



**HAL**  
open science

# Déformation des disques circumstellaires par effet de marée : application aux objets stellaires jeunes

Caroline Terquem

► **To cite this version:**

Caroline Terquem. Déformation des disques circumstellaires par effet de marée : application aux objets stellaires jeunes. Astrophysique stellaire et solaire [astro-ph.SR]. Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1993. Français. NNT : . tel-00686407

**HAL Id: tel-00686407**

**<https://theses.hal.science/tel-00686407>**

Submitted on 10 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

A Jean - Louis, avec  
toujours un arrièr-pensé : ceci n'est  
pas un bloc de papiers  
à fabriquer des avions pour  
filer sur tes étudiants !  
C'est n'est pas un film en  
coloriage à faire avec  
les enfants !  
Caroline

THESE DE DOCTORAT

présentée par

**Caroline TERQUEM**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER  
GRENOBLE I**

Spécialité: Physique

**DEFORMATION DES DISQUES  
CIRCUMSTELLAIRES PAR EFFET DE MAREE:  
APPLICATION AUX OBJETS STELLAIRES  
JEUNES**

Soutenue le 14 septembre 1993 devant la Commission d'examen:

M. Guy PELLETIER	Président
M. John PAPALOIZOU	Rapporteur
M. Jean-Paul ZAHN	Rapporteur
M. Claude BERTOUT	Directeur de thèse
M. Thierry MONTMERLE	Examineur
M. Bo REIPURTH	Examineur

Laboratoire d'Astrophysique, UJF/CNRS, BP 53X, F-38041 Grenoble Cedex

*Ou penchés à l'avant des blanches caravelles,  
Ils regardaient monter en un ciel ignoré  
Du fond de l'Océan des étoiles nouvelles*

J.M. de Hérédia  
*Les Conquérants*

*Nous ne savons donc presque rien; cependant combien d'écrits  
dont les auteurs ont tous prétendu savoir quelque chose !*

Diderot

*Lettre sur les aveugles à l'usage de ceux qui voient*

## REMERCIEMENTS

*En premier lieu, je souligne que cette thèse n'aurait pu être menée à bien sans le soutien du Ministère de la Recherche et de la Technologie, qui m'a alloué une bourse.*

*Claude Bertout, en acceptant de diriger cette thèse, a eu la lourde responsabilité de m'initier aux mystères insoupçonnés des subroutines; émergeant de cette longue initiation, pas tout à fait indemne il est vrai, et subroutinant désormais sans trop de dommage (du moins laissez-moi le croire...), je rends hommage à sa patience et à son optimisme constant !*

*Plus sérieusement, je le remercie chaleureusement de m'avoir proposé un sujet dont l'intérêt n'a d'égal que le champ d'investigation qu'il ouvre. Je le remercie également pour la qualité de son encadrement: j'ai particulièrement apprécié, durant cette thèse, de pouvoir travailler en toute liberté, tout en bénéficiant de suggestions et conseils précieux et de contacts avec les nombreux chercheurs étrangers en visite au Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble.*

*Je suis reconnaissante à Guy Pelletier, une fois de plus mis à l'épreuve, d'avoir présidé mon jury de thèse. De même, je remercie vivement John Papaloizou et Jean-Paul Zahn d'avoir accepté de rapporter sur cette thèse, ainsi que Thierry Montmerle qui a bien voulu être membre du jury. Je leur suis reconnaissante de s'être déplacés jusqu'à Grenoble. Que John Papaloizou soit d'autre part remercié de me recevoir à Londres cette année, et de bien vouloir me faire bénéficier de son expérience scientifique. C'est avec plaisir enfin que j'adresse des remerciements particuliers à Bo Reipurth, qui non seulement a accepté de faire partie du jury, mais qui encore a soutenu mon travail au cours de cette dernière année.*

*Cette thèse n'aurait pas été complète sans les ajustements des observations, lesquels n'ont pu être menés à bien que grâce à Jérôme Bouvier, qui a bien voulu me donner son programme d'ajustement par la méthode du  $\chi^2$ . En veine d'indulgence aujourd'hui, je ne me contenterai pas des remerciements d'usage, mais lui déclare également avec toute la solennité requise par l'évènement que je veux bien oublier toutes les balles de tennis qui ont manqué me priver à jamais des moyens d'écrire ces lignes.*

*A Sylvie Cabrit également j'adresse mes remerciements, pour toutes les remarques pertinentes qu'elle a bien voulu faire sur mon travail, et surtout pour l'aide précieuse qu'elle m'a apportée dans la lecture des observations.*

*Pendant ces trois années j'ai partagé le bureau de Françoise Rosso; malgré toutes les tentatives qu'elle a menées pour essayer de m'éliminer sur les courts de tennis, j'ai tenu bon ! La rescapée que je suis la remercie tout de même pour sa compagnie qui sait être très agréable dans les conditions normales de pression et de température !*

*L'accueil que j'ai reçu au Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble pourrait faire l'objet d'un livre de remerciements. Ne voulant oublier personne et ne pouvant citer tout le monde, je me contente ici d'exprimer ma reconnaissance à tous les membres du Laboratoire, qui ont facilité mon travail en en rendant les conditions plus agréables.*

*Je terminerai en remerciant mes proches pour leur soutien constant, et plus particulièrement Franck pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.*

# TABLE DES MATIERES

RESUME.....1

ABSTRACT .....2

## Chapitre I: INTRODUCTION GENERALE

I.1. LES OBJETS STELLAIRES JEUNES DE FAIBLE  
MASSE:DU NUAGE A L'ETOILE.....4

- I.1.1. Objets stellaires jeunes de classe I.....4
- I.1.2. Objets stellaires jeunes de classe II.....6
- I.1.3. Objets stellaires jeunes de classe III.....7
- I.1.4. Séquence évolutive .....7

I.2. DE LA NECESSITE DE PERTURBER LES DISQUES  
CIRCUMSTELLAIRES.....8

- I.2.1. Existence des disques circumstellaires .....8
- I.2.2. Le modèle classique du disque circumstellaire .....9
- I.2.3. Encore plus, toujours plus d'infra-rouge !..... 12

I.3. DE L'ART DE DEFORMER LES DISQUES  
GALACTIQUES ..... 13

- I.3.1. Aspects observationnels..... 13
- I.3.2. Aspects théoriques..... 14
  - I.3.2.1. Du compagnon perturbateur..... 15
  - I.3.2.2. ...au halo stabilisateur ..... 17

I.4. SYSTEMES BINAIRES D'ETOILES T TAURI..... 20

- I.4.1. Preuves observationnelles de l'existence des systèmes binaires  
d'étoiles jeunes..... 20
- I.4.2. Théories de formation des systèmes binaires..... 23

I.5. PRESENTATION DE LA THESE..... 24

## Chapitre II: DEFORMATION D'UN DISQUE PAR EFFET DE MAREE

II.1. INTRODUCTION: PRESENTATION DU DISQUE ETUDE ET DE LA METHODE UTILISEE .....	26
II.2. DISQUE AUTO-GRAVITANT .....	27
II.2.1. Caractéristiques du disque déformé.....	28
II.2.1.1. Méthode d'étude du disque non déformé.....	28
II.2.1.2. Expression du potentiel créé par le disque.....	28
II.2.1.3. Calcul de la densité surfacique de masses du disque .....	31
II.2.1.4. Expression la plus générale du potentiel et de la densité surfacique de masses.....	33
II.2.1.5. Cas particulier d'une distribution de masses axisymétrique .....	34
II.2.2. Déformation du disque .....	37
II.2.2.1. Relation fondamentale de la dynamique .....	37
II.2.2.2. Calcul de la force interne de rappel due a la distorsion du disque.....	39
II.2.2.3. Ecriture sous forme matricielle de la relation fondamentale de la dynamique .....	46
II.2.2.4. Résolution de la relation fondamentale de la dynamique dans un cas particulier: calcul de la déformation .....	50
II.3. DISQUE D'ACCRETION .....	60
II.3.1. Relation fondamentale de la dynamique.....	60
II.3.2. Résolution dans un cas particulier .....	61
ANNEXE II.A .....	64
ANNEXE II.B .....	65
ANNEXE II.C .....	67
ANNEXE II.D .....	71

## Chapitre III: DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE D'UN DISQUE DEFORME PAR EFFET DE MAREE

<b>III.1. INTRODUCTION: DEFORMATION ETUDIEE ET PROCESSUS D'EMISSION DE L'ENERGIE.....</b>	<b>74</b>
<b>III.2. TEMPERATURE DANS LE DISQUE .....</b>	<b>76</b>
III.2.1. Expression générale de la température.....	76
III.2.1.1. Expression sous forme d'intégrale indéfinie du flux reçu de l'étoile par un point du disque.....	76
III.2.1.2. Détermination des bornes d'intégration: angle solide sous lequel est vue l'étoile depuis un point du disque.....	83
III.2.1.3. Expression de la température en un point du disque sous forme d'intégrale simple définie.....	87
III.2.2. Expression analytique de la température dans le cas d'une faible perturbation .....	89
III.2.2.1. Expression de la température en un point situé sur la face supérieure du disque .....	89
III.2.2.2. Expression de la température en un point situé sur la face inférieure du disque .....	90
III.2.3. Expression de la température dans un disque plat.....	90
<b>III.3. DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE DU DISQUE .....</b>	<b>91</b>
III.3.1. Cas où l'angle azimutal de la direction de visée est $\pi$ .....	92
III.3.1.1. Cas général d'une perturbation quelconque .....	92
III.3.1.2. Cas d'une faible perturbation .....	94
III.3.2. Cas où l'angle azimutal de la direction de visée est nul.....	94
III.3.2.1. Points de la face supérieure pour $\theta \in [0, \pi/2]$ vus par l'observateur.....	95
III.3.2.2. Points de la face supérieure pour $\theta \in [\pi/2, \pi]$ vus par l'observateur.....	96
III.3.2.3. Points de la face inférieure pour $\theta \in [0, \pi/2]$ vus par l'observateur.....	96
III.3.2.4. Points de la face inférieure pour $\theta \in [0, \pi/2]$ vus par l'observateur.....	97
III.3.2.5. Expression du flux .....	99

**III.4. DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE DE L'ETOILE.....100**

III.4.1. Cas où l'angle azimutal de la direction de visée est  $\pi$ .....100

III.4.2. Cas où l'angle azimutal de la direction de visée est nul.....102

III.4.2.1. Flux reçu de l'hémisphère nord de l'étoile .....102

III.4.2.2. Flux reçu de l'hémisphère sud de l'étoile.....104

**III.5. DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE DU SYSTEME FORME PAR LE DISQUE ET L'ETOILE.....106**

**Chapitre IV: APPLICATION AUX OBJETS STELLAIRES JEUNES DE FAIBLE MASSE**

**IV.1. FAIBLE PERTURBATION DANS DES SYSTEMES BINAIRES DE T TAURI.....108**

IV.1.1. Caractéristiques des systèmes considérés.....108

IV.1.2. Disque auto-gravitant.....109

IV.1.2.1. Déformation du disque.....109

IV.1.2.2. Isothermes et distribution spectrale d'énergie du disque .....111

IV.1.3. Disque d'accrétion.....114

IV.1.3.1. Déformation du disque.....114

IV.1.3.2. Temps d'établissement du régime permanent .....115

IV.1.3.3. Isothermes et distribution spectrale d'énergie du disque .....117

IV.1.4. Interprétation des distributions spectrales d'énergie .....122

IV.1.5. Conclusion.....125

**IV.2. PERTURBATION QUELCONQUE: DEFORMATION PARAMETRIQUE.....125**

**IV.3. CONFRONTATION AVEC LES OBSERVATIONS.....145**

IV.3.1. Ajustement de la distribution spectrale d'énergie d'un objet de classe I.....146

IV.3.2. Ajustement de la distribution spectrale d'énergie d'une étoile T Tauri ayant un fort excès infra-rouge .....149

IV.3.3. Observations de la région de HH 111 .....151

<b>Chapitre V: VARIATION DU TAUX D'ACCRETION: PRELIMINAIRES ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>152</b>
<b>V.1. EQUATIONS DU MOUVEMENT .....</b>	<b>153</b>
<b>V.2. CALCUL DE LA VITESSE RADIALE.....</b>	<b>154</b>
 <b>CONCLUSION.....</b>	<b>156</b>
<b>ANNEXE .....</b>	<b>158</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>173</b>

## RESUME

Les observations des étoiles de type T Tauri ont mis en évidence le très grand nombre de systèmes binaires parmi cette classe d'objets stellaires jeunes. Cette constatation, associée à celle de l'influence de la déformation des disques circumstellaires sur les distributions spectrales d'énergie des T Tauri, nous a conduit à étudier les effets de marée dans les systèmes binaires d'étoiles jeunes.

Dans un premier temps, nous avons donc calculé la perturbation engendrée par des effets de marée dans un disque circumstellaire, auto-gravitant ou d'accrétion. De façon à obtenir un développement analytique, nous avons dans cette étude supposé la perturbation faible.

Pour évaluer l'incidence de cette déformation sur la distribution spectrale d'énergie, nous avons ensuite calculé l'énergie émise dans une direction donnée par le système constitué du disque déformé et de l'étoile située en son centre. Cette étude a quant à elle été menée dans le cas d'une déformation d'amplitude quelconque, et rien n'a été négligé du point de vue géométrique, c'est-à-dire qu'ont été prises en considération l'ombre portée par le disque sur l'étoile et celle portée par l'étoile sur le disque.

Puis nous avons appliqué ces deux études aux systèmes binaires d'étoiles jeunes de type T Tauri. Nous avons ainsi montré que dans le cas de faibles perturbations, c'est-à-dire de systèmes binaires dans lesquels la séparation entre les deux composantes est supérieure ou de l'ordre de la centaine d'unités astronomiques, les effets de marée dans le disque circumstellaire ont une incidence tout à fait significative sur le domaine submillimétrique de la distribution spectrale d'énergie.

Pour évaluer l'influence de ces effets dans les systèmes binaires plus serrés, nous avons ensuite décrit la déformation de manière paramétrique. Les distributions spectrales d'énergie obtenues alors nous conduisent à proposer une nouvelle interprétation des observations d'objets stellaires jeunes de classe I, et nous permettent également de reproduire des distributions spectrales d'énergie d'étoiles de type T Tauri ayant un fort excès dans l'infra-rouge.

Enfin, nous abordons de façon préliminaire le problème de l'influence de la déformation sur le taux d'accrétion dans le disque.

## ABSTRACT

Observations of T Tauri stars show that a majority of them are binary systems. On the other hand, deformation of circumstellar disks have a great influence on the spectral energy distribution of these stars. These reasons led us to study tidal effects in binary systems of young stellar objects.

We first calculated the tidally-induced perturbation in both cases of self-gravitating and accretion circumstellar disks. To obtain an analytical development, we assumed in this study that the perturbation was small (linear case).

To evaluate the influence of this deformation on the spectral energy distribution, we then calculated the energy emitted in a given direction by the system of the warped disk and central star. This study was done in the general case, i.e. we took into account the shadow of the disk on the star, and of the star on the disk.

We applied these two studies to young stellar objects. We showed that in the case of small perturbations, when the separation between the two stars is greater than 100 UA, tidal effects in circumstellar disk have a significant effect on the submillimetric range of the spectral energy distribution.

To evaluate the influence of these effects in closer binary systems, we then parametrized the deformation. The obtained spectral energy distributions led us to propose a new interpretation of class I young stellar objects, and allow us to reproduce spectral energy distributions of T Tauri stars with strong infra-red excess.

Finally, we study in a preliminary way the influence of the deformation on the accretion rate in the disk.

## **Chapitre I**

### **INTRODUCTION GENERALE**

Parmi tous les objets exotiques qui relèvent de l'astrophysique, nous nous intéresserons dans ces pages aux objets stellaires jeunes dont la masse est inférieure à trois masses solaires. Depuis près de cinquante ans, ils alimentent recherches et polémiques, révélant au fur et à mesure des observations des caractéristiques de plus en plus complexes et variées. Notre propos n'est pas de décrire ici en détail ces objets ni de présenter toutes les théories dont ils relèvent. Notons simplement que le premier article qui les mentionne est celui de Joy (1945), et que deux articles de revue exhaustifs peuvent être consultés à leur sujet (Lada 1985, Bertout 1989). Dans les pages qui suivent, nous nous intéresserons essentiellement à la partie infra-rouge et submillimétrique de la distribution spectrale d'énergie de ces objets jeunes, et aux mécanismes physiques qui y sont liés.

## I.1. LES OBJETS STELLAIRES JEUNES DE FAIBLE MASSE: DU NUAGE A L'ETOILE

Bien que les objets stellaires jeunes de faible masse soient extrêmement divers, présentant des caractéristiques très variées, il est possible, d'après Lada & Wilking (1984), d'en distinguer trois catégories. La classification de Lada & Wilking repose sur les observations du nuage  $\rho$  Ophiuchi, dans lequel ces auteurs ont détecté plus de trente sources pour lesquelles ils ont tracé la distribution spectrale d'énergie entre 1 et 20  $\mu\text{m}$ . Ils ont montré que les différents profils obtenus déterminaient trois classes d'objets:

- les sources dites de classe I, visibles seulement en infra-rouge ou en radio, et ayant une distribution spectrale d'énergie assez large comparée à celle d'un corps noir
- les sources dites de classe II, visibles en optique et en infra-rouge, et identifiées comme étant des étoiles de type T Tauri
- les sources dites de classe III enfin, visibles essentiellement en optique, dont la distribution spectrale d'énergie est celle d'un corps noir décalé vers le rouge

Sur la Figure I.1 sont représentées les distributions spectrales d'énergie typiques de chacune de ces classes d'objets.

A la suite de Lada (1987), considérons l'indice spectral  $\alpha$  défini comme étant la pente des courbes représentant l'énergie en fonction de la longueur d'onde entre 2.2 et 25  $\mu\text{m}$ .  $\alpha$  est donné par la relation suivante:

$$\alpha = -\frac{d\log(\nu F_\nu)}{d\log\nu} = \frac{d\log(\lambda F_\lambda)}{d\log\lambda}$$

Ainsi que nous allons le voir maintenant un peu plus en détail, la valeur de cet indice caractérise complètement chacune des trois classes d'objets définies ci-dessus.

### I.1.1. OBJETS STELLAIRES JEUNES DE CLASSE I

Pour ces sources, l'indice spectral est positif (variant entre 0 et 3), ce qui signifie que l'énergie émise au-delà de 2.2  $\mu\text{m}$  augmente avec la longueur d'onde. Ces objets sont d'ailleurs visibles uniquement en infra-rouge et en radio, pas du tout en optique.

Comme de plus l'extinction de ces sources est importante, et qu'elles sont observées dans des régions proches du centre des nuages, elles sont supposées être enfouies assez profondément dans les nuages.

Il s'agirait de proto-étoiles (c'est-à-dire d'embryons d'étoiles n'ayant pas encore atteint la séquence principale). Adams & Shu (1986), Myers *et al.* (1987) et Adams, Lada & Shu (1987) proposent le modèle suivant pour rendre compte de ces observations. Autour de la source, sur environ 10 mille unités astronomiques, la densité

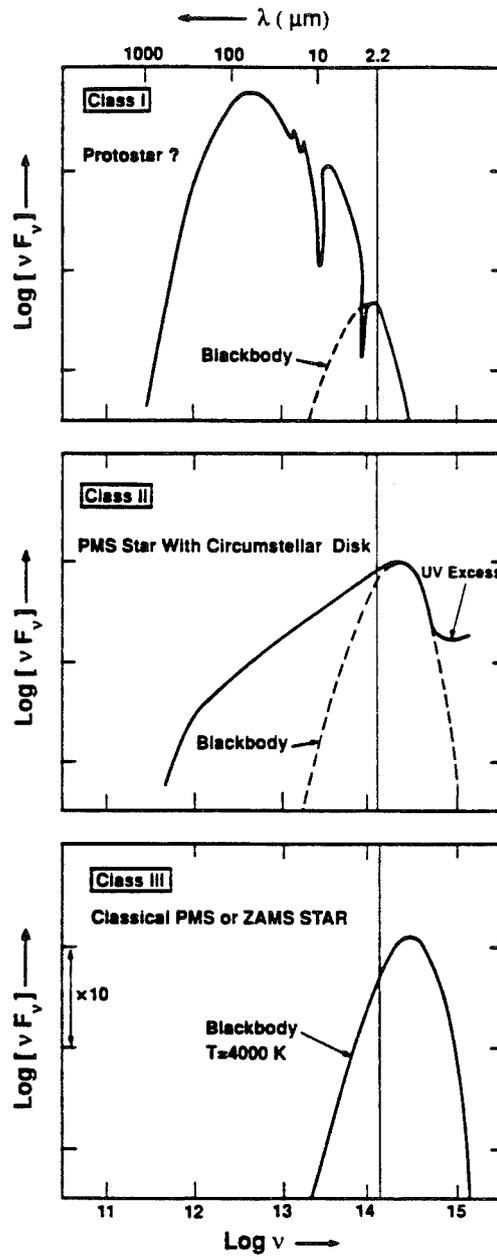


Fig. I.1: Distributions spectrales d'énergie caractéristiques des différentes classes d'objets stellaires jeunes (d'après Lada 1991)

de matière varierait en  $\varpi^{-3/2}$ , où  $\varpi$  est la distance à la source; cette loi de puissance permet en effet de reproduire la distribution spectrale d'énergie observée dans le lointain infra-rouge. Elle ne peut cependant pas être extrapolée jusqu'à la surface de l'objet, car alors l'extinction serait si grande qu'il n'y aurait pas d'énergie reçue dans le proche infra-rouge. Il y aurait donc autour de la source une cavité d'environ 200 unités astronomiques. L'émission observée dans le proche et le moyen infra-rouge serait quant à elle due à un disque circumstellaire de 200 unités astronomiques de diamètre, qui s'insérerait dans la cavité évoquée ci-dessus (le disque n'augmente pas l'extinction, sauf bien sûr s'il est vu par la tranche).

### **I.1.2. OBJETS STELLAIRES JEUNES DE CLASSE II**

Ces sources ont un indice spectral négatif, variant entre -2 et 0. Comme nous l'avons dit, ce sont des étoiles de type T Tauri, dont la distribution spectrale d'énergie présente un excès important d'émission dans l'ultra-violet et l'infra-rouge (excès par rapport à la distribution spectrale d'énergie du corps noir ayant la température de l'étoile). Ces objets sont observés dans des régions intermédiaires entre le centre et le bord du nuage.

Ces sources ayant un indice spectral moins important que celui des objets de classe I, elles sont enfouies dans une quantité de poussière moindre que ces derniers. Selon les modèles actuels, les étoiles de type T Tauri sont entourées d'une photosphère stellaire, dont l'émission est rougie par l'extinction, et d'un disque d'accrétion. La photosphère est à l'origine du rayonnement observé dans le visible, et le disque à l'origine de celui observé dans l'infra-rouge. Quant au rayonnement excessif dans l'ultra-violet, il provient de l'interaction entre le disque et l'étoile (Bertout 1987, Kenyon & Hartmann 1987).

Nous reviendrons un peu plus longuement par la suite sur l'émission infra-rouge de ce disque circumstellaire.

Les étoiles T Tauri peuvent être caractérisées par des critères spectraux (Herbig 1962). Leur spectre est en effet de type solaire dans le domaine optique, et il comprend en particulier la raie  $H\alpha$  en émission. Le profil de cette raie permet de distinguer deux classes d'étoiles de type T Tauri: les étoiles T Tauri classiques (CTTS pour *Classical T Tauri Stars*), dont la largeur équivalente de la raie  $H\alpha$  est supérieure à 5 Å, et les étoiles T Tauri à faible raie d'émission (WTTS pour *Weak-line T Tauri Stars*), dont la largeur équivalente de la raie  $H\alpha$  est inférieure à 5 Å. Seules les étoiles T Tauri classiques présentent un excès d'émission dans l'infra-rouge et l'ultra-violet; les T Tauri à faible raie d'émission ont plutôt une distribution spectrale d'énergie proche de celle d'un corps noir, et ne sont donc pas des objets stellaires jeunes de classe II.

Notons également dans le spectre des étoiles de type T Tauri la présence en absorption de la raie du lithium, caractéristique de la jeunesse de ces objets stellaires, car le lithium, rapidement détruit lors des réactions nucléaires, est quasiment absent des étoiles de la séquence principale.

### **I.1.3. OBJETS STELLAIRES JEUNES DE CLASSE III**

Ces objets ont un indice spectral variant entre -2 et -3: ils n'émettent pas dans l'infra-rouge. Ils sont identifiés comme étant des photosphères stellaires dont la distribution spectrale d'énergie est celle d'un corps noir ayant son maximum d'émission dans le visible, mais qui peut être déplacée assez considérablement vers le rouge en raison de l'extinction. Ces sources sont observées plutôt en périphérie des nuages.

Cette catégorie d'objets stellaires jeunes comprend les T Tauri à faible raie d'émission et les étoiles dites post-T Tauri.

### **I.1.4. SEQUENCE EVOLUTIVE**

Adams, Lada & Shu (1987), constatant que les indices spectraux déduits des observations variaient continûment, ont conclu que les distributions spectrales d'énergie de ces trois classes d'objets représentaient une séquence d'évolution quasi-continue pour les étoiles de faible masse. Selon eux, les étoiles de classe I sont des proto-étoiles en phase d'accrétion, enfouies dans une enveloppe de poussière en effondrement. La phase d'accrétion de ces objets est interrompue lorsqu'un vent stellaire stoppe cet effondrement et écarte l'enveloppe, faisant ainsi apparaître l'étoile et le disque qui l'entoure. Lorsque le vent a complètement rejeté l'enveloppe de poussière, la distribution d'énergie est dominée par la photosphère stellaire et le disque: la source est alors devenue une étoile de classe II, c'est-à-dire une étoile de type T Tauri. Environ un million d'années se sont écoulées depuis le début de l'effondrement du nuage gémeur. A ce stade d'évolution, l'étoile commence sa contraction pré-séquence principale le long du chemin convectif dans le diagramme de Hertzsprung-Russel. Alors que l'étoile s'approche de la séquence principale, le disque est dissipé: la distribution spectrale d'énergie est alors celle d'un corps noir, rougie par l'extinction. La source est devenue un objet de classe III, dont l'âge est à peu près de 10 millions d'années.

Il va de soi qu'il existe des distributions spectrales d'énergie qui ne s'apparentent pas tout à fait à celles qui ont été présentées ci-dessus, et qui sont caractéristiques des phases de transition entre les différentes classes. Par exemple, lorsque la source passe de la classe I à la classe II, l'enveloppe est rejetée progressivement par le vent stellaire; il existe donc une période pendant laquelle l'étoile et le disque sont apparents, alors qu'une couronne de poussière froide les entoure encore: la distribution spectrale d'énergie est donc celle d'une étoile de type T Tauri à laquelle s'ajoute un pic d'émission dans le lointain infra-rouge.

Ce qui précède est bien sûr à prendre au conditionnel, puisque nous rappelons qu'il s'agit d'un modèle.

Soulignons d'ailleurs un problème que pose cette interprétation: selon la séquence évolutive décrite ci-dessus, les étoiles T Tauri à faible raie d'émission apparaissent comme un produit de l'évolution des T Tauri classiques. Or l'abondance de lithium dans ces deux catégories d'étoiles semblerait prouver qu'elles ont en fait le même âge. Y

aurait-il alors plusieurs tracés d'évolution possibles entre la formation d'une étoile et son arrivée sur la séquence principale ? La question reste ouverte.

Sans entrer plus dans les détails des modèles d'évolution, nous allons nous intéresser maintenant d'un peu plus près aux disques circumstellaires qui entourent les proto-étoiles et les étoiles de type T Tauri.

## **I.2. DE LA NECESSITE DE PERTURBER LES DISQUES CIRCUMSTELLAIRES**

### **I.2.1. EXISTENCE DES DISQUES CIRCUMSTELLAIRES**

Au cours de ces dernières années, beaucoup d'eau a été apportée au moulin de ceux qui défendent l'existence des disques circumstellaires, à tel point qu'il n'est plus question aujourd'hui d'en vouloir nier l'importance.

L'hypothèse du disque a initialement été proposée pour rendre compte de la distribution spectrale d'énergie des étoiles T Tauri classiques, dans laquelle, nous l'avons vu, l'émission dans le proche et moyen infra-rouge est suffisamment importante pour nécessiter un environnement circumstellaire de poussière, et trop importante pour qu'une enveloppe en puisse être la cause (car alors l'extinction serait plus grande que celle observée). Rucinski (1985) a le premier noté que beaucoup des distributions spectrales d'énergie de T Tauri dans l'infra-rouge suivent une loi de puissance semblable à celle calculée pour un disque circumstellaire. L'efficacité de ce modèle pour reproduire les distributions spectrales d'énergie dans l'infra-rouge a par la suite été mise en évidence par Bertout, Basri & Bouvier (1988), Kenyon & Hartmann (1987) et Adams, Lada & Shu (1987, 1988).

La présence d'un disque permet également d'expliquer l'excès d'émission des T Tauri classiques dans l'ultra-violet, ainsi que nous l'avons déjà mentionné. La vitesse de rotation de l'étoile est en effet telle qu'elle implique l'existence d'une zone de transition entre l'objet stellaire et le disque, dite couche limite, dans laquelle la matière en mouvement vers l'étoile est freinée, et sans doute aussi en partie éjectée, probablement sous l'action d'un champ magnétique. Cette couche limite est donc le siège de phénomènes violents, et sa température étant très élevée, elle est supposée être à l'origine de l'excès d'émission observé dans l'ultra-violet (Basri & Bertout 1989).

C'est encore cette couche limite qui permet de donner une explication au *veiling* observé dans un certain nombre de T Tauri, c'est-à-dire au fait que les raies photosphériques optiques en absorption sont "voilées" par une émission externe continue. Ce phénomène se traduit par une largeur équivalente des raies inférieure à celle observée dans des étoiles de même type spectral de la séquence principale. Selon Basri & Batalha (1990), au spectre photosphérique de l'étoile se superpose un continuum optique provenant de la couche limite. En faveur de ce modèle, notons que le *veiling* augmente lorsque la longueur d'onde diminue.

D'autres preuves indirectes de l'existence d'un disque autour des étoiles de type T Tauri ont été présentées, comme les études de polarisation (Bastien & Ménard 1990), ou la constatation du fait que seule la composante bleue de raies interdites émises dans les jets de T Tauri est observée (Edwards *et al.* 1987, Hartmann & Raymond 1989), ou encore des études cinématiques utilisant l'émission de la molécule CO (Beckwith *et al.* 1986, Sargent & Beckwith 1987).

Du point de vue observationnel, la moisson s'enrichit également: après les observations *speckle* dans le proche infra-rouge (Beckwith *et al.* 1984), et les images directes également dans le proche infra-rouge (Grasdalen *et al.* 1984), l'optique adaptative permet aujourd'hui une bien plus grande précision (Malbet *et al.* 1993).

Tout irait donc pour le mieux dans le meilleur des mondes, si certaines étoiles T Tauri irréductibles ne présentaient pas un excès infra-rouge qu'un modèle de disque circumstellaire classique ne suffit pas à reproduire.

Mais précisons d'abord les caractéristiques de ce modèle classique.

## I.2.2. LE MODELE CLASSIQUE DU DISQUE CIRCUMSTELLAIRE

Selon ce modèle, les disques circumstellaires sont actifs, c'est-à-dire qu'ils ont une luminosité intrinsèque, due à une dissipation d'énergie par frottements visqueux. En effet, la vitesse angulaire de rotation dans le disque, supposée képlérienne, n'est pas uniforme mais décroît du centre vers la périphérie; deux anneaux de matière voisins n'ayant pas la même vitesse angulaire, il s'ensuit des frottements à leur interface, et donc une transformation d'énergie mécanique en énergie thermique. La matière de cet anneau voit alors son énergie gravitationnelle diminuer: elle "tombe" sur l'étoile centrale en spiralant, ce qui vaut à cette structure l'appellation de disque d'accrétion. La moitié de l'énergie potentielle perdue par la matière est convertie en énergie cinétique, et l'autre moitié est rayonnée. Lynden-Bell & Pringle (1974) ont montré que dans un tel disque la température varie en  $\varpi^{-3/4}$ ,  $\varpi$  étant la distance au centre du disque, ce qui est équivalent au fait que l'indice spectral est  $-4/3$ . La distribution spectrale du disque est en effet donnée par:

$$\lambda F_{\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^4} \int_{\text{disque}} \frac{4\pi\varpi d\varpi}{\exp \frac{hc}{k\lambda T(\varpi)} - 1}$$

où  $h$  et  $k$  sont les constantes respectivement de Planck et de Boltzmann,  $c$  est la vitesse de la lumière, et  $T$  la température dans le disque. Pour des longueurs d'onde comprises entre 2.2 et 25  $\mu\text{m}$ , domaine dans lequel l'indice spectral est défini, les inégalités suivantes sont vérifiées:

$$\frac{hc}{kT_*} \ll \lambda \ll \frac{hc}{kT_{\min}}$$

où  $T_{\min}$  est la température sur le bord externe du disque et  $T_*$  la température de l'étoile. Avec le changement de variable suivant:

$$x = \frac{hc}{k\lambda T(\varpi)} \equiv \frac{hc}{k\lambda T_*} \left( \frac{\varpi}{R_*} \right)^{-3/4}$$

(nous rappelons que la température varie en  $\varpi^{-3/4}$ ), la distribution spectrale peut alors s'écrire sous la forme (cf. Frank *et al.* 1992, Chap. 5):

$$\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3} \int_0^\infty \frac{x^{5/3}}{e^x - 1} dx$$

c'est-à-dire que nous avons bien

$$\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$$

Les disques circumstellaires réémettent d'autre part le rayonnement qu'ils reçoivent de l'étoile située en leur centre (émission dite passive par opposition à la précédente); pour ce processus encore, supposant le disque plat et très fin, c'est-à-dire l'épaisseur négligeable devant les autres dimensions, la loi de température est en  $\varpi^{-3/4}$  (Friedjung 1985, Adams & Shu 1986), et donc l'indice spectral est  $-4/3$ .

Il faudrait donc s'attendre, si les T Tauri étaient entourées d'un disque ayant ces caractéristiques, à ce que les indices spectraux de ces objets soient tous égaux à  $-4/3$ . Or la valeur moyenne de l'indice spectral pour les objets de classe II est  $-0.65$ , et beaucoup ont un indice spectral compris entre 0 et  $-1$  (Wilking, Lada & Young 1989). Trois distributions spectrales d'énergie d'étoiles de type T Tauri sont données comme exemples sur la Figure I.2: nous constatons que si, dans certains cas, la distribution spectrale d'énergie du disque classique reproduit bien les observations, il est des étoiles pour lesquelles l'émission infra-rouge excède de beaucoup celle du disque. Il ne s'agit bien sûr pas, nous l'avons dit, de remettre en cause l'hypothèse même du disque circumstellaire. La question se pose plutôt de la manière suivante: le disque étant, quelles doivent être les caractéristiques du système constitué par l'étoile et le disque pour que son émission dans l'infra-rouge soit plus importante que celle des systèmes classiques décrits ci-dessus ?

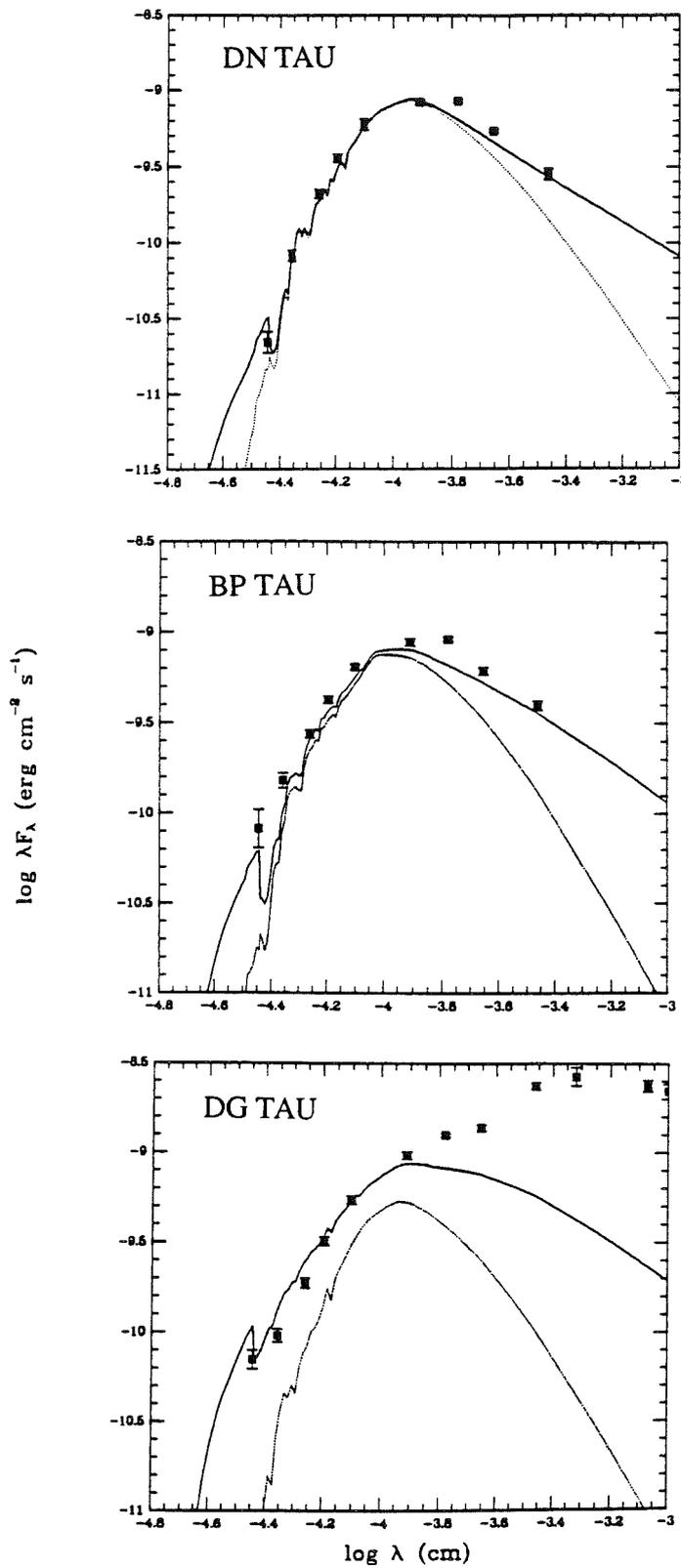


Fig. I.2: Distributions spectrales d'énergie d'étoiles de type T Tauri. Des deux courbes tracées dans chaque cas, la plus haute représente la distribution spectrale d'énergie d'un disque d'accrétion avec une étoile en son centre, et la plus basse la distribution spectrale d'énergie d'une photosphère stellaire (d'après Basri & Bertout 1989)

### I.2.3. ENCORE PLUS, TOUJOURS PLUS D'INFRA-ROUGE !

Dans le cas d'un certain nombre d'étoiles de type T Tauri ayant une distribution spectrale d'énergie plate ou quasiment plate, c'est-à-dire un indice spectral voisin de 0, il semble que la réponse au problème de l'excès infra-rouge soit dans la multiplicité des composantes du système. Beaucoup de T Tauri se sont en effet révélées être des systèmes binaires (voire même multiples), et la distribution spectrale d'énergie de l'objet, si le système n'est pas résolu en ses différentes composantes, est alors la somme des distributions spectrales d'énergie de celles-ci; selon la différence de température entre les deux composantes, la distribution spectrale d'énergie résultante peut présenter des caractéristiques variées, et s'éloigner de celle d'un disque classique dans l'infra-rouge. C'est ainsi que les observations *speckle* de T Tau (Maihara & Kataza 1991), Haro 6-10 (Leinert & Haas 1989) et XZ Tau (Haas, Leinert & Zinnecker 1990) ont montré que la distribution spectrale d'énergie plate de ces objets était due à la présence d'un compagnon plus froid.

Cependant, cette explication ne permet pas de reproduire toutes les distributions spectrales d'énergie d'étoiles T Tauri; elle est essentiellement valable, nous l'avons dit, lorsque l'indice spectral est voisin de 0 (et que la représentation logarithmique gomme les déviations entre courbe théorique et points observés...).

Plusieurs auteurs ont pensé que cette émission exotique en infra-rouge pouvait relever de propriétés non moins exotiques du disque: si celui-ci existe et qu'en le supposant classique nous ne pouvons pas reproduire toutes les distributions spectrales d'énergie de T Tauri, alors peut-être tout "simplement" n'est-il pas classique ! Il va sans dire que ce genre d'idées ouvre un champ d'investigation immense; cependant, telles qu'ont été définies les propriétés du disque classique, deux directions de recherche peuvent être proposées: soit l'accrétion dans le disque ne se fait pas seulement selon le mécanisme décrit par Lynden-Bell & Pringle (1974), c'est-à-dire l'accrétion n'a pas son origine uniquement dans les frottements visqueux, soit le disque est tel que la réémission du rayonnement en provenance de l'étoile centrale ne donne pas lieu à une distribution spectrale d'énergie dont l'indice est  $-4/3$ . Les deux phénomènes pouvant bien sûr se produire simultanément.

La première de ces possibilités est d'autant plus intéressante que le taux d'accrétion observé (et pas seulement dans les disques circumstellaires) est souvent beaucoup plus grand que celui qu'implique la viscosité dans ces disques d'accrétion. Le problème a été envisagé par Adams, Lada & Shu (1988), qui ont montré que pour reproduire les distributions spectrales d'énergie de T Tauri dont l'indice spectral est proche de 0, il faut considérer que la loi de température dans le disque est en  $\varpi^{-1/2}$ . Selon eux, le mécanisme de transport de masse et de moment angulaire à l'origine de cette loi est non visqueux: l'énergie n'est pas dissipée localement par l'accrétion, mais transportée de

l'intérieur vers l'extérieur du disque. Ce sont sans doute des effets collectifs qui sont responsables de ce transport non local. Mais cette étude de Adams, Lada & Shu ne s'applique qu'aux étoiles présentant des distributions spectrales d'énergie plates, pour lesquelles une autre explication peut être avancée, ainsi que nous l'avons souligné, et ne développe pas le mécanisme selon lequel le transport de masse et de moment angulaire se produit.

La deuxième des possibilités énoncées a été étudiée de manière plus précise par Kenyon & Hartmann (1987). Ils sont partis du constat qu'un disque évasé voit l'étoile située en son centre sous un angle solide plus grand qu'un disque plat, et que donc il en intercepte plus de rayonnement: ce disque est alors plus chaud qu'un disque plat, et en conséquence émet plus d'énergie. Si ce sont essentiellement les régions externes du disque qui sont déformées, l'excès d'énergie se retrouvera surtout dans l'infra-rouge. Dans leur modèle, Kenyon & Hartmann considèrent que l'épaisseur du disque  $H(\varpi)$  varie en fonction du rayon selon la loi suivante:  $H(\varpi)=H_0(\varpi/R_*)^z$ , où  $H_0$  et  $z$  sont des paramètres libres et  $R_*$  le rayon de l'étoile. Il est alors possible de reproduire certaines distributions spectrales d'énergie avec cette loi.

Ce type d'évasement est attendu pour des disques en équilibre hydrostatique, mais alors la valeur de  $z$  est fixée et égale à  $9/8$ . Il est difficile de justifier physiquement d'autres valeurs de ce paramètre. D'autre part, ainsi que l'ont montré Malbet & Bertout (1991), le disque ainsi évasé n'est pas optiquement épais sur toute son épaisseur, contrairement à ce qu'avaient supposé Kenyon & Hartmann.

L'idée de déformer le disque pour en élever la température reste malgré tout très attractive: c'est en effet un moyen qui semble naturel de reproduire l'excès infra-rouge, et, ainsi que nous l'avons souligné et comme nous le verrons plus en détail au cours de cette thèse, une déformation géométrique du disque peut également s'accompagner de la modification du processus d'accrétion.

Puisque donc il s'agit de déformer des disques circumstellaires, allons faire un tour du côté des galaxies. Il est en effet de notoriété publique que les disques galactiques présentent souvent des déformations; celles-ci ayant été mises en évidence depuis près de trente-cinq ans, plusieurs modèles ont été proposés pour tenter de les expliquer. Peut-être pourrons-nous alors nous inspirer de l'un de ces modèles...

### I.3. DE L'ART DE DEFORMER LES DISQUES GALACTIQUES...

#### I.3.1. ASPECTS OBSERVATIONNELS

Depuis longtemps déjà (Burke 1957, Kerr 1957), les observations ont montré que le disque Galactique présente une déformation particulière, dite *warp* en anglais, ce qui

pourrait se traduire par "gauchissement". Cette déformation a à peu près l'allure de celle ébauchée sur la Figure I.3:

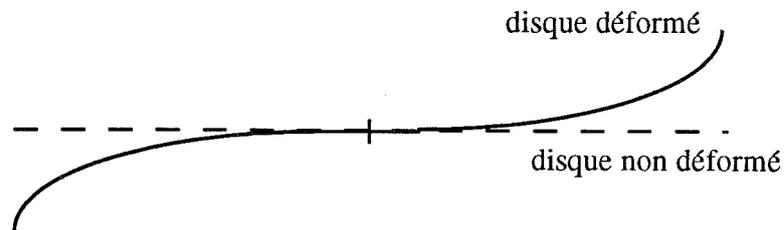


Fig. I.3: Coupe du disque Galactique

Le mot *warp* n'ayant pas vraiment d'équivalent en français, nous serons par la suite amené à nous rendre coupable d'anglicisme pour une plus grande clarté du texte !

Dans notre Galaxie, ce type de déformation n'affecte que les régions du disque situées loin du centre; plus précisément, l'amplitude de la déformation augmente avec la distance au centre. C'est pourquoi cette anomalie géométrique a été révélée par les observations HI de la Galaxie, qui donnent accès aux régions externes du disque. A cette déformation s'ajoute d'ailleurs un évasement (*flare* en anglais) du disque qui va en s'amplifiant du centre vers les bords (Gum *et al.* 1960).

Le phénomène du *warp*, mis en évidence dès 1957 donc pour notre Galaxie, s'est révélé par la suite être très répandu (observations systématiques de Sancisi 1976), puisqu'il concerne au moins 50% des galaxies spirales selon Bosma (1991), ou même plus de 83% selon Briggs & Kamphuis (1991). Dans ces galaxies, la déformation a en général été observée dans le disque étendu HI; elle affecte donc essentiellement les régions externes du disque. Mais elle est également observée dans les galaxies elliptiques, et dans ces cas-là affecte plutôt les régions internes.

Le fait que cette déformation soit aussi communément observée contraint très fortement les théories qui tentent d'expliquer le phénomène, puisqu'il signifie que la déformation a une durée de vie importante. La difficulté sera donc de construire des modèles dans lesquels la déformation ne s'estompe pas sur des temps trop courts.

### I.3.2. ASPECTS THEORIQUES

Ce problème du *warp* est un véritable casse-tête pour les théoriciens. Avant que cette déformation ne soit observée dans un grand nombre de galaxies, elle pouvait être expliquée par l'existence de conditions particulières dans l'environnement des galaxies concernées. Mais comme elle se révèle être un phénomène assez universel, un autre mécanisme, sans doute inhérent aux galaxies, doit être invoqué.

