Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique : construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident

Gilles Aldon

▶ **To cite this version:**

Gilles Aldon. Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique : construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident. Mathématiques générales [math.GM]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2011. Français. NNT : . tel-00679121v1

HAL Id: tel-00679121

https://theses.hal.science/tel-00679121v1

Submitted on 15 Mar 2012 (v1), last revised 13 Feb 2014 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Claude Bernard Lyon 1

UNIVERSITÉ DE LYON

N° d'ordre 246-2011 Année 2011

THÈSE DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

délivrée par

L'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD LYON 1

ÉCOLE DOCTORALE 485 EPIC

Soutenue le 6 décembre 2011

Spécialité : Didactique des mathématiques

Gilles ALDON

Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique : construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident

Directeur de thèse : Luc TROUCHE

JURY
Michèle ARTIGUE (rapporteur) : Université Paris Diderot
Viviane DURAND-GUERRIER : Université Montpellier 2
Ghislaine GUEUDET : Université de Bretagne occidentale
Christian MERCAT : Université Claude Bernard Lyon 1
Ornella ROBUTTI (rapporteur) : Universitá di Torino
Jana TRGALOVA : Université Claude Bernard Lyon 1
Luc TROUCHE (directeur) : École normale supérieure de Lyon

à Evelyne.

Remerciements

Plus qu'une liste de remerciements, cette page se veut un regard en arrière pour témoigner de la chance inouïe de toutes les rencontres que j'ai pu faire dans ma vie professionnelle comme professeur et comme chercheur.

Tout d'abord, c'est certainement à l'IREM et à ses animateurs que je dois mes plus fortes expériences de discussions, de réflexions et de controverses dans un bouillonnement d'idées toujours renouvelées. C'est à l'IREM que j'ai appris le goût de *faire* des mathématiques, de chercher des problèmes et de réfléchir aux façons de les utiliser dans l'enseignement. Mais c'est aussi à l'IREM que j'ai eu la chance de rencontrer des professeurs de collège, de lycée ou d'Université extraordinairement disponibles et passionnés. Il est difficile de les citer tous, mais Claude Tisseron, Michel Mizony, Maryvonne Le Berre, Georges Mounier et plus récemment Jean-Louis Bonnafet ont certainement été pour moi parmi les plus marquants.

C'est également à l'IREM que l'équipe EXPRIME s'est constituée sous la direction de Viviane Durand-Guerrier ; merci, donc à tous ses membres pour le travail considérable fait mais aussi pour les discussions mathématiques et didactiques si enrichissantes conduites ces cinq dernières années et dont on retrouvera bien des traces dans cette thèse.

Mais c'est aussi à l'INRP dans la petite équipe EducMath que les rencontres ont été décisives pour mon travail ; Luc Trouche, bien sûr qui m'a encouragé à me lancer dans cette aventure et m'a accompagné de conseils encourageants et toujours pertinents ; merci pour ses compétences mais aussi pour ses immenses qualités humaines qui ont largement participé à me permettre de tenir le cap ! Merci également à Jana Trgalova, qui a de plus acceptée de faire partie de mon jury et dont les avis m'ont toujours été d'un grand secours.

L'équipe e-CoLab puis l'équipe du projet européen EdUmatics, dont les travaux ont largement nourri les réflexions de ma thèse, sont très typiques de ces personnes dont la passion, la pensée et la rigueur ont enrichi mon travail de thèse. Qu'ils en soient tous remerciés, ainsi que les professeurs, Jean et Marie qui ont accepté de m'ouvrir leurs classes.

Merci à Michèle Artigue, Christian Mercat, Ornella Robutti et Ghislaine Gueudet qui avant de me faire l'honneur de participer à mon jury ont été pour moi des modèles et des maîtres.

Enfin, Hussein Sabra, fait certainement partie des rencontres les plus importantes de ces années de thèse.

Bien sûr, je termine par une pensée toute particulière pour Camille et Julien qui ont supporté leur papa thésard, et pour Evelyne à qui je dédie ce travail.

Laboratoire Sciences et Société ; Historicité, Education et Pratiques (S2HEP, EA 4148), Université Claude Bernard, Lyon 1 et École Normale Supérieure de Lyon.

Résumé

Ce travail de didactique des mathématiques s'appuie sur le cadre de la Théorie des Situations Didactiques et s'intéresse à l'action conjointe des professeurs et des élèves dans un environnement numérique et à la dynamique que cette action conjointe engage. Il s'appuie aussi sur le cadre théorique de l'approche documentaire, qui complète et prolonge le cadre de l'approche instrumentale : les artefacts numériques présents dans cet environnement sont ainsi considérés comme des éléments du système documentaire des professeurs et des élèves.

Considérant l'intégration de ces artefacts dans la classe ordinaire de mathématiques, nous mettons en évidence l'importance de moments particuliers, que nous nommons incidents didactiques, qui engagent des perturbations modifiant la dynamique de la classe. En développant cette notion d'incident didactique, nous construisons un cadre d'analyse permettant de mettre en évidence des phénomènes de genèse documentaire des enseignants et des élèves et d'en suivre les effets, à court ou à long terme, sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Nous montrons que les incidents didactiques peuvent être, sous certaines conditions, des occasions de réorganisation locale et globale des connaissances pour le professeur dans le cadre de son enseignement ou pour l'élève dans son apprentissage des mathématiques.

Mots clefs : théorie des situations didactiques, action conjointe, classe ordinaire, incidents, dynamique, genèse instrumentale, genèse documentaire.

Summary

Didactical interactions in mathematics classroom in a digital environment : construction and test of an analysis framework exploiting the notion of incident

This work of mathematics education based on the framework of the theory of didactic situations, focuses on the joint action of teachers and students in a digital environment. We give an important place to the theoretical framework of documentary genesis, which complements and extends the scope of the instrumental genesis and considers artifacts as well as elements of the digital library system for teachers and students.

In the general context of the use of technology in the regular classroom of mathematics, we seek to understand how the incidents are indicative of perturbations that change the dynamic of the class. In developing this notion of didactical incident, we build a framework to highlight the phenomena of documentational genesis of teachers and students and to monitor the short or long term effects on mathematics teaching and learning.

We show that the didactical incidents, under certain conditions, offer opportunities for restructuring local and global knowledge for the teacher as part of his teaching or the student's learning of mathematics.

Keywords : theory of didactical situations, joint action, incident, dynamics, ordinary classrooms, instrumental genesis, documentational genesis.

Table des matières

1 Introduction **7**

Constat et position du travail 8

Du personnel au général 8

Problématique et questions 11

Plan de la thèse 12

2 Cadre théorique **15**

2.1 Introduction 16

2.1.1 Le temps 17

2.1.2 Contexte de la classe ordinaire 19

Question reformulée 21

2.2 Incidents et perturbations 21

2.2.1 Enseignement comme environnement dynamique ouvert 21

2.2.2 Incidents, incidents didactiques 23

2.2.3 Les notions de milieu et de contrat didactique 27

Théorie des situations didactiques 27

La notion de milieu 28

La structuration des milieux 31

2.2.4 Action conjointe 39

2.2.5 Les intentions didactiques et le concept de bifurcation didactique . 40

2.2.6 Question reformulée 43

2.3 Approche instrumentale 43

2.3.1 Genèse instrumentale 44

2.3.2 Le modelage social de la technologie 46

2.3.3 Les relations technologie/organisation 48

2.3.4 Technologie TI-Nspire 49

2.3.5 Question reformulée 51

2.4 Approche documentaire 52

2.4.1 Approche documentaire 52

2.4.2 Document numérique 53

2.4.3 Question reformulée 56

2.5 Objets mathématiques et expériences 56

2.5.1 Approche épistémologique 56

2.5.2 Registres de représentations sémiotiques . . . 59
2.5.3 Registres et technologie . . . 62
2.5.4 Question reformulée . . . 62
2.6 Conclusion du chapitre . . . 63
2.6.1 Métaphore ? . . . 65
2.6.2 Reformulation des types d'incidents didactiques et de la question de recherche . . . 66

3 Méthodologie **69**
3.1 Type de recherche . . . 69
3.2 Contexte de la recherche . . . 71
3.2.1 Choix des établissements et des classes . . . 74
3.2.2 Comparaison des contextes . . . 75
3.2.3 Comparaison des établissements . . . 76
3.2.4 Conclusion . . . 77
3.3 Choix méthodologiques du recueil de données . . . 79
3.3.1 Construction des données . . . 79
3.3.2 Outils de recueil des données . . . 80
Principes généraux . . . 80
En détail . . . 84
Conclusion . . . 87
3.3.3 Outils de traitement des données . . . 87
Principes généraux . . . 87
En détail . . . 88
Conclusion . . . 89
3.4 Conclusion . . . 90

4 Analyse **91**
4.1 Introduction . . . 91
4.2 Les observations dans le lycée A . . . 93
4.2.1 Première matinée d'observation (15 janvier 2009) . . . 93
Position de la séquence . . . 93
Questionnement du professeur, avant les séances . . . 98
TP en salle informatique . . . 99
TD en salle de cours . . . 132
Conclusion de la première observation . . . 160
4.2.2 Deuxième matinée d'observation (23 avril 2009) . . . 162
Position de la séquence . . . 162
TP en salle informatique . . . 162
TD en salle de cours . . . 175
Conclusion de la deuxième observation . . . 187
4.2.3 Des observations dans un continuum . . . 188
Les calculatrices dans une genèse documentaire . . . 188

Approche documentaire et incidents . . . 196
Résumé synthétique des contenus des calculatrices . . . 197
4.3 Les observations dans le lycée B . . . 206
4.3.1 La séquence Réaction . . . 206
Position de la séquence . . . 206
TP en salle informatique . . . 206
4.3.2 Conclusion de cette observation . . . 223
4.3.3 La séquence Suites . . . 225
Position de la séquence . . . 225
Recherche de problème . . . 226
Suite de l'observation . . . 234
Conclusion de cette observation . . . 236
4.3.4 Des observations dans un continuum . . . 237
Les calculatrices dans une genèse documentaire . . . 237
Résumé synthétique des contenus des calculatrices . . . 238
4.3.5 Observations dans l'année scolaire 2010-2011 . . . 240
Les incidents didactiques dans une perspective documentaire . . . 240
4.3.6 Conclusion des observations dans le lycée B . . . 250

5 Conclusion et perspectives 253
5.1 Le triplet déclencheur-incident-perturbation . . . 253
5.2 Les incidents didactiques : outil méthodologique . . . 256
5.3 Prolongements . . . 257

Bibliographie 260

6 Annexes 271
6.1 Trois élèves . . . 272
6.2 Observation 15 janvier 2009 : suivi du professeur . . . 280
6.3 Observation 15 janvier 2009 : heures 2 et 3 . . . 296
6.4 Observation 15 janvier : documents distribués . . . 308
6.5 Entretien avec Alexis . . . 313
6.6 TP séance 1 . . . 318
6.7 TP séance 2 . . . 342
6.8 Travaux dirigés . . . 357
6.9 Observation 23 avril : documents distribués . . . 373
6.10 Epreuve pratique . . . 375
6.11 Entretien . . . 392
6.12 Réaction . . . 398
6.13 Observations 3 et 6 mai 2010 : Suites . . . 459
6.14 Observation 11 octobre 2010 . . . 533
6.15 Observations novembre 2010 . . . 593
6.16 Observation 13 décembre 2010 : Réaction . . . 626

6.17 Entretiens avec les élèves 644

Chapitre 1

Introduction

FIGURE 1.1 – Mathématique

Mathématique

C'est une femme d'âge médiocre, couverte d'un voile blanc et transparent, avec des ailes à sa tête, un globe céleste en la main gauche, et en la droite un compas, dont elle trace plusieurs figures. Son âge un peu avancé nous montre que cette Science estant des plus belles et des plus certaines, parce qu'elle n'agit que par démonstrations, l'on ne doit pas s'étonner s'il faut du temps pour l'acquérir. Son habit transparent, que les preuves qu'elles donnent sont si claires, qu'on ne les peut mettre en doute : et les ailes de sa tête qu'avec la force de son esprit elle s'élève à la contemplation des matières les plus hautes. Ce qui est encore déclaré par le globe céleste qu'elle tient ; et aussi par le compas, instrument propre à cette Profession, qui s'étudie à connoistre les mesures et les proportions de toutes choses. (RIPA 1698, page 136)

Constat et position du travail

Du personnel au général

Dans ce traité d'iconologie, Cesare Ripa se propose de montrer « les principales choses qui peuvent tomber dans la pensée touchant les vices et les vertus » ; cette vision des mathématiques, certainement désuète et surannée, nous donne cependant à voir un ensemble d'éléments que la rencontre avec cette discipline fait sûrement aborder. Le temps nécessaire pour l'acquérir, pour soulever le voile et accéder à la clarté des preuves, et à la beauté des formes, les instruments « propre à cette Profession », aux objets et à leurs représentations, sont autant de « Simboles de nos pensées » (Ripa 1698, page 2) qui ont accompagné mon parcours d'enseignant.

Comme professeur de mathématiques, j'ai été amené à penser différemment mon enseignement du fait d'évolutions technologiques importantes. En particulier, le développement de l'informatique et la mise à disposition de logiciels de calcul et de représentation ont modifié mon approche des mathématiques et de leur enseignement. L'apparition des calculatrices dans la classe, puis des calculatrices graphiques ont constitué des étapes importantes de ma carrière de professeur. Cette évolution technologique s'est encore accélérée avec les systèmes de calcul formel, les logiciels de géométrie dynamique, les tableurs, d'abord disponibles sur des ordinateurs, puis sur des calculatrices :

- d'une part l'introduction des outils de calcul dans mes classes a modifié les situations mathématiques que je proposais aux élèves parce qu'elles ne coïncidaient plus avec les nouvelles possibilités ; j'ai donc été amené à en construire d'autres ;
- d'autre part, la place et le rôle du temps dans l'enseignement et l'apprentissage ont été décalés ;
- enfin, les ressources disponibles pour exercer mon métier ont changé de nature et modifié mon rapport aux connaissances.

Devant la nécessité de gérer des situations nouvelles, encore inexplorées, la didactique des mathématiques, mais aussi la psychologie cognitive en tant que moyen de penser les relations entre les acteurs et les savoirs, m'ont permis d'éclaircir et d'éclairer les comportements des élèves et de questionner mon propre comportement de professeur de mathématiques. Les modélisations qu'apportent les théories didactiques (Théorie des situations didactiques, théorie anthropologique du didactique, action conjointe...) permettent, dans la classe, de prendre du recul vis-à-vis des phénomènes qu'il est alors possible de nommer et d'analyser. Les concepts de contrat, de milieu, de situation adidactique, de praxéologie, d'instrumentation sont autant d'outils qui peuvent servir dans la pratique quotidienne du métier d'enseignant pour peu qu'un travail de transposition des résultats de la recherche soit mené. Même si les concepts sont parfois interprétés, modifiés, souvent détournés, ils procurent cependant aux enseignants (et m'ont procuré) des outils permettant de questionner la pratique professionnelle et d'éclairer les comportements des élèves dans des situations de classe dont la complexité est immense.

Dans la période s'étendant sur les quarante dernières années, l'apparition de moyens de calcul portables n'a pas laissé indifférents les acteurs de l'enseignement des mathéma-

tiques ; cette révolution est bien sûr l'aboutissement d'une longue histoire, et pourrait certainement être rapprochée de la querelle « des abacistes et des algoristes » au XVI^{e} siècle. Les abacistes, tenant des calculs par jetons, ont été supplantés par les algoristes défendant le calcul à la plume utilisant les algorithmes d'opérations portant sur la représentation des nombres dans un système décimal de position. La gravure sur bois (Figure 1.2) attribuée à Martin Schongauer et parue dans *Margarita Philosophica* de Gregor REISCH (1487-1525) montre une allégorie de *l'arithmétique* se tournant délibérément vers le calcul posé symbolisé par Boece et détournant son regard de l'abaque de Pythagore. Dans un cas comme dans l'autre, un artefact en remplace un autre et tend à favoriser la « portabilité » du calcul. Dans un cas comme dans l'autre, la pratique du calcul est réputée devenir plus simple, plus ludique, plus satisfaisante pour le calculateur, comme en témoigne le sourire sur la face de Boece mis en relation avec le sérieux (la tristesse, le dépit ?) de Pythagore (Figure 1.2) ! L'apparition des calculatrices numériques de poche constitue néanmoins pour l'enseignement une rupture en ce sens que, pour la première fois, ce sont les élèves qui font entrer ces artefacts dans la classe. Les professeurs de mathématiques et l'opinion publique suivent alors le mouvement engagé avec des enthousiasmes variés :

> Students who do not do long division, who quickly pull out their calculator to complete the answer, do not understand the underlying principle of division... Calculators prevent students from seeing the underlying structure and beauty in math. (Newsweek, 3/11/97)

Un grand nombre d'expériences et d'innovations se sont construites durant ces années et les apports des outils de calcul et de représentation dans l'enseignement des mathématiques ont été largement diffusés dans les journaux professionnels (Helstetter et Thomas 1974 ; Deledicq 1977 ; Rade et Kaufman 1979 ; Hebenstreit et al. 1979 ; Aldon 1995) et à travers des publications de recherche (Pluvinage 1984 ; Canet et al. 1996) pour n'en citer que quelques uns. Très rapidement, les évolutions technologiques ont mis, à disposition des acteurs de l'éducation, des potentialités diverses en proposant des logiciels de géométrie dynamique (Laborde et Bellemain 1993), des grapheurs (Gasquet et Chuzeville 1994), des logiciels de calcul formel (Aldon 1996 ; Mounier et Aldon 1996), des tableurs (D'Halluin et Poisson 1987 ; Laura 1990) et en les rendant disponibles sur des ordinateurs portables ou des calculatrices. Assez rapidement, la recherche didactique s'est intéressée à ce phénomène :

> De nos jours, on peut distinguer quatre types d'impact de l'ordinateur en mathématiques : calculs numériques (simulation y compris), mathématiques symboliques, source de problèmes mathématiques et instrument d'exploration. (Bouvier 1986, page 97)

> Ce qu'on nomme aujourd'hui informatique pédagogique relève en réalité, dans sa quasi-totalité, de la didactique et de l'ingénierie didactique. [...] Car il est grand temps qu'un débat s'ouvre : l'informatique pédagogique ne peut-être simplement une affaire de temps passé devant un clavier.(Chevallard et al. 1985)

En particulier, les recherches sur l'utilisation de la technologie [1] pour l'enseignement

1. Je préciserai plus tard ce que j'entends par technologie, désignant dans un premier temps par ce mot tous les calculateurs numériques (ordinateurs, calculatrices, notebooks, etc.) utilisables dans la classe de mathématiques.

FIGURE 1.2 – L'arithmétique préférant le calcul posé au calcul aux jetons

des mathématiques ont tempéré l'optimisme des « pionniers ». Les innovations s'appuyaient souvent sur des hypothèses affirmant que la technique étant dévolue à la machine, les élèves allaient pouvoir se concentrer plus radicalement sur le sens des objets mathématiques manipulés et plus généralement sur le raisonnement. La perception des acteurs dans les classes et, conjointement le regard de la recherche ont rapidement remis en question ces hypothèses (TROUCHE 1994 ; LABORDE 1994 ; ARTIGUE 1997a ; ARTIGUE 1997b) : à la fois la distinction entre technique et raisonnement ne pouvait être faite de façon aussi radicale et l'usage de logiciels comme ceux de calcul formel nécessitait une appropriation longue et des apprentissages spécifiques :

> D'une manière générale, l'usage de l'ordinateur se marie difficilement avec les séances de classe en temps limité habituelles. A cette remarque générale s'ajoute le fait que lorsqu'il s'agit d'utiliser un logiciel de calcul formel comme DERIVE, la familiarisation avec le logiciel est particulièrement longue car apparaissent des problèmes d'interface [...] Les impératifs analysés ci-dessus excluent donc les situations de recherche limitées à une ou même deux séances. (ARSAC et MANTE 2007, p.160)

Il apparaît cependant que, malgré des incitations institutionnelles fortes, l'usage de l'informatique dans la classe de mathématiques est encore loin d'être généralisé. Les

recherches ont montré qu'au delà des prétextes évoqués (manque de formation, difficultés matérielles,...) qui sont parfois bien réels mais souvent insuffisants pour expliquer ces phénomènes, l'activité professionnelle de l'enseignant intégrant une technologie dans son cours est complexe et que les raisons « internes » liées aux connaissances de la technologie, à la représentation des mathématiques et du métier de professeur, se combinent à des raisons « externes » (contraintes matérielles, institutionnelles, sociales,...) (Rodd et Monaghan 2002 ; Lagrange et C.-Degleodu 2009).

Malgré l'évolution rapide des technologies, des usages se développent dans les classes comme en témoignent par exemple les nombreux professeurs utilisateurs des services en ligne de Mathenpoche [2] ou les nombreux comptes rendus paraissant aujourd'hui dans le journal en ligne *Mathematice*[3]. Cette apparente contradiction entre les résultats de la recherche et les affirmations relayées par ces collectifs d'enseignants montre bien le rôle important joué par les « pionniers » [4] dans l'évolution de l'enseignement en même temps que la nécessité de mieux comprendre les fonctionnements de la *classe ordinaire*.

Problématique et questions

Dans ce contexte d'utilisation d'outils numériques pour l'enseignement et l'apprentissage, sont en jeu les constructions de connaissances des objets mathématiques. Ces objets, comme tous les objets mathématiques, ne peuvent être appréhendés qu'à travers certaines de leurs représentations et un résultat étayé par de nombreuses recherches est que l'usage de l'informatique facilite le travail sur les représentations des objets d'un point de vue interne (manipulations dans un registre) ou externe (conversion, passage d'un registre à un autre) (Trouche et Drijvers 2010). Par ailleurs, ce que la recherche a montré et ce qui peut être observé dans les classes, c'est que l'introduction de l'informatique ne va pas de soi et qu'une longue appropriation de ces outils se joue dans un va et vient constant entre l'artefact (l'objet matériel) et l'utilisateur dans un long processus prenant en compte les relations de l'utilisateur avec l'artefact (Artigue et al. 1998 ; Trouche 2004). Que ce soit Piaget (1967) ou Vygotsky (1934/1997), Skinner (1974) ou plus récemment Fisher et Bidell (1998) les théories de l'apprentissage insistent sur le rôle des interactions dans le processus d'apprentissage. Il est maintenant assez établi que ces interactions ne se limitent pas aux interactions dans la classe mais se modélisent plus profondément en utilisant des cadres de pensée qui permettent de prendre en compte l'environnement tout entier des acteurs, connaissances et conceptions y compris.

Le cadre choisi permettant de comprendre, d'expliquer et de modéliser le « jeu » qui

2. http ://mathenpoche.sesamath.net/.

3. http ://revue.sesamath.net. « La revue mathemaTICE, est une revue de l'association Sesamath, collaborative, libre portant sur l'utilisation des TICE en classe de Mathématiques. Elle est collaborative parce qu'elle se nourrit essentiellement des témoignages, des expériences et des recherches des professeurs de Mathématiques et des chercheurs. » http ://revue.sesamath.net/spip.php ?article26 (consulté le 22 août 2011).

4. Même si la forme a changé et que les collectifs de professeurs organisés dans des communications sur le web ont supplanté les travaux de professeurs plus isolés, il n'en demeure pas moins que les usages restent du domaine de l'innovation.

se joue dans la classe est celui de la théorie des situations didactiques (TSD) (Brousseau 2004) ; il est suffisamment précis pour décrire et rendre compte de la complexité des interactions qui se nouent aussi bien dans une séance de classe que sur un temps plus long (séquence[5], trimestre, année scolaire, scolarité...). Par ailleurs, l'ergonomie cognitive (Mumford 1983 ; Sperandio 1984) permet d'interroger les interactions entre les acteurs en posant le regard sur l'activité de chacun. Ce double regard permet de modéliser les interactions, d'un point de vue didactique (TSD) et ergonomique. Un des moments cruciaux dans l'étude de l'activité est celui où des événements n'ont pas été prévus par un ou plusieurs des acteur(s). Il s'agit de porter son attention sur ces *incidents*. Tout particulièrement dans le contexte d'utilisation de l'informatique dans la classe de mathématiques, les occasions d'incidents sont nombreuses et leurs conséquences sur les actions des acteurs peuvent être étudiées d'un point de vue didactique : les incidents sont révélateurs de réorganisations, de modifications de la dynamique de classe et remettent en question les intentions du professeur et les intentions des élèves. La façon dont les élèves s'emparent de la proposition du professeur et développent des parcours différents dans une même classe apparaissent dans les interactions didactiques, ce qui m'amène à formuler une première question de recherche que je développerai et affinerai en m'appuyant sur des cadres théoriques :

Comment et en quoi l'étude des incidents dans la classe permet-elle de mieux comprendre et d'agir sur les apports des environnements numériques à la compréhension des objets mathématiques à travers le jeu sur leurs représentations ?

Plan de la thèse

Dans le premier chapitre (page 15) je développe et précise cette question en essayant dans un premier temps de cerner le contexte dans lequel cette recherche prend corps, puis en définissant de façon plus précise ce que j'entends par « incident ». Les cadres théoriques mobilisés pour décrire la complexité de la classe ordinaire dans laquelle enseignants et élèves utilisent des *artefacts* numériques sont naturellement choisis dans des domaines différents issus de la didactique des mathématiques et de l'ergonomie :

- de la théorie des situations didactiques, le concept de milieu très étroitement lié à celui de contrat apparaît comme central pour permettre de comprendre les trajectoires de classe :

> Si nous considérons l'enseignement comme « le projet et l'action sociale de faire approprier par un élève un savoir constitué ou en voie de constitution », la didactique des mathématiques devient « la science des conditions de diffusion et d'appropriation des connaissances mathématiques utiles aux hommes et à leurs institutions » et la modélisation de cette diffusion conduit à utiliser le terme de « situation didactique » non plus dans le sens de moyen utilisé dans la partie A, mais dans celui, signalé plus haut « d'environnement de l'élève, englobant tout ce qui concourt spécifiquement à la composante mathématique de sa formation ». (Brousseau 1997, page21)

5. Je désignerai par séquence un ensemble de séances portant sur un même thème.

C'est en particulier la structure du milieu qui permet de mettre en évidence les liens entre les incidents et les perturbations modifiant de façon sensible le déroulement de la classe ;

- les concepts de chronogénèse, mésogénèse, topogénèse seront alors utilisés dans une perspective d'*action didactique*, nécessairement *conjointe* :

> Le terme enseigner, d'une certaine manière, demande le terme apprendre ; le terme apprendre demande le terme enseigner. Il existe certes des moments où quelqu'un enseigne sans que personne n'apprenne rien ; on peut d'autre part clairement apprendre certaines choses sans être enseigné. Mais ce qui caractérise une institution didactique, c'est qu'on y enseigne à des personnes censées apprendre. (Sensevy et Mercier 2007, page 14)

- L'approche instrumentale, puis plus généralement l'approche documentaire sont des cadres essentiels pour comprendre le rôle des artefacts numériques dans l'outillage mathématique des enseignants et des élèves tant du point de vue d'outil de calcul et de représentation que du point de vue de ressources pour l'enseignement ou l'apprentissage.

> Le travail documentaire du professeur est le moteur d'une genèse documentaire, qui développe conjointement une nouvelle ressource (composée d'un ensemble de ressources sélectionnées, modifiées, recombinées) et un schème d'utilisation de cette ressource. (Gueudet et Trouche 2008b, page 12)

En m'appuyant sur ces cadres théoriques, je présente dans le deuxième chapitre (chapitre 3 page 69) la genèse de la méthodologie de recherche mise en place sur deux années dans deux lycées différents en en distinguant les spécificités :

- lycée A : suivi dans la durée d'une classe de terminale scientifique dans un contexte global d'expérimentation de calculatrices dans la filière scientifique ;
- lycée B : suivi dans la durée d'une classe de première scientifique dans le contexte spécifique du projet européen EdUmatics [6].

Dans le troisième chapitre (chapitre 4 page 91), je m'appuie sur cette méthodologie et les cadres théoriques pour analyser les données recueillies :

- dans la classe pour repérer, classifier les incidents et analyser leurs conséquences locales,
- hors de la classe pour préciser la genèse des incidents et de leurs conséquences globales.

6. European development for the use of mathematics technology in classrooms.

Chapitre 2

Cadre théorique

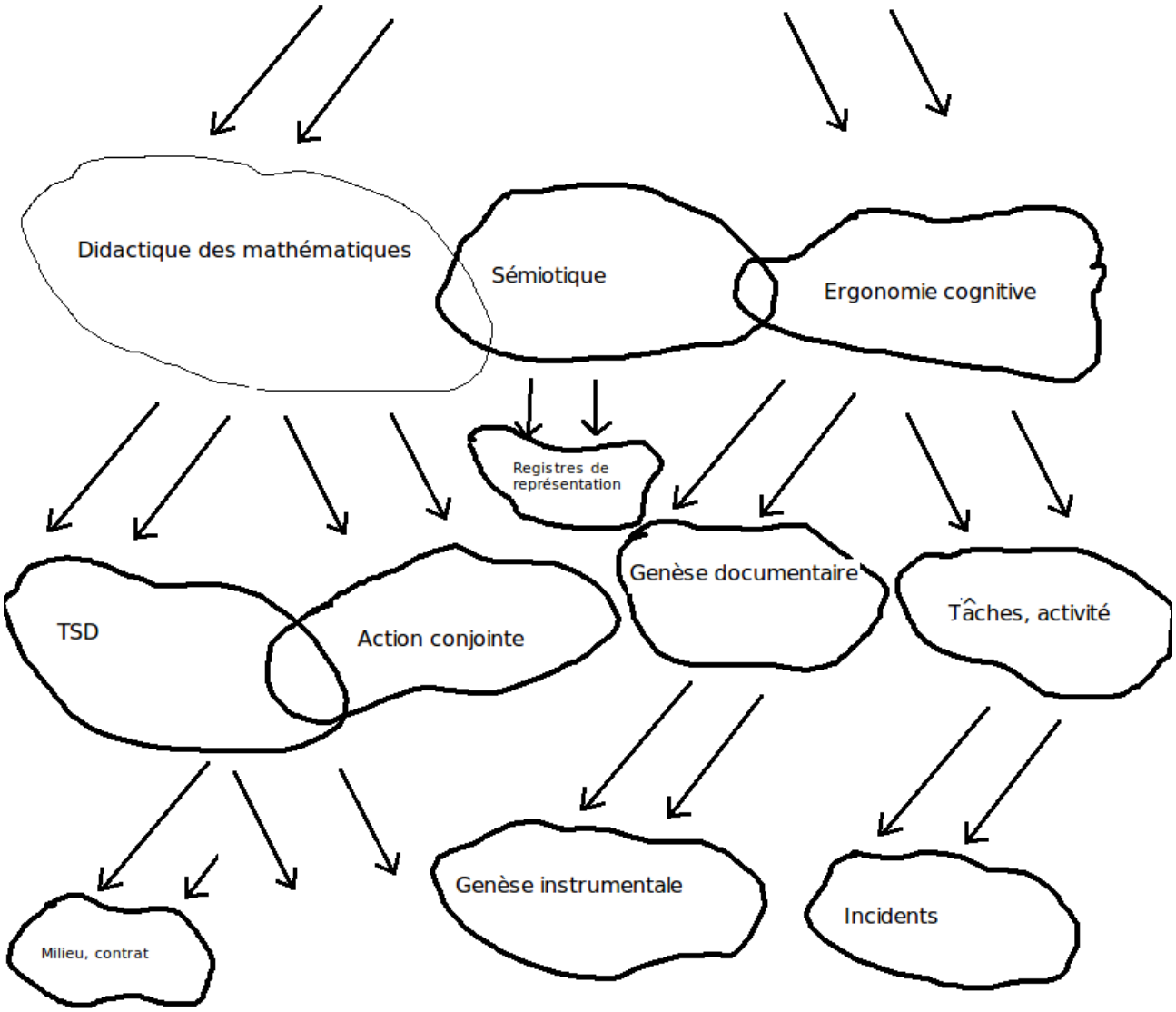


FIGURE 2.1 – Carte des cadres théoriques évoqués et les croisements

2.1 Introduction

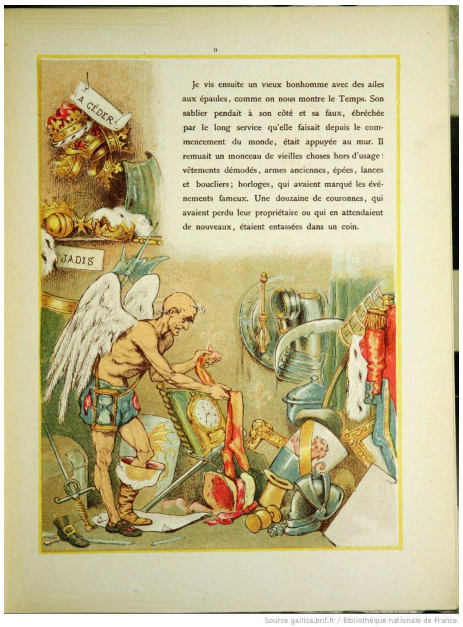
La réalité de la classe de mathématiques est complexe et les points de vue pour décrire cette complexité éclairent certaines facettes et en masquent d'autres. Tout se passe comme si l'espace de la classe était projeté sur des sous-espaces dont les contours, les dimensions et la topologie permettaient de modéliser une partie de la réalité. Chacune de ces projections éclairent des facettes particulières de la réalité sans apporter une représentation complète des phénomènes étudiés.

Le schéma 2.1 tente de montrer les projections dans les différents cadres théoriques qui m'ont permis d'appréhender cette complexité de la classe de mathématiques dans

un environnement informatique. Ces cadres qui conditionnent fortement la méthodologie (présentée au chapitre 2 page 69) sont multiples et issus de différents champs : la didactique des mathématiques en constitue le cœur et cherche à analyser les activités *conjointes* des professeurs et des élèves dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Elle permet de décrire, d'étudier et de comprendre « des phénomènes, liés à l'activité d'enseignement dans ce qu'ils ont de spécifique de la connaissance enseignée » (Brousseau 1986c, page 3). L'ergonomie cognitive précise l'activité des acteurs dans la réalisation de tâches dans une dynamique de *double régulation* (Rogalski 2003, page 260), les concepts de genèses instrumentales et documentaires complètent ce regard en s'intéressant aux *artefacts* et plus généralement aux *ressources* présents dans la classe et à leurs relations avec l'enseignement et l'apprentissage. Ces images peuvent à leur tour se projeter dans des espaces spécifiques permettant de préciser la position des acteurs dans une *institution* ou le rôle de la *situation*. L'ergonomie cognitive projette cette réalité sur les interactions des sujets et des *artefacts* en se concentrant sur les relations entre les capacités cognitives des sujets et les possibilités et contraintes des artefacts dans la réalisation d'une tâche dans un environnement donné.

Il faut noter aussi, l'importance d'une part du choix du terrain d'étude (ici la classe *ordinaire*) et d'autre part du *temps* ou des temps (temps du professeur, temps des élèves, temps du chercheur). C'est la raison pour laquelle ce chapitre s'ouvrira sur un développement de ces deux éléments qui dirigent d'une certaine manière les choix des projections, donc des cadres théoriques et permettent de préciser la question de recherche.

2.1.1 Le temps



Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

Figure 2.2 – Allégorie du temps (Dupuis s.d.)

Dans les différents cadres théoriques qui serviront d'appui à l'analyse du corpus, le temps joue un rôle essentiel.

Le temps, concept difficile à définir d'un point de vue philosophique [1] est pourtant un élément essentiel dans l'apprentissage : le temps d'apprendre, laisser du temps, prendre le temps. C'est aussi un point fort du métier d'enseignant et de l'enseignement : *pas le temps de faire...*, *si on avait le temps, on pourrait...*, *ça prend du temps...* Autant de phrases mille fois entendues qui ne font que souligner l'omniprésence du temps dans le travail de l'enseignant et de l'élève que le chercheur ne peut pas négliger. Comprendre les interactions qui se tissent dans la classe repose sur des observations prenant en compte le temps. Tant du point de vue des élèves et de leurs constructions de connaissances, que du point de vue du professeur dans son évolution professionnelle, le temps joue un rôle important. Il ne s'agit pas d'étudier le temps en lui-même, mais de le prendre en compte comme un support incontournable des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage.

> Le temps est une condition *a priori* de tous les phénomènes en général, et, à la vérité, la condition immédiate des phénomènes intérieurs (de notre âme), et, par la même la condition médiate des phénomènes extérieurs. (Kant 1787/1905, p.75)

Tout comme en physique relativiste la synchronisation est une notion relative au référentiel considéré, les recueils de données, les observations de classe et les suivis des professeurs mettent en jeu des temps relatifs aux différents acteurs qu'il s'agit de synchroniser :

> Les questions de temporalité sont certes importantes pour la plupart des domaines scientifiques, mais elles sont sans doute cruciales pour les différentes didactiques. En effet, en tant que disciplines de recherche fondées sur des recueils de données empiriques portant sur des phénomènes engageant des êtres humains, les didactiques disciplinaires ont à faire inéluctablement avec les temporalités du déroulement de ces phénomènes, du recueil de ces données et de leur traitement. (Lahanier-Reuter et Roditi 2007, page 9)

Les différents aspects de la prise en compte du temps dans les recherches en didactique des mathématiques ont été largement étudiés (Chevallard et Mercier 1987 ; G. Sensevy 1996 ; Chopin 2007) et font apparaître des distinctions entre le temps d'apprentissage et le temps d'enseignement en définissant un temps didactique :

> [Le] temps didactique, temps du savoir et de la construction du savoir, est un temps propre au système didactique où il apparaît. Il est consubstantiel à son existence comme système. (Chevallard et Mercier 1987, page 3)

Les recherches montrent également l'importance de différentier les dimensions du temps : temps vu comme instant permettant de dater des événements, ou comme durée permettant de décrire des dynamiques (Rogalski 2003). L'idée de chronogénèse, genèse de l'image mentale du temps selon Guillaume (1929/1984), regroupe l'ensemble des actions ayant trait au savoir qui sont réparties dans le temps d'une manière volontaire ou

1. Qu'est ce donc que le temps ? Si personne ne me le demande, je le sais ; mais si on me le demande et que je veuille l'expliquer, je ne sais plus. Saint Augustin, *Confessions*, XI, 14, 17.

non (G. Sensevy 1996). Plus généralement, l'idée de genèse émerge de cette prise en considération des temps dans l'acquisition de savoirs.

Du point de vue du chercheur, différentes échelles de temporalité s'imposent à partir des questions de recherche. En reprenant la distinction faite par Tiberghien et al. (2007, page 102) concernant les échelles macro-méso-micro didactiques [2], la question des relations entre les observations faites dans ces différentes échelles se pose et fait partie intégrante de ma problématique de recherche.

2.1.2 Contexte de la classe ordinaire

De nombreuses recherches s'appuient sur des ingénieries didactiques (Artigue 1990) dans lesquelles le chercheur construit une situation qui peut être une situation fondamentale [3] (Brousseau 1986c ; Legrand 1993 ; Schneider 2001) ; l'ingénierie didactique se situe dans le domaine des études de cas et la validation s'effectue en confrontant l'analyse *a priori* et de l'analyse *a posteriori*. Le travail didactique est alors comparé au travail de l'ingénieur qui tout en s'appuyant sur les connaissances scientifiques de son domaine et en acceptant un contrôle scientifique de ses actions, est confronté à la complexité à travers la contingence. Bien que précieuse comme instrument de recherche, l'ingénierie didactique rencontre des limites, notamment en ce qui concerne l'étude des relations didactiques dans un contexte quotidien du fonctionnement de la classe.

> Il semble en effet que, prenant acte - tacitement - de l'état historique de sous développement des arts didactiques, les didacticiens se soient collectivement détournés de l'existant, préférant tenter de reconstruire *ab initio* l'univers didactique de l'École, selon une démarche proche à certains égards de celle des pédagogues chefs de guerre - dont chacun se doit de proposer son *hairesis*, son « choix » doctrinal à ses disciples. [...] Plus généralement, dans la mesure où une position institutionnelle s'identifie au système de tâches que doit accomplir celui qui l'occupe, cette tâche - modéliser la position du professeur - ne saurait avoir de véritable objet si notre discipline n'est pas redéfinie, en droit et en fait, comme embrassant sans exclusive *toute* question relative au didactique, et notamment toute question relative *au quotidien de l'élève et du professeur*. Chevallard 1997, p.24-25

Le contexte des observations et la méthodologie mise en place qui sera décrite au chapitre 2 (page 69) prennent en compte cette dimension importante du didactique, le quotidien de l'élève et du professeur. C'est la raison pour laquelle, cette étude se place dans le cadre de la *classe ordinaire*, c'est-à-dire une classe possédant les propriétés suivantes :

- la responsabilité de l'enseignement incombe au système professeur-élèves dans une perspective *d'action conjointe* (Sensevy et Mercier 2007),
- les choix des activités d'enseignement sont effectués par le professeur,

2. Le temps macroscopique correspond au temps d'une scolarité, à l'année ou au mois, le temps mésoscopique se rapporte à la séance, ou l'heure et le temps microscopique réfère à la minute ou à la seconde.

3. « Chaque connaissance peut se caractériser par une ou des situations qui en préserve le sens et que nous appèlerons situation fondamentale » (Brousseau 1986c, page 298).

– le déroulement de la classe, les temps consacrés aux phases d'action, de formulation ou de validation sont sous la responsabilité du professeur.

Dans la classe ordinaire, le chercheur est présent comme observateur neutre en ce sens qu'il n'a pas de volonté de modifier le système [4].

En revanche, la description des classes observées le confirmera, le contexte de travail n'a rien d'ordinaire. Toutes les observations portent sur des classes dont les enseignants sont impliqués dans des projets visant à introduire et à utiliser des technologies portables dans la classe de mathématiques ; ce qui signifie d'une part que les professeurs intègrent la présence des technologies dans leurs *intentions didactiques* (cf. 2.2.5 page 40) et d'autre part qu'ils utilisent dans le temps de la classe ces technologies. Les élèves, par ailleurs possèdent les calculatrices et peuvent s'en servir dans et hors la classe. Enfin, les classes observées, classes scientifiques de lycées (Première scientifique, terminale scientifique) sont toutes équipées de calculatrices symboliques avec des potentialités de calcul et de représentations tant du point de vue numérique, algébrique, symbolique et géométrique.

Le choix de construire cette recherche dans de telles classes repose sur deux hypothèses cruciales :

1. l'introduction d'une technologie complexe dans la classe de mathématiques bouleverse le contrat didactique, « la règle du jeu et la stratégie de la situation didactique » (Brousseau 1986c, page 298) et de fait, modifie les relations entre les acteurs,
2. la technologie utilisée (*technologie TI-Nspire*) offre des potentialités qui permettent de préfigurer des usages avec d'autres environnements (smartphones, netbooks, etc.).

Le choix s'est porté sur cette technologie particulière du fait de contrats de recherche entre l'équipe EducTice [5] et la société Texas Instruments portant sur la conception et les usages d'une nouvelle plate forme et son intégration dans l'enseignement des mathématiques et sur des études préalables concernant les potentialités de cette technologie (Zuchi 2007 ; Aldon et al. 2009 ; Aldon et Sabra 2009). Une étude plus détaillée de cette technologie est faite dans le paragraphe 2.3.4 page 49.

Plus précisément, l'introduction de cette technologie permet de mettre en place les conditions de négociation d'un nouveau contrat. Ce qui justifiera, dans la méthodologie, l'observation en classe de la première séance de travail avec cette technologie. Cette introduction « bouleverse » en effet le contrat en ce sens que pour la première fois, la calculatrice prend dans l'institution de la classe une part centrale :

4. La neutralité d'un observateur dans un système est loin de préserver l'intégrité complète du système comme les *verbatim* des observations le montrent ; la référence à la présence de l'observateur ou au système de prise de son ou de vue est une constante dans toutes les observations. Dans ce travail, je n'étudierai pas spécifiquement ce phénomène qui pourrait être l'occasion d'un prolongement d'ordre méthodologique de la thèse ; mais bien sûr, la position de l'observateur dans le milieu est un élément qu'il est impossible de négliger et qui sera pris en compte dans la méthodologie en essayant notamment de donner un rôle de témoin de l'activité sociale du professeur et des élèves.

5. Equipe de l'INRP, puis composante ENS Lyon (Ecole Normale Supérieure de Lyon) de l'EAM S2HEP, dont je suis membre.

– du côté du professeur, puisqu'il s'engage à utiliser ce matériel (logiciel et/ou calculatrice) pour son enseignement,
– du côté des élèves, puisque le professeur organise les leçons en tenant compte de la présence de la technologie.

Question reformulée

Ainsi, la question du paragraphe « Problématique et question » page 12 peut être complétée :

Comment et en quoi l'étude des incidents dans la classe ***ordinaire*** *permet-elle de mieux comprendre et d'agir sur les apports des environnements informatiques à la compréhension des objets mathématiques à travers le jeu sur leurs représentations ?*

C'est pour préciser cet apport des environnements informatiques que je décrirai dans le paragraphe 2.3.4 page 49 la technologie TI-Nspire pour mettre en évidence les trois propriétés essentielles qui préfigurent un élargissement de cette recherche aux évolutions technologiques actuelles :

1. puissance de calcul,
2. moyen de stockage de l'information,
3. moyen de communication.

La question, ainsi posée, place dans une position centrale la notion d'*incident* qu'il s'agit, bien sûr de préciser d'une part en plaçant cette notion dans les espaces projetés et d'autre part en l'éclairant des concepts proches développés dans des recherches déjà publiées.

2.2 Incidents et perturbations

Tout professeur, comme tout observateur dans une salle de classe, a pu remarquer dans le déroulement de la classe ou d'une année scolaire des événements qui perturbent ce déroulement et placent les acteurs dans une dynamique distincte de celle originellement prévue. Ce sont ces événements qu'il s'agit d'appréhender depuis les conditions de leur émergence jusqu'à leurs conséquences. L'hypothèse de ce travail consiste à donner aux *incidents* un rôle fondamental dans les modifications de la dynamique de la classe.

2.2.1 Enseignement comme environnement dynamique ouvert

En suivant Rogalski (2003), l'enseignement peut être considéré comme un *environnement dynamique ouvert* prenant en compte :

– une dynamique propre entre l'élève et le savoir qui se développe *spontanément* dans les interactions du sujet avec son environnement, sans forcément d'intentions didactiques,
– et l'interaction de l'enseignant avec le développement qui en résulte.

> Le propre d'un environnement dynamique est d'avoir la possibilité de se modifier sous sa propre dynamique, et ce alors même que personne n'agit dessus. (ROGALSKI 2003, page 345)

Le modèle de l'activité de la gestion d'un tel système dynamique prend en compte trois éléments :

- l'orientation et le déclenchement de l'activité,
- l'élaboration d'une action pour atteindre l'état cible,
- l'exécution et le contrôle par confrontation du résultat obtenu avec l'état cible.

Parmi les environnements dynamiques l'enseignement est positionné comme étant *ouvert* en ce sens qu'il y a auto-évaluation des états des objets du monde de leur action par les acteurs et que l'enseignement implique *une visée d'action sur des sujets humains* (ibid., page 350) qui non seulement obéissent à une dynamique propre mais à des mobiles et préoccupations personnels hors d'atteinte des intentions et des analyses didactiques. Les moyens d'action des enseignants, dans une temporalité courte, portent sur le choix des tâches proposées aux élèves et, à travers les interactions dans la classe médiées par une communication verbale, sur la dévolution de ces tâches et sur les ajustements dans la dynamique créée.

> Une interaction ne devient didactique que si, et seulement si, un des systèmes affiche l'intention de modifier le système des connaissances (moyens de décision, vocabulaire, système d'argumentation, références culturelles) d'un autre.(BROUSSEAU 1997, page 21)

Ce sont ces interactions et leurs évolutions dans les dynamiques de classe dans un environnement informatique complexe qui constituent le cœur de cette recherche. Il s'agit donc de bien préciser les différents systèmes, pour reprendre la terminologie de BROUSSEAU (ibid.) et les objets sur lesquels agissent les acteurs. Ce travail se situe dans le champ de la didactique des mathématiques et les connaissances portent sur des objets mathématiques qu'il s'agira sinon de définir du moins d'explorer. On a donc en présence des systèmes interagissant les uns avec les autres et évoluant dans des dynamiques. Une modélisation de ces phénomènes passe alors par la description d'un système dynamique dont les trajectoires sont sensibles aux conditions initiales mais aussi aux perturbations apparaissant dans le temps. Autant de phénomènes complexes qu'il s'agit de préciser et de décrire pour tenter de reproduire des trajectoires (des orbites) particulières dans un sens proche de ce que ARTIGUE (1986) appelait un modèle *naïf* de reproductibilité, c'est-à-dire vérifiant aux cours d'expérimentations répétées les quatre propriétés :

- même hiérarchie des mêmes procédures,
- nombre d'orbites limité dans l'histoire de la classe,
- les régularités observées dépendent de la situation et non pas d'intervention du professeur,
- les différences entre les expérimentations ne doivent pas s'amplifier.

ARTIGUE (ibid., page 55) signalait le rôle essentiel du professeur dans la régulation de la dynamique : « Il (le professeur) est un acteur décisif de la reproductibilité. ».

Dans une situation de classe un *incident* est donc un événement perturbateur de la dynamique. Une première définition pourrait être *un événement que les acteurs n'ont pas*

anticipé considéré aussi bien du côté du professeur (une question, une réaction inattendue d'un élève,...) que du côté des élèves (une interprétation du contrat, un désaccord entre élèves ou avec le professeur,...) ou enfin provenant de l'utilisation d'artefacts (une rétroaction d'un logiciel, une réponse surprenante...).

Dans un contexte de système dynamique ouvert tel que présenté par ROGALSKI (2003), les incidents peuvent modifier les ajustements successifs apportés par le professeur ou provoqués par l'avancement de l'apprentissage. C'est précisément à ce moment que les intentions du professeur et des élèves rentrent en conflit et que l'avancement de l'enseignement et de l'apprentissage est perturbé. L'incident peut être alors considéré comme l'événement qui crée une perturbation dans l'évolution de la situation didactique et en ce sens peut être qualifié d'*incident didactique*.

2.2.2 Incidents, incidents didactiques

L'adéquation des intentions didactiques et des apprentissages effectifs vus comme des transformations d'un système cognitif d'un individu apparaît comme le résultat d'un processus mettant en jeu les relations entre acteurs, et entre acteurs et savoirs. Il s'agit de prendre en compte la sensibilité d'une situation à la construction des conditions de mise en œuvre ce qui renvoie aussi bien à la construction par le professeur du milieu d'apprentissage qu'aux perturbations dans les situations didactiques.

En ergonomie cognitive, le concept d'incident correspond à un événement qui arrive irrégulièrement et qui nécessite, lorsqu'ils se produit un traitement spécifique dans un laps de temps court :

> Un des problèmes les plus ardus auxquels sont confrontées les communautés ergonomiques est de savoir comment concevoir, de telle sorte qu'il soit possible de contrôler et d'atténuer les événements qui se produisent de manière irrégulière, et qui, lors de leur apparition, vont exiger la mise en œuvre de formes multiples de coordination et d'innovation dans des laps de temps très courts au sein de contextes incertains, et qui pourront avoir des conséquences significatives. La gestion des situations d'urgence comprend l'ensemble de ces caractéristiques. (OWEN 2007, page 207)

Cette conception de l'incident s'appuie très fortement sur le concept d'activité. L'ergonomie est une discipline centrée sur les conditions physiques et mentales de l'homme au travail et a comme objectif l'amélioration des conditions de travail. Elle offre un cadre théorique permettant :

- l'analyse du travail (connaissances pertinentes pour l'aménagement ergonomique d'une situation de travail)
- l'analyse de la tâche (tâche prescrite, tâche effective)
- l'analyse de l'activité (la mise en œuvre)

OWEN (ibid.) distingue trois dimensions de l'activité de travail pour la gestion des situations d'urgence, les dimensions :

- temporelle,
- de complexité,
- d'interdépendance.

La réussite dans ce domaine induit une maîtrise de l'environnement dynamique alors qu'un échec risque de conduire à des conséquences imprévues. Par exemple, dans le cas du contrôle aérien, l'incident « représente toute situation qui ne respecte plus la marge de distance minimale (définie par les autorités de ATC (Air Trafic Control)) entre un avion et un autre objet ».

> Le contrôleur d'incident a besoin de conseils précoces lorsqu'une escalade se produit, afin de pouvoir « changer de direction » pour suivre l'événement.(Owen 2007, page 210)

La complexité est liée au problème lui-même, mais aussi aux contradictions qui peuvent apparaître dans les tâches à effectuer : la contradiction peut apparaître entre les différentes tâches ou avec l'objectif initial. Enfin, la complexité est également liée aux perturbations minimes et multiples qui peuvent enrayer la dynamique initiale.

L'interdépendance recouvre la coordination de la gestion des tâches par différents opérateurs dans une dimension de couplage des tâches, d'interdépendances des tâches réalisées par différents opérateurs et de l'ordonnancement de différentes tâches. On se souvient par exemple de l'accident nucléaire de la centrale de Three Mile Island causé par un enchaînement de différents incidents dont la coordination, jugée *a priori* improbable a conduit à un accident : défaillance de matériel, incident de maintenance, de conception et procédures de conduite fournies aux opérateurs invalides ou inopérantes. L'interdépendance des tâches a été dans ce cas un accélérateur des incidents dont l'enchaînement n'a pu être maitrisé.

Janine Rogalski (1999) définit ainsi un incident :

> La définition la plus générique d'incident est le fait qu'il y a décalage entre ce qui est attendu de l'action et ce qui se passe effectivement. On réserve en général le terme d'incident aux cas où on évalue que ce décalage est « négatif », et met en question l'atteinte du but visé. L'incident en ce sens générique n'est donc pas l'incident de discipline, mais celui directement lié au contenu de l'enseignement en jeu.

Dans une situation de classe un incident peut être considéré comme un événement que les acteurs n'ont pas anticipé. On demande au professeur de surveiller le processus et de reprendre la main lorsque survient un problème qui n'avait pas été prévu dans la conception de la situation, on demande aux élèves de comprendre les intentions du professeur lorsque la situation ne le permet pas. Pour gérer ces incidents, le professeur doit mobiliser des connaissances variées dans un temps rapide et dans des domaines différents, les élèves doivent adapter leur comportement...

Dans sa thèse, Roditi (2001, p. 350) en reprenant cette définition précise que le décalage doit *être considéré en référence à la tâche et à son objectif mais pas nécessairement par rapport à l'attente du professeur qui a prescrit cette tâche* ; il propose alors :

> Nous proposons donc de compter comme un incident toute manifestation publique (au sens où elle s'intègre dans la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe d'élèves en relation directe avec l'enseignement en jeu, en décalage par rapport à l'objectif visé de cet enseignement.(ibid., p. 350)

Il en déduit une typologie des incidents relevés :
- les erreurs commises dans lequel il inclut les réponses *qui ne sont pas conformes à celle qui était manifestement attendue par le professeur*,
- les questions posées ou les propositions émises,
- les réponses incomplètes,
- les élèves interrogés qui restent silencieux,
- ce que disent les élèves quand la réponse est hors de leur portée,
- les élèves sont en désaccord mais personne n'a tort.

Dans sa thèse de doctorat, Clark-Wilson (2010) introduit le concept de *hiccup*[6] en s'intéressant particulièrement aux *hiccups* liés à l'usage de la technologie dans la classe. Elle définit alors le *hiccup* comme :

> The hiccup is defined as a perturbation experienced by the teachers during lessons that is stimulated by their use of the technology and which illuminates discontinuities in their knowledge. (ibid., page 217)

Cette auteure se place alors du côté du développement professionnel des enseignants en montrant en quoi les *hiccups* permettent aux enseignants de prendre conscience d'une difficulté jusque là ignorée ou négligée. Elle propose alors une classification des éléments créateurs de *hiccups* :

> 1. Aspects of the initial activity design,
> 2. Interpreting the mathematical generality under scrutiny,
> 3. Unanticipated student responses as a result of using the MRT[7]
> 4. Perturbations experienced by students as a result of the representational outputs of the MRT,
> 5. Instrumentation issues experienced by students when making inputs to the MRT and whilst actively engaging with the MRT,
> 6. Instrumentation issue experienced by one teacher whilst actively engaging with the MRT,
> 7. Unavoidable technical issues.
>
> (ibid., page 220)

Cette notion apparaît alors comme un outil méthodologique pour mettre en évidence une rupture épistémologique dans l'évolution des connaissances professionnelles des enseignants de mathématiques en lien avec un environnement informatique fondé sur la multi-représentation. Face à ces *hoquets*, les attitudes des professeurs sont classifiées : soit le professeur n'a pas à sa disposition de réponse et se contente de renvoyer à plus tard le traitement de l'incident ou bien cherche à provoquer un dialogue permettant de surmonter la difficulté, soit il dispose d'un répertoire de réponses *bien rodé* (well-rehearsed) dont il se sert pour traiter avec assurance le problème posé. Ce *répertoire de réponses* du professeur se construit dans le temps et peut être considéré comme faisant partie du système de ressources du professeur qui se développe et évolue, en particulier, lors des

6. Hoquet.
7. MRT : multi-representational technology : technologie offrant des fonctionnalités de représentations multiples.

incidents (hiccups) qui permettent à l'enseignant de prendre conscience d'un manque ou d'une discontinuité dans ses connaissances.

Sabra (2011 (en cours)) distingue, quant à lui, les notions d'incidents documentaires individuels et communautaires ; son travail traite des rapports entre les documentations individuelle et communautaire des enseignants de mathématiques et fait ressortir le caractère de *révélateur* et d'*accélérateur* des genèses documentaires des enseignants engagés dans un projet, institutionnel ou associatif. Il définit l'incident documentaire individuel comme un événement, saisissable par le professeur, conduisant à une réorganisation de son système de ressources, et l'incident documentaire collectif comme un événement apportant dans le système documentaire communautaire une ressource qui conduit à réorganiser la documentation communautaire. Un des terrains d'étude de cette recherche était le lycée A[8] et le regard sur les ressources utilisées et partagées dans ce lycée par les professeurs participant à l'expérimentation[9] participe à la description générale du contexte de mon travail.

Tout en m'appuyant sur ces travaux, je me distinguerai de ces approches qui se placent dans le cadre du développement professionnel des enseignants en se focalisant sur les *pratiques enseignantes* dans la classe ordinaire dans le cas de Roditi (2001) et sur le développement professionnel des enseignants dans le cadre de classes dans un environnement MRT dans le cas de Clark-Wilson (2010) et sur le développement des systèmes documentaires des enseignants dans un contexte de travail collectif pour Sabra (2011 (en cours)). Dans mon approche, les *incidents didactiques* seront étudiés comme des éléments déterminants de la dynamique de la classe tant du point de vue du professeur que de celui de l'élève ou, plus précisément dans les interactions à l'intérieur du couple (professeur, élève) en relation avec le *milieu didactique*.

J'appellerai *incident didactique* un événement du système didactique qui se produit de manière irrégulière, non prévu, nécessitant des acteurs une réponse appropriée. Le caractère imprévu vient de la position de l'opérateur et non pas d'une imprévisibilité en général. Pour prendre un exemple décalé du contexte de la classe, dans la circulation automobile, quand un feu est rouge les voitures s'arrêtent. L'incident se déroule lorsqu'une voiture passe au rouge. D'une façon générale, physiquement il est possible (même prévu, puisque, parfois il y a des radars sur les feux) qu'un tel événement arrive, mais il est imprévu dans le contexte de la circulation routière, et donc pour le conducteur qui, passant au vert, doit réagir rapidement, dans une situation de stress. Ainsi dans une situation didactique, les incidents didactiques peuvent concerner l'un ou l'autre des acteurs dans le déroulement de la situation. Un incident didactique est donc fondamentalement lié aux acteurs de la situation. En particulier, le même événement, dans des contextes et avec des acteurs différents peut apparaître comme un incident ou non. De la même façon, un incident didactique peut être incident pour le professeur sans l'être pour les élèves ou, au contraire, concerner un élève (ou un groupe d'élèves) ou enfin impliquer à la fois le professeur et les élèves. Enfin, un incident didactique n'est pas nécessairement décelé par

8. Le lycée A est brièvement présenté page 13, puis dans le paragraphe 3.2 page 71. Dans le travail de Sabra (2011 (en cours)), ce lycée est nommé le *lycée Poincaré*.

9. L'expérimentation est décrite en détail au paragraphe 3.2 page 71.

les acteurs comme tel, qu'ils en soient la cible ou les témoins ; cette remarque est bien sûr fondamentale pour les conséquences possibles de l'incident et sera détaillée plus loin.

Le choix d'un environnement informatique dans les classes qui constituent le terrain de cette recherche, est fondé sur l'hypothèse que, dans ces environnements, les sources d'incidents didactiques seront d'une part plus visibles et d'autre part liés à la genèse instrumentale des professeurs et des élèves ; les principales sources d'incidents didactiques liés aux usages des technologies peuvent provenir :

- des rétroactions de l'artefact,
- des méconnaissances du fonctionnement de l'artefact,
- de décalages :
  - décalages dans les manipulations,
  - décalages entre les usages publics et privés des acteurs,
  - décalages dans les conversions entre représentations,
  - décalages entre les concepts mathématiques en jeu et leurs perceptions à travers des représentations,
  - décalages entre les intentions des professeurs et les usages privés des élèves.

Je fais l'hypothèse que ces décalages sont liés étroitement à la structuration des milieux et au concept de *bifurcation didactique* qui sera détaillé dans les paragraphes suivants.

La distinction d'un traitement didactique d'une situation et de la régulation d'un incident dans la classe est alors nécessaire pour comprendre les circonstances faisant déboucher les *incidents didactiques* sur des *bifurcations didactiques*.

J'appellerai *perturbation didactique* les effets d'un incident didactique sur la dynamique de la classe régulée par l'*action conjointe* du professeur et des élèves dans le système didactique.

2.2.3 Les notions de milieu et de contrat didactique

Théorie des situations didactiques

Instrumentalisant Poincaré (1902/1992) [10], *la théorie des situations didactiques (TSD) n'est pas vraie, elle est avantageuse.* La TSD développée par Brousseau (1986c) donne ainsi des outils puissants pour tenter de comprendre, d'expliquer et de prévoir les relations existantes entre les différents acteurs et se modifiant et évoluant dans le temps. En particulier la notion de milieu et de sa structure est particulièrement adaptée à l'étude de la question posée. Dans une perspective de compréhension et d'explication de phénomènes complexes, une théorie constitue une projection de la réalité dans un espace particulier qui permet non pas de décrire l'ensemble du phénomène observé mais de s'attacher à des caractéristiques permettant de comprendre finement des interactions. Ainsi, la TSD est particulièrement adaptée pour décrire, penser et comprendre les interactions entre les acteurs et les situations.

Dans cette théorie de l'enseignement et de l'apprentissage, Brousseau définit une situation comme « *l'ensemble des circonstances dans lesquelles se trouve l'élève, les relations*

10. « La géométrie n'est pas vraie, elle est avantageuse. » (Poincaré 1902/1992, page 114).

qui l'unissent à son milieu, l'ensemble des données qui caractérisent une action ou une évolution. » (Brousseau 1986c, page 155). L'enseignement est alors un projet social qui vise à la modification du système de connaissances d'un ou de plusieurs individus dans un environnement donné. Dans ces conditions, la didactique des mathématiques étudie les conditions d'appropriation des connaissances mathématiques utiles dans une institution donnée. L'étude des situations didactiques conduit à considérer l'environnement tout entier du sujet apprenant et plus particulièrement les éléments de cet environnement qui ont pour visée la modifications des rapports aux objets mathématiques du sujet. Ainsi la modélisation d'une situation d'enseignement conduit à décrire les relations existantes entre les différents systèmes en jeu dans la production d'un savoir visé. Elle conduit aussi à distinguer *savoirs* et *connaissances* : la connaissance étant l'*acte de la pensée qui saisit un objet par les sens ou non avec implication plus ou moins grande du sujet de la connaissance*[11]. La connaissance apparaît comme un moyen de prendre des décisions dans une situation donnée. Les connaissances sont donc liées à des situations ; les savoirs sont quant à eux, *ensemble des connaissances d'une personne ou d'une collectivité acquises par l'étude, par l'observation, par l'apprentissage et/ou par l'expérience.*[12] présentent un caractère de stabilité dans une institution. Les connaissances peuvent donc être erronées mais sont indispensables dans l'émergence et la mise en œuvre des savoirs. C'est pourquoi la distinction s'impose dans l'étude des situations didactiques. Une situation peut se caractériser par l'ensemble des rôles des actants et de leurs relations avec le milieu dans une institution donnée. L'hypothèse fondamentale d'apprentissage piagetienne est alors que le sujet apprend en s'adaptant à un milieu que Brousseau définit comme :

> Le milieu est le système antagoniste du système enseigné, ou plutôt, précédemment enseigné. (ibid., page 340)

La notion de milieu

Il s'agit dans un premier temps de préciser la notion de milieu pour pouvoir l'utiliser dans l'analyse des situations. Que représente le milieu ? Qu'est-ce qui en fait partie ? Qu'est-ce qui est extérieur ? Est-il stable dans l'évolution d'une situation ? Autant de questions auxquelles il est nécessaire de répondre pour avancer dans la compréhension des phénomènes didactiques. Les théories didactiques reposent sur des théories de l'apprentissage. Ainsi Brousseau (1986a) s'appuie largement sur les travaux de Piaget pour construire la théorie des situations didactiques, en particulier la théorie de l'équilibration, brièvement décrite ci-dessous.

Dans une perspective piagetienne, les connaissances se construisent dans un processus d'adaptation et d'équilibration en réponses aux contraintes de l'environnement. Les systèmes cognitifs sont constitués en cycle en relation avec les éléments du milieu. Chacun des sous-éléments du cycle pouvant être considéré comme un sous-système du système total.

11. TLFi : Trésor de la Langue Française informatisé : http ://atilf.atilf.fr/.
12. Ibid.

L'action du sujet sur les *objets* environnants utilise les connaissances et les structures cognitives déjà développées. Comprendre et résoudre un problème c'est donc assimiler les connaissances nouvelles pour les intégrer au système de connaissances existant :

> [...] l'assimilation, ou incorporation d'un élément extérieur (objet, événement, etc.) en un schème sensori-moteur ou conceptuel du sujet. (PIAGET 1975, page 12)

Le processus d'accommodation, au contraire, résulte d'une action de l'environnement sur l'individu qui induit une réorganisation des connaissances.

> Le second processus central à invoquer est l'accommodation, c'est-à-dire la nécessité où se trouve l'assimilation de tenir compte des particularités propres aux éléments à assimiler. (ibid., page 12)

La recherche de l'équilibre entre ces deux processus complémentaires caractérise l'adaptation du sujet à son environnement. Piaget distingue alors trois formes d'équilibration : la première entre l'assimilation des objets à des schèmes d'action et l'accommodation des schèmes aux objets. La seconde assure un équilibre des interactions entre les sous-systèmes et la troisième considère l'équilibration des sous-systèmes avec le système tout entier.

Dans une perspective vygotskienne, l'acquisition des connaissances passe par un processus qui part des relations interpersonnelles vers les relations intrapersonnelles. Les *fonctions psychiques supérieures* reposent sur des substrats biologiques mais se développent à partir de relations sociales. Le développement cognitif de l'individu est alors le résultat de ces deux développements qui interagissent l'un avec l'autre. Les processus biologiques contrôlent la croissance, les fonctions élémentaires et les processus sociaux régulent l'acquisition des systèmes de signes et les fonctions mentales supérieures comme l'abstraction :

> The most significant moment in the course of intellectual developpement, which gives birth to the purely human forms of practical and abstract intelligence, occurs when speech and practical activity, two previously completely independant lines of developpement converge. (VYGOTSKY 1933/1978, page 24)

Vygotsky soutient la thèse de la prééminence de l'apprentissage sur le développement intellectuel en développant le concept de *zone proximale de développement* qui permet de mesurer « le niveau qu'atteint l'enfant lorsqu'il résout des problèmes, non plus tout seul mais en collaboration ».(VYGOTSKY 1934/1997, page 351) Par là même, il définit les seuils inférieurs et supérieurs d'apprentissage, correspondant à la zone proximale de développement :

> Ce qui est capital dans l'apprentissage scolaire c'est justement que l'enfant apprend des choses nouvelles. C'est pourquoi la zone proximale de développement qui définit ce domaine des passages accessibles à l'enfant, est précisément le plus déterminant pour l'apprentissage et le développement. (ibid., page 355)

L'étude des positions des chercheurs en didactique des mathématiques à propos de la définition et du rôle du milieu est nécessaire pour faire le pont avec les théories de l'apprentissage d'une part et la modélisation de la classe ordinaire d'autre part.

Dans la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) le concept de milieu est étendu à « l'ensemble d'objets institutionnels qui, pour les sujets du système didactique, aillent de soi. Des objets O, donc, tels que les rapports institutionnels [...] soient localement stables » (Chevallard 1992, page). Pour Chevallard (2007, page 344) le milieu est défini « dans un sens proche du milieu adidactique en théorie des situations didactiques. ». Il désigne, en effet tout « système dénué d'intention dans la réponse qu'il peut apporter, de manière explicite ou implicite, à telle question déterminée ». Ce milieu ne peut se comprendre que dans une dialectique avec les médias, définis de façon très générale comme « tout système de mise en représentation d'une partie du monde naturel ou social à l'adresse d'un certain public ». Cette position place ainsi le professeur, les systèmes de documentations à l'extérieur du milieu et résulte d'une analyse des oppositions et d'un dépassement de ces oppositions. Le milieu est dénué d'intentions et le média est porteur de l'intention d'informer. Pour qu'un processus d'étude et de recherche puisse s'enclencher dans un véritable questionnement dénué d'assujettissement à l'autorité d'une institution, une dialectique « vigoureuse (et rigoureuse) » doit exister. Les questions fondamentales portent alors sur l'état du développement de cette dialectique dans l'École et des conditions permettant l'émergence de cette dialectique ; en particulier, un média peut devenir un élément du milieu au cours d'un processus de questionnement et de mise en doute dans un *esprit galiléen* (ibid., page 345).

Yves Matheron (Matheron 2010) propose alors une définition du milieu en s'appuyant sur le concept d'ostensif. Un ostensif est un objet ayant une matérialité suffisante pour pouvoir posséder une réalité perceptible. Ainsi, les sons, les gestes, les objets matériels font partie des ostensifs alors que les idées, les concepts, les intuitions même s'ils existent au sein de l'institution, ne peuvent être montrés par eux mêmes. Le milieu est alors défini comme un ensemble « d'ostensifs qui y sont présents et de non ostensifs qu'ils évoquent » Matheron (ibid., page 88). Cet auteur propose alors dans le cadre de la TAD de parler de *milieu pour l'étude* en référence aux Activités d'Études et de Recherche (AER) et aux Parcours d'Études et de Recherche (Noirfalise et Matheron 2007).

Le paradoxe soulevé par Brousseau (1986c) est que tout système didactique porte en lui le projet de son extinction, autrement dit, les connaissances en jeu dans une situation didactique doivent être construites pour pouvoir agir dans un milieu dénué d'intentions didactiques et en particulier hors de l'interaction avec le professeur. C'est dans la société une nécessité de montrer pour l'École sa capacité à former des citoyens capables d'utiliser les connaissances à l'extérieur du système éducatif. Les situations adidactiques proposées par Brousseau (ibid.) sont en quelque sorte une reconstruction en situation didactique des interactions sujets-milieu qui définissent les connaissances. Les différentes phases des situations adidactiques définissent des formes de connaissances différentes ; ainsi la phase d'action permet de mettre en évidence des connaissances permettant de prendre des décisions, d'effectuer des choix. La phase de formulation construit des connaissances susceptibles de décrire dans un (ou des) systèmes de représentation des objets manipulés et la phase de validation construit les connaissances susceptibles d'établir des relations entre les objets organisées pour convaincre ou pour prouver en relation éventuelle avec une théorie. Dans ces conditions, suivant la position des élèves dans la situation adidactique, suivant

les connaissances nécessaires pour atteindre un savoir mathématique, des sujets distincts peuvent être confrontés à des milieux différents.

Dans ces différents points de vue, la modélisation des interactions nécessaires à l'émergence de connaissances proposent à la fois une modélisation des acteurs (élèves, professeur), des objets matériels susceptibles de modifier ces interactions (les ostensifs) et des objets immatériels (connaissances préalables, savoirs, relations aux institutions, interactions langagières...). La notion initiale de milieu dont la définition a été rappelée plus haut (page 28) semble en effet insuffisante à décrire un système didactique inclus dans un environnement cognitif et social complexe comme le faisait remarquer Brousseau dans sa thèse :

> Mais un milieu sans intentions didactiques est manifestement insuffisant à induire chez l'élève toutes les connaissances culturelles que l'on souhaite qu'il acquière. (ibid., page 297)

C'est donc le maître qui provoque chez ses élèves par la mise en relation avec un milieu judicieusement choisi les adaptations nécessaires à la modification des connaissances. Ainsi, le rôle du maître dans l'organisation et la présentation du milieu est important et montre la nécessité de proposer une structure de ce milieu, dans ce modèle de description de l'apprentissage et de l'enseignement. Dans la présentation des situations adidactiques, Brousseau propose que le *maître se refuse à intervenir comme proposeur de connaissances qu'il veut voir apparaître* (ibid., page 297). Cette affirmation a dû être fortement nuancée et minimise les effets de contrat dans la classe. Les recherches ont largement montré depuis que le rôle du professeur est prépondérant dans la classe même s'il n'intervient pas, comme l'ont très tôt montré Arsac et Mante (1988).

La structuration des milieux

C'est cependant la définition initiale de « système antagoniste » et de ses prolongements qui serviront de point de départ à la définition du concept (Margolinas 1995 ; Margolinas 1998b ; Margolinas 1998a ; Bloch 1999 ; Bloch 2002 ; Houdement 2004 ; Dias 2008 ; Durand-Guerrier 2010). Très vite, il apparaît que le milieu possède une structure et cette structuration du milieu, proposé dans un premier temps par Brousseau (1986b) et analysé, complété par d'autres recherches, en particulier celles de Margolinas (2004) permet de décrire finement les interactions.

La précision de la description des milieux passe à la fois par une description didactique rigoureuse et des fondements épistémologiques concernant à la fois les apprentissages et les objets mathématiques en jeu.

Revenons dans un premier temps sur la notion de structuration du milieu que Margolinas (ibid., page 81) représente par le tableau 2.1 page suivante.

Ce tableau se lit en considérant : $M_n = S_{n-1} = \{M_{n-1}, E_{n-1}, P_{n-1}\}$, la situation S étant constituée des rapports existants entre M, E et P ; les niveaux positifs étant les situations *sur-didactiques*, prenant en compte le travail du professeur dans des phases de préparation, et les niveaux strictement négatifs étant les niveaux *sous-didactiques*, prenant en compte l'activité de l'élève dans des phases d'action.

Niveau	E	P	Situation	Milieux
M+3 M-Construction		P-noosphérien	S+3 : Situation noosphérienne	Niveaux Sur-didactiques
M+2 : M-projet		P-constructeur	S+2 : Situation de construction	
M+1 : M-Didactique	E+1 : E-réflexif	P+1 : P-projeteur	S+1 : Situation de projet	
M0 : M-Apprentissage	E0 : Elève	P0 : Professeur	S0 : Situation didactique	
M-1 : M-Référence	E-1 : E-apprenant	P-1 : P-Observateur	S-1 : Situation d'apprentissage	Niveaux Sous-didactiques
M-2 : M-Objectif	E-2 : E-agissant		S-2 : Situation de référence	
M-3 : M-Matériel	E-3 : E-objectif		S-3 : Situation objective	

TABLE 2.1 – Tableau de description de la structuration des milieux

En lisant ce tableau à partir du bas, c'est-à-dire en considérant dans une situation sous-didactique la situation *objective*, les acteurs objectifs sont confrontés à un ensemble d'objets suffisamment familiers pour pouvoir les *manipuler*. Il peut s'agir d'objets matériels, le carton et les morceaux du puzzle de Brousseau, par exemple mais aussi un artefact ; ces objets, en soi ne réagissent pas mais sont des éléments de la situation objective qui n'est pas *finalisée* (MARGOLINAS 2004, page 85) ; leurs rétroactions n'ont de sens que si les sujets possèdent les connaissances objectives suffisantes à la manipulation de ces objets. J'illustre *en creux* cette position dans une situation objective par l'exemple de l'utilisation d'un système de calcul formel dans une classe de terminale en reprenant l'idée fort répandue et qui consiste à dire que « tout le monde est capable de faire un problème du baccalauréat avec un système de calcul formel (SCF) ». Imaginons un instant la situation objective d'un élève ou d'un groupe d'élèves de première disposant d'un tel système et d'un énoncé du baccalauréat. Les connaissances en jeu n'étant pas présentes dans leur milieu matériel, les rétroactions de ce milieu, quand bien même les élèves connaîtraient le fonctionnement du SCF, ne pourront avoir aucun sens quant à la résolution du problème. Les connaissances associées à une situation objective doivent être suffisantes pour permettre d'une part la dévolution du problème et d'autre part la compréhension même de la situation.

Il est à noter qu'il n'est en aucun cas nécessaire pour un milieu matériel de compter effectivement des objets matériels, qui peuvent selon les cas être évoqués ou absents ; prenons l'exemple des exercices classiques de combinatoire dans lesquels les modèles d'urnes sont présents (soit une urne contenant des boules rouges et blanches...). Dans ce cas, cette urne peut faire référence à un véritable objet matériel et à une expérience physique ou n'être qu'une métaphore supportant le raisonnement ou même un modèle d'une situation de probabilité support d'une expérience de pensée.

La situation de niveau -3 constitue le milieu de la situation de *référence*, de niveau -2. Les connaissances stables, équilibrées pour reprendre le vocabulaire de Piaget, constituent le milieu de la situation de référence. Il s'agit de la situation dans laquelle E-agissant organise ses essais et interprète les rétroactions du milieu pour réorganiser son action dans un va-et-vient essais-erreurs. Les justifications produites sont empiriques et il n'y a pas création de nouvelles connaissances, mais une réorganisation des connaissances liées à la situation particulière. La situation de référence est le lieu des *expériences* au sens où les connaissances naturalisées sont mises en rapport avec le problème traité. Le passage de la situation objective à la situation de référence ne va pas de soi et peut dénoter une dévolution de la situation mais aussi une réorganisation de la situation par les élèves en contradiction avec les intentions du professeur. L'exemple suivant issu d'une observation faite dans le travail de l'équipe EXPRIME (2010) [13] illustre bien cette position des élèves ;

13. EXPRIME (Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école) prolongé par le projet DREAM : Démarche de Recherche et d'Expérience pour l'Apprentissage des Mathématiques : http ://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/dream/ (consulté le 23 août 2011)

Les objectifs de ce projet sont d'élaborer des ressources permettant aux enseignants de mettre en œuvre dans le cours ordinaire de la classe des problèmes de recherche en mettant en évidence, sur quelques

le problème proposé par l'enseignant d'une classe de première S était de décomposer 1 en somme de fractions égyptiennes[14]. La première question était posée de la manière suivante :

Peut-on trouver deux nombres naturels a et b distincts tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$?

Ce dialogue se passe au tout début du travail. Le professeur vient de donner l'énoncé, les élèves travaillent en groupe de quatre (Cé, Ca, JC, S) ; ce type de travail en groupe de recherche de problème est suffisamment habituel dans la classe pour que le professeur n'ait pas à expliquer longuement le fonctionnement de la séance :

Dans ce court extrait, pour ces élèves et dans cette situation, le milieu matériel est composé de l'énoncé, de leurs connaissances d'élèves de première S, en particulier les connaissances algébriques, leur dextérité plus ou moins grande à écrire des expressions algébriques équivalentes, leurs connaissances sur les nombres, leurs *ressources* communes[15] et les calculatrices considérées comme importantes dans le contexte de la classe de mathématiques puisque posées sur la table dès le début de la leçon sans demande particulière du professeur. Très rapidement les élèves commencent des opérations algébriques sur les expressions à disposition dans l'énoncé. En l'occurrence, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = 1$; JC s'intéresse au premier membre et S à l'identité toute entière. Dans la situation S-2, le milieu qu'ils investissent est la relation qu'ils ont avec les calculs algébriques. L'un comme l'autre pourrait arriver au résultat escompté, mais leur propre milieu objectif n'est pas suffisamment construit pour renvoyer des rétroactions directement interprétables.

situations classiques ou moins classiques, les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique d'une part, les connaissances mathématiques travaillées en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement primaire et secondaire, d'autre part.

14. Les fractions égyptiennes sont les fractions de numérateur 1 et de dénominateur un nombre naturel non nul.

15. Je reviendrai sur la place des ressources dans le milieu ; elle constitue ici ce que Matheron (2000) appelle la mémoire didactique.

Silence ; quatre calculatrices sont posées sur la table. Tous écrivent $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$. JC calcule : $\frac{1}{a}=\frac{b-1}{b}$ et S calcule : $\frac{b+a-ab}{ab}$

1-Cé : C'est le machin du DM...

2-Ca : Comment tu fais le rapport ? Qu'est ce que tu fais ?

3-JC : Je sais pas, je teste ; tu dois trouver quelque chose... *il effectue un calcul sur les lettres a et b*

4-Ca : $\frac{ab-a-b}{ab}$ Un carré... il manque un 2...

5-Cé : Les entiers naturels, ils peuvent être négatifs ?

6-JC : Ch'sais pas ; ben oui !

7-Ca : C'est les relatifs qui sont positifs ? *J'interviens pour remettre un peu d'ordre dans les ensembles !*

8-Cé : a est forcément plus petit que b. Si on trouve ça *il montre du doigt la première question*, après c'est la même technique... Le DM, y a pas quelqu'un qui l'a ?

9-JC : Oui, je l'ai

10-S : *qui a calculé en silence sur les lettres a et b...* ça ressemble...

11-JC : *fouille un classeur* Je l'ai !

12-S : Et si c'était ça ?

13-JC : *qui a continué à calculer* $b-a=ab$

14-S : C'est plutôt $b-a=$...

15-JC : Ah non !

16-A : Tu fais le truc égyptien ?

17-Cé : Non, ça marche pas.

18-JC : $b-a=ab$, réfléchissons... Non, c'est $b+a=ab$, ça veut dire $-b-a=-ab$

19-S : T'es bien avancé...

20-JC : Donc, euh, donc...

21-Cé : C'est des questions comme ça qu'on aura au contrôle ? *Rires*

22-JC : *il a continué des calculs et obtient* $a=\frac{b}{b-1}$ et $b=\frac{a}{a-1}$; *il se lance alors dans un calcul en remplaçant a par sa valeur dans la deuxième expression*

23-S : Tu fais quoi ?

24-JC : Je sais pas.

25-S : C'est pas possible, on peut pas trouver...

26-Cé : Facile

27-A : *Regarde les calculs de S* Mais comment tu fais pour passer... *il montre sur le brouillon*

28-S : Oui, y a une erreur.

29-Cé : Si ton truc est juste...

30-JC : Si ma supposition marche, tu peux mettre au carré... j'sais pas si c'est possible.

31-S : Attends, je vais faire avec des nombres !

En essayant de poursuivre le raisonnement de JC, on pourrait dire :
$\frac{1}{a} = \frac{b-1}{b}$ donc $a = \frac{b}{b-1}$, or b et $b-1$ sont premiers entre eux puisque $b+(-1)\times(b-1) = 1$ est une relation de Bezout et donc $b-1$ ne peut diviser b que si $b = 2$ mais alors dans ce cas, $a = 2$ ce qui est contraire à l'hypothèse.

Les éléments utilisés pour poursuivre le raisonnement ne font pas partie du milieu matériel d'un élève de première, ce qui explique le raisonnement en boucle de la ligne 22.

Le raisonnement entamé par S est plus délicat, puisque, implicitement elle part de l'égalité dont elle cherche la valeur de vérité (Existe t'il ...). Elle fait l'analogie avec les équations déjà rencontrées mais elle n'écrit pas l'égalité. On peut considérer son abandon comme une rétroaction du milieu objectif, c'est-à-dire de ses connaissances algébriques. Pour poursuivre son raisonnement, en effet, il aurait fallu :
$\frac{b+a-ab}{ab} = 0$; puisque les deux nombres a et b sont distincts on peut supposer $a < b$ et donc $\exists n > 0 / b = a + n$

Il y a donc équivalence avec $2a + n = a^2 + an$ équation du second degré en a dont le discriminant vaut $(n-2)^2 + 4n = n^2 + 4$ qui est strictement positif. L'équation possède donc deux solutions **dans R** :

$$\frac{2 - n - \sqrt{n^2+4}}{2} \text{ et } \frac{2 - n + \sqrt{n^2+4}}{2}$$

La première est strictement négative ($n \to \frac{2-n-\sqrt{n^2+4}}{2}$ est décroissante et sa limite en 0^+ est 0.)

La seconde est strictement positive ($n \to \frac{2-n+\sqrt{n^2+4}}{2}$ est encore décroissante et ses limites en 0^+ est 2 et en $+\infty$ est 1).

L'équation du second degré n'aura une solution entière si et seulement si $n^2 + 4$ est un carré d'un entier positif : k^2. Ce qui ne peut être réalisé que lorsque $k^2 - n^2 = (k - n)(k + n) = 4$ et donc si et seulement si $k - n$ et $k + n$ sont tous les deux des diviseurs de 4, c'est-à-dire 1, 2 ou 4 ; ce dont on se convaincra assez vite que ce n'est pas possible avec les hypothèses.

Là encore, le milieu matériel de S ne lui permet pas de poursuivre les expériences avec les symboles algébriques. Le milieu objectif qui a été mobilisé par les élèves dans cette première approche ne repose pas sur un milieu matériel suffisamment stabilisé pour pouvoir dépasser le stade d'expériences *circulaires* (cf. lignes 13 à 19) ; la dernière proposition rompt avec ce milieu pour investir un autre domaine de connaissance et de représentation [16]. Dans cette situation, le professeur est un observateur des interactions de E-agissant et M-3. Ces observations sont bien sûr fondamentales pour une phase de conclusion, puis d'institutionnalisation.

La situation d'apprentissage, S-1, est la situation d'argumentation, de recherche de pertinence et de mise en relation du savoir et des résultats des expériences menées. C'est le lieu où les connaissances peuvent se trouver en conflit. Le milieu de cette situation, est donc constitué des relations entre expériences réalisées, leurs résultats et l'E-apprenant. C'est

16. L'histoire montrera que cet investissement n'a malheureusement pas été poursuivi par ce groupe d'élèves qui n'ont pas, de ce fait investi la situation d'apprentissage (EXPRIME 2010).

aussi la situation où le professeur interagit avec les élèves dans une position d'observation ; il prend des informations sur les interactions des élèves avec le milieu objectif qui s'est mis en place et qu'il a éventuellement modifié dans sa position d'organisateur de la situation objective. C'est le lieu de recueil d'informations permettant de préparer la mise en œuvre de la situation didactique, et à plus long terme de choisir des éléments qui permettront de mener une phase de conclusion (dans la séance, vous avez...) et d'institutionnalisation en mettant en rapport les connaissances visibles de la situation d'apprentissage et le savoir en jeu.

Les trois situations S-1, S-2 et S-3 constituent ce que MARGOLINAS (2004) appelle les situations sous-didactiques ; la distinction qui est faite entre situation a-didactique et sous-didactique est importante et à la base du concept de *bifurcation didactique*. Pour BROUSSEAU (1986c, page297) :

> La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées, par un choix judicieux, des « problèmes » qu'il lui propose. Ces problèmes, choisis pour que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement. Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur de connaissances qu'il veut voir apparaître.[...] Une telle situation est appelée situation a-didactique.

L'hypothèse forte de Brousseau est alors qu'il est possible d'établir une bijection entre les connaissances mathématiques et les *situations fondamentales*. Les situations a-didactiques sont *construites* comme devant faire émerger un savoir. La question est alors de savoir si cette définition est compatible avec la classe ordinaire telle que je l'ai définie au début de ce chapitre (page 15). En particulier, il s'agit de savoir si les intentions du professeur rencontrent les apprentissages effectifs des élèves.

MARGOLINAS (2004, page 98) « appelle situation a-didactique l'image d'une situation non didactique fondamentale d'un savoir non encore institué ». C'est en effet pour marquer cette différence potentielle entre les intentions didactiques, le savoir visé et le véritable savoir en jeu dans les situations proposées. C'est à ce propos que Margolinas définit les situations *nildidactiques*, situations qui « ne mettent en jeu que deux niveaux de la structuration du milieu : le niveau -3, dans lequel l'interaction avec le milieu n'implique que des connaissances naturalisées, le niveau -2 dans lequel l'interaction avec le milieu n'implique que des connaissances stables, réactualisées par la situation » (ibid., page 99). L'extrait d'observation page 35 en est un excellent exemple. Les quatre élèves font fonctionner des savoirs *presque* stabilisés ou en tout cas perçus comme tels, suffisamment pour que la tâche envisagée paraisse légitime dans le contrat du moment.

La situation didactique, S0 est la situation dans laquelle les intentions d'enseignement du professeur rencontrent les apprentissages des élèves. Lieu et temps de réactualisation du contrat didactique, la situation didactique conduit à une institutionnalisation des connaissances mais aussi des stratégies mises en œuvre qui prennent alors un statut collectif au sein de la classe et qui alimente de ce fait la *mémoire didactique*.

Dans la théorie des situations didactiques, l'enseignement est considéré comme « la dévolution par le professeur d'une situation d'apprentissage » (BROUSSEAU 1986c, page

314). Cette dévolution est alors modélisée comme la négociation d'un contrat et devient un élément fondamental du *jeu* que le professeur veut faire jouer au sous-système élève-milieux, avec les différents niveaux décrits ci-dessus. Le processus d'institutionnalisation nécessaire permet au maître de replacer les connaissances contextualisées dans l'édifice du savoir dont le maître est le garant.

La modélisation des situations comme un jeu permet d'insister sur les positions relatives des acteurs dans ces différents processus. Les décisions, les actions dans le jeu sont réglées par les rôles que chacun y joue, ou veut bien y jouer. Il est à noter qu'à la différence des *serious game* (Gonçalvez et al. 2009 ; Sanchez et al. 2010) la dimension ludique n'est pas évoquée et que le terme de jeu est utilisé d'une part dans le modèle qu'il procure pour caractériser les relations entre les acteurs et l'organisation de cette activité, mais aussi pour préciser les éléments et les instruments du jeu et les stratégies mises en œuvre.

Margolinas (2004) insiste sur la nécessité de définir et de modéliser les positions des acteurs dans la structuration des milieux au delà de la situation didactique. Cette structuration permet de prendre en compte le travail du professeur dans des phases d'étude et de préparation.

Par symétrie, les niveaux S+1, S+2 et S+3 peuvent être décrits en « descendant » la lecture du tableau 2.1 page 32. La situation noosphérienne, S+3, tout comme la situation S-3 n'est pas finalisée. Il s'agit d'une situation du professeur intégré dans un réseau social et partie d'une institution scolaire. Dans une situation noosphérienne, le P-noosphérien s'appuie sur ses connaissances propres, ses conceptions de l'enseignement et sa vision des élèves pour imaginer dans le milieu de construction les situations pour l'élève. L'articulation entre les savoirs et les jeux problématisés repose sur des analyses mathématiques et épistémologiques du savoir et débouche sur la conception de situations, comme transformation du savoir en problème pour des sujets épistémiques.

La situation S+2 est la situation de construction effective dans laquelle le professeur va construire la situation pour des élèves génériques en s'appuyant sur des analyses de l'existant : progression, travail déjà réalisé, choix des variables didactiques, éléments du milieu matériel. Ces choix s'appuient sur les *ressources* des professeurs, dont je reparlerai page 52.

La situation de projet (S+1) prend en compte les *vrais* élèves en intégrant les composantes des niveaux supérieurs, les intentions quant au savoir en jeu (niveau S+2) et les conceptions de l'enseignement (niveau S+3) mais aussi la mémoire des situations déjà rencontrées. Dans la situation S+1, la position de l'élève est modélisée comme un acteur réfléchissant à son propre apprentissage. Cette position est essentielle pour comprendre la notion de contrat qui se joue dans la situation de projet entre l'élève réflexif et le professeur projetant vers le milieu didactique des intentions didactiques, construites ou implicites, provenant des niveaux supérieurs.

L'analyse d'une situation partant de la situation S+3 pour aller de plus en plus profondément dans la structure des milieux est nommée par Margolinas (ibid.) l'analyse descendante. Il s'agit, en quelque sorte de prendre le point de vue du professeur et d'analyser la situation de ce point de vue. Au contraire, partir de la situation S-3 permet une analyse de la situation en prenant le point de vue des élèves. Il s'agit alors de l'analyse

ascendante de la situation. C'est la confrontation de ces deux analyses qui permettra de mettre en évidence le concept de bifurcation (paragraphe 2.2.5 page suivante).

2.2.4 Action conjointe

La description linéaire des différents niveaux de la structuration des milieux cache cependant les interactions et les dynamiques entre les différents niveaux qui évoluent dans le temps. Dans la préparation d'une leçon, le professeur compose avec les différents niveaux sur-didactique mais aussi interagit avec les niveaux didactiques et sous didactiques. En particulier, la *mémoire didactique* (ibid., page 170) du professeur prend en compte l'ensemble des situations didactiques vécues et les interactions avec les élèves dans les différents niveaux de la structure des milieux. Ces rétroactions modifient les milieux de construction et de projet d'une part et la position d'observateur dans une situation d'apprentissage. En ce sens, cette mémoire didactique participe à l'élaboration du *système de ressources* du professeur (cf. paragraphe 2.4 page 52). C'est notamment en se fondant sur ces hypothèses qu'ont été construites des ressources pour les professeurs, proposant des analyses au niveau mathématiques, didactique et des analyses portant sur des observations en classe avec l'ambition de modifier le regard du professeur observateur : c'est le cas du projet Exprime (cf. page 33), ou du projet Démathé [17] .

Cette dynamique peut être décrite en utilisant le cadre proposé par Chevallard (1992) puis développé et augmenté par Sensevy et Mercier (2007) pour une construction conjointe du jeu didactique. La compréhension de ce jeu repose sur trois niveaux de description :

- déterminer l'action,
- construire le jeu,
- jouer et faire jouer le jeu.

La détermination de l'action réfère d'une part à l'activité *adressée* prenant en compte les contraintes institutionnelles (au sens de la théorie anthropologique) et l'épistémologie personnelle, *épistémologie pratique*(G. Sensevy 2007, page 37) en ce sens qu'elle influence *pratiquement* le fonctionnement de la classe et se construit *en pratique* comme une réponse aux problèmes rencontrés. Cette détermination de l'action se place dans la situation noosphérienne et s'appuie sur le milieu de projet.

La construction du jeu se place dans les situations S+1 et S+2 et réfère à l'élaboration des situations qui seront effectivement mises en place dans la classe. Cette construction s'appuie sur des ressources diverses permettant de penser l'activité future.

17. Développement des Mathématiques à l'École :
http ://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/archives/partenariat-inrp-07-08/DeMathE/ (consulté le 23 août 2011) :

> Chaque document DéMathE est centré sur un thème mathématique constituant une unité conceptuelle. Il s'adresse aux maîtres de l'école maternelle et du primaire, son ambition est de rendre accessibles les connaissances qui permettent de fonder des choix pour l'enseignement du thème mathématique concerné et au niveau de l'ensemble des cycles de l'école concernés.

Le jeu ainsi construit est mis en place et joué dans le système didactique conjointement par le professeur et les élèves, les actions du professeur influençant les comportements des élèves dans la réalisation de la tâche et, en retour, les comportements des élèves modifient l'activité du professeur. Les trois dimensions de cette activité, mésogénèse, topogénèse et chronogénèse prennent en compte les éléments fondamentaux de description et d'évolution des milieux (mésogénèse), dans le temps (chronogénèse) dans une organisation et un partage des responsabilités dans le jeu (topogénèse).

> La mésogénèse pose la question *quoi ?* ou plutôt *comment quoi ?* Elle incite à identifier le contenu épistémique des transactions didactiques. La chronogénèse pose la question *quand ?* ou plutôt *comment quand ?* Elle incite à à identifier la nature et les raisons du passage, à un moment, d'un contenu épistémique à un autre. La topogénèse pose la question *qui ?* ou plutôt *comment qui ?* Elle incite à identifier comment le contenu épistémique de la transaction est effectivement réparti entre les transactants. (G. SENSEVY 2007, page 32)

Ces trois éléments sont en étroite relation, puisque les modifications du milieu, les positions dans les niveaux de situations des acteurs les uns par rapport aux autres et le déroulement du temps à tous les niveaux ne peuvent s'entendre indépendamment les uns des autres.

L'action conjointe permet de rendre intelligible l'activité du professeur en lien avec l'activité des élèves, chacune ne trouvant du sens que dans le projet commun porté dans la situation didactique pensée dans une *intention didactique*.

2.2.5 Les intentions didactiques et le concept de bifurcation didactique

La notion d'intention didactique joue un rôle décisif dans la construction, la mise en place et le lancement du jeu didactique dans la classe. Elle participe ainsi à l'initialisation de la dynamique de la classe ; ce paragraphe permet de préciser cette notion avec l'éclairage des concepts de milieux et d'action conjointe.

> Intention : Disposition d'esprit, mouvement intérieur par lequel une personne se propose, plus ou moins consciemment et plus ou moins fermement, d'atteindre ou d'essayer d'atteindre un but déterminé, indépendamment de sa réalisation, qui peut être incertaine, ou des conditions qui peuvent ne pas être précisées. (TLFi, http ://atilf.atilf.fr/ consulté le 27 décembre 2010)

Le sens vieilli du mot encore utilisé en musique, de thème ou de motif peut être rapproché de cette notion d'*intention didactique*. Lorsqu'un professeur investit une situation de construction, il projette d'une manière explicite ou non, un thème qu'il déclinera et adaptera en fonction des rétroactions imaginées (dans une situation de projet) ou réelles (dans une situation didactique).

Pour G. SENSEVY (2010, page 150), les intentions didactiques sont liées à un problème et aux milieux de préparation et d'action, qu'il s'agit de décrire à des niveaux différents, intentions générales liées à une épistémologie personnelle (une épistémologie pratique) et

intentions locales construites dans un but précis. Résultats des interactions de P avec le milieu de construction dans une situation noosphérienne (S+3) et de P dans une situation de construction dans des interactions avec le milieu didactique, les intentions se heurtent à la contingence et peuvent être localement modifiées dans une situation didactique du fait des interactions avec le milieu de référence. De la même façon, P-observateur confronte ses intentions aux rétroactions du milieu objectif des élèves. Dans ce schéma la position des élèves doit être rajoutée comme acteurs des situations didactiques ayant, de la même façon, des *intentions* d'apprendre qu'il s'agit de considérer d'un point de vue global, en lien avec une position générale vis-à-vis de l'École et local, en lien avec le contexte particulier d'une leçon. Ainsi, la relation étroite entre *intention* et *milieux* est particulièrement sensible dans des environnements d'innovation, et en particulier dans des environnements informatiques.

Le concept de bifurcation didactique découle d'un décalage entre les intentions du professeur et les attentes des élèves. Lorsqu'il propose un problème aux élèves, le professeur projette son intention d'enseignement, c'est-à-dire sa volonté de modifier le système de connaissances des élèves. Il construit alors une situation didactique en proposant un milieu. Dans cette position, les élèves ignorent les intentions du professeur, ils peuvent cependant les imaginer (dans leur position d'E-réflexif, E+1) et projeter à leur tour leur propre situation a-didactique en s'appuyant sur le milieu matériel de la situation objective. Il y a bifurcation lorsque, confrontés à ce milieu matériel, les élèves investissent une situation de référence différente de celle prévue dans les intentions du professeur. Plusieurs scénarios peuvent alors se dérouler :

- les élèves investissent une situation de référence reposant sur une situation nil-didactique ; dans ce cas, ils font fonctionner des connaissances naturalisées sans en construire ou en rencontrer de nouvelles. C'était par exemple le cas dans l'extrait présenté au paragraphe 2.2.3 où, ligne 18 ou ligne 22, JC fait tourner à vide un calcul algébrique,
- les élèves investissent une situation de référence qui repose sur une situation objective a-didactique distincte de la situation prévue par le professeur ou plus précisément extérieure aux intentions didactiques du professeur.

Bien entendu, dans une même classe les trois scénarios peuvent coexister créant des tensions entre professeur et élèves mais aussi entre élèves.

Les deux figures 2.3 à 2.4 page suivante reprises de Margolinas (2004, page 124 et page 128) montrent deux cas fréquents de bifurcation didactique dans laquelle les élèves investissent une situation a-didactique distincte de celle prévue par le professeur ou une situation nil-didactique. Ces deux schémas, attestés dans les recherches empiriques montrent du point de vue de la recherche, la cohérence de cette modélisation et du point de vue de l'analyse didactique, la pertinence de ces observations.

Le décalage entre les points de vue des élèves et les intentions du professeur rend parfois l'interprétation des réponses des élèves délicates. Parmi les difficultés à comprendre ce décalage dans une situation de bifurcation didactique, un certain nombre de problèmes empêchent une réaction appropriée ; ces problèmes peuvent être liés à la difficulté d'observation dans la situation d'apprentissage ; l'identification des procédures utilisées par les élèves par P-observateur repose sur une mémoire didactique de circonstances analogues

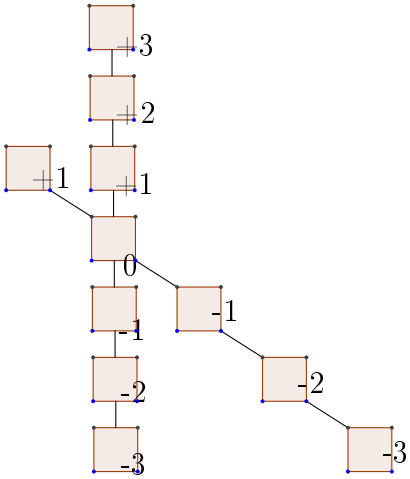


FIGURE 2.3 – Bifurcation didactique avec une branche marginale a-didactique

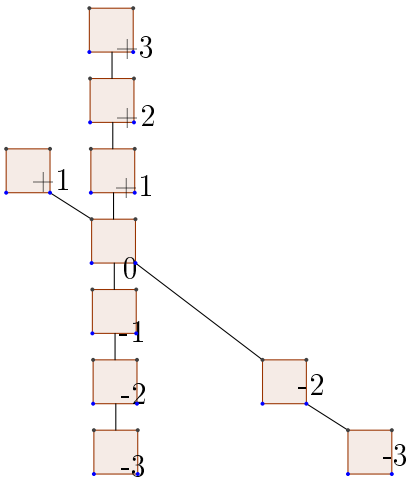


FIGURE 2.4 – Bifurcation didactique avec une branche marginale nil-didactique

déjà rencontrées et permettant la mobilisation de réponses puisées dans un répertoire construit. Ils peuvent également résulter d'un décalage des postures dans la structure des milieux ; dans une situation de bifurcation didactique faisant fonctionner une situation nil-didactique, P-observateur peut croire interagir avec le milieu de référence d'un élève

alors que l'élève a investi une situation de référence et interagit avec le milieu objectif de la situation. Dans ce cas, l'interprétation des rétroactions du milieu peut provoquer une incompréhension. Les problèmes peuvent également provenir d'une difficulté à remettre en cause les intentions construites dans les situations +2 et +3 et à réajuster le milieu matériel ou objectif de la situation en fonction de l'activité des élèves dans la réalisation d'une tâche. Il y a, pour le professeur des difficultés à comprendre les indices d'une bifurcation didactique si elle n'a pas été prévue ; cette difficulté d'interprétation des indices fournis dans les interactions avec les élèves peut provenir d'un décalage de la position des acteurs dans la structure des milieux.

2.2.6 Question reformulée

Comment et en quoi l'étude des incidents didactiques puis des perturbations dans la dynamique de la classe ordinaire ***s'appuyant sur la structuration des milieux du professeur et des élèves*** *permet-elle de mieux comprendre et d'agir sur les apports des environnements informatiques à la compréhension des objets mathématiques à travers le jeu sur leurs représentations ?*

2.3 Approche instrumentale

Parce que l'humanité se distingue de l'espèce animale par la création et l'utilisation d'outils, on a longtemps considéré cette caractéristique comme spécifique de l'espèce humaine, à l'instar de l'usage de la parole :

> The specialisation of the hand-this implies the tool, and the tool implies specific human activity, the transforming reaction of man on nature, production. (Engels et al. 1883/1963, page 47)

Dans une perspective vygotskienne, les « outils » associés aux signes, médiateurs de la pensée, ont une importance dans les processus de reconstruction interne d'une activité externe que Vygotsky nomme « internalisation ». Cette internalisation repose sur une série de transformations à travers une dynamique de processus interpersonnels et de processus intrapersonnels. Cette transformation, cette *genèse* est le résultat de longs développements dans lesquels les outils et les signes jouent un rôle important et complémentaire :

> The sign acts as an instrument of psychological activity in a manner analogous to the invention and use of tools in labor. (Vygotsky 1933/1978, page 52)

L'outil, dans sa nature externe permet à l'homme une amplification de son action sur son environnement et favorise le processus d'internalisation dans une dynamique s'appuyant sur la reconstruction d'activités sur la base d'opérations sur les signes. L'activité du sujet est médiatisée par les outils et les signes. Cependant ceux-là différent par leurs fonctions, l'outil pouvant être considéré comme influençant l'objet de l'activité, de nature externe ; le signe au contraire ne modifie pas l'activité mais en permet une reconstruction interne. Ces deux aspects sont étroitement liés et la modification de son environnement

par le sujet modifie également sa propre nature. Le processus d'internalisation prend en compte et s'appuie sur l'histoire personnelle et l'environnement social des sujets. Les liens entre le développement et l'apprentissage reposent alors sur l'hypothèse que les processus de développement et d'apprentissage se construisent dans une dynamique : les processus de développement suivent les processus d'apprentissage dans des zones de développement que Vygotsky nomme zones proximales de développement :

> We propose that an essential feature of learning is that it creates the zone of proximal development ; that is, learning awakens a variety of internal developmental processes that are able to operate only when the child is interacting with people in his environment and in cooperation with his peers. Once these processes are internalized they become part of the child's independant developemental achievement. (Vygotsky 1933/1978, page 90)

2.3.1 Genèse instrumentale

En s'appuyant sur ces hypothèses d'apprentissage, il apparaît que tout type d'outil mis à disposition des élèves dans une perspective d'enseignement ne peut être directement utilisable sans un processus d'appropriation.

L'ergonomie cognitive offre un cadre permettant de préciser ces phénomènes d'appropriation. En suivant Rabardel (1995), je distinguerai l'objet matériel et l'objet inscrit dans un usage. L'objet (matériel ou non), résultat d'une construction humaine, est conçu avec des intentions. En considérant la compréhension des usages de ces objets, deux approches peuvent alors être examinées, d'une part une approche technocentrée pour laquelle le sujet occupe (ou est placé) dans une position marginale vis-à-vis de la technique et d'autre part une approche anthropocentrée dans laquelle les faits techniques sont considérés dans une dimension psychologique.

L'approche technocentrée propose une perspective de réduction de la place des hommes dans les tâches instrumentées. Dans ces conditions, le sujet n'a plus la responsabilité de la tâche mais joue un rôle d'opérateur pour exécuter les quelques fragments de tâches que ne prendrait pas en charge la technologie. Malgré le caractère excessif et outrancier de cette position, et si je m'en tiens au seul propos de l'enseignement des mathématiques, cette position apparaît encore fréquemment comme en témoigne les propos de Claude Allègre :

> Les maths sont en train de se dévaluer de manière quasi inéluctable. Désormais, il y a des machines pour faire les calculs. (France soir, 29/11/1999)

On retrouve cette approche technocentrée, à l'inverse, chez les défenseurs acharnés de l'utilisation des systèmes de calculs :

> L'idée de ce premier livre était de faire l'état des lieux sur le plan scientifique et de montrer que tous les examens de l'époque étaient faisables ave un système de calcul formel en deux temps trois mouvements. (Présentation du livre Zizi (1993) sur http ://homepage.mac.com/jacquelinezizi/OldSite/livres.html, consulté le 18 décembre 2010)

Malgré ces aspects qui peuvent paraître caricaturaux, l'approche technocentrée demeure fortement ancrée dans le monde de l'éducation. Le dernier rapport *Plan de développe-*

ment des usages du numériques à l'école[18] en est un exemple frappant en présentant les outils numériques comme précédents une réflexion pédagogique :

> Le développement des usages du numérique dans les pratiques pédagogiques représente une véritable opportunité de développement de l'Ecole et d'amélioration des résultats des élèves. Les technologies de l'information et de la communication pour l'éducation (TICE) constituent des outils d'individualisation de la pédagogie, à destination des enseignants, des élèves, des parents, et plus largement de l'ensemble de la communauté éducative. L'usage des outils numériques, en classe et en dehors de la classe, apporte une hausse de l'attention des élèves et constitue un atout dans la lutte contre l'échec scolaire. (page 3)

Les critiques de cette vision technocentrée de l'activité instrumentée de l'homme ont porté sur les aspects sociaux, économiques et techniques. En particulier, les études sur les *erreurs humaines* montrent qu'elles résultent la plupart du temps de difficultés spécifiques liées à la réalisation technique de l'objet, je cite ici Reason (1990, page 11) :

> Latent errors [...] most often generated by those at the "blunt end" of the system (designers, high level decision makers, construction crews, managers, etc.) may lie dormant for a long time, only making their presence felt when they combine with other "resident pathogens" and local triggering events to breach the system's defences.

Au contraire la conception des techniques centrées sur l'homme permet en considérant les faits techniques dans leur dimension psychologique de rejoindre les conceptions vygotskiennes dans lesquelles l'outil est au cœur des fonctions psychiques supérieures. L'approche des activités humaines instrumentées relève alors d'une dynamique des actions finalisées et organisées du sujet. Les objets techniques que Rabardel (1995) désigne par le terme *artefact*, en reprenant ici la terminologie proposée par Monod (1970, page 11) :

> La distinction entre objets artificiels et objets naturels paraît à chacun de nous immédiate et sans ambiguïté. Rocher, montagne, fleuve ou nuage sont des objets naturels ; un couteau, un mouchoir, une automobile sont des objets artificiels, des artefacts.

Les artefacts sont des éléments médiateurs de l'activité et sont transformés par l'activité en même temps qu'ils s'insèrent dans une pratique. Cette médiation incite à étudier les artefacts non pas seulement à partir de leurs propriétés mais surtout depuis le statut que les sujets leur attribuent, et construisent au cours de leur activité pour le transformer progressivement dans un long cheminement en un *instrument*. Un instrument est alors défini comme un artefact auquel sont associés des schèmes d'utilisation. Kant (1787/1905, page 177) définit le schème comme *la représentation d'un procédé général de l'imagination pour procurer à un concept son image*. Au sens de Vergnaud (1991, page 80), un schème est *l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée*. Dans les faits, cette organisation invariante ou ce procédé général se construit dans un processus d'appropriation doublement orienté du sujet vers l'artefact (*l'instrumentalisation*) et de l'artefact vers le sujet (*l'instrumentation*).

18. Dossier de presse http ://media.education.gouv.fr/file/novembre/18/2/Plan-de-developpement-des-usages-du-numerique-a-l-ecole_161182.pdf, consulté le 18 décembre 2010.

Le processus d'instrumentation concerne l'émergence, le développement et l'affinement de schèmes d'utilisation de l'artefact à des fins précises. Celui d'instrumentalisation est relatif aux transformations et au développement de l'artefact par le sujet.

Cette approche instrumentale concernant les artefacts technologiques utilisés dans la classe de mathématiques a déjà été largement étudiée et développée : (Artigue 1997a ; Artigue 1997b ; Drijvers 2001 ; Mariotti 2002 ; Trouche 2005a ; Trouche 2007 ; Drijvers et Trouche 2008). C'est dans la continuité de cette approche que je me place en considérant par ailleurs que l'artefact, conçu avec des intentions pour s'insérer dans des activités finalisées, est socialement négocié et que son développement comme instrument est en relation étroite avec les intentions et l'activité des acteurs.

2.3.2 Le modelage social de la technologie

Une approche psychologique de l'activité humaine instrumentée relie l'objet technique et ses usages. Cette approche propose donc un double regard, à la fois technocentré, en étudiant les potentialités de l'artefact et anthropocentré en étudiant leurs réalisations effectives dans les usages. Un regard, plus sociologique, et bien représenté par le mouvement SST (Social Shaping of Technology) est présenté dans le paragraphe suivant et est repris dans le chapitre 3 page 69 notamment pour aborder le lien existant entre le développement des technologies et la mise en lien avec la réalité institutionnelle et sociale.

« The social shaping of technology » (SST) (MacKenzie et Wajcman 1985 ; Williams et Edge 1996) examine le contenu de la technologie et les processus d'innovation a établi que les technologies sont *socially shaped*.

Cette approche naît en Grand Bretagne de quatre courants traditionels :

1. La sociologie du savoir scientifique (*sociology of scientific knowledge, SSK*)

   SSK exploite une approche déjà largement utilisée dans l'histoire et la sociologie des sciences (Shapin 1982) et qui consiste essentiellement à étudier le développement d'un champ scientifique en identifiant les points de contingence ou de flexibilité interprétative, où les ambiguïtés demeurent en identifiant de tels points de branchements et en cherchant à montrer pourquoi une interprétation plutôt qu'une autre s'est développée. Ce faisant les chercheurs traitent de tous les facteurs expliquant la création ou l'acceptation de ces interprétations en terme sociaux plutôt qu'en référence au monde naturel.

   SSK a alors étendu son analyse à l'étude des artefacts technologiques en cherchant à identifier des exemples où les technologies pouvaient être conçues de façons différentes avec des choix et des options techniques différentes et en tentant d'expliquer pourquoi une façon de concevoir l'artefact triomphait de l'autre. Ce n'est que rarement les explications techniques mais plutôt les explications sociales qui permettent de répondre à ces questions. Cette approche a été présentée comme une « une nouvelle sociologie de la technologie » ce que résume la phrase : *Social Construction of Technology* (SCOT) (Pinch et Bijker 1984).

2. La sociologie des organisations industrielles,

Contrastant avec SCOT, la sociologie industrielle s'est intéressé aux changements technologiques d'un point de vue socio-économique. Le point de départ n'étant pas un champ technologique particulier mais un contexte social particulier. L'analyse procède alors de l'intérieur : une fois le contexte social identifié, les chercheurs tentent de tracer l'influence de la technologie dans son évolution.

3. La sociologie des études politiques (et plus particulièrement avec une perspective d'économie politique),

   Au contraire d'études « orthodoxes » de politiques technologiques qui cherchent à décrire le processus politique, leur travail a constitué à comprendre les fondements politiques, économiques et autres permettant de décrire le développement et la mise en œuvre d'une politique en s'intéressant alors aux plus-values et à l'intérêt que les organisations directement impliquées avaient à soutenir le développement des technologies (Molina 1989).

La perspective de *modelage social* a émergé des critiques du déterminisme technologique supposant que :

- la nature des technologies et leurs évolutions est interne aux technologies ou à des considérations économiques,
- la technologie a un impact sur le travail, sur l'organisation de la société et sur l'économie.

Cette approche s'oppose également à l'idée d'*impératif technologique* qui rendrait inévitable les changements technologiques à travers des évolutions données. SST est aussi une critique de la conception des technologies qui seraient des actions détachées des usages comme tend à le prouver les constats d'une technologie qui n'apporte pas les changements souhaités, prévus ou espérés. Il s'agit d'une critique d'un certain déterminisme technologique, qui semble aujourd'hui moins controversé que lorsque sont apparues ces recherches.

La perspective du « Social Shaping of Technology » s'appuie sur des analyses sociales et économiques. Ces approches de la technologie ont établi que la forme et le contenu des technologies sont importants et sensibles aux analyses sociales. Ils mettent en évidence et problématisent le processus d'innovation.

L'innovation est alors vu comme un processus contradictoire et incertain. Ce n'est pas juste un processus de résolution de problème, mais il implique des processus économiques et politiques. Le succès du développement d'une technologie n'est pas juste le succès économique ou le succès technique. Cette hypothèse importante de SST s'oppose à un modèle linéaire de l'innovation et propose plutôt un modèle spiralé où les innovations cruciales prennent place à la fois dans la conception, dans l'implémentation et dans les usages de la technologie. Le rôle des utilisateurs dans l'innovation et l'importance des interactions entre créateurs/constructeurs et usagers sont ainsi mis en évidence. Ce modèle « interactif » conçoit les innovations comme une activité sociale complexe et dynamique.

Un concept central de SST est qu'il y a des choix (non nécessairement conscients) aussi bien dans le design des artefacts et dans la trajectoire des programmes d'innovation. SST s'intéresse aux interactions entre les phases de développement et les transformations

de la technologie depuis leur conception initiale jusqu'à leurs applications.

SST fait l'hypothèse que le développement de la technologie n'est pas neutre mais est en relation avec le développement social. Il y a tension entre les objectifs de la technologie, les mécanismes sociaux de contrôle et de modelage de la technologie par les utilisateurs, et les méthodes (ou les possibilités) d'interventions sociales dans les innovations technologiques.

L'hypothèse de la perspective de modelage social (*social shaping perspective*) est que l'implémentation (introduction) de la technologie n'est pas seulement interne à la technologie, mais explore les aspects sociaux, économiques et culturels qui modèlent :

- la direction dans laquelle se dirige l'innovation,
- la forme prise par la technologie aussi bien du point de vue de l'artefact que du point de vue des pratiques avec l'artefact,
- les résultats produits par l'introduction d'une technologie dans différents groupes de la société.

Cette approche va au delà des approches traditionnelles qui regardent d'avantage l'impact social de la technologie et qui examine la technologie ayant un tel impact et la façon dont cet impact se met en place. SST au contraire s'intéresse aux moments où les changements technologiques peuvent être infléchis du fait de leurs conséquences sociales. Dans cette perspective, la question souvent entendue de la plus-value des technologies dans l'enseignement peut être comprise différemment. Il ne s'agit pas de mettre en avant une plus-value de l'utilisation de la technologie mais plutôt de réfléchir aux changements nécessaires dans une institution pour utiliser et modeler une technologie à des fins didactiques.

2.3.3 Les relations technologie/organisation

Il s'agit des relations dans une organisation de l'implémentation d'une technologie. Tout ce travail ayant comme but principal de comprendre les changements technologiques comme un processus social. On pourrait alors parler d'une genèse sociale de la technologie.

Regarder l'implémentation de technologies dans une organisation permet de constater que « technologie » et « organisation » ne peuvent pas être complètement dissociées. Il devient alors clair qu'il est impossible de séparer les technologies des contextes sociaux dans lesquels ces technologies s'implantent.

L'idée d'une technologie comme un équipement seul est abandonné au profit de phénomènes inclusifs dont le développement procède d'interactions variées entre éléments sociaux et techniques qui ne peuvent être séparés les uns des autres ou traités comme des variables distinctes.

Ainsi le développement des technologies peut être regardé en terme de double dynamique : d'une part, un processus de sédimentation dans le ferment de l'activité d'innovation est identifié, où certain artefacts deviennent stabilisés et « standards », et qui apparaissent sur le marché comme des boites noires, commodes et bien établies. D'autre part, la dynamique du développement des opportunités technologiques et des conditions d'usage ébranlent les solutions existantes.

Dans le cadre du développement des technologies dans la classe de mathématiques, cette double dynamique apparaît dans les usages déjà anciens, d'une certaine façon sta-

bilisés et l'apparition de nouveaux artefacts, apportés par les élèves dans l'univers de la classe, comme les téléphones portables de nouvelle génération, les smartbooks, etc. On retrouve dans l'étude empirique menée, dans l'introduction en classe des calculatrices, cette double dynamique.

2.3.4 Technologie TI-Nspire

L'environnement informatique du terrain d'étude est un des éléments central de ce travail. Le choix de la technologie particulière TI-Nspire est lié aux travaux réalisés dans le cadre de projets de recherche menés à l'INRP puis à l'IFé. Il se justifie par le caractère innovateur de la technologie qui en fait un exemple paradigmatique d'autres technologies existantes ou en cours de développement. Je fais l'hypothèse que les données recueillies dans le cadre de cette technologie permettent d'obtenir des résultats généralisables à d'autres technologies.

La technologie TI-Nspire [19] est un ensemble formé d'un logiciel et d'une calculatrice portable qui peut être considérée comme la partie *nomade* du système. La liaison entre ordinateur et calculatrice permet de travailler indifféremment sur l'un et sur l'autre et de transférer les fichiers d'un système à l'autre. Il est ainsi possible de commencer un travail sur la calculatrice, de le continuer sur ordinateur et de le terminer sur la calculatrice. La calculatrice est muni d'un dispositif de pointage (touchpad) identique à celui de la plupart des ordinateurs portables.

Le logiciel comprend la plupart des types de logiciels habituellement utilisés dans la classe de mathématiques (Logiciels de calcul formel [20], de géométrie dynamique [21], grapheur, tableur) et dans la dernière version [22] un bloc-note permettant d'écrire du texte et des écritures mathématiques et d'effectuer des calculs.

La terminologie utilisée dans le logiciel est la suivante : un fichier se compose d'une ou plusieurs « activités », chaque activité se compose d'une ou plusieurs « pages » interconnectées, une page étant à choisir entre :

- une page « Calculs » offrant les possibilités d'un système de calcul formel,
- une page « Graphiques » permettant la représentation graphique de fonctions dans un repère,
- une page « Géométrie » offrant les possibilités de géométrie dynamique,
- une page « Tableur & liste », permettant de traiter des données numériques ou formelles dans un tableur,
- une page « Éditeur mathématique » permettant d'écrire du texte et des écritures mathématiques dynamiques.

Une potentialité essentielle de cette technologie est l'interaction entre les applications : une variable définie dans une application peut être utilisée dans une autre application. Un

19. http ://education.ti.com/educationportal/sites/US/homePage/nspire-family.html.
20. C'est une version du logiciel Derive (Soft Warehouse, Inc.) qui est implémentée dans la machine.
21. C'est une version du logiciel Cabri qui est implémentée dans le logiciel : http ://www.cabri.com/.
22. Dans la première expérimentation en 2008-2009, le bloc note existait mais ne permettait pas d'effectuer un calcul.

même objet mathématique peut être représenté dans différents registres ; ainsi, par exemple, et comme l'illustre la figure 2.5, sur un même écran, l'aire d'une arche de sinusoïde peut être appréhendé dans un registre formel, géométrique, graphique ou numérique.

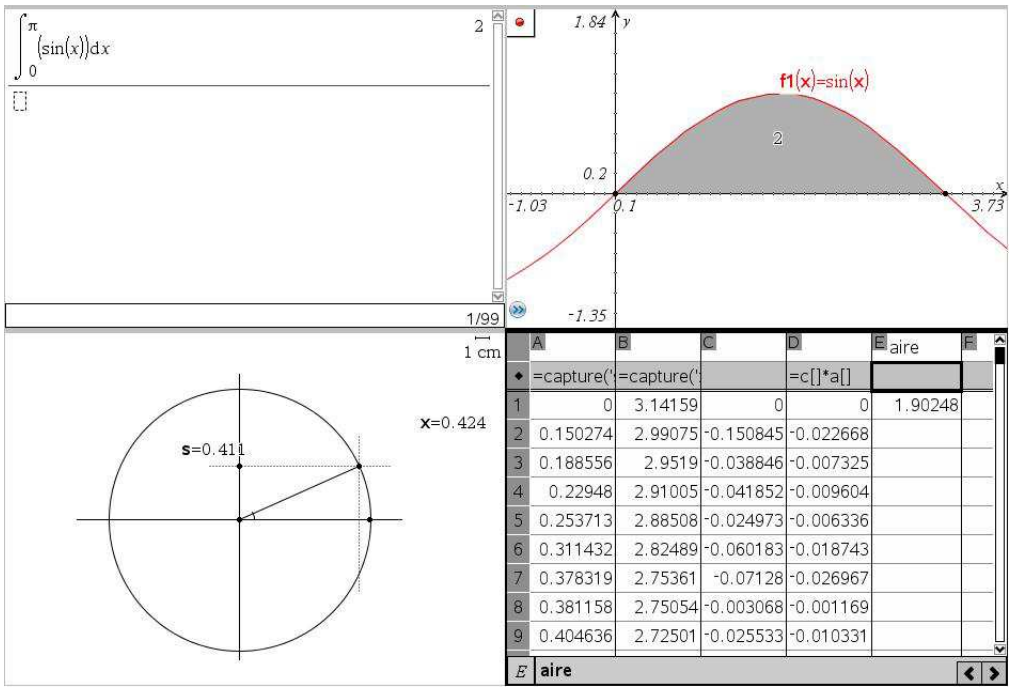


FIGURE 2.5 – Quatre applications de la TI-Nspire dans une même fenêtre

Il est enfin à noter que les pages « Graphiques » et « Géométrie » disposent des mêmes fonctionnalités et que la seule différence est à l'ouverture la présence d'axes de coordonnées représentés à l'écran, ou non.

Le deuxième aspect remarquable de ce système est la possibilité d'organiser les fichiers dans une arborescence de répertoires, sur l'ordinateur et sur la calculatrice. Cette possibilité est originale et préfigure ce que pourront être des calculatrices couplées avec un netbook ou des smartphones embarquant des logiciels de calcul et de représentation [23].

Enfin, la transmission de fichiers peut être réalisée aussi bien entre un ordinateur et la calculatrice qu'entre deux calculatrices. De nombreuses ressources développées par Texas Instruments, mais aussi par des utilisateurs sont disponibles sur le web [24] ou dans des publications. Je cite ici le travail de l'équipe e-CoLab de l'INRP [25] dont un des travaux a consisté à produire, tester et analyser des activités pour la classe (Aldon et al., 2009 ;

23. On peut faire référence à cette annonce parue le 19 octobre 2009 de la disponibilité du logiciel Mathematica sur i-Phone : http ://www.wolfram.com/news/alphaapp.html (consulté le 14 décembre 2010).

24. Par exemple : http ://mathbits.com/MathBits/TINSection/General/HomeScreen.html, http ://www.univers-ti-nspire.fr/, http ://www.johnhanna.us/TI-nspire.htm, ...

25. e-CoLab : Expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques : http ://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/e-colab/.

2010 ; 2011), utilisant les potentialités de la TI-Nspire, notamment la multireprésentation des objets mathématiques.

> On peut faire l'hypothèse que ces innovations offrent, pour l'apprentissage des élèves, comme pour l'action des enseignants, des possibilités nouvelles. Elles pourraient permettre de développer les interactions entre cadres, entre registres de représentation dont les recherches didactiques ont montré l'importance dans les processus de conceptualisation ; elles pourraient enrichir les moyens d'expérimentation et de simulation ; elles pourraient permettre de conserver des traces de l'activité mathématique des élèves avec calculatrice bien plus exploitable que ce qui existait jusqu'alors. Mais on peut aussi faire l'hypothèse que le caractère profondément innovant de cette calculatrice, sa complexité, vont poser des problèmes d'instrumentation non triviaux et partiellement nouveaux, tant du côté des enseignants que des élèves, que l'actualisation des potentialités a priori offertes va requérir des constructions spécifiques et non pas la simple adaptation de stratégies qui se sont révélées productives avec d'autres calculatrices, et qu'il faudra penser ces constructions dans la durée. (Aldon et al., 2008)

L'ensemble de ces potentialités fait de cette technologie un élément préfigurant les environnements futurs et c'est une raison pour laquelle cette étude prétend élargir le propos en partant de ce contexte particulier et limité. Ces potentialités particulières font de cette technologie un prolongement de la mémoire dans une perspective de « réalité augmentée » :

> AR[26] allows the user to see the real world, with virtual objects superimposed upon or composited with the real world. Therefore, AR supple- ments reality, rather than completely replacing it. (AZUMA 1997, page 2)

Ces possibilités de structurer, sauvegarder et organiser les fichiers permettent de mettre en évidence les liens entre les informations stockées dans la calculatrice. La calculatrice est à la fois potentiellement instrument de calcul et de représentation et élément d'un *système de ressources* à disposition des professeurs et des élèves. Plus qu'un artefact tendant à devenir instrument, la technologie apparaît comme une *ressource* tendant à devenir un *document* à travers un processus de *genèse documentaire*, explicité dans le paragraphe suivant.

2.3.5 Question reformulée

Comment et en quoi l'étude des incidents didactiques puis des perturbations dans la dynamique de la classe ordinaire s'appuyant sur la structuration des milieux du professeur et des élèves permet-elle de mieux comprendre et d'agir ***sur les processus d'intégration*** *des environnements informatiques à la compréhension des objets mathématiques à travers le jeu sur leurs représentations ?*

26. AR : Augmented Reality traduit pas Réalité augmentée.

2.4 Approche documentaire

La technologie a été présentée uniquement dans une de ses dimension, à savoir celle d'un artefact offrant des possibilités de calcul et de représentation. Or cette technologie possède également des propriétés de stockage et de communication lui conférant une structure de *document numérique*. Ce sont précisément ces propriétés et leurs liens avec l'appropriation d'un milieu que je développe dans ce paragraphe en m'appuyant sur le cadre théorique de la *genèse documentaire*.

2.4.1 Approche documentaire

La multiplication des ressources pour le travail du professeur, notamment avec le développement de l'Internet, a conduit Gueudet et Trouche (2008b) à prolonger l'approche instrumentale. Considérant les ressources disponibles comme des artefacts, dont le fonctionnement dépend du contexte d'utilisation dans une pratique contextualisée, Adler (2010, page 25) propose d'utiliser les concepts de visibilité, invisibilité et transparence pour aborder le rôle des ressources dans la complexité de l'enseignement. Une ressource sera dite *visible* si « l'attention des élèves, du professeur, est centrée sur cette ressource », (ibid., page 25), avec le risque de cacher derrière l'utilisation de cette ressource les concepts mathématiques en jeu, *invisible* lorsque la ressource, bien que présente et potentiellement utilisable, est ignorée dans le contexte de la classe et *transparente* lorsque les potentialités de la ressource sont utilisées en respectant les objectifs d'apprentissage. L'approche documentaire modélise les interactions des sujets avec les ressources à leur disposition, le mot *ressource* étant entendu dans un sens large, « un manuel scolaire, les programmes scolaires, un logiciel dédié à l'enseignement, sont, bien entendu des ressources ; [...] une copie d'élève, les interactions dans la classe, un conseil donné par un collègue, constituent également des ressources pour le professeur. » (Gueudet et Trouche 2008b, page 1). Le professeur intègre ces ressources dans son milieu de construction, et construit dans ce que Gueudet et Trouche (2010, page 58) nomment *le travail documentaire*, ses documents reliés à une classe de situations. Le processus de transformation des ressources en document, la *genèse documentaire* est tout comme la genèse instrumentale le résultat d'un double mouvement, du sujet vers les ressources (l'intrumentalisation) et des ressources vers le sujet (l'instrumentation). L'instrumentalisation apparaît alors comme le façonnage, la mise en forme d'un ensemble de ressources pour les propres usages du sujet, l'instrumentation modifiant les comportements du sujets. A un instant donné, le document est alors la combinaison des ressources considérées et d'un schème d'utilisation dans un contexte donné. Le processus ne se termine pas, puisque les documents ainsi constitués peuvent être considérés comme de nouvelles ressources. Dans une position de P-projeteur dans une situation de projet, le milieu du professeur peut être envisagé comme l'ensemble de ses ressources.

Les ressources utilisées par les enseignants sont des éléments de structuration de leurs actions dans la classe et le processus de genèse documentaire relie une « instrumentalisation » de ces ressources aux connaissances des enseignants vis-à-vis à la fois des

mathématiques et de l'enseignement.

Parallèlement, dans leurs apprentissages, les élèves se construisent et utilisent des ressources. Une situation presque symétrique peut alors être modélisée. Le milieu objectif des élèves contient leurs ressources. Il est, dans une situation didactique, augmenté des éléments apportés par le professeur qui peuvent venir en contradiction ou en accompagnement des ressources des élèves. Cette contradiction (ou cet accompagnement) est étroitement liée au contrat didactique négocié dans la classe. Un exemple frappant de cette négociation du contrat est la place que donnent les élèves aux outils technologiques dans la classe : dans la situation nommée *A suivre* par le professeur et que l'on retrouvera plus en détail dans le corpus (paragraphe 6.13 page 459), les élèves ont à chercher le millième terme d'une suite. Ils travaillent dans une salle informatique avec des ordinateurs connectés sur Internet et des calculatrices TI-Nspire. Le milieu matériel fourni semble donc privilégier un contrat du type « l'utilisation de tout outil est autorisé ». Dans ce bref extrait, au contraire, on voit F1 s'offusquer de ce que d'autres élèves utilisent un tableur :

> G1 : Oh la la ! Il faut calculer la millième !
> F1 : Attends, ils sont en train de tricher !
> G1 : Qui ?
> F1 : Ils trichent, les gens là bas ! Ils sont sur Excel !

Cette ressource, bien que disponible (visible dans le sens de Adler (2010)) est rendue invisible par contrat pour ces élèves. A ce moment, bien qu'un élément de leur système de ressources, le tableur n'était pas un élément du milieu objectif, peut-être, parce que non explicitement mentionné par le professeur. Ce qui est perçu ici avec le tableur est également très présent lorsqu'il s'agit d'utiliser (ou de ne pas utiliser) des fonctionnalités présentes sur la technologie utilisée mais pas négociée en terme de contrat dans la classe. Ce sont ces aspects que je décris dans le paragraphe suivant.

2.4.2 Document numérique

Un mot est toujours la composition d'un son et d'un concept et l'étude de l'origine des mots renseignent sur la signification actuelle (ou celle qu'on veut leur donner) en s'appuyant sur cette histoire. Ainsi, *ressource* qui vient du latin *resurgo*, se relever, se ranimer, reprendre sa force, sa puissance[27], apparaît dans le dictionnaire Godefroy (1881-1902) avec comme premier sens, *relèvement, moyen de se relever*. La signification est proche de celle donnée par Adler (2010, page 25) : « Il est possible aussi de penser les ressources comme une forme du verbe re-sourcer : nourrir à nouveau, ou différemment ».

Document, du latin *documentum* construit sur le verbe *docere*[28], enseigner, porte en lui sa fonction de medium d'enseignement. Godefroy (1881-1902) parle lui de « la pièce écrite, relation, titre, etc. qui sert à éclairer et à certifier au sujet de faits historiques, judiciaires, etc ».

27. D'après le dictionnaire Gaffiot.
28. D'où proviennent également les mots *docteur* et *doctrine* !

Dans l'approche documentaire, le développement d'un document est un processus dans lequel, à un moment donné, une ressource associée à un schème d'utilisation de cette ressource devient un document. Ce document considéré à la fois comme objet de travail et outil pour l'action évolue dans le temps, un document donne des ressources qui pourront alors nourrir la genèse documentaire.

J'emploie dans ce paragraphe le terme de « document » dans les sens employés par le collectif de chercheurs Roger T. Pédauque[29]. PÉDAUQUE (2003, page 3) reprend le classement par analogie avec la trilogie logique (ou linguistique) de *syntaxe*, *sémantique* et *pragmatique* en distinguant :

1. le document comme forme, objet matériel ou immatériel possédant une structure,
2. le document comme signe, porteur de sens et doté d'une intentionnalité dans un contexte donné,
3. et le document comme medium, élément d'un système identitaire et trace d'une communication.

Dans chacune de ces entrées, PÉDAUQUE (ibid.) propose à partir d'une interprétation de l'évolution du document vers le document numérique des définitions du terme *document* et du *document numérique* comme *support + inscription* vers *données structurées + mise en forme*, de *inscription + sens* vers *texte informé + ontologies* et de *inscription + légitimité* vers *publication + accès repéré*.

PÉDAUQUE (2006b) montre par ailleurs que les transformations apportées par le numérique aux fonctions et aux dimensions documentaires s'appuient sur les processus documentaires existants en étendent leurs fonctions et sont dépendantes des changements sociaux. Ces démonstrations sont construites sur les propriétés des documents :

> Nous proposons donc de regrouper les fonctionnalités d'un document en quatre propriétés : mémorisation, organisation, création et transmission. (PÉDAUQUE 2006a, page 5)

Les deux premières propriétés, à dimension cognitive de *mémorisation* et d'*organisation des idées* apparaissent comme des éléments importants de la dimension médiatique des documents. La propriété de mémorisation joue un rôle de prolongement des capacités humaines en proposant des compensations mémorielles. L'organisation des données devient alors nécessaire dès que ces dernières deviennent assez importantes pour que ce prolongement nécessite une organisation interne, individuelle ou collective. On peut penser ici au héros du Théorème du perroquet (GUEDJ 1998) qui essaye de mettre de l'ordre dans la bibliothèque mathématique dont il a hérité ; sans connaître des mathématiques autre chose que les mathématiques scolaires, l'ordre alphabétique n'est pas relier au sens, la chronologie brise les évolutions des idées, le système de rangement en grandes catégories (probabilités, algèbre, arithmétique, analyse, mécanique, géométrie) devient inopérante pour classer, par exemple *The arithmetic of Elliptic curves* (SILVERMAN 1986), etc. Le classement varie suivant les points de vue adoptés, marque les représentations sociales

29. Réseau Thématique Pluridisciplinaire sur le DOC : http ://enssibal.enssib.fr/autres-sites/RTP/pedauque/index.html consulté le 29 décembre 2010.

et modifie les schèmes d'utilisation dans un processus d'instrumentation. Il implique une représentation des éléments dans un ensemble constitué et entraîne donc une indexation, *une façon de s'y retrouver*. De ce fait, la création d'un document implique aussi la prise de conscience du lecteur potentiel de ce document. Un document ne prend du sens que s'il est *interprété* par un destinataire qui, d'une certaine façon recrée le document dans le processus d'instrumentalisation. Les deux relations du document au monde *naturel*, l'interprétation et au monde *documentaire*, le classement participent de l'évolution d'une ressource en un document dans le sens pris par ce terme dans le paragraphe précédent.

Les deux propriétés mnésique et organisationnelle se construisent conjointement et participent à la genèse documentaire.

La troisième propriété, de *créativité* est lié au domaine d'intérêt du document et considère les singularités propres d'une œuvre tant d'un point de vue syntaxique que sémantique. Cette propriété est liée au contexte sémiotique et exprime les relations entre les objets manipulés et leurs différentes représentations.

La propriété de *transmissibilité* représente la possibilité que les propriétés présentées plus haut se diffusent dans un environnement social donné. Elle repose sur les possibilités de partager, de s'approprier et de modifier le document.

Ces propriétés de mémorisation, d'organisation, de création et de transmission peuvent être utilisées dans différents domaines de médiation :

- le domaine privé qui correspond à une documentation personnelle, conçue et organisée pour soi (ma bibliothèque, mon ordinateur, etc.)
- le domaine collectif où les documents sont réservés à un cercle précis, repéré et délimité (la classe, l'ensemble des collègues de mathématiques d'un établissement, etc.)
- le domaine public, lorsque les documents sont diffusés et mis à disposition de l'ensemble de la société (l'édition, la publication sur le web, etc.)

En croisant les propriétés et les domaines de médiation, on obtient une grille d'analyse de la position de la ressource (au sens de Gueudet et Trouche (2008b) dans l'ensemble des ressources des acteurs considérés :

> Crossing the functions ans the domains of mediation gives a two-dimensional grid allowing analysis of the position of the HHT [30] in the set of resources of the different actors, in our case, students and teachers. (Aldon 2010b, page 735)

En particulier, le contexte de l'utilisation de la calculatrice TI-Nspire montre bien ces quatre dimensions présentes dans cette « ressource », et les phénomènes de genèse documentaire s'appuient sur ces propriétés dans des contextes de médiation différents. En effet, les propriétés cognitives de mémorisation et d'organisation des idées se construisent « en parallèle » et demeurent dans un domaine privé tant du point de vue des professeurs que des élèves. Les propriétés de « création » et de communication sont quant à elles construites en partie dans le domaine collectif.

Suivre la genèse documentaire « conjointe » des professeurs et des élèves demande donc de pénétrer dans le domaine privé et de comprendre pourquoi ce domaine demeure

30. HHT : Handheld Technology : technologie portable.

privé.

Mes questions portent également sur la place de la genèse instrumentale dans la genèse documentaire. Autrement dit, en me plaçant sur le terrain d'étude des calculatrices complexes, la calculatrice est à la fois un artefact tendant à devenir un instrument dans un cadre de représentation et de calcul mais aussi une ressource tendant à contenir un ensemble de documents numériques susceptibles de faire partie du système de ressources, en évolution, des professeurs et des élèves. Étudier cet artefact et son utilisation dans un contexte didactique impose de considérer toutes les dimensions et leurs effets dans les contextes de médiation.

2.4.3 Question reformulée

Comment et en quoi l'étude des incidents didactiques puis des perturbations dans la dynamique de la classe ordinaire s'appuyant sur la structuration des milieux du professeur et des élèves permet-elle de mieux comprendre et d'agir sur les processus d'intégration des environnements informatiques ***dans leurs dimensions de calcul, de stockage d'information et de communication*** *à la compréhension des objets mathématiques à travers le jeu sur leurs représentations ?*

2.5 Objets mathématiques et expériences

Connaître sur quels objets agir est un préalable à l'action. Qu'est ce que faire une expérience en mathématiques et quelle est la place des instruments/documents dans cette expérience ? Ces questions épistémologiques précèdent une réflexion sur les usages des calculatrices et à la compréhension des interactions didactiques.

2.5.1 Approche épistémologique

Les phénomènes scientifiques ne peuvent être inclus dans un dispositif expérimental que dans la mesure où ils sont *qualifiés comme objet* ; les mathématiques n'échappent pas à cette réflexion et les rapports entre la réalité et les objets mathématiques doivent être précisés. Dans une perspective platonicienne, les mathématiques existent en-soi et les mathématiciens les découvrent et les explorent comme un explorateur découvre un nouveau continent. A l'opposé, la position kantienne propose les mathématiques comme une construction humaine qui doit déterminer et définir ses objets *a priori*.

> En mathématiques, par exemple, définir un objet consiste bien essentiellement à l'introduire explicitement dans un système opératoire, que ce soit en donnant une procédure de construction, ou que ce soit en formulant des énoncés et des règles où entre le nom de l'objet à définir. En ce dernier cas, qui est celui de l'axiomatisation, l'objet se trouve médiatement défini, en ce sens que l'on a les moyens de manipuler et combiner tous les énoncés bien construits où entre son nom. (Granger 2003, page 195)

Les différents niveaux de réalité proposés par KANT (1787/1905) permettent de modéliser le réel et de considérer les objets mathématiques comme élément de ce modèle :

- réalité sensible : ce qui est perçu par nos sens ou par un instrument construit ;
- réalité empirique : que l'on peut soumettre à l'expérience, l'expérience étant dans ce cas considérée comme une somme d'observations dont on peut tirer des corrélations, par conséquent extérieur au concept de temps et au concept de causalité ;
- réalité objective (ou objectivée) : sur laquelle on va pouvoir construire des expériences via une modélisation mathématique. Au delà de l'observation, il s'agit plus d'une réflexion à travers une modélisation mathématique des résultats de l'observation. C'est de fait lié à la causalité et au temps ;
- réalité *en soi* (terminologie de Kant) ou plus récemment, réalité inaccessible :

> Mais la vérité du résultat auquel nous arrivons dans cette première application de notre connaissance rationnelle *a priori* nous est fournie par la contre-épreuve de l'expérimentation, en cela même que cette faculté n'atteint que des phénomènes et non les choses en soi qui, bien que réelles par elles-mêmes, restent inconnues de nous. (ibid., page 24, préface de la seconde édition).

L'expérience ne prend en considération que les réalités sensibles, empiriques et objectives. La réalité en soi échappe à l'expérience, et même, d'une façon plus radicale, la réalité en soi est contradictoire avec l'expérience. Ce que l'on peut alors appeler expérience en mathématiques, c'est un travail sur des représentations naturalisées des objets mathématiques définis dans un système de signes. Le terme « naturalisé » étant à prendre au sens de la maîtrise des transformations internes à un registre de représentation sémiotique d'un objet ou des conversions d'un registre dans l'autre (DUVAL 1996). L'« expérience » ayant alors comme objet de délimiter ou d'explorer les propriétés de l'objet en lien avec une théorie :

> Ce qui caractérise la dimension expérimentale en mathématiques, c'est le va-et-vient entre un travail avec les objets que l'on essaye de définir et de délimiter et l'élaboration et/ou la mise à l'épreuve d'une théorie, le plus souvent locale, visant à rendre compte des propriétés de ces objets.(DURAND-GUERRIER 2010, page 1)

Ainsi, les concepts mathématiques bien que produits dans l'esprit n'ont de sens que dans leurs relations avec les phénomènes empiriques :

> Aussi est-il indispensable de rendre sensible un concept abstrait, c'est-à-dire de montrer dans l'intuition un objet qui lui corresponde, parce que sans cela le concept n'aurait, comme on dit, aucun *sens*, c'est-à-dire aucune valeur. KANT (1787/1905, page 253)

La modélisation proposée par MIZONY (2006, page 100) est schématisée ci-dessous :

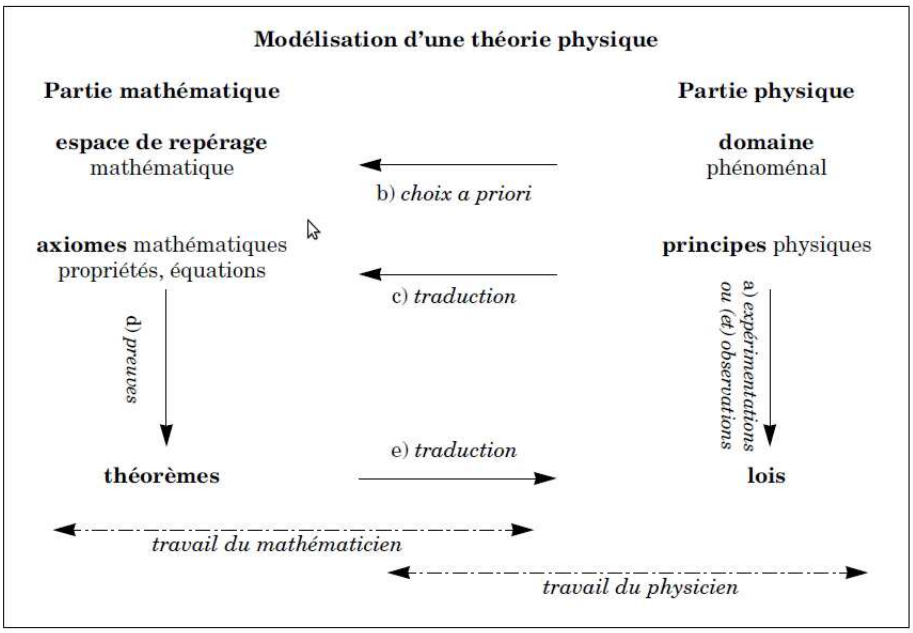


Schéma de modélisation

Les positions relatives des mathématiques et de la physique peuvent être illustrées avec la théorie de la relativité restreinte. Cette théorie repose sur la constance de la vitesse de la lumière. Ce « fait » repose sur notamment les expériences de Fizeau en 1849 puis Michelson en 1878. Les expériences sont décrites et « objectivées » en utilisant le temps de l'observateur. Sous ces hypothèses la mécanique classique est mise en défaut puisque ce résultat est en contradiction avec les compositions des vitesses. En 1905, quasi simultanément, Poincaré utilisant une méthode de physicien (minimisation de l'énergie via un Laplacien) et Einstein utilisant une méthode de mathématicien (définition de la métrique $d^2 = x^2 + y^2 + z^2 - t^2$ dans l'espace temps à quatre dimensions) proposent une modélisation reposant sur la vitesse constante de la lumière. Dans le schéma, on fait le parcours :

- domaine phénoménale ($c = Cste$),
- espace de repérage mathématique : écriture des équations sous ces hypothèses,
- traitement mathématiques,
- traduction dans les lois physiques.

Ces considérations philosophiques sur la nature des objets sont d'une grande importance pour leur enseignement ; en effet, et en particulier dans un environnement informatique, la place de l'expérience sur les objets mathématiques semble être une hypothèse largement partagée. Or, les expériences sont construites non pas sur les objets de nature fondamentalement synthétiques mais sur des représentations de ces objets qui permettent d'étendre et de développer le concept pour le rendre intelligible (pour reprendre la terminologie de Kant). L'expérience, « liaison synthétique des intuition » (Kant 1787/1905, page 47), permet à la fois de construire des connaissances nouvelles et de faire fonctionner des connaissances anciennes et naturalisées. La nature même de l'expérience mathéma-

tique porte donc en soi l'éventualité de bifurcation didactique.

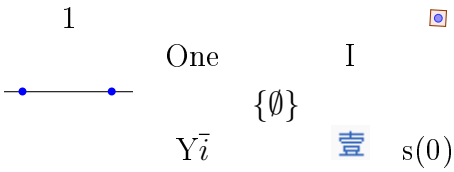
Les dialectiques artefact-instrument et ressource-document proposées dans les approches instrumentales et documentaires sont alors à mettre en relation avec les objets et leurs représentations. Tout comme la ressource se transforme en document en lui associant, dans un contexte particulier, des schèmes d'utilisation, l'objet se construit par les expériences réalisées sur certaines de ses représentations.

La compréhension de certains objets mathématiques et la possibilité de leurs représentations sont étroitement liées. Et pour reprendre les propos précédents, **un est différent de 1**. Il s'agit donc de représenter les objets mathématiques dans des *registres de représentation sémiotique* différents, et comprendre un objet mathématique nécessite d'appréhender *ses* représentations dans des registres variés.

2.5.2 Registres de représentations sémiotiques

En reprenant l'exemple du dernier paragraphe, différentes représentations du nombre 1 peuvent être construites, et en paraphrasant Magritte :

1 est différent de un



Dans ces représentations, certaines relèvent de la langue naturelle (un, one, Y$\bar{i}$), d'autres sont graphiques[31], d'autres symboliques et d'autres, enfin, constructives comme s(0) représentant le successeur de 0 dans l'axiomatique de Péano et $\{\emptyset\}$ représentant l'ensemble dont le seul élément est l'ensemble vide, dont le cardinal est 1.

Les nombres naturels sont certainement un des objets mathématiques les plus élémentaires au sens où toutes les mathématiques dans toutes les civilisations ont un système de numération permettant au moins de décrire sinon les nombres naturels du moins **des** nombres naturels.

Cependant, la lecture de « grands » nombres montre bien ce nécessaire passage par une représentation ; par exemple :

123 456 789 098 765 432

31. il est à noter que l'idéogramme de Y$\bar{i}$ présenté ici a été imaginé dans le contexte particulier de la finance, le symbole mathématique étant un simple trait horizontal, trop facile à contrefaire.

Sans rentrer dans les détails, la lecture d'un tel nombre n'est pas stabilisée et deux systèmes de description perdurent : le système court (que l'on appelle aussi règle latine, ou n-1) et qui est officielle en Europe et le système long (ou règle N dont une description se retrouve dans Triparty en la science des nombres en 1484 par maistre Nicolas Chuquet (bachelier en médecine)) qui est officiel, notamment aux États-Unis :

Nombre	Echelle longue	Nombre	Echelle courte
10^6	Million	$10^{3\times2}$	Million
10^9	Milliard	$10^{3\times3}$	Billion (Milliard)
$10^{12} = 10^{6\times2}$	Billion	$10^{3\times4}$	Trillion
$10^{6\times N}$	N-illon	$10^{3\times n}$	$n-1$-illon

Cet exemple montre le lien qui peut exister entre les objets mathématiques (ici les nombres naturels) et leurs systèmes de représentations (ici la lecture orale des nombres).

On pourrait de la même façon s'intéresser aux modes d'écritures des nombres ; par exemple, la base 60 utilisée dans les mathématiques babyloniennes, comme les nombres représentés sur la tablette ybc7289, figure 2.6.

FIGURE 2.6 – Tablette mésopotamienne, 2500 av-JC

Mais aussi d'une façon plus moderne, la représentation en machine d'un nombre entier reprend l'idée babylonienne des grandes bases. C'est la structure des mémoires des ordinateurs qui va déterminer la base utilisée. Ainsi, pour une machine 16 bits, les nombres jusqu'à $2^{16} - 1$ peuvent être codés, mais en choisissant une représentation en base

2^{15}, un nombre à deux chiffres dans cette base représentera un nombre compris entre 0 et $2^{15} - 1 + 2^{15} \times (2^{15} - 1)$ soit 1073741823 en base 10. Avec trois chiffres, on atteint 35183298379775.

Cet exemple des nombres naturels montre bien la différence entre l'objet mathématique (le nombre) et ses représentations. Dire qu'un nombre possède une propriété peut s'entendre d'une part comme :

- le nombre possède cette propriété (il est premier, il est divisible par un autre nombre,...). La propriété est alors intrinsèque.
- dans une représentation, le nombre possède une propriété (en base 10, il est divisible par 5 parce qu'il se termine par 5 ou 0). La propriété est liée à la représentation choisie.

Les objets mathématiques que l'on manipule ont des représentations diverses et le travail du mathématicien ne se fait non pas sur les objets mais sur leurs représentations. L'objet mathématique pouvant alors se comprendre comme la classe d'équivalence de toutes ses représentations. Comprendre un objet mathématique c'est donc appréhender ses représentations et les relations existantes entre ces représentations, ce que les concepts de registres de représentation sémiotique formalisent.

La sémiotique est la « théorie générale des signes dans toutes leurs formes et dans toutes leurs manifestations ; théorie générale des représentations, des systèmes signifiants » [32].

> Des représentations sémiotiques sont des productions constituées de signes appartenant à un système de représentation qui a ses propres contraintes de signifiance et de fonctionnement. (DUVAL 1991, page 234)

La sémantique est la relation entre les signes et ce qu'ils signifient (relations internes entre signifiant et signifié ou relations externes entre le signe global et le référent)

La syntaxe est la relation entre les signes.

Le système de représentation est sémiotique lorsqu'il permet de faire fonctionner trois types d'activités :

- la formation d'une représentation identifiable qui répond à des règles données,
- le traitement d'une représentation dans son propre registre (par exemple $2(x+y) = 2x + 2y$),
- la conversion d'une représentation d'un registre dans un autre registre : passage de : le carré de -9 à $(-9)^2$,...

On parle de registre de représentation sémiotique pour désigner un langage permettant de représenter un objet et des relations de cet objet et de son environnement. Dans l'enseignement, un registre sémiotique peut être considéré comme un système de signes permettant d'exercer, chez un élève les activités cognitives fondamentales :

- construction d'un système de signes,
- traitement d'une représentation dans son propre registre,
- conversion d'une représentation d'un registre dans un autre.

32. TLFi : http ://www.tlfi.fr

Les travaux (notamment Duval) montrent que pour qu'une représentation donne à l'élève accès à l'objet qu'elle représente, il faut au moins qu'il dispose de plusieurs systèmes sémiotiques différents et qu'il puisse convertir d'un registre à l'autre.

> (...) d'une part, l'appréhension des objets mathématiques ne peut être qu'une appréhension conceptuelle et, d'autre part, c'est seulement par le moyen de représentations sémiotiques qu'une activité sur des objets mathématiques est possible. Ce paradoxe peut constituer un véritable cercle pour l'apprentissage. Comment des sujets en phase d'apprentissage pourraient-ils ne pas confondre les objets mathématiques avec leurs représentations sémiotiques s'ils ne peuvent avoir affaire qu'aux seules représentations sémiotiques ? L'impossibilité d'un accès direct aux objets mathématiques, en dehors de toute représentation sémiotique, rend la confusion presque inévitable. Et, à l'inverse, comment peuvent-ils acquérir la maîtrise des traitements mathématiques nécessairement liés aux représentations sémiotiques, s'ils n'ont pas déjà une appréhension conceptuelle des objets représentés ? Ce paradoxe est d'autant plus fort que l'on identifie activité mathématique et activité conceptuelle et que l'on considère les représentations sémiotiques comme secondaires ou extrinsèques. (Duval et Egret 1993, page 38)

2.5.3 Registres et technologie

L'usage de la technologie TI-Nspire, couplé à des intentions didactiques amène deux façons distinctes et complémentaires de regarder la multi-représentation des objets mathématiques. D'une part, différentes représentations dans des registres sémiotiques distincts peuvent être produites par un même sujet, d'autre part différentes représentations partagées dans la classe et produites par différents sujets à l'intérieur d'un même registre de représentation. (Arzarello et Robutti 2010) montrent qu'il existe dans la classe deux fonctions différentes des représentations dans les interactions dans la classe :

- d'une façon intrinsèque, lorsque le logiciel produit des représentations multiples d'un même objet (c'est typiquement le cas de la technologie TI-Nspire),
- d'une façon extrinsèque, lorsque dans les limites d'un même registre, les interactions entre les élèves provoquent et supportent l'appréhension d'un objet.

> As such, *Within-multi-representations+Between-multi-representations*, whilst promoting and supporting this specific form of social construction of knowledge, can contribute to a reorganisation of thinking, with a different role from the semiotic resources usually used in the classroom, suc as paper and pencil. (ibid., page 730)

2.5.4 Question reformulée

Comment et en quoi l'étude des incidents didactiques puis des perturbations dans la dynamique de la classe ordinaire s'appuyant sur la structuration des milieux du professeur et des élèves permet-elle de mieux comprendre et d'agir localement ou globalement sur les processus d'intégration des environnements numériques dans leurs dimensions de calcul, de stockage d'information et de communication à la compréhension ***synthétique*** *des*

objets mathématiques à travers le jeu sur leurs représentations ***intrinsèques ou extrinsèques*** *?*

2.6 Conclusion du chapitre

Cette question complétée à l'aulne des différentes projections dans le cadre théorique s'appuie sur le concept central de *dynamique*. Dans le langage courant, la dynamique est le « mouvement interne qui anime et fait évoluer (quelque chose) » [33] ; mais d'un point de vue mathématique ou physique, ce terme prend des significations plus précises :

> 1°n.f. Partie des mathématiques qui traite du mouvement. Traité de dynamique. En un sens plus restreint et plus usuel, partie de la mécanique qui étudie les différents mouvements, celle qui traite de l'équilibre portant le nom de statique.
>
> 2°Adj. m. et f. Terme de mathématique. Qui concerne le mouvement. Problème dynamique. Pouvoir dynamique. Effet dynamique, celui que produisent des forces qui font sortir un corps du repos.
>
> Terme de biologie. État dynamique, par opposition à état statique, c'est-à-dire l'état d'un organisme considéré en fonction, par opposition au même organisme considéré dans sa composition. Cette notion a été étendue à la sociologie, où l'on considère l'état d'activité et l'état de composition. [34]

Comment relier ces significations au concept développé dans le paragraphe précédent et au concept mathématique de *système dynamique* défini de la manière suivante :

Un triplet (X, T, Φ) avec

X l'ensemble des états

T l'ensemble « temporel »

Φ une application de $X \times T$ dans X possédant les propriétés :

$$\Phi(x, 0) = x$$

$\forall t_1, t_2 \in T, x \in X$

$$\Phi(\Phi(x, t_1), t_2) = \Phi(x, t_1 + t_2)$$

Peut-on exploiter la notion de système dynamique pour répondre à un questionnement de sciences humaines ? La réponse n'est bien sûr pas triviale et on voit bien toute la difficulté (l'impossibilité ?) à construire une métrique sur des objets non mathématisés. Cependant, un certain nombre d'éléments permettent de voir pragmatiquement le développement des connaissances comme un système dynamique. Le courant psychologique neo-Piagétien « Dynamic Skill Theory » (DST), en critiquant le modèle trop linéaire des stades de développement proposé et développé par Piaget, (Fisher 1980 ; Fisher et Bidell 1998) propose une nouvelle approche du développement s'appuyant sur la notion d'« habileté », traduction du terme anglais *skill*[35], dont Fisher et Yan (2002, page 283)

33. TLFi, http ://atilf.atilf.fr/.
34. Dictionnaire Littré.
35. Dans la suite je parlerai d'habileté avec le sens donné par ces auteurs au mot skill.

disent : « Interestingly, many languages, including French, do not seem to have a word like *skill* for designating activities in a specific task or context. ».

Une conséquence immédiate de cette approche est qu'une modification même mineure de l'environnement peut modifier de façon importante le développement du sujet.

La DST se concentre sur le développement comportemental du sujet en étudiant les modifications des habiletés à travers une série de dix niveaux hiérarchisés partagés en trois étages. A un niveau donné, l'habileté du sujet se construit par son action sur l'environnement dans un développement continue et non nécessairement monotone. D'un point de vue formel, les habiletés sont caractérisées, à chaque niveau par une structure des comportements que le sujet peut contrôler en s'appuyant sur les habiletés développées dans les niveaux inférieurs. Les concepts d'*applications* et de *systèmes* définissent les relations potentielles entre les ensembles d'une façon interne. Une application est définie comme un ensemble de couples de $W \times X$ où W et X sont deux ensembles. Le premier ensemble est dit appliqué au second et se note : $[W - X]$. Un système est une relation entre deux sous-ensembles de deux ensembles et noté $[W_{A,B} \leftrightarrow X_{A,B}]$; l'interprétation psychologique des applications fait qu'un sujet établit un rapport entre deux ensembles (deux actions sensorimotrices, de représentation ou abstraites) en les réduisant en une habileté et dans un système, le sujet contrôle deux sources de variations dans chacun des ensembles. Un troisième type de structure étant alors un système de systèmes, c'est-à-dire une relation entre deux systèmes. Les quatre niveaux de structure sont symbolisés dans le tableau 2.2.

Niveau	structure	description
I	Ensemble	$[W]$
II	Application	$[W - X]$
III	Système	$[W_{A,B} \leftrightarrow X_{A,B}]$
IV	Système de système	$\begin{bmatrix} W_{A,B} & \leftrightarrow & X_{A,B} \\ & \updownarrow & \\ W_{A,B} & \leftrightarrow & X_{A,B} \end{bmatrix}$

TABLE 2.2 – Structure des quatre niveaux

Le développement résulte alors d'un processus de construction et de mise en relation des ensembles dans des structures, des systèmes dans des systèmes de systèmes en progressant dans les quatre niveaux (level) à l'intérieur d'un même étage (tier) avant de progresser à un étage de compréhension et de comportement supérieur. Cette croissance est non linéaire et les variations des micro-développements permettent la réalisation de tâches à un certain étage sans forcément que l'ensemble des habiletés nécessaires ne soient complètement acquises ce qui permet de distinguer un niveau optimal et un niveau

fonctionnel de développement. C'est cette dynamique que la théorie DST cherche à modéliser en utilisant la théorie mathématique. Cette approche développementale peut alors s'élargir pour mettre en évidence la construction des savoirs dans une situation d'enseignement/apprentissage.

2.6.1 Métaphore ?

Les différents cadres théoriques développés dans ce chapitre modélisent des processus évoluant dans le temps de sorte que la tentation de modéliser la classe comme un système dynamique peut apparaître féconde pour décrire, prévoir et reproduire l'évolution d'une situation de classe. L'orbite d'un système dynamique peut être appréhendée par l'observation. De cette observation, les transformations pilotant la dynamique peuvent être déduites. En particulier, dans une phase de préparation d'un cours de mathématiques, le professeur en relation avec ses connaissances, ses croyances, l'institution, son environnement tout entier, organise le milieu initial de ses élèves dans le but de créer les conditions pour que les élèves réorganisent leurs systèmes de connaissances et le système professeur-élèves réorganise dans l'action les milieux (cf. paragraphe 2.2.3 page 28) dans une dynamique d'action conjointe.

> Contrairement à ce que beaucoup pensent, j'affirme ici que toute activité scientifique (y compris en mathématiques) se constitue (en son langage) et se décrit (dans son métalangage) par l'usage de métaphores. La pensée prend son essor en s'appuyant sur des métaphores ; plus généralement, le "rhétorique" apparaît constitutif de l'activité scientifique comme de toute économie noétique. Il n'est donc a priori nullement illégitime de penser théories et modèles en terme d'images et de représentations. Mais le grand problème, ici, tient dans le choix des "bonnes" métaphores, des métaphores véritablement fécondes et dans leur contrôle

(Chevallard 1992, page)

Dans une situation didactique sont en jeu un ensemble d'objets mathématiques $O = \{o_1, o_2, \cdots, o_n\}$, sous-ensemble fini dans le cadre d'une institution donnée (Chevallard et Mercier 1987), et un ensemble d'acteurs $A = \{x_1, \cdots x_p\}$, dont les univers cognitifs $U(x_i) = \{(o_k, R(x_i, o_k)), k = 1..n\}$ sont, à un instant donné à mettre en regard avec l'univers de l'institution U_I dans la mobilisation d'une tâche.

En posant $X = \{U(x_i)/x_i \in A\}$, définir une distance d entre deux univers cognitifs de deux acteurs peut être imaginé ; par exemple en quantifiant la relation d'un acteur à un objet, $\forall x_i$, $U(x_i)$ peut être représenté comme un nuage de points de $O_I \times [0, 1]$, où O_I est l'ensemble des objets mathématiques de l'institution I, une distance (si une métrique peut être établie) entre deux univers cognitifs pouvant alors être définie comme la distance entre deux nuages de points.

Une situation didactique apparaît alors comme une transformation f (un ensemble de transformations) de $X \to X$, c'est-à-dire un système dynamique de l'espace X. L'orbite d'un point x de X est la suite $(f^{\circ n}(x))$ que l'on peut voir aussi comme les suites des univers cognitifs d'un élément de A (ensemble des acteurs) en fonction du temps. En définissant une distance d sur X, on construit un espace métrique. L'espace métrique X n'est pas

a priori complet, puisque la connaissance visée dans l'institution décrit comme U_I n'est pas un élément de X. Mais, on peut considérer le complété de l'espace métrique (X, d), ce qui correspondrait à rajouter les limites des orbites des systèmes dynamiques, parmi lesquelles se trouvent U_I, considérée comme l'ensemble des rapports d'une institution aux objets en jeu dans la situation. Le but de l'enseignement est alors de faire converger (ou au moins s'approcher) les orbites des univers cognitifs des élèves de la dynamique de U_I.

En d'autres termes, l'environnement dynamique décrit par Rogalski (2003) correspondrait à la dynamique d'un ensemble de transformations sur les relations des acteurs et des objets mathématiques potentiellement travaillés (Aldon 2007; Aldon 2010a) dans une situation didactique.

En se référant à cette métaphore, deux types de dynamique peuvent être intégrées, liées à l'espace temporel utilisé : un incident peut créer une perturbation locale c'est-à-dire une modification qui peut être profonde de la trajectoire locale sans pour autant modifier la trajectoire à long terme. Si on pense, par exemple à la dynamique des fluides, un obstacle (incident local) peut provoquer un tourbillon (une modification importante de la trajectoire) mais sans pour autant modifier fondamentalement l'écoulement à long terme. Enfin, et pour continuer sur la similitude avec la dynamique des fluides, deux points de vue peuvent être adoptés :

- la description eulérienne du mouvement du fluide par rapport à un point A fixe, pour lequel on repèrera les vitesses et accélérations des particules en ce point, et qui correspondrait à une observation et au suivi d'un objet mathématique particulier et de l'évolution des relations des acteurs avec cet objet,
- la description lagrangienne, qui s'intéresse à suivre dans le temps les particules le long de leurs trajectoires, qui correspondrait à un suivi d'un (ou de plusieurs) acteur(s) et de l'évolution de ses relations aux objets impliqués.

Le choix d'une approche ou d'une autre conditionne la méthodologie et comme il sera développé dans le second chapitre, c'est plutôt l'approche lagrangienne de la dynamique que j'ai privilégiée en suivant les acteurs (professeurs et élèves) dans l'évolution de leurs relations aux différents savoirs rencontrés, plutôt que de m'attacher au suivi d'un objet mathématique particulier.

Enfin, et comme je l'ai déjà décrit dans le paragraphe 2.1.2 page 20, un des aspects importants de la problématique est de considérer les perturbations créées par l'introduction de la technologie dans les classes. Il s'agit donc de prendre en compte la nature des relations des acteurs à la technologie et des modifications ainsi engendrées.

2.6.2 Reformulation des types d'incidents didactiques et de la question de recherche

Dans ce chapitre, le concept d'incident didactique a été introduit et replacé dans les cadres permettant de projeter la complexité d'une situation didactique dans des perspectives permettant d'éclairer différents aspects de la réalité. En se référant à ces cadres, les types d'incidents didactiques peuvent être précisés de la manière suivante :

Incident extérieur : correspond à un événement extérieur à la situation ; par exemple,

la présence de l'observateur dans la salle de classe, le téléphone portable d'un élève qui sonne,... Ce type d'incident peut renforcer une perturbation provoquée préalablement en déclenchant une perte de dévolution de la situation.

Incident syntaxique : correspond à un incident lié à la conversion d'un registre de représentation dans un autre. En particulier lorsqu'il y a traduction vers un registre de représentation informatique, l'incident syntaxique peut *a priori* être déclenché par deux facteurs : le fonctionnement n'est pas prévu par le logiciel et doit être construit ou bien le fonctionnement est prévu mais ne fonctionne pas (ou n'est pas connu par l'opérateur) dans un environnement particulier. Les perturbations peuvent alors être courtes dans le cas d'une aide fournie par un acteur de la situation (professeur, élève, élément du milieu,...) ou la compréhension du phénomène par le sujet (ce qui participe à l'instrumentation). Elles peuvent également avoir des conséquences à long terme, par un désengagement du sujet de l'expérience, une perte de dévolution de la situation et une remise en cause de la pertinence de l'artefact dans la réalisation de la tâche. Enfin, l'incident syntaxique peut provoquer une perturbation menant à l'investissement d'une branche marginale de la situation initiale.

Incident de frottement : incident lié à la confrontation de deux situations de niveaux différents reposant sur un même milieu (matériel, objectif,...) ; la perturbation provoquée peut conduire à une incompréhension des positions relatives des acteurs et conduire à une bifurcation didactique, le plus souvent dans l'investissement d'une situation nildidactique (Figure 2.4 page 42). Un tel incident peut être provoqué par un changement de posture du professeur qui passe d'une position P-n à une position P-m ($m \neq m$).

Incident de contrat : un événement brise le contrat didactique ou le modifie sensiblement. Cette modification perturbe la trajectoire de la dynamique et est fortement reliée à l'apparition de bifurcations didactiques où les élèves investissent une situation nildidactique ou une perte locale de dévolution pendant laquelle un décrochement important peut être constaté. Tout au contraire, un incident de contrat peut relancer le travail dans une situation adidactique, pour peu que la responsabilité de l'apprentissage soit correctement dévolue ; le contrat joue alors son rôle de régulateur des actions des élèves.

Incident mathématique : une question mathématique soulevée par un acteur n'est pas relevée (ou est rejetée) par les autres acteurs. La perturbation didactique conséquence d'un tel incident peut être une bifurcation didactique par investissement d'une nouvelle situation adidactique (Figure 2.3 page 42).

A la suite de ces incidents, dans une perspective d'action conjointe (paragraphe 2.2.4 page 39), les acteurs peuvent avoir des réactions de natures différentes par des modifications locales du milieu (modifications mésogénétique) ou une réorganisation du déroulement (modification chronogénétique) ou des responsabilités au sein de la situation (modification topogénétique). Dans le jeu professeur-élève la nature des réponses (ou des non réponses) à un incident didactique peut jouer un rôle d'accélérateur de la perturbation ou au contraire d'atténuateur.

Un incident didactique est *déclencheur* d'une perturbation, c'est à dire d'une modification de la trajectoire mais il peut également avoir à son tour un *déclencheur* : les interactions dans tout genre (avec le milieu, entre acteurs, avec l'environnement) sont

autant de déclencheurs d'incidents didactiques qui peuvent permettre de « dater » le commencement de la perturbation didactique. Il est en revanche beaucoup plus difficile d'évoquer une fin de la perturbation puisque un incident didactique crée une perturbation qui modifie la trajectoire de la dynamique. On pourrait plutôt parler d'un rééquilibre de la trajectoire, différente de la trajectoire initiale, créatrice d'apprentissages ou non.

La formulation de la question de recherche construite petit à petit peut alors être reprise dans une perspective fonctionnelle.

Comment et en quoi les incidents didactiques peuvent-ils permettre de comprendre la dynamique des interactions didactiques dans une perspective de genèse documentaire des enseignants et des élèves ?

Chapitre 3

Méthodologie

Une méthodologie peut se définir comme la forme que l'on donne à une recherche pour tenter de répondre à une question dans un cadre donné. Deux points de vue principaux et deux types de regard ont dirigé la construction de la méthodologie de cette recherche :

- la volonté de m'intéresser à des classes ordinaires (cf. 2.1.2 page 19),
- la volonté de mieux comprendre des processus d'intégration d'une technologie (cf. 2.3.4 page 49) dans la classe,
- Un regard micro-didactique permettant de saisir les événements dans le cours des choses,
- un regard macro-didactique permettant de suivre les évolutions dans le temps.

Ce chapitre interrogera successivement le type de la recherche menée puis les choix du contexte et du recueil de données pour pouvoir alors présenter l'ensemble des outils méthodologiques construits en lien avec la recherche et les cadres théoriques dans lesquels elle s'inscrit.

3.1 Type de recherche

La question de la portée de la recherche est essentielle quand on se lance dans un projet de recherche :

> Débuter, et conduire à son terme, un travail de thèse implique que l'auteur s'interroge sur le sens et la portée des travaux conduits. Ce paragraphe vise à répondre à deux questions :
>
> - quel est le projet de l'auteur ? Comment son travail s'inscrit-il dans le contexte social et en particulier le système éducatif et l'institution Éducation Nationale ?
>
> - comment ce travail s'insère-t-il dans le paysage de la recherche en éducation et en didactique des sciences ? Quelle est la portée des méthodologies mises en œuvre et la nature des résultats produits ? (Sanchez 2007, page 129)

La recherche présentée dans cette thèse se situe dans le champ de la didactique des mathématiques et vise à comprendre à travers l'action conjointe (cf. 2.2.4 page 39) des enseignants et des élèves les éléments favorables ou critiques dans la dynamique de la classe et leurs effets à court et long terme.

Guy Brousseau et Christol (2000), en s'interrogeant sur le sens de la didactique des mathématiques, distinguent dans les recherches en didactique des mathématiques, *trois grandes sortes d'activité* (ibid., page 56) :

1. D'une part, *la didactique fondamentale des mathématiques* dont l'objet est d'étudier les phénomènes généraux de diffusion des connaissances mathématiques et de les théoriser par la construction de modèles, de concepts et par la conception d'expériences permettant de mettre à l'épreuve la consistance scientifique des théories et des méthodes. La production de la didactique fondamentale tend alors à mettre en évidence des concepts relativement indépendamment des thèmes particuliers des mathématiques. Pour illustrer ce propos, et en référence au paragraphe 2.2.3 page 28 du chapitre précédent, dans la théorie des situations didactiques, le concept de milieu est pertinent quelque soit le thème mathématique traité. Il peut être alors mis en regard du paradigme de recherche décrit pas Astolfi (1993, page 8) comme faisant partie des *recherches de régularités* dans une logique nomothétique [1] d'établissement de lois générales.
2. D'autre part, *la didactique des mathématiques stricto sensu* étudie des problèmes d'enseignement et d'apprentissages particuliers apparaissant dans un domaine des mathématiques qui peut être large (l'analyse, la géométrie,...) ou beaucoup plus précis (l'intégration par parties, la résolution de systèmes d'équations,...). La méthodologie alors utilisée prend en compte une analyse *a priori* qui s'intéresse à l'histoire du concept mathématique étudié, à son développement, aux évolutions de son enseignement et aux difficultés repérées de son apprentissage. Ces recherches utilisent les outils et concepts produits par la didactique fondamentale en les adaptant aux concepts abordés. Elle peut alors élargir le propos en construisant à son tour des outils qui viendront se rajouter aux concepts de la didactique fondamentale, pour peu que des expériences adéquates viennent vérifier la cohérence de ces outils. Il s'agit d'une recherche de sens (de signification suivant Astolfi (ibid., page 8)) et la logique méthodologique renvoie à une herméneutique, c'est-à-dire à *l'ensemble des connaissances et des techniques qui permettent de faire parler les signes et de découvrir leur sens* (Foucault 1966, page 44).
3. Enfin, *l'ingénierie didactique* [2] ou la didactique appliquée propose des aides pour l'enseignement dans les contextes sociaux, institutionnels, politiques de l'école et s'insère dans les projets didactiques de la société. Ces *recherches de faisabilité* (Astolfi 1993, page 7) s'inscrivent dans des problématiques contextualisées et cherchent à modifier les pratiques dans une perspective s'appuyant largement sur les innovations mises en place par les enseignants. Les conséquences méthodologiques sont donc d'une part la volonté d'analyse du processus social dans lequel les objets

1. *Science ou discipline dont l'objet et la méthode permettent d'établir des lois générales ou universelles, représentées par des relations constantes entre les phénomènes observés*, TLFI

2. Je reprends les terme utilisés par Brousseau et Christol (2000) mais cette dénomination n'est pas à confondre avec le concept d'ingénierie didactique développée par Artigue (1990) qui est conçue comme méthodologie de recherche et de fait, constitue un élément méthodologique essentiel de la didactique fondamentale.

d'étude sont insérés, avec une volonté de modifier ce processus par une action effective et un retour réflexif sur les effets de cette action.

La recherche développée dans cette thèse est à la croisée de la didactique des mathématiques *stricto sensu* et de l'ingénierie didactique, au sens donnée ci-dessus. En effet, l'étude des phénomènes didactiques qui apparaissent dans la classe de mathématiques utilise les concepts produits par la didactique théorique et les confronte à la contingence. Cependant, le contexte général de l'usage des technologies (ou plus précisément de la difficulté à utiliser les technologies) donne à cette recherche un caractère de faisabilité, relié à des innovations pédagogiques. C'est ce contexte que je développe dans le paragraphe suivant.

3.2 Contexte de la recherche

L'usage des technologies de l'information et de la communication dans la classe de mathématiques reste, malgré les injonctions institutionnelles, encore relativement faible. Même s'il ne s'agit pas de construire une ingénierie didactique, les observations dans les classes sont susceptibles d'apporter à des enseignants quelques clefs de compréhension des phénomènes et d'éclairer les raisons objectives des réticences rencontrées dans les faits. Par ailleurs, ma position de travail au sein de l'Institut National de Recherche Pédagogique[3] et le travail conduit dans les équipes de recherche m'ont incité à m'appuyer sur des expérimentations construites sur l'hypothèse de l'apport des TICE pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Ainsi, deux recherches sont à l'origine des choix des contextes d'observation et ont accompagné et nourri ce travail de thèse : les projets e-CoLab et EdUmatics.

Le projet e-CoLab[4]

Depuis 2006, trois équipes travaillant dans les IREM de Paris 7, Montpellier et Lyon et dont j'ai assuré la coordination pour l'INRP, sont composées de professeurs de lycée, de chercheurs et de formateurs. Ils ont travaillé collaborativement à la construction, l'analyse et la mise en œuvre de ressources pour les enseignants de mathématiques. La réflexion sur les apports des multireprésentations pour l'apprentissage des mathématiques a conduit cette équipe à s'intéresser à la technologie TI-Nspire, et à construire des activités intégrant ces potentialités. Dans le cadre d'un partenariat avec la société Texas Instruments, et dès le début du projet, les classes des enseignants ont été équipées de calculatrices, depuis son état de prototype non encore commercialisé jusqu'à aujourd'hui où la version 3 du logiciel est disponible. Comme développé dans le paragraphe 2.3.2 page 46, le travail de l'équipe a participé au modelage social de la technologie en confrontant les avancées techniques à la réalité de la classe et en renvoyant au constructeur des remarques issues de la pratique permettant de faire évoluer la technologie. Les travaux de cette équipe

3. Jusqu'en décembre 2010, puis dans l'Institut français d'éducation, à partir de janvier 2011.
4. Expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques.

se situent dans une thématique qui questionne les processus par lesquels les professeurs s'approprient, modifient et conçoivent des ressources pour leur enseignement et les élèves utilisent, complètent ces ressources pour leurs apprentissages dans le contexte particulier d'utilisation de cette technologie.

Les hypothèses de ce travail étaient doubles :

- les premières relatives aux usages de la calculatrice (cf. 2.3 page 43) :
  - les multi-représentations offrent des possibilités pour l'enseignement des mathématiques ;
  - professeurs et élèves sont confrontés à des difficultés d'instrumentation.
- les secondes sont liées aux constructions de ressources (cf. 2.4 page 52) :
  - le travail collaboratif demande des outils et une organisation particulière,
  - partager, expérimenter des ressources est un processus complexe permettant non seulement de construire des ressources mais aussi de proposer des modèles de ressources.

Différents types de ressources ont été construits et analysés : présentation d'un nouveau concept, résolution de problèmes, exercices permettant de mettre en œuvre des connaissances, évaluation, chacun d'eux permettant un apprentissage mathématique et technologique. Ces travaux ont permis de mettre en évidence :

- le lien étroit entre l'apprentissage mathématique et l'apprentissage de l'instrument,
- la nécessité d'aides pour les élèves permettant de relier les apprentissages instrumentaux et mathématiques,
- l'intégration dans les fiches élèves des différentes phases d'action, de formulation, de validation et d'institutionnalisation.

En lien avec ces constructions, les observations de classe avaient pour objectifs de mieux comprendre :

- les nouvelles possibilités de la calculatrice et les utilisations possibles dans l'enseignement et l'apprentissage,
- les genèses instrumentales,
- les moyens de mettre en œuvre dans la classe les potentialités de la calculatrice.

Ainsi, en parallèle de la construction de ressources, de nombreuses observations ont été réalisées dans le cadre de ce projet mettant en évidence à la fois les potentialités de la technologie pour l'apprentissage des mathématiques et les contraintes liées à sa complexité. Des questionnaires en direction des élèves participant à l'expérimentation ont été construits et proposés aux élèves en décembre et juin de la même année scolaire. Les résultats de ces questionnaires ont montré une nette évolution des usages de la calculatrice pour l'apprentissage des mathématiques (Aldon et al. 2009, page 22). Ces questionnaires ont servi de base à l'élaboration des questionnaires décrits dans le paragraphe suivant.

Dans ce projet, la recherche a construit un modèle de document facilitant la construction et l'analyse coopératives de situations de classes utilisant la technologie (Aldon et al. 2008) ; par ailleurs, le projet a débouché sur la réalisation effective de documents pour la classe (Aldon et al., 2009 ; 2010 ; 2011). Les questions de recherche ont amené :

- à comparer le nouvel environnement informatique (TI-Nspire) avec les environnements antérieurement étudiés : quelles en sont les nouvelles potentialités et les

nouvelles contraintes, avec quels effets sur les apprentissages des élèves et le travail des enseignants ? En quoi répond-il aux problèmes identifiés dans les travaux antérieurs ? Quelles sont aussi ses limites et quelles suggestions d'amélioration peut-on faire le concernant ?
- à tester les ressources antérieurement réalisées dans ce nouvel environnement ;
- à identifier les adaptations et enrichissements nécessaires et possibles ;
- à penser la conception de nouvelles ressources en se situant non pas au niveau d'organisations mathématiques ponctuelles mais au niveau d'organisations mathématiques locales voire régionales, permettant notamment de prendre en compte les genèses instrumentales (cf. paragraphe 2.3 page 43) et documentaires (voir paragraphe 2.4 page 52) dans la durée ;
- à tester enfin la viabilité de dispositifs de conception de ressources numériques dans ce nouveau contexte et à en penser des évolutions adaptées.

Le projet européen EdUmatics [5]

Résultat d'une coopération entre plusieurs équipes de recherche européennes s'intéressant à l'introduction des technologies de l'information et de la communication dans la classes de mathématiques, ce projet [6] s'appuie sur les hypothèses suivantes :
- l'une des causes possible de la faible intégration des technologies dans la classe de mathématiques est une formation insuffisante des professeurs de mathématiques aux usages raisonnés des technologies de l'information et de la communication ;
- les ressources mises à disposition des enseignants ne prennent pas suffisamment en compte les préoccupations pédagogiques et didactiques des enseignants.

Dans ces conditions, EdUmatics a comme objectif la création et la diffusion d'une formation européenne pour les enseignants de mathématiques s'appuyant sur des ressources expérimentées dans des classes et dont le but est de développer les usages des TICE dans le cours de mathématiques.

Le projet EdUmatics s'est construit dans la dynamique du travail de e-CoLab, et pour l'INRP, j'ai assuré la responsabilité du partenariat pour la composante française, en développant, en particulier, le module *From static to dynamic representations* qui s'appuie sur des résultats de recherche concernant les représentations dynamiques des mathématiques :
- d'un point de vue cognitif :
  - à l'intérieur d'un registre de représentation sémiotique (cf. 2.5.2 page 59) en utilisant les potentialités de la technologie et les confrontations sociales,

5. European Development for the Use of Mathematics Technology in Classrooms.

6. Reference number : 503254-LLP-1-1UK-COMENIUS-CMP
http://ec.europa.eu/dgs/education_culture/eve/alfresco/n/browse/workspace/SpacesStore/1fe0b2bc-d45d-11de-b89b-09f36ec598be
Le projet EdUmatics comporte vingt partenaires dont dix laboratoires de recherche et 10 établissements scolaires. Chaque laboratoire est couplé à un établissement scolaire.

