



HAL
open science

Etude numérique de la propagation non linéaire des infrasons dans l'atmosphère

Gaël Hanique Cockenpot

► **To cite this version:**

Gaël Hanique Cockenpot. Etude numérique de la propagation non linéaire des infrasons dans l'atmosphère. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2011. Français. NNT : 2011ECDL0032 . tel-00677165

HAL Id: tel-00677165

<https://theses.hal.science/tel-00677165>

Submitted on 7 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Gaël HANIQUE-COCKENPOT

Étude numérique de la propagation non linéaire des infrasons dans l'atmosphère

Soutenue le 26 octobre devant la Commission d'Examen

JURY

Christophe BAILLY	Directeur
Philippe BLANC-BENON	Examineur
François COULOUVRAT	Rapporteur
Olaf GAINVILLE	Examineur
Philippe LAFON	Rapporteur
Patrice MALBÉQUI	Examineur
Olivier MARSDEN	Co-directeur

Remerciements

En premier lieu, je souhaite exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à Christophe Bailly, Olivier Marsden et Christophe Bogey qui ont encadré cette thèse avec patience et disponibilité. J'espère que les résultats de ce travail sont à la hauteur de leurs attentes.

Je remercie aussi vivement les rapporteurs, François Coulouvrat et Philippe Lafon, qui ont accepté de relire ce manuscrit, et également l'ensemble du jury.

Je remercie le CEA, Elisabeth Blanc qui a accepté de me transmettre les enregistrements expérimentaux et Olaf Gainville qui m'a apporté son expertise, ses critiques et ses observations.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Nicolas de Cacqueray, Damien Desvigne et Didier Dragna, leurs contributions à ce travail furent déterminantes.

Je souhaite enfin remercier très chaleureusement toutes les personnes du Centre Acoustique qui ont rendu mon séjour agréable et riche d'enseignements : Daniel Juvé, Philippe Blanc-Benon, Sébastien Ollivier, Evelyne Roche, Marie-Gabrielle Perriaux, tous les doctorants ainsi que les membres du personnel technique : Dominique Berthet et Michel Teissieux.

Résumé

Cette thèse propose une étude de la propagation non linéaire des infrasons dans l'atmosphère par résolution temporelle des équations de la mécanique des fluides compressibles en s'appuyant sur des algorithmes développés pour l'aéroacoustique. L'étude se restreint aux ondes émises par les explosions de forte amplitude.

Une étude bibliographique est d'abord réalisée pour identifier les phénomènes physiques influents et pour détailler un modèle d'atmosphère réaliste qui soit compatible avec une résolution numérique directe. Les équations de Navier-Stokes sont ensuite formulées pour intégrer les effets hors-équilibre de la relaxation de la vibration moléculaire. Cette étape est accompagnée de développements analytiques servant de base à une discussion des effets dissipatifs et des effets de l'inhomogénéité atmosphérique de grande échelle. Les méthodes numériques optimisées retenues pour l'implémentation du solveur sont ensuite présentées. La stabilité et la précision sont étudiées analytiquement, puis le code de calcul est validé par des séries de simulations dans des configurations simples pour lesquelles des solutions analytiques sont disponibles. Une discrétisation adaptée pour la simulation des infrasons non linéaires se propageant dans l'atmosphère est alors proposée.

Le solveur est ensuite validé dans la configuration complexe d'un modèle réaliste d'atmosphère, d'abord par une convergence de maillage, puis par confrontation avec des méthodes numériques préexistantes. L'influence des effets dissipatifs et des effets non linéaires est ensuite discutée sur la base des résultats numériques. L'influence générale des vents atmosphériques est par ailleurs présentée et des phénomènes spécifiques tels que les réflexions partielles ou les ondes rampantes sont évoqués. Enfin, une confrontation des simulations avec une expérience de référence est réalisée et les similitudes entre les enregistrements numériques et expérimentaux sont soulignées.

Abstract

This thesis proposes a study of non linear infrasound propagation through the atmosphere by a time integration of compressible fluid mechanics equations using aeroacoustics algorithms. The survey is restricted to the case of infrasound emitted by high amplitude explosions.

Existing literature is reviewed to identify influential physical phenomena and to detail a realistic atmosphere model compatible with direct numerical methods. Afterwards, the Navier-Stokes equations are formulated to take non-equilibrated vibrational relaxation effects into account. Acoustic absorption and effects of high-scale atmospheric inhomogeneities are then discussed on the basis of analytical developments. Subsequently, the optimized numerical methods implemented in the solver are introduced. Numerical stability and accuracy are analyzed, then the method is validated by series of simple configuration simulations and an adapted discretization is proposed to simulate non linear infrasound propagating in the atmosphere.

The solver is validated in the configuration of a complex realistic atmosphere, first by a grid convergence method and second by confronting the results to those of other numerical approaches. The influence of acoustic absorption and non linear effects are then discussed by analyzing numerical results. General influence of winds is also introduced and specific phenomena, such as partially reflected waves or creeping waves, are evoked. Finally, simulations are compared with a full-scale experience and similarities between both kind results are underlined.

Table des matières

Remerciements	3
Résumé	5
Abstract	7
1 Introduction à la propagation des infrasons	13
1.1 Introduction à la structure atmosphérique	13
1.1.1 Composition chimique	14
1.1.2 Structure thermique de l’atmosphère	14
1.1.3 Circulation atmosphérique générale	16
1.1.4 Ondes dans l’atmosphère	17
1.2 Caractérisation des infrasons	18
1.2.1 Réfraction des ondes infrasonores & guides d’onde	19
1.2.2 Nomenclature des phases infrasonores	20
1.2.3 Sources infrasonores	22
1.2.4 Amplification par l’inhomogénéité de grande échelle	22
1.2.5 Effets non linéaires	24
1.2.6 Absorption et dispersion des ondes infrasonores	25
1.2.7 Focalisation des ondes - Caustiques & zones d’ombres	27
1.2.8 Réflexion au sol	29
1.2.9 Rotondité de la Terre	29
1.3 État de l’art de l’étude des infrasons	30
1.3.1 Études expérimentales	30
1.3.2 Acoustique géométrique	31
1.3.3 Équations paraboliques	31
1.3.4 Méthodes de résolution directes	32
1.3.5 L’expérience Misty-Picture	32
1.4 Modélisation de l’atmosphère	34
1.4.1 Acquisition de données expérimentales	34
1.4.2 État de l’art des modèles atmosphériques	36
1.4.3 Modèle d’atmosphère pour la simulation numérique directe	37
1.5 Objectifs de la thèse	46
2 Équations pour la propagation infrasonore	49
2.1 Système d’équations pour un fluide avec relaxation	49
2.1.1 Équations du mouvement	50
2.1.2 Fermeture du système	51

2.1.3	Reformulation de la conservation de l'énergie	53
2.1.4	Fonctions usuelles & paramètres thermophysiques	54
2.2	Étude analytique de la relation de dispersion	56
2.2.1	Formulation perturbative - équations du mouvement linéarisées	57
2.2.2	Influence des flux thermovisqueux	59
2.2.3	Influence de la relaxation de la vibration moléculaire	60
2.3	Étude analytique de la propagation en milieu inhomogène	63
2.3.1	Propagation dans un milieu inhomogène	63
2.3.2	Propagation dans un champ de gravité uniforme	65
2.4	Conclusion intermédiaire	69
3	Code de calcul pour la propagation infrasonore	71
3.1	Méthodes numériques pour le domaine intérieur	71
3.1.1	Schémas numériques de dérivation spatiale	72
3.1.2	Intégration temporelle explicite à un pas	74
3.1.3	Filtrage sélectif	78
3.1.4	Capture et filtrage des chocs	79
3.2	Méthodes numériques aux limites du domaine	82
3.2.1	Conditions de rayonnement	82
3.2.2	Conditions de paroi solide adiabatique	84
3.2.3	Schémas numériques décentrés	86
3.3	Fonctions numériques annexes	86
3.3.1	Sources acoustiques	86
3.3.2	Forçage acoustique des équations	88
3.3.3	Méthode de déplacement de domaine	89
3.3.4	Algorithme complet du code de calcul	90
3.4	Validation de la condition de paroi	91
3.4.1	Pulse acoustique réfléchi par une paroi	91
3.4.2	Paroi oscillante de Stokes	93
3.4.3	Développement d'une couche limite laminaire	94
3.5	Cas tests de propagation acoustique	95
3.5.1	Propagation linéaire dans un milieu dissipatif	96
3.5.2	Propagation non linéaire dans un milieu homogène	99
3.5.3	Discretisation spatiale de l'atmosphère	102
3.6	Évaluation des effets non linéaires à longue distance	102
3.6.1	Propagation au niveau de la mer	103
3.6.2	Propagation en haute atmosphère	105
3.6.3	Propagation verticale	105
3.7	Conclusion intermédiaire	107
4	Simulations de propagation non linéaire des infrasons	111
4.1	Prétraitement des simulations numériques	111
4.1.1	Présentation des versions du code de calcul	111
4.1.2	Discretisation du domaine de calcul	113
4.1.3	Intégration de la relaxation moléculaire	114
4.1.4	Paramétrage du filtre sélectif	115
4.1.5	Conditions limites & zones éponges	116
4.1.6	Déplacement du domaine de calcul	117

4.1.7	Amplitude de la source acoustique	117
4.1.8	Fonctions & outils de post-traitement	119
4.2	Évaluation de la précision	121
4.2.1	Validation par convergence de maillage	121
4.2.2	Évaluation comparative	131
4.2.3	Maintien des profils moyens de vents	133
4.2.4	Conclusion intermédiaire	134
4.3	Absorption atmosphérique & effets non linéaires	135
4.3.1	Influence de l'absorption atmosphérique	135
4.3.2	Influence des effets non linéaires	141
4.3.3	Conclusion intermédiaire	146
4.4	Vents atmosphériques	146
4.4.1	Influence générale des vents atmosphériques	147
4.4.2	Analyse des enregistrements microbarographiques	152
4.4.3	Réflexions partielles des phases infrasonores	161
4.4.4	Amplification au sol et ondes rampantes	164
4.4.5	Conclusion intermédiaire	165
4.5	Simulations réalistes de l'expérience Misty-Picture	166
4.5.1	Calibrage heuristique de l'amplitude de la source	166
4.5.2	Confrontation des simulations avec l'expérience	167
4.5.3	Analyse de l'expérience par la simulation numérique	168
4.5.4	Conclusion intermédiaire	171
	Conclusion générale & perspectives	173
	Bibliographie	175
	Liste des figures	186
	Liste des symboles	191
	Annexes	194
A	Modélisation de l'atmosphère	195
A.1	Méthode de correction des profils	195
A.2	Intégration numérique du profil de pression	196
A.3	Coefficients polynomiaux des profils atmosphériques	197
A.3.1	Profils de fractions molaires	197
A.3.2	Profil de température	198
A.3.3	Profils de vents atmosphériques	198
B	Développements mathématiques	201
B.1	Énergie interne de vibration	201
B.2	Reformulation de l'équation de conservation de l'énergie	202
B.3	Propagation dans un milieu dissipatif	203
B.3.1	Influence des flux thermovisqueux	203
B.3.2	Influence de la relaxation de la vibration moléculaire	205
B.4	Propagation dans un milieu inhomogène	209
B.4.1	Influence de l'inhomogénéité du milieu	209

B.4.2	Influence d'un champ de gravité uniforme	211
C	Coefficients des méthodes numériques	215
C.1	Schémas de dérivation spatiale	215
C.2	Méthode d'intégration temporelle	216
C.3	Filtres numériques	216
D	Simulations de propagation infrasonore	219
D.1	Comparaison des cartes de pression & d'énergie acoustique	219
D.2	Champs acoustiques instantanés	222

Chapitre 1

Introduction à la propagation atmosphérique des infrasons

Ce premier chapitre regroupe quelques notions utiles pour la compréhension de la propagation des ondes acoustiques infrasonores. L'atmosphère terrestre est d'abord présentée dans la section §1.1 dans le but de rendre compte des particularités du milieu de propagation. La structure de l'atmosphère est introduite, puis les différentes ondes atmosphériques sont évoquées. La section §1.2 est destinée à la caractérisation des infrasons. Les phénomènes physiques influençant leur propagation y sont détaillés successivement. Un état de l'art des études expérimentales et numériques est ensuite fourni à la section §1.3. Les principes de la modélisation atmosphérique sont évoqués dans la section §1.4 et un modèle d'atmosphère réaliste est proposé afin de réaliser des simulations numériques directes de propagation infrasonore. Enfin, les objectifs de la thèse et l'organisation du manuscrit sont présentés dans une dernière partie.

1.1 Introduction à la structure atmosphérique

Cette première partie est une introduction à la structure de l'atmosphère terrestre. La composition chimique et la structure thermique de l'atmosphère sont d'abord présentées. La circulation atmosphérique et les éléments liés aux vents sont ensuite évoqués. Enfin, les principales ondes atmosphériques sont introduites.

Cette section n'a pas vocation à être exhaustive. Des discussions détaillées sur la structure, la dynamique et la composition de l'atmosphère sont proposées dans la plupart des manuels de météorologie et de climatologie. Les informations liées à la composition chimique sont tirées des ouvrages de Jacobson [74] et de Iribarne & Cho [73]. La circulation atmosphérique est présentée dans les ouvrages de Webb [148] et de Andrews *et al.* [5] ou dans les actes de la conférence sur la circulation et la turbulence dans l'atmosphère de 1966 [122]. Une introduction à la météorologie est également proposée dans le livre de Lehr & Burnett [88].

Les profils présentés en illustration sont ceux du modèle d'atmosphère développé à la section §1.4.3 dont les résultats sont anticipés.

1.1.1 Composition chimique

L'atmosphère, du grec $\alpha\tau\mu\sigma\sigma$ qui signifie *vapeur*, est l'enveloppe gazeuse qui entoure la Terre. Le gaz constitutif de l'atmosphère est l'air. Au niveau de la mer, l'air sec est principalement composé de diazote (N_2 , 78 %), de dioxygène (O_2 , 21 %), d'Argon (Ar, 0.9 %) et de dioxyde de carbone (CO_2 , 0.04 %), auxquels viennent s'ajouter des traces de Néon (Ne), d'Hélium (He), de méthane (CH_4) ou de dihydrogène (H_2). Indépendamment de ces gaz, l'air contient aussi de la vapeur d'eau, des pollens, des poussières qui peuvent être d'origine anthropique ou non, des sels et des micro-organismes [73, 88].

Si l'atmosphère était au repos, sous l'effet de la gravité, les basses couches seraient composées des particules et des gaz les plus lourds, alors que les gaz les plus légers seraient concentrés en haute altitude. Toutefois, le brassage constant en basse atmosphère induit des proportions quasi-constantes du sol jusqu'à environ 60 km [74, 51]. Au delà, l'atmosphère est principalement constituée des gaz légers. Il est probable que seul les plus légers, l'hélium et l'hydrogène, s'observent à des altitudes supérieures à 800 km [88]. Les profils des fractions molaires des espèces principales sont tracées à la figure 1.11 (§1.4.3).

À certaines altitudes intermédiaires, des gaz ionisés sont présents en concentration élevée. La couche d'ozone qui s'étend entre 30 km et 50 km est la plus connue. Par ailleurs, à environ 100 km le dioxygène peut être ionisé et à des altitudes supérieures à 140 km les atomes d'azote et d'oxygène sont supposés être sous forme d'ions. Ces éléments absorbent les hautes fréquences du rayonnement électromagnétique en provenance du Soleil [51, 82, 83]. À basse altitude la vapeur d'eau, le dioxyde de carbone et certains composés chimiques comme le méthane absorbent quant à eux une partie du rayonnement infrarouge émis par le sol, c'est l'*effet de serre* [73]. Ces mécanismes chimiques de conversion du rayonnement électromagnétique en chaleur sont déterminants dans le bilan thermique de l'atmosphère terrestre [73, 74, 82].

1.1.2 Structure thermique de l'atmosphère

À l'échelle synoptique, l'atmosphère est divisée en couches sphériques concentriques. Suivant les recommandations de l'Organisation Météorologique Mondiale (OMM), le nom de ces couches prend pour suffixe *sphère* et leurs limites supérieures le suffixe *pause*. Ces limites sont fixées par les inversions majeures du gradient vertical de température. La structure thermique de l'atmosphère est représentée à la figure 1.1.

La troposphère

La troposphère est la première couche de l'atmosphère, elle s'étend du sol jusqu'à des altitudes d'environ 12 km aux pôles et 18 km à l'équateur. Cette couche est le lieu des phénomènes météorologiques principaux. La dynamique y est turbulente et la variabilité spatiale et temporelle des conditions est importante. La troposphère contient près de 80 % de la masse de l'atmosphère. Au sein de cette couche, la température décroît avec l'altitude jusqu'à la tropopause qui en marque la limite supérieure. La tropopause n'est pas une surface continue. Elle présente des

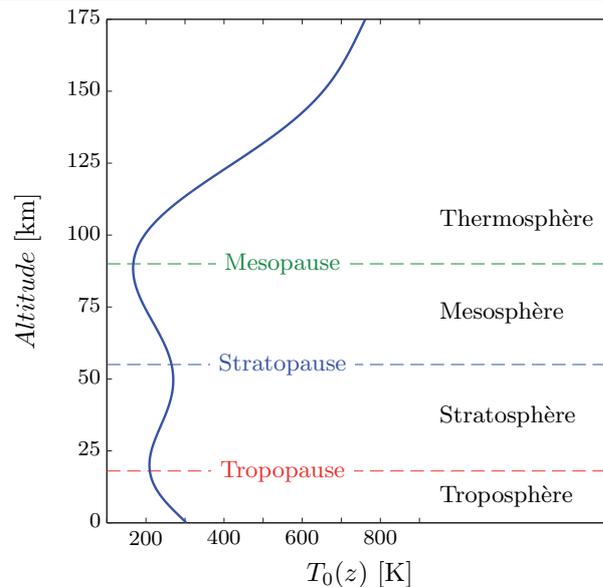


FIGURE 1.1 – Structure thermique de l’atmosphère.

brèches concentriques par rapport aux pôles qui lui donnent une structure stratifiée imbriquée. Ces brèches, deux par hémisphères, sont à l’origine des courants appelés *jet stream* qui se forment au niveau des zones de chevauchement [88, 148].

La stratosphère

La stratosphère s’étend de la tropopause jusqu’à la stratopause, à environ 55 km d’altitude. Cette couche est quasiment dépourvue de phénomènes météorologiques. La stratosphère contient la couche d’ozone qui transforme une partie du rayonnement solaire en chaleur par le biais du cycle ozone-oxygène. Ce dégagement de chaleur est responsable de l’augmentation de la température avec l’altitude [51, 82, 83]. Ce gradient de température positif entrave la formation de cellules de convection et la stratification est donc d’une grande stabilité [148].

La mésosphère

La mésosphère s’étend de 55 km à environ 90 km. Parce qu’elle est dépourvue de gaz ionisés, la température dans la mésosphère décroît jusqu’à la mésopause pour y atteindre un minimum global d’environ 180 à 200 K. Du fait de cette décroissance, la stratification de la mésosphère est moins stable que celle de la stratosphère [148]. C’est dans cette couche que les météorites se vaporisent lors de leur entrée dans l’atmosphère [132].

La thermosphère

La thermosphère commence vers 90 km. La température y augmente avec l’altitude sous l’effet de l’absorption du rayonnement solaire très haute fréquence par des atomes d’azote et d’oxygène ionisés [51, 74]. Elle peut atteindre plus de 1000 K

à des altitudes supérieures à 300 km. Suivant la nature des phénomènes étudiés, cette couche est aussi appelée ionosphère ou chemosphère. Du fait de l'intense ionisation des gaz, cette zone est le lieu des phénomènes de réflexion des ondes électromagnétiques et des aurores [41, 42]. La station spatiale internationale orbite dans cette couche, à environ 350 km d'altitude. La thermopause qui marque la limite de la thermosphère se situe entre 350 km et 800 km d'altitude.

Au delà de la thermosphère s'étend l'exosphère jusqu'à plus de 50 000 km d'altitude. C'est la couche externe de l'atmosphère, la raréfaction des gaz y est extrême (100 particules par centimètre cube à 5000 km d'altitude). La plupart des satellites sont en orbite dans cette couche.

1.1.3 Circulation atmosphérique générale

Composantes zonale & méridionale du vent

Les composantes zonale V_{OE} et méridionale V_{SN} du vecteur vent \mathbf{V} correspondent aux projections de celui-ci respectivement sur les axes ouest-est et sud-nord. En utilisant les conventions de graduation angulaire d'une boussole (compas de 360° avec le nord comme origine et orienté dans le sens horaire), ces composantes s'expriment par :

$$\begin{cases} V_{\text{SN}} = \|\mathbf{V}\| \cos \phi \\ V_{\text{OE}} = \|\mathbf{V}\| \sin \phi \end{cases} \quad (1.1)$$

avec ϕ la direction du vent. Le vent zonal a donc une direction parallèle aux latitudes alors que la direction du vent méridional est parallèle aux longitudes.

Description générale de la circulation

La circulation atmosphérique est le mouvement général de l'atmosphère à l'échelle planétaire. Il est d'usage de distinguer la circulation troposphérique de la circulation en haute atmosphère [5, 73, 148]. La frontière entre ces deux zones est marquée par la *stratonull* qui correspond à l'altitude pour laquelle le gradient de température dans la direction méridionale est minimal [148, 120]. La *stratonull* est généralement localisée autour de 24 km d'altitude.

La circulation en basse atmosphère a été largement étudiée du fait de son rôle déterminant en météorologie et en climatologie [73, 74, 88, 148]. La dynamique est toujours turbulente. L'anisotropie de cette turbulence est très variable, elle peut être faible comme pour les tourbillons de Bénard, ou très marquée dans le cas des structures feuilletées [21, 101]. Les vitesses maximales des vents troposphériques sont enregistrées au voisinage de la tropopause. Du fait de l'augmentation de la température entre la tropopause et la *stratonull*, la stabilité de la stratification augmente ce qui a pour effet de contenir la turbulence en troposphère [120, 148]. Dans la couche comprise entre la tropopause et la *stratonull*, la circulation est essentiellement zonale. Elle résulte des vents thermiques dont les temps caractéristiques de variation sont au moins de l'ordre du mois. Pour des latitudes supérieures à 60° , l'augmentation de la stabilité autour de la *stratonull* est beaucoup moins marquée. La basse

atmosphère est moins isolée et la turbulence troposphérique peut éventuellement se développer vers des altitudes plus élevées [73, 148].

La circulation en haute atmosphère varie plus lentement qu'à basse altitude. Depuis les zones équatoriales jusqu'à des latitudes moyennes, la haute atmosphère est isolée par la *stratonull* [148]. La circulation est laminaire et principalement zonale. Le sens de circulation s'inverse périodiquement en fonction de la zone géographique. Par exemple l'oscillation quasi-biennale de la stratosphère équatoriale [8], l'oscillation nord-atlantique dont le cycle long est d'une vingtaine d'années ou encore l'oscillation australe à l'origine du phénomène météorologique El Niño dont la période est d'environ 4 à 5 ans [5, 120]. En stratosphère et en thermosphère, le gradient vertical de température positif induit une très forte stabilité de la stratification et les écoulements sont toujours laminaires [148]. La présence ou non de phénomènes turbulents en mésosphère, où la température diminue avec l'altitude, ne fait pas l'objet d'un consensus aussi fort [21, 101, 148]. Puisque la structure thermique de la mésosphère est moins stable, des phénomènes turbulents très anisotropes peuvent se développer [21, 101]. Toutefois, la stratification à ces altitudes devrait confiner ces phénomènes turbulents dans des couches statiques autour desquelles les écoulements sont de nature laminaire [21]. Pour la majorité des auteurs, les fluctuations de vitesse mesurées en mésosphère sont à attribuer aux champs de vitesse d'ondes internes, aussi appelées ondes de gravité, qui se propagent à haute altitude [62, 132, 148]. En effet, les données expérimentales relatives aux composantes verticales des champs de vents montrent que les mouvements verticaux sont très lents, au maximum de l'ordre de 1 m.s^{-1} [51, 62], ce qui correspond aux ordres de grandeurs prédits par la théorie des ondes de gravité [148]. Quoiqu'il en soit, pour des échelles de temps de l'ordre de l'heure ou de la journée, la dynamique au-delà de la *stratonull* peut être considérée comme laminaire.

À très haute altitude, au delà de la mésopause, la circulation est très peu connue. Il semble que le champ magnétique terrestre peut agir sur le mouvement des gaz ionisés. Toutefois, la capacité d'entraînement que ces derniers exercent sur les gaz non-ionisés est discutée car la densité qui règne dans cette zone est très faible [51].

1.1.4 Ondes dans l'atmosphère

Dans l'atmosphère, plusieurs familles d'ondes sont classiquement distinguées :

les ondes acoustiques infrasonores qui sont des ondes élastiques résultant de la compressibilité du milieu. Elles se propagent longitudinalement à la vitesse du son c_0 [55, 90]. Leur fréquence est inférieure à 20 Hz.

les ondes de gravité qui résultent de la propagation anisotrope d'un déséquilibre local entre la force de flottaison et la force gravitationnelle. Leur vitesse de propagation est faible comparativement à la vitesse du son [58, 71, 102].

les ondes de Lamb qui sont des ondes externes. Elles se propagent à la vitesse des ondes acoustiques mais uniquement dans les directions perpendiculaires à la stratification. Dans le cas de l'atmosphère, elles se propagent donc horizontalement et leur amplitude décroît exponentiellement avec l'altitude [58, 115].

les ondes de Rossby qui sont des ondes inertielles au même titre que les vents et les courants géostrophiques. Elles correspondent à des mouvements ondulatoires de la circulation atmosphérique qui résultent de la variation du paramètre de Coriolis avec la latitude. Contrairement aux ondes précédentes, les ondes de Rossby affectent directement le mouvement général de l'atmosphère à basse altitude [74, 148].

Les ondes acoustiques et celles de gravité sont deux modes de propagation d'une perturbation du champ de pression. L'atmosphère est un milieu rendu inhomogène par un champ de gravité. Dans le cadre de l'hypothèse d'une atmosphère isotherme, le mode de propagation d'une perturbation de fréquence f est déterminé en fonction de la valeur de f par rapport à la fréquence de coupure acoustique N_{ac} et à la fréquence de Väisälä-Brunt N_{VB} . Ces fréquences caractéristiques s'expriment formellement par :

$$\begin{cases} N_{ac} = c_0 \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial^2 \rho_0}{\partial z^2}} \\ N_{VB} = \sqrt{-\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} - \frac{g^2}{c_0^2}} \end{cases} \quad (1.2)$$

avec ρ_0 la masse volumique moyenne, c_0 la vitesse du son et g l'accélération de la gravité. La fréquence de coupure N_{ac} est la fréquence minimale des ondes acoustiques. Au voisinage de cette fréquence, et en deçà, les infrasons sont dispersés (§2.3.1). La fréquence de Väisälä-Brunt quantifie l'équilibre entre la flottabilité (ou poussée d'Archimède) et la force externe de gravité. Pour une perturbation de fréquence inférieure à N_{VB} , le mode de propagation est celui des ondes de gravité (§2.3.2). Par ailleurs, pour $N_{VB}^2 < 0$, le déséquilibre entre la flottabilité et la force de gravité rend le milieu instable [90].

Pour une atmosphère isotherme, la fréquence de coupure acoustique est toujours supérieure à la fréquence de Väisälä-Brunt. La gamme des fréquences comprises entre N_{ac} et N_{VB} est le domaine des ondes de Lamb [58]. Pour une atmosphère réaliste, il n'est pas possible de développer une interprétation aussi simple (§2.3.2). De plus, N_{ac} n'est pas toujours supérieure à N_{VB} et il peut alors y avoir un mode de propagation couplé acoustique-gravité [102].

Les évolutions de N_{ac} et de N_{VB} sont tracées à la figure 1.5.b en fonction de l'altitude. La figure 1.2 fournit un exemple de la géométrie des champs de pression associés aux ondes acoustiques et aux ondes de gravité. Les développements mathématiques qui conduisent à ces résultats sont présentés et discutés à la section §2.3.2. Dans le cadre de cette étude, l'intérêt se porte uniquement sur le mode de propagation acoustique.

1.2 Caractérisation des infrasons

Cette section présente les caractéristiques générales des ondes infrasonores. Dans une première partie, les principes de la réfraction sont introduits. Les différentes phases infrasonores sont détaillées dans un deuxième temps. Puis, les sources acous-

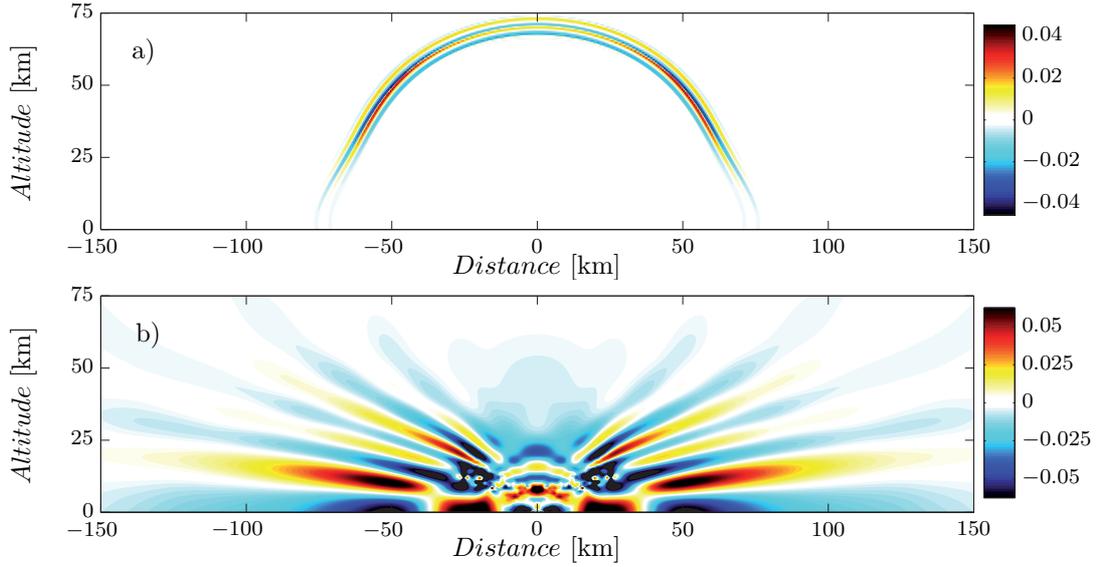


FIGURE 1.2 – Modes de propagation des perturbations dans l’atmosphère.
 (a) Ondes acoustiques, champs acoustique normalisé Ψ/Ψ_s à $t = 200$ s pour une excitation au sol d’amplitude $p_s = 2000$ Pa et de fréquence 0.1 Hz
 (b) Ondes de gravité, champs acoustique normalisé Ψ/Ψ_s à $t = 2000$ s pour une excitation au sol d’amplitude $p_s = 2000$ Pa et de fréquence 0.01 Hz
 Nota : $\Psi = p' \sqrt{\rho_0(z)}$ et $\Psi_s = p_s \sqrt{\rho_{0,\text{sol}}}$ (§4.1.8)

tiques sont brièvement présentées. Les phénomènes physiques influençant la propagation sont évoqués un à un dans les parties suivantes. Ces éléments sont discutés en détails dans la thèse de Gainville [55] et dans [111], un ouvrage de référence pour l’étude des infrasons atmosphériques.

1.2.1 Réfraction des ondes infrasonores & guides d’onde

Les inhomogénéités de grande échelle imposées par l’évolution verticale de la température et des vents produisent des variations de la vitesse du son effective c_{eff} avec l’altitude. Ces variations de c_{eff} sont à l’origine de la réfraction des infrasons et entraînent la constitution de guides d’onde qui piègent l’énergie acoustique. Celle-ci se propage alors à très grande distance. Les résultats obtenus par l’acoustique géométrique (§1.3.2) permettent de comprendre intuitivement ce phénomène. La figure 1.3 est un tracé des rayons acoustiques calculés par cette méthode.

Seuls les guides d’onde qui sont en contact avec le sol permettent d’observer les ondes qui y transitent. Les guides principaux sont les guides thermosphériques, stratosphériques et troposphériques. Ils sont désignés par la couche dans laquelle les ondes sont réfractées. Par ailleurs, des guides secondaires constitués autour de la tropopause ou de la mésopause piègent les ondes en altitude sans les réfracter jusqu’au sol. Les ondes qui y sont piégées ne sont pas observables depuis le sol [55].

L’existence simultanée de ces guides entraîne une division du front d’onde initial en différentes phases. Ces phases sont définies en fonction de leur trajectoire (cf. figure 1.3). Parce que chacune d’elles suit un *chemin* qui lui est propre, leurs temps

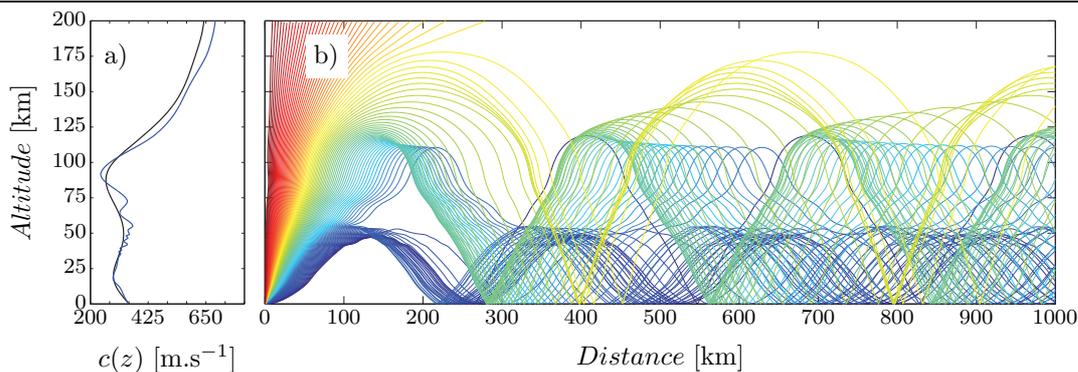


FIGURE 1.3 – Réfraction des infrasons par les gradients de la vitesse du son.
 (a) Vitesse du son c_0 et vitesse effective du son $c_{\text{eff}} = c_0 + v$ en fonction de l'altitude
 (b) Tracé des rayons de l'acoustique géométrique
 (vitesse du son : (—) c_0 , (—) c_{eff} ; rayons colorisés en fonction de l'angle de tir)

de propagation respectifs jusqu'à une station de mesure sont généralement différents. Les enregistrements microbarographiques les font alors apparaître avec différents temps d'arrivée, ce qui permet de les distinguer et d'étudier leur signature propre (cf. figure 1.4).

1.2.2 Nomenclature des phases infrasonores

Pour les sources au sol, les différentes phases mises en jeu ont été activement étudiées et classifiées. Elles sont définies et discutées en détails dans les publications de Kulichkov [84, 85] et dans la thèse de Gainville [55]. Elles sont notées I_a où a indique la nature de la phase et peut être incrémenté pour tenir compte du nombre de réflexions au sol d'une même phase (exemple : $I_a I$ pour la première réflexion, $I_a II$ pour la deuxième, etc...). Ces phases infrasonores sont brièvement présentées ci-après, des plus communes aux plus singulières.

Les phases stratosphériques I_s sont réfractées au niveau de la stratopause à environ 50 km d'altitude. Généralement, le gradient de c_0 ne permet pas à lui seul une réfraction dans cette zone et il doit donc être suppléé par des conditions particulières de vent. La réfraction de ces phases dépend donc de la direction de propagation (figure 1.3, rayons bleus).

Les phases thermosphériques I_t sont réfractées au delà de 90 km d'altitude par le fort gradient positif de c_0 . Elles se propagent dans le guide d'onde thermosphérique par rebonds successifs entre le sol et la thermosphère. Elles sont généralement classées dans deux catégories. D'une part les phases thermosphériques basses (I_{ta}), dont la réfraction à environ 110 km d'altitude forme la caustique thermosphérique (figure 1.3, rayons verts). Et d'autre part les phases thermosphériques hautes (I_{tb}) qui sont réfractées à très haute altitude (figure 1.3, rayons jaunes). Du fait de leur atténuation en haute atmosphère, ces dernières n'ont jamais été mises en évidence expérimentalement.

Les phases troposphériques I_w sont réfractées en deçà de la tropopause. L'existence de ces phases est conditionnée par la présence d'un fort vent portant en

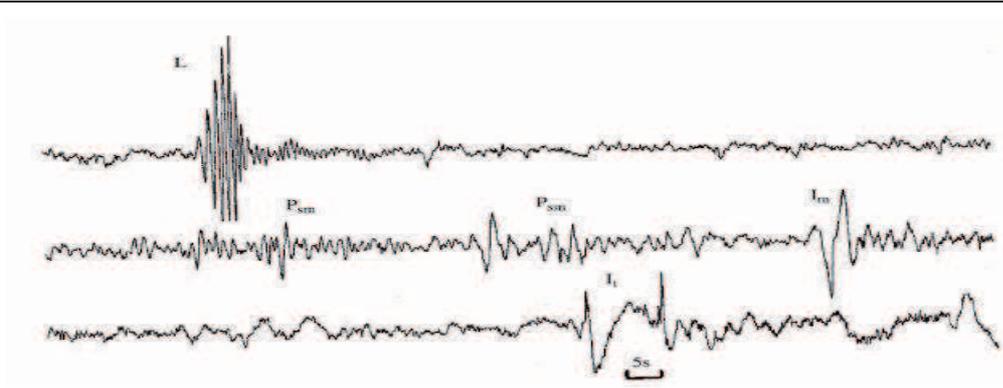


FIGURE 1.4 – Exemple d'un enregistrement microbarographique.

Signature en pression de l'explosion au sol d'une charge d'environ $50 t_{\text{TNT}}$ enregistrée à 300 km de la source, les trois signaux se succèdent dans le temps (d'après Kulichkov [84])

((L) onde de Lamb, (P_{sm}) phases strato-mésosphériques partiellement réfléchies, (I_{m}) phase mésosphérique, (I_{t}) phase thermosphérique)

troposphère et dépend donc de la direction de propagation. Leur amplitude décroît rapidement avec la distance.

Les phases mésosphériques I_{m} résultent de la réflexion partielle des infrasons sur des forts gradients locaux de la vitesse du son effective. Ces forts gradients procèdent soit d'une inversion brutale de température, soit d'une inversion brutale de la direction des vents. Ces phases sont distinguées des réflexions et réfractions partielles par leur signature temporelle caractéristique qui se rapproche de celle des phases thermosphériques (cf. figure 1.4).

Les réflexions et réfractions partielles P ont une origine proche de celle des phases mésosphériques. Elles sont dues aux petites structures verticales de c_{eff} en stratosphère ou en mésosphère. Ces structures sont induites par des variations locales de température ou de vent. Elles peuvent aussi être dues à des structures turbulentes en feuillets. Les enregistrements temporels de ces phases partielles semblent aléatoires. Elles ont néanmoins une cohérence spatiale qui souligne l'étendue des couches sur lesquelles elles sont réfléchies. Les phases partielles, ainsi que les phases mésosphériques, sont généralement réfléchies vers le sol à la verticale de la source. Elles se propagent alors au sein de la zone d'ombre au cours de leur trajectoire descendante.

Les phases diffractées I_{d} ne sont pas des phases au sens strict de l'acoustique géométrique. En effet, elles résultent de la diffraction aux frontières des guides d'ondes, au voisinage des caustiques et en bordure des zones d'ombre. Elles sont donc issues d'autres phases dont la trajectoire a été altérée. Les infrasons ont une longueur d'onde très inférieure à la longueur caractéristique des variations de c_0 . De ce fait, l'influence de la diffraction peut être considérée comme proportionnelle à $1/f^a$, avec $a > 0$ [24]. En d'autres termes, la diffraction affecte principalement les basses fréquences du spectre acoustique.

Les ondes rampantes sont des ondes qui se propagent à très grande distance en

longeant le sol. Leur fréquence est très basse, elles sont donc peu atténuées. Elles pénètrent dans les zones d'ombres. Ces ondes vérifient le principe de Fermat du minimum de temps de propagation. Elles résultent de la diffraction à l'aval de la zone d'incidence au sol des caustiques et sont formées par la réflexion au sol des phases diffractées. Elles peuvent être modélisées par la *théorie géométrique de la diffraction* [79, 30]

1.2.3 Sources infrasonores

Les sources infrasonores sont multiples. Sur la base des travaux de classification de McKisic [99] et de Campus & Christie [25] les sources majeures sont présentées à la table 1.1. Ces sources peuvent être distinguées par leur durée d'émission. Les sources telles que la houle océanique, les tsunamis ou les ondes de montagnes émettent sur de longues durées. Elles permettent d'étudier les évolutions des conditions de propagation. Les sources telles que les explosions, les éruptions volcaniques explosives ou les éclairs produisent des perturbations ponctuelles dans le temps mais leurs gammes fréquentielles sont plus larges. Dans le cadre de cette étude, l'intérêt est uniquement porté sur les sources de nature explosive et localisées au sol. Leurs durées d'émission sont très courtes et les ondes qu'elles génèrent ont un contenu spectral très large qui peut d'ailleurs s'étendre jusque dans le domaine audible (> 20 Hz). Toutefois, à grande distance, l'essentiel de l'énergie acoustique est porté par des fréquences comprises entre 0.01 et 1 Hz [25, 55].

1.2.4 Amplification par l'inhomogénéité de grande échelle

Pour une onde acoustique se propageant dans un milieu inhomogène l'énergie est conservée mais le rapport p'/p_0 n'est pas constant et évolue proportionnellement à $1/\sqrt{\rho_0}$ (§2.3.1). Ainsi, le rapport p'/p_0 est amplifié ou atténué suivant que l'onde se propage dans la direction d'un gradient de masse volumique ρ_0 négatif ou positif. Pour s'affranchir de cet effet d'amplification, il est commode d'introduire le changement de variable proposé par Bergmann [11] :

$$\Psi = \frac{p'}{\sqrt{\rho_0}} \quad (1.3)$$

avec p' la perturbation acoustique et ρ_0 le champ de masse volumique moyen. Étant donnée sa dimension¹, la grandeur Ψ n'est pas une quantité physique directement accessible mais elle permet de retrouver une équation de propagation standard pour un milieu inhomogène. Pour une onde plane se propageant verticalement dans l'atmosphère, l'évolution de p'/p_0 s'exprime par :

$$\frac{p'}{p_0}(z) = \left(\frac{p_s}{\sqrt{\rho_{0,\text{sol}}}} \right) \frac{\sqrt{\rho_0(z)}}{p_0(z)}$$

avec $\rho_{0,\text{sol}}$ la masse volumique au sol et p_s l'amplitude de la source. Le terme entre parenthèses est constant, le second terme est le facteur d'amplification en fonction de l'altitude pour une source au sol. Le rapport p'/p_0 est tracé en fonction de l'altitude à la figure 1.5.a pour une perturbation initiale $p_s = 1$ Pa. Sa croissance exponentielle souligne l'importance de l'amplification.

Origine	Gamme fréquentielle [Hz]	Amplitude max. observée [Pa]	Distance max. de propagation [km]
Les sources anthropiques			
Explosions nucléaires atmosphériques	0.002 – 20	> 20	> 20 000
Explosions nucléaires de sous-sol	1 – 20	≈ 1	≈ 1 000
Explosions chimiques	0.05 – 20	≈ 10	> 5 000
Ponts & structures	0.5 – 20	≈ 0.5	< 100
Activités industriels	1 – 20	≈ 0.5	≈ 1 000
Avions supersoniques	0.3 – 20	≈ 10	≈ 5 000
Avions subsoniques	0.3 – 20	≈ 2	< 100
Les sources non-anthropiques			
Tornades	0.5 – 20	≈ 0.5	≈ 300
Fortes tempêtes	0.01 – 0.1	≈ 0.5	> 1 500
Eclairs / Sprites	0.5 – 20	≈ 2	≈ 50
Tsunamis	0.5 – 2	≈ 0.1	≈ 1 000
Houle océanique	0.12 – 0.35	≈ 5	≈ 10 000
Montagnes	0.007 – 0.1	≈ 5	≈ 10 000
Eruptions volcaniques	0.005 – 10	> 20	> 20 000
Séismes	0.005 – 10	≈ 4	> 10 000
Aurores	0.008 – 20	≈ 2	≈ 4 000
Météorites	0.01 – 20	> 10	> 20 000

TABLE 1.1 – Classification non-exhaustive des sources infrasonores.
Nota : les sources de nature explosive sont en bleu (d'après Campus & Christie [25])

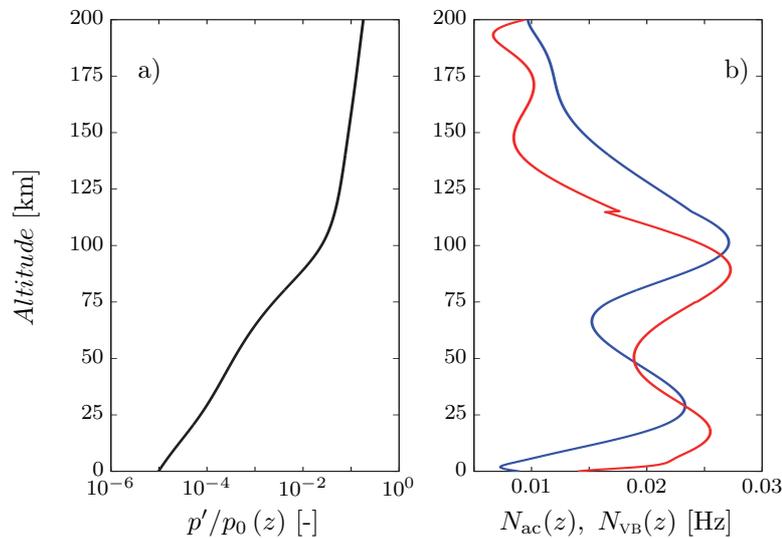


FIGURE 1.5 – Amplification et fréquences caractéristiques dans l'atmosphère.
(a) Amplification du rapport p'/p_0 pour une onde plane se propageant verticalement et d'amplitude initiale $p_s = 1$ Pa
(b) Fréquences de coupure acoustique N_{ac} et de Väisälä-Brunt N_{VB}
Nota : calculé pour le modèle d'atmosphère §1.4.3
(—) N_{ac} , (—) N_{VB} , (—) p'/p_0

Par ailleurs, c'est le changement de variable (1.3) qui permet de mettre en lumière la fréquence de coupure acoustique N_{ac} . Pour une atmosphère isotherme, N_{ac} se retrouve dans les expressions des vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g des ondes acoustiques :

$$v_\phi(\omega) = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{ac}}{\omega}\right)^2}} \quad v_g(\omega) = c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{ac}}{\omega}\right)^2}$$

avec $\Omega_{ac} = 2\pi N_{ac}$, la pulsation de coupure acoustique. Ces formules soulignent que les ondes dont la fréquence est comparable à N_{ac} sont dispersées, tandis que les ondes dont la fréquence est inférieure à N_{ac} sont évanescentes. Le profil vertical de N_{ac} est tracé pour le modèle d'atmosphère réaliste à la figure 1.5.b. Cette fréquence de coupure acoustique est de l'ordre d'une dizaine de milli-Hertz, ses effets dispersifs devraient être significatifs pour des fréquences acoustiques inférieures à 0.03 Hz. Les développements mathématiques conduisant à ces résultats sont effectués et discutés à la section §2.3.

1.2.5 Effets non linéaires

Lorsque l'amplitude des perturbations acoustiques p' n'est pas négligeable par rapport à la pression moyenne p_0 , la propagation ne peut plus être considérée comme linéaire car l'amplitude de la perturbation modifie sa vitesse de propagation. La propagation des ondes acoustiques non linéaires est discutée en détails dans les manuels de Enflo & Hedberg [48], de Pierce [113] ou de Whitham [154]. Les effets non linéaires sont cumulatifs avec la distance et leur intensité dépend du rapport p'/p_0 . Pour un paquet d'onde initialement linéaire et formé d'un nombre restreint d'oscillations d'égales périodes, deux étapes peuvent être distinguées (cf. figure 1.6).

Dans un premier temps, l'onde se raidit et des chocs se forment progressivement, cette étape développe les hautes fréquences du spectre acoustique. Elle prend fin lorsque les chocs sont formés. La signature de l'onde a alors la forme d'un N, ou d'une série de N, caractéristique des ondes non linéaires choquées. Au niveau des chocs, les champs de pression p , de masse volumique ρ et de vitesse \mathbf{v} sont alors discontinus. À ce stade, si l'onde initiale est périodique, l'intervalle de temps entre chaque choc est égal à la période acoustique initiale, la fréquence fondamentale n'a donc pas été modifiée.

Dans un second temps, les chocs subissent l'action de leur propre amplitude. Les surpressions se propagent à des vitesses supérieures à c_0 tandis que les sous-pressions se propagent à des vitesses inférieures à c_0 . Il en résulte qu'une onde en N voit sa longueur d'onde s'allonger. Dans le cas d'un paquet d'onde avec plusieurs périodes, les chocs de plus grandes amplitudes sont plus fortement affectés. Une signature en *série de N* se transforme donc progressivement en une signature avec un N unique. En conséquence de cet allongement de la longueur d'onde, le spectre acoustique se décale progressivement vers les basses fréquences.

Dans le cas de la propagation des infrasons ces effets non linéaires jouent un rôle crucial. En effet, non seulement les amplitudes ne sont pas négligeables devant la pression moyenne, mais surtout, le rapport p'/p_0 est fortement amplifié par la

1. $[\Psi] = \text{Pa} \cdot \text{m}^{3/2} \cdot \text{kg}^{-1/2}$.

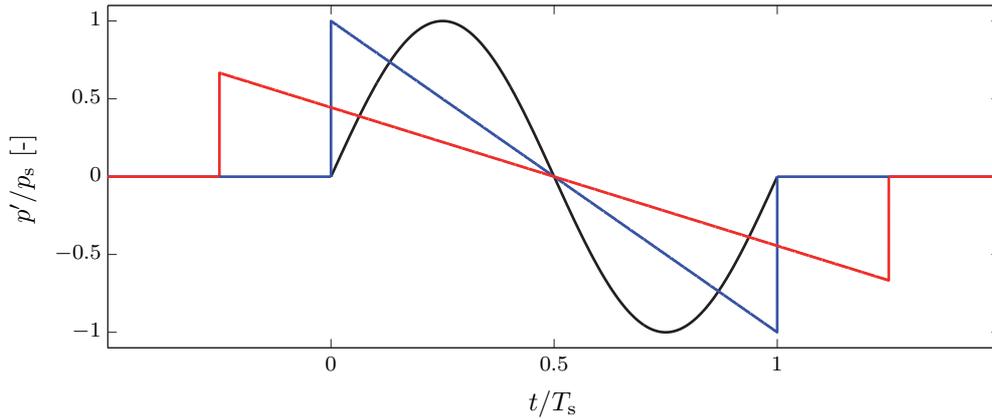


FIGURE 1.6 – Transformation des signatures par les effets non linéaires. (—) onde initial, (—) étape 1 - formation des chocs, (—) étape 2 - allongement de la longueur d'onde

décroissance exponentielle de la masse volumique avec l'altitude. En outre, les distances de propagation sont suffisamment importantes pour que la signature et le spectre de l'onde soient considérablement altérés. Par ailleurs, pour le cas particulier des ondes issues d'explosions, l'onde acoustique est immédiatement choquée et la seconde étape de la transformation des signatures acoustiques débute très rapidement.

L'influence des effets non linéaires sur les ondes infrasonores a été observée dans le cas des ondes générées par les rentrées météoritiques [126, 47], par les explosions de fortes amplitudes [121, 56, 15] et par les avions supersoniques [70, 55].

1.2.6 Absorption et dispersion des ondes infrasonores

Pour un gaz polyatomique chimiquement inerte, quatre mécanismes distincts induisent une absorption et une dispersion des ondes acoustiques. Les deux plus connus sont dus à la viscosité de cisaillement μ et à la conductivité thermique κ . Le troisième résulte de la relaxation de l'énergie interne de rotation des molécules et se rapporte à la viscosité de volume μ_v . Enfin le dernier est lié à la relaxation de l'énergie interne de vibration moléculaire.

Quantification de l'absorption acoustique

L'absorption est classiquement quantifiée en Neper par mètre (Np.m^{-1}). Cette unité est comparable au décibel par mètre mais utilise une échelle logarithmique népérienne à la place d'une échelle logarithmique décimale.

La conversion des Np.m^{-1} en % de pertes sur l'amplitude p' d'une onde acoustique plane et linéaire est donnée par la relation :

$$\frac{|p' - p_s|}{p_s} = 1 - \exp\left(-\frac{\alpha d}{2}\right)$$

avec p_s l'amplitude de la source en Pa, α l'absorption en Np.m^{-1} et d la distance de propagation. Un abaque de conversion est fourni à la figure 1.7. Pour une onde

se propageant sur une distance de l'ordre de 1000 km, une dissipation de l'ordre $10^{-8} \text{ Np.m}^{-1}$ a un impact très faible sur l'amplitude ($< 0.5\%$), ainsi, en deçà de $10^{-8} \text{ Np.m}^{-1}$, les effets dissipatifs sont marginaux et peuvent être négligés.

Absorption classique par les flux thermovisqueux

L'absorption classique regroupe les phénomènes dissipatifs liés aux flux thermiques et aux viscosités de cisaillement et de volume. Ces termes sont regroupés sous l'appellation de *flux thermovisqueux*. Leur impact dispersif est de l'ordre du carré de la viscosité de cisaillement μ et il est usuellement négligé [45]. L'absorption classique, notée α_{cl} , est proportionnelle d'une part au carré de la fréquence acoustique et d'autre part au rapport μ/ρ_0 (§2.2.2). Pour les infrasons, elle est marginale à basse altitude, mais elle devient prépondérante à haute altitude du fait de la décroissance exponentielle de la masse volumique. Elle est ainsi responsable de la dissipation très importante des phases thermosphériques qui se propagent au delà de 120 km d'altitude. L'absorption classique par longueur d'onde en fonction de l'altitude est tracée à la figure 1.8.c pour une onde de fréquence 0.1 Hz.

Absorption & dispersion par la relaxation de la vibration moléculaire

Les mécanismes liés à la vibration interne des molécules sont plus exotiques et ne concernent que les molécules polyatomiques. Leur prise en compte nécessite une reformulation assez complexe des équations descriptives du mouvement car ces phénomènes sont définis hors équilibre thermodynamique (§2.1.1). L'intensité de la dispersion et de la dissipation par la relaxation évolue en fonction du rapport entre la fréquence acoustique et la fréquence caractéristique de vibration propre à chaque espèce (§2.2.3). Dans le cas de l'atmosphère, seules les molécules de N_2 , de O_2 , de CO_2 et de O_3 sont en concentration suffisante pour jouer un rôle non négligeable [136], leurs fréquences de vibration sont tracées à la figure 1.14 en fonction de l'altitude. La dispersion et la dissipation par la relaxation de la vibration sont tracées à la figure 1.8 pour une onde de 0.1 Hz. Elles sont respectivement notées Δc_β et α_β , où β est un indice qui désigne une des quatre espèces polyatomiques.

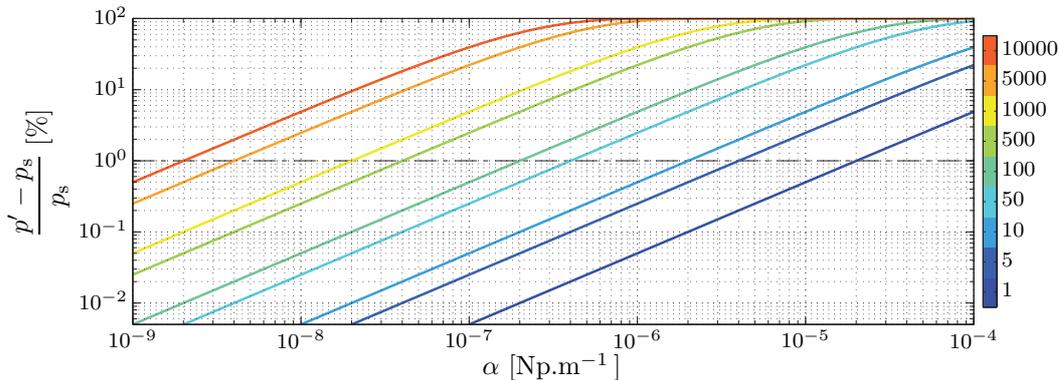


FIGURE 1.7 – Abaque de conversion Np.m^{-1} – perte relative sur p' en $\%$. Abaque établi pour une onde plane linéaire, avec p_s l'amplitude à la source (colorisation en fonction de la distance de propagation en km)

Les niveaux de dissipation et de dispersion de l'ozone sont largement masqués par les effets des trois autres constituants et peuvent être négligés. Les effets principaux apparaissent autour de la stratopause (par la vibration de N_2) et de la mésopause (par la vibration de O_2 et CO_2). Néanmoins, le coefficient d'absorption maximal relevé est de $2.62 \times 10^{-8} \text{ Np.m}^{-1}$ (α_{CO_2} à 105 km d'altitude), ce qui ne correspond qu'à une perte de 0.65% de l'amplitude d'une onde linéaire de 0.1 Hz sur une distance de 500 km (cf. abaque 1.7).

Une discussion formelle et détaillée des phénomènes de dissipation et de dispersion est proposée à la section §2.2. Ces mécanismes y sont étudiés sur la base des développements mathématiques de l'acoustique linéaire.

1.2.7 Focalisation des ondes - Caustiques & zones d'ombres

Les multiples réfractions qui impactent les infrasons atmosphériques sont à l'origine de phénomènes de focalisation des ondes. Les principes de la focalisation acoustique sont similaires à la focalisation de la lumière. Ils sont généralement traités à partir de la théorie de l'acoustique géométrique qui étudie les ondes sonores en termes de rayons le long desquels l'énergie se propage. La focalisation de ces rayons génère deux situations antagonistes, d'une part les caustiques qui sont des points où plusieurs rayons acoustiques se croisent, et d'autre part les zones d'ombres caractérisées par l'absence de rayons.

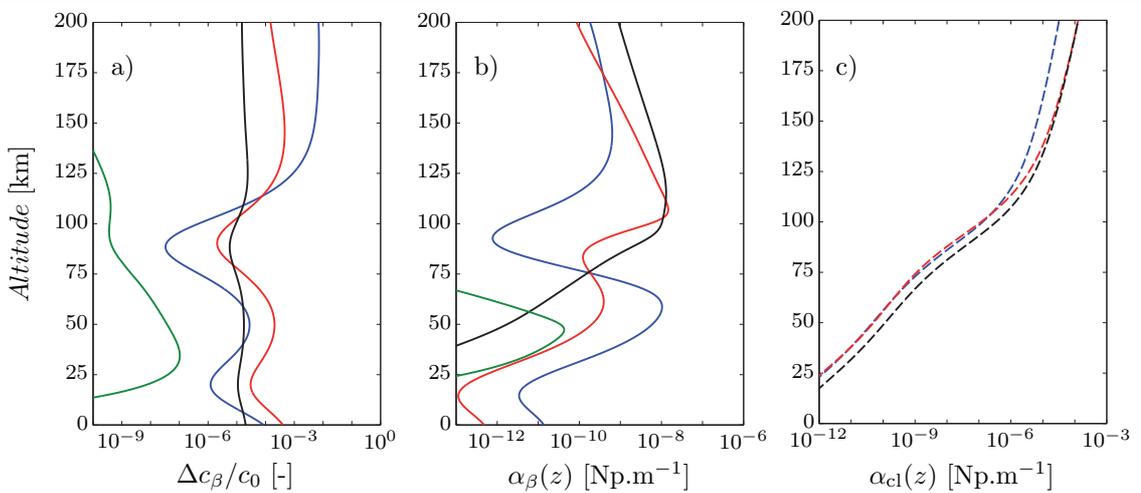


FIGURE 1.8 – Absorption et dispersion des infrasons dans l'atmosphère.

- (a) Dispersion par la relaxation de l'énergie interne de vibration pour $f = 0.1 \text{ Hz}$
 (b) Absorption par la relaxation de l'énergie interne de vibration pour $f = 0.1 \text{ Hz}$
 (c) Absorption classique pour $f = 0.1 \text{ Hz}$

Nota : calculé pour le modèle d'atmosphère §1.4.3

(Relaxation de la vibration : (—) N_2 , (—) O_2 , (—) CO_2 , (—) O_3 ; absorption classique : (---) viscosité de cisaillement, (---) viscosité de volume, (---) conductivité thermique)

Caustiques

D'après la *théorie des catastrophes* [105], une caustique est une zone où l'énergie acoustique est focalisée. En acoustique géométrique, c'est un point de l'espace-temps où deux rayons se croisent. Par abus de langage, une caustique peut aussi désigner une surface dans l'espace formée d'un ensemble de caustiques voisines. Elles sont classifiées en fonction de la géométrie de cette surface. Pour les ondes infrasonores, deux catégories sont généralement observées, les caustiques plis qui correspondent à un *retournement* du front sur lui-même, et les caustiques cuspidées formées par deux caustiques plis qui se joignent en un point de rebroussement et qui forment un front d'onde en queue d'aronde.

Les caustiques sont définies comme des singularités d'amplitude du champ acoustique [105]. En acoustique géométrique, cette singularité est due à l'annulation de la section du tube de rayons au niveau du croisement de deux rayons voisins [105]. L'onde avant et après le passage par la caustique est désignée par incidente et réfléchie. Le comportement d'une onde au voisinage d'une caustique dépend de son régime de propagation (linéaire ou non linéaire).

Pour une onde linéaire formant une caustique pli, la signature de l'onde réfléchie est la transformée de Hilbert de l'onde incidente. Cette transformation est alors équivalente à un déphasage de $-\pi/2$ [23]. La diffraction est très importante à proximité des caustiques car elle permet la régularisation de la singularité d'amplitude [24]. Le champ de pression au voisinage des caustiques plis et cuspidées est respectivement donné par la fonction d'Airy et de Piercey [105].

En régime non linéaire, le traitement des caustiques est plus délicat. L'étude de la focalisation se limite généralement aux chocs faibles. Pour une onde incidente en N, la transformée de Hilbert fournit une onde réfléchie en U caractéristique [127, 31, 55]. Cette onde théorique présente une singularité logarithmique au niveau des chocs. Guiraud [65] montre que cette singularité est régularisée par les effets non linéaires et le champ de pression au voisinage d'une caustique pli peut alors se formuler par une équation de Tricomi non linéaire. Une résolution numérique de cette équation est fournie par Coulouvrat [31]. Pour des caustiques à la géométrie plus complexe, une discussion plus générale est proposée par Rosales & Taback [127].

Pour les infrasons atmosphériques la caustique thermosphérique est la caustique principale. Elle résulte de la focalisation des phases thermosphériques basses. Elle entre en contact avec le sol à environ 300 km de la source. Les niveaux acoustiques qui sont relevés dans cette zone sont très importants. Lorsque les conditions de vents permettent la réfraction des phases stratosphériques, une caustique, dite stratosphérique, est formée. Par ailleurs, les inhomogénéités de petite échelle, telles que les fluctuations de vent en stratosphère, sont à l'origine de la formation de caustiques mineures qui peuvent éventuellement alimenter les guides d'ondes secondaires qui piègent l'énergie acoustique en altitude [16].

Zones d'ombres

L'acoustique géométrique caractérise les zones d'ombre comme des régions de l'espace par lesquelles aucun rayon ne passe, ce qui conduit à un champ de pression discontinu aux frontières de la zone [55]. En réalité, l'énergie acoustique dans les zones d'ombre n'est pas nulle et la discontinuité du champ de pression est levée par

la diffraction. La zone d'ombre à l'aval d'un écran semi-infini est un cas d'étude académique, c'est la diffraction de Fresnel. Pour une onde linéaire, ce cas est traité en détails par Pierce [113] ou Buchal & Keller [24]. Pour une onde non linéaire dans la limite des chocs faibles, Coulouvrat & Marchiano [33] montrent que les effets non linéaires interviennent sur la pénétration du choc dans la zone d'ombre.

Dans le cas de la propagation atmosphérique, la zone d'ombre principale se situe au sol sur un intervalle compris entre environ 50 et 250 km par rapport à la source. Pour les infrasons, la diffraction de Fresnel n'est pas un cas pertinent puisque les zones d'ombre ne résultent pas d'un obstacle anguleux mais d'un gradient vertical de c_{eff} négatif au voisinage du sol [55]. Les ondes rampantes jouent alors un rôle important car, en longeant la surface, elles permettent à une partie de l'énergie acoustique de se propager dans la zone d'ombre. Ce phénomène de propagation des ondes rampantes est étudié par Pierce [113] pour des ondes linéaires. Pour des régimes de propagation non linéaires, une solution approchée est proposée par Coulouvrat [30]. Il utilise, d'une part, une analogie avec les problèmes transsoniques instationnaires et d'autre part, il introduit dans la théorie linéaire une vitesse locale du son exprimée en fonction de l'amplitude locale de l'onde acoustique. Ses travaux montrent non seulement que ces ondes diffractent de l'énergie vers des altitudes plus élevées et peuvent ainsi réduire l'étendue de la zone d'ombre, mais encore que les effets non linéaires ne sont pas déterminants contrairement au cas des caustiques. Par ailleurs les mécanismes de diffraction en bordures de guide d'onde ou au voisinage des caustiques jouent aussi un rôle dans la réduction de la zone d'ombre proche de la source.

1.2.8 Réflexion au sol

Les études de l'influence des surfaces de réflexions sont peu nombreuses pour ce qui est des infrasons. Pour des fréquences assez élevées, de l'ordre de 10 Hz, les travaux de Madshus *et al.* [97] montrent qu'il peut y avoir un couplage entre les ondes acoustiques et des ondes sismiques du fait d'une impédance de sol finie. Ces processus de conversion d'ondes sont rapportés pour le cas du bang sonique par Plotkin [117]. Par ailleurs, la rugosité et, à plus grande échelle, la topographie jouent aussi un rôle [44]. Les études de Chambers [27] soulignent par exemple que la rugosité modifie l'amplitude des ondes rampantes. Néanmoins, pour des ondes dont la fréquence est comprise entre 0.1 et 1 Hz, ces effets semblent assez limités et l'hypothèse d'une réflexion totale et spéculaire est usuellement admise.

1.2.9 Rotondité de la Terre

À l'échelle des infrasons, la rotundité de la Terre a une influence sur les distances de propagation et donc sur les temps d'arrivée. Cette influence est plus forte pour les phases qui se propagent à haute altitude. Gainville [55] quantifie les différences dans les temps d'arrivée en comparant les résultats de tracés de rayons effectués avec une Terre ronde par rapport à ceux réalisés avec une Terre plate. Pour les premiers rebonds des phases stratosphériques et thermosphériques, le retard dû à la rotundité est respectivement de 2.5 s et de 8.5 s. La rotundité semble donc avoir une influence non négligeable, mais le retard reste inférieur à la période de l'onde. À plus grande

distance, le cumul des retards pris à chaque rebond peut devenir important. Dans le cadre de ce travail, la rotondité sera néanmoins négligée.

1.3 État de l'art de l'étude des infrasons

Cette section propose un rapide état de l'art de l'étude de la propagation des infrasons. Les études expérimentales principales, réalisées au cours du XX-ème siècle sont d'abord présentées. Puis, les trois parties suivantes s'attachent à introduire les méthodes numériques les plus employées. Enfin, une expérience de propagation infrasonore de référence est évoquée dans une quatrième partie.

Les éléments présentés sont développés dans la thèse de Gainville [55]. Un historique des études expérimentales est donné par Evers & Haak [49]. Un état de l'art des méthodes de simulations numériques est fourni par Norris *et al.* [104]. L'expérience Misty-Picture, présentée dans la dernière partie, est analysée en détails par Gainville *et al.* [56] et dans les rapports techniques de Rascalou [121] et Blanc [15].

1.3.1 Études expérimentales

L'analyse faite par Verbeek [146] des ondes propagées par l'éruption du Krakatoa en 1883 est généralement considérée comme la première utilisation des infrasons dans une étude scientifique. Cette époque marque aussi le début des capteurs microbarographiques développés par Shaw & Dines [131]. Les premiers enregistrements importants concernent les ondes émises par la Grande Météorite de Sibérie, en 1908 [152]. Dans les premières décennies du XX-ème siècle, les études théoriques ont mis en évidence la structure générale du milieu de propagation et l'influence de la réfraction en haute atmosphère [144, 150]. Les études des infrasons générés par les champs de batailles de la Première Guerre ont souligné l'importance de la zone d'ombre au voisinage de la source et la directivité due aux champs de vents [145, 10].

Dans la seconde moitié du XX-ème siècle, du fait des essais nucléaires entrepris par différents pays, les études expérimentales se sont majoritairement orientées vers les ondes émises par des sources explosives. Ce type de source présente des intérêts particuliers [55]. Leurs impulsions sont de très courtes durées et les ondes enregistrées à grandes distances sont bien identifiées en temps et en position. Du fait qu'elles sont planifiées elles permettent de connaître précisément les conditions de propagation, voire même de les choisir. Enfin, l'instrumentation des stations de mesure peut être calibrée par avance.

Les enregistrements microbarographiques réalisés au cours de cette période ont permis d'étudier très en détails les signatures caractéristiques [99, 115] et d'établir des lois d'échelles empiriques reliant la charge explosive à la surpression enregistrée à une distance donnée. Une comparaison des différentes lois empiriques est réalisée par Stevens [134]. La loi de Whitaker [153] semble être une des plus convaincantes à grande distance. Elle s'exprime par :

$$\log_{10}(p'_{\max}) = 3.37 - 1.36 \log_{10} \left(\frac{d}{\sqrt{C_s}} \right)$$

avec p'_{\max} la fluctuation maximale de pression enregistrée au sol (en Pa), d la distance par rapport à la source (en km) et C_s la charge de la source (en kt_{TNT}).

Avec la fin des essais nucléaires, les sources infrasonores impulsionnelles sont devenues plus rares. Hormis quelques campagnes expérimentales comme l'expérience Misty-Picture (Nouveau-Mexique, 1987) ou les expériences Sayarin (Israël, 2009 & 2011), les données expérimentales sont majoritairement récoltées lors d'incidents industriels tels l'explosion d'un oléoduc en Belgique (2004) ou celle d'un dépôt de carburant à Buncefield (Angleterre, 2006), ou encore lors d'événements géophysiques comme les éruptions volcaniques [110].

Cependant, ces expériences sont limitées par la variabilité du milieu de propagation et elles ne permettent pas d'entreprendre des collections statistiques de grande envergure. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer de sources récurrentes et bien identifiées. Les enregistrements pluriquotidiens du bang sonique du Concorde durant une longue période ont permis d'étudier les évolutions journalières et saisonnières des conditions de propagation dans l'Atlantique nord [96, 149, 112, 55].

Du fait de la grande variabilité des conditions de propagation, l'analyse des expériences à l'échelle doit être complétée par des simulations numériques [104, 56]. Dans ce but, différentes méthodes ont été développées.

1.3.2 Acoustique géométrique

L'acoustique géométrique étudie la propagation des ondes sonores en termes de rayons acoustiques réfractés. Elle repose sur l'hypothèse haute fréquence, selon laquelle les dimensions caractéristiques des petites structures du milieu sont très supérieures à la longueur d'onde [55]. Cette hypothèse conduit à négliger la diffraction. Son implémentation numérique se divise en deux étapes. Les trajectoires des rayons acoustiques sont d'abord calculées par résolution de l'équation eikonale. Cette relation est une généralisation de la loi de Snell-Descartes qui détermine l'angle de réfraction local d'un rayon. Et dans un second temps, une signature acoustique synthétique est intégrée le long des tubes de rayons à l'aide d'une équation de transport. Suivant la relation employée, la signature tient compte des mécanismes d'absorption et des effets non linéaires. L'énergie acoustique localement convectée est déterminée par la surface de la section du tube de rayon.

La méthode géométrique est très utilisée pour l'étude de la propagation à longue distance car les trajectoires des différentes phases sont aisément identifiables [118, 55, 76]. De plus, son faible coût numérique permet de réaliser des études statistiques sur une large gamme de conditions de propagation [112]. Elle permet aussi d'étudier l'influence des vents, d'identifier les rayons propres [151], de réaliser des simulations en temps réel et d'étudier l'influence de la rotondité et de la topographie [55, 76]. Les versions 3D tiennent compte de la réfraction horizontale due aux vents [104].

1.3.3 Équations paraboliques

Les équations paraboliques sont une méthode alternative aux rayons qui permet de tenir compte de la diffraction. Ces équations décrivent la propagation de l'onde dans une direction privilégiée. L'obtention d'une équation parabolique à partir des équations hyperboliques de la mécanique des fluides nécessite une hypothèse de simplification.

Les équations paraboliques petit angle sont obtenues en supposant que l'amplitude acoustique varie lentement dans la direction privilégiée, ce qui conduit aux équations NPE et KZK [16, 7]. Elles tiennent compte de l'absorption [81] et des effets non linéaires dans la limite des chocs faibles. Leur limitation angulaire est néanmoins très pénalisante, elle est d'environ 15° à 20° .

Les équations paraboliques grand angle sont calculées par la reformulation de l'opérateur de propagation dans le domaine spectral, ce sont les équations WAPE [35]. Ces équations ne tiennent pas compte des effets non linéaires. La forme standard modélise l'advection par la célérité effective. Des formulations plus complexes permettent de reproduire les effets de la stratification [91], de la turbulence [35] ou du couplage des modes acoustique-gravité [92]. Leur limitation angulaire est d'environ 40° .

Les équations paraboliques reproduisent les effets de la diffraction, des topologies complexes et des sols impédants. Elles peuvent être résolues dans le domaine fréquentiel ou temporel [104]. Outre leurs restrictions angulaires, elles sont par ailleurs limitées sur la signature des sources acoustiques et les études 3D requièrent des méthodes $N \times 2D$ [104, 56] sauf pour quelques cas particuliers.

1.3.4 Méthodes de résolution directes

Les méthodes de résolution directes, dites *FDTD* pour *Finite-Difference Time-Domain* ou *FVTD* pour *Finite-Volume Time-Domain*, consistent à intégrer directement les équations de la mécanique des fluides dans le domaine temporel. Elles permettent de prendre en compte la totalité des mécanismes physiques influents tels que l'absorption et les effets non linéaires [155], ou la topologie [44] et l'impédance des sols [29]. Par ailleurs, elles n'imposent pas de restrictions fortes sur la source acoustique et n'ont pas de limitation angulaire.

La résolution des équations d'Euler linéarisées est habituellement préférée à celle des équations de Navier-Stokes. Cette approximation conduit à négliger l'absorption et les effets non linéaires [129, 107]. Ces derniers peuvent néanmoins être pris en compte dans la limite des chocs faibles en formulant la vitesse de propagation comme une fonction de l'amplitude de la fluctuation [116].

Le développement des méthodes numériques optimisées pour l'aéroacoustique permet désormais d'envisager des résolutions complètes ne nécessitant pas ces approximations [155]. Par ailleurs, Marsden *et al.* [98] proposent une résolution directe en utilisant les capacités de calculs des cartes graphiques. Leur méthode réduit fortement les temps de calculs et permet d'envisager, d'ici quelques années, des résolutions directes en temps réel pour des applications opérationnelles.

1.3.5 L'expérience Misty-Picture

L'expérience de propagation infrasonore Misty-Picture est un cas de référence. Elle a été réalisée par le Los Alamos National Laboratory qui invita le CEA à mettre en place ses propres capteurs. Elle s'inscrit dans un programme de grande envergure entrepris sur le site du White Sand Missile Range dans le désert du Nouveau-Mexique. Elle consiste en l'explosion d'une charge principale d'ANFO reproduisant

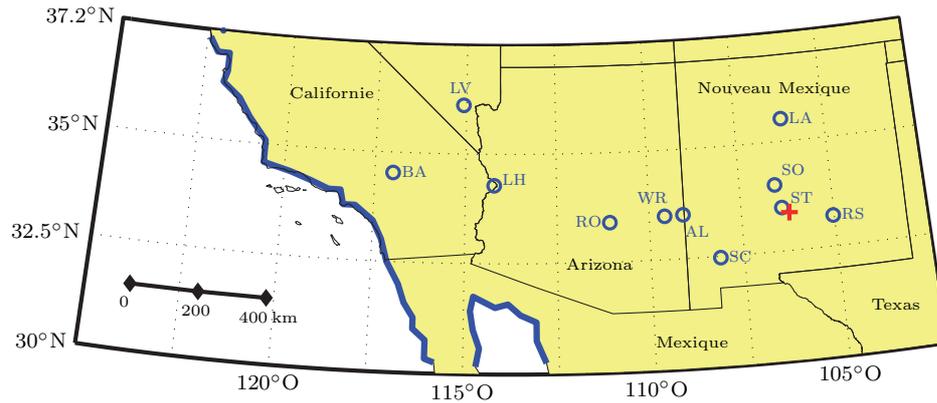


FIGURE 1.9 – Carte des stations principales de l'expérience Misty-Picture.
 (+) source, (o) station microbarographique
 Projection de Lambert, échelle de distance indicative au 32°N

une explosion nucléaire d'une charge² d'environ $4 \text{ kt}_{\text{TNT}}$ [56]. Les ondes émises par cette source ont été enregistrées sur un vaste territoire par un réseau de stations microbarographiques. La localisation des stations principales et du point source est fournie sur la carte 1.9. La table 1.2 liste les coordonnées géographiques et les positions de ces stations par rapport à la source. L'explosion principale a été précédée d'explosions de moindre importance destinées à calibrer les instruments de mesure et à sonder les conditions de propagation en haute atmosphère. En parallèle, des tirs de fusée-sondes et des mesures par ballons sondes ont permis de déterminer précisément les conditions de vent et de température depuis le sol jusqu'à environ 70 km d'altitude. Ces mesures sont ensuite raccodées aux modèles HWM-90 et MSIS-90 pour fournir des profils valables jusqu'à 180 km d'altitude.

Les enregistrements infrasonores sont présentés et analysés dans les travaux de Rascalou [121], Blanc [15] et Whitaker *et al.* [153]. Les données relatives aux conditions atmosphériques sont rassemblées et traitées par Reed *et al.* [123]. Enfin, cette expérience a été étudiée en détails par Gainville *et al.* [55, 56] qui confrontent les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par l'acoustique géométrique et l'équation parabolique grand angle standard. Pour ce travail, l'expérience Misty-Picture est la situation de référence. Les données atmosphériques de Reed *et al.* [123] sont utilisées à la section §1.4.3 pour établir les conditions atmosphériques des simulations. Un modèle de source spécifique a été développé pour reproduire la signature de l'explosion principale (§3.3.1). Les enregistrements expérimentaux sont finalement comparés aux résultats numériques de cette thèse à la section §4.5.

2. À titre de comparaison, la charge de Fat Boy, la bombe américaine larguée sur Hiroshima, était d'environ $14 \text{ kt}_{\text{TNT}}$.

Nom		Coordonnées		Alt. [m]	Position	
		Lat. N	Long. O		Dist. [km]	Az. [°]
Misty Picture	MP	33°37'12"	106°28'27"	1505.	0.00	0.00
Stallion	ST	33°19'12"	106°39'21"	1506.	27.88	-37.00
Socorro	SO	34°02'15"	106°53'51"	1400.	60.70	-40.00
River Side	RS	33°20'00"	105°03'42"	1524.	134.83	103.28
Silver City	SC	32°47'05"	108°14'42"	1829.	189.13	-118.92
Alpine	AL	33°50'47"	109°08'19"	2445.	247.67	-83.43
Los Alamos	LA	35°52'15"	106°19'44"	2280.	250.63	2.99
White River	WR	33°49'15"	109°58'00"	1597.	323.84	-84.99
Roosevelt	RO	33°40'14"	111°07'56"	674.	431.19	-87.96
Lake Havasu	LH	34°28'16"	114°21'05"	146.	731.72	-80.37
Las Vegas	LV	36°12'24"	115°08'07"	591.	840.10	-67.54
Barstow	BA	34°53'34"	117°00'15"	663.	977.58	-78.73

TABLE 1.2 – Liste des stations d’enregistrement de l’expérience Misty-Picture.
Nota : liste non-exhaustive

1.4 Modélisation de l’atmosphère

Les principes de la modélisation de l’atmosphère sont présentés dans cette section. Les modèles atmosphériques sont établis à partir de collections de données expérimentales et par l’utilisation de concepts théoriques. Dans un premier temps, les différentes techniques d’acquisition de ces données sont présentées. Les principaux modèles d’atmosphère sont introduits dans un second temps. La troisième partie détaille le modèle d’atmosphère réaliste développé pour entreprendre des simulations numériques directes de la propagation infrasonore. Les méthodes expérimentales employées pour collecter des données sont discutées par Fedele [50] ou Webb [148]. Les modèles atmosphériques sont recensés et détaillés dans le guide publié par l’*American Institute of Aeronautics and Astronautics* (AIAA) [133] mis à jour annuellement, par ailleurs les principes fondamentaux de la modélisation atmosphérique sont présentés dans le manuel de Jacobson [74].

1.4.1 Acquisition de données expérimentales

Les méthodes directes

Les méthodes directes consistent à effectuer des mesures *in situ* par l’envoi d’une sonde à haute altitude. En fonction des altitudes d’intérêt, différents procédés sont employés :

les ballons sondes et radiosondes utilisent un ballon rempli d’hélium qui emporte jusqu’à des altitudes d’environ 30 km une sonde équipée d’un thermomètre, d’un baromètre et d’un hygromètre. Au cours de son ascension, la sonde envoie par radio l’évolution de ses mesures à une station au sol. La trajectoire de la sonde est suivie par radar pour déterminer l’évolution des vents

avec l'altitude. Des mesures de ce type sont réalisées quotidiennement depuis plus de 1500 stations réparties sur toute la surface du globe. L'ensemble des données recueillies est regroupé dans la base IGRA (*Integrated Global Radiosonde Archive*) mise à jour par le NCDC (*National Climatic Data Center*) et consultable gratuitement [50, 148].

les sondes fusées permettent d'atteindre des altitudes plus élevées (de 20 à 80 km pour les fusées météorologiques classiques et jusqu'à 140 km pour les fusées météorologiques de haute altitude). La sonde est fixée dans la coiffe d'une fusée qui est ensuite tirée suivant une trajectoire ascensionnelle prédéterminée. Une fois l'altitude d'intérêt atteinte, la sonde se détache du booster et sa descente s'effectue alors avec un parachute. Outre les conditions thermodynamiques et la composition chimique, la convection horizontale par les vents est mesurée en suivant la trajectoire descendante de la sonde. Ce type de sondage est réalisé occasionnellement, à l'échelle locale lors d'une expérience précise qui nécessite une bonne connaissance des conditions en haute altitude, ou à une échelle plus vaste lors de campagnes expérimentales internationales. La centralisation des données recueillies est réalisée par le *Meteorological Rocket Network* créé en 1959 sous l'impulsion de l'*US Air Force* [6, 123, 148].

les sondes obus sont similaires aux sondes fusées et mesurent le même type de données. Leur propulsion depuis la surface est réalisée par mortier. Ceci impose d'utiliser des sondes supportant des accélérations substantielles lors de la mise à feu ce qui les rend plus onéreuses et plus difficiles à mettre en œuvre [50].

Les méthodes indirectes

Les méthodes indirectes reposent sur l'analyse de phénomènes atmosphériques observés depuis le sol ou depuis des satellites en orbite, elles utilisent :

la propagation des ondes acoustiques issues d'explosions. Ces dernières sont généralement réalisées au sol et un réseau de stations disséminées autour de la source enregistre les temps d'arrivée et les signatures acoustiques. Cette méthode tomographique permet de reconstruire l'évolution verticale de la célérité effective du son en fonction de la direction de propagation et conduit *in fine* à l'identification des profils verticaux de température et de vents. La mise en place du réseau de détection IMS (*International Monitoring System*) au cours de la dernière décennie provoque un intérêt croissant pour ce type de mesure. Ces techniques acoustiques sont valables jusqu'à des altitudes d'environ 120 km, au delà la dissipation atmosphérique atténue l'amplitude des ondes acoustiques [22, 51, 87].

la propagation des ondes radio qui permet de déterminer les profils de vents entre 50 km et 150 km d'altitude par l'analyse des phénomènes de réflexion et de dispersion [41, 42].

la propagation des lasers verticaux qui apporte des données sur la composition chimique, la température ou la densité. Cette méthode est essentiellement basée sur l'analyse de la dispersion. Elle renseigne jusqu'à des altitudes d'environ 120 km [50].

l'absorption du rayonnement solaire qui permet de déterminer la distribution des gaz ionisés, tels que l'ozone, jusqu'à environ 120 km d'altitude.

le rayonnement de l'atmosphère tel que le rayonnement infrarouge en basse atmosphère ($z < 50$ km) ou les aurores en haute atmosphère ($80 < z < 130$ km) et qui fournit des informations sur l'évolution de la composition et de la température en fonction de l'altitude [50].

les trainées météoritiques dont l'analyse par radar permet d'étudier précisément les vents, la turbulence, la densité et la température. Ce type de mesure est toutefois confiné entre 70 et 110 km d'altitude, là où les météorites sont vaporisées lors de leur entrée dans l'atmosphère [62, 132].

1.4.2 État de l'art des modèles atmosphériques

L'ensemble des données recueillies expérimentalement au cours de la seconde moitié du XX-ème siècle a permis d'établir des modèles atmosphériques. Un guide de référence publié par l'AIAA [133] recense de façon quasi-exhaustive l'ensemble de ces modèles. Quelques un des modèles globaux les plus employés sont brièvement présentés. Les profils de température de certains d'entre eux sont comparés à la figure 1.10.

US Standard Atmosphere 1976 est le modèle le plus connu. Il décrit les profils verticaux de température, de pression, de densité, de vitesse du son, des grandeurs thermophysiques (viscosité, conductivité thermique, etc...) et de la composition chimique de -5 à 1000 km d'altitude. Il est construit sur la base de mesures directes, principalement réalisées par fusées sondes, et par intégration de l'équation hydrostatique. Il ne modélise pas les vents atmosphériques. Ce modèle est disponible sous la forme de tables et de figures, mais aussi sous une forme logicielle accessible gratuitement [103].

COSPAR International Reference Atmosphere 2008 est dérivé du modèle empirique MSIS-86 et des modèles théoriques de Rees *et al.* [124, 125]. Il décrit l'évolution de la température, de la densité et de la composition chimique de 0 km à 2000 km d'altitude. Il détaille par ailleurs l'interdépendance entre la structure thermosphérique (température et densité), la composition chimique et le forçage par le rayonnement solaire. Ce modèle est disponible sous forme de tables et de figures, mais aussi une forme logicielle, accessible gratuitement.