Les modèles développés pour tenter d'expliquer ce phénomène sont de deux sortes:

- soit la déformation est due à l'action de forces extérieures à la galaxie sur le disque (Kahn & Woltjer 1959, Hunter et Toomre 1969)

- soit elle est due à une cause interne à la galaxie, et dans ce cas elle peut être entretenue (Binney 1978), ou être une relique de conditions initiales particulières (Lynden-Bell 1965)

Les modèles qui supposent une action extérieure ont l'avantage d'expliquer la persistance de la déformation. En revanche, ils nécessitent des hypothèses restrictives (Hunter et Toomre 1969) ou hasardeuses (Kahn & Woltjer 1959) sur l'environnement des galaxies concernées.

Au contraire, les modèles qui expliquent la déformation par des causes internes s'appuient sur des hypothèses raisonnables, mais conduisent souvent à des déformations qui s'atténuent au cours du temps, et sur des périodes plus courtes que l'âge de la Galaxie.

De manière à justifier le choix du modèle que nous avons fait pour déformer les disques circumstellaires, nous allons ici présenter de façon un peu plus précise ces modèles, en commençant par ceux qui font intervenir une force extérieure à la galaxie.

### **I.3.2.1. Du compagnon perturbateur...**

La première explication qui fut proposée pour expliquer la déformation du disque Galactique a été l'interaction gravitationnelle entre la Galaxie et le Grand Nuage de Magellan, qui provoque la distorsion par effet de marée.

Ce modèle a d'abord été exploité par Burke (1957) et Kerr (1957). Mais supposant le Grand Nuage de Magellan et la Galaxie séparés de leur distance actuelle, ils ont estimé que la déformation résultante était inférieure à celle qui est observée.

Ce modèle a été repris ensuite par Avner & King (1967), puis par Hunter & Toomre (1969), qui l'ont développé en détail.

Ces deux derniers auteurs ont confirmé les résultats de Burke et Kerr, puisqu'ils ont montré que le Grand Nuage de Magellan, situé à 50 kpc de la Galaxie et ayant une masse de 10 milliards de masses solaires, ne peut pas provoquer, à une distance de 16 kpc du centre de la Galaxie, un déplacement de plus d'une centaine de parsecs de la couche gazeuse de la Galaxie au-dessus du plan galactique. Or le déplacement observé à cette distance excède 1 kpc.

Hunter & Toomre ont alors modifié les hypothèses de ce modèle. Ils ont en effet supposé qu'il y a 500 millions d'années le Grand Nuage de Magellan était passé plus près (à 20 kpc) de notre Galaxie qu'il ne l'est aujourd'hui, et que la distorsion observée actuellement n'est qu'un résidu de la déformation qui fut provoquée à ce moment-là. Ils ont alors conclu qu'une masse de 20 milliards de masses solaires était nécessaire au Grand Nuage de Magellan pour reproduire le *warp* observé, ce qui excède tout de même d'un facteur 2 la valeur communément admise.

En 1976, Fujimoto & Sofue ont présenté des simulations numériques prenant en compte l'évolution dynamique du système formé de la Galaxie et des deux nuages de Magellan. Sous certaines conditions concernant les paramètres orbitaux, ils arrivent à reproduire avec ce modèle la déformation du plan de la Galaxie.

Nous ne décrivons pas ici de manière plus précise la déformation par effet de marée des disques, puisque le Chapitre II de cette thèse lui est consacré. Notons tout de même que si ce modèle a eu longtemps la préférence des astrophysiciens, c'est qu'il semble naturel et ne fait intervenir aucune notion *ad hoc*. Il rencontre cependant un obstacle incoutournable: ainsi que nous l'avons mentionné plus haut, la déformation des disques galactiques est très largement répandue, et est observée dans des galaxies pour lesquelles le compagnon susceptible de la produire n'est pas détecté. Il semble donc que dans ces cas-là il faille invoquer un autre mécanisme.

Le second type de modèle faisant intervenir des forces extérieures est celui développé par Kahn & Woltjer (1959). La déformation est dans ce cas expliquée par des forces de pression différentielles dues au gaz intergalactique. La cause est donc ici hydrodynamique. Supposant que le gaz intergalactique est au repos dans le référentiel du centre de masse du Groupe Local, et considérant que la Galaxie est en mouvement dans la direction de ce centre de masse, Kahn & Woltjer concluent que la pression exercée par le gaz intergalactique sur le halo de la Galaxie est plus importante dans la direction du déplacement que perpendiculairement à cette direction. Il s'ensuit l'existence de forces de pression, dirigées dans le sens des gradients négatifs de pression: ces forces s'exercent donc en sens inverse de part et d'autre du halo. Les auteurs supposent alors que ces forces sont transmises au gaz du disque Galactique par l'intermédiaire du champ magnétique du halo. Compte tenu de l'orientation du disque par rapport à la direction de déplacement de la Galaxie, le disque est alors soumis à un couple de forces de pression. Par ailleurs, le champ gravitationnel de la Galaxie crée une force de rappel dont l'intensité décroît du centre vers le bord du disque. Sous l'action de cette force et du couple, le disque sera donc plus déformé dans les régions externes que dans les régions internes.

La faiblesse de ce modèle est qu'il nécessite beaucoup d'hypothèses sur la nature et la dynamique du gaz intergalactique, et sur le champ magnétique du halo de la galaxie concernée. D'autre part, il suppose que le *warp* se produit dans une galaxie qui appartient à un groupe de galaxies. Or des déformations ont été observées dans des galaxies qui semblent isolées (Sancisi 1976).

Les modèles qui retiennent l'attention aujourd'hui sont donc plutôt ceux que nous allons décrire ci-dessous, et qui font intervenir des causes internes à la galaxie.

### I.3.2.2. ...au halo stabilisateur

Le problème dans le cas où aucune force externe n'est en jeu, nous l'avons dit, est de rendre compte de la persistance de la déformation. Supposons en effet que cette distorsion soit due à des conditions initiales particulières lors de la formation de la galaxie. Cette distorsion peut-elle persister sur des temps de l'ordre de l'âge de notre Galaxie sans être entretenue, ou bien doit-elle être entretenue par un mécanisme permanent ? Et dans ce cas, quel peut être ce mécanisme ? Autant de questions qui jalonnent l'histoire des *warps* depuis les premières observations.

Déjà Kahn & Woltjer (1959) avaient envisagé le problème. Ils posent la question suivante: soit un disque galactique ayant la forme de celui de notre Galaxie, et placé dans un champ gravitationnel ellipsoïdal, tel que l'est celui de notre Galaxie; quelles doivent être les caractéristiques de cette ellipsoïde pour qu'au bout de 10 milliards d'années (qui est l'âge de notre Galaxie) cette forme soit encore reconnaissable ? Leur réponse est claire: les caractéristiques de cette ellipsoïde ne correspondent pas à celles qui ont été observées pour la Galaxie. Ils concluent donc que si la distorsion est née en même temps que la Galaxie, alors elle doit être entretenue pour ne s'être pas estompée. Plus précisément, l'analyse qu'ils ont conduite est la suivante. Une particule qui se trouve initialement dans un disque déformé et qui se déplace sous l'action d'un champ gravitationnel ellipsoïdal (l'auto-gravitation du disque est ici négligée) a un mouvement de rotation de fréquence  $\Omega$  autour du centre du disque, et un mouvement d'oscillations verticales de part et d'autre du plan du disque non déformé de fréquence  $\omega$ . Cette particule précesse donc avec une fréquence  $\Omega - \omega$ , qui dépend de la position du point considéré dans le disque (elle décroît du centre vers l'extérieur du disque), cette dépendance étant d'autant plus forte que le rapport des axes de l'ellipsoïde est différent de 1. Or cette précession différentielle provoque une distorsion du *warp*, celui-ci se déformant de telle sorte qu'au bout d'un certain temps il n'est plus reconnaissable (ceci se traduit par une augmentation de l'épaisseur du disque aux grandes distances). En d'autres termes, dans un potentiel ellipsoïdal, seul le plan équatorial est stable. Pour notre Galaxie, le temps au bout duquel le *warp* n'est plus reconnaissable est inférieur à 10 milliards d'années. L'auto-gravitation du disque tendrait certes à s'opposer à ce mécanisme, mais Kahn & Woltjer ont estimé que cet effet ne serait pas assez important pour invalider leurs conclusions précédentes. C'est pourquoi ils ont développé le modèle de la pression intergalactique exposé dans le paragraphe ci-dessus: une vibration entretenue a en effet la même fréquence que le mécanisme qui l'entretient, et donc dans ce cas il n'y a plus de précession différentielle (ceci est également valable lorsque le disque est déformé par effet de marée).

Le problème est donc de présenter un modèle dans lequel la déformation est "forcée" de telle sorte que la précession dans le disque n'est plus différentielle, mais uniforme, ou, dit en d'autres termes, un modèle dans lequel le disque oscille selon un mode normal.

Lynden-Bell (1965) a alors proposé le mécanisme suivant. Il a supposé que la Galaxie ne tournait pas exactement autour de son axe de symétrie, c'est-à-dire que cet axe et le moment angulaire de la Galaxie n'était pas exactement aligné (ce qui peut provenir de conditions initiales particulières), et il a montré que cette situation produisait une déformation du disque Galactique, déformation entretenue puisque l'angle entre les deux axes reste constant. Le disque Galactique oscille alors librement selon ce modèle. Plus précisément, le moment angulaire total de la Galaxie a dans ce cas une composante  $H_1$  selon l'axe de symétrie, et une autre composante  $H_2$  dans le plan perpendiculaire à cet axe ( $H_2$  étant très petite devant  $H_1$  si l'angle entre l'axe de symétrie et le moment angulaire est faible). Dans le référentiel lié à cet axe de symétrie et au plan qui lui est perpendiculaire, une particule du disque Galactique est soumise à des forces inertielles: celles qui existeraient même si les axes de symétrie et du moment angulaire étaient confondus, et celle qui est due au fait que ces axes ne sont pas alignés; cette dernière est proportionnelle à la composante  $H_2$  du moment angulaire, au rayon  $R$  qui repère la particule considérée par rapport au centre du disque, et à la différence entre la vitesse angulaire de rotation de cette particule et la vitesse angulaire de rotation moyenne dans le disque. Cette force est dirigée verticalement: elle est responsable du déplacement de la particule par rapport au plan équatorial. Si la vitesse angulaire de rotation dans le disque est différentielle, alors cette force dépend de la position dans le disque de manière non triviale: dans ces conditions, il est possible d'obtenir un *warp* comme celui qui est observé. En revanche, si la vitesse angulaire de rotation est uniforme, alors tous les points du disque restent coplanaires. Pour reproduire la déformation observée du disque Galactique avec ce modèle, l'écart angulaire entre l'axe de symétrie et le moment angulaire doit être de 1 degré. Cela étant, les observations sont reproduites et la configuration est celle d'un mode normal si certaines hypothèses sur la densité surfacique de masses dans le plan Galactique sont satisfaites.

C'est sur ce point précisément que Hunter & Toomre (1969) ont mis en cause le modèle des oscillations libres de Lynden-Bell. Ils ont en effet montré que pour une densité surfacique de masses ayant certaines caractéristiques qui sont sans doute celles de la plupart des disques galactiques, le spectre des modes normaux avec lesquels peut osciller le plan galactique n'est pas discret, ainsi que c'est le cas dans le modèle de Lynden-Bell, mais continu. Et il est alors physiquement impossible d'exciter un seul mode normal; le système oscille donc selon plusieurs modes normaux qui ont des fréquences de précession différentes, et finalement le problème est à nouveau celui que Kahn & Woltjer (1959) ont mis en évidence, c'est-à-dire la disparition du *warp* au bout d'un certain temps. Hunter & Toomre ont d'autre part noté que ce phénomène, à savoir la multiplicité des modes normaux excités, était d'autant plus sensible que l'auto-gravitation du disque était faible.

L'étape suivante de la saga des *warps* a alors été de trouver un moyen d'extraire un des modes normaux du spectre continu, de façon à pouvoir l'exciter individuellement. Ce mode a été joliment nommé le *modified tilt-mode*... expression difficile à traduire en français !

Les observations faites à la fin des années 70 ont mis les théoriciens sur la piste d'une nouvelle explication: plusieurs observateurs avaient en effet noté que la déformation des plans galactiques était souvent associée à la présence d'un halo massif ayant une influence dynamique importante sur les régions externes du disque. Notons que ce halo n'est pas visible, mais mis en évidence par des considérations dynamiques.

Ceci a conduit Saar (1979) à étudier comment les mécanismes développés précédemment pour expliquer la déformation des disques galactiques étaient modifiés par la présence de ces halos.

Cet auteur a noté que le modèle de Kahn & Woltjer ne résiste pas à l'existence de ce halo massif, parce que dans ces conditions les forces de pression exercées sur le halo par le gaz intergalactique ne peuvent pas être transmises intégralement au gaz du disque galactique, et la déformation estimée alors est mille fois inférieure à celle qui est observée.

Selon Saar, le modèle des oscillations libres de Lynden-Bell est lui aussi remis en question si le halo est sphérique, car alors le problème de la multiplicité des modes normaux excités est encore plus dramatique, puisque le champ gravitationnel du halo tend à diminuer l'importance relative du champ auto-gravitant du disque.

Tubbs & Sanders (1979) ont cependant montré que si le champ gravitationnel du halo est presque sphérique dans les régions externes du disque et si ce halo est suffisamment massif, alors le *warp* peut garder une forme reconnaissable pendant des temps compatibles avec les observations. Mais la masse requise pour le halo de notre Galaxie est alors fortement en excès par rapport à celle qu'autorisent les observations.

Reste alors à considérer le modèle des oscillations libres dans le cas où le halo n'est pas sphérique. Dans cette situation, l'importance relative du champ auto-gravitant du disque est toujours diminuée, mais une composante non sphérique est ajoutée au champ total. Cette configuration a fait l'objet d'une étude de Binney (1978), qui suppose que le disque galactique n'est pas dans un potentiel dominé par l'auto-gravitation, mais orbite dans le champ gravitationnel d'une composante stellaire qui forme un halo elliptique tri-axial autour du centre de la galaxie. Dans ces conditions, Binney montre que si le halo tourne autour du centre de la galaxie en sens contraire du disque, et si les axes de cette distribution elliptique tri-axiale vérifient certaines conditions géométriques, alors un *warp* se développe dans les régions externes du disque selon un mode normal. Le halo stabilise donc la déformation.

Tous les modèles développés depuis pour essayer de rendre compte du *warp* des disques galactiques s'appuient sur cette hypothèse du halo non sphérique: d'un modèle à l'autre, seules les caractéristiques du halo et du disque changent. Sparke & Casertano (1988) ont ainsi reproduit la déformation du disque galactique dans le cas de deux galaxies, en utilisant des paramètres pour le halo compatibles avec les observations (c'est-à-dire avec les courbes de rotation dans ces galaxies). Mais par rapport à l'étude de Binney, ils ont rajouté l'auto-gravitation du disque, qui s'oppose à la disparition de la déformation.

Nous n'entrerons pas plus dans le détail de ces modèles, qui ne diffèrent désormais les uns des autres que par des subtilités dont l'étude pourrait faire l'objet d'une autre thèse ! Nous allons maintenant plutôt revenir aux disques circumstellaires, et justifier à la lumière de ce qui vient d'être exposé le choix que nous avons fait du modèle selon lequel ces disques peuvent être déformés.

#### **I.4. SYSTEMES BINAIRES D'ETOILES T TAURI**

Nous avons vu que le principal argument à l'encontre du modèle faisant intervenir des effets de marée pour expliquer la déformation des disques galactiques est que ce type de déformation peut être observé dans des galaxies isolées. Ce problème excepté, le modèle du compagnon perturbateur, nous l'avons souligné, est très attrayant, parce que conceptuellement simple, et ne faisant pas intervenir de mécanismes *ad hoc*. Il nous a donc semblé intéressant de l'appliquer aux étoiles jeunes, pour déformer les disques circumstellaires. Dans ce cas-là en effet, l'argument invoqué pour les galaxies n'est plus valable, comme nous allons le voir ci-dessous.

Pourquoi choisir ce modèle plutôt qu'un autre ? D'abord, précisément, parce que les étoiles de type T Tauri appartiennent en majorité à des systèmes binaires. Ensuite, parce que les autres modèles exploités pour les galaxies font intervenir des hypothèses sur les caractéristiques internes de ces galaxies. Les transposer dans le cas des étoiles T Tauri nécessiterait donc des hypothèses sur les caractéristiques internes de ces objets: or si les T Tauri sont de mieux en mieux modélisées, il reste encore beaucoup de points d'interrogation les concernant.

C'est donc dans le modèle de la déformation du disque par effet de marée que le nombre de paramètres libres sera minimum, d'autant que les modèles faisant intervenir des systèmes binaires sont fortement contraints par les observations, comme va nous en convaincre le paragraphe suivant.

##### **I.4.1. PREUVES OBSERVATIONNELLES DE L'EXISTENCE DES SYSTEMES BINAIRES D'ETOILES JEUNES**

Parmi les études observationnelles les plus complètes des systèmes binaires d'objets stellaires jeunes figurent celles publiées récemment par Reipurth & Zinnecker (1993) et Leinert *et al.* (1993).

Reipurth & Zinnecker ont observé pendant six ans les nuages moléculaires proches de l'hémisphère sud, réalisant des images CCD à 0.9  $\mu\text{m}$  de systèmes binaires visuels. Leur moisson a été riche, puisqu'ils ont détecté 238 étoiles pré-séquence principale, parmi lesquelles 37 binaires et 1 système triple dans l'intervalle de séparation 150-1800 unités astronomiques (UA); le seuil minimum de 150 UA correspond à la limite de résolution des plaques CCD, et le seuil maximum de 1800 UA permet d'éviter la contamination des observations par des étoiles situées en avant-plan

ou en arrière-plan de celles du nuage observé. Le taux de systèmes binaires d'étoiles de la pré-séquence principale déduit de ces observations est donc de 16% dans cet intervalle de séparation, valeur plus importante que pour les étoiles de la séquence principale, ce qui tendrait à prouver que la séparation dans un système binaire évolue.

Leinert *et al.*, quant à eux, ont observé des sources du nuage du Taureau à 2.2  $\mu\text{m}$ , utilisant l'interférométrie *speckle*, l'imagerie directe et les occultations lunaires. L'intervalle de séparation des systèmes binaires spectroscopiques et visuels qu'ils ont détectés est 18-1800 UA, la limite inférieure correspondant à la limite de diffraction du télescope utilisé. Sur 104 objets observés, 39 sont des systèmes doubles, 3 des systèmes triples, et 2 des systèmes quadruples, ce qui donne un taux de systèmes binaires de 42% dans l'intervalle de séparation considéré. Ces auteurs confirment par ailleurs les observations de Reipurth & Zinnecker puisque selon eux le taux de systèmes binaires dans l'intervalle de séparation 150-1800 UA est de 15%.

Reipurth & Zinnecker ont extrapolé ces résultats aux séparations inférieures à 150 UA et supérieures à 1800 UA en supposant que la distribution des systèmes binaires d'étoiles de la pré-séquence principale avait le même profil que celle des systèmes binaires d'étoiles de la séquence principale (ce qui semble confirmé par les observations entre 150 et 1800 UA). Les résultats de cette extrapolation sont présentés sur les Figures I.4. La courbe qui reproduit le mieux les observations est celle qui correspond à un taux de systèmes binaires de 80%, bien qu'alors les observations correspondant à des séparations comprises entre 1800 et 2400 UA fassent apparaître un déficit de systèmes binaires dans cet intervalle (notons cependant que les observations dans cet intervalle sont incomplètes). Comme le taux de systèmes binaires pour des séparations comprises entre 150 et 1800 UA est de 16%, *ces résultats indiquent que le taux de systèmes binaires pour des séparations inférieures à 150 UA est très important, supérieur à 80%*.

Ce chiffre justifie à lui seul le choix que nous avons fait du modèle selon lequel le disque circumstellaire peut être déformé.

Ces résultats sont également confirmés par Leinert *et al.*, qui proposent, moyennant les mêmes hypothèses, un taux de systèmes binaires de la pré-séquence principale de  $102\% \pm 22\%$ , et qui notent par ailleurs que la distribution de ces systèmes binaires semble atteindre un maximum pour une séparation de 30 UA.

Un autre résultat qui nous intéressera par la suite est celui concernant le rapport des flux à 0.9  $\mu\text{m}$  de chacune des composantes du système binaire. Il apparaît en effet d'après Reipurth & Zinnecker que ce rapport est dans le cas général différent de 1, variant entre des valeurs proches de 0 et 1, sans qu'il semble y avoir de tendance générale. Il n'y a apparemment donc pas de corrélation entre les flux de chacune des composantes du système binaire. Ce qui signifie également que *les masses de chacune des composantes ne sont pas corrélées*. Il est toutefois difficile de déduire de ces observations des valeurs numériques pour le rapport des masses, car la relation entre la luminosité d'une étoile et sa masse est loin d'être évidente pour ce type d'observations. Selon Leinert *et al.* cependant, la distribution des systèmes binaires de la pré-séquence principale en fonction du rapport des masses des deux composantes atteint un maximum pour un rapport de 0.2-0.3, et la courbe est ailleurs presque plate.

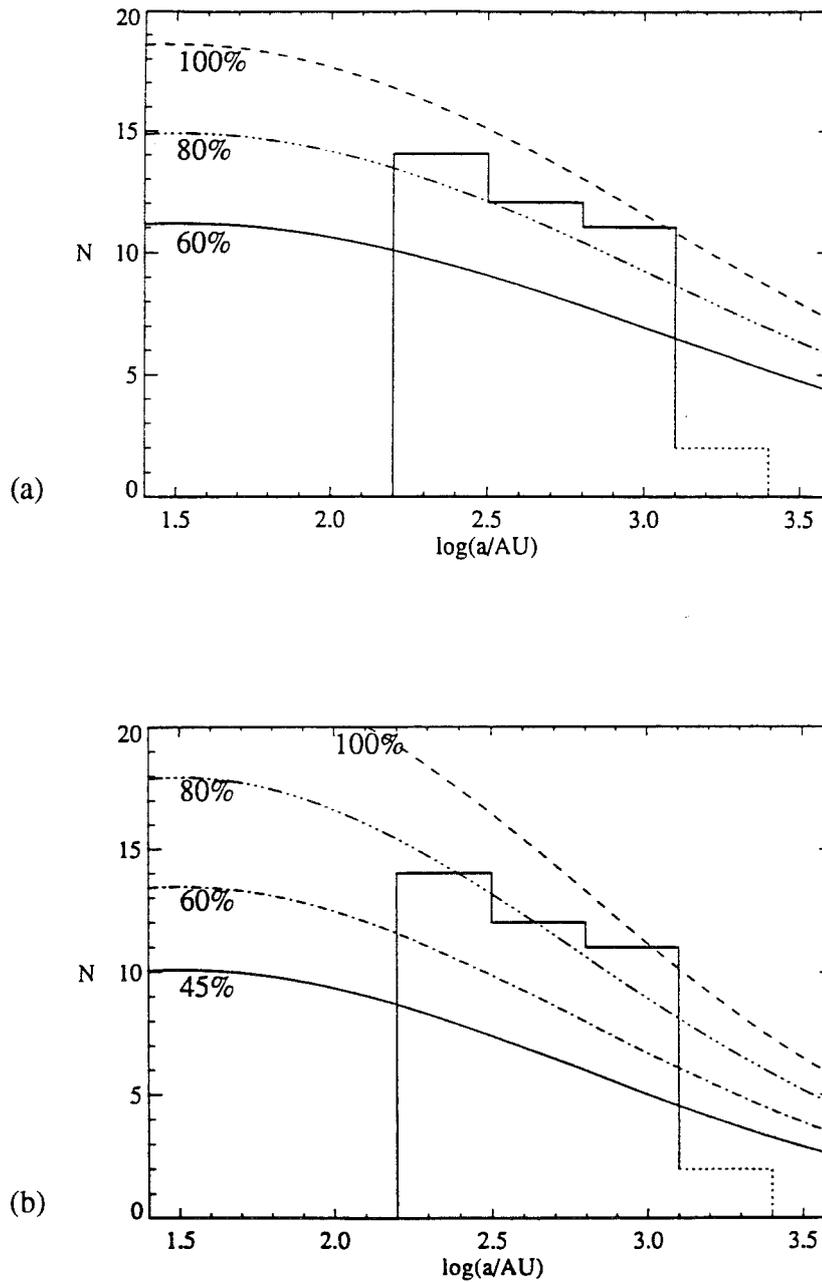


Fig. 1.4: (a) Comparaison entre la distribution des séparations dans les systèmes binaires de la pré-séquence principale (Reipurth & Zinnecker 1993) et celle dans les systèmes binaires de naines G de la séquence principale (Duquennoy & Mayor 1991). La courbe en trait plein est l'ajustement gaussien de Duquennoy & Mayor (1991) de la distribution des périodes dans les systèmes binaires de naines G, pour un taux de systèmes binaires supposé de 60% (légèrement plus grand que le taux observé de 53%). Les autres courbes ont la même forme fonctionnelle que la précédente, mais correspondent à des taux de systèmes binaires plus élevés. (b) Même comparaison, mais avec les naines K de la séquence principale, pour lesquelles le taux de systèmes binaires est de 45% d'après Mayor et al. 1992 (d'après Reipurth & Zinnecker 1993)

Il apparaît donc clairement au vu de ces résultats que les systèmes binaires d'étoiles de type T Tauri sont extrêmement répandus, et que le fait qu'une de ces étoiles jeunes soit seule est même plutôt une situation marginale. Mais paradoxalement, si les théories actuelles de formation stellaire peuvent relativement bien rendre compte de la formation d'une étoile, elles ont dans l'ensemble beaucoup de problèmes à expliquer la formation de systèmes multiples. Dans le paragraphe qui suit, nous allons rapidement présenter les théories actuellement à l'étude.

#### 1.4.2. THEORIES DE FORMATION DES SYSTEMES BINAIRES

Ces théories sont au nombre de quatre. Elles ont été présentées et résumées dans un article de Pringle (1991) dont nous allons ici suivre le plan.

Le premier des mécanismes considéré est la formation d'un système binaire par *fission* d'une étoile. Selon ce modèle, la fission se produit lorsque l'étoile est en rotation suffisamment rapide pour être dynamiquement instable. Mais les simulations numériques (dont la plus complète est celle de Durisen *et al.* 1986) ont montré qu'un corps du type d'une étoile en rotation rapide ne se scinde pas, mais que l'état final stable est plutôt celui dans lequel un corps central non axisymétrique est entouré par un anneau ou un disque de matière (la matière échappant ici en partie à l'attraction gravitationnelle du corps central sous l'action des forces de pression). Ce scénario ne semble donc pas très efficace pour former des systèmes binaires.

Le deuxième mécanisme est celui de la *capture*: dans ce cas, les deux étoiles sont nées indépendamment l'une de l'autre, et ne sont pas gravitationnellement liées au moment de leur formation. Il faut selon ce processus qu'elles interagissent à un moment donné, et que de l'énergie soit dissipée pour qu'elles puissent rester liées. C'est dans ce cadre qu'a été proposé le modèle de la capture par un disque circumstellaire: une étoile s'approchant d'un disque avec une vitesse relative faible peut être capturée par celui-ci, et se mettre en orbite autour de l'étoile située au centre du disque; l'énergie orbitale correspondante est alors dissipée dans le disque. Ce mécanisme donnerait naissance à des systèmes binaires visuels dans lesquels la séparation entre les composantes serait importante. Cependant, ainsi que l'ont souligné Clarke & Pringle (1991), avant qu'une étoile n'arrive à proximité du disque avec une vitesse relative faible, la probabilité est grande pour qu'une autre arrive avec une vitesse relative suffisamment importante pour rompre le disque, et interdire toute capture d'étoile par la suite. Ce processus n'est donc pas très efficace, et de toute façon ne peut pas produire des systèmes binaires serrés.

Le troisième mécanisme est celui selon lequel des *condensations indépendantes* dans un nuage donnent naissance à des *noyaux séparés*. Larson (1978) a en effet montré qu'un nuage gravitationnellement instable dans lequel la pression n'est pas trop

importante peut se fragmenter. Chaque fragment donne alors naissance à une étoile, le nombre d'étoiles formées étant à peu près égal au nombre de masses de Jeans du nuage. Mais pour que chaque fragment puisse se condenser indépendamment des autres, il faut que la distance entre deux fragments soit d'au moins une longueur de Jeans, c'est-à-dire 10 mille unités astronomiques. Comment, selon ce modèle, obtenir alors des systèmes binaires serrés ? Pringle (1989) a montré que sous certaines conditions concernant la vitesse angulaire de rotation du nuage et des noyaux, ceux-ci sont entourés de disques dont les rayons sont tels qu'ils interagissent les uns avec les autres, modifiant ainsi la distance entre les noyaux. Ce modèle semble pouvoir former efficacement des systèmes binaires.

Le quatrième mécanisme enfin est celui de la *fragmentation*. Le processus est le suivant: lorsque de la matière en rotation s'effondre en conservant son moment angulaire, les forces centrifuges s'opposent à cet effondrement dans la direction perpendiculaire à l'axe de rotation. Il s'ensuit la formation d'un anneau de matière gravitationnellement instable (Larson 1972), qui se scinde pour former d'autres fragments qui eux-mêmes vont s'effondrer et répéter le processus. Cette fragmentation répétée donne naissance à des systèmes multiples. Si la fragmentation a lieu avant l'effondrement complet du nuage, alors le processus n'est pas très efficace, car alors seule une partie de la masse est utilisée dans la fragmentation. Mais si la fragmentation a lieu après l'effondrement complet, un autre problème se pose (Pringle 1989): le cœur du nuage s'effondre en effet beaucoup plus vite que les parties externes du nuage; donc l'instabilité gravitationnelle qui donne lieu à la fragmentation apparaît dans le cœur avant la fin de l'effondrement. Il est alors nécessaire que cette instabilité soit inhibée pour que toute la masse du nuage soit utilisée dans la fragmentation.

Ces processus ne sont d'ailleurs pas incompatibles les uns avec les autres, et il se peut que plusieurs interviennent dans la formation des systèmes binaires d'étoiles jeunes.

## **I.5. PRESENTATION DE LA THESE**

Ce qui précède nous a permis de présenter l'objet de notre étude, d'expliquer la raison pour laquelle nous cherchons à déformer les disques circumstellaires autour des étoiles jeunes, et de justifier le choix que nous avons fait de créer cette déformation par effet de marée dans des systèmes binaires.

Nous allons maintenant nous intéresser en détail à cette déformation.

Le chapitre II qui suit présente le calcul de la distorsion par effet de marée d'un disque auto-gravitant et d'un disque d'accrétion, dans le cas d'une faible perturbation.

Dans le chapitre III, nous évaluons l'incidence sur la distribution spectrale d'énergie du disque de cette déformation, cette fois dans le cas général.

L'application de cette étude aux étoiles jeunes (étoiles de type T Tauri et objets de classe I), les résultats et les interprétations font l'objet du chapitre IV.

Le chapitre V enfin est relatif à la modification du taux d'accrétion dans le disque qui résulte de la déformation par effet de marée. Il ne présente pas une étude complète, mais des résultats préliminaires et des perspectives d'un travail qui sera poursuivi par la suite.

## **Chapitre II**

# **DEFORMATION D'UN DISQUE PAR EFFET DE MAREE**

### **II.1. INTRODUCTION: PRESENTATION DU DISQUE ETUDIE ET DE LA METHODE UTILISEE**

Nous allons présenter ici le calcul détaillé de la déformation par effet de marée d'un disque auto-gravitant ou d'accrétion.

Bien que les disques auxquels nous appliquerons cette étude, c'est-à-dire les disques circumstellaires des étoile T Tauri, soient communément considérés comme des disques d'accrétion, il nous semble intéressant de prendre en compte le cas du disque auto-gravitant, pour des raisons que nous expliciterons au Chapitre IV.

La méthode utilisée dans ce chapitre est celle présentée par Hunter (1963, 1965) et Hunter & Toomre (1969) pour le calcul de la déformation par effet de marée d'un disque auto-gravitant soumis à une faible perturbation. Elle permet de traiter le problème

analytiquement. L'article de Hunter & Toomre (1969) étant très peu détaillé, nous avons choisi d'en redémontrer les formules afin de disposer de tous les résultats intermédiaires; cette démarche, bien que fastidieuse, permet de maîtriser toutes les étapes du calcul, et donc de minimiser les risques d'erreurs ou d'imprécisions.

D'autre part, la méthode détaillée dans les pages qui suivent s'appuie sur l'analyse spectrale des grandeurs physiques caractéristiques du système étudié: les développements donnés ici peuvent donc être transposés à des problèmes très divers, typiquement tous ceux dans lesquels les fonctions physiques se projettent sur la base des harmoniques sphériques.

Cette méthode sera ensuite adaptée au disque d'accrétion, cas non traité par Hunter & Toomre.

Nous nous intéresserons donc ici à de faibles perturbations. Cette restriction peut paraître abusive, mais elle a l'avantage de permettre une résolution analytique du problème. Il peut sembler curieux de consacrer une longue et difficile étude à un cas limite qui sans doute n'illustre pas toujours la réalité, mais la supériorité d'une résolution analytique sur une résolution numérique est évidente pour la compréhension des phénomènes physiques: seules les relations analytiques permettent en effet de cerner précisément le rôle des paramètres dans une situation donnée. Une fois cette compréhension acquise, le problème pourra être étendu à un cas plus général, à l'aide d'une description paramétrique de la déformation par exemple, et traité numériquement.

Les *hypothèses* faites sur le disque et la déformation sont donc les suivantes:

- le disque est infiniment mince
- la perturbation est faible devant les dimensions du disque.

La méthode utilisée ici est alors une méthode des perturbations. Le principe en est le suivant: soit  $G$  une grandeur physique du système, telle que sa valeur lorsqu'il n'y a pas de perturbation soit  $G_0$ . La méthode des perturbations consiste alors à chercher la réponse du système à une perturbation sous la forme d'un développement en série du type  $G_0 + \varepsilon G_1 + \varepsilon^2 G_2 + \dots$  où  $\varepsilon$  est un nombre très petit devant 1.

Dans le cas qui nous intéresse, la grandeur  $G$  est l'amplitude de la déformation ( $G_0=0$ ), c'est-à-dire la distance d'un point du disque perturbé au plan du disque non déformé. C'est cette grandeur qui donne le profil du disque déformé.

## II.2. DISQUE AUTO-GRAVITANT

Un disque auto-gravitant est un disque dans lequel le champ gravitationnel dû à l'étoile centrale est négligeable devant le champ gravitationnel interne du disque.

Dans un premier temps, nous allons calculer les caractéristiques du disque non perturbé, c'est-à-dire le potentiel qu'il crée en un point quelconque, sa densité surfacique de masses et sa vitesse angulaire de rotation. Ces caractéristiques permettront ensuite d'étudier la réponse du disque à une perturbation extérieure.

## II.2.1. CARACTERISTIQUES DU DISQUE NON DEFORME

### II.2.1.1. Méthode d'étude du disque non déformé

Les caractéristiques du disque non déformé sont calculées de la façon suivante:

Le *potentiel gravitationnel* créé par le disque est obtenu par résolution de l'équation de Laplace. Les solutions retenues sont convergentes, symétriques par rapport au disque et continues à la traversée du disque.

La *densité surfacique de masses* du disque est proportionnelle à la discontinuité de la composante normale du champ gravitationnel à la traversée du disque.

La *vitesse angulaire de rotation* est telle que la force gravitationnelle dans le disque est opposée à la force centrifuge, puisque le disque est auto-gravitant.

### II.2.1.2. Expression du potentiel créé par le disque

Le potentiel  $\Psi$  créé par le disque doit vérifier l'équation de Laplace en tout point hors du disque (c'est-à-dire en tout point où il n'y a pas de masse). Cette équation est la suivante:

$$\Delta\Psi=0 \tag{II.1}$$

où  $\Delta$  est le Laplacien (opérateur différentiel du second ordre).

#### II.2.1.2.a. Définition des systèmes de coordonnées

Nous noterons  $\varpi$  et  $\theta$  les coordonnées polaires usuelles dans le disque. Soit alors  $(0,x,y,z)$  le repère représenté sur la Figure II.1, ayant pour origine le centre O du disque, et tel que  $z$  soit un vecteur perpendiculaire au plan du disque. L'axe des  $x$  est l'axe  $\theta=0$ .

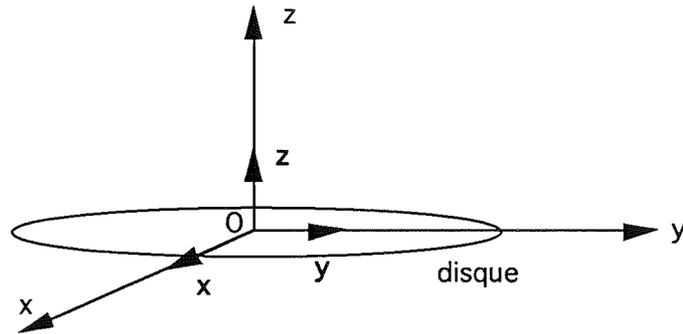


Fig. II.1: Repère  $(O,x,y,z)$

Alors les coordonnées cartésiennes d'un point du disque s'écrivent:

$$\begin{aligned} x &= \varpi \cos \theta \\ y &= \varpi \sin \theta \\ z &= 0 \end{aligned}$$

Pour résoudre l'équation de Laplace, nous allons nous placer dans un système qui permet d'écrire le Laplacien en séparant les variables: il s'agit du système de coordonnées sphéroïdales  $(\zeta, \mu, \theta)$ , représenté sur la Figure II.2, dans lequel  $\theta \in [0, 2\pi]$ ,  $\mu \in [-1, 1]$  et  $\zeta \geq 0$ . Ce système doit son nom au fait que les surfaces d'équation  $\zeta = \text{constante}$  sont des ellipsoïdes et les surfaces d'équation  $\mu = \text{constante}$  des branches d'hyperboloïdes.

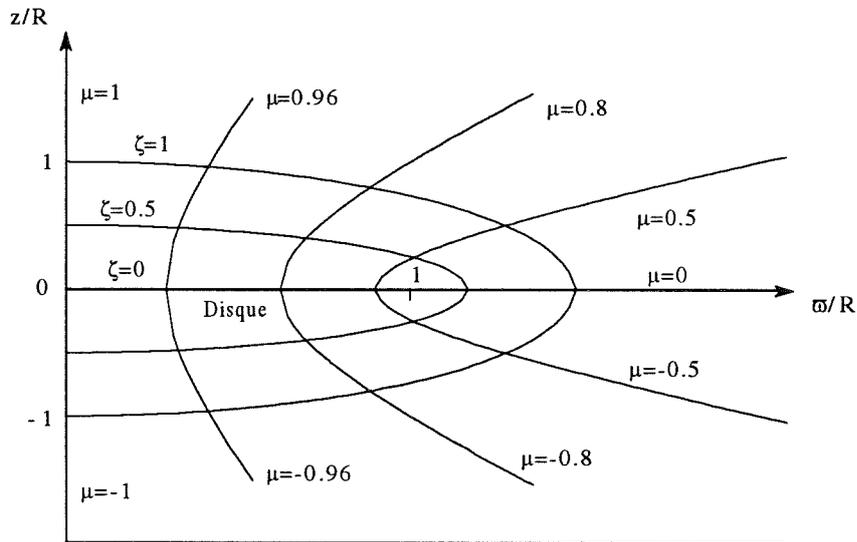


Fig. II.2: Coordonnées sphéroïdales

Les coordonnées cartésiennes définies dans le repère précédent s'expriment de la manière suivante dans ce système:

$$\begin{aligned}x &= R [(\zeta^2+1)(1-\mu^2)]^{1/2} \cos\theta \\y &= R [(\zeta^2+1)(1-\mu^2)]^{1/2} \sin\theta \\z &= R\zeta\mu\end{aligned}$$

où R est le rayon du disque, et l'équation du disque est:

$$\zeta = 0$$

### II.2.1.2.b. Expression du potentiel

Dans le système de coordonnées sphériques, le Laplacien  $\Delta\Psi$  s'écrit :

$$\Delta\Psi = \frac{1}{R^2} \frac{1}{\mu^2 + \zeta^2} \left( \frac{\partial}{\partial\mu} \left( (1-\mu^2) \frac{\partial\Psi}{\partial\mu} \right) + \frac{\partial}{\partial\zeta} \left( (1+\zeta^2) \frac{\partial\Psi}{\partial\zeta} \right) + \frac{\mu^2 + \zeta^2}{(1+\zeta^2)(1-\mu^2)} \frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} \right) \quad (\text{II.2})$$

Il est alors possible de séparer les variables dans l'équation (II.1). Les solutions convergentes de cette équation se mettent ainsi sous la forme:

$$\Psi_n^m(\zeta, \mu, \theta) = - \frac{q_n^m(\zeta) P_n^m(\mu) e^{im\theta}}{q_n^m(0)} \quad (\text{II.3})$$

où n et m sont des entiers, n étant supérieur ou égal à m.

$P_n^m$  est une fonction associée de Legendre, ayant la parité de n-m, et  $q_n^m$  est une fonction de Legendre du second type (voir en Annexe II.A pour une définition plus détaillée de ces fonctions).

Ces solutions sont bien convergentes car lorsque  $\zeta \rightarrow \infty$

$$q_n^m(\zeta) \approx \zeta^{-(n+1)}$$

et donc lorsque  $(x^2+y^2+z^2)^{1/2} \rightarrow \infty$

$$\Psi_n^m \approx - (x^2+y^2+z^2)^{-(n+1)/2} \quad (\text{II.4})$$

Comme  $\Psi_n^m$  doit être continu à la traversée du disque et doit être une fonction paire de  $\mu$  (le potentiel étant identique de part et d'autre du disque), il faut que  $P_n^m$  soit une fonction paire de  $\mu$ , et donc que **n-m soit pair**.

### II.2.1.3. Calcul de la densité surfacique de masses du disque

La densité surfacique de masses du disque,  $\sigma$ , est proportionnelle à la discontinuité de la composante normale du champ gravitationnel à la traversée du disque.

Notons  $A_{\perp} = -\overrightarrow{\text{grad}}\Psi \cdot \vec{z}$  la composante normale du champ gravitationnel. Dans le système de coordonnées sphériques,  $A_{\perp}$  s'écrit de la façon suivante:

$$A_{\perp}(\zeta, \mu, \theta) = -\overrightarrow{\text{grad}}\Psi \cdot \vec{z} = -\frac{1}{R} \mu \frac{\zeta^2 + 1}{\zeta^2 + \mu^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} - \frac{1}{R} \zeta \frac{1 - \mu^2}{\mu^2 + \zeta^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \mu} \quad (\text{II.5})$$

Pour calculer la discontinuité de la composante normale du champ gravitationnel à la traversée du disque, considérons deux points M et M' infiniment proches du disque et symétriques l'un de l'autre par rapport au disque (cf. Figure II.3):

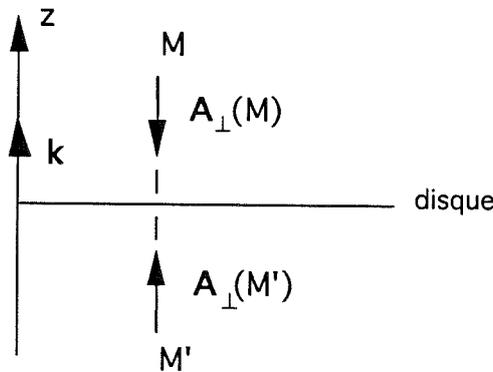


Fig. II.3

La discontinuité cherchée est alors  $\overrightarrow{A}_{\perp}(M) - \overrightarrow{A}_{\perp}(M')$ , où  $\overrightarrow{A}_{\perp} = A_{\perp} \cdot \vec{z}$ . Il reste donc à calculer ces deux quantités.

M et M' étant symétriques par rapport au disque, leurs coordonnées sont liées par les relations suivantes:  $\zeta(M) = \zeta(M')$  que nous noterons  $\zeta = \zeta'$ , et  $\mu(M) = -\mu(M')$  que nous noterons  $\mu = -\mu'$ .

D'autre part, comme  $\Psi_n^m$  est une fonction paire de  $\mu$ ,  $\partial \Psi_n^m / \partial \mu$  est une fonction impaire de  $\mu$ . Alors:

$$A_{\perp}(M') = -A_{\perp}(M)$$

La discontinuité du champ gravitationnel à la traversée du disque est donc:

$$\vec{A}_{\perp}(M) - \vec{A}_{\perp}(M') = 2 \vec{A}_{\perp}(M) = -4\pi G \sigma \vec{z} \quad (\text{II.6})$$

avec  $\zeta(M) = \zeta(M') \rightarrow 0$ , puisque M et M' sont infiniment proches du disque. G est la constante gravitationnelle.

Utilisant l'expression (II.5) du champ gravitationnel, avec  $\zeta \rightarrow 0$ , il vient:

$$2 A_{\perp}(M) = -2 \left[ \frac{1}{R\mu} \frac{\partial \Psi_n^m}{\partial \zeta} (\mu(M), \zeta(M)) \right]_{\zeta=0} \quad (\text{II.7})$$

avec, dans cette équation,  $\mu = \mu(M) > 0$ .

Définissons une *nouvelle coordonnée*  $\xi$  dans le disque par la relation suivante:

$$\xi = |\mu|$$

Pour relier  $\xi$  à la coordonnée polaire  $\varpi$ , il suffit d'écrire que dans le disque  $\varpi^2 = x^2 + y^2 = R^2(1 + \zeta^2)(1 - \mu^2)$ , avec  $\zeta = 0$  et  $\mu^2 = \xi^2$ ; il vient alors:

$$\xi = \sqrt{1 - \frac{\varpi^2}{R^2}} \quad (\text{II.8})$$

Les points M et M' étant infiniment proches du disque, nous pouvons écrire que  $\mu(M) = \xi(M)$ .

En remplaçant alors dans l'équation (II.6) le champ gravitationnel par son expression (II.7), nous obtenons la relation suivante entre la densité surfacique de masses et la dérivée du potentiel dans le disque:

$$-4\pi G \sigma_n^m = -2 \left[ \frac{1}{R\xi} \frac{\partial \Psi_n^m}{\partial \zeta} (\xi, \zeta) \right]_{\zeta=0} \quad (\text{II.9})$$

les indices n et m faisant référence à ceux qui caractérisent le potentiel.