  - conversion entre différents registres de représentations.(Duval 1993) ou, plus récemment (Arzarello et Robutti 2010),
- d'un point de vue pédagogique :
  - en explorant les possibilités de l'idée de laboratoire mathématique dans l'enseignement des mathématiques (Maschietto et Trouche 2010),
  - en s'appuyant sur les concepts des mondes mathématiques incarnés, symboliques et formels (Tall 2008),
- d'un point de vue technologique :
  - en jouant sur les phénomènes de genèse instrumentale (cf. 2.3 page 43) (Trouche 2005b),
  - et les propriétés documentaires des technologies (cf. 2.4 page 52) (Aldon 2010b).

On retrouve dans ces deux projets les deux aspects de la recherche évoquée dans le paragraphe précédent, de mise à l'épreuve de cadres théoriques et de confrontation à la contingence d'une part et le développement de ressources s'appuyant sur des situations mathématiques permettant de proposer des situations didactiques fécondes, d'autre part.

Ces deux contextes d'étude et de recherche ont alimenté durant ces trois années le travail de thèse et ont proposé des terrains privilégiés pour l'observation de classes de mathématiques dans lesquelles la technologie jouait un rôle important. Il apparaît alors très clairement que le terme utilisé de classe « ordinaire » ne peut en aucun cas s'appliquer aux contextes duquel sont issues les classes observées, mais relève des choix méthodologiques effectués concernant les observations.

3.2.1 Choix des établissements et des classes

La démarche méthodologique, même s'il faut garder un certain recul, allie « minutie, neutralité et comparaison contextuelle » (Miguelez 1989, page 9) :

- La minutie signifie qu'il y a un regard qui se veut exhaustif de ce qui se passe,
- la neutralité suppose qu'un observateur n'ait pas d'action sur le domaine observé,
- la comparaison met en évidence la recherche d'invariants.

Ces trois règles ont présidé à la mise en place de la méthodologie de la recherche sans perdre de vue la difficulté, voire l'impossibilité de les respecter entièrement :

> L'impossibilité épistémologique de ces trois règles dessine, en fait, l'espace de trois hypothèses. La règle de la minutie repose sur la conviction que le détail ignoré ou dédaigné est plus important et plus parlant que le grand événement. La règle de la comparaison exprime l'hypothèse que c'est dans la différence que se réalise la ressemblance. La règle de la neutralité, enfin, avance le principe crucial de la décentration d'une compréhension égo-centrée du monde. (ibid., page 9)

Les choix des contextes de recherche se sont cependant appuyés sur ces trois règles, malgré cette impossibilité épistémologique, malgré la difficulté à contrôler toutes les variables d'une situation complexe. Ces difficultés deviennent pour mon objet d'étude un atout et en reprenant Sanchez (2007, page 131) :

> La complexité de notre objet d'étude rend difficile la conception de situations épurées et reproductibles. Quelques mots de consignes changés, **un incident**[7] dans la classe et ce peut être l'ensemble de la situation qui s'en trouve modifié.

Deux éléments principaux ont été à l'origine du choix des établissements qui ont servi de terrain d'étude à ce travail :

1. le choix du premier lycée (noté lycée A dans la suite[8]) est naturellement lié au contexte de l'équipe e-CoLab et s'appuie sur un *accident de l'histoire* au sens de la méthodologie des expériences naturelles développée en économie notamment par Duflo (2009) : partant de l'idée qu'il est impossible de trouver des groupes exactement comparables, la méthodologie des expériences naturelles consiste à rechercher des « accidents de l'histoire », c'est-à-dire une opportunité d'un terrain d'étude émergeant d'une situation indépendante d'une construction du chercheur. En l'occurrence, sous l'impulsion d'un professeur travaillant dans l'équipe e-CoLab (Pierre dans la suite[9]), une expérimentation de l'introduction d'une technologie avec des professeurs non nécessairement experts a été réalisée dans toutes les classes scientifiques du lycée.
2. le deuxième lycée (désigné par B dans la suite) est un des partenaires du projet européen EdUmatics[10]. Le choix de ce lycée dans le projet européen venait déjà du fait que le professeur (Jean dans la suite) est un expert de l'utilisation des technologies et participe à la recherche e-CoLab. Là encore, dans le cadre du projet européen, les élèves de la classe disposaient d'une calculatrice TI-Nspire, et les salles informatiques du lycée étaient équipées du logiciel.

3.2.2 Comparaison des contextes

Participant actif de l'équipe e-Colab, Pierre a prolongé au sein de son établissement le travail réalisé en insérant dans le projet d'établissement un vaste projet d'intégration dans les classes scientifiques de la technologie TI-Nspire. L'équipe des professeurs du lycée, dans la perspective de l'épreuve pratique de mathématiques (EPM) au baccalauréat[11] a été favorable à cette idée ; de ce fait, l'ensemble des professeurs de mathématiques enseignants

7. Souligné par moi.
8. Ce lycée est désigné sous le nom « lycée Poincaré » dans la thèse de Sabra (2011 (en cours))
9. Prénommé Jean dans le travail de Sabra (ibid.) pour lequel cette accident de l'histoire constitue ce qu'il appelle un incident documentaire communautaire.
10. L'INRP (puis l'IFé) et le lycée B formaient un de ces couples, en relation directe avec un couple similaire en Italie.
11. Durant l'année 2008-2009 une expérimentation grandeur nature (toutes les classes de terminales scientifiques étaient fortement incitées par l'inspection à organiser l'épreuve dans les établissements) de l'épreuve pratique de mathématiques a été mise en place dans de nombreux lycées, dont le lycée A, support de l'observation décrite ici. L'existence de l'EPM a été, d'une façon générale, déterminante pour intégrer la technologie dans les cours de mathématiques et en particulier, dans le lycée A, elle a été un argument décisif pour accepter l'expérimentation et mettre à l'épreuve l'usage des TICE dans la résolution de problèmes.

Depuis, et sans évaluation des expériences réalisées, cette épreuve pratique a été abandonnée.

dans les classes scientifiques ont adhéré à ce projet. Le projet s'est mis en place à la rentrée 2008 et l'INRP a été sollicité pour élaborer un dispositif d'observation qui a donné lieu à un rapport de recherche (Aldon et Sabra 2009). Dans cet établissement, plusieurs classes de terminales scientifiques [12] ont été suivies. En particulier, une classe de TS a servi de champ d'observation. Le professeur de mathématiques de cette classe (Marie dans la suite) était non expert en terme d'utilisation de la technologie dans la classe mais un professeur chevronné et habitué à l'enseignement en terminale scientifique.

En résumé, l'observation a porté sur la classe d'une enseignante chevronnée, habituée des classes scientifiques, non experte dans l'utilisation des TICE, intégrée à une équipe dans la dynamique d'un projet collectif soutenu par l'institution et bénéficiant des apports et du soutien d'un professeur membre de l'équipe de recherche e-CoLab.

Le deuxième lycée (désigné par B dans la suite) est un des partenaires du projet européen EdUmatics. Dans ce lycée, l'observation s'est focalisée sur une classe de première scientifique dont le professeur, Jean, est un expert de l'utilisation des technologies. Là encore, dans le cadre du projet européen, les élèves de la classe possédaient une calculatrice TI-Nspire, et les salles informatiques du lycée étaient équipées du logiciel.

En résumé, l'observation a porté sur la classe d'un enseignant chevronné, habitué des classes scientifiques, expert dans l'utilisation des TICE, acteur à la fois de l'équipe e-CoLab et du projet européen EdUmatics.

Dans les deux établissements des observations supplémentaires ou des entretiens avec d'autres professeurs (professeurs de terminales scientifiques impliqués dans le projet dans le lycée A, professeurs enseignants dans d'autres filières dans le lycée B) sont venus appuyer les observations de ces professeurs particuliers. Cette démarche se place dans la volonté de respecter les trois règles citées plus haut (Miguelez 1989) ; en particulier, ici la règle de minutie imposait d'élargir l'observation au delà des classes visées de façon à pouvoir comprendre au mieux l'institution locale, le fonctionnement des relations entre professeurs, « l'ambiance » de l'établissement.

Les deux contextes, bien différents permettent de mettre en évidence cette règle de comparaison et ont pour but la mise en évidence de régularités.

3.2.3 Comparaison des établissements

Les deux établissements, bien sûr différents, sont les contextes de cette recherche et il s'agit de comprendre et de relever leurs différences et leurs convergences. A est un lycée du centre d'une ville moyenne, B est un lycée de la banlieue d'une grande ville. A est un lycée général et technologique, partie d'une cité scolaire regroupant le lycée et un collège. B est également intégré dans une cité scolaire regroupant quant à elle le lycée et un lycée professionnel.

Les indicateurs de résultats des lycées (Vitry et al. 2009) publiés par la Direction de l'évaluation de la prospective et de la performance du ministère de l'éducation nationale sont construits autour sur trois observables :

12. Le choix de la terminale étant lié à la possibilité d'observation de l'épreuve pratique de mathématiques, tant dans sa préparation que dans son déroulement.

1. le taux de réussite au baccalauréat,
2. le taux d'accès au baccalauréat,
3. la proportion de bacheliers parmi les sortants.

Le taux de réussite au baccalauréat, rapporte le nombre de reçus au nombre d'élèves présentés, le taux d'accès au baccalauréat reporte la fréquence de réussite du baccalauréat pour un élève entré en seconde en restant dans l'établissement quel que soit le nombre d'années nécessaires, et la proportion de bacheliers parmi les sortants donne, parmi les élèves qui ont quitté l'établissement ceux qui l'ont quitté avec le baccalauréat. Par ailleurs, la référence académique et la référence nationale sont calculées en tenant compte des caractéristiques individuelles (âge, origine sociale, sexe, niveau scolaire à l'entrée en seconde) et des caractéristiques de l'établissement (pourcentage d'élèves en retard scolaire, issus de chaque Profession et catégorie socioprofessionnelle (PCS), de filles). Il tente de mesurer l'impact de l'établissement sur les progrès réalisés. Ainsi, l'écart entre le taux brut et le taux attendu donne une indication de la « valeur ajoutée » d'un établissement. Les tableaux 3.1 à 3.3 pages 78–79 donnent les éléments de comparaisons des deux établissements pour l'année 2009 et pour la filière S qui a été choisie pour les observations (cf. 3.2.2 page précédente).

Même si les calculs réalisés peuvent être globalement biaisés (Felouzis 2004), notamment en ce qui concerne les résultats attendus, les indicateurs de résultats montrent d'une part des fluctuations importantes d'une année sur l'autre mais aussi des résultats globalement comparables des deux établissements. En particulier, ces indicateurs ne sont pas suffisamment différents pour pouvoir différencier les performances des populations d'élèves des classes scientifiques.

Cependant, le lycée A est un lycée historiquement reconnu dans le paysage institutionnel de son académie, et du point de vue des professeurs, des parents et des élèves, il apparaît comme un lycée d'élite. Au contraire, le lycée B est un lycée de banlieue et ne fait pas partie, dans son académie, des lycées « réputés ».

Pour les observations réalisées, le choix des deux lycées donnent un assez large éventail d'observations, qui, sans prétendre à une généralisation, permettent de proposer des hypothèses cohérentes.

3.2.4 Conclusion

Le choix de deux classes dans un même environnement informatique (matériel et logiciel) était crucial pour permettre une mise à l'épreuve les hypothèses de ce travail et répondre à la question de recherche ; la modification importante du contrat didactique dans la classe de mathématiques devait être observée à la fois du côté du professeur et du côté des élèves et la position des professeurs vis-à-vis de la technologie permet de refléter des négociations différentes ; la volonté de placer les observations dans des classes de professeurs « chevronnés » résulte de la nécessité de supprimer des biais liés à des problèmes relevant de la conduite de la classe. Enfin, la position des élèves vis-à-vis de la technologie est comparable dans les deux lycées, en ce sens que les élèves ont fréquenté, dans les

	Série	Taux constaté	Référence académique		Référence nationale		Nombre d'élèves présents au bac
			Taux attendu	Valeur ajoutée	Taux attendu	Valeur ajoutée	
A 2008	S	85	90	-5	92	-7	162
A 2009	S	94	90	+4	93	+1	169
B 2008	S	85	90	-5	91	-6	93
B 2009	S	89	93	-4	92	-3	70

TABLE 3.1 – Taux de réussite au baccalauréat

	Niveau	Taux constaté	Référence académique		Référence nationale		Nombre d'élèves présents au bac
			Taux attendu	Valeur ajoutée	Taux attendu	Valeur ajoutée	
A 2008	Seconde	75	66	+9	75	0	450
	Première	86	83	+3	88	-2	407
A 2009	Seconde	71	63	+8	72	-1	451
	Première	85	85	0	88	-3	407
B 2008	Seconde	68	68	0	69	-1	251
	Première	84	85	-1	85	-1	247
B 2009	Seconde	70	66	+4	69	+1	184
	Première	85	86	-1	85	0	222

TABLE 3.2 – Taux d'accès de la seconde et de la première au baccalauréat

années précédents l'observation, des classes dans lesquelles la technologie était peu ou pas présente. La possibilité de filer les observations donnée par le contexte expérimental des deux classes a été important pour permettre une implantation suffisamment forte pour suivre les genèses instrumentales et documentaires des professeurs et des élèves. Pour recueillir les données nécessaires à l'élaboration d'une réponse à la question de recherche,

		Etablissement	Académie	France
A 2008	2nde, 1ère, Term.	77	69	73
A 2009	2nde, 1ère, Term.	73	69	75
B 2008	2nde, 1ère, Term.	73	73	73
B 2009	2nde, 1ère, Term.	74	73	75

TABLE 3.3 – Proportion de bacheliers parmi les sortants

les outils méthodologiques devaient à la fois permettre de capter les incidents et de suivre une dynamique ; la présentation de ces outils constitue le cœur du prochain paragraphe.

3.3 Choix méthodologiques du recueil de données

Le recueil des données est une opération essentielle dans la construction de la méthodologie. Plutôt d'ailleurs que d'un recueil, en suivant PERRIN-GLORIAN et REUTER (2006, page 18), il paraît plus opportun de parler d'une *construction* des données reposant sur la sélection et le tri qui s'effectuent en lien avec les buts à atteindre, en découvrant les indices qui semblent pertinents pour donner des éléments de réponse à la question de recherche dans deux contextes différents.

3.3.1 Construction des données

Les outils méthodologiques devaient répondre à un double défi : attraper les incidents, que leur nature même rend imprévisibles et suivre une dynamique dans la continuité, alors que, la plupart du temps, les recueils de données sont discrets.

C'est dans cette perspective que les outils ont été imaginés à partir d'outils existants, prolongés pour s'adapter aux contextes et à la question de recherche.

Dans la chronologie, les recueils de données du lycée A ont précédé ceux du lycée B. La question mis à l'étude porte sur des processus, des genèses qui se déroulent dans le temps. La position de l'observateur est paradoxale : être présent et attentif pour saisir l'instant et être transparent et sans influence sur le milieu. Ces deux remarques montrent l'importance d'une *immersion* dans les lycées, de façon à recueillir des données aussi impartiales que possibles. En particulier, les instruments d'observation (prise de son, caméras vidéos) doivent être non pas oubliés (l'expérience montre que c'est impossible) mais familiers aussi bien pour les élèves que pour le professeur. C'est la raison pour laquelle les visites dans les lycées ont été assez nombreuses et suffisamment longues pour pouvoir participer, en témoin, à des petites tranches de vie du lycée ou de la classe suivie. La construction du recueil des données s'est faite dans l'action, et c'est une raison [13] pour laquelle la présence physique dans le lycée B a été plus importante que dans le lycée A.

13. Une autre raison est la proximité géographique du lycée B.

3.3.2 Outils de recueil des données

Principes généraux

C'est le croisement des outils macro et micro-didactiques qui va me permettre de relever les éléments permettant de donner des réponses à la question de recherche ; il s'agit de repérer les incidents mais aussi de comprendre leur genèse et d'essayer de suivre les perturbations qu'ils ont provoquées. La méthodologie mise en place tente de suivre la trajectoire de la dynamique de classe, et pour faire référence à la dynamique de Lorentz, attraper le battement d'aile du papillon et comprendre les modifications de la trajectoire provoquées par cet incident (Voir paragraphe 2.6 page 63).

La durée du suivi dans le lycée A a été de une année, une période imposée par le contexte de l'expérimentation (accord conjoint des enseignants, de l'institution et du constructeur), c'est aussi une période qui correspond à une unité, un cycle, pour la vie d'une classe et les interactions entre un professeur, des élèves et des ressources.

En ce qui concerne le lycée B, cette observation a eu lieu deux fois une année[14] ; cette reprise d'observation a notamment été motivée par le fait que des séquences sur un même sujet ont été programmées par le professeur, tenant compte, notamment de ses observations et des discussions après la première expérimentation.

Attraper les incidents

Les premiers outils méthodologiques ont alors été construits pour apprécier le cheminement des élèves dans le traitement de la tâche à laquelle ils étaient confrontés et parallèlement pour suivre l'activité du professeur en lien avec ses intentions.

Les observations en classe avaient comme objet les interactions entre enseignants et élèves. Elles avaient comme objectifs de repérer les incidents didactiques, les perturbations provoquées, leurs gestions dans les interactions verbales et non verbales et de suivre, localement, les processus d'apprentissage des élèves en lien avec la dynamique des milieux. Du fait du contexte de classe ordinaire, les observations ne pouvaient pas être construites sur une analyse préalable de la situation. En revanche, les analyses descendantes et ascendantes (paragraphe 2.2.3 page 38) constituent les outils méthodologiques permettant de mettre en évidence la position des acteurs dans la structure des milieux. L'analyse descendante, part de la situation S+3 dans laquelle le professeur (P-noosphérien) est confronté au milieu de construction. C'est donc dans cette position que l'analyse débute et c'est cette position qu'il s'agissait de comprendre et d'observer ; c'est ce qui justifie les entretiens préalables avec le professeur, mais aussi la mise en perspective de l'observation ponctuelle dans une progression (partagée dans le cas du lycée A, individuelle dans le cas du lycée B). L'analyse ascendante part de la situations S-3 dans laquelle l'élève (E-objectif) entre dans le problème posé par le professeur en se confrontant au milieu matériel de la situation et modélise les changements de posture dans la structure des milieux. Le recueil des contenus des calculatrices, comme éléments du milieu matériel de

14. La première année d'observation a durée de décembre à juin et la deuxième année de octobre à avril.

l'élève générique des classes observées, est alors un point important de cette analyse ascendante. L'observation de groupes d'élèves se justifie alors pour mettre en relation l'analyse ascendante et la réalité de la dynamique des milieux.

Ces deux analyses sont alors complétées par une *analyse des incidents* qui constitue un prolongement des analyses ascendantes et descendantes ; cette analyse s'appuie sur la typologie des incidents didactiques proposée au paragraphe 2.6.2 page 66 et justifie une observation des interactions professeur-élèves, élèves-élèves et élèves-artefact ; les outils d'observation mis en place permettent de recueillir ces interactions. Dans un premier temps à l'aide d'enregistrements audio puis en captant les écrans des ordinateurs et en effectuant des enregistrements vidéos.

Dans les séances observées (lycées A et B), les fiches distribuées aux élèves ont constitué un des éléments permettant de construire l'analyse descendante de la situation.

Suivre la dynamique

Investigation réflexive

Pour suivre les dynamiques, il s'agissait de mettre en œuvre des outils permettant de recueillir dans la continuité les évolutions des genèses et les trajectoires des professeurs et des élèves.

La méthodologie de l'investigation réflexive développée dans l'approche documentaire par (Gueudet et Trouche 2008a ; 2008b ; 2009) mobilise le regard des acteurs sur leur propre activité à travers une diversité d'outils ; parmi ces outils, le journal de bord rempli par le professeur et les entretiens permettent de situer l'action du professeur dans la continuité de sa progression. Ce journal de bord a été construit sur un ensemble de rubriques (Tableau 3.4 page suivante) qu'il s'agissait de renseigner dans trois périodes de l'année :

- début de l'année, au mois de décembre ;
- intermédiaire, autour du fin février et début mars ;
- fin de l'année, dans le mois de mai.

La durée de renseignement de ce journal de bord est de deux semaines avant les visites dans l'établissement. Les rubriques ont été construites pour recueillir des renseignements concernant la progression de la classe avant les observations en choisissant des rubriques suffisamment proches du travail habituel des enseignants (Date, objectifs, ressources utilisées, déroulement de la séance) pour permettre une appropriation de l'outil par le professeur et en rajoutant des rubriques permettant un retour réflexif sur la réalisation (Déroulement effectif, difficultés rencontrées, apports).

Les entretiens avec le professeur, conçus sur un mode semi-directif, complètent et croisent les renseignements donnés par le journal de bord. Ils sont organisés autour des thèmes de ce journal de bord. Ces entretiens ont lieu avant les observations en classe et sont augmentés d'un entretien « à chaud », immédiatement après l'observation.

Sachant que ces deux outils reposent sur les déclarations et les impressions des enseignants, les observations de classe permettent de croiser les informations et d'atténuer ou de conforter les propos ainsi recueillis.

Date et thème de la séquence	Objectif de la séquence de classe	Ressources utilisées	Déroulement effectif	Difficultés	Apports
		Manuels, programmes, livres, ressources numériques, documents personnels,... Déroulement prévu Ce que fait le professeur Ce que font les élèves La calculatrice (l'ordinateur) a t'elle (il) une place prévue ? Si oui, laquelle ? Organisation particulière de la classe (le cas échéant) Usage de rétro-vidéo projection ...	Ce qui s'est passé réellement en notant plus particulièrement les décalages avec ce qui avait été prévu et les impressions générales sur le déroulement en classe.	rencontrées sur les usages de la calculatrice * par les élèves : questions posées observation d'erreurs de manipulation ... * éventuellement par le professeur	Ce qu'a permis la calculatrice qui n'aurait pas été possible. Intérêt visible pour le professeur, pour les élèves.

TABLE 3.4 – Rubriques du journal de bord

Suivi des contenus des calculatrices

Comme il a été déjà présenté au chapitre 1 paragraphe 2.3.4 page 49, une spécificité des calculatrices que les élèves utilisaient est la possibilité de stocker des fichiers dans une arborescence de dossiers et de sous-dossiers très semblables à celle des ordinateurs. Dans

un premier temps, la question de savoir comment les élèves s'empareraient de cette potentialité m'a incité à demander à des élèves de m'envoyer le contenu de leurs calculatrices. Ensuite, ce recueil a été prolongé pour mettre en évidence la genèse documentaire (paragraphe 2.4 page 52) liée à ce type de calculatrice, comme symptomatique des évolutions des technologies portables.

Cet outil a été renouvelé sur les trois années de l'expérimentation avec des élèves différents et les analyses s'appuient sur l'approche documentaire et plus particulièrement sur les « documents numériques » (cf. paragraphe 2.4.2 page 53).

Questionnaires et entretiens avec les élèves

Deux questionnaires ont concerné tous les élèves participant à l'expérimentation dans le lycée A. Les objectifs de ces questionnaires étaient d'une part de cerner le public du lycée et d'autre part de mettre en évidence une évolution dans les usages de la calculatrice. Les questions ont été construites sur des hypothèses testées dans une précédente enquête portant sur les classes des professeurs de l'équipe e-CoLab (Aldon et al. 2009).

Pour dresser un portrait des élèves engagés dans l'expérimentation, le premier questionnaire a porté d'une part sur les conceptions des élèves vis-à-vis des technologies et des mathématiques et d'autre part sur la prise en main et les premières utilisations de la TI-Nspire. Ce questionnaire a été mis en ligne au mois de décembre.

Le second questionnaire a porté principalement sur les utilisations de la TI-Nspire et avait pour but de mettre en évidence une évolution des usages ordinaires de la calculatrice dans le cours de mathématiques et en dehors.

Ce type d'outil n'avait pas de raison d'être dans le lycée B puisque une seule classe était impliquée dans le projet.

Les entretiens avec les élèves, construits sur un mode semi-directif apportent dans les deux lycées des éléments de compréhension de la dynamique dans un temps mesodidactique. Dans le lycée A, ces entretiens ont eu lieu à chaud après l'épreuve pratique de mathématiques et ont concerné des élèves des classes de Marie et de Pierre et d'autres élèves de terminale dans une perspective de compréhension de la place de la calculatrice dans leur système documentaire. Dans le lycée B, des entretiens avec la moitié de la classe ont été organisés quelques mois après les dernières observations en classe. Il s'agissait, dans ce cas, de faire émerger les conséquences à long terme des incidents didactiques repérés dans les observations.

Vue d'ensemble

La mise en œuvre de la méthodologie s'est organisée autour des structure représentées dans les figures 3.1 page suivante et 3.2 page 85.

On peut voir dans ces deux schémas des constantes de la méthodologie, permettant en particulier de suivre dans la durée les classes concernées, avec et suivant les établissements un renforcement de relevé de données dans les observations de classe (B période octobre-décembre). Les aménagements et les différences peuvent être vus en tenant compte du contexte et des résultats des premières observations.

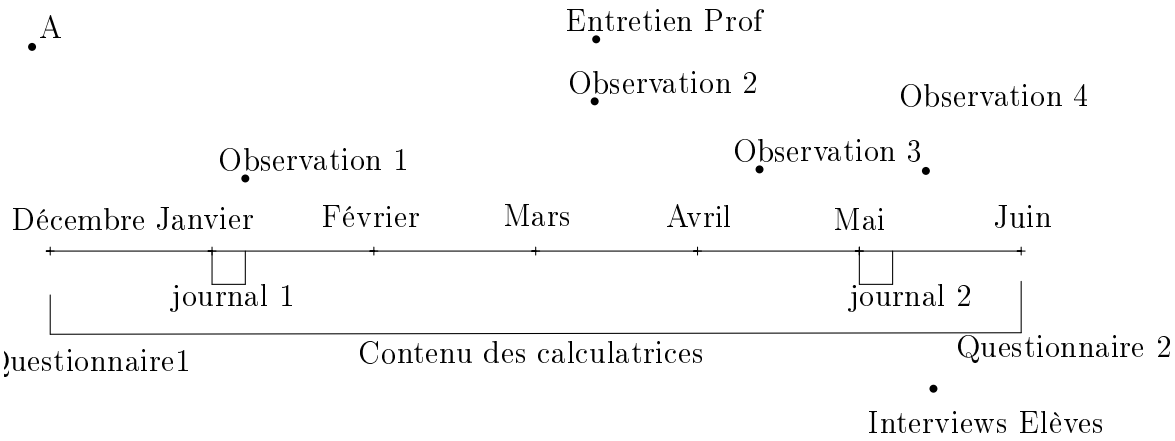


FIGURE 3.1 – Structure des outils de recueil de données au lycée A

En détail

Dans le lycée A, les visites, les discussions avec les collègues de l'établissement, les observations ponctuelles dans d'autres classes sont autant d'éléments permettant de situer la position de Marie dans la situation noosphérienne et dans sa confrontation au milieu de construction.

En ce qui concerne les observations de classe, il fallait suivre la dynamique de la classe du point de vue du professeur et du point de vue des élèves tout en adaptant les observations au type de séance : séances de travaux pratiques en salle informatique pendant lesquelles les élèves avaient une autonomie importante, séances de travaux dirigés, guidées par le professeur. Dans le premier cas, l'observation a été conduite sur deux prises de renseignements complémentaires :

- un enregistrement du discours du professeur et de ses interactions avec tous les élèves de la classe,
- un enregistrement d'un groupe de trois lycéens travaillant côte à côte sur trois ordinateurs différents.

Comme indiqué dans le tableau 3.1, deux observations couplées à l'écriture d'un journal (Tableau 3.4 page 82) ont été réalisées dans la classe de Marie (Observation 1 et Observation 3).

Une observation dans une autre classe de terminale, suivie d'un entretien avec le

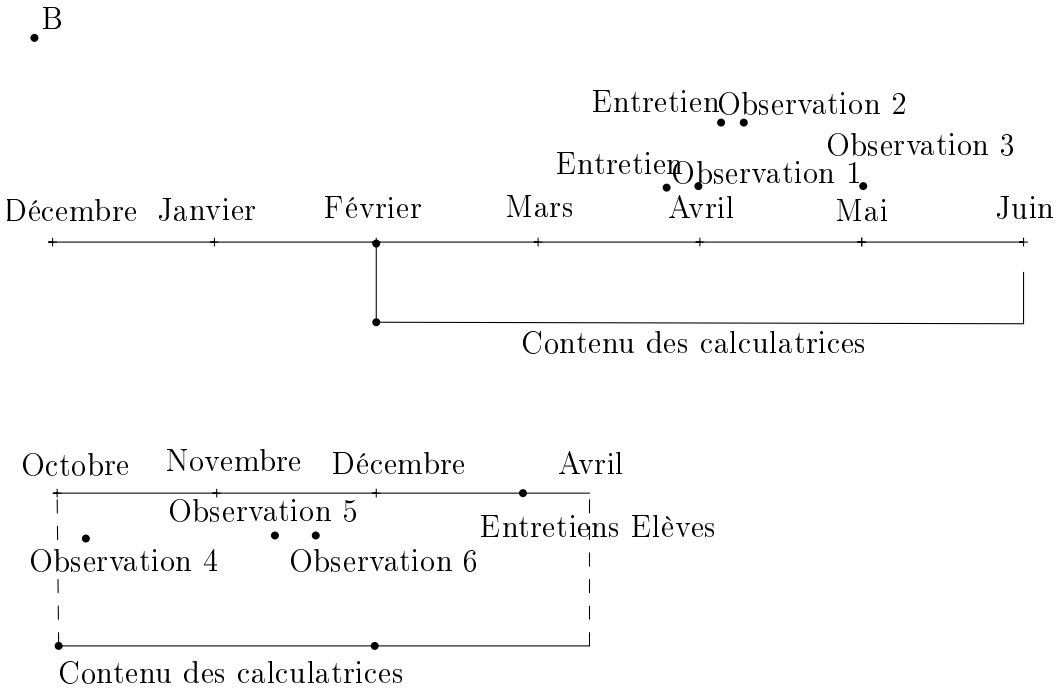


FIGURE 3.2 – Structure des outils de recueil de données au lycée B

professeur (Observation 2) a été réalisée entre ces deux observations. Enfin, et comme précisé dans le choix du niveau de la classe terminale, une observation de l'épreuve pratique de mathématiques (Observation 4) a été couplée avec des entretiens avec les élèves.

De la mise en place de cette méthodologie a résulté à la fois des résultats (cf. chapitre 4 page 91) mais aussi des manques, en particulier liés aux interactions non verbales entre les protagonistes. En rajoutant également les exigences du projet européen, les observations dans le lycée B ont été réalisées en utilisant des moyens vidéos. Dans ces conditions, il s'agissait non seulement de décrypter les dialogues mais aussi les « gestes » des acteurs, principalement dans des situations d'interaction.

Quatre types d'enregistrements vidéos ont été réalisés :

- vidéo générale de la classe dans des situations didactiques,
- vidéo d'un groupe d'élèves dans des situations sous-didactiques,
- vidéo de l'écran de l'ordinateur de groupes d'élèves,
- vidéo prise « sur le vif » par l'observateur (appelé dans la suite : petits films).

Les transcriptions de ces vidéos s'appuient sur une analyse de l'action conjointe (cf. paragraphe 2.2.4 page 39) des élèves et du professeur permettant de sélectionner les épisodes intéressants à partir de niveaux d'analyse de l'ordre de l'épisode ou de la scène (MARLOT 2008).

Il est indéniable que la présence de caméras dans la classe n'est pas sans risque de modification des comportements des élèves et du professeur. Le contexte de la participation du

lycée au projet européen EdUmatics présenté par Jean aux élèves et ma présence fréquente ont cependant rendu plus *ordinaire* cette intrusion. Le « contrat d'observation » pourrait ainsi se définir en prolongeant le contrat didactique dans la relation sociale entre l'observateur et le ou les observés. Ce contrat porte sur l'objet de l'observation qui ne peut ni ne doit toucher à la personne mais plutôt être témoin des relations sociales qui se nouent dans la scène observée. Tout comme le contrat didactique, ce contrat implicite repose sur une négociation longue qui incite à construire les observations de classe dans un continuum. La présence de l'observateur et de la caméra est alors progressivement acceptée de la part des observés mais aussi, l'observateur peut s'intégrer à la situation pour rendre compte de l'engagement des observés dans leur action :

> Selon cette perspective, nous pouvons reconsidérer le rapport de confiance, puisque celui-ci est sous-jacent à tout accord, comme celui de se laisser filmer : [...] une personne n'accepte pas la caméra au bénéfice d'une simple relation de confiance avec l'observateur filmant ; en revanche elle accordera à être filmé en vertu de sa confiance dans la circonstance de son engagement (LALLIER 2009, page 150)

Le paradoxe du contrat didactique repose sur le fait que si le professeur dévoile ses objectifs d'apprentissage, il prend le risque que l'élève ne puisse pas investir la situation et atteindre l'apprentissage souhaité. Si le professeur rend visible ses intentions d'enseignement, l'élève peut être privé de construire son apprentissage. Si l'élève accepte que le maître lui enseigne les résultats, alors il perd la chance de les établir et de les apprendre, et s'il refuse toute relation avec le maître, il rompt la relation didactique. L'équilibre est alors régit par la situation construite par le professeur et jouée par l'élève dans ses relations aux milieux. Le paradoxe du contrat d'observation repose lui aussi sur l'impossibilité de dévoiler les objectifs de l'observation sous peine de fausser la dynamique de la classe en modifiant sensiblement le milieu matériel de la situation et en même temps de signifier la raison de sa présence. L'observateur est, d'une façon ou d'une autre [15], présent dans la classe et modifie le milieu ; de ce fait, l'observation porte sur une situation légèrement différente de la situation qui aurait pu être jouée en dehors de sa présence. Il est donc important de minimiser la distance à la situation initiale provoquée par l'observation. Pour l'observateur, être conscient de la position de l'objet d'observation dans l'engagement de l'observé est ainsi essentielle pour minimiser cette distance.

Il est intéressant de noter que l'observateur et le P-observateur dans la situation de référence sont tous les deux dans une posture d'observation, mais que P-observateur a la possibilité de changer de posture et est vu comme ayant cette possibilité [16]. Alors que l'observateur est figé dans une position d'observation de la *circonstance de l'engagement* et c'est la modification de la perception du filmé vis-à-vis de cette circonstance qui modifiera la posture du filmé [17].

15. Ce peut être physiquement ou par l'intermédiaire d'un dispositif ; par exemple, recueillir le contenu de sa calculatrice impose à l'élève un acte volontaire de sauvegarde et d'envoi.

16. D'où en particulier les questions que posent les élèves dans une situation adidactique à leur professeur et l'interprétation qu'ils font de leurs réponses ou de leur absence de réponses.

17. D'où les ruptures de contrat d'observation lorsque les observés considèrent que le film dépasse le sujet de leur engagement social pour atteindre l'observation de leur personnalité.

Il reste cependant à tenir compte du fait qu'un film est une représentation d'une partie de la réalité, une *déformation du réel qui conduit à la restriction du champ visuel et par conséquent au grossissement de certains phénomènes* (Guernier et al. 2006, page 20), cependant, et en suivant Mondana (2006, page 45) « *l'image vidéo permet en outre de constater empiriquement que les participants se livrent souvent à plus d'une seule activité à la fois et de revisiter conceptuellement la question de la structuration de l'activité de manière à prendre en compte ce phénomène* ». La vidéo permet également de saisir des interactions non verbales et des explicitations de concepts en cours de construction comme le montre la photo 3.3 extraite d'une observation d'un groupe de quatre élèves : dans cet épisode, l'élève mime avec la main le passage du terme u_n au terme u_{n+1} d'une suite et construit un début de définition récurrente de la suite.

Figure 3.3 – Interaction non verbale dans un groupe d'élèves

Conclusion

La difficulté à percevoir à la fois l'instant et la durée a fait adapter ou construire un grand nombre d'outils qui chacun permet d'appréhender une petite partie la complexité. C'est ensuite le croisement et l'articulation des données recueillies qui font émerger une cohérence de l'ensemble et de percevoir, à partir de la mise en évidence d'un incident didactique, les perturbations créées dans les trajectoires dans des échelles de temps macro-méso-micro didactiques (paragraphe 2.2 page 17).

3.3.3 Outils de traitement des données

Principes généraux

Devant la multiplicité des données recueillies et dans la perspective de croiser les informations pour permettre ce suivi dans le temps, les outils de traitement permettent d'éclairer mutuellement les données et d'apporter des compléments nécessaires à leur interprétation. Les grilles d'analyse, des entretiens, des questionnaires, des contenus des calculatrices aussi bien que les outils de transcriptions, lorsqu'il s'agit de mettre en correspondance plusieurs sources de recueil de données (audio, vidéo) sont des éléments essentiels pour rendre intelligibles les données.

En détail

Les grilles d'analyse des entretiens, tout comme les contenus des calculatrices des élèves ont été construites en s'appuyant sur la typologie des usages des calculatrices bâtie à partir des observations des comportements des élèves dans des expérimentations précédentes conduites dans le cadre du projet e-CoLab.

Un certain nombre de types d'usages émergent de ces observations, que l'on peut retrouver dans les contenus, ce qui m'a amené à proposer une classification des usages constituant un outil de traitement des contenus des calculatrices et parallèlement une grille d'analyse des entretiens.

- calculatrice brouillon : la machine possède au moins un fichier regroupant pêle-mêle des calculs ou des représentations graphiques ;
- calculatrice outil d'aide : en référence à un devoir ou un exercice, un fichier traite les questions (ou des morceaux de questions) et est sauvegardé ;
- calculatrice, répertoire de notes : la calculatrice contient en mémoire des notes de cours (maths et/ou physique) ;
- calculatrice pour programmer : au moins un fichier possède une définition d'une fonction ou un programme nécessitant une programmation spécifique ;
- calculatrice pour stocker : au moins un fichier fait référence à un cours de mathématiques pendant lequel la calculatrice a été utilisée.

A titre d'exemple, la calculatrice de J_g (Figure 3.4) est structurée et possède l'ensemble des propriétés citées, contenu que l'on peut comparer à celui de la calculatrice de Az (Figure 3.5 page suivante) dont l'organisation [18] et les fichiers dénommés « br1 «, « br2 »..., montre clairement l'usage de « calculatrice brouillon ».

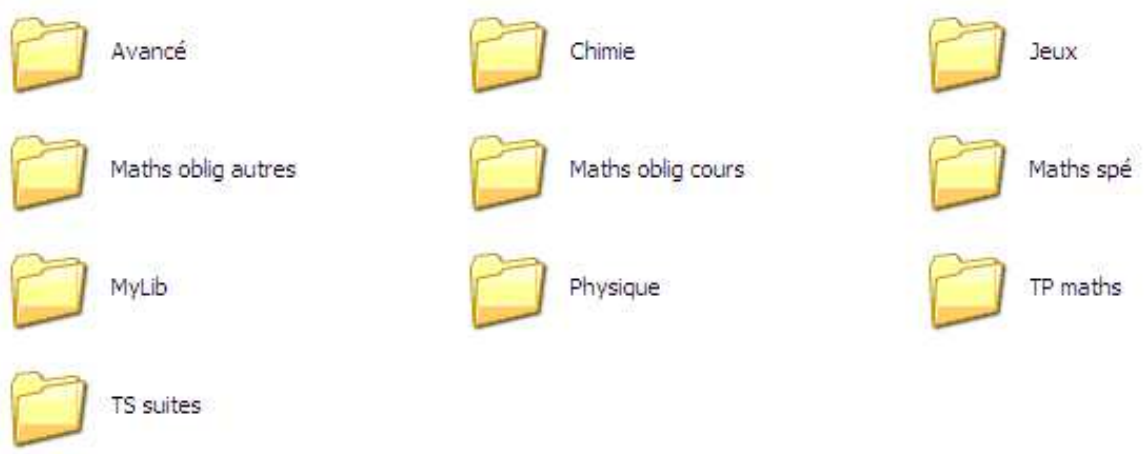


FIGURE 3.4 – Contenu de la calculatrice de J_g, avril 09.

18. sachant de plus que les trois dossiers « Examples » et « Exemples » et « MyLib » sont ceux présents initialement dans la calculatrice.

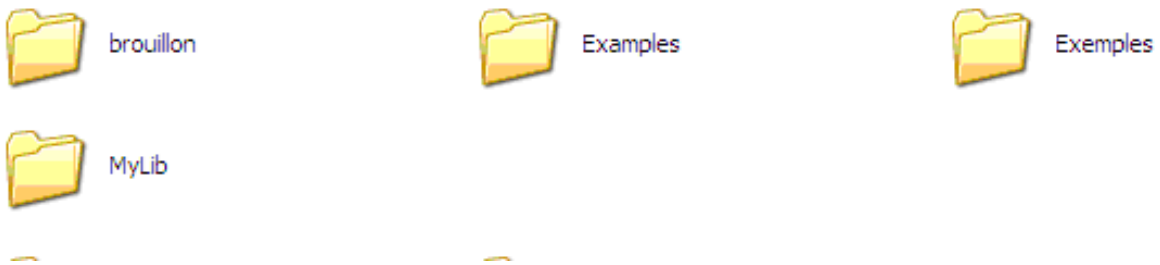


FIGURE 3.5 – Contenu de la calculatrice de Az, Avril 09

Pour transcrire les multi enregistrements dans une classe, différentes techniques ont permis de mettre en évidence les interactions ; dans le lycée A, le professeur était muni d'un micro mobile, ce qui a permis de suivre toutes ses interactions avec les groupes d'élèves, en particulier du groupe enregistré. L'intérêt de cette double prise de son est de suivre après un dialogue, indépendamment, les réactions des élèves et du professeur. C'est le déroulement chronologique qui permet de se repérer dans ces observations. Dans le lycée B, les séances ont été filmées et les transcriptions des enregistrements vidéos sont construites en prenant en compte le déroulement chronologique, les gestes et les dialogues des protagonistes.

Sans utiliser une typologie formelle des gestes et des dialogues, la transcription effectuée cherche à montrer la simultanéité et la la correspondance des gestes et des interventions orales dans les interactions[19]. Lorsque deux actions en relation l'une avec l'autre se déroulent simultanément, le rapprochement des transcriptions permet de suivre l'incidence d'une action sur l'activité d'un acteur ; c'est par exemple le cas dans l'observation dans le lycée B (paragraphe 6.14 page 533). Ce traitement des données est construit pour permettre de percevoir la genèse d'un incident et de suivre localement ses implications. Les illustrations dans les transcriptions, issues de photographies ou de petits films prises au cours de l'observation complètent les transcriptions et permettent de mettre en évidence des gestes ou des rétroactions de la machine en lien avec les dialogues et les interactions verbales.

Conclusion

L'articulation entre les outils de recueil et de traitement de données s'appuie sur les outils théoriques construits à partir de la théorie des situations didactiques et de l'ergonomie cognitive. C'est à travers cette articulation que les interprétations des données recueillies peuvent croiser les informations et amener des éléments de réponses pour le suivi des trajectoires de classes dans un environnement informatique.

19. Un prolongement de l'exploitation des données recueillies pourrait porter sur un codage plus précis des transcriptions des gestes et des paroles dans le but de faciliter l'appropriation dans d'autres recherches de ce corpus.

3.4 Conclusion

Dans le cadre général de la didactique des mathématiques, la question de recherche se réfère de façon naturelle aux cadres théoriques issus d'autres champs de la recherche. La méthodologie, en s'appuyant sur les outils théoriques qui fournissent des canevas d'analyse, doit permettre d'apporter dans un certain contexte des réponses à une question de recherche. Le contexte qui est ciblé dans cette recherche est le contexte de la classe ordinaire dans un environnement informatique.

Les deux terrains d'étude choisis proposent des contextes proches mais dont les différences et les particularités peuvent être cernées, permettant de mettre en évidence des régularités.

La volonté annoncée de s'intéresser à des classes ordinaires dans un environnement informatique et la nécessité de percevoir l'instantanéité d'événements imprévus parallèlement au suivi dans le temps des trajectoires a conduit à emprunter, prolonger et inventer des outils méthodologiques de recueil de données. Pour pouvoir interpréter les données et les mettre en relation avec les cadres théoriques, des typologies de comportements ont conduit à préciser les outils de traitement des données de façon à percevoir les éléments permettant de donner des éléments de réponse à la question de recherche et de confirmer les hypothèses de cette recherche.

Par ailleurs, la mise en place effective dans les établissements et dans les classes des outils de recueil de données ont amené à développer une réflexion sur la place de l'observateur et des outils d'observation dans le milieu de la situation observée qui a débouché sur la notion de *contrat d'observation*.

Chapitre 4

Analyse

4.1 Introduction

La méthodologie présentée au chapitre 2 allie des outils micro et macro-didactiques. Ce chapitre reprend les éléments extraits des transcriptions de l'ensemble des outils mis en œuvre pour apporter des éléments de réponses à la question de recherche.

Il est constitué de trois parties : les observations dans le lycée A, les observations dans le lycée B et un croisement des résultats.

Dans le lycée A, deux demi-journées d'observation, séparées de quatre mois, sont analysées. Dans ces demi-journées (8h-12h), les séances de 8h à 9h et de 11h à 12h se déroulent en demi-classe dans une salle informatique. Elles sont qualifiées par le professeur de séance de TP (Travaux pratiques) ; extrait du vocabulaire de la physique, ce terme caractérise une séance pendant laquelle des expériences sont réalisées à l'aide de l'ordinateur (dans la première observation, un problème technique a empêcher de conserver les traces audio de la dernière séance (11h-12h)). La séance de 9h à 11h se déroule en classe entière dans une salle de classe habituelle. Le professeur parle alors de séance de TD (Travaux dirigés) ; ce terme caractérise une séance pendant laquelle les élèves ont à résoudre des exercices avec l'aide du professeur. Dans le lycée B, les séances observées correspondent à deux séquences complètes, la première porte sur l'introduction du cours de statistique, et la seconde sur l'introduction de la notion de suite numérique ; elles sont construites sur la résolution d'un problème cherché en groupe par les élèves ; les propositions de solutions sont ensuite confrontés dans une séance en classe entière.

Ces observations de classe sont croisées avec les données recueillies lors des entretiens ou dans l'observation des contenus des calculatrices ;

L'analyse portera à la fois sur les données recueillies dans les observations de classe et à partir des outils macro-didactiques.

La typologie des incidents présentée dans le chapitre 1 (paragraphe 2.2.2 page 23) est mise à l'épreuve dans l'analyse des événements des séquences de classe dans les deux lycées. Dans chaque situation les analyses ascendantes et descendantes sont complétées par une analyse des incidents et des perturbations qu'ils engendrent. En particulier, nous verrons comment des incidents didactiques peuvent faire diverger une dynamique de classe

mais aussi comment certains incidents sont sources d'apprentissages et de réorganisation des connaissances, tant du point de vue du professeur que de celui des élèves.

La typologie de comportements présentée dans le chapitre 2 (paragraphe 3.3.3 page 88) sert également de grille d'analyse des contenus des calculatrices et des entretiens avec les élèves. Le croisement des analyses locales et globales tente de faire ressortir les éléments permettant de mettre en évidence les perturbations à court et long terme provoquées par les incidents.

4.2 Les observations dans le lycée A

4.2.1 Première matinée d'observation (15 janvier 2009)

Cette observation est la première observation dans le lycée A (cf. frise chronologique 3.1 page 84). Il s'agit d'une observation de quatre heures ; la première et la dernière heure de la matinée sont consacrées à un même TP en salle informatique ; la moitié de la classe travaille de huit heure à neuf heure, la seconde de onze heure à midi. Les deux heures en classes de neuf heure à onze heure sont consacrées à des travaux dirigés (TD). Dans les deux cas, l'organisation matérielle de la classe est la même ; dans la séance de TD un élève utilise une calculatrice rétro projetée (cf. figure 4.1).

FIGURE 4.1 – Disposition de la salle informatique et de la salle de classe

Elle se situe dans une progression expliquée dans le journal rempli par le professeur (cf. paragraphe suivant)

Position de la séquence

Cette séance vient dans la continuité de cours de mathématiques dont le professeur a donné un aperçu. Les tableaux ci-dessous reproduisent les rubriques du journal remplies « à la main » par Marie. La dernière colonne de remarques a été remplie à partir de l'entretien au début de la matinée.

6 janvier 2009 :

Objectif de la séquence	Ressources utilisées	Utilisation prévue de la calculatrice	Remarques
Cours sur l'interprétation géométrique de $\|z-a\|$ et de $arg\left(\frac{b-a}{c-d}\right)$	Polycopié à trous manuscrit	non	

7 janvier 2009 :

Objectif de la séquence	Ressources utilisées	Utilisation prévu de la calculatrice	Remarques
Commentaire sur le contrôle	corrigé avec des indications sur la calculatrice et les complexes	Les élèves avaient pour tâche de vérifier les résultats du contrôle avec la calculatrice	Le professeur n'avait pas donné avant ces menus ; aucune difficulté particulière notée par le professeur

8 janvier 2009 :

Objectif de la séquence	Ressources utilisées	Utilisation prévue de la calculatrice	Remarques
Problème du lapin (cf. ci-dessous) Equations et fonctions trigonométriques Cours : forme exponentielle d'un nombre complexe	annale photocopiée Poly à trous, manuscrit	Vérification du calcul de la dérivée Recherche de solutions approchées à la calculatrice	Le calcul à la calculatrice donne un résultat plus compliqué que celui que l'on trouverait à la main ; en tout cas moins opérationnel : on est confronté ici aux simplifications de fonctions trigonométriques. Cf. ci-dessous Solutions multiples données par la calculatrice, nécessité de restreindre l'intervalle.

9, 13 janvier 2009 :

Objectif de la séquence	Ressources utilisées	Utilisation prévue de la calculatrice	Remarques
Séance d'exercices sur l'interprétation géométrique des nombres complexes	feuilles d'exercices manuscrites choisies dans différents livres	pas d'utilisation prévue de la calculatrice	pas d'utilisation de la part des élèves

13 janvier après midi : contrôle en quatre heures. Dans ce contrôle, aucune compétence

liée à l'utilisation de la calculatrice n'est mis en évidence.

Dans ce journal, Marie décrit *a minima* le travail réalisé dans sa classe dans les deux semaines précédents l'observation. Il est clair que les circonstances de son engagement ont délimité les bornes du contrat d'observation. Ce que Marie donne à voir sont les éléments objectifs de la situation de projet et elle ne s'aventure pas à dévoiler sa position dans la situation noosphérienne. Le journal de bord permet de situer les séances observées dans une progression et ne donne que des indices sur ses conceptions de l'enseignement. C'est donc en recoupant les informations, en analysant les sujets proposés aux élèves et en recueillant dans les discussions (entretiens et discussions informelles) qu'il est possible de reconstituer cette position.

Analyse succincte du devoir à la maison

L'analyse de ce devoir participe à la compréhension de la position du professeur dans la situation noosphérienne et par symétrie à la compréhension du contrat didactique relatif à l'usage de la technologie.

Un lapin désire traverser une route de 4 mètres de largeur. Un camion, occupant toute la route, arrive à sa rencontre à la vitesse de 60 km/h. Le lapin décide au dernier moment de traverser, alors que le camion n'est plus qu'à 7 mètres de lui. Son démarrage est foudroyant et on suppose qu'il effectue la traversée en ligne droite au maximum de ses possibilités, c'est-à-dire à ... 30 km/h !

L'avant du camion est représenté par le segment $[CC']$ sur le schéma ci-dessous.

Le lapin part du point A en direction de D.

Cette direction est repérée par l'angle $\theta = \widehat{BAD}$ avec $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ (en radians).

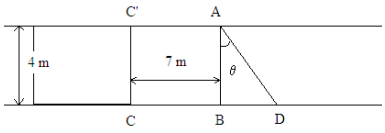


FIGURE 4.2 – Le lapin traverse la route devant le camion

1. Déterminer les distances AD et CD en fonction de θ et les temps t_1 et t_2 mis par le lapin et le camion pour parcourir respectivement les distances AD et CD.
2. On pose $f(\theta) = \frac{7}{2} + 2\tan\theta - \frac{4}{\cos\theta}$. Montrer que le lapin aura traversé la route avant le passage du camion si et seulement si $f(\theta) > 0$.
3. Conclure

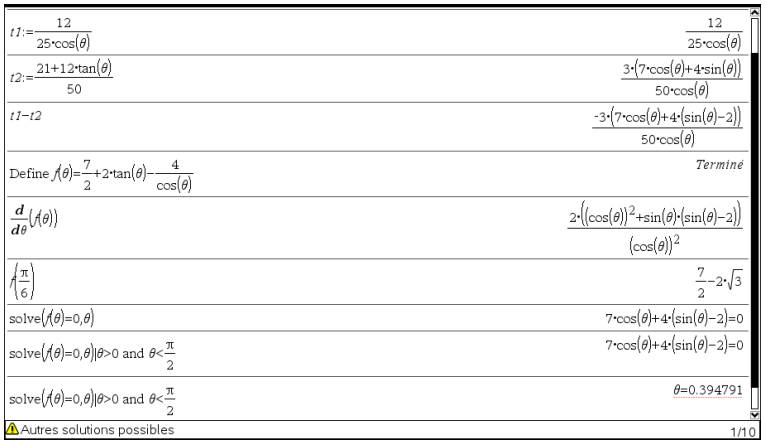
Solution comparée calcul à la main et calculatrice :

La première question donne une indication sur la marche à suivre. Le lapin traversera la route si le temps qu'il met à traverser est inférieur au temps que met le camion à parcourir la distance CD. La vitesse du lapin est de 30km/h soit 25/3 m/s. Le camion lui roule à 50/3 m/s. (Ces valeurs peuvent être données par la calculatrice en rentrant dans

une page calcul 60 kph la calculatrice répond 16.6667 $\frac{m}{s}$

$$t_1 = \frac{12}{25\cos(\theta)}$$

$$t_2 = \frac{21 + 12\tan(\theta)}{50}$$



Ecran 1

Le calcul sur la calculatrice conduit directement donne des résultats difficilement interprétables au vu de l'énoncé alors que le calcul à la main pour peu que le résultat soit en vue est immédiat :

$$\frac{12}{25\cos\theta} - \frac{21 + 12\tan\theta}{50} = \frac{3}{25}\left(\frac{4}{\cos\theta} - \frac{7}{2} + 2\tan\theta\right)$$

Avec la calculatrice, le calcul (non immédiat) de $\frac{t_1 - t_2}{f(\theta)}$ donne une constante et peut amener à la factorisation.

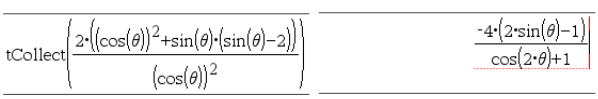
Une fois cette difficulté dépassée, il s'agit d'étudier la fonction f sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ et trouver les valeurs de θ si elles existent qui rendent $f(\theta) > 0$.

Le calcul de la dérivée donne à la main :

$$f'(\theta) = \frac{2}{\cos^2\theta} - \frac{4\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

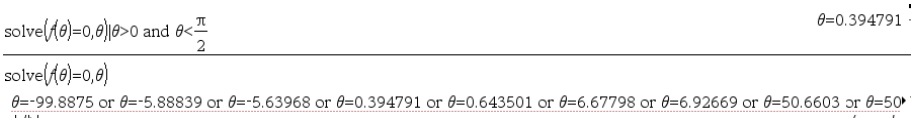
et, clairement le signe de l'expression dépend de $1 - 2\sin\theta$, équation classique en terminale.

L'affichage de la calculatrice montre en revanche la difficulté provoquée par le calcul direct qu'il est possible de simplifier en utilisant la fonction tCollect :



Ecran 2

L'idée, bien sûr est alors de trouver l'intervalle d'angle dans lequel le lapin doit s'engouffrer pour échapper au camion ; la calculatrice permet d'obtenir des valeurs approchées et la restriction est trop importante si on indique que la résolution doit se faire pour des valeurs de θ comprises entre 0 et $\pi/2$ et au contraire, ce qui a été noté par le professeur, beaucoup de réponses sont données qu'il s'agit ensuite d'interpréter comme on le voit sur l'écran 3.



Ecran 3

L'analyse de ce problème montre toutes les pistes intéressantes que le logiciel permet de suivre et donne une idée de la position du P-noosphérien vis-à-vis des mathématiques et de l'usage des outils de calcul. Le point de vue de P-noosphérien sur les mathématiques est de conduire ses élèves à une démonstration qui pourra être déduite logiquement des hypothèses, et conduit P-agissant à placer les éléments clefs de cette démonstration visée comme les questions du problème, les étapes nécessaires à la construction de la démonstration visée. Le logiciel apparaît alors comme un outil de vérification et non pas comme un outil de modélisation et de construction d'une stratégie.

Questionnement du professeur, avant les séances

Avant les observations en classe, un entretien préalable est conduit avec le professeur permettant d'alimenter les analyses de la position du professeur dans le milieu. Ces entretiens ont été réalisés de façon informelle sur une trame présentée ci-dessous et en prenant des notes manuscrites des réponses.

1. D'où vient l'idée (TP existant, échange de document avec des collègues, invention ad hoc,...) : « C'est un exercice d'un bouquin de terminale, je me rappelle plus lequel, avec une couverture jaune, Indice, non ? et puis je l'ai remis à ma façon, je les remets toujours à ma façon, de toute manière »
2. Est-ce qu'il y a eu une préparation particulière en lien avec la calculatrice (quand tu as préparé ce cours as-tu pensé à ce que pourrait faire la calculatrice, le logiciel) : « Non en fait comme je savais que tu viendrais, j'ai pensé faire avec la calculatrice, en fait ça tombait bien j'ai fait les rotations. Mais je sais pas comment je vais faire, on verra... ».
3. En ce qui concerne les élèves : ont-ils déjà travaillé sur le logiciel ? « Oui, ils ont fait quatre TP depuis le début de l'année ».
4. Quel est l'objectif mathématique de cette séquence de cours ? Que penses-tu de ce que les élèves vont faire ? « Ils vont faire le TP sur la machine et puis la partie théorique on verra après, on la fera plus tard. ».
5. Comment vont travailler les élèves ? « Un par ordinateur, sauf si des postes sont en panne, ça arrive souvent ! ».

6. Ont-ils quelque chose à rendre à l'issue de la séance ? « Non ! ».
7. Doivent ils sauvegarder leur travail sur le logiciel ? Sur leur calculatrice ? « Non ».

On retrouve bien dans la position exprimée par Marie ce qui ressortait de l'analyse de l'énoncé du devoir à la maison, principalement une séparation nette entre l'expérience et le raisonnement.

TP en salle informatique

Il s'agit d'un TP en salle informatique sur le logiciel TI-Nspire. Dès le début du cours, le professeur annonce que c'est avec ce logiciel qu'il faudra travailler.

L'énoncé est distribué sur quatre pages (Figure 4.3 page suivante) alternant des parties écrites à la main, des copies d'écrans et d'un manuel. L'idée du TP a été prise sur un manuel puis transformée en fonction de ce que le professeur voulait faire.

Analyse mathématique du problème

Le problème consiste à déterminer le minimum et le maximum d'une fonction définie à partir d'une situation géométrique :

Dans un repère orthonormal direct, on considère les points A, B d'affixes $z_A = 1+i$ et $z_B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. On appelle $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Donner la forme exponentielle de z_A et de z_B.
2. On considère le point M d'affixe $e^{i\alpha}$ avec $\alpha \in]-\pi, \pi]$. Justifier que M appartient au cercle $\mathscr{C}$.

   On considère l'application f qui à tout point M de $\mathscr{C}$ associe $f(M) = MA \times MB$.
3. Montrer que pour tout α de R, l'égalité :

$$e^{i2\alpha} - 1 = 2i \sin\alpha e^{i\alpha}$$

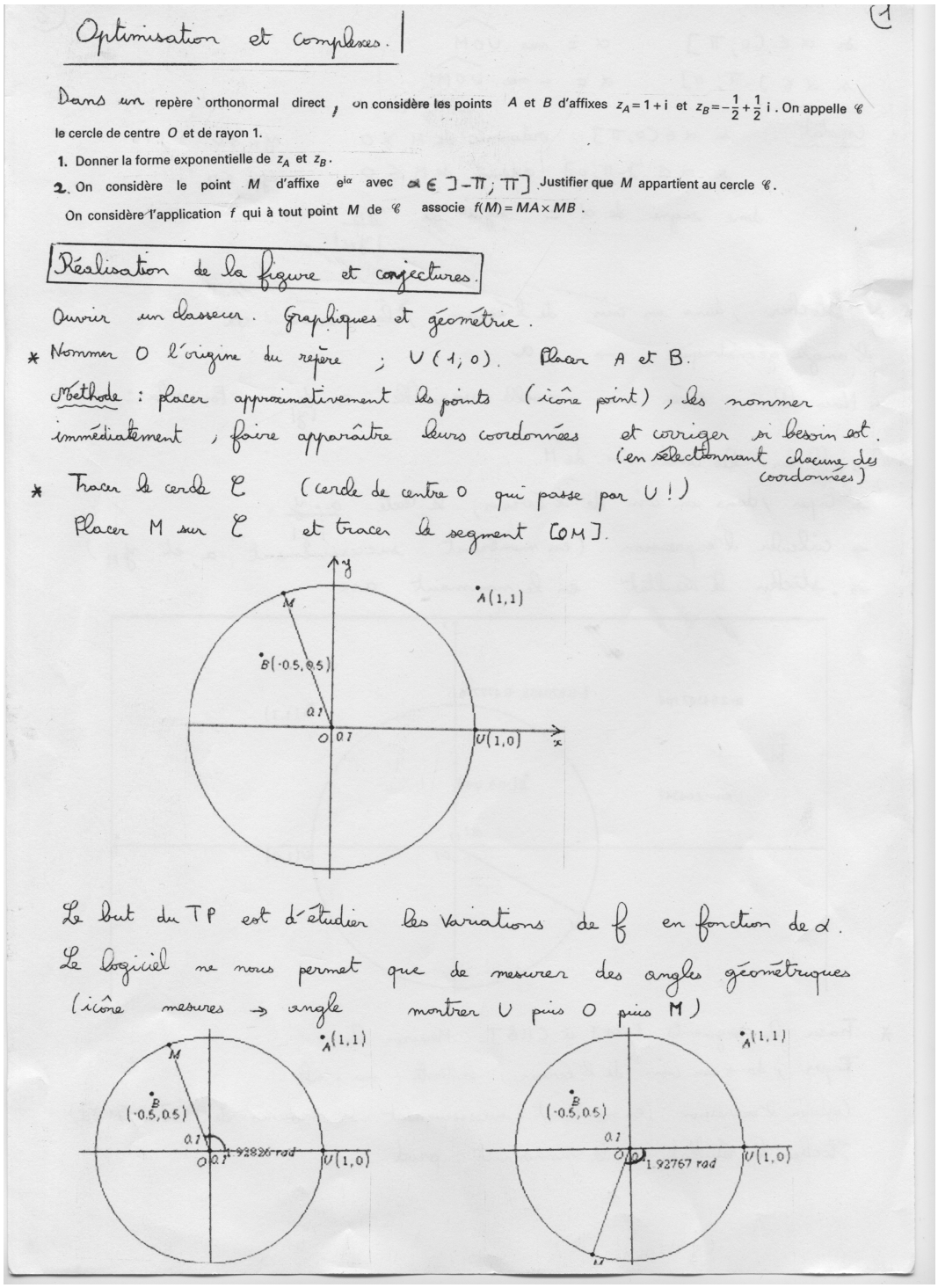
   Montrer l'égalité :

$$f(M) = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2\sin\alpha\right)^2}$$

   (a) En utilisant les résultats précédents, montrer qu'il existe deux points M de $\mathscr{C}$, dont on précisera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit minimal. Donner cette valeur minimale.

   (b) Montrer qu'il existe une unique point M de $\mathscr{C}$, dont on donnera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit maximal. Donner cette valeur maximale.

Voir l'**énoncé distribué aux élèves** en figure 4.3 dont le titre est « Optimisation et complexes ».



Optimisation et complexes. (1)

Dans un repère orthonormal direct, on considère les points A et B d'affixes $z_A = 1+i$ et $z_B = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$. On appelle $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Donner la forme exponentielle de z_A et z_B.
2. On considère le point M d'affixe $e^{i\alpha}$ avec $\alpha \in]-\pi ; \pi]$. Justifier que M appartient au cercle $\mathscr{C}$.

On considère l'application f qui à tout point M de $\mathscr{C}$ associe $f(M) = MA \times MB$.

Réalisation de la figure et conjectures.

Ouvrir un dossier. Graphiques et géométrie.

* Nommer O l'origine du repère ; U(1;0). Placer A et B.

Méthode : placer approximativement les points (icône point), les nommer immédiatement, faire apparaître leurs coordonnées et corriger si besoin est. (en sélectionnant chacune des coordonnées)

* Tracer le cercle $\mathscr{C}$ (cercle de centre O qui passe par U !)
  Placer M sur $\mathscr{C}$ et tracer le segment [OM].

Le but du TP est d'étudier les variations de f en fonction de α.

Le logiciel ne nous permet que de mesurer des angles géométriques (icône mesures → angle montrer U puis O puis M)

FIGURE 4.3 – Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 1

si $\alpha \in [0;\pi]$ $\alpha =$ mes $\overset{\frown}{UOM}$

si $\alpha \in]-\pi;0]$ $\alpha = -$ mes $\overset{\frown}{UOM}$

Constat : si $\alpha \in [0,\pi]$ ordonnée de M $\geqslant 0$ $y_M \geqslant 0$

si $\alpha \in]-\pi;0]$ ordonnée de M $\leqslant 0$ $y_M \leqslant 0$

donc signe de α = signe de $\frac{y_M}{|y_M|}$

* Stocker, dans un coin de l'écran, la mesure de l'angle géométrique → a

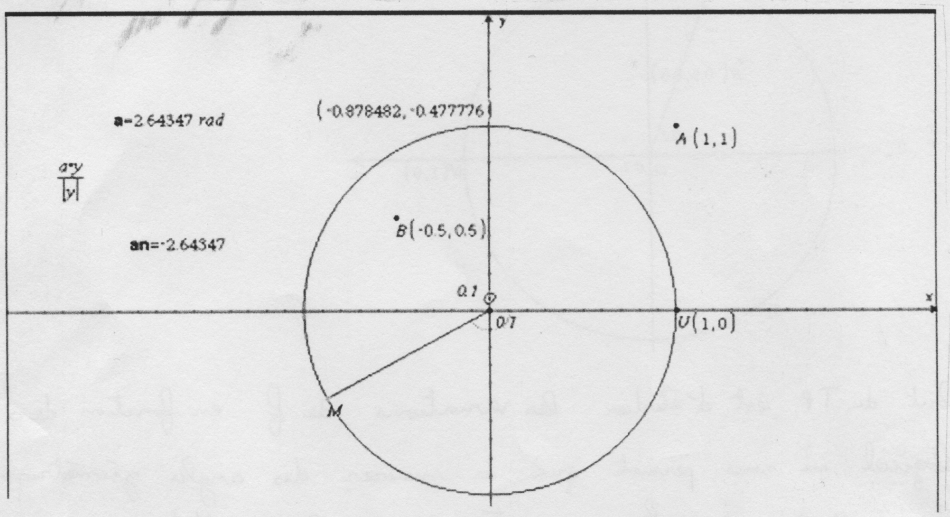
Nous allons créer une nouvelle variable a $\frac{y}{|y|}$. Pour cela :

→ afficher les coordonnées de M

→ taper, dans un coin de l'écran, le texte $\frac{a \cdot y}{|y|}$

→ calculer l'expression (en montrant successivement a et y_M)

→ stocker le résultat en le nommant an



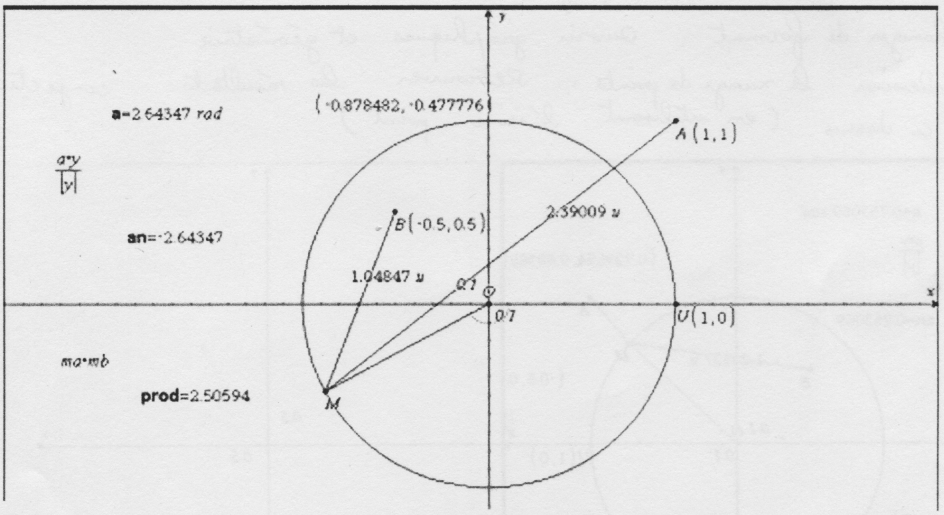
* Tracer les segments [MA] et [MB]. Mesurer les.

Taper, dans un coin de l'écran, le texte ma . mb.

Calculer l'expression (en montrant successivement les mesures de [MA] et [MB])

Stocker le résultat en le nommant prod.

FIGURE 4.4 – Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 2



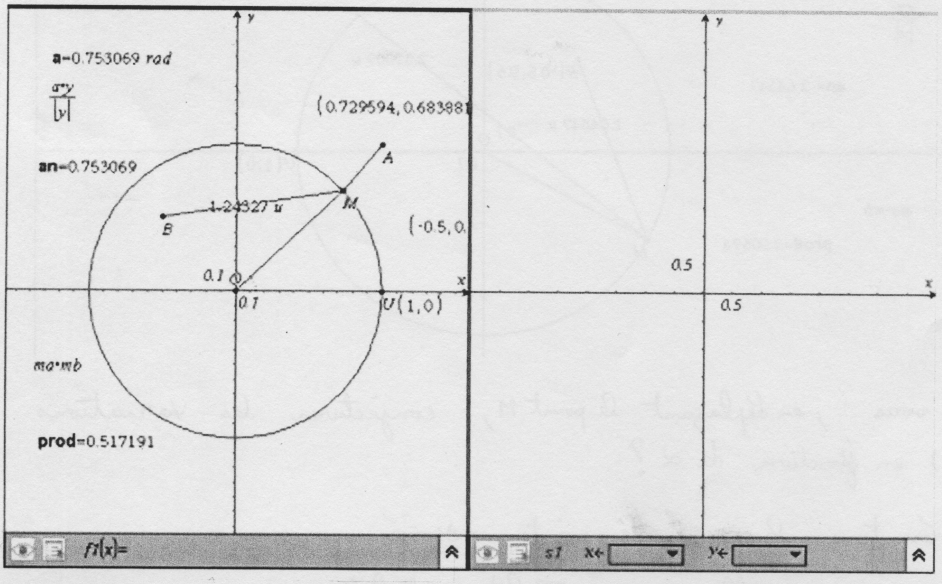
Pouvez-vous, en déplaçant le point M, conjecturer les variations de f(M) en fonction de α ?

* Représentons le nuage de points associé.
Ouvrir une nouvelle page Tableur et listes.
Capturer les valeurs de an en colonne A et celles de prod en B.
Nommer les colonnes.

	A lx	B ly	C
◆	=capture(an,1)	=capture(prod,1	
1	-2.38186	2.92058	
2	-2.33268	2.98919	
3	-2.29815	3.03534	
4	-2.28763	3.04905	
5	-2.23683	3.11297	
6	-2.19402	3.16376	
7	-2.15398	3.20863	
8	-2.14781	3.2153	
9	-2.08927	3.27554	
10	-2.04571	3.31657	
11	-2.03211	3.3287	
12	-2.0286	3.33179	
13	-1.84849	3.4597	
14	-1.66802	3.52618	
15	-1.47709	3.52685	
16	-1.37242	3.49671	
17	-1.30746	3.4673	
A	ly:=capture(prod,1)		

FIGURE 4.5 – Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 3

Revenir sur la 1ère page.
Changer de format. Ouvrir graphiques et géométrie
Dessiner le nuage de points. Retrouver les résultats conjecturés
ci dessus (en utilisant l'icône point)



Partie théorique

3°) Montrer, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, l'égalité :

$$e^{i2\alpha} - 1 = 2i \sin \alpha e^{i\alpha}.$$

Montrer l'égalité :

$$f(M) = \left| e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} i\right) e^{i\alpha} \right|.$$

4°) En déduire que $f(M) = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2 \sin \alpha\right)^2}$.

a. En utilisant les résultats précédents, montrer qu'il existe deux points M de $\mathscr{C}$, dont on précisera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit minimal. Donner cette valeur minimale.

b. Montrer qu'il existe un unique point M de $\mathscr{C}$, dont on donnera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit maximal. Donner cette valeur maximale.

FIGURE 4.6 – Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 4

Le problème proposé est un problème d'optimisation qui repose sur la définition et l'étude d'une fonction de R dans R^+ définie comme le produit des distances d'un point M appartenant au cercle trigonométrique et de deux points A et B fixés. La première partie du TP consiste à expérimenter sur l'application de géométrie dynamique, de récupérer dans le tableur les valeurs obtenues et de représenter le nuage de points pour faire apparaître les variations de la fonction. La dernière partie, appelée, partie théorique, consiste à déterminer la forme analytique de cette fonction et de l'étudier, « à la main ».

L'énoncé est construit en séparant une expérience sur la représentation graphique de la fonction avant sa détermination analytique. Le recours aux nombres complexes apparaît de plus comme un artifice non nécessaire, le point M pouvant être considéré comme le point de coordonnées $(\cos\alpha, \sin\alpha)$. Dans ces conditions le logiciel utilisé donne comme expression de la fonction f en calculant $MA^2 \times MB^2$ et en prenant la racine carrée :

$$f(\alpha) = \sqrt{\frac{8\sin^2\alpha - 12\sin\alpha + 5}{2}}$$

Le logiciel calcule la dérivée de cette fonction et affiche :

$$\frac{(4\sin\alpha - 3)\cos\alpha.\sqrt{2}}{\sqrt{8\sin^2\alpha - 12\sin\alpha + 5}}$$

Le dénominateur étant à l'évidence positif et le numérateur factorisé, la détermination des variations de la fonction peut être faite par un élève de terminale. Une difficulté pouvant être la mise en relation de l'expression trouvée par cette méthode et le résultat annoncé dans l'énoncé puisque l'opération de factorisation partielle qu'elle représente n'est pas naturelle. Dans ce cas, le développement du résultat permet de montrer facilement l'égalité, mais cette opération n'est certainement pas naturalisée en terminale. Tout comme dans le devoir à la maison, résoudre le problème avec la calculatrice impose bien sûr, une connaissance de son fonctionnement et de ses possibilités mais surtout un recul vis-à-vis du calcul algébrique à mener. L'introduction artificielle des nombres complexes ne simplifie pas les calculs.

Dans la première partie, l'énoncé propose une construction géométrique et un tracé du nuage de points lorsque le point M fait un tour complet sur le cercle. Bien entendu, le phénomène est périodique et la période est *a priori* inférieure ou égale à 2π (ici, exactement 2π). Le choix de l'intervalle dans lequel on va étudier cette fonction relève ici d'un argument lié au fonctionnement du logiciel qui permet de mesurer les angles géométriques rentrants dont les mesures sont comprises entre 0 et π radians. Cette remarque permet de prévoir dans le cours du TP une difficulté, potentiellement génératrice d'incident, d'autant plus que l'énoncé demande de travailler dans l'intervalle $[-\pi, \pi[$ sans justifier ce choix[1].

1. Choisir de travailler dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ aurait ici nécessité une définition de α en deux temps : $\alpha =$ mesure de $\widehat{UOM}$ si $\alpha \in [0, \pi]$ et $\alpha = \pi +$ mesure de $\widehat{U'OM}$ lorsque $\alpha \in [\pi, 2\pi[$. Contrairement au choix effectué, l'écriture dans une formule unique n'est plus possible de façon simple dans la syntaxe du logiciel.

Comme on peut le voir sur l'énoncé, le professeur a rajouté à la main l'intervalle de définition de α.

La construction du nuage de points permet une visualisation de la courbe de la fonction sans la définir analytiquement mais aussi sans qu'il soit possible, sans aide, de « reconnaître » la fonction. De ce fait, la distance entre les expériences et le calcul semble très importante. Même dans l'application « Données & statistiques » du logiciel, les régressions proposées ne permettent pas d'approcher la définition analytique de la fonction.

Une régression sinusoïdale qui pourrait sembler pertinente n'aboutit pas ce qui se comprend puisque la régression sinusoïdale du logiciel est de la forme $a\sin(x+b)+c$. En revanche, il est possible et naturel de chercher une fonction du second degré en sinus et de définir une fonction g de la forme $g(x) = a\sin^2 x + b\sin x + c$ et faire varier les coefficients a, b et c de façon à s'approcher du nuage de points du produit des carrés des distances puis de la racine carrée comme illustré sur la figure 4.7. Cette étude permet de faire le lien entre l'expérience géométrique et l'analyse du problème, mais elle est absente de l'énoncé du problème ce qui ne fait que renforcer la séparation entre l'analyse (appelée partie théorique) et l'expérience géométrique.

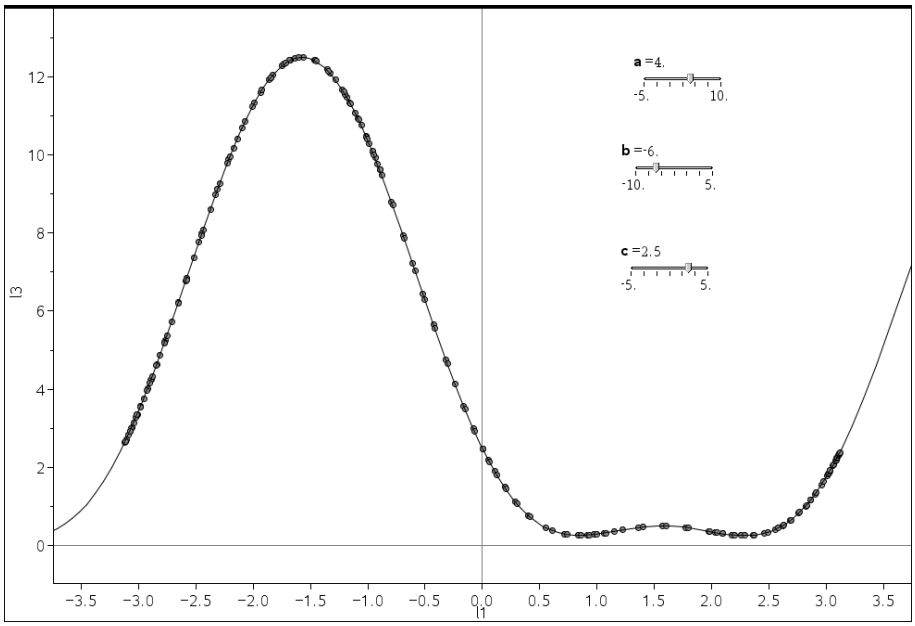


FIGURE 4.7 – Régression sinusoïdale quadratique

Les objets mathématiques en jeu et leurs représentations sont reliés fondamentalement mais l'énoncé ne permet pas d'établir tous les liens.

Dans ce problème, les objets mathématiques de base sont le cercle, la distance de points du plan, les variations de grandeurs. Chacun de ces objets est représenté de différentes façons utilisant des registres de représentations différents :

Objet	Graphique	Numérique	Algébrique	Analytique
Cercle	Dessin papier Dessin numérique		Trigonométrie (appel aux définitions des lignes trigonométriques) nombres complexes (appel aux différentes représentations) argument (lien avec les angles orientés)	Appel aux fonctions trigonométriques
Distance entre deux points	Mesure (règle ou outil de mesure)	Calcul posé Calcul machine (utilise un outil)	Distance euclidienne. Module d'un complexe	fonctions racine et carré
Variation	Dessin dynamique	Tableur Affichage numérique		Appel à d'autres objets : dérivée, signe qui renvoient sur de nouvelles représentations

Les conversions entre les représentations des objets sont implicites et ne sont pas tous pris en charge dans l'énoncé. Les conversions entre les registres graphiques, numériques et algébriques ne vont que dans le sens Graphique $\leftarrow$ Numérique $\rightarrow$ Algébrique et les conversions à des registres de représentations du cadre de l'analyse et les retours ne sont pas utilisés. Dans l'énoncé, le retour du calcul vers l'expérience n'est pas envisagé ; on peut imaginer qu'il n'est pas naturel et qu'il aura pour conséquence une séparation des cadres dans lesquels les expériences vivent et des cadres de résolution du problème.

Analyse descendante

La situation noosphérienne (cf. paragraphe 2.2.3 page 28) relève ici de la position de Marie dans l'expérimentation. Volontaire pour accepter d'enseigner dans une classe dont tous les élèves sont équipés de la calculatrice, elle accepte de plus l'intrusion d'un chercheur dans sa classe, alors que, de ses propres dires, elle n'est pas à l'aise avec la technologie. Elle sépare très strictement ce qui relève de ce qu'elle considère être les mathématiques (science hypothético-déductive) du travail fait avec les calculatrices ou le logiciel qui apparaît plus comme une motivation que comme un support au raisonnement. Elle prépare cependant assidûment ses élèves à l'épreuve expérimentale de mathématiques. Dans ce cas, la situation S+3 de Marie peut être décrite comme :

P+3 cherche à entrainer ses élèves pour l'épreuve pratique de mathématiques (EPM). Elle souhaite donc que les élèves utilisent dans une situation d'autonomie le logiciel sans pour autant perdre de vue le nécessaire entraînement au programme de mathématiques de Terminale S

La situation de construction prend en compte la contradiction entre la volonté de laisser une autonomie aux élèves et le désir de faire en sorte que les élèves ne passent pas tout le temps de la séance sur le logiciel mais arrive dans l'heure à aborder ce que Marie appelle la partie théorique[2].

Dans cette situation S+2, *P+2 construit une succession de questions permettant, un peu à la manière d'un tutoriel d'avancer dans la réalisation de la figure pour faire apparaître la conjecture souhaitée et pour permettre aux élèves d'arriver à la question de la démonstration de la conjecture.*

La situation de projet met en œuvre cette construction en insérant les choix didactiques à la fois concernant la volonté de faire apprendre aux élèves le fonctionnement du logiciel et de mener à bien la résolution du problème mathématique.

La présentation du TP commence par un énoncé de type mathématique introduisant les objets en jeu : deux points A et B donnés par une représentation dans le plan complexe, le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$, un point M de ce cercle et l'application de $\mathscr{C}$ dans $\Re^+$ qu'il s'agira d'étudier. Cette partie a été photocopiée sur un manuel.

Le titre encadré : réalisation de la figure et conjectures met en jeu à la fois les mathématiques (conjectures) et l'utilisation de l'instrument (réalisation de la figure) ; en revanche, dès la première consigne, le choix de l'outil technique est imposé :

Ouvrir un classeur. Graphiques et géométrie

Les différentes étapes de l'énoncé montrent bien cette alternance entre des explications et des questions mathématiques et des conseils et des constructions avec le logiciel.

Il est également intéressant de noter que le but du TP apparaît seulement au bas de la première page après un ensemble de consignes facilitant la construction de la figure initiale : l'étude des variations de f en fonction de l'angle α[3] dans un type mathématique

2. En référence, d'ailleurs au modèle d'épreuves déjà expérimentées de l'EPM.

3. L'application présentée à l'origine de C dans R^+ est transformée de ce fait en une application de $[-\pi, \pi[$ dans R^+ ; le changement de représentation n'est pas indiqué.

suivi d'une remarque de type instrumental sur les capacités du logiciel à ne mesurer que des angles géométriques, remarque illustrée de deux dessins faisant apparaître dans deux positions du point M la valeur positive en radian de l'angle $\left(\overrightarrow{OU}, \overrightarrow{OM}\right)$. Dans le langage mathématique, la différence entre angle géométrique et angle orienté est expliquée pour justifier la manipulation instrumentale demandée et partant du constat que le logiciel ne sait pas gérer les mesures des angles orientés, Marie fait construire la mesure de l'angle orientée à partir du signe de l'ordonnée du point du cercle trigonométrique et de la mesure de l'angle géométrique. Les explications sont d'abord d'ordre mathématique (lorsque α appartient à l'intervalle $]-\pi;\pi]$, les signes de $\frac{|y|}{y}$ et de α sont les mêmes) puis d'ordre technique : comment faire calculer une formule au logiciel ?

Dans la situation S+1, *P+1 choisit d'intégrer les questions mathématiques dans les questions d'ordre technologique.*

La situation didactique S0 va mettre en œuvre les choix didactiques locaux : permettre un travail en autonomie et un apprentissage des fonctionnalités du logiciel en gardant un contenu mathématique consistant. La façon dont P0 place la situation montre cette double volonté contradictoire d'autonomie et de guidage tutoriel :

> Bon, ouvrez l'ordinateur et regardez si ça marche. Allez...(brouhaha) ; *le professeur navigue dans la classe, et intervient auprès des élèves :*
>
> A tu vas maintenant te mettre là...
>
> Les écrans, ils marchent ou pas ? C'est la séance cinéma aujourd'hui. J. tu te mets à côté d'A...
>
> Ça y est, ça marche. Bon alors on commence à... page 1, 2, 3, 4... Alors vous allumez l'écran, s'il vous plait, rapidement...
>
> Ça marche ou pas ? Oui, ça marche...
>
> Allez !
>
> Donc on commence par la page 1... d'accord ! C'est numéroté page 1, 2, 3, 4... Allez, c'est parti... Je vous guide pas mal, là. Ça vous permet de vous réapproprier certains trucs, certains menus.
>
> Bon alors, c'est validé... maintenant pointeur, tu te mets sur les coordonnées... là, voilà, pointeur, coordonnées, vas y ! voilà, non tu sélect... tu... enter, voilà !

L'organisation de la salle de classe et l'attitude de P0, dès l'entrée montre que l'utilisation du logiciel est d'une manière contrainte par les conditions extérieures, et que l'objectif mathématique (théorique dit Marie) est d'une plus grande importance. Dans cette brève introduction, on entend : *vous allumez l'écran, s'il vous plait, rapidement*, *séance cinéma aujourd'hui*, *je vous guide pas mal, là.*, *réapproprier certains trucs, certains menus* ; autant de positions visant à accélérer les manipulations *pratiques* et dévoilant la position P+3 dans P0.

P0 cherche à faire en sorte que les élèves expérimentent la syntaxe du logiciel avant de rapidement les mener vers une construction théorique

La position dans la situation S-1 du professeur est alors toute tracée : P-1 cherche à faire construire et expérimenter sur le logiciel dans les cadres exacts fixés par les questions du TP. La première partie est alors en dehors du contexte de l'apprentissage des mathématiques, ce qui explique que les interactions avec les élèves se situent dans le domaine

technique.

De ce fait, *P-1 observe les élèves de manière à ce qu'ils avancent ensembles dans la partie expérimentale du TP.*

Les allers-retours entre les positions S+3 (nécessité de laisser une autonomie aux élèves) et S-1 (volonté de faire avancer conjointement la classe) contraignent Marie à des interventions difficilement compréhensibles par les élèves et provocatrices d'incidents didactiques.

Analyse ascendante

Cette analyse permet de construire le point de vue de l'élève pris au sens générique en se détachant des intentions du professeur. Le problème engendre une situation pour l'élève qu'il s'agit d'abord de comprendre puis de confronter à la réalité d'un ou de plusieurs élèves.

Dans la situation objective (S-3), E-3 est confronté au milieu matériel. Le fait que l'élève se place dans la position E-3 est un effet de contrat : le TP prépare à l'épreuve expérimentale de mathématiques, je dois m'y conformer.

L'énoncé, par son titre place d'emblée dans le milieu matériel M-3 le cadre des nombres complexes et le cadre des fonctions[4], et la position dans la salle informatique de la séance met l'ordinateur comme outil matériel utile à la résolution du problème. Plus précisément, la consigne : « Ouvrir un classeur Graphiques et géométrie », place le logiciel TI-Nspire et les connaissances sur l'utilisation des applications « Graphiques et géométrie » et « Tableur » et des liens de l'une à l'autre, dans le milieu matériel. Un élève qui n'a pas ces connaissances suffisamment naturalisées ne peut pas interpréter les consignes et avancer dans l'expérience (paragraphe 2.5 page 56) proposée.

D'un autre côté, les connaissances de géométrie élémentaires et d'analyse font partie du milieu matériel.

Dans la situation S-3, E-3 est confronté au milieu matériel composé de ses connaissances, du logiciel et de l'énoncé du problème

Dans la situation de référence (S-2) le milieu objectif (M-2) est constitué des interactions sujet-milieu de la situation S-3. Ici, les interactions de E-2 avec le logiciel sont des éléments du milieu objectif; en particulier, les rétroactions du logiciel font partie intégrante de ce milieu et détermine la position de l'élève dans les situations objective ou de référence. Dans cette situation d'action, E-2 construit l'expérience sur les objets naturalisés présents dans la situation objective : objets de la géométrie élémentaire et leurs représentations dans un registre de représentation spécifique imposé par l'usage de l'application.

Dans cette position, E-2 est dans une position d'expérimentateur proposant des expériences sur des objets mathématiques présents dans la situation mathématique qui sont représentés dans un environnement dynamique.

4. En classe de terminale S, les problèmes d'optimisation rencontrés sont étroitement liés à la recherche des minima ou des maxima d'une fonction dérivable.

La situation d'apprentissage (S-1) place E-1 dans un rôle d'interprétation et de formulation des résultats des expériences réalisées. Les rétroactions du milieu M-1 (le milieu de référence) vont rentrer en résonance ou en conflit avec les connaissances mathématiques des objets manipulés et avec les observations des représentations des objets. C'est aussi dans cette situation que les validations permettront de construire des connaissances nouvelles tant du point de vue technologique que mathématique :

- faire calculer une expression en fonction des grandeurs variables construites,
- relier les résultats numériques aux positions des objets dans le plan complexe,
- construire sur ces liens une relation fonctionnelle de P dans R,
- interpréter sa restriction au cercle trigonométrique comme une fonction de R dans R.

Dans la situation S-1, E-1 met en relation les expériences réalisées sur les objets mathématiques du milieu matériel et les relations mathématiques entre ces objets pour mettre en évidence les éléments permettant de construire la forme analytique de la fonction dont on cherche les extrema

Une branche nil-didactique peut également être investie par les élèves, reposant sur le même milieu matériel et sur une position dans S'-2 qui peut être résumée de la manière suivante :

Dans la situation S'-2, E-2 expérimente avec les objets mathématiques présents dans le milieu matériel pour produire une représentation dans le registre syntaxique du logiciel.

Dans cette branche, la situation S'-1 n'existe pas puisque la finalité apparaît comme la conversion de la représentation de la situation mathématique du registre de la langue naturelle (l'énoncé) dans le registre du logiciel ; l'investissement de cette branche peut être favorisée par la position de P+3 et son action dans les situations S0 et S-1 (Figure 4.8 page ci-contre).

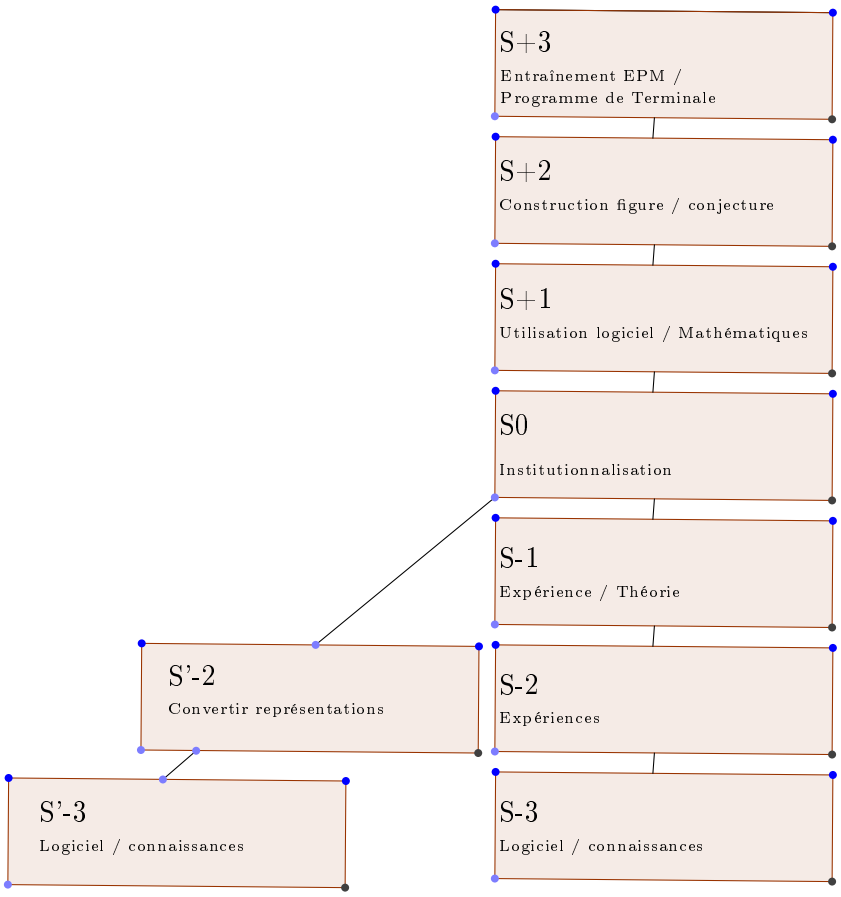


FIGURE 4.8 – Branche principale et marginale nil didactique de la situation

Le professeur dans la position P-1 observe les interactions de E-1 et de M-2. Lorsque les élèves l'interpèlent et le questionnent, il peut ou non changer de position. Les réponses aux incidents didactiques peuvent contribuer à maintenir les élèves dans la situation marginale ou renvoyer à la branche principale en facilitant l'interprétation des résultats des expériences.

Dans la situation didactique (S0) se joue la rencontre entre les intentions du professeur et les apprentissages des élèves. Dans le milieu M0, les expériences ont été réalisées et E0 rend compte des constats qui peuvent être faits. Le professeur dans la position P0 relie les résultats des expériences et les connaissances visées. Il n'y a pas de chronologie entre les positions des acteurs dans les différentes situations, et dans cette première observation, on peut voir les positions des acteurs changer en fonction des interactions. L'analyse des incidents et des perturbations montre bien ces changements de position dans la structure des milieux.

Dans la situation S+1, l'élève revient sur les apprentissages et analyse les difficultés rencontrées en croisant les intentions du professeur et ses propres apprentissages : dans ce cas, E+1 peut interroger la méthode générale de l'expérience proposée. M+1 portant

à la fois les techniques mises en œuvre pour traiter le sujet mais aussi la méthode reproductible de l'expérience : à partir d'une figure de géométrie, définir des variables à partir de grandeurs mesurées, stocker des valeurs de variables dans des listes, représenter le nuage de points dans un système d'axes et conjecturer les extrema.

Cette analyse de la situation permet de comprendre ce qui peut être perçu des intentions du professeur dans cette séance. L'observation des élèves permet de confronter cette analyse à la contingence.

Analyse des incidents et perturbations dans le groupe d'élèves

Dans cette analyse, les phénomènes de chronogénèse, topogénèse et mésogénèse permettent de dégager les épisodes. Chaque épisode correspond à une unité topogénétique, c'est-à-dire un événement pendant lequel l'action est cohérente et close. Les dialogues correspondent à l'enregistrement du groupe de trois élèves observés (paragraphe 6.1 page 272). Le texte des interventions du professeur et de ses interactions avec les élèves (qui recoupent par moment les dialogues des trois élèves) est disponible page 280. Dans chaque épisode, les incidents didactiques sont relevés et analysés en terme de perturbation (immédiate ou différée). Cette analyse s'appuie sur la typologie des incidents didactiques et permet de préciser les définitions de ces incidents didactiques, ou plus précisément du couple incident-perturbation didactique, qui ont été données dans le paragraphe 2.6.2 page 66. Le deuxième aspect de cette analyse sera d'examiner si l'incident est déclencheur ou a un déclencheur et dans ce cas, d'examiner la nature de ce déclencheur.

1 E1 : Tu penses, on peut le revendre combien le micro ? 2 E2 : Quoi ? 3 E1 : On peut le revendre combien le micro ? (rires)	Place de l'observateur dans la séquence : modification du milieu.
Incident extérieur, IE1, ligne 1 : le déclencheur est la modification du milieu par la présence de l'observateur par l'intermédiaire du microphone.	La perturbation semble être locale puisque les élèves passent à la phase suivante sans autres commentaires. Ce type d'incident extérieur lié à la présence d'un observateur est récurrent et peut être interprété comme un élément de négociation du contrat d'observation.

Suite page suivante

4 E3 : Madame comment on fait pour mettre un point ? 5 P : Alors tu mets point, point... tu fixes, point d'intersection, là pour eux,... et tout de suite, tu nommes, vous tapez O... En majuscule, s'il vous plait les points, hein... 6 E3 : oui mais... 7 P : Bon alors après on t'explique, non non, là c'est le C, et après on t'explique, on te guide... OK, voilà...	Il s'agit d'une phase de négociation du contrat ; les élèves souhaitent être guidés par le professeur et le professeur souhaite que les élèves travaillent en autonomie, estimant que l'élément de milieu matériel constitué par l'énoncé est suffisant.
8 E2 : Faut nommer l'origine ou pas ? 9 E1 : J'crois pas... 10 E2 : T'as nommé l'origine ou pas ? 11 E1 : Oui. 12 E2 : Comment t'as fait pour nommer O ? 13 E1 : Tu fais point d'intersection, tu cliques, là 14 E2 : Oui. 15 E1 : Non, non,non point, point, point... point d'intersection, t'appelles O pis tu fais OK. 16 E2 : Ok d'accord... 17 E1 : T'appuies juste sur Maj et o 18 E1 : Ca c'est V ou U ? 19 E2 : C'est un U, ça...	Dans ce dialogue, E1 et E2 entrent dans la réalisation effective de la figure sur l'ordinateur. Les questions qu'ils traitent sont reliées aux notations et aux gestes nécessaires pour construire et nommer un point dans une conversion du registre de la langue naturelle dans le registre de représentation du logiciel.
Incident syntaxique, IS1, ligne 15 : dans le registre du logiciel la syntaxe sera atteinte par le geste.	La perturbation est ici très locale du fait de l'aide de E1.

Suite page suivante

20 E1 : Comment on fait pour mettre... attends, un, zéro... Comment on fait pour être sûr qu'il est au bon endroit ? ... Parce qu'après, les points tu peux les bouger, là. 21 E2 : c'est là. 22 E1 : comment on fait ? Parce que tu le mettras jamais au bon endroit... Dès que tu vas le bouger 23 E3 : C'est clair 24 E1 : tu vas le bouger... 25 E2 : Ben, euh... 26 E3 : Symétrie, réflexion,... 27 E1 : p'têtre qu'il faut tracer une droite perpendiculaire	Représentation du point de coordonnées (1,1)
28 E3 : coordonnées 29 E1 : Ah, faut tracer y=1 30 E2 :2 :12 oui 31 E1 : pis x=1 32 E3 : mais non tu peux pas... $x = 1$? Mais non, c'est zéro, un. 33 E1 : non c'est un zéro. 34 E3 : un zéro... 35 E2 : Madame ? 36 E1 : Comment ça, un zéro... 37 E2 : mais on peut pas tracer... un truc x ... Est-ce qu'on peut taper $x = 1$...	Tentative de construction du point comme intersection de deux droites définies par leurs équations.
Incident syntaxique, IS2, ligne 20 : il s'agit de placer un point dont on connaît les coordonnées ; dans le registre de représentation de la feuille de papier, ce geste est naturalisé en terminale ; en revanche, il n'est pas naturel sur le logiciel comme on le voit ligne 22.	La perturbation se prolonge jusqu'à une aide extérieure (épisode suivant) et provoque une bifurcation didactique : les élèves investissent une situation adidactique différente de celle proposée par le professeur : il s'agit de construire le point de coordonnées (1,1) à partir des outils mathématiques disponibles : lignes 29-32. Ligne 35 : E2 tente de demander un arbitrage au professeur qui n'est pas disponible à cet instant. L'incident syntaxique a provoqué une bifurcation didactique par investissement d'une branche adidactique marginale.

Suite page suivante

Retour à la situation initiale : un élève, S, replace E1, E2 et E3 dans la situation objective proposée par le professeur.

38 E3 : demande à une camarade : S., comment tu fais pour tracer le point à exactement un ?
39 S : Ben tu traces, tu fait le point, après tu mets le texte A, après tu appuies sur coordonnées, et là tu peux les changer
40 E1 : Comment tu fais ?
41 E3 : Point !
42 E2 : Tu le mets n'importe où, c'est ça ?
43 E3 : Après tu mets texte.
44 E2 : Texte.
45 E3 : Coordonnées, faut mettre un...
46 E1 : J'ai rien compris à ça...

Explications pas à pas de la syntaxe du logiciel.

47 E2 : Vas y recommence.
48 S : Tu fais le point.
49 E2 : Mais attends, une fois que t'a mis un point...
50 S : Après tu le nommes... après tu vas dans là... tu fais coordonnées/équations...
51 E2 : Ouais.
52 S : T'appuies le point... tu descends pour que ça s'affiche...
53 E2 : Ah oui et après tu changes... et après ?
54 S : Après... pardon... Clique sur les coordonnées... Mais non, pas comme ça... Lâche ! Non, mais appuies...
55 E3 : J'ai du mal un peu.
56 E1 : Voilà
57 S : Voilà... Et là t'appuies sur les coordonnées pour changer.
58 E3 : Et comment tu fais pour aller changer ?
59 E2 : non, mais ça va changer tout seul, regarde... Clique... Si, si, et là tu mets un
60 E1 : Ah oui...
61 E3 : Non c'est zéro, un, non ?
62 E1 :4 :24 Non, c'est un zéro...
63 E2 :5 :35 T'as pas mis U toi...

Suite page suivante

Incident de frottement, IF1, ligne 46 : *j'ai rien compris à ça* ; les deux protagonistes sont à ce moment dans une situation objective différente. C'est ce décalage dans la structure des milieux qui est déclencheur de l'incident.	La perturbation est d'abord locale : S reprend pas à pas les explications syntaxiques ; E1, E2, et E3 sortent petit à petit de la branche marginale de la situation. La perturbation se prolonge à plus long terme. La situation prévue et maintenant comprise est moins intéressante pour les élèves que celle imaginée : épisode suivant ponctué, ligne 70 par : *C'est pareil... Ça me gonfle...* provoqué par une remarque du professeur concernant les noms des points *En majuscule, les points s'il vous plait.*
64 E3 :7 :11 E2, Comment t'as fait pour placer le point B ? 65 E2 : B ? *Il prend la souris de E3* ; c'est quoi, c'est un demi, un demi ? 66 E3 : Moins un demi, un demi 67 E2 : Ah, c'est moins un demi ? 68 E3 :7 :54 Oui... D'accord ! Merci. 69 E :9 :47 En majuscule 70 E2 : (*chuchoté*) : C'est pareil... Ca me gonfle... 71 E1 : E2, joue pas à snake sur ton téléphone ! 72 E2 : Chuut... 73 E3 : T'as décroché ? (rires) 74 E1 : 10 :42 T'as vu, il y a une nouvelle pub qui passe à la télé... *petite digression concernant la dite pub* 11 :00 75 E3 : E2, E1, arrêtez de parler, laissez moi (*inaudible*) (Rires)	Épisode de perturbation-décrochage et manipulations automatiques : la tâche de construction n'est liée qu'à des gestes techniques ; on voit ici la séparation du problème de mathématiques et de la représentation dans la syntaxe du logiciel des données sans réflexion sur la situation mathématique et l'entrée dans la branche nildidactique décrite dans l'analyse ascendante.

Suite page suivante

76 E1 : Qu'est ce tu fais ? Ah, t'as perdu U
77 E2 : Zéro, c'est grand i... ahhh !
78 E1 : Regarde, il calcule comme ça, il le met en positif alors que là je suis sensé être à moins π... Ca le fait mal... là, c'est négatif... là, regarde c'est π, trois quatorze.
79 E2 : J'vais voir, attends... Ouais, moi aussi !
80 E1 : C'est pas normal ! Madame ! Vous pouvez venir voir s'il vous plait deux minutes ?... Madame, pourquoi il met tout le temps positif alors qu'on a fait $u\ OM$ il devrait être négatif...
81 P : Et ouais, alors, là tu regardes, je t'explique ça ; tu vois le problème c'est que des angles géométriques, tu vois, alors justement, tu vois, je t'ai donné un exemple, là ; alors essaye de voir un peu l'astuce pour essayer de mettre le signe... Donc je vous explique un petit peu... Donc, vous m'expliquez pourquoi, je vous propose cette solution... Non, non, mais... Vous lisez le haut de la page et vous essayez de voir si vous êtes d'accord ou pas.
82 E1 : C'est mesure...

Intervention du professeur sur une interrogation des élèves. Le professeur avait prévu cette question et renvoie les élèves vers l'énoncé. Dans le même temps, la réponse renforce la branche nildidactique que les élèves ont investie en montrant comme élément essentiel du milieu la représentation de la situation. A la suite de cette intervention, il y a deux réactions suivant les élèves que l'on observe dans l'épisode suivant.

1) Le dialogue qui suit concerne le professeur et un élève E de la classe en réponse à l'intervention précédente :
E : Oui, ici on peut bien faire de ce côté...
P : Oui de 0 à 2π. C'est ça que tu veux faire ?
E : C'est la même chose.
P : Oui, oui, bien sûr.
E : Bon, ben c'est bon.
P : Mais pour la deuxième question, qu'est ce qu'il suffit de montrer simplement ?

Dans cet extrait, différents niveaux de langages apparaissent : la question posée par l'élève est d'ordre technique (le logiciel ne fait pas ce que cette élève souhaite). Marie répond en renvoyant aux explications données sur les fiches (page 2 et 3 figure 4.3 page 100) ; l'élève reprend alors sur une question d'ordre mathématique (est-il équivalent de faire varier la mesure de l'angle entre 0 et 2π ou entre $-\pi$ et π ?) ; du coup les explications de l'énoncé n'ont plus de sens. Le professeur passe alors à autre chose sans que l'incident ne soit réglé. Dans cet extrait E-1 dans une situation S-1 ne rencontre pas P-1.

Suite page suivante

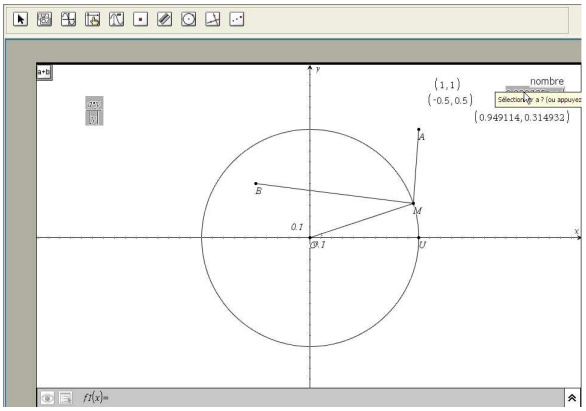
2) Ce dialogue concerne les trois élèves observés. 83 E3 :13 :36 Vous oubliez la partie théorique 84 E2 : Quelle partie théorique ? 85 E3 : C'est plus intéressant... 86 E1 : Elle a pas corrigé les contrôles 87 E2 : J'pense pas...13 :46 *Digression sur les profs et leur rapidité à rendre les contrôles* 88 E1 : 14 :22 Ouais, j'suis d'accord avec elle ! 89 E2 : Oui, moi aussi !	Interrogation sur le but de l'activité : l'intervention de E3 provoque une discussion sur les contrôles, les notes...
Incident de contrat, IC1 : ligne 83.	L'incident débouche sur une perte de dévolution de la situation locale (digression) ; le retour à la situation se fait ligne 90 (*Pourquoi ?... Ah oui ben forcément*) où E1 lit et montre le paragraphe pointé par le professeur et ramène ses camarades à la confrontation à cet élément du milieu matériel. La perturbation resurgit un peu plus tard, ligne 163 et suivantes (*Apparemment y'a M. qui a tout trouvé*).
90 E1 : Pourquoi ?... (*ils lisent*) Ah oui, ben forcément... 91 E2 : Il faut le justifier, ça ou pas ? (*il lit*) Stocker dans un coin de l'écran la mesure de l'angle géométrique a 92 E1 : C'est débile de faire ça... pas besoin de faire ça... ça, ça changera jamais de signe... Le signe de alpha c'est le signe de y, il n'y a pas besoin de mettre tout sur valeur absolue... (*il lit*) Stocker dans un coin de l'écran la mesure de l'angle géométrique a ... Faut l'appeler a	Réflexion sur la justification de la construction

Suite page suivante

Incident syntaxique, IS3 : ligne 92 ; typiquement, il y a ici confrontation des registres de représentation de l'objet mathématique *angle orienté*. D'un point de vue algébrique, la manipulation des symboles y, α conduit à l'égalité : signe(y) = signe(α) qui est vérifiée dans le registre graphique et sur la représentation construite et qui est justifiée par les élèves à partir de leurs connaissances. En revanche la traduction n'est pas prévue par le logiciel (d'où le calcul proposé par le professeur). C'est la confrontation au milieu qui déclenche cet incident.	Le professeur attendait que les élèves comprennent ce qu'elle appelle « l'astuce » (ligne 81) sans que le registre ne soit précisé. La conséquence de l'incident est une réalisation des tâches techniques sans retour vers la justification mathématique, c'est-à-dire un renforcement de la position des élèves dans la branche nildidactique.
93 E2 : C'est où que tu stockes ? 94 E1 : Ben tu fais, clic droit... 95 E2 : Tu mets a deux points égal... ouais (*il lit*) Nous allons créer une nouvelle variable... Pour cela afficher les coordonnées de M (*repris par E1*) oui... *il continue* taper dans un coin de l'écran le texte... $\frac{ay}{\lvert y\rvert}$... 96 E1 : *lit également*... 97 E2 : Et la valeur absolue on la fait comment ? 98 E1 : Il faut aller dans ... 99 E2 : Ah dans le clavier de la calculatrice 100 E1 : Non, même pas, là tu l'as là à l'écran... valeur absolue... 101 E2 : Il est où ? Ah oui, ici 102 E1 : Voilà, c'est le deuxième en dessous de fraction 103 E2 : OK... sur y et entrée... *il lit* Calculer l'expression... 104 E1 : *il lit* Calculer l'expression en montrant successivement a et y_M... et comment on fait pour calculer 105 E2 : En montrant successivement... 106 E1 : Calculer, d'accord... 107 E2 : T'y arrives ? 108 E1 : Ben j'ai cette étiquette, ça m'empêche de cliquer...	Réalisation pas à pas de la figure.

Suite page suivante

Incident syntaxique, IS4 : ligne 108 ; déclenché par l'interaction avec le milieu (dysfonctionnement du logiciel), l'étiquette désignant l'objet se superpose à l'objet empêchant de le désigner avec la souris comme illustré sur la figure ci-dessous :



Incident déclenché par un dysfonctionnement du logiciel

Deux perturbations sont conséquences de cet incident : un perturbation à court terme dans l'épisode suivant et à long terme sur la légitimité de l'usage du logiciel dans la classe de mathématiques. Cette deuxième perturbation se nourrit des différents incidents syntaxiques rencontrés dans les épisodes précédents.
Cet extrait montre bien la perturbation créée par l'incident qui dans un premier temps débouche sur une digression complète (« elle a pas corrigé les contrôles ») qui se poursuit quelque trente secondes, puis se poursuit par une relecture de l'énoncé et se conclut par la réflexion de E1 qui, du coup abandonne la réflexion mathématique concernant les angles pour se ramener à une tâche technique (« Stocker dans un coin de l'écran la mesure de l'angle géométrique a ... »). La branche nildidactique décrite dans l'analyse ascendante est investie. L'investissement est d'autant plus fort que la justification mathématique de la construction n'est pas considérée comme faisant partie de la tâche prescrite.

109 P : Bon alors, est-ce que vous avez compris un peu, ce que j'ai expliqué ?
110 E1 : Comment on fait pour calculer l'expression ?
111 P : Alors, comment calculer l'expression ? Attendez, expliquez moi déjà, Ah vous avez fait, c'est bon il y a des angles négatifs, là... Faites moi bouger le point là... que je regarde... Ah, c'est toujours positif, là...
112 E1 : Mais il a pas fini, là
113 E2 : J'ai pas fini

Le discours du professeur est en décalage avec la position des élèves dans la réalisation de l'expérience.

Suite page suivante

Incident de frottement, IF2 : ligne 109, est déclenché par l'interaction du professeur et des élèves.
Les élèves sont dans la situation S-2 et le professeur les interpellent comme E-1.

114 P : Ah, il a pas fini, oui oui oui oui oui... Alors, on en est Calculer l'expression, alors vous avez tapé le texte... d'accord ! Alors expression, donc euh... dans le texte euh... Calcul ! Action, voilà... alors où c'est calculer ? Voilà... alors vous montrez... voilà expression, oui, vous validez, et après vous répondez aux questions sur l'écran... Sélectionner a, alors il faut montrer a, où c'est qu'il est ? voilà ! Vous validez, après, sélectionner y ? voilà !
115 E1 : Oui, mais là il, il
116 P : Il veut pas ? Appuyez ! Il veut pas, pourquoi il veut pas ?
117 E : Appuyer sur a.
118 P : Non mais tu sélectionnes y, c'est bon.
119 E : Non, mais il veut pas...
120 P : Ah, il veut pas. Bon ! euh, sélectionner y
121 E2 : Ouais, c'est bon...
122 E1 (se tournant vers son voisin) T'as réussi à la cliquer là ? T'as réussi à cliquer ?
123 E3 : Qu'est ce tu fais là ?
124 P : Non mais attends, mets le dessous...
125 E1 : Faut le stocker là
126 P : Je propose de le nommer autrement ... fais moi bouger, là... non il faut que la main soit comme ça...
127 E1 : C'est bon...
128 P : *s'adressant à E2* Tu fais un zoom avant... *P s'éloigne*
129 E1 : Comment je (*inaudible*) (rires)
130 E2 : C'est bien
131 E3 : E2 va pas trop vite
132 E2 : Texte...

La perturbation se termine lorsque le professeur comprend la position des élèves et prend en compte l'incident syntaxique précédent.

Long épisode pour essayer de régler le problème créé par l'incident syntaxique précédent. L'intervention du professeur renforce la branche marginale de la situation, la recherche d'explications est donnée en terme de conversion de registres (du langage naturel au langage du logiciel) sans interprétation mathématique liée au problème posé.
Cet incident est déstabilisant pour Marie qui ne sait comment le régler : « Je propose de le nommer autrement ... fais moi bouger, là... non il faut que la main soit comme ça... ». Marie finit par abandonner, en faisant une remarque à un autre élève (ligne 128), s'éloigne et revient vers le groupe sur sa dernière remarque (le zoom effectué ayant transformé le repère initial en un repère non orthonormé).

Suite page suivante

133 P : Ca s'appelle comment un cercle
134 E1 : *à voix basse* Un ovale
135 E2 : Expression...
136 E3 : 23 :40 Ca marche pas... Vas y....
137 E1 : Ca commence la galère, on va repartir sur la calculette
138 E2 : Tu l'as fait le TP, tu te rappelles
139 E1 : Avec le cercle pendant les vacances, j'ai essayé, au bout de cinq minutes, j'ai arrêté
140 E2 : 24 :22 Ah oui ?
141 E1 : *digression...* 24 :44
142 E2 : *il lit* Représentons le nuage de points... Y'a pas une partie théorique ?

Question décalée du professeur : le professeur a aperçu sur un écran voisin un cercle représenté à l'écran dans un repère non orthonormé, le professeur demande de rectifier.

Incident de frottement, IF3, ligne 133 : les élèves, à ce moment sont sur une autre question. C'est l'interaction professeur-élève qui est déclencheur de l'incident.

Perte de dévolution (ligne 139). Le retour à la situation montre un rejet de la partie expérimentale (ligne 142).
On peut penser qu'à cet instant, cet élève se place dans une situation S+1 et rejette l'entreprise de la situation nildidactique par rapport aux contrat compris de la classe. Cette partie théorique doit (devrait) apparaître et mettre un terme à la situation nildidactique dans lequel il est enfermé.
La perturbation créée est plus profonde et provoque une digression longue et une nouvelle perte de contact avec la situation, proche de l'abandon, en témoigne la longue digression (lignes 140-141) puis le « Y'a pas une partie théorique ? » (ligne 142) où E2 souhaite abandonner le travail sur logiciel, répondant de fait à la position déjà notée de P0, pour se consacrer à la partie théorique du problème.

Suite page suivante

143 E1 : Conjecturer les variations de f_M... f_M c'est quoi ? 144 E2 : f_M c'est ça... 145 E1 : Ah oui ! 146 E2 : On va sortir une feuille 147 E1 : Oui, c'est ça... 148 E3 : Elle est où la valeur absolue ? 149 E2 : Donne... Attends, je vais t'aider (rires) 150 E1 : Merci E2 (rires)	Transition ; dans cet épisode, E1 lit l'énoncé et est ramené au problème de mathématiques à traiter.
Incident de frottement, IF4 : ligne 143 est déclenché par la confrontation au milieu.	La perturbation que l'on trouve dans cet épisode est le résultat des incidents syntaxiques précédents qui ont provoqué une perte de sens et une volonté de sortir de la situation nildidactique.
Incident extérieur : le téléphone de E1 vibre et il se penche pour arrêter le vibreur (ligne 150 : Merci, E2 !)	Perturbation locale.
151 E1 : Le produit il fait zéro cinq quand on est... Le problème c'est qu'il parle en radian... 152 E2 : Quand il va de π sur deux jusqu'à π sur quatre... 153 E1 : Oh putain E2, réfléchis pas comme ça ! 154 E2 : Si ! 155 E1 : Oh vous croyez pas qu'il est bon... 156 E2 : Non sérieux, regarde, entre 0 et π sur deux,.. et π sur quatre ça fait un sur cinq jusqu'à zéro cinq 157 E3 : La joie d'avoir raison... Comment tu fais pour sélectionner a ? 158 E2 : a ? 159 E3 : Ouais. 160 E1 *s'adressant à un autre élève* Oh, mais attends, parce que d'après E2, (*inaudible*) 161 E2 : T'appuie dessus 162 E3 : Ah ouais OK.	Décalage entre les positions des élèves dans la structure des milieux.

Suite page suivante

163 E1 : Apparemment y'a M. qui a tout trouvé. 164 E2 : Mais attends... j'ai compris... Calculer... tu l'as fait ça ? ... Pourquoi ça marche pas ? Oh appelle la prof, là... 165 E3 : Madame s'il vous plait ! ... M. elle a tout trouvé pour le contrôle de maths ? 166 E2 : Non, c'est ce qu'elle dit... genre les questions les plus dures, elle les a faites 167 E3 : Bon, ben ça va quoi... 168 E2 : J'en étais sûr qu'elle allait trouvé... Elle est forte !	Digression
E2 se situe dans la situation de référence et se confronte au milieu objectif résultant de son expérience alors que E1 se trouve dans la situation objective et se confronte à un milieu matériel qu'il n'arrive pas à maîtriser.	La conséquence de cet incident est encore une perte de dévolution représentée par une digression sur le dernier contrôle en attendant une intervention du professeur (lignes 165-172).
169 E3 : Madame, ici s'il vous plait. ... Nonnn 170 E3 : J'ai essayé de calculer le truc sur y, la... 171 P : T'as bien mis valeur absolue ? 172 E3 : Oui ! 173 P : Oui, bon, oui ? 174 E2 : J'arrive pas à sélectionner... 175 P : Mince... Appuie, insiste... (soupir)... Je sais pas, change le, met le autre part dans l'écran, je sais pas... 176 E3 : Lequel, le a ? 177 P : Non mais remet pointeur, change un peu, déplace le texte, je sais pas ce qui se passe. Voilà... resélectionne, voilà, calculer, oui... Ah ! Tu vois, ça a marché... 178 E3 : C'est ça y... 179 P : Il veut pas, tu sais ce que tu fais, tu déplaces un peu parce que ça a marché le truc, voilà... 180 E3 : Je l'ai redéplacé...	Essais de résolution de l'incident : le professeur propose plusieurs stratégies qui ne réussissent pas. Il y a un conflit entre la nécessaire gestion du temps (chronogénèse) et la nécessité de faire avancer la situation (topogénèse) ; ce conflit alimente la perturbation.

Suite page suivante

181 P : Non, non, ça c'est a... Non tu vois c'est a, ça... Bon, alors refait calculer texte, a, y, non il veut pas, Ooooh... (*soupir*). Efface les coordonnées de M et refais-les et mets les autre part sur l'écran, je sais pas, là vraiment je ne vois pas... Je reviens, mais je suis désolée pour toi...

182 P : (*à E1 et E2*) Bon, là... qu'est ce que... Au fait, vous avez réfléchi à la question avant de voir ce que donne l'écran ?

183 E1 : Oui, ça varie beaucoup...

184 P : Qu'est ce que vous en pensez là ? A priori comme ça, là ... Vous voyez ce qu'on vous demande, on vous demande le calcul de $MA \times MB$

185 E2 : Le maximum il est là et le minimum il est par là ...

La suite du dialogue montre encore une fois une perte de l'investissement de la situation objective ; les élèves sont dans une phase de renégociation du contrat ; puisque l'outil ne fonctionne pas comme prévu par le professeur dans la situation objective et que ce dernier ne peut pas modifier cet état de fait, le problème posé apparaît comme illégitime.

La perturbation se prolonge parce qu'aucun élément ne vient rétablir la dynamique. Le couple élève-professeur ne peut seul se sortir de la perturbation.

186 P : Il y a un minimum et un maximum ?

187 E2 : Le minimum c'est zéro cinq...

188 P : Et ça paraît logique, ça ? 36 :56 *Erreur d'enregistrement*

189 P : *se tourne vers l'écran de E2* : Ah ! Ca c'est pas normal non ! Enfin, c'est peut-être normal, mais bon ! Alors euh.... 40 :33

190 E1 : Wouah, comme c'est moche !

191 P : 40 :54 : Bon, alors, tu sais ce que tu vas me refaire... Tu vas me refaire le truc... Efface, ... comment faire...

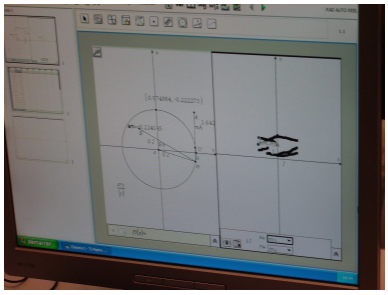
Le professeur s'extrait de cette position externe et se place dans la situation didactique en entrainant les deux élèves E1 et E2 : *Au fait, vous avez réfléchi à la question avant de voir ce que donne l'écran ?*, ligne 182.

Suite page suivante

Incident de frottement, IF5, ligne 182. Les sujets de l'incident sont cette fois les deux élèves qui sont transportés dans la situation S0 alors qu'ils étaient en train d'investir la situation S-1 après les expériences menées dans S-2.

Un problème d'enregistrement audio empêche ici de suivre la perturbation immédiate, mais dans les dialogues, les élèves sont sur l'interprétation de l'expérience (*Le maximum, il est là, le minimum il est là*, ligne 187 alors que le professeur essaye de les amener à une argumentation mathématique. Devant la mise en danger de la perturbation précédente, le professeur revient à un contexte sûr et maîtrisé : l'argumentation mathématique. En s'appuyant sur les réussites des élèves, Marie précise ses intentions et minimise la portée de l'incident : « Au fait, vous avez réfléchi à la question avant de voir ce que donne l'écran ? » (ligne 182).

La perturbation se prolonge, l'incident ne pouvant être résolu. Marie essaye alors de modifier la situation objective en dirigeant vers une expérience mentale les élèves, qui eux, restent fixés sur les objets concrets de l'expérience : « Oui, ça varie beaucoup... », « le maximum il est là et le minimum il est par là ». La dynamique emprunte une trajectoire qui tend à faire perdre tout investissement aux élèves, le professeur essaye de recréer un milieu matériel en adéquation avec ses intentions ; la négociation du contrat est dans cet extrait tout à fait fondamental pour rétablir la dynamique.



Incident créé par une utilisation non contrôlée du logiciel

Le problème précédent a été résolu par l'élève qui a entièrement recommencé la tâche. Les trois élèves sont dans la phase de représentation du nuage de points.

Suite page suivante

Incident syntaxique, IS5 : ligne 189 ; E2 a obtenu le dessin de la figure ci-dessus. Le professeur propose de refaire la construction.	La perturbation est ici assez profonde puisque E2 se trouve dans une position où il ne peut comprendre l'erreur commise. Le milieu n'a pas joué son rôle dans la situation S-2 et le professeur ne peut pallier ce manque dans la situation S0.

Suite page suivante

192 E1 : Moi, j'ai ça madame... c'est plus joli ?
193 P : Attends, oui j'ai pas vu... Oui, et zoom avant... Enfin, modifie le réglage un peu... Oui, ça c'est pas mal... (P se retourne vers E) Alors attends, j'ai pas bien vu, refais, excuse moi, j'avais pas bien vu... (P se tourne vers E1) Ouais, c'est pas mal. Alors là, tu vas pouvoir nous dire quelque chose, quand même !
194 E1 : il y a un maximum et deux minimum
195 P : Ouais, exact... (se retourne vers E2) Alors, euh... Remet moi sur le graphique... ouais, ... euh,... tu es bien en radian ? On est bien en radian, je sais plus...
196 E1 : Madame on peut pas faire en sorte qu'il mette des valeurs de π à peu près, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$...
197 P : Alors parce que tu crois que c'est les valeurs... Alors, ben je sais pas, je sais pas comment faire. 42 :09
198 E1 : Si on fait comme ça ? Donner la graduation des x
199 P : Oui, on peut, mais bon, euh... (se tourne vers E2) Toutes façons, tu l'avais, le minimum tu essayes de voir quel est l'angle, hein, donc lire carrément le... (se retourne vers E2) Bon, alors qu'est ce qui se passe ? Je suis en train de chercher, et là je vois pas ce qui se passe... euh... Tu peux... Alors efface tout et recommence, parce que là... 42 :48
200 P : (*abandonne et s'adresse aux élèves dont la courbe apparaît à l'écran*) Alors, je vois, M. A., vous me mettez, alors, vous me dites ce que vous voyez à l'écran ; conjecture, minimum, maximum, etc. Hein, vous m'expliquez d'abord la conjecture avant de passer à la partie théorique, hein, d'accord ?
201 P : (*revient vers E2*) Bon, alors du coup je n'ai pas suivi... C'aurait été bien que tu fasses la courbe... Vas y, doucement voilà... Oui, stop, stop, maintenant tu vas sur le truc, sur le...
202 E2 : Non tu retournes...

Changement de regard : le professeur dans la posture P-1 abandonne le problème pour valider les représentations obtenues par les autres élèves ; il y a ainsi des allers-retours entre la validation des nuages obtenus.
Il est ici intéressant de détailler le type de cet incident qui *a priori* est un incident syntaxique (la syntaxe erronée fait que le logiciel rend un résultat différent de celui qui est attendu) mais qui peut être expliqué d'un point de vue mathématique et informatique. Le logiciel stocke à partir de la figure de géométrie les variables, résultats de mesures sur le dessin, dans deux listes écrites dans le tableur, les abscisses et les ordonnées des points du nuage. Dans l'application graphique, le logiciel représente le nuage de points en parcourant parallèlement les deux listes pour extraire l'abscisse et l'ordonnée des points du nuage. Le dessin chaotique de la figure précédente ne peut donc provenir que d'une désynchronisation de ces deux listes qui n'apparaissent pas sur l'écran principal (Figure ci-dessous). Une remise à zéro suivi d'une nouvelle expérience permet de régler ce problème.

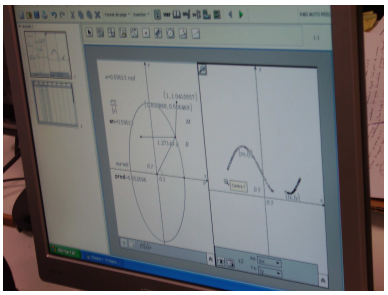


Illustration du fonctionnement du logiciel

Suite page suivante

203 P : Non sur le, sur la... Non, euh oui... Non.
204 E2 : Alors du coup, ça se ...
205 P : Non attends, fais ... fais un autre nuage, fais mx, un my, mx, mx... my 44 :01...44 :08 Bon, j'aurais préféré que tu fasse sur le même truc. Format... Euh, tu mets bien en zoom trigo, là s'il te plait... Avec un zoom avant, quand même... voilà. 44 :32... 44 :44 Alors attends !
206 E1 : (montrant l'écran de E2) Alors là, tu peux dire que t'as un maximum et un minimum... (rires)
207 P : 44 :59 Alors qu'est ce qui se passe ? Qui est-ce qui a une idée ?
208 E1 : Ils sont sensés se planter comme ça, le jour de l'exam au bac là ?
209 P : Non, mais c'est quand même un peu plus simple, quand même. Et puis, si jamais il y a un problème, on vous,... on en tient compte...
210 P : 45 :36 Alors là, ça me pose une colle ! Mhmm, Mhmm...
211 P : 45 :43 Bon où c'est que vous en êtes, les autres, j'aimerai bien voir apparaître la courbe... (en regardant les écrans) Oui, super..., oui, bien, ...

L'incident syntaxique (ligne 189) est dû à une incompréhension du fonctionnement informatique du logiciel tant de la part des élèves que du professeur. Cette insuffisance crée une perturbation locale importante tant pour les élèves (« Ils sont sensés se planter comme ça, le jour de l'exam au bac là ? ») que pour le professeur, qui se trouve dans une position délicate : « Et puis, si jamais il y a un problème, on vous... on en tient compte... » où le Marie commence sa phrase comme elle pourrait le faire pour régler un problème de mathématiques : « si jamais il y a un problème on vous *aidera* », mais se reprend : « on en tiendra compte ».
Cette perturbation locale se répercute sur une perturbation globale lié à une prise de distance vis-à-vis du logiciel et de la calculatrice de la part de ces élèves et du professeur, comme l'exprime Marie à l'issue de l'observation :

Question : Les élèves, ils se servent de la calculatrice régulièrement ?
Marie : Et oui, ah oui, malheureusement, mais pour le contrôle, pour le dernier contrôle, ils s'en sont tellement servis que, *rires* que s'ils donnent le résultat sans explications, c'est zéro, quoi ! Oui, ça, là, ils commencent à devenir, pénibles. Ça, c'est un problème. C'est vraiment un problème. Non, moi, je crois que, enfin, je ne sais pas ce que pensent nos grands pontes, mais, on se tourne vers le modernisme, d'accord, mais il faut faire une épreuve avec et une épreuve sans, que ce soit clairement dit, quoi ; parce que, ou alors, je sais pas, moi, c'est, voilà on apprend plus rien ou alors on raisonne complètement autrement. Ah non, non, non, c'est une catastrophe, c'est une catastrophe pour les élèves moyens et faibles, enfin moyens encore ils se rendent compte que,... Mais alors les élèves faibles, ils me rendent les résultats d'intégrale, ils ne se rendent pas compte que... Si moi, je dois réfléchir en corrigeant,... Donc ça, ça devient un problème, parce que justement les miens, relativement à la classe de ma collègue, je compare pas avec J., parce que J., il est... Mais ils sont plus accrochés à la calculatrice, parce que ceux de ma collègue, même en contrôle, la calculatrice, ils dominent pas.

Suite page suivante

212 P : Tu vas sur une autre colonne et tu refais, tu fais, non non, d'abord égal capture tu fais une autre variable, tu notes après...
213 E1 : On peut pas utiliser la courbe pour avoir les points minimum et maximum
214 P : Huuum ?
215 E1 : On peut pas utiliser le nuage de points pour avoir les...
216 P : Ben de toutes façons, tu l'avais déjà, là ; en ce moment, là, quand tu regardes un petit peu ce qui se passe, est ce que tu l'as fais là ? où c'est que c'est marqué prod, le résultat du prod, je le vois pas...
217 E1 : Ben il est parti...
218 P : Bon, en tout cas vous me faites un mini tableau de variations
219 E1 : Un mini ?
220 P : Non, en tout cas, vous montrez l'allure, c'est ça que vous devez retenir de la, de l'expérimentation...
221 E2 : T'appelle mx parce que tu l'as déjà...
222 P : Oui, oui, oui, il faut changer, quand il y a un problème, vous changez, comme ça...
223 P : Donc, euh... donc là, ça été fait, ça été fait, ça été fait, bon... et ben là, il y a un problème, je suis vraiment désolée (rires) manque de chance, bon... alors... alors qu'est ce qui se passe là ? Bon, alors, tu as le même problème. Bon. Tu étais bien en radian, bon, tu étais bien...
224 E3 : C'est peut-être parce que cette colonne je l'ai fait avec le cercle...
225 E1 : Est-ce que tu as supprimé les valeurs au premier, dans ta première fois ? Est-ce que ça les a retracé, ça a permis de les retracer ? De toutes façons, tu dois supprimer toutes les valeurs, refais les...
226 E3 : Le problème, c'est ça ! Comment je peux le refaire en ayant un cercle ?
227 P : Ah là, tu reviens, zoom trigo, là zoom... non mais c'est pas ça, de toutes façons, zoom trigo, mais tu l'as pas fait ?
228 E3 : Si !
229 P : Mets toi là, là, tu vois c'est sélectionné à droite, là, là, là, voilà... zoom trigo, voilà et maintenant tu refais un zoom avant pour voir le truc, voilà encore, encore, encore. Voilà stop. D'accord ?
230 E3 : Et si je refais un tableur ?
231 P : Non, parce que... vas y refait le !
232 E2 : A. aussi, il a eu ça ?
233 P : Oui, il a eu ça... Donc, je réfléchis, donc,
234 E1 : Supprime toutes tes valeurs dans le tableur, regarde, dans le tableur
235 E : Il est pourri, si il a déjà eu des trucs,...
236 P : Bon allez, on arrête, là, je suis désolée...
237 E : Madame, on l'enregistre ?

Double dialogue : le professeur valide et invalide les résultats obtenus pour les élèves qui ont obtenu la représentation souhaitée et cherche par ailleurs à résoudre le problème rencontré au moins deux fois dans la classe : *A. aussi, il a eu ça ?* (ligne 234).

Suite page suivante

Incident de contrat, IC2, ligne 235 : perte de confiance dans l'artefact.	La perturbation se prolonge jusqu'à la fin de la séance, puisque le professeur n'a pas su régler le problème. Il y a un double effet : d'une part une perte de confiance dans l'artefact et dans la possibilité d'expérimenter en mathématiques avec cet artefact, et d'autre part un renforcement de l'instrumentation du fait des nouvelles connaissances mises en évidence sur le fonctionnement du logiciel. En revanche, il n'y a pas d'institutionnalisation de ces connaissances.

Conclusion provisoire

Cette première observation et les analyses croisées ont permis de repérer dans la classe les différents incidents classifiés dans la typologie et de mettre en évidence les éléments déclencheurs comme résumé dans le tableau 4.2 page suivante ; de ce fait, il est maintenant possible de cerner un peu mieux ces incidents et les perturbations qu'ils engendrent. La question de recherche interroge les effets des incidents sur la genèse documentaire des élèves et des enseignants et cette première observation montre clairement les effets des incidents syntaxiques sur l'instrumentation, en provoquant :

- une réorganisation des connaissances de l'artefact (IS1 ligne 15),
- une bifurcation didactique vers une branche marginale adidactique (c'est le cas, par exemple de l'incident IS2, ligne 20) ou une réflexion mathématique (IS3 ligne 92) et une recherche d'une solution mathématique à un problème posé par un manque supposé de l'artefact,
- une remise en cause de la pertinence de l'artefact (IS4 ligne 108 ou IS5 ligne 189, par exemple).

Dans cette situation, les incidents de frottement ont provoqué des perturbations didactiques conduisant à long terme à l'investissement d'une branche nildidactique, durant laquelle l'essentiel de l'activité a été de traduire dans le registre du logiciel les objets mathématiques présentés dans le registre de la langue naturelle ; mais, d'un autre côté, les perturbations créées par les incidents de frottement ont mené à un questionnement sur la situation du côté du professeur (IF2 ligne 109) ou des élèves (IF3 ligne 133) dont on peut penser qu'il conduira à un réajustement de la situation (localement IF1, IF4 ligne 143) ou globalement (IF5 ligne 182) et donc participe à la genèse documentaire du professeur.

De même, dans cette situation, les incidents de contrat en provoquant une perte de dévolution participe à une perte de confiance dans l'artefact.

Cette première observation s'est déroulée dans un contexte particulier dans le laboratoire informatique, il s'agit alors de mettre à l'épreuve ce cadre d'analyse dans d'autres

Incidents	Déclencheur
Extérieurs	
IE1 : ligne 1	modification du milieu
IE2 : ligne 150	événement hors de la situation
Syntaxiques	
IS1 : ligne 15	confrontation au milieu
IS2 : ligne 20	confrontation au milieu
IS3 : ligne 92	confrontation au milieu
IS4 : ligne 108	confrontation au milieu
IS5 : ligne 189	confrontation au milieu
De frottement	
IF1 : ligne 46	Position dans la structure des milieux
IF2 : ligne 109	interaction professeur-élève
IF3 : ligne 133	interaction professeur-élève
IF4 : ligne 143	confrontation au milieu
IF5 : ligne 182	interaction professeur-élève
De contrat	
IC1 : ligne 83	interaction professeur-élève
IC2 : ligne 235	interaction professeur-élève

TABLE 4.2 – Déclencheurs des incidents dans la situation 1

circonstances. C'est le propos du paragraphe suivant dont le support est une séance de travaux dirigés dans un environnement de classe habituel.

TD en salle de cours

Les élèves sont pendant deux heures en salle de cours. Le professeur a prévu une séance de correction d'exercices et une séance de travaux dirigés sur des exercices portant sur le chapitre des nombres complexes. La première heure est consacrée à une correction collective d'une série d'exercices portant sur les complexes (Enoncé 4.9 page 134, Extraits des dialogues paragraphe 6.3 page 296). L'analyse complète de cette première heure n'est pas reportée ici, mais permet de placer l'analyse de la deuxième heure dans un contexte, que ce soit du point de vue du professeur que de celui des élèves.

La séance se plaçait essentiellement dans la situation S0 dans laquelle le milieu d'apprentissage échappait à l'observateur, la feuille d'exercices ayant été distribuée avant la séance. Le verbatim donné en annexe est caractéristique du déroulement : la séance s'est poursuivie de la même manière, avec un dialogue entre la classe et le professeur pour avancer dans la résolution des exercices. A aucun moment la calculatrice, pourtant présente sur toutes les tables n'est utilisée par le professeur. En revanche, les élèves

s'en servent régulièrement ; malheureusement, le dispositif d'observation ne permet pas de savoir quelle utilisation en est faite.

La deuxième heure est consacrée à une séance de travaux dirigés. Un problème est proposé aux élèves :

A, C et E sont trois points du cercle trigonométrique de centre O.
B, D et F sont les images de ces points par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
M, N et P sont les milieux respectifs de $[B, C]$, $[D, E]$ et $[F, A]$.
Il s'agit de démontrer que MNP est un triangle équilatéral en utilisant les nombres complexes.

1. Expliquer pourquoi $z_B = e^{i\frac{\pi}{3}}$.
2. Ecrire une relation entre z_C et z_D, entre z_E et z_F.
3. (a) Exprimer $\frac{z_P - z_M}{z_N - z_M}$ en fonction de z_1, z_C et z_E.
   (b) Factoriser le numérateur par $e^{i\frac{\pi}{3}}$.
   (c) Vérifier que $e^{i\frac{\pi}{3}} - 1 = -e^{-i\frac{\pi}{3}}$.
   $e^{-i\frac{\pi}{3}} - 1 = -e^{i\frac{\pi}{3}}$.

L'énoncé détaille les notations à utiliser et les calculs à réaliser et commence par la construction sur la calculatrice de la situation géométrique.

La fiche distribuée aux élèves est construite à partir d'un extrait de manuel scolaire et d'un texte écrit à la main (Enoncé 4.10 page 135).

Exercices forme exponentielle

ex 1 $z_1 = -2e^{i\frac{\pi}{2}}$ $z_2 = ie^{i\frac{\pi}{3}}$ $z_3 = 4e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

Donner la forme exponentielle de z_1 ; z_2 ; $z_1 z_2 z_3$; z_1^3

ex 2 en utilisant la forme exponentielle, donner la forme algébrique du nombre complexe $(-1+i)^4 (5+5i\sqrt{3})^3$

ex 3 $\theta \in]0;\pi[$ $z_1 = 1+\cos\theta - i\sin\theta$ $z_2 = 1-\cos\theta + i\sin\theta$

Déterminer en fonction de θ le module et l'argument de $z_1 z_2$ et $\frac{z_1}{z_2}$

ex 4 Donner la forme exponentielle de $z + \frac{1}{z}$ pour $z = e^{2i\frac{\pi}{3}}$

ex 5 Pour $z \neq 0$, $z' = z\left(z + \frac{1}{z}\right)$. Donner le module et l'argument de z' sachant que $z = e^{i\theta}$ avec $\theta \in]0;\frac{\pi}{2}[$.

ex 6 Soit $z = e^{ix}$ $n \in \mathbb{N}^*$

Montrer que $z^n + \frac{1}{z^n}$ est un réel dont on donnera la valeur en fonction de n et x.

ex 7 Soit $z = 1+e^{i\theta}$ où $\theta \in [0;\pi[\cup]\pi;2\pi]$

1°) Montrer que $z = 2\cos\frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$

2°) Déterminer le module et un argument de z selon la valeur de θ.

3°) En déduire une forme trigonométrique et une forme exponentielle de z.

ex 8 Soit x un réel $\neq 0 [2\pi]$. On pose :

$A(x) = 1+\cos x + \cos(2x) + \dots + \cos(6x)$

$B(x) = \sin x + \sin(2x) + \dots + \sin(6x)$

$S(x) = 1+e^{ix} + e^{i2x} + \dots + e^{i6x}$

1°) Exprimer $S(x)$ en fonction de $A(x)$ et $B(x)$.
En déduire une expression de $A(x)$ en fonction de $S(x)$.

2°) Déterminer en fonction de $\frac{7x}{2}$ et $\frac{x}{2}$ une expression de $S(x)$, $A(x)$, $B(x)$.

ex 9 On pose $C = \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{2\pi}{10} + \dots + \cos\frac{9\pi}{10}$ et $S = \sin\frac{\pi}{10} + \sin\frac{2\pi}{10} + \dots + \sin\frac{9\pi}{10}$

1°) Ecrire $Z = C+iS$ sous forme d'une somme d'exponentielles.

FIGURE 4.9 – Liste d'exercices sur les complexes

exercice Complexes et rotation

A, B, C, D, E et F sont des points d'un cercle de centre O origine d'un repère orthonormal tels que les angles $(\vec{OA},\vec{OB})$, $(\vec{OC},\vec{OD})$, $(\vec{OE},\vec{OF})$ aient la même mesure $\frac{\pi}{3}$ et M, N, P soient les milieux des cordes [BC], [DE], [FA].

Faire une conjecture sur la nature du triangle MNP.

Réalisation de la figure sur Texas Nspire

Graphiques et géométrie.
Nommer O.
Construire un cercle de centre O
Construire 3 points A, C et E sur le cercle.
Construire B l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$
méthode : dans un coin de l'écran : taper $\frac{\pi}{3}$
icône Transformations Rotation : Pointer l'angle, le centre, le point A.
Idem pour D et F.
Construire les milieux M, N, P.
Faire bouger les points A, C, E. Conjecture ?

Partie théorique

1°) Expliquer pourquoi $z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$.
2°) Ecrire une relation entre z_C et z_D, entre z_E et z_F.
3°) a) Exprimer $\frac{z_P - z_M}{z_N - z_M}$ en fonction de z_A, z_C et z_E.
b) Factoriser le numérateur par $e^{i\frac{\pi}{3}}$
c) Vérifier que $e^{i\frac{\pi}{3}} - 1 = -e^{-i\frac{\pi}{3}}$
$e^{-i\frac{\pi}{3}} - 1 = -e^{i\frac{\pi}{3}}$

FIGURE 4.10 – TP sur les complexes

Analyse mathématique du problème

La solution guidée par l'énoncé conduit à un calcul sur les nombres complexes utilisant l'écriture complexe de la rotation. Ainsi :

$$z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$$

$$z_D = e^{i\frac{\pi}{3}} z_C$$

$$z_F = e^{i\frac{\pi}{3}} z_E$$

Et les milieux M, N et P ont pour affixes respectives :

$$z_M = \frac{z_B + z_C}{2}$$

$$z_N = \frac{z_D + z_E}{2}$$

$$z_P = \frac{z_F + z_A}{2}$$

et dans ces conditions :

$$\frac{z_P - z_M}{z_N - z_M} = \frac{e^{i\frac{\pi}{3}} z_E + z_A - e^{i\frac{\pi}{3}} z_A - z_C}{e^{i\frac{\pi}{3}} z_C + z_E - e^{i\frac{\pi}{3}} z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

ce qui permet de conclure : le triangle MNP est équilatéral car isocèle et d'angle au sommet $\frac{\pi}{3}$.

Cette solution est calculatoire et rapide mais ne permet pas de comprendre le phénomène géométrique en jeu.

Une démonstration géométrique

Une démonstration géométrique repose sur le lemme suivant :

Lemme : Soit $ABCD$ un parallélogramme et ABJ et BCI les triangles équilatéraux directs construits sur les côtés du parallélogramme. (Voir figure 4.11). Alors, IJD est un triangle équilatéral.

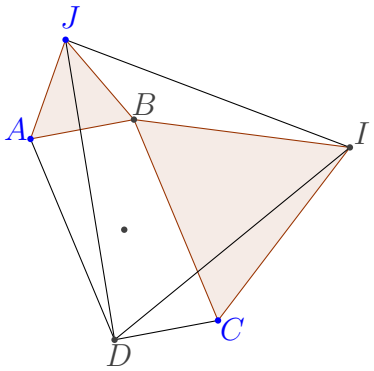


FIGURE 4.11 – Triangles équilatéraux construits sur les côtés d'un parallélogramme

Si on considère les triangles IDC et IJB : les côtés BJ et CD sont de même longueur puisque $ABCD$ est un parallélogramme. Les côtés IC et IB sont aussi de même longueur, puisque les côtés d'un triangle équilatéral.

Par ailleurs, si on considère la rotation vectorielle d'angle $\frac{\pi}{3}$ l'image du vecteur $\overrightarrow{BI}$ est le vecteur $\overrightarrow{CI}$ et du vecteur $\overrightarrow{BJ}$ est $\overrightarrow{CD}$; par conséquent les angles de vecteurs $(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BJ})$ et $(\overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CD})$ sont égaux. Par conséquent les angles géométriques $\widehat{IBJ}$ et $\widehat{ICD}$ sont de même mesure. Les triangles IDC et IJB sont isométriques et finalement les angles $\widehat{JIB}$ et $\widehat{DIC}$ ont même mesure et $IJ = ID$.

On en déduit alors que $\widehat{JID}$ vaut $\frac{\pi}{3}$ et par conséquent que le triangle IJD est équilatéral.

Utilisons alors ce lemme dans le problème. J'appelle M_1, N_1 et P_1 les symétriques de O par rapport à M, N et P.

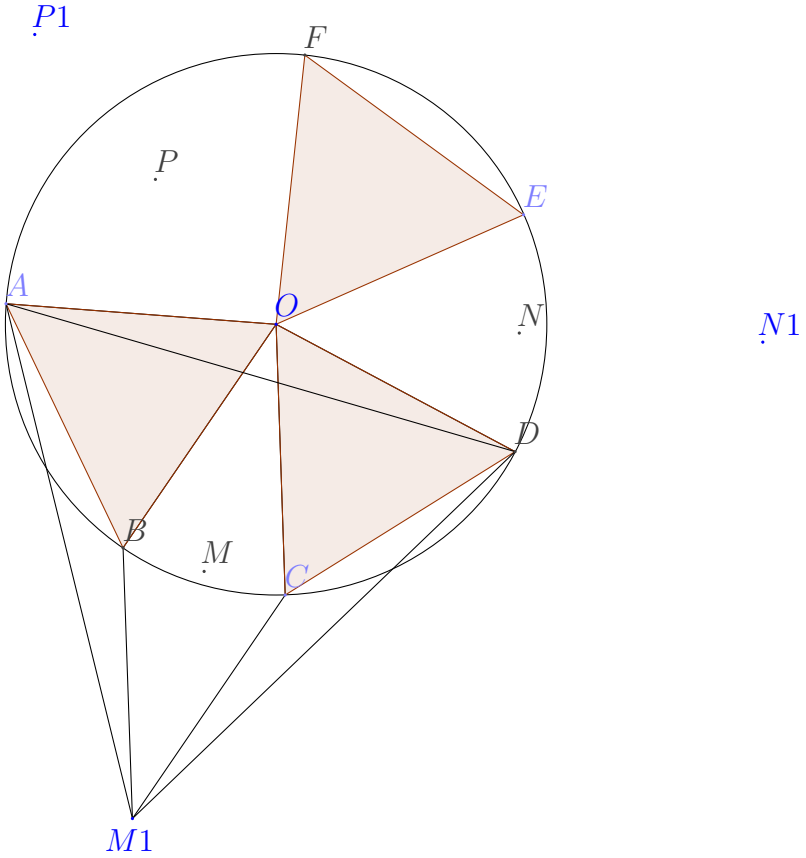


FIGURE 4.12 – Application du lemme pour le triangle ADM_1

Comme illustré sur la figure 4.12, et comme OBM_1C est un parallélogramme, AOB et OCD sont des triangles équilatéraux construits sur deux côtés consécutifs de ce parallélogramme, par application du lemme, le triangle ADM_1 est équilatéral. En particulier,

l'angle $\widehat{DM_1A} = \frac{\pi}{3}$

Considérons alors les triangles M_1N_1D et M_1P_1A (Figure 4.2.1),

- $M_1D = M_1A$ puisque M_1DA est équilatéral.
- $DN_1 = OE = OF = AP_1$ car DN_1EO est un parallélogramme, OE et OF sont des rayons du cercle, et OFP_1A est un parallélogramme.
- la rotation vectorielle d'angle $\frac{\pi}{3}$ transforme $\overrightarrow{M_1D}$ en $\overrightarrow{M_1A}$ et $\overrightarrow{DN_1}$ en $\overrightarrow{AP_1}$ ($\overrightarrow{AP_1} = \overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{DN_1}$).

On en déduit que les triangles M_1DN_1 et M_1AP_1 sont isométriques et donc que les angles $\widehat{N_1M_1D}$ et $\widehat{P_1M_1A}$ sont de même mesure ; par conséquent

1. l'angle $\widehat{N_1M_1P_1}$ vaut $\frac{\pi}{3}$
2. $M_1N_1 = M_1P_1$

On en déduit alors que $M_1N_1P_1$ est équilatéral.

En utilisant alors l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$, l'image de ce triangle est le triangle MNP qui est donc, lui aussi équilatéral.

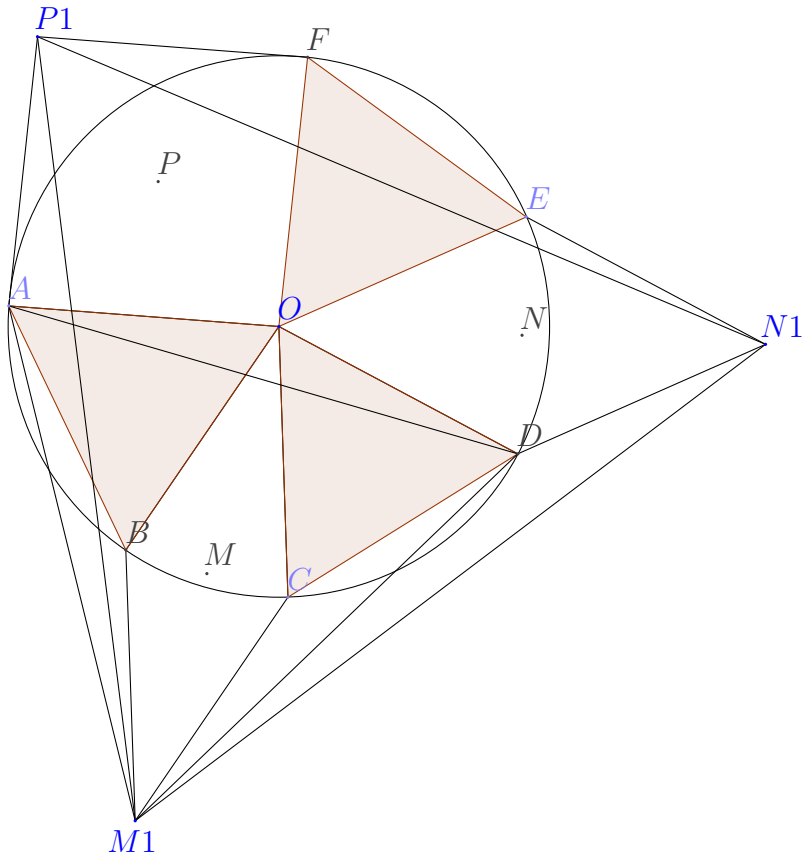


FIGURE 4.13 – Application de la démonstration du lemme pour le triangle $M_1N_1P_1$

Cette démonstration géométrique, bien que n'utilisant que des objets mathématiques connus en terminale n'est cependant pas simple et demande une analyse fine de la fig-

ure de géométrie. Il est d'ailleurs remarquable que la démonstration utilisant les nombres complexes soit si simple et rapide, alors que les arguments géométriques sont, quant à eux, délicats à mettre en évidence. C'est bien sûr l'intérêt de cet exercice qui montre la puissance de l'outil des nombres complexes et une difficulté, puisque l'on ne peut comprendre cet intérêt sans s'être heurté à la démonstration géométrique. L'expérience géométrique qui consiste à représenter la situation dans un logiciel de géométrie dynamique ne peut ainsi pas être mis en relation avec le raisonnement algébrique proposé, ce qui ne fait qu'accentuer le fossé existant entre l'expérience et le raisonnement, déjà mis en évidence dans la situation précédente.

Analyse descendante

La posture du professeur dans la situation S+3 est la même que celle déjà décrite dans l'analyse précédente paragraphe 4.2.1 page 107.

Dans la situation S+2, P+2 est confronté au milieu de projet et pense le TP sur le modèle des épreuves pratiques : une première partie de construction de la figure devant déboucher sur une conjecture, et une deuxième partie théorique devant conduire à la démonstration prévue, utilisant les complexes.

Il y a une volonté d'utiliser le logiciel de géométrie dynamique pour faire construire le dessin de la situation géométrique et d'utiliser le déplacement des points A, C et E pour confirmer le fait que le triangle semble bien équilatéral. De la même façon, P+2 souhaite que les élèves arrivent à la démonstration de ce fait géométrique, en leur laissant conjecturer. P+2 intègre dans le problème mathématique qu'il souhaite voir résoudre une dimension d'expérimentation sur les objets géométriques en jeu.

Dans la situation S+1, P+1 choisit les questions et consignes à donner aux élèves. La première partie, intitulée « Réalisation de la figure sur Texas Nspire », est écrite comme une suite d'instructions directement liées à la syntaxe de la machine. La deuxième partie, intitulée « Partie théorique », est construite comme une succession guidée de questions conduisant à la résolution.

Aucun lien n'est fait d'une partie à l'autre, le choix du cadre de la résolution est fixé dès la première question, et P+1 ne projette pas la possibilité de conduire différemment la démonstration ou de laisser la possibilité d'explorer d'autres pistes.

Enfin, P+1 choisit de conduire la classe en s'appuyant sur un élève qui pilotera une calculatrice retroprojetée, qui lui permettra de contrôler, à travers l'activité d'un élève le déroulement de la classe.

S+1 choisit la stratégie de résolution du problème et utilise la géométrie dynamique comme un préalable permettant de ne pas donner la réponse à la question posée.

La situation didactique repose sur ces choix et dès le début de l'heure le professeur demande à un élève de venir « cobayer » : *Ah, G, il paraît que tu n'as pas ta calculatrice, alors tu vas cobayer...* (ligne 3). Ce dispositif mis au point et décrit par (Trouche 1996) sous le nom *d'élève sherpa* a pour objectif de donner au professeur une aide dans la compréhension de la genèse instrumentale, et aux élèves la possibilité de bénéficier d'une aide en direct pour la réalisation des tâches avec la calculatrice. Le professeur utilise ce

procédé, mais en parlant d'élève *cobaye*.

La réaction de G montre que cette façon de procéder fait partie des routines de la classe, et, en même temps, la façon dont le professeur propose ce rôle, sous la forme, sinon d'une punition mais du moins d'un contrebalancement au fait que G ait oublié sa calculatrice, montre que les élèves ne sont pas *a priori* volontaires. Marie doit d'ailleurs renégocier la contrat :

10 P : Allez, c'est G qui fait le prof, aujourd'hui !

11 E : Ah ben nous on fait plus rien !

12 P : Ah bon, alors quand c'est le prof qui travaille, nous, on se croises les bras ? Bon !...d'abord on lit l'énoncé, on lit la question...et donc on essaye de...chuuut...Bon alors, elle est où la calculatrice ? ...Bon, alors, ah ! Il faut m'appeler quand tu fais quelque chose et tu expliques, hein ? Ouh la la, et tu regardes si ils sont d'accord ! Alors point d'intersection et tu le nommes, alors on te dit : *O*

Le professeur ne demande pas aux élèves un travail préalable et compte sur les actions de G pour réguler le déroulement de la classe :

17 G : Construire trois points, alors...

18 P : Attends, attends ; tu demandes à tes camarades, est-ce que vous avez fait le cercle ?

19 G : Est-ce que vous avez fait le cercle ?

20 E : Non, attends, j'avais pas cliqué.

Dans la situation S0, P0 en s'appuyant sur l'élève « cobaye » contrôle la chronogenèse et la topogénèse

En s'appuyant sur cette structure, le professeur dans la situation S-1 d'observateur compte sur cette régulation pour pouvoir individuellement intervenir auprès des élèves. Toute la gestion de la classe repose sur ce double jeu de l'élève dirigeant la construction de la figure et du professeur régulant au fur et à mesure le déroulement de la classe. Marie est une professeur expérimentée qui pense pouvoir gérer les phases techniques comme elle a l'habitude de gérer les séances de TD dont l'objet est purement mathématique.

Analyse ascendante

Le milieu matériel proposé aux élèves est essentiellement composé des connaissances mathématiques construites (non naturalisées) récemment dans le cours sur les nombres complexes. Il est complété par la feuille d'énoncé, la calculatrice et les connaissances des élèves en géométrie. Il est ici clair que ce milieu matériel ne permet pas une prise d'initiative. Dans le cours de la situation, la figure réalisée sur la calculatrice devient un élément du milieu matériel sur lequel peut reposer des expériences. Mais la résolution proposée (imposée) est extérieure à la situation géométrique. L'algèbre permet de donner une preuve du résultat mais n'explique pas le phénomène géométrique ; en d'autres termes, cet élément du milieu matériel n'interagit pas avec les autres éléments et ne peut pas être support d'une expérience réflexive. La propriété est constatée, mais n'est pas mise en relation avec les connaissances mathématiques construites ou à construire.

Ainsi, dans la situation S-2, l'élève agissant doit suivre les instructions de l'énoncé, ce qui peut provoquer des incidents de frottements liés à la posture des élèves dans la situation : amenés à exécuter des consignes successives, les prises d'initiative ne font pas partie du contrat, ce qui peut provoquer une absence d'investissement de la situation S-1. L'action des élèves se réduirait alors à une suite d'opérations sur la calculatrice sans

lien direct avec la résolution du problème proposé dans la situation. Cette absence de situation S-1 dans la partie expérimentale de la situation la dédouble en quelque sorte en deux situations dont les liens de l'une à l'autre correspondent aux liens existants entre deux exercices successifs d'une même séance.

Analyse des incidents et perturbations dans la classe

L'analyse est construite sur les interactions orales entre le professeur et les élèves dans la conduite de la situation. L'ensemble des dialogues est reporté dans la première colonne du tableau suivant et découpé d'une façon analogue à l'analyse précédente, c'est-à-dire en suivant les événements relevant des constructions du jeu didactique par le professeur.

1 P : Alors, il y en a qui se sont perdu dans la nature ? Allez, on s'y remet. 2 P : Ah, G, il paraît que tu n'as pas ta calculatrice, alors tu vas cobayer... 3 G : Ah non alors 4 P : Ah ! t'as gagné ! Allez ! *G prend en charge la calculatrice qui est relié au rétroprojecteur* N, tu viens chercher la feuille s'il te plait. Et puis tu prends la feuille et tes affaires, hein, on sait jamais ! Voilà, G, tu vas t'installer là, voilà,... Il vient de te la donner, ton camarade... 5 E : Non. 6 P : Ah, pardon ! ... Allez, vous sortez votre calculatrice, allez *Le professeur parcourt les rangs* Allez, L, je sais que c'est ton anniversaire, t'es content, mais quand même *Brouhaha* t'es pas content ? 7 L : Si 8 E : c'est ton anniversaire, L ? 9 P : Allez, c'est G qui fait le prof, aujourd'hui ! 10 E : Ah ben nous on fait plus rien ! 11 P : Ah bon, alors quand c'est le prof qui travaille, nous, on se croises les bras ? Bon !... d'abord on lit l'énoncé, on lit la question... et donc on essaye de... chuuut... Bon alors, elle est où la calculatrice ? ... Bon, alors, ah ! Il faut m'appeler quand tu fais quelque chose et tu expliques, hein ? Ouh la la, et tu regardes si ils sont d'accord ! Alors point d'intersection et tu le nommes, alors on te dit : *O*	Mise en place de la situation S0 par le professeur

Suite page suivante

Incident de contrat IC1, ligne 10 : *Ah ben nous on fait plus rien!*	Le professeur re-propose alors les termes du contrat et se place dans le rôle prévu : surveiller l'avancement de la classe par l'intermédiaire de G, élève cobaye. Dans ce cas l'incident donne l'occasion de la négociation.
12 G : Là je fais le cercle, déjà ? 13 P : Non, non, mais tu as vu, dans l'ordre, hein ! Tu le nommes, hein ? *A la classe* S'il vous plait, les points, nommez les en majuscule. Chuuut. 14 G : Je le fais de combien ? 15 P : Construire un cercle de centre O... On te le dit pas ! Bon tu fais un cercle assez grand... Voilà, c'est bien, c'est bien, c'est pas mal ! 16 G : Construire trois points, alors... 17 P : Attends, attends ; tu demandes à tes camarades, est-ce que vous avez fait le cercle ? 18 G : Est-ce que vous avez fait le cercle ? 19 E : Non, attends, j'avais pas cliqué 20 P : Tu vois, il y en a déjà qui sont perdus. Enlève ça, tu vois, ils ne voient rien du tout, il faut que tu enlèves ça [5]. 21 E : Et le point, j'y arrive pas 22 G : Si t'appuies juste sur là ! 23 P : Point d'intersection, oui ! Et il faut nommer tout de suite O, sinon, tu es obligé de faire un texte, là. Il faut l'appeler O, il faut qu'il soit attaché au point 24 E : ah ben j'y ai pas fait... 25 P : Mais ça fait rien tu vas dans Menu, Actions, texte, voilà 26 E' : Comment on fait pour mettre la majuscule ? 27 E" : Tu fais contrôle et t'appuie là 28 E' : Ah, Ok 29 P : Voilà, contrôle Cabs... Et, oh ! Ca suffit, là ? 30 E : Ah, pardon, excusez moi 31 P : Il attend, hein, G ! 32 E : Ouais	Mise en place de S0 pour les élèves ; dans cet épisode les élèves construisent la figure, le professeur gère les actions de G qui est garant pour le professeur de l'avancée de la situation *Attends, attends ; tu demandes à tes camarades, est-ce que vous avez fait le cercle ?* (ligne 17) ce qui se manifeste par une avancée en parallèle des élèves et de G (lignes 21- 23) ; la perturbation engendrée par l'incident de contrat (IC1) précédent s'achève alors par le dialogue entre les élèves.

Suite page suivante

5. Le menu masque l'écran de la calculatrice.

33 E3 : C'est mieux le logiciel. 34 P : Oui, mais le jour du bac, c'est la calculatrice que tu auras. *Brouhaha, les élèves construisent la figure sur la calculatrice* 35 P : *s'adressant à un élève* Voilà, zoom trigo. Voilà ! D'accord ! 36 E4 : Est ce qu'il y a une taille pour le rayon ? 37 P : Non, apparemment, il n'y a pas de taille précise pour le... 38 E : Madame, il veut pas que je le nomme, là 39 P : Mais si, il va bien vouloir,... mais il faut que le point clignote 40 E : Mais oui, mais j'y arrive pas ! 41 P : Alors fait point, point, point, point, point d'intersection, alors il te demandera point d'intersection point d'interrogation ! 42 E' : Sur le cercle les points ? 43 P : Oui, bien sûr, évidemment. Très bien. Ah, G, je crois qu'on peut faire l'étape suivante, voilà, regardez ce qu'il a fait.	Première alerte
Incident de contrat IC2 : ligne 33 déclenché par des difficultés de manipulation de la calculatrice. Devant les difficultés de manipulations rencontrées avec la calculatrice et devant la posture du professeur, un élève compare les possibilités des manipulations sur la calculatrice et sur l'ordinateur.	La perturbation locale est révélée par le brouhaha qui suit l'incident. Le professeur ramène la situation S0 à ses intentions d'enseignement qui sont en contradiction avec la situation elle-même construite non pas comme une épreuve du bac (pendant laquelle les élèves auront la calculatrice) mais comme une épreuve pratique (pendant laquelle les élèves travailleront sur ordinateur). Il se crée ici un petit décalage qui n'a pas de conséquences dans l'immédiat puisque la trajectoire semble continuer : ligne 45 *P : Oui, bien sûr, évidemment. Très bien. Ah, G, je crois qu'on peut faire l'étape suivante, voilà, regardez ce qu'il a fait.*

Suite page suivante

Incident syntaxique, IS1, ligne 39, déclenché par les rétroactions de l'artefact.	La réponse du professeur semble régler le problème et maintenir la perturbation à un niveau local. Le répertoire de réponse semble bien rôdé pour reprendre la terminologie de Clark-Wilson (2010). L'épisode suivant montre cependant que la perturbation se poursuit.

Suite page suivante

44 E : Je dois écrire dans texte.
45 P : Oui, vas y !
46 E : il veut pas !
47 P : Il veut pas ? Ah ? Pourquoi, il veut pas ? Bon, ben, tu effaces, tu reviens menu point, tu montres ton point et tu tapes tout de suite O, en majuscule... Voilà, et tu tapes O, tout de suite en majuscule.
48 E : Mais moi, ça marche pas, merde.
49 P : Pourquoi, ça marche pas. Voilà, tu es bien en pointeur, là, voilà et la tu tapes O.
50 E : Merde !
51 P : Bon, alors attends !
52 E : Comment on fait pour le renommer le point !
53 P : Ben, oui, ça marche pas. Bon, alors, Menu, oui, texte, vas-y... voilà, le point clignote, normalement ça devrait marcher ! Voilà ! Et il faut appuyer sur Enter ; tu l'avais peut-être pas fait ?
54 P : *s'adressant à la classe* Bon, alors... Non, vous retapez texte, oui, voilà, majuscule ! *Le professeur déambule dans les rangs et répond aux questions*
55 P : Alors, le point O déjà, le point O, point d'intersection, et donc on le nomme.
56 E5 : Ah bon, faut le nommer ?
57 P : Oui, c'est plus sympa de le nommer ; enfin, bon !
58 E6 : Madame, comment on fait déjà, une fois qu'on fait point sur, y'a un truc pour le nommer ?
59 P : Oui, tu appuies sur la lettre, là tout de suite. Attends, voilà, point sur, voilà, et là tout de suite tu tapes A majuscule... Ca, A. Qu'est ce t'as fait ? Non, oui, tu fais, tu fais, tu cliques ça A là et Enter, normalement ça devrait marcher... Non, ça marche pas ?
60 E7 : A mon avis il faut faire hop !
61 P : Ah oui, Enter, voilà, voilà ça y est. Oui, donc en fait il faut ré appeler sur le truc. Voilà ! Alors, faites pareil !
P va voir un autre groupe d'élèves
62 P : Alors, ça marche ?
63 E8 : Construire les milieux M, N, P. C'est des segments ou c'est... C'est quoi ?
64 P : Alors, construire les milieux alors, j'ai, faut lire l'énoncé, regarde, il faut pas se tromper : M c'est le milieu de $[BC]$; attention à l'ordre ! N c'est le milieu de $[DE]$...

Contrôle de l'avancée du travail et maintien de la dynamique par le professeur. Le professeur s'attache à maintenir une gestion conjointe de la trajectoire du cours par une régulation de la chronogénèse (ligne 62 : *P : Alors ça marche ?*), de la mésogénèse (ligne 57 *P : Oui, c'est plus sympa de le nommer ; enfin, bon !*) et de la topogénèse :
63 E8 : Construire les milieux M, N, P. C'est des segments ou c'est... C'est quoi ?
64 P : Alors, construire les milieux G, faut lire l'énoncé, regarde, il faut pas se tromper : M c'est le milieu de $[BC]$; attention à l'ordre ! N c'est le milieu de $[DE]$...
Sur une question d'un élève (E8), le professeur répond en interrogeant G et revient dans la position de coalition avec l'élève cobaye, garant de l'avancée chronogénétique.

Suite page suivante

Incidents syntaxiques, IS2-3, ligne 48, 58, provoquées par des interactions avec la calculatrice, ils ne créent que des perturbations locales, réglées par le professeur et/ou par les élèves eux-mêmes comme par exemple, ligne 60 : *A mon avis il faut faire hop !*	Les perturbations locales agissent comme renforcement de l'action conjointe des élèves et du professeur : ligne 61 : *Voilà ! Alors, faites pareil !*

65 P : Donc, du coup je n'ai pas suivi ce qu'a fait G. C'est bien ce qu'il fait ? Oui, vous contrôlez ? Alors, on relit l'énoncé. *à tous* relisez l'énoncé, ne vous trompez pas. M c'est le milieu de $[BC]$, en haut, oui, ensuite N c'est le milieu de $[DE]$ et P c'est le milieu de $[FA]$. Ne vous trompez pas dans les trucs, là parce que alors là !
66 P : *s'adressant à G* Alors, t'as fait A, C, E ?
67 G : Ben j'suis en train de faire la rotation.
68 P : *à la classe* Bon, alors, la rotation, vous avez vu, ça on l'a encore jamais fait la rotation. Alors, rotation, vous avez vu, c'est dans les transformations. Bon. Alors, vous pointez d'abord l'angle. Vous l'avez marqué le texte ? Voilà ! Vous montrez le texte π sur trois, après vous montrez le centre ; le centre, c'est quoi ?

Dans cet épisode, on voit le jeu du professeur qui régule l'avancée par des allers-retours entre l'élève cobaye et la classe.

Suite page suivante

69 G : C'est O. 70 P : Et après c'est A, il doit y avoir un point qui a apparu ? 71 G : Non ! 72 P : Ah ! J'ai pas bien vu ; allez, on recommence ! Rotation... 73 G : Transformation, 74 P : Rotation, oui, le nombre, d'accord, ensuite le centre... 75 E : L'angle on l'écrit comme ça ? 76 P : Texte, oui, oui, dans un coin de l'écran, texte et puis vous tapez π sur trois. *se retournant vers G* Qu'est-ce que c'est ? Non, non, non, t'as pas fait rotation, non, non, non, c'est pas possible, qu'est-ce que c'est cette... Si ? C'est une rotation ? 77 G : Oui ! 78 P : Bon ! 79 G : Donc, là... 80 P : Après, tu montres le point A. 81 P : Purée ! C'est pas... Attends, le point A... Le problème, c'est qu'il y a un point qui est apparu en bas, et c'est pas le bon angle, attends... Bouge ton point A, mets le un petit peu plus loin ton point A, et refais le truc.	Construction du point B par rotation.
Incident syntaxique, IS4, ligne 71 ; le déclencheur est la traduction dans la syntaxe de la machine de la construction d'un point par rotation.	La perturbation se poursuit et nécessite de reprendre la construction pas à pas ; il s'agit, pour obtenir l'image par une rotation d'un objet, de pointer la valeur de l'angle, le centre puis l'objet ou bien le centre, la valeur de l'angle puis l'objet. La perturbation et la réponse adaptée participe à l'instrumentation des élèves qui suivent la construction, mais aussi à celle du professeur qui modifie son répertoire de réponses, comme illustré dans l'épisode suivant, ligne 85, 86 : *Madame, comment on met le point A et le point O ou le point O et le point A ? Non, d'abord le centre et puis ensuite....*

Suite page suivante

82 G : Pointeur... Je le mets un peu plus...
83 P : Oui, un peu plus vers l'axe des abscisses.
84 E : Madame, comment on met le point A et le point O ou le point O et le point A ?
85 P : Non, d'abord le centre et puis ensuite...
86 G : Comment on fait pour le fermer, déjà, le...
87 P : Tu, tu... Sur le truc central tu appuies, oui, là, voilà, longtemps, voilà ! Voilà, descends le un peu.
88 G : Ah oui, ça descend avec.
89 P : Voilà, alors refais ton truc.
90 G : Je le descends là, c'est bon ?
91 P : Oui, oui, on va voir...
92 G : Alors, transformation, rotation, c'est 4.
93 P : Rotation, c'est bien rotation ?
94 G : Voilà, je montre π sur trois...
95 P : Le nombre, oui, le point...
96 G : Le point O...
97 P : Oui, et après tu montres le point A ; mais non, mais qu'est-ce que c'est cet axe ? Là, tu es en train de faire..., tu as pas fait rotation ? Oui, si ! Voilà, tu as un point là haut, là ! Et tu le nommes !
98 G : C'est lequel ?
99 P : Là !
100 G : Je le note comment ?
101 P : Et, ben, tu regardes dans l'énoncé
102 G : Ah ! B' !

La construction pas à pas faite conjointement par G et les élèves de la classe, guidée par le professeur pourrait sembler suffisante pour clore la perturbation ; elle se prolonge cependant au delà de l'épisode : ligne 104 : *Comment il faut faire pour faire ça ?* puis lignes 107, 110, 156 : *On fait dans l'ordre, le truc, hein !, Oui ! Donc, c'est bon ; nombre, après le centre... Donc c'est O le centre, Alors t'as mis π sur trois pour faire ta rotation là ?*,...

103 E : Comment il faut faire pour faire ça ?
104 P : Alors on cherche rotation... Qu'est ce que c'est une rotation ? C'est une transformation ! Alors, on cherche transformation, rotation. Voilà. Et après on regarde... C'est quatre, d'accord, rotation ! Est-ce que tu as tapé le texte π sur trois, avant ? Pour préparer la route.
105 E : Non !
106 P : Ah ! Méthode : dans un coin de l'écran... On fait dans l'ordre, le truc, hein ! ... Ca marche ?
107 E' : Oui !

Lien entre mathématique et technologie : dans ce très bref épisode, le professeur interrogé sur un problème d'ordre syntaxique (Comment faire tracer l'image d'un point par une rotation donnée) répond en utilisant un argument d'ordre mathématique : ligne 105 ; la construction d'un répertoire de réponses initié par la perturbation engendrée par IS4 se poursuit.

Suite page suivante

108 E" : Une fois qu'on a fait π sur trois, on sélectionne ? 109 P : Oui ! Donc, c'est bon ; nombre, après le centre... Donc c'est O le centre... 110 E" : Mais j'appuie sur rien, là. 111 P : Ah ben si, faut appuyer ! 112 E" : Avec ça ? 113 P : Je sais plus... Enter... Voilà ! Après voilà, Enter, le point O, voilà et après le point A. Voilà... Et donc il y a un point qui est apparu ou ça ? Eh be ! Qu'est ce qui s'est passé ? Ca n'a pas marché ! 114 E" : Ben en fait, quand... 115 P : Refais ! Tu sélectionnes le point puis tu supprimes, j'sais pas, le point, pointeur, je sais pas. 116 E" : Pointeur ?	Dans cet épisode, le professeur se promène dans la classe et fait refaire la construction de l'image d'un point par la rotation a un autre élève.
Incidents syntaxiques, IS5, IS6, ligne 113, 116 : le déclencheur est encore une fois une rétroaction de l'artefact.	L'incident déclenche lui-même un nouvel incident syntaxique qui débute ligne 116.

Suite page suivante

117 P : Je sais pas, là tu me poses une colle, je sais pas, vas y ! Tu montres le point, là, voilà ! Peut-être, il fallait mettre point, je sais pas. Voilà, clic droit, efface, y'a pas un clic droit ? Je sais plus...
118 E"' : Tout effacer !
119 E" : Menu, action...
120 P : Non, non, pas tout effacer ! Le point tu l'effaces, point, voilà et clic droit...
121 E" : Clic droit, c'est quoi ?
122 E"' : On n'est pas sur l'ordinateur !
123 P : Oh là là, oui, excusez moi ! Oui, oui ! Tu sélectionnes, non pas le cercle ! Tu prends le point, oui, alors Menu ; attends, il faut Menu Outil, alors, attends, qu'est ce qu'il faut faire pour supprimer un point ? J'ai une colle, là ! Sélectionner, non pas sélectionner...
124 E"' : Ah, j'ai trouvé, madame !
125 P : Oui ?
126 E"' : C'est contrôle menu...
127 E" : Je fais pointeur, déjà ?
128 E"' : Non, tu fais Menu, sélectionner. Tu sélectionnes le point B en restant appuyé sur la main pour faire refermer la main, et après...
129 E" : Mais, là, j'ai le cercle...
130 E"' : Et après contrôle menu et il y aura supprimer...
131 E" : Mais là, j'ai le cercle.
132 P : Non, il fallait que ce soit le point, alors !
133 E"' : Tiens regarde...
134 P : Ou sinon, tu le caches, et puis c'est tout !
135 E"' : Tu fais comme ça. Va sur le point, fait sélectionner.
136 E" : Ah ! d'accord !
137 E"' : Tu fais contrôle menu...
138 E" : Oui, mais là, c'est le cercle là !
139 P : Remet sur le point. Remet sur le...
140 E"' : Sélectionner, voilà, tu t'approches du point, voilà t'appuies longtemps au milieu pour fermer, voilà et là tu fais, contrôle menu et c'est quatre.
141 E" : Ah oui, c'est bon !
142 P : Ah oui, quatre supprimer. Merci E"' ! Alors, on fait pareil, pour euh... Alors, attends, fais bouger le point A pour voir un petit peu ce qui se passe. Tu as nommé au fait ? Attends, tu as pas nommé !

Cet épisode correspond à un dialogue entre deux élèves et le professeur dont le but est de régler le problème de la suppression d'un point provoqué par l'incident syntaxique IS6 ; la réponse ne fait pas partie du répertoire de réponses du professeur, mais il engage le dialogue avec les élèves pour résoudre le problème syntaxique ce qui participe à l'élargissement de son répertoire. Il se déroule en parallèle de la dynamique générale de la classe et participe d'une part à la modification du contrat initial (avancement de tous conjointement) et à l'évolution de la genèse documentaire des élèves et du professeur (lignes 140-142).

Suite page suivante

Incident syntaxique, IS6, ligne 121 : la traduction du geste dans le registre de représentation de la calculatrice n'est pas naturel. Trois registres de représentation sont présents : le registre du dessin manuel dans lequel la suppression est le résultat d'un coup de gomme, le registre de dessin de la calculatrice qui peut être réalisé par la procédure expliquée par E"' (ligne 140), et enfin le registre de dessin du logiciel sur ordinateur où le clic droit permet de sélectionner le point et la touche « Suppr » de le supprimer. Cet extrait illustre bien le type « incident syntaxique », en croisant ici trois syntaxes différentes suivant les contextes dans lequel se trouve le sujet.	La perturbation ne semble pas dépasser la durée de l'incident au niveau local des trois protagonistes, mais crée dans le fonctionnement des élèves impliqués une perte de dévolution, la situation mathématique étant masquée par cette conversion de registres. Perturbation que l'on retrouve dans l'épisode suivant.
143 E" : C'est B. 144 P : Ah oui, c'est B ! Fait bouger le point A pour voir ce qu'il se passe. Fait bouger le point A. Voilà ! Attends, on est en train de faire B, ça y est, on a fait B, pareil pour... 145 E" : Mais quand vous dites D, D c'est O, C 146 P : Voilà, l'image de C ! Voilà vous vérifiez bien que c'est... 147 G : Toujours π sur trois ? 148 P : Oui, toujours π sur trois... Voilà, alors tu fais pareil avec C, avec euh... Est-ce que quelqu'un est arrivé à la fin de la figure ? 149 P : *s'adressant à un élève E2* Et le triangle, il est où ? Je voudrais le voir, le triangle... 150 E2 : Quel triangle ?	L'épisode ci-contre montre une reprise topogénétique par le professeur qui revient vers G pour relancer la dynamique de la classe ; cet épisode se termine par un incident de frottement.
Incident de frottement, IF1, ligne 150 ; le déclencheur de cet incident est la perturbation engendrée par les incidents syntaxiques précédents qui ont maintenu les élèves dans une situation de référence ; aucune expérience sur les objets mathématiques ne permettaient de sortir du milieu objectif ici représenté par les touches de la calculatrice.	La perturbation engendrée par l'incident est un maintien dans une situation de référence qui entraîne le professeur à préciser le sens du problème.

Suite page suivante

151 P : Ben le triangle MNP. *(10s)* Alors, qu'est ce que ça donne ? *(10s)* C'est vrai que c'est mieux à l'écran quand même. Relis l'énoncé. C, c'est l'image de D par la rotation. D'accord ? La rotation de centre O et d'angle π sur trois. Alors t'as fini, E3 ?
152 E3 : Non, pas encore !
153 P : Alors, t'en es où ? Ou est-ce que t'en es ?
154 E3 : Ben, j'ai, j'ai...
155 P : Alors ? Après. D'accord. Alors t'as mis π sur trois pour faire ta rotation là ? Non, texte, c'est dans Action, Action, texte, tu le mets dans un coin de ton écran.
156 P : Bon, ça y est, tu as tout, y'a le triangle, et tout ?
157 E4 : Le triangle ?
158 P : Ben, je voudrais voir MNP : qu'est ce que c'est le titre : Faire une conjecture sur la nature du triangle MNP
159 E4 : Ah, OK, il fallait le tracer, alors.
160 P : Il y a triangle, quelque part, dans les menus.
161 E4 : Menu...
162 P : *s'adressant à tous* Le titre de l'énoncé : Faire une conjecture sur la nature du triangle MNP donc en général qu'est ce qu'on dit, si on fait une conjecture sur le triangle, on a peut être envie de le dessiner. En général, on a peut-être envie de le dessiner !
163 E5 : Comment on le trace ?
164 P : Ah, alors, est-ce qu'il y a triangle dans les menus, rappelez moi ! Construction, voilà... Figure, voilà. Alors vous me faites bouger tous les trois points A, C, E, pour voir ce qui se passe. Est ce que ça reste, toujours, euh... Est-ce que quelqu'un a bougé le rayon du cercle aussi, si vous élargissiez le cercle, qu'est ce que ça donnerait ?
165 E : Un triangle équilatéral *Brouhaha.*
166 P : Voilà, vous faites aussi bouger le rayon du cercle. Vous faites bouger A, E le rayon du cercle.

Le professeur replace dans le milieu matériel l'énoncé et le but du problème que la perturbation précédente avait rejeté et il prend alors appui sur cette perturbation pour faire un rappel général à la classe de l'objectif du problème : lignes 160, 164. L'épisode se termine par la construction sur la calculatrice d'un triangle équilatéral et la demande aux élèves de bouger les points dans la construction pour arriver à la conjecture souhaitée.

Suite page suivante

167 E6 : Quand je fais bouger A, c'est le cercle qui bouge et non le A, et non le point, là !
168 P : Ah !
169 E6 : C'est pas normal !
170 P : Ah mais oui, mais, il est où ton point A, je le vois pas.
171 E6 : Il est là !
172 P : Il est là, et tu peux pas le faire bouger ?
173 E6 : Ben non !
174 P : T'as fait point sur le cercle pour le construire ?
175 E6 : Oui, il me semble.

La construction réalisée par E6 repose sur une erreur initiale de syntaxe : pour construire un cercle, une méthode consiste à désigner le centre puis un point du cercle. E6 a désigné le point de construction du cercle comme le point A si bien que le déplacement de A modifie le rayon du cercle.