ISO Reference Atmosphere for Aerospace Use 1982 emploie des mesures par ballons et radiosondes pour les données de basse atmosphère et par fusées-sondes pour les données de haute atmosphère. Il établit empiriquement le profil vertical de température entre 0 et 80 km. La pression et la densité sont obtenues par intégration de l'équation hydrostatique. Par ailleurs, une série de modèles spécifiques en sont dérivés tel qu'un modèle annuel pour 15° de latitude Nord ou quatre modèles saisonniers pour 30° , 45° , 60° et 80° de latitude Nord. Les profils de vents sont basés sur des observations et sur l'utilisation des vents conceptuels tels que les vents géostrophiques ou les vents du gradient. Ce modèle est disponible sous forme de tables et de figures uniquement [1, 2].

AFGL Atmospheric models sont une série de modèles proposés par l'*Air Force Geophysics Laboratory*. L'évolution de la composition chimique entre 0 et 120 km d'altitude est très détaillée. Ces profils sont établis par des mesures

essentiellement indirectes, notamment par laser vertical et analyse du rayonnement atmosphérique. Les profils de température sont mesurés jusqu'à 80 km par radiosondes et fusée-sondes. Les profils de pression et de densité sont obtenus par l'équation hydrostatique. Les données sont mises à jour mensuellement (de septembre à avril pour l'hémisphère Nord et de avril à novembre pour l'hémisphère Sud) pour des latitudes de 80° Sud à 80° Nord (par intervalle de 10°). Les profils de vents sont calculés par les méthodes conceptuelles. À l'exception du modèle de composition chimique pour lequel un logiciel est disponible, les modèles de l'AFGL sont accessibles sous forme de tables et de figures uniquement [77, 64, 4].

HWM93 est un modèle statistique définissant les vents atmosphériques à très haute altitude pour l'ensemble des latitudes et des longitudes en fonction de la date. Les données de ce modèle sont basées en grande partie sur des mesures effectuées par les satellites AE-E et DE-2. La circulation est considérée comme laminaire et seules les composantes horizontales sont donc définies. Ce modèle complète le modèle d'atmosphère MSIS-90, il est disponible sous la forme de tables et de figures, ainsi que sous une forme logicielle accessible gratuitement [66, 67].

Modèle de Sutherland & Bass est un modèle proposé pour des études acoustiques. Les données expérimentales sont issues des modèles USSA dans sa version de 1962 et des modèles ISO et AFGL. L'évolution verticale de la composition chimique, de la température, de la densité, de la pression et des variables thermophysiques sont détaillées, de même que l'ensemble des coefficients se rapportant aux phénomènes d'absorption et de dispersion des ondes acoustiques. Ce modèle se présente sous la forme de polynômes d'interpolation [136].

Modèle Misty-Picture est le résultat des mesures effectuées lors de l'expérience Misty-Picture (§1.3.5). Ces mesures sont détaillées dans le rapport de Reed *et al.* [123]. Ce n'est pas un modèle atmosphérique *stricto sensu*, mais il présente deux intérêts majeurs. D'une part, il est associé à une expérience de propagation infrasonore très documentée, et d'autre part, il reproduit les évolutions verticales de la température et des vents avec leurs petites structures verticales. Ces profils sont disponibles sous la forme de tables [123].

1.4.3 Modèle d'atmosphère pour la simulation numérique directe

Cette partie expose le modèle d'atmosphère développé pour entreprendre des simulations numériques directes de la propagation des infrasons. Les contraintes de stabilité d'une méthode de résolution directe ne permettent pas d'utiliser en l'état un des modèles d'atmosphère recensés précédemment. Dans un premier temps, les hypothèses physiques et les contraintes numériques employées pour établir le modèle d'atmosphère sont énoncées. La composition chimique détaillée est présentée dans une deuxième partie. Puis, les profils des conditions thermodynamiques et des variables thermophysiques sont définis. Enfin, dans une quatrième partie les profils de vents sont introduits et la stabilité générale de l'atmosphère ainsi simulée est discutée.

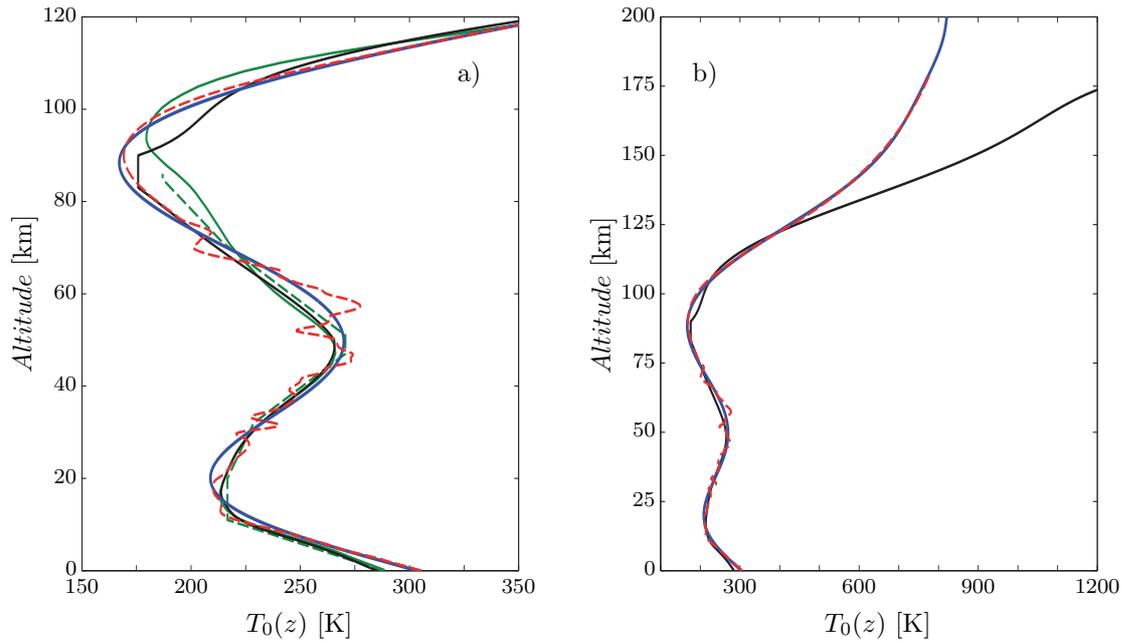


FIGURE 1.10 – Profils de température des modèles atmosphériques.
 (a) Profils de basse atmosphère (b) Profils de haute atmosphère
 ((—) modèle proposé, (---) données expérimentales de Reed *et al.* [123], (—) modèle de Sutherland & Bass [136], (—) COSPAR, (---) *US Standard Atmosphere 1976*)

Hypothèses physiques & contraintes numériques

D'après les éléments relatifs à la structure de l'atmosphère (§1.1), les hypothèses retenues pour établir un modèle réaliste sont que :

1. l'atmosphère est un milieu inhomogène stratifié et continu,
2. la stratification est uniquement verticale,
3. la composition est invariante dans le temps et dans la direction horizontale,
4. pour des échelles temporelles de l'ordre de l'heure et des échelles spatiales horizontales de l'ordre de la centaine de kilomètre les conditions sont invariantes,
5. la dynamique des écoulements est laminaire.

Par ailleurs, l'emploi d'un modèle d'atmosphère pour des simulations numériques directes impose que :

1. le modèle doit être défini par des fonctions dérivables et continues,
2. le modèle doit être en équilibre hydrostatique,
3. la stratification du modèle atmosphérique doit être stable,
4. les profils de vents ne doivent pas déstabiliser l'équilibre de la stratification à l'échelle de la durée des simulations.

Composition chimique

La composition chimique reproduit le modèle de Sutherland & Bass [136]. Ce modèle propose une composition chimique détaillée incluant la totalité des espèces dominantes (O_2 , N_2 , CO_2 , O_3 , O , N , Ar et H_2O). Les profils de fraction molaire sont établis par l'interpolation polynômiale par couches d'atmosphère de données expérimentales extraites des modèles AFGL, USSA et ISO. Dans certains cas, ces profils ne respectent pas les contraintes de continuité et de dérivabilité. Le cas échéant une méthode de correction est appliquée, elle est détaillée à l'annexe §A.1. Les profils de fraction molaire de O_2 , N_2 et O sont corrigés respectivement autour de 90 km, 76 km et 95 km d'altitude. Les coefficients des polynômes d'interpolation sont reportés en annexe A.3. À partir des fractions molaires X_i de chaque espèce, le profil de masse molaire totale $M(z)$ s'exprime par :

$$M(z) = \sum_i^n X_i(z)M_i \quad (1.4)$$

avec $X_i(z)$ le profil de fraction molaire de l'espèce i et $n = 8$ le nombre d'espèces. Les masses molaires M_i des différentes espèces sont fournies à la table 1.3, les profils verticaux des fractions molaires et de la masse molaire du gaz sont tracés à la figure 1.11. Les corrections apportées aux profils de Sutherland & Bass [136] induisent une légère déviation du profil de masse molaire autour de 100 km d'altitude.

Profils des variables thermodynamiques intensives

La définition du profil vertical de température est une étape déterminante pour le développement d'un modèle atmosphérique. La solution employée consiste à interpoler une collection de données expérimentales par un polynôme d'ordre élevé. Les données utilisées sont celles mesurées lors de l'expérience Misty-Picture [123]. Le polynôme interpolé est d'ordre 10, il est valable de 0 à 200 km d'altitude. Ses coefficients sont donnés à l'annexe §A.3. À partir du profil de température $T_0(z)$, le profil de pression est calculé en intégrant la loi de l'équilibre hydrostatique reformulée avec

Espèce i		M_i [kg.mol ⁻¹]
Oxygène	O	15.9994×10^{-3}
Dioxygène	O_2	31.9988×10^{-3}
Ozone	O_3	47.9982×10^{-3}
Azote	N	14.0067×10^{-3}
Diazote	N_2	28.0134×10^{-3}
Vapeur d'eau	H_2O	18.0153×10^{-3}
Dioxyde de carbone	CO_2	44.0095×10^{-3}
Argon	Ar	39.9480×10^{-3}

TABLE 1.3 – Masses molaires des constituants de l'atmosphère.

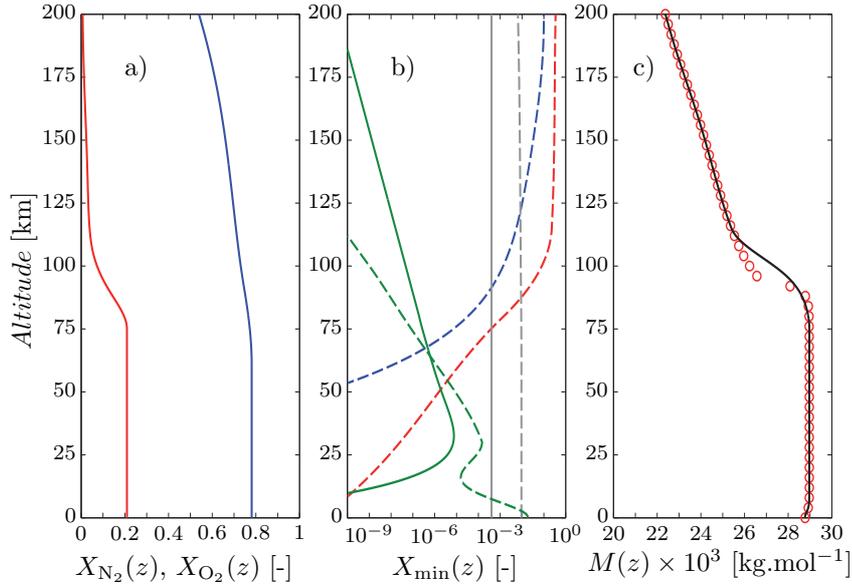


FIGURE 1.11 – Profils de composition chimique de l’atmosphère.

- (a) Fractions molaires des espèces majeures N_2 & O_2
 (b) Fractions molaires des espèces mineures N , O , CO_2 , Ar , O_3 & H_2O
 (c) Masse molaire
 (Fractions molaires : (—) X_{N_2} , (—) X_{O_2} , (---) X_N , (---) X_O , (—) X_{CO_2} , (---) X_{Ar} , (—) X_{O_3} , (---) X_{H_2O} ; Masse molaire : (—) modèle proposé, (o) modèle de Sutherland & Bass [136])

la loi des gaz parfaits :

$$\frac{\partial}{\partial z} \ln(p_0) = -\frac{g(z)M(z)}{R_U T_0(z)} \quad (1.5)$$

avec R_U la constante universelle des gaz parfaits et $g(z)$ l’accélération gravitationnelle terrestre, définie en fonction de l’altitude par la relation empirique :

$$g(z) = g_{\text{sol}} \left(\frac{R_T}{R_T + z} \right)^2 \quad (1.6)$$

avec R_T le rayon moyen de la Terre ($R_T \simeq 6378.137$ km) et g_{sol} l’accélération gravitationnelle au sol ($g_{\text{sol}} \simeq 9.81$ m.s⁻²). L’intégration numérique de $p_0(z)$ doit être réalisée avec soin pour minimiser l’erreur sur l’équilibre hydrostatique. La méthode numérique utilisée est décrite à l’annexe §A.2. Le profil de masse volumique moyenne $\rho_0(z)$ est finalement obtenu par la loi des gaz parfaits :

$$\rho_0(z) = \frac{p_0(z)M(z)}{R_U T_0(z)} \quad (1.7)$$

Les profils verticaux de température, de pression et de masse volumique, ainsi que le profil de vitesse du son $c_0 = \sqrt{\gamma_{\text{eq}} r T_0}$ sont reproduits à la figure 1.12. La vitesse du son au niveau de la stratopause ($z \simeq 55$ km) est inférieure à celle relevée au sol. D’après l’acoustique géométrique, en l’absence de vent, les phases stratosphériques ne peuvent donc pas être réfractées.

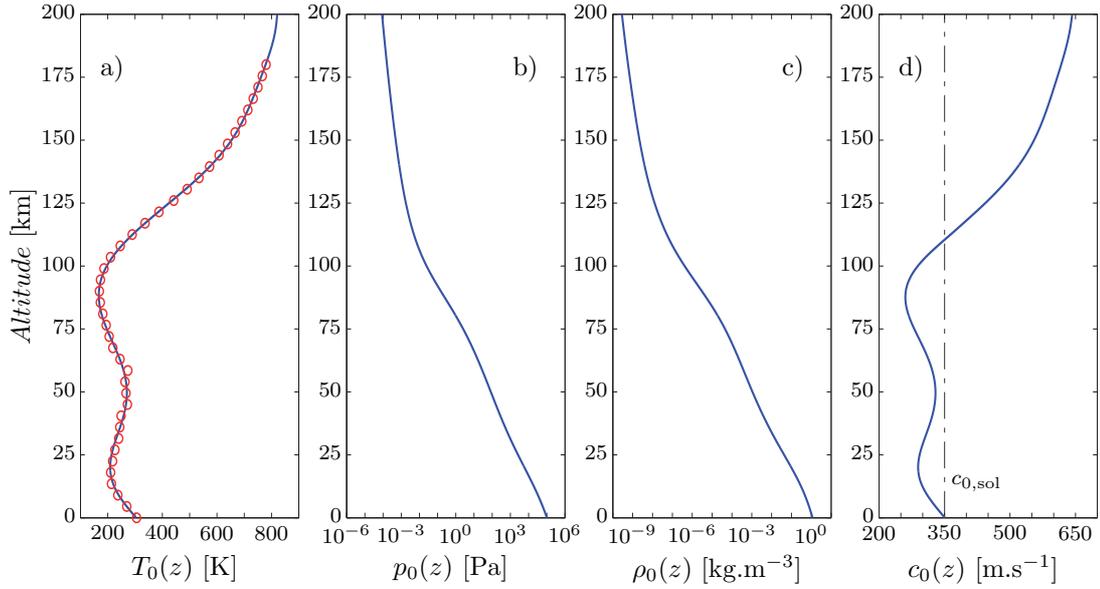


FIGURE 1.12 – Profils atmosphériques moyens des variables intensives.

- (a) Température T_0 (b) Pression p_0
(c) Masse volumique ρ_0 (d) Vitesse de propagation du son à l'équilibre c_0
((—) modèle proposé, (o) données expérimentales de Reed *et al.* [123])

Profils des variables thermophysiques

Les grandeurs thermophysiques telles que la conductivité thermique κ , la viscosité de cisaillement μ ou les capacités thermiques massiques c_p et c_v dépendent de la température. Dans un premier temps, l'évolution à l'équilibre thermodynamique du rapport $\gamma_{\text{eq}} = c_{p,\text{eq}}/c_{v,\text{eq}}$ en fonction de la température est donnée par la relation polynomiale de Sutherland & Bass [136] :

$$\gamma_{\text{eq}}(T_0) = a_0 + a_1 T_0 + a_2 T_0^2 + a_3 T_0^3 + a_4 T_0^4 + a_5 T_0^5 \quad (1.8)$$

avec $a_0 = 1.371$, $a_1 = 2.460 \times 10^{-4}$, $a_2 = -6.436 \times 10^{-7}$, $a_3 = 5.2 \times 10^{-10}$, $a_4 = -1.796 \times 10^{-13}$ et $a_5 = 2.182 \times 10^{-17}$.

Ainsi, l'évolution de γ_{eq} avec l'altitude est définie par $\gamma_{\text{eq}}(z) = \gamma_{\text{eq}}(T_0(z))$. Les profils $c_{p,\text{eq}}(z)$ et $c_{v,\text{eq}}(z)$ à l'équilibre sont ensuite obtenus par les relations usuelles :

$$\begin{cases} c_{v,\text{eq}}(z) &= \frac{r(z)}{(\gamma_{\text{eq}}(z) - 1)} \\ c_{p,\text{eq}}(z) &= c_{v,\text{eq}}(z) + r(z) \end{cases} \quad (1.9)$$

avec $r(z) = R_U/M(z)$ le profil de la constante spécifique des gaz parfaits.

La viscosité de cisaillement moyenne $\mu_0(z)$ est donnée en fonction de T_0 par la loi de Sutherland [136] :

$$\mu_0(z) = \mu_S \left(\frac{T_0(z)}{T_S} \right)^{1/2} \frac{1 + S_S/T_S}{1 + S_S/T_0(z)}$$

avec $T_S = 293.15 \text{ K}$ la température de référence. Les termes S_S , la température de Sutherland, et μ_S la viscosité de référence, dépendent de la composition du gaz. Ils sont établis pour la composition de l'air au niveau de la mer. D'après Sutherland & Bass [136], l'emploi de cette relation est une très bonne approximation de μ_0 , malgré les variations de la composition en haute atmosphère.

La conductivité thermique moyenne $\kappa_0(z)$ est exprimée proportionnellement à $\mu_0(z)$, d'où :

$$\kappa_0(z) = \kappa_S \frac{\mu_0(z)}{\mu_S}$$

Enfin, la viscosité de volume moyenne s'exprime proportionnellement à la viscosité de cisaillement, $\mu_{v,0} = C_\mu \mu_0$. Le rapport C_μ est donné en fonction de l'altitude par la relation empirique [136] :

$$C_\mu = \gamma_{\text{eq}} \frac{16}{175} \left(\frac{X_{\text{O}_2} + X_{\text{N}_2}}{0.9903} \right) \left(\frac{X_{\text{O}_2}}{54.1e^{-17.3/T(z)^{1/3}} + \frac{X_{\text{N}_2}}{63.3e^{-16.7/T^{1/3}}} \right)^{-1} \quad (1.10)$$

Les valeurs des paramètres μ_S , S_S et κ_S sont données à la table 2.3 (§2.1.4). Les évolutions avec l'altitude des variables thermophysiques calculées pour $T_0(z)$ sont reproduites à la figure 1.13.

Fréquences caractéristiques de la vibration moléculaire

Par ailleurs, le modèle de Sutherland & Bass [136] fournit aussi les profils des fréquences caractéristiques de la vibration moléculaire de N_2 , O_2 , CO_2 et O_3 . Ces fonctions sont détaillées ci-après, les profils sont tracés à la figure 1.14.

Diazote, N_2

$$f_{\text{N}_2}(z) = \frac{p_0(z)}{p_{0,\text{sol}}} \frac{\mu_{0,\text{sol}}}{\mu_0(z)} [E + F X_{\text{O}_3} + G X_{\text{H}_2\text{O}}] \quad (1.11)$$

avec $E = 9 e^{-19.9Tr}$; $F = 60000$; $G = 28000 e^{-4.17Tr}$; $Tr = [(T_{0,\text{sol}}/T_0(z))^{1/3} - 1]$.

Dioxygène, O_2

$$f_{\text{CO}_2}(z) = \frac{p_0(z)}{p_{0,\text{sol}}} \frac{\mu_{0,\text{sol}}}{\mu_0(z)} [A_1 + A_2 + Bh'(C + h')(D + h')^{-1}] \quad (1.12)$$

avec $A_1 = 24(X_{\text{O}_2} + X_{\text{N}_2}) e^{-6.16Tr}$; $A_2 = 2400(X_{\text{O}} + X_{\text{N}})$; $B = 40400 e^{10Tr}$; $C = 0.02 e^{-11.2Tr}$; $D = 0.391 e^{8.41Tr}$; $h' = 100(X_{\text{H}_2\text{O}} + X_{\text{O}_3})$.

Dioxyde de carbone, CO_2

$$f_{\text{CO}_2}(z) = \frac{p_0(z)}{p_{0,\text{sol}}} \frac{\mu_{0,\text{sol}}}{\mu_0(z)} Z \quad (1.13)$$

avec $Z = [HX_{\text{CO}_2} + I(X_{\text{O}_2} + 0.5 X_{\text{O}}) + J(X_{\text{N}_2} + 0.5 X_{\text{N}}) + K(X_{\text{H}_2\text{O}} + X_{\text{O}_3})]$; $H = 22000e^{-7.68Tr}$; $I = 15100e^{-10.4Tr}$; $J = 111500e^{-9.17Tr}$; $K = 8.48 \times 10^8 e^{9.17Tr}$.

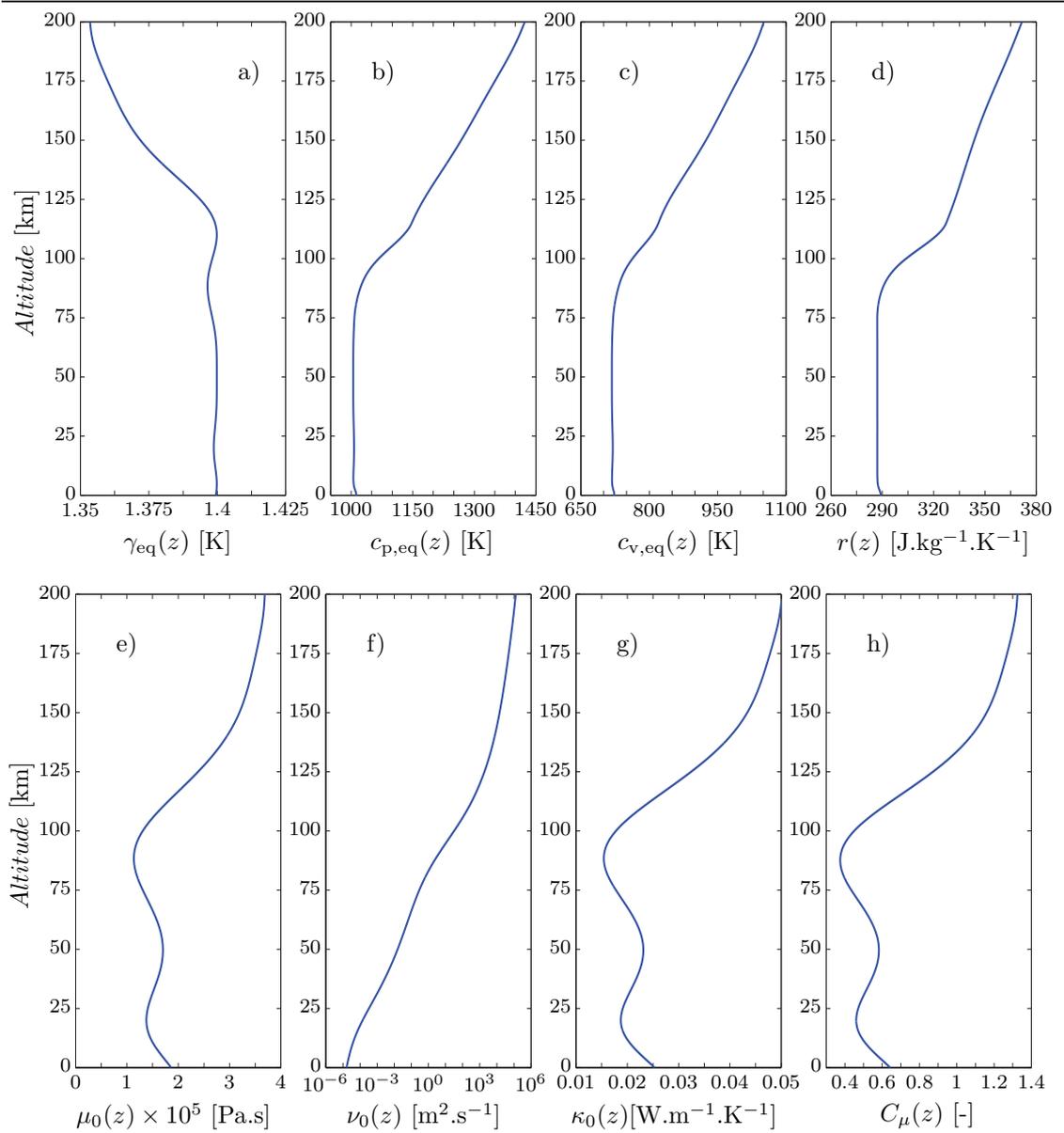


FIGURE 1.13 – Profils atmosphériques moyens des variables thermophysiques.

- (a) Rapport des capacités thermiques à l'équilibre thermodynamique
- (b) Capacité thermique à pression constante à l'équilibre thermodynamique
- (c) Capacité thermique à volume constante à l'équilibre thermodynamique
- (d) Constante spécifique des gaz parfaits
- (e) Viscosité dynamique de cisaillement
- (f) Viscosité cinématique $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$
- (g) Conductivité thermique
- (h) Coefficient de viscosité de volume

Ozone, O_3

$$f_{\text{O}_3}(z) = \frac{p_0(z)}{p_{0,\text{sol}}} \frac{\mu_{0,\text{sol}}}{\mu_0(z)} 11.2 \times 10^5 L \quad (1.14)$$

avec $L = e^{-7.72T_r}$.

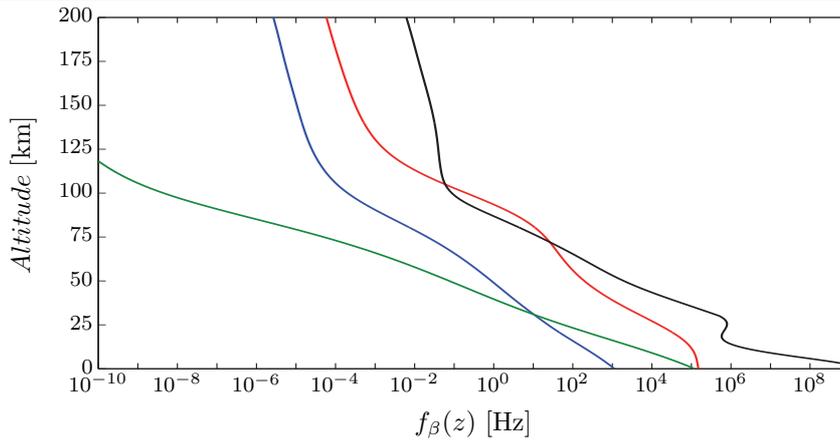


FIGURE 1.14 – Profils des fréquences caractéristiques de vibration moléculaire.
 ((—) f_{N_2} , (—) f_{O_2} , (—) f_{CO_2} , (—) f_{O_3})

Profils de vents

Le modèle des vents atmosphériques est indépendant des conditions thermodynamiques, les profils ne respectent donc pas l'équation de Navier-Stokes reliant le gradient de pression aux champs de vitesse. Pour reproduire l'expérience Misty-Picture, les profils sont définis à partir des mesures de Reed *et al.* [123]. Les données expérimentales sont interpolées par tranche d'atmosphère par des polynômes d'ordre 3. Chaque polynôme décrit l'évolution verticale du vent entre deux inversions majeures du gradient vertical des profils de vents expérimentaux. Les coefficients des polynômes successifs pour les directions zonale et méridionale sont rapportés en annexe §A.3. Les profils de V_{OE} et V_{SN} ainsi définis sont reproduits à la figure 1.15 et sont comparés aux profils expérimentaux de Reed *et al.* [123]. Les petites structures verticales sont bien reproduites.

Stabilité du modèle atmosphérique

Le modèle atmosphérique doit respecter trois conditions de stabilité afin de permettre des simulations numériques directes. Avant tout, l'erreur sur l'équation hydrostatique induite par l'intégration numérique du profil de pression $p_0(z)$ doit être minimale. L'erreur relative sur l'équation hydrostatique est donnée par :

$$err_\rho = \left| \rho_0 + \frac{1}{g} \frac{\partial p_0}{\partial z} \right| \rho_0^{-1}$$

En employant la méthode d'intégration décrite à l'annexe §A.2, err_ρ est de l'ordre de 10^{-7} . Cette erreur peut paraître très faible mais pour des erreurs de l'ordre de 10^{-4} ou 10^{-3} , la stabilité numérique du code de calcul en haute atmosphère est peu satisfaisante, des oscillations numériques hautes fréquences peuvent en effet se développer. Le profil vertical de err_ρ pour un pas de discrétisation $\Delta z = 200$ m est tracé à la figure 1.16. Dans un second temps, l'atmosphère simulée doit avoir une stratification stable, c'est à dire que les éventuelles perturbations locales du champ des forces de flottaisons doivent être amorties par la force de gravité. Ceci est

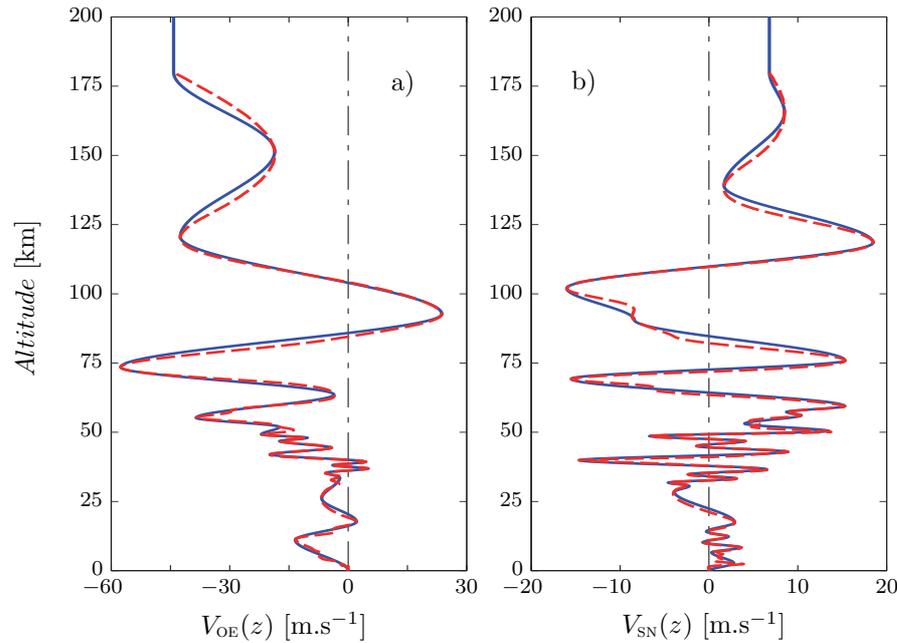


FIGURE 1.15 – Profils des vents atmosphériques.

(a) Vent zonal, direction Ouest - Est

(b) Vent meridional, direction Sud - Nord

((—) modèle proposé, (---) données expérimentales de Reed *et al.* [123])

assuré pour une fréquence de Väisälä-Brunt positive ($N_{\text{VB}} > 0$) [90]. Cette condition est respectée pour toutes les altitudes (cf. figure 1.5). Enfin, les profils de vents laminaires ne doivent pas être déstabilisés lors de la propagation d'une perturbation. L'équilibre de ces profils peut être quantifié par le nombre de Richardson dans sa forme du gradient :

$$R_g = N_{\text{VB}}^2 \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^{-2}$$

ce nombre est un rapport entre la stabilité de la stratification et les instabilités potentielles des couches de cisaillement de l'écoulement. Les nombres de Richardson du gradient pour les directions zonale et méridionale sont tracés à la figure 1.16. D'après Jacobson [74], si les écoulements sont laminaires et que le nombre de Richardson est supérieur à 1, les perturbations ne déstabilisent pas les profils de vents et ceux-ci sont assurés de rester laminaires. Cette condition est respectée pour toutes les altitudes.

Le modèle d'atmosphère ainsi défini est utilisé pour définir l'état initial ainsi que les champs moyens lors des simulations numériques atmosphériques. Les conditions reproduisent celles de l'expérience Misty-Picture à partir des profils expérimentaux de température et des vents. Sous réserve du respect des contraintes numériques et des conditions de stabilité, ces profils peuvent être modifiés en utilisant d'autres données expérimentales.

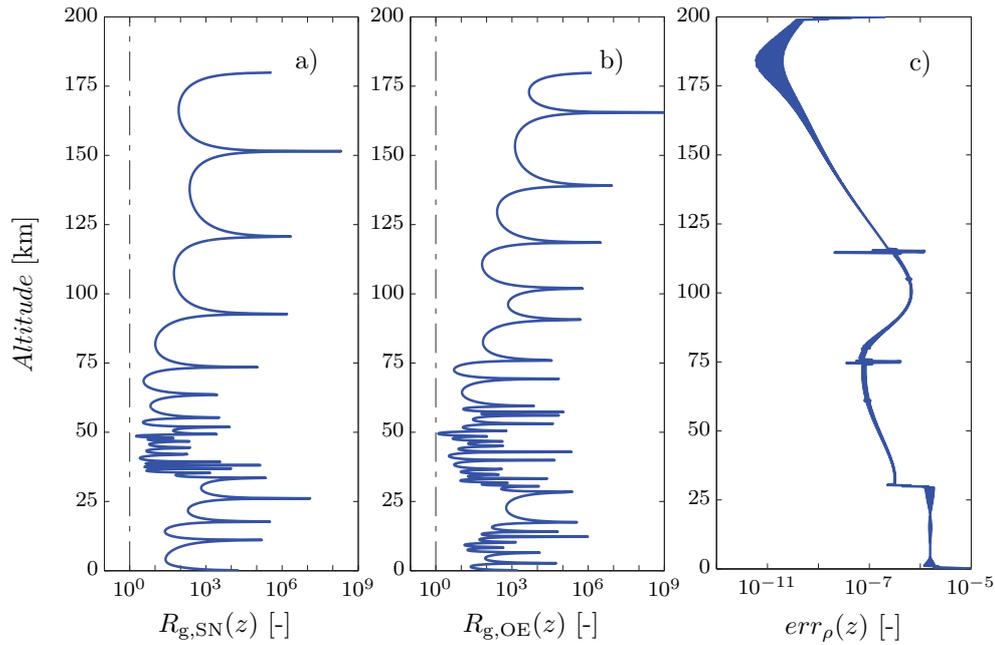


FIGURE 1.16 – Profils de stabilité du modèle atmosphérique.

- (a) Nombre de Richardson du gradient dans la direction méridionale (Sud - Nord)
- (b) Nombre de Richardson du gradient dans la direction zonale (Ouest - Est)
- (c) Erreur relative sur l'équation hydrostatique

1.5 Objectifs de la thèse

Cette étude bibliographique préliminaire a souligné d'une part la complexité et la variabilité du milieu atmosphérique et d'autre part la variété des phénomènes qui influencent la propagation des ondes acoustiques basses fréquences. Il a été mentionné que l'étude de la propagation des infrasons requiert l'emploi de simulations numériques qui permettent de compléter les approches théoriques pour la modélisation et les analyses expérimentales. Au cours de la dernière décennie, les efforts se sont essentiellement focalisés sur le développement d'outils numériques classiques (rayons, équations paraboliques) pour permettre, notamment, d'obtenir des collections de données sur une large gamme de conditions de propagation. Ces travaux ont conduit d'une part, à clarifier les connaissances en propagation atmosphérique et d'autre part à identifier l'ensemble des phénomènes physiquement influents. La plupart de ces modèles reposent sur des hypothèses qui permettent de simplifier la complexité du problème. Afin de mieux estimer l'impact de ces simplifications, mais aussi pour perfectionner les connaissances et les interprétations physiques relatives à la propagation infrasonore, le besoin d'une modélisation plus réaliste et plus fidèle est aujourd'hui accru. Cette thèse propose de contribuer à cette évolution par le développement d'une méthode de simulation numérique directe appliquée à la propagation des infrasons non linéaires issus d'explosions de forte amplitude.

Un modèle d'atmosphère relativement complet est déjà disponible. Une attention particulière doit maintenant être portée aux équations descriptives de la propagation acoustique. Ces équations doivent en effet prendre en compte les effets non linéaires, l'influence des inhomogénéités et l'ensemble des processus induisant une dissipation de l'énergie acoustique. Un tel système d'équations est obtenu par la reformulation des équations de la mécanique des fluides compressibles pour intégrer le phénomène hors-équilibre de relaxation de la vibration moléculaire. Ces équations sont introduites au chapitre 2, quelques développements analytiques y sont proposés et discutés afin de mieux cerner l'influence propre des différents phénomènes physiques dominants.

L'intégration numérique de ces équations impose d'employer des méthodes et des schémas spécifiques permettant d'obtenir un haut degré de précision dans les domaines temporel et fréquentiel. Les méthodes retenues et mises en œuvre sont détaillées au chapitre 3. Leur précision est d'abord étudiée analytiquement, puis le code de calcul implémenté est validé par des séries de simulations réalisées dans des configurations simples et pour lesquelles des solutions analytiques sont connues.

Le quatrième chapitre propose finalement quelques simulations de propagation infrasonores. Celles-ci sont d'abord effectuées pour rendre compte de la précision obtenue dans la configuration complexe d'une atmosphère réaliste. Dans un deuxième temps, l'impact de la dissipation atmosphérique et des effets non linéaires est étudié, puis l'influence des vents atmosphériques est ensuite abordée. Dans une dernière partie, les résultats numériques sont confrontés à des enregistrements expérimentaux et une brève analyse de l'expérience de référence Misty-Picture est proposée en complément des travaux déjà disponibles sur ce sujet.

Chapitre 2

Équations pour la propagation infrasonore

Ce deuxième chapitre s'intéresse à la modélisation mathématique de la propagation des ondes acoustiques dans l'atmosphère terrestre. Le modèle complet employé pour ce travail est introduit dans la section §2.1. Les équations du mouvement sont d'abord présentées et discutées, puis l'ensemble des relations nécessaires à la résolution de ces équations sont fournies. Les deux sections suivantes proposent d'étudier analytiquement les phénomènes physiques qui influencent la propagation acoustique. Les mécanismes dissipatifs et dispersifs sont d'abord traités à la section §2.2. Puis, les effets des inhomogénéités de grande échelle et du champ gravitationnel sont évoqués à la section §2.3.

2.1 Système d'équations pour un fluide avec relaxation de la vibration moléculaire

Dans cette section, les équations de la mécanique des fluides compressibles pour un gaz avec relaxation de la vibration moléculaire sont présentées. Le système des équations du mouvement est d'abord introduit. Puis, les relations nécessaires à la fermeture de ce système sont formulées et leur domaine de validité est brièvement discuté. Enfin, les fonctions usuelles permettant de calculer les coefficients thermophysiques du système sont détaillées.

Les développements relatifs aux équations du mouvement et aux variables thermophysiques peuvent être retrouvés dans la plupart des cours de mécanique des fluides comme celui de Candel [26] pour une version française. Les phénomènes liés à l'énergie de vibration moléculaire doivent être traités en dehors du cadre de la mécanique classique et imposent de recourir à la mécanique quantique. Ils sont évoqués dans la plus part des manuels de thermodynamique statistique comme celui de Pacault [108] pour une version française. Les limites de validité de la thermodynamique classique ainsi que les correspondances avec la thermodynamique quantique y sont détaillées. L'introduction de ces phénomènes hors-équilibre dans les équations de la mécanique des fluides est présentée dans les précis de Pierce [113], de Lighthill [90] ou de De Groot & Mazur [38].

2.1.1 Équations du mouvement

Pour un gaz parfait à l'équilibre thermodynamique, les variables descriptives du système sont classiquement la masse volumique ρ , les trois composantes v_x , v_y et v_z du vecteur vitesse au sens eulérien \mathbf{v} , l'énergie totale par unité de masse e_{tot} , la pression p et la température T . L'évolution de ce système est gouvernée par les équations conservatives du mouvement. Dans un système de coordonnées cartésien de base orthonormée (O, e_x, e_y, e_z) , elles se présentent sous la forme d'un système d'équations aux dérivées partielles constitué de l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

de l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \quad (2.2)$$

et de l'équation de conservation de l'énergie totale :

$$\frac{\partial \rho e_{\text{tot}}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{tot}} + p) \mathbf{v}] = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \mathbf{v}) + \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \quad (2.3)$$

Les relations (2.1), (2.2) & (2.3) sont les équations standards de la mécanique des fluides compressibles à l'équilibre thermodynamique. Ce système réduit sera désigné par la suite sous l'appellation d'*équations de Navier-Stokes*, le cas échéant la variable e_{tot} de l'équation (2.3) sera remplacée par la variable e_{eq} telle que définie à la partie suivante. Si les termes thermovisqueux des relations (2.2) & (2.3) sont négligés, les équations de Navier-Stokes se réduisent aux *équations d'Euler*.

L'étude de la propagation des infrasons dans l'atmosphère requiert une prise en compte de la relaxation de l'énergie interne de vibration (§1.2.6). Ce mécanisme ne s'applique qu'aux molécules polyatomiques car il se rapporte à la vibration des atomes d'une molécule les uns par rapport aux autres. Par définition, la relaxation est un phénomène hors-équilibre ce qui impose d'introduire une température interne $T_{\text{vib},\beta}$ pour chaque espèce polyatomique β . Ces températures caractérisent l'état d'agitation vibrationnelle des molécules. Leur évolution dans l'espace-temps est modélisée par une équation de relaxation :

$$\frac{\partial \rho T_{\text{vib},\beta}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} T_{\text{vib},\beta}) = \rho \frac{T - T_{\text{vib},\beta}}{\tau_{\text{vib},\beta}} \quad (2.4)$$

La relation (2.4) est une forme particulière de l'équation générale de relaxation de Landau-Teller. L'utilisation de cette relation pour modéliser la relaxation de l'énergie interne de vibration a été proposée par Herzfeld & Rice [68]. Dans sa forme d'origine, elle s'exprime :

$$\frac{du_{\text{vib},\beta}}{dt} = \frac{u_{\text{vib},\beta}(T) - u_{\text{vib},\beta}(T_{\text{vib},\beta})}{\tau_{\text{vib},\beta}}$$

Cette relation est construite par analogie avec les taux de réaction chimique. Lorsque le système est perturbé, le transfert de l'énergie externe vers l'énergie interne de vibration de l'espèce β est une variation au premier ordre du taux d'échange d'énergie. Le terme $u_{\text{vib},\beta}(T)$ représente l'énergie externe, c'est l'énergie de vibration pour un

système à l'équilibre thermodynamique. Le terme $u_{\text{vib},\beta}(T_{\text{vib},\beta})$ est l'énergie de vibration instantanée effective. Enfin, τ_β est le temps caractéristique de relaxation. Il correspond au temps nécessaire pour que l'écart initial $\Delta T_{\text{vib},\beta} = T - T_{\text{vib},\beta}$ induit par une perturbation soit réduit à $e^{-1}\Delta T_{\text{vib},\beta}$. La relation (2.4) est obtenue en substituant aux termes d'énergie la température par laquelle ils sont calculés et en remplaçant la dérivée temporelle par une dérivée particulaire sous forme conservative. Des formulations prenant en compte les effets croisés translation-vibration, rotation-vibration ou vibration-vibration ont par ailleurs été proposées [69, 52, 3]. Elles reposent néanmoins sur des formulations statistiques complexes et emploient des coefficients indéterminés pour les conditions spécifiques de haute atmosphère. Elles sont en conséquence peu adaptées à une étude numérique de la propagation des infrasons atmosphériques.

Le système complet utilisé pour ce travail est donc constitué des équations (2.1) à (2.4). Les développements établissant ces relations sont détaillés par Pierce [114, 113]. Cette formulation a déjà été implémentée avec succès pour des simulations numériques directes de la propagation des ultrasons dans l'air [155]. De plus, elle présente l'intérêt d'employer des paramètres thermophysiques bien définis, y compris en haute atmosphère [136]. D'autres méthodes prenant en compte les effets de la relaxation sont proposées dans la littérature, comme par exemple, la méthode simplifiée de De Groot-Hedlin [39] reposant sur un coefficient d'absorption synthétique, ou celle plus complexe de Alievskii [3] qui considère l'ensemble des phénomènes de relaxation (translation, rotation et vibration). Cette dernière a pour inconvénient d'accroître le nombre d'équations à résoudre.

2.1.2 Fermeture du système

Le système est décrit par $4 + N_\beta + N_{\text{dim}}$ variables où N_β est le nombre de molécules polyatomiques dont la relaxation est prise en compte et N_{dim} est le nombre de dimensions spatiales, le système d'équation n'est toutefois formé que de $2 + N_\beta + N_{\text{dim}}$ équations. La fermeture du système est réalisée en définissant une équation d'état et une relation thermodynamique.

Équation d'état

L'équation d'état utilisée est la relation des gaz parfaits, elle lie les variables intensives du système lorsque ce dernier est à l'équilibre thermodynamique :

$$p = \rho r T \quad (2.5)$$

avec $r = R_U/M$ la constante spécifique des gaz parfaits, R_U la constante universelle des gaz parfaits et M la masse molaire du gaz.

Relation thermodynamique

La relation thermodynamique permet d'exprimer l'énergie totale e_{tot} en fonction des autres variables :

$$e_{\text{tot}} = f(\rho, \mathbf{v}, p, T, T_{\text{vib},\beta})$$

L'énergie totale se décompose d'une part, en un terme d'énergie cinétique e_{cin} lié aux mouvements macroscopiques du fluide et qui s'exprime par :

$$e_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \|\mathbf{v}\|^2 = \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

et d'autre part, en un terme d'énergie interne u lié aux mouvements microscopiques des particules qui constituent le fluide.

Pour un gaz chimiquement inerte, l'énergie interne est composée des termes relatifs aux mouvements de translation, de rotation et de vibration des particules, soit :

$$u = u_{\text{tr}} + u_{\text{rot}} + u_{\text{vib}}$$

les termes u_{rot} et u_{vib} étant limités aux molécules polyatomiques, pour un gaz monoatomique la décomposition se réduit à $u = u_{\text{tr}}$.

Pour des températures supérieures à 100 K, les termes de translation et de rotation peuvent être calculés par la thermodynamique classique [108]. En outre, les périodes acoustiques sont très grandes comparativement aux temps caractéristiques de relaxation de la translation et de la rotation (respectivement de l'ordre de 10^{-10} s et de 10^{-9} s dans des conditions normales). Les énergies internes de translation et de rotation peuvent donc être considérées comme en permanence à l'équilibre [109, 113], d'où :

$$u_{\text{eq}} = u_{\text{tr}} + u_{\text{rot}} = \frac{rT}{\gamma_{\text{eq}} - 1} = \frac{p}{\rho(\gamma_{\text{eq}} - 1)}$$

Le terme u_{eq} fait référence à l'énergie interne à l'équilibre thermodynamique. L'indice $_{\text{eq}}$ spécifie que γ doit être défini à l'équilibre et donc uniquement en considérant les degrés de liberté de translation et de rotation.

À l'inverse, les temps caractéristiques de relaxation de l'énergie de vibration peuvent être comparables aux périodes acoustiques. Dans ce cas, le terme u_{vib} ne peut être considéré comme immédiatement équilibré [109, 113]. Par ailleurs, pour des températures inférieures à 1000 K, le calcul de u_{vib} par la mécanique classique ne concorde pas avec le résultat de l'approche quantique. L'utilisation de cette dernière est donc impérative [108]. À partir des développements de la thermodynamique statistique, l'énergie interne de vibration d'une molécule est approximée par [114] :

$$u_{\text{vib}} = \sum_{\beta} u_{\text{vib},\beta} = \sum_{\beta} (M_{\text{vib},\beta} X_{\beta} r \Theta_{\text{vib},\beta}) e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta}}{T_{\text{vib},\beta}}} \quad (2.6)$$

où β fait référence aux différentes espèces polyatomiques dont la vibration est prise en compte. X est la fraction molaire, Θ_{vib} est la température caractéristique de vibration, enfin, M_{vib} est le nombre de modes effectifs de vibration ($M_{\text{vib},\text{N}_2} = M_{\text{vib},\text{O}_2} = 1$ et $M_{\text{vib},\text{CO}_2} = 2$).

Le terme entre parenthèses exprime l'énergie interne de vibration si toutes les molécules β sont sur le premier niveau quantique de vibration. Le terme exponentiel est une loi de distribution statistique, il exprime la fraction de molécules effectivement dans cet état d'excitation. Cette formulation spécifique est présentée plus en détails à l'annexe §B.1. Elle n'est valable que pour la vibration de N_2 , O_2 et CO_2

dans de l'air à une température inférieure à 700 K. D'une part, elle néglige la possibilité qu'une molécule atteigne un niveau d'excitation supérieur au premier niveau, et d'autre part, sur les 4 modes de vibration du CO₂, seuls les deux premiers modes sont considérés. Une application de la statistique montre toutefois que, pour les conditions spécifiées, l'erreur induite sur u_{vib} par cette formulation est nécessairement inférieure à 0.1 % [108].

Par ailleurs, pour de l'air dans des conditions normales (cf. table 2.3), la vibration du CO₂ est négligeable [114]. Sa prise en compte dans le modèle n'est nécessaire que pour des simulations atmosphériques.

L'expression de e_{tot} est finalement obtenue en sommant u_{eq} , u_{vib} et e_{cin} :

$$e_{\text{tot}} = \frac{p}{\rho(\gamma_{\text{eq}} - 1)} + \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \sum_{\beta} X_{\beta} M_{\text{vib},\beta} r \Theta_{\text{vib},\beta} e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta}}{T_{\text{vib},\beta}}} \quad (2.7)$$

Usuellement, pour de l'air dans des conditions normales, l'énergie de vibration u_{vib} est négligeable devant l'énergie interne à l'équilibre u_{eq} (cf. table 2.1). La prise en compte du terme de vibration n'est donc justifiée que pour permettre la modélisation de ses effets dispersifs et dissipatifs sur les ondes acoustiques.

$u_{\text{eq}} = 2.11 \times 10^5$	J.kg ⁻¹	$u_{\text{tr}} = 1.27 \times 10^5$	J.kg ⁻¹
		$u_{\text{rot}} = 8.44 \times 10^4$	J.kg ⁻¹
$u_{\text{vib}} = 2.12$	J.kg ⁻¹	$u_{\text{vib},\text{O}_2} = 1.88$	J.kg ⁻¹
		$u_{\text{vib},\text{N}_2} = 2.38 \times 10^{-1}$	J.kg ⁻¹

TABLE 2.1 – Énergies internes de l'air dans des conditions normales.

Nota : calculé pour de l'air dans des conditions normales (cf. table 2.3)

2.1.3 Reformulation de la conservation de l'énergie

Pour des raisons liées à la formulation déployée aux frontières libres du domaine de calcul (§3.2.1), il est commode d'utiliser le changement de variable :

$$e_{\text{eq}} = u_{\text{eq}} + e_{\text{cin}} = e_{\text{tot}} - u_{\text{vib}} = e_{\text{tot}} - \sum_{\beta} X_{\beta} M_{\text{vib},\beta} r \Theta_{\text{vib},\beta} e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta}}{T_{\text{vib},\beta}}}$$

ce qui permet en outre de séparer les termes d'énergie à l'équilibre de ceux hors-équilibre.

En considérant que la composition du gaz est invariante en temps ($\partial_t X = 0$), l'introduction de ce changement de variable dans l'équation de conservation de l'énergie totale (2.3) conduit à formuler l'équation de conservation de l'énergie à l'équilibre (§B.2) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{eq}} + p) \mathbf{v}] &= \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \\ + \rho \sum_{\beta} c_{\text{v},\text{vib},\beta} \frac{T - T_{\text{vib},\beta}}{\tau_{\text{vib},\beta}} + \rho \sum_{\beta} \frac{u_{\text{vib},\beta}}{r X_{\beta}} [\mathbf{v} \cdot \nabla (r X_{\beta})] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Le terme $c_{v,\text{vib},\beta}$ est la capacité thermique massique à volume constant propre à l'énergie interne de vibration de β . Ce terme est calculé par la relation usuelle :

$$c_{v,\text{vib},\beta} = \left. \frac{du_{\text{vib},\beta}}{dT_{\text{vib},\beta}} \right|_{v=ctse} = M_{\text{vib},\beta} X_{\beta} r \left(\frac{\Theta_{\text{vib},\beta}}{T_{\text{vib},\beta}} \right)^2 e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta}}{T_{\text{vib},\beta}}}$$

Le système d'équations complet partiellement hors-équilibre s'écrit donc finalement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.9a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \quad (2.9b)$$

$$\frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{eq}} + p) \mathbf{v}] = \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (2.9c)$$

$$+ \rho \sum_{\beta} c_{v,\text{vib},\beta} \frac{T - T_{\text{vib},\beta}}{\tau_{\text{vib},\beta}} + \rho \sum_{\beta} \frac{u_{\text{vib},\beta}}{r X_{\beta}} [\mathbf{v} \cdot \nabla (r X_{\beta})]$$

$$\frac{\partial \rho T_{\text{vib},\beta}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} T_{\text{vib},\beta}) = \rho \frac{T - T_{\text{vib},\beta}}{\tau_{\text{vib},\beta}} \quad (2.9d)$$

$$e_{\text{eq}} = \frac{p}{\rho(\gamma_{\text{eq}} - 1)} + \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \quad (2.9e)$$

$$p = \rho r T \quad (2.9f)$$

Afin de simplifier les notations mathématiques, les indices vib ne seront pas conservés par la suite. L'indice β sera donc utilisé pour indiquer que la variable fait référence à la vibration moléculaire et il pourra être directement remplacé par le nom de l'espèce qu'il désigne. Par exemple, $T_{\text{vib},\beta}$ sera remplacé par T_{β} et T_{O_2} fera référence à T_{β} pour le dioxygène. À l'inverse, l'indice eq sera conservé pour rappeler que les grandeurs auxquelles il se rattache doivent être calculées à l'équilibre thermodynamique et donc en négligeant les termes liés à la vibration.

2.1.4 Fonctions usuelles & paramètres thermophysiques

Le tenseur des contraintes visqueuses $\boldsymbol{\tau}$, introduit dans les équations (2.9b) & (2.9c), s'exprime par la relation [113] :

$$\boldsymbol{\tau} = \mu [{}^t \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}] + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} \quad (2.10)$$

avec μ la viscosité de cisaillement et μ_v la viscosité de volume. La viscosité de cisaillement μ est donnée en fonction de la température par la loi de Sutherland [136] :

$$\mu(T) = \mu_S \left(\frac{T}{T_S} \right)^{1/2} \frac{1 + S_S/T_S}{1 + S_S/T}$$

où μ_S et T_S sont la viscosité et la température de référence et S_S est la température de Sutherland propre au gaz considéré (cf. table 2.3). Par ailleurs, μ est liée à la relaxation de l'énergie interne de translation par le temps caractéristique de relaxation et la pression, en effet $\mu = p \tau_{\text{tr}}$ [9].

La viscosité de volume μ_v est exprimée proportionnellement à la viscosité de cisaillement :

$$\mu_v = C_\mu \mu$$

En règle générale, le coefficient C_μ est obtenu expérimentalement, notamment par des méthodes acoustiques [63] et des fonctions empiriques sont disponibles [136]. Dans le cadre de l'hypothèse de Stokes la viscosité de volume est nulle ($\mu_v = 0$). Cette hypothèse n'est toutefois strictement vérifiée que pour les gaz monoatomique [26, 113]. En effet, le terme μ_v n'est mis en jeu que pour des gaz polyatomiques. Il n'est pas réellement une propriété du fluide mais plutôt une approximation des effets de la relaxation de l'énergie interne de rotation [14, 78].

Le flux de chaleur \mathbf{q} , utilisé dans l'équation (2.9c), s'exprime par la loi de Fourier :

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T \quad (2.11)$$

avec κ la conductivité thermique du fluide. Celle-ci dépend de la température et évolue proportionnellement à la viscosité de cisaillement, d'où :

$$\kappa(T) = \kappa_S \frac{\mu(T)}{\mu_S}$$

avec κ_S la conductivité thermique de référence (cf. table 2.3).

Le terme γ_{eq} , introduit dans la relation (2.9e), est le rapport des capacités thermiques massiques à pression constante $c_{p,\text{eq}}$ et à volume constant $c_{v,\text{eq}}$. La thermodynamique classique définit γ_{eq} en fonction du nombre des degrés de liberté dl_{eq} des mouvements microscopiques dont les énergies internes sont à l'équilibre. Le nombre de degrés de liberté de chaque micromouvement est donné à la table 2.2. La rotation des molécules linéaires est limitée à deux axes puisqu'il n'y a pas de rotation observable autour de l'axe principal de la molécule. Les degrés de liberté de vibration correspondent au nombre de modes de vibration. Parce que seules les énergies de translation et de rotation sont à l'équilibre, γ_{eq} s'exprime par [114] :

$$\gamma_{\text{eq}} = \frac{(dl_{\text{tr}} + dl_{\text{rot}}) + 2}{(dl_{\text{tr}} + dl_{\text{rot}})} = \frac{3}{2}(1 + X_{\text{nl}}) + X_{\text{lin}}$$

avec X_{lin} la fraction molaire des molécules polyatomiques linéaires et X_{nl} la fraction molaire des molécules polyatomiques non linéaires.

Mouvement	Monoatomique	Polyatomique	
		linéaire	non linéaire
Translation	3	3	3
Rotation	0	2	3
Vibration	0	$3N_{\text{at}} - 5$	$3N_{\text{at}} - 6$

TABLE 2.2 – Degrés de liberté dl des micromouvements.

Nombre de degrés de liberté de chaque mouvement microscopique en fonction du type de particule

Nota : N_{at} est le nombre d'atomes de la molécule

Les capacités thermiques massiques à l'équilibre sont données par :

$$\begin{cases} c_{v,\text{eq}} = \frac{R_U}{M(\gamma_{\text{eq}} - 1)} = \frac{r}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \\ c_{p,\text{eq}} = \gamma_{\text{eq}} c_{v,\text{eq}} \end{cases}$$

avec r la constante spécifique des gaz parfaits à l'équilibre thermodynamique.

À partir de ces relations, la vitesse de propagation du son à l'équilibre thermodynamique est donnée par :

$$c_0 = \sqrt{\gamma_{\text{eq}} r T}$$

cette vitesse est donc établie sans prendre en compte les effets de la vibration moléculaire. La notation c_0 est équivalente ici à c_{eq} , la première est préférée pour prévenir toute confusion. En effet, la vitesse du son à l'équilibre est usuellement notée c_0 dans les manuels d'acoustique et de mécanique des fluides.

Le temps caractéristique de la relaxation de l'énergie interne de vibration de l'espèce β , noté τ_β et employé dans la relation (2.9d), est fonction de la molécule β , des variables externes du système et de la composition chimique. Il est aussi exprimé comme une fréquence caractéristique de vibration f_β :

$$\tau_\beta = \frac{1}{2\pi f_\beta}$$

Pour la vibration de N_2 , O_2 et CO_2 dans l'atmosphère, les fréquences f_β sont fournies par des fonctions empiriques [136]. Les temps caractéristiques sont généralement obtenus expérimentalement par des méthodes acoustiques. Ils peuvent aussi être calculés théoriquement pour des molécules simples, par exemple par la méthode de Zener [69].

Le terme $\mathbf{g} = {}^t(g_x, g_y, g_z)$, introduit dans les équations (2.9b) & (2.9c), est la force extérieure qui s'applique sur le fluide. Dans le cas de l'atmosphère, si la force de Coriolis est négligée, \mathbf{g} se réduit à la force de gravité. Pour un système de coordonnées tel que e_z est dirigé verticalement dans le sens des altitudes croissantes, les composantes g_x et g_y s'annulent. Cette orientation du repère sera conservée par la suite.

Les valeurs de référence des paramètres introduits dans cette section sont données à la table 2.3 pour de l'air. Dans ce travail, l'appellation *conditions normales* se rapporte toujours à cette définition. Elles sont proches des conditions du modèle atmosphérique (§1.4.3) au niveau de la mer ($z = 0$), mais ne sont pas égales.

2.2 Étude analytique de la relation de dispersion

Dans cette section, les effets thermovisqueux et les effets de la relaxation sur la propagation des ondes acoustiques sont étudiés. L'impact de ces phénomènes est quantifié par des relations de dispersion des ondes. Ces relations sont obtenues par la linéarisation des équations du mouvement. Les principes de linéarisation sont fondamentaux pour l'étude de la propagation acoustique. Ils sont détaillés dans la plupart des manuels d'acoustique comme ceux de Pierce [113] ou de Lighthill [90].

Paramètres thermophysiques externes					
T_0	293.15	K	p_0	101325	Pa
M_{air}	28.85×10^{-3}	kg.mol ⁻¹	r_{air}	288.19	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹
$S_{S,\text{air}}$	117	K	$T_{S,\text{air}}$	293.15	K
$\mu_{S,\text{air}}$	1.18192×10^{-5}	Pa.s ⁻¹	$\kappa_{S,\text{air}}$	2.5326×10^{-2}	W.m ⁻¹ .K ⁻¹
$C_{\mu,\text{air}}$	0.6	-	$\gamma_{\text{eq,air}}$	1.4	-
$c_{p,\text{air}}$	1008.67	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹	$c_{v,\text{air}}$	720.47	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹
Paramètres thermophysiques de la vibration moléculaire					
$f_{O_2,\text{air}}$	12500	Hz	$f_{N_2,\text{air}}$	173	Hz
Θ_{O_2}	2239.1	K	Θ_{N_2}	3352	K
M_{O_2}	1	-	M_{N_2}	1	-
X_{O_2}	0.21	-	X_{N_2}	0.79	-

TABLE 2.3 – Paramètres thermophysiques pour de l’air dans des conditions normales.
Nota : T_S est la température de référence pour la loi de Sutherland, elle ne doit pas être confondue avec T_0 la température moyenne du système

Les phénomènes dispersifs et dissipatifs présentés ci-après sont longuement discutés dans ces deux ouvrages.

Dans un premier temps, la méthode générale permettant de calculer une relation de dispersion est brièvement présentée. Les deux parties suivantes s’attachent à étudier les effets des flux thermovisqueux d’une part et les effets de la relaxation d’autre part. Les deux phénomènes sont considérés indépendamment. Les effets liés aux inhomogénéités du milieu de propagation et au champ de gravité sont négligés. Les développements mathématiques conduisant aux relations utilisées dans cette section sont détaillés dans l’annexe §B.3.

2.2.1 Formulation perturbative - équations du mouvement linéarisées

Une onde acoustique est une perturbation instationnaire du milieu autour de son état d’équilibre. Les variables du système peuvent donc être décomposées en un terme représentant le champ moyen (indiqué par $_0$) et un terme lié à la perturbation acoustique (indiqué par $'$). Cette décomposition des variables du système (2.9) s’écrit :

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho', & \mathbf{v} &= \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}', & e_{\text{eq}} &= e_{\text{eq},0} + e'_{\text{eq}}, \\ p &= p_0 + p', & T &= T_0 + T', & T_\beta &= T_{\beta,0} + T'_\beta \end{aligned} \quad (2.12)$$

La dernière relation se simplifie immédiatement puisque les champs moyens sont à l’équilibre thermodynamique, ainsi $T_{\beta,0} = T_0$.

Par ailleurs, l’acoustique linéaire suppose que les variables perturbatives sont très faibles devant celles des champs moyens ($p' \ll p_0$, $T' \ll T_0$, $\rho' \ll \rho_0$, etc). Ainsi, la linéarisation consiste d’abord à introduire les décompositions (2.12) dans le système (2.9), puis à développer et à négliger les termes d’ordre élevé. En ne conservant que les termes d’ordre 0 et d’ordre 1, les équations sont linéarisées au premier ordre. Suivant la nature du milieu ces équations se simplifient : pour un milieu homogène

toute variable A est telle que $\nabla A_0 = 0$, pour un écoulement stationnaire $\partial_t A_0 = 0$, pour un fluide au repos $\mathbf{v}_0 = 0$.

Équation de propagation générale

La reformulation des équations linéarisées permet généralement d'obtenir une équation de propagation de forme générale :

$$\mathcal{L}(p') = 0$$

où \mathcal{L} est l'opérateur de propagation. L'obtention d'une équation de propagation peut être laborieuse, voire impossible. Ce n'est cependant pas une étape nécessaire pour établir une relation de dispersion puisque les décompositions (2.14) peuvent être directement introduites dans les équations linéarisées.

Relation de dispersion des ondes acoustiques

Une relation de dispersion des ondes exprime le nombre d'onde k en fonction de la pulsation ω . Elle est utile pour déterminer le coefficient d'absorption par longueur d'onde α , la vitesse de phase v_ϕ et la vitesse de groupe v_g des ondes acoustiques. Ces trois termes sont formellement exprimés en fonction de ω par :

$$\begin{cases} \alpha(\omega) = -\Im(k) \\ v_\phi(\omega) = \frac{\omega}{\Re(k)} \\ v_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk} \end{cases} \quad (2.13)$$

où \Re et \Im désignent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de k . Le signe négatif introduit dans la définition de α permet d'obtenir un coefficient positif lorsqu'il y a dissipation. Avec cette définition, le coefficient d'absorption par longueur d'onde α est exprimé en Np.m^{-1} . Cette unité de mesure est détaillée à la section §1.2.6.

Les relations de dispersion sont obtenues en exprimant les termes perturbatifs dans l'espace de Fourier. Pour une onde plane dont seule la partie progressive est considérée, ces expressions sont :

$$\begin{aligned} \rho' &= \hat{\rho} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, & \mathbf{v}' &= \hat{\mathbf{v}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, & e'_{\text{eq}} &= \hat{e}_{\text{eq}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, \\ p' &= \hat{p} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, & T' &= \hat{T} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, & T'_\beta &= \hat{T}_\beta e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

où $\mathbf{k} = {}^t(k_x, k_y, k_z)$ est le vecteur d'onde et $\omega = 2\pi f$ la pulsation acoustique. Sous certaines conditions, l'introduction de ces perturbations caractéristiques dans une équation de propagation permet de calculer une relation de dispersion. L'obtention de celle-ci est possible lorsque les coefficients \hat{A} , \mathbf{k} et ω d'une perturbation de la forme $A = \hat{A} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ sont indépendants de \mathbf{x} et de t . Cette condition est vérifiée si la vitesse de propagation c_0 est invariable. En mécanique des fluides, l'homogénéité de la composition du milieu est généralement admise implicitement et cette condition d'invariance de c_0 se réduit à la condition d'un milieu isotherme et stationnaire [90, 113]. Toutefois les conditions d'indépendance de \hat{A} , \mathbf{k} et ω par rapport à \mathbf{x}

et t ne sont pas impératives. En effet, il est possible d'obtenir des solutions analytiques pour un certain nombre de problèmes spécifiques qui impliquent des milieux inhomogène. Par ailleurs, l'hypothèse haute fréquence permet aussi d'étudier asymptotiquement l'opérateur de propagation. Cette hypothèse est une généralisation de la méthode de Liouville-Green [93, 94, 95], aussi appelée WKBJ du nom d'auteurs plus récents [53]. Elle consiste à supposer que la longueur d'onde et la fréquence de l'onde sont négligeables devant les distances et les temps caractéristiques de variation des propriétés du milieu. Cette hypothèse est notamment à la base de l'acoustique géométrique [53] (§1.3.2).

2.2.2 Influence des flux thermovisqueux

L'influence des flux thermovisqueux est étudiée en négligeant les termes liés à la relaxation de la vibration. Pour un milieu homogène et au repos dans un domaine unidimensionnel, le système (2.9) se réduit à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) = 0 \quad (2.15a)$$

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x^2) + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{4}{3} \mu + \mu_v \right) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right] = 0 \quad (2.15b)$$

$$\frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\rho e_{\text{eq}} + p)v_x] + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_x \left(\frac{4}{3} \mu + \mu_v \right) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.15c)$$

$$\rho e_{\text{eq}} = \frac{p}{\gamma_{\text{eq}} - 1} + \frac{1}{2} \rho v_x^2 \quad (2.15d)$$

$$T = \frac{p}{\rho r} \quad (2.15e)$$

L'introduction des relations (2.12) dans ces équations et la simplification au premier ordre dans les conditions spécifiées conduit à :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} = 0 \quad (2.16a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} - \left(\frac{4}{3} \mu_0 + \mu_{v,0} \right) \frac{\partial^2 v'_x}{\partial x^2} = 0 \quad (2.16b)$$

$$\rho_0 \frac{\partial e'_{\text{eq}}}{\partial t} + e_{\text{eq},0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0) \frac{\partial v'_x}{\partial x} - \kappa_0 \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} = 0 \quad (2.16c)$$

$$\rho' e_{\text{eq},0} + \rho_0 e'_{\text{eq}} = \frac{p'}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \quad (2.16d)$$

$$T' = \frac{1}{\rho_0 r} \left(p' - \frac{p_0}{\rho_0} \rho' \right) \quad (2.16e)$$

avec $\mu_0 = \mu(T_0)$, $\kappa_0 = \kappa(T_0)$ et $\mu_{v,0} = C_\mu \mu_0$.

À partir de ce système linéarisé, l'obtention de l'équation de propagation est assez simple (cf. §B.3.1). Elle s'écrit :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \left(\frac{4\mu_0}{3\rho_0} + \frac{\mu_{v,0}}{\rho_0} + \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa_0}{\rho_0 c_{p,\text{eq}}} \right) \frac{\partial^3 p'}{\partial t \partial x^2} \quad (2.17)$$

le premier terme entre parenthèses se rapporte aux effets de la viscosité de cisaillement, le deuxième à la viscosité de volume et le troisième à la conductivité thermique. L'introduction des perturbations caractéristiques (2.14) dans cette équation de propagation mène finalement à la relation de dispersion approchée :

$$k \simeq \frac{\omega}{c_0} - i \frac{\mu_0 \omega^2}{2 \rho_0 c_0^3} \left(\frac{4}{3} + \frac{\mu_{v,0}}{\mu_0} + \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1) \kappa_0}{\mu_0 c_{p,\text{eq}}} \right) \quad (2.18)$$

À partir des définitions (2.13), la vitesse de phase et le coefficient d'absorption sont exprimés par :

$$\begin{cases} v_\phi(\omega) \simeq c_0 \\ \alpha_{\text{cl}}(\omega) \simeq \frac{\mu_0 \omega^2}{2 \rho_0 c_0^3} \left(\frac{4}{3} + \frac{\mu_{v,0}}{\mu_0} + \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1) \kappa_0}{\mu_0 c_{p,\text{eq}}} \right) \end{cases}$$

L'absorption α_{cl} est usuellement désignée sous le terme d'*absorption classique* car elle résulte directement des équations classiques de Navier-Stokes. Les flux thermovisqueux n'introduisent pas de dispersion des ondes, la vitesse de phase est constante. L'absorption classique croît avec le carré de la fréquence acoustique. L'évolution de α_{cl} est tracée en fonction de la fréquence à la figure 2.2.a pour de l'air dans des conditions normales. Dans ce cas, les trois composantes liées à la viscosité de cisaillement, à la viscosité de volume et à la conductivité thermique induisent respectivement environ 55 %, 25 % et 20 % de l'absorption classique. Ces rapports évoluent peu, en effet, κ_0 est définie proportionnellement à μ_0 et le paramètre $C_\mu = \mu_{v,0}/\mu_0$ est peu sensible aux changements de pression ou de température lorsque cette dernière reste dans une gamme comprise entre 0 °C et 40 °C [63].

Par ailleurs, l'absorption classique est proportionnelle à μ_0/ρ_0 . Dans l'atmosphère, l'absorption croît exponentiellement avec l'altitude du fait de ce rapport. L'influence de ces termes dissipatifs dans la haute atmosphère est présentée à la section §1.2.6.

2.2.3 Influence de la relaxation de la vibration moléculaire

L'impact de la relaxation de la vibration moléculaire sur les ondes acoustiques est étudié en négligeant les flux thermovisqueux. Pour un fluide homogène et au repos, dans un domaine unidimensionnel, le système (2.9) se réduit à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) = 0 \quad (2.19a)$$

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x^2) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.19b)$$

$$\frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\rho e_{\text{eq}} + p) v_x] + \rho \sum_{\beta} X_{\beta r} \left(\frac{\Theta_{\beta}}{T_{\beta}} \right)^2 e^{-\frac{\Theta_{\beta}}{T_{\beta}}} \frac{T - T_{\beta}}{\tau_{\beta}} = 0 \quad (2.19c)$$

$$\frac{\partial \rho T_{\beta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x T_{\beta}) = \rho \frac{T - T_{\beta}}{\tau_{\beta}} \quad (2.19d)$$

$$\rho e_{\text{eq}} = \frac{p}{\gamma_{\text{eq}} - 1} + \frac{1}{2} \rho v_x^2 \quad (2.19e)$$

$$p = \rho r T \quad (2.19f)$$

En rappelant que $T_{\beta,0} = T_0$, la linéarisation au premier ordre de ces équations dans les conditions spécifiées conduit à :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} = 0 \quad (2.20a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (2.20b)$$

$$\rho_0 \frac{\partial e'_{\text{eq}}}{\partial t} + e_{\text{eq},0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0) \frac{\partial v'_x}{\partial x} + \rho_0 \sum_{\beta} c_{v,\beta} \frac{T' - T'_{\beta}}{\tau_{\beta}} = 0 \quad (2.20c)$$

$$\rho_0 \frac{\partial T'_{\beta}}{\partial t} + T_0 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 T_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} - \rho_0 \frac{T' - T'_{\beta}}{\tau_{\beta}} = 0 \quad (2.20d)$$

$$\rho' e_{\text{eq},0} + \rho_0 e'_{\text{eq}} = \frac{p'}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \quad (2.20e)$$

$$p' = \rho' r T_0 + \rho_0 r T' \quad (2.20f)$$

avec $c_{v,\beta} = c_{v,\beta}(T_{v,\beta,0}) = c_{v,\beta}(T_0)$. Le calcul de l'équation de propagation à partir de ce système est très complexe [113] et il est plus aisé d'introduire directement les perturbations caractéristiques (2.14) dans les relations (2.20). En reformulant le système d'équations ainsi obtenu, la relation de dispersion exacte s'exprime par :

$$k = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{c_{v,\text{eq}}} \sum_{\beta} \phi_{\beta} c_{v,\beta}}{1 + \frac{1}{c_{p,\text{eq}}} \sum_{\beta} \phi_{\beta} c_{v,\beta}}} \quad (2.21)$$

avec :

$$\phi_{\beta} = \frac{1}{1 - i \omega \tau_{\beta}} = \frac{1 + i \omega \tau_{\beta}}{1 + (\omega \tau_{\beta})^2}$$

Pour des températures inférieures à 1000 K, $|\phi_{\beta}|_{c_{v,\beta}} \ll 1$; la vitesse de phase et le coefficient d'absorption peuvent donc être approximés par :

$$\begin{cases} v_{\phi}(\omega) \simeq c_0 \left[1 - \left(\frac{\gamma_{\text{eq}} - 1}{2 c_{p,\text{eq}}} \right) \sum_{\beta} \frac{c_{v,\beta}}{1 + (\omega \tau_{\beta})^2} \right] \\ \alpha_{\beta}(\omega) \simeq \frac{1}{\lambda} \sum_{\beta} (\alpha_{\beta} \lambda)_m \frac{2 \omega \tau_{\beta}}{1 + (\omega \tau_{\beta})^2} \end{cases}$$

avec $(\alpha_{\beta} \lambda)_m$ l'absorption absolue maximale atteinte lorsque $f = f_{\beta}$ et qui s'exprime :

$$(\alpha_{\beta} \lambda)_m = \frac{\pi (\gamma_{\text{eq}} - 1) c_{v,\beta}}{2 c_{p,\text{eq}}}$$

L'évolution de α_{β} normalisée par $\alpha_{\beta}(f_{\beta})$ est tracée à la figure 2.1.a en fonction de la fréquence normalisée f/f_{β} . Pour $f < f_{\beta}$, l'absorption par longueur d'onde croît avec le carré de la fréquence jusqu'au voisinage de f_{β} . Pour des fréquences supérieures à f_{β} , l'absorption par longueur d'onde converge vers $2\alpha_{\beta}(f_{\beta})$.

L'évolution de $v_{\phi} - c_0$ en fonction du rapport f/f_{β} est tracée à la figure 2.1.b. La vitesse de phase croît de façon monotone lorsque la fréquence augmente. L'essentiel

de cette croissance est réalisé entre $0.1f_\beta$ et $10f_\beta$. La vitesse de propagation des ondes hautes fréquences correspond à la vitesse du son c_0 à l'équilibre. La vitesse de phase des ondes basses fréquences est inférieure à c_0 . La variation maximale de la vitesse de phase imputable à la relaxation de β s'exprime par :

$$\Delta c_\beta = c_0 \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)c_{v,\beta}}{2 c_{p,\text{eq}}}$$

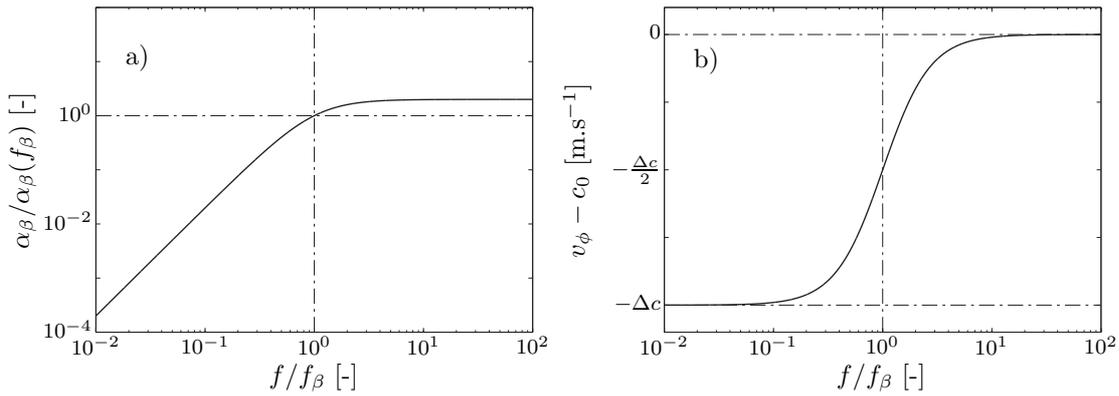


FIGURE 2.1 – Absorption & déphasage par la relaxation de la vibration.

- (a) Absorption par longueur d'onde normalisée en fonction de la fréquence acoustique normalisée
- (b) Variation de la vitesse de phase par rapport à $c_0 = \sqrt{\gamma_{\text{eq}} r T_0}$ en fonction de la fréquence acoustique normalisée

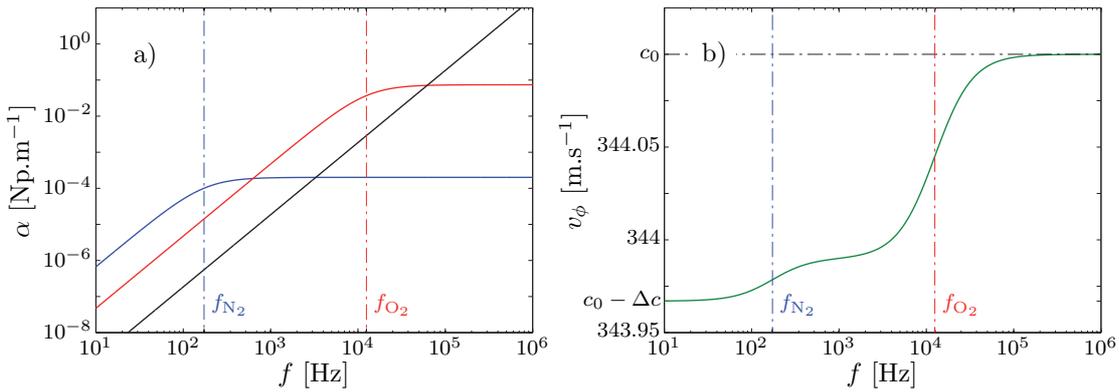


FIGURE 2.2 – Absorption & déphasage d'une onde acoustique dans l'air.

- (a) Absorption par longueur d'onde en fonction de la fréquence acoustique
 - (b) Vitesse de phase en fonction de la fréquence acoustique
- Nota : pour de l'air dans des conditions normales.
 (—) absorption classique $\alpha_{\text{cl,air}}$; absorption par la relaxation (—) $\alpha_{\text{N}_2,\text{air}}$, (—) $\alpha_{\text{O}_2,\text{air}}$; vitesse de phase (—) $v_{\phi,\text{air}}$

Les coefficients d'absorption par longueur α_{O_2} et α_{N_2} sont tracés à la figure 2.2.a pour de l'air dans des conditions normales. Dans le domaine des basses fréquences, l'absorption par la relaxation est supérieure à l'absorption classique. L'absorption classique ne devient dominante que pour des fréquences acoustiques de l'ordre de 10^5 Hz et au delà. La vitesse de phase en fonction de la fréquence acoustique est reproduite à la figure 2.2.b. Le calcul des variations dues à la relaxation de O_2 et N_2 fournit $\Delta c_{O_2} \simeq 0.11 \text{ m.s}^{-1}$ & $\Delta c_{N_2} \simeq 0.023 \text{ m.s}^{-1}$. Puisque les effets des différentes espèces sont cumulés $\Delta c_{\text{air}} \simeq 0.133 \text{ m.s}^{-1}$, les effets dispersifs sont donc assez limités.

Les effets dissipatifs et dispersifs de la relaxation moléculaire en haute atmosphère sont introduits à la section §1.2.6 sur la base des relations présentées dans cette partie.

2.3 Étude analytique de la propagation en milieu inhomogène

Dans cette section, l'influence de l'inhomogénéité du milieu de propagation sur les ondes acoustiques est examinée. Le cas général d'un fluide dont l'inhomogénéité ne résulte pas d'une force extérieure est d'abord considéré. Ce type de problème est traité par Bergmann [11] dans un article fondateur. Dans une seconde partie, les effets de l'application d'un champ de gravité uniforme sur le fluide sont étudiés. Ce sujet, introduit par les publications de Taylor [142] et Goldstein [60], se rapporte plus spécifiquement à la propagation des ondes dans les milieux stratifiés. Il est évoqué par Bergmann [11] et il est détaillé dans les ouvrages de Eckart [46] ou, plus récemment, de Nappo [102] et d'Ostashev [106].

Les termes dissipatifs sont négligés. Les développements mathématiques établissant les relations présentées ci-après sont fournis en annexe §B.4.

2.3.1 Propagation dans un milieu inhomogène

Équations de propagation

Afin d'étudier l'influence des inhomogénéités du milieu de propagation, il est commode de se rapporter au système d'équations :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0 \quad (2.22a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \nabla p' - \frac{\rho'}{\rho_0} \nabla p_0 = 0 \quad (2.22b)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 = c_0^2 \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 \right) \quad (2.22c)$$

Les relations (2.22a) & (2.22b) sont les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement linéarisées au premier ordre pour un fluide inhomogène et au repos. La relation (2.22c) provient de la linéarisation du premier principe de la thermodynamique.

Le milieu est considéré comme intrinsèquement inhomogène, c'est-à-dire que l'inhomogénéité n'est pas due à l'application d'une force extérieure. Les termes liés à

la gravité \mathbf{g} et au gradient du champ moyen de pression ∇p_0 sont donc négligeables [11]. L'équation de propagation pour un tel milieu est obtenue en réarrangeant ce système. Elle s'écrit :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' + \frac{\nabla p' \cdot \nabla \rho_0}{\rho_0} = 0 \quad (2.23)$$

Le troisième terme de l'opérateur de propagation induit notamment un effet d'amplification. Afin de s'affranchir de cet effet, Bergmann [11] propose le changement de variable suivant :

$$\Psi = \frac{p'}{\sqrt{\rho_0}}$$

L'introduction de ce changement dans l'équation (2.23) conduit à reformuler une équation de propagation sur Ψ , soit :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \Psi + N_{ac}^2 \Psi = 0 \quad (2.24)$$

avec N_{ac} une grandeur homogène à une fréquence et dont l'expression est donnée par :

$$N_{ac} = c_0 \sqrt{-\frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \rho_0}{\rho_0} + \frac{3}{4} \left(\frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} \right)^2}$$

Relations de dispersion

Pour un milieu isotherme, stationnaire et de composition homogène, l'introduction des perturbations caractéristiques (2.14) dans les équations de propagation permet d'obtenir des relations de dispersion [90, 113] (§2.2.1).

Dans le cas de l'équation (2.23), la solution des ondes planes $p' = \hat{p} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$ conduit à la relation de dispersion :

$$k = \frac{\omega}{c_0} \left(1 - i \frac{1}{2} \frac{\mathbf{k}}{\|\mathbf{k}\|^2} \cdot \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} \right) \quad (2.25)$$

avec $\mathbf{k} = {}^t(k_x, k_y, k_z)$ le vecteur d'onde et $\|\mathbf{k}\|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$. Cette relation permet d'identifier le terme d'amplification. Celui-ci traduit une amplification ou une atténuation suivant que le vecteur d'onde est orienté dans le sens d'un gradient de masse volumique négatif ou positif.

