \\
a_{58} &= -m_1x_7bm_3x_3 + 2m_1x_7x_1m_2 - 2m_2x_8bm_3x_3 + 2m_2^2x_8x_1 \\
&\quad -m_2bpx_5x_4 - m_2m_1u_1.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{51} &= bpmx_3x_4 \\
b_{52} &= (m_1x_7 + m_2x_8)^2 - bpmx_3^2 \\
b_{53} &= -bp(2mx_2x_3 - mx_4x_1 - cx_5 - \frac{x_6}{J}) + (m_1x_7 + m_2x_8)bpx_5 \\
b_{54} &= bpmx_1x_3 - (m_1x_7 + m_2x_8)bm_3x_8 \\
b_{55} &= bpcx_3 + (m_1x_7 + m_2x_8)bpx_3 \\
b_{56} &= \frac{bp}{J}x_3 \\
b_{57} &= 2x_2m_1^2x_7 - m_1bm_3x_8x_4 + m_1bpx_5x_3 + 2x_2m_1m_2x_8 - m_1^2u_2 \\
b_{58} &= -m_1x_7bm_3x_4 + 2m_1x_7x_2m_2 - 2m_2x_8bm_3x_4 + 2m_2^2x_8x_2 \\
&\quad +m_2bpx_5x_3 - m_2m_1u_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_{51} &= b\,p\,{x_4}^2\,c\,m + 2\,m_1\,x_7\,b\,p\,{x_4}^2\,m + 2\,m_2\,x_8\,b\,p\,{x_4}^2\,m - 3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,m_2\,x_8 \\
&\quad - 3\,m_1\,x_7\,{m_2}^2\,{x_8}^2 - {m_1}^3\,{x_7}^3 - {m_2}^3\,{x_8}^3 \\
s_{52} &= -b\,p\,x_4\,m\,x_3\,(c + 2\,m_1\,x_7 + 2\,m_2\,x_8) \\
s_{53} &= -b(p\,x_4\,c\,m\,x_2 + 2\,m_1\,x_7\,p\,m\,x_2\,x_4 + 2\,m_2\,x_8\,p\,m\,x_2\,x_4 \\
&\quad + 2\,b\,p^2\,x_4\,m\,x_3\,x_5 - p\,x_4\,m\,m_1\,\mathrm{u}_2 - 2\,m_1\,x_7\,m_3\,{x_8}^2\,m_2 \\
&\quad - {m_1}^2\,{x_7}^2\,m_3\,x_8 - {m_2}^2\,{x_8}^3\,m_3) \\
s_{54} &= -b\,p(-c\,x_6 + 2\,x_4\,m\,J\,m_1\,\mathrm{u}_1 \\
&\quad + 2\,m_2\,x_8\,m\,J\,x_3\,x_2 - m_2\,x_8\,c\,x_5\,J + m\,J\,{x_3}^2\,b\,p\,x_5 - m\,J\,x_3\,m_1\,\mathrm{u}_2 \\
&\quad + 2\,m_1\,x_7\,m\,J\,x_3\,x_2 - m_1\,x_7\,x_6 - m_2\,x_8\,x_6 - 2\,m_1\,x_7\,J\,x_5\,m_2\,x_8 \\
&\quad + 3\,b\,p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_5 - {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,x_5 - {m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,x_5 + c\,m\,J\,x_3\,x_2 \\
&\quad - m_1\,x_7\,c\,x_5\,J - 2\,x_4\,c\,m\,J\,x_1 - 4\,m_1\,x_7\,m\,J\,x_1\,x_4 - 4\,m_2\,x_8\,m\,J\,x_1\,x_4 - c^2\,x_5\,J)/J \\
s_{55} &= -b\,p\,x_4(-c^2 - m_1\,x_7\,c - m_2\,x_8\,c + b\,p\,m\,{x_3}^2 \\
&\quad - 2\,m_1\,x_7\,m_2\,x_8 + b\,p\,m\,{x_4}^2 - {m_1}^2\,{x_7}^2 - {m_2}^2\,{x_8}^2) \\
s_{56} &= \frac{b\,p\,x_4\,(c + m_1\,x_7 + m_2\,x_8)}{J} \\
s_{57} &= m_1(-m_1J\dot{u}_1 - 2bpx_4mJx_3x_2 + 2bpx_4^2mJx_1 + bpx_4cx_5J + bpx_4x_6 \\
&\quad +2Jm_2x_8^2bm_3x_3 + 2Jm_2x_8bpx_5x_4 - 6m_1x_7Jx_1m_2x_8 - 3m_2^2x_8^2Jx_1 + 2Jm_2x_8m_1u_1 \\
&\quad +2m_1x_7Jbm_3x_8x_3 + 2m_1x_7Jbpx_5x_4 - 3m_1^2x_7^2Jx_1 + 2m_1^2x_7Ju_1)/J \\
s_{58} &= (-m_2Jm_1\dot{u}_1 + m_1^2x_7^2Jbm_3x_3 + 2m_2^2x_8Jm_1u_1 + 2m_2^2x_8Jbpx_5x_4 \\
&\quad +3m_2^2x_8^2Jbm_3x_3 - 3m_2^3x_8^2Jx_1 + 2m_1^2x_7Jm_2u_1 - 3m_1^2x_7^2Jm_2x_1 \\
&\quad +2m_1x_7Jm_2bpx_5x_4 - 6m_1x_7Jm_2^2x_8x_1 + 4m_1x_7Jm_2x_8bm_3x_3 + 2m_2bpx_4^2mJx_1 \\
&\quad +m_2bpx_4cx_5J - 2m_2bpx_4mJx_3x_2 + m_2bpx_4x_6)/J
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{51} &= -b\,p\,x_4\,m\,x_3\,(c + 2\,m_1\,x_7 + 2\,m_2\,x_8) \\
r_{52} &= b\,p\,{x_3}^2\,c\,m + 2\,m_1\,x_7\,b\,p\,m\,{x_3}^2 + 2\,m_2\,x_8\,b\,p\,m\,{x_3}^2 \\
&\quad -3\,{m_1}^2\,{x_7}^2\,m_2\,x_8 - 3\,m_1\,x_7\,{m_2}^2\,{x_8}^2 - {m_1}^3\,{x_7}^3 - {m_2}^3\,{x_8}^3 \\
r_{53} &= b\,p(-2\,m\,J\,x_3\,m_1\,\mathrm{u}_2 + x_4\,m\,J\,m_1\,\mathrm{u}_1 - c\,x_6 + 4\,m_2\,x_8\,m\,J\,x_3\,x_2 - m_2\,x_8\,c\,x_5\,J + 3\,m\,J\,{x_3}^2\,b\,p\,x_5 \\
&\quad +4\,m_1\,x_7\,m\,J\,x_3\,x_2 - m_1\,x_7\,x_6 - m_2\,x_8\,x_6 - 2\,m_1\,x_7\,J\,x_5\,m_2\,x_8 + b\,p\,{x_4}^2\,m\,J\,x_5 - {m_1}^2\,{x_7}^2\,J\,x_5 \\
&\quad - {m_2}^2\,{x_8}^2\,J\,x_5 + 2\,c\,m\,J\,x_3\,x_2 - m_1\,x_7\,c\,x_5\,J - x_4\,c\,m\,J\,x_1 \\
&\quad - 2\,m_1\,x_7\,m\,J\,x_1\,x_4 - 2\,m_2\,x_8\,m\,J\,x_1\,x_4 - c^2\,x_5\,J)/J \\
r_{54} &= b(-p\,x_3\,c\,m\,x_1 - 2\,m_1\,x_7\,p\,m\,x_1\,x_3 - 2\,m_2\,x_8\,p\,m\,x_1\,x_3 + 2\,m_1\,x_7\,m_3\,{x_8}^2\,m_2 \\
&\quad + 2\,b\,p^2\,x_4\,m\,x_3\,x_5 + p\,x_3\,m\,m_1\,\mathrm{u}_1 + {m_1}^2\,{x_7}^2\,m_3\,x_8 + {m_2}^2\,{x_8}^3\,m_3) \\
r_{55} &= b\,p x_3(-c^2 - m_1\,x_7\,c - m_2\,x_8\,c + b\,p\,m\,{x_3}^2 - 2\,m_1\,x_7\,m_2\,x_8 + b\,p\,m\,{x_4}^2 \\
&\quad - {m_1}^2\,{x_7}^2 - {m_2}^2\,{x_8}^2) \\
r_{56} &= -\frac{b\,p\,x_3\,(c + m_1\,x_7 + m_2\,x_8)}{J} \\
r_{57} &= m_1(-m_1 J\dot{u}_2 + 2bpx_3^2 mJx_2 - 2bpx_3 mJx_4x_1 - bpx_3cx_5J - bpx_3x_6 \\
&\quad +2Jm_2x_8^2bm_3x_4 - 2Jm_2x_8bpx_5x_3 - 6m_1x_7Jx_2m_2x_8 - 3m_2^2x_8^2Jx_2 + 2Jm_2x_8m_1u_2 \\
&\quad +2m_1x_7Jbm_3x_8x_4 - 2m_1x_7Jbpx_5x_3 - 3m_1^2x_7^2Jx_2 + 2m_1^2x_7Ju_2)/J \\
r_{58} &= (-2m_2^2x_8Jbpx_5x_3 + 2m_2^2x_8Jm_1u_2 + 3m_2^2x_8^2Jbm_3x_4 + m_1^2x_7^2Jbm_3x_4 \\
&\quad -3m_2^3x_8^2Jx_2 + 2m_1^2x_7Jm_2u_2 - 2m_1x_7Jm_2bpx_5x_3 - 3m_1^2x_7^2Jm_2x_2 + 4m_1x_7Jm_2x_8bm_3x_4 \\
&\quad -6m_1x_7Jm_2^2x_8x_2 + 2m_2bpx_3^2mJx_2 - 2m_2bpx_3mJx_4x_1 - m_2bpx_3cx_5J - m_2bpx_3x_6 - m_2Jm_1\dot{u}_2)/
\end{aligned}
$$

A.5 Cas 4 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$

$$
\begin{aligned}
a_{61} &= (m_1x_7 + m_2x_8)^2 \\
a_{63} &= -bm_3(m_1x_7 + m_2x_8) \\
a_{64} &= -bpx_5(m_1x_7 + m_2x_8) \\
a_{65} &= -bpx_4(m_1x_7 + m_2x_8) \\
a_{67} &= 2x_1m_1^2x_7 - m_1bm_3x_8x_3 - m_1bpx_5x_4 + 2x_1m_1m_2x_8 - m_1^2u_1 \\
a_{68} &= -m_1x_7bm_3x_3 + 2m_1x_7x_1m_2 - 2m_2x_8bm_3x_3 + 2m_2^2x_8x_1 - m_2bpx_5x_4 - m_2m_1u_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{62} &= (m_1x_7 + m_2x_8)^2 \\
b_{63} &= bpx_5(m_1x_7 + m_2x_8) \\
b_{64} &= -bm_3(m_1x_7 + m_2x_8) \\
b_{65} &= bpx_3(m_1x_7 + m_2x_8) \\
b_{67} &= 2x_2m_1^2x_7 - m_1bm_3x_8x_4 + m_1bpx_5x_3 + 2x_2m_1m_2x_8 - m_1^2u_2 \\
b_{68} &= -m_1x_7bm_3x_4 + 2m_1x_7x_2m_2 - 2m_2x_8bm_3x_4 + 2m_2^2x_8x_2 + m_2bpx_5x_3 - m_2m_1u_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s_{61} &= -(m_1x_7+m_2x_8)^3\\
s_{63} &= -bm_3x_8(m_1x_7+m_2x_8)^2\\
s_{64} &= bpx_5(m_1x_7+m_2x_8)^2\\
s_{65} &= bpx_4(m_1x_7+m_2x_8)^2\\
s_{67} &= -m_1^2\dot{u}_1+2m_1^2m_2x_8u_1+2m_1^2x_7bm_3x_8x_3+2m_1^2x_7bpx_5x_4-3m_1^3x_7^2x_1-6m_1^2x_7x_1m_2x_8\\
&\quad +2m_1^3x_7u_1+2m_1m_2x_8^2bm_3x_3+2m_1m_2x_8bpx_5x_4-3m_2^2x_8^2x_1m_1\\
s_{68} &= m_1^2x_7^2bm_3x_3-3m_1^2x_7^2x_1m_2+4m_1x_7m_2x_8bm_3x_3-6m_1x_7m_2^2x_8x_1+2m_1x_7m_2bpx_5x_4\\
&\quad +2m_1^2x_7m_2u_1+3m_2^2x_8^2bm_3x_3+2m_2^2x_8bpx_5x_4-3m_2^3x_8^2x_1+2m_2^2x_8m_1u_1-m_2m_1\dot{u}_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_{62} &= -(m_1x_7+m_2x_8)^3\\
r_{63} &= -bpx_5(m_1x_7+m_2x_8)^2\\
r_{64} &= bm_3x_8(m_1x_7+m_2x_8)^2\\
r_{65} &= -bpx_3(m_1x_7+m_2x_8)^2\\
r_{67} &= 2m_1m_2x_8^2bm_3x_4-2m_1m_2x_8bpx_5x_3-6m_1^2x_7x_2m_2x_8-3m_2^2x_8^2x_2m_1+2m_1^2m_2x_8u_2\\
&\quad +2m_1^2x_7bm_3x_8x_4-2m_1^2x_7bpx_5x_3-3m_1^3x_7^2x_2+2m_1^3x_7u_2-m_1^2\dot{u}_2\\
r_{68} &= 4m_1x_7m_2x_8bm_3x_4-6m_1x_7m_2^2x_8x_2-2m_1x_7m_2bpx_5x_3-3m_1^2x_7^2m_2x_2+2m_1^2x_7m_2u_2\\
&\quad -m_2m_1\dot{u}_2+m_1^2x_7^2bm_3x_4+3m_2^2x_8^2bm_3x_4-2m_2^2x_8bpx_5x_3-3m_2^3x_8^2x_2+2m_2^2x_8m_1u_2
\end{aligned}
$$

La matrice d'observabilité est donc :

$$
\mathcal{O} = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-(m_1x_7+m_2x_8) & \omega_s & bm_3x_8 & bpx_5 & bpx_4 & 0 & -m_1x_1 & bm_3x_3-m_2x_1\\
-\omega_s & -(m_1x_7+m_2x_8) & -bpx_5 & bm_3x_8 & -bpx_3 & 0 & -m_1x_2 & bm_3x_4-m_2x_2\\
a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68}\\
b_{61} & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & b_{66} & b_{67} & b_{68}
\end{bmatrix}.
$$

Annexe B

Résultats de simulation - Comparaison des performances des observateurs de type Kalman et Grand gain - Tests de robustesse

Nous présentons dans cette annexe des résultats de simulation en complément de ceux donnés dans le chapitre 6.

Les figures de la section B.1 présentent l'influence des incertitudes paramétriques sur la reconstruction de la vitesse Ω. Nous faisons varier la résistance statorique de -50% puis de $+50\%$.

Le but recherché dans la section B.2 est de tester la performance des observateurs et des quasi-estimateurs, synthétisés dans le chapitre 6, pour la détection et l'isolation des défauts de courts-circuits statoriques.

Les sections B.3, B.4, B.5 et B.6 traitent de la robustesse de l'un et l'autre observateur ainsi que celle de leur quasi-estimateur associé. Nous varions donc la résistance statorique R_s de $+50\%$ puis de -50%. Les performances des observateurs de type Kalman, Grand Gain et les quasi-estimateurs qui leur sont respectivement associés sont reportées dans les tableaux 6.2, 6.3 et 6.4 du chapitre 6. Les figures présentées dans les sections B.3, B.4, B.5 et B.6 indiquent les performances en termes de robustesse pour la détection de défaut des observateurs et de leurs quasi-estimateurs associés.
De manière générale, les courants statoriques estimés $\hat{i}_{sd}$ et $\hat{i}_{sq}$ suivent respectivement leurs mesures i_{sd} et i_{sq} (Figs. B.4, B.11, B.18). Malgré la présence de la perturbation (couple de charge), la vitesse estimée converge, pour chaque cas de défaut considéré, vers la vitesse de référence (Figs. B.5, B.12, B.19).

Cela n'est cependant plus le cas en présence de défaut comme le montre l'analyse des résultats fournie dans le chapitre 6. En outre, nous pouvons remarquer que l'amplitude du défaut estimé diffère selon la méthode utilisée (Figs. B.8, B.15, B.22).

B.1 Influence des incertitudes paramétriques sur la reconstruction de la vitesse

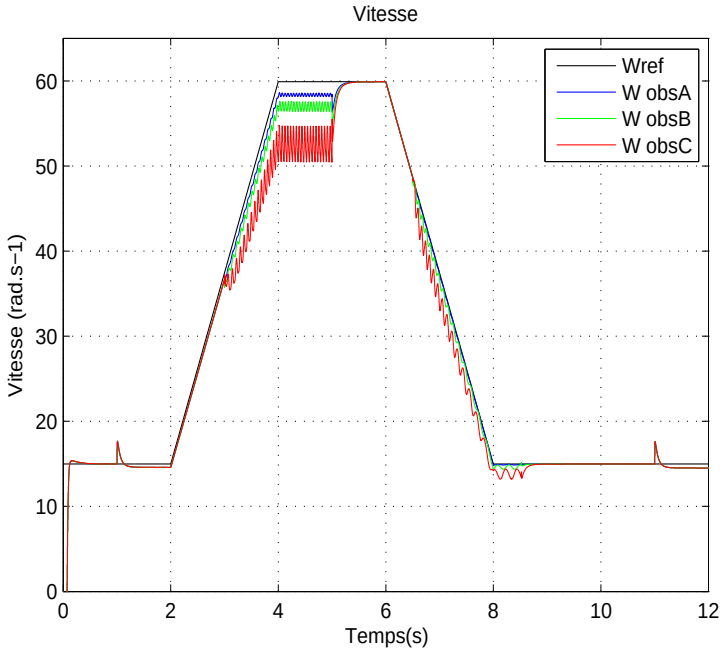

FIG. B.1: Influence d'une variation de −50% de Rs sur Ω.