Or, d'après l'expression (II.3) du potentiel, nous pouvons écrire sa dérivée de la manière suivante:

$$\frac{\partial \Psi_n^m}{\partial \zeta}(\xi, \zeta) = -\frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{q_n^m(0)} \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(\zeta) \quad (\text{II.10})$$

Introduisant cette relation dans l'équation (II.9), il vient alors pour la densité surfacique de masses:

$$\sigma_n^m = -\frac{1}{2\pi G} \frac{1}{R\xi} \frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{q_n^m(0)} \left[ \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(\zeta) \right]_{\zeta=0} \quad (\text{II.11})$$

ce qui peut encore s'écrire sous la forme:

$$\sigma_n^m(\xi, \theta) = \frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR\xi} \quad (\text{II.12})$$

où, comme n-m est pair, le coefficient  $\gamma_n^m$  est donné par:

$$\gamma_n^m = \frac{-q_n^m(0)}{\pi \left[ \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=0}} = \frac{(n+m)!(n-m)!}{2^{2n+1} \left[ \left( \frac{n+m}{2} \right)! \right]^2 \left[ \left( \frac{n-m}{2} \right)! \right]^2} \quad (\text{II.13})$$

#### II.2.1.4. Expression la plus générale du potentiel et de la densité surfacique de masses

Comme  $\Psi_n^m$ , avec  $n \geq m$  et n-m pair, est solution de l'équation de Laplace, toute combinaison linéaire des  $\Psi_n^m$  est solution de l'équation de Laplace.

La solution la plus générale pour le potentiel créé par le disque en un point de coordonnées  $(\zeta, \mu, \theta)$  est donc:

$$\Psi(\zeta, \mu, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n -A_{nm} \frac{q_n^m(\zeta) P_n^m(\mu) e^{im\theta}}{q_n^m(0)} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n -\alpha_{nm} \frac{q_n^m(\zeta)}{q_n^m(0)} Y_n^m(\mu, \theta) \quad (\text{II.14})$$

où les  $Y_n^m(\mu, \theta)$  sont les harmoniques sphériques. Les coefficients  $A_{nm}$  et  $\alpha_{nm}$  sont des constantes.

De même, la solution la plus générale pour la densité surfacique de masses en un point du disque de coordonnées  $(\xi, \theta)$  est la suivante:

$$\sigma(\xi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n A_{nm} \frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR \xi} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} \frac{Y_n^m(\xi, \theta)}{\xi} \quad (\text{II.15})$$

où nous rappelons que  $\xi = |\mu|$ . Ici  $\beta_{nm}$  est une constante qui s'exprime en fonction de  $\alpha_{nm}$ .

### II.2.1.5. Cas particulier d'une distribution de masses axisymétrique

#### II.2.1.5.a Expression de la densité surfacique de masses

Si la densité surfacique de masses  $\sigma$  ne dépend pas de  $\theta$ , alors, dans l'expression précédente (II.15),  $A_{nm}=0$  pour les valeurs non nulles de  $m$  (démonstration en Annexe II.B). Donc les seuls termes qui restent dans cette expression (II.15) sont ceux pour lesquels  $m=0$ , et comme  $n-m$  est pair,  $n$  est pair dans ces termes.

La densité surfacique de masses dans le disque s'écrit alors sous la forme:

$$\sigma(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n,0} \frac{P_{2n}(\xi)}{2\pi^2 \gamma_{2n}^0 GR \xi} \quad (\text{II.16})$$

ce qui peut encore s'exprimer de la manière suivante:

$$\sigma(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} c_{2i} \frac{P_{2i}(\xi)}{\xi} \quad (\text{II.17})$$

où les  $c_{2i}$  sont des constantes qui s'expriment en fonction des  $A_{2i,0}$ .

L'équation du cercle délimitant le disque est  $\xi=0$ . La densité de masses devant avoir une valeur finie sur le bord du disque, la relation suivante doit être vérifiée:

$$\boxed{\sum_{i=0}^{\infty} c_{2i} P_{2i}(0) = 0} \quad (\text{II.18})$$

### II.2.1.5.b. Expression du potentiel dans le disque

Le potentiel  $\Psi$  étant continu à la traversée du disque, le potentiel gravitationnel sur le disque s'obtient en faisant tendre  $\zeta$  vers 0 dans l'expression (II.14). D'autre part, le potentiel étant une fonction paire de  $\mu$ , et cette coordonnée étant maintenant dans le disque, nous pouvons la remplacer par sa valeur absolue dans le disque, c'est-à-dire par  $\xi$ , dans l'expression du potentiel. Celui-ci s'écrit alors:

$$\Psi(\xi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n -A_{nm} P_n^m(\xi) e^{im\theta} \quad (\text{II.19})$$

Comme la distribution de masses est axisymétrique,  $\Psi$  ne dépend pas de l'angle  $\theta$ ; alors, comme dans l'expression de  $\sigma$ ,  $A_{nm}=0$  pour les valeurs non nulles de  $m$  (cf. Annexe II.B). Le potentiel peut donc s'écrire ici:

$$\Psi(\xi) = - \sum_{i=0}^{\infty} A_{2i,0} P_{2i}(\xi) \quad (\text{II.20})$$

L'identification des relations (II.16) et (II.17) permet de trouver l'expression des coefficients  $c_{2i}$  en fonction des  $A_{2i,0}$  .:

$$c_{2i} = \frac{A_{2i,0}}{2\pi^2 \gamma_{2i}^0 GR} \quad (\text{II.21})$$

Reportant cette égalité dans l'expression (II.20), nous pouvons alors écrire le potentiel *sur le disque* de la manière suivante:

$$\boxed{\Psi(\xi) = - 2\pi^2 GR \sum_{i=0}^{\infty} c_{2i} \gamma_{2i}^0 P_{2i}(\xi)} \quad (\text{II.22})$$

II.2.1.5.c. Expression de la vitesse angulaire de rotation dans le disque

Comme le disque est auto-gravitant, la matière qui s'y trouve est en équilibre sous l'action des forces gravitationnelle et centrifuge. Ceci va nous permettre de calculer la vitesse angulaire de rotation dans le disque. Sur la Figure II.4 sont représentées ces forces:  $F$  est la force gravitationnelle et  $F_C$  la force centrifuge.

Disque vu de haut:

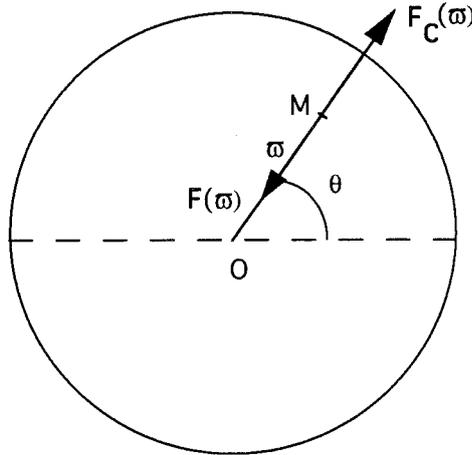


Fig. II.4

La force gravitationnelle s'exerçant en un point  $M(r,\theta)$  du disque s'écrit:

$$\vec{F}(r) = - \overrightarrow{grad} m(r) \Psi(r) = - m(r) \frac{\partial \Psi}{\partial r} \vec{u}_r \quad (II.23)$$

où  $m(r)$  est la masse associée au point M et  $\vec{u}_r = \overrightarrow{OM}/OM$  est le vecteur radial.

Quant à la force centrifuge en M, elle s'exprime de la manière suivante:

$$\vec{F}_c(r) = m(r) \omega \Omega^2(r) \vec{u}_r \quad (II.24)$$

où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation au point M.

Le disque étant auto-gravitant, la somme de ces deux forces est nulle, et donc la vitesse angulaire de rotation vérifie l'égalité suivante:

$$\Omega^2(r) = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = - \frac{1}{R^2 \xi} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \quad (II.25)$$

Soit encore, après dérivation du potentiel donné par l'expression (II.22):

$$\Omega^2(\xi) = \frac{2\pi^2 G}{R} \sum_{i=1}^{\infty} c_{2i} \gamma_{2i}^0 \frac{1}{\xi} \frac{\partial P_{2i}(\xi)}{\partial \xi} \quad (\text{II.26})$$

## II.2.2. DEFORMATION DU DISQUE

Ayant ainsi caractérisé complètement le disque auto-gravitant, nous allons le soumettre à une perturbation extérieure, supposée suffisamment faible pour que le déplacement des points du disque soit petit devant les autres dimensions du disque. La résolution de l'équation fondamentale de la dynamique va permettre de calculer la nouvelle géométrie du disque.

### II.2.2.1. Relation fondamentale de la dynamique

Soit  $h(\varpi, \theta, t)$  le déplacement vertical, à l'instant  $t$ , du point  $M(\varpi, \theta)$  du disque par rapport à sa position initiale. Cette quantité est illustrée sur la Figure II.5:

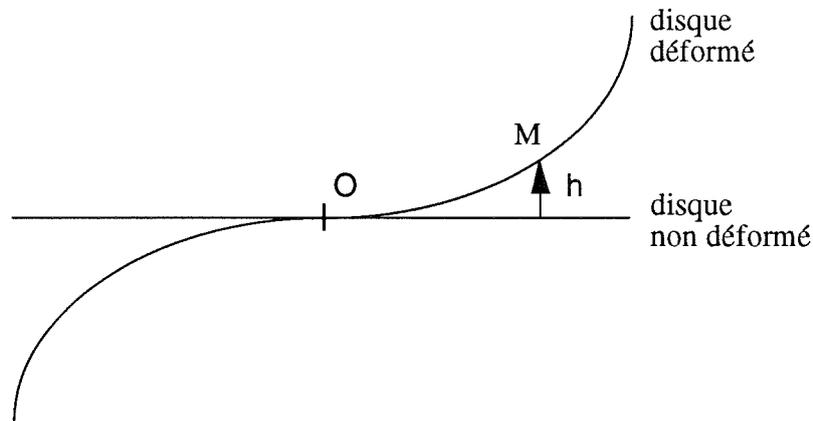


Fig. II.5

En l'absence de perturbation, la particule en  $(\varpi, \theta)$  passe, pendant l'intervalle de temps  $dt$ ,

$$\text{de } \varpi \text{ à } \varpi + d\varpi_1$$

$$\text{de } \theta \text{ à } \theta + d\theta_1$$

avec, comme il y a équilibre entre la force gravitationnelle et la force centrifuge:

$$d\varpi_1 = 0$$

et

$$d\theta_1 = \Omega(\varpi).dt$$

En présence de la perturbation, la particule en  $(\varpi, \theta)$  passe, pendant  $dt$ ,

de  $\varpi$  à  $\varpi + d\varpi$

de  $\theta$  à  $\theta + d\theta$

de  $h$  à  $h + dh$

Si la perturbation est faible, nous pouvons faire l'approximation linéaire qui consiste à écrire:

$$d\varpi = d\varpi_1 + d\varpi_2$$

$$d\theta = d\theta_1 + d\theta_2$$

où  $d\varpi_2$  et  $d\theta_2$  sont dus à la perturbation.

Comme les effets de la perturbation dans le plan du disque sont du second ordre, les variations  $d\varpi_2$  selon le vecteur radial et  $\varpi d\theta_2$  selon le vecteur orthoradial sont négligeables devant la variation verticale  $dh$ . Alors, pendant  $dt$ , nous pouvons écrire que la particule passe

de  $\varpi$  à  $\varpi + d\varpi$  avec  $d\varpi = 0$

de  $\theta$  à  $\theta + d\theta$  avec  $d\theta = \Omega(\varpi).dt$

de  $h$  à  $h + dh$

Alors l'accélération verticale de la particule s'écrit:

$$\frac{d^2h}{dt^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + 2 \Omega(\varpi) \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial \theta} + \Omega^2(\varpi) \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(\varpi) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h \quad (\text{II.27})$$

Nous pouvons distinguer deux types de forces s'exerçant verticalement au point  $(\varpi, \theta)$  du disque:

-  $F_{imp}(\varpi, \theta, t)$  : force, par unité de masse, perpendiculaire au plan du disque non déformé et imposée par l'extérieur du disque (force de marée en l'occurrence)

-  $F(\varpi, \theta, t)$  : force, par unité de masse, perpendiculaire au plan du disque non déformé et due à la distorsion du disque elle-même (force interne de rappel)

Alors l'équation fondamentale de la dynamique selon la direction perpendiculaire au plan du disque non déformé s'écrit:

$$\boxed{\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(\varpi) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h - F(\varpi, \theta, t) = F_{imp}(\varpi, \theta, t)} \quad (\text{II.28})$$

### II.2.2.2. Calcul de la force interne de rappel due a la distorsion du disque

Le disque étant déformé, chacun de ses points va exercer sur les autres une force dont la composante verticale est non nulle. En un point donné, il s'exerce donc une force interne, de rappel, à composante verticale *a priori* non nulle. Cette force, négligée habituellement dans un disque képlérien puisqu'elle est alors faible devant celle due à l'étoile centrale, doit être prise en compte ici; le disque étant en effet auto-gravitant, les forces internes ne sont pas négligeables. En revanche, la force de rappel exercée par l'étoile centrale sera négligée.

#### II.2.2.2.a. Expression de la force interne sous forme d'intégrale double indéfinie

Sur la Figure II.6 est représentée une coupe du disque déformé: sur cette figure nous considérons deux éléments de surface infiniment petits entourant les points M et M' du disque, et nous nous intéressons à la force exercée par l'une de ces surfaces sur l'autre.

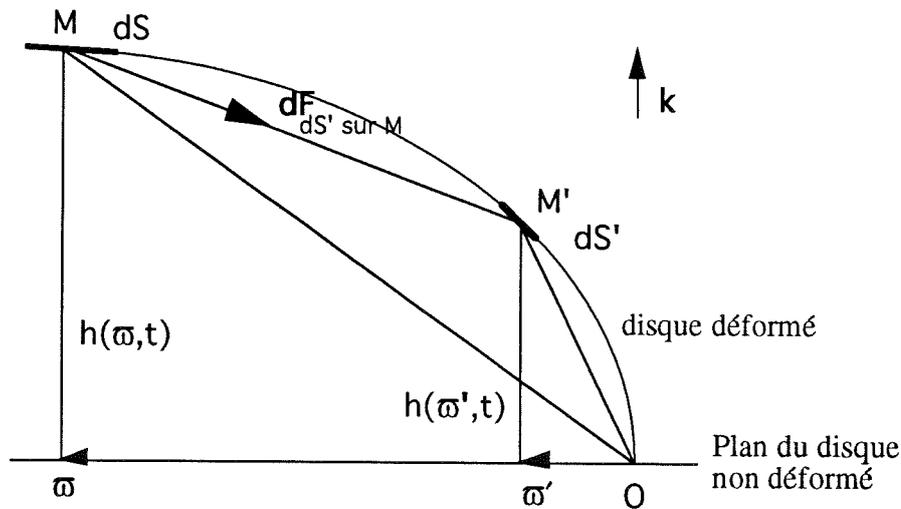


Fig. II.6

Ayant supposé que le déplacement des points du disque était faible devant les autres dimensions du disque, nous pouvons écrire l'inégalité suivante:

$$\boxed{\left| h(\vec{\varpi}) - h(\vec{\varpi}') \right| \ll \left| \vec{\varpi} - \vec{\varpi}' \right|} \quad (\text{II.29})$$

où  $\vec{\varpi}$  est le rayon vecteur, c'est-à-dire, dans le repère (O,x,y,z) défini sur la Figure II.1, le vecteur de coordonnées  $\varpi \cos \theta$  selon x et  $\varpi \sin \theta$  selon y.

Alors la composante verticale de la force par unité de masse exercée en M par l'élément de surface  $dS'$  représenté sur la Figure II.6 s'écrit:

$$\vec{dF}_{dS' \rightarrow M \cdot \vec{z}} = G \frac{\sigma(\vec{\omega}') [h(\vec{\omega}', t) - h(\vec{\omega}, t)] dS'}{|\vec{\omega} - \vec{\omega}'|^3} \quad (\text{II.30})$$

où G est la constante gravitationnelle.

Pour obtenir la composante verticale de la force par unité de masse exercée en M par tous les points du disque perturbé il suffit alors d'intégrer l'expression (II.30) sur tout le disque:

$$F(\vec{\omega}, \theta, t) = G \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \iint_{S' - \epsilon} \frac{\sigma(\vec{\omega}') [h(\vec{\omega}', t) - h(\vec{\omega}, t)] dS'}{|\vec{\omega} - \vec{\omega}'|^3} \quad (\text{II.31})$$

l'intégration sur  $S' - \epsilon$  permettant d'éviter les éventuelles singularités en 0.

Comme cette intégrale est difficile à calculer, nous allons évaluer la force par analogie avec celle créée par une distribution de dipôles gravitationnels. Nous allons donc calculer d'une manière générale la force créée par une distribution plane de dipôles gravitationnels, puis nous appliquerons le résultat au disque perturbé.

#### II.2.2.2.b. Mise en évidence d'une analogie avec une distribution de dipôles gravitationnels

Dans l'expression (II.31) de la force de rappel, nous pouvons faire apparaître deux termes:

$$F(\vec{\omega}, \theta, t) \vec{z} = G \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \iint_{S' - \epsilon} \frac{\sigma(\vec{\omega}') h(\vec{\omega}', t) dS'}{|\vec{\omega} - \vec{\omega}'|^3} \vec{z} + \right. \\ \left. G \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \iint_{S' - \epsilon} \frac{-\sigma(\vec{\omega}') h(\vec{\omega}, t) dS'}{|\vec{\omega} - \vec{\omega}'|^3} \vec{z} \right) \quad (\text{II.32})$$

ce que nous écrivons sous la forme:

$$F(\varpi, \theta, t) \vec{z} = \vec{F}_1(\varpi, \theta, t) + \vec{F}_2(\varpi, \theta, t) \quad (\text{II.32})$$

où les forces  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  sont déterminées par identification avec l'expression (II.32).

L'interprétation physique de ces forces est la suivante:

\*  $\vec{F}_1(\varpi, \theta, t)$  est la force exercée à l'instant  $t$  au point  $(\varpi, \theta)$  du disque non perturbé par une distribution de dipôles gravitationnels pointant verticalement, de densité  $D_1(\varpi', \theta, t) = \sigma(\varpi', \theta) h(\varpi', \theta, t)$ , et située dans le plan du disque non perturbé. Cette distribution de dipôles est représentée sur la Figure II.7:

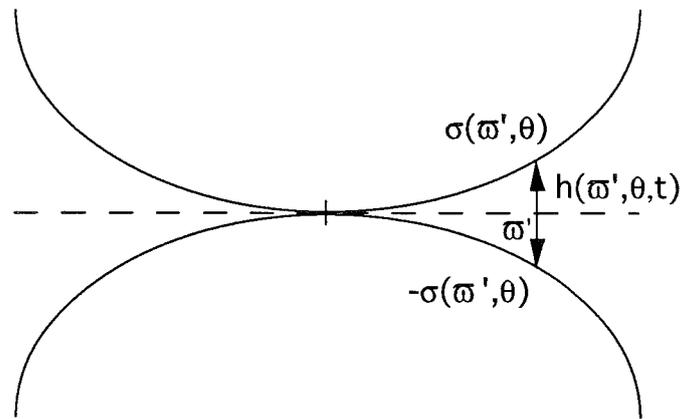


Fig. II.7: Distribution de dipôles de densité  $D_1$

Cette distribution n'est pas plane. Cependant, comme  $|h(\vec{\varpi}, t) - h(\vec{\varpi}', t)| \ll |\vec{\varpi} - \vec{\varpi}'|$ , le potentiel créé par cette distribution peut être calculé comme si elle était plane.

\*  $\vec{F}_2(\varpi, \theta, t)$  est de la même manière exercée par une distribution de dipôles gravitationnels pointant verticalement, située dans le plan du disque non perturbé, mais ayant cette fois la densité  $D_2(\varpi', \theta, t) = -\sigma(\varpi', \theta) h(\varpi, \theta, t)$ . Cette distribution est représentée sur la Figure II.8:

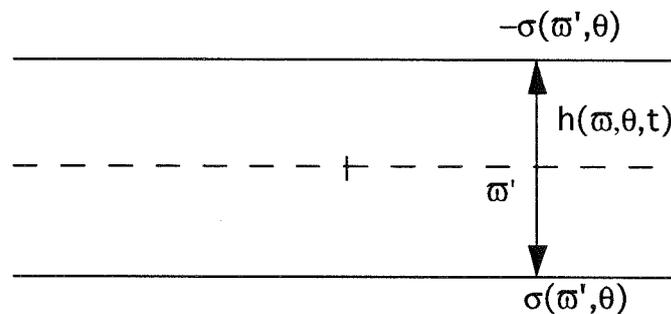


Fig. II.8: Distribution de dipôles de densité  $D_2$

Dans ce cas, la distribution est plane.

### II.2.2.2.c. Force créée par une distribution plane de dipôles gravitationnels

Seuls les résultats qui nous intéressent directement pour la suite du calcul sont donnés ici. La démonstration complète des expressions qui suivent est donnée dans les Annexes II.C et II.D.

Utilisant le fait que le potentiel créé par une couche de dipôles plane, de densité  $D(\varpi, \theta)$ , est discontinu à la traversée de la couche et que cette discontinuité s'écrit

$$\delta\Psi_d(\vec{\varpi}) = -4\pi G D(\vec{\varpi}) \quad (\text{II.34})$$

nous montrons que la densité de dipôles peut se mettre sous la forme

$$D(\varpi, \theta) = D_k^m(\xi, \theta) = P_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} \quad (\text{II.35})$$

où  $k$  est un entier supérieur ou égal à 1. Les coordonnées utilisées ici sont bien sûr les mêmes que celles définies précédemment, car les distributions auxquelles nous nous intéressons sont situées dans le plan du disque non perturbé.

Nous rappelons que  $\xi = \sqrt{1 - \frac{\varpi^2}{R^2}}$ .

Cette expression de la densité de dipôles nous permet alors de calculer le potentiel créé par la distribution en un point de coordonnées  $(\mu, \zeta, \theta)$ :

$$\Psi_d(\mu, \zeta, \theta) = -2\pi G P_n^m(\mu) \frac{q_n^m(\zeta)}{q_n^m(0)} e^{im\theta} \quad (\text{II.36})$$

La force verticale par unité de masse créée par la couche de dipôles au voisinage de la distribution se déduisant du potentiel de la manière suivante:

$$F(\varpi, \theta) = -\vec{\text{grad}}\Psi_d(\mu, \zeta \rightarrow 0, \theta) \cdot \vec{z}$$

nous pouvons alors calculer cette force. Elle est finalement donnée par la relation:

$$F(\varpi, \theta) = F_k^m(\xi, \theta) = -\frac{2\pi^2 G}{R\xi} \Gamma_k^m P_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} \quad (\text{II.37})$$

dans laquelle

$$\Gamma_k^m = \frac{-1}{\pi q_n^m(0)} \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(0) \quad (\text{II.38})$$

Entre la force verticale au voisinage de la distribution et la densité de cette distribution, il y a donc la relation suivante:

$$F_k^m(\xi, \theta) = - \frac{2\pi^2 G}{R \xi} \Gamma_k^m D_k^m(\xi, \theta) \quad (\text{II.39})$$

Nous avons calculé la force créée par la couche de dipôles seulement au voisinage de cette distribution. En effet, nous cherchons à évaluer la force interne exercée sur les points du disque déformé; et comme, par hypothèse, la perturbation est faible, ces points-là sont au voisinage du disque non perturbé.

#### II.2.2.2.d. Application au calcul de la force interne due à la distorsion du disque

Nous avons montré que la force de rappel du disque peut être décomposée en la somme de deux forces, chacune étant due à une distribution de dipôles (cf. expressions (II.32) et (II.33)). Nous allons ici calculer chacune de ces deux forces.

i) Calcul de  $F_1(\varpi, \theta, t)$  :

D'après ce qui précède, si la densité de dipôles  $D_1$  ne dépendait pas du temps, elle pourrait s'écrire sous la forme  $D_1(\varpi, \theta, t) = P_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta}$  à une constante multiplicative près (cf. expression (II.35)).

Pour tenir compte de la dépendance en temps, il suffit de multiplier l'expression précédente par une fonction du temps. D'autre part, pour avoir l'expression la plus générale de  $D_1$ , cette expression sera sommée sur toutes les valeurs possibles de  $k$  et  $m$ .

L'expression de  $D_1$  est alors:

$$D_1(\varpi, \theta, t) = C \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} P_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} x_k^m(t) \right] \quad (\text{II.40})$$

où  $C$  est une constante.

Tels que les  $P_n^m$  ont été définis, ils forment une base orthogonale mais non orthonormée (cf. Annexe II.A). Nous définissons donc une nouvelle fonction  $p_n^m$  de la façon suivante:

$$p_{2k+m-1}^m(\xi) = \sqrt{(4k+2m-1) \frac{(2k-1)!}{(2k+2m-1)!}} P_{2k+m-1}^m(\xi) \quad (\text{II.41})$$

Attention !  $p_n^m$  est différent de celui utilisé, dans l'annexe II.A, pour la définition de  $q_n^m$ .

Ces fonctions forment une *base orthonormée*, c'est-à-dire que:

$$\int_0^1 p_{2k+m-1}^m(x) p_{2k'+m-1}^{m'}(x) dx = \delta_{kk'} \delta_{mm'} \quad (\text{II.42})$$

La densité  $D_1$  donnée par l'expression (II.39) peut alors être réécrite sous la forme:

$$D_1(\varpi, \theta, t) = C' \cdot \text{Re} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} p_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} x_k^m(t) \right] \quad (\text{II.43})$$

Si la fonction  $x_k^m$  est sans dimension, alors la constante  $C'$  doit avoir la dimension d'une masse divisée par une longueur (car la densité de dipôles est une densité surfacique de masses multipliée par une longueur).

Nous pouvons donc choisir la constante suivante:

$$C' = \frac{M}{2\pi R} \quad (\text{II.44})$$

où  $M$  est la masse du disque et  $R$  son rayon.

D'après l'expression (II.39), la force verticale  $F_1$  créée par la densité de dipôles  $D_1$  en son voisinage s'écrit alors:

$$F_1(\varpi, \theta, t) = -\frac{\pi G M_d}{R^2 \xi} \cdot \text{Re} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} e^{im\theta} \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k^m x_k^m(t) p_{2k+m-1}^m(\xi) \right] \quad (\text{II.45})$$

ii) Calcul de  $F_2(\varpi, \theta, t)$  :

La densité de dipôles est ici  $D_2(\varpi', \theta, t) = -\sigma(\varpi') h(\varpi, \theta, t)$ . Dans ce cas il est plus simple de calculer directement la force créée par cette couche de dipôles au voisinage de la distribution.

Comme nous avons besoin de connaître la force  $F_2$  créée par cette distribution seulement en son voisinage, nous allons la calculer en un point  $M(\varpi, \theta)$  situé au voisinage du disque non déformé. Sur la Figure II.9 est représentée la distribution de dipôles: la côte  $z=0$  repère le plan du disque non déformé; les plans (P) et (P'), de densités surfaciques de masses respectives  $-\sigma(\varpi')$  et  $\sigma(\varpi)$ , sont les plans de la distribution de dipôles. Ces plans se réduisent en fait à des disques puisque la densité  $\sigma$  s'annule lorsque  $\varpi$  est plus grand que R, c'est-à-dire en dehors des limites du disque.

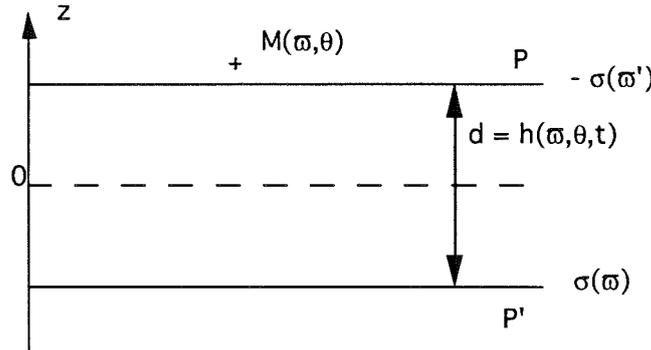


Fig. II.9

Nous noterons  $\vec{F}_P(\vec{OM})$  (respectivement  $\vec{F}_{P'}(\vec{OM})$ ) la force exercée par le disque (P) (respectivement (P')) en M. La force exercée par la distribution en ce point est bien sûr la somme de ces deux contributions.

(P) et (P') ayant la même géométrie et des densités opposées, nous avons la relation suivante entre ces deux forces:

$$\vec{F}_{P'}(\vec{OM}) = -\vec{F}_P(\vec{OM} + d\vec{z})$$

où d est la distance entre les deux disques (P) et (P').

Alors la force exercée par la distribution en M est:

$$\vec{F}_{P+P'}(\vec{OM}) = -\vec{F}_P(\vec{OM} + d\vec{z}) + \vec{F}_P(\vec{OM})$$

ou encore, comme  $d=h(\varpi, \theta, t) \ll OM$  (cf. inégalité (II.29)):

$$\vec{F}_{P+P'}(\vec{OM}) = -\frac{\partial F_P}{\partial z} d\vec{z} \quad (\text{II.46})$$

Or la force par unité de masse créée par le disque (P) en M est donné par:

$$\vec{F}_P(\varpi, \theta) = \left[ + \overrightarrow{\text{grad}} \Psi(\varpi, \zeta, \theta) \right]_{\zeta=0} \quad (\text{II.47})$$

le signe + venant de ce que sur (P) la densité surfacique de masses est négative, et  $\Psi$  étant le potentiel créé par le disque P.

En reportant l'expression (II.47) dans (II.46), nous pouvons alors écrire la force exercée par la distribution en M de la manière suivante:

$$\vec{F}_{P+P}(\vec{OM}) = F_{\lambda}(\varpi, \theta) \vec{z} = - \left[ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right]_{z=0^+} d\vec{z} \quad (\text{II.48})$$

Or l'équation de Laplace exprimée dans le système de coordonnées  $(\varpi, \theta, z)$  donne:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varpi^2} - \frac{1}{\varpi} \frac{\partial \Psi}{\partial \varpi} \quad (\text{II.49})$$

car le potentiel ne dépend pas de  $\theta$ .

De plus, comme nous sommes dans le disque puisque  $z=0^+$ , nous pouvons utiliser l'expression (II.25) qui donne la dérivée du potentiel dans le disque par rapport à  $\varpi$  en fonction de la vitesse angulaire de rotation du disque.

Reportant alors ces deux expressions, (II.49) et (II.25), dans la relation (II.48), nous pouvons écrire la force créée par la distribution de dipôles de densité  $D_2$  en son voisinage sous la forme:

$$F_{\lambda}(\varpi, \theta, t) = \left[ 2 \Omega^2(\varpi) + \varpi \frac{d\Omega^2}{d\varpi} \right] h(\varpi, \theta, t) \quad (\text{II.50})$$

### II.2.2.3. Ecriture sous forme matricielle de la relation fondamentale de la dynamique

#### II.2.2.3.a Développement de la déformation sur les harmoniques sphériques

Nous allons exprimer la déformation  $h(\varpi, \theta, t)$  en fonction des harmoniques sphériques  $p_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta}$ .

Utilisant le fait que la densité de dipôles  $D_1$  est égale à  $\sigma(\varpi, \theta)h(\varpi, \theta, t)$ , avec  $\sigma(\varpi, \theta) = \sigma(\varpi)$ , et les relations (II.43) et (II.44), nous pouvons écrire:

$$\sigma(\varpi) h(\varpi, \theta, t) = \frac{M}{2\pi R} \text{Re} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} p_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} x_k^m(t) \right] \quad (\text{II.51})$$

D'après cette expression,  $\sigma(\varpi)h(\varpi,\theta,t)$  est une fonction des puissances impaires de  $\xi$  (nous rappelons que  $p_{2k+m-1}^m$  a la parité de  $n-m$ ). Or d'après l'expression (II.17), la densité surfacique de masses  $\sigma$  est une fonction des puissances impaires de  $\xi$ . Il s'ensuit que  $h(\varpi,\theta,t)$  est une fonction des puissances paires de  $\xi$ , et que donc  $\xi h(\varpi,\theta,t)$  est une fonction des puissances impaires de  $\xi$ .

Les harmoniques sphériques formant une base, nous pouvons alors développer  $\xi h(\varpi,\theta,t)$  sur les harmoniques sphériques impaires:

$$\xi h(\varpi,\theta,t) = R \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} e^{im\theta} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^m(t) p_{2k+m-1}^m(\xi) \right] \quad (\text{II.52})$$

les fonctions  $y_k^m(t)$  étant sans dimension.

Il reste maintenant à chercher une relation entre les fonctions  $y_k^m(t)$  et les fonctions  $x_k^m(t)$ , introduites dans l'expression (II.40).

L'expression précédente permet d'écrire que:

$$\sigma(\varpi) h(\varpi,\theta,t) = \frac{R}{\xi} \sigma(\varpi) \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} e^{im\theta} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^m(t) p_{2k+m-1}^m(\xi) \right] \quad (\text{II.53})$$

Identifiant les relations (II.51) et (II.53), il vient alors:

$$\frac{M}{2\pi R} \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} p_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} x_k^m(t) \right] = \frac{R}{\xi} \sigma(\varpi) \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} e^{im\theta} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^m(t) p_{2k+m-1}^m(\xi) \right] \quad (\text{II.54})$$

Nous multiplions cette égalité par  $p_{2k+m-1}^m(\xi)$  puis nous intégrons sur  $\xi$  entre 0 et 1. Tenant compte alors du fait que les  $p_{2k+m-1}^m(\xi)$  forment une base orthonormée, nous obtenons la relation suivante:

$$\frac{M}{2\pi R} e^{im\theta} x_k^m(t) = \int_0^1 \frac{R}{\xi} \sigma(\varpi) \left[ \sum_{p=0}^{\infty} e^{ip\theta} \sum_{l=1}^{\infty} y_l^p(t) p_{2l+p-1}^p(\xi) \right] p_{2k+m-1}^m(\xi) d\xi \quad (\text{II.55})$$

Puis nous multiplions cette relation par  $e^{-im\theta}$  et nous intégrons sur  $\theta$  entre 0 et  $2\pi$ . Alors, comme

$$\int_0^{2\pi} e^{i(p-m)\theta} d\theta = 0 \text{ si } p \neq m$$

nous obtenons l'égalité ci-dessous entre les  $x_k^m(t)$  et les  $y_k^m(t)$ :

$$x_k^m(t) = \frac{2\pi R^2}{M} \sum_{l=1}^{\infty} y_l^m(t) \int_0^1 \frac{\sigma(\varpi)}{\xi} P_{2l+m-1}^m(\xi) P_{2k+m-1}^m(\xi) d\xi \quad (\text{II.56})$$

### II.2.2.3.b. Relation fondamentale de la dynamique sous forme matricielle

Compte tenu de la relation (II.33) qui décompose la force interne de rappel en une somme de deux forces, la relation fondamentale de la dynamique (II.28) s'écrit:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(\varpi) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h - F_1(\varpi, \theta, t) - F_2(\varpi, \theta, t) = F_{imp}(\varpi, \theta, t)$$

En remplaçant  $F_1$  par l'expression (II.45),  $F_2$  par l'expression (II.50), et  $h$  par l'expression (II.52), il vient:

$$\sum_{k=1}^{\infty} P_{2k+m-1}^m(\xi) \left[ \frac{d^2 y_k^m}{dt^2} + 2im\Omega \frac{dy_k^m}{dt} - \left[ (2+m^2)\Omega^2 + \varpi \frac{d\Omega^2}{d\varpi} \right] y_k^m(t) + \frac{\pi GM_d}{R^3} \Gamma_k^m x_k^m(t) \right] = \frac{\xi}{R} F_{imp}^m(\varpi, t) \quad (\text{II.57})$$

quelque soit l'entier  $m$ . Les  $F_{imp}^m(\varpi, t)$  sont les coefficients de la décomposition en série de Fourier pour la variable  $\theta$  de  $F_{imp}(\varpi, \theta, t)$ :

$$F_{imp}(\varpi, \theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ F_{imp}^m(\varpi, t) e^{im\theta} \right] \quad (\text{II.58})$$

De façon à simplifier l'équation (II.57), nous définissons les variable et fonctions sans dimension suivantes:

- la variable temporelle  $\tau$  telle que

$$t = \sqrt{\frac{R^3}{\pi GM}} \tau \quad (\text{II.59})$$

- la fonction vitesse angulaire de rotation  $\omega(\xi)$  telle que

$$\Omega(\xi) = \sqrt{\frac{\pi GM}{R^3}} \omega(\xi) \quad (\text{II.60})$$

- la fonction densité surfacique de masses  $s(\xi)$  telle que

$$\sigma(\xi) = \frac{M}{2\pi R^2} s(\xi) \quad (\text{II.61})$$

Utilisant ces relations, nous pouvons alors réécrire l'équation (II.57) sous la forme suivante:

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_{2k+m-1}^m(\xi) \left[ \frac{d^2 y_k^m}{d\tau^2} + 2im\omega(\xi) \frac{dy_k^m}{d\tau} - \left[ (2+m^2)\omega^2(\xi) - \frac{1-\xi^2}{\xi} \frac{d\omega^2}{d\xi} \right] y_k^m(\tau) + \Gamma_k^m x_k^m(\tau) \right] = \frac{R^2 \xi}{\pi GM_d} F_{imp}^m(\omega, t) \quad (\text{II.62})$$

Enfin, nous multiplions cette relation par  $p_{2j+m-1}^m(\xi)$ , nous intégrons sur  $\xi$  entre 0 et 1, puis nous remplaçons  $x_j^m$  par son expression en fonction des  $y_k^m$  (relation (II.56)).

Nous obtenons alors le système suivant:

$$\frac{d^2 y_j^m}{d\tau^2} + i \sum_{k=1}^{\infty} A_{jk}^m \frac{dy_k^m}{d\tau} + \sum_{k=1}^{\infty} B_{jk}^m y_k^m = g_j^m(\tau) \quad , \forall m \in \mathbf{N} \quad , \forall j \geq 1 \quad (\text{II.63})$$

dans lequel les éléments de matrice  $A_{jk}^m$ ,  $B_{jk}^m$  et  $g_j^m$  sont donnés par:

$$A_{jk}^m = 2m \int_0^1 \omega(\xi) p_{2k+m-1}^m(\xi) p_{2j+m-1}^m(\xi) d\xi \quad (\text{II.64})$$

$$B_{jk}^m = \int_0^1 \left[ \Gamma_j^m \frac{\alpha(\xi)}{\xi} - (2 + m^2) \omega^2(\xi) + \frac{1 - \xi^2}{\xi} \frac{d\omega^2}{d\xi} \right] p_{2k+m-1}^m(\xi) p_{2j+m-1}^m(\xi) d\xi \quad (\text{II.65})$$

$$g_j^m(\tau) = \frac{R^2}{\pi GM} \int_0^1 \xi F_{imp}^m(\varpi, t) p_{2j+m-1}^m(\xi) d\xi \quad (\text{II.66})$$

et nous rappelons la relation entre les coordonnées  $\varpi$  et  $\xi$ :  $\varpi = R \sqrt{1 - \xi^2}$ .

Les matrices A, B et g ne dépendant que des caractéristiques du disque et de la force imposée par l'extérieur du disque, elles peuvent être calculées. Nous pouvons alors résoudre le système (II.63) pour toutes les valeurs de m et de j, c'est-à-dire calculer les fonctions  $y_j^m(\tau)$  pour toutes les valeurs de m et de j.

Pour avoir la déformation du disque, il suffira alors de remplacer  $y_j^m(\tau)$  par sa valeur dans l'équation (II.52).

#### II.2.2.4. Résolution de la relation fondamentale de la dynamique dans un cas particulier: calcul de la déformation

##### II.2.2.4.a. Caractéristiques du disque étudié

Comme nous ne disposons pas de modèles pour les disques auto-gravitants autour des étoiles de type T Tauri, nous allons nous intéresser aux disques caractérisés par Hunter & Toomre (1969). La vitesse linéaire de rotation V est alors écrite de manière paramétrique:

$$\boxed{V^2(\varpi) = \omega^2 \Omega^2(\varpi) = \frac{2n+1}{4n} \frac{\pi GM}{R} [1 - \xi^{2n}] , n \geq 1} \quad (\text{II.67})$$

n étant un entier, et  $\Omega$  la vitesse angulaire de rotation. Nous rappelons que  $\varpi = R \sqrt{1 - \xi^2}$ . Le coefficient  $\frac{2n+1}{4n}$  est un coefficient de normalisation.

Cette vitesse est représentée sur la Figure II.10 pour différentes valeurs de n.

Bien que ce modèle ait été initialement développé pour décrire le disque Galactique, il couvre un assez large domaine de vitesses possibles. En l'absence d'indication sur la vitesse dans les disques de T Tauri, nous utiliserons donc ce modèle pour mettre en

évidence l'influence de la déformation du disque par effet de marée sur sa distribution spectrale d'énergie.

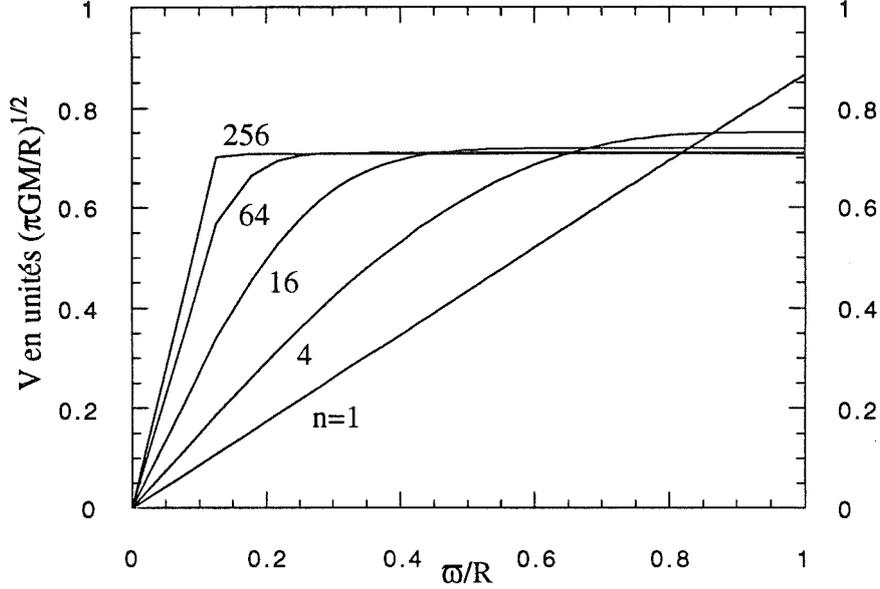


Fig. II.10: Vitesse linéaire de rotation

Pour calculer la loi de densité à partir de cette expression de la vitesse, nous utilisons les relations (II.17) et (II.26) qui donnent la densité surfacique de masses et la vitesse angulaire de rotation dans un disque auto-gravitant en fonction des polynômes de Legendre.

Réécrivons d'abord ces expressions en faisant apparaître des coefficients  $C_i$  sans dimension; la densité surfacique de masses devient alors d'après (II.17):

$$\sigma(\xi) = \frac{M}{2\pi R^2} \sum_{i=0}^{\infty} C_i \frac{P_{2i}(\xi)}{\xi} \quad (\text{II.68})$$

et la vitesse angulaire de rotation devient d'après (II.26):

$$\Omega^2(\xi) = \frac{\pi GM}{R^3} \sum_{i=1}^{\infty} C_i \gamma_{2i}^0 \frac{1}{\xi} \frac{\partial P_{2i}(\xi)}{\partial \xi} \quad (\text{II.69})$$

Nous allons identifier cette relation à la relation (II.67) de manière à calculer les coefficients  $C_i$ , et donc la densité surfacique de masses (II.68).

Multipliant (II.69) par  $\omega^2 = R^2(1 - \xi^2)$ , il vient:

$$\varpi^2 \Omega^2(\xi) = \frac{\pi GM}{R} (1 - \xi^2) \sum_{i=1}^{\infty} C_i \gamma_{2i}^0 \frac{1}{\xi} \frac{\partial P_{2i}}{\partial \xi}(\xi) \quad (\text{II.70})$$

Pour que  $\varpi^2 \Omega^2$  soit de degré  $2n$  en  $\xi$  (cf. expression (II.67)), il faut que

$$C_i = 0 \quad \forall i \geq n + 1$$

car  $P_{2i}$  est un polynôme de degré  $2i$ .

Les autres coefficients  $C_i = C_{i,n}$  sont obtenus en identifiant les expressions (II.67) et (II.70). Nous obtenons alors les égalités suivantes:

$$C_{i,n} = \frac{2n+1}{4n} \frac{2^{2i} (2n+1)! (n+i)!}{(n-i)! (2n+2i+1)! i(2i+1)} \frac{1}{[P_{2i}(0)]^2} \quad \forall i \in [1, n] \quad (\text{II.71})$$

et  $C_{0,n}$  se déduit de la relation (II.18) que nous réécrivons ici sous la forme:

$$\sum_{k=0}^n C_{k,n} P_{2k}(0) = 0 \quad (\text{II.72})$$

Alors la densité surfacique de masses (II.68) s'écrit:

$$\sigma_n(\xi) = \frac{M}{2\pi R^2} \sum_{k=1}^n b_{k,n} \xi^{2k-1} \quad (\text{II.73})$$

expression dans laquelle les coefficients  $b_{k,n}$  sont donnés par la relation de récurrence suivante:

$$b_{1,n} = \frac{2n+1}{2n-1} \quad \text{et} \quad b_{k,n} = \frac{2k-2}{2k-1} \frac{2n-2k+2}{2n-2k+1} b_{k-1,n} \quad \forall k \in [2, n] \quad (\text{II.74})$$

Sur la figure II.11 est représentée la densité surfacique de masses pour différentes valeurs de  $n$ .

Le disque est donc entièrement caractérisé par la donnée de l'entier  $n$ .

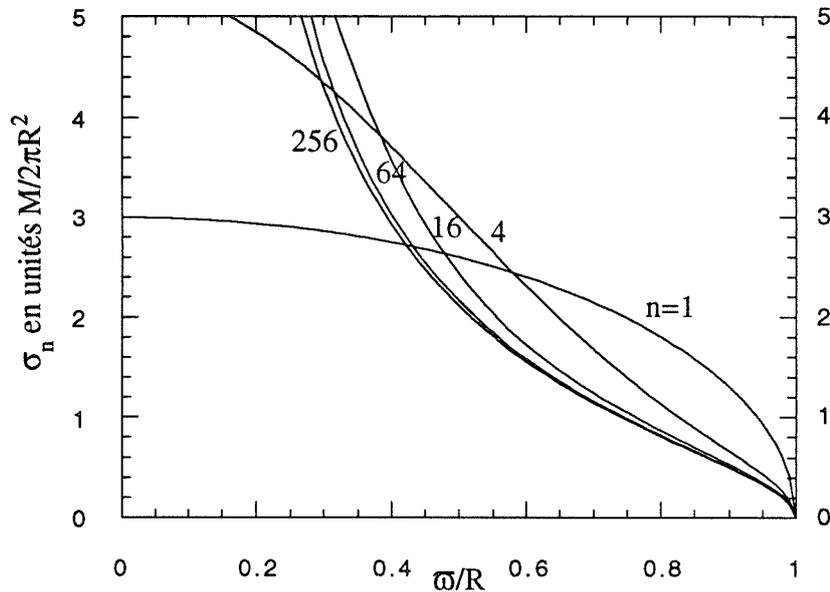


Fig. II.11: *Densité surfacique de masses*

II.2.2.4.b. *Caractéristiques de la force extérieure qui provoque la déformation*

Nous supposons que le disque est déformé par effet de marée, c'est-à-dire qu'il est soumis de manière permanente à l'attraction gravitationnelle d'un objet de masse  $M_{\text{ext}}$  considéré comme ponctuel, situé à la distance  $D \gg R$  du centre du disque ( $R$  étant le rayon du disque), à la latitude  $b$  par rapport au plan du disque non déformé et à la longitude  $\theta=0$ . L'hypothèse  $D \gg R$  permet de ne considérer que de faibles perturbations. Il est bien entendu que le choix de la longitude  $\theta=0$  n'influe en rien sur la déformation, puisque le choix de l'axe  $\theta=0$  est lui-même complètement libre.