Dans le cas de l'équation (2.24) dérivée par Bergmann [11], la relation de dispersion est obtenue en appliquant la perturbation caractéristique $\Psi = \hat{\Psi} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$, soit :

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \Omega_{ac}^2}{c_0^2}} \quad (2.26)$$

avec $\Omega_{ac} = 2\pi N_{ac}$, la pulsation de coupure acoustique. Les vitesses de phase et de groupe s'écrivent alors :

$$\begin{cases} v_\phi(\omega) = \frac{\omega}{\Re(k)} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{ac}}{\omega}\right)^2}} \\ v_g(\omega) = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{ac}}{\omega}\right)^2} \end{cases} \quad (2.27)$$

Les évolutions de v_ϕ/c_0 et v_g/c_0 en fonction du rapport f/N_{ac} sont reproduites à la figure 2.3. Pour $f > N_{ac}$, les vitesses de phase et de groupe convergent rapidement vers c_0 lorsque f augmente. Lorsque f diminue et tend vers la fréquence N_{ac} , la vitesse de phase tend vers l'infini et la vitesse de groupe tend vers 0. Les ondes acoustiques sont alors fortement dispersées. Pour des fréquences acoustiques inférieures à N_{ac} , les vitesses de phase et de groupe ne sont plus réelles mais imaginaires. Du fait de ce comportement, N_{ac} est généralement désignée sous le terme de *fréquence de coupure acoustique*.

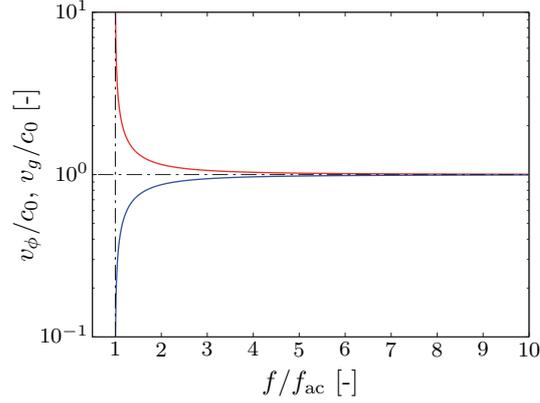


FIGURE 2.3 – Dispersion des ondes dans un milieu inhomogène.

Vitesse de phase & de groupe normalisées en fonction de la fréquence normalisée par la fréquence de coupure acoustique f_{ac}

((—) v_ϕ/c_0 , (—) v_g/c_0)

2.3.2 Propagation dans un champ de gravité uniforme

L'influence d'un champ de gravité uniforme $\mathbf{g} = {}^t(0, 0, -g_z)$ peut être étudiée à partir du système linéarisé (2.22). La loi de l'hydrostatique permet de faire apparaître g_z à la place du gradient de pression ∇p_0 . En considérant le milieu au repos et en négligeant la seconde dimension horizontale e_y , ce système devient :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' + v'_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0 \quad (2.28a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (2.28b)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_z}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g_z = 0 \quad (2.28c)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \rho_0 g_z v'_z = c_0^2 \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + v'_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right) \quad (2.28d)$$

Dans la cadre d'une atmosphère isotherme, stationnaire et dont la composition est homogène, les champs moyens de masse volumique et de pression s'expriment [90] :

$$\begin{cases} \rho_0(z) = \rho_{0,\text{sol}} e^{-z/H} \\ p_0(z) = p_{0,\text{sol}} e^{-z/H} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -\frac{1}{H} \\ \frac{1}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} = -\frac{1}{H} \end{cases} \quad (2.29)$$

avec $H = rT/g_z = c_0^2/(\gamma g_z)$ la hauteur d'échelle et $\rho_{0,\text{sol}}$ et $p_{0,\text{sol}}$ respectivement la masse volumique et la pression moyenne au sol.

L'introduction des perturbations caractéristiques (2.14) et des relations (2.29) dans le système (2.28) conduit à formuler :

$$P(\omega) = \omega^4 - \omega^2 c_0^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1) g_z^2 k_x^2 + i\omega^2 \gamma g_z k_z = 0 \quad (2.30)$$

qui est équivalent à la relation de Taylor-Goldstein [142, 60]. Ce polynôme décrit la propagation d'une perturbation normalisée par le champ moyen, soit p'/p_0 (§B.4.2). L'absorption pour une onde se propageant horizontalement est nulle ($\Im(k_x) = 0$), l'annulation des parties réelle et imaginaire de $P(\omega)$ est donc réalisée pour :

$$\begin{cases} \Re(k_z)^2 + \Re(k_x)^2 \left(1 - \frac{1}{\omega^2} \frac{(\gamma - 1) g_z^2}{c_0^2}\right) = \left(1 - \frac{1}{\omega^2} \frac{(\gamma g_z)^2}{4c_0^2}\right) \frac{\omega^2}{c_0^2} \\ \Im(k_z) = \frac{\gamma g_z}{2c_0^2} \end{cases} \quad (2.31)$$

Dans le cadre d'une atmosphère isotherme les fréquences de coupure acoustique et de Väisälä-Brunt (§1.1.4) s'expriment :

$$\begin{cases} N_{\text{VB}} = \sqrt{-\frac{g_z^2}{c_0^2} - \frac{g_z \partial_z \rho_0}{\rho_0}} = \frac{\sqrt{\gamma - 1} g_z}{c_0} \\ N_{\text{ac}} = c_0 \sqrt{-\frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \rho_0}{\rho_0} + \frac{3}{4} \left(\frac{\nabla \rho_0}{\rho_0}\right)^2} = \frac{\gamma g_z}{2c_0} \end{cases} \quad (2.32)$$

et comme $\gamma \simeq 1.4$, $N_{\text{ac}} > N_{\text{VB}}$. En écrivant ces fréquences sous la forme de pulsations et en introduisant la hauteur d'échelle H , les solutions de $P(\omega)$ se reformulent :

$$\Re(k_z)^2 + \Re(k_x)^2 \left(1 - \frac{\Omega_{\text{VB}}^2}{\omega^2}\right) = \left(1 - \frac{\Omega_{\text{ac}}^2}{\omega^2}\right) \frac{\omega^2}{c_0^2} \quad (2.33)$$

$$\Im(k_z) = \frac{1}{2H} \quad (2.34)$$

Amplification verticale

À partir des relations (2.29), la masse volumique moyenne à une altitude quelconque z_1 est définie par rapport à la masse volumique au sol par :

$$\frac{\rho_0(z_1)}{\rho_{0,\text{sol}}} = \exp\left(-\int_0^{z_1} \frac{dz}{H(z)}\right) \quad (2.35)$$

Or, pour une onde qui se propage verticalement depuis le sol jusqu'à une altitude z_1 , la partie imaginaire $\Im(k_z)$ souligne que le rapport p'/p_0 est amplifié tel que :

$$\frac{p'}{p_0}(z_1) = \frac{p_s}{p_{0,\text{sol}}} \exp\left(\int_0^{z_1} \frac{dz}{2H(z)}\right) \quad (2.36)$$

avec p_s l'amplitude de la source au sol. Le terme exponentiel peut se reformuler en introduisant la relation (2.35) :

$$\exp\left(\int_0^{z_1} \frac{dz}{2H(z)}\right) = \exp\left(-\int_0^{z_1} \frac{dz}{H(z)}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{\rho_{0,\text{sol}}}{\rho_0(z_1)}}$$

Ainsi, pour une onde qui se propage depuis le sol, le rapport p'/p_0 évolue proportionnellement à $1/\sqrt{\rho_0(z)}$. Du fait de la décroissance exponentielle de ρ_0 avec l'altitude, le rapport p'/p_0 est considérablement amplifié. L'amplification atmosphérique verticale est présentée à la section §1.2.4. Ce phénomène joue un rôle prépondérant dans le développement des effets non linéaires en haute atmosphère (§1.2.5).

Mode de propagation

La partie réelle de $P(\omega)$ est une quadrique. Les modes de propagation sont déterminés en fonction de ω relativement à Ω_{ac} et Ω_{VB} .

Pour $\omega > \Omega_{\text{ac}} > \Omega_{\text{VB}}$: la relation (2.33) est une ellipsoïde. C'est le domaine des ondes acoustiques, la propagation est longitudinale. Pour un vecteur d'onde \mathbf{k} formant un angle θ_k avec la direction horizontale e_x , les parties réelles de \mathbf{k} s'expriment :

$$\begin{cases} \Re(k_x) = \frac{\omega}{c_0} \left(\frac{\omega^2 - \Omega_{\text{VB}}^2}{\omega^2 - \Omega_{\text{ac}}^2} \right) \cos \theta_k \\ \Re(k_z) = \frac{\omega}{c_0} \left(\frac{\omega^2}{\omega^2 - \Omega_{\text{ac}}^2} \right) \sin \theta_k \end{cases}$$

ces relations sont généralisables à un espace 3D en remplaçant k_x par $k_H = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, avec k_H le vecteur d'onde dans le plan horizontal (e_x, e_y).

Lorsque $\omega \gg \Omega_{\text{ac}} > \Omega_{\text{VB}}$ l'ellipsoïde tend vers la sphère de rayon ω/c_0 et la propagation est isotrope.

Pour $\Omega_{\text{ac}} > \Omega_{\text{VB}} > \omega$: la relation (2.33) est une hyperboloïde à deux nappes. C'est le domaine des ondes de gravité, leur propagation est fortement anisotrope et leur vitesse de phase est très inférieure à c_0 [46, 102].

Pour $\Omega_{\text{ac}} > \omega > \Omega_{\text{VB}}$: la relation (2.33) n'admet pas de solution réelle, c'est le domaine des ondes évanescentes. Les ondes acoustiques et les ondes de gravités sont fortement dispersées, et seules les ondes de Lamb se propagent dans cet intervalle fréquentiel [115, 58].

Ces résultats analytiques ont été obtenus avec l'hypothèse d'une atmosphère isotherme [90]. Blokhintzev [17] ou Ostashev [106] proposent des développements pour une atmosphère isentropique, ce qui conduit à des résultats similaires.

Dans le cas d'un milieu non isotherme et stationnaire, la vitesse de propagation c_0 varie et les coefficients des perturbations caractéristiques sont dépendants de \mathbf{x} . Dans cette configuration, les relations de dispersion (2.25), (2.26) et (2.30) ne sont plus que des solutions asymptotiques qui supposent que les variations de c_0 sont négligeables sur des distances de l'ordre de la longueur d'onde [90, 53] (§2.14). Dès lors, les comportements physiques décrits précédemment ne sont plus nécessairement suivis.

Pour ce qui est du phénomène d'amplification en $1/\sqrt{\rho_0}$, les résultats des simulations de propagation infrasonore dans une atmosphère réaliste suggèrent qu'il reste valable pour des très basses fréquences acoustiques, de l'ordre de 0.01 Hz.

La description découplée des modes propagatifs est par contre moins bien suivie pour une atmosphère réaliste. Notamment parce que N_{VB} n'est pas toujours inférieure à N_{ac} et qu'il peut donc y avoir un couplage entre les ondes de gravité et les ondes acoustiques. Ces deux fréquences sont d'environ 0.02 Hz (cf. figure 1.5, §1.2.4)

Le domaine fréquentiel des ondes de gravité semble assez bien évalué par la relation asymptotique. En effet, les résultats obtenus par simulations pour différentes fréquences indiquent que ce mode n'apparaît sensiblement que pour des fréquences inférieures à N_{VB} (cf. figure 2.4). Par contre, le phénomène de dispersion des ondes acoustiques au voisinage de N_{ac} semble être une approximation moins satisfaisante. Pour des excitations de fréquence 0.01 Hz, les simulations soulignent que la perturbation initiale est aussi propagée suivant un mode longitudinal sur des distances importantes, de l'ordre de plusieurs dizaines de longueurs d'ondes (cf. figure 2.5).

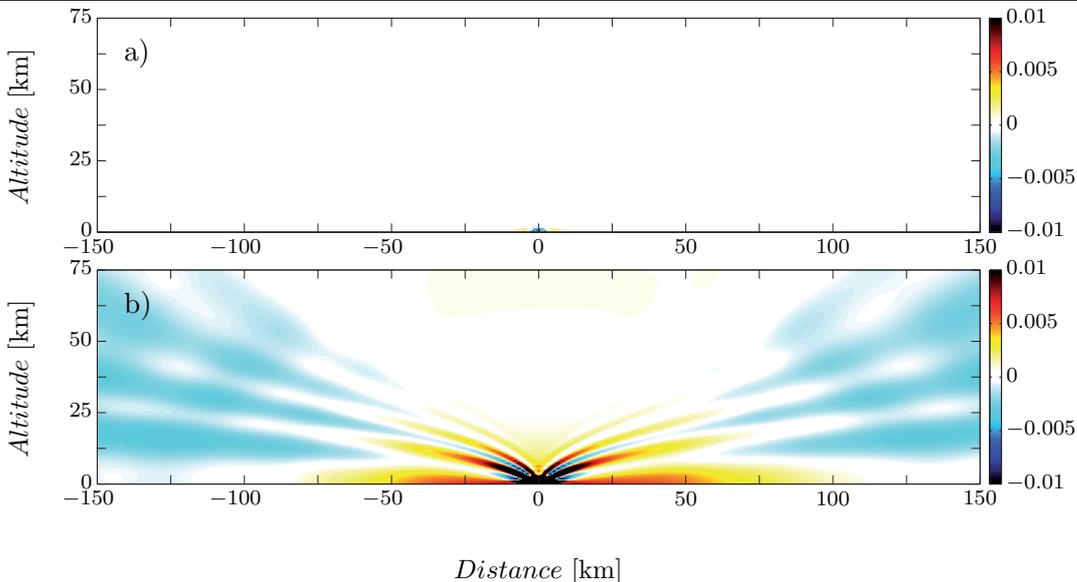


FIGURE 2.4 – Mode de propagation des ondes de gravité.

a) Champ acoustique instantané Ψ/Ψ_s pour une excitation de fréquence 0.1 Hz

b) Champ acoustique instantané Ψ/Ψ_s pour une excitation de fréquence 0.01 Hz

Nota : simulations pour une source canonique d'amplitude $p_s = 10$ Pa, enregistrements réalisés à $t = 2000$ s

Ces observations contredisent le phénomène de coupure acoustique tel qu'il est décrit par les relations (2.26) et (2.30) puisque, pour le modèle d'atmosphère employé, N_{ac} est supérieur à 0.01 Hz. Les phénomènes de focalisation sont néanmoins très altérés par une diminution de la fréquence en deçà de N_{ac} car les longueurs d'ondes acoustiques sont du même ordre que les échelles de longueur des variations de $c_0(z)$. Sur cette gamme fréquentielle, l'hypothèse haute fréquence n'est *a priori* plus vérifiée.

2.4 Conclusion intermédiaire

Ce chapitre a détaillé le système d'équations qui sera résolu numériquement par la suite. La modélisation de la relaxation de l'énergie de vibration moléculaire a été introduite. La validité de la formulation retenue est théoriquement assurée pour les conditions de température et de composition de l'atmosphère terrestre.

Dans un second temps, les phénomènes de dissipation et de dispersion des ondes acoustiques ont été étudiés analytiquement pour un milieu homogène. Les fonctions analytiques exprimant les coefficients d'absorption du son dans les gaz ont été calculés à partir des relations de dispersion. Ces fonctions ont permis de présenter l'influence des flux thermovisqueux et de la relaxation moléculaire sur la propagation des ondes acoustiques.

Enfin, la dernière partie a évoqué l'influence des inhomogénéités de l'atmosphère sur les ondes acoustique. Dans le cadre de l'hypothèse d'une atmosphère isotherme, les phénomènes d'amplification ont été mis en évidence de même que l'existence des différents modes propagatifs d'une perturbation. Par ailleurs, la validité de ces résultats et de leurs interprétations a été brièvement discutée pour une atmosphère réaliste.

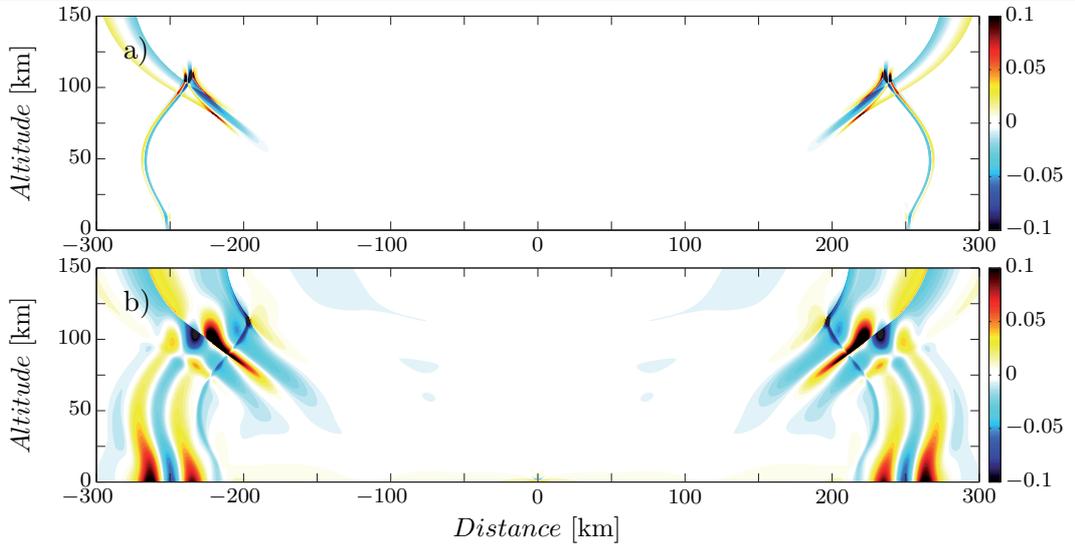


FIGURE 2.5 – Mode de propagation des ondes acoustique.

a) Champ acoustique instantané Ψ/Ψ_s pour une excitation de fréquence 0.1 Hz

b) Champ acoustique instantané Ψ/Ψ_s pour une excitation de fréquence 0.01 Hz

Nota : simulations pour une source canonique d'amplitude $p_s = 10$ Pa, enregistrements réalisés à $t = 875$ s

Chapitre 3

Développement d'un code de simulation 2D pour la propagation infrasonore

Ce troisième chapitre regroupe l'ensemble des méthodes numériques utilisées pour résoudre le modèle présenté au chapitre précédent. La section §3.1 détaille en premier lieu le traitement du domaine intérieur. La précision et la stabilité théorique de ces méthodes y sont discutées. Les formulations utilisées aux limites du domaine de calcul sont présentées à la section §3.2. La section §3.3 rassemble les fonctions numériques annexes telles que les sources acoustiques ou une méthode de déplacement de domaine. Les deux sections suivantes s'attachent à valider par des cas de test académiques la qualité des résultats numériques. La section §3.4 est destinée à la validation de la condition limite de paroi, tandis que la section §3.5 éprouve les capacités du code de calcul à reproduire les effets dissipatifs et non linéaires. Finalement, des simulations 1D de propagation infrasonore non linéaire sont réalisées à la section §3.6 afin d'évaluer la possibilité d'entreprendre des calculs de propagation à très grande distance avec une discrétisation optimale.

3.1 Méthodes numériques pour le domaine intérieur

Dans cette section, les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations du mouvement aux points intérieurs du domaine sont présentées. Ce domaine est bidimensionnel, la direction horizontale est notée e_x et la direction verticale e_z afin de rappeler qu'il s'agit de l'altitude. Le maillage est schématisé à la figure 3.1, il est constitué de respectivement n_x et n_z points dans les directions e_x et e_z . Sauf mention contraire, les limites supérieures et latérales du domaine sont des frontières libres et la limite inférieure est une paroi adiabatique solide. Le traitement de ces limites requiert des formulations et des méthodes numériques spécifiques qui sont présentées à la section suivante.

Les deux premières parties s'attachent à présenter le schéma de dérivation spatiale et la méthode d'intégration temporelle. Dans ces deux parties, la précision numérique théorique est discutée. La troisième partie introduit le filtrage permettant de prévenir les divergences numériques qui peuvent potentiellement déstabiliser

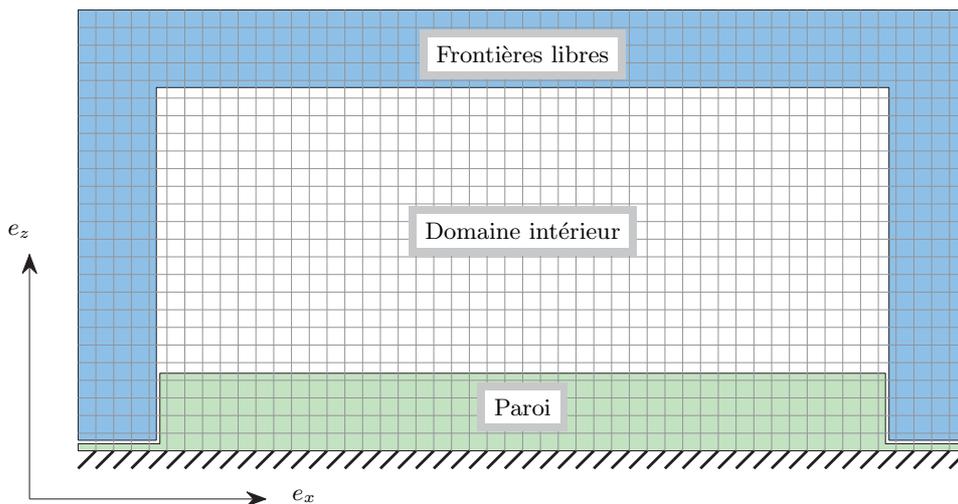


FIGURE 3.1 – Schématisation du domaine de calcul 2D.

les calculs. Enfin, la quatrième partie détaille la solution numérique retenue pour traiter les discontinuités résultant de la formation des chocs acoustiques. Cette solution doit permettre d'entreprendre des simulations de propagation d'ondes de fortes amplitudes pour lesquelles les effets non linéaires sont importants. Ces méthodes numériques sont discutées en détails et sont comparées à d'autres solutions dans les thèses de Berland [12], de Gloerfelt [59] ou de De Cacqueray [37].

3.1.1 Schémas numériques de dérivation spatiale

L'emploi d'une méthode aux différences finies sur $M + N + 1$ points permet de formuler pour une fonction f au point x d'un maillage uniforme de pas Δx :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) \simeq \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-M}^N a_j f(x + j\Delta x) + \mathcal{O}(\Delta x^p) \quad (3.1)$$

avec a_j les coefficients du schéma numérique et p son ordre formel. Une dissipation numérique nulle est obtenue en choisissant un schéma centré et en utilisant des coefficients antisymétriques ($M = N$ et $a_{-j} = -a_j$).

Les schémas standards calculés par des développements en série de Taylor sont d'ordre maximal ($p = 2N$). Toutefois, leur bande passante limite la précision pour des fréquences spatiales élevées. Or, la simulation de la propagation acoustique nécessite une grande précision dans ce domaine spectral. En effet, d'une part les termes non linéaires induisent un développement important des hautes fréquences acoustiques, conduisant à la génération de chocs. Et d'autre part, l'intensité des phénomènes dissipatifs liés aux flux thermovisqueux ou à la relaxation moléculaire dépend essentiellement du contenu spectral de l'onde acoustique. De ce fait, les schémas standards sont peu adaptés pour des problèmes de propagation infrasonore. Ils imposent en effet un raffinement conséquent de la discrétisation spatiale pour limiter les effets de la dispersion numérique des hautes fréquences. Une résolution

plus avantageuse est obtenue en utilisant des méthodes numériques optimisées, développées par la communauté de la mécanique des fluides numérique. Celles-ci ont par ailleurs été employées avec succès pour des simulations de propagation acoustique large bande en milieu extérieur [29, 44] ou pour des calculs de propagation non linéaire avec dissipation [155, 98].

Différentes méthodes permettent d'optimiser des schémas de dérivation spatiale [89, 140]. La méthode développée par l'équipe de Tam à l'université d'État de Floride et reprise par l'équipe de Bailly à l'Ecole Centrale de Lyon conduit aux schémas DRP (*Dispersion Relation Preserving*). Les différents schémas DRP existants sont présentés dans les publications de Tam *et al.* [140, 139], de Bogey & Bailly [19] et de Berland *et al.* [13]. Ces schémas numériques reposent sur une optimisation des coefficients par minimisation de la dispersion numérique sur un intervalle des nombres d'onde déterminé. Cette procédure est réalisée pour un schéma d'ordre fixé dont les coefficients sont recalculés. Le schéma obtenu est alors beaucoup plus précis sur l'intervalle fréquentiel choisi malgré un ordre formel inférieur à celui du schéma standard. Tam & Webb [140] proposent un schéma sur 7 points d'ordre 4, optimisé pour $k\Delta x \in [\pi/5; 2\pi/5]$. Le schéma de Bogey & Bailly [19], d'ordre 4 sur 11 points, est optimisé pour des nombres d'ondes compris entre $\pi/16$ et $\pi/2$. Comparativement au schéma standard d'ordre 10, ce dernier permet un gain de précision considérable pour les hauts nombres d'onde. Ce schéma, noté FDo11p, est choisi pour l'estimation des dérivées spatiales des équations du mouvement aux nœuds du domaine intérieur.

Performances du schéma FDo11p

La dispersion d'un schéma numérique est étudiée à partir de son nombre d'onde effectif $k^*\Delta x$. Ce terme est calculé par la transformée de Fourier de la relation (3.1), pour un schéma centré non dissipatif :

$$k^*\Delta x = -i \sum_{j=M}^N a_j e^{ijk\Delta x} = 2 \sum_{j=1}^N a_j \sin(jk\Delta x)$$

Les coefficients a_j du schéma FDo11p sont donnés à l'annexe §C.1. Le nombre d'onde effectif $k^*\Delta x$ est tracé à la figure 3.2.a en fonction du nombre d'onde réel $k\Delta x$. L'évolution de la dispersion numérique $|k^*\Delta x - k\Delta x|/\pi$ est reproduite à la figure 3.2.b. Pour des nombres d'onde proches de 0, l'erreur par rapport à la solution théorique ($k = k^*$) est très faible. À l'inverse, pour $k\Delta x$ proche de π , l'erreur est maximale et le nombre d'onde effectif tend vers 0. Entre ces extrêmes, $k^*\Delta x$ est proche de la solution exacte jusqu'à un nombre d'onde de coupure $k_c\Delta x \simeq \pi/2$ au-delà duquel la précision se dégrade rapidement. Le nombre d'onde de coupure est calculé pour satisfaire une erreur de dispersion inférieure à 10^{-4} . Cette fréquence spatiale peut être convertie en un nombre de points de maillage minimum par longueur d'onde, $\min(n_\lambda) = 2\pi/(k_c\Delta x)$. Pour la précision choisie, un peu plus de 4 points par longueur d'onde sont requis (cf. table 3.1).

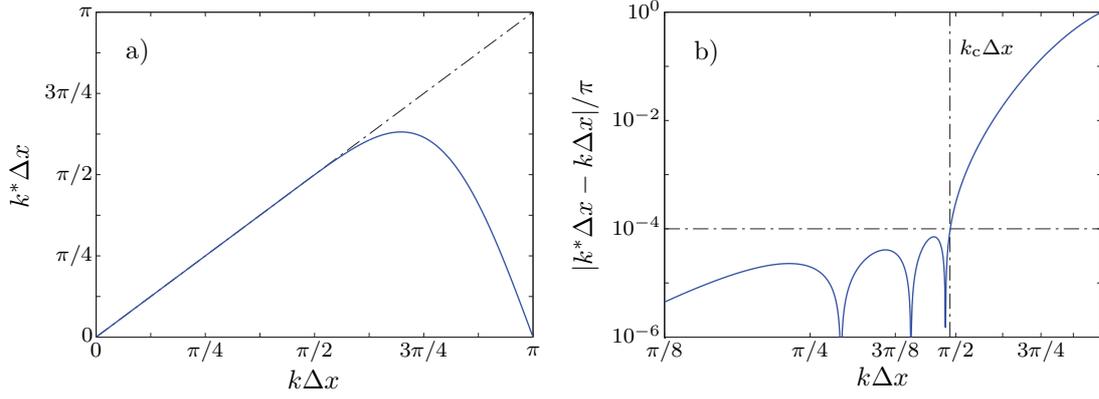


FIGURE 3.2 – Performances du schéma de dérivation spatiale FDo11p.

(a) Nombre d'onde effectif $k^* \Delta x$ en fonction du nombre d'onde réel $k \Delta x$

(b) Erreur de dispersion numérique en fonction du nombre d'onde réel $k \Delta x$

3.1.2 Intégration temporelle explicite à un pas

L'intégration temporelle des équations de Navier-Stokes se rapporte à un système différentiel de la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = F(U(t), t) \quad (3.2)$$

avec F un opérateur fonction du temps t et des variables $U(t)$, elles-mêmes fonctions du temps. La résolution de l'équation (3.2) par une méthode explicite permet d'exprimer directement les variables U à l'instant $t + \Delta t$ en fonction des variables aux instants précédents ($t, t - \Delta t, \dots, t - n\Delta t$) ce qui simplifie l'implémentation. De plus, le choix d'une méthode à un pas limite le coût de stockage numérique, car $U(t + \Delta t)$ est alors formulé uniquement en fonction de $U(t)$. Parmi les méthodes explicites à un pas, les méthodes de Runge-Kutta sont les seules à permettre un ordre de précision élevé. L'algorithme général d'une méthode de Runge-Kutta à p sous-étapes est :

$$\begin{cases} U^0 = U^n \\ U^j = U^n + b_j \Delta t F(U^{j-1}) \\ U^{n+1} = U^p \end{cases} \quad \text{avec } j = 1, \dots, p$$

avec b_j les coefficients numériques de la méthode. Cet algorithme général se réduit à la relation :

$$U^{n+1} = U^n + \sum_{j=1}^p \left(\prod_{m=p-j+1}^p b_m \right) \Delta t^j F^j(U^j) \quad (3.3)$$

avec Δt le pas de temps, F^j la j -ème convolution de F par lui-même et les U^n, U^{n+1} et U^j , les variables respectivement aux temps $t, t + \Delta t$ et à la j -ème sous-étapes. En supposant la linéarité de F , la transformée de Fourier de la relation (3.3) s'exprime :

$$G_{\text{RK}}(\omega \Delta t) = 1 + \sum_{j=1}^p \left(\prod_{m=p-j+1}^p b_m \right) (i\omega \Delta t)^j = |G_{\text{RK}}(\omega \Delta t)| e^{i\omega^* \Delta t} \quad (3.4)$$

avec $|G_{\text{RK}}(\omega \Delta t)|$ le taux d'amplification, $\omega \Delta t$ la pulsation réelle et $\omega^* \Delta t$ la pulsation effective. La méthode d'optimisation des coefficients est détaillée dans les publications de Tam & Webb [140] ou Hu *et al.* [72]. À l'image des schémas de dérivation,

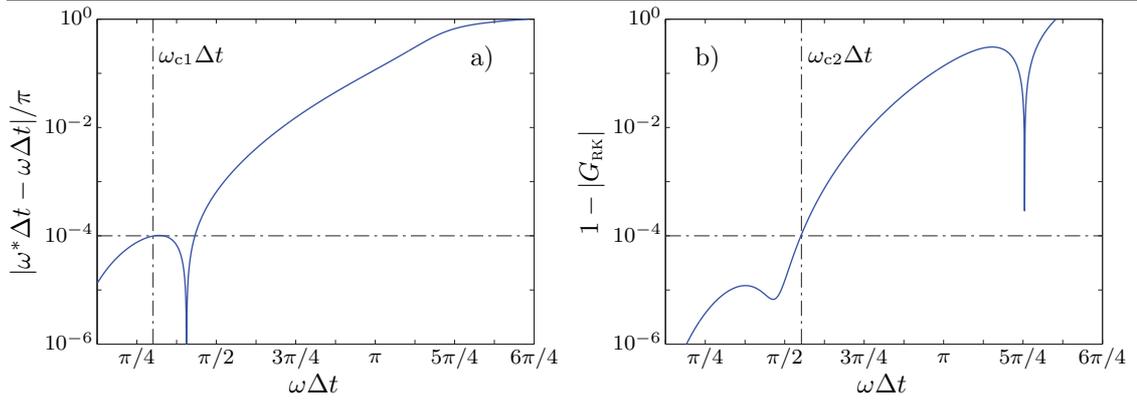


FIGURE 3.3 – Performances de la méthode d'intégration temporelle RK2.

(a) Erreur de dispersion numérique en fonction de la pulsation réelle $\omega\Delta t$ (b) Erreur de dissipation numérique en fonction la pulsation réelle $\omega\Delta t$

elle est basée sur une minimisation de l'erreur sur un intervalle des pulsations. Pour proposer une méthode compatible avec le schéma FDo11p, Bogey & Bailly [19] minimisent les erreurs de dissipation et de dispersion d'une méthode Runge-Kutta à 6 sous-étapes pour des pulsations $\omega\Delta t$ allant jusqu'à $\pi/2$. La méthode obtenue, notée RK2, est d'ordre 2 quel que soit F , linéaire ou non. Elle est choisie pour être implémentée dans le code de calcul, ses caractéristiques sont détaillées ci-après.

Performances de la méthode RK2

Les coefficients b_j de la méthode RK2 sont reportés à l'annexe C.2. Les erreurs de dispersion et de dissipation numérique sont tracées à la figure 3.3 en fonction de la pulsation réelle $\omega\Delta t$. Pour des pulsations faibles, les erreurs sont minimales, elles augmentent lorsque $\omega\Delta t$ croît. Parce que la méthode est à la fois dispersive et dissipative, deux contraintes de précision sur $\omega\Delta t$ sont à prendre en compte. Pour assurer une dispersion $|\omega^*\Delta t - \omega\Delta t|/\pi < 10^{-4}$, la pulsation doit être inférieure à une pulsation de coupure $\omega_{c1}\Delta t \simeq 5\pi/16$. De même, pour une erreur de dissipation $1 - |G_{RK}| < 10^{-4}$, la pulsation de coupure est $\omega_{c2}\Delta t \simeq 9\pi/16$. Par ailleurs, la stabilité numérique n'est plus assurée pour $|G_{RK}| > 1$, la pulsation maximale de stabilité est $\omega_{stab}\Delta t \simeq 5\pi/4$ (cf. table 3.1).

La dissipation numérique de la méthode RK2 s'exprime en Np.m^{-1} par la relation :

$$\alpha_{RK} = \frac{1}{c_0\Delta t} \ln \left(\frac{1}{|G_{RK}|} \right) \quad (3.5)$$

avec c_0 la vitesse du son. À la fréquence de coupure la dissipation numérique est de $10^{-4}/(c_0\Delta t)$ Np.m^{-1} .

Stabilité des méthodes d'intégration explicites

L'emploi d'une méthode d'intégration explicite introduit un critère de stabilité, dit critère de Courant-Friedrichs-Lewy. Il impose qu'une perturbation se propageant

dans la direction e_x à la vitesse V ne doit pas parcourir une distance supérieure à la taille des mailles Δx au cours d'un pas de temps Δt . Ce qui se formule par :

$$CFL = \frac{V\Delta t}{\Delta x} = \frac{\max(c_0 + v_x)\Delta t}{\min(\Delta x)} \leq CFL_{\max}$$

avec c_0 la vitesse du son, v_x la vitesse de convection imposée par l'écoulement et CFL le coefficient de Courant-Friedrichs-Lewy. Le coefficient CFL_{\max} dépend des méthodes numériques utilisées, du nombre de dimensions du domaine et du système de coordonnées (cartésien, cylindrique ou sphérique). Pour les méthodes numériques choisies, ces coefficients sont calculés par Desvigne [40] pour différentes configurations. Dans le cas d'un domaine 2D en coordonnées cartésiennes, le coefficient CFL_{\max} est de 1.40 ou 1.45 suivant que l'influence du filtrage sélectif est pris en compte ou non (§3.1.3). Cette contrainte de stabilité se traduit par une contrainte sur le pas de temps, pour un maillage régulier ($\Delta x = \Delta z = cste$) :

$$\Delta t = CFL \frac{\max(c_0 + \|\mathbf{v}_0\|)}{\Delta x} \leq CFL_{\max} \frac{\max(c_0 + \|\mathbf{v}_0\|)}{\Delta x} \quad (3.6)$$

Intégration d'une équation de relaxation

L'inclusion des phénomènes liés à la vibration moléculaire dans les équations du mouvement impose d'intégrer temporellement des équations de relaxation (§2.1.1). Pour ce type d'équation, la relation (3.2) se réduit à :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{\tau_\beta} \quad (3.7)$$

où τ_β est indépendant du temps. La fonction de transfert s'exprime dans ce cas en fonction du rapport $h = \Delta t/\tau_\beta$:

$$G_{\text{RK,relax}}(h) = 1 + \sum_{j=1}^p (-1)^j h^j b_j \quad (3.8)$$

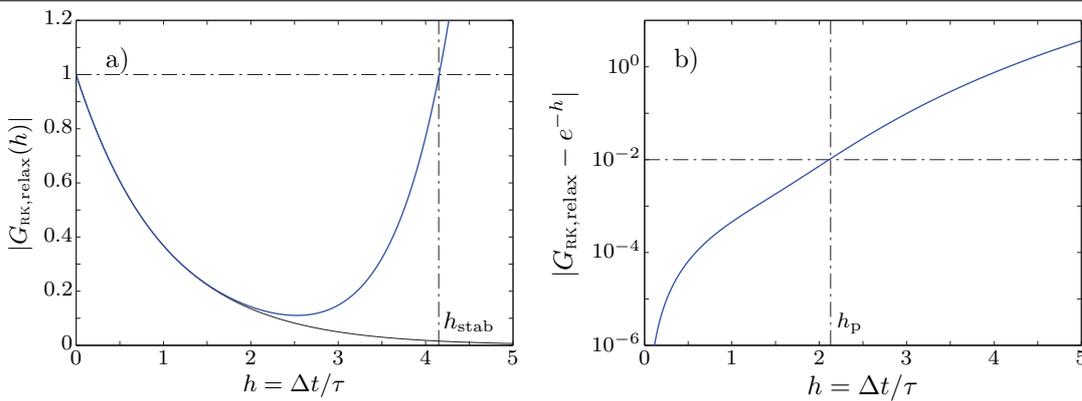


FIGURE 3.4 – Performances de la méthode RK2 pour une équation de relaxation.
 (a) Gain $|G_{\text{RK,relax}}|$ en fonction du rapport $h = \Delta t/\tau_\beta$
 (b) Erreur de dissipation numérique en fonction du rapport $h = \Delta t/\tau_\beta$
 (—) méthode RK2 pour une équation de relaxation, (—) solution analytique e^{-h}

Le facteur d'amplification $G_{\text{RK,relax}}$ est tracé à la figure 3.4 en fonction de h , et est comparé à la fonction e^{-h} solution de l'équation (3.7). Pour h faible, les solutions obtenues sont proches de la solution exacte. Lorsque h croît, la solution numérique se dégrade et l'erreur augmente vers l'infini. Puisque la méthode est stable pour $|G_{\text{RK,relax}}| < 1$, le critère de stabilité sur h est $h < h_{\text{stab}} \simeq 4.15$. Ce qui se reformule par une condition sur le pas de temps $\Delta t < 4.15\tau_\beta$. Par ailleurs, une condition de précision peut être définie sur $|G_{\text{RK,relax}}(h) - e^{-h}|$. Pour de l'air à une température inférieure à 700 K, il n'est pas nécessaire d'imposer une contrainte à 10^{-4} . En effet, dans ces conditions, une erreur inférieure à 10^{-2} sur T_β ne peut pas induire une erreur supérieure à 0.1 % sur l'énergie de vibration $u_{\text{vib},\beta}$. Pour une erreur inférieure à 10^{-2} , h doit être inférieur à $h_p = 2.13$, la condition sur le pas de temps est donc $\Delta t < 2.13\tau_\beta$.

Conditions de stabilité et de précision

Conditions de stabilité			
Méthode RK2	$\omega\Delta t < \omega_{\text{stab}}\Delta t$	$\omega_{\text{stab}}\Delta t = 3.94$ $\implies \Delta t < 2.57 \Delta x/c_0$	(Cs1)
Critère CFL	$CFL < CFL_{\text{max}}$	$CFL_{\text{max}} = 1.40$ $\implies \Delta t < 1.40 \Delta x/c_0$	(Cs2)
Méthode RK2 pour la relaxation	$\Delta t/\tau_\beta < h_s$	$h_{\text{stab}} = 4.15$ $\implies \Delta t < 4.15 \tau_\beta$	(Cs3)
Conditions de précision			
Schéma FDo11p	$k\Delta x < k_c\Delta x$	$k_c\Delta x = 1.52$ $\implies \Delta x < c_0/(4.11 f_{\text{max}})$	(Cp1)
Dispersion de la méthode RK2	$\omega\Delta t < \omega_{c1}\Delta t$	$\omega_{c1}\Delta t = 0.946$ $\implies \Delta t < 0.62 \Delta x/c_0$	(Cp2)
Dissipation de la méthode RK2	$\omega\Delta t < \omega_{c2}\Delta t$	$\omega_{c2}\Delta t = 1.73$ $\implies \Delta t < 1.13 \Delta x/c_0$	(Cp3)
Méthode RK2 pour la relaxation	$\Delta t/\tau_\beta < h_p$	$h_p = 2.13$ $\implies \Delta t < 2.13 \tau_\beta$	(Cp4)

TABLE 3.1 – Conditions de stabilité et de précision des méthodes numériques. Nota : ces conditions sont calculées pour un système de coordonnées cartésien, f_{max} est la fréquence maximale à résoudre ($f_{\text{max}} = f_c$)

L'ensemble des conditions de stabilité et de précision imposées par les méthodes numériques sont résumées à la table 3.1. La condition (Cp1) est l'unique contrainte sur le pas spatial, elle doit toujours être satisfaite. La fréquence de coupure numérique est définie à partir de cette condition, $f_c = c_0/(4.11\Delta x)$. Les contraintes sur Δt sont formulées en fonction de Δx en considérant que leurs fréquences caractéristiques sont égales à f_c . La condition qui fixe le pas de temps Δt dépend du système d'équations à résoudre. Pour les équations d'Euler ou les équations de Navier-Stokes, la condition (Cp2) est la plus restrictive ; reformulée en un pseudo-critère CFL elle impose un coefficient $CFL < 0.62$. Si le système d'équations intègre la relaxation de la vibration moléculaire, Δt est fixé par la contrainte la plus restrictive entre (Cp2) et (Cp4).

3.1.3 Filtrage sélectif

La troncature imposée par la discrétisation génère des oscillations parasites hautes fréquences, dites oscillations *maille à maille* [141]. Celles-ci peuvent être renforcées par les effets non linéaires qui développent les hautes fréquences acoustiques. Ces oscillations sont à l'origine d'erreurs numériques importantes car, du fait de leur fréquence, elles ne sont pas suffisamment discrétisées. Elles entraînent généralement une déstabilisation des calculs. Ce phénomène peut être traité avec un filtre explicite passe-bas qui dissipe les fréquences spatiales supérieures à $k_c\Delta x$ tout en préservant celles qui sont correctement résolues. La formulation du filtrage d'une fonction f est :

$$\tilde{f}(x_i) = f(x_i) - \sigma_{\text{FS}} \sum_{j=M}^N d_j f(x_{i+j}) \quad (3.9)$$

avec \tilde{f} la fonction filtrée et σ_{FS} l'intensité de filtrage ($\sigma_{\text{FS}} \in [0; 1]$). Si f est une variable conservative, le choix d'une intensité σ_{FS} constante assure une procédure conservative [37]. Pour un schéma centré avec des coefficients symétriques ($d_j = d_{-j}$) la procédure est non-dispersive. La transformée de Fourier de la relation (3.9) mène à la fonction de transfert G_{FS} :

$$G_{\text{FS}}(k\Delta x) = -\sigma_{\text{FS}} \sum_{j=M}^N d_j e^{ijk\Delta x} = \sigma_{\text{FS}} \left(d_0 + 2 \sum_{j=1}^N d_j \cos(jk\Delta x) \right) \quad (3.10)$$

avec d_j les coefficients numériques. Bogey *et al.* [20] proposent un filtre d'ordre 6 sur 11 points, noté SFo11p. Ses coefficients sont optimisés dans l'espace de Fourier pour définir une méthode complémentaire du schéma FDo11p et de l'algorithme RK2. Ils sont rapportés à l'annexe §C.3.

L'évolution de $|G_{\text{FS}}|$ en fonction du nombre d'onde est reportée à la figure 3.5 pour $\sigma_{\text{FS}} = 1$. Pour $k\Delta x$ proche de 0 la dissipation est minimale. Elle commence à croître fortement pour des nombres d'onde voisins et supérieurs au nombre d'onde de coupure $k_c\Delta x$. À la fréquence de coupure, le taux de dissipation du filtre est d'environ 10^{-2} . Ce niveau de dissipation peut toutefois être diminué soit en réduisant l'intensité σ_{FS} , soit en utilisant le filtre, non pas à chaque itération temporelle mais toutes les n_{FS} itérations. Le paramétrage de σ_{FS} et de n_{FS} doit donc être le fruit d'un compromis entre le maintien de la stabilité numérique et la minimisation de la dissipation numérique.

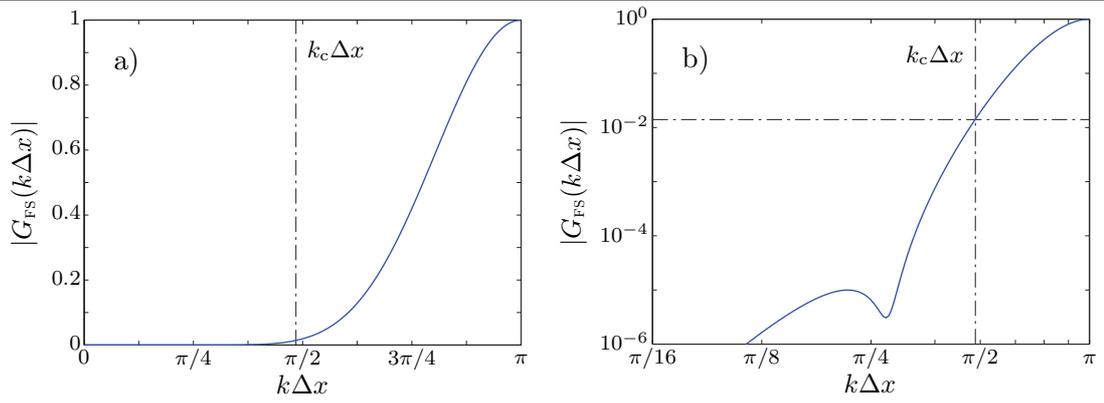


FIGURE 3.5 – Performances du filtre sélectif SFo11p.

(a) Gain $|G_{FS}|$ en fonction du nombre d'onde réel $k\Delta x$ (b) Gain $|G_{FS}|$ en fonction du nombre d'onde réel $k\Delta x$ en échelle logarithmique

La dissipation numérique du filtre SFo11p s'exprime en Np.m^{-1} par la relation :

$$\alpha_{FS} = \frac{1}{n_{FS}c_0\Delta t} \ln \left(\frac{1}{1 - |G_{FS}|} \right) \quad (3.11)$$

la dissipation numérique totale, exprimée en Np.m^{-1} et notée α_{NUM} , est calculée en sommant les effets de la méthode RK2 et du filtre SFo11p, d'où :

$$\alpha_{NUM} = \frac{1}{c_0\Delta t} \left[\ln \left(\frac{1}{|G_{RK}|} \right) + \frac{1}{n_{FS}} \ln \left(\frac{1}{1 - |G_{FS}|} \right) \right] \quad (3.12)$$

Dans la pratique, la dissipation du filtrage domine largement les effets dissipatifs de la méthode Runge-Kutta et $\alpha_{NUM} \simeq \alpha_{FS}$. De ce fait, pour une discrétisation donnée, ce sont les paramètres numériques n_{FS} et σ_{FS} qui déterminent le taux de dissipation numérique.

Ce filtrage sélectif est appliqué sur les variables ρ , $\rho\mathbf{v}$, p et T_β . Une fois le filtrage effectué, la variable d'énergie ρe_{eq} est mise à jour à partir des variables filtrées.

3.1.4 Capture et filtrage des chocs

À cause des effets non linéaires, la propagation des ondes acoustiques de fortes amplitudes génère des discontinuités. La fréquence de coupure $k_c\Delta x$ est généralement très inférieure aux hautes fréquences acoustiques du choc. La troncature imposée génère alors des oscillations au voisinage de la discontinuité, dites oscillations de Gibbs. Elles sont à l'origine d'instabilités conduisant à des résultats non physiques et doivent être traitées numériquement pour empêcher leur développement. Parmi les solutions numériques existantes [80, 147, 36, 20], la méthode développée par Bogy *et al.* [20] et par de Cacqueray [37] est retenue. Elle se divise en deux étapes, la position du choc est d'abord déterminée au moyen d'un détecteur, puis un filtre dissipatif est appliqué localement sur la discontinuité.

Détection des chocs

Pour localiser le choc, Bogey *et al.* [20] utilisent un détecteur développé sur la base des travaux de Jameson *et al.* [75]. La procédure de détection se décompose de la manière suivante. Un filtre laplacien est appliqué à une grandeur Φ :

$$D\Phi_i = \frac{-\Phi_{i+1} + 2\Phi_i - \Phi_{i-1}}{4} \quad (3.13)$$

puis, l'amplitude de la partie haute fréquence de Φ est estimée par :

$$D\Phi_i^{\text{magn}} = \frac{1}{2} [(D\Phi_i + D\Phi_{i+1})^2 + (D\Phi_i - D\Phi_{i-1})^2] \quad (3.14)$$

finalemt, le détecteur r est défini comme le rapport de l'amplitude des hautes fréquences de Φ sur une grandeur locale de référence Φ_{ref} , soit au point i :

$$r_i = \frac{D\Phi_i^{\text{magn}}}{|\Phi_{\text{ref}}|_i^2} + \varepsilon \quad (3.15)$$

où $\varepsilon = 10^{-16}$ est utilisé pour prévenir une éventuelle divergence numérique. En choisissant $\Phi = \Phi_{\text{ref}} = p'$, le détecteur est basé sur la fluctuation de pression. Néanmoins, les variations de pression liées à l'acoustique ne sont pas distinguées de celles résultant de la turbulence. Bogey *et al.* [20] résolvent ce problème en utilisant $\Phi = \nabla \cdot \mathbf{v}$ et $\Phi_{\text{ref}} = c^2/\Delta x$ avec c la vitesse du son locale. Ce détecteur, basé sur la dilatation, estime la compression locale du fluide. L'intensité locale du filtrage s'exprime ensuite au nœud i par :

$$\sigma_{\text{sc},i} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_{\text{th}}}{r_i} + \left| 1 - \frac{r_{\text{th}}}{r_i} \right| \right) \quad (3.16)$$

où r_{th} est le seuil de détection des chocs. Ce seuil de déclenchement joue un rôle majeur sur la qualité des résultats puisqu'il détermine si la procédure de filtrage doit être appliquée ($r_i > r_{\text{th}}$) ou non. Pour des simulations de propagation où les chocs sont purement acoustiques de Cacqueray [37] recommande une valeur élevée ($r_{\text{th}} = 10^{-4}$) afin de limiter les passages du filtre et ainsi maintenir la position et le gradient du choc. Cette valeur est utilisée pour la totalité des simulations réalisées.

Filtrage des chocs

Un filtrage numérique est défini par la relation générale (3.9). Toutefois, parce que l'intensité σ_{sc} n'est pas constante, la procédure de filtrage n'est pas nécessairement conservative. Pour cela, le flux de dissipation du nœud i vers le nœud $i+1$ doit être égal à l'opposé du flux de dissipation du nœud $i+1$ vers le nœud i , et la relation (3.9) devient :

$$f_i^f = f_i - \left(\sigma_{\text{sc},i+\frac{1}{2}} F_{\text{sc},i+\frac{1}{2}} - \sigma_{\text{sc},i-\frac{1}{2}} F_{\text{sc},i-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.17)$$

ce qui impose de réécrire l'expression de σ_{sc} aux frontières des cellules :

$$\sigma_{\text{sc},i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\sigma_{\text{sc},i+1} + \sigma_{\text{sc},i}) \quad \text{et} \quad \sigma_{\text{sc},i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\sigma_{\text{sc},i} + \sigma_{\text{sc},i-1})$$

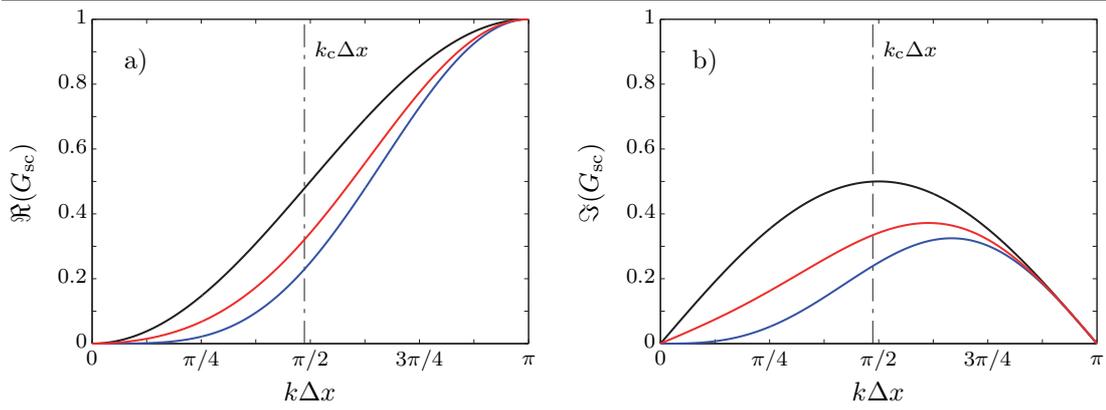


FIGURE 3.6 – Performances des filtres appliqués aux chocs.

(a) Dissipation numérique des filtres, partie réelle de la fonction de transfert G_{sc} en fonction du nombre d'onde réel $k\Delta x$

(b) Dispersion numérique des filtres, partie imaginaire de la fonction de transfert G_{sc} en fonction du nombre d'onde réel $k\Delta x$

(—) Fo2, (—) Fo4opt, (—) Fo4

Les termes de filtrage F_{sc} sont définis tel que :

$$F_{sc,i+\frac{1}{2}} = \sum_{j=1-n}^n c_j f_{i+j} \quad \text{et} \quad F_{sc,i-\frac{1}{2}} = \sum_{j=1-n}^n c_j f_{i+j-1}$$

où les c_j sont les coefficients numériques du filtre dissipatif. Les parties réelle et imaginaire de la transformée de Fourier de la relation (3.17) sont [20] :

$$\begin{cases} \Re(G_{sc}) = -2c_1 + 2 \sum_{j=1}^{n-1} (c_j - c_{j+1}) \cos(jk\Delta x) + 2c_n \cos(nk\Delta x) \\ \Im(G_{sc}) = -2 \sum_{j=1}^{n-1} (c_j + c_{j+1}) \sin(jk\Delta x) - 2c_n \sin(nk\Delta x) \end{cases} \quad (3.18)$$

À partir des relations (3.18), Bogey *et al.* [20] calculent un filtre Fo4opt d'ordre 2 dont les coefficients sont optimisés dans le domaine spectral. Les parties réelles et imaginaires du filtre optimisé Fo4opt et des filtres standards d'ordre 2, Fo2, et d'ordre 4, Fo4, sont reproduites en fonction du nombre d'onde $k\Delta x$ à la figure 3.6. Le filtre Fo4opt est moins dissipatif et moins dispersif que son homologue standard Fo2. Néanmoins, ce filtre est optimisé pour des problèmes de propagation d'ondes de choc au sein des jets supersoniques où les effets cumulatifs sont limités. Dans le cas d'un problème de propagation acoustique non linéaire sur de longues distances, le filtre Fo4 est plus adapté. Du fait de sa fréquence de coupure plus élevée il préserve les bas nombres d'onde, et de par sa dispersion et sa dissipation plus faible il limite les effets cumulatifs à grande distance. Ce filtre est donc choisi pour être implémenté dans le code de calcul. Les coefficients des filtres Fo2, Fo4opt et Fo4 sont fournis à l'annexe §C.3.

Le filtre Fo4 est appliqué sur les variables ρ , $\rho\mathbf{v}$, ρe_{eq} et ρT_β .

3.2 Méthodes numériques aux limites du domaine

Cette section détaille les formulations utilisées aux limites du domaine de calcul. La position de ces limites est schématisée à la figure 3.1. Puisque le schéma de dérivation spatiale pour le domaine intérieur est sur 11 points, les limites ont une épaisseur de 5 nœuds de maillage. Au niveau du recouvrement entre une limite de rayonnement latérale et la limite de paroi, la priorité est donnée à la première sauf pour les points se trouvant sur la paroi (cf. figure 3.7).

Dans une première partie la formulation des conditions de rayonnement aux frontières libres du domaine est présentée. Les conditions développées pour modéliser la paroi adiabatique solide sont introduites ensuite. Dans une dernière partie, les méthodes numériques nécessaires à l'estimation des dérivées spatiales et au filtrage des variables aux limites sont brièvement évoquées.

3.2.1 Conditions de rayonnement

Les conditions de rayonnement doivent permettre la sortie des ondes acoustiques et minimiser les réflexions parasites aux frontières libres du domaine. Parmi les solutions envisagées, les méthodes des caractéristiques de Thompson [143] et de Poinot & Lele [119] présentent des propriétés intéressantes. Elles sont basées sur les invariants de Riemann calculés pour les équations d'Euler diagonalisées. Elles nécessitent toutefois des développements fastidieux dans des situations pluridimensionnelles [57]. La méthode de Tam & Dong [138] est plus simple à mettre en œuvre. Elle utilise une formulation asymptotique en champs lointain des équations d'Euler linéarisées. Pour un milieu homogène, dans un système de coordonnées polaire (O, e_r, e_θ) dont l'origine est confondue avec la source acoustique, elle s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_g \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) (\rho - \rho_0) = 0 \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_g \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) (v_r - v_{r,0}) = 0 \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_g \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) (v_\theta - v_{\theta,0}) = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + v_g \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) (p - p_0) = 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Dans un système de coordonnées cartésien, ces relations se reformulent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{v_g}{\sqrt{x^2 + z^2}} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2} \right) (\rho - \rho_0) = 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{v_g}{\sqrt{x^2 + z^2}} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2} \right) (v_x - v_{x,0}) = 0 \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{v_g}{\sqrt{x^2 + z^2}} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2} \right) (v_z - v_{z,0}) = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{v_g}{\sqrt{x^2 + z^2}} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2} \right) (p - p_0) = 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

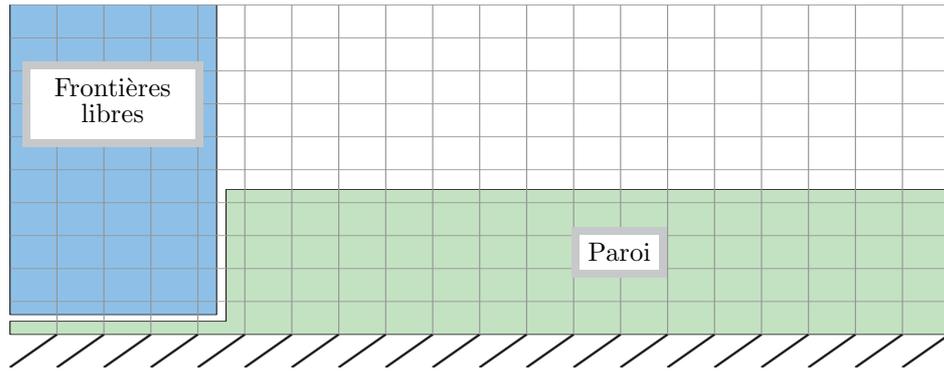


FIGURE 3.7 – Schéma de l'interface entre les limites de rayonnement et de paroi.

Le terme v_g est la vitesse de groupe des ondes acoustiques calculée à partir du vecteur \mathbf{v}_g . Ce dernier se décompose en une vitesse de propagation de norme c_0 et une vitesse \mathbf{v}_0 de convection par l'écoulement. La valeur algébrique v_g est obtenue en projetant \mathbf{v}_g sur le vecteur e_r colinéaire au vecteur d'onde, d'où :

$$v_g = v_{r,0} + \sqrt{c_0^2 - v_\theta^2}$$

L'origine du vecteur \mathbf{v}_g doit théoriquement correspondre à la position de la source acoustique. Toutefois, Tam & Dong [138] montrent que dans la pratique le résultat est peu sensible au choix de cette origine. Par contre, les propriétés de non réflexion dépendent fortement de l'angle d'incidence¹ de \mathbf{v}_g sur la frontière. Pour un angle nul, \mathbf{v}_g est perpendiculaire à la limite, les conditions sont optimales ; pour un angle proche de $\pi/2$, la validité de la formulation n'est plus assurée car \mathbf{v}_g est parallèle à la limite. L'implémentation de ces conditions limites pour le problème considéré ne présente pas de difficulté particulière.

Ces conditions permettent d'obtenir les valeurs de ρ , $\rho\mathbf{v}$ et p aux limites. Or, à partir de ces variables, seule la partie à l'équilibre thermodynamique de l'énergie totale peut être déterminée. Du fait de l'inclusion des phénomènes de relaxation une partie hors équilibre est introduite dans l'énergie, il est donc nécessaire de poser le changement de variable de la section §2.1.3 pour conserver une consistance entre le domaine intérieur et les limites. Les valeurs de T_β aux limites de rayonnement sont intégrées en utilisant les schémas de dérivation décentrés (§3.2.3) pour estimer les dérivées spatiales dans la direction perpendiculaire à la frontière.

Afin de prévenir une dérive des champs moyens au voisinage des limites, des termes de rappel peuvent être ajoutés aux relations (3.19), sous la forme :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \dots + \left(c_{\text{rap}} \frac{\Delta t}{T_s} \right) \frac{p - p_0}{\Delta t} \quad (3.21)$$

1. Dans ce travail, l'angle d'incidence est toujours mesuré par rapport au vecteur normal à la surface.

pour les conditions de sortie, et :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \dots + \left(c_{\text{rap}} \frac{\Delta t}{T_s} \right) \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{\Delta t} \quad (3.22)$$

pour les conditions d'entrée. Le coefficient de rappel c_{rap} est usuellement compris entre 0.001 et 0.01, le terme T_s est la période du signal source. Ces termes de rappels tendent à générer des réflexions parasites et doivent donc être utilisés avec modération [59].

Zones éponges

Afin de limiter les éventuelles réflexions sur les frontières libres et favoriser la sortie des chocs acoustiques, les conditions de rayonnement sont complétées par des zones éponges. Leur formulation est donnée par Bogey [18]. Deux techniques complémentaires sont utilisées pour accroître la dissipation au sein de la zone éponge. La première réside dans l'augmentation progressive de la taille des mailles afin de réduire la fréquence numérique et ainsi augmenter localement α_{NUM} . La seconde consiste à utiliser un filtre standard d'ordre 2 sur 3 points (SFs3p), très dissipatif, et dont l'intensité de filtrage croît dans la direction de la limite. Cette intensité σ_{ZE} est calculée au point i , d'abscisse x_i , par la relation :

$$\sigma_{\text{ZE},i} = \sigma_{\text{ZE,max}} \left(\frac{x_i - x_m}{x_L - x_m} \right)^2$$

avec x_m l'abscisse du premier nœud de la zone éponge, x_L l'abscisse de la limite du domaine et $\sigma_{\text{ZE,max}}$ l'intensité maximale de filtrage, usuellement comprise entre 0.02 et 0.1. Les coefficients du filtre SFs3p sont rapportés à l'annexe §C.3.

3.2.2 Conditions de paroi solide adiabatique

La condition limite de paroi doit permettre la réflexion des ondes incidentes. Un modèle intégrant les effets d'absorption par des sols d'impédance finie est proposé par Cotté *et al.* [29] pour des simulations dans le domaine temporel. Néanmoins, étant donné la longueur d'onde des infrasons, l'impédance peut être considérée comme infinie et la réflexion est spéculaire (§1.2.8). De ce fait, il est plus commode d'implémenter une paroi adiabatique.

Condition adiabatique

La condition d'adiabaticité d'une paroi se traduit physiquement par la nullité du flux de chaleur normal. À partir de la loi des gaz parfaits, cette condition se traduit par :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_p = \left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} \right) \right|_p = 0 \quad (3.23)$$

où l'indice $_p$ désigne les valeurs à la paroi. L'évolution du temps t au temps $t + \Delta t$ de la pression p et de la densité ρ est donnée par :

$$\begin{cases} p^{n+1} = p^n + \delta p \\ \rho^{n+1} = \rho^n + \delta \rho \end{cases}$$

ce qui conduit à reformuler la relation (3.23) sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p^{n+1}}{\rho^{n+1}} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p^n + \delta p}{\rho^n + \delta \rho} \right) = 0$$

En supposant $\delta p \ll p^n$ et $\delta \rho \ll \rho^n$, le développement limité au premier ordre permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p^n + \delta p}{\rho^n + \delta \rho} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p^n (1 + \delta p/p^n)}{\rho^n (1 + \delta \rho/\rho^n)} \right) \\ &\simeq \frac{p^n}{\rho^n} \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(1 + \frac{\delta p}{p^n} \right) \left(1 - \frac{\delta \rho}{\rho^n} \right) \right] \\ &\simeq \frac{p^n}{\rho^n} \frac{\partial}{\partial z} \left[1 + \frac{\delta p}{p^n} - \frac{\delta \rho}{\rho^n} \right] \\ &\simeq \frac{p^n}{\rho^n} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\delta p}{p^n} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\delta \rho}{\rho^n} \right) \right] \end{aligned}$$

Ce qui conduit en définitive à la relation d'équivalence :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_p = 0 \iff \left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\delta p}{p^n} \right) \right|_p = \left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\delta \rho}{\rho^n} \right) \right|_p \quad (3.24)$$

Le calcul ρ_p^{n+1} est réalisé en utilisant le schéma décentré FDo010d (§3.2.3). La valeur de p^{n+1} est ensuite obtenue en calculant δp au premier ordre. Les valeurs de l'énergie à l'équilibre à la paroi sont alors calculées par la relation :

$$\rho e_{\text{eq},p}^{n+1} = \frac{p_p^{n+1}}{\gamma_{\text{eq}} - 1} + e_{\text{cin},p}^{n+1} \quad (3.25)$$

le terme d'énergie cinétique $e_{\text{cin},p}$ se simplifie en fonction de la condition dynamique imposée à la paroi.

Conditions dynamiques

Les conditions dynamiques à la paroi sont exprimées différemment suivant que la paroi est glissante ou non glissante. Dans le premier cas, seule la composante de vitesse perpendiculaire à la paroi est nulle. Pour une paroi horizontale, cette condition se traduit par $v_{z,p} = 0$. Dans le second cas, toutes les composantes de vitesse sont nulles à la paroi et $\mathbf{v}_p = 0$. Le choix de l'une ou l'autre de ces conditions permet de définir le terme d'énergie cinétique de l'équation (3.24) par, respectivement, $e_{\text{cin},p} = \frac{1}{2} v_{x,p}^2$ ou $e_{\text{cin},p} = 0$. Sauf mention contraire explicite, l'implémentation est toujours réalisée pour une paroi non glissante.

Pour des raisons exposées à la section §4.1.3, les phénomènes de relaxation de la vibration ne sont pas intégrés en basse atmosphère. Les valeurs de T_β dans la condition de paroi sont fixées égales à la température instantanée T du système, ce qui revient à considérer que la relaxation est immédiate.

3.2.3 Schémas numériques décentrés

L'estimation des dérivées spatiales aux limites du domaine de calcul impose soit d'ajouter des points fantômes au delà des frontières pour permettre l'utilisation des schémas centrés, soit de recourir à des schémas décentrés. La seconde solution est retenue. Berland *et al.* [13] proposent en effet des schémas de dérivation décentrés optimisés sur 11 points. Ceux-ci sont calculés pour minimiser non-seulement la dispersion mais aussi la dissipation résultant du décentrage et sont complémentaires des méthodes numériques choisies. De plus, Berland *et al.* [13] optimisent des filtres sélectifs décentrés sur 11 points adaptés à ces schémas de dérivation.

La nomenclature des méthodes décentrées est donnée à la figure 3.8 en fonction du décentrage. Leurs coefficients sont fournis aux annexes §C.1 & §C.3. Les caractéristiques dissipatives et dispersives de ces filtres sont discutées par Berland [13, 12] et de Cacqueray [37].

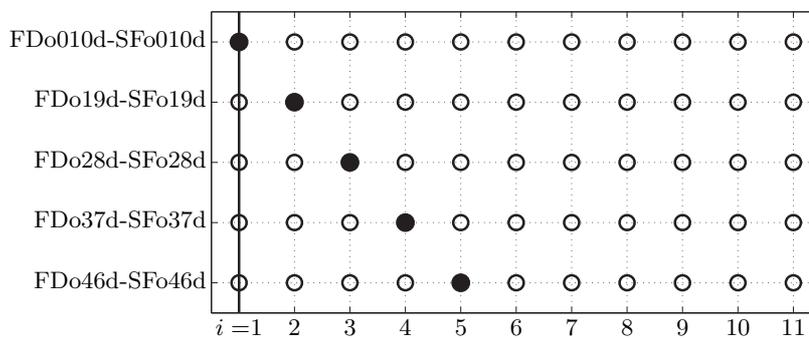


FIGURE 3.8 – Nomenclature des schémas FDoPQd et des filtres SFoPQd décentrés. Nota : P correspond au nombre de points à gauche et Q au nombre de points à droite du point où le schéma est appliqué, le point d'application est matérialisé par (●)

3.3 Fonctions numériques annexes

Cette section présente les fonctions numériques annexes implémentées dans le code de calcul. Dans un premier temps, les sources acoustiques sont présentées, puis la fonction de forçage est détaillée. La troisième partie expose la méthode de déplacement du domaine de calcul. Elle est utilisée afin de suivre le front d'onde sur une longue distance. Enfin, l'algorithme complet du code de calcul est fourni dans une dernière partie.

3.3.1 Sources acoustiques

Trois modèles de sources sont utilisés pour générer des ondes acoustiques. La première source est dite canonique, elle s'exprime par :

$$S_c(t) = \frac{1}{2} \sin \left(\omega_s t + \frac{\pi}{2} \right) \left[1 - \cos \left(\frac{\omega_s t}{2} \right) \right]$$

avec $\omega_s = 2\pi f_s$ la pulsation de la source. La largeur de bande pour cette source est d'environ $0.5f_s$. Les signatures temporelle et spectrale de S_c sont tracés à la figure 3.9 pour $f_s = 0.1$ Hz. La valeur $t_d = T_s$ est le décalage temporel entre le début de l'excitation et le maximum d'amplitude

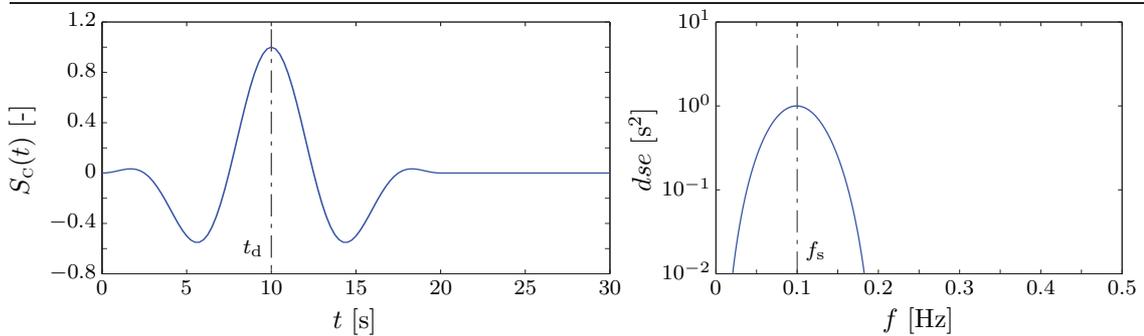


FIGURE 3.9 – Signatures temporelle et spectrale de la source canonique $S_c(t)$.
Nota : la fréquence de source est $f_s = 0.1$ Hz

La seconde source est dite explosive, elle est développée pour reproduire la signature spécifique des ondes issues d'explosions de fortes amplitudes. Elle se présente sous la forme d'un produit de trois fonctions :

$$S_E(t) = A(t) \times B(t) \times C(t)$$

avec :

$$\begin{cases} A(t) = -\sin(\omega_s t) \\ B(t) = \exp\left[-\ln 2 \left(\frac{|t - t_d|}{\sigma_t T_s}\right)^n\right] \\ C(t) = \frac{1}{2} \left[\tanh\left(\pi \frac{t - t_d + 0.5t_m}{t_m}\right) + 1 \right] \end{cases}$$

La fonction $A(t)$ détermine la fréquence fondamentale du signal source S_E . La fonction $B(t)$ pilote la queue du signal, ses paramètres sont σ_t la demi-largeur de la gaussienne temporelle et n l'exposant, la constante t_d est égale à $0.75T_s$. L'influence des paramètres σ_t et n sur les signatures est présentée à la figure 3.10. Le paramètre σ_t permet de gérer le rapport entre la surpression et la sous-pression, tandis que l'exposant n fait évoluer la forme d'onde à l'aval du choc. Enfin, la fonction $C(t)$ spécifie le temps de montée t_m . Ce dernier doit être suffisamment grand pour garantir que le filtrage des chocs n'est pas activé au cours de l'excitation mais aussi suffisamment faible pour assurer une signature explosive réaliste. Cette partie du signal temporel est à l'origine d'un contenu spectral non négligeable dont les fréquences sont supérieures à la fréquence de coupure numérique, ce contenu est alors rapidement dissipé par le filtrage numérique.

Les paramètres numériques sont fixés pour reproduire au mieux la signature de la source de l'expérience Misty-Picture (§1.3.5). Le modèle de référence est établi par Gainville [55, 56] qui paramétrise le modèle de Kinney à partir des enregistrements expérimentaux en champ proche. Les paramètres de la source S_E sont $\sigma_t = 0.26$,

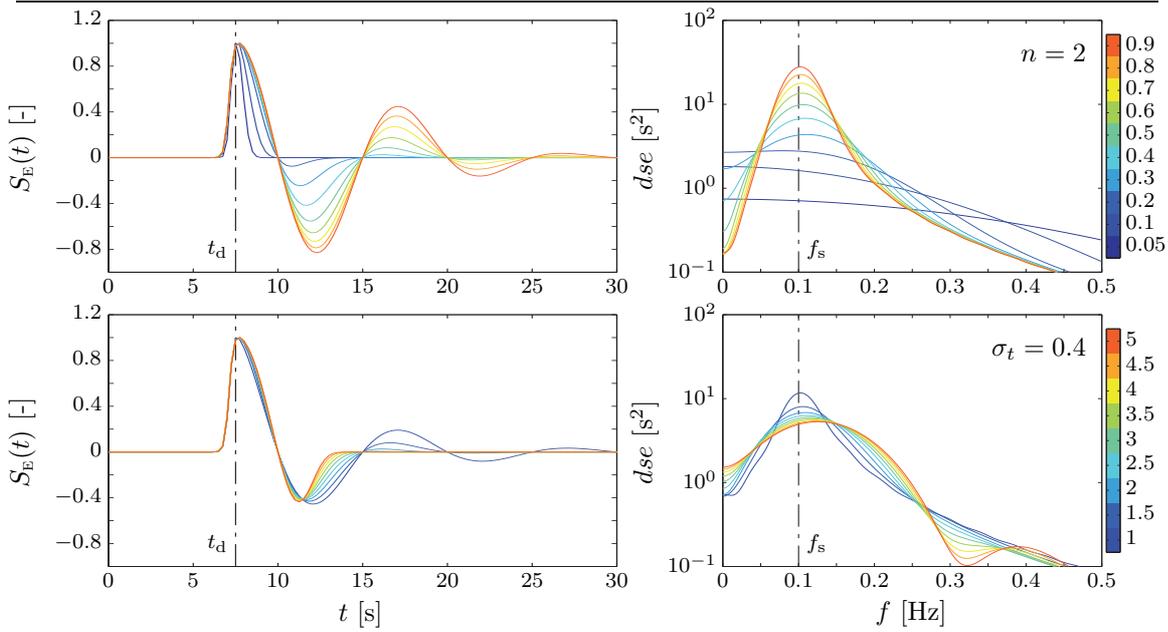


FIGURE 3.10 – Influences des paramètres σ_t & n du modèle de source $S_E(t)$.

(gauche) Signatures temporelles pour $f_s = 0.1$ Hz

(droite) Densités spectrales d'énergie associées

(haut) Influence des variations de σ_t pour $n = 2$

(bas) Influence des variations de n pour $\sigma_t = 0.4$

(Colorisation en fonction de σ_t (haut) ou n (bas))

$n = 1.5$ et $t_m = 4\Delta t$. Les signatures temporelles et spectrales de la source explosive et de la source de référence sont comparées à la figure 3.11. Les signatures temporelles sont assez proches, mais, à amplitude égale, l'énergie de la source S_E est 3.21 fois plus importante que celle de référence. Il convient de tenir compte de ce facteur pour évaluer la charge équivalente C_E de la source numérique S_E . Une approximation est fournie par la relation :

$$C_E = 3.21 C_{MP} \frac{p_s}{p_{MP}}$$

avec p_s l'amplitude de la source numérique, $C_{MP} \simeq 4 \text{ kt}_{\text{TNT}}$ la charge expérimentale et $p_{MP} \simeq 2000$ Pa l'amplitude de l'explosion expérimentale, mesurée à 6 km de la source [56]. La charge équivalente n'est pas évaluée avec une grande précision, mais par la suite elle ne sera employée que pour confronter les résultats numériques à la loi empirique de Whitaker qui nécessite la connaissance de ce paramètre (§1.3.1 & §4.4.1).

Enfin, le troisième modèle de source implémenté est une source monofréquentielle et permanente :

$$S_P(t) = \sin(\omega_s t)$$

3.3.2 Forçage acoustique des équations

Les trois sources sont définies par des fonctions du temps, en conséquence, leur implémentation nécessite un forçage temporel. La solution retenue consiste à imposer

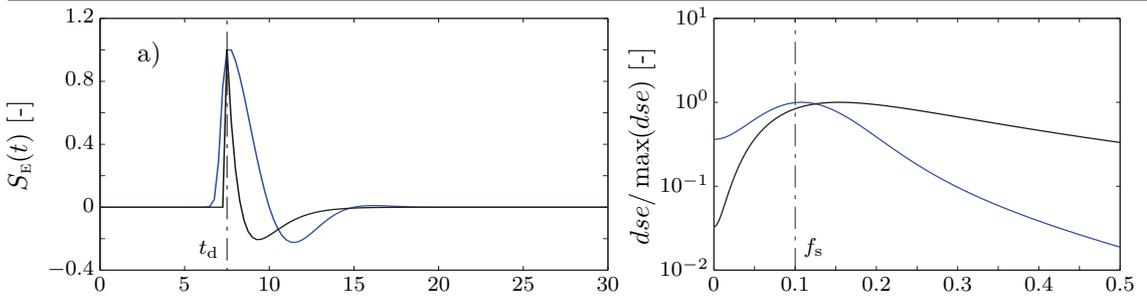


FIGURE 3.11 – Signatures temporelle et spectrale de la source explosive $S_E(t)$.
 (gauche) Signature temporelle pour $f_s = 0.1$ Hz, avec $\sigma_t = 0.26$ & $n = 1.5$
 (droite) Densité spectrale d'énergie associée normalisé par $\max(dse)$
 ((—) modèle proposé, (—) modèle de Kinney paramétré par Gainville [56])

un rappel sur la variable d'énergie à la fin de chaque sous-étape de la méthode RK2. Ce qui se formule pour la j -ème sous-étape d'une intégration de t vers $t + \Delta t$ par :

$$\rho_{\text{eq}}^{j,*}(x, z) = \rho_{\text{eq}}^j(x, z) + \frac{\Delta p_s}{\gamma_{\text{eq}} - 1} G_s(x, z, x_s, z_s)$$

où (x_s, z_s) sont les coordonnées de la source², ρ_{eq}^j est la variable d'énergie à la fin de la j -ème sous-étape de la méthode RK2 avant le forçage et $\rho_{\text{eq}}^{j,*}$ est la même variable au même instant mais après le forçage. Le terme Δp_s s'exprime par :

$$\Delta p_s = p_s S(t) - p'^j(x_s, z_s)$$

avec p_s l'amplitude de la source et p'^j le champ de pression fluctuante calculé à la fin de la j -ème sous-étape avant le forçage, et qui s'exprime donc par :

$$p'^j = (\gamma_{\text{eq}} - 1) \left[\rho_{\text{eq}}^j - \frac{1}{2} ((v_x^j)^2 + (v_z^j)^2) \right] - p_0$$

Enfin, G_s est un support spatial gaussien :

$$G_s(x, z, x_s, z_s) = \exp \left(- \ln 2 \frac{(x - x_s)^2 + (z - z_s)^2}{\Delta x^2} \right)$$

Cette méthode présente l'intérêt de reproduire exactement la signature du signal S et elle peut être utilisée sur la paroi sans souffrir d'effets de bords. Par ailleurs, cette technique permet de réduire au minimum la demi-largeur du support gaussien, la source est donc bien ponctuelle. Enfin, hormis pour la source permanente, le forçage des équations n'est appliqué que pour $t < 2/f_s$.

3.3.3 Méthode de déplacement de domaine

Afin de suivre la partie progressive³ du front d'onde sur une longue distance, une méthode de déplacement de domaine est implémentée. Elle reprend celle utilisée par Salomons *et al.* [129].

2. Sauf mention contraire, l'origine du repère coïncide avec la source.

3. La partie progressive désigne par abus de langage la partie de l'onde qui se propage dans le demi-espace à droite de la source

Son algorithme est :

– si $x_{\text{dep}}/(t - t_{\text{dep}} + \Delta t) < v_{\text{dep}}$ et $t > t_{\text{dep}}$

1. décalage des colonnes de 5 rangs vers la gauche :

$$\begin{cases} \rho_{i,j} = \rho_{i+5,j} \\ (\rho\mathbf{v})_{i,j} = (\rho\mathbf{v})_{i+5,j} \\ (\rho e_{\text{eq}})_{i,j} = (\rho e_{\text{eq}})_{i+5,j} \\ (\rho T_{\beta})_{i,j} = (\rho T_{\beta})_{i+5,j} \end{cases}$$

2. réinitialisation des 5 dernières colonnes ($i \in [n_x - 4; n_x]$) :

$$\begin{cases} \rho_{i,j} = \rho_0 \\ (\rho\mathbf{v})_{i,j} = \rho_0\mathbf{v}_0 \\ (\rho e_{\text{eq}})_{i,j} = \rho_0 e_{\text{eq},0} \\ (\rho T_{\beta})_{i,j} = \rho_0 T_{\beta,0} \end{cases}$$

3. application des conditions limites de rayonnement

4. avancement de la variable de position

$$x_{\text{dep}} = x_{\text{dep}} + 5\Delta x$$

À l'état initial, la variable de position x_{dep} est à 0. La constante $t_{\text{dep}} = 2.5/f_s$ est le délai avant déplacement qui évite une interférence entre le forçage acoustique et le mouvement du domaine. La constante v_{dep} est la vitesse de déplacement du domaine, elle est déterminée par un calcul de tracé de rayon et dépend de la longueur du domaine (§4.1.6).

3.3.4 Algorithme complet du code de calcul

Pour une itération temporelle n , l'algorithme du code de calcul se résume par :

1. Pour chaque sous-étape de la méthode RK2 :
 - (a) intégration des flux eulériens
 - (b) intégration aux limites de rayonnement
 - (c) intégration à la paroi
 - (d) intégration des températures internes de vibration
 - (e) addition des termes de vibration de l'équation d'énergie
 - (f) intégration des flux thermovisqueux
 - (g) forçage de la source acoustique si $t < 2/f_s$
2. Après la dernière sous-étape de la méthode RK2
 - (a) déplacement du domaine
 - (b) filtrage sélectif si n est un multiple de n_{FS}
 - (c) détection et filtrage des chocs
 - (d) filtrage laplacien dans les zones éponges

Les termes liés au champ de gravité sont pris en compte directement dans l'étape (1.a) et (1.c). Les flux thermovisqueux dans la condition de paroi sont intégrés à l'étape (1.c). Du fait de l'emploi d'une méthode d'intégration explicite, les modifications dans l'ordre d'appel des différentes fonctions sont déconseillées.

3.4 Validation de la condition de paroi

Dans cette partie, la validité de la condition de paroi est étudiée sur la base de trois problèmes académiques. Dans un premier temps, la réflexion d'un pulse acoustique gaussien sur une paroi glissante est simulée. Puis, dans une deuxième et une troisième partie, les phénomènes dynamiques liés aux écoulements à la paroi sont validés, d'abord par la simulation d'une paroi oscillante de Stokes, puis par l'étude du développement d'une couche limite laminaire. Ces trois cas de test sont traités en détails par Gloerfelt [59] qui utilise des méthodes numériques similaires.

3.4.1 Pulse acoustique réfléchi par une paroi

La configuration du cas test reprend celle du premier problème du séminaire ICASE-NASA [137]. La source acoustique est un pulse spatial gaussien situé à une altitude z_s au dessus d'une paroi glissante ($v_z = 0$). Les conditions initiales sur le champ de pression sont donc :

$$p(x, z, 0) = p_0 + p_s \exp(-B_g [x^2 + (z - z_s)^2]) \quad (3.26)$$

où $B_g = \ln 2 / \sigma_g^2$ avec $\sigma_g = 5$ la demi-largeur de la gaussienne, $p_s = 1$ Pa est l'amplitude de la source et $x_s = 0$ m et $z_s = 25$ m sont les coordonnées de la source. La solution analytique de ce problème est donnée par Tam [137]. Le champ de pression s'exprime par :

$$p'_{\text{ana}}(x, z, t) = \frac{p_s}{2B_g} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4B_g}\right) \cos(\xi t) [J_0(\xi\eta) + J_0(\xi\zeta)] d\xi \quad (3.27)$$

avec J_0 la fonction de Bessel d'ordre 0, $\eta = [x^2 + (z - z_s)^2]$ et $\zeta = [x^2 + (z + z_s)^2]$.

Le domaine numérique est défini par le maillage régulier d'un domaine physique de 150×75 m. L'origine du repère est placée au centre de la paroi. Le milieu est au repos dans les conditions normales (voir table 2.3). Le fluide est considéré comme non-dissipatif, le système d'équations se réduit donc aux équations d'Euler. Deux simulations sont réalisées, l'une avec $\Delta x = \Delta z = 1$ m et l'autre avec $\Delta x = \Delta z = 2$ m. La longueur d'onde acoustique s'exprime en fonction de σ_g par $\lambda_s = \pi \sigma_g \sqrt{2 / \ln 2}$, les ratios de discrétisation sont donc respectivement d'environ 25 et 12.5 point par longueur d'onde. Le pas de temps doit satisfaire la condition (Cp2) (cf. table 3.1), les paramètres numériques sont $CFL = 0.6$, $\sigma_{FS} = 0.9$, $n_{FS} = 1$. Les conditions limites de rayonnement sont implémentées sans termes de rappel.