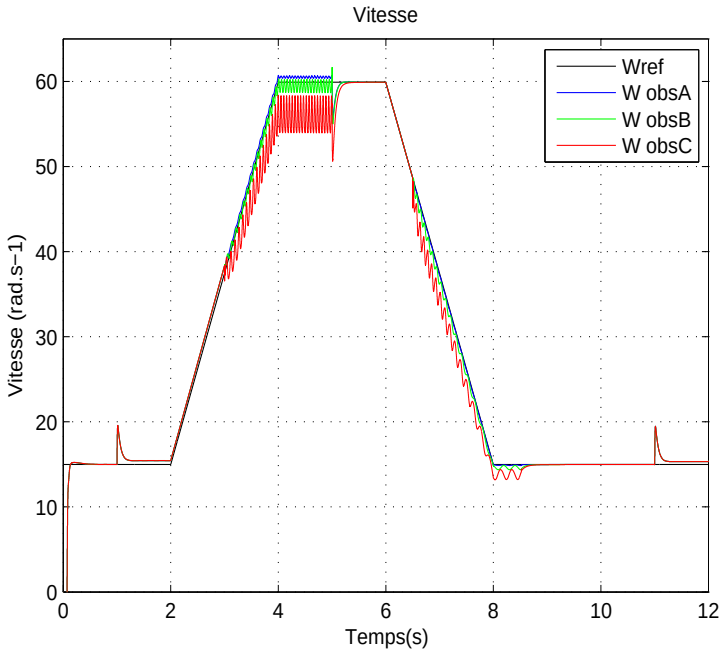

FIG. B.2: Influence d'une variation de +50% de Rs sur Ω.

B.2 Comparaison des performances des observateurs et des quasi-estimateurs

B.2.1 5 spires en court-circuit sur la phase a

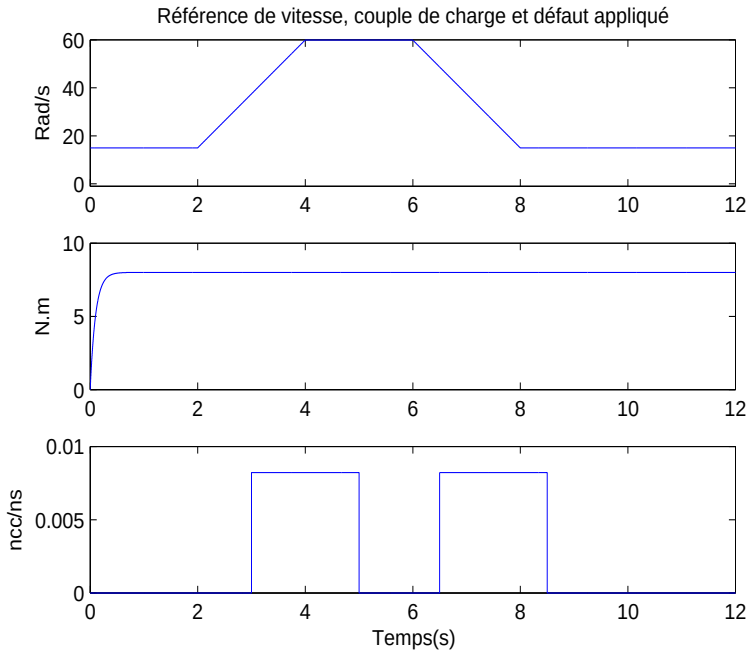

FIG. B.3: Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué – cc de 5 spires (a).

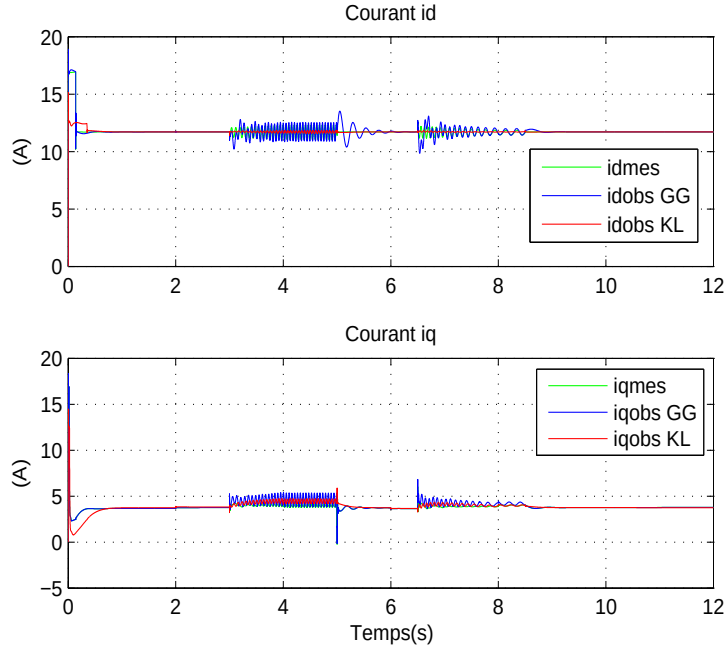

FIG. B.4: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés – cc de 5 spires (a).

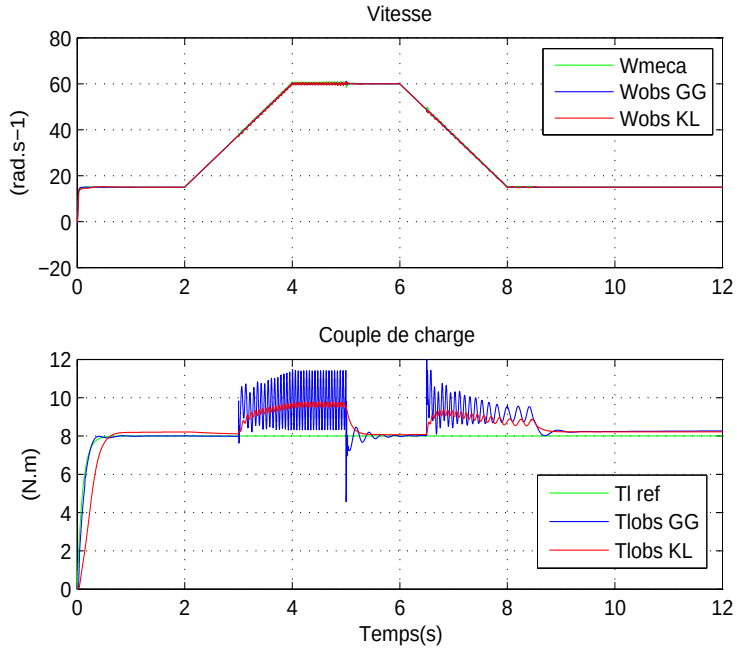

FIG. B.5: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés – cc de 5 spires (a).

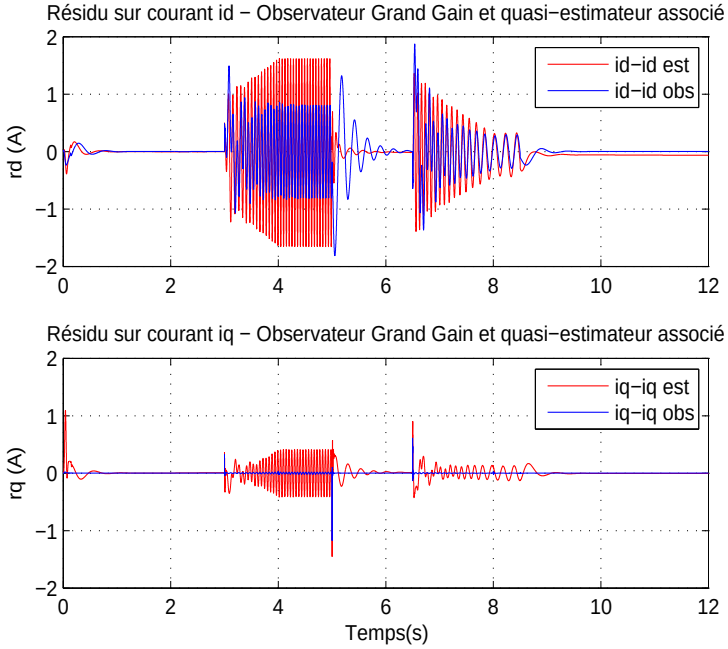

FIG. B.6: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé – cc de 5 spires (a).

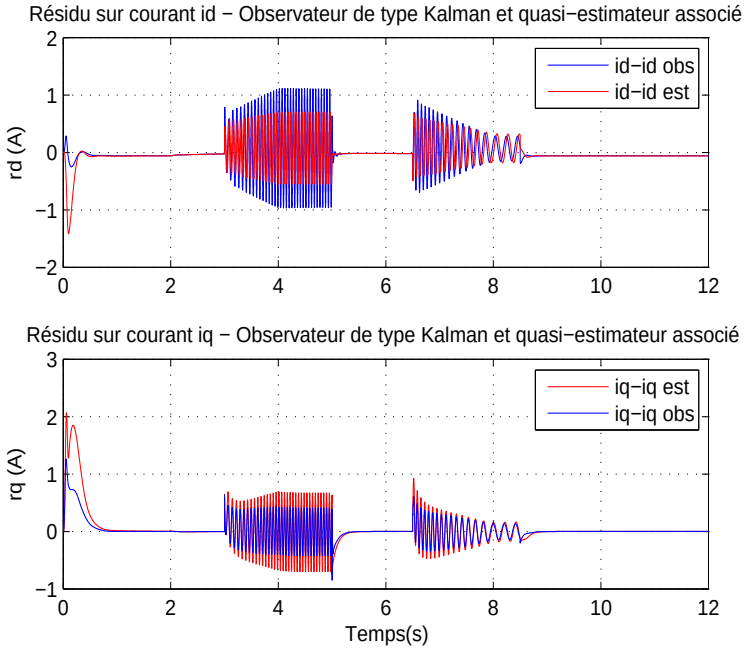

FIG. B.7: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé – cc de 5 spires (a).

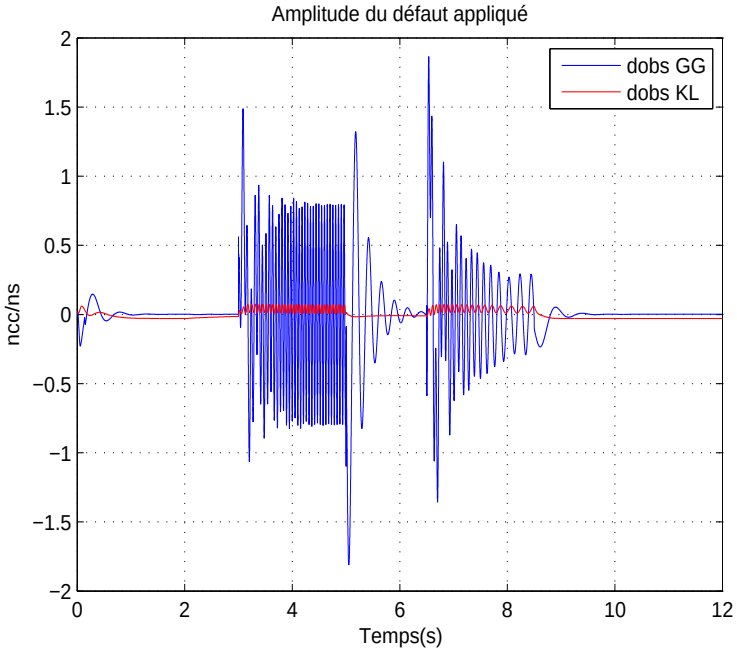

FIG. B.8: Amplitude du défaut d estimé – cc de 5 spires (a).

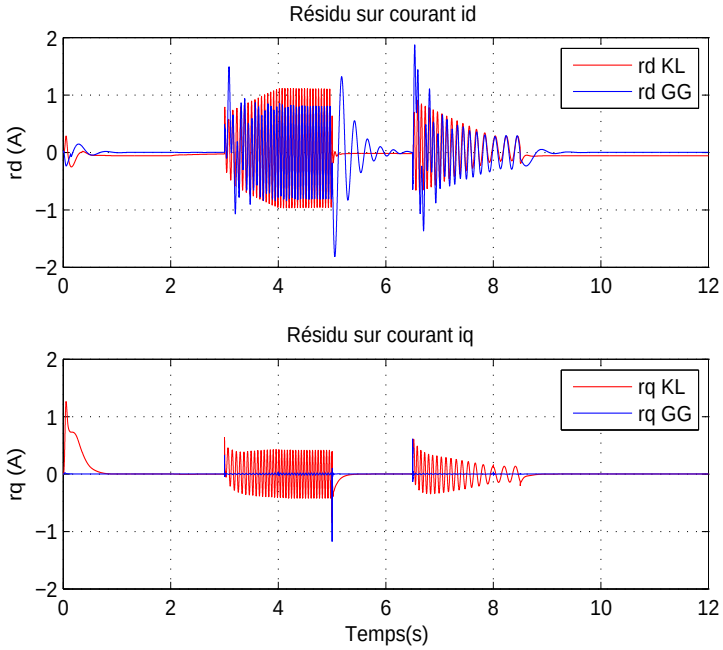

FIG. B.9: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation – cc de 5 spires (a).

B.2.2 15 spires en court-circuit sur la phase c

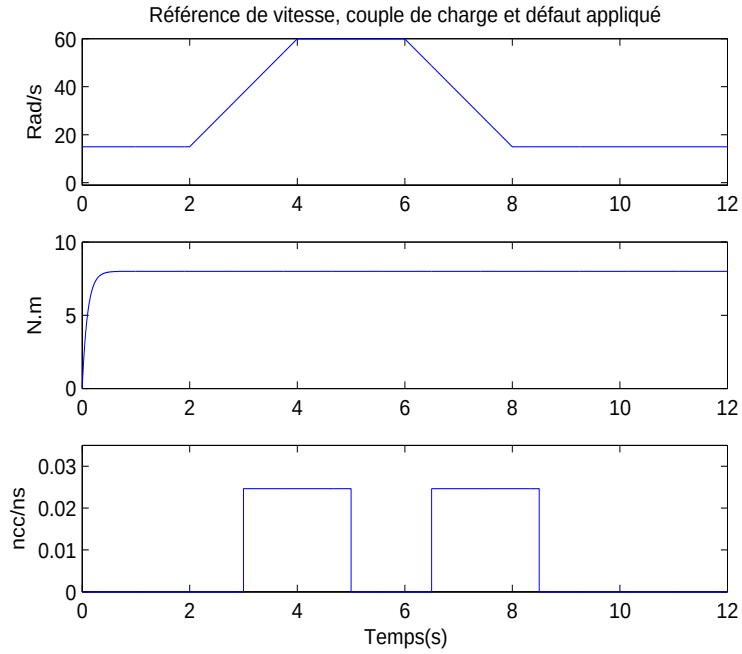

FIG. B.10: Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué – cc de 15 spires (c).

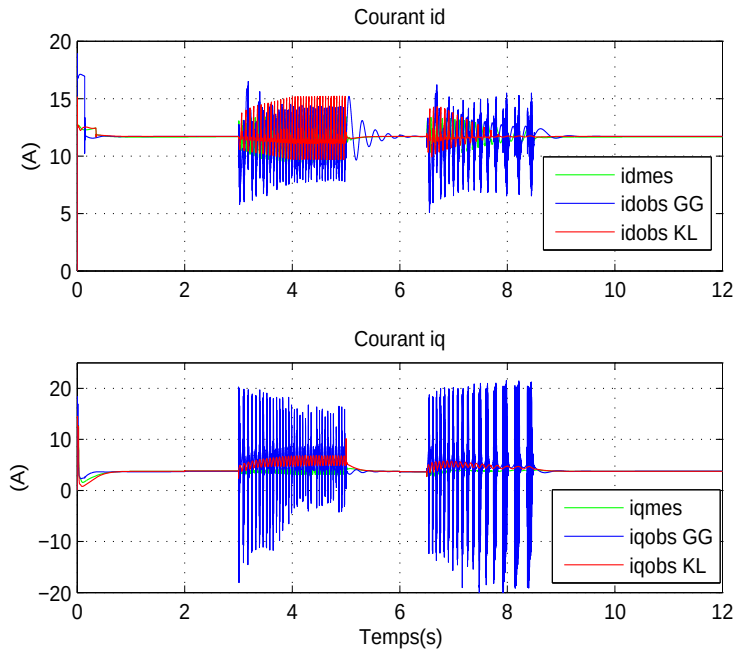

FIG. B.11: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés – cc de 15 spires (c).

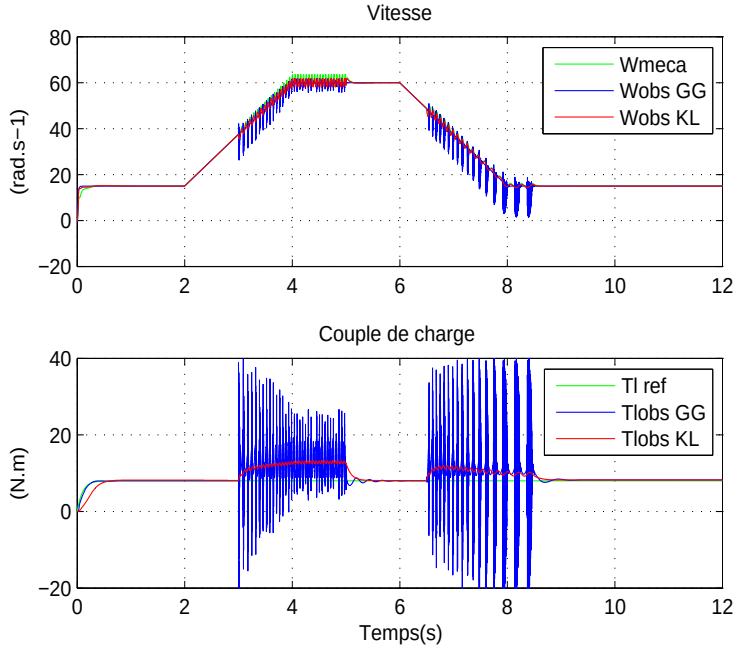

FIG. B.12: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés – cc de 15 spires (c).

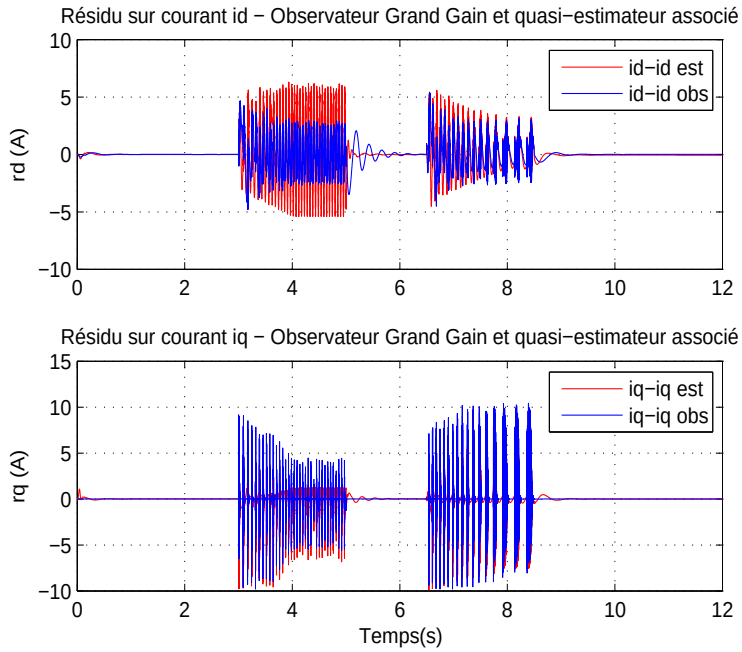

FIG. B.13: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé – cc de 15 spires (c).