176 P : T'es sûre... Ah, mais ça va plus ça. Fais moi bouger C, pour voir. Tu peux faire bouger le point C... Il faut que la main soit comme çà, tu sais. Voilà. Non, ça, c'est l'étiquette, là. Faut bien que ce soit marqué le point C. Non, tu vois, pas l'étiquette, il faut que ce soit le point... Bon, tu sais ce que tu vas faire, tu vas me supprimer l'étiquette, où la mettre plus loin, parce que là elle te gène pour prendre le point. Élargis, non, élargis encore le cercle, tu fais un zoom avant, voilà t'auras plus de facilités pour prendre le point. Tu mets pointeur sur l'étiquette, t'essayes de la mettre un peu plus loin, pour avoir l'espace, pour attraper le point... Voilà, alors maintenant tu fais pointeur mais sur le point, là, peut-être tu auras plus d'espace pour attraper le point, uniquement le point, là... Ah ça y est le point C, c'est bon. Bon là, tu peux bouger, c'est bon. Bon alors maintenant le point A, refais la même chose avec A. Bon, dès le départ, il est sur l'axe des ordonnées, il a pas compris, quand tu l'as construit. Tu sais ce que tu devrais faire, tu devrais supprimer le point A ; refais la construction du point A, et le remettre carrément ailleurs, tu vois le remettre...

Incident syntaxique IS7 ligne 170 ; le déclencheur est la rétroaction de l'artefact.	Comme précédemment, la perturbation se poursuit le long de l'épisode et participe à la perte de sens du problème de mathématiques.
177 P : Bon, alors, ça donne quoi, là... 178 E7 : Ben, j'ai réussi à faire le point B 179 P : Ah ! Super ! Fais moi bouger un petit peu le point A, voilà...	Le professeur se déplace dans la classe et regarde les écrans ; un élève (E7) a réussi la construction et peut faire bouger les points. Les effets de la perturbation jouent ici sur le professeur qui demande de faire bouger le point (ligne 180) mais ne revient pas à la situation mathématique.

Suite page suivante

180 P : Bon, alors, notre cobaye, t'en es où ? Tu y es arrivé ? T'en es où ?
181 G : Ca m'énerve, là. Parce que j'ai trois points, ils disent de tracer le triangle MNP, mais le problème, c'est que M je sais pas lequel c'est...
182 P : Ah, tu sais pas lequel c'est ?
183 G : Ben, ici, les trois, y'a M, D, E qui sont au même endroit.
184 P : Ah oui, ça c'est bête !
185 G : Et j'arrive pas à les bouger.
186 P : Et, ben c'est ton problème ! *Rires* Non, tu regardes, bon, déjà essaye déjà de faire un petit zoom avant.
187 G : Je vais faire ça à l'arrache. Zoom avant ?
188 P : Zoom avant, tu mets ça vers le haut, déjà, ça élargira le truc. Chuuut. voila. Bon maintenant, tu essayes de, qu'est ce qu'il y a là dedans, il y a le point E, tu m'enlèves le point E, voilà tu le fais glisser... tu fais glisser le point E. Ah, point N, mais essaye d'avoir une main, tu sais comme euh...
189 G : Oui ; c'est ça le souci, alors je vais refaire un zoom, là !
190 P : *s'adressant à d'autres élèves* Chuuuut. Bon, alors, ça a donné quoi, là, vous avez fait bougé, là. Allez, ben on passe à la théorie, c'est super ! Vous pouvez peut-être faire la figure sur votre cahier, non ?
191 G : C'est bon...
192 G : Ça y est.
193 P : Ah ! Ça y est ! Ouf ! Bon, ça y est bon ! Allez, bon on passe à la partie théorique, c'est super, ça. Peut-être refaire la figure sur votre cahier, non ? Hein, allez on va faire ça, allez, hop, hop, hop, hop ! Bon, alors, chuut !

Le professeur profite de l'événement précédent pour interpeler l'élève cobaye et reprendre la direction de la progression commune de toute la classe (ligne 180).

Suite page suivante

Incident syntaxique IS8, ligne 182 provoqué par l'utilisation de la géométrie dynamique sur la calculatrice.	Une première conséquence de cet incident est le dérèglement de la gestion chronogénétique de la situation par le professeur ; elle souhaite faire avancer la classe vers la résolution mathématique du problème et l'incident retarde ce changement d'activité comme les indices des lignes 185, 187 et 193 en témoignent. Une deuxième conséquence est une modification du contrat : la discussion avec l'élève cobaye n'a pas un sens général et la classe « s'échappe » comme les rappels à l'ordre le montrent (lignes 189, 191).
194 P : Allez, on a une heure, hein ? ... Alors chuuutt ! 195 P : Bon, allez, si on a $z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$, j'écris z_B sur z_A, z_B sur z_A et grosse astuce, z_B c'est $z_B - z_O$. On est d'accord. Et z_A c'est $z_A - z_O$. Donc on a z_B moins... 196 E : Ça fait comme euh... 197 P : Oui, ça vous fait penser à quoi, ça ? 198 E : *inaudible* 199 P : Oui, très bien ! E, allez, tu vas venir me l'expliquer. Allez, au tableau ! C'est super ça ! Non, non, mais je ne rigole pas, en catimini pour ceux qui sont déjà à la partie théorique, tu viens nous expliquer ce que tu viens de me dire dans l'intimité.	Dès que l'élève cobaye a terminé la construction, le professeur s'empare de la question mathématique.

Suite page suivante

Incidents de contrat, IC4-5, lignes 194, 200. Dans cet épisode, deux incidents de contrat complémentaires se superposent :

1. changement de posture vis-à-vis de l'élève cobaye dont le statut change à partir du moment où la figure a été réalisée ; jusque là, régulateur de la chronogénèse, il doit s'effacer et perd ce rôle.

   Ligne 193 : *G : Ça y est.*

   Ligne 194 : *P : Ah ! Ça y est ! Ouf ! Bon, ça y est bon ! Allez, bon on passe à la partie théorique, c'est super, ça. Peut-être refaire la figure sur votre cahier, non ? Hein, allez on va faire ça, allez, hop, hop, hop, hop ! Bon, alors, chuut !*

2. changement posture du professeur vis-à-vis de la classe et de sa volonté de conduire en parallèle tous les élèves : deux groupes sont annoncés :

   Ligne 200 : *[...] en catimini, pour ceux qui sont déjà à la partie théorique*

C'est un début de perturbation majeure dans la classe, cet épisode étant le déclencheur d'une perte de contrôle des trajectoires individuelles de la part du professeur, et d'un désinvestissement de la part des élèves. Un indicateur de cette perturbation menant à des trajectoires chaotiques est le nombre de rappels à l'ordre (« Chut ») prononcés par le professeur jusqu'au bout de l'enregistrement.

Suite page suivante

P : Bon, alors, il est où ce triangle ? 200 E8 : Il est là. 201 P : D'accord, mais j'aimerais bien le... ouh ! Ca, ça m'étonnerait ! Alors le point M c'est quoi ? 202 E8 : C'est le milieu de $[BC]$, alors, c'est celui là ! 203 P : Alors, c'est M. Ça serait bien de les nommer ! 204 E8 : Oui, mais, faut que j'aille dans texte, et après quand on se met à bouger le point il est où ? 205 P : Les trois points ils sont où ? Je vois pas très bien, là ! 206 E8 : Ça a buggé ! 207 P : Ah, alors si ça a buggé ! j'aimerai bien le voir quand même ce triangle ! *P se tourne vers E9 et E10* Bon alors, vous en pensez quoi, les garçons ? Ah il est joli ce triangle, il est mignon, tout plein ! Bon ! Chuuut ! Ah, eh oh ! *s'adressant à E11* Parce qu'en plus tu l'as pas fait ? 208 E11 : Si, j'en ai fait un, mais je comprends pas pourquoi, ils bougeaient pas les points !	Pendant que E se dirige vers le tableau, P s'adresse à d'autres élèves et surveille les constructions qui ne sont pas toutes réalisées ; dans un souci chronogénétique, le professeur ne s'attarde pas longtemps sur ces manques et modifie sensiblement le contrat.
Incident de frottement IF2, lignes 202-208 ; le déclenchement de cet incident est lié au changement de position dans la situation du professeur. Comme l'analyse ascendante l'a montré, l'absence de situation S-1 de la partie expérimentale fait que le professeur se trouve entre deux positions : observateur de la situation S-2 expérimentale ou de la situation S-1 théorique.	Cette double position provoque une déstabilisation des élèves et une rupture de contrat dont le nombre important de rappels à l'ordre de l'épisode suivant est un indicateur. Les élèves ne reçoivent plus de réponses (lignes 207, 209) : les trajectoires sont ici divergentes.

Suite page suivante

209 P : *s'adressant à E* Alors, t'expliques juste la première question. Donc l'énoncé, vous dit quoi ? Chuuut. $z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$ Chuuut ! Comment on pourrait raccrocher ça, chuut à une formule du cours ? Chut. Alors, grosse astuce, comment on va... qu'est-ce qu'on fait ? Voilà, donc on écrit ça comme ça. O c'est z_O, chuut et qu'est ce que c'est la formule du cours ? *E écrit au tableau* OA, OB ; donc ça c'est le sujet, sujet, verbe aussi. Il faut déjà mettre les parenthèses autour. Voilà. Alors qu'est ce qu'il dit le cours ? Il dit que l'angle de vecteurs $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ c'est égal à quoi ?

210 E : π sur trois.

211 P : Oui, alors il faut m'expliquer pourquoi tu me dis que c'est π sur trois. Parce que c'est l'a-r-g-u-m-e-n-t de ? Comment on a écrit dans le cours exactement, qu'est ce qui est écrit dans le cours ? Argument de... ? C'est ce que tu viens d'écrire ? Attention ! Il faut pas confondre ! Ca, ça c'est un complexe.

212 E : Ca c'est une mesure d'angle.

213 P : Voilà ! Tu écris vraiment la formule comme il faut. Bon déjà, tu termines quand même, comment on exploite ça, ça c'est donc quoi d'après l'énoncé ? On veut démontrer. C'est exponentielle, oui. On est en train de chercher, donc point d'interrogation, il parait que c'est exponentielle i π sur trois. Pourquoi ? Non, attends, comment c'est l'énoncé. Je m'emmêle les crayons, qu'est ce que c'est ? Expliquez pourquoi, oui ? Voilà, donc on rappelle la formule du cours, l'argument de, vous vous rappelez, on fait la différence en haut la différence en bas et comment on fait ? On prend celui du bas dans l'ordre inverse donc, vecteur OA, vecteur OB modulo 2π ; alors, ça on sait pas, c'est ce qu'il faut démontrer ; alors qu'est ce que vous en pensez, d'après l'énoncé, d'après les hypothèses, donc on explique que par construction, et ça, je t'en dispense, donc je vous laisse rédiger, c'est bon, donc tu peux retourner à ta place. Donc, pour que ça se goupille bien, qu'est ce que vous expliquez B c'est quoi ?

Le professeur accélère le temps en proposant un dialogue dirigé avec un élève. On perçoit dans la classe les perturbations par un décrochement important d'une partie des élèves qui se désintéressent à la fois de la construction sur la calculatrice et de la résolution du problème, puisque le contrat veut que la partie expérimentale soit une aide à la partie théorique. L'abandon de cette construction empêche la poursuite de l'implication.

Suite page suivante

214 Es : *Brouhaha*
215 P : Non, par construction, c'est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle π sur trois, donc la mesure de l'angle de vecteurs $\vec{OA}, \vec{OB}$ égal... π sur trois. Et d'autre part, qu'est ce que vous pouvez dire sur les distances ?
216 E : Elles sont égales.
217 P : Elles sont égales, voilà ! Donc ça veut dire que le module de $z_B - z_A$ sur $z_A - z_D$ égale ?
218 E : Un.
219 P : Oui, donc conclusion ? $z_B - z_A$ sur $z_A - z_D$ égale exponentielle de i π sur trois. Allez, je vous laisse rédiger ça et après je regarde si c'est bien rédigé.
220 E : On n'a pas compris.
221 P : On n'a pas compris, c'est pas grave, on cherche, on fait comme si on avait rien dit au tableau, allez. *Brouhaha*
222 P : Chuuut
223 P : *à un élève* Ca, on ne le sait pas, il faut le démontrer.

Incident de contrat, IC6 ligne 221 ;	Le changement de posture du professeur provoqué par l'incident de frottement des lignes 202-208 n'est pas compris. La fin de la séance, (non enregistrée) accentue les décrochements et la perte de contrôle du professeur.

Conclusion provisoire

L'analyse ascendante a mis en évidence la difficulté à construire sur la situation objective une situation didactique féconde du fait de la parcellisation du milieu matériel. Les intentions du professeur rentrent en contradiction avec la situation proposée aux élèves, ce qui oblige à une négociation permanente du contrat souvent mal compris ou accepté dans la classe. L'absence de situation S-1 est un élément déclencheur d'incidents de contrat que les incidents syntaxiques ne font que renforcer : les réponses du professeur d'ordre technique éloignent les élèves du sens du problème.

L'analyse descendante, quant à elle, a montré que l'ensemble de la situation reposait sur la capacité du professeur à gérer l'avancée des tâches d'abord liées à la construction de la figure dans le registre de la calculatrice, puis à la résolution algébrique du problème de géométrie. Le choix fait par Marie d'utiliser un élève cobaye permettant cette régulation a dans un premier temps parfaitement fonctionné, mais les incidents syntaxiques successifs

et disséminés dans la classe ont progressivement entraîné des perturbations qui ont conduit à une perte de contrôle des dynamiques particulières des élèves. De plus, les incidents de contrat ont modifié la position des élèves qui se sont trouvés exclu du collectif construit depuis le début de l'heure. On peut dater précisément cette rupture (Incidents de contrats de l'épisode 196-202).

La conclusion donnée par Marie dans l'entretien « à chaud », met bien en évidence la difficulté à conduire parallèlement les apprentissages technologique et mathématique, même si la responsabilité est reportée vers le comportement des élèves :

> Ah ! C'est catastrophique ! Tout va bien ! (*rires*) Non, y'a vraiment un problème, je ne suis pas contente de ce qui se passe en ce moment, franchement, non, non... Non, et puis il y a un manque de travail, un manque d'investissement, quoi... Ils ont pas la hargne, quoi !

Par ailleurs, cette deuxième observation met en évidence que les perturbations peuvent être à l'origine d'incidents didactiques (IF1, ligne 151). Les incidents syntaxiques maintiennent les acteurs dans une situation objective qui rentre en conflit avec les intentions du professeur ; le professeur lui-même par l'adoption d'une posture d'intervention dans la situation S-2 renforce les perturbations qui à leurs tours peuvent être déclencheurs d'incidents.

Enfin, cette observation confirme les effets des incidents didactiques sur l'instrumentation dans le processus de genèse documentaire comme on peut le voir lors de IS1 (ligne 39) avec un renforcement du répertoire de réponses du professeur, IS2-3 (lignes 48, 58), IS4 (ligne 71) où l'incident renforce l'action de l'enseignant dans une perspective d'action conjointe.

Conclusion de la première observation

De ces premières observations, un certain nombre de conclusions peuvent déjà être tirées concernant d'une part la méthodologie et d'autre part les éléments marquants permettant de répondre à la question de recherche.

Les calculatrices utilisées par les élèves et le logiciel, comme tout artefact rendent disponibles de nouveaux registres de représentation des objets mathématiques utilisés. La conversion entre registres dépend à la fois de la compréhension des objets mathématiques en jeu et de la maîtrise de la syntaxe propre du logiciel utilisé pour leurs représentations. L'absence de maîtrise de la syntaxe ou sa maîtrise partielle conduit à des bifurcations didactiques pendant lesquelles E-agissant, au lieu d'expérimenter sur les objets mathématiques, expérimente sur les règles syntaxiques de leurs représentations. Les liens entre expériences et connaissances dans la situation de référence passent certes par un travail à l'intérieur d'un registre mais surtout par la possibilité de convertir d'un registre à l'autre pour cerner les objets mathématiques en jeu.

La mise en évidence, dans l'analyse des situations de classe, des types d'incidents et des éléments déclencheurs permet de comprendre la nature des perturbations que l'on peut observer dans la classe ; d'une part en attrapant le déclencheur et d'autre part en suivant la modification de la trajectoire de la classe ou de la trajectoire individuelle. Les perturbations de la trajectoire de la dynamique de la classe dépendent du type d'incident

et des réponses apportées par le milieu qu'il s'agisse d'une rétroaction du milieu matériel ou d'une intervention du professeur élément du milieu d'apprentissage des élèves. C'est ce qui apparaît très nettement dans l'observation de la séance de TD pendant laquelle les incidents successifs perturbent suffisamment les dynamiques individuelles pour modifier la trajectoire globale de la classe.

D'un autre côté, les incidents didactiques, en provoquant réorganisations locales des artefacts, participent à la genèse documentaire des enseignants et des élèves. Cette remarque doit encore être vérifiée, d'une part en utilisant les observations et en profitant de la répétition d'une situation dans une même matinée (paragraphe 4.2.2 page 170) et d'autre part en utilisant les outils méthodologiques de suivi dans le temps (paragraphe 4.2.3 page 188).

4.2.2 Deuxième matinée d'observation (23 avril 2009)

Cette deuxième matinée d'observation se déroule quatre mois après la précédente observation dans la classe de Marie. Une visite intermédiaire au lycée s'est déroulée au mois de mars avec une observation dans une autre classe de terminale et un entretien avec le professeur. Cette visite participait au recueil de données pour le travail de Sabra (2011 (en cours)) mais aussi à la compréhension du fonctionnement du lycée et à la mise en place du contrat d'observation. Marie n'a pas rempli le journal de bord dans la semaine précédente et explique dans l'entretien préalable qu'elle n'avait *pas trop le temps* ; elle explique que, depuis la dernière observation, le cours d'analyse a avancé et les fonctions logarithme et exponentielle ont été introduites. Marie annonce que le TP en salle informatique sera *une introduction au cours de probabilité* et que les deux heures de travaux dirigés seront consacrées à une épreuve tirée des annales de l'EPM. L'entretien a été réalisé alors que Marie rassemblait ses affaires, puis se dirigeait vers la salle de classe. Ces deux événements (journal de bord non rempli, volonté de répondre aux questions sans arrêter son travail habituel) pourraient être interprétés comme des incidents de contrat (d'observation) entre le chercheur et le professeur observé. Ils sont à mettre en regard de la confiance dans les circonstances de l'engagement et des positions relatives de l'observateur et de l'observé. Dans ces conditions, et pour préserver la neutralité de l'observation, j'ai dû adapter les outils méthodologiques et recueillir les informations dans des discussions informelles avec Marie.

Position de la séquence

Marie place ce TP comme une introduction du cours de probabilité de Terminale et annonce aux élèves que le cours sera fait après cette prise de contact ; ligne 21, 22 :

E : On fait le cours ?

P : Oui, oui, oui. Pas aujourd'hui, mais à partir de demain, oui...

Il n'y a pas eu de séance avant ce TP consacrée aux probabilités et Marie s'appuie sur ses connaissances des programmes de première scientifique pour assoir son introduction du cours de probabilité. Elle explique dans l'entretien qu'elle utilise pour ce TP un énoncé construit dans le cadre du travail de l'équipe e-CoLab et réaménagé pour une formation organisée dans le lycée A et pour le niveau de Terminale S : la seule modification qu'elle a fait est de ne pas faire jouer l'expérience avec de vrais dés, mais directement commencer par les simulations sur ordinateur.

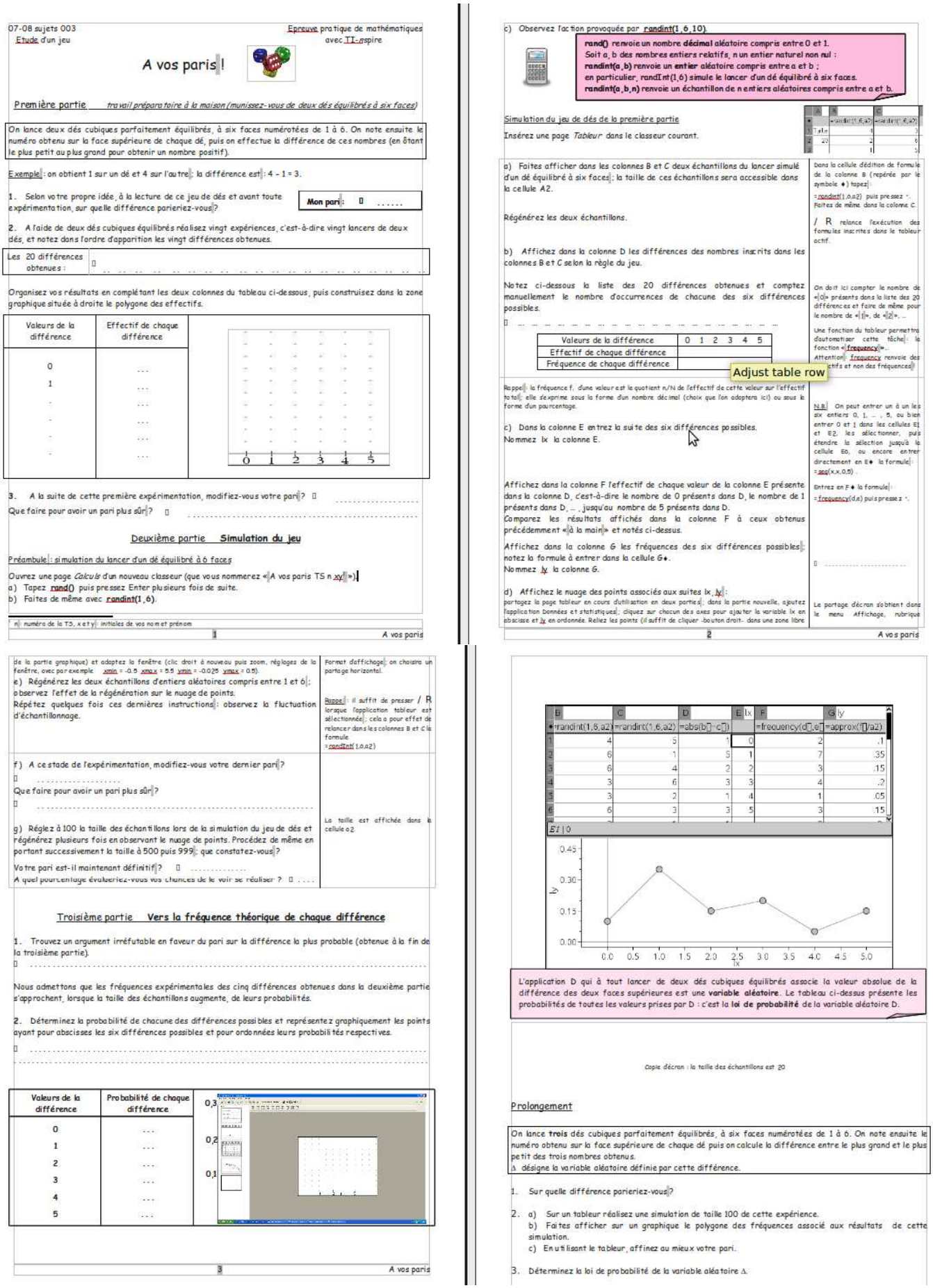
TP en salle informatique

Le dispositif d'observation permet de suivre le professeur et ses interactions avec les élèves par un enregistrement audio. Du fait d'un problème d'enregistrement il n'a pas permis de suivre le travail d'un groupe d'élèves comme dans l'observation du 15 janvier.

L'énoncé du TP a été extrait du travail réalisé à l'occasion de l'écriture du livre Aldon (2009) et adapté pour la classe de terminale par le professeur à l'origine de l'expérimentation dans le lycée A. Marie s'est donc appuyé, dans cette séance de classe sur un travail

déjà testé en classe.

Marie distribue les pages du document une à une (Figure 4.14 page suivante). L'ensemble des dialogues de cette observation sont disponibles en annexe page 318.



07-08 sujets 003 — Epreuve pratique de mathématiques avec TI-nspire

Etude d'un jeu

A vos paris !

Première partie *travail préparatoire à la maison (munissez-vous de deux dés équilibrés à six faces)*

On lance deux dés cubiques parfaitement équilibrés, à six faces numérotées de 1 à 6. On note ensuite le numéro obtenu sur la face supérieure de chaque dé, puis on effectue la différence de ces nombres (en ôtant le plus petit au plus grand pour obtenir un nombre positif).

Exemple : on obtient 1 sur un dé et 4 sur l'autre ; la différence est : 4 - 1 = 3.

1. Selon votre propre idée, à la lecture de ce jeu de dés et avant toute expérimentation, sur quelle différence parieriez-vous ? **Mon pari :** ▯ .....

2. A l'aide de deux dés cubiques équilibrés réalisez vingt expériences, c'est-à-dire vingt lancers de deux dés, et notez dans l'ordre d'apparition les vingt différences obtenues.

Les 20 différences obtenues : ▯ .. ..

Organisez vos résultats en complétant les deux colonnes du tableau ci-dessous, puis construisez dans la zone graphique située à droite le polygone des effectifs.

Valeurs de la différence	Effectif de chaque différence
0	...
1	...
.	...
.	...
.	...
.	...

0 1 2 3 4 5

3. A la suite de cette première expérimentation, modifiez-vous votre pari ? ▯ .....

Que faire pour avoir un pari plus sûr ? ▯ .....

Deuxième partie **Simulation du jeu**

Préambule : simulation du lancer d'un dé équilibré à 6 faces

Ouvrez une page *Calculs* d'un nouveau classeur (que vous nommerez « A vos paris TS n xy »)

a) Tapez **rand()** puis pressez Enter plusieurs fois de suite.

b) Faites de même avec **randint(1,6)**.

n : numéro de la TS, x et y : initiales de vos nom et prénom

c) Observez l'action provoquée par **randint(1,6,10)**.

rand() renvoie un nombre **décimal** aléatoire compris entre 0 et 1.
Soit a, b des nombres entiers relatifs, n un entier naturel non nul :
randint(a,b) renvoie un **entier** aléatoire compris entre a et b ;
en particulier, randInt(1,6) simule le lancer d'un dé équilibré à six faces.
randint(a,b,n) renvoie un échantillon de n entiers aléatoires compris entre a et b.

Simulation du jeu de dés de la première partie

Insérez une page *Tableur* dans le classeur courant.

a) Faites afficher dans les colonnes B et C deux échantillons du lancer simulé d'un dé équilibré à six faces ; la taille de ces échantillons sera accessible dans la cellule A2.

Dans la cellule d'édition de formule de la colonne B (repérée par le symbole ♦) tapez : =randint(1,6,a2) puis pressez ↵. Faites de même dans la colonne C.

/ R relance l'exécution des formules inscrites dans le tableur actif.

Régénérez les deux échantillons.

b) Affichez dans la colonne D les différences des nombres inscrits dans les colonnes B et C selon la règle du jeu.

Notez ci-dessous la liste des 20 différences obtenues et comptez manuellement le nombre d'occurrences de chacune des six différences possibles.

▯ .. ..

Valeurs de la différence	0	1	2	3	4	5
Effectif de chaque différence						
Fréquence de chaque différence						

On doit ici compter le nombre de « 0 » présents dans la liste des 20 différences et faire de même pour le nombre de « 1 », de « 2 », ...

Une fonction du tableur permettra d'automatiser cette tâche : la fonction « frequency ». Attention : frequency renvoie des effectifs et non des fréquences !

Adjust table row

Rappel : la fréquence f d'une valeur est le quotient n/N de l'effectif de cette valeur sur l'effectif total ; elle s'exprime sous la forme d'un nombre décimal (choix que l'on adoptera ici) ou sous la forme d'un pourcentage.

c) Dans la colonne E entrez la suite des six différences possibles. Nommez lx la colonne E.

N.B. On peut entrer un à un les six entiers 0, 1, ... , 5, ou bien entrer 0 et 1 dans les cellules E1 et E2, les sélectionner, puis étendre la sélection jusqu'à la cellule E6, ou encore entrer directement en E♦ la formule : =seq(x,x,0,5) .

Affichez dans la colonne F l'effectif de chaque valeur de la colonne E présente dans la colonne D, c'est-à-dire le nombre de 0 présents dans D, le nombre de 1 présents dans D, ... , jusqu'au nombre de 5 présents dans D.
Comparez les résultats affichés dans la colonne F à ceux obtenus précédemment « à la main » et notés ci-dessus.

Entrez en F♦ la formule : =frequency(d,e) puis pressez ↵.

Affichez dans la colonne G les fréquences des six différences possibles ; notez la formule à entrer dans la cellule G♦.
Nommez ly la colonne G.

d) Affichez le nuage des points associés aux suites lx, ly :
partagez la page tableur en cours d'utilisation en deux parties ; dans la partie nouvelle, ajoutez l'application Données et statistiques ; cliquez sur chacun des axes pour ajouter la variable lx en abscisse et ly en ordonnée. Reliez les points (il suffit de cliquer -bouton droit- dans une zone libre

Le partage d'écran s'obtient dans le menu Affichage, rubrique

de la partie graphique) et adaptez la fenêtre (clic droit à nouveau puis zoom, réglages de la fenêtre, avec par exemple xmin = -0.5 xmax = 5.5 ymin = -0.025 ymax = 0.5).

Format d'affichage : on choisira un partage horizontal.

e) Régénérez les deux échantillons d'entiers aléatoires compris entre 1 et 6 ; observez l'effet de la régénération sur le nuage de points.
Répétez quelques fois ces dernières instructions : observez la fluctuation d'échantillonnage.

Rappel : il suffit de presser / R lorsque l'application tableur est sélectionnée ; cela a pour effet de relancer dans les colonnes B et C la formule =randint(1,6,a2)

f) A ce stade de l'expérimentation, modifiez-vous votre dernier pari ?

▯ .....

Que faire pour avoir un pari plus sûr ?

▯ .....

g) Réglez à 100 la taille des échantillons lors de la simulation du jeu de dés et régénérez plusieurs fois en observant le nuage de points. Procédez de même en portant successivement la taille à 500 puis 999 ; que constatez-vous ?

La taille est affichée dans la cellule a2

Votre pari est-il maintenant définitif ? ▯ .....

A quel pourcentage évalueriez-vous vos chances de le voir se réaliser ? ▯ ....

Troisième partie **Vers la fréquence théorique de chaque différence**

1. Trouvez un argument irréfutable en faveur du pari sur la différence la plus probable (obtenue à la fin de la troisième partie).

▯ .....

Nous admettons que les fréquences expérimentales des cinq différences obtenues dans la deuxième partie s'approchent, lorsque la taille des échantillons augmente, de leurs probabilités.

2. Déterminez la probabilité de chacune des différences possibles et représentez graphiquement les points ayant pour abscisses les six différences possibles et pour ordonnées leurs probabilités respectives.

▯ .....

.....

Valeurs de la différence	Probabilité de chaque différence
0	...
1	...
2	...
3	...
4	...
5	...

0,3 0,2 0,1

	B	C	D	E lx	F	G ly
	♦=randint(1,6,a2)	=randint(1,6,a2)	=abs(b[]-c[])		=frequency(d[],e[])	=approx(f[]/a2)
1	4	5	1	0	2	.1
2	6	1	5	1	7	.35
3	6	4	2	2	3	.15
4	3	6	3	3	4	.2
5	3	2	1	4	1	.05
6	6	3	3	5	3	.15

E1 | 0

ly : 0.45, 0.30, 0.15, 0.00 — lx : 0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0

L'application D qui à tout lancer de deux dés cubiques équilibrés associe la valeur absolue de la différence des deux faces supérieures est une **variable aléatoire**. Le tableau ci-dessus présente les probabilités de toutes les valeurs prises par D : c'est la **loi de probabilité** de la variable aléatoire D.

Copie d'écran : la taille des échantillons est 20

Prolongement

On lance **trois** dés cubiques parfaitement équilibrés, à six faces numérotées de 1 à 6. On note ensuite le numéro obtenu sur la face supérieure de chaque dé puis on calcule la différence entre le plus grand et le plus petit des trois nombres obtenus.
Δ désigne la variable aléatoire définie par cette différence.

1. Sur quelle différence parieriez-vous ?

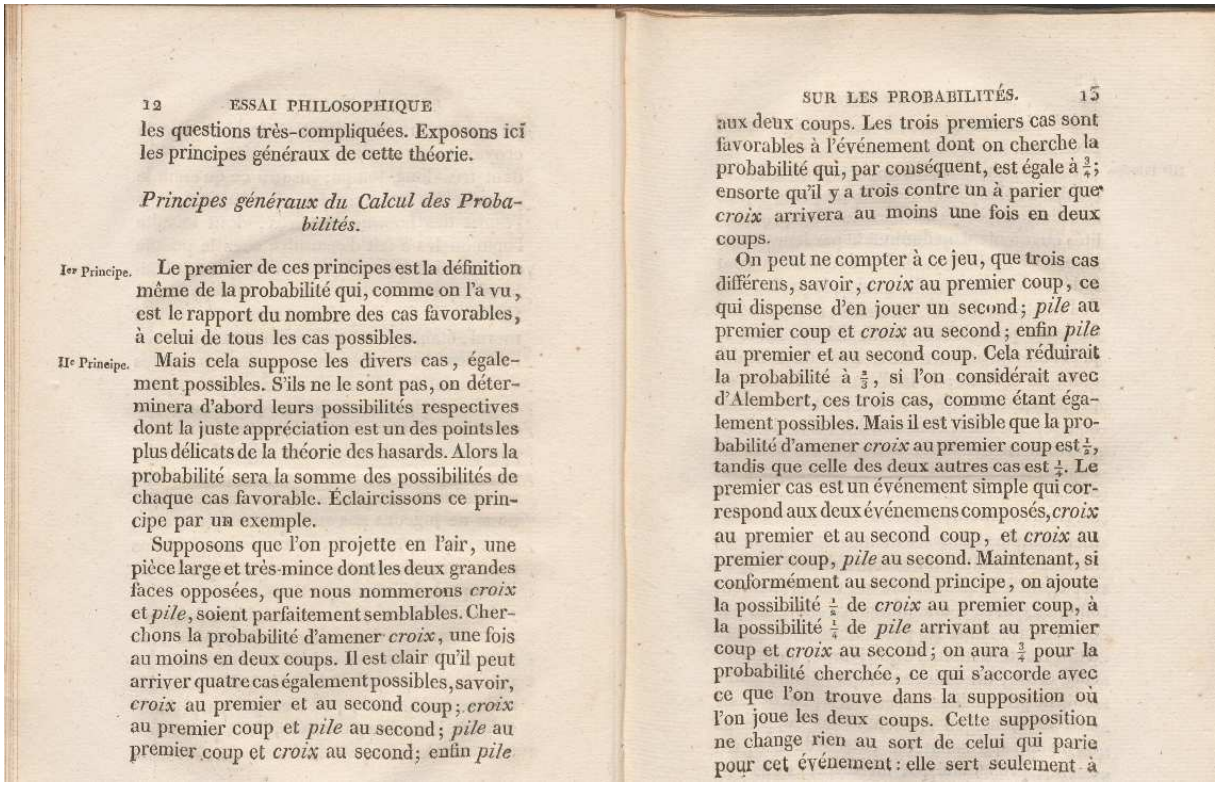
2. a) Sur un tableur réalisez une simulation de taille 100 de cette expérience.
   b) Faites afficher sur un graphique le polygone des fréquences associé aux résultats de cette simulation.
   c) En utilisant le tableur, affinez au mieux votre pari.

3. Déterminez la loi de probabilité de la variable aléatoire Δ.

FIGURE 4.14 – Enoncé du TP en salle informatique du 23 avril

Analyse mathématique du problème

Une difficulté du calcul des probabilités repose sur le modèle choisi pour décrire les résultats d'une expérience aléatoire. Plusieurs exemples historiques (le problème de croix et pile de Simon de Laplace, et plus récemment le « paradoxe » de Bertrand) pointent les obstacles épistémologiques forts liés à cette modélisation. En particulier, l'hypothèse d'équiprobabilité faite sur le modèle permet la définition de la probabilité d'un événement comme le rapport du nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles, comme illustré par Laplace (1814, pages 12-13) et reproduit figure 4.15.



12 ESSAI PHILOSOPHIQUE

les questions très-compliquées. Exposons ici les principes généraux de cette théorie.

Principes généraux du Calcul des Probabilités.

Ier Principe. Le premier de ces principes est la définition même de la probabilité qui, comme on l'a vu, est le rapport du nombre des cas favorables, à celui de tous les cas possibles.

IIe Principe. Mais cela suppose les divers cas, également possibles. S'ils ne le sont pas, on déterminera d'abord leurs possibilités respectives dont la juste appréciation est un des points les plus délicats de la théorie des hasards. Alors la probabilité sera la somme des possibilités de chaque cas favorable. Éclaircissons ce principe par un exemple.

Supposons que l'on projette en l'air, une pièce large et très-mince dont les deux grandes faces opposées, que nous nommerons *croix* et *pile*, soient parfaitement semblables. Cherchons la probabilité d'amener *croix*, une fois au moins en deux coups. Il est clair qu'il peut arriver quatre cas également possibles, savoir, *croix* au premier et au second coup; *croix* au premier coup et *pile* au second; *pile* au premier coup et *croix* au second; enfin *pile*

SUR LES PROBABILITÉS. 13

aux deux coups. Les trois premiers cas sont favorables à l'événement dont on cherche la probabilité qui, par conséquent, est égale à $\frac{3}{4}$; ensorte qu'il y a trois contre un à parier que *croix* arrivera au moins une fois en deux coups.

On peut ne compter à ce jeu, que trois cas différens, savoir, *croix* au premier coup, ce qui dispense d'en jouer un second; *pile* au premier coup et *croix* au second; enfin *pile* au premier et au second coup. Cela réduirait la probabilité à $\frac{2}{3}$, si l'on considérait avec d'Alembert, ces trois cas, comme étant également possibles. Mais il est visible que la probabilité d'amener *croix* au premier coup est $\frac{1}{2}$, tandis que celle des deux autres cas est $\frac{1}{4}$. Le premier cas est un événement simple qui correspond aux deux événemens composés, *croix* au premier et au second coup, et *croix* au premier coup, *pile* au second. Maintenant, si conformément au second principe, on ajoute la possibilité $\frac{1}{4}$ de *croix* au premier coup, à la possibilité $\frac{1}{4}$ de *pile* arrivant au premier coup et *croix* au second; on aura $\frac{3}{4}$ pour la probabilité cherchée, ce qui s'accorde avec ce que l'on trouve dans la supposition où l'on joue les deux coups. Cette supposition ne change rien au sort de celui qui parie pour cet événement: elle sert seulement à

Figure 4.15 – Principes généraux du calcul des probabilités

Le problème proposé repose précisément sur cette modélisation : les univers de probabilité de l'expérience aléatoire consistant à jeter deux dés peuvent être décrits de différentes manières, la modélisation par un univers d'événements élémentaires équiprobables amenant à la réponse :

Dé 1 \ Dé 2	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Modélisation de l'univers de probabilité en événements élémentaires équiprobables.

Dans cette modélisation, les concepts fondamentaux d'expérience aléatoire, d'univers de probabilité et d'équiprobabilité sont cruciaux. On peut donc s'attendre dans le déroulement d'une telle situation à des interrogations concernant les relations entre la réalisation de l'expérience concrète, la description de l'expérience aléatoire et la détermination de l'univers de probabilité associé. Une réflexion sur la probabilité des événements élémentaires de cet univers peut conduire à un questionnement sur l'utilisation de la formule de Laplace (La probabilité d'un événement élémentaire est le rapport du nombre de cas possible sur le nombre de cas total dans un univers dont les événements élémentaires sont équiprobables).

Le deuxième aspect du problème est le lien entre la fréquence d'un événement dans une statistique et la probabilité de cet événement dans un modèle. Pour évaluer la probabilité d'un événement, une expérience est réalisée soit concrètement par l'utilisation de dés, soit par simulation en utilisant un générateur de nombres aléatoires.

Cette situation repose sur l'approche fréquentiste des probabilités mais les moyens théoriques d'explication de cette approche ne sont pas disponibles pour des élèves de terminale.

Si on appelle n_A le nombre d'occurrences de l'événement A dans une suite de n expériences, la fréquence de l'événement A se calcule comme le rapport $\frac{n_A}{n}$. La loi des grands nombres stipule alors, dans sa version « faible », que, si l'on considère n variables aléatoires indépendantes d'espérance commune $E(X)$, étant donnée $\epsilon > 0$, la probabilité de la moyenne empirique $Y_n = \frac{X_1+X_2+\ldots+X_n}{n}$ s'éloigne de l'espérance de plus de ϵ tend vers 0 lorsque n tend vers l'infini :

$$\lim_{n\to\infty} p\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} - E(X)\right| \geq \epsilon\right) = 0$$

La démonstration repose d'une part sur la linéarité de l'espérance et l'application de l'inégalité de Bienaymé-Tchébycheff :

Notons σ, l'écart-type commun des X_i :

$$E(Y_n) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i) = E(X)$$

$$Var(Y_n) = Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

L'inégalité de Bienaymé-Tchébicheff donne alors :

$$p\left(|Y_n - E(X)| \geq \epsilon\right) \leq \frac{1}{\epsilon^2}Var(Y_n) \leq \frac{\sigma^2}{n\epsilon^2}$$

Cette quantité tend vers 0 quand n tend vers l'infini.

Il y a une contradiction entre l'approche fréquentiste de la probabilité qui repose sur la multiplication de l'expérience concrète et de la détermination d'une fréquence d'apparition d'un événement et la détermination « géométrique » [6] de la probabilité. Ce questionnement est prévisible dans une telle situation.

Enfin, la simulation du hasard s'effectue grâce au générateur de nombres aléatoires du logiciel. En fait, ce générateur produit des suites pseudo-aléatoires engendrées par une graine ; ainsi il est possible de construire deux suites aléatoires identiques en utilisant la même graine. Différents algorithmes déterministes permettent d'obtenir des suites pseudo-aléatoires : on se donne un nombre naturel M qui fixe l'intervalle dans lequel les nombres naturels vont être générés, deux nombres a et b de l'intervalle d'entiers $[0, M[$ et pour chaque séquence de nombres aléatoires un germe u_0, un nombre entier de l'intervalle $[0, M[$. On définit alors la suite $u_{n+1} = au_n + b \bmod(M)$; la suite u_n/M correspond « à peu près » à une suite aléatoire de loi uniforme sur $[0, 1]$. Une autre méthode, due à Pierre L'Ecuyer consiste à construire deux suites congruentes générées par $f(x) = \bmod(r \times x, p)$ et $g(x) = \bmod(s \times x, q)$ avec p, q deux nombres premiers et r, s deux racines primitives de p et q. Les suites engendrées, u et v sont définies par $u_n = \bmod(r^n, p)$ et $v_n = \bmod(s^n, q)$. On définit alors la suite w par $w_n = \bmod(u_n - v_n, p - 1)$. Les termes de cette suite sont bien des entiers de l'intervalle $[0, p-1[$; la période d'une telle suite est donnée par le ppcm des nombres $p - 1$ et $q - 1$. La documentation de la calculatrice TI-Nspire ne donne pas d'indications concernant la génération des suites aléatoires, mais c'est certainement cette méthode qui est utilisée (Vassard 2010). Plusieurs définitions de suites aléatoires peuvent être données ; Kolmogorov définit la complexité de Kolmogorov d'une suite u comme la longueur du plus petit programme écrit pour une machine universelle produisant la suite $u : K_M(u) = \min_{p \in P_M}(p), p \to u\}$. Une suite est aléatoire si la complexité de Kolmogorov est aussi grande que la suite elle-même ; les critiques faites à cette définition proviennent de la non universalité de la définition, puisque les programmes dépendent de la machine ; d'autre part cette complexité de Kolmogorov n'est pas décidable, en ce sens qu'il n'est pas possible de construire un programme qui donne la complexité de Kolmogorov de toute suite donnée en argument (Chaitin 1966). Martin-Löf définit une propriété « exceptionnelle et effectivement vérifiable », comme une propriété que presque aucune suite de chiffres ne vérifie et dont un programme peut décider avec un risque de se tromper qui diminue lorsque les termes étudiés de la suite augmente. Une suite est alors aléatoire si et seulement

6. Pour reprendre l'expression de Pascal.

si elle ne vérifie aucune propriété « exceptionnelle » c'est-à-dire vérifiée sur une partie de mesure nulle des suites de $\{0,1\}^N$ et « testable » au sens précédent.

Analyse descendante

P-noosphérien dans la situation noosphérienne est confronté au milieu de projet dans le cadre de l'enseignement des probabilités de la classe de terminale. L'approche fréquentiste des probabilités est apparue dans les programmes de lycée de 1991[7] : *Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'étude des séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences, et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois.* L'apport particulier des simulations sur ordinateur (ou sur calculatrice) est particulièrement présent dans les instructions officielles mais aussi dans les publications professionnelles[8]. Ainsi, P+3 dans la situation S+3 envisage l'enseignement des probabilités en lien direct avec des expériences aléatoires et le traitement des fréquences d'apparition d'un événement. P+3 est également en plein doute concernant le bien fondé de l'usage de la calculatrice comme le montre l'extrait de l'entretien reproduit en introduction.

Dans la situation de construction, P+2 confronté au milieu de projet en lien avec sa position noosphérienne s'appuie sur un TP construit dans le cadre du travail de l'équipe e-CoLab et réaménagé pour une formation organisée dans le lycée A et pour le niveau de Terminale S. Les choix didactiques sont construits sur la remise en cause d'un pari initial dont l'auteur pense qu'il mettra en évidence une diversité de choix ; la confrontation entre les élèves dans la classe mais aussi entre différentes simulations sujettes à la fluctuation d'échantillonnage permettra de justifier une étude plus approfondie. P+2 choisit de placer E dans une position paradoxale pour mettre en évidence la nécessité d'une étude statistique et probabiliste du problème posé.

P+1, dans la situation de projet reprend le texte de l'activité proposée sans adaptation particulière aux conditions particulières de la classe. Dans l'entretien préalable, Marie déclare : *Je l'ai repris comme ça parce que ça me convenait bien, mais je n'ai pas fait avec les dés*[9].

La situation didactique S0 est prévue pour que les élèves travaillent en autonomie. Le milieu matériel construit permet de laisser les élèves dans une situation sous-didactique et le P-observateur pourra alimenter l'institutionnalisation de la situation puis le cours de probabilités (prévu pour une séance ultérieure), des comportements des élèves face à cette situation.

En réalité, la situation didactique est mise en place doucement par le professeur qui revient dans un premier temps sur le dernier contrôle. Par ailleurs, pour des raisons

7. BO N° 2 Spécial, 2 mai 1991.

8. Sans faire une recherche exhaustive, trois cent onze fiches sont présentes dans la base de données Publimath concernant la simulation en statistique. On peut citer notamment les articles du bulletin de l'APMEP *Statistiques en Première scientifique*, n°380, pp. 459-463, *Entre réel et virtuel, la simulation en statistique*, n°434, pp. 293-308, *Mathématiques et tableur au lycée*, n°440, pp.287-292,...

9. Note prise par l'observateur dans la discussion avant les séances.

techniques, la salle informatique est ce jour équipée des logiciels TI-Nspire en anglais. Le professeur demande aux élèves de prendre les feuilles de l'énoncé en continuant les discussions sur ces deux points. Le professeur reprend la position P0 quand un élève lui pose une question concernant la situation :

E : Madame, on a le droit de se faire un petit tableau pour voir les paris qu'on va faire ?

P : Non, mais ça on le fera après. (s'adressant à la classe) Oui, alors au fait, avec toutes ces parlottes, dites, vous m'avez répondu, là tout à trac, sans réfléchir, là qu'est-ce que vous mettriez comme pari ?

La situation didactique est alors lancée et P0 ouvre sur le pari spontané des élèves.

Dans la deuxième séance, la volonté de maîtriser la chronogénèse impose des raccourcis et une entrée dans la situation plus directe.

Analyse ascendante

Le milieu matériel proposé par le professeur est constitué des connaissances des élèves en probabilité et bien sûr du logiciel TI-Nspire (en particulier l'application tableur permettant la simulation). Dans la situation objective, E-3 est placé dans une position de jeu : il s'agit de parier sur un résultat de dés, même si les dés ne sont pas matériellement présents. Les connaissances du tableur et plus généralement des possibilités de simulation du logiciel rendent matériel la possibilité d'effectuer la simulation.

Dans la situation de référence, E-2 expérimente en utilisant le logiciel qui fait partie du milieu M-3. Le milieu objectif proposé par les simulations successives, d'abord de vingt expériences, puis du cumul des résultats doit rétroagir pour permettre à E-objectif de mettre en doute (ou confirmer) son pari initial pour justifier un traitement probabiliste (*Trouvez un argument irréfutable en faveur du pari sur la différence la plus probable*). E-2 compare son pari aux résultats des expériences. La réflexion sur ces résultats doit provenir d'une connaissance (en acte) de la loi des grands nombres. Les interactions de E-2 avec les simulations constituent le cœur de la situation ; elles ne sont pas productrices de nouvelles connaissances mais elles permettent de naturaliser les connaissances susceptibles de construire les savoirs du modèle probabiliste sous-jacent qui sera l'objet de la situation S-1, situation d'apprentissage des connaissances construites en actes dans la situation S-2 : une simulation permet de mettre en évidence une fréquence pratique qui pourra être considérée comme la probabilité de l'événement après confrontation avec le modèle probabiliste construit.

Les difficultés épistémologiques d'un calcul sur l'incertain rentrent en conflit avec l'idée du hasard et l'impossibilité de prédire le résultat du prochain lancer de dés, et c'est de ce conflit que la situation permettra de faire acquérir le savoir visé du modèle probabiliste permettant de calculer les chances relatives de tous les résultats.

Analyse des incidents

L'analyse complète des incidents de la situation ainsi que les dialogues des deux séances sont disponibles en annexe 6.6 page 318 et 6.7 page 342. Dans ce paragraphe, et en

s'appuyant sur cette analyse ainsi que sur l'analyse de la première séance, sont abordés les effets des incidents sur la genèse documentaire du professeur. Dans un premier temps, un report des incidents et des perturbations est présenté, puis les effets de ces incidents sur la conduite de la deuxième séance et enfin les évolutions entre la première observation du mois de janvier et cette observation.

Tableau des incidents de la séance 1

Dans ce tableau, les incidents didactiques sont rapportés dans leur chronologie permettant de mettre en évidence, d'une part les déclencheurs et d'autre part les perturbations provoquées. On peut suivre les effets des incidents sur l'instrumentation comme renforcement collectif des schèmes mais aussi comme contribution à la place de la technologie dans la structure des milieux.

Incidents	Déclencheur	Perturbation
IE1, ligne 23	Présence de l'observateur.	Mise en place du contrat d'observation.
IE2, ligne 27	Le déroulement du travail des élèves dans la préparation au baccalauréat déclenche cet incident.	La perturbation a pour effet de retarder ou d'empêcher la dévolution de la situation.
IF1, ligne 33	Interprétation de la tâche. Il y a décalage entre les intentions du professeur et celles des élèves. Le professeur n'a pas placé dans le milieu matériel de la situation les connaissances préalables des élèves.	La perturbation se prolonge par exemple dans l'incident de contrat qui suit (IC1, ligne 49).
IC1, ligne 49	Deux élèves ont déjà traité la situation.	La perturbation provoque une perte de dévolution.
IS1, ligne 73	La rétroaction du logiciel est déclencheur de l'incident.	Incident local provoque une réorganisation de la ressource du côté des élèves et participe à l'instrumentation.
IE3, ligne 88	La perturbation liée à IE2 fait ressurgir l'interrogation des élèves.	Pour cet élève (au moins) la dévolution de la situation n'est pas acquise.
IM1, ligne 94	Interrogation d'un élève concernant la génération des nombres aléatoires par l'ordinateur.	La question est restée sans réponse, il y a un début de bifurcation didactique vers une branche adidactique.
IS2, ligne 104	Interrogation sur la structure des données dans le logiciel	Le répertoire de réponses du professeur est suffisant pour permettre une évolution dans l'instrumentation.

Suite page suivante

Incidents	Déclencheur	Perturbation
IM2, ligne 117	Provoquée par la surprise d'un résultat : cinq résultats identiques consécutifs.	La question n'est pas reprise et sera probablement oubliée ; la perturbation aurait pu déboucher sur une réorganisation des connaissances mathématiques.
IS3, ligne 123	Rétroaction du logiciel.	Là encore, le professeur favorise l'instrumentation.
IM3, IM3bis, lignes 140, 154	Provoqués par une conversion entre registres de représentation.	La perturbation provoque une réorganisation du système de ressources du professeur (Voir deuxième TP) mais l'absence de réponse immédiate provoque pour les élèves un flou concernant les échelles de représentation.
IE4, ligne 171	Interactions entre professeur et élèves.	Les élèves se replongent dans la situation d'évaluation.
IM4, ligne 179	L'incident est déclenché par la perturbation liée à IM3, la difficulté rencontrée n'ayant pas été régulée dans la classe.	La perturbation se poursuit encore en perturbant la traduction dans le registre de représentations du logiciel.
IF2, ligne 196	La position P+3 sépare strictement les phases d'expériences sur le logiciel (situation S-2) et la réflexion sur les expériences (situation S-1).	Perturbation à long terme tendant à provoquer une relégation stricte des outils technologiques dans les milieux matériels des situations, supprimant la légitimité de l'interprétation des résultats des expériences.
IM5, ligne 216	Le déclencheur est une rétroaction du logiciel qui entre en conflit avec ce que l'élève attend.	La perturbation renforce la séparation entre expérience et interprétation de l'expérience, autrement dit entre la position dans la situation de référence et la position dans la situation d'apprentissage.
IS4, ligne 230	Déclenché par une méconnaissance de la syntaxe du logiciel	L'incident provoque un dialogue débouchant sur une réponse collective qui participe à l'instrumentation de la ressource.
IS5, ligne 240	Encore déclenché par une méconnaissance de la syntaxe.	Même conséquence que pour IS4.

Suite page suivante

Incidents	Déclencheur	Perturbation
IM6, ligne 251	L'incident mathématique est déclenché par une conception statique de la représentation des résultats de l'expérience.	La perturbation participe à la construction d'une nouvelle conception d'une expérience aléatoire.
IS6, ligne 311	Idem IS5.	En parcourant les menus du logiciel, la perturbation se règle ; mais la solution est locale et ne participe pas à la construction de schèmes utilisables dans une autre situation.
IM7, ligne 323	Déclenché par une question, cet incident mathématique n'est pas pris en compte dans la situation didactique.	Il provoque une perturbation en renforçant la position de la technologie dans la situation objective et l'interprétation de l'expérience dans la situation d'apprentissage.
IM8, ligne 325	Déclenché par les positions différentes du professeur et des élèves dans la structure des milieux, l'incident mathématique se place à la frontière entre l'expérience réelle et l'expérience dans le modèle.	La perturbation conduit à une confusion entre les domaines de réalité. L'objet matériel réel (ici le dé) est confondu avec l'objet du modèle (le dé « bien équilibré »), d'une part et l'expérience d'un lancer de dé fournissant un résultat avec l'expérience aléatoire décrivant l'univers des possibles, d'autre part. La perturbation se prolonge et perturbe l'institutionnalisation de la situation.
IM9, ligne 348	Il est déclenché par la perturbation liée à l'incident IM8.	L'incident mathématique renforce cette perturbation et la divergence des trajectoires des élèves et du professeur.
IF3, ligne 356	Les incidents mathématiques IM7, IM8, IM9 ont provoqué une perturbation dans laquelle les positions des élèves et du professeur sont distinctes, ce qui déclenche cet incident de frottement.	La perturbation renforce la divergence des trajectoires.

Pour préciser les conséquences des incidents sur la genèse documentaire des élèves et du professeur, l'observation de la même situation dans la même matinée donne des indications sur les effets à court terme des incidents rencontrés. L'analyse de cette première séance montre les natures différentes des incidents qui peuvent permettre une réorganisation des ressources (Incidents perçus, IS1, ligne 73, IS2, ligne 104, IS3, ligne 123, IM4, ligne 179,

IS4, ligne 230, IS5, ligne 240, IM6, ligne 251) ou participer à la divergence des trajectoires individuelles des élèves (Incidents invisibles, IM2, ligne 117, IS2, ligne 104, IS3, ligne 117, IM3, IM3bis, lignes 140, 154, IF2, ligne 196, IM5, ligne 216, IM7, ligne 323, IM8, ligne 325, IM9, ligne 348 et IF3, ligne 356).

Les premiers sont perçus par les acteurs et une solution tendant à régler l'incident est cherchée. Lorsque le déclencheur est reconnu et un traitement global de l'incident mis en place, la perturbation provoquée tend à faciliter la réorganisation des connaissances sur les objets en jeu. C'est le cas dans cette situation dans les incidents cités du côté du professeur ou du côté de l'élève (IM6, ligne 251), mais ce n'avait pas été le cas dans la précédente observation (IS4 ligne 108 ou IS5 ligne 189 de la première observation du 15 janvier) lorsque le traitement insuffisant ou absent de l'incident bouleversait la trajectoire individuelle des acteurs.

Les deuxièmes (Incidents invisibles) ne sont pas forcément perçus par les acteurs comme des incidents et sont certainement difficiles à reconnaître dans une situation ordinaire de classe ; ils sont provoqués par des causes variées, mais sont toujours fondées sur un décalage de la position des acteurs dans la structure des milieux ; les perturbations qui s'ensuivent peuvent conduire à des trajectoires chaotiques et une remise en cause des positions P+3 ou E+1 de réflexion sur la situation, et en ce sens, modifier le système de ressources des acteurs.

Modification du système de ressources du professeur

L'analyse de la deuxième heure de TP met bien en évidence les modifications locales du système de ressources, sensibles dans la posture P0 du professeur dans la situation didactique. Dans cette deuxième séance, dernière heure de la matinée, les élèves ont pris du retard pour se déplacer vers la salle informatique, ce qui explique le temps plus court de la séance [10] et le souci permanent du professeur de maintenir la progression identique à celle de la première séance ; la position noosphérienne du professeur souhaitant faire avancer conjointement tous les élèves de la classe ressort ici. Dans ce paragraphe, les éléments permettant de mettre en évidence les effets des incidents sur la genèse documentaire du professeur sont relevés ainsi que les indices tendant à montrer l'absence de prise en compte de certains incidents.

Dans la première séance, un très long épisode (lignes 131-192) émaillé d'incidents didactiques (IM3, IM3-bis, IM4 et IE4), a concerné le traitement des échelles pour la représentation graphique des fréquences d'apparition des résultats de l'expérience dans la simulation sur ordinateur. Dans la deuxième séance le professeur anticipe les questions et d'éventuelles difficultés des élèves en précisant la possibilité de choisir l'échelle à utiliser :

114 P : Bon, d'ailleurs, on vous demande, enfin vous verrez, on vous demande le graphique, on peut mettre en décimal, ou en vingtième, de toutes façons, vous verrez, c'est à vous de gérer au mieux, enfin vous verrez.

10. le travail effectif dure un peu moins d'une demie heure, comme le montre l'enregistrement des dialogues : l'enregistrement des interactions dialogiques entre le professeur et les élèves débutent au début de ce travail effectif.

Les incidents et la perturbation ont modifié la ressource et le professeur place dans le milieu matériel des élèves cet élément supplémentaire absent dans la première séance. De la même façon, le terme « frequency » utilisée dans la version anglaise du logiciel avait été l'occasion d'un incident mathématique dans la première séance et est son usage est anticipé dans la seconde : dans cette séance, le professeur note de façon anecdotique cette présence du faux ami « frequency ».

Enfin, l'incident IM6, réglé collectivement ligne 251 et suivantes est réinvesti dans la séance suivante lorsque le professeur contrôle l'évolution de la situation :

206 P : Voilà « Scatterplot ». Est-ce que tu as pensé à nommer les colonnes ? Oui, tu as pensé, OK !

Ces exemples montrent comment les incidents repérés (visibles pour les acteurs) peuvent modifier les ressources du professeur ou des élèves et en ricochet modifier la situation en rajoutant dans le milieu matériel des éléments permettant de balayer des difficultés que le professeur juge inopportunes, marginales ou gênantes.

Dans la conclusion de la première observation, les difficultés liées la conversion vers le registre de représentation du logiciel avaient été notées ; cette situation perdure et provoque un incident mathématique dans la première séance (IM4). Le professeur, cependant, prend en compte cette difficulté ce qui n'avait pas été le cas dans la première observation ; l'incident IS3, ligne 92 de la première séance observée (15 janvier, page 119) montre bien que le registre de représentation du logiciel n'était pas pris en compte alors qu'il l'est dans cette observation, comme l'atteste le souci du professeur de contrôler la représentation graphique :

P : Non, elle est déjà bien visible, mais, dilate un peu l'ordonnée, quoi ! Non, zoom, alors, attend. Ah oui, c'est vrai que ça a changé, ça ! Ah oui, comme ça, si tu veux. Voilà. Voilà c'est bon... C'est pas centré, est-ce que tu peux déplacé à la main ? Déplace sur la gauche, c'est possible ?

Il s'agit d'un indice permettant de penser que dans une période de temps longue, les incidents repérés modifient sensiblement le système documentaire du professeur.

Il avait été également pointé le rôle des incidents de frottement dans le déclenchement de situations nildidactiques ; ces deux observations complètent cette remarque en mettant en évidence les décalages entre les positions du professeur et des élèves à la suite d'une perturbation ou à l'origine du déclenchement d'un incident.

La perte de confiance dans l'artefact, conséquence d'incidents didactiques non réglés, renforce la position noosphérienne du professeur, et tend à séparer radicalement l'expérience sur les objets mathématiques et le raisonnement déductif, en opposition avec la volonté affichée de l'expérimentation dans le lycée.

Conclusion provisoire

Cette double observation permet de mettre en évidence des éléments nouveaux concernant la nature et le traitement des incidents didactiques : par exemple, dans l'épisode des lignes 72-79... des incidents syntaxiques du côté des élèves sont rapidement maîtrisés ; la conversion d'un registre de représentation à l'autre ne va pas de soi comme par exemple dans les lignes 72-74 [11] :

11. Ici, la syntaxe de la fonction *Randint* demande une virgule entre les arguments.

P : [...] Ah ! Error domain ! Qu'est-ce qui se passe ? Ah ! T'as mis un point ! Attention, regarde bien !

E : C'est une virgule ?

P : Oui ! C'est une virgule

La rétroaction de la machine ne suffit pas pour faire comprendre son erreur à cet élève, mais le professeur sait l'interpréter rapidement. On voit ici l'importance de l'action du professeur dans le cas où la rétroaction du milieu n'est pas suffisante pour permettre de comprendre l'erreur de syntaxe.

Comme le montre l'épisode des lignes 184-187 de la première séance, un incident peut provenir de la confrontation de plusieurs systèmes de représentations ; en l'occurrence, le registre des écritures de fractions, un registre graphique sur papier (sans échelle annoncée) et le registre graphique du logiciel.

Les incidents syntaxiques peuvent provoquer, lorsqu'ils ne sont pas perçus, une bifurcation en faisant investir une situation différente reposant sur le même milieu matériel. En revanche, lorsqu'ils sont perçus et traités (conjointement entre les élèves et le professeur, grâce à un répertoire de réponses adapté d'un des acteurs), les incidents syntaxiques débouchent sur une réorganisation des connaissances et enrichissent par leur traitement le système documentaire des acteurs.

Un incident d'ordre mathématique, comme celui rencontré dans l'épisode 80-99, est l'origine d'une bifurcation didactique ou un élève investit une branche marginale adidactique de la situation objective. L'élève s'empare du milieu matériel (ou d'un élément du milieu matériel) pour construire une situation différente de celle prévue par le professeur. Dans l'exemple cité, la gestion de la classe ne laisse pas à l'élève la possibilité de poursuivre cette construction, bien que la question soit laissée sans réponse. On peut faire l'hypothèse que aussi bien du côté du professeur que du côté de l'élève, cet incident a des conséquences à long terme sur le contrat didactique.

Cet épisode est caractéristique d'incidents de même nature qui ne sont pas forcément à l'origine d'une bifurcation didactique, mais qui toujours provoquent une perturbation et une modification de la trajectoire individuelle.

L'analyse *a priori* de la situation montre les obstacles didactiques et épistémologiques de la situation. Les incidents mathématiques les révèlent d'une façon sensible.

Enfin, les deux aspects des incidents (incident visible, ou incident invisible) ont des conséquences sensibles sur les trajectoires des dynamiques individuelles et collectives. Lorsqu'ils sont perçus et traités, ils conduisent à un renforcement des apprentissages et des répertoires de réponses et en revanche, lorsqu'ils ne sont invisibles pour les acteurs, ils participent à une perturbation didactique pouvant conduire à des trajectoires divergentes des acteurs.

TD en salle de cours

Les élèves sont pendant deux heures en salle de cours. Le professeur a prévu un exercice provenant des annales des épreuves pratiques de mathématiques (Voir l'énoncé complet figure 4.16 page 198). La volonté affichée du professeur est d'une part de préparer les

élèves à l'EPM mais aussi à les préparer à l'épreuve de mathématiques du baccalauréat. Ce problème a donc été choisi parce qu'il permet une révision des propriétés de la fonction logarithme en étant construit comme une épreuve pratique.

Analyse mathématique du problème

Il s'agit d'un problème très classique de terminale S de recherche du nombre de solutions de l'équation $\ln x = kx^2$ où k est un réel ; il joue sur le fait que l'équation proposée est une équation transcendante, autrement dit que les solutions, lorsqu'elles existent sont définies par l'équation elle-même. L'analyse permet en étudiant la fonction $x \to \ln(x) - kx^2$ ou les fonctions $x \to \ln(x)$ et $x \to kx^2$ de déterminer le nombre de solutions en fonction du paramètre k. C'est exactement ce que propose cet énoncé, qui, dans un premier temps demande de conjecturer les réponses en faisant varier le paramètre k.

L'utilisation de la calculatrice permet ici cette conjecture, en utilisant le registre graphique de la calculatrice, et en programmant un curseur comme le suggère la fiche technique et comme illustré sur les figures 4.17 et 4.18.

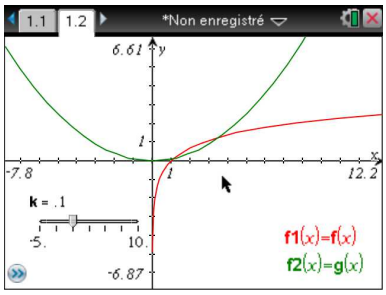


FIGURE 4.17 – Utilisation du curseur pour déterminer les points d'intersection de deux courbes

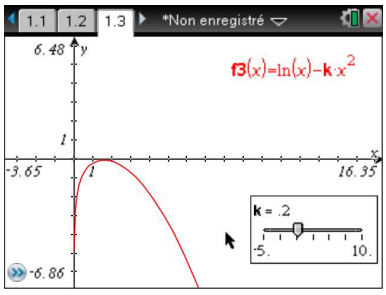


FIGURE 4.18 – Utilisation du curseur pour déterminer les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses

L'apparent paradoxe provient de l'impossibilité de résoudre formellement l'équation $\ln(x) = k \times x^2$, ce qui est susceptible de déclencher des incidents mathématiques liés à la rétroaction du logiciel de calcul formel [12]. L'analyse permet de préciser le nombre de

12. La demande de résolution de l'équation $\ln x = k.x^2$ provoque la réponse $\ln x - kx^2 = 0$.

solutions et leurs localisations (lorsqu'elles existent). On peut ainsi construire une suite u qui converge vers l'une ou l'autre des solutions (dans le cas de deux solutions) et donc approcher aussi près que l'on souhaite les solutions.

Analyse descendante

La posture du professeur dans la situation S+3 est la même que celle déjà décrite dans l'analyse précédente paragraphe 4.2.1 page 107.

Dans la situation S+2, Marie propose à ses élèves un énoncé extrait des annales de l'EPM, en rajoutant un paragraphe (Fiche technique). P+2 souhaite donc entraîner les élèves à cette épreuve du baccalauréat, mais en proposant un exercice de révision des propriétés de la fonction logarithme. Il s'agit d'une séance de travaux dirigés, et le dispositif prévu montre que ce n'est pas l'autonomie des élèves qui est visé, mais plutôt un apport de connaissances mathématiques et technologiques. L'entretien et l'observation en classe confirmeront cette remarque.

P+2 dans la situation S+2 projette de faire travailler ses élèves sur un problème d'annale en souhaitant contrôler les méthodes utilisées, et maintenir une progression identique pour tous les élèves.

La situation de projet met en œuvre cette construction en prévoyant le scenario de la séance : le professeur contrôle le déroulement du jeu didactique en s'appuyant sur un élève qui cherchera le problème en utilisant une calculatrice dont l'écran est rétroprojeté et visible de toute la classe tout comme dans la première séance observée.

Dans la situation S+1, P+1 organise le travail des élèves en mettant en place un dispositif permettant de réguler le temps didactique.

La situation didactique est la mise en œuvre de cette organisation. La position de P0 dans cette situation est de chercher à contrôler l'avancement de l'ensemble de la classe quitte à modifier le milieu didactique en rajoutant des éléments dans le milieu matériel des élèves. A cette période de l'année, le contrat est suffisamment présent dans la classe pour que P0 commence sans préambules, avant même que le dispositif prévu ne soit en place :

Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $\ln(x) = kx^2$*. Alors on vous demande, suivant... alors le problème, c'est qu'il y a un paramètre* k*, alors on vous demande suivant les valeurs de* k *le nombre de solution de cette équation. Alors, qu'est ce qu'on pourrait faire ?*

Dans la situation didactique le professeur s'appuie sur le contrat établi dans la classe pour entraîner les élèves à une épreuve expérimentale du baccalauréat. Le professeur alterne alors une posture d'enseignement P0 dans ses interactions avec le milieu de référence et l'élève et dans une posture d'observateur P-1 confronté au milieu objectif et à E-1 (E-apprenant).

Analyse ascendante

Le milieu matériel est constitué de la calculatrice, de l'énoncé du problème traité et des connaissances des élèves, en particulier sur les fonctions logarithme et exponentielle,

et sur la résolution d'équations. La position du professeur/examinateur est clairement annoncée. Dans la situation objective, la forme de l'énoncé annonce d'une part la nécessité de l'utilisation de la calculatrice et d'autre part l'aide que la calculatrice doit ou peut apporter pour la résolution du problème. E-2 est donc amené en confrontant ses connaissances à des expériences sur la machine à conjecturer les réponses au problème, le professeur dans la situation didactique devant alors valider cette réponse qui sera rajoutée au milieu objectif.

Tout comme pour le professeur, la difficulté provient de l'alternance des postures dans les situations sous-didactiques et didactique. Le milieu matériel incite à demander au P-observateur de changer de posture pour apparaître comme Professeur dans la situation didactique.

Analyse des incidents

L'analyse suivante fait référence aux dialogues du paragraphe 6.8 page 357 dans lesquels l'élève noté Q manipule la calculatrice connectée au rétroprojecteur.

Lignes 1-7 : introduction du TP ; cette première phase qui peut être vue comme une phase de négociation du contrat, a pour objet de mettre en place la situation.

Incidents	Perturbations
Deux **incidents extérieurs** IE1, ligne 3 : un élève ne veut pas venir « cobayer ». Le professeur n'insiste pas et continue à présenter la situation, Le professeur essaye de positionner la tablette reliée à une calculatrice sur le rétroprojecteur (IE2, ligne 6).	Très vite, l'attention dans la classe diminue ; P0 rétablit la dynamique liée à ses intentions en questionnant la classe sur le problème de mathématiques et en s'impliquant dans la situation : « Alors, après qu'est-ce qu'il faudrait faire ? Qu'est ce qu'**on** (Souligné par moi) va faire ? ».

Ligne 8-12 : modification du milieu matériel.

Incidents	Perturbations
Incident de contrat, IC1, ligne 8 : sur la réponse d'un élève, P+1 modifie le milieu matériel de la situation en rajoutant une démarche. Il s'agit alors de donner à k des valeurs successives (1,2,3, ...), puis plus loin (ligne 12) des valeurs négatives ; mais en même temps, il faut intégrer les contraintes données par l'énoncé sur le paramètre k. Cet incident de contrat se poursuit par un **incident mathématique**, IM1, ligne 9 ; E par sa réponse montre la confusion entre la variable et le paramètre dans le problème.	La perturbation qui résulte de l'incident mathématique semble se terminer dans la ligne 11 lorsque un élève rectifie : « C'est un réel ». En vérité la perturbation est beaucoup plus profonde et réapparaitra plus tard dans les épisodes des lignes 86-93, puis 141-150, puis 160-164 dans ce que l'observation a permis de voir des trajectoires dans la classe.

Lignes 13-26 : création du curseur

Incidents	Perturbations
L'épisode de construction commune du curseur s'achève par un **incident syntaxique**, IS1, ligne 21 : « Moi, ça fait rien ». P0 s'adresse alors à un unique élève ce qui est générateur d'un **incident de contrat**, IC2, ligne 24.	La perturbation liée à l'incident syntaxique est réglée par les réponses du professeur qui possédait, en l'occurrence les éléments permettant de résoudre le problème ; en revanche, la modification de sa posture, s'adressant d'une part à une élève et d'autre part à la classe entière, modifie le contrat. La perturbation est sensible dans la classe dans laquelle un brouhaha commence à poindre : ligne 26 : « Bon alors, maintenant, chut on essaye de... ».

Lignes 27-30 : création du curseur

Incidents	Perturbations
Incident syntaxique, IS1, ligne 27 sur la calculatrice d'un élève. Le professeur ne règle pas le problème posé.	La perturbation précédente n'est pas terminée, et le P0 choisit de privilégier le collectif en revenant sur le problème syntaxique précédent : faire en sorte que le curseur puisse afficher des nombres négatifs. Pour ce faire, P0 s'appuie sur l'élève cobaye (ligne 30) : « Tu me le fais, Q, s'il te plait ».

Ligne 31-46 : réglages du curseur

Incidents	Perturbations
L'incident syntaxique, IS2, ligne 40 est provoqué par la difficulté à régler le pas du paramètre commandé par le curseur.	Cet incident provoque une perte de dévolution localement et participe globalement à la marginalisation de la calculatrice : ligne 45 : « Pas évident, oui, je sais c'est pas évident ». Comme précédemment, même si le problème n'est pas réglé, P0 cherche à reprendre en main la dynamique collective de la classe en revenant sur le problème mathématique : ligne 45 : « Il y a combien de points d'intersection ? ». puis ligne 46 : « AAh ! Chut, s'il vous plait, chut ! Laissez là, en fait. Alors qu'est ce qui se passe, là ? Quand $k = 0$, qu'est ce qui se passe en fait ? ».

Lignes 47-63 : reprise en main ; la perturbation créée par l'incident syntaxique précédent perdure ; P0 ramène progressivement les élèves dans la trajectoire prévue en essayant de s'adresser à la classe entière. Mais des incidents syntaxiques locaux se multiplient qui perturbent la trajectoire de la classe.

Lignes 64-85 : investissement d'une situation nildidactique. Dans ce long épisode qui dure environ cinq minutes, les élèves investissent une situation nildidactique ; ils manipulent le curseur sans relier l'expérience à l'aspect mathématique de la situation. Ils bougent le curseur, changent les valeurs de k, et observent l'écran en utilisant le zoom pour agrandir la fenêtre. Le milieu objectif réagit permettant aux élèves de donner une réponse de plus en plus précise. Cependant, ils n'investissent pas la situation d'apprentissage. Il n'y a pas d'incident dans cet épisode, le dialogue se poursuit sans blocage particulier, ce qui empêche le professeur de comprendre le nouveau jeu joué par les élèves qui semblent comprendre le rôle du paramètre.

Lignes 86-120 : la disparition.

Incidents	Perturbations
Le dialogue de cet épisode se déroule entre le professeur et l'élève cobaye. Il commence, comme annoncé plus haut par la résurgence de la perturbation créée par l'incident mathématique (IM1) de l'épisode 8-12. Il y a confusion pour Q entre les valeurs négatives que peuvent prendre le paramètre k et le domaine de définition, réels strictement positifs de la fonction ln. Il s'ensuit un **incident de contrat** , IC3, ligne 92 avec l'élève cobaye : par contrat, son travail doit être vérifié par le professeur puisque, comme cobaye, il correspond au media de communication entre le professeur et l'ensemble de la classe ; ce qui apparaît comme brisé : ligne 112 : « Mais alors depuis tout à l'heure, je fais pas ce qu'il faut et vous me dites rien ! ».	La perturbation locale semble profonde pour Q : « Je comprends rien. » (ligne 93). Là encore la perturbation semble terminée dans le dernier dialogue entre P et Q (ligne 115-120) et le professeur demande à la classe de continuer le problème.

Lignes 121-125 : dans une perspective chronogénétique, P0 réorganise le temps en proposant à la classe les étapes à suivre :

ligne 122 : « Oui, bon ! Bon, allez ! On passe aux questions suivantes, là ! ».

La réapparition de la perturbation initiale peut être perçue en ligne 125, lorsque Q déclare, encore une fois : « Je n'ai rien compris ».

Lignes 126-136 : dans cet épisode, le professeur surveillant le travail des élèves dans la

classe, note encore une fois la confusion entre inconnue et paramètre : « Attention, il n'y a pas deux inconnues » (ligne 126). Le statut des lettres d'une part dans la définition des fonctions (registre analytique) et d'autre part dans la résolution de l'équation (registre algébrique) n'est pas encore réglé.

Lignes 137-140 : cet épisode très court est significatif de l'essai de reprise en main de la situation didactique par le professeur ; P0 parcourt la classe et vérifie le partage de responsabilité dans le jeu (topogénèse) jusqu'à arriver à E qui fait ressurgir le problème de la variable et du paramètre en ne considérant que la fonction logarithme dans son étude.

Lignes 141-150 : deuxième résurgence de la perturbation

Incidents	Perturbations
L'**incident mathématique**, IM2, ligne 143 est lié à une proposition de E : il signale que le calcul de la dérivée n'est pas nécessaire sur R_*^+ puisque la fonction est croissante sur cet intervalle et la fonction $-kx^2$ aussi dans le cas où $k < 0$. La somme de deux fonctions croissantes est donc croissante et le calcul de la dérivée n'est pas nécessaire.	Pour cette fois, la perturbation est du côté du professeur : P0 acquiesce mais ne propose pas de poursuivre dans cette voie sans justifier le manque de généralité de la méthode qui ne pourra pas être employée pour des valeurs positives de k.

Lignes 151-159 : retour vers l'élève cobaye ; après avoir parcouru les rangs et rétablit la topogénèse initiale, P0 confie de nouveau à Q la médiation vers la classe. Q a investi depuis son « je ne comprends pas » une situation nildidactique en faisant varier les valeurs de k et en regardant les effets sur les points d'intersection des courbes des fonction ln et $x \mapsto kx^2$. Il a écrit les résultats des limites, mais semble toujours perdu dans l'évolution du problème.

Incidents	Perturbations
L'**incident de contrat**, IC3 de la ligne 158 : « Mais, j'en sais rien c'est quoi qui faut que je fasse ? » témoigne de cette perte de contrôle de la situation.	La perturbation concerne encore une fois le professeur puisque le contrat avec l'élève cobaye est renégocié : « Il faut que tu m'étudies cette fonction et puis, tu vois il faut résoudre pour dire quand est-ce que c'est ... Hein ? On te dit trouver... ».

Lignes 160-169 : troisième résurgence de la perturbation.

Incidents	Perturbations
Sur une interrogation d'un élève sur la nécessité d'un calcul de la dérivée, Q revient sur le rôle de k dans la définition de la fonction. La rétroaction de la calculatrice n'est pas comprise. Dans le calcul de limite, le signe de k est déterminant et le calcul formel ne peut déterminer la limite à l'infini. La réponse : « undef » provoque un **incident syntaxique**, IS3, ligne 164.	La conséquence de cet incident de syntaxe lié à l'interprétation d'une rétroaction de la machine est une perte de dévolution et un décrochage qui est encouragé d'une façon involontaire par le professeur qui remarque la supériorité du cerveau humain mais ne donne pas d'indice pour résoudre le problème.

Lignes 170-197 : détermination du signe de la dérivée

Incidents	Perturbations
Q a changé de statut : de cobaye il est devenu scribe et doit écrire au tableau les calculs ; l'**incident de contrat**, IC4, ligne 180 est bien illustré par sa remarque : « C'est quoi la consigne ? ».	Ce dialogue est assez représentatif de ce que sont les trajectoires suivis dans la classe. L'observation montre qu'à cet instant, les élèves retrouvent pour la plupart un exercice connu de Terminale (l'étude d'une fonction) qu'ils accomplissent sans forcément faire le lien avec le problème posé, comme Q au tableau. La perturbation commence à être sensible dans la classe et le professeur est obligé de ramener le calme comme en témoignent les nombreux appels au silence.

Lignes 198-199 : présence de l'observateur

Incidents	Perturbations
Cette perte de dévolution permet à un **incident extérieur**, IE3, ligne 198 de perturber un peu plus la trajectoire : « Y'a le monsieur au fond il va dire c'est qui ce mec ? ».	P0 essaye alors de reprendre la maîtrise du temps.

Lignes 200-216 : fin de la première heure ; P0 essaye d'accélérer le temps dans la situation en maintenant le partage des responsabilités ; mais, à ce moment les trajectoires sont trop divergentes pour permettre de reprendre une dynamique commune.

Dans la deuxième partie du TD, le professeur dans une posture P0 fait avancer la classe en questionnant l'élève qui est au tableau. Par une suite d'effets Topaze, il modifie

la topogénèse et conduit progressivement les élèves qui ont compris la modification du contrat vers la solution (il ne s'agit plus de chercher une solution, mais de comprendre la solution proposée par le professeur).

Lignes 221-225 : récitation d'une phrase type

Incidents	Perturbations
Incident de contrat, IC5, ligne 224 : P0 demande aux élèves de réciter le théorème de la bijection comme une phrase rituelle.	L'incident est déclenché par le contrat de l'examen qui s'oppose au contrat d'apprentissage dans la classe. L'intention du professeur est ici d'entraîner les élèves à la rédaction d'une copie de baccalauréat (« Bon, et puis, ça peut sortir le jour du bac, ce théorème de la bijection, on sait jamais ! », ligne 225), alors que PY cherche à résoudre le problème de mathématiques proposé.

Lignes 226-237 : confusion

Incidents	Perturbations
Incident mathématique, IM3, ligne 226 : déclenché par l'apprentissage par cœur de la « litanie ».	Le professeur ne rentre pas dans les détails de la compréhension du phénomène mathématique, mais s'en tient à la syntaxe de l'énoncé ; même si l'épisode se termine par un acquiescement de Q (ligne 234 : « D'accord, d'accord, d'accord ! »), la perturbation n'est pas terminée et remet en cause fondamentalement la compréhension du théorème.

Lignes 238-253 : détermination du signe de la dérivée

Incidents	Perturbations
Incident mathématique, IM4, ligne 238 : pour étudier le signe de la dérivée, l'élève pense étudier la fonction dérivée et déterminer la dérivée seconde.	La perturbation locale se poursuit dans tout l'épisode, faisant ressurgir le problème du statut des lettres dans la définition de la fonction (ligne 246 : « Mais le x il est forcément positif », ligne 248 : « k est positif, là ? »).

Dans l'épisode des lignes 254-299, le professeur reprend la main sur l'ensemble de la classe en s'appuyant sur l'élève cobaye qui cherche à résoudre l'équation $-2kx^2 + 1 > 0$. Le professeur surveille l'avancement conjoint dans la classe (ligne 259 : « Alors, continue, continue ! Allez, écris le parce que S est perdue ! PY, réfléchis avec nous ! »).

Lignes 300-324 : résolution de l'inéquation du second degré

Incidents	Perturbations
Incident mathématique, IM5, ligne 301 ; Q fait une erreur dans la résolution de l'inéquation du second degré	P0 prend prétexte de son erreur pour faire un rappel pour toute la classe. La conséquence est une perte de sens du problème initial et une perte d'attention dans la classe.

Lignes 325-348 : signe de la dérivée

Incidents	Perturbations
Un **incident extérieur**, IE3, ligne 325 débute l'épisode provoqué par l'agacement d'un élève sur le rythme de l'avancée de la résolution du problème.	La conséquence de l'incident est une reprise en main de la chronogénèse par le professeur : « Bon, alors, du coup, tu me corriges... », ligne 327.
Incident mathématique, IM6, ligne 328 ; il est encore conséquence de la perturbation liée au statut des lettres et renforcé par l'intermède de rappel de la résolution de l'inéquation du second degré dans R tout entier, alors que l'inéquation dans le problème avait à être résolue dans R_*^+	La perturbation se poursuit sans que l'incident ne soit réglé (ligne 342 : « Y'a qu'une solution ? »).
Incident mathématique, IM7, ligne 344, déclenché par la perturbation précédente.	La perturbation précédente est renforcée et le professeur fait avancer la situation par un jeu de questions-réponses dans lequel l'élève cobaye s'engouffre. La dynamique de la classe est fortement perturbée et le professeur est obligé de rappeler à l'ordre, en même temps qu'elle accélère la résolution (ligne 349 : « Bon, alors, pareil, les limites... »).

Lignes 349-371 : recherche des limites

Incidents	Perturbations
Incident de frottement, IF1, ligne 354 : déclenché par le décalage entre le temps de l'EPM et le temps de résolution de l'exercice en classe un élève s'interroge sur le temps de l'épreuve.	Parallèlement au calcul de limite, la perturbation se propage dans la classe et modifie les trajectoires individuelles (ligne 362 : « On a combien de temps pour le faire, en vrai ? »). Le décalage entre les intentions du professeur et ce qu'en ont perçues les élèves est révélé dans cette perturbation, sans que le professeur ne re-précise le contrat : dans la situation, P0 souhaite utiliser la situation pour faire réviser les études de fonctions impliquant la fonction logarithme, alors que les élèves s'entraînent strictement à l'épreuve pratique. Le décalage entre ces deux points de vue alimente la perturbation créée par l'incident.

Lignes 372-384

Incidents	Perturbations
Incident mathématique, IM8, ligne 372 : déclenché par la perturbation précédente, un élève ne sait plus où il se situe dans le problème.	Les deux logiques distinctes de révision (de la part du professeur) et de résolution du problème (de la part des élèves) s'opposent et provoquent l'incident mathématique dans lequel les positions du professeur et des élèves empêchent le dialogue comme le montre les lignes 374-376 : 374 E : Je comprends pas qu'on trouve moins l'infini 375 P : Mais si, comme le dit M., ce qui l'emporte c'est x^2, donc limite de log de x sur x^2 ça vaut 376 E : Non, mais c'est après pour les solutions, à quel moment on aura zéro solution ? La perturbation se prolonge et la perte de sens du problème ressurgit lorsque l'élève cobaye annonce, ligne 378 : « J'en peux plus ! ». Il écrit sous la dictée, sans véritablement maîtriser le but des calculs.

Dans l'épisode qui suit, ligne 385-422, le professeur ramène la classe vers la résolution du problème initial ; la perturbation précédente a comme conséquence une perte de dévo-

lution de la situation ce que les nombreux rappels à l'ordre montre clairement (lignes 386, 398, 401, 403, 409, 414). Le professeur dialogue avec l'élève cobaye dans la perspective de faire avancer la classe entière, mais le but de la situation n'est pas perçu et le temps de résolution beaucoup trop important par rapport au temps de l'épreuve bouleverse le contrat et provoque des dynamiques individuelles divergentes.

Lignes 423-430 : fin du problème

Incidents	Perturbations
Incident mathématique, IM9, ligne 427 : la réponse montre clairement le décalage entre la position des élèves et du professeur dans la situation.	Les perturbations ont fait perdre le sens du problème et P0 conclue la situation en s'appuyant sur quelques élèves. La réponse proposée est décalée, mais le professeur rectifie et conclue le problème.

L'observation montre encore nettement la séparation entre la partie expérimentale et la partie théorique. A aucun moment dans la deuxième partie, les acteurs ne font référence à l'expérience réalisée, quand bien même la difficulté des calculs masque le sens du problème.

Finalement, P0 est arrivé à la fin du TD prévu ; on retrouve tous les types d'incidents :

- des incidents mathématiques, souvent liés à une manipulation non naturalisée d'un objet mathématique,
- des incidents de contrat dans lesquels P0 cherche à institutionnaliser des connaissances alors que les élèves sont toujours dans une posture d'élève agissant ; la gestion du temps et le partage de responsabilités de l'acquisition des connaissances provoquent ces incidents de contrat,
- des incidents extérieurs provoquent une perte de dévolution de la situation,
- l'incident de frottement est la conséquence des perturbations provoquées par les incidents précédents qui placent progressivement les élèves et le professeur dans des situations différentes.

Conclusion provisoire

L'analyse de cette séance de travaux dirigés met en évidence les incidents didactiques qui perturbent la trajectoire de la dynamique de la classe. On peut interpréter la divergence des trajectoires comme des perturbations didactiques provoquées par des incidents didactiques non résolus ou non perçus par les acteurs. C'est en particulier le cas des incidents de contrat qui modifient la perception du contrat didactique par l'un des partis, ce qui est créateur de décalages. Sans nouvelle intervention (du professeur, d'un élève, ou une rétroaction du milieu) les trajectoires peuvent diverger assez rapidement comme on le constate dans cette séance de travaux dirigés. Le professeur ne comprend pas l'attitude des élèves et reporte la faute sur les éléments qu'elle maîtrise le moins, c'est-à-dire l'usage de la calculatrice ou la paresse des élèves. De leurs côtés, les élèves se rattachent à la perception qu'ils ont du contrat didactique ou bien décrochent de la situation ce qui renforce le sentiment exprimé par le professeur :

Ou alors on n'apprend plus rien, on ne raisonne plus. Ah non, non, c'est une catastrophe. C'est une catastrophe pour les, pour les élèves moyens et faibles. Enfin, moyens, si quand même ils comprennent que... Extrait de l'entretien avec le professeur déjà cité page 129.

Conclusion de la deuxième observation

Le professeur a choisi dans cette deuxième observation en classe deux séquences de natures différentes. D'une part un TP en salle informatique construit à partir d'un travail collectif avec les professeurs de mathématiques de l'établissement et reposant sur une activité déjà expérimentée en classe de seconde et de première. D'autre part, une séquence de travaux dirigés construite sur les annales de l'épreuve pratique de mathématiques. Dans ces deux cas, la gestion de la classe était dirigée, le professeur souhaitant faire progresser la classe entière. Le nombre d'incidents dans l'un ou l'autre cas montrent bien la complexité de la gestion de la classe et les perturbations créées par les incidents font apparaître le caractère chaotique de la dynamique. Comme il a été montré dans l'analyse du TD, un incident qui semble réglé peut créer une perturbation plus profonde qui modifie sensiblement la trajectoire de la dynamique et génère des décalages entre les intentions du professeur et les intentions des élèves.

Comme il a été présenté au paragraphe 2.2.2 page 25, Clark-Wilson (2010, page 185) propose trois types de réponses aux « hiccups » :

> I devised three categories or teacher's response which were :
> - No immediate response repertoire : the teacher did not appear to have any immediate contingencies, as evidenced by offering a 'holding' response such as 'we'll look at that another time'.
> - A developing response repertoire : the teacher, whilst obviously acting in the moment began to offer a response that involved dialogue, use of the technology or both.
> - A well-rehearsed response repertoire : the teacher responded confidently and involved dialogue, use of the technology or both.

On retrouve ces types de réponses aux incidents didactiques dans la classe et ces réponses peuvent atténuer ou augmenter la perturbation qui suit l'incident. Dans une perspective d'action conjointe, on peut prolonger à l'ensemble des acteurs dans la classe cette typologie de réponses qui va permettre aux élèves de construire des connaissances nouvelles tout comme le professeur construit son expérience professionnelle.

Enfin, une conclusion de cette deuxième observation est d'ordre méthodologique. L'observation des classes est fondée d'une part sur le regard de l'observateur et sur la prise de son des dialogues du professeur avec les élèves. Ce dispositif a permis de suivre l'évolution du cours en étant très centré sur le professeur et sans pouvoir suivre en parallèle d'une façon fine la trajectoire des élèves. Dans les observations suivantes, un dispositif plus complet qui est détaillé dans les prochains paragraphes, permet de suivre en parallèle la trajectoire de groupes d'élèves ainsi que les interactions du professeur et des élèves.

4.2.3 Des observations dans un continuum

Les observations de classes laissent percevoir des phénomènes locaux qui ne peuvent être perçus dans la continuité de la dynamique sans outils permettant de comprendre comment ces dynamiques locales participent à la dynamique de la classe sur un empan de temps plus important ; c'est la durée de l'année scolaire qui a été choisi, à travers l'évolution des contenus des calculatrices mais aussi à partir d'entretiens avec des élèves à l'occasion de l'épreuve pratique de mathématiques. Dans ce paragraphe, l'analyse porte sur le contenu des calculatrices des élèves de la classe comparé au contenu des calculatrices d'élèves d'une autre classe.

Les calculatrices dans une genèse documentaire

L'analyse du contenu des calculatrices, dans le cadre théorique de la genèse documentaire et la dimension documentaire des calculatrices, permet de mettre en évidence des types d'usages de la calculatrice (cf. page 88) en lien avec le travail fait en classe. Un petit nombre de calculatrices a été étudié, le but n'étant pas de faire une étude exhaustive des comportements des élèves vis-à-vis de leur artefact-instrument, mais plutôt de dresser à partir d'un échantillon des types de comportements qui peuvent ensuite être mis à l'épreuve dans d'autres circonstances. Ainsi, il est possible de percevoir à travers ces contenus des utilisations différentes de la calculatrice dans une perspective individuelle, collective ou publique.

Le recueil des contenus des calculatrices donne également des indications concernant la dynamique globale de la classe et permettent de confirmer ou d'infirmer les comportements observés dans les observations de classe. Ainsi, quatre calculatrices de la classe de Marie ont fait l'objet de cette analyse, comparées à quatre calculatrices de la classe de Pierre, initiateur de l'expérimentation et professeur chevronné dans les usages de la technologie.

Les types suivants d'utilisation de la calculatrice peuvent être mis en évidence :

- calculatrice brouillon : la machine possède au moins un fichier regroupant pèle-mêle des calculs ou des représentations graphiques ;
- calculatrice pour programmer : au moins un fichier possède une définition d'une fonction ou un programme nécessitant une programmation spécifique ;
- calculatrice outil d'aide : en référence à un devoir ou un exercice, un fichier traite les questions (ou des morceaux de questions) et est sauvegardé ;
- calculatrice pour stocker : au moins un fichier fait référence à un cours de mathématiques pendant lequel la calculatrice a été utilisée ;
- calculatrice, répertoire de notes : la calculatrice contient en mémoire des notes de cours (maths et/ou physique).

Ces types d'utilisation sont bien sûr à mettre en relation avec les propriétés des « documents numériques » présentés dans le paragraphe 2.4 page 52 ; les propriétés cognitives de mémorisation et d'organisation des idées peuvent être reliées à la calculatrice outil d'aide, répertoire de notes et outil de stockage, tandis que la propriété de création est relier à l'utilisation comme brouillon et pour programmer ; les propriétés de communication dépendent alors des usages de la calculatrice et notamment dans les médiations individu-

elles, collectives ou publiques. Ce sont ces types d'utilisation mis en regard des propriétés documentaires qui sont l'objet de l'étude des contenus, complétés par les entretiens avec les élèves.

Calculatrice brouillon

Dans ce type d'utilisation de la calculatrice, les élèves la considèrent comme un outil local de création ; dans certains cas, c'est la seule propriété de la calculatrice qui est publiquement déclarée comme utile ; dans ce qui suit, je m'appuie sur une observation et un entretien lors de l'épreuve pratique de mathématiques dans le lycée A ; le sujet tiré au sort par G1 ainsi que l'observation sont détaillés en annexe 6.10 page 375 ; le sujet propose le calcul de :

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \left(1+\frac{x}{n}\right)^n dx$$

Lors de l'entretien, G1 déclare :

> G1 : Ben, c'est vrai que c'est pratique pour les, les, les représentations graphiques. Après, pour tout ce qui est calcul, moi, je préfère faire les calculs à la main, donc ça m'aide pas vraiment en dehors des représentations...
>
> [...]
>
> O : D'accord, et vous travaillez avec la calculatrice, alors ?
>
> G1 : Ouais, mais, je l'utilise pas tant que ça...
>
> O : Vous ne l'utilisez pas tant que ça, mais quand vous l'utilisez, vous l'utilisez comment ?
>
> G1 : Pour faire les dérivées,..., quelques intégrales, pour vérifier, c'est tout,...mais c'est pas pour euhh

Annexe 6.11 page 392

Pour cet élève, les propriétés de stockage ou de communication ne sont apparemment pas utilisées ; pourtant, un peu plus tard :

> O : Et alors, pour le bac, vous pensez que la calculatrice peut vous apporter quelque chose ?
>
> G1 : Ah oui, oui, c'est sûr, c'est un gros atout pour le bac.
>
> O : A quel niveau ?
>
> G1 : Ben ça évite,...c'est rassurant d'avoir des démonstrations, parce qu'on en a beaucoup, puis on peut vérifier tous nos calculs...

Annexe 6.11 page 392

Il s'agit d'apparent paradoxe que l'analyse du travail de G1 lors de l'épreuve pratique (Annexe 6.10 page 375) en utilisant une analyse des incidents didactiques permet de lever :

Dans un premier épisode, G1 trace la représentation graphique de la fonction fn : $x \longmapsto \left(1+\frac{x}{n}\right)^n$ et dirige la valeur de n en utilisant un curseur dont il règle la valeur maximale à 10^6. De fait, graphiquement, la fonction représentée est proche de l'exponentielle, ce qui permet à G1 de répondre correctement à l'examinateur. La valeur maximum de n est cependant créatrice d'un incident de syntaxe dans le troisième épisode.

Dans le deuxième épisode, un incident de contrat est provoqué par l'examinateur qui veut diriger l'élève vers une interprétation géométrique de l'intégrale ; alors que G1

commençait à calculer la valeur exacte de l'intégrale de fn sur $[0, 1]$, l'examinateur suggère de représenter graphiquement cette intégrale ce qui provoque l'incident de syntaxe et la perturbation suivante.

Dans le troisième épisode, après avoir demandé la représentation graphique de l'aire et son calcul approché avec la valeur $n = 10^6$, le logiciel affiche 0. Devant cette rétroaction surprenante et paradoxale, G1 annule ses manipulations ; aux yeux de l'examinateur qui n'a pas été témoin de cette phase, il semble ne pas comprendre l'interprétation graphique de l'intégrale :

P : « Qu'est ce que tu cherches à faire ? ».

Après quelques instants de discussion, l'examinateur demande à l'élève de modifier cette valeur maximale de n et de travailler avec des valeurs « plus raisonnables ». Il y a évidemment une contradiction entre le fonctionnement du logiciel dans le registre graphique (le logiciel représente la fonction avec $n = 10^6$) et dans le registre du calcul (le logiciel est incapable de calculer $\int_0^1 \left(1 + \frac{x}{10^6}\right)^{10^6} dx$ [13]. La bifurcation didactique qui suit fait investir à G1 la situation adidactique de recherche du plus grand entier ne donnant pas une valeur 0 pour l'intégrale de façon à approcher au mieux la limite souhaitée. Le résultat ainsi obtenu ne parle pas à G1 qui conclue cette phase par une interrogation : « La conjecture, je mets quoi ? ».

Quatrième épisode : calcul de l'intégrale.

Dans cet épisode, une suite d'incidents mathématiques se succèdent dans l'utilisation des formules habituelles et la confrontation avec les résultats fournis par la machine ; d'abord, G1 n'utilise pas la formule correcte pour la détermination d'une primitive et se perd dans son calcul à la main, ne sachant finalement plus quelle est la variable d'intégration : « La primitive, c'est sur n ou sur x ? ».

Un incident syntaxique suit alors puisque le résultat fourni par le logiciel est écrit de façon inhabituelle :

$$\frac{(x+n)\left(\frac{x+n}{n}\right)}{n+1}$$

au lieu de :

$$\frac{n}{n+1}\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}$$

Il faut l'aide de l'examinateur pour avancer dans ce calcul et les changements de registres de représentation du même objet dans le registre de la calculatrice et dans le registre de l'écriture provoquent des erreurs.

Finalement, G1 reprend la syntaxe du logiciel pour expliciter à la main les calculs.

Cinquième épisode : calcul de la limite en 0 de $\frac{\ln(1+x)}{x}$; la méthode de calcul de cette limite est connue par G1 qui après quelques hésitations arrive au résultat.

Sixième épisode : le calcul de la limite.

13. En fait, le calcul de $\left(\frac{x+n}{n}\right)^n$ semble donner priorité à la division par n^n ce qui fait très rapidement afficher la valeur 0, comme on peut le constater sur de *petites* valeurs de n.

L'incident syntaxique du quatrième épisode a pour conséquence une perturbation qui empêche G1 de faire le lien entre la forme proposée par l'énoncé et son résultat en masquant le changement de variable $m = \frac{1}{n}$ qui fait le lien avec l'indication donnée. La conséquence de cet incident est alors une bifurcation nildidactique qui correspond à l'essai de calcul de la limite utilisant des résultats sur les fonctions rationnelles, inefficaces dans ce cas.

Calculatrice pour programmer

Les possibilités de programmation permettent d'exprimer les propriétés de création de la calculatrice vue comme élément numérique de l'ensemble des ressources des élèves. Dans certaines utilisations, les élèves programment la calculatrice, en rajoutant des fonctions construites pour l'occasion qui peuvent être très simples (*Define diveuc(a,b)=int(a/b),mod(a,b)* définissant le quotient et le reste de la division de a par b (Calculatrice G3, classe de Marie)) ou plus élaborées, comme celui de G3, élève de la classe de Pierre, qui programme la résolution générale des équations diophantiennes de la la forme $ax + by = c$:

> G3 : Oui, j'ai fait, y'en a un que j'ai fait qui s'appelle « diophante » je crois.
> O : C'est pour la résolution des équations diophantiennes ?
> G3 : Diophantiennes, oui, celui là je l'ai fait en m'aidant d'un autre programme que quelqu'un d'autre avait fait, et je me suis aidé de ce programme pour faire le mien ou sinon après j'ai fait des programmes basiques pour tirer un premier, la résolution d'équations, enfin ! Annexe 6.11 page 392

Il est intéressant de mettre en relation le contenu de la calculatrice de cet élève avec son comportement lors de l'épreuve pratique de mathématiques ; dans cet épreuve, G3 avait à étudier deux suites récurrentes définies conjointement. Il alterne alors les calculs à la main et sur le tableur en établissant des éléments de contrôle de l'un par l'autre et réciproquement et en utilisant des registres de représentations différents. La propriété de création de la calculatrice est naturalisée chez cet élève de sorte qu'elle devient un outil efficace de résolution de problème mathématique. L'entretien avec G3 confirme qu'un travail spécifique a été conduit en classe :

> O : Et en maths ?
> G3 : Oui, on se sert beaucoup des dérivées, des intégrales, tout ça, on n'aurait pas pu faire avec la calculatrice TI83 basique, alors oui, en maths, c'est surtout là qu'on l'utilise le plus...
> Annexe 6.11 page 392

Conclusion

Dans le cas de G1, on peut relier l'usage qu'il fait de sa calculatrice et son comportement dans l'épreuve pratique : la pratique annoncée de vérification des calculs se heurte à des représentations des objets mathématiques manipulés distinctes dans le registre de la calculatrice et dans l'écriture habituelle. Dans le domaine public, G1 utilise la calculatrice comme brouillon comme le montre le répertoire « brouillon » que l'on trouve

dès le début de l'utilisation de la calculatrice, brouillon constitué dans un premier temps d'une feuille de calculs complétée dans un deuxième temps d'une page graphique dans laquelle 48 fonctions différentes sont définies. Il y a accumulation des calculs de natures différentes (calculs sur les nombres complexes, calculs d'analyse, calculs algébriques, calculs numériques) comme il y a accumulation des fonctions définies dans la page graphique. Il est ici intéressant de noter que ce type repéré de fonctionnement (Aldon et Sabra 2009) a été suivi par le rajout sur le modèle suivant de calculatrice d'un bouton « Scratchpad » que l'on pourrait traduire par « Brouillon », et qui donne accès à deux pages, une *Calcul* et une *Graphique*, ce qui constitue un exemple du modelage social de la technologie développé dans le paragraphe 2.3.2 page 46.

Calculatrice pour stocker

La calculatrice apparaît comme un moyen de communication entre les intentions du professeur et les apprentissages des élèves. L'exemple des TD analysés dans les paragraphes 4.2.1 page 132 et 4.2.2 page 175 sont significatifs de ce type d'utilisation. On retrouve dans les calculatrices des dossiers ou des fichiers spécialement écrits dans le cadre d'un exercice comme le montre les contenus de la calculatrice reproduit sur la figure 4.19 page 199.

Stocker et organiser le contenu de la calculatrice relève de la propriété d'organisation des idées, la calculatrice étant vue comme un élément de l'ensemble documentaire des élèves. Deux types d'utilisation peuvent être distingués, selon que le professeur demande explicitement le stockage de l'information et place ainsi cette la propriété d'organisation des idées dans le domaine collectif ou qu'il est de la responsabilité des élèves, ce qui maintient cette propriété dans le domaine privé.

Conclusion

Ces répertoires et leurs contenus constituent une mémoire collective des travaux de la classe dont le professeur peut se servir, comme on le verra dans les observations du lycée B. Cependant, cette fonctionnalité est tributaire de la volonté de rendre collectif le travail privé de chaque élève et passe nécessairement par une institutionnalisation dans la classe qui n'a pas été effective dans les observations du lycée A, comme en témoigne les entretiens avec Marie ; à la question, « Devront ils sauvegarder leur travail sur l'ordinateur ou la calculatrice ? », Marie répond par la négative ; comme plus tard, lorsqu'un élève lui pose la question :

> 242 F : On sauvegarde, madame ?
> 243 P : Oh faites comme vous voulez !
> 244 G : Ah, si on sauvegarde, celui là il m'a plu.
> Annexe 6.6 page 318

La posture de Marie dans la situation noosphérienne donne implicitement une fonction publique de brouillon à la calculatrice et interdit l'exploration des propriétés de mémoire et d'organisation des idées dans le domaine public. Cette différence apparaît nettement

dans les contenus des calculatrices des élèves de Pierre et de Marie : dans toutes les calculatrices des élèves de Pierre sont présents des dossiers ou des fichiers relatifs à une leçon ou un devoir, ce qui n'est pas le cas pour les calculatrices des élèves de Marie comme le montre les contenus de la calculatrice de G2 qui évoluent au cours de l'année, mais sont construits comme une suite de « brouillons » , les fichiers étant nommés « br1 », « br2 », etc.

Calculatrice, répertoire de notes

C'est certainement une des fonctionnalités des nouvelles calculatrices qui est la plus problématique dans le milieu enseignant, et plus généralement dans le grand public. La possibilité de stocker une masse d'informations importante dans la calculatrice rend son usage suspect, voire contradictoire avec la fonction de l'école ou de l'examen comme en atteste les règlements d'examens, comme, par exemple :

> Sont notamment caractéristiques de la fraude les agissements suivants :
> – utilisation non autorisée explicitement de documents et matériels (ex : calculatrice programmée, utilisation de moyens de communication ou d'information, recours à des « antisèches » diverses...) ;
> – manœuvres informatiques non autorisées (ex : copies de fichiers ou recherches dans des répertoires interdites...) ;
> – ...
> 14

Cette potentialité est cependant exploitée d'une façon assez générale par les élèves comme en atteste les contenus des calculatrices et les entretiens :

> G1 : Ben ça évite,... C'est rassurant d'avoir des démonstrations, parce qu'on en a beaucoup, puis on peut vérifier tous nos calculs... Entretien, 19 mai 2009, lycée A

Parmi les contenus des calculatrices recueillies dans le lycée A, sept sur huit possèdent un « répertoire de notes », plus ou moins bien organisé concernant les mathématiques, la physique ou la chimie. Cet usage de la calculatrice par les élèves demeure typiquement privé et caché. La propriété de mémorisation et d'organisation des idées d'un « document numérique » demeure dans le domaine privé aussi bien pour le professeur que pour les élèves. La figure 4.20 page suivante montre clairement cette organisation et cette mémorisation dans la calculatrice du professeur tout comme dans les calculatrices des élèves (figure 4.21 page suivante), mais dans le même temps les observations montrent que ces constructions sont distinctes et étanches.

14. Université de Lille, CEVU du 21 mai 2010, http ://www.univ-lille1.fr/digitalAssets/8/8597_R__glement_des_examens_2010-2011.pdf, consulté le 7 août 2011.

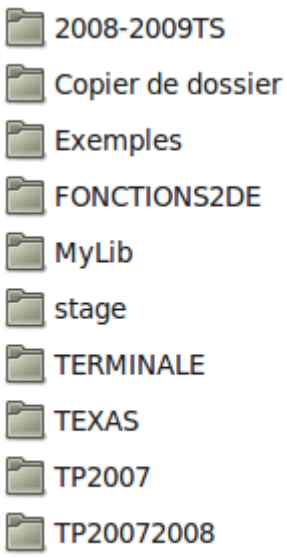


FIGURE 4.20 – Contenu de la machine de Marie, janvier 2009

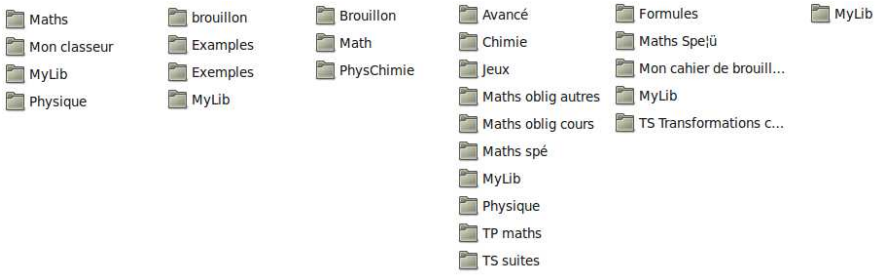


FIGURE 4.21 – Contenus des machines de six élèves, janvier 2009

Conclusion

Dans l'observation filée du lycée A, le professeur ne voit pas la calculatrice comme un élément public de l'ensemble des ressources des élèves et ne promeut pas la genèse documentaire de la machine. En conséquence, les élèves n'ont pas investi cette potentialité ou l'ont investie de façon privée. C'est ce que l'on peut voir, par exemple dans cet extrait d'un fichier d'un dossier « Math » d'une calculatrice (figure 4.22 page ci-contre), où cet élève n'utilise pas les potentialités de calcul formel de la machine, mais recopie à la main les formules usuelles de dérivation.

	A	B	C
◆			
1	f(x)	f'(x)	
2	k	0	
3	ax+b	a	
4	x^n	nx^(n−1)	
5	√(x)	1/(2*√(x))	
6	sin(x)	cos(x)	
7	cos(x)	-sin(x)	
8	tan(x)		
9			
10	u+v	u'+v'	
11	ku	ku'	
12	uv	uv'+u'v	
13	1/v	-v'/v^2	
14	u/v	(u'v−uv')/v^2	
15	sin(u)	u'*cos(u)	
16	cos(u)	-u'sin(u)	
17	u^n	nu'u^(n−1)	
18	√(u)	u'/(2*√(u))	
19			
D7			

FIGURE 4.22 – Un exemple de contenu d'un dossier, janvier 2009

Cette propriété d'organisation et de mémorisation reste donc privée et les dynamiques de constructions diffèrent du côté du professeur et du côté des élèves et participent à l'émergence d'incidents de contrat lorsque les élèves souhaitent utiliser en classe leur calculatrice comme élément de leur ensemble documentaire faisant donc naturellement part de leur milieu matériel, ce qui n'est pas perçu ou rejeté par le professeur. Ces incidents de contrat sont à considérer sur un temps long et ne sont pas forcément sensibles dans une observation ponctuelle. En revanche, ils peuvent être ressentis dans le décalage existant entre la réalité des contenus des calculatrices et le discours dans les entretiens ; ainsi, par exemple, G1 déclare au début de l'entretien (passage déjà cité) :

O : [...] vous travaillez avec la calculatrice, alors ?
G1 : Ouais, mais, je l'utilise pas tant que ça...
O : Vous ne l'utilisez pas tant que ça, mais quand vous l'utilisez, vous l'utilisez comment ?
G1 : Pour faire les dérivées,..., quelques intégrales, pour vérifier, c'est tout,...mais c'est pas pour euhh...

Ce qui peut être mis en relation avec les déclarations de la fin de l'entretien :

O : Et alors, pour le bac, vous pensez que la calculatrice, ça peut vous apporter quelque chose ?
G1 : Ah oui, oui, c'est sûr, c'est un gros atout pour le bac.

Ces deux extraits mis côte à côte peuvent être interprétés comme une double position de la calculatrice dans l'ensemble des ressources de cet élève : d'une part, dans le contrat de la classe, c'est-à-dire dans la partie collective des propriétés de cette ressource numérique, seule est évoquée la propriété de création, représentant des possibilités de calcul et de représentation ; d'autre part, dans la partie privée apparaissent les propriétés de mémorisation qui sont jugées comme utiles pour l'examen. L'incident de contrat peut alors provenir de la confrontation de ces deux postures ; ce que l'on trouve, par exemple, dans l'incident de frottement (IF2, ligne 196) de l'observation du 23 avril, lignes 191-199 (page 171), le professeur après que l'expérience numérique ait été réalisée sur l'ordinateur oppose le travail théorique et l'usage du logiciel : « On n'a plus de machine et on essaye de réfléchir ». L'incident de frottement peut être alors interprété comme une rupture entre ce que représente la calculatrice dans ses propriétés d'instrument de calcul et ce qu'elle représente dans ses propriétés de document numérique.

Approche documentaire et incidents

Les différents exemples analysés dans le paragraphe précédent montrent que l'activité documentaire des élèves en regard des propriétés de mémorisation, d'organisation des idées, de créativité et de communication participent aux dynamiques de construction de savoirs. L'approche instrumentale insiste sur les transformations d'un artefact en instrument, la calculatrice devenant progressivement un instrument de représentation et de calcul développant conjointement les propriétés de créativité du document numérique. L'approche documentaire permet alors de considérer la calculatrice, à travers les propriétés de mémorisation et d'organisation des idées, comme un élément de l'ensemble des ressources des élèves ou des professeurs prenant en compte les différents domaines de médiation. Les transformations de la ressource (la calculatrice avec ses propriétés intrinsèques) dans un document (la calculatrice augmentée de schèmes d'utilisation) prennent en compte les différents domaines de médiation. Les documents ainsi créés sont à un moment donné des éléments du milieu matériel des élèves et du milieu de projet du professeur. Ils participent ainsi à la dynamique de la construction des connaissances. La position de la calculatrice dans le système de ressources des élèves et du professeur résulte d'une négociation d'un contrat complexe qui peut provoquer des tensions :

- tensions entre les propriétés de mémorisation et les conceptions du professeur de ce que sont ou devraient être les ressources des élèves,

- tensions entre la propriété de créativité et les intentions du professeur,
- tensions entre les propriétés de communication et l'organisation pédagogique de la classe.

Les observations montrent que le rôle donné à la calculatrice dans le domaine privé par les élèves et les professeurs n'est pas forcément partagé. De ce fait, les genèses documentaires deviennent distinctes et sans liens et provoquent des trajectoires parfois divergentes qui, elles-mêmes provoquent des incidents didactiques générateurs de perturbations.

Résumé synthétique des contenus des calculatrices

Dans les tableaux commençant page 200, l'évolution des contenus des calculatrices des élèves du lycée A est synthétisée. Ces tableaux montrent les types d'utilisation faites de la calculatrice dans une perspective de ressource numérique. Les cinq premières lignes de ces tableaux donnent, à partir des contenus, les utilisations de la calculatrice par les différents élèves. Une croix dans la ligne *Calculatrice brouillon* indique qu'au moins un fichier présent dans la calculatrice présente des calculs ou des représentations graphiques sans référence à une activité ou un exercice. Dans la plupart des cas, un tel fichier est une suite de calculs effectués dans des cadres différents : calculs algébriques, calculs numériques, définition et/ou représentation de fonction, etc. La calculatrice est notée comme *outil d'aide* lorsqu'au moins un de ses fichiers est en lien avec un exercice ou une situation proposée en classe. La propriété *Répertoire de notes* est cochée lorsqu'au moins un fichier comporte des notes personnelles sur un cours de mathématiques ou d'autres disciplines (essentiellement physique et chimie). La calculatrice possède la propriété *pour programmer* lorsqu'au moins une définition d'un objet mathématique qui n'est pas directement accessible (ou dont la syntaxe n'est pas connue) est construit par l'élève. Par exemple, la définition par un élève du quotient et du reste dans la division euclidienne de deux entiers est considérée comme un « programme ». Enfin, la calculatrice aura pour un élève la propriété des stockage (*calculatrice pour stocker*) lorsqu'il existe une structure organisée des différents fichiers.

La ligne intitulée « Evolution des répertoires » donne un aperçu de l'évolution des répertoires présents dans la calculatrice au cours de l'année tandis que la ligne « applications utilisées » indique les applications présentes dans les fichiers sauvegardés. Les deux dernières lignes donnent pour chaque élève l'évolution du nombre de répertoires et du nombres de fichiers présents dans la calculatrice. Les répertoires sont notés *perso* lorsqu'ils ont été créés par les élèves (la calculatrice est livrée avec des répertoires d'exemples qui sont, ou non, conservés par les élèves).

Les commentaires de la dernière ligne explicitent les choix réalisés par les élèves.

Nombre de solutions d'une équation

Enoncé
On donne un réel k.
On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation (E) : $\ln(x) = kx^2$ pour x strictement positif.

1. En utilisant un logiciel de construction graphique ou une calculatrice graphique :
   (a) Conjecturer, suivant les valeurs de k, le nombre de solutions de l'équation (E).

   Appeler l'examinateur pour valider la conjecture

   (b) Si $k > 0$, trouver graphiquement une valeur approchée de k pour laquelle l'équation (E) a une unique solution

   Appeler l'examinateur pour vérifier la valeur trouvée
2. Démontrer que pour $k < 0$, l'équation (E) a une unique solution.
3. (a) Pour $k > 0$, prouver la conjecture formulée à la question 1.(a) et validée par l'examinateur.
   (b) Déterminer la valeur exacte du réel k pour lequel l'équation (E) a une solution unique et calculer cette solutions

Fiche technique

Faire varier un paramètre k à l'aide d'un curseur

- Dans une page Graphique & Géométrie, créer un curseur.
- Entrer le nom du paramètre (k).
- Modifier l'intervalle [xmin,xmax] de définition de k, sa valeur initiale et éventuellement le pas de variation.
- Agir sur le curseur pour modifier k.

Menu 1 : Actions A : Contrôle curseur
Tapez k puis enter
k remplace le nom de la variable v1 donné par défaut.
Ctrl Menu 1 : Réglages...renseigner les différentes rubriques ; le curseur peut avoir un affichage horizontal, vertical ou réduit.
Approcher le pointeur de l'index du curseur, le sélectionner et le déplacer.
Dans le cas d'un curseur réduit, on clique sur les flèches ↓↑

FIGURE 4.16 – Enoncé des annales de l'EPM

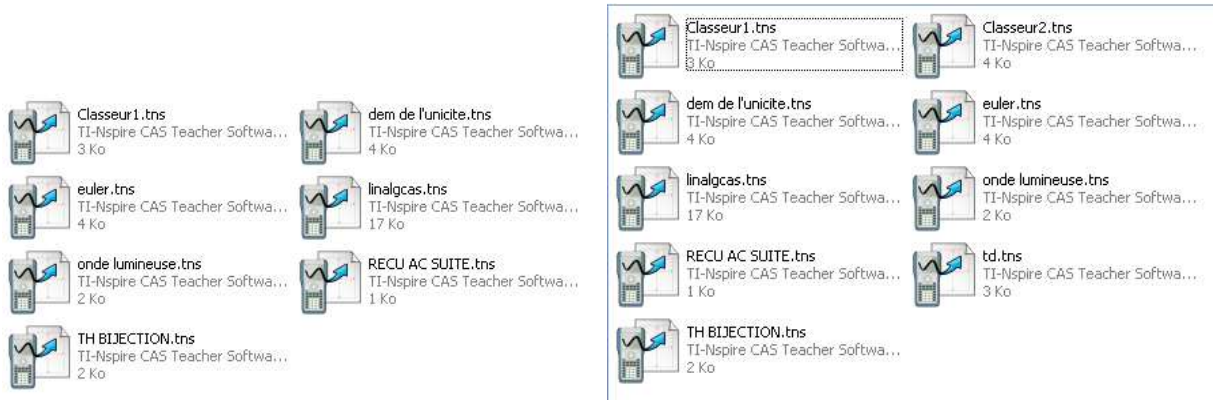


FIGURE 4.19 – Evolution du contenu du répertoire Mylib 15 janvier - 15 mars

	F1 MnI-Marie	G2 MI - Marie	G3 BI - Marie	G1 BnI - Marie	G3 - Pierre BI	F1 - Pierre BnI	F2 - Pierre MnI
Calculatrice comme brouillon	X	X	X	X		X	X
Calculatrice outil d'aide			X		x	x	x
Calculatrice répertoire de notes	X	X A noter, dans le répertoire « Maths », une feuille de classeur avec fonctions et dérivées sans que le calcul formel ne soit utilisé.		X	X Les chapitres des différents cours sont classés	X	X

	F1 MnI-Marie	G2 MI - Marie	G3 BI - Marie	G1 BnI - Marie	G3 - Pierre BI	F1 - Pierre BnI	F2 - Pierre MnI
Calculatrice pour programmer			X Programme réalisé en classe en enseignement de spécialité sur l'algorithme d'Euclide		X L'entretien avec G3 confirme les usages de programmation de la calculatrice.	X	X Un fichier avec une fonction permettant de trouver la partie entière et le reste dans la division euclidienne
Calculatrice pour stocker					X	X	

	F1 MnI-Marie	G2 MI - Marie	G3 BI - Marie	G1 BnI - Marie	G3 - Pierre BI	F1 - Pierre BnI	F2 - Pierre MnI
Evolution des répertoires	Les dossiers présents sur la calculatrice ont été supprimés pour ne laisser qu'un répertoire regroupant tous les fichiers.	Un seul envoi	Remarquable stabilité des répertoires un seul répertoire évolue.	Abouti finalement à trois répertoires, « Brouillon », « Math »et « Physique Chimie »	Assez grande stabilité des répertoires. En juin un répertoire supplémentaire apparaît :«Avancé » qui témoigne d'une recherche et d'intégration de documents ; le répertoire « jeux »témoigne également de cette recherche documentaire.	Un seul envoi	Un seul envoi

	F1 MnI-Marie	G2 MI - Marie	G3 BI - Marie	G1 BnI - Marie	G3 - Pierre BI	F1 - Pierre BnI	F2 - Pierre MnI
Applications utilisées	Calcul, Graphiques, Géométrie, Tableur, Notes.	Calculs, Géométrie, Graphiques, Notes, Tableur (sans calculs)	Toutes	Calculs, Graphiques, Géométrie, Notes	Toutes	Toutes	Calculs, Graphiques, Tableurs, Notes
Nombre de répertoires	4 (dont 1 perso) - 1	4 (4 perso)	4 - ...- 4 (dont 2 perso)	8 (6 perso) - 4 (4 perso)	9 (dont 9 perso) - 10 (dont 10 perso)	5 (dont 5 perso)	1
Nombre de fichiers personnels	7 - 9	10	5 - 9 - 12 - 13 - 12 - 10	19 - 5	52 - 105	13	5

	F1 MnI-Marie	G2 MI - Marie	G3 BI - Marie	G1 BnI - Marie	G3 - Pierre BI	F1 - Pierre BnI	F2 - Pierre MnI
Remarques	N'a pas construit de répertoire spécifique mais a stocké ses fichiers dans le répertoire « Mylib » ; des fichiers nommés Classeur1, Classeur2,... montrent des calculs réalisés mais non documentés et les fichiers nommés ne correspondent pas toujours à leurs contenus. Evolution des fichiers par rajout de « pages »mais pas d' « activités ».	Dans un même fichier, stocké dans un répertoire « Mon classeur », se trouvent un ensemble de 98 calculs qui correspondent à des recherches et des cours différents : calculs numériques, sur les complexes, limites, calculs de dérivée,... Visiblement, il s'agit d'un fichier brouillon regroupant les calculs courants. La page tableur est en fait une page de notes regroupant les formules des calculs de dérivées, sans utilisation du calcul formel.	G3 a une très bonne connaissance de la calculatrice ; son système de classement et d'utilisation montre bien l'usage qu'il fait de la machine comme un outil pour son travail personnel, comme en atteste l'extrait de fichier incluant des calculs numériques, complexes, infinitésimaux. Les mêmes fichiers de brouillons sont repris et enrichis au fur et à mesure des besoins.	Un brouillon à la fois sur une feuille de calcul mais aussi sur une page graphique, dans laquelle 48 fonctions différentes sont définies. Le fichier présent dans le répertoire brouillon change dans le temps et le dernier montre quelques calculs et une figure de géométrie surement en rapport avec un exercice.	Genèse instrumentale qui fait de la machine un véritable assistant du travail de lycéen.	Une structure de répertoire de classement, dont un répertoire « Mon cahier de brouillon »dans lequel sont regroupés des fichiers de calculs, et des parties d'exercices ou de devoirs.	Un répertoire contenant des fichiers divers. Un fichier, nommé « dossier en cours »comporte huit pages (deux de calculs, deux tableurs, trois graphiques et une page mixte tableur / graphique).

	F1 MnI-Marie	G2 MI - Marie	G3 BI - Marie	G1 BnI - Marie	G3 - Pierre BI	F1 - Pierre BnI	F2 - Pierre MnI

Résumé des contenus des calculatrices
Bon élève, intéressé par la technologie (BI), Elève moyen, intéressé par la technologie (MI), Bon élève, peu intéressé par la technologie (BnI), Elève moyen, peu intéressé par la technologie (MnI)

4.3 Les observations dans le lycée B

L'objet des deux paragraphes suivants est de mettre à l'épreuve le cadre d'analyse fondé sur les incidents didactiques dans un autre contexte que celui dans lequel il a été conçu. C'est dans le lycée B et dans la classe de première S de Jean que ces observations se sont déroulées. Le contexte général de ces observations est le partenariat avec le lycée B de l'INRP (puis de l'IFé) dans le projet européen EdUmatics (Paragraphe 3.2 page 71). Les deux séquences observées sont des séquences utilisées dans ce projet dans le but de construire une formation d'enseignants sur le thème « from static to dynamic representations of mathematics » et favorisant l'utilisation des technologies dans la classe. Le choix du professeur n'a pas été d'imposer l'utilisation de la technologie dans ces situations mais de la rendre disponible, présente dans le milieu matériel des élèves. La première séquence repose sur une situation de statistique, la seconde sur une situation d'introduction à la notion de suite numérique.

4.3.1 La séquence Réaction : observation 8 avril 2010

Position de la séquence

Il s'agit de la première séance autour de l'activité « Réaction » conduite par Jean. Cette séance a été construite comme une introduction des notions statistiques au programme de première scientifique. En particulier, Jean souhaite que les élèves découvrent le rôle des caractéristiques dans la description d'une série statistique. Avant cette séance, Jean a donné un polycopié aux élèves pour résumer les possibilités du logiciel en terme de calcul et de représentation.

La situation proposée donne la possibilité aux élèves de créer leur propre série de données et de travailler sur ces données. Jean a souhaité ne pas faire d'introduction préalable ou de rappels sur les connaissances des élèves quant à la statistique. Il souhaite faire émerger de ce travail des questionnements permettant d'appuyer le cours qui sera fait ultérieurement. La situation est donc prévue pour donner aux élèves de la classe une *situation de référence à la statistique.*

TP en salle informatique

La salle de classe utilisée pour ce TP a une grande importance, et Jean a souhaité utiliser une salle habituellement réservée pour les travaux pratiques de sciences de l'ingénieur. La particularité de cette salle représentée ci-dessous est de posséder des espaces distincts avec des ordinateurs, des possibilités de grouper les tables pour un travail par groupe ou de les placer dans un positionnement plus traditionnel.

Plans de la classe et dispositifs d'observation

Le dispositif d'observation de cette séance a été conçu pour suivre plus précisément le travail des groupes d'élèves et les interactions du professeur et des élèves. La salle

de classe utilisée par Jean est une salle partagée entre une partie « cours » dans une disposition habituelle et une partie « laboratoire » où des ordinateurs sont disponibles dans des ilots (Voir figure 4.3.1). Jean a introduit la leçon dans la partie « cours », puis a demandé aux élèves d'occuper la partie laboratoire à raison de deux élèves par poste. Comme il est indiqué sur les figures 4.3.1 page suivante, 4.3.1 page 209, il était prévu l'enregistrement vidéo d'un groupe de deux élèves, l'enregistrement audio de deux groupes et l'enregistrement vidéo de l'écran de deux ordinateurs. L'ensemble des transcriptions sont disponibles en annexe 6.12 page 398.

Plan général :

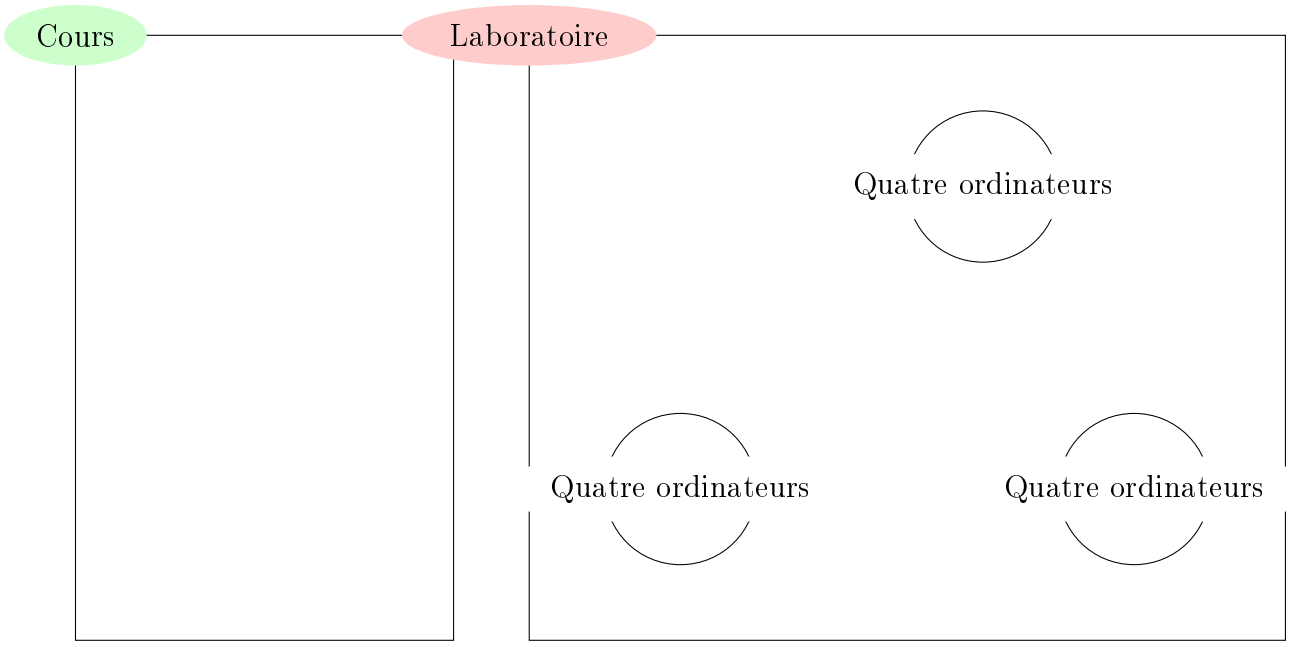


FIGURE 4.23 – Plan général

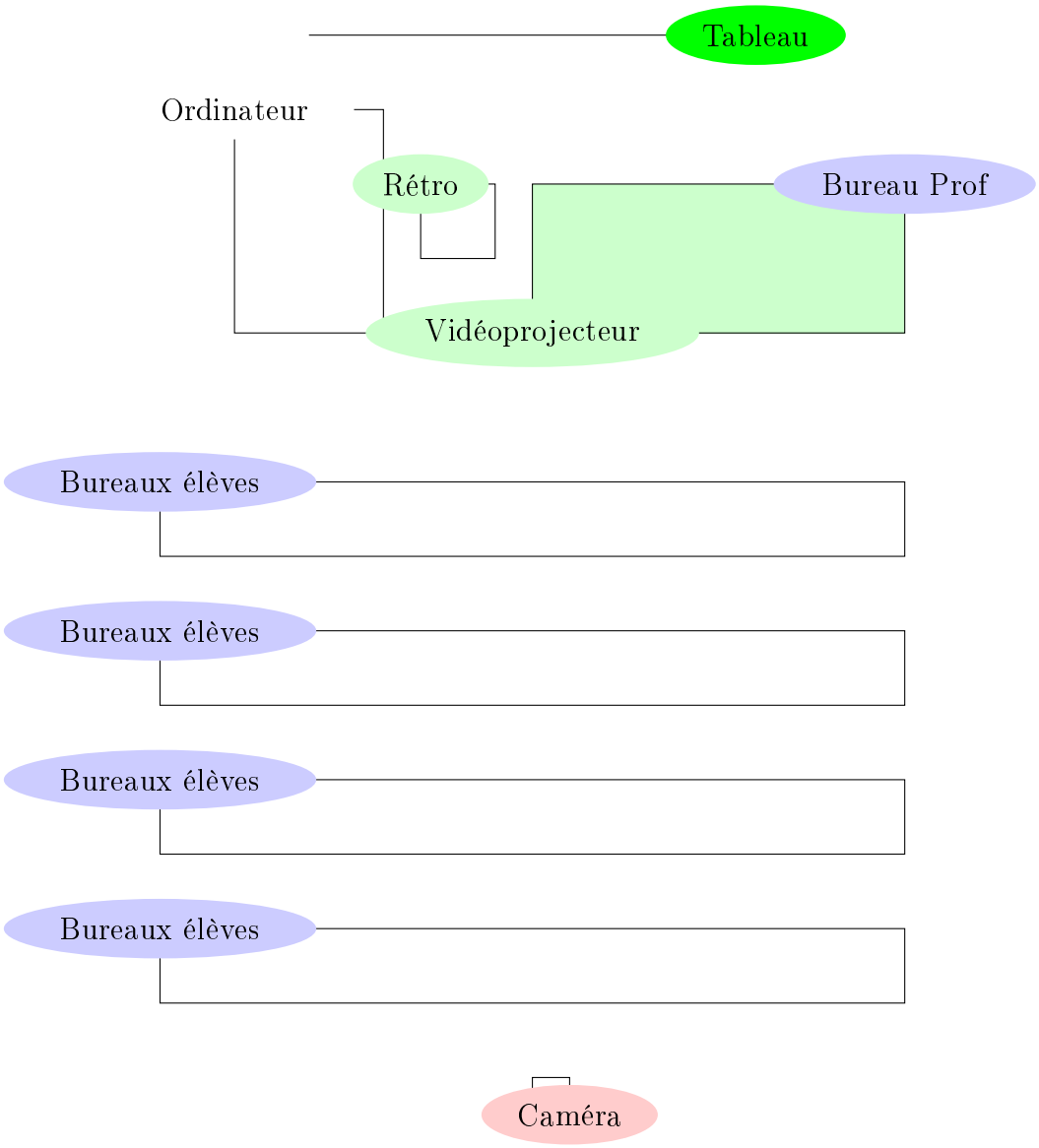


FIGURE 4.24 – Partie cours et dispositif d'observation

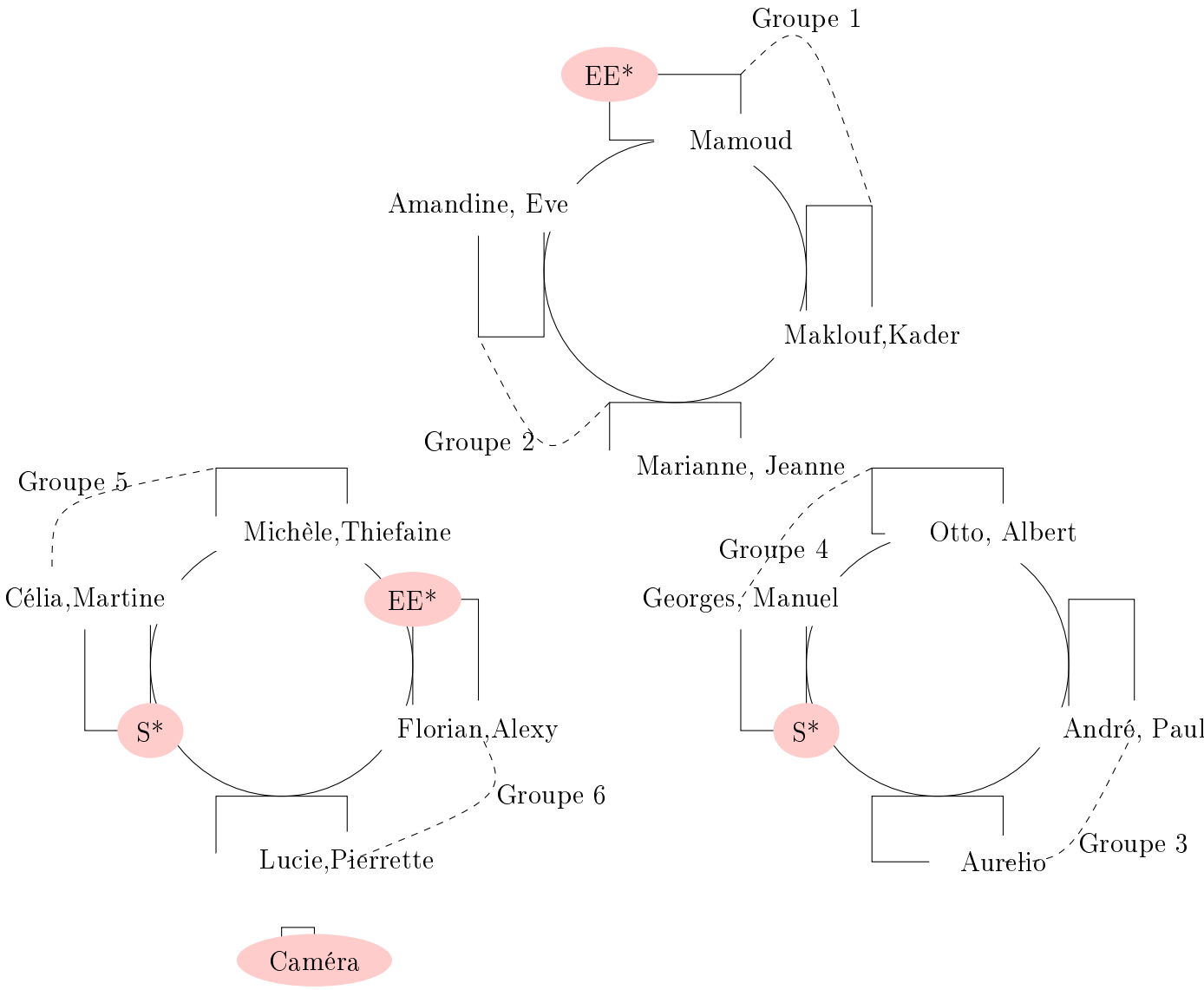


FIGURE 4.25 – Partie laboratoire et dispositif d'observation
EE* : Ecran enregistré
S* : Prise de son

Analyse mathématique du problème

Un logiciel permet de mesurer le temps de réaction à un stimulus visuel : en l'occurrence un disque rouge apparaît à l'écran et le sujet doit alors cliquer sur un bouton. Le logiciel mesure le temps de réaction entre l'apparition du disque et le clic de la souris. Si le clic a eu lieu avant l'apparition du disque le nombre 100 remplace le temps de réaction. Cette particularité, voulue dans la conception du logiciel est intéressante d'un point de vue

didactique comme il sera développé plus loin.

Le logiciel permet au sujet de faire deux séries de trente apparitions. Si bien qu'à l'issue de cette expérience, le sujet a à sa disposition deux séries de trente nombres.

A partir de ces données, beaucoup de questions mathématiques peuvent être posées, qui, chacune, mobilise des concepts statistiques différents :

- comment résumer chaque série ? En lien avec la statistique descriptive et les caractéristiques de position et de dispersion de la série,
- comment représenter chaque série ? Quel nombre donner pour parler du temps de réaction d'un individu ? En lien avec les méthodes de représentation d'une série statistique : histogramme, diagrammes, en boîtes, etc.,
- comment comparer deux séries ? Qui est le plus rapide ? En lien avec les concepts de fluctuation d'échantillonnage, les intervalles de confiance et la notion de test,
- comment inférer un temps de réaction ? En lien avec les concepts d'échantillonnage, les sondages et les lois.

Les résultats produits ci-dessous sont tous sortis des données réalisées par les élèves.

L'observation des données brutes (Voir figure 4.26 page ci-contre) n'est que difficilement possible sans outil de représentation. Dès qu'elles sont représentées, on voit apparaître des lignes horizontales qui montrent bien le caractère discret des données (Figure 4.27 page suivante). Ce phénomène dépend tout simplement du mode de fonctionnement de l'ordinateur qui scrute les actions des périphériques dans des intervalles de temps réguliers (interruptions). La représentation graphique des données brutes permet de faire émerger ce phénomène qui bien sûr ne pouvait être perçu dans le tableau 4.26 page ci-contre. Dans une première approximation, on peut également sur cette représentation donner un intervalle dans lequel un fort pourcentage de la population va se trouver. Il y a une saturation des points entre environ 0,2 et 0,6. Un traitement de calcul permet d'ailleurs d'affiner cet intervalle et de montrer que 90% de la population appartient à l'intervalle [0,250 ;0,608].

La sensibilité de la moyenne aux valeurs extrêmes est particulièrement bien illustrée par la présence de quelques valeurs 100 dans les séries. Comme on peut le voir dans la table 4.6, les valeurs de la moyenne et de l'écart-type sont très affectées par les 7 valeurs 100 sur 839 valeurs alors que les quartiles ne le sont pas ou très peu.

```
numSummary(Dataset[,"V1"], statistics=c("mean", "sd", "quantiles"), +
quantiles=c(0,0.1,.5,.90,1))
```

mean	sd	0%	10%	50%	90%	100%	n	NA
1.224654	9.066458	0	0.2809999	0.375	0.562	100	839	1

```
numSummary(Dataset2[,"V1"], statistics=c("mean", "sd", "quantiles"), +
quantiles=c(0,.1,.5,.90,1))
```

mean	sd	0%	10%	50%	90%	100%	n	NA
0.393567	0.127796	0	0.2809999	0.375	0.547	1.234	832	1

TABLE 4.6 – Sensibilité de la moyenne et de l'écart-type aux valeurs extrêmes

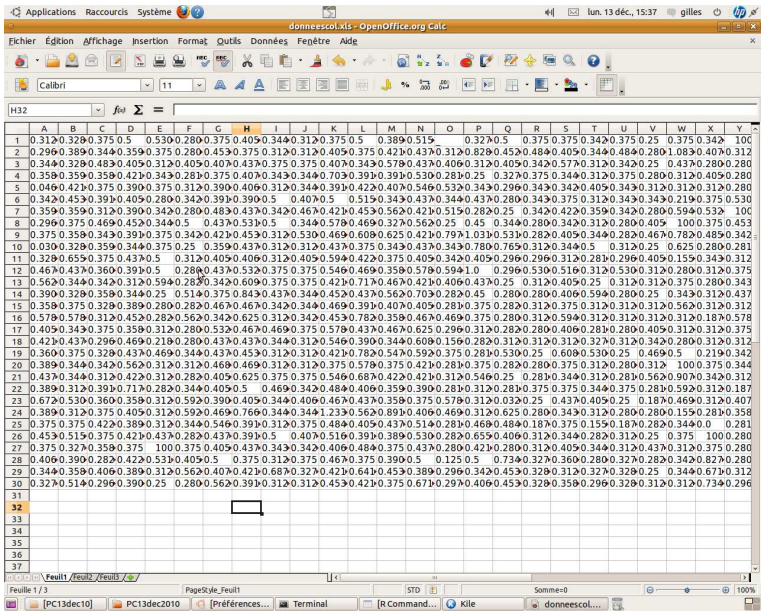


FIGURE 4.26 – Données brutes

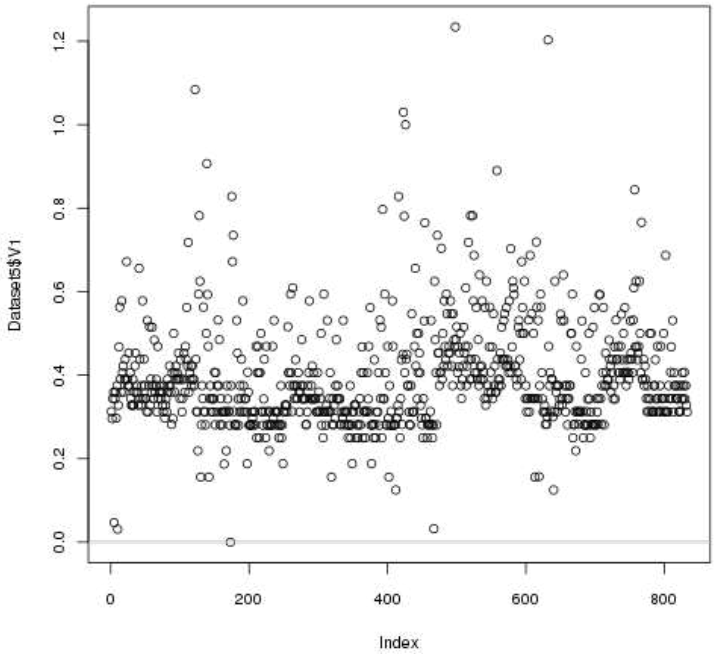


FIGURE 4.27 – Représentation des données brutes

La figure 4.7 page suivante donne les moyennes, médianes, quartiles, extrema pour chacune des séries de mesure. La fluctuation d'échantillonnage permet de comprendre que

tous les paramètres bougent d'une série de mesures à une autre. La variation des moyennes, cependant est moindre que la variation des données. Comme précisé plus haut 90% des données appartient à l'intervalle [0,250 ;0,608] alors que 90% des moyennes appartiennent à l'intervalle [0,321 ;0,488] ce qui est une illustration de la loi faible des grands nombres.

	n	Moyenne	Ecart-type	Minimum	1^{er} quartile	Médiane	3^{eme} quartile	Maximum
1	30	0,373	0,124	0,031	0,343	0,375	0,406	0,672
2	30	0,397	0,086	0,312	0,344	0,367	0,434	0,656
3	30	0,360	0,046	0,282	0,332	0,359	0,375	0,484
4	30	0,417	0,074	0,312	0,390	0,398	0,433	0,718
5	29	0,360	0,092	0,219	0,312	0,313	0,375	0,594
6	30	0,360	0,107	0,250	0,281	0,313	0,398	0,593
7	30	0,429	0,056	0,343	0,390	0,414	0,464	0,562
8	30	0,476	0,113	0,375	0,406	0,438	0,492	0,844
9	30	0,375	0,087	0,312	0,313	0,344	0,375	0,687
10	30	0,362	0,048	0,312	0,332	0,344	0,375	0,531
11	30	0,501	0,157	0,375	0,422	0,468	0,539	1,234
12	30	0,489	0,125	0,344	0,395	0,438	0,550	0,782
13	30	0,437	0,118	0,328	0,364	0,390	0,464	0,890
14	30	0,487	0,091	0,375	0,422	0,438	0,543	0,703
15	29	0,361	0,140	0,125	0,280	0,312	0,406	0,797
16	30	0,454	0,121	0,250	0,313	0,390	0,464	1,030
17	30	0,375	0,084	0,032	0,281	0,305	0,454	0,765
18	30	0,321	0,045	0,188	0,281	0,313	0,343	0,531
19	30	0,397	0,074	0,312	0,344	0,375	0,406	0,609
20	30	0,337	0,094	0,156	0,312	0,313	0,344	0,594
21	30	0,321	0,105	0,188	0,281	0,313	0,343	0,531
22	30	0,323	0,055	0,188	0,280	0,313	0,344	0,562
23	28	0,429	0,112	0,156	0,312	0,344	0,516	1,084
24	29	0,366	0,085	0,000	0,312	0,313	0,375	0,828
25	28	0,339	0,048	0,188	0,281	0,313	0,363	0,578
26	29	0,337	0,155	0,219	0,281	0,313	0,406	0,500

TABLE 4.7 – Caractéristiques des données

La figure 4.28 page suivante représente les moyennes des vingt six séries avec leurs barres d'erreur au niveau 0,95 qui ont été calculées en utilisant l'intervalle :

$$[m - 2\frac{s}{\sqrt{n}}, m + 2\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

où m représente la moyenne de la série et s son écart-type. En regroupant l'ensemble des mesures, la moyenne peut être estimée appartenir à l'intervalle [0,383 ;0,401] avec une probabilité de 0,95. La précision est ici de 9ms pour les 772 mesures.

On peut attendre que les élèves considèrent la moyenne comme la première caractéristique de description de leurs séries de données, et la pénalité de 100 secondes donnée pour une réaction anticipée doit amener une réflexion sur la possibilité de considérer d'autres caractéristiques.

Analyse descendante

Dans la situation S+3, P+3 confronté au milieu de construction imagine une situation d'introduction du chapitre de statistique de la classe de première scientifique. Les programmes en vigueur au moment de l'expérimentation donnent une large part aux attendus des statistiques en classe de première S :

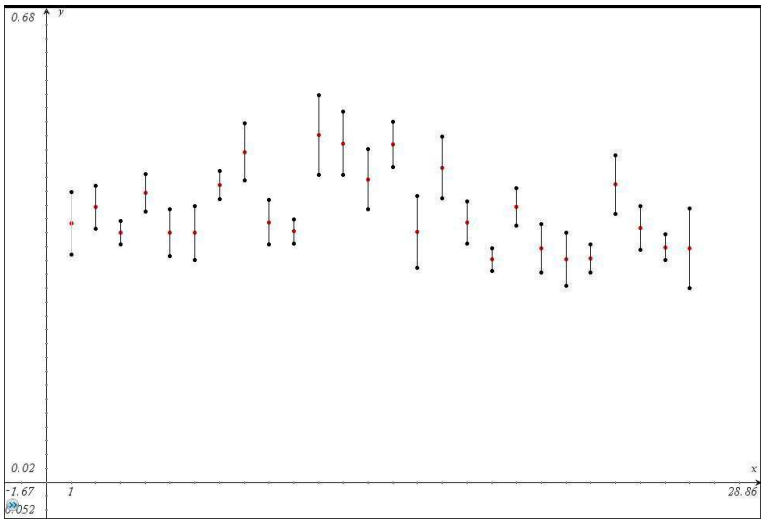


FIGURE 4.28 – Représentation des moyennes avec leurs barres d'erreur.

Désormais, la statistique est étudiée en série S, aussi quelques éléments sont-ils développés sur cet enseignement (la longueur du commentaire n'est pas proportionnelle au temps à consacrer à ce sujet). [15]

L'usage de la statistique dans de nombreux domaines ne relève pas d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée anciens, diffusion rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine d'application a une pratique spécifique de la statistique, fondée sur une problématique propre, le type d'expériences réalisables, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques de calcul mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.).

En classe de seconde, les élèves ont acquis une expérience de l'aléatoire en pratiquant eux-mêmes des expériences de référence (lancers de dés, de pièces) et en simulant d'autres expériences à l'aide de listes de chiffres au hasard produites par une calculatrice ou un ordinateur. La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques. Une partie du programme des classes de première et de terminale S concerne la modélisation d'expériences de référence, modélisation permettant d'expliquer des résultats observés ou d'en prévoir d'autres. En première, on approfondira la notion de simulation d'une expérience, qui consiste à choisir un modèle et à le simuler ; la simulation permet d'une part d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et d'autre part, par la comparaison de telles estimations avec des résultats expérimentaux, de valider le modèle choisi.

La statistique descriptive a une part modeste dans la série S ; en particulier, on n'aborde pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de S est susceptible d'entreprendre ultérieurement. [16]

15. Ce paragraphe constitue la moitié des commentaires concernant les contenus du programme de première S.

16. B0 HS n°7 du 31 Août 2000, http ://www.education.gouv.fr/bo/2000/hs7/vol5mathsc.htm.

Plus loin, l'objectif annoncé de ce programme est de résumer une série par un couple de mesure de tendance centrale et de dispersion. L'usage d'un tableur ou d'une calculatrice est indiqué comme pertinent pour « observer dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données »[17].

Dans cette perspective et en croisant avec ses conceptions de l'apprentissage, P+3 réfléchit une situation dans laquelle les élèves pourront construire et traiter leurs données en utilisant la technologie à leur disposition.

Dans la situation de construction, en lien avec des travaux existants autour d'un logiciel[18], P+2 a construit un scenario de la classe reposant sur un logiciel plus simple[19]. Il a construit le scenario comme un jeu, en imaginant une question du type : qui est le plus rapide ? Les réflexions et les changements de posture P+2 - P+3 ont amené à poser les questions d'éthique liées au questionnement des élèves ; ainsi, P+3 s'est interrogé sur ce questionnement de façon à ne pas mettre un élève dans une position difficile sur des critères physiques.

P+1 met en scène comme un jeu mais dont l'enjeu est plus dirigé vers le groupe que vers un individu ce que l'on retrouve dans la présentation faite par P0 dans la situation didactique :

> Vous déciderez dans le groupe, qui d'après vous a les meilleures données, et ces données représenteront votre groupe. Alors, ce qu'on demandera en groupe, c'est, bien sûr de faire le choix, et puis de rédiger quels sont les critères qui ont fait que vous avez choisi telle ou telle série de données. Annexe 6.12 page 398

Analyse ascendante

Le milieu matériel de cette situation est constitué du logiciel « Réaction », des ordinateurs disponibles dans la salle et équipés du logiciel TI-Nspire ; les connaissances des élèves concernant les statistiques sont celles de la classe de seconde puisque le professeur a choisi de proposer cette situation comme introduction au cours de statistiques. De ce fait, on peut attendre de E-3 une connaissance des caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique : moyenne, médiane, quartiles, ainsi que des connaissances concernant l'échantillonnage et les intervalles de fluctuations d'une fréquence.

Dans la situation de référence, E-2 est confronté à la réalisation de l'expérience et à la construction des données ; comme il s'agit d'une situation de jeu, E-agissant a à construire une stratégie et peut observer les rétroactions du logiciel. Par exemple, une stratégie permettant d'obtenir un « bon » record pourrait être de cliquer très rapidement ; la série aurait alors beaucoup de 100, mais certainement une valeur très petite correspondant à la quasi simultanéité de l'apparition et du clic :

> P : Alors,[20] je te voyais tout à l'heure tu faisais des clics hystériques en disant peut-être

17. Idem, page 176.
18. Un travail en biologie a été mené par une équipe de professeur encadré par l'équipe Acces de l'INRP (http ://acces.inrp.fr/) ; un logiciel a été, à cette occasion réalisé que Jean n'a pas souhaité utiliser.
19. Logiciel écrit par moi en python.
20. en désignant un élève.

que ta méthode ça va être ça, alors, il y a un petit truc que j'ai oublié de vous dire, c'est que, en fait, si jamais vous cliquez avant que le point rouge apparaisse, il y a une pénalité, ça vous compte un temps de cent secondes, alors que vous avez vu que ça dure moins d'une seconde, le temps de réaction. Donc, c'est à vous de voir, ce que vous décidez, à ce niveau là, ..., si vous cliquez avant que le point rouge n'apparaisse vous aurez un temps de cent secondes qui sera mis et non pas le temps du clic. C'est bon, c'est OK pour tout le monde ? Oui ? Alors,

E : Ca fait quand même une série statistique ?

P : Ah oui, c'est une série statistique, mais il faut savoir que ça vous fera un temps de cent secondes, voilà parce que je voyais que tu faisais des clicks très rapides, c'est vrai que ça peut être une technique, mais il faut savoir les risques que tu prends, voilà ! Alors vous le saurez, voilà. Donc, vous vous mettez par deux, chacun teste un petit peu et puis après, quand je vous le dirai, chacun fera sa série de données, hein ! Extrait de l'introduction de la séance par le professeur.

Les données recueillies font alors partie du milieu matériel dans une nouvelle situation objective ; dans la situation de référence, E-2 effectue des expériences sur ces données. Les rétroactions du milieu objectif permettent alors de modifier les stratégies de la situation de jeu et sont susceptibles de faire émerger des connaissances sur la représentation des données que E-1 dans la situation d'apprentissage pourra utiliser dans le compte rendu. Dans la situation didactique, P0 pourra s'appuyer sur les relations des expériences pour construire une institutionnalisation des connaissances mises en œuvre dans les situations sous-didactiques.

Analyse des incidents

L'analyse porte sur les groupe Louise (F1), Pierrette (F2), Florian (G1), Alexy (G2) (je parlerai dans la suite du groupe FFGG) et Albert (G1), Georges (G2), Manuel (G3), Otto (G4) (je parlerai alors du groupe 4G) ; pour le premier, la caméra est fixée sur l'écran de l'ordinateur de Lucie et Pierrette avec prise de son. Dans le première partie, F1 et F2 travaillent ensembles, puis avec G1 et G2 pour la rédaction du transparent de restitution. L'enregistrement de l'écran de Florian et Alexy arrive alors en support des observations. Pour le second, il s'agit d'un enregistrement audio des dialogues des quatre garçons qui débute après le recueil des données avec la logiciel « Réaction ».

Pour la restitution, la caméra filme les élèves venant présenter leurs travaux. L'ensemble des dialogues et des gestes des protagonistes est disponible en annexe 398.

Dans cette analyse, j'extrais les épisodes d'incidents didactiques significatifs de chaque type et les perturbations créées.

Incidents syntaxiques

Un certain nombre d'incidents syntaxiques apparaissent dans la première partie, lorsque les élèves souhaitent transférer les données obtenues avec le logiciel, comme par exemple dans le groupe FFGG l'incident des minutes 19 à 23 : F1 et F2 n'arrivent pas à activer le transfert des données sur la calculatrice parce qu'elles n'utilisent pas le bon logiciel.

P parcourt la classe et débloque la situation dès son passage (minute 23). Il utilise cet incident pour redonner les consignes à tous les groupes. Dans la classification des répertoires de réponses proposée par Clark-Wilson (2010), et dans ces épisodes, P possède un répertoire de réponses bien rodé.

P-1 se sert des incidents syntaxiques pour proposer à la classe des solutions aux problèmes qui sont anticipés. L'effet de cette gestion renforce la dévolution du problème et le jeu prend de l'importance auprès des élèves :

19 G2 Trop nul... euh, zéro quarante neuf
20 G3 Ah non, en fait ça va. Ah non, moi ch'uis zéro trente neuf
21 G2 Le deuxième, moi il est mieux. Non, même pas...
22 G3 Si, moi il, ah non, le premier il est mieux
23 G2 Il est où ton temps ?
Groupe 4G

Dans un second temps, les élèves travaillent en groupe partageant leurs postures entre E-agissant et E-apprenant dans une situation de référence ou une situation d'apprentissage. Les expériences sont faites sur les séries de temps de réaction qui sont traitées comme des séries de nombres mais avec un regard vers la « réalité » :

57 G2 Toi, c'est la première pour toi
58 G3 Ouais, c'est mieux.
59 G2 Ah non, toi, c'est la...? Première, ouais !
60 G3 On prend la tienne, là, toi elle est super géniale, t'es un super héros !
Groupe 4G

En revanche, dans le groupe FFGG, les incidents syntaxiques, déclenchés par des conversions de registres de représentation, retardent la dévolution du problème et les liens entre les calculs et leur réalité empirique :

F1 : Monsieur, comment on fait pour, ici, là, pour
P : Qu'est ce que tu veux faire ?
F1 : Ben faire un graphique pour voir à peu près laquelle est la plus...
P : Oui, ben tu cliques là avec le bouton droit (*il montre la demie fenêtre du bas)* et tu demandes ajouter. Tu cliques (*F1 s'exécute*) Voilà, hein, Ah mais oui, ça y est t'as déjà ajouté, alors voilà, tu peux pas, parce que tu n'as pas nommé tes colonnes.
F1 : Ici, là ? (*elle montre le Tableur*)
P : Oui (*F1 clique dans la cellule, prend le clavier*) Hein ? On les avait nommé na et nb, donc là, je ne sais pas, tu les appelles comme tu veux, mais...(*P s'éloigne*)
F2 : Et bien après...
F1 : Je comprends pas trop à quoi ça sert. Tiens là je vais essayer de faire ça (*elle pointe sur la feuille*) C'est laquelle la tienne ? Ben ouais faudrait faire menu
F2 : Ben ouais.
F1 *Elle ouvre le menu parcourt les possibilités, le ferme* : Ah mais c'est pas ça *Elle ouvre le clavier de la calculatrice*
F2 : Et si tu mettais dans une grande fenêtre ?
F1 : Où ça ?
F2 : Non, non, j'ai rien dit....*Elles se replongent dans la lecture de la fiche*

Dans cet épisode, les incidents de syntaxe bloquent l'interprétation des expériences et F1 et F2 dans une posture d'E-objectif sont confrontées au milieu matériel dont les

rétroactions ne sont pas compréhensibles. L'intervention de P-observateur est d'une certaine façon décalée puisque le milieu des élèves (E-objectifs à cet instant) n'est pas le même que celui du professeur (P-observateur confronté au milieu objectif). Ce décalage ne peut pas être perçu par P ni par E, qui d'une certaine manière, ne se « rencontrent » pas. Dans ces conditions, une fois le professeur parti, F1 ne comprend pas ; P-observateur a interprété et répondu à la question sans voir qu'il y avait deux incidents syntaxiques superposés. La perturbation perdure jusqu'à la nouvel intervention du professeur qui montre la manipulation complète. Pendant cet épisode, F1 et F2 sont confrontées au milieu matériel et ne s'engagent pas dans la réflexion du problème mathématique.

On retrouve cet effet des incidents syntaxiques dans l'enregistrement de l'écran de G1 et G2 ; après avoir vainement cherché à construire des représentations des données, G1 et G2 calculent la moyenne des séries ce qui provoque l'entrée dans une situation nildidactique autour de l'objet naturalisé « moyenne », que l'on retrouvera plus tard.

Ce même phénomène qui freine le développement d'expériences dans la situation de référence en maintenant les élèves dans une posture de E-objectif se retrouve dans le groupe 4G :

[160 G3] C'est la deuxième qu'on prend ?
[161 G2] Ch'ais pas comment... Comment on calcule la moyenne ?
[162 G3] Ben, la moyenne normale
[163 G2] Ah mais j'crois qu'on mette des boîtes à moustache
[164 G3] Non, calcule la moyenne !

Cet incident de syntaxe (syntaxe du logiciel permettant de calculer la moyenne) crée une perturbation longue pendant laquelle les élèves ne décrochent pas de la situation objective et tentent de résoudre des problèmes de syntaxe du milieu matériel (ligne 176, 179, 182) ; la rétroaction de la machine et les connaissances des élèves ne coïncident pas ce qui empêchent l'interprétation, jusqu'à l'intervention du professeur qui les ramène dans la situation de référence (ligne 187-188) ; il y a alors réinvestissement de la situation de référence et un début de réflexion sur les moyennes (lignes 189, 193) :

[176 G3] C'est quoi, statistique une variable ?
[177 G2] Ouais.
[178 G4] Bon, t'as la moyenne ou pas ?
[179 G2] Non, non, non, ouais, OK, et après tu mets la b, non, la b, nb mets nb.
[180 G3] Pourquoi nb ?
[181 G2] Vas-y ! oui ! et là, en bas tu mets.
[182 G4] Mais, est-ce que tu as la moyenne ? Où tu vois la moyenne.
[183 G2] Ben, ch'ais pas, je comprends rien, somme x, x carré.
[184 G4] Monsieur ! Monsieur !
[185 G2] Y'a la médiane, mais y'a pas la moyenne.
[186 G4] Euh ! On comprend pas ! la moyenne, on sait pas c'est laquelle !
[187 Prof] Ah ! c'est $\overline{x}$.
[188 G4] $\overline{x}$.
[189 G2] zéro vingt huit !
[190 G3] Combien ?
[191 G4] Mais c'est pas la tienne ?
[192 G2] Ben oui, c'est Mooglie !
[193 G4] C'est zéro trente et un.

[194 G2] Mais, non, la moyenne c'est la...
[195 G3] La moyenne c'est barre.
[196 G2] Là, c'est la moyenne, c'est pas la...
[197 G3] Y'en a deux !
[198 G2] Ouais !
[199 G3] On en a fait deux, toi t'as la première et moi j'ai la deuxième.
[200 G2] Ouais.
[201 G3] La première c'est zéro trente et un.

Conclusion provisoire

Les incidents syntaxiques, essentiellement engendrés par des problèmes de conversion, apparaissent comme générateur de perturbations didactiques qui maintiennent les élèves dans la situation objective et les empêchent d'investir la situation de référence puis la situation d'apprentissage. L'action du P-observateur est délicate puisqu'il voit la situation objective à travers le milieu objectif ce qui peut provoquer des incompréhensions et des décalages dans les interventions.

Incidents extérieurs

L'étude des incidents extérieurs pose le problème de l'influence de l'observateur dans la situation ; elle est très nette dans le groupe 4G, même si l'intrusion peut sembler légère : un micro posé sur la table. La réaction de G1 : « J'ai pas envie que les gens ils voient mon nom, je l'ai changé je l'ai appelé Mooglie »(ligne 69) s'atténue dans la suite (lignes 79, 130) même si le surnom utilisé continue jusqu'à la fin à être un témoin de l'incident.

On retrouve ce type d'incident extérieur dans le groupe FFGG :

F1 : Y'a un micro.
G1 : On est écouté.
G2 : Ah, mais c'est pas grave.
G1 : normalement, il doit pas te faire signer quelque chose comme quoi.
G2 : C'est anonyme, normalement. Tu verras quand tu passeras sur la vidéo t'auras un truc sur la tête.
F1 : Ouais, on va passer à la télé (rires).
G1 : Ouais on te verra sur TF1 ! Aux infos !

Dans les deux cas, l'incident extérieur est cependant plus considéré comme une respiration dans le déroulement que créateur de perturbations didactiques ; dans ce cas, le travail reprend après l'incident : « F1 : Donc ! Comment on avait fait. Ah oui ! ».

Les conséquences de l'observation dans la classe ordinaire sont des perturbations locales qui sont très comparables à celles d'autres incidents extérieurs, comme par exemple :

[99 G2] Bon, alors, déjà, il faut marquer Bon anniversaire Louise !
[100 G3] T'écris trop mal, toi !
[101 G2] Ouais, il a raison, t'écris trop mal.
[102 G4] T'écris pas mieux, toi !
[103 G1] G4, il écrit chère bien.
[104 G2] Attends, tends, tends...
[105 G4] Bon, j'écris quoi, moi ?

[106 G3] Oh, t'écris trop mal.
[107 G1] Oh qu'est ce qui te prend ?
[108 G2] C'est lui, là !
[109 G1] Ah, ce mytho !
[110 G2] Pourquoi vous la fermez la calculette ?
[111 G1] Si on prend la tienne, c'est pareil.
[112 G2] C'est bon, c'est ce que tu vas faire. C'est la tienne ?
[113 Prof] Bon, il va falloir avancer là !
[114 G2] Oh mais y'a rien à marquer.
[115 G3] On marque quoi ? Si ! On dit que les résultats sont meilleurs.

Les incidents extérieurs sont inhérents à une situation dans la classe ordinaire et semble provoquer des perturbations locales qui ne modifient pas la posture des élèves dans la structure des milieux. En revanche, en liaison avec d'autres incidents, l'incident extérieur peut renforcer la perturbation créée et favoriser le changement de posture et renvoyer E-apprenant dans la position de E-objectif comme on peut le voir dans l'extrait suivant (groupe FFGG) :

G2 : Vous avez mis quoi là dedans ? *il montre le transparent* Franchement, c'est nul. Ca sert à rien !
G1 : F1 s'est mis à faire un joli graphique. *F1 commence le dessin, G1 tire le micro*
F1 : On est sur écoute !
F2 : Il le dit le plus fort encore !
G1 : *passe derrière la caméra* Eh ! F1 on voit juste ta tête, et pis l'écran.
F1 : J'ai les cheveux tout moche... Bon, là je ne sais plus, vous m'avez perturbé ! Je mets quoi ? Je mets là *elle montre l'écran et compte les unité* un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize,... *elle reporte sur le transparent* quatorze !

L'incident mathématique provoqué par G2 : « c'est nul. Ça sert à rien » provoque un incident extérieur (« On est sur écoute ») qui renforce la perturbation.

Conclusion provisoire

L'observateur dans une situation de classe ordinaire apparaît au côté du P-observateur mais avec une position dans la structure des milieux qui le place dans le milieu matériel au même titre que les objets de l'environnement (le bureau, le stylo ou la feuille de papier) qui sont autant de cause d'incidents extérieurs ; la présence de l'observateur ou des outils d'observation est acceptée dans un *accord de convenance* (Lallier 2009, page146), c'est-à-dire un accord fondé sur une volonté de ne pas rompre le contrat didactique de la classe. Refuser l'observation ferait déplacer l'élève qui le ferait en dehors de la situation didactique proposé par le professeur. Les incidents extérieurs provoqués ou non par la présence de l'observateur semblent être générateurs de perturbations locales qui ne modifient pas fondamentalement la posture des élèves dans la structure des milieux.

Incidents de frottement

Un incident de frottement peut être générateur de bifurcation didactique avec investissement d'une situation nildidactique. Une illustration en est donnée dans le groupe

FFGG. Il est intéressant de reconstruire la genèse de cette bifurcation ; dans un premier temps, G1 et G2 travaillent sur l'ordinateur et cherchent à représenter les données ; des incidents syntaxiques leur font abandonner cette représentation et leur font effectuer les calculs des caractéristiques de leurs séries. La moyenne, objet mathématique naturalisé apparaît alors comme l'objet de travail privilégié. Le regroupement du groupe G1, G2 et F1, F2 est provoqué par F1 : « Oh, on fait comment pour trouver les critères ? ». A cet instant F1 et F2 essayaient d'interpréter les histogrammes pour faire une comparaison de deux séries.

Autrement dit, sur le même milieu matériel (séries de données et logiciel) les deux sous-groupes investissaient des situations de référence différentes. La réponse de G1 : « On a fait les moyennes » emportent assez rapidement l'adhésion : « F2 : Mais oui, on n'a qu'à prendre les moyennes ! ». L'épisode suivant est alors, dans un premier temps une manipulation du milieu matériel puis une situation nildidactique, sans situation d'apprentissage.

> F1 : Par exemple là, c'est 0.31 ta moyenne et là, c'est 0.32 (*elle a changé de série* parce que là, regarde là (*elle montre les fichiers ouverts. F2 clique et ouvre le fichier des données puis revient sur l'écran partagé des données de F1*) et ben regarde là *elle montre la colonne et la parcourt avec le doigt* 0.38 !
> F2 : Y'en a une qui fait l'écart de tout ça ! (*elle change de représentation graphique*)
> F1 : Ah oui, c'est pas précis, en fait !
> F2 : Ouais c'est pas très précis.
> F1 : Ouais mais c'est bon. Maintenant il faut qu'on fasse la moyenne.
> F2 : Ben. 0.31
> F1 : Oui, mais parce que c'est pas très précis.
> F2 : Alors *elle ouvre le menu statistique et fait afficher la moyenne.*
> F1 : *se tourne vers G1G2* Vous, vous trouvez quoi ?
> G1 : Ben là on voit dans nos quatre, laquelle on veut présenter.
> F1 : D'accord. Et vous avez trouvé ?
> G1 : Ben dans les quatre (inaudible)
> F2 : Ben non regarde dans le deux c'est 0.33 c'est pas 0.31...t'as vu ?

Le dialogue se continue encore sur les comparaisons des moyennes des séries et c'est un incident de contrat (cf. paragraphe suivant) qui va mettre un terme à cet épisode.

Conclusion provisoire

Dans cette observation un seul incident de frottement a été rencontré ; il est déclenché par la confrontation des réflexions des deux groupes qui ont travaillé sur le même milieu matériel mais ont investi deux situations de référence distinctes. Cet incident a conduit à une bifurcation didactique par un investissement d'une situation nildidactique par les élèves. La perturbation qui en résulte peut donc être importante et briser la dynamique. Elle crée par ailleurs et pour le professeur un décalage vis-à-vis de l'institutionnalisation des connaissances, comme on peut le voir dans le compte rendu du groupe :

« Et alors, est-ce que vous avez réfléchi, je vois vous avez fait le diagramme en boîte, c'est pour représenter quoi ?

G1 *il sourit* C'est pour représenter celle qu'on avait choisi. ».

Le compte rendu proposé par le transparent, puis par le dialogue avec le groupe n'est pas suffisant pour comprendre la longue phase de situation nildidactique.

Incidents de contrat

Les incidents de contrat peuvent être vus sous différents angles :

- Il peut s'agir d'une modification plus ou moins importante du contrat dans la classe par l'un des acteurs. C'est par exemple les cas décrits dans l'analyse des incidents du paragraphe 4.2.2 page 178. Dans ce cas, le professeur déclenche l'incident en changeant le milieu matériel ou bien change sa posture dans la structure des milieux. Il y a alors une déstabilisation des élèves qui ne peuvent plus se repérer dans la situation proposée.
- Il peut aussi s'agir d'une interprétation différente du contrat et l'investissement ou non d'une situation d'apprentissage. C'est par exemple le cas dans le groupe 4G, lorsque G2 refuse de considérer les recherches de ses camarades parce qu'il interprète la consigne comme devant utiliser les connaissances en cours, comme illustré dans les deux extraits suivants. On voit en particulier la persistance de la perturbation créée par l'incident que l'on retrouve beaucoup plus tard.

  [90 G2] On s'en fout de ta moyenne.
  [91 G3] Non, mais je fais direct le graphique, là.
  [92 G2] On s'en fout du graphique faut faire la moustache.
  [93 G3] C'est toi la moustache !

Et, six minutes plus tard :

[165 G2] Monsieur, faut les mettre les boîtes à moustache ?
[166 Prof] Bien, c'est-à-dire « faut les mettre » ?
[167 G2] Ben, pour voir les quartiles et la moyenne.
[168 Prof] Si vous voulez !...Ah non, non, pour avoir les résultats, il faut aller dans l'application statistique, Tableur & listes, et vous faites afficher vos résultats. C'est pas cette fiche ! C'est celle d'avant !
[169 G4] Et, ça M'sieur, ça servait à quoi déjà ?
[170 Prof] Et ben, là, tu mets la liste, là, tu mets les fréquences et là il y a la colonne où... ben les fréquences tu laisses à un, et là tu mets la colonne où tu affiches les résultats... Donc, tu vas mettre, peut-être pas b, mais c ou d, tu vois !

Ce type d'incident de contrat peut également fonctionner à l'envers, en ce sens qu'il va permettre de contester une situation nildidactique ; c'est le cas du prolongement de l'incident de frottement décrit dans le paragraphe précédent.

F1 : Attends, on va pas dire ça, quand même. Bon ben il avait un meilleur temps de réaction que nous alors on a pris lui.

Ce qui amène F1 à chercher sur la représentation en histogrammes puis en diagramme en boîte des éléments permettant de justifier le choix effectué, même si son avis n'est finalement pas suivi par le groupe.

Conclusion provisoire

Le contrat didactique est fondamentalement lié à une situation mais également conçu dans un système d'habitudes et d'attentes ; le professeur en interaction avec le système élève-milieu joue des modifications de contrat pour adapter les règles du jeu aux comportements des élèves ; ces incidents de contrat sont nécessaires à la régulation des trajectoires dans le fonctionnement de la classe et sont déclenchés par la mesure, par le professeur, de la distance de la situation telle qu'elle a été projeté par P+1 et telle qu'elle est mise en œuvre par P0 ou investie par E-2. Leur négociation est cependant un élément fondamental pour faire que la rupture générée par l'incident ne provoque pas une perte de la dévolution de la situation.

Le paradoxe de la dévolution tel que mis en évidence par Brousseau (1986c) fait que plus le professeur précise ses intentions et moins les élèves pourront entrer dans la modification de leur système de connaissances, c'est-à-dire dans un apprentissage. Le contrat didactique est ainsi destiné à être accepté pour être finalement rompu et les incidents de contrat du deuxième type favorisent cette rupture.

Incidents mathématiques

Les incidents mathématiques recouvrent l'ensemble des questions mathématiques soulevées dans la situation et qui provoquent un comportement en retour modifiant la trajectoire. Cette modification de trajectoire peut aussi bien provenir de la rétroaction du milieu que d'une interaction avec d'autres acteurs.

Par exemple, dans le groupe 4G, l'extrait ci-dessous montre que l'incident mathématique engendré par la question de G3 provoque une perturbation qui conduit les élèves à s'intéresser à des objets non naturalisés :

[115 G3] On marque quoi ? Si ! On dit que les résultats sont meilleurs.
[116 G4] Tu dis la médiane, tu dis les quartiles, tu dis...
[117 G2] Mais tu t'en fous de ça !
[118 G1] Oui, on s'en fout (rires).
[119 G3] Et pourquoi t'as choisi, vas y, pourquoi t'a choisi la tienne ?
[120 G2] Parce que les résultats ils étaient compris entre zéro et zéro cinquante.
[121 G4] Alors que les miens étaient compris entre zéro et zéro, zéro deux (rires).
[122 G3] et c'est quoi les quartiles et la médiane ?
[123 G2] Ca sert à rien... Ah ! On peut calculer la moyenne !... Ouais.

L'incident est vite réglé : « G2 : ça sert à rien », mais la perturbation perdure et on retrouve l'interrogation un peu plus tard : « Mets premier quartile, deuxième quartile aussi »(ligne 141), puis : « Le premier quartile c'est 0 28, et comment ça se fait, c'est bizarre ! » (ligne 208) ; les objets mathématiques sont expérimentés et questionnés. E prend le statut de E-apprenant dans la situation d'apprentissage en se confrontant au milieu objectif résultat de l'expérience sur les objets mathématiques.

Dans ce même groupe, un peu plus tard, la question prévue de l'importance des pénalités dans le calcul de la moyenne apparaît : « Mais, Msieur, ceux qui sont à cent, ça fausse tout ». La réponse de P-observateur renvoie les élèves à leur responsabilité et on retrouve un peu plus tard les effets de l'incident : « Enlève ce putain de cent, c'est bon !

Ca nous fausse tout, là ! On sait même pas... ». Finalement, les élèves prennent la décision de supprimer de leurs séries ces valeurs et l'écrivent sur le compte rendu. Les élèves sont résolument dans une situation d'apprentissage, ce que l'on retrouve un peu plus tard lorsqu'ils s'interrogent sur la validité de comparer la moyenne et la médiane :

[305 G3] Oui, mais la moyenne elle est pareil que le truc.
[306 G2] C'est normal.
[307 G3] Mais, non.
[308 G2] Bien sûr que si, tout à l'heure, ta boîte à moustache, elle est tout près...
[309 G3] On s'en fout ! Mais ça, on s'en rince !

Le professeur en gérant le temps empêche la discussion de se prolonger, mais les conséquences de l'incident mathématique initial plonge les élèves dans la situation d'apprentissage.

Conclusion provisoire

Là encore des incidents mathématiques de natures différentes peuvent avoir des conséquences très différentes dans la dynamique de la classe. On avait vu dans l'observation du 23 avril, par exemple page 172, un incident mathématique qui générait une perturbation durable du fait de la non prise en compte, à un moment donné, d'une question produite par la situation elle même. On voit dans cette observation, et dans une situation adidactique, un incident mathématique qui génère des questions dont les élèves s'emparent et qui sont alors des sujets potentiels d'institutionnalisation.

4.3.2 Conclusion de l'observation de la séquence Réaction

Les analyses dans le lycée A avaient mis en évidence les décalages provoqués par les incidents didactiques non perçus par les acteurs conduisant à des trajectoires chaotiques et reposant principalement sur des postures différentes des acteurs dans la structure des milieux. On retrouve dans cette observation ces aspects des incidents didactiques qui provoquent des perturbations détournant de la trajectoire prévue par le professeur. Cependant, de cette observation dans le lycée B ressort deux points essentiels :

- la dimension constructive des incidents didactiques dans une phase sous-didactique,
- la position délicate du professeur dans la structure des milieux.

La dimension constructive des incidents didactiques

Dans plusieurs circonstances, les incidents didactiques ont joué un rôle de régulation des dynamiques individuelles au sein des groupes observés ; dans ces moments, d'une part, la rétroaction du milieu a été suffisante pour renvoyer aux élèves un questionnement permettant de dépasser l'incident didactique et d'autre part cette rétroaction était adaptée à la position des acteurs dans la structure des milieux. Par exemple, l'incident de contrat signalé page 221 interrompt une perturbation sous forme de bifurcation didactique dans une branche nildidactique ; ou bien, l'incident mathématique du groupe 4G (ligne 115) amène les élèves, dans la perturbation qui suit, a reconsidérer les objets sur

lesquels ils travaillent et participent à cette réorganisation des connaissances nécessaire à un apprentissage effectif. Dans ces deux cas, la position des acteurs était cohérente avec le milieu et ses rétroactions. C'est parce que F1 projetait la phase de mise en commun qu'elle ne pouvait se contenter d'une conclusion sur des objets naturalisés : dans une position E+1, d'E-réflexif, la rétroaction du milieu didactique amène une réflexion sur la situation suffisante pour modifier la trajectoire du groupe qui avait investi une branche nildidactique de la situation. C'est par ailleurs, parce que G3 s'interroge sur la comparaison des séries statistiques (« Et pourquoi t'as choisi, vas y, pourquoi t'as choisi la tienne ? ») et des résultats renvoyés par le logiciel, que les élèves construisent une réflexion autour de la signification des quartiles. Dans la situation d'apprentissage, le milieu objectif a été suffisamment réactif pour mettre en place une expérience sur les objets mathématiques en jeu.

La position délicate du professeur

Dans une situation de classe ordinaire, les phases sous-didactiques laissent aux élèves la liberté d'investir les situations objectives, de référence et d'apprentissage issues des intentions du professeur. Le professeur, P-observateur doit repérer la posture des élèves pour occuper la position adéquate dans le milieu en cours ; ce repérage est, bien sûr, excessivement délicat et difficile et peut provoquer des incidents de frottement sans une prise de renseignements préalable au dialogue avec les élèves dont les questions ou les interventions ne reflètent pas toujours l'histoire immédiate qui a provoqué l'incident.

Synthèse

Cette première observation dans le lycée B montre que la typologie des incidents didactiques offre un outil d'analyse qui résiste au transfert dans un contexte et une situation différente de celles dans lequel elle a été construite. En particulier, le caractère adidactique de la situation proposée par Jean montre que dans la phase d'action les incidents didactiques peuvent être à la fois des freins à l'avancée de la situation mais aussi des événements facilitateurs d'une réflexion sur les connaissances en jeu. La perturbation didactique qui est provoquée par un incident didactique peut, sous certaines conditions, faciliter le développement de la trajectoire des dynamiques individuelles et collectives.

4.3.3 La séquence Suites : observation 3 et 5 mai 2010

C'est pour essayer de prolonger cette réflexion que l'observation de la séquence « Suites » est construite. Après une analyse de la situation, l'analyse des incidents sera construite en suivant la chronologie de la séquence pour mettre en évidence les incidents et les perturbations didactiques et leurs effets sur les trajectoires des acteurs.

Position de la séquence

La séquence analysée dans ce paragraphe suit, dans le temps le cours de statistique dont l'activité précédente était l'introduction. L'activité proposée aux élèves est une introduction à la notion de *suite numérique* que les élèves n'ont encore jamais rencontrée d'une façon formelle dans leur scolarité. Cette activité a été construite à l'origine par l'équipe italienne de EdUmatics (voir en annexe 6.13 page 527) et adaptée par Jean pour sa classe (voir l'énoncé de Jean en annexe 6.13 page 459). Cette adaptation a été le résultat d'un travail d'analyse important, le sujet n'étant pas *a priori* considéré par Jean comme pertinent dans l'introduction de cette notion de suite numérique. Ainsi, en partant de la situation proposée et du compte rendu fait par le collègue italien, Jean a construit l'énoncé et le scenario de la séquence sans trahir l'énoncé original, puisque le but, dans le projet EdUmatics était de tester le transfert d'une situation d'un pays à l'autre. Comme c'était le cas à l'origine, Jean a fixé comme objectifs la découverte par les élèves de deux définitions des suites numériques : la première fonctionnelle, $u_n = f(n)$ et la seconde par récurrence, $u_0 = a, u_{n+1} = f(u_n)$. Il a cependant supprimé les deux dernières questions, en gardant pour un autre moment la question noté *Attività 8*[21] et en considérant que la question *Attività 9*[22] n'était pas accessible aux élèves de première S et en dehors du programme de la classe.