Les contours des champs de pression calculés avec $\Delta x = 1$ m sont comparés à la solution analytique à la figure 3.12. Les profils verticaux $p'(0, z, t)$ obtenus pour les deux simulations y sont aussi comparés à la solution analytique. Les trois instants successifs $t = 20\Delta t_1$, $50\Delta t_1$ et $70\Delta t_1$ s sont exprimés en fonction de $\Delta t_1 = 1.75 \times 10^{-3}$ s le pas de temps pour $\Delta x = 1$ m. Les erreurs maximales E_M et moyennes \bar{E} sont rapportées à la table 3.2. Ces erreurs sont calculées par :

$$E_M = \max \left(\frac{p' - p'_{\text{ana}}}{p_s} \right) \quad \bar{E} = \frac{\sqrt{\sum_{x,z} \left(\frac{p' - p'_{\text{ana}}}{p_s} \right)^2}}{n_x \times n_z}$$

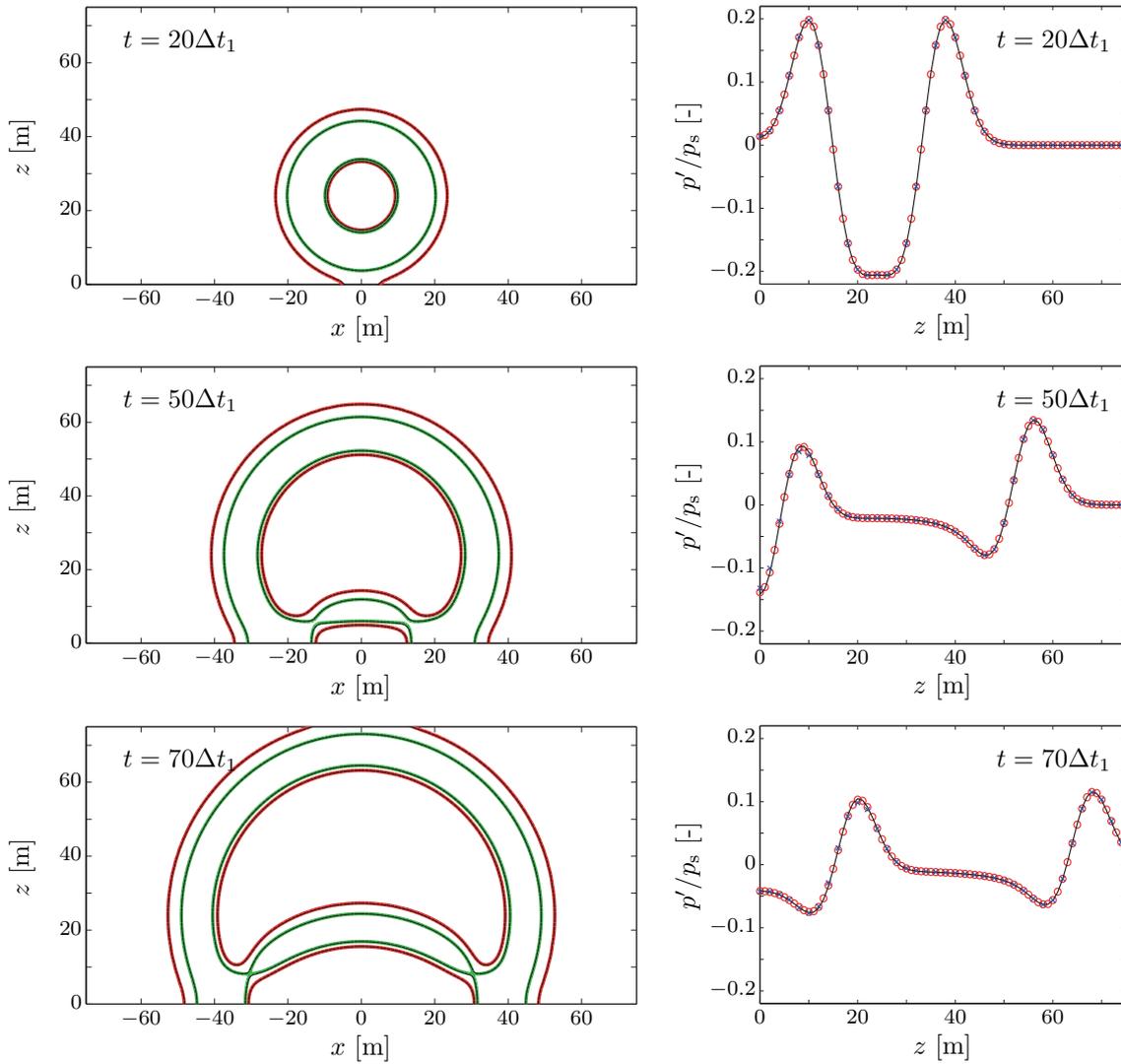


FIGURE 3.12 – Réflexion d'un pulse acoustique gaussien sur une paroi glissante. (gauche) Champs de fluctuation de pression normalisée $p'(x, z)/p_s$, pour $\Delta x = \Delta z = 1$ m (droite) Profils verticaux de fluctuation de pression $p'(0, z)/p_s$ ((—) isocontours à 0.01, (—) isocontours 0.05, (—) solutions analytiques, (o) solutions calculées pour $\Delta x = 1$ m, (x) solutions calculées pour $\Delta x = 2$ m)

Erreur [%]	$\Delta x = \Delta z = 1$ m			$\Delta x = \Delta z = 2$ m		
	$20\Delta t_1$	$50\Delta t_1$	$70\Delta t_1$	$20\Delta t_1$	$50\Delta t_1$	$70\Delta t_1$
E_M	0.12	0.38	0.38	0.16	1.03	0.74
\bar{E}	0.00063	0.00193	0.00269	0.00114	0.00576	0.00678

TABLE 3.2 – Erreurs sur la réflexion d'un pulse acoustique gaussien. Erreurs maximales E_M et moyennes \bar{E} sur le champs de pression fluctuante p' par rapport à la solution analytique p_{ana}

L'erreur relative maximale sur le champ de pression est d'environ 1 %, elle est enregistrée à $t = 50\Delta t_1$ pour $\Delta x = 2$ m. Les erreurs moyennes sont toujours très inférieures à 10^{-2} %. Par ailleurs, les erreurs diminuent avec le raffinement de la discrétisation. La réflexion d'un pulse sur la paroi est reproduite avec une erreur acceptable.

3.4.2 Paroi oscillante de Stokes

Ce deuxième problème consiste à déterminer la dynamique d'un fluide à la verticale d'une paroi en mouvement. La paroi oscille horizontalement, les conditions dynamiques en $z = 0$ sont donc :

$$\begin{cases} v_{x,p}(t) = V_p \cos(\omega_p t) \\ v_{z,p}(t) = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

avec $V_p = 1 \text{ m.s}^{-1}$ la vitesse maximale de la paroi et $\omega_p = 2\pi/T_p$ avec $T_p = 10^4\Delta t$ la période d'oscillation. La solution analytique est donnée par Stokes [135], pour le champ de vitesse v_x :

$$v_{x,\text{ana}}(z, t) = V_p e^{-\eta} \cos(\omega_p t - \eta) \quad (3.29)$$

avec $\eta = \sqrt{\omega_p/(2\nu)}$ la distance normalisée par rapport à la paroi.

Le domaine 2D de calcul est défini par un maillage de pas constant dans la direction horizontale, $\Delta x = 3 \times 10^{-6}$ m, et de pas géométriquement croissant avec une raison de 2 % dans la direction verticale, $\min(\Delta z) = 3 \times 10^{-6}$ m. En $\eta = 1$, le ratio de discrétisation verticale est d'environ $\eta/\Delta z = 12.8$. Ce ratio est seulement indicatif car le pas Δz augmente géométriquement. Les dimensions sont $n_x = 61$ et $n_z = 131$ points. Les paramètres numériques sont $\sigma_{\text{FS}} = 0.9$, $n_{\text{FS}} = 1$ et $CFL = 0.6$. Les équations de Navier-Stokes sont résolues. Les conditions de rayonnement latérales sont remplacées par des conditions périodiques.

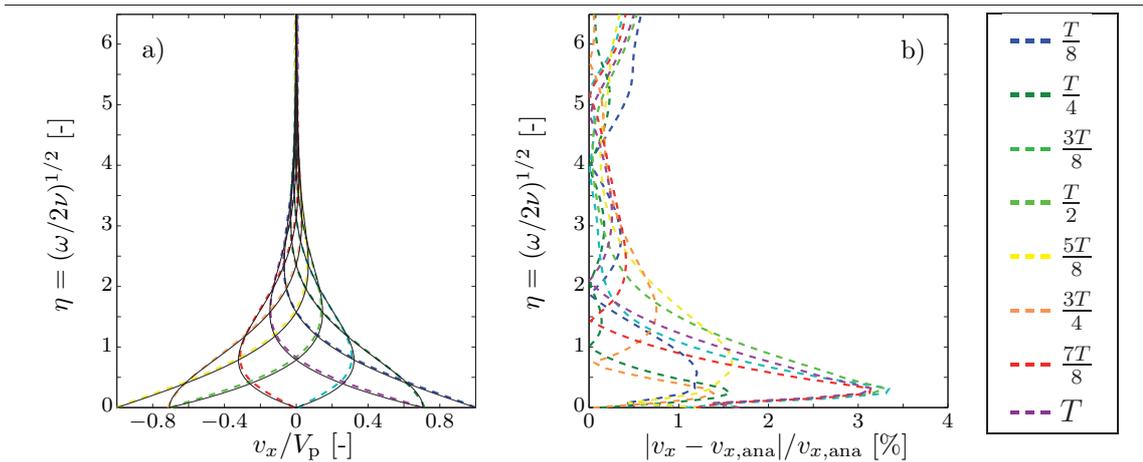


FIGURE 3.13 – Profils de vitesse v_x à la verticale d'une paroi oscillante.
(a) Profils verticaux de vitesse horizontale normalisée $v_x(z)/V_p$ en fonction de la distance normalisée η à 8 instants successifs
(b) Erreur relative des profils verticaux de vitesse horizontale par rapport à la solution analytique en fonction de la distance normalisée η à 8 instants successifs

Les profils de vitesse $v_x(z, t)$ et leurs erreurs relatives par rapport aux solutions analytiques sont reproduits à la figure 3.13 pour 8 temps successifs. L'erreur maximale enregistrée est de 3,33%. L'erreur moyenne pour des distances normalisées inférieures à $\eta = 2$ est de 1.29%. Pour des distances à la paroi supérieures à $\eta = 2$, les erreurs sont toujours inférieures à 0.8%.

3.4.3 Développement d'une couche limite laminaire

Les problèmes liés aux couches limites laminaires sont bien connus. Ils sont traités en détails dans les manuels de Schlichting & Gersten [130] ou de Cousteix [34] pour une version française.

Le maillage est identique à celui de la partie précédente ($\Delta x = 3 \times 10^{-6}$ m et Δy croît géométriquement de 2% avec $\min(\Delta z) = 3 \times 10^{-6}$ m). Les dimensions sont $n_x = 201$ et $n_z = 131$ points. Les paramètres numériques sont $\sigma_{\text{FS}} = 0.9$, $n_{\text{FS}} = 1$ et $CFL = 0.6$. Les frontières latérales et supérieure sont traitées avec les conditions de rayonnement. Les limites d'entrée (gauche) et de sortie (droite et supérieure) sont implémentées avec un coefficient de rappel ($c_{\text{rap}} \Delta t / T_s$) = 0.01. Les champs de vitesse initiaux sont donnés par les profils de Blasius en fonction de la distance depuis le bord d'attaque. La frontière d'entrée du domaine est placée à une distance $x_e = 3.476 \times 10^{-3}$ m depuis le bord d'attaque virtuel, la vitesse horizontale à l'infini au-dessus de la paroi est $v_{x,0} = 85 \text{ m.s}^{-1}$, l'épaisseur de la couche limite en entrée de domaine est $\delta_e \simeq 7.1 \times 10^{-5}$ m. Le ratio de discrétisation $\Delta z / \delta_e$ en $z / \delta_e = 1$ est d'environ 22 points. De même que précédemment cette valeur n'est qu'indicative car le pas Δz augmente géométriquement. Le développement de la couche limite laminaire dans le domaine de calcul est schématisé à la figure 3.14.

Les profils de vitesses sont enregistrés à $t = 50 \times 10^3 \Delta t$ à différentes abscisses depuis la frontière gauche du domaine. Ils sont reproduits à la figure 3.15 pour $v_x(z)$ et à la figure 3.16 pour $v_z(z)$. Pour les vitesses horizontales $v_x(z)$, les profils calculés sont en bon accord avec les profils théoriques de Blasius. Pour les vitesses verticales v_z , l'accord avec les solutions théoriques augmente en s'éloignant de l'entrée du domaine.

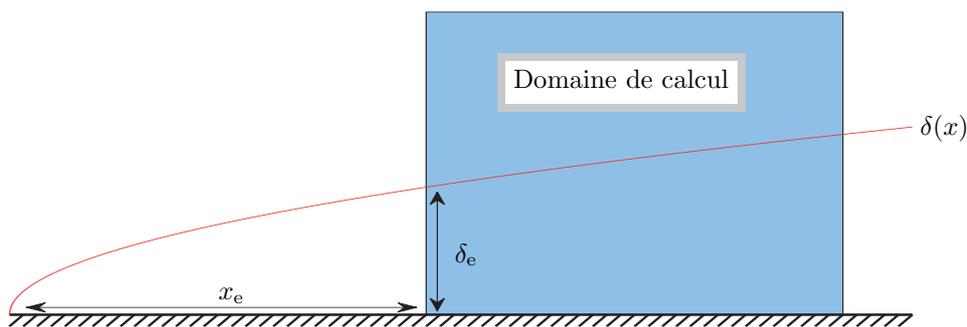


FIGURE 3.14 – Schéma du profil de la couche limite et position du domaine. ((—) Épaisseur $\delta(x)$ de la couche limite en fonction de la distance depuis le bord d'attaque)

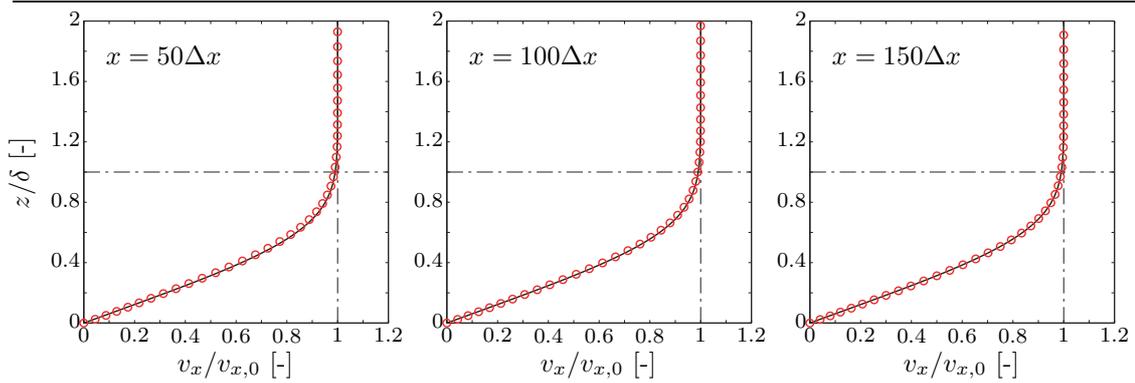


FIGURE 3.15 – Profils de vitesse horizontale dans une couche limite laminaire. Profils normalisés $v_x/v_{x,0}$ en fonction de la distance par rapport à la paroi normalisée par l'épaisseur de la couche limite z/δ pour 3 positions depuis l'entrée du domaine ((\circ) solutions calculées, (—) solutions analytiques)

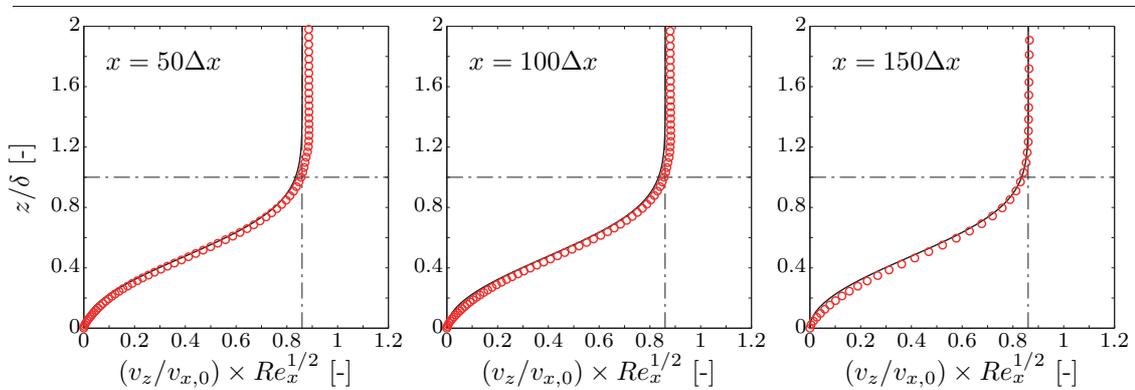


FIGURE 3.16 – Profils de vitesse verticale dans une couche limite laminaire. Profils normalisés $v_z/v_{x,0}\sqrt{Re_x}$ en fonction de la distance par rapport à la paroi normalisée par l'épaisseur de la couche limite z/δ pour 3 positions depuis l'entrée du domaine ((\circ) solutions calculées, (—) solutions analytiques)

3.5 Cas tests de propagation acoustique

Cette section propose des simulations de propagation d'ondes acoustiques rendant compte des performances du code de calcul. Dans un premier temps, les effets dissipatifs des flux thermovisqueux et de la relaxation sont étudiés pour une onde se propageant linéairement dans un milieu homogène. Dans un deuxième temps, le développement des effets non linéaires entre la source et le point d'apparition du choc est validé. Ces deux parties évaluent l'influence de la discrétisation sur la précision des résultats. Sur la base de cette évaluation une discrétisation de l'atmosphère est proposée pour entreprendre des simulations 2D de propagation d'infrasons dont la fréquence fondamentale à la source est de 0.1 Hz.

Les résultats numériques sont obtenus en simulant la propagation d'ondes planes dans un domaine 1D tel que schématisé à la figure 3.17. L'origine des coordonnées

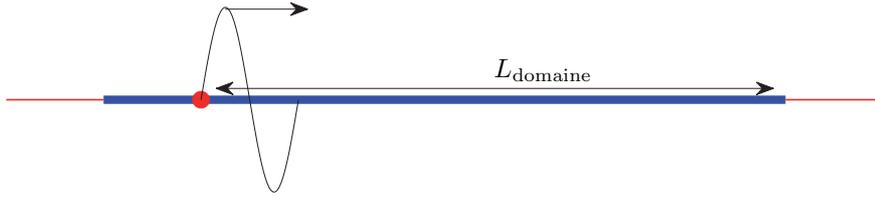


FIGURE 3.17 – Schéma du domaine de calcul 1D.
 ((—) domaine intérieur, (—) conditions aux limites de rayonnement, (•) position de la source, (—) partie progressive de l’onde)

est confondue avec la position de la source. Le segment de domaine situé à gauche de la source est utilisé pour permettre à la partie régressive de l’onde de sortir sans influencer sur la partie progressive. La longueur du domaine fait référence à la partie à droite de la source sans prendre en compte la condition limite. À chaque extrémité, les conditions limites de rayonnement sont implémentées sans terme de rappel.

3.5.1 Propagation linéaire dans un milieu dissipatif

Le milieu est défini comme de l’air dans des conditions normales (§2.1.4). La source acoustique permanente $S_p(t)$ est employée et une amplitude $p_s = 1 \text{ mPa}$ est choisie pour assurer une propagation linéaire. La longueur du domaine est de 65λ . 60 microphones virtuels sont placés à intervalles réguliers sur $x \in [\lambda; 60\lambda]$ et enregistrent 5 périodes de signal lorsque le régime permanent est atteint sur tout le domaine. Trois séries de simulations sont effectuées sur une large gamme de fréquences acoustiques. Pour chaque fréquence, Δx est choisi pour réaliser des taux de discrétisation de $n_\lambda = \lambda/\Delta x = 10, 15$ et 20 points par longueur d’onde. L’absorption est mesurée par :

$$\alpha = \frac{1}{60} \sum_{j=1}^{60} \frac{2}{x_j} \ln \frac{p'_j}{p_s}$$

avec p'_j l’amplitude maximale de pression relevée par le j -ème microphone et x_j la position de celui-ci.

L’objectif de cette partie est d’examiner la précision des résultats en termes de dissipation en fonction, d’une part, du taux de discrétisation n_λ , et d’autre part, du rapport entre l’absorption physique et la dissipation numérique $\alpha_{\text{PHYS}}/\alpha_{\text{NUM}}$. Afin de mener cette étude sur une large gamme de niveaux d’absorption physique, et comme n_λ est indépendant de la fréquence acoustique, ces simulations sont entreprises pour les sons et les ultrasons. Dans des conditions normales, proches de celles au niveau de la mer, les effets dissipatifs sont en effet marginaux sur la gamme des infrasons (§1.2.6). Une solution pourrait résider dans l’emploi des conditions de haute atmosphère pour lesquelles les effets dissipatifs aux basses fréquences sont plus importants, néanmoins, dans ces conditions, l’intensité des effets non linéaires

ne permettrait plus de s'assurer d'une propagation linéaire sur l'ensemble du domaine.

Cas d'un fluide thermovisqueux

L'influence des flux thermovisqueux est étudiée indépendamment des termes liés à la relaxation de la vibration, les équations résolues sont donc celles de Navier-Stokes. Le pas de temps doit respecter la condition (Cp2). Les paramètres numériques sont $CFL = 0.6$, $n_{FS} = 1$ et $\sigma_{FS} = 0.25$.

Les coefficients d'absorption par longueur d'onde α_{cl} mesurés pour chaque simulation sont reportés à la figure 3.18.a. Ces coefficients sont comparés à la solution analytique (§2.2.2) et à la dissipation numérique (3.12). Pour les hautes fréquences, la dissipation numérique α_{NUM} est inférieure à l'absorption physique. Les coefficients mesurés sont alors très proches de la solution analytique et le ratio de discrétisation à une influence marginale sur la précision. À l'inverse, pour les basses fréquences, la dissipation numérique est largement dominante.

L'absorption physique n'est précisément reproduite que lorsque $\alpha_{NUM} \ll \alpha_{cl}$. Les rapports α_{cl}/α_{NUM} sont tracés à la figure 3.18.b en fonction de la fréquence pour chaque série de simulations. Le ratio de discrétisation n_λ à une influence déterminante sur la fréquence de transition à partir de laquelle l'absorption classique est supérieure à la dissipation numérique. L'augmentation de n_λ permet en effet de réduire cette fréquence de transition de 10^4 Hz pour $n_\lambda = 10$ à 10^3 Hz pour $n_\lambda = 20$.

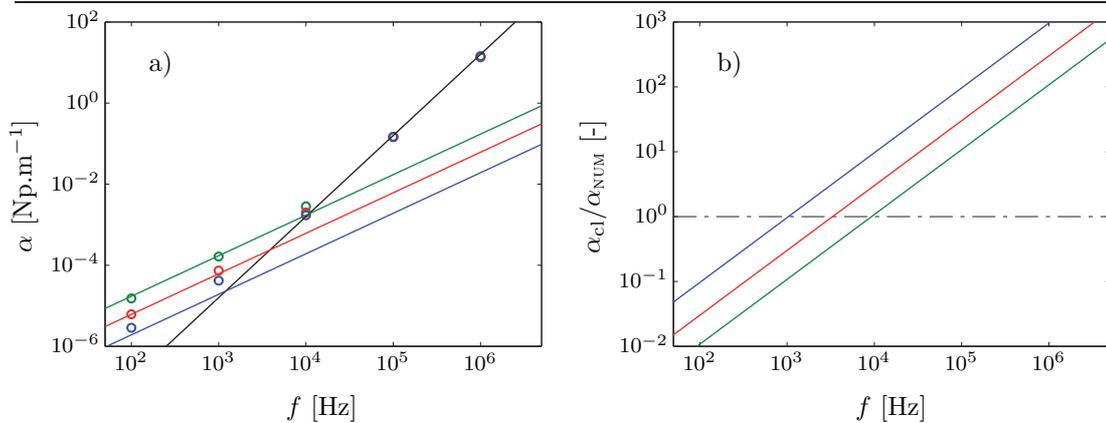


FIGURE 3.18 – Absorption acoustique classique.

- (a) Coefficients d'absorption par longueur d'onde en fonction de la fréquence acoustique
 (b) Rapport de l'absorption classique sur l'absorption numérique α_{cl}/α_{NUM} en fonction de la fréquence acoustique

(Absorption par longueur d'onde : (—) solution analytique, solutions calculées pour (o) $n_\lambda = 10$, (o) $n_\lambda = 15$, (o) $n_\lambda = 20$; absorption numérique et rapport α_{cl}/α_{NUM} pour (—) $n_\lambda = 10$, (—) $n_\lambda = 15$, (—) $n_\lambda = 20$)

Cas d'un fluide avec relaxation de O_2

L'étude se porte maintenant sur l'influence de la relaxation de la vibration et se restreint aux effets des molécules de O_2 . L'influence de la relaxation de N_2 est

identique à deux constantes près (§2.2.3). Les effets thermovisqueux sont négligés. Les paramètres numériques sont $CFL = 0.6$, $\sigma_{FS} = 0.25$ et $n_{FS} = 10$. Le pas de temps est fixé par la condition la plus restrictive entre (Cp2) et (Cp4) (cf. table 3.1).

Les coefficients d'absorption par longueur d'onde mesurés pour chaque simulation sont tracés à la figure 3.19.a. Ils y sont comparés à la solution analytique (§2.2.3) et à la dissipation numérique. La discontinuité des courbes α_{NUM} est due à la transition de la condition (Cp4) pour les calculs basses fréquences à la condition (Cp2) pour les simulations hautes fréquences. De même que pour l'absorption classique, l'absorption par la relaxation n'est précisément reproduite que lorsque $\alpha_{O_2} \gg \alpha_{NUM}$. Dans ce cas, le niveau de discrétisation n'influe que très faiblement sur la précision. Pour les très basses et les très hautes fréquences acoustiques, la dissipation numérique domine l'absorption par la relaxation.

Le ratio de discrétisation n_λ détermine l'étendue du domaine fréquentiel pour lequel $\alpha_{O_2} \gg \alpha_{NUM}$. Les évolutions du rapport $\alpha_{O_2}/\alpha_{NUM}$ en fonction de la fréquence sont tracés à la figure 3.19.b pour les 3 valeurs de n_λ utilisées. De même que pour l'absorption classique, l'augmentation de n_λ permet d'augmenter le domaine fréquentiel pour lequel $\alpha_{NUM} \ll \alpha_\beta$. Pour $n_\lambda = 10$, le domaine de validité est compris en environ $0.1f_{O_2}$ et $10f_{O_2}$, or, en dehors de ces bornes, les effets de la relaxation sont peu importants (§2.2.3). L'augmentation de n_λ à 20 points par longueur d'onde permet d'étendre le domaine de validité d'environ $0.01f_{O_2}$ à $100f_{O_2}$.

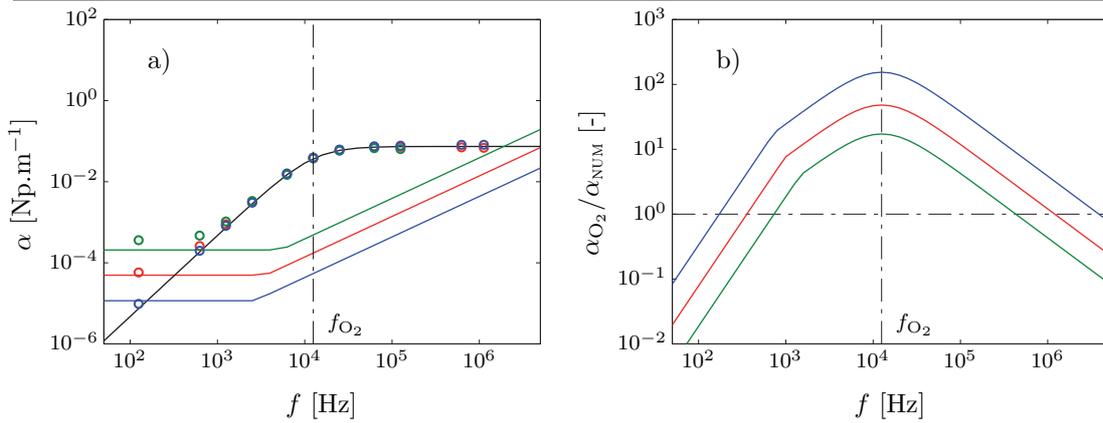


FIGURE 3.19 – Absorption par la relaxation de O_2 .

- (a) Coefficients d'absorption par longueur d'onde en fonction de la fréquence acoustique
 (b) Rapport de l'absorption par la relaxation sur l'absorption numérique $\alpha_{O_2}/\alpha_{NUM}$ en fonction de la fréquence acoustique

(Absorption par longueur d'onde : (—) solution analytique, solutions calculées pour (○) $n_\lambda = 10$, (○) $n_\lambda = 15$, (○) $n_\lambda = 20$; absorption numérique et rapport $\alpha_{O_2}/\alpha_{NUM}$ pour (—) $n_\lambda = 10$, (—) $n_\lambda = 15$, (—) $n_\lambda = 20$)

Conclusion intermédiaire

Quel que soit le mécanisme dissipatif, le taux de discrétisation a un impact faible sur la précision dès lors que n_λ est supérieur à 10 points par longueur d'onde. Par contre, il est nécessaire que α_{NUM} soit d'un niveau négligeable pour que les effets sensibles de l'absorption physique soient nécessairement reproduits. Pour une

discrétisation donnée, et puisque la dissipation numérique est largement dominée par les effets du filtrage, c'est donc finalement le choix des paramètres σ_{FS} et n_{FS} qui permettra de s'assurer du respect de cette condition sur la dissipation numérique.

3.5.2 Propagation non linéaire dans un milieu homogène

Le développement des effets non linéaires entre la source et le point de formation du choc est étudié dans cette partie. La théorie de l'acoustique non linéaire [48] prédit que le choc doit se former à une distance \bar{x} de la source, calculée par :

$$\bar{x} = \frac{\rho_0 c_0^2}{\beta k p_s} \quad (3.30)$$

avec $\beta = 1.2$ une constante qui dépend du milieu de propagation et k le nombre d'onde. La source acoustique permanente S_p est employée avec une amplitude de 940 Pa et une fréquence de 1 MHz. Bien que l'étude soit réalisée pour les ultrasons, c'est l'influence de n_λ qui est étudiée et la source est choisie pour favoriser le développement des effets non linéaires. Pour ces paramètres, le point d'apparition du choc est $\bar{x} \simeq 20\lambda$. Les paramètres numériques des simulations sont $\sigma_{\text{FS}} = 1$, $n_{\text{FS}} = 1$ et $CFL = 0.6$.

Cas d'un fluide non dissipatif

Dans un premier temps, le développement des effets non linéaires est étudié pour un milieu non-dissipatif, les équations d'Euler sont donc résolues. La solution analytique de ce problème est donnée par Fubini-Ghiron [54] :

$$p'(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{p}_n(\sigma) \sin \left[n\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \right] \quad (3.31)$$

avec $\sigma = x/\bar{x}$ la distance normalisée et $\hat{p}_n(\sigma)$ le n -ème coefficient du développement en série de Fourier du signal $p'(x, t)$. Il s'exprime par :

$$p_n(\sigma) = \frac{2p_s}{n\sigma} J_n(n\sigma) \quad (3.32)$$

avec J_n la fonction de Bessel d'ordre n . Trois simulations sont réalisées pour $n_\lambda = 10, 15$ et 20 points par longueur d'onde. Les signatures temporelles enregistrées en $\sigma = 0.5$ et en $\sigma = 1$ sont comparées à la solution analytique (3.31) à la figure 3.20. Le développement des 4 premières harmoniques des signaux est tracé à la figure 3.21 et est comparé aux solutions analytiques (3.32)

Pour $n_\lambda = 10$, la solution temporelle se dégrade rapidement car les harmoniques supérieures ne sont pas suffisamment discrétisées, seules les deux premières harmoniques sont en effet résolues et les suivantes ne sont pas développées. De plus, les oscillations de Gibbs sont très importantes. Dans le cas $n_\lambda = 15$, les solutions temporelles sont plus précises et les oscillations de Gibbs sont réduites et localisées au voisinage du choc. Le temps d'arrivée de ce dernier est bien identifié, mais son gradient est un peu réduit. Les 3 premières harmoniques se développent correctement, contrairement à la 4-ème harmonique. Enfin, pour $n_\lambda = 20$, les 4 premières harmoniques sont développées. La précision sur les signaux temporels est aussi accrue mais reste comparable à celle obtenue pour $n_\lambda = 15$. La réduction du gradient du choc est aussi plus faible.

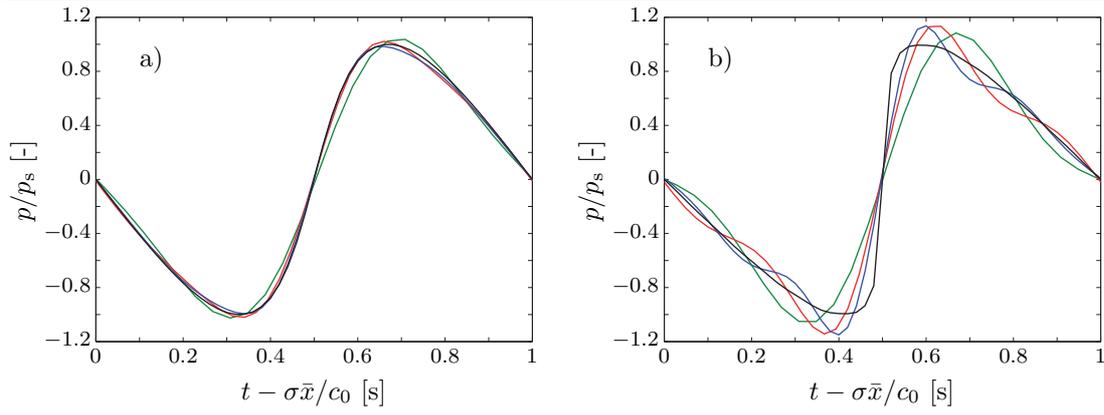


FIGURE 3.20 – Signatures acoustiques non linéaires pour un fluide non-dissipatif.
 (a) Pression acoustique p'/p_s normalisée par l'amplitude de la source en fonction du temps retardé enregistré en $\sigma = 0.5$
 (b) Pression acoustique p'/p_s normalisée par l'amplitude de la source en fonction du temps retardé enregistré en $\sigma = 1$
 ((—) solutions analytiques; solutions calculées pour (—) $n_\lambda = 10$, (—) $n_\lambda = 15$, (—) $n_\lambda = 20$)

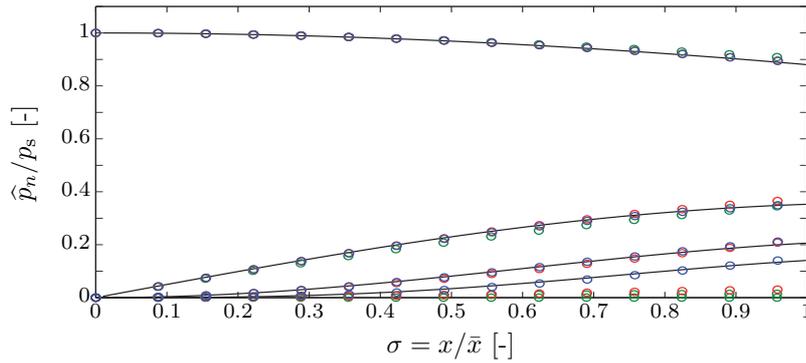


FIGURE 3.21 – Développement des harmoniques pour un fluide non-dissipatif.
 Coefficients de Fourier normalisés \hat{p}_n/p_s en fonction de la distance normalisée σ
 ((—) solutions analytiques; solutions calculées pour (o) $n_\lambda = 10$, (o) $n_\lambda = 15$, (o) $n_\lambda = 20$)

Cas d'un fluide thermovisqueux

Le couplage entre les effets dissipatifs et le développement des effets non linéaires est maintenant considéré. Les simulations de la partie précédentes sont reprises en intégrant cette fois les flux thermovisqueux ; les équations de Navier-Stokes sont donc résolues. La solution analytique de ce problème est fournie par Mendousse [100] :

$$p'(x, t) = p_s \frac{\frac{4}{\Gamma} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} I_n \left(\frac{\Gamma}{2} \right) n e^{-\frac{n^2 \sigma}{\Gamma}} \sin \left[n\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \right]}{I_0 \left(\frac{\Gamma}{2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n \left(\frac{\Gamma}{2} \right) n e^{-\frac{n^2 \sigma}{\Gamma}} \cos \left[n\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \right]} \quad (3.33)$$

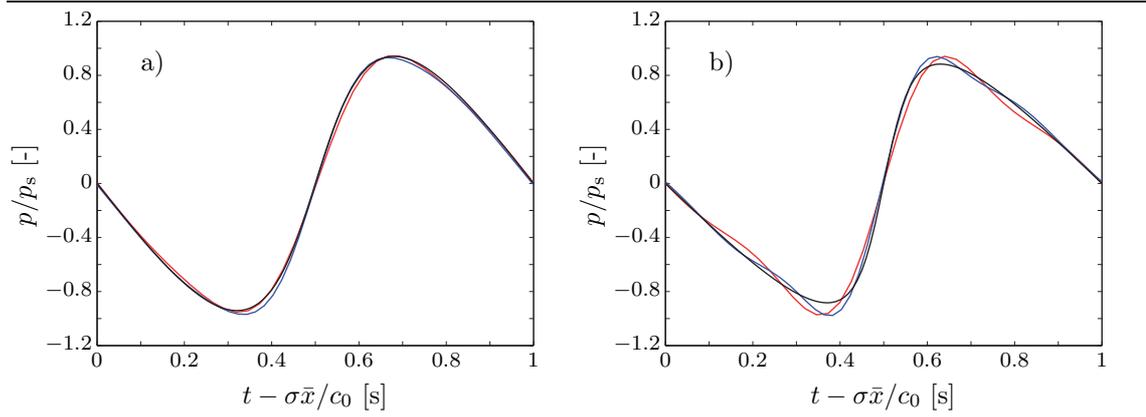


FIGURE 3.22 – Signatures acoustiques non linéaires pour un fluide thermovisqueux.
 (a) Pression acoustique p'/p_s normalisée par l'amplitude de la source en fonction du temps retardé enregistré en $\sigma = 0.5$
 (b) Pression acoustique p'/p_s normalisée par l'amplitude de la source en fonction du temps retardé enregistré en $\sigma = 1$
 ((—) solutions analytiques ; solutions calculées pour (—) $n_\lambda = 15$, (—) $n_\lambda = 20$)
 Nota : la solution pour (—) $n_\lambda = 10$ n'est pas représentée

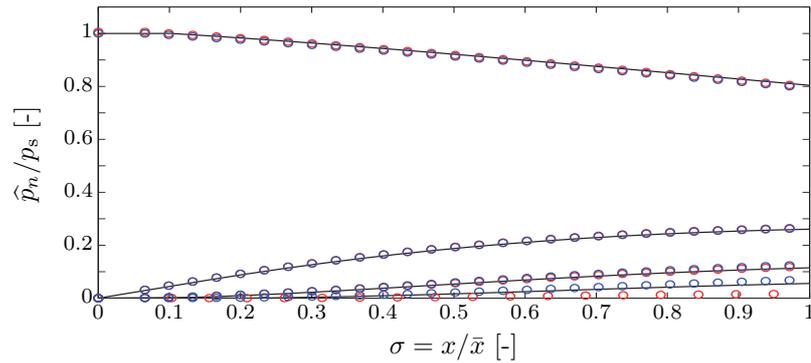


FIGURE 3.23 – Développement des harmoniques pour un fluide thermovisqueux.
 Coefficients de Fourier normalisés \hat{p}_n/p_s en fonction de la distance normalisée σ
 ((—) solutions analytiques ; solutions calculées pour (○) $n_\lambda = 10$, (○) $n_\lambda = 15$, (○) $n_\lambda = 20$)

où I_n est la fonction de Bessel modifiée d'ordre n et $\Gamma = c_0^3/(\delta\bar{x}\omega^2)$ avec δ le coefficient d'amortissement thermovisqueux exprimé par :

$$\delta = \frac{\mu}{2\rho_0} \left(\frac{4}{3} + \frac{\mu_v}{\mu} + \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa}{c_p\mu} \right) \quad (3.34)$$

Les signaux temporels enregistrés en $\sigma = 0.5$ et en $\sigma = 1$ sont comparés aux solutions analytiques à la figure 3.22. Le développement des harmoniques est reproduit à la figure 3.23 en fonction de σ . La partie précédente a montré qu'un taux de discrétisation $n_\lambda = 10$ ne permet pas d'obtenir une résolution satisfaisante. Ainsi, seuls les résultats calculés pour $n_\lambda = 15$ et $n_\lambda = 20$ sont représentés afin de ne pas

surcharger les figures. Du fait de la dissipation induite par les flux thermovisqueux, les oscillations de Gibbs sont réduites comparativement aux simulations eulériennes. Conformément aux résultats précédents, pour $n_\lambda = 15$, les 3 premières harmoniques sont résolues, tandis que pour $n_\lambda = 20$, la précision est étendue jusqu'à la 4-ème harmonique.

Conclusion intermédiaire

Ces simulations de propagation non linéaires permettent de retrouver la condition de précision (Cp1). En effet, la fréquence de coupure des méthodes numériques impose un ratio de discrétisation spatiale de 4.11 points par longueur d'onde pour une résolution précise (§3.1.2). La résolution de la n -ème harmonique d'un signal non linéaire nécessite donc une discrétisation de $4.11 \times n$ points par longueur d'onde.

3.5.3 Discrétisation spatiale de l'atmosphère

La première partie de cette section a montré que la reproduction des effets dissipatifs ne dépend pas du taux de discrétisation, pourvu que $n_\lambda \geq 10$. Par contre, la qualité de la résolution du développement des effets non linéaires est directement liée à n_λ . Ainsi, le choix du taux de discrétisation doit être réalisé en fonction du nombre d'harmoniques à résoudre. Évidemment, la préservation du coût de calcul à un niveau acceptable doit aussi être considérée.

Une discrétisation spatiale de l'atmosphère par un maillage de pas constant $\Delta x = \Delta z = 200$ m est proposée. Cette discrétisation est discutée plus en détails à la section §4.1.2, elle est valable jusqu'à 200 km d'altitude. Pour une onde infrasonore dont la fréquence fondamentale est de 0.1 Hz, cette valeur assure un ratio de discrétisation supérieure à 15 points par longueur d'onde quelle que soit l'altitude. Les trois premières harmoniques sont donc résolues, la fréquence de coupure numérique f_c est supérieure à 0.32 Hz. Pour cette discrétisation spatiale de l'atmosphère, la condition de précision (Cp2) impose un pas de temps $\Delta t \leq 0.2$ s.

3.6 Évaluation des effets non linéaires à longue distance

Cette section propose d'étudier, par des simulations 1D, la résolution d'une onde non linéaire de fréquence 0.1 Hz. Les résultats sont discutés dans le domaine spectral sur une gamme de fréquences allant de 0 à 1 Hz. Trois cas sont considérés : *primo*, la propagation au niveau de la mer dans des conditions proches des conditions normales ; *secundo*, la propagation dans les conditions de haute atmosphère où l'air est très raréfié ; *tertio*, la propagation verticale d'une onde qui est alors confrontée à un milieu inhomogène. Le premier cas est d'une importance secondaire car les ondes infrasonores se propagent majoritairement en haute atmosphère (§1.2.2).

Cette étude n'a pas vocation à être une validation du solveur dans une situation atmosphérique. Une validation *stricto sensu* est proposée à la section §4.2.1. L'objectif est d'évaluer la résolution obtenue à grande distance pour des simulations de propagation fortement non linéaire employant le taux de discrétisation proposé.

Les simulations sont réalisées dans un milieu non dissipatif, les équations d'Euler sont donc résolues. Les sources canonique et explosive (§3.3.1) sont toutes les deux étudiées. Leurs amplitudes sont fixées en prenant en compte l'amplification verticale (§1.2.4), le rapport $p_s/\sqrt{\rho_0}$ est donc égal pour toutes les simulations et $p_s = 500$ Pa au niveau de la mer. Le choix de cette amplitude conduit à surestimer très largement les effets non linéaires car l'amplitude des ondes planes ne décroît pas avec la distance contrairement aux ondes cylindriques ou sphériques (§4.1.7).

Le domaine de calcul de la section précédente est repris (cf. figure 3.17). Trois simulations sont effectuées pour chacune des 6 séries (une série par source pour chacun des 3 milieux de propagation). Une simulation convergée pour laquelle la fréquence de coupure est d'au moins 3.5 Hz ($\Delta x = 20$ m) et qui sert de référence sur $f \in [0; 1]$ Hz. Et deux simulations réalisées avec la discrétisation proposée à la section précédente, $\Delta x = 200$ m et $\Delta t = 0.2$ s. L'une avec la méthode de capture de choc et l'autre sans, ceci afin de mettre en évidence les effets de ce filtrage.

Les erreurs sont quantifiées par trois valeurs qui sont définies formellement aux sections §4.1.8 & §4.2.1. L'erreur de dissipation, notée A , est mesurée en comparant l'énergie du signal convergé avec l'énergie des signaux calculés avec $\Delta x = 200$ m, elle est exprimée en Np.m^{-1} . Les indices $_{af}$ et $_{sf}$ font références respectivement aux résultats obtenus avec et sans filtrage des chocs. L'erreur absolue sur le temps d'arrivée est notée δt_A et l'erreur absolue sur la fréquence fondamentale est notée δf_{hf} . Les temps d'arrivée sont identifiés par les maximums de la dérivée temporelle de $p'(t)$ et les fréquences fondamentales sont relevées pour les maximums de dse . Les enregistrements temporels sont exprimés par $p'(t)$ et sont normalisés par p_s , l'amplitude de la source. Les spectres dse des enregistrements temporels sont normalisés par la densité d'énergie de l'harmonique fondamentale du signal convergé, notée dE_{hf} . Les harmoniques dont la densité d'énergie est inférieure à $10^{-3} dE_{hf}$ sont jugées négligeables.

Variable	Niveau de la mer	115 km d'altitude
p_0	101325 Pa	4.3038×10^{-3} Pa
T_0	303.42 K	305.58 K
r	$288.95 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$326.67 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
c_0	350.28 m.s^{-1}	373.76 m.s^{-1}
$1/\sqrt{\rho_0}$	0.93	4.8161×10^3

TABLE 3.3 – Conditions au niveau de la mer et à 115 km d'altitude.

3.6.1 Propagation au niveau de la mer

Dans un premier temps, la propagation dans les conditions au niveau de la mer est étudiée. Les paramètres sont donnés à la table 3.3. La longueur du domaine de calcul est de 300 km. Les signatures temporelles et les spectres correspondants, enregistrés à 200 km, sont reproduits pour les deux sources à la figure 3.24. Les erreurs associées sont rapportées à la table 3.4. Les résultats obtenus pour ces deux sources soulignent des comportements analogues.

Les effets non linéaires ont formé le choc acoustique, mais le stade d'une onde en "N" n'est pas encore atteint. Les signatures temporelles sont similaires aux solutions convergées et les oscillations de Gibbs sont contenues dans le voisinage du choc. Les erreurs sur les temps d'arrivée sont de l'ordre de Δt . L'origine du temps retardé est calculée pour correspondre au maximum d'amplitude. L'avance des chocs par rapport à cette origine est due aux effets non linéaires. Elle est de 2.4s pour la source canonique et de 1s pour la source explosive. Cette différence reste assez faible étant donnée la distance de propagation.

En termes de contenu spectral, les solutions convergées montrent que l'énergie des hautes harmoniques est importante sur toute la gamme fréquentielle. Les signaux obtenus pour $\Delta x = 200$ m ne sont résolus que jusqu'à la troisième harmonique (0.3 Hz). La fréquence fondamentale reste comparable à la fréquence initiale (0.1 Hz).

Srce.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
Cano.	-0.1	3.7×10^{-3}	6.43×10^{-7}	-0.1	3.7×10^{-3}	6.43×10^{-7}
Expl.	-0.2	1.2×10^{-3}	6.39×10^{-7}	-0.2	1.2×10^{-3}	6.39×10^{-7}

TABLE 3.4 – Erreurs des simulations non linéaires au niveau de la mer.

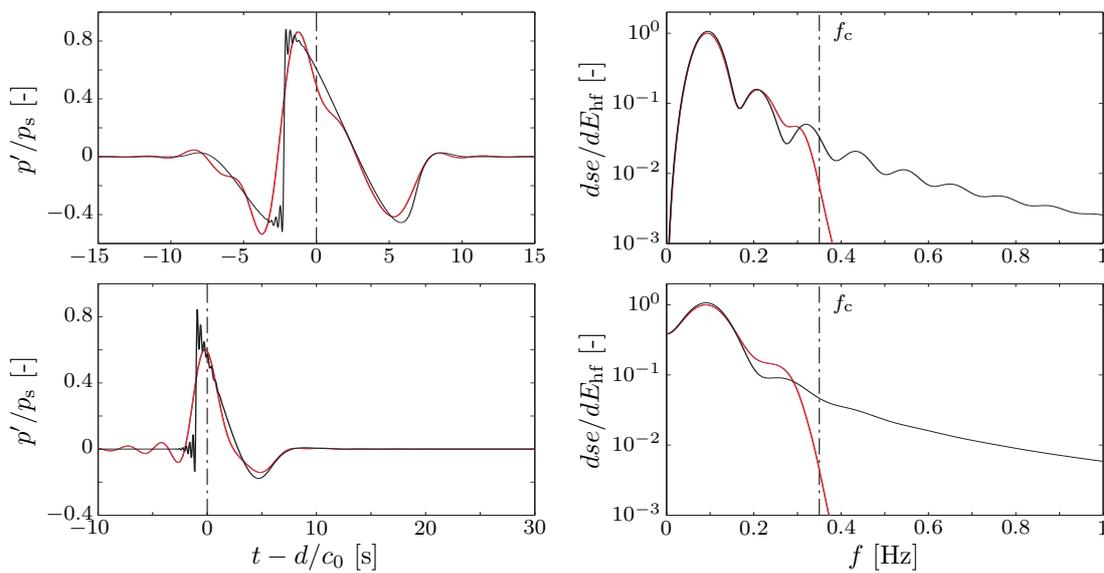


FIGURE 3.24 – Propagation non linéaire au niveau de la mer.

(haut) Calculs réalisés pour une source canonique

(bas) Calculs réalisés pour une source explosive

(gauche) Pression acoustique normalisée p'/p_s enregistrée à $d = 200$ km de la source

(droite) Densité spectrale d'énergie normalisée dse/dE_{hf}

((—) solution convergée $\Delta x = 20$ m ; solutions calculées pour $\Delta x = 200$ m (—) sans filtrage des chocs, (—) avec filtrage des chocs)

Nota : les courbes bleues et rouges sont superposées

Srce.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
Cano.	-0.8	5.0×10^{-14}	1.69×10^{-8}	-1.0	5×10^{-14}	-9.84×10^{-8}
Expl.	-0.3	-6.1×10^{-4}	6.34×10^{-8}	-0.3	-6.1×10^{-4}	-6.97×10^{-8}

TABLE 3.5 – Erreurs des simulations non linéaires à 115 km d’altitude

et les erreurs δf_{hf} sont de l’ordre de 1% de f_{hf} . Comparativement à la dissipation numérique ($\alpha_{NUM} \simeq 1.5 \times 10^{-8}$ Np.m⁻¹), les coefficients d’erreur A_{af} et A_{sf} sont importants pour les deux séries de simulations. Par ailleurs, A_{af} et A_{sf} sont égaux, le seuil de capture des chocs r_{th} n’a donc pas été atteint.

3.6.2 Propagation en haute atmosphère

Les infrasons se propagent essentiellement dans la haute atmosphère. La zone d’importance est située à environ 115 km d’altitude. C’est le lieu de la focalisation des ondes sur la caustique thermosphérique et les effets non linéaires y sont particulièrement intenses. En effet, d’une part l’amplification de p'/p_0 en $1/\sqrt{\rho_0}$ est très importante à cette altitude (§1.2.5), et d’autre part, la focalisation sur la caustique accroît localement p'/p_0 (§4.3.2). Les simulations de la partie précédente sont donc reprises pour des conditions correspondant à celles de l’atmosphère pour une altitude de 115 km (cf. table 3.3). Les enregistrements temporels à 200 km de la source, ainsi que leurs spectres, sont reproduits à la figure 3.25 pour les deux séries de calculs. Les erreurs associées sont fournies à la table 3.5.

Les signatures temporelles forment une onde en N quelle que soit la source. Les oscillations de Gibbs sont contenues au voisinage des chocs avec ou sans filtrage. Les signatures temporelles sont similaires aux solutions convergées. Les erreurs sur les temps d’arrivée sont plus grandes qu’au niveau de la mer, y compris si elles sont rapportées à la période de l’onde (> 50 s). Ces erreurs δt_A sont la conséquence de l’erreur sur l’amplitude du choc qui modifie la vitesse de propagation.

L’étude des spectres convergés montre que les fréquences fondamentales, initialement à 0.1 Hz, ont été décalées vers les basses fréquences. Pour la source canonique, la fréquence fondamentale est de 1.1×10^{-2} Hz et pour la source explosive elle est de 1.22×10^{-2} Hz. Comparativement, l’erreur δf_{hf} est faible. Sous l’effet de ce décalage, les harmoniques supérieures sont mieux discrétisées et la majeure partie des spectres est dès lors résolue. Les amplitudes des hautes harmoniques sont surestimées. Cette surestimation est plus marquée en l’absence de filtrage. Les erreurs A_{sf} sont négatives ce qui souligne que les oscillations numériques sont amplifiées. Les erreurs A_{af} sont plus faibles et sont positives. La méthode de capture de choc réduit l’erreur de dissipation et prévient l’amplification numérique des oscillations au voisinage du choc.

3.6.3 Propagation verticale

Des simulations d’une onde acoustique se propageant verticalement dans l’atmosphère sont finalement réalisées. Le domaine numérique est conservé, mais la

partie à gauche de la source est remplacée par une paroi solide. La source est positionnée sur cette paroi. Le milieu de propagation est inhomogène. Il reproduit l'évolution des conditions thermodynamiques entre 0 et 160 km d'altitude (§1.4.3). Les équations d'Euler, intégrant les termes liés à la gravité, sont résolues. Quatre microphones virtuels sont disposés à 20 km, 50 km, 90 km et 120 km d'altitude. Les signatures temporelles et spectrales enregistrées sont rapportées aux figures 3.26 & 3.27 pour les séries canonique et explosive. Les erreurs associées sont fournies aux tables 3.6 & 3.7. Les résultats des deux séries sont globalement similaires, mais les erreurs de dissipation sur les simulations explosives sont supérieures à celles de la série canonique.

À 20 km d'altitude, les effets non linéaires ne sont pas encore développés. Les erreurs sont faibles et la méthode de capture de choc n'a pas d'influence. L'étude du spectre montre que l'énergie est très majoritairement portée par l'harmonique fondamentale dont la fréquence est de 0.1 Hz. Pour le signal canonique, la deuxième harmonique à une amplitude très faible et les harmoniques supérieures ne sont pas développées. Toutes les fréquences de densité d'énergie significatives sont résolues mais les niveaux d'énergie sont sous-estimés. Pour le signal explosif, les erreurs sont beaucoup plus importantes, notamment en termes de dissipation. Ceci est dû à la particularité de la source explosive qui excite des fréquences qui ne sont pas résolues. L'énergie à la source du signal convergé est, dans la pratique, un peu plus importante que celle des signaux calculés avec $\Delta x = 200$ m.

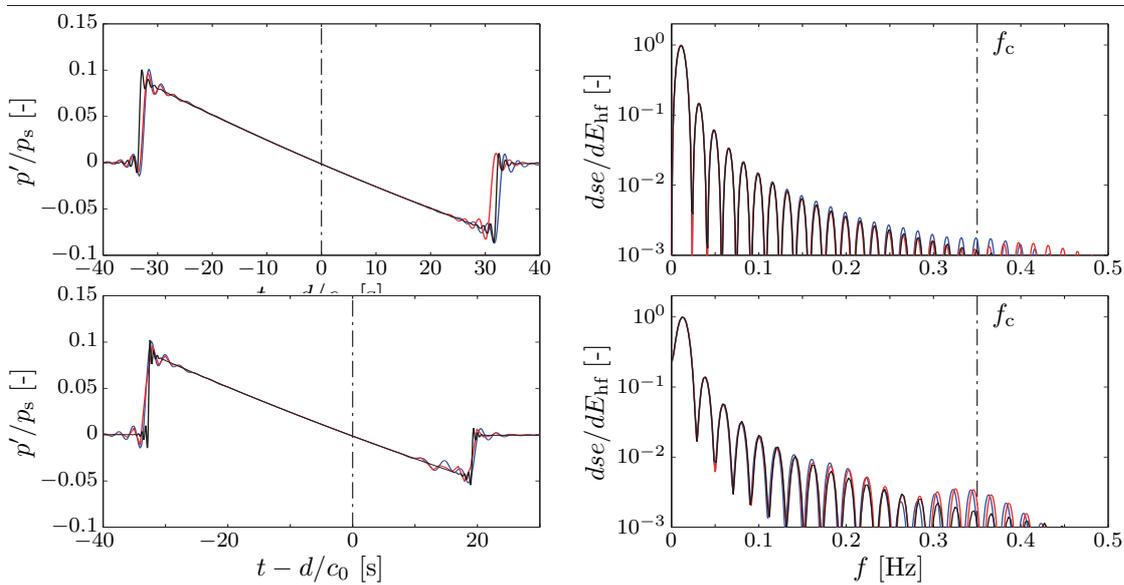


FIGURE 3.25 – Propagation non linéaire à $z = 115$ km d'altitude.

(haut) Calculs réalisés pour une source canonique

(bas) Calculs réalisés pour une source explosive

(gauche) Pression acoustique normalisée p'/p_s enregistrée à $d = 200$ km de la source

(droite) Densité spectrale d'énergie normalisée dse/dE_{hf}

((—) solution convergée $\Delta x = 20$ m ; solutions calculées pour $\Delta x = 200$ m (—) sans filtrage des chocs, (—) avec filtrage des chocs).

À 50 km d'altitude, les chocs sont formés mais le stade d'une onde en "N" n'est pas encore atteint. Les oscillations de Gibbs sont très développées. Les fréquences fondamentales des deux séries sont d'environ 0.07 Hz, le décalage vers les basses fréquences est amorcé. Une part importante des hautes fréquences n'est pas résolue. Pour des fréquences comprises entre 0.2 et 0.5 Hz l'erreur sur le spectre est très grande en l'absence de filtrage, elle est de l'ordre de $0.25 dE_{\text{hf}}$ pour le signal canonique. Cette erreur est due au développement des oscillations de Gibbs. Le coefficient d'erreur A_{sf} illustre ce dernier point, son signe négatif souligne que l'énergie du signal calculé sans filtrage est supérieure à l'énergie du signal convergé. L'utilisation de la méthode de capture de choc permet de reproduire plus précisément l'amplitude des harmoniques de rang 2, 3 et 4. Le coefficient d'erreur A_{af} est bien positif, il est supérieur à celui mesuré à 20 km. Ce stade du développement des effets non linéaires est numériquement le plus pénalisant car les harmoniques sont développées mais la fréquence fondamentale reste élevée.

À 90 et 120 km d'altitude, les effets non linéaires ont formé une onde en "N". Les signaux temporels convergés sont bien identifiés avec ou sans filtrage. Cependant, l'emploi du filtrage permet de mieux identifier les temps d'arrivée et les amplitudes des chocs à grande distance. Les spectres ont des niveaux d'énergie important jusqu'à environ 0.5 Hz. Les harmoniques fondamentales sont très décalée (0.016 Hz à 90 km et 7.3×10^{-3} Hz à 120 km). La précision sur les harmoniques supérieures augmente avec la distance lorsque le filtrage des chocs est utilisé. Les coefficients d'erreur A_{af} et A_{sf} sont positifs et sont de l'ordre de 10^{-7} Np.m⁻¹. La méthode de capture de choc permet de réduire progressivement l'erreur A_{af} .

3.7 Conclusion intermédiaire

Ce chapitre a permis de présenter et de valider la méthode numérique directe retenue pour résoudre le système d'équations du chapitre précédent. Dans un premier temps, la précision des schémas numériques a été discutée et les contraintes de précision et de stabilité ont été soulignées. L'ensemble des méthodes annexes, telles que celles déployées aux limites du domaine de calcul ou celles utilisées pour le forçage acoustique, ont ensuite été présentées.

Des séries de simulations 1D dans des configurations simples ont finalement permis de valider le solveur et d'étudier l'influence de ses paramètres. La précision quant aux effets dissipatifs induits par les flux thermovisqueux et par la relaxation dépend essentiellement du niveau de dissipation numérique et donc des paramètres du filtrage sélectif, tandis que la qualité des simulations de propagation non linéaire est surtout liée à la discrétisation spatio-temporelle. Un taux de discrétisation optimal a ainsi pu être déterminé en fonction de la fréquence acoustique.

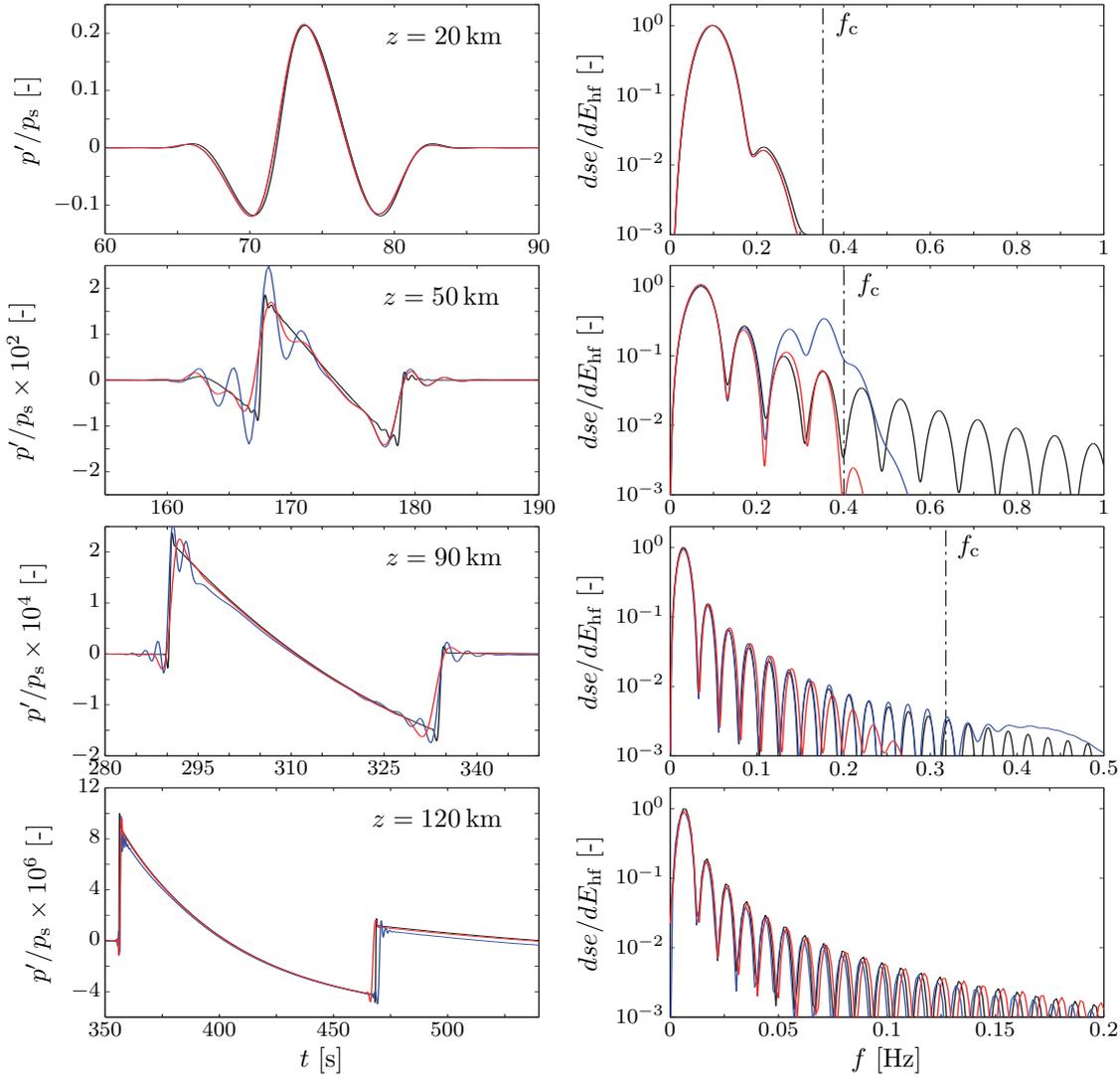


FIGURE 3.26 – Propagation verticale des signaux non linéaires canoniques.
 (gauche) Pression acoustique normalisée par $p_s = 500$ Pa en fonction du temps
 (droite) Densité spectrale d'énergie normalisée par dE_{hf} la densité d'énergie de l'harmonique fondamentale en fonction de la fréquence acoustique
 (Enregistrements à 20, 50, 90 & 120 km d'altitude; (—) solution convergée $\Delta x = 20$ m; solutions calculées pour $\Delta x = 200$ m (—) sans filtrage, (—) avec filtrage)

Alt. [km]	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
20	-0.15	1.2×10^{-3}	1.3×10^{-7}	-0.15	1.2×10^{-3}	1.3×10^{-7}
50	-0.2	1.3×10^{-5}	9.6×10^{-7}	-0.2	1.2×10^{-3}	-4.6×10^{-6}
90	0.2	2.9×10^{-6}	3.2×10^{-7}	-0.2	1.2×10^{-3}	2.5×10^{-7}
120	0.5	1.1×10^{-6}	1.2×10^{-7}	0.7	1.1×10^{-6}	4.0×10^{-7}

TABLE 3.6 – Erreurs sur la propagation verticale non linéaire d'un signal canonique.

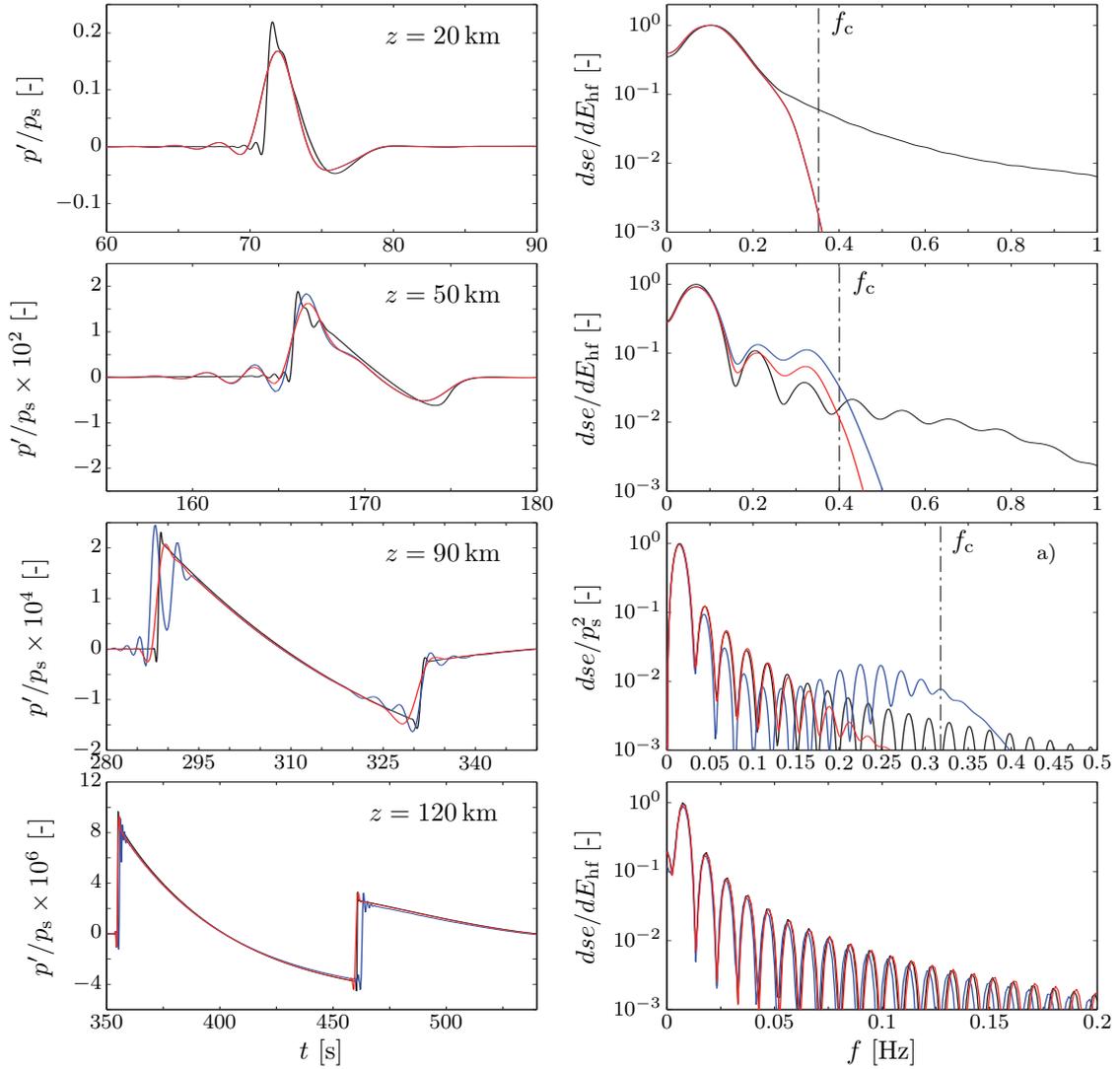


FIGURE 3.27 – Propagation verticale des signaux non linéaires explosifs.
 (gauche) Pression acoustique normalisée par $p_s = 500$ Pa en fonction du temps
 (droite) Densité spectrale d'énergie normalisée par dE_{hf} la densité d'énergie de l'harmonique fondamentale en fonction de la fréquence acoustique
 (Enregistrements à 20, 50, 90 & 120 km d'altitude; (—) solution convergée $\Delta x = 20$ m; solutions calculées pour $\Delta x = 200$ m (—) sans filtrage, (—) avec filtrage)

Alt. [km]	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
20	-0.35	4.9×10^{-3}	5.5×10^{-6}	-0.35	5.5×10^{-6}	5.2×10^{-7}
50	-0.25	1.2×10^{-5}	1.4×10^{-6}	-0.25	-1.2×10^{-3}	-7.8×10^{-7}
90	-0.45	2.7×10^{-6}	4.9×10^{-7}	-1.45	2.7×10^{-6}	5.8×10^{-7}
120	0.25	1.3×10^{-6}	3.8×10^{-7}	1.05	1.3×10^{-6}	9.9×10^{-7}

TABLE 3.7 – Erreurs sur la propagation verticale non linéaire d'un signal explosif.

Chapitre 4

Simulations de la propagation non linéaire des infrasons

Ce chapitre présente les résultats des simulations numériques directes de la propagation des infrasons non linéaires dans une atmosphère réaliste. La première partie détaille les différentes versions du code de calcul. La précision des simulations est ensuite évaluée dans les domaines temporel et fréquentiel. Les troisième et quatrième parties proposent d'étudier l'impact des phénomènes d'absorption et des effets non linéaires puis l'influence des vents atmosphériques. Enfin, la dernière partie fournit une brève analyse de l'expérience Misty-Picture en confrontant les enregistrements expérimentaux aux résultats numériques.

4.1 Prétraitement des simulations numériques

Cette section présente le paramétrage du code de calcul atmosphérique 2D. Les différentes versions implémentées et les objectifs qui leur sont assignés sont d'abord introduits. Les parties suivantes présentent et discutent du choix et de l'influence des paramètres numériques. Pour rappel, le modèle d'atmosphère réaliste utilisé pour les simulations est défini à la section §1.4.3, il reproduit les conditions atmosphériques relevées lors de l'expérience Misty-Picture (§1.3.5). Les modèles de sources acoustiques sont présentés à la section §3.3.1. Les contraintes numériques imposées pour des simulations bien résolues sont résumées à la table 3.1 et sont discutées dans toute la section 3.1.

4.1.1 Présentation des versions du code de calcul

Cinq versions sont implémentées, chacune est paramétrée pour remplir une série d'objectifs spécifiques. Les paramètres numériques de chaque version sont résumés à la table 4.1. La taille du domaine de calcul $L_x \times L_z$ fait référence au domaine numérique d'étude, les zones spécifiques implémentées autour de ce domaine ne sont pas prises en compte. Le paramètre σ_{FS} est l'intensité du filtrage sélectif et n_{FS} est le nombre d'itérations temporelles entre chaque passage du filtre (§3.1.3). Les temps de simulations sont donnés à titre indicatif pour un calcul sur un processeur à huit coeurs. La parallélisation du code est alors réalisée automatiquement à la compilation.

Version	Domaine de calcul		$L_x \times L_z$	Filtrage		Coût de calcul
	$\Delta x, \Delta z$	Δt		σ_{FS}	n_{FS}	
<u>Versions de validation</u>						
IsoB	200 m	0.2 s	500×190 km	1	1	$\simeq 20$ h
Cvg200	200 m	0.2 s	75×190 km	1	1	$\simeq 8$ h
Cvg100	100 m	0.1 s	75×190 km	1	1	$\simeq 40$ h
<u>Versions d'étude physique</u>						
ANL	200 m	0.1 s	430×190 km	0.1	4	$\simeq 100$ h
PLD	200 m	0.2 s	720×190 km	1	1	$\simeq 80$ h

TABLE 4.1 – Paramètres des 5 versions du code de calcul atmosphérique 2D.

Versions de validation

Les trois versions dites de *validation* sont implémentées pour discuter du degré de précision des résultats numériques.

Les versions Cvg200 & Cvg100 sont employées pour une évaluation de la précision par convergence de maillage. Les sources canoniques et explosives sont utilisées ainsi que le modèle d'atmosphère réaliste. Seules les équations de Navier-Stokes sont résolues. Pour la version CVG200, la méthode de capture des chocs peut être débranchée pour étudier l'influence de ce filtrage. Ce dernier n'est pas utilisé dans la version CVG100.

La version IsoB est exceptionnellement implémentée avec une atmosphère isobare à la place de l'atmosphère réaliste. La pression moyenne est donc constante sur l'ensemble du domaine, elle est fixée à 101325 Pa. De ce fait, la gravité n'est pas prise en compte. Cette version n'est utilisée que pour confronter les simulations directes aux résultats de l'équation parabolique grand angle standard (WAPE). Seules les équations d'Euler sont résolues. Les sources utilisées par cette version sont la source canonique et la source monofréquentielle permanente.

Versions d'étude physique

Deux versions sont implémentées pour étudier les phénomènes physiques influençant la propagation des infrasons.

La version ANL est employée pour l'étude de l'absorption et des effets non linéaires. Le modèle d'atmosphère réaliste est utilisé. Le système d'équations complet est résolu, les termes dissipatifs liés à la relaxation ou aux flux thermovisqueux peuvent éventuellement être débranchés. Les paramètres du filtrage sélectif sont choisis pour minimiser la dissipation numérique comparativement à l'absorption physique. Cette version utilise la source canonique. Pour cette version, le coût numérique dépend des équations résolues, en effet, la durée d'une simulation intégrant la relaxation est quatre à cinq fois plus importante que celle d'une résolution des équations d'Euler.

La version PLD réalise des simulations de propagation à longue distance. Elle emploie le modèle d'atmosphère réaliste et les vents sont éventuellement introduits.

Seules les équations de Navier-Stokes sont résolues, la relaxation est donc négligée. La source explosive est utilisée ainsi que la méthode de déplacement de domaine. Cette version permet de suivre sur plus de 2000 km l'onde qui se propage dans le demi-espace à droite de la source.

4.1.2 Discrétisation du domaine de calcul

L'importance des harmoniques supérieures pour la propagation des infrasons non linéaires est brièvement étudiée aux sections §3.5.2 & §3.6 par des simulations 1D. La discrétisation doit permettre de résoudre, au minimum, les trois premières harmoniques initiales. Cette discrétisation permet de conserver suffisamment d'énergie durant la phase de formation des chocs pour ne pas trop altérer les signatures acoustiques à grande distance. En effet, une fois le choc formé les effets non linéaires réduisent la fréquence fondamentale et donc la fréquence de toutes les harmoniques. Les fréquences des harmoniques principales deviennent inférieures à la fréquence de coupure numérique et elles sont alors correctement discrétisées. À grande distance, l'ensemble du spectre énergétiquement significatif est résolu et les erreurs numériques de dispersion et de dissipation sont faibles.

Pour une onde de fréquence fondamentale initiale 0.1 Hz, l'harmonique de rang 3 à une fréquence initiale de 0.3 Hz. Pour qu'elle soit résolue par une discrétisation de pas constant, la contrainte de précision (Cp1) impose $\Delta x \leq 200$ m. L'évolution verticale de la fréquence de coupure numérique f_c pour $\Delta x = 200$ m est tracée à la figure 4.1.a. Le point critique est sur la mésopause, le minimum global de la vitesse du son y induit une très faible longueur d'onde acoustique. La fréquence de coupure numérique y est de 0.32 Hz. La fréquence de coupure au sol est de 0.43 Hz, il est

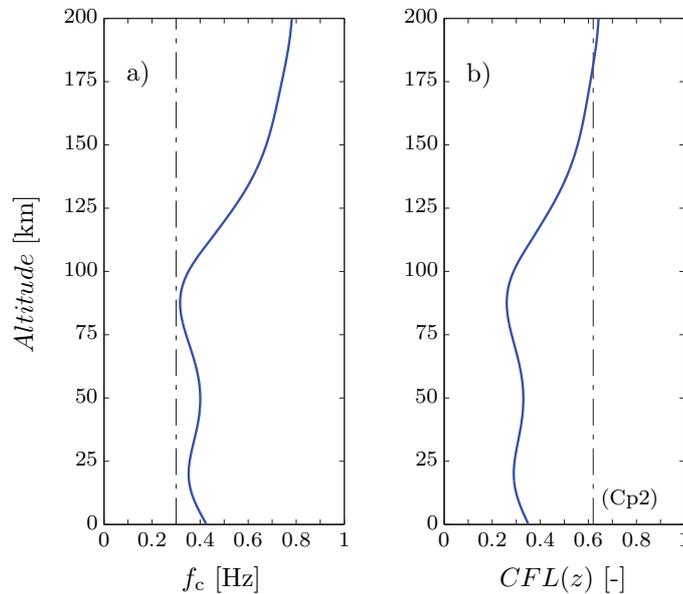


FIGURE 4.1 – Paramètres de la discrétisation atmosphérique.
 (a) Fréquence de coupure pour une discrétisation spatiale $\Delta x = \Delta z = 200$ m
 (b) Coefficient $CFL = c_0 \Delta t / \Delta x$ pour une discrétisation $\Delta t = 0.2$ s & $\Delta x = 200$ m

donc possible que les enregistrements au sol mettent en valeur des harmoniques supérieures à 0.3 Hz. Elles doivent toutefois être considérées avec circonspection puisque la validité de ces dernières n'est pas assurée sur la totalité du domaine.

La condition de précision (Cp2) impose un coefficient CFL inférieur à 0.62. L'évolution du coefficient CFL en fonction de l'altitude est reproduite à la figure 4.1.b pour $\Delta t = 0.2$ s. La contrainte sur le pas de temps n'est pas exactement respectée sur la totalité du domaine. Pour des altitudes supérieures à 182 km, le coefficient CFL est en effet compris entre 0.62 et 0.65. Ce point est toutefois sans importance sur la qualité des résultats.

4.1.3 Intégration de la relaxation moléculaire

Seules les relaxations de la vibration du diazote N_2 , du dioxygène O_2 et du dioxyde de carbone CO_2 peuvent avoir un rôle dissipatif non négligeable (§1.2.6). Pour l'intégration des équations de relaxation, la condition de précision (Cp4) impose un pas de temps :

$$\Delta t < 2.13 \min(\tau_\beta) = 2.13 \frac{1}{2\pi \max(f_\beta)}$$

Les variations avec l'altitude des temps caractéristiques de relaxation τ_β des trois espèces sont très grandes (cf. figure 4.2.a) et le respect de cette condition pour toute l'atmosphère nécessite un pas Δt de l'ordre de 10^{-10} s. Un tel pas est prohibitif en termes de coût de calcul. La solution retenue consiste à renverser la contrainte

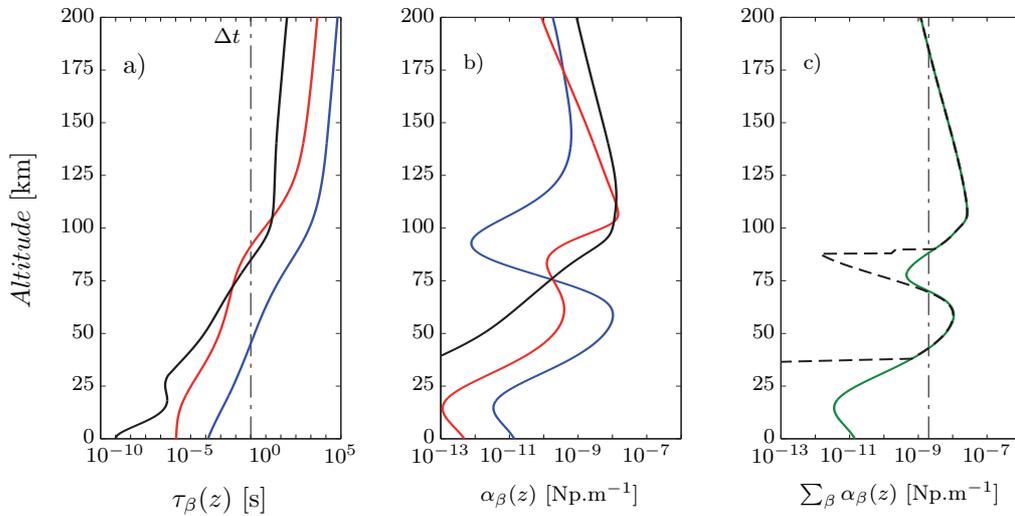


FIGURE 4.2 – Intégration de la relaxation moléculaire pour des calculs atmosphériques.

(a) Temps caractéristiques de relaxation en fonction de l'altitude

(b) Absorption par longueur d'onde par la relaxation moléculaire de chaque espèce en fonction de l'altitude pour une fréquence de 0.1 Hz

(c) Absorption par la relaxation moléculaire totale et simulée en fonction de l'altitude pour une fréquence de 0.1 Hz

((—) τ_{N_2} et α_{N_2} , (—) τ_{O_2} et α_{O_2} , (—) τ_{CO_2} et α_{CO_2} , (—) absorption par la relaxation totale, (---) absorption par la relaxation simulée)

(Cp4). Le pas de temps Δt est choisi et la relaxation des trois constituants β n'est intégrée que pour des altitudes respectant :

$$\tau_{\beta}(z) = \frac{1}{2\pi f_{\beta}(z)} > \frac{1}{2.13}\Delta t$$

Pour un pas de temps $\Delta t = 0.1$ s, les vibrations de N_2 , O_2 et CO_2 sont intégrées respectivement pour des altitudes supérieures à 34 km, 88 km et 90 km. La figure 4.2.b montre que pour des altitudes inférieures, l'absorption par la relaxation de ces constituants est faible. La figure 4.2.c compare l'absorption totale par la relaxation moléculaire par rapport à l'absorption simulée. La méthode permet d'intégrer l'absorption par la relaxation lorsqu'elle est supérieure à 2×10^{-9} Np.m⁻¹.

4.1.4 Paramétrage du filtre sélectif

Les simulations 1D de la section §3.5 ont souligné l'importance des paramètres du filtrage sélectif qui fixent le taux de dissipation numérique. Ceux-ci doivent être déterminés pour s'assurer que l'absorption numérique α_{NUM} est faible par rapport aux effets dissipatifs physiques. Par ailleurs, si la dissipation numérique α_{NUM} est négligeable, les effets physiques significatifs sont nécessairement reproduits. Suivant le système d'équations résolu, deux cas sont à considérer.

Cas des équations de Navier-Stokes

Si les équations de Navier-Stokes sont résolues, seule l'absorption classique par les flux thermovisqueux est modélisée. Pour une discrétisation $\Delta x = 200$ m et $\Delta t = 0.2$ s (versions CVG200 & PLD), des coefficients $\sigma_{\text{FS}} = 1$ et $n_{\text{FS}} = 1$ assurent $\alpha_{\text{NUM}} \ll \alpha_{\text{cl}}$ lorsque α_{cl} est significatif (cf. figure 4.3.a). Dans ces conditions l'absorption numérique maximale est atteinte à 88 km d'altitude où elle est de 8×10^{-8} Np.m⁻¹. L'absorption numérique moyenne entre 0 et 100 km d'altitude est d'environ 4×10^{-8} Np.m⁻¹. Un tel niveau d'absorption a une influence marginale, y compris à très grande distance (§1.2.6).

Cas des équations avec relaxation de la vibration moléculaire

Si la relaxation de la vibration moléculaire est intégrée, ses effets dissipatifs doivent être pris en compte pour le paramétrage du filtre sélectif. Or, malgré une influence absolue jugée négligeable, les paramètres proposés au paragraphe précédent induisent une absorption numérique supérieure aux effets de la relaxation. Afin de proposer une étude convaincante, il est préférable de réduire les effets du filtre pour que ces derniers soient inférieurs aux effets de la relaxation.

Pour la discrétisation employée par la version ANL ($\Delta x = 200$ m et $\Delta t = 0.1$ s), des paramètres $\sigma_{\text{FS}} = 0.1$ et $n_{\text{FS}} = 4$ garantissent la résolution des effets majeurs de l'absorption par la relaxation (cf. figure 4.3.b). Dans ce cas l'absorption classique est évidemment préservée (cf. figure 4.3.a). Pour ces paramètres, l'absorption numérique maximale est de 3.9×10^{-9} Np.m⁻¹ et l'absorption moyenne entre 0 et 100 km d'altitude est d'environ 2×10^{-9} Np.m⁻¹.