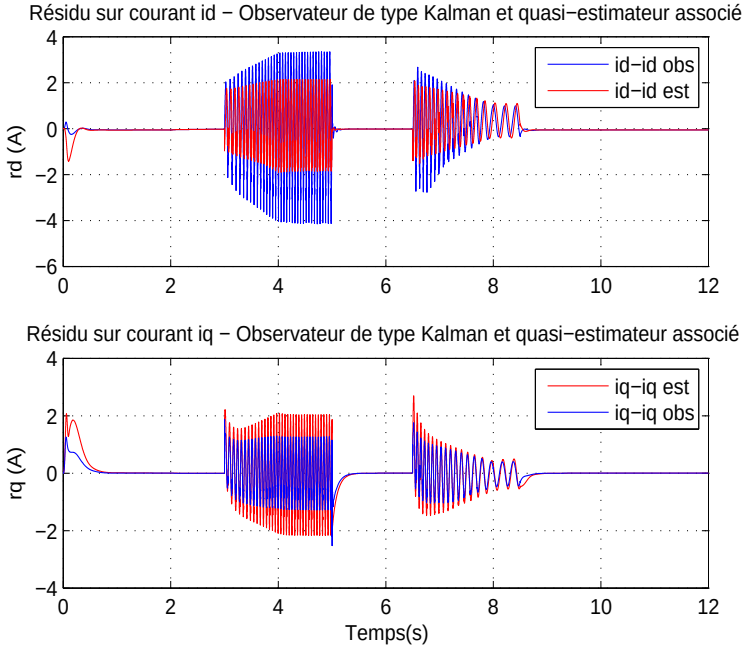

FIG. B.14: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé – cc de 15 spires (c).

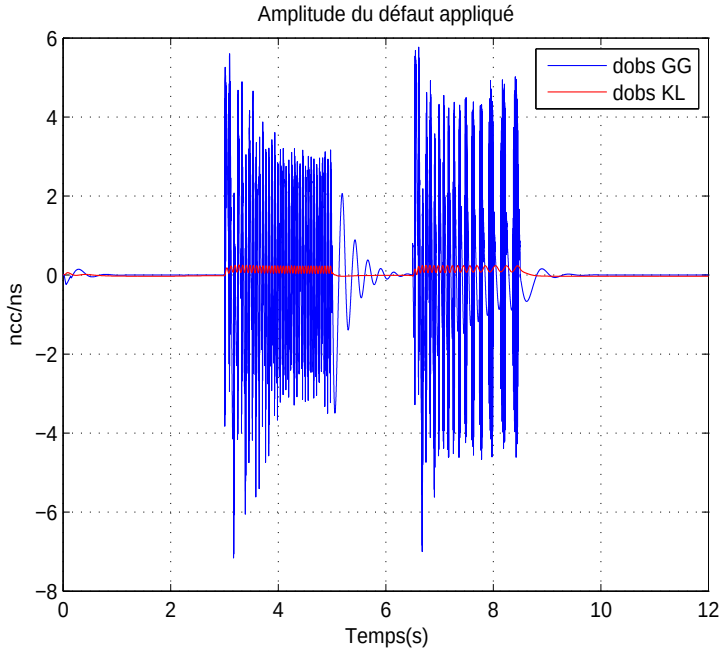

FIG. B.15: Amplitude du défaut d estimé – cc de 15 spires (c).

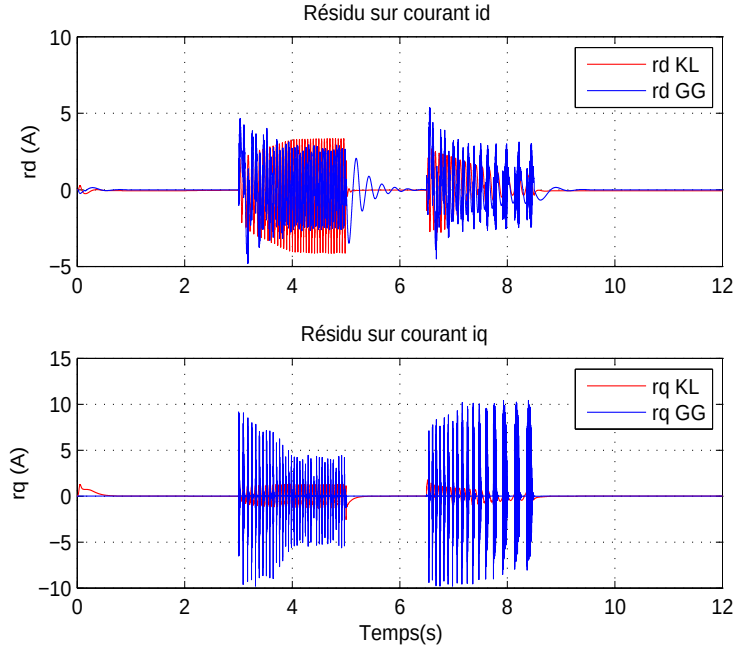

FIG. B.16: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation – cc de 15 spires (c).

B.2.3 26 spires en court-circuit sur la phase c

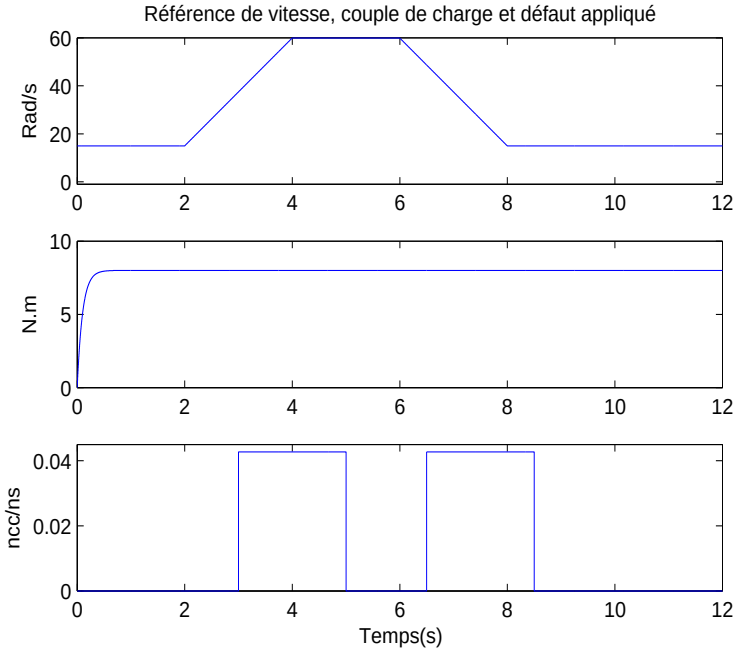

FIG. B.17: Trajectoires de référence vitesse, couple de charge et défaut appliqué – cc de 26 spires (c).

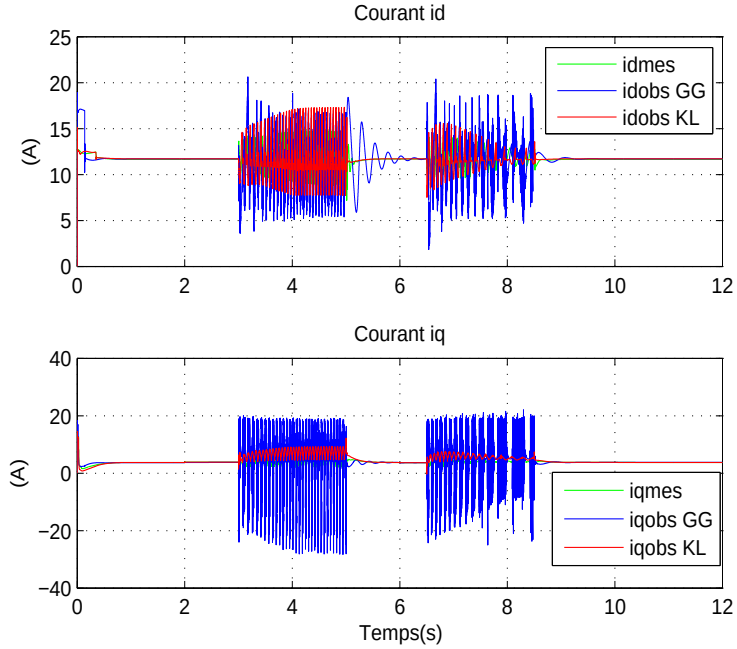

FIG. B.18: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés – cc de 26 spires (c).

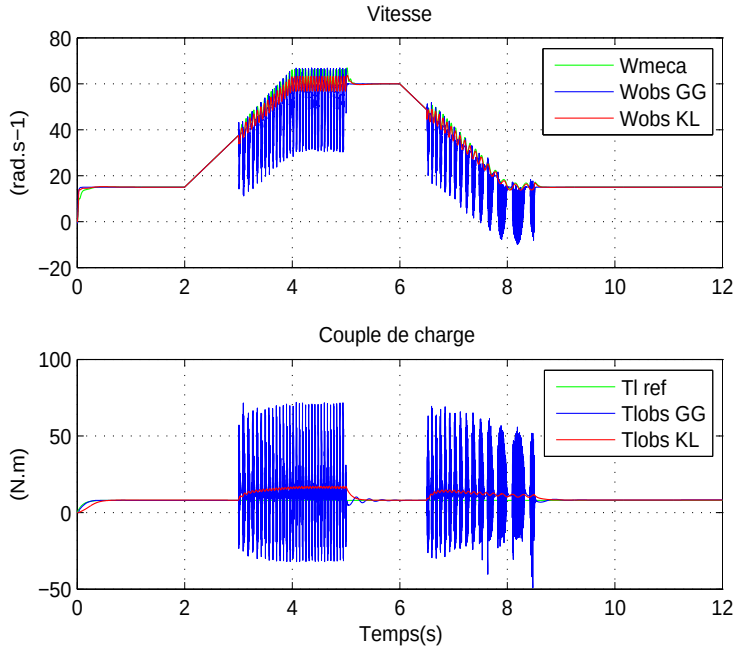

FIG. B.19: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés – cc de 26 spires (c).

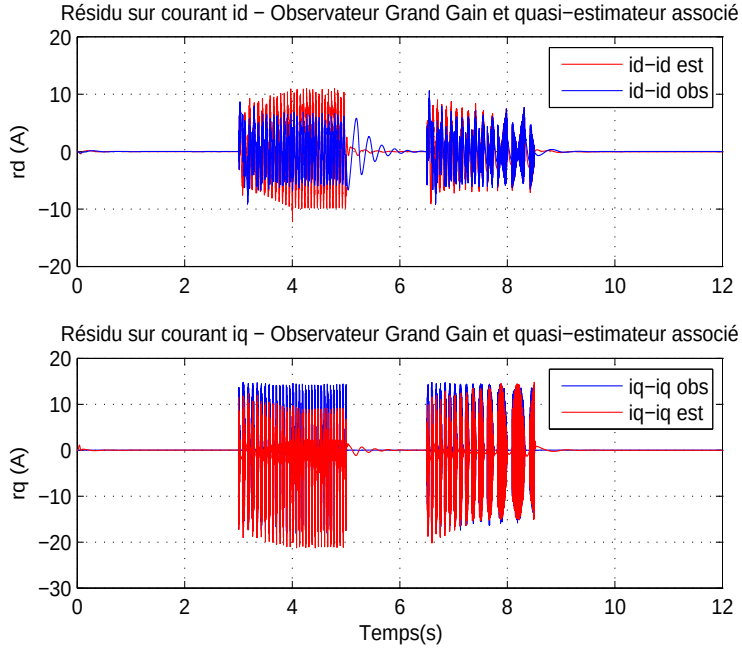

FIG. B.20: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé – cc de 26 spires (c).

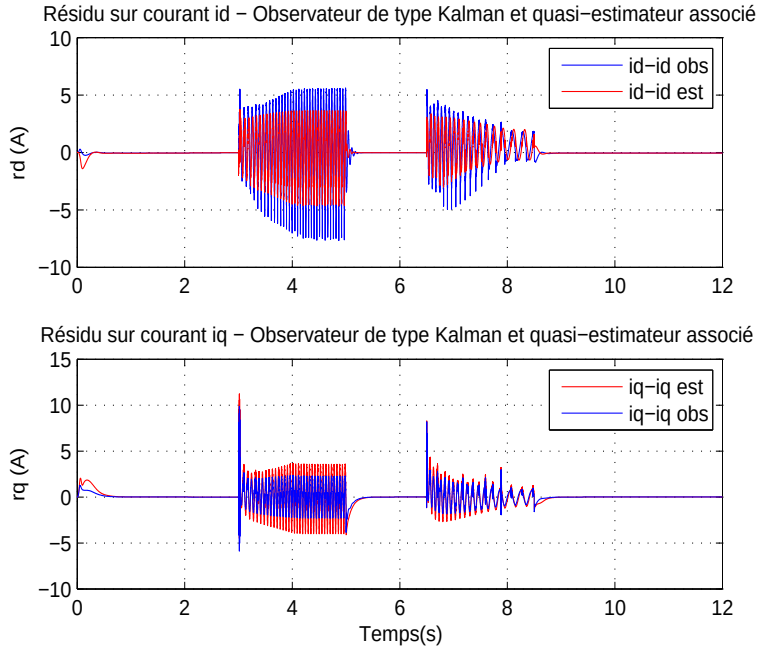

FIG. B.21: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé – cc de 26 spires (c).

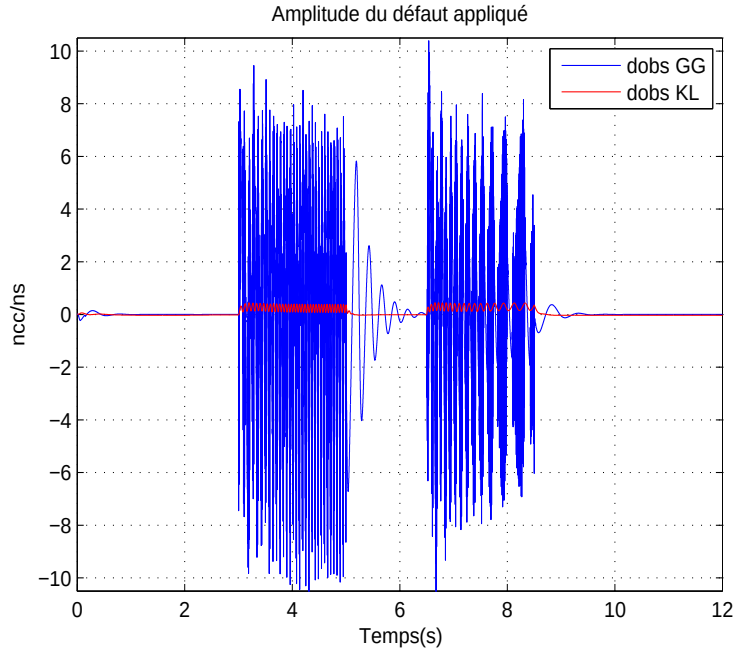

FIG. B.22: Amplitude du défaut d estimé – cc de 26 spires (c).

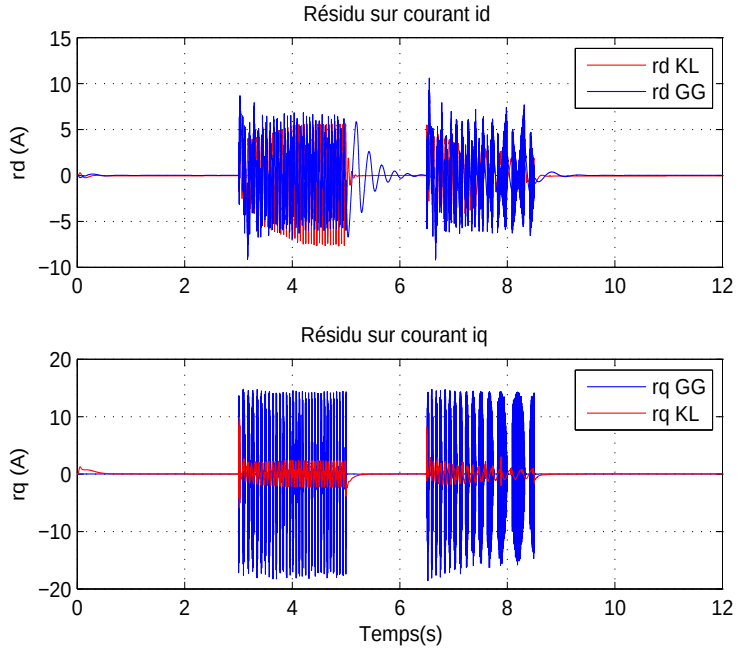

FIG. B.23: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation – cc de 26 spires (c).

B.3 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 5 spires en court-circuits sur la phase a

B.3.1 Variation de $+50\%$ sur R_s

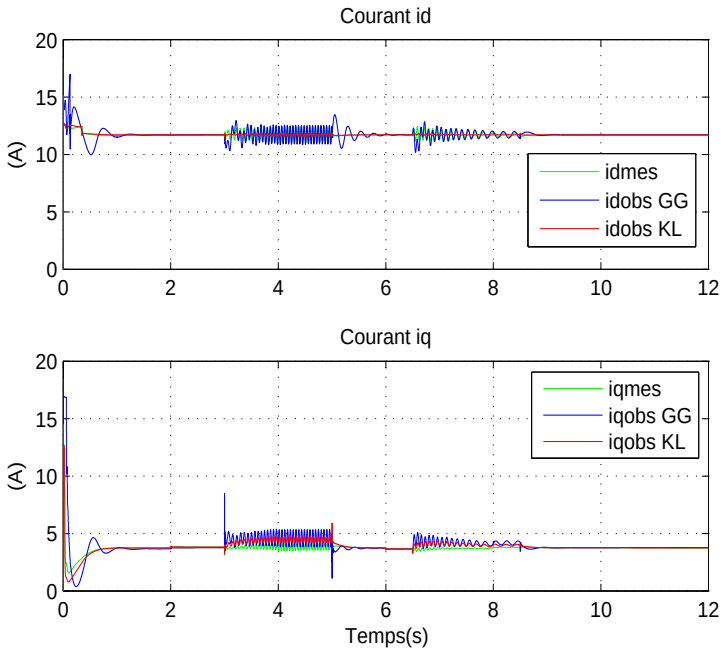

FIG. B.24: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de $+50\%$ sur R_s – cc de 5 spires (a).