La Figure II.12 représente cette configuration dans le plan  $\theta=0$ :

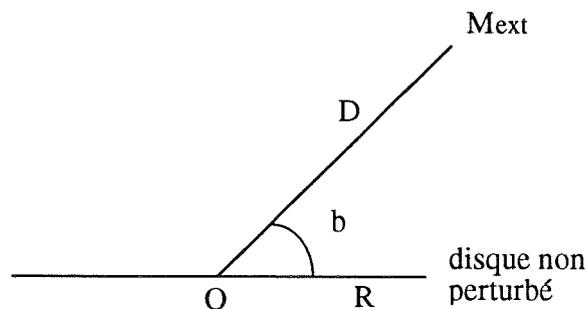


Fig. II.12: *Représentation dans le plan  $\theta=0$*

Nous négligeons dans cette étude le mouvement mutuelle des deux étoiles, pour des raisons que nous justifierons *a posteriori* dans le Chapitre IV.

Nous nous intéressons ici uniquement à la force différentielle exercée par  $M_{ext}$  sur le disque, c'est-à-dire au déplacement d'un point du disque par rapport au centre du disque. C'est en effet cette force différentielle qui est responsable de la déformation du disque.

Donc ce que nous avons appelé  $F_{imp}(\varpi, \theta, t)$  est la force verticale par unité de masse exercée par  $M_{ext}$  en  $(\varpi, \theta)$  à l'instant  $t$  à laquelle nous soustrayons la force verticale par unité de masse exercée par  $M_{ext}$  en  $O$  au même instant.

Comme  $D \gg R$ , cette force s'écrit, au premier ordre en  $\varpi/D$ :

$$F_{imp}(\varpi, \theta, t) = F_{imp}(\varpi, \theta) = \frac{3}{2} G \frac{M_{ext}}{D^2} \frac{\varpi}{D} \sin 2b \cos \theta \quad (II.75)$$

Pour calculer la déformation, nous avons besoin de connaître les coefficients  $F_{imp}^m(\varpi, t) = F_{imp}^m(\varpi)$  de la décomposition en série de Fourier pour la variable  $\theta$  de  $F_{imp}(\varpi, \theta, t) = F_{imp}(\varpi, \theta)$ .

Si nous écrivons  $F_{imp}(\varpi, \theta)$  sous la forme d'une série de Fourier:

$$F_{imp}(\varpi, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} (a_m \cos m\theta + b_m \sin m\theta)$$

alors le coefficient cherché se met sous la forme:

$$F_{imp}^m(\varpi) = a_m - i b_m$$

Compte tenu de l'expression (II.75) de  $F_{imp}(\varpi, \theta)$ , nous avons donc ici:

$$F_{imp}^1(\varpi) = \frac{3}{2} G \frac{M_{ext}}{R_{ext}^2} \frac{\varpi}{R_{ext}} \sin 2b \quad (II.76a)$$

et pour toutes les valeurs de  $m$  différentes de 1:

$$F_{imp}^m(\varpi) = 0 \quad (II.76b)$$

Dans le système (II.63) qu'il faut résoudre pour obtenir la déformation apparaît le terme  $g_j^m(\tau)$  dont l'expression est donnée par la relation (II.66). Dans le cas présent, ces coefficients s'expriment de la manière suivante:

$$g_j^m(\tau) = 0 \quad (\text{II.77a})$$

pour toutes les valeurs de  $m$  différentes de 1 d'après (II.76b), et

$$g_j^1(\tau) = g_j^1 = \frac{3}{2\pi} \frac{R^3}{D^3} \frac{M_{ext}}{M} \sin 2b \int_0^1 \xi \sqrt{1 - \xi^2} p_{2j}^1(\xi) d\xi$$

Compte tenu des propriétés des fonctions  $p_{2j}^1$  (cf. expression (II.42)), cette égalité peut encore s'écrire sous la forme:

$$g_j^1 = \frac{3}{2\pi} \frac{R^3}{D^3} \frac{M_{ext}}{M} \sin 2b \times \sqrt{\frac{2}{15}} \delta_1 \quad (\text{II.77b})$$

Le seul coefficient non nul est donc  $g_1^1$ , que nous noterons désormais  $g$ .

#### II.2.2.4.c. Calcul de la déformation en régime permanent et linéaire

Nous allons nous intéresser ici à la déformation du disque en régime permanent. Nous verrons dans l'application de cette étude aux étoiles T Tauri (Chapitre IV), que le temps nécessaire à l'établissement de ce régime permanent permet tout à fait de négliger la période pendant laquelle a lieu le régime transitoire.

Nous cherchons donc une solution particulière du système (II.63). Comme le second membre de ce système est nul pour toutes les valeurs de  $m$  différentes de 1 (cf. expressions (II.77)), *cette solution particulière est elle-même nulle si  $m$  est différent de 1.*

Par la suite nous nous placerons donc dans le cas  $m=1$ .

Compte tenu de l'écriture du système à résoudre, nous cherchons les solutions particulières sous la forme:

$$y_k^1(\tau) = -i\Lambda\tau \delta_{k1} + w_k \quad (\text{II.78})$$

avec les notations d'Hunter & Toomre (1969). Le  $\delta_{k1}$  vient de ce que seul le coefficient  $g_1^1$  est non nul.

$\Lambda$  est une vitesse angulaire de rotation sans dimension, qui traduit la précession de la déformation; nous reviendrons sur ce terme un peu plus loin.

Pour trouver le système vérifié par les inconnues  $\Lambda$  et  $w_k$ , il suffit de reporter cette expression (II.78) dans le système (II.63). Il vient alors:

$$A_{j1}^1 \Lambda + \sum_{k=1}^{\infty} B_{jk}^1 (-i \Lambda \tau \delta_{k1} + w_k) = g_j^1 \quad (\text{II.79})$$

Les matrices A et B sont calculées en reportant les expressions (II.67) et (II.73) de la vitesse de rotation et de la densité surfacique de masses dans les relations (II.64) et (II.65).

Le système (II.79) permet donc de calculer les  $w_k$  en fonction de  $\Lambda$  (il n'est pas possible de calculer  $\Lambda$  à partir du système car il y a plus d'inconnues que d'équations). Pour calculer  $\Lambda$ , nous utilisons l'hypothèse suivante:

$$\left[ \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} \right]_{\varpi=0} = 0$$

qui traduit le fait que le disque déformé est tangent en son centre au disque non déformé.

La déformation  $h$ , d'après le développement (II.52), s'écrit alors, pour  $m=1$  et avec  $y_k^1$  donné par l'expression (II.78):

$$\xi h(\varpi, \theta, t) = R \operatorname{Re} \left[ e^{i\theta} \sum_{k=1}^{\infty} (-i \Lambda \tau \delta_{k1} + w_k) p_{2k}^1(\xi) \right]$$

ce qui peut encore être mis sous la forme:

$$\boxed{h(\varpi, \theta, t) = \sqrt{\frac{15}{2}} \Lambda \tau \varpi \sin \theta + R H\left(\frac{\varpi}{R}\right) \cos \theta} \quad (\text{II.80})$$

expression dans laquelle la fonction H s'écrit:

$$\boxed{H\left(\frac{\varpi}{R}\right) = \frac{1}{\xi} \sum_{k=1}^{\infty} w_k p_{2k}^1(\xi)} \quad (\text{II.81})$$

L'équation (II.80) montre que la déformation en régime permanent est la somme d'un terme de précession et d'un terme statique. Autrement dit, après un régime transitoire, la solution permanente est une déformation du disque qui précesse. Dans la suite de ce chapitre, nous ne nous intéresserons cependant qu'au profil donné par le terme statique de la déformation, c'est-à-dire  $RH(\varpi/R)\cos\theta$ , pour des raisons que nous expliciterons dans le Chapitre IV.

La précession n'apparaissant pas de manière évidente dans ce problème, revenons un instant sur ce phénomène. Plaçons-nous en un point de coordonnées  $(\varpi, \theta)$  du disque; en ce point, la vitesse verticale est  $\partial h / \partial t$  : un observateur situé en  $(\varpi, \theta)$  et tournant avec le disque voit donc la déformation varier en ce point avec la vitesse  $\partial h / \partial t$ . En d'autres termes, la déformation se propage dans le disque avec la vitesse  $\partial h / \partial t$ . Ceci peut également être exprimé de la manière suivante: le point du disque qui est à la distance maximale du plan du disque non déformé tourne à la vitesse  $\partial h / \partial t$  dans le référentiel lié au point  $(\varpi, \theta)$  du disque, c'est-à-dire dans le référentiel qui tourne à la vitesse angulaire  $\Omega(\varpi)$ . Il y a donc un déphasage entre la vitesse de rotation et la vitesse à laquelle avance la déformation: ceci traduit bien la précession. La vitesse de précession est justement cette vitesse de déphasage, c'est-à-dire  $\partial h / \partial t$ , ou encore  $\sqrt{15/2} \Lambda \varpi \sin \theta$  multiplié par le rapport  $\tau / t$ .

Dans le développement que nous avons calculé pour la déformation  $h$ , ce terme de précession est un terme séculaire. Tel qu'il est écrit dans l'expression (II.80), il provoque l'augmentation linéaire de la déformation avec le temps. Il est en réalité difficile de savoir lorsque nous utilisons une technique de perturbation, à un ordre nécessairement limité, si les termes séculaires qui apparaissent sont véritablement des termes séculaires, ou bien s'ils sont en fait un début de développement limité d'un terme périodique (nous noterons que le développement limité de  $\sin \Omega t$  au premier ordre donne le terme proportionnel au temps  $\Omega t$ ). Quoiqu'il en soit, dans le cas présent, le domaine de validité de cette expression est limité par le fait que l'objet qui provoque la déformation est lui-même en mouvement autour du disque. Si ce mouvement peut être négligé pendant le temps que nécessite l'établissement du régime permanent, ainsi que nous le verrons dans le Chapitre IV, il est en tout cas à prendre en considération lorsque le terme de précession devient vraiment significatif: si le mouvement relatif des deux étoiles était pris en compte, le terme de précession serait en effet différent de celui calculé ici.

Les polynômes  $p_{2k}^1(\xi)$  ont la parité de  $2k-1$ : ils s'écrivent sous la forme:

$$\sqrt{1 - \xi^2} \times \text{polynôme impair de } \xi$$

Alors, comme  $\varpi = R \sqrt{1 - \xi^2}$ , et compte tenu de l'expression (II.81), nous pouvons écrire la partie radiale de la déformation de la façon suivante:

$$H\left(\frac{\varpi}{R}\right) = \text{polynôme impair de } \frac{\varpi}{R} \times g \quad (\text{II.82})$$

Comme le disque déformé est tangent en son centre au plan du disque non déformé, le terme de plus bas degré de ce polynôme est de degré 3. Ce polynôme impair se présente sous forme d'une somme infinie, ainsi que le met en évidence l'expression (II.81); il est représenté sur la Figure II.13 pour  $n=4$  avec une précision de 4 et de 20 (c'est-à-dire que la somme a été tronquée respectivement au quatrième et au vingtième

terme), et pour  $n=256$  avec une précision de 10. Les calculs de ces courbes sont bien sûr numériques:

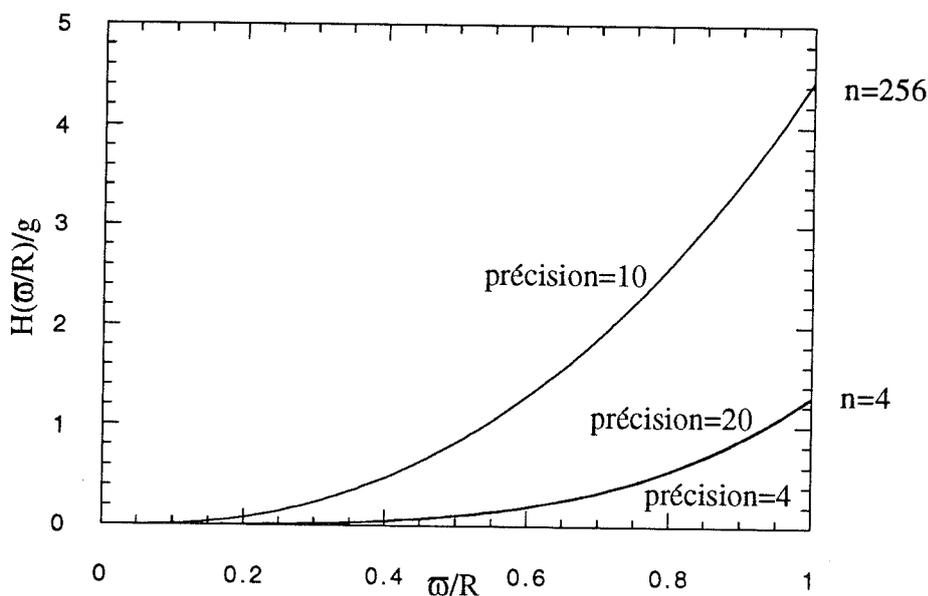


Fig. II.13: Coupe du disque dans le plan  $\theta=0$

Nous noterons que les résultats numériques donnés ici diffèrent légèrement de ceux présentés par Hunter & Toomre (1969). La cause de cette différence n'a pas été trouvée.

Notons également que le profil du disque déformé ne dépend absolument pas des caractéristiques du système étudié, mais seulement du type d'action qui provoque la déformation.

Ainsi qu'en témoignent les courbes tracées pour  $n=4$ , la somme infinie converge très rapidement; les deux courbes de précision 4 et 20 se superposent en effet parfaitement. C'est pourquoi pour  $n=256$  une seule courbe a été tracée.

Compte tenu de l'expression de la déformation, ces courbes représentent en fait le profil du disque déformé dans le plan  $\theta=0$ . Nous voyons alors que plus  $n$  est grand, plus la déformation est importante. Dans la suite nous garderons  $n=256$ : cette valeur permet en effet d'obtenir des déformations tout à fait notables, et de mettre en évidence des effets importants sur la distribution spectrale d'énergie du disque. D'autre part, ainsi que le mettent en évidence les Figures II.10 et II.11 représentant la vitesse de rotation et la densité surfacique de masses du disque pour différentes valeurs de  $n$ , il y a "saturation" des courbes pour les grandes valeurs de  $n$ , c'est-à-dire qu'au-delà d'une certaine valeur de ce paramètre, les modèles obtenus en le faisant varier diffèrent très peu les uns des autres.

Une représentation en 3 dimensions du disque, ne tenant compte également que du terme statique de la déformation, vu sous deux angles différents, est donnée sur les Figures II.14. L'échelle n'y est bien sûr pas respectée, mais le profil est celui qui a été calculé:

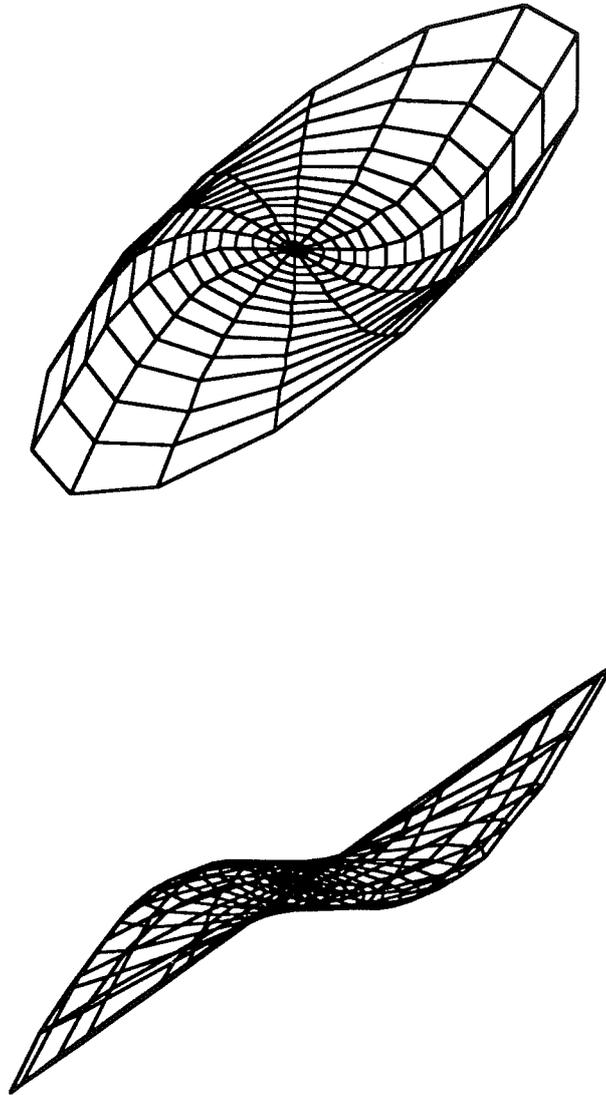


Fig. II.14: Vues en 3 dimensions du disque déformé

La seconde des Figures II.14 est une vue du disque par la tranche.

### II.3. DISQUE D'ACCRETION

Ici nous négligeons les forces internes du disque devant la force gravitationnelle exercée par l'étoile située en son centre. Par rapport à ce qui a été fait précédemment pour le disque auto-gravitant, seule change donc la force dite de rappel qui s'oppose à la force de marée.

Dans tout ce qui suit, nous considèrerons que le disque est *képlérien*, c'est-à-dire que nous supposerons la matière qui constitue ce disque en équilibre sous l'action de la force centrifuge et de la force gravitationnelle exercée par l'étoile centrale.

La vitesse angulaire de rotation dans le disque est alors donnée par la relation suivante:

$$\Omega = \sqrt{\frac{G M_{int}}{\varpi^3}} \quad (\text{II.83})$$

où  $M_{int}$  est la masse de l'étoile située au centre du disque.

En fait, ainsi que nous l'avons expliqué dans le Chapitre I, le disque n'est pas vraiment képlérien puisque la matière qui le constitue est accrétée par l'étoile centrale. A la vitesse angulaire de rotation dont l'expression diffère en réalité légèrement de (II.83) s'ajoute donc une vitesse radiale de dérive  $v_r$ . Cependant, dans un disque fin, cette vitesse radiale est proportionnelle au rapport de l'épaisseur sur le rayon du disque, et elle est donc fortement subsonique, alors que la vitesse angulaire  $v_\phi = \varpi \Omega$  est fortement supersonique. Nous pouvons donc négliger cette vitesse radiale devant la vitesse angulaire, et donc considérer que celle-ci est képlérienne. Ce qui vient d'être dit n'est vrai que dans la mesure où l'accrétion est entièrement due à la viscosité dans le disque. Or, ainsi que nous le verrons au Chapitre V, la déformation elle-même modifie la vitesse radiale  $v_r$ ; en toute rigueur, l'approximation qui consiste à négliger  $v_r$  devant  $v_\phi$  n'est donc valable que dans le cas des faibles perturbations, que nous traitons ici.

#### II.3.1. RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

Elle s'écrit de la même façon que dans le cas du disque auto-gravitant:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(\varpi) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h - F(\varpi, \theta, t) = F_{imp}(\varpi, \theta, t) \quad (\text{II.84})$$

Mais ici la force de rappel s'écrit simplement:

$$F(\varpi, \theta, t) \equiv -G \frac{M_{int} h(\varpi, \theta, t)}{\varpi^3} \quad (\text{II.85})$$

Donc l'équation (II.84) devient:

$$\boxed{\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(\varpi) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h + G \frac{M_{int} h}{\varpi^3} = F_{imp}(\varpi, \theta, t)} \quad (II.86)$$

### II.3.2. RESOLUTION DANS UN CAS PARTICULIER

Nous nous plaçons dans la même situation que pour le disque auto-gravitant, c'est-à-dire que nous supposons la déformation causée par un objet extérieur au disque de masse  $M_{int}$ . La force de marée  $F_{imp}$  s'écrit alors de la même façon que dans le cas précédent, et donc finalement l'équation fondamentale de la dynamique (II.86) peut se mettre sous la forme:

$$\boxed{\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(\varpi) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h + G \frac{M_{int} h}{\varpi^3} = f \varpi \cos \theta} \quad (II.87)$$

expression dans laquelle la constante  $f$  vaut:

$$f = \frac{3}{2} G \frac{M_{ext}}{D^3} \sin 2b \quad (II.88)$$

L'équation (II.87) est une équation hyperbolique. Nous faisons donc le changement de variables suivant:  $X = \theta - \Omega t$  et  $Y = \theta + \Omega t$ . L'expression (II.87) devient alors:

$$\frac{\partial^2 h(\varpi, X, Y)}{\partial Y^2} + \frac{1}{4} h(\varpi, X, Y) = \frac{f}{4GM_{int}} \varpi^4 \cos \frac{1}{2}(X + Y) \quad (II.89)$$

Les solutions de cette équation sont de la forme:

$$h(\varpi, X, Y) = \frac{f}{4GM_{int}} \varpi^4 \left[ \cos \theta + (\theta + \Omega t) \sin \theta + C_1(\theta - \Omega t, \varpi) \sin \frac{(\theta + \Omega t)}{2} + C_2(\theta - \Omega t, \varpi) \cos \frac{(\theta + \Omega t)}{2} \right] \quad (II.90)$$

où les fonctions  $C_1$  et  $C_2$  sont à déterminer.

Nous cherchons les solutions en régime permanent sous la même forme que pour le disque auto-gravitant (cf. expression (II.80)). Nous obtenons alors la déformation suivante:

$$h(\varpi, \theta, t) = S(\varpi) \tau \varpi \sin \theta + R H\left(\frac{\varpi}{R}\right) \cos \theta \quad (\text{II.91})$$

où la variable réduite  $\tau$  est ici donnée par:

$$\tau = \sqrt{\frac{\pi G M_{int}}{R^3}} t \quad (\text{II.92})$$

Comme dans le cas du disque auto-gravitant, le premier terme du membre de droite de l'expression (II.91) traduit la précession. Ce terme se développe de la manière suivante:

$$S(\varpi) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{\varpi}{R}\right)^{3/2} \times \frac{3}{2\pi} \frac{M_{ext} R^3}{M_{int} D^3} \sin 2b \quad (\text{II.93})$$

La dépendance en  $\varpi$  est ici plus complexe que pour le disque auto-gravitant.

Le second terme est la déformation statique. Elle est ici donnée par:

$$H\left(\frac{\varpi}{R}\right) = \frac{3}{8} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \sin 2b \frac{R^3}{D^3} \times \frac{\varpi^4}{R^4} \quad (\text{II.94})$$

Nous noterons par la suite:

$$g' = \frac{3}{8} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \sin 2b \frac{R^3}{D^3} \quad (\text{II.95})$$

De la même façon que pour le disque auto-gravitant, nous avons représenté la partie radiale de la déformation statique sur la Figure II.15.

Le profil du disque déformé n'est pas très différent de celui obtenu pour un disque auto-gravitant. La vue en 3 dimensions du disque diffère donc ici très peu de celle présentée sur les Figures II.14; c'est pourquoi elle n'est pas tracée ici.

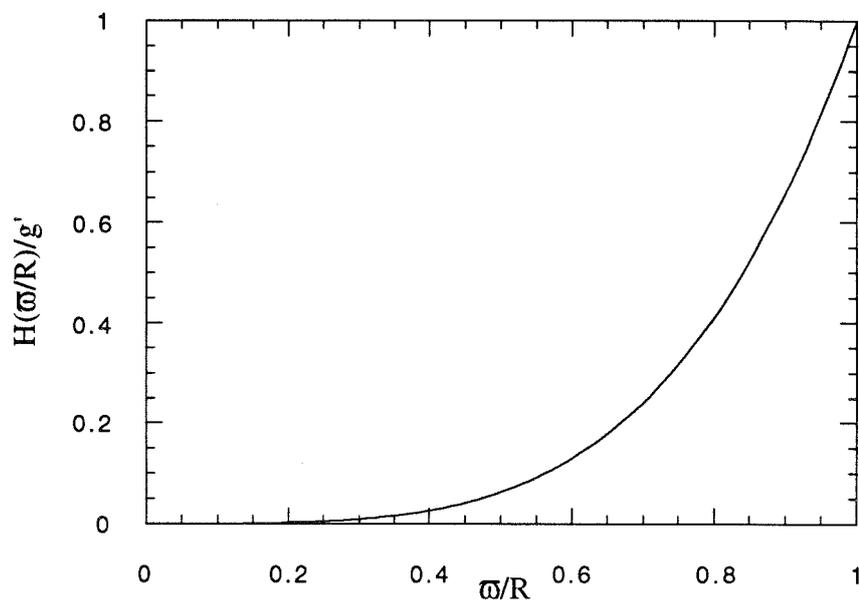


Fig. II.15: Coupe du disque dans le plan  $\theta=0$

## ANNEXE II.A

### Définition des fonctions qui interviennent dans l'expression du potentiel du disque auto-gravitant

L'expression (II.3) donne le potentiel créé par le disque auto-gravitant en un point hors du disque:

$$\psi_n^m(\zeta, \mu, \theta) = - \frac{q_n^m(\zeta) P_n^m(\mu) e^{im\theta}}{q_n^m(0)}$$

$P_n^m$  est une fonction associée de Legendre:

$$P_n^m(\mu) = \frac{1}{2^n n!} (1-\mu^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{d\mu^{n+m}} (\mu^2-1)^n$$

vérifiant l'équation différentielle

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \left[ (1-\mu^2) \frac{\partial P_n^m}{\partial \mu} \right] + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{1-\mu^2} \right] P_n^m = 0$$

et la relation d'orthogonalité

$$\int_{-1}^{+1} P_n^m(\mu) P_n^m(\mu) d\mu = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \delta_{nn'}$$

$q_n^m$  est une fonction de Legendre du second type:

$$q_n^m(\zeta) = (-1)^n \frac{(n+m)!}{(n-m)!} P_n^m(\zeta) \int_{\zeta}^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)[P_n^m(y)]^2}$$

où

$$p_n^m(\zeta) = i^{m-n} P_n^m(i\zeta)$$

vérifiant l'équation différentielle

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ (1+\zeta^2) \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta} \right] + \left[ -n(n+1) + \frac{m^2}{1+\zeta^2} \right] q_n^m = 0$$

## ANNEXE II.B

### Expression de la densité surfacique de masses du disque auto-gravitant dans le cas d'une distribution axisymétrique

La densité surfacique de masses du disque s'écrit, sous la forme la plus générale (cf. expression (II.15), § II.2.1.4):

$$\alpha(\xi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n A_{nm} \frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR \xi} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} \frac{Y_n^m(\xi, \theta)}{\xi}$$

Nous allons montrer ici que lorsque  $\sigma$  ne dépend pas de  $\theta$ , alors  $A_{nm}=0$  si  $m \neq 0$ .

La relation précédente peut s'écrire sous la forme:

$$\xi \alpha(\xi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} Y_n^m(\xi, \theta)$$

$\sigma$  est indépendante de  $\theta$ , donc  $\xi \sigma(\xi, \theta) = \xi \sigma(\xi, 0)$  quelque soit  $\theta$ , c'est-à-dire:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} Y_n^m(\xi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} Y_n^m(\xi, 0)$$

Multipliant cette relation par  $Y_n^{m'*}$ , fonction conjuguée de  $Y_n^m$ , puis intégrant entre 0 et  $2\pi$  sur  $\theta$ , et entre -1 et 1 sur  $\xi$ , il vient:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^{+1} d\xi Y_n^{m'*}(\xi, \theta) Y_n^m(\xi, \theta) = \\ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta_{nm} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^{+1} d\xi Y_n^{m'*}(\xi, \theta) Y_n^m(\xi, 0) \end{aligned}$$

En fait  $\sigma$  n'est définie physiquement que pour  $\xi \geq 0$ , mais il est possible de définir  $\sigma$  pour  $\xi < 0$  en imposant à  $\xi \cdot \sigma(\xi)$  d'être une fonction paire de  $\xi$  (car  $\xi \cdot \sigma(\xi)$  est une combinaison linéaire des  $P_n^m(\xi)$ , qui sont des fonctions paires de  $\xi$ ).

Les  $Y_n^m(\xi, \theta)$ , harmoniques sphériques, vérifient la relation d'orthogonalité:

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_{-1}^{+1} d\xi Y_n^{m'*}(\xi, \theta) Y_n^m(\xi, \theta) = \delta_{n'n} \delta_{m'm}$$

Donc l'égalité précédente s'écrit:

$$\beta_{n'm'} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=-n \\ n-m \text{ pair}}}^n \beta'_{nm} \int_0^{2\pi} d\theta e^{-im'\theta} \int_{-1}^{+1} d\xi P_n^{m'}(\xi) P_n^m(\xi)$$

où les  $\beta'_{nm}$  sont des constantes.

Si  $m' \neq 0$ :

$$\int_0^{2\pi} e^{-im'\theta} d\theta = 0$$

Donc  $\beta_{n'm'} = 0$  si  $m' \neq 0$ .

Or d'après la relation (II.15):

$$\beta_{nm} Y_n^m(\xi, \theta) = A_{nm} \frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR}$$

c'est-à-dire

$$\beta_{nm} (-1)^n \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\xi) e^{im\theta} = A_{nm} \frac{P_n^m(\xi) e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR}$$

alors

$$(\beta_{nm} = 0 \text{ si } m \neq 0) \Rightarrow (A_{nm} = 0 \text{ si } m \neq 0) : \text{CQFD.}$$

## ANNEXE II.C

### Expression de la discontinuité du potentiel créé par une distribution plane de dipôles gravitationnels

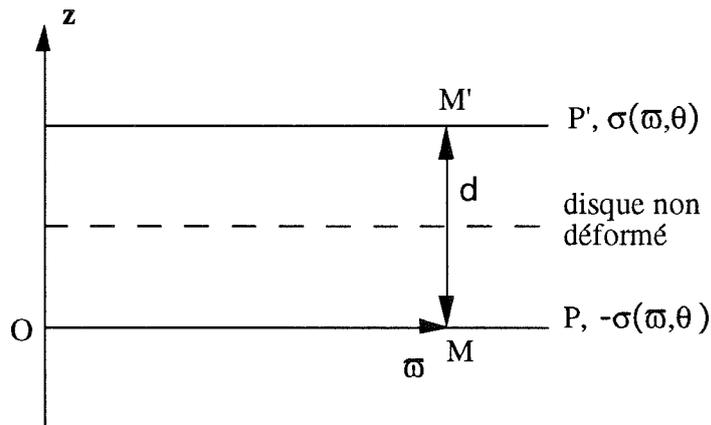
Nous allons montrer ici que le potentiel créé par une couche de dipôles gravitationnels plane, de densité  $D(\vec{\varpi}, \theta)$ , est discontinu à la traversée de la couche, et que cette discontinuité vaut:

$$\delta\Psi_d(\vec{\varpi}) = -4\pi G D(\vec{\varpi})$$

La distribution de dipôles étant plane, nous pouvons écrire la densité sous la forme:

$$D(\vec{\varpi}) = \sigma(\vec{\varpi}) d$$

et nous représentons la distribution de la façon suivante:



P et P' étant des disques.

Les coordonnées de M' sont  $(\mu', \zeta', \theta'=\theta)$ , et les coordonnées de M sont  $(\mu, 0, \theta)$  avec

$$\mu = \sqrt{1 - \frac{\varpi^2}{R^2}}$$

D'après l'expression (II.3), le potentiel créé par le disque P en M' est:

$$\Psi_{(P) \rightarrow M'} = + \frac{q_n^m(\zeta') P_n^m(\mu') e^{im\theta}}{q_n^m(0)}$$

où le signe + vient de ce que la densité surfacique de masses du disque P' est négative, égale à  $-\sigma(\varpi, \theta)$

Montrons que  $\mu' \cong \mu$ :

Comme  $d=z(M')=R\mu'\zeta'$ , alors  $\zeta' = \frac{d}{R\mu'}$

Or

$$x_{M'}^2 + y_{M'}^2 = \varpi'^2 = R^2 (1 - \mu^2) (1 + \zeta^2)$$

et donc

$$\varpi'^2 = R^2 (1 - \mu^2) \left( 1 + \frac{d^2}{R^2 \mu'^2} \right)$$

Finalement l'expression de  $\mu'$  en fonction de  $\varpi'$  est:

$$\mu'^2 = \frac{1}{2} \left[ -\frac{\varpi'^2}{R^2} + 1 - \frac{d^2}{R^2} + \sqrt{\left( \frac{\varpi'^2}{R^2} - 1 + \frac{d^2}{R^2} \right)^2 + 4 \frac{d^2}{R^2}} \right]$$

Compte tenu des expressions des densités de dipôles  $D_1$  et  $D_2$  (cf. § II.2.2.2.b), d vaut  $h(\varpi', \theta, t)$  ou  $h(\varpi, \theta, t)$ . Or, par hypothèse (cf. expression (II.29)):

$$|h(\varpi, \theta, t)| \ll |\vec{\varpi}| \leq R$$

et donc  $d \ll R$ .

Alors l'expression de  $\mu'$  devient:  $\mu'^2 \cong 1 - \frac{\varpi'^2}{R^2} = \mu^2$

Et donc on a bien  $\mu' \cong \mu$ . COFD.

Alors le potentiel créé par le disque P en M' s'écrit:

$$\Psi_{(P) \rightarrow M'} = + \frac{q_n^m(\xi') P_n^m(\mu) e^{im\theta}}{q_n^m(0)}$$

Montrons que  $\zeta' \ll 1$ :

Nous avons entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées sphéroïdales la relation suivante:

$$x_{M'}^2 + y_{M'}^2 = \varpi'^2 = R^2 (1 - \mu'^2) (1 + \zeta'^2) \cong R^2 (1 - \mu^2) (1 + \zeta'^2)$$

Or

$$\vec{OM} = \vec{\omega}' \Rightarrow \omega'^2 = R^2 (1 - \mu^2)$$

Et donc

$$R^2 (1 - \mu^2) \cong R^2 (1 - \mu^2) (1 + \zeta'^2)$$

ce qui entraîne que  $\zeta' \ll 1$ . COFD.

Alors nous pouvons faire un développement limité de  $q_n^m(\zeta')$  au voisinage de 0:

$$q_n^m(\zeta') \cong q_n^m(0) + \zeta' \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(0) \cong q_n^m(0) + \frac{d}{R\mu} \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(0)$$

car  $\zeta' = \frac{d}{R\mu'} \cong \frac{d}{R\mu}$ .

Donc le potentiel créé par le disque P en M' peut s'écrire sous la forme:

$$\Psi_{(P) \rightarrow M'} \cong \left[ 1 + \frac{d}{R\mu} \frac{1}{q_n^m(0)} \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(0) \right] P_n^m(\mu) e^{im\theta}$$

Et de même le potentiel créé par le disque P' en M' est:

$$\Psi_{(P') \rightarrow M'} = - P_n^m(\mu_{/P'}) e^{im\theta}$$

où  $\mu_{/P'}$  est la coordonnée  $\mu$  de M' dans le plan P' (ie  $\mu_{/P'}$  serait la coordonnée  $\mu$  de M' si le 0 de l'axe des z était sur le plan P'). Donc

$$\mu_{/P'} = \sqrt{1 - \frac{\omega'^2}{R^2}} = \mu$$

Et alors le potentiel peut encore se mettre sous la forme:

$$\Psi_{(P') \rightarrow M'} = - P_n^m(\mu) e^{im\theta}$$

Le potentiel total créé par les disques P et P' en M' s'écrit alors de la façon suivante:

$$\Psi_{(P+P') \rightarrow M'} = \Psi_{(P) \rightarrow M'} + \Psi_{(P') \rightarrow M'} = \frac{d}{R\mu} \frac{1}{q_n^m(0)} \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(0) P_n^m(\mu) e^{im\theta}$$

Or d'après l'expression (II.12), la densité surfacique de masses est:

$$\alpha(\vec{\omega}', \theta) = \frac{P_n^m(\mu') e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR\mu'} \equiv \frac{P_n^m(\mu) e^{im\theta}}{2\pi^2 \gamma_n^m GR\mu}$$

avec:

$$\gamma_n^m = \frac{-q_n^m(0)}{\pi \frac{\partial q_n^m}{\partial \zeta}(0)}$$

Et donc le potentiel total créé par la couche de dipôles en M' s'écrit:

$$\Psi_{(P+P') \rightarrow M'} = -2\pi G d \alpha(\vec{\omega}')$$

Soit encore:

$$\Psi_{(P+P') \rightarrow M'} = -2\pi G D(\vec{\omega}')$$

Par raison de symétrie:

$$\Psi_{(P+P') \rightarrow M'} = -\Psi_{(P+P') \rightarrow M}$$

les signes étant opposés car les densités de P et P' sont de signes opposés.

Il s'ensuit que

$$\Psi_{M'} - \Psi_M = 2 \Psi_{M'} = -4\pi G D(\vec{\omega}')$$

où  $\Psi_{M'}$  (resp.  $\Psi_M$ ) est le potentiel créé par la couche de dipôles en M' (resp. en M).

Ce que nous pouvons encore écrire sous la forme:

$$\delta\Psi_d(\vec{\omega}') = -4\pi G D(\vec{\omega}')$$

## ANNEXE II.D

### Expression de la force créée par une distribution plane de dipôles gravitationnels au voisinage de la distribution

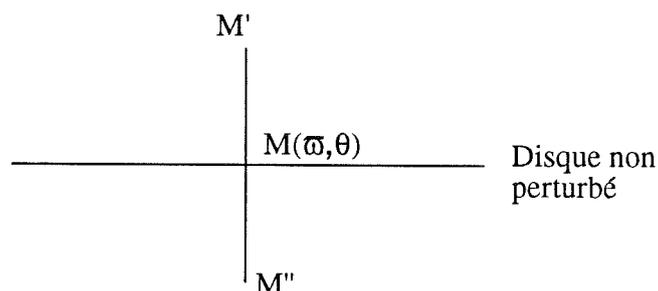
i) *Expression de la densité de dipôles :*

Le potentiel créé par une couche de dipôles plane, de densité  $D(\varpi, \theta)$ , est discontinu à la traversée de la couche et cette discontinuité s'écrit:

$$\delta\Psi_d(\varpi, \theta) = -4\pi G D(\varpi, \theta) \quad (\text{II.D.1})$$

(cf. Annexe II.C)

Soient  $M'$  et  $M''$  deux points situés à la verticale du point du disque  $M(\varpi, \theta)$ , de part et d'autre du disque, et infiniment proches de  $M$ :



Alors

$$\delta\Psi_d(\vec{\varpi}) = \Psi_d(M') - \Psi_d(M'') = 2 \Psi_d(M') \propto D(\vec{\varpi}) \quad (\text{II.D.2})$$

car par raison de symétrie,  $\Psi_d(M') = -\Psi_d(M'')$ .

Le potentiel créé par la couche de dipôles vérifie l'équation de Laplace en tout point hors de la couche:

$$\Delta\Psi_d = 0$$

et donc

$$\Psi_d(\zeta, \mu, \theta) \propto q_n^m(\zeta) P_n^m(\mu) e^{im\theta} \quad (\text{II.D.3})$$

(cf. § II.2.1.2.b: solution de l'équation de Laplace en coordonnées sphériques).

D'autre part, comme  $\Psi_d(M') = -\Psi_d(M'')$ , alors  $\Psi_d(\mu) = -\Psi_d(-\mu)$ . Donc **n-m est impair**.

En reportant (II.D.3) dans (II.D.2) et en tenant compte que

$$\Psi_d(M') = \lim_{\zeta \rightarrow 0, \mu > 0} \Psi_d(\mu, \zeta, \theta) \quad (\text{II.D.4})$$

il vient:

$$D(\vec{\omega}) = P_n^m(\mu) e^{im\theta}, \quad \mu > 0$$

à une constante multiplicative près.

Ici nous sommes sur le disque ( $\zeta=0$ ); les coordonnées sont donc  $\xi$  (cf. expression (II.8)) et  $\theta \in [0, 2\pi]$ . De plus, comme n-m est impair, nous pouvons écrire  $n-m=2k-1$ , avec  $k \geq 1$ .

Alors la densité de dipôles peut se mettre sous la forme:

$$D(\vec{\omega}, \theta) = D(\xi, \theta) = P_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} \quad (\text{II.D.5})$$

pour  $\omega < R$  et  $k \geq 1$ . Nous rappelons que  $\xi = (1 - \omega^2/R^2)^{1/2}$ .

ii) *Expression du potentiel créé par la couche de dipôles :*

Nous allons calculer le coefficient de proportionnalité dans l'expression (II.D.3).

D'après (II.D.1) et (II.D.2):

$$\Psi_d(M') = \frac{\delta \Psi_d}{2} = -2\pi G D(\vec{\omega}, \theta)$$

c'est-à-dire, en tenant compte de (II.D.4) et (II.D.5):

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0, \mu > 0} \Psi_d(\mu, \zeta, \theta) = -2\pi G P_n^m(\xi) e^{im\theta}$$

et donc le potentiel s'écrit:

$$\Psi_d(\mu, \zeta, \theta) = -2\pi G P_n^m(\mu) \frac{q_n^m(\zeta)}{q_n^m(0)} e^{im\theta} \quad (\text{II.D.6})$$

où n-m est impair.

iii) Expression de la force créée par la couche de dipôles :

La force verticale par unité de masse créée par la couche de dipôles au voisinage de la distribution s'écrit:

$$F(\varpi, \theta) = - \overrightarrow{\text{grad}} \Psi(\mu, \zeta \rightarrow 0, \theta) \cdot \vec{k}$$

Et donc d'après les expressions (II.D.6) du potentiel et (II.5) du gradient du potentiel, il vient:

$$F(\varpi, \theta) = \frac{2\pi G}{R} \frac{P_n^m(\mu)}{\mu} e^{im\theta} \frac{\partial q_n^m(0)}{\partial \zeta}$$

De plus  $P_n^m(\mu)$  est une fonction impaire de  $\mu$ , et  $n-m = 2k-1$ . Donc l'expression précédente devient:

$$F(\varpi, \theta) = - \frac{2\pi^2 G}{R\xi} \Gamma_k^m P_{2k+m-1}^m(\xi) e^{im\theta} \quad (\text{II.D.7})$$

où

$$\Gamma_k^m = \frac{-1}{\pi} \frac{\partial q_n^m(0)}{\partial \zeta}$$

## Chapitre III

# DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE D'UN DISQUE DEFORME PAR EFFET DE MAREE

### III.1. INTRODUCTION: DEFORMATION ETUDIEE ET PROCESSUS D'EMISSION DE L'ENERGIE

Il s'agit dans ce chapitre de calculer l'énergie reçue par un observateur terrestre du disque déformé, auto-gravitant ou d'accrétion, et de l'étoile située en son centre.

L'émission du disque est de deux types: le disque réémet le rayonnement qu'il reçoit de l'étoile (*reprocessing* en anglais), et dans le cas du disque d'accrétion, il y a également dissipation d'énergie par frottements visqueux, selon un mécanisme qui a été explicité dans l'introduction.

Dans ce chapitre, l'émission due à l'accrétion sera supposée être la même dans un disque déformé et dans un disque plat. Une étude préliminaire de l'influence de la

déformation sur l'accrétion sera présentée plus loin. Nous nous intéresserons donc ici surtout au *reprocessing*, sur lequel influe la géométrie du disque.

Bien que l'étude analytique de la déformation d'un disque par effet de marée n'ait été faite que pour une faible perturbation, nous étudierons ici une déformation d'amplitude quelconque. La seule hypothèse que nous ferons portera sur le profil du disque, c'est-à-dire sur l'expression de la déformation. Nous supposerons en effet que le profil du disque est donné par

$$h(\varpi, \theta, t) = R H\left(\frac{\varpi}{R}\right) \cos \theta$$

où les variables ont la même signification qu'au chapitre précédent. Nous rappelons que  $\varpi$  et  $\theta$  sont les coordonnées polaires dans le disque non déformé, et que  $h$  est l'amplitude de la déformation (c'est-à-dire la distance d'un point du disque déformé au disque non déformé).

Nous supposerons d'autre part que  $H(\varpi/R)$  est une fonction de  $\varpi$  dont la dérivée à l'origine est nulle, soit, en d'autres termes, que le disque déformé est tangent en son centre au disque non déformé. Comme le rayon de l'étoile est d'autre part très petit devant le rayon  $R$  du disque, ceci implique que la déformation est quasiment nulle au voisinage de l'étoile. Cette hypothèse permet de faire du cas de la faible perturbation caractérisé au chapitre précédent un cas limite de l'étude présentée ici. Pratiquement, nous prendrons pour  $H(\varpi/R)$  soit une des deux fonctions calculées au chapitre précédent (disque auto-gravitant et disque d'accrétion), soit une fonction du type

$$H\left(\frac{\varpi}{R}\right) = g \left(\frac{\varpi}{R}\right)^n$$

où  $n$  est un réel strictement supérieur à 1, et  $g$  est l'amplitude de la déformation sur le bord du disque, en unité  $R$ . Raisonnablement,  $g$  restera inférieur à 1.

Avec la notation  $H(\varpi) = RH(\varpi/R)$ , la déformation s'écrit:

$$h(\varpi, \theta, t) = H(\varpi) \cos \theta$$

cette notation permettant de séparer les variables radiale et angulaire.

Nous supposons donc ici que le profil du disque est donné par le terme statique de la déformation, ce qui rigoureusement n'est pas exact puisque la déformation précesse. Nous justifierons cependant cette approximation dans le Chapitre IV, lors de l'application de cette étude aux objets stellaires jeunes.

Pour obtenir la distribution spectrale d'énergie du disque, il faut au préalable calculer sa température. Pour ce faire, nous nous inspirerons des calculs de température dans un

disque ayant une faible déformation axisymétrique de Ruden & Pollack (1991). Dans le cas qui nous intéresse, il faudra bien sûr prendre en compte le fait que la déformation peut être importante, et qu'elle a une dépendance angulaire (en  $\cos\theta$ ).

## III.2. TEMPERATURE DANS LE DISQUE

### III.2.1. EXPRESSION GENERALE DE LA TEMPERATURE

Les deux faces du disque sont supposées être séparées par un "mur", c'est-à-dire que la diffusion verticale de la chaleur à l'intérieur du disque est négligée. Cette hypothèse permet de considérer que la température est différente sur les deux faces du disque. Il s'agit bien sûr là d'une approximation, mais le disque étant supposé optiquement épais, les températures sur chacune des faces ne seront de toute façon jamais égales. La température de la face la plus froide augmentera cependant, et c'est cette augmentation qui est négligée ici. Quoiqu'il en soit, la déformation affectant surtout les régions du disque qui émettent dans l'infra-rouge, cette sous-estimation de la température sur l'une des faces du disque conduira à une sous-estimation du flux dans l'infra-rouge. Cette approximation ne remettra donc pas en cause nos conclusions.

Compte tenu de la symétrie de la déformation (symétrie par rapport à l'axe  $\theta=0$ ), il suffit de calculer les températures sur la face supérieure du disque pour  $\theta \in [0, \pi]$ , ou encore sur la face supérieure et sur la face inférieure du disque pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ .