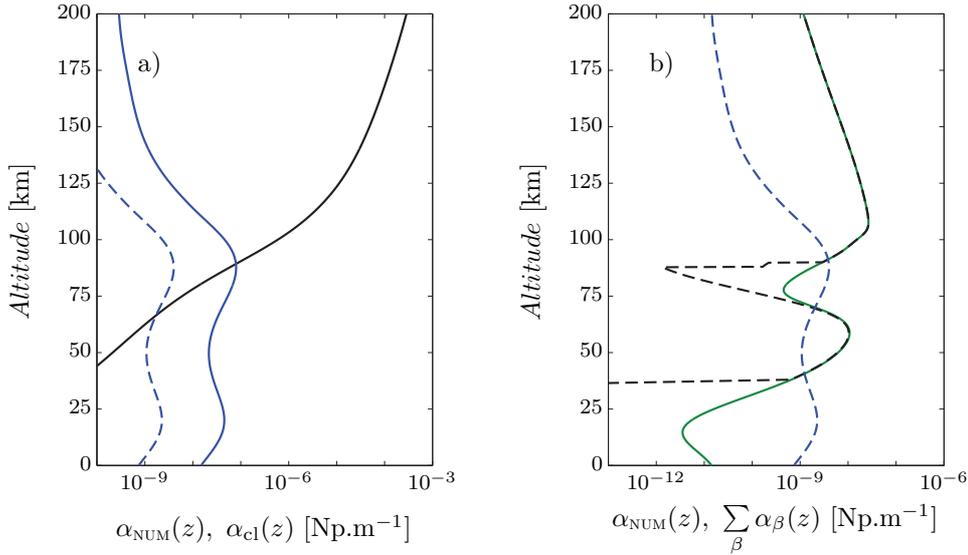


FIGURE 4.3 – Absorption numérique des codes de calculs atmosphériques.

(a) Comparaison entre l'absorption classique et l'absorption numérique

(b) Comparaison entre l'absorption par la relaxation et l'absorption numérique

(dissipation numérique pour : (—) $\Delta x = 200$ m, $\Delta t = 0.2$ s, $\sigma_{FS} = 1$ et $n_{FS} = 1$, (---) $\Delta x = 200$ m, $\Delta t = 0.1$ s, $\sigma_{FS} = 0.1$ et $n_{FS} = 4$; absorption physique : (—) absorption par la relaxation réelle, (---) absorption par la relaxation simulée, (—) absorption classique)

4.1.5 Conditions limites & zones éponges

Les conditions limites de rayonnement (§3.2.1) sur cinq points de maillage sont implémentées avec des termes de rappel. Pour une atmosphère au repos, les limites latérales et supérieures ont un rappel sur le profil de pression initial, mais si les vents sont introduits, la limite supérieure a un rappel sur la vitesse initiale du vent. Les coefficients de rappel sont toujours de 0.005.

Par ailleurs, des zones plus larges sont implémentées autour du domaine intérieur. Une zone de dégagement d'une largeur d'environ 30 km est prévue à gauche du domaine d'étude pour permettre à la partie de l'onde qui se propage vers la gauche de sortir sans réflexions. Elle utilise une zone éponge (§3.2.1) avec un accroissement du maillage d'une raison de 5% sur les 31 points les plus proches de la limite.

La frontière supérieure est implémentée avec une zone éponge de 10 km d'épaisseur. Dans cette zone, le pas de maillage Δz doit rester constant afin de ne pas dégrader la précision de l'intégration du profil de pression moyenne (§A.2).

Enfin, la limite droite emploie une zone éponge dont l'épaisseur est de 51 mailles. Le pas spatial reste constant dans cette zone. Ce dernier point n'est impératif que lorsque la méthode de déplacement de maillage est employée car le décalage du domaine vers la droite imposerait d'employer une méthode d'interpolation si le pas n'était pas constant. Cette remarque est aussi valable pour la limite gauche, néanmoins lorsque le domaine est en mouvement les perturbations qui se trouvent dans cette zone sortent du domaine. La pratique montre que les ondes dans le domaine d'étude ne sont pas affectées par cette erreur.

Par ailleurs, l'intensité de filtrage dans les zones éponges est $\sigma_{ZE} = 0.1$.

4.1.6 Déplacement du domaine de calcul

Une méthode de déplacement de domaine (§3.3.3) est utilisée dans la version PLD pour suivre l'onde progressive sur une grande distance. Elle nécessite de paramétrer la vitesse de déplacement v_{dep} . Celle-ci est déterminée par un calcul de tracé de rayons qui permet de connaître la position du front d'onde au cours du temps. Les positions ainsi calculées des points avant et arrière¹ du front sont tracées en fonction du temps à la figure 4.4. La vitesse de déplacement du point arrière est quasi-constante au cours du temps, elle est d'environ 245 m.s^{-1} . Le choix de la vitesse arrière comme référence pour v_{dep} est donc préférable.

Par ailleurs, l'examen de la figure 4.4 révèle que la largeur du front d'onde augmente au cours du temps. Pour une longueur de domaine donnée, la totalité du front n'est conservée que jusqu'à une certaine distance. Par exemple, pour un domaine intérieur de 720 km de long, la distance maximale de simulation est de 2300 km d'après les résultats du tracé de rayon. La taille du domaine de calcul doit donc prendre en compte la distance de propagation souhaitée. En outre, et parce que le domaine est mis en mouvement à $t_{\text{dep}} = 2.5/f_s$, une marge doit être prévue pour permettre à la phase qui se propage verticalement de sortir par la limite haute du domaine. Cette marge est implémentée en plaçant initialement la limite gauche du domaine d'étude à l'abscisse -200 km par rapport à la source. Lorsque la méthode de déplacement n'est pas utilisée, la limite gauche du domaine d'étude est placée sur la source.

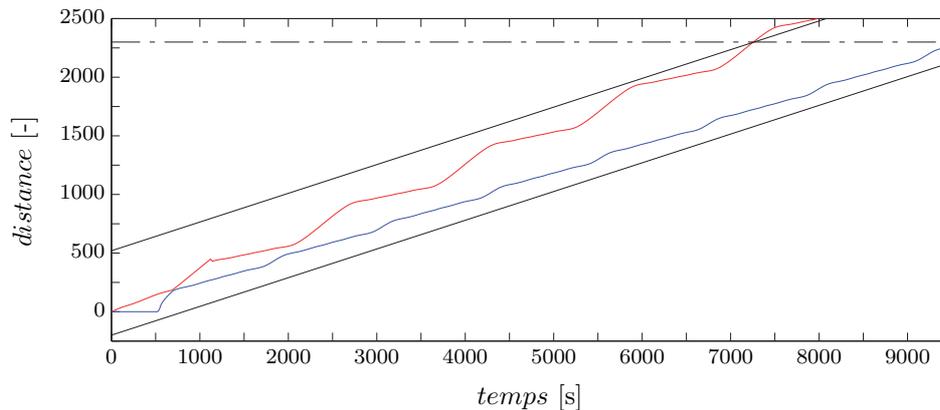


FIGURE 4.4 – Position de l'onde progressive au cours du temps. ((—) position de l'avant du front, (—) position de l'arrière du front, (—) position des bornes d'un domaine d'étude de 720 km de longueur mis en mouvement par la procédure de déplacement)

4.1.7 Amplitude de la source acoustique

Comme les simulations sont réalisées dans un espace bidimensionnel, le choix de l'amplitude p_s de la source est problématique. En effet, dans un espace réel, l'onde est sphérique et son amplitude décroît en $1/d$ avec d la distance par rapport à la

1. Le point avant est défini à l'instant t comme le point du front le plus éloigné de la source, et le point arrière est le point du front le proche de la source.

source. Mais dans un espace 2D, l'onde est cylindrique et son amplitude décroît en $1/\sqrt{d}$. Or, non seulement l'influence des effets non linéaires dépend de l'amplitude de l'onde, mais encore ces effets se cumulent avec la distance. De plus, puisque l'onde se propage dans un milieu inhomogène, la focalisation et l'amplification jouent aussi un rôle sur l'amplitude de l'onde. Le choix de p_s doit tenir compte de tous ces effets.

Dans un cas de propagation linéaire, l'évolution du rapport p'/p_0 à la verticale de la source peut être exprimée en fonction de l'altitude par :

$$\frac{p'}{p_0}(z) = \left(\frac{p_s}{\sqrt{\rho_{0,\text{sol}}}} \right) \frac{\sqrt{\rho_0(z)}}{p_0(z)} \frac{1}{\sqrt{z}} \quad (4.1)$$

si l'onde est cylindrique et :

$$\frac{p'}{p_0}(z) = \left(\frac{p_s}{\sqrt{\rho_{0,\text{sol}}}} \right) \frac{\sqrt{\rho_0(z)}}{p_0(z)} \frac{1}{z} \quad (4.2)$$

si l'onde est sphérique. Ces relations sont construites en combinant le facteur d'amplification de Bergmann [11] et le facteur de décroissance de l'amplitude en milieu homogène, elles ne tiennent pas compte des effets de la focalisation. L'onde tridimensionnelle de référence est celle générée lors de l'expérience Misty-Picture. Son amplitude à la source est estimée par Gainville *et al.* [56] à environ 2000 Pa. L'évolution verticale de l'amplitude normalisée de cette onde est tracée à la figure 4.5.a à partir de la relation (4.2). L'évolution verticale de la vitesse de propagation d'un choc d'amplitude p'/p_0 est tracée à la figure 4.5.b, cette vitesse est calculée par la relation [48] :

$$\frac{c_{\text{choc}}}{c_0}(z) = 1 + \frac{\gamma_{\text{eq}}(z) - 1}{2} \frac{p'}{\rho_0}(z)$$

L'amplitude à la source de l'onde cylindrique simulée doit permettre de reproduire au mieux l'évolution de p'/p_0 mais aussi l'évolution de c_{choc} . Les comparaisons graphiques de la figure 4.5 conduisent à supposer que cette amplitude doit être comprise entre 10 Pa et 50 Pa. Une amplitude $p_s = 20$ Pa semble être un bon compromis puisque cette valeur permet *a priori* de reproduire l'influence des effets non linéaires à basse altitude sans entraîner une surestimation trop importante en haute atmosphère.

Étant donné d'une part les approximations employées pour formuler l'évolution de p'/p_0 et d'autre par la complexité de la propagation non linéaire en milieu inhomogène ces développements permettent seulement de remarquer que l'amplitude de la source numérique n'a pas besoin d'être très importante pour que le régime de propagation soit fortement non linéaire. Par exemple, pour p_s de l'ordre de 500 Pa, le régime de propagation est très fortement non linéaire. À l'inverse, pour une amplitude de l'ordre de 1 Pa, la propagation est faiblement non linéaire. Ainsi, pour des simulations destinées à étudier l'influence des mécanismes physiques, il est intéressant de faire varier l'amplitude entre environ 1 Pa et 500 Pa afin d'obtenir différentes intensités d'effets non linéaires.

Une comparaison des résultats numériques avec des enregistrements expérimentaux est difficile si les simulations sont effectuées en 2D. Néanmoins, pour des simulations destinées à l'analyse d'une expérience à l'échelle, l'amplitude de la source

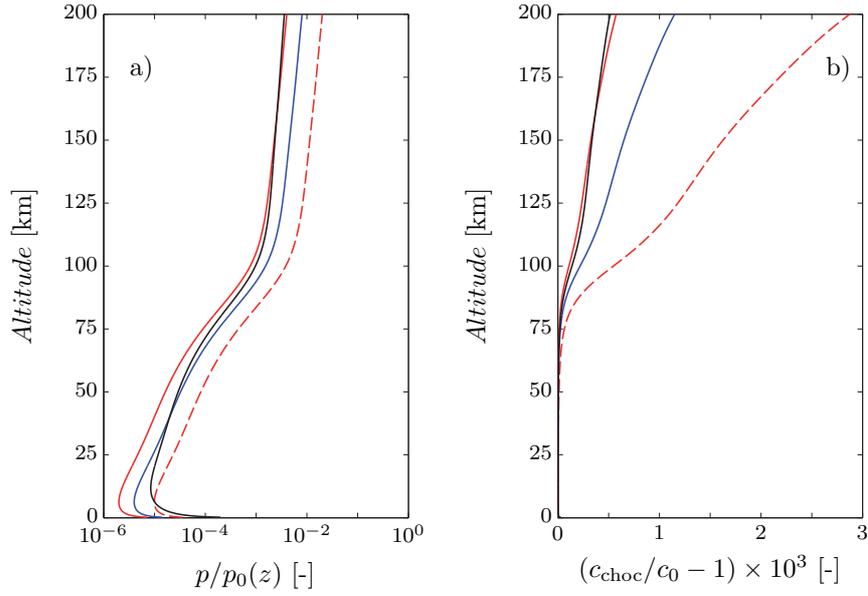


FIGURE 4.5 – Estimation analytique des effets non linéaires dans l’atmosphère.
 (a) Rapport p'/p_0 en fonction de l’altitude à la verticale de la source pour une propagation linéaire
 (b) Vitesse de propagation des chocs acoustiques à la verticale de la source
 ((—) onde sphérique avec $p_s = 2000$ Pa ; ondes cylindriques avec (—) $p_s = 10$ Pa, (---) $p_s = 50$ Pa, (—) $p_s = 20$ Pa)

numérique peut être calibrée plus précisément pour obtenir un régime de propagation comparable. Une méthode heuristique, basée sur une comparaison des signatures des phases thermosphériques, est proposée à la section §4.5.1 pour répondre à ce besoin.

4.1.8 Fonctions & outils de post-traitement

Signaux acoustiques

Les signaux de pression en fonction du temps $p'(t)$ sont enregistrés au sol par des stations virtuelles et sont normalisés par l’amplitude p_s de la source. Lorsque les microphones virtuels ne sont pas localisés au sol, le facteur d’amplification de Bergmann [11] est introduit (§1.2.4). Le signal est alors exprimé par $\Psi(t) = p'(t)/\sqrt{\rho_0(z_m)}$ avec z_m l’altitude du microphone, le terme de normalisation est alors $\Psi_s = p_s/\sqrt{\rho_{0,\text{sol}}}$. S’ils sont enregistrés au sol, ces signaux sont éventuellement exprimés en fonction du temps retardé $t - d/c_{0,\text{sol}}$, avec d la distance entre la source et le microphone. Sauf mention contraire, les densités spectrales d’énergie, notées dse , sont normalisées en amplitude par p_s^2 ou par Ψ_s^2 suivant qu’elles sont calculées à partir de $p'(t)$ ou $\Psi(t)$.

Le temps d’arrivée t_A d’un choc acoustique est relevé à partir du maximum de la dérivée temporelle de $p'(t)$ (ou $\Psi(t)$) :

$$\frac{dp'}{dt}(t_A) = \max_t \left| \frac{dp'}{dt}(t) \right|$$

La fréquence de l'harmonique fondamentale, notée f_{hf} , est relevée au maximum de dse , soit :

$$dse(f_{\text{hf}}) = \max_f (dse(f))$$

Champs acoustiques instantanés

Les champs acoustiques instantanés prennent en compte l'amplification verticale. Le facteur de Bergmann [11] est donc introduit et la normalisation est réalisée par Ψ_s . Ainsi, à un instant t , les champs acoustiques instantanés normalisés s'expriment par :

$$\frac{\Psi(x, z)}{\Psi_s} = \frac{p'(x, z)}{\sqrt{\rho_0(z)}} \frac{\sqrt{\rho_{0,\text{sol}}}}{p_s}$$

Cartes de pression & d'énergie acoustique

Les cartes de pression acoustique, notées M_p , sont obtenues en relevant au cours du temps le maximum d'amplitude de $\Psi(x, z, t)$ en chaque point (x, z) . Elles sont exprimées en dB par la relation :

$$M_p(x, z) = 20 \log_{10} \left(\frac{\max_t |\Psi(x, z, t)|}{\Psi_s} \right)$$

Ces cartes de pression acoustiques sont utiles pour étudier les phénomènes de focalisation puisqu'en effet, les caustiques sont définies comme des points de l'espace-temps. De plus, en stockant le temps auquel le maximum de Ψ est enregistré, il est possible de déterminer quelle phase induit ce niveau de pression acoustique. Les cartes M_p présentent néanmoins l'inconvénient de ne prendre en compte que la phase de plus grande amplitude.

Des cartes d'énergie acoustique, notées M_E , peuvent être obtenues en intégrant temporellement les fluctuations acoustiques en chaque point du domaine numérique. Elles sont calculées en dB par la relation :

$$M_E(x, z) = 10 \log_{10} \left(\frac{\int_t \Psi^2(x, z, t)}{\Psi_s^2} \right)$$

Ces cartes permettent de déterminer les niveaux d'énergie acoustique totaux mais ne consignent ni le nombre de phases différentes qui y contribue ni les temps de passage. Une comparaison entre les cartes de M_p et M_E est fournie à l'annexe §D.1. Elle souligne qu'il est beaucoup plus avantageux d'employer les cartes M_p , notamment pour l'étude de la focalisation.

La terminologie de *champs acoustique*, de *pression acoustique* ou d'*énergie acoustique* est contestable puisque ces grandeurs sont calculées à partir de Ψ qui n'est pas homogène à une pression. Ces termes sont néanmoins utilisés dans toute la suite de ce chapitre. Pour prévenir toute confusion, ils sont exclusivement réservés aux définitions précédentes. Par ailleurs, il est important de remarquer qu'au niveau du sol, $\Psi/\Psi_s = p'/p_s$.

4.2 Évaluation de la précision

Cette section propose une évaluation de la précision du code de calcul 2D. Dans un premier temps, l'objectif est de quantifier les erreurs résultant d'une part, de la discrétisation choisie et de l'autre, de la méthode de capture des chocs. De même que pour les simulations 1D du chapitre précédent, la précision est étudiée dans les domaines temporel et fréquentiel. Dans une deuxième partie, les résultats obtenus par simulations numériques directes sont comparés aux résultats des autres méthodes de résolution numérique que sont l'acoustique géométrique et l'équation parabolique grand angle standard. Enfin, la troisième partie évoque les problèmes liés à l'introduction des profils de vents laminaires dans les simulations.

4.2.1 Validation par convergence de maillage

L'objectif de cette partie est de quantifier les erreurs numériques induites par la discrétisation et par le filtrage des chocs. La précision est étudiée pour différentes amplitudes de source ($p_s = 20, 100 \text{ \& } 500 \text{ Pa}$). Une antenne de 4 microphones est placée à 50 km de la source, les micros A, B, C et D enregistrent le passage de l'onde à 0, 50, 100 et 150 km d'altitude (cf. figure 4.6). Un calcul de tracé de rayon, permet d'identifier les rayons propres de chaque microphone et ainsi, les distances de propagation (cf. table 4.2).

Pour chaque amplitude de source, 3 simulations sont réalisées. La version CVG100 est utilisée sans la méthode de filtrage des chocs pour établir des résultats de référence qui sont indicés par $_{\text{ref}}$. La version CVG200 est utilisée avec et sans capture des chocs, ses résultats sont respectivement indicés par $_{\text{af}}$ et $_{\text{sf}}$. Les paramètres de ces versions sont rappelés à la table 4.3.

Les erreurs sont quantifiées par trois valeurs. L'erreur de dissipation est exprimée en Np.m^{-1} par :

$$A_d = \frac{1}{d} \ln \left(\frac{E_{\text{ref}}}{E_d} \right)$$

avec d la longueur du rayon propre reliant la source au microphone (cf. table 4.2) et E_d l'énergie d'un des deux signaux calculés par la version CVG200 ($E_d = \{E_{\text{af}}; E_{\text{sf}}\}$).

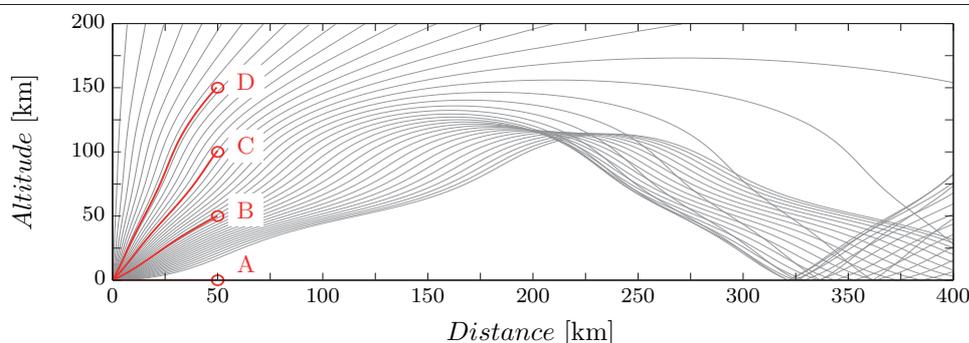


FIGURE 4.6 – Position des microphones pour les simulations de convergence. ((\circ) microphone virtuel, (—) rayon propre, (—) rayons acoustiques)

L'erreur absolue sur le temps d'arrivée δt_A est calculée par :

$$\delta t_A = t_{A,\text{ref}} - t_{A,d}$$

pour δt_A positif, l'onde arrive en retard par rapport à la solution de référence, et inversement pour δt_A négatif. Enfin, l'erreur absolue en fréquence sur l'harmonique fondamentale δf_{hf} est obtenue par :

$$\delta f_{\text{hf}} = f_{\text{hf,ref}} - f_{\text{hf,d}}$$

Micro	Altitude	Distance	f_c locale
A	0 km	50.0 km	0.43 Hz
B	50 km	70.7 km	0.40 Hz
C	100 km	111.4 km	0.35 Hz
D	150 km	159.1 km	0.69 Hz

TABLE 4.2 – Caractéristiques des points d'enregistrements de l'étude de convergence. Les distances font référence à la longueur des rayons propres et la fréquence de coupure locale est $f_c(z)$ relevée à l'altitude du microphone

Version	Domaine de calcul			Filtrage		Filtrage des chocs	Indice des résultats
	$\Delta x, \Delta z$	Δt	$L_x \times L_z$	σ_{FS}	n_{FS}		
Cvg100	100 m	0.1 s	75×190 km	1	1	inactif	ref
Cvg200	200 m	0.2 s	75×190 km	1	1	inactif	sf
Cvg200	200 m	0.2 s	75×190 km	1	1	actif	af

TABLE 4.3 – Paramètres des 3 versions de l'étude de convergence de maillage.

Simulations de validation avec une source canonique

Dans un premier temps, les simulations sont réalisées avec la source canonique. Les signatures temporelles et spectrales enregistrées pour $p_s = 20, 100$ et 500 Pa sont reproduites aux figures 4.7, 4.8 et 4.9. Les erreurs associées sont respectivement reportées aux tables 4.4, 4.5 et 4.6.

D'une façon générale, les signaux calculés avec filtrage des chocs sont moins erronés. Leurs erreurs A_{af} sont toujours de l'ordre de la dissipation numérique α_{NUM} . L'erreur maximale sur la fréquence de l'harmonique fondamentale est de 2.4×10^{-3} Hz et l'erreur maximale sur le temps d'arrivée est de 0.3 s si le filtrage des chocs est actif. À grande distance, lorsque les effets non linéaires sont bien développés, l'ensemble du spectre énergétiquement significatif est résolu. La troncature des fréquences supérieures à 0.3 Hz n'est pénalisante que lorsque les chocs sont formés mais que le stade d'une onde en N n'est pas encore atteint. Si le filtrage des chocs n'est

pas activé, les coefficients d'erreur A_{sf} sont plus importants et sont éventuellement négatifs si les oscillations numériques sont très importantes. À grande distance, la position et l'amplitude des chocs sont moins bien identifiées en l'absence de filtrage. Lorsque les erreurs A_{sf} et A_{af} sont égales, cela signifie que le seuil de capture des chocs r_{th} n'a pas été atteint et donc que la procédure de filtrage n'a pas été activée.

Les enregistrements du micro A montrent que l'amplitude de la source influe peu sur les signatures temporelles et spectrales de la phase qui se propage au sol. Les signatures temporelles calculées avec $\Delta x = 200$ m ne sont pas correctement résolues. Toutefois les trois erreurs (A_d , δt_A et δf_{hf}) sont faibles. Cette erreur sur la forme d'onde est *a priori* due à l'emploi des méthodes numériques décentrées à la paroi. Elle ne devrait pas se répercuter sur des enregistrements à grandes distances car cette phase qui se propage en longeant le sol est rapidement atténuée. Elle pourrait s'avérer problématique pour l'étude des ondes rampantes mais la quantification des erreurs permet de supposer que leurs niveaux d'énergie, leurs temps d'arrivée et leurs fréquences fondamentales ne seront pas affectés.

Pour une amplitude $p_s = 20$ Pa (cf. figure 4.7 & table 4.4), les effets non linéaires sont peu développés, y compris à haute altitude. Les divergences entre les résultats obtenus avec et sans le filtrage des chocs ne sont relevées que pour le micro D. L'amplitude des harmoniques de rang 3 et 4 y est légèrement surestimée mais l'impact sur l'énergie totale du signal est faible. À des altitudes inférieures, le seuil r_{th} de déclenchement du filtrage n'est pas atteint et les erreurs sont égales avec ou sans filtrage.

Pour une amplitude $p_s = 100$ Pa (cf. figure 4.8 & table 4.5), le développement des effets non linéaires est plus rapide. La méthode de capture des chocs est plus souvent sollicitée et des divergences entre les calculs avec et sans filtrage sont relevées pour les micros C & D. Les enregistrements du micro C montrent que le filtrage des chocs permet une réduction des oscillations de Gibbs sans pour autant altérer le temps d'arrivée. Les harmoniques supérieures sont bien identifiées jusqu'à la fréquence de coupure $f_c = 0.3$ Hz. Pour les enregistrements du micro D, la position et l'amplitude du choc sont mieux reproduites si le filtrage est employé. À ce stade avancé du développement des effets non linéaires, l'ensemble du spectre énergétiquement significatif est résolu.

Enfin, pour une amplitude $p_s = 500$ Pa (cf. figure 4.9 & table 4.6), les effets non linéaires raidissent le signal en basse atmosphère (micro B), mais la méthode de capture de choc n'est activée que pour les phases enregistrées à plus haute altitude (micro C & D). Ce filtrage permet de limiter l'amplification des oscillations numériques, la position et l'amplitude des chocs sont alors mieux identifiées, de même que la fréquence fondamentale du signal.

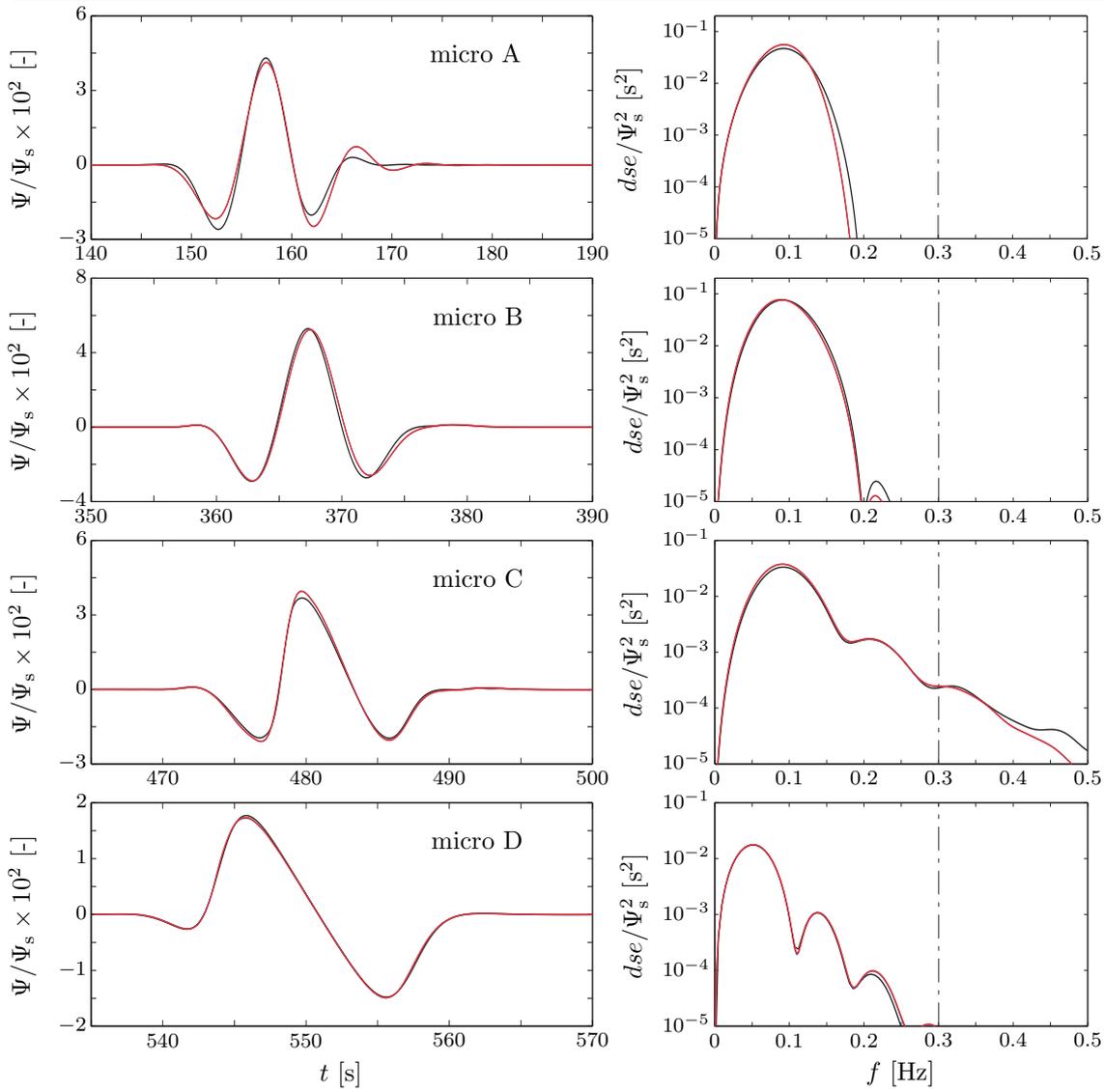
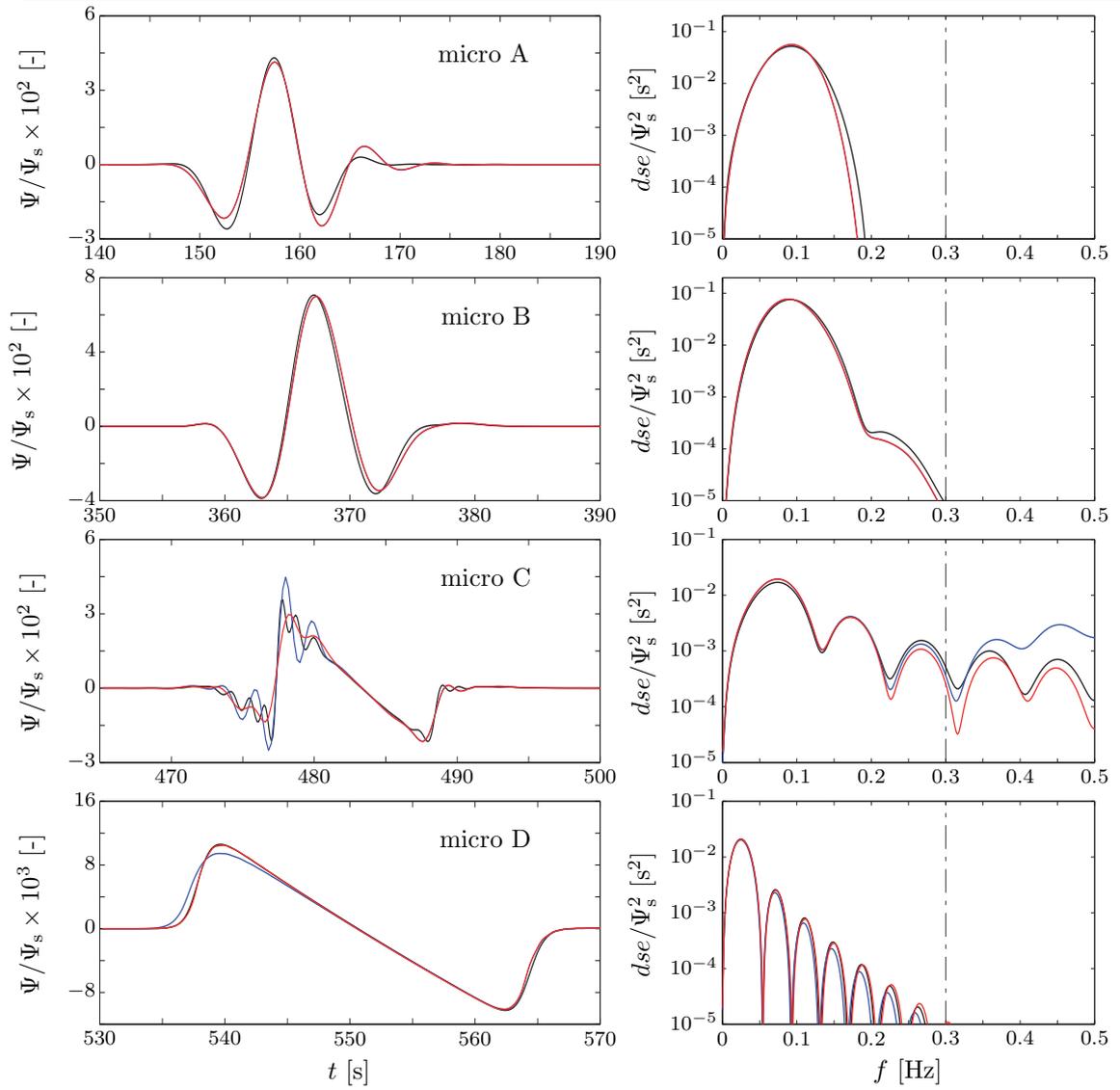


FIGURE 4.7 – Signaux canoniques des simulations de convergence pour $p_s = 20$ Pa.
 (gauche) Signaux temporels pour une source canonique $p_s = 20$ Pa
 (droite) Densités spectrale d'énergie associées
 Nota : si la courbe bleu est invisible, elle est recouverte par la courbe rouge
 ((—) CVG100, (—) CVG200 sans filtrage, (—) CVG200 avec filtrage des chocs)

Mic.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
A	0	2.3×10^{-5}	9.3×10^{-9}	0	2.3×10^{-5}	9.3×10^{-9}
B	0	1.2×10^{-3}	7.3×10^{-8}	0	1.2×10^{-3}	7.3×10^{-8}
C	0.1	-2.4×10^{-3}	8.5×10^{-8}	0.1	-2.4×10^{-3}	8.5×10^{-8}
D	0.2	-3.0×10^{-4}	8.6×10^{-8}	0.2	-3.1×10^{-4}	1.1×10^{-7}

TABLE 4.4 – Erreurs des simulations 2D canoniques pour $p_s = 20$ Pa.

FIGURE 4.8 – Signaux canoniques des simulations de convergence pour $p_s = 100$ Pa.(gauche) Signaux temporels pour une source canonique $p_s = 100$ Pa

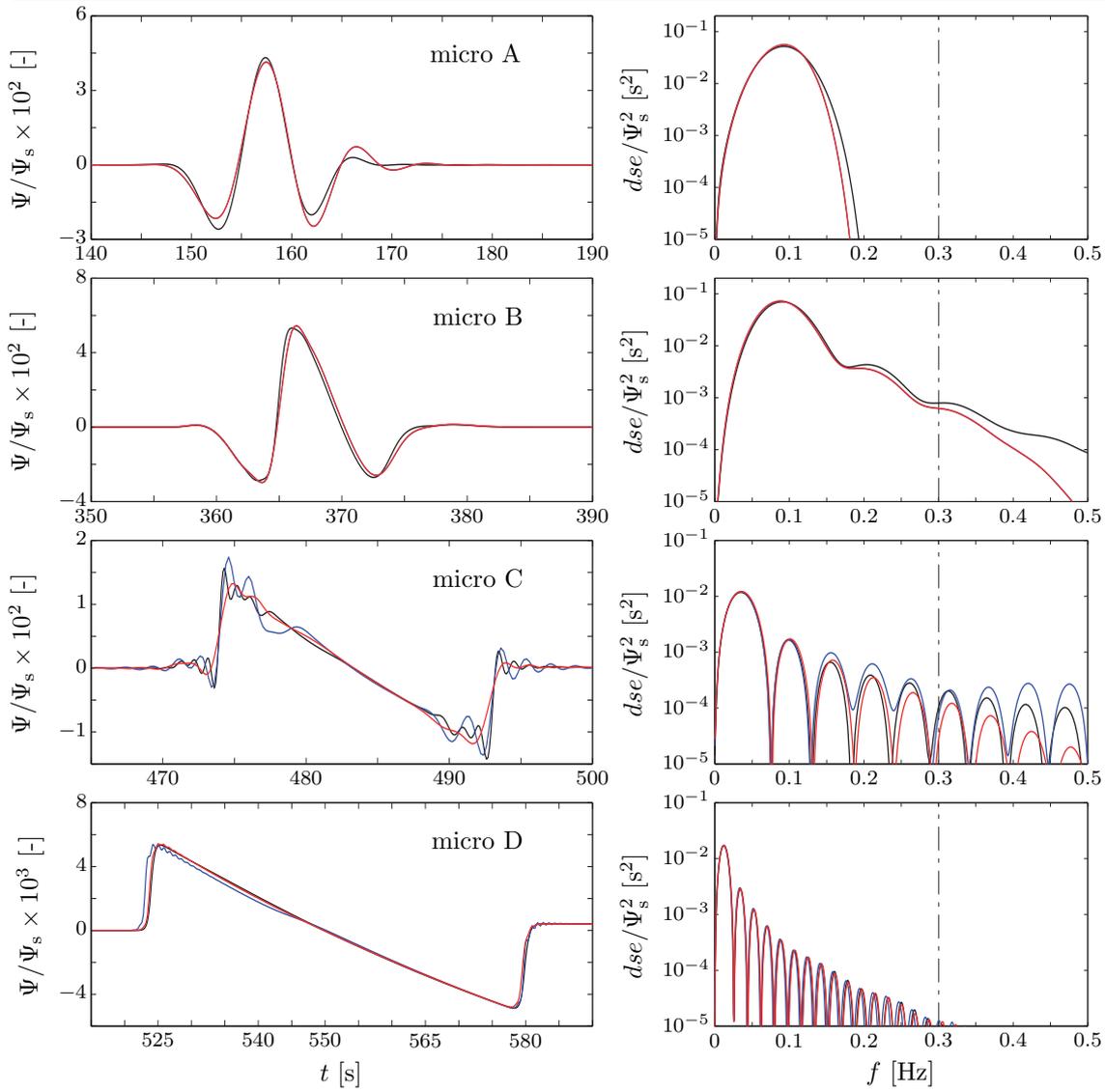
(droite) Densités spectrale d'énergie associées

Nota : si la courbe bleu est invisible, elle est recouverte par la courbe rouge

((—) CVG100, (—) CVG200 sans filtrage, (—) CVG200 avec filtrage des chocs)

Mic.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
A	0	2.3×10^{-5}	1.1×10^{-8}	0	2.3×10^{-5}	1.1×10^{-8}
B	-0.1	1.2×10^{-3}	7.1×10^{-8}	-0.1	1.2×10^{-3}	7.1×10^{-8}
C	0.1	-1.2×10^{-3}	7.4×10^{-8}	-0.1	-1.2×10^{-3}	-1.9×10^{-6}
D	0.1	-3.6×10^{-4}	9.8×10^{-8}	0.7	-1.4×10^{-6}	3.8×10^{-7}

TABLE 4.5 – Erreurs des simulations 2D canoniques pour $p_s = 100$ Pa.

FIGURE 4.9 – Signaux canoniques des simulations de convergence pour $p_s = 500$ Pa.(gauche) Signaux temporels pour une source canonique $p_s = 500$ Pa

(droite) Densités spectrales d'énergie associées

Nota : si la courbe bleu est invisible, elle est recouverte par la courbe rouge

((—) CVG100, (—) CVG200 sans filtrage, (—) CVG200 avec filtrage des chocs)

Mic.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
A	0	-2.3×10^{-5}	1.7×10^{-8}	0	-2.3×10^{-5}	1.7×10^{-8}
B	-0.1	2.4×10^{-3}	7.1×10^{-8}	-0.1	2.4×10^{-3}	7.1×10^{-8}
C	0.1	-1.2×10^{-3}	9.6×10^{-8}	-0.1	-1.2×10^{-3}	-6.7×10^{-7}
D	0.3	-7.5×10^{-7}	9.6×10^{-8}	0.9	3.0×10^{-4}	2.0×10^{-7}

TABLE 4.6 – Erreurs des simulations 2D canoniques pour $p_s = 500$ Pa.

Simulations de validation avec la source explosive

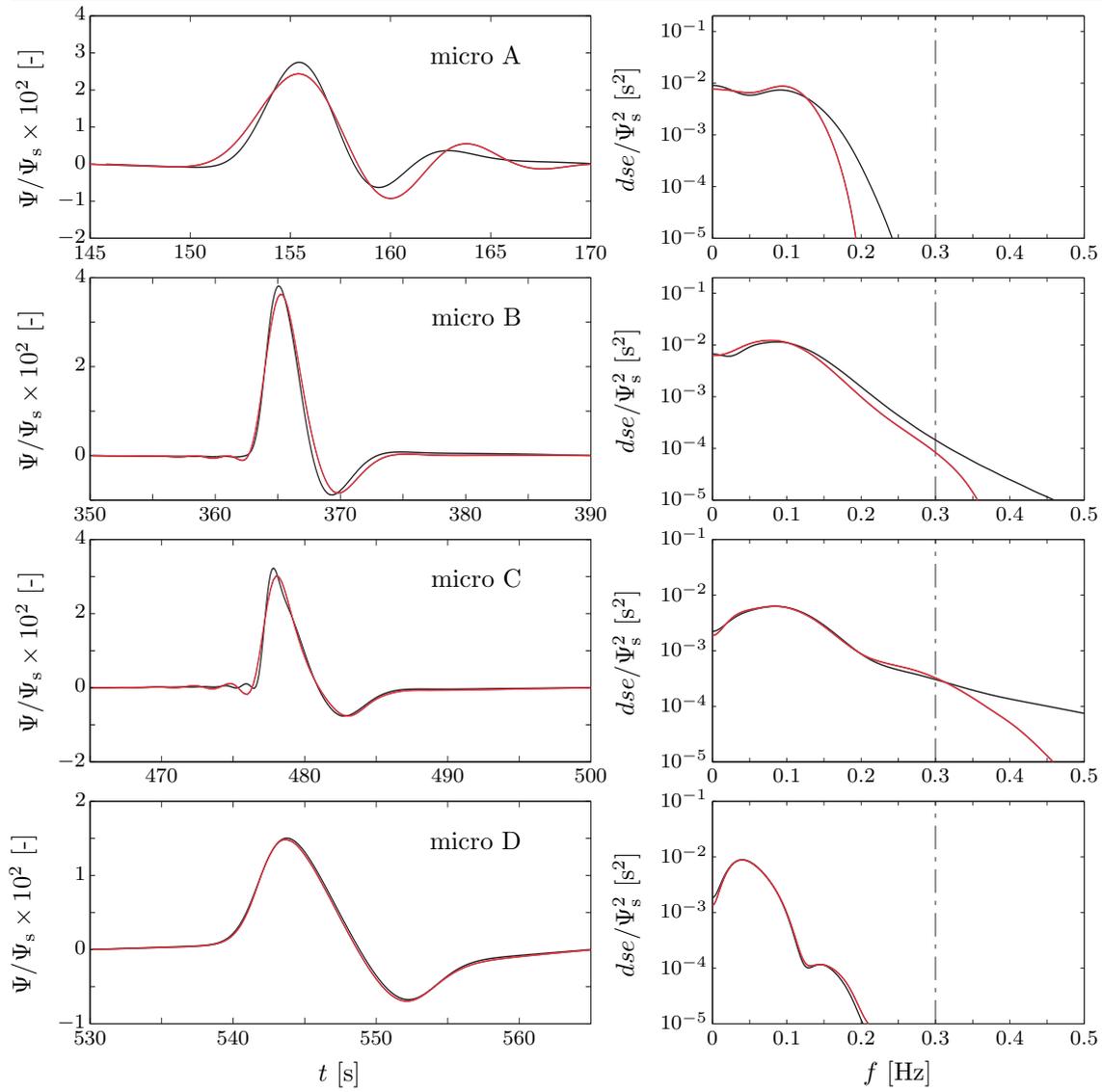
La même étude de convergence est réalisée en utilisant la source explosive. Les signatures temporelles et spectrales enregistrées pour $p_s = 20, 100$ et 500 Pa sont reproduites aux figures 4.10, 4.11 et 4.12. Les erreurs associées sont respectivement reportées aux tables 4.7, 4.8 et 4.9.

D'une façon générale, les erreurs A_{af} et A_{sf} sont supérieures à celles déterminées pour les calculs avec la source canonique. L'explication retenue invoque la particularité de la source explosive qui excite des fréquences qui ne sont pas résolues par le maillage (§3.3.1). Ainsi, la quantité d'énergie à la source est plus importante pour $\Delta x = 100$ m que pour $\Delta x = 200$ m. Le fait que ces erreurs aient tendance à diminuer avec l'altitude peut éventuellement confirmer cette interprétation. Les erreurs A_{af} sont supérieures à la dissipation numérique α_{NUM} mais restent néanmoins d'un niveau acceptable, l'erreur A_{af} maximale est de 2×10^{-7} Np.m⁻¹. De même que précédemment, si l'erreur A_{sf} n'est pas égale à A_{af} elle est toujours supérieure en valeur absolue. Abstraction faite des enregistrements du micro A, les erreurs δt_A et δf_{hf} sont du même ordre que celles déterminées pour la source canonique.

Pour les enregistrements du micro A, le comportement souligné par les calculs canoniques est reproduit. Les signatures temporelles et spectrales sont très erronées. Contrairement aux cas canoniques, les erreurs sur les temps d'arrivée sont importantes (0.3 s). Les erreurs δf_{hf} sont aussi très élevées car le spectre de référence atteint son maximum pour des fréquences proches de 0 alors que les maximums des spectres obtenus avec la version CVG200 sont localisés autour de 0.1 Hz.

Les enregistrements du micro B sont comparables quelle que soit l'amplitude p_s . La position du choc et la fréquence fondamentale sont toujours bien identifiées mais l'erreur de dissipation est maximale ($\simeq 2 \times 10^{-7}$ Np.m⁻¹). Le seuil de déclenchement du filtrage des chocs n'est jamais atteint à basse altitude. Malgré une sous-estimation de l'énergie des hautes fréquences, les signatures spectrales sont bien reproduites sur la gamme des fréquences résolues ($f < 0.3$ Hz). Par ailleurs, les harmoniques supérieures ne sont pas différenciées, les effets non linéaires ont donc une faible influence. Les enregistrements du micro C présentent les mêmes caractéristiques que ceux du micro B pour les calculs avec filtrage des chocs. Les effets non linéaires sont toutefois plus importants qu'à 50 km d'altitude. Pour $p_s \geq 100$ Pa, les harmoniques supérieures sont en cours de différenciation et l'erreur sur les hautes harmoniques est élevée. Pour ces signaux, si le filtrage des chocs n'est pas activé, les oscillations numériques sont très développées et conduisent à des coefficients A_{sf} négatifs. L'emploi du filtrage permet de limiter ces oscillations et réduit aussi δt_A et δf_{hf} .

À très haute altitude, les enregistrements du micro D pour $p_s = 20$ et 100 Pa sont conformes aux observations réalisées pour la source canonique. Les erreurs sur les temps d'arrivée et les fréquences fondamentales sont faibles. Les signatures temporelles et spectrales sont bien reproduites. L'ensemble du spectre énergétiquement significatif est d'ailleurs résolu. Pour les simulations avec $p_s = 500$ Pa, une erreur importante est commise sur la seconde moitié du signal. Les coefficients d'erreurs A_{sf} et A_{af} sont tous deux négatifs car l'énergie du signal est surestimée du fait de l'erreur sur le second choc. Les signatures spectrales pour $\Delta x = 200$ m sont toutefois proches de la solution de référence et les erreurs δt_A et δf_{hf} n'augmentent pas par rapport aux autres enregistrements.

FIGURE 4.10 – Signaux explosifs des simulations de convergence pour $p_s = 20$ Pa.(gauche) Signaux temporels pour une source explosive $p_s = 20$ Pa

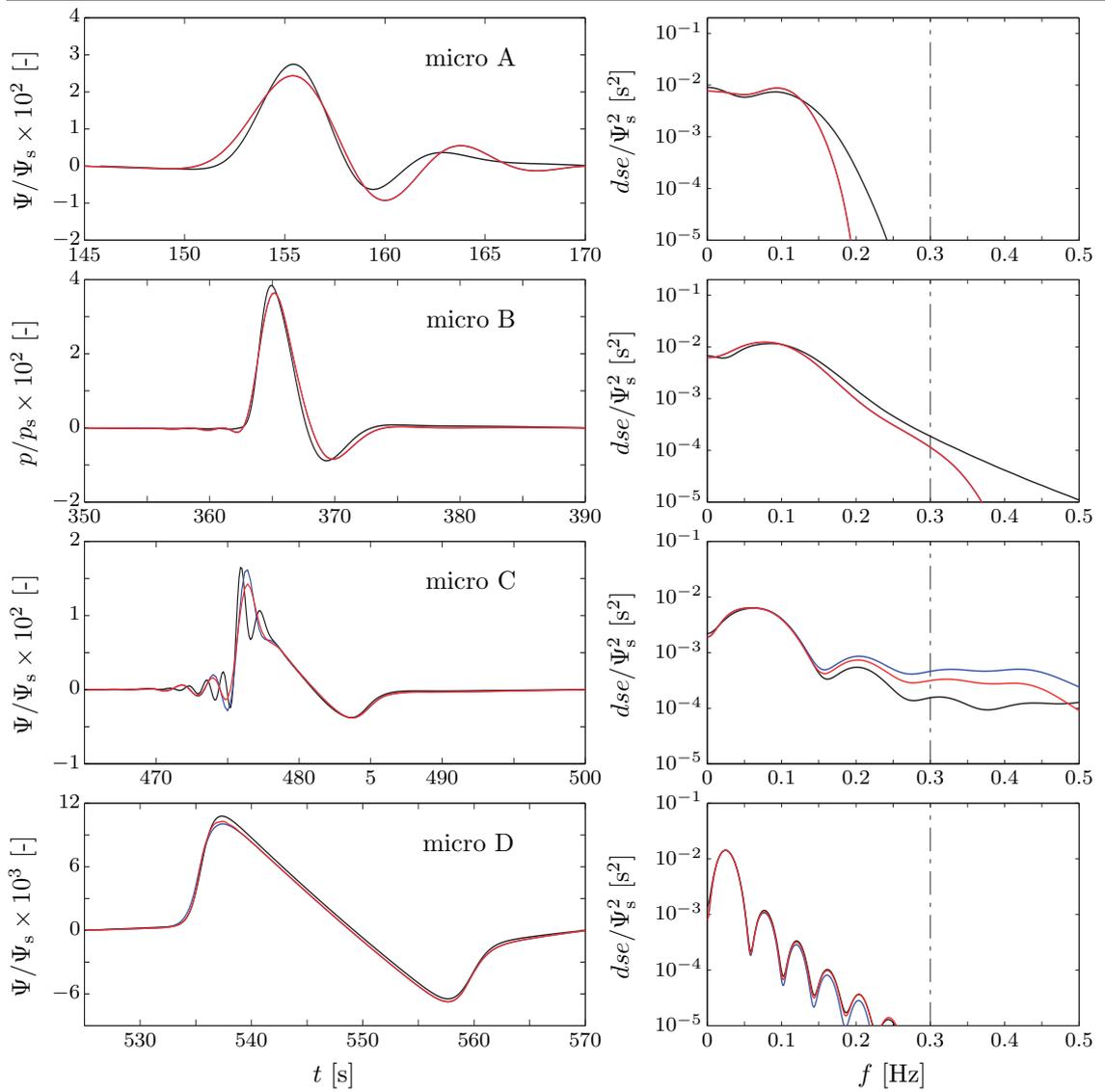
(droite) Densités spectrale d'énergie associées

Nota : si la courbe bleu est invisible, elle est recouverte par la courbe rouge

((—) CVG100, (—) CVG200 sans filtrage, (—) CVG200 avec filtrage des chocs)

Mic.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
A	0.3	-9.4×10^{-2}	1.0×10^{-7}	0.3	-9.4×10^{-2}	1.0×10^{-7}
B	0.1	9.8×10^{-3}	2.0×10^{-7}	0.1	9.8×10^{-3}	2.0×10^{-7}
C	0.1	-1.2×10^{-3}	1.9×10^{-7}	0.1	-1.2×10^{-3}	1.9×10^{-7}
D	0.1	-3.0×10^{-4}	1.3×10^{-7}	0.1	-3.0×10^{-4}	1.3×10^{-7}

TABLE 4.7 – Erreurs des simulations 2D explosives pour $p_s = 20$ Pa.

FIGURE 4.11 – Signaux explosifs des simulations de convergence pour $p_s = 100$ Pa.(gauche) Signaux temporels pour une source explosive $p_s = 100$ Pa

(droite) Densités spectrale d'énergie associées

Nota : si la courbe bleu est invisible, elle est recouverte par la courbe rouge

((—) CVG100, (—) CVG200 sans filtrage, (—) CVG200 avec filtrage des chocs)

Mic.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
A	0.3	-9.4×10^{-2}	1.0×10^{-7}	0.3	-9.4×10^{-2}	1.0×10^{-7}
B	0.1	7.3×10^{-3}	2.0×10^{-7}	0.1	7.3×10^{-3}	2.0×10^{-7}
C	-0.1	-3.6×10^{-3}	1.9×10^{-7}	-0.1	3.6×10^{-3}	-7.0×10^{-7}
D	0.2	-3.1×10^{-4}	1.8×10^{-7}	0.4	-3.1×10^{-4}	2.4×10^{-7}

TABLE 4.8 – Erreurs des simulations 2D explosives pour $p_s = 100$ Pa.

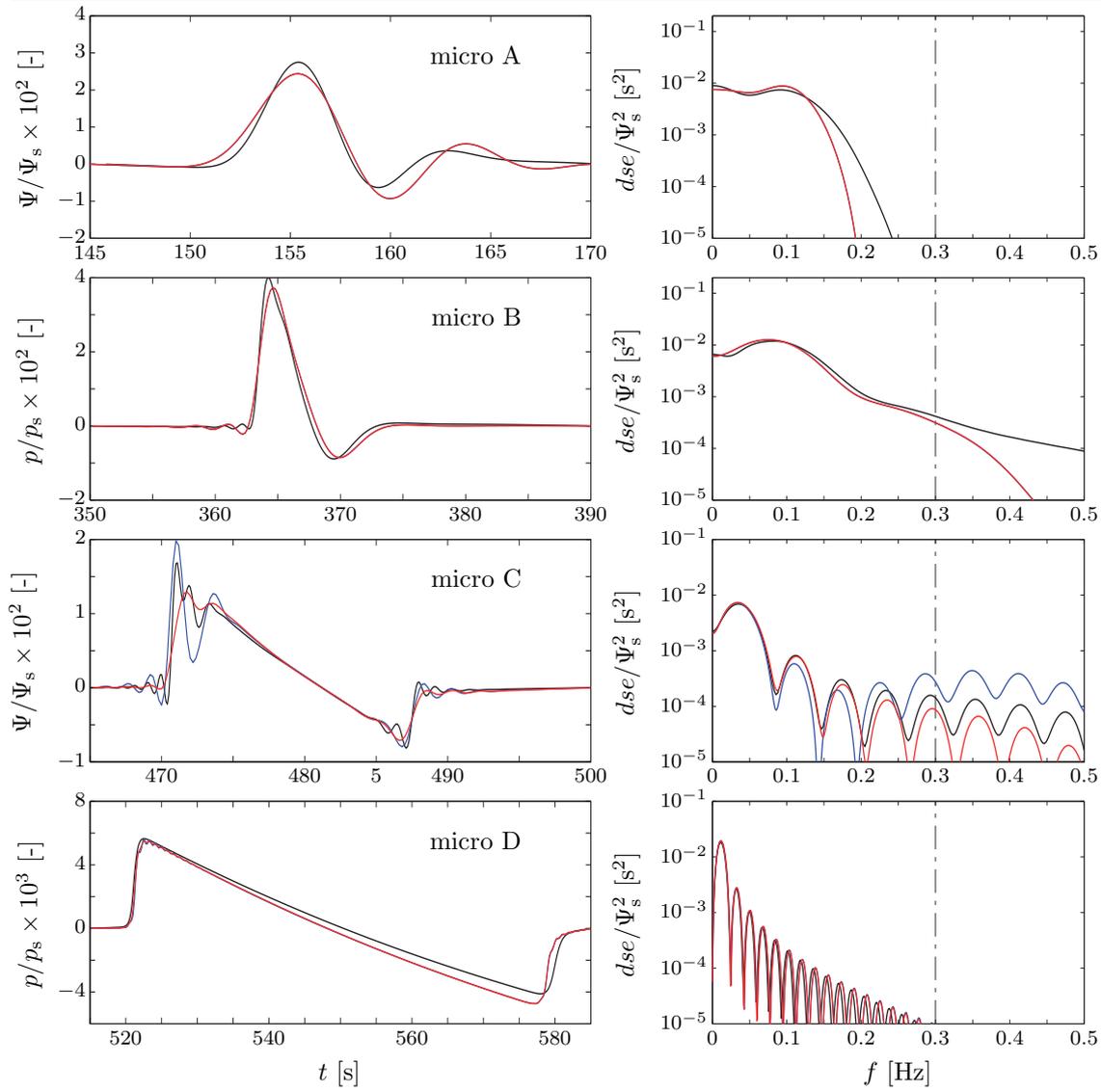


FIGURE 4.12 – Signaux explosifs des simulations de convergence pour $p_s = 500$ Pa.
 (gauche) Signaux temporels pour une source explosive $p_s = 500$ Pa
 (droite) densités spectrale d'énergie associées
 Nota : si la courbe bleu est invisible, elle est recouverte par la courbe rouge
 ((—) CVG100, (—) CVG200 sans filtrage, (—) CVG200 avec filtrage des chocs)

Mic.	Avec filtrage des chocs			Sans filtrage des chocs		
	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{af} [Np.m ⁻¹]	δt_A [s]	δf_f [Hz]	A_{sf} [Np.m ⁻¹]
A	0.3	-9.4×10^{-2}	9.4×10^{-8}	0.3	-9.4×10^{-2}	9.4×10^{-8}
B	0.1	7.3×10^{-3}	1.9×10^{-7}	0.1	7.3×10^{-3}	1.9×10^{-7}
C	-0.1	-8.3×10^{-6}	2.9×10^{-7}	0.3	1.2×10^{-3}	-6.7×10^{-7}
D	-0.2	-3.1×10^{-4}	-4.6×10^{-7}	-0.2	-3.1×10^{-4}	-3.1×10^{-7}

TABLE 4.9 – Erreurs des simulations 2D explosives pour $p_s = 500$ Pa.

4.2.2 Évaluation comparative

Dans cette partie les simulations numériques directes sont confrontées à l'acoustique géométrique et à l'équation parabolique grand angle standard (WAPE) [43]. Afin de se placer dans les conditions du calcul WAPE, la version IsoB est employée. Deux sources sont utilisées, la source canonique et la source permanente (§3.3.1). L'amplitude de la source est fixée à 1 Pa. Comme l'atmosphère est isobare, il n'y a pas d'amplification verticale et le régime de propagation est linéaire sur la totalité du domaine. Les paramètres numériques de la version IsoB sont rappelés à la table 4.10.

Version	Domaine de calcul			Filtrage	
	$\Delta x, \Delta z$	Δt	$L_x \times L_z$	σ_{FS}	n_{FS}
IsoB	200 m	0.2 s	500×190 km	1	1

TABLE 4.10 – Paramètres de la versions IsoB.

Le code de calcul WAPE utilise un maillage spatial de pas $\Delta x = \Delta z = 50$ m, ceci afin de réduire l'erreur due à la limitation angulaire (§1.3.3). L'initialisation de la source est assurée par un *starter* de Salomon [128] et une zone dissipative (PML) est implémentée sur la limite supérieure.

Les cartes de pression acoustique $M_p(x, z)$ sont tracées à la figure 4.13 avec superposition des rayons acoustiques. Dans un premier temps, la comparaison des figures 4.13.a & 4.13.b montre que l'utilisation d'une source permanente génère des interférences entre les différentes phases infrasonores. Elles sont importantes au voisinage de la caustique thermosphérique où les phases thermosphériques basses et hautes interfèrent entre elles après avoir été réfractées. Elles sont aussi présentes dans une moindre mesure à l'intérieure de la zone d'ombre ce qui permet de supposer que plusieurs phases transitent dans cette zone. Lorsque la source ne génère qu'un paquet d'onde, ces interférences sont très limitées car les temps de parcours de chaque phase sont très distincts. Une interférence entre la phase I_{tb} réfléchi au sol et la phase I_{ta} incidente est néanmoins observable au voisinage du sol entre 350 et 500 km (cf. figure 4.13.a).

La comparaison des simulations directes avec le tracé des rayons acoustiques montre que la position des caustiques est bien retrouvée, y compris à grande distance après la réflexion au sol. La zone de focalisation thermosphérique est aussi bien localisée. Les niveaux acoustiques significatifs mesurés dans la zone d'ombre géométrique et à l'aval de la caustique thermosphérique doivent être le résultat de la diffraction. La comparaison avec les résultats de l'équation parabolique souligne que la zone d'ombre est équivalente avec les deux méthodes, tant en terme de niveaux acoustiques que de géométrie. Les niveaux acoustiques à l'aval de la caustique thermosphérique correspondent aussi. Les phénomènes d'interférence identifiés par le calcul direct avec la source permanente sont retrouvés avec le calcul WAPE. Ces interférences ont par ailleurs été observées par de précédentes études numériques employant les équations paraboliques [55, 56].

Le positionnement de la caustique telle que déterminée par le calcul WAPE met en valeur un désaccord avec les rayons et les simulations directes. Le point focal thermosphérique est bien déterminé, mais le point d'incidence de la caustique sur le sol est plus lointain que celui indiqué par les rayons ou par les simulations numériques directes. Ce décalage mesuré au sol est d'environ 10 km et se répercute sur les phases réfléchies. Il peut être attribué à la limitation angulaire de l'équation parabolique car certaines phases thermosphériques basses et toutes les phases thermosphériques hautes ont un angle de tir initial supérieur à 40° .

Les cartes de pression acoustique de la figure 4.13 sont tracées à la figure 4.14 sous la forme de profils verticaux relevés à 200, 300, 400 et 500 km de la source. Cette représentation permet d'étudier plus finement l'impact des interférences et les divergences sur la position de la zone de focalisation. À 200 km, les trois profils sont similaires. Le maximum atteint à 115 km d'altitude est proche du point focal, les

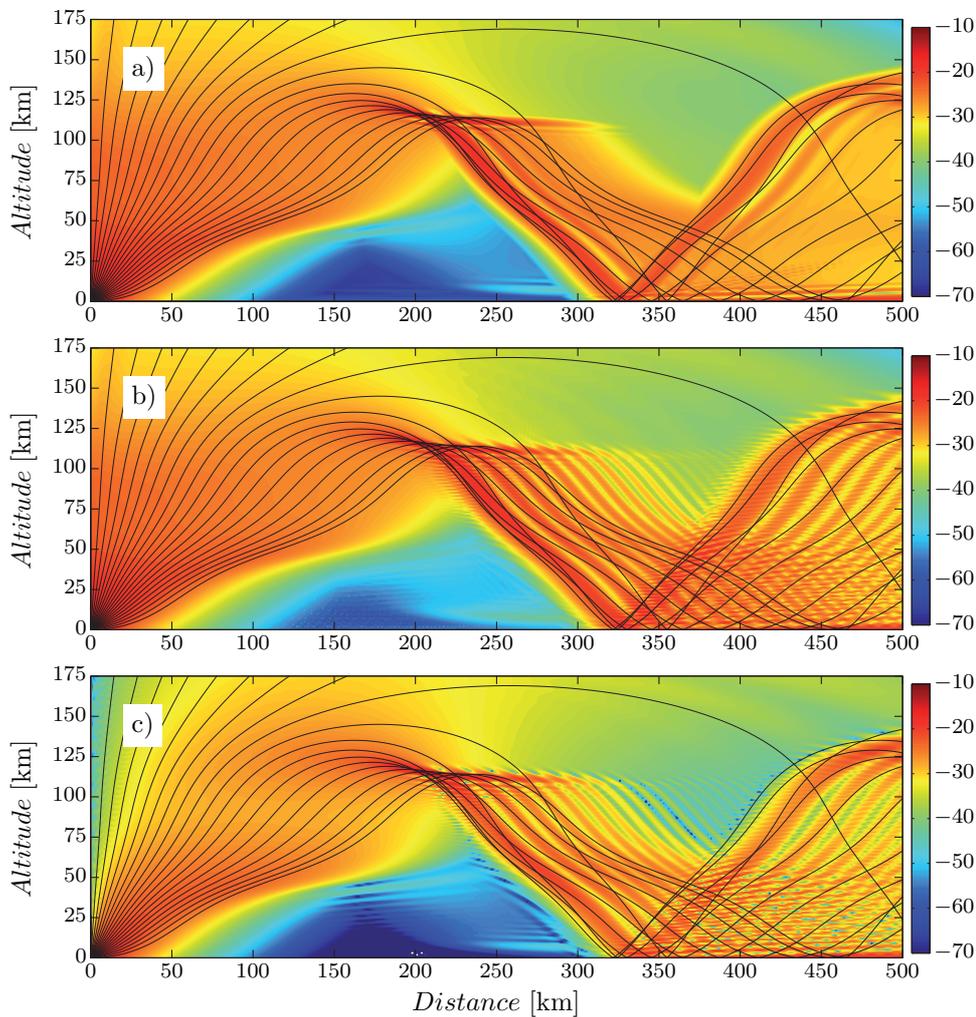


FIGURE 4.13 – Cartes de pression comparatives DNC - WAPE - Rayons.
 (a) Carte de pression acoustique M_p pour un calcul direct avec une source canonique
 (b) Carte de pression acoustique M_p pour un calcul direct avec une source permanente
 (c) Carte de pression acoustique M_p pour un calcul avec l'équation parabolique
 (Exprimées en dB avec superposition des rayons acoustiques)

niveaux acoustiques dans cette zone sont identiques pour les trois calculs. À basse altitude, soit à l'intérieur de la zone d'ombre, les résultats divergent. Le calcul direct avec une source permanente indique des niveaux acoustiques plus élevés. Les résultats avec la source canonique correspondent aux résultats WAPE sauf au voisinage du sol. À une distance de 300 km par rapport à la source, le désaccord entre les simulations directes et l'équation parabolique est particulièrement important. Les interférences dues à la source permanente sont retrouvées mais sont *déphasées*. Pour des distances plus importantes, le déphasage des interférences est réduit progressivement, à 500 km de distance les niveaux acoustiques concordent.

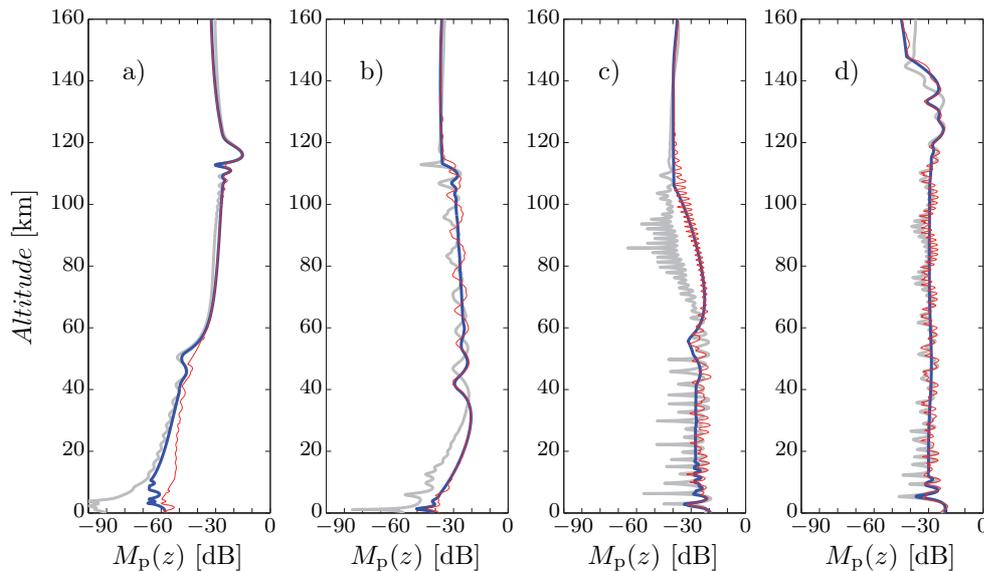


FIGURE 4.14 – Profils de pression fluctuante comparatifs DNC - WAPE.

- (a) Profil vertical de pression acoustique à 200 km de la source
 - (b) Profil vertical de pression acoustique à 300 km de la source
 - (c) Profil vertical de pression acoustique à 400 km de la source
 - (d) Profil vertical de pression acoustique à 500 km de la source
- (Calculs directs (—) source canonique, (—) source permanente; (—) calcul WAPE)

4.2.3 Maintien des profils moyens de vents

Cette partie discute brièvement du problème de l'introduction des vents atmosphériques dans la version PLD du code de calcul. En effet, la construction du modèle d'atmosphère réaliste ne prend pas en compte l'écoulement pour l'intégration du champ de pression moyen, ce dernier est donc constant dans la direction horizontale. Ainsi, l'équation de Navier-Stokes reliant le gradient horizontal de pression avec l'écoulement laminaire imposé n'est pas respectée. De ce fait, les profils de vents ne sont pas maintenus et la vitesse de l'écoulement est affectée par les effets visqueux. Le taux d'amortissement est proportionnel à la viscosité cinématique $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$. Si cette dernière est faible à basse altitude, elle devient très importante en thermosphère sous l'effet de la décroissance exponentielle de la masse volumique moyenne. La figure 4.15 compare les profils de vents initiaux aux profils de vents

moyennés dans le domaine d'étude après un calcul de 10000 s. Une erreur absolue est par ailleurs calculée par la relation :

$$err(V) = \left| V(z) - \frac{1}{n_x} \sum_{L_x} v_x(x, z, t = 10000 \text{ s}) \right|$$

avec n_x le nombre de nœuds et L_x la longueur du domaine d'étude dans la direction horizontale, V le profil de vent initialement imposé et v_x le champ de vitesse horizontale instantané.

L'examen de la figure 4.15 montre que les petites structures de basse atmosphère sont bien conservées. Pour des altitudes inférieures à 100 km, l'erreur est inférieure à 0.1 m.s^{-1} . Par contre, en haute atmosphère les profils sont lissés et la vitesse de l'écoulement est sensiblement modifiée. Pour des altitudes supérieures à 120 km, l'erreur maximale est de l'ordre de 1 m.s^{-1} . Le rappel sur la vitesse dans la condition limite supérieure permet de maintenir la vitesse initiale à 200 km d'altitude.

Comme le temps nécessaire à l'amortissement des profils de vents est très grand comparativement aux temps de propagation des infrasons, ce phénomène ne pose pas de problème fondamental. Il convient néanmoins d'en tenir compte lorsque des simulations de propagation à très longue distance sont entreprises car les temps de parcours des phases transitant en haute atmosphère peuvent en être affectés.

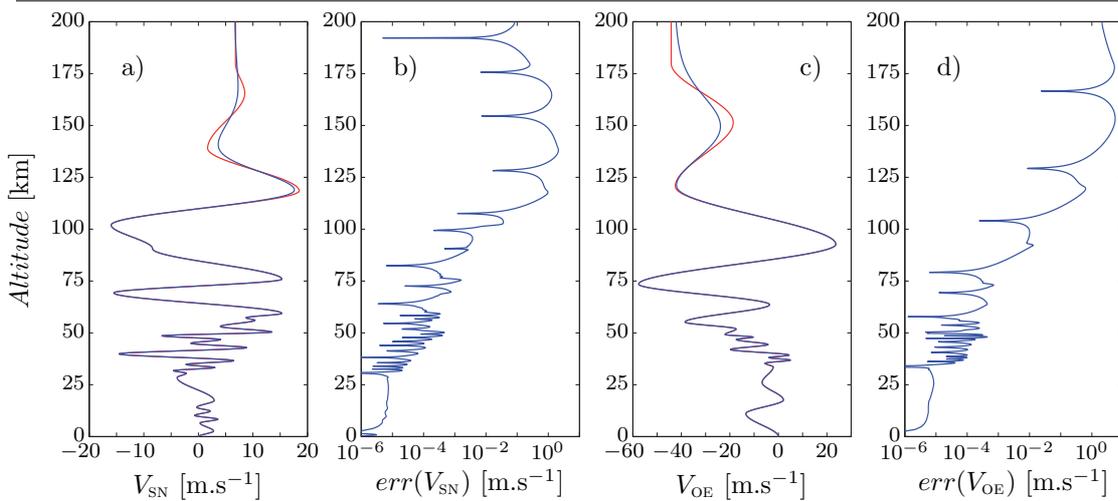


FIGURE 4.15 – Maintien des profils de vents.

(a) Comparaison du profil de vent méridional à $t = 0 \text{ s}$ et à $t = 10^3 \text{ s}$

(b) Erreur d'amortissement du profil de vent méridional à $t = 10^3 \text{ s}$

(c) Comparaison du profil de vent zonal à $t = 0 \text{ s}$ et à $t = 10^3 \text{ s}$

(d) Erreur d'amortissement du profil de vent zonal à $t = 10^3 \text{ s}$

((—) profils de vent initiaux, (—) profils de vent et erreur sur les profils de vents à $t = 10^3 \text{ s}$)

4.2.4 Conclusion intermédiaire

Cette section proposait d'étudier la qualité des résultats numériques dans la configuration complexe d'une atmosphère réaliste. Une étude par convergence de maillage

a d'abord validé sur une large gamme d'amplitude acoustique la discrétisation spatio-temporelle retenue. Les effets bénéfiques de la méthode de capture des chocs ont ainsi été soulignés. Cette étape a aussi permis de remarquer que les simulations réalisées avec le modèle de source canonique sont mieux résolues qu'avec le modèle de source explosive, notamment en termes de dissipation acoustique. La deuxième partie a confronté les simulations directes à l'acoustique géométrique et à l'équation parabolique standard. Un bon accord entre ces trois méthodes a été trouvé. Enfin, le problème lié au maintien des profils de vents au cours des simulations a été évoqué dans une dernière partie pour s'assurer que les écoulements imposés à l'état initial ne se dégradent pas au cours des calculs.

4.3 Influence de l'absorption atmosphérique et des effets non linéaires

Cette section s'intéresse à l'influence des mécanismes dissipatifs et des effets non linéaires sur la propagation des infrasons. Dans une première partie, l'absorption est étudiée pour deux régimes de propagation. Ceci afin de souligner l'influence des effets dissipatifs et leurs interactions avec les effets non linéaires. Dans un second temps, l'impact propre aux effets non linéaires est discuté plus en détails.

Les effets dissipatifs et les effets non linéaires sont présentés à la section §1.2.6 sur la base d'une étude bibliographique.

4.3.1 Influence de l'absorption atmosphérique

L'étude des phénomènes d'absorption est réalisée avec la version ANL qui minimise la dissipation numérique (§4.1.4), ses paramètres numériques sont rappelés à la table 4.11.

Version	Domaine de calcul			Filtrage	
	$\Delta x, \Delta z$	Δt	$L_x \times L_z$	σ_{FS}	n_{FS}
ANL	200 m	0.1 s	430×190 km	0.1	4
PLD	200 m	0.2 s	720×190 km	1	1

TABLE 4.11 – Paramètres des versions ANL & PLD du code de calcul.

La source canonique est utilisée pour toutes les simulations présentées dans cette première partie car la résolution numérique obtenue avec cette source est plus précise, notamment en terme de dissipation (§4.2.1). Ces simulations sont réparties en 2 séries. La première est dite linéaire, elle emploie une amplitude de source de 1.5 Pa. La seconde série est dite non linéaire, l'amplitude de la source est portée à 150 Pa. Pour chacune des 2 séries, trois simulations sont effectuées. La première simulation résout les équations d'Euler, elle n'intègre donc pas d'effet dissipatif et ses résultats sont pris en référence pour quantifier les niveaux d'absorption. Les deux autres simulations intègrent les effets de l'absorption classique pour l'une et les effets de

la relaxation de la vibration moléculaire pour l'autre. Les deux phénomènes sont considérés comme indépendants (§2.2).

L'influence de la dissipation physique est étudiée à partir des enregistrements microbarographiques réalisés au sol à 400 km de la source (cf. figure 4.16). Ce point de relèvement est intéressant en ce que les trois phases principales (I_{ta} , I_{tb} & I_{ds}) y sont enregistrées avec des temps d'arrivée très distincts [84, 55]. Les rayons propres des phases thermosphériques (I_{ta} & I_{tb}) sont identifiables par l'acoustique géométrique (cf. figure 4.16) mais la phase stratosphérique n'est pas retrouvée. Celle-ci est diffractée et non réfractée, pour marquer ce phénomène elle est notée I_{ds} (§1.2.2).

Les enregistrements réalisés au cours des deux séries, linéaire et non linéaire, sont tracés à la figure 4.17 en fonction du temps retardé. Ce retard est calculé à partir de la vitesse du son au sol $c_{0,sol}$. Les temps d'arrivée retardés déterminés par la méthode des rayons sont de 380 s pour la phase I_{ta} et de 297 s pour la phase I_{tb} . Ces temps sont calculés pour correspondre à l'arrivée du maximum d'amplitude.

Un coefficient d'absorption par longueur d'onde est calculé en comparant l'énergie des signaux de référence $p'_{ref}(t)$ avec l'énergie des signaux calculés avec dissipation physique $p'_d(t)$. Ce coefficient s'exprime en $Np.m^{-1}$ par la relation :

$$\alpha_{calc} = \frac{1}{d} \ln \left(\frac{E_{ref}}{E_d} \right)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{ref} = \int_{t_1}^{t_2} p_{ref}'^2(t) dt \\ E_d = \int_{t_1}^{t_2} p_d'^2(t) dt \end{array} \right.$$

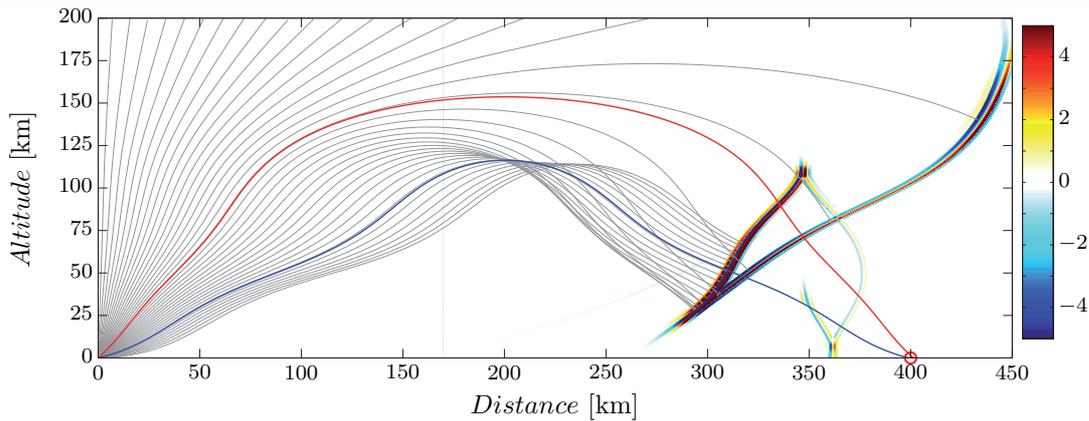


FIGURE 4.16 – Fronts d'onde des phases infrasonores enregistrées à 400 km. Champs acoustique instantané $\Psi/\Psi_s \times 10^3$ à 1200 s, simulation linéaire de référence
Nota : la phase stratosphérique diffractée I_{ds} n'est pas identifiée par les rayons ((—) rayons acoustiques, (o) station virtuelle; rayons propres des phases (—) thermosphérique haute I_{tb} et (—) thermosphériques basse I_{ta})

où $d=400$ km est la distance entre la source et le microphone virtuel. Le choix de cette distance conduit à surestimer le coefficient d'absorption car la distance réellement parcourue par chaque phase est supérieure à d . Cette surestimation est d'autant plus grande pour une phase qui se propage à haute altitude. Le facteur de surestimation est calculé par le rapport de la longueur du rayon propre sur d , il est de 1.16 pour la phase I_{ta} et de 1.37 pour la phase I_{tb} . Ce facteur ne modifie donc pas l'ordre de grandeur du coefficient d'absorption calculé et il n'est pas pris en compte. L'intervalle de temps $[t_1 ; t_2]$ peut être choisi pour considérer une phase indépendamment des deux autres. Comme α_{calc} est un coefficient d'absorption relatif par rapport à une résolution des équations d'Euler, il s'affranchit théoriquement des effets de la dissipation numérique puisque α_{NUM} est égale pour toutes les simulations.

Les coefficients d'absorption totaux, ainsi que ceux spécifiques à chaque phase, sont rapportés à la table 4.12 pour chaque simulation dissipative. L'absorption par la relaxation est très faible, les signaux calculés avec relaxation recouvrent toujours les signaux de référence. L'absorption classique est beaucoup plus importante, elle ne peut être négligée. Les signatures spécifiques de chaque phase sont maintenant étudiées

Phases stratosphériques diffractées I_{ds}

Les phases stratosphériques diffractées, notées I_{ds} , sont enregistrées entre 150 s et 200 s. Leurs signatures temporelles et spectrales sont tracées à la figure 4.18. L'amplitude de la source a une influence marginale, les signatures sont équivalentes quelle que soit p_s . Les fréquences fondamentales des signatures spectrales sont de 0.039 Hz et de 0.046 Hz respectivement pour les séries linéaire et non linéaire. Ce

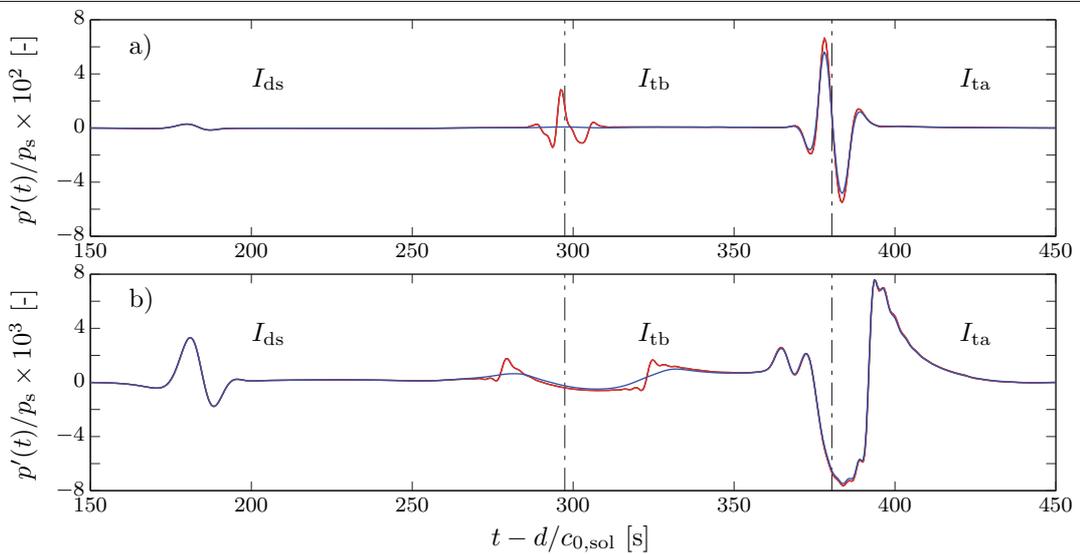


FIGURE 4.17 – Enregistrements temporels à 400 km pour l'étude de l'absorption.

(a) Enregistrements de la série linéaire, $p_s = 1.5$ Pa

(b) Enregistrements de la série non linéaire, $p_s = 150$ Pa

Nota : les courbes noires sont recouvertes par les courbes rouges

((—) calculs de référence, (—) calculs avec absorption par la relaxation,

(—) calculs avec absorption classique)

Mécanisme d'absorption	Phase			Signal complet
	I_{ds}	I_{ta}	I_{tb}	
<u>Série linéaire</u>				
Relaxation	7.5×10^{-9}	1.3×10^{-8}	2.0×10^{-8}	1.3×10^{-8}
Classique	1.9×10^{-9}	6.7×10^{-7}	1.5×10^{-5}	9.1×10^{-7}
<u>Série non linéaire</u>				
Relaxation	7.7×10^{-9}	5.0×10^{-9}	8.6×10^{-9}	5.3×10^{-9}
Classique	2.8×10^{-11}	9.1×10^{-8}	1.9×10^{-6}	1.3×10^{-7}

TABLE 4.12 – Coefficients d'absorption par longueur d'onde mesurés à 400 km.
Nota : ces coefficients α_{calc} sont exprimés en Np.m^{-1}

contenu basse fréquence souligne l'influence de la diffraction dont les effets sont généralement proportionnels à $1/f^a$ avec $a > 0$ [24]. Ces phases diffractées ne sont pas modélisées par la méthode géométrique [55], les études par simulations directes [98, 116] ont néanmoins soulignées qu'elles jouent un rôle non négligeable.

L'examen des signatures enregistrées pour la série non linéaire permet de remarquer que les effets non linéaires ne se sont pas développés. Du fait de la faible amplitude et du contenu basse fréquence, le développement des harmoniques supérieures requièrent en effet des distances de propagation plus importantes.