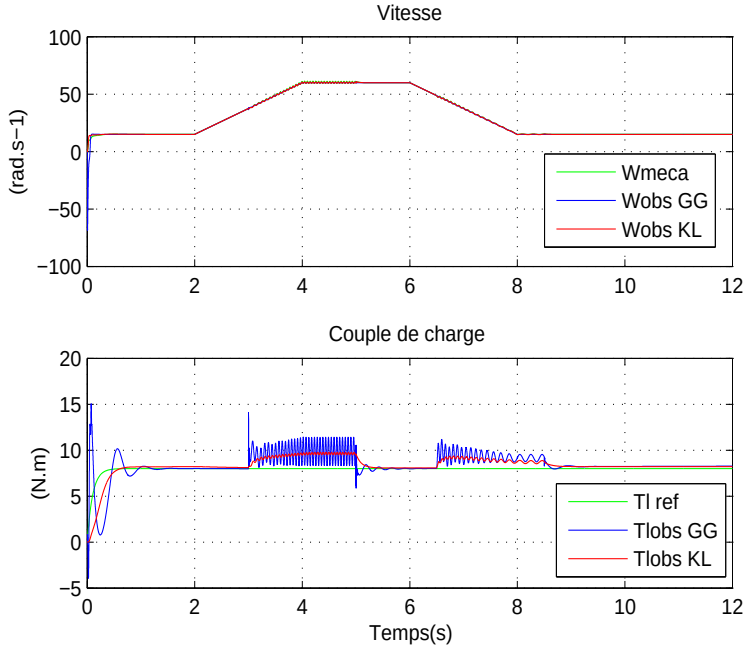

FIG. B.25: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

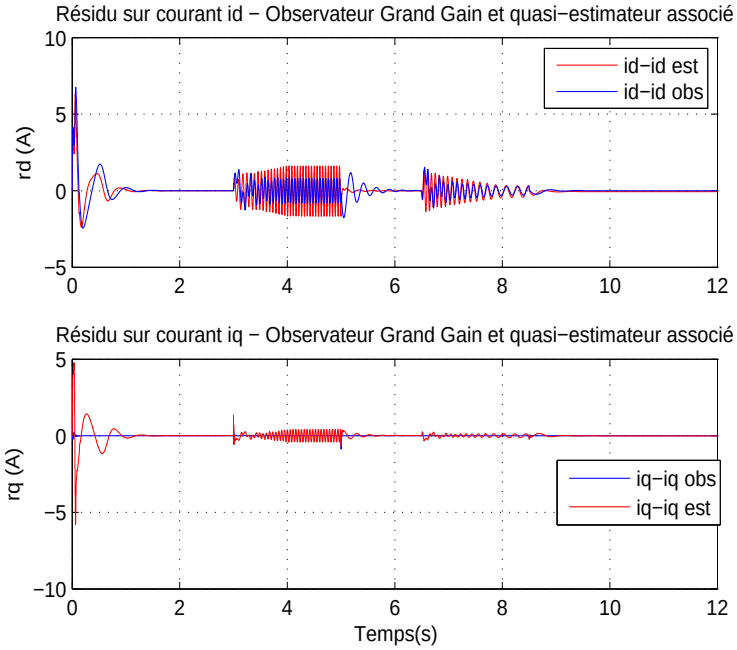

FIG. B.26: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

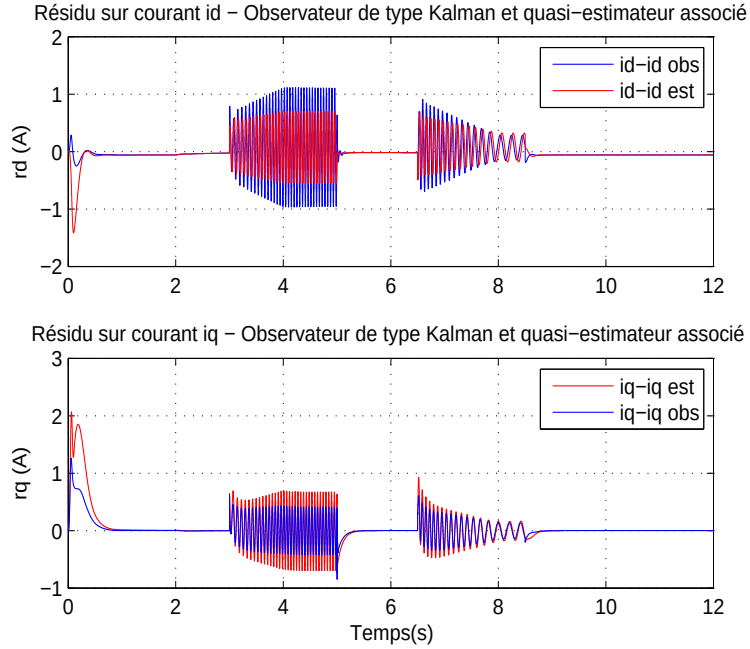

FIG. B.27: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

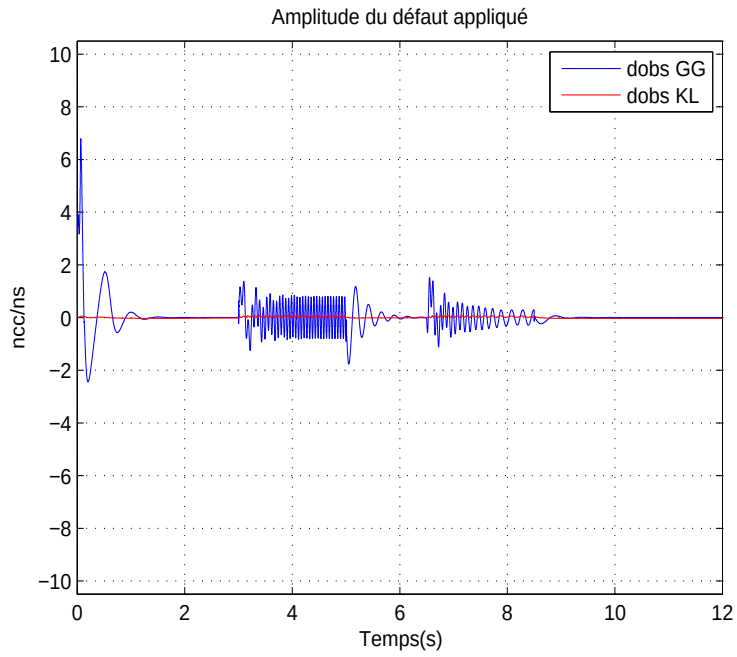

FIG. B.28: Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

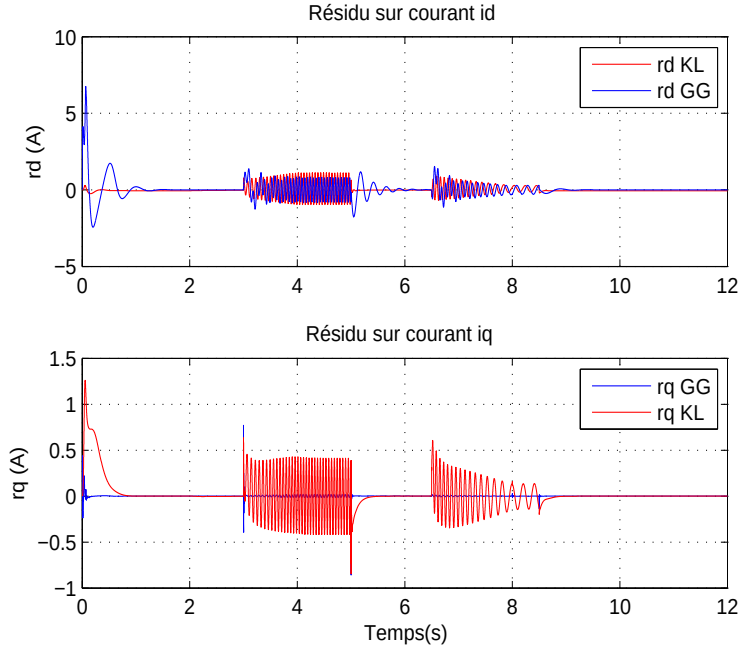

FIG. B.29: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

B.3.2 Variation de −50% sur R_s

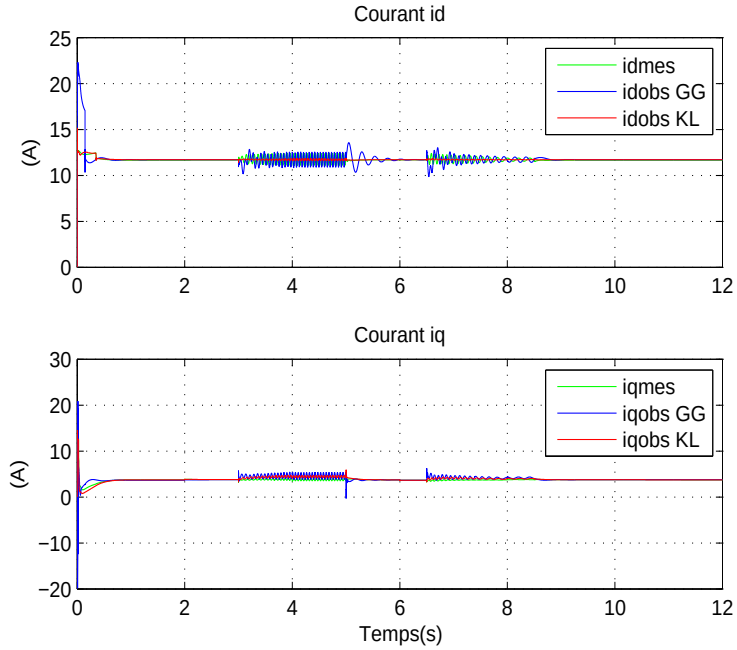

FIG. B.30: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de −50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

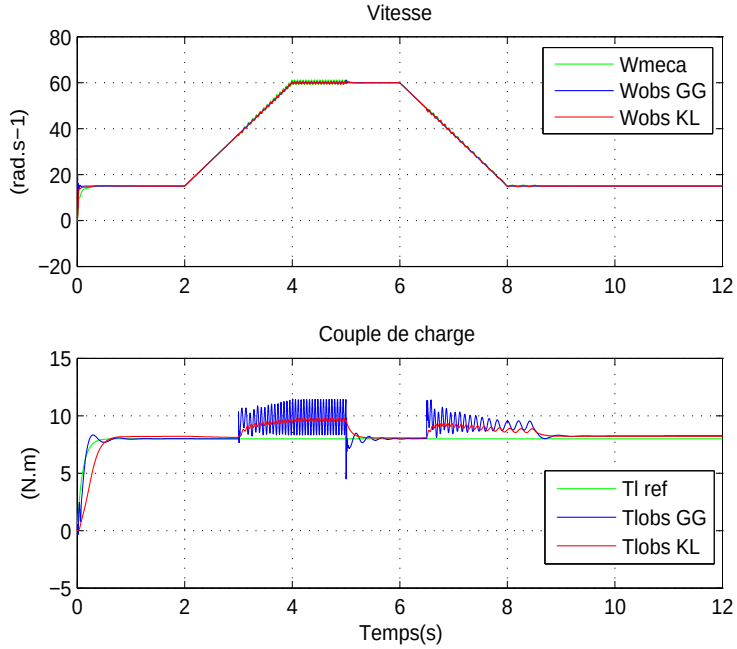

FIG. B.31: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

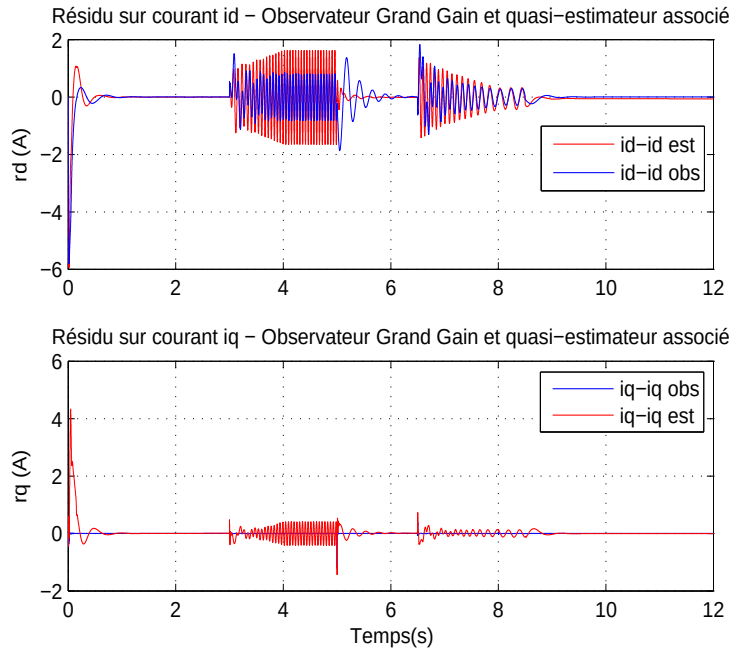

FIG. B.32: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

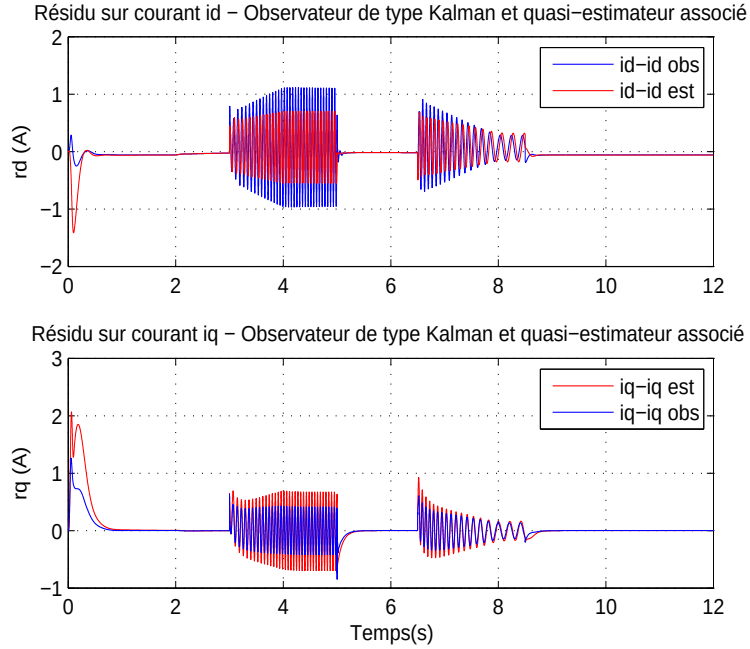

FIG. B.33: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

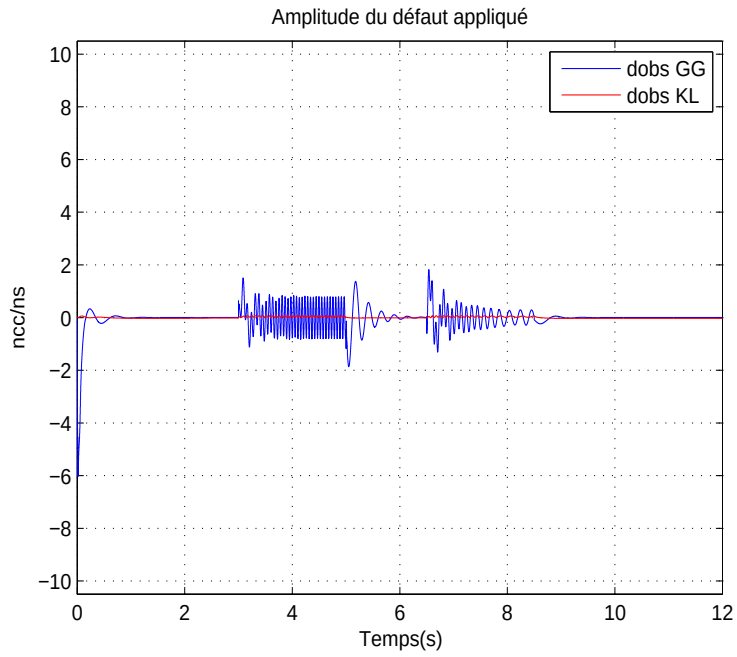

FIG. B.34: Amplitude du défaut d estimé - Variation de -50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

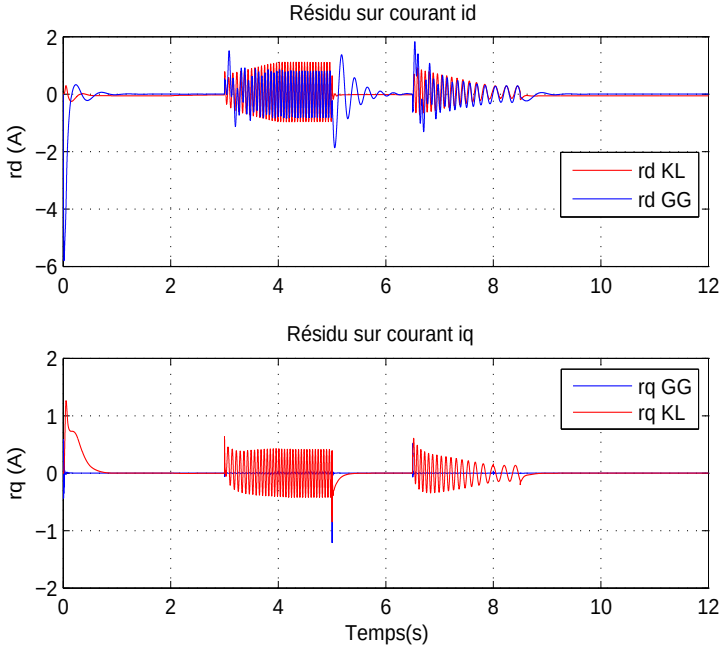

FIG. B.35: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de -50% sur R_s – cc de 5 spires (a).