#### III.2.1.1. Expression sous forme d'intégrale indéfinie du flux reçu de l'étoile par un point du disque

##### III.2.1.1.a *Eclairement de la face supérieure du disque pour $\theta \in [0, \pi/2]$*

Les grandeurs utilisées et décrites sur la Figure III.1 sont les suivantes:

- $dS$ : surface infinitésimale entourant M sur le disque
- $dA_*$ : surface infinitésimale entourant P sur l'étoile
- $d\Omega_*$ : angle solide sous lequel est vue  $dA_*$  depuis M
- $d\Omega$ : angle solide sous lequel est vue  $dS$  depuis P
- $\mathbf{n}_*$ : normale à la sphère en P
- $\mathbf{n}_d$ : normale au disque en M
- $\mathbf{n} = \mathbf{PM}/PM$
- $s = PM$

les lettres en gras désignant des vecteurs.

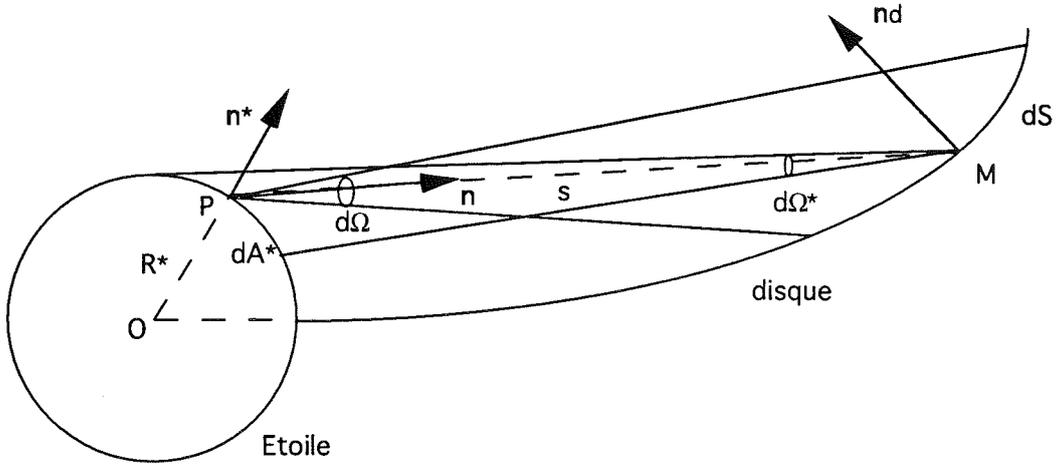


Fig. III.1.

Dans l'hypothèse où l'étoile est un corps noir, le flux émis par l'élément de surface  $dA_*$  de l'étoile sur l'élément de surface  $dS$  du disque à la fréquence  $\nu$  est:

$$d^2\Phi = B_\nu(T_*) dA_* (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{n}) d\Omega$$

où  $B_\nu(T_*)$  est la fonction de Planck à la température  $T_*$  de l'étoile et à la fréquence  $\nu$ .

Comme l'angle solide sous lequel est vu  $dS$  est  $d\Omega = \frac{dS}{s^2} |\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}|$ , alors

$$d^2\Phi = B_\nu(T_*) \frac{dA_*}{s^2} dS (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{n}) |\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}|$$

Et donc le flux reçu de l'étoile par unité de surface en M à la fréquence  $\nu$  est:

$$F_\nu = B_\nu(T_*) \int \int_{A_*} \frac{dA_*}{s^2} (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{n}) |\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}| \quad (\text{III.1})$$

Ainsi exprimé, ce flux est en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$ .

Soit le repère  $\mathfrak{R}_1(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  centré sur le disque, et tel que  $\mathbf{z}$  soit perpendiculaire au disque. Ce repère est représenté sur la Figure III.2.

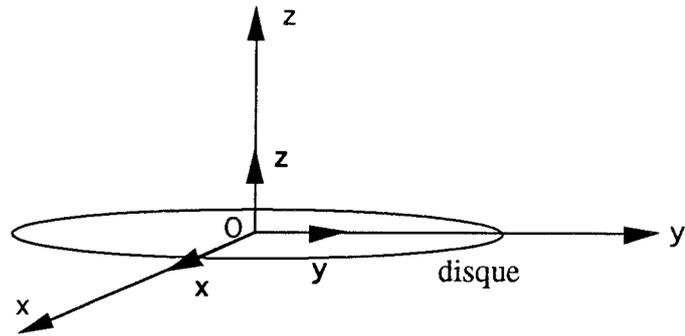


Fig. III.2

Dans ce repère, le point M du disque pour coordonnées cartésiennes:

$$\begin{aligned} x &= \varpi \cos \theta \\ y &= \varpi \sin \theta \\ z &= h(\varpi, \theta) \end{aligned}$$

où  $(\varpi, \theta, h)$  sont les coordonnées cylindriques.

i) *Changement de repère:*

Soit le nouveau repère  $\mathcal{R}_2(M, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  représenté sur la Figure III.3.  $(r, \pi/2 - \beta, \theta)$  sont les coordonnées sphériques de M dans le repère  $\mathcal{R}_1$ , où  $\beta$  est la latitude de M par rapport au disque:

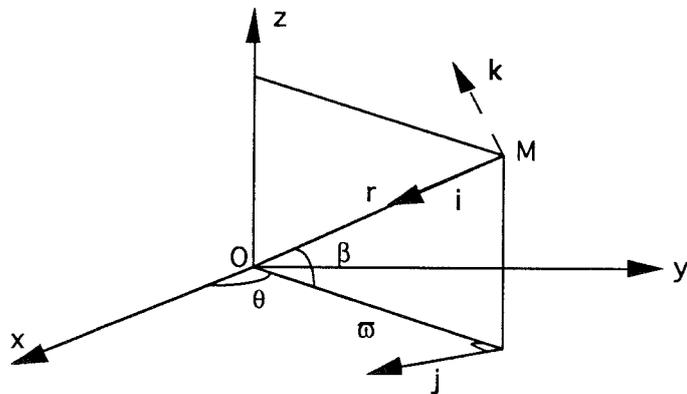


Fig. III.3

Les vecteurs  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  s'expriment de la façon suivante en fonction de  $(x, y, z)$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{i} &= -\cos \beta \cos \theta \mathbf{x} - \cos \beta \sin \theta \mathbf{y} - \sin \beta \mathbf{z} \\ \mathbf{j} &= \sin \theta \mathbf{x} - \cos \theta \mathbf{y} \\ \mathbf{k} &= -\sin \beta \cos \theta \mathbf{x} - \sin \beta \sin \theta \mathbf{y} + \cos \beta \mathbf{z} \end{aligned}$$

Ce repère va être utilisé pour le calcul des deux produits scalaires  $\mathbf{n}^* \cdot \mathbf{n}$  et  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}$ .

ii) Expression de la normale au disque  $\mathbf{n}_d$  :

$\mathbf{n}_d$  s'écrit de la façon suivante dans le repère  $\mathfrak{R}_2$  :

$$\vec{n}_d = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\varpi^2} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \right)^2 + 1}} \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial \varpi} \cos \beta - \sin \beta & \vec{i} \\ \frac{1}{\varpi} \frac{\partial h}{\partial \theta} & \vec{j} \\ \frac{\partial h}{\partial \varpi} \sin \beta + \cos \beta & \vec{k} \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

iii) Expression de  $\mathbf{n}$ , vecteur joignant un point du disque à un point de l'étoile :

Dans le repère  $\mathfrak{R}_2$ , soient  $(s, \phi, \psi)$  les coordonnées sphériques de P:

$$\mathbf{MP} = s \sin \phi \cos \psi \mathbf{i} + s \sin \phi \sin \psi \mathbf{j} + s \cos \phi \mathbf{k} \quad (\text{III.3})$$

alors, comme  $\mathbf{n} = \mathbf{PM}/PM$  :

$$\mathbf{n} = -\sin \phi \cos \psi \mathbf{i} - \sin \phi \sin \psi \mathbf{j} - \cos \phi \mathbf{k} \quad (\text{III.4})$$

iv) Expression de la normale à l'étoile  $\mathbf{n}_*$  :

$$\mathbf{n}_* = \frac{\mathbf{OP}}{OP} = \frac{\mathbf{OM} + \mathbf{MP}}{R_*}$$

où  $R_*$  est le rayon de l'étoile. Or  $\mathbf{OM} = -r \mathbf{i}$ , et donc:

$$\mathbf{n}_* = \frac{1}{R_*} ( -r \mathbf{i} + s \sin \phi \cos \psi \mathbf{i} + s \sin \phi \sin \psi \mathbf{j} + s \cos \phi \mathbf{k} ) \quad (\text{III.5})$$

v) Expression de l'élément de surface de l'étoile  $dA_*$  :

Comme le point P décrit une surface donnée (partie de celle de l'étoile), ses coordonnées sphériques  $(s, \phi, \psi)$  dans le repère  $\mathfrak{R}_2$  sont liées par une relation du type  $s(\phi, \psi)$ ; cette relation est l'équation de la surface décrite par P. Alors

$$\mathbf{MP} = X(\phi, \psi) \mathbf{i} + Y(\phi, \psi) \mathbf{j} + Z(\phi, \psi) \mathbf{k}$$

avec  $X(\phi, \psi) = s(\phi, \psi) \sin \phi \cos \psi$ ,  $Y(\phi, \psi) = s(\phi, \psi) \sin \phi \sin \psi$  et  $Z(\phi, \psi) = s(\phi, \psi) \cos \phi$ .

Et alors l'élément de surface entourant ce point P s'écrit de manière formelle:

$$dA_* = (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{i}) dY \wedge dZ + (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{j}) dZ \wedge dX + (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{k}) dX \wedge dY$$

Pour obtenir  $dX$ ,  $dY$  et  $dZ$ , il est nécessaire de connaître la relation  $s(\phi, \psi)$ . Celle-ci s'obtient en écrivant que

$$OP = OM + MP = -r \mathbf{i} - s \mathbf{n}$$

et que  $OP^2 = R_*^2$ , c'est-à-dire

$$R_*^2 = r^2 + s^2 + 2rs \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} = r^2 + s^2 - 2rs \sin \phi \cos \psi \quad (\text{III.6})$$

Alors  $dX$ ,  $dY$  et  $dZ$  se déduisent de (III.6) par dérivation.

Ce qui permet d'écrire:

$$dA_* = - \frac{s R_* \sin \phi}{1 - \frac{r}{s} \sin \phi \cos \psi} d\phi d\psi \quad (\text{III.7})$$

vi) *Ecriture du flux  $F_v$  à l'aide des angles  $\phi$  et  $\psi$ :*

Dans ce système d'angles, la relation (III.1) devient:

$$F_v = B_v(T_*) \iint_{A_*} \sin \phi |\vec{n}_d \cdot \vec{n}| d\phi d\psi \quad (\text{III.8})$$

vii) *Changement d'angles:*

Par rapport à l'axe polaire  $OM$ , et dans le repère centré sur  $M$ , soient  $\delta$  l'angle polaire et  $\epsilon$  l'angle azimutal de  $P$ :

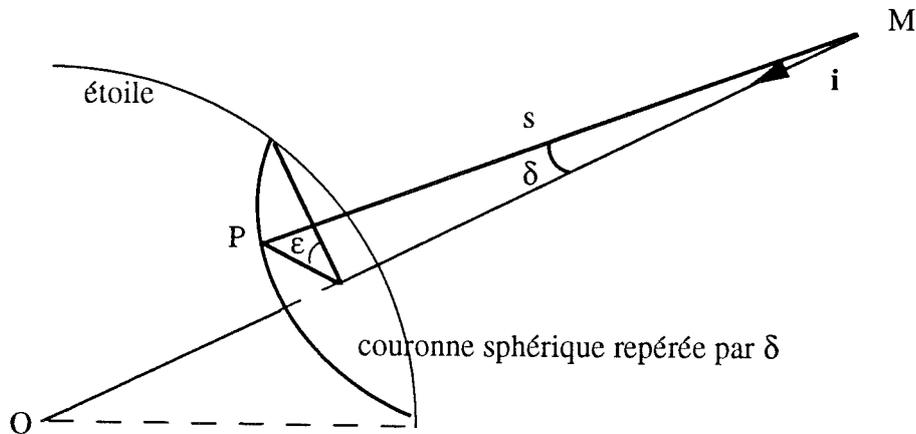


Fig. III.4.

Dans ce système de coordonnées,  $\mathbf{MP}$  s'écrit:

$$\mathbf{MP} = s \cos \delta \mathbf{i} + s \sin \delta \sin \epsilon \mathbf{j} + s \sin \delta \cos \epsilon \mathbf{k} \quad (\text{III.9})$$

L'identification de cette expression avec la précédente écriture (III.3) de  $\mathbf{MP}$  en fonction de  $\phi$  et  $\psi$  permet de trouver la relation entre les angles  $(\phi, \psi)$  et les angles  $(\delta, \epsilon)$ .

Alors dans ce nouveau système l'expression (III.8) du flux devient:

$$F_v = B_v(T_*) \int \int_{A^*} \sin \delta |\vec{n}_d \cdot \vec{n}| d\delta d\epsilon \quad (\text{III.10})$$

Soit, en développant le produit scalaire en fonction de  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\epsilon$ , c'est-à-dire en utilisant les expressions (III.2) et (III.4) et la relation entre les angles  $(\phi, \psi)$  et  $(\delta, \epsilon)$ :

$$F_v = B_v(T_*) \int \int_{A^*} \gamma \sin \delta / \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \cos \beta - \sin \beta \right) \cos \delta + \frac{1}{\varpi} \frac{\partial h}{\partial \theta} \sin \delta \sin \epsilon + \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \sin \beta + \cos \beta \right) \sin \delta \cos \epsilon / d\delta d\epsilon \quad (\text{III.11})$$

avec

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\varpi^2} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \right)^2 + 1}} \quad (\text{III.12})$$

Nous rappelons que par rapport à l'axe polaire OM joignant M au centre du disque O,  $\theta$  est l'angle azimutal et  $\beta$  la latitude, c'est-à-dire  $\tan \beta = h(\varpi, \theta) / \varpi$ .

### III.2.1.1.b Eclairage de la face inférieure du disque pour $\theta \in [0, \pi/2]$

Compte tenu du profil du disque déformé, tous les points situés sur la face inférieure du disque avec  $\theta \in [0, \pi/2]$  ne sont pas éclairés par l'étoile.

Dans ce cas en effet, pour un angle  $\theta$  donné, il existe une distance critique déterminant le point A (cf. Figure III.5) au-delà de laquelle le disque n'est plus éclairé par l'étoile.

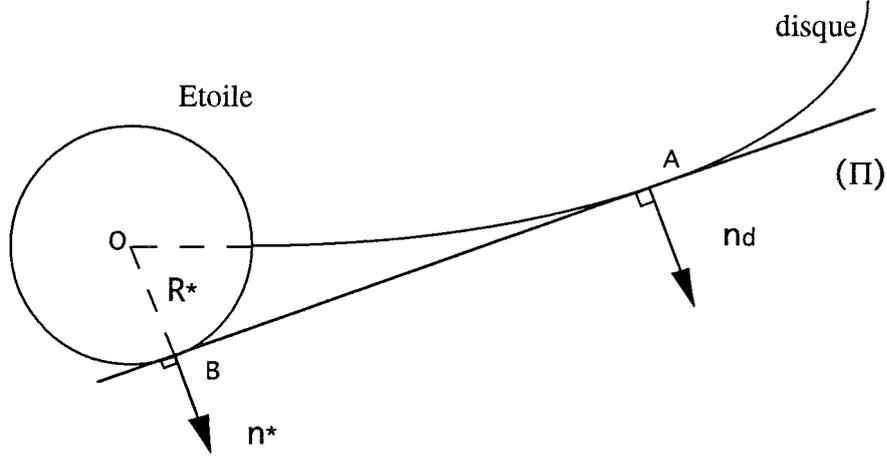


Fig. III.5

Le point A est tel que le plan tangent au disque en ce point est également tangent à l'étoile en un point noté B. La traduction mathématique de cette caractéristique va permettre de trouver une relation entre la distance critique évoquée ci-dessus et l'angle  $\theta$ .

Soient (II) le plan tangent en A au disque, X, Y et Z les coordonnées dans ce plan et x, y et z les coordonnées de A. Toutes ces coordonnées sont cartésiennes et définies dans le repère  $\mathfrak{R}_1$ . Alors  $x = \varpi \cos \theta$ ,  $y = \varpi \sin \theta$ ,  $z = h(\varpi, \theta)$ .

(II) a pour équation:

$$Z - z = (X - x) \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial x} + (Y - y) \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial y}$$

Utilisant l'expression de x, y et z en fonction de  $\varpi$ ,  $\theta$  et h, il est possible d'écrire l'équation de (II) sous la forme:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \cos \theta - \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{\varpi} \right) X + \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \sin \theta + \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{\varpi} \right) Y - Z \\ & - \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \cos \theta - \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{\varpi} \right) x - \left( \frac{\partial h}{\partial \varpi} \sin \theta + \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{\varpi} \right) y + h = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Puisque (II) est également tangent à l'étoile en B( $x_B$ ,  $y_B$ ,  $z_B$ ), son équation peut encore s'écrire de la manière suivante:

$$x_B X + y_B Y + z_B Z - R_*^2 = 0 \quad (\text{III.14})$$

L'identification des deux équations (III.13) et (III.14), et l'égalité vérifiée par les coordonnées de B:  $x_B^2 + y_B^2 + z_B^2 = R_*^2$ , permettent d'obtenir une relation entre  $\theta$  et  $\varpi$  au point A.

Finalemnt, pour un  $\varpi$  donné, il existe un angle  $\theta_0(\varpi)$  tel que si  $\theta \leq \theta_0(\varpi)$  alors le point de coordonnées  $(\varpi, \theta)$  n'est pas éclairé par l'étoile, et si  $\theta \geq \theta_0(\varpi)$  alors le point de coordonnées  $(\varpi, \theta)$  est éclairé par l'étoile.

Pour un  $\varpi$  fixé,  $\theta_0(\varpi)$  s'exprime de la façon suivante en fonction de  $\varpi$ :

$$\cos^2 \theta_0(\varpi) = \frac{\left(\frac{H(\varpi)}{\varpi}\right)^2 + 1}{\frac{\varpi^2}{R_*^2} \left[ \frac{dH(\varpi)}{d\varpi} - \frac{H(\varpi)}{\varpi} \right]^2 - \left[ \left(\frac{dH(\varpi)}{d\varpi}\right)^2 - \left(\frac{H(\varpi)}{\varpi}\right)^2 \right]} \quad (\text{III.15})$$

Cela étant, le flux reçu de l'étoile par un point situé sur la face inférieure du disque s'écrit de la même façon que pour un point situé sur la face supérieure du disque. Seules les bornes d'intégration, c'est-à-dire l'angle solide sous lequel est vue l'étoile, diffèrent.

### III.2.1.2. Détermination des bornes d'intégration: angle solide sous lequel est vue l'étoile depuis un point du disque

Ces bornes d'intégration dépendent bien sûr du point considéré sur le disque, c'est-à-dire de  $\varpi$  et  $\theta$ , mais diffèrent également selon que le point se trouve sur la face supérieure ou inférieure du disque.

D'autre part, chaque point du disque est illuminé par le rayonnement en provenance de deux quarts de sphère de l'étoile. Compte tenu de la symétrie du problème, il suffit de calculer l'illumination par l'un des quarts de sphère, et de multiplier le résultat par deux pour avoir l'illumination totale. Les bornes d'intégration seront donc calculées sur un quart de sphère seulement.

#### III.2.1.2.a Pour un point situé sur la face supérieure du disque avec $\theta \in [0, \pi/2]$

i) Bornes d'intégration sur  $\delta$ :

L'angle  $\delta$  varie entre  $\delta_{\min} = 0$  et  $\delta_{\max} = \text{Arcsin} \frac{R_*}{r}$ , ainsi qu'il est illustré sur la Figure III.6:

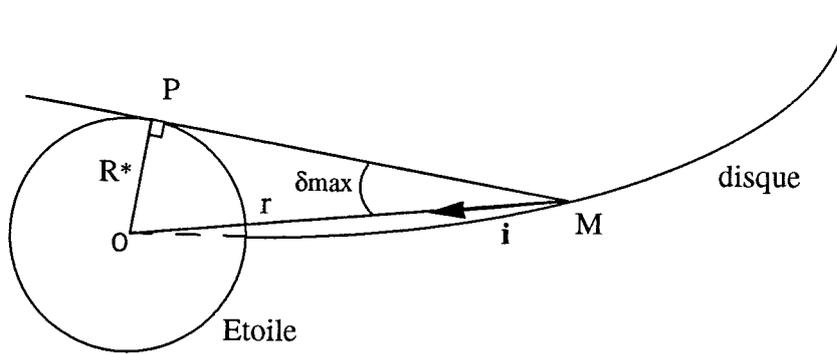


Fig. III.6

ii) Bornes d'intégration sur  $\varepsilon$  :

Les bornes d'intégration sur  $\varepsilon$  dépendent de  $\delta$ , et de sa valeur par rapport à l'angle  $\Delta$  défini sur la Figure III.7.  $\Delta$  est l'angle entre l'axe polaire OM et la droite MH, H étant le point de l'étoile situé sur la droite joignant O à la projection orthogonale de M dans le plan équatorial de l'étoile (point M'). Si  $\delta$  est plus petit que cet angle  $\Delta$ , alors  $\varepsilon$  varie entre  $\varepsilon_{\min} = 0$  et  $\varepsilon_{\max} = \pi$  (cas de la Figure III.7):

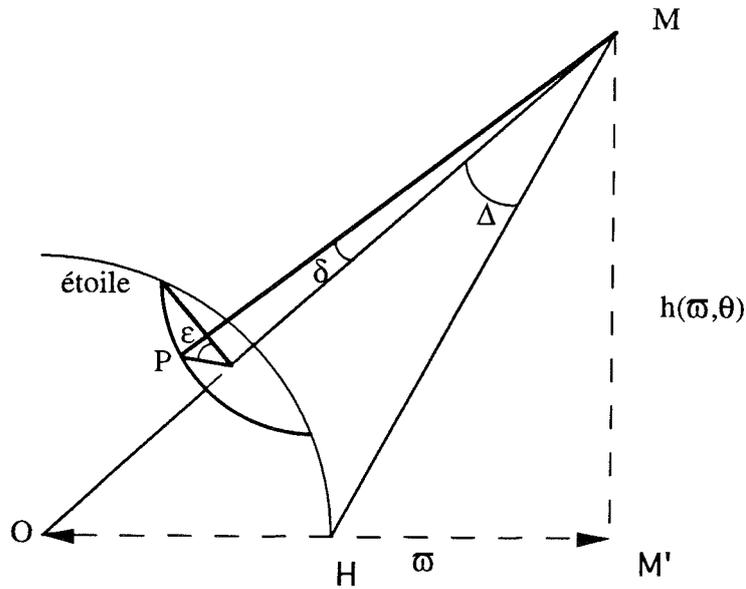


Fig. III.7

$\Delta$  est donné par l'expression suivante:

$$\Delta = \text{Arctan} \frac{h(\varpi, \theta)}{\varpi - R_*} - \text{Arctan} \frac{h(\varpi, \theta)}{\varpi} \quad (\text{III.16})$$

Si  $\delta$  est plus grand que  $\Delta$ , alors  $\varepsilon$  varie entre  $\varepsilon_{\min} = 0$  et  $\varepsilon_{\max}$  (cas de la Figure III.8), où  $\varepsilon_{\max}$  est défini, pour un  $\delta$  donné, par  $z^*=0$ ,  $z^*$  étant la distance du point de l'étoile situé sur la couronne sphérique repérée par  $\delta$  au plan équatorial de l'étoile (ce plan équatorial étant aussi celui du disque non déformé, et donc celui qui est tangent au disque déformé en son centre: les points situés en-deçà de ce plan sur l'étoile ne sont donc pas vus depuis le point M).

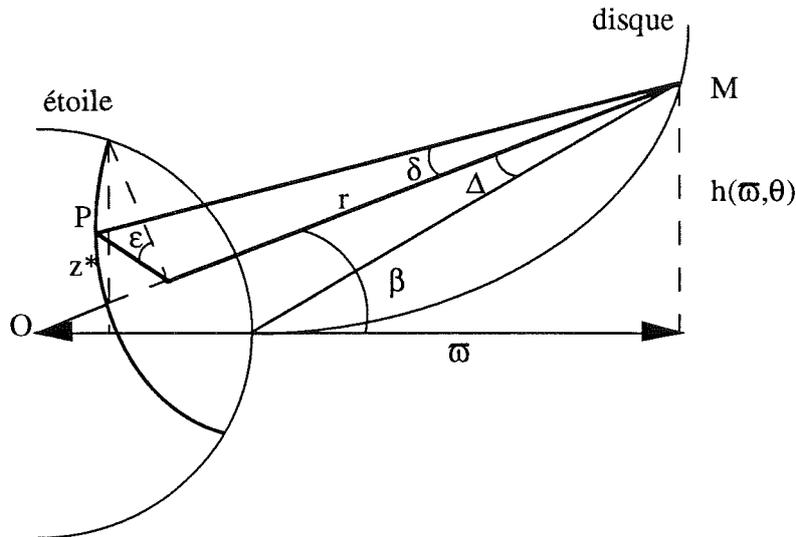


Fig. III.8

Le calcul de  $z^*$  ne présente pas de difficulté particulière, et permet d'établir l'expression de  $\varepsilon_{\max}$ :

$$\varepsilon_{\max} = \text{Arccos} \left[ \frac{1}{\sqrt{\frac{R_*^2}{r^2} - \sin^2 \delta - \cos \delta}} \frac{\tan \beta}{\sin \delta} + \frac{\tan \beta}{\tan \delta} \right] \quad (\text{III.17})$$

III.2.1.2.b Pour un point situé sur la face inférieure du disque avec  $\theta \in [0, \pi/2]$

i) Bornes d'intégration sur  $\delta$ :

Ici, la borne inférieure d'intégration sur  $\delta$ ,  $\delta_{\min}$ , est l'angle entre le plan ( $\Pi$ ) tangent au disque au point considéré et l'axe polaire OM. Cet angle est représenté sur la Figure III.9.



$\epsilon$  varie entre  $\epsilon_{\min}$  et  $\epsilon_{\max} = \pi$  ( $\epsilon_{\max}$  repérant sur la Figure III.10 le point P),  $\epsilon_{\min}$  étant défini sur la Figure III.10. Sur cette figure, ( $\Pi$ ) est toujours le plan tangent au disque au point considéré  $M(\varpi, \theta)$ . Le point définissant  $\epsilon_{\min}$ , P', est le point d'intersection de ce plan ( $\Pi$ ) avec la couronne sphérique définie par  $\delta$ .

$\varpi$ ,  $\theta$  et  $\delta$  étant fixés,  $\epsilon_{\min}$  est solution de l'équation suivante:

$$\cos \beta \left( \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} \tan \beta + 1 \right) \sin \delta \cos \epsilon_{\min} + \frac{1}{\varpi} \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \theta} \sin \delta \sin \epsilon_{\min} + \left( \cos \delta - \frac{r}{s} \right) \cos \beta \left( \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} - \tan \beta \right) + \frac{1}{s} \left( \varpi \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} - h(\varpi, \theta) \right) = 0 \quad (\text{III.19})$$

la solution à retenir étant celle comprise entre  $\pi/2$  et  $\pi$ . Cette équation peut être mise sous la forme d'une équation du second degré en  $\cos \epsilon_{\min}$  ou  $\sin \epsilon_{\min}$ .

### III.2.1.3. Expression de la température en un point du disque sous forme d'intégrale simple définie

L'expression (III.11) du flux reçu de l'étoile par un point du disque à la fréquence  $\nu$  peut se mettre sous la forme:

$$F_{\nu} = 2 B_{\nu}(T_{*}) \int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \gamma \sin \delta d\delta \int_{\epsilon_{\min}(\delta)}^{\epsilon_{\max}(\delta)} d\epsilon | A \cos \delta + B \sin \delta \sin \epsilon + C \sin \delta \cos \epsilon | \quad (\text{III.20})$$

où les bornes d'intégration ont été calculées au paragraphe précédent (§ III.2.1.2). Le facteur 2 vient de ce que ces bornes définissent l'angle solide sous lequel est vu un quart de sphère de l'étoile, et non la demi-sphère. Les coefficients A, B et C sont donnés par identification avec l'expression (III.11) du flux.

D'autre part, l'expression dont il faut prendre la valeur absolue a un signe constant sur la face supérieure du disque d'une part (elle est positive), et sur la face inférieure d'autre part (elle est négative).

Le flux total reçu de l'étoile par un point du disque est obtenu en intégrant sur les fréquences l'expression précédente (III.20). Comme le disque est supposé être à l'équilibre, le flux émis par le disque en un point est égal au flux reçu en ce point augmenté, dans le cas du disque d'accrétion, du flux dû à l'accrétion. D'autre part, le disque étant assimilé à un corps noir, le flux émis en un point est proportionnel à la

puissance quatrième de la température en ce point (le facteur de proportionnalité étant la constante de Stefan  $\sigma$ ). De (III.20) il est donc possible de déduire la température dans le disque:

$$T^4(\varpi, \theta) = \frac{2}{\pi} T_*^4 \times \text{sign} \int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \gamma \sin \delta d\delta \left[ A \cos \delta (\varepsilon_{\max}(\delta) - \varepsilon_{\min}(\delta)) + \right. \\ \left. B \sin \delta (-\cos \varepsilon_{\max}(\delta) + \cos \varepsilon_{\min}(\delta)) + C \sin \delta (\sin \varepsilon_{\max}(\delta) - \sin \varepsilon_{\min}(\delta)) \right] \\ \left( + \frac{3 G \dot{M} M_{\text{int}}}{8 \pi \sigma \varpi^3} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_*}{\varpi}} \right] \right) \quad (\text{III.21})$$

sign vaut +1 si la température est calculée sur la face supérieure du disque, et -1 sinon. La dépendance en  $\varpi$  et  $\theta$  dans l'intégrale vient des coefficients  $\gamma$ , A, B et C.  $\gamma$  est donné par l'expression (III.12); les autres coefficients s'écrivent de la manière suivante:

$$A = \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} \cos \beta - \sin \beta \\ B = \frac{1}{\varpi} \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \theta} \\ C = \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} \sin \beta + \cos \beta \quad (\text{III.22})$$

Le facteur  $1/\pi$  dans l'expression de la température vient de ce que l'intégrale sur les fréquences de la fonction de Planck  $B_\nu(T_*)$  vaut  $\sigma T_*^4/\pi$ .

Le terme entre parenthèses est celui dû à l'accrétion (les parenthèses rappellent qu'il n'y a pas lieu de considérer ce terme dans le cas d'un disque auto-gravitant).  $M_{\text{int}}$  est la masse de l'étoile autour de laquelle gravite le disque.

Dans le cas d'un point situé sur la face inférieure du disque, cette expression de la température n'est bien sûr valable que si le point en question est illuminé par l'étoile (cf. § III.2.1.1.b). La température en un point qui n'est pas éclairé par l'étoile sera supposée nulle.

Si la température est calculée en point situé sur la face supérieure du disque, l'intégrale sur  $\delta$  doit être décomposée en la somme de deux intégrales: l'une ayant pour

bornes 0 et  $\Delta$ , et l'autre  $\Delta$  et  $\delta_{\max}$  (cf. § III.2.1.2.a). Dans la première intégrale en effet,  $\epsilon$  varie entre 0 et  $\pi$ , alors que dans la seconde  $\epsilon$  varie entre 0 et  $\epsilon_{\max}(\delta) < \pi$ .

Dans le cas général, le calcul des bornes d'intégration et de la température se fait numériquement. Cependant, dans le cas de la faible perturbation calculée au Chapitre II, il est possible de simplifier ces expressions et d'obtenir un résultat analytique.

L'expression précédente n'est valable que pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ , mais nous rappelons que la température sur la face supérieure (respectivement inférieure) du disque pour  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  est égale à la température sur la face inférieure (respectivement supérieure) du disque pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ . Pour  $\theta \in [\pi, 2\pi]$ , nous utiliserons la symétrie par rapport à l'axe  $\theta=0$ .

### III.2.2. EXPRESSION ANALYTIQUE DE LA TEMPERATURE DANS LE CAS D'UNE FAIBLE PERTURBATION

Si la perturbation est faible, comme de plus elle est nulle au centre du disque, nous pouvons considérer qu'elle est quasiment nulle au voisinage de l'étoile. Dans cette région, la température sera donc supposée être égale à celle d'un disque plat, et les calculs de températures en fonction de la déformation ne seront donc valables que loin de l'étoile, c'est-à-dire en  $\varpi \gg R^*$ .

#### III.2.2.1. Expression de la température en un point situé sur la face supérieure du disque

Si la déformation est faible, c'est-à-dire  $h(\varpi, \theta) \ll \varpi$ , alors quel que soit l'angle polaire  $\delta$  qui repère une couronne sphérique sur l'étoile, à l'ordre 0 l'angle azimutal  $\epsilon$  varie entre 0 et  $\pi/2$  sur le quart de cette couronne. Ceci apparaît bien sur la Figure III.8, et peut également être calculé à partir de l'expression (III.17) de  $\epsilon_{\max}$  (un développement à l'ordre 0 en  $h(\varpi, \theta)/\varpi$  donne  $\epsilon_{\max} = \pi/2$ ).

Un développement limité au 1er ordre non nul en  $R^*/\varpi$  et  $h(\varpi, \theta)/\varpi$  de l'expression (III.21) de la température donne alors pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ :

$$T^4(\varpi, \theta) = T_*^4 \left[ \frac{2}{3\pi} \left( \frac{R^*}{\varpi} \right)^3 + \frac{1}{2} \left( \frac{R^*}{\varpi} \right)^2 \frac{h(\varpi, \theta)}{\varpi} \left( \frac{\partial \ln h(\varpi, \theta)}{\partial \ln \varpi} - 1 \right) \right] \quad (\text{III.23})$$

Il est important de noter ici que les deux termes du membre de droite sont du même ordre. Or si le premier de ces termes est celui que nous retrouvons dans un disque plat, le second est en revanche dû à la déformation.

*Loin de l'étoile, l'augmentation de la température due à la déformation est donc comparable à la température elle-même d'un disque plat.*

### III.2.2.2. Expression de la température en un point situé sur la face inférieure du disque

Comme précédemment, les bornes d'intégration sur  $\epsilon$  se simplifient: à l'ordre 0,  $\epsilon$  varie en effet entre  $\pi/2$  et  $\pi$ . Un développement limité de l'expression (III.21) donne ici pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ :

$$T^4(\varpi, \theta) = T_*^4 \left[ \frac{2}{3\pi} \left( \frac{R_*}{\varpi} \right)^3 - \frac{1}{2} \left( \frac{R_*}{\varpi} \right)^2 \frac{h(\varpi, \theta)}{\varpi} \left( \frac{\partial \ln h(\varpi, \theta)}{\partial \ln \varpi} - 1 \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3\pi} \right) \left( \frac{h(\varpi, \theta)}{\varpi} \right)^3 \left( \frac{\partial \ln h(\varpi, \theta)}{\partial \ln \varpi} - 1 \right)^3 \right] \quad (\text{III.24})$$

Ici encore les termes dus à la déformation sont du même ordre de grandeur que ceux que nous retrouvons dans un disque plat.

### III.2.3. EXPRESSION DE LA TEMPERATURE DANS UN DISQUE PLAT

Le calcul de la température dans un disque plat est exactement le même que précédemment, avec  $h(\varpi, \theta) = 0$ . L'expression (III.1) du flux et (III.7) de l'élément de surface de l'étoile sont donc toujours valables, mais les produits scalaires s'écrivent maintenant de la façon suivante:

$$OM = -ri = -\varpi i, \text{ et donc } \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{R_*} (\varpi \sin \phi \cos \psi - s)$$

et  $\mathbf{n}_d = \mathbf{k}$ , et donc  $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_d = \cos \phi$

La température s'écrit alors selon l'expression classique:

$$T^4(\varpi, \theta) = \frac{T_*^4}{\pi} \left[ \text{Arcsin} \frac{R_*}{\varpi} - \frac{R_*}{\varpi} \sqrt{1 - \left( \frac{R_*}{\varpi} \right)^2} \right] \quad (\text{III.25})$$

### III.3. DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE DU DISQUE

Le disque étant considéré comme un corps noir, le flux émis par le disque à la fréquence  $\nu$  par unité de fréquence et unité d'angle solide dans la direction  $\mathbf{u}$  est :

$$F_{\nu, \vec{u}}^d = \iint_{\text{disque}} B_{\nu}(T(\varpi, \theta)) dS \vec{n}_d \cdot \vec{u} \quad (\text{III.26})$$

l'intégrale portant sur l'angle solide à travers lequel est vu le disque. Les unités sont ici des  $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ . L'indice supérieur  $d$  indique qu'il s'agit du flux émis par le disque.

La direction de visée  $\mathbf{u}$  est déterminée par deux angles dans le repère  $\mathcal{R}_1$  défini plus haut (cf. Figure III.2): l'angle polaire  $i$  entre  $\mathbf{u}$  et le vecteur  $\mathbf{z}$  perpendiculaire au disque, et l'angle azimutal  $\alpha$  entre la projection de  $\mathbf{u}$  dans le plan  $(x, y)$  du disque non déformé et le vecteur  $\mathbf{x}$ :

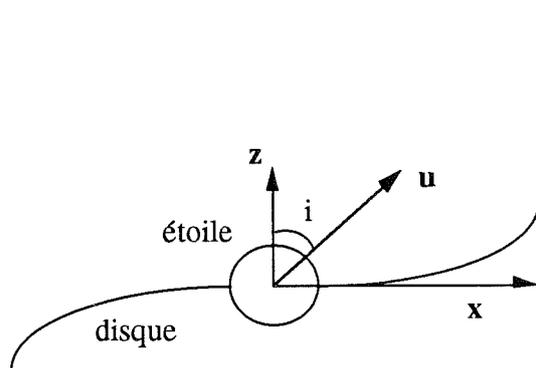


Fig. III.11a

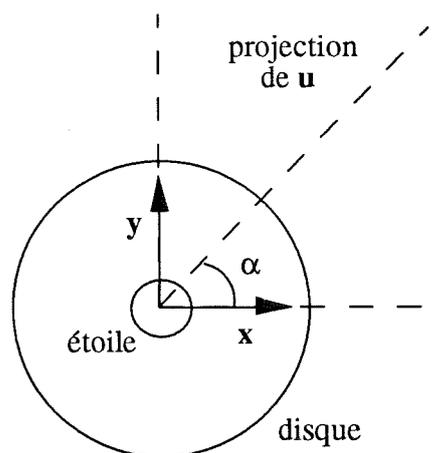


Fig. III.11b

Ces angles sont mis en évidence sur les Figures III.11 : la Figure III.11a est une coupe du disque dans le plan  $(x, z)$ , et la Figure III.11b est la projection du disque dans le plan  $(x, y)$ .

La déformation est symétrique par rapport à l'axe  $x$ : donc la symétrie du problème sera préservée seulement si l'angle azimutal de la direction de visée,  $\alpha$ , vaut  $0$  ou  $\pi$ . C'est pourquoi dans la suite l'étude sera limitée à ces deux cas.

Il apparaît clairement sur la Figure III.11a que si  $\alpha$  vaut  $\pi$ , alors seule la face supérieure du disque sera vue par l'observateur, et ce quelle que soit la valeur de l'angle polaire  $i$ , alors que si  $\alpha$  vaut  $0$  l'observateur pourra voir des régions de la face inférieure du disque. Dans ce cas-là, selon la valeur de  $i$ , les régions centrales du disque pourront être occultées par la déformation, où vues par dessous. Le cas  $\alpha=0$  est une configuration

très complexe, mais qui permet d'obtenir des résultats originaux. C'est pourquoi il sera étudié en détail dans la suite.

Avec les notations qui précèdent, le produit scalaire  $dS \vec{n}_d \cdot \vec{u}$  a pour expression:

$$dS \vec{n}_d \cdot \vec{u} = \varpi \left[ \left( \frac{1}{\varpi} \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \theta} \sin \theta - \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} \cos \theta \right) \cos \alpha \sin i - \left( \frac{1}{\varpi} \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \theta} \cos \theta + \frac{\partial h(\varpi, \theta)}{\partial \varpi} \sin \theta \right) \sin \alpha \sin i + \cos i \right] d\varpi d\theta \quad (\text{III.27})$$

$\vec{n}_d$  étant ici orientée dans le sens des  $z$  positifs. Il s'agit donc du vecteur normal au disque au point  $(\varpi, \theta)$  de la face supérieure du disque, la normale au point  $(\varpi, \theta)$  de la face inférieure étant de sens opposé.

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons caractériser les points du disque vus par l'observateur, afin de déterminer le domaine d'intégration de l'expression du flux (III.26).

### III.3.1. CAS OU L'ANGLE AZIMUTAL DE LA DIRECTION DE VISEE EST $\pi$

#### III.3.1.1. Cas général d'une perturbation quelconque

Dans ce cas-là, ainsi qu'il a été dit plus haut, seule la face supérieure du disque est vue par l'observateur. L'intégrale sur le disque (III.26) est donc deux fois l'intégrale sur la face supérieure pour  $\theta \in [0, \pi]$ , ou encore deux fois l'intégrale sur la face supérieure et la face inférieure pour  $\theta \in [0, \pi/2]$ .

Certains points pour lesquels  $\theta \in [0, \pi/2]$  ne seront cependant pas vus par l'observateur, car cachés par l'étoile, ainsi que le met en évidence la Figure III.12:

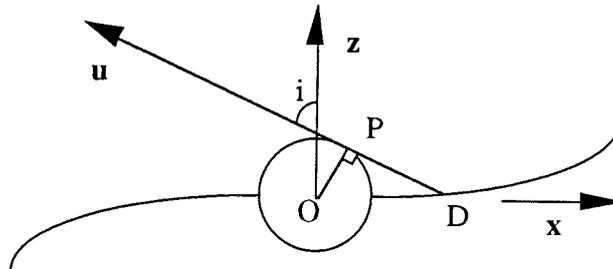


Fig. III.12

Les vecteurs  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{z}$  étant coplanaires, il existe un plan contenant le point  $M(\varpi, \theta)$ , dont nous cherchons à savoir s'il est vu par l'observateur, et ces deux vecteurs. C'est dans ce plan, d'équation  $y = \varpi \sin \theta = C$  où  $C$  est une constante, que l'étude est faite. Si  $C > R^*$ , où  $R^*$  est le rayon de l'étoile, alors l'intersection de l'étoile avec ce plan est vide, et tous les points qui appartiennent à l'intersection du disque et de ce plan sont vus par l'observateur. Dans le cas contraire, représenté sur la Figure III.12, les points dont l'abscisse est comprise entre 0 et l'abscisse du point D sont cachés par l'étoile. Les coordonnées cartésiennes du point P, sachant que ce point appartient à l'étoile, au plan d'équation  $y = C$ , et que la tangente en ce point à l'étoile est  $\mathbf{u}$ , sont:

$$\begin{aligned} x_P &= \sqrt{R^{*2} - C^2} \cos i \\ y_P &= C \\ z_P &= \sqrt{R^{*2} - C^2} \sin i \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Pour obtenir, les coordonnées du point D,  $\varpi_D$  et  $\theta_D$ , il suffit d'écrire que  $\mathbf{PD}$  et  $\mathbf{u}$  sont colinéaires, et que D appartient au plan d'équation  $y = C$ .  $\varpi_D$  vérifie alors l'équation:

$$\left[ H(\varpi_D) \sqrt{1 - \frac{C^2}{\varpi_D^2}} - z_P \right] \sin i + \left[ \varpi_D \sqrt{1 - \frac{C^2}{\varpi_D^2}} - x_P \right] \cos i = 0 \quad (\text{III.29})$$

où  $H$  est la partie radiale de la déformation  $h$  (la définition en a été donnée au début de ce chapitre), l'angle s'écrivant:

$$\theta_D = \text{Arcsin} \frac{C}{\varpi_D}$$

Soit la fonction  $p(\varpi, \theta)$  définie de la manière suivante: si  $M(\varpi, \theta)$  est vu par l'observateur, alors  $p(\varpi, \theta) = 1$ , sinon  $p(\varpi, \theta) = 0$ . Dans le cas présent, si  $\varpi \sin \theta = C < R^*$ , alors  $p(\varpi, \theta) = 1$  si et seulement si  $\varpi \cos \theta < \varpi_D \cos \theta_D$ ,  $\varpi_D$  et  $\theta_D$  étant calculés comme il est indiqué ci-dessus; et si  $\varpi \sin \theta = C > R^*$ , alors  $p(\varpi, \theta) = 1$  pour tous les points  $(\varpi, \theta)$  du plan.

Et l'expression (III.26) du flux émis par le disque se décompose alors de la manière suivante:

$$F_{\nu, \vec{u}}^d = 2 \int_{R^*}^R d\varpi \left[ \int_0^{\pi/2} d\theta B_\nu(T_{face\ sup}(\varpi, \theta)) f(\varpi, \theta) + \int_{\theta_0(\varpi)}^{\pi/2} d\theta B_\nu(T_{face\ inf}(\varpi, \theta)) f(\varpi, \theta) \right] \quad (\text{III.30})$$

où  $\theta_0(\varpi)$  a été défini au § III.2.1.1.b, et  $f(\varpi, \theta)$  est le produit scalaire  $dS \mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  avec  $\alpha = \pi$  (cf. expression (III.27)) que multiplie la fonction  $p(\varpi, \theta)$ . Les températures sont données

par l'expression (III.21), les indices *face sup.* (respectivement *face inf.*) indiquant qu'elles sont calculées sur la face supérieure (respectivement inférieure) du disque. Cette précision intervient dans le choix des bornes d'intégration des intégrales (III.21). Nous rappelons que R est le rayon du disque.

Le calcul de cette intégrale sera effectué numériquement.

### III.3.1.2. Cas d'une faible perturbation

Dans le cas d'une faible perturbation, l'intégrale sur  $\varpi$  sera décomposée en la somme de deux intégrales: l'une de  $R^*$  à  $nR^*$ , et l'autre de  $nR^*$  à R, où n est un entier grand devant 1. Alors dans la première intégrale la température sera prise égale à sa valeur dans un disque non déformé (expression (III.25)), et dans la seconde intégrale elle sera donnée par les expressions (III.23) et (III.24) (car alors dans cette intégrale  $\varpi$  est grand devant  $R^*$ ).

D'autre part, dans ce cas, un développement au premier ordre non nul du produit scalaire (III.27) donne:

$$dS \mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u} = \varpi \cos i \, d\varpi \, d\theta \quad (\text{III.31})$$

qui est la valeur du produit scalaire dans un disque non déformé.