La séquence observée s'est prolongée sur deux séances, la première de deux heures et la seconde d'une heure. Dans la première séance, après la présentation de l'activité, les élèves ont été invités à réfléchir individuellement aux questions, puis ont travaillé par groupe. Dans la deuxième séance, la mise en commun des travaux des groupes a été suivie d'une nouvelle recherche en groupe. Ce déroulement prévu était inspiré du déroulement de la recherche des problèmes ouverts de l'IREM de Lyon (Arsac et al. 1991 ; Arsac et Mante 2007) dans laquelle la phase individuelle doit favoriser la dévolution du problème, la phase de recherche en groupes s'appuie sur des hypothèses d'apprentissage socio-constructivistes et la phase de mise en commun permet une institutionnalisation des connaissances.

21. Gabrielle affirme que tous les nombres de la suite F sont obtenus grâce à la formule $n^2 - n + 41$. Gabrielle a-t-elle raison ? Pourquoi ? Justifiez votre réponse.

22. Ilario affirme qu'il y a plus de nombres dans la suite A que dans les cinq autres. Il affirme également qu'il y a plus de nombres dans les deux suites B et C que dans les suites D, E et F. Ilario a t'il raison ? Pourquoi ? Justifiez votre réponse.

Plans de la classe et dispositifs d'observation

La première séance s'est déroulée dans la même salle que l'activité « Réaction ». Le dispositif d'observation de la phase de présentation était le même que celui présenté page 208. Les élèves observés (F1 et F2 déjà observées dans l'activité « Réaction », G1 et G2 deux autres élèves de la classe) avaient décidé de travailler sur une table « ordinaire » et étaient disposés comme indiqué sur la figure 4.29 (figure 6.24 page 511).

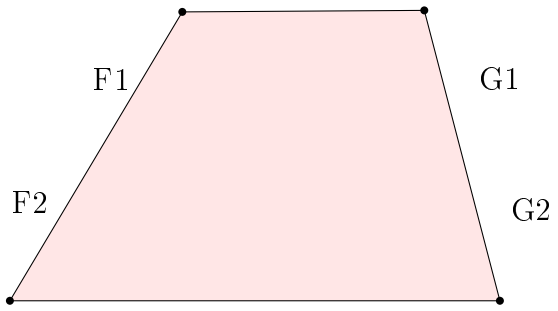


FIGURE 4.29 – Observation du groupe lors de la première séance

La deuxième séance s'est déroulée dans une salle ordinaire, Jean disposait d'un vidéo projecteur ; la mise en commun a été filmée et le groupe observé (toujours F1, F2, G1 et G2) a également été filmé (Figures 6.25 à 6.27 page 512).

Recherche de problème

Analyse mathématique du problème

Ce problème se situe dans une classe de problèmes mettant en jeu la reconnaissance de forme. A partir des premiers termes d'une suite de symboles ou d'une suite numérique, il s'agit de trouver une logique de construction permettant de justifier du ou des termes suivants. Dans ce problème particulier, les suites proposées peuvent être vues comme :

- arithmétiques pour les trois premières (A de raison 1, B et C de raison 3 de premiers termes 3 et 2),

– D peut être reconnue comme la suite des nombres triangulaires (de la forme $\frac{n(n+1)}{2}$),
– E peut être la suite géométrique de raison 3 et de premier terme 3,
– F peut être la suite des nombres premiers.

Bien entendu, les cinq premiers termes d'une suite ne sont pas suffisants pour caractériser cette suite, et de nombreuses réponses différentes peuvent être trouvées. Si, bien sûr, on s'attend à ce que les élèves reconnaissent dans la suite A la suite des naturels, il est moins simple d'imaginer comment ils pourraient prolonger la suite F (les nombres premiers ne sont pas présents dans les programmes des classes précédentes).

Cependant, et l'encyclopédie des suites d'entiers [23] permet de le mettre en évidence, de nombreux prolongements peuvent être envisagés pour chacune de ces suites, comme les exemples ci-dessous le montrent :

Suite A : 1, 2, 3, 4, 5, **7** : comme la suite ordonnée des puissances p^k des nombres premiers avec $k \geq 0$. Cette suite se prolongerait par : 8, 9, 11, 13, 16, 17, 19, etc. Mais ce peut être aussi considéré comme les six premiers termes de la suite des nombres déficients, auquel cas, le prolongement donnerait : 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, etc.

Suite B : 3, 6, 9, 12, 15, **20** : comme la suite définie comme : $a(1) = 3$, $a(n) = a(n-1)+$ plus grand facteur premier de $a(n-1)$. Ce qui se prolonge alors par , 25, 30, 35, 42, 49, 56, 63, 70, etc.

Suite C : 5, 8, 11, 14, 17, **23** : $a(n) = P(n) + c(n)$, où $P(1) = 1$, $P(n) = (n-1)^{\text{eme}}$ nombre premier pour $n >= 2, c(n) = n^{\text{eme}}$ nombre qui n'est pas dans la suite P ; suite répertoriée A022798 dans l'encyclopédie (Clark Kimberling).

Suite D : 1, 3, 6, 10, 15, **2** : c'est la suite générée par le tableur Open Office en sélectionnant les cinq premiers termes et en étendant les cellules. Les termes suivants seraient alors 4, 7, 16, 3, 5, etc.

Suite E : 3, 9, 27, 81, 243, **19683** : suite des puissance de trois dont la somme des chiffres est aussi une puissance de trois (A067500, auteur Amarnath Murthy, 2002)

Suite F : 2, 3, 5, 7, 11, **15** : ce qui correspond au nombre de façons de décomposer $n \geq 3$ en somme de nombres naturels. La suite se prolongerait alors en 22, 30, 42, 56, 77, 101, 135, etc. (Ahlgren et Ken 2001).

Ces exemples montrent que de nombreuses possibilités de poursuite des suites sont disponibles suivant les connaissances qui peuvent être mobilisées. Ils montrent aussi que le problème n'a pas de réponse unique, ce qui n'est pas habituel dans le cadre de la classe. On peut ainsi s'attendre à ce que les élèves cherchent LA solution pour chacune des suites et dans ce cas, si les suites A, B, C, E peuvent apparaître simples, des difficultés étaient prévisibles pour les suites D et F.

Analyse descendante

La posture du professeur dans cette situation est très semblable à celle décrite dans le paragraphe 4.3.1 page 212 ; chaque notion nouvelle nécessite un travail de découverte de la part des élèves et un problème préalable permettra de mettre en évidence les connaissances

23. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences^{TM} (OEIS^{TM}) : http ://oeis.org/ consulté le 12 août 2011.

des élèves, leurs difficultés et d'appuyer ses leçons sur la mémoire de ces recherches de problèmes. Dans les entretiens, Jean signale :

> Après, le cours, il roule tout seul ; il n'y a qu'à faire référence à ce qui s'est passé pour le problème et ça fait tilt.

P-constructeur est ici dans une situation particulière, puisque, du fait de son travail dans le projet EdUmatics, il a été d'accord pour reprendre l'activité proposée par l'équipe italienne du projet. P+2 organise alors comme une recherche de problème ouvert cette situation en s'appuyant sur l'énoncé et en l'adaptant pour les connaissances des élèves.

P+1 dans la situation de projet choisit de faire cette séquence dans une salle dans laquelle les ordinateurs et un espace de travail sont disponibles ; ainsi, les artefacts numériques (calculatrices, ordinateurs) seront disponibles dans le milieu matériel des élèves, mais évoqués dans les consignes sans une injonction à leur utilisation.

Analyse ascendante

Dans le milieu matériel des élèves sont présents les artefacts numériques, les deux pages d'énoncé du problème ainsi que les feuilles de compte rendus distribuées en deux temps. Les connaissances de E-3 sur le sujet des suites sont *a priori* inexistantes, mais la forme de l'énoncé renvoie à des exercices déjà réalisés en classe ou hors la classe (beaucoup de jeux des magazines pour enfant ou adolescent comporte des suites à compléter).

Dans la situation de référence, E-2 en jouant avec les suites de nombres va construire les critères de validité d'une réponse et les confronter à la situation objective S-3. Le milieu matériel ne peut pas en soi donner de rétroactions sur cette validité (mais comme on l'a vu ce n'est pas possible puisque le problème n'a pas une solution unique). En revanche, l'énoncé, tel qu'il est construit, et notamment en demandant de généraliser (trouver le dixième nombre, le quarantième, puis le millième, ou en questionnant sur l'appartenance de nombres particuliers : le nombre 1275 appartient-il à une des suites, et 2187 ?) constitue un élément du milieu matériel qui permet de rétroagir non pas sur les valeurs trouvées mais sur les procédés de calcul utilisés. En particulier, dans l'utilisation d'un logiciel (tableur, logiciel de calcul), cette validité du procédé sera directement confrontée à la rétroaction syntaxique du logiciel : il y a transfert dans la situation S-2 d'un registre de représentation en langue naturelle dans le registre de représentation du calcul algébrique ou du logiciel utilisé.

Dans la situation d'apprentissage, les interactions avec le milieu de référence vont à la fois permettre une validation individuelle (il est possible de trouver un procédé de calcul permettant d'obtenir le n^{eme} terme de la suite) et collective (il est possible d'expliciter et d'expliquer ce procédé).

Dans la situation didactique, les intentions du professeur vont alors rencontrer les apprentissages réalisés dans la phase adidactique de la situation. La formalisation des résultats obtenus et l'institutionnalisation permet alors de relancer le problème dans une nouvelle situation comportant dans son milieu matériel les connaissances institutionnalisées qu'il s'agira de faire fonctionner pour favoriser leur naturalisation.

Analyse des incidents

Dans cette partie, je détaille la chronologie de la séquence en analysant les incidents didactiques en essayant de comprendre le déclencheur et de suivre les perturbations créées d'abord dans le travail de groupe, ensuite dans l'institutionnalisation et enfin dans le nouveau travail de groupes. L'ensemble des dialogues et des gestes est disponible en annexe 6.13 page 459.

La présentation du travail par le professeur est courte (moins de trois minutes) ; pendant cette présentation le professeur distribue l'énoncé ; les élèves cherchent individuellement environ cinq minutes. Avant le travail de groupes, le professeur place la calculatrice et le logiciel dans le milieu matériel des élèves : « Vous avez toujours sur les ordinateurs, normalement, le logiciel qui est installé, hein, d'accord ? Vous pouvez utiliser soit votre calculatrice, soit le logiciel. ».

L'observation dans le groupe d'élèves montre que la dévolution du problème est bien réalisée, même si le but n'est pas encore clair :

> G2 : [...] et là les gens ils vont dire, oui mais elle est de combien, il faut nous expliquer comment on fait !
> F1 : Mais on s'en fout !
> F2 : Mais justement, là on explique, là, l'écart entre les deux nombres.
> G2 : Oui, mais c'est quoi l'écart entre les deux nombres ?
> [...]
> F2 : Mais l'écart entre les deux nombres on l'a au début puisqu'on a le début de la série.
> G2 : Mais, les gens y sont pas sensés,... C'est pour nous aider à expliquer ! Après, ils partent d'où ils veulent et après...

Le terme *les gens* désigne ici les lecteurs potentiels du compte rendu, le professeur bien sûr mais aussi l'ensemble des élèves de la classe, ce qui renvoie au contrat dans ce genre de situation, habituelle dans la classe de Jean.

Le premier incident de contrat se situe lorsque G1 donne la réponse pour la suite D : « G1 : Tu fais le premier écart, c'est égal à trois moins un deux, et après petit à petit, t'ajoutes ». On peut penser à ce moment que cette définition de la suite va, à partir de cette proposition se construire formellement. Mais, la proposition est ignorée, puisque la réponse fait référence à la suite E : « F2 : Bon, on passe au suivant, parce que là... Bon ben lui, c'est facile parce qu'on multiplie à chaque fois par trois ».

Dans cet épisode, G2 cherche une réponse « universelle », autrement dit une définition fonctionnelle de la suite alors que ses camarades essayent de mettre en place un procédé de construction. Le décalage entre ces deux positions fait qu'ils ne peuvent pas se comprendre à cet instant. La perturbation se poursuit comme on le verra dans la suite, parce que la cause de l'incident n'a pas été mise à jour : « G2 : Mais moi je n'ai rien trouvé, au pire ça ferait un, un, deux, deux, quatre, quatre ». On voit bien ici la question de la définition de la suite qui n'est pas tranchée ; une définition par récurrence pouvant « au pire » faire l'affaire. La non unicité de la réponse est, d'une certaine manière perçue mais non acceptée :

> F2 : Moi, c'est ce que j'en ai conclu, mais après... peut-être c'est un, deux deux, quatre, six six, peut-être y'a que un quatre comme il n'y a que un un.

G2 tape sur la table avec son crayon : Ouais.
F1 : Y'a pas assez...
F2 : Oui, y'a pas assez de chiffres !

Cet épisode se termine par un incident syntaxique suivi immédiatement d'un incident mathématique :

G2 déclare avoir « tout trouver », grâce à sa calculette ; il est immédiatement interrompu par G1, mais la perturbation est créée et va perdurer comme on le verra dans la suite. Cet incident syntaxique est caractérisé par le fait que la calculette doit donner, pour G2, d'une certaine façon les résultats attendus : le rôle de la calculatrice et la conception que cet élève en a, va être un enjeu récurrent dans la situation et un élément déclencheur d'incidents. En d'autres termes, se joue dans la suite le passage de la position de la calculatrice du milieu matériel au milieu objectif, passage lié à un jeu complexe de traduction de registres de représentation, entre le registre de la langue naturelle, le registre de l'écriture algébrique, et le registre de la syntaxe de la calculatrice.

Lorsque G1 conteste le résultat de G2 ; il oppose alors une nouvelle stratégie pour déterminer les termes de la suite C en la comparant à la suite B : « T'ajoutes toujours deux. Regarde. Par rapport le B et le C t'as toujours deux d'écarts ». La stratégie des autres élèves étaient toujours liés à la volonté de trouver une définition fonctionnelle : comme le dixième terme, calculé de proche en proche valait 32, le quarantième devait valoir $32 \times 4 = 128$: « G2 : au lieu de prendre toujours deux, j'ai fait fois quatre ». Une conséquence de cet incident est de remettre le doute dans les recherches :

G2 : Marque dix et quarante.
F2 : Dix et quarante au premier...
F1 : Vous êtes sûrs ?

Dans ces épisodes de la situation adidactique, les élèves passent de la situation objective à la situation de référence dans laquelle ils utilisent leurs connaissances antérieures pour construire progressivement de nouvelles connaissances et les incidents didactiques permettent d'entretenir la dynamique du groupe. En particulier, les élèves construisent la notion de rang de la suite : « G1 : On multiplie la position par un. Si tu veux la trente sixième position, tu multiplies par un donc ça fait trente six. Ch'ais pas, j'ai mis ça, moi. ». Cette « connaissance » se retrouve plus tard dans les explications données ce qui place les élèves dans une situation d'apprentissage, lorsqu'ils réinvestissent une connaissance construite dans la situation de référence.

Le rôle de la calculatrice est de nouveau interrogé :

G1 prend sa calculatrice : Je suis sûr, y'a les suites là dessus !
G2 prend aussi sa calculatrice : Oui, elles y sont !
G1 : où ?

La calculatrice est encore dans le milieu matériel et deux positions apparaissent : F1 et F2 ne l'utilisent pas, G1 et G2 au contraire cherchent à tout prix à l'utiliser. Cette dynamique va se poursuivre dans toute la recherche provoquant par moment des bifurcations didactiques pendant lesquelles G2 investit une situation nildidactique en utilisant sa calculatrice pour effectuer des calculs naturalisés, comme par exemple lorsqu'il calcule

3^{40} et montre le résultat obtenu : « F2 : Ce truc de malade ! ». L'épisode se poursuit par une perte de dévolution et une digression sur la numération orale :

> F2 : Ah mon avis c'était pas des milliards, des millions.
> [...]
> F2 : Ch'ais plus c'tait quoi après un milliard !
> G2 : Y'a un trillard.

Cette perturbation se termine en faisant référence à la caméra présente : « Coupez, coupez ! ». La référence à l'observateur apparaît encore une fois dans un moment où la distance à la situation est plus grande et où, par conséquent la confiance dans la *circonstance de son engagement* (en référence au paragraphe 3.3.2 page 85) se relâche ou disparait.

La dynamique de recherche est rétablie grâce à un incident de contrat : il va relancer les recherches et permettre aux élèves de jouer avec les concepts construits ; cet incident est déclenché par la lecture de la feuille de compte rendu : « G2 : C'est quoi cà ? Le nombre mille deux cent soixante quinze peut être atteint par... Ohhh ! Faut savoir à quelle suite ! Ahhh ! ». La confrontation au milieu matériel provoque cet incident qui a pour effet de ramener les élèves dans la recherche après l'épisode précédent. Les cas des suites A, B C sont vite réglés. Pour la suite D, la recherche porte toujours sur une formule fonctionnelle : « G1 : Chus sûr que c'est un truc tout con, une formule toute conne. ». Cet épisode débouche sur une nouvelle explicitation du processus de génération de la suite sur les premiers termes ; le milieu réagit et les élèves se rendent compte que le calcul de proche en proche risque d'être long : « (*rires*) G2 : Tu veux bien aller jusqu'à mille deux cent soixante quinze. Vas y ! Vas y F2, allez ! ».

Dans la poursuite de la recherche de l'utilisation de la calculatrice pour résoudre le problème, G2 annonce alors qu'il a ouvert une page de tableur. L'incident syntaxique provient de ce que le procédé décrit sur des exemples n'avait pas atteint un degré de généralisation suffisant pour que la traduction du registre des calculs dans la langue naturelle puisse être effectuée dans le registre de l'écriture de formules du tableur. En revanche, F1 traduit à l'intérieur du registre de calcul dans la langue naturelle le calcul général :

> F1 : Mais comment on peut faire ? Ah mais, on peut faire plus vingt et un, plus vingt deux, plus vingt trois, plus vingt quatre, plus vingt cinq, on n'a pas besoin de trouver à chaque fois le nombre... Ah, ben si ! Ben non !
>
> F2 : Ben si, parce qu'il faut que t'aies le nombre d'avant pour rajouter. Mais on peut pas, en fait, j'crois on peut pas.

L'incident mathématique déclenché par la réponse de F2 brise la poursuite de cette stratégie ; la conversion du registre de la langue naturelle à un registre algébrique n'est pas réalisée, mais F1 continue le calcul numérique sur sa calculatrice et annonce : « huit cent vingt et un ! » [24]. Elle poursuit ses calculs numériques jusqu'à annoncer que la suite D a un terme de valeur 2187 [25].

24. En fait le quarantième terme de la suite est huit cent vingt.
25. Visiblement, F1 s'est trompé dans ses calculs successifs, puisque $D_{64} = 2145$ et $D_{65} = 2211$.

La découverte progressive de la feuille de compte rendu multiplie les incidents de contrats : « G2 : Oh, punaise. Oh ! la dernière question c'est un truc de fous, faut trouver la... ». Le groupe se relance alors dans la recherche et l'incident provoque un début de recherche de représentation dans le registre graphique qui commence par un geste accompagné de : « C'est exponentiel ! C'est une courbe exponentielle, ça ! ». La perturbation est locale, mais entame un processus.

Le professeur interrompt alors les recherches pour laisser le temps d'une pause et c'est la première intervention du professeur dans ce travail de groupes.

Dans la deuxième séance, le professeur distribue les premières parties des comptes rendus des groupes à tous les élèves. Il modifie ainsi le milieu matériel des élèves. Le groupe F1, F2, G1, G2 commence donc naturellement l'heure à comparer les résultats et les méthodes avancées par les autres groupes aux siens. L'investissement du nouveau milieu matériel se met en place doucement sans que les élèves ne se placent dans une situation de référence.

G2 annonce qu'il va utiliser un ordinateur quand survient un incident de contrat ; F1 en voyant les comptes rendus regardent vers les groupes travaillant sur ordinateur et annonce :

> F1 : Attends, ils sont en train de tricher !
> G1 : Qui ?
> F1 : Ils trichent, les gens là bas ! Ils sont sur Excel !

Comme déjà signalé page 53, le tableur qui n'avait pas été directement évoqué par le professeur ne faisait pas partie pour cette élève du milieu matériel et son utilisation est perçue comme une tricherie. La re-négociation du contrat est faite dans le groupe : « F2 : Mais ils ont le droit, enfin ». Le professeur intervient pour redonner les consignes, puis revient sur la demande de G2 pour expliquer le fonctionnement du tableur de la calculatrice. L'incident qui suit peut être apparenté à un incident syntaxique : le logiciel ne peut répondre qu'à une question formulée dans le registre de représentation de son langage propre ; c'est ce que ne semble pas avoir compris G2 et c'est ce qu'explique le professeur qui se place dans une situation didactique en s'appuyant sur le milieu d'apprentissage de G2 qui n'a pas encore investi la situation de référence. La perturbation provoquée par cet incident sera longue puisque, d'une part G2 se trouve conforté dans sa volonté d'utiliser la calculatrice et d'autre part bloque sur des problèmes de syntaxe.

Il semble par ailleurs que l'introduction dans le milieu matériel des réponses des autres groupes ait brisé la dynamique engagée dans la première heure. L'incident se rattache à un incident de contrat en ce sens que la modification du milieu demande une re-négociation du contrat qui se reconstruit petit à petit par l'assimilation de ce nouvel élément au milieu matériel. Progressivement, et parce que la dévolution est effective, cet élément du milieu est intégré au milieu objectif ; on constate par exemple des discussions croisées lorsque le niveau d'intégration n'est pas le même pour les élèves :

G2 essaye de trouver la syntaxe correcte de la machine en dialoguant avec F2, G1 et F1 discutent d'une proposition d'un autre groupe ; lu linéairement, le dialogue suivant peut sembler surréaliste !

G1 : Attends, la formule qu'il a mis : $u_n + n + 1$, u_n c'est la position, donc tu fais soixante dix

G2 : Dans le menu Aide.

G1 : Soixante dix plus un.

F1 : Ben non !

F2 : J'ai pas, moi, menu Aide.

F1 : Mais non, soixante dix c'est n ; u_n c'est autre chose ! Le u, c'est pas ce que t'as trouvé, avant ?

G1 : Mais je crois que c'est la position, hein !

F1 : Et là, c'est quoi le n ?

G2 : Non mais tu sais, c'est astuce, là !

F2 : Alors ?

G2 : Ben ch'ais pas, je suis allé la dedans mais en fait y'a rien !

On peut scinder cette citation en deux pour plus de compréhension :

G1 : Attends, la formule qu'il a mis : $u_n + n + 1$, u_n c'est la position, donc tu fais soixante dix
F1 : Ben non !
F1 : Mais non, soixante dix c'est n ; u_n c'est autre chose ! Le u, c'est pas ce que t'as trouvé, avant ?
G1 : Mais je crois que c'est la position, hein !
F1 : Et là, c'est quoi le n ?

G2 : Dans le menu Aide.
F2 : J'ai pas, moi, menu Aide.
G2 : Non mais tu sais, c'est astuce, là !
F2 : Alors ?
G2 : Ben ch'ais pas, je suis allé la dedans mais en fait y'a rien !

Il suit un épisode de discussion autour de la génération de la suite D qui se termine par un incident de syntaxe : dans le registre de la langue naturelle les élèves donnent l'impression de comprendre la génération de la suite sur des petites valeurs mais ne parviennent pas à généraliser. Ce registre ne peut être traduit dans le registre algébrique ou dans le registre de la calculatrice ; pourtant, tous les éléments semblent être présents pour écrire la définition : $D_n = \sum_{i=1}^{n} i$. L'épisode se termine par un incident mathématique : « F2 : Mais attends, tu vas pas prendre un nombre au pif! », qui provoque l'abandon et digression autour de la présence du micro sur la table.

L'intervention du professeur permet à G2 de comprendre la syntaxe du tableur, et de retrouver les termes de la suite E, ce qui est en décalage avec les recherches du groupe. La formule admise de la suite D lui est alors proposée. Un nouvel incident de syntaxe fait que le calcul n'aboutit pas ; il se surajoute un incident mathématique, G1 cherchant une formule pour les nombres premiers qu'il n'arrive pas à retrouver dans ses connaissances et qui rentre en conflit avec F2 : « Y'avait une tactique pour savoir si un nombre est premier pas pour les avoir. ». Ces incidents successifs, ajoutés à une attention en baisse provoquent des perturbations qui rendent la fin de la séance plus chaotique.

Conclusion de cette observation

La dévolution du problème est effective dès le début du travail en groupe, ce qui est certainement une conséquence de la gestion de la séance :

- le milieu proposé est suffisamment adapté pour favoriser les changements de postures dans la structure des milieux mais aussi suffisamment résistant pour que les rétroactions facilitent les échanges, ce qui est le cas dans le groupe observé,

- la chronogénèse, comme gestion des temporalités a laissé une grande part à la phase d'action,
- la topogénèse, gestion des phases d'activité des élèves en lien avec la mésogénèse a été caractérisée dans la première phase par un retrait du professeur permettant un engagement des élèves et une prise de responsabilité vis-à-vis des savoirs en jeu, et dans la deuxième phase plus nombreuses, en lien avec la chronogénèse.

Les incidents rencontrés dans la phase adidactique ont été pour la plupart des moteurs de la dynamique, permettant tour à tour de relancer les recherches et de participer aux changements de posture dans la structure des milieux. Les incidents de contrat ont favorisé la négociation du contrat dans la dynamique.

Il est à noter qu'aucun incident de frottement n'a été relevé dans cette observation, ce qui montre encore la robustesse du milieu proposé.

Suite de l'observation

La deuxième partie de l'observation concerne dans un premier temps une phase d'institutionnalisation des travaux des différents groupes et d'une nouvelle phase de recherche.

Dans la première phase le professeur amène progressivement les élèves à remarquer dans leurs comptes rendus les éléments essentiels sur lesquels il veut faire porter l'institutionnalisation : définir une suite de façon fonctionnelle et définir une suite par récurrence.

Par ailleurs, le professeur souhaite amener une réflexion concernant la non unicité de la solution ; ce qui ne soulève que peu d'intérêt de la part des élèves pour les cinq premières suites ; malgré ses efforts, les élèves ne prennent pas en compte ces questions et répondent par un silence profond aux questions du type : « Est-ce qu'il y en a qui ont trouvé une autre façon pour avoir ce résultat ? ». L'incident de contrat est géré par le professeur par une insistance à reposer la question pour chaque suite, ou en proposant d'autres solutions : « Sept cent vingt neuf, excusez moi, ou il y avait d'autres propositions ? Non. Moi, j'ai envie que ce soit sept cent quarante neuf, après tout ! Ou bien moi, j'ai décidé qu'à partir du cinquième terme on rajoute aussi deux ! ». Je fais l'hypothèse que la difficulté de modification du contrat repose sur des conceptions fortement ancrées de ce que sont les mathématiques et en particulier de la notion de vérité portée dans un jugement analytique alors qu'elle devrait l'être dans un jugement synthétique (Cf. paragraphe 2.5 page 56). Cette distinction est très nette dans le dialogue qui se noue à propos de la dernière suite :

> E : Treize !
> E' : Quatorze !
> P : Treize, quatorze, allez, on va faire nos prix !
> E" : Quinze !
> P : D'autres propositions ? Tu disais, C ?
> C : On peut pas savoir.
> P : On peut pas savoir. Alors, ça veut dire quoi, on peut pas savoir ? *Brouhaha.* Attendez, pas tous à la fois ! Oui ?
> E : On n'a pas assez de renseignements !
> P : Alors pourquoi, les autres fois, on était, on avait, d'après vous on avait assez d'information ?
> E : Elles étaient linéaires.

P : Tu dis, elles étaient...
E : Linéaires.
P : Linéaires ?
E' : Là, ch'ais pas au départ y'a deux d'écart, après ça...
E" : Toujours la même chose.
E"' : Constant.
P : C'est toujours la même chose, c'est constant,... Oui ?
E"" : Y'avait une suite logique dans les autres.
P : Et la alors, pourquoi on est sûr qu'il n'y a pas de suite logique ?
E : On n'est pas sûr ! on n'a pas assez de données.

Le professeur peut alors institutionnaliser ce phénomène : « P : Voilà ! Alors, ce que l'on peut dire c'est que dans les autres il y avait une formulation, une possibilité assez évidente que vous avez retenue, et ça ne veut pas dire qu'il n'y en a pas d'autres, et là il n'y en a pas d'évidente ce qui explique qu'il y a plusieurs possibilités. ».

La définition de la suite des nombres premiers est cependant largement plébiscitée dans la classe ; l'objet « suite F » a une réalité en-soi et ne semble pas pouvoir être soumis à l'expérience, ou, en tout cas, si une expérience a lieu (c'est la proposition de ce groupe d'élèves qui considère les écarts entre les nombres et crée une règle de construction), elle porte non pas sur l'objet en-soi mais sur une interprétation de l'objet au sens donné en musique au terme interprétation, c'est-à-dire une création à partir de l'œuvre originale.

La nouvelle phase de recherche est présentée par le professeur avec la consigne de représenter graphiquement les différentes suites. Il reste vingt cinq minutes dans l'heure et l'heure suivante doit être consacrée à un contrôle, ce qui explique les incidents extérieurs nombreux qui perturbent la dynamique de recherche dans cette courte phase. Cependant, dans les épisodes de recherche, les élèves reviennent sur les deux suites qui avaient été l'objet de leurs précédentes recherches : la suite D : 1, 3, 6, 10, 15,... et la suite F : 2, 3, 5, 7, 11,...

G1 : Pour la D, ils ont dit quoi, pour la D ?
F2 : La D ? Ben ça dépendait !

De l'institutionnalisation précédente, F2 a bien retenu la non unicité des réponses, mais sa réponse crée un incident de frottement : G1 souhaite retrouver la construction laissée et la confronter aux résultats proposés dans la classe, et F2 semble se réfugier dans un relativisme considérant toutes les réponses comme possibles. Un incident extérieur (l'absence de piles) provoque immédiatement une perturbation dans laquelle F1, F2, et G2 sont embarqués. G1 revient au problème, F2 répond rapidement avant de se laisser entraîner dans la perturbation. Il faut attendre encore quelques minutes pour que les quatre protagonistes reviennent au problème :

F1 : C'est quoi ?
G1 : C'est pour voir la formule du D !
F2 : Le D c'était...
G2 : Ca peut être ça, hein ?
F2 : Non, le D !
G2 : Le D c'est quoi ? Oui, mais on sait tous ce que c'est !
F2 : Pardon ?

G2 : On sait tous ce que c'est, mais après, euh...

F2 : Faut calculer pour l'avoir.

G2 : Calculer, pfouuu ! La méthode, ça sera plus,... pour la millième, ça sera plus, mille, pour obtenir le résultat,...

Les élèves essayent de reprendre les méthodes utilisées : « F1 : je crois que je l'ai fait ». Mais un incident extérieur rompt de nouveau la dynamique : G1 interroge le professeur sur la formule de la distance en vue du prochain contrôle. Après la réponse du professeur, la dynamique de recherche est brisée et G1 et G2 sont déconnectés de la situation pendant cinq minutes. F1 et F2 quant à elles ont investi une situation nil didactique et utilisent la calculatrice pour calculer les termes de la suite D de proche en proche. F1 remarque : « F1 : Mais, faut pas faire ça ! ». La réponse de F2 montre bien sa conscience d'investir une situation nil didactique qui lui permet de répondre à un contrat d'action dans la classe de mathématiques : « F2 : C'est pas grave ! ». Elle reproche un peu plus tard à G2 sa passivité : « Tu fais quoi G2 ? [...] Tu fais rien depuis tout à l'heure ! ».

Les incidents syntaxiques apparaissent dès que les élèves souhaitent accélérer leur méthode de calcul, visiblement inadaptée pour atteindre la millième valeur de la suite : « F1 : Jusqu'à mille, oui mais on s'en fout. Faut trouver un moyen de calcul rapide ; ». La syntaxe de la calculatrice n'est pas suffisamment naturalisée pour permettre la traduction dans ce registre de la somme des mille premier nombres entiers.

Pendant ce temps, G2 finit par représenter, à partir du tableur la suite A. La discussion qui suit porte sur les représentations des suites B et C, discussion interrompue par la fin de la séance.

Conclusion de cette observation

La première partie de mise en commun et de discussion dans une situation didactique permet au professeur d'institutionnaliser les connaissances visées dans la situation. La deuxième partie montre le décalage existant entre les intentions de cette institutionnalisation et ce qui a été effectivement institutionnalisé.

Un élément important issue de cette observation est la confirmation de la dimension constructive des incidents qui dans plusieurs cas ont permis de relancer le travail. Les incidents mathématiques apparaissent alors comme des aiguillons permettant de rattacher l'expérience aux connaissances et favorisant le passage de la situation de référence à la situation d'apprentissage. Les incidents de contrat permettent dans le groupe une renégociation du contrat et favorisent une prise de recul vis-à-vis de la situation didactique. En revanche, les incidents syntaxiques liés à l'utilisation de la machine n'ont pas pu être dépassés et ont plutôt joué comme un frein à la dynamique de recherche.

Pour ce groupe, la distance aux recherches pour les problèmes restés en suspens (la définition de la suite D et le calcul de ses termes) est trop importante pour être directement efficace. En ajoutant la perturbation créée par l'incident extérieur engendré par la proximité d'un devoir surveillé, la dynamique de la recherche est fortement chaotique et conduit inévitablement à l'investissement de situations nildidactiques.

4.3.4 Des observations dans un continuum

Les calculatrices dans une genèse documentaire

Les conclusions tirées de l'observation dans le lycée A portait sur la position de la calculatrice dans le système de ressources des élèves et des tensions existantes entre les propriétés de la calculatrice considérée comme une ressource numérique dont les potentialités s'étendent au delà des possibilités de calcul et de représentation et les conceptions du professeur et des élèves de ce que peut être un système documentaire. Les incidents créés par les décalages entre les domaines privés, collectifs et publics de l'usage des calculatrices avaient pu être mis en évidence par le regard croisé sur les contenus des calculatrices et l'activité des élèves dans la réalisation d'une tâche. Les observations des contenus des calculatrices dans le lycée B avait pour objet de confirmer ou de compléter ces hypothèses et les types d'utilisation repérés précédemment. On note une absence de programmation, même élémentaire dans les calculatrices. Interrogé à ce sujet, Jean à confirmé qu'il n'avait jamais montré ces potentialités aux élèves : « C'était une première SVT et ils n'étaient pas demandeur de ce genre de choses ; l'an dernier, les spécialités SI programmaient presque tous ! ».

Les contenus de six calculatrices (plus d'un quart des calculatrices de la classe) dont celles de F1 et F2, les deux élèves observées lors de la séquence « Réaction ». Il apparaît très clairement, comme synthétisé dans le tableau 4.9 page 239, que les types déjà répertoriés se retrouvent dans les contenus des calculatrices des élèves de la classe de Jean. En particulier, la calculatrice-brouillon est particulièrement présente, puisque toutes les calculatrices possèdent au moins un fichier évoluant dans le temps et dont les pages contiennent des calculs ou des représentations graphiques de fonctions. De la même façon, la calculatrice-répertoire de notes est encore présente dans toutes les calculatrices, qu'il soit pérenne et reste disponible sur plusieurs mois ou local, en lien avec un travail ou une évaluation spécifique.

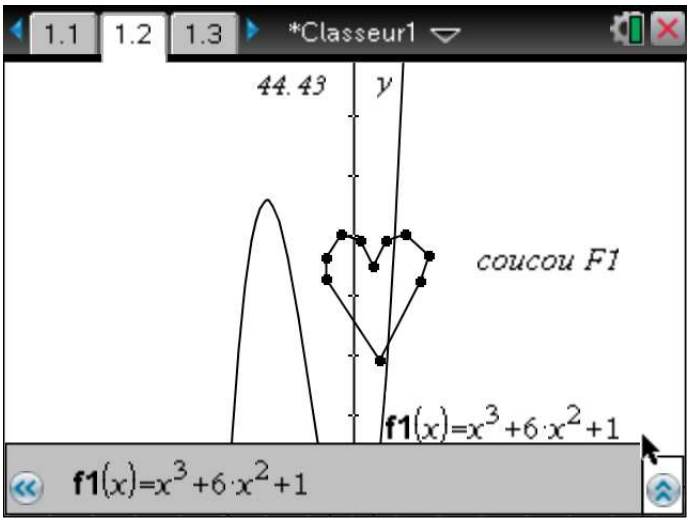


FIGURE 4.30 – Un exemple de communication dans le domaine privé

Cette observation confirme également que l'organisation de la calculatrice n'est pas spontanée parce que la calculatrice reste un artefact spécifique de l'école ; ainsi, les répertoires et les fichiers construits en classe avec l'aide du professeur sont présents mais très peu d'autres répertoires sont construits. Les seuls visibles sont des répertoires de notes permettant de stocker des éléments du cours en physique-chimie ou en mathématiques. En particulier, le fichier des données de la séquence « Réaction » sont présents dans presque toutes les calculatrices (cinq sur six), avec pour certaines les représentations graphiques des données avec différents types de graphique. De même, l'utilisation dans le domaine privé ne transparait pas dans les contenus des machines sauf, très localement, comme le montre la figure 4.30 page précédente, page d'un fichier rapidement supprimé de la calculatrice.

Résumé synthétique des contenus des calculatrices

Les tableaux qui suivent ont été construits en reprenant les mêmes renseignements que dans le tableau 4.2.3 page 197 dans lequel une synthèse des contenus des calculatrices du lycée A était présentée.

	G1 (obs. Réaction FFGG)	G2 (obs. Réaction 4G)	F1 (obs. Réaction/Suites)	F2 (obs. Réaction/Suites)	G'	F3
Calculatrice comme brouillon	X	X	X	X		X
Calculatrice outil d'aide		X				
Calculatrice répertoire de notes	Local	X	X	X	X	X
Calculatrice pour programmer						
Calculatrice pour stocker		X	X	X	X	X
Evolution des répertoires	1-1-1	2-2-3	2-2-2	1-1-1	2-2-2	1-1-1
Applications utilisées	Calculs-Graphique	Calculs-Graphique Tableurs-Données-Editeur	Calculs-Graphique Tableur-Editeur	Calculs-Graphique Tableur-Editeur	Calculs-Graphique Editeur	Calculs-Graphique
Remarques	Un seul fichier de brouillon qui évolue au cours du temps. Deux fichiers réalisés en classe sont conservés.	Deux fichiers de temps de réaction sont présents accompagnés d'une page de représentation graphique.	Un fichier nommé Brouillon est au départ composé d'une page de calcul et d'une page Graphiques. Ce fichier évolue dans le temps.	Fichiers Classeurs n contiennent des calculs ou des représentations.	Aucun répertoire spécifique n'a été construit mais le répertoire Exemples présent dans la calculatrice a été complété de fichiers de brouillon ou de notes.	Un répertoire dédié aux devoirs de physique-chimie comporte des fichiers brouillons pour chaque devoir.

TABLE 4.9 – Synthèse des contenus des calculatrices

4.3.5 Observations dans l'année scolaire 2010-2011

Trois observations de classe se sont déroulées en octobre, novembre et décembre 2010 dans la nouvelle classe de première S de Jean. L'ensemble de ces observations est disponible en annexe 6.14 page 533, 6.15 page 593 et 6.16 page 626. L'analyse de ces observations ne sera pas détaillée ici mais elles seront mises en perspective avec les entretiens et les contenus des calculatrices recueillies en fin d'année sur douze élèves de la classe (environ la moitié des élèves). Cette analyse permet de compléter et d'affiner les analyses des contenus des calculatrices faites les années précédentes et de donner un aperçu des conséquences des incidents dans le temps d'une année scolaire.

Les incidents didactiques dans une perspective documentaire

Contexte

Dans les trois premiers mois de l'année scolaire 2010-2011, une nouvelle expérimentation de la situation « Réaction » devait être effectuée dans le cadre du projet EdUmatics. La classe de Jean a été équipée de la technologie TI-Nspire et la première observation (Annexe 6.14 page 533) a été faite au moment de la première prise de contact des élèves avec la technologie. Jean a souhaité utiliser la situation « Réaction » non plus comme introduction du cours de statistique, mais comme mise en application des connaissances des élèves après le cours. Une deuxième observation a donc eu lieu durant le cours de statistique (annexe 6.15 page 593) et enfin, une troisième observation pendant la séquence « Réaction ». Un compte rendu a été organisé en partant de l'ensemble des données des temps de réaction des élèves de la classe et tentant de répondre à la question : quel est le temps de réaction d'un élève de première S ?

Un contact régulier avec la classe durant l'année scolaire a été maintenu du fait du travail de Jean dans EdUmatics et dans le projet e-CoLab. En fin d'année (20 avril 2011), des entretiens ont été organisé avec les élèves de la classe par binôme. Les élèves de la classe interviewés ont tous été volontaires, mais, parmi eux Jean a choisi des élèves en fonctions de leurs réussites en mathématiques (Bons ou moins bons résultats en mathématiques) et de leurs usages des technologies (utilisateurs assidus ou non).

La trame de l'entretien a été construite de la manière suivante :

Questions sur l'usage de la calculatrice :

1. Est-ce que vous vous servez de la calculatrice ? En classe, en mathématiques, en dehors des mathématiques ? En devoir surveillé ? Par exemple la dernière fois que vous vous en êtes servi en DS, c'était quand ? Vous avez fait quoi ?
2. Principalement, de quelle application vous servez vous ? Est-ce que vous vous êtes servi du passage d'une application à l'autre ; vous vous rappelez, la dernière fois que vous l'avez fait ?
3. est-ce que vous conservez en mémoire ce que vous faites ? Est-ce que vous avez structuré le contenu de votre calculatrice ? Le transférez vous sur un ordinateur ?

Rétroaction de la calculatrice et apprentissage

1. est-ce que parfois ce que répond la calculatrice est surprenant ? Vous vous rappelez d'une fois où vous n'avez pas su interpréter ce qu'elle disait ?
2. Est-ce qu'à un moment la calculatrice n'a pas fait ce que vous vouliez ?
3. Est-ce que ça vous est arrivé en devoir surveillé ? A la maison ?
4. Si vous repensez à ce que vous avez appris en mathématiques, est-ce que la calculatrice vous a aidé ?

Les contenus des calculatrices des élèves participant à l'entretien ont été capturés et l'organisation interne des machines est représenté dans les figures 4.31.

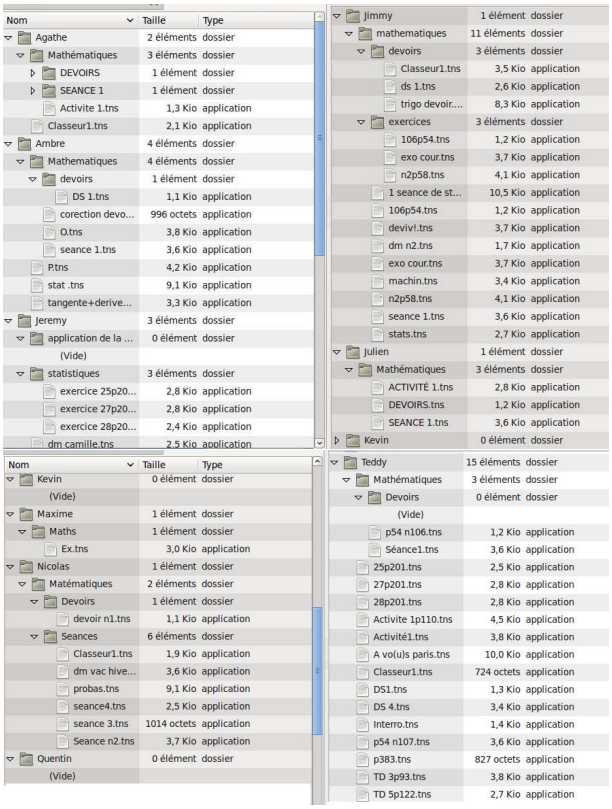


FIGURE 4.31 – Organisation des contenus des calculatrices des élèves interwievés

Sur la durée de l'année scolaire, à travers les observations en classe, les contenus des calculatrices et à partir d'entretiens avec les élèves, l'analyse des incidents tente d'éclairer les liens entre genèse documentaire et le triplet déclencheur-incident didactique-perturbation didactique en considérant la calculatrice dans ses dimensions documentaires. Dans ce paragraphe, les effets des incidents sont examinés en croisant les point de vue locaux (observations en classe) et globaux (sur le temps de l'année scolaire).

Incident extérieur

Des incidents répertoriés, certainement celui qui crée le moins de perturbations dans la dynamique de la classe pour peu que la dévolution d'une situation soit effective ; cette dévolution a été effective dans les observations de classes, le choix initial d'observations de classes de professeurs expérimentés en est très certainement la cause. Il demeure quand même le problème de la position de l'observateur dans la situation ; il est tout à fait remarquable que dans toutes les observations faites, des références à la présence de l'observateur apparaissent à un moment. Ces incidents extérieurs peuvent arriver en tout début de la séquence, et n'ont dans ce cas que de faibles conséquences ; ils se déroulent en même temps que la négociation de la situation, le moment où le jeu se met en place. Cependant, et quelque soit le mode de recueil des données, au moins un incident extérieur dû à la présence de l'observateur peut être relevé dans les observations. Il se produit principalement à la suite d'une perte de dévolution, conséquence d'un autre incident didactique, comme par exemple dans cet extrait :

> E1 : Ah oui mais j'ai pas mis la parenthèse.
> E2 : Je préfère acheter deux dés et je les lance !
> E1 : Y'a le numéro derrière, non ? *il retourne sa calculatrice...* lui bousille pas son truc !
> E2 : *s'amuse avec le micro*

Un incident de syntaxe (un message d'erreur apparaît après l'oubli d'une parenthèse) provoque une perte de dévolution et l'incident extérieur (E2 joue avec le micro) renforce cette perturbation.

Dans d'autres circonstances, l'incident extérieur provoqué par la présence de l'observateur peut déboucher sur des perturbations plus graves comme dans l'observation d'un groupe dans la deuxième séance « Réaction ». Ce dialogue se situe au début de l'enregistrement :

6 E2 J'aime pas être filmé.
7 E1 Dis bonjour à la caméra.
8 E3 Monsieur j'ai les mêmes valeurs dans les deux séries.
9 P Bon, alors ça veut dire que la deuxième série n'a pas été sauvegardée comme il faut.
10 E1 Bon, alors qu'est-ce qu'il y a d'intéressant ? Sur celle là, c'est très étendu, là.

On peut penser à la lecture de cet extrait que la perturbation n'est que très locale et limitée puisque les élèves semblent rentrer tout de suite dans la situation ; cependant, dans la suite, ce groupe de deux élèves se disperse et ne rentre pas du tout dans le problème. Même si l'incident extérieur ne peut être considéré comme le seul élément de perturbation, il joue sans aucun doute un rôle important ; dans ce cas la confiance dans la circonstance de l'engagement n'est pas acquise et on peut faire l'hypothèse que le caractère privé de l'étude sur son propre temps de réaction est un obstacle à cet engagement.

Les entretiens semblent par ailleurs montrer que, même si les élèves se rappellent de la présence de l'observateur, c'est plutôt le contenu des séances qui restent présents à l'esprit :

> I : Et sur les statistiques, j'étais venu voir une séance de statistique, est-ce que en statistique c'est une calculatrice qui peut apporter une aide ?

E3 : C'est vrai, ça avait aidé, mais en fait sur les quartiles, comme il calcule différemment moi ça m'avait embrouillé, comme il les calculait différemment de ce que moi je calculais, je me rappelle plus ce qu'il faisait, il faisait un calcul plus simple ou plus compliqué, et ça fait, en fait, on avait l'impression qu'on avait fait faux, et qu'au final en fait j'avais fait juste mon calcul, et la calculatrice m'avait pas forcément aidé sur ça en fait. Elle m'avait pas donné le bon résultat. Pour elle c'était bon, mais pour moi, non.

(entretien avec Teddy et Jeremy)

L'évocation de la séance observée ravive un incident mathématique relatif au calcul des quartiles et l'observation n'est plus évoquée. De la même façon pour Ambre et Julien :

I J'étais venu quand vous aviez fait des statistiques, vous vous en souvenez ?
Es Oui
I Et alors ?

E2 La calculatrice, ça peut être pratique, parce que grâce à ça on peut avoir des nombres vraiment au hasard, parce que si c'est nous qui le faisons, on prend pas forcément des nombres au hasard. Enfin, je pense...

(entretien avec Ambre et Julien)

Là encore, l'observation même si elle est présente à l'esprit n'est pas le point essentiel, mais la simulation du hasard reste le souvenir marquant.

Incident syntaxique

Dans un environnement numérique, les incidents syntaxiques qui correspondent à la traduction d'une volonté exprimée dans un registre de représentation familier ou naturalisé dans le registre de représentation du logiciel sont souvent générateurs de perturbations qui peuvent être locales, comme déjà rencontrées dans les observations de classes mais aussi, globales.

Des exemples de perturbations locales ont déjà été analysés dans les observations précédentes. Ce type de perturbation dont la conséquence est souvent un détachement de la situation se retrouve encore, comme on peut le voir sur cet extrait ; le professeur s'adresse à la classe entière et en parallèle les élèves manipulent la calculatrice :

P : Donc vous allez dans le catalogue et dans le catalogue, vous tapez la première lettre de l'instruction que vous voulez, donc ici R et après, y'a plus qu'à dérouler et et vous voyez Randint, elle est là . Voilà *Il le fait sur l'ordinateur*
P : Voilà. J'ai simulé le lancer d'un dé. Alors la question c'est comment vous allez simuler le lancer de deux dés et comment vous allez obtenir la valeur du plus grand moins le plus petit.

E1 : Et il faut mettre un espace.
E2 : Tu crois ?
E1 : C'est six
E2 : C'est ça randint(1,6) moins randint(1,6) ?
E1 : C'est comment la valeur absolue ?
E1 : Ca marche pas !
E2 : *regarde l'écran de E1* Manquante ?
E1 : Et là ça fait six... Ahhh
E2 : Ahhh
E1 : Ca marche pas !
E2 : Trop d'arguments !
E1 : J'y arrive pas !

On voit dans cet extrait l'écart entre le discours du professeur et les difficultés rencontrées par les élèves ; l'incident syntaxique est ici provoqué par l'incompréhension de la rétroaction de la machine : l'erreur de syntaxe est signalée par un message : (manquante que E2 ne sait pas interpréter et qui se poursuit par une nouvelle rétroaction de la calculatrice, tout aussi sibylline : Trop d'arguments.

Clairement, les incidents syntaxiques sont inhérents à l'usage des technologies dans la classe ; la gestion de la classe et la prise en compte des perturbations sont des éléments essentiels permettant de limiter leurs effets dans le temps et de les transformer en lien avec une restructuration des connaissances :

- du point de vue du développement professionnel des enseignants en augmentant le répertoire de réponses,
- du point de vue des élèves, en augmentant les registres de représentation des objets mathématiques étudiés.

Un exemple de perturbation globale est illustré dans l'entretien avec Clémence et Lucie[26], qui ne se servaient pas de la calculatrice[27] :

> 12 E6 Ben pour tout ce qui est fonction, personnellement, avec mon ancienne calculette, je rentre la fonction je vais dans graphe et ça me la trace alors que là, il faut, je sais pas faut la définir, faut...
> 13 E5 Y'a plein de cheminement à faire
> 14 E6 Oui, y'a plein de trucs à faire pour un seul résultat, alors que avec la calculette qu'on avait avant tu tapes ton calcul et t'as ton résultat, t'as pas besoin de faire fraction, machin, voilà...
> 15 E5 C'est plus rapide.

Elle datent très précisément le moment de départ de cette perturbation :

> 18 I et c'est à quel moment, vous vous souvenez le moment où vous avez dit, ah non, j'en veux plus de cette calculatrice ?
> 19 E5 C'était très rapidement, oui parce qu'il fallait aller dans le menu, aller dans cet endroit là, enfin cliquer de partout, on avait pas mal de cheminement pour faire un calcul qu'on pouvait très bien faire avec notre calculette, plus rapidement en fait.
> 20 E6 Oui, moi, c'était une séance au début de l'année, sur les fonctions, on a passé deux heures à faire que de la calculatrice, ça m'a saoulé, ça m'a un peu dégouté de cette calculette.

La traduction d'un registre à l'autre, créateur essentiel des incidents syntaxiques, rajoute une difficulté aux difficultés déjà perçues dans le cours de mathématiques. Pour Clémence et Lucie, la calculatrice doit permettre de contrôler les résultats et en ce sens, elles veulent pouvoir faire confiance aux calculs effectués ; la difficulté de la syntaxe de la nouvelle machine leur fait perdre cette confiance.

> 43 I Et pour les DS ?
> 44 E5 Pour vérifier les calculs, surtout.
> 45 E6 Pour se rassurer !

26. Dans la classe, Jean avait choisi ces deux élèves parce qu'elles avaient été, durant l'année scolaire, réfractaires à l'utilisation de la technologie.

27. Comme les figures 4.31 page 241 le montre, Clémence et Lucie n'avaient pas leurs calculatrices avec elles, et affirment ne jamais les utiliser

On retrouve cette même conséquence chez d'autres élèves ; ici Agathe (E7), qui elle, au contraire, affirme se servir de la calculatrice pour le cours de mathématiques :

17 I Du coup, ça vous gêne ? Vous vous souvenez d'un moment où vous avez été gêné ?
18 E7 Ben des fois, dans les contrôles, on perd du temps, parce qu'on se rappelle plus où c'est, enfin, les touches, où elles sont, sur le coup, ça fait perdre du temps.

ou dans l'entretien avec Maxime (E9) et Kevin (E10) :

79 I Dans ces moments là, quand la calculatrice vous dit des choses saugrenues, vous faites quoi ?
80 E9 Ben on essaye de savoir ce qui s'est passé, quoi ! Et si on n'y arrive pas...
81 E10 On prend l'autre !
82 I On prend l'autre ? Et l'autre elle vous donne des résultats...
83 E10 Des résultats peut-être plus... plus comprend, des résultats qu'on comprend !
84 E9 Ben là celle là ça fait pas longtemps qu'on l'a, l'autre on l'a depuis le collège.

Les contenus des calculatrices donnent également des indices du niveau de maîtrise de la syntaxe du logiciel et, par exemple, dans la calculatrice d'Agathe, les fichiers présents montrent des calculs élémentaires n'utilisant que très peu les fonctionnalités de la machine ou bien des fichiers conservés d'une activité faite en classe. Jimmy, quant à lui, dans le répertoire « Devoirs » de sa calculatrice, conserve un fichier donnant les règles de calcul des limites, écrites dans le bloc note. Il déclare dans l'entretien :

A part au pire enregistrer des cours dessus, la fonction écriture, ça ça fonctionne bien. Au lieu de sortir son cours...

(entretien Nicolas et Jimmy)

La traduction dans la syntaxe de la calculatrice ne semble, dans ce cas, pas suffisamment bien maîtrisée pour que Jimmy ait la confiance nécessaire pour taper directement le calcul souhaité dans l'application « Calculs ». Les images 4.32 page suivante montrent bien, l'écart entre ce que fait cet élève et ce que peut proposer la calculatrice.

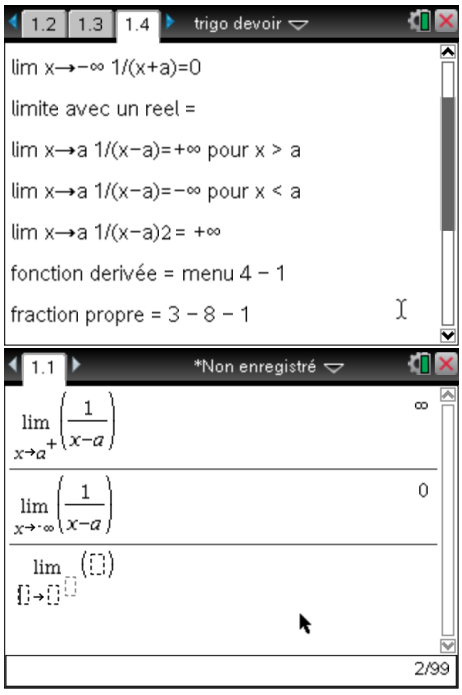


FIGURE 4.32 – Bloc note : écart entre l'usage et les potentialités.

Sur l'écran du haut (reproduction de la calculatrice de Jimmy), cet élève a reproduit quelques formules qu'il considérait comme utiles pour son travail. Sur le même fichier, l'élève garde en mémoire la syntaxe de la calculatrice : ici, menu-4-1 donne la syntaxe de la calculatrice permettant de calculer une fonction dérivée, la dernière ligne rappelle les menus nécessaires pour obtenir les racines d'un polynôme de degré deux.

Incident de frottement

De par leur nature même, les incidents de frottement qui correspondent à l'investissement par un élève d'une situation distincte de la situation proposée par le professeur mais s'appuyant sur le même milieu matériel, ont des conséquences à long terme plus difficiles à mettre en évidence. Ils sont comme on l'a déjà vu souvent générateurs de bifurcations didactiques soit en investissant une situation nil-didactique soit une nouvelle situation adidactique. On peut cependant faire l'hypothèse que des difficultés rencontrées par des élèves dans une classe peuvent être la conséquence d'incidents de frottement répétés. D'une certaine manière, ces élèves ont l'impression de travailler, leur entourage et eux-mêmes affirment qu'ils travaillent mais sans résultats.

67 E7 Ben, des fois ça peut être dur au début quand on commence les chapitres, mais après quand on continue, on comprend et on trouve ça plus simple. [...]
70 I Vous savez ce que vous allez faire comme spécialité l'an prochain ? [...]
72 E7 Moi je vais refaire une première
73 I C'est sûr ?

74 E7 C'est pratiquement sûr ! Parce que je travaille pas !

Cependant, les incidents syntaxiques peuvent favoriser l'instrumentation et participent en ce sens à la genèse instrumentale comme exprimé par Nicolas (E11) et Jimmy (E12) :

62 E12 Oui pour ça et puis après pour... Ben d'habitude on faisait toujours nos tableaux à la main et puis on utilisait nos formules. On faisait toute la descente, les quarante calculs, tandis que là on rentre la formule et hop on a tout d'un coup.
63 E11 Ca évite d'écrire deux fois la même chose.
64 E12 C'est comme si on avait Excel sur la calculatrice, enfin en plus petit !

Incident de contrat

La complexité du maintien d'un contrat didactique permettant le jeu didactique dans une situation fait que les incidents de contrat peuvent avoir des conséquences locales importantes provoquant une perte de dévolution voire un désinvestissement de la situation, comme on a pu le rencontrer dans les observations précédentes et qui peut encore être illustré par ce court extrait :

P : Comment on pourrait faire pour être un peu plus sûr du résultat ?
E1 : Prendre des vrais dés.

Le décalage entre l'interrogation du professeur qui souhaite faire émerger dans la classe l'idée de la loi des grands nombres et la remarque de E1 qui après quelques incidents syntaxiques ne fait plus confiance aux expériences menées sur la calculatrice et se réfugie dans une modification radicale du milieu matériel illustre cet incident de contrat dont la conséquence est une perte de contrôle sur la situation.

Un autre aspect des perturbations créées dans le temps peut être illustré par cet extrait de l'entretien avec Julien (E1) et Ambre (E2).

4 E2 Ben moi, en fait d'un côté, ça peut m'aider pour les développements et tout, mais le chapitre sur les limites, au tout début, j'avais pas, le prof il l'avait fait sur la calculatrice, et moi j'essayais de comprendre la calculatrice et j'ai pas réussi à comprendre le début du cours, Bon, ça allait, après j'ai compris le reste, mais il y a des moments où je suis complètement bloqué, parce que j'essayais de comprendre la calculatrice, mais j'avais pas essayé de comprendre le cours.

Les incidents de contrat sont parfois l'occasion d'une négociation du contrat et permettent de relancer la dynamique comme il avait été remarqué dans la situation « Suites » (paragraphe 4.3.3 page 231) ; dans l'extrait précédent, Ambre exprime son incompréhension des intentions du professeur, et la perturbation que cet incident provoque : la calculatrice devient un obstacle à la compréhension des mathématiques et la perturbation se prolonge longtemps dans l'année, puisqu'elle déclare un peu plus loin :

63 [...] après je connaissais toutes mes dérivées donc le reste du cours je connaissais mais le début de la limite j'avais pas compris.

Un autre type d'incident de contrat peut être illustré par l'entretien avec Teddy et Jeremy lorsque Teddy déclare :

60 E3 : C'est vrai que passer de degré à radian c'est un peu compliqué. En fait, c'est, on va dans les réglages, pour aller dans, pour que ce soit effectif dans le scratchpad, faut remettre par défaut, après pour rechanger il faut refaire des trucs et tout, et c'est vrai que j'ai mis longtemps à repasser en radian, et c'est pour ça que après je suis repassé sur la calculette que j'avais avant, c'est beaucoup plus simple pour passer de degré en radian.

61 I : Et vous n'avez pas pensé à faire un petit programme ? Est-ce que vous avez programmé votre calculatrice

62 Es : Non

63 I : Vous n'avez pas vu ou vous ne savez pas qu'il y a un éditeur de programme ?

64 E3 : Non, j'avais pas vu.

Dans ce cas, le contrat est suffisamment établi et en accord avec leur usage privé de la calculatrice pour que les élèves ne le remette pas en cause et n'investissent pas cette potentialité. L'incident qui fait que ces deux élèves reviennent à leur ancienne calculatrice est ainsi à relier à la remarque déjà faite sur l'absence de programmation dans les calculatrices et reliée à la décision du professeur ; comme il a déjà été indiqué dans le paragraphe 4.3.4 page 237, Jean a choisi de ne pas exploiter en classe les potentialités de programmation de la calculatrice. De ce fait, ce type d'utilisation de la calculatrice (calculatrice pour programmer) est absent pour Teddy et Jeremy, comme il l'est pour la classe, comme le confirme l'analyse synthétique du contenu des calculatrices et les autres entretiens, comme par exemple avec Nicolas et Jimmy :

> Mais, oui, non, on a appris les programmes, l'année dernière on a regardé les programmes en fin d'année, mais non, vu qu'on sait pas comment faire sur une calculatrice, on n'en a pas fait.

ou Kevin et Maxime :

> Non, on a fait juste des calculs simples, des cosinus, des trucs comme ça. On n'a pas fait de programmation.

Les incidents de contrat sont donc générateurs de perturbations à court terme conduisant à la nécessité d'une re-négociation locale du contrat ou de perturbations à long terme qui, dans le contexte d'un environnement technologique, tendent à favoriser le rejet de l'outil ou de certaines de ses fonctionnalités.

Incident mathématique

Les incidents mathématiques sont des éléments essentiels de l'apprentissage et leur traitement est déterminant du maintien de la dynamique. De nombreux exemples dans les observations précédentes ont montré les bifurcations ou les pertes de dévolution provoquées par des interventions inappropriées lors d'incidents mathématiques ; au contraire, une réponse prenant en compte le problème soulevé permet de maintenir et de prolonger la dynamique de la classe comme illustré dans les exemples suivants ;

Dans la recherche du coefficient directeur de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2, l'expérience consistait à faire se rapprocher un point mobile sur la courbe du point de tangence et d'observer l'évolution de la pente de la sécante. Un élève interpelle le professeur :

E : Mais Monsieur ?

P : Oui

E : On peut pas faire juste avant et juste après deux ?

P : Non, on peut très bien... Alors ça, on en parlera plus tard. La vitesse instantanée, il faut deux instants qui sont autour de deux et qui se rapprochent. Tu peux en avoir un fixé et l'autre qui se rapproche ou les deux, un un peu avant un un peu après qui se rapprochent simultanément. Alors ce que tu proposes, ça a un avantage, c'est que ça se rapproche de plus en plus vite. Hein, d'accord ? Mais nous, on a décidé de partir d'un moment et de regarder juste après ce moment là. D'accord ?

Un peu plus tard le calcul de $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ est simplifié en $2+h$:

G1 : Pourquoi $2+h$, Monsieur ?

P : Alors je retourne la question : pourquoi $2+h$? Comment on a fait pour trouver $2+h$?

E : Ah oui, on a factorisé !

G1 : Ben ça j'aurais pas trouvé.

Ces exemples illustrent bien les traitements des incidents didactiques, soit qu'une question nouvelle apparaisse, ou qu'une incompréhension survienne, le professeur, dans ces cas, gère les incidents de façon à impliquer les élèves et les renvoyer à la situation d'apprentissage.

Dans les entretiens Jimmy (E3) raconte un incident mathématique et les conséquences pour lui :

39 E3 C'est vrai, ça avait aidé, mais en fait sur les quartiles, comme il calcule différemment moi ça m'avait embrouillé, comme il les calculait différemment de ce que moi je calculais, je me rappelle plus ce qu'il faisait, il faisait un calcul plus simple ou plus compliqué, et ça fait, en fait, on avait l'impression qu'on avait fait faux, et qu'au final en fait j'avais fait juste mon calcul, et la calculatrice m'avait pas forcément aidé sur ça en fait. Elle m'avait pas donné le bon résultat. Pour elle c'était bon, mais pour moi, non.

40 I Et alors vous aviez fait quoi ?

41 E3 Ben, justement j'avais fait confiance à la calculette, je me disais que c'est une valeur sûre, et ben voilà, j'avais fait confiance.

42 I Et alors après, cette notion de quartile ?

43 E3 Ben là je me suis dit que les quartiles, j'allais moins prendre sur la calculette et plus faire sur le calcul et justement pas vérifier sur la calculette après.

On trouve dans la calculatrice de Jimmy de nombreux fichiers utilisés dans la résolution d'exercices et mettant en relation les applications « Graphiques » et « Calculs » qui montrent une instrumentation importante et un recul vis-à-vis des possibilités et restrictions de la machine.

Conclusion provisoire

Les observations en classe ont permis de confirmer les perturbations locales engendrées par les incidents didactiques et le suivi de la classe dans le temps en utilisant les outils

méthodologiques présentés dans le chapitre 3 page 69 a permis de mettre en évidence des perturbations globales qui avaient été remarquées et supposées dans le lycée A, par exemple page 195.

Le croisement entre les observations locales et les prises de renseignements sur un temps plus long permettent de confirmer les effets à long terme d'incidents locaux, comme il a été évoqué dans le cas de Ambre, par exemple.

4.3.6 Conclusion des observations dans le lycée B

Les observations dans le lycée B permettent de mettre en évidence le rôle des incidents didactiques dans la construction des connaissances des élèves, en particulier dans des phases sous-didactiques. La possibilité ainsi offerte au professeur d'institutionnaliser des connaissances mises en œuvre par les élèves dépend d'une part d'une analyse *a priori* importante de la situation et d'autre part d'une attention particulière à l'activité des élèves. Ces deux conditions sont, dans la classe ordinaire, difficiles à réaliser du fait de la charge de travail des professeurs à l'extérieur de la classe et des sollicitations multiples dans la classe. Dans ces conditions, les incidents didactiques, puis les perturbations créées sont des révélateurs participant à la genèse documentaire des professeurs ; ainsi, par exemple, Jean a repris la situation « Réaction » en modifiant ses objectifs à partir des observations réalisées dans la classe la première année. Dans ce cas, la présence d'un observateur et de « témoignages » filmés ont certainement été des éléments importants qui ont amené à modifier la situation, mais dans la classe ordinaire, cette prise de conscience est un élément décisif des réajustements des schèmes d'utilisation des ressources dans la construction des situations proposées aux élèves.

Un deuxième aspect relevé dans les observations dans le lycée B concerne le rôle documentaire des artefacts numériques mis à disposition des élèves. Les différentes propriétés des *documents numériques* détaillés dans le chapitre 1, et déjà observées dans les usages des élèves du lycée A sont encore présentes dans les usages des calculatrices par les élèves du lycée B :

- les propriétés cognitives de mémorisation et d'organisation des idées présentes dans l'agencement des calculatrices : « Et des fois, moi, je me rappelle plus comment on fait, une fois ça m'est arrivé, je me rappelle plus les noms, je crois bien que c'était a x plus b plus c sur a ou des trucs du genre, vu que je m'en rappelais plus exactement, après, j'étais bloqué sur le reste. Donc j'ai fait avec la calculatrice. J'avais pas expliqué mon résultat, mais j'en avais quand même un pour finir. Et sinon, j'aurais eu tout l'exercice faux. » (Julien, annexe 6.17 page 644),
- la créativité moteur de la genèse instrumentale des élèves, comme en témoigne Teddy (même annexe) : « C'est une aide. C'est un moyen de se repérer et de pouvoir s'orienter et justement de pas, dans des calculs compliqués, de pas partir forcément la mauvaise piste et de pouvoir, d'avoir une voie qu'on peut suivre directement, en fait. »,
- la communication existant dans des collectifs constitués : « A part au pire enregistrer des cours dessus, la fonction écriture, ça ça fonctionne bien. Au lieu de sortir son

cours... » (Jimmy, même annexe).

Le rôle du professeur, déjà évoqué au niveau local dans l'organisation et la conduite de la classe, détermine de façon sensible la genèse documentaire des élèves, notamment en ce qui concerne les schèmes d'utilisation de la calculatrice vue comme ressource numérique. Déjà mis en évidence dans la comparaison entre les comportements des élèves de deux professeurs du lycée A, les observations dans le lycée B confirment l'influence du contrat local dans le comportement des élèves vis-à-vis de l'utilisation de la calculatrice dans le domaine collectif de la classe. Les incidents de contrat tendent alors à modifier à long terme les schèmes d'utilisation des fonctionnalités documentaires de la calculatrice.

Chapitre 5

Conclusion et perspectives

Au terme de cette recherche la conclusion portera sur trois points principaux :
- les résultats obtenus dans les expérimentations dans des classes ordinaires, dans un environnement technologique,
- les potentialités en terme d'analyse de la notion d'incident didactique,
- les prolongements possibles de ce travail.

Les trois paragraphes qui suivent reprendront donc ces points, le premier montrera en quoi les observations ont permis d'apporter des éléments de réponses à la question de recherche, le second montrera qu'outre les résultats obtenus concernant les effets des incidents didactiques sur la dynamique de classe, le cadre des incidents didactiques offre une méthodologie d'analyse permettant de compléter les analyses fondée sur la structuration des milieux. Enfin, dans cette recherche, un grand nombre de questions n'ont été que juste effleurées et la dernière partie essayera de montrer comment cette recherche peut être prolongée pour tirer partie de la notion d'incident didactique.

5.1 Le triplet déclencheur-incident-perturbation

La question de recherche formulée dans le chapitre 1 proposait de préciser le rôle des incidents didactiques pour comprendre la dynamique des interactions didactiques dans une perspective de genèse documentaire des enseignants et des élèves.

En partant de l'hypothèse de l'enseignement vu comme un environnement dynamique ouvert, et en essayant de détailler les moteurs de cette dynamique, la notion *d'incident didactique* a permis de mettre en évidence des éléments essentiels éclairant les trajectoires dans la classe et donnant plus particulièrement des éléments d'explications de phénomènes de divergence ou d'amplification de la dynamique ; le triplet déclencheur-incident-perturbation s'avère être un outil de suivi de la dynamique d'une classe dans des intervalles de temps variés. Dans des observations locales, et dans le suivi des élèves dans le temps d'une année scolaire, ce triplet met en évidence des leviers permettant de comprendre non seulement les éléments qui modifient la trajectoire de la dynamique, mais aussi de suivre les relations qui peuvent être tissées entre les intentions du professeur et la réalité des apprentissages dans la classe. Les analyses et les observations s'appuyant sur

les cadres théoriques de la théorie des situations didactiques d'une part et de l'ergonomie d'autre part ont permis de relier dans une même étude les phénomènes didactiques qui se jouent dans une classe fonctionnant dans un environnement informatique. Les observations empiriques et les analyses des situations ont permis de produire une typologie des incidents didactiques et d'en étudier leurs conséquences, les perturbations didactiques provoquées à court ou à long terme :

- les incidents extérieurs étroitement liés à l'organisation didactique et pédagogique du professeur, mais aussi à la présence de l'observateur dans la situation,
- les incidents syntaxiques, particulièrement étudiés dans ce travail autour des conversions de registres de représentations sémiotiques,
- les incidents de contrat mettant en cause la règle du jeu dans la situation didactique, éléments permanents de la négociation du contrat,
- les incidents de frottements souvent annonciateurs d'une bifurcation didactique,
- les incidents mathématiques, cœur de l'apprentissage dans la situation didactique.

Les conséquences de ces incidents didactiques (les perturbations didactiques) sont en fait des modifications de la trajectoire qui peuvent alors être considérées comme des micro-ruptures dont l'effet peut conduire à :

- une réorganisation des connaissances ; le professeur modifie et actualise ses connaissances professionnelles ou ses ressources propres, les élèves construisent leur apprentissage des mathématiques,
- des bifurcations au sens donné par Margolinas (2004) dans la structuration des milieux. Dans ce cas, la modification de la trajectoire peut amener les élèves à investir une situation nildidactique, en faisant fonctionner des connaissances naturalisées sans pouvoir atteindre des apprentissages nouveaux, c'est à dire en privant la situation de la situation d'apprentissage. Ou bien les élèves investissent une situation adidactique différente échappant ainsi à l'institutionnalisation du professeur.

Les incidents didactiques, inévitables dans une classe et à plus forte raison dans une classe ordinaire, peuvent alors être perçus comme des indicateurs d'une perturbation et diriger le travail du professeur pour rendre la perturbation moteur d'une dynamique. Un déclencheur provoque un incident didactique qui conduit à une perturbation didactique, elle-même susceptible de générer le déclenchement d'un nouvel incident.

Deux phénomènes opposés ont été observés :

- incident provoquant une perturbation allant dans le sens contraire des intentions du professeur,
- incident déclenchant une perturbation favorisant la dévolution de la situation et les apprentissages.

Il apparaît clairement que la robustesse de la situation proposée est essentielle, notamment en ce qui concerne la possibilité que le milieu matériel permette dans la situation d'évoluer vers un milieu objectif, lieu des expérimentations puis vers un milieu de référence, lieu des apprentissages dans une perspective de reconstruction.

L'enseignement vu comme un environnement dynamique est le lieu de phénomènes non linéaires. Au contraire, cet environnement manifeste un caractère chaotique : les incidents peuvent alors être vus comme des phénomènes modifiant localement très légèrement

la dynamique mais pouvant avoir à long terme des conséquences importantes. Les conditions initiales, construction du milieu, situation favorisant une dynamique des milieux, variables didactiques sont autant d'aspects sensibles pouvant conduire à des points fixes très différents des visées du professeur.

Enfin les incidents didactiques peuvent être considérés dans une perspective plus large que le déroulement d'une séance et l'apport de la théorie de la genèse documentaire a amené à considérer dans cette recherche les environnements informatiques non seulement comme des artefacts susceptibles de devenir des instruments facilitant le calcul et la représentation des objets mathématiques, mais aussi comme des éléments du système documentaire du professeur et des élèves appartenant, d'une part au milieu de construction du professeur et d'autre part au milieu matériel des élèves.

La calculatrice avec ses propriétés de calcul et de représentation mais aussi avec des propriétés de stockage d'information et de communication préfigure les ressources numériques qui pourront être à disposition des élèves et des professeurs dans les années prochaines. Les genèses documentaires d'un tel artefact, transformant la calculatrice vue comme ressource numérique dans un document ne peuvent s'entendre sans prendre en compte les domaines de médiation, privé, collectif ou public. Leur rôle est alors à la croisée des intentions d'enseignement et des intentions d'apprentissage, c'est à dire au cœur du jeu didactique. Les trajectoires distinctes des différentes genèses sont sources de tensions et génératrices d'incidents didactiques dont les conséquences affectent profondément les interactions dans la classe de mathématiques ; ces tensions doivent être considérés pour intégrer ces ressources à l'enseignement comme elles le sont à l'apprentissage hors la classe. L'intégration des ressources numériques dans la classe de mathématiques ne peut pas se faire en ne considérant qu'un seul aspect, qu'une propriété, mais au contraire, en réfléchissant à une intégration de toutes les propriétés dans le jeu didactique.

Le croisement des données recueillies dans les lycées A et B a permis de mettre en évidence des constantes concernant les effets des incidents didactiques, provoquant localement des bifurcations didactiques et globalement des modifications notables des dynamiques individuelles ou collectives. Les observations dans le lycée B ont par ailleurs permis de mettre en évidence le rôle stimulateur des incidents didactiques lorsque la situation est suffisamment solide pour proposer un milieu dont les rétroactions permettent le questionnement par les élèves eux-mêmes et lorsque le professeur s'appuie sur ses observations des élèves dans la situation de référence pour institutionnaliser les objets construits par l'expérience.

Dans les situations sur-didactiques, les incidents didactiques remettent en cause l'épistémologie personnelle du professeur : il y a tension entre les conceptions personnelles et le projet. Dans la situation didactique, un incident provoque une perturbation en modifiant une branche de la situation, ce qui peut amener à long terme des modifications des conditions de réalisation du jeu didactique. Dans les situations sous-didactiques, les incidents didactiques proviennent des interactions entre pairs et avec le milieu alors que dans la situation didactique, les tensions entre les rétroactions du milieu et les interactions avec le professeur jouent un rôle prépondérant dans le déclenchement des incidents.

5.2 Les incidents didactiques : outil méthodologique

D'un point de vue théorique, cette recherche a permis de construire une méthodologie d'analyse reposant sur :

1. le croisement des domaines didactique/ergonomie cognitive,
   - vue du point de vue des interactions prof-élèves-savoirs,
   - construit en prenant en compte les objets mathématiques mobilisés,
2. le développement de la genèse documentaire dans une perspective d'apprentissage
   - propriétés documentaires de la technologie vues comme levier pour développer la metacognition et les interactions sociales de l'apprentissage,
   - multi représentations internalisées et externalisées : développement de relations entre les deux dimensions (représentations dynamiques des mathématiques et différentes interactions médiées par la technologie dans la classe (intrinsèques ou extrinsèques)).

L'analyse des incidents peut ainsi être vue comme une méthodologie d'analyse d'une situation de classe ordinaire, aussi bien pour le chercheur qui pourra construire une grille d'analyse mettant en évidence les trajectoires individuelles des élèves d'une classe, mais aussi pour les enseignants qui pourront avoir à leur disposition des éléments d'analyse pour comprendre les phénomènes observés dans la classe, notamment lorsque la situation semble échapper au contrôle et pour le formateur pour permettre une analyse d'une situation de classe à travers les interactions entre professeur, élèves et savoir.

La volonté de suivre les interactions entre professeurs et élèves a nécessité un regard préalable sur le travail du professeur et des élèves dans leur globalité. Ainsi, les outils prévus de recueil de données tendaient à prendre en compte le travail de préparation des professeurs (journal de bord, entretiens) et le travail privé des élèves (contenus des calculatrices) ; la mise en œuvre de ces outils s'est heurtée à la négociation d'un contrat d'observation qui est inhérent à l'observation d'une classe ordinaire, mais qui, en revanche a empêché un recueil de données plus complet, notamment permettant de suivre plus profondément la genèse documentaire du professeur en lien avec les genèses documentaires des élèves. Pour confirmer les résultats de cette recherche, d'autres observations dans des classes ordinaires seront encore nécessaires ; le paradoxe de ce type d'observation vient des choix des classes observées : ou bien l'enseignant est engagé dans des travaux avec des associations de professeurs, ou des institutions (rectorats, IREM,...) et le caractère « ordinaire » de la classe n'est pas forcément assuré ou bien l'enseignant est en dehors de ces réseaux et la possibilité d'entrer dans la classe et de recueillir toute l'information souhaitée est délicate. Nous avons utilisé ce que nous qualifions d'« accident de l'histoire », en profitant dans le lycée A d'un projet commun à tous les professeurs de mathématiques et de la participation du lycée B au projet européen EdUmatics. Si le contrat d'observation a été préparé par des rencontres préalables, des visites fréquentes, des entretiens informels, il s'avère que le recueil de données se heurte à la volonté des professeurs de ne laisser observer de leurs fonctionnements que ce qu'ils considèrent comme suffisamment public pour pouvoir être montré. La nécessité de neutralité de l'observateur empêche, pour ne

pas modifier profondément les observations, de respecter ces choix, et ce faisant de perdre des renseignements qui, par moment auraient été essentiels. Ce qui est vrai pour les professeurs l'est tout autant pour les élèves, et si nous avons relevé la récurrence des incidents extérieurs liés à la présence de l'observateur dans la classe, le recueil des contenus des calculatrices s'est heurté, de la même manière à des réticences. Dans ces conditions, les « lieux d'enseignement associés » initiés par l'IFé en 2011, et dont l'objectif est de resserrer les liens entre la recherche et les acteurs, pourra certainement favoriser entre chercheurs et enseignants la négociation de ce contrat d'observation permettant de prolonger les résultats obtenus dans cette thèse.

5.3 Prolongements

Les prolongements possibles de ce travail peuvent être considérés dans des directions de recherche différentes :

- pour être exploités en formation, tant initiale que continue,
- pour affiner les potentialités didactiques de la notion d'incident,
- pour étudier les apports des artefacts numériques pour l'apprentissage des mathématiques dans et hors la classe,
- pour modéliser effectivement les phénomènes de la classe de mathématiques.

L'exploitation en formation des enseignants de l'apport méthodologique doit permettre de construire une analyse fine de situations de classes ordinaires dans un contexte informatique en s'appuyant sur les interactions dans la classe et la compréhension des genèses documentaires parallèles des enseignants et des élèves. Les analyses ascendantes et descendantes facilitent la construction d'une analyse *a priori* des situations et le repérage et l'analyse des incidents didactiques affine l'analyse *a posteriori* ; la typologie des incidents didactiques peut être prolongée et affinée pour permettre un repérage aisé et opérationnel pour des professeurs débutants dans une perspective de compréhension des dynamiques de classe, mais aussi comme outil de régulation de ces dynamiques dans le temps de la classe. Enfin, les possibilités de relier les incidents locaux à des phénomènes globaux résultant d'une divergence des genèses documentaires des professeurs et des élèves, sont autant de pistes de travail visant à mieux comprendre la place des artefacts numériques dans la classe. L'aspect de ce travail qui peut être prolongé est ainsi le rapport entre les artefacts numériques considérés comme ressources pour l'apprentissage dans et hors la classe. Les hypothèses qui résultent de cette recherche portent sur les genèses documentaires parfois divergentes ou contradictoires du point de vue des élèves, du professeur et de la société dans son ensemble. Une recherche plus approfondie pourrait consister à se poser la question d'une clarification dans l'école de la société de communication du rôle des artefacts numériques au vu de leurs potentialités d'apprentissage.

Pour affiner les potentialités didactiques de la notion d'incident didactique, une autre direction de recherche pourrait être l'élaboration et la mise en place d'une ingénierie didactique réfléchie pour provoquer des incidents particuliers, relevés dans les observations, et observer si les perturbations provoquées peuvent être reproduites. La confrontation

entre l'analyse *a priori* et la réalisation effective en classe serait une source de raffinement de la typologie et des définitions de cette notion. Par exemple, dans le cadre d'une situation de classe, et pour étudier plus avant les perturbations provoquées par un incident syntaxique, on pourrait construire une situation nécessitant l'utilisation d'un outil dont la syntaxe ne serait pas accessible sur l'artefact utilisé. Les observations dans les classes ordinaires ont montré que les élèves pouvaient alors investir une situation marginale adidactique. Les questions qui pourraient alors se poser seraient liées aux apprentissages mathématiques provoqués par une telle situation et les relier aux genèses documentaires des élèves et du professeur. De la même manière et sur un temps plus long, le suivi des ressources numériques des enseignants et des élèves sur plusieurs années scolaires pourrait être relié aux relations existantes entre les évolutions des systèmes documentaires et les modifications de l'enseignement du côté des professeurs et les apprentissages des mathématiques du côté des élèves. Les modifications de la forme, du contenu et des usages des ressources à disposition des enseignants comme des élèves ont une influence sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et les questions qui pourraient être posées concernent l'équilibre entre ces trois dimensions dans une perspective d'utilisation des ressources numériques dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

La métaphore utilisée dans ce travail est à la fois féconde et incomplète tant qu'une modélisation effective ne pourra être faite, modélisation permettant non seulement de décrire, de comprendre et d'illustrer les phénomènes de la classe de mathématiques mais aussi de les implémenter dans un langage de programmation pour rendre effectif le modèle. Jean Petitot dans sa page personnelle [1] écrit :

> Les *modèles dynamiques* constituent désormais une part essentielle de la modélisation cognitive. Ils sont utilisés pour modéliser certaines performances cognitives fondamentales. Implémentés dans des réseaux de neurones formels, ils permettent de développer un point de vue physicaliste, mais non éliminativiste, sur les sciences cognitives. Ils participent ainsi activement à la naturalisation des sciences humaines.

La tentation de produire un tel modèle mathématique des interactions dans la classe sur un modèle de système dynamique est à la fois ambitieux et délicat ; cependant, la didactique des mathématiques pourrait le considérer, tout comme l'ont fait les psychologues :

> For instance, understanding teaching as a process of transmission requires not only an understanding of how the child processes the transmitted information, but also of how the teacher processes the information about the learning progress-or not- made by the child. This transactional process between learner and teacher can be modeled by a dynamic system, linking the teaching of the teacher to the learning of the learner and also the other way round. (Van Geert et Fisher 2009, page 316)

Sous ces hypothèses les incidents didactiques seraient des éléments déterminants de ces processus de transmissions qui permettraient de préciser les trajectoires effectives des apprentissages dans le système dynamique modélisé.

1. http ://www.crea.polytechnique.fr/JeanPetitot/JPmodeles.html, consulté le 23 septembre 2011

En reprenant les définitions données dans le chapitre 1, $X = \{U(x_i)/x_i \in A\}$, on pourrait imaginer définir une distance d entre deux univers cognitifs de deux acteurs ; par exemple en quantifiant la relation d'un acteur à un objet, $\forall x_i$, $U(x_i)$ peut être représenté comme un nuage de points de $O_I \times [0,1]$, où O_I est l'ensemble des objets mathématiques de l'institution I, une distance (si on peut établir une métrique) entre deux univers cognitifs pouvant alors être définie comme la distance entre deux nuages de points.

Une situation didactique apparaitrait alors comme une transformation f (un ensemble de transformations) de $X \to X$, c'est à dire un système dynamique de l'espace X. L'orbite d'un point x de X est la suite $(f^{\circ n}(x))$ que l'on peut voir aussi comme les suites des univers cognitifs d'un élément de A (ensemble des acteurs) en fonction du temps. En définissant une distance d sur X, on construit un espace métrique. L'espace métrique X n'est pas *a priori* complet, puisque la connaissance visée dans l'institution décrit comme U_I n'est pas un élément de X. Mais, on peut considérer le complété de l'espace métrique (X, d), ce qui correspondrait à rajouter les limites des orbites des systèmes dynamiques, parmi lesquelles se trouvent U_I, considérée comme l'ensemble des rapports d'une institution aux objets en jeu dans la situation. Le but de l'enseignement est alors de faire converger (ou au moins s'approcher) les orbites des univers cognitifs des élèves de la dynamique de U_I.

On pourrait alors considérer l'espace de Hausdorff de l'espace métrique complet $(\widetilde{X}, \widetilde{d})$, l'espace des compacts de $\widetilde{X}$, qui est lui-même, relativement à la distance h un espace complet. Ce qui correspondrait à considérer les ensembles fermés et bornés, c'est à dire pour lesquels la relation à un objet n'est pas nulle. Dans ces conditions, l'intention didactique de l'enseignant pourrait être modélisée comme la construction d'un système dynamique contractant dont la réunion des images « recouvre » au plus près l'univers de l'institution. La dynamique de ce système devant alors converger vers cet univers. L'analogie peut alors être faite avec un système de fonctions itérées et le théorème de Barnsley et al. (1985). Ce théorème permet d'une façon pratique, de trouver un ensemble de transformations contractantes dont l'attracteur est « presque », « pas trop loin » d'un ensemble donné ; on doit s'efforcer de trouver un ensemble de transformations telles que la réunion des images de l'ensemble de départ « colle » avec cet ensemble.

Théorème 1 (Théorème de collage (ibid.)) *Soit (X, d) un espace métrique complet et L un ensemble compact. Soit $\epsilon \geq 0$. En choisissant un IFS $\{X, w_1, w_2, \cdots, w_N\}$ de facteur de contraction s $(0 \leq k < 1)$ de telle sorte que :*

$$h\left(L, \bigcup_{n=1}^{N} w_n(L)\right) \leq \epsilon$$

où h est la distance de Hausdorff. Alors

$$h(L, A) \leq \frac{\epsilon}{1-k}$$

avec A le point fixe de l'IFS.

Toutes ces perspectives de travail devront s'appuyer sur une modélisation fine des connaissances en jeu dans une situation et demanderont un travail de définition des objets mathématiques alliant des perspectives épistémologique, didactique et ergonomique.

Bibliographie

Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Dans G. Gueudet & L. Trouche (Éds.), *Ressources vives* (Chap. 1, pp. 23–37). Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Ahlgren, S. & Ken, O. (2001). Addition and counting : the arithmetic of partitions. *Notice of the AMS*, *48-9*, 978–984.

Aldon, G. (1995). Une voiture à la dérive. *Repères-IREM*, *21*, 27–44.

Aldon, G. (1996). Derive for 16-18 year old students. *The international Derive journal*, *3*(3), 13–20.

Aldon, G. (2007). La place des TICE dans une démarche expérimentale en mathématiques. Dans *Académie de clermont, en ligne*. http ://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/UE2007/texte/Texte_11.doc.

Aldon, G. (2009). A resource to spread maths research problems in the classroom. Dans V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Éds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. January 28th - February 1st 2009, Lyon (France)*. http ://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/.

Aldon, G. (2010a). Handheld calculators between instrument and document. Dans P. Drijvers & H.-G. Weigand (Éds.), *The role of handheld technology in the mathematics classroom* (T. 42, pp. 733–745). ZDM Mathematics Education.

Aldon, G. (2010b). Material for teachers. Dans *Teachers teaching with technology. Actes de la conférence internationale T3, 3-10 mars 2010, Atlanta (USA)*.

Aldon, G. & Sabra, H. (2009). *Intégration des calculatrices dans l'enseignement des mathématiques : nouvelle étape technologique, nouvelles formes d'intégration, nouveau type d'expérimentation*. http ://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/archives/partenariat-inrp-09-10/e-colab/rapport.pdf : INRP.

Aldon, G., Artigue, M., Bardini, C., Baroux-Raymond, D., Bonnafet, J.-L., Combes, M.-C., ...Zucchi, I. (2008). Nouvel environnement technologique, nouvelles ressources, nouveaux modes de travail : le projet e-colab (expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques). *Repères IREM*, *72*, 51–78.

Aldon, G., Artigue, M., Bardini, C. & Trouche, L. (Éds.). (2009). *Une étude sur la conception et les usages didactiques d'une nouvelle plate-forme mathématique, potentialité, complexité. expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques (e-colab). rapport de recherche 2006-2008*. http ://www.inrp.fr/editions/editions-

electroniques/une-etude-sur-la-conception-et-les-usages-didactiques-d2019une-nouvelle-plate-forme-mathematique-potentialite-complexite.

Arsac, G. & Mante, M. (1988). Le rôle du professeur. Aspects pratiques et théoriques, reproductibilité. Dans *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique* (T. 101). LSD-IMAG, Grenoble.

Arsac, G. & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren CRDP de Lyon.

Arsac, G., Germain, G. & Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation-problème*. IREM de Lyon.

Artigue, M. (1986). Etude de la dynamique d'une situation de classe. une approche de la reproductibilité. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7*(1), 5–62.

Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9/3*, 281–308.

Artigue, M. (1997a). *Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des mathématiques au lycée*. DIDIREM, IREM Paris VII.

Artigue, M. (1997b). Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage. *Educational Studies in Mathematics*, *33*, 133–169.

Artigue, M., Defouad, B., Dupérier, M., Juge, G. & Lagrange, J.-B. (1998). L'intégration de calculatrices complexes à l'enseignement des mathématiques au lycée. *Cahier DIDIREM, IREM Paris VII, Spécial n°4*.

Arzarello, F. & Robutti, O. (2010). Multimodality in multi-representational environments. Dans P. Drijvers & H.-G. Weigand (Éds.), *The role of handheld technology in the mathematics classroom* (T. 42, pp. 715–731). ZDM Mathematics Education.

Astolfi, J.-P. (1993). Trois paradigmes pour les recherches en didactique. *Revue française de pédagogie*, *3*, 5–18.

Azuma, R. (1997). A survey of augmented reality. *Presence*, *6-4*, 335–385.

Barnsley, M., Ervin, V., Hardin, D. & Lancaster, J. (1985). Solution for an inverse problem for fractals and other sets. Dans *National academy of science, 83*.

Baroux-Raymond, D., Bonnafet, J.-L., Combes, M.-C., Meny, J.-M., Hérault, F., Nowak, M., ...Xavier, L. (2009). *Mathématiques dynamiques en seconde* (G. Aldon, Éd.). Hachette Education-INRP.

Baroux-Raymond, D., Bonnafet, J.-L., Combes, M.-C., Meny, J.-M., Hérault, F., Nowak, M., ...Xavier, L. (2010). *Mathématiques dynamiques en première* (G. Aldon, Éd.). Hachette Education-INRP.

Baroux-Raymond, D., Bonnafet, J.-L., Combes, M.-C., Meny, J.-M., Hérault, F., Nowak, M., ...Xavier, L. (2011). *Mathématiques dynamiques en terminale* (G. Aldon, Éd.). Hachette Education-Ifé.

Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19/2*, 135–194.

Bloch, I. (2002). Différents modèles de milieu dans la théorie des situations. Dans *Actes de la 11eme école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 125–139). Grenoble : La pensée sauvage.

Bouvier, A. (1986). *Didactique des mathématiques. Le dire et le faire* (A. Bouvier, Éd.). Cedic-Nathan.

Brousseau, G. (1986a). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7-2*.

Brousseau, G. (1986b). La relation didactique : le milieu. *Actes de la IVème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*. IREM de Paris VII, Université de Paris VII.

Brousseau, G. (1986c). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques*. (Thèse de doct., Université Bordeaux 1).

Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques. Dans *Cours à l'Université de Montréal*. http ://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf.

Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage éditions.

Brousseau, G. & Christol, G. (2000). Les études doctorales de didactique des mathématiques à l'université. *Gazette des mathématiciens*, *85*, 55–60.

Canet, J.-F., Delgoulet, J., Guin, D. & Trouche, L. (1996). Un outil personnel puissant qui nécessite un apprentissage et ne dispense pas toujours de réfléchir. *Repères IREM*, *25*, 65–81.

Chaitin, G. J. (1966). On the length of programs for computing finite binary sequence. *Journal of the ACM*, *13*, 547–569.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *12*(1), 73–112.

Chevallard, Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *17/3*, 17–54.

Chevallard, Y. (2007). Un concept en émergence : la dialectique des medias et des milieux. Dans G. Gueudet & Y. Matheron (Éds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 344–366). Paris : ARDM et IREM Paris 7.

Chevallard, Y. & Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. IREM de Marseille.

Chevallard, Y., Capell, H., Faramia, M. & Faramia, M. (1985). *Pour introduire à l'ingénierie didactique à composante informatique. rapport sur l'université d'été n°20 Luminy 1-10 juillet 1985* (Y. Chevallard, Éd.). IREM d'Aix-Marseille.

Chopin, M. (2007). *Une approche anthropo-didactique du temps dans l'enseignement des mathématiques : fondements, résultats et perspectives*. (Thèse de doctorat, Bordeaux).

Clark-Wilson, A. (2010). *How does a multi-representational mathematical ict tool mediate teachers' mathematical and pedagogical knowledge concerning variance and invariance ?* (Thèse de doct., Institute of Education, University of London).

Deledicq, A. (1977). *Quelques apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques* (APMEP, Éd.).

D'Halluin, C. & Poisson, D. (1987). Utilisation d'un tableur en classe de mathématiques. *Bulletin de l'APMEP*, *361*, 574–579.

Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques, un levier pour l'enseignement et l'apprentissage*. (Thèse de doct., Université Lyon 1).

Drijvers, P. (2001). Concevoir différents statuts des lettres dans la résolution d'un système avec le calcul formel : le rôle de l'instrumentation. Dans J.-B. Lagrange & D. Lenne (Éds.), *Calcul formel et apprentissage des mathématiques* (pp. 61–72). Paris INRP.

Drijvers, P. & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments : a theoretical framework behind the orchestra metaphor. Dans G. Blume & M. Heid (Éds.), *Research on technology ans the teaching and learning of mathematics* (T. 2, pp. 363–392). Charlotte NC.

Duflo, E. (05/2009). L'économie, une arme contre la pauvreté. *La Recherche*, *430*, 66–69.

Dupuis, E. (s.d.). *En remontant ! Voyage du présent au passé, par Eudoxie Dupuis* (P. Delagrave, Éd.). http ://gallica.bnf.fr/ark :/12148/bpt6k5628171w/f12.

Durand-Guerrier, V. (2010). La dimension expérimentale en mathématiques enjeux épistémologiques et didactiques. Dans *Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école*. cédérom. INRP.

Duval, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, *22-3*, 233–261.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *16-3*.

Duval, R. & Egret, M.-A. (1993). Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif. *Repères IREM*, *12*, 114–140.

Engels, F., Dutt, C. & Haldane, J. (1883/1963). *Dialectics of nature*. New World Paperback. International publishers.

EXPRIME. (2010). *Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école* (G. Aldon, P.-Y. Cahuet, V. Durand-Guerrier, M. Front, D. Krieger, M. Mizony, ... Éds.). cédérom. INRP.

Felouzis, G. (2004). Les indicateurs de performances des lycées, une analyse critique. *Education et formation*, *70*, 83–95.

Fisher, K. (1980). A theory of cognitive development : the control and construction of hierarchies of skills. *Psychological review*, *87*, 477–531.

Fisher, K. & Bidell, T. (1998). Dynamic development of psychological structures in action and thought. Dans R. Lerner & W. Damon (Éds.), *Handbook of child psychology. Vol. 1. theoretical models of human development* (T. 1, pp. 467–561). Wiley, New-York.

Fisher, K. & Yan, Z. (2002). The development of dynamic skill theory. Dans D. J. Lewkowicz & R. Lickliter (Éds.), *Conceptions of development : lessons from the laboratory* (Chap. 12, pp. 279–312). Hove, U.K. Psychology Press.

Foucault, M. (1966). *Les Mots et les choses*. Gallimard, Paris.

Gasquet, S. & Chuzeville, R. (1994). *Fenêtres sur courbes*. CRDP de Grenoble.

Godefroy, F. (1881-1902). *Dictionnaire de l'ancienne langue française et de tous ses dialectes du 9° au 15° siècle* (E. Bouillon, Éd.). Paris F. Vieweg.

Gonçalvez, C., Ney, M. & Balacheff, N. (2009). Les étudiants jouent, mais à quel jeu jouent ils ? Dans S. George & E. Sanchez (Éds.), *Actes de l'atelier "jeux sérieux : conception et usage"* (pp. 11–26).

Granger, G.-G. (2003). *Philosophie, langage, science*. Paris : EDP Sciences.

Guedj, D. (1998). *Le théorème du perroquet*. Seuil, Paris.

Guernier, M.-C., Durand-Guerrier, V. & Sautot, j.-P. (Éds.). (2006). *Interactions verbales, didactiques et apprentissages*. Presses Universitaires de Franche-Comté.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008a). Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques. Dans F. C. Bloch (Éd.), *Actes de la 14ème ecole d'été de didactique des mathématiques, la pensée sauvage*.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008b). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. le cas des mathématiques. *Education et didactique*, *2-3*, 7–33.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers ? *Education Studies in Mathematics*, *71*, 199–218.

Gueudet, G. & Trouche, L. (Éds.). (2010). *Ressources vives*. Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Guillaume, G. (1929/1984). *Temps et verbe : théorie des aspects, des modes et des temps suivi de l'architectonique du temps dans les langues classiques*. Honoré Champion, Paris.

Hebenstreit, R., Le Roux, R., Oriol, J.-C. & Vieules, C. (1979). *Calculatrices 4 opérations* (APMEP, Éd.).

Helstetter, C. & Thomas, G. (1974). Expérience d'utilisation d'un ordinateur pour un enseignement "expérimental" du calcul des probabilités dans le second cycle. *Information mathématique*, *4*, 8–24.

Houdement, C. (2004). Mathématiques, didactique et découpages : la richesse d'un problème. *Actes des journées de formation IREM Montpellier*, 43–52.

Kant, E. (1787/1905). *Critique de la raison pure ; nouvelle traduction française, avec notes, par A. Tremesaygues, et B. Pacaud ; préface de A. Hannequin* (2nde). BNF http ://gallica.bnf.fr. Félix Alcan, Editeur.

Laborde, C. (1994). Les rapports entre visuel et géométrique dans un EIAO. Dans M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot & N. Balacheff (Éds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (Chap. 6, pp. 387–394). La pensée sauvage.

Laborde, C. & Bellemain, F. (1993). Atelier cabri géomètre. *PLOT*, *63*, 6.

Lagrange, J.-B. & C.-Degleodu, N. (2009). Usages de la technologie dans des conditions ordinaires. le cas de la géométrie dynamique au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *29*(2), 189–226.

Lahanier-Reuter, D. & Roditi, E. (2007). Introduction. Dans D. Lahanier-Reuter & E. Roditi (Éds.), *Les questions de temporalité dans les méthodes de recherche en didactiques* (Chap. Introduction, pp. 9–12). Septentrion.

Lallier, C. (2009). *Pour une anthropologie filmée des interactions sociales*. EAC.

Laplace, P.-S. (1814). *Essai philosophique sur les probabilités*. Madame Ve Courcier, imprimeur-libraire pour les mathématiques et la marine.

Laura, M. (1990). Tableurs et grapheurs, pourquoi pas ? Au lycée, dans nos classes, en mathématiques. *Bulletin de l'APMEP*, *373*, 225–233.

Legrand, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères IREM*, *10*, 123–158.

MacKenzie, D. & Wajcman, J. (Éds.). (1985). *The social shaping of technology : how the refrigerator got its hum*. Milton Keynes, Open University Press.

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. *Les débats de didactique des mathématiques, annales 1993-1994*.

Margolinas, C. (1998a). Etude de situations didactiques "ordinaires" à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation du professeur. *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques*.

Margolinas, C. (1998b). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. Analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Actes de La Rochelle juin 1998*, 3–16.

Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur essai de développement de la théorie des situations didactiques*. (Thèse de doct., Université de Provence). Habilitation à diriger des recherches.

Mariotti, M. A. (2002). Influence of technologies advances on students' math learning. Dans M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh & D. Tirosh (Éds.), *Handbook of international reasearch in mathematics education*. Lawrence Erbaum Associates.

Marlot, C. (2008). *Caractérisation des transactions didactiques : deux études de cas en Découverte Du Monde Vivant au cycle II de l'école élémentaire*. (Thèse de doct., Université Rennes 2).

Maschietto, M. & Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view : the productive notion of mathematics laboratories. *ZDM*, *42(1)*(DOI 10.1007/s11858-009-0215-3), 33–47. http ://www.springerlink.com/content/48045470220u4073/.

Matheron, Y. (2000). *Etude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée*. (Thèse de doct., Université d'Aix-Marseille 1).

Matheron, Y. (2010). *Contribution à l'étude du travail de la mémoire dans les processus d'enseignement et d'éducation*. (HDR, Université de Provence).

Miguelez, R. (1989). Présentation. Anthropologie et méthodologie. *Anthropologie et Sociétés*, *13-3*, 5–12.

Mizony, M. (2006). Relation entre physique et mathématique : un problème épistémologique. *Repères-IREM*, *64*, 89–111.

Molina, A. (1989). *The Social Basis of the Microelectronics Revolution*. Edinburgh University press.

Mondana, L. (2006). Multiactivité, multimodalité et séquentialité : l'organisation de cours d'action parallèles en contexte scolaire. Dans *Interactions verbales, didactiques et apprentissages* (pp. 45–72). Presses Universitaires de Franche-Comté.

Monod, J. (1970). *Le hasard et la nécessité*. Seuil.

Mounier, G. & Aldon, G. (1996). A problem story : factorization of $x^n - 1$. *The international Derive journal*, *3*(3), 51–62.

Mumford, E. (1983). *Diesigning human systems for new technology : the ETHICS method*. Manchester Business school, Manchester.

Noirfalise, R. & Matheron, Y. (2007). Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place d'aer et de per. Dans *Actes du iie congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique*. http ://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/matheron_noirfalise.pdf. Uzès.

Owen, C. (2007). Analysing the activity of work in emergency incident management. *@ctivités*, *4(1)*, 217–225.

Perrin-Glorian, M.-J. & Reuter, Y. (Éds.). (2006). *Les méthodes de recherche en didactiques*. Septentrion.

Piaget, J. (1967). *Logique et connaissance scientifique*. Paris : ESF.

Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives : problème central du développement*. Presses Universitaires de France.

Pinch, T. & Bijker, W. (08/1984). The social construction of facts and artefacts : or how the sociology of science and the sociology of technology might benefit each other. *Social Studies of Science*, *14*(3), 399–441.

Pluvinage, F. (1984). Leçon de choses : calculatrices 4 opérations. *L'ouvert*, *35*, 16–20.

Poincaré, H. (1902/1992). *La science et l'hypothèse (réédition)*. Editions de la bohème.

Pédauque, R. T. (2003). Document : forme, signe et medium ; les reformulations du numérique. *Archive Ouverte en Sciences de l'Information et de la Communication*. http ://archivesic.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/05/11/index_fr.htm.

Pédauque, R. T. (2006a). Documents et modernités. *BdD des sciences de l'information*. http ://www.cndwebzine.hcp.ma/IMG/pdf/Pedauque3-V4_1_.pdf.

Pédauque, R. T. (2006b). *Le document à la lumière du numérique*. Caen : C & F éditions.

Rabardel, P. (1995). *L'homme et les outils contemporains*. A. Colin.

Rade & Kaufman. (1979). *Aventure avec votre calculateur*. Cedic.

Reason, J. (1990). *Human errors*. Cambridge University Press.

Ripa, C. (1698). *Iconologie ou la science des emblèmes, devises, etc.* A. Braakman (Amsterdam).

Rodd, M. & Monaghan, J. (2002). Graphic calculator use in leeds schools : fragments of practice. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, *11*(1), 93–108.

Roditi, E. (2001). *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires*. (Thèse de doct., Université Paris 7).

Rogalski, J. (1999). Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant. Dans *COPIRELEM Limoges*.

Rogalski, J. (2003). Y-a-t'il un pilote dans la classe ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *23/3*, 343–388.

Sabra, H. (2011 (en cours)). *Contribution à l'étude du monde et du travail documentaire des enseignants de mathématiques : les incidents comme révélateurs des rapports entre individuel et collectif*. (Thèse de doct., Université Lyon 1).

Sanchez, E. (2007). *Investigation scientifique et modélisation pour l'enseignement des sciences de la terre. Contribution à l'étude de la place des technologies numériques dans la conduite d'une classe de terrain au lycée*. (Thèse de doct., Université de Lyon). tel-00199077, version 1.

Sanchez, E., Delorme, L. & Jouneau-Sion, C. (2010). Designing a pretend game with geotechnologies : toward active citizenship. Dans T Jekel, A Koller, K Donert & R Vogler (Éds.), *Learning with geoinformation* (pp. 31–40). Heidelberg : Wichman.

Schneider, M. (2001). Un exemple d'ingénierie didactique relative à l'analyse mathématique, passée au crible de concepts de la didactique. Dans A. Rouchier, G. Lemoyne & A. Mercier (Éds.), *Le génie didactique* (pp. 179–208). De Boeck.

Sensevy, G. (1996). Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au cours moyen : le journal des fraction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.

Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. Dans G. Sensevy & A. Mercier (Éds.). (Chap. 1, pp. 13–49). Presses Universitaires de Rennes.

Sensevy, G. (2010). Formes de l'intention didactique, collectifs et travail documentaire. Dans G. Gueudet & L. Trouche (Éds.), *Ressources vives* (Chap. 8, pp. 147–164). Presses Universitaires de Rennes.

Sensevy, G. & Mercier, A. (Éds.). (2007). *Agir ensemble*. Presses Universitaires de Rennes.

Shapin, S. (1982). History of science and its sociological reconstructions. *History of Science*, *20*, 157–211.

Silverman, J. H. (1986). *The arithmetic of elliptic curves*. Springer.

Skinner, B. (1974). *About behaviorism*. New-York : Vintage books edition.

Sperandio, J.-C. (1984). *L'ergonomie du travail mental*. Masson, Paris.

Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, *20*, 5–24.

Tiberghien, A., Layal, M., Buty, C., Souassy, N. & Mortimer, E. (2007). Analyse des savoirs en jeu en classe de physique à différentes échelles de temps. Dans G. Sensévy & A. Mercier (Éds.), *Agir ensemble* (Chap. 3, pp. 93–122). Presses Universitaires de Rennes.

Trouche, L. (1994). Calculatrices graphiques, la grande illusion. *Repères-IREM*, *20*, 39–55.

TROUCHE, L. (1996). *Enseigner en terminale S avec des calculatrices graphiques et formelles*. IREM, Université de Montpellier II.

TROUCHE, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments : guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *9*, 281–307.

TROUCHE, L. (2005a). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *25-1*, 91–138.

TROUCHE, L. (2005b). Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. Dans *Actes de l'Université d'été de Saint Flour : le calcul sous toutes ses formes* (pp. 265–290). http ://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site_math_universite/CD-UE/Texte_16.doc.

TROUCHE, L. (2007). Approche instrumentale, didactique des mathématiques et environnements informatisés d'apprentissage, genése de processus d'intégration théorique. Dans *Séminaire invité au laboratoire Conception, Création, Compétences et Usages, Ergonomie et Psychologie, Université Paris 8*.

TROUCHE, L. & DRIJVERS, P. (2010). Handheld technology for mathematics education : flashback into the future. Dans P. DRIJVERS & H.-G. WEIGAND (Éds.), *The role of handheld technology in the mathematics classroom* (T. 42, pp. 667–681). 7. ZDM Mathematics education.

VAN GEERT, P. & FISHER, K. (2009). Dynamic systems ans the quest for individual-based models of change and development. Dans J. P. SPENCER, M. S. THOMAS & J. L. MAC CLELLAND (Éds.), *Toward a unified theory of development. connectionism ans dynamic systems re-considered* (Chap. 16, pp. 313–336). Oxford University Press.

VASSARD, C. (2010). *Mathématiques et TI-Nspire*. http ://www.univers-ti-nspire.fr/activites.php ?ress_id=194. Texas Instruments.

VERGNAUD, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, *96*, 79–86.

VITRY, D. d., LIXI, C. & MEGHERBI, D. (2009). *Indicateurs de résultats des lycées*. Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance 61-65 rue Dutot 75732 PARIS CEDEX 15.

VYGOTSKY, L. (1933/1978). *Mind in society, the development of higher psychological processes* (M. COLE, V. JOHN-STEINER, S. SCRIBNER & E. SOUBERMAN, Éds.). Harvard University Press, Cambride (MA), London (UK).

VYGOTSKY, L. (1934/1997). *Pensée et langage*. Editions la dispute, Paris.

WILLIAMS, R. & EDGE, D. (1996). The social shaping of technology. *Research Policy*, *25*, 856–899.

ZIZI, J. (1993). *Mathématiques, Informatique et Enseignement. Derive, Maple et Mathematica* (E. du CHOIX, Éd.).

ZUCHI, I. (2007). *Analyse d'un environnement informatisé complexe : quelles en sont les contraintes et potentialités et les effets sur l'apprentissage des mathématiques ?*

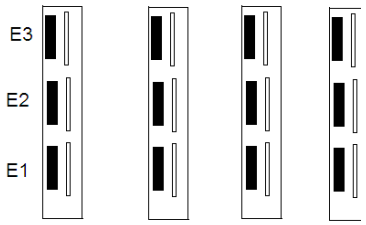
INRP-CAPES. http ://educmath.inrp.fr/Educmath/partenariat/partenariat-inrp-07-08/e-colab/rapport_recherche.pdf. INRP.

Chapitre 6

Annexes

6.1 Observation 15 janvier 2009 : groupe de trois élèves

Trois élèves Ils sont au dernier rang de la file de droite :



1 E1 : Tu penses, on peut le revendre combien le micro ?
2 E2 : Quoi ?
3 E1 : On peut le revendre combien le micro ? (*rires*)
4 E3 : Madame comment on fait pour mettre un point ?
5 P : Alors tu mets point, point... tu fixes, point d'intersection, là pour eux,... et tout de suite, tu nommes, vous tapez O... En majuscule, s'il vous plait les points, hein...
6 E3 : Oui mais...
7 P : Bon alors après on t'explique, non non, là c'est le C, et après on t'explique, on te guide... OK, voilà...
8 E2 : Faut nommer l'origine ou pas ?
9 E1 : J'crois pas...
10 E2 : T'as nommé l'origine ou pas ?
11 E1 : Oui.
12 E2 : Comment t'as fait pour nommer O ?
13 E1 : Tu fais point d'intersection, tu cliques, là !
14 E2 : Oui !
15 E1 : Non, non, non point, point, point... point d'intersection, t'appelles O pis tu fais OK.
16 E2 : Ok d'accord...
17 E1 : T'appuies juste sur Maj et o.
18 E1 : Ça c'est V ou U ?
19 E2 : C'est un U, ça...
20 E1 : Comment on fait pour mettre... attends, un, zéro... Comment on fait pour être sûr qu'il est au bon endroit ? ... Parce qu'après, les points tu peux les bouger, là.
21 E2 : C'est là.
22 E1 : Comment on fait ? Parce que tu le mettras jamais au bon endroit... Dès que tu vas le bouger...
23 E3 : C'est clair.
24 E1 : Tu vas le bouger...

25 E2 : Ben, euh...
26 E3 : Symétrie, réflexion,...
27 E1 : P'têtre qu'il faut tracer une droite perpendiculaire ?
28 E3 : Coordonnées...
29 E1 : Ah, faut tracer y=1 !
30 E2 :2 :12 Oui.
31 E1 : Pis x=1...
32 E3 : Mais non tu peux pas... $x = 1$? Mais non, c'est zéro, un.
33 E1 : Non c'est un zéro.
34 E3 : Un zéro...
35 E2 : Madame ?
36 E1 : Comment ça, un zéro...
37 E2 : Mais on peut pas tracer... un truc x ... Est-ce qu'on peut taper $x = 1$...
38 E3 : Demande à une camarade : S., comment tu fais pour tracer le point à exactement un ?
39 S : Ben tu traces, tu fait le point, après tu mets le texte A, après tu appuies sur coordonnées, et là tu peux les changer
40 E1 : Comment tu fais ?
41 E3 : Point.
42 E2 : Tu le mets n'importe où, c'est ça ?
43 E3 : Après tu mets texte.
44 E2 : Texte...
45 E3 : Coordonnées, faut mettre un...
46 E1 : J'ai rien compris à ça...
47 E2 : Vas y recommence.
48 S : Tu fais le point...
49 E2 : Mais attends, une fois que t'a mis un point...
50 S : Après tu le nommes... après tu vas dans là... tu fais coordonnées/équations.
51 E2 : Ouais.
52 S : T'appuies le point... tu descends pour que ça s'affiche...
53 E2 : Ah oui et après tu changes... et après ?
54 S : Après... pardon... Clique sur les coordonnées... Mais non, pas comme ça... Lâche ! Non, mais appuie...
55 E3 : J'ai du mal un peu.
56 E1 : Voilà !
57 S : Voilà... Et là t'appuies sur les coordonnées pour changer.
58 E3 : Et comment tu fais pour aller changer ?
59 E2 : Non, mais ça va changer tout seul, regarde... Clique... Si, si, et là tu mets un.
60 E1 : Ah oui...
61 E3 : Non c'est zéro, un, non ?
62 E1 :4 :24 Non, c'est un zéro...
63 E2 :5 :35 T'as pas mis U toi...

ils manipulent

64 E3 :7 :11 E2, Comment t'as fait pour placer le point B ?

65 E2 : B ? *Il prend la souris de E3* ; c'est quoi, c'est un demi, un demi ?

66 E3 : Moins un demi, un demi.

67 E2 : Ah, c'est moins un demi ?

68 E3 :7 :54 Oui... D'accord ! Merci.

69 E :9 :47 En majuscule !

70 E2 : (*chuchoté*) : C'est pareil... Ça me gonfle...

71 E1 : E2, joue pas à snake sur ton téléphone !

72 E2 : Chuut...

73 E3 : T'as décroché ? (*rires*)

74 E1 : 10 :42 T'as vu, il y a une nouvelle pub qui passe à la télé... *petite digression concernant la dite pub* 11 :00

75 E3 : E2, E1, arrêtez de parler, laissez moi (*inaudible*) (*Rires*)

76 E1 : Qu'est ce tu fais ? Ah, t'as perdu U !

77 E2 : Zéro, c'est grand i... Ahhh !

78 E1 : Regarde, il calcule comme ça, il le met en positif alors que là je suis sensé être à moins π... Ça le fait mal... là, c'est négatif... là, regarde c'est π, trois quatorze.

79 E2 : J'vais voir, attends... Ouais, moi aussi !

80 E1 : C'est pas normal ! Madame ! Vous pouvez venir voir s'il vous plait deux minutes ?... Madame, pourquoi il met tout le temps positif alors qu'on a fait $\vec{u}\,\vec{OM}$ il devrait être négatif...

81 P : Et ouais, alors, là tu regardes, je t'explique ça ; tu vois le problème c'est que des angles géométriques, tu vois, alors justement, tu vois, je t'ai donné un exemple, là ; alors essaye de voir un peu l'astuce pour essayer de mettre le signe... Donc je vous explique un petit peu... Donc, vous m'expliquez pourquoi, je vous propose cette solution... Non, non, mais... Vous lisez le haut de la page et vous essayez de voir si vous êtes d'accord ou pas.

Le prof s'éloigne

82 E1 : C'est mesure...

83 E3 :13 :36 Vous oubliez la partie théorique.

84 E2 : Quelle partie théorique ?

85 E3 : C'est plus intéressant...

86 E1 : Elle a pas corrigé les contrôles.

87 E2 : J'pense pas...13 :46

Digression sur les profs et leur rapidité à rendre les contrôles

88 E1 : 14 :22 Ouais, j'suis d'accord avec elle !

89 E2 : Oui, moi aussi !

90 E1 : Pourquoi ?... (*ils lisent*) Ah oui, ben forcément...

91 E2 : Il faut le justifier, ça ou pas ? (*il lit*) Stocker dans un coin de l'écran la mesure de l'angle géométrique a...

92 E1 : C'est débile de faire ça... pas besoin de faire ça... ça, ça changera jamais de signe... Le signe de alpha c'est le signe de y, il n'y a pas besoin de mettre tout

sur valeur absolue... (*il lit*) Stocker dans un coin de l'écran la mesure de l'angle géométrique a ... Faut l'appeler a.

93 E2 : C'est où que tu stockes ?

94 E1 : Ben tu fais, clic droit...

95 E2 : Tu mets a deux points égal... ouais (*il lit*) Nous allons créer une nouvelle variable... Pour cela afficher les coordonnées de M (*repris par E1*) oui... *il continue* taper dans un coin de l'écran le texte... $\frac{ay}{|y|}$...

96 E1 : *lit également*...

97 E2 : Et la valeur absolue on la fait comment ?

98 E1 : Il faut aller dans ...

99 E2 : Ah dans le clavier de la calculatrice.

100 E1 : Non, même pas, là tu l'as là à l'écran... valeur absolue...

101 E2 : Il est où ? Ah oui, ici !

102 E1 : Voilà, c'est le deuxième en dessous de fraction.

103 E2 : OK... sur y et entrée... *il lit* Calculer l'expression...

104 E1 : *il lit* Calculer l'expression en montrant successivement a et y_M... et comment on fait pour calculer.

105 E2 : En montrant successivement...

106 E1 : Calculer, d'accord...

107 E2 : T'y arrives ?

108 E1 : Ben j'ai cette étiquette, ça m'empêche de cliquer...

109 P : Bon alors, est-ce que vous avez compris un peu, ce que j'ai expliqué ?

110 E1 : Comment on fait pour calculer l'expression ?

111 P : Alors, comment calculer l'expression ? Attendez, expliquez moi déjà, Ah vous avez fait, c'est bon il y a des angles négatifs, là... Faites moi bouger le point là... que je regarde... Ah, c'est toujours positif, là...

112 E1 : Mais il a pas fini, là.

113 E2 : J'ai pas fini.

114 P : Ah, il a pas fini, oui oui oui oui oui... Alors, on en est Calculer l'expression, alors vous avez tapé le texte... d'accord ! Alors expression, donc euh... dans le texte euh... Calcul ! Action, voilà... alors où c'est calculer ? Voilà... alors vous montrez... voilà expression, oui, vous validez, et après vous répondez aux questions sur l'écran... Sélectionner a, alors il faut montrer a, où c'est qu'il est ? Voilà ! Vous validez, après, sélectionner y ? Voilaà !

115 E1 : Oui, mais là il, il...

116 P : Il veut pas ? Appuyez ! Il veut pas, pourquoi il veut pas ?

117 E : Appuyer sur a.

118 P : Non mais tu sélectionnes y, c'est bon.

119 E : Non, mais il veut pas...

120 P : Ah, il veut pas. Bon ! euh, sélectionner y...

121 E2 : Ouais, c'est bon...

122 E1 (*se tournant vers son voisin*) T'as réussi à la cliquer là ? T'as réussi à cliquer ?

123 E3 : Qu'est ce tu fais là ?

124 P : Non mais attends, mets le dessous...
125 E1 : Faut le stocker là.
126 P : Je propose de le nommer autrement ... fais moi bouger, là... non il faut que la main soit comme ça...
127 E1 : C'est bon...
128 P : *s'adressant à E2* Tu fais un zoom avant... *P s'éloigne*
129 E1 : Comment je (*inaudible*) (*rires*)
130 E2 : C'est bien.
131 E3 : E2 va pas trop vite !
132 E2 : Texte...
133 P : Ça s'appelle comment, un cercle ?
134 E1 : *à voix basse* Un ovale.
135 E2 : Expression...
136 E3 : 23 :40 Ça marche pas... Vas y....
137 E1 : Ça commence la galère, on va repartir sur la calculette.
138 E2 : Tu l'as fait le TP, tu te rappelles ?
139 E1 : Avec le cercle pendant les vacances, j'ai essayé, au bout de cinq minutes, j'ai arrêté.
140 E2 : 24 :22 Ah oui ?
141 E1 : *digression...* 24 :44
142 E2 : *il lit* Représentons le nuage de points... Y'a pas une partie théorique ?
143 E1 : Conjecturer les variations de f_M... f_M c'est quoi ?
144 E2 : f_M c'est ça...
145 E1 : Ah oui !
146 E2 : On va sortir une feuille.
147 E1 : Oui, c'est ça...
148 E3 : Elle est où la valeur absolue ?
149 E2 : Donne... Attends, je vais t'aider (rires).
150 E1 : Merci E2 (rires).
il fait les manipulations sur l'ordinateur de E3
151 E1 : Le produit il fait zéro cinq quand on est... Le problème c'est qu'il parle en radian...
152 E2 : Quand il va de π sur deux jusqu'à π sur quatre...
153 E1 : Oh putain E2, réfléchis pas comme ça !
154 E2 : Si !
155 E1 : Oh vous croyez pas qu'il est bon...
156 E2 : Non sérieux, regarde, entre 0 et π sur deux,... et π sur quatre ça fait un sur cinq jusqu'à zéro cinq...
157 E3 : La joie d'avoir raison... Comment tu fais pour sélectionner a ?
158 E2 : a ?
159 E3 : Ouais.
160 E1 *s'adressant à un autre élève* Oh, mais attends, parce que d'après E2, (*inaudible*)

161 E2 : T'appuies dessus.
162 E3 : Ah ouais, OK.
163 E1 : Apparemment y'a M. qui a tout trouvé.
164 E2 : Mais attends... j'ai compris... Calculer... tu l'as fait ça ? ... Pourquoi ça marche pas ? Oh appelle la prof, là...
165 E3 : Madame s'il vous plait ! ... M. elle a tout trouvé pour le contrôle de maths ?
166 E2 : Non, c'est ce qu'elle dit... genre les questions les plus dures, elle les a faites.
167 E3 : Bon, ben ça va quoi...
168 E2 : J'en étais sûr qu'elle allait trouver... Elle est forte !
169 E3 : Madame, ici s'il vous plait. ... Nonnn !
170 E3 : J'ai essayé de calculer le truc sur y, la...
171 P : T'as bien mis valeur absolue ?
172 E3 : Oui !
173 P : Oui, bon, oui ?
174 E2 : J'arrive pas à sélectionner...
175 P : Mince... Appuie, insiste... (soupir)... Je sais pas, change le, met le autre part dans l'écran, je sais pas...
176 E3 : Lequel, le a ?
177 P : Non mais remet pointeur, change un peu, déplace le texte, je sais pas ce qui se passe. Voilà... resélectionne, voilà, calculer, oui... Ah ! Tu vois, ça a marché...
178 E3 : C'est ça y...
179 P : Il veut pas, tu sais ce que tu fais, tu déplaces un peu parce que ça a marché le truc, voilà...
180 E3 : Je l'ai redéplacé...
181 P : Alors, attends, oui, refais, texte, calculer voilà, appuyer sur y, voilà... Non, il veut pas (soupir) Mince, mince, mince ! ... Change ton point, essaye de changer ton point... Ah ! t'as appuyé sur quoi, là ? oui, oui...
182 E4 : C'est ça ?
183 P : Non, non, ça c'est a... Non tu vois c'est a, ça... Bon, alors refais calculer texte, a, y, non il veut pas, Ooooh... (*soupir*). Efface les coordonnées de M et refais les et mets les autre part sur l'écran, je sais pas, là vraiment je ne vois pas... Je reviens, mais je suis désolée pour toi...
184 P : (*à E1 et E2*) Bon, là... qu'est ce que... Au fait, vous avez réfléchi à la question avant de voir ce que donne l'écran ?
185 E1 : Oui, ça varie beaucoup...
186 P : Qu'est ce que vous en pensez là ? A priori comme ça, là ... Vous voyez ce qu'on vous demande, on vous demande le calcul de $MA \times MB$.
187 E2 : Le maximum il est là et le minimum il est par là...
188 P : Il y a un minimum et un maximum ?
189 E2 : Le minimum c'est zéro cinq...
190 P : Et ça paraît logique, ça ? 36 :56
Erreur d'enregistrement
191 P : *se tourne vers l'écran de E2* : Ah ! Ça c'est pas normal non ! Enfin, c'est

peut-être normal, mais bon ! Alors euh... 40 :33

192 E1 : Wouah, comme c'est moche !

193 P : 40 :54 : Bon, alors, tu sais ce que tu vas me refaire... Tu vas me refaire le truc... Efface, ... comment faire...

194 E1 : Moi, j'ai ça madame... c'est plus joli ?

195 P : Attends, oui j'ai pas vu... Oui, et zoom avant... Enfin, modifie le réglage un peu... Oui, ça c'est pas mal... (P se retourne vers E) Alors attends, j'ai pas bien vu, refais, excuse moi, j'avais pas bien vu... (P se tourne vers E1) Ouais, c'est pas mal. Alors là, tu vas pouvoir nous dire quelque chose, quand même !

196 E1 : Il y a un maximum et deux minimum.

197 P : Ouais, exact... (se retourne vers E2) Alors, euh... Remet moi sur le graphique... ouais, ... euh,... tu es bien en radian ? On est bien en radian, je sais plus...

198 E1 : Madame on peut pas faire en sorte qu'il mette des valeurs de π à peu près, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$...

199 P : Alors parce que tu crois que c'est les valeurs... Alors, ben je sais pas, je sais pas comment faire. 42 :09

200 E1 : Si on fait comme ça ? Donner la graduation des x.

201 P : Oui, on peut, mais bon, euh... (se tourne vers E2) Toutes façons, tu l'avais, le minimum tu essayes de voir quel est l'angle, hein, donc lire carrément le... (se retourne vers E2) Bon, alors qu'est ce qui se passe ? Je suis en train de chercher, et là je vois pas ce qui se passe... euh... Tu peux... Alors efface tout et recommence, parce que là... 42 :48

202 P : (*abandonne et s'adresse aux élèves dont la courbe apparaît à l'écran*) Alors, je vois, M. A., vous me mettez, alors, vous me dites ce que vous voyez à l'écran ; conjecture, minimum, maximum, etc. Hein, vous m'expliquez d'abord la conjecture avant de passer à la partie théorique, hein, d'accord ?

203 P : (*revient vers E2*) Bon, alors du coup je n'ai pas suivi... C'aurait été bien que tu fasses la courbe... Vas y, doucement voilà... Oui, stop, stop, maintenant tu vas sur le truc, sur le...

204 E2 : Non tu retournes...

205 P : Non sur le, sur la... Non, euh oui... Non.

206 E2 : Alors du coup, ça se ...

207 P : Non attends, fais ... fais un autre nuage, fais mx, un my, mx, mx... my 44 :01...44 :08 Bon, j'aurais préféré que tu fasse sur le même truc. Format... Euh, tu mets bien en zoom trigo, là s'il te plait... Avec un zoom avant, quand même... voilà. 44 :32... 44 :44 Alors attends !

208 E1 : (montrant l'écran de E2) Alors là, tu peux dire que t'as un maximum et un minimum... (rires)

209 P : 44 :59 Alors qu'est ce qui se passe ? Qui est-ce qui a une idée ?

210 E1 : ils sont sensés se planter comme ça, le jour de l'exam, au bac, là ?

211 P : Non, mais c'est quand même un peu plus simple, quand même. Et puis, si jamais il y a un problème, on vous,... on en tient compte...

212 P : 45 :36 Alors là, ça me pose une colle ! Mhmm, Mhmm...

213 P : 45 :43 Bon où c'est que vous en êtes, les autres, j'aimerai bien voir apparaître la courbe... (en regardant les écrans) Oui, super..., oui, bien,...
214 P : Tu vas sur une autre colonne et tu refais, tu fais, non non, d'abord égal capture tu fais une autre variable, tu notes après...
215 E1 : On peut pas utiliser la courbe pour avoir les points minimum et maximum.
216 P : Huuum ?
217 E1 : On peut pas utiliser le nuage de points pour avoir les...
218 P : Ben de toutes façons, tu l'avais déjà, là ; en ce moment, là, quand tu regardes un petit peu ce qui se passe, est ce que tu l'as fais là ? où c'est que c'est marqué prod, le résultat du prod, je le vois pas...
219 E1 : Ben il est parti...
220 P : Bon, en tout cas vous me faites un mini tableau de variations.
221 E1 : Un mini ?
222 P : Non, en tout cas, vous montrez l'allure, c'est ça que vous devez retenir de la, de l'expérimentation...
223 E2 : T'appelle mx parce que tu l'as déjà...
224 P : Oui, oui, oui, il faut changer, quand il y a un problème, vous changez, comme ça...
225 P : Donc, euh... donc là, ça été fait, ça été fait, ça été fait, bon... et ben là, il y a un problème, je suis vraiment désolé (rires) manque de chance, bon... alors... alors qu'est ce qui se passe là ? Bon, alors, tu as le même problème. Bon. Tu étais bien en radian, bon, tu étais bien...
226 E3 : C'est peut-être parce que cette colonne je l'ai fait avec le cercle...
227 E1 : Est-ce que tu as supprimé les valeurs au premier, dans ta première fois ? Est-ce que ça les a retracé, ça a permis de les retracer ? De toutes façons, tu dois supprimer toutes les valeurs, refais les...
228 E3 : Le problème, c'est ça ! Comment je peux le refaire en ayant un cercle ?
229 P : Ah là, tu reviens, zoom trigo, là zoom... non mais c'est pas ça, de toutes façons, zoom trigo, mais tu l'as pas fait ?
230 E3 : Si !
231 P : Mets toi là, là, tu vois c'est sélectionné à droite, là, là, là, voilà... zoom trigo, voilà et maintenant tu refais un zoom avant pour voir le truc, voilà encore, encore, encore. Voilà stop. D'accord ?
232 E3 : Et si je refais un tableur ?
233 P : Non, parce que... vas y refait le !
234 E2 : A. aussi, il a eu ça ?
235 P : Oui, il a eu ça... Donc, je réfléchis, donc,
236 E1 : Supprime toutes tes valeurs dans le tableur, regarde, dans le tableur
237 E : Il est pourri, si il a déjà eu des trucs,...
238 P : Bon allez, on arrête, là, je suis désolée...
239 E : Madame, on l'enregistre ?

Fin

6.2 Observation 15 janvier 2009 : suivi du professeur

Dialogues

Discussion sur le devoir surveillé de la veille avec quelques élèves pendant que les autres arrivent.

1 P. Bon, ouvrez l'ordinateur et regardez si ça marche. Allez... (brouhaha) ; le professeur navigue dans la classe, et intervient auprès des élèves :
Adeline tu vas maintenant te mettre là...
Les écrans, ils marchent ou pas ? C'est la séance cinéma aujourd'hui. J. tu te mets à côté d'A...
Ça y est, ça marche. Bon alors on commence à... page 1, 2, 3, 4... Alors vous allumez l'écran, s'il vous plait, rapidement...
Ça marche ou pas ? Oui, ça marche...
Allez.
Donc on commence par la page 1... D'accord ! C'est numéroté page 1, 2, 3, 4.... Allez, c'est parti... Je vous guide pas mal, là. Ça vous permet de vous réapproprier certains trucs, certains menus.
Bon alors, c'est validé... Maintenant pointeur, tu te mets sur les coordonnées... là, voilà, pointeur, coordonnées, vas y ! voilà, Non tu sélect... tu... enter, voilà

2 E : Ah ça y est...

3 P : Et là tu mets exactement, c'est quoi c'est 1.

4 E : Oui

5 P : Voilà... et tu fais pareil à gauche... t'as compris ? Voilà ! Les points, on les met en majuscule...

6 E2 : On se met en repère complexe ?

7 P : Non, non, repère normal, repère normal, repère normal... Bon, pensez à faire un petit zoom avant si vous voulez un cercle un peu plus grand, quand même !

8 P : Tu te sens seul ?

9 E : Non, pas du tout.

10 P : Bon alors...

11 P : Alors tu mets point, point... tu fixes, point d'intersection, là pour eux,... et tout de suite, tu nommes, vous tapez O... En majuscule, s'il vous plait les points, hein...

12 E3 : Oui mais...

13 P : Bon alors après on t'explique, non non, là c'est le C, et après on t'explique, on te guide...

14 P : Qui c'est qui manque ? à part M.

15 E : De toute façon il manque B.

16 P : Alors celui là il marche pas et celui là non plus... Et celui là il marche pas ?

17 E : Et les feuilles ?

18 P : Et bé, elles sont là, t'as qu'à tendre le bras.

19 E : Pour le premier ?

7 :34

20 P : Ah, ben pour le premier, c'est facile, vous fixez intersection des trucs, pour le point O d'abord, non là intersection des axes, vas y, oui, voilà point d'intersection et tout de suite tu tapes O, voilà ! Et après, on vous explique... A vous le mettez à peu près, et puis, vous mettez en valeur ses coordonnées... Où c'est le menu coordonnées ? A peu près, voilà... Tu le nommes tout de suite. A... et puis tu vas aux coordonnées ; où c'est que c'est les coordonnées déjà ? Comment on fait pour avoir les coordonnées ? On va sur quels icônes ?

21 E : C'est là ?

22 P : Non...

23 E2 : Le premier et en bas...

24 P : Oui, le premier... et quelque part c'est coordonnées et équations (E fait les manips)... Voilà. (*à toute la classe*) Vous faites apparaître les coordonnées de A, voilà, vous validez et puis après, vous fixez l'une des coordonnées... (à E) non, non... voilà... non, pointeur, pointeur,... pointeur, pointeur... et texte, oui, enfin ch'ais plus, voilà texte et quand c'est en blanc vous pouvez changer, là... et si vous avez 0,98, vous effacez vous mettez 1, voilà... et vous faites pareil pour l'ordonnée, d'accord ?

E à un autre élève E' : Tu vois, t'as fait texte et tu changes les coordonnées.

25 E' : Ah oui, c'est bon.

26 P (*à tous*) : vous avez compris, voilà vous validez pour chacune des coordonnées et vous mettez vraiment précisément, d'accord... Donc retenez le ça, hein ?

27 P : (*à E3*) : Qu'est ce que c'est ce Z_A ?

28 E3 : Non, mais, c'est...

29 P : Ah mais t'as déjà fait le cercle toi, avant ?

30 E3 : Ouais !

31 P : Oui, sauf que c'est un cercle de rayon n, là... je vois 1.

32 E3 : Oui...

9 :00

33 P : Alors supprime ! (*à tous*) Bon, pensez à faire un zoom avant pour avoir un cercle un peu plus grand....

34 P : Non, mais met pas Z_A, tu mets A tout court, pourquoi tu mets Z_A... Non, étiquette, c'est étiquette que tu dois supprimer... Allez, coordonnées, où est-ce que c'est ? Tu l'as nommé au fait le point ? C'est quoi ce point ? ... Coordonnées, voilà... voilà vous validez, ... Bon, alors, maintenant, tu valides ça, tu mets le pointeur,... mais non, met toi en pointeur, voilà, tu valides, ... voilà, tu tapes encore, enter, et là tu effaces et tu mets la bonne abscisse, d'accord ?

10 :00 ; la porte s'ouvre, un élève rentre...

35 P : Ah, bonjour, toujours le premier... Alors, est-ce qu'il te reste un ordinateur ? Il va y avoir un problème, là... Bon, tu te mets au fond et tu vas te mettre,... non ; met toi à coté de N. ;... Mais je sais bien, mais il n'en a aucun qui marche, là bas au fond ? Bon alors, euh... Quelqu'un a essayé les deux du fond, là, je ne me rappelle plus. S'il vous plait, quelqu'un a essayé les deux du fond ? Lequel ne marche pas ?

36 E : Y'en a un qui a pas de base centrale, alors... et le deuxième chs'ais pas...

37 P : Essaye le deuxième, là... Sinon tu te mets à côté de N., vous le ferez à deux. Ou sinon, tu sors ta calculatrice et t'essayes de le faire sur ta calculatrice.
38 E5 : Madame, comment on fait pour mettre des symboles ?... (inaudible)
39 P : Non, on n'a pas besoin de ... De toutes façons tu mets un texte, tu visualises le cercle et puis tu mets un texte. Normalement ça devrait marcher, là, je sais pas, essaye, vas y. Voilà, C, oui... Bon fais moi un zoom avant. Voilà, puis, même une deuxième fois, peut-être là, non ?... Voilà, c'est bien là !
40 P (en regardant un écran) : Alors le point A, D (*à tous*) Oui, alors en même temps, vous sortez évidemment, toujours pareil, vous sortez une feuille à côté, et puis il y a des questions théoriques à... à faire. Oui, d'ailleurs, vous vous êtes lancés sur la figure, sans avoir, il y a des petites questions théoriques, au départ, au fait.
41 P : (*à l'élève arrivé en retard*) : Oui, et après on t'explique comment faire, tu mettras en valeur leurs coordonnées et tu sélectionnera une par une et tu mettras leurs valeurs... (12 :13)
42 P : (13 :11) (à un élève) Ah eh, tu y vois là, fais un petit zoom avant quand même ; tout petit...
43 E : Argument c'est l'argument z_I et on fait entre crochets... Pour l'argument, Madame, on dit simplement qu'il appartient à l'intervalle $[-\pi, \pi]$... On met argument pis on met intervalle.
44 P : Non, tu met θ égal α appartenant à $-\pi$, π.
45 E : Et là...
46 P : Oui, voilà, c'est ça... (14 :23)
47 P : (14 :45) Oui, le point B, et alors tu le mets où le point B... à peu près et puis après tu mets les coordonnées.
48 E : Je sais plus où on les traces les droites...
49 P : Où il est ton point A, je ne comprends pas ?
50 E : Le point A (*il montre*)
51 P : T'es sûr ? A c'est $1 + i$, oui...
52 E : A c'est...
53 P : J'aimerai que ce soit exact... Tu cliques sur chacune des coordonnées, là ... Vas y... Enter !
54 E : Faut que je me mette sur...
55 P : Vas y enter, enter... voilà, tu cliques, voilà et puis...
56 E : Il faut que je change de lettre.
57 P : Oui, tu vois là, mettez les n majuscule les points ...15 :50
58 P : 16 :19 Tu commences à remplir une petite feuille pour faire les deux premières questions, sur une feuille à part ; donc on te demande deux questions théoriques au départ...
59 P : 16 :37 Tu fais un zoom avant.
60 P : Qu'est ce que c'est ces... Tu as tracé... tu as fait le cercle en fait... tu n'as pas fait les coordonnées en fait...
61 E : Non.
62 P : C'est ce qu'on te demandait là, oui, tu places A à peu près approximativement,

tu montres ses coordonnées, si c'est pas exact tu les...

63 E : Ah on les change ?

64 P : Tu les sélectionnes et tu les changes. Comment tu vas faire pour B aussi ?

65 E : B...

66 P : Pareil, hein... Fais moi d'abord un zoom avant, parce que moi, j'ai du mal à voir... zomm avant, tu sais c'est là... affichage... c'est pour montrer, regarde c'est la main, tu colles avec la main, regarde...

67 E : Ah, celui là...

68 P : Ça te dit... J'ai du mal à voir, j'ai envie de changer quelque chose sur le (P prend la souris)... Voilà, tu vois c'est mieux....

69 E : Oh là !

70 P : Ah ! il faut que vous recentriez, voilà ... Non mais là tu fais encore des zooms encore plus. Voilà, fait contrôle... 17 :39

71 P : 18 :07 Fais un zoom avant pour voir là.

72 P : Dites, vous avez répondu aux questions théoriques, là ? Ouh, ouh... Allez vous sortez une copie et vous faites les questions théoriques, hein ?

73 E : Madame, pourquoi il met tout le temps positif alors qu'on à fait $u\ OM$ il devrait être négatif...

74 P : Et ouais, alors, là tu regardes, je t'explique ça ; tu vois le problème c'est que des angles géométriques, tu vois, alors justement, tu vois, je t'ai donné un exemple, là ; alors essaye de voir un peu l'astuce pour essayer de mettre le signe... Donc je vous expliques un petit peu... Donc, vous m'expliquez pourquoi, il propose cette solution... Non, non, mais... Vous lisez le haut de la page et vous essayez de voir si vous êtes d'accord ou pas.

75 E : Oui, ici on peut bien faire de ce côté...

76 P : Oui de 0 à 2π. C'est ça que tu veux faire ?

77 E : C'est la même chose.

78 P : Oui, oui, bien sûr.

79 E : Bon, ben c'est bon.

80 P : Mais pour la deuxième question, qu'est ce qu'il suffit de montrer simplement ?

81 E : Pour celle là, là ?

82 P : Oui.

83 E : Ben faut montrer que c'est le module de $e^{i\theta}$ et que c'est 1 tout le temps...

84 P : Voilà il faut démontrer que le module est égal à 1, tout simplement !

85 E : C'est bon.

86 P : Et ben oui, c'est bon, c'est court, voilà, c'est tout. Il faut le dire, quoi...

87 P : Alors ça y est ? Tu as fait les questions théoriques ? Alors $\frac{\sqrt{2}}{2}$, i, $i\ i$, c'est quoi ? Et ça c'est quoi, c'est pas ta calculatrice, ça ? Mais, il faut que tu apprennes les trois angles, les trois angles classiques, quand même ! Alors, c'est quoi, les trois angles classiques ? $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, non ? Et alors les valeurs à connaître, c'est quoi ?

88 E : Euh...

89 P : $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\frac{1}{2}$; donc celles là elles correspondent ? Voilà, les deux du milieu, ça correspond à quel angle ?... Uhm ? Quand est-ce que le cosinus est égal au sinus ?

Quand l'abscisse est égale à l'ordonnée.

90 E : ...

91 P : Est-ce que tu peux me dessiner l'ensemble des points dont l'abscisse est égale à l'ordonnée ? Oui, vas y, n'aies pas peur, voilà, abscisse égale ordonnée ... voilà... et ben tu vois, alors c'est quoi ?

92 E : $\frac{\pi}{4}$

93 P : Et ben voilà, tu vois, il ne faut pas avoir peur de dessiner ça. Alors t'essayes maintenant de trouver l'autre. Dans le même dessin essaye de voir à quoi ça correspond. Et ben voilà tout simplement !

94 P : Bon, F. tu fais un petit zoom avant

95 E : Ben c'est bon ?

96 P : D'accord ; tu me fais un petit zoom avant quand même...

97 E : Euhhh

98 P : C'est où les zooms là ? tu sais où ils sont ? On montre quelque chose à l'écran alors il faut regarder l'icône avec la main, non ?

99 E : L'icône avec la main ?

100 P : Tu vois pas une main dans les icônes ?

101 E : Là ?

102 P : Voilà... voilà, stop...

103 E : Oui, mais le C, là...

104 P : Tu as fait la partie théorique au début là ?

105 E : Non, mais, pourquoi mes points ils ont pas bougé ? Ils ont pas suivi ?

106 P : Ah ! Et comment t'a fait tes points ?

107 E : J'ai fait, normal.

108 P : Comment t'as fait tes points ?

109 E : Texte...

110 P : Texte ? mais ça, c'est pour la lettre, mais, le point, tu as mis ses coordonnées ?

111 E : Ah, non... Mais là, c'est quand j'ai rezoomé...

112 P : Attends, je ne comprends pas, ça. Qu'est ce t'as fait ?

113 E : Non, mais j'ai pas appuyé sur la souris...

114 P : Non, mais le point A, comment t'as fait pour le faire ? Ah, mais en plus y a pas de point A ?

115 E : Si.

116 P : Ah bon ! Alors tu sais pourquoi ? Le point A tu l'a fait après et tu l'as pas mis sur le texte pour que le point A soit attaché au point. D'accord ?

117 E : ...

118 P : Il est où ton point, il est là ? Donc tu mets le texte... Allez, fait texte,... texte, voilà, voilà, le point clignote, c'est bon, voilà tu mets A, voilà, et maintenant tu fais un zoom avant, tu verras que ça bougera. Mais, ça, tu l'effaces, par contre, voilà... maintenant, fait un zoom avant, tu verras que le point A bougera.

119 E : Ouais, j'ai tout...

120 P : Tu as compris ? Fais le voir ! Pour voir si ça marche... Zoom avant... Tu vois, ça bouge. D'accord ? Allez tu refais la...

121 P : (*se tourne vers deux élèves*) Bon alors, est-ce que vous avez compris un peu, ce que j'ai expliqué ?
122 E : Comment on fait pour calculer l'expression ?
123 P : Alors, comment calculer l'expression ? Attendez, expliquez moi déjà, Ah vous avez fait, c'est bon il y a des angles négatifs, là... Faites moi bouger le point là... que je regarde... Ah, c'est toujours positif, là...
124 E1 : Mais il a pas fini, là.
125 E2 : J'ai pas fini.
126 P : Ah, il a pas fini, oui oui oui oui oui... Alors, on en est Calculer l'expression, alors vous avez tapé le texte... d'accord ! Alors expression, donc euh... dans le texte euh... Calcul ! Action, voilà... alors où c'est calculer ? Voilà... alors vous montrez... voilà expression, oui, vous validez, et après vous répondez aux questions sur l'écran... Sélectionner a, alors il faut montrer a, où c'est qu'il est ? voilà ! Vous validez, après, sélectionner y ? voilàa !
127 E : Oui, mais là il, il ...
128 P : Il veut pas ? Appuyez ! Il veut pas, pourquoi il veut pas ?...
129 E : ... Appuyer sur a !
130 P : Non mais tu sélectionnes y, c'est bon.
131 E : Non, mais il veut pas...
132 P : Ah, il veut pas. Bon !24 :54...25 :01 : euh, sélectionner y
133 E (*se tournant vers son voisin*) : T'as réussi à la cliquer là ? T'as réussi à cliquer ?
134 P : Je propose de le nommer autrement ... fais moi bouger, là... non il faut que la main soit comme ça...
135 E : C'est bon...
136 P : (*se tourne vers un autre élève*) D'accord... alors fais le... euh, tu le stoppes tout de suite et tu le fais bouger pour voir si ça marche... avec un angle négatif...
137 E : T'as juste cliqué sur les (inaudible...)
138 P : Voilà, ça marche, c'est négatif, c'est bon... 25 :45
139 P : 26 :02 (*revient vers les élèves*) Faut que tu le mettes dessous, parce qu'il faut que tu le...
140 E : Faut stocker ?
141 P : Je propose de le nommer autrement ; bon voilà alors fais moi bouger maintenant 26 :15...26 :18 Non, faut que la main soit comme ça...
142 E : Ouais négatif, toi ça marche ?
143 P : Tu fais un zoom avant...
144 P :(*vers un autre groupe*) Alors, est-ce que c'est un joli cercle ça ?
145 E : Non !
146 P : Alors ?
147 E : Mais si ça efface tout...
148 P : Non, ça va pas effacer... tu te mets en ... non, non, non, non, non...
149 E : Non ?
150 P : Mets toi en zoom, en fenêtre, voilà... zoom trigo, non non, zoom trigo (à tous) Ceux qui n'ont pas un vrai cercle, comment on peut faire, là ? Il y en a plein

qui ont pas des cercles ? Allez, zoom trigo et après on refait un zoom avant. (*au groupe*) Ça s'appelle comment le cercle qui est pas un cercle, là ? Non ?

151 E : Ben si c'est un cercle !

152 P : Bon, vous me comprenez... Un cercle, un peu comprimé ?

153 E : Une ellipse.

154 P : Ah oui, voilà, une ellipse.

155 P : Bon attendez, zoom avant

156 E : Oui, mais c'est ce que j'ai fait...

157 P : Avant le zoom avant tu mets centre... Zoom arrière, oui, voilà...

158 E : Et comment on fait pour calculer l'angle ?

159 P : Pour calculer les angles...

160 E : Non pour...

161 P : Alors, mesure, attendez... attendez, d'accord... (*à tous*) calculer, c'est le nouveau truc qu'on voit aujourd'hui, c'est dans les actions, dans la première icône, il y a calculer, donc, vous sélectionnez l'expression, vous mettez sur l'expression, vous mettez enter, normalement il doit apparaître expression sur l'écran, non, il veut pas ?

162 E : ben euh...

163 P : Et alors, après, il faut répondre aux questions de l'écran... On vous demande, qu'est ce que c'est a ? Alors faut montrer la valeur de a.

164 E : moi il veut pas...

(*la porte s'ouvre, un surveillant vient chercher la feuille d'absence...*)

165 P : J'ai plus de feuille, attendez, ...

166 E : Madame, comment on fait le module ? on l'écrit comment le module ?

167 P : Le module ?

168 E : Ouais le module à trouver... A un moment on nous demande, de mettre à l'écran le texte a y sur module de y.

169 P : Et bé, oui, donc texte : a y, et bé module, tu vas dans les ... dans la valeur absolue, oui dans les symboles, donc en haut, je sais plus où c'est... oui, non, non, non, le truc de droite... voilà, valeur absolue, là bas, je la vois là bas...

170 P : Alors, qu'est ce que...

171 E : Ben non madame...

172 P : Voilà, montre, montre, texte...

173 E : Oui.

174 P : Non mais calculer, il faut que tu calcules... donc calculer...

175 E : Oui, oui... Ben voilà, ça me fait la même chose...

176 P : Non mais... Ah oui, ça fait rien... (*soupir*)

177 P : (*se tourne vers un autre élève*) Qu'est ce que tu me demandes ?

178 E : La double barre ?

179 P : Ah module, c'est là, là-haut... là, valeur absolue, là... voilà, montre lui, voilà valeur absolue.

180 P : (*revient vers l'élève*) T'as fait quoi ?

181 E : J'ai fait un autre truc, mais,...

182 P : D'accord... (P abandonne...) ils répondent à ma place, c'est bien ! Eux, au moins ils ont les bonnes questions...
183 P : Bon alors, vous en êtes où là ? Bon, vous avez vu qu'il y a un problème, enfin il y a un petit problème avec ce logiciel, euh... vous en êtes aux angles là ? Le problème avec les angles, si vous faites tourner le point qu'est ce qui se passe, en fait ? La mesure est toujours positive... Donc, voilà, vous tournez la page, et je vous explique en fait comment, en fait, s'en sortir.
184 P : Qu'est ce que tu notes ?
185 E : L'angle là...
186 P : Mais, de toutes façons tu vas le faire bouger...
187 E : Oui, ben c'est pour ça que je le note là.
188 P : Voilà, tu vois c'est deux..., ah, et là le problème c'est... d'ailleurs c'est normal, bon ça va jusqu'à 3,13 radians, et après c'est toujours positif, c'est un peu embêtant, ça... hein ? Parce que normalement ce serait quoi, là par exemple ? Ça devrait être quoi ?
189 E : Ben par rapport au cercle trigo ça devrait être moins.
190 P : Voilà, moins un virgule zéro huit... Voilà... Donc, on vous explique derrière comment s'en tirer.
191 P : 30 :50 Alors, tu as calculé ? Alors calculer... Menu, J. t'en est où ? Oui, pareil... Non, je t'ai montré ça, ça c'est le cercle, Calculer, voilà... Voilà, sélectionner a, alors c'est quoi a ? Voilà, alors maintenant sélectionner y, c'est quoi y ? c'est ... d'accord ? Voilà. Non c'est là. Voilà. Et hop, ça tu le mets dessous, par exemple, ... Non, non, un petit peu dessous, voilà OK ! tu valides. Bon voilà, tu le stockes tout de suite... cette variable... Non, celle là, pointeur, pointeur, pointeur... voilà, tu stockes, voilà... clic droit, clic droit, voilà stocker... et là tu le nommes an... Voilà. Et donc, tu me fais bouger le point et tu regardes un petit peu ce qui se passe pour euh... voilà... Continue, continue, tu vois ce qui se passe ? Ah ! Qu'est ce qui se passe, là ? L'angle c'est 2,95... stop, top top... Tu vois ? Là c'est positif, là c'est ? Ah tu es remonté dans les, là... C'est normal ça ? Là c'est positif, et là c'est ?
192 E : Négatif.
193 P : Négatif ! Voilà... Donc, ça y est, on a le,... l'angle !
194 E2 : Madame, comment on fait pour module on met deux barres ça va marcher ou pas ?
195 P : Non, non, c'est ce symbole là... non, non là... (rire) Oui, vas y ! là !
196 E : Ah ouais...
197 P : D'accord...
198 E : Avance, s'te plait... OK !
199 P :32 :56 Valeur absolue, tu cherches ?
200 E : Non, non... Ah ! C'est valeur absolue ?
201 P : Oui, valeur absolue. Et au fait, pourquoi on a fait ça ?
202 E : Un nombre sur sa valeur absolue...
203 P : Qu'est-ce que ça donne ? Je prends n'importe quel nombre et je le divise par sa valeur absolue ? Qu'est ce que ça va donner ?

204 E : ...
205 P : Pourquoi on fait ça, là ? Parce que je l'ai écrit, donc on... Le prof a toujours raison ?
206 E2 : Ah ben oui !
207 P : Non, le prof, il a le droit de se tromper, d'ailleurs... Hein ?
208 E2 : Ah, mais très peu...
209 E : Pour le signe...
210 P : Voilà ! Ça donne le signe ! Exactement, d'accord. Le nombre divisé par sa valeur absolue, ça donne plus si c'est positif, moins si c'est négatif...
211 E3 : On a déjà le nombre... Si on a déjà le nombre alors...
212 P : Non, mais, là, pourquoi on fait ça ? Parce que le nombre qu'on a... Regardes ! Avec ce logiciel, la mesure, là, ton a, il est toujours positif... Descends le point M là, par exemple, Pointeur, pointeur, voilà tu descends, voilà, tu vois, c'est toujours positif, c'est un peu embêtant, parce que normalement, ça devrait être quoi, là ? Stop, top, top... Ça devrait être quoi ? Ça devrait être, -2,8...
213 E3 : Oummouais..
214 P : Donc il faut faire apparaître le signe moins, donc c'est pour ça, qu'on trafique ça, pour pouvoir, en fait lui trouver le bon signe... C'est compris ?
215 E3 : Oui.
216 P : Bon...
217 E : C'est normal qu'on trouve ça ?
218 P : Qu'on trouve quoi ? Alors, si c'est positif, alors oui, c'est normal... Tu es d'accord que l'angle il est de 0 à π, d'accord ?
219 E : Et si je le fais varier, ça va... Ça change ?
220 P : Voilà, mainten... si... stop, là, regarde.
221 E : Il est négatif, d'accord...
222 P : C'est normal, voilà... Oui !
223 E2 : J'ai essayé de calculer le truc sur y, la...
224 P : T'as bien mis valeur absolue avec le truc... ?
225 E2 : Oui !
226 P : Oui, bon, oui ?
227 E : J'arrive pas à sélectionner...
228 P : Mince... Appuie, insiste...(soupir)... Je sais pas, change le, met le autre part dans l'écran, je sais pas...
229 E : Lequel, le a ?
230 P : Non mais remet pointeur, change un peu, déplace le texte, je sais pas ce qui se passe. Voilà... re-sélectionne, voilà, calculer, oui... Ah ! Tu vois, ça a marché...
231 E4 : C'est ça y...
232 P : Il veut pas, tu sais ce que tu fais, tu déplaces un peu parce que ça a marché le truc, voilà...
233 E4 : Je l'ai redéplacé...
234 P : Alors, attends, oui, refais, texte, calculer voilà, appuyer sur y, voilà... Non, il veut pas (soupir) Mince, mince, mince ! ... Change ton point, essaye de changer

ton point... Ah ! t'as appuyé sur quoi, là ? oui, oui...

235 E4 : C'est ça ?

236 P : Non, non, ça c'est a... Non tu vois c'est a, ça... Bon, alors refait calculer texte, a, y, non il veut pas, Ooooh... (soupir) Efface les coordonnées de M et refais les et mets les autre part sur l'écran, je sais pas, là vraiment je ne vois pas... Je reviens, mais je suis désolé pour toi...

237 P : (*à d'autres élèves*) Bon, là... Au fait, vous avez réfléchis à la question avant de voir ce que donne l'écran ?

238 E : Oui, ça varie beaucoup...

239 P : Qu'est ce que vous en pensez là ? A priori comme ça, là ... Vous voyez ce qu'on vous demande, on vous demande le calcul de $MA \times MB$.

240 E : Le maximum il est là et le minimum il est par là ...

241 P : Il y a un minimum et un maximum ?

242 E : Le minimum c'est zéro cinq...

243 P : Et ça paraît logique, ça ?

244 E2 : Madame, pour nommer a, comment on fait ?

245 P : Pour nommer ?

246 E2 : Pour le nommer $a =$

247 P : Tu stockes. Non, tu, tu pointeur, pointeur, oui, tu te mets là, et tu valides, tu valides, encore, ... non, pardon, qu'est ce que je raconte, non, clic droit de la souris,... clic droit de la souris, voilà, et puis stocker, voilà, et tu...

248 E2 : Ah oui, d'accord, et je mets a là.

249 P : Tu mets a là...

250 E3 : Madame comment on fait pour calculer ?

251 P : Oui, Calculer... Tu montres l'expression... Évidemment, calculer quoi, la machine elle sait pas... Elle veut pas ! T'a bien mis la valeur absolue avec ce symbole là, hein ?

252 E3 : Ouais, j'ai pris... Ah non, j'ai pris, ah ouais...

253 E : Le tableau il a qu'une seule valeur, là...

254 P : Ben c'est normal si tu fais pas bouger le point...

255 E : Ah ouais !

256 P : D'accord ? Voilà...

P : (*revient vers E3*) Non, calculer, calculer...

257 E3 : J'ai fait calculer.

258 P : Qu'est ce que c'est... Pourquoi c'est en noir là ?

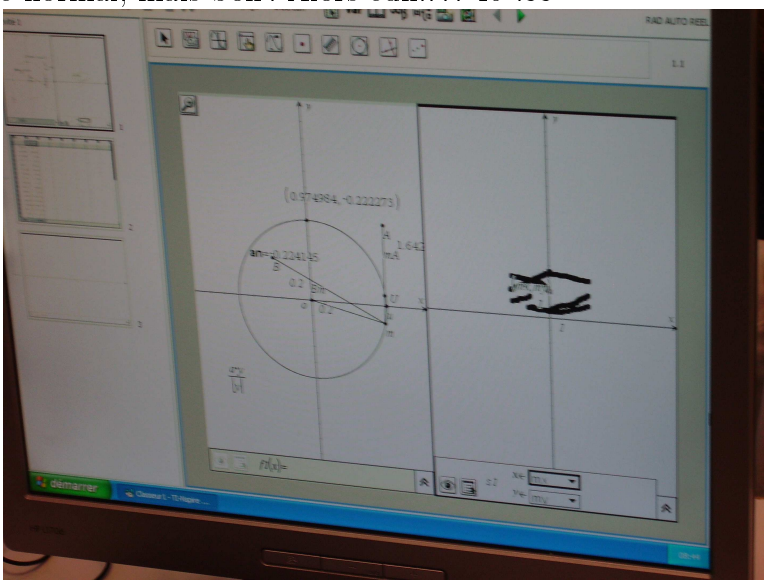
259 E3 : Ch'sais pas.

260 P : Qu'est ce qu'il t'a dit ? Bon, alors... Calculer, tu montres l'expression, tu valides, sélectionner a : tu montres a, voilà et sélectionner y... voilà... et il veut pas ? (*soupir*) Alors, quelque fois en changeant de place le truc ça marche, quelque fois en bougeant le point ça marche, donc, déplace ça, change le point, déplace ça, voilà... refait... voilà et tu le stockes, voilà...

261 P : (*se retourne vers E4*) Tu y es arrivé ? Tu y es arrivé ou pas ?

262 E4 : Non !

263 E : Sélectionner ma...
264 P : Sélectionner ma ? Bon, alors, qu'est ce que c'est ces deux points ?
265 E : J'avais bougé et j'ai pas réussi à...
266 P : Ah ben oui, mais si t'as bougé, ça ne va plus... Ah non, non, non, supprime moi le point en trop, là, je ne comprends pas très bien... Et met le autre part, le point, met le autre part.
267 E : Et pourquoi ça me fait comme ça ?
268 P :39 :40 C'est pas le bon truc, regardes ! Pardon... Allez fait contrôle Z, contrôle Z ; il faut que tu refasses ta construction
269 E2 : C'est comment format ?
270 P : Ah, qu'est ce qu'il y a ? Alors format, format... Est-ce qu'il y a marqué format quelque part ? Regardez bien... Non un petit peu plus haut ! Ouais ! Voilà, oui, non, c'est pas ça... Voilà, Oooh, voilà ! un problème c'est qu'à gauche t'as plus de cercle... un ballon de rugby ! Donc, laissez pas ça comme ça quand même ! Alors vous vous remettez là, mettez en zoom trigo, comme ça ça vous donnera le truc...
271 E2 : Zoom trigo ?
272 P : Ben zoom trigo, trigonométrie, non, non, la main, oui, zoom trigo,... zoom trigo ! Voilà ! Ah c'est tout petit ! Allez faites un zoom avant, pis voilà.
273 P (*se tourne vers l'écran d'un élève E*) : Ah ! Ça c'est pas normal non ! Enfin, c'est peut-être normal, mais bon ! Alors euh.... 40 :33



274 E2 : Wouah, comme c'est moche !
275 P : 40 :54 : Bon, alors, tu sais ce que tu vas me refaire... Tu vas me refaire le truc... Efface, ... comment faire...
276 E3 : Moi, j'ai ça madame...
277 P : Attends, oui j'ai pas vu... Oui, et zoom avant... Enfin, modifie le réglage un peu... Oui, ça c'est pas mal... (P se retourne vers E) Alors attends, j'ai pas bien vu, refais, excuse moi, j'avais pas bien vu... (P se tourne ves E3) Ouais, c'est pas mal. Alors là, tu vas pouvoir nous dire quelque chose, quand même !

278 E3 : Il y a un maximum et deux minimum.

279 P : Ouais, exact... (se retourne vers E) Alors, euh... Remet moi sur le graphique... ouais, ... euh,... tu es bien en radian ? On est bien en radian, je sais plus...

280 E3 : Madame on peut pas faire en sorte qu'il mette des valeurs de π à peu près, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$...

281 P : Alors parce que tu crois que c'est les valeurs... Alors, ben je sais pas, je sais pas comment faire. 42 :09
E : Si on fait comme ça ? Donner la graduation des x.

282 P : Oui, on peut, mais bon, euh... (se tourne vers E3) Toutes façons, tu l'avais, le minimum tu essayes de voir quel est l'angle, hein, donc lire carrément le... (se retourne vers E) Bon, alors qu'est ce qui se passe ? Je suis en train de chercher, et là je vois pas ce qui se passe... euh... Tu peux... Alors efface tout et recommence, parce que là... 42 :48

283 P : (*abandonne et s'adresse aux élèves dont la courbe apparaît à l'écran*) Alors, vous me dites ce que vous voyez à l'écran ; conjecture, minimum, maximum, etc. Hein, vous m'expliquez d'abord la conjecture avant de passer à la partie théorique, hein, d'accord ?

284 P : (*revient vers E*) Bon, alors du coup je n'ai pas suivi... C'aurait été bien que tu fasses la courbe... Vas y, doucement voilà... Oui, stop, stop, maintenant tu vas sur le truc, sur le...

285 E' : Non tu retournes...

286 P : Non sur le, sur la... Non, euh oui... Non,

287 E : Alors du coup, ça se ...

288 P : Non attends, fais ... fais un autre nuage, fais mx, un my, mx, mx... my 44 :01...44 :08 Bon, j'aurais préféré que tu fasses sur le même truc. Format... Euh, tu mets bien en zoom trigo, là s'il te plait... Avec un zoom avant, quand même... voilà. 44 :32... 44 :44 Alors attends !

289 E' :(*montrant l'écran de E*) Alors là, tu peux dire que t'as un maximum et un minimum... (rires)

290 P : 44 :59 Alors qu'est ce qui se passe ? Qui est-ce qui a une idée ?

291 E : Ils sont sensés se planter comme ça, le jour de l'exam au bac là ?

292 P : Non, mais c'est quand même un peu plus simple, quand même. Et puis, si jamais il y a un problème, on vous,... on en tient compte...

293 P : 45 :36 Alors là, ça me pose une colle ! Mhmm, Mhmm...

294 P : 45 :43 Bon où c'est que vous en êtes, les autres, j'aimerai bien voir apparaître la courbe... (en regardant les écrans) Oui, super..., oui, bien,...

295 P : (*vers un élève qui n'a pas terminé*) Alors, on en est où, capture... (*à tous*) Donc les calculs de la partie théorique, vous les mettez... Vous regardez la courbe, vous mettez combien de minimum, combien de maximum, et après on fera la partie théorique demain... On peut la commencer maintenant, mais...

296 P : (*se tourne vers une élève*) Alors, où c'est qu'on en est, là...

297 E : Ça buggue alors j'ai du tout refaire, et ça s'est effacé !

298 P : Ça s'est quoi ?

299 E : Effacé !
300 P : Alors, fait contrôle Z, contrôle Z,...
301 E : J'y ai mis mais...
302 P : Bon alors... Efface moi ce point, là... je sais pas ce que c'est ce point... voilà, point tu supprimes... voilà. Bon MBC, bon, bon maintenant tu me fais MA point MB, sélectionner ma,... Tu sais ce que tu vas faire. Bon apparemment, ça ça pose problème, alors, on supprime on va mettre un autre, une autre... Ça, tu me supprime, parce que je sais pas, il y a un problème, tu me supprime ça, et on va faire autre chose... là, voilà. Bon, maintenant, tu me re-mesures, re-mesures moi... oui, non ça fait rien... On va faire un autre truc, on va faire un autre truc... mesure MB, mesure MB, tu me le fais... non, non c'est bon, mesure MB, oui, tu me le mets là. Non excuse moi, pas MB, MA, Non mais MA tu montres le segment... Voilà, tu me le mets à part, voilà... Non, MA, là, non tu as mis... Calme toi ! Non ça c'est pas zéro. Longueur, non au centre du segment.
303 E : Il veut pas...
304 P : Au centre du segment, voilà... Ah, non... segment, tu vois là, tu le déplaces là, tu me stockes ça sous la forme la, allez, la... Stockes, la, voilà... Non, tu le stockes, tu l'as pas stocké. Voilà... la, voilà... Maintenant tu me calcules ça ma point mb, calculer, non, non, oui, j'ai rien dit, voilà, sélectionner ma, Ok, non il veut pas ? Bon alors, euh... bouge moi le point... bouge moi le point et maintenant refais le truc parce que des fois en bougeant, ça... oui... il veut pas !
305 E : Et si je prend l'ancienne ? ah ça y est il m'a pris l'ancienne valeur.
306 P : non mais pourquoi t'as... je comprends pas...
307 E : Mais, c'est bon, là...
308 P : Ah, c'est bon, alors, tu me le stockes dans le... voilà...
309 E' : Pourquoi il veut pas ? Madame il veut pas !
310 P : Il veut pas ?
311 E' : J'ai fait calculer expression, j'ai pris ma, et voilà...
312 P : Et après mb, non ?
313 E' : Oui, mais il veut pas !
314 P : Il veut pas ? Bon, attends, refais le... Alors... Non mais ça c'est un texte, tu calcules...
315 E' : Oui, oui, je vais calculer,... expression...
316 P : Ça c'est ma ?
317 E' : Et, il veut plus...
318 P : Et ça ?
319 E' : C'est mb. 49 :40
320 P :49 :49 tu as bien mis le point pour la multiplication ?
321 E' : Ben oui, normalement,...
322 P : 50 :10 Donc, en fait tu avais pas pris le bon multiplié ?
323 E' : Oui.
324 P : D'accord ! Bon, alors, là, où est-ce qu'on en est ?
325 E' : Ah y est, j'ai la bonne courbe !

326 P : Non mais sélectionnez c'est quoi ? (à tous) Bon, alors, ceux qui ont la bonne courbe, vous me mettez la conjecture, combien de maximum, combien de minimum, si ça vous paraît logique ou pas, et puis on, et après vous allez faire la partie théorique, vous commencez...

327 P : Bon alors on comptabilise... Non fais moi un cercle, ça me choque de voir une ellipse comme ça, vous pouvez me faire un zoom, vous me faites un réglage... Voilà, donc combien de maximum ? Oui qu'est ce qu'il y a ?

328 E : J'ai essayé de mettre les mêmes valeurs, ça marche pas...

329 P : Ah bon, pourquoi ça marche pas ?

330 E : J'ai mis une valeur, comme ça... ensuite, là j'ai fait trois,

331 P : Oui.

332 E : Là, j'ai fait moins trois aussi...

333 P : On va voir si c'est...

334 E : Ça marche pas !

335 P : Mais là t'as pas fait...

336 E : Non, mais je voulais que mon truc soit rond...

337 P : Mais ici, mets toi là... Ah, non, non, tu fais zoom trigo, tu réfléchis pas, tu fais zoom trigo et après tu fais un zoom avant... Je crois que c'est le plus court... Voilà, bon, allez, j'aimerais voir le nuage à côté...

338 P : (*se tourne vers d'autres élèves*) Vous avez conjecturé, à un moment, on vous pose une question, conjecture, donc en général, le jour de l'épreuve vous appelez l'examinateur, et vous lui dites, ah je crois, que, il me semble que, etc.... Voilà, les variations de la fonction... Est ce que vous pouvez me faire un schéma du tableau de variations ? Hein ? OK ? Même si on voit pas très bien les valeurs, vous me dites entre $-\pi$ et π, qu'est ce qui se passe ? D'accord ? C'est une conjecture et après on fera la prati, l'expérimentation, non, la partie théorique, demain ; on la commence, maintenant, ceux qui sont... Donc vous avez conjecturé, vous avez expliqué ce que vous voyez, vous pouvez faire un tableau de variations, de la fonction. J. tu sais remettre un cercle... C'est pas un cercle ça, si, c'est un cercle ça ? Donc tu te remets à gauche, sachez le faire, quand même... donc zoom trigo, mets toi en zoom trigo et après tu refais un zoom avant si c'est trop petit. Voilà, donc vous êtes priés normalement de m'expliquer les conjectures sur l'écran... Où c'est qu'on en est là ?

339 E : Ça fonctionne pas.

340 P : Et là, t'as pas capturé, là ?

341 E : Si, mais ça fonctionne pas là...

342 P : Non, mais faut pas taper mx... il faut taper égal capture... Ah y'avait,... Bon, alors tu sais ce que tu vas me faire, c'est le mettre sur une autre colonne, parce qu'apparemment ça ne marche pas, voilà ; égal capture, égal capture qu'est ce que c'est déjà, an , égal capture parenthèse an, voilà, et maintenant tu me fais bouger le point M, voilà, vas y, vas y, vas y, fais le tour, fais le tour, stop, stop stop... et maintenant tu reviens sur le truc, voilà, maintenant tu mets, là tu mets, tu vas mettre sx, voilà, tac, maintenant tu reviens là, là, voilà, là tu choisis sx, sy, ly, ly, ly, voilà ça y est... Tu fais un petit zoom avant, tiens zoom avant, zoom avant voilà !

oui, il te manque des points, mais... tu vois un petit peu l'allure ? Bon, qui c'est qui n'a pas vu l'allure finalement ? Ah F. il y est pas... Mais faut faire bouger les points, qu'est ce que tu as fait ?

343 E : Non mais c'est que j'avais oublié de ...

344 P : Tu vas sur une autre colonne et tu refais, tu fais, non non, d'abord égal capture tu fais une autre variable, tu notes après...

345 E1 : On peut pas utiliser la courbe pour avoir les points minimum et maximum.

346 P : Huuum ?

347 E1 : On peut pas utiliser le nuage de points pour avoir les...

348 P : Ben de toutes façons, tu l'avais déjà, là ; en ce moment, là, quand tu regardes un petit peu ce qui se passe, est ce que tu l'as fais là ? où c'est que c'est marqué prod, le résultat du prod, je le vois pas...

349 E1 : Ben il est parti...

350 P : Bon, en tout cas vous me faites un mini tableau de variations !

351 E1 : Un mini ?

352 P : Non, en tout cas, vous montrez l'allure, c'est ça que vous devez retenir de la, de l'expérimentation...

353 E : T'appelle mx parce que tu l'as déjà...

354 P : Oui, oui, oui, il faut changer, quand il y a un problème, vous changez, comme ça...

355 P : Donc, euh... donc là, ça été fait, ça été fait, ça été fait, bon... et ben là, il y a un problème, je suis vraiment désolé (rires) manque de chance, bon... alors... alors qu'est ce qui se passe là ? Bon, alors, tu as le même problème. Bon. Tu étais bien en radian, bon, tu étais bien...

356 E : C'est peut-être parce que cette colonne je l'ai fait avec le cercle...

357 E' : Est-ce que tu as supprimé les valeurs au premier, dans ta première fois ? Est-ce que ça les a retracé, ça a permis de les retracer ? De toutes façons, tu dois supprimer toutes les valeurs, refais les...

358 E : Le problème, c'est ça ! Comment je peux le refaire en ayant un cercle ?

359 P : Ah là, tu reviens, zoom trigo, là zoom... non mais c'est pas ça, de toutes façons, zoom trigo, mais tu l'as pas fait ?

360 E : Si !

361 P : Mets toi là, là, tu vois c'est sélectionné à droite, là, là, là, voilà... zoom trigo, voilà et maintenant tu refais un zoom avant pour voir le truc, voilà encore, encore, encore. Voilà stop. D'accord ?

362 E : Et si je refais un tableur ?

363 P : Non, parce que... vas y refait le !

364 E : A. aussi, il a eu ça ?

365 P : Oui, il a eu ça... Donc, je réfléchis, donc,

366 E' : Supprime toutes tes valeurs dans le tableur, regarde, dans le tableur...

367 E : Il est pourri, si il a déjà eu des trucs,...

368 P : Bon allez, on arrête, là, je suis désolée...

369 E : Madame, on l'enregistre ?

370 P : Vous enregistrez si vous voulez, et demain on fait la partie théorique sur ça.
371 E : Madame, une question : ici c'est sur 2i et là c'est pas bon parce que c'est sur 2...
372 P : Ah ben je sais pas, on verra ça, plus tard. Allez vous fermez bien votre session, après on a des problèmes, vous fermez tout...
373 E : Ah non, madame, ça marche, je me suis trompé
374 P : Ça marche ? Bon !

Fin de la séance de TP

6.3 Observation 15 janvier 2009 : deuxième et troisième heures de la matinée

Salle de cours ordinaire.

Les feuilles d'énoncé sont distribuées. Les élèves sortent leurs calculatrices. Un rétroprojecteur et la tablette de rétroprojection sont présentes dans la classe. Le professeur présente le travail à faire. Il s'agit d'une séance de travaux dirigés. Les exercices sont à chercher dans l'ordre de la feuille distribuée.

Ci-dessous est reporté un extrait de la séance, commençant après les consignes données par le professeur et s'attachant à la résolution d'un exercice de calcul sur les nombres complexes. Le temps est minuté à partir de 0.

Temps 0

1 P : Bon, alors, là, j'aimerais que vous vous rappeliez ce qu'on a fait dans l'exercice sept. Une transformation dans l'énoncé, j'aimerais bien que vous trouviez la même astuce.

2 E : Exercice sept ?

3 P : L'exercice sept, on l'avait fait mardi, hein ?

4 P : Donc, regardez un peu dans l'exercice sept ce qu'on avait fait ... vous aviez $1+e^{i\theta}$ et on vous disait : Ah on va transformer ça sous la forme

$$2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\frac{\theta}{2}}$$

Alors essayez de me trouver un énoncé analogue, pour voir ... si on pourrait pas transformer ça sous forme d'un produit de quelque chose par une exponentielle sympathique ...

Mais ça vous avez fait le calcul ; je parle à ceux qui ont fini de faire le petit calcul au départ, hein ... Ça y est, tout le monde a fait le calcul de $1+e^{-i\theta}\times(1-e^{-i\theta})$. *Le professeur écrit au tableau le calcul* Chuut

5 E : Madame, ici, comment on fait, ça, on fait passer le i ici ? Comment on fait ?

6 P : Ah ! Est-ce qu'il y a des trucs, genre ...

7 E : Plus pi.

8 P : Voilà, plus π sur deux, moins π sur deux, des trucs comme ça, quoi... *Le professeur s'éloigne*

Temps : 2 minutes

9 P *à tous* : Bon, vous me dictez là, qu'est ce que vous avez trouvé ? C'est quoi ça *elle montre au tableau* ? C'est ? $(a+b)\times$ ... $(a+b)\times$ ... $(a-b)$, donc ça fait quoi ? Donc ça fait a^2-b^2 *elle écrit au tableau* moins exponentielle ... voilà, donc finalement ça fait quoi ? Ça fait, oui ? $1-e^{-2i\theta}$, hein ! Bon alors, maintenant, essayez de trouver un énoncé un petit peu analogue à celui de l'exercice sept. ... Dans l'exercice sept, c'était pas un moins ... , c'était un plus ... un angle, et voyons voir, c'était ...

10 E : Y'avait pas le deux.

11 P : Voilà, y'avait pas le deux, mais ça fait rien, c'était, on divisera par deux, de toutes façons, on arrivera, et en fait, on partait de un plus quelque chose en θ, en

fait, qu'est ce qui apparaissait après ? du ?
Temps : 3 minutes
12 E : θ sur deux
13 P : θ sur deux, oui ... alors, étant donné que l'angle c'est 2θ, donc ça va être plutôt du... θ ou du $-\theta$, oui, et comment ça va réapparaître ? Qu'est ce qu'il faut faire, en fait ? *le professeur attend les réponses des élèves en parcourant la salle*
14 P : Chuuut ...
15 P : Ça, c'est pas mal, ça, oui. Et donc on pourrait... enfin, qu'est ce qu'on pourrait faire, en fait ?
16 E : On met le cosinus
17 P : Le cosinus, on le fait apparaître ?
Temps : 4 minutes
18 E : Non, le sinus
19 P : Oui, le sinus... sinus θ, en fait. Oui ?
20 E : Deux sinus θ
21 P : Oui, enfin, ou sinus moins θ, je sais pas. Qu'est-ce qu'on pourrait faire, en fait ? On pourrait ... factoriser par quoi, en fait ?
brouhahas
22 P : Oui ? oui ! Chut ! ... cosinus, ça ?
23 P : Oui, ben on peut appliquer direc... on peut développer et appliquer les formules qu'on connait, mais... vous allez passer à des exponentielles moins $i\ \theta$. Si on arrive à le factoriser, qu'est ce que ça donnerait, ça ?
un élève donne une réponse inaudible
24 P : Oui, alors justement, alors on explique, alors... Si je factorise par exponentielle moins $i\ \theta$ *Le professeur écrit au tableau*
25 E : Exponentielle $i\ \theta$.
26 P : Qu'est ce que je mets, là après ? Non moins !
27 E : Exponentielle moins $i\ \theta$.
28 P : Exponentielle moins $i\ \theta$. J'ajoute les exposants, est-ce que ça fait bien moins deux exponentielle, ... moins exponentielle moins deux $i\ \theta$... Oui *Elle écrit au tableau* Chuut. Donc exponentielle moins $i\ \theta$ Chut ! Ça fait quoi ? Oui ... Alors attends, exponentielle moins $i\ \theta$ fois exponentielle $i\ \theta$ moins exponentielle moins $i\ \theta$. Voilà, et ça, on reconnait quoi ? MO t'as quelque chose à dire ?
29 E : Madame ?
Temps : 6 minutes
30 P : Oui, alors donc exponentielle moins $i\ \theta$ fois, donc, deux *elle écrit au tableau* ... Voilà, alors est-ce qu'on peut arriver à la forme exponentielle, là ?
31 E : Faut mettre e, i et π sur deux
32 P : Oui... Très bien, on va peut être transformer i en quoi ? Chut !
33 E : En e, i, π sur deux ?
34 E' : Y'a une autre méthode, madame !
35 P : Oui, oui, *s'adressant à*
36 E' Oui, oui, je sais bien, mais celle là est assez élégante.

37 E : e, moins pi sur deux, cosinus θ *brouhaha*
38 P : Chuuuut... Bon, alors est-ce qu'on peut avoir la forme exponentielle, maintenant rapidement ? Déjà θ, qu'est ce qu'on en dit de θ ? θ il appartient à quoi ?
39 E : Zéro, pi !
40 P : Zéro, pi ! Bon ! *Le professeur écrit au tableau* Voilà, donc ensuite, qu'est ce qu'on peut dire, qu'est ce qu'on peut en déduire sur quoi ? Le fait que ça appartient à zéro, pi ...
41 E : Sinus theta positif.
42 P : Oui, le sinus de θ est strictement positif
43 E : Positif fois exponentielle.
44 P : Alors, alors est-ce qu'on a sinus θ fois exponentielle quelque chose ?
45 E : i c'est i, π sur deux !
Temps : 8 minutes
46 P : Voilà, alors je vous rappelle que i c'est exponentielle i π sur deux, donc finalement z1 point z2 ça va être quoi ? Donc, je vais mettre le deux sinus θ devant, d'accord ? deux sinus θ... Après je remplace le i par exponentielle i π sur deux, hein ?... Chuuut et puis, il faut que je réécrive quoi ?
47 E : *inaudible*
48 P : Voilà, allez on conclue, comment on conclue ? Qu'est ce qu'on en fait du produit des exponentielles ? Voilà donc ça fait exponentielle i quoi ?
49 E : π sur deux moins θ.
50 P : π sur deux moins θ... Donc, je rappelle que ceci c'est un réel ... ? Strictement positif ...

Suite de la séance

Interruption de l'enregistrement.

La séance se poursuit de la même manière, avec un dialogue entre la classe et le professeur pour avancer dans la résolution des exercices. A aucun moment la calculatrice, pourtant présente sur toutes les tables n'est utilisée par le professeur. En revanche, les élèves s'en servent régulièrement ; malheureusement, le dispositif d'observation ne permet pas de savoir quelle utilisation en est faite.

Troisième heure

Les élèves reviennent de récréation dans la même salle de cours.

1 P : Alors, il y en a qui se sont perdu dans la nature ? Allez, on s'y remet.
G arrive en retard
Temps : 1 minute
2 P : Ah, G, il paraît que tu n'as pas ta calculatrice, alors tu vas cobayer...
3 G : Ah non alors !

4 P : Ah ! t'as gagné ! Allez ! *G prend en charge la calculatrice qui est relié au rétroprojecteur* N, tu viens chercher la feuille s'il te plait. Et puis tu prends la feuille et tes affaires, hein, on sait jamais ! Voilà, G, tu vas t'installer là, voilà,... Il vient de te la donner, ton camarade...

5 E : Non.

6 P : Ah, pardon ! ... Allez, vous sortez votre calculatrice, allez *Le professeur parcourt les rangs* Allez, L, je sais que c'est ton anniversaire, t'es content, mais quand même *Brouhaha* t'es pas content ?