B.4 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 12 spires en court-circuits sur la phase b

B.4.1 Variation de +50% sur R_s

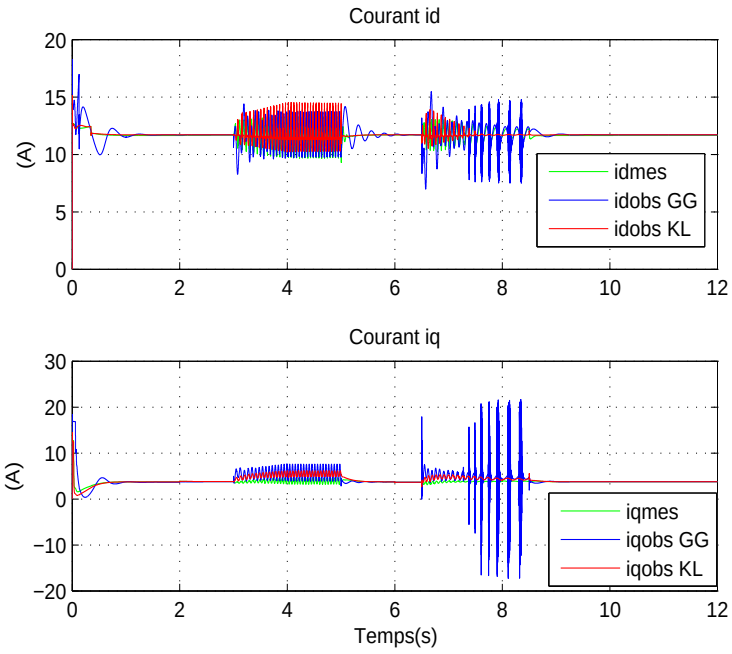

FIG. B.36: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

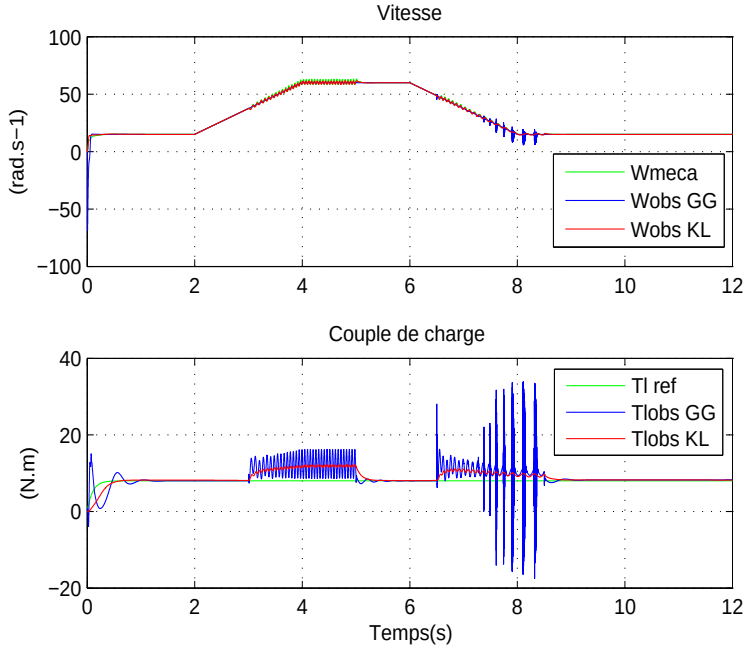

FIG. B.37: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

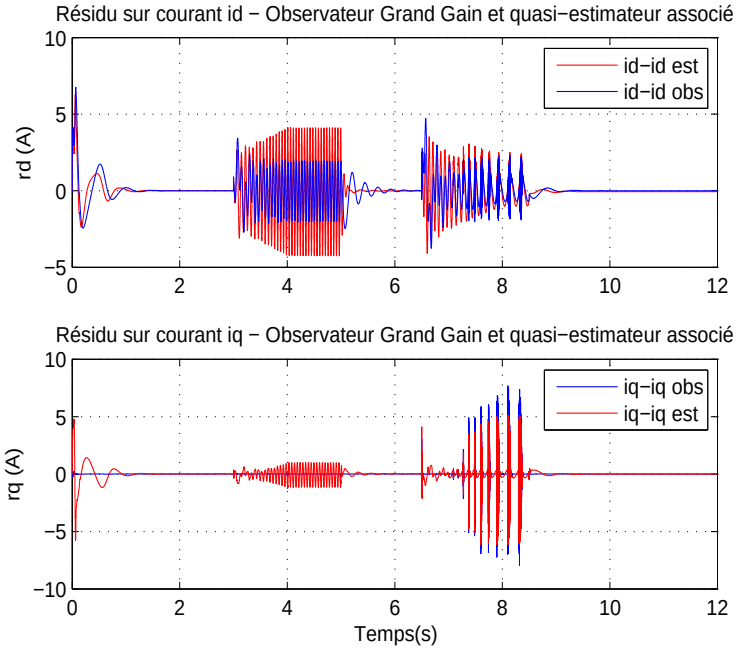

FIG. B.38: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

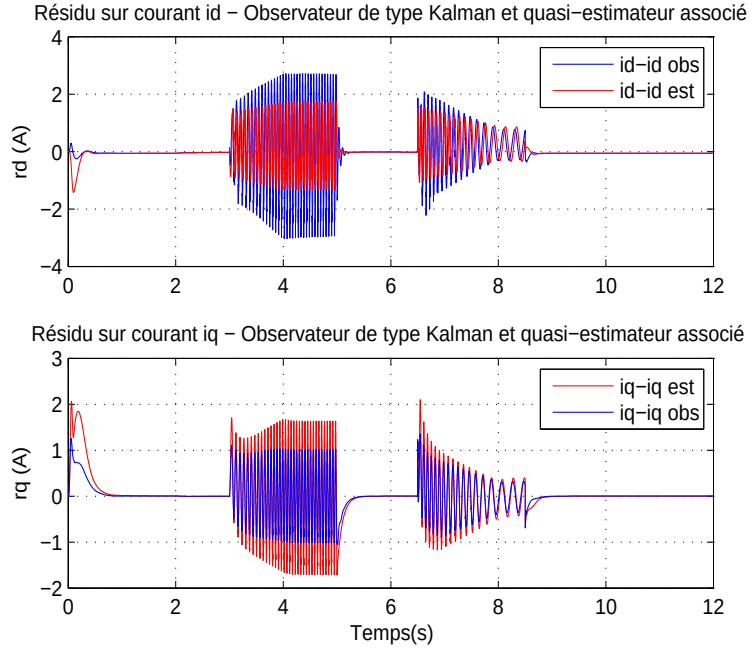

FIG. B.39: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

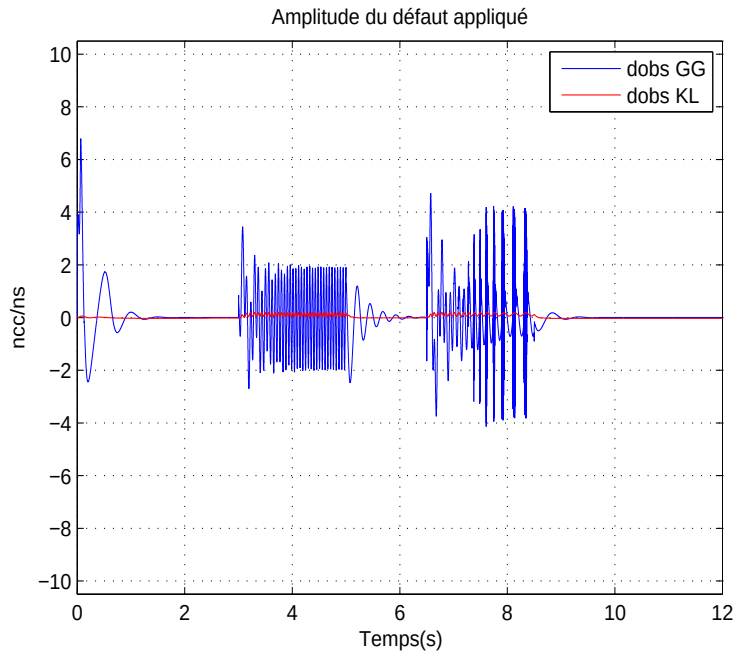

FIG. B.40: Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

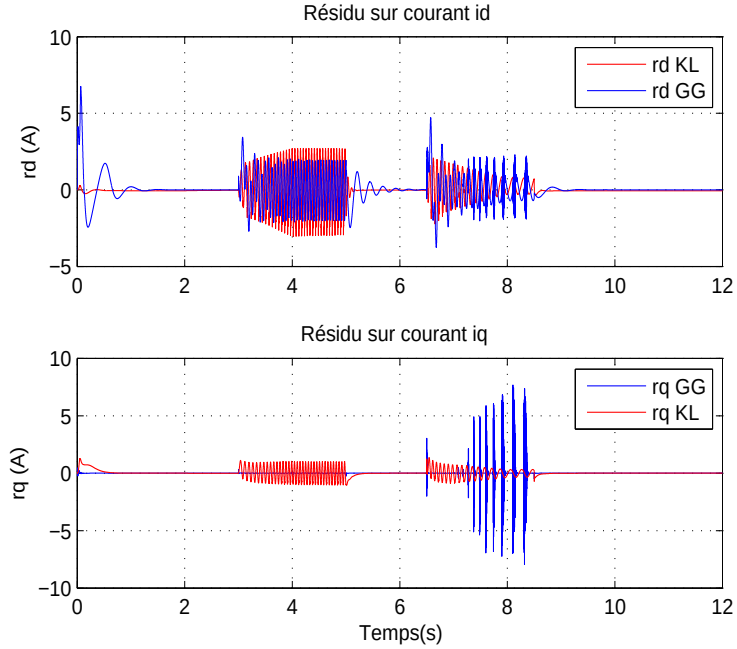

FIG. B.41: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

B.4.2 Variation de -50% sur R_s

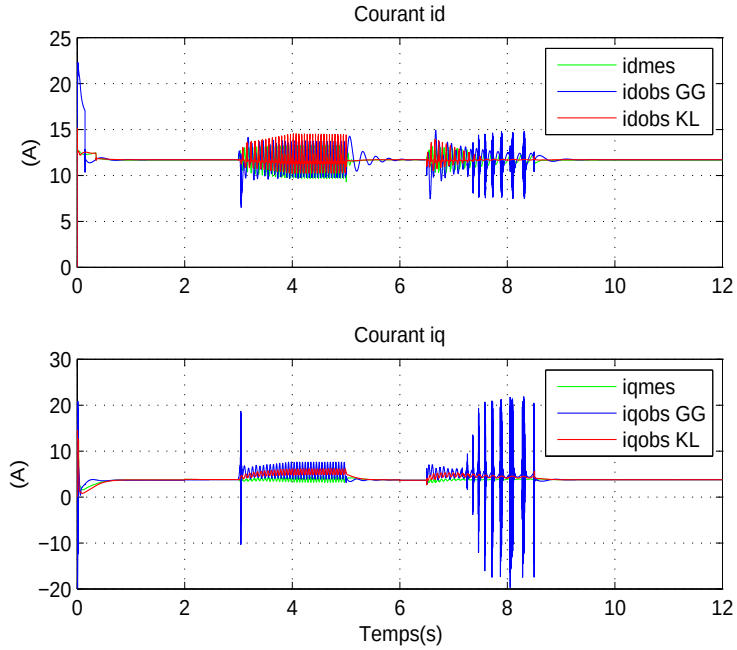

FIG. B.42: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

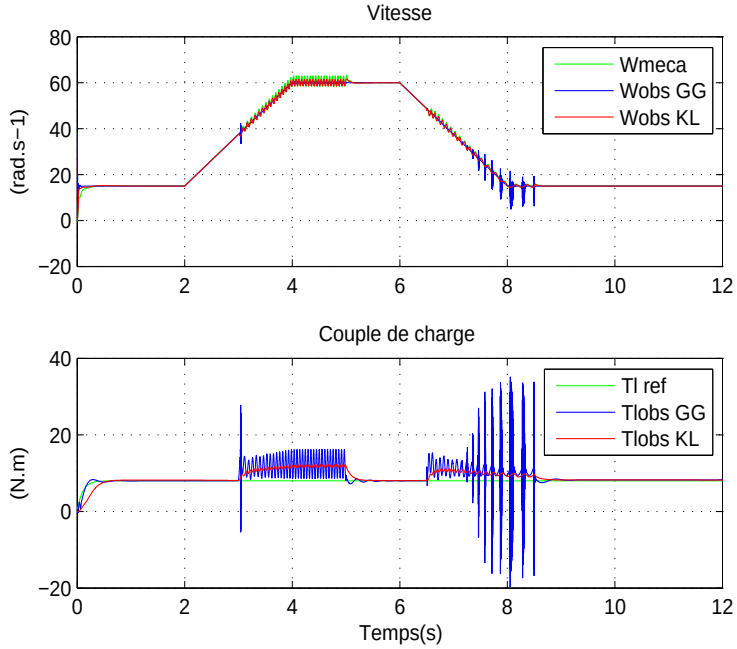

FIG. B.43: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

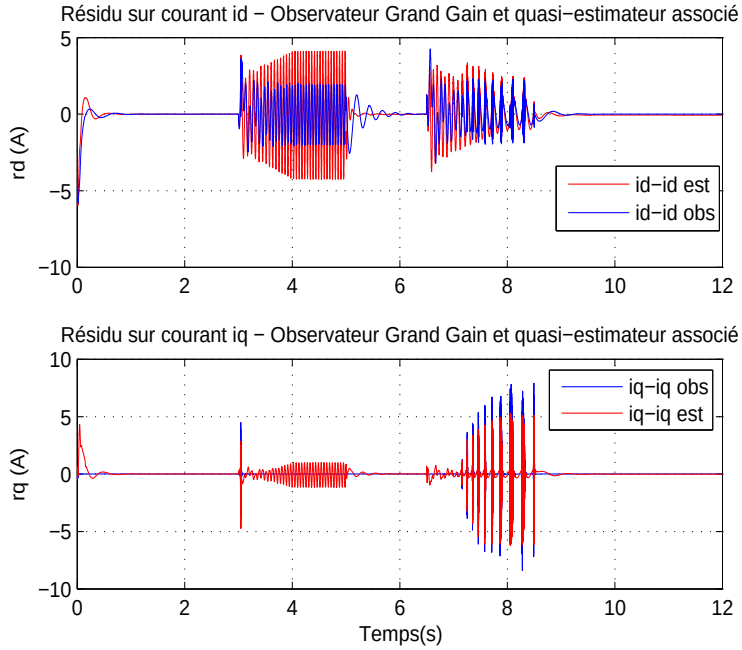

FIG. B.44: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

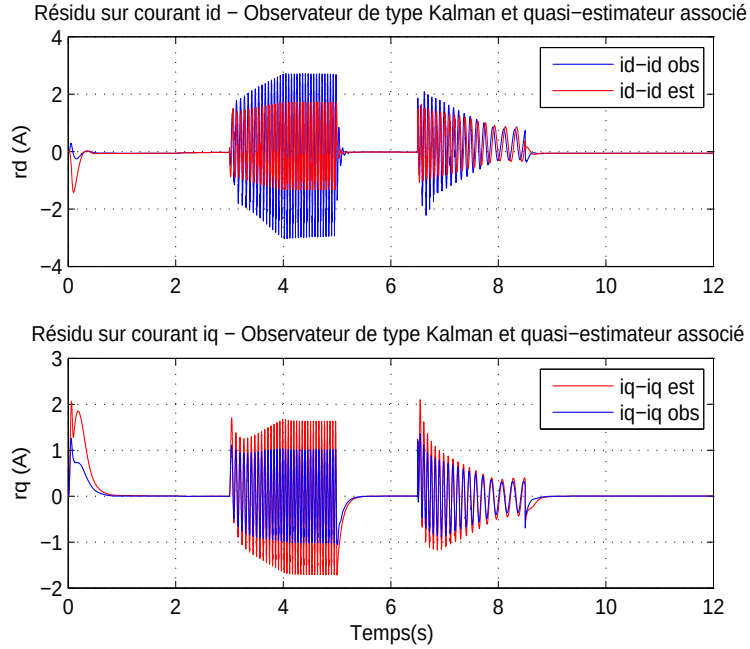

FIG. B.45: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

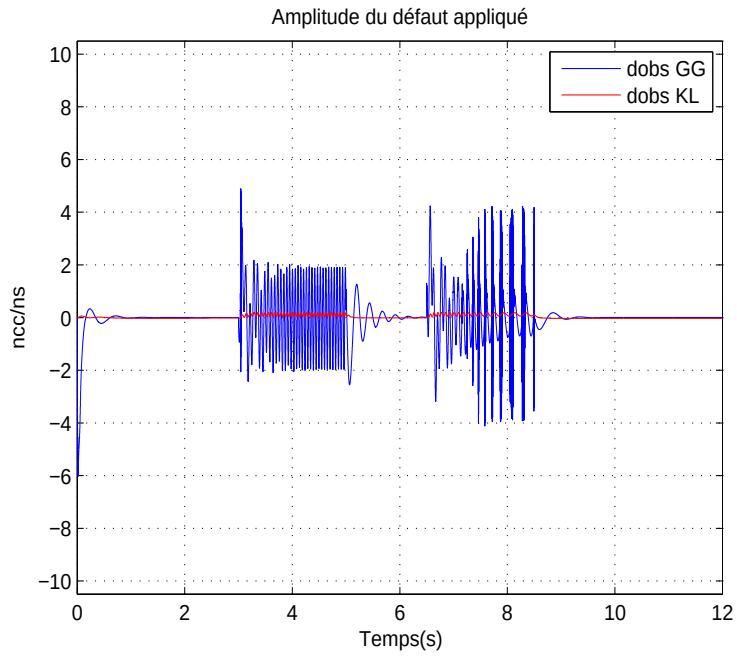

FIG. B.46: Amplitude du défaut d estimé - Variation de -50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

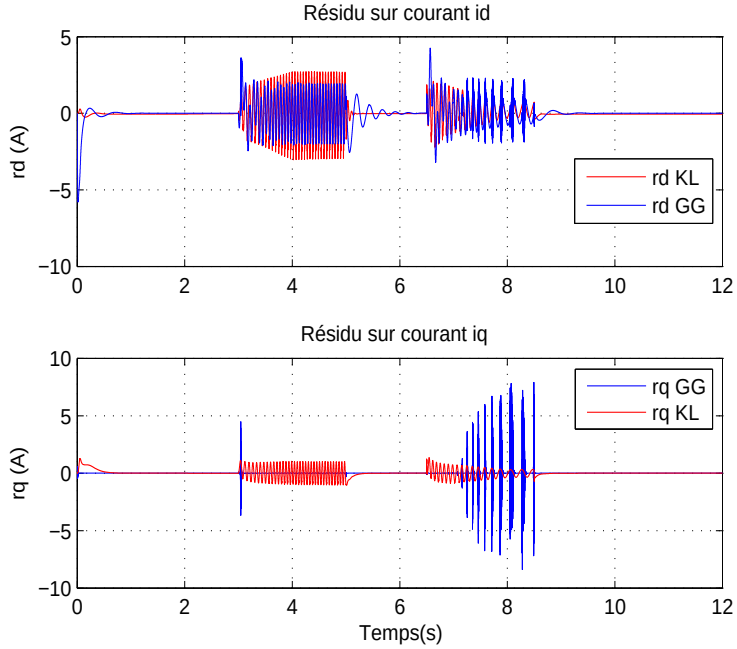

FIG. B.47: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de -50% sur R_s – cc de 12 spires (b).