*Donc dans le cas d'une faible perturbation, la modification de la température dans le disque résultant de la déformation est du même ordre que la température dans le disque non déformé, alors que la perturbation de la géométrie n'intervient que de manière secondaire dans le calcul de l'angle solide sous lequel est vu le disque.*

### III.3.2. CAS OU L'ANGLE AZIMUTAL DE LA DIRECTION DE VISEE EST NUL

Ainsi qu'il a déjà été souligné, ce cas est très complexe car l'observateur peut voir à la fois la face supérieure et la face inférieure du disque. Pour des raisons de symétrie, l'étude suivante est toujours limitée au cas  $\theta \in [0, \pi]$ . Quatre régions du disque sont alors à étudier séparément: les faces supérieures et les faces inférieures pour  $\theta \in [0, \pi/2]$  et  $\theta \in [\pi/2, \pi]$ . Nous allons écrire les conditions mathématiques qui permettent de savoir si un point du disque est vu ou non par l'observateur, et donc de définir la fonction  $p(\varpi, \theta)$ .

### III.3.2.1. Points de la face supérieure pour $\theta \in [0, \pi/2]$ vus par l'observateur

Ici, les conditions pour qu'un point soit vu par l'observateur sont que le produit scalaire de la normale au disque en ce point et de la direction de visée soit positif, et que ce point ne soit pas caché à l'observateur par la déformation du disque.

La Figure III.13 illustre le cas où le point M est caché par la déformation:

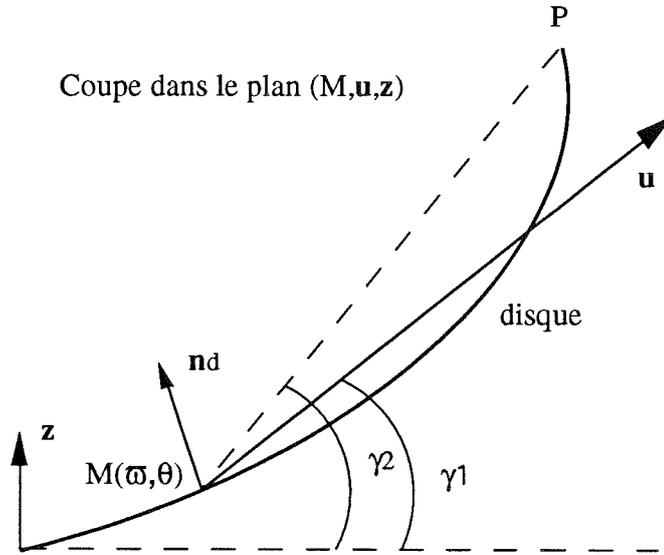


Fig. III.13

Nous nous plaçons toujours dans le plan contenant le point  $M(\varpi, \theta)$ , dont nous cherchons à savoir s'il est vu par l'observateur, et les vecteurs  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{z}$ . Alors la condition pour que M ne soit pas caché à l'observateur par la déformation est que  $\gamma_2$  soit inférieur à  $\gamma_1$ , ces deux angles étant définis sur la Figure III.13.

$\gamma_1$  est donné par la relation simple suivante:

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - i$$

et  $\gamma_2$  s'exprime sous la forme:

$$\gamma_2 = \text{Arcsin} \frac{h(\varpi_P, \theta_P) - h(\varpi, \theta)}{MP}$$

où  $\varpi_P$  et  $\theta_P$  sont les coordonnées du point P.

P étant sur le bord du disque et dans le plan  $(M, \mathbf{u}, \mathbf{z})$  d'équation  $y = \varpi \sin \theta = \text{constante}$ , ses coordonnées sont données par:

$$\varpi_P = R \quad \text{et} \quad \theta_P = \text{Arcsin} \frac{\varpi}{\varpi_P} \sin \theta$$

La deuxième condition est que  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  soit positif, c'est-à-dire que l'expression (III.27) avec  $\alpha = 0$  soit positive.

En chaque point  $M(\varpi, \theta)$  situé sur la face supérieure du disque avec  $\theta \in [0, \pi/2]$ , il suffit donc de vérifier si les deux conditions énoncées ci-dessus sont vérifiées. Si c'est le cas,  $p(\varpi, \theta) = 1$ , et sinon, c'est-à-dire si le point  $M$  n'est pas vu par l'observateur,  $p(\varpi, \theta) = 0$ .

### III.3.2.2. Points de la face supérieure pour $\theta \in [\pi/2, \pi]$ vus par l'observateur

Dans ce cas, les deux conditions énoncées ci-dessus pour  $\theta \in [0, \pi/2]$  restent valables, et s'écrivent de la même manière. Mais ici il faut ajouter une condition supplémentaire, car le point considéré peut être caché par l'étoile. Cette condition est analogue à celle donnée pour  $\alpha = \pi$  (cf. § III.3.1.1.), mais dans les expressions (III.28) le signe de l'abscisse du point  $P$  change. Ici:

$$\begin{aligned} x_P &= -\sqrt{R_*^2 - C^2} \cos i \\ y_P &= C \\ z_P &= \sqrt{R_*^2 - C^2} \sin i \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

et  $\theta_D \in [\pi/2, \pi]$ , c'est-à-dire

$$\theta_D = \pi - \text{Arcsin} \frac{C}{\varpi_D}$$

L'équation vérifiée par  $\varpi_D$  diffère de l'équation (III.29) par le signe des coordonnées du point  $D$ . Ici:

$$\left[ -H(\varpi_D) \sqrt{1 - \frac{C^2}{\varpi_D^2}} - z_P \right] \sin i - \left[ -\varpi_D \sqrt{1 - \frac{C^2}{\varpi_D^2}} - x_P \right] \cos i = 0 \quad (\text{III.33})$$

### III.3.2.3. Points de la face inférieure pour $\theta \in [0, \pi/2]$ vus par l'observateur

Ici la condition est très simple: pour qu'un point soit vu par l'observateur, il suffit que le produit scalaire de la normale au disque en ce point et de la direction de visée soit positif. Les normales des faces supérieure et inférieure étant opposées, cette condition est vérifiée si l'expression (III.27) avec  $\alpha = 0$  est négative.

III.3.2.4. Points de la face inférieure pour  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  vus par l'observateur

Ce cas est le plus complexe des quatre.

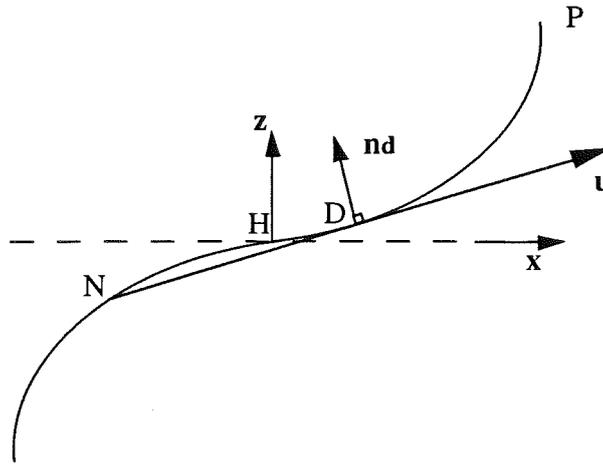


Fig. III.14

Sur la Figure III.14 est représentée une coupe du disque dans un plan  $(\mathbf{u}, \mathbf{z})$  dans lequel l'intersection avec l'étoile est vide. Ce plan a pour équation  $y = \varpi \sin \theta = C$ , où  $C$  est une constante telle que  $C > R_*$ , et  $\varpi$  et  $\theta$  les coordonnées d'un point  $M$  appartenant à ce plan et dont on cherche à savoir s'il est vu ou non par l'observateur ( $\theta \in [\pi/2, \pi]$ ). Sur cette figure,  $D$  est le point du disque tel qu'en ce point la tangente au disque soit  $\mathbf{u}$ , et  $N$  est l'intersection du disque avec la droite  $(D, \mathbf{u})$  (plus loin seront données les conditions d'existence de  $D$ ). Alors tous les points situés au-delà de  $N$  dans ce plan sont vus par l'observateur. C'est-à-dire sont vus les points  $P(\varpi_P, \theta_P)$  tels que  $\varpi_P \cos \theta_P \leq \varpi_N \cos \theta_N$ , où  $\varpi_N$  et  $\theta_N$  sont les coordonnées du point  $N$ . Il faut donc caractériser  $\varpi_N$  et  $\theta_N$ , et pour cela déterminer les coordonnées  $\varpi_D$  et  $\theta_D$  du point  $D$ . Pour ce faire, il suffit d'écrire que la normale au disque en  $D$ ,  $\mathbf{n}_D$ , est perpendiculaire à  $\mathbf{u}$ , et que  $D$  appartient au plan d'équation  $y = \varpi \sin \theta = C$ . D'après ces conditions,  $\varpi_D$  vérifie l'équation suivante:

$$\left[ C^2 \frac{H(\varpi_D)}{\varpi_D} + (\varpi_D^2 - C^2) \frac{dH}{d\varpi}(\varpi_D) \right] \sin i - \varpi_D^2 \cos i = 0 \quad (\text{III.34})$$

l'angle s'écrivant:

$$\theta_D = \text{Arcsin} \frac{\varpi}{\varpi_D} \sin \theta$$

Les coordonnées de  $N$  s'obtiennent en écrivant que le vecteur  $\mathbf{ND}$  est colinéaire à  $\mathbf{u}$ , et que  $N$  appartient au disque et au plan d'équation  $y = \varpi \sin \theta = C$ . Alors  $\varpi_N$  vérifie l'équation suivante:

$$\left[ H(\varpi_D) \cos \theta_D + H(\varpi_N) \sqrt{1 - \frac{\varpi^2}{\varpi_N^2} \sin^2 \theta} \right] \sin i - \left[ \varpi_D \cos \theta_D + \varpi_N \sqrt{1 - \frac{\varpi^2}{\varpi_N^2} \sin^2 \theta} \right] \cos i = 0 \quad (\text{III.35})$$

l'angle s'écrivant:

$$\theta_N = \pi - \text{Arcsin} \frac{\varpi}{\varpi_D} \sin \theta$$

Alors  $p(\varpi, \theta) = 1$  si  $\varpi \cos \theta \leq \varpi_N \cos \theta_N$ , et  $p(\varpi, \theta) = 0$  sinon.

Ce qui précède n'est bien sûr valable que si le point D existe.

Si le produit scalaire  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  est positif au point P situé sur le bord supérieur du disque dans le plan  $(\mathbf{u}, \mathbf{k})$ ,  $\mathbf{n}_d$  étant orientée dans le sens des  $z$  positifs, alors il est positif en tout point du disque appartenant à ce plan: dans ce cas-là, le point D n'existe pas, et aucun des points de la face inférieure pour  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  n'est vu par l'observateur. C'est-à-dire  $p(\varpi, \theta) = 0$  pour tout  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  dans ce plan.

Si le produit scalaire  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  est négatif au point H situé sur l'axe  $x=0$  dans ce plan, alors il est négatif en tout point du disque appartenant à ce plan: là encore le point D n'existe pas, mais tous les points de la face inférieure pour  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  sont vus par l'observateur. C'est-à-dire  $p(\varpi, \theta) = 1$  pour tout  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  dans ce plan.

Enfin, si  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  est négatif au point P et positif au point H, alors D existe et ses coordonnées sont calculées ainsi qu'il a été exposé ci-dessus.

Si  $y = \varpi \sin \theta < R^*$ , l'intersection avec l'étoile du plan  $(\mathbf{u}, \mathbf{z})$  n'est pas vide, et donc le problème est un peu différent, ainsi que le met en évidence la Figure III.15:

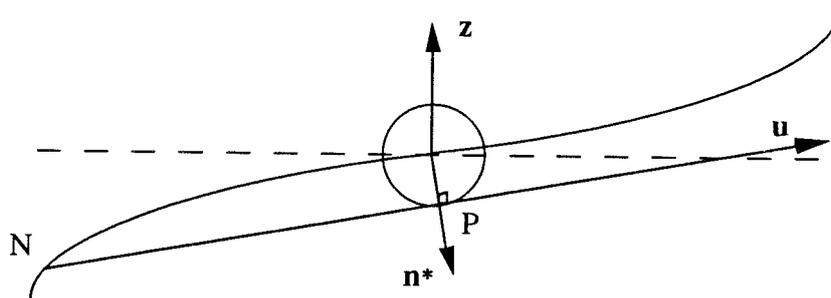


Fig. III.15

Ici sont vus les points  $Q(\varpi_Q, \theta_Q)$  tels que  $\varpi_Q \cos \theta_Q \leq \varpi_N \cos \theta_N$ , où  $\varpi_N$  et  $\theta_N$  sont les coordonnées du point N, intersection du disque et de la droite de direction  $\mathbf{u}$  qui est tangente à l'étoile. Les coordonnées du point P se calculent de la même façon qu'au § III.3.1.1, mais dans les expressions (III.28) le signe de la côte du point P change. Ici:

$$\begin{aligned} x_P &= \sqrt{R_*^2 - C^2} \cos i \\ y_P &= C \\ z_P &= -\sqrt{R_*^2 - C^2} \sin i \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Et de la même manière qu'au § III.3.1.1., nous calculons que  $\varpi_N$  vérifie l'équation:

$$\left[ -H(\varpi_N) \sqrt{1 - \frac{C^2}{\varpi_N^2}} - z_P \right] \sin i - \left[ -\varpi_N \sqrt{1 - \frac{C^2}{\varpi_N^2}} - x_P \right] \cos i = 0 \quad (\text{III.37})$$

l'angle s'écrivant:

$$\theta_N = \pi - \text{Arcsin} \frac{C}{\varpi_N}$$

Alors  $p(\varpi, \theta) = 1$  si  $\varpi \cos \theta \leq \varpi_N \cos \theta_N$ , et  $p(\varpi, \theta) = 0$  sinon.

### III.3.2.5. Expression du flux

L'expression (III.26) du flux émis par le disque s'écrit:

$$\begin{aligned} F_{\nu, \vec{u}}^d &= 2 \int_{R_*}^R d\varpi \left[ \int_0^{\pi/2} d\theta B_{\nu} (T_{face \ sup.}(\varpi, \theta)) f(\varpi, \theta) + \int_{\theta_0(\varpi)}^{\pi/2} d\theta B_{\nu} (T_{face \ inf.}(\varpi, \theta)) f(\varpi, \theta) \right] \\ &+ 2 \int_{R_*}^R d\varpi \left[ \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta B_{\nu} (T_{face \ inf.}(\varpi, \theta)) f(\varpi, \theta) + \int_{\pi/2}^{\pi - \theta_0(\varpi)} d\theta B_{\nu} (T_{face \ sup.}(\varpi, \theta)) f(\varpi, \theta) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

où  $f(\varpi, \theta)$  est le produit scalaire  $dS \mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  avec  $\alpha = 0$  (cf. expression (III.27)) que multiplie la fonction  $p(\varpi, \theta)$  calculée dans les paragraphes précédents.

Ici il n'y a pas lieu de donner des résultats dans le cas d'une faible perturbation, car dans ce cas le disque n'est vu que sur sa face supérieure (au premier ordre non nul), et comme alors  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{u}$  ne dépend pas de  $\alpha$  (cf. expression (III.31)), les résultats sont ceux obtenus pour  $\alpha = \pi$  (§ III.3.1.2.).

### III.4. DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE DE L'ETOILE

#### III.4.1. CAS OU L'ANGLE AZIMUTAL DE LA DIRECTION DE VISEE EST $\pi$

La déformation n'influe pas ici sur le calcul de l'angle solide sous lequel est vue l'étoile. Dans ce cas en effet, l'étoile est uniquement occultée par le plan du disque non déformé, ainsi que le met en évidence la Figure III.16 (la partie hachurée est occultée):

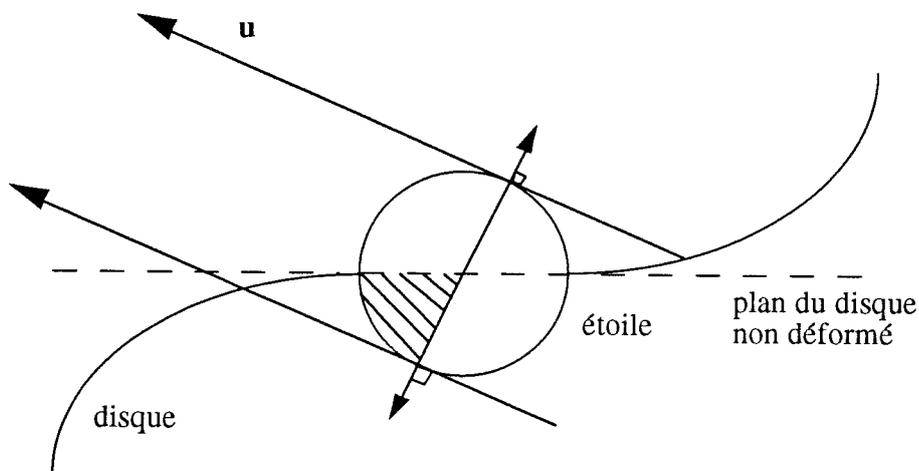


Fig. III.16

Cette occultation est due à la présence de matière dans ce plan au voisinage de l'étoile (nous avons vu que le disque déformé est tangent en son centre au disque non déformé, c'est-à-dire que les régions centrales du disque ne subissent pas la déformation).

Le calcul de la fraction d'étoile occultée sera donc fait comme si le disque n'était pas déformé.

Sur la Figure III.17, la direction de visé  $\mathbf{u}$  est quelconque. Le vecteur  $\mathbf{y}'$  appartient au plan  $(O, \mathbf{u}, \mathbf{z})$ , et le vecteur  $\mathbf{x}'$  est tel que le trièdre  $(\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{u})$  est direct. Dans ce repère  $(O, \mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{u})$ , le point P de l'étoile est caractérisé par son angle polaire  $\psi$  et par son angle azimutal  $\varphi$ .

Si l'angle polaire  $i$  de la direction de visée est nul, l'observateur voit la surface décrite lorsque  $\psi$  varie de  $0$  à  $\pi/2$  et  $\varphi$  de  $0$  à  $2\pi$ . Mais dans le cas général d'un angle  $i$  non nul, l'observateur voit une surface plus petite; en effet, dans ce cas, pour un  $\psi$  donné  $\varphi$  doit être tel que la côte  $z$  du point P repéré par ces coordonnées soit positive.

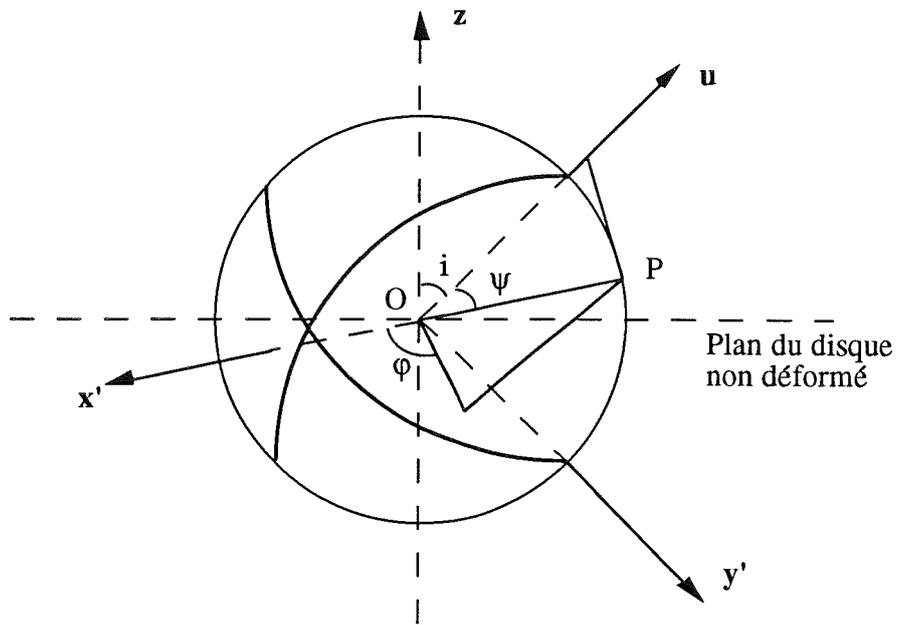


Fig. III.17

Cette côte  $z$  est donnée par l'expression suivante:

$$z = OP.z = -R* \sin \psi \sin \phi \sin i + R* \cos \psi \cos i$$

Donc pour un  $\psi$  donné,  $\phi$  varie de 0 à  $\phi_{lim}(\psi)$  et de  $\pi - \phi_{lim}(\psi)$  à  $2\pi$ , où

$$\phi_{lim}(\psi) = \text{Arsin}(\cot \tan i \cot \tan \psi)$$

si  $\cot \tan i \cot \tan \psi \leq 1$ , et  $\phi_{lim}(\psi) = \pi/2$  sinon.

Alors le flux émis par l'étoile dans l'angle solide sous lequel elle est vue par l'observateur s'écrit:

$$F_{v,u}^* = B_v(T_*) \int_0^{\pi/2} R_*^2 \sin \psi \cos \psi d\psi \left[ \int_0^{\phi_{lim}(\psi)} d\phi + \int_{\pi - \phi_{lim}(\psi)}^{2\pi} d\phi \right]$$

Ce flux est en  $W.sr^{-1}.Hz^{-1}$ . L'indice supérieur \* indique qu'il s'agit du flux émis par l'étoile.

Cette expression peut être mise sous la forme suivante:

$$F_{v,u}^* = \pi R_*^2 B_v(T_*) (1 - f) \tag{III.39}$$

où  $f$  est donné par:

$$f = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[ \frac{\pi}{2} - \varphi_{lim}(\psi) \right] \sin 2\psi d\psi \quad (\text{III.40})$$

ce terme étant bien sûr inférieur à 1.

### III.4.2. CAS OU L'ANGLE AZIMUTAL DE LA DIRECTION DE VISEE EST NUL

#### III.4.2.1. Flux reçu de l'hémisphère nord de l'étoile

Dans ce cas, l'étoile est non seulement occultée par le plan du disque non déformé, mais peut également être cachée à cause de la déformation elle-même.

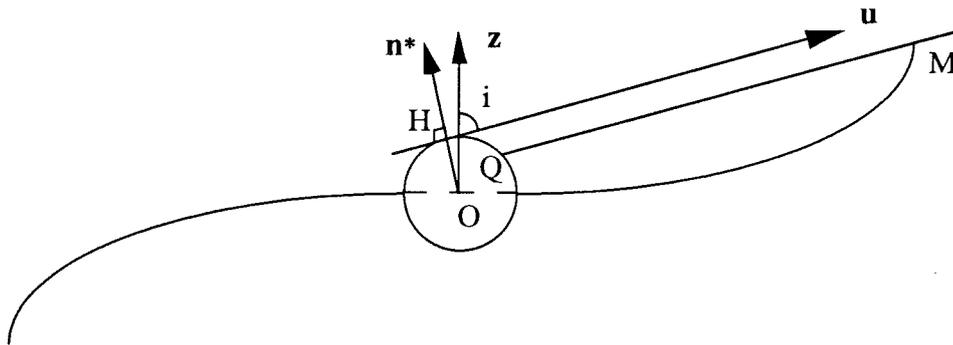


Fig. III.18

Sur la Figure III.18 par exemple, seuls sont vus les points situés entre Q et H.

Ici le calcul du flux émis par l'étoile dans l'angle solide sous lequel elle est vue se fera de la manière suivante:

$$F_{v,u}^* = B_{\nu}(T_*) \int_0^{\pi/2} R_*^2 \sin \psi \cos \psi d\psi \left[ \int_0^{\varphi_{lim}(\psi)} \varepsilon_*(\psi, \varphi) d\varphi + \int_{\pi - \varphi_{lim}(\psi)}^{2\pi} \varepsilon_*(\psi, \varphi) d\varphi \right] \quad (\text{III.41})$$

où  $\varepsilon_*(\psi, \varphi) = 1$  si le point P de coordonnées  $(\psi, \varphi)$  est vu par l'observateur, et  $\varepsilon_*(\psi, \varphi) = 0$  sinon. Les coordonnées  $(\psi, \varphi)$  sont bien sûr dans le même repère  $(O, x', y', u)$  que celui utilisé pour calculer  $\varphi_{lim}(\psi)$ . Il reste donc à énoncer les conditions mathématiques pour qu'un point soit vu par l'observateur.

P étant un point de l'étoile:

$$OP = R^* \sin \psi \cos \varphi x' + R^* \sin \psi \sin \varphi y' + R^* \cos \psi u$$

Pour déterminer les conditions selon lesquelles P est vu par l'observateur, nous nous plaçons dans le plan  $(z, u, P)$ , qui est celui dans lequel a été tracée la Figure III.18. L'équation de ce plan est  $y = y_P = \text{constante}$ , où  $y$  est la coordonnée cartésienne selon le vecteur  $y$  du repère  $(x, y, z)$  utilisé habituellement, et  $y_P$  la coordonnée du point P.

Comme parmi les vecteurs  $(x', y', u)$  seul le vecteur  $x'$  a une composante selon  $y$ :

$$y_P = OP \cdot y = R^* \sin \psi \cos \varphi x' \cdot y = -R^* \sin \psi \cos \varphi$$

Le plan dans lequel l'étude est faite a donc pour équation  $y = -R^* \sin \psi \cos \varphi = \text{constante}$ .

Q est le point de l'étoile, lorsqu'il existe, tel que  $QM$  est colinéaire à  $u$ , où M est le point situé sur le bord du disque. Les coordonnées de M dans le repère  $(x, y, z)$  sont données par:

$$x_M = R \cos \theta \quad y_M = R \sin \theta \quad z_M = h(R, \theta)$$

avec

$$\theta = \text{Arcsin} - \frac{R^*}{R} \sin \psi \cos \varphi$$

Le produit vectoriel de  $QM$  par  $u$  étant nul, et Q appartenant à l'étoile et au plan d'équation  $y = -R^* \sin \psi \cos \varphi$ , la côte  $z_Q$  de ce point vérifie l'équation du second degré suivante:

$$(1 + \tan^2 i) z_Q^2 - 2 [h(R, \theta) \tan i - R \cos \theta] \tan i z_Q + [h(R, \theta) \tan i - R \cos \theta]^2 - R^{*2} + R^{*2} \sin^2 \psi \cos^2 \varphi = 0 \quad (\text{III.42})$$

Si le discriminant de cette équation est positif, alors des deux solutions la plus grande est la côte du point Q.

Il est inutile de calculer la côte du point H, car les bornes des intégrales dans l'expression (III.41) du flux excluent les points situés au-delà de H sur l'étoile, c'est-à-dire dont l'abscisse est inférieure à celle de H.

Donc si le discriminant de l'équation précédente est positif, il suffit d'écrire que  $\varepsilon^*(\psi, \varphi) = 1$  si  $z_P \geq z_Q$ , et  $\varepsilon^*(\psi, \varphi) = 0$  sinon, où

$$z_P = OP \cdot z = -R^* \sin \psi \sin \varphi \sin i + R^* \cos \psi \cos i$$

Si le discriminant est négatif, deux cas sont à envisager:

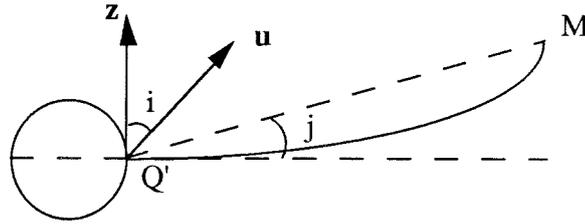


Fig. III.19

Si  $j \leq \frac{\pi}{2} - i$ , alors aucun des points de l'étoile n'est caché par la déformation dans le plan considéré, c'est-à-dire  $\varepsilon_*(\psi, \varphi) = 1$  quel que soit  $z_p \geq 0$  dans ce plan. Si au contraire  $j > \frac{\pi}{2} - i$ , alors tous les points de l'étoile sont cachés par la déformation dans ce plan, c'est-à-dire  $\varepsilon_*(\psi, \varphi) = 0$  quel que soit  $z_p \geq 0$ .

### III.4.2.2. Flux reçu de l'hémisphère sud de l'étoile

Selon la déformation, l'observateur peut recevoir du flux de l'hémisphère sud de l'étoile, c'est-à-dire la voir par "dessous":

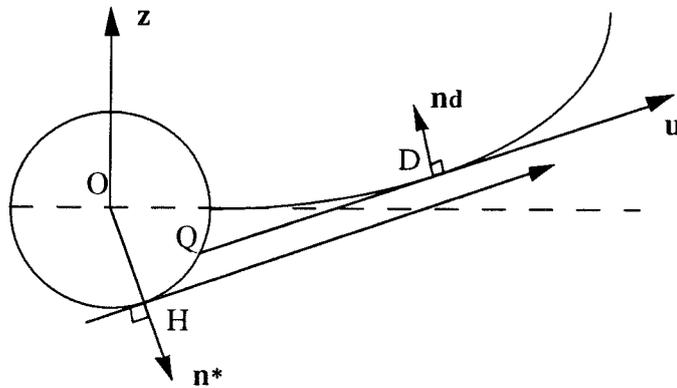


Fig. III.20

Ici sont vus tous les points dont la côte est comprise entre celle de H et celle de Q. Le flux émis par l'hémisphère sud de l'étoile dans l'angle solide dans lequel il est vu s'écrit:

$$F_{\nu, \vec{u}}^* = 2R_*^2 B_\nu(T_*) \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin \theta (\sin \theta \cos \varphi \sin i + \cos \theta \cos i) \varepsilon_*(\theta, \varphi) \quad (\text{III.43})$$

où comme précédemment  $\varepsilon^*(\theta, \varphi) = 1$  si le point P de coordonnées  $(R^*, \theta, \varphi)$  est vu par l'observateur, et  $\varepsilon^*(\theta, \varphi) = 0$  sinon.

Mais ici les coordonnées  $(R^*, \theta, \varphi)$  sont données dans le repère  $(0, x, y, z)$  (le repère  $(0, x', y', u)$  était utile pour calculer la fraction d'étoile occultée par le plan du disque non déformé, mais son usage ici ne serait pas approprié). Le facteur 2 vient de ce qu'en fait l'angle azimutal  $\varphi$  varie entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ . Le terme entre parenthèses dans l'intégrale est le produit scalaire  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}$ .

Pour calculer  $\varepsilon^*(\theta, \varphi)$ , il faut au préalable déterminer la côte des points Q et H. Pour le point Q, les coordonnées du point D, déjà calculées au § III.3.2.4., seront utilisées. Ici, le plan dans lequel l'étude est faite a pour équation  $y = y_P = R^* \sin \theta \sin \varphi = \text{constante}$ . Le point D a donc pour coordonnées  $\varpi_D$  et  $\theta_D$ , avec:

$$\theta_D = \text{Arcsin} \frac{R^*}{\varpi_D} \sin \theta \sin \varphi$$

et  $\varpi_D$  vérifie l'équation (III.34), dans laquelle  $C = R^* \sin \theta \sin \varphi$ .

Le point Q est tel qu'il appartient à l'étoile et à la droite  $(D, \mathbf{u})$ . Sa côte  $z_Q$  vérifie donc l'équation du second degré suivante:

$$(1 + \tan^2 i) z_Q^2 + 2 \tan i (x_D - z_D \tan i) z_Q + (x_D - z_D \tan i)^2 - R^{*2} + C^2 = 0 \quad (\text{III.44})$$

où  $x_D$  et  $z_D$  sont l'abscisse et la côte du point D dans le repère  $(0, x, y, z)$ .

Si le discriminant de cette équation est négatif, cela signifie que la droite  $(D, \mathbf{u})$  passe "sous" l'étoile. Alors aucun des points de l'étoile dans le plan considéré n'est vu par l'observateur, c'est-à-dire  $\varepsilon^*(\theta, \varphi) = 0$  quel que soit  $z_P < 0$  dans ce plan.

Si le discriminant est positif,  $z_Q$  est la plus grande des deux racines. D'autre part, la côte de H a déjà été calculée (cf. expressions (III.36)):

$$z_H = -\sqrt{R^{*2} - C^2} \sin i$$

Alors  $\varepsilon^*(\theta, \varphi) = 1$  si  $|z_Q| \leq |z_P| \leq |z_H|$ , et  $\varepsilon^*(\theta, \varphi) = 0$  sinon.

### III.5. DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE DU SYSTEME FORME PAR LE DISQUE ET L'ETOILE

Le flux total  $F_{\nu, \mathbf{u}}$  émis par le système dans la direction  $\mathbf{u}$  dans l'angle solide dans lequel il est vu est obtenu en ajoutant le flux émis par le disque au flux émis par l'étoile, les deux ayant été calculés précédemment:

$$F_{\nu, \mathbf{u}} = F_{\nu, \mathbf{u}}^* + F_{\nu, \mathbf{u}}^d$$

Pour obtenir l'énergie correspondante  $E_{\nu, \mathbf{u}}$ , il suffit de multiplier ce flux par la fréquence  $\nu$ .  $F_{\nu, \mathbf{u}}$  étant exprimé en  $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ ,  $E_{\nu, \mathbf{u}} = \nu \cdot F_{\nu, \mathbf{u}}$  sera effectivement en  $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$ .

Alors l'énergie reçue par un observateur terrestre qui voit le système selon la direction de visée  $\mathbf{u}$  se déduit de l'énergie émise par ce système dans cette direction de la manière suivante:

$$E_{\nu, \mathbf{u}}^{\text{reçue}} = E_{\nu, \mathbf{u}} \frac{1}{L^2} 10^{-0.4 A_\lambda}$$

où  $L$  est la distance à laquelle se trouve l'étoile de l'observateur, et  $A_\lambda$  est l'extinction le long de la ligne de visée à la longueur d'onde  $\lambda$ . Ecrivant le facteur  $1/L^2$  sous la forme  $4\pi/4\pi L^2$ , qui a pour unités des  $\text{sr} \cdot \text{m}^{-2}$ , il apparaît que l'énergie reçue est alors exprimée en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ .

## Chapitre IV

# APPLICATION AUX OBJETS STELLAIRES JEUNES DE FAIBLE MASSE

Ainsi que nous l'avons expliqué dans le Chapitre I, l'étude qui précède est destinée à être appliquée aux objets stellaires jeunes de faible masse, afin d'étudier dans quelle mesure une déformation du disque circumstellaire peut rendre compte des caractéristiques de ces objets dans l'infra-rouge.

Dans un premier temps, nous allons considérer un système binaire d'étoiles de type T Tauri dans lequel la distance entre les deux composantes est relativement grande, de sorte que nous puissions appliquer l'étude de la déformation au premier ordre présentée dans le Chapitre II. Nous verrons que dans ce cas, la déformation influence la distribution spectrale d'énergie essentiellement dans le domaine submillimétrique.

Ensuite, nous suivrons la démarche inverse: partant d'une déformation exprimée en fonction de paramètres, nous tenterons de caractériser les situations qui permettent de reproduire les distributions spectrales d'énergie des objets stellaires jeunes. Ce travail nous conduira à proposer une nouvelle explication aux observations d'objets de classe I, et nous permettra de reproduire des distributions spectrales d'énergie d'étoiles de type T Tauri ayant un fort excès infra-rouge.

## IV.1. FAIBLE PERTURBATION DANS DES SYSTEMES BINAIRES DE T TAURI

### IV.1.1. CARACTERISTIQUES DES SYSTEMES CONSIDERES

Puisqu'il s'agit d'étudier des faibles perturbations, nous allons considérer des systèmes binaires dans lesquels la distance entre les deux étoiles est grande devant les dimensions du disque. Dans ce cas en effet, nous pourrions toujours négliger le rayon en un point du disque devant la séparation des étoiles, ainsi que nous l'avons fait dans le Chapitre II. Il est assez bien admis aujourd'hui (cf. Edwards *et al.* 1987 et Adams *et al.* 1988) que les disques d'accrétion ont un rayon de l'ordre de la centaine d'unités astronomiques (UA), bien que Rucinski (1985) ait proposé de 8 à 12 UA. Dans la suite, nous nous intéresserons à des disques dont le rayon, noté  $R$ , varie entre 50 et 100 UA; nous présenterons également quelques résultats pour  $R=10$  UA, mais essentiellement pour mettre en valeur l'influence du rayon du disque sur cette étude. La distance entre les deux étoiles,  $D$ , sera prise égale à 3 fois ce rayon, c'est-à-dire variant entre 150 et 300 UA. Nous avons vu dans le Chapitre I qu'un bon pourcentage de systèmes binaires ont effectivement une séparation entre leurs deux composantes dans cet intervalle de longueurs. Nous supposerons d'autre part que la latitude  $b$  de l'étoile perturbatrice par rapport au plan équatorial de l'autre étoile est 45 degrés (le facteur  $\sin 2b$  qui intervient dans l'amplitude de la déformation valant ainsi 1).

La masse du disque, dans le cas où il s'agit d'un disque d'accrétion, n'a aucune influence sur les résultats que nous allons présenter, puisqu'alors seuls les champs gravitationnels des étoiles interviennent. En revanche, dans le cas où le disque est auto-gravitant, cette masse a un rôle car alors les forces internes au disque sont prises en compte: nous considérerons donc des disques auto-gravitants dont la masse  $M$  est de 0.1 ou 1 masse solaire (cette unité sera par la suite notée  $M_{\odot}$ ), valeurs compatibles avec les observations (cf. Adams *et al.* 1990 et Beckwith *et al.* 1990).

En ce qui concerne les caractéristiques des étoiles, nous prendrons les valeurs habituellement utilisées pour les T Tauri. La température de surface  $T_*$  sera donc fixée à 4000 K, et le rayon à 2 fois le rayon solaire ( $R_{\odot}$ ).

La masse, quant à elle, doit être de l'ordre de la masse solaire, mais ainsi que nous l'avons souligné dans le Chapitre I, les deux étoiles du système binaire n'ont en général pas la même masse: nous fixerons donc la masse de l'étoile située au centre du disque,  $M_{\text{int}}$ , à  $1 M_{\odot}$ , et ferons varier celle de l'étoile perturbatrice,  $M_{\text{ext}}$ , entre 1 et  $3 M_{\odot}$ . Ce ne sont pas tellement les masses en elles-mêmes qui importent ici, mais le rapport entre les deux. Pourquoi considérer que c'est l'étoile la plus massive qui agit sur le disque qui entoure l'étoile la moins massive ? Si des deux composantes du système, une seule possède un disque circumstellaire, alors c'est plus probablement la moins massive, car elle est alors sans doute aussi la moins évoluée. Si les deux étoiles ont un disque

circumstellaire, alors chacune des deux agit sur le disque qui entoure l'autre, mais l'effet le plus significatif est celui dû à l'étoile la plus massive. Le cas que nous envisageons est donc soit le seul possible, soit le plus intéressant.

Quant au taux d'accrétion dans le disque  $\dot{M}$ , nous le ferons varier entre  $10^{-9}$  et  $10^{-7}$  masse solaire par an ( $M_{\odot}/\text{an}$ ).

Nous avons souligné au Chapitre II que les disques circumstellaires sont en général considérés comme étant des disques d'accrétion. Cependant, si le rapport  $RM/HM_{\text{int}}$ , où  $H$  est l'épaisseur du disque, est de l'ordre de 1, alors l'auto-gravité ne peut plus être négligée. Or pour un disque de T Tauri,  $H$  est de l'ordre de 1 dixième de  $R$ ; donc si la masse du disque est supérieure ou égale à 1 dixième de la masse de l'étoile, ce qui observationnellement est tout à fait réaliste, l'auto-gravité est notable. C'est pourquoi nous avons choisi  $M$  variant entre 0.1 et  $1 M_{\odot}$ .

Nous avons montré au Chapitre III que, dans le cas des faibles perturbations, les distributions spectrales d'énergie reçues par deux observateurs regardant le système selon des directions de visée distinctes ne différaient que par un facteur multiplicatif, si nous excluons le fait que l'étoile puisse cacher une partie du disque dans une proportion qui dépend de la direction de visée. A moins que le disque ne soit vu par la tranche, seules les parties vraiment proches de l'étoile peuvent être cachées par celle-ci; la distribution spectrale d'énergie n'est donc affectée que dans le proche infra-rouge, voire dans le visible. Le fait de ne pas prendre en compte cette ombre portée par l'étoile sur le disque n'aura donc aucune influence sur les conclusions que nous tirerons de cette étude, ainsi que nous le verrons. *Le profil de la distribution spectrale d'énergie, en tout cas dans le moyen-infra-rouge et au-delà vers les longueurs d'onde plus grandes, ne dépend donc pas de la direction de visée.* C'est pourquoi, dans la suite, toutes les distributions spectrales considérées seront celles de l'énergie émise perpendiculairement au plan équatorial de l'étoile située dans le disque.

Les caractéristiques du système étudié étant fixées, nous allons appliquer les résultats des Chapitres II et III à des disques d'accrétion ou auto-gravitants.

## **IV.1.2. DISQUE AUTO-GRAVITANT**

### **IV.1.2.1. Déformation du disque**

#### *IV.1.2.1.a. Précession de la déformation*

L'expression qui donne la déformation du disque en régime permanent est (cf. II.80):

$$h(\varpi, \theta, t) = \sqrt{\frac{15}{2}} \Lambda \tau \varpi \sin \theta + R H \left( \frac{\varpi}{R} \right) \cos \theta$$

où nous rappelons que  $\varpi$  et  $\theta$  sont le rayon et l'angle polaires dans le disque.

Nous avons souligné au Chapitre II que le premier terme est un terme de précession, et que la vitesse de précession est donnée par:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \sqrt{\frac{15}{2}} \Lambda \varpi \sin \theta \frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{15}{2}} \Lambda \varpi \sin \theta \sqrt{\frac{\pi G M}{R^3}}$$

où nous calculons que

$$\Lambda = 0.5 g = 0.5 \times \frac{3}{2\pi} \frac{R^3}{D^3} \frac{M_{ext}}{M} \sin 2b \times \sqrt{\frac{2}{15}}$$

D'autre part, la vitesse de rotation dans le disque est (cf.II.67):

$$V^2(\varpi) = \varpi^2 \Omega^2(\varpi) = \frac{2n+1}{4n} \frac{\pi G M}{R} \left[ 1 - \xi^{2n} \right]$$

avec  $n=256$ , et  $\xi^2 = 1 - \frac{\varpi^2}{R^2}$ .

Donc le rapport entre la vitesse de précession et la vitesse de rotation dans le disque s'écrit de la façon suivante:

$$\sqrt{\frac{15}{2}} \Lambda \sqrt{\frac{4n}{2n+1}} \sqrt{\frac{\frac{\varpi^2}{R^2}}{1 - \left(1 - \frac{\varpi^2}{R^2}\right)^n}} \sin \theta \quad (\text{IV.1})$$

La valeur maximum de ce rapport est obtenue pour  $\varpi=R$  et  $\theta=\pi/2$ , et vaut donc à peu près 2g. Avec les valeurs données précédemment (cf. § IV.1.1), ce rapport varie donc entre  $10^{-2}$  et  $10^{-1}$ . En d'autres termes, *la vitesse de précession de la déformation est maximum sur le bord du disque et, selon les situations, vaut entre 1 et 10% de la vitesse de rotation.*

Si la masse du disque est de  $0.1 M_{\odot}$ , alors la période de rotation sur le bord du disque est de  $10^3$  ans, et donc la période de précession est de  $10^4$  ans. Pour un jet en provenance d'un tel système, et ayant une vitesse typique de 200 km/s, *les effets de la précession seront alors observables* après environ 10 mille ans, c'est-à-dire *alors que le jet aura une extension de l'ordre de quelques parsecs.*

D'autre part, le fait que la vitesse de précession soit ici au moins 10 à 100 fois plus faible que la vitesse de rotation permet de conclure que *le profil du disque sur des temps de l'ordre de la période de rotation de celui-ci est bien donné par le terme statique de la déformation*. Ceci justifie que dans les Chapitres II et III nous ne nous soyons intéressé qu'au terme statique de la déformation, ainsi que nous allons continuer à le faire ici.

#### IV.1.2.1.b. Amplitude de la déformation

Ainsi que nous l'avons souligné dans le Chapitre II, le profil du disque en régime statique ne dépend pas des caractéristiques du système, mais seulement du type d'action qui provoque la déformation. Donc quels que soient les paramètres décrivant les deux étoiles et le disque, celui-ci a toujours le profil donné par les Figures II.13 et II.14 du Chapitre II, qui représentent l'une une coupe dans le plan  $\theta=0$ , et l'autre une vue en perspective.

En revanche, l'amplitude de la déformation dépend bien sûr des caractéristiques du système. Le terme statique de la déformation est le suivant:

$$R \times \text{polynôme impair de } \frac{\varpi}{R} \times g \times \cos \theta \quad (\text{IV.2})$$

où le polynôme a été tracé sur la Figure II.13. Selon les valeurs des paramètres décrivant le système, *l'amplitude de la déformation sur le bord du disque atteint donc jusqu'à environ 10% du rayon*.

Plus précisément, cette amplitude vaut à peu près  $R/10$  lorsque  $M_{\text{ext}}/M$  est égal à 1, c'est-à-dire lorsque le disque a une masse de  $1 M_{\odot}$ , et  $R/100$  lorsque ce rapport vaut 10, c'est-à-dire pour un disque de  $0.1 M_{\odot}$ .

#### IV.1.2.2. Isothermes et distribution spectrale d'énergie du disque

Deux cas ont été traités: celui dans lequel la masse de l'étoile perturbatrice vaut 10 fois la masse du disque ( $M_{\text{ext}}/M=10$ ), et celui dans lequel la masse de cette étoile et celle du disque sont égales ( $M_{\text{ext}}/M=1$ ). Dans les deux cas, le rayon du disque est  $R=50 \text{ UA}$ .

Sur les Figures IV.1 et IV.2 sont tracées les isothermes dans le disque et la distribution spectrale d'énergie correspondant à chacun de ces cas.