7 L : Si.

8 E : C'est ton anniversaire, L ?

9 P : Allez, c'est G qui fait le prof, aujourd'hui !

10 E : Ah ben nous on fait plus rien !

11 P : Ah bon, alors quand c'est le prof qui travaille, nous, on se croises les bras ? Bon !... d'abord on lit l'énoncé, on lit la question... et donc on essaye de... chuuut... Bon alors, elle est où la calculatrice ? ... Bon, alors, ah ! Il faut m'appeler quand tu fais quelque chose et tu expliques, hein ? Ouh la la, et tu regardes si ils sont d'accord ! Alors point d'intersection et tu le nommes, alors on te dit : O

12 G : Là je fais le cercle, déjà ?

13 P : Non, non, mais tu as vu, dans l'ordre, hein ! Tu le nommes, hein ? *A la classe* S'il vous plait, les points, nommez les en majuscule. Chuuut.

Temps : 3 minutes

14 G : Je le fais de combien ?

15 P : Construire un cercle de centre O... On te le dit pas ! Bon tu fais un cercle assez grand... Voilà, c'est bien, c'est bien, c'est pas mal !

16 G : Construire trois points, alors...

17 P : Attends, attends ; tu demandes à tes camarades, est-ce que vous avez fait le cercle ?

18 G : Est-ce que vous avez fait le cercle ?

19 E : Non, attends, j'avais pas cliqué...

20 P : Tu vois, il y en a déjà qui sont perdus. Enlève ça, tu vois, ils ne voient rien du tout, il faut que tu enlèves ça [1]

21 E : Et le point, j'y arrive pas.

22 G : Si t'appuies juste sur là !

23 P : Point d'intersection, oui ! Et il faut nommer tout de suite O, sinon, tu es obligé de faire un texte, là. Il faut l'appeler O, il faut qu'il soit attaché au point.

24 E : Ah ben j'y ai pas fait...

25 P : Mais ça fait rien tu vas dans Menu, Actions, texte, voilà.

26 E' : Comment on fait pour mettre la majuscule ?

27 E" : Tu fais contrôle et t'appuie là.

28 E' : Ah, OK !

29 P : Voilà, contrôle Cabs... Et, oh ! Ça suffit, là ?

1. Le menu masque l'écran de la calculatrice

30 E : Ah, pardon, excusez moi.
31 P : Il attend, hein, G !
32 E : Ouais.
33 E3 : C'est mieux le logiciel.
34 P : Oui, mais le jour du bac, c'est la calculatrice que tu auras. *Brouhaha, les élèves construisent la figure sur la calculatrice*
35 P : *s'adressant à un élève* Voilà, zoom trigo. Voilà ! D'accord !
36 E4 : Est ce qu'il y a une taille pour le rayon ?
37 P : Non, apparemment, il n'y a pas de taille précise pour le...
38 E : Madame, il veut pas que je le nomme, là
39 P : Mais si, il va bien vouloir,... mais il faut que le point clignote
40 E : Mais oui, mais j'y arrive pas !
41 P : Alors fait point, point, point, point, point d'intersection, alors il te demandera point d'intersection point d'interrogation
42 E' : Sur le cercle les points ?
Temps 5 minutes
43 P : Oui, bien sûr, évidemment. Très bien. Ah, G, je crois qu'on peut faire l'étape suivante, voilà, regarder ce qu'il a fait.
44 E : Je dois écrire dans texte.
45 P : Oui, vas y !
46 E : Il veut pas !
47 P : Il veut pas ? Ah ? Pourquoi, il veut pas ? Bon, ben, tu effaces, tu reviens menu point, tu montres ton point et tu tapes tout de suite O, en majucule... Voilà, et tu tapes O, tout de suite en majuscule.
48 E : Mais moi, ça marche pas, merde.
49 P : Pourquoi, ça marche pas. Voilà, tu es bien en pointeur, là, voilà et la tu tapes O.
50 E : Merde !
51 P : Bon, alors attends !
52 E : Comment on fait pour le renommer le point !
53 P : Ben, oui, ça marche pas. Bon, alors, Menu, oui, texte, vas-y... voilà, le point clignote, normalement ça devrait marcher ! Voilà ! Et il faut appuyer sur Enter ; tu l'avais peut-être pas fait ?
54 P : *s'adressant à la classe* Bon, alors... Non, vous retapez texte, oui, voilà, majuscule !
Le professeur déambule dans les rangs et répond aux questions
55 P : Alors, le point O déjà, le point O, point d'intersection, et donc on le nomme.
56 E5 : Ah bon, faut le nommer ?
57 P : Oui, c'est plus sympa de le nommer ; enfin, bon !
58 E6 : Madame, comment on fait déjà, une fois qu'on fait point sur, y'a un truc pour le nommer ?
59 P : Oui, tu appuies sur la lettre, là tout de suite. attends, voilà, point sur, voilà, et là tout de suite tu tapes A majuscule... Ça, A. Qu'est ce t'as fait ? Non, oui, tu

fais, tu fais, tu cliques ça A là et Enter, normalement ça devrait marcher... Non, ça marche pas ?

60 E7 : A mon avis il faut faire hop !

61 P : Ah oui, Enter, voilà, voilà ça y est. Oui, donc en fait il faut ré appeler sur le truc. Voilà ! Alors, faites pareil !

Temps : 7 minutes 25 secondes

P va voir un autre groupe d'élèves

62 P : Alors, ça marche ?

63 E8 : Construire les milieux M, N, P. C'est des segments ou c'est... C'est quoi ?

64 P : Alors, construire les milieux alors, j'ai, faut lire l'énoncé, regarde, il faut pas se tromper : M c'est le milieu de $[BC]$; attention à l'ordre ! N c'est le milieu de $[DE]$...

Le professeur se retourne au tableau

65 P : Donc, du coup je n'ai pas suivi ce qu'a fait G. C'est bien ce qu'il fait ? Oui, vous contrôlez ? Alors, on relit l'énoncé. *à tous* relisez l'énoncé, ne vous trompez pas. M c'est le milieu de $[BC]$, en haut, oui, ensuite N c'est le milieu de $[DE]$ et P c'est le milieu de $[FA]$. Ne vous trompez pas dans les trucs, là parce que alors là !

66 P : *s'adressant à G* Alors, t'as fait A, C, E ?

67 G : Ben j'suis en train de faire la rotation.

68 P : *à la classe* Bon, alors, la rotation, vous avez vu, ça on l'a encore jamais fait la rotation. Alors, rotation, vous avez vu, c'est dans les transformations. Bon. Alors, vous pointez d'abord l'angle. Vous l'avez marqué le texte ? Voilà ! Vous montrez le texte π sur trois, après vous montrez le centre ; le centre, c'est quoi ?

69 G : C'est O.

70 P : Et après c'est A, il doit y avoir un point qui a apparu ?

71 G : Non !

72 P : Ah ! J'ai pas bien vu ; allez, on recommence ! Rotation...

73 G : Transformation...

74 P : Rotation, oui, le nombre, d'accord, ensuite le centre...

75 E : L'angle on l'écrit comme ça ?

76 P : Texte, oui, oui, dans un coin de l'écran, texte et puis vous tapez π sur trois. *se retournant vers G* Qu'est-ce que c'est ? Non, non, non, t'as pas fait rotation, non, non, non, c'est pas possible, qu'est-ce que c'est cette... Si ? C'est une rotation ?

77 G : Oui !

78 P : Bon !

79 G : Donc, là...

80 P : Après, tu montres le point A !

Temps : 9 minutes trente secondes

81 P : Purée ! C'est pas... Attends, le point A... Le problème, c'est qu'il y a un point qui est apparu en bas, et c'est pas le bon angle, attends... Bouge ton point A, mets le un petit peu plus loin ton point A, et refais le truc.

82 G : Pointeur... Je le met un peu plus...

83 P : Oui, un peu plus vers l'axe des abscisses.

84 E : Madame, comment on met le point A et le point O ou le point O et le point A ?
85 P : Non, d'abord le centre et puis ensuite...
86 G : Comment on fait pour le fermer, déjà, le ...
87 P : Tu, tu... Sur le truc central tu appuies, oui, là, voilà, longtemps, voilà ! Voilà, descends le un peu.
88 G : Ah oui, ça descend avec.
89 P : Voilà, alors refais ton truc.
90 G : Je le descends là, c'est bon ?
91 P : Oui, oui, on va voir...
92 G : Alors, transformation, rotation, c'est 4.
93 P : Rotation, c'est bien rotation.
94 G : Voilà, je montre π sur trois...
95 P : Le nombre, oui, le point...
96 G : Le point O ?
97 P : Oui, et après tu montres le point A ; mais non, mais qu'est-ce que c'est cet axe ? Là, tu es en train de faire..., tu as pas fait rotation ? Oui, si ! Voilà, tu as un point là haut, là ! Et tu le nommes !
98 G : C'est lequel ?
99 P : Là !
100 G : Je le note comment ?
101 P : Et, ben, tu regardes dans l'énoncé
102 G : Ah ! B'

Temps : 10 minutes cinquante secondes

103 E : Comment il faut faire pour faire ça ?
104 P : Alors on cherche rotation... Qu'est ce que c'est une rotation ? C'est une transformation ! Alors, on cherche transformation, rotation. Voilà. Et après on regarde... C'est quatre, d'accord, rotation ! Est-ce que tu as tapé le texte π sur trois, avant ? Pour préparer la route.
105 E : Non
106 P : Ah ! Méthode : dans un coin de l'écran... On fait dans l'ordre, le truc, hein ! ... Ça marche ?
107 E' : Oui
108 E" : Une fois qu'on a fait π sur trois, on sélectionne ?
109 P : Oui ! Donc, c'est bon ; nombre, après le centre... Donc c'est O le centre
110 E" : Mais j'appuie sur rien, là !
111 P : Ah ben si, faut appuyer !
112 E" : Avec ça ?
113 P : Je sais plus... Enter... Voilà ! Après voilà, Enter, le point O, voilà et après le point A. Voilà... Et donc il y a un point qui est apparu ou ça ? Eh be ! Qu'est ce qui s'est passé ? Ça n'a pas marché !
114 E" : Ben en fait, quand...
115 P : Refais ! Tu sélectionnes le point puis tu supprimes, j'sais pas, le point, poin-

teur, je sais pas.

116 E" : Pointeur ?

117 P : Je sais pas, là tu me poses une colle, je sais pas, vas y ! Tu montres le point, là, voilà ! Peut-être, il fallait mettre point, je sais pas. Voilà, clic droit, efface, y'a pas un clic droit ? Je sais plus...

118 E"' : Tout effacer !

119 E" : Menu, action...

120 P : Non, non, pas tout effacer ! Le point tu l'effaces, point, voilà et clic droit...

121 E" : Clic droit, c'est quoi ?

122 E"' : On n'est pas sur l'ordinateur !

123 P : Oh là là, oui, excusez moi ! Oui, oui ! Tu sélectionnes, non pas le cercle ! Tu prends le point, oui, alors Menu ; attends, il faut Menu Outil, alors, attends, qu'est ce qu'il faut faire pour supprimer un point ? J'ai une colle, là ! Sélectionner, non pas sélectionner...

124 E"' : Ah, j'ai trouvé, madame

125 P : Oui ?

126 E"' : C'est contrôle menu...

127 E" : Je fais pointeur, déjà ?

128 E"' : Non, tu fais Menu, sélectionner. Tu sélectionnes le point B en restant appuyé sur la main pour faire refermer la main, et après...

129 E" : Mais, là, j'ai le cercle...

130 E"' : Et après contrôle menu et il y aura supprimer...

131 E" : Mais là, j'ai le cercle

132 P : Non, il fallait que ce soit le point, alors !

133 E"' : Tiens regarde...

134 P : Ou sinon, tu le caches, et puis c'est tout !

135 E"' : Tu fais comme ça. Va sur le point, fait sélectionner...

136 E" : Ah ! d'accord.

137 E"' : Tu fais contrôle menu...

138 E" : Oui, mais là, c'est le cercle là !

139 P : Remets sur le point. Remets sur le...

140 E"' : Sélectionner, voilà, tu t'approches du point, voilà t'appuies longtemps au milieu pour fermer, voilà et là tu fais, contrôle menu et c'est quatre.

141 E" : Ah oui, c'est bon !

142 P : Ah oui, quatre supprimer. Merci E"' ! Alors, on fait pareil, pour euh... Alors, attends, fais bouger le point A pour voir un petit peu ce qui se passe. Tu as nommé au fait ? Attends, tu as pas nommé !

143 E" : C'est B.

144 P : Ah oui, c'est B ! Fait bouger le point A pour voir ce qu'il se passe. Fait bouger le point A. Voilà ! Attends, on est en train de faire B, ça y est, on a fait B, pareil pour...

145 E" : Mais quand vous dites D, D c'est O, C.

Temps : 14 minutes

146 P : Voilà, l'image de C ! Voilà vous vérifiez bien que c'est...
147 G : Toujours π sur trois ?
148 P : Oui, toujours π sur trois... Voilà, alors tu fais pareil avec C, avec euh... Est-ce que quelqu'un est arrivé à la fin de la figure ?
149 P : *s'adressant à un élève E2* Et le triangle, il est où ? Je voudrais le voir, le triangle...
150 E2 : Quel triangle ?
151 P : Ben le triangle MNP.*(10s)* Alors, qu'est ce que ça donne ? *(10s)* C'est vrai que c'est mieux à l'écran quand même. Relis l'énoncé. C, c'est l'image de D par la rotation. D'accord ? La rotation de centre O et d'angle π sur trois. Alors t'as fini, E3 ?
152 E3 : Non, pas encore !
153 P : Alors, t'en es où ? Ou est-ce que t'en es ?
154 E3 : Ben, j'ai, j'ai...
155 P : Alors ? Après. D'accord. Alors t'as mis π sur trois pour faire ta rotation là ? Non, texte, c'est dans Action, Action, texte, tu le mets dans un coin de ton écran *P s'éloigne vers un autre élève E4*
156 P : Bon, ça y est, tu as tout, y'a le triangle, et tout ?
157 E4 : Le triangle ?
158 P : Ben, je voudrais voir MNP : qu'est ce que c'est le titre : Faire une conjecture sur la nature du triangle MNP
159 E4 : Ah, OK, il fallait le tracer, alors.
160 P : Il y a triangle, quelque part, dans les menus.
161 E4 : Menu...
162 P : *s'adressant à tous* Le titre de l'énoncé : Faire une conjecture sur la nature du triangle MNP donc en général qu'est ce qu'on dit, si on fait une conjecture sur le triangle, on a peut être envie de le dessiner. En général, on a peut-être envie de le dessiner !
163 E5 : Comment on le trace ?
164 P : Ah, alors, est-ce qu'il y a triangle dans les menus, rappelez moi ! Construction, voilà... Figure, voilà. Alors vous me faites bouger tous les trois points A, C, E, pour voir ce qui se passe. Est ce que ça reste, toujours, euh... Est-ce que quelqu'un a bougé le rayon du cercle aussi, si vous élargissiez le cercle, qu'est ce que ça donnerait ?
Temps : 17 minutes
165 E : Un triangle équilatéral *Brouhaha*
166 P : Voilà, vous faites aussi bouger le rayon du cercle. Vous faites bouger A, E le rayon du cercle
167 E6 : Quand je fais bouger A, c'est le cercle qui bouge et non le A, et non le point, là
168 P : Ah !
169 E6 : C'est pas normal !
170 P : Ah mais oui, mais, il est où ton point A, je le vois pas
171 E6 : Il est là !

172 P : Il est là, et tu peux pas le faire bouger ?
173 E6 : Ben non !
174 P : T'as fait point sur le cercle pour le construire ?
175 E6 : Oui, il me semble...
176 P : T'es sûre... Ah, mais ça va plus ça. Fais moi bouger C, pour voir. Tu peux faire bouger le point C... Il faut que la main soit comme çà, tu sais. Voilà. Non, ça, c'est l'étiquette, là. Faut bien que ce soit marqué le point C. Non, tu vois, pas l'étiquette, il faut que ce soit le point... Bon, tu sais ce que tu vas faire, tu vas me supprimer l'étiquette, où la mettre plus loin, parce que là elle te gêne pour prendre le point. Élargis, non, élargis encore le cercle, tu fais un zoom avant, voilà t'auras plus de facilités pour prendre le point. Tu mets pointeur sur l'étiquette, essaye de la mettre un peu plus loin, pour avoir l'espace, pour attraper le point... Voilà, alors maintenant tu fais pointeur mais sur le point, là, peut-être tu auras plus d'espace pour attraper le point, uniquement le point, là... Ah ça y est le point C, c'est bon. Bon là, tu peux bouger, c'est bon. Bon alors maintenant le point A, refais la même chose avec A. Bon, dès le départ, il est sur l'axe des ordonnées, il a pas compris, quand tu l'as construit. Tu sais ce que tu devrais faire, tu devrais supprimer le point A ; refais la construction du point A, et le remettre carrément ailleurs, tu vois le remettre...

Temps : 20 minutes

P s'éloigne, s'adresse à E7

177 P : Bon, alors, ça donne quoi, là...
178 E7 : Ben, j'ai réussi à faire le point B.
179 P : Ah ! Super ! Fais moi bouger un petit peu le point A, voilà...

P s'adresse à G

180 P : Bon, alors, notre cobaye, t'en es où ? Tu y es arrivé ? T'en es où ?
181 G : Ça m'énerve, là. Parce que j'ai trois points, ils disent de tracer le triangle MNP, mais le problème, c'est que M je sais pas lequel c'est...
182 P : Ah, tu sais pas lequel c'est ?
183 G : Ben, ici, les trois, y'a M, D, E qui sont au même endroit.
184 P : Ah oui, ça c'est bête !
185 G : Et j'arrive pas à les bouger.
186 P : Et, ben c'est ton problème ! *Rires* Non, tu regardes, bon, déjà essaye déjà de faire un petit zoom avant.
187 G : Je vais faire ça à l'arrache. Zoom avant ?
188 P : Zoom avant, tu mets ça vers le haut, déjà, ça élargira le truc. Chuuut. voila. Bon maintenant, tu essayes de, qu'est ce qu'il y a là dedans, il y a le point E, tu m'enlèves le point E, voilà tu le fais glisser... tu fais glisser le point E. Ah, point N, mais essaye d'avoir une main, tu sais comme euh...
189 G : Oui ; c'est ça le souci, alors je vais refaire un zoom, là !
190 P : *s'adressant à d'autres élèves* Chuuuut. Bon, alors, ça a donné quoi, là, vous avez fait bougé, là. Allez, ben on passe à la théorie, c'est super ! Vous pouvez peut-être faire la figure sur votre cahier, non ?

191 G : C'est bon.

Temps : 21 minutes trente six

192 G : Ça y est.

193 P : Ah ! Ça y est ! Ouf ! Bon, ça y est bon ! Allez, bon on passe à la partie théorique, c'est super, ça. Peut-être refaire la figure sur votre cahier, non ? Hein, allez on va faire ça, allez, hop, hop, hop, hop ! Bon, alors, chuut !

Temps : 22 minutes 24 secondes

194 P : Allez, on a une heure, hein ? ... Alors chuuutt !

195 P : Bon, allez, si on a $z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$, j'écris z_B sur z_A, z_B sur z_A et grosse astuce, z_B c'est $z_B - z_O$. On est d'accord. Et z_A c'est $z_A - z_O$. Donc on a z_B moins...

196 E : Ça fait comme euh...

197 P : Oui, ça vous fait penser à quoi, ça ?

198 E : *inaudible*

199 P : Oui, très bien ! E, allez, tu vas venir me l'expliquer. Allez, au tableau ! C'est super ça ! Non, non, mais je ne rigole pas, en catimini pour ceux qui sont déjà à la partie théorique, tu viens nous expliquer ce que tu viens de me dire dans l'intimité. *Pendant que E se dirige vers le tableau, P s'adresse à une autre élève E8* Bon, alors, il est où ce triangle ?

200 E8 : Il est là.

201 P : D'accord, mais j'aimerais bien le... ouh ! Ça, ça m'étonnerait ! Alors le point M c'est quoi ?

202 E8 : C'est le milieu de $[BC]$, alors, c'est celui là !

203 P : Alors, c'est M. Ça serait bien de les nommer !

204 E8 : Oui, mais, faut que j'aille dans texte, et après quand on se met à bouger le point il est où ?

205 P : Les trois points ils sont où ? Je vois pas très bien, là !

206 E8 : Ça a buggé !

207 P : Ah, alors si ça a buggé ! j'aimerai bien le voir quand ce triangle ! *P se tourne vers E9 et E10* Bon alors, vous en pensez quoi, les garçons ? Ah il est joli ce triangle, il est mignon, tout plein ! Bon ! Chuuut ! Ah, eh oh ! *s'adressant à E11* Parce qu'en plus tu l'as pas fait ?

208 E11 : Si, j'en ai fait un, mais je comprends pas pourquoi, ils bougeaient pas les points !

209 P : *s'adressant à E* Alors, t'expliques juste la première question. Donc l'énoncé, vous dit quoi ? Chuuut. $z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A$ Chuuut ! Comment on pourrait raccrocher ça, chuut à une formule du cours ? Chut. Alors, grosse astuce, comment on va... qu'est-ce qu'on fait ? Voilà, donc on écrit ça comme ça. O c'est z_O, chuut et qu'est ce que c'est la formule du cours ? *E écrit au tableau* OA, OB ; donc ça c'est le sujet, sujet, verbe aussi. Il faut déjà mettre les parenthèses autour. Voilà. Alors qu'est ce qu'il dit le cours ? Il dit que l'angle de vecteurs $(\widehat{\vec{OA}, \vec{OB}}$ c'est égal à quoi ?

210 E : π sur trois.

211 P : Oui, alors il faut m'expliquer pourquoi tu me dis que c'est π sur trois. Parce que c'est l'a-r-g-u-m-e-n-t de ? Comment on a écrit dans le cours exactement, qu'est

ce qui est écrit dans le cours ? Argument de... ? C'est ce que tu viens d'écrire ? Attention ! Il faut pas confondre ! Ça, ça c'est un complexe.

212 E : Ça c'est une mesure d'angle.

Temps : 25 minutes

213 P : Voilà ! Tu écris vraiment la formule comme il faut. Bon déjà, tu termines quand même, comment on exploite ça, ça c'est donc quoi d'après l'énoncé ? On veut démontrer. C'est exponentielle, oui. On est en train de chercher, donc point d'interrogation, il parait que c'est exponentielle $i\,\pi$ sur trois. Pourquoi ? Non,attends, comment c'est l'énoncé. Je m'emmêle les crayons, qu'est ce que c'est. Expliquez pourquoi, oui ? Voilà donc on rappelle la formule du cours, l'argument de, vous vous rappelez, on fait la différence en haut la différence en bas et comment on fait ? On prend celui du bas dans l'ordre inverse donc, vecteur OA, vecteur OB modulo 2π ; alors, ça on sait pas, c'est ce qu'il faut démontrer ; alors qu'est ce que vous en pensez, d'après l'énoncé, d'après les hypothèses, donc on explique que par construction, et ça, je t'en dispense, donc je vous laisse rédiger, c'est bon, donc tu peux retourner à ta place. Donc, pour que ça se goupille bien, qu'est ce que vous expliquez B c'est quoi ?

Temps : 26 minutes 37 secondes

214 Es : *Brouhaha*

215 P : Non, par construction, c'est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle π sur trois, donc la mesure de l'angle de vecteurs $\vec{OA}, \vec{OB}$ égal... π sur trois. Et d'autre part, qu'est ce que vous pouvez dire sur les distances ?

216 E : Elles sont égales.

217 P : Elles sont égales, voilà ! Donc ça veut dire que le module de $z_B - z_A$ sur $z_A - z_D$ égale ?

218 E : Un.

219 P : Oui, donc conclusion ? $z_B - z_A$ sur $z_A - z_D$ égale exponentielle de $i\ \pi$ sur trois. Allez, je vous laisse rédiger ça et après je regarde si c'est bien rédigé.

220 E : On n'a pas compris.

221 P : On n'a pas compris, c'est pas grave, on cherche, on fait comme si on avait rien dit au tableau, allez.

Brouhaha

222 P : Chuuut !

223 P : *à un élève* Ça, on ne le sait pas, il faut le démontrer.

Temps : 28 minutes

Fin de l'enregistrement

6.4 Observation 15 janvier : documents distribués

Optimisation et complexes.

Dans un repère orthonormal direct, on considère les points A et B d'affixes $z_A = 1 + i$ et $z_B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. On appelle $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Donner la forme exponentielle de z_A et z_B.
2. On considère le point M d'affixe $e^{i\alpha}$ avec $\alpha \in]-\pi ; \pi]$. Justifier que M appartient au cercle $\mathscr{C}$.

On considère l'application f qui à tout point M de $\mathscr{C}$ associe $f(M) = MA \times MB$.

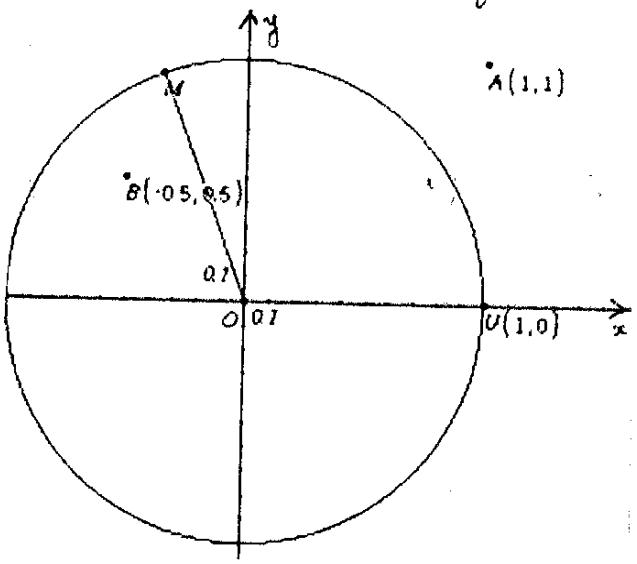
Réalisation de la figure et conjectures.

Ouvrir un classeur. Graphiques et géométrie.

* Nommer O l'origine du repère ; U(1;0). Placer A et B.

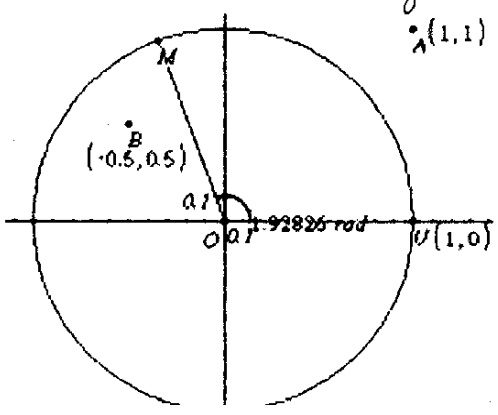
Méthode : placer approximativement les points (icône point), les nommer immédiatement, faire apparaître leurs coordonnées et corriger si besoin est. (en sélectionnant chacune des coordonnées)

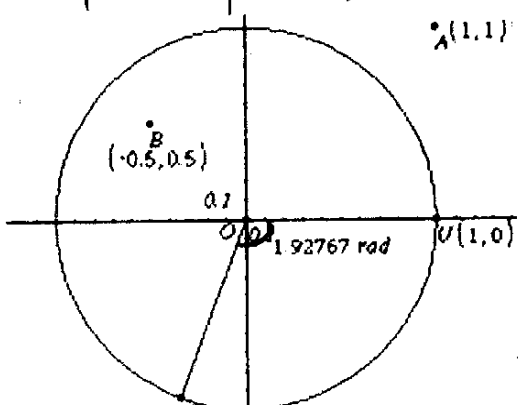
* Tracer le cercle $\mathscr{C}$ (cercle de centre O qui passe par U !)
  Placer M sur $\mathscr{C}$ et tracer le segment [OM].



Le but du TP est d'étudier les variations de f en fonction de α.

Le logiciel ne nous permet que de mesurer des angles géométriques (icône mesures → angle montrer U puis O puis M)





si $\alpha \in [0; \pi]$ $\quad \alpha = \text{mes } \widehat{UOM}$

si $\alpha \in]-\pi; 0]$ $\quad \alpha = -\text{mes } \widehat{UOM}$

Constat : si $\alpha \in [0, \pi]$ ordonnée de M $\geqslant 0$ $\quad y_M \geqslant 0$

si $\alpha \in]-\pi; 0]$ ordonnée de M $\leqslant 0$ $\quad y_M \leqslant 0$

donc signe de α = signe de $\frac{y_M}{|y_M|}$

* Stocker, dans un coin de l'écran, la mesure de l'angle géométrique → a

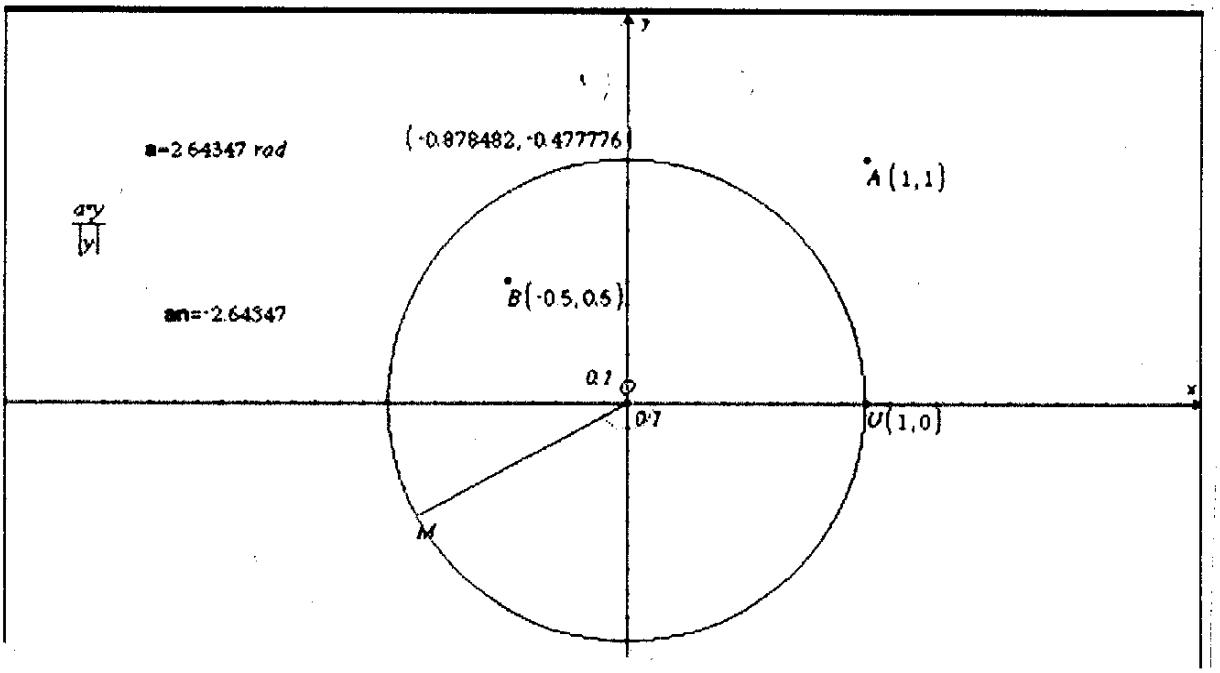
Nous allons créer une nouvelle variable a $\frac{y}{|y|}$. Pour cela :

→ afficher les coordonnées de M

→ taper, dans un coin de l'écran, le texte $\frac{a.y}{|y|}$

→ calculer l'expression (en montrant successivement a et y_M)

→ stocker le résultat en le nommant an

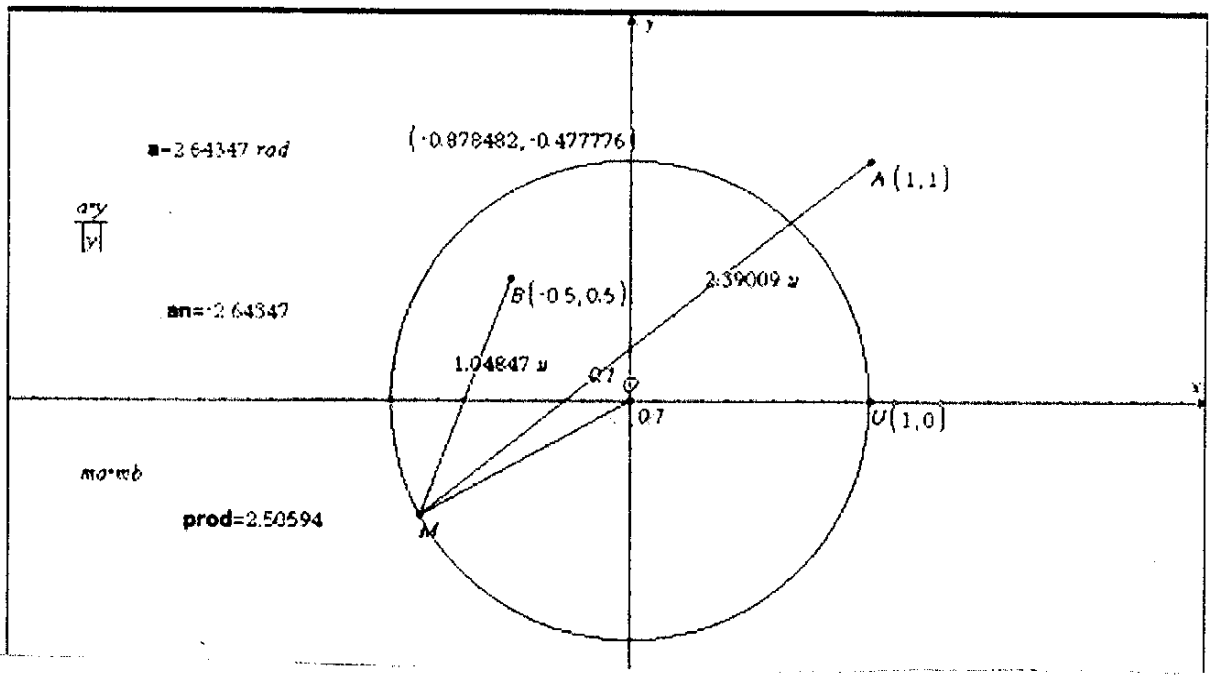


* Tracer les segments [MA] et [MB]. Mesurer les.

Taper, dans un coin de l'écran, le texte ma . mb.

Calculer l'expression (en montrant successivement les mesures de [MA] et [MB])

Stocker le résultat en le nommant prod.



Pouvez-vous, en déplaçant le point M, conjecturer les variations de $f(M)$ en fonction de α ?

* Représentons le nuage de points associé.

Ouvrir une nouvelle page Tableur et listes.

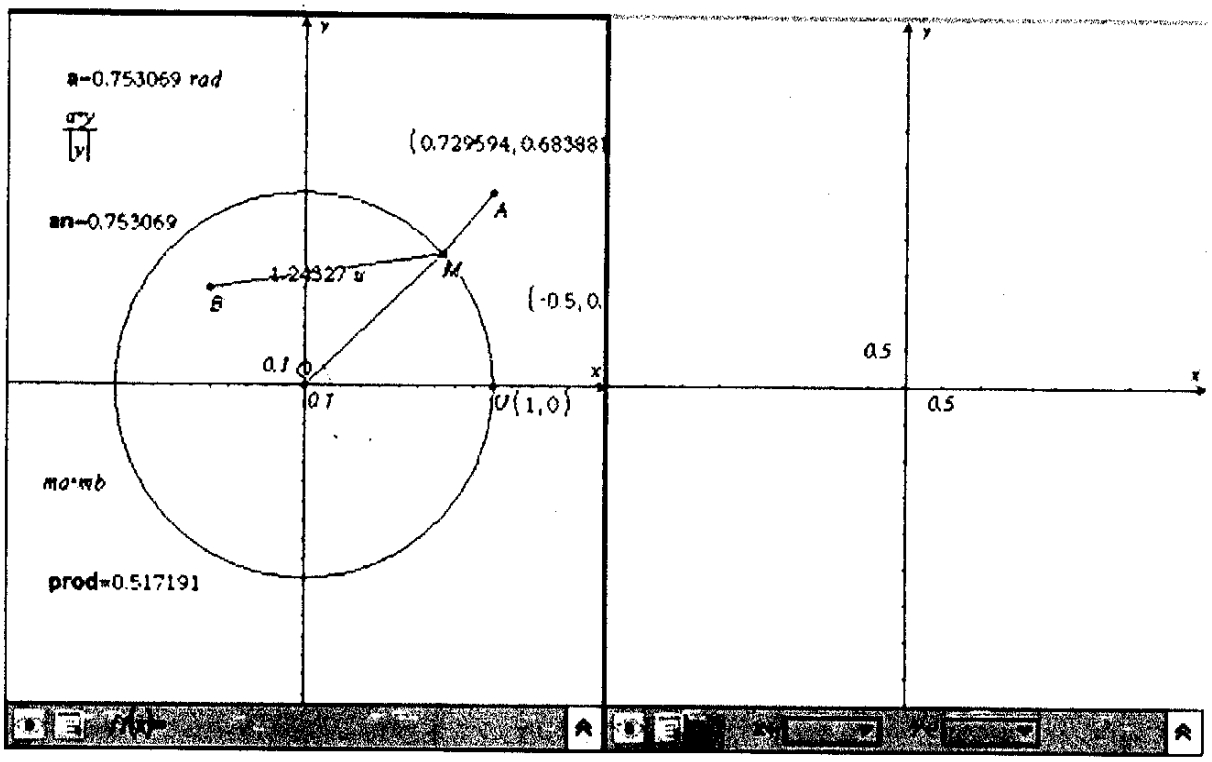
Capturer les valeurs de an en colonne A et celles de prod en B.

Nommer les colonnes.

lx	ly
=capture(an,1)	=capture(prod,1)
-2.38186	2.92058
-2.33268	2.96919
-2.29815	3.03534
-2.28763	3.04905
-2.23683	3.11297
-2.19402	3.16376
-2.15398	3.20863
-2.14781	3.2153
-2.08927	3.27554
-2.04571	3.31657
-2.03211	3.3287
-2.0286	3.33179
-1.84849	3.4597
-1.66902	3.52618
-1.47709	3.52685
-1.37242	3.49671
-1.30746	3.4673

ly:=capture(prod,1)

Revenir sur la 1ère page.
Changer de format. Ouvrir graphiques et géométrie
Dessiner le nuage de points. Retrouver les résultats conjecturés ci dessus (en utilisant l'icône point)



Partie théorique

3°) Montrer, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, l'égalité :

$$e^{i2\alpha} - 1 = 2i \sin \alpha e^{i\alpha}.$$

Montrer l'égalité :

$$f(M) = \left| e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} i\right) e^{i\alpha} \right|.$$

4°) En déduire que $f(M) = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2 \sin \alpha\right)^2}$.

a. En utilisant les résultats précédents, montrer qu'il existe deux points M de $\mathscr{C}$, dont on précisera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit minimal. Donner cette valeur minimale.

b. Montrer qu'il existe un unique point M de $\mathscr{C}$, dont on donnera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit maximal. Donner cette valeur maximale.

6.5 Entretien avec Alexis

A l'issue d'un cours observé, entretien à chaud avec Alexis. Deux interwievers, I1 et I2.

1. I1 : Bien, on va commencer, alors, je voudrais te poser une première question en fonction de ce que tu as préparé, qu'est ce qui est apparu pour toi le plus notable, ou intéressant ou remarquable.
2. Alexis : Qu'est ce qui m'a paru le plus intéressant, le plus remarquable ? Ah ! Boh, ce qui m'intéresse toujours, c'est quand on prend le temps de préparer quelque chose, et qu'on le prépare bien, on a l'impression que les élèves adhèrent, et qu'ils font les choses. Et ça, c'est satisfaisant. C'est à dire, quand tu as pris le temps de préparer quelque chose et que tu as fini ton heure et que les élèves ont travaillé, ça c'est bien. Et là, je suis content parce que j'ai vu des élèves actifs, qui faisaient des choses. J'ai vu des élèves qui avaient des idées, aussi, j'ai vu des élèves venir aider un camarade parce qu'ils ont d'autres idées que nous, donc c'est bien. Et puis euh, des élèves qui ont su travailler quand même avec le logiciel, donc ça veut dire que petit à petit les choses rentrent et le fait de travailler, machine et logiciel, et bien si tu veux tout le temps qu'on passe sur la machine c'est un trav..., c'est du temps qu'on gagne pour après, l'utilisation du logiciel. Alors là, je suis content de voir que bon, alors, si tu veux, c'est enclenché, le travail est enclenché. Alors je ne dis pas que les élèves maitrisent parfaitement l'ordinateur, mais que euh, qu'il font la démarche d'utiliser et donc qu'ils sont preneurs, quoi !
3. I1 : Est-ce qu'il y a quelque chose qui t'a attiré dans les réactions des élèves, des réactions qui sont remarquables ?
4. Alexis : Ben, oui, réaction de Luce, de toutes façons, mais c'est un pilier de la classe, elle elle va voir les choses tout de suite. Quand je dis faites une conjecture de l'aire en fonction de a elle répond $\frac{a^3}{3}$, ça ne lui pose aucun problème. C'est sûr, que quand on a des élèves comme ça pour s'appuyer, on peut mener l'activité. Imaginons la même activité dans une classe où on n'a pas d'élèves sur lesquels s'appuyer, on va y passer deux heures. Donner moi, l'aire en fonction de a ! Et ça répondra pas, et tu seras là comme un innocent avec ton activité. Et là, tu ne seras pas content. Moi, je ne crois pas qu'on peut voir des cours parfaits, ou des choses parfaites sans élève. Moi, je sais pas, mais un mec qui fait des manuels, un mec qui parle de l'enseignement des mathématiques, c'est bien quand même qu'il se rappelle qu'est ce que c'est qu'un élève. Et là quand on prépare cette activité, je savais que dans ce groupe il y aurait deux ou trois élèves sur qui m'appuyer, pour par exemple accélérer ; quand j'ai vu par exemple que l'heure commençait à tourner, donc j'ai dis bon, tac, tac, tac, il me reste ça à faire, ça... j'accélère, c'est pas grave, ceux qui de toutes façons sont en grande difficulté, ils le resteront, si tu veux, mais bon pour finir l'activité, hop, je prends un bon élève, je lui pose la question tac, tac, tac, c'est fini ! Après on reviendra, bien évidemment, ce n'est qu'une activité d'approche, ensuite on fera le cours et tout, et là on travaillera avec les élèves. Voilà, donc globalement, moi je suis

content, on a fait des maths, ça a bougé, ça a fait des choses, non, je suis content. C'est comme ça que je vois une séance de mathématiques en terminale S. Les élèves qui font des choses, qui disent, qui parlent qui avancent et qui en plus font l'activité, donc c'est encore mieux !

5. I2 : Là tu l'as fait deux fois puisque le premier groupe c'était ce matin ?
6. Alexis : Oui
7. I2 : Alors comme on n'était pas là dans le premier groupe, est-ce que c'était similaire, différent, est-ce que tu peux caractériser un groupe par rapport à l'autre ?
8. Alexis : Dire que, euh, différent, non. Puisque l'activité c'était la même chose, on est arrivé au même point. Donc on a réussi... On n'a peut être moins accélérer parce que les élèves dans le premier groupe ils sont meilleur, j'ai pas eu besoin de mettre un petit coup d'accélérateur à la fin de la séance. Non, qu'est-ce que... Non, dans l'autre groupe j'avais un bon élève, à la manière de Luce, de Thierry, qui lui, à un moment donné, mais là je ne pouvais pas arrêter la séance pour lui, on aurait pu, mais je pouvais pas, il avait déjà dans sa tête vu que au lieu de s'embêter avec des rectangles supérieurs, inférieurs, il a tout de suite vu qu'on pouvait bosser avec des trapèzes. Bon, effectivement, l'approximation d'une aire avec des trapèzes, ça se fait bien, je veux dire c'est un TP qu'on peut faire en terminale, mais là bon là, c'est l'activité qui prime, donc on peut pas se permettre d'arrêter tout, de dire OK on va parler des trapèzes, parce qu'on a un objectif pour la séance, après on peut très bien imaginer si j'ai le temps de faire un petit truc rapide avec des trapèzes et de montrer qu'on arrive beaucoup plus vite, qu'on approche beaucoup plus rapidement l'aire de la partie hachurée avec des trapèzes qu'avec des rectangles. Alors voilà un bon élève qui a fait une remarque intéressante. Après, non, globalement, si tu veux ils ont avancé à peu près de la même façon, ils ont été un petit peu plus vite quand on a voulu encadrer, quand on calcule l'aire des rectangles, quand on subdivise en huit, alors là ils ont été un petit peu plus vite eux, que eux qui ont un peu ramé, globalement ils ont été un peu plus vite mais bon, au niveau de ce qu'il y avait à faire, ils ont fait pareil.
9. I1 : Et qu'est ce que t'a donné cette première mise en œuvre ; tu as fait la première mise en œuvre de cette activité puis ensuite la deuxième, pour toi quelle est la modification ou la différence entre la première et la deuxième ?
10. Alexis : Différence, non, je...j'en n' ai pas...c'est parce que, quand tu prépares l'activité, faut pas oublier, quand tu prépares l'activité, tu as, tu as dans ta tête, tu les as en face de toi les élèves, donc déjà tu as, bon tu peux être surpris par des remarques auxquels tu t'attends pas, mais quand même quand tu prépares l'activité, ils y sont les gamins. Que ce soit dans un groupe ou dans un autre groupe, t'as pas de surprise ou t'as des surprises qui sont différentes d'un groupe à l'autre. Bon, là par exemple, la surprise c'est deux ordinateurs en panne, alors que je l'avais pas dans l'autre groupe. Comme quoi, t'as deux séances et ça marche pas de la même façon. T'en as une qui s'est mis avec l'autre et puis l'autre, je lui avais dit met toi avec ta copine et hop elle a pris sa machine et elle l'a fait à la machine. J'aurais

même pas pensé de lui dire prends ta machine pour faire l'activité, là c'est venu d'elle et d'ailleurs c'est très bien, on peut pas dire que ce soit pas une bonne élève, elle est en difficulté, mais, bon malgré tout, là elle a eu cette prise d'initiative et qui était vachment bien, j'ai trouvé. Donc par exemple, voilà par exemple, tu as deux choses différentes d'un groupe à l'autre, ça c'est certain. Mais après au niveau du contenu, du cheminement, si tu veux, pour moi dans ma tête c'était clair, on partait, comme je te l'ai dit un petit peu hier. On part d'un truc tout bête, hein ! Au collège on apprend aux élèves à trouver des aires en subdivisant avec des petits carrés, donc ils peuvent le faire en terminale. Donc la tu pars d'un niveau cinquième, à la limite, pour petit à petit introduire une notion qui est quand même une notion de terminale S. Donc mon activité, je pars de choses très très simples pour arriver à quelque chose plus compliqué. Donc mon activité elle était comme ça, je l'ai mené dans un groupe comme dans l'autre de la même façon parce que je savais d'où je partais et je savais où je voulais arriver, avec des petites variations, mais au niveau de l'activité, il y a pas eu de différences entre les deux, si tu veux.

11. I1 : Comment tu donnes suite à ce que tu as fait aujourd'hui en classe ?

12. Alexis : Alors comment je donne suite. Bonne question. Ca ça va me servir... Quand on fait des mathématiques en terminale S, et quand on en fait en seconde, d'ailleurs, souvent, très souvent,... Bon, il faut que tu saches, qu'un élève de seconde quand tu lui mets des lettres devant lui, y'a des a et des b, cet élève, c'est comme s'il était en Chine devant des panneaux indicateurs. Le bon élève, oui, le bon élève, x, y, tac c'est des lettres qui sont dans la fin de l'alphabet, c'est des variables, ou des inconnues. a, b, c sont des lettres qui sont dans le début de l'alphabet, ça va être des paramètres, et bref, il y a tout un tas d'implicites qui fonctionnent avec les lettres que nous on maitrise parce que c'est notre boulot. Donc, ce genre de choses, si tu veux en seconde, moi, je me suis dit, en même temps, il faut amener les élèves à faire preuve d'abstraction mais en même temps il faut leur permettre d'y arriver. Il faut surtout pas dire que y et $3y$ faut pas que ça soit un yaourt et trois yaourts ça fait quatre yaourts, c'est pas bon, c'est pas ça qui faut faire, mais il faut que le gamin il arrive à savoir que y plus trois y ça fait $4y$. Si tu veux, par exemple quand j'ai fait le truc avec x prime, conjecturer l'aire en fonction de a. Je vais dire ça devant mes collègues ils vont bondir ! Ils vont me dire, Alexis, tu ne fais pas des maths ! C'est une honte ce que tu fais !

13. I1 : Pourquoi ?

14. Alexis : Parce que pour eux ce ne sont pas des mathématiques : je pars d'une observation et je fais quelque chose. Je l'ai pas démontré. Je suis désolé, ça je m'assois dessus. Moi ce qui m'intéresse c'est que dans mes quatre murs, mes élèves arrivent à faire des mathématiques. Donc je vais faire ça. Et si tu veux, après je vais faire la leçon avec toute la rigueur mathématique qui s'impose. Mais quand je vais leur dire que l'intégrale de $f(x)dx$ c'est la primitive, hein $F(b) - F(a)$, je leur dirai, rappelez vous ce qu'on a fait, on avait les aires, on avait la grande aire sous la courbe moins la petite et on a obtenu l'aire entre a et b. Je vais faire référence à ce qu'ils ont fait. Avec

des choses, avec leurs outils. Et si tu veux ça va donner du sens. Le problème c'est qu'on ne donne pas assez de sens aux mathématiques, aux objets mathématiques. Et souvent les élèves comme ça perd..., y'a plus de sens, donc ils ne maitrisent pas les trucs, ou ils sont pas preneurs, tu vois ce que je veux dire ? Donc une activité, c'est, si tu veux c'est un ciment sur lequel tu vas pouvoir construire ta leçon et auquel tu feras référence. Par exemple tu vas faire la transitivité de l'intégrale, l'intégrale de a à c c'est l'intégrale de a à c plus l'intégrale de c à b ; tu partages ton aire en deux ! de a à c t'as ceb morceau là, de c à b t'as ce morceau là et de a à b t'as tout le morceau. Avec un peu de chance, tu peux t'amuser avec..., tu vas dans l'application graphiques et ut fais mesurer avec la machine. Et hop, tu vois. C'est l'intérêt de la machine à calculer, moi je suis désolé, la calculatrice ça m'a toujours aidé à donner du sens à ce que je fais en mathématiques. Parce que ce sont des nombres, parce que c'est numérique, et les élèves le numérique ça peut aller, l'algébrique ça devient tout de suite plus diffiile. Donc ça me permet moi de donner du sens à ce que je veux faire.

15. I1 : Et pour ce fichier que tu as préparé pour cette séance comment tu penses à de nouvelles exploitations, est-ce que tu vas amener des modifications ?
16. Alexis : Alors je me suis demandé quand on l'a fait tout à lheure, je me disais que par exemple, le tableau que j'ai donné à la classe, ici je me suis dis que j'aurais très bien pu le mettre dans un tableur ce truc là. Et j'aurais très bien pu, ici, au lieu de demander aux élèves de se mettre dans le mode calcul, de mettre l'intégrale donc, de 0 à a de $f(x)dx$ Donc ça j'aurais pu le faire dans le mode tableur et liste.
17. I2 : Oui, et en effet prolonger en utilisant le côté formel du tableur, c'est à dire après faire l'intégrale de 0 à a pour faire sortir la formule.
18. Alexis : Oui, oui, alors, après, alors voilà, donc si tu veux voilà c'était des choses en faisant l'activité avec les élèves, enfin, je l'ai modifié pour l'année suivante. Mais bon si je ne l'avais pas faite, je n'aurais pu entrevoir ce genre de chose.
19. I1 : Et quand alors tu as fait cette modification lors du travail en classe ?
20. Alexis : Là, tout à l'heure ! Quand j'ai vu Thierry se mettre dans un tableur, j'ai dit, qui dit tableau dit tableur et liste. Comme tu dis on peut tout de suite visionner le côté formel avec l'aire. C'est l'intérêt de se lancer et de se poser les bonnes questions.
21. I1 : Donc on passe à... Peut-être tu as des questions ?
22. I2 : Oui, j'aurais deux questions, d'abord, quand tu as dis on augmente, on va augmenter le nombre, les élèves...
23. Alexis : de subdivisions
24. I2 : les élèves ont bien compris qu'on aurait une approximation qui sera de plus en plus fine, alors tu as lancé cinquante, mille... et il y a une élève, là qui a dit, on va à l'infini. Et tu l'as entendu, ça ?
25. Alexis : Non moi j'ai entendu dix mille...
26. I2 : Je me suis demandé si tu l'avais entendu ou si tu ne l'avais pas entendu.

27. Alexis : Mais c'est pas dix mille qu'elle a dit, et elle a dit après ça ne marche pas, parce qu'elle a essayé avec dix mille
28. I2 : Oui, oui, après ils sont partis sur ça. Et je me suis demandé si tu l'avais entendu et si tu voulais pas le reprendre parce que ce n'était pas ton objectif de la sénace. Et alors la question qui vient après, c'est si tu l'avais entendu, est-ce que tu l'aurais repris ?
29. Alexis : Non. Je vais te dire, alors, tou bêtement, j'ai eu la question dans l'autre groupe. Donc c'est un élève qui fait spécialité aussi. Il y a un élève qui m'a dit, mais monsieur, on pourrait très bien décider de travailler avec n, et donc on pourrait alors travailler avec des suites et des sommes de termes de suites. Alors je lui ai dit oui, je lui ai dit, ton truc est très intéressant, parce qu'on peut obtenir avec la somme des rectangles inférieurs, une suite croissante, la somme des rectangles supérieurs une suite décroissante et même tu vas avoir deux suites adjacentes qui tendent vers la même limite. Alors, je lui ai dit effectivement, ce serait un bon TP à faire sur les suites, je lui ai dit, mais ce n'est pas l'objet du truc, donc on n'en parle pas et on travaille, sur ce que j'ai prévu, c'est à dire on cherche à savoir à combien, combien vaut cette putain d'aire, excusez moi l'expression. Effect... Mais la question a été posée. Effectivement, je n'ai pas fait semblant de ne pas entendre, je lui ai dit que ça pouvait être le thème d'un TP, mais moi, j'avais mon objectif qui était précis, mon objectif ce n'est pas de faire ça aujourdhui, c'est faire ça. Et il a très bien compris. Donc voilà comment j'aurais réagis si je l'avais entendu. Je n'aurais pas fait semblant de ne pas entendre, c'est pas bien, j'aurais dit effectivement on peut le faire avec n, on peut mettre faire tendre n vers l'infini, arriver à la notion de limite et, je veux dire, effectivement on verrait donc que l'aire c'est la limite de quelque chose, mais j'aurais dit à mes élèves, aujourd'hui ce n'est pas le but du truc, aujourd'hui on fait ce qu'on a prévu, on verra ça après.
30. *Digression et discussion sur les recueils de données*

Fin de l'entretien.

6.6 Observation 23 avril : Travaux pratiques en salle informatique

Les élèves rentrent en classe, parlent avec la professeur du dernier devoir surveillé...

1 P : Bon, allez, il nous reste à faire les, encore les probas et la géométrie, mais on révise encore les choses anciennes, là ; bon, *a priori* l'épreuve pratique aurait peut-être lieu aux alentours du 19 mai, donc euh on vous avertira plus précisément. Donc, vous aurez une demie journée libérée pour l'épreuve pratique de mathématiques. D'accord ? Donc, ce n'est pas sûr encore mais ce serait aux alentours du 19 mai, d'accord ? 2 E : Ça va, on sera en pleine révision ! 3 P : Ben, ça va aller assez vite ! Alors, faites attention, hein ! Alors vous serez dispatchés en deux, donc il y aura une partie qui viendra ici et une autre partie qui ira dans la salle informatique à côté du CDI. Donc, vous recevez des convocations. Bon, allez, là, on se remet un petit peu dans les... dans les probabilités. Tout le monde a pris la feuille, c'est bon. F., dis moi, je peux avoir une explication pour hier ? 4 F : J'étais malade. 5 P : Tu as un certificat ? Tu as quelque chose pour justifier ? 6 F : Oui	Phase d'introduction ; le professeur donne les informations, s'occupe des tâches administratives, accueille les élèves.

Suite page suivante

7 P : Bon, j'ai pas à vous dire pour euh, ouvrir l'écran, lancez TI-Nspire ; ah ! oui, alors, nouveauté ! Comme on sait que vous avez eu de bonnes notes en anglais au bac blanc, maintenant c'est en anglais à l'écran. Oui, oui, parce qu'on à installé une version en anglais pour vérifier votre anglais !
Protestations, brouhaha
8 E : Ça change pour les menus ?
9 P : Non, non, c'est pareil, le reste. Donc regardez, réhabituez vous, regardez tous les menus ; par exemple, dites moi la médiatrice comment ça se dit en anglais, allez, cherchez moi ça !
10 E : C'est une blague, madame ?
11 P : Ah, non ce n'est pas une blague, non, non, malheureusement, ce n'est pas une blague, non, non, allez !
3 minutes
12 E : Middleatrice...
13 P : Attends, mais il va y avoir un retardataire, non, N. il va arriver, non ?
un élève s'adresse au professeur, sa question est inaudible.
14 P : Qu'est ce que tu as eu, une gastro ? Oui, mais quand même, pour ton travail personnel, il faut que tu limites les dégâts, hein, quand même !
15 Un autre élève : Madame, vous voulez pas changer le barème de l'exercice 3 ?
16 P : Non, mais de toutes façons, la partie deux, la partie deux c'est sur deux points. Mais, je suis désolée ! Chut ! Tout ce que vous avez eu hier, c'était des annales, hein ! C'est carrément comme ça !
17 E : Oui mais c'était dur !
18 P : Non, non, c'est des annales de bac S, je suis désolée !
Brouhaha
19 E : Pourquoi c'est en anglais ?
20 P : Non, parce que l'installateur, normalement, il faut faire attention, mais comme on a mis une nouvelle version, il a pas fait attention, il a pas choisi le français ; donc, on va voir si on peut le remettre en français, mais on sait jamais, donc...

Suite de l'introduction ; les élèves ont pris les feuilles polycopiées mais la situation n'est pas encore investie.

Suite page suivante

21 P : Bon, alors, au bac, il y a quand même un grand pourcentage de chance d'avoir des probabilités, donc maintenant, il faut faire ça ! Alors, qu'est-ce que vous en pensez ? **Temps 5 minutes** 22 E : On fait le cours ? 23 P : Oui, oui, oui. Pas aujourd'hui, mais à partir de demain, oui... Allez, chut ! Tu fais un effort, Q. si tu veux que j'ai un bon souvenir de toi, alors, parles un petit peu moins ! 24 Q : Bien madame, comme il y a du monde, je serai sage ! 25 P : Non, pas du tout ! Au contraire, il voit ce que c'est l'état intellectuel des élèves de terminale, y'a pas de problèmes ! Allez, chut !	Le professeur reprend en main la topogénèse en renvoyant aux intentions de la classe de terminale de préparation du baccalauréat. **Incident extérieur**, IE1, ligne 23 dont le déclencheur est la présence de l'observateur dans la classe.
26 P : Alors, qu'est ce que ça donne, finalement, qu'est ce que vous en pensez ? 27 E : Madame, et si il était pas bon l'exo 2, je l'ai pas fait entièrement... 28 E' : Dans ce cas là t'auras rien ! 29 E : Oh, et pis merde ! 30 P : Oh, ben ! **Temps : 6 minutes** 31 E : Non, parce que d'habitude, j'y arrivais parfaitement, pis là, au contrôle j'y arrivais pas. La panique ! 32 P : Qui est absent ?	**Incident extérieur**, IE2, ligne 27, déclenché par l'environnement des élèves (devoir surveillé) ; repousse la dévolution de la situation.

Suite page suivante

33 E' : Madame on a le droit de se faire un petit tableau pour voir les paris qu'on va faire ?
34 P : Non, mais ça on le fera après. *s'adressant à la classe* Oui, alors, au fait, avec toutes ces parlottes, dites vous m'avez répondu là tout à trac, sans réfléchir, là qu'est ce que vous mettriez comme pari ?
35 E : Moi je mettrais deux...
36 P : Tu mets deux ; tout le monde met deux ! Ooh la ! C'est stalinien alors !
37 E' : Non, parce que la moyenne c'est sept, alors...
38 P : Six ! Non mais mettez le, de toutes façons, c'est pas grave.
39 E" : Moi, je pense c'est trois, parce que...
40 P : Alors, mettez le ! Allez ! Vous réfléchirez après, mais comme ça intuitivement ? Deux, trois, six, qui dit mieux ?
41 E3 : On peut pas avoir six !
42 P : Ah, ben je sais pas, j'ai entendu six.
43 E3 : C'est pas possible !
44 P : Ah ben oui, on peut pas avoir six ! Ah, qu'on est bête !

Incident de frottement, IF1, ligne 33 : le professeur ramène à ses intentions et dans la situation didactique souhaitée un élève qui se plaçait dans une situation d'apprentissage. La perturbation dure lorsque E' reparle de moyenne [2] ; on peut penser que l'interprétation de cet élève concernant la situation amorce une bifurcation didactique en interprétant directement la situation comme une situation probabiliste. Le professeur n'a pas placé les connaissances des élèves dans le milieu matériel ce qui est le déclencheur de cet incident de frottement.

45 E4 : Comment on fait pour avoir le pari ci-dessous ?
46 P : Bon, vous remplissez ça d'abord au crayon, c'est intéressant.
47 E5 : Moi, je dirais quatre.
48 P : D'accord ! Vous mettez, voilà !
49 E6 : Comment on fait si on sait déjà le résultat ?
50 P : Oui, alors je suis désolée, vous étiez peut être avec madame F. l'année dernière ?
51 E7 : Oui, on l'a fait !
52 P : Ah, d'accord ! Bon, ben je suis désolée, vous révisez un peu les... non, justement c'est pour réviser qu'est ce que c'est...

Incident de contrat, IC1, ligne 49. Cette situation a déjà été traitée par deux élèves. Le professeur justifie rapidement la possibilité de refaire le problème sans demander quel niveau de connaissance de la situation ont ces élèves et passe à la suite. La perturbation est durable pour ces élèves qui perdent à cet instant le sens du TP.

Suite page suivante

2. Il semble que E' se place dans une situation, peut-être déjà rencontrée de la somme des dés, ce qui explique la valeur 7 proposée et l'utilisation d'un tableau.

53 E8 : Tu jettes plein de fois deux dés, tu fais la moyenne.
54 P : Oui, justement, jeter plein de fois deux dés on va le faire avec l'écran.
55 E8 : Ah oui, random, au hasard...
56 P : Voilà ! Ici, c'est rand tout court. *Se tournant vers un autre élève* Allez, vous vous y mettez tout de suite, je veux voir les résultats, là.
57 E9 : J'ai pas eu le temps.
58 P : Non, non, là, vous remplissez !
59 E8 : C'est super !
60 P : Faut remplir tout de suite, là, hein ! On réfléchira après ! Ça on le fera plus tard, comme ça, hein ? Instinctivement, hein ?
61 E9 : Celui qui sort le plus souvent ?
62 P : Voilà, tu vois, t'arrives, on te dit tu joues à ça, tac ! Tu paries sur quoi ? Voilà, allez ! Ah non, non mais faut pas parier sur trois trucs, il faut parier sur un seul. Ah si tu mets tout, c'est sûr que tu gagneras ! *rires*
63 P : *se tournant vers un autre élève E* Là, mon pari...
64 E : Ah mais je sais...
65 P : Tu paries sur quoi ?
66 E : Sur trois !
67 P : Sur trois, et bien tu le mets ! Tu mets trois ! Voilà. Il faut répondre, hein !
68 E' : Tu fais cinq et deux.
69 P : Quelle est la plus grande chance de ? Quelle est le résultat qui va sortir le plus souvent, vous avez compris la question ? Hein, allez, qu'est ce que tu mets toi ?
70 E" : Moi, je me tâte.
71 P : Tu te tâtes, non mais là, c'est direct, c'est spontané, enfin, presque spontané ! Allez, tu mets deux... Et toi, qu'est ce que tu mets ? **Temps : 8 minutes**
72 E3 : Et on gagne quelque chose ?
73 P : Oui, mon estime ! *rires* Ah, error domain, qu'est ce qui se passe ? Ah t'as mis un point ! Attention, regardes bien !
74 E4 : C'est une virgule.
75 P : Oui, c'est une virgule !
76 Un autre élève : Oui, Q. je crois que tu as raison.

Dans cet épisode, le professeur cherche à entraîner les élèves dans le pari préalable sur lequel repose le scenario de la situation.

Incident syntaxique, IS1, ligne 73. Le déclencheur est une rétroaction du logiciel ; le professeur possède dans son répertoire de réponses les éléments suffisants pour régler spontanément l'incident. L'incident participe alors de l'instrumentation des élèves et renforce le répertoire de réponses du professeur.

Suite page suivante

77 E4 : Oui, mais madame, quand on fait les parenthèses comme ça, ça simule un lancer de dés ?
78 P : Oui, parce que sur un dé, il y a... zéro quatre vingt quatorze ?!
79 E4 : Mais non, mais la différence...
80 P : Ah bon la différence de six moins un ça fait zéro quatre vingt quatorze ?
81 E4 : Ch'ais pas, c'est ce qu'ils disent !... Ah non, j'avais pas vu.
Temps 10 minutes
82 P : Bon, alors, concrètement, rand tout court, ça donne quoi si vous le faites ?
83 Un autre élève E5 : C'est normal, ça ?
84 P : Ah, qu'est ce que tu as fait, là !... Ah, ben oui, si tu le mets dans le médaillon, là, qu'est ce que tu as marqué ? Oui.
85 E5 : J'ai marqué égal randint un virgule six...
86 P : Oui, mais tu as vu où tu l'as marqué ? Oui, mais attends... Oui, mais t'as fait six fois a2, regardes ce que tu as marqué ! Non, regarde en bas dans ton écran. T'as mis un point... Attention ce sont des virgules, hein !
87 Un autre élève : Oui, là, ça va être lui qui est plus grand, et là c'est lui
Brouhaha

88 E : Si notre résultat est pas bon, mais que la démarche est bonne et qu'on a mis, je me suis trompé quelque part, ça fait des points ?
Temps douze minutes
89 P : Ben, tu verras, je sais pas ! *rires* C'est à dire, dis moi tout de suite !
90 E : ln de six, j'ai trouvé un mauvais encadrement, mais j'ai dit que c'était faux mais que c'était bon quand même !
91 P : Ah bon, ben on verra.
92 E' : Comment t'as fait pour ln de six ? *inaudible* Oui, ben c'est ça, après t'avais juste à ajouter les bornes.
Le professeur s'éloigne

Incident extérieur, IE3, ligne 88. E revient sur le devoir surveillé. On voit ici le poids important de l'évaluation dans une classe d'examen, retardant, voire empêchant la dévolution d'une nouvelle situation d'apprentissage.

Suite page suivante

93 P : Voilà, bon alors vous avez compris ce qui se passe, hein ?
94 Un autre élève E : Madame, comment les ordinateurs pour... au niveau du hasard ?
95 P : Comme ça au hasard !
96 E : Oui, mais comment ils font pour les sortir au hasard ?
97 P : Ça c'est une grande question ! C'est euh, des trucs aléatoires, alors évidemment, on sort pas ça comme ça, il faut quand même, une certaine stratégie ! Alors, est-ce que c'est vraiment aléatoire ?
98 E : Ben, c'est ça justement comment il fait ?
99 P : Ben, oui, il faudrait vraiment s'intéresser à ce problème, oui. Ah non, ce n'est pas évident, oui. C'est pas tout à fait aléatoire, oui, c'est pas Dieu, tout à coup, boum ! Et oui ! Donc, c'est peut-être pas tout à fait aléatoire, en fait ! Donc, il y a de la triche, peut être, derrière !
Le professeur s'éloigne
100 E : On a l'impression que c'en est...

Incident mathématique, IM1, ligne 94 : un élève pose la question des nombres aléatoires créés par le logiciel. Le professeur répond vaguement sans donner une réponse satisfaisante ou tranchée. Localement, la question est restée sans réponse et quand le professeur s'éloigne, la question demeure vive : ligne 100 : *On a l'impression que c'en est...*
L'élève tente d'investir une branche marginale adidactique. La réponse du professeur, comme élément du contrat didactique, détourne l'élève de cet investissement, mais la question reste vive.

101 P : Faites des calculs, passez à calcul si vous voulez ; j'entends que...
102 Un autre élève E1 : Non, mais regardez ce qu'on a trouvé.
103 P : Donc, on vous explique tout ça dans l'encadré dessous, donc, on résume, ce que vous avez dû trouver, là ; donc randint un et six ça veut dire que ça renvoie un échantillon de dix entiers aléatoires compris entre un et six, hein,
104 Un autre élève : Le tableur, c'est une liste ?
105 P : Alors, on met quoi ?
106 E : Une liste !
107 P : Ben oui, ben voilà !
108 E' : Mais mes menus, ils sont en français, moi.
109 P : Ah bon, tu es en français ? Comment t'as fait ?
110 E' : Ben, je viens de rebooter l'ordi.
111 P : Ah, bon ! *s'adressant à un autre élève E2* T'es en français, toi ?
112 E2 : Oui, oui, les menus l'interface, il est en français.
113 P : Ah, oui, oui, d'accord.

Incident syntaxique, IS2, ligne 104. Le professeur règle l'incident grâce à son répertoire de réponses. L'incident est provoqué du côté de l'élève mais pas du côté du professeur. Il y a donc apprentissage en renforçant les schèmes d'utilisation de l'artefact, donc en modifiant localement l'artefact.

Suite page suivante

114 Un autre élève : Là, j'ai eu un double !
115 Un autre élève : On va faire un nuage de points.
16 minutes
116 P : Donc, donc, un truc très important, contrôle R, pour régénérer, pour faire, pour refaire l'expérience, et bien, vous tapez, contrôle R et c'est comme si vous faisiez une expérience nouvelle. Bon valeur absolue, c'est abs, hein ! Vous tapez abs... Ceux qui y sont
117 E : Oh là là, regardes ! J'ai eu un quintuple cinq !
118 P : C'est mieux qu'en réalité, finalement, hein ?

Incident mathématique, IM2, ligne 117, traité rapidement par le professeur. On pourrait penser qu'une vraie question mathématique est posée par cette remarque, qui n'est pas reprise par le professeur qui circule dans la classe et regarde les écrans des élèves.

119 P : abs... abs comme absolue... Pour valeur absolue.
120 P : Alors on t'explique... D'accord... Alors si tu fais du calcul, pourquoi t'utilises pas le ...*L'élève ouvre une page calcul* Oui !
18 minutes
Les élèves travaillent en autonomie
19 minutes
121 E : Madame !
122 P : Oui !
123 E : Là on arrive pas, on marque dans cette première case...
124 P : Si tu peux étendre. Oui, ou alors égal B moins C ; enfin égal abs B moins C ; c'est encore plus facile, hein ? Non mais refais le pour voir, comme ça tu le mémoriseras... Non, pas en haut, en haut c'est pour le, c'est pour les graphiques, pour dire ce qu'on va prendre en abscisses, ce qu'on va prendre en ordonnée ; et puis tu dis qu'est ce que je fais là, colonne euh, colonne B vas y ! mais t'as pas besoin de mettre les majuscules, je crois que ça marche même sans majuscule... Alors qu'est ce que ça veut dire ça "this operation will overwrite data in the current column ?"
125 E : Ça veut dire que ça va effacer.
126 P : Voilà ! "Do you wish to proceed ?"
127 E : Oui !
128 P : Yes, OK !
129 E : Oh, ça va, j'ai eu 18 au bac blanc !
130 P : Bon ça va !

Incident syntaxique, IS3, ligne 123. Là encore la rétroaction de la calculatrice provoque pour l'élève un incident syntaxique que le professeur règle.

Suite page suivante

131 *Un autre élève E' appelle* E' : Madame je fais le graphique ?
132 P : Oui, alors il faut quand même expliquer l'échelle que vous prenez. Alors les fréquences, ça dépasse pas quoi ? Ça dépasse pas combien ?
133 E' : Ben, un.
134 P : Un, voilà, donc vous essayez de regarder si vous passez de un dixième à un dixième.
Un autre élève E" intervient
135 E" : C'est comment déjà la valeur approximative.
136 P : approx !
137 E" : Ah oui !
138 P : avant ; approx, oui, a deux p r o x et puis parenthèses... parenthèses... euh, oui, ça c'était en trop, faut enlever le égal, je pense !
P revenant vers E'
139 P : Alors, qu'est ce que tu as choisi comme unité, pour voir si les choses sont bien faites !
140 E' : De deux en deux, non ?
141 P : De deux en deux ?
142 E' : Ben, là ça fait vingt.
143 P : Non, mais je ne te demande pas les effectifs, les fréquences, c'est à dire ce que tu as calculé, là ! Pour un cinquième, un quart, un dixième, trois dixième, un vingtième.
144 E' : Mais je vois pas comment...
145 P : Ah, tu veux deux vingtième, ah ! tu veux dire deux vingtième ?
146 E' : Oui, voilà !
147 P : Ah, d'accord, alors tu mets deux vingtième, d'accord ! Mettez moi les... tu serres les ordonnées.

148 *un autre élève appelle* E2 : Madame, c'est quoi occurrence ?
149 P : Quand ça revient, ça vient du latin *occurro* ; quand ça revient.
150 E3 : C'est le nombre de fois que...
151 P : Que ça revient, oui !

Incident mathématique, IM3, ligne 140. Épisode de réglage de l'échelle du graphique. Ici les registres de représentations des nombres dans une échelle se bousculent. La fréquence, comme échelle des effectifs ramenée à 1, les effectifs ou les effectifs ramenés à 20 comme proposé par E' ou plus tard ramené à 100 par E4. L'incident est provoqué par les traductions entre ces différents registres.

Suite page suivante

152 E4 : Madame la fréquence on la met en pourcentage ?
153 P : Non, vous la mettez comme un nombre entre zéro et un ... Le total, attention, non mais tu n'effaces rien, tu divises ! T'en a trouvé...T'en a compté trente.
Temps : 22 minutes
154 E4 : Sur cent.
155 P : Sur cent, t'as fait cent trucs ?
156 E4 : Ben non, vingt mais j'ai multiplié par cinq.
157 P : Ah, oui, oui, d'accord, sur cent, ben oui, sur cent on est d'accord. Ben tu mets sur cent, alors. Oui, oui, sur cent.

Incident mathématique, IM3bis, ligne 154 : on retrouve le même incident mathématique de traduction des registres de représentations d'un nombre dans différentes échelles.

158 *P s'adresse à un autre élève* P : Ben, c'est simplement que, tu t'aperçois que tu as ces cinq valeurs, là en abscisse et tu mets la fréquence que tu as trouvé ; donc tu mets, tu fais des points, comme une fonction et puis vous les reliez à la règle après.
Un élève E5 pose une question concernant le graphique
159 P : Bon, alors, attends !
160 E5 : lx, ly là ?
161 P : Ah ben peut-être bien. Ah, oui, mais alors, du coup, ils sont où ? Ah oui, non non, j'ai rien dit.
162 E5 : Je partage...
163 P : Oui, oui, oui ; comme ça, partage horizontal comme ça, on voit mieux. Tu choisis le format, oui, voilà, format de pages, où est-ce qu'il est... oui, voilà !
164 E6 : Il faut choisir *inaudible*.
165 P : Ah oui, Oh là là que c'est dur ! *P revient vers E4* Voilà ! Oui, mais non ça après les valeurs on les met...

Le registre de représentation du logiciel vient se rajouter aux différents registres déjà rencontrés.

Suite page suivante

166 E4 : Oui, bon enfin... Les six différences possibles, c'est à dire ?
Temps : 24 minutes
167 P : Et, ben ! Qu'est ce que c'est les six différences possibles, c'est ce qui est écrit là ! zéro à cinq, y'en a six !
168 E4 : OK !
169 P : Donc, vous tapez carrément, zéro... Si vous avez la flemme de taper zéro, un deux trois quatre cinq, comment on fait, déjà ?
170 E : Zéro, un.
171 P : Oui, zéro un et puis, on prend et, voilà... Ça se fait automatiquement, quand on prend les deux premiers termes d'une suite arithmétique, hein ? Elle était arithmétique au fait, hier ?
172 E' : Non, elle était géométrique ! Ça c'était la question facile !

Incident extérieur, IE4, ligne 171 : Cette fois, c'est le professeur qui revient sur le devoir surveillé pour raviver la question.

173 E2 : Madame, les fréquences...
174 P : Les effect... les fréquences, oui.
175 E2 : A chaque fois ça revient, à chaque fois on met sur les ...
176 P : Abscisses la première ligne de ton tableau, ordonnées, la troisième ligne.
177 E2 : D'accord !
178 P : Alors, les fréquences, ça ne dépasse pas un, alors un point ça fait zéro un, non, il n'y a pas dix points ?
179 E2 : J'ai mis en pourcentage, moi.
180 E3 : Oui, moi aussi.
181 P : Eh ben oui, en pourcentage, ça veut dire que vous divisez par cent, hein ?
182 E3 : On multiplie par cent !
183 P : Oui, enfin, ça dépend dans quel sens tu...

Incident mathématique, IM4, ligne 179 ; on retrouve la perturbation crée par l'incident IM3, IM3-bis ; aucune véritable régulation dans la classe n'a été faite.

Suite page suivante

184 *P s'adresse à un autre élève E* P : Tu as fait le... Où est-ce que tu en es ? Et alors, on me le fait ce graphique, quand même !
185 E : Mais je sais pas à quoi ça correspond !
186 P : Et, be, regarde, devines, zéro un deux trois quatre cinq et les ordonnées les fréquences, c'est ça, trois vingtième,...
187 E : Comment on met trois vingtième, là dessus !
188 P : Alors, il faut peut-être... sur dix, ça fait quoi, ça fait un virgule cinq sur dix, voilà, compte là, il y a dix points donc c'est un dixième en fait, donc tu fais un virgule cinq sur dix, un virgule cinq, un virgule cinq, et là tu fais un et là zéro cinq... Voilà !

Temps : 26 minutes

189 P : Bon, alors maintenant... Voilà ! Bon, on pourrait peut-être monter le truc, puisque ça va jusqu'à un, vous pourriez pas me changer la fenêtre, là ? Voilà ! Règles ta fenêtre pour que ça se voit mieux.
190 E : Ah, d'accord !
191 P : Non, elle est déjà bien visible, mais, dilate un peu l'ordonnée, quoi ! Non, zoom, alors, attend, Ah oui, c'est vrai que ça a changé, ça ! Ah oui, comme ça, si tu veux. Voilà. Voilà c'est bon... C'est pas centré, est-ce que tu peux déplacé à la main ? Déplaces sur la gauche, c'est possible ?

Temps : 27 minutes

192 P : Non, mais euh... Non pas sur le truc, tu le mets, euh... Voilà, super, tu le mets, top, top, voilà, super !
193 E' : Madame ?
194 P : Oui
195 E' : C'est où le partage d'écran ?

La perturbation se prolonge dans la traduction au langage de représentation du logiciel des représentations des effectifs dans différentes échelles. Le professeur gère la topogénèse en laissant les élèves travailler en autonomie et en réglant les incidents maintient la dynamique de la classe.

Suite page suivante

196 *Le professeur donne la procédure puis s'adresse à un autre élève E"* P : La question ?
197 E" : La question C.
198 P : Qu'est ce que c'est les différences obtenues ? C'est soit zéro, soit un, soit deux, soit trois, soit quatre soit cinq ! C'est ça, on te demande de faire comme ça !
199 E" : Et je le marque là ?
200 P : Voilà !
201 E" : Mais ça y est déjà là, dans la question.
202 P : Non, mais on va compter et on va présenter un tableau à la verticale.
203 E" : Donc, là, je mets.
204 P : Tu mets rien du tout. Et dessous tu mets zéro, un, deux, trois, quatre, cinq
205 E" : Jusqu'à ?
206 P : jusqu'à cinq ; voilà !
207 E" : Mais il faut que j'efface tout.
208 P : Alors attends, remets en et remets toi en haut et
209 E" : Je la refresh.
210 P : Refresh, c'est marqué ?
211 E" : Ah, non
212 P : Effaces, supprime !
213 E" : Je dois pouvoir la sélectionner en entier ; comment on fait ? T'as pas une petite idée, J. ?
214 P : Ben, ça y est, c'est bon ! Ah, non !
215 J. : C'est dans la colonne

Temps : 29 minutes

Incident de frottement, IF2, ligne 196. L'écoulement harmonieux cache en fait une modification progressive de la situation, les élèves restant dans une situation objective et manipulant les éléments du milieu matériel pour répondre aux question et remplir le contrat proposé. Les réponses du professeur permettent aux élèves de poursuivre la mise en place de l'expérience. La nature des échanges porte essentiellement sur des aspects techniques : « C'est où le partage d'écran », « je la refresh ? »,. . ., mais en même temps en limitant la possibilité d'investir la situation d'apprentissage, comme on le voit dans l'épisode suivant.

Suite page suivante

216 *Un autre élève E3 interpelle la professeur* E3 : Pourquoi il met zéro à six alors que c'est impossible ?
217 P : Il met zéro...
218 E3 : Mais c'est pas possible !
219 P : Ben oui, justement, y'a zéro, y'a zéro, c'est pas possible. Et oui, c'est le reste, imagine que tu n'es pas mis toutes tes valeurs. Dans la G, qu'est ce que c'est la G, les fréquences des six différences possibles, c'est à dire, en fait, les fréquences de ce que tu as fait là, les fréquences... Qu'est ce que c'est ça douze ?
220 E4 : Ben j'ai pas compris justement.
221 P : Alors attention ici, frequency, c'est pas fréquence, c'est quoi en fait, c'est écrit quelque part, c'est les effectifs, attention là, il y a un faux ami, frequency, la le truc de Ti-Nspire c'est les effectifs, donc pour avoir la fréquence, faut diviser par quoi, en fait ?
222 E5 : Le nombre total.
223 P : Voilà, le nombre total que vous avez mis où en fait ?
Temps : 30 minutes
224 P : Dans quelle case ? Sur votre tableur.
225 E5 : C'est A2.
226 P : Voilà divisé par A2 ! Voilà !
227 E5 : On peut jamais tomber sur six mais zéro, un, deux, trois, quatre, cinq ; c'est ça l'astuce.
228 P : Voilà ! Alors sauf qu'on veut peut-être un truc approximé, donc avant, vous vous rappelez, on met approx, a deux p r o x parenthèses. Donc égal ; donc voilà tu te remets là, voilà ; après le égal, hein, après le égal.

Incident mathématique, IM5, ligne 216. La perturbation décrite précédemment a fait perdre le sens des objets manipulés, si bien que l'élève confond les résultats possibles de l'expérience aléatoire et les effectifs des résultats. La perturbation locale n'est pas réglée par le professeur qui abandonne cet aspect pour s'occuper d'un problème de syntaxe provenant de la traduction du terme « frequency », qui correspond aux effectifs et non pas à la fréquence.
L'investissement de la situation d'apprentissage n'est pas assurée et la perturbation est durable.

Suite page suivante

229 *La professeur revient vers E* P : Du coup, t'avais un problème et je t'ai complètement oublié ; alors c'est réglé ?
230 E : Ben, non, le nuage de points.
231 P : Ah ben oui. Ben alors ? Ah ben oui, mais si vous n'avez pas mis le ... Ah mais il y a un problème, c'est que tu as dû... Mais le y, il y a rien dessous ?
Temps : 31 minutes
232 P : Y'a rien dans la colonne ?
233 E : Mais là, je l'avais fait.
234 P : Ah, mince ! Alors change... Qu'est ce qui s'est passé ?
235 E' : Ah, moi aussi il est parti le *y*.
236 E : Il faut tout refaire du début.
237 E' : Madame, moi aussi, il était parti. Mais quand je l'entre...
238 P : Non, mais...
239 E' : J'avais fait ça, j'étais là et ça ça y était pas en fait... Ah parce qu'il faut laisser ly devant, là !

Temps : 32 minutes

Interruption de l'enregistrement jusqu'à la minute 33

240 P : Qu'est ce que tu me fais, là ?
241 E2 : Mais je me suis trompé.
242 P : Qu'est ce que tu veux faire ?
243 E2 : Ben, supprimer cette page.
244 P : Bon alors, tu vas, tu cliques à droite, normalement tu cliques à droite, voilà et si tu veux supprimer, tu supprimes
245 E2 : Oui, mais j'ai le contour.
246 P : Oui, mais attend ! Mince ! Fais contrôle Z, contrôle Z, contrôle Z ; ah ! ça y est, c'est bon.
247 E2 : Je veux supprimer cette page.
248 P : Alors tu es dans la page en bas, met euh... Pourquoi, parce que tu voudrais que... Fais contrôle Z alors ! Tu reviendras en arrière, contrôle Z. contrôle Z, contrôle Z, contrôle Z. Ah format ! On va choisir ce format, là, format horizontal, c'est ça ! Ça va ?
249 E : Oui.
250 P : Bon !

Incident syntaxique, IS4, ligne 230. l'élève n'arrive pas à représenter un nuage de points et le dialogue porte sur les causes possibles de ce problème. L'incompréhension du phénomène lié à une mauvaise connaissance syntaxique provoque une recherche à plusieurs (ligne 235 : « Madame, moi aussi, il était parti. mais quand je l'entre... »), qui finit par faire déboucher sur une réponse construite collectivement : ligne 239 : « Ah, parce qu'il faut laisser ly devant, là ». L'investissement de la situation de référence éloigne le changement de posture dans la situation d'apprentissage.

Incident syntaxique, IS5, ligne 240.

Déclenché par une mauvaise connaissance de la syntaxe du logiciel, l'incident est réglé par une procédure qui remonte dans l'arborescence des actions.

Suite page suivante

251 E' : Madame ? Alors là j'avais euh enfin, j'avais...
252 P : Alors ça, c'est les effectifs ?
253 E' : Non, non, mais je veux dire j'avais entré zéro à un, deux trois, quatre, cinq ;
254 P : Oui.
255 E' : j'avais rentré ce que j'avais trouvé, là six, cinq...
256 P : Non, mais on vous demande que la machine le fasse pour vous maintenant.
257 E' : Be, mais c'est plus la même chose.
258 P : Oui.
259 E' : Ah ben oui, quand je fais contrôle R ça a changé.
260 P : Ah ben oui, tout change ! Bien sûr !
261 E' : C'est pas grave ?
262 P : Non, c'est pas grave, c'est pour que vous... alors, c'est la fréquence qu'on te demande, hein ?
263 E' : Ouais, ben...
264 P : Alors il faut maintenant penser à diviser.
265 E' : Mais là, c'est des effectifs ?
266 P : Oui des effectifs, attention aux faux amis, *frequency* c'est effectif
267 E' : Ça c'est quatre sur vingt, quoi ?
268 P : Voilà, alors vingt, il est où, là ? Il est ?
269 E' : sur A2.
270 P : Voilà, donc en fait il fallait diviser, tu peux mettre divisé tout de suite. Et comme vous voulez un nombre décimal, pensez à utiliser approx, devant, hein ? Voilà, mets le devant, voilà, approx, parenthèses.

Incident mathématique, IM6, ligne 251. Dans cette position E' fait l'expérience de la représentation dynamique des résultats aléatoires. Plus précisément, l'incident mathématique est lié à une conception statique des résultats à représenter alors que dans ce cas, la représentation est dynamique. Il n'est pas sûr que la réponse soit suffisante pour institutionnaliser cette connaissance : « Ah ben oui, tout change ! Bien sûr ! » (ligne 260), l'élève répondant alors par un *C'est pas grave, alors ?* encore peu assuré (ligne 261).
Là encore, le décalage entre la posture P0 attendue par E-1 et la posture P-1 d'observateur répondant à E-2 provoque une incompréhension et ramène E dans une tâche technique dénuée du sens profond du travail. L'incident mathématique maintient l'élève dans la situation de référence.

Suite page suivante

271 *P s'adresse à un autre élève E1* P : Ça va ?
272 E1 : Là c'est F et là c'est G.
273 P : Attends, attends ! Non, Oui, d'accord, oui, f et puis... Attends, euh attends je sais plus, euh, alors, c'est moi qui oublie ! Oui, d'accord, frequency, non non.
Temps : 36 minutes
274 P : Non, tu reviens sur là, voilà, tout simplement !
P s'éloigne et interroge un autre groupe d'élèves
275 P : Alors, finalement qu'est ce que vous avez répondu ?
276 E2 : Un.
277 P : Un ? Et un toi ?
278 E3 : Oui.
La professeur continue à se promener dans les rangs et intercepte une conversation
279 P : Plot.
280 E4 : Et oui, ben toi tu m'as dit pot !
Temps : 38 minutes

le professeur propose l'interprétation des représentations graphiques pour confirmer les paris et prend ce prétexte pour vérifier l'avancement du travail. L'épisode se termine alors que l'unanimité des élèves interrogés se porte sur le résultat 1. L'expérience ne prend du sens que lorsqu'il y a réflexion sur les résultats de l'expérience ; or dans ce cas, le professeur ne propose pas cette interprétation mais fait constater sur les graphiques les résultats obtenus, ce qui amène à l'épisode qui suit.

Suite page suivante

281 *P s'adressant à un autre élève E5* P : Alors qu'est ce que tu me dis finalement, à la fin ?
282 E5 : Ben ça rentre dans les paris.
283 P : Oui, mais qu'est ce qu'on te dit, dernière question ?
284 E5 : Si le pari est définitif...
285 P : Oui, d'accord, mais ça veut dire quoi ? Tu paries sur quoi ? Tu sais toujours pas ?
286 E5 : Sur, euh...
287 P : Zéro ?
288 E5 : Non, sur un.
289 P : Sur un ! Oui, c'est clair sur ton dessin en effet, parce que en zéro, là je vois, en zéro, là c'est un peu hot ! Si tu veux gagner *a priori*
290 E5 : Sur zéro.
291 P : Sur zéro ? Ben, il faut peut être le refaire, on sait jamais. Comment on fait ? On régénère ! Donc on va là haut, on régénère. Oui, quand tu régénères, qu'est ce qui se passe ?
292 E5 : Un.
293 P : Ah ouais !
294 E5 : Moi, j'y crois ! *Rires* Putain, il buggue, en plus ! J'vais pas y arriver !
295 P : Ah ben, t'es spécial, alors ! Donc en fait concrètement, c'est... D'accord, donc en fait les dés tombent, ont toujours le même résultat ? D'accord ! Ah ouais ! Bon, ben tu mets zéro. D'accord !

P0 cherche à replacer les élèves dont la position dans la situation de référence et les amène à construire l'expérience puis à la réaliser sans être dans une posture de réflexion vis-à-vis de la situation mathématique en jeu.

Suite page suivante

296 E6 : Madame, comment, ch'ais pas pourquoi on peut pas lui mettre ça, là !
297 P : Pourquoi on peut pas lui mettre ça ? Le format de page, c'est là !
298 E6 : Ah oui !
P revient vers E5
299 P : quel est, quel est... Si tu régénères plusieurs fois, quelle est la plus haute valeur ? Qu'est-ce que tu penses ? Il vaut mieux parier sur quelle valeur ?
300 E5 : Un.
Temps : 40 minutes
301 P : Oh, ben t'as gagné ! Allez, page suivante ! A. t'as fini aussi ? T'as parier sur quoi, finalement ?
302 A. : Un.
303 P : Un, bon allez page suivante ! Après ! Tout le monde veut parier sur un ?
304 E7 : Je sais pas !
305 P : Ah non, non, non ! Si tu paries pas, je te donne pas la page ! *Rires*
306 E7 : Ben pareil, voilà.
307 P : Ah be non, dans la vie il faut choisir ! ou peut être pas, peut être on peut pas choisir, alors ?
308 E8 : C'est plus souvent un, quand même.

Dans une perspective chronogénétique d'accélération du temps, P propose la réponse et essaye d'emporter l'adhésion des élèves : « P : Tout le monde veut parier sur un ?
E7 : Je sais pas ! ». P0 replace E7 dans la situation d'apprentissage, sans réel succès : « Ben, pareil, voilà ! » (ligne 306).

309 P : Bon, allez maintenant, on essaye de réfléchir ! Dites moi pourquoi c'est un qui est le plus probable. Bon, allez faut remplir, qu'est ce qu'il faut répondre, là. Si vous avez régénéré plusieurs de fois de suite. Et après, on va même changé l'échantillon. t'as changé l'échantillon ? t'as mis sur cent ? Alors comment on fait sur cent ? Au lieu de mettre vingt, tu mets cent ! Voilà ! Bon, alors, comment on fait maintenant, sans machine ? Ben on essaye de voir un petit peu ce qui se passe, on essaye de décrire ça... C'est sous quelle forme ? Des événements élémentaires !
Interruption de l'enregistrement de 42 :30 à 43

Le professeur essaie de mettre en relation l'expérience statistique avec un raisonnement probabiliste. L'ensemble des perturbations créées par les incidents syntaxiques conduisent à une séparation nette entre les expériences dans la situation de référence et les réflexions sur les interprétations des expériences dans la situation d'apprentissage. Il y a une séparation aussi nette que dans les énoncés : partie expérimentale-partie théorique.

Suite page suivante

310 **Temps : 43 minutes** P : Non, mais là, tu mets du texte, c'est tout ce que tu mets !
311 E : Et ça change pas.
312 P : Non, ça change pas, tu mets du texte, je veux dire.
313 E : Ah bon, je pensais que ça changeait.
314 P : Non il faut dilater.
315 E : Oui, mais ça dilate les deux à la fois.
316 P : Alors attends, euh ou alors sinon, tu vas sur la fenêtre et tu modifies la valeur maximale, ce qui te permet de dilater euh
317 E : Et on fait comment ?
318 P : Alors, fenêtre. Tu veux remonter ça, c'est ça ?
319 E : Oui !
Temps : 44 minutes
320 P : Alors zoombox, voilà ! ah ! refait ! Non, pas zoombox, je raconte, non, window settings, voilà. Et donc, tu vois ymin, si tu trouves que, ben tu fais moins un, un ; non pas scale, scale c'est la graduation. Tu fais moins un, un, par exemple, hein ! Ou, moins zéro cinq et un virgule cinq.
321 E : Moins un.
322 P : Un, allez, un carrément ! Enter ! Voilà ça remonte un peu, remonte là si tu veux. Fais moins zéro cinq là, on n'a pas besoin de négatif.

Incident syntaxique, IS6, ligne 311 : dans le registre graphique du logiciel, E et P modifient les unités en utilisant différentes possibilités de changements d'unités. Il y a maintien du logiciel dans le milieu matériel ; différentes syntaxes sont explorées, la construction de l'expérience reste fondamentalement syntaxique.

323 E' : C'est quoi la différence entre la fréquence et la probabilité ?
324 P : Et ben, la fréquence c'est ce que tu obtiens statistiquement et la probabilité, maintenant, maintenant on n'a plus de machine et on essaye de raisonner, quoi, voir un petit peu ce qui se passe. *P s'adresse à la classe, et se place au tableau et écrit les résultats à institutionnaliser* Alors bon, qu'est ce qu'on a en fait, on suppose quoi qu'on a ? Bon, je lance deux dés, quel est le résultat possible ? Et ben ? Je prend deux dés, là, vous les voyez les deux dés, pouf ! Je les lance, qu'est ce qu'on obtient ? Qu'est ce que vous avez obtenu, là dans la colonne ? Donnez moi un résultat possible. Vous avez obtenu ?

Incident mathématique, IM7, ligne 323 : l'élève demande la différence entre fréquence et probabilité. Dans la réponse de Marie, on retrouve sa position exprimée dans l'entretien sur les usages des calculatrices et sa position noosphérique : la fréquence est liée à la machine, à l'expérience concrète alors que les probabilités sont du domaine du raisonnement .La perturbation créée est une perturbation à long terme que l'on retrouve dans les questionnaires, les entretiens avec les élèves et les contenus des machines.

Suite page suivante

325 E' : Deux.
326 P : Deux simplement ? Non ! Je fais l'expérience ! Qu'est ce que vous obtenez ?
327 E" : De deux à douze.
328 P : Je lance deux dés, je fais pas de somme, je lance deux dés, ça fait quoi ?
329 E' : Trois, quatre...
330 P : Oui, alors il y a deux dés, il y a un dé rouge et un dé vert, d'accord ! Donc on va avoir des résultats sous forme de... de... Comme quand on fait dans un plan des points, on a des couples ! Donc les résultats sont des couples. Donc, maintenant, est-ce que vous pouvez me dire quels sont les choix possibles pour le premier dé.
331 E' : Y'a cinq pour les dés tous ensemble.
332 P : Cinq, l'autre, par exemple si on lance le un dans le premier...
333 E' : Oui mais deux et un et un et deux c'est pareil.
334 P : Ah tu crois que si on trouve un rouge et deux en vert ; non c'est pas la même chose hein ? Bon alors, quand on liste tout ça on dit qu'on décrit l'univers, non, vous avez pas vu ça ? D'accord ?
335 E : On peut pas dézoomé le tableau là

Incident mathématique, IM8, ligne 325 : déclenché par les positions distinctes dans la structure des milieux du professeur et des élèves. Le professeur se place dans une situation d'apprentissage alors que les élèves sont encore dans une situation de référence. L'expérience dont parle le professeur est une expérience aléatoire définissant un univers de probabilité alors que les élèves considèrent une expérience concrète débouchant sur des résultats numériques.
La perturbation engendrée continue et les réponses des élèves sont décalées. L'exemple des couleurs des dés renforcent encore cette ambiguïté. La réponse du professeur est d'ordre matériel : revenons aux dés (*Je les lance, je fais pas la somme* ou bien *Ah tu crois que si on trouve un rouge et deux en vert : non, c'est pas la même chose, hein ?*. Ni dans un cas, ni dans l'autre il n'y a référence au modèle. Si bien que la perturbation demeure dans les épisodes suivants.

Suite page suivante

Temps : 46 minutes

336 P : Alors, le premier choix possible c'est quoi ? On va pas tous les écrire, mais,

337 E' : Un, un.

338 P : Oui, un un ; et le suivant ça va être

339 E" : Un, deux.

340 P : Oui, on va pas tous les écrire, mais, le dernier ça va être quoi ?

341 E : Six, six.

342 P : Voilà, six, six. Bon alors, il y en a combien d'éventualités en tout ? Trente six, oui ! Alors s'il n'y a pas de truanderies, vous comprenez bien que toutes les issues possibles ont la même chance d'arriver.

Interruption de l'enregistrement de 47 à 47 :30

343 P : Bon, alors à quel cas correspond la différence zéro, à quel cas correspond la différence un, etc. Est-ce que vous pourriez me le faire ? On va alors noter la probabilité de d égal zéro, donc on va compter le nombre d'issues des cas favorables sur le no...

Temps : 48 minutes

344 E : Six sur trente six.

345 P : Voilà six sur *P écrit au tableau six sur trente six* Voilà, est-ce que vous pourriez me faire la même chose pour les autres ? Il faut réfléchir maintenant ! Quand est-ce que... Oui, c'est la deuxième feuille. Allez, je vous laisse ! Et puis vous me direz une fois que vous aurez trouvé les probabilités, ben vous regarderez celle pour laquelle la probabilité est la plus ? Hein, pour parier ? Pour laquelle la probailité est la plus grande.

346 E : Moi je parie sur deux !

347 P : Allez, comment on peut avoir la différence un ? Qu'est ce qu'il faut avoir ?

348 E : Trente.

349 P : Trente ? Il y a trente cas possible ?

350 E : Non, c'est...

La perturbation demeure dans cet épisode comme en témoigne la réponse de la ligne 346, ou l'**incident mathématique**, IM8, ligne 348 où E propose trente comme différence de deux dés. L'incident est déclenché par la position différente dans la structure des milieux du professeur et des élèves qui est une conséquence à long terme de l'incident de frottement IF2.

Suite page suivante

351 P : Ça correspond à quoi ? un deux, après ? 352 E : Trois quatre. 353 P : Trois quatre, oui, mais faut les, faut les, faut tous les mettre hein ? Y'a aussi deux un aussi, hein ? Peut être pas écrire les deux, on se dit si on a écrit, on écrit le plus petit d'abord, le plus grand ensuite, mais on peut les compter, oui, un deux, deux trois, trois quatre, cinq six. Ça en fait combien ? 354 E : Cinq. 355 P : oui, cinq fois deux ! Et ben voilà ! Ça y est vous avez... Alors, comment on écrit ça ? La probabilité que d est égal à un est dix sur trente six. Voilà ! Alors maintenant on fait pareil pour les autres.	**Incident mathématique**, IM9, ligne 348 la différence de posture dans la structure des milieux rend le dialogue entre le professeur et les élèves un peu surréaliste ; les élèves essayent de comprendre ce que le professeur attend, ce qui amène à la réponse de la ligne 352 : qu'y a t'il après un, deux ? Trois, quatre ! Comme, par ailleurs, cette réponse est valide (il existe bien un résultat de dés (trois, quatre)), le professeur ne semble pas voir le décalage complet de cette réponse ; il essaye par ailleurs de gérer la chronogénèse et les interactions avec les élèves doivent alimenter son discours et ne pas modifier le topos.
356 E' : On peut avoir la feuille. 357 P : Ah, je vous ai oublié ?... Qui n'a pas eu les feuilles suivantes ?	**Incident de frottement**, IF3, ligne 356 : devant l'incompréhension du dialogue et des positions respectives, E' cherche à se rattacher à quelque chose, en l'occurrence, la feuille d'énoncé qui pourrait lui donner quelques indications.

Suite page suivante

358 P : Alors p de d égal un vous avez trouvé combien ? Dix sur trente six ! p de d égal deux, maintenant, p de d égal deux, ça fait combien ? Allez on réfléchit, p de d égal deux, comment on fait pour avoir une différence de deux, qu'est ce qu'on prend ? Un trois, après ?
359 E : Dix sur trente six vous l'avez pas mis à cinq sur dix huit ?
360 P : Oh ! Après, tu sais, c'est pour comparer, c'est vrai d'habitude on vous demande les fractions exactes, mais laissez aussi le... le truc sur le cardinal. Voilà, maintenant D égal trois, qu'est ce qui va se passer ? Combien ?
361 E : Attendez.
362 P : Je vous fais confiance. J'attends vos résultats. D égal trois, Qu'est ce qui va se passer ? Comment on peut avoir D égal trois ?
363 E : C'est un sur six.
364 P : Un, quatre, trois cinq, quatre six. Donc ça fait ?
365 E : C'est six sur trente six.
366 P : Donc six sur trente six. *P écrit au tableau* Et quatre alors ?
367 E : Et quatre, ce serait quatre sur trente six
368 E' : Oh, là là !
369 P : Je sais pas : quatre ?
370 E : Deux six, un, cinq.
371 P : Un cinq, oui, donc ça fait, quatre
372 E' : Qu'est ce qu'il est fort ce E !

Un élève, E est sur la même position que le professeur ; il s'appuie sur lui pour poursuivre le dialogue qui aboutit aux éléments à institutionnaliser. La remarque de E', ligne 372 montre le décalage avec les autres élèves.

Suite page suivante

373 **Temps 53 minutes** P : Et cinq alors ? Bon. Et comment on peut voir si on s'est pas trop trompé ? Qu'est ce qu'on pourrait faire comme vérification ? 374 E : On les ajoute. 375 P : Voilà, si on les ajoute, donc un plus dix plus huit, plus six, plus quatre plus deux... Ben, je sais pas, je me suis trompé quelque part ? Ah, non, c'est moi qui me suis trompé, six, plus dix plus six plus huit plus quatre,... Ça marche ? Donc en fait, on voit qu'on peut écrire que $p(\Omega)$, la probabilité totale est égale à un. Bon, ben voilà, on va réviser un petit peu tout ça, On verra un petit peu plus tard. Je crois qu'il faut qu'on arrête. Donc finalement, il fallait parier sur quoi, en fait ? Quelle était la probabilité la plus forte ? 376 E : Un. 377 P : Oui, un. 378 E : C'est ce que j'avais dit ! 379 E' : Ouais, t'as fait ça à l'intuition... T'as qu'à jouer au loto ! 380 P : Allez vous fermez la session, vous enlevez bien votre nom parce qu'après on a des problèmes.	Le professeur poursuit le dialogue avec E pour conclure la séance.

Fin de l'enregistrement

6.7 Observation 23 avril : Retour en salle informatique

1 P : On s'y met. Allez, Texas nspire... (20s.) Allez on s'initie aux fonctions aléatoires, alors, le but du jeu c'est qu'on va lancer deux dés. Et on vous pose des questions 2 E : On lance les dés en vrai ? 3 P : Voilà, alors non, en virtuel et on n'a pas des dés, et on va le faire avec la machine. 4 E : On n'a pas dédé *Rires* 5 P : Non, on n'a pas de dés ! Donc justement, comme on n'a pas de dés, on va utiliser la machine, la machine va jouer le rôle des dés ! 6 E : D'accord !	Introduction de la séance. Le professeur rentre tout de suite dans le sujet dans un souci de gestion du temps ; la fin de la séance précédente et les déplacements vers la salle informatique ont grignoté quelques minutes sur la séance. Le professeur s'appuie sur la remarque d'un élève (ligne 2) pour préciser les règles du jeu.

Suite page suivante

7 P : Mais avant de faire des expériences, d'abord, on vous pose une question, réfléchissez pas trop, répondez au crayon, qu'est ce que vous pouvez en dire ?
8 E : On a le droit avec la Nspire ?
9 P : Non, mais réfléchissez, mais on ne vous le demande pas de le faire... Quelle est votre réponse ? Voilà comme ça !
10 M : C'est quoi, la question ?
11 P : Ben, lis là, M ! Ben, elle est écrite !
12 M : On lance deux dés cubiques, parfaitement équilibrés, numérotés de un à six et... Be là je comprends plus.
13 P : Be, tu lances deux dés, tu as un dé rouge et un dé vert.
14 M : Ah oui, on prend pas ce qui est sur le côté, on lit sur le dessus pas sur le côté.
15 E : Ben oui ! *Rires*

La mise en place de la situation demande de préciser comment on joue aux dés. La question de E permet au professeur de replacer la phase des paris dans la situation. On peut penser que, du côté du professeur, c'est une conséquence de l'incident de frottement (IF1, ligne 33) de la première séance.

Incident de contrat, IC1, ligne 12 : le modèle mathématique de l'expérience aléatoire nécessite l'équiprobabilité des résultats élémentaires. La périphrase classiquement utilisée en terminale (dés bien équilibrés) traduit donc cette hypothèse. Il y a un décalage entre le jeu de dés, éventuellement simulé sur ordinateur et le modèle relevé par M, ligne 12.

Le professeur ramène à la situation matérielle en rajoutant la contrainte de couleurs différentes des dés en référence à la première séance (ligne 330) ; il subsiste un flou entre la situation réelle et le modèle mathématique de description et de calcul.

Suite page suivante

16 P : Ben, je ne sais pas, ça fait longtemps que je n'ai pas joué aux dés, mais en principe c'est ce qu'on fait, oui ! Alors tu lis ce qu'il faut lire, alors tu obtiens quoi ?
17 M : Huit.
18 E : Ben non !
19 P : Ah oui, ça commence bien, là !
20 M : Ben si, quatre et quatre.
21 E : Ah oui c'est bien au *inaudible* quatre et quatre, je crois.
22 P : Par exemple, quatre et quatre, voilà. Et on te dit. Alors la différence c'est quoi ?
23 M : Ben c'est zéro.
24 P : Zéro. Bon alors, tu le fais, ça un tas de fois.
25 M : On calcule la différence ? Est-ce qu'il y a un truc ?

Incident mathématique, IM1, ligne 17 ; la perturbation créée par l'incident de contrat précédent maintient la situation matérielle et la proximité avec la réalité ; habituellement, dans les jeux de dés, c'est la somme des dés qui est considérée, d'où la réponse de M. L'incident permet au professeur de préciser le problème.

Suite page suivante

26 P : Alors on va jouer à un jeu, il faut que tu choisisses... tu vas parier. Il faut que tu paries. Qu'est ce que vous en pensez, qu'est ce qui va sortir le plus souvent ?
27 M : Ah moi, je crois, y'a pas !
28 E : Si !
29 P : Y'a pas. Tous les résultats ?
30 E : Genre six, c'est rare... Non ?
31 P : Alors qu'est ce qui est le moins rare.
32 M : Ah, la différence.
33 E : Six c'est pas possible.
34 P : Six, c'est impossible ?
35 M : Zéro, zéro !
36 P : Alors comment trouver six ?
37 E : Ben on peut pas !
38 P : Ah, c'est quoi ? Qu'est ce qu'on prend ?
39 E' : Ben zéro, c'est pas trop possible.
40 E : Ben si, quatre moins quatre, cinq moins cinq !
41 P : Bon alors, qu'est ce que vous pensez ?
42 M : Et est-ce que quand on fait la différence on met toujours le plus grand avant ?
43 P : Ah oui, toujours, la différence ce sera le plus grand.
44 M : Ah oui, on part pas sur les négatifs alors ?
45 P : Allez sur quoi vous pariez ?
46 E : Moi, je parie sur zéro.
47 P : Sur zéro ?
48 E' : Moi sur deux, j'aime bien !
49 E" : Sur un !
50 E"' : Oui, c'est sur un, on l'a fait l'année dernière !
51 P : Oui ?
52 M : Non, non, deux c'est bien ! *Brouhaha*

L'épisode des paris est dialogué dans cette séance. Le réajustement de la situation par rapport à la première séance est net. **Incident extérieur**, IE1, ligne 50 ; déjà rencontré dans la première séance, l'incident n'est pas relevé par le professeur. L'observation ne permet pas de suivre précisément la perturbation, mais on peut penser qu'une perte de dévolution en est une conséquence.

Suite page suivante

53 P : Alors vous avez rempli ?
54 P : Alors, vous, vous avez parié sur quoi ?
55 G : Ah, ben j'ai pas regardé le début.
56 P : Ah ben faut lire, quand même !
57 G : *lit le texte*
58 P : Un, vous pariez tous sur un. Trois ? un ? Et vous vous pariez sur quoi ? M tu paries sur quoi ? Deux ? Ben allez tu le mets. Et toi, L, tu paries sur quoi ?
59 L : C'est au pif qu'on doit dire ?
60 P : Ben, au pif ?...
61 M : Ben, c'est aléatoire, de toutes façons !
62 P : Oui, je sais bien que c'est aléatoire, mais tu le fais plein de fois, qu'est ce qui va sortir le plus souvent ?

Dans cet épisode, le professeur insiste auprès des élèves sur le pari initial.
Incident mathématique, IM2, ligne 61 ; la réponse de M renvoie au sens même du calcul des probabilités : est-il possible de donner une réponse puisque le phénomène est dû au hasard ; il y a ici une interrogation entre la réalité (on ne peut pas prévoir le résultat suivant) et le modèle (on peut calculer une probabilité d'occurrence des résultats possibles). La réponse du professeur renvoie à la loi des grands nombres, ce qui n'est pas nécessairement éclairant pour les élèves.

63 M : C'est selon moi ?
64 P : Oui.
65 M : Je sais pas moi, un...
66 P : Et ben tu mets un. Bon, alors, on est en anglais. Mais ça, ça ne vous gène pas, hein ? L'installateur a oublié de le mettre en français. D'ailleurs, est-ce que vous connaissez... Bon, on verra ça après.

Dans la première séance, le réglage du logiciel en anglais n'a amené que peu de perturbations. Dans cette séance, le professeur note de façon anecdotique cette modification. La seule difficulté provenait du faux ami *frequency* ; l'explication est remise à plus tard (ligne 66).

67 E : C'est n'importe quoi !
68 P : C'est n'importe quoi ? Mais, vraiment n'importe quoi ?
69 E : Non, entre zéro et un.
70 P : Random en anglais, oui entre zéro et un. Voilà, oui, là entre un et six. Et ben justement. Donc on a notre dé.
71 E' : C'est plus rigolo avec des vrais dés, quand même !
72 P : Oui, mais là c'est plus rapide et ça fait moins de bruit !
73 E' : Mais c'est moins rigolo, on est d'accord.
74 P : Abs, c'est la valeur absolue, pour ceux qui en sont déjà là.

Les élèves travaillent en autonomie en suivant les fiches distribuées et le professeur circule dans la classe. Il utilise ses observations et les observations de la première séance pour contrôler la chronogénèse (ligne 74) faisant aussi référence aux rappels données dans la première séance (lignes 116, 119, 124,...) ; l'expérience de cette première séance sert à maîtriser la chronogénèse.

Suite page suivante

75 G' : On fait quoi, là ?
76 P : Alors, où ?
77 G' : Régénérer les échantillons.
78 P : Alors, voilà, ce qui est bien avec la machine, c'est qu'on n'a pas besoin de tout retaper, on régénère avec contrôle R
79 G' : Contrôle R... Ah ouais, ça veut dire c'est comme si on refaisait...
80 P : Oui, tout change aléatoirement. C'est bien, hein ?
81 G' : Comment on fait la différence, en mettant le plus grand ?
82 P : Ben tu fais la différence...
83 G' : Oui, mais...
84 P : Tu veux la différence mais que ce soit positif. Tu utilises abs. Abs parenthèse...
85 G" : C'est pas grave si je l'ai pas fait.
86 P : Ah ! non, non, non !
87 G" : Il faut tout rechanger ?
88 P : Tu vas pas faire du travail inutile, puisque la machine elle peut le faire. Tu fermes la parenthèse... Et voilà, la vie est belle !

Le répertoire de réponses du professeur est bien rodé comme le montre le court dialogue en début d'épisode ou dans les lignes 85-88 ; ce qui aurait pu être un incident est immédiatement réglé.

89 G" : Ah, ben non, ça m'a pas tout changé.
90 G"' : Madame, comment on fait pour, je prend ça moins ça ?
91 P : Ah be, comment tu fais pour le calculer, la différence c'est quoi ?
92 G"' : Ben là, c'est 1 !
93 P : Oui, mais comment tu le fais pour le calculer ?
94 G"' : Ben ça moins ça.
95 P : Et ben voilà.
96 G"' : Oui, mais ça fait toujours la même chose !
97 P : Comment tu fais pour le calculer ? Qu'est ce que tu vas écrire, là dans abs.
98 G"' : Be B1 moins C1.
99 P : Ah mais non, dans la, dans le diamant tu mets en général.
100 G"' : Mais j'ai essayé de cliquer la dessus mais ça marche pas.
101 P : Tu fais B moins C.
102 G"' : Ben ouais !
103 P : Voilà !

Incident syntaxique, IS1, ligne 96 : la formule n'a pas été rentrée dans la bonne cellule du tableur ; le répertoire de réponses du professeur permet de répondre à la question.

Suite page suivante

104 G"' : D'accord... On peut pas faire une moyenne ?
105 P : Alors, justement, on va peut être d'abord compter, on t'expliques après ce qui se passe.
106 F : On divise par le nombre total, on divise par vingt, mais j'en ai pas vingt !
107 P : T'en n'a pas vingt ? Ah, c'est embêtant, ça !
108 G4 : La fréquence on fait le total sur le nombre.
109 P : Non, le contraire !
110 G4 : Oui.
111 G5 : Comment on la fait, la fréquence ?
112 P : Et ben, la fréquence, qu'est ce que c'est ? La fréquence c'est le nombre, par exemple pour le un, tu fais cinq divisé par le total, combien y'en a au total ?
113 G5 : Ah oui, d'accord, ça fait cinq sur vingt ! Ouais, c'est un peu con (*Rires*)
114 P : Bon, d'ailleurs, on vous demande, enfin vous verrez, on vous demande le graphique, on peut mettre en décimal, ou en vingtième, de toutes façons, vous verrez, c'est à vous de gérer au mieux, enfin vous verrez.
115 G5 : Ah, en vingtième !
116 P : Non, non, non, comme vous voulez, mais c'est pas grave, ça.
117 P : Alors la fréquence ? Qu'est ce que c'est une fréquence de quelque chose, c'est ce qui marche sur le total
118 G6 : Effectif divisé par vingt.
119 P : Voilà

Le professeur continue à gérer la topogénèse et la chronogénèse en parcourant la classe et en surveillant l'avancée de chacun. L'expérience de la première séance lui permet de prévoir les questions et d'y répondre à l'avance (ligne 114 en référence aux incidents IM3, IM3bis des lignes 140 et 154)

120 F : Madame, je me suis trompé, là.
121 F1 : C'est pas négatif.
122 P : Ben oui, tu prends la valeur absolue, abs parenthèse.
123 F1 : C'est lequel en premier ?
124 P : Mais c'est la valeur absolue, ça a pas d'importance. F, si tu fais dans diamant, tu fais abs parenthèse.
125 F : Ah oui, voilà !

Cet épisode est un exemple de cette gestion topogénétique reposant sur des questions anticipées. Les nombreuses questions montrent que la notion de valeur absolue n'est pas naturalisée. La nature des réponses porte sur la syntaxe plus que sur la compréhension du phénomène.

Suite page suivante

126 P : Alors, oui, normalement après on les relie à la règle... Non, ça c'est un histogramme, ça c'est ce qu'il fallait faire sur la courbe, hier ! Les rectangles sous la courbe. *Discussion sur le devoir surveillé de la veille*
127 P : Bon, qu'est ce qui se passe, A ?
128 A : J'ai un problème à l'œil, mais ça va !
129 P : Voilà, vous prenez, voilà, par un vingtième. C'est pour réviser, ça. Vous l'avez vu, et revu, ça. Bon, ça c'est un problème de révision, vous l'avez fait en première, c'est pour réviser. C'est pour vous rappeler la fonction rand, randint, hein ? D'accord ?
130 E : La fréquence, on la calcule là dessus ?
131 P : Oui, Alors qu'est ce qu'il se passe ?
132 E : Et c'est quoi, déjà ?
133 P : Alors c'est le nombre de cas favorables divisé sur le total. Vous pouvez laissé en fraction, sur vingt, parce que de toutes façons.
134 G : C'est à la règle les points ?
135 P : Oui, vous reliez les sommets.
136 E : Madame, comment je fais pour avoir la fréquence ?
137 P : Alors la fréquence c'est le nombre de cas favorables sur le total.
138 E : Oui, mais comment je fais ? A la main ?
139 P : Non, mais vous pouvez laissé en vingtième, on vous le demande pas en décimal, hein ?
140 E : Ah je peux le laisser comme ça ?
141 F : Je dois dire, à chaque fois que je vois un zéro.
142 P : La on vous demande, il faut faire un graphique. Ah, t'as mis en pourcentage. Le nombre de points, y'en a dix, tu pouvais laissé en vingtième, y'avait pas de calculs à faire. Oui, t'étais pas obligé, tu pouvais laissé comme ça. Mais tu fais comme tu veux.
143 G : C'est quoi, ça le polygone...
144 P : Alors ça, c'est quoi, d'après toi ? Comme on te demande le polygone des fréquences... Alors, il y en a combien de points ?
145 G : Dix, du coup je divise par deux.
146 F : Faut faire quoi avec ça ?
147 P : En pourcentage, pourquoi tu te compliques la vie. T'as dix points, la moitié c'est en vingtième, tu pouvais le laisser en vingtième. Bon, en tout cas, c'est quoi le sommet ?
148 F : Ben, c'est pas la même chose.
149 P : Oui, bien sûr c'est pas la même chose. La, c'est un, la c'est deux. Voilà, là c'est quoi ?... Oui, à mais c'est pas sur vingt, parce qu'après on va changer d'échantillon.
150 E : sur A2

Suite page suivante

151 P : Oui, voilà, sur A2 ! 152 G : Moi, mais j'ai pas du tout ça... Moi, j'ai divisé par deux, vu qu'on en a dix. 153 G' : Tu t'en fiches, c'est parce qu'on n'a pas les mêmes... 154 P : Oui.	Long épisode illustrant les propos précédents. Par ailleurs, et tout comme dans la première séance, les remarques et guides donnés par le professeur maintiennent la situation dans la situation de référence.

Suite page suivante

155 G : Ben, ça dépasse pas trois
156 P : Et be oui, c'est normal, y'en a plusieurs, pis même si ils étaient égaux ça ferait un sixième. Une fréquence, ça dépasse pas un.
157 E : Ah bon, ça dépasse pas un !
158 P : Ben oui, bien sûr tu divises quelque chose par quelque chose de plus grand.
159 E : Ben moi, je l'ai dépassé un à chaque fois... Ah oui, mais c'est en haut.
160 P : Oui, c'est en vingtième... Qu'est ce qu'il y a ?
161 G' : Ça sert à rien de faire les trucs fréquence, parce qu'on les a déjà compté.
162 P : Oui, mais c'est pour vous habituez aux manipulations sur la calculatrice, là.
163 G' : Ah c'est pour qu'on le fasse calculer.
164 P : Voilà !
165 G' : Donc la je dois...
166 P : *S'adresse à F* Ah oui, mais là c'est le diagramme en bâton, le polygone des fréquences il faut rejoindre. Ça fait rien, tu le fais au crayon.
167 F : Ah oui, d'accord, et les différences possibles, c'est quoi ?
168 P : Zéro, un, deux, trois, quatre, cinq ; ou sinon, si tu as la flemme si tu veux tu fais zéro un, tu sélectionnes et puis tu étends, hein ! Ça nous permet de réviser les trucs sur le tableur aujourd'hui !
169 P : *S'adresse à G*Zéro, zéro, zéro ! Ah !? Quésaco ? *Frequency*. D, mais mais attend, qu'est ce qui s'est passé ? D, c'est quoi ? Qu'est-ce que tu as mis ? Dans la colonne D la différence des nombres des colonnes B et C et dans la colonne E, les six différences ; ah ben oui, c'est normal que tu trouves zéro !
170 G : D'accord !
171 P : Dans la colonne E, c'est quoi les six différences possibles ?
172 E : Zéro, un, deux, trois, quatre, cinq.
173 P : Oui, voilà, dans la colonne E, il faut bien marqué : zéro, un, deux, trois, quatre, cinq !
Temps : 17 minutes
174 P : Voilà « Scatterplot ». Est-ce que tu as pensé à nommer les colonnes ? Oui, tu as pensé, OK !

Le professeur poursuit sa gestion chronogénétique en accélérant le temps par un questionnement précis des élèves pour arriver au résultat voulu ; de fait il y a rejet de la responsabilité de la situation sur le professeur.

Suite page suivante

175 P : Vous avez fini ?
176 G : Ben oui, on a fini ! **Le professeur distribue la feuille suivante**
177 P : Je vous apporte les gâteaux, si vous voulez !
178 F : C'est pas de refus... Moi, j'ai un peu faim, surtout de onze à douze !
179 P : Alors, vous avez parié sur quoi ?
180 F : Sur un !
181 P : Bon, alors vous l'avez marqué ? t'as réfléchi ?
182 G : A quoi ?
183 P : Ben le plus haut point ?
184 G : Ben c'est deux !
185 P : C'est deux ? Ou ça ? Montre moi !
186 G : Là !
187 P : Là, c'est pas deux, ça !
188 G : C'est quoi ?
189 P : Ça, c'est pas deux !
190 G : Ah mais oui, zéro un ! Donc j'avais raison !

Incident extérieur, IE1, ligne 177 : les élèves baillent et le professeur leur propose un gâteau. L'intervention du professeur est une façon d'attirer l'attention des élèves et de les ramener dans la situation.

Suite page suivante

191 P : Qui est ce qui n'a pas la deuxième feuille, là ? Bon, alors, là, on n'a plus de machine, on essaye de comprendre le problème. Oh, là, c'est bien, là on a tout l'univers. L'univers, ça vous dit quelque chose l'univers ? 192 E : Oui, c'est tout ce qui est possible. 193 P : C'est toutes les issues possibles, et comment ça s'appelle une issue. 194 E' : Un événement. 195 P : Oui, un événement élé... 196 E" : atoire ! 197 P : Non, élémentaire ! Ou éventualité. Ça vous dit quelque chose ce vocabulaire ? 198 G' : Non, on n'a jamais fait, nous, madame. Nous l'année dernière le prof l'a sauté...	L'accélération du temps a pour conséquence une séparation nette entre la situation de référence et les expériences réalisées et la situation didactique par suppression de la situation d'apprentissage. Les incidents de la première séance ne semblent pas avoir été perçus. En revanche, de l'expérience de la première séance, le professeur rappelle dans la situation didactique le vocabulaire des probabilités. **Incidents de contrat**, IC2-3, ligne 191, 198 : mise en opposition du travail sur le logiciel et de la théorie (ligne 191) qui sera repris quelques lignes plus loin : « On n'a plus de machine et on essaye de réfléchir » (ligne 199). A cet incident et dans le même épisode se rajoute un autre incident de contrat : sur le rappel proposé par le professeur, un élève signale qu'il n'a pas vu l'année précédente le cours sur les probabilités. Il n'y a pas de perturbation visible à la suite de cet incident didactique, mais les perturbations didactiques sont plus profondes et à rechercher dans les positions des élèves vis-à-vis des connaissances en jeu. Le professeur se dégage de cette interrogation en revenant à la situation théorique.

Suite page suivante

199 P : Oui, d'abord, là, on réfléchit. On n'a plus de machine et on essaye de réfléchir. Bon M, chut, on écoute tous, quelle est la nature des issues possibles ? Donc l'expérience c'est quoi, je récapitule on lance deux dés, il y en a un qui est rouge et l'autre qui est vert, imaginez ça. Donc les résultats sont sous quelle forme ? De l'expérience aléatoire ? Ils sont sous la forme de quoi ? ... Il y a un nombre qui sort ?

200 G : Deux nombres.

201 P : Deux nombres, ça s'appelle un couple de nombres, genre, par exemple deux six. Sous-entendu quand on note comme ça, il y a un certain ordre, deux six c'est la même chose que deux six.

202 F : Non.

203 P : Bon, il y a le résultat d'un dé qui s'appelle le premier dé et il y a un dé qui s'appelle le second dé. Imaginez qu'ils ont deux couleurs différentes, he, d'accord ? Bon, alors, racontez moi, combien d'issues possibles ?

204 F : Six.

205 P : Il y a six issues possibles ?

206 P : Voilà « Scatterplot ». Est-ce que tu as pensé à nommer les colonnes ? Oui, tu as pensé, OK !

Incident mathématique, IM2, ligne 204 : malgré les précautions prises par le professeur, la réponse prévisible apparaît. Il semble que le répertoire de réponses du professeur ne soit pas disponible pour répondre à cette erreur. Tout se passe comme si les précautions prises dans la présentation de la solution devaient suffire à gommer ce type d'erreur.

Suite page suivante

207 G : Non, six fois six !
208 P : Voilà, six au carré. Alors quand on récapitule tout ça, on appelle Ω l'ensemble de toutes les issues possibles et on liste. On peut les lister quand il n'y en a pas beaucoup. Bon, on va pas vous demander de toutes les lister mais le premier, si on fait dans un certain ordre logique, qu'est ce que c'est le premier résultat possible ?
209 G : Un un.
210 P : Un, un. Le suivant ça va être quoi ?
211 G : Un deux.
212 P : Un deux, etc. et le dernier ce sera quoi ?
213 G : Six six.
214 P : Voilà ; alors quand on les compte tous on dit qu'on fait le cardinal, card, pour cardinal. On trouve tous les événements élémentaires ou les éventualités. Donc cardinal de Ω ça va être six fois six. Oui, alors Ω c'est le nom de l'univers. Qu'est ce qui se passe ?... Bon, alors on se contente pas de lancer les dés, on regarde la différence. Donc vous avez bien vu que les différences possibles c'était zéro, un... Alors est-ce que vous pourriez me dire quand est ce qu'on a la différence zéro, sans forcément tous les lister.

L'incident mathématique masque en fait le décalage déjà mentionné entre la réalité d'une expérience concrète et le modèle probabiliste. Dans cet épisode le professeur s'empare de la réponse correcte sans revenir sur l'erreur de F. La perturbation est donc créée et se poursuit comme le montre l'interrogation d'un élève (ligne 233) : *Pourquoi c'est six, pourquoi c'est dix ?* ou plus tard (ligne 240) *Là, je comprends pas ce que vous dites..*
La situation didactique S0 ne s'appuie pas sur une situation d'apprentissage.

Suite page suivante

215 G : un un, deux deux, trois trois,
216 P : Oui, un un, deux deux, trois trois, etc. six six. Oui, alors, il y a combien de possibilités ?
217 G' : Six.
218 P : Six ! Alors quelle va être la probabilité ? En sachant que les dés ne sont pas truqués, hein, il n'y a pas de problème. On dit qu'on est en situation d'équiprobabilité, probabilité égale pour chacune des issues. Alors quelle va être la formule pour obtenir tout ça. Alors on compte et on divise par le cardinal de tout, le cardinal de Ω, c'est à dire six sur ?
219 G : Trente six.
220 P : Voilà, trente six.
221 G : Un sixième.
222 P : Oui, un sixième, mais laissez sur trente six, comme ça c'est plus facile de... Si jamais on a des calculs à faire. Bon, alors, maintenant, qu'est ce que je vous demande comme travail ? Ben, maintenant comment compter, dé égal un ! Comment on fait pour avoir une différence égale à un. Quand est-ce qu'on aura une différence égale à un ?
223 F : Un deux.
224 G : Deux trois.
225 P : Oui, un deux, deux trois, voilà, on va pas tous les écrire, cinq six.
226 F : Pis dans l'autre sens aussi !
227 P : Dans l'autre sens, très bien, donc dessous, on met deux un, etc. six cinq ; alors il y en a.
228 G : douze trente sixième...
229 P : Attention, ça va de un à cinq.
230 G : Donc, il y en a quatre, euh cinq.
231 P : Donc cinq, cinq fois deux dix. Alors comment on note, p(D=1), alors D c'est ce qu'on appelle une variable aléatoire, hein ? Certain ont vu l'espérance, l'écart-type l'année dernière ?
232 E : Pas vraiment.
233 E2 : On se rappelle plus.
234 E' : Pourquoi c'est six, pourquoi c'est dix ?

Suite page suivante

235 P : Bon, vite fait. Bon, on reverra. L'espérance c'est une moyenne, coefficientée, tout simplement. Donc p de D égale un ca fait quoi ? Dix sur trente six. Bon, alors on peut simplifier, ca fait, boh on peut pas faire grand chose, cinq sur dix huit. Bon, je vous laisse faire la suite, vous avez compris, hein ! J'espère qu'il y a assez de place, pour mettre tous les résultats.
236 F : C'est des fois plus simple de faire un tableau.
237 P : Oui, c'est vrai, je reconnais, c'est pour ceux qui ont la flemme de faire le tableau, c'était mon cas, je reconnais ! Et là, c'est le vrai polygone que vous obtenez ! Bon alors, après, il y a un prolongement, alors, ne regardez pas tout de suite la solution, essayez de faire.
238 P : Des, de la différence.
239 E : Faut faire le graphique ?
240 P : Oui, faut faire le graphique.
241 F : Là, je comprends pas ce que vous dites.
242 P : Non, là tu laisses tomber, c'est trop long à faire, là. Allez E de x c'est quoi, comment on ferait pour calculer la moyenne. Bon, il faudra revoir. Comment on ferait pour calculer la moyenne ? En fait c'est la somme des $p_i x_i$.
sonnerie
243 F : On sauvegarde, madame ?
244 P : Oh faites comme vous voulez !
245 G : Ah, si on sauvegarde, celui là il m'a plu.
246 P : Vous fermez la session, vous arrêtez tout. Oui, surtout vous enlevez votre nom, parce qu'après il y a des problèmes. Fermez bien votre truc, là.

Dans cet épisode le professeur se rend compte du décalage entre son discours et ce que les élèves en comprennent et renvoie à plus tard les explications et l'institutionnalisation (lignes 234, 241).

6.8 Observation 23 avril : Travaux dirigés en classe

Les élèves s'installent. Le professeur a installé la calculatrice rétroprojetable et distribue la liste d'exercices ; lecture à la classe :

1 P : Il s'agit de déterminer le nombre de solutions de l'équation $\ln(x) = kx^2$. Alors on vous demande, suivant... alors le problème, c'est qu'il y a un paramètre k, alors on vous demande suivant les valeurs de k le nombre de solution de cette équation. Alors, qu'est ce qu'on pourrait faire ?
2 E : On trace la fonction ?
3 P : Oui, alors on va tracer quoi ? L. Tu es sûr que tu veux pas venir cobayer ?
4 L : Oh, non, c'est bon !
5 P : Non, c'est bon ? Mais tu le fais, hein ?

Brouhaha

6 P : Il est à l'envers ! On va y arriver ! Voilà !... Chut.... Alors, après, qu'est ce qu'il faudrait faire ? Qu'est ce qu'on va faire ?

7 E : Choisir des valeurs.

8 P : Oui, on peut choisir des valeurs, alors on peut faire, je ne sais pas, moi, $1x^2$, $2x^2$, $3x^2$... Alors, qu'est ce qu'on vous dit sur k ? Qu'est-ce qu'il y a comme contraintes sur k ?

9 E : x est positif.

10 P : Ah, x est strictement positif, mais k ?

11 E : C'est un réel.

12 P : k c'est un réel, alors il faut penser à faire aussi des trucs négatifs. Alors je vous laisse faire... après on verra... oui, je vous laisse faire vos trucs, regardez un petit peu, je vous laisse manipuler... Ce qu'on vous propose, en fait, c'est d'utiliser la fonction curseur, alors lisez d'abord le bas de la page svp, chuut. Alors un curseur c'est qu'on va varier de nous même la valeur de k et ça va se faire automatiquement, en fait. D'accord ? Alors, vous allez vous mettre sur le menu Actions, donc hein, le premier et en bas, il y a marqué grand A, je ne sais pas si vous le voyez sur la calculatrice ? Controle curseur, voilà. Alors, attendez ! Avant d'aller là, vous allez... Q.[3] tu vas me marquer, d'abord, $f_2(x) = kx^2$, donc dans l'éditeur on va écrire la fonction avec le paramètre k. Alors, comment on fait pour changer de fonction, mets toi en bas... voilà. Et après on va revenir sur le menu pointeur, sur le menu action.

13 E : On fait entrée ?

14 P : Oui, entrée. Alors kx^2, alors, on met le signe multiplié, je sais plus... Oui, alors, tu te remets sur le pointeur, menu action, contrôle pointeur, oui. Et là curseur. Voilà. Le problème c'est que dans l'énoncé, c'est k, et là, la machine, elle vous propose un paramètre, vous voyez, il y a un truc gradué, on va faire varier la variable, mais là elle s'appelle v_1, et nous on veux k, il faut l'effacer et l'appeler k, vous validez, voilà ! Et là, en fait, il y a une courbe qui apparaît, ça correspond à quoi ? k a quelle valeur ?

15 Q : 5.

16 P : Oui, regardez, c'est marqué, 5. Non ?

17 E : On efface $v1$?

18 P : Oui, vous effacez $v1$, vous mettez k, vous validez. Voilà ! Donc, là vous avez la courbe de $5x^2$ en fait. Bon ! Alors, maintenant, est-ce que tu peux faire varier ? Tu te mets sur le curseur, vous voyez, oui, alors, il faut que tu aies la main et tu fais varier... oui, voilà, très bien, vous voyez ce qui se passe ? La courbe varie, vous n'avez pas besoin de le... de l'écrire vous même. Voilà donc vous variez...

19 E : Madame, pourquoi, ça ne devient pas négatif ?

20 P : Alors, pourquoi ça ne devient pas négatif ? Il y a quelque chose d'écrit sur le segment, là, sur le segment, vous voyez, ça varie entre 0 et 10. Alors, on peut peut-être régler, ça. Alors, on regarde, un petit peu. Regardez, dans la fiche technique,

3. Q. est l'élève qui est venu cobayer

on vous dit comment améliorer, comment changer les réglages. Oui, pardon ?

21 E : Moi, ça fait rien...

22 P : Mettez fois, k fois x^2. k était bien pris en gras ou pas ?

23 E : Où ça ?

24 P : *s'adressant à E* Dans le... k fois x^2, ah mais, tu l'as pas fait $f_2(x)$, qu'est ce que c'est $f_1(x)$, alors ? Remet f_1... Ah ben oui, qu'est ce que c'est sinus, qu'est ce que c'est ça ?

25 E : C'était ancien, oui !

26 P : Oui, mais tu le supprimes et là tu tapes kx^2, k multiplié par x^2, voilà, voilà ça y est ok ? *à tous* Bon alors, maintenant, chut on essaye de...

27 E' : Madame, moi, j'ai pas contrôle curseur.

28 P : Comment ça, t'as pas contrôle curseur ? Non, alors attend. T'as quelle version là ?

29 E' : Ben normalement, j'ai une des mieux, parce que je l'ai acheté y'a pas longtemps.

30 P : Ah, be, mince, non, tu l'as pas. Je regarderai ça plus tard. Je regarde, mais normalement, ah yayayayaya ; elle doit être à un autre endroit surement, mais je sais pas. *à tous* Alors pourquoi ça s'arrête à zéro, parce que sur le segment c'est noté de 0 à 10. Alors regardez un peu ce qu'il faut faire pour avoir un autre réglage. On vous explique ce qu'il faut faire : contrôle menu, tu me le fais Q. s'il te plait, alors réglage. Alors, la variable s'appelle bien k, ça vous ne changez pas, par contre si vous voulez des négatifs il faut partir d'où ?

31 E : moins dix.

32 P : moins dix ? Alors moins dix si vous voulez ! Allez, on se lance, moins dix, valeur initiale

33 E' : Non, c'est le minimum.

34 P : Oui, alors, on va repartir de moins dix, justement. Oui, allez, valeur initiale, moins dix,

35 Q : *s'adressant à un camarade E"* Tu fais contrôle menu, là et pis le menu là !

36 E" : OK !

37 P : Bon, tu veux le faire horizontal, oui, mais il est horizontal de toutes façons. Tu fais OK, enter. Voilà ! Et maintenant tu reprends, oui, je sais, c'est pas évident, oui.

38 E : C'est quoi valeur initiale ?

39 P : Be, valeur initiale, c'est celle dont tu veux partir, à gauche sur ta truc graduée.

40 E' : Et pour faire varier le pas, quand on avance ? Pour faire varier le pas ?

41 P : Oui, euh...

42 E' : parce que là, c'est zéro vingt cinq mais...

43 P : Oui, mais c'est pas évident ça, normalement ça devrait marcher, là, mais... Chut !

44 E' : mais là, je peux pas arriver à ce que je veux.

45 P : Oui, *à tous* Oui, alors vous faites varier, là, qu'est ce qui se passe ? Là, c'est huit virgule cinq... Pas, évident, c'est vrai que c'est pas évident... *Brouhaha.* Alors qu'est ce qu'il se passe, là en négatif ? Il y a combien de points d'intersection ?

Brouhaha

46 P : Ah ! Chut, s'il vous plait, chut ! Laissez là, en fait. Alors qu'est ce qui se passe, là ? Quand $k = 0$, qu'est ce qui se passe en fait ? La deuxième fonction, c'est quoi, A. ? Chut ! Ça y est ? Quand $k = 0$, qu'est ce qui se passe ? On vous demande de résoudre quoi ? Est ce que vous pourriez me donner... ouh ouh ! Il faut résoudre quoi ,

47 E : $\ln(x) = 0$.

48 P : Oui, $\ln(x) = 0$, et donc en fait...

49 E : Elle a pas affiché la courbe.

50 E' : $x = 1$.

51 P : *Répondant à E'* Voilà, d'accord ! Donc, on a éliminé le cas $k = 0$; maintenant pour le cas négatif, dites moi ce qui va se passer ,

52 E : Ça je l'ai fait, après on a fait entrée, réglage, et on...

53 P : Moins dix le minimum, moins dix ; voilà c'est ça, ça va revenir !

54 E : Ben oui...

55 P : Enter, enter.

56 E : Mais je l'ai fait !

57 P : Alors, il n'y a pas de courbe ! Ah oui, k fois x^2, fois, fois ! Remet toi sur le truc...

58 E : Ah, d'accord !

59 P : *à tous* Ah voilà, alors ? Chut !

60 E' : Alors $x = 1$.

61 P : Ben oui, $x = 1$, $\ln(x) = 0$; alors on écrit tout ça, hein, on affine. Alors k négatif, qu'est ce que vous en pensez ?

62 E : Il faut faire négatif ?

63 P : Ben oui, regardez, essayez de suivre l'épreuve. Validez la conjecture. Qu'est ce que vous pouvez me dire ? Chut !

Temps 10 minutes *Interruption enregistrement*

64 P : Vous pouvez régler la fenêtre, évidemment pour voir un petit peu, faire un petit zoom, là, hein. Chut. Si vous faisiez un petit zoom. Bon alors on en est où, là dans vos recherches ?... Ah oui, mais alors là, c'est pas terrible tous ces trucs négatifs, non, règle ta fenêtre un peu mieux, hein ! Chuuut. Bon alors qu'est ce que vous avez retenu comme valeurs finalement ? Vous êtes sûrs que quoi ? Que pour k égal ça, il y a combien de solutions ? Alors qu'est ce que vous m'annoncez comme valeur ?

65 E : Zéro deux.

66 P : Alors pour zéro deux qu'est ce qui se passe ?

67 E : De zéro à zéro deux il y a une valeur.

68 P : Donc pour $k > 0.2$ alors, qu'est ce que vous m'annoncez comme solution ?

69 E : Aucune !

70 P : Aucune solution ? *P écrit au tableau*

71 E : C'est à peu près zéro deux.

72 P : Oui, d'accord, à peu près, hein ! Bon essayez d'affiner peut-être. Prenez quoi comme réglage, entre zéro et zéro virgule deux pour affiner un peu mieux. Donc

apparemment pour k supérieur à zéro deux, la courbe est au dessus, il n'y a pas de solution. Alors affinez un peu plus, hein, c'est ce qu'on vous demande. Donc changer de réglage, prenez la valeur maximum... Donc par exemple en zéro un combien il y a de solutions ? zéro un deux solutions ? Oui ? *P écrit au tableau.*

73 E : Zéro dix neuf.

74 P : Combien ?

75 E : Zéro dix neuf.

76 P : Donc, votre camarade me dit que quand...

77 E : Non, non, zéro dix huit !

78 P : Donc autour de zéro dix huit, zéro dix neuf.

79 Q : Regardez Madame, ça touche pas zéro dix neuf

80 P : Ah, zéro dix neuf, ça touche pas ! Alors zéro dix neuf non, zéro dix huit, oui ! *P écrit au tableau* Bon, ben c'est pas mal comme résultat ! Bon ben maintenant, on va essayer de le démontrer vraiment, hein ! Donc, vous allez faire les questions théoriques. Donc voilà ce qu'on attend. Première partie partie expérimentale. Donc, on résume. Chut ! Donc on résume, finalement. Combien de solutions pour k... k, finalement est comment ?

81 E : Non.

82 E' : Mais si !

83 P : Ah ! On n'est pas d'accord ?

84 E : T'as pas la bonne version !

85 P : Ah, zéro dix neuf, point d'interrogation. Bon, et ben on va essayer d'affiner ça, hein !

86 Q : Madame !

87 P : Oui.

88 Q : Regardez là.

89 P : Attend, mais là je ne vois rien du tout si tu veux me le montrer. Non, non, non, mais qu'est ce que tu vas me faire, moi ce que je veux voir... Tu me dis des trucs sur l'écran, moi je veux voir, moi... Non mais là, il n'y a rien, c'est les négatifs là, qu'est ce que tu me fais là ?

90 Q : Mais si, il y en a aussi dans les négatifs.

91 E" : Mais non y'a pas de ln !

92 P : Mais attend, logarithme d'un négatif, c'est pas possible !

93 Q : Je comprends rien.

94 E" : Allez tais toi Q.

95 P : Enfin dans l'ensemble des réels. Bon ! Bon, ben on va faire les questions suivantes, hein ? Donc, voilà, le jour de l'épreuve, vous dites à, au professeur, donc c'est autour de zéro dix huit, zéro dix neuf que je sens que, avant il y a combien de solutions et après il y a combien de solutions ?

96 Q : Ah Madame, mais là !

97 P : Oui, alors qu'est ce qu'on voit là ?

98 Q : Là, là regardez !

99 P : Oui ! On voit pas grand chose, hein ?

100 Q : Là, je vais faire une pince avec mes doigts !
101 P : Oui, mais fais attention avec ton stylo, quand même !
102 Q : Là, la courbe elle est là, et après il n'y a pas de courbe après !
103 P : Y'a pas de courbe !
104 E : Si, elle est confondue, tu la vois pas !
105 P : Mince, alors, elle a disparue ! *Rires*
106 Q : Oui, mais y'aurait la section, là.
107 P : Mais elle est où ton autre courbe ? C'est quelle courbe ça ? Je ne sais plus où on en est, là.
108 Q : Mais c'est kx^2, là !
109 P : Ah, c'est kx^2 et $\ln(x)$ il est où ?
110 Q : $\ln(x)$?
111 P : Oui, il est où ? Où il est $\ln(x)$?
112 Q : Mais alors depuis tout à l'heure, je fais pas ce qu'il faut et vous me dites rien !
113 P : Mais qu'est ce qu'on regarde, Q ? On regarde les points d'intersection de deux courbes ! D'accord ?
114 Q : Ah ! d'accord ! Les points d'intersection de ça avec...
115 P : Il est où ton $\ln(x)$?
116 Q : De cette courbe avec...
117 P : C'est quoi, le point d'ordonnée nulle de $\ln(x)$? Q, tu réponds à ma question ! Quel est le point d'ordonnée nulle de $\ln(x)$?
118 Q : $\ln(1) = 0$.
119 P : Oui, alors, tu as vu la graduation que tu as prise, là, zéro, zéro un...
120 Q : Ouais, donc je risque pas de l'avoir, quoi !
121 P : Oui, bon ! Bon allez, on passe aux questions suivantes, là !

Temps : 20 minutes

122 P : On fait tout passer du même côté, voilà, donc vous posez la fonction $g(x)$ par exemple égale...
123 E : f c'est mieux !
124 P : f bon allez, $f(x)$, Allez vous posez $f(x)$ égale... Q s'il te plait ! Q au travail !
125 Q : J'ai rien compris !
126 P : Donc, la différence des fonctions et vous essayez de m'étudier ça sérieusement, hein ! D'accord. Non, attention, il n'y a pas deux inconnues. k est un paramètre, mais c'est fixe, d'accord.
127 E : Oui, mais là, la dérivée...
128 P : Il n'y a que x qui varie.
129 E : Mais pour trouver le signe de la dérivée, si on...
130 P : On fait le petit deux : démontrez que si k est supérieur à zéro, donc, je pense qu'il doit y avoir des choses qui devraient vous interpeler, hein ?
131 E : On fait le deux ou le trois madame ?
132 P : Oui, on fait le petit deux !
133 E : Alors c'est inférieur à zéro.

134 P : Pour k inférieur à zéro, oui.
135 E : C'est pas ce que vous avez dit !
136 P : Ah, pardon, excusez moi.
Une minute, le professeur passe entre les rangs
137 P : Oui, quand on n'arrive pas à le résoudre, alors c'est toujours la même méthode. Alors elle est où ta dérivée, elle est où ?
138 E : Là !
139 P : Oui, mais y'a pas que $\ln(x)$, y'a aussi l'autre fonction, donc on essaye de tout regrouper justement pour comparer par rapport à zéro. Alors, quelle est la dérivée de x^2 ? **P s'éloigne**
140 P : Oh tu crois que tu vas avoir la place ?
141 E' : k c'est une constante ?
142 P : Oui, alors k c'est une constante, comme tu dis, donc du coup ?... Voilà, très bien !
143 E" : On n'a pas besoin de la dérivée.
144 P : Oui, on peut raisonner comme ça, oui
145 E"' : Un sur x c'est positif ?
146 P : Ah oui, un sur x c'est positif, oui... Non, mais tu avais une bonne idée aussi, tu pouvais parler de la décroissance de... Enfin, bon...
147 P : Oui, le signe là. Attention, vous avez bien écris l'hypothèse, là, dans la deuxième question, k est inférieur à zéro, hein ? Donc, retenez le bien ça. Dans la deuxième question, k est négatif, hein !
148 P : Un sur x, ah, mais attendez, il est comment x ?
149 E : Ben x il est positif.
150 P : Il est positif, hein ?... Chuut
151 P : Allez, Q, tu t'y mets, oui !
152 Q : Attendez, madame !
153 P : Allez, tu veux aller au tableau.
154 Q : Oui. Mais là, j'ai presque fini.
155 P : Allez, tu fais sérieusement, hein ? Ah, les limites tu me les as bien justifiées, là ? Ah, non, non, non...
156 E : Si, là parce que ça fait moins l'infini moins zéro donc ça fait...
157 P : Eh be, tu me le justifies ! Aaaaah ! qu'est ce que c'est ça x plus l'infini, qu'est ce que c'est ça ?
158 Q : Mais, j'en sais rien c'est quoi qui faut que je fasse ?
159 P : Il faut que tu m'étudies cette fonction et puis, tu vois il faut résoudre pour dire quand est-ce que c'est ...Hein ? On te dit trouver...
160 E : Faut faire la dérivée ?
161 P : Oui, bien sûr ! Alors ?
162 Q : Le k, il... c'est quoi ? On sait pas ?
163 P : Ben je crois que oui ! et donc du coup ?
164 Q : C'est quoi ces limites, même la TI elle connaît pas !
165 P : Attend, le k c'est une constante qui est quoi ?

166 E : Même la Ti elle dit qu'il y a pas assez de ressource, j'ai du enlever les piles pour reset.
167 P : Ah ben c'est bête, alors franchement !
168 E : Elle a buggé dix minutes, je l'ai laissé comme ça avec la petite horloge et après j'ai enlevé les piles.
169 P : Comme quoi, le cerveau humain, quand même !
170 E' : Ça multiplie par k.
171 P : Ben oui, quand tu multiplies par k ! Alors récites moi la formule $(ku)'$ c'est k fois u' ! T'as jamais vu cette formule ?
172 Q : Si, si peut être...
173 P : Non mais, peut-être...
174 Q : Mais je vous ai dit j'ai sauté la seconde !
175 P : Oui, mais ça, c'est *Rires* **P écrit au tableau :** $(ku)' = k \times u'$
176 Q : Ah oui, oui, ça !
177 P : Alors en plus, tu vois dans la formule, en plus c'est k ; alors franchement, ça !
178 E : Non mais déjà, on peut dire que c'est toujours positif.
179 E' : Pas toujours.
180 Q : C'est quoi la consigne ?
181 P : Ben la consigne c'est, je sais pas, d'étudier la fonction et, je sais pas de voir les variations, de voir s'il y a combien de solutions égales à zéro, je sais pas... Bon, tu m'écris bien ça, là ! $-2kx^2 + 1$
182 Q : C'est pas bien ?
183 P : Mais je sais pas ! Qu'est ce qu'on en fait de ça ? Est ce que tu avais besoin de le faire, je sais pas ! Non, avant de faire la limite, qu'est ce qu'on fait ? Un tableau de variations, c'est quoi les étapes ? Premièrement on calcule la dérivée, deuxièmement, qu'est ce qu'on fait ?
184 E : Les zéros !
185 P : On étudie le signe de la dérivée ! Alors ? **Q écrit au tableau** $x \neq 0$ Non, oui, x est différent de zéro, mais il est même ?
186 Q : Pourquoi, je sais pas...
187 P : Ben parce que dans l'ensemble de définition, tu as $\ln(x)$, déjà ! Bon, alors ? Chuuut !
188 Q : Et ben, si x est négatif... Ça c'est strictement négatif, ça c'est positif.
189 P : Oui, et alors ?
190 E : k est négatif.
191 P : k est négatif, oui ! Tout est positif, oui. Alors, d'ailleurs est ce que tu avais besoin de passer à cette forme là ?
192 Q : Non !
193 P : Non, regarde en haut, là, est ce que tu pouvais pas...
194 Q : Attendez, attendez !
195 P : Non mais tu me le mets dans le bon ordre, parce que là, je n'y comprend rien du tout ! Là, je lis supérieur à zéro ! Non, chuuuuuuut, on lit de gauche à droite, alors s'il te plait, si tu me fais une bulle, moins deux c'est inférieur à zéro, hein ! Tu

me l'écris bien, parce que sinon on ne comprend plus rien du tout ! Voilà inférieur à zéro, k est inférieur à zéro, donc du coup, chuuuuut

196 Q : Comme c'est A qui m'a dit.

197 P : Laisse tomber, va... Plus un, chuuuuut. Donc du coup tu peux me faire le tableau de variation.

198 Q : Y'a le monsieur au fond il va dire c'est qui ce mec ?

199 P : Oh, s'il te plait Q ! Il t'a bien cadré, alors c'est pas la peine d'en faire trop ! $F'(x)$, voilà. Allez, limites !

200 E : Madame, pourquoi $-2kx^2$ c'est supérieur à zéro ?

201 P : x^2 c'est positif, k c'est négatif, -2 c'est négatif

202 E : Ah oui, oui !

203 P : Chuuut ! Limite, parenthèse. Quand x tend vers zéro plus.

204 E : Madame, on peut... Ah, non, c'est bon.

205 P : Alors ça fait quoi ?

206 E' : Ça fait moins l'infini plus l'infini

207 P : Allez log de x, voilà moins kx donc du coup limite égal...

208 E : Ça fait une bijection.

209 P : **La cloche retentit** On termine limite de $f(x)$, quand x tend vers plus l'infini. Chuuuuut ! Vous vous calmez un petit peu ! Chuuuuut !

210 E : Donc on voit que ça fait une bijection.

211 P : Dis A, tu as tout rédigé et le théorème après ? Oui, non, mais alors Q, quand même ! Pfff... Allez, x^2,... x^2 !

212 E' : T'as oublié le carré, Q, à chaque fois ! et en bas aussi !

213 E" : Bon allez, Q bouges toi, là !

214 P : Moins k c'est positif... Et alors on conclue, même si on l'écrit pas. Allez Q tu écris au tableau, est-ce qu'il y a un zéro ? Voilà, pointillé, voilà et tu mets α et on rédige quoi, le théorème de la ?

215 E : Bijection.

216 P : Bon, on fera la question après.

Fin de la séance Les élèves rentrent de récréations. Poursuite du travail sur la fiche. Q est de nouveau au tableau.

217 P : Bon allez, Q s'il te plait, ce n'est pas $f'(x)$. Quoi, quoi, ben, quoi ? C'est le vide existentiel ?

218 Q : C'est f.

219 P : Voilà, alors tu m'effaces 3, voilà ! f, f, c'est pas $f(x)$, c'est la fonction f ! ... Bon, là, tu peux préciser, tu peux pas mettre monotone, tu sais qu'elle est comment la fonction ?

220 Q : Croissante.

221 P : Oui, voilà croissante ! Voilà, donc après on écrit la phrase... Tu l'as écrit la phrase PY ?

222 PY : Non.

223 P : Et be alors, qu'est ce que tu attends ?

224 PY : On la connait par cœur, c'te phrase !

225 P : Oui, mais on sait jamais, il y en a qui la savent pas encore très bien. Bon, et puis ça peut sortir le jour du bac, ce théorème de la bijection, on sait jamais !
226 Q : C'est toujours de l'intervalle sur euh...
227 P : Alors c'est toujours du départ sur l'arrivée, hein ?
228 Q : Non, non, mais je veux dire c'est de l'intervalle sur...
229 P : Sur l'arrivée.
230 Q : Sur la fonction.
231 P : Oui, il faut pas se tromper !
232 Q : Sur les valeurs qu'on peut obtenir de la fonction, c'est pas
233 P : Oui, l'arrivée, c'est les valeurs pour moi, he !
234 Q : D'accord, d'accord, d'accord !
235 P : Alors, il faut quand même préciser aussi,... avant de dire qu'il existe une unique solution, il faut quand même préciser quoi, aussi ? Chut ! Ah, je vois qu'on ne sait pas bien l'écrire en entier ! Et oui, avant d'écrire cette phrase, il faut préciser que zéro ça appartient à quoi ? L'ensemble d'arrivée, hein ? Voilà ! Il existe une unique solution *Q écrit au tableau* en x_0 ? pourquoi en ? Il existe une unique solution
236 Q : x_0.
237 P : Alors tu mets un accent sur « à »..... *P s'adressant à un groupe de retardataires* Ça va la récréation a été bonne ? *S'adressant à Q* Bon, alors, tu passes maintenant au cas négatif.
238 E : On va d'abord faire f'', non ?
239 P : Je ne sais pas, on va voir !
240 E' : On reprend la même ?
241 P : Ah, ben oui, heureusement, on reprend la même, oui, oh ! oui ! Donc $f'(x)$ tu me le remets ?
242 E : Mais est-ce que... est ce que $f'(x)$, enfin je sais pas, à mon avis j'ai du mal le faire, est-ce que $f'(x)$ on peut trouver son signe, bien
243 P : Ben, peut être, oui, peut être que k... Imagine que k, si tu le remplaces par un. Comment vous feriez si k était égal à un ? Comment vous feriez pour étudier ça ?
244 E : Supérieur ou égal à zéro
245 P : Je sais pas
246 E' : Mais le x il est forcément positif
247 P : *s'adressant à Q* Tu mets $f'(x)$... Oui, x est... Exactement ! On le remet, x est toujours strictement positif. Donc $f'(x)$ est du signe de quoi ? Allez on l'écrit !
248 E" : k est positif, là ?
249 P : Oui, positif, voilà ! Alors le signe de $f'(x)$?
250 E : Le signe de x.
251 P : Oh, oh, comme ça ?
252 E : Non, non, pardon, il est négatif.
253 P : Ben oui, il est, donc, ça marchera pas... Donc, le dénominateur, ça c'est bien, qu'on sache qu'il est positif.
254 E : C'est le signe.

255 P : Oui, mais tu ajoutes un tu peux pas savoir...
256 Q : Ah oui, il faut faire le signe de $-2kx^2 + 1$.
257 P : Voilà alors tu l'écris, le signe de $f'(x)$.
258 Q : Ah, mais c'est que je suis intelligent.
259 P : Alors, continue, continue ! Allez, écris le parce que S est perdue ! PY, réfléchis avec nous !
260 PY : Y'a pas à réfléchir faut juste écrire !
261 P : Ah ben quand même il faut trouver le signe de ça, he ?
262 PY : Ça va être des racines, non ?
263 P : Qu'est ce que tu nous fais, en catimini ? D'accord ! Ah, là, j'ai pas bien suivi
264 Q : On fait delta.
265 P : Oh, delta, avec un b négatif...
266 Q : Ah ouais...
267 P : Attend, attend attend, je ne comprend pas très bien là ! Alors ?
268 Q : Jusque là ça doit aller, enfin, je pense.
269 P : Alors, $-2kx^2 > -1$; alors, qu'est ce qu'on résout, au fait ?
270 E : Mais on peut pas faire la table, je sais pas.
271 P : Oh, si vous voulez faire la table, je sais pas, mais...
272 PY : Non, on peut les avoir rapidement.
273 P : Franchement, là, vous voyez pas ? Allez !
274 E : Fais passer $-2k$ de l'autre côté, là.
275 PY : Oui, c'était bon !
276 E : Fais passer $-2k$ de l'autre côté.
277 P : Bon, alors on passe quoi de l'autre côté ?
278 E : $-2k$ déjà et...
279 Q : $-2k$.
280 P : Non, mets le un d'abord, peut-être, je sais pas !
281 E : C'est plus, plus ! C'est ça mais c'est plus ! Enlève le moins.
282 P : Attend, tend, tend ! Laisse le moins $2kx^2$; non mais ça va trop vite, là.
283 E' : Mais, il y a le signe là.
284 P : Mais, le problème, c'est que tu as divisé par quoi ? Je sais pas, moi ! Je n'ai pas suivi, j'ai une petite tête, moi, tu sais !
285 E : Non, mais non, laisse le un à gauche.
286 P : Bon, alors tu divises par quoi ?
287 Q : $-2k$!
288 P : Est-ce que tu peux me préciser le signe de $-2k$?
289 Q : Ah, ça va changer !
290 P : Je sais pas ; tu l'écris, $-2k$ est de quel signe ? Enfin, tu le compares à zéro.
291 Q : Négatif.
292 P : Inférieur à zéro.
293 E : Mais tu peux enlever les moins, quand tu...
294 P : Alors finalement, qu'est ce qu'on trouve ? Voilà, alors on trouve $x^2 < \frac{1}{2k}$.
295 Q : Alors c'est racine de $2k$ ou moins racine de $2k$.

296 P : Alors oui, il y a ...
297 E : Ah oui, les racines !
298 P : Ah oui, et E t'as dit aussi qu'il fallait penser au euh... Alors, comment on résout ça sur R ? Quand est ce que $x^2 < \frac{1}{2k}$, sur R. C'est ça ta solution ? Attend, tu effaces à droite, là !
299 M : Il faut que x soit compris entre les deux.
300 P : Oui, merci M ! Attention $x^2 < \frac{1}{2k}$... Q, $x^2 < 9$ ça fait comment ?
301 Q : Ça fait inférieur à trois.
302 P : Ah bon, tous les nombres inférieurs à trois ont un carré inférieur à neuf !
303 Q : Ben oui.
304 P : Tu me dessines une parabole !
305 Q : Ouais, mais...
306 P : Dessine moi une parabole !
307 Q : Moins vingt au carré ça fera plus grand.
308 P : Dessine moi une parabole... Ouh ! Non, mais la parabole normale, ça c'est une jolie parabole, mais x^2, tout court !
309 Q : Elle est belle, non ?
310 P : C'est bon, mais elle passe par l'origine, là ! La parabole de référence ! Non, non, mais c'est très bien ! La courbe représentative de x^2, ça passe par l'origine, hein ! Voilà ! Résous moi graphiquement $x^2 < 9$, question de seconde ! Tu me prends une couleur, s'il te plait !
311 Q : Le bleu, ça vous va ?
312 P : Très bien ! ... Tu me colories, les points qui vérifient $x^2 < 9$! *Il le fait* Bon, alors résous moi ça, ça veut dire quoi résoudre graphiquement *il montre son dessin* Bien, alors, S est égal à quoi ?
313 Q : A tout ça !
314 P : Oui, mais c'est à dire ?
315 Q : Ben c'est bon, là.
316 P : Oui, mais moi, j'aimerai bien lire les extrémités.
317 Q : Ça doit être moins trois, là !
318 P : Oui, et pourquoi trois ?
319 Q : Parce que c'est la racine.
320 P : Égale, je sais pas pourquoi vous ne mettez pas le verbe.
321 Q : Parce qu'on n'a plus de cours de français.
322 P : Bon, je sais pas, tu mets tes crochets, bon on va pas.
323 Q : Ça dépend si vous voulez comme ça.
324 P : Alors tu mets les crochets ouverts si tu mets strictement inférieur.
325 E : Oh madame, c'est et quart.
326 Q : C'est bon, tu vas pas te plaindre.
327 P : Bon alors du coup, tu me corriges, si c'est sur R... Non, parce que je l'ai rencontré encore dans vos copies, çà. Quand x^2 est inférieur à ça, alors, chut ! Soit tu m'écris bien les solutions réelles, soit tu me précises que c'est ça pour x compris entre ces valeurs

328 E : Il manque une solution.
329 E' : C'est pas ça !... Fais comme moi, c'est bien !
330 Q : Mais on s'en fout nous, c'est positif !
331 P : Non, mais sur R quelles sont les solutions ? Je te pose la question, x est inférieur à un sur deux k ?
332 Q : Et ben...
333 P : Si je demandais sur R. Bon là, c'est vrai qu'on se contente de positif, mais si c'était sur R, j'aimerais bien que vous me répondiez.
334 Q : Comme ça ?
335 P : Oui, comme ça c'est quoi ?
336 Q : Supérieur à moins machin.
337 P : Voilà, il faut que x soit minoré par... Regarde, là, tu as mis racine de neuf.
338 Q : Ben par moins racine de ça.
339 P : Oui, et bien tu me l'écris correctement, donc maintenant, qu'est ce qui minore...
340 Q : Ah non !
341 P : Allez, tu m'effaces tout ça. Le minorant c'est quoi ? Allez, moins... S égal, oui... Voilà, alors racine de un sur deux k, voilà. Mais c'est pas grave parce qu'ici, x est positif.
342 Q : Y'a qu'une solution ?
343 P : Donc ici, on s'intéresse uniquement aux positifs stricts.... Bon, alors tu peux faire le tableau de variation, maintenant... Donc $f'(x)$, oui, donc qu'est ce qu'on en a déduit ? Que $f'(x)$ était positif pour quoi ?
344 Q : Ben x^2...
345 P : Non, mais qu'est ce qu'on a trouvé ? Tu viens de trouver la solution, dessus ! Voilà. Bon qu'est ce que tu mets comme valeur dans la ligne des x ? Chut ! Ben qu'est ce que tu as trouvé comme valeur intéressante ? Voilà. Et puis, il faudrait peut-être aller jusqu'à... F. s'il te plait ! Chut, plus bas. Jusqu'où ?
346 Q : Plus l'infini.
347 P : Ben oui ! Donc il vaut mieux que tu mettes... Voilà ! Sous la racine qu'est ce que tu mets ?
348 Q : Un sur deux k.
349 P : Ben oui ! Voilà ! Et après $f(x)$... Tu mets une parenthèse autour de x, parenthèse de x ! Voilà, bon alors maintenant pareil, les limites. Allez, allez. Chut. Bon, alors là tu effaces, il faut recommencer parce que k est positif, cette fois ci, hein ? ... Allez on fait la limite, quand x tend vers ? A, tu l'as faite en zéro plus ?
350 A : Mais c'est pareil.
351 P : Non, là ça change, parce que k a changé de signe, il faut peut-être refaire l'explication. Non, attention c'est la limite de quoi, Q ? Pas de $f'(x)$, $f(x)$ je te rappelle que c'est log de x moins kx^2, hein ?
352 E : C'est pas log c'est ln !
353 P : Oui, log de x moins kx^2.
354 E : Mais l'épreuve pratique c'est combien de temps ?

355 P : L'épreuve pratique, c'est trois quart d'heure... Alors attend, tend, tend, tend ! En plus l'infini, d'accord, oui ! J'aurais mis, d'abord qu'on commence par zéro plus... Oui, il est positif, oui.
356 E : Oui, mais x il est plus fort que ln, alors !
357 P : Oui, mais vous me mettez en valeur la formule ! Il faut que quoi apparaisse ? Limite de quoi ?
358 E : Limite de ln de x sur x !
359 P : Non, on aurait pris plutôt, x sur... Mais, là est ce que c'est x qu'on va prendre, ici c'est plutôt x au...
360 E : Carré.
361 P : Carré oui, x^2, allez tu t'arranges pour le mettre sous cette forme là. Donc je veux voir du ln de x... Oui, mais alors du coup il faut multiplier par quoi ? Tout ça tu le multiplies par quoi ?
362 E"' : On a combien de temps pour le faire en vrai ?
363 E : Quarante cinq minutes.
364 P : Chut. D'accord, mais tu le multiplies par quoi, du coup ? Tout ça tu multiplies par parenthèse... Non, la parenthèse autour de ce que tu viens d'écrire, allez on se dépêche et tu écris limite.
365 E : x^2.
366 Q : Mais pourquoi ?
367 P : Pour qu'on change pas la fonction ! Alors, si tu mets égal, égal limite quand x tend vers plus l'infini. Il faut rédiger correctement. Oui, mais tu entoures le carré en entier, là !
368 Q : Ça, d'après le cours ça tend vers zéro.
369 P : Zéro, d'après le cours, hein ? Formule globale. Après ? Donc du coup la parenthèse, ça tend vers quoi. Et ben, tu l'écris, la parenthèse ça tend vers quoi ?
370 Q : Moins k.
371 P : Voilà ! donc la limite ça fait moins l'infini. Donc tu le mets dans le tableau, s'il te plait. Sauf que c'est celle à droite, j'avais demandé de faire celle à gauche, mais c'est pas grave, on va la faire après. Et ben oui, c'est en plus l'infini, bon en zéro, maintenant.
372 E : Je comprends pas qu'on trouve moins l'infini
373 P : Uhmm ?
374 E : Je comprends pas qu'on trouve moins l'infini.
375 P : Mais si, comme le dit M., ce qui l'emporte c'est x^2, donc limite de log de x sur x^2 ça vaut...
376 E : Non, mais c'est après pour les solutions, à quel moment on aura zéro solution ?
377 P : Et ben on va regarder sur le tableau justement ! Qu'est ce que vous en pensez ? Bon, alors, tu te dépêche, quand x tend vers zéro plus.
378 Q : J'en peux plus.
379 P : Bon, alors, à ta place.
380 Q : Bon, alors ça va !
381 P : Bon, alors limite quand x tend vers zéro plus. M. chut ! Bon, alors, ça tend

vers moins l'infini. Allez, le maximum, maintenant !

382 Q : Quand ça tend vers ça ?

383 P : Ben, quand ça tend ? Quand ça y est ! Alors qu'est ce qu'on calcule maintenant. Bon, f de racine un sur deux k, bon. Alors c'est quoi $f(x)$ au fait ? Voilà ln de racine de un sur deux k moins... Alors, ça tombe bien, c'est le carré... Alors finalement ? ... Ferme bien ta parenthèse, hein ? Ah non, la parenthèse. Alors tu me mets, ça on le met où normalement ?

384 Q : On peut développer.

385 E : On laisse comme ça ?

386 P : Ben je sais pas, est ce que tu connais d'autres formules ? Bon, on verra après. Mais de toutes façons, le problème, c'est quoi ? Chut. On verra après. Oui, tu le mets comme ça. Donc maintenant on va regarder sur le tableau de variations. Qu'est ce que vous allez me dire maintenant ?

387 E : Ça dépend de k.

388 P : Oui, maintenant, ça va dépendre de k. Il faut en fait, chercher quoi ?... Donc, je vous rappelle le problème : trouver x vérifiant $f(x) = 0$. Alors qu'est ce qu'il se passe en fait ?

389 Q : Là il va y avoir croissant et là décroissant

390 P : Oui, mais si ce que... Qu'est ce que c'est ce 1 ?

391 Q : C'est ça !

392 P : Ah oui, mais c'est dangereux, ça. Met moi f de racine un sur deux k. Donc ça, c'est valable si le résultat de ce qu'on vient de faire est comment ?

393 E : Positif !

394 P : Est supérieur à zéro, donc il faudrait peut être voir si ça marche pour tous les k, là ! Bon, alors, qu'est ce que tu en penses alors ?

395 Q : Ça, ça va être, ben ça dépend.

396 P : Oui, ça dépend, allez tu nous montres comment ça dépend. Bon, alors tu effaces à gauche, on va décider quand quoi ? Quand c'est supérieur, inférieur à zéro, c'est toi qui vois ?

397 Q : Supérieur.

398 P : Allez, alors tu me résous ça quand est ce que f de racine de un sur deux k est supérieur à zéro ? Chut. OK ?

399 Q : Là on va être obligé de tout sortir.

400 E : Supérieur...

401 P : Ben, je sais pas, qu'est ce que vous avez décidé ? Allez supérieur à zéro, supérieur ! Donc tu nous réécris ce que tu as trouvé. Logarithme, allez je te le dicte : logarithme de racine de un sur deux k chuuuuuuut !

402 E : Racine, y'a racine ! Quelle horreur !

403 P : Bon qu'est ce que c'est les formules de logarithme de racine... Oh, arrête un peu, là tu dépasses les bornes ! Allez, logarithme de racine de a c'est quoi ? Quelqu'un se rappelle la formule ?

404 E : Ah oui, c'est un demi logarithme de a.

405 P : Allez donc finalement, ça fait un demi log...

406 Q : log de a.
407 P : Oui, mais a c'est quoi là ?
408 Q : un sur deux k.
409 P : Ben voilà ! Allez ! Chuuut ! Bon, après on peut simplifier, et on peut même multiplier par deux, alors ça fait quoi ?
410 Q : Ah oui, c'est puissance un demi.
411 E' : C'est tout des trucs qu'on connait pas !
412 P : Ben, bien sûr ! Allez après ? ... Bon, alors après ? C'est ln de quoi ? un ?
413 Q : ln de e.
414 P : Ben oui, bien sûr. M, chuuut. Allez un sur deux k.
415 Q : Car strictement croissant. Supérieur à...
416 P : Oui, allez un sur deux k. Et donc finalement, qu'est ce qu'on peut dire sur k ?
417 Q : k supérieur...
418 P : Attend, tend, tend ! Comment tu fais pour faire ça ?
419 E : Exponentielle, exponentielle !
420 P : Bon, alors comment tu fais pour faire ça ?
421 Q : Ben je passe...
422 P : Ben si tu passes, ça fait quoi ? Oui, et donc finalement ? Attention... Oui, d'accord ! Non attend ! Oui ! C'est ça oui ? Alors vous me calculez un sur deux e.
423 E : Ça fait un virgule trente six.
424 P : Non, un sur deux e mais e en bas, hein divisé par deux e ! Voilà, donc vous me donnez quatre chiffre après la virgule s'il vous plait !
425 E : Zéro virgule dix huit soixante quatorze.
426 P : Voilà alors : zéro virgule dix huit soixante quatorze, alors c'était ce que vous aviez trouvé. Donc on conclue, maintenant. Donc je te rappelle que le sommet est inférieur à zéro pour k inférieur à zéro, donc en fait on conclue : pour k inférieur à k sur deux e, combien de solutions à l'équation de départ ?
427 E : Une... non deux !
428 P : Ben non, si le sommet est au dessus, deux solutions pour k égal un sur deux e, une solution et pour k supérieur, zéro solution. Tu me l'écris ! Et on va essayer de commencer l'autre, vous allez au moins me faire l'expérience.
429 P : Tu te dépêches, tu l'écris pour k égal un sur deux e... On va réviser le tableur et les suites... Donc pour pour k inférieur à un sur deux e, d'après le tableau de variations, vous avez le sommet qui est supérieur à, donc on rédiges pas tout, hein, théorème de la bijection à droite et à gauche, donc deux solutions, hein ? Après pour quelle valeur une seule solution quand le sommet est confondu... Voilà, et quand... OK !
430 P : Allez, on se détend un peu, on refait la machine. On révises un peu les suites, maintenant !

Fin de l'enregistrement

6.9 Observation 23 avril : documents distribués

Nombre de solutions d'une équation

Énoncé

On donne un réel k.
On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation (E) : $\ln(x) = kx^2$ pour x strictement positif.

1. En utilisant un logiciel de construction graphique ou une calculatrice graphique :

   (a) Conjecturer, suivant les valeurs de k, le nombre de solutions de l'équation (E).

   Appeler l'examinateur pour valider la conjecture.

   (b) Si $k > 0$, trouver graphiquement une valeur approchée de k pour laquelle l'équation (E) a une unique solution.

   Appeler l'examinateur pour vérifier la valeur trouvée.

2. Démontrer que pour $k < 0$, l'équation (E) a une unique solution.

3. (a) Pour $k > 0$, prouver la conjecture formulée à la question 1.(a) et validée par l'examinateur.

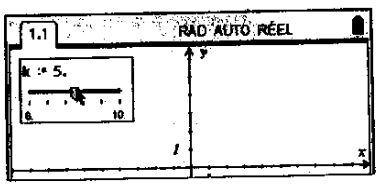
   (b) Déterminer la valeur exacte du réel k pour lequel l'équation (E) a une solution unique et calculer cette solution.

Fiche technique

Faire varier un paramètre k à l'aide d'un curseur

- Dans une page Graphiques & géométrie, créer un curseur.
- Entrer le nom du paramètre (k).

(menu) 1:Actions A:Contrôle curseur



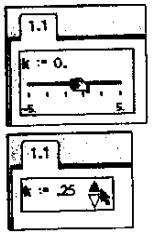
Taper k puis (enter) : k remplace le nom de variable v1 donné par défaut.

- Modifier l'intervalle [xmin,xmax] de définition de k, sa valeur initiale et éventuellement le pas de variation.

(ctrl) (menu) 1:Réglages... renseigner les différentes rubriques ; le curseur peut avoir un affichage horizontal, vertical ou réduit.

- Agir sur le curseur pour modifier k.

Approcher le pointeur de l'index du curseur, le sélectionner (ctrl) (clic) et le déplacer. Dans le cas d'un curseur réduit, on clique sur les flèches ▲ ou ▼.



6.10 Observation 19 mai : épreuve pratique de mathématiques

Première vague

Observation : G1 - classe de Marie

Je désignerai par G1, l'élève observé. Le sujet tiré au hasard est le sujet 121, « Limites d'intégrales » dont le but est de déterminer la limite lorsque n tend vers l'infini de la suite d'intégrales définies par :

$$I_n = \int_0^1 \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n dx$$

Sujet 121 — Épreuve pratique de mathématiques — Fiche élève

Limites d'intégrales

Énoncé

Pour un entier naturel n non nul, on considère le nombre I_n défini par l'intégrale :

$$I_n = \int_0^1 \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \, dx.$$

On cherche à déterminer la limite éventuelle de I_n lorsque n tend vers $+\infty$.

Partie A

1. À l'aide d'un logiciel adapté, tracer la courbe représentative de la fonction
$$f_n : x \mapsto \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n.$$
2. Faire varier n. Quand n devient très grand, quelle est l'allure de la courbe représentative de f_n ?
3. Essayer alors de conjecturer une valeur de $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n$.

Appeler l'examinateur pour présenter la conjecture.

Partie B

4. Calculer une primitive de f_n sur $[0;1]$ et en déduire la valeur exacte de I_n.

Appeler l'examinateur pour une vérification.

5. Montrer que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$.
6. En déduire la valeur exacte de $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n$.

Production demandée

- Les représentations graphiques de la question 1.
- La rédaction des questions 5. et 6.

Sujet 121

9h30 Dès son arrivée devant l'ordinateur, G1 ouvre une session à son nom et lance le logiciel. Il lit le sujet. Il ouvre une page graphique et entre :

$$f_1(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

G1 parcourt les menus. Très rapidement, s'arrête sur le menu de la figure 1. Il place le curseur sur la page graphique, écrit n pour la variable du curseur, avec le bouton droit de la souris, il fait apparaître les propriétés du curseur. Il modifie les axes de coordonnées. Il modifie nmax en 1000, puis en 1 000 000. Il bouge le curseur et regarde la courbe à l'écran.

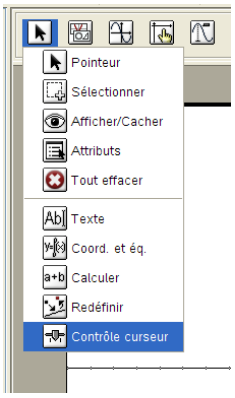


Figure 1

9h37 : Il s'arrête pour lire le sujet et réfléchir. Il n'écrit rien.

9h40 : Intervention du professeur : «Bon, tu as fait le 1 et le 2. Est-ce que tu peux me dire quelle est l'allure de la courbe ? »

G1 : « Ça ressemble à l'exponentielle »

P : « Tout à fait. Ecrit ça sur ta copie ». P s'éloigne.

G1 prend un stylo et écrit sur la copie : *Quand n devient très grand, f_n ressemble à la fonction exponentielle*

9h41 : G1 prend une feuille de brouillon. Il ferme son stylo. Il ouvre une page calcul, tape fn, efface, tape fn=, efface, fn(x)= efface tout. Il revient sur l'écran graphique.

9h44 : Il parcourt les menus, trouve le menu intégrale (figure 2)

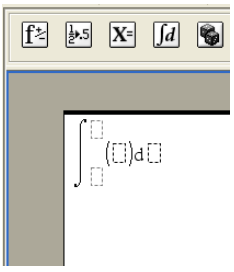


Figure 2

9h45 : P passe ; « Tu en es à la question 3 ? Est-ce que tu penses que c'est séparé ? Géométriquement, c'est quoi une intégrale ? »

G1 « une aire ». Il revient sur la page graphique.

P : « trace le »

G1 hésite... utilise le menu Mesure, Intégrale de l'application Graphiques & géométrie. (figure 3) ; P s'éloigne. Il sélectionne la courbe, le point d'intersection des axes, le point de coordonnées (0,1). L'affichage indique 0 (figure 4). Il revient en arrière en utilisant Ctrl Z.

Figure 3

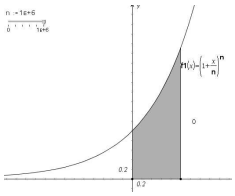


Figure 4

P : « Qu'est ce que tu cherches à faire ? »

G1 : « A mesurer l'aire »

P : « Est-ce que le logiciel te permet de le faire ? » P sélectionne le menu puis refait les manipulations.

G1 : « C'est ce que j'avais fait... » Il revient en arrière avec Ctrl Z.

P fait refaire la manipulation à l'élève. L'affichage est toujours 0. P : « Il y a un truc que je ne comprends pas... ». Il voit la valeur 10^6 de n. « Il faut être raisonnable... » ; il modifie cette valeur en 10^2. L'aire s'affiche. P : « Pourquoi, ça ne marche pas, je suis incapable de te le dire... ». Il s'éloigne.

G1 modifie les valeurs de nmax ; il s'aperçoit qu'à partir de $3,9 \times 10^2$ [4], l'aire affichée devient nulle. Il essaye, plusieurs fois pour 380, 390, il modifie la visualisation du curseur...

G1 : appelle P : « La conjecture je mets quoi ? Ça ? » Il montre la valeur obtenue à l'écran.

P : « Oui ». G1 écrit sur la feuille : *Graphiquement les valeurs de I_n se rapprochent de 1,79176.*

Il écrit *Partie B.*

Directement sur sa feuille :

$f_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ *de la forme* $(u)^n$

de primitive $\frac{n}{(n+1)}(u)^{n+1}$

donc $F_n(x) = \frac{n}{(n+1)} \times \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{n+1}$

$$= \frac{n}{(n+1)} \times \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \times (1 + \frac{x}{n})$$

$$= \left(\frac{n}{n+1} + \frac{x}{n+1}\right) \times \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = \frac{(x+n) \times (1 + \frac{x}{n})^n}{(n+1)}$$

4. En réalité, pour $n = 386$, l'affichage devient *undef*, puis au delà , nul.

9h59 Il lève le doigt ; P s'approche. G1 : « La primitive, c'est sur n ou sur x ? ».

P : « Dérive moi ça... Quand tu dérives, ça, ... » Il rajoute sur la copie *u' de la forme* $u'(u)^n$.

P : « Il y avait quelque chose de facile dans la partie calcul » ; il demande à G1 de se placer sur sa feuille calcul. « Tu mets p à la place de n, parce que n c'est déjà défini ». G1 fait effectuer le calcul de la figure 5 :

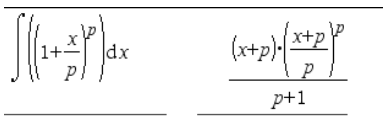


Figure 5

P passe : « Si t'es bloqué, rien ne t'empêche de faire sur la machine ».

P montre le résultat : « Là , tu as $(1+x)^{p+1}$, tu vois... Si tu es bloqué sur la primitive, la machine te la donne. ». P montre sur papier :

$$\text{avec } u = 1 + \frac{x}{n} \text{ donc } u' = 1 + \frac{1}{n} = \frac{n+1}{n}$$

$$u'u^n \text{ a pr pr..} \frac{u^{n+1}}{n+1}$$

$$\frac{n+1}{n} \times \left(1+\frac{x}{n}\right)^n \ldots \frac{1}{n+1}\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}$$

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \ldots \frac{n}{(n+1)^2}\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}$$

il s'aperçoit de son erreur, il écrit au dos de l'énoncé :

$$\frac{1}{n+1}(u)^{n+1} = \frac{n+1}{n+1} \times (u)^n \times u'$$
$$= (u)^n \times \frac{1}{n}$$

G1 remarque et lui indique l'erreur, P rectifie ...

$$\text{avec } u = \cancel{1} + \frac{x}{n} \text{ donc } u' = 1 + \frac{1}{n} = \frac{\cancel{n+1}}{\cancel{n}}\frac{1}{n}$$

$$u'u^n \text{ a pr pr..} \frac{u^{n+1}}{n+1}$$

$$\frac{1}{n}\frac{\cancel{n+1}}{\cancel{n}} \times \left(1+\frac{x}{n}\right)^n \ldots \frac{1}{n+1}\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}$$

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \ldots \frac{n}{(n+1)^{\cancel{2}}}\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+1}$$

puis donne des conseils sur le bac.

G1 reprend les calculs en intégrant par parties.

Sur la copie, on peut lire :

Donc

$$I_n = \int_0^1 \left(1+\frac{x}{n}\right)^n dx$$

$$[F_n(x)]_0^1$$

$$= \left[(x+n)\times\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \times \frac{1}{n+1}\right]_0^1$$

$$= (1+n)\times\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \times \frac{1}{n+1} - n\times(1)^n \times \frac{1}{n+1}$$

$$= \frac{(1+n)\times\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - n}{(n+1)}$$

$$= \left(1+\frac{1}{n}\right)^n - \frac{n}{n+1}$$

10h07 G1 obtient le résultat de la question 3 et s'attaque au problème de la limite indiqué sur l'énoncé :

$$\lim_{n\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Il écrit [5] :

5) Nombre dérivé de ln(1+x) en 1

Taux d'accroissement : $(\ln(1))' = \lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)-\ln(1)}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h}$

Or $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$ donc $(\ln((1))' = 1$

On a $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = ①$

Il réfléchit sans rien écrire...

puis, il écrit :

$$\lim_{n\to+\infty} I_n = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - \left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$=0$

car $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1$

et $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 1$

et $\lim_{n\to+\infty} -\left(1+\frac{1}{n}\right) = -1$

Le professeur ramasse les copies.