B.5 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 15 spires en court-circuits sur la phase c

B.5.1 Variation de +50% sur R_s

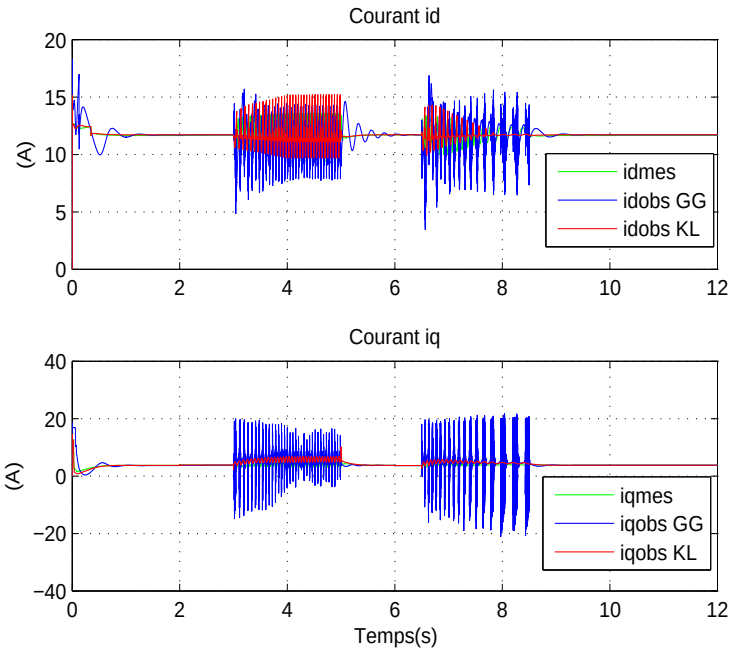

FIG. B.48: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

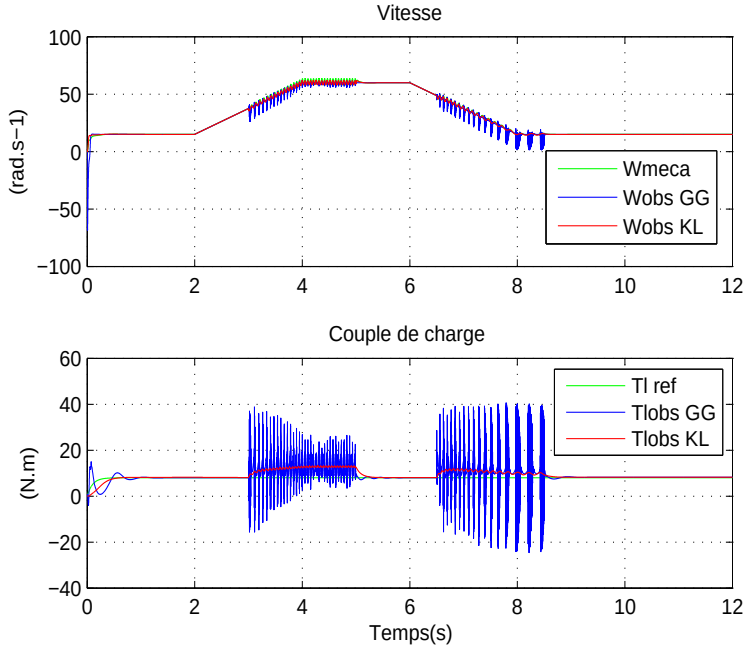

FIG. B.49: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

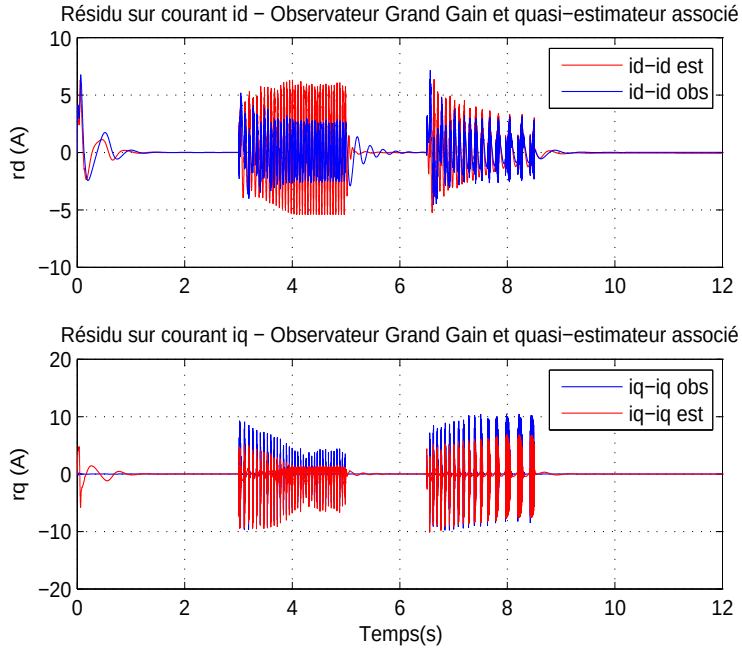

FIG. B.50: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

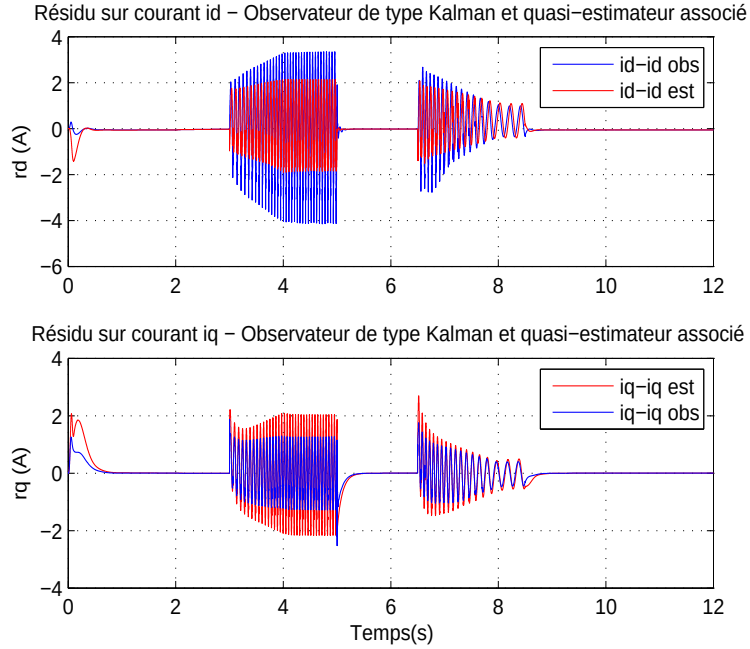

FIG. B.51: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

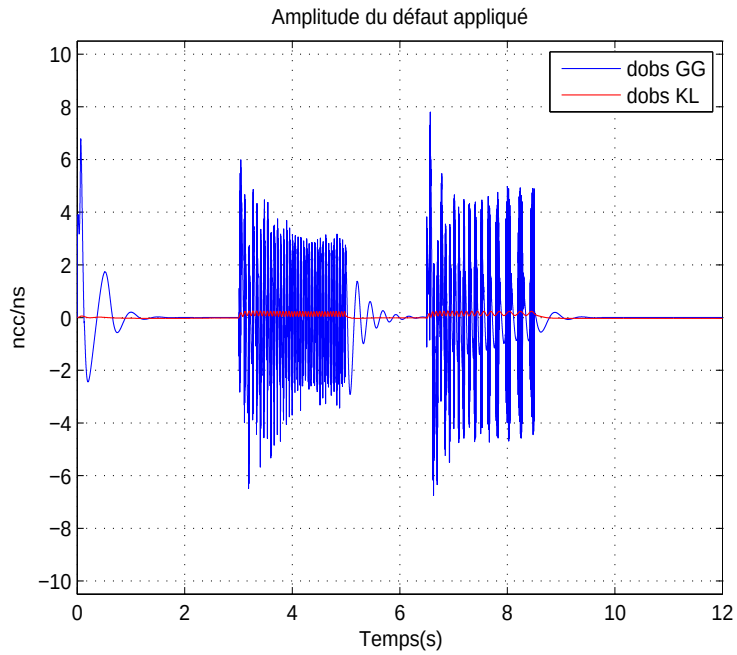

FIG. B.52: Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

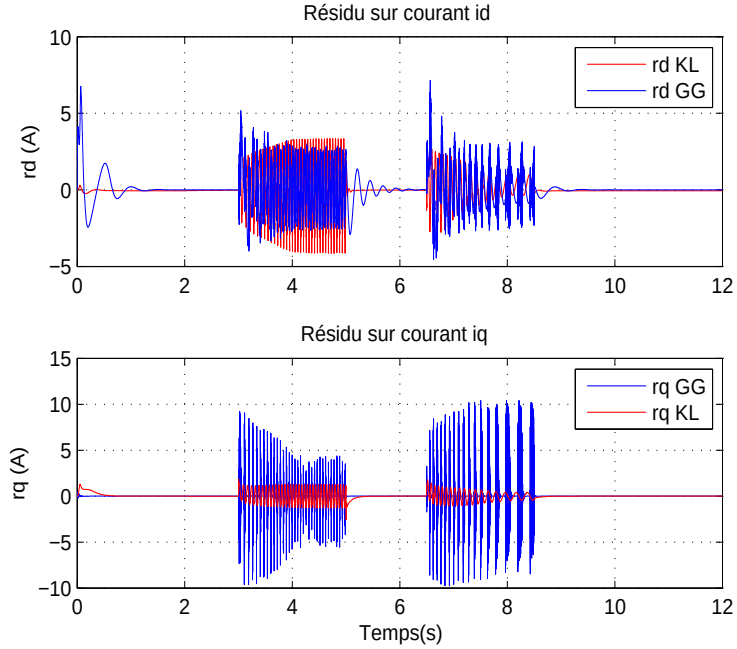

FIG. B.53: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

B.5.2 Variation de -50% sur R_s

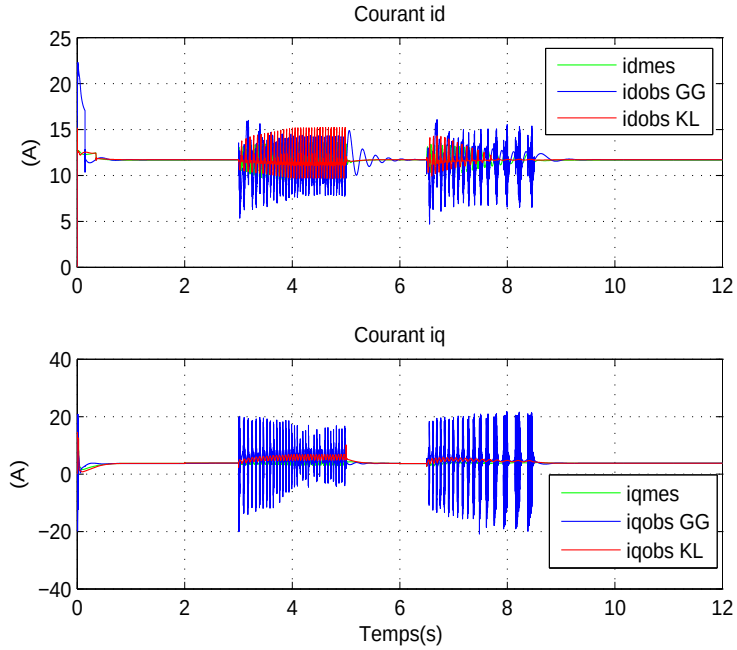

FIG. B.54: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

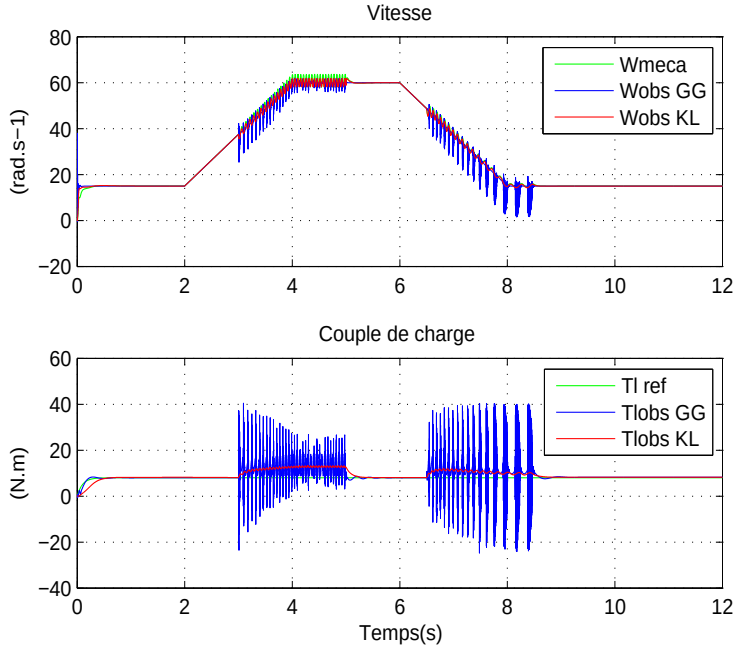

FIG. B.55: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

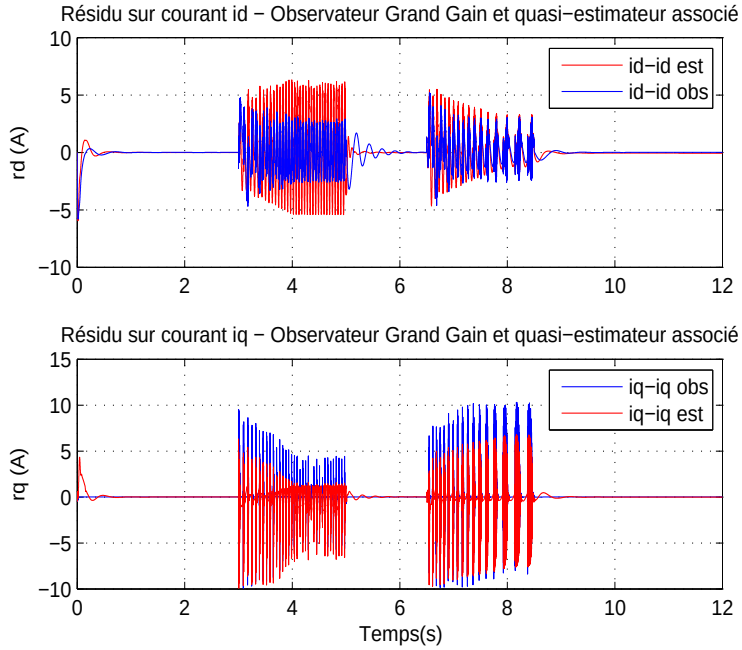

FIG. B.56: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

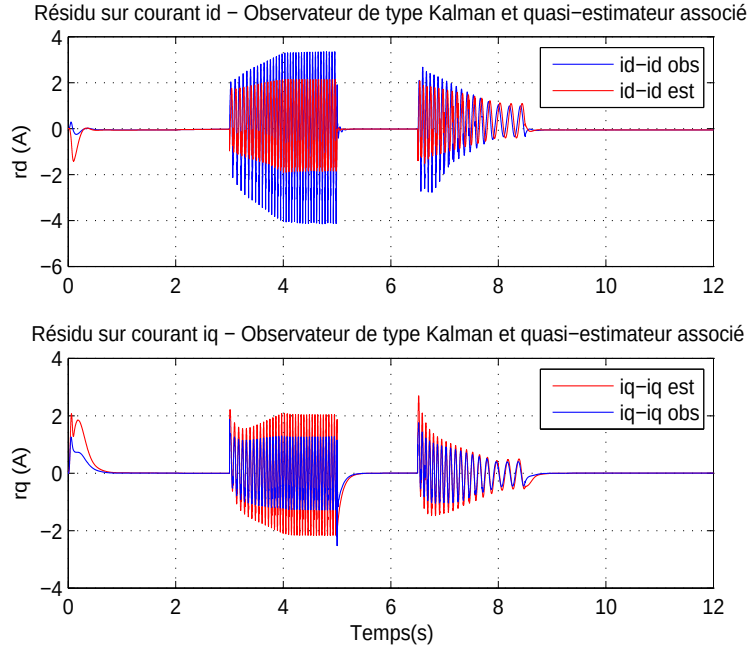

FIG. B.57: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

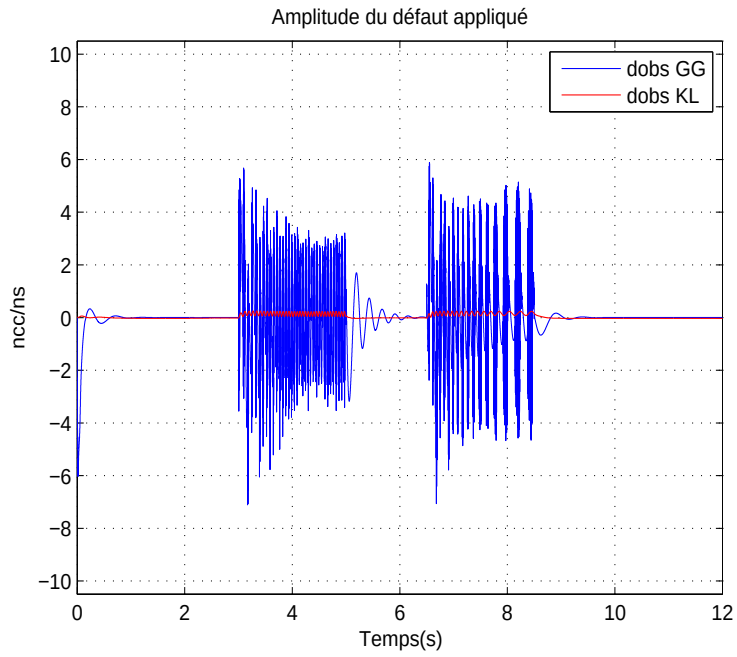

FIG. B.58: Amplitude du défaut d estimé - Variation de -50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

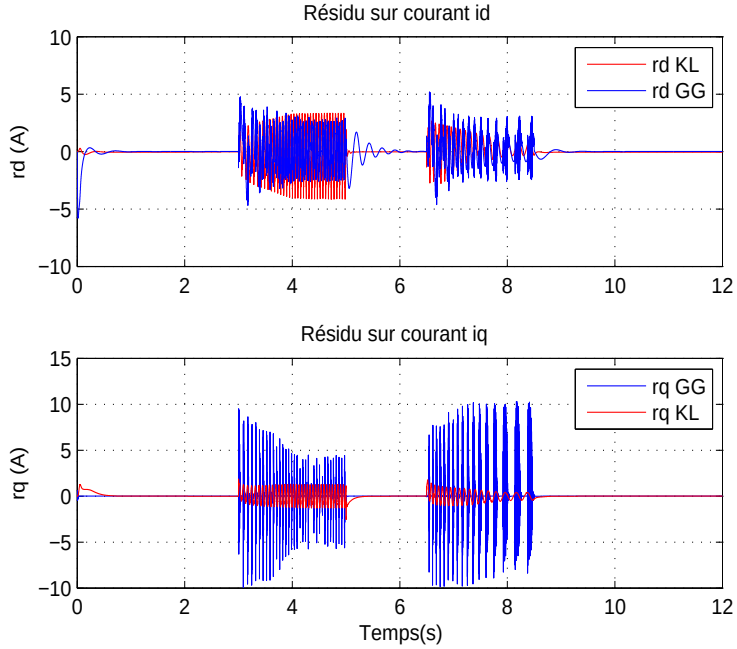

FIG. B.59: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de -50% sur R_s – cc de 15 spires (c).