Le coefficient d'absorption par la relaxation est peu affecté par la modification du régime de propagation. En basse atmosphère, l'absorption classique semble diminuer

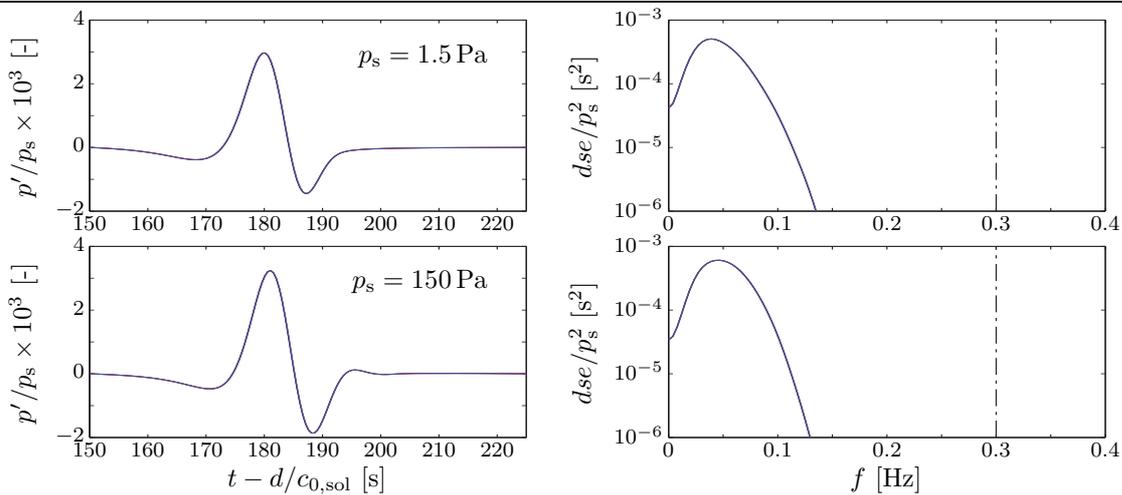


FIGURE 4.18 – Signatures des phases stratosphériques diffractées I_{ds} à 400 km.
(gauche) Signatures temporelles normalisées en fonction du temps retardé
(droite) Signatures spectrales normalisées associées

Nota : les courbes noires et rouges sont recouvertes par les courbes bleues
(—) calculs de référence, (—) calculs avec absorption par la relaxation, (—) calculs avec absorption classique)

lorsque l'amplitude de la source augmente, mais comme ces coefficients d'absorption calculés sont inférieurs à la dissipation numérique α_{NUM} leur validité n'est pas garantie.

L'absorption par la relaxation est plus importante que l'absorption classique en basse atmosphère, mais les deux mécanismes ont une influence négligeable. Cela concorde avec les développements analytiques (§1.2.6). Les signatures temporelles et spectrales des phases I_{ds} calculées avec des effets dissipatifs sont d'ailleurs superposées avec les résultats de référence.

Phases thermosphériques basses I_{ta}

Les phases thermosphériques basses, notées I_{ta} , sont identifiées entre 350 s et 450 s. Leurs signatures temporelles et spectrales sont reproduites à la figure 4.19. Ces phases sont réfléchies à environ 115 km d'altitude par la caustique thermosphérique [55]. Du fait de cette réflexion, les signatures temporelles linéaires correspondent à la signature de la source déphasée de $-\pi/2$ [23], tandis que les signatures en U de la série non linéaire sont caractéristiques de la réflexion d'une onde en N [31] (§1.2.7). Pour obtenir ces phases en U, les effets non linéaires ont donc nécessairement induit une signature en N avant que la phase I_{ta} atteigne 115 km d'altitude. Cela est confirmé par les enregistrements réalisés lors de l'étude de convergence (cf. figure 4.8, §4.2.1). Cette signature en U est caractéristique du premier *rebond* des phases I_{ta} . À chaque nouveau passage par la thermosphère un nouveau déphasage est réalisé et la signature en est altérée [55].

Pour la série linéaire, l'absorption classique est très supérieure à l'absorption par la relaxation. Cette dernière est plus grande que pour la phase I_{ds} mais reste

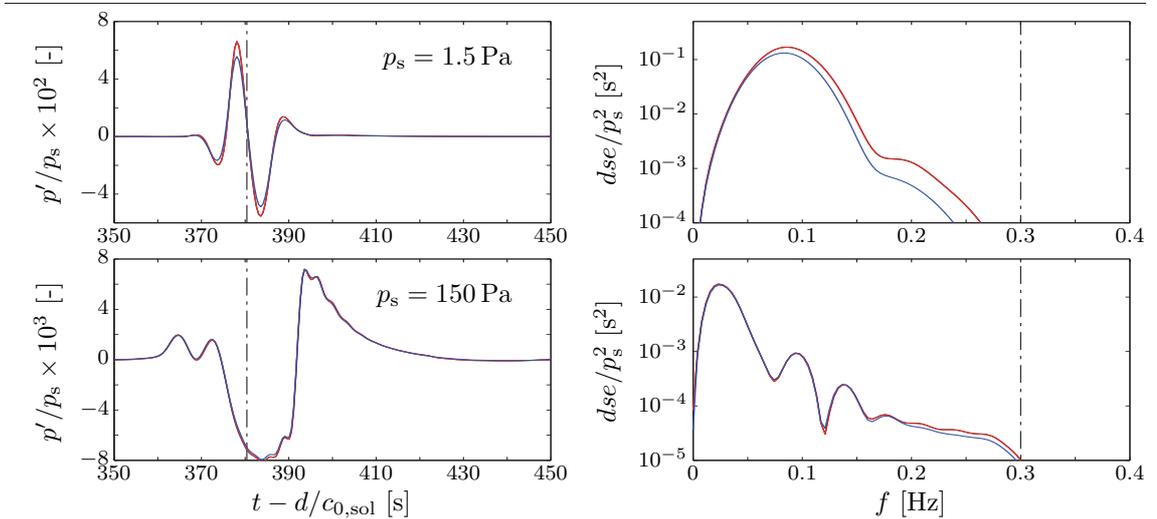


FIGURE 4.19 – Signatures des phases thermosphériques basses I_{ta} à 400 km.

(gauche) Signatures temporelles normalisées en fonction du temps retardé

(droite) Signatures spectrales normalisées associées

Nota : les courbes noires sont recouvertes par les courbes rouges

((—) calculs de référence, (—) calculs avec absorption par la relaxation, (—) calculs avec absorption classique)

faible. L'absorption thermovisqueuse en haute atmosphère est importante, elle modifie sensiblement les signatures temporelle et spectrale. L'étude des spectres linéaires montre d'ailleurs que l'intensité de l'absorption classique touche plus fortement les hautes fréquences, comme le prévoient les développements analytiques (§2.2.2).

Pour la série non linéaire, l'absorption classique domine aussi. Les coefficients d'absorption sont toutefois plus faibles que pour la série linéaire et ce quel que soit le mécanisme dissipatif. Cette réduction des niveaux d'absorption est provoquée par le décalage du spectre acoustique vers les basses fréquences. Le facteur de réduction du niveau d'absorption est de 0.14 pour l'absorption classique contre 0.38 pour l'absorption par la relaxation. Cette différence résulte de l'évolution de l'absorption en fonction de la fréquence. En effet, l'absorption classique est proportionnelle au carré de la fréquence, mais dans le cas de la relaxation, l'absorption par longueur d'onde devient constante lorsque la fréquence acoustique est supérieure à la fréquence caractéristique de vibration (§2.2.3). Ce phénomène explique que le niveau d'absorption par la relaxation est globalement moins affecté par le décalage du spectre vers les basses fréquences, notamment en haute atmosphère où la fréquence acoustique est très supérieure aux fréquences de vibration (cf. figure 4.2, §4.1.3).

Malgré cela, pour les phases I_{ta} l'absorption classique domine largement l'absorption par la relaxation, et ce indépendamment du régime de propagation. De plus, si la première n'est pas négligeable, les niveaux atteints par la seconde sont d'une influence marginale.

Phases thermosphériques hautes I_{tb}

Les phases thermosphériques hautes, notées I_{tb} , sont identifiées entre 250 s et 350 s. Les signatures calculées pour cette phase sont reproduites à la figure 4.20 pour les deux séries de simulations. Ces phases sont réfractées à environ 150 km d'altitude par le gradient verticale de $c_0(z)$. Dans des situations expérimentales, ces phases sont rarement détectées car les niveaux de dissipation sont très importants à très haute altitude [55].

Les signatures de la série linéaire montrent qu'en dépit de la faible amplitude de source les harmoniques de rang 2 et 3 sont très développées. Le stade d'une onde en N n'est pas atteint et la fréquence fondamentale reste élevée ($\simeq 0.1$ Hz) mais le choc acoustique est déjà formé. Le calcul incluant l'absorption classique montre que cette phase est très fortement atténuée, elle n'est quasiment pas détectée.

Dans le cas de la série non linéaire les chocs acoustiques sont formés et la signature en N est établie. Les harmoniques supérieures sont d'ailleurs très développées et la fréquence fondamentale est faible (0.015 Hz). L'intégration de l'absorption classique lisse les chocs et seules les deux premières harmoniques ont alors une densité énergétique non négligeable. Il semble aussi que l'absorption classique n'a pas d'effet rétroactif important sur le développement des effets non-linéaires car la position de la fréquence fondamentale n'est pas affectée. Ce fait peut suggérer que les effets non linéaires sont déjà très développés lorsque la phase atteint des hautes altitudes où l'absorption classique produit ses effets dissipatifs.

L'examen des coefficients d'absorption souligne la prédominance de l'absorption classique dont les niveaux en haute atmosphère sont particulièrement élevés. Les coefficients d'absorption par la relaxation sont d'un ordre comparable à ceux relevés à plus faible altitude. De même que pour la phase I_{ta} , la réduction des niveaux de

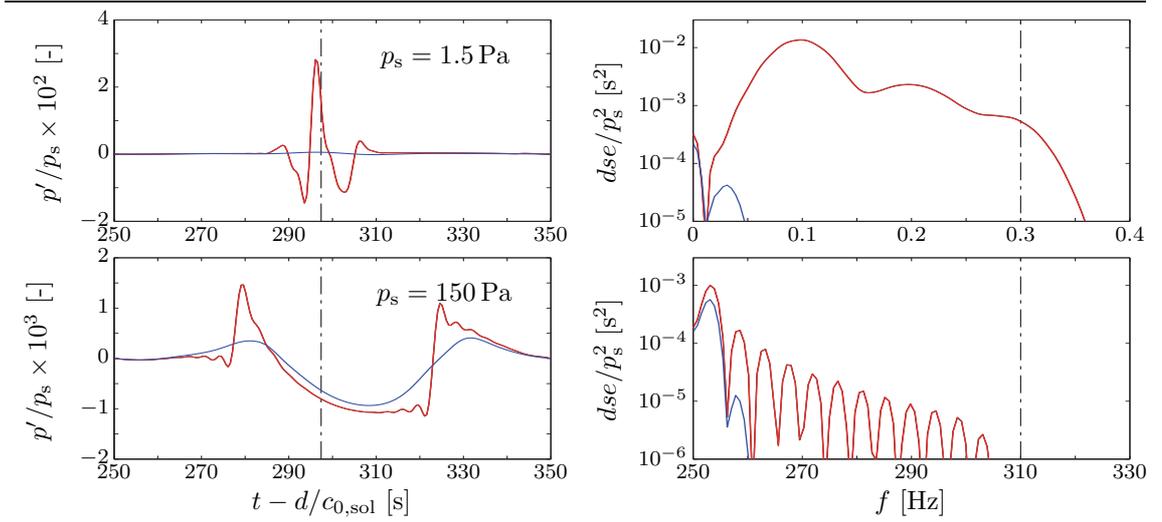


FIGURE 4.20 – Signatures des phases thermosphériques hautes I_{tb} à 400 km.
 (gauche) Signatures temporelles normalisées en fonction du temps retardé
 (droite) Signatures spectrales normalisées associées
 Nota : les courbes noires sont recouvertes par les courbes rouges
 ((—) calculs de référence, (—) calculs avec absorption par la relaxation, (—) calculs avec absorption classique)

dissipation par les effets non linéaires est plus importante pour l'absorption classique.

4.3.2 Influence des effets non linéaires

Comme l'a évoqué la partie précédente, les effets non linéaires jouent un rôle déterminant en haute atmosphère. Cette partie s'attache donc à étudier plus en détails leur influence sur la propagation des infrasons dans l'atmosphère.

La version PLD du code de calcul est utilisée pour entreprendre des simulations avec différentes amplitudes de sources, les vents et le déplacement du domaine ne sont pas inclus. Les paramètres numériques de cette version sont rappelés à la table 4.11. La source explosive est utilisée, comparativement à la source canonique, elle présente l'intérêt d'accentuer l'importance des effets non linéaires en basse atmosphère (§3.3.1). Trois calculs sont réalisés pour des amplitudes p_s de 10, 100 et 500 Pa. Les équations de Navier-Stokes sont résolues et seule l'absorption classique est donc intégrée. Étant donné les niveaux d'absorption par la relaxation relevés à la partie précédente, celle-ci peut être négligée.

Influence sur les signatures acoustiques

Deux microphones virtuels sont positionnés au sol respectivement à 300 km et à 400 km de la source. Les enregistrements des fluctuations de pression sont tracés à la figure 4.21. Seules deux phases sont détectées, la phase I_{ds} qui arrive la première et la phase I_{ta} qui arrive dans un second temps. Du fait de l'absorption classique la phase I_{tb} est très fortement atténuée, elle n'est pas mesurée.

Conformément aux observations précédentes, les variations de l'amplitude de la source n'ont pas d'influence sensible sur la signature de la phase I_{ds} . Ceci semble

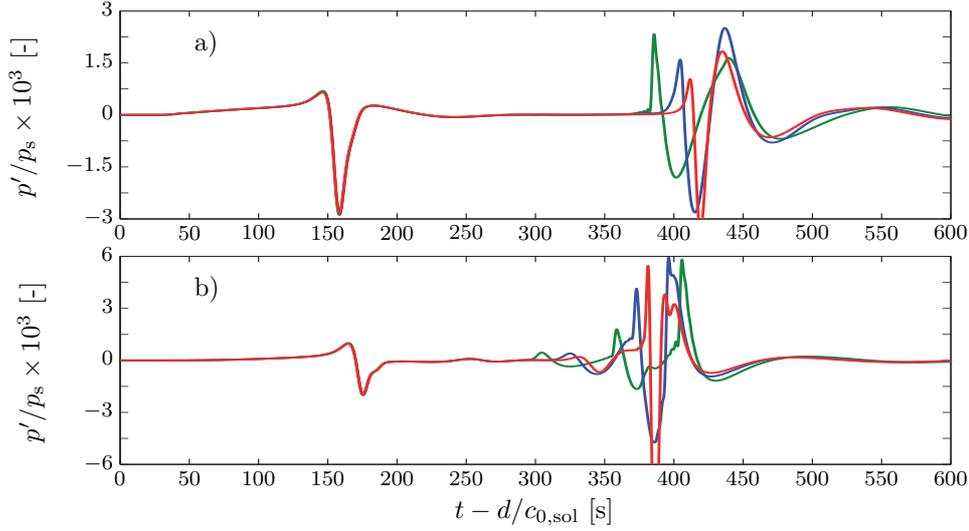


FIGURE 4.21 – Influence des effets non linéaires sur les signatures temporelles.

(a) Signatures temporelles normalisées enregistrées au sol à 300 km

(b) Signatures temporelles normalisées enregistrées au sol à 400 km

Nota : simulations réalisées avec une source explosive

((—) $p_s = 10$ Pa, (—) $p_s = 100$ Pa, (—) $p_s = 500$ Pa)

confirmer que les effets non linéaires n'affectent que marginalement les phases se propageant par diffraction dans la zone d'ombre géométrique. La faible influence des effets non linéaires sur les phases diffractées en zone d'ombre a par ailleurs été mise en évidence par Coulouvat [30] pour le cas des ondes rampantes (§1.2.7).

À l'inverse des phases I_{ds} , les phases thermosphériques I_{ta} (cf. figure 4.22) sont très altérées par les variations de l'amplitude de la source. Les temps d'arrivée des deux chocs de la phase I_{ta} sont reportés² à la table 4.13. Une augmentation de l'amplitude de la source provoque une arrivée plus précoce du choc amont et une arrivée plus tardive du choc aval. Néanmoins, le décalage du temps d'arrivée du choc aval est moins marqué que celui du choc amont. L'explication qui peut être avancée est que le retard de ce choc est réalisé au cours de sa propagation ascendante, lorsque l'onde a une signature en N et que le choc aval se propage à une vitesse inférieure à c_0 . En effet, après la réflexion sur la caustique thermosphérique, l'onde prend une forme en U, le choc aval se déplace alors à une vitesse supérieure à c_0 au cours de sa propagation descendante ce qui lui permet de combler une partie du retard. Ce phénomène semble plus évident pour les enregistrements à 300 km de la source. Par ailleurs, l'amplitude de la dépression de l'onde en U est réduite lorsque l'amplitude de la source augmente. Cette réduction est particulièrement importante sur les relevés à 400 km.

Les signatures spectrales de la phase I_{ta} sont tracées à la figure 4.22 pour les différentes amplitudes de source. L'ensemble du spectre énergétiquement significatif est résolu quel que soit p_s . Les spectres sont assez similaires en termes de densités d'énergie portées par les hautes fréquences. Néanmoins, la position de l'harmonique

2. Le temps d'arrivée du second choc de la phase thermosphérique enregistrée à 300 km est exceptionnellement déterminé comme le temps d'arrivée du maximum d'amplitude.

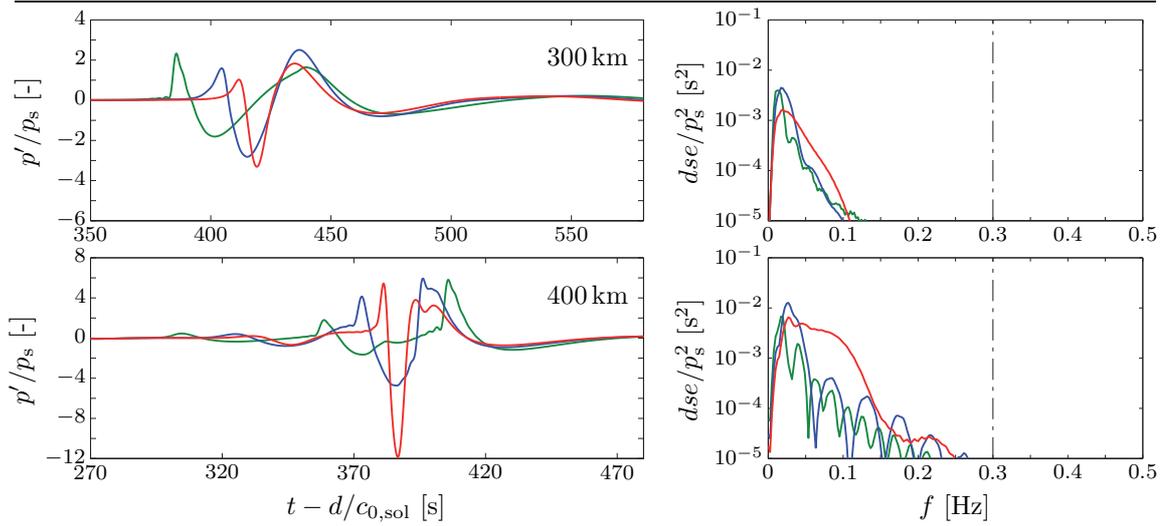


FIGURE 4.22 – Influence des effets non linéaires sur les signatures de la phase I_{ta} . (gauche) Signatures temporelles normalisées des phases thermosphériques basses I_{ta} enregistrées au sol à 300 km et 400 km (droite) Densités spectrales d'énergie normalisées associées ((—) $p_s = 10$ Pa, (—) $p_s = 100$ Pa, (—) $p_s = 500$ Pa)

p_s	à 300 km			à 400 km		
	t_{amont}	t_{aval}	δt	t_{amont}	t_{aval}	δt
10 Pa	411.6 s	435.0 s	23.4 s	381.2 s	393.4 s	12.2 s
100 Pa	404.6 s	436.8 s	32.2 s	372.8 s	396.2 s	23.4 s
500 Pa	385.8 s	439.2 s	53.4 s	358.6 s	406.0 s	47.4 s

TABLE 4.13 – Temps d'arrivée des chocs de la phase I_{ta} en fonction de la source. Les temps d'arrivée sont retardés, pour le second choc enregistré à 300 km, le temps d'arrivée est donné exceptionnellement par le maximum d'amplitude. Le choc amont arrive en premier et le choc aval en second, l'écart δt correspond à $t_{\text{aval}} - t_{\text{amont}}$.

fondamentale est plus fortement décalée vers les basses fréquences et les harmoniques supérieures sont mieux différenciées lorsque p_s augmente.

Du fait des variations de la vitesse de propagation des chocs en fonction de leur amplitude, les effets non linéaires ont un impact sur la géométrie du front d'onde en haute atmosphère. Ce phénomène peut être souligné par les champs acoustiques instantanés normalisés $\Psi(x, z)/\Psi_s$ enregistrés à $t = 900$ s (cf. figure 4.23). La comparaison de la position des fronts d'onde avec les résultats de l'acoustique géométrique met en valeur les variations de la vitesse de propagation. Pour $p_s = 10$ Pa, la position du front d'onde concorde avec les rayons. Par contre, lorsque l'amplitude de la source est plus importante, les vitesses de propagation des chocs sont très affectées par leurs propres amplitudes. Dans ce cas, la géométrie du front est fortement altérée en haute atmosphère et les longueurs d'ondes des phases I_t s'allongent. À basse al-

altitude, la géométrie du front ne varie pas avec l'amplitude de la source. Les effets non linéaires n'y ont pas une intensité suffisante pour modifier sensiblement la phase stratosphérique.

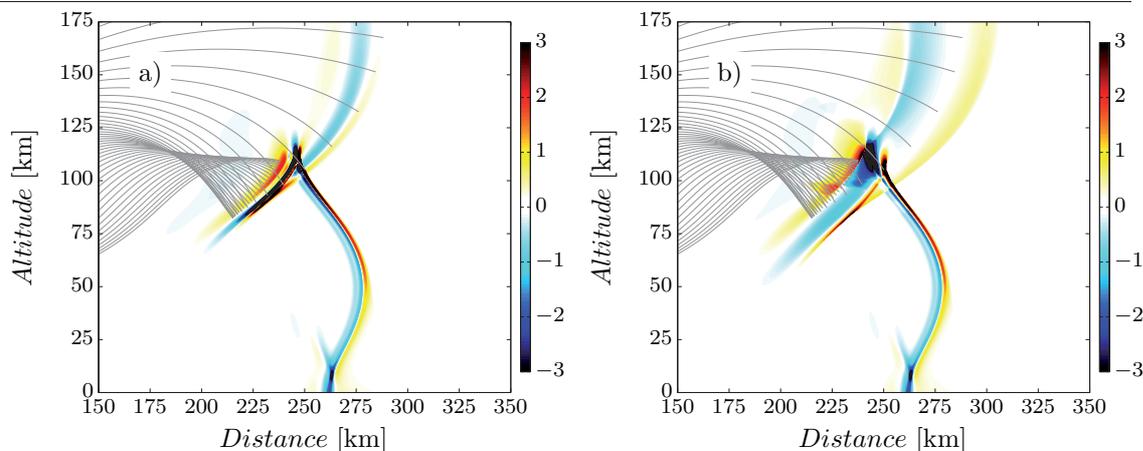


FIGURE 4.23 – Influence des effets non linéaires sur la géométrie du front d'onde.
 (a) Champs de acoustique instantané normalisé $\Psi/\Psi_s \times 10^3$ à $t = 900$ s, $p_s = 10$ Pa
 (b) Champs de acoustique instantané normalisé $\Psi/\Psi_s \times 10^3$ à $t = 900$ s, $p_s = 500$ Pa
 avec superposition des rayons acoustiques

Influence sur la focalisation acoustique

Outre les temps d'arrivée des chocs acoustiques et la géométrie instantanée des fronts d'onde, les effets non linéaires modifient significativement la localisation de la caustique thermosphérique ainsi que le champ de pression dans son voisinage. Leur influence sur la géométrie des caustiques et sur la pénétration des chocs dans les zones d'ombre dans leur voisinage a été souligné par les travaux de Coulouvrat [31, 33] ou de Rosales & Taback [127] (§1.2.7).

Les cartes de pression acoustique M_p (§4.1.8) des trois simulations sont reproduites à la figure 4.24. La position du *point focal*, identifié ici comme le point de la caustique où le maximum de M_p est atteint, varie en fonction de p_s . L'altitude de ce point est non seulement réduite par l'augmentation de p_s , mais encore la distance entre la source et la projection du point focal au sol augmente. Cette modification de la position de la zone thermosphérique de focalisation se répercute sur la position du point d'incidence de la caustique thermosphérique sur le sol.

D'autre part, la diffraction au voisinage de la caustique est modifiée par les variations de p_s . À l'aval de la caustique, l'augmentation de l'amplitude à la source réduit l'amplitude des phases diffractées et affecte notamment l'onde rampante qui se propage entre 350 km et 500 km ainsi que les ondes piégées dans le guide d'onde centré autour de la stratopause. Pour ces dernières, les effets non linéaires semblent aussi être à l'origine d'une altération de leur trajectoire. En outre, la diffraction autour de la branche horizontale de la caustique thermosphérique paraît accentuée par les effets non linéaires.

Par ailleurs, l'augmentation de p_s développe la diffraction à l'amont de la branche descendante de la caustique thermosphérique. Ces phases thermosphériques diffractées pénètrent plus profondément dans la zone d'ombre (cf. figure 4.23) et sont mesurées avant l'incidence de la caustique au sol. L'examen de l'enregistrement à 250 km (cf. figure 4.25) révèle que la diffraction de ces phases nécessite une très forte amplitude de source car les signaux obtenus pour $p_s = 10$ et 100 Pa sont confondus. Les phases I_{dt} sont enregistrées à environ 400 s. Il semble qu'elles aient été observées lors de l'expérience Misty-Picture aux stations Alpine (247 km) et Los Alamos (250 km) [121]. Néanmoins Gainville *et al.* [55, 56] attribuent leur existence à des conditions de vents particulières.

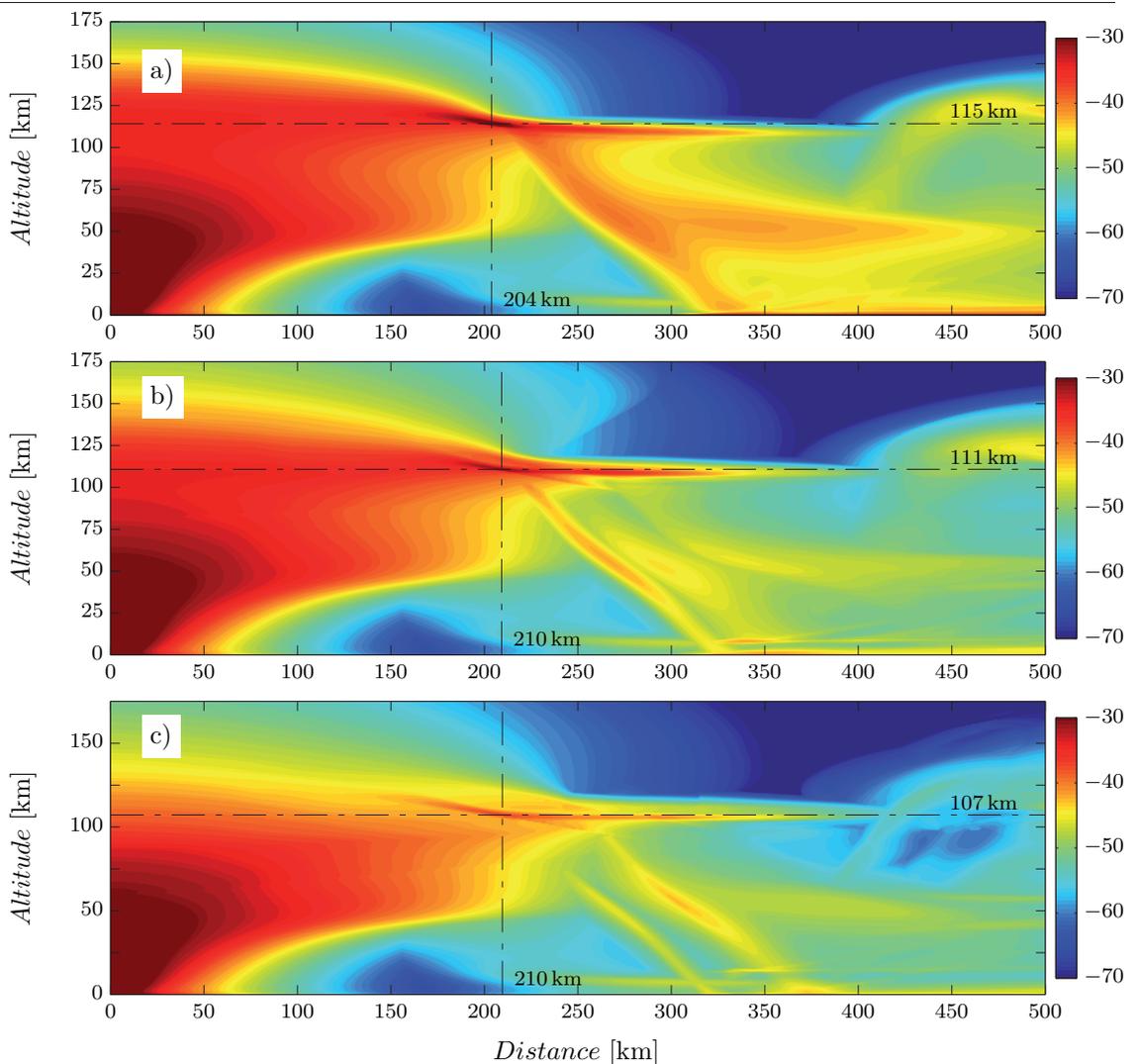


FIGURE 4.24 – Influence des effets non linéaires sur la focalisation acoustique.
 (a) Carte de pression acoustique M_p pour $p_s = 10$ Pa exprimée en dB
 (b) Carte de pression acoustique M_p pour $p_s = 100$ Pa exprimée en dB
 (c) Carte de pression acoustique M_p pour $p_s = 500$ Pa exprimée en dB

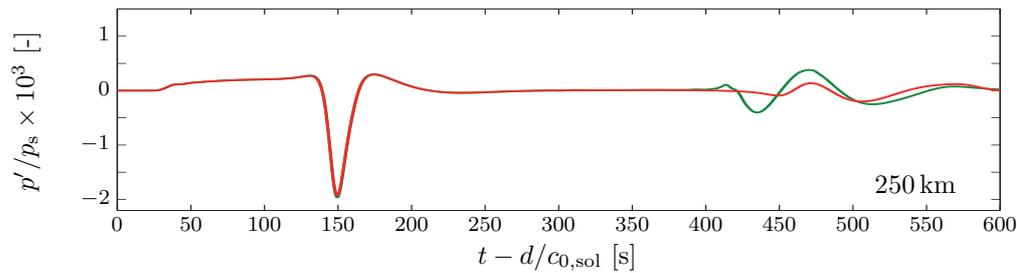


FIGURE 4.25 – Phase thermosphérique diffractée en zone d’ombre.

Enregistrements microbarographiques au sol à 250 km pour différentes amplitudes p_s

Nota : les courbes rouge et bleu sont confondues

((—) $p_s = 10$ Pa, (—) $p_s = 100$ Pa, (—) $p_s = 500$ Pa)

4.3.3 Conclusion intermédiaire

La première partie de cette section a montré que les flux thermovisqueux produisent des effets observables tandis que les phénomènes liés à la relaxation de l’énergie de vibration moléculaire ont un impact marginal. Cette seconde affirmation n’est toutefois valable que sur la gamme des fréquences acoustiques étudiées (< 0.3 Hz). En effet, pour des fréquences acoustiques plus élevées, les effets de la relaxation sont plus importants [136] et peuvent éventuellement être à l’origine de phénomènes d’atténuation ou de déphasage observables.

La seconde partie a souligné que les effets non linéaires jouent un rôle déterminant en modifiant d’une part les signatures acoustiques et d’autre part la géométrie des fronts d’onde. Ces variations se répercutent sur la localisation des zones de focalisation et donc sur la répartition de l’énergie acoustique telle qu’elle est mesurée au sol, à grande distance de la source.

En conclusion, un modèle réaliste de la propagation des infrasons devrait tenir compte prioritairement des effets non linéaires et de l’absorption classique.

4.4 Vents atmosphériques

Cette section propose d’étudier l’influence des vents atmosphériques sur la propagation des infrasons. La première partie s’attache à présenter leur influence générale à grande distance. Puis les enregistrements au sol sont détaillés afin de fournir des données numériques pouvant éventuellement servir de référence. Dans une troisième partie, les phénomènes de réflexions partielles sont étudiés, leur importance en termes d’énergie acoustique mesurée au sol est d’abord discutée, puis les signatures de ces phases infrasonores partielles sont examinées. Enfin, la quatrième partie propose d’analyser la génération des ondes rampantes.

Les résultats présentés dans cette section sont obtenus avec la version PLD du code de calcul, ses paramètres sont rappelés à la table 4.14. Elle emploie le modèle d’atmosphère réaliste (§1.4.3). Les équations de Navier-Stokes sont résolues, l’absorption classique est donc intégrée. De part son influence marginale, la relaxation moléculaire est négligée (§4.3.1). La source explosive est utilisée et son amplitude est fixée à 20 Pa. Cette faible valeur permet de limiter l’allongement de la longueur

d'onde des phases de haute atmosphère. Ce faisant, la distinction des différentes phases infrasonores à très grande distance est plus aisée mais les amplitudes normalisées sont surestimées car le régime de propagation n'est pas fortement non linéaire (§4.3.2). Les profils de vents atmosphériques utilisés sont présentés à la section §1.4.3. Cinq calculs sont entrepris, une simulation *témoin* sans vent et quatre simulations avec les vents, une par direction cardinale. Des séries de champs instantanées sont fournis à l'annexe §D.2 pour chaque simulation.

Version	Domaine de calcul			Filtrage	
	$\Delta x, \Delta z$	Δt	$L_x \times L_z$	σ_{FS}	n_{FS}
PLD	200 m	0.2 s	720×190 km	1	1

TABLE 4.14 – Paramètres de la version PLD.

4.4.1 Influence générale des vents atmosphériques

L'influence des vents est discutée par la suite sur la base des résultats obtenus par les simulations directes. Les observations formulées dans cette partie sont connues, elles peuvent être notamment retrouvées dans les études de Gainville *et al.* [55, 56] et de Kulichkov *et al.* [84, 86, 85] ou encore dans les rapports techniques relatifs à l'expérience Misty-Picture [15, 121].

Les cartes de pression acoustique M_p relevées au cours de chaque simulation sont tracées à la figure 4.26. Les rayons acoustiques qui sont superposés sont tous calculés pour une atmosphère au repos. Ils permettent de visualiser les changements apportés par l'introduction des vents. Les cartes de pression acoustique au sol sont tracées à la figure 4.27. Elles sont obtenues par interpolation azimutale des données enregistrées dans les directions cardinales. Les positions du premier point focal thermosphérique sont fournies à la table 4.15.

Propagation des phases principales I_t et I_s

La propagation vers l'ouest et le nord bénéficie de vents globalement portants tandis que pour la propagation vers l'est et le sud les vents sont défavorables. Quelles que soient la direction, les vents réduisent l'influence du guide d'onde centré autour de la stratopause ($\simeq 50$ km). Les ondes acoustiques piégées à cette altitude ont une amplitude plus faible que pour le cas témoin, notamment à grande distance. Les phases stratosphériques ne sont réfractées que dans la direction ouest et n'ont des amplitudes importantes, relativement aux amplitudes des phases I_t , que pour le premier rebond. Dans les autres directions, elles ne sont que diffractées et leurs amplitudes sont faibles. Ce point est en contradiction avec les observations expérimentales [55, 56]. En effet, dans la réalité l'amplitude des phases I_s est généralement plus grande que celle des phases I_t . Cette erreur des simulations est probablement due à une sous-estimation des effets non linéaires en haute atmosphère du fait de la faible amplitude de source.

Direction de propagation	Position du point focal thermosphérique			Conditions de vent
	Dist. [km]	Alt. [km]	M_p [dB]	
Temoin	204.0	114.8	-44.1	nulles
vers l'ouest	193.2	112.2	-44.3	favorables
vers le nord	192.8	112.6	-44.1	favorables
vers l'est	199.4	120.0	-45.6	défavorables
vers le sud	199.8	118.2	-45.2	défavorables

TABLE 4.15 – Influence des vents sur la position du point focal thermosphérique. Position et niveau acoustique du premier point focal thermosphérique en fonction de la direction de propagation

Direction de propagation	Position du point d'incidence			Conditions de vent
	Dist. [km]	Temps retardé [s]	$\log_{10}(p')$ [Pa]	
Temoin	335.8	401.3	-0.62	nulles
vers l'ouest	330.4	356.7	-0.52	favorables
vers le nord	332.0	397.1	-0.49	favorables
vers l'est	327.0	456.4	-0.77	défavorables
vers le sud	331.2	410.0	-0.72	défavorables

TABLE 4.16 – Influence des vents sur l'incidence de la caustique thermosphérique. Position en distance et en temps d'arrivée du point d'incidence de la première caustique thermosphérique au sol, la pression acoustique relevée au point d'incidence n'est pas normalisée ($p_s = 20$ Pa)

Les phases qui se propagent dans la zone d'ombre et sont enregistrées au sol autour de 175 km sont des phases partielles (§4.4.3). Les phases de haute thermosphère sont dissipées et ne sont pas détectées au sol (§4.3.1). Afin de simplifier les notations, les phases notées par la suite I_t désignent implicitement les phases de basse thermosphère I_{ta} .

Les points de la première incidence au sol de la caustique thermosphérique sont rapportés à la table 4.16. Quelles que soient les conditions de vent, le point d'incidence de la caustique thermosphérique est toujours plus proche de la source que dans le cas témoin. Les variations de sa position sont toutefois très faibles contrairement aux variations des temps d'arrivée et des amplitudes maximales. Par rapport au cas témoin, les temps d'arrivée augmentent pour des vents défavorables et diminuent pour des vents favorables. À l'inverse, les niveaux acoustiques au point d'incidence sont plus grands avec un vent favorable qu'avec un vent défavorable. Cette différence résulte des variations de la focalisation autour de la branche descendante de la caustique thermosphérique, elle est plus intense avec des vents favorables.

Vers l'ouest et le nord, la focalisation thermosphérique donc est plus intense qu'en l'absence de vent. Les niveaux de pression acoustique relevés au point focal sont néanmoins comparables au cas témoin. La réfraction intervient plus tôt, en termes de distance au sol et d'altitude. De plus, à la sortie de la zone focale, l'énergie

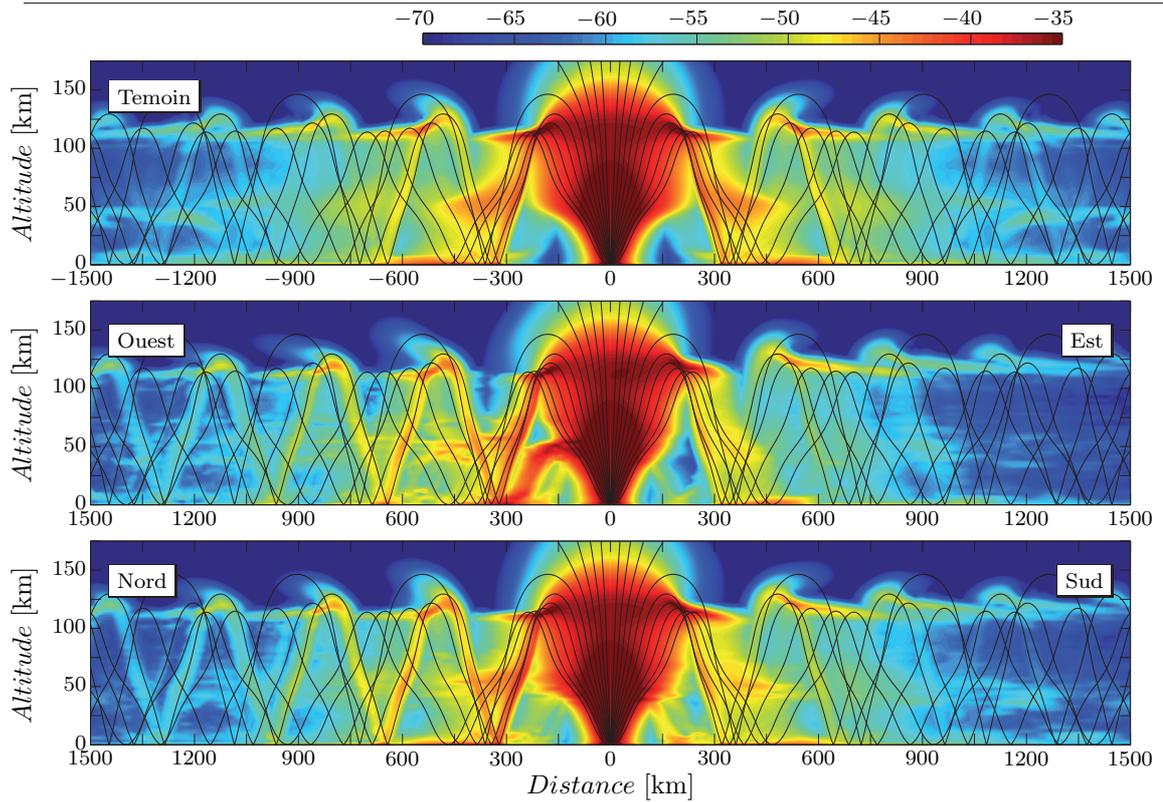


FIGURE 4.26 – Influence des vents sur la focalisation acoustique. Cartes de pression acoustique $M_p(x, z)$ en dB pour le cas témoin et pour les 4 directions cardinales, avec superposition des rayons acoustiques calculés sans vent

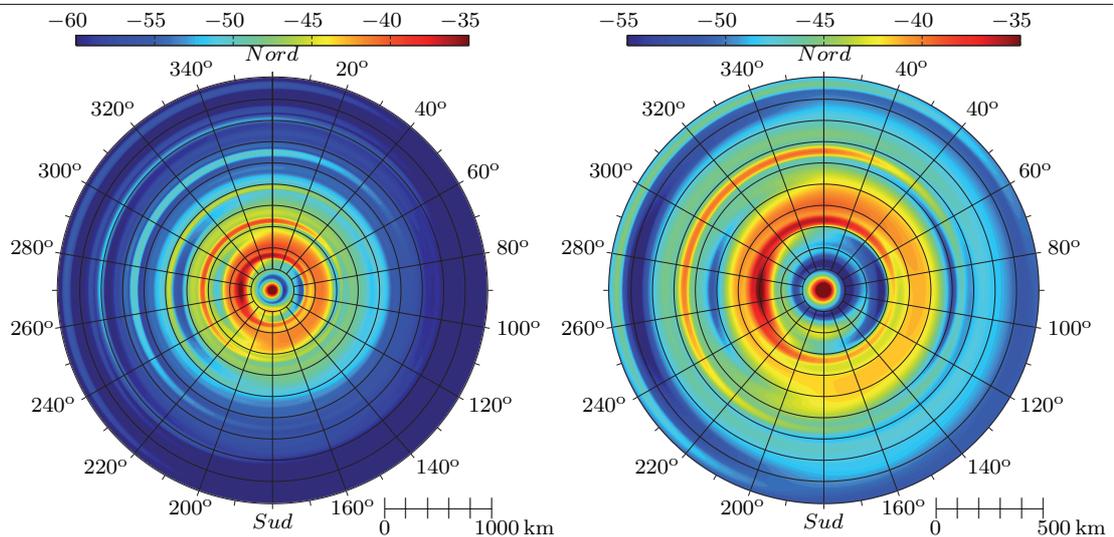


FIGURE 4.27 – Cartes de pression acoustique maximale au sol.
 (gauche) Propagation à 2000 km par rapport à la source
 (droite) Propagation à 1000 km par rapport à la source
 Cartes de pression acoustique maximale au sol $M_p(d, \theta)$ avec θ l'azimut et d la distance à la source, obtenues par extrapolation azimutale, exprimées en dB

reste concentrée sur la branche descendante de la caustique jusqu'à son incidence au sol. L'amplitude des ondes sur la branche horizontale diminue rapidement avec la distance, la quantité d'énergie perdue dans le guide d'onde centré autour de la mésopause ($\simeq 100$ km) est plus faible que pour le cas témoin. Du fait des modifications de la focalisation apportées par les vents, l'énergie acoustique reste très concentrée le long de la caustique thermosphérique. Des niveaux acoustiques importants sont relevés au delà de 1000 km, dans les zones d'incidence au sol de cette caustique. Sur les cartes au sol, ces zones d'incidence apparaissent sous la forme d'arcs de cercle qui soulignent la forte focalisation de l'énergie acoustique.

Vers le sud et l'est, la focalisation est moins importante. Les caustiques et les zones d'ombres sont moins différenciées. Par rapport au cas témoin, les points focaux se trouvent à des distances au sol plus faibles mais à des altitudes plus élevées. Les amplitudes sur la branche descendante de la caustique thermosphérique sont faibles, tandis que l'influence du guide d'onde de la mésopause est renforcée. À chaque passage des phases thermosphériques en haute atmosphère, une grande partie de l'énergie reste piégée dans ce guide d'onde et est finalement absorbée par les effets thermovisqueux. Les relevés au sol montrent que dans ces directions l'énergie est faiblement focalisée et les niveaux acoustiques sont lentement décroissants à partir de 400 km. Au delà de 800 km ils sont très faibles.

Quelque soit la simulation, la diffraction à l'aval de la caustique thermosphérique est importante (voir aussi figure 4.16). Ces phases diffractées se réfléchissent au sol au delà de 400 km et leur angle d'incidence augmente avec la distance. De ce fait des ondes rampantes sont générées et se propagent le long du sol (§4.4.4). Pour la propagation vers l'est, l'onde rampante qui se propage après la première réflexion des phases I_t est très développée par la diffraction. Dans la direction opposée, la focalisation des phases I_t limite la diffraction et donc le développement d'une onde rampante. Ce sont les phases stratosphériques qui génèrent une onde rampante dans cette direction, mais sa distance de propagation est plus faible ($\simeq 150$ km). L'onde rampante de plus grande amplitude est obtenue pour le cas témoin, elle est générée par la phase thermosphérique I_{t1} et se propage sur plus de 300 km.

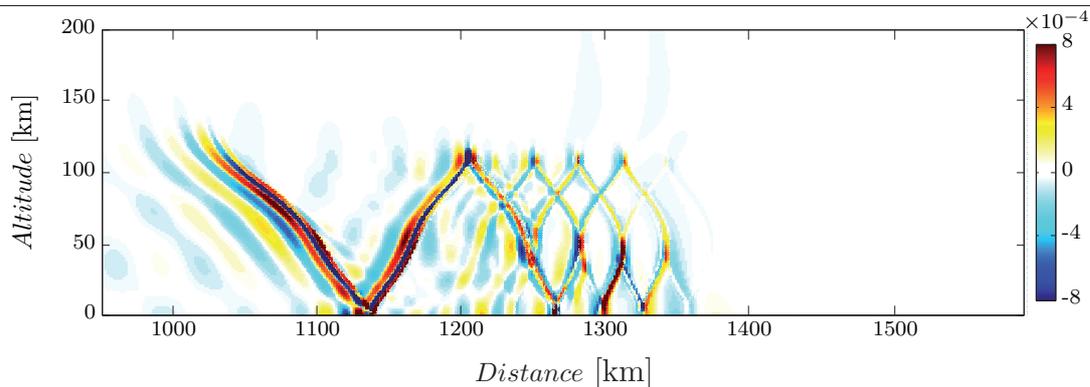


FIGURE 4.28 – Structure en arche des fronts d'onde de basse atmosphère. Champs acoustique instantané normalisé Ψ/Ψ_s à $t = 4400$ s pour le cas de propagation témoin.

Par ailleurs, l'étude des champs instantanés (cf. annexe D.2) révèle la formation de fronts d'onde en arches. Ces structures apparaissent quelle que soit la direction de propagation, et elles sont clairement identifiables avec les résultats de la simulation témoin (cf. figure 4.28). La formation de ces arches résulte de la diffraction des phases I_t lorsqu'elles transitent par la basse atmosphère. Au cours d'une trajectoire ascendante, une phase I_t génère par diffraction une phase piégée entre le sol et environ 100 km d'altitude et dont le *bombement* est orienté dans le sens de la propagation. À l'inverse, lors de la trajectoire descendante d'une phase I_t , une nouvelle phase est créée par diffraction, mais le *bombement* est cette fois orientée dans le sens inverse de la propagation. Ces deux phases *bombées* sont reliées entre elles à environ 110 km d'altitude au niveau de la branche horizontale de la caustique thermosphérique. Au niveau du sol, ces phases entraînent la formation d'ondes rampantes.

Niveaux acoustiques à grande distance

Les amplitudes des fluctuations de pression au sol, exprimés en $\log_{10}(p'_{\max})$, sont tracés à la figure 4.29 en fonction de la distance pour chacune des cinq simulations. Elles sont comparées à la loi empirique de Whitaker [153] (§1.3.1). Pour rappel, cette loi s'exprime par :

$$\log_{10}(p'_{\max}) = 3.37 - 1.36 \log_{10}\left(\frac{d}{\sqrt{C_E}}\right)$$

avec p'_{\max} la fluctuation maximale de pression en Pa, d la distance en km par rapport à la source et C_E la charge explosive en t_{TNT} . Pour les simulations, la valeur

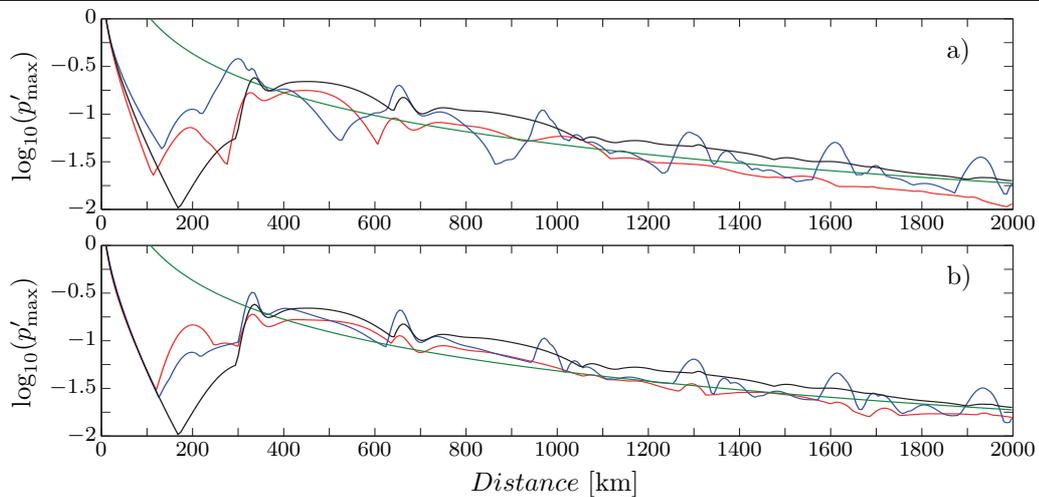


FIGURE 4.29 – Influence des vents sur les niveaux acoustiques au sol.

(a) Fluctuations maximales de pression au sol dans les directions ouest et est, comparées au cas témoin et à la loi empirique de Whitaker

(b) Fluctuations maximales de pression au sol dans les directions nord et sud, comparées au cas témoin et à la loi empirique de Whitaker

Nota : les fluctuations de pression ne sont pas normalisées, la charge C_E de la loi de Withaker est estimée pour correspondre à l'amplitude de la source simulée (§3.3.1)

((—) cas témoin, (—) loi empirique de Whitaker, (—) directions de vents portants, ouest (a) et nord (b), (—) directions de vents défavorables, est (a) et sud (b))

équivalente de C_E en fonction de p_s est donnée à la section §3.3.1.

Au delà de la zone d'ombre proche de la source ($d > 300$ km), l'évolution de l'amplitude des fluctuations suit la loi empirique mais les niveaux acoustiques lui sont globalement supérieurs. Cette erreur est due à la faible amplitude de la source ($p_s = 20$ Pa). En effet, pour des sources de plus grande amplitude, les fluctuations maximales enregistrées à grande distance diminuent relativement à p_s (§4.3.2).

Par ailleurs, les variations de l'intensité de la focalisation en fonction de la direction de propagation sont soulignées. Ainsi, vers l'ouest et le nord, les niveaux acoustiques au sein des zones d'ombres sont très faibles alors qu'ils sont très importants au voisinage des caustiques. À la figure 4.29, ces dernières apparaissent distinctement en une série de *bosses* dont les maximums sont très supérieurs à la loi empirique. Dans les directions opposées, vers l'est et le sud, les écarts entre les niveaux enregistrés en zone d'ombre et au voisinage des caustiques sont beaucoup plus faibles. C'est dans ces directions que la concordance entre les simulations et la loi empirique est la meilleure.

4.4.2 Analyse des enregistrements microbarographiques

Cette deuxième partie propose une analyse quantifiée des enregistrements microbarographiques relevés au sol. Les données présentées sont spécifiques au problème étudié et dépendent des conditions de propagation. Elles peuvent éventuellement être utilisées pour confronter les résultats obtenus par d'autres méthodes numériques. Le cas échéant, ces dernières devraient évidemment employer les conditions atmosphériques précisées à la section §1.4.3.

Les diagrammes temps retardé - espace construits pour chaque simulation à partir des enregistrements au sol sont tracés aux figures 4.31 à 4.35 avec leurs densités spectrales d'énergie associées. Les temps d'arrivée calculés par la méthode géométrique sont superposés et sont avancés de 10s pour permettre une meilleure lisibilité des graphiques. Les calculs des rayons incluent les vents.

L'accord entre les temps d'arrivée obtenus par simulations directes et ceux des rayons est maintenu à grande distance. La réduction progressive de la vitesse des vents en haute atmosphère (§4.2.3) ne semble pas avoir d'influence sensible sur les résultats. L'acoustique géométrique n'identifie les phases stratosphériques que pour le cas de propagation vers l'ouest. Pourtant, à l'exception de la propagation vers l'est où elles sont difficiles à distinguer des phases partielles, elles sont toujours observables et sont causées par la diffraction.

Parce que de nombreuses phases ne sont pas identifiées par les rayons, il est commode de définir des *vecteurs caractéristiques de propagation* pour chaque phase afin d'analyser les diagrammes temps retardé - espace. Ces vecteurs sont donnés par deux coordonnées, le *temps retardé caractéristique de propagation* et la *distance caractéristique de propagation*. Pour les phases thermosphériques, les vecteurs \vec{I}_t sont déterminés par les coordonnées du point d'incidence de la caustique thermosphérique (cf. table 4.16). Pour les phases stratosphériques I_s et pour les phases partielles P , il est plus difficile de déterminer algorithmiquement des coordonnées d'incidence au sol et elles sont donc estimées graphiquement. Les vecteurs caractéristiques des phases I_t , I_s et P sont rapportées à la table 4.17 pour chaque simulation. Les vecteurs \vec{I}_t et \vec{I}_s sont complétés par une distance D qui exprime l'intervalle spatial sur lequel ces phases sont détectées. Ces distances D sont évaluées graphiquement et n'ont donc

Direction de propagation	Vecteurs caractéristiques et distances de détection				
	\vec{I}_t [s ; km]	D_t [km]	\vec{I}_s [s ; km]	D_s [km]	\vec{P} [s ; km]
Temoin	401 ; 335	$\simeq 350$	155 ; 275	$\simeq 200$	-
vers l'ouest	356 ; 330	$\simeq 200$	134 ; 275	$\simeq 300$	126 ; 175
vers le nord	397 ; 332	$\simeq 250$	147 ; 275	$\simeq 250$	132 ; 175
vers l'est	456 ; 327	$\simeq 300$	-	< 100	139 ; 175
vers le sud	410 ; 331	$\simeq 300$	160 ; 275	$\simeq 150$	129 ; 175

TABLE 4.17 – Vecteurs caractéristiques de propagation des phases infrasonores. Nota : ces vecteurs sont calculés pour un diagramme temps retardé - espace, les vecteurs \vec{I}_t sont mesurés au point d'incidence de la caustique thermosphérique, les vecteurs \vec{I}_s et \vec{P} et les distances de détection au sol sont estimés graphiquement et sont donc donnés à titre indicatif ; l'absence de donnée traduit l'impossibilité d'une estimation fiable

qu'une valeur indicative. Ces notions de vecteurs et de distances caractéristiques ne sont pas communément utilisées dans la littérature. Pour être déterminées, elles nécessitent en effet une connaissance des champs de pression au sol sur un vaste domaine spatio-temporel autour de la source.

Par rapport aux résultats témoins, lorsque les vents sont portants l'intervalle de détection des phases thermosphériques (D_t) diminue alors que celui des phases stratosphériques (D_s) augmente. Les temps de propagation de toutes les phases sont aussi plus faibles dans ces directions. Ces observations sont inverses pour les cas de propagation avec un vent défavorables.

La propagation des phases principales est cyclique. Par exemple, la première phase thermosphérique I_{tI} est enregistrée à partir des coordonnées \vec{I}_t et elle est détectée sur un intervalle d'environ D_t , la seconde, notée I_{tII} est enregistrée à partir des coordonnées $2\vec{I}_t$ et est détectée sur un intervalle d'environ $2D_t$, etc. De plus, grâce à ces vecteurs caractéristiques, il est possible d'identifier les conversions de phases ainsi que l'origine des phases partielles P . Par exemple, pour la propagation vers le nord (cf. figure 4.35), le vecteur \vec{P} permet d'établir que la phase enregistrée à environ (510 s ; 500 km) résulte de la réflexion partielle de la phase I_{tII} au cours de sa trajectoire ascendante. De même, par les vecteurs \vec{I}_s et \vec{I}_t , la phase enregistrée à l'ouest à environ (500 s ; 600 km) est déterminée comme étant soit une phase stratosphérique puis thermosphérique ($I_{s,t}$), soit l'inverse ($I_{t,s}$). L'examen des signatures acoustiques permet de supposer qu'il s'agit du second cas de figure. En effet, toutes les phases stratosphériques ont des signatures équivalentes alors que les phases thermosphériques sont déphasées à chaque passage par la thermosphère. Comme la signature de la phase convertie est semblable à celle de la phase I_{tI} , elle est vraisemblablement thermosphérique puis stratosphérique $I_{t,s}$.

Cette méthode d'identification peut être complétée par l'analyse de l'évolution avec la distance des temps d'arrivée. Pour une phase de basse atmosphère (I_s ou P), le temps d'arrivée retardé augmente sensiblement avec la distance, tandis que pour une phase de basse thermosphère I_t , l'évolution des temps d'arrivée retardés a une forme en *virgule retournée* car ils diminuent avec la distance.

À grande distance, lorsque les conditions de vents sont favorables, les hautes fréquences acoustiques (> 0.1 Hz) sont globalement plus développées que dans le cas témoin (cf. figures 4.32.b & 4.35.b comparativement à la figure 4.31.b). À l'inverse, l'énergie de ces hautes fréquences est moins importante dans les directions opposées (cf. figures 4.33.b & 4.34.b comparativement à la figure 4.31.b). Ceci est dû en partie aux ondes partielles qui sont porteuses du contenu haute fréquence. L'amplitude des ondes partiellement réfléchies dépend de l'amplitude des ondes qui traversent la stratosphère et la mésosphère. Comme vers l'est et le sud, ces ondes ont une faible amplitude à grande distance, les phases P ont une plus faible énergie et l'amplitude de leur contenu haute fréquence est relativement moins important.

Durée des enregistrements au sol

L'évolution de la durée des enregistrements au sol est tracée à la figure 4.30 en fonction de la distance pour les cinq simulations. Ce graphique montre d'une part que la durée croît avec la distance comme une *fonction en escalier*, et d'autre part que la direction de propagation n'influe que faiblement sur la position des paliers. Cette évolution discontinue est due aux phases thermosphériques. À chaque nouvelle arrivée au sol d'une phase I_t , la durée totale du signal progresse d'un palier. Ce phénomène d'allongement de la durée de détection peut être utilisé pour proposer une méthode de triangulation simple. En utilisant une fonction empirique en escalier dont la longueur d'un palier est de 300 km et la hauteur de marche de 280 s, il est possible de déterminer un intervalle de distance par rapport à la source simplement à partir de la durée de détection. Par exemple, pour un signal complet dont la durée est d'environ 500 à 600 s, la source doit être localisée entre 600 et 900 km par

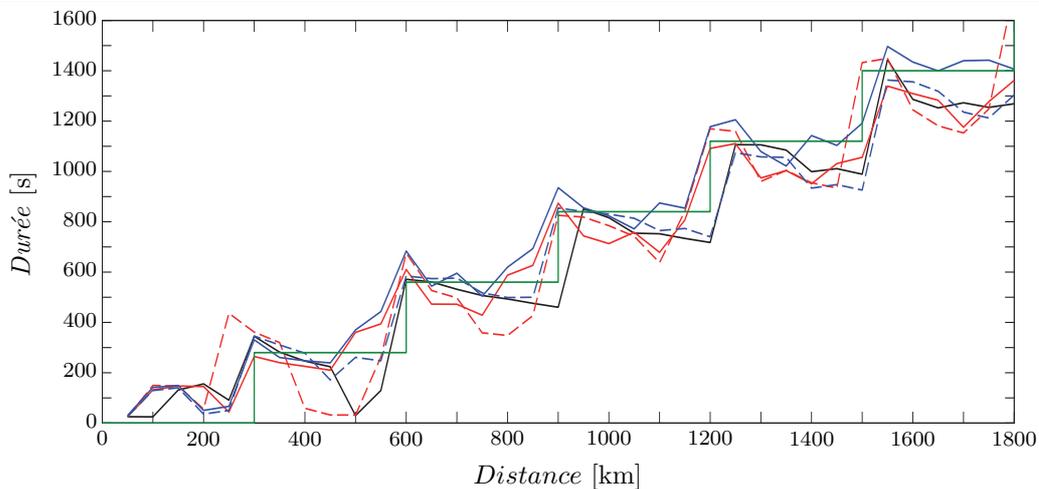


FIGURE 4.30 – Influence des vents sur la durée des enregistrements au sol. Durée des enregistrements microbarographiques au sol en fonction de la distance par rapport à la source pour le cas témoin et pour les 4 directions cardinales
Nota : les courbes en trait plein indiquent les directions de vents globalement favorables et celles en pointillés les directions globalement défavorables
(—) direction ouest, (- - -) direction est, (—) direction nord, (- - -) direction sud, (—) témoin sans vent, (—) fonction empirique

rapport au point de mesure, et ce quelle que soit la direction de propagation. La marge d'erreur est importante si un seul signal est considéré et la méthode n'indique pas de direction, mais à partir d'une collection d'enregistrements réalisés en des lieux éloignés, la position géographique de la source peut être très rapidement évaluée. Cette méthode fonctionne d'ailleurs pour les enregistrements Misty-Picture.

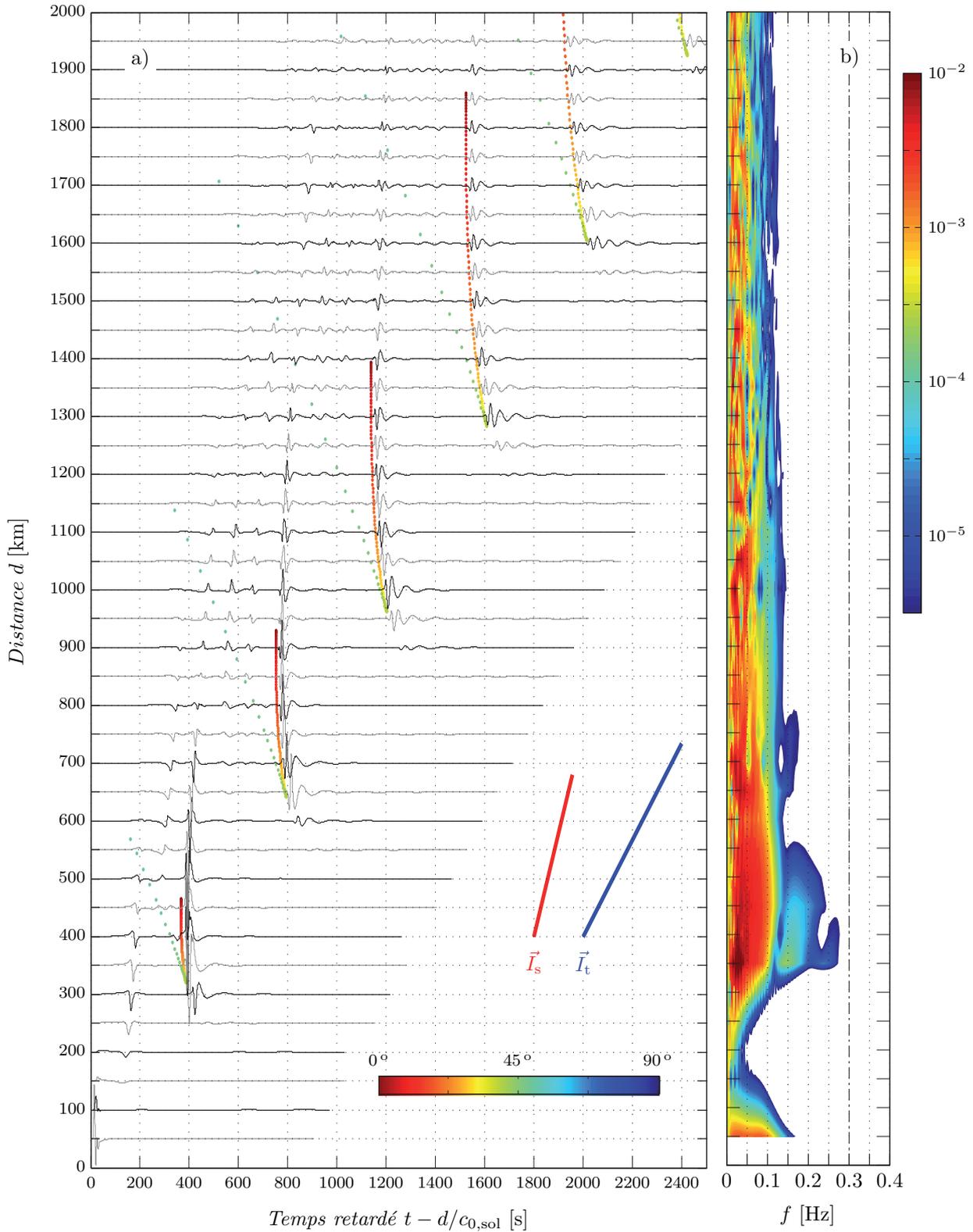


FIGURE 4.31 – Diagramme temps retardé - espace témoin.

(a) Diagramme temps retardé - espace pour une simulation sans vent, $p_s = 20$ Pa

(b) Diagramme des densités spectrales associées, dse/p_s^2

((—, —) enregistrements microbarographiques au sol, (•) temps d'arrivée des rayons colorisé en fonction de l'angle de tir; Vecteurs caractéristiques de propagation : (—) phase thermosphérique I_t , (—) phase stratosphérique I_s)

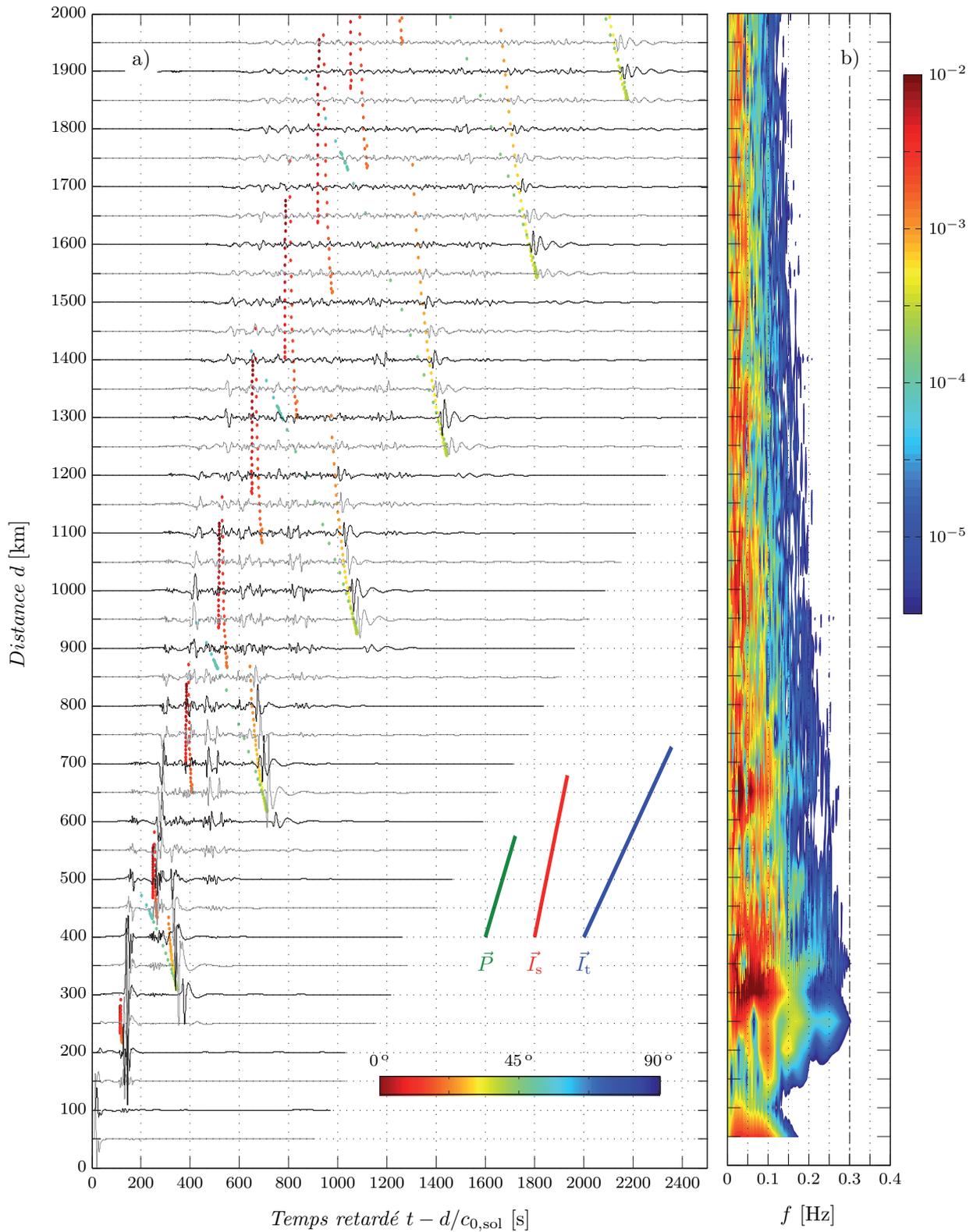


FIGURE 4.32 – Diagramme temps retardé - espace vers l'ouest avec vent.
 (a) Diagramme temps retardé - espace pour vers l'ouest avec vent, $p_s = 20$ Pa
 (b) Diagramme des densités spectrales associées, dse/p_s^2
 ((—, —) enregistrements microbarographiques au sol, (•) temps d'arrivée des rayons colorisé en fonction de l'angle de tir; Vecteurs caractéristiques de propagation : (—) phase thermosphérique I_t , (—) phase stratosphérique I_s , (—) phase partielle P)

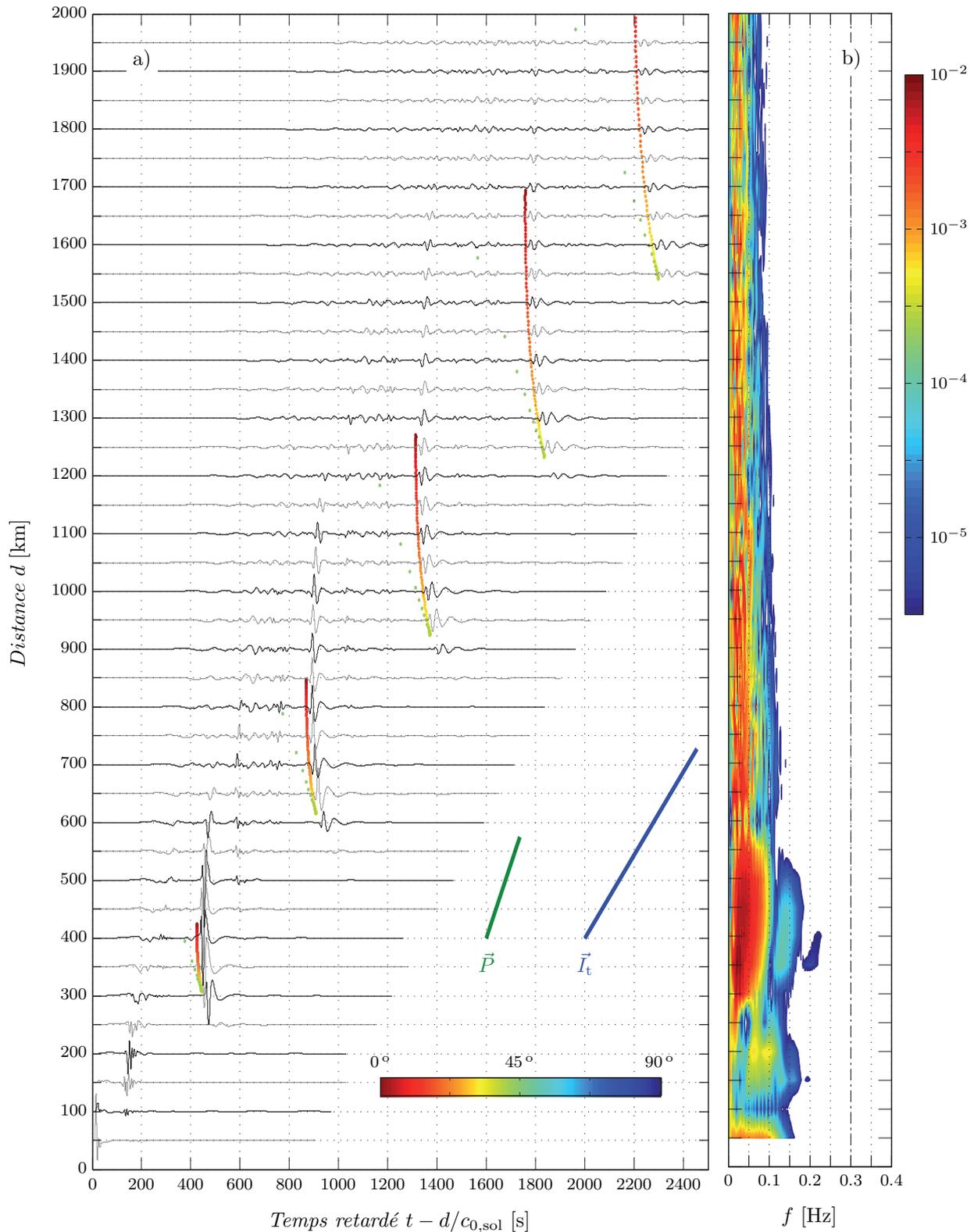


FIGURE 4.33 – Diagramme temps retardé - espace vers l'est avec vent.
 (a) Diagramme temps retardé - espace pour vers l'est avec vent, $p_s = 20$ Pa
 (b) Diagramme des densités spectrales associées, dse/p_s^2
 ((—, —) enregistrements microbarographiques au sol, (•) temps d'arrivée des rayons
 colorisé en fonction de l'angle de tir; Vecteurs caractéristiques de propagation :
 (—) phase thermosphérique I_t , (—) phase partielle P)

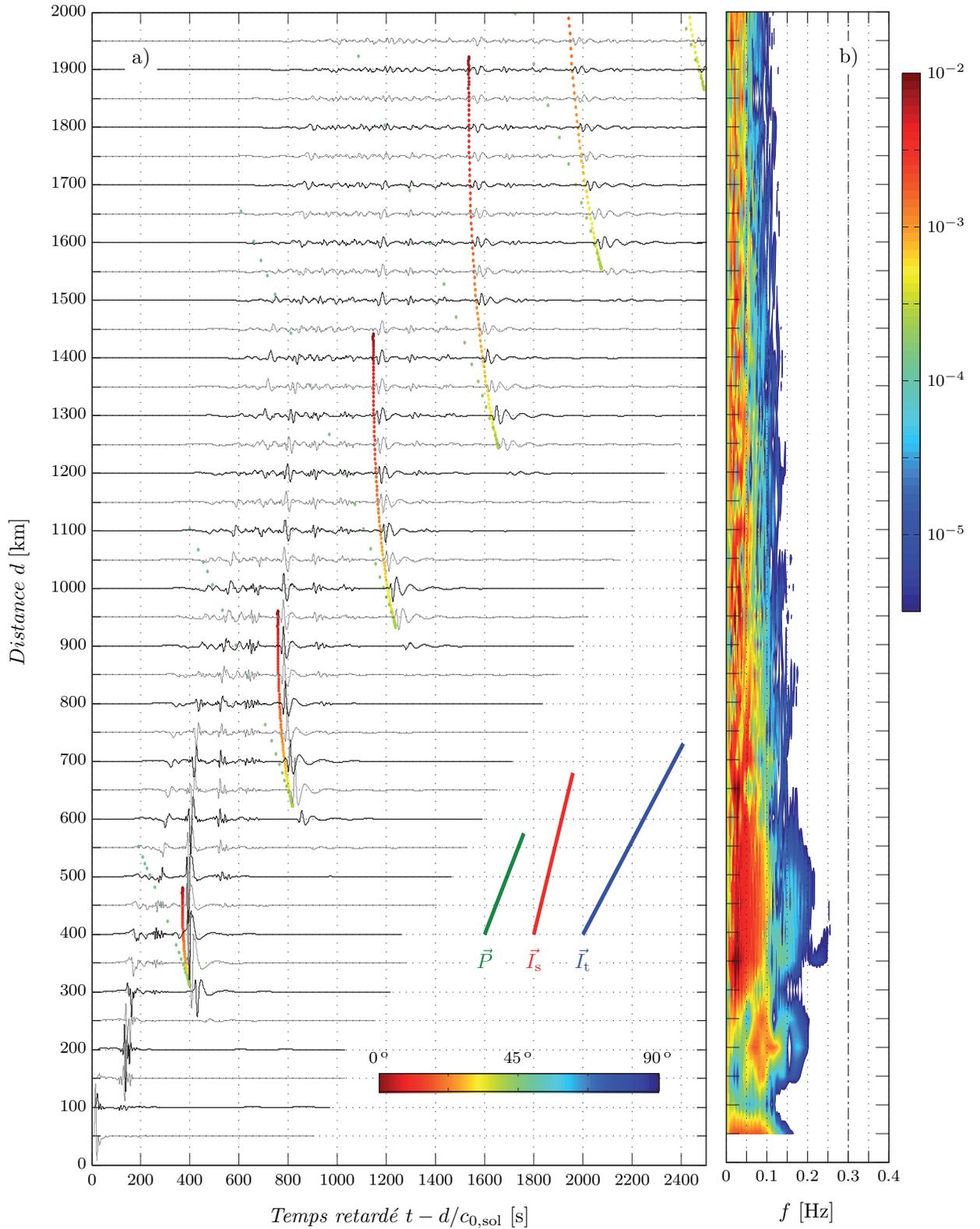


FIGURE 4.34 – Diagramme temps retardé - espace vers le sud avec vent.
 (a) Diagramme temps retardé - espace pour vers le sud avec vent, $p_s = 20$ Pa
 (b) Diagramme des densités spectrales associées, dse/p_s^2
 ((—, —) enregistrements microbarographiques au sol, (•) temps d'arrivée des rayons colorisé en fonction de l'angle de tir; Vecteurs caractéristiques de propagation : (—) phase thermosphérique I_t , (—) phase stratosphérique I_s , (—) phase partielle P)

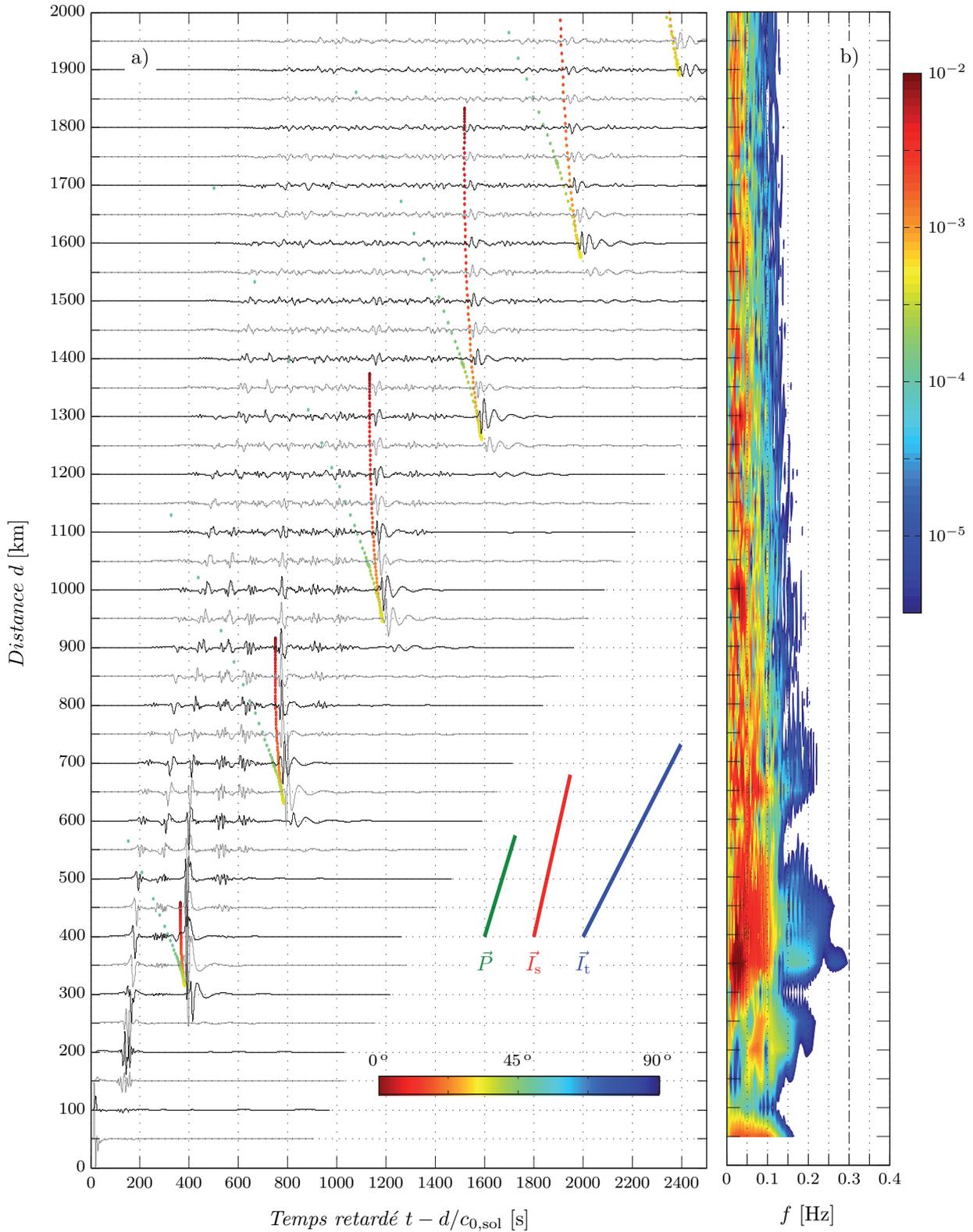


FIGURE 4.35 – Diagramme temps retardé - espace vers le nord avec vent.
 (a) Diagramme temps retardé - espace pour vers le nord avec vent, $p_s = 20$ Pa
 (b) Diagramme des densités spectrales associées, dse/p_s^2
 ((—, —) enregistrements microbarographiques au sol, (•) temps d'arrivée des rayons colorisé en fonction de l'angle de tir; Vecteurs caractéristiques de propagation : (—) phase thermosphérique I_t , (—) phase stratosphérique I_s , (—) phase partielle P)

4.4.3 Réflexions partielles des phases infrasonores

Cette partie s'attache à étudier plus en détails les phénomènes de réflexion par les petites structures verticales des vents atmosphériques. Les phases qui sont ainsi générées sont dites partielles (§1.2.2), elles sont présentées en détails dans les travaux de Kulichkov [85, 84, 86].

Description générale

Ces réflexions partielles se produisent à moyenne altitude, en stratosphère. Les phases qui ont une trajectoire ascendante produisent des phases partielles P qui sont réfléchies vers le sol où elles sont détectées. Il est probable que les phases qui ont une trajectoire descendante sont aussi partiellement réfléchies mais dans ce cas c'est la phase transmise qui est détectée au sol et l'analyse du phénomène est plus difficile. Ces réflexions génèrent un contenu haute fréquence important tant que l'amplitude des phases qui traverse la stratosphère reste grande. Elles engendrent notamment une démultiplication des fronts d'onde en basse atmosphère et à grande distance les champs acoustiques sont beaucoup plus complexes (cf. annexe D.2).

Du fait de la zone d'ombre elles sont plus aisément observables au voisinage de la source. Les cartes de pression acoustiques de la zone d'ombre relevées pour les cinq calculs sont comparées à la figure 4.36. Les rayons qui sont superposés sont calculés avec les vents. Entre parenthèses, la trajectoire descendante de la phase stratosphérique calculée par les rayons ne coïncide pas avec la carte des pressions acoustiques, mais l'altitude de la caustique stratosphérique est bien localisée.

Quelle que soit la direction de propagation, les niveaux acoustiques dans la zone d'ombre sont globalement supérieurs à ceux du cas témoin. Par ailleurs, il semble que les altitudes de réflexions ne varient pas sensiblement en fonction de la direction de propagation. Les temps caractéristiques de propagation des phases P sont affectées par la direction des vents stratosphériques, ils sont localement portant pour une propagation vers l'ouest et le sud et dans ces directions les temps de propagation sont plus faibles (cf. table 4.17).

Des coefficients de réflexions C_{refl} peuvent être estimés à partir des fluctuations de pressions maximales relevées au sol. Ils sont calculés en dB par :

$$C_{\text{refl}}(x) = 20 \log_{10} \left(\frac{\max_t (p'_{\text{ref,sol}}(x, t))}{\max_t (p'_{\text{vent,sol}}(x, t))} \right)$$

où $p'_{\text{ref,sol}}$ et $p'_{\text{vent,sol}}$ sont les fluctuations de pression enregistrées au sol respectivement pour la simulation témoin et les simulations incluant les vents. L'évolution de ces coefficients en fonction de la distance est tracée à la figure 4.37 pour les 4 directions cardinales. Les phases partielles sont détectées entre environ 140 et 225 km. Leur maximum d'amplitude est enregistrés à environ 175 km quelle que soit la direction de propagation. Comme ces phases sont réfléchies autour de 40 km d'altitude, leur angle d'incidence sur la couche de cisaillement des vents doit être d'environ 65° .