Fin de la séance.

5. La copie est reproduite en gardant les ratures et en respectant les espacements

Deuxième vague

Observation d'un élève : G2 autre classe

Le sujet choisi est le suivant :

Sujet 128 Épreuve pratique de mathématiques Fiche élève

Étude de la courbe représentative d'une fonction

Énoncé

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;1]$ par $f(x) = (1 - \sqrt{x})^2$.
Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
On se propose d'établir une propriété de la courbe $\mathscr{C}$.

1. (a) Représenter la courbe $\mathscr{C}$ à l'aide d'un outil de géométrie dynamique.
   (b) Tracer la courbe représentative de la fonction g définie sur $[0;1]$ par $g = f \circ f$ puis conjecturer une expression simple de $g(x)$, pour tout x appartenant à $[0;1]$.

   Appeler l'examinateur pour une vérification des constructions et de la conjecture émise.

2. (a) Placer un point M sur la courbe $\mathscr{C}$, puis construire le point M′ symétrique de M par rapport à la droite D d'équation $y = x$.
   (b) Quel semble être le lieu du point M′ lorsque M décrit la courbe $\mathscr{C}$?
   (c) Quelle propriété de la courbe $\mathscr{C}$ peut-on alors conjecturer ?

   Appeler l'examinateur pour une vérification des constructions et des observations faites.

3. (a) Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;1]$, exprimer $f \circ f(x)$ en fonction de x.
   (b) En déduire la propriété de la courbe $\mathscr{C}$ observée à la question 2.(c).

Production demandée

- Réalisation du graphique et construction pour observation du lieu du point M′.
- Démarche de démonstration pour les questions 3.(a) et 3.(b).

10h50 Un élève, s'adressant à une voisine : « Ah, putain, M. j'ai un truc écrit moi » Rires. M. : « Tout le monde ! ».

G2 ouvre sa session, le logiciel, une page graphique, le clavier calculatrice, qu'il réduit en haut à droite de l'écran. Il fait effectuer le tracé de la fonction $x \to (1 - \sqrt{x})^2$.

Il tape la définition de f2 = f1(f1(x)).

10h53 P passe : « La conjecture, tu l'écris ».

G2 écrit.

G2 met un point sur la courbe de f1, le nomme M, le déplace, en regardant l'écran et l'énoncé alternativement. Il enlève l'affichage de f2 et définit la fonction f3 par $f3(x) = x$; refait apparaître f2, réduit le clavier. Il cherche dans le menu transformation : rotation,

réflexion... sélectionne réflexion, essaye de désigner la droite représentation graphique de $f3(x) = x$. Le logiciel ne réagit pas, il abandonne, retourne dans le menu transformation, recommence, abandonne, recommence... montre l'axe des x, puis l'axe des y, refouille les menus,...

10h59 P passe : « Est-ce que en traçant $f3$ t'as défini une droite ? ». G2, réfléchit, semble surpris par la question, « Ben, je pense ». P : « Trace une droite avec un point sur la droite f3 ».

G2 s'éxécute, représente une droite à partir de deux point de la courbe de f3, utilise la réflexion pour obtenir M'. Il fait bouger le point M, fait afficher les coordonnées de M'.

11h04 : G2 écrit sur sa feuille.

11h05 : P passe : « Montre moi comment tu as fait ». G2 montre et explique ses manipulations. P explique alors que la représentation graphique d'une fonction est considérée par le logiciel comme une courbe et non pas une droite. « Est-ce que tu connais *Trace* ? ».

G2 : Oui.

P : Attention, c'est sur [0,1] ! Tais-toi ! J'aurais pas du te dire !

G2 rit ! Il cherche Trace dans les menus, pointe M, puis M', bouge le point M, fait beaucoup de mouvements.

11h10 : la trace de M' apparaît. L'ensemble des manipulations se sont faites avec la fenêtre initiale.

G2 : OK. Il prend la feuille d'examen.

11h12 : P. Passe : « Joli ». G2 écrit (*Voir copie*)

Il appelle le professeur (11h14) qui est occupé avec un autre élève.

11h16 : P arrive : « Ça marche pas ? Pourquoi, ça marche pas ? ».

G2 : Mais si c'est bon.

P : T'as bien fait avec la droite ?

G2 : Oui.

P : Alors ?

G2 : Ben, elle est symétrique.

P : Oui.

G2 rédige sur sa copie. 11h27

P : Tout ce que tu as fait sur l'ordi, c'est bien, on voit que tu sais faire mais il faudra un moment faire des maths. Est-ce que tu as démontré ? Alors maintenant tu vas calculer de manière rigoureuse.

G2 travaille sur papier. P regarde par dessus son épaule.

P : Pour balayer la salle, tu prends une brosse à dent ou un balai ?

G2 : rires... Il continue à rédiger.

Fin de la séance

Troisième vague

Observation de F1 - autre classe

F1 a tiré le sujet 116 ; comme les autres élèves, elle a ouvert sa session sur le réseau de l'établissement et a lancé le logiciel. Après une brève lecture de l'énoncé, elle ouvre une page Graphiques & géométrie.

Sujet 116 — Épreuve pratique de mathématiques — Fiche professeur

Équation avec un paramètre

Énoncé

Dans cet exercice, on s'intéresse aux solutions positives de l'équation (E) : $\dfrac{x}{(2\ln x+1)^2} = mx$, où m est un paramètre réel.

Partie A

1. (a) En utilisant un logiciel adapté, tracer la courbe (C) représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x}{(2\ln x+1)^2}$ et la droite (d) d'équation $y = mx$.
   Conjecturer alors le nombre de solutions de l'équation (E).

   Appeler l'examinateur pour lui montrer le graphique et répondre à la question posée.

   ☞ *Cette question requiert simplement la construction de la courbe et de la droite mobile. La discussion pourra se faire notamment sans que les points d'intersections n'aient été construits avec le logiciel.*

   (b) Dans cette question, m est un entier naturel non nul. On note a_m la plus petite des solutions de l'équation (E) et b_m, la plus grande. On s'intéresse aux suites (a_m) et (b_m).
   Conjecturer, à l'aide du logiciel, les variations et la convergence de ces deux suites.
   Que peut-on dire de ces deux suites ?

   Appeler l'examinateur pour lui exposer les conjectures faites et la démarche envisagée pour les questions à venir.

   ☞ *La construction des points d'intersection de la courbe et de la droite n'est pas toujours simple et dépend beaucoup du logiciel employé. L'énoncé ne demandant pas la construction effective des suites (a_m) et (b_m), l'examinateur pourra en particulier accepter des intersections observées (et non matérialisées par des points). Le caractère adjacent est alors observable sans être toutefois flagrant.*

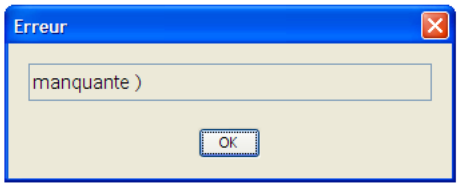
Partie B

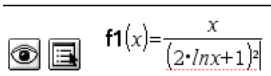
2. (a) Calculer les expressions de a_m et b_m, en fonction de m.
   (b) Justifier le sens de variation de la suite (b_m).
   (c) Calculer la limite de cette suite.

13h15

F1 tape dans la ligne d'édition derrière $f1(x) =: x/(2lnx+1)^2$; un message d'erreur apparaît [6] :

6. F1 a utilisé la touche carré du clavier





F1 fait réapparaître la formule, rajoute des parenthèses ; toujours rien. Elle cherche dans les menus, puis lettres spéciales ; toujours la même rétroaction du logiciel.

Elle ouvre un deuxième classeur et une page calcul et écrit :

define $f(x) = x/(2lnx+1)^2$ avec la même erreur que précédemment. Le même message d'erreur apparaît. F1 rajoute, enlève des parenthèses sans succès.

Elle ferme le logiciel, le relance, retape la formule en oubliant le carré ; le logiciel affiche *Terminé*. F1 retape la définition avec le carré, et toujours en utilisant la touche carré du clavier. L'erreur réapparaît.

Elle tape : Define $y = mx$; le logiciel renvoie *Terminé*

Elle tape : Define $f(x) =$

Le professeur passe : Pour tracer la courbe...

F1 : J'ai essayé, ça marche pas !

P : Il faut taper $x/(\cdots$

F1 refait avec la touche carré du clavier.

P signale l'erreur, prend la souris pour montrer la possibilité d'obtenir le clavier de la calculatrice.

13h32

F1 ouvre une page Géométrie & graphiques, tape la formule en utilisant les touches calculatrice et obtient la courbe.

F1 tape ensuite à la suite de $f2(x) = mx$; rien ne se passe ; elle efface tout. En s'adressant au professeur :

F1 : Il faut le définir, mais je l'avais déjà fait...

P : Il y a plus simple ; il explique la possibilité de mettre un curseur. Il prend la souris, règle le curseur pour m allant de 0 à 100 et l'anime, puis s'éloigne.

F1 écrit :

Partie A :

(a) 1- nombre de solutions de (E) sur $]0, +\infty[$

sur $]0; 0,5[$ *une solution*

sur $]0,5; 1[$ *3 solutions*

sur $]1, +\infty[$ *2 solutions*

F1 appelle le professeur et montre sa conjecture. P indique que c'est faux.

F1 ouvre une page Tableur. Elle revient sur la page Graphiques. Elle bouge le clavier, puis le remet en place.

Le professeur repasse (13h48) : il montre que le logiciel peut afficher les coordonnées des points d'intersection puis repart.

F1 remplace sur sa feuille le 3 par un 2, puis s'attaque à la deuxième question.

Elle bouge le curseur, puis ne se sert plus du logiciel, mais écrit sur sa feuille :

(b) a_m augmente (a_m) est croissante

et b_m diminue (b_m) est décroissante

$\Leftrightarrow$ la (a_m) est croissante et tend vers 0,5

(b_m) est décroissante et tend vers 0,6

Elle appelle le professeur et montre sa feuille.

P : Bon, tu me dis que c'était des suites adjacentes, alors c'est quoi la limite ?

F1 : 0,5

P : Non

F1 : La partie B, c'est sans l'ordi ?

P : Oui, la partie B tu dois l'écrire.

Le professeur repart, F1 commence à résoudre l'équation :

Partie B

2 - (a)

$$\frac{x}{(2 \times \ln x + 1)^2} = mx$$

pour $m \neq 5{,}10^2$

$$\frac{1}{2 \times \ln x + 1)^2} = m$$

$$(2 \ln x + 1)^2 = \frac{1}{m}$$

F1 s'arrête et réfléchit. Le professeur repasse et demande à F1 de continuer. Silence. P explique qu'il s'agit, finalement d'une équation facile à résoudre ; F1 ne comprend pas le rôle de m.

P : Si tu as un carré égal quelque chose, comment tu fais ?

F1 : Racine carrée

P : Ecrit !

F1 écrit :

$$2 \ln x + 1 = \sqrt{\frac{1}{m}}$$

$$2 \ln x + 1 = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

P rajoute

$$2 \ln x + 1 = -\sqrt{\frac{1}{m}}$$

Il s'éloigne et F1 continue à écrire :

$$2\ln x + 1 = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$2\ln x = \frac{1}{\sqrt{m}} - 1$$

$$\ln x = \frac{\frac{1}{\sqrt{m}} - 1}{2}$$

$$x = e^{\frac{\frac{1}{\sqrt{m}}-1}{2}}$$

F1 reprend la feuille de calcul pour calculer e^0, puis efface. Elle essaye e^1 mais se trompe de signe -. Elle supprime la page Tableur qui était ouverte.

F1 appelle le professeur et montre son résultat. P reprend les explications avec les deux solutions et écrit sur la feuille :

$$a_m = e^{\frac{1}{2\sqrt{m}}-\frac{1}{2}} \text{ et } b_m = e^{-\frac{1}{2\sqrt{m}}-\frac{1}{2}}$$

F1 rajoute : *On sait que a_m et b_m strictement supérieur à zéro*
(b)

$$b_m = e^{-\frac{1}{2\sqrt{m}}-\frac{1}{2}}$$

Elle rend sa copie.

Fin de la séance.

F1 part assez rapidement... mais à la question de savoir comment s'est passée cette épreuve, elle dit :

J'aime les maths, mais quand on écrit !

Quatrième vague

Observation de G3 - classe de Jean

G3 a tiré le sujet 136 ; il est 14h30.

Sujet 136 Épreuve pratique de mathématiques Fiche élève

Suites définies conjointement

Énoncé

Soit a un nombre réel non nul. On considère deux suites (U_n) et (V_n) définies par :

$$U_0 = a \quad \text{et} \quad V_0 = \frac{3}{4}a$$
$$U_{n+1} = \frac{1}{5}(U_n + 4V_n) \quad \text{et} \quad V_{n+1} = \frac{1}{5}(3U_n + 2V_n)$$

Partie A

1. (a) En utilisant un logiciel adapté, calculer et représenter graphiquement les 30 premiers termes de chacune de ces suites pour diverses valeurs du réel a.
   (b) Émettre une conjecture sur la limite de la suite (U_n). Cette limite dépend-elle de la valeur du réel a ?
   (c) Mêmes questions pour la suite (V_n).

   Appeler l'examinateur pour lui présenter les conjectures trouvées.

2. Il s'agit maintenant de conjecturer la possibilité pour la suite (U_n) d'être arithmétique ou géométrique.
   (a) Adapter la feuille de calcul pour aider à effectuer une conjecture sur la nature de (U_n).
   (b) Procéder de même pour conjecturer la nature de la suite (V_n).
   (c) On considère la suite (W_n) définie par $W_n = 3U_n + 4V_n$. Adapter la feuille de calcul précédente pour conjecturer une propriété de la suite (W_n).

   Appeler l'examinateur pour qu'il vérifie les conjectures sur la nature de chaque suite. Lui indiquer comment il est possible de démontrer la conjecture relative à la suite W_n.

Partie B

3. (a) Démontrer la conjecture relative à la suite (W_n).
   (b) En déduire U_{n+1} en fonction de U_n puis la limite de la suite (U_n).

Production demandée

- La feuille ou le procédé de calcul construit permettant les conjectures des questions 1. et 2.
- La démonstration de la question 3.(b).

G3 ouvre la session, lance le logiciel, ouvre une page de calcul puis ajoute une page tableur.

Il remplit la cellule A1 avec le commentaire Valeur de a puis A2, A3, A4 avec 0, 5, 12.

Il nomme la colonne B : un et la colonne C : vn.

Dans la cellule B1, il écrit =a2 et dans la cellule C2 =-3/4a2.

puis, dans les cellules B2 et C2, il rentre les formules. L'affichage donne 0 dans les quatre cellules. Il change 0 en 2 et obtient des valeurs non nulles. Il recopie vers le bas 30 fois ; il obtient des valeurs exactes.

Il change 12 en -12, puis agrandit la colonne D ; il réécrit les formules dans les cellules D1, D2, E2, E2. Il remet la colonne à sa taille initiale puis recopie vers le bas.

Il remplace un et vn par un1 et vn1 puis nomme les colonnes D et E un2 et vn2.

Il ajoute une page Graphiques & géométrie, puis revient dans la page tableur. Dans la colonne F, il écrit : = seq(x,x,0,30).

14h35 Le professeur signale qu'avec la fonction approx, il pourra avoir des affichages décimaux et demande : c'est quoi, f ?

G3 : c'est pour mon graphique, pour le nuage de point n, un2 ou n, un1.

Le professeur s'éloigne. Il remplace dans la cellule a3 5 par -23.

Il représente les nuages de points n,vn et n,vn2.

14h38 : G3 appelle le professeur.

G3 : Quelque soit la valeur de a, elle converge vers 0.

P : OK, continue.

G3 : Ecrit sur sa feuille, puis continue en définissant dans la colonne G, le rapport des termes consécutifs de la colonne B, puis dans la colonne H le rapport des termes consécutifs de la colonne C. Il tire ses formules vers le bas, vérifie la formule recopiée, appelle le professeur et annonce : c'est une suite géométrique de rapport -0,4 ;

P : On est d'accord.

Il se remet au travail et entre la formule permettant de calculer W_n. Il trouve 0 partout et appelle le professeur.

14h48 ... Le professeur est occupé. G3 vérifie les formules. 14h50 Le professeur arrive et G3 montre ses résultats.

P : Oui. On rentre dans le vif du sujet. Maintenant, on fait des maths sans ça (il montre l'écran).

G3 explique les résultats obtenus.

P : C'est bon !

G3 écrit montrons par récurrence que...

14h58 : Le professeur repasse : alors, on en est où ? G3 est en train d'hésiter sur la façon de continuer. Le professeur donne l'indication de la solution. G3 reprend le calcul et finit son raisonnement et répond aux questions.

15h05 : G3 rend sa copie.

Cinquième vague

Observation : F2 - autre classe

15h50 : F2 a tiré le sujet 011 ci-dessous :

Sujet 011 Épreuve pratique de mathématiques Fiche élève

Étude d'une suite définie par une relation de récurrence

Énoncé

On considère la suite récurrente (u_n) de premier terme $u_1 = 0$ et telle que, pour tout entier naturel n non nul,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$$

1. (a) En utilisant un tableur ou une calculatrice, donner les 40 premiers termes de cette suite.
   (b) Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées (n, u_n).
   (c) En observant le nuage de points, quelles conjectures peut-on faire sur le comportement de cette suite ?

   Appeler l'examinateur pour une vérification des conjectures.

2. On cherche à déterminer une formule qui permette de calculer u_n en fonction de n.
   (a) Compléter le tableau de valeurs en faisant figurer le calcul de $\frac{1}{u_n - 1}$ pour les 40 premiers termes de la suite (u_n).
   (b) Conjecturer l'expression explicite de u_n en fonction de n.

   Appeler l'examinateur pour une vérification de la conjecture.

3. Démontrer la formule conjecturée.

Production demandée

- Visualisation à l'écran du tableau de valeurs et du nuage de points.
- Démonstration.

15h50 : F2 lance le logiciel TI-nspireCAS, lit l'énoncé et ouvre une page tableur et commence à remplir :

	A	B	C	D
◆				
1		1	=	
2		2		
3		3		
4				
5				

Figure 7

Elle ne continue pas à remplir la cellule C1 mais modifie B1 en 0, puis inscrit en B2 la formule $= 1/(2 - B1)$ et écrit n dans la case A pour nommer la colonne :

	A n	B	C
◆			
1		0	
2		1/(2−B1)	
3		3	
4			
5			
6			
7			

Figure 8

F2 recopie vers le bas jusqu'à la cellule 12, puis 20, puis 30, puis 40.

Elle écrit dans la cellule A2 : 2 puis A3 : 3, A4 : 4, A5 : 5 ; elle essaye de sélectionner deux cellules successives et essaye à la mode des tableurs de recopier vers le bas, mais n'arrive pas à attraper les cellules. Finalement, elle écrit les nombres de 1 à 40 dans la colonne A.

F2 ouvre une page Graphiques & géométrie (en fait, au lieu d'ouvrir une nouvelle page, elle ouvre une nouvelle activité)

Elle tape $f1(x) = 1/(2 - un)$; rien ne se passe à l'écran.

Elle supprime la feuille, revient au tableur, ouvre une nouvelle activité, Graphes & géométrie, modifie les axes, supprime la feuille, se tourne et appelle le professeur. F2 explique qu'elle ne sait pas représenter la suite graphiquement. Le professeur ne comprend pas. Il demande de tracer un nuage de points, mais F2 lui dit qu'elle n'arrive pas à le faire. Le professeur lui montre le menu Graphe rapide et s'en va.

F2 clique sur ce menu elle obtient une représentation de la première colonne, la seule qu'elle a nommée ; F2 essaye le menu contextuel ; elle abandonne. Elle visite les menus, mais la représentation graphique n'apparaît pas. F2 rappelle le professeur :

F2 : Ça ne marche pas !

P : Fait un nuage de points

F2 ouvre sa page graphique et montre : j'ai pas les colonnes.

P : Je ne sais pas, ne fais pas le graphique, continue...

Il s'en va.

Elle écrit : la suite semble croissante et semble converger ; on note pour n=40, $u_n = \frac{39}{40}$.

Elle écrit dans la cellule C1 : $= 1/(0-1)$, puis dans C2 : $1/(B2-1)$, puis recopie vers le bas jusqu'à 24, puis jusqu'à 40.

Le professeur repasse et demande une propriété de la suite (u_n).

F2 ne répond pas mais montre ce qu'elle a écrit.

P : Mais elle a quoi comme caractéristique cette suite ? Elle est ... Elle est b... Elle est bo...

F2 : Bornée.

P : Oui !

F2 retourne sur la page graphique et ne trouve pas les valeurs possibles dans le nuage de points. Elle écrit : *Avec l'expression* $\frac{1}{u_n - 1}$ *on constate que pour* $n = 1$ *on obtient -1, pour* $n = 2$ *on obtient -2.*

P : montre les deux colonnes A et C : à partir de là tu peux trouver le résultat.

F2 continue à écrire : *On constate que le résultat de cette expression est egal à l'opposé du nombre choisi.* $u_n = -n$

16h13

$u_n = \frac{1}{n}$ Puis elle efface et écrit : $u_n = \frac{n-1}{n}$

P va consulté ses documents puis revient ;

P : Comment t'as trouvé ça ?

F2 : Ben, en regardant !

P : C'est pas difficile à démontrer ; comment tu ferais ?
F2 : Récurrence ?
P : Vas-y !
F2 écrit : Prenons $n = 2 \rightarrow$ la propriété est fondée. Montrons par récurrence que $u_n = \frac{n-1}{n}$
Elle écrit sur une feuille de brouillon :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \frac{1}{2-u_n} \\ &= \frac{1}{2-\frac{n-1}{n}} \\ &= 1\left(\frac{1}{2} - \frac{n}{n-1}\right) \\ &= 1\left(\frac{n-1-2n}{2n-2}\right) \\ &= \frac{-n+1}{2n-2} \end{aligned}$$

Elle s'arrête, puis efface les trois dernières lignes et écrit en face de la deuxième ligne :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \frac{1}{2-u_n} \\ &= \frac{1}{2-\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{n}{n+1}\right) \end{aligned}$$

16h22
Elle efface le calcul, puis reprend au crayon à papier :

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad & \frac{1}{2-u_n} \\ & \frac{1}{2} - \frac{n}{-n+1} \\ & \frac{1}{2} + \frac{n}{n-1} \end{aligned}$$

Elle réfléchit, puis efface à nouveau et réécrit :

$$\frac{1}{\frac{n-1}{n} - 1}$$

$$\frac{n}{n-1} - 1$$

$$\frac{n-(n-1)}{n-1}$$

F2 appelle le professeur : je ne sais pas si je ne me trompe pas ?
P : où est-ce qu'elle est la récurrence ? Je ne la vois pas.
F2 explique oralement en montrant ses calculs : je veux montrer que ...
P : Elle commence où ? C'est bien, mais il faut bien la fonder, la récurrence ...
16h29
Elle tourne la page de sa copie et écrit :
Montrons par récurrence pour tout $n \in N$ que

$$u_n = \frac{n-1}{n}$$

Soit $n = 1$, $u_1 = 0$, $u2 = \frac{1}{2-0} = \frac{1}{2}$. *D'après les résultats en partie 1 la propriété est fondée.*

Montrons que pour un entier n *quelconque que*

$$u_n = \frac{n-1}{n}$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \tfrac{(n+1)-1}{n+1} \\ &= 1 - \tfrac{1}{n+1} \\ &= \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{u_n} \end{aligned}$$

On retrouve le résultat donné en partie A ; P_{n+1} *est vrai. D'après le principe de récurrence*

Le professeur passe à côté de F2 : tu t'en sors avec la récurrence ?

F2 : Oui, mais j'ai du me tromper.

P : Reprend l'énoncé et essaye d'avoir une vue globale.

Il prend la feuille d'énoncé et la montre à F2.

F2 écrit Faux en face de son premier calcul et continue à écrire :

$u_n = \frac{n-1}{n}$ *est vrai et héréditaire pour tout* $n \in N$

F2 retourne sur l'ordinateur et ouvre une page graphique, et essaye à nouveau de faire afficher le nuage de points. Comme précédemment, elle a ouvert une nouvelle activité et les colonnes du tableur ne sont pas accessibles.

Elle ouvre une page de calcul et tape :

$\frac{n+1-1}{n}$ réponse 1

$\frac{n-1}{n}$ réponse $\frac{n-1}{n}$

$\frac{(n+1)-1}{n+1}$ réponse $\frac{n}{n+1}$

F2 revient à sa copie, gomme le calcul au crayon à papier puis réécrit :

$1 - \frac{1}{n+1}$ $1 - (n+1)$

$\frac{1}{2} - \frac{n+1}{2}$

$\frac{1-n+1}{2} = \frac{2-n}{2}$ puis barre ce dernier résultat. Elle gomme ces calculs.

F2 revient à l'ordinateur et efface toutes les activités ouvertes, sauf le tableur. Elle ouvre cette fois une page Graphiques & géométrie en tant que page. Elle tente de tracer un nuage de points, voit cette fois la variable n disponible, retourne dans le tableur, nomme *un* la colonne B, revient dans la page graphique et trace le nuage de points. Il est 16h46. Elle appelle le professeur et lui annonce qu'elle a réussi à tracer le nuage de points.

P : C'est bien

F2 : Et tout à l'heure alors, pourquoi ça ne marchait pas ?

P : Je ne sais pas . . .Il faut rendre la copie.

Fin de la séance.

6.11 Entretien

Entretien avec G1 - classe de Marie

O : Les questions que je voulais vous poser, d'abord, par rapport à cette épreuve, et par rapport à l'utilisation du logiciel ?

G1 : Ben, c'est vrai que c'est pratique pour les, les, les représentations graphiques. Après, pour tout ce qui est calcul, moi, je préfère faire les calculs à la main, donc ça m'aide pas vraiment en dehors des représentations...

O : Vous l'avez installé, chez vous le logiciel ?

G1 : Non, je travaille pas du tout dessus, j'ai ma calculette.

O : D'accord, et vous travaillez avec la calculatrice, alors ?

G1 : Ouais, mais, je l'utilise pas tant que ça...

O : Vous ne l'utilisez pas tant que ça, mais quand vous l'utilisez, vous l'utilisez comment ?

G1 : Pour faire les dérivées,..., quelques intégrales, pour vérifier, c'est tout,... mais c'est pas pour euhh...

O : Et dans les autres disciplines, c'est une question qui m'intéresse, est-ce que vous vous en servez en physique ?

G1 : Ben en physique, oui, forcément, il y a les programmes de cours qui sont utiles au cas où on est oublié une formule, mais sinon, on l'utilise pour les calculs de base, pour les calculs en contrôle, mais c'est vrai que sinon on n'a pas besoin des l'utiliser pour les grosses formules en physique...

O : Alors, le fait de passer des fois sur le logiciel et d'utiliser la calculatrice, est-ce que c'est quelque chose qui vous gène ?

G1 : Ben c'est un peu bizarre, c'est pas tout à fait la même chose, et ce qu'on fait sur l'ordinateur, sur la calculatrice, ce serait plus dur à refaire, c'est plus dur, voilà ... Je vois pas du tout comment je pourrais sur la calculatrice pour refaire...

O : Par exemple, cette épreuve ?

G1 : Cette manipulation, ben faire les intégrales, ça va, mais trouver les aires, parce qu'il y a des touches qui ne sont pas sur la calculatrice, alors il faudrait vraiment lire la notice...

O : Alors, ça veut dire que vous êtes plus à l'aise sur le logiciel que sur la calculatrice ?

G1 : Oui, oui, en plus on a la touche calculatrice avec le clavier pour retrouver les commandes ; mais c'est vrai qu'on est plus à l'aise avec le logiciel, mais c'est vrai que pour le contrôle de tous les jours, pour la terminale, la calculatrice elle est bien.

O : Globalement, à la fin de l'année, après avoir eu la calculatrice pendant toute l'année, vous diriez quoi, c'est plutôt bien, plutôt...

G1 : C'est bien, c'est sûr que pour les vérifications de calcul, les dérivées, on n'est plus embêté par les grosses erreurs qu'on pouvait faire...

O : vous vous en servez pour faire les calculs à l'avance ?

G1 : non, je m'en sers pour vérifier, je fais les calculs surtout à la main, et je vérifie après, comme ça. Ca évite de faire des grosses erreurs qui plombent un exercice.

O : Est-ce que vous avez utilisé la possibilité de passer des variables d'une application à l'autre, par exemple, passer de la partie géométrie, puis reprendre des mesures dans la partie calcul,... ?

G1 : Je sais plus... On l'a peut-être fait une fois...

O : En classe ?

G1 : Ouais, en classe.

O : Et pour vous ?

G1 : Ah non, j'utilise pas pour la géométrie... Des fois pour les courbes...

O : Pour la géométrie, vous n'utilisez jamais la calculatrice ?

G1 : Non, à part, tracer des courbes,... On a fait de la géométrie en classe, mais,...

O : Oui.

G1 : Mais on en a pas fait sur la calculatrice.

O : Quand vous dites en classe, c'était sur les ordinateurs ?

G1 : Oui, oui, sur les ordinateurs.

O : Et alors, pour le bac, vous pensez que la calculatrice peut vous apporter quelque chose ?

G1 : Ah oui, oui, c'est sûr, c'est un gros atout pour le bac.

O : A quel niveau ?

G1 : Ben ça évite,... c'est rassurant d'avoir des démonstrations, parce qu'on en a beaucoup, puis on peut vérifier tous nos calculs...

D'autres élèves interviennent, Brouhaha, rires...

O : Je vous remercie, je vais vous libérer ! G1 : Ben, de rien...

Entretien avec G2 - autre classe

G2 : C'est comme en SVT !

O : Ah bon, parce que en SVT vous vous êtes déjà fait interviewer ! Vous êtes le spécialiste des interviews !

G2 : Oui, apparemment... (rires)

O : Pour moi, c'était assez au hasard, puisque vous étiez juste devant moi... Bon, voilà , en fait, je voulais avoir deux trois idées sur l'épreuve pratique, et puis aussi faire un petit bilan puisque vous avez cette calculatrice depuis le début de l'année, savoir, globalement ce que vous en pensez, c'est plutôt positif pour vous, ou plutôt, ... plutôt comment ?

G2 : Ben oui, c'est plutôt positif, mais, malgré le fait qu'on peut avoir tous les résultats qu'on veut, ça change pas l'esprit des maths, parce qu'il faut quand même savoir démontrer, tirer des conjectures, et ça j'aime bien, en fait. Donc, la calculette, c'est un bon outil pour nous aider à calculer, voire certaines fois à nous faire les calculs, mais faut pas oublier que ça démontre rien, quoi.

O : Et vous, vous vous servez plus... Vous avez un ordinateur chez vous ?

G2 : Oui, j'ai un ordinateur

O : Et vous avez installé le logiciel ?

G2 : Non. Je me sers pas trop non plus de la calculette, en fait.

O : Vous ne vous en servez pas trop ?

G2 : Non !

O : Et vous vous en servez quand ? Pas trop, c'est que vous vous en servez un peu, alors ?

G2 : Ben par exemple, quand on est en contrôle, quand on doit chercher limite d'une fonction, je trace un peu la fonction pour savoir à peu près la limite, comme ça quand je fais le calcul, je peux savoir si j'ai tort ou pas. Mais, sinon, la calculette, bon, pour faire des calculs, mais sinon, après faut aller trop loin, faut chercher et tout, dans les différents programmes, vu que, moi, je suis pas trop calculette, je perd plus de temps qu'autre chose, je fais souvent les calculs comme ça, et puis,... En fait souvent la calculette, par exemple, on va prendre un exemple en physique : je préfère faire les calculs sans connaître le résultat, et puis utiliser la calculette à la fin, quand il reste le chiffre à donner, quoi. Sinon, déjà ça nous fait bruler des étapes, et en plus si on a fait des erreurs de calculs, on les voit pas forcément, donc voilà .

O : Finalement vous ne vous en servez pas énormément, pour vérifier un calcul, par exemple ?

G2 : Oui

O : Et alors, par rapport à votre ancienne calculatrice, vous voyez une différence ?

G2 : Ah oui !

O : Oui ?

G2 : Ah oui ! Ah oui ! Par rapport à la TI 83, c'est autre chose. Elle est beaucoup mieux celle là ! Même déjà le menu, puis, j'sais pas, la façon de l'utiliser, elle est mieux. On peut faire beaucoup plus de choses avec elle qu'avec l'autre...

O : Vous avez fait des choses particulières avec cette machine, que vous ne pouviez pas faire avec l'autre ?

G2 : Ben, on peut faire, déjà on peut faire des tableurs et pis c'est mieux, pis en fait, ça se voit mieux, quoi. Et puis, la résolution de l'écran, aussi, on voit mieux ce qu'on fait. C'est pas comme la TI83 où c'est un peu brouillon, c'est ligne par ligne, on voit pas trop bien ; là on voit mieux ce qu'on fait, et puis, on peut mieux, comment dire, vérifier ses résultats.

O : Alors, sur la calculatrice, il y a des possibilités de mettre en relation les applications. Vous vous êtes servi de ces possibilités ?

G2 : Non, mais je l'ai pas la calculatrice, en fait, je l'ai mais je me suis pas vraiment penché dessus, penché dessus, penché dessus...

O : En fait, vous vous en servez pour faire les calculs habituels, mais vous n'avez pas essayé de voir un peu plus ce qu'elle faisait.

G2 : Voilà .

O : Alors, dernière question, et après je vous libère. Par rapport à l'épreuve pratique, le fait de travailler sur le logiciel, c'est quelque chose que vous avez fait plusieurs fois dans l'année ?

G2 : On est allé en salle informatique sur le logiciel... Combien de fois déjà ? Peut-être une dizaine de fois.

O : Donc, vous commencez à avoir l'habitude de vous en servir ?

G2 : Oui

O : Et c'est des séances qui vous plaisent, ça ?

G2 : Ouais, j'aime bien...

O : Est-ce que vous pensez qu'utiliser ce logiciel, vous permet de comprendre un peu mieux ce que vous faites en maths ?

G2 : Ah beaucoup mieux. Parce que, y'en a pour les contrôle ils apprennent par cœur alors si c'est le même exercice et ben c'est facile, mais autant quand on sait pas sur quoi on va tomber, comme là , en fait on n'est pas trop évaluer à donner un résultat, mais surtout à comprendre le résultat qu'on donne, en fait. Et ça, j'aime bien.

O : Bien écoutez, merci beaucoup.

G2 : De rien, au revoir...

Entretien avec G3 - classe de Jean

O : Et bien, dites moi, voilà une affaire rondement menée ; ça s'est bien passé.

G3 : Oui.

O : Vous m'avez envoyé le contenu de votre calculatrice toute cette année, alors d'abord je vous en remercie, et puis je voudrais savoir quel bilan vous faites, pour vous d'avoir acheté cette calculatrice au début de l'année.

G3 : pour moi, ça a été plutôt bénéfique. Je ne me sers plus de mon ancienne calculatrice, je me sers plus que de la Ti-nspire, par contre, je pense que ça aurait été bien d'utiliser en parallèle le logiciel sur ordinateur ; je pense qu'il devrait être fourni dans le pack d'achat de la calculatrice... mais je trouve.

O : Et vous ne l'avez pas le logiciel ?

G3 : Et non, je l'ai pas ; je l'ai pas du tout. Au début de l'année, on voulait nous le passer par l'intermédiaire du lycée, mais on l'a pas utilisé. Juste la version d'essai de 30 jours. Mais je pense quand même que la calculatrice, elle a pas mal de capacités, calcul formel, et elle aide dans la résolution de beaucoup d'exercices, même si, à notre niveau on sait pas encore bien l'utiliser quoi.

O : Qu'est-ce que vous entendez par « on ne sait pas bien l'utiliser » ? Il y a des choses que vous avez vues et que...

G3 : Si, si, non, non, les choses qu'on a vues, on maîtrise bien, mais, par rapport à tout ce qu'elle sait faire, à ses capacités, je suppose qu'on en connait même pas la moitié, quoi ! Donc, on pourrait encore pousser ses capacités, je pense dans l'avenir.

O : C'est par rapport aux mathématiques que vous dites ça ?

G3 : Oui, voilà , je pense que l'année prochaine en classe préparatoire, l'utilisation sera plus poussée, on verra ce peut vraiment faire la calculatrice. Là , on n'a vu qu'un aperçu...

O : C'est déjà pas mal ce que vous avez fait durant l'épreuve...

G3 : Oui, mais c'était pas bien compliqué, par rapport à d'autres sujets, je crois que je m'en suis bien sorti.

O : Et, sur la calculatrice, j'ai vu ce que vous m'avez envoyé, vous avez bien organisé la calculatrice, vous aviez déjà fait ça avant avec d'autres matériels ou c'est la calculatrice

qui vous y a incité ?

G3 : Ben, mon ordinateur, il est moins bien organisé, mais il l'est un petit peu... Sinon, au niveau des calculatrices, c'est la première calculatrice qui utilise, ... où on peut rentrer du texte dedans... Sur la TI83+, je sais pas si on pouvait le faire, mais je savais pas le faire, donc c'est la première fois que je mets des dossiers sur une calculatrice.

O : Est-ce que vous vous serviez de la calculatrice en physique ou dans d'autres matières ?

G3 : Très peu. Dans les autres matières, ce serait plutôt en physique-chimie, et c'est que pour des calculs basiques qu'on pouvait faire avec une TI83 ou, voilà ...

O : Et en maths ?

G3 : Oui, on se sert beaucoup des dérivées, des intégrales, tout ça, on n'aurait pas pu faire avec la calculatrice TI83 basique, alors oui, en maths, c'est surtout là qu'on l'utilise le plus...

O : Et est-ce que vous vous êtes servi des possibilités de définir une variable dans une application et de l'utiliser dans une autre application, par exemple vous mesurez une distance en géométrie et puis vous reprenez cette distance dans le tableur ou dans l'application calcul ?

G3 : Alors oui, on l'a fait lors d'un TP, mais sur le logiciel sur ordinateur, mais sur la calculatrice ..., non je l'ai pas fait sur la calculatrice, mais oui, on l'avait vu... comment faire sur l'ordinateur, en TP de maths.

O : J'ai vu aussi, parce que j'ai regardé très attentivement, vous avez des jeux sur la calculatrices, vous les avez téléchargés ou vous en avez programmés ?

G3 : Non, j'ai pas programmé, j'ai téléchargé, et puis surtout y'en a qu'on m'a envoyé...

O : Oui

G3 : Il y a des sites, et quand un jeu nous plait on le demande, et on nous l'envoie, mais c'est pas ça qui sert le plus.

O : Non, j'imagine, mais ma question derrière, c'était, est-ce que vous avez fait de la programmation ?

G3 : Oh... Je fais de la programmation basique, des fonctions, mais pas des trucs comme des jeux, non ...

O : Mais en mathématiques vous avez fait des programmes ?

G3 : Oui, j'ai fait, y'en a un que j'ai fait qui s'appelle « diophante »je crois.

O : C'est pour la résolution des équations diophantiennes ?

G3 : Diophantiennes, oui, celui là je l'ai fait en m'aidant d'un autre programme que quelqu'un d'autre avait fait, et je me suis aidé de ce programme pour faire le mien ou sinon après j'ai fait des programmes basiques pour tirer un premier, la résolution d'équations, enfin.

O : Et ce que vous avez fait ?

G3 : En amateur...

O : Ah oui, mais quand même en principe on fait les programmes qu'on utilise.

G3 : Oui, et voilà , c'est vrai !

O : Et est-ce que vous en avez passé des programmes ? Vous dites que vous en avez téléchargé, qu'on vous en a envoyé,...

G3 : Oui, alors les programmes, j'en ai téléchargés, j'en ai passés quelques uns que j'ai fait, « diophante » je l'ai passé, j'ai passé quoi aussi ? résolution d'équation, du second degré, euh... Ouais quelques uns, mais bon... J'en ai pas fait beaucoup non plus. J'essaye de les trouver sur internet, et quand je les trouve pas, j'essaye de les faire, quoi !

O : Alors, vous allez où ? Il y a des sites particuliers ?

G3 : Oui, euh... on va sur Google et il y a des sites qui sont dédiés à l'utilisation des calculatrices et donc des TI nspire et on trouve une banque de logiciels, de programmes, et de documents sur la TI-nspire, quoi... TI banque, je crois, TI banque ...

O : D'accord, et vous l'avez trouvé tout seul ?

G3 : Non, ça, c'est un copain qui me l'a montré ; ceci étant, il y a aussi le site de éducation.ti, je crois qui donne gratuitement des programmes, aussi, j'ai pris des programmes sur des sites aussi.

O : Merci.

Fin de l'entretien.

6.12 Observation 8 avril 2010 : Réaction

Les élèves rentrent en classe. Le professeur les invite à s'asseoir en face du tableau ; l'ordinateur du professeur est allumé, prêt à être projeté. La salle de classe se sépare en deux parties : une partie de cours et une partie laboratoire comme indiqué sur les plans :

Introduction : 7min29s

P : On va reprendre une séance de stat. Simplement on a choisi de vous faire travailler sur des données que vous allez fabriquer. Et pour ça, sur ordinateur, on va utiliser un petit logiciel qui va mesurer votre temps de réaction. Vous allez avoir un point rouge qui apparaît, il va falloir cliquer le plus rapidement possible. Vous allez récupérer ces données, on vous expliquera comment les transférer sur votre calculatrice et une fois que vous aurez ces données sur votre calculatrice, vous allez fabriquer deux séries de données chacun. Sur ces deux séries que vous allez fabriquer, vous choisirez celle qui vous paraît la meilleure pour vous. D'accord ? Donc, ça c'est la première partie. Ensuite, vous vous mettrez par groupe de quatre au moins, et par groupe de quatre vous partagerez vos données, vous regarderez un peu les données de chacun, et vous déciderez dans le groupe, qui d'après vous a les meilleures données, et ces données représenteront votre groupe. Alors, ce qu'on demandera en groupe, c'est, bien sûr de faire le choix, et puis de rédiger quels sont les critères qui ont fait que vous avez choisi telle ou telle série de données. D'accord ? Ensuite chaque groupe exposera son choix. Vous pourrez éventuellement montrer sur la calculatrice, je vous donnerai des transparents pour écrire et rédiger vos critères, hein ? Chaque groupe expliquera ses critères, et on essaiera d'en discuter ensemble. D'accord, c'est bon pour tout le monde ? Alors, je vais vous montrer un petit peu, donc, les outils dont vous aurez besoin. Déjà, vous allez tous avoir sur les ordinateurs, un répertoire qui s'appelle « Séance Réaction », « Réaction », pardon,... s'il veut bien s'ouvrir... Ah ben oui, il s'ouvre là [7] ; dans ce répertoire, il y a le logiciel qui s'appelle « Réaction », qui est là. Ce logiciel, vous aurez juste à lancer l'exécutable « reaction.bat »,... ça va se lancer, voilà... il y a juste à appuyer sur commencer, voilà, et puis quand on voit le point on clique [8]

E : Non c'est sur Vu !

P : Oui, alors ça va me faire un temps incroyable, voilà ! Vous avez compris ? Vous ferez comme ça deux séries de trente ... deux séries de trente ; ces séries là, ... alors j'y reviendrai, ... ces séries là seront stockées dans le répertoire, voyez, « resultats1, resultats2 » et donc, il suffit à ce moment là, quand vous avez les résultats, de cliquer dessus, ça va vous ouvrir le tableur, ... , bon attendez parce que c'est pas sur mon écran, voilà ! Voyez, j'ai ma série de données, ensuite, si on revient, c'est pas très pratique, voilà, si on revient ici, vous avez le computer link et le logiciel comme sur votre calculatrice, donc

7. Le vidéoprojecteur apparaît comme un deuxième écran de l'ordinateur et le répertoire s'est ouvert sur cet écran que, à ce moment le professeur ne regardait pas.

8. P clique sur le bouton commencer

vous pouvez lancer le logiciel..., voilà, vous pourrez ouvrir une application « Tableur » ici, et une fois que vous avez fait ça vous pourrez copier [9]

E : Excusez moi, il faut que j'aille chercher un billet ?

P : Non, c'est bon, allez... vous pourrez copier vos séries de données, comme ça et puis retourner vers le logiciel, voilà et vous pourrez ici coller votre série de données. Ah, il y a un problème là [10]

O : Tu avais cliqué à l'intérieur de la cellule ?

P : Ah oui, donc je ressors, voilà, je vais me mettre à côté, c'est pareil, voilà [11] vous aurez votre série de données. Vous ferez pareil avec l'autre, et puis après, on a vu la dernière fois comment manipuler les données statistiques et donc vous pourrez explorer vos données pour faire votre choix. Est-ce que c'est clair pour tout le monde ? Pas de problèmes ? Bien, alors première phase vous allez passer sur les postes à côté, euh, je voulais alors, cinq minutes pour euh... Ah non attendez, il faut que je dise une chose ; vous aurez cinq minutes pour tester le logiciel, voilà. Alors, [12] je te voyais tout à l'heure tu faisais des clics hystériques en disant peut-être que ta méthode ça va être ça, alors, il y a un petit truc que j'ai oublié de vous dire, c'est que, en fait, si jamais vous cliquez avant que le point rouge apparaisse, il y a une pénalité, ça vous compte un temps de cent secondes, alors que vous avez vu que ça dure moins d'une seconde, le temps de réaction. Donc, c'est à vous de voir, ce que vous décidez, à ce niveau là, ..., si vous cliquez avant que le point rouge n'apparaisse vous aurez un temps de cent secondes qui sera mis et non pas le temps du clic. C'est bon, c'est OK pour tout le monde ? Oui ? Alors...

E : Ça fait quand même une série statistique ?

P : Ah oui, c'est une série statistique, mais il faut savoir que ça vous fera un temps de cent secondes, voilà parce que je voyais que tu faisais des clics très rapides, c'est vrai que ça peut être une technique, mais il faut savoir les risques que tu prends, voilà ! Alors vous le saurez, voilà. Donc, vous vous mettez par deux, chacun teste un petit peu et puis après, quand je vous le dirai, chacun fera sa série de données, hein !

Les élèves se déplacent vers les ordinateurs.

Il a fallu une demie-heure pour faire les essais puis transférer les données. Les élèves ont ensuite pour la plupart choisi de travailler sur ordinateur. Le groupe filmé a dans un premier temps travaillé sur deux ordinateurs puis a collaboré pour remplir le transparent.

Un des groupe écouté a travaillé avec la calculatrice, le second avec le logiciel sur ordinateur.

Observation des élèves

Groupe écouté

Il s'agit de quatre garçons nommés G1, G2, G3, G4 dans le décryptage ci-dessous.

9. Un élève en retard frappe et entre
10. L'ensemble des trente résultats s'est collé dans une seule cellule ;
11. Cette fois les données sont collées comme attendues
12. en désignant un élève

Temps	dialogues
0h00	*début d'enregistrement*
	[1 Prof] Vous êtes enregistré... (s'adressant à l'autre groupe) Vous allez écrire vos critères de choix sur la feuille que j'avais distribuée, je sais pas où elle est ; voilà ! Vous mettrez pourquoi vous avez choisi cette série de données etc. etc. D'accord ? Donc, déjà il faut que vous en discutiez entre vous pour comparer vos séries de données, pour voir celle que vous jugez la... la plus pertinente. D'accord ?
	[2 G1] Comment on fait déjà... Ah oui, ajouter variable...
	[3 G1] Ah, je suis classe !
	[4 G2] Et pourquoi tu veux renommer tes trucs ? Moi, je les ai appelé na et nb.
	[5 Prof] Vous ne pouvez faire vos graphiques que si vous avez nommé vos colonnes, hein ! Voilà !
	[6 G2] Ouais, c'est ce que j'ai fait.
	[7 Prof]A ce moment là vous pouvez faire vos graphiques.
	[8 G1] J'ai perdu ma souris !
	[9 G2] C'est tous les mêmes...regarde... j'vais régler ma fenêtre, là.
	[10 Prof] Comment ça c'est tous les mêmes ?
	[11 G2] Ben, là, ils sont tous là, ici.
	[12 G1] Je vais faire un réglage de la fenêtre, on va tout régler ça... zéro.
	[13 G3] Regarde ta colonne d'avant, dans ton tableau.
	[14 Prof] Ah, non, c'est peut-être simplement, comme tu as une valeur 100, vu l'échelle tu les vois pas. Il faut modifier ton échelle du deuxième, tant pis pour la valeur extrême.
	[15 G2] Ah mais ouais !
	[16 G1] Non, non ça m'a copié que le premier, à chaque fois.
	[17 G3] Ça va !
	[18 Prof] Alors, on refait le transfert ; t'étais où, t'étais sur quel ordinateur ? On va regarder alors.
	[19 G2] Trop nul... euh, zéro quarante neuf.
	[20 G3] Ah non, en fait ça va. Ah non, moi ch'uis zéro trente neuf.
	[21 G2] Le deuxième, moi il est mieux. Non, même pas...
	[22 G3] Si, moi il, ah non, le premier il est mieux.
	[23 G2] Il est où ton temps ?
	[24 G3] Il doit être au fond parce que là c'est zéro quarante. Là, ch'uis à zéro quarante.
	[25 Prof] G1, viens on va voir,... vous avez un câble de liaison, là ?

Temps	dialogues
	[26 G3] Faut comparer les deux séries. Par exemple, là, moi je sais qu'il faut que je prenne la deuxième. Parce que là, tu vois ça va entre zéro dix et zéro quarante et là, ça part de zéro vingt cinq à... ch'ais pas, je crois à cent. C'est la première qu'il faut.
	[27 Prof avec G1] Il est où là ? On va le mettre dans le logiciel.
	[28 G2] On va faire une boite à moustaches.
	[29 G3] On fait comment pour transférer des données ?
	[30 G2] J'ai fait... Attends, comment j'ai fait, ah oui, j'ai fait menu... T'as ta calculette ?
	[31 G2] Menu, Action... Non attends ! Menu, aie aie aie,... controle I, ah mais ouais, mais t'as pas nommé ; faut marquer n1.
	[32 Prof à G1] Voilà t'as tes deux séries.
	[33 G2] Voilà... Ah non, c'est pas là.
	[34 Prof] Voilà, enregistrez sous...
	[35 G2] na, nb.
	[36 Prof] Je mets simplement G4, d'accord ?
	[37 G1] Oui.
	[38 Prof] Voilà, t'as tes deux séries maintenant. T'avais peut-être pas enregistré avant, hein ?
	[39 G2] Faut faire format page deux, trois, là tu marques. Maintenant tu fais pareil.
	[40 G3] Obligé d'aller là haut ? nb.
	[41 G2] Et là, nb.
	[42 G3] Et là, je peux faire les boîtes à moustache ?
	[43 G2] Oui.
	[44 G3] Ah ! Tu m'as changé les données de la page.
	[45 G2] Non, parce que c'est la deuxième.
5 :00	[46 G3] Ah ouais.
	[47 Prof à un autre groupe] C'est justement à vous de dire, regardez vos séries de données, c'est à vous de voir laquelle est la meilleure.
	[48 G2] C'est laquelle la meilleure ?... C'est laquelle la meilleure ?
	[49 G3] Moi, la meilleure, c'est celle là, pour moi, la deux. Fais voir la tienne, toi !
	[50 G2] Non, mais de nous quatre ?
	[51 G3] Oui, mais déjà on sélectionne une des deux, on en prend une sur les deux de chacun, moi, c'est la deuxième, toi ça va être...
	[52 G2] la deuxième aussi.
	[53 G3] attends faut re...

Temps	dialogues
	[54 G2] Non, c'est la deuxième.
	[55 G3] Qu'est-ce tu fais ? La faut régler *inaudible*
	[56 G3] *chuchotement* zéro... et là, zéro point cinq.
	[57 G2] Toi, c'est la première pour toi.
	[58 G3] Ouais, c'est mieux.
	[59 G2] Ah non, toi, c'est la... ? Première, ouais !
	[60 G3] On prend la tienne, là, toi elle est super géniale, t'es un super héros !
	[61] *chuchotements*
	[62 G4] On prend laquelle ?
	[63 G3] Pour l'instant c'est la deuxième de G2. Et les vôtres ?
	[64 G1] On fait celle de G2 alors !
	[65 G3] Non, ah ben non, on regarde les vôtres, d'abord.
	[66 G4] Attends, je fais la mienne.
	[67 G1] Fais menu, là.
	[68 G4] Menu *inaudible*
	[69 G1] Personne, il saura que c'est mes résultats, j'ai pas envie que les gens ils voient mon nom, je l'ai changé je l'ai appelé mooglie.
	[70 G2] tu parles d'un *Brouhaha, rires*
	[71 G1] On peux même pas garder l'anonymat...
	[72 G3] Ah ouais, grave.
	[73 G2] Vous y arrivez ?
	[74 G4] Ouais, y'a zéro zéro cinq.
	[75 G1] Oh vas-y ! J'ai changé la fenêtre et tout, il me la rechange. Fais de zéro à zéro cinq !
	[76 G2] C'est fait.
	[77 G1] C'est ce que j'avais fait, mais y m'y a tout changé !
	[78 G2] Moi j'ai mis un un.
	[79 G] (désignant l'enregistreur) Il est à qui celui-là ?
	[80 G2] Au gars !
	[81 G] A qui ?
	[82 G2] Au gars ! Au roi de la calculette !
	[83 G3] Alors toi, G1, tu vas plus parler !
	[84 G2] Ça veut dire qu'il y a des valeurs plus éloignées !
	[85 G3] Quoi ?
	[86 G2] Parce que là, il en a que vingt quatre, ici !

Temps	dialogues
	[87 G3] On s'en fout, il est pas mal il est un zéro dix.
	[88 G2] Oui, mais justement,... Non, mais compte les pas !
	[89 G4] Oui, mais moi ma moyenne elle est trop nulle, elle est ça.
	[90 G2] On s'en fout de ta moyenne.
	[91 G3] Non, mais je fais direct le graphique, là.
	[92 G2] On s'en fout du graphique faut faire la moustache.
10 :00	[93 G3] C'est toi la moustache !
	Digression
	[94 G2] Vas-y, on prend laquelle ?
	Digression
	[95 G3] Bon, on prend laquelle alors ? T'es largué, toi !
	[96 G2] Ah oui, mais il a triché lui !
	[97 G4] Le vainqueur est monsieur... laquelle des deux ?
	[98 G3] C'est moi qui la présentera... attends, le mec, il croit que la fiche elle est là !
	[99 G2] Bon, alors, déjà, il faut marquer Bon anniversaire Louise !
	[100 G3] T'écris trop mal, toi.
	[101 G2] Ouais, il a raison, t'écris trop mal.
	[102 G4] T'écris pas mieux, toi !
	[103 G1] G4, il écrit chère bien.
	[104 G2] Attends, tends, tends...
	[105 G4] Bon, j'écris quoi, moi ?
	[106 G3] Oh, t'écris trop mal.
	[107 G1] Oh qu'est ce qui te prend ?
	[108 G2] C'est lui, là !
	[109 G1] Ah, ce mytho !
	[110 G2] Pourquoi vous la fermez la calculette ?
	[111 G1] Si on prend la tienne, c'est pareil.
	[112 G2] C'est bon, c'est ce que tu vas faire. C'est la tienne ?
	[113 Prof] Bon, il va falloir avancer là !
	[114 G2] Oh mais y'a rien à marquer.
	[115 G3] On marque quoi ? Si ! On dit que les résultats sont meilleurs.
	[116 G4] Tu dis la médiane, tu dis les quartiles, tu dis...
	[117 G2] Mais tu t'en fous de ça !
	[118 G1] Oui, on s'en fout (rires).

Temps	dialogues
	[119 G3] Et pourquoi t'as choisi, vas y, pourquoi t'a choisi la tienne ?
	[120 G2] Parce que les résultats ils étaient compris entre zéro et zéro cinquante.
	[121 G4] Alors que les miens étaient compris entre zéro et zéro, zéro deux (rires).
	[122 G3] et c'est quoi les quartiles et la médiane ?
	[123 G2] Ça sert à rien... Ah ! On peut calculer la moyenne !... Ouais.
	[124 G3] T'imagines tu le rends comme ça !
	[125 G2] Arrête ! Laisse écrire G4, tu sais pas écrire.
	[126 G3] Ouais, ben c'est pas de ma faute si j'écris mal.
	[127 G2] T'as fait la moyenne ?
	[128 G1] On met, graphique choisi...
	[129 G2] Attends, tends, tends...
	[130 G1] Ouais, mais tu marques pas mon prénom, juste mooglie.
	inaudible
	[131 G2] On dirait que tu t'es fait cartonne.
	[132 G1] Ah là !
	[133 G3] T'as la moyenne ?
	[134 G4] On fait la moyenne ou pas ?
	[135 G1] C'est une corne qui pousse !
	[136 G3] On peut faire la moyenne avec la calculatrice ?
	[137 G2] On peut tout faire avec c'te calculette *rires*
	[138 G4] Ben, tu fais la moyenne avec tes chiffres, c'est bon...
	[139 G2] Mais, en fait t'écris comme une fille toi ?
	[140 G3] Moyenne...
	[141 G2] Mets premier quartile, deuxième quartile aussi.
	[142 G3] Y'a un e à quartile, ch'ais plus !
	[143 G2] Si ! Quartile, y'a un e !
	[144 G3] C'est pas grave.
	[145 G2 demande à un autre groupe] Y'a un e à quartile ?
	[146 G3] On est en maths, hein !
15 :00	[147 G1] Premier...
	Silence 28s
	[148 G2] Vas-y ! Fonce Georges !
	[149 G1] Eh ! Nanard !
	Silence 20s
	[150 G2] Merde ! y marche pas !

Temps	dialogues
	[151 G3] Bon, alors, premier quartile !
	[152 G2] Qu'est ce tu fais ?
	[153 G4] Vas y, à partir de ça la moyenne, allez, allez !
	[154 G3] On a dit, on prenait celle de Mooglie !
	[155 G2] Elle est où ma calculette ?
	[156 G3] Comment on peut le prendre le fichier Mooglie là dedans ?
	[157 G2] Je l'ai pas moi le fichier Mooglie.
	[158 G4] Si, dans Maths.
	[159 G2] Ah ouais ! Maths, mooglie !
	[160 G3] C'est la deuxième qu'on prend ?
	[161 G2] Ch'ais pas comment... Comment on calcule la moyenne ?
	[162 G3] Ben, la moyenne normale.
	[163 G2] Ah mais j'crois qu'on mette des boîtes à moustache
	[164 G3] Non, calcule la moyenne !
	[165 G2] Monsieur, faut les mettre les boîtes à moustache ?
	[166 Prof] Bien, c'est à dire « faut les mettre » ?
	[167 G2] Ben, pour voir les quartiles et la moyenne.
	[168 Prof] Si vous voulez !...Ah non, non, pour avoir les résultats, il faut aller dans l'application statistique, Tableur & listes, et vous faites afficher vos résultats. C'est pas cette fiche ! C'est celle d'avant !
	[169 G4] Et, ça M'sieur, ça servait à quoi déjà ?
	[170 Prof] Et ben, là, tu mets la liste, là, tu mets les fréquences et là il y a la colonne où... ben les fréquences tu laisses à un, et là tu mets la colonne où tu affiches les résultats... Donc, tu vas mettre, peut-être pas b, mais c ou d, tu vois !
	[171 G2] Donc là, je mets na.
	[172 Prof] Oui, mais de toutes façons, ça doit être dans ta colonne 1, donc c'est bon, voilà et là tu mets c ou d, ch'ais pas, hein, il faut faire afficher tes données statistiques, donc c'est menu, je sais plus, calcul, ...
	[173 G2] Si, c'est menu.
	[174 Prof] Oui, quatre, voilà, et puis, voilà.
	[175 G2] J'ai fait le premier, fait le deuxième.
	[176 G3] C'est quoi, statistique une variable.
	[177 G2] Ouais.
	[178 G4] Bon, t'as la moyenne ou pas ?
	[179 G2] Non, non, non, ouais, OK, et après tu mets la b, non, la b, nb mets nb.
	[180 G3] Pourquoi nb ?

Temps	dialogues
	[181 G2] Vas-y ! oui ! et là, en bas tu mets.
	[182 G4] Mais, est-ce que tu as la moyenne ? Où tu vois la moyenne ?
	[183 G2] Ben, ch'ais pas, je comprends rien, somme x, x carré.
	[184 G4] Monsieur ! Monsieur !
	[185 G2] Y'a la médiane, mais y'a pas la moyenne.
	[186 G4] Euh ! On comprend pas ! la moyenne, on sait pas c'est laquelle !
	[187 Prof] Ah ! c'est $\overline{x}$.
	[188 G4] $\overline{x}$.
	[189 G2] Zéro vingt huit !
	[190 G3] Combien ?
	[191 G4] Mais c'est pas la tienne ?
	[192 G2] Ben oui, c'est Mooglie !
	[193 G4] C'est zéro trente et un.
	[194 G2] Mais, non, la moyenne c'est la...
	[195 G3] La moyenne c'est barre.
	[196 G2] Là, c'est la moyenne, c'est pas la...
	[197 G3] Y'en a deux !
	[198 G2] Ouais.
	[199 G3] On en a fait deux, toi t'as la première et moi j'ai la deuxième.
	[200 G2] Ouais.
	[201 G3] La première c'est zéro trente et un.
	Brouhaha
	[202 G2] La moyenne ?
	[203 G3] Oui, la moyenne. attends ! Je vais te calculer... Je vais te mettre les quartiles...Attends, premier quartile, la moyenne, je viens de t'la dire c'est zéro vingt neuf.
20 :00	[204 G2] Et le quartile c'est zéro vingt huit et le troisième quartile c'est zéro trente et un, il faut le marquer, non ?
	[205 Prof à la classe] Vous avez encore trois minutes, et après on fera la synthèse.
	[206 G3] Combien ?
	[207 G2] Le premier quartile il est...
	[208 G4] Le premier quartile c'est zéro vingt huit, et comment ça se fait, c'est bizarre !
	[209 G2] Et le deux..., le troisème quartile c'est zéro trente et un.
	[210 G3] Ouais mais la moyenne, elle est zéro vingt cinq.

Temps	dialogues
	[211 G2] C'est à dire, on a fait tellement, la médiane elle est à zéro vingt huit.
	[212 G4] Moi, c'est pareil que toi, la moyenne elle est sur le premier quartile.
	[213 G2] Oui, mais t'as fait pour mooglie ?
	[214 G4] Non, j'ai fait pour mes nombres à moi.
	[215 G2] Sérieux ? Vas y on fait pour tous les trois.
	[216 G3] Quels, tous les trois ?
	[217 G2] Les quatre trucs. On fait, on fait pour ces trucs !
	[218 G4 demande à un autre groupe] Vous avez fait quoi, vous ? Ah, mais vous avez fait pour chacun !
	[219 G2] Voilà, c'est ce que je te parle, pour chacun.
	[220 G4] Non, faut prendre une série... Moi, la moyenne, j'ai zéro trente et un.
	digression
	[221 G3] On fait pour chacun de nous ?
	[222 G2] Ouais !
	[223 G3] Mais, faut que je mette les noms à côté, alors ?
	[224 G2] Ouais, ouais, marque les...
	[225 G1] Mets Mooglie !
	[226 G2] Choisis. Moi, je monte la mienne, continue.
	[227 G4] Ça m'en fait quatre des trucs comme ça.
	[228 G2] Mais M'sieur, ceux qui sont à cent, ça fausse tout !
	[229 Prof] Ah, ben oui ! Alors la question, c'est qu'est ce que vous allez faire ? Comment vous allez intégrer ça ?
	Silence 20s, les élèves écrivent
	[230 G2] Mets les accolades.
	[231 G3] Mooglie, m deux o g l i e, temps de réaction zéro trente et une.
	[232 G2] La moyenne
	[233 G3] Ça s'écrit comment ton nom ? *Il épelle*
	[234 G4] Là, c'est la tienne aussi ?
	[235 G2] Oui mais *inaudible* Tu l'aimes ? *inaudible*
	[236 G3] Trois virgule soixante cinq, en moyenne.
	[237 G2] Ah ouais, mais toi, tu l'as enlevé ton cent ? Monsieur !
	[238 G3] Non, c'est dans la première, moi j'ai pris la deuxième.
	[239 G2] Menteur, non y'a dans les deux.
	[240 G3] C'est zéro vingt huit, attends, il faut que je fasse controle z.
	[241 G4] Attends, tu peux pas avoir fait zéro vingt huit avec un cent !

Temps	dialogues
	[242 G3] Non, on l'a pas calculé, j'ai pris la meilleure des colonnes et j'ai pris la deuxième.
	[243 G2] Monsieur, y'a moyen d'enlever le cent, ou pas ?
	[244 Prof] Ah, ben écoute, c'est toi qui choisis tes critères !
	[245 G3] Ça fausse toute la moyenne, la moyenne elle passe à trois...
	[246 Prof] Je répète, c'est vous qui choisissez vos critères et il faudra les exposer. Si tu as un argument, tu peux, et tu expliques pourquoi. D'accord ?
	Silence 10s
	[247 G2] C'est bon, alors.
	[248 G3] On est reparti en sérieux.
	[249 G4] Moi, je suis à zéro vingt huit, moi.
	[250 G2] Ah, tu fais que t'amuser ! Me frappe pas ! Arrête !
	[251 G3] Là, on va passer en truc, on va avoir une bonne argumentation
	[252 G2] Les chiffres c'est les mêmes.
	[253 G4] C'est les mêmes ?
	[254 G2] G1, il a vraiment des problèmes psychologiques, il faudrait qu'il aille voir un psychologue !
	[255 G3] C'est tous ces cent qui servent à rien !
25 :00	[256 G4] Ben, t'avais qu'à pas appuyer avant !
	[257 G2] Regardes, t'as vu je l'avais pas changé, celle-là !
	[258 G3] Enlève ce putain de cent, c'est bon ! Ça nous fausse tout, là ! On sait même pas...
	[259 G d'un autre groupe] T'as fait zéro vingt huit de moyenne !
	[260 G2] Oui ! T'as fait combien toi ?
	[261 G] trente et un.
	[262 G2] Trente et un ! T'en a quatre de cent, là, ouais !
	[263 G3] Ah, mais moi, tu sais j'ai fait quoi, j'ai fait, attends !
	[264 G4] Y'a G', il a un zéro, zéro cinq.
	[265 G2] C'est vrai.
	[266 G4] Il a cliqué à un moment et le truc il est apparu.
	[267 G3] Moi, j'ai fait zéro cent vingt cinq, zéro cent quatre vingt huit, zéro cent cinquante sept, et zéro cent vingt cinq !
	[268 G2] J'ai pris celle-là et j'ai changé le cent, j'ai mis zéro trente et un !
	[269 G3] Zéro huit.
	Silence 10s
	[270 G2] Ah mais non, mais non, non, non, je me suis trompé !

Temps	dialogues
	[271 G4] Menteur, oui, t'as changé tous tes résultats ! T'avais des zéo quarante, quarante cinq, t'as zéro vingt maintenant !
	[272 G2] T'as mis les médianes ?
	[273 G3] C'est laquelle la médiane ?
	[274 G4] Médiane ! C'est marqué en gros, médiane !
	[275 G2] C'est marqué en gros, médiane ! zéro vingt huit cinq.
	[276 G3] Médiane, zéro trente et un, moi !
	[277 G4] Moi, zéro trente et un.
	[278 G3] Toi aussi zéro trente et un ?
	[279 G4] Moi aussi, zéro trente et un !
	[280 G2] Oh mais c'est bon, là !
	[281 G3] Zéro vingt huit, c'est pas possible zéro vingt huit. Il doit y avoir un problème !
	[282 G2] Faut assumer !
	Brouhaha
	[283 G3] Je réfléchis, là on n'a pas mis des trucs de trop, là ; regarde, zéro quarante quatre, zéro trois cent soixante quinze, trois cent quarante quatre, trois cents..., trois cent treize.
	[284 G4] zéro douze, zéro quinze, et tes cent de tout à l'heure, ils sont passés où ?
	[285 G3] Enfoiré, c'est toi qui m'a changé mes trucs !
	[286 G2] Tu l'avais tout le temps dans les mains, et tu dis c'est moi !
	[287 G3] Pendant la récréation, ou quand j'étais...
	[288 Prof] Il faudrait que ce soit terminé !
	[289 G2] Il te manque quoi, ton premier quartile, ton troisième quartile : zéro vingt huit, zéro trente quatre !
	[290 G4] Non, change pas !
	[291 G3] Donc, on prend laquelle ?
	[292 G4] La moyenne de G2
	[293 G3] Attends, il va tricher !
	[294 G2] Non, Ok je vais pas tricher !
	[295 G4] Je te dis zéro vingt huit, je crois ! Non, zéro trente et un !
	[296 G2] Marque qu'on a enlevé les cents.
	[297 G3] Ouais... Nous avons enlevé les cents.
30 :00	[298 G2] Au pire, on remplace les cents par des trois cent cinquante ou des quatre cents !
	[299 G3] Donc, on a dit on prend laquelle ?

Temps	dialogues
	[300 G2] La meilleure, celle de G2
	[301 G4] Oui, mais moi c'est un plus petit écart, on devrait...
	[302 G3] Mais moi, je pense qu'il faudrait qu'on prenne une valeur, parce que moi c'est zéro vingt huit, et toi c'est quoi ?
	[303 G4] Ah ouais la moyenne elle est en même temps que le machin, c'est pas bon ! Ben faut prendre le, le...G3 il a zéro vingt huit, zéro trente quatre
	[304 G2] Non, non, non ! Non, on prend celle de G2.
	[305 G3] Oui, mais la moyenne elle est pareil que le truc.
	[306 G2] C'est normal.
	[307 G3] Mais, non.
	[308 G2] Bien sûr que si, tout à l'heure, ta boîte à moustache, elle est tout près...
	[309 G3] On s'en fout ! Mais ça, on s'en rince !
	[310 Prof] On passe à côté, allez !
	[311 G4] *inaudible* il nous raconte pas sa vie ! Écris, ces résultats nous semblaient, nous semblaient !
	[312 G3] Vous êtes vraiment des bâtards !
	[313 G4] représentatifs...
	[314 G2] Non, les mieux adaptés.
	[315 G3] Adaptés, oui.
	[316 G4] Représentatifs de notre groupe, adaptés, on s'en fout, ils sont pas adaptés...
	[317 G3] Ça a rien à voir ! C'est G2 qui fait les meilleurs résultats.
	[318 G4] Mais adapté, c'est pas adaptés ! Met les plus représentatifs de notre groupe.
	[319 G3] Ouais, efface !
	[320 G4] Aaaah, la feuille elle va fondre ! Aaah !
	[321 G3] Les plus quoi ?
	[322 G4] Les plus représentatifs de notre groupe.
	[323 G2] Donc bon anniversaire Louise, en bas !
	[324 G3] Ouais !

Résumés des données des élèves de ce groupe

G1.1	G1.2	G4.1	G4.2
Min. :0.2500	Min. :0.2810	Min. :0.2500	Min. : 0.125
1st Qu. :0.2810	1st Qu. :0.2820	1st Qu. :0.2810	1st Qu. : 0.281
Median :0.3125	Median :0.3130	Median :0.3120	Median : 0.312
Mean :0.3166	Mean :0.3209	Mean :0.3114	Mean : 6.964
3rd Qu. :0.3440	3rd Qu. :0.3440	3rd Qu. :0.3355	3rd Qu. : 0.344
Max. :0.5000	Max. :0.4070	Max. :0.4690	Max. :100.000
G2.1	G2.2	G3.1	G3.2
Min. : 0.031	Min. : 0.0310	Min. : 0.094	Min. :0.2500
1st Qu. : 0.312	1st Qu. : 0.3123	1st Qu. : 0.282	1st Qu. :0.2810
Median : 0.313	Median : 0.3440	Median : 0.313	Median :0.3125
Mean : 3.646	Mean : 3.6543	Mean : 3.655	Mean :0.3333
3rd Qu. : 0.344	3rd Qu. : 0.3750	3rd Qu. : 0.344	3rd Qu. :0.3440
Max. :100.000	Max. :100.0000	Max. :100.000	Max. :0.6870

En enlevant les valeurs 100 :

G1.1	G1.2	G4.1	G4.2
Min. :0.2500	Min. :0.2810	Min. :0.2500	Min. :0.1250
1st Qu. :0.2810	1st Qu. :0.2820	1st Qu. :0.2810	1st Qu. :0.2810
Median :0.3125	Median :0.3130	Median :0.3120	Median :0.3120
Mean :0.3166	Mean :0.3209	Mean :0.3114	Mean :0.3181
3rd Qu. :0.3440	3rd Qu. :0.3440	3rd Qu. :0.3355	3rd Qu. :0.3440
Max. :0.5000	Max. :0.4070	Max. :0.4690	Max. :0.6250
			NA's :2.0000
G2.1	G2.2	G3.1	G3.2
Min. :0.0310	Min. :0.031	Min. :0.094	Min. :0.2500
1st Qu. :0.3120	1st Qu. :0.312	1st Qu. :0.282	1st Qu. :0.2810
Median :0.3130	Median :0.344	Median :0.313	Median :0.3125
Mean :0.3234	Mean :0.332	Mean :0.333	Mean :0.3333
3rd Qu. :0.3440	3rd Qu. :0.375	3rd Qu. :0.344	3rd Qu. :0.3440
Max. :0.5310	Max. :0.531	Max. :0.813	Max. :0.6870
NA's :1.0000	NA's :1.000	NA's :1.000	

Sur l'ensemble de ces données :

Avec les valeurs	100
Min	0,03
1st Quart	0,28
Median	0,31
Mean	2,4
3rd Quart	0,34
Max	100

Sans les valeurs	100
Min	0,03
1st Quart	0,28
Median	0,31
Mean	0,32
3rd Quart	0,34
Max	0,81

L'ensemble de ces données de ce groupe peut être illustrée :

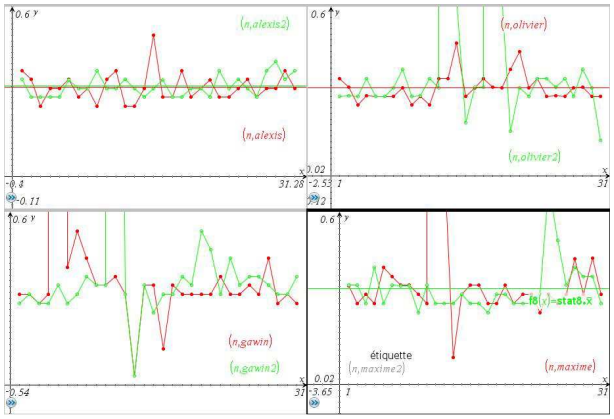


FIGURE 6.1 – Les nuages de points et les moyennes avec les valeurs 100

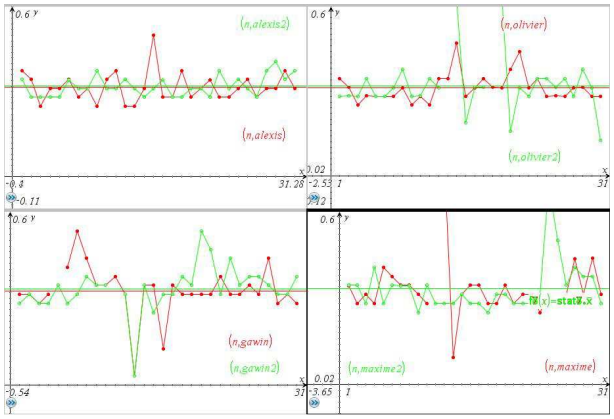


FIGURE 6.2 – Les nuages de points et les moyennes sans les valeurs 100

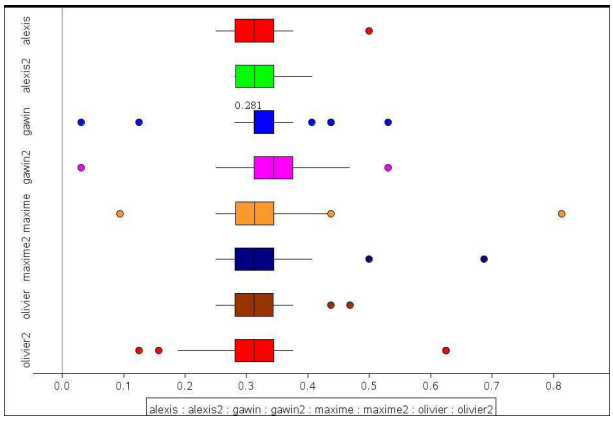


FIGURE 6.3 – Les boîtes à moustaches

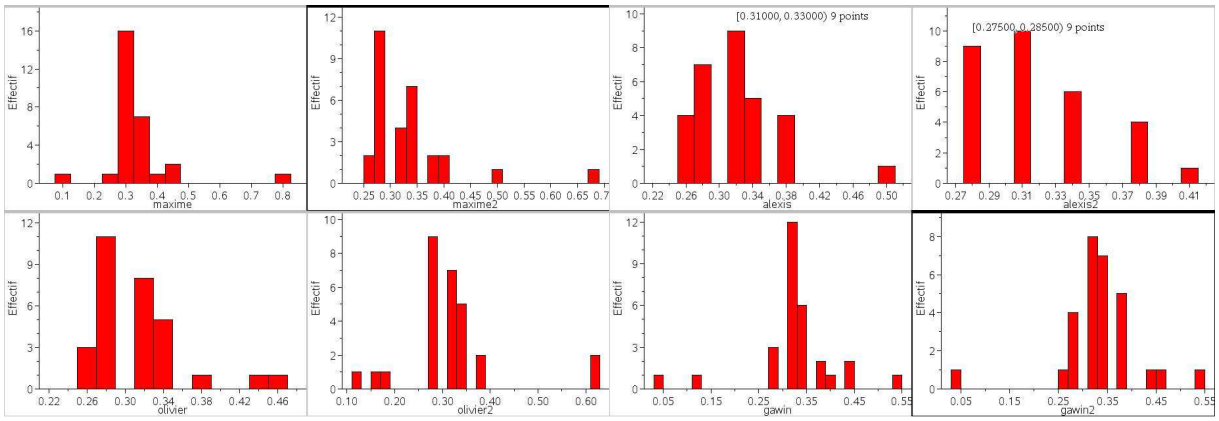


FIGURE 6.4 – Les histogrammes

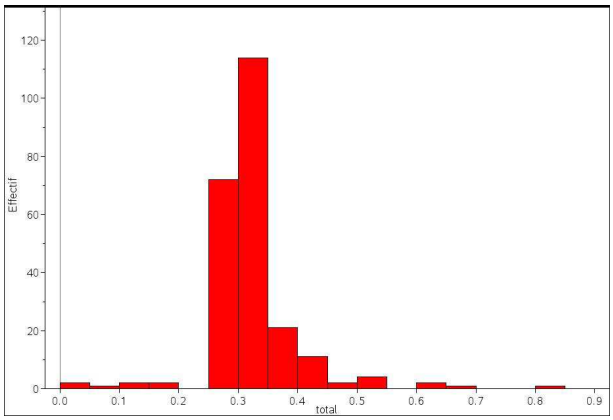


FIGURE 6.5 – Histogramme de l'ensemble des données

Groupe vidéo

Première partie : utilisation du logiciel réaction

Deux filles F1 et F2 testent et enregistrent leurs tenps de réaction sur un ordinateur. Le groupe F1, F2, G1, G2 travaille sur deux ordinateurs. Voir décryptage du travail initial

de G1, G2, page 453. Le professeur passe dans la classe d'un groupe à l'autre. Je nomme Ei les élèves intervenant dans le dialogues autres que F1 et F2, G1 et G2. Je note dans la première colonne du tableau les gestes de F1 et F2. Les gestes sont en *italique*, les dialogues en caractères droits.

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
00	Essai du logiciel Voir Fig. 6.14	E1 : Monsieur, on en fait combien P : Vous faites chacun un essai E2 : C'est enregistré où ? P : Ils sont là. Ils sont là ! Donc si tu regardes dans ton fichier qui s'appelle résultats, tu vois s'il y a la date d'aujourd'hui et l'heure, c'est bon... P : Alors si vous avez assez testé, oui, vous pouvez commencer.
01	*F1 a terminé et cherche ses résultats dans l'arborescence de l'ordinateur.* *Elle déplace le shell sur l'écran et demande au professeur* P : Alors ils sont là, tu vois la date et l'heure et si tu ouvres tu as ta série de données. Hein ? D'accord ? (il prend la souris et montre dans le répertoire le fichier resultats1.csv ; il clique sur le fichier, le tableur s'ouvre) *F1 renomme le fichier*	P : Alors ce qui est important c'est que chacun ait fait deux séries de résultats. Alors il y a un de vous deux qui fait, et il va falloir que les fichiers, une fois qu'ils sont faits, vous les renommiez avec votre nom, hein !
02	*Elle ouvre le deuxième fichier (resultats2 déjà présent) de résultats, le referme et commence une deuxième série* *Quelques secondes d'attente. Rien ne se passe. Elle ferme le logiciel et le relance, clique sur « Commencer », place la souris sur le bouton « Vu » et teste*	P : Bon, tout le monde a pu tester ? Alors vous faites vos vrais séries, hein ? E3 : On est obligé de mettre le nom ? P : Tu mets un pseudo si tu veux ! Moi mon objectif c'est de récupérer une grosse banque de données. P : Bon alors tout le monde fait son expérimentation ?
03	Série terminée, F2 prend la souris ferme le logiciel, le relance et commence	Brouhahas P : Voilà tu fais double clique dessus puis tu le renommes voilà, et après on vous dira comment faire pour le transférer sur votre machine. Tu as fait, toi ? Non, pas encore...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
04	*F2 termine sa série et renomme le fichier.* *Elle relance le logiciel et recommence.*	P : Autrement vous pouvez l'ouvrir et faire enregistrer sous. C'est tout à fait possible. Allez, il faudrait qu'au moins le premier il est fini ses séries de données et qu'il ait enregistré ses fichiers sous son nom. Que tout le monde puisse le faire...
05	*F2 termine sa série, ferme le logiciel et renomme le fichier.*	P : Alors, tu as fini, là. Tu fais fichier, enregistrez sous, voilà et tu mets ton nom... P : Quand les deux ont fini leur série, vous appelez on fera le transfert des données sur les calculatrices
06	*F2 entame sa deuxième série.*	P : Oui, alors, là ton fichier tu l'enregistres sous un autre nom. P : Y'en a un qui est enregistré. Super... P : Est-ce que quelque part, les deux ont fini ? E3 : Bientôt ! P : Oui, alors attends, avant de faire toi, tu as enregistré les tiens ?
07	*F2 finit sa série*	P : T'a fini, là c'est bon ? E5 : Arrêtez là de taper la table. (brouhaha) E6 : J'ai fait zéro cent vingt neuf
08	*Elle ouvre dans le tableur sa première série, puis passe en revue les fenêtre ouvertes sur l'ordinateur. Elle ouvre sa deuxième série puis ferme les fenêtres.*	P : C'est bon ? P : Oui, déjà vous lancer le logiciel, la Nspire CAS, voilà ! Lancer le Nspire-CAS et après vous copiez, voilà...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
09	*F2 lance le logiciel NspireCAS ; la fenêtre d'évaluation s'ouvre. Elle attend.* Cf. Fig 6.15	P : Voilà, bon tu vas récupérer les...tes données, voilà, tu les copies, voilà. Voilà, copier ça devrait aller. P :Oui, vous avez vos données ; vous les copiez, vous les collez dans le logiciel. Les deux séries. Oui, chacun dans un document. D'accord ! Et après on fera le transfert des fichiers sur la calculatrice.
10	P : Continuez l'évaluation...Poursuivre la période d'évaluation *Le logiciel se lance. F2 aggrandit la fenêtre.* *Elle ouvre une fenêtre Tableur & listes* F1 : Copier coller F2 : *ouvre le tableur avec ses premières données. Copie la colonne, et colle dans le logiciel TI.* G : Ah, mais carrément !	E6 : On l'enregistre ? P : Oui, vous pouvez l'enregistrer sous votre nom, par exemple. P : Allez, ça devrait être fini, là.
11	*F1 nomme la colonne dans la cellule « diamand » ; le message « Cette opération va écraser les données de la colonne en cours. Voulez vous continuez ? ». Elle annule, puis ouvre le deuxième tableur et copie ; elle retourne sur le logiciel TI, clique sur « Copier ». Rien ne se passe. Elle retourne sur le tableur, copie, revient sur TI, colle.* F2 : Mais c'est les mêmes : *elle montre avec la main, F1 regarde, pointe à la souris, puis sélectionne tout et supprime.*	Brouhahas

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
12	Elle ouvre le bon fichier, copie, retourne dans le logiciel TI et colle. Elle fait défiler les résultats. Elle ouvre le fichier de F2, copie colle dans le même tableau colonne D. Idem pour la quatrième série.	P : Vous prenez la deuxième case ; poursuivre la période d'évaluation. P : Le logiciel... Voilà ! C'est la tienne celle là ? P : Je te le mets comme ça dans le répertoire courant. Voilà, c'est bon. Tu dois avoir le dossier qui s'appelle E, voilà.
13	Elle parcourt les données avec la souris. F2 montre avec le doigt.	P : Alors vous pouvez soit travailler avec vos machines, soit sur le logiciel, hein ! P : Voilà, c'est fait. P : Vous en êtes où ? Il y en a un qui n'a pas encore fini ? P : Vous les avez ! Super ! Attends, j'arrive, hein ! Je te le mets là, hein !
14	*Les données sont affichées à l'écran, la souris les parcourt. Le professeur passe* : Ah, il aurait fallu faire deux fichiers différents ! Alors, c'est pas grave. C'est pas grave. Euh... Alors, ce qu'on va faire, celui là on va le sauver sur le bureau, déjà. Et puis là, je vais supprimer. C'est qui qui avait la première série de données ? F1 : Moi !	E : On peut prendre la (inaudible) P : Oui, bien sûr. Je le le mets dans Maths, d'accord ? Alors vous l'avez donc sur l'ordinateur et vous pouvez travailler avec le logiciel, ou sur vos machines, d'accord ?
15	P : Voilà, et on va faire enregistrer sous... ici, voilà. Je vous laisse faire. (*il passe vers le groupe suivant*) *Elles enregistrent et ferment ou réduisent toutes les fenêtres*	P : C'est bon. Ben tu fais enregistrez sous.
16	La souris se promène sur le bureau.	P : C'est bon. Qui est-ce qui n'a pas ses données encore ? E : Monsieur, ça peut pas (inaudible) P : Ah, il faudra que je mettes ta calculatrice à jour alors.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
17	*Elles remettent en plein écran le Tableur TI-Nspire avec les données de F1, ouvre le répertoire où sont stockées les données, reviennent sur le tableur.*	P : Vous les avez sur le logiciel TI-Nspire ? Oui, alors maintenant il faut les transférer sur vos calculatrices. Et la votre, elle est là ? C'est celle-là ?
18	*Elles cherchent dans les répertoire de l'ordinateur les autres fichiers.*	*Brouhahas*
19	*Idem ; elles ouvrent le poste de travail ; le referment. Essaient Ouvrir avec. Ferment la boîte de dialogue. Recommencent.* F2 : Cherche le machin ! *F1 passe en revue les logiciels susceptibles d'ouvrir le fichier.*	*Brouhahas, les élèves travaillent en groupe*
20	*Clique sur Parcourir, Mes Documents* *F1 montre avec le doigt. Elles trouvent TI-NspireCAS, cliquent. Un message d'erreur apparaît. Elles le laissent 2 secondes à l'écran, puis le ferment.*	*P discute avec d'autres groupes.*
21	*Elles maximisent la fenêtre du fichier TI-Nspire en cours. Enregistrent sous. Le message « Ce fichier existe déjà. Veuillez entrer un autre nom » apparaît à l'écran. Elles le ferment avec la croix et cliquent sur Enregistrer. Le message apparaît de nouveau. Elles ferment la fenêtre d'enregistrement.*	*Brouhahas, les élèves travaillent en groupe*
21	Minimisent la fenêtre. La maximisent.	P : Ah mais ça fait rien vous ouvrez le logiciel et puis vous ouvrirez le fichier. C'est pareil. Voilà ! P : Alors, Ben tu vireras celle qui ne te plait pas. Non, mais tu sais celle que tu veux sélectionner, tu sais ce que tu veux prendre, hein !
22	*. . .joue avec la souris sur le bureau.*	*Brouhahas, les élèves travaillent en groupe*

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
23	*...joue avec la souris sur le bureau.* ... ... P : Vous avez pas transféré encore ? F1 : Non P : Bon, allez on ya va. Lancez le logiciel qui fait la liaison. (*Elles lancent TIComputer link*) Voilà. F1 clique sur Actualiser. cf. Fig 6.16	*Brouhahas, les élèves travaillent en groupe* P : C'est sur la machine, vous avez transféré ? E : Oui. P se déplace : Vous avez sur votre machine ?
24	P : Là c'est la machine à qui ? F1 : Moi (*F1 transfert le fichier vers sa machine, une première fois sans succès, une deuxième fois correctement*) P : Voilà ! Donc vous avez, vous avez...	P : Donc ceux qui ont transféré, vous pouvez vous mettre par groupe de quatre. Alors vous vous mettez où vous voulez, hein ! Pour faire votre choix et discuter. Hein, d'accord ?
25	F1 : Monsieur, mais combien on a de choix ? P : Entre les quatre, oui. Vous choisissez celle que vous voulez. *F1 a sa calculatrice en main.*	P : C'est transféré ? E : Ouais ! P : C'est bon ? P : Alors, ceux qui veulent vous pouvez travailler autour d'un ordinateur, éventuellement. Vous vous mettez par groupes de quatre.
26	*Un clic sur un fichier tns non associé sur l'ordinateur au logiciel. Message de demande de recherche d'un logiciel sur le web. Le navigateur s'ouvre mais l'ordinateur est hors connexion. Elles ferment le navigateur.* *Elles relancent le logiciel Computer link,...*	Brouhahas, *les élèves se déplacent et reforment des groupes de 4.* P : Si vous voulez vous pouvez vous mettre sur les tables là-bas, si vous préférez (il désigne l'espace de cours, page 207)

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
27	...ferment la fenêtre de connection. Elles ouvrent TI-NspireCAS *Elles ouvrent un fichier. Rien n'apparaît. Elles recommencent. La fenêtre Tableur avec les quatre séries de données apparaît.*	P : Comme vous préférez... Vous vous mettez autour d'un ordi ? Allez ! Brouhahas (*les élèves se déplacent dans la classe*)
28	*Elles parcourent les données avec la souris*	P : (*se déplace dans la salle*) Bon, je fais le point, vous êtes groupé comment, là ? Tous les quatre ? E : Tous les trois ! P : Tous les trois. OK, là, vous êtes quatre. Et là vous vous mettez aussi à quatre ?
29	*Elles montrent les données successivement avec la souris, et la main. Elles sélectionnent une colonne, puis enlèvent la sélection.*	P : (*s'adressant à un groupe)* Vous savez faire des calculs de moyenne, faire das calculs statistiques, je vous avais donné la fiche. P : Ça doit être des valeurs isolées.
30-35	*Interruption : changement de position de la camera. Le micro est maintenant placé entre F1 et F2, le champ de la camera couvre le bureau et l'écran de l'ordinateur.* Cf. Fig. 6.17	

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
36	*F1 et F2 ont posé la fiche de calculs sur la table et lisent et commentent.* F1 : où la variable ? F2 : la valeur... J'ai rentré... Mais comment on fait pour faire... F1 : Attends, déjà il faudrait F2 : (*montre l'écran*) Attends, j'ai rentré, euh F1 : on a toujours deux valeurs F2 : Mais, comment on fait après... F1 : (*montre la fiche*) Bon, déjà, celle là on va pouvoir Elles s'interrompent pour écouter. F2 : Ah c'est pour ça qu'il fallait pas... Attends (*Elle prend la souris, ouvre une nouvelle page, fractionne*). F1 : Horizontalement. *F2 ouvre le menu : il faudrait rajouter ça, non* (*elle montre la première page, parcourt le menu, revient sur la première page, change l'ordre des fenêtre*).	Brouhahas E1 : On va prendre la meilleure. E2 : Pas celle là !
37	*F1 revient sur la deuxième page montre la page Tableur.* F2 : tu mets ajouter Tableur et listes (*F1 le fait*). F1 : controle (*elle parcourt avec la souris une colonne de données*). F2 : Tu copies. F1 : Toutes ? F2 : Copies en déjà une, la tienne, et puis si...(*F1 surligne une colonne*). F1 : Je copie les deux ou non ? F2 : Ouais, copies les deux ! F1 : Les deux. (*F1 Copie les deux colonnes, elle retourne sur la deuxième page, ouvre l'affichage du clavier*) Je fais ctrl menu ? F2 : Oui, ctrl menu.	P : C'est où alors vos documents ? P : Doucement...Les fichiers point, point tns, ils sont où ? E : Sur le bureau.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
39	F1 : Menu, y'a pas menu (*elle clique sur la touche Ctrl, elle cherche avec la souris, clique sur la touche 5 puis clique dans la fenêtre* F2 : ou alors on a le même en haut et on voit pas. F1 : Monsieur, comment on fait pour, ici, là, pour... P : Qu'est ce que tu veux faire ? F1 : Ben faire un graphique pour voir à peu près laquelle est la plus... P : Oui, ben tu cliques là avec le bouton droit (*il montre la demie fenêtre du bas)* et tu demandes ajouter. Tu cliques (*F1 s'exécute*) Voilà, hein, Ah mais oui, ça y est t'as déjà ajouté, alors voilà, tu peux pas, parce que tu n'as pas nommé tes colonnes. F1 : Ici, là ? (*elle montre le Tableur*). P : Oui (*F1 clique dans la cellule, prend le clavier*) Hein ? On les avait nommé na et nb, donc là, je ne sais pas, tu les appelles comme tu veux, mais...(*P s'éloigne*).	P : Et pensez bien à ce que vous allez exposer à vos camarades, pourquoi vous avez fait ce choix là.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
40	F2 : Et bien après... F1 : Je comprends pas trop à quoi ça sert. Tiens là je vais essayer de faire ça (*elle pointe sur la feuille*) C'est laquelle la tienne ? Ben ouais faudrait faire menu. F2 : Ben ouais. F1 *Elle ouvre le menu parcourt les possibilités, le ferme* : Ah mais c'est pas ça *Elle ouvre le clavier de la calculatrice* F2 : Et si tu mettais dans une grande fenêtre ? F1 : Où ça ? F2 : Non, non, j'ai rien dit....*Elles se replongent dans la lecture de la fiche.*	

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2	Discours
41	F2 : Il doit y avoir un autre truc, non ? F1 : Là, là...Mais y'a pas de menu ! *Elle se renverse en arrière regarde l'écran. F2 prend la souris, enlève le clavier de la calculatrice* F2 : Si ça se trouve, euh... Ouvrir le menu variable, attends, mais c'est pas ça ? *Elle montre la feuille, F1 regarde.* Non, je crois pas que c'est ça. *Elle parcourt les menus.* F1 *se retourne* : Monsieur ? On peut pas... Y'a pas de menus ici ? *Elle montre la fenêtre Données et statistique.* P : Cliquer pour ajouter une variable. Donc, là vos variables elles apparaissent dans la liste. F2 : Ah ! F1 : On peut mettre ça dans un tableau comme ici (*elle montre la feuille* un histogramme et on n'arrive pas à trouver le menu *la cloche sonne, P montre le menu.* F1 : Ah ! Merci ! D'accord *elle reprend la souris pour refaire la manip ; elles se lèvent et sortent.*	

Deuxième heure

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
42	*Elles reprennent* F1 : Ah donc c'est 0.38. Ah mais y'a un truc là. F2 : Montre *F1 passe de l'affichage de l'histogramme de la première série à celui de la seconde.* F1 : Alors la deuxième fois... On prend na *Elle change de représentation*, non nb parceque c'est celui qui est plus significatif parce que le 0.38 il est plus grand. *Cf. Résumé des résultats du groupe, page 450.* F2 : Et alors ? F1 : Ben... *Elle s'adresse à G1 et G2* Oh, on fait comment pour trouver les critères ? Genre là *Elle tourne l'écran* on prend nb, parce que na est dans le, la colonne elle est moins grande. (rires)
43	G1 : On a fait les moyennes. G2 : On a dit qu'on prenait les moyennes les plus basses. F1 : Regarde parce que là c'est 0.38 *elle tourne l'écran vers G1 et G2 et le montre et change de représentations.* F2 : Mais oui, on n'a qu'à prendre les moyennes ! F1 : mais c'est plus significatif parce qu'il est plus grand. F2 : Mais F1 ! On n'a qu'à prendre les moyennes ! *Elle retourne l'écran* Je fais la première, tu fais la deuxième. F1 : Mais où alors ? Y'a moyen de faire les moyennes avec ça *Elle se tourne vers Gs* Comment on fait les moyennes ? G : Dans l'ordi ? F1 : Ouais *elle retourne l'écran* Je prends tout ça là *elle sélectionne la première colonne.* G1 : Non, non, fais x *il montre l'écran.* F1 : Là ? G1 : Non, x ! F1 : C'est quoi x ? G2 : Là, en haut, clique ! x barre ! *F1 voit le menu noté* $\overline{X}$ *et l'ouvre* Statistique à une variable... le premier F1 : Ah ! Pardon (rires) elle ouvre le menu. G1, G2 : OK ! *F1 clique sur OK* là tu choisis, na ou nb, tu choisis. F2 : na *elle montre sur l'écran.* G1 : Petite flèche, petite flèche. F1 : D'accord *elle le fait.* G1 : tu la mets dans la colonne.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
44	G2 : Tout en bas *il montre le menu* tu mets D ou ce que tu veux. F2 : Ben C...*F1 tape sur le clavier* . G2 : Non, ça prend deux cases. F1 : Ah, ok D. G2 : Et ta moyenne c'est x barre. C'est 0.38. F1 : Et comment tu sais . G1 : Ben c'est marqué ! F1 : Et ben, j'avais raison ! F2 : Faut que tu fasses la deuxième aussi... Pourquoi tu dis ça ? J'avais raison, ouais (rires) *F1 refait la manip pour la deuxième colonne* La mieux c'était la deuxième. F1 : Mais comment tu sais que c'est mieux ? F2 : La moyenne, ça veut dire que t'as eu moins de temps de réaction, un temps plus réduit...
45	F1 : Donc on prend D. F2 : Ouais. F1 *fait dérouler le tableur* Oh ! qu'est ce que j'ai fait ? Ah, non, ça va (*elle retrouve ses données*) c'est bon, c'est bon ! On fait les tiens maintenant ? F2 : Je peux faire (*elle prend la souris ouvre un nouveau fichier. F1 montre le micro*). F1 : Y'a un micro. G1 : On est écouté. G2 : Ah, mais c'est pas grave. G1 : normalement, il doit pas te faire signer quelque chose comme quoi. G2 : C'est anonyme, normalement. Tu verras quand tu passeras sur la vidéo t'auras un truc sur la tête. F1 : Ouais, on va passer à la télé (rires). G1 : Ouais on te verras sur TF1 ! Aux infos ! *Pendant ce temps F2 récupère ses données et fait afficher les caractéristiques.* F1 : Donc ! Comment on avait fait. Ah oui !
46	F2 : Non mais comment on fait pour couper la page ? Attends, tend, tend... *Elle cherche dans les menus.* F1 : Non mais regarde là. F2 : Ben vas-y. F1 : Non, mais attends, je sais pas faire *elle montre l'écran.* F2 : Non mais d'abord faut rajouter. F1 : Mais, non, non, il faut pas ajouter. Faut juste séparer en deux. Putain, c'est où ?...là ! *elle montre le menu* Non, c'est là-haut ! Ben appuie ! *F2 parcourt tous les menus et finit par trouver* là ! *F2 partage son écran en deux.*

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
47	F2 : Alors, c'est Données et statistique *elle parcourt le menu et ouvre une fenêtre adéquate.* F1 : attends, donne ton nom pour la première *elle retourne dans la fenêtre tableur, nomme les colonnes.* F2 : Non, mais en fait, on s'en fout de faire l'histogramme *F1 tape sur le clavier.* F1 : Mais non, tu vois bien que l'histogramme ça nous donne la moyenne. F2 : Trop pas ! F1 : Mais bien sûr que si ! F2 : Tout à l'heure on aurait pas su... savoir. F1 : Ben si ! Regarde mon histogramme. *Elle montre l'écran, F2 affiche un diagramme en bâtons de sa série.* F2 : Et après ? F1 : Ah non, je sais, c'est pas clic gauche ? *F2 parcourt les menus.*
48	F1 : Par exemple là, c'est 0.31 ta moyenne (cf. Fig 6.18) et là, c'est 0.32 (*elle a changé de série, cf. Fig 6.19*) parce que là, regarde là (*elle montre les fichiers ouverts. F2 clique et ouvre le fichier des données puis revient sur l'écran partagé des données de F1*) et ben regarde là *elle montre la colonne et la parcourt avec le doigt* 0.38 ! (cf. Fig 6.20, 6.21). F2 : Y'en a une qui fait l'écart de tout ça ! (*elle change de représentation graphique*). F1 : Ah oui, c'est pas précis, en fait ! F2 : Ouais c'est pas très précis. F1 : Ouais mais c'est bon. Maintenant il faut qu'on fasse la moyenne. F2 : Ben 0.31. F1 : Oui, mais parce que c'est pas très précis. F2 : Alors *elle ouvre le menu statistique et fait afficher la moyenne.* F1 : *se tourne vers G1G2* Vous, vous trouvez quoi ? G1 : Ben là on voit dans nos quatre, laquelle on veut présenter. F1 : D'accord. Et vous avez trouvé ? G1 : Ben dans les quatre (inaudible). F2 : Ben non regarde dans le deux c'est 0.33 c'est pas 0.31...t'as vu ? F1 : Ah mais si ! Si, c'est bon. Parce qu'en fait c'est un peu la moyenne des deux *elle montre à l'écran les deux colonnes les plus hautes de la représentation de la première série de F2 (Fig. 6.18 avec un geste faisant mine de regrouper les deux colonnes : Fig. 6.22).*

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
49	F2 : Voilà, on n'a pas à choisir. G : On doit faire la moyenne de la moyenne. F1 *s'adressant à F2* : Ah ! Tais toi ! Ils disent qu'ils font la moyenne de la moyenne. F2 : Et là, 0.33. F1 : C'est bon on a choisi. Toi c'est quoi ? F2 : Ben moi, c'est 0.33. G1 : 0.33 de moyenne ? G2 : Vas y donne moi trois chiffres significatifs après la virgule. F1 : 0,33333333 ... G2 : Attends... F2 : Ben ça on l'enlève. F1 : Mais en fait on sait pas laquelle on prend, là. Comment vous *elle tourne l'écran vers G1 et G2.* F2 : Mais si ! On sait ! c'est le plus petit là *elle montre l'écran et les deux calculs de moyenne sur le tableur.* F1 : *se tourne vers G1G2* Faut prendre la plus petite des deux ? F2, G : Ben oui. F2 : Ben, tu vas pas prendre la plus grande, ça veut dire que (inaudible) (rires) G : T'as quoi ? F2 : Je sais pas. Trente huit quelque chose. 0.38 !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
50	G2 : 0.38 ? F1 : 0 38, 1, 2, 6, 7. F2 : Et vous c'est quoi ? *F2 manipule sa calculatrice.* G1 : C'est 0.3 et 1 6. G2 : 0 32. F2 : Bon ben c'est toi, alors. F1 : attends, on va pas dire ça, quand même. Bon ben il avait un meilleur temps de réaction que nous alors on a pris lui. G1 : Tu prends quoi. Celui qui a le plus petit X... G2 : Non moi je prend celui qui est pile poil de la moyenne des moyennes. F1 : Ah ouais ! C'est trop intelligent ! G2 : C'est 0 33. Donc c'est F2 gagnante ! F2 : Je me rapproche le plus de quoi ? F1 : De la moyenne de nous quatre. F2 : Ah ouais ? (inaudible) *F2 montre l'écran* F1 : Alors du coup on prend celle là. (*F1 surligne sur l'écran les caractéristiques de la série*) F2 : Mais la moyenne des moyennes... F1 : Ben si comme ça c'est euh... F2 : Bon, ben c'est la mienne.... Ça veut dire que moi, je suis normale (rires)
51	F1 : *ferme sa calculatrice* Et pourquoi il y un transparent ? Faut noter des trucs ? G : Faut noter des trucs dessus. T'écris bien ? F2 : T'écris bien F1 ! F1 : Ah non *elle se penche pour prendre le transparent* Faut que j'écrive à l'envers pour que...*elle prend le feutre et s'apprête à écrire* Je note quoi ? G1 : Met un petit titre, genre réaction (rires) G2 : Si on écrit à l'endroit ça va ? F1 *écrit* : ah, c'est trop bizarre ! *lève la tête vers G2* Mais oui, ça marche, je vais pas écrire à l'envers ! G2 : Ah ben, j'sais pas c'est toi qui le dit. F2 : Réction ? F2 *pose la tête sur la table. Rires* : Ça commence bien. Bon, alors, met un petit a. G1 : C'est pas plastifié ? Si tu fais un peu comme ça *Il essaie de gommer avec le doigt*...Même pas ! F1 : Oh, putain ! *elle frotte avec le doigt.*

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
52	F2 : Vous faites quoi, là ? F1 : Ben on efface. G2 : Bon, on va te laisser écrire, je crois. G1 : Vas y on va d'abord marquer nos trucs. F1 : Déjà, on marque vous, comment vous avez choisi entre vous deux. F2 : Non, je pense pas ça. G1 : Nous, on a pris la meilleure moyenne. G2 : La moins... La plus petite. F1 : Après pour expliquer, on marque quoi ? *elle se torune vers F2* Vas y ! F2 : Et, t'es grave, toi (*rires*). Alors tu mets G1. G2 : et G2 *F1 écrit.* F2 : Toi, tu mets G1 moyenne. Les deux moyennes de G1. Après tu mets on a choisi la moyenne la plus faible. F1 : C'est quoi tes deux moyennes ? G2 : On s'en fout de ça, non ? F2 : Mais si ! Elle est où ta moyenne ? G1 : 0 326. F1 : Attends, tends,tends tends ! 0 326. G1 : 0 326 6 3 et 0 326 66. G2 : Moi j'ai fait 0 31 et 0 38.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
53	G1 : 0 326 ; mais met pareil. Après tu dis on a choisi les plus faibles des deux séries. Met G2, 0 316. G1 moyenne. F1 : Ah putain ! *elle s'applique.* F2 : Donc attends ! On marque quoi ? F1 : Tu me fais bouger !... 0 combien, déjà ? G2 : 0 316. F1 : Et voilà ! Et alors ? G1 : Ensuite, euh. F2 : On a choisi... G1 : Mais non, mais vous aussi ; on les met toutes. F2 : Il aurait fallu que tu mettes les deux moyennes et après, on a choisi. G1 : Tu mets directement. F1 : Que là, c'était quoi ma moyenne ? *elle prend la souris, regarde l'écran* G1 : 0 381. F2 : 0 38. F1 : Euh 0 quoi ? F2 : 0 381... en moyenne F1 : Mais non ! F2 *prend la souris, change de fenêtre* Regarde, si t'enlève. F1 : C'est la tienne ! Moi, c'est pas ça. F2 : Si ! F1 : Si ! Ah mais j'ai *elle écrit.* F2 : Non, en fait c'était 0 381. F1 : 0 virgule...
54	G1 : Chacun a chois la moyenne la plus petite de ses deux séries. F1 : Tac, tac, tac-tac ; et voilà *elle entoure les moyennes sur le transparent* F2 : Tu mets une petite accolade. F1 : Non, mais, une petite accolade pour nous deux, une petite accolade pour vous deux. G1 : Mais non parce que les deux c'est les mêmes choses. F2 : Non, après si on met *elle montre la feuille* On a choisi la meilleure moyenne de nos deux, ou la plus petite moyenne de nos deux séries. G1 : Chacun a choisi. F1 *écrit* Trop tard... F2 : Mais ça on aurait du le mettre avant. F1 : On va pas dire on a choisi la plus petite, après on a choisi la plus petite après on a choisi la plus petite *elle montre sur le transparent l'emplacement possible* ; on peut dire on a choisi la plus petite.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
55	*Le professeur intervient dans le groupe voisin ; pendant ce temps F1 et G1 continuent à travailler et discuter* *E : Monsieur on dit quand on a enlevé ?* *P : Comment ça ? Vous avez enlevé quoi ?* G1 : Ouais mais c'est chacun...ça veut dire c'est la plus petite. *E : On explique pourquoi on n'a pas pris celle-là.* F1 : De toutes façons ça reviendra au même : si on a choisi la plus petite moyenne des deux, et puis après la plus petite moyenne des deux, on a déjà fait la moyenne. *P : Oui, voilà ! Vous donnez vos critères de choix pour euh. Si vous dites ceux que vous n'avez pas pris ça peut être aussi pourquoi vous avez choisi, hein, ça va se rejoindre. S'il y a des arguments différents, par contre, ben signalez les. On a déjà éliminé telle ou telle série pour telle ou telle raison, .* F2 : Là, on est en train de dire que ta série de réaction on a choisi la meilleure moyenne *elle montre l'écran* la plus petite moyenne de toi ! F1 : Ben c'est ce que j'ai dit ! G1 : On a choisi la plus petite moyenne, ça veut dire que là, on va prendre celle-là. *il montre le transparent.* F2 : La moyenne de chaque, de chaque... G1 : De chacun. F1 : Oui, bon c'est pas grave ! F2 : De chacune de nos deux séries de réaction. F1 : Des quatre, euh ! G1 : Oui, mais chacun en a deuxième. F1 : Bon vas y marque ! F2 : Mais non t'écris bien comme ça. F1 : La plus petite moyenne, je vous écoute ! F2 : De nos deux séries de réaction *F1 écrit* F1 : Tout le monde est d'accord ? F2 : Et on a obtenu ces valeurs là ! *F1 écrit.* G1 : On a obtenu les valeurs précédentes.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
56	F2 : Ouais les valeurs précédentes. F1 : Obtenu ? G1 : Je sais pas ! F1 : Oh ! Putain, merde ! G1 : Je suis pas un passionné de l'orthographe, personnellement ! *F1 efface avec son doigt.* F2 : C'est pas grave. *F1 écrit.* F1 : C'est un a ? F2 : Précédente, non ! G1 : Où c'est que tu vois un a dans précédente ? F1 *F1 continue d'écrire* : On a fait la moyenne. *Interruption de l'enregistrement reprise deux minutes plus tard ; .*
58	G1 : Tu peux marquer tous les détails de la liste. F2 : Ah ouais. F1 : Non, on va pas marqué tous les détails de la liste. F2 : Mais on s'en fout ! *F1 a repris la souris et déplace le curseur sur l'écran.* G1 : C'est la 0 333 ? F1 : C'est quoi somme des x, là ? *elle montre à l'écran Fig. 6.23 page 458.* G2 : La somme des valeurs de la série. F1 : C'est quoi ? G2 : La somme des valeurs de la série. En gros si tu fais machin plus machin plus machin, ça fait 10. F1 : C'est quoi machin ? G2 *se penche et montre sur l'écran* : Ça plus ça, plus ça, plus ça, plus ça. F1 : Ben, c'est bien 10 ? Ben c'est un rond ? *elle change de fenêtre* Mais qu'est ce qu'on peut bien dire ? G1 : C'est ça la somme des x ? Mais c'est pas possible ! F1 : Ah oui, on peut dire ça va de 0,25, c'est la plus petite, jusqu'à...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
59	G1 : Ben oui, le minimum, c'est 0,25 et le maximum c'est 0,5. Tu mets ce qu'il y a de marqué ; minX, maxX... Série de F1 ! *F1 s'apprête à écrire sur le transparent.* F1 : D'accord ! *Rires, elle écrit* Comme j'écris mal !... J'écris minX ? F2 : minX, minX ; ouais, on s'en fout ! F1 : 0 25. Mais ça ça sert à rien ! F2 : Ben ouais ! F1 : Ben voilà, minimum, maximum. G1 : Minimum, maximum. F2 : Le quartile un, le quartile deuxième. F1 : Elle est de moins en moins concentrée.
60	G1 : Ah ouais, fait un petit graphique, c'est la classe ! F1 : Ah ben ouais, je dessine ! F2 : Ah non, non ! G1 : Non, attends on va faire le diagramme, tu sais, le machin en bâtons *G1 prend la souris et parcourt les menus.* F2 : T'a pas une courbe, tu peux pas faire une courbe ? G1 : Boîte à moustaches ! *Il représente la boîte à moustache de la série à l'écran.* F2 : Et on peut dire quoi quand t'as fait ça ? G1 : Je sais pas *Il prend le troisième quartile et l'étend avec la souris.* F1 : Et t'as pas le droit de faire ça ! Tu changes toutes mes valeurs ! *G1 continue* Ah mais on s'en fout c'est la série A. G1 : On a de la chance, hein ! *Rires* Tutulututu... Tu fais une bonne moyenne ! *Il déplace la boîte de façon à amener le troisième sur le premier quartile, puis il diminue le premier quartile.* F2 : Bon, ça va tu t'éclates ? G1 : Elle a été rapide ! Non, mais on va changer. Elle s'appelle comment l'autre, nb ? F1 : Ouais. F2 : Du coup, tu m'as changé toutes mes valeurs ! G1 : Pas grave. F2 : Sympa, hein !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
61	F1 : Voilà regarde, elle est bien celle-là ! *G1 a affiché la représentation graphique de nb, F1 la pointe de la main* Elle est bien celle-là ! On peut dire que... F2 : Moi, je trouve qu'on peut un peu rien dire *ils regardent l'écran.* G1 : Et pourquoi, y'a des points là ? Ça me stresse ! F1 : Regarde sa médiane *elle montre la médiane sur la boîte à moustaches*, c'est bien la médiane ? Elle reflète un peu la moyenne ! G1 : Elle reflète la moyenne ? ! F2 : Elle est 0 33 la moyenne et là elle est 0 31 G1 : Bon, allez, représente, ça sert à rien, c'est pour le fun ! F1 : Je fais un petit dessin alors ? *elle reprend le stylo.* F2 : Mais on s'en fiche de ça ! G1 : Mais tu veux faire quoi ? F1 : Mais allez, on fait. Allez, envoie une règle. Mais si ! F2 : C'est bien parce que c'est ton anniversaire ma vieille, sinon je ne te laisserai pas faire. F1 : Mais, regardes ! Tu veux qu'on fasse quoi, sinon ? Ça peut nous aider pour dire qu'on a choisi la tienne parce qu'elle est... *Rires* F2 : Allez, je t'écoute ! *elle se renverse en arrière.* G2 : Vous avez mis quoi là dedans ? *il montre le transparent* Franchement, c'est nul. Ça sert à rien ! G1 : F1 s'est mis à faire un joli graphique. *F1 commence le dessin, G1 tire le micro.* F1 : On est sur écoute ! F2 : Il le dit le plus fort encore ! G1 : *passe derrière la caméra* Eh ! F1 on voit juste ta tête, et pis l'écran. F1 : J'ai les cheveux tout moche... Bon, là je ne sais plus, vous m'avez perturbé ! Je mets quoi ? Je mets là *elle montre l'écran et compte les unité* un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize,... *elle reporte su le transparent* quatorze ! P : On se laisse encore cinq minutes et après on fera la synthèse des travaux des groupes ! F1 : On n'a même pas dit pourquoi on l'a faite. P : Y'a que F1 qui travaille, là ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
62	G1 : Ah, non, ben non ! P : D'accord ! G1 : Ton trait est pas très perpendiculaire au bord de la feuille *F1 tourne sa feuille, prend un peu de recul.* F2 : Ben voilà. F1 : Je mets 0 25 ; on a dit que c'était 0 25. G1 : Entre 0 24 et 0 26, hein ! F1 : Oui, donc 0 25 ! Donc je mets 25. 26, 27, 28, 29, 30 ! *Elle marque les valeurs.* G1 : 0 34. F2 : C'était plus de 0 34, hein !
63	F1 : Elle est où, celle là ? *elle pointe à l'écran la valeur extrême* ; Hou là, mais je vais jamais trouvé, ça ! 35, 36, ah oui ! ? G1 : C'est pas grave, tu mettras à la fin. F1 : Genre, des petits points ! Tac, tac... Cest beu *Rires* ; mais non c'est 0 5. G1 : Regarde ! Le max il est à 0 5 *il montre la partie tableur de la fenêtre.* F1 : Ah ouais ! Et la, du coup, les valeurs extrêmes sont ? G1 : Ben 0 25 c'est le minimum. F1 *en traçant la boîte* : Ça va être très moche ! Attends, ça c'est minimum. C'est là et là ? *E : dans un autre groupe : le minimum, l'écart-type.* F1 : Tu vois, elles sont en train d'en faire un ! *s'adressant à E* : ça vous sert à quoi de faire un truc à moustaches ? E : Mais on l'a pas fait !... Mais c'est une bonne idée, hein ! F1 : Ah ! Ah ! Pourquoi ? Et pourquoi, c'est une bonne idée, s'il te plait ? E : Ben, parcequ'on voit bien ! En même temps tu peux pas comparer si t'as pas les autres. F1 : Tu veux que j'en fasse d'autres ? ... G1, c'est toi qui présentera, ça, hein ! G1 : Ah non ! F2 : Ah faut qu'on présente en plus de ça ? F1 : Ben ouais !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
64	F2 : C'est F1 qui a decidé et c'est son anniversaire ! G2 : Elle a tout fait, ça serait bien qu'elle présente ! F1 : Ben, non, justement ! F2 : Ah, elle a tout fait alors elle présente. G1 : Ben ouais. F1 : Ben t'es gonflé, toi ! ! Et voilà, regardez comme c'est beau ! *elle montre le transparent.* G1 : C'est bien. Attends, on va faire des petits traits au bout. F1 : Ah mais, c'était joli mes petits points, là ! Non ? G1 : Ben, faut remplir l'espace, hein ! F1 : Ben, fais en un deuxième. On dit que ça c'est plus représentatif, parce que l'autre, par exemple. *elle change de fenêtre à l'écran et affiche une autre boîte à moustaches* Oh ! Il est encore mieux le mien !
65	G1 : Pourquoi, il est mieux ? F1 : Ben, je sais pas *Rires.* *Le professeur s'adresse au groupe voisin : Ben, vous présentez vos données éventuellement et vos critères.* *P : Pourquoi vous avez fait tel ou tel choix ; il faudra que vous justifiiez.* *E : Donc, en fait on met le transparent et puis on parle.* *P : Ben oui, voilà ; je ne sais pas ce que vous avez comme argumentation, si c'est tout clairement justifié ou pas. Vous compléterez, hein !* *P : Vous y avez réfléchi, vous êtes à peu près au clair ? E acquiesce de la tête. Bon ben maintenant, je vais vous poser une question : si jamais c'est pour un test d'embauche d'un pilote d'avion par exemple, ou bien d'un sprinter. Est-ce que ça changerait vos critères ? Et à ce moment là, qu'est ce que ça changerait dans vos façons de choisir ?* *Les élèves écoutent. Le professeur s'approche* : C'est pareil, vous aviez fait à peu près votre choix ? F1 : Oui, mais on sait pas bien. P : Parce que donc, pardon ? F1 : Enfin, oui ! P : Donc, vous avez entendu. Ce que vous pouvez vous poser comme question, là, c'est : si on a quelqu'un à prendre en particulier dans un test d'embauche.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
66	donc, un pilote d'avion, ou un sprinter, est-ce que ça changerait vos critères ? G1 : Ouais ! P : Hein ? Et, si oui, qu'est ce que ça changerait ? Qu'est ce que vous choisiriez ? G1 : Ben on prendrait le plus petit. P : Et bien, précisez le, vous pouvez le rajouter. *Le professeur s'éloigne.* F2 : On prendrait celle de G2. Comment il a fait lui, pour faire aussi bas ? Il a fait comme ça *elle tape régulièrement sur la table (rires).* F1 : Attends, je fais un petit trait, je fais... F2 : T mets : si nous serâmes... F1 : Serâmes ! *rires* F2 : Si nous serions. G1 : Si, si... F1 : Ça sert à rien de dire ça. F2 : Devrions embaucher. G1 : Pour le choix d'un sprinter. F2 : Pour le choix d'un... G1 : Dans le cas d'un sprinter... F1 : Dans le cas. Voilà c'est bien ça, dans le cas. F2 : Dans le quoi *Rires.* F1 : Dans le cas de... F2 : D'un embauche *Rires.* G1 : D'une embauche... F2 : D'une embauche.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
67	F2 : On dit une embauche ? Ah ouais ! P :D'ici deux ou trois minutes, là on fera la synthèse ! F2 : Dans le cas d'un entretien d'embauche. F1 : Trop tard ! F2 : D'un sprinter. G1 : Entre parenthèses sprinter ou pilote d'avion. F1 : Comment t'écris sprinter. F2 : S P R I N T E R *F1 écrit.* F2 : ou d'un pilote d'avion, nous prendrions la moyenne la plus faible. F1 : Mais non, notre... F2 : Notre choix. F1 : Notre, euh, notre... F2 : Conscience *Rires* G1 : Notre choix se baserait sur... F2 : Notre opinion. G1 : Non, pas opinion. F2 : Pourquoi t'as mis une majuscule alors qu'on vient de commencer la phrase ? F1 : Dans le cas d'une embauche, point. Notre machin *Rires* G1 : Décision. F1 : Non, c'est pas ça que je voulais dire, notre euh truc pour y arriver au résultat, notre euh... G1 : Parcours. F1 : Ouais, un peu ça...*5 secondes* Bon notre choix. F2 : Non, non, non, notre euh. Bon vas y ! *Rires. F1 écrit* Notre choix aurait été différent. *F2 dicte.* F1 : Aurait été *Elle prononce aurait tété* . F2 : Nous aurions choisi la moyenne de G2, c'est à dire... G1 : la plus basse, c'est à dire *Rires* F2 : la plus basse, c'est à dire *Rires*
68	F1 : Non, nous aurions préféré. F2 : Nous aurions choisi. F1 : Mais choisi, choix. G1 : Ouais mais tu fais pas une disserte de français. E : Faut marquer la réponse de cette question ? F2 : Ben oui, nous on y marque. *F1 écrit* F1 : C'est intéressant... Euh, c'est important dans ce métier. F2 : Car c'est important dans ce métier, je sais pas moi.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1 et F2 et discours
69	F1 : Mais là, il faut qu'on trouve d'autres critères, c'est naze ! En plus on a un grand blanc ! G1 : T'as qu'à marqué Q1, médiane. F1 : Ah oui *Elle reprend le transparent* Ah, putain ! Mais c'est marqué *elle montre la boîte à moustaches* ; mais c'est pas exactement ça. G1 : C'est 0 vingt euh. F1 : Voilà ; c'est bien pour aujourd'hui ! G1 : Fais un petit sourire à la caméra ! Qu'il soit content ! F2 *en se tournant de face à la caméra* : C'est l'anniversaire de F1 aujourd'hui
70	F1 : C'est toi qui passe pour une conne, là *Rires.* *Petit intermède sur l'anniversaire de F1.* F2 : Voilà, c'était pour remplir le blanc ! F1 : Je peux faire un petit dessin si vous voulez ! Un petit bonhomme ! G1 : Fais un petit bonhomme comme ça ! *Rires.* F2 : Je crois qu'on a fini, hein ! F1 *prend la souris montre l'écran* : Pourquoi, y'a des points là ?
71	G1 : Pour trouver le barycentre *Rires.* F2 *en cherchant le point d'équilibre de son double décimètre* Ben oui, c'est le milieu. P : Bon, on va passer à côté pour faire la synthèse des groupes. F1 : Bon, on ferme tout, alors ! *elle prend la souris et ferme les fenêtres ; ils se lèvent* *Fin de l'enregistrement*

Mise en commun

Le premier groupe est le groupe de trois élèves (Mamoud, Maklouf, Kader), le travail de ce groupe n'a pas été observé. (Voir page 208)

début d'enregistrement

1 Prof On vous écoute ! Alors quels sont les critères que vous avez retenu ?
2 E1 Alors c'est la moyenne et la médiane ; c'est 0 25 pour la moyenne et 0 27 pour la médiane. Aussi on a pris les valeurs extèmes, c'est 0 219 et le maximum 0 375 ; et euh ! On a fait aussi
3 Prof Mais la question c'était quelle série vous avez choisi en fonction de quelles critères ?
4 E1 Celui de K
5 P Celui de K, oui, alors pourquoi vous avez choisi cette série là ?
6 E1 L'écart entre les valeurs extrêmes était minimum
7 P L'écart entre les valeurs extrêmes, c'est à dire entre le minimum et le...
8 E1 Maximum

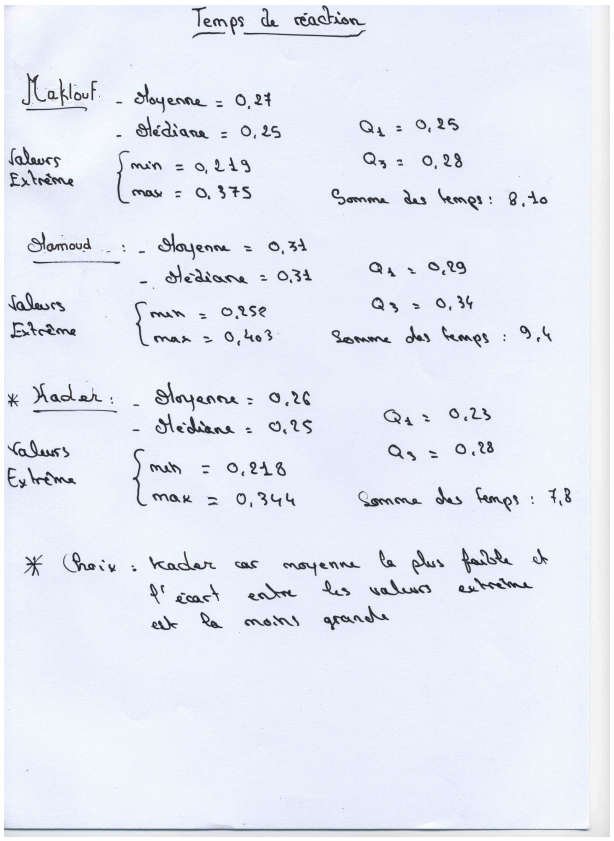


FIGURE 6.6 – Transparent du groupe 1 : Réaction

9 P Maximum, donc ; et il y avait les deux dans la même série, c'était là qu'il y avait la moyenne la plus faible et la dispersion, ça correspond à la dispersion, la plus faible. Vous avez choisi ça comme critères.
10 E2 Pour K c'était aussi la somme la plus faible
11 E1 C'est logique
12 P Alors, c'est logique, pourquoi c'est logique ?
13 E1 Comme c'est la moyenne la plus faible, ben la somme c'est la plus petite
14 P Voilà, parce que je vous rappelle, la moyenne c'est quoi, finalement ?
15 E1 C'est la somme divisée par le nombre
16 P Voilà, et comme là c'est le même nombre à chaque fois, ça change rien.
17 P Et, est-ce qu'il y a d'autres critères que vous avez discuté éventuellement et que vous n'avez pas retenu ? Pour faire vos choix ?*Hésitations des trois garçons qui murmurent entre eux* Non, vous étiez tous à peu près d'accord la dessus ?
18 E1 Oui
19 P Et alors, en fonction de si ça avait été quelqu'un d'autre, genre un pilote d'avion ou un coureur, est-ce que vous auriez changé vos critères ou pas ?*les trois garçons baissent la tête* Pas spécialement ? Vous n'avez pas eu le temps d'en discuter ?
20 E1 Non *ils confirment tous les trois*

21 P D'accord ! *P se tourne vers la classe* y'a des questions à demander ? Non ? *Dans la classe plusieurs conversations se déroulent*

Deuxième groupe : quatre filles (Amanda, Eve, Marianne (E1), Jeanne) ; le travail de ce groupe n'a pas été observé. (Voir page 208)

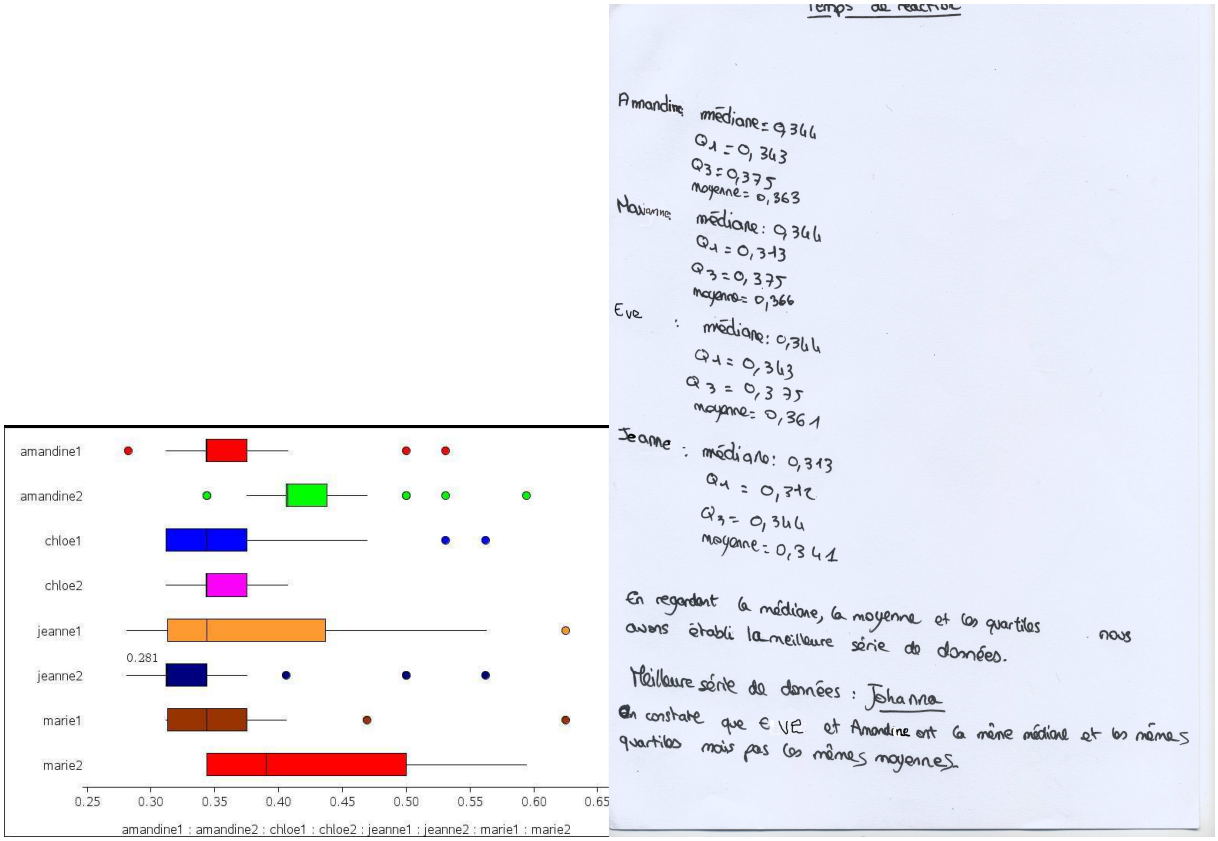


FIGURE 6.7 – Données et transparent du groupe 2 : Réaction

1 E1 D'abord avec nos quatre séries on a d'abord regardé les médianes et les deux quartiles.
2 P Oui !
3 E1 Donc, euh, tout de suite on a vu que c'était Jeanne qui avait la plus petite médiane et on a remarqué que Amanda et Eve avaient exactement les mêmes résultats.
4 P Alors, précises !
5 E1 Ben les mêmes médianes et les deux mêmes quartiles
6 P Oui
7 E1 Mais elles avaient pas les mêmes valeurs.
8 P Les mêmes valeurs ?
9 E1 Non, les mêmes, ben *elle mime avec la main une énumération*
10 P Ah ! Les mêmes données, tu veux dire ?
11 E1 Oui, les mêmes données

12 P Oui
13 E1 Du coup, on a calculé les moyennes en plus et là on s'est rendu compte que Amanda avait une plus petite moyenne que Eve
14 P Oui
15 E1 et que Jeanne avait la plus basse *elle fait le geste avec la main* moyenne. Du coup on a pris celle de Jeanne. Et on n'a pas calculé les écarts entre les valeurs parce qu'on pensait pas que c'était utile. Et que du coup on a pris celle de Jeanne et pour un pilote ou un sprinter on aurait pris la même chose parce que c'est le temps de réaction le plus rapide.
16 P C'est le temps de réaction le plus rapide : précise !
17 E1 Ben Jeanne c'est celle qui a mis le moins de temps à réagir à... à l'objet
18 E2 En moyenne
19 P Ah ! C'est le temps moyen le plus faible que vous avez choisi, c'est pas forcément... ?
20 P Le plus court
21 P D'accord. C'est bon ? *s'adressant à la classe* est-ce que il y a des questions ? Non ? Allez, un autre groupe

Groupe André, Paul, Aurelio. (Voir page 208)

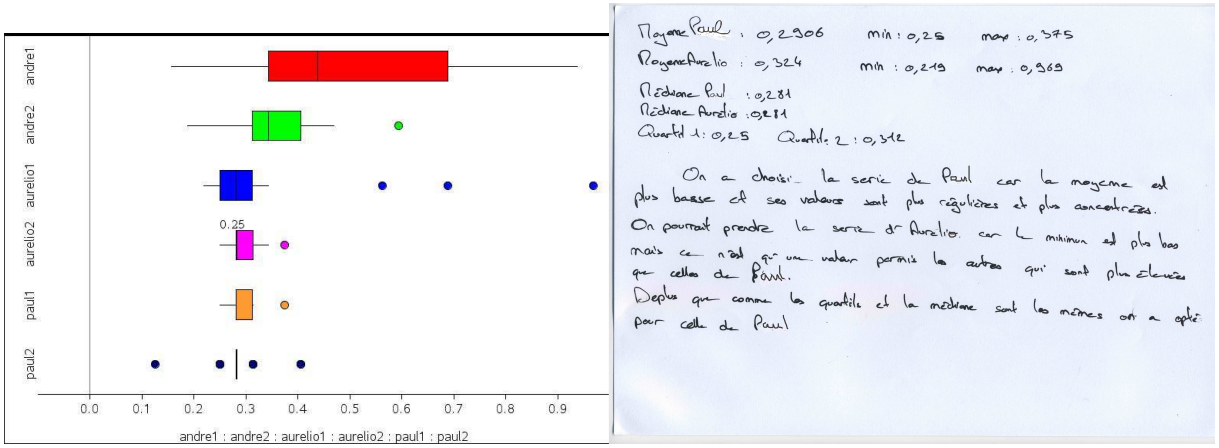


FIGURE 6.8 – Données et transparent du groupe 3 : Réaction

22 P Allez on vous écoute.
23 E1 Là, y'a pas la mienne, parce que j'ai pas la bonne version
24 P Ben, tu pouvais le faire sur l'ordinateur ?
25 E1 Vous m'aviez dit que vous alliez la mettre à jour, et puis vous êtes pas venu.
26 P *sourire montrant qu'il n'est pas dupe ; sourires entendus des trois garçons ; ils se tournent vers la classe. Murmures et rires (5s)* On continue !
27 E1 Donc, euh ! On a choisi celle de Paul parce qu'il avait la plus basse moyenne.
28 P Celle de Paul parce qu'il avait la plus basse moyenne.
29 E2 Et puis que l'écart entre les valeurs extrêmes étaient les plus rapproché(es) *il*

mime avec les doigts les valeurs, elles étaient plus concentrées en un endroit.
30 P Oui
31 E2 On a choisi celle-ci.
32 P Alors qu'est-ce qui vous avait permis de voir qu'elles étaient plus concentrées en un endroit ?
33 E2 Ben elles étaient... c'est, ben le minimum et le maximum étaient plus rapprochés.
34 P Donc vous avez regardé simplement entre le minimum et le maximum ? Vous avez pas regardé autre chose pour voir si les valeurs étaient concentrées ?
35 E1 Si.
36 E2 Ben comme les quartiles étaient les mêmes et la médiane aussi je crois, ben on.
37 P Vous aviez à peu près les mêmes quartiles et la même médiane ?
38 E2 Exactement les mêmes.
39 P Exactement les mêmes vous aussi ! Et par contre pas la même moyenne ?
40 E2 Non.
41 P D'accord.
42 E2 Et puis la mienne aussi, parce que sur plusieurs courses avoir un temps inférieur aux autres ça sert à rien, il vaut mieux être régulier.
43 P Donc, alors, si j'entends bien, tu as considéré pour un sprinter il fallait privilégier la régularité, et que donc, en cherchant à privilégier la régularité vous regardiez la moyenne, c'est ça ?
44 E2 *il regardent le transparent, les deux autres ne bougent pas* euh... ouais
45 P D'accord. Tout le monde a bien... C'est bon ? Est-ce que vous êtes d'accord d'abord sur ça ? Que si on privilégie la régularité, il faut qu'on regarde la moyenne ? (*Une fille devant la camera hoche la tête : oh, non, dit elle ; un autre élève dit également non* Vous regarderiez quoi si vous vouliez privilégier la régularité ?
46 E *un élève dans la classe* La dispersion *E1 approuve de la tête*
47 P La dispersion ? Oui !
48 E2 C'est la même.
49 P *ne semble pas avoir entendu* ALors est-ce que certain ont essayé de regarder la dispersion ?
50 E *un élève dans la classe* Non.
51 E' *un élève dans la classe* Non.
52 E" *un élève dans la classe* Si.
53 P *P se tourne vers lui* Avec ? Et comment tu sais si elle est petite ou grande ?
54 E2 On fait la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale.
55 P Valeur maximale, valeur minimale ; est-ce que ça ça va être une caractéristique vraiment de la dispersion ?
56 E1 Non.
57 E *un élève dans la classe* Les quartiles aussi.
58 P Les quartiles, oui...
59 E *un élève dans la classe* Y'a l'espace interquartile
60 P Et qu'est ce qu'on aurait pu faire ? Et peut-être certains l'ont fait, d'ailleurs.

On aurait pu utiliser quoi pour voir la dispersion ?

61 E *un élève dans la classe* Le diagramme en boîte.

62 P Pardon ?

63 E Le diagramme en boîte.

64 P Oui, certains ont regardé pour voir la dispersion des données ? *Des élèves dans la classe acquiescent* Oui ? *Un élève répond, mais le discours est inaudible* Ouais. Et, est-ce que ça pourrait être un bon critère, ce diagramme pour juger de la dispersion ? *Peu de réactions. Les trois garçons au tableau ne répondent pas, E1 hausse les sourcils* Donc, il faudrait qu'on se mette d'accord pour voir s'il y a un lien entre ce diagramme et la dispersion du diagramme et la moyenne dont parlait E2. *Blanc (3s) ; E1 murmure quelque chose à E2 rires* Non ? Alors est-ce qu'il y a un lien d'après vous ? *Blanc (4s)* Est-ce qu'il y a un lien entre la moyenne et le fait que les données soient dispersées ou pas ? *Blanc (4s)* Chloé ?

65 Chloé Non *peu assuré.*

66 P Non, tu ne trouves pas ? Pourquoi ?

67 E2 Si la moyenne était par exemple sur 0 281 et toutes les valeurs étaient sur 0 281 ça change pas que si on a autant de valeurs sur un minimum avec euh un maximum qui aurait autant de valeurs et si ça tombe sur 0 281, voilà !

68 P Donc alors, ce que tu es en train de dire, c'est que la moyenne pour mesurer la dispersion, c'est pas forcément le bon critère ?

69 E2 Ouais !

70 P Donc, son argument on peut l'entendre, hein ! Ce qui veut dire qu'il faudrait autre chose que la moyenne pour avoir une idée de la dispersion. D'accord ? Est-ce qu'il y a des questions sur ce groupe ? Non ? Allez, autre groupe !

Groupe écouté. (G1 (Albert), G2 (Georges), G3 (Manuel), G4 (Otto)) cf. page 399

71 G1 On voit bien qu'Otto il a la moyenne la plus basse. Mais on a pris Albert parce qu'il a groupé tous ses résultats dans son temps de réaction.

72 G2 C'est le plus représentatif, en fait ! C'est celui qui représentait le mieux, en fait.

73 P Pourquoi il représentait le mieux ?

74 G2 Parce que on voit, c'est à dire les quartiles c'est entre 0 28 et 0 34, c'est celui qui se rapproche le plus de nous tous dans le groupe. Y'a aussi Manuel, sa moyenne elle est plus haute, alors on a préféré Albert parce qu'il nous représentait plus

75 P C'est à dire vous avez essayé de trouver des données qui étaient à peu près semblables à celles des autres du groupe *Ils acquiescent* D'accord, oui ?

76 G2 On a aussi enlevé les zéros parce qu'ils faussaient les résultats.

77 P Les zéros ?

78 G2 Les cents, pardon ! On a enlevé les cents parce qu'ils faussaient tous les résultats.

79 P Ah ! Ils ont enlevé les cents parce qu'ils faussaient tous les résultats. Alors qu'est ce que vous en pensez de ça ?

80 E C'est tricher.

81 P C'est tricher ?

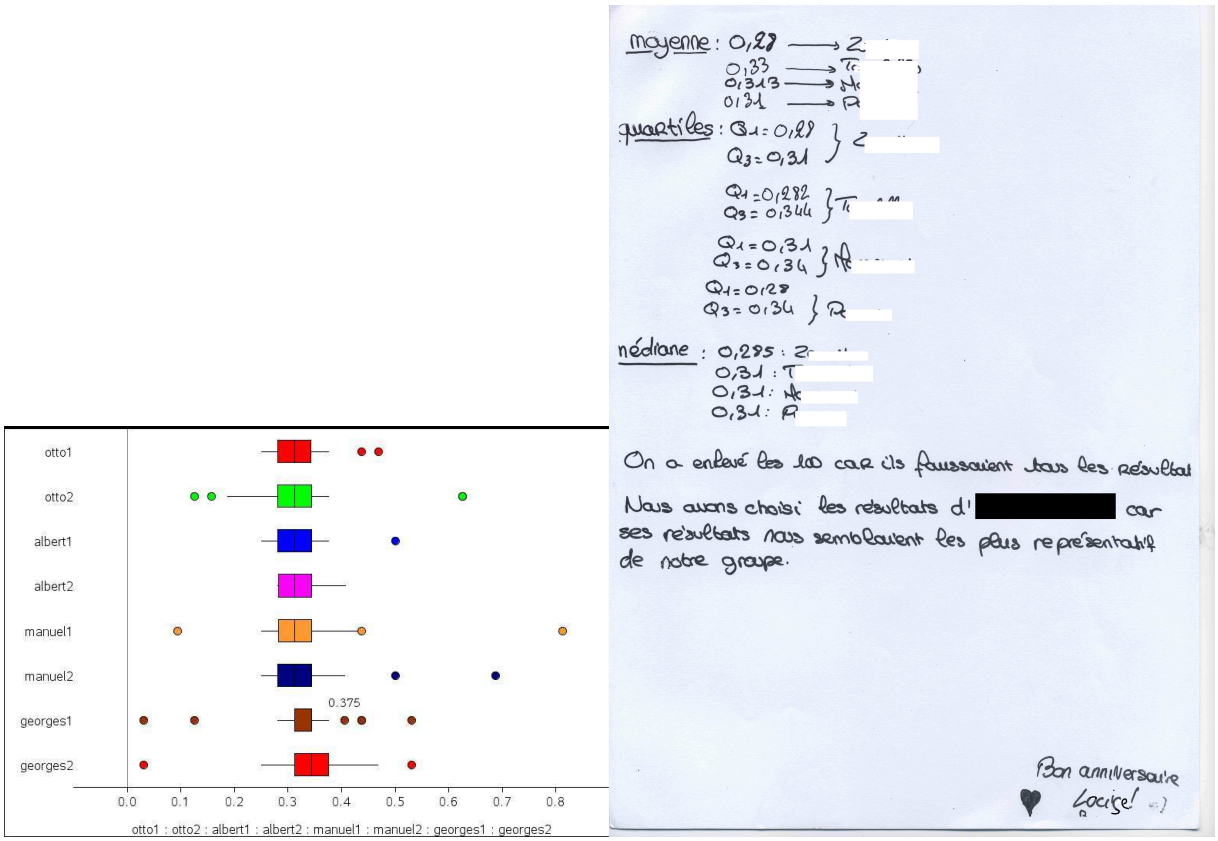


FIGURE 6.9 – Données et transparent du groupe 3 : Réaction

82 E Ouais.
83 E2 Ouais, mais on passe de 0 28 à 3...
84 E Ben tu l'enlèves la série, voilà.
85 E' Ben, fallait pas faire les malins ! (*rires*)
86 P Alors, est-ce que vous avez déjà fait des expériences en TP de physique ou autres ? *Les élèves répondent Oui, en cœur* Et alors, est-ce que vous gardez systématiquement toutes vos mesures ? *Les élèves répondent Non, en cœur* Non, qu'est ce que vous faites ?
87 G1 On en prend 10 *il montre avec la main un alignement.*
88 G2 Même s'il y a des points écartés *même geste que son camarade, rires.*
89 P Et donc, alors, est-ce que vous gardez toutes vos données, finalement.
90 Es Non.
91 P Alors, pourquoi ça serait interdit ici ?
92 E Ben parce que dans ce cas là pourquoi ils enlèveraient que les 100 ?
93 E' Dans ce cas là, il faudrait enlever d'autres valeurs aussi ! Faudrait se mettre d'accord !
94 P Il faudrait se mettre d'accord sur quoi, finalement ?

95 E' Ben, sur quelles valeurs on enlève !
96 P Oui, alors, plutôt que sur quelles...
97 E' Combien ?
98 P Combien ! Oui. Il faudrait se mettre d'accord sur combien on autorise éventuellement à enlever. Alors, ça aussi ça pourrait être une question. Hein ? Est-ce que des valeurs, si elles nous gênent on a le droit de les enlever ou pas, et combien on peut s'autoriser à en enlever. Parce que c'est vrai que là, ils ont été tranquilles, hein ! *Rires* D'accord ! D'autres choses ? Allez un autre groupe, rapidement !

Groupe Célia, Martine, Michèle, Tiffany. Elles n'ont considéré que six des huit séries sans préciser lesquelles n'ont pas été prises en compte.

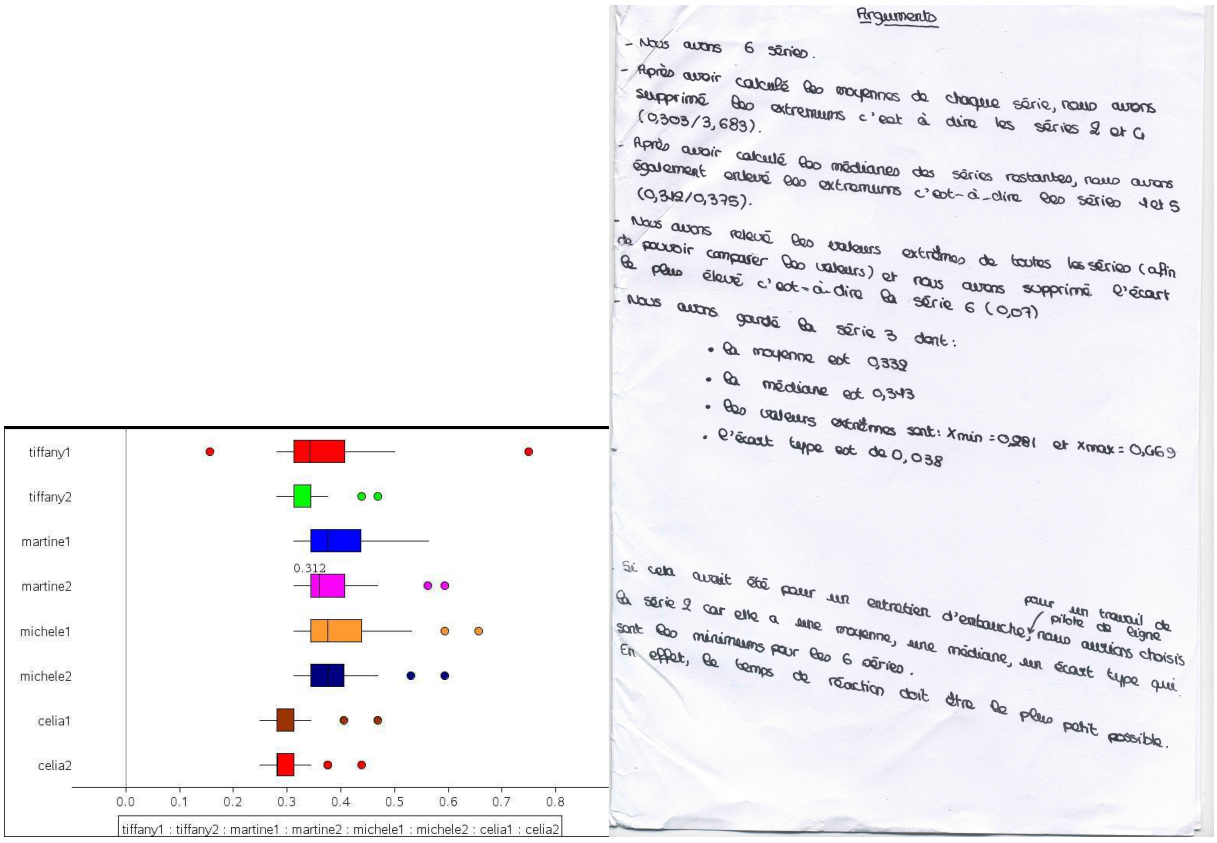


FIGURE 6.10 – Données et transparent du groupe 5 : Réaction

99 E1 Nous on a pris la série qui était un peu au milieu parmi toutes.
100 P Alors qu'est ce que tu appelles la série qui était un peu au milieu ?
101 E1 Ben celle qui avait...
102 E2 On a enlevé les extremum, à chaque fois de la moyenne, de la médiane *elle mime avec les mains*
103 P Vous avez enlevé les moyennes extrêmes et les médianes extrêmes et vous avez pris celle... d'accord

104 E2 Et les quartiles.
105 P Et quoi ?
106 E2 L'écart.
107 P Quel écart ?
108 E2 L'écart entre le maximum et le minimum
109 P Ah, d'accord ! Vous vous rappelez comment ça s'appelle ça ?
110 E L'étendue.
111 P L'étendue ! Et donc, pour vous c'était la meilleure série ?
112 E1 Oui, vu qu'elle était au milieu elle représentait un peu toutes les valeurs qu'on avait.
113 P D'accord, alors pour vous, ce que vous entendiez comme meilleure série, un peu comme le groupe d'avant *elles acquiesent* celle qui est la plus représentative et pas forcément celle qui était la plus performante, alors. D'accord ! Vous vous êtes attachés à des critères de moyenne, de médiane et d'étendue. Est-ce qu'il y a d'autres choses que vous avez regardé ?
114 E1 Les extremums.
115 P Les extremums ?
116 E1 Pour calculer l'écart-type.
117 P Pour calculer ?
118 E2 *à E1* L'étendue.
119 P euh ! L'étendue.
120 P L'étendue ! Et si ça avait été pour choisir un coureur ou...
121 E1 La plus petite
122 P C'est à dire ?
123 E1 Pour avoir le temps de réaction le plus inférieur, le plus...
124 P La plus petite, plus petit quoi ? Plus petite moyenne, ou plus petite médiane, plus petite quoi ?
125 E3 Moyenne.
126 P Moyenne ? Vous en aviez discuté, vous étiez d'accord pour prendre la plus petite moyenne. *pas de réaction des élèves* Alors pourquoi ?
127 E1 Ben... Mais c'est pour un pilote ou pour un coureur ?
128 P Alors, ben justement est-ce que vous avez fait la différence ? *elles se concertent sans répondre* Non ? Et alors vos arguments c'était en fonction de quoi alors ?
129 E1 Ben il doit, il doit plus euh appréhender ce qui... pouvoir réagir plus vite.
130 P Oui ! Et la plus petite moyenne c'est celui qui réagira le plus vite, donc ? *elles acquiescent* D'accord ! Dernier groupe ?

Groupe filmé (Lucie (F1), Pierrette (F2), Florian (G1), Alexy (G2)) page **??**

131 P Le dernier groupe *La sonnerie retentit* Je vous remercie de patienter quelques instants. Vous avez cours derrière ?
132 Es Non.
133 P Non, ça va. J'aurais pas à m'excuser auprès d'un collègue ! (*Rires*)
134 G1 Nous on a juste pris la moyenne, on a pris la moyenne de chacun. Dans nos deux listes on a pris la plus petite.

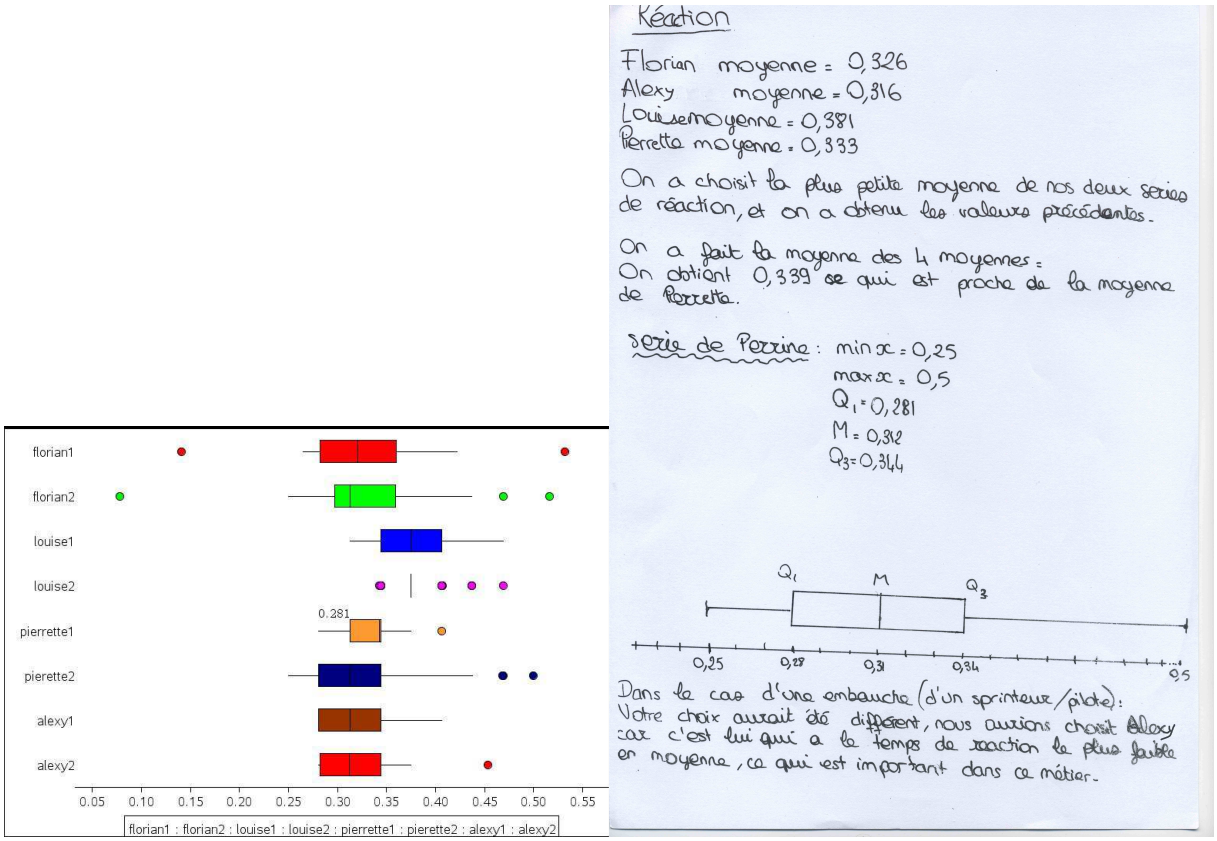


FIGURE 6.11 – Données et transparent du groupe 6 : Réaction

135 P Oui.

136 G1 Par contre on a fait la moyenne des quatre moyennes et on a pris la valeur la plus proche, c'était celle de Louise

137 P Donc encore une fois vous avez essayé de trouver celui qui était le plus représentatif du groupe et pas forcément le plus performant *tout le groupe acquiesce* D'accord. Et alors, est-ce que vous avez réfléchi, je vois vous avez fait le diagramme en boîte, c'est pour représenter quoi ?

138 G1 *il sourit* C'est pour représenter celle qu'on avait choisi.

139 P C'est pour représenter celle que vous avez choisi, d'accord ! Et alors, si ça avait été un pilote ou un coureur est-ce que vous avez un choix différent ou pas ?

140 G1 On aurait pris celui qui a la moyenne la plus basse.

141 P Celui qui a la moyenne la plus basse *tout le groupe acquiesce* Ça veut dire si je comprends bien, personne dans la classe a chercher le plus rapide, une seule fois !

142 Es Si.

143 P Et alors ça n'a jamais été retenu comme critère de choix ? Non ! Bon, ben écoutez je vous remercie *fin du cours*

Résultats de F1 et F2

	A l1	B l2	C	D	E	F	G	H
◆				=OneVar('l1,1):		=OneVar('l2,1):		
1	0.375	0.344	Titre	Statistiques à ...	Titre	Statistiques à...		
2	0.375	0.375	$\bar{x}$	0.381267	$\bar{x}$	0.3802		
3	0.406	0.406	Σx	11.438	Σx	11.406		
4	0.344	0.407	Σx^2	4.4008	Σx^2	4.36201		
5	0.406	0.375	sx := $s_{n-1}x$	0.03708	sx := $s_{n-1}x$	0.029623		
6	0.375	0.437	σx := $\sigma_n x$	0.036456	σx := $\sigma_n x$	0.029125		
7	0.343	0.375	n	30.	n	30.		
8	0.469	0.375	MinX	0.313	MinX	0.343		
9	0.375	0.344	Q_1X	0.344	Q_1X	0.375		
10	0.375	0.375	MedianX	0.375	MedianX	0.375		
11	0.375	0.375	Q_3X	0.406	Q_3X	0.375		
12	0.344	0.375	MaxX	0.469	MaxX	0.469		
13	0.406	0.375	SSX := $\Sigma(x-\bar{x})^2$	0.039872	SSX := $\Sigma(x-\bar{x})^2$	0.025449		
14	0.375	0.375						
15	0.375	0.344						
16	0.343	0.375						
17	0.406	0.343						

C15

FIGURE 6.12 – Caractéristiques des séries de F1

	A l1	B l2	C	D	E	F	G
◆				=OneVar('l1,1):		=OneVar('l2,1):	
1	0.313	0.344	Titre	Statistiques à ...	Titre	Statistiques à ...	
2	0.343	0.312	$\bar{x}$	0.3365	$\bar{x}$	0.333333	
3	0.375	0.469	Σx	10.095	Σx	10.	
4	0.313	0.344	Σx^2	3.41969	Σx^2	3.45524	
5	0.312	0.313	$sx := s_{n-1}x$	0.027989	$sx := s_{n-1}x$	0.064836	
6	0.313	0.438	$\sigma x := \sigma_n x$	0.027518	$\sigma x := \sigma_n x$	0.063746	
7	0.281	0.313	n	30.	n	30.	
8	0.312	0.312	MinX	0.281	MinX	0.25	
9	0.313	0.313	Q_1X	0.313	Q_1X	0.281	
10	0.313	0.468	MedianX	0.343	MedianX	0.3125	
11	0.406	0.281	Q_3X	0.344	Q_3X	0.344	
12	0.344	0.406	MaxX	0.406	MaxX	0.5	
13	0.344	0.281	$SSX := \Sigma(x-\bar{x})^2$	0.022717	$SSX := \Sigma(x-\bar{x})^2$	0.121907	
14	0.375	0.313					
15	0.312	0.281					
16	0.343	0.281					
17	0.344	0.5					
C15							

FIGURE 6.13 – Caractéristiques des séries de F2

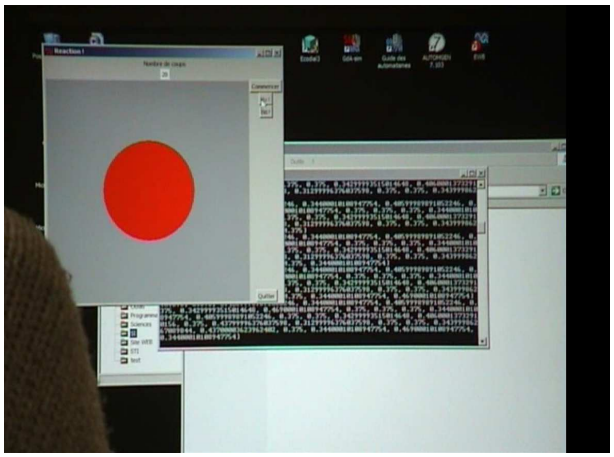


FIGURE 6.14 – Utilisation du logiciel *Réaction*

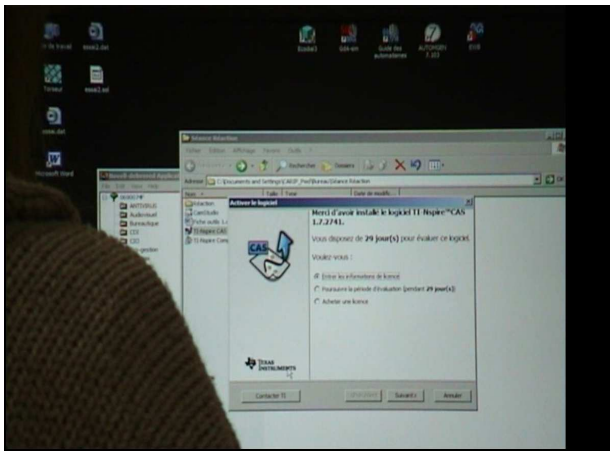


FIGURE 6.15 – Récupération des données dans le logiciel TI-NspireCAS^{TM}

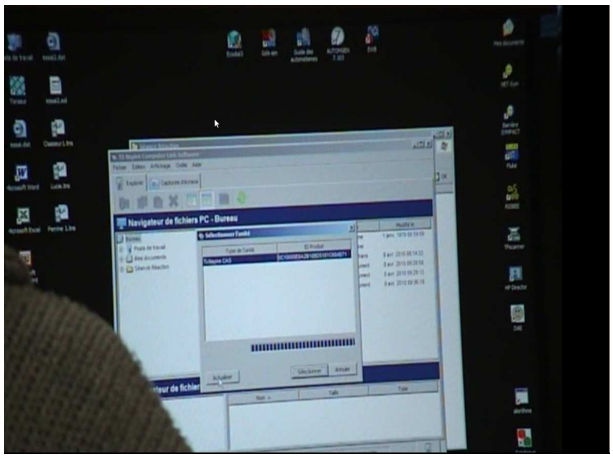


FIGURE 6.16 – Transfert des données vers la calculatrice

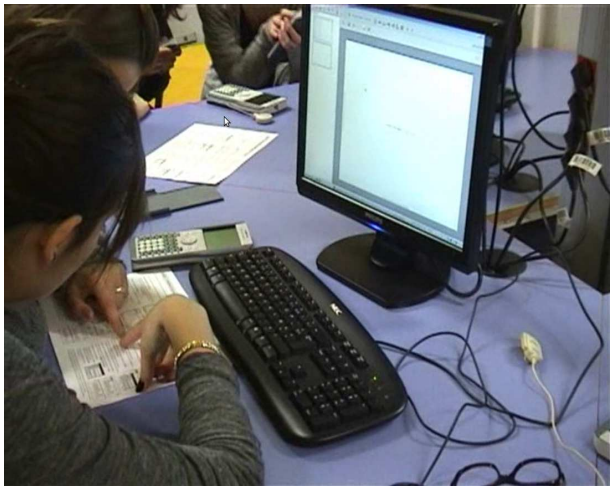


FIGURE 6.17 – Champ d'observation de la camera

Ecran du groupe de deux garçons

Ce paragraphe est un résumé des actions de G1 et G2 dans la première partie de la séance : enregistrement des séries de données et transfert sur le tableur, le logiciel TI-NspireCAS et la calculatrice.

Temps (min.)	Mouvements de la souris et action
0	Lancement du logiciel Réaction
19s	Première série de Réaction
1 :36	Fin de la première série
1 :42	Deuxième série de Réaction

Suite page suivante

Temps (min.)	Mouvements de la souris et action
2 :56	Fin de la série. Clique sur Fin ; ouverture de résultat1.csv ; ouverture de resultats2.csv
3 :17	Fermeture des deux classeurs. Renommage les deux fichiers, copie et colle dans le répertoire Réaction.
3 :49	Relance du logiciel Réaction. Fermeture du répertoire. Mise en plein écran du logiciel.
4 :14	Démarrage de la série
5 :24	Fin de la série
5 :26	Nouvelle série
6 :36	Fin de la série. Ouverture de resultats1.csv : la souris se promène sur les résultats ; ouverture de resultats2.csv
7 :18	Ouverture du répertoire et renommage des fichiers ; comme ils sont encore ouverts, un message d'erreur apparaît, reste à l'écran 2s puis, fermeture des fichiers et l'opération recommence
8 :20	Arrêt de l'activité
9 :23	Copie des deux fichiers. Lancement de TI-NspireCas
9 :38	Parcourt des menus ; s'arrête sur Insertion Tableurs et listes
9 :53	Retour dans le répertoire, ouverture du fichier Florian1.csv, copie, colle dans TI-NspireCAS, vérification que la série comporte 30 valeurs, mouvements de la souris sur la fenêtre du logiciel
10 :35	passage de TI-NspireCAS au tableur et retour. Ouverture de Florian2.csv, copie, colle dans TI-NspireCAS
11 :00	Parcourt des données, jeu avec le sur-lignage des colonnes ; enregistrement du classeur
13 :21	Ouverture d'un nouveau classeur ; hésitations sur les menus. Ouverture d'une page Tableur.
13 :38	Copie-colle des deux fichiers csv de Alexy
14 :34	Hésitation sur le menu Enregistrez sous, arrêt sur Imprimer ; allers retours de la souris sur le tableur et le menu
15 :17	Enregistrer sous, fermeture des tableurs, du logiciel réaction.
15 :48	Arrêt de l'activité
17 :00	Reprise de l'activité : parcourt de la fenêtre ouverte de TI-NspireCAS, aucun menu activé
17 :40	Arrêt de l'activité
18 :50	Reprise de l'activité : ouverture du menu contextuel, parcourt des menus, fermeture du menu
19 :22	Ecriture dans la première cellule de la colonne A : xi, puis dans la première cellule de la colonne B : ni.
19 :32	Parcourt des données. La souris se promène sur les menus sans les ouvrir.

Suite page suivante

Temps (min.)	Mouvements de la souris et action
20 :08	Ecriture dans la cellule B31 de =moyenne et sur-lignage de la colonne. Retour sur la cellule. Efface.
20 :36	Arrêt de l'activité
20 :48	Ouverture du clavier de la calculatrice, agrandissement vers le bas, parcourt avec la souris.
21 :03	Fermeture du clavier
21 :15	Parcourt des menus. Arrêt sur $\overline{X}$ Statistiques à une variable. Hésitations.
22 :00	Clique sur Annuler. Défilement des données
22 :32	Ecrit $xi =$ dans la cellule diamant. Message signalant que les données vont être écrasées apparaît. Annuler.
22 :48	Surligne la colonne B. Parcourt les menus sans succès. Enlève le sur-lignement. Le remet. La souris survole les menus généraux. Enlève le sur-lignement. Parcourt le Menu 123, puis le menu $\overline{X}$; revient au menu 123, puis au menu de dimensionnement ; parcourt encore des menus, des données, sur-lignement,...
25 :08	Colonne B surligné ; clique droit parcourt des menus, copie...
25 :41	Ouverture de $\overline{X}$ Statistiques à une variable. Parcourt les options sans rien changer. OK. Affichage des caractéristiques de la série.
25 :51	Parcourt avec la souris de l'affichage. Arrêt sur la moyenne
26 :14	Nouvelle ouverture de $\overline{X}$ Statistiques à une variable. Changement de la série de données et de la colonne d'affichage.
26 :32	Aller retour entre la moyenne des deux séries.
26 :48	Ouverture du deuxième fichier. Calcul des caractéristiques des deux séries sans hésitations
27 :32	Suppression des calculs immédiatement refaits. La souris se promène sur les résultats. Passage d'un fichier à l'autre
28 :00	Arrêt de l'activité
30 :34	Reprise de l'activité : parcourt des données et des résultats.
31 :32	Parcourt des menus, ouverture d'une page Graphiques et géométrie. Ouverture du menu contextuel, fermeture
31 :57	Retour sur la page Tableur. Retour sur la page Graphiques. Parcourt des menus. Ouverture du menu contextuel, fermeture
32 :26	Ouverture des menus de la page Graphiques, sur-lignement des menus généraux ; allers retours Graphiques-Tableur-Graphique.
33 :01	Scinde la page en deux horizontalement. Ajoute un graphique dans la fenêtre du bas.

Suite page suivante

Temps (min.)	Mouvements de la souris et action
33 :30	Ouvre une page Données et statistique. Ferme les pages Graphiques, ferme la page Données et statistique. Ouvre une nouvelle page Données et statistique. Partage la fenêtre en deux. Ouvre une nouvelle page Données et statistique. Dans ce fichier aucune variable n'est déclarée.
33 :57	Ouvre le deuxième fichier. Recommence les manipulations et font afficher les deux graphiques en bâton.
35 :33	Fin de l'enregistrement.

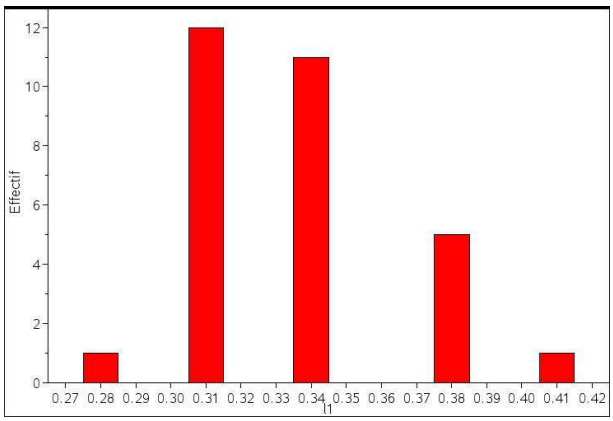


FIGURE 6.18 – Histogramme de la première série de F2

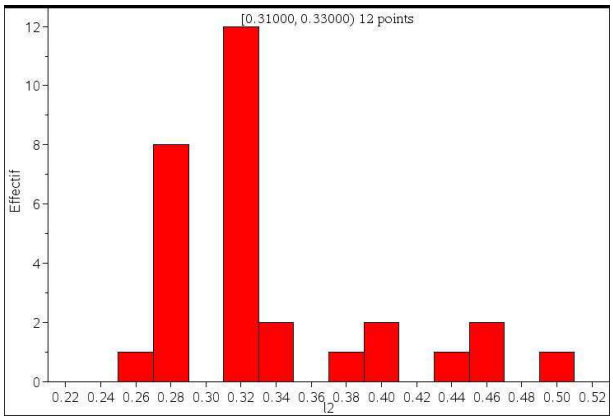


FIGURE 6.19 – Histogramme de la deuxième série de F2

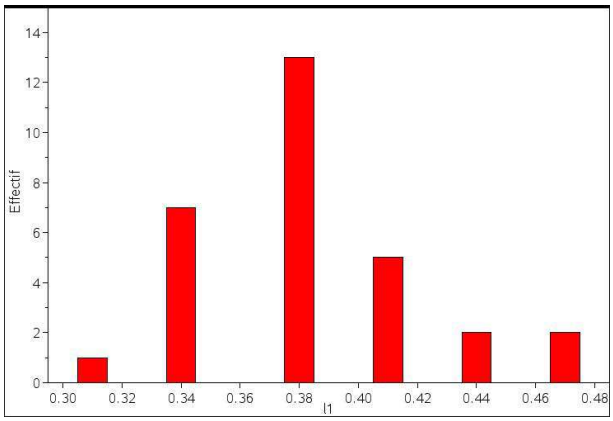


FIGURE 6.20 – Histogramme de la première série de F1

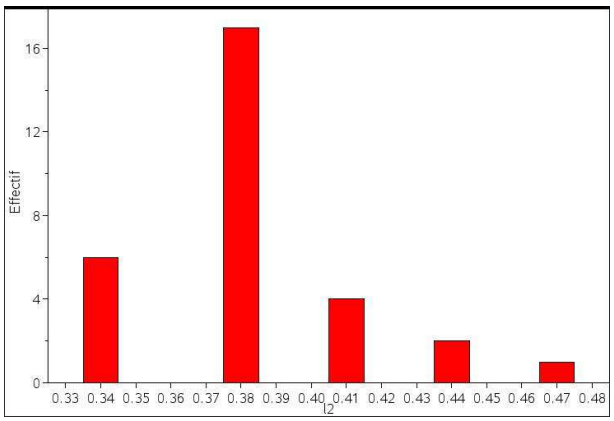


FIGURE 6.21 – Histogramme de la deuxième série de F1

FIGURE 6.22 – Moyenne comme regroupement des colonnes

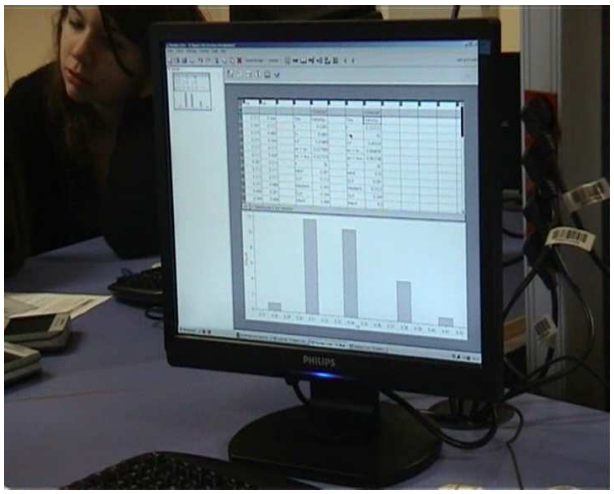


FIGURE 6.23 – Utilisation du tableur

6.13 Observations 3 et 6 mai 2010 : Suites

Première partie

Enoncé

(Á suivre...)

1ère Partie

En travaillant sur l'ensemble des nombres naturels, Alberta (A), Bruno (B), Carla (C), Dario (D), Elena (E) et Federico (F) ont chacun créé une suite de nombres. Ils ont tous suivi un processus de construction différent mais systématique. Voilà les cinq premiers nombres que chacun des six amis ont écrits :

- A : 1, 2, 3, 4, 5,...,...
- B : 3, 6, 9, 12, 15, ..., ...
- C : 5, 8, 11, 14, 17, ..., ...
- D : 1, 3, 6, 10, 15, ..., ...
- E : 3, 9, 27, 81, 243, ..., ...
- F : 2, 3, 5, 7, 11, ...,...

Activité 1 (Travail individuel)

Êtes-vous capable d'écrire le sixième nombre qui selon vous à été créé par chacun des six amis ?

Si oui, expliquez comment vous avez fait. Si non, expliquez les raisons qui vous empêchent de répondre.

Vos réponses précédentes changeraient-elles si on vous demandait d'écrire le dixième nombre ?

Et le quarantième ? Pourquoi ?

Activité 2 (En groupes)

Chacun à votre tour, expliquez à vos compagnons de groupe comment vous avez répondu aux questions de l'activité 1. Discutez des différences.

Pouvez-vous produire une réponse commune du groupe ? Si oui, écrivez cette réponse sur votre feuille en précisant la méthode utilisée, sinon, notez les points de désaccords.

Activité 3 (En groupes)

Y a t-il quelqu'un parmi A, B, C, D, E, F qui selon vous, tôt ou tard, trouvera dans sa suite le nombre 1275 ? Si oui, lequel (ou lesquels) et après combien d'étapes ?

Justifiez votre réponse et décrivez la méthode qui vous a permis de répondre.

Pouvez-vous alors répondre aux mêmes questions avec le nombre 2187 ?

Activité 4 (En groupes)

Y a-t-il au moins un nombre naturel qui ne peut jamais être atteint avec les suites B, C, D ou F mais qui appartient à la suite E ? Si la réponse est positive, trouvez ce nombre en expliquant comment vous avez fait. Si non, expliquez pourquoi vous, ce nombre n'existe pas.

Activité 5 (Travail individuel puis en groupes)

Inventer une règle qui vous permettra de construire une suite de nombres naturels. Ecrire cette règle sur votre feuille de calcul.

Ensuite, donner les cinq premiers éléments de cette suite à vos compagnons de groupe et leur demander si ils peuvent trouver les nombres suivants de votre suite ainsi que la règle que vous avez utilisée.

Quelle est leur réponse ?

Comment avez-vous fait pour répondre à la question de vos compagnons de groupe ?

(À suivre...)

2ème Partie

Activité 6 (En groupes)

Les méthodes que vous avez utilisées précédemment vous permettent-elles de calculer le 70ème, le 200ème, le 1000ème nombre de chaque suite ?

Si oui, calculez ces nombres, si non essayez de modifier vos méthodes pour les obtenir.

Activité 7 (En groupes)

A l'aide de la calculatrice, essayez de donner une représentation graphique de ces suites de nombres

Activité 8 (En groupes)

Les méthodes que vous avez utilisées précédemment vous permettent-elles de demander à votre calculatrice de calculer ces nombres ? Si oui, écrivez le calcul demandé.

Sinon, dire pourquoi ces méthodes utilisées ne le permettent pas.

Fiche de réponse individuelle

(À suivre…)

Nom : ……

Compte rendu individuel

1)

A : 1, 2, 3, 4, 5, ….....
B : 3, 6, 9, 12, 15, ….....
C : 5, 8, 11, 14, 17, ….....
D : 1, 3, 6, 10, 15, ….....
E : 3, 9, 27, 81, 243, ….....
F : 2, 3, 5, 7, 11, ….....

Explications *(vous pouvez utiliser le verso de la feuille)*

A : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
B : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
C : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
D : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
E : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
F : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....

Explications *(vous pouvez utiliser le verso de la feuille)*

5) Les 5 premiers nombres de ***ma suite de nombres*** : ..... , ... , ... , ... , ...

Règle utilisée pour construire cette suite :

Les 5 premiers nombres de la ***suite de nombres des autres membres de mon groupe*** :

Elève 1 : ..... , ... , ... , ... , ... $6^{ème}$ nombre que je propose : .....

Méthode utilisée :

Elève 2 : ..... , ... , ... , ... , ... $6^{ème}$ nombre que je propose : .....

Méthode utilisée :

Elève 3 : ..... , ... , ... , ... , ... $6^{ème}$ nombre que je propose : .....

Méthode utilisée :

Fiche de réponse du groupe

(À suivre…)

Feuille de compte rendu (1)

Groupe : .....
.....
.....
.....

2) A : 1, 2, 3, 4, 5, ….....
B : 3, 6, 9, 12, 15, ….....
C : 5, 8, 11, 14, 17, ….....
D : 1, 3, 6, 10, 15, ….....
E : 3, 9, 27, 81, 243, ….....
F : 2, 3, 5, 7, 11, ….....

Explications *(vous pouvez utiliser le verso de la feuille)*

A : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
B : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
C : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
D : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
E : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....
F : 10^{eme} ..... 40^{eme} .....

Explications *(vous pouvez utiliser le verso de la feuille)*

3) Le nombre 1275 pourra être atteint par : .....
Le nombre 2187 pourra être atteint par : .....

Explications
(vous pouvez utiliser le verso de la feuille)

4) Comme nombre qui ne peut jamais être atteint avec les suites B, C, D ou F mais qui appartient à la suite E on peut proposer :

.....

Explications
(vous pouvez utiliser le verso de la feuille)

Introduction

P : On a à peu près terminé sur, euh, sur le chapitre des statistiques, et donc, euh, pour préparer le chapitre suivant, on va travailler sur certaines suites de nombres. Je vais vous proposer une activité sur les suites de nombres, sur les propriétés de certaines suites de nombres, et ce qu'on va vous demander c'est d'abord un petit travail individuel où on vous demande de regarder des séries de nombres, vous verrez, vous regarderez, et puis ensuite un travail en groupe avec des questions un petit peu plus poussées que ce qui est dans le travail individuel. Alors, je vais vous distribuer l'énoncé, vous aurez aussi un compte rendu pour tout ce qui est travail individuel, qui vous sera propre. Donc vous mettrez votre nom sur ce compte rendu individuel et puis d'ici quelques minutes on vous demandera de vous mettre en groupe, comme la dernière fois, comme vous voulez, des groupes de trois ou quatre, d'accord, et ça peut être des groupes différents de la dernière fois et vous aurez un autre compte rendu qui ressemble beaucoup mais vous aurez d'autres questions que vous aurez à rendre un par groupe, d'accord ! Et ce qu'on fera c'est qu'à la fin de la séance, plutôt que de faire un bilan comme on avait fait la dernière fois, je récupèrerai les comptes rendus de chaque groupe, je les photocopierai et vous aurez chaque groupe, les comptes rendus de tous vos camarades, enfin, de tous les autres groupes, ce qui vous permettra de travailler sur la deuxième partie de l'activité. D'accord, c'est bon, c'est compris un petit peu ? Bon, alors le premier, la première partie, c'est un travail individuel, hein, donc je vous laisse regarder, (*le professeur distribue la feuille d'énoncé*, 2 min.) l'activité 1 ... ceux qui auront fini plus rapidement, vous pouvez commencer à regarder les autres activités après... pour préparer la suite du travail... Ah, il faut que je rende aussi les calculatrices, je suis pas arrivé à vous voir vendredi, là... (2 min.49) Allez y, cinq minutes pour la partie individuelle, je vous laisse chercher (*Le professeur distribue la deuxième page d'énoncé*).

Suite de l'enregistrement

3 min.22 Oui, vous répondez sur le compte rendu...

3min.40 E : On en veut un ou deux ?

P : Dans un premier temps, on ne vous en demande qu'un, si vous regardez bien ! *Les élèves cherchent à leur place ; le professeur circule dans la classe ; quelques élèves commencent à communiquer*

4min.51 :*Le professeur distribue les calculatrices aux élèves dont il a parlé précédemment ; il compte les élèves*

5min.38 : P : Par contre, il doit manqué quelqu'un d'autre ?

E : C'est...

P : Ah ! c'est ..., d'accord. *Il note ; la classe est silencieuse et studieuse.*

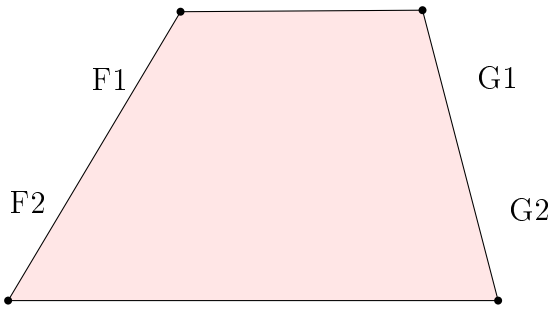
7min. *Changement de la position de la caméra ; le professeur reprend la main* Donc, vous vous mettez en groupe. Alors, ce que vous pouvez faire, il y a plusieurs possibilités, hein ? Euh, vous avez des places là bas au bout si vous le souhaitez, vous pouvez vous mettre par là, si vous le souhaitez, vous avez toujours (*un élève se lève*) Attendez, atten-

dez, deux secondes, je finis, hein. Vous avez toujours sur les ordinateurs, normalement, le logiciel qui est installé, hein, d'accord ? Vous pouvez utiliser soit votre calculatrice, soit le logiciel. Alors, je vous rappelle que ça peut être aussi bien l'application calcul que l'application graphique, hein, vous avez toutes les applications à votre disposition, donc, pour étayer votre réflexion. Donc chacun choisit un peu la zone où il souhaite s'installer. D'accord ? Allez ! Je vous laisse faire, et une fois que les groupes sont faits je vous distribuerai le compte rendu du groupe. *Un groupe de quatre garçon se lève aussitôt, les autres élèves suivent*

8min. Si vous voulez travaillez, vous pouvez bouger les chaises et les tables, hein !