B.6 Tests de robustesse de l'estimation de R_s pour 26 spires en court-circuits sur la phase c

B.6.1 Variation de +50% sur R_s

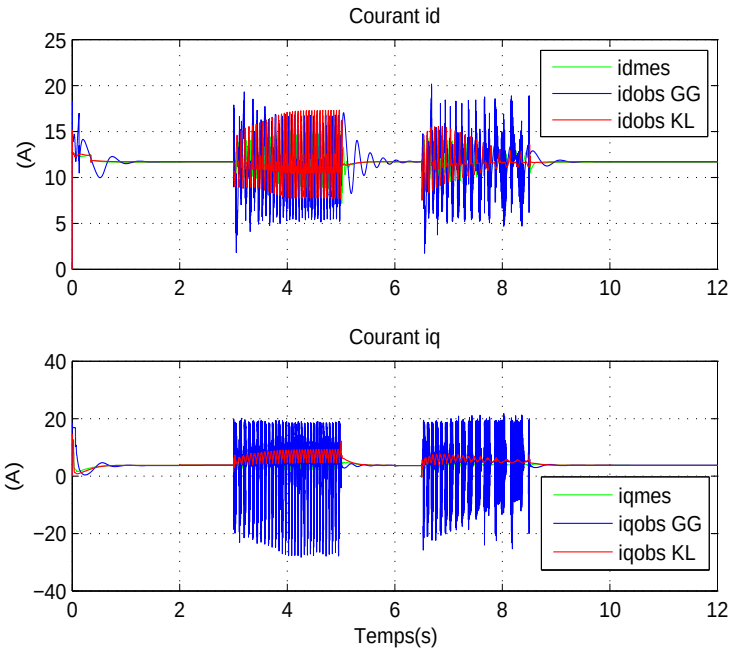

FIG. B.60: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

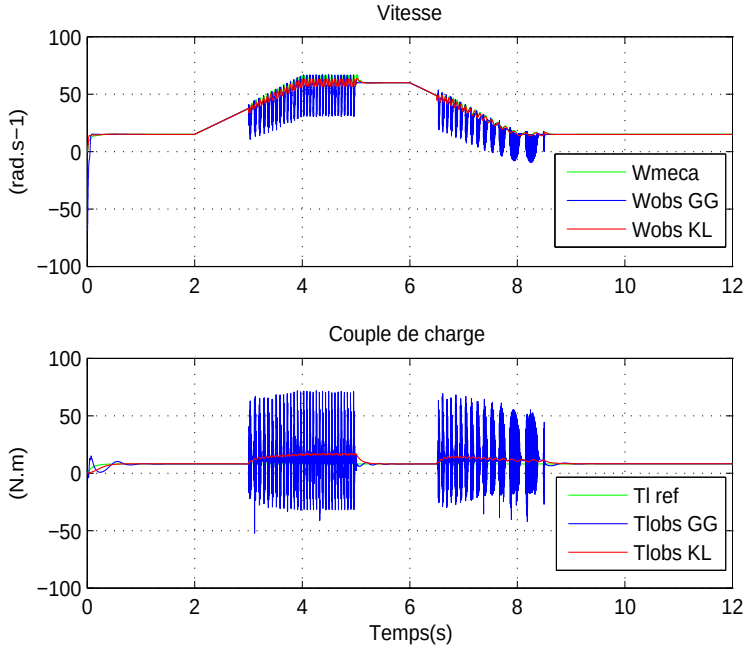

FIG. B.61: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

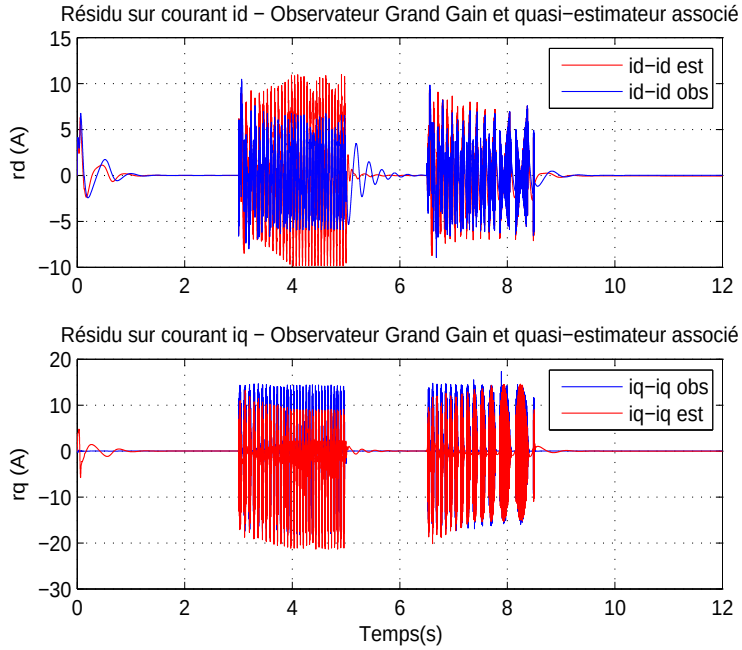

FIG. B.62: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

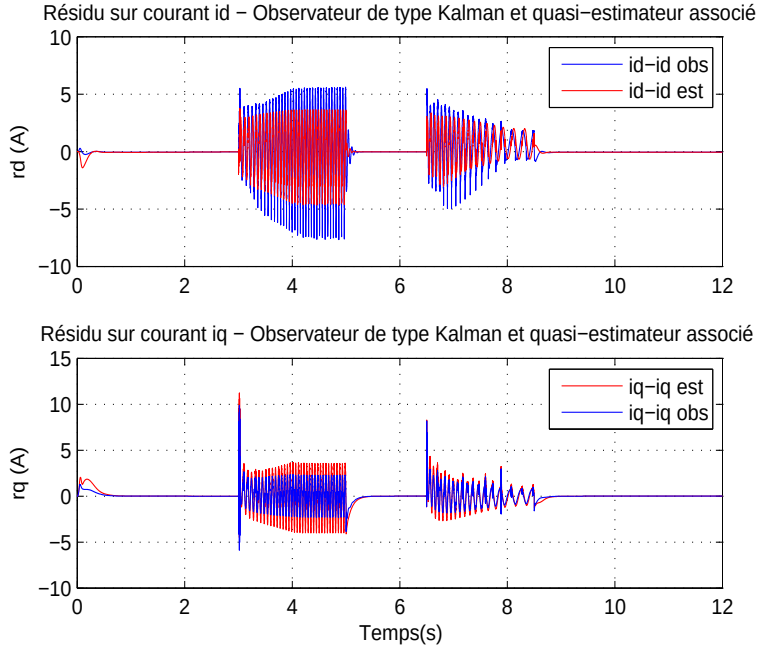

FIG. B.63: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

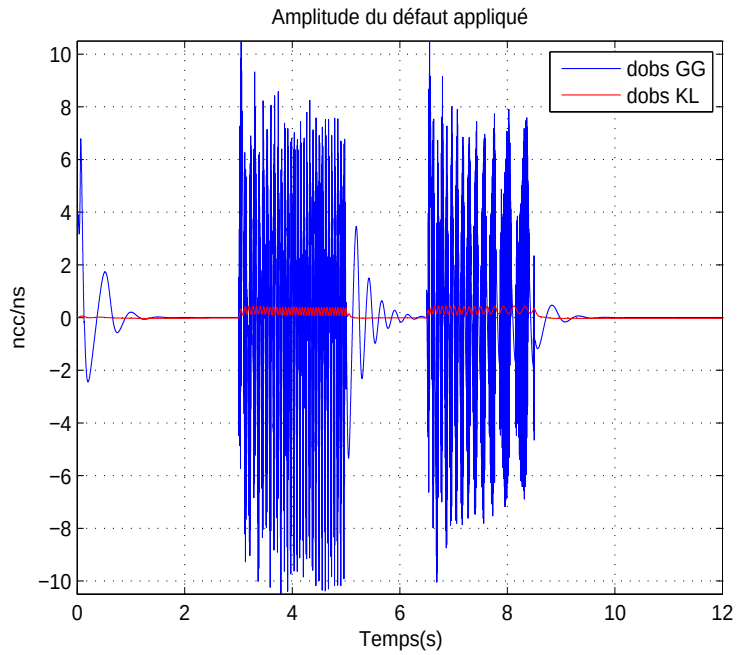

FIG. B.64: Amplitude du défaut d estimé - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

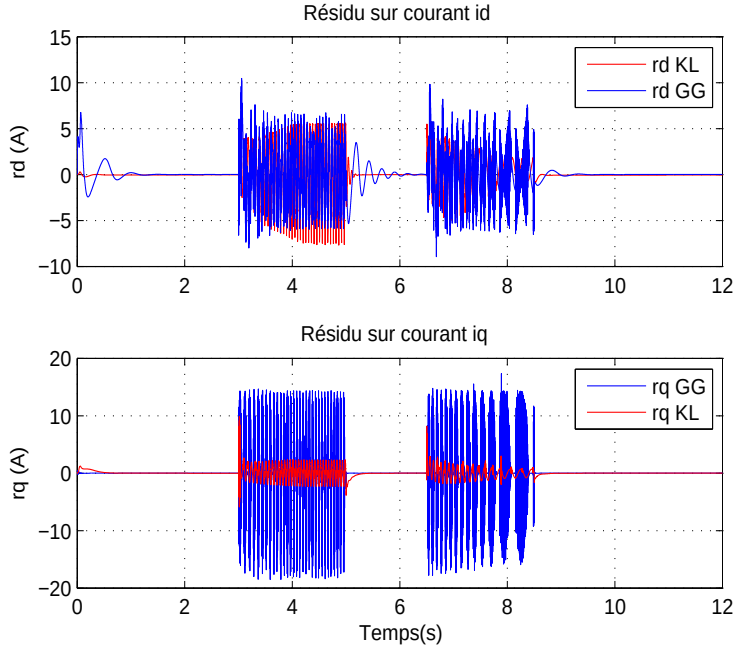

FIG. B.65: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de +50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

B.6.2 Variation de -50% sur R_s

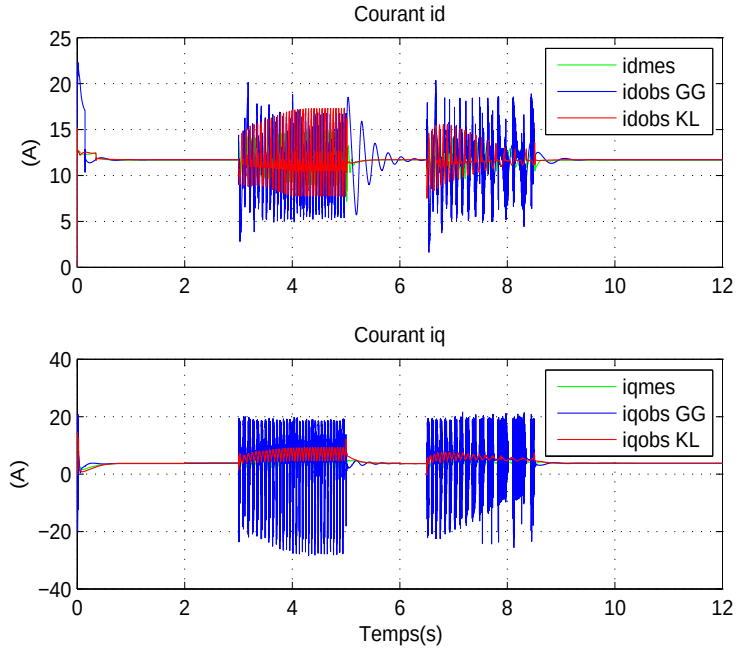

FIG. B.66: Vecteur courants i_{dq} mesurés et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

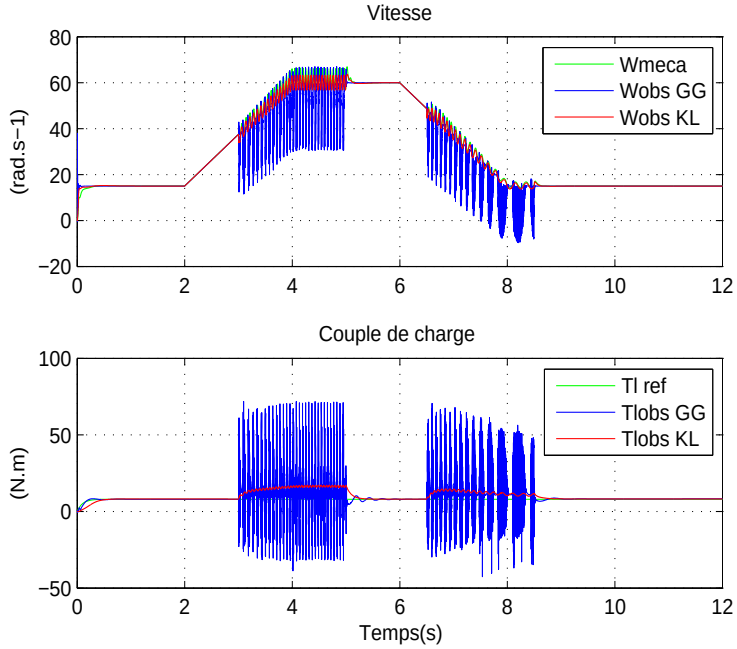

FIG. B.67: Vitesse Ω et couple de charge T_l de référence et observés - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

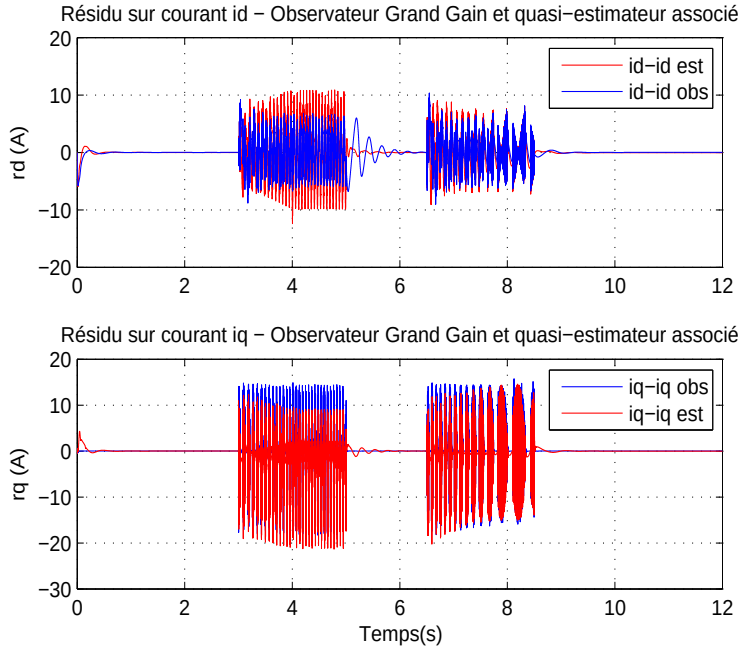

FIG. B.68: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur Grand Gain et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

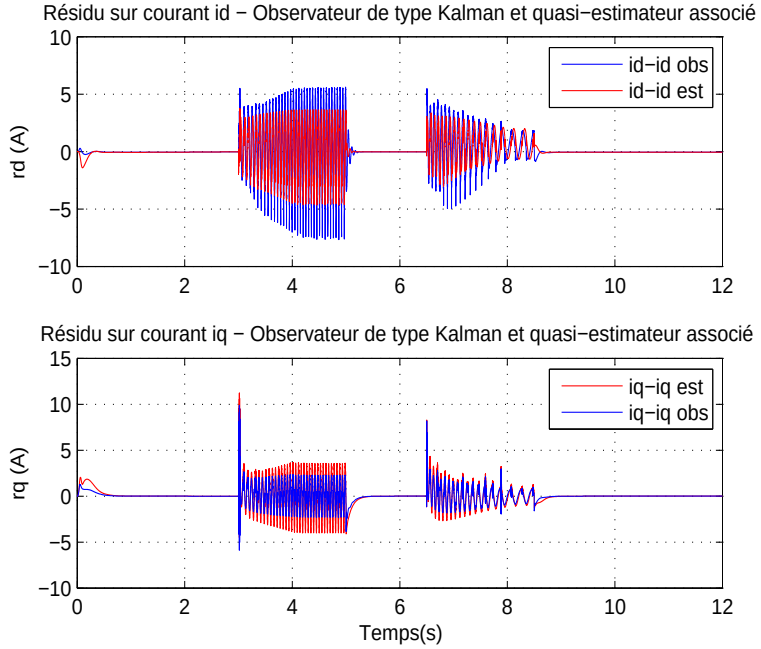

FIG. B.69: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par l'observateur de type Kalman et le quasi-estimateur associé - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

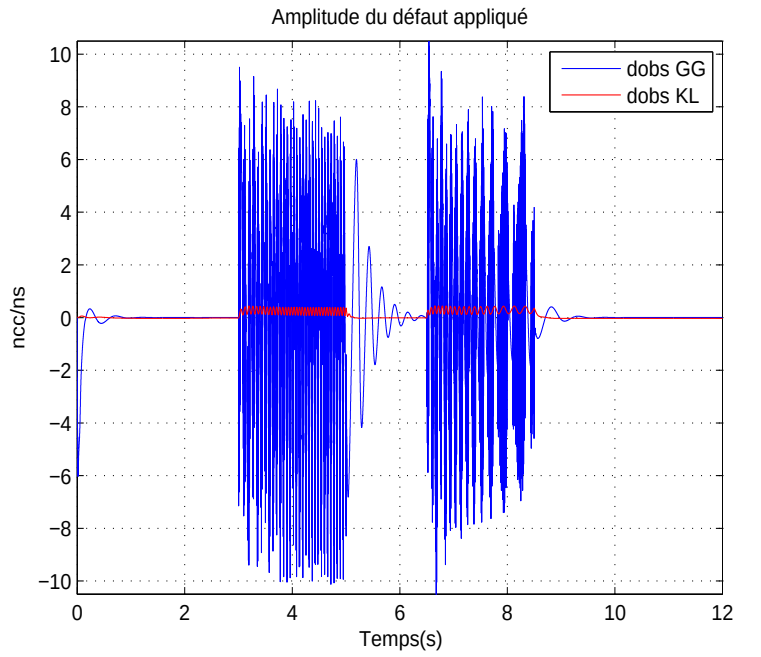

FIG. B.70: Amplitude du défaut d estimé - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

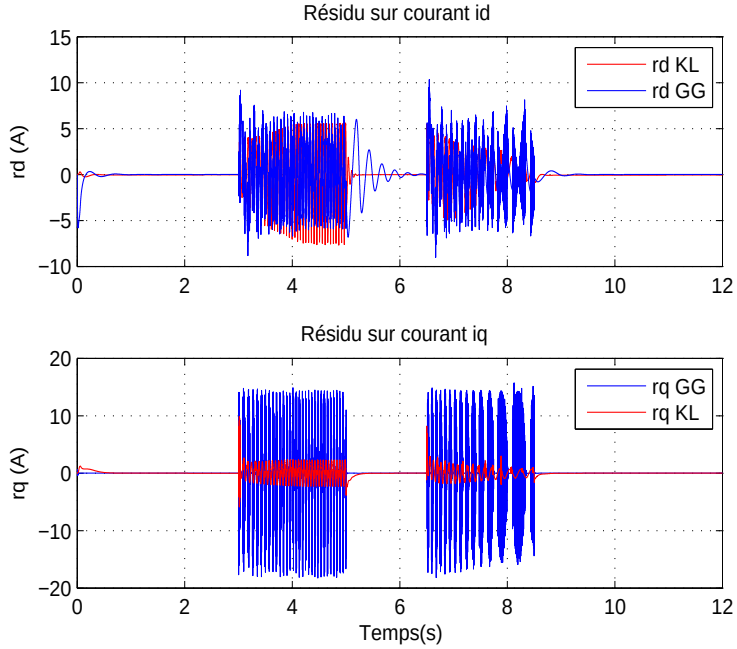

FIG. B.71: Comparaison des résidus sur les courants i_{sdq} générés par observation - Variation de -50% sur R_s – cc de 26 spires (c).