Analyse de la signature des phases partielles

Les signatures de ces phases partielles sont tracées à la figure 4.38. Elles sont extraites des enregistrements d'une station virtuelle située au sol à 200 km de la

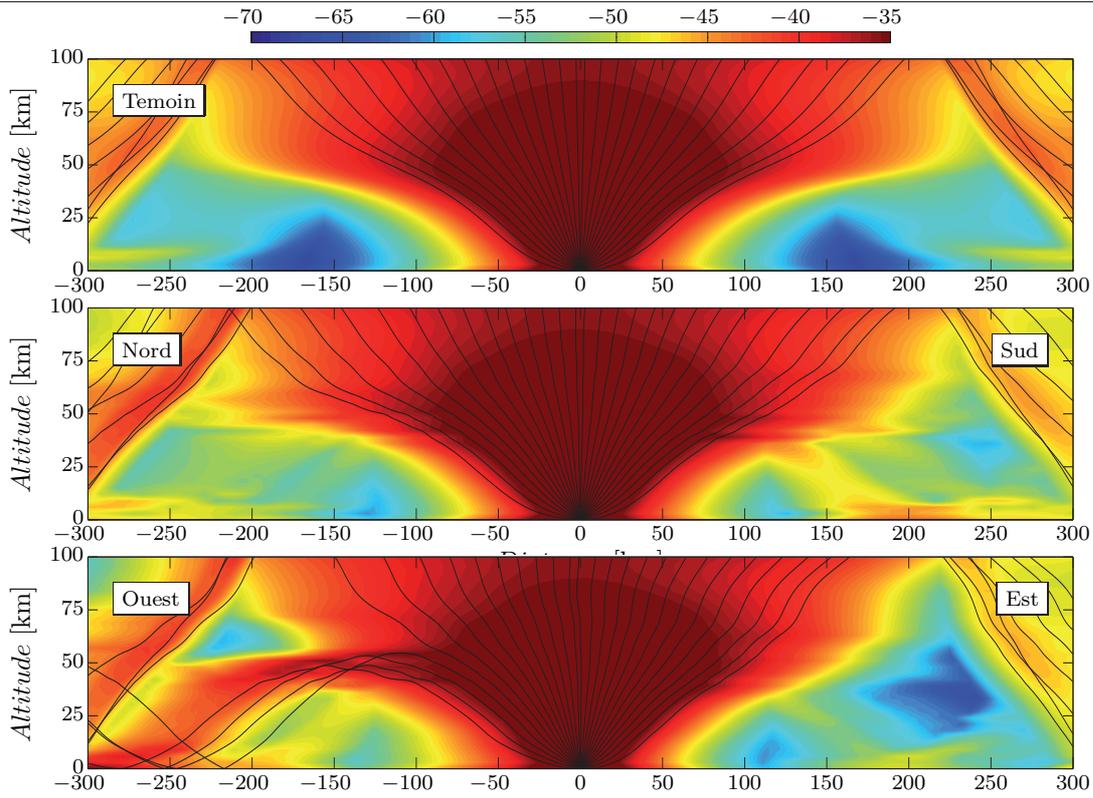


FIGURE 4.36 – Influence des vents sur le champ acoustique en zone d’ombre. Cartes de pression acoustique $M_p(x, z)$ pour le cas témoin et pour les 4 directions cardinales, exprimées en dB avec superposition des rayons acoustiques

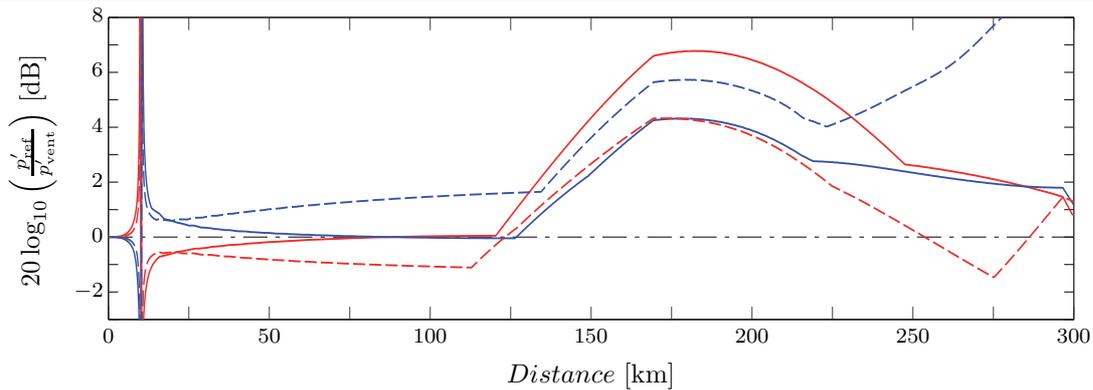


FIGURE 4.37 – Coefficients de réflexion mesurés au sol dans la zone d’ombre. Nota : les coefficients de réflexions sont calculés en dB en comparant les niveaux acoustiques au sol relevés lors des simulations avec vents et les niveaux acoustiques témoin (sans vent) ; les courbes en traits pleins indiquent les directions de vents globalement favorables et celles en pointillés les directions globalement défavorables, mais en stratosphère les vents sont portants dans les directions sud et ouest ((—) direction ouest, (---) direction est, (—) direction nord, (---) direction sud)

source. D'après les travaux de Kulichkov [85] et Chunchuzov [28], l'analyse de l'amplitude et des fréquences de ces phases partielles permet d'estimer les fluctuations de vents en moyenne atmosphère. Ces méthodes de sondage sont assez complexes et une telle analyse n'est pas proposée ici.

En stratosphère, les vents sont portants dans les directions ouest et sud. Dans ces directions, l'amplitude des phases partielles est plus importante que dans les directions nord et est. Les signatures temporelles varient aussi en fonction de la direction de propagation. Celles enregistrées au nord et au sud sont visiblement similaires, mais il semble difficile d'établir un lien entre les signatures enregistrées à l'ouest et à l'est. Les signatures spectrales soulignent que les phases partielles sont porteuses d'un contenu haute fréquence, toutefois, l'ensemble du spectre énergétiquement significatif reste résolu. Ces hautes fréquences sont imposées par l'évolution verticale des fluctuations de vent, elles sont un peu plus développées dans les directions de

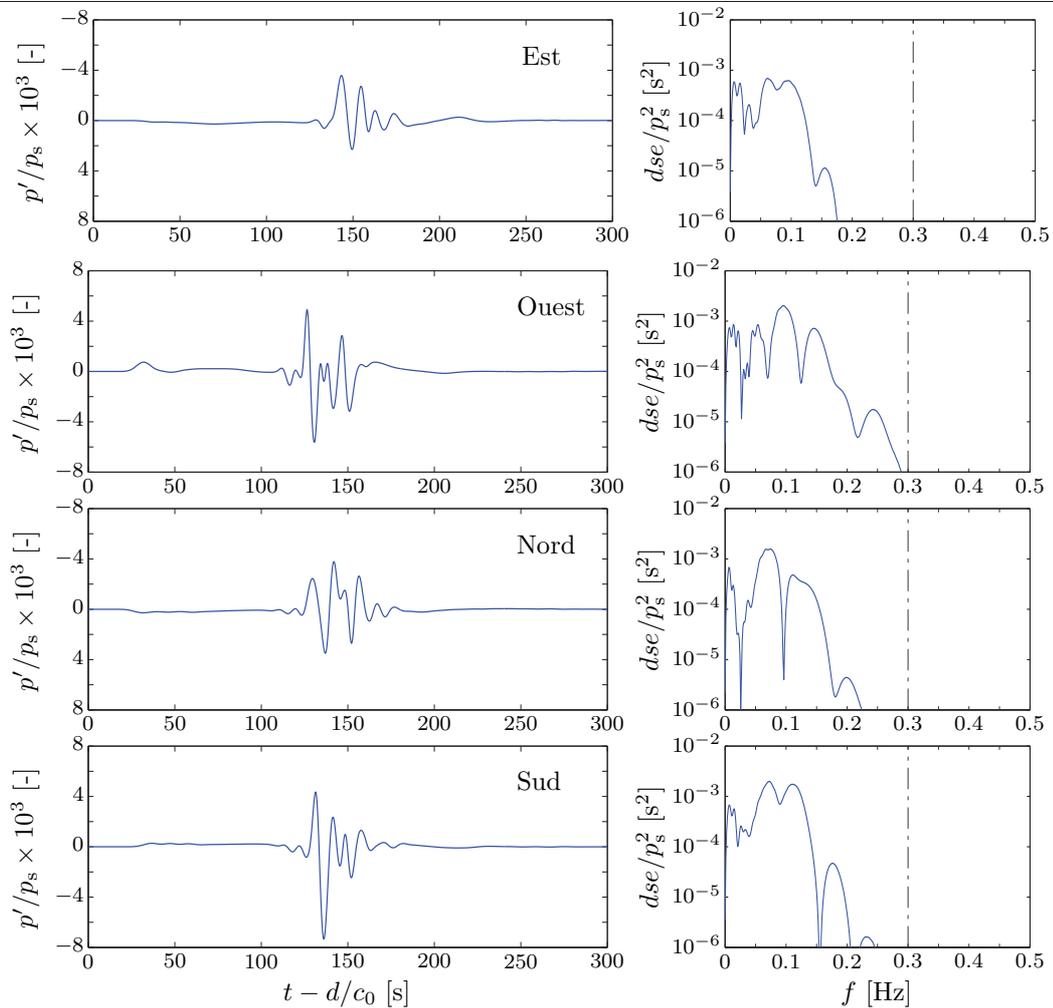


FIGURE 4.38 – Signatures des phases partielles en zone d'ombre.
 (gauche) Signatures temporelles normalisées des phases P enregistrées à 200 km
 (droite) Densités spectrales d'énergie normalisées associées
 Nota : l'échelle des ordonnées des signaux p'/p_s vers l'est et le nord est inversée pour faciliter la comparaison des signatures temporelles

vent portant. Les spectres dans les directions ouest et est, ou nord et sud, sont similaires deux à deux en terme de fréquence et de niveau d'énergie. Pour les directions ouest et est, trois niveaux d'énergie importants sont relevés à environ 0.05, 0.1 et 0.15 Hz. Pour les directions sud et nord, seuls deux niveaux d'énergies sont mis en valeurs, à environ 0.07 et 0.12 Hz. Parce que de nouvelles phases partielles sont générées à chaque passage d'une phase principale (I_t ou I_s) par la stratosphère, elles sont à l'origine du maintien d'un contenu acoustique haute fréquence à très grande distance de la source, pourvu que l'amplitude des phases principales (I_t & I_s) qui traversent les couches de cisaillement soit importante.

4.4.4 Amplification au sol et ondes rampantes

Les cartes de pression acoustique (cf. figure 4.26) soulignent des niveaux importants à l'aval des points d'incidence au sol des caustiques. C'est particulièrement le cas pour la simulation témoin entre 300 et 600 km. L'étendue spatiale de ces zones dépend essentiellement de l'intensité de la diffraction à l'aval de la caustique. La figure 4.39 fournit les champs acoustiques instantanés à 1700 et 2000 s avec superposition des rayons. Ils représentent la réflexion de la phase I_{tI} au sol au delà du domaine spatial identifié par l'acoustique géométrique. Ces champs sont issus du calcul témoin, les observations développées ci-après sont toutefois généralisables aux autres simulations et à la réflexion de toutes les phases principales (I_t et I_s).

À 1700 s, la phase incidente est encore identifiée par les rayons à proximité du sol. Le rayon limite est en effet incident à environ 500 km de la source. Ces rayons soulignent que l'angle d'incidence par rapport à la normale à la paroi est grand, et qu'il augmente avec la distance. Au point d'incidence, l'interférence entre l'onde incidente et l'onde réfléchie est constructive et la pression acoustique au sol est

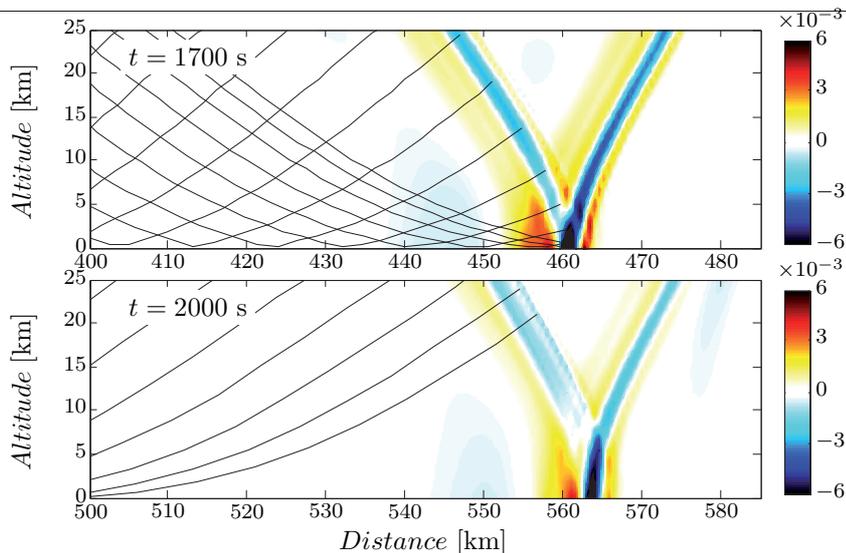


FIGURE 4.39 – Réflexion au sol, amplification & ondes rampantes.

- (a) Champs de pression instantané $\Psi/\Psi_s \times 10^3$ à $t = 1700$ s, $p_s = 20$ Pa
 (b) Champs de pression instantané $\Psi/\Psi_s \times 10^3$ à $t = 2000$ s, $p_s = 20$ Pa avec superposition des rayons

supérieure à la pression acoustique de l'onde incidente.

À 2000 s, le point d'incidence est dans la zone d'ombre géométrique. Le front d'onde s'est développé en Y. La branche inférieure semble être une onde rampante qui se propage en zone d'ombre géométrique jusqu'à plus de 600 km, soit un parcours de plus de 150 km au sein de la zone d'ombre. Elle est alimentée en énergie par les phases thermosphériques diffractées à l'aval de la branche descendante de la caustique thermosphérique. Ces phases ne sont pas identifiées par les rayons. Cette alimentation par des phases incidentes provenant d'altitudes plus élevées est conforme au principe de Fermat du minimum de temps de propagation [55].

Il est difficile de déterminer la nature exacte de l'onde qui forme la branche inférieure du Y. En effet, cette structure particulière évoque aussi celle des ondes de Mach. L'étude du rapport entre l'amplitude de l'onde incidente et l'amplitude au sol permet usuellement de distinguer les ondes rampantes des ondes de Mach. En effet ces dernières ne suivent pas la loi de Snell-Descartes dont la discontinuité à incidence rasante est levée par les effets non linéaires. Pour les ondes de Mach, le rapport des amplitudes ($p'_{\text{sol}}/p'_{\text{inc}}$) est supérieur à 2 mais reste d'un ordre comparable [32]. Dans le cas présent et du fait de l'inhomogénéité du milieu, il est difficile de déterminer ce rapport d'amplitude avec une fiabilité suffisante. En effet, non seulement les variations de $c_0(z)$ ne permettent pas de relier précisément un point d'incidence en zone d'ombre géométrique à une partie du front d'onde incident mais surtout l'amplification vertical introduit une incertitude sur les mesures de l'amplitude de l'onde en altitude.

Comme l'influence des effets non linéaires en basse atmosphère est très faible pour les infrasons (§4.3.2), la phase qui forme la branche inférieure sera considérée par la suite comme une onde rampante.

L'introduction des vents modifie la concentration de l'énergie autour de la caustique ainsi que l'angle d'incidence des phases diffractées. Ceci altère notablement l'amplitude de l'onde rampante. Lorsque les vents sont défavorables, les angles d'incidences augmentent et l'énergie n'est pas concentrée autour de la caustique. Dans ce cas, l'amplitude et la distance de propagation des ondes rampantes dans les zones d'ombre est renforcée (voir par exemple la figure 4.26 pour une propagation vers l'est). À l'inverse, l'accentuation de la focalisation de la caustique incidente engendre une diminution de l'importance de l'onde rampante. Pour une propagation vers l'ouest, l'onde rampante générée par la caustique thermosphérique à une amplitude très faible et ne se propage dans la zone d'ombre que sur une très courte distance. Par ailleurs, les phases stratosphériques génèrent aussi des ondes rampantes. C'est le cas pour une propagation vers l'ouest où elles induisent l'existence d'une onde rampante entre 300 et 500 km. Cette dernière a une grande amplitude car dans cette direction les phases I_s sont réfractées à basse altitude et leurs angles d'incidence sont beaucoup plus grands que ceux des phases I_t .

4.4.5 Conclusion intermédiaire

La première partie de cette section a détaillé l'influence générale des vents atmosphériques sur la propagation des infrasons. L'étude s'est surtout orientée sur l'influence des vents sur la focalisation acoustiques et les observations relevées par des études antérieures ont été retrouvées. Dans un second temps, des données

numériques obtenues par simulations ont été fournies afin de proposer des valeurs de référence qui pourraient éventuellement être utiles pour évaluer des méthodes numériques moins coûteuses. Enfin, certains phénomènes physiques spécifiques ont été évoqués plus en détails. Les phénomènes de réflexions acoustiques partielles sur les gradients des vents ont d'abord été présentés pour souligner les possibilités offertes par une résolution directe pour traiter ce type de problème. Et enfin, les ondes rampantes ont été étudiées et leur nature exacte a été discutée.

4.5 Simulations réalistes de l'expérience Misty-Picture

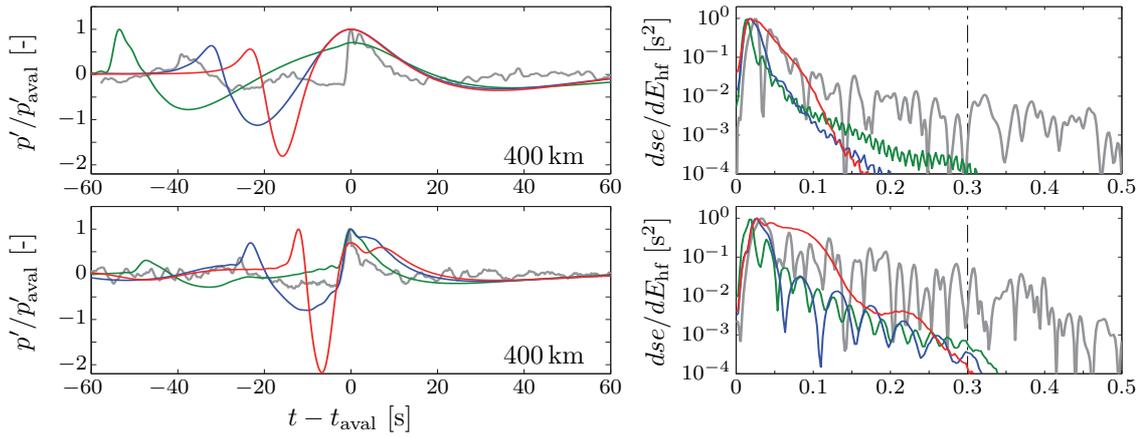
Cette section présente les résultats des simulations réalistes de l'expérience Misty-Picture. Dans un premier temps, un calibrage heuristique de l'amplitude de la source numérique est effectué. La qualité des simulations numériques calibrées est ensuite évaluée par confrontations avec les résultats de l'expérience. Une brève analyse des enregistrements expérimentaux est ensuite proposée sur la base des résultats numériques. Cette expérience de référence est introduite à la section (§1.3.5), les conditions de propagations sont fournies par les mesures de Reed *et al.* [123], les enregistrements microbarographiques sont extraits des rapports techniques de Blanc [15] et de Rascalou [121] et une analyse détaillée s'appuyant sur des simulations numériques a été réalisée par Gainville *et al.* [56, 55].

Les résultats de cette section sont obtenus avec la version PLD du code de calcul. La méthode de déplacement de domaine est employée pour suivre l'onde progressive. Les équations de Navier-Stokes sont résolues, l'absorption classique est donc prise en compte. Étant donné l'impact marginal (§4.3.1) l'absorption par la relaxation est négligée. Le modèle d'atmosphère et les profils de vents atmosphériques sont présentés à la section §1.4.3. Les simulations *témoins* sont effectuées sans vents et les simulations avec vents ne sont réalisées que dans les directions cardinales.

4.5.1 Calibrage heuristique de l'amplitude de la source

La section §4.1.7 a mis en évidence la difficulté de reproduire fidèlement en 2D la propagation non linéaire d'une onde 3D. Par ailleurs, l'étude de l'influence des effets non linéaires de la section §4.3.2 a montré que les variations de 10 à 500 Pa de l'amplitude du modèle de source explosive ne modifient le régime de propagation qu'en haute atmosphère et seule la signature des phases thermosphériques en est altérée. Cette partie propose donc une calibration de p_s pour la source explosive afin de reproduire la signature expérimentale des phases de haute altitude par des simulations 2D. Cette calibration est strictement heuristique et qualitative, elle consiste simplement à déterminer l'ordre de p_s qui permet d'obtenir un régime de propagation proche de celui de l'expérience.

La figure 4.40 compare les signatures expérimentales des phases I_{ta} avec les signatures numériques obtenues pour différentes amplitudes ($p_s = 10, 100$ et 500 Pa). Ces signatures numériques sont enregistrées à 300 et 400 km de la source, elles sont présentées et discutées à la section §4.3.2. Les signaux expérimentaux proviennent des enregistrements des stations White-River et Roosevelt situées respectivement à 323 km et 431 km de la source (§1.3.5). Le temps d'arrivée du second maximum


 FIGURE 4.40 – Calibrage de p_s par les signatures de la phase I_{ta} .

(gauche) Fluctuations de pression normalisées en fonction du temps, enregistrements au sol à 300 km et 400 km de la source pour différentes amplitudes de source

(droite) Densités spectrales d'énergie normalisées associées

Nota : simulations réalisées avec la source explosive

((—) $p_s = 10$ Pa, (—) $p_s = 100$ Pa, (—) $p_s = 500$ Pa, (—) expérience Misty-Picture)

d'amplitude (choc aval), noté t_{aval} est choisi comme origine du temps, il diffère pour chaque phase. Les fluctuations de pression sont normalisées par le maximum d'amplitude du choc aval, noté p'_{aval} . Enfin, les densités spectrales d'énergie sont normalisées par la densité d'énergie de l'harmonique fondamentale, notée dE_{hf} .

Les signatures caractéristiques en U sont retrouvées quelle que soit l'amplitude. En termes de rapport $\max(p')/\min(p')$, les résultats numériques obtenus avec $p_s = 500$ Pa sont plus proches des résultats expérimentaux. Alors qu'en termes de longueur d'onde et de signature spectrale, la meilleure correspondance est obtenue pour $p_s = 100$ Pa. Pour la calibration, l'identification des longueurs d'onde et donc des spectres expérimentaux est privilégiée. Ce choix conduit donc à adopter une amplitude de source $p_s = 100$ Pa pour réaliser des simulations ayant un régime de propagation proche de celui de l'expérience Misty-Picture.

Évidemment, une telle méthode de calibration ne prend en compte ni les temps d'arrivée ni les amplitudes réelles. Néanmoins, une lecture croisée des sections §4.3.2 & §4.4.1 souligne que les temps d'arrivée sont essentiellement liés aux vents et que, du fait de la résolution 2D, il n'est pas pertinent de se fier aux amplitudes des signaux numériques pour effectuer une calibration (§4.1.7).

4.5.2 Confrontation des simulations avec l'expérience

Les enregistrements des stations microbarographiques virtuelles sont comparés aux enregistrements expérimentaux à la figure 4.41. La distance par rapport à la source de ces stations virtuelles reproduit celle des stations expérimentales (cf. table 1.2 et figure 1.9, §1.3.5). Les enregistrements expérimentaux réalisés dans le quart nord-ouest/sud-ouest sont comparés à la simulation vers l'ouest, ceux effectués dans le quart nord-ouest/nord-est sont confrontés à la simulation vers le nord, etc. Les signaux temporels sont des fonctions du temps retardé et sont normalisés par l'am-

plitude de la source. Pour les signaux expérimentaux, cette amplitude est de 2000 Pa [56] et pour les simulations, $p_s = 100$ Pa. Les densités spectrales d'énergie sont normalisées par p_s^2 .

D'une façon générale, les temps d'arrivée et la forme des signatures temporelles et spectrales sont assez bien reproduits lorsque les vents sont introduits. En l'absence de vents, les phases P ne sont plus identifiées, les signatures des phases I_s ne correspondent plus aux signatures expérimentales et les temps d'arrivée des phases I_t sont très erronés. En termes d'amplitudes, les signaux temporels obtenus par simulations ne correspondent généralement pas à l'expérience. En effet, pour des distances inférieures à 250 km, l'amplitude est sous-estimée, tandis qu'elle est surestimée à plus grande distance. Ces divergences d'amplitudes semblent toutefois s'amoinrir au delà de 400 km (cf. figure 4.42). Sur la gamme des fréquences résolues (<0.3 Hz), les spectres numériques et expérimentaux sont comparables mais l'erreur en amplitude est répercutée. Pour les très basses fréquences, cette erreur peut partiellement être attribuée aux signaux expérimentaux qui sont traités avec un filtre passe-haut de fréquence de coupure 0.03 Hz [55, 121].

À faible distance (<200 km), seules les phases partielles sont détectées. Les phases numériques accusent un retard en début de signal qui peut être dû à la non reproduction des fluctuations verticales de température dans les simulations. Les spectres numériques et expérimentaux sont proches en termes de fréquences principales.

Entre 200 et 300 km, les phases stratosphériques sont détectées. Elles ont une forme en W qui correspond à la signature expérimentale, mais les rapports d'amplitude sont erronés. Les signatures spectrales sont similaires en termes d'amplitude et de fréquences principales, notamment à 247 km vers l'ouest. La phase thermosphérique expérimentale enregistrée entre 350 s et 400 s n'est pas retrouvée par les simulations. Son existence nécessite un régime de propagation très fortement non linéaire (§4.3.2).

À grande distance (>300 km), les trois types de phases (I_s puis P & I_t) sont détectés. Les temps d'arrivée et les signatures sont correctes, mais les amplitudes divergent. Les signatures spectrales sont beaucoup plus *bruitées* lorsque les vents sont introduits et correspondent plutôt bien aux résultats expérimentaux sur la gamme des fréquences résolues.

4.5.3 Analyse de l'expérience par la simulation numérique

L'expérience Misty-Picture était essentiellement instrumentée dans la direction ouest (§1.3.5). L'analyse de cette expérience par les simulations numériques se focalise sur cette direction de propagation. Le diagramme temps retardé - espace des enregistrements au sol obtenus par simulation avec les vents est tracé à la figure 4.42. Les temps d'arrivée des rayons calculés avec les vents y sont superposés, ainsi que les enregistrements expérimentaux du CEA [15, 121].

Identification des phases principales

Les phases principales (I_s & I_t) sont identifiées par les rayons, mais les distances caractéristiques de propagation et les intervalles de détection fournis par la méthode géométrique sont sous-estimés. Sur une distance de 1000 km, cette méthode identifie

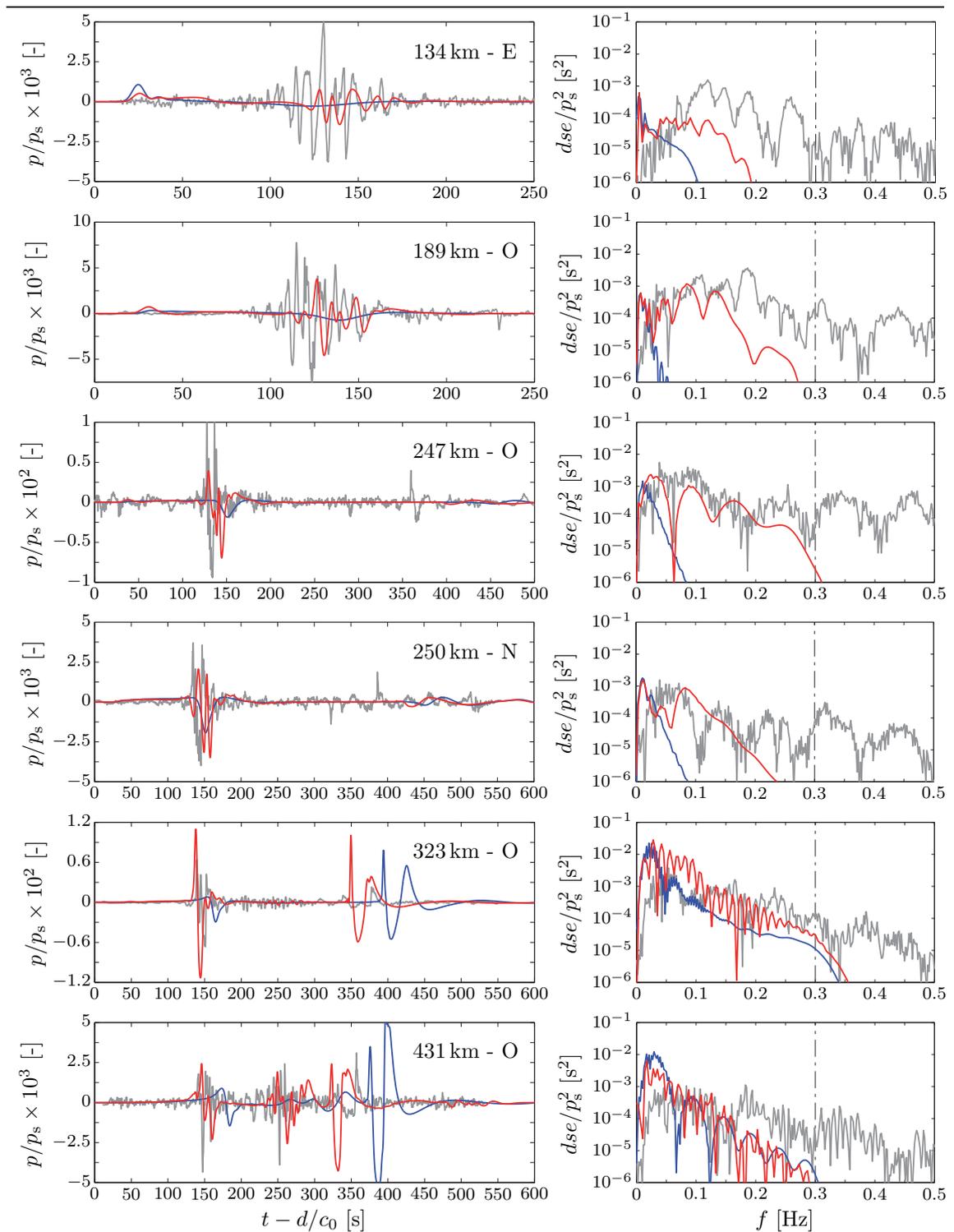


FIGURE 4.41 – Comparaisons des signatures numériques et expérimentales.
 (gauche) Signatures temporelles normalisées
 (droite) Signatures spectrales normalisées
 ((—) enregistrements expérimentaux [121], (—) simulation sans vent, (—) simulation avec vent)

4 réflexions de phases stratosphériques au sol, alors que la simulation directe n'en identifie que 3 ce qui apparaît plus conforme aux résultats expérimentaux³. La signature des phases stratosphériques conserve sommairement une forme en W, ou éventuellement en U, quelle que soit la distance. La signature numérique de la phase I_{sIII} est semblable à la signature expérimentale enregistrée à Las Vegas à environ 400 s ou à Barstow à environ 510 s.

La première phase thermosphérique basse I_{tI} est correctement identifiée, mais les enregistrements expérimentaux sont interrompus avant l'arrivée de la seconde phase I_{tII} . Cette phase I_{tII} a une signature très différente de la phase I_{tI} car elle a été déphasée lors de sa seconde réflexion sur la caustique thermosphérique.

Les rayons indiquent les temps d'arrivée des phases de haute thermosphère. Ces phases ne sont détectées ni par l'expérience, ni par la simulation directe, elles sont en effet dissipées en haute atmosphère [56, 55] (§4.3.1).

Identification des phases converties et des phases partielles

Les conditions de propagation en basse atmosphère sont déterminantes pour les phases secondaires, converties et partielles P [85, 84] (§4.4.1). Ces conditions sont par ailleurs très affectées par les vents, en conséquence les observations suivantes ne doivent pas être généralisées à d'autres configurations.

La phase numérique enregistrée entre 550 et 800 km à environ 500 s est une phase convertie. Comme sa signature est similaire à celle de la phase I_t , elle est d'abord thermosphérique et ensuite stratosphérique (notée $I_{t,s}$). Sa signature très particulière et son temps d'arrivée sont semblables à la phase détectée à Lake Havasu à 500 s. La simulation numérique identifie une seconde phase convertie $I_{tII,s}$ enregistrée à 850 s entre 800 et 1000 km. La forme d'onde similaire à celle de la phase I_{tII} confirme le processus de conversion partielle des phases thermosphériques en phases stratosphériques à chaque réflexion au sol. Les signaux expérimentaux sont interrompus avant 700 s et ne permettent pas de corroborer cette analyse.

Les phases qui sont détectées 50 à 100 km en amont des phases I_s sont des phases partielles P qui sont issues de la réflexion des phases stratosphériques. L'une d'elle est par exemple enregistrée autour de 600 km à 400 s. Les phases I_t peuvent aussi générer des phases partielles, elles semblent toutefois absentes dans le cas présent.

Identification des ondes rampantes

Les ondes rampantes sont générées dans la continuité des phases principales lorsque ces dernières sont réfléchies au sol. Leur amplitude dépend de l'intensité de la diffraction à l'aval des caustiques et en dernier ressort des conditions de vents. Elles résultent généralement des phases I_t , mais dans le cas présent et du fait de conditions de vents très particulières, elles sont surtout induites par les phases stratosphériques (§4.4.4). Pour la phase I_{sI} , l'onde rampante est détectée de 400 à 600 km à environ 180 s. Les enregistrements de Lake Havasu, de Las Vegas et de Barstow autour de 300 s correspondent à l'onde rampante générée par la phase I_{sII} . Elle est identifiée par la simulation directe. La transition entre la phase I_{sII} et son onde rampante est

3. D'après la simulation directe, la 4eme réflexion stratosphérique au sol intervient entre 1000 et 1100 km (§4.4.1).

observable par l'allongement de la longueur d'onde et par la perte du contenu haute fréquence (entre environ 550 et 650 km à 300 s).

Les phases I_t étant très focalisées autour de la caustique thermosphérique (§4.4.1), les ondes rampantes qu'elles génèrent ont une faible amplitude. La phase enregistrée à Barstow à environ 610 s semble être l'onde rampante induite par la réflexion de la phase I_{tII} .

4.5.4 Conclusion intermédiaire

Dans cette section une brève analyse de l'expérience de référence Misty-Picture a été proposée. Une méthode heuristique de calibration de l'amplitude du modèle de source a d'abord permis d'obtenir un régime de propagation en simulation qui soit proche de l'expérience. Puis, une comparaison des résultats numériques avec les enregistrements expérimentaux a été réalisée et un bon accord a pu être souligné, tant dans le domaine temporel que spectral. Enfin, les signaux expérimentaux ont été analysés sur la base des résultats numériques ce qui a permis d'identifier non seulement les phases principales (I_s & I_t) mais aussi les phases secondaires (phases partiellement réfléchies, phases converties et ondes rampantes).

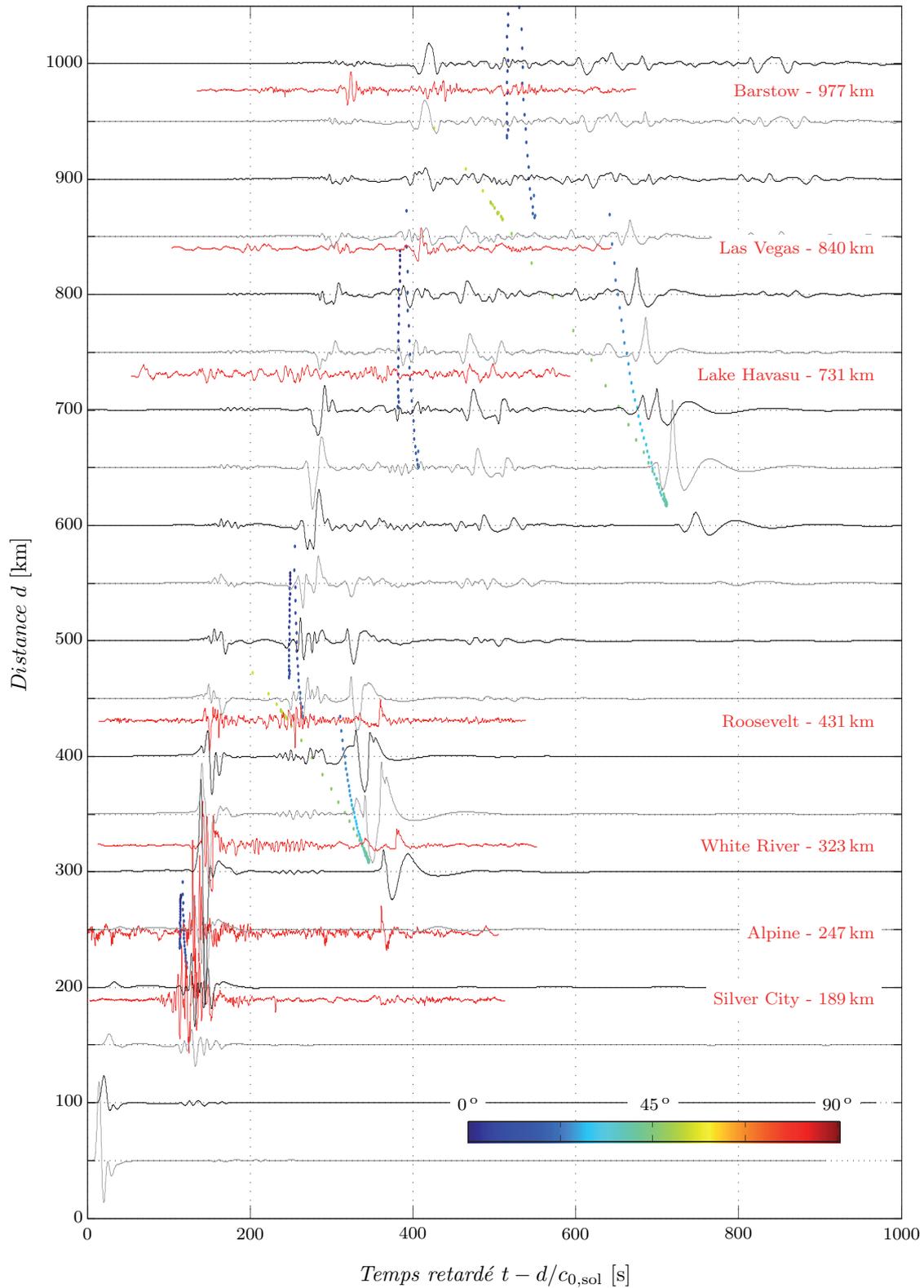


FIGURE 4.42 – Diagramme temps retardé - espace pour l'expérience Misty-Picture. Nota : relevés microbarographiques au sol pour la propagation vers l'ouest ((—, —) simulations numériques directes, (—) enregistrements expérimentaux, (•) temps d'arrivée des rayons, colorisés en fonction de l'angle de tir)

Conclusion générale & perspectives

Cette thèse se fixait pour objectif de développer et d'exploiter un code de simulation numérique directe pour la propagation non linéaire des infrasons dans une atmosphère réaliste incluant les effets de la relaxation. Une courte étude bibliographique a d'abord conduit à recenser les mécanismes physiques influents. Dans un deuxième temps, les équations de la mécanique des fluides compressibles ont été reformulées afin d'intégrer les effets de la relaxation de l'énergie de vibration moléculaire. Cette étape a été accompagnée de développements analytiques permettant de discuter l'importance des effets dissipatifs et des effets de l'inhomogénéité atmosphérique de grande échelle. Les méthodes numériques retenues pour intégrer le système d'équations dans le domaine temporel ont ensuite été présentées au cours du troisième chapitre. La fonction de transfert de l'algorithme numérique a d'abord été traitée analytiquement, puis des séries de simulations ont permis de valider le solveur dans des configurations simples. Ces travaux ont conduit à proposer une discrétisation adaptée pour la simulation de la propagation non linéaire des ondes acoustiques. Au cours du dernier chapitre, des simulations de propagation infrasonore dans la configuration complexe d'une atmosphère réaliste ont finalement été réalisées. Les résultats ont été validés par une étude de convergence de maillage et par comparaison avec les méthodes numériques préexistantes. Pour ce dernier point, un bon accord avec l'acoustique géométrique et l'équation parabolique a été relevé et la complémentarité des différentes approches a aussi été soulignée. Les effets dissipatifs ont ensuite été étudiés, la prédominance de l'absorption classique a ainsi été soulignée tandis que les effets de la relaxation ont été trouvés négligeables. L'influence des effets non linéaires et de la diffraction a aussi été mise en valeur. Par ailleurs, l'impact général des vents atmosphériques a été évoqué et quelques phénomènes spécifiques tels que les réflexions partielles ou la génération des ondes rampantes ont été analysés. Enfin, dans une dernière partie, les simulations ont été confrontées à une expérience de référence. Un bon accord a été constaté et les résultats numériques ont permis de compléter les analyses antérieures des enregistrements expérimentaux.

Les limites de ce travail ont aussi été signalées. La simulation dans un domaine 2D s'est avérée être problématique pour l'estimation des amplitudes acoustiques. En outre, la résolution dans un domaine cartésien a conduit à négliger les effets de la rotondité ainsi que l'impact de la topographie. Ces limitations peuvent néanmoins être surmontées. En effet, une extension du code vers une version 3D permettrait d'estimer le biais introduit sur les amplitudes, tandis que l'introduction des méthodes numériques traduisant les effets topographiques ne présente pas de difficulté majeure, les outils numériques étant d'ores et déjà disponibles dans la littérature.

Les perspectives ouvertes par les résultats de ces travaux sont nombreuses. En premier lieu, le modèle numérique permettrait d'étudier plus précisément et de façon très réaliste des phénomènes particuliers tels que les réflexions partielles sur les inhomogénéités. Ces phénomènes étant encore relativement peu documentés, un effort particulier pourrait être entrepris dans cette voie. De même, si l'étude s'est restreinte aux sources explosives, les contraintes numériques posées sur la définition de l'excitation acoustique sont faibles et peu nombreuses. L'analyse de sources fixes plus complexes en terme de signature et émettant sur des durées plus longues serait envisageable sans qu'il soit nécessaire d'apporter des modifications importantes au code de calcul. L'étude des sources en mouvement serait aussi possible à brève échéance puisque des méthodes numériques de forçage des équations pour ce type de source ont été récemment développées dans l'équipe. Enfin, le solveur pourrait aussi être employé en l'état pour étudier d'autres phénomènes propagatifs, et en premier lieu la propagation des ondes de gravité. Quelques simulations ont ainsi été réalisées au cours de cette thèse, si elles n'ont pas fait l'objet d'une analyse approfondie elles ont toutefois mis en évidence le potentiel de la méthode.

Bibliographie

- [1] ISO International Standard 5878-1982. Reference Atmosphere for Aerospace Use. Technical report, 1982.
- [2] ISO International Standard 5878-1982. *Reference Atmospheres for Aerospace Use*. Technical Committee ISO/TC 20, Aircraft and Space Vehicles, 1982.
- [3] M.Y. Alievskii. Relaxation, propagation of sound, and transfer processes in molecular gases. *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 5 :55–63, 1970.
- [4] G.P. Anderson, S.A. Clough, J.H. Chetwynd, and E.P. Shettle. Atmospheric constituent profiles (0-120 km). Technical Report AFGL-TR-86-0-10, Air Force Geophysics Laboratory, 1986.
- [5] D.G. Andrews, J.R. Holton, and C.B. Leovy. *Middle atmosphere dynamics*. Academic Press, 1987. ISBN 0-12-058575-8.
- [6] C. Armstrong and R.D. Garrett. High altitude wind data from meteorological rockets. *Monthly Weather Review*, 88(5) :187–190, 1960.
- [7] M.V. Averyanov, V.A. Khokhlova, O.A. Sapozhnikov, and P. Blanc-Benon. Parabolic equation for nonlinear acoustic wave propagation in inhomogeneous moving media. *Acoustical Physics*, 52(6) :623–632, 2006.
- [8] M.P. Baldwin. The quasi-biennial oscillation. *Rev. Geophys.*, 39(2) :179–229, 2001.
- [9] H.E. Bass and F.D. Shields. Ultrasonic relaxation processes. In *Handbook of acoustics*, pages 495–504. Wiley, 1998. ISBN 978-0-471-25293-1.
- [10] H. Benioff and B. Gutenberg. Waves and currents recorded by electromagnetic barographs. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, 20 :421–426, 1939.
- [11] P.G. Bergmann. The wave equation in a medium with a variable index of refraction. *J. Acoust. Soc. Am.*, 17(4) :329–333, 1946.
- [12] J. Berland. *Modélisation des erreurs numériques dans une simulation des grandes échelles et étude du screech dans un jet rectangulaire supersonique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2006. N° 2006-19.
- [13] J. Berland, C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *Comp. & Fluids*, 224(2) :637–662, 2007.
- [14] F.P. Bertolotti. The influence of rotational and vibrational energy relaxation on boundary-layer stability. *J. of Fluid Mech.*, 372 :93–118, 1998.
- [15] E. Blanc. Mesures ionosphériques et microbarographiques - expérience Misty-Picture. Technical Report 370/88, CEA, 1988.

-
- [16] P. Blanc-Benon, B. Lipkens, L. Dallois, M.F. Hamilton, and D.T. Blackstock. Propagation of finite amplitude sound through turbulence : Modeling with geometrical acoustics and parabolic approximation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(1) :487–497, 2002.
- [17] D. Blokhintzev. The propagation of sound in an inhomogeneous and moving medium. *J. Acoust. Soc. Am.*, 18(2) :322–328, 1946.
- [18] C. Bogey. *Calcul direct du bruit aérodynamique et validation de modèles acoustiques hybrides*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2000. N° 2000-11.
- [19] C. Bogey and C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *J. Comput. Phys.*, 194(1) :194–214, 2004.
- [20] C. Bogey, N. de Cacqueray, and C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non linear computations. *J. Comput. Phys.*, 228(5) :1447–1465, 2009.
- [21] R.Jr. Bolgiano. The general theory of turbulence in the atmosphere. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 371–400. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [22] N. Brachet, D. Brown, R. Le Bras, Y. Cansi, and P. Mialle. Monitoring the Earth’s atmosphere with the Global IMS infrasound network. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 77–118. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [23] L.M. Brekhovskikh. *Waves in layered media*. Academic Press, 2nd edition, 1980. ISBN 0-12-130560-0.
- [24] R.N. Buchal and J.B. Keller. Boundary layer problems in diffraction theory. *Comm. Pure Appl. Math.*, 13(1) :85–114, 1960.
- [25] P. Campus and D.R. Christie. Worldwide observation of infrasonic waves. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 185–234. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [26] S. Candel. *Mécanique des fluides*. Dunod Université, 1990. ISBN 2-04-0187537.
- [27] J. Chambers and A. Whelan. An investigation of the effects of roughness on acoustic propagation past curved surfaces. In *12th Long Range Sound Propagation symposium*, 2006. New-Orleans.
- [28] I.P. Chunchuzov. On the high-wavenumber form of eulerian internal wave spectrum in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 59 :1753–1772, 2002.
- [29] B. Cotté, P. Blanc-Benon, C. Bogey, and F. Poisson. Time-domain impedance boundary conditions for simulations of outdoor sound propagation. *AIAA Journal*, 47(10) :2391–2403, 2009.
- [30] F. Coulouvrat. Théorie géométrique non linéaire de la diffraction en zone d’ombre. *C.R. Acad. Sci. Paris*, 325(2) :69–75, 1997.
- [31] F. Coulouvrat. Focusing of weak acoustic shock waves at a caustic cusp. *Wave Motion*, 32(2) :233–245, 2000.
- [32] F. Coulouvrat. Sources et propagation d’ondes de choc acoustiques dans l’atmosphère. 20-ème Congrès Français de Mécanique, 2011.

- [33] F. Coulouvrat and R. Marchiano. Nonlinear Fresnel diffraction of weak shock waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117(4) :1749–1757, 2002.
- [34] J. Cousteix. *Cahiers de couche limite*. ENSAE - Supaéro, 1995. ISBN 2-84088-014-8.
- [35] L. Dallois. *Propagation des ondes acoustiques dans les milieux en mouvement : extension grand angle de l'approximation parabolique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2000. N° 2000-37.
- [36] V. Daru and X. Gloerfelt. Aeroacoustic computations using a high-order shock capturing scheme. *AIAA Journal*, 45(10) :2474–2486, 2007.
- [37] N. de Cacqueray. *Méthodes numériques pour les écoulements supersoniques avec application au calcul du bruit rayonné par un jet sur-détendu*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2010. N° 2010-37.
- [38] S.R. de Groot and P. Mazur. *Non-equilibrium thermodynamics*. North-Holland, 1962. ISBN 7204-0017-1.
- [39] C de Groot-Hedlin. Finite-difference time-domain synthesis of infrasound propagation through an absorbing atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 124(3) :1430–1441, 2008.
- [40] D. Desvigne. *Bruit rayonné par un écoulement subsonique affleurant une cavité cylindrique : caractérisation expérimentale et simulation numérique par une approche multidomaine d'ordre élevé*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2010. N° 2010-36.
- [41] W. Dieminger. D-region phenomena associated with meteorological influences. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 143–177. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [42] W. Dieminger. Structure of the D-region from partial radio reflection observations. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 178–200. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [43] D. Dragna. *Modélisation par une approche temporelle de la propagation acoustique en milieu extérieur : traitement de frontières complexes et validation sur site ferroviaire*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2011. À soutenir le 16 novembre 2011.
- [44] D. Dragna and P. Blanc-Benon. Effect of topography in time-domain simulations of outdoor sound propagation. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2010.
- [45] M. Dubois. L'absorption des sons et ultrasons dans les gaz. *J. Phys. Rad.*, 12 :876–884, 1951.
- [46] C. Eckart. *Hydrodynamics of oceans and atmospheres*. Pergamon Press, 1960. ISBN 0-0800-924-89.
- [47] W.N. Edwards. Meteor generated infrasound : theory and observation. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 361–414. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [48] B.O. Enflo and C.M. Hedberg. *Theory of nonlinear acoustics in fluids*. Kluwer Academic Publishers, 2002. ISBN 1-4020-0572-5.

-
- [49] L.G. Evers and H.W. Haak. The characteristics of infrasound, its propagation and some early history. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 3–28. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [50] D. Fedele. Experimental methods in exploring the atmosphere between 30 and 120 km. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 34–51. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [51] D. Fedele and A. Zanca. Atmospheric structure between 30 and 120 km. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 1–33. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [52] E.R. Fisher and R.H. Kummler. Relaxation by vibration-vibration exchange processes. Part II, binary mixtures. *J. of Chemical Phys.*, 49(3) :1085–1093, 1968.
- [53] N. Fröman and P.O. Fröman. *Phase-Integral Method : allowing nearlying transition points*. Springer-Verlag, 1996. ISBN 978-0387945200.
- [54] E. Fubini-Ghiron. Anomalies in acoustic wave propagation of large amplitude. *Alta Freq.*, 4 :530–581, 1935.
- [55] O. Gainville. *Modélisation de la propagation atmosphérique des ondes infrasonores par une méthode de tracé de rayons non linéaires*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2008. N° 2008-07.
- [56] O. Gainville, P. Blanc-Benon, E. Blanc, R. Roche, C. Millet, R. Le Piver, B. Despres, and P.F. Piserchia. Misty-Picture : a unique experiment for the interpretation of the infrasound propagation from large explosive sources. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 575–598. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [57] M.B. Giles. Nonreflecting boundary conditions for euler equations calculations. *AIAA Journal*, 28(12) :2050–2058, 1990.
- [58] J.C. Gille. General nature of acoustic-gravity waves. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 298–3241. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [59] X. Gloerfelt. *Bruit rayonné par un écoulement affleurant une cavité : simulation aéroacoustique directe et application de méthodes intégrales*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2001. N° 2001-26.
- [60] S. Goldstein. On the instability of superposed streams of fluids of different densities. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 132 :524–548, 1931.
- [61] A. Gourdin and M. Boumahrat. *Méthodes numériques appliquées*. Lavoisier Tec & Doc, 1983. ISBN 2-85206-198-8.
- [62] J.S. Greenhow and E.L. Neufeld. Measurements of turbulence in the 80 to 100 km region from the radio echo observations of meteors. *J. Geophys. Res.*, 64(12) :2129–2133, 1959.
- [63] M. Greenspan. Rotational relaxation in nitrogen, oxygen and air. *J. of Acoust. Soc. Am.*, 31(2) :155–160, 1959.
- [64] G.V. Groves. A global reference atmosphere from 18 to 80 km. Technical Report AFGL-TR-85-01-29, Air Force Geophysics Laboratory, 1985.

- [65] J.-P. Guiraud. Acoustique géométrique, bruit balistique des avions supersoniques, focalisation. *J. Mécanique*, 4 :215–267, 1965.
- [66] A.E. Hedin. MSIS-86 thermospheric model. *J. Geophys. Res.*, 92 :4649, 1987.
- [67] A.E. Hedin, E.L. Fleming, A.H. Manson, F.J. Schmidlin, S.K. Avery, R.R. Clark, S.J. Franke, G.J. Fraser, T. Tsuda, F. Vial, and R.A. Vincent. Empirical wind model for the upper, middle and lower atmosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 58(13) :1421–1447, 1996.
- [68] K.F. Herzfeld and F.O. Rice. Dispersion and absorption of high frequency sound waves. *Physical review*, 31(4) :691–695, 1928.
- [69] K.F. Herzfeld and R.N. Schwartz. Calculation of vibrational relaxation times in gases. *Journal of Chemical Physics*, 20(10) :1591–1599, 1951.
- [70] D.A. Hilton, V. Huckel, and D.J. Maglieri. Sonic boom measurements during bomber training operation in the Chicago area. Technical Report TN D-3655, NASA, 1966.
- [71] C.O. Hines. Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.*, 38 :1441–1481, 1960.
- [72] F.Q. Hu, M.Y. Hussaini, and J.L. Manthey. Low dissipation and low dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics. *J. of Comp. Physics*, 124(1) :177–191, 1996.
- [73] J.V. Iribarne and H.-R. Cho. *Atmospheric physics*. Kluwer Academic, 1st edition, 1980. ISBN 90-277-1033-3.
- [74] M.Z. Jacobson. *Fundamentals of atmospheric modeling*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2005. ISBN 978-0521548656.
- [75] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical simulation of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time stepping schemes. In *14-th Fluids & Plasma Dynamic conference*. AIAA, 1981.
- [76] R.M. Jones, J.P. Riley, and T.M. Georges. Harpa : A versatile three-dimensional Hamiltonian ray-tracing program for acoustic waves in the atmosphere above irregular terrain. Technical report, National Oceanic and Atmospheric Administration, 1986.
- [77] A.J. Kantor and P. Tattleman. Profiles of temperature and density based on 1 and 10 percent extremes in the stratosphere and troposphere. Technical Report AFGL-TR-84-03-36, Air Force Geophysics Laboratory, 1984.
- [78] S.M. Karim and L. Rosenhead. The second coefficient of viscosity of liquids and gas. *Reviews of modern physics*, 24(2) :108–116, 1952.
- [79] J.B. Keller. Diffraction by an aperture. *J. Appl. Phys.*, 28(4) :426–44, 1954.
- [80] D.A. Kopriva. Shock-fitted multidomain solution of supersonic flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 175(3-4) :383–394, 1999.
- [81] V. Krasnov, Y. Drobzheva, and J. Lastovicka. Acoustic energy transfer to the upper atmosphere from sinusoidal sources and a role of nonlinear processes. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, 69(12) :1357–1365, 2007.
- [82] B. Kriester. Effects of solar radiation in the lower atmosphere. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 52–80. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.

-
- [83] B. Kriester. Stratospheric warmings. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 81–122. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [84] S. Kulichkov. Long range propagation and scattering of low-frequency sound pulses in the middle atmosphere. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 85 :47–60, 2004.
- [85] S. Kulichkov. On the prospects for acoustic sounding of fine structure of the middle atmosphere. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 511–540. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [86] S.N. Kulichkov, K.V. Avilov, O.E. Popov, A.I. Otrezov, G.A. Bush, and A.K. Baryshnikov. Some results of simulation of long-range infrasonic propagation in the atmosphere. *Izvetiya Atmospheric and Oceanic Physics*, 40(2) :202–215, 2004.
- [87] J.M. Lalande, E. Blanc, A. Le Pichon, and P. Blanc-Benon. Tomographie infrason de l’atmosphère. In *10ème Congrès Français d’Acoustique*, 2010.
- [88] P. E. Lehr, R.W. Burnett, and H.S. Zim. *Météorologie*. Hachette, 1964.
- [89] S.K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. of Comp. Physics*, 103(1) :16–42, 1992.
- [90] J. Lighthill. *Waves in fluids*. Cambridge University Press, 1978. ISBN 0-521-01045-4.
- [91] J.F. Lingeitch, M.D. Collins, D.K. Dacol, D.P. Drob, J.C.W. Rogers, and W.L. Siegmann. A wide angle and high Mach number parabolic equation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(2) :729–734, 2002.
- [92] J.F. Lingeitch, M.D. Collins, and W.L. Siegmann. Parabolic equations for gravity and acousto-gravity waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(6) :3049–3056, 1999.
- [93] J. Liouville. Mémoire sur le développement des fonctions en séries dont les divers termes sont assujettis à satisfaire à une même équation différentielle du second ordre, contenant un paramètre variable. *Journ. Math. Pures Appl.*, 1 :253–265, 1836.
- [94] J. Liouville. Second Mémoire sur le développement des fonctions en séries dont les divers termes sont assujettis à satisfaire à une même équation différentielle du second ordre, contenant un paramètre variable. *Journ. Math. Pures Appl.*, 2 :16–35, 1837.
- [95] J. Liouville. Troisième Mémoire sur le développement des fonctions en séries dont les divers termes sont assujettis à satisfaire à une même équation différentielle du second ordre, contenant un paramètre variable. *Journ. Math. Pures Appl.*, 2 :418–437, 1837.
- [96] L. Liszka. Long-distance focusing of Concorde sonic boom. *J. Acoust. Soc. Am.*, 64(2) :631–635, 1978.
- [97] C. Madshus, F. Lovholt, A. Kaynia, L.R. Hole, K. Attenborough, and S. Taherzadeh. Air-ground interaction in long range propagation of low-frequency sound and vibration-field test and model verification. *Applied Acoustics*, 66 :553–578, 2005.

- [98] O. Marsden, L. Vayno, C. Bogey, and C. Bailly. Acceleration of high-fidelity infrasound propagation algorithm with graphics hardware. In *13th Long-Range Sound Propagation symposium*, 2008.
- [99] J.M. McKisic. Infrasound and the infrasonic monitoring of atmospheric nuclear explosions : a litterature review. Technical Report PL-TR-97-2123, Dept. of Energy, Phillips Laboratory, 1997.
- [100] J.S. Mendousse. Non linear dissipative distortion of progressive sound waves at moderate amplitudes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 25(1) :51–54, 1953.
- [101] P. Misme. Différents aspects de la turbulence. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 401–413. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.
- [102] C. Nappo. *An introduction to atmospheric gravity waves*. Academic Press New-York, 2002. ISBN 978-0-12-514082-9.
- [103] NOAA, NASA, and USAF. *U.S. Standard Atmosphere 1976*. US Government Printing Office, 1976.
- [104] D. Norris, R. Gibson, and K. Bongiovanni. Numerical methods to model infrasonic propagation through realistic specifications of the atmopshere. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 541–573. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [105] Y.I. Orlov and Y.A. Kravtsov. *Caustics, Catastrophes and Wave Fields*. Springer-Verlag, 2nd edition, 2008. ISBN 978-3540642275.
- [106] V. Ostashev. *Acoustics in moving inhomogeneous media*. Spon Press, 1997. ISBN 0419224300.
- [107] V.E. Ostashev, D.K. Wilson, L. Liu, D.F. Aldridge, N.P. Symons, and D. Marlin. Equations for finite-difference, time-domain simulation of sound propagation in moving inhomogeneous media and numerical implementation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117 :503–517, 2005.
- [108] A. Pacault. *Éléments de thermodynamique statistique*. Masson, 1963.
- [109] J.G. Parker. Rotational and vibrational relaxation in diatomic gases. *Phys. Fluids*, 2(4) :449–462, 1959.
- [110] A. Le Pichon, E. Blanc, D.P. Drob, S. Lambotte, J-X. Dessa, M. Lardy, P. Bani, and S. Vergniolles. Infrasound monitoring of volcanoes to probe high-altitude winds. *J. Geophys. Res.*, 110(D13106) :1–12, 2005.
- [111] A. Le Pichon, E. Blanc, and A. Hauchecorne, editors. *Infrasound Monitoring for Atmospheric studies*. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [112] A. Le Pichon, M. Garces, E. Blanc, M. Bartélémy, and D.P. Drob. Acoustic propagation and atmosphere characteristics derived from infrasonic waves generated by the Concorde. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(1) :629–641, 2002.
- [113] A. D. Pierce. *Acoustics, an introduction to its physical principles and applications*. Acoustical Society of America, 1989. ISBN 0-88318-612-8.
- [114] A.D. Pierce. Aeroacoustic fluid dynamic equations and their acoustic energy conservation corollary with O₂ and N₂ vibrational relaxation effects included. *J. Acoust. Soc. Am.*, 58(2) :189–200, 1978.

- [115] A.D. Pierce and J.W. Posey. Theory of the excitation and propagation of Lamb's atmospheric edge mode from nuclear explosions. *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, 26(1-4) :341–368, 1971.
- [116] S. Del Pino, B. Després, P. Ahvé, H. Jourdren, and P.F. Piserchia. 3D finite volume simulation of acoustic waves in the Earth atmosphere. *Computers and Fluids*, 38(4) :765–777, 2009.
- [117] K.J. Plotkin. State of the art of sonic boom modeling. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(1) :530–536, 1992.
- [118] K.J. Plotkin and J.A. Page. Extension of PCBoom to over-the-top booms, ellipsoidal Earth and full 3-D ray tracing. In *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2007.
- [119] T.J. Poinsoot and S.K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 101(1) :104–129, 1992.
- [120] K.S. Raja Rao and K.T. Joseph. Stratospheric and tropospheric circulation in the equatorial region. *Journal of Applied Meteor.*, 10(1) :133–136, 1971.
- [121] B. Rascalou. Étude détaillée des mesures microbarographiques - expérience Misty-Picture. Technical Report 24/89/Et, CEA, 1989.
- [122] Rawer, editor. *Winds & turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*. NATO, 1966. LCCCN 67-26464.
- [123] J.W. Reed, H.W. Church, and T.W. Huck. Misty-Picture weather-watch and microbarograph project : experiments 9412-14-18. Technical Report Sand-87-2978c, Sandia National Laboratories, 1987.
- [124] D. Rees. COSPAR International Reference Atmosphere 1986 - Part I thermospheric models. *Advances in space research*, 8(5/6), 1988.
- [125] D. Rees, J.J. Benett, and K. Labitzke. COSPAR International Reference Atmosphere 1986 - Part I middle atmospheric models. *Advances in space research*, 18(9/10), 1990.
- [126] D.O. ReVelle. Acoustic-gravity waves from impulsive sources. In *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 305–360. Springer, 2010. ISBN 978-1-4020-9507-8.
- [127] R.R. Rosales and E.G. Tabak. Caustics of weak shock waves. *Phys. Fluids*, 10(1) :206–222, 1998.
- [128] E.M. Salomons. *Computational atmospheric acoustics*. Kluwer Academic, 2001. ISBN 1-4020-0390-0.
- [129] E.M. Salomons, R. Blumrich, and D. Heimann. Eulerian time domain model for sound propagation over a finite-impedance ground surface. *Acta Acustica united with Acustica*, 88(4) :483–492, 2002.
- [130] H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary layer theory*. Springer, 8th edition, 2000. ISBN 3-540-66270-7.
- [131] W.N. Shaw and W.H. Dines. The study of the minor fluctuations of atmospheric pressure. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 31 :39–52, 1904.
- [132] A. Spizzichino. Mesures de vents par météores entre 80 et 110 km. In *Winds and turbulence in stratosphere, mesosphere and ionosphere*, pages 201–236. North Holland, 1966. LCCCN 67-26464.

- [133] American National Standard. Guide to reference and standard atmosphere models. Technical Report G-003C-2009, BSR/AIAA, 2010.
- [134] J. Stevens, D.A. Adams, G.E. Baker, H. Xu, and J.R. Murphy. Infrasound scaling and attenuation relations from soviet explosion data and instrumentation design criteria from experiments and simulations. In *21th seismic research symposium*, pages 185–194, 1999. Las-Vegas.
- [135] G. Stokes. On the effects of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Camb. Phil. Trans.*, IX(8), 1851.
- [136] L.C. Sutherland and H.E. Bass. Atmospheric absorption in the atmosphere up to 160 km. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(3) :1012–1032, 2004.
- [137] C.K.W. Tam. Benchmark problems and solutions. In *Workshop on benchmark problems in computational aeroacoustics*, pages 1–14. NASA, 1995.
- [138] C.K.W. Tam and Z. Dong. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *J. Comput. Acoustics*, 4(2) :175–201, 1996.
- [139] C.K.W. Tam and H. Shen. Direct computation of nonlinear acoustic pulses using high order finite difference schemes. *AIAA*, 1993.
- [140] C.K.W. Tam and J.C. Webb. Dispersion-Relation-Preserving finite difference schemes for computational acoustics. *J. Comput. Phys.*, 107(2) :262–281, 1993.
- [141] C.K.W. Tam, J.C. Webb, and Z. Dong. A study of short wave components in computational aeroacoustics. *J. of Computational Acoustics*, 1, 1993.
- [142] G.I. Taylor. Effects of variation in density on the stability of superposed streams of fluid. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 132 :499–523, 1931.
- [143] K.W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *J. Comput. Phys.*, 68(1) :1–24, 1987.
- [144] G. van den Borne. Über die shallverbreitung bei explosionkatastrophen. *Physikalische Zeitschrift*, XI :483–488, 1910.
- [145] E. van Everdingen. De hoorbaarheid in Nederland van het kanongebulder bij Antwerpen op 7-9 october 1914. *Hemel en Dampkring*, 6 :81–85, 1914.
- [146] R.D.M Verbeek. *Krakatau (Uigegeven op last van zijne excellentie den Gouverneur-Generaal van Nederlandsch-Indië)*. Landsdrukkerij, Batavia, 1885.
- [147] M.R. Visbal and D.V. Gaitonde. Shock capturing using compact-differencing-based methods. *AIAA*, AIAA-2005-1265, 2005.
- [148] W.L. Webb. *Structure of the stratosphere and mesosphere*. Academic Press, 1966. ISBN 0-12-739850-3.
- [149] M.E. Weber and W.L. Donn. Ducted propagation of Concorde generated shock waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 72(2) :340–347, 1982.
- [150] A. Wegener. Die äußere Hörbarkeitzone. *Zeitsch. Geophys.*, I :297–314, 1925.
- [151] A.M. Weickmann, J.P. Riley, T.M. Georges, and R.M. Jones. Eigen - a program to compute eigenrays from HARPA raysets. Technical Report ERL WPL-160, NOAA, 1989.

- [152] F.J.W. Whipple. The great Siberian meteor and the waves, seismic and aerial, which it produces. *QJR Meteorol. Soc.*, 56(236) :287–304, 1930.
- [153] R.W. Whitaker, J.P. Mutschlecner, M.B. Davidson, and S.D. Noel. Infrasonic observations of large-scale events. In *4th Long Range Sound Propagation symposium*, pages 133–141, 1990. Virginia.
- [154] G.B. Whitham. *Linear and nonlinear waves*. Wiley & Sons, 1974. ISBN 978-0471940906.
- [155] M.S. Wochner, A.A. Atchley, and V.W. Sparrow. Numerical simulation of finite amplitude wave propagation in air using a realistic atmospheric absorption model. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(5) :2891–2898, 2005.

Table des figures

1.1	Structure thermique de l'atmosphère.	15
1.2	Modes de propagation des perturbations dans l'atmosphère.	19
1.3	Réfraction des infrasons par les gradients de la vitesse du son.	20
1.4	Exemple d'un enregistrement microbarographique.	21
1.5	Amplification et fréquences caractéristiques dans l'atmosphère.	23
1.6	Transformation des signatures par les effets non linéaires.	25
1.7	Abaque de conversion Np.m^{-1} – perte relative sur p' en %.	26
1.8	Absorption et dispersion des infrasons dans l'atmosphère.	27
1.9	Carte des stations principales de l'expérience Misty-Picture.	33
1.10	Profils de température des modèles atmosphériques.	38
1.11	Profils de composition chimique de l'atmosphère.	40
1.12	Profils atmosphériques moyens des variables intensives.	41
1.13	Profils atmosphériques moyens des variables thermophysiques.	43
1.14	Profils des fréquences caractéristiques de vibration moléculaire.	44
1.15	Profils des vents atmosphériques.	45
1.16	Profils de stabilité du modèle atmosphérique.	46
2.1	Absorption & déphasage par la relaxation de la vibration.	62
2.2	Absorption & déphasage d'une onde acoustique dans l'air.	62
2.3	Dispersion des ondes dans un milieu inhomogène.	65
2.4	Mode de propagation des ondes dde gravité.	68
2.5	Mode de propagation des ondes acoustique.	69
3.1	Schématisation du domaine de calcul 2D.	72
3.2	Performances du schéma de dérivation spatiale FDo11p.	74
3.3	Performances de la méthode d'intégration temporelle RK2.	75
3.4	Performances de la méthode RK2 pour une équation de relaxation.	76
3.5	Performances du filtre sélectif SFo11p.	79
3.6	Performances des filtres appliqués aux chocs.	81
3.7	Schéma de l'interface entre les limites de rayonnement et de paroi.	83
3.8	Nomenclature des schémas FDoPQd et des filtres SFoPQd décentrés.	86
3.9	Signatures temporelle et spectrale de la source canonique $S_C(t)$	87
3.10	Influences des paramètres σ_t & n du modèle de source $S_E(t)$	88
3.11	Signatures temporelle et spectrale de la source explosive $S_E(t)$	89
3.12	Réflexion d'un pulse acoustique gaussien sur une paroi glissante.	92
3.13	Profils de vitesse v_x à la verticale d'une paroi oscillante.	93
3.14	Schéma du profil de la couche limite et position du domaine.	94
3.15	Profils de vitesse horizontale dans une couche limite laminaire.	95

3.16	Profils de vitesse verticale dans une couche limite laminaire.	95
3.17	Schéma du domaine de calcul 1D.	96
3.18	Absorption acoustique classique.	97
3.19	Absorption par la relaxation de O_2	98
3.20	Signatures acoustiques non linéaires pour un fluide non-dissipatif. . .	100
3.21	Développement des harmoniques pour un fluide non-dissipatif.	100
3.22	Signatures acoustiques non linéaires pour un fluide thermovisqueux. .	101
3.23	Développement des harmoniques pour un fluide thermovisqueux. . . .	101
3.24	Propagation non linéaire au niveau de la mer.	104
3.25	Propagation non linéaire à $z = 115$ km d'altitude.	106
3.26	Propagation verticale des signaux non linéaires canoniques.	108
3.27	Propagation verticale des signaux non linéaires explosifs.	109
4.1	Paramètres de la discrétisation atmosphérique.	113
4.2	Intégration de la relaxation moléculaire pour des calculs atmosphériques.	114
4.3	Absorption numérique des codes de calculs atmosphériques.	116
4.4	Position de l'onde progressive au cours du temps.	117
4.5	Estimation analytique des effets non linéaire dans l'atmosphère. . . .	119
4.6	Position des microphones pour les simulations de convergence.	121
4.7	Signaux canoniques des simulations de convergence pour $p_s = 20$ Pa. .	124
4.8	Signaux canoniques des simulations de convergence pour $p_s = 100$ Pa. .	125
4.9	Signaux canoniques des simulations de convergence pour $p_s = 500$ Pa. .	126
4.10	Signaux explosifs des simulations de convergence pour $p_s = 20$ Pa. . .	128
4.11	Signaux explosifs des simulations de convergence pour $p_s = 100$ Pa. . .	129
4.12	Signaux explosifs des simulations de convergence pour $p_s = 500$ Pa. . .	130
4.13	Cartes de pression comparatives DNC - WAPE - Rayons.	132
4.14	Profils de pression fluctuante comparatifs DNC - WAPE.	133
4.15	Maintien des profils de vents.	134
4.16	Fronts d'onde des phases infrasonores enregistrées à 400 km.	136
4.17	Enregistrements temporels à 400 km pour l'étude de l'absorption. . . .	137
4.18	Signatures des phases stratosphériques diffractées I_{ds} à 400 km.	138
4.19	Signatures des phases thermosphériques basses I_{ta} à 400 km.	139
4.20	Signatures des phases thermosphériques hautes I_{tb} à 400 km.	141
4.21	Influence des effets non linéaires sur les signatures temporelles.	142
4.22	Influence des effets non linéaires sur les signatures de la phase I_{ta} . . .	143
4.23	Influence des effets non linéaires sur la géométrie du front d'onde. . .	144
4.24	Influence des effets non linéaire sur la focalisation acoustique.	145
4.25	Phase thermosphérique diffractée en zone d'ombre.	146
4.26	Influence des vents sur la focalisation acoustique.	149
4.27	Cartes de pression acoustique maximale au sol.	149
4.28	Structure en arche des fronts d'onde de basse atmosphère.	150
4.29	Influence des vents sur les niveaux acoustiques au sol.	151
4.30	Influence des vents sur la durée des enregistrements au sol.	154
4.31	Diagramme temps retardé - espace témoin.	156
4.32	Diagramme temps retardé - espace vers l'ouest avec vent.	157
4.33	Diagramme temps retardé - espace vers l'est avec vent.	158
4.34	Diagramme temps retardé - espace vers le sud avec vent.	159
4.35	Diagramme temps retardé - espace vers le nord avec vent.	160

4.36	Influence des vents sur le champs acoustique en zone d'ombre.	162
4.37	Coefficients de réflexion mesurés au sol dans la zone d'ombre.	162
4.38	Signatures des phases partielles en zone d'ombre.	163
4.39	Réflexion au sol, amplification & ondes rampantes.	164
4.40	Calibrage de p_s par les signatures de la phase I_{ta}	167
4.41	Comparaisons des signatures numériques et expérimentales.	169
4.42	Diagramme temps retardé - espace pour l'expérience Misty-Picture. . .	172
D.1	Cartes de pression acoustique M_p	220
D.2	Cartes d'énergie acoustique M_E	221
D.3	Champs acoustiques instantanés sans vent.	223
D.4	Champs acoustiques instantanés vers l'ouest.	224
D.5	Champs acoustiques instantanés vers l'est.	225
D.6	Champs acoustiques instantanés vers le nord.	226
D.7	Champs acoustiques instantanés vers le sud.	227

Liste des symboles

Système de coordonnées

d	Distance au sol [m] ou [km]
e_a	Vecteur unitaire dans la direction a [-]
t	Temps [s]
x, y, z	Coordonnées cartésiennes [m]
z	Altitude [m] ou [km]

Variables physiques & thermodynamiques

$\boldsymbol{\tau}$	Tenseur des contraintes visqueuse [Pa]
ρ	Masse volumique [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
e_{cin}	Énergie cinétique par unité de masse [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$]
e_{tot}	Énergie totale par unité de masse [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$]
p	Pression [Pa]
T	Température [K]
T_{vib}	Température interne de vibration [K]
u	Énergie interne par unité de masse [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$]
u_{rot}	Énergie interne de rotation par unité de masse [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$]
u_{tr}	Énergie interne de translation par unité de masse [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$]
u_{vib}	Énergie interne de vibration par unité de masse [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$]
\mathbf{g}	Champs gravitationnel, $\mathbf{g} = {}^t(g_x, g_y, g_z)$ [N]
\mathbf{q}	Flux de chaleur [$\text{J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$]
\mathbf{v}	Vitesse eulérienne, $\mathbf{v} = {}^t(v_x, v_y, v_z)$ [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Paramètres thermophysiques

γ	Rapport des capacités thermiques $\gamma = c_p/c_v$ [-]
κ	Conductivité thermique [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]
μ	Viscosité de cisaillement [Pa.s]
μ_v	Viscosité de volume [Pa.s]

ν	Viscosité cinématique, $\nu = \mu/\rho$ [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
τ_{rot}	Temps caractéristique de relaxation de l'énergie interne de rotation [s]
τ_{tr}	Temps caractéristique de relaxation de l'énergie interne de translation [s]
τ_{vib}	Temps caractéristique de relaxation de l'énergie interne de vibration [s]
c_0	Vitesse de propagation du son à l'équilibre thermodynamique [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
C_μ	Coefficient de la viscosité de volume, $C_\mu = \mu_v/\mu$, [-]
c_p	Capacité thermique par unité de masse à pression constante [$\text{J}.\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$]
c_v	Capacité thermique par unité de masse à volume constante [$\text{J}.\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$]
dl	Nombre de degrés de liberté d'un micromouvement [-]
dl	Nombre de degrés de liberté des micromouvements [-]
$f_{\text{vib},\beta}$	Fréquence caractéristique de vibration de l'espèce polyatomique β [Hz]
M	Masse molaire [$\text{kg}.\text{mol}^{-1}$]
$M_{\text{vib},\beta}$	Nombre de modes de vibration de l'espèce polyatomique β [-]
X	Fraction molaire [-]

Grandeurs acoustiques

$(\alpha\lambda)$	Coefficient d'absorption, absorption absolue [Np]
α	Absorption par longueur d'onde [$\text{Np}.\text{m}^{-1}$]
\bar{x}	Distance de formation d'un choc [m]
λ	Longueur d'onde [m]
ω	Pulsation [$\text{rad}.\text{s}^{-1}$]
Ω_{ac}	Pulsation de coupure acoustique, $\Omega_{\text{ac}} = 2\pi f_{\text{ac}}$, [$\text{rad}.\text{s}^{-1}$]
Ψ	Variable de Bergmann [11], $\Psi = p'/\sqrt{\rho_0}$, [-]
dE_{hf}	Densité d'énergie de l'harmonique fondamentale, [$\text{Pa}^2.\text{s}^2$]
dse	Densité spectrale d'énergie, [$\text{Pa}^2.\text{s}^2$]
f	Fréquence [Hz]
f_f	Fréquence fondamentale [Hz]
k	Nombre d'onde [$\text{rad}.\text{m}^{-1}$]
N_{ac}	Fréquence de coupure acoustique [Hz]
p'	Pression fluctuante, $p' = p - p_0$, [Pa]
t_A	Temps d'arrivée [s]
v_ϕ	Vitesse de phase [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
v_g	Vitesse de groupe [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
\mathbf{k}	Vecteur d'onde [$\text{rad}.\text{m}^{-1}$]

Constantes

$\Theta_{\text{vib},\beta}$	Température caractéristique de la vibration de l'espèce β [K]
g_{sol}	Accélération gravitationnelle terrestre au sol, $g_{\text{sol}} = 9.81$ [m.s ⁻²]
r	Constante spécifique des gaz parfait, $r = R/M$ [J.kg ⁻¹ ,K ⁻¹]
R_{T}	Rayon moyen de la Terre, $R_{\text{T}} = 6378.137 \times 10^3$, [m]
R_{U}	Constante universelle des gaz parfait, $R = 8.314472$ [J.mol ⁻¹ ,K ⁻¹]

Grandeurs atmosphériques

H	Hauteur d'échelle [-]
N_{VB}	Fréquence de Väisälä-Brunt [Hz]
R_{g}	Nombre de Richardson du gradient [-]
V_{SN}	Vent méridional [m.s ⁻¹]
V_{OE}	Vent zonal [m.s ⁻¹]

Paramètres numériques

α_{FS}	Dissipation par longueur d'onde du filtre SFo11p [Np.m ⁻¹]
α_{NUM}	Dissipation numérique par longueur d'onde [Np.m ⁻¹]
α_{RK}	Dissipation par longueur d'onde de la méthode RK2 [Np.m ⁻¹]
Δt	Pas temporel [s]
Δx	Pas spatial [m]
$\omega \Delta t$	Pulsation réelle [-]
$\omega^* \Delta t$	Pulsation effective [-]
σ_{FS}	Intensité du filtrage sélectif [-]
σ_{sc}	Intensité du filtrage des chocs [-]
a_j	Coefficients du schéma de discrétisation spatiale [-]
b_j	Coefficients de la méthode Runge-Kutta [-]
C_{E}	Charge équivalente de la source explosive S_{E} [kt _{TNT}]
c_{rap}	Coefficient de rappel aux limites de rayonnement [-]
c_j	Coefficients du filtre des chocs [-]
CFL	Nombre de Courant-Friedrichs-Lewy [-]
d_j	Coefficients du filtre sélectif [-]
f_{c}	Fréquence de coupure numérique [Hz]
G_{FS}	Fonction de transfert du filtre SFo11p [-]
G_{RK}	Fonction de transfert de la méthode RK2 [-]
G_{sc}	Fonction de transfert du filtrage des chocs [-]

$k\Delta x$	Nombre d'onde réel [-]
$k^*\Delta x$	Nombre d'onde effectif [-]
$k_c\Delta x$	Nombre d'onde de coupure numérique [-]
n_{FS}	Nombre d'itérations entre chaque passage du filtrage sélectif [-]
n_λ	Taux de discrétisation $n_\lambda = \lambda/\Delta x$ [-]
r_{th}	Seuil de déclenchement du filtrage des chocs [-]
S_c	Source canonique
S_E	Source explosive
S_P	Source monofréquentielle permanente

Indices, opérateurs & notations

\hat{A}	Transformée de Fourier de A
$\Im(A)$	Partie imaginaire de A
$\nabla \cdot A$	Divergence de A
∇A	Gradient de A
$\partial_a A$	Dérivée partielle de A par rapport à a
$\Re(A)$	Partie réelle de A
A	Grandeur scalaire
A'	Relatif à la fluctuation de A , $A' = A - A_0$
A_0	Relatif au champs moyen
A_β	Relatif à l'espèce polyatomique β (équivalent à $A_{\text{vib},\beta}$)
A_{eq}	Relatif à l'équilibre thermodynamique
A_{sol}	Relatif à la valeur au sol
A_S	Relatif aux paramètres de Sutherland
A_s	Relatif à la source acoustique
A_{MP}	Relatif à l'expérience de référence Misty-Picture
A_a	Projection de \mathbf{A} sur e_a
\mathbf{A}	Grandeur vectorielle ou tensorielle
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$	Produit scalaire de A et B

Annexe A

Modélisation de l'atmosphère

A.1 Méthode de correction des profils atmosphériques discontinus

Soit deux polynômes $P_i(z)$ et $P_s(z)$ décrivant l'évolution d'une grandeur $G(z)$ en fonction de l'altitude respectivement pour des *tranches d'atmosphère* inférieure et supérieure à l'altitude de raccordement z_R , G se définit donc tel que :

$$\begin{cases} G(z) = P_i(z), & \text{si } z \leq z_R \\ G(z) = P_s(z), & \text{si } z \geq z_R \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

La continuité et la dérivabilité du profil $G(z)$ dépend du respect des conditions suivantes :

$$\begin{cases} P_i(z_R) = P_s(z_R) \\ P'_i(z_R) = P'_s(z_R) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

avec $P' = dP/dz$.

Dès lors que G ne respecte pas les conditions (A.2), le profil présente un défaut de raccordement. Afin de lisser ce défaut, un polynôme de raccordement $P_R(z)$ d'ordre 3, défini pour un intervalle $I = [z_R - d; z_R + d]$ est introduit. La continuité et la dérivabilité du profil total résultant est alors assurée par le respect des conditions dérivées de (A.2), soit :

$$\begin{cases} P_i(z_R - d) = P_R(z_R - d) \\ P_s(z_R + d) = P_R(z_R + d) \\ \frac{dP_i}{dz}(z_R - d) = \frac{dP_R}{dz}(z_R - d) \\ \frac{dP_s}{dz}(z_R + d) = \frac{dP_R}{dz}(z_R + d) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Les coefficients a_i du polynôme P_R sont calculés par la résolution du système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, avec :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & z_i & z_i^2 & z_i^3 \\ 1 & z_s & z_s^2 & z_s^3 \\ 0 & 1 & 2z_i & 3z_i^2 \\ 0 & 1 & 2z_s & 3z_s^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} P_i(z_i) \\ P_s(z_s) \\ P'_i(z_i) \\ P'_s(z_s) \end{bmatrix}$$

avec $z_i = z_R - d$ et $z_s = z_R + d$.

Finalement, un profil G modifié, noté G_m est obtenu et la relation (A.1) devient :

$$\begin{cases} G_m(z) = P_i(z), & \text{si } z \leq z_R - d \\ G_m(z) = P_R(z), & \text{si } z_R - d \leq z \leq z_R + d \\ G_m(z) = P_s(z), & \text{si } z \geq z_R + d \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Puisque le profil initial G repose sur des données expérimentales, l'intervalle de raccordement $2d$ se doit d'être aussi faible que possible afin de ne pas compromettre la validité expérimentale du profil G_m .

A.2 Intégration numérique du profil de pression

Le profil de pression doit être obtenu par l'intégration de la loi de l'hydrostatique. Reformulée en introduisant la loi des gaz parfaits, elle s'exprime :

$$\frac{\partial}{\partial z} \ln(p_0) = -\frac{g(z)M(z)}{R_U T_0(z)}$$

La résolution de cette équation sous une forme discrétisée se rapporte à un système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, avec :

$$\begin{aligned} x_i &= \ln(p_0(z_i)) \\ b_i &= -\frac{g(z_i)M(z_i)}{R_U T_0(z_i)} \end{aligned}$$

La matrice A est une matrice carrée, son rang est égal à n_z le nombre de points de maillage dans la direction verticale e_z . De la 6-ème à la $(n_z - 5)$ -ème ligne, les coefficients de A sont les coefficients du schéma de dérivation FDo11p. Les 5 premières et les 5 dernières lignes de A sont remplies avec les coefficients des schémas décentrés. Puis, tous les termes de A sont divisés par le pas de maillage Δz . De ce fait, le produit de A et d'un vecteur \mathbf{x} contenant les éléments d'une fonction f discrétisée fournit la dérivée spatiale de f dans la direction e_z .