9min.40 *Les groupes sont en place. L'observateur commence à filmer un groupe de trois garçons, P indique que le groupe est un groupe de redoublant ; changement de groupe observé.*

12min42 *Le groupe finalement observé est un groupe de quatre élèves, travaillant sur une table ; deux filles F1 et F2 et deux garçons G1 et G2 (figure 6.24 page 511) disposés de part et d'autre de la table. Les calculatrices sont présentes sur la table ainsi que les feuilles d'énoncé et les trousses. Le minutage reprend à 15min.46.*



Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
00	F1 écrit, G1 lit les bras croisés	F2 : Ben non, nous... G2 : Oui, mais l'écart entre les deux nombres, tu sais pas ce que c'est ! C'est ça qu'on nous demande de nous faire calculer ! C'est pas, oui vous prenez l'écart entre les deux nombres et ça vous fait la suite ; et là les gens ils vont dire, oui mais elle est de combien, il faut nous expliquer comment on fait ! F1 : Mais on s'en fout ! F2 : Mais justement, là on explique, là, l'écart entre les deux nombres. G2 : Oui, mais c'est quoi l'écart entre les deux nombres ? F1 : Bon ! E ! F2 : Mais l'écart entre les deux nombres on l'a au début puisqu'on a le début de la série. G2 : Mais, les gens y sont pas sensés,... C'est pour nous aider à expliquer ! Après, ils partent d'où ils veulent et après...
	F1 joue avec son stylo	F2 : Ben faut mettre en partant de un... En partant du nombre un, trois G2 : Ouais, bon, mais c'est pas universel comme explication. F2 : C'est pas universel, mais c'est ce qu'on a trouvé de mieux pour l'instant. G1 : Tu fais le premier écart, c'est égal à trois moins un deux, et après petit à petit, t'ajoutes

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Mouvement de la main de F2	F2 : Bon, on passe au suivant, parce que là... G1 : Ouais, pffff... F2 : Bon, ben lui c'est facile parce qu'on multiplie à chaque fois par trois. G1 : Voilà ! F1 : Donc, x fois trois en commençant par un. F2 : avec x égal un
01	F1 écrit G2 montre la suite avec son stylo ; G1 regarde sa feuille d'énoncé	F2 : Et l'autre, comme on n'a pas tous trouvé. G2 : Mais moi j'ai rien trouvé. Enfin, ch'sais pas, au pire ça ferait un, un, deux, deux, quatre, quatre.
	Mouvement de main de F2	F2 : Voilà ! G2 : Six, six. F2 : Moi, c'est ce que j'en ai conclu, mais après... peut-être c'est un, deux deux, quatre, six six, peut-être y'a que un quatre comme il n'y a que un un.
	G2 tape sur la table avec son crayon	G2 : Ouais ! F1 : Y'a pas assez... F2 : Oui, y'a pas assez de chiffres. F1 : On recommence les explications. G2 : C'est trop facile, là, tu mets dix et quarante.
	F1 lâche son stylo, regarde la feuille	F2 : Ouais mais le premier, après les autres... G2 : J'ai tout trouvé moi, à part le F ! F2 : T'as tout trouvé ! Mais t'as fait comment ?
02	Mouvement de main de G2 vers sa machine posée sur la table	G2 : Calculette !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 se redresse montre la feuille, se tourne vers G2	G1 : Et le C, le quarantième, c'est pas cent vingt huit, hein !... Cent vingt deux ! C'est pareil que la série B, tu fais toujours par deux. G2 : Au lieu de prendre toujours deux, j'ai fait fois quatre. G1 : Ouais, je sais moi aussi j'ai fait ça, mais en fait non... F2 : Ah moi, j'ai fait trente deux fois quatre. G1 : T'ajoutes toujours deux. Regarde. Par rapport le B et le C, t'as toujours deux d'écart. Au dixième t'as deux d'écart donc au quarantième t'as toujours deux d'écart. Parce que là t'es parti trois et là par cinq et vu que t'ajoutes trois à chaque fois, ça va toujours faire deux de différence.
	G1 regarde G2. G2 joue avec son crayon.	G1 : Donc, c'est cent vingt deux et pas cent vingt huit.... Et, ouais Jacky !
	G2 gomme sur sa feuille	F2 : Moi aussi j'ai trouvé cent vingt huit. G2 : Ouais, bon, bref !
	G1 montre la feuille de F1	G1 : Tu vois, elle a mis cent vingt deux, aussi. F1 : Ben, oui. G1 : C'est logique ! G2 : Marque dix et quarante. F2 : Dix et quarante au premier.... F1 : Vous êtes sûrs ?
	G1 rit	G2 : Non, non non, on n'est pas sûrs, non ! F1 : Mais là, on met pas les mêmes explications. G2 : Dix fois un, dix fois quatre, c'est dur !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
03	F1 écrit	F1 : On met, on met pas les mêmes, là ! Ouais on multiplie. G1 : On multiplie la position par un. Si tu veux la trente sixième position, tu multiplies par un donc ça fait trente six. Ch'ais pas, j'ai mis ça, moi. F1 : Ça sert à rien qu'on le multiplie.
	F1 se tourne vers F2	F1 : Y'a un e, à multiplie ? G2 : Au pire, tu marques en mathématique, quoi !... Boh, ch'ais pas... F1 : Attends ! On multiplie par un la position qu'on veut, là ? G1 : Ouais, moi, je pense... F2 : La position ? G1 : Ben la..., le nombre qu'on veut, quoi ! La position, ch'sais pas comment ça s'appelle, moi !
	G1 prend sa calculatrice	G1 : Je suis sûr, y'a les suites là dessus !
	G2 prend aussi sa calculatrice	G2 : Oui, elles y sont ! G1 : Où ? F1 : Bon, B ?
04	G2 manipule sa machine	G2 : Je les ai vu... Oh ! y'a les stats ! C'est cher bien ! G1 : Multiplié par trois ! F1 : C'est encore pareil, quoi ! G1 : La position, mais par trois. F1 : Et x, c'est le truc qu'on veut ou pas ?... quarante fois trois. G2 : Fonctions financières. G1 : Ouais.... C'est chiant les explications, ch'ais pas comment faire. F2 : C'est clair. F1 : Mais, attends, non, on avait mis plus trois. F2 : Ouais, mais, c'est là ça change, ça devient fois.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	F1 lâche le stylo, se renverse en arrière. G2 a lâché sa calculatrice. G1 l'a en main.	F2 : Ben, pour aller plus vite, fois, parce que sinon, on mets deux ans. G2 : Ben tu fais fois la dixième position, mais euh...
	F1 reprend son stylo. G1 regarde sa calculatrice	F1 : Ben par exemple, dix fois trois, trente. G2 : Oui, mais ça sera pas ça la rép... Oui F1 : Et quarante fois trois, cent vingt... Ça fait, euh, x fois trois, quoi ! G2 : Mais, c'est un coup de pot, après ça marche pas, hein ! dix fois cinq, c'est pas cinquante, hein ! Enfin, la dixième position de la série C, c'est pas cinquante.
05	F1 lâche son crayon, puis le reprend. G2 tapote sa feuille, G1 tient toujours sa calculatrice mais se tourne vers G2	F2 : Mais si, regarde,... G1 : Mais on parle du B, là ! F2 : Ben t'as fait comment ? Au D, tu vas pouvoir nous expliquer. G2 : Ouais, si tu veux ! C'est cinquante cinq. F2 : Oui, mais comment t'as fait ?
	F1 se tourne vers F2, puis écrit	G2 : Ben j'ai suivi la première méthode, là. F2 : T'as fait des trucs plus, là. G2 : Ben voilà
	G2 reprend sa calculatrice en main ; G1 aussi	Tu sais, je voulais faire le tableau, tableau et valeurs, là ! Mais j'y suis pas arrivé ! Je me suis dit, ouais je vais faire comme le premier. G1 : Mais les suites, bordel ! G2 : C'est possible, ch'uis sûr, il va nous expliquer, ça !
	F1 prend sa calculatrice	F1 : Mais attend ! F2 : Je crois que c'est pas bon, ce que t'as mis. F1 : Non !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 se penche sur la feuille de F1	G1 : Quoi ? F2 : Elle a mis x fois trois avec x un au début.... Avec, avec, non, non, en commençant par trois.
06	G1 regarde la calculatrice de G2, F1 regarde sa feuille	F2 : non, enfin, non. F1 : Ben si, ça marche. Trois fois un, ben, trois fois un trois, trois fois deux six, trois fois trois neuf, trois fois quatre douze.
	G1 et G2 parcours les menus de la calculatrice	G2 : Goto, goto... G1 : Série généralisée...
	G1 pose sa calculatrice, F1 écrit	x égal deux,... F2 : Ouais, voilà ! Et par contre, là, c'est l'inverse ! G1 : Moi, j'ai mis qu'on ajoutait deux par rapport à la série C. F1 : B ? G1 : Parce que t'ajoutes trois aussi, mais ça tu pars de cinq et cinq moins trois c'est deux. Et c'est toujours vrai pour toute la série, que ce soit la quarantième ou la centième t'as toujours deux de plus.
	Tous regardent la feuille de F1	F1 : Donc, là ça fait trente deux, cent vingt deux. G1 : Ouais. G2 : Non. F2 : Ah ouais, c'est pas con ! G1 : Ttttiit !
	G2 semble réfléchir, G1 sourit	F1 : Je mets deux de plus. G2 : Oui, car on part, la position initiale, la position une est deux de plus, est supérieure.
	F1 a le stylo en main F1 se renverse en arrière	F2 : Ah ouais, ouais... F1 : Je mets ça comme...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
07	F1 et G1 parlent ensemble, G2 travaille sur sa calculatrice, F2 regarde la feuille commune. F1 écrit	G1 : Attends, au pire tu mets x_B, les valeurs de B plus deux. F1 : Ah ouais !
	G2 relève le nez de sa calculatrice ; tous se tournent vers lui	G2 : On met, or... Ouais, c'est bizarre... Oui, ça fait trente deux plus trente plus trente plus trente. G1 : Hein ? F2 : Ouais, mais là le truc de B on sait pas trop ce que c'est.
	F1 montre avec son stylo	F1 : Ben c'est, c'est... G1 : On mettra valeur de B au pire.
	D'un autre groupe sort : *Entre cinq et sept, y'a pas de point* G1, G2 se tournent vers le groupe	F1 : Je mets là, je mets ça. G2 : Le D *inaudible* G1 : Le D on n'a pas réussi à expliquer le début.
	G2 tapote sa feuille	G2 : Ben... ça fait cinquante cinq la dixième position et ça fait deux cent vingt la dernière. F1 : T'es sûr de ton coup ? F2 : J'ai pas fait ça. G1 : Are you sure, my dear ? F1 : Et comment t'as trouvé ?
	F1 se redresse. G1 semble compter sur ses doigts	G2 : Ah, non, non, deux cent vingt c'est pas la dernière, parce que... je me suis trompé, mais la dixième c'est cinquante cinq. Tu sais, j'ai fait... F2 : Moi aussi j'ai cinquante cinq.
08	F1 reprend le stylo et écrit	F1 : La dixième c'est cinquante cinq ? G2 : Ouais
	Tous se tournent vers G1 qui secoue sa main, trois doigts tendus, puis s'empare de sa calculatrice	G2 : Il est en plein calcul là ! G1 : J'ai trouvé cinquante sept, moi ! F2 : T'es sûr, on a trouvé cinquante cinq, nous... G1 : Ch'ais pas, pfut

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	F2 prend sa calculatrice et tape en même temps qu'elle parle	F2 : J'ai fait sept plus vingt et un... G2 : E c'est facile, c'est trois exposant dix et trois exposant quarante. F2 : La quoi ? G2 : La E. F2 : Ouais, mais on n'a pas trouvé la D. G2 : Ouais. F2 : Ben au pire mets la E.
	F1 écrit	G2 : Trois exposant dix. F1 : Attends, c'est quoi, E ça ! G2 : Parce que on prend trois et on le multiplie ... tout le temps.
	F2 prend sa calculatrice. G1 calcule avec sa machine	G2 : J'ai fait le calcul, c'est ça en plus. F1 : C'est quoi ? Et après tu mets quoi ? trois exposant dix et trois exposant quarante, pourquoi ?
09	G1 lache sa calculatrice. F2 continue à calculer.	G2 : Ben, parce que... Ben, attends, comment j'ai fait ? Ben tu, si parce que tu multiplie... trois, au début, par un, par lui-même, et puis après, par le chiffre trouvé, et ça fait si c'était, euh... F1 : Oui, bon d'accord, non mais je comprends. G2 : Non, non mais ça fait...
	F2 montre sa calculatrice, F1 se penche	F2 : Ce truc de malade ! F1 : Ohhhh !
	F1 se prend la tête dans les mains	F1 : T'as pas le droit de faire ça ! G2 : Attends ! Ça fait au carré, au cube, exposant cinq...
	F1 montre la calculatrice avec son crayon	F1 : Et ça c'est que pour dix ! G2 : Oh ! tu m'écoutes ? Ooooh ! Tu m'écoutes ? F1 : Pardon ! (*rires*)

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	F1 rit ; G2 sérieux	G2 : Ça part de exposant un, ensuite ça fait au carré, neuf, après ça fait au cube, parce que vingt sept, F1 : Oui, mais j'ai compris ! G2 : Et ben voilà ! F1 : Mais comment je marque sur la feuille ? G2 : Et ben ça fait une suite logique par exposant !
10	F2 et G2 se parlent. G1 s'adresse à F1	F2 : Ben l'exposant détermine la, enfin, la position... Non, mais de façon, t'as trouvé la, au quarantième ? G1 : On est obligé de la refaire la première partie ? G2 : C'est trois exposant quarante ! G1 : Chais pas, partie une, partie individuelle. F2 : Non, mais attends, j'te montre.
	F2 montre le calcul de trois exposant quarante, G2 rit et pose sa calculatrice	G2 : Attends, ça fait combien de zéros, enfin combien de milliards ?
	F1 montre ses feuilles	F1 : En fait en groupe, c'est le milieu. G1 : En groupe, t'as le deux, le trois et le quatre. G2 : Oh, la la ! Ça fait... F2 : Tu sais même pas si c'est un million, un milliard ! G2 : Si ! Ça fait douze millions cent cinquante sept mille six cent...
	F1 se tourne en souriant vers F2	F2 Douze millions ? G2 : Attends, attends ! Six cent soixante cinq milliards de... F1 : Ça sert à quoi, je peux pas mettre juste exposant dix ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
11	G2 pose sa calculatrice	F2 : Ah mon avis c'était pas des milliards, des millions. G2 : Tu fais mille milliards de machins. F1 : De mille sabords ! F2 : Non, mais un milliard, c'est plus grand qu'un million ! G2 : Mais tu fais million de milliard...
	F1 se tourne vers G1	F1 : Bon, G1, on va travailler, hein ? Bon, je mets juste trois exposant dix ! F2 : Un million de milliard de ... G2 : Non, attends, je te montre.
	Il cherche un crayon dans sa trousse, puis arrache le crayon de G1. F1 lâche son stylo et se renverse en arrière	G1 : C'est juste ça, en fait ? F1 : J'ai la flemme !
	G1 reprend sa calculatrice. F2 et G2 continuent sur la lecture des nombres ; G2 a repris la calculatrice	F2 : Là c'est un billiard. G2 : Je te montre. F2 : Ch'ais plus c'tait quoi après un milliard ! G2 : Y'a un trillard.
	G1 et G2 utilisent leurs calculatrices. F1 et F2 se sont redressées	F2 : Ouais, enfin bref ! G2 : Un quadrillard...
	F2 regarde la feuille remplie par F1	F2 : Ah oui, t'as mis juste trois exposant dix. F1 : Ben ouais. F2 : Le F ?
	G2 montre sa calculatrice à F2 ; F2 pointe avec son stylo la feuille de compte rendu sans s'occuper de la calculatrice	G2 : Ça c'est douze millions... F2 : Les exposants sont la position qu'on veut ; enfin ! F1 : Ouais, ouais je vais mettre ça
	G2 se tourne vers G1 et lui montre sa calculatrice ; G1 regarde en souriant	G2 : Ça c'est douze millions de milliards. G1 : Je compte pas les zéros. F2 : La position égale euh... G2 : Enfin, bref c'est pas notre sujet. G1 : C'est ce que je vais gagner au loto... avec ça ch'uis l'homme le plus riche du monde.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
12	F1 lance le crayon sur la table. *sourires*	F2 : Ah ouais avec ça ! G1 : Tu peux donner un milliard à tes potes ! G2 : Ah ouais, ta bande de potes, t'en fais des millionnaires, t'sais. Ah ben toi, j't'aime bien...
	F1 montre le micro sur la table	G2 : Ah ouais on est une bande de millionnaires ! Ah oui, coupez, coupez ! *rires* F1 : D on l'a pas trouvé encore. Ch'ais même pas c'est quoi le quarantième.
	G1 avec un sourire	G1 : Ben le quarantième on ajoute quarante à la valeur trente neuf. Et la valeur trente neuf, c'est quoi ? Ben on ajoute trente neuf à la valeur trente huit ! *rires* G2 : Il est excité, là ! F1 : C'est trop, ça ! G2 : Non, mais elle est bizarre cette suite. Et sinon, trois là, c'est quoi ?
13	G2 regarde le papier de compte rendu. F1 et F2 parlent en même temps. F2 désigne sa calculatrice	F1 : En fait, cinquante cinq vous y avez fait à la main ? F2 : Ch'us sûre on soit pouvoir la faire avec euh.
	G2 lit le compte rendu	G2 : C'est quoi cà ? Le nombre mille deux cent soixante quinze peut être atteint par... Ohhh ! Faut savoir à quelle suite ! Ahhh ! F1 : De quoi tu parles ?
	G2 montre la feuille ; tous regardent	G2 : Et ben le nombre mille deux cent soixante quinze peut être atteint par... faut savoir laquelle !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Rires ; F1, F2, G2 parlent en même temps	F1 : Ben déjà la A ! F2 : Tu les as déjà fait les suites ou pas ? G2 : L'an dernier, oui mais on y a vite fait. F2 : T'avais pas fait sur la calculette ? G2 : J'avais pas la calculette. F2 : Pas la même ! G2 : Non. F2 : Parce que sur la calculette, y'avait pas marqué.
	F1 montre la feuille	F1 : Mais est-ce que c'est pas un multiple de trois ?
	G1 et G2 prennent leur calculatrice	G1 : Attends, c'est quoi, mille deux cent soixante quinze.
	F1 et F2 parlent ensemble	F1 : A mon avis, par la C. F2 : la C ? G2 : Oui, oui, oui, c'est un multiple de trois. F1 : Par la B d'jà ! Putain, mais t'es hyper rapide !
14	F1 se tourne vers F2	F1 : Non mais c'est pas toi, c'est G2 ! Par la B ! G2 : Et la C ou pas ? F1 : Ben non, vu que on rajoute plus deux, finalement ça fait plus un multiple de trois. G2 : Ah ouais ! F1 : La D ? G2 : Alors, la D, chaud, hein ! F1 : La D c'est impossible. G1 : Chus sûr que c'est un truc tout con, une formule toute conne.
	G2 est le seul à manipuler sa calculette. Les trois autres sont sur la table	F2 : Ben oui, en plus c'est pas étonnant, sur la calculette. G2 : Non, mais on la connait la formule. F1 : Mais oui, moi, je suis sure de l'avoir déjà vu quelque part.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 rit, F1 rit aussi	G2 : Non, mais, la formule de la D ? Mais la D c'est facile !
	G1 reprend sa machine	G1 : Ah ! Putain ! G2 : Tu pars de un. F1 : Tu lui rajoutes. G2 : T'ajoutes deux. F1 : Ben non, hein, au début.
	F1 rit. G1 manipule sa calculatrice. F2 s'est renversé en arrière. G2 montre avec ses mains	F1 : un, deux, trois, quatre, cinq... F2 : Deux. G2 : Ecoute moi F1 ! Ah c'est chiant elles écoutent jamais ce qu'on leur dit. F1 : Ben non, on t'écoute pas ! F2 : A zéro tu rajoutes un. A un tu rajoutes deux, à trois tu rajoutes quatre. G2 : Non ! F1 : Non, trois ! G2 : Oui ! F2 : Et ça va, oh ! F1 : Il pète son cable !
15	G1 est toujours sur sa calculatrice. Les trois autres comptent à haute voix.	F2 : Donc, ça fait six, à six tu rajoutes quatre, donc ça fait dix G1 : Section financière... G2 : Dix, à dix tu rajoutes cinq, ça fait quinze, à quinze tu rajoutes six, ça fait vingt et un, à vingt et un tu rajoutes sept. F1 : C'est vingt huit et tu rajoutes neuf. G2 : A vingt huit tu rajoutes huit. F1 : Trente six. G2 : Trente six. A trente six tu rajoutes... Au résultat, tu ajoutes, euh... F1 : Oui, mais ça je le sais. Mais ça pour expliquer ! F2 : A cinquante cinq tu rajoutes onze... soixante six ; soixante six tu rajoutes douze (*rires*) G2 : Tu veux bien aller jusqu'à mille deux cent soixante quinze. Vas y ! Vas y F2, allez !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 ne participe pas à la discussion mais utilise sa calculatrice	F2 : Attends, je bugue ! soixante dix neuf, soixante dix neuf, treize, (*inaudible*) deux...
	G2 prend sa calculatrice. G1 pose sa calculatrice	G2 : Attends on peut y arriver ! G1 : soixante dix neuf et treize, ça fait trente deux ? F2 : Ben oui, soixante dix neuf et treize... G1 : J'crois pas, non ! F2 : Non, ah ! j'ai sauté des nombres (*rires*)
	G2 calcule, G1 se penche sur sa calculatrice	G2 : J'ai fait un nouveau tableur. F2 : quatre vingt douze... G2 : Faut marquer, euh...
16	F1 reprend sa calculatrice et refait les calculs	G1 : Oh, mais si tu vas jusqu'à mille deux cents... (*rires*) F1 : Plus quinze, cent vingt et un. F2 : Non, mais arrête ! F1 : Plus seize, cent trente sept, plus dix sept, cent cinquante quatre. F2 : C'est bon ! G2 : Non mais attends, jusqu'à mille deux cent soixante quinze, tu dois le faire ! F2 : Mais non, jusqu'à quarante !
	G2 montre la feuille d'énoncé en se penchant sur la table. F1 continue à calculer	G2 : Et ça, pour savoir si elle y va, la D ! Faut bien savoir F2 : J'avais pas lu, ça ! G2 : Et ouais !
	F1 se redresse, lance son stylo	F1 : Mais comment on peut faire ? Ah mais, on peut faire plus vingt et un, plus vingt deux, plus vingt trois, plus vingt quatre, plus vingt cinq, on n'a pas besoin de trouver à chaque fois le nombre... Ah, ben si ! Ben non ! F2 : Ben si, parce qu'il faut que t'aies le nombre d'avant pour rajouter. Mais on peut pas, en fait, j'crois on peut pas.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Geste du point de G2. Il reprend sa calculatrice.	F2 : Le nombre d'avant tu le connais pas, tu peux pas rajouter ton nombre d'après !
	G1 pointe vers la calculatrice de G2 et lit l'énoncé	G1 : Attends, la E ?
17	G1 retourne à sa feuille d'énoncé. G2 continue à utiliser sa calculatrice	F2 : Pis, si tu pars du début, il faut que tu passes dedans, donc c'est pas possible. G2 : Plus quatre, plus... plus... Ouais mais bon ! Tu vois, là, je sais même pas quoi marquer, la ! La je dis A4 plus quoi ? Ben là, ça va être plus quatre et pis après ça va être plus cinq. Là, il me marque rien en plus !
	Chacun est absorbé sur sa machine. F1 se redresse et prend son crayon	F1 : Et voilà, plus quarante, ça fait huit cent vingt et un. F2 : T'as trouvé combien ? F1 : Huit cent vingt et un. G2 : Pour la D ?
	G2 gomme sur sa feuille. G1 se redresse et montre la feuille de F1	G1 : La E, elle y est pas la dedans déjà ! F1 : Et tu euh... G1 : C'est trois exposant six c'est sept cent vingt neuf et trois exposant sept c'est deux mille cent quatre vingt sept. G2 : Trois exposant quatre vingt six ça fait déjà mille neuf cent... Donc c'est pas ça ! G1 : Quatre vingt six, pourquoi quatre vingt six ?
	Pas de réponse de G2. F1 continue à calculer	F1 : J'y suis presque à mille deux cent, donc euh... F2 : Non mais tu vas pas faire mille deux cents, jusqu'à mille deux cents. F1 : J'te jure, regarde !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 rit, F2 se penche sur la calculatrice de F1	G2 : Elle est déterminée ! Après, c'est quoi l'autre chiffre ? C'est deux mille cent quatre vingt sept ! Bon, alors tu continues encore ! F2 : Mais c'est pas ça qu'on te demande ! G2 : Mais si ! F2 : Ce qu'on te demande, c'est la valeur qu'on ajoute ? G1 : Non, non, qu'il soit dans la suite
	G2 montre la feuille d'énoncé. F1 continue à calculer, F2 a pris le stylo	G2 : La B elle y arrive aussi ! Mets la B ! La A et la B elles y arrivent. F1 : Et la...
	F1 montre sa calculatrice	F1 : Et la D elle y arrive aussi ! Je viens de le faire. G2 : Et, ben la D... Et la tu marques la A et la B sur le... Voilà ! F1 : Vous voulez que je continue jusqu'à deux mille cent... G2 : Ben oui ! F2 : Oh ! G2 : Ben si, ça va aller de plus en plus vite maintenant. F2 : Attends, faut peut-être faire les autres !
	G2 fait un geste indiquant une croissance	G2 : C'est exponentiel ! C'est une courbe exponentielle, ça ! F2 : Et la E, elle va pas jusqu'à mille deux cent soixante quinze ?
18	G1 sourit en regardant G2	G2 : Mais c'est vrai ! Mais si, c'est une courbe qui part comme ça
	G2 mime la courbe sur la table	G2 : C'est de plus en plus... Comme c'est un prix, c'est de plus en plus cher selon la valeur.
	G1 hoche la tête. F1 et F2 sont sur leurs calculatrices	G2 : Quand c'est petit c'est pas cher, quand c'est gros c'est plus cher. Tu vois ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 acquiesce puis se replace en position d'observation	G1 : Attends, je vais essayer de trouver la F.
	Les élèves sont silencieux 10 secondes	F2 : Deux mille cent quatre vingt sept !
	F1 rit. Elle se tourne vers F2 puis se replonge dans ses calculs	F1 : Mais c'est bon ! Ah mais oui, d'accord. G2 : Après c'est quoi ? F1 : C'est combien qu'on cherche ? G2 : Deux mille cent quatre vingt sept. F1 : Ah mais attends, je l'ai dépassé depuis longtemps !
	F1 remonte la suite des calculs.	G2 : Oh la la ! T'y tombes dessus ou pas ? F1 : Non !... Tous ces efforts réduits à néant ! G2 : Si pour la A ! Alors ensuite c'est quoi la dernière question ?
	G2 prend la feuille. F1 regarde l'écran de sa calculatrice. G1 réfléchit. F2 calcule	F2 : Bon, en gros y'a que... G2 : Oh, punaise. Oh ! la dernière question c'est un truc de fous, faut trouver la...
19	G2 redonne la feuille. F2 lit	F2 : Un nombre qui peut jamais être atteint avec les suites B, C ou D ou F mais qui appartient à la suite E. G2 : Tiens on prend sept cent vingt neuf. Ah mais non, mais c'est impossible, parce que A ! A il a tous les chiffres ! F1 : Ben oui ! Comme nombre qui ne peut jamais être atteint par les suites B, C, D ou F ! G2 : Ah donc... F2 : Le A il y est pas ! G2 : Ouais... Et ben essaye sept cent vingt neuf !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 prend la feuille d'énoncé, F1 se redresse	F1 : Zéro ! F2 : Ben si le B il peut. G2 : Ben oui, mais sauf que oui ! F2 : Non, pas le B. G1 : Mais il y a les questions sur la feuille ! F2 : Si il peut ! G2 : Oui mais non parce que dans le *inaudible*). F2 : (*En même temps*) Ah mais si... G2 : Essaye vingt sept pour voir ! F1 : Vingt sept. G2 : Parce que la B c'est un chiffre pair et E c'est impair, C euh... F1 : Faut que ce soit un chiffre impair !
20	G2 suit sur sa feuille. F1 et F2 regardent leurs feuilles. G1 s'est relevé et baille	G2 : Non, non, mais on prend vingt sept de la E et vingt et un... F2 : Mais non, mais il faut réfléchir si c'est pair, si c'est impair. G2 : Ça fait vingt huit et la C, et la C, ça fait attends !... C'est trois par trois la C ? vingt trois, vingt six, ben c'est bon, vingt sept ! Marque vingt sept ! F1 : Eh ! Et trois fois neuf ça fait vingt sept ! G1 : Ouais. F1 : Donc du coup ça veut dire ça marche pas,... ça marche pas pour la C. La C, on fait x fois trois avec x égal un au début puis x égal deux. G2 : Mais non ! Tu pars de cinq. Regarde, tu rajoute trois à dix sept, ça fait vingt, vingt trois. F1 : Ah, donc la C... G2 : Vingt six, vingt neuf... F1 : Oui mais la B. G1 : Oui mais le vingt sept c'est la B. F1 : C'est un multiple de trois donc ça marche pas.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Intervention du professeur pour toute la classe : Alors ce qu'il faudrait c'est que chaque groupe finisse, oh, finisse, en tout cas termine ce qu'il est en train de rédiger, je vais récupérer les travaux de chacun des groupes, pour vous les restituer que l'on puisse passer. Est-ce que... Ben si vous avez eu le temps, sinon on terminera la prochaine fois, je vous le donnerai à terminer. Est-ce que tous les groupes ont à peu près rédiger ce qu'ils avaient à rédiger, la pour le moment ?... Oui ? Alors, on fait un petit break de cinq minutes, vous ne faites pas de bruit dans les couloirs, à la limite, vous restez par là, je vais faire les photocopies et on rattaque dans cinq minutes. Vérifiez bien qu'il y ait le numéro du groupe ! Les élèves se lèvent. Interruption de la prise d'images.	F1 : Euh ! Explications (*Montre la plage vide, rire*). G1 : C'est le groupe numéro 2. F1 : On est le deux ? G1 : Ouais. P : Je peux prendre ? F1 : Ouais ! P : Merci ! G1 : On a rien...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Les élèves reviennent de récréation et se remettent à leur place. F1 rit avec F2.	P : Alors, attendez, qui est ce qui a l'énoncé sous les yeux ? Pour l'activité cinq, euh, tant pis si ça n'a pas été avancé, d'accord, vous la laissez, on la refera plus tard, hein ! Ce que l'on va vous demander là, c'est d'essayer de généraliser vos résultats. Donc, je vous distribue la suite, et puis, je vais vous distribuer la réflexion de chacun des autres groupes. Ça va vous permettre, éventuellement d'avancer, d'accord ? Donc, vous regardez l'activité trois, éventuellement l'activité quatre et après vous passez sur la deuxième partie du travail. D'accord ? G2 : Excuse moi baby ! Oh F1 ! G2 :(*prenant l'accent anglais*) Activité 3 : y-a-t-il parmi A, B, C, D... F1 : Arrête, arrête, fais pas ça ! F2 : Ça va pas le faire, ça ! G2 : *il continue avec l'accent anglais* Selon vous, tôt ou tard, ...
21	Rires Le prof distribue les feuilles. Ils se partagent les feuilles	G1 : Merci. G2 : *avec l'accent* Merci. G1 : Oh, mais la soixantième et la millième.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 rejète sa feuille sur la table, se frappe dans les mains. Il reprend sa feuille et montre à G2. F1 prend sa calculatrice. G2 se lève. P passe et distribue les feuilles de compte rendu des autres groupes	G1 : Oh la la ! Il faut calculer la millième valeur ! F1 : En fait, tu sais pourq... G2 : Je vais allumer un ordi. P : Vous êtes quel groupe ? G1 : Le deux. F1 : Attend ! Ils sont en train de tricher ! G1 : Qui ? F1 : Ils trichent les gens là-bas. Ils sont sur excel ! G1 : Ben ouais ! F2 : Mais ils ont le droit, enfin. F1 : Et pourquoi on n'est pas sur excel, nous ? G1 : Parce qu'on est cons, en fait ! F2 : Parce que nous, on réfléchit.
	P donne les feuilles. F1 et F2 se partagent les feuilles du tas, G1 tend le bras, puis revient en position d'attente bras croisés	P : Voilà, je vous donne les comptes rendus des autres groupes. F1 : Merci. F2 : Alors, moi j'ai le compte rendu de E1, E2.
22	G1 prend une feuille, F1 montre du doigt ; les trois autres regardent	F1 : C'est trop bien, ça, regarde c'est trop bien. G2 : Quoi. G1 : Ouais ça pète sa mère. F1 : Ah ils doivent être forts ceux-là !
	G2 prend la feuille	G2 : C'est nous, ça ! Qu'est-ce qu'il y a de... Groupe deux, groupe quatre ! Ah mais il y a toujours notre groupe en comparaison, c'est ça ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Personne ne répond. F1 est plongé dans un autre compte rendu, F2 regarde, G1 est sur un autre compte rendu.	F1 : Mais alors, eux ! F2 : On ajoute plus un à chaque fois, c'est idiot, on ajoute plus trois. F1 : Est-ce qu'on à les mêmes ? A, B, E. F2 : Ah, attends, la D ? Entre chaque nombre on ajoute la suite de A en commençant par deux. Rien compris. G1 : Là, la F ils disent qu'il n'y a pas de suite logique. F1 : Hein ? G1 : La F, là, ils disent qu'il n'y a pas de suite logique.
23	F2 lisant un compte rendu. F1 lit un autre compte rendu	F2 : On prend les nombres premiers ! G1 : C'est qui ça ? F1 : Alors oui, eux ils mettent on ajoute un à deux. G1 : C'est qui ? C'est qui ? F2 : Ah ouais. C'est E
	F1 (s'adresse à tous) et F2 en même temps continue le dialogue avec G1.	F1 : Ouh là, attends, mais j'ai une explication, quand même. F2 : Non mais dans ce cas là neuf ? G1 : Non, neuf c'est par trois. F2 : Ah oui. F1 : Bon je sais que personne m'écoute, mais c'est pas grave ! G1 : Deux, c'est pas un nombre premier ! ? F2 : Ben si. Parce que deux fois un.
24	G1 hoche la tête ; F2 continue à lire le compte rendu	F2 : Ah, c'est bien, ça, c'est pas bête. G2 : Oh, je viens de comprendre un truc.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	F2 continue de regarder le compte rendu. G1 se tourne vers G2	F2 : Ouais, ouais c'est ça. G2 : Pour la D, c'est ça ? G1 : Pour la F ! F2 : Oui, c'est les nombres premiers en fait la F. G2 : Oui, tu prends un, t'ajoutes deux, t'ajoutes quatre. G1 et F2 : La F. F2 : C'est de la F qu'on parle. G2 : Je parle de la D, moi ! F2 : Ben moi, je parle de la F. F1 : Je peux parler de la F, moi aussi ? G1 : Pour la D j'ai une bonne explication. F1 : Moi, je peux t'expliquer mon explication ! On ajoute un à deux, puis on multiplie un par deux et on rajoute deux fois plus deux fois. G1 : Pfouhh. F2 : J'ai rien compris ! G2 : Oh ! J'ai trouvé une nouvelle explication pour la D. C'est plus simple ! F2 : Vas-y !
	G2 montre sa feuille du doigt	G2 : Tu prends un, tu te rajoutes deux... Donc, ça fait, euh, trois.
	G1 se penche vers F1	: G1 : Elle est où l'explication des...
	G1 cherche dans les feuilles. Pendant ce temps, G2 continue.	G2 : Ensuite tu pars de deux, t'ajoutes quatre, ça fait six. Tu pars de trois t'ajoutes six... F2 : Rien compris, là !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
25	Le prof s'approche de la table. G2 pointe la feuille qui vient d'être distribuée.	P : Donc là, vous avez les comptes rendus des autres groupes. Ce que je vous demande, c'est, si vous les avez regardé, ou en les regardant, de terminer l'activité trois et l'activité quatre. Tant pis pour l'activité cinq. Ensuite vous passerez sur la deuxième partie, voilà la feuille pour le compte rendu du groupe. D'accord ? G2 : Il faudra excel, la dessus non ? P : Ça peut être votre calculatrice aussi, parce que les formules tableur, vous pouvez les mettre la dedans. G2 : J'ai essayé de faire, mais j'y suis pas arrivé. P : Je regarderai.
	Pendant ce dialogue, G1 se penche sur la table et montre une feuille à F1 et F2. Le dialogue continue entre eux trois. G1 pointe son doigt vers un groupe F1 reprend les feuilles	G1 : Il nous manque un groupe, non ? Regarde... il nous manque, euh, le meilleur groupe (*Rires*). F1 : Attends, mais c'est F2 qui l'a... F2 : Ça veut dire que le dixième
	G1 se penche sur la table.	G1 : Non, F2 elle l'a pas ! Il nous manque le groupe de... G2 : Moi, j'ai un groupe, j'ai un groupe ! G1 : Les meilleurs ; le premier de la classe !
	F1 classe les feuilles. Rires de F1	G2 : Elle est en perm ma copine ! F1 : Ohhhoo ! G2 : Be, ch'ai pas, y m'demande, c'est pas vrai... F2 : Si regarde E, elle est là. F1 : T'as mangé quoi à midi ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
26	F1 se penche vers F2.	F1 : Ah, c'est ça ? G1 : Non, c'était pas E1, c'était E2, E3. F2 : Non c'était E1. F1 : Ah oui. G1 : Ah mais à côté, style ! F1 : C'est bien du E1, ça ! G1 : C'est E1, ça ? F1 : u_n égal trois exposant n. G2 : Et alors ? F1 : Ça coule de source. G2 : Nul. J'en ai marre de ce micro.
	Il place des feuilles sur le micro. G1 hoche la tête. G2 agite les feuilles sur le micro. Pas de réactions de F1, F2 et G1	G2 : Voilà ! G1 : Il y a trop de feuilles. G2 : Ça ressemble à mon bureau, c'est marrant !
	Pendant ce temps F1 et F2 parlent	F1 : Pour n ce sont *inaudible* F2 : Ouais, ouais, je comprends... F2 : En fait, c'est bizarre, il a marqué *inaudible* avec u_1 égal 1 F1 : Ben c'est un. F2 : Oui, oui, mais nous,...
	F1 mime et décrit avec le doigt son discours	F1 : Oui, oui, c'est ça : u... n et en fait... plus F2 : Non, c'est bon. F1 : n plus un ! Et vas-y c'est trop ça ! Parce que le n...
	G1 et G2 ne semblent pas suivre et digresse	F2 : Pourquoi, ça a pas marché là. Hein, F1, t'as pas écrit, là ? F1 : Ah zut !
	G1 se penche sur la table	G1 : Fais voir F2. F1 : Oh, on n'a pas rempli, ça ! F2 : **Tu** n'as pas rempli ! F1 : Oui, mais vous m'avez pas donné... F2 : Si je t'ai dit
	F1 reprend le stylo	F1 : C'est quoi l'autre ? F2 : L'autre ? Treize !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 et G2 digressent	F1 : Mais t'es sure ? F2 : Ben oui, c'est un nombre premier. F1 : Donc, là le dixième nombre premier, c'est quoi ? Deux, trois, cinq, ah oui ! F2 : Treize, quinze, non !... seize non. Dix sept ! Dix sept, dix neuf...
27	Le prof se rapproche de la table G2 mime et montre avec la main ; pendant ce dialogue les trois autres élèves continuent à travailler sans s'occuper de ce qu'il se passe. Voir en page 493	P : Alors, c'était quoi ton souci, G2 ? G2 : Ben, je voulais faire une suite, par exemple celle-ci. P : Oui. G2 : Non, non, c'était pour la D. Parce que, on voulait trouver une explication, mais comme on connait pas bien la formule, j'ai, j'y arrivais pas, quoi ! P : Ah oui, mais si tu connais pas la formule, tu ne vas pas pouvoir le rentrer dans la machine ! G2 : Ouais, mais trouver un moyen de marquer, ben, ch'ai pas, j'avais marqué un, trois, six, dix, quinze et pis faire euh...
	La main de G2 se ferme, et il frappe sur la table	G2 : Ben, j'arrivai pas ! P : Alors, c'est ça ! Le problème, il est là ! Mais moi, je peux t'expliquer comment rentrer la formule dans la calculatrice, mais si t'as pas d'idée de formule,... G2 : Ben, par exemple la E. P : Oui. G2 : C'est trois fois euh... mais justement le chif... P : C'est trois fois quoi ? G2 : Ben, au début, c'est trois fois un, ben trois fois le... un entier, quoi ! Trois fois l'entier un, deux,...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
28	P montre sur la calculatrice.	P : Bon ben alors, à ce moment là, ça tu peux ! Tu peux mettre les entiers un, deux etc. Et tu peux mettre à côté, trois fois celui d'à côté, ça c'est possible ! Tu peux mettre dans la colonne B, trois fois la colonne A et tu auras trois fois l'entier d'à côté. Ça c'est possible ! Tu peux créer la suite d'entiers avec l'instruction séquence, la tu sais, on avait vu ça ? G2 : Hmm, hmmm... P : Donc tu crées la suite d'entier avec l'instruction séquence, tu en mets autant que tu en veux, et puis, dans la colonne B tu mets trois fois A. G2 : Oui mais, par exemple, si on doit prendre le résultat et après le multiplier par trois, parce que c'est ça le... P : Alors attends, ça veut dire quoi on prend le résultat ? G2 : Ben, parce que là, c'est trois fois un. P : Oui. G2 : On prend le résultat, fois trois ; ensuite, neuf on le multiplie par trois, vingt sept.... P : Alors, c'est celui d'avant que tu veux multiplier par trois ? G2 : Oui, c'est le résultat. P : Ah oui, ben alors, à ce moment, tu démarres de trois, et en dessous, tu mets, trois fois la cellule du dessus ! Tu recopieras, comme dans un tableur. G2 : D'accord. Moi, je fais copier coller ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
29		P : Oui, tu fais avec saisie rapide, tu sais ? G2 : Oui. P : Tu fais avec l'option saisie rapide et tu recopies ta formule autant que tu veux. G2 : OK. Ben je vais essayer. P : D'accord ! G2 : Merci.
	F1 montre sur la feuille de G1 et se penche sur la table. *Inaudible*. Elle écrit sur le compte rendu puis regarde G2 et P. G1 montre la feuille qu'il lisait à F1 et F2.	F2 : Mais là ? Ah non ! G1 : Là, c'est bien leurs explications. F1 : Où ? G1 : Ben le u_n, $n+1$; là ! J'y avais pensé, mais ! (*rires*) F2 : J'ai rien compris.
	F1 et F2 regardent la feuille. G1 joue avec sa calculatrice. F1 se rejète en arrière.	G1 : Faut faire quoi ? Le trois et le quatre ? G1 : A, B, D, il manque le F ; 1875 ben c'est pas, c'est pas un nombre premier déjà. F1 : *Inaudible* G1 : Voir pour le E. F1 : Ah si on met en F. F2 : Mais le F du coup il faut rechercher si mille deux cent soixante quinze, c'est un nombre premier. G1 : Non, on peut le diviser par trois ! F2 : Oui, donc non. Mais deux mille cent quatre vingt sept ? Attend, comment on faisait quand on était... tu sais avec le pgcd.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 travaille sur sa calculatrice. P est parti.	F2 : P, G,... G2 : P, G, C, D ! F2 : Plus grand diviseur commun. G1 : I don't remember. G2 : P, G, C, D ; après y'a le P, P, C, M. G1 : Oh ! F1 : Plus grand diviseur ? F2 : Ben P, G, G2 : Oui, oui, c'est à l'envers. F2 : Ah ! C'est à l'envers. F1 : Plus grand, P, G,... C, D. F2 : Oui, au lieu de D, C ! Voilà ! G1 : Au pire, t'ajoutes tous les chiffres et si c'est un multiple de neuf tu sais si ça se divise par neuf, et si c'est un multiple de sept, tu sais si ça se divise par sept. Et la, vu que c'est dix, dix huit, pas par cinq déjà, pas par deux. F2 : Deux mille cent quatre vingt sept. Alors quatre vingt sept divisé par... F1 : Super ! Si tu sais ça, tu sais tout ! F2 : Quatre vingt sept ça se divise pas ? G1 : Par trois non plus.... Si c'est bon, ça se divise par trois, c'est pas un nombre premier.
30		F2 : Comment t'as fait ? G1 : Ben, deux mille cent quatre vingt sept divisé par trois ! F2 : Ah, mais t'as fait...
	F1 montre la feuille de F2 avec son crayon et compte	F1 : Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, dix-sept, dix-huit, dix-neuf ; ben, de toute façon, il se divise par neuf. F2 : T'as triché. G2 : J'y arrive pas. Oh ! Punaise !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 remime les gestes de F1	G1 : un, deux, trois, fffiou. F1 : Non, mais oui ! Regarde quatre vingt un ; huit plus un, ça fait neuf. F2 : Le C ? G1 : Oui, mais dix huit ça se divise pas par neuf ! Ah, mais oui ! neuf et neuf dix huit ! G2 : J'y arrive pas ! T'arrives ça, toi ?
	G2 montre sa calculatrice à G1 ; G1 jette un œil puis reprend la conversation avec F1 et F2	G1 : Deux plus un trois deux huit dix, dix-huit.
	G2 essaye de se raccrocher à la conversation. G1 prend la calculatrice de G2 ; G2 se tourne vers lui.	F1 : J'ai pas compris ! G2 : Tu veux essayer de faire la... G1 : Faut mettre un égal avant !
	G2 reprend sa calculatrice	G2 : Ah ouais, c'est vrai ! G1 : Donc, du coup, il nous reste plus qu'à calculer le E, en fait ! F1 : Mais c'est bon !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
31		F2 : Le E, on l'a fait !... Mais en fait, faudrait dire ce qu'on a fait ou pas, parce que sinon... Après on les refait ! F1 : Bon, ça on a fait ! G1 : C'est pas ! Déjà, y'a pas le F ! le E ? F1 : On a faaaiiit ! F2 : Mais on les a fait ! G1 : On a tout fait, là ? F2 : Ben, sauf le D ! G1 : Ben voilà ! Le D, $u_n + n + 1$ F2 : Le C ! Ah si on l'a fait ! Justement il faudrait dire ce qu'on a fait ou pas parce qu'après... F1 : On a tout fait ! Il faut qu'on fasse le quatre. Sauf qu'on n'a pas expliqué... F2 : Tu penses qu'on les a tous fait, là ? F1 : Ben oui ! F2 : Sachant que lui, euh ! G1 : Ben le D on l'a pas expliqué, là ! F2 : Le D , on l'a pas fait, hein ! G1 : Il dit qu'il faut faire le trois et le quatre ! Donc, on fait le trois et le quatre ! F1 : Le trois on l'a fini. On l'a pas trop expliqué, mais c'est pas grave ! G1 : Comme un nombre, c'est quoi, ah, mais attends, j'ai la question ! F2 : Comme un nombre qui ne peut jamais être atteint par la suite B, C, D ou F et qui appartient à G.
32	Pendant tout ce temps, G2 est sur sa calculatrice.	G2 : Ah ! J'sais pas faire ! F2 : Donc, B, C, D ou F... G1 : Mais faut pas que ce soit un multiple de trois déjà !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G2 se penche vers G1 et montre sa calculatrice.	G2 : Après, comment tu fais la ? F1 : Mais t'es rigolo ! Un multiple de trois, c'est multiple de trois ! Ah, non, rien ! Oh la, la ! Je vais trop mal ! F2 : Faut pas qu'il soit un multiple de trois, faut pas que ce soit un nombre premier ! Ben, euh... G1 : Faut pas qu'il se divise par trois, faut pas qu'il se divise par neuf ! Parce que neuf c'est un multiple de trois ! F2 : Ben oui, hein, tous les multiples de trois, ni trois, euh, ni un nombre premier, donc euh, G1 : Ni un multiple de trois plus deux ! F2 : Ah bon ! G1 : Le C ! F2 : Pourquoi ? G1 : Le C, on a fait plus deux, ch'ais pas quoi, là !
	G2 lâche sa calculatrice et reprend part à la conversation	G2 : Comment c'est compliqué pour la F ! G1 : La F, c'est le plus con, justement ! G2 : On ajoute un a deux puis on multiplie... F1 : Mais non, ils se sont plantés ! F2 : Non, la F c'est un nombre premier ! F1 : Tu parles de la E ou la F ? F2 : La F !
	G1 prend la calculatrice de G2 et la repose devant lui.	G1 : Enlève moi ta calculette ! G2 : Mais je t'ai dit de chercher. G1 : De chercher, ch'uis pas ton chien...
33	G2 reprend sa machine en main. *rires*	F2 : Bon, ben on commence ? F1 : On va faire, des petits calculs ! G1 : Ça serait pas mal de trouver un nombre... Attends, B, C, D, F

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Le professeur s'adresse à toute la classe.	P : Dans les groupes, tant pis si vous n'avez pas fini la partie un, vous passez à la partie deux, s'il vous plait ! Tant pis si vous n'avez pas terminé.
	F1 montre la feuille de compte rendu ; F2 lit l'énoncé de la partie deux.	F1 : La partie un.
		F2 : Les méthodes que vous avez utilisées précédemment vous permettent-elles de calculer le soixante dixième, le cent unième, le millième !
	Rires	F2 : Le centième.
		G2 : Centième !
		F1, F2 : Centième !
		F2 : Si oui, calculez ces nombres, si non essayez de modifier vos méthodes pour les obtenir.
	F2 lit l'énoncé.	G2 : C'est le deux centième, en plus !
		F1 : deux cent nems !
		G1 : Ben, déjà, pour le A la feuille réponse, elle est où ?
		F2 : C'est mignon !
		F1 : Là !
34	F1 montre une feuille.	G1 : Non, la deuxième partie !
	F1 montre la même feuille.	F1 : là ! Je sais pas, on a ça... Et pourquoi ?
	F1 se penche vers F2 et prend et agite une feuille.	
	G2 se saisit de sa calculatrice.	
		G2 : Il faut faire à la calculette, ça !
		F1 : Elle est là !
	F1, F2, G1 trient les papiers qui recouvrent la table	G1 : Je t'assure, il nous a donné une feuille.
		F2 : Mais il y en a une là ! Elle est là la tienne.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	P intervient *rires*	P : Voilà, c'est ça, et vous avez un nouveau compte rendu. G1 : On a trop de feuilles. P : Ah oui ! Je suis désolé !... Vous devez avoir un compte rendu pour la deuxième partie pour le groupe. F2 : Ah, il est là ! P : Voilà ! G1 : Et, ben déjà le A... Moi, je fais le A et vous vous faites le reste ! Dans le A, je pense c'est le soixante dix deux cent et mille.
	G2 montre sa calculatrice et tape sur les touches	G2 : Mais là regarde, je pourrai y arriver, tu vois ! Pour la... Mais j'ai... Je sais pas comment... Il a dit saisie rapide, mais... C'est contrôle A, je sais pas ! F2 : Moi, je fais le euh... Le E ! G1 : Tu fais la tête de *inaudible* Tu sais quand il fait le...
	G1 mime avec le doigt sur la bouche ; G2 fait la moue. F1 écrit et F2 regarde ce qu'elle écrit	F2 : Le E tu peux mettre trois puissance soixante dix, trois puissance deux cent, trois puissance mille. G1 : C'est avec un d, pas un t à la fin ! F1 : C'est un d ! G1 : Non !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
35	F1 prend la calculatrice de G1 et regarde au dos ; elle rectifie sur la feuille (il s'agit de l'orthographe du nom de G1)	G1 : Mais il se sont trompé là !... Bien ! F2 : T'as entendu, le D tu peux mettre... euh, le E, excuse moi le E : trois... G1 : Ben le B, c'est facile on a dit ! F1 : Ça veut dire dans ta tête t'as trouvé tous les nombres premiers ? F2 : Le E, pas le F ! F1 : Ah, d'accord ! F2 : Trois puissance soixante dix, trois puissance deux cents G2 : Trois puissance mille. F2 : Et trois puissance mille. G2 : Tu sais ce que ça fait trois puissance mille ? F1, F2 : Non mais... G1 : La, le B tu mets... F2 : De toutes façons, ça va te mettre des puissances.
	F1 répond à G1.	F1 : Ah pardon ? G1 : La, le B... F1 : Oui. G1 : Soixante dix.
	G2 rit et montre le résultat du calcul à F2	F2 : Nooon ! Ce truc de malade ! F1 : Soixante douze. G1 : Oui ; après six cent, après c'est trois milles. F2 : Comment t'as fait ?
	G2 montre sa calculatrice à G1 ; G1 sourit puis reprend la discussion.	G2 : T'as vu trois puissance mille ce que ça fait ! F1 : Il manque plus que le D et le F. G1 : F c'est les nombres premiers. G2 : C'est pire que le chiffre *inaudible*. F1 : Trouve le millième ! G1 : Y'avait un truc pour calculer les nombres premiers mais je me rappelle plus !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
36		F2 : Comment t'as fait pour le soixante dix ? T'as fait trois fois un... Trois fois... G1 : Oui, ya ! YA ! G2 : Comment vous trouvez tout ça, là ? G1 : Parce qu'on est intelligent ! F1 : Voilà ! F2 : Trois mille deux. Après... G1 : Trois mille deux, ah, ah ! F1 : Ben, c'est ça ! F. F2 : Oh, non, non, F tu peux pas ! G1 : Ben, si. Y'avait une technique pour calculer les nombres premiers, mais, euh... F1 : Retrouves la ! F2 : Les nombres premiers, ah bon ? G2 : Ah, mais je sais ce que c'est les nombres premiers, c'est les nombres qui se... G1 : Non, mais on sait ce que c'est. F2 : Qui se divisent que par eux-mêmes et par un ! F1 : C'est bien que tu réagisses maintenant, alors que ça fait dix ans qu'on a trouvé !
	G1 a pris en main sa calculatrice	G1 : Y'a pas tous les nombres premiers, là dessus ? G2 : Premium. F1 : Tu vas sur internet avec ta calculette ! G1 : Oui, sur google ! F2 : Menu, nombres, premier !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
37	Le professeur intervient dans un autre groupe. F1 écoute. F1 revient vers les autres	P : Sur le tableur mais vous avez le tableur du logiciel... G1 : Attends, la formule qu'il a mis : $u_n + n + 1$, u_n c'est la position, donc tu fais soixante dix. G2 : Dans le menu Aide. G1 : Soixante dix plus un. F1 : Ben non ! F2 : J'ai pas, moi, menu Aide. F1 : Mais non, soixante dix c'est n ; u_n c'est autre chose ! Le u, c'est pas ce que t'as trouvé, avant ? G1 : Mais je crois que c'est la position, hein ! F1 : Et là, c'est quoi le n ? G2 : Non mais tu sais, c'est astuce, là ! F2 : Alors ? G2 : Ben ch'ais pas, je suis allé la dedans mais en fait y'a rien !
	On entend le prof dans un autre groupe	P : ils sont allé sur internet pour avoir les nombres premiers. G1 : Ah, ben OK, si ils trichent ! F2 : Nous aussi, on peut y aller sur internet ! G1 : Franchement ! F1 : Mais oh ! G2 : Ils trichent, c'est des gros tricheurs ! F2 : Elle est révoltée ! F1 : C'est pour ça qu'il a mis tout ça, la !
38	G2 continue à fouiller sa calculatrice.	G2 : Oh, genre ! Statistiques, Calculs statistiques. Non c'est médiane, je veux la médiane de... G1 : Troisième position plus,...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Quinze secondes de silence	G1 : Mais si, mais voilà ! Attends, quatrième position, dix plus un. C'est tout con en fait ! Regardes ! Tu prends, par exemple, le dix, c'est la quatrième valeur, donc tu fais quatre plus dix. F1 : Il sort d'où ton quatre ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
39		G1 : Mais c'est la quatrième valeur. Après tu prends plus entre parenthèses, la valeur, donc dix, plus un. Dix plus un ça fait onze, plus quatre quinze ! F1 : Mais c'est ce qu'on disait avec F2 tout à l'heure ! F2 : Attends, attends, c'est quoi ? F1 : On l'a dit depuis dix ans, depuis tout à l'heure, ça ! F2 : Moi, j'ai pas compris ! F1 : Il a bien expliqué, j'ai la flemme de réexpliquer, mais en gros... G1 : Tu prends par exemple, le trois, le trois c'est la deuxième valeur. F2 : Oui. G1 : Donc tu fais deux, la position c'est deux plus, tu prends la valeur, trois et tu rajoutes un ! Donc, deux plus trois plus un ! Et ça fait cinq. F2 : Deux plus trois plus un... Ça fait six ! G1 : Deux plus trois plus un, ça fait... Ben oui, c'est pour ça que ça fait six ! F2 : Donc par exemple, la quinze ; tu prends la position... G2 : Attends, attends. T'en déduis que sept... de F t'en déduis D ? F2 : C'est la cinquième. Quinze plus cinq plus un ? G1 : Quinze plus cinq plus un ! Ouais. G2 : Non, mais c'est ce que j'ai dit. F2 : Ben vous auriez du mieux nous expliquer !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
40		G1 : Alors la pour écrire la soixante dixième, tu prends soixante dix, plus, ah ouais, mais la soixante dixième valeur c'est quoi ? G2 : Soixante dix ! F2 : Oui, mais on connait pas le...
	G1 fait la grimace. Rires.	F2 : Oh, c'te tronche ! G2 : Non, non, mais y'a une méthode ! F1 : Et oui, on connait pas son rang ! F2 : On ne connait pas le nombre d'avant ! F1 : Et oui, on connait pas son rang dans le machin ! F2 : Si, on connait le rang, mais on connait pas le nombre ! Si, le rang c'est soixante dix ! F1 : Tu connais le rang de mille ? G1 : Ben mille ! F1 : Non, c'est pas mille ! G1 : Si, la millième valeur, c'est la millième ! F2 : Nous ça veut dire qu'on veut la soixante neuf ! F1 : Ah oui, alors attends ! F2 : Oui, la millième valeur. G1 : Mais faut trouver la valeur.
	F1 fait un geste de rotation avec la main.	F1 : Donc faut trouver entre soixante neuf et soixante dix. G2 : On a ajouté soixante dix à la soixante neuvième valeur. F2 : Soixante dix plus un ! G1 : Soixante et onze, plus euh, tu prends un nombre au pif ! Disons quarante sept F1 : Ça veut dire que mille c'est l'écart entre les deux. F2 : Mais attends ! Tu vas pas prendre un nombre au pif !...

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
41	Rires ; G2 tient sa calculette en main	G2 : C'est pour ça que je voulais faire ça, là. F1 : Et ben, c'est comme dix, à mon avis c'est comme dix, sauf que tu dois rajouter des zéros.
	G2 pose sa calculatrice devant G1.	G2 : Tu veux pas essayer toi ? F1 : C'est quarante ! Pour mille ça doit être quatre cents.
	G2 pousse le micro vers F1 et F2 qui le replace au milieu. G2 place la calculatrice de F2 au centre de la page	F1 : Qui vote pour ?
	F2 repousse le micro et reprend sa calculatrice. G2 place le micro sur la table de F2 qui le replace au milieu. G2 le repousse du bout de son crayon. F1 le renvoie vers G2 qui le replace au centre des tables.	F2 : T'es chiant, toi, ça va !... Tac. G2 : Et, oh ! F2 : Bon !
	G2 s'adresse à G1 qui a pris en main la calculatrice de G2.	G2 : T'y arrives ou pas ? G1 : Tu veux faire laquelle de série là ? G2 : C'est la B. F1 : C'est la D. F2 : Vous faites quoi la avec vos calculettes ?
	P passe à côté de la table	P : Qu'est ce que tu veux faire ? G1 : Ch'ais pas, il veut essayer de faire un truc, mais je sais même pas ce qu'il fait. G2 : Ben, la série E ! P : Oui, mais comment vous voulez faire pour faire la série E. C'est ça... G2 : Ben c'est... P : Il faut que vous réfléchissiez à quelle formule vous voulez mettre dans la machine.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
42		G2 : C'est trois fois... Non, c'est quoi ? Oui, c'est le résultat du calcul précédent fois trois. P : Et, bien il faut mettre égal le nom de la cellule au dessus, fois trois. G2 : Ah ouais. P : Donc si t'es en B2, tu mets B1 fois trois et après tu recopieras ta formule autant de fois que tu veux et ça va se faire automatiquement. G2 : Et oui, c'est ce que j'ai fait, oui !
	G1 lui redonne sa calculatrice.	G1 : Tiens ! G2 : Mais après, la répétition, euh
	P prend la calculatrice en main	P : Et ben, la répétition, tu fais soit, euh soit tu fais contrôle menu, tu as la recopie rapide. Saisie rapide et tu déroules autant que tu veux. Tu vas voir, normalement... Ah non, il faut que je fasse Entrée. Voilà ! T'as vu ? Donc, Ctrl Menu, Saisie rapide et tu tires autant de fois que tu veux et ta formule elle sera recopiée autant de fois que tu veux. G2 : Ah, mais c'est super ! Merci. P : Voilà !
	P s'éloigne. G1 rit.	G2 : Bon ben ces valeurs, c'est bon on a juste. G2 : On va essayer de refaire jusqu'à... F2 : Attends, alors la mille t'as ? G2 : Et ben, j'étends jusqu'à la mille !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
43	F1 remue les feuilles	F1 : On a encore perdu le... F2 : Mais tu peux ? G2 : Ben oui, je peux ! F1 : On a encore perdu la feuille ! F2 : Qu'est ce qu'il y a ? F1 : La feuille, euh. G1 : C'est F2 qui l'a ! F2 : Elle est devant toi ! F1 : Elle est pas devant moi, elle est sous toi. G2 : Putain, comment ça va pas vite F2 : T'en es à la combien ? G1 : Ben reste appuyé ! G2 : Quatre vingts. F2 : On en a pour longtemps, quand même ! G1 : Mais E, ça sert à rien que tu le fasses, on l'a déjà fait !
	F1 rit.	F1 : Regardes soixante dix, déjà ! F2 : Pourquoi tu veux faire la E, G2 ? G1 : On l'a déjà fait la E ! C'est exposant ! F2 : C'est exposant. G2 : Et ben, on va prendre,... F2 : Pourquoi tu voulais faire trois ? F1 : Mais non, c'était la D ! F2 : C'est la D, là que tu as mis ? F1 : Mais oui c'était... G2 : Non, c'était la E ! Bon, il faut que je fasses laquelle ? G1 : La D ! G2 : La D, c'est quoi la formule ? G1 : C'est $u_n + n + 1$. G2 : Hein ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
44	Rires.	G1 : $u_n + n + 1$. F2 : Ben débrouilles toi avec ça ! F1 : T'es content ? ... Ben, mets les n, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit,... neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze G1 : Mets la position. G2 : Non, non, non ! Après un, il faut que j'ajoute... deux, c'est ça ? Oh, mais non ! G1 : En gros, il faut que tu prennes la position plus la valeur... Par exemple, B1 plus un ! G2 : Attends, attends, plus, B1, plus combien ?
	G1 montre l'écran.	G1 : Mais non, la formule, il faut que tu la mettes... G2 : Non, non, comme ça ! G1 : Attends ! Non ! C'est pas deux. C'est B1 plus un. Non, c'est pas B1... G2 : Si, tu pars de la position ; c'est deux !
	F1 joue avec son crayon.	F1 : Ah mais non, moi je suis pas d'accord ! G2 : Ouais, deux plus B1 plus. G1 : entre parenthèses. G2 : Oui, c'est pareil. G1 : n c'est la valeur... Ah si, la valeur... G2 : plus un ! C'est ça ? G1 : Ouais ! Vas-y ! Non mais c'est fois. G2 : Non, mais faut mettre égal. G1 : Ils ont compris comme toi, c'est bizarre.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
45	G2 tire sa formule.	G2 : Quatre, douze... G1 : Non, c'est pas ça !... Mais ils ont mis fois eux ! T'as pas vu ?... B2 fois trois, ch'ais pas quoi !... Mets des parenthèses ! G2 : Ouais mais ça change... G1 : Ouais, mais on verra ! Egal deux,... Parenthèses... Plus !... Parenthèses... Plus un.
	G2 note sur la machine. G1 regarde les résultats, puis se détourne et s'adresse à F1 et F2.	G1 : Moi, je trouve, vous travaillez pas beaucoup, vous ! F1 : Ben, on sait pas ce que vous faites, en fait ! Mais si ! Là, on va travailler ! G1 : Non, mais, essayez de faire la truc, le D, là ! F2 : La D, euh...
	G2 continue avec sa calculatrice. G1 a pris la feuille d'énoncé et lit, F1 a sorti une feuille d'un autre cours et F2 regarde	F1 : Non mais ça c'est tout ce qu'il y a dans le livre. G1 : Les méthodes que vous avez utilisées précédemment vous permettent-elles de calculer le 70ème, le 200ème, le 1000ème nombre de chaque suite ? Ouh fiou, fiou, fiou fiouille !
	Interruption de l'enregistrement	
	Reprise. Les quatre élèves travaillent sur leurs calculatrices.	F2 : Y'avait une tactique pour savoir si un nombre est premier pas pour les avoir. F1 : Faut les calculer, hein ! F2 : Mais je crois pas qu'il y avait une technique, pour calculer... Pour avoir un nombre premier ! G2 : Faut les savoir par cœur. F2 : Ben ouais ! F1 : Ah ouais, mais, tu sais, il nous avait dit qu'ils étaient à la recherche d'un nombre premier encore, et si on le trouvait on devenait super riche. F2 : Ah oui !

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	Le reste de l'enregistrement est peu audible. Les élèves continuent un moment à discuter des nombres premiers, puis semblent attendre la fin de l'heure, proche. Quand la cloche retentit, le professeur prend la parole. Fin de la séance	P : Restez assis deux secondes, écoutez moi bien ! Plusieurs choses : la première, ceux qui sont sur les ordinateurs, vous enregistrez sur le bureau les fichiers sur lequel vous travaillez. Ceux qui ont travaillé sur calculatrice, demain je récupérerai ce que vous avez fait, donc ne l'effacez pas, à la limite, sauvegardez le. Et ce que je vous demande pour demain de réfléchir à une suite personnelle, et si vous le pouvez, d'avancer les travaux de votre groupe. D'accord ? Allez, à demain !

FIGURE 6.24 – Groupe observé dans la séquence Suites

Deuxième partie

Le cours a lieu dans une salle ordinaire (figure 6.25). Le professeur a installé avant l'arrivée des élèves un vidéoprojecteur relié à un ordinateur (figure 6.26). Le dispositif d'observation consiste en un enregistrement vidéo (cf. figure 6.27) de l'introduction de la leçon par le professeur,

Le cours débute par un dialogue entre professeur et élèves concernant une conférence à laquelle les élèves ont assisté. Problème informatique.

FIGURE 6.25 – Salle ordinaire

FIGURE 6.26 – Dispositif de vidéoprojection

FIGURE 6.27 – Dispositif d'observation

P : Bien on va faire la synthèse de ce que vous aviez fait lundi. Vous avez sous les yeux ce que vous aviez fait. Vous avez eu le temps de retravailler dessus, ou pas ? *Brouhaha.* Non, pas trop ? Bien !

E : Monsieur, nous c'est A qui avait tout.

P : Et A, elle est pas là ? Ben vous auriez pu vous organiser, hein ! Alors, vous ferez en fonction de vos notes, vous avez quand même des notes, je pense ! Bien, est-ce qu'on peut déjà essayer de voir pour la réponse à l'activité deux et aussi l'activité un. Pour les suites, on vous demandait de trouver le sixième nombre. Alors qu'est-ce que vous proposez pour la suite des nombres pour A ?

E : Six !

P : Est-ce que il y en a qui avait autre chose à proposer ? Non ? Il n'y a pas eu de discussion sur la question ? *Silence des élèves.* Donc, d'après vous, c'était quoi le processus choisi par la personne A ?

E : On rajoute un.

P : On rajoute un.

E : A chaque fois.

P : A chaque fois, c'est à dire ? A chaque fois au nombre précédent, la suite, on rajoute un. Bon, ça aurait pu être n'importe quoi d'autre, hein, *a priori*, hein ? C'est pas forcément, on rajoute un systématiquement. *Silence dans la classe.* Alors, pour la suite proposée par B ?

E : Dix huit.

P : Dix huit ! Y'en a qui avait autre chose à proposer ? Non, Il n'y a pas de groupe ou d'élèves dans la classe qui avait autre chose que dix huit à proposer ? Et alors, le processus de calcul, c'était quoi ?

E : C'est la table de trois.

E' : On rajoute trois à la valeur précédente.

P : On rajoute trois à la valeur précédente, oui ; tu dis c'est la table de trois, bon, donc ça veut dire trois fois un, trois fois deux, etc. Oui ! Est-ce qu'il y en a qui ont trouvé une autre façon pour avoir ce résultat ? *Silence dans la classe, 3s.*. Bon, on verra éventuellement plus tard sur la façon de procéder. Pour la suite proposée par la personne C, qu'est ce que vous proposez comme sixième nombre ?

E : On ajoute trois à chaque fois.

P : Alors, chaque fois on ajoute trois au nombre précédent. Mais, alors, c'est ce qu'on avait fait tout à l'heure ?

E : Mais ça commence à cinq.

P : Ça commence à cinq, c'est à dire ?

E : C'est décalé de deux.

P : C'est décalé de deux. Donc, c'est à dire que, sous entendu dans votre processus, vous venez de me dire deux fois, c'est le précédent plus trois, mais il y a quelque chose qu'il faut prendre en compte aussi, et c'est quoi, au fait ?

E : La valeur au début.

P : Oui, donc ce qu'il y avait au départ ! Parce que, avec le même procédé de calcul, si on part d'un nombre différent, on obtient une suite de nombres, visiblement différente. Alors, encore une fois je repose la question, est-ce qu'il y en a qui ont envisagé autre chose ? *Silence, 2s.* Non ? Pour la suite, alors j'en étais à C, donc D.

E : Vingt et un.

P : Vingt et un vous proposez ? Alors comment,... Alors, est-ce qu'il y en a qui avait autre chose que vingt et un ? *Silence, 3s*, même individuellement quand vous avez (*inaudible*) il n'y avait pas d'autres propositions que vingt et un ? Non ? Alors, comment vous avez procédé pour trouver ce vingt et un ? *Silence, 2s*. Oui ?

E : En fait on augmente à chaque fois de la valeur précédente plus un.

P : La valeur précédente plus un, ça ferait seize, alors ?

E : L'écart, l'écart entre deux valeurs, en fait.

E' : Oui l'écart *Brouhaha*.

P : Peut-être, pas tous à la fois, qui est ce qui veut préciser ? Oui !

E : C'est ajouter, au nombre, enfin, la valeur... *Brouhaha*

P : Oui... Oui, O.

O : On ajoute la valeur euh... Par exemple entre un et trois on ajoute deux. C'est la valeur qui a, c'est le milieu de l'intervalle en fait, on ajoute euh

P : Oui ! *Il regarde la feuille d'énoncé.*

O : La précédente, en fait.

E : C'est l'écart !

P : Et c'est toujours le milieu de l'intervalle, à chaque fois ?

O : Non, euh c'est pas ça !

P : Vous avez compris, mais c'est au niveau de la formulation. Oui !

G : Non, mais, on fait celui d'avant, moins celui encore avant, plus un.

P : Alors celui d'avant, moins celui encore avant, plus un. Oui !

E' : Non, c'est l'écart plus un !

P : Oui, mais, tu dis non, mais est-ce que...

E' : Ah si, si si !

P : Est-ce que ça fonctionne, ça ? *Silence*

E : Ben ouais.

P : Alors, une autre formulation ?

E" : Ben on a dit que le chiffre, par exemple en position six on rajoute six

P : En position six, on rajoute six, alors, six à quoi ?

E" : Ben au nombre précédent...

P : Au nombre précédent ! Donc, ça veut dire, on est en sixième position, on prend le précédent plus la position. Donc tu prends en compte la notion de position dans la suite. Sous-entendu, qu'est-ce qu'il va falloir qu'on fasse, alors ?

E" : Un tableau.

P : Un tableau. Qu'est-ce qu'on va mettre dans ce tableau ?

E" : Ben la position.

P : Voilà, il y a besoin de repérer les positions, hein, avec cette formulation, hein ? On a besoin de repérer les positions. Alors qu'avec la proposition tout à l'heure de G, on avait besoin de quoi, en fait ?

E : Du précédent.

P : Oui, du précédent. Donc, il y a des cas où on a besoin du précédent et d'autres Mais, c'est pas une obligation puisqu'on avait d'autres propositions, on a besoin de la position. Alors ce que vous aviez du mal à formuler, c'est que on prend l'écart, et à chaque fois on

rajoute un à cet écart. Alors c'est ça qui peut être intéressant, d'accord, c'est que vous pouvez le formuler en terme d'écart, d'accord ? Mais dans votre formulation, c'était pas assez clair, il faut être plus rigoureux dans la formulation, d'accord ? Pour la série, alors, je ne sais pas si je l'ai demandé, tout le monde était d'accord pour vingt et un ou il y avait d'autres propositions pour cette suite ? *Acquiescement.* Non c'est bon ? Pour le E ?

E : Sept cent vingt neuf.

P : Alors, sept cent vingt neuf. Procédé ? Qui veut proposer... C ?

C : Puissance de trois.

P : Puissance de trois, c'est à dire ?

C : Ben trois puissance trois, neuf, neuf puissance trois vingt sept.

P : Neuf puissance trois vingt sept ? *Rires* O ?

C : non, euh...

O : La première, c'est trois puissance un ça fait trois, la deuxième c'est trois puissance deux ça fait neuf, la troisième c'est trois puissance trois, vingt sept...

P : Alors toi tu dis, on fait trois puissance un pour le premier, trois puissance deux pour le deuxième, c'est à dire qu'en fait, comment on pourrait l'expliquer ?

Brouhaha.

P : Alors on fait trois puissance la position. Est-ce qu'il y en a qui on fait autrement que trois puissance la position ?

E : On fait fois trois.

P : On fait fois trois quoi ?

E : Le chiffre d'avant.

P : Alors c'est pas le chiffre, c'est le nombre, hein ? Alors le nombre d'avant fois trois. Donc, vous voyez, là encore une fois on a deux façons de procéder, hein, soit on travaille en fonction du terme précédent soit on travaille en fonction de la position dans la suite. Tout le monde était d'accord avec sept cent quarante neuf ?

Es : Sept cent vingt neuf.

P : Sept cent vingt neuf, excusez moi, ou il y avait d'autres propositions ? Non. Moi, j'ai envie que ce soit sept cent quarante neuf, après tout ! Ou bien moi, j'ai décidé qu'à partir du cinquième terme on rajoute aussi deux ! (*Pas de réaction dans la classe*) Bon, ensuite, pour le F ?

E : Treize.

E' : Quatorze.

P : Treize, quatorze, allez, on va faire nos prix !

E" : Quinze !

P : D'autres propositions ? Tu disais, C ?

C : On peut pas savoir.

P : On peut pas savoir. Alors, ça veut dire quoi, on peut pas savoir ? *Brouhaha.* Attendez, pas tous à la fois ! Oui ?

E : On n'a pas assez de renseignements !

P : Alors pourquoi, les autres fois, on était, on avait, d'après vous on avait assez d'information ?

E : Elles étaient linéaires.

P : Tu dis, elles étaient...

E : Linéaires.

P : Linéaires.

E' : Là, ch'ais pas au départ y'a deux d'écart, après ça.

E" : Toujours la même chose.

E"' : Constant.

P : C'est toujours la même chose, c'est constant,... Oui ?

E"" : Y'avait une suite logique dans les autres.

P : Et la alors, pourquoi on est sûr qu'il n'y a pas de suite logique ?

E : On n'est pas sûr ! on n'a pas assez de données.

P : Ah ! On n'est pas sûr ! on n'a pas assez de données. *P reprend les propositions faites dans la classe* on ne peut pas être sûr à cent pour cent. Mais l'assurance des autres, vous êtes vraiment, y'avait qu'une seule solution pour vous, y'avait pas d'autres possibilités dans ce qui était proposé avant. On aurait pas pu décider autrement ?

E : Si.

E' : Toujours.

E" : Il a raison.

P : Oui ?

E : *Inaudible*

P : Voilà ! Alors, ce que l'on peut dire c'est que dans les autres il y avait une formulation, une possibilité assez évidente que vous avez retenu, et ça ne veut pas dire qu'il n'y en a pas d'autres, et là il n'y en a pas d'évidente ce qui explique qu'il y a plusieurs possibilités. Alors, si je prends, les différentes réponses, alors je crois c'était quatorze.

E : Treize.

P : Oui, mais il y en avait qui avaient proposé quatorze, alors, dans les premiers. Qui c'est qui avait commencé par proposer quatorze ? Oui ?

E : Entre deux et trois il y a un entre cinq et sept il y a deux, on rajoute trois onze et trois quatorze.

P : Alors tu ne regardes pas l'écart entre trois et cinq... deux et trois après cinq et sept, onze et quatorze, oui, c'est une façon de procéder. Est-ce que tout le monde est d'accord, que ça pourrait être ça éventuellement ?

E : Faudrait savoir au milieu.

P : Au milieu c'est à dire ?

E : Après quatorze.

P : Voilà, après quatorze on met quoi. Mais il n'empêche que pour le sixième, puisque la question c'était de dire le sixième... Mais après, quand il faudra donner le dixième ou, je ne sais plus celui qu'on demandait, le quarantième, je crois, on va avoir peut-être plus de problèmes, mais ça peut s'entendre. Alors après il y avait donc quinze, quels sont les groupes qui proposaient quinze ?

E : Entre deux et trois y'a un. On rajoute un à deux. Après, il y a euh, on rajoute un à celui d'avant.

P : On rajoute ? Alors si je dessine (*P se tourne vers le tableau et cherche une craie*). La craie, de deux à trois tu dis on rajoute un.

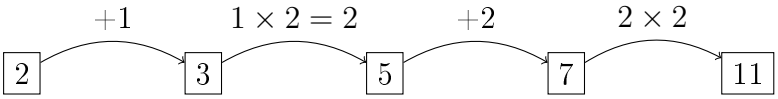
E : Ouais, on multiplie un par deux.

P : Alors on multiplie un par deux. Donc la tu dis on rajoute deux.

E : Oui, et après on rajoute deux, et après on fait deux fois deux et on fait plus quatre

P : Et ça fait plus quatre, pourquoi pas !

Au tableau, P a tracé :



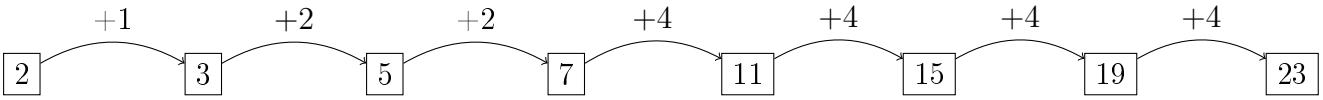
P : Pourquoi pas ! C'est bon ? Alors du coup le suivant, plus trois,

E : Non, plus quatre.

P : Ah, plus quatre, parce que là plus un, bon plus quatre *il complète le dessin au tableau.* Et après, ça donnerait combien ?

E : Dix neuf.

P : Dix neuf ; d'accord, alors, je ne l'avais pas interprété comme ça. Il réécrit au tableau.



Et après je continuerai comment ?

E : Plus huit, huit fois.

P : Plus huit, huit fois. D'accord ? Ça peut s'entendre aussi ! Donc plus un, une fois, plus deux deux fois, plus quatre, quatre fois, après plus hui, huit fois et ainsi de suite. *Brouhaha.* On évite les discussions particulières, par contre. S'il y a des choses à dire, c'est à tout le monde, hein, d'accord ?

Bon alors, j'ai fait quoi, quatorze, quinze, qu'est ce qui restait ?

E' : Treize.

P : Treize.

E' : C'est des nombres premiers.

P : C'est des nombres premiers. Alors, c'est quoi les nombres premiers ?

Es : Les nombres qui se divisent par un et eux mêmes.

P : Oui, les nombres qui se divisent par un et eux mêmes ; si bien que le suivant, vous allez proposer quoi ?

E' : Treize.

P : Oui.

Un élève prend la parole, inaudible

P : Oui, mais justement c'est à nous de construire les termes qui suivent. Tout à l'heure il y avait une argumentation, là on en a une. Alors, évidemment, et c'est ce que vous avez dit tout à l'heure, rien ne nous permet de décider qu'il y en a une meilleure qu'une autre, on n'a pas suffisamment d'informations pour décider qu'il y en a une meilleure qu'une autre. Mais, j'ai envie de dire, un peu comme pour les précédents. On aurait pu trouver des règles, telles que vous venez de les fabriquer, qui sont peut-être moins évidentes, qui ne sautent pas aux yeux, mais qui fonctionnent tout aussi bien ! Donc il n'y a rien qui nous dit que même pour les premiers celles qu'on a trouvé, de règles, sont tout à fait valables.

D'accord ? Bon, alors du coup, après il fallait aller jusqu'au dixième. Bon, alors, je pense que pour la suite A, il n'y a pas de problèmes, évidemment le dixième, c'était. . ..

E : Dix.

P : Si je pars du principe que la réponse était celle proposée, je répète on pourrait imaginer que ce soit autre chose, hein ? Le quarantième ce serait donc,

E : Quarante.

P : Quarante ; pour la suite B ?

Es : Trente.

P : Alors, comment vous l'avez déterminé ce trente ?. . . *Brouhaha.* Pardon ?

E : Trois fois n.

P : Ah ! Trois fois n, c'est à dire trois fois dix, d'accord ! Trois dix. Et pour le quarantième ?

E : Trois fois quarante.

P : Cent vingt ! Et pour le C alors ?

E : Trente deux.

P : Trente deux, alors comment on fait ?

E : Trois fois dix plus deux.

P : Alors pourquoi trois fois dix plus deux ? Il vient d'où ce deux ?

E : C'est la B plus deux.

P : Alors donc, vous vous êtes repéré par rapport à la suite précédente ? D'accord ! Donc du coup vous avez le quarantième aussi. Alors pour la suite D ?

E : Cinquante cinq.

P : Cinquante cinq ; comment on fait, là ? *Plusieurs élèves parlent, inaudible.* Alors, je repose ma question autrement, puisque tu dis plus un, plus deux, comment vous avez pu calculer. . . S'il vous plait ! Comment vous avez pu calculer ce dixième terme de la suite D ?

E : Excel.

P : Exèn ? C'est à dire ?

E : Excel !

P : Ah, Excel ! Vous avez tous utilisé Excel ? J'ai pas vu tous les groupes utiliser Excel, moi.

E' : A la main.

P : A la main, c'est à dire ?

E' : Ben on calcule le sixième puis le septième. . .

P : Alors, sous entendu, pour avoir le dixième vous avez besoin de connaître, et pour excel c'était pareil, vous avez besoin de connaître la neuvième

E : Et la huitième.

P : Oui, voilà ! Est-ce qu'il y en a qui ont trouvé une méthode autre, que de les calculer l'un après les autres ?

E : On fait un plus deux plus trois plus quatre plus cinq.

P : Alors tu dis on additionne un, deux, trois, quatre, cinq,. . .

E : Six, sept, huit, neuf, dix, c'est à dire les positions.

P : Donc on pourrait ajouter d'un coup les un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, mais c'est pareil, est-ce qu'on sait ce que ça fait ça ?

E : *Après 4s* Cinquante cinq.

P : Cent cinquante cinq ?

E : Cinquante cinq !

P : Cinquante cinq. Alors, vous voyez, ça ça pourrait être intéressant, c'est de savoir la somme des nombres de un jusqu'à... n. Un, deux, trois, quatre, cinq, jusqu'à dix, ou un, deux, trois, quatre, cinq, jusqu'à quarante, ça pourrait être une question qu'on pourrait se

E : Poser !

P : Poser ! Alors, on se la posera plus tard, justement ! Pour le E ?

E : Cinquante neuf mille quarante neuf.

P : Cinquante neuf mille quarante neuf, oui ! Et alors un virgule deux dix puissance dix neuf, c'est à dire ça fait un nombre très grand ! Donc ça fait une grande valeur. En fait si on l'écrit de façon exacte, trois puissance quarante, le principe, trois à la puissance le rang, enfin, la position du nombre dans la suite. D'accord ? Et puis pour le dernier ? Ça va dépendre de la méthode ! Alors, encore une fois, on va peut-être pas donner tous les résultats, mais encore une fois, est-ce qu'il y en a qui sont capables de donner directement le trentième ou le quarantième nombre ?*Silence.* Ouais, alors, ceux qui avaient des formules comme celle là (*P montre le tableau*) ou celle de tout à l'heure, je sais plus, c'était pour quinze, où on avait un procédé de calcul, et bien ceux là, il faut qu'ils fassent comme pour la suite D, il faut avoir le neuvième et puis le huitième et on remonte, hein, d'accord ? Et alors pour ceux qui avaient décidé que c'était les nombres premiers ? Alors, qu'est ce qu'il a fallu faire ?

E : Les lister.

P : Il fallait les lister, oui, et vous avez fait comment pour avoir ces nombres premiers ?

E' : Sur internet !

P : Oui, il a fallu aller les chercher quelque part c'est à dire se poser la question quelle est la liste des nombres premiers. Alors, je vous avais dit, sur votre calculatrice, il y a une instruction qui permet de dire si un nombre est premier. Par contre évidemment, c'est qu'il faut tous les essayer, les uns à la suite des autres. Hein ! Alors, ce qui est intéressant dans vos calculatrices, c'est qu'il y a un moyen de contourner cette difficulté, parce qu'on peut programmer. Alors on verra plus tard qu'avec un petit programme on pourra lui demander « le prochain » et la machine va boucler, va chercher le prochain qui sera un nombre premier. Donc ça, on pourra le faire faire à la machine, et non pas les essayer les uns à la suite des autres. Donc on a quand même des outils et ça refait un lien avec la conférence d'hier, on a des outils, et on n'est pas obligé d'aller se lancer dans des recherches et des calculs à la main. Alors, on verra ça, on fera le programme pour chercher les nombres premiers, à supposer que c'était bien cette suite là, mais on n'en sait rien ! Alors maintenant, dans la deuxième partie on vous demandait de généraliser un peu, c'est à dire de trouver le vingtième, non c'était quoi ? Le deux centième

Es : Le soixante dixième.

P : A oui, oui, oui, soixante dixième, deux centième et millième terme de chaque suite.

Evidemment suivant le procédé que vous avez choisi, ça peut être plus ou moins difficile. Est-ce que vous avez eu le temps d'y réfléchir, à ça ?

E : Non.

E' : Si, on a *inaudible*.

P : Non ? Pas tous les groupes ? Et alors, on vous demandait aussi d'essayer d'avoir une représentation graphique, est-ce que vous avez eu le temps d'y réfléchir aussi à ça ?

Es : Non.

P : Non plus ! Bon, et bien ce qu'on va faire c'est qu'on va se remettre en groupe et on va reprendre le travail ; donc vous vous mettez en groupe, vous pouvez déplacer les tables, faites attention au matériel qui est déjà installé, on va se donner, euh, c'est quelle heure là ?

E : Vingt cinq.

P : Vingt cinq, euh, ben ça ira peut-être jusqu'à la fin, on verra.

Les élèves se déplacent ; fin de l'enregistrement de la classe. Enregistrement du même groupe d'élèves. Disposition voir figure 6.28

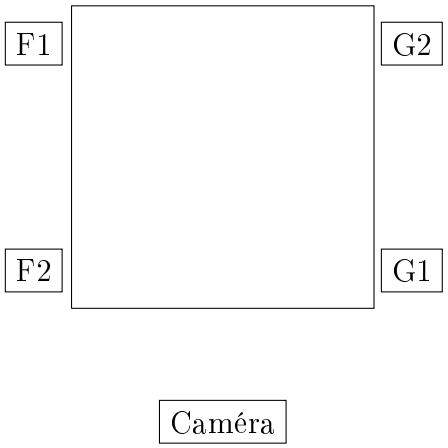


FIGURE 6.28 – Disposition des quatre élèves observés

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
00	Les élèves ont disposé les feuilles sur la table, F1 et F2 sortent leurs calculatrices	F2 : Alors, pour la *inaudible* G1 : Pour la D, ils ont dit quoi, pour la D ? F2 : La D ? Ben ça dépendait !
		Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
01	F1 s'adresse au groupe voisin (inaudible, mais il s'agit d'un problème de piles concernant sa machine). F2 écoute. G1 prend la feuille d'énoncé. F1 ouvre le compartiment à piles de la machine.	F1 : Ça s'ouvre comme ça, je crois ! F1 : Oh, mais il en faut quatre ! G2 : Oui, il en faut quatre, mais au pire t'en mets deux. F2 : Ouais mais je crois que ça marche pas, la dernière fois j'ai essayé G2 : Si, ça marche. F1 : Monsieur ! Ma calculette elle vient de tomber en panne, vous auriez pas des piles juste pour le contrôle ? F2 : Mais tu m'écoutes, je te dis j'ai mis des neuves, deux neuves, ça marchait pas ! F1 : Je pourrai vous les rendre après, mais... P : Oui, oui
	P enlève les piles de sa machine et les donne	P : J'en ai pas des neuves, mais tiens ! F1 : Merci ! G2 : Avant essaye ! F1 : Non, non ! G2 : Toi, t'es relou !
03	F1 place les piles dans sa calculatrice, l'allume. G1 a sorti sa machine.	G1 : J'ai toute mes piles, euh ! F1 : Nia, nia, nia ! F2 : Bon, bref ! G1 : Ils avaient dit quoi pour calculer ça comme méthode, je ne me rappelle plus. F2 : La F ? G1 : La D ! F2 : Ben faut programmer... Ah ! la D ? Ben, ah mais j'ai pas compris, moi... Il avait dit, il faut faire un plus deux plus trois plus quatre plus cinq.
	G2 s'amuse avec la trousse de F1 ; F1 la replace sur la table Elle range les piles, ferme le capot du compartiment à piles.	G2 : Non, moi j'aime bien ce côté, là. F1 : Bon, c'est bon, ça marche ! *Silence, inaudible.*

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 a les feuilles de compte rendu en main.	F1 : C'est quoi ? G1 : C'est pour voir la formule du D ! F2 : Le D c'était... G2 : Ça peut être ça, hein ? F2 : Non, le D ! G2 : Le D c'est quoi ? Oui, mais on sait tous ce que c'est ! F2 : Pardon ? G2 : On sait tous ce que c'est, mais après, euh... F2 : Faut calculer pour l'avoir. G2 : Calculer, pfouuu ! La méthode, ça sera plus,... pour la millième, ça sera plus, mille, pour obtenir le résultat,...
04	G1 prend sa calculatrice. F1 semble rêveuse, F2 et G2 attendent (20s).	
	F1 prend une feuille d'énoncé, rit, lit, bouge les papiers.	F1 : Bon, c'est quoi après ? Six ? *2s* Bon ben déjà, ah ! oui ! G1 : Tu fais quoi ? F1 : Mais, eh ! Où c'est qu'on marque la six ?
	F2 et G1 montre la feuille de réponse	F2 : C'est là ! G1 : là ! F2 : Faut qu'on trouve un autre nombre, enfin un autre... Qu'est ce que je raconte ? F1 : Ah oui, c'est là !
05	20s de silence	F1 : Mais D c'est impossible ! G1 : Mais ch'ais pas, il a dit il faut trouver une formule.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	10s de silence	F1 : Mais si, D, je l'avais fait à la calculette. G2 : Ben alors ? G1 : Mais t'étais pas allé jusqu'au soixante dixième ? F1 : Si ! G1 : Sérieux ? F1 : Ah non, quarantième. Si j'avais fait... Ah, ben attends, c'est ma calculette, celle là ? F2 : Non, c'est la mienne.
	G1 montre la calculatrice sur la table.	G1 : C'est là la tienne ! F1 : Merci !
06	30s de silence. G1, F1, F2 travaillent sur leurs calculatrices. G2 semble « absent ».	G1 : Pis le F, on peut pas... F1 : Si, j'étais allé jusqu'à soixante dix !
	G1 se penche vers F1	F2 : Je suis en train d'y faire. F1 : Mais j'étais allé jusqu'à soixante dix ! F2 : Mais t'avais pas fait la même méthode ! G2 : Faut faire la soixante dixième, la deux centième et la millième ! F1 : C'est genre, tu prenais le truc tu faisais plus un.
07	F1 mime avec ses doigts un passage. 	F1 : C'est ça non ? G1 : Ça fait, la formule c'est u_n+n+1. F1 : Oui, genre, ça fait un... plus un, deux. Deux plus deux, donc quatre plus trois, sept plus... Ben oui, je l'ai fait ! Pour soixante dix ça fait deux mille quatre cent quinze. G1 : T'es sure ? F1 : Ah, non, ça fait deux mille quatre cent quatre vingt quinze.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
	G1 prend la feuille de compte rendu ; il écrit et repose la feuille sur la table	G1 : Deux mille quatre cent vingt ? F1 : Deux mille quatre cent quatre vingt quinze. G1 : Pis les nombres premiers, ben pfff !
	F1 s'adresse à F2 qui travaille sur sa calculatrice.	F1 : Ben t'es allée super vite ! F2 : Ben, ça va. G1 : Et t'as été jusqu'à mille ? F1 : Mais tu peux pas allé... Par exemple, jusqu'à seize, tu fais un plus un ...
08	F1 effectue les calculs dans l'application « Calculs »	F1 : Plus deux plus trois. F2 : Faut continuer après... F1 : Plus sept, plus... F2 : Tu fais comment ?
	P passe près de la table.	G1 : Monsieur, pour la distance dans le livre ils mettent $x_B - x_A$ et vous c'est $x_A - x_B$? P : Oui, mais pour la distance, c'est au carré, donc ça change absolument rien. G1 : Ah oui, ah oui ! Merci ! G2 : C'est tout con ! G1 : C'est vrai. Touche pas ma calculette ! F2 : Il parlait de quoi ? Tu parlais de quoi G1 ? G1 : Non, pour faire la distance de A B, tu fais racine de $x_A - x_B$ au carré plus... Mais comme c'est au carré, tu t'en fous que ce soit x_A ou x_B avant. F2 : Je crois que c'est $x_B - x_A$... G1 : Non ! Soit c'est racine de $x_A - x_B$ au carré plus $y_A - y_B$, ou t'inverse le B et le A, c'est pareil. Vu que c'est au carré ! Si, mais il a dit, comme c'est au carré, c'est pareil. F1 : Ah bon !
	F2 effectue des calculs sur sa machine. F1 prend aussi sa machine. G2 calcule avec la calculatrice de G1 ; 30s.	G2 : Ah c'est magique ! C'est magique.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
09	G1 reprend la feuille d'énoncé et lit.	G1 : Avec la calculatrice, essayez de...
	Double dialogue s'engage : G1 et G2 parlent de statistiques et calculatrices, F1 et F2 parlent des suites : voir ci-dessous.	G2 : T'as fait le tableau pour avoir tous les quartiles, euh, la médiane... G1 : Tu vas dans le tableur, tu mets toutes tes valeurs, et fiou, fiou, fiou... G2 : Non, mais tu fais direct. G1 : C'est quoi direct ? G2 : Ben tu mets tout, t'as plus qu'à remplir... G1 : De toutes façons, ben tu mets tes valeurs. G2 : Oui, mais bon, après faut que... *inaudible*. G1 : Oui, mais c'est rapide, tu fais ça, ça, tu mets le nombre de listes.
		F2 : Ch'ais pas comment tu peux faire pour arriver à mille. Là, j'en suis déjà à cent. F1 : Jusqu'à mille, oui mais on s'en fout. Faut trouver un moyen de calcul rapide F2 : Oui, mais j'en ai pas.
	G1 se penche sur la calculatrice de F2.	G1 : Oh la la ! F1 : Mais, faut pas faire ça ! F2 : C'est pas grave !
10	G1 et G2 parlent ensembles. F2 continue à calculer les termes de la suite. F1 regarde.	G1 : Il faut faire une représentation. F1 : Mais c'est pas comme ça qu'il fallait faire ! Un plus un égal plus deux égal plus trois égal. F2 : Oui, mais c'est pareil ! C'est même plus facile. F1 : Ah oui, d'accord. G2 : Ben ça fait... une fonction affine, une droite. G1 : T'as pas un crayon à papier ?

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
11	G1 fouille dans la trousse de F2. F1 donne un crayon. F2 reprend sa trousse et range ses crayons (30s)	F2 : Tu fais quoi, G2 ? G2 : Quoi ? F2 : Tu fais quoi avec ton portable ? G2 : Oh ! Ça va ! F2 : Ben, ch'ais pas, tu fais rien depuis tout à l'heure. G2 : Oui, mais presque plus de piles, je les garde pour le DS F2 : Ouais, mais, tu peux chercher avec nous, quand même ! G2 : Je cherche, mais voilà ! F2 : Ouais mais tu calcules avec ton portable ?
12	G2 prend la calculatrice de G1.	G2 : Ben voilà, ça va aller mieux, là ; j'en fais des calculs ! G1 : Faut aller dans le tableur. G2 : Ben, j'y suis déjà !
	F1 est la seule à utiliser sa calculatrice. 15s.	F1 : Comment on fait ?
	F1, F2 et G1 calculent en silence. 30s.	
13		G1 : Je comprends rien. G2 : Fais voir ! G1 : Par les formules. G2 : Non faut faire euh ! F1 : Je sais pas comment il faut faire... Comment tu fais pour faire un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze... quinze, seize, dix sept, dix huit. G1 : Ch'ais pas ! Moi j'ai mis A1+1, mais, j'ai pas mis au bon endroit.
	Silence, 5s ; G2 travaille sur la calculatrice de G1	G2 : Ben voilà ! Ça c'est la suite graphique. G1 : Oui, mais si tu fais ça tu fais, les suites, elles vont avoir une droite. G2 : Ah, non mais là c'est fait exprès, pour la une c'est un, deux, trois, quatre, cinq, six.

Suite page suivante

Temps (min.)	Gestes F1, F2, G1, G2	Discours
14		G1 : Elle aussi, ça va être ça. Par exemple, là, t'a un... G2 : Non, mais non parce que ça c'est les ordonnées, et les positions c'est les abscisses. G1 : Ah oui, tu fais comme ça ; alors attends ! G2 : Par exemple, pour la B ça va faire...
	Il mime sur la table, dessine sur une feuille. F1 et F2 discutent avec le groupe voisin. G2 représente la suite sur sa calculatrice et la montre à G1.	G1 : Ben ça va faire une droite, mais beaucoup plus,... comme ça ! G2 : Voilà ! Et pis après, euh... G1 : C'est la même chose, sauf que là, tu pars de trois cette fois, tu pars de deux.
15	Il dessine sur une feuille.	G2 : Quoi ? G1 : C ça part pas de zéro, ça part de deux. G2 : Comment on fait, alors, ça ? C'est pas $2x$ plus machin. F1 : Je comprends pas, j'arrive pas à trouver pour D.
	F1 lève la tête et regarde les dessins de G1 La cloche sonne.	F1 : Tu fais quoi ? G1 : C'est la représentation graphique. P : Alors, vous m'écoutez ? Il faudrait que chaque groupe fasse les représentations graphiques et une formule qu'on pourrait mettre dans la machine et on en reparle lundi ! F2 : Ben, on n'a pas avancé.
	Fin de l'observation.	

Page suivante, l'énoncé original et le compte rendu de l'expérimentation faite en Italie.

Parte 1, assegnata il 18 gennaio

N.B. In questa attività, sia nei lavori individuali, sia in quelli di gruppo, potrai utilizzare, se lo desideri, gli strumenti informatici che ritieni più opportuni. Nei lavori di gruppo, nel caso in cui opinioni discordanti dovessero rimanere tali anche dopo un confronto, riportatele sul foglio di lavoro.

Situazione.

Alberta (A), Bruno (B), Carla (C), Dario (D), Elena (E) e Federico (F) stanno esplorando la successione dei numeri naturali, studiando le proprietà dei numeri che la costituiscono. Le modalità di esplorazione, però, sembrano molto diverse fra loro, anche se tutte sono caratterizzate da una forte sistematicità. Ecco i numeri che i sei amici prendono in considerazione:

A: 1, 2, 3, 4, 5, …, …
B: 3, 6, 9, 12, 15, …, …
C: 5, 8, 11, 14, 17, …, …
D: 1, 3, 6, 10, 15, …, …
E: 3, 9, 27, 81, 243, …, …
F: 2, 3, 5, 7, 11, …, …

Proposta di lavoro
Attività 1 (individuale)
Qual è, secondo te, il sesto numero che ciascuno dei sei amici prenderà in considerazione? In caso di risposta affermativa scrivilo e cerca di spiegare come/cosa hai fatto. In caso di risposta negativa, spiega perché non riesci a individuarlo.
Le tue precedenti risposte cambierebbero se ti venisse chiesto di individuare il decimo numero? E il quarantesimo? Spiega perché.

Attività 2 (di gruppo: 3 studenti)
Parlando uno alla volta, spiegate ai vostri compagni di gruppo come avete risposto alle domande dell'attività 1. Discutete sulle eventuali differenze. Riuscite a produrre una risposta condivisa di gruppo? In caso di risposta affermativa, riportatela sul vostro foglio; in caso di risposta negativa, riportate i punti di dissenso rimasti dopo la discussione.

Attività 3 (di gruppo)
C'è qualcuno, fra A, B, C, D, E, F che, secondo voi, prima o poi, troverà, nella sua successione, il numero 1275? In caso di risposta affermativa, dopo quanti passi?
Giustificate la risposta e precisate le strategie utilizzate per rispondere. Come cambierebbero le vostre risposte se le domande fatte sul numero 1275 fossero fatte sul numero 2187?
È possibile trovare un numero naturale diverso da 0 tale che nessuno, fra A, B, C, D, E ed F, prenderà mai in considerazione? Giustificate la vostra risposta.
Esiste almeno un numero naturale che non potrà mai essere raggiunto da B, né da C, né da D, né da E, né da F? In caso di risposta positiva, trovatelo e spiegate come avete fatto. In caso di risposta negativa, spiegate perché, secondo voi, tale numero non esiste.

Reazioni-risposte delle studentesse e degli studenti:

15 minuti per l'attività individuale e 30 per quella di gruppo.
Solo i gruppi più fragili non sono riusciti a completare l'attività 3 (un gruppo non è nemmeno riuscito a iniziarla). In genere studentesse e studenti non hanno avuto difficoltà significative nella riposta (forse la successione che ha creato più imbarazzo, ma solo in tre - quattro persone, è stata la D; due si sono trovati in difficoltà anche con la F).
L'esercitazione è sicuramente alla portata di studenti di quell'età. Non hanno in genere difficoltà a trovare correttamente il sesto numero. Però emergono le seguenti considerazioni interessanti:
a) pochissimi usano il linguaggio simbolico e solo uno (Alessandro, lo studente più brillante) lo usa in modo corretto per esprimere formule chiuse (non ci riesce solo per D e, ovviamente, per F). Gli altri che usano il linguaggio simbolico si esprimono in modo improprio anche quando individuano correttamente il numero (chiamano n l'ennesimo numero della successione);
b) la maggior parte utilizza la lingua italiana e anche con discreta proprietà di linguaggio, però quasi sempre dietro le definizioni date nella lingua italiana c'è un processo di calcolo iterativo e una definizione ricorsiva (inconsapevoli, soprattutto la seconda). La lingua italiana non sembra essere utile per trovare la formula chiusa: anche quando qualcuno scrive "si tratta della tabellina del 3" poi nella condivisione in gruppo scrive che il sesto numero si determina aggiungendo 3 al quinto, perché si è nella tabellina del 3;
c) qualcuno usa excel, ma soprattutto per rispondere all'ultima parte dell'attività 3. L'unico che lo utilizza sistematicamente, fin dall'inizio, è Lorenzo, ma sembra che ciò non lo aiuti molto; per esempio, scrive che il sesto numero della successione D è 21(e poiché ha generato la succesisone con excel dovrebbe avere messo la formula), ma poi scrive: ""non riesco a spiegare la successione".

Il 23 Gennaio 2010, senza commentare le precedenti risposte, sono state proposte le seguenti attività agli studenti (unico assente Alessandro Tarditi):

Attività 4 (individuale)
Inventa una regola che ti consenta di costruire una successione di numeri naturali. Scrivi questa regola sul tuo foglio. Poi indica i primi cinque elementi di questa successione ai tuoi compagni di gruppo e chiedi loro se sono in grado di risalire alla regola da te scritta a partire dalla sola conoscenza dei primi cinque elementi. Qual è la loro risposta? Come hai fatto tu a rispondere al quesito che i tuoi compagni di gruppo ti hanno posto?
Attività 5 (di gruppo)
Questa attività potrebbe portare a risposte già fornite da alcuni gruppi nelle precedenti attività. Se così fosse, ripetetele, prestando particolare attenzione alla chiarezza del linguaggio.
Nelle precedenti attività avete fatto alcune ipotesi sulle carateristiche delle successioni che i sei amici A, B, C, D, E ed F stanno considerando. Descrivetele utilizzando, per ciascuna di esse, una proposizione della lingua italiana, in modo che sia possibile determinare quanti numeri si vuole di quella successione.

Reazioni-risposte delle studentesse e degli studenti:

Passando per i banchi ho potuto osservare che durante l'attività individuale quasi tutte le studentesse e gli studenti hanno iniziato a scrivere solo numeri della successione, senza cercare di esplicitare una regola chiusa, né una regola data nella lingua naturale. Probabilmente l'esplicitazione della regola rimaneva implicita nella successione. Solo Francesca Accerbi parte da 6+n/2 e poi determina, con *n* che parte da 1, i 5 numeri. Qualche altro studente (pochissimi) scrive qualche cosa sul foglio che ha la parvenza di una formula chiusa, ma dove *n* è usato per denotare il valore dell'ennesimo numero della successione. Poi, con il proseguire dell'attività, diversi studenti passano dalla semplice sequenza di numeri all'esplicitazione di una proposizione nella lingua naturale (il 50%) anche se in qualche caso confusa e forse non coerente, almeno in apparenza, con la sequenza numerica. Qialcuno (30%) cercano di dare la formula chiusa, ma la metà usa *n* per indicare l'ennesimo numero della successione. Per esempio nella sequenza 1, 2, 8, 48, 384, [3840], Max (studente dal buon rendimento) scrive 2n, 4n, 6n, 8n, 10n (dove *n* sta per 1, 2, 8, 48, 384). Anche Alessia (studentessa di rendimento e impegno scarsi) scrive: *n*+7*3 per indicare la sequenza 21, 84, 273, 840, 2541 e precisa *n* = 0 per indicare che parte da 0. Emanuela (studentessa di rendimento e impegno ottimi) scrive$n = n - 1 + n - 2 + n - 3 + n - 4 \ldots + n_0$ per indicare la sequenza 1, 2, 3, 6, 12, senza precisare alcunché nella lingua italiana. La sua compagna Francesca non riesce a individuare il sesto numero, ma a dire la verità nemmeno io e nel folgio non compaiono altre indicazioni. Chiederò in fase di sistemazione che cosa intendeva dire. Il 20%, durante la fase individuale indica solo la sequenza numerica senza usare formule o lingua italiana. Nel lavoro di gruppo tutti usano la lingua italiana (la maggioranza) o le formule che accompagnano la lingia italiana (solo Emanuela usa solo la formula).
Nessun problema con l'attività 5, anche se tre gruppi non hanno avuto il tempo di concluderla.

Il 25 Gennaio 2010, senza commentare le precedenti risposte, sono state proposte le seguenti attività agli studenti (unica assente Francesca Allegretti):

Attività 6 (di gruppo)
Questa attività potrebbe portare a risposte già fornite da alcuni gruppi nelle precedenti attività. Se così fosse, ripetetele, prestando particolare attenzione alla chiarezza della formulazione matematica.
Nelle precedenti attività avete fatto alcune ipotesi sulle caratteristiche delle successioni che i sei amici A, B, C, D, E ed F stanno considerando.
In particolare, nelle attività 1 e 2 avete individuato il decimo e il quarantesimo numero di ciascuna successione. Utilizzate ora le ipotesi che avete fatto sulle loro caratteristiche per calcolare il settantesimo e il centesimo numero di ciascuna successione.
Indicate quindi con una lettera, per esempio n, l'ennesimo numero di ciascuna successione (con "ennesimo numero" intendiamo il "numero di posto n", dove n può rappresentare un qualunque numero naturale).
Usando il linguaggio simbolico della matematica, cercate di scrivere, per ciascuna delle sei successioni, un'espressione che fornisca l'ennesimo numero della successione. Nei casi in cui i vostri tentativi non abbiano successo o semplicemente non vi soddisfino, spiegatene il motivo.

Attività 7 (di gruppo)
Nella precedente attività dovreste aver trovato, almeno per qualcuna delle sei successioni, una espressione che consenta di ottenere il numero di posto n della successione. Per esempio, se B sta considerando tutti i multipli di 3 maggiori di 0, una formula che fornisce l'ennesimo numero è $B(n) = 3n$ (dove, in $B(n)$, B si riferisce alla successione scelta da B, mentre n indica il posto in cui si trova nella successione il numero che stiamo cercando). Analogamente, le formule per indicare in modo generico i numeri pari maggiori di 0 e i numeri dispari sono rispettivamente: $P(n) = 2n$ e $D(n) = 2n - 1$. Così: $B(10) = 3*10 = 30$ è il decimo numero della successione di B, $P(100) = 2*100 = 200$ il centesimo numero pari maggiore di 0 e, infine, $D(1000) = 2*1000 - 1 = 1999$ il millesimo numero dispari.
Più in generale, per una formula che definisce gli elementi di una successione si usa la notazione $f(n)$ e si dice che la formula $f(n)$ è chiusa, perché permette di calcolare direttamente l'ennesimo numero della successione mediante un'espressione che dipende da n.

Una successione può però essere definita anche "per ricorrenza" o "per ricorsione", utilizzando cioè i due passi seguenti:

a) si fornisce esplicitamente il primo numero della successione (base);
b) si precisa la relazione che lega fra loro due termini consecutivi qualunque della successione (passo ricorsivo).

Per esempio, una definizione ricorsiva dei multipli di 3 maggiori di 0 (successione di B) è la seguente:

$f(1) = 3$
$f(n) = f(n - 1) + 3$.

Nella lingua italiana potremmo esprimerla dicendo: il primo numero della successione è 3; un qualunque altro numero ($f(n)$) si ottiene aggiungendo 3 al numero che lo precede ($f(n\text{-}1)$).
In modo analogo, per ricorsione, la successione dei numeri pari maggiori di 0 è data da:

$f(1) = 2$
$f(n) = f(n - 1) + 2$.

Nella lingua italiana potremmo esprimerla dicendo: il primo numero della successione è 2; un qualunque altro numero ($f(n)$) si ottiene aggiungendo 2 al numero che lo precede ($f(n\text{-}1)$).
Ancora, per ricorsione, la successione dei numeri dispari è data da:

$f(1) = 1$
$f(n) = f(n - 1) + 2$.

Nella lingua italiana potremmo esprimerla dicendo: il primo numero della successione è 1; un qualunque altro numero ($f(n)$) si ottiene aggiungendo 2 al numero che lo precede ($f(n\text{-}1)$).

Provate a scrivere ora una definizione per ricorrenza per ciascuna delle successioni generate da A, C, D, E ed F. Nei casi in cui i vostri tentativi non abbiano successo o semplicemente non vi soddisfino, spiegatene il motivo.

Attività 8 (di gruppo)
Gabriella afferma che tutti i numeri della formula $n^2 - n + 41$ appartengono all'insieme dei numeri considerati da F. Gabriella ha ragione? Perché? Giustificate le vostre risposte.

Attività 9 (di gruppo)
Ilario afferma che i numeri considerati da A sono di più di quelli che considerati da ciascuno degli altri cinque amici. Afferma inoltre che sia B sia C considerano più numeri di quelli che possono considerare D, E ed F. Secondo voi Ilario ha ragione? Perché? Giustificate le vostre risposte.

È stato detto che gli uomini incontrano molto presto, nella loro vita, l'idea dell'infinito: probabilmente ancora bambini, nel momento in cui si accorgono che si può andare avanti finché si vuole a contare. E quando ciò accade, quando l'idea dell'infinito sfiora per la prima volta il bambino, questi la carpisce e non l'abbandona più.
Anche l'uomo, nella sua storia, ha incontrato molto presto l'idea dell'infinito e non l'ha più abbandonata, venendone a volte attratto, a volte respinto, facendone, talvolta, oggetto di desiderio, altre volte di studio e sistematica ricerca.

Attività 1 (individuale)
Riesci a ricordare una delle prime volte in cui sei entrata/o in contatto con il concetto di infinito o con esempi che lo riguardassero? Cerca di descrivere quell'esperienza.

Attività 2 (individuale)
Cerca, mediante esempi e definizioni di dare un'idea di che cosa tu intendi con *infinito*.

Attività 3 (individuale)
Ricerca su un dizionario il significato della parola *infinito* (precisa di quale dizionario e di quale edizione si tratta). Quanto scritto sul dizionario corrisponde alla tua idea di *infinito*? In caso di risposta negativa, spiega perché.

Attività 4 (individuale)
Si dice che la matematica è il regno dell'infinito. Secondo te è vero? Perché? Nella tua attività matematica hai utilizzato spesso il concetto di infinito? In caso di risposta affermativa, produci qualche esempio di quando ciò è accaduto.

Mi sono soffermato a lungo con il gruppo di studentesse più in difficoltà (lo sono sempre state, fin dall'inizio dell'esperienza dello scorso anno, però quest'anno, soprattutto nelle attività in classe, stanno dimostrando buona volontà; mi sembra importante questa considerazione, perché le difficoltà che hanno incontrato nell'affrontare l'attività odierna non dipendevano sicuramente da mancanza di impegno). Stavano cercando di esprimere in termini simbolici la successione 1,2,3,4,5… dei numeri naturali. Riporto alcuni passi di un dialogo (che ora ricostruisco) e che è durato una quindicina di minuti, con momenti di sconforto da parte delle tre ragazze (Asja, Angelica, Alessia) e, comunque, sempre con la voglia di riuscirci.

Mi chiamano per chiedere conferma … Angelica: "Prof. per descrivere la prima successione abbiamo scritto $n + 1$, va bene?" Io: "dunque, vediamo, $n + 1$ con n che parte da …?" Asja: "Da 1…" Io, dopo una decina di secondi: "Vediamo da 1, allora il primo numero è" Angelica: "2, quindi da 0…" Asja e Alessia subito non capiscono, poi costruiamo con Angelica una tabella e sembrano capire. Io allora chiedo: "Ma se volessimo partire con $n = 1$, invece che con $n = 0$, come dovremmo cambiare la formula per ottenere la stessa successione?". Questa richiesta manda in confusione le ragazze. Angelica dice $n - 1$, poi $n + 2$, Alessia suggerisce $n + n$, poi $n * 1$, ma quando chiedo "e n*1 a quanto è uguale?" mi risponde 1 e Angelica conferma "certo, $n * 1$ è uguale a 1,se $n = 1$". Il colloquio è stato molto concitato e mi sono reso conto che le ragazze avevano una trilice difficoltà: la prima è quella relativa a considerare un'espressione letterale come una funzione, ossia come la corrispondenza (univoca) fra due insiemi di numeri, il primo che indica il posto dell'elemento nella successione (indicato dalla variabile indipendente n) e il secondo che indica l'elemento corrispondente (indicato con la variabile dipendente $f(n)$). La seconda difficoltà consisteva nel considerare n come una variabile: le ragazze tendevano a istanziarne il valore. Queste due diffico9ltà hanno a che fare con il "pensiero funzionale": le espressioni algebriche vengono viste solo sul piano puramente sintattico e non semantico (non sono viste come generatrici di numeri). Si noti che abbiamo lavorato per un anno e mezzo quasi esclusivamente sul concertto di funzione. In questo caso la difficoltà era acuita dal fatto che la variabile dipendente veniva espressa (se n parte da 1) con la stessa espressione della variabile indipendente. Ossia n può rappresentare, in questo caso, sia il posto, sia l'elemento, perché la funzione è $f(n) = n$ (con $n > 0$). Alla fine, con vari esempi e spiegazioni mi sembra di essere riuscito a ottenere comprensione.

Deborah, Laura e Simone scrivono per la prima domanda dell'attività 6, relativamente alle successioni E ed F che "in entrambi i casi non siamo riusciti a calcolare i numeri [il settantesimo e il centesimo] perché non abbiamo trovato una formula". Poi, subito dopo scrivono per la formula relativa alla E: E(n) = 3*E(n-1).

Nel caso della prima scrivono A(n) = A(n); bene la B, e la C(ma per ricorrenza senza precisare la base) e invece per la D scrivono D(n) = D(n-1)+D(n-1) – D(n-2) + 1.

Nell'attività 7 mettono a posto le definzioni per ricorrenza precisando in tutte la base, ma continuando a scrivere la stessa cosa per la successione D.

Interessante la risposta alla domanda 9: "Crediamo i entrambi i casi che Ilario abbia torto, perché secondo la regola della corrispondenza biunivoca, a ogni numero di ogni gruppo possiamo fare corrispondere un altro numero di un altro gruppo. Secondo Simone dato che i nuemri dei gruppi si possono mettere in corrispondenza biunivoca, i due gruppi hanno la stessa infinità di nuemri. Secondo Deborah e Laura dato che i numeri sono infiniti, allora possono essere messi in corrispondenza biunivoca fra loro. Secondo Ettore entrambi i pensieri hanno senso".

Molto ben svolto il compito di Francesca, Emanuela e Alessandro T., ma anche loro hanno difficoltà a trovare una formula chiusa per la successione D. Lo stesso Alasandro F., Francesco e Max. Bene le formule per ricorrenza. Il gruppo di Martina N., Martina D. e Lorenza (ragazze deboli) riesce meglio con l'attività 7 che non con la 6. Scrivono abbastanza bene le formule per ricorrenza, mentre hanno maggiori difficoltà a usare termini simbolici nell'attività 6. Il gruppo di Elisa, Davide, Marta e Caterina trova invece difficoltà in entrambe le attività.

Molto confuse le risposte di Lorenzo, Jacopo e Filippo.

Come altri gruppi anche Nicole, Daniele e Monica riesce molto meglio nell'attività 7 che non nella 6. Sembra che la ricorsione, una volta spiegata aiuti a scrivere la successione in termini simbolici.

6.14 Observation 11 octobre 2010

Première séance : prise en main des calculatrices

Introduction à l'utilisation des calculatrices. Le professeur a organisé le cours de deux heures dans une salle informatique [13] avec tableau blanc interactif. L'objectif annoncé est de faire prendre connaissance des calculatrices qui sont distribuées à cette occasion aux élèves. L'observateur a enregistré les dialogues du professeurs et des élèves. L'observation a porté sur les comportements des élèves en lien avec le discours et quelques instants ont été filmés (cf. page 539). L'ensemble des dialogues n'est pas retranscrit, nous avons choisi des moments qui permettaient d'étayer notre discours. Le professeur commence par un diaporama pour présenter les principales touches et applications de la calculatrice, puis distribue les calculatrices. La deuxième partie de la leçon repose sur des fiches distribuées aux élèves.

Dialogues

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
00	P : La calculatrice sur laquelle vous allez travailler dispose de tout ce qu'on a besoin en maths, à part la géométrie dans l'espace, on a à peu près tout, à disposition, ce dont on peut avoir besoin. Et donc, ce que vous aurez sur vos calculatrices, ça peut aussi s'installer sur des ordinateurs, et donc, euh, le travail que vous faites sur l'un est transférable sur l'autre, il n'y a pas besoin de changer les formats de fichier ou quoi que ce soit, ça peut passer de l'un à l'autre ; il y aura surement des séances ou vous ferez sur les ordinateurs, parce que, évidemment, c'est quand même plus confortable un grand écran que le petit écran de la calculatrice, mais l'avantage avec votre calculatrice c'est qu'elle sera toujours dans votre cartable, et ça j'y tiens, vous l'avez toujours en cours de maths, parce qu'on s'en servira des fois trente secondes, une minute au milieu d'un cours, et donc il faut que vous l'ayez à disposition ; d'accord ? hein ?
	Suite page suivante

13. Les ordinateurs sont disposés tout autour de la classe ; ils n'ont pas été utilisés durant cette séance

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
50 s	P : Bien, alors, je vous ai dit, il y a tous les outils utiles, vous avez une application pour faire des calculs, une application pour faire de la géométrie, que ce soit des fonctions ou de la géométrie du plan, un tableur, vous avez dû faire, utiliser un tableur pour faire des calculs sur des stats ou des probas, je pense, l'année dernière, hein ? Une application pour gérer les données et les statistiques, c'est à dire pour faire des graphiques statistiques entre autre et puis un éditeur de mathématique et l'intérêt de tous ces outils, on peut les utiliser séparément, mais ce qu'on a fabriqué dans l'un on peut l'utiliser dans l'autre, c'est à dire si on a fait une fonction dans une partie calcul on peut s'en servir dans une partie graphique ou dans une partie tableur.
1 min 36s	*Description des différentes zones du clavier de la calculatrice et des touches de fonction*
2 min 06s	P : Ensuite, vous avez cette deuxième touche qui va vous permettre d'accéder à tous vos documents, parce que, je vous ai dit en fait, c'est plus vraiment une calculatrice donc les documents ils se gèrent comme sur un ordinateur, vous avez des répertoires, dans les répertoires des documents qui peuvent contenir plusieurs feuilles, etc. etc. Ça se copie avec contrôle C, ça se colle avec contrôle V, alors bon, ça fonctionne exactement comme, euh, pour un ordinateur
2 min 34 s	*Suite de la description des touches de la calculatrice en maintenant le parallèle avec l'ordinateur :* P : la touche contrôle menu, ça correspond au clic droit sur l'ordinateur[...] La touche tab qui comme sur un clavier d'ordinateur fait passer d'une zone à une autre [...] l'utilisation habituelle.[...] Le pavé tactile qui s'utilise comme sur les portables ou tout ce qui est tactile sur vos téléphones. *Explication de la touche Scratchpad, des différentes zones de la page d'accueil.*
8 min 30 s	*Distribution des calculatrices ; les élèves installent les piles et allument leurs calculatrices*
15 min 44 s	P : Bon ! Qui n'est pas opérationnel encore ? E : Moi elle s'est pas allumée encore. P : Oui, alors, il faut lui laisser le temps, s'il vous plait, on se tait... Ce qu'il faut que vous sachiez, il y a un OS, un operating system qui se charge automatiquement et qui se remet éventuellement à jour, vous pourrez le faire sur internet, et donc du coup, c'est comme sur un ordinateur, il y a des réglages à faire, garder les réglages par défaut, choisissez le clavier français, et prenez la taille moyenne, ça ira très bien !
16 min 28 s	*Distribution des fiches ; le professeur utilise la calculatrice sur le tableau blanc interactif en même temps que les élèves utilisent leurs calculatrices.*

Suite page suivante

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
18 min	P : Vous appuyez sur la touche maison, pour ceux qui ne l'ont pas encore, pour avoir l'écran d'accueil, d'accord ? Bon ! On va choisir une application calcul, l'application calcul c'est cette icône là, alors soit vous vous déplacez avec le pad soit avec le tab, vous voyez ? Comme ça, ça circule, ça tourne en cyclique, et comme ça vous l'avez ! Et vous validez par entrée.
19 min	*Le professeur demande aux élèves de suivre le déroulement de la fiche et circule dans la classe en rappelant des fonctionnement de touches ; il demande aux élèves de noter au fur et à mesure de leur découverte les touches et combinaisons de touches.*
21 min 07 s	E : On doit faire Enter ou égal, M'sieur ? P : Enter *Le professeur continue à circuler et regarder les manipulations des élèves.*
21 min 54 s	P : Pour valider un calcul, donc Entrée, hein ? Le symbole égal c'est un symbole qu'on utilisera lorsqu'on voudra entrer une équation ou autre... Vous m'écoutez, là s'il vous plait, c'est important ; il faut bien que vous fassiez la différence entre le symbole égal qui a l'utilisation qu'on a habituellement en mathématiques et le symbole entrée qui donne à la calculatrice l'ordre d'exécuter la série de touches que vous venez de taper. D'accord ?
23 min 31 s	P : *Il utilise la calculatrice du tableau interactif* Alors, vous voyez, je ne l'ai pas fait exprès, je me suis trompé, mais ça tombe bien, regardez : on peut utiliser les flèches et je peux remonter dans ma série de calculs et si je tape Entrée, ça le réédite et puis je peux me déplacer dedans, et là, par exemple je peux effacer le caractère, voilà,... je suis venu juste modifier, et je revalide et je l'ai, à nouveau... calculé, voilà !
24 min 10 s	E : Monsieur quand on écrit x c'est la lettre ? P : Oui, le x, c'est la lettre du clavier de l'alphabet.... C'est à dire en maths, on se sert toujours de la variable x quatre vingt dix neuf fois sur cent mais on pourrait l'appeler n'importe quoi d'autres, ça ne fait aucune difficulté.
24 min 27 s	E : C'est comment pour les valeurs approchées ? P : Alors, c'est écrit, si tu lis sur ta fiche, tu vas voir...
26 min 07 s	*Explication des gabarits préformés par la calculatrice pour les puissances et la façon de sortir du gabarit à partir des difficultés rencontrées par les élèves pour faire ce genre de calculs ; un peu plus tard explications reprises avec l'écriture fractionnaire*
28 min 40 s	P Et alors, vous avez vu, pour obtenir une valeur approchée, c'est contrôle entrée et non pas entrée ; ça fait comme sur vos calculatrices actuellement !

Suite page suivante

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
28 min 52 s	E : Comment on fait pour lire la suite ? P : Pardon ? E : *montre sa calculatrice* : Ah oui, pour lire la suite, euh... Comment on fait pour lire la suite ? Je crois que tu fais...*il prend la calculatrice de l'élève et cherche et trouve la manip.*
30 min 18 s	P : Bon, vous avez vu quand on a rentré l'expression, quand on a rentré l'expression qu'est ce qu'elle a fait la calculatrice ? E : Elle a réduit. P : Elle a réduit et... ? E : Ordonné. P : Et ordonné l'expression.
	Suite page suivante

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
31 min 28 s	P : Bien ! Est-ce que je peux avoir votre attention s'il vous plait ? Alors ! Qu'est ce qui se passe, qu'est ce qui s'est passé lorsque vous avez rentré l'expression $\frac{x^2-1}{x-1}$? E : $x+1$. P : $x+1$! A votre avis pourquoi elle a donné ce résultat ? *Silence : 6 s.* E : Elle a mis un message. P : Pardon ? E : Il y a un message en bas. P : J'en suis pas sur message, simplement, moi, la machine je lui mets ça et elle me répond ça. Pourquoi ? E : Elle a utilisé une identité remarquable. P : Oui, elle a utilisé une identité remarquable, alors qu'est ce que tu proposes ? E : $x^2-1=(x-1)(x+1)$. P : Voilà, $x^2-1=(x-1)(x+1)$ et du coup qu'est ce qu'elle a fait la machine ? E : Elle a simplifié. P : Oui, voilà, elle a simplifié, elle a fait comme tout à l'heure, comme là. Mais qu'est-ce qu'on avait dit, nous quand on a travaillé sur ce genre d'équation ? E : Valeur interdite. P : Il y a des valeurs interdites, et donc, c'est ce qu'elle explique, là ! Alors pour avoir le message complet, il suffit de remonter dessus et faire contrôle menu... Ah ! j'ai pas fait ce qu'il fallait, contrôle menu, voilà et afficher le message d'avertissement, voilà le domaine du résultat peut-être plus grand que le domaine de l'entrée, et là, ce qu'on vous dit, c'est qu'il y a eu surement une modification du domaine de... définition et que dans le résultat il y a peut-être plus de valeurs possibles dans le domaine de définition qu'il n'y en avait au départ. Alors, ça, cet exemple il faut vraiment que vous l'ayez en tête, c'est très très important, c'est que ça vous a bien amusé et fait plaisir quand on a calculé les fractions ou l'expression des polynômes tout à l'heure que la calculatrice fasse tout à notre place, c'était super ! Là, elle a pris une initiative, et vous avez vu que cette initiative, elle a quand même des conséquences. Elle nous le dit, là elle est gentille, mais est-ce qu'elle nous le dira toujours, ça on n'en sait rien, et puis est-ce qu'on pensera toujours à bien vérifier ? Et c'est là qu'il va falloir être très vigilant et les réactions que j'ai entendu tout à l'heure, elle donne ça, je ne sais pas trop pourquoi mais je la crois sur parole, ça je n'en veux pas, et chaque fois, s'il y a un résultat qui vous interpelle, il faudra toujours vous poser la question, mais pourquoi elle me dit ça ! D'accord ? Donc ça c'est très important ! Ce n'est pas une confiance aveugle, elle me dit ça ça doit être vrai, non, c'est pourquoi je n'ai pas le résultat que j'attendais, hein, d'accord ? Bien, ben je vous laisse continuer.
	Suite page suivante

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
34 min 45 s	P : Alors, ceux qui ont fini, je vous donne la suite, c'est toujours dans l'application calcul mais on va définir une fonction et travailler sur une fonction. *Le professeur circule dans la classe, ramasse et vérifie les autorisations demandées aux parents pour le prêt de la calculatrice, les élèves travaillent en autonomie jusqu'à la fin de l'heure ; pour les élèves plus avancés, le professeur demande de prendre le sujet du devoir surveillé et d'essayer de refaire les calculs avec la machine.*
Deuxième heure 00	P : Vous m'écoutez, s'il vous plait ? Sur la fin de la première fiche, je ne le fais pas au tableau parce que c'est bon vous avez vu, vous avez compris, mais vous avez bien vu l'expression, quand vous utilisez expand, et vous pouvez le tapez ou accéder par les menus, et pour accéder par les menus c'est menu trois trois, soit accéder par les menus, soit vous tapez l'expression, donc expand et il suffit de taper ce que vous voulez développer. S'il y a plusieurs variables, je crois qu'on peut préciser suivant quelle variable on peut développer, mais on verra plus tard. Factoriser, même chose, pas de problème ! Par contre vous avez vu pour solve, alors déjà, certains,... on se tait !... certains avaient oublié l'équation donc égal à zéro, donc quand il y a solve, il faut un signe égal, pas forcément égal à zéro, ça peut être $3x + 27$, hein ? Mais il faut un signe égal et toujours après, virgule et on précise quelle est la variable, hein ? comme je vous l'ai dit, en maths c'est souvent x mais on pourrait mettre des u des t des z, comme on veut. Donc là, je n'insiste pas. Ensuite, pour le deuxième, quand vous avez appuyé là et redemander une deuxième page de calcul, vous avez vu qu'il y a un deuxième onglet, hein ? C'est comme pour les feuilles de tableur, hein ! Et vous pouvez revenir à l'onglet précédent, c'est pas perdu, hein, d'accord ? Et il y a une numérotation un-un, un-deux, etc. c'est à dire activité un première page, activité un deuxième page, et on pourrait éventuellement choisir une nouvelle activité, si on veut on pourrait prendre une deuxième activité, hein ? On verra ça plus tard !

Suite page suivante

Temps (min.)	Discours/*Résumé du discours*
2 min	Je retourne dans ma page, voilà ! Vous avez vu pour définir une fonction, soit vous utilisez les menus, hein, alors menu un un Define, ça c'est une première façon de faire pour définir les fonctions, mais vous pouvez aussi écrire, $f(x)$, faut que je trouve mon f, deux points égal, où est-ce qu'il est mon deux point égal ? E : En haut à droite. P : En haut à droite... E : Contrôle et là haut. P : Ah, voilà ! Y'en a qui sont plus doués que moi ! Je l'ai quand même depuis le mois de juin et eux depuis dix minutes ! Bon ! Alors une autre façon c'est de taper deux points égal, donc visiblement contrôle et ça, et votre expression, et ça fait pareil ! Et des fois c'est plus rapide de le faire comme ça, d'accord, c'était quoi notre fonction $x^2 - 6x$, voilà !
4 min	*P passe en revue alors les possibilités de calcul sur et avec la fonction, puis fait explorer l'application graphique.*

Quelques moments...

Moment 1 : les élèves explorent l'application graphique. Le professeur montre les manipulations aux tableau. Dans ce premier moment, les élèves ont tracé la courbe de la fonction $x \to x^2 - 6x$ et fait afficher un tableau de valeur. L'écran est partagé en deux verticalement.

Durée (min. s.)	Gestes	Discours
34 s.	E avec le doigt montre le passage d'une fenêtre à l'autre. 	E : T'as une parabole ? E' : Oui ! P : *au tableau* Je vais choisir cette option là. J'ai la table de valeurs à côté. *Au tableau le professeur montre la façon de passer d'une fenêtre à l'autre.*

Moment 2

Le professeur se promène entre les tables ; tout à coup, il décide d'expliquer comment enregistrer les fichiers. Le déclencheur n'est pas perceptible sur l'enregistrement. Il montre au tableau au fur et à mesure de son discours.

Durée (min. s.)	Gestes	Discours
6 min	P est au tableau, essaye quelques touches puis se retourne vers la classe.	P : Ouh ! Tiens ! Attendez, ce qu'on va faire, écoutez moi, on va le faire ensemble. Je ne vous ai pas montré comment on travaille sur les fichiers. Ça va être l'occasion. Alors...
	P utilise la calculatrice projeté sur le TBI. Il appuie mal sur la touche. Un élève le lui fait remarquer. Il rectifie. Il clique sur Enregistrez sous	P : Je vais tâtonner parce qu'il y a de petites modifications, donc vous m'excuserez si ce n'est pas fonctionnel du début ! Si vous appuyez sur Documents, vous avez l'option Fichier. Euh... Ben la, il n'est pas enregistré... E : Non, vous êtes pas sur Fichier. P : Ah oui ! Voilà... Voilà ! Donc, vous avez l'option fichier, euh, on va essayer de l'enregistrer. P : Donc, vous choisissez enregistrez sous.
	La camera se fixe alors sur la calculatrice d'un élève F (son voisin est noté G) ; l'écran est le même que celui projeté au tableau. L'élève F annule et appuie sur la touche Home.	P : Alors, ici, il faudrait que je trouve un classeur où le ranger, pour le moment, il n'y a pas de classeurs qui m'intéresse, ça c'est les classeurs par défaut de la calculatrice, donc ce qu'on va faire, on va annuler et on va se créer un classeur, on va aller dans la maison, home. G : Mes classeurs... Et, y'a même la mémoire.
	F fait défiler les icones des applications avec tab, puis surligne Nouveau et tape entrée ; le message « Voulez vous enregistrer le classeur non enregisté » apparaît à l'écran. Après 7s, F appuie sur Annuler. F utilise alors le pad pour amener le curseur sur Mes classeurs. F clique. Le texte surligné est « Classeur non enregistré ». F clique et se retrouve sur sa page graphique.	P : Et si vous êtes dans Mes classeurs, si vous faites Contrôle Menu... On a Nouveau classeur... Ben ! Tiens ! On va créer un nouveau répertoire d'abord.

Suite page suivante

Durée (min. s.)	Gestes	Discours
	F revient sur Home.	G : Pfiouuu ! P : Revenez sur Home, d'abord. Ça y est ? C'était pour essayer de vous perdre, j'y suis arrivé, c'est bon ? G : Ah oui *D'autres élèves acquiescent et rient.* F : Mes Classeurs... J'ai pas suivi !
	F ouvre le menu et clique sur Nouveau Classeur ; le même message apparaît.	G : Nouveau Dossier ! P : Pour avoir les majuscules... G : Donc là, contrôle menu. F : Pourquoi, ça me demande si je veux l'enregistrer ? G : Mais t'a fait nouveau classeur. P : On va l'appeler Mathématiques. F : Ben oui ! G : C'est Nouveau dossier qu'il a dit.
	F annule, puis ouvre le menu, puis clique sur nouveau menu. F se penche vers G. P explique comment obtenir les accents. F en est exactement au « é » de mathématiques et suit le discours pour obtenir l'accent	P : Shift pour les majuscules, et contrôle shift, c'est comme sur les ordinateurs, ça bloque les majuscules. F : Tu l'as appelé comment ? G : Mathématiques. P : Pour obtenir les accents, c'est cette touche là avec la petit drapeau ; vous voyez ! En fait c'est comme sur les claviers de téléphone, ça tourne en boucle. Donc quand j'ai le « e », il va proposé le « é », le « è », accent grave, etc. F : Ah oui. P : Voilà ! Je ne sais pas si vous avez exactement comme moi, mais ce n'est pas bien grave.
	F et G ont tous les deux créer le répertoire mathématiques ; F est toujours sur la page des dossiers et tape Contrôle Menu ; le menu apparait. F surligne rapidement tous les menus disponibles	P : Et maintenant, vous faites enregistrez sous... G : Euh ! Si on fait quoi ? F : Menu...

Suite page suivante

Durée (min. s.)	Gestes	Discours
	F sort du menu, surligne classeur non enregistré, tape la touche Menu. F enregistre son classeur, en donnant le nom et en choisissant le répertoire. F regarde le tableau	P : Voilà ! Alors j'ai mon dossier Mathématiques, voilà, et on va lui donner un nom, on peut l'appeler, Séance 1. G : Tu vas dans enregistrez sous. P : Voilà ! Mon document, il est enregistré, là. Donc, on pourra revenir dessus !

Troisième moment

Le professeur a donné comme consigne de refaire le dernier devoir surveillé à l'aide de la calculatrice. Le élèves ont sorti la feuille d'énoncé ; le premier exercice revient à manipuler des expressions du second degré ; la caméra est fixé sur la calculatrice de G1 ;

Exercice 1
a) Résoudre l'équation : $x^2 - \left(\sqrt{2} + \pi\right) x + \pi\sqrt{2} = 0$
b) Résoudre l'équation : $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 1$
c) Factoriser l'expression : $-3x^3 + x^2 - \frac{1}{12}x$
d) Résoudre l'inéquation : $\frac{2}{x+3} < -5(x+1)$

Durée (min. s.)	Gestes	Discours
37 s	P explique une nouvelle fois comment sauvegarder un fichier. G1 a rentré la première équation mais avec une erreur de syntaxe : solve$(x^2 - \left(\sqrt{2} + \pi\right) x + \pi\sqrt{2} = 0), x$. La calculatrice renvoie le message : Il n'y a pas assez d'arguments. Un ou plusieurs arguments de la fonction ou de la commande n'ont pas été spécifiés. OK	

Suite page suivante

Durée (min. s.)	Gestes	Discours
	Il réessaye deux fois, puis s'arrête. La caméra se fixe sur la calculatrice de G2 qui rentre cette première équation ; il fait lui aussi une erreur de parenthésage et reçoit le même message qu'il montre à G1	G2 : Ah merde ! T'as ça aussi ? G1 : fait virgule x. G2 : Ah ouais !
	G2 rajoute virgule x mais ne modifie pas le parenthésage. La machine renvoie : Erreur Manquante) OK Il appelle l'observateur qui explique le problème de parenthésage.	G2 : Parenthèse manquante ?

Deuxième séance : introduction à la notion de nombre dérivée

Le professeur utilise deux activités du manuel pour l'introduction du nombre dérivé ; la première s'appuie sur la définition cinématique comme vitesse instantanée du nombre dérivé et la seconde détermine la pente de la tangente à la courbe d'une fonction comme limite des pentes des sécantes.

Le discours du professeur est enregistré et parallèlement des moments de travail sur les calculatrices sont filmés ; on retrouvera ci-dessous l'intégralité des interactions. L'enregistrement débute lorsque le professeur corrige une activité du livre déjà commencée en classe et que les élèves avaient à finir à la maison. Cette activité s'intitule « De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée ».

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
00	P écrit au tableau	P : Donc c'est le temps écoulé, hein, puisque j'ai le moment d'arrivée moins le temps de départ, et là, c'est bien la distance parcourue aussi ;... puisque je mesure la distance parcourue en une seconde et demie moins la distance que j'avais déjà parcourue en une seconde, donc c'est bien la distance parcourue entre les instants un et un virgule cinq, d'accord ? Alors donc pour effectuer ce calcul, évidemment, qu'est ce qu'il faut qu'on détermine ? E : Les valeurs. P : Oui, les valeurs, alors, $d(1,5)$, qu'est-ce que ça vaut $d(1,5)$?... Comment on le calcule ? E : C'est 4,9 fois t^2. P : Oui, 4,9 fois 1,5 au carré. Qu'est-ce que vous avez obtenu ? E : 11, 025. P : Onze...zéro vingt cinq ? E : Oui. P : Vous êtes d'accord ? Les autres ?... Oui ou non ? Es : Oui *timides*. P : Et $d(1)$? E : 4,9. P : Oui, quatre virgule neuf fois un au carré, ce qui nous donne ? E : Quatre virgule neuf. P : Quatre virgule neuf ! Donc, du coup, si on remplace ici : onze zéro vingt cinq moins quatre virgule neuf sur... zéro cinq !... D'accord ? Alors, ce qui donne combien sur ta calculatrice ? E : Douze vingt cinq.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
02	G a tapé sur sa calculatrice : $4.9 * (1.5)^2 - 4.9/1.5 - 1$. Il obtient un résultat qui ne correspond pas. Silence	P : Douze vingt cinq ? Donc on a une vitesse moyenne de douze virgule vingt cinq mêtres par seconde. D'accord ? Ensuite, on vous dit : on s'intéresse à la vitesse de la balle entre deux instants très proches. On prend h un réel non nul. Vérifiez que la vitesse moyenne $d(1+h)-d(1)$ sur h de la balle est égal à neuf virgule huit plus quatre virgule neuf h. Alors comment on peut vérifier ça ? Alors déjà, on va peut-être essayer, comme tout à l'heure, de comprendre cette formule. Après, on fera les calculs. Pourquoi ça représente bien la vitesse moyenne sur un instant h très court ? E : $d(1 + h)$ c'est la distance et après *inaudible*. P : Voilà ! Si je démarre à l'instant un, j'enclenche mon chronomètre, et que je l'arrête un petit peu plus loin donc, si j'ai ici mon échelle de temps, à un j'enclenche, et c'est sur une durée h, donc j'arrive, le deuxième instant c'est un plus h. D'accord ? Et puis ensuite... Euh, là, c'est pas quatre, c'est...
	P cherche un chiffon pour essuyer le tableau.	On avait un truc, lundi, je ne me rappelle plus ! Quelqu'un aurait un mouchoir ou quelque chose comme ça pour effacer ? Merci ! C'est pas quatre, là, c'est h ! Donc $d(1 + h) - d(1)$ c'est ce qu'on avait là, ça fonctionne ! Et alors là ? Pourquoi c'est h, c'est pas étonnant ? Ça correspond à quel calcul ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
04		E : C'est comme au dessus ! P : Oui, c'est le $1+h$ moins un, en fait. D'accord ? Hein, c'est l'instant d'arrivée moins l'instant de départ. Alors comment est-ce qu'on peut vérifier ce qui nous est demandé ? E : On remplace les valeurs. P : On remplace les valeurs, c'est à dire. E : Un on remplace par quatre virgule neuf. P : On remplace un par quatre virgule neuf ? Ou ça ? Mais comment... Pourquoi on aurait le droit de remplacer le un par quatre virgule neuf ? E : Non mais le d de l'instant de départ. P : Ah, alors oui, alors ça nous donne,... On remplace, qu'est ce qu'on va obtenir ? E : $d(1)$ moins d... P : Alors, oui, $d(1)$ c'est quatre virgule neuf... sur h. Mais $d(1+h)$, c'est quoi $d(1+h)$? E : Quatre virgule neuf... P : Quatre virgule neuf plus h ? Qu'est ce que ça représente ce $d(1+h)$? E *Après 5 s* : Quatre virgule neuf facteur de un plus h . P : Quatre virgule neuf facteur de un plus h ! Et pourquoi ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
06		E : Parce que $d(t)$ c'est quatre virgule neuf fois t au carré. P : Oui, alors... E : Oui, non, quatre virgule neuf fois un plus h au carré. P : Voilà ! Je repose ma question, en fait, qu'est ce que ça représente $d(1+h)$? Concrètement ? *10 secondes de silence* Si je fais ce calcul, je vais obtenir quoi ? *2 s* Ça représenterait quoi, le résultat de ce calcul ? E : La distance finale ! P : La distance ? C'est à dire la distance finale... la distance parcourue. E : De un. P : Oui, à la durée $1+h$. D'accord ? Et donc, en fait pour calculer $d(1+h)$ il faut simplement que je remplace ici t par $1+h$, hein, pour avoir la distance parcourue, on sait que c'est quatre virgule neuf fois le temps élevé au carré et la le temps du parcours, c'est $1+h$. Donc, voilà ce que vaut $d(1+h)$. Donc on peut le mettre ici. *Il écrit au tableau.* Et alors, ensuite, qu'est ce qu'il faut faire ? E : remplacer h. P : Oui, remplacer h par quoi ? E : Ben les valeurs. P : Par les valeurs qu'on nous donne ! Mais, est-ce qu'on a répondu à la question qui nous était posée ? E : Non. P : Non, alors qu'est ce qu'il faut répondre ? E : Il faut résoudre la fraction.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
08		P : Résoudre la fraction ? La simplifier, hein ? Il faut essayer de simplifier cette écriture, alors si on veut simplifier, comment il faut qu'on fasse ? E : Développer. P : Oui, on va développer la parenthèse. Alors ça nous donne quoi ? E : Un au carré plus deux h plus h au carré. P : Un au carré, donc c'est à dire un... plus deux h plus h au carré. Oui, voilà, facteur de quatre virgule neuf, et il reste le quatre virgule neuf ici... Ensuite ? E : *Inaudible* P : Pardon ? E : On distribue. P : On distribue, oui, alors, ça nous donne ?
	P écrit au tableau sous la dictée en répétant.	E : Quatre virgule neuf... plus plus neuf virgule huit h... plus quatre virgule neuf h deux...moins quatre virgule neuf. P : le tout sur ? E : h. P : On peut simplifier les deux quatre virgule neuf et après on peut ? Oui, ici on s'aperçoit qu'on peut mettre en facteur h ; donc ça fait h facteur de quoi ? E : Quatre virgule neuf h plus neuf virgule huit. P : Oui, et donc on peut en effet simplifier par h et on obtient bien ce qui était annoncé. D'accord ? C'est bon ? ... Bon et alors après comment on fait pour compléter le tableau qui nous est proposé ? E : On remplace par les valeurs.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
10		P : On remplace. . . h, oui, par la valeur ? Alors par exemple, la première valeur c'est combien ? E : Zéro virgule un. P : Zéro virgule un, donc h et puis est-ce qu'elle a un nom donc la vitesse moyenne. Alors si on remplace h par zéro virgule un, qu'est-ce qu'on obtient ? E : Dix virgule vingt neuf. P : Dix virgule vingt neuf. . . Comment on l'obtient ce dix virgule vingt neuf, en fait ? E : Ben on remplace. . . P : Oui, mais on remplace où ?
11	Un élève montre le tableau. P montre à son tour.	P : Là ? Ah, voilà, d'accord. Maintenant qu'on a une expression simplifiée plutôt que de refaire les calculs comme on l'a fait tout à l'heure avec un virgule cinq, là on peut se contenter de partir de cette formule là ! Et puis, alors, la valeur suivante, c'est combien ? Zéro, zéro, un ? E : Neuf virgule huit quatre neuf. P : Neuf virgule ? E : Huit quatre neuf. P : Neuf virgule huit quatre neuf.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
	P écrit au fur et à mesure au tableau ; les élèves calculent sur leurs machines et dictent	P : Ensuite, je crois que c'est le millième. P : Neuf virgule huit zéro quatre neuf. Bon, on pourrait continuer, euh... D'après vous, si c'était le dix millième, ça vaudrait quoi ? E : Neuf virgule huit zéro zéro quatre neuf. P : Oui, qu'est ce que ça veut dire, finalement ?... Qu'est ce qu'on peut constater si on regarde ces valeurs ?...Elles sont ? E : Décroissantes. P : Décroissantes, oui, et puis ? Pardon ? E : Ce sont les valeurs qu'on lui donne. P : Oui, ce sont les valeurs qu'on lui donne, et puis ? E : On voit que *Inaudible*. P : Voilà, et c'est ça qui est important. C'est qu'elles vont en décroissant, mais elles se rapprochent de plus en plus de la valeur ? Neuf virgule... huit ! Hein, si réellement ce qu'on suppose, c'est à dire chaque fois qu'on rajoute un zéro, ça intercale un zéro, ça va être neuf virgule huit et zéro, zéro, zéro... quatre neuf et puis, chaque fois il y aura un peu plus de zéros. Donc, ici quand je vais prendre des valeurs de plus en plus petites, qu'est ce qui va se passer, pour ma vitesse moyenne ? E : Elle se rapproche de plus en plus de neuf virgule huit mais on pourra jamais l'atteindre. P : Voilà, elle se rapproche de plus en plus de neuf virgule huit mais il y aura toujours un quatre neuf qui va traîner à la fin, on aura beau avoir intercaler autant de zéros...Donc on va se rapprocher de neuf virgule huit mais, ce neuf virgule huit, on l'atteindra ? E : Jamais. P : Jamais ! Mais alors ! Si on réfléchit bien, qu'est ce que je calcule quand je prends h égal zéro un ? C'est à dire, ce dix vingt neuf, ça représente quoi, en fait ?...

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
14	30 s de silence. F est observée : elle fait sur sa calculatrice les différents calculs pour différentes valeurs de h	P : Pourtant, c'est quand même écrit plus ou moins ! E : C'est une vitesse moyenne ? P : Alors, c'est une vitesse moyenne, oui, on va essayer d'être plus précis. C'est quelle vitesse moyenne ? E : Entre quatre virgule neuf et... P : Entre quatre virgule neuf et quatre virgule... Est-ce que c'est bien ça ? Vous voyez, là, vous avez fait des calculs, et ça en général vous arrivez bien à le faire, mais vous êtes complètement déconnecté de la raison pour laquelle vous faisiez ces calculs et ce qu'ils représentent. Donc le dix vingt neuf, je suis d'accord, c'est une vitesse moyenne, mais c'est quelle vitesse moyenne ? E : *Inaudible* P : Pardon ? E : A mon avis tout au long de sa descente. P : Tout au long de la descente ? E : La vitesse moyenne qu'il avait dans la descente.
	P montre dans le tableau la valeur pour $h = 0.01$.	P : Pendant toute sa descente ? Alors ça aussi, alors ? E : Non... P : SI on essaye de comparer, là, on n'a pas le même résultat. E : C'est la vitesse moyenne du temps parcouru. P : Ça veut dire quoi, la vitesse moyenne du temps parcouru ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
16		E : C'est dans une seconde. P : Une seconde ?... Oui, ce que je voudrais, c'est que tu m'expliques un peu, éventuellement, *Silence, 10 s*. On est d'accord, c'est une vitesse moyenne, bon ! Alors, la vitesse moyenne, c'est entre deux instants. Alors, c'est quoi les deux instants qu'on prend ? E : t_1 et $t_1 + h$. P : Alors, le t_1 dont tu parles, il vaut combien, en fait ? *Silence, 6 s*. Ou alors, j'ai mal compris, quand tu disais t_1, tu sous-entends ?... Alors, je reprends la question : entre quelles instants, le dix vingt neuf, c'est la vitesse moyenne entre quels instants ? Oui ? E : Un virgule zéro et zéro virgule zéro un. P : Alors c'est pas un virgule zéro et zéro virgule zéro un, c'est entre ? Alors un virgule zéro, déjà ça fait combien ?
17		E : Un. P : Un, oui, donc, c'est entre l'instant t égal un et l'instant ? E : Un plus zéro virgule un. P : Un plus éro virgule un, c'est à dire ? E : Un plus h. P : Oui, c'est le un plus h, donc ça fait combien ? E : Un virgule un.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
	G a ouvert l'application géométrie et tracé un arc de cercle et sa tangente. Il utilise les menus pour effectuer un zoom.	P : Un virgule un, voilà ! Ce dix vingt neuf c'est la vitesse moyenne de la bille entre l'instant un et l'instant un virgule un, d'accord ? En mètre par seconde, bien sûr. Donc c'est sur le dixième de seconde qui s'est passé juste après la première seconde, d'accord ? Donc, on a regardé après la première seconde et un dixième plus loin. On a eu la distance parcourue, et donc on a pu calculer la vitesse moyenne. C'est ça qu'on a ! D'accord ? Alors ensuite, le neuf huit cent quarante neuf, ça va être quoi ?
18		E : *Inaudible* P : Oui, c'est toujours un plus h, donc c'est entre l'instant un et l'instant un virgule zéro un, c'est à dire sur le centième de seconde qui s'est passé après la première seconde, et ainsi de suite, et alors, donc, qu'est ce qui se passe si je passe de un à un virgule un, j'ai une première vitesse, entre un et un virgule zéro un, j'ai une autre vitesse, entre un et un virgule zéro, zéro un j'ai encore une troisième vitesse, qu'est ce qui se passe si je prends comme ça mes différentes vitesses, et que je prends des valeurs de h, comme ça qui sont de plus en plus petites ? Je vais me rapprocher de quoi ? *Silence 10s.* E : La vitesse du départ. P : La vitesse du départ, alors est-ce que c'est vraiment la vitesse du départ ? E : Juste après le lancer. P : Oui, combien de temps après le lancer ? E : Une seconde.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
19	P dessine au tableau.	P : Une seconde, oui, c'est à dire je vais me rapprocher de la vitesse instantanée de la bille à l'instant une seconde ; c'est à dire, j'ai ma bille qui descend, comme ça et je regarde à une seconde et à un virgule un, bon, j'ai trouvé la vitesse sur ce trajet, ensuite j'ai mis, l'échelle est pas respectée, hein ?, j'ai mis un virgule zéro un et j'ai trouvé la vitesse ici, et puis j'ai pris encore plus petit un virgule zéro zéro un et j'ai trouvé la vitesse moyenne sur cet intervalle et vous comprenez bien si à chaque fois je divise mon intervalle comme ça dix fois plus petit, ben je vais être de plus en plus proche de la vitesse instantanée. Et c'est comme tu le faisais remarquer tout à l'heure pour le... pour le zéro, neuf virgule huit zéro zéro quarante neuf on l'atteindra jamais neuf virgule huit, et bien là, c'est pareil on n'atteindra jamais, on aura toujours un petit écart entre les deux instants mais on va se rapprocher de plus en plus, en prenant un écart de plus en plus petit, on va se rapprocher de plus en plus de la vitesse instantanée. Et c'est ce que font les radars, quand on vous dit vous rouliez à cent quarante kilomètre heure, c'est pas la vitesse instantanée qu'il a mesuré le radar, il ne sais pas faire, ce qu'il sait faire c'est calculer la distance parcourue entre deux instants très proches et il fait le calcul qu'on vient de faire. D'accord ? Donc en fait qu'est ce qu'on vient de trouver, cette valeur neuf virgule huit ça va représenter quoi, finalement ? E : La vitesse instantanée.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
20		P : La vitesse instantanée... ? E : Au point un. P : Alors, oui, c'est pas au point, c'est au temps t égal un. D'accord ? C'est bon ? Alors on va essayer de retrouver tout ça avec la machine.
21	P lance le logiciel sur l'ordinateur. Il cherche le crayon optique. F ouvre une fenêtre graphique. Dès que le professeur recommence à parler, elle revient sur la page d'accueil et ouvre une page de calculs. P ouvre une page calculs et écrit la formule. F écrit de même sur sa calculatrice	P : Parce qu'on nous demande de refaire la même chose avec t égal deux.... Bon, je ne vais pas pouvoir m'amuser, je n'ai pas le stylo ! E : Oooh ! P : Alors, par quoi on va commencer pour reprendre ces calculs avec la calculatrice ? Quelle est la première chose qu'il serait intéressante de faire ?
22		E : L'équation avec la variable. P : Alors, l'équation avec la variable, de quelle équation tu parles ? E : $\frac{d(1+h)-d(1)}{h}$. P : Alors $\frac{d(1+h)-d(1)}{h}$, on va essayer d'écrire ça, alors. Allez on va essayer. Donc là *P écrit sur le logiciel.* P : Qu'est ce qui se passe ? E : Mais il sait pas ce que c'est d. P : Voilà ! Très bien ! La machine, elle réécrit, elle ne sait pas ce que c'est $d(1+h)$ ou $d(1)$.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
23	G1 a aussi essayé d'écrire sur sa machine l'expression, mais a fait une erreur de parenthésage et a écrit $1 \times h$ au lieu de $1 + h$. Il choisit le menu Define, attends que P écrive au TBI et rentre la fonction	P : Quelle est la première chose qui faudrait que je fasse ? E : Définir la valeur. P : Définir, c'est pas la valeurs. E : La fonction. P : La fonction, voilà, alors comment on fait pour dire à la machine pour définir une fonction ? E : Define. P : Define, oui, alors, moi, j'ai pas là mais vous c'est menu un un, d'accord, donc on va définir, quelle fonction ? Qu'est ce qu'on va lui dire, maintenant, alors Define ? E : $d(t)$. P : Voilà $d(t)$, quant à faire, on va pas lui dire $f(x)$ et qu'est ce qu'on va lui dire ? E : $4,9t^2$. P : Voilà, $4,9t^2$. D'accord ?
24	G1 a rentré correctement la définition de d ; il effectue le calcul de $d(1)$ en même temps que P G1 effectue le calcul. G1 : Ben oui, ça marche. Son voisin, G2 prend alors sa calculatrice et définit la fonction d Il regarde au tableau pour rattraper les calculs. Les élèves utilisent leurs calculatrices.	P : Voilà, on lui définit ! Alors on va vérifier ; tout à l'heure on avait calculé $d(1)$. On va essayer pour voir. P : On avait calculé $d(1,5)$ aussi. P : Ça marche bien. Alors, tant qu'on y est on va effectuer le calcul $\frac{d(1,5)-d(1)}{0,5}$.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
25	P fait au tableau une erreur de parenthésage. P réédite l'expression et corrige. G2 a fait la même erreur sur sa machine mais ne la rectifie pas.	P : Voilà. J'espère que je ne me... Ah, c'est pas comme ça qu'il fallait que je fasse. Voilà ! Euh, il y a une chose que je ne vous ai pas montré, euh, lundi, certain l'ont remarqué, quand je tape *d*, il se met en gras, alors d'après vous, pourquoi il se met en gras ? E : Il le connait ! P : Voilà ! La machine connaît, elle sait que *d* ça représente quelque chose, c'est quelque chose que je suis sensé connaître et que je vais pouvoir utiliser. Donc, si jamais, vous avez défini une fonction et qu'elle ne se met pas en gras, et bien c'est que en fait la machine ne la connait pas. Donc, j'en était, voilà,... Douze, vingt cinq. Bon, bien maintenant, on est prêt, je ne vais pas le retaper, il était là-haut, ça je peux l'effacer
26		P : Je vais refaire le calcul que j'avais demandé, là, tout à l'heure. Voilà. Bon est-ce que c'est ce qu'on obtient nous ? Moi, je n'ai pas tout à fait ça, au tableau, c'est ? E : Quatre virgule neuf fois un virgule cinq plus neuf virgule huit. P : Oui, alors qu'est ce qu'il suffit de faire pour passer de là à là ? E : Distribuer. P : Oui, on développe. On va vérifier, hein, on peut lui demander de développer, c'est menu trois trois et voyez, je ne retape pas je montre l'expression, voilà ! D'accord ?
27	Les élèves font les calculs sur leurs machines, P se promène dans la classe.	

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
28		P : Alors on va faire la même chose avec deux.... Donc, si on veut faire la même chose avec deux, qu'est ce qu'il faut qu'on demande ? E : $d(2)$. P : $d(2)$?... On vous dit, hein, il faut refaire les mêmes calculs ; déterminez de la même façon la vitesse instantanée de la balle à l'instant t égal deux.... Alors tout à l'heure on avait trouvé la vitesse instantanée de la balle à l'instant t égal 1, c'était combien la vitesse instantanée de la balle à l'instant t égal un ? E : Neuf, virgule huit.
29		P : Neuf virgule huit, oui ! Donc, maintenant, on voudrait essayer de savoir quelle est la vitesse instantanée de la balle à l'instant t égal deux, donc je suis là, un peu plus bas en dessous quand elle passe à l'instant t égal deux, quelle est sa vitesse ? Alors si on veut faire ça comment il faut qu'on fasse ? E : $d(h+2)$. P : Oui, $dh+2)$ ou $d(2+h)$, moins, tu disais ? E : $d(2)$ sur h. P : $d(2)$ sur h, très bien !
30	G écrit l'expression sur sa calculatrice. Fait une erreur de parenthésage. Recommence et obtient le même résultat qu'au tableau. Il demande : C'est quoi ce signe, les deux points comme ça ? Il s'agit de l'affichage sur la calculatrice du point de séparation décimale et du point de la multiplication. O lui explique.	P : $\frac{d(2+h)-d(2)}{h}$; alors, pareil, on va développer. P : Alors ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
31		P : Avec ce résultat est-ce que vous avez une idée de ce que peut valoir cette vitesse instantanée ? *Silence 30 s.* Seize, virgule... Non, c'est pas seize, dix neuf virgule six, alors pourquoi dix neuf virgule six, d'après toi ? E : *Inaudible* P : Oui, c'est à dire ? E : Faudrait donner à h des valeurs de plus en plus petites. P : Voilà ! On se tait. Ça c'est la vitesse entre les instants deux plus h et deux. Si on veut calculer cette valeur instantanée, il faut calculer cette valeur en prenant h de plus en plus ? E : Petit.
32	F1 et F2. F1 a obtenu une erreur (Parenthèse manquante) sur sa calculatrice. Elle montre à F2. F2 compare avec l'écriture sur sa machine, rectifie sur la calculatrice de F1 et lui redonne.	P : Petit ! D'accord ? Donc on va essayer, qu'est ce qui se passe si je prends h égal zéro virgule un, par exemple. Qu'est ce que ça fait ? E : Dix neuf virgule six plus zéro quarante neuf. P : Dix neuf virgule six plus zéro quarante neuf, oui, vous pouvez le calculer, ça !

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
	P se promène dans la classe. Un élève l'appelle. Après l'explication, l'élève reprend sa calculatrice l'allume et recommence les calculs.	E : Mais Monsieur ? P : Oui. E : On peut pas faire juste avant et juste après deux ? P : Non, on peut très bien... Alors ça, on en parlera plus tard. La vitesse instantanée, il faut deux instants qui sont autour de deux et qui se rapprochent. Tu peux en avoir un fixé et l'autre qui se rapproche ou les deux, un un peu avant un un peu après qui se rapprochent simultanément. Alors ce que tu proposes, ça a un avantage, c'est que ça se rapproche de plus en plus vite. Hein, d'accord ? Mais nous, on a décidé de partir d'un moment et de regarder juste après ce moment là. D'accord ? P : Alors vous avez trouvé combien ça faisait ?
33		P : Alors essayez avec h égal zéro, zéro un.
34		P : Alors combien vous trouvez pour zéro, zéro un ? E : Dix neuf virgule zéro six.
	P fait les manipulations au TBI. Les élèves font en même temps sur leurs calculatrices.	P : Voilà ! Donc vous voyez, il se passe la même chose que la dernière fois, mais au lieu d'être avec neuf virgule huit c'est avec dix neuf virgule six. Donc il semblerait que ce soit ça. Alors la machine est capable de faire ce calcul là. On verra après la signification. On va lui demander une valeur limite. Donc, on ne sait pas encore ce que ça signifie mathématiquement, mais on va pouvoir faire le calcul. Voyez, il y a une instruction limite dans le menu quatre. Donc prenez le menu quatre et euh... on a un gabarit qui est déjà tout près, comme souvent sur cette machine.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
35	Observation de la calculatrice de G2. Sur son écran, on peut voir : Le premier calcul est le développement du numérateur de : $$\frac{d(2+h)-2}{h}$$ G2 reprend la suite des explications à ce moment.	P : Alors nous qu'est ce qu'on voudrait ? E : La limite de... P : On voudrait la limite de ça, oui ! Et la limite de ça quand, euh... à quel moment ? E : A l'instant t égal deux. P : A l'instant t égal deux, oui, et alors pour avoir l'instant t égal deux, qu'est ce qu'il faut ? Qu h se rapproche de ? E : Zéro. P : Zéro. Alors c'est ce qu'on va lui dire, on va lui dire... E : Ah oui h tend vers zéros. P : ... la limite quand h se rapproche de zéro, ça on en a pas besoin pour le moment.
	P désigne le gabarit permettant d'indiquer les limites à droites ou à gauche. G2 commence à recopier sur sa calculatrice. G1 a déjà recopié et obtenu le résultat. G2 se penche vers G1 ; il n'a toujours pas de résultat	P : Et puis on va lui dire les limites de ça. Donc on va lui mettre. D'accord. P : Donc, là h, là, zéro, et là je vais venir recopier... Voilà ! G1 : OK, ça nous fait, d'accord.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
36		P : Voilà ! Et on trouve bien, dix neuf virgule six, d'accord ? E : Pourquoi j'obtiens ça ? P : Parce que on passe en écriture scientifique... C'est bon ? Bon ! Donc, conclusion ! Si je veux la vitesse instantanée à l'instant un, si je veux la vitesse instantanée à l'instant un, on a calculé tout à l'heure, $\frac{d(1+h)-d(1)}{h}$, on a simplifié l'écriture et on a fait en sorte que h se rapproche de zéro. Si on voulait faire la vitesse instantanée à l'instant deux, on a fait $\frac{d(2+h)-d(2)}{h}$ et on a fait tendre h vers zéro. Si je vous demandais maintenant la vitesse instantanée à l'instant trois ? E : Ben on fait la même chose. P : C'est à dire, la même chose ? $\frac{d(3+h)-d(3)}{h}$ et on ferai tendre h vers ? E : Zéro ! P : Zéro, alors je vais essayer de le faire, pour voir ce que ça donne, donc je réédite là et je remplace simplement deux par trois, voilà et je vais développer et simplifier, voilà. Bon, je vais peut-être pas faire tendre h vers zéro, ça va être quoi la vitesse à l'instant trois ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
38		E : Vingt neuf quatre. P : Oui, vingt neuf quatre. Bon, ben on va essayer de généraliser. Je vais faire t égal a. Alors si je veux à l'instant t égal a qu'est ce qu'il faut que je fasse ? Hein, je l'ai fait avec deux avec trois, je voudrais avec n'importe quel nombre ! Oui ? Je vais calculer $\frac{d(a+h)-d(a)}{h}$ et une fois que j'aurai calculé ça, on va faire quoi ? E : La limite. P : Oui, on va chercher la limite quand h tend vers ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
39	G1 a sa calculatrice à la main. Il a déjà fait effectué, les calculs et a le résultat de la vitesse en a. Quand P confirme le résultat, il pose la calculatrice sur la table. G2 n'a écrit que $(d(a+h)-d(a))/$.	E : Zéro. P : Zéro ! Et bien on va essayer... Et vous pouvez remarquer que quand je tape mon a, il n'est pas gras. Ça veut dire que pour la machine, ça n'a pas de sens, c'est une boîte vide, sans contenu particulier... Bon. Alors, pareil hein, j'ai l'écriture factorisée, c'est d'ailleurs bizarre, elle me met zéro cinq ! J'ai une écriture factorisée... C'est quand même pas la plus simple, hein, l'écriture qu'elle renvoie... Euh... Je vais la développer. Voilà. Alors d'après vous, si je fais tendre h vers zéro, qu'est ce que ça va être la vitesse ? E : Neuf virgule huit a. P : oui, neuf virgule huit a, hein parce que ça ça va devenir de plus en plus petit, c'est mes fameux zéro, zéro quarante neuf, là, qui se décale, qui se décale, qui se décale, et on va trouver neuf virgule huit a. Alors, ça marche bien, hein, tout à l'heure on a trouvé, neuf virgule huit, dix neuf virgule six,...je sais plus le résultat, mais bon ! Ah ben si on l'a dit là : vingt neuf virgule quatre.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
40	G2 complète avec le dénominateur, puis utilise les menus pour développer et compléter le calcul.	Allez, on essaye, on va la calculer cette limite. Donc limite quand h tend vers zéro de ça ! Neuf virgule huit a ! D'accord ? Donc j'ai calculé, j'ai calculé pour ma fonction d, j'ai calculé deux valeurs, à deux instants donnés, j'ai fait en sorte que ces deux valeurs se rapprochent l'une de l'autre, et j'ai calculé le quotient de l'écart divisé par l'écart des deux valeurs en temps, et j'ai fait tendre h vers zéro. D'accord ? Et j'obtiens comme ça la vitesse instantanée. Donc la vitesse instantanée à l'instant t égal a, elle est là !
41		P : La formule, elle est là. Donc ça vous pouvez le noter, avec ça on obtient la vitesse instantanée à l'instant t=a. D'accord ? C'est bon ?
42	La sonnerie retentit	P : Bon, ben voilà, on en a terminé avec cette activité ! Ah ben, j'allais dire on va passer à l'activité trois mais on fera ça après la récréation.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
00	**Deuxième heure**	P : Bon on reprend avec l'activité trois. Ça va être l'occasion de découvrir un peu plus l'application de géométrie, qu'on a utilisé rapidement pour tracer une fonction, on n'a pas fait grand chose dedans, hein ? Alors, l'application géométrie, comme l'écran est petit, c'est souvent un peu plus difficile à manipuler que les autres applications, mais l'avantage, encore une fois, c'est qu'on l'a dans son cartable, sinon, je l'installerai sur les ordinateurs pour d'autres séances. E : Monsieur, ça on l'enregistre ? P : Alors ça oui, ce que vous pouvez faire,... mais ça ne vous empêche pas d'ouvrir une seconde page à côté pour le moment. Ce que vous pouvez faire, c'est de sauvegarder ça, euh... comme activité un. E : Ça va me servir dans tous les cas.
01	G2 demande à G1 : Je l'ai enregistré moi ? G1 montre le message Non enregistré en haut de l'écran. 	P : Donc menu, non c'est même pas ça, c'est doc, et là vous pouvez l'enregistrer sous...

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
02	G2 : Enregistrer... Comment on fait pour ouvrir... La boîte de dialogue apparaît. G2 : Ah ! G1 : Y'a une touche doc ! G1 enregistre aussi sous le nom donné par P.	P : Moi, comme j'ai pas sauvegardé, je ne l'ai peut-être pas, Ah si ! Je l'ai ! Donc sous Mathématiques, et vous pouvez lui donner un nom, voilà, Activité 1... D'accord ? P : Donc, après, si vous allez dans la maison et que vous regardez les classeurs, normalement... Oui, voilà elle y est l'activité, voyez ! Bien, alors je retourne dans mon activité, on va donc insérer une nouvelle page, on va prendre Graphique et Géométrie, celle-ci pour les fonctions, avec l'icône de la courbe
03		P : Alors on va essayer de représenter la fonction un peu comme elle est sur votre livre. Alors pour ce faire, on va commencer à tracer la fonction $f(x) = x^2$. Alors qu'est-ce qu'il suffit de faire pour tracer la fonction $f(x) = x^2$? E : Écrire x^2 ! P : Voilà, on va aller en bas là... E' : Génial ! E : T'es con ! P : ... Et on va, écrire x^2 et on valide par entrée. D'accord ? Alors maintenant on va régler la fenêtre, alors, c'est menu quatre.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
	G2 fait les actions en même temps que P parle. G1 à G2 : Non, Saisir une valeur. G2 : Et je marque quoi dedans ? Il se retourne. G2 : zéro cinq. Il se penche su la calculatrice de G1 qui est encore dans une page de calcul. G2 montre l'icône sur la machine. G2 : là !	P : Un, voilà. Alors, j'ai essayé, ça va bien si on prend, ici au lieu de dix si on prend un virgule cinq. Donc, moins un cinq, un cinq. On va prendre des graduations qu'on va choisir... P : ... Voilà ! P : ymin, on va prendre moins zéro cinq. P : ymax deux... et pareil, là avec zéro cinq je crois que ça va bien ! Voilà !
05	G2 a obtenu l'écran souhaité. G1 continue à remplir les zones de la fenêtre de réglage. Hésitation sur les graduations.	
05 min 19 s	G1 : Non, non attendez ! G1 se penche vers G2 pour voir comment rentrer les graduations. Il tape sur la touche Esc puis efface ymin. G1 à G2 : C'est quoi la valeur ? Il se penche sur la calculatrice de G2. G2 rectifie la valeur de ymax, rentre la valeurs des graduations sur l'axe des y.	P : C'est bon ? P : Alors, maintenant avec ça... Voilà ça ressemble déjà un peu plus à ce que vous avez sur le livre.

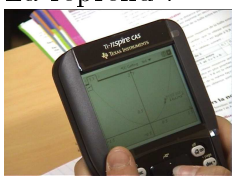
Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
06	G1 continue a remplir les valeurs ; il indique 0,5 pour ymax	P : Alors, si on regarde l'activité, on a la fonction $f(x) = x^2$ dans un repère, c'est le cas et on vous dit A c'est le point d'abscisse un, donc c'est le point de la courbe d'abscisse un. Donc ce qu'il faut c'est placer un point sur la courbe dont l'abscisse est un. Alors, le principe, sur le logiciel, c'est que on peut toujours modifier *a posteriori* la propriété d'un point. Par contre le fait qu'il soit sur la courbe, ça c'est très important, et il faut dire au logiciel que c'est un point de la courbe, que c'est pas par hasard qu'on va cliquer à côté de la courbe ou sur la courbe. Hein, d'accord ? Donc, on va mettre un point sur la courbe, et puis après on lui donnera un pour abscisse et le logiciel, il va se débrouiller et il corrigera le tir.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
07	G1 revient sur l'écran graphique, et comme il n'a pas rentré la fonction, l'écran est vide. Il complète $f1(x) =$ par x^2 et la courbe se trace. Il rattrape les explications de P, commence à surligner Point d'intersection puis remonte sur Point sur. G1 suit les explications et fait les gestes au fur et à mesure. Il pose sa calculatrice sur la table et enlève son bracelet.	P : Donc, la première chose à faire, c'est de créer un point, donc le menu point c'est le sept. P : Et qu'est ce qu'on va prendre pour option, d'après vous ? E : Point sur. P : Point sur, oui ! Menu sept deux, point sur. Alors, c'est là que c'est plus facile pour moi que pour vous. Il va falloir venir se déplacer avec le pad, là, en cliquant, là voyez, comme ça, il va falloir vous déplacer du point, voilà Graphique, et là, il va falloir faire deux choses, d'abord cliquer pour dire que c'est un point sur le graphique et puis on va cliquer une deuxième fois pour dire où on veut qu'il soit. Hein, le premier clic c'est pour dire qu'on veut qu'il soit sur le graphique. Vous voyez, quand je me suis approché, là, vous avez vu ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
08	La reprend : 	P : Quand je m'approche la courbe devient en trait épais et c'est marqué Graphique f1. Quand ça m'affiche ça, je clique ! D'accord ? Et si vous regardez bien, j'ai le point là on voit ses coordonnées, elles sont pas encore écrites complètement, parce que je peux encore le manipuler, parce que je peux encore me déplacer, donc je peux essayer de faire en sorte que ce soit un, est-ce que je peux y arriver ?... Oui, je peux y arriver, voilà ! Non, bon, vous vous l'aurez peut-être... Ah si voilà, je pourrais cliquer là ! Voilà ! Je vais pas le faire, mais vous vous pouvez, si vous y arrivez. Je vais cliquer là. Et là, je fais rien pour le moment. Alors, il s'appelle A. On peut le nommer, tout de suite, à condition de rien faire d'autre après avoir cliqué. Donc là, je vais, tout de suite, avant de faire, j'ai cliqué pour montrer où je voulais mettre le point, j'ai tapé la lettre A, maintenant.
09	*Dialogue inaudible* G2 montre l'écran de G1. G2 a placé le point. Avec le pad il déplace le curseur vers ce point ; Point sur apparaît sur l'écran. Il re-déplace le pointeur.	P : Tant qu'à faire, A majuscule, hein ! Voilà ! Ça se voit pas bien, mais il est là, on voit la lettre, il a été superposé. Voilà. Mon point il est nommé, il a ses coordonnées. Bien. Alors, pour certains, vous avez peut-être pile la coordonnée un, moi, ce n'est pas le cas, je l'ai fait exprès, hein ! Bien ! Alors, ce qu'on va faire, c'est faire en sorte pour ceux qui n'ont pas la coordonnée pile un, ce qu'on va faire c'est que on va lui dire qu'on voudrait que ça soit un la coordonnée.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
10	Il appuie sur menu, Actions, Réglage de la fenêtre, Zoom avant ; la fenêtre est modifiée ; il tape sur Esc. Il va ensuite sur l'abscisse du point, clique et modifie l'abscisse. G1 : Nickel ! G2 n'a pas réussi. Les coordonnées et le nom du graphique sont superposés.	P :Alors pour ça, il faut venir ici, voilà, et puis, une fois que vous êtes là, avec le pad, ça je peux pas le faire, moi, avec le pad vous cliquez deux fois, comme, comme avec la souris, voilà. D'accord. Je refais, échappement, je me rapproche, quand la machine affiche texte, je clique deux fois ou j'appuie sur tab, c'est pareil, vous voyez la machine me le propose, vous avez vu, là il y a une boîte qui s'est ouverte. Alors, là je peux corriger, enlever la valeur zéro neuf et mettre un à la place.
11		Voilà ! J'ai corrigé, il est correctement où je veux. D'accord ? Ça marche pas ? E : Y'a un texte point sur.
	P manipule en même temps qu'il parle.	P : Ah ! Alors il faut appuyer sur escape parce que vous avez toujours le menu Point. Oui, oui, alors, j'ai oublié ça ! Oui, oui, excusez moi, je refais, là. Tout à l'heure, vous aviez regardez, point sur, vous aviez ça, et quand je viens là, je n'ai pas le petit texte. Parce que je n'ai pas le bon outil. C'est pas un outil qui permet de pointer, c'est un outil qui permet de mettre des points sur, ça ne fait rien d'autre. Donc, en fait, il faut que je relâche cet outil. La j'ai pris un outil qui permet de mettre des points sur des figures, il faut que je relâche cet outil, pour relâcher c'est tout simple, c'est escape. Vous voyez, là mon texte il a été modifié, alors, là il veut pas attrapé le nom il veut attraper l'étiquette, mais bon, c'est pas bien gênant.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
12	G1 est dans l'écran de réglage de la fenêtre. Il revient sur l'écran graphique. La courbe a disparu.	P : D'accord, c'est vu ? Bien, ensuite... Ce qu'on va faire, c'est que ce point là, je voudrais bien qu'il ne bouge plus, parce que on s'est déjà bien embêté pour le mettre là, alors, pour qu'il ne bouge plus, toujours pareil il ne faut pas que vous ayez d'outils, vous venez vers le point, jusqu'à ce que ça mette, là, voilà, d'accord ? D'ailleurs, *Inaudible* Et là on va faire le contrôle menu.
13	G1 revient dans la ligne de saisie avec le pad et complète par x^2. G1 rappuie sur Menu, descend jusqu'à Point et Droites, choisit Point sur, place son point, déplace le curseur sur l'écran. G1 : J'arrive pas à changer d'outil. Il ouvre le menu, parcourt les différents menus, revient sur Action, Pointeur. G1 : Action, pointeur !	P : Contrôle menu, voilà, et ça ouvre un menu contextuel. L'avant dernière option, c'est épingle. Qu'est ce que ça veut dire ? Ça veut dire qu'on va l'épingler, donc il va être bloqué, je ne pourrai plus le déplacer sans faire exprès. Tant que je n'ouvre pas le menu et que j'enlève l'épingle, il est épinglé la, le point, il ne peut plus bouger. Donc là, on va choisir l'option A pour l'épingler. Voilà ! Donc vous devez être tous plus ou moins comme moi. Si on veut être un peu esthétique, quand vous avez étiquette, là ça serait bien de l'attraper, alors pour attraper l'étiquette, voyez la main est ouverte, pour fermer la main et pour attraper un objet vous pouvez tenir ici appuyé,...
14	*ça* désigne le bouton central du pad.	P : Je crois que c'est une ou deux secondes, et ça se ferme ou alors pour aller plus vite vous faites contrôle et ça. Et quand vous faites ça, ça ferme la main, et vous pouvez déplacer l'étiquette, voyez, pas énormément mais on peut la déplacer pour pas qu'elle soit cachée avec les coordonnées. D'accord ?
14 min 45 s		P : D'accord, c'est bon ? A la limite, je ne sais pas, il faut que je regarde, si je fais contrôle menu...