Bibliographie

[1] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, and D. Maquin. State estimation of uncertain multiple model with unknown inputs. In *IEEE CDC, December 14-17*, volume 22, Bahamas, 2004.

[2] J. Aslund and E. Frisk. An observer for nonlinear differential algebraic systems. *Automatica*, 42 :959–965, 2006.

[3] C. Aurora and A. Ferrari. Speed regulation of induction motors : An adaptive sensorless sliding mode control scheme. In *IEEE American Control Conference ACC '04*, 2004.

[4] S.P. Banks. A note on nonlinear observers. *Int. J. Contr.*, 34 :185–190, 1981.

[5] J.P. Barbot, T. Boukhobza, and M. Djemai. Triangular input observer form and sliding mode observer. In *Proc. of 35th IEEE CDC*, pages 1489–1491, Kobe, Japon, 1996.

[6] G. Besançon. *A viewpoint on observability and observer design for nonlinear systems.* in Lecture Notes in Control and Information Science (244), Springer-Verlag, 1999.

[7] G. Besançon. High-gain observation with disturbance attenuation and application to robust fault detection. *Automatica*, 39 :1095–1102, 2003.

[8] G. Besançon, G. Bornard, and H. Hammouri. Observers synthesis for a class of nonlinear control systems. *European Journal of Control*, 3(1) :176–193, 1996.

[9] G. Besançon and H. Hammouri. On observer design for interconnected systems. *Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control*, 8, 1998.

[10] Gildas Besançon, editor. *Nonlinear Observers and Applications*, volume 363 of *LNCIS*. Springer-Verlag, 2007.

[11] D. Bestle and M. Zeitz. Canonical form observer design for nonlinear time varying systems. *Int. J. Contr.*, 38 :419–431, 1983.

[12] J. Birk and M. Zeitz. Extended luenberger observer for nonlinear multivariable systems. *Int. J. Contr.*, 47 :1823–1836, 1988.

[13] G. Bornard and H. Hammouri. A high gain observer for a class of uniformly observable systems. In *Proc. of 30th IEEE CDC*, pages 1494–1496, Brighton, Angleterre, Décembre 1991.

[14] T. Boukhobza. *Contribution aux formes d'observabilité pour les observateurs à modes glissants et étude des commandes par ordres supérieurs.* Thèse de doctorat, Paris-Sud, Orsay, novembre 1997.

[15] K. Busawon, M.Farza, and H. Hammouri. Observers' synthesis for a class of nonlinear systems with application to state and parameter estimation in bioreactors. In *Proc. of the* 36th *IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, California, USA, 1997.

[16] K. Busawon, M.Farza, and H. Hammouri. A simple observer for a class of nonlinear systems. *Appl. Math. Lett.*, 11(3) :27–31, 1998.

[17] C. Canudas de Witt and J.J.E. Slotine. Sliding observers for robot manipulator. *Automatica*, 27(5) :859–864, 1991.

[18] X. Chang, V. Cocquempot, and C. Christophe. A model of asynchronous machines for stator fault detection and isolation. *IEEE Transactions on Industry Electronics*, 50(3) :578–584, 2003.

[19] J. Chiasson. *Modeling and High Performance Control of Electric Machines*. IEEE Series on Power Engineering , Wiley J, ISBN : 978-0-471-68449-7, 2005.

[20] C. Christophe, V. Cocquempot, and B. Jiang. Link between high gain observer-based residual and parity space one for fdi. *The Transactions of the Institute of Measurement and Control, Arnold Publisher*, 26(4), August 2004.

[21] G. Conte, C.H.Moog, and A.M.Perdon. *Nonlinear Control Systems - An algebraic setting*. Springer-Verlag, 1999.

[22] C. Darengosse, P. Chevrel, I. Souleiman, and S. Siala. A lmi-based observer for induction motor. In *Proc. of ECC'99*, Karlsruhe, Germany, 1999.

[23] J. DeLeon, A. Glumineau, and I. Souleiman. Nonlinear observer for induction motor : a benchmark test. In *Proceeding of IFAC CSD 2000*, pages 146–151, Bratislava, Slovaquia, 2000.

[24] J. Deleon, I.Souleiman, A.Glumineau, and G.Schreier. Nonlinear equivalence and backstepping observers. *Kybernetika*, 37(5) :521–546, 2001.

[25] C. DePersis and A. Isidori. A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, 46(6) :853–865, 2001.

[26] Banc d'essai à l'IRCCyN. www2.irccyn.ec−nantes.fr/bancessai/.

[27] F. Deza, E. Bossanne, E. Busvelle, and D. Gauthier, J.P. Rakotopara. Exponential observers for nonlinear systems. *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 38(3) :482–484, 1993.

[28] F. Deza, E. Busvelle, and D. Gauthier, J.P. Rakotopara. High gain estimation for nonlinear systems. *Syst. Contr. Lett.*, 18 :295–299, 1992.

[29] F. Deza and J.P. Gauthier. A simple and robust solution for the problem of nonlinear estimation. In *Proc. of MCTS*, pages 449–451, Lille, France., 1991.

[30] S. X. Ding. *Model-based fault diagnosis techniques : design schemes, algorithms, and tools*. Springer-Verlag, 2008.

[31] M. Farza, M. M'Saad, and L. Rossignol. Observer design for a class of mimo nonlinear systems. *Automatica*, 40(1) :135–143, 2004.

[32] M. Fliess and I. Kupka. A finiteness criterion for nonlinear input-output differential systems. *SIAM J. Contr. Optim.*, 21 :721–728, 1983.

[33] T. Floquet and J. P. Barbot. Super twisting algorithm based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs. *International Journal of Systems Science*, 38(10) :803–815, 2007.

[34] A.J. Fossard and D. Normand-Cyrot, editors. *Systèmes non linéaires, Modélisation-Estimation*. Masson, 1993.

[35] P. M. Frank and N. Kiupel. Fdi with computer-assisted human intelligence. In *IEEE American Control Conference*, Albuquerque, Nouveau Mexique, Juin 1997.

[36] P.M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems via state estimation - a survey. In *European Workshop on Fault Diagnosis*, Rhodes, Grèce, 1986.

[37] P.M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowlegde-based redundacy. a survey and some new results. *Automatica*, 26(3) :459–474, 1990.

[38] P.M. Frank and X. Ding. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Proc. Cont.*, 7(6) :403–424, 1997.

[39] E. Alcorta Garcia and P.M. Frank. Deterministic nonlinear observer-based approches to fault-diagnosis : a survey. *Control Eng. Practice*, 5(5) :663–670, 1997.

[40] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems, applications to bioreactors. *IEEE Trans. Autom. Contr.*, 37(6) :875–880, juin 1992.

[41] J. Gertler. Analytical redundancy methods in fault detection and isolation. In *SAFEPROCESS '91*, Baden-Baden, Germany, Septembre 1991.

[42] M. Ghanes, J.De. Leon, and A. Glumineau. Observability study and observer-based interconnected form for sensorless induction motor. In *Proceeding of the 45th IEEE CDC*, pages 1240–1245, Manchester Grand Hyatt Hotel San DiegoUSA, 2006.

[43] A. Glumineau, C.H. Moog, and F. Plestan. New algebro-geometric conditions for the linearization by input-output injection. *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 41 :598–603, 1996.

[44] H. Hammouri and J. de León M. On systems equivalence and observers synthesis. *New Trends in Systems Theory, Birkhauser*, pages 340–347, 1991.

[45] H. Hammouri and J. de León M. Topological properties of observers. *Progress in systems and control theory, Birkhauser, Boston, Berlin*, 8, 1991.

[46] H. Hammouri and JP. Gauthier. Global time varying linearization up to output injection. *SIAM J. Contr. Optim.*, 30 :1295–1310, 1992.

[47] H. Hammouri, P. Kaboré, and M. Kinnaert. A geometric approach to fault detection and isolation for bilinear systems. *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, 46(9) :1451–1455, 2001.

[48] H. Hammouri, M. Kinnaert, and E. H. El Yacoubi. Observer-based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems. *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, 44(10) :1879–1884, 1999.

[49] R.D. Herbert. Observer based control with nonlinear macroeconometric models. *Society of Computational Economics,* 2nd *International Conf. on Computing in Economics and Finance, (Genève, Suisse)*, juin 1996.

[50] R. Hermann and A.J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 22 :728–740, 1977.

[51] R. Isermann. Supervision, fault detection and fault diagnosis methods. an introduction. *Control Eng. Practice*, 5(5) :639–652, 1997.

[52] R. Isermann and P. Ballé. Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Eng. Practice*, 5(5) :709–719, 1997.

[53] B. Jiang and F. N. Chowdhury. Parameter fault detection end estimation of a class of nonlinear systems using observers. *Journal of the Franklin Institute*, 342 :725–736, 2005.

[54] C. Join. *Diagnostic des systèmes non linéaires. Contribution aux méthodes de découplage.* Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, 2002.

[55] T. Kailath. *Linear Systems.* Prentice-Hall, Englewood, New Jersey, 1980.

[56] H. Keller. Nonlinear observer design by transformation into a generalized observer canonical form. *Int. J. Control*, 46 :1915–1930, 1987.

[57] B. Köppen-Seliger and P. M. Frank. Fuzzy logic and neural networks in fault detection. In L. Jain and N. Martin (Eds.), editors, *Fusion of Neural Networks, Fuzzy Sets, and Genetic Algorithms*, pages 169–209. CRC Press, New York, NY, 1999.

[58] A.J. Krener and A. Isidori. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Syst. Contr. Lett.*, 3 :47–52, 1983.

[59] A.J. Krener and W. Respondek. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. *SIAM J. Contr. Optim.*, 23 :197–216, 1985.

[60] W. Liu, E.Schaeffer, L. Loron, and P. Chanemouga. High frequency modelling of stator windings dedicated to machine insulation diagnosis by parametric identification. In *Proceeding of IEEE SDEMPED 2007*, Cracow, Poland, 6-8 Septembre 2007.

[61] T. F Lootsma. *Observer-based fault detection and isolation for nonlinear systems.* Thèse de doctorat, Université d'Aalborg, Danemark, 2001.

[62] V. López-M. *Systèmes non linéaires généraux, affines en l'état et linéaires modulo une injection : Equivalence et observateurs.* Thèse de doctorat, Université de Nantes, Ecole centrale de Nantes, novembre 1998.

[63] D.G. Luenberger. Observing the state of a linear system. *IEEE, Trans. Mil. Electron.*, 6 :74–80, 1964.

[64] D.G. Luenberger. An introduction to observers. *IEEE, Trans. Autom. Contr.*, 16(6) :596–602, 1971.

[65] A. Mahamoud, A. Glumineau, and I. Souleiman. Fdi using high gain observers for cascade systems : application to induction motors. In *Proceeding of IEEE ECC*, Budapest, Hungary, 23-26 Août 2009.

[66] A. Mahamoud, A. Glumineau, and I. Souleiman. Methodology for nonlinear fdi observer via nonlinear transformation : Application to a dc serie motor. In *Proceedings of IFAC Safeprocess'09*, Barcelone, Espagne, 30 Juin-3 Juillet 2009.

[67] A. Mahamoud, A. Glumineau, and I. Souleiman. On a new strategy for inductions motors fault detection and isolation. In *Proceeding of 8th IEEE Int. conf. on Control and Automation (ICCA)*, Xiamen, China, 9-11 Juin 2010.

[68] J.C. Marques. *Sur la stabilisation des systèmes non lineaires à l'aide d'observateurs.* Thèse de doctorat, Universitè Claude Bernard Lyon 1, 1993.

[69] M-A Massoumnia. A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, 31(9) :836–846, 1986.

[70] M-A Massoumnia, G. C. Verghese, and A. S. Willsky. Failure detection and identification. *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, 34(3) :316–321, 1989.

[71] S. Mehta and J. Chiasson. Nonlinear control of a dc series motor : Theory and experiment. *IEEE Transactions on Industry Electronics*, 45(1) :134–141, 1998.

[72] H. Nijmeijer and T.I. Fossen, editors. *New Directions in Nonlinear Observer Design*, volume 244 of *Lecture Notes in Control and Information Science.* Springer-Verlag, 1999.

[73] J. O'Reilly. Observers for linear systems. *Richard Bellman, Mathematics in science and engineering (New York)*, 170, 1983.

[74] S. Othman. *Sur les observateurs des systèmes non linéaires.* Thèse de doctorat, Universitè Claude Bernard Lyon 1, 1992.

[75] R. J. Patton and J. Chen. Parity space approach to model-based fault diagnosis - a tutorial survey and some new results. In *SAFEPROCESS '91*, Baden-Baden, Allemagne, Septembre 1991.

[76] W. Perruquetti and T. Floquet. Homogeneous finite time observer for nonlinear systems with linearizable error dynamics. In *46 th IEEE CDC*, New Orleans, Louisiane, 12-14 Décembre 2007.

[77] F. Plestan. *Linéarisation par injection d'entrée-sortie généralisée et synthèse d'observateurs.* Thèse de doctorat, Université de Nantes-Ecole Centrale de Nantes, Octobre 1995.

[78] F. Plestan and B. Cherki. An observer for a one flexible joint robot by an algebraic method. *Proc. IFAC Workshop on New Trends in Design of Control Systems NTDCS'94, (Smolenice, Slovakia)*, pages 41–46, 1994.

[79] F. Plestan and A. Glumineau. Linearization by generalized input-output injection. *Syst. Contr. Letters*, 31 :115–128, 1997.

[80] E. Schaeffer, E. Le Carpentier, and M.E. Zaim. Failure detection in induction machines by means of parametric identification. In *Computational Engineering in Systems Applications*, 1998.

[81] E. Schaeffer, T. Gouraud, C. Doncarli, and M.E. Zaïm. Simulation and detection of faults in induction machines under varying speed. In *Proceeding of IEEE International Symposium on diagnostics for electrical machines, power electronics and drives*, pages 3–8, 1997.

[82] E. Schaeffer, M.E. Zaïm, and E. Le Carpentier. Unbalanced induction machine simulation dedicated to condition monitoring. In *Proceeding of ICEM International Conference on Electric Machines*, pages 3–8, Istanbul, Turkey, 1998.

[83] G. Schreier, F. Kratz, and P.M. Frank. Observer design for a class of nonlinear systems with stability discussion : application to fault detection. *Proc. of ECC'99*, 1999.

[84] G. Schreier, De J. Leon, A. Glumineau, and R. Boisliveau. Cascade nonlinear observers : Application to an experimental induction motor benchmark. *IEE Proceeding-Control Theory and Applications*, 148 :509–515, 2001.

[85] R. Seliger and P.M. Frank. Fault diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers. In *CDC'91*, Brighton, Angleterre, 1991.

[86] R. Seliger and P.M. Frank. Robust component fault detection and isolation in nonlinear dynamic systems using nonlinear unknown input observers. In *IFAC/IMACS Safeprocess'91*, Baden-Baden, Allemagne, 1991.

[87] A. Siddique, G. S. Yadava, and B. Singh. A review of stator fault monitoring techniques of induction motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 20(1), 2005.

[88] J-J. Slotine and W. Li. *Applied nonlinear control.* Prentice-Hall, 1991.

[89] I. Souleiman, A.Glumineau, and G.Schreier. Direct transformation of nonlinear systems into state affine miso form for observer design. *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, 48 :2191–2196, 2003.

[90] I. Souleiman and A. Glumineau. Equivalence and observers for state affine systems. In *Proceeding of MTNS*, Perpignan, France, 2000.

[91] I. Souleiman and A. Glumineau. Constructive transformation of nonlinear systems into a special state affine mimo forms and nonlinear observers. In *7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS 2007*, Pretoria, South Africa, 22–24 August 2007.

[92] I. Souleiman, A. Glumineau, and G. Schreier. Direct transformation of nonlinear systems into state affine systems. *Proc. of NOLCOS , St-Petersbourg, Russie*, 2001.

[93] M. Staroswiecki and G. Comtet-Varga. Analytical redundacy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. *Automatica*, 37 :687–699, 2001.

[94] A. Ticlea. *Techniques d'immersion pour l'estimation non linéaire. Application aux systèmes de puissance*. Thèse de doctorat, INPG - Grenoble, Septembre 2006.

[95] A. Ticlea and G. Besancon. Observer scheme for state and parameter estimation in asynchronous motors with application to speed control. *European Journal of Control*, 12 :400–412, 2006.

[96] D. Traore. *Commande non linéaire sans capteur de la machine asynchrone*. Thèse de doctorat, École Centrale de Nantes, Septembre 2008.

[97] V.I. Utkin, J.G. Gluldner, and J.J. Shi. Sliding mode control in electro-mechanical systems. *Taylor et Francis*, 1999.

[98] G.C. Verghese and S.R. Sanders. Observers for flux estimation in induction machines. *IEEE Trans. Autom. Contr.*, 35(1) :85–94, 1988.

[99] F. Viel. Stabilité des systèmes controlés par retour d'état estimé. application aux réacteurs de polymérisation et aux colonnes à distiller. *Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard-Lyon 1, Lyon*, 1994.

[100] D. Williamson. Observation of bilinear systems with application to biological systems. *Automatica*, 13 :243–254, 1977.

[101] X.H. Xia and C.H.Moog. Input output linearization of nonlinear systems by output feedback. In *$35^t h$ IEEE Conference on Decision and Control*, pages 82–83, Kobe, Japon, 1996.

[102] X.H. Xia and W.B. Gao. Nonlinear observers design by observer error linearization. *SIAM J. Contr. Optim.*, 27(1) :199–216, 1989.

[103] A. Xu and Q. Zhang. Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation. *Automatica*, 40(7) :1181–1993, 2004.

[104] M. Zeitz. The extended luenberger observer for nonlinear systems. *Syst. Contr. Lett.*, 4 :1081–1100, 1988.

[105] Q. Zhang, M. Basseville, and A. Benveniste. Fault detection and isolation in nonlinear dynamics systems : a combined input-output and local approach. *Automatica*, 34(11) :1359–1998, 1998.