Le profil de pression est formellement obtenu par résolution du système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$. Néanmoins, la matrice A est extrêmement mal conditionnée et de ce fait, il est impossible de l'inverser précisément. Pour réduire le conditionnement de A , la première ligne de la matrice est remplacée par $a_{1,j} = 1$ pour $i = j$ et $a_{1,j} = 0$ pour $j \neq i$. Ce qui impose de forcer le terme $x_1 = \ln(p_{0,\text{sol}}) = \ln(101325)$.

Différentes méthodes de résolution ont été testées et comparées. Seul l'algorithme qui permet d'obtenir la meilleure précision est présenté. La résolution est réalisée par une méthode directe améliorée. Elle est présentée dans le manuel de Gourdin & Boumahrat [61].

Dans un premier temps, le système $\mathbf{Ax}^0 = \mathbf{b}$ est résolu directement par inversion de la matrice A . L'indice 0 sur \mathbf{x} indique que le vecteur solution est à l'étape 0 de l'amélioration de la précision. Cette amélioration consiste à minimiser un vecteur $\mathbf{e}^k = \mathbf{x}^* - \mathbf{x}^k$, avec \mathbf{x}^* la solution exacte, et inconnue, du problème. Les sous-étapes de la k -ème minimisation de \mathbf{e} sont :

1. Calcul de \mathbf{f}^k tel que :

$$\mathbf{f}^k = \mathbf{b} - A\mathbf{x}^k$$

2. Calcul de \mathbf{e}^k par inversion de A :

$$A\mathbf{e}^k = \mathbf{f}^k$$

3. Mise à jour de la solution \mathbf{x} :

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \mathbf{e}^k$$

4. Calcul de l'erreur \mathbf{f}^{k+1} par :

$$\mathbf{f}^{k+1} = \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{k+1}$$

5. Calcul de l'erreur \mathbf{e}^{k+1} par inversion de A :

$$A\mathbf{e}^{k+1} = \mathbf{f}^{k+1}$$

D'après Gourdin & Boumahrat [61], cette méthode converge dans la plupart des cas, c'est-à-dire que $\|\mathbf{e}^{k+1}\| < \|\mathbf{e}^k\|$. Une condition d'arrêt peut être donc définie telle que :

$$\frac{\|\mathbf{e}^{k+1}\|}{\|\mathbf{x}^k\|} < \varepsilon$$

Malheureusement, à cause du mauvais conditionnement de A , la méthode ne converge pas et $\|\mathbf{e}^{k+1}\|$ n'est pas nécessairement inférieur à $\|\mathbf{e}^k\|$. La solution employée consiste à continuer l'amélioration de la solution tant que la condition d'arrêt n'est pas inférieure à 10^{-15} . Lorsque c'est le cas, la procédure est stoppée. Par ailleurs, il est recommandé d'implémenter cette procédure en FORTRAN et d'utiliser les fonctions de la librairie LAPACK pour inverser la matrice A . Les autres solutions testées (Matlab & Python, entre autres) ne permettent pas d'atteindre la condition d'arrêt car l'inversion de A est trop imprécise. Par ailleurs, le choix d'un pas de maillage variant avec l'altitude affecte la précision de l'intégration de p_0 . Il est recommandé d'utiliser un pas Δz constant.

A.3 Coefficients polynomiaux des profils atmosphériques

A.3.1 Profils de fractions molaires

Le profil de la fraction molaire de l'espèce i est défini par :

$$X_i(z) = 10^{P_i(z)}$$

où $P_i(z)$ est le polynôme d'interpolation pour l'espèce i , calculé par :

$$P_i(z) = \sum_{j=1}^5 a_j z^j$$

avec z l'altitude en km et les a_j , les coefficients des polynômes. Pour les espèces N_2 , O_2 , N , O et H_2O ces coefficients sont donnés à la table A.1. Le polynôme se rapportant à la fraction molaire de CO_2 est $P(z) = -3.3979$. La fraction molaire de l'argon est définie par $X_{\text{Ar}} = 0.012 X_{\text{N}_2}$

Espèce	N ₂	O ₂	O ₃	N	O	H ₂ O
Altitude [km]	0 - 76	0 - 90	0-80	0-240	0-95	0-30
<i>a</i> ₀	-0.10744	-0.67887	-1.9027E+1	-5.3746E+1	-1.1195E+1	-1.7491E+0
<i>a</i> ₁			1.3093E+0	1.5439E+0	1.5408E-1	4.4986E-2
<i>a</i> ₂			-4.6496E-2	-1.8824E-2	-1.4348E-3	-6.8549E-2
<i>a</i> ₃			7.8543E-4	1.1587E-4	1.0166E-5	5.46391-3
<i>a</i> ₄			-6.5169E-6	-3.5399E-7		-1.5539E-4
<i>a</i> ₅			2.1343E-8	4.2609E-10		1.50631-6
Altitude [km]	60 - 90	75 - 105			80 - 115	
<i>a</i> ₀	-2.5405E-1	1.5053E+1			-2.2276E+1	
<i>a</i> ₁	5.5337E-3	4.8568E-1			3.6174E-1	
<i>a</i> ₂	-6.3225E-5	-5.2851E-3			-1.4319E-3	
<i>a</i> ₃	-6.7364E-7	1.8197E-5			-6.7365E-7	
Altitude [km]	76 - 240	90 - 240	80 - 240		95 - 240	30 -100
<i>a</i> ₀	1.3972E-1	4.9296E+1	-4.2340E+0		-3.2456E+0	-4.2563E+0
<i>a</i> ₁	-5.6269E-3	-1.5524E+0	-3.0975E-2		4.6642E-2	7.6245E-2
<i>a</i> ₂	3.9407E-5	1.8714E-2			-2.6894E-4	-2.1824E-3
<i>a</i> ₃	-1.0737E-7	-1.1069E-4			5.2640E-7	-2.3010E-6
<i>a</i> ₄		3.1990E-7				2.4265E-7
<i>a</i> ₅		-3.6211-10				-1.2500E-9
Altitude [km]						100 - 240
<i>a</i> ₀						-6.2534E-1
<i>a</i> ₁						-8.3665E-2

TABLE A.1 – Coefficients des polynômes définissant les profils des fractions molaires. Nota : les coefficients de Sutherland & Bass [136] sont en noir ; les coefficients des polynômes de correction sont en bleu, ils remplacent les coefficients de Sutherland & Bass sur l'intervalle défini.

A.3.2 Profil de température

Le profil de température est défini par un polynôme d'ordre 10 interpolant les données expérimentales de Reed *et al.* [123]. Ce profil se calcule par :

$$T_0(z) = \sum_{j=0}^{10} a_j z^j, \quad (\text{A.5})$$

où z est l'altitude en km et les a_j sont les coefficients rapportés à la table A.2.

A.3.3 Profils de vents atmosphériques

Les profils de vents sont obtenus par l'agrégation de polynômes d'ordre 3. Ces polynômes raccordent chaque inversion majeure du gradient vertical des profils expérimentaux. Les profils de vents $V(z)$ sont calculés par :

$$V(z) = \sum_{j=0}^3 a_j(z) z^j, \quad (\text{A.6})$$

où z est l'altitude en km et les $a_j(z)$ sont les coefficients polynomiaux définis pour l'altitude z . Les coefficients définissant le vent zonal sont donnés à la table A.3, ceux définissant le vent méridional sont rapportés à la table A.4.

a_0	3.034270216171360E+02
a_1	-7.420313544320894E+00
a_2	-1.022993439334511E-01
a_3	2.016079207381109E-02
a_4	-4.852503252052695E-04
a_5	3.051170986091595E-06
a_6	3.161810573021531E-08
a_7	-5.974603355559857E-10
a_8	3.705492229384098E-12
a_9	-1.059614430774653E-14
a_{10}	1.179621147314496E-17

TABLE A.2 – Coefficients du polynome d'ordre 10 definissant $T_0(z)$.

Altitude [km]		Coefficients polynomiaux			
z_{\min}	z_{\max}	a_0	a_1	a_2	a_3
0.0	11.1	0.0000000000E+00	-3.2006429539E-016	-3.2627221816E-01	1.9595929019E-02
11.1	17.7	2.6559417731E+02	-6.3554658152E+01	4.6581517656E+00	-1.0782758717E-01
17.7	26.1	-2.7977981050E+02	4.1153790087E+01	-1.9509232264E+00	2.9694417450E-02
26.1	33.6	5.4573769472E+02	-5.7123225600E+01	1.9443626667E+00	-2.1712592593E-02
33.6	35.4	-4.8347625185E+04	4.2095407407E+03	-1.2209876543E+02	1.1796982167E+00
35.4	36.9	2.9860074656E+05	-2.4801523200E+04	6.8636800000E+02	-6.3288888889E+00
36.9	38.1	-5.6048177969E+05	4.4861559375E+04	-1.1966145833E+03	1.0636574074E+01
38.1	39.3	5.7583651219E+05	-4.4659946875E+04	1.1542812500E+03	-9.9421296297E+00
39.3	42.0	-1.6544917723E+05	1.2236729767E+04	-3.0135893919E+02	2.4711680130E+00
42.0	44.4	1.8152520000E+05	-1.2626250000E+04	2.9250000000E+02	-2.2569444444E+00
44.4	46.8	-1.8071220000E+05	1.1904750000E+04	-2.6125000000E+02	1.9097222222E+00
46.8	48.0	8.7224568000E+05	-5.5224000000E+04	1.1652500000E+03	-8.1944444444E+00
48.0	49.2	-1.5511143200E+06	9.5776000000E+04	-1.9710000000E+03	1.3518518518E+01
49.2	51.9	6.0619440878E+04	-3.6039056242E+03	7.1344764518E+01	-4.7045673932E-01
51.9	55.2	-1.8009213546E+05	1.0106839369E+04	-1.8891585274E+02	1.1759467958E+00
55.2	63.6	2.4290564723E+04	-1.2403236152E+03	2.0985787172E+01	-1.1776536011E-01
63.6	73.5	-3.5323978663E+04	1.5609316304E+03	-2.2890057601E+01	1.1130589643E-01
73.5	92.7	1.2638407404E+04	-4.6957523346E+02	5.7271575928E+00	-2.2972954644E-02
92.7	120.6	-7.0251544930E+03	2.0446721046E+02	-1.9505518072E+00	6.0964269643E-03
120.6	151.5	3.8914922257E+03	-8.8804230151E+01	6.6126000974E-01	-1.6201396784E-03
151.5	180.0	-9.8796162414E+03	1.8094299461E+02	-1.0997910288E+00	2.2117466643E-03

TABLE A.3 – Coefficients polynomiaux du profil de vent zonal.

Altitude [km]		Coefficients polynomiaux			
z_{\min}	z_{\max}	a_0	a_1	a_2	a_3
0.0	2.7	0.000000000E+00	3.2895497026E-016	1.1522633745E+00	-2.8450947518E-01
2.7	6.6	-2.4537551206E+00	4.5061447428E+00	-1.1758458504E+00	8.4290025118E-02
6.6	8.4	4.5875555556E+02	-1.8822222222E+02	2.5462962963E+01	-1.1316872428E+00
8.4	10.2	-1.1513481481E+03	3.7903703704E+02	-4.1141975309E+01	1.4746227709E+00
10.2	12.3	8.6916472303E+02	-2.3572011662E+02	2.1137026239E+01	-6.2628225894E-01
12.3	14.1	-1.9434018519E+03	4.4606481481E+02	-3.3950617284E+01	8.5733882030E-01
14.1	17.4	6.7418354621E+02	-1.3107738542E+02	8.4147257701E+00	-1.7808943429E-01
17.4	28.5	-9.9614567745E+01	1.4793990484E+01	-6.8465836179E-01	9.9442027857E-03
28.5	30.6	9.4341976676E+03	-9.6052478134E+02	3.2546161322E+01	-3.6713097938E-01
30.6	31.8	-8.4274600001E+04	8.1090000001E+03	-2.6000000000E+02	2.7777777778E+00
31.8	33.3	1.5711063520E+05	-1.4495712000E+04	4.4557333333E+02	-4.5629629629E+00
33.3	34.8	-1.2614422640E+05	1.1124864000E+04	-3.2688000000E+02	3.2000000000E+00
34.8	36.6	1.3704955185E+05	-1.1531259259E+04	3.2320987654E+02	-3.0178326475E+00
36.6	39.9	-6.5352263937E+04	5.1445319309E+03	-1.3474830954E+02	1.1742772073E+00
39.9	42.9	1.2303008400E+05	-8.9389300000E+03	2.1620000000E+02	-1.7407407407E+00
42.9	45.0	-1.8850941749E+05	1.2882507289E+04	-2.9328474247E+02	2.2243818162E+00
45.0	46.8	1.8218610000E+05	-1.1916666667E+04	2.5972222222E+02	-1.8861454047E+00
46.8	48.6	-4.0153990000E+05	2.5272000000E+04	-5.3000000000E+02	3.7037037037E+00
48.6	50.4	8.3936389999E+05	-5.0904000000E+04	1.0287037037E+03	-6.9272976680E+00
50.4	53.1	-1.3349879630E+05	7.7501234568E+03	-1.4986282579E+02	9.6530000508E-01
53.1	56.1	7.6998150400E+04	-4.2366720000E+03	7.7653333333E+01	-4.7407407407E-01
56.1	57.3	-3.5853112812E+05	1.8974656250E+04	-3.3468749999E+02	1.9675925926E+00
57.3	59.4	2.8290130583E+05	-1.4553865889E+04	2.4950437318E+02	-1.4253320376E+00
59.4	69.3	-1.6616700000E+04	7.8400000000E+02	-1.2255892256E+01	6.3485585371E-02
69.3	75.9	8.1481300000E+04	-3.3810000000E+03	4.6666666667E+01	-2.1426385063E-01
75.9	90.6	-8.4047433909E+03	3.0783469473E+02	-3.7267635084E+00	1.4921976010E-02
90.6	102.0	-9.0782714681E+03	2.8443213296E+02	-2.9639889197E+00	1.0259567046E-02
102.0	118.5	2.0222007754E+04	-5.5649238167E+02	5.0759729527E+00	-1.5346857000E-02
118.5	139.0	-8.1408227498E+03	1.9237821041E+02	-1.5037303579E+00	3.8931530303E-03
139.0	165.5	2.5256278599E+03	-5.0435384915E+01	3.3379501199E-01	-7.3080462395E-04
165.5	180.0	-5.7114565911E+03	9.9670507196E+01	-5.7798187708E-01	1.1152568781E-03

TABLE A.4 – Coefficients polynomiaux du profil de vent meridional.

Annexe B

Développements mathématiques

B.1 Énergie interne de vibration

Pour une molécule polyatomique β constitutive d'un gaz et dotée de M modes de vibration¹, l'énergie interne de vibration s'exprime en fonction de la température T_β par [108] :

$$u_{\text{vib},\beta}(T_\beta) = X_\beta r \sum_{m=1}^M \Theta_{\text{vib},\beta,m} \frac{e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta,m}}{T_\beta}}}{1 - e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta,m}}{T_\beta}}} \quad (\text{B.1})$$

avec $\Theta_{\text{vib},\beta,m}$ la température caractéristique du m -ème mode de vibration de l'espèce β . Pour simplifier les notations, l'indice vib est supprimé par la suite.

Pour des températures $T_\beta \ll \Theta_{\beta,m}$, la relation (B.1) se simplifie au premier ordre de $e^{-\Theta_{\beta,m}/T_\beta}$ par [114] :

$$u_{\text{vib},\beta}(T_\beta) = \sum_{m=1}^M X_\beta r \Theta_{\beta,m} e^{-\frac{\Theta_{\beta,m}}{T_\beta}} \quad (\text{B.2})$$

Cette simplification revient à admettre que seul le premier niveau quantique de vibration peut être atteint [108].

Pour les molécules diatomiques (N_2 & O_2), il n'y a qu'un seul mode de vibration. L'énergie interne de vibration d'une molécule diatomique β s'écrit donc :

$$u_{\text{vib},\text{dia}}(T_{\text{dia}}) = X_{\text{dia}} r \Theta_{\text{dia},m} e^{-\frac{\Theta_{\text{dia},m}}{T_{\text{dia}}}} \quad (\text{B.3})$$

La molécule de dioxyde de carbone est quant à elle dotée de 4 modes de vibrations, l'énergie de vibration de cette espèce est donc :

$$u_{\text{vib},\text{CO}_2}(T_\beta) = X_{\text{CO}_2} r \sum_{m=1}^4 \Theta_{\text{CO}_2,m} e^{-\frac{\Theta_{\text{CO}_2,m}}{T_{\text{CO}_2}}} \quad (\text{B.4})$$

Les deux premiers modes de vibration du CO_2 ont une température caractéristique égale ($\Theta_{\text{CO}_2,1} = \Theta_{\text{CO}_2,2} = 950 \text{ K}$), tandis que les modes 3 et 4 ont des températures

1. Le nombre de mode de vibration, aussi noté dl , est donné à la table 2.2 (§2.1.4) en fonction du type de molécule.

très supérieures (resp. 1830 K et 3280 K [108]). Seuls les deux premiers modes sont statistiquement influents, et la relation (B.2) peut se réécrire :

$$u_{\text{vib},\text{CO}_2}(T_\beta) = X_{\text{CO}_2} r \sum_{m=1}^2 \Theta_{\text{CO}_2,m} e^{-\frac{\Theta_{\text{CO}_2,m}}{T_{\text{CO}_2}}} = M_{\text{CO}_2} X_{\text{CO}_2} r \Theta_{\text{CO}_2} e^{-\frac{\Theta_{\text{CO}_2}}{T_{\text{CO}_2}}} \quad (\text{B.5})$$

avec $\Theta_{\text{CO}_2} = 950 \text{ K}$ et $M_{\text{CO}_2} = 2$, soit le nombre de modes de vibration dont la température caractéristique Θ_{CO_2} est égale.

En résumé, pour de l'air, si la vibration de N_2 , O_2 et CO_2 est prise en compte et que la température du gaz est inférieure à 700 K, l'énergie interne de vibration peut être approximée par :

$$u_{\text{vib}} = \sum_{\beta} u_{\text{vib},\beta} = \sum_{\beta} (M_{\beta} X_{\beta} r \Theta_{\text{vib},\beta}) e^{-\frac{\Theta_{\text{vib},\beta}}{T_{\text{vib},\beta}}} \quad (\text{B.6})$$

avec $M_{\text{N}_2} = M_{\text{O}_2} = 1$ et $M_{\text{CO}_2} = 2$. Les tables de distribution statistique établies par Pacault révèlent que, pour les conditions spécifiées, au moins 99.9 % des effets de la vibration sont modélisés.

B.2 Reformulation de l'équation de conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie totale s'écrit :

$$\frac{\partial \rho e_{\text{tot}}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{tot}} + p)\mathbf{v}] = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}) + \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{B.7})$$

La décomposition de l'énergie totale est :

$$\rho e_{\text{tot}} = \rho e_{\text{eq}} + \rho \sum_{\beta} u_{\beta} = \rho e_{\text{eq}} + \rho \sum_{\beta} (r X_{\beta}) \bar{u}_{\beta} \quad (\text{B.8})$$

Le terme \bar{u}_{β} n'est employé ici que pour dissocier $(r X_{\beta})$ de u_{β} , il s'exprime donc simplement par :

$$\bar{u}_{\beta} = \frac{u_{\beta}}{r X_{\beta}} = M_{\beta} \Theta_{\beta} e^{-\Theta_{\beta}/T_{\beta}}$$

avec M_{β} et Θ_{β} des constantes.

L'introduction de la relation (B.8) dans l'équation (B.7) fournit :

$$\frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{eq}} + p)\mathbf{v}] = - \sum_{\beta} \left[\frac{\partial \rho u_{\beta}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_{\beta} \mathbf{v}) \right] - \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}) + \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{B.9})$$

En utilisant les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_{\beta}}{\partial t} = \frac{\partial u_{\beta}}{\partial T_{\beta}} \frac{\partial T_{\beta}}{\partial t} = c_{v,\beta} \frac{\partial T_{\beta}}{\partial t} \\ \nabla(u_{\beta}) = (r X_{\beta}) \frac{\partial \bar{u}_{\beta}}{\partial T_{\beta}} \nabla T_{\beta} + \bar{u}_{\beta} \nabla(r X_{\beta}) \\ = c_{v,\beta} \nabla T_{\beta} + \frac{u_{\beta}}{r X_{\beta}} \nabla(r X_{\beta}) \end{array} \right.$$

le terme entre crochets de l'équation (B.9) se reformule :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho u_\beta}{\partial t} + \nabla(\rho u_\beta \mathbf{v}) &= u_\beta \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_\beta \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \\
 &+ \rho c_{v,\beta} \frac{\partial T_\beta}{\partial t} + \rho c_{v,\beta} \mathbf{v} \cdot \nabla T_\beta \\
 &+ \rho \frac{u_\beta}{r X_\beta} \mathbf{v} \cdot \nabla (r X_\beta)
 \end{aligned} \tag{B.10}$$

Dans le membre de droite, les deux premiers termes s'annulent par la loi de conservation de la masse, les deux termes suivants se reformulent en un seul par la relation de relaxation de la température interne de vibration. Finalement, l'injection de (B.10) dans (B.9) fournit :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e_{\text{eq}} + p) \mathbf{v}] &= \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \\
 &+ \rho \sum_\beta c_{v,\beta} \frac{T - T_\beta}{\tau_\beta} + \rho \sum_\beta \frac{u_\beta}{r X_\beta} [\mathbf{v} \cdot \nabla (r X_\beta)]
 \end{aligned} \tag{B.11}$$

avec u_β et $c_{v,\beta}$ tels que :

$$\begin{cases} u_\beta = (M_\beta X_\beta r \Theta_\beta) e^{-\frac{\Theta_\beta}{T_\beta}} \\ c_{v,\beta} = \frac{du_\beta}{dT_\beta} = M_\beta X_\beta r \left(\frac{\Theta_\beta}{T_\beta}\right)^2 e^{-\frac{\Theta_\beta}{T_\beta}} \end{cases}$$

B.3 Développements analytiques pour l'absorption & la dispersion des sons

B.3.1 Influence des flux thermovisqueux

Le système d'équation pour un fluide thermovisqueux homogène et au repos dans un domaine unidimensionnel est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) = 0 \tag{B.12a}$$

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x^2) + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{4}{3} \mu + \mu_v \right) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right] = 0 \tag{B.12b}$$

$$\frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\rho e_{\text{eq}} + p) v_x] + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_x \left(\frac{4}{3} \mu + \mu_v \right) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \tag{B.12c}$$

$$\rho e_{\text{eq}} = \frac{p}{\gamma_{\text{eq}} - 1} + \frac{1}{2} \rho v_x^2 \tag{B.12d}$$

$$T = \frac{p}{\rho r} \tag{B.12e}$$

et sa linéarisation au premier ordre conduit à :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} = 0 \quad (B.13a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} - \left(\frac{4}{3} \mu_0 + \mu_{v,0} \right) \frac{\partial^2 v'_x}{\partial x^2} = 0 \quad (B.13b)$$

$$\rho_0 \frac{\partial e'_{\text{eq}}}{\partial t} + e_{\text{eq},0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0) \frac{\partial v'_x}{\partial x} - \kappa_0 \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} = 0 \quad (B.13c)$$

$$\rho' e_{\text{eq},0} + \rho_0 e'_{\text{eq}} = \frac{p'}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \quad (B.13d)$$

$$T' = \frac{1}{\rho_0 r} \left(p' - \frac{p_0}{\rho_0} \rho' \right) \quad (B.13e)$$

En effet, la linéarisation de la loi de Sutherland (§2.1.4) conduit à formuler au premier ordre :

$$\mu(T_0 + T') = \mu_S \left(\frac{T_0}{T_S} \right)^{1/2} \frac{1 + S_S/T_S}{1 + S_S/T_0} \left[1 + \frac{T'}{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{T_0 + S_S} \right) \right]$$

ainsi, en posant :

$$\begin{cases} \mu_0 = \mu_S \left(\frac{T_0}{T_S} \right)^{1/2} \frac{1 + S_S/T_S}{1 + S_S/T_0} \\ \mu' = \mu_S \left(\frac{T_0}{T_S} \right)^{1/2} \frac{1 + S_S/T_S}{1 + S_S/T_0} \left[\frac{T'}{T_0} \left(\frac{3}{2} - \frac{T_0}{T_0 + S_S} \right) \right] \end{cases}$$

au premier ordre de T' , la viscosité de cisaillement s'exprime par $\mu(T_0 + T') = \mu_0 + \mu'$. De façon identique, les linéarisations de κ et μ_v au premier ordre de T' fournissent respectivement :

$$\begin{cases} \kappa(T_0 + T') = \kappa_0 + \kappa' \\ \mu_v(T_0 + T') = \mu_{v,0} + \mu'_v \end{cases} \quad (B.14)$$

Les termes μ' , κ' et μ'_v n'apparaissent pas dans les relations (B.13), car le milieu est considéré au repos et donc $\partial_x^2 v_{x,0} = 0$ et $\partial_x^2 T_0 = 0$.

L'introduction de la dérivée spatiale seconde de la relation (B.13a) dans la dérivée spatiale de la relation (B.13b) fournit :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2 v'_x}{\partial t \partial x} - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{4}{3} \mu_0 + \mu_{v,0} \right) \frac{\partial^3 \rho'}{\partial x^2 \partial t} \quad (B.15)$$

L'introduction de la relation (B.13d) dans la relation (B.13c) donne (en rappelant que $\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0 = \rho_0 c_0^2 / (\gamma_{\text{eq}} - 1)$) :

$$\frac{1}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \frac{\partial v'_x}{\partial x} - \kappa_0 \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} = 0 \quad (B.16)$$

ce qui se reformule tel que :

$$-\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} - \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1) \kappa_0}{c_0^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} \quad (B.17)$$

L'introduction de la dérivée temporelle de la relation (B.17) dans la relation (B.15) fournit :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa_0}{c_0^2} \frac{\partial^3 T'}{\partial t \partial x^2} - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{4}{3}\mu_0 + \mu_{v,0} \right) \frac{\partial^3 p'}{\partial x^2 \partial t} \quad (\text{B.18})$$

En introduisant l'équation d'état $p' = c_0^2 \rho' + cste$ dans la relation (B.13e), il vient :

$$T' = \frac{1}{\rho_0 r} \left(p' - \frac{p_0}{\rho_0 c_0^2} p' + cste \right) \quad (\text{B.19})$$

Cette relation permet d'identifier :

$$\frac{\partial^3 T'}{\partial t \partial x^2} = \frac{1}{\rho_0 r} \left(1 - \frac{p_0}{\rho_0 c_0^2} \right) \frac{\partial^3 p'}{\partial t \partial x^2} \quad (\text{B.20})$$

qui se reformule en notant que $c_0^2 = \gamma p_0 / \rho_0$:

$$\frac{\partial^3 T'}{\partial t \partial x^2} = \frac{\gamma_{\text{eq}} - 1}{\rho_0 \gamma_{\text{eq}} r} \frac{\partial^3 p'}{\partial t \partial x^2} \quad (\text{B.21})$$

Finalement, l'équation de propagation des ondes est obtenue en introduisant la relation (B.21) dans la relation (B.18), en utilisant l'équation d'état et en rappelant que $c_{p,\text{eq}} = \gamma_{\text{eq}} r / (\gamma_{\text{eq}} - 1)$, d'où :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \left(\frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa_0}{\rho_0 c_{p,\text{eq}}} + \frac{4\mu_0}{3\rho_0} + \frac{\mu_{v,0}}{\rho_0} \right) \frac{\partial^3 p'}{\partial t \partial x^2} \quad (\text{B.22})$$

L'application de la perturbation caractéristique $p' = \hat{p} e^{i(kx - \omega t)}$ dans l'équation de propagation (B.22) conduit après simplification à :

$$k^2 \left[1 + i \frac{\mu_0 \omega}{\rho_0 c_0^2} \left(\frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa_0}{\mu_0 c_{p,\text{eq}}} + \frac{4}{3} + \frac{\mu_{v,0}}{\mu_0} \right) \right] = \frac{\omega^2}{c_0^2} \quad (\text{B.23})$$

Finalement, en considérant que $\mu_0 \omega / (\rho_0 c_0^2) \ll 1$ et en utilisant les développements en série de Taylor au premier ordre la relation de dispersion est exprimée par :

$$k = \frac{\omega}{c_0} - i \frac{\mu_0 \omega^2}{2\rho_0 c_0^3} \left(\frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa_0}{\mu_0 c_{p,\text{eq}}} + \frac{4}{3} + \frac{\mu_{v,0}}{\mu_0} \right) \quad (\text{B.24})$$

ce qui souligne le coefficient d'absorption par longueur d'onde :

$$\alpha(\omega) = \frac{\mu_0 \omega^2}{2\rho_0 c_0^3} \left(\frac{(\gamma_{\text{eq}} - 1)\kappa_0}{\mu_0 c_{p,\text{eq}}} + \frac{4}{3} + \frac{\mu_{v,0}}{\mu_0} \right) \quad (\text{B.25})$$

B.3.2 Influence de la relaxation de la vibration moléculaire

Le système d'équation pour un gaz polyatomique avec relaxation de la vibration pour un milieu homogène, au repos et dans un domaine unidimensionnel se réduit

à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) = 0 \quad (B.26a)$$

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x^2) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (B.26b)$$

$$\frac{\partial \rho e_{\text{eq}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(\rho e_{\text{eq}} + p)v_x] + \rho \sum_{\beta} X_{\beta} r \left(\frac{\Theta_{\beta}}{T_{\beta}} \right)^2 e^{-\Theta_{\beta}/T_{\beta}} \frac{T - T_{\beta}}{\tau_{\beta}} = 0 \quad (B.26c)$$

$$\frac{\partial \rho T_{\beta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x T_{\beta}) = \rho \frac{T - T_{\beta}}{\tau_{\beta}} \quad (B.26d)$$

$$\rho e_{\text{eq}} = \frac{p}{\gamma_{\text{eq}} - 1} + \frac{1}{2} \rho v_x^2 \quad (B.26e)$$

$$p = \rho r T \quad (B.26f)$$

et sa linéarisation au premier ordre est (en rappelant que $T_0 = T_{\beta,0}$) :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} = 0 \quad (B.27a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (B.27b)$$

$$\rho_0 \frac{\partial e'_{\text{eq}}}{\partial t} + e_{\text{eq},0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0) \frac{\partial v'_x}{\partial x} + \rho_0 \sum_{\beta} c_{v,\beta} \frac{T' - T'_{\beta}}{\tau_{\beta}} = 0 \quad (B.27c)$$

$$\rho_0 \frac{\partial T'_{\beta}}{\partial t} + T_0 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 T_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} - \rho_0 \frac{T' - T'_{\beta}}{\tau_{\beta}} = 0 \quad (B.27d)$$

$$\rho' e_{\text{eq},0} + \rho_0 e'_{\text{eq}} = \frac{p'}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \quad (B.27e)$$

$$p' = \rho' r T_0 + \rho_0 r T' \quad (B.27f)$$

avec $c_{v,\beta} = c_{v,\beta}(T_{\beta,0}) = c_{v,\beta}(T_0)$.

En y introduisant l'équation (B.27a) l'équation (B.27d) devient :

$$\frac{\partial T'_{\beta}}{\partial t} = \frac{T' - T'_{\beta}}{\tau_{\beta}} \quad (B.28)$$

L'application des perturbations caractéristiques (§2.2.1) dans le système (B.27) fournit :

$$-i\omega \hat{\rho} + ik \rho_0 \hat{v}_x = 0 \quad (B.29a)$$

$$-i\omega \rho_0 \hat{v}_x + ik \hat{p} = 0 \quad (B.29b)$$

$$-i\omega \rho_0 \hat{e}_{\text{eq}} - i\omega e_{\text{eq},0} \hat{\rho} + ik (\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0) \hat{v}_x + \rho_0 \sum_{\beta} c_{v,\beta} (-i\omega \hat{T}_{\beta}) = 0 \quad (B.29c)$$

$$-i\omega \hat{T}_{\beta} = \frac{\hat{T} - \hat{T}_{\beta}}{\tau_{\beta}} \quad (B.29d)$$

$$\hat{\rho} e_{\text{eq},0} + \rho_0 \hat{e}_{\text{eq}} = \frac{\hat{p}}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \quad (B.29e)$$

$$\hat{p} = \hat{\rho} r T_0 + \rho_0 r \hat{T} \quad (B.29f)$$

En combinant les équations (B.29a) & (B.29b) il vient :,

$$k^2 \hat{p} = \omega^2 \hat{\rho} \quad (\text{B.30})$$

La relation (B.29d) peut être reformulée par :

$$\hat{T}_\beta = \phi_\beta \hat{T} \quad (\text{B.31})$$

où $\phi_\beta = 1/(1 - i\omega\tau_\beta)$. Les relations (B.31) & (B.29e) sont introduites dans l'équation (B.29c) pour obtenir :

$$-\frac{i\omega}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \hat{p} = -ik \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma_{\text{eq}} - 1} \hat{v}_x + i\omega \rho_0 \sum_{\beta} c_{v,\beta} \phi_\beta \hat{T} \quad (\text{B.32})$$

qui a été simplifiée en utilisant la relation usuelle $\rho_0 e_{\text{eq},0} + p_0 = \rho_0 c_0^2 / (\gamma_{\text{eq}} - 1)$ avec $c_0 = \sqrt{\gamma_{\text{eq}} r T_0}$. Les équations (B.29b) & (B.29f) peuvent être réécrites telles que :

$$\hat{v}_x = \frac{\omega}{\rho_0 k} \hat{\rho} \quad (\text{B.33a})$$

$$\rho_0 \hat{T} = \frac{\hat{p}}{r} - \hat{\rho} T_0 \quad (\text{B.33b})$$

L'introduction de ces relations dans (B.32) fourni :

$$\hat{p} \left(1 + \frac{\gamma_{\text{eq}} - 1}{r} \sum_{\beta} c_{v,\beta} \phi_\beta \right) = \hat{\rho} \left(c_0^2 + (\gamma_{\text{eq}} - 1) T_0 \sum_{\beta} c_{v,\beta} \phi_\beta \right) \quad (\text{B.34})$$

La relation de dispersion exacte est finalement obtenue en combinant (B.34) & (B.30), en factorisant c_0^2 au dénominateur et en utilisant les définitions $c_{p,\text{eq}} = \gamma_{\text{eq}} c_{v,\text{eq}}$ et $c_{v,\text{eq}} = r / (\gamma_{\text{eq}} - 1)$, d'où :

$$k = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{c_{v,\text{eq}}} \sum_{\beta} c_{v,\beta} \phi_\beta}{1 + \frac{1}{c_{p,\text{eq}}} \sum_{\beta} c_{v,\beta} \phi_\beta}} \quad (\text{B.35})$$

Pour simplifier les développements à venir, $A(\omega)$ et $B(\omega)$ sont introduits tels que :

$$A(\omega) = \sum_{\beta} c_{v,\beta} \Re(\phi_\beta) = \sum_{\beta} \frac{c_{v,\beta}}{1 + (\omega\tau_\beta)^2} \quad (\text{B.36a})$$

$$B(\omega) = \sum_{\beta} c_{v,\beta} \Im(\phi_\beta) = \sum_{\beta} \frac{c_{v,\beta} (\omega\tau_\beta)}{1 + (\omega\tau_\beta)^2} \quad (\text{B.36b})$$

où $\Re(\phi_\beta)$ et $\Im(\phi_\beta)$ sont respectivement les parties réelle et imaginaire de ϕ_β . En introduisant A et B , et en développant la relation (B.35) au premier ordre, il vient :

$$k \simeq \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{1 + A \left(\frac{1}{c_{p,\text{eq}}} + \frac{1}{c_{v,\text{eq}}} \right)}{1 + \frac{2A}{c_{p,\text{eq}}}} + i \frac{B \left(\frac{1}{c_{v,\text{eq}}} - \frac{1}{c_{p,\text{eq}}} \right)}{1 + \frac{2A}{c_{p,\text{eq}}}}} \quad (\text{B.37})$$

Puisque le premier terme dans la racine est proche de 1 alors que le second est proche de 0 les parties réelle et imaginaire de k sont formulées telles que :

$$\Re(k) \simeq \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{1 + A \left(\frac{1}{c_{p,eq}} + \frac{1}{c_{v,eq}} \right)}{1 + \frac{2A}{c_{p,eq}}} } \quad (B.38a)$$

$$\Im(k) \simeq \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\frac{B \left(\frac{1}{c_{v,eq}} - \frac{1}{c_{p,eq}} \right)}{1 + \frac{2A}{c_{p,eq}}} } \quad (B.38b)$$

La définition de la vitesse de phase est $v_\phi = \omega/\Re(k)$, donc dans ce cas, v_ϕ est approchée par :

$$v_\phi(\omega) \simeq c_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{2A}{c_{p,eq}}}{1 + A \left(\frac{1}{c_{p,eq}} + \frac{1}{c_{v,eq}} \right)}} \quad (B.39)$$

qui se reformule par un développement en série de Taylor au premier ordre :

$$v_\phi(\omega) \simeq c_0 \sqrt{1 + A \left(\frac{1}{c_{p,eq}} - \frac{1}{c_{v,eq}} \right)} \quad (B.40)$$

et qui devient par un second développement au premier ordre :

$$v_\phi(\omega) \simeq c_0 \left[1 + \frac{A}{2} \left(\frac{1}{c_{p,eq}} - \frac{1}{c_{v,eq}} \right) \right] \quad (B.41)$$

Finalement, en rappelant que $c_{p,eq} = \gamma_{eq} c_{v,eq}$ l'expression de la vitesse de phase s'écrit :

$$v_\phi(\omega) \simeq c_0 \left[1 - \left(\frac{\gamma - 1}{2c_{p,eq}} \right) \sum_{\beta} \frac{c_{v,\beta}}{1 + (\omega\tau_\beta)^2} \right] \quad (B.42)$$

Le coefficient d'absorption par longueur d'onde α_β est défini par $\alpha(\omega) = -\Im(k)$. En développant en série de Taylor la relation (B.38b) au premier ordre :

$$\alpha_\beta = \frac{\omega}{c_0} \frac{\gamma_{eq} - 1}{c_p} \sum_{\beta} c_{v,\beta} \frac{\omega\tau_\beta}{1 + (\omega\tau_\beta)^2} \quad (B.43)$$

qui se reformule en utilisant l'expression de l'absorption absolue maximale $(\alpha_\beta\lambda)_m$:

$$(\alpha_\beta\lambda)_m = \frac{\pi(\gamma_{eq} - 1)c_{v,\beta}}{2c_{p,eq}} \quad (B.44)$$

$$\alpha_\beta(\omega) = \frac{1}{\lambda} (\alpha_\beta\lambda)_m \frac{2\omega\tau_\beta}{1 + (\omega\tau_\beta)^2} \quad (B.45)$$

B.4 Développements analytiques pour la propagation des sons en milieu inhomogène

B.4.1 Influence de l'inhomogénéité du milieu

Équations de propagation en milieu inhomogène

Dans un milieu inhomogène au repos, la linéarisation des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et du premier principe de la thermodynamique pour un gaz parfait conduit à :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}') = 0 \quad (B.46a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \nabla p' - \frac{\rho'}{\rho_0} \nabla p_0 = 0 \quad (B.46b)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 = c_0^2 \left[\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \rho_0 \right] \quad (B.46c)$$

La dérivée temporelle de la relation (B.46a) est :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}')] = 0 \quad (B.47)$$

en négligeant les termes en ∇p_0 , la dérivée spatiale de la relation (B.46b) est :

$$\nabla \cdot \frac{\partial (\rho_0 \mathbf{u}')}{\partial t} + \nabla^2 p' = 0 \quad (B.48)$$

En soustrayant la relation (B.48) à la relation (B.47), il vient :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (B.49)$$

La dérivée temporelle de la relation (B.46c) permet de former :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} \cdot \nabla \rho_0 = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \frac{\nabla p' \cdot \nabla \rho_0}{\rho_0} \quad (B.50)$$

En remarquant que :

$$\frac{\nabla p' \cdot \nabla \rho_0}{\rho_0} - \nabla^2 p' = -\rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p'}{\rho_0} \right) \quad (B.51)$$

l'équation des ondes est finalement obtenue en combinant la relation (B.48) avec la relation (B.50) :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p'}{\rho_0} \right) = 0 \quad (B.52)$$

ou sous une forme équivalente :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' + \frac{\nabla p' \cdot \nabla \rho_0}{\rho_0} = 0 \quad (B.53)$$

Afin de s'affranchir d'un effet d'amplification induit par le troisième terme de cette relation, Bergmann [11] propose le changement de variable :

$$\Psi = \frac{p'}{\sqrt{\rho_0}}$$

dont l'introduction dans l'équation (B.53) conduit à :

$$\frac{1}{c_0^2} \partial_t^2 (\sqrt{\rho_0} \Psi) - \nabla^2 (\sqrt{\rho_0} \Psi) + \nabla (\sqrt{\rho_0} \Psi) \cdot \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} = 0 \quad (\text{B.54})$$

Le développement des termes en Ψ donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \sqrt{\rho_0} \Psi}{\partial t^2} = \frac{\sqrt{\rho_0}}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \\ \nabla (\sqrt{\rho_0} \Psi) = \sqrt{\rho_0} \nabla \Psi + \frac{\nabla \rho_0}{2\sqrt{\rho_0}} \Psi \\ \nabla^2 (\sqrt{\rho_0} \Psi) = \nabla \cdot (\sqrt{\rho_0} \nabla \Psi) + \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \rho_0}{2\sqrt{\rho_0}} \Psi \right) \\ = \frac{\nabla \rho_0 \cdot \nabla \Psi}{2\sqrt{\rho_0}} + \sqrt{\rho_0} \nabla^2 \Psi + \frac{\nabla \Psi \cdot \nabla \rho_0}{2\sqrt{\rho_0}} \\ - \frac{\Psi (\nabla \rho_0)^2}{4\rho_0 \sqrt{\rho_0}} + \frac{\Psi \nabla^2 \rho_0}{2\sqrt{\rho_0}} \end{array} \right. \quad (\text{B.55})$$

L'introduction ces développements dans l'équation (B.54) permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\rho_0}}{c_0^2} \partial_t^2 \Psi - \frac{\nabla \rho_0 \cdot \nabla \Psi}{2\sqrt{\rho_0}} - \sqrt{\rho_0} \nabla^2 \Psi - \frac{\nabla \Psi \cdot \nabla \rho_0}{2\sqrt{\rho_0}} \\ & + \frac{\Psi (\nabla \rho_0)^2}{4\rho_0 \sqrt{\rho_0}} - \frac{\Psi \nabla^2 \rho_0}{2\sqrt{\rho_0}} + \frac{\sqrt{\rho_0} \nabla \Psi \cdot \nabla \rho_0}{\rho_0} + \frac{\Psi (\nabla \rho_0)^2}{2\rho_0 \sqrt{\rho_0}} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.56})$$

Les 2^e, 4^e et 7^e termes de cette relation s'annulent, puis en divisant tous les termes restants par $\sqrt{\rho_0}$ et en factorisant les termes en Ψ , il vient finalement :

$$\frac{1}{c_0^2} \partial_t^2 \Psi - \nabla^2 \Psi = -\frac{N_{ac}^2}{c_0^2} \Psi \quad (\text{B.57})$$

avec N_{ac} tel que :

$$N_{ac} = c_0 \sqrt{-\frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \rho_0}{\rho_0} + \frac{3}{4} \left(\frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} \right)^2} \quad (\text{B.58})$$

Relations de dispersion en milieu inhomogène

Le calcul des relations de dispersion à partir des équations de propagation (B.53) ou (B.57) peut être réalisé pour un milieu isotherme et de composition homogène. En effet, puisque la vitesse du son c_0 est constante, les coefficients \mathbf{k} , ω et \hat{A} des

perturbations caractéristiques de la forme $A = \widehat{A} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ sont indépendants de \mathbf{x} . Pour l'équation des ondes (B.53), l'introduction de $p' = \widehat{p} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ conduit à :

$$\|\mathbf{k}\|^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(1 + i \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} \cdot \frac{\mathbf{k}}{\|\mathbf{k}\|^2} \right)^{-1} \quad (\text{B.59})$$

avec $\mathbf{k} = {}^t(k_x, k_y, k_z)$ le vecteur d'onde et $\|\mathbf{k}\|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$. En supposant que le second terme entre parenthèses est très inférieur à 1, cette relation est approximée par :

$$k = \frac{\omega}{c_0} \left(1 - i \frac{1}{2} \frac{\mathbf{k}}{\|\mathbf{k}\|^2} \cdot \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} \right) \quad (\text{B.60})$$

et la partie imaginaire de k met en évidence le facteur d'amplification en $1/\sqrt{\rho_0}$. Pour l'équation des ondes (B.57) calculée par Bergmann afin de s'affranchir de cette amplification, l'introduction de la perturbation $\Psi = \widehat{\Psi} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ fournit :

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \Omega_{\text{ac}}^2}{c_0^2}} \quad (\text{B.61})$$

avec $\Omega_{\text{ac}} = 2\pi N_{\text{ac}}$. Les vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g sont alors exprimées par :

$$\begin{cases} v_\phi(\omega) = \frac{\omega}{\Re(k)} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{\text{ac}}}{\omega}\right)^2}} \\ v_g(\omega) = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Omega_{\text{ac}}}{\omega}\right)^2} \end{cases} \quad (\text{B.62})$$

B.4.2 Influence d'un champ de gravité uniforme

Dans un milieu au repos, rendu inhomogène par l'application d'un champ de gravité uniforme tel que $\mathbf{g} = {}^t(0, 0, g_z)$, la linéarisation des équations de conservation de la masse, de conservation de la quantité de mouvement et du premier principe de la thermodynamique s'écrit (en négligeant e_y , une des deux dimensions horizontales) :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' + v'_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0 \quad (\text{B.63a})$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_x}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.63b})$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_z}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g_z = 0 \quad (\text{B.63c})$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \rho_0 g_z v'_z = c_0^2 \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + v'_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right) \quad (\text{B.63d})$$

Les perturbations caractéristiques exprimées dans l'espace de Fourier s'expriment :

$$\begin{aligned} \rho'(x, z, t) &= \widehat{\rho} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} & p'(x, z, t) &= \widehat{p} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \\ v'_x(x, z, t) &= \widehat{v}_x e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} & v'_z(x, z, t) &= \widehat{v}_z e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \end{aligned} \quad (\text{B.64})$$

En considérant une atmosphère isotherme, les variables ρ_0 et p_0 peuvent être exprimées en fonction de la hauteur d'échelle $H = rT_0/g_z = c_0^2/(\gamma g_z)$, ainsi :

$$\begin{cases} \rho_0(z) = \rho_{0,\text{sol}} e^{-z/H} \\ p_0(z) = p_{0,\text{sol}} e^{-z/H} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -\frac{1}{H} \\ \frac{1}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} = -\frac{1}{H} \end{cases} \quad (\text{B.65})$$

L'introduction des perturbations caractéristiques et l'utilisation des relations (B.65) permet de reformuler les équations du système (B.63) :

– pour la conservation de la masse :

$$\begin{aligned} -i\omega \hat{\rho} + i\rho_0 (k_x \hat{v}_x + k_z \hat{v}_z) - \hat{v}_z \frac{\rho_0}{H} &= 0 \\ \Rightarrow -i\omega \frac{\hat{\rho}}{\rho_0} + i(k_x \hat{v}_x + k_z \hat{v}_z) - \frac{\hat{v}_z}{H} &= 0 \end{aligned}$$

– pour la conservation du moment suivant e_x :

$$\begin{aligned} -i\omega \rho_0 \hat{v}_x + ik_x \hat{p} &= 0 \\ \Rightarrow -i\omega \hat{v}_x + ik_x \left(g_z \frac{p_0}{g_z \rho_0} \right) \frac{\hat{p}}{p_0} &= 0 \\ \Rightarrow -i\omega \hat{v}_x + ik_x g_z H \frac{\hat{p}}{p_0} &= 0 \end{aligned}$$

– pour la conservation du moment suivant e_z :

$$\begin{aligned} -i\omega \rho_0 \hat{v}_z + ik_z \hat{p} - \frac{\hat{p}}{H} + \hat{\rho} g_z &= 0 \\ \Rightarrow -i\omega \hat{v}_z + ik_z g_z H \frac{\hat{p}}{p_0} - g_z \frac{\hat{p}}{p_0} + g_z \frac{\hat{\rho}}{\rho_0} &= 0 \end{aligned}$$

– pour le premier principe :

$$\begin{aligned} -i\omega \hat{p} - \hat{v}_z \frac{p_0}{H} &= c_0^2 \left(-i\omega \hat{\rho} - \hat{v}_z \frac{\rho_0}{H} \right) \\ \Rightarrow -i\omega \frac{\hat{p}}{p_0} - \frac{\hat{v}_z}{H} &= \gamma \left(-i\omega \frac{\hat{\rho}}{\rho_0} - \frac{\hat{v}_z}{H} \right) \end{aligned}$$

Ces relations peuvent être réécrites sous une forme matricielle $Ax = b$ équivalente avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -i\omega & ik_x & ik_x - H^{-1} \\ ik_x g_z H & 0 & -i\omega & 0 \\ ik_z g_z H - g_z & g_z & 0 & -i\omega \\ -i\omega & i\gamma\omega & 0 & (\gamma - 1)H^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.66})$$

$$x = \begin{bmatrix} \widehat{p}/p_0 \\ \widehat{\rho}/\rho_0 \\ \widehat{v}_x \\ \widehat{v}_z \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.67})$$

Une solution non triviale de ce système est obtenue en annulant le déterminant de A , ce qui est équivalent à :

$$P(\omega) = \omega^4 - \omega^2 c_0^2 (k_x^2 + k_z^2) + (\gamma - 1)g_z^2 k_x^2 + i\omega^2 \gamma g_z k_z = 0 \quad (\text{B.68})$$

Annexe C

Coefficients des méthodes numériques

C.1 Schémas de dérivation spatiale

a_0	0
a_1	0.872756993962667
a_2	-0.286511173973333
a_3	0.090320001280000
a_4	-0.020779405824000
a_5	0.002484594688000

TABLE C.1 – Coefficients a_j du schéma de dérivation spatiale centré FDo11p.

	FDo010d	FDo19d	FDo28d	FDo37d	FDo46d
a_{-4}					0.016756572303
a_{-3}				-0.013277273810	-0.117478455239
a_{-2}			0.057982271137	0.115976072920	0.411034935097
a_{-1}		-0.180022054228	-0.536135360383	-0.617479187931	-1.130286765151
a_0	-2.391602219538	-1.237550583044	-0.264089548967	-0.274113948206	0.341435872100
a_1	5.832490322294	2.484731692990	0.917445877606	1.086208764655	0.556396830543
a_2	-7.650218001182	-1.810320814061	-0.169688364841	-0.402951626982	-0.082525734207
a_3	7.907810563576	1.112990048440	-0.029716326170	0.131066986242	0.003565834658
a_4	-5.922599052629	-0.481086916514	0.029681617641	-0.028154858354	0.001173034777
a_5	3.071037015445	0.126598690230	-0.005222483773	0.002596328316	-0.000071772671
a_6	-1.014956769726	-0.015510730165	-0.000118806260	0.000128743150	-0.000000352273
a_7	0.170022256519	0.000021609059	-0.000118806260	0.0	
a_8	0.002819958377	0.000156447571	-0.000020069730		
a_9	-0.004791009708	-0.000007390277			
a_{10}	-0.000013063429				

TABLE C.2 – Coefficients a_j des schémas de dérivation spatiale décentrés FDo010d, FDo19d, FDo28d, FDo37d et FDo46d.

C.2 Méthode d'intégration temporelle

b_1	0.117979901628817
b_2	0.184646966494485
b_3	0.246623604309588
b_4	0.331839542735621
b_5	0.5
b_6	1.

TABLE C.3 – Coefficients b_j de la méthodes Runge-Kutta RK2.

C.3 Filtres numériques

d_0	0.234810479761700
d_1	-0.199250131285813
d_2	0.120198310245186
d_3	-0.049303775636020
d_4	0.012396449873964
d_5	-0.001446093078167

TABLE C.4 – Coefficients d_j du filtres sélectifs SFo11p.

	SFo010d	SFo19d	SFo28d	SFo37d	SFo46d
d_{-4}					0.008391235145
d_{-3}				-0.000054596010	-0.047402506444
d_{-2}			0.0307159855992469	0.042124772446	0.121438547725
d_{-1}		-0.085777408970	-0.148395705486028	-0.173103107841	-0.200063042812
d_0	0.320882352941	0.277628171524	0.312055385963757	0.299615871352	0.240069047836
d_1	-0.465	-0.356848072173	-0.363202245195514	-0.276543612935	-0.207269200140
d_2	0.179117647059	0.223119093072	0.230145457063431	0.131223506571	0.122263107844
d_3	-0.035	-0.057347064865	-0.0412316564605079	-0.023424966418	-0.047121062819
d_4	0	-0.000747264596	-0.0531024700805787	0.013937561779	0.009014891495
d_5	0	-0.000027453993	0.0494343261171287	-0.024565095706	0.001855812216
d_6	0	0	-0.0198143585458560	0.013098287852	-0.001176830044
d_7	0	0	0.00339528102492129	-0.002308621090	
d_8	0	0		0	
d_9	0	0			
d_{10}	0				

TABLE C.5 – Coefficients d_j des filtres sélectifs décentrés SFo010d, SFo19d, SFo28d, SFo37d et SFo46d.

	Fo2	Fo4	Fopt
c_1	$-1/4$	$-3/16$	-0.210383
c_2	0	$1/16$	0.039617

TABLE C.6 – Coefficients c_j des filtres Fo2, Fo4 et Fopt de la procédure de filtrage des chocs.

d_0	$1/2$
d_1	$-1/4$

TABLE C.7 – Coefficients d_j du filtre SFs3p de la zone éponge.

Annexe D

Simulations de propagation infrasonore

D.1 Comparaison des cartes de pression et d'énergie acoustique

Les cartes de pression acoustiques M_p employées à la section §4.3.2 sont reproduites à la figure D.1. Pour rappel, elles sont obtenues avec la version PLD du code de calcul qui utilise la source canonique. Trois simulations sont effectuées, pour différentes amplitudes de source ($p_s = 10, 100$ & 500 Pa).

Les cartes d'énergie acoustique M_E (§4.1.8) obtenues lors de ces simulations sont reproduites à la figure D.2. La comparaison des cartes M_p et M_E souligne que les secondes ne sont pas adapté à l'étude des phénomènes de focalisation.

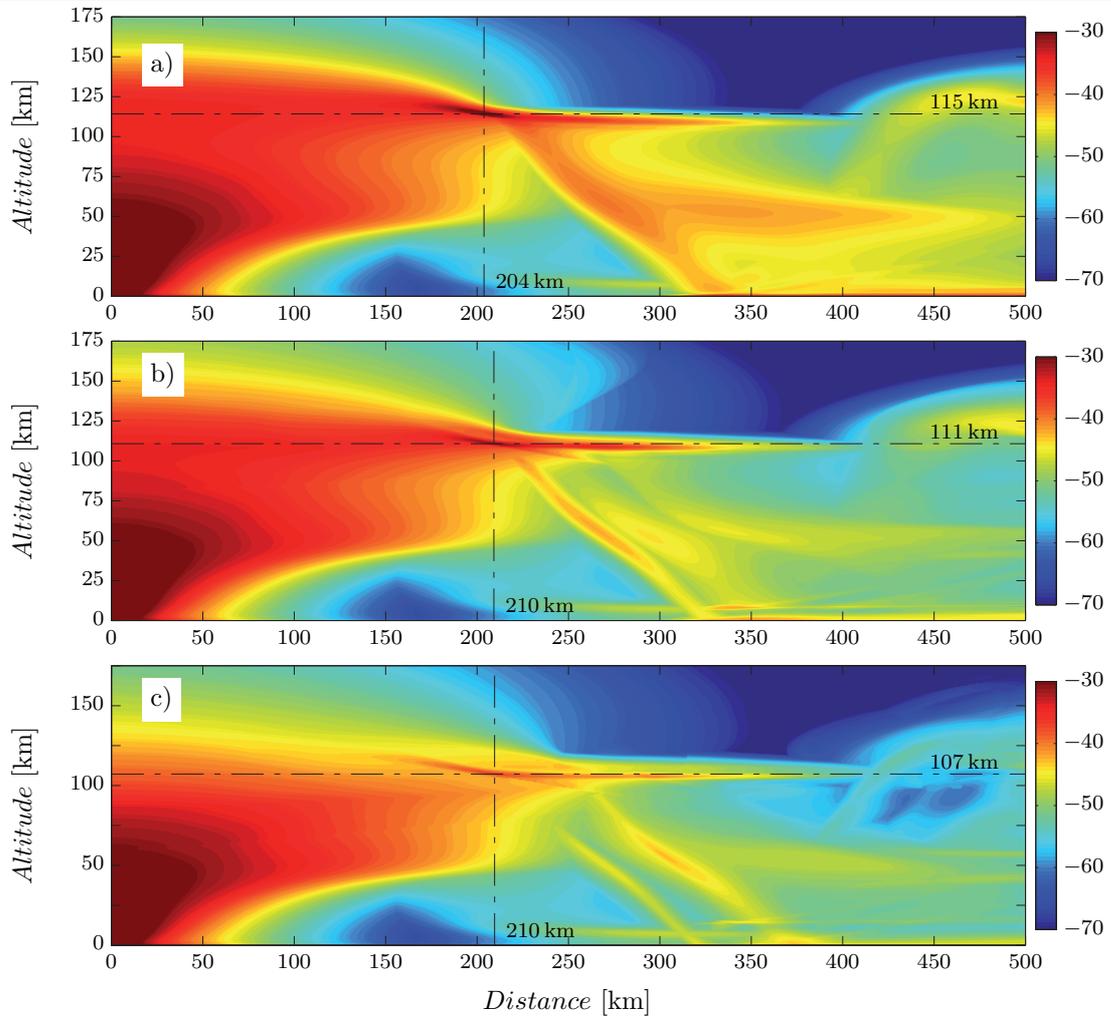


FIGURE D.1 – Cartes de pression acoustique M_p .

- (a) Carte de pression acoustique M_p pour $p_s = 10$ Pa exprimée en dB
- (b) Carte de pression acoustique M_p pour $p_s = 100$ Pa exprimée en dB
- (c) Carte de pression acoustique M_p pour $p_s = 500$ Pa exprimée en dB

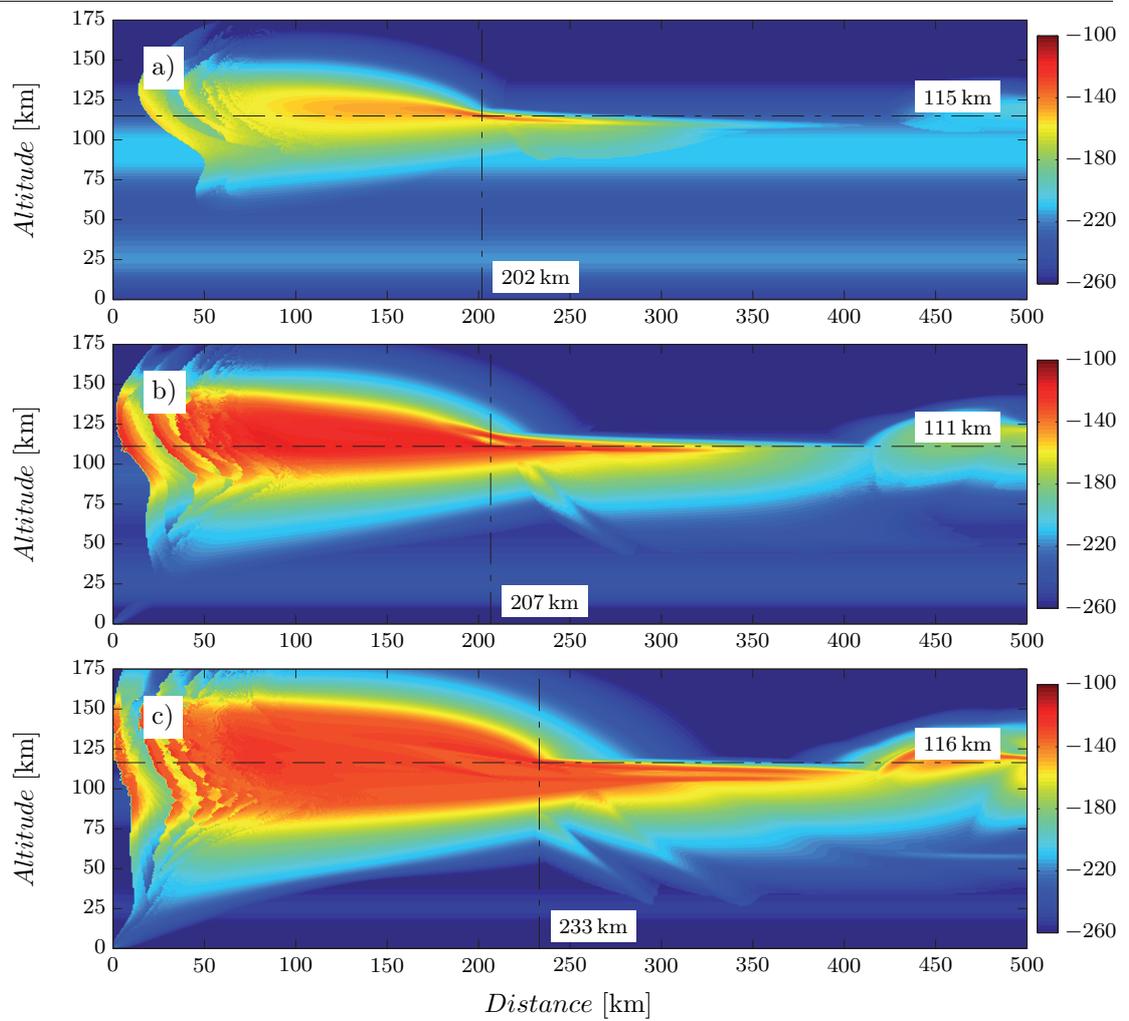


FIGURE D.2 – Cartes d'énergie acoustique M_E .
 (a) Carte d'énergie acoustique M_E pour $p_s = 10$ Pa exprimée en dB
 (b) Carte d'énergie acoustique M_E pour $p_s = 100$ Pa exprimée en dB
 (c) Carte d'énergie acoustique M_E pour $p_s = 500$ Pa exprimée en dB

D.2 Champs acoustiques instantanés

Les figures D.3 à D.3 sont les champs instantanés enregistrés au cours des simulations présentées à la section §4.4.1. Pour rappel, la source explosive est employée avec $p_s = 20$ Pa.

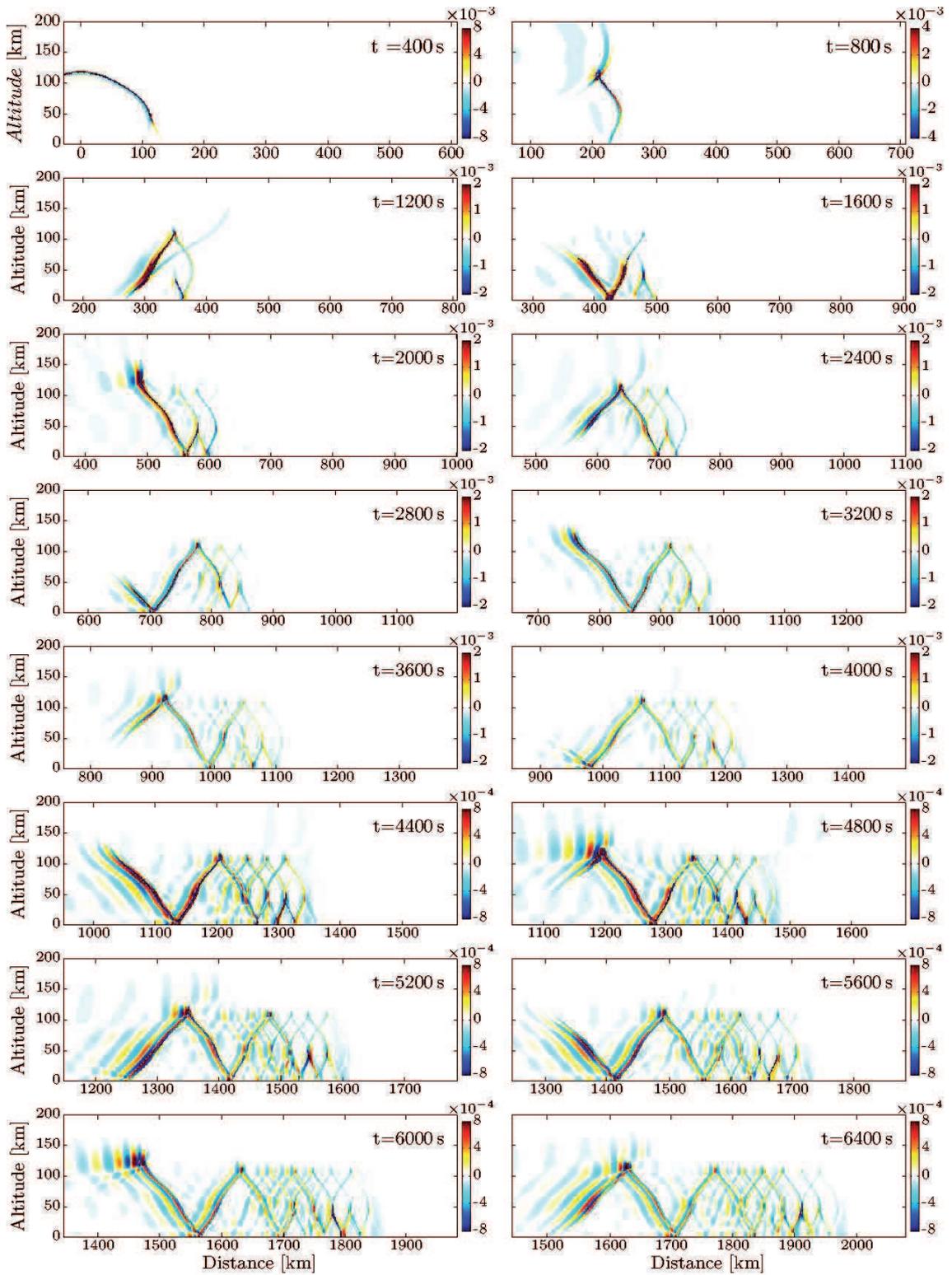


FIGURE D.3 – Champs acoustiques instantanés sans vent.

Champs acoustiques instantanés normalisés Ψ/Ψ_s enregistrés à 16 instants successifs pour une propagation sans vent, $p_s = 20$ Pa

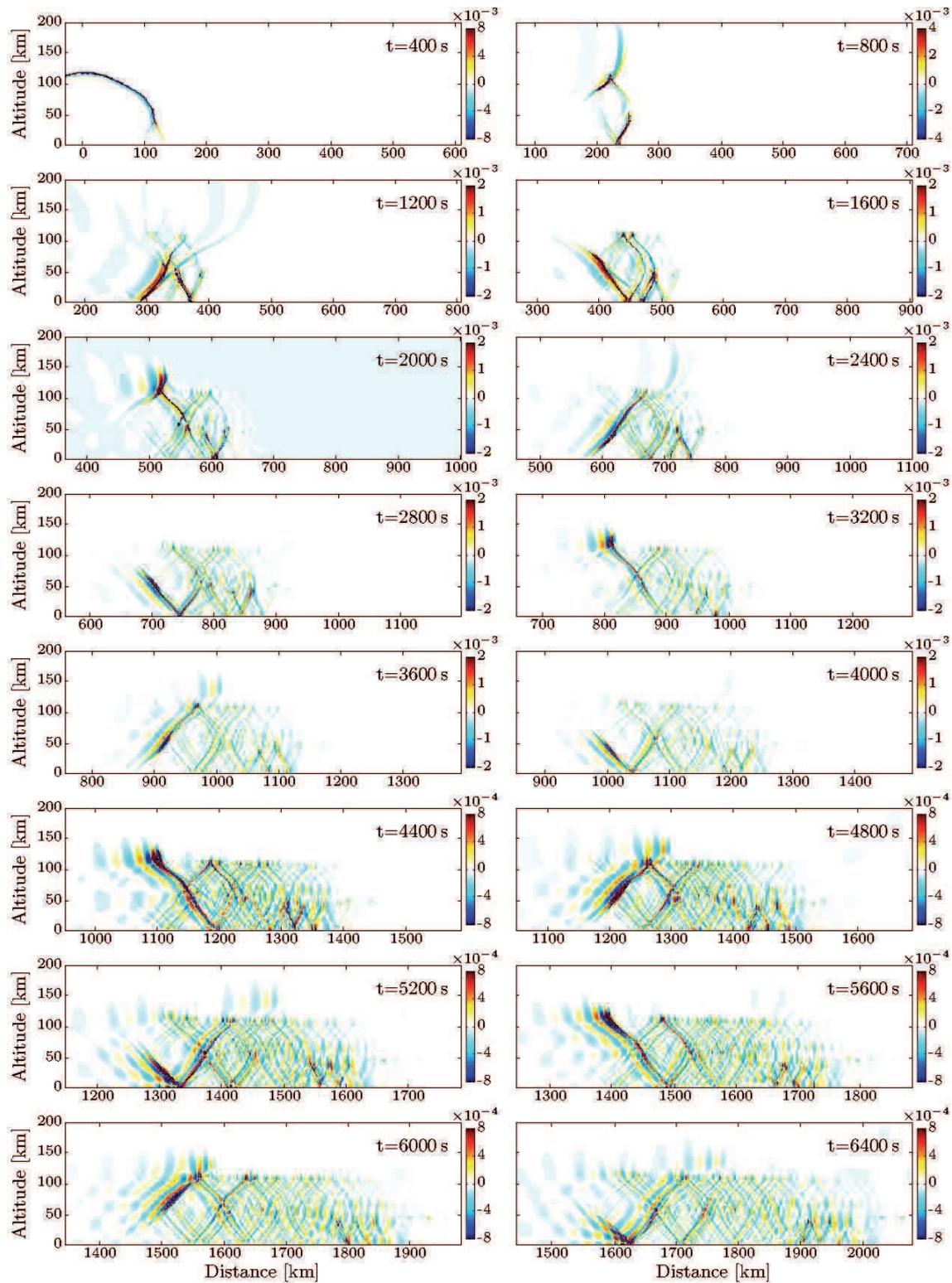


FIGURE D.4 – Champs acoustiques instantanés vers l'ouest.

Champs acoustiques instantanés normalisés Ψ/Ψ_s enregistrés à 16 instants successifs pour une propagation vers l'ouest, $p_s = 20$ Pa

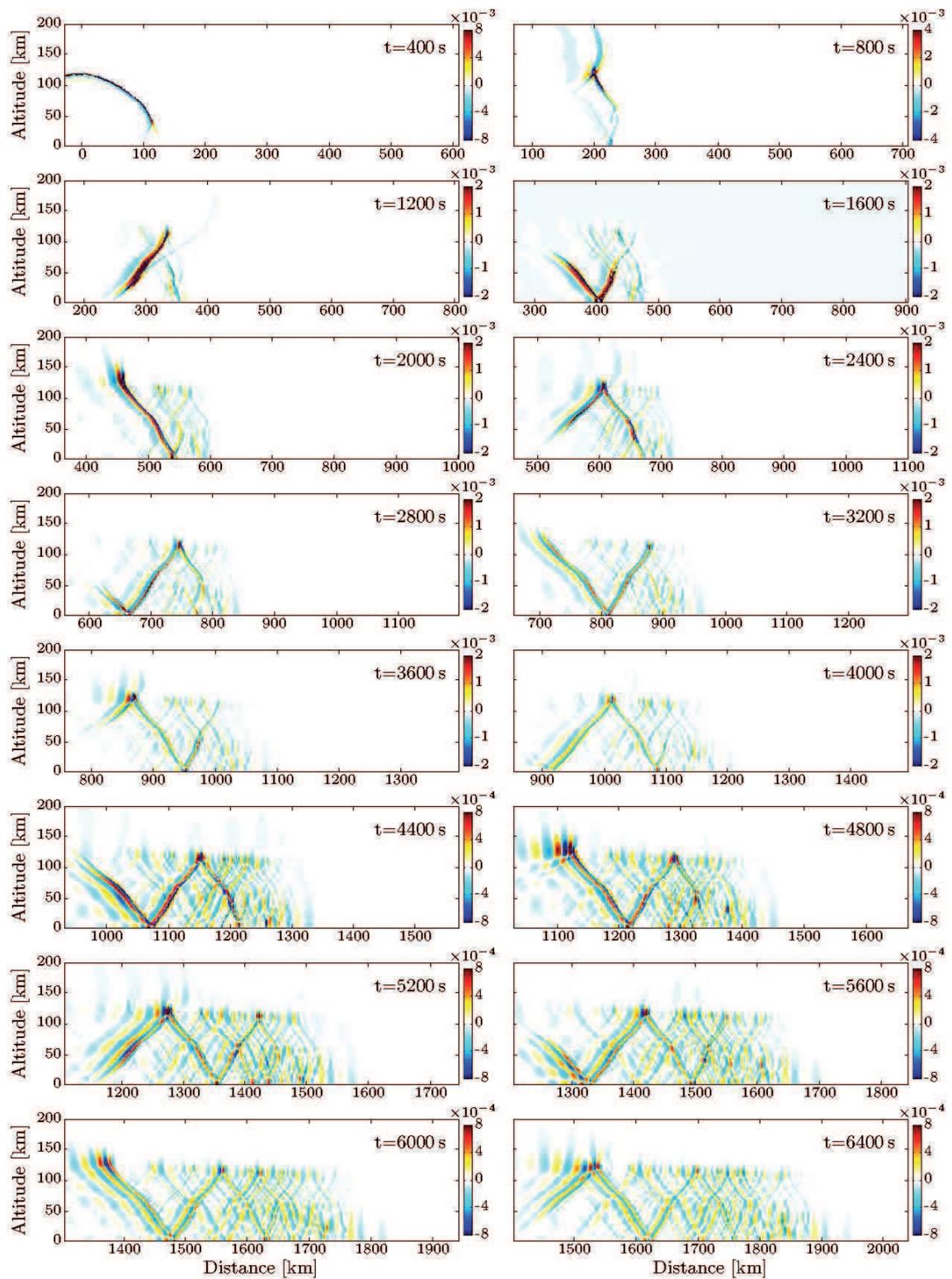


FIGURE D.5 – Champs acoustiques instantanés vers l'est.

Champs acoustiques instantanés normalisés Ψ/Ψ_s enregistrés à 16 instants successifs pour une propagation vers l'est, $p_s = 20$ Pa

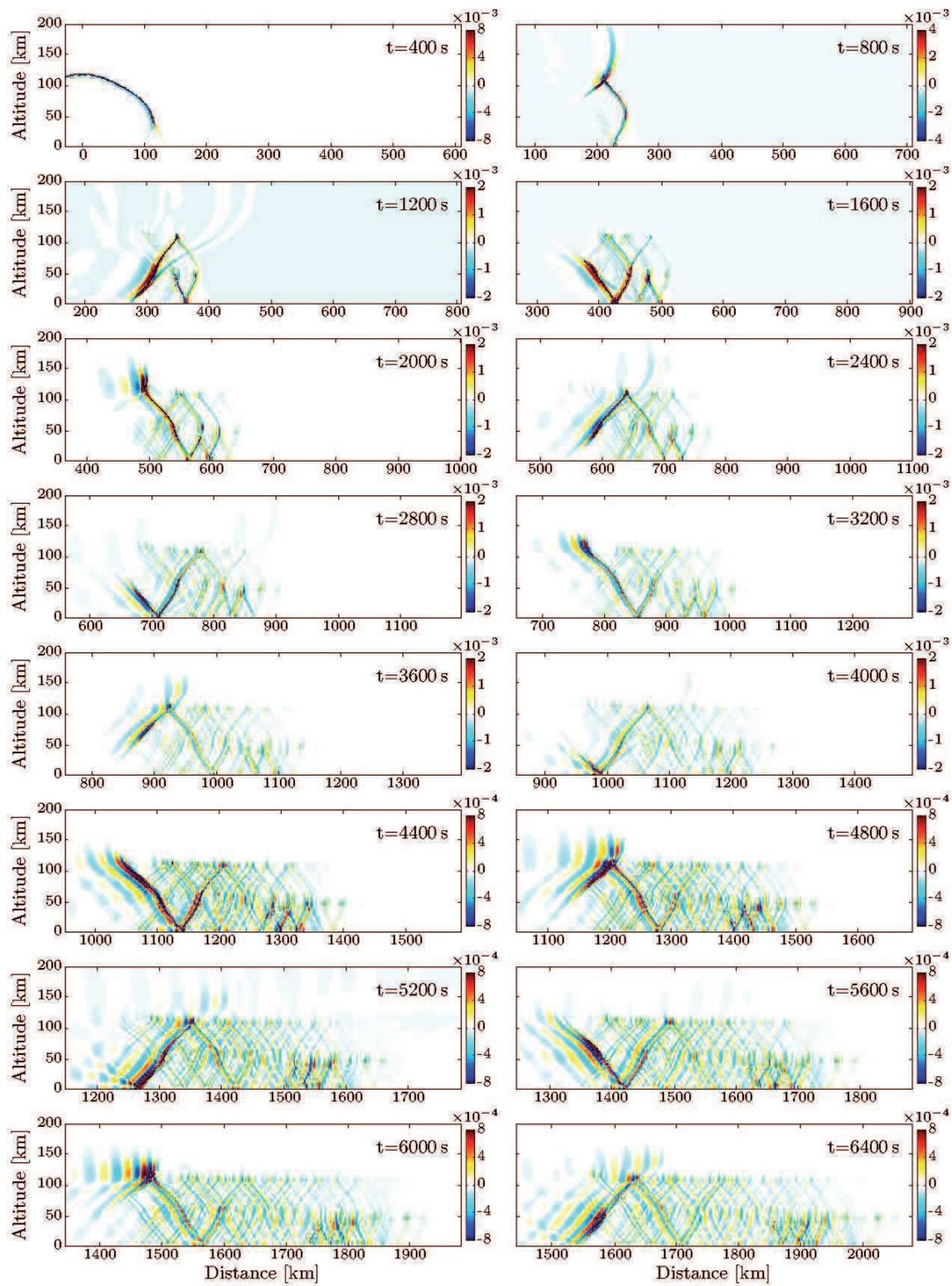


FIGURE D.6 – Champs acoustiques instantanés vers le nord.

Champs acoustiques instantanés normalisés Ψ/Ψ_s enregistrés à 16 instants successifs pour une propagation vers le nord, $p_s = 20$ Pa

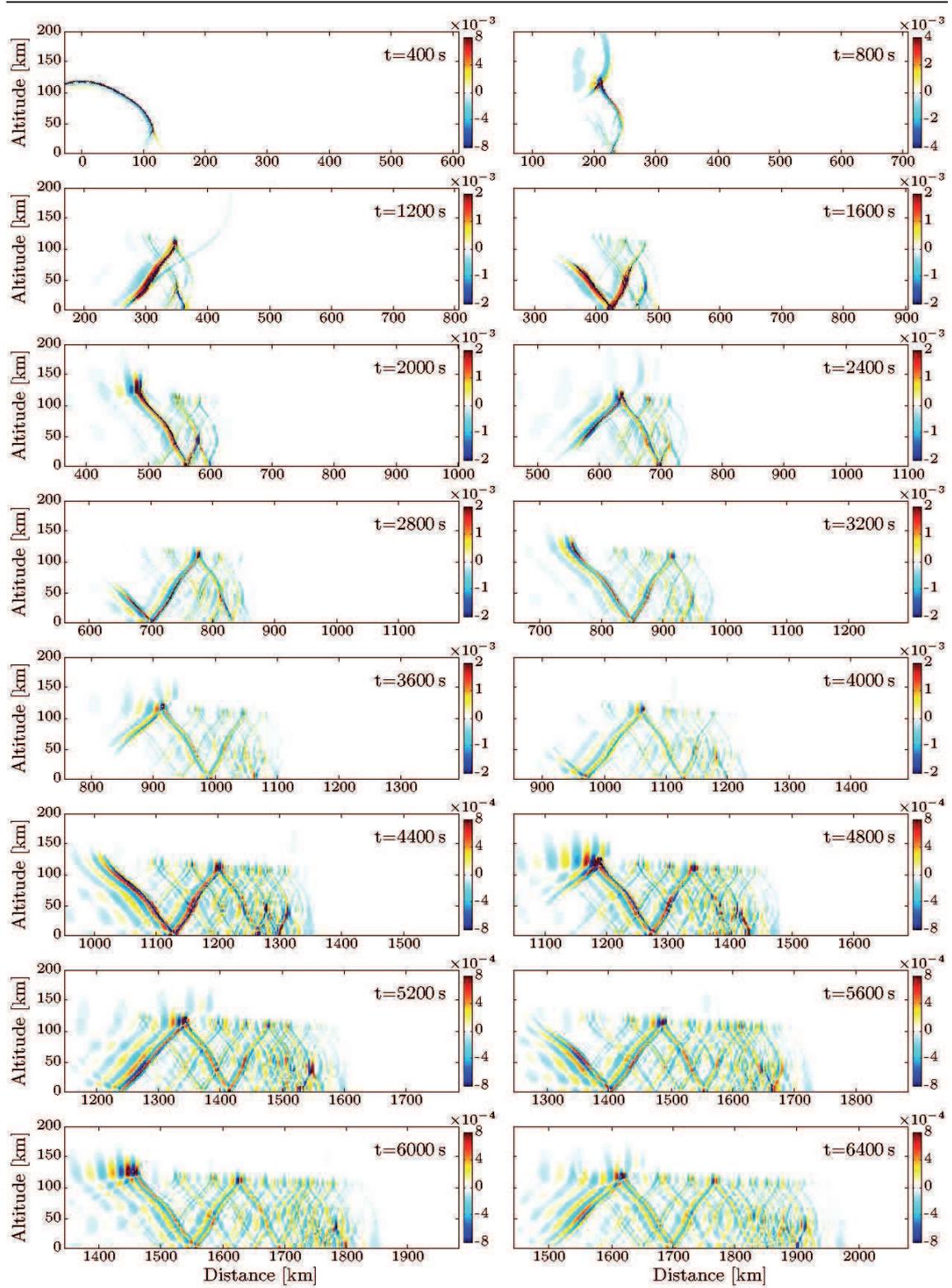


FIGURE D.7 – Champs acoustiques instantanés vers le sud.
 Champs acoustiques instantanés normalisés Ψ/Ψ_s enregistrés à 16 instants successifs pour une propagation vers le sud, $p_s = 20$ Pa



Liste des personnes Habilitées à Diriger des Recherches en poste à l'Ecole Centrale de Lyon

Nom-Prénom	Corps grade	Laboratoire ou à défaut département ECL	Etablissement
BEROUAL Abderrahmane	professeur	AMPERE	ECL
BURET François	professeur	AMPERE	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
KRÄHENBÜHL Laurent	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
NICOLAS Alain	professeur	AMPERE	ECL
NICOLAS Laurent	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
SCORLETTI Gérard	professeur	AMPERE	ECL
SIMONET Pascal	directeur de recherche	AMPERE	CNRS/ECL
VOLLAIRE Christian	professeur	AMPERE	ECL

Nbre Ampère 9

HELLOUIN Yves	maître de conférences	DER EEA	ECL
---------------	-----------------------	---------	-----

Nbre DER EEA 1

GUIRALDENQ Pierre	professeur émérite	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	professeur	DER STMS	ECL

Nbre DER STMS 2

LOHEAC Jean-Pierre	maître de conférences	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	professeur émérite	ICJ	ECL
MARION Martine	professeur	ICJ	ECL
MIRONESCU Elisabeth	professeur	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	professeur	ICJ	ECL
MUSY François	maître de conférences	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	maître de conférences	ICJ	ECL

Nbre ICJ 7

DAVID Bertrand	professeur	ICTT	ECL
----------------	------------	------	-----

Nbre ICTT 1

CALLARD Anne-Ségolène	professeur	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	maître de conférences	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	professeur	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	maître de conférences	INL	ECL
GARRIGUES Michel	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
KRAWCZYK Stanislas	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
LETARTRE Xavier	chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
O'CONNOR Ian	professeur	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	professeur	INL	ECL

ROBACH Yves	professeur	INL	ECL
SAINT-GIRONS Guillaume	chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
SEASSAL Christian	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	directeur de recherche	INL	CNRS/ECL

Nbre INL 18

CHEN Liming	professeur	LIRIS	ECL
-------------	------------	-------	-----

Nbre LIRIS 1

BAILLY Christophe	professeur	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN J-Claude	professeur émérite	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT genevièvre	professeur émérite	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	professeur	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GOROKHOVSKI Mikhail	professeur	LMFA	ECL
HENRY Daniel	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	professeur	LMFA	ECL
JUVE Daniel	professeur	LMFA	ECL
LE RIBAUT Catherine	chargée de recherche	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	professeur	LMFA	ECL
PERKINS Richard	professeur	LMFA	ECL
ROGER Michel	professeur	LMFA	ECL
SCOTT Julian	professeur	LMFA	ECL
SHAO Liang	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	maître de conférences	LMFA	ECL

Nbre LMFA 23

BENAYOUN Stéphane	professeur	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	professeur	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	maître de conférences	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	maître de conférences	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfried	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	professeur émérite	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	past	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	professeur	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	professeur	LTDS	ECL
JUVE Denyse	ingénieur de recherche	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	professeur	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	professeur	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	maître de conférences	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	maître de conférences	LTDS	ECL

<i>SIDOROFF François</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>SINOUE Jean-Jacques</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>STREMSDOERFER Guy</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>THOUVEREZ Fabrice</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>TREHEUX Daniel</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>VINCENS Eric</i>	<i>maître de conférences</i>	LTDS	ECL

Nbre LTDS 25

Total HdR ECL

91

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur C. BAILLY

et les rapports de

Monsieur F. COULOUVRAT
Professeur - Université Pierre & Marie Curie Paris VI - Tour 65 - 5ème étage - 4, place Jussieu
75252 PARIS cedex 05

et de

Monsieur Ph. LAFON
Ingénieur Chercheur HDR - LaMSID - UMR EDF/CNRS/CEA 2832 - EDF R&D
1, avenue Général de Gaulle - 92141 CLAMART cedex

Monsieur HANIQUE-COCKENPOT Gaël

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 20 octobre 2011

P/Le Directeur de l'E.C.L.
La Directrice des Etudes