Nous avons expliqué dans le Chapitre II que tout le disque n'était pas illuminé par l'étoile centrale. C'est pourquoi sur les figures donnant les isothermes (Figures IV.1.a et IV.2.a) apparaissent des zones blanches: la température y est nulle dans le modèle utilisé. Rigoureusement, elle est en fait égale à celle du milieu qui l'environne, mais afin de ne pas rajouter de paramètre à ce problème, nous avons préféré ne pas tenir compte

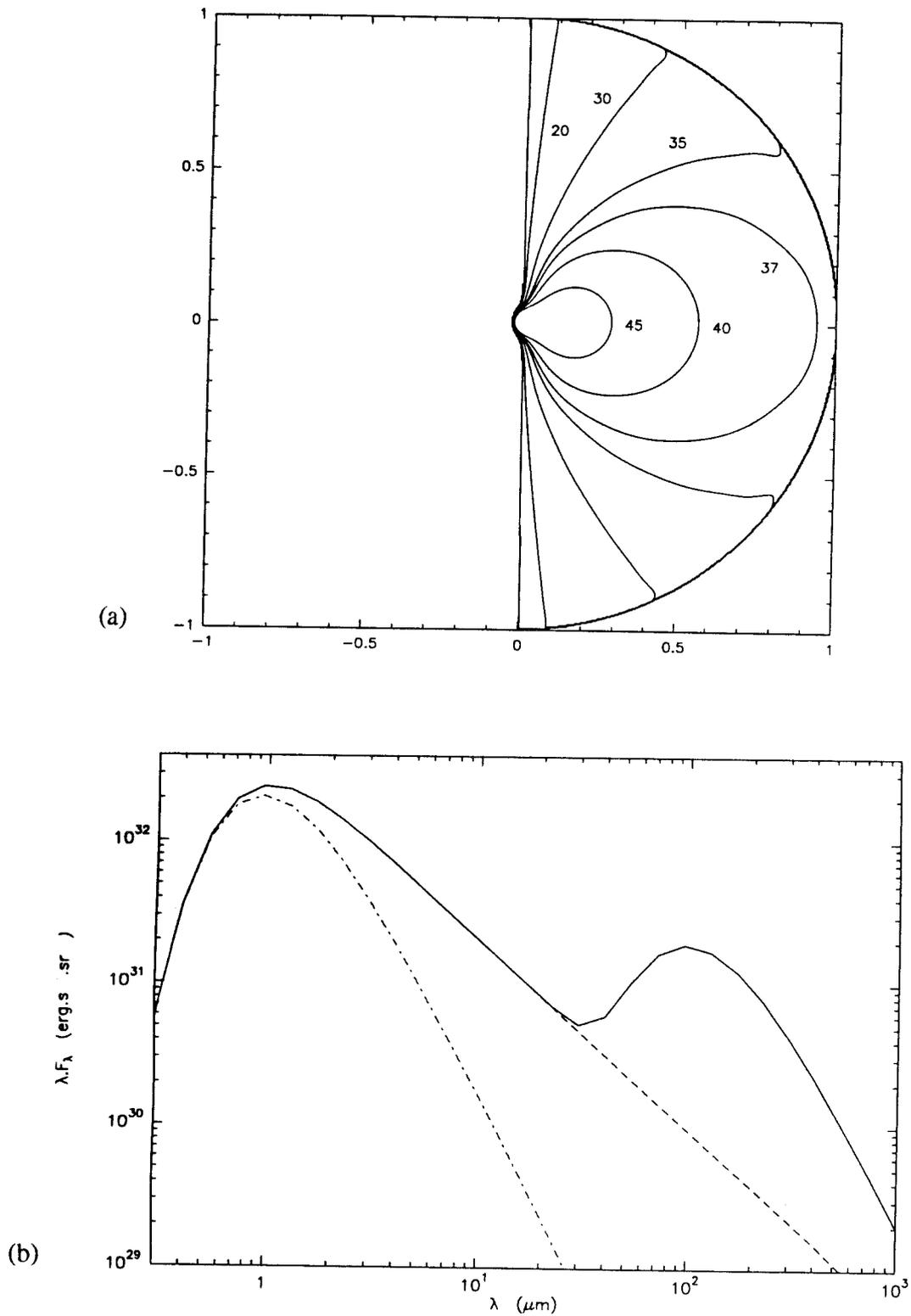


Fig. IV.1: Isothermes (a) et distribution spectrale d'énergie (b) du disque auto-gravitant pour  $R=50$  UA et  $M_{\text{ext}}/M=10$ . Sur la Fig. IV.1.a, les valeurs indiquent la température des isothermes tracées (en K). Sur la Fig. IV.1.b, la courbe en trait plein représente le disque déformé par effet de marée, la courbe en tirets le disque plat, et la courbe mixte l'étoile.

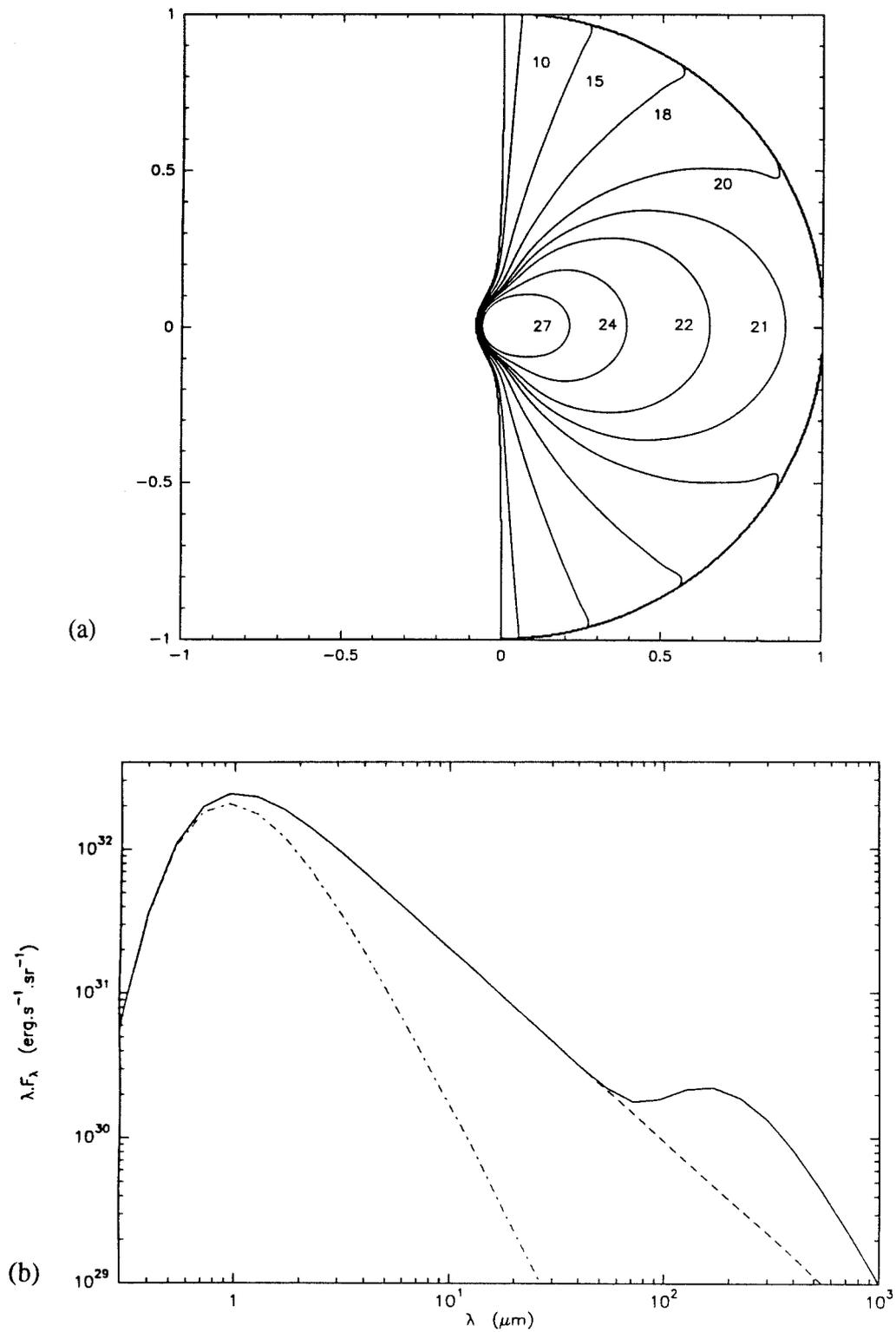


Fig. IV.2: *Idem avec  $R=50$  UA et  $M_{ext}/M=1$ .*

de cette température ambiante. De toute façon, si nous avons ainsi augmenté la température de la partie du disque non illuminée par l'étoile centrale, nous aurions eu un flux dans le lointain infra-rouge encore plus grand que celui calculé. Donc l'approximation que nous avons faite ne remet pas en cause nos résultats.

La Figure II.14 donnant une vue en perspective du disque déformé peut aider à interpréter les cartes d'isothermes: pour un rayon donné en effet, la déformation, et donc la température, est maximum en  $\theta=0$ , et décroît lorsque nous nous déplaçons vers  $\theta=\pi/2$  ou  $\theta=-\pi/2$ . Notons que plus nous nous rapprochons du centre du disque, plus les isothermes ressemblent à des cercles, ce qui s'explique par le fait que les parties centrales du disque sont peu déformées, et que les isothermes y sont donc proches de celles du disque plat.

Les distributions spectrales d'énergie seront commentées en même temps que celles du disque d'accrétion, dont elles diffèrent très peu.

### IV.1.3. DISQUE D'ACCRETION

#### IV.1.3.1. Déformation du disque

##### IV.1.3.1.a. Précession de la déformation

Ici la déformation du disque en régime permanent est donnée par (cf. II.91):

$$h(\varpi, \theta, t) = S(\varpi) \tau \varpi \sin \theta + R H\left(\frac{\varpi}{R}\right) \cos \theta$$

La vitesse de précession s'écrit donc dans ce cas (cf. II.92 et II.93):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{3}{4} \frac{R^3}{D^3} \sqrt{\frac{GM_{ext}^2}{RM_{int}}} \sin 2b \left(\frac{\varpi}{R}\right)^{5/2} \sin \theta$$

et le rapport de la vitesse de précession sur la vitesse de rotation, supposée képlérienne dans ce cas, s'exprime alors de la façon suivante:

$$\frac{3}{4} \frac{R^3}{D^3} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \sin 2b \frac{\varpi^3}{R^3} \sin \theta \quad (IV.3)$$

Là encore, la vitesse de précession de la déformation est maximum sur le bord du disque, et vaut entre 1 et 10% de la vitesse de rotation. Les conclusions sont donc ici les mêmes que pour le disque auto-gravitant en ce qui concerne le profil de la déformation.

Mais dans ce cas, si la masse de l'étoile centrale est de  $1 M_{\odot}$ , et si le rayon du disque est de 50 UA, alors la période de rotation sur le bord du disque est d'environ 350 ans. Cela signifie que pour un jet en provenance de ce système, *les effets de la précession seront observables alors que le jet aura une extension de l'ordre du parsec*, extension moins importante que dans le cas du disque auto-gravitant.

Notons tout de même que ces extensions sont les extensions minimales à partir desquelles l'effet de la précession sera observé. En effet, la vitesse de précession augmente avec le rayon, donc si le jet provient de régions du disque dont le rayon est inférieur à 50 UA, le temps au bout duquel les effets de la précession seront visibles sera plus important.

#### IV.1.3.1.b. Amplitude de la déformation

Nous avons vu au Chapitre II que le profil statique de la déformation pour un disque d'accrétion est donné par:

$$R \times \frac{\sigma}{R^4} \times g' \times \cos \theta \quad (\text{IV.4})$$

Le profil de cette déformation est tracé sur la Figure II.15. Avec les valeurs des paramètres données plus haut,  $g'$  est de l'ordre de  $10^{-2}$ . *L'amplitude de la déformation sur le bord du disque est donc de l'ordre de 1% du rayon  $R$* , ce qui est environ 10 fois moins que la valeur maximale atteinte dans le cas du disque auto-gravitant. La raison de cet écart s'explique par le fait que l'un des paramètres déterminant dans le calcul de l'amplitude de la déformation est le rapport  $M_{\text{ext}}/M_i$ , où  $M_i$  est la masse de l'étoile centrale dans le cas du disque d'accrétion, et la masse du disque dans le cas où celui-ci est auto-gravitant: la déformation est en effet proportionnelle à ce rapport. Or si celui-ci peut varier d'un facteur 10 dans le cas du disque auto-gravitant, puisqu'alors l'étoile perturbatrice peut être dix fois plus massive que le disque, il reste sensiblement égal à l'unité dans le cas du disque d'accrétion, car alors les deux étoiles ont des masses du même ordre de grandeur.

#### IV.1.3.2. Temps d'établissement du régime permanent

Combien de temps faut-il à une force  $F$  pour amener le bord du disque, initialement en  $h=0$ , à une distance  $h(R)$  du plan du disque non déformé ? Si  $F$  est la force par unité de masse dans la direction du déplacement et si la vitesse initiale du disque est nulle, alors ce temps est donné par:

$$t = \sqrt{\frac{h(R)}{F(R)}}$$

la notation  $F(R)$  signifiant que nous nous intéressons à la force exercée sur le bord du disque; le déplacement étant faible nous pouvons considérer que cette force est constante. Dans le cas du disque d'accrétion, elle vaut:

$$\frac{3}{2} G \frac{M_{ext} R}{D^3} - G \frac{M_{int} h(R)}{R^3}$$

le premier terme étant donné par l'équation (II.75), et le second étant la projection sur la verticale de la force exercée par l'étoile centrale.

Pour le disque d'accrétion, nous avons calculé que  $h(R)$  vaut au plus 1% du rayon du disque; alors le temps nécessaire pour déplacer le disque de cette quantité est de l'ordre de 35 ans. Ce temps est approximativement celui nécessaire à l'établissement du régime permanent. Cette valeur est à comparer avec la période de rotation sur le bord du disque, qui vaut environ 350 ans si le disque est képlérien. Nous constatons donc que le temps d'établissement du régime permanent est très court devant la période de rotation du disque (un ordre de grandeur). Ceci justifie que nous ne nous soyons intéressé qu'au régime permanent de la déformation: sur des temps de l'ordre de la période de rotation du disque, le régime transitoire est en effet tout à fait négligeable.

En résumé, nous pouvons donc dire que, *sur des temps de l'ordre de la période de rotation du disque, nous pouvons négliger les effets de la précession car ils ont lieu sur des temps beaucoup plus importants, et nous pouvons négliger le régime transitoire car il n'existe que pendant un temps beaucoup plus court.*

D'autre part, si le temps d'établissement du régime permanent est négligeable devant la période de rotation du disque, il est *a fortiori* négligeable devant la période orbitale des deux étoiles qui constituent le système binaire (deux ordres de grandeur): *ceci justifie le fait que nous ayons négligé dans cette étude le mouvement relatif des deux étoiles.*

Pour le disque auto-gravitant, l'estimation de ce temps est plus compliquée car il est difficile d'évaluer la force interne dans le disque. Remarquons cependant que dans le cas du disque d'accrétion, si la déformation était de 10% du rayon du disque (valeur atteinte pour le disque auto-gravitant), le temps d'établissement du régime permanent serait d'une centaine d'années. Et rappelons que la période de rotation sur le bord du disque auto-gravitant est de l'ordre de 1000 ans. Cependant, le disque étant auto-gravitant, la force interne dans les régions périphériques est plus grande que la force exercée par l'étoile centrale. Donc le temps d'établissement du régime permanent sera plus grand que pour le disque d'accrétion. Mais, à moins que l'auto-gravité ne soit très forte, ce qui ne semble pas être le cas dans les disques de T Tauri, la différence ne devrait pas être trop importante. Par ailleurs, une déformation de 10% du rayon est le

maximum atteint pour le disque auto-gravitant: pour des déformations plus faibles, le temps d'établissement du régime permanent sera également plus faible.

#### IV.1.3.3. Isothermes et distribution spectrale d'énergie du disque

Pour chacun des paramètres  $R$ ,  $M_{\text{ext}}/M_{\text{int}}$ , et  $\dot{M}$ , nous avons considéré deux valeurs. Les courbes correspondantes, représentant les isothermes et les distributions spectrales d'énergie, sont représentées sur les Figures IV.3 à IV.6.

Contrairement à ce que nous avons observé pour le disque auto-gravitant, toutes les régions du disque d'accrétion émettent de l'énergie, et ont donc une température non nulle, car outre la réémission du rayonnement en provenance de l'étoile centrale, il y a ici la dissipation d'énergie due à l'accrétion. Mais dans les régions du disque non illuminées par l'étoile centrale, l'accrétion est le seul processus d'émission de l'énergie: c'est pourquoi dans ces régions les isothermes sont circulaires (nous avons supposé ici que l'accrétion n'était pas modifiée par la déformation, et donc l'énergie dissipée selon ce processus ne dépend que de la distance à l'étoile centrale). Et pour des raisons identiques à celles invoquées dans le cas du disque auto-gravitant, les isothermes dans les parties centrales du disque sont également quasi-circulaires.

Nous observons en revanche que les isothermes sur le bord du disque illuminé par l'étoile centrale sont des droites. Si nous remplaçons dans l'équation (III.23), qui donne la température à cet endroit-là, la déformation  $h$  par celle qui nous intéresse ici, et qui elle est donnée par l'expression (IV.4), nous obtenons pour équation des isothermes:

$$\frac{2}{3\pi} \left( \frac{R_*}{\varpi} \right)^3 + \frac{3}{2} g' \left( \frac{R_*}{R} \right)^2 \frac{\varpi}{R} \cos \theta = cste \quad (\text{IV.5})$$

Sur le bord du disque,  $\varpi$  est de l'ordre de  $R$ ; le premier terme du membre de gauche de l'équation précédente est alors du troisième ordre en  $R_*/R$ , alors que le second terme est du second ordre. Comme de plus  $g'$  est au moins d'un ordre de grandeur supérieur à  $R_*/R$ , nous en déduisons que, sur le bord du disque, le premier terme est négligeable devant le second. Alors l'équation des isothermes s'écrit:

$$\frac{\varpi}{R} \cos \theta = cste$$

qui est l'équation polaire de droites parallèles à l'axe des ordonnées.

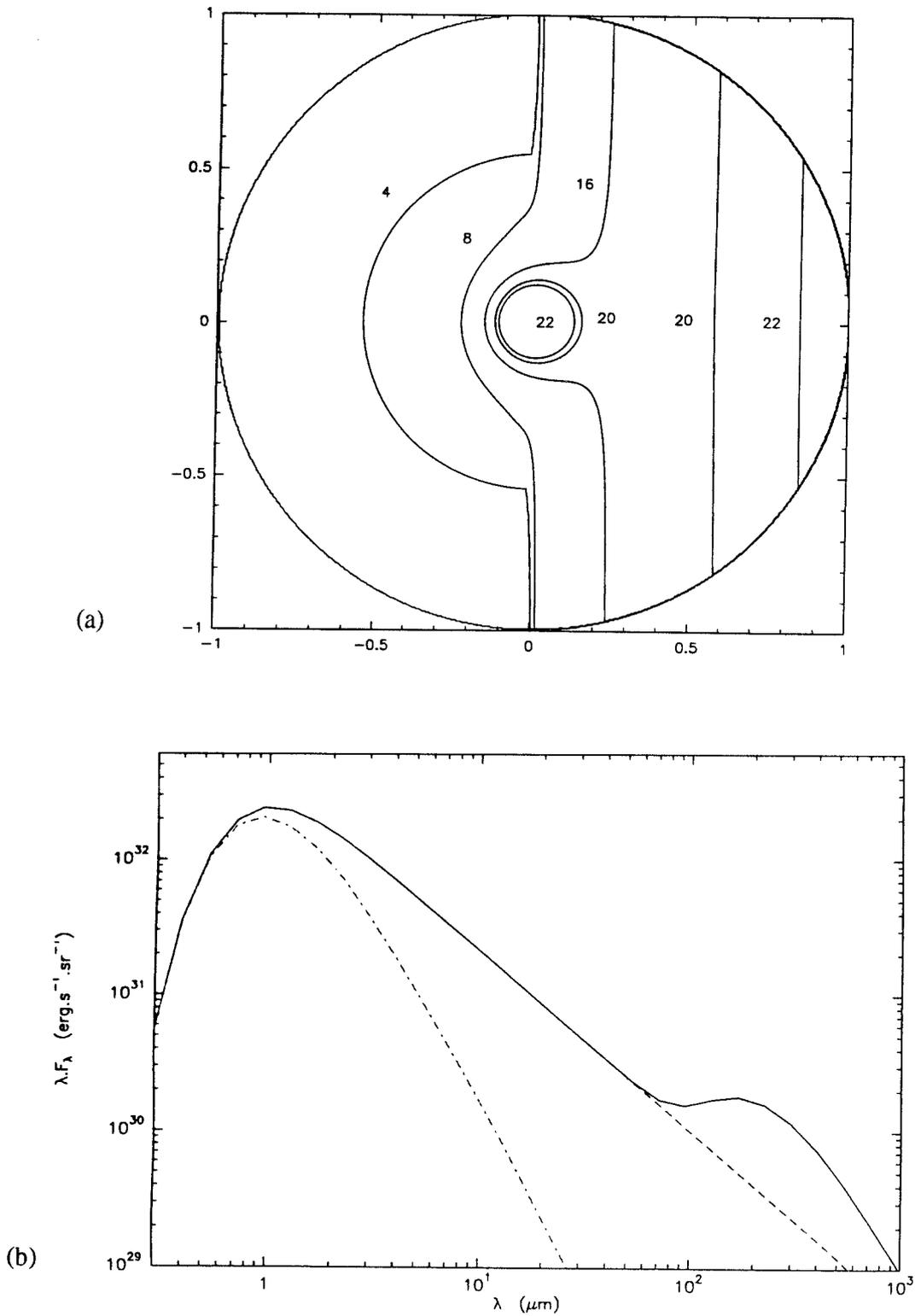


Fig. IV.3: Isothermes (a) et distribution spectrale d'énergie (b) du disque d'accrétion pour  $R=50$  UA,  $M_{ext}/M_{int}=1.5$  et  $\dot{M}=10^{-9} M_\odot/\text{an}$ . Sur la Fig. IV.3.a, les valeurs indiquent la température des isothermes tracées (en K). Sur la Fig. IV.3.b, la courbe en trait plein représente le disque déformé par effet de marée, la courbe en tirets le disque plat, et la courbe mixte l'étoile.

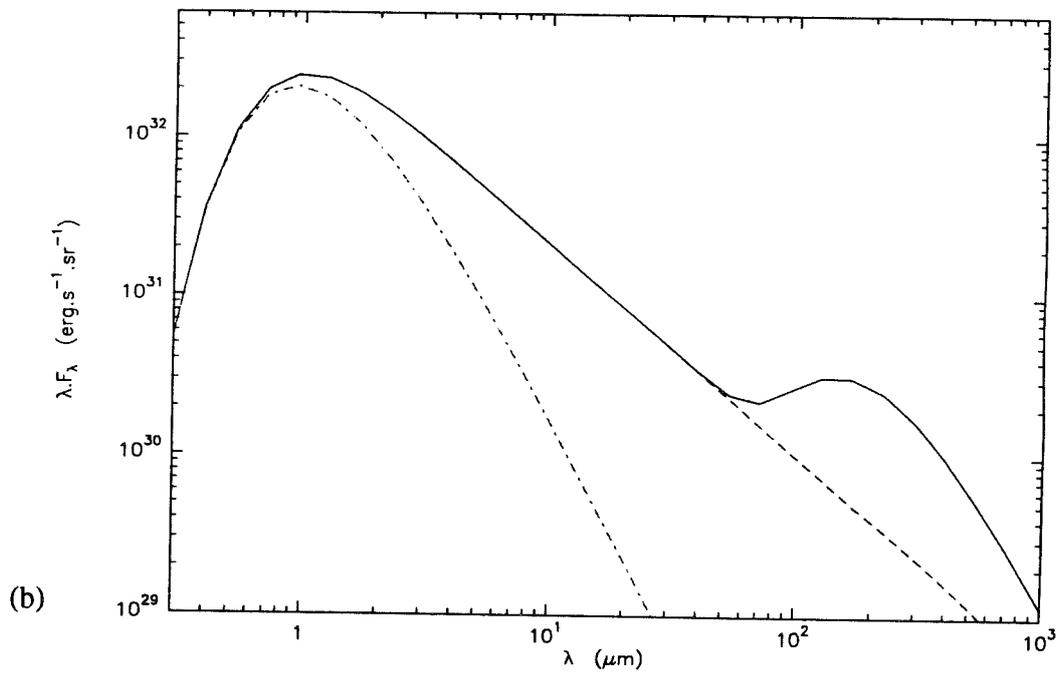
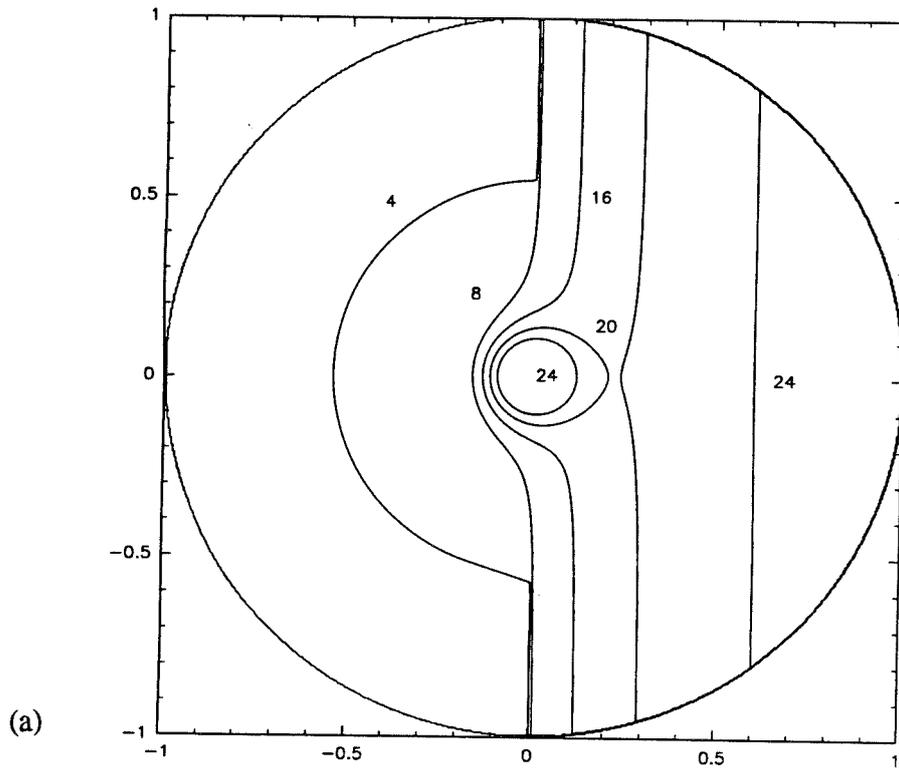


Fig. IV.4: *Idem* avec  $R=50$  UA,  $M_{ext}/M_{int}=3$  et  $\dot{M}=10^{-9} M_{\odot}/an.$

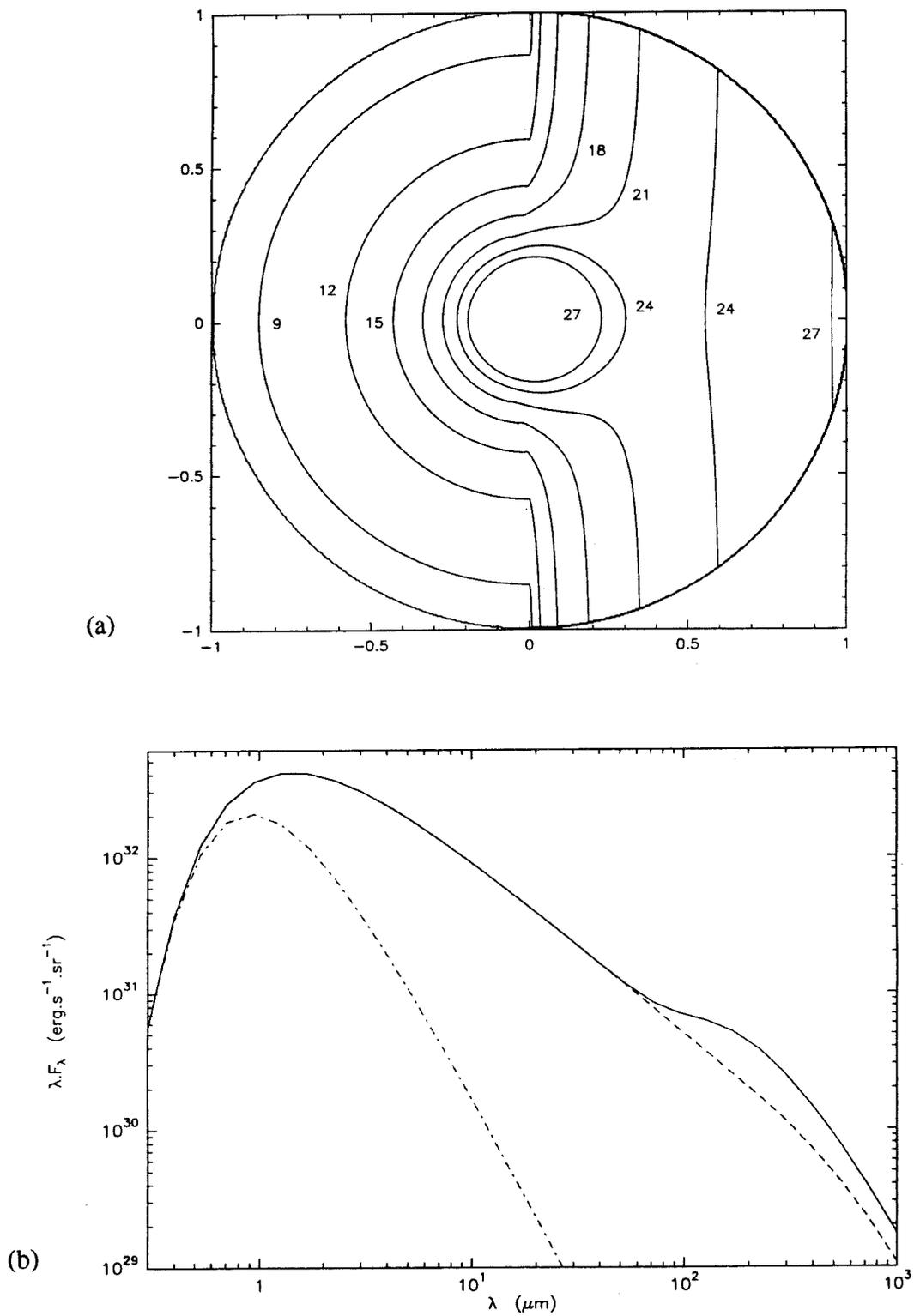


Fig. IV.5: *Idem* avec  $R=50$  UA,  $M_{ext}/M_{int}=3$  et  $\dot{M}=10^{-7} M_{\odot}/an$ .

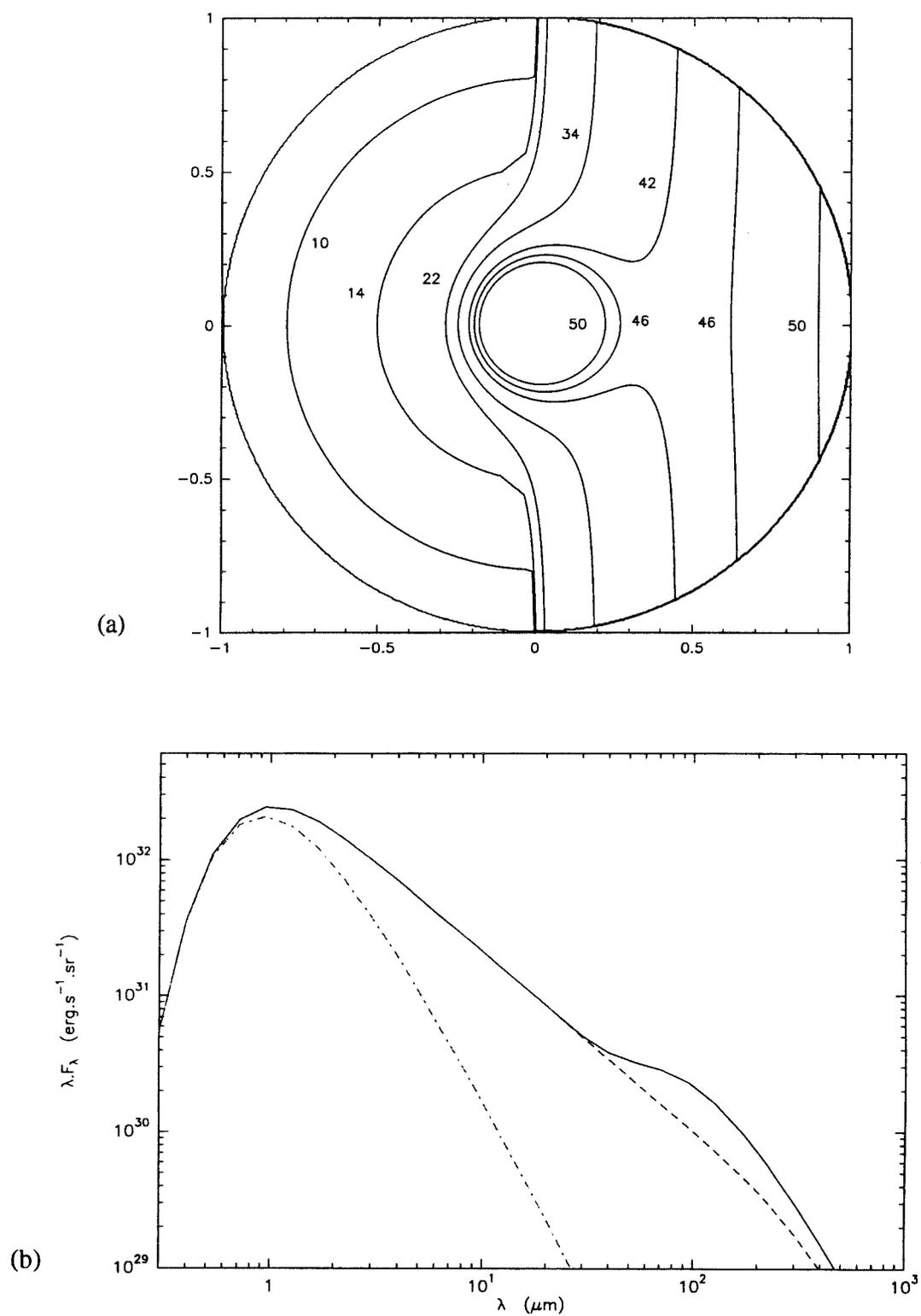


Fig. IV.6: *Idem* avec  $R=10$  UA,  $M_{ext}/M_{int}=1.5$  et  $\dot{M}=10^{-9} M_\odot/\text{an}$ .

#### IV.1.4. INTERPRÉTATION DES DISTRIBUTIONS SPECTRALES D'ÉNERGIE

Nous constatons d'abord que dans tous les cas nous obtenons un *excès d'énergie tout à fait notable, variant d'un facteur 2 à un facteur 20*. L'excès maximum est obtenu dans le cas du disque auto-gravitant, puisque c'est pour ce même disque que l'amplitude de la déformation est maximum.

*La longueur d'onde pour laquelle l'excès d'énergie est maximum se situe dans tous les cas étudiés entre 100 et 200  $\mu\text{m}$* . Ceci s'explique par le fait que dans ce modèle, les régions du disque les plus affectées par la déformation sont les régions externes, qui émettent à de grandes longueurs d'onde. Pour avoir un excès d'énergie à des longueurs d'onde plus courtes, il faudrait que la déformation des régions du disque plus proches de l'étoile soit plus importante. Alors l'amplitude de la déformation sur le bord du disque étant fixée, plus le rayon du disque sera petit, plus l'excès d'énergie se produira à des longueurs d'onde courtes. Nous observons en effet en comparant les Figures IV.3.b et IV.6.b que, lorsque  $R=50$  UA, l'excès d'énergie est maximum aux environs de  $200 \mu\text{m}$ , alors que lorsque  $R=10$  UA, tous paramètres égaux par ailleurs, le maximum se situe aux alentours de  $90 \mu\text{m}$ .

Nous observons que *l'excès d'énergie est assez bien localisé en longueur d'onde, et a même un profil proche de celui d'un corps noir*. Ceci s'explique également par le fait que la déformation porte essentiellement sur les régions externes du disque: comme de plus la surface de ces régions est bien plus grande que celle des régions internes, l'excès de température y est amplifié lorsque nous calculons l'énergie émise par le disque.

Il est instructif ici de comparer le spectre obtenu dans le cadre de ce modèle avec celui d'un disque évasé (Kenyon & Hartmann 1987). Sur la Figure IV.7 sont représentées les distributions spectrales d'énergie d'un disque ayant un profil semblable à celui que provoque une déformation par effet de marée, et d'un disque évasé. Le premier a pour équation  $g'R(\varpi/R)^\alpha \cos\theta$  et le second  $g'R(\varpi/R)^\alpha$ , avec  $\alpha=5/4$ , valeur utilisée par Kenyon & Hartmann. Tous les paramètres sont par ailleurs égaux dans les deux cas ( $R=50$  UA et  $\dot{M}=10^{-9} M_\odot/\text{an}$ ). Il apparaît de manière évidente que l'excès d'énergie est plus important pour le disque évasé. Ceci tient au fait que la déformation ne dépendant pas de l'angle  $\theta$ , la surface qui rayonne à une température en excès par rapport à celle d'un disque plat est plus importante que dans le cas d'une déformation non axisymétrique.

Nous constatons par ailleurs en comparant les Figures IV.1.b et IV.2.b ou les Figures IV.3.b et IV.4.b que lorsque le rapport  $M_{\text{ext}}/M_i$  (cf. § IV.1.3.1.b) augmente, l'excès d'énergie augmente également, puisqu'alors l'amplitude de la déformation

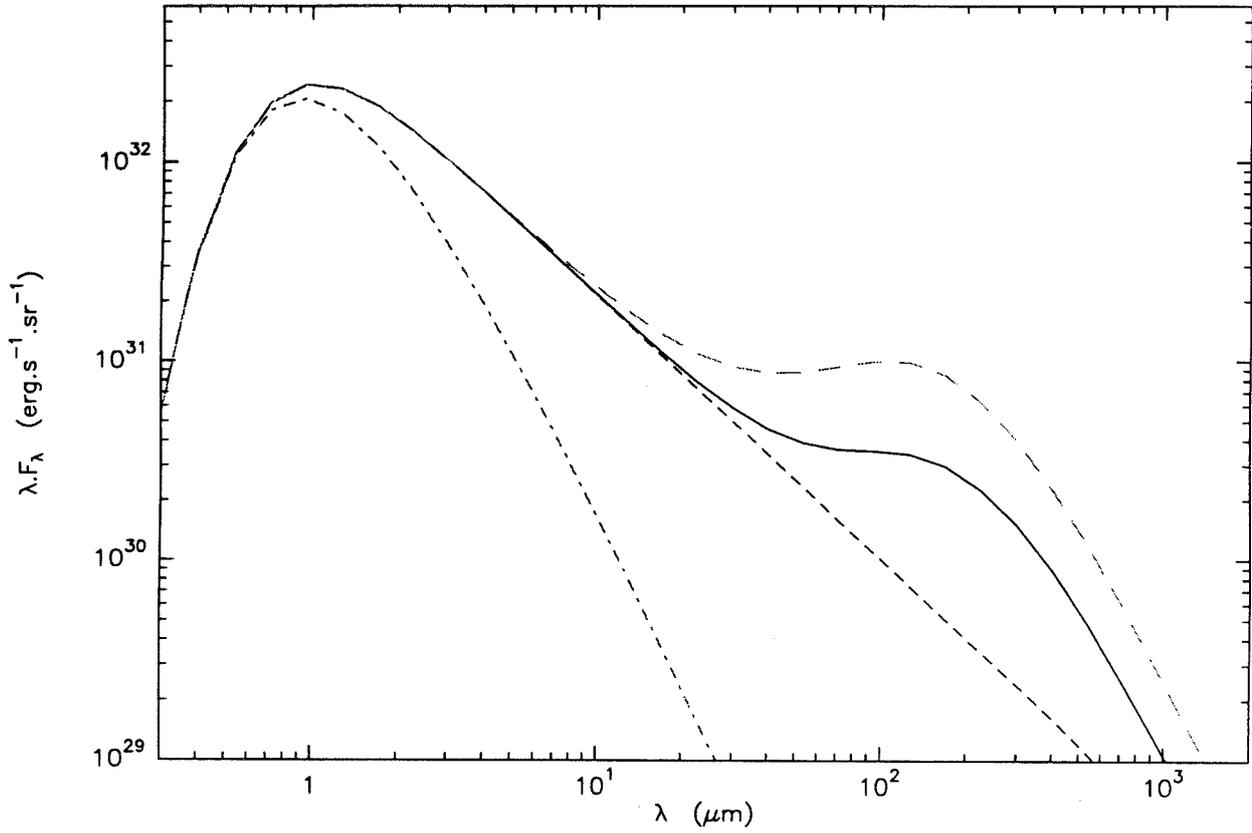


Fig. IV.7: Comparaison entre la distribution spectrale d'énergie d'un disque évasé (flare) et d'un disque déformé par effet de marée (warp). La courbe en tirets longs représente le disque évasé, la courbe en trait plein le disque déformé par effet de marée, la courbe en tirets courts le disque plat, et la courbe mixte l'étoile.

devient plus importante. Un des effets de l'augmentation de ce rapport est aussi de diminuer la longueur d'onde à laquelle l'excès est maximum. Ceci s'explique de la façon suivante: lorsque l'amplitude de la déformation augmente, l'excès d'énergie dans les régions centrales du disque devient plus important; dans les régions externes également, mais comme les régions chaudes ont plus d'influence sur la distribution spectrale d'énergie que les régions froides, le maximum d'excès est déplacé vers des longueurs d'onde plus courtes.

Dans le cas du disque d'accrétion, nous observons que le taux d'accrétion influence fortement l'amplitude de l'excès d'énergie: la comparaison entre les Figures IV.4.b et IV.5.b montre en effet que *plus le taux d'accrétion est important, plus l'excès d'énergie dû à la déformation est faible*. Ceci est également observable sur les cartes IV.4.a et IV.5.a, les isothermes étant plus proches de ceux du disque plat sur cette dernière figure que sur la première. L'explication est ici simple: lorsque le taux d'accrétion est important, le processus dominant dans l'émission d'énergie est l'accrétion, sur laquelle n'influe pas la géométrie du disque; au contraire, lorsque le taux d'accrétion est faible, la réémission du rayonnement en provenance de l'étoile centrale devient le processus principal d'émission, et donc dans ce cas la déformation a une influence beaucoup plus grande sur la distribution spectrale d'énergie.

Ce qui précède justifie ce que nous avons énoncé dans le § IV.1.1, à savoir que la prise en compte de la direction de visée sous laquelle le système est observé ne changerait pas les conclusions que nous pouvons tirer de cette étude. Nous avons en effet noté que l'ombre portée par l'étoile sur le disque affecte essentiellement la partie proche infra-rouge ou visible de la distribution spectrale d'énergie, alors que les résultats que nous obtenons dans le cadre de cette étude ne concernent que le domaine submillimétrique.

Il convient ici de soulever le *problème de l'opacité*. Nous avons en effet considéré que le disque était un corps noir à toutes les longueurs d'onde, ce qui est manifestement inexact. Il est cependant admis que le disque est optiquement épais jusqu'aux environs de la centaine de microns, et qu'il est optiquement mince au-delà de 1000  $\mu\text{m}$  (cf. Beckwith et al. 1990, Adams et al. 1990, André & Montmerle 1993), la situation étant plus difficile à préciser entre 100 et 1000  $\mu\text{m}$ . Les résultats que nous présentons concernant l'excès d'énergie entre 100 et 200  $\mu\text{m}$  ne devraient donc pas être affectés par cette approximation; en revanche, les valeurs de l'énergie dans le domaine millimétrique sont surestimées. Quoiqu'il en soit, si nous supposons que l'opacité ne dépend pas de la direction de visée, hypothèse raisonnable puisque le disque est considéré comme étant infiniment fin, la correction à apporter aux calculs est la même pour le disque plat et pour le disque déformé. Donc si les valeurs de l'énergie elles-mêmes doivent être recalculées, le rapport entre l'énergie émise par le disque déformé et celle émise par le disque plat, qui nous intéresse plus particulièrement ici, ne sera pas affecté par cette correction.

#### IV.1.5. CONCLUSION

Les observations d'IRAS entre 12 et 100  $\mu\text{m}$  des étoiles T Tauri ont montré que l'excès d'énergie par rapport à la distribution spectrale d'énergie d'un disque plat de ces objets se situe en général entre 10 et 50  $\mu\text{m}$  (Rucinski 1985). Or, nous l'avons souligné précédemment, l'excès que nous obtenons en déformant le disque par effet de marée dans le cas des faibles perturbations est plutôt au-delà de 100  $\mu\text{m}$ . Avec les paramètres qui sont ceux des étoiles T Tauri, le seul moyen d'avoir un excès aux environs de 10  $\mu\text{m}$  est de considérer un disque de 1 UA. Cette valeur est très en-dessous de celles que laissent prévoir les observations de raies interdites (Edwards *et al.* 1987). Par ailleurs, même en supposant cette condition réalisée, d'autres problèmes se posent: ainsi pour reproduire le spectre de BP Tau, dont l'excès n'est pas trop important, il faut avoir un rapport  $M_{\text{ext}}/M_1$  égal à 7. Si le disque est un disque d'accrétion, cela signifie que l'étoile perturbatrice est 7 fois plus massive que l'étoile centrale, ce qui est assez improbable. Et il est tout aussi improbable qu'un disque de 1 UA soit auto-gravitant.

Avec des paramètres raisonnables, il ne semble donc pas possible de reproduire l'excès d'énergie observé dans le moyen infra-rouge avec cette étude au premier ordre. Les résultats de l'étude présentée ici sont constants quelles que soient les situations envisagées:

*l'excès d'énergie engendré par une faible déformation par effet de marée se situe dans le domaine spectral lointain infra-rouge et submillimétrique, ou même millimétrique.*

Les distributions spectrales d'énergie que nous avons présentées ont un excès dans le domaine submillimétrique, mais si le disque est plus grand que celui considéré, c'est-à-dire ayant un rayon supérieur à 50 UA, l'excès se déplace en effet vers le domaine millimétrique.

Nous allons voir dans le paragraphe qui suit que de fortes perturbations peuvent conduire quant à elle à des excès d'émission à des longueurs d'onde plus courtes.

#### IV.2. PERTURBATION QUELCONQUE: DEFORMATION PARAMETRIQUE

La majorité des systèmes binaires d'étoiles jeunes ayant des séparations inférieures à 150 UA, les déformations induites par les effets de marée sont sans doute souvent plus importantes que celles que nous avons étudiées jusqu'à présent. C'est pourquoi il semble intéressant d'évaluer les conséquences de fortes perturbations sur les

distributions spectrales d'énergie des disques. Mais dans ce cas-là il n'est pas possible de décrire analytiquement le problème; nous utiliserons donc une description paramétrique de la déformation, écrivant le profil statique du disque sous la forme:

$$h(\varpi, \theta) = g R \left( \frac{\varpi}{R} \right)^n \cos \theta$$

où  $n$  et  $g$  sont les paramètres du problème. Le profil du disque d'accrétion obtenu dans le cadre des faibles perturbations correspond à  $g=g'$  et  $n=4$ .

Il devient difficile, alors que nous traitons de fortes déformations, de ne pas prendre en compte l'effet de la perturbation sur le taux d'accrétion dans le disque. Cependant, ce problème étant relativement complexe (il sera abordé au Chapitre V), nous continuerons à considérer le taux d'accrétion comme étant constant; mais nous choisirons alors un taux relativement faible, de sorte que la réémission du rayonnement en provenance de l'étoile centrale soit le processus dominant d'énergie. L'accrétion n'intervenant alors que de manière secondaire, l'hypothèse selon laquelle elle n'est pas modifiée par la déformation n'influera que de manière secondaire sur les résultats. Le taux d'accrétion sera donc par la suite fixé à  $\dot{M}=10^{-9} M_{\odot}/\text{an}$ . Ce cas-là n'étant pas très différent, du point de vue spectral, de celui du disque auto-gravitant, nous n'étudierons pas celui-ci dans ce chapitre.

Les valeurs des autres paramètres décrivant le système sont les mêmes que dans le paragraphe IV.1 précédent. Nous rappelons donc que la masse de l'étoile située dans le disque est  $M_{\text{int}}=1 M_{\odot}$  et que sa température de surface est  $T_{*}=4000 \text{ K}$ , les caractéristiques de l'étoile perturbatrice étant sans importance ici puisque la déformation est paramétrique.