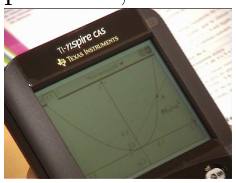
Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
15	G1 place le point sur la courbe	P : Oui, voilà si les coordonnées vous gênent, voilà, quand vous vous approchez ici, que ça met texte, vous pouvez décidez de cacher les coordonnées du point A. Pour les ré-afficher, il suffit de revenir vers le point A, contrôle menu, coordonnées et équations, ça ré-affiche les coordonnées. Voilà, d'accord ? Bien ! Alors on va continuer notre... Tout le monde en est à peut près là, c'est bon ?... Maintenant, il faut mettre un deuxième point sur la courbe. E : *Inaudible* P : Les coordonnées du point A ? Ben, tu t'approches du point A et tu fais contrôle menu... L'esthétique aujourd'hui, c'est pas bien grave, l'essentiel c'est qu'on va manipuler, on va mettre un deuxième point sur la courbe, sur la courbe, n'importe où et qu'on va appeler M... Alors, point sur la courbe et je l'appelle M. Euh, alors, là je crois, je vais lacher l'outil Point sur, et je vais cacher les coordonnées, ça sert à rien. pour le moment, voilà, alors, j'ai mon point A, j'ai mon point M. E : Et comment on fait pour plus le cacher ? P : Pour *décacher* les coordonnées, on revient vers le point, et quand c'est point contrôle menu, et coordonnées et équations. C'est à dire, si c'est un point ça met les coordonnées, si c'est une droite ou une courbe, ça met l'équation.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
17		P : D'accord. A la limite on peut aussi cacher ça, si on veut. Ah non ! Voilà, je reviens en arrière, je vous rappelle, quand vous avez fait une mauvaise manipulation, contrôle escape, ça revient en arrière. Hein ? Donc, là, j'ai dû cacher tout, j'ai pas dû cacher que l'étiquette. Cacher,... l'étiquette... Voilà !
18	G1 fait les manipulations au fur et à mesure. G1 : Point sur A,... point sur M. G1 : C'est pas une droite !... Nickel !	P : Alors ! Si on continue qu'est ce qu'on nous dit ? On nous dit : on note M le point d'abscisse $1+h$, donc il est un petit peu plus loin, d'accord ? C'est un point de la courbe. Et il nous faut la droite (AM). Donc, pareil, dans le même menu, là, toujours le menu... euh, sept. Je vais le faire par là, voilà, il y a en quatre la possibilité de choisir une droite. Voilà, menu sept quatre, et alors là il faut bien faire attention, il faut vraiment cliquer que quand c'est marqué le point A. Donc là, on prend le point sur A, le point sur M, voilà, la droite est tracée.... D'accord ?
19	G1 tient sa calculatrice dans la main, déplace le curseur avec le pad. G1 : J'ai pas fait de Geogebra. Il nettoie l'écran et pose sa calculatrice sur la table.	P : Alors après, n'oubliez pas escape pour relâcher l'outil droite, parce que après on ne peut pas manipuler.... Voilà !... Y'en a qui ont utilisé au collège, cabri ? Es : Oui. P : Oui ! Et qui ont fait du Geogebra en seconde en maths ? E : Non. P : Parce que, en fait, ça, c'est une version aménagée de Cabri pour aller sur la calculatrice. Et qui a été amélioré. Donc vous devez retrouvez des manipulations que vous faisiez.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
20	G1 fait les manipulations. Il a saisi le point M, et le déplace avec le pad. 	P : Bien. Alors, maintenant on va regarder si vos manipulations sont correctes, ce qu'on va faire, le point M, puisque, normalement il n'est pas fixé, on va pouvoir le déplacer et comme normalement il est sur la droite, il va se déplacer en restant sur la droite. Donc, comment on fait, et bien on vient là, et il suffit de faire contrôle et le centre du pad pour fermer la main. Et une fois que la main est fermée, et bien vous pouvez déplacer, vous voyez, et normalement, ça doit faire comme ici, c'est à dire que le point M doit pouvoir se déplacer sur la courbe... Voilà ! Il peut même passer de l'autre côté, et j'ai chaque fois la droite (AM) qui est modifiée. Ça marche bien !
21	P circule dans les rangs, regarde les machines. G1 pose sa machine sur la table à côté de son livre :	P : Bien ! E : Faut le mettre à combien le point M ? P : Comme moi, à peu près. Pour le moment, on s'en moque ! Alors, je continue !*Silence 18 s* On me dit exprimer, première question, exprimer le coefficient de la droite (AM) en fonction de h. E : *en aparté* Ah, là ça va être moins drôle ! P : Alors. On va essayer de le faire.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
22	P attend encore 26 s	P : Coefficient directeur de la droite (AM), comment on calcule, chut, allez, on se tait, comment on calcule le coefficient directeur d'une droite ? E : $y_B - y_A$ sur $x_B - x_A$. P : Oui, $y_B - y_A$ sur $x_B - x_A$, si c'est la droite (AB), donc, là, qu'est ce qu'il vaut le coefficient directeur ? Es : Euh, $y_M - y_A$... P : Oui... c'est $y_M - y_A$... sur... E : $x_M - x_A$. P : $x_M - x_A$. D'accord ? Bon ! Tout le monde est d'accord ? Maintenant la question c'est quelles sont les coordonnées du point M et quelles sont les coordonnées du point A ? Hein ? J'ai besoin des coordonnées de M et A, x_M, x_A. Alors ? E *répète la définition.* P : Oui, mais ce que je veux, c'est pouvoir les remplacer ! Je veux pouvoir faire le calcul, donc il faut que je... E : A c'est un ! P : A c'est un, c'est à dire ? E : Un, un. P : Oui, c'est un... et un. Donc, ça je connais. Et M, qu'est ce qu'on sait de M ? E : Il est sur la fonction. P : Il est sur la courbe, mais on sait d'autres choses, relisez l'énoncé. E : Abscisse x c'est un plus h. P : Un plus h ! Donc un plus h, c'est où ? E : x.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
24	P est au tableau et note au fur et à mesure des réponses les calculs. G1 écoute. La calculatrice est toujours posée sur la table. Il ne semble pas participer au questionnement. 	P : Sur l'abscisse ! Et alors, y_M ? E : $f(1+h)$. P : Oui ! Très bien ! Dis plus fort ! E : $f(1+h)$. P : Et voilà ! Puisque c'est un point de la courbe ! Un point de la courbe, si son abscisse c'est x son ordonnée c'est $f(x)$, donc là, si son abscisse c'est h (sic), son ordonnée c'est $f(1+h)$. Donc là, c'est $f(1+h)$. Maintenant, question : que vaut $f(1+h)$? E : $f(x)$. P : Il vaut $f(x)$, c'est à dire ? E : x^2. P : Oui, alors, $f(x)$ c'est x^2, alors $f(1+h)$? E : *Inaudible* P : Non ! E : $1+h$ au carré. P : Voilà !
25	G1 hoche la tête d'acquiescement,	P : C'est $1+h$ au... carré ! D'accord ? C'est bon pour tout le monde ? Hein, je reprends : le point A on le connait, le point M son abscisse c'est $1+h$ son ordonnée c'est $f(1+h)$. Du coup je connais le coefficient de la droite (AM). Je vais remplacer. y_M on a dit que c'était ? E : $1+h$ au carré. P : $1+h$ au carré, bon y_A c'est un, sur ? E : $1+h-1$. P : Oui, $1+h-1$, d'accord. D'ailleurs, j'aurais peut-être dû mettre avant... Non, c'est bon... Alors qu'est ce qu'on peut faire maintenant ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
26	G1 rallume sa calculatrice et appuie sur le Scratchpad. Il est dans l'application Calculs. Il commence à écrire : $1+h)^2-1/$ se reprend et complète. $1+h)^2-1)/(1+h)-1$ Il rajoute alors les parenthèses : $1+h)^2-1)/((1+h)-1))$. Il supprime alors la dernière parenthèse. La calculatrice rajoute des parenthèses manquantes : $((1+h)^2-1)/((1+h)-1)$ Le résultat s'affiche. G1 : $h+2\ldots$ *Plus fort* Pourquoi $2+h$, Monsieur ? G1 : Ah oui !	E : On va simplifier. P : Oui, alors pour simplifier, alors $1+h$ au carré moins 1 sur $1+h-1$. Ce qui nous donne ? E : On enlève les parenthèses . P : Oui, on va développer, donc $(1+h)^2$? E : $2h+h^2$. P : Oui $2h+h^2$ sur h, ce qui donne ? E : $2+h$. P : $2+h\ldots$ D'accord ? G1 : Pourquoi $2+h$, Monsieur ? P : Alors je retourne la question : pourquoi $2+h$? Comment on a fait pour trouver $2+h$? E : Ah oui, on a factorisé.
27	G1 :*tout bas* Se simplifier. G1 : Ben ça j'aurais pas trouvé. P va manipuler la calculatrice sur le TBI. G1 appuie sur la touche Home et se retrouve dans l'écran d'accueil. Il ouvre une page graphique. Retourne sur la page précédente, qui est l'autre page graphique avec la parabole et la sécante, il retourne sur la nouvelle page graphique, puis sur l'autre : G1 : Comment ça marche ? Il rappuie sur Home et ouvre une page Calculs. Il tape Define $f(x)=x^2$	P : Voilà, on a factorisé par h et ça peut... P : ... se simplifier. D'accord ? Bon ! Alors ça on pouvait le faire, on pouvait le faire, si on retourne sur la page, alors pour retourner sur la page, si on fait contrôle et puis ici, vous devez avoir la page précédente. Voilà ! Alors on peut définir la fonction, donc Define

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
28	P manipule : 17 s G1 réécrit	P : Donc, on va définir la fonction $f(x) = x^2$, hein ?... Voilà ! P : Et puis on va calculer $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$. Alors, tout à l'heure, O me faisait remarquer que comme moi, vous aviez des problèmes avec les parenthèses, alors, si je veux calculer $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$, il ne faut pas oublier que là, il y a des parenthèses, parce que la machine, elle ne sait pas qu'il y a un grand trait de fraction, donc, il ne faut pas oublier d'ouvrir votre parenthèse avant $f(1+h)$ et de la fermer avant de taper le symbole de division. D'accord ?
29	G1 écrit sur la calculatrice : $f(1+h)-f(1))/h$ et tape entrée ; la machine rajoute la parenthèse manquante et calcule. G1 à G2 : $f(1+h)-f(1)$ sur h. G2 : OK ! G1 : Oh, on peut le mettre à la fin, ça gène pas. G1 descend le pointeur jusqu'au message et fait afficher le message	P : Et puis, s'il y avait eu un dénominateur, par exemple $1+h-1$ pensez à ré-ouvrir une parenthèse après le symbole de division, et de la refermer, bon, si vous oubliez d'en fermer une, la machine se débrouille, en général, mais bon, faut y penser. Donc là, on va faire ce calcul. Ah, ben ça y est, j'oublie ma parenthèse... Je sors de ma parenthèse avec les flèches, et divisé par h. Je n'ai pas fais remarqué tout à l'heure, parce que ça avait fait... Quand on était avec la fonction d, c'était la même chose, vous avez vu là, ce qu'elle a dit la machine, là ? Hein ? Qu'est ce que ça veut dire là ? E : Y'a une valeur interdite.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
30	G1 : Zéro. G2 prend la calculatrice de G1. G2 : Non, mais,... G1 se penche sur sa machine ; G2 n'a pas fait le calcul et commence à définir f *Interruption du film*	P : Oui, et c'est quoi la valeur interdite pour vous ? E : h égal zéro. P : Oui, h égal ? Es : Zéro. P : Zéro ! Là, ou là, voyez, dans les deux cas, il y avait un dénominateur, alors la machine a fait la simplification, comme nous, d'ailleurs, elle a fait la simplification mais elle nous précise bien qu'il y a une valeur interdite, ce dont on s'est pas occupé, nous ! On aurait dû !... Bon, donc c'est bien notre $h+2$. Pas de problèmes. Alors, le pr... Donc, on vient de faire la question petit a, hein ? Lorsque, petit b, lorsque M se rapproche de A, c'est à dire, lorsque h tend vers zéro, le coefficient directeur petit a tend vers un réel. Lequel ? Alors, je vous écoute !
31	Après 23 s	E : ça tend vers... P : Oui ? E : Vers deux ! P : Ça tend vers deux ! Oui ! Pourquoi ? Parce que, on vient de dire, ça c'est la pente ! Tout le monde est d'accord ? C'est ce qu'on avait expliqué ici en disant en fait que c'est $f(1+h)$ moins $f(1)$ sur $1+h$ moins un, et ça nous avait donné cette valeur là ! D'accord ? Donc, là, ça, c'est ma pente et on vient de voir que ça fait $2+h$. Donc, si on veut voir ce qui se passe pour ma pente

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
32	G1 a obtenu la valeur deux comme limite sur sa calculatrice et la tiens à la main.	P : quand h tend vers zéro, ben il faut se poser la question qu'est ce qui se passe pour cette expression quand h se rapproche de zéro. Et quand h se rapproche de zéro, je pense que vous êtes tous d'accord avec moi, cette expression se rapproche de la valeur deux ! Alors, on peut si on a doute, on peut le demander à la machine si elle est d'accord avec nous.... Euh, limite,... quand h tend vers zéro... cette expression dots voilà ! Elle est d'accord avec nous ! Bon ! Qu'est ce que ça veut dire, ça ? Je vais revenir sur mon graphique. Donc, je rappelle pour aller à la page suivante, Contrôle et flèche suivante, ce coup là !
33		P : Qu'est ce que ça veut dire, d'après vous, sur mon graphique, ce que l'on vient de constater ? Qu'est ce que ça veut dire si h tend vers zéro.... Qu'est ce qui va se passer si je fais tendre h vers zéro sur mon graphique. E : M et A ils vont se confondre. P : M et A ils vont se confondre. Dans la mesure où A il n'a pas le droit de bouger, c'est M qui va se rapprocher. Là, on sait que c'est un et là c'est un, et là on sait que c'est $1+h$ et là, $f(1+h)$ et donc, si h se rapproche de zéro, qu'est ce que ça veut dire, ça veut dire que cette valeur, elle va se rapprocher de mon A.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
34	G1 pose sa calculatrice sur la table et écoute.	P : On va essayer donc voir ce que ça donne. Donc, normalement, ça veut dire que quand h se rapproche de zéro, qu'est ce que ça veut dire que cette quantité, elle se rapproche de deux graphiquement ? On vient de dire, quand h tend vers zéro, cette quantité, elle se rapproche de deux, mais cette quantité, elle représente quoi ? E : Le coefficient directeur. P : Oui, le coefficient directeur... Ça représente quoi, finalement. E : La pente. P : Oui, la pente de la droite (AM). Ça veut donc dire que si mon point M se rapproche de mon point A la pente va se rapprocher de deux. Alors la machine, elle peut nous donner la pente d'une droite. Alors Menu... Euh, c'est dans menu, c'est dans menu, c'est Mesure, oui, huit.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
35	G1 a sa calculatrice en main ; il revient dans la fenêtre graphique. G1 à G2 : C'est où la pente ? G2 lui montre rapidement : C'est là. Il trouve le menu, désigne la droite, place la pente en haut de l'écran, comme sur le TBI, déplace le pointeur jusqu'à M,	P : Et, il y a un outil pente, et il suffit bien sûr, vous avez compris de montrer la droite et vous faites un premier clic et vous faites un deuxième clic, vous n'êtes pas obligés de la poser à côté, la pente vous pouvez la mettre là où vous voulez. Voilà. Donc actuellement, j'ai visiblement une pente de zéro dix-huit. Alors à nouveau il faut que j'appuie sur échappement pour relâcher l'outil, voyez j'ai un outil, l'outil mesure, je vais le relâcher parce que je veux manipuler mon point M pour voir si ça marche bien ; donc je viens manipuler ma droite et ma pente, elle bouge bien, ah ! Elle est bien négative, j'ai bien une droite qui est décroissante, tout va bien. Alors on va essayer de se rapprocher, je me rapproche, et regardez, regardez les valeurs de la pente.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
36	déplace le point M jusqu'à la position de tangence. Il acquiesce aux propos du professeur. G1 : Ah oui ! Il déplace alors le point M pour le remettre dans la position initiale. Il vient replacer la droite dans la position de tangente.	P : Un quatre vingt douze, treize , j'arrive vers le point A, quatre vingt dix huit, quatre vingt dix neuf, ah ! deux, et là visiblement A et M sont confondus, et puis je repasse, et après, ça a dépassé. Et quand je suis autour, vous voyez, deux. Et même quand je suis sur A, quand A et M sont confondus, et bien la pente est égale à deux. Mais alors, quand je suis là, c'est quoi, la droite (AM) ? E : La tangente. P : . . . D'accord ? Quand h se rapproche de zéro, la droite (AM) se rapproche de la tangente à la courbe. C'est quoi la tangente, et bien c'est la droite qui touche la courbe en un point et qui est celle qui approche le mieux, la courbe. Donc ma pente de la droite se rapproche de deux.
37	G1 : C'est le coefficient directeur, Monsieur ?	P : Donc, voilà, c'est le coefficient directeur de la droite (AM). Donc, qu'est-ce que je peux écrire ? Je peux écrire que si je calcule la pente, on a dit que la pente c'était ça : $\frac{f(1+h)-f(1)}{1+h-1}$, c'est la pente de ma droite et si je calcule la limite quand h tend vers zéro de cette valeur, qu'est ce que j'ai trouvé, j'ai trouvé deux. Bon ben, regardez !

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
38		P : Ce que j'avais écrit tout à l'heure avec les distances, et là c'est pareil, avec les distances c'était $a+h$ moins a qu'on calculait, c'est linstant $a+h$ moins l'instant a, regardez ce que j'ai fait, calculé avec les distances et ce que j'ai calculé ici. Voyez, je viens de faire exactement le même genre de calcul. J'ai une valeur, je m'écarte de h de cette valeur et je fais tendre h vers zéro. D'accord ? Bon, eh bien, cet objet, là, ... ça s'appelle un nombre dérivé... D'accord ?
39	Les élèves écrivent.	P : Donc, là, on vient de calculer, là, à chaque fois on vient de calculer des nombres dérivés. Et là c'est le nombre dérivé de la fonction f au point d'abscisse un. D'accord ? Donc là, ça c'est nombre dérivé de f au point d'abscisse un. Et bien ce nombre dérivé, il a une notation, on l'écrit $f'(1)$. D'accord ? $f'(1)$
40		P : Bien, alors on reviendra sur cette notion de nombre dérivé dans la leçon. D'ailleurs, si j'utilise cette notation, comment je pourrais l'écrire, çà ? Les redoublants, vous vous taisez, s'il vous plait ! Comment est-ce que je pourrais écrire ce nombre dérivé ? Déjà, c'est le nombre dérivé de quelle fonction ? E : $d'(a)$. P : Oui, d', hein, c'est la fonction d, donc d' et c'est où, là c'est pour ? E : a. P : La valeur a. Donc là, ça c'était $d'(a)$. Et $d'(a)$, c'est la vitesse instantanée à l'instant $t = a$. D'accord ?... C'est bon ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
41		P : Et ce sera, oui, on va généraliser ça. Mais ce que je voudrais avant qu'on généralise, c'est qu'on n'a pas terminé notre activité. Mais ce que je voulais, c'est que vous constatiez que dans ces deux activités, et bien l'air de rien on a fait exactement la même chose. On avait un point d'une certaine abscisse, un autre point de cette abscisse plus h et on a fait tendre h vers zéro et on a calculé un quotient $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ et on a fait tendre h vers zéro. D'accord ? Bon, ben, quand on fait ça, on obtient donc un nombre dérivé, à condition bien sûr que ça existe, et pour que ça existe, il faut que je puisse calculer $f(a)$, il faut que je puisse calculer $f(a+h)$, donc, que les deux existent, hein que la fonction soit définie pour des valeurs autour de a...

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
42	P montre la fenêtre graphique.	P : et puis il faut que mon h, il soit non nul, hein d'accord, il peut se rapprocher de zéro, je ne sais plus qui le disait tout à l'heure, on peut se rapprocher de zéro mais on ne l'atteindra pas. De façon, si on l'atteint, on n'a plus une valeur possible à calculer. E : Est-ce qu'il peut être négatif ? P : Pardon ? E :Et si h est négatif ? P : Si h est négatif, et bien, à ton avis, quand j'étais, euh, d'ailleurs on peut retourner dans le calcul, hein, mais quand j'étais là, si je me mets là, et oui, h il est négatif, c'est deux moins, que j'ai du faire là, puisque je tombe à un. J'ai $1+h$ c'est un quatre vingt douze. Donc h, euh, d'accord ? Ah, non, ça c'est ma pente, je dis des bêtises. Il faut que j'ai l'abscisse du point M, donc il faut que je ré-affiche, voilà, euh, il faut que je ré-affiche...
43		P : Il faut que je ré-affiche coordonnées,... Voilà. Là, voilà, il faut que j'enlève mon étiquette, voilà. Ici, voilà, ça c'est $1+h$ et $1+h$ il fait zéro six cent... E : Quatre vingt trois. P : Zéro six cent quatre vingt trois, voilà, donc h il est forcément négatif, d'accord ? Et puis tout à l'heure on pourrait regarde, on pourrait tout à fait faire le calcul avec une valeur de h négative, ça nous pose aucun problème. D'accord, c'est vu ?

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
44		Alors, mais ça ne répond pas à notre question, c'était quelle est l'équation, je reviens sur le graphique, voilà, quelle est l'équation de ma droite ici, quand je suis, ici, je vais y arriver, superposé, voilà ! Quelle est l'équation de cette droite là ? Alors, comment on va pouvoir faire ?... Qu'est ce que je sais, qu'est ce que j'ai comme information sur cette droite ? E : *Inaudible* P : Pardon ? E : C'est $y = ax + b$. P : Oui, son équation ça va être de la forme $y = ax + b$ puisque c'est une droite qui n'est pas parallèle à l'axe des abscisses (sic).
45	P note sur le tableau.	P : Donc on peut l'écrire sous forme d'équation réduite $y = ax + b$. Alors comment on va faire pour calculer cette équation ? Oui ? E : On a déjà trouvé le coefficient directeur. P : Voilà ! On connait déjà sa pente. Qu'est ce qu'elle vaut sa pente ? Es : Deux. P : Deux, oui, donc finalement... J'aurais pas dû le mettre là, voilà, on connaît la pente on sait que a égal deux, donc c'est $y = 2x + b$. Alors il faudrait une autre information. E : Les coordonnées. P : Les coordonnées ? E : Entre A et M, et A c'est un, un.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
46		P : Voilà ! Le point A, c'est un point de la droite, donc ses coordonnées doivent vérifier l'équation, d'accord ? Donc on peut écrire que l'équation est vraie pour le point A. D'accord ? Et donc si on remplace, tu as raison, ça fait deux fois un plus b, ce qui fait que b égal... moins un !... D'accord ?... b égal moins un ! Donc l'équation de la droite ça va être $y =$, alors on va voir si ça correspond.
47	G1 bouge sa droite pour l'amener dans la position de tangence. G1 : C'est beau ! G1 fait afficher l'équation de la droite. Il fouille dans les menus.	P : Alors, il faut pas manipuler, vous avez un outil qui s'appelle, euh... Alors, non, je vais pas le faire par les menus, c'est plus simple, voilà, je vais me rapprocher de la droite et quand j'ai écrit droite contrôle menu, et coordonnées et équations. Ça peut s'accéder par les menus, mais je ne me rappelle plus lequel, ceux qui manipulent plus vite que moi vont y arriver, mais en s'approchant de la droite contrôle menu et coordonnées et équations, on l'a d'ailleurs déjà utilisé tout à l'heure pour afficher les coordonnées du point, et bien là, on aura l'équation de la droite, et vous voyez on a bien $2x - 1$. D'accord ? Bon ben là, tout à l'heure avec cette histoire de nombre dérivé, j'ai pu calculer une vitesse.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
48		P : Et là, qu'est ce que c'est en fait, $y = 2x - 1$, et là les redoublants se taisent, qu'est ce que je viens d'obtenir ? Ça représente quoi, ça en fait. E : Une équation. P : Alors une équation, oui, mais une équation de quoi ? E : De la droite (AM). P : Mais pas n'importe quand ! C'est pas une équation de n'importe quelle droite (AM), là ! E : Quand les points sont superposés. P : Quand les points sont superposés, donc en fait, on est dans quel cas de situation, du coup, ça représente quoi finalement la droite (AM) ? E : La tangente. P : La tangente ! Donc là, on vient de déterminer l'équation de la ? Es : Tangente.
49		P : Tangente à la courbe d'abscisse un ou au point A. Donc vous voyez, ce nombre dérivé, il m'a permis de calculer une vitesse, et là, il vient de me permettre de trouver la pente, et donc du coup, l'équation d'une tangente. Alors on verra qu'il a encore beaucoup d'autres utilités, mais vous voyez déjà que cet outil, il est déjà intéressant, il vient de me permettre de faire deux choses, qu'*a priori* on n'était pas encore tout à fait capable de faire.... D'accord ? Alors on va généraliser. On l'avait fait au point d'abscisse un. Alors, au lieu de prendre un, j'aimerais bien qu'on prenne a.

Suite page suivante

Temps	Gestes lorsque la caméra est dirigée vers un/des élève(s)	Discours
50		P : Je vais essayer de chercher le nombre dérivé pour n'importe quelle valeur, c'est à dire la pente de la tangente pour n'importe quel point et non pas seulement le point un. Comment je vais pouvoir faire pour savoir ce que ça vaut. Qu'est ce qu'il suffit que je fasse ? E : On reprend les calculs. P : Oui, je reprends les calculs et au lieu de mettre un je mets a ! Et ben, allez ! On va retourner, on les avait fait les calculs.
51	La sonnerie retentit ; G1 retourne dans l'application Calculs, réédite le calcul de la pente de la droite (AM), remplace 1 par a, fait effectuer le calculait. G1 : $2a$ plus h !	P : Ça va être juste. Juste une seconde... P : Voilà, on obtient en effet $2a+h$ et si je fais tendre a, euh, si je fais tendre h vers zéro, qu'est ce que je vais obtenir ? E : $2a$! P : $2a$, c'est dire que la pente au point d'abscisse a, ce sera toujours $2a$. Alors au point d'abscisse trois, par exemple, ce sera ? E : $3a$. P : Ah, non, pas trois a ! E : Six. P : Six ? Oui, $2a$, c'est deux fois trois six ! Au point d'abscisse cinq ? E : Dix. P : Dix, voyez on va être capable de généraliser.

6.15 Observation classe de première S : 22 novembre 2010

Il s'agit d'une séance de deux heures dont l'objet est l'introduction du cours de statistique. La caméra filme le professeur. Les dialogues de deux élèves sont enregistrés. Des films annexes sont réalisés dans des moments choisis par l'observateur.

Dialogues

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
00	P : On va passer sur un autre chapitre, sur les statistiques... Tu t'installes, là-bas ou ici...Donc, on va passer un peu de temps sur les statistiques. L'année dernière, vous avez dû en faire un petit peu. Est-ce que vous vous rappelez ? Oui, alors vous avez parlé de quoi l'année dernière ? E1 : De fréquence P : De fréquence, oui ! E2 : De graphiques P : Oui, alors quels types de graphiques, vous vous souvenez avoir fait ? E2 : Des graphiques en barre. P : En barre... E3 : Circulaire. P : Circulaire... On se tait... Est-ce que vous vous souvenez d'autres types de graphiques ?... En bâtons ? Histogrammes ? Es : Ah oui... E4 : En bâton c'est comme en barre. P : Oui, en bâton c'est comme en barre. Histogrammes ? Vous avez vu aussi ? Oui... E5 : Les quartiles. P : Les quartiles, oui ! Alors, ça sert à quoi, les quartiles, vous vous rappelez ?		*Interruption par un élève qui arrive en retard accompagné d'un surveillant*
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
	E : Le quart. P : Oui... Le quart de quoi ? E : De l'effectif total. P : De l'effectif, voilà ! Hein ! Ça sert à partager l'effectif en quatre quart, en fait, hein ? Alors, il y avait les quartiles, il y avait quoi aussi ? ... Il y avait, oui, la... E : La médiane. P : La médiane. Elle servait à quoi, la médiane ? E : A partager en deux. P : A partager en deux, oui, l'effectif ! Alors, oui, il y avait aussi... E : La moyenne. P : Alors, oui, il y avait aussi la moyenne. Alors, ça servait à quoi, la moyenne ?		*silence 10 secondes*
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
	E : A trouver le milieu de... P : Le milieu ? E' : C'est une note à peu près proche de toutes les autres. P : Alors, proche, oui,... Dans quel sens, proche ? Parce que là, c'est un peu vague. E' : Toutes les valeurs ont environ la moyenne. P : Toutes les valeurs ont environ la moyenne, oui ? E3 : Ça donne une idée de l'effectif. P : Est-ce que ça donne une idée de l'effectif ? E3 : Non, justement. P : Ça donne une idée, oui, mais de quoi ? E3 : Des valeurs. P : Des valeurs, oui. C'est à dire ?		*Silence 10 secondes*
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
	P : Ben, la moyenne, c'est comme si vous aviez un terrain, des résultats irréguliers, et puis on passe le buldozer et les crêtes on les passe dans les trous, ça permet de compenser. Il y a les valeurs qui sont au dessus du reste de la série, les valeurs qui sont en dessous du reste de la série, et donc la moyenne ça donne un niveau moyen des valeurs de la série. Bien ! Alors on va revoir toutes ces notions, mais avant ça, on va faire une petite activité pour remettre ça en mémoire, et ça va nous permettre... aujourd'hui d'utiliser un matériel, j'espère que ça va marcher. Je vais vous donner à chacun des socles que vous allez branché sur votre calculatrice et ça va me permettre moi, avec un boitier Wifi, ici de récupérer les écrans de vos calculatrices. Donc on pourra afficher les écrans de vos calculatrices. Je pourrai aussi vous envoyer des fichiers et récupérer des fichiers de vos calculatrices. Ça va nous permettre d'être en lien. Alors je n'ai encore jamais utilisé, alors, j'espère qu'il n'y aura pas de problèmes, sinon, et bien tant pis on fera autrement.		*Une élève branche le socle, pose sa calculatrice sur le bureau ; film DSC_0595.avi.*
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
4min 51s	*Le professeur explique comment brancher les calculatrices et distribue les socles. Il explique comment installer les calculatrices et essayent de se connecter.* P : Essayez de la débrancher et de la rebrancher... Bon, je comprends pas.		*Aucune connection visible. Il essaye une autre stratégie de connection. Circule dans les rangs. Les élèves discutent, essayent de connecter leur machine. Le brouhaha augmente. L'élève filmée rentre au fur et à mesure des intructions du professeur les renseignements ; échec (film DSC_ 0597) .* E : Echec ! E' : Ben essaye la première lettre.
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
18min	P : Bon. Allez, tant pis, on fera sans la connexion, on va se débrouiller, on verra. Alors... Euh ... Allez, on laisse les calculatrices deux secondes... Vous avez fait des statistiques et aussi des probabilités, vous avez vu que c'était intimement lié. Pour attaquer sur les statistiques, on va commencer par poser des questions sur un problème de probabilité. Je vous l'explique. On va imaginer que l'on lance deux dés, d'accord ? Deux dés à six faces, normaux. Et ce qu'on va faire, ce n'est pas calculer la somme, comme on fait d'habitude, on va calculer la différence, on va calculer la valeur du plus grand moins le plus petit. D'accord ? Hein ? Alors je lance deux dés, et je fais la différence du plus grand et du plus petit. Alors, comme ça... Tiens, sortez donc une feuille de brouillon.		
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
19min 24s	P : *a priori*, comme ça, vous me marquez sur le brouillon quel est le résultat, à votre avis le plus probable. E : *question inaudible d'un élève.* P : Quelle est, quand je vais lancer mes deux dés le résultat le plus probable, d'après vous ?... Pardon ? *inaudible* Ah, ben je ne sais pas. E : On met le résultat ? P : *hoche la tête* Simplement la différence que d'après vous on a le plus de chance d'avoir.... C'est bon... Alors, ça y est, tout le monde s'est prononcé ? Alors, qui veut proposer un résultat ? E1 : 7. P : 7, je vais cocher *il note au tableau.* E2 : 9. P : 9 ! Je vous parle de la différence, hein ! Es : Brouhaha... Ah non ! E3 : de 1 jusqu'à 3, non ? P : Tu me dis de un jusqu'à trois. E4 : 6. P : Alors ! Je ne sais pas si tout le monde avait bien compris la question, parce que vu les résultats... On se tait ! C'est la différence, d'accord ? E4 : Entre les deux dés. P : Oui, entre les deux dés... Donc c'est quoi les résultats possibles ? E5 : 1, 2, 3, 4, 5. P : 1, 2, 3, 4, 5...		*Mimique du professeur*

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes et commentaires
22min 19 s	P : *efface les premiers sondages du tableau, et écrit :* <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		
25min 15s	P : Qui vote pour zéro ? *Il compte* Qui vote pour le un ? *etc.*		

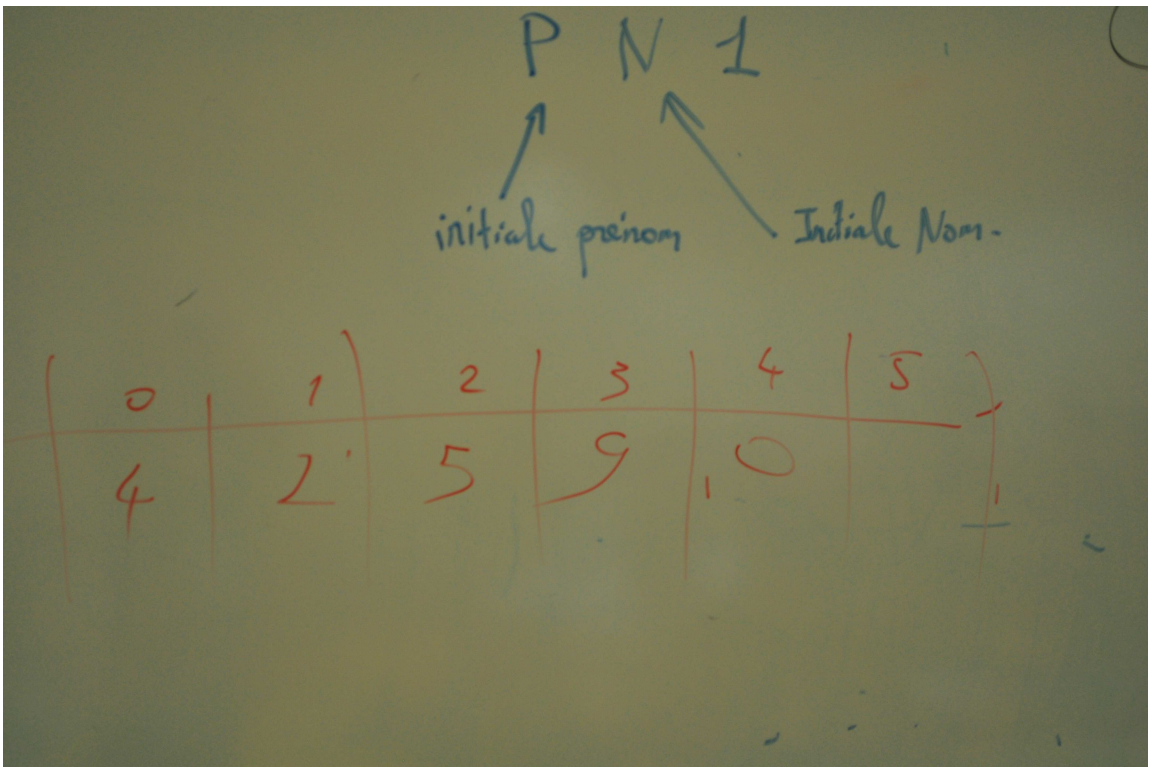


FIGURE 6.29 – Différence de deux dés, premier sondage

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
00	P : J'ai pas tout le monde, là ! Bon... Tant pis on va faire avec ! (voir fig 6.29) Bon, alors, ça c'est une idée *a priori* ; votre calculatrice vous permet si vous le voulez de... simuler *P va à son bureau prend les fiches* votre calculatrice vous permet si vous le voulez de simuler un lancer de dés. Alors je vous distribue une fiche. On se tait, s'il vous plait. Qui va vous permettre de savoir comment faire. Donc c'est la première partie.		
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
24min 15s	P : Alors, les instructions que vous avez à connaître pour simuler du hasard c'est soit, alors la première c'est Randseed *P épelle*. Ça c'est simplement pour démarrer la suite de nombres aléatoires, ce qui permet si on met des valeurs différentes de simuler des valeurs différentes et si on met tous la même valeur on simulera tous les mêmes résultats. Donc ça c'est la première chose. Donc vous choisirez une valeur randseed que vous voulez. Ensuite, si vous tapez tout simplement rand avec une parenthèse et une autre, c'est à dire sans rien dans la parenthèse, c'est une fonction qui n'a pas d'argument, ça va vous simuler un nombre aléatoire entre 0 et 1, intervalle fermé en 0, hein, 0 compris jusqu'à 1 exclu. D'accord, donc c'est forcément un nombre de la forme zéro virgule quelque chose... D'accord ? Vous pouvez aussi avoir un nombre entier entre deux bornes.		
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : C'est l'instruction Randint, voyez c'est la troisième instruction, ce qui permet d'avoir un nombre aléatoire entier entre les deux entiers a et b. Ce qui veut dire, c'est ce que vous avez sur la dernière ligne du paragraphe, si vous avez un virgule six, et bien vous simulez le lancer d'un dé. D'accord ? Et puis vous pouvez faire plusieurs lancers successifs, c'est à dire si vous tapez rand de a virgule b virgule n, et bien ça vous fait n entiers entre a et b. D'accord ? Alors, avec ces instructions, vous allez ouvrir une page de calcul et faire quelques simulations et voir si ce que vous avez dit là *Il montre le tableau* si vous êtes toujours d'accord, ou pas. Donc, faites quelques simulations, essayez de voir comment on peut traduire en utilisant ces instructions le problème, c'est à dire je vous rappelle, faire la différence entre deux dés.*Il se tourne vers le tableau et remarque :* Ah, ça commence à se connecter. On va peut-être y arriver ! *Les élèves travaillent sur leurs machines* E : Mais Monsieur c'est en majuscule ? P : Ça change rien. *P lance le logiciel TI-Nspire* Vous le tapez avec les lettres	E1 : C'est stressant, je sais pas quoi dire...	*Début de l'enregistrement audio.*

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Donc soit vous tapez complètement l'instruction avec les lettres, randint. Une fois que vous l'avez tapé vous n'avez plus besoin de la retaper, hein ? Soit vous la tapez dans le catalogue.	E1 : C'est quoi, le catalogue ? E2 : C'est le livre.	*La camera se rapproche d'un élève qui a tapé les commandes, puis essaye le catalogue (film DSC_ 0599)* *Un élève E a tapé la commande Randint(1,6,1000) et surligne les résultats pour essayer 5000 essais ; sa voisine E' l'interpelle (film DSC_ 0601)*E' : Tu t'amuses bien ? E : Trop bien.
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
29min 06	P : Donc vous allez dans le catalogue et dans le catalogue, vous tapez la première lettre de l'instruction que vous voulez, donc ici R et après, y'a plus qu'à dérouler et et vous voyez Randint, elle est là . Voilà *Il le fait sur l'ordinateur* P : Voilà. J'ai simulé le lancer d'un dé. Alors la question c'est comment vous allez simuler le lancer de deux dés et comment vous allez obtenir la valeur du plus grand moins le plus petit. E : Zéro cinq ! P : Comment ça zéro cinq ? E : C'est ce qu'on peut avoir. P : Ah ! non, non. On n'a pas dit que. . . on simulait un nombre aléatoire entre zéro et cinq. On a dit qu'on lançait deux dés, et ça c'est simulé et qu'on faisait la différence des deux en faisant le plus grand moins le plus petit. E2 : C'est ça randint(1,6) moins randint(1,6) ? P : Oui, alors on va faire randint(1,6) moins randint(1,6) oui, alors on va essayer. E : En valeur absolue, peut-être ! P : Ah ! Voilà ! Il suffit pas de faire randint(1,6) moins randint(1,6) parce qu'on pourrait avoir des valeurs ? E : Négatives. P : Négatives, donc il faut prendre la	E1 : Et il faut mettre un espace. E2 : Tu crois ? E1 : C'est six E2 : C'est ça randint(1,6) moins randint(1,6) ? E1 : C'est comment la valeur absolue ? E1 : Ça marche pas ! E2 : *regarde l'écran de E1* Manquante ? E1 : Et là ça fait six. . . Ahhh ! E2 : Ahhh ! E1 : Ça marche pas ! E2 : Trop d'arguments ! E1 : J'y arrive pas !	

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
32	P : *tape sur son ordinateur la commande* Alors là j'ai simulé... Alors faites en plusieurs de simulations pour essayer de voir, d'après vous... E : Et on voit pas. P : Oui, parce que j'ai pas ouvert la classe. Ça sert à rien pour le moment.	E1 : Ah ! faut mettre deux fois randint ! E2 : Alors randint... E1 : Et t'as mis abs ? E2 : Mais je l'ai écrit abs E1 : Faut le mettre avant chaque parenthèse, abs ? P : Non, tu le mets une fois pour toute. E1 : C'est où ? P : Ah oui, on voit plus comment c'était écrit ; c'est abs de... Hein ? E2 : OK.	*Exemple de calculs : figure 6.30*

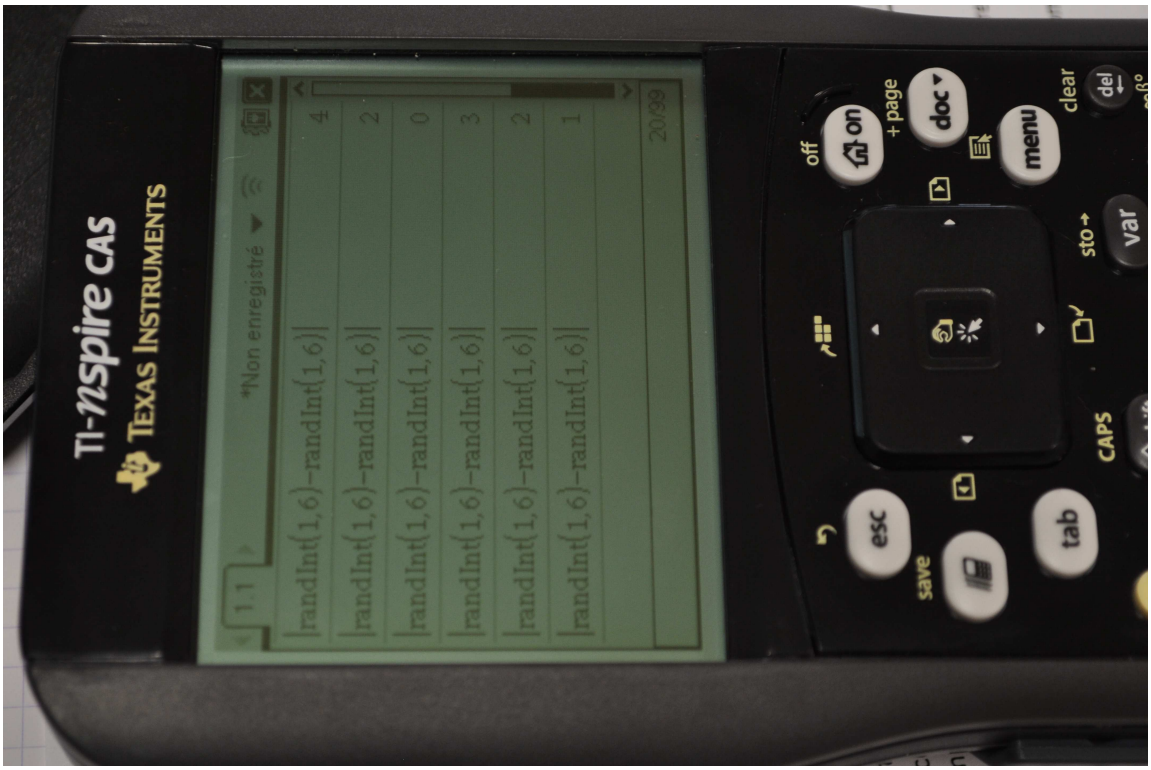


FIGURE 6.30 – Première série de simulations de la différence de deux dés

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Faites plusieurs simulations pour vous faire une idée, hein ? E : Y'a dépassement de capacité, Monsieur ! P : Y a quoi ? Ah ! Oui mais ça ne sert à rien parce qu'il faut que tu fasses la différence *il s'éloigne.* P : Faites en plusieurs pour vous faire une idée, hein ! *P regarde les connections ; sonnerie*	E1 : Cinq, trois, cinq, un, un, comment ça zéro, c'est possible zéro ? E2 : Ben oui, si t'as deux fois six. E1 : Hein ? E2 : Si t'as trois et trois. E1 : moins un. E2 : moins un mais si t'as valeur absolue. E1 : Ah oui mais j'ai pas mis la parenthèse. E2 : Je préfère acheter deux dés et je les lance ! E1 : Y'a le numéro derrière, non ? *il retourne sa calculatrice...* lui bousille pas son truc ! E2 : *s'amuse avec le micro.*	E : *a tapé la commande et tape sur la touche entrée plusieurs fois* Un, un, zéro, zéro...
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
34 min	P : *s'adressant à un élève* Ah, alors t'appuies sur le 1 pour avoir le premier onglet. *s'adresse à la classe entière :* Bien alors, tout le monde a pu faire un certain nombre de simulations ? E : *Un élève appelle le professeur* : Monsieur, pourquoi on n'a pas le même résultat ? P : Ah, ben oui ! T'en a fais qu'une. Ça dépend du hasard ! Personne ne va trouver le même résultat ! *s'adresse à la classe entière :* Alors, je répète, vous m'écoutez ?...		
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
34min 50s	P : Allo ! P : Je vous répète qu'avec l'instruction, quand vous faites abs de parenthèse, randint de 1, 6 moins randint de 1, 6, vous faites une simulation et le résultat va dépendre du hasard. Donc vous n'aurez pas tous les mêmes résultats, vous n'aurez pas tous les mêmes valeurs ! Donc, je vous demande de faire plusieurs simulations pour voir si vous êtes toujours d'accord avec ce que vous disiez tout à l'heure, ou si d'après vous finalement, c'est un autre résultat que ce que vous pensiez qui est le plus probable. Donc faites plusieurs essais pour pouvoir avoir ça. *P essaye de connecter les machines*	E1 : Oui ! E1 : C'est plutôt zéro, hein !... E2 : On peut faire une moyenne, peut-être ! E2 : *regarde le tableau* Ça y est on est déconnecté. Ça remarche plus	
37min 18s	P : Bon ! C'est bon vous avez eu le temps ? Allez on redémarre !		E : *a fait quelques essais (voir figure 6.31)* C'est 3 et 4 E' *Son voisin* : C'est 1.

FIGURE 6.31 – Extrait des essais d'un élève (film dsc_0606.avi)

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Qui vote pour le zéro ?... Qui vote pour le... E : Moi, je vote pour le zéro ! P : Bon, alors, je reprend ! Un, deux, trois, quatre ! *il note au tableau* Pour le un ? Ouh la ! Douze. P : Pour le deux ? Pour le trois ? Pour le quatre... Toujours personne, pour le cinq, toujours personne ! J'en ai un de plus que tout à l'heure, mais bon, il y en a toujours qui ne se prononcent pas ! (Voir figure 6.32)Bien ! Alors ! *P distribue la feuille d'énoncé* Euh, ce qu'on va faire, je vais d'abord vous distribuer la fiche, tant pis, on va réaliser le fichier ensemble, comme je ne peux pas l'envoyer ! Donc on va le faire ensemble	E1 : Oui ! E1 : Mais, ça marchait tout à l'heure. E1 : il a même oublié un mot	

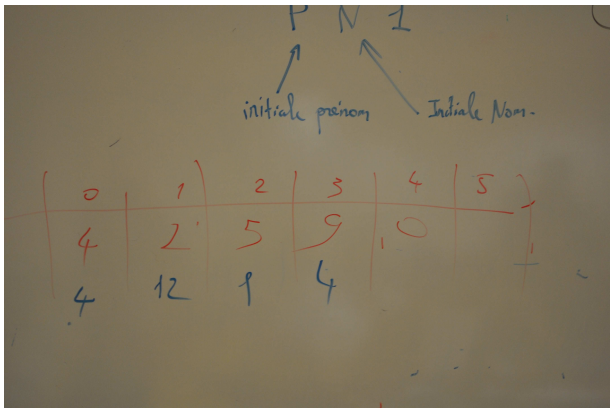


FIGURE 6.32 – Deuxième sondage à propos des résultats de l'expérience aléatoire

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
38min 51s	P : Donc, la partie A, la partie B, on vient de la faire. Alors, la partie C, Alors vous n'allez pas pouvoir utiliser le fichier, par contre, ce qu'on va faire, c'est que on va insérer l'application tableur et listes et on va simuler, combien on avait dit, trente, on va simuler trente lancers. *P a ouvert l'application et montre en même temps sur le tableau* ; alors, pour simuler trente lancers, c'est que vous avez dans la fiche qui vous est mise là (*P montre la fiche*) ; donc essayez de simuler trente lancers dans la colonne A, trente lancers dans la colonne B et après on calculera la différence des deux. Alors, pour le faire, il faut se mettre ici, en tête de liste, pas dans une cellule. *P montre sur le tableau*) et on va taper l'instruction randint, un six et trente	E1 : Alors, comment ça se fait ? Insérons.	Film de la calculatrice de E1 (DSC_608.avi, dsc_609.avi) : E1 tape sur sa machine au fur et à mesure du discours du professeur.
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : *fait sur la machine, tape randint puis devant l'affichage obtenu change* Voilà ; je vais me mettre en affichage normal voilà. J'ai deux colonnes avec un premier dé et un deuxième dé. Là je peux l'appeler d1. Voilà. et celui là, je vais l'appeler d2. Voilà. Et alors ce qu'il faut, c'est calculer quoi dans la troisième colonne ? P : La moyenne ? P : La différence, pas tout à fait... Qu'est ce qu'on a dit, c'était ? Qu'est ce qu'il fallait qu'on calcule ? On ne faisait pas la différence, tout à l'heure ! Qu'est ce qu'on calculait, tout à l'heure ? Dans la partie calcul ? E : Ah ouais, la valeur absolue. P : Et oui, il faut faire la valeur absolue de la... ? différence. Donc on va taper valeur absolue de B moins A, ça veut dire la colonne B moins la colonne A. Voilà ! D'accord ? *P a fait les manips sur l'ordinateur, et se déplace dans la classe* C'est bon ? (*15 s*) Tout le monde l'a la troisième colonne ? Qui ne l'a pas ?	E1 : Ben la moyenne des deux. E1 : Non, la différence. E1 : Entre les deux. E1 : Ça marche ! Ça marche pas toi ? Crotte ! E2 : Comment tu fais pour faire un tableau ? E1 : Tableur... Celui là... Tu fais ce qui est écrit sur la petite feuille !	
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
43mn 40	P : C'est bon ? Alors maintenant vous m'écoutez. Chut... Maintenant, comme on a une liste de trente résultats, ce qu'on voudrait c'est compter combien on a de 0 combien on a de 1, etc. combien on a de 5. Alors, il y a une instruction dans le tableur pour ça, mais par contre ce qu'il faudrait c'est qu'on mette tous les instructions pareils. Donc vous les mettez comme moi. On est d'accord ? On va mettre dans la colonne E les différents résultats qui sont possibles, donc 0, 1, 2, 3, 4, 5 *P écrit dans le tableur* Donc ça c'est... Bien ! Alors ensuite il va falloir qu'on aille compter dans la colonne ici *il montre au tableau.*		
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	Dans la colonne C. Alors, on va lui donner un nom à la colonne C, on va l'appeler « res ». *P écrit sur le tableau avec le feutre et retourne vers son ordinateur* ; donc là, on va nommer la colonne « res ». *P écrit sur l'ordinateur, puis efface le feutre sur le tableau* Voilà. Ensuite, ce que je vais faire, c'est que je vais mettre ici, je vais compter tous les zéros, ici tous les uns, etc. Alors l'instruction c'est countif, compte si, donc on va se mettre là *Il écrit sur le tableur*	E1 : countif	
	P : Donc, on va mettre égal countif. C'est je crois d'abord la colonne, et puis la valeur qu'on cherche.	E1 : égal	
	P : Donc on va dire où on va chercher, donc « res », ça veut dire aller voir dans la colonne qui s'appelle « res » et là, on va chercher quoi ?	E1 : dans C. Ah oui, res OK E1 : Les zéros.	
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : On veut les zéros, mais on ne va pas mettre les zéros, on va mettre la référence de cette cellule. *Il montre au tableau* La cellule E1, et ça va chercher les valeurs	E1 : euh, euh...	
		E1 : Ah moi ça me met dans toute la colonne. Mais ch'us en F.	
		E1 : J'ai des quatre de partout ! (Figure 6.33 extrait du film dsc_0609.avi).	
	P : Voilà, visiblement je dois avoir six zéros. Et après, il n'y a plus qu'à copier cette formule. *P le fait* D'accord ? On va vérifier, quand même en bas, on va se mettre sur la huitième ligne. Quoique non, on va pas se mettre sur la huitième ligne. Si on se met là. On peut peut-être taper somme de la colonne F ? Attendez, j'essaye ! Non, ça marche pas. Peut-être, il y a des crochets. Voilà ! Donc, vous tapez dans la cellule G1, égal s u m de F crochet. Quand vous ouvrez le crochet automatiquement il se ferme. On tape, une fois, dans la cellule ici ! *P entoure avec le stylo sur le tableau* Elle est là, l'instruction. Vous avez bien votre total de trente ?	E1 : Ça marche pas moi.	
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Ça marche pour tout le monde ? P : Parce que tu as fait mille vingt valeurs ? P : Alors, égal somme, ah, mais oui, si tu... regarde où tu l'as mis le... Pour le coup, il faut le mettre dans la cellule G1. P : Le countif... Ah oui !	E1 : mille vingt ! E1 : Non ! J'ai mille vingt ! E1 : Non, mais en fait, le countif, euh, déjà, ça marchait pas pour la colonne F. E1 : Ah ! Et pareil pour le countif !	

FIGURE 6.33 – Erreur d'écriture et feedback de la machine

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Faites attention, là ! Il n'y a rien d'écrit ici *P montre au tableau les entêtes des colonnes* Ici, là ce qu'on vient de faire, c'est dans la zone de calcul. Les formules, c'était pour les trois premières. Le countif il est dans la cellule, le somme il est dans la cellule, il n'est pas dans la tête de colonne.		
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P marche dans la classe ; un élève l'interpelle parce que sa calculatrice ne marche pas : C'est peut-être les piles, non ? le clavier. Bon, ben je regarderai. *Il s'arrête pour réexpliquer* Ça marche ? Alors. Ceux qui ont fini, quand vous faites control et R ça va changer vos valeurs, ça refait une simulation. *P le fait sur l'ordinateur* Vous voyez, ça a changé toutes mes valeurs. Toutes les cellules où il y a une instruction aléatoire, elles sont toutes recalculées. Donc, c'est comme si on avait relancé trente séries de deux dés. E : Monsieur P : Oui, alors ! Oui mais elle est où ta colonne r e s ? Il faut la nommer. P : Oui ! *Inaudible vers un autre groupe d'élèves*	E2 : Et on met quoi ? E1 : Ça marche pas, ça met juste la formule, mais sans valeurs. E2 : Il est... E1 : Oh, ça m'énerve ! E2 : Countif... E1 : Ah, ça marche ! E1 : J'ai trente, j'ai quatre ! C'est même pas trente. Du coup c'est égal deux. E2 : Ça marche même pas ! Ils mettent même pas pareil, là ! On va le péter. E1 : T'es trop fort ! E2 : Oh, pis j'ai faim en plus ! J'ai faim ! E1 : Ch'ais pas s'il y a de la mémoire là.	
	Suite page suivante		

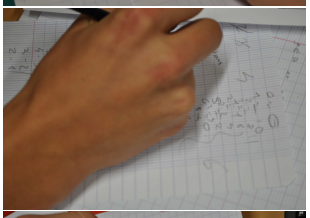
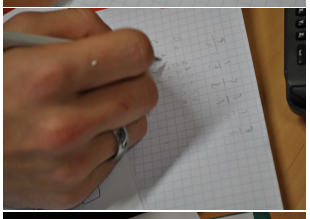
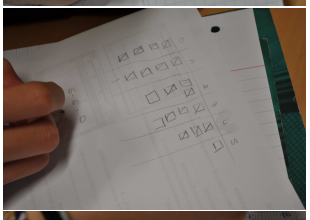
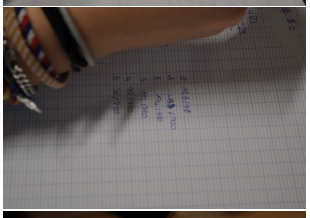
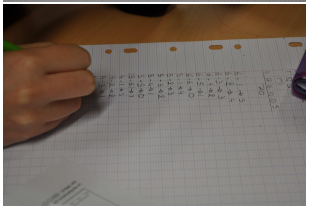
Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : T'as mis un égal ? égal sum ? E : Oui. P : T'as pas une parenthèse de trop ? Réessaye... Parenthèse, voilà ! E' : Monsieur, c'est comment ? P : C'est countif, la référence de la colonne où vous cherchez quelque chose, ici res, et puis ce que vous cherchez. *Il va écrire au tableau la formule puis vérifie les connexions des machines* Ah ! on va peut-être y arriver ! Ne touchez à rien.		
52mn 48s	P : C'est bon, vous êtes arrivé ? On va peut-être y arrivé mais ça sera trop tard. Alors ceux qui sont ici, vous pouvez vous connecter, je vais ouvrir la classe. Les autres ils sont privés... Ah non, il faudrait que vous recopiiez tout. On va essayer	E1 : Ch'us connecté. E1 : Non connecté ! Mais je suis au tableau, moi ! ... Il faudrait des frites, là ! Y'en a ils se connectent, ils se déconnectent. cent pour cent ! Allez-y monsieur. Il reste un peu de temps.	
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Voilà, j'ai déjà ! Agathe a gagné ! Jeremy *P montre sur le tableau les connexions des calculatrices* Quand, même, ce qu'on va faire, on va collecter... Chut, s'il vous plait. Alors, dernier pari, maintenant que vous avez vu, dans la colonne, voilà *P remet sur le tableau le tableur* Comme ça vous ne serez pas... Bon, alors, pour le zéro ? Personne ? Pour le un, alors, levez bien la main, parce que il y en avait beaucoup tout à l'heure... Douze, toujours ! Le deux, trois. Le trois, un, deux ! Le quatre ? Il me manque du monde, là ! Je reprends : qui vote pour le zéro ? Personne. Pour le un : ah ! quatorze, il y en a un peu plus ! Le deux ? cinq ! le trois, plus qu'un ! Allez. Bien ! Allez, on se tait !	E1 : E2 connecté ! E2 : Faut écrire quoi ? E1 : *Inaudible* Pour se connecter, faut que tu mettes le noms... Et voilà t'es connecté. Ah, non... Voilà t'es connecté ! E2 : Attendez, attendez. E1 : Le deux oui ! E2 : T'as changé de chaussures ? E1 : Ouais ! Elles se nettoient mieux !	
54min	P : Bon, on n'est pas encore certain. Ça s'affine, mais on n'est pas encore certains. Comment on pourrait faire pour être un peu plus sûr du résultat ?	E1 : Prendre des vrais dés !	
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	E : On cherche les solutions possibles. P : C'est à dire les solutions possibles ? E : Ben pour un, pour deux comment on peut faire. P : D'accord, alors là, ça revient à envisager toutes les possibilités. Alors, j'en reparlerai. Oui ? E : On fait plus de trente		
	P : Voilà ! On se tait, s'il vous plait. Une autre façon de faire, c'est au lieu d'en faire trente, d'en faire plus. Alors ce qu'on voulait faire, si ça avait marché, c'était de cumuler tous vos résultats, vingt quatre fois trente ça faisait sept cent vingt. Alors c'est ce que vous allez faire c'est de modifier votre fichier pour en faire sept cent vingt au lieu de trente, attendez, avant de faire n'importe quoi ! Qu'est ce qu'il faut modifier ? E : La formule. P : Voilà, *Il montre sur le tableur* Ici, au lieu de trente, il faut mettre sept cent vingt. *P le fait*	E1 : Comment ça marche... E1 : Sept cent vingt... Sept cent vingt... On s'en fout ! Dimension inadaptée ! Ça va péter !... Erreur... Y'a trop d'écart, peut-être !	E1 est filmé (DSC_0614) ; il suit ce que fait le professeur au tableau.
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	P : Alors, elle vous dit attention ça va supprimer, c'est pas grave, hein ! P : Oui, c'est pas grave, on va continuer. P : Voilà, *P fait en même temps les manips sur l'ordinateur* tant que vous n'avez pas modifié les deux formules, vous avez des messages. Et, là voyez, j'ai mis mes deux sept cent vingt, c'est bon. P : Bon, quand on fait plein de simulations, il y a quand même une constante, c'est lequel qui va gagner ? E : Le un ! P : C'est le un. Bien ! Alors, on en arrive, sur la fiche,... on en arrive sur la fiche à la partie D, hein, on a... on va pas faire toutes les questions, parce qu'il y a représenter avec un histogramme, on verra ça tout à l'heure, mais partie D, on vous dit essayez de justifier pourquoi votre choix est le meilleur.	E1 : On est des fous... Oui, mais il y a des erreurs, quand même. E1 : Ah oui, c'est bon. Enfin, c'est bon ? Ah ouais ! E1 : Parce que c'est le mien !	La calculatrice est en train de calculer, l'icone de l'horloge s'affiche un moment, puis les résultats apparaissent.
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
	Pourquoi ? Question D2 ? Comment on va pouvoir faire pour répondre à cette question ? *P se tourne vers l'élève qui avait parlé précédemment de dénombrer les cas possibles* Alors, ce coup là on peut en parler, voilà, on peut essayer d'envisager tous les cas ? Possibles. Alors essayez d'envisager tous les cas possibles. P : Essayez d'envisager tous les cas possibles ! Combien il y a de chances d'avoir une différence égale à zéro ? Combien il y a de chances d'avoir une différence égale à un ? etc. *Silence 1 min, P retourne sur l'ordinateur, puis circule dans la classe*	E1 : Ah ! *Il tape en rythme sur la table*	
	Suite page suivante		

Temps (min.)	Caméra	Audio	Films annexes
61min	P : Il y en a qui mélangent statistiques et probabilités. Si je lance un dé, combien j'ai de chance d'avoir un six ? E : Un sur six. P : Une chance sur... six, oui. Il fallait pas le résultat d'une simulation là pour déterminer une probabilité. C'est parce qu'il y a six faces, chacune des faces a autant de chance d'être obtenue, il y a six faces, une chance sur six. Et bien je vous demande la même chose pour le lancer de deux dés. Trouver la probabilité de chacun des résultats, quelle est la probabilité que le résultat soit zéro, quelle est la probabilité que le résultat soit un, etc. Alors, certains y sont arrivé, alors ceux qui y sont arrivé, et seulement ceux-là, il y a la question que j'avais sautée qui est la question C2 : représentez graphiquement les données. Et pour ça il faut vous reporter à la fiche qui vous explique comment représenter graphiquement des données, avec la calculatrice. D'accord ?		Plusieurs stratégies sont présentes dans la classe, illustrées par les photos ci-dessous :     

6.16 Observation 13 décembre 2010 : Réaction

Ecrans et vidéo

Premier groupe

Enregistrement de l'écran et des dialogues. Impossibilité de suivre correctement les dialogues du fait de la proximité des groupes. Quelques bribes de dialogues viennent cependant illustrer les mouvements de souris sur l'écran.

Temps 0 à 25 minutes

Les élèves s'entraînent avec le logiciel Réaction. Quelques difficultés pour récupérer les valeurs, du fait du raccourci du logiciel mal réglé. P indique au groupe voisin comment régler le problème. Ce groupe continue pendant ce temps à s'entraîner.

Discussion des élèves sur leurs sorties. Un élève manipule et lance une nouvelle fois le logiciel

Donc c'est ça ?

Voilà... A toi !

Ils enregistrent leurs deux séries (6.20 page suivante).

Puis les copient dans le tableur du logiciel TI-Nspire-CAS.

Temps 25 à 45 minutes

La souris se déplace sur le tableaux des résultats. Mise plein écran du logiciel. Parcours des menus. Arrêt sur Calculs statistiques, Statistiques à une variable. Les élèves changent les réglages de la liste considérée et de la localisation de l'affichage (Figure 6.34 page 628) et obtiennent un message d'erreur (Figure 6.35 page 628).

L'élève recommence les manipulations, et met « a » à la place de « A ». Les résultats s'affichent dans la colonne h, par défaut du réglage du logiciel. L'élève recommence pour les séries b, c, et d.

La souris fait défiler les quatre séries de résultats. Elle pointe successivement sur la moyenne puis le minimum.

Ouverture d'une page graphique.

Ouverture d'une page Données & statistiques.

Parcours des menus. L'élève clique sur « Cliquer pour ajouter une variable ». Les quatre colonnes du tableur apparaissent. La souris les parcourt sans en sélectionner un.

Retour à la page tableur. Nomme la colonne F avec la lettre minuscule f. Place les nombres 0.1 à 1 dans les cellules F1 à F10.

Retour à la page Données & Statistiques. Sélectionne la variable f. Le graphique apparaît. Change alors en Badoit2. Ouvre une nouvelle page Données & Statistiques. Sélectionne la variable Brossard 2. Ouvre une troisième page et sélectionne une nouvelle colonne, et enfin, ouvre la quatrième page dans laquelle la quatrième colonne est représentée. Les représentations sont les représentations en diagramme en bâtons, par défaut dans l'application. La souris s'arrête un moment sur la valeur maximum de la série (0.718), puis va au minimum, puis circule sur les autres valeurs qui s'affichent à l'écran.

Rapide changement entre les différentes fenêtres. Arrêt sur la fenêtre graphique. Clic droit, parcours du menu, puis fenêtre supprimée.

A	B	C	D
0.375	0.5	0.31299996376	0.328000068665
0.344000101089	0.359999895096	0.296000003815	0.389999866486
0.483999967575	0.405999898911	0.344000101089	0.328000068665
0.358999967575	0.421999931335	0.358999967575	0.359999895096
0.375	0.390000104904	0.0469999313354	0.421999931335
0.391000032425	0.405999898911	0.34299993515	0.453000068665
0.31200003624	0.390999794006	0.359999895096	0.359000205994
0.469000101089	0.452999830246	0.296999931335	0.375
0.343999862671	0.391000032425	0.375	0.358999967575
0.359999895096	0.344000101089	0.0309998989105	0.328000068665
0.375	0.43700003624	0.328000068665	0.655999898911
0.360000133514	0.391000032425	0.46799993515	0.43799996376
0.34299993515	0.31200003624	0.56299996376	0.344000101089
0.358999967575	0.344000101089	0.390999794006	0.328000068665
0.328000068665	0.389999866486	0.358999967575	0.375
0.31200003624	0.452999830246	0.578000068665	0.578000068665
0.375	0.358999967575	0.405999898911	0.343999862671
0.296999931335	0.469000101089	0.421999931335	0.43799996376
0.328000068665	0.43799996376	0.360000133514	0.375
0.34299993515	0.56200003624	0.389999866486	0.344000101089
0.31200003624	0.422000169754	0.375	0.327999830246
0.391000032425	0.71799993515	0.406000137329	0.390999794006
0.360000133514	0.358999967575	0.344000101089	0.358999967575
0.375	0.405999898911	0.43799996376	0.344000101089
0.422000169754	0.389999866486	0.327999830246	0.514999866486
0.375	0.421999931335	0.389999866486	0.31299996376
0.358999967575	0.375	0.672000169754	0.530999898911
0.28200006485	0.422000169754	0.389999866486	0.31200003624
0.406000137329	0.389999866486	0.375	0.375
0.296000003815	0.390000104904	0.453000068665	0.515999794006

TABLE 6.20 – Temps de réactions des élèves observés

Retour au tableur. Suppression des valeurs de la colonne F. Arrêt sur les résultats statistiques. Puis alternativement, fenêtre Tableur, fenêtre Données & Statistiques.

Passage de la fenêtre 2 à 4 (représentant les colonnes A et C). Arrêt sur la fenêtre

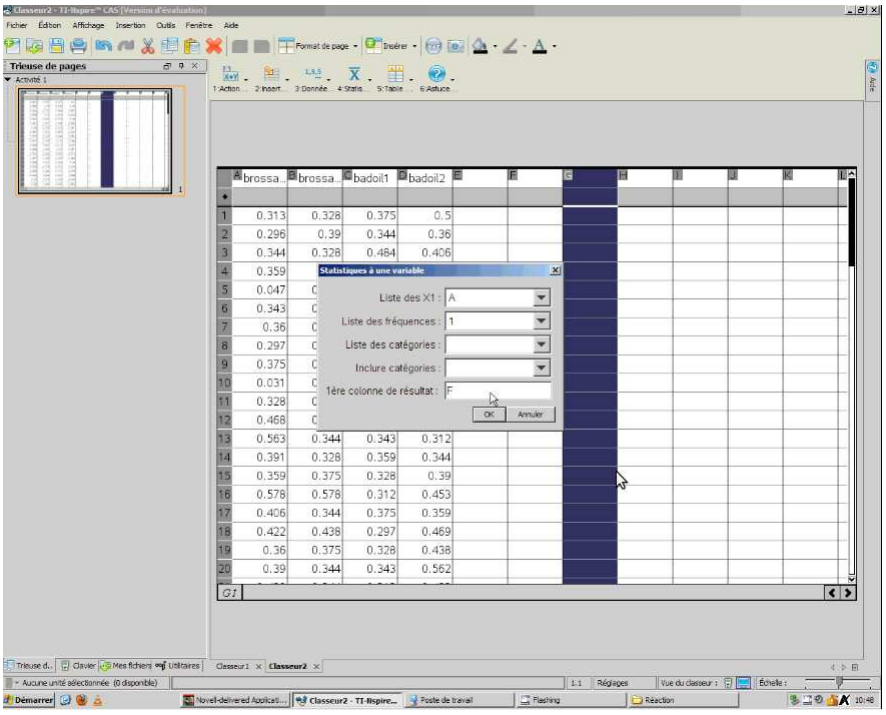


FIGURE 6.34 – Réglage des calculs statistiques

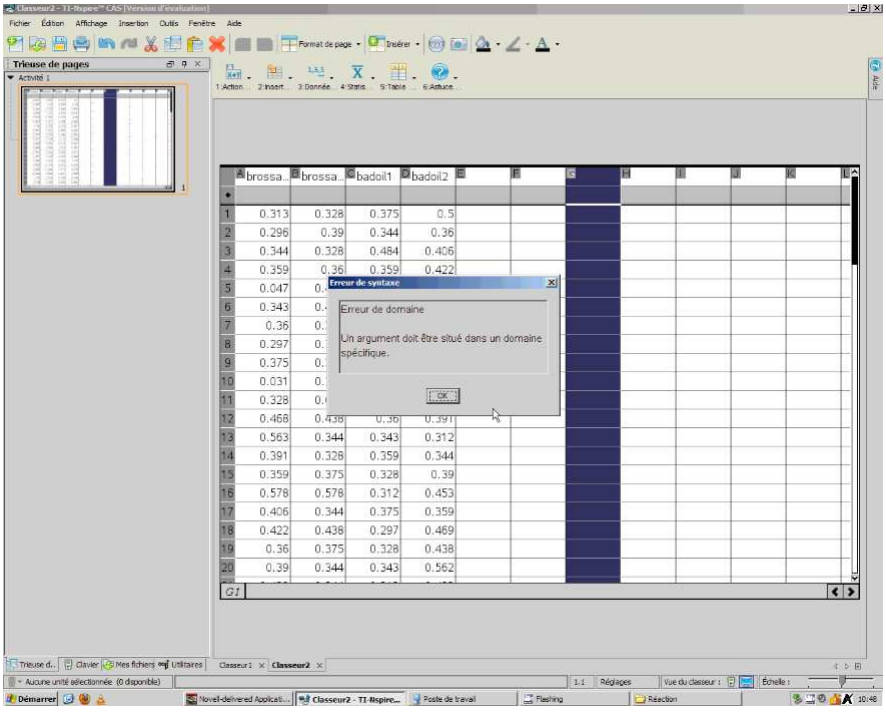


FIGURE 6.35 – Message d'erreur

4. Parcours des menus. Arrêt sur « Boîtes à moustaches ». La souris se promène sur le diagramme et fait apparaître les valeurs des quartiles.

Passage aux trois premières fenêtres. Nombreux allers-retours d'une fenêtre à l'autre. (Figure 6.36)

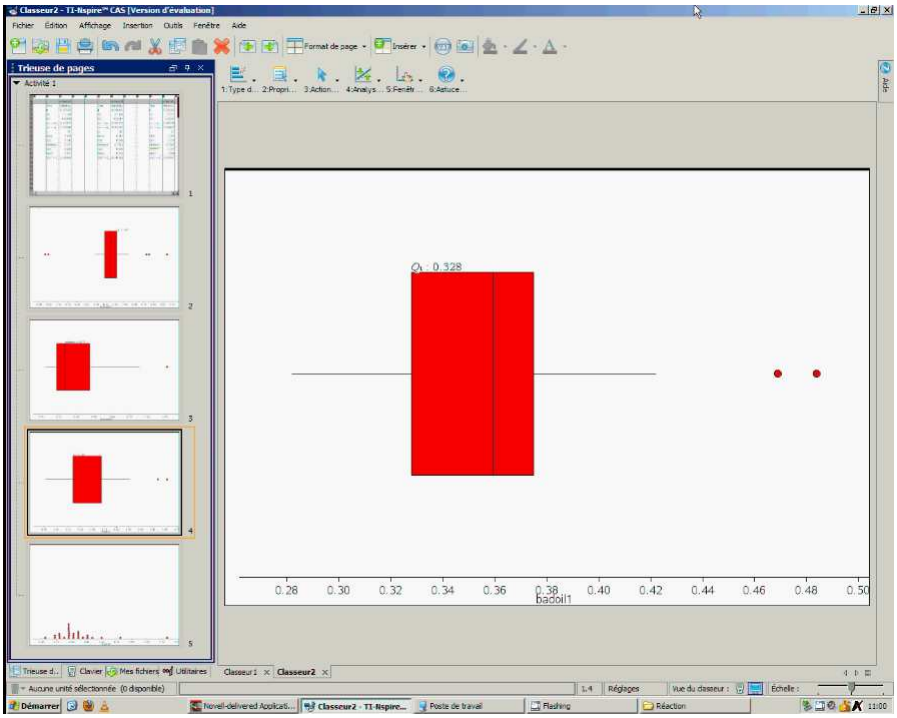


FIGURE 6.36 – Représentations en boîtes à moustaches des séries de données.

Expérience fenêtre 4 avec les menus :

1. Forcer catégorie.
2. Diagramme en rectangles .
3. Diagrammes à points (Figure 6.37 page suivante).

Retour à la boite à moustaches en utilisant le bouton « Annuler » autant de fois que nécessaire.

Parcours des menus. Arrêt sur Ajouter une variable. Les noms des colonnes apparaissent. Choix d'une variable. Représentation dans la même fenêtre de deux boites à moustaches. Dans la foulée, représentation des quatre boîtes à moustaches dans une même fenêtre (Figure 6.38 page suivante)

La souris surligne successivement les médianes des boîtes puis les premiers quartiles et les valeurs isolées.

Fin de la première heure

Début de la deuxième heure (25 minutes de recherche

Un autre groupe a également représenté les séries par des boîtes à moustaches dans une même fenêtre. Recopie des résultats sur le fichier de l'autre groupe (Figure 6.39 page 631).

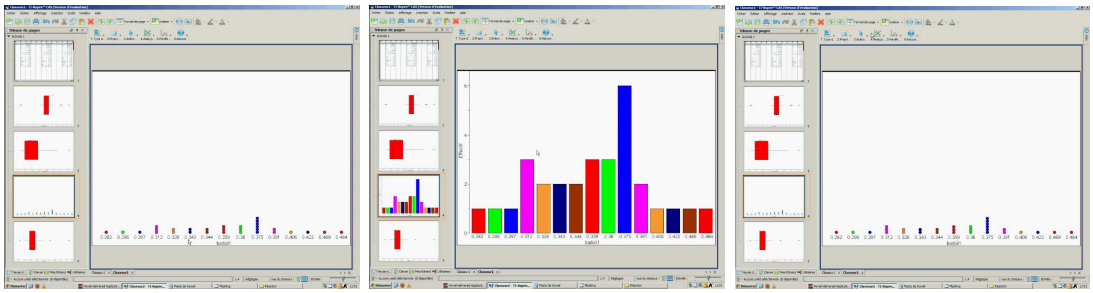


FIGURE 6.37 – Différents essais de représentation des données.

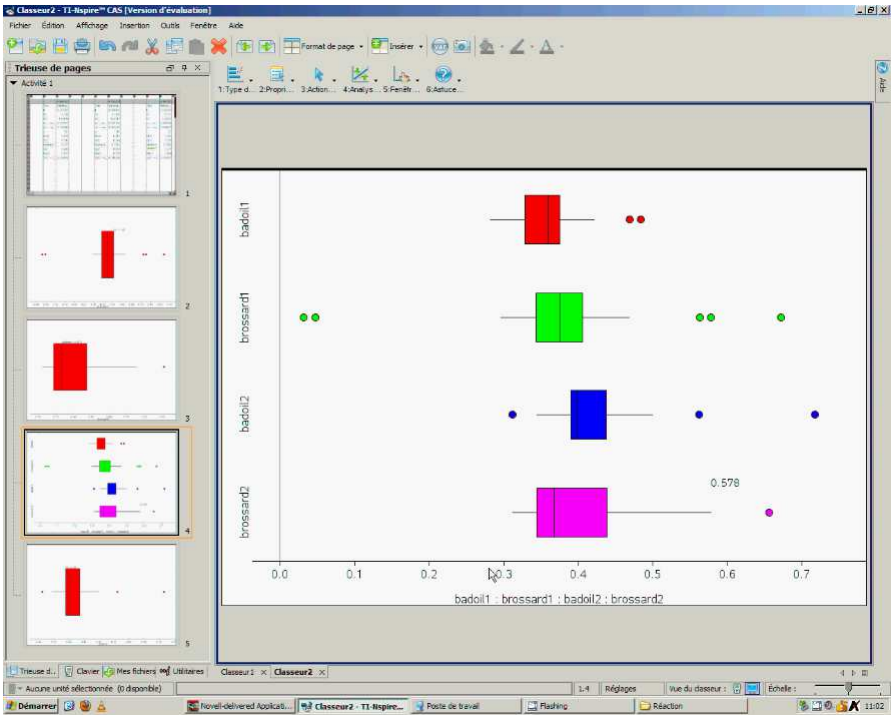


FIGURE 6.38 – Représentations en boîtes à moustaches des séries de données dans une même fenêtre.

Place les huit boîtes dans la même fenêtre. Lorsque la troisième série est ajoutée, les boîtes se tassent sur l'axe des ordonnées. Une valeur 100 apparaît (Figure 6.40 page 632)

– Pourquoi on voit pas ?

Essai de Zoom Données, qui, évidemment ne change rien. Rajout de la dernière boîte à moustaches. Puis Zoom, Réglages de la fenêtre, xmin : 0, xmax : 1.

– Bon, ben voilà. Celle d'en haut elle est plus concentrée

La souris survole les boîtes, en mettant en évidence la médiane (Figure 6.41 page 633)

– Celle du bas ?

– Non, là-haut !

La souris passe de la série daboi1 à sylvain2.

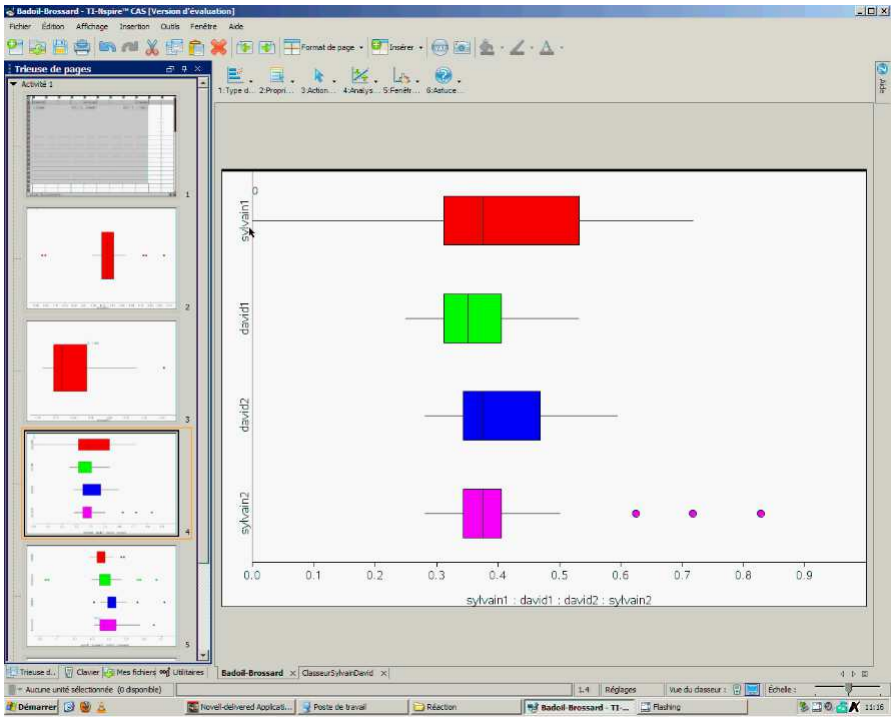


FIGURE 6.39 – Représentations en boîtes à moustaches des séries de données dans une même fenêtre.

La souris pointe la série Sylvain1 :

– Elimine celle-là parce qu'elle est trop étendue.
– Là, c'est concentré et au centre
– Faudrait voir avec la variance, ou j'sais pas, euh l'écart-type.
– Celle-là aussi on peut l'éliminer, elle a un grand nez (*la souris survole daboi2 et pointe le maximum*)

La souris passe d'une boîte à l'autre. Le professeur demande de décider.

– Moi, je veux bien qu'on prenne la mienne !
– Ben, vraiment pas, parce que là...
– Macho.
– Ouais, on prend la rose,
– Si on met jusqu'à cent.

Réglage de la fenêtre pour x allant de 0 à 100. Retour au réglage entre zéro et un.

– Mais les points c'est des valeurs (*inaudible*).
– Attends, on va aller voir.

Retour sur la page tableur. Parcourt des résultats statistiques. Le professeur demande s'il peut enregistrer et enregistre. Retour sur les boîtes à moustaches.

– Oui, mais celle-là, elle est bien au milieu (*La souris survole la série brossard1*)
– La marron...
– T'as réussi les extrêmes.

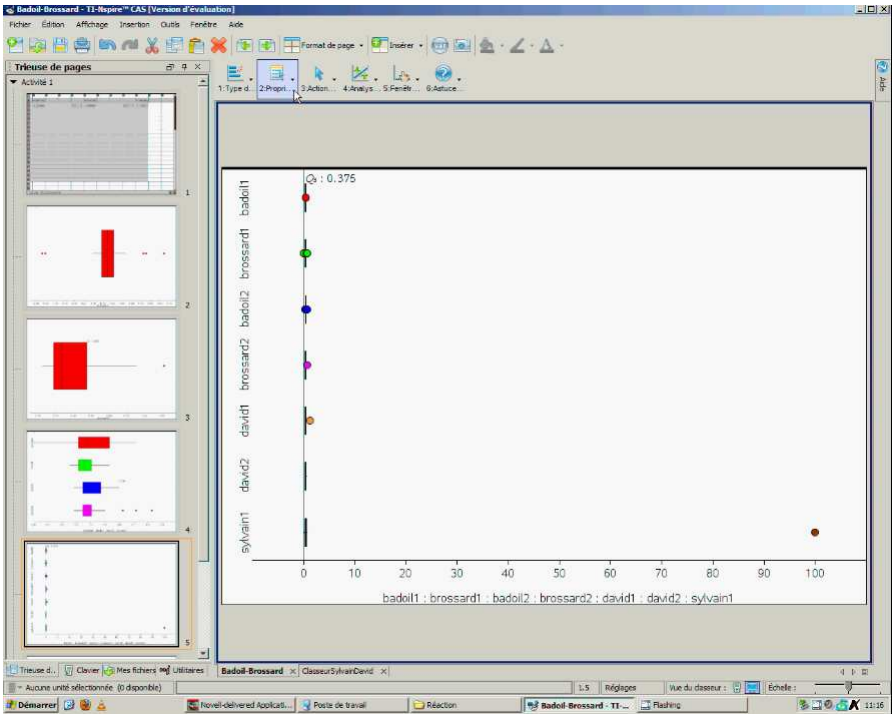


FIGURE 6.40 – Une série comporte une valeur 100

– Non, la mieux, c'est la rouge !

Le professeur interrompt les élèves et leur demande de regagner leurs places. Les élèves continuent encore à parcourir les représentations, en mettant en évidence les quartiles. Changement de l'unité sur l'axe des abscisses. Apparition d'une valeur (1.3).

Fin de la recherche

Deuxième groupe *Enregistrement de l'écran et des dialogues.*

Jeu avec le logiciel « Réaction ».

– C'est stressant...

– Concentration !

Renomme les fichiers. Ouverture de TI-Nspire CAS, ouverture des fichiers csv. Copier coller dans le tableur des deux listes.

Deuxième série avec « Réaction ». Les quatre séries de résultats sont copiées dans le tableur du logiciel TI-Nspire. Les colonnes sont nommées.

16 minutes.

Deux minutes de relache. P intervient. Vous avez fini, donc allez y !

– Bon, c'est parti.

– On fait quoi. On va faire une par une.

– On peut faire les moyennes.

– Ca c'est le temps de réaction que t'as mis quand le point est arrivé

– Ah, d'accord.

– Les tiennes sont pas mal, aussi !

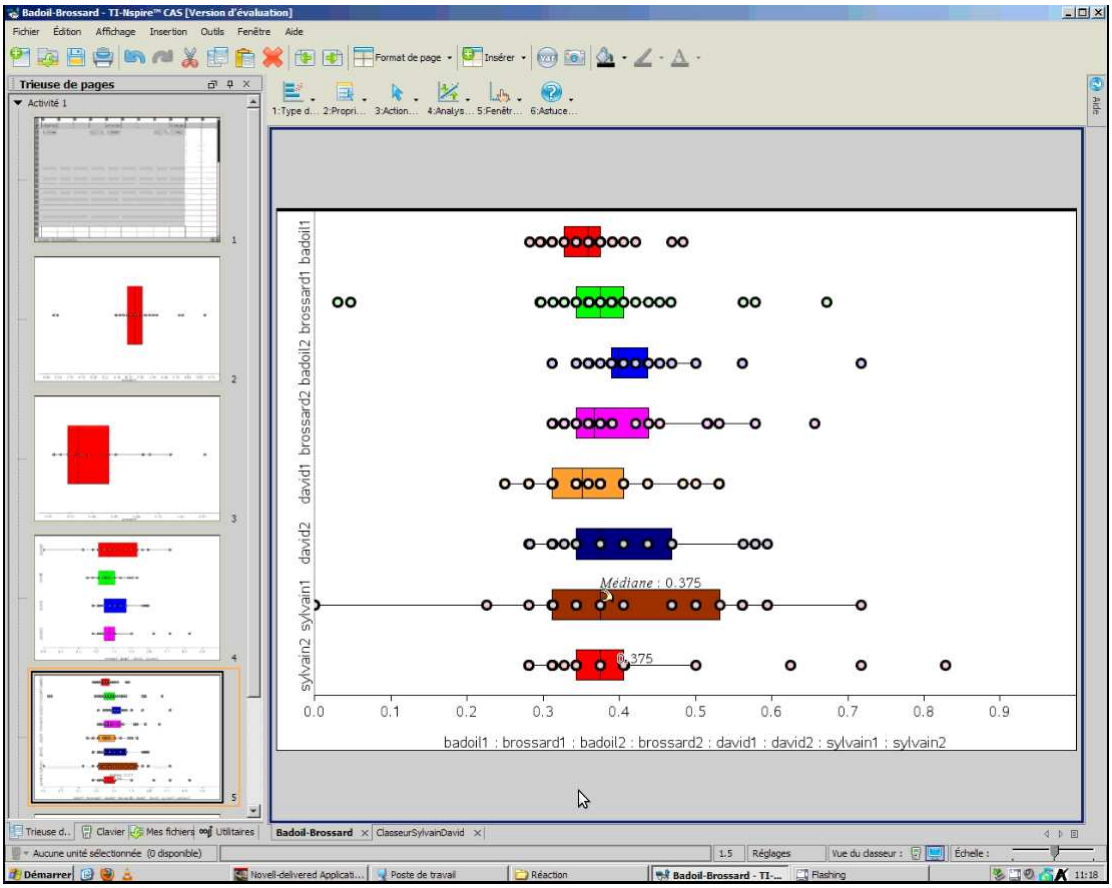


FIGURE 6.41 – Mise en évidence de la médiane

– Et là, on fait quoi, on fait les moyennes ?

– Mais on fait les moyennes des deux séries ou chacune ?

Ouverture du clavier de la calculatrice.

Ecriture de « =a*1/30 » dans la cellule de définition de la colonne C. Même opération dans la colonne D. (Figure 6.42 page suivante)

Sélection de la formule, message d'avertissement : « Cette opération va écraser les données de la colonne en cours. Voulez vous continuer ? ». Fermeture du message. Même manip, même message. Suppression des éléments de la formule ; il reste a/30. Parcourt des menus (qui sont pour la plupart déselectionnés puisque une cellule est active). Utilisation de la touche Menu du clavier de la calculatrice. Rien ne se passe. Appui de la touche Entrée. Même message, même fermeture.

Suppression de l'ensemble de la formule. La colonne reste remplie. Ecriture d'une nouvelle formule avec sélection des cellules C1 à C30. Sans message d'erreur, le logiciel supprime la formule [14]. Abandon de la cellule. Parcourt des menus. Statistiques, Statistiques à une variable, Nombre de listes : 1. Parcourt des listes, sélection de la première

14. La cellule donne une définition des cellules de la colonne qui ne peut faire référence à ces mêmes cellules.

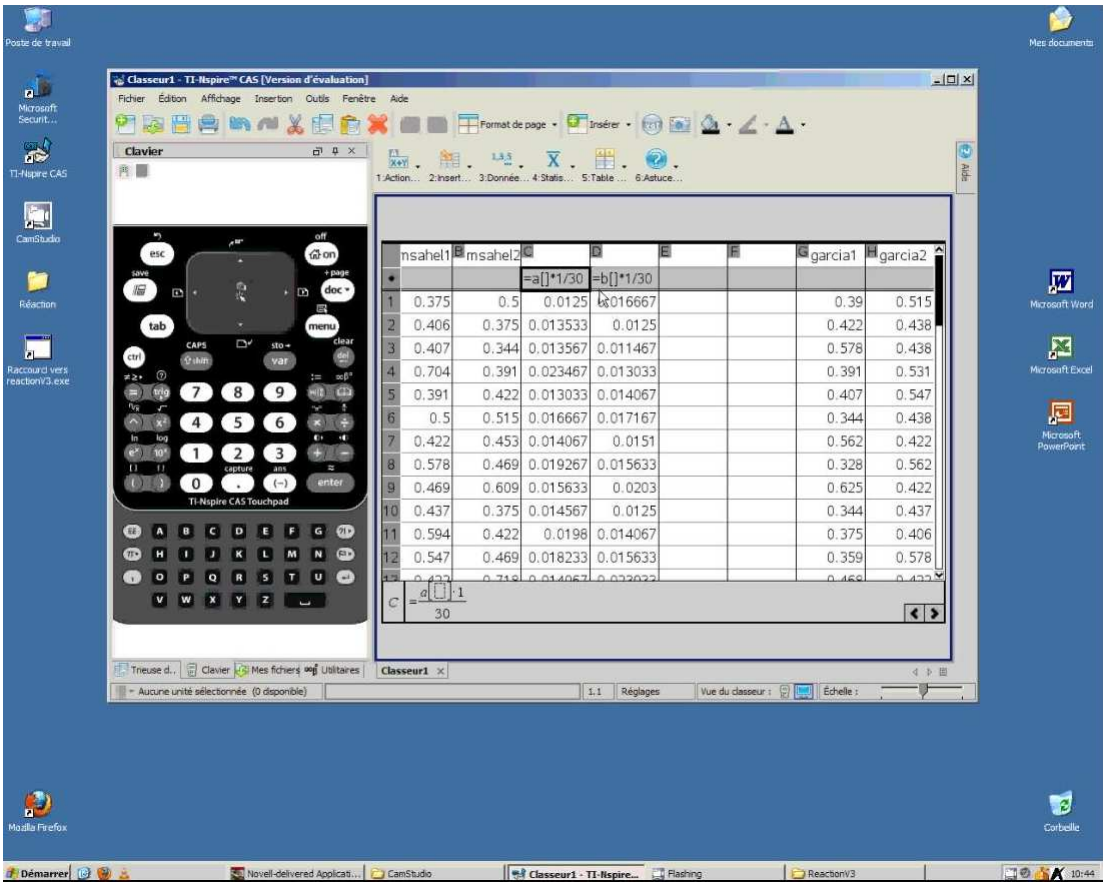


FIGURE 6.42 – Essai de calcul de moyenne

colonne. Sélection de la colonne d'affichage des résultats : C. Le logiciel affiche de nouveau le message d'avertissement. Clic sur le choix OK, sans hésitations. Les résultats s'affichent. Même opération pour les quatre colonnes de résultats.

Parcourt avec la souris des quatre résultats affichés. Sélection d'une colonne de résultat. Parcourt des menus d'édition. Aucune action. Parcourt du menu Insérer : arrêt sur Page. Insère une nouvelle page. Le menu apparaît. Retour sur le tableur. Menu Insérer. Choix de Données & Statistiques. Affichage de la trieuse de pages.

Clic pour ajouter une variable. Choix de grace2. Parcourt des menus. Choix de « Tracé probabilité de la loi normale ». Retour au menu. Choix de Boîte à moustaches. Retour au menu. Choix de Histogramme. De nouveau Boîte à moustaches. Ouverture d'une nouvelle page Données & statistiques. Représentation en boîtes à moustaches, successivement des quatre séries. Passage rapide d'une fenêtre à l'autre.

La souris parcourt la boîte à moustaches en surlignant successivement les premiers et deuxième quartiles.

Parcourt du menu. Histogramme. A la place des effectifs, choix d'une autre série. Le nuage de points apparaît. Parcourt des menus. Rien n'est à disposition. Deux clics sur le bouton de suppression des actions. Retour au diagramme en boîte.

Histogramme, dans les deux premières fenêtres. Dans la troisième fenêtre, ajout des quatre variables pour une représentation en boîte des quatre séries.

Histogramme dans la quatrième fenêtre. Ouverture d'une nouvelle fenêtre et tracé de l'histogramme manquant. (Figure 6.43)

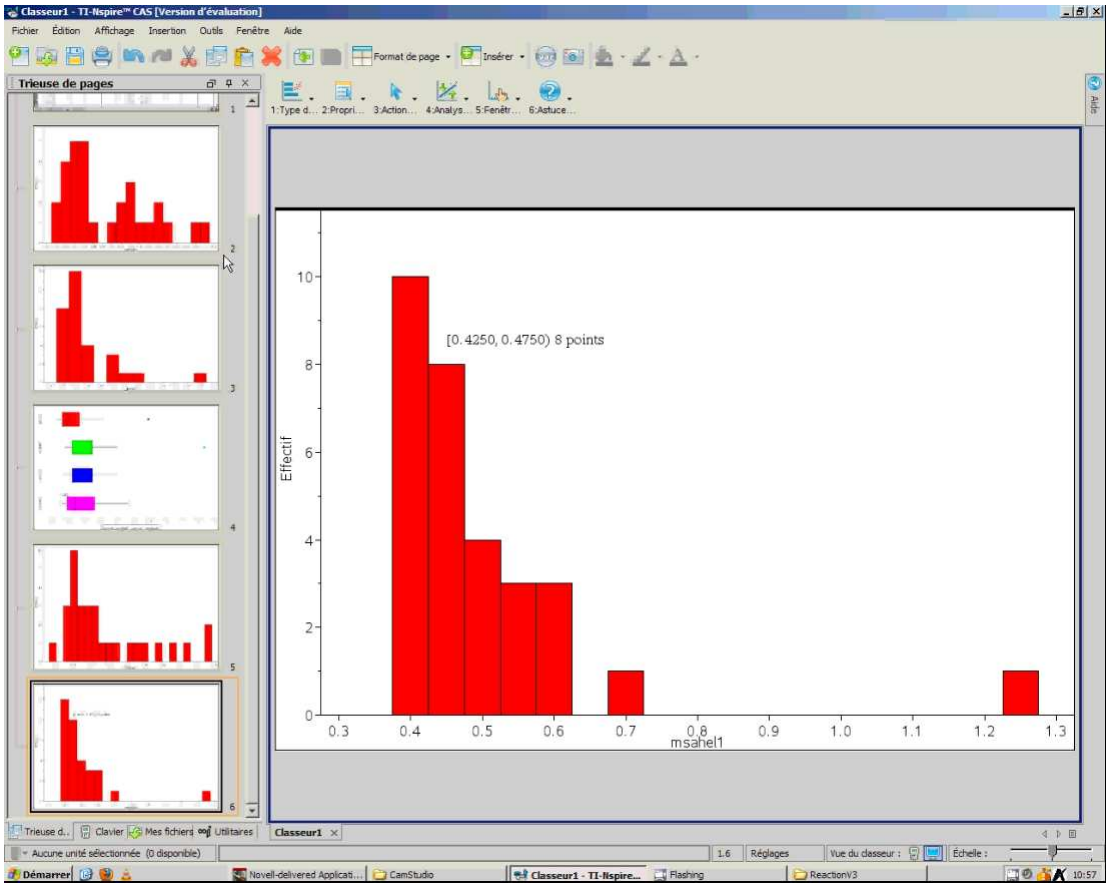


FIGURE 6.43 – Histogrammes et boîtes à moustaches.

Ouverture successivement des quatre fenêtres représentant des histogrammes. La souris parcourt les colonnes les plus hautes. Retour sur la page des boîtes à moustaches. Parcourt des quartiles des différentes boîtes. Surlignement des maximum. Changement d'unité sur l'axe des x. Rétablissement des unités initiales.

Sauvegarde du fichier (Minute 40).

Fin de la première heure.

Début de la deuxième heure.

Observation des quatre boîtes à moustaches :

– L'écart que tu as entre la médiane et ton troisième quartile, parce que moi, tu vois j'ai tout ça.
– Fais revoir, déjà le truc.
– Ben tu peux mettre déjà, les deux. . ., les deux. . .

Retour sur le tableur.

– Ben on peut déjà dire que la moyenne,... ben moi, mon écart-type il est petit donc c'est plus rapproché.
– Moi, j'écris.
– L'écart-type...
– L'étendue de la série de B est plus étendue que ...
– Et ben le premier...

Retour sur la fenêtre des représentations en boîte à moustaches ; la souris survole des minimums. Changement de la fenêtre (xmin : 0, xmax : 1)

– En fait on fait juste le début des phrases, blanc...
– Entre ma médiane et mon troisième quartile...

Retour à la fenêtre Tableur.

– 0,547
– Attends, je note.
– 0,125 ; parfait !

Retour sur la fenêtre des représentations en boîte à moustaches ;

– Interquartile.
– Oui, mais c'est bien parce que c'est plus écarté.
– Notre médiane elle est plus élevé que l'autre.
– Donc, faudra marquer ça, aussi

Retour à la fenêtre Tableur.

– Ah mais attends ; elle est à combien la votre ?
– 0,438
– Ben, y'a quand même un problème, alors. Moi, elle est plus élevé que la leur.
– La médiane, elle est plus basse.
– alors que nous, la moyenne, la médiane, elle est plus... Tu vois ou pas ? Entre la médiane et le troisième quartile, plus étendue que, euh... moi.
– Donc la médiane et le troisième quartile sont plus élevés.
– Non, pas plus élevés, c'est juste que l'écart est plus grand.
– *P intervient :* Est-ce que vous voulez mettre vos graphiques sur la même page, si vous voulez. *Les élèves rajoutent la boîte à moustache de la série qui avait été sélectionnée par l'autre groupe (Figure 6.44 page 638)*
– La médiane est proche du minimum de l'autre.
– Si c'est plus étendue, la médiane est plus grande.
– Non.
– Si.
– Non, regarde.
– Ah ben ouais.
– Monsieur comment...
– Comment on peut dire, là c'est plus grand.
– *P intervient :* Ben, on a parlé de dispersion.
– Ah ! C'est la mesure de dispersion, c'est ce que je disais.
– P : Laquelle vous allez préférer et pourquoi. Tu as vu ce que ça signifiait au niveau de la dispersion de la médiane par rapport aux quartiles. Qu'est ce que ça veut dire ?

– Que il y a plus de valeurs.
– P : Il y a plus de valeurs sur la partie droite et sur la partie gauche, c'est ça ?
– Non, il y en a autant mais elles sont plus étendues sur la partie droite que sur la partie gauche.
– P : Oui, voilà ! Alors, est-ce que c'est une information importante ou pas. C'est vous qui voyez. Vous avez tous les outils pour étudier les séries statistiques, alors, faites votre choix avec ces outils là ! Voilà donc, je vous demande de me dire on a choisi celle là pour telle ou telle raison.
– D'ici la fin de l'heure ?
– P : Même avant, après vous expliquerez ce que vous avez fait, vous expliciterez vos choix. D'accord ?
– Faut écrire vite ce qu'on va dire.
– En fait, il faudrait dire, on a éliminé ces séries, tel et tel et tel,
– Au pire on a tous là, non ?
– Tu peux dire : on a éliminé julien1 car...
– Car... Attendez ! Car toutes les valeurs étaient *inaudible*
– Etaient comment ?
– Les valeurs étaient trop concentrées...
– Oui, mais la tienne aussi.
– Alors Tiphany1.
– Parce que ses valeurs sont très étendues.
– Un et deux parce que c'est trop étendu.
– Tiphany2 ?
– Parce que ses valeurs étaient trop étendues.
– On a fait toutes les votres ?
– Non on n'a pas fait julien2.
– Donc on choisit la définitivement...
– Ben déjà sa médiane elle est bien.

Changement de fenêtre.

Troisième groupe

Prise de vue vidéo. La prise de vue commence alors que les trois élèves qui travaillent sur deux ordinateurs ont déjà produit leurs séries de réaction et qu'ils ont représenté ces séries en boîtes à moustaches sur un ordinateur.

1 E1 Bon allez, faut comparer nos résultats. Ca fait exactement les mêmes résultats ? *Il s'amuse avec sa souris et modifie les valeurs de la série en bougeant le troisième quartile de la boîte à moustaches (Figure 6.46 page 639).* Monsieur, là il y a la même médiane que le premier quartile.

2 P Oui, ben ça c'est à noter. Quand vous avez des choses comme ça, notez le. *A toute la classe* Vous m'écoutez, s'il vous plait ! Si vous constatez des choses particulières sur des séries, notez le, hein par exemple, ici, ils ont remarqué que pour une série ils avaient la même médiane et premier quartile. (Signe de satisfaction : figure 6.47 page 640). Si vous constatez des choses comme ça, notez le.

3 E1 Ah c'est quoi (*Il regarde l'écran de l'ordinateur de E3*)

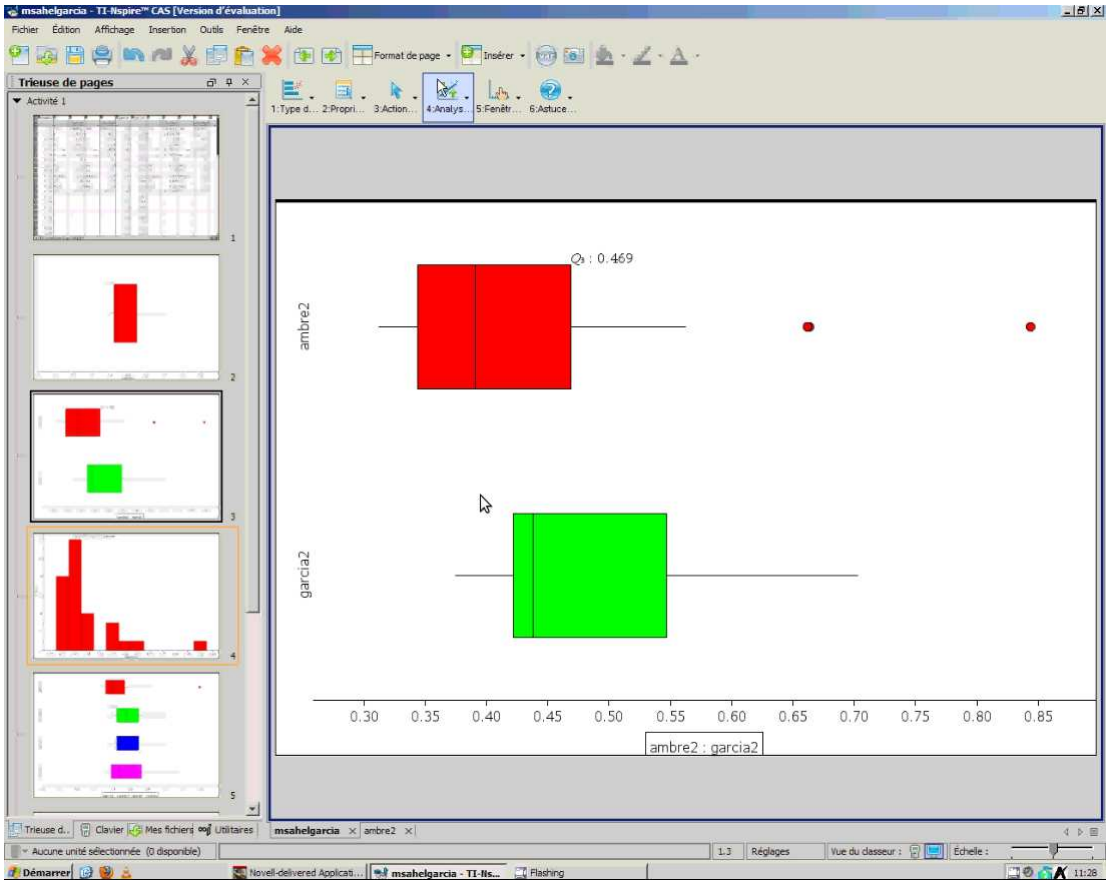


FIGURE 6.44 – Comparaison

4 E2 Ben, quoi ?
5 E1 Il a deux écrans.(*Il refait la manip*)
6 E2 J'aime pas être filmé.
7 E1 Dis bonjour à la caméra.
8 E3 Monsieur j'ai les mêmes valeurs dans les deux séries.
9 P Bon, alors ça veut dire que la deuxième série n'a pas été sauvegardée comme il faut.
10 E1 Bon, alors qu'est-ce qu'il y a d'intéressant ? Sur celle là, c'est très étendu, là.
11 P Ben, tu prends une de celle là, la violette par exemple (Figure 6.45 page suivante)
12 P Pourquoi on la prend ? Attends, faut voir si il y a des minimums qui correspondent.

Le reste de l'observation n'est pas transcris, le groupe n'étant pas rentré dans le problème discute longuement de questions personnelles.

Mise en commun

Les retranscriptions concernent les deux groupes dont l'écran a été observé.

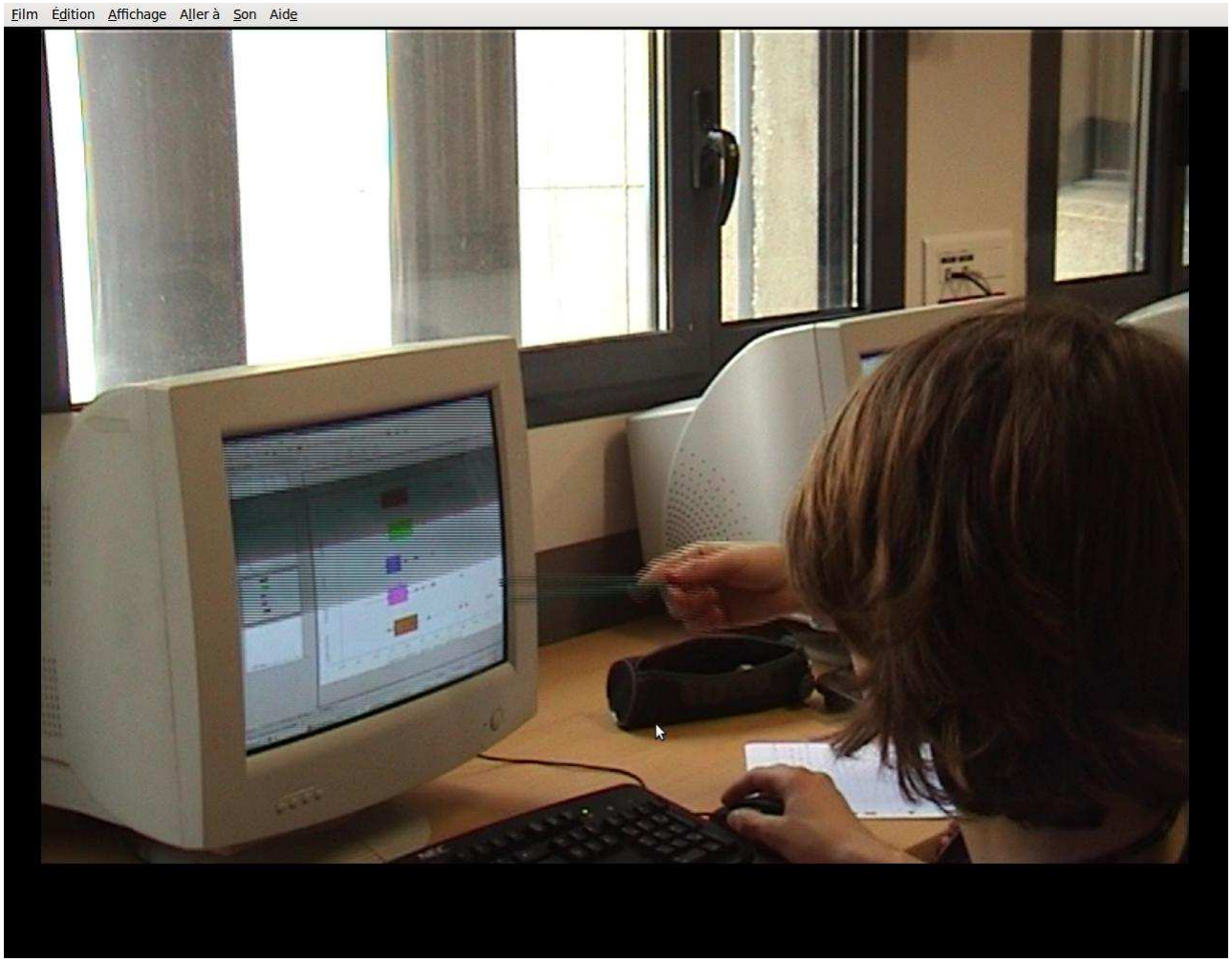


FIGURE 6.45 – Choix ?

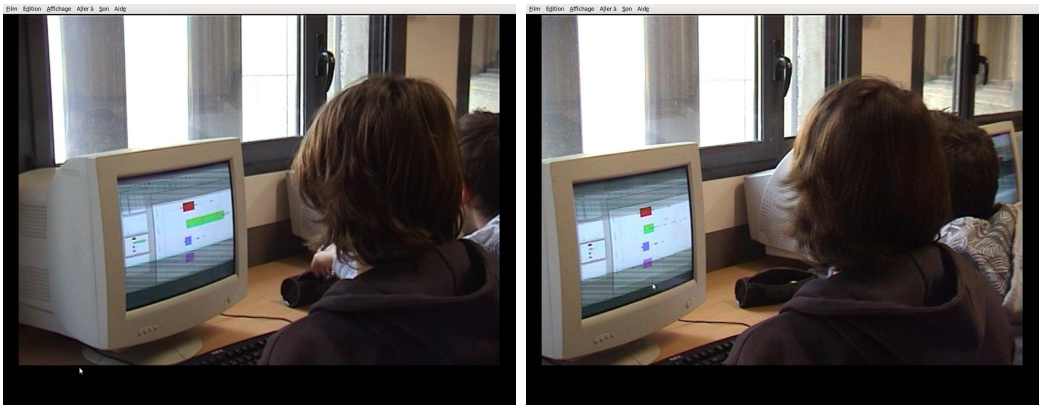


FIGURE 6.46 – Modification des valeurs de la série à partir des diagrammes en boîtes.

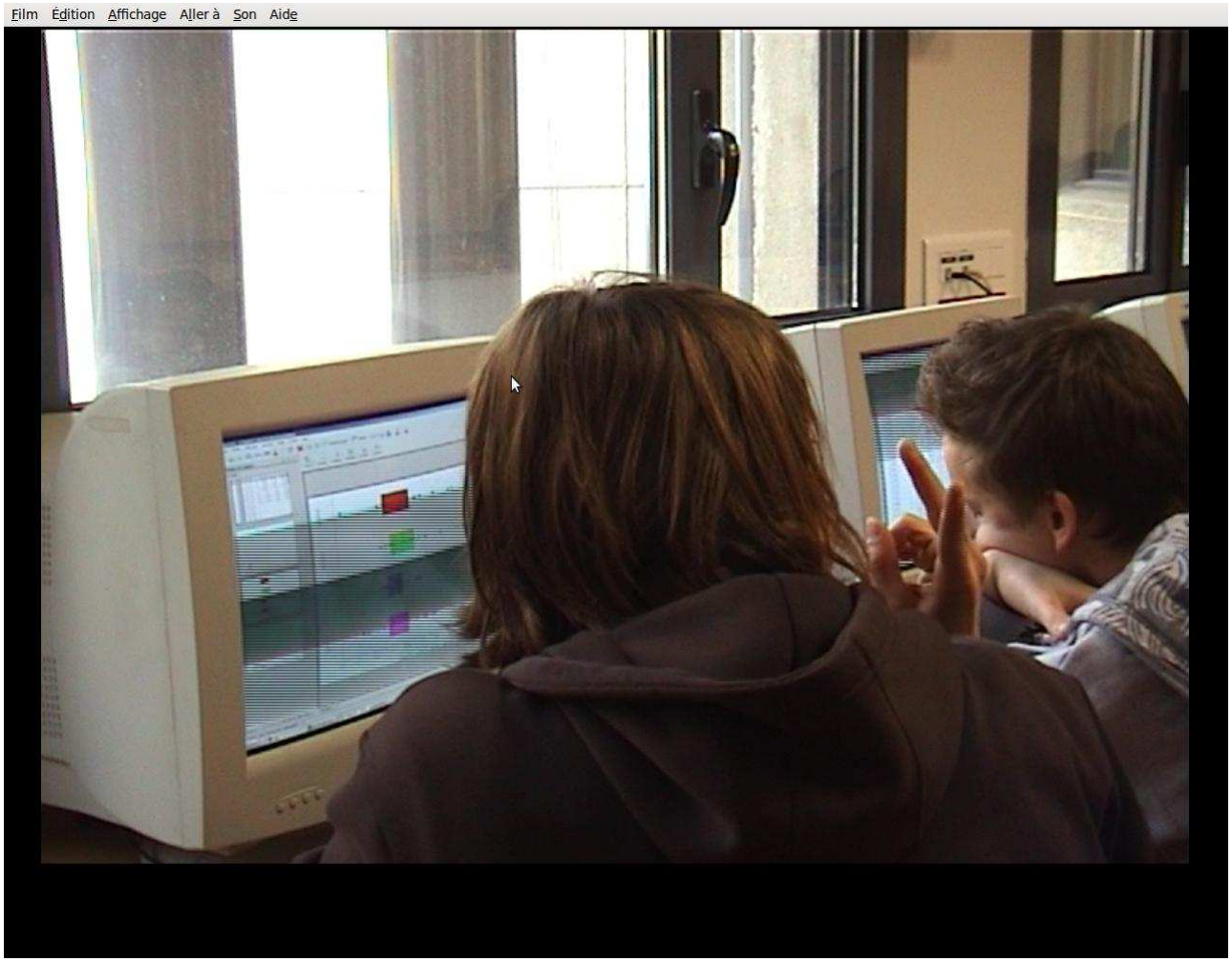


FIGURE 6.47 – Communication

1 P Bon, alors, qui était dans le groupe un ? Oui, d'accord ! On vous écoute. *Le professeur affiche à l'écran le fichier tns du groupe*
2 E Ben, faudrait montrer les diagrammes en boîtes.
3 P Diagramme en boîtes, oui. *Il affiche la fenêtre des huit diagrammes, figure 6.41 page 633* Celui là ?
4 E Oui.
5 E On a choisi celle tout en haut parce que, elle est moins étendue et que les valeurs étaient concentrées, plutôt basses. On a éliminé les deux du bas et la orange, je crois parce que l'étendue était trop grande.
6 P Donc les deux du bas, c'est là et la orange, c'est celle-ci (*il montre la cinquième série*).
7 E Après, on a pu constaté, que celle tout en haut, son troisième quartile était égal à quatre médiane, la deuxième la quatrième et pis celles du bas.
8 P Donc, là, son troisième quartile correspondait aux médianes d'autres séries (*il*

montre à l'écran). Oui ! Et alors, vous en avez tiré des déductions de ça ?
9 E Ben, ça veut dire que la plupart des valeurs étaient en dessous d'autres.
10 P Donc, ça a renforcé votre choix ou ça l'a remis en cause ?
11 E Ben oui, ça l'a renforcé.
12 P En dehors de ce graphique, est-ce que vous avez étudié d'autres choses ?
13 E Ben, on a regardé les moyennes.
14 P Et alors ça a donné quoi les moyennes ?
15 E C'est à peut près pareil les moyennes, sauf la marron.
16 P Sauf la marron, les autres séries avaient à peu près les mêmes moyennes ?
17 E Ouais.
18 P Il n'y avait rien de bien discernable ?
19 E Ben non.
20 P Bon alors votre choix était de trouver une série concentrée ?, si je comprends bien.
21 E Ben, concentrée, avec des valeurs qui soient le plus proche de zéro possible.
22 P Oui, mais alors entre celle là (*il montre la troisième série, bleue* et la marron, vous avez invalidé la marron et pas...
23 E Oui, mais la marron, elle a une valeur 1,3 aussi.
24 P D'accord, donc il y a le fait de cette grande valeur qui vous a gênée .
25 E Oui.
26 P Bon, d'accord. On passe à la suite. Groupe 2, qui faisait partie du groupe 2 ?... Oui, d'accord.

1 P Alors, on en était au groupe 5. Oui qui était dans le groupe 5 ?... Mais il m'en manque là du groupe 5. Oui, alors qu'est ce que vous voulez que j'affiche dans tout ça ? Alors, les boîtes à moustaches, oui ; alors on vous écoute.
2 E Par contre on n'a pas toutes les valeurs.
3 P Ah, ça n'avait pas été rassemblé, d'accord. Et les données de l'autre groupe, c'était quoi ?
4 E Ambre et Julien.
5 P *Récupère les fichiers de Julien* Alors on vous écoute.
6 P Le premier en haut, le minimum et le maximum c'est très étendu.
7 P Vous êtes d'accord que c'est très étendu ?
8 P Le dernier, les valeurs sont très étendues aussi, et ça arrive et ça arrive jusqu'à presque 0,8 alors que les autres c'est 0,7. Alors on a décidé de prendre la troisième parce qu'on s'est dit que c'était à peu près, enfin qu'elle avait la même médiane que la dernière et puis, euh, voilà donc, du coup on a pris celle-là et on a comparé avec celle de Julien et Ambre. Alors je crois qu'on avait mis les deux qu'on avait comparé.
9 P Là ?
10 P Voilà. Donc, euh l'étendue du deuxième est plus petite que celle de la première.
11 P Est plus petite ? C'est laquelle la deuxième.
12 P En bas.
13 P En bas, oui. Les autres du groupes vous pouvez aider, aussi !

14 P L'intervalle interquartile est plus petit.
15 P Et donc, ça suffit pour dire que c'est plus étendu ? Vous vous êtes basé sur l'écart interquartile, alors en fait ?
16 E' Oui, parce qu'il y a des valeurs aberrantes.
17 P Pardon ?
18 P Il y a des valeurs aberrantes.
19 P Dans le deuxième du quartile 1 à la médiane, c'est beaucoup plus concentré. Et après on a regardé toutes les boites *P affiche la fenêtre*. Voilà. Et après, on s'est dit c'était pas le troisième, mais plutôt le deuxième (Figure 6.48), parce que le troisième, oui, l'écart entre le quartile et la médiane étaient beaucoup plus concentré, donc c'était plus équitable.
20 P Plus équitable, d'accord. Donc vous êtes resté finalement sur le vert.

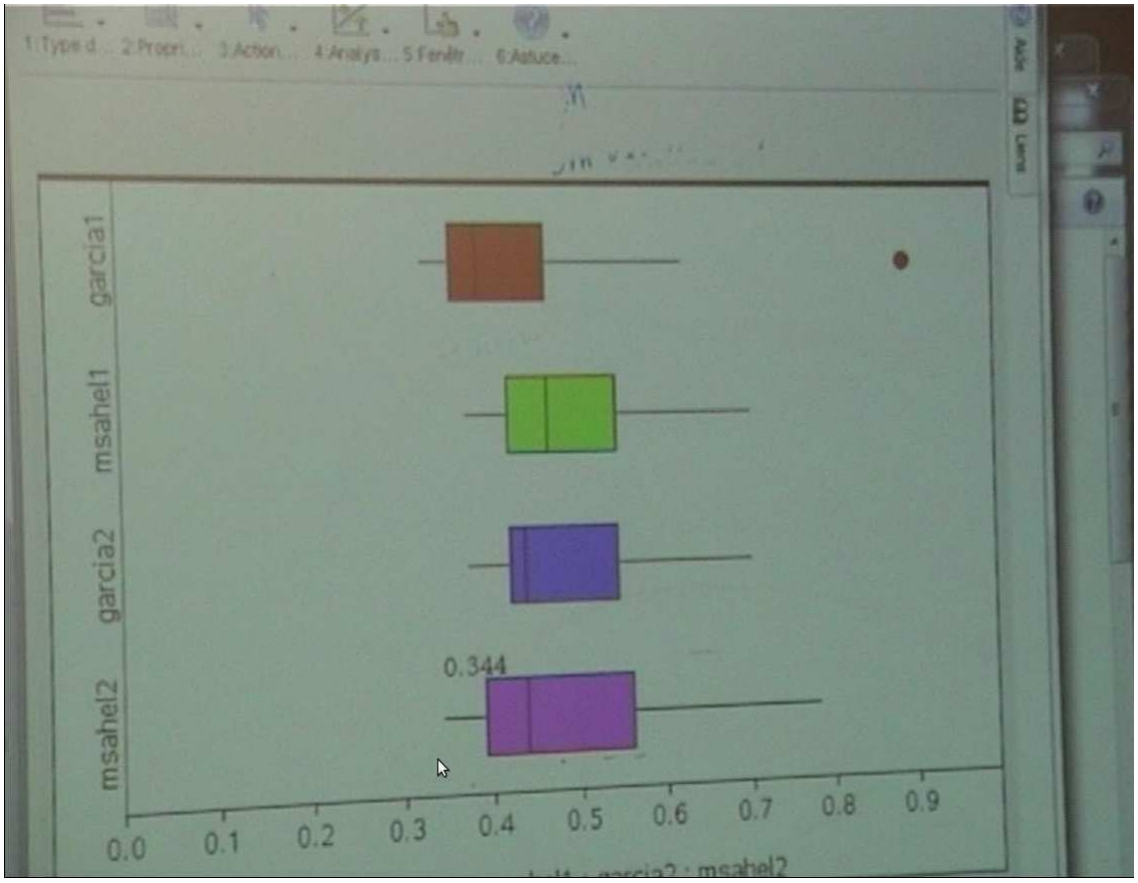


FIGURE 6.48 – Comparaison

Petits films

Episode 1

25 secondes : les élèves ont appelé le professeur alors qu'ils ont testé le logiciel « Réaction ».

P Donc là tu mets prénom 1 et prénom 2 par exemple. 13/12 c'est aujourd'hui, non, ah oui, mais le résultat 1 c'est le même. *P ouvre le fichier* ; celui-là, il est bon.

E En fait c'est les deux miens ?

P Voilà ; donc là tu mets prénom 1 et prénom 2 par exemple.

Episode 2

26 secondes : les élèves ont fait calculer les caractéristiques des quatre séries de mesure de temps. Ils sont devant l'écran du tableur.

E *montre les colonnes* Et en plus c'est du même niveau.

E' Ah ouais ! Et après on fait comment ?

E Ben tu te démerdes.

Episode 3

58 secondes : Les élèves essaient de faire afficher les caractéristiques de leurs quatre séries ; un message d'erreur apparaît qu'ils ne savent pas interpréter.

E1 tient la souris. E est à côté. E pointe le menu « Statistique », puis « Statistique à une variable ». Une fenêtre apparaît demandant le nombre de séries. E1 écrit 4. Une nouvelle fenêtre apparaît.

E1 remplit les cases avec les noms des colonnes. Un message d'erreur apparaît ; la souris parcourt le message. Puis E1 recommence la manipulation d'une façon exactement identique.

E *Il montre l'écran* Là, c'est ton A, là c'est B et, voilà...

E Et après, *Il montre l'écran*, tu mets où tu mets les résultats. *E1 fait. Le même message apparaît*

E Ben, chais pas.

E1 recommence en pointant d'abord la colonne de résultat. La même erreur se produit.

6.17 Entretiens avec les élèves

Ambre et Julien

Julien : E1
Ambre : E2
début d'enregistrement

1 E1 : Ben là j'ai pris une autre page, et après quand c'est fini, enfin j'efface, j'enregistre pas.
2 I : Et vous, n'enregistrez pas sur votre ordinateur ? Vous effacez complètement ?
3 E1 : Ouais
4 E2 : Ben moi en fait, c'est juste les, ben les cours que le prof nous a montré sur calculatrice des fois j'enregistre quand ils nous en parle ou quand j'y pense. Mais après, la plupart du temps je garde, une seule, dans les courants, je garde mais d'habitude il n'y en a pas beaucoup dedans
5 I : Et là, il y en a beaucoup ?
6 E2 : Non (*Rires*)
7 I : Bon, mais c'est pas grave, oui. Ca n'a pas d'importance, moi c'est ces choses là qui m'intéresse de savoir, comment vous utilisez cette calculatrice, il y a des possibilités de sauvegarde, là, vous me dites que vous ne sauvegardez pas, donc vous recommencez de nouvelles pages.
8 E1 : Disons, par exemple pour les limites, quand on a les devoirs à la maison, je m'aide de la calculatrice et tout, pour euh...Je fais mon calcul et après avec la calculatrice, on peut vérifier si c'est vrai ou si c'est faux, et du moi, en fait c'est ces calculs qui y sont, mais après à la fin du chapitre, je supprime, voilà
9 I : Oui, parce que ces calculs étaient contextualisés
10 E1 : Juste pour vérifier mes réponses, et tout, c'est tout.
11 I : C'est ça, donc vous utilisez la calculatrice pour vérifier des calculs que vous avez fait à la main. Vous aussi ?
12 E2 : Sinon, moi, c'est surtout dans les contrôle je retrace la, enfin, la fonction qu'on nous donne, je regarde ce qu'elle donne parce que pour les tableaux de variations, des fois je me mélange, donc je préfère regardez dessus, pour être sûre que la réponse soit plutôt juste.
13 I : Donc, vous utilisez l'application graphique, plutôt, vous faites tracer la courbe. Et des fois, il y a eu des moments où la calculatrice vous donnait un résultat qui n'était pas le même que ce que vous aviez fait à la main ?
14 Es : Non
15 I : C'était toujours...
16 E2 : Sauf quand on se trompait pour les plus les moins, des trucs du genre, mais c'est juste des erreurs d'écriture
17 I : Et il n'y a pas des affichages que la calculatrice vous donnait qui n'étaient pas les mêmes que ceux que vous aviez obtenu à la main

18 E2 : Ca m'a pas marqué, en tout cas, si c'est le cas.
19 I : Et vous vous servez de la calculatrice en maths, oui, bon...
20 E1 : Et en physique-chimie, je m'aide pour les calculs et tout de physique, parce que normalement on a une calculatrice Casio ou Texas, mais je sais pas, j'y arrive mieux avec cette calculatrice
21 E2 : Moi, je l'ai toujours dans mon sac, plutôt qu'une autre, comme ça, ça m'évite de l'oublier pour les cours de maths.
22 I : Si je reviens sur ce que vous faites avec la calculatrice, donc quand vous faites un chapitre, vous mettez ce qui se passe en cours dans la calculatrice
23 E2 : Non, juste quand il montre au rétroprojecteur, c'est ça (*Rires*)
24 I : Oui, ou au vidéo
25 E2 : Ce qu'il montre, voilà
26 I : Et alors ?
27 E2 : Ben on suit ce qu'il fait, enfin ce que fait le prof, et on fait la même chose sur la calculatrice
28 I : Et ça vous ne le gardez pas ?
29 E2 : Si, moi, c'est les seuls trucs que je garde. Après mes calculs que je fais à la maison pour m'aider ou des trucs du genre, je mets toujours sur l'application, en A et B, ça m'évite de reprendre une nouvelle page, et là je garde ce qu'on fait avec le prof.
30 E1 : Ouais, moi aussi.
31 I : Et alors si on regarde à l'intérieur, les répertoires Exemples et Examples, vous ne les avez pas touché
32 Es : Non
33 E1 : C'est juste mathématiques... Et sinon, je me sers toujours des feuilles qu'il nous a distribué, pour savoir comment on fait, développer, factoriser et tout
34 I : Et vous vous en servez pendant les DS ?
35 E1 : Non, mais je connais les applications, mais des fois quand j'ai oublié, je m'en sers.
36 I : Et en fait, je vois que vous avez un dossier mathématiques, et vous m'avez dit que vous vous en serviez aussi en physique et vous n'avez pas de dossier physique ?
37 E1 : En physique c'est juste des calculs
38 E2 : C'est des calculs simples.
39 I : Et vous ne vous en servez pas pour mettre quelques formules ?
40 E2 : Non (*Rires*) Ca m'a déjà traversé l'esprit, mais après il vaut mieux... Le jour du bac on pourra pas tricher, donc on préfère apprendre maintenant.
41 E1 : Vaut mieux pas tricher.
42 I : Quand vous utilisez votre calculatrice en devoir surveillé
43 E1 : Moi, je l'utilise toujours. En DS de maths, je l'utilise toujours.
44 I : Vous m'avez dit que vous utilisiez votre calculatrice pour tracer une courbe et pour voir si vous aviez raison, et est-ce que vous avez d'autres utilisations ?
45 E1 : Ben moi, des fois pour calculer des limites, par exemple, dans le chapitre des limites pour calculer des limites et tout, quand j'hésite je m'aide de la calculatrice,

je mets une réponse au crayon à papier, et je vérifie avec la calculatrice, si c'est ça, j'écris à l'encre.

46 E2 : Moi, c'est plutôt le contraire, d'habitude, je fais d'abord à la calculatrice, comme ça je fais pas de calculs directement faux, je vérifie d'abord

47 I : D'accord, donc ça vous donne un guide, et vous savez où vous devez aller.

48 E1 : Moi, je vérifie avec la calculatrice

49 I : Par rapport à ce que vous apprenez comme mathématiques en première S, la calculatrice vous aide, ou pas du tout, ou ça pourrait être une autre calculatrice...

50 E1 : Ah, moi, elle m'aide beaucoup, la calculatrice, moi, elle m'aide beaucoup

51 I : Oui

52 E2 : Pour les développements

53 E1 : Parce que déjà, on écrit et on fait des exercices, mais quand c'est de la calculatrice pour faire nos exercices on peut s'en rappeler un peu, par exemple, quand on tape un truc, on s'en rappelle, je sais pas comment dire.

54 I : Allez y, vous vous rappelez d'un moment

55 E1 : Ouais, par exemple, je sais que pour développer c'est menu 3 1, je crois, pour définir c'est menu 1 1 ou des trucs comme ça, parce que genre, si je m'en servais pas la calculatrice, jamais j'aurais su comment faire. Sinon, je serai toujours là pour *tatoter* (sic), pour trouver

56 I : Et ça, ça vous permet de comprendre les mathématiques qui sont derrière ces commandes ?

57 E1 : Oui, parce qu'avec la réponse qu'on trouve nous et la réponse que la calculatrice nous donne, on peut savoir ce qu'il y a , par exemple si on a un truc faux, on peut vérifier pour quoi c'est faux. Enfin, moi, j'y arrive bien, mais je sais pas les autres.

58 I : Et vous ?

59 E2 : Ben moi, en fait d'un côté, ça peut m'aider pour les développements et tout, mais le chapitre sur les limites, au tout début, j'avais pas, le prof il l'avait fait sur la calculatrice, et moi j'essayais de comprendre la calculatrice et j'ai pas réussi à comprendre le début du cours, Bon, ça allait, après j'ai compris le reste, mais il y a des moments où je suis complètement bloqué, parce que j'essayais de comprendre la calculatrice, mais j'avais pas essayé de comprendre le cours

60 I : Donc c'était un peu gênant ! (*Rires*) Et c'est arrivé au début de l'année quand vous avez fait les limites ou c'est arrivé plusieurs fois ?

61 E2 : Non, juste sur les limites, avec h, la et tout.

62 I : C'était le cours d'introduction...

63 E2 : Oui, au tout début des dérivées, pour trouver les dérivées, mais la limite j'avais pas du tout comprise ce qu'on me donnait, après je connaissais toutes mes dérivées donc le reste du cours je connaissais mais le début de la limite j'avais pas compris.

64 I : Et maintenant ?

65 E2 : Oui, maintenant, je comprends un peu mieux

66 I : Et comment vous avez mieux compris ?

67 E2 : En faisant des exercices
68 I : Et la calculatrice, elle peut vous aider à comprendre des choses ?
69 E2 : Euh, oui, enfin, oui parce que les limites, j'hésite encore un peu, donc je m'en sers pour savoir si c'est plus moins, zéro.
70 I : Donc, il y a des moments où ça empêche de faire des maths et d'autres moments où c'est aidant
71 E2 : C'est une aide, oui.
72 I : J'étais venu quand vous aviez fait des statistiques, vous vous en souvenez ?
73 Es : Oui
74 I : Et alors ?
75 E2 : La calculatrice, ça peut être pratique, parce que grâce à ça on peut avoir des nombres vraiment au hasard, parce que si c'est nous qui le faisons, on prend pas forcément des nombres au hasard. Enfin, je pense...
76 I : Et vous vous en avez des souvenirs ?
77 E1 : Oui, j'en ai des souvenirs. Pour moi, c'était pratique sur les statistiques, parce que je sais qu'avec les calculatrices Casio on peut rien faire sur les stat, alors qu'avec celle là on peut faire plein de choses sur les statistiques.
78 I : Vous m'avez parlé, vous utilisez l'application graphique, l'application Calculs. Est-ce qu'il vous est arrivé d'utiliser les deux à la fois ?
79 E2 : Oui
80 E1 : Moi, souvent
81 I : Vous avez un exemple à me donner ?
82 I : Ben, on avait un exercice dans le livre, on avait un exercice, 63, je crois, et ben, il fallait calculer des limites, il fallait calculer le tableau de variations et tout et il nous donnait une fonction f. Ben moi, la première chose, c'est que j'avais tracé la courbe, f, puis après j'étais allé dans l'application calculs pour faire, pour calculer les limites
83 I : Pour calculer la dérivée, les limites, etc. Oui ?
84 E1 : Ben les dérivées, je ne m'en sers pas trop, parce que j'ai bien compris le chapitre et je sais comment ça fonctionne, mais les limites, j'ai compris, mais des fois j'hésite pour calculer des limites quand x tend vers plus l'infini ou des trucs comme ça.
85 I : Oui, les limites c'est plus délicat
86 E1 : Oui
87 I : Bon, ben c'est très bien, est-ce que vous avez d'autres choses à me dire par rapport à cette calculatrice.[...] :
88 E1 : Ben oui, franchement, moi cette calculatrice, elle m'aide beaucoup. S'il y avait pas cette calculatrice, ouh la !
89 I : Et là vous me dites ça m'aide beaucoup, et puis les exemples vous me dites juste que c'est pour vérifier. Est-ce que vous pouvez me dire plus ce qui vous aide ?
90 E1 : Ben quand je vérifie, au moins je suis sûr que c'est juste. Si moi je trouve ça, et que la calculatrice me donne le même, donc je peux être sûr, voilà ça peut être que juste, et c'est pour ça ça m'aide aussi, alors que si il y aurait pas cette

calculatrice, je serai toujours en train d'hésiter à savoir si c'est juste, si c'est faux. L'année dernière en maths c'était toujours comme ça. Je donnais une réponse, mais je passais au moins cinq minutes pour savoir si c'est ça ou non.

91 I : Donc ça vous donne des éléments de contrôle de ce que vous avez fait. C'est pareil pour vous aussi ?

92 E1 : Des fois en plus les exercices dans les contrôles, c'est la question a, calculez ça et si on la pas calculé on n'a pas trouvé la bonne réponse on a tout faux sur le reste. Et des fois, moi, je me rappelle plus comment on fait, une fois ça m'est arrivé, je me rappelle plus les noms, je crois bien que c'était a x plus b plus c sur a ou des trucs du genre, vu que je m'en rappelais plus exactement, après, j'étais bloqué sur le reste. Donc j'ai fait avec la calculatrice. J'avais pas expliqué mon résultat, mais j'en avais quand même un pour finir. Et sinon, j'aurais eu tout l'exercice faux.

93 I : Là ça vous a débloqué et ça vous a permis de faire toutes les autres questions. C'était avec le calcul formel ?

94 E2 : Ouais. C'était avec les développements, donc, je suis pas sûr qu'avec une autre calculatrice on puisse faire ça.

95 I : Vous l'avez utilisé aussi le passage d'une application à l'autre ?

96 E2 : Oui

97 I : Et vous ne m'avez pas parlé de la géométrie et du tableur ?

98 E1 : Moi, le tableur je m'en sers juste pour calculer les valeurs f de x, enfin, le tableaux de valeurs.

99 I : Vous n'avez pas eu l'occasion de vous servir du tableur pour autre chose ?

100 I : Et aussi, par exemple dans les limites, on peut définir la fonction dans la page Calculs, et la c'est aussi ça peut nous aider pour faire plus vite les calculs, au lieu de toujours retaper f est égal à quelque chose, on peut direct définir f de x et ça aussi c'est avantage. Parce que sinon, si on devait toujours retaper la fonction, f égal tatata, et calculer d'autres choses, voilà ! Tandis que la, on l'a définie, c'est plus rapide.

101 I : Vous vous servez du logiciel sur ordinateur

102 Es : Non

103 I : Vous ne l'avez pas ?

104 E2 : Non je l'ai pas.

105 I : Et en classe, ça vous arrive de l'utiliser ?

106 E2 : Non, on a juste utilisé Geospace

107 I : Sinon, vous utilisez votre calculatrice ?

108 E2 : Oui, c'est le prof qui l'utilise avec la calculatrice. Mais il y a que lui.

109 I : Merci beaucoup !

fin de l'entretien

Teddy et Jeremy

E3 : Teddy

E4 : Jeremy

Au départ, petit cafouillage avec l'enregistreur. La première question portait sur l'utilisation en cours de maths de la calculatrice. E1 a répondu qu'il s'en servait aussi à la maison.

début d'enregistrement

1 I : Donc, vous vous servez de la calculatrice en classe, et est-ce que vous vous en servez à la maison ?
2 E3 : Pour faire les exercices, oui.
3 I : Et alors, vous vous en servez exactement pour quoi
4 E4 : Les exercices en général. C'est vrai, il y a l'annuaire où il y a toutes les fonctions, c'est vrai, que quand j'ai besoin d'un truc pour convertir en degré, je cherche un peu tout ce qu'il y a dedans.
5 I : Oui, vous vous en servez un peu comme d'un ordinateur
6 E4 : Oui, oui tranquille
7 I : Et vous avez essayé de connecter la calculatrice et essayer de récupérer des programmes sur internet ?
8 E3 : : Non
9 I : Vous non plus ?
10 E4 : Je sais que j'ai le logiciel, j'ai téléchargé le logiciel et j'ai essayé vite fait de m'en servir, mais j'ai jamais essayé de transférer du pc sur la calculette.
11 I : Et principalement de quelle application vous vous servez ?
12 E4 : Plus le scratchpad, moi
13 I : Et est-ce que vous vous servez du passage d'une application à l'autre ?
14 E4 : Oui
15 I : Et vous pensez que c'est quelque chose qui vous sert à comprendre ce que vous faites ?
16 E3 : Ben une fois qu'on a défini toutes les fonctions, après c'est simple, on a juste à écrire la lettre et la fonction elles se retrouve plusieurs fois. Donc, pour les transformer, c'est pratique on peut mettre f, f', on peut changer à chaque fois, donc on s'y repère vachement, quand on a des longs calculs à faire, on voit tout de suite la lettre on comprend tout de suite que c'est la fonction.
17 I : D'accord, donc ça vous vous en servez. Et vous pensez que c'est utile pour faire ce que vous faites en mathématiques ?
18 E4 : C'est de mettre une figure sur un calcul. Le fait de passer de l'application calculs à l'application graphique, ça aide à mettre un graphique sur un calcul, justement. Moi, ça m'aide à comprendre.
19 I : Dites moi un peu plus
20 E4 : En fait quand je définis une fonction dans l'application calculs, le fait de la voir sur le graphique, ça m'aide à comprendre comment elle peut être, moi, ça m'aide à comprendre.
21 I : C'est la représentation graphique de la fonction... Et par exemple, dans les chapitres un peu difficiles, comme les limites, par exemple, est-ce que la calculatrice vous a servi ?

22 E4 : Ca aide
23 E3 : Ben, je sais après, quand il faut calculer des dérivées, ou, des rapports entre une fonction et une dérivée, on peut regarder nos résultats et voir si ils sont juste ou pas par rapport à ce qu'on trouve et ce qu'on voit sur la calculette, puis même sur les limites on voit très bien sur les extrémités ce qui peut se passer, ça aide à confirmer les résultats qu'on trouve à l'écrit.
24 I : D'accord, donc vous vous commencez plutôt à travailler sur papier
25 E4 : Sur le papier, et après je regarde ce que ça donne sur la calculette, ou ça dépend, je peux très bien regarder ce que je dois trouver et après faire les calculs et voir si je suis bon ou pas
26 E3 : S'orienter d'abord
27 I : Et ça dépend de quoi ?
28 E3 : Si je vois que le calcul, j'y arrive, ben, je vais commencer par mon calcul et après je vérifierai, puis si j'ai du mal à faire mon calcul, je vais d'abord regarder ce que je dois trouver et après je vais adapter mon calcul.
29 I : Et vous vous êtes servi du tableur de la calculatrice
30 E4 : Oui, pour le dm de ma copine, et on gagne beaucoup de temps, quand même.
31 I : C'était quoi ?
32 E4 : C'était des statistiques, des effectifs, total, cumulés, des pourcentages, y'avait un peu de tout. Et c'est vrai que ça aide. On se repère parce qu'on connait déjà Excel, et c'est les mêmes formules, et ça aide, ça aide.
33 I : Et si vous repensez à ce que vous avez appris en mathématiques cette année, est-ce que la calculatrice vous a aidé, ou est-ce qu'au contraire ça a aidé gênant d'avoir la calculatrice ?
34 E3 : Ben depuis le collège on est habitué à d'autres calculatrices, donc c'est vrai que le passage d'une autre calculatrice à celle-ci c'est un peu dur, le temps de s'y retrouver dans tous les menus, dans toutes les fonctions, mais une fois qu'on a à peu près compris le principal et qu'on sait se servir de ce dont on a besoin, on gagne beaucoup de temps et ça aide. mais le temps d'adaptation est un peu long !
35 I : Le temps d'adaptation, est long. Et qu'est ce qui est gênant ?
36 E3 : Ben, il y a beaucoup de menus, il y a beaucoup de programmes, des fois pour se retrouver, c'est long.
37 E4 : Surtout dans l'annuaire, il y a des fonctions, on a juste un début de nom, alors il faut faire des recherches pour savoir à quoi ça correspond.
38 I : Et sur les statistiques, j'étais venu voir une séance de statistique, est-ce que en statistique c'est une calculatrice qui peut apporter une aide ?
39 E3 : C'est vrai, ça avait aidé, mais en fait sur les quartiles, comme il calcule différemment moi ça m'avait embrouillé, comme il les calculait différemment de ce que moi je calculais, je me rappelle plus ce qu'il faisait, il faisait un calcul plus simple ou plus compliqué, et ça fait, en fait, on avait l'impression qu'on avait fait faux, et qu'au final en fait j'avais fait juste mon calcul, et la calculatrice m'avait pas forcément aidé sur ça en fait. Elle m'avait pas donné le bon résultat. Pour elle c'était bon, mais pour moi, non.

40 I : Et alors vous aviez fait quoi ?
41 E3 : Ben, justement j'avais fait confiance à la calculette, je me disais que c'est une valeur sûre, et ben voilà, j'avais fait confiance.
42 I : Et alors après, cette notion de quartile ?
43 E3 : Ben là je me suis dit que les quartiles, j'allais moins prendre sur la calculette et plus faire sur le calcul et justement pas vérifier sur la calculette après.
44 I : Et là, vous regardez quelque chose de particulier ?
45 E4 : Je regardais justement le DM que j'avais fait. Ça affiche tout, on a tous les résultats tout de suite, on peut voir la représentation graphique de la courbe.
46 E3 : On peut adapter suivant le type de graphique qu'on veut, et ça c'est pratique.
47 E4 : C'était un DM sur la radioactivité des roches. C'était un DM de L, donc ça va, mais quand même, ça aide.
48 I : Faites moi voir !
49 E4 : En fonction de l'age ça donnait le taux de radioactivité de la pierre et à la suite ça nous donnait un graphique.
50 I : Donc, là, vous avez représenté...
51 E4 : La variation du taux de radioactivité en fonction du temps. et ça donne un graphique.
52 I : Et ensuite ?
53 E4 : Et ensuite il y avait des questions par rapport l'axe où il fallait se repérer par rapport à un age et il fallait se repérer
54 I : C'est intéressant. Bien, et sinon, par rapport à ce que vous apprenez en mathématiques, est-ce que cette calculatrice vous aide ou non, en partant des notions de maths que vous devez apprendre en première ?
55 E3 : C'est une aide. C'est un moyen de se repérer et de pouvoir s'orienter et justement de pas, dans des calculs compliqués, de pas partir forcément la mauvaise piste et de pouvoir, d'avoir une voie qu'on peut suivre directement, en fait.
56 I : Donc ça c'est vraiment l'idée d'avoir des contrôles tout au long de votre raisonnement.
57 E3 : Voilà
58 I : Et est-ce que vous auriez d'autres choses à dire par rapport à cette machine, par rapport aux maths.
59 E4 : Y'a juste le passage degré radian qui, j'ai un peu de mal, parce que j'en ai fait les frais, Teddy aussi, il y a pas longtemps et de passe de degré à radian, c'est assez compliqué
60 E3 : C'est vrai que passer de degré à radian c'est un peu compliqué. En fait, c'est, on va dans les réglages, pour aller dans, pour que ce soit effectif dans le scratchpad, faut remettre par défaut, après pour rechanger il faut refaire des trucs et tout, et c'est vrai que j'ai mis longtemps à repasser en radian, et c'est pour ça que après je suis repassé sur la calculette que j'avais avant, c'est beaucoup plus simple pour passer de degré en radian.
61 I : Et vous n'avez pas pensé à faire un petit programme ? Est-ce que vous avez programmé votre calculatrice

62 Es : Non
63 I : Vous n'avez pas vu ou vous ne savez pas qu'il y a un éditeur de programme ?
64 E3 : Non, j'avais pas vu.
65 I : Merci beaucoup !
fin de l'interview

Clémence et Lucie

E5 : Clémence
E6 : Lucie
début d'enregistrement

1 I : Donc, vous n'avez pas votre calculatrice, pourtant vous aviez un cours de maths, vous ne vous en servez pas en maths ?
2 E5 : Non, pas celle qu'on nous a prêtée. Celle qu'on avait avant oui, celle là non.
3 I : C'est bien, alors qu'est ce qui a fait que...
4 E5 : Elle est très compliquée
5 E6 : Oui, y'a plein...
6 E5 : Y'a trop de fonctions et ça fait quand même pas mal buggué.
7 E6 : Je la trouve trop compliquée
8 I : Dites plus, ça fait buggué
9 E5 : Ben disons qu'avec moi, ça marche pas très bien la calculette, ch'us pas très technologie, donc (*rires*)
10 I : Mais, à quel niveau, est-ce que vous avez un exemple où c'est insupportable d'avoir ce machin dans les mains.
11 E5 : Ben moi, je trouve que c'est assez insupportable, surtout avec la pavé tactile et tout
12 E6 : Ben pour tout ce qui est fonction, personnellement, avec mon ancienne calculette, je rentre la fonction je vais dans graphe et ça me la trace alors que là, il faut, je sais pas faut la définir, faut...
13 E5 : Y'a plein de cheminement à faire
14 E6 : Oui, y'a plein de trucs à faire pour un seul résultat, alors que avec la calculette qu'on avait avant tu tapes ton calcul et t'as ton résultat, t'as pas besoin de faire fraction, machin, voilà...
15 E5 : C'est plus rapide.
16 I : Donc vous préférez nettement une autre calculatrice. Et celle là, je suppose qu'au début vous avez essayé de taper des choses dessus,
17 Es : Oui, oui.
18 I : Et c'est à quel moment, vous vous souvenez le moment où vous avez dit, ah non, j'en veux plus de cette calculatrice ?
19 E5 : C'était très rapidement, oui parce qu'il fallait aller dans le menu, aller dans cet endroit là, enfin cliquer de partout, on avait pas mal de cheminement pour faire un calcul qu'on pouvait très bien faire avec notre calculette, plus rapidement en fait.

20 E6 : Oui, moi, c'était une séance au début de l'année, sur les fonctions, on a passé deux heures à faire que de la calculatrice, ça m'a saoulé, ça m'a un peu dégouté de cette calculette.
21 I : Et donc vous ne vous en servez pas du tout ?
22 E5 : Non, elle est dans un coin
23 I : Et au niveau des mathématiques de la classe de première S, est-ce qu'il y a des parties, pour lesquelles une calculatrice est vraiment utile ?
24 E5 : Non, une calculatrice quand même, c'est utile
25 I : Dites moi où ?
26 E5 : Pour les fonctions, ça aide, on peut se la mémoriser, se la visualiser, on pourrait pas forcément le faire de tête.
27 I : Donc ça vous permet de voir la forme de la courbe...
28 E6 : Pour les limites, ça aide bien
29 I : Pour les limites, alors comment vous faites avec vos calculatrices ?
30 E6 : Moi, je trace la fonction, en fait...
31 E5 : Ouais, je trace la fonction à l'écran de la calculatrice, et après...
32 E6 : je regarde...
33 E5 : je regarde, enfin, je vois, ça me donne une idée, après par les calculs
34 I : Donc vous passez du côté graphique au côté formel, et c'est le côté graphique qui vous donne des idées.
35 E5 : Oui
36 I : Et vous vous servez de votre calculatrice dans une autre matière
37 E5 : En physique
38 E6 : En physique-chimie, pour faire des calculs, mais généralement c'est des calculs de quantité de matière, c'est pas trop compliqué, ce genre de choses, c'est des puissances
39 I : Et là, c'est pareil vous avez votre bonne vieille calculatrice
40 E5 : Même pas aujourd'hui, je l'ai oublié (*rires*) Aujourd'hui, je fais de tête !
41 E6 : Oui, moi, je l'ai toujours, ma bonne vieille calculette (*rires*)
42 I : Et pour les DS ?
43 E5 : Pour vérifier les calculs, surtout
44 E6 : Pour se rassurer
45 I : C'est à dire pour se rassurer ?
46 E6 : Si, par exemple on est toujours dans le cas d'une fonction, on peut la tracer pour se rassurer en quelque sorte.
47 I : Essayer d'avoir des résultats que la calculatrice pourra vous montrer avant de faire les calculs
48 E6 : Non, moi je fais l'inverse
49 E5 : Oui, moi aussi, je fais les calculs, et après, après je trace la fonction pour voir si ça correspond ou pas
50 I : Et alors, si ça correspond pas ?
51 E5 : Ben, je recommence
52 E6 : On s'y remet

53 I : Et vous ne remettez pas en cause la calculatrice
54 E5 : Je vérifie que j'ai bien tapez correctement, mais
55 E6 : En général, c'est plutôt tes calculs (*rires*)
56 I : Merci, bien !
fin de l'entretien

Quentin et Agathe

E7 : Agathe
E8 : Quentin
1 I : On va commencé par vous, vous n'avez pas votre calculatrice et pourtant vous avez un cours de maths, donc ça veut dire que vous ne vous en servez pas beaucoup ?
2 E8 : Ouais, pas tout le temps, ben là j'ai oublié, ouais, mais ça dépend, y'a pour certains trucs, c'est pratique, mais pour les calculs simples, j'aime mieux faire sur mon ancienne, parce que c'est plus simple, y'a moins de touches.
3 I : Et qu'est ce qui vous gêne dans cette calculatrice ?
4 E8 : Y'a plus de touches, quoi, des fois, comme il y a plus de trucs, il faut aller chercher dans des menus tout ça pour faire des trucs qui sont plus simples sur la calculatrice normale
5 I : Et qu'est ce que vous faites essentiellement comme calcul avec votre calculatrice
6 E8 : C'est souvent pour vérifier, quand il y a des études de fonctions, pour vérifier, ça je le fais souvent
7 I : Pour vérifier ?
8 E8 : Ben, quand on étudie des limites, ou des choses comme ça, quand on fait ça, ben je trace la fonction sur la calculatrice et comme ça je vois si ça correspond avec mes calculs< ;
9 I : D'accord, donc en regardant la courbe
10 E8 : Oui, en regardant la courbe, les limites, ou les dérivées, les trucs comme ça.
11 I : Les dérivées, comment vous faites pour vérifier les dérivées ?
12 E8 : Ben, quand la courbe est... souvent on doit faire un tableau de valeurs, si la dérivée est croissante ou décroissante, ça correspond si la courbe est positive ou négative.
13 I : D'accord. Et vous alors ?
14 E7 : Ben, comme ma soeur a récupéré mon autre calculatrice, j'ai plus que celle là, donc je l'utilise tout le temps.
15 I : (*rires*) C'est une bonne raison ! Et alors, c'est difficile
16 E7 : Des fois, c'est bizarre, parce que c'est pas comme sur les autres calculatrices, faut chercher, avant de trouver ce qu'on veut, des touches, des fois, on prend plus de temps.
17 I : Du coup, ça vous gêne ? Vous vous souvenez d'un moment où vous avez été gêné ?
18 E7 : Ben des fois, dans les contrôles, on perd du temps, parce qu'on se rappelle plus où c'est, enfin, les touches, où elles sont, sur le coup, ça fait perdre du temps.

19 I : Et ça c'est le côté un peu négatif, et il y a des côtés intéressants ?
20 E7 : On peut se vérifier dans les contrôles. Enfin, vérifier si on a bien fait nos calculs.
21 I : Alors vous faites comment, vous faites les calculs et vous vérifiez avec la calculatrice, ou le contraire ?
22 E7 : Je fais les calculs, tout ça, après je vérifie avec la calculatrice si ça correspond
23 I : Il y a des moments où la calculatrice vous donne des résultats qui ne sont pas ceux que vous avez trouvé à la main
24 E7 : Ben, oui, quand on se trompe
25 I : Dans ces cas là, vous dites que c'est vous qui vous êtes trompé, ou c'est la calculatrice qui ne sait pas faire ce calcul ? Vous vous souvenez d'un moment dans un DS ou dans un exercice où vous avez fait ce genre de chose ?
26 E7 : Oui, après en regardant le résultat de la calculatrice, en reprenant tout ce qu'on a fait, tout ça, on se rend compte de l'erreur qu'on a faite, ça nous aide à nous corriger et à retrouver là où on s'est trompé.
27 I : La calculatrice vous aide à retrouver les erreurs que vous avez pu faire.
28 E7 : Ben, on peut voir, se corriger par nous mêmes, au lieu de ...
29 I : Vous avez un exemple où ça vous est arrivé ?
30 E7 : Dans les limites...ch'ais plus ?
31 I : Est-ce que vous vous servez de la calculatrice dans d'autres matières ?
32 E8 : Non
33 E7 : Ben moi, oui, en physique parce que j'ai que celle là.
34 E8 : C'est des calculs simples en physique, je prends l'ancienne ; ça c'est bien pour vérifier les dérivées, ou même des formes factorisées des choses comme ça, si on est bloqué, c'est plus pour se débloquer, mais en physique y'a pas de calculs très compliquées
35 I : Voilà donc en physique vous utilisez une calculatrice normale ?
36 E8 : Voilà, celle que j'ai l'habitude, parce que je vais plus vite avec.
37 I : Mais avec le Scratchpad, vous pouvez rapidement...
38 I : Oui, oui, je sais, mais c'est plus une question d'habitude, là pour sinus cosinus, il faut passer par trig, il faut choisir, alors que sur une calculatrice normale, c'est directement, pis même pour les menus, pour passer de degré en radian j'ai plus l'habitude sur l'ancienne. Mais c'est vrai que c'est bien pour vérifier des choses, qu'une autre calculatrice ferait pas.
39 I : Et dans le cours de mathématiques de première S, vous avez appris des choses nouvelles, vous avez cité la dérivée, les limites, ... est-ce que là pour ces objets mathématiques particuliers c'est utile d'avoir la calculatrice ou c'est aussi bien à la main ?
40 E8 : Si, moi je dirais, pour les courbes, là c'est bien. Pour vérifier, ça c'est bien. On voit quand la dérivée s'annule, voilà...
41 I : Vous vous servez essentiellement de l'application calculs et graphique. Et les autres vous vous en servez ?
42 E8 : J'ai jamais vu

43 E7 : Non, pas trop, non
44 I : Vous n'avez jamais utilisé le tableur ?
45 E7 : Si, mais c'était en cours, quand le prof nous disait allez voir dans le tableur, sinon, pas spécialement
46 I : Et le prof, il vous le disait à quelle occasion ?
47 E7 : C'était les statistiques, je crois ? On a utilisé
48 E8 : Ah oui, sur les statistiques :
49 I : Et sur votre calculatrice vous conservez tout ce que vous avez fait ?
50 Es : Non
51 E8 : Non, la plupart du temps,
52 E7 : J'efface
53 E8 : J'utilise Scratchpad directement. Quand c'est pour faire des fonctions, je laisse la dessus, ça garde en mémoire, sans sauvegarder ça garde en mémoire tant qu'on crée pas de classeurs dessus. Dans un DS, ou quelque chose comme ça, je reste dans le même classeur, si je veux revoir un truc, je reviens en arrière.
54 I : Donc, vous vous en servez comme d'une feuille de brouillon
55 E8 : Voilà, c'est quelque chose comme ça
56 I : Et pour vous c'est pareil ?
57 E7 : Pareil
58 I : Et vous n'avez pas pensé à faire une arborescence pour garder des choses en maths, en physique
59 Es : Non
60 I : Et par rapport à ce que vous avez appris en mathématiques cette année, est-ce qu'il y a des choses qui vous ont paru difficiles ?
61 E8 : Avec la calculatrice ?
62 I : Non, d'une façon générale ?
63 E8 : Non, ben moi, j'ai déjà fait une première, ça va mieux, quoi. J'ai déjà vu beaucoup de choses.
64 I : Ce que vous n'aviez pas bien compris l'année dernière, cette année ça va mieux
65 E8 : Oui, si cette année, ça va. Y'a pas mal de trucs nouveaux, les dérivées, les polynômes au début de l'année, ça fait un peu... Moi, je sais pas, moi ça m'avait paru dur.
66 I : Et vous ?
67 E7 : Ben, des fois ça peut être dur au début quand on commence les chapitres, mais après quand on continue, on comprend et on trouve ça plus simple.
68 I : Et les calculs sont pas trop difficiles ?
69 E8 : Non, c'est plus des méthodes, que des calculs difficiles, quoi !
70 I : Vous savez ce que vous allez faire comme spécialité l'an prochain ?
71 E8 : Moi, je suis en SI, alors
72 E7 : Moi je vais refaire une première
73 I : C'est sûr ?
74 E7 : C'est pratiquement sûr ! Parce que je travaille pas !
75 I : Ah ! ça y fait un peu, ça ! Et vous avez d'autres choses à me dire sur les maths,

la calculatrice ?
76 E8 : Non, on vous a tout dit (*rires*)
77 I : Merci !
fin de l'entretien

Kevin et Maxime

E9 : Maxime
E10 : Kevin
1 I : Je voulais vous poser quelques petites questions sur votre calculatrice, et sous les mathématiques ; alors, par exemple, est-ce que vous avez organisé le contenu de votre calculatrice en répertoire, sous répertoires ?
2 E10 : Ouais, enfin, oui, j'ai un dossier exercice, mais les feuilles je les supprime, des fois ?
3 I : Et quand est-ce que vous les supprimez ?
4 E10 : Je fais un exercice dessus et tout, et après je les supprime ; enfin, je sais pas... Je les garde pas,
5 E9 : T'en as plus besoin...
6 E10 : Oui, voilà, j'en ai plus besoin, donc je les supprime
7 I : Donc, je vois, vous avez un répertoire maths et dans ce répertoire maths vous avez des...
8 E10 : Je rajoute des pages à chaque fois
9 I : Oui
10 E10 : Pour faire mes exercices ou des graphiques ou j'sais pas quoi, et après, je les fais, soit je les supprime, là, il doit y avoir, une page ou j'sais pas...
11 I : Oui, il y a un exo ! Et donc vous n'avez jamais pensé que ça puisse être utile de garder...
12 E10 : De tout garder
13 I : Pas forcément tout
14 E10 : Si, oui, si si, ouais, j'avais pensé
15 I : Et vous c'est pareil
16 E9 : Oui, j'enregistre au fur et à mesure et après j'efface pas.
17 I : Vous effacez pas ?
18 E9 : Non
19 I : Et vous avez quoi alors
20 E9 : Ben, c'est pas, ... Y'a pas de noms, c'est juste enregistré. Après, il y en a qui sont enregistré dans le menu, sinon, ça fait plusieurs pages...
21 I : Vous vous en servez en maths, je suppose ; mais vous l'utilisez aussi dans d'autres matières
22 E10 : En physique des fois
23 E9 : Non, moi j'utilise pas celle-ci parce que je la trouve trop compliqué,
24 E10 : Ouais, moi aussi
25 E9 : J'utilise l'ancienne, celle qu'on a tous recommandé quand on rentre au lycée.

Je la trouve trop compliquée en fait, pour faire les simples calculs.
26 I : Malgré le Scratchpad ?
27 E9 : Oui, mais c'est plutôt les applications, en fait qui sont difficiles. A trouver, on perd plutôt du temps. Après en maths quand il faut qu'on s'en serve, on s'en sert puisque c'est quand même un outil sophistiqué, mais sinon...
28 E10 : En maths, c'est plus simple parce qu'on peut retrouver avec la calculette les formules ou des trucs comme ça, ouais, mais après en physique je préfère prendre l'autre. Je trouve c'est mieux, enfin, j'sais pas.
29 I : Il y a un lien avec le prof de physique...
30 E10 : Une préférence ? Non.
31 E9 : Elle l'a connait pas du tout cette calculatrice.
32 E10 : Elle a jamais rien dit. Ah non, elle nous a jamais rien dit, elle l'a connait pas la calculette !
33 I : De toutes façons, il faut que vous fassiez les calculs comme vous voulez !
34 E10 : Voilà, tant qu'on les fait, c'est bon (*Rires*).
35 I : Je reviens aux maths, alors, en devoir surveillé vous vous en servez
36 E10 : Ben ouais, soit en devoir ou en interro...
37 E9 : Surtout pour les graphiques
38 I : Et alors, il vous servent à quoi les graphiques ?
39 E9 : Ben pour les asymptotes et tout ça, c'est plus simple sur celle là que sur l'ancienne
40 E10 : Ca nous permet de visualiser bien, tout.
41 I : Donc quand vous avez, par exemple une fonction à étudier, vous faites comment ?
42 E10 : Ben on la trace, on l'a écrit dans la calculette
43 I : En premier vous écrivez la définition de la fonction dans la calculette ?
44 E10 : Oui, on fait une page de graphique, on la tape dedans pour savoir quelle allure elle a, après on l'étudie
45 I : Et alors ça vous donne des renseignements, ça donne quoi comme renseignements ?
46 E9 : Plein de trucs
47 I : Plein de trucs ! (*Rires*)
48 E10 : Non, mais on peut savoir le coefficient directeur, tout ça.
49 E9 : Ca dépend de l'exercice qu'on doit traiter. En fonction de l'exercice on regarde ce qui nous intéresse.
50 I : Vous utilisez le graphique pour retrouver des choses qu'on pourrait vous demander. Vous le faites *a priori*
51 Es : Oui
52 I : Principalement les applications dont vous vous servez, c'est l'application calculs et puis l'application graphiques
53 E9 : Ouais, après les autres, non, enfin, je sais pas toi,
54 E10 : Non, géométrie on n'en fait pas
55 E9 : A part pour dessiner !

56 I : Vous avez fait des dessins ? (*Rires*)
57 E9 : Quand on s'ennuie !
58 I : Vous en avez gardé de vos dessins ?
59 E9 : Ah non, c'était juste vite fait, comme ça !
60 I : Et le tableur ?
61 E9 : Oui
62 E10 : Ah si on l'avait utilisé au début de l'année, mais...
63 E9 : Non, je l'ai pas réutilisé tout seul, comme ça.
64 I : Et pourquoi, il vaut mieux aller sur un tableur sur ordinateur ?
65 E9 : Ben ce qui est pratique, quand on n'a pas d'ordinateur on fait avec celle-ci, quoi ! Mais c'est vrai que...
66 E10 : On n'en a pas fait beaucoup du tableur, on n'a pas eu l'occasion d'utiliser la calculette.
67 I : Est-ce que ça vous est arrivé que la calculatrice vous réponde des choses que vous ne comprenez pas ? ... C'est à dire qu'elle vous donne un résultat surprenant
68 E10 : Des erreurs ? Oui, après il faut régler dans les réglages. Si la dernière fois j'ai eu c'était pas possible parce que c'était plus grand que le, là où c'était défini, enfin, un truc comme ça, je crois
69 I : Vous aviez un message en bas, vous disant que le domaine était plus grand que...
70 I : Oui, voilà !
71 I : Et alors qu'est ce que vous avez fait ?
72 E9 : Ben j'ai essayé de charger, mais j'y suis pas arrivé, parce que, c'était écrit, fallait changer en..., fallait changer...les real, il fallait les mettre en polaire ou en rectangulaire, j'ai essayé, mais j'ai pas trouvé.
73 I : Et vous vous rappelez l'exercice ?
74 E9 : Oh non, pas du tout !
75 I : C'était un calcul dans l'application calculs ?
76 E9 : Oui, ou dans le Scratchpad
77 I : Oui, de toutes façon ça revient au même
78 E9 : C'est pareil ? oui, c'était là dedans.
79 I : Dans ces moments là, quand la calculatrice vous dit des choses saugrenues, vous faites quoi ?
80 E9 : Ben on essaye de savoir ce qui s'est passé, quoi ! Et si on n'y arrive pas...
81 E10 : On prend l'autre !
82 I : On prend l'autre ? Et l'autre elle vous donne des résultats...
83 E10 : Des résultats peut-être plus...plus comprend, des résultats qu'on comprend !
84 E9 : Ben là celle là ça fait pas longtemps qu'on l'a, l'autre on l'a depuis le collège.
85 I : Par moment, il y a quand même des choses qui vous gêne sur cette calculatrice, soit les réponses, soit la complexité, soit des menus que vous ne trouvez pas...
86 E9 : Ben, après on peut faire Contrôle Entrée, là pour euh... pour les... Pour faire environ. Non, j'sais pas.
87 E10 : Peut-être, aussi, c'est qu'on la connaît pas assez, peut-être ça.

88 I : On abandonne un peu la calculatrice. Comment vous trouvez la première ?
89 E9 : Difficile
90 I : Difficile ?
91 E10 : Je trouve que c'est difficile.
92 E9 : Oui, c'est plus dur que la seconde, beaucoup plus !
93 I : Et c'est quoi qui est difficile ?
94 E9 : Pfouu, j'sais pas
95 I : Dites moi un truc ?
96 E10 : Ben je sais pas, je dirai global, y a pas de... C'est plus approfondi qu'en seconde
97 E9 : C'est plus approfondi qu'en seconde...
98 E9 : C'est avec un peu plus de vitesse, aussi. Ca va peut-être un petit peu plus vite
99 I : Mais vous avez plus d'heures
100 E9 : Peut-être les programmes, enfin, les cours, les leçons sont plus difficiles.
101 I : Parce que vous allez plus dans les démonstrations...
102 E9 : Oui, pis ça on le fait tout le temps, tandis que la seconde c'est général.
103 I : Et vous voulez quelles spécialités l'an prochain ?
104 E10 : Je sais pas
105 E9 : Spé maths, moi
106 E10 : Moi, vu que je suis en SI, je sais pas si je vais prendre une spécialité en plus. Il faut que je réfléchisse. Sinon, ça sera plus physique, je pense.
107 I : Et en SI, vous vous en servez de la calculatrice ?
108 E10 : Ouais, ouais, aussi, ou alors, je prend l'autre. Ca dépend celle que j'ai dans mon sac. Voilà
109 I : Et vous avez fait de la programmation avec ?
110 E10 : Non, on a fait juste des calculs simples, des cosinus, des trucs comme ça. On n'a pas fait de programmation.
111 I : Et vous voulez faire la Spé maths ; avec votre expérience de première est-ce que vous pensez que la calculatrice peut vous donner une aide ?
112 E9 : Peut-être, oui !
113 I : Essayez de revoir, en première, un moment où vous vous êtes dit, oui c'est bien d'avoir cette calculatrice...
114 E9 : Moi, je l'aime bien pour les graphiques. Après calculs, c'est un peu comme une autre calculatrice, juste qu'il y a plus d'applications.
115 I : Et le calcul formel, le fait de pouvoir calculer la dérivée, d'avoir une limite...
116 E9 : Oui, ça c'est bien !
117 E10 : Parce que les autres y'a pas.
118 E9 : Oui, y'a pas !
119 I : Sur votre ancienne calculatrice vous n'aviez pas ?
120 Es : Non, non
121 I : Et, ça c'est pas un truc dont vous vous dites, ça c'est bien
122 Es : Ah si, ça c'est bien

123 I : C'est pas la première chose que vous citez !
124 E9 : Oui, parce qu'on n'y pense pas forcément, tout de suite, j'sais pas.
125 I : Parce que c'est tellement évident que c'est un plus, ou ça ne vous sert pas tant que ça ?
126 E9 : Si, si, ça... Ouais, ben. Si, ça sert. Si on l'aurait pas, y'aurait eu un manque, c'est mieux de l'avoir
127 E10 : Après faut essayer pas trop s'habituer à la calculatrice, parce qu'en devoir, on nous demande d'expliquer et la machine elle nous donne juste le résultat.
128 E9 : oui, voilà, après il faut faire l'explication.
129 E10 : C'est bien pour trouver si on retrouve le même résultat, c'est bien, mais après, c'est vrai que elle peut pas faire les détails.
130 I : Et ça vous est arrivé que la calculatrice donne pas le même résultat que ce que vous aviez trouvé vous ?
131 E9 : Ben non, chais pas
132 E10 : C'est qu'on s'était trompé nous ! Je pense pas que la calculette s'est trompé
133 I : Non, mais elle pourrait vous donner des écritures différentes de celle que vous avez... Quand on calcule des dérivées, elle ne simplifie pas de la même façon que ce qu'on aurait simplifié, nous.
134 E10 : Ah ! Mais au final le résultat sera pareil, même si la simplification c'est pas pareil !
135 I : Oui, certes mais est-ce qu'il vous est arrivé d'avoir un travail supplémentaire pour les mettre en correspondance
136 E9 : Non, j'sais pas,
137 E10 : Non, pas souvenir.
138 I : Merci !

fin de l'entretien

Nicolas et Jimmy

Nicolas : E11
Jimmy : E12

1 I : Je peux prendre ce qu'il y a dans votre calculatrice ?
2 E11 : Oui, y'a pas grand chose
3 I : Ah oui ? Dites moi ?
4 E11 : Parce que j'ai pas le réflexe d'enregistrer, et puis, voilà. Moi, les exercices je les fais, et puis j'utilise beaucoup le Scra... c'est le Scratchpad pour d'autres matières que les maths
5 E12 : Pour quelles matières ?
6 I : Physique, physique principalement, physique et maths, oui, j'ai pas l'habitude d'enregistrer. ch'us... C'est que... Je vois pas pourquoi j'enregistrerai des exercices, je préfère, voilà
7 E12 : A part au pire enregistrer des cours dessus, la fonction écriture, ça ça fonctionne bien. Au lieu de sortir son cours

8 I : Donc vous avez quelques limites, d'accord
9 E12 : Oui, sur cette calculatrice, c'est plus facile d'écrire, quand même.
10 E11 : *Chuchoté* Bousille pas mes calculs s'te plait ?
11 I : Bousille pas mes calculs, ça veut dire qu'il y a des choses importantes
12 E12 : Mais il a rien, dedans ! T'as quedal ! Et si je fais ça ?
13 E11 : Ah, non, s'te plait, tu ne le fais pas !
14 I : Par exemple, je vois dans votre calculatrice vous avez gardé tous les répertoires Exemples, Examples, Mylib...
15 E12 : J'ai même pas pensé à les supprimer !
16 I : Vous n'avez rien mis de plus dedans ?
17 E12 : Non, après juste créer le document devoir comme on avait fait au début de l'année, puis j'ai enregistré deux trois trucs, ben, les cours, deux trois exemples qu'on avait fait parce que les formules après pour utiliser les calculatrices, parce qu'après c'est vachement dur à retrouver.
18 E11 : Oui, y'a certaines options, pfouu, faut s'en souvenir, Menu quatre... Faut arriver. Il y en a certaines, je me souviens même plus.
19 E12 : Tiens si tu veux !
20 E11 : Oui, voilà
21 I : Pour faire quoi, alors ?
22 E11 : Ca dépend
23 E12 : Même pour enregistrer les fonctions, comme dérivée, c'est menu quatre un, après fractions profs c'est menu trois hui un, il faut se souvenir de quel endroit elle est pour retrouver le calcul. Ca fait, du moins, ça fait, y'a beaucoup de marge de manœuvre et tout pour vérifier nos trucs, mais c'est un peu complexe
24 I : C'est un peu trop complexe pour faire ce que vous voulez faire ?
25 E11 : Ben en fait ce qu'il se passe, c'est complet, alors pour être complet ils ont, ils ont... ils a fallu mettre plein de trucs, c'est un gros tas de formules, et pour s'en souvenir, en fait, c'est pas l'habitude d'aller voir, faut maîtriser le menu, j'avouerai que je ne suis pas au point
26 I : Et alors quand vous faites des maths, vous vous servez de la calculatrice ?
27 Es : Ben oui
28 I : Et vous vous servez de quoi ?
29 E12 : De l'application des dérivées.
30 E11 : Ben oui, pour le moment comme on était dans les dérivées, beaucoup de dérivées.
31 E12 : Le tracé de courbes, parce que ça après on peut pas le faire.
32 E11 : C'est plutôt ouais, vérification de calculs, et puis c'est à peu près tout.
33 I : Vérification, ça veut dire que vous faites les calculs à la main et vous essayez de contrôler avec la calculatrice.
34 E11 : Et puis si on n'y arrive pas à la main, on essaye d'abord de trouver sur la calculatrice puis après pour essayer de le retranscrire sur papier avec les justifications, vu qu'on sait comment ça commence et comment ça finit, on se dit qu'au milieu on peut se débrouiller pour trouver.

35 I : Et ça vous est arrivé que la calculatrice vous ait donné un résultat surprenant ou différent de ce que vous attendiez ?
36 E11 : Ben c'est comme toutes les calculatrices, après, il faut penser à mettre les bonnes parenthèses, par exemple, tout à l'heure, on était trop, on était tombé sur un résultat deux divisé par racine de deux sur deux et si on mettait pas les bonnes parenthèses on tombait sur racine de deux sur deux et le résultat était deux racine de deux. Après c'est le problème de toutes les calculatrices, il faut penser à bien mettre toutes les parenthèses.
37 E12 : Ouais, faut bien taper le calcul
38 I : Et le fait de pouvoir écrire les fractions sous forme de fractions, ça ne vous aide pas ?
39 E11 : Ben, en fait déjà, si, si, c'est déjà... ça permet d'avoir, plus clair, mais si on n'y pense pas, si il y a une parenthèse qu'on a oublié de mettre, que ce soit en fraction ou pas on aura toujours un résultat bizarre. Après si on a un résultat différent de ce qu'on a sur le papier, on vérifie sur la calculatrice et si sur la calculatrice y'a rien, c'est sûrement le papier, aussi, le papier, y'a des chances qu'on se soit planté aussi.
40 I : Et ça peut vous aider pour revenir en arrière et voir l'erreur que vous avez pu faire ? On se met dans le cas où le résultat papier c'est pas le même que le résultat de la calculatrice, qu'est ce que vous faites à ce moment là ?
41 E11 : Déjà, si c'est pas les mêmes on vérifie sur la calculatrice, y'a peu de chances qu'elle se trompe si c'est bien rentré et qu'il y a pas de problèmes sur la calculatrice, faut revérifier le papier, étape par étape et voir où on s'est planté.
42 I : Et vous ne faites pas une vérification intermédiaire ?
43 E11 : Ben, ça m'est arrivé des fois, mais pas trop, je le fais pas systématiquement, vu que je maitrise pas tous les menus, les machins, solve et quelque chose comme ça, ben, je vais plus vite au papier que sur la calculatrice.
44 E12 : Faudrait une option développement sur la calculatrice.
45 I : L'option développement ?
46 E12 : Oui, le développement du calcul ! Comme ça ça nous donnerait le calcul tout cuit. Bon, de toutes façons, la calculatrice c'est sensé nous aider. Ca nous donne à peu près ce qu'on doit avoir, si on le tape bien on est censé avoir ce résultat, mais c'est pas... Donc on vérifie, c'est un outil essentiellement de vérification, ou de piste et non pas de résolution pure.
47 E11 : Enfin, si c'est résolution pure, mais vu qu'on nous demande pourquoi, enfin comment on arrive à ce résultat là, la calculatrice elle nous donne directement le résultat, après il faut faire avec ce résultat pour expliquer pourquoi on arrive à ce résultat.
48 I : Donc, ça il faut le faire à la main.
49 E12 : Ah oui, ça a toujours été comme ça !
50 I : Les applications, vous m'avez parlé de l'application graphique et calculs, mais les autres, vous ne les utilisez pas ?
51 E11 : Y'a quoi ?
52 E12 : Ecriture !

53 I : Tableur ?
54 E11 : Tableur, ben on l'a utilisé au début de l'année pour les stats. Depuis, non, parce qu'il y a pas trop l'utilité.
55 E12 : Géométrie aussi, une fois
56 E11 : Non, plusieurs fois Géométrie
57 E12 : Moi, je suis allé sur le graphe
58 E11 : Oui, mais c'est pareil. Par contre, pour les... le... Comment ça s'appelle ? Ah, j'arrive pas à y aller.
59 I : Les tableaux de valeurs ?
60 E11 : Non, comment ça s'appelle, les, les graphes, vu qu'on fait pas de tableur, on en fait en même temps que les tableurs, mais vu qu'il faut faire un tableur pour y arriver, on l'utilise pour les stats et pas depuis. Sinon, oui...
61 I : Et vous l'aviez utilisé en stat pour la séance Réaction ?
62 E12 : Oui pour ça et puis après pour... Ben d'habitude on faisait toujours nos tableaux à la main et puis on utilisait nos formules. On faisait toute la descente, les quarante calculs, tandis que là on rentre la formule et hop on a tout d'un coup.
63 E11 : Ca évite d'écrire deux fois la même chose.
64 E12 : C'est comme si on avait Excel sur la calculatrice, enfin en plus petit !
65 I : C'est gênant que ce soit plus petit ?
66 E11 : Enfin moi non
67 E12 : Etant donné qu'on a pas besoin d'un écran, non, c'te taille, là ça va ! on va pas passer dans les tableaux à vingt colonnes.
68 E11 : Déjà, qu'on peut en avoir vingt ! Enfin on peut en avoir beaucoup. Moi, ch'us jamais arrivé aux 99 calculs sur la feuille, donc...
69 E12 : Les calculatrices, en général, ça se finit à trente.
70 E11 : Sur mon ancienne, parfois, on est obligé de tout supprimer pour faire des calculs, là à mon avis avant d'en supprimer, il faut en vouloir
71 E12 : Moi, j'aurais vite fait, mais je l'utilise presque pas
72 E11 : Oui, enfin...
73 I : Vous l'utilisez presque pas ?
74 E12 : Cette calculatrice, en fait, j'ai tellement l'habitude d'utiliser mon ancienne calculatrice, que, si je fais un calcul sur celle là, les calculs vite fait, je vais mettre trente seconde alors qu'avec l'autre je vais mettre dix secondes, même pas. Après c'est l'habitude de l'avoir utilisé. Là, après trouver la commande cosinus, donc faut aller dans le menu, on cherche cosinus, ou alors il faut le taper directement, alors que l'autre, on fait contrôle cos... Après il y a quand même plus de fonctions, alors ça explique, quoi !
75 E11 : La mienne, c'était l'inverse, je galérai avec, maintenant je ne prends que celle là !
76 E12 : C'est quand même moi qui fait les calculs ! (*Rires*)
77 E11 : Putain, j'y crois pas ! (*Rires*)
78 I : Et maintenant en sortant un petit peu de la calculatrice, en parlant des programmes de première, comment vous les avez trouvé ? Facile, difficile, intéressant ?

79 E11 : Et, ben, ce qui se passe, c'est qu'il faudrait peut être les caler, en fait, avec d'autres programmes, parce que là on est en train de faire les produits scalaires et on les a fait il y a quelques mois en physique, donc c'est quasiment les mêmes formules, si c'est pas la même, mais, c'est vrai que avoir les deux en même temps, ça serait pas mal, parce que l'un peut aider l'autre, ou l'inverse. Tandis que là, ils sont un peu décalé, on en a quasi plus besoin en physique.

80 E12 : Quand on pense utiliser la formule, en fait, finalement, non, on n'a pas encore le droit ! On a tellement l'habitude de l'avoir fait.

81 I : Et vous voudriez faire quelle spécialité l'an prochain ?

82 E12 : SI

83 E11 : SI avec toi ! Non, mais moi, pour ce que je voudrais faire, c'est soit la spécialité physique ou svt et maths ça rentrera pas vraiment en compte. Mais voilà

84 E12 : Et un peu plus de SVT, deux heures de plus !

85 E11 : Oui, ça va être marrant, ça !

86 E12 : Tu te rapprocheras un peu de mes heures à moi !

87 I : Et en SI vous vous en servez de la calculatrice ?

88 E12 : Ben sinus, cosinus, tangente, après le reste, pas vraiment besoin, mais vu que j'ai l'habitude de faire sur l'ancienne, mais je sais que les autres ils utilisent celle là maintenant. Quand on a l'habitude, oui, ça va vite !

89 I : Et de la programmation, vous avez regardé ?

90 E12 : Non, l'année dernière sur l'autre on ne l'avait pas regardé.

91 E11 : Mais, oui, non, on a appris les programmes, l'année dernière on a regardé les programmes en fin d'année, mais non, vu qu'on sait pas comment faire sur une calculatrice, on n'en a pas fait.

92 I : Merci.

fin de l'entretien

Table des figures

1.1 Mathématique 7
1.2 L'arithmétique préférant le calcul posé au calcul aux jetons 10

2.1 Carte des cadres théoriques évoqués et les croisements 16
2.2 Allégorie du temps (DUPUIS s.d.) 17
2.3 Bifurcation didactique avec une branche marginale a-didactique 42
2.4 Bifurcation didactique avec une branche marginale nil-didactique 42
2.5 Quatre applications de la TI-Nspire dans une même fenêtre 50
2.6 Tablette mésopotamienne, 2500 av-JC 60

3.1 Structure des outils de recueil de données au lycée A 84
3.2 Structure des outils de recueil de données au lycée B 85
3.3 Interaction non verbale dans un groupe d'élèves 87
3.4 Contenu de la calculatrice de J_g, avril 09. 88
3.5 Contenu de la calculatrice de Az, Avril 09 89

4.1 Disposition de la salle informatique et de la salle de classe 93
4.2 Le lapin traverse la route devant le camion 96
4.3 Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 1 100
4.4 Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 2 101
4.5 Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 3 102
4.6 Enoncé du TP en salle informatique du 15 janvier, page 4 103
4.7 Régression sinusoïdale quadratique 105
4.8 Branche principale et marginale nil didactique de la situation 111
4.9 Liste d'exercices sur les complexes 134
4.10 TP sur les complexes 135
4.11 Triangles équilatéraux construits sur les côtés d'un parallélogramme 136
4.12 Application du lemme pour le triangle ADM_1 137
4.13 Application de la démonstration du lemme pour le triangle $M_1N_1P_1$ 138
4.14 Enoncé du TP en salle informatique du 23 avril 164
4.15 Principes généraux du calcul des probabilités 165
4.17 Utilisation du curseur pour déterminer les points d'intersection de deux courbes 176

4.18 Utilisation du curseur pour déterminer les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses . . . 176
4.20 Contenu de la machine de Marie, janvier 2009 . . . 194
4.21 Contenus des machines de six élèves, janvier 2009 . . . 194
4.22 Un exemple de contenu d'un dossier, janvier 2009 . . . 195
4.16 Enoncé des annales de l'EPM . . . 198
4.19 Evolution du contenu du répertoire Mylib 15 janvier - 15 mars . . . 199
4.23 Plan général . . . 207
4.24 Partie cours et dispositif d'observation . . . 208
4.25 Partie laboratoire et dispositif d'observation . . . 209
4.26 Données brutes . . . 211
4.27 Représentation des données brutes . . . 211
4.28 Représentation des moyennes avec leurs barres d'erreur. . . . 213
4.29 Observation du groupe lors de la première séance . . . 226
4.30 Un exemple de communication dans le domaine privé . . . 237
4.31 Organisation des contenus des calculatrices des élèves interwievés . . . 241
4.32 Bloc note : écart entre l'usage et les potentialités. . . . 246

6.1 Les nuages de points et les moyennes avec les valeurs 100 . . . 412
6.2 Les nuages de points et les moyennes sans les valeurs 100 . . . 412
6.3 Les boîtes à moustaches . . . 413
6.4 Les histogrammes . . . 413
6.5 Histogramme de l'ensemble des données . . . 413
6.6 Transparent du groupe 1 : Réaction . . . 441
6.7 Données et transparent du groupe 2 : Réaction . . . 442
6.8 Données et transparent du groupe 3 : Réaction . . . 443
6.9 Données et transparent du groupe 3 : Réaction . . . 446
6.10 Données et transparent du groupe 5 : Réaction . . . 447
6.11 Données et transparent du groupe 6 : Réaction . . . 449
6.12 Caractéristiques des séries de F1 . . . 450
6.13 Caractéristiques des séries de F2 . . . 451
6.14 Utilisation du logiciel *Réaction* . . . 452
6.15 Récupération des données dans le logiciel TI-NspireCAS^{TM} . . . 452
6.16 Transfert des données vers la calculatrice . . . 453
6.17 Champ d'observation de la camera . . . 453
6.18 Histogramme de la première série de F2 . . . 457
6.19 Histogramme de la deuxième série de F2 . . . 457
6.20 Histogramme de la première série de F1 . . . 457
6.21 Histogramme de la deuxième série de F1 . . . 458
6.22 Moyenne comme regroupement des colonnes . . . 458
6.23 Utilisation du tableur . . . 458
6.24 Groupe observé dans la séquence Suites . . . 511
6.25 Salle ordinaire . . . 512

6.26 Dispositif de vidéoprojection 512
6.27 Dispositif d'observation 512
6.28 Disposition des quatre élèves observés 520
6.29 Différence de deux dés, premier sondage 601
6.30 Première série de simulations de la différence de deux dés 607
6.31 Extrait des essais d'un élève (film dsc_0606.avi) 611
6.32 Deuxième sondage à propos des résultats de l'expérience aléatoire 612
6.33 Erreur d'écriture et feedback de la machine 617
6.34 Réglage des calculs statistiques 628
6.35 Message d'erreur 628
6.36 Représentations en boîtes à moustaches des séries de données. 629
6.37 Différents essais de représentation des données. 630
6.38 Représentations en boîtes à moustaches des séries de données dans une même fenêtre. 630
6.39 Représentations en boîtes à moustaches des séries de données dans une même fenêtre. 631
6.40 Une série comporte une valeur 100 632
6.41 Mise en évidence de la médiane 633
6.42 Essai de calcul de moyenne 634
6.43 Histogrammes et boîtes à moustaches. 635
6.44 Comparaison 638
6.45 Choix ? 639
6.46 Modification des valeurs de la série à partir des diagrammes en boîtes. . . . 639
6.47 Communication 640
6.48 Comparaison 642

Liste des tableaux

2.1 Tableau de description de la structuration des milieux 32
2.2 Structure des quatre niveaux 64

3.1 Taux de réussite au baccalauréat 78
3.2 Taux d'accès de la seconde et de la première au baccalauréat 78
3.3 Proportion de bacheliers parmi les sortants 79
3.4 Rubriques du journal de bord 82

4.2 Déclencheurs des incidents dans la situation 1 132
4.6 Sensibilité de la moyenne et de l'écart-type aux valeurs extrêmes 210
4.7 Caractéristiques des données 212
4.9 Synthèse des contenus des calculatrices 239

6.20 Temps de réactions des élèves observés 627