Les distributions spectrales d'énergie obtenues avec une telle déformation sont présentées ci-dessous. Nous les confronterons ensuite avec les distributions spectrales d'énergie d'étoiles jeunes observées.

Nous allons nous intéresser tout d'abord au cas correspondant à  $g=0.3$  et  $n=2$ . Cette valeur de  $g$  a été choisie parce qu'elle représente une perturbation relativement forte mais qui semble tout de même réaliste (elle signifie que l'amplitude de la déformation sur le bord du disque vaut 30% du rayon du disque). Quant à la valeur de  $n$ , elle est choisie suffisamment faible pour que la déformation des régions centrales du disque relativement à celle des régions externes soit plus importante que dans les cas traités précédemment, mais suffisamment importante pour que la courbure de la déformation soit significative; la première condition se traduira par un déplacement de l'excès d'énergie vers les courtes longueurs d'onde, et la seconde assurera une amplitude significative de cet excès.

D'autre part, nous supposerons dans un premier temps que le rayon du disque est  $R=50 \text{ UA}$ .

Nous rappelons que l'énergie émise par le disque a été calculée pour une direction de visée faisant un angle polaire  $\alpha$  nul ou de  $\pi$  radians avec l'axe polaire du disque (cf. Figures III.11). Par ailleurs, nous avons souligné que les résultats les plus intéressants sont obtenus lorsque cet angle est nul. C'est donc dans ce cas que nous nous placerons par la suite.

La Figure IV.8 représente les isothermes dans le disque (l'axe des abscisses sur cette carte est inversé); la température  $y$  est croissante des régions les plus claires vers les régions les plus foncées. Nous constatons que contrairement à ce que nous obtenions dans le cas des faibles perturbations (cf. Figures IV.3.a à IV.6.a), les isothermes ne sont pas rectilignes dans les régions externes éclairées par l'étoile centrale. En revanche, les courbes tracées ici sont semblables aux isothermes du disque auto-gravitant pour lequel  $M_{\text{ext}}/M=10$  (cf. Figure IV.1.a). La déformation dans ce cas-là était en effet du même ordre de grandeur que celle que nous considérons ici. Il peut paraître surprenant cependant que les régions externes du disque auto-gravitant en question soient légèrement plus chaudes que les mêmes régions du disque étudié dans ce paragraphe, alors que l'amplitude de la déformation est plus grande pour ce dernier. Ceci tient au fait que la courbure de la déformation du disque dont les isothermes sont représentés sur la Figure IV.1.a est plus grande que celle du disque qui nous intéresse ici (nous avons vu au Chapitre II que le profil d'un disque auto-gravitant déformé est donné par un polynôme dont le terme de plus bas degré est de degré 3, alors que, dans la description paramétrique utilisée dans ce paragraphe, ce polynôme est de degré 2).

Les Figures IV.9 permettent de préciser la situation à laquelle correspondent les distributions spectrales d'énergie que nous allons présenter par la suite. La Figure IV.9.a est une vue en perspective du disque déformé, avec une indication de la position de l'observateur, représentation dans laquelle  $n$  vaut bien 2, mais où  $g$  a été amplifié pour une plus grande clarté (sur ce graphe  $g=1$ ). L'axe des abscisses a été inversé par rapport aux figures des Chapitres II et III pour permettre une confrontation directe avec les cartes qui vont suivre, et sur lesquelles cet axe est également inversé. La Figure IV.9.b représente une coupe dans le plan  $\theta=0$  du disque. L'échelle  $y$  est cette fois respectée (la déformation sur le bord du disque vaut 0.3 fois le rayon), et l'axe des abscisses à nouveau inversé. Rappelons que l'observateur est bien dans le même plan  $\theta=0$ . Avec une notation identique à celle du Chapitre III, nous désignons par  $i$  l'angle complémentaire de l'azimut de l'observateur par rapport au disque, c'est-à-dire l'angle entre la direction de visée et la perpendiculaire au plan du disque non déformé (cf. Figures III.11).

Les distributions spectrales d'énergie tracées sur les Figures IV.10.a à IV.15.a, qui représentent l'énergie émise dans la direction de visée, sont obtenues en faisant varier cette angle  $i$  depuis 0 jusqu'à 89 degrés.

Nous avons dans chaque cas représenté sur les Figures b et c les régions correspondantes des faces supérieure (b) et inférieure (c) du disque vues par l'observateur. Nous désignons par face supérieure celle qui est vue par l'observateur

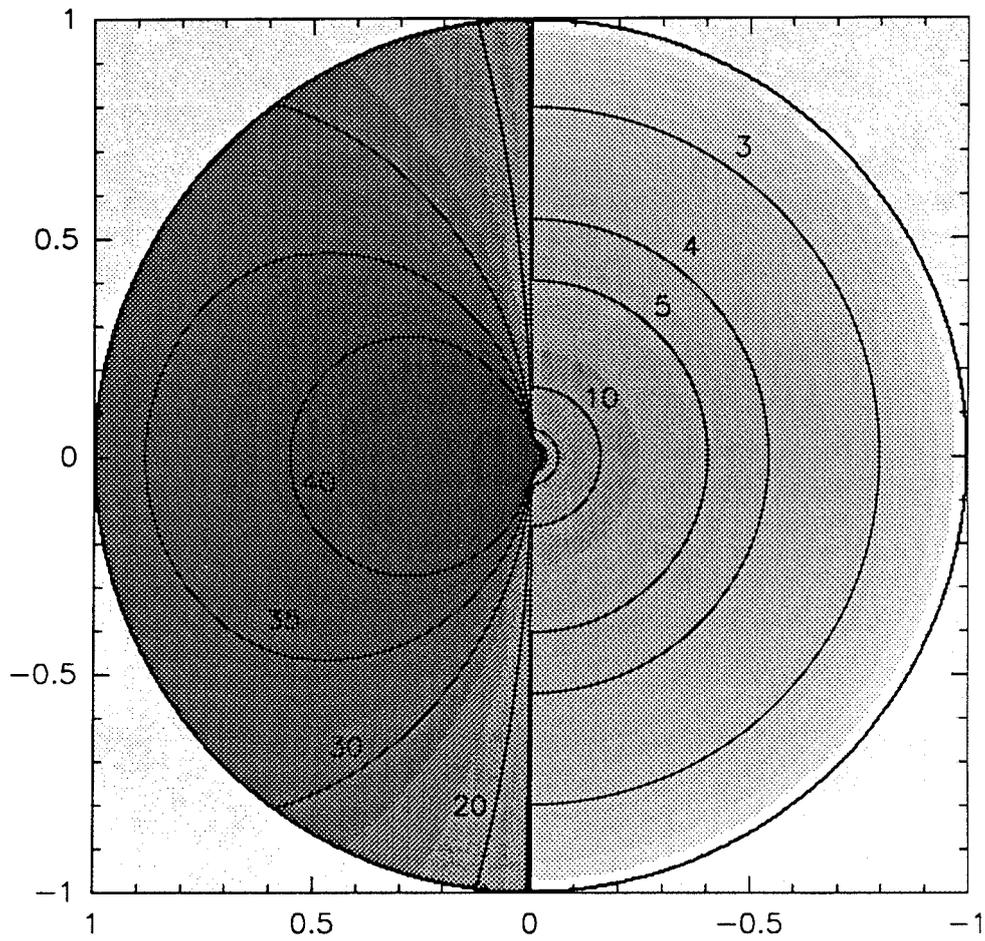


Fig. IV.8: Isothermes dans le disque, pour  $R=50$  UA,  $g=0.3$  et  $n=2$ .

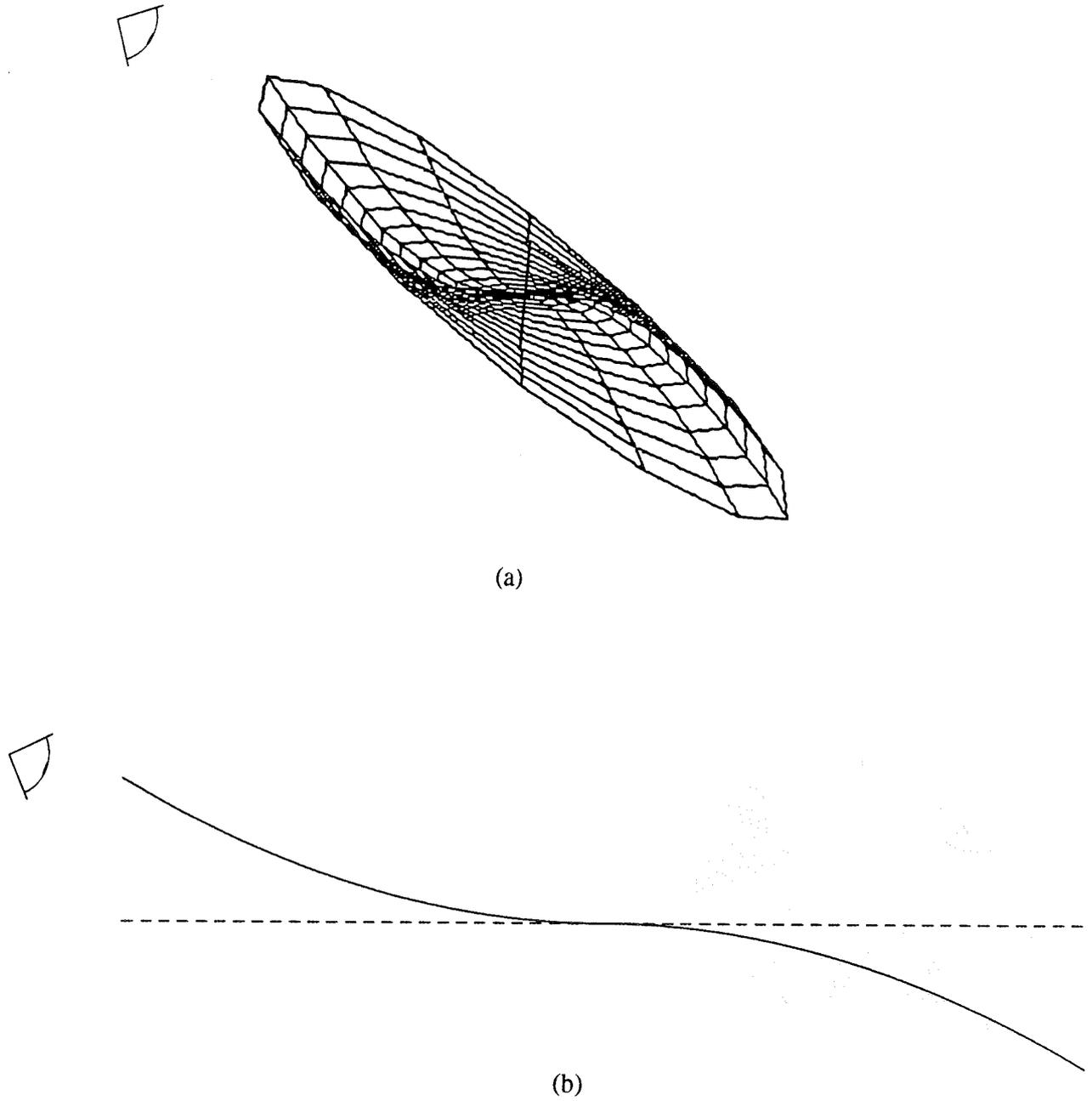


Fig. IV.9: (a) Vue en perspective du disque déformé, pour  $R=50$  UA,  $g=1$  et  $n=2$  (la déformation est amplifiée). (b) Coupe du disque dans le plan  $\theta=0$ , pour  $R=50$  UA,  $g=0.3$  et  $n=2$  (l'échelle est respectée).

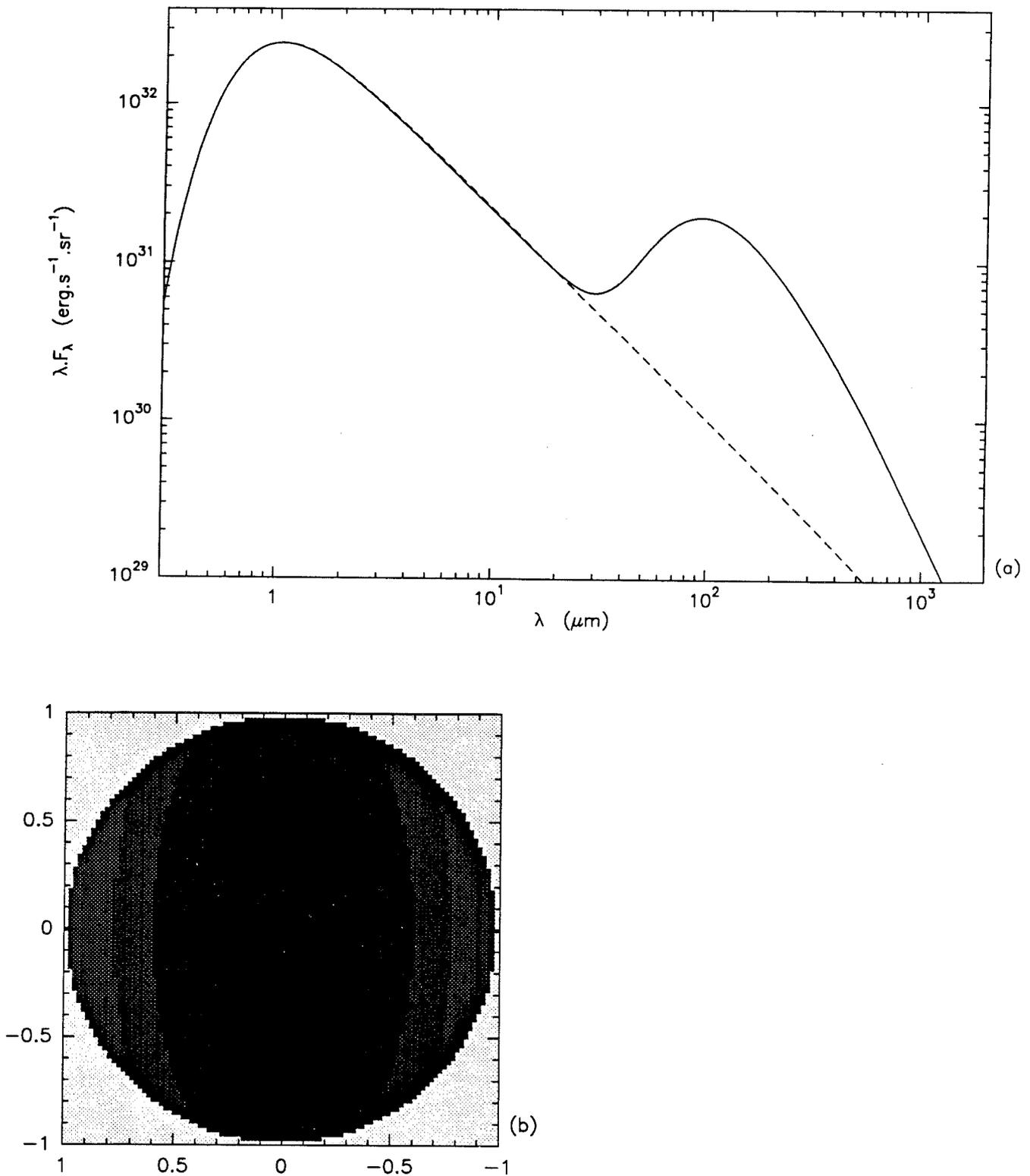


Fig. IV.10: Distribution spectrale d'énergie (a) et régions visibles du disque (b et c) pour  $R=50$  UA,  $g=0.3$ ,  $n=2$  et  $i=0^\circ$ . (a) La courbe en trait plein représente le disque déformé et la courbe en tirets le disque plat. (b) Régions visibles de la face supérieure. (c) Régions visibles de la face inférieure.

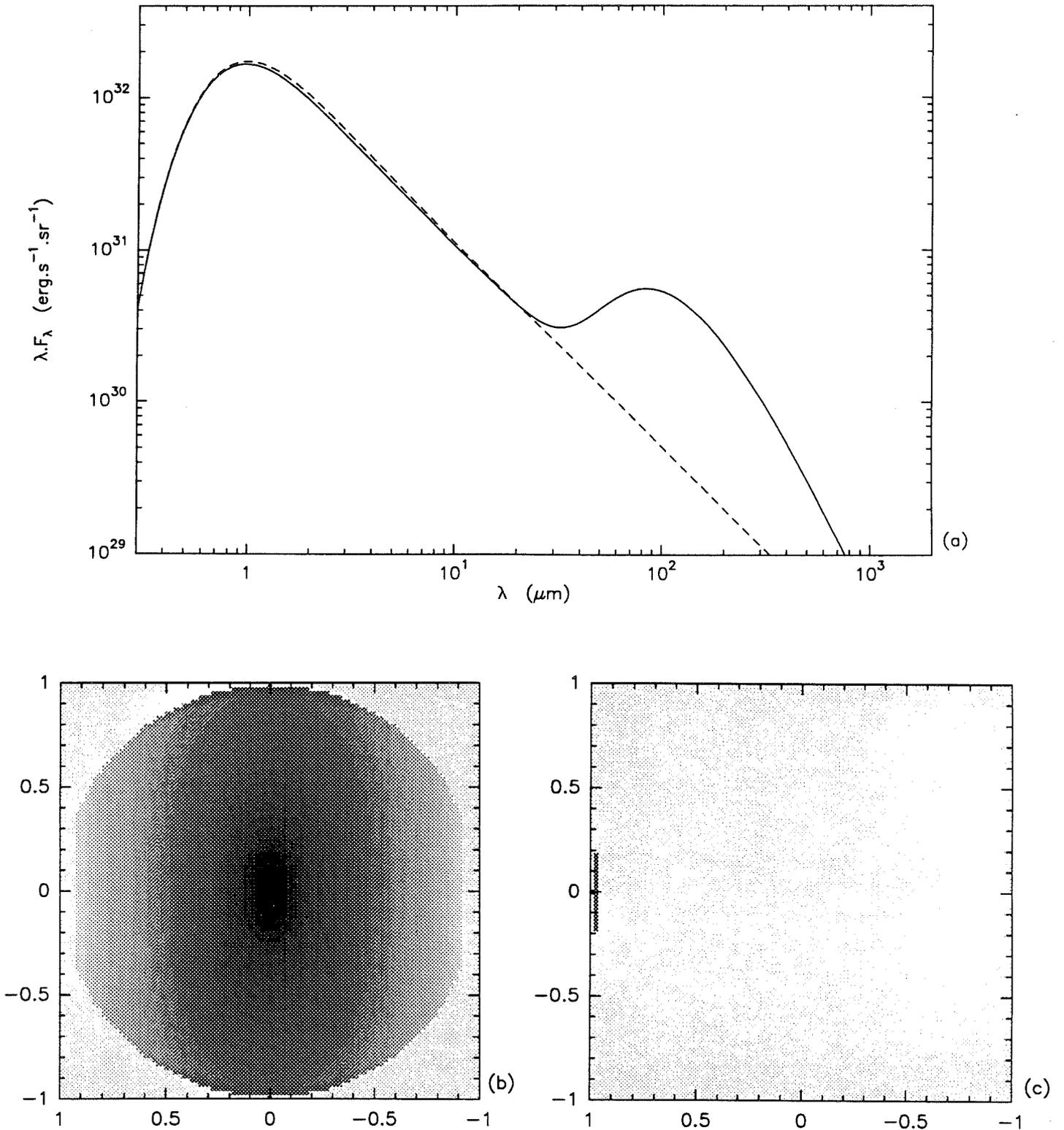


Fig. IV.11: *Idem* avec  $i=60^\circ$ .

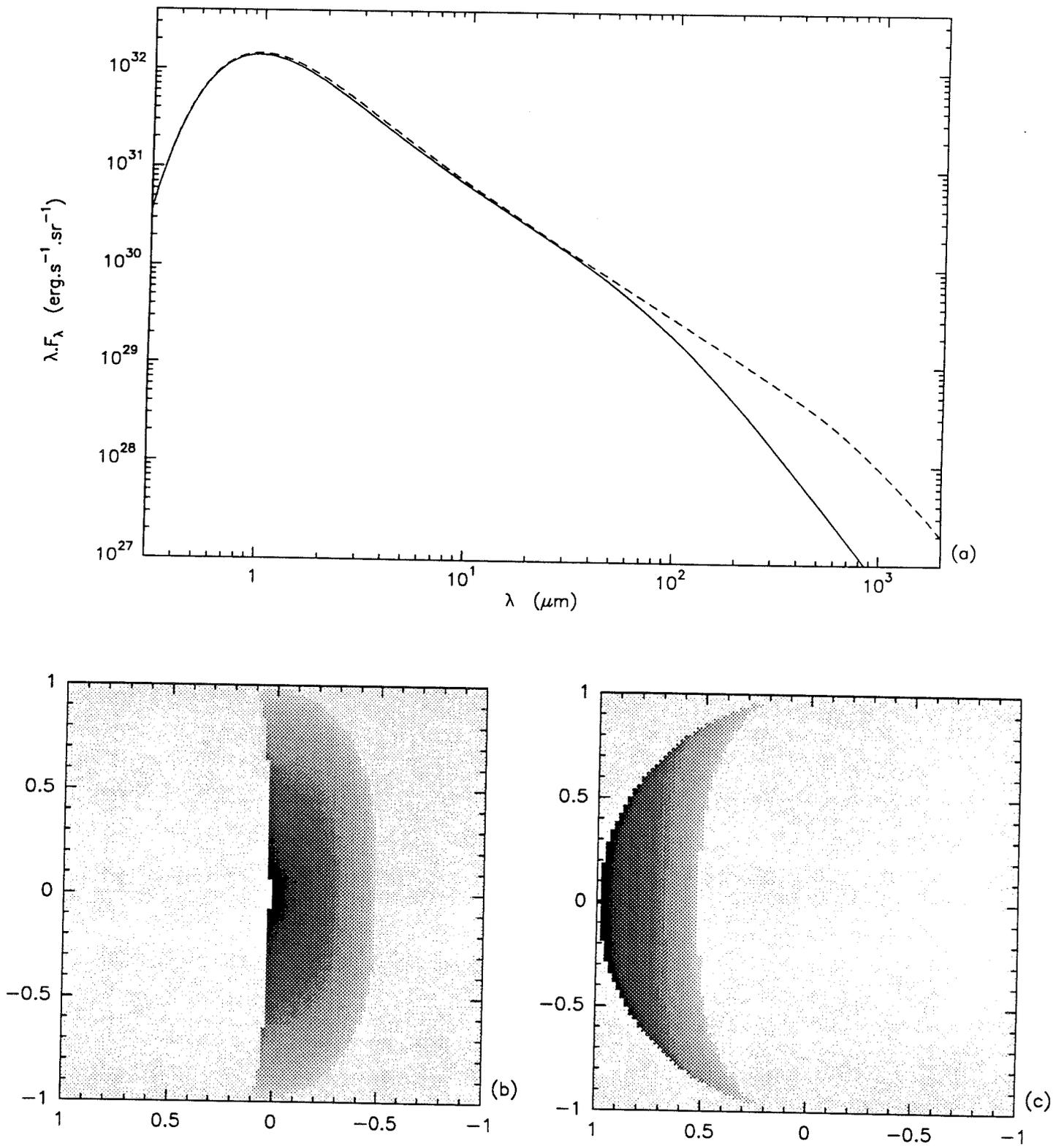


Fig. IV.12: *Idem avec  $i=73^\circ$ .*

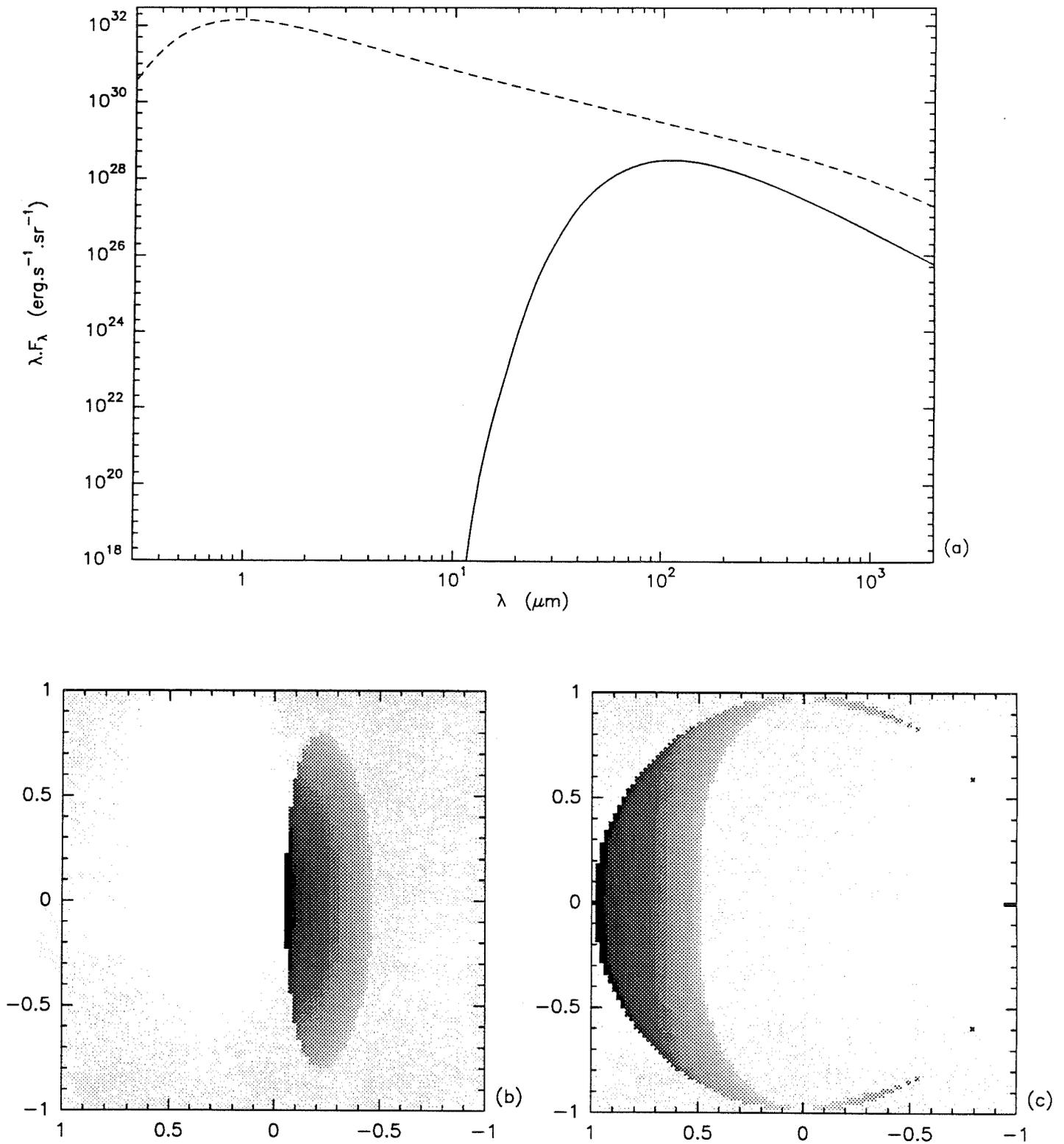


Fig. IV.13: *Idem avec  $i=74^\circ$ .*

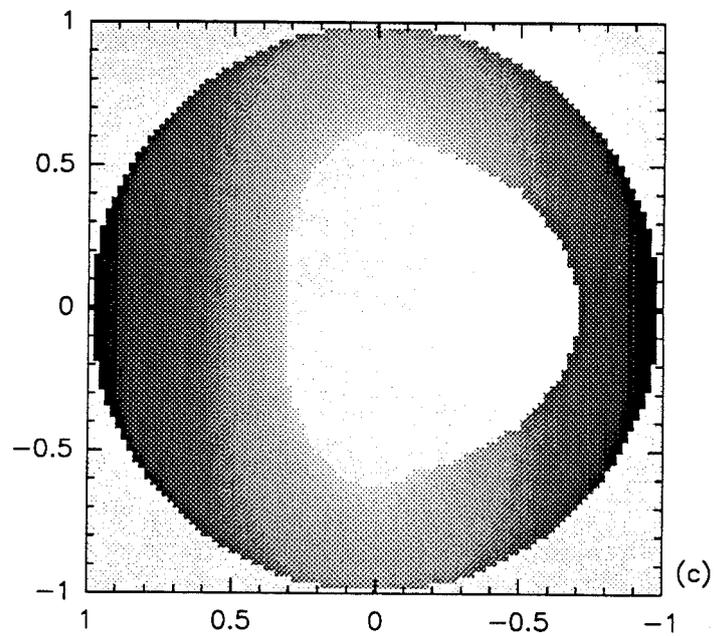
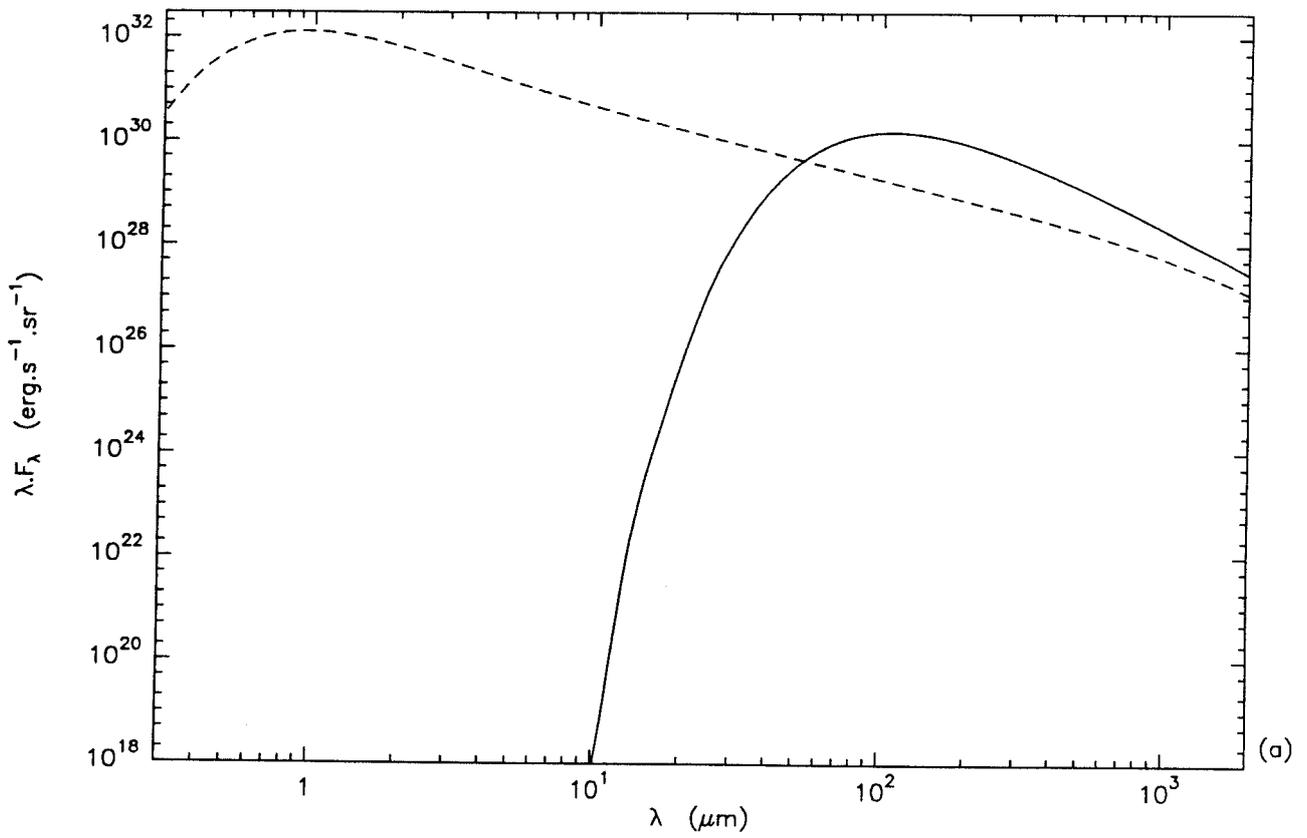


Fig. IV.14: *Idem avec  $i=80^\circ$ .*

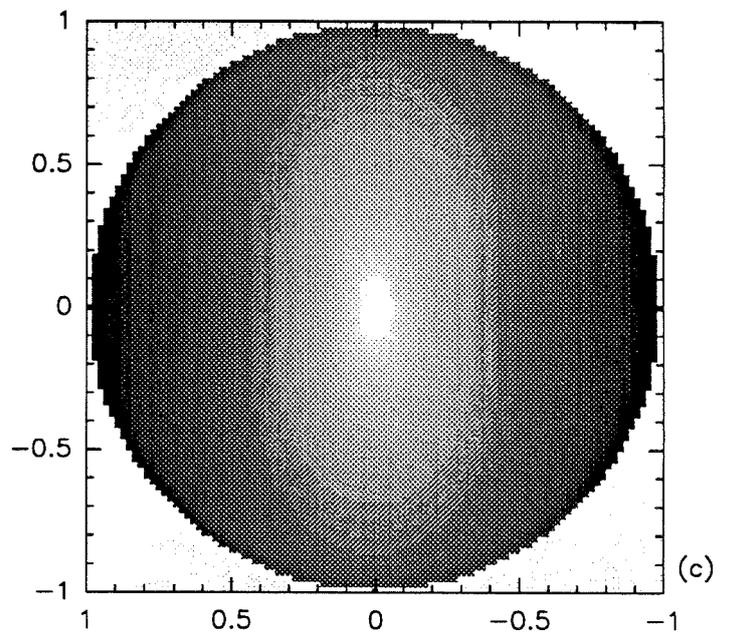
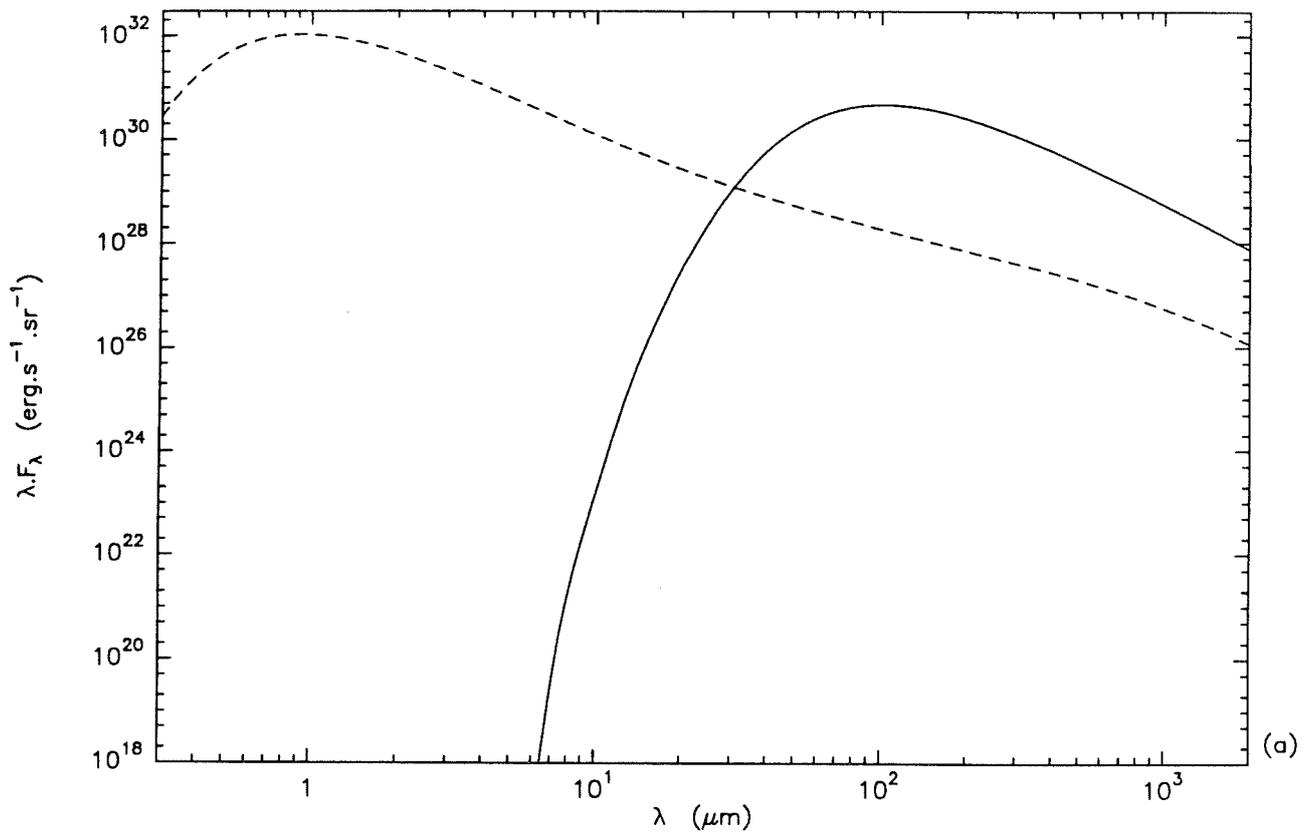


Fig. IV.15: *Idem avec  $i=89^\circ$*

lorsqu'il regarde le disque avec un angle  $i$  nul, la face inférieure étant alors bien sûr l'autre. Lorsque l'une des deux faces n'est pas représentée, c'est qu'elle n'est pas vue du tout par l'observateur. Le code de couleur de ces figures est le suivant: l'intensité de la couleur est proportionnelle au produit scalaire de la direction de visée par la normale à l'élément de surface considéré. En d'autres termes, les régions du disque sont vues sous un angle d'autant plus rasant qu'elles apparaissent plus claires sur ces figures. Ce qui signifie que la quantité d'énergie que l'observateur reçoit d'un élément de surface est d'autant plus faible que cet élément apparaît plus clair.

Dans le cas correspondant à la Figure IV.10, seule la face supérieure est bien sûr visible puisque  $i=0$ . Mais le disque étant déformé, toutes les régions ne sont pas vues avec la même incidence: les régions centrales sont observées avec une incidence normale, de même que les régions situées dans le plan  $\theta=\pi/2$  (non déformées puisque le profil du disque varie en  $\cos\theta$ ), alors que l'incidence devient d'autant plus rasante que les régions observées sont plus éloignées du centre dans le plan  $\theta=0$ . Les Figures IV.9 permettent de bien comprendre ces variations.

Le maximum d'excès d'énergie est obtenu ici aux environs de  $100\ \mu\text{m}$ , longueur d'onde plus courte que dans le cas des faibles perturbations puisqu'ici le disque est plus déformé dans les régions centrales.

La Figure IV.11 représente le cas  $i=60$  degrés. Nous constatons sur la Figure IV.11.b que la face supérieure du disque est vue avec une incidence bien plus rasante que dans le cas précédent, ce qui se traduit par une diminution de l'énergie émise dans cette direction (la comparaison des distributions spectrales d'énergie IV.10.a et IV.11.a met en évidence cette diminution). Quant à la face inférieure, elle commence tout juste à être visible.

L'amplitude de l'excès d'énergie par rapport au disque plat est moins importante que précédemment, car les régions qui contribuent à cet excès sont vues sous un angle solide plus faible que les mêmes régions du disque non déformé.

Pour la Figure IV.12,  $i=73$  degrés. Seule la partie centrale le long de l'axe  $\theta=\pm\pi/2$  est encore visible sur la partie supérieure. Les régions situées plus en avant par rapport à l'observateur (c'est-à-dire à des abscisses plus grandes) sont dans l'ombre de la déformation, alors que les régions situées au-delà sont invisibles du fait de leur courbure. Quant à la région de la face inférieure située au-dessus du plan équatorial de l'étoile, elle est maintenant nettement visible. Ces deux cartes b et c superposées représenteraient ce qu'un observateur ayant une résolution suffisante verrait du système s'il le regardait dans la direction caractérisée par  $i$ .

L'excès d'énergie a ici complètement disparu, car les régions dans lesquelles la température est en excès par rapport au disque plat ne sont plus visibles.

La Figure IV.13 représente le cas  $i=74$  degrés. Les résultats obtenus ici sont très intéressants, parce que la distribution spectrale d'énergie est complètement différente de celles étudiées jusque là. La Figure IV.13.b montre en effet que les régions centrales de

la face supérieure du disque ne sont plus visibles. Or d'après la Figure IV.13.c, celles de la face inférieure ne sont pas encore observables. Donc dans la direction correspondant à  $i=74$  degrés, aucun rayonnement en provenance des régions chaudes n'est reçu. C'est pourquoi la distribution spectrale d'énergie est exclusivement dans l'infra-rouge.

Nous observons que le contraste entre les Figures IV.12 et IV.13 est important, alors que d'un cas à l'autre l'angle  $i$  a varié seulement de 1 degré. En examinant la Figure IV.9.b, nous constatons que la partie centrale de la face supérieure devient invisible à l'observateur lorsque la ligne de visée passe en-dessous de la droite joignant le centre du disque au point situé sur le bord de celui-ci, dans la direction de l'observateur. En d'autres termes, la partie centrale de la face supérieure sort du champ de vue de l'observateur lorsque  $i$  devient plus grand que l'angle  $i'$  vérifiant

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - i'\right) = \frac{h(R,0)}{R} = g$$

Compte tenu de la valeur de  $g$  considérée ici, cette équation donne pour  $i'$  la valeur approximative de 73.3 degrés. Donc lorsque  $i=73$  degrés, l'observateur reçoit du flux des régions centrales de la face supérieure, d'où une distribution spectrale d'énergie dans le visible, alors que, lorsque  $i=74$  degrés, les régions centrales de la face supérieure sont occultées par la déformation.

Puis au fur et à mesure que l'angle  $i$  augmente (80 degrés pour la Figure IV.14 et 89 degrés pour la Figure IV.15), la distribution spectrale d'énergie "glisse" vers les longueurs d'onde plus courtes, c'est-à-dire que l'observateur reçoit de plus en plus d'énergie aux longueurs d'onde plus courtes, car les régions centrales de la face inférieure deviennent de plus en plus visibles. Dans ces deux cas la face supérieure du disque n'est plus du tout observable. Nous notons sur les Figures IV.14.c et IV.15.c que les régions de la face inférieure située le long de l'axe  $\theta=\pm\pi/2$  sont vues sous une incidence plus rasante que les régions situées sur le bord du disque le long de l'axe des abscisses, ce que confirme intuitivement la Figure IV.9.a.

Avec les paramètres choisis ici, une fois que l'angle  $i$  est devenu plus grand que l'angle  $i'$  caractérisé ci-dessus, l'observateur ne reçoit plus d'énergie dans les domaines visible et proche infra-rouge. Ceci s'explique par le fait que la courbure de la déformation étant relativement importante, les régions centrales de la face inférieure ne sont jamais observables, même lorsque  $i$  est proche de 90 degrés.

Pour comparaison, examinons maintenant le cas  $n=1.1$ , tous paramètres égaux par ailleurs. La Figure IV.16 représente les isothermes dans le disque, et la Figure IV.17 une coupe du disque dans le plan  $\theta=0$ , l'échelle étant respectée (équivalent de la Figure IV.9.b).

$g$  gardant la même valeur, la transition a toujours lieu à  $i'=73.3$  degrés. La Figure IV.18 correspond au cas  $i=0$  degré. Nous observons que l'excès d'énergie est moins important que dans le cas précédent, ce qui est dû au fait qu'ici la courbure de la

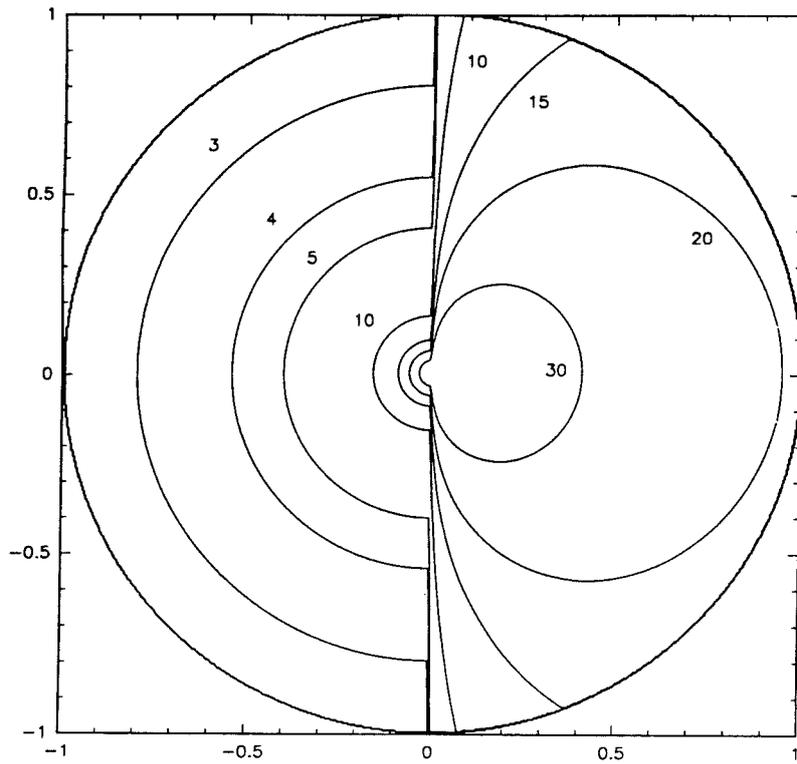


Fig. IV.16: Isothermes dans le disque, pour  $R=50$  UA,  $g=0.3$  et  $n=1.1$ .

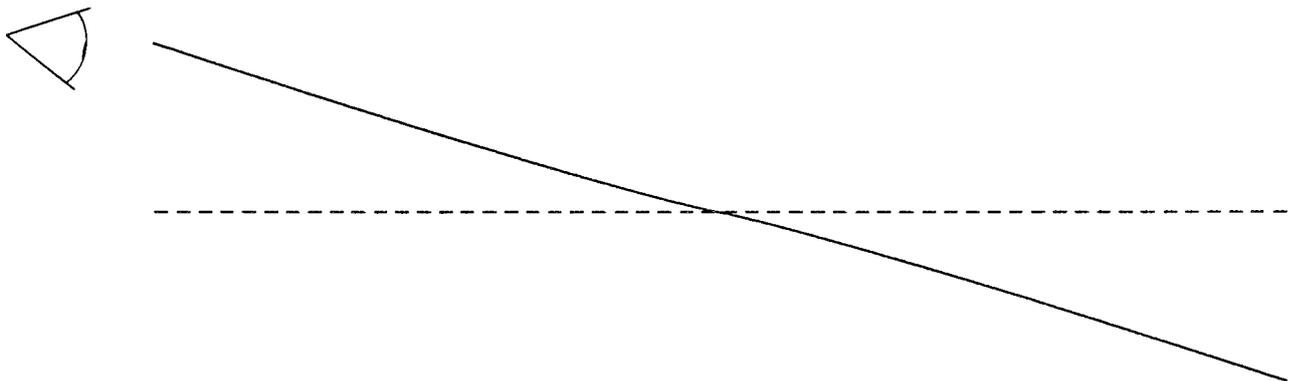


Fig. IV.17: Coupe du disque dans le plan  $\theta=0$ , pour  $R=50$  UA,  $g=0.3$  et  $n=1.1$  (l'échelle est respectée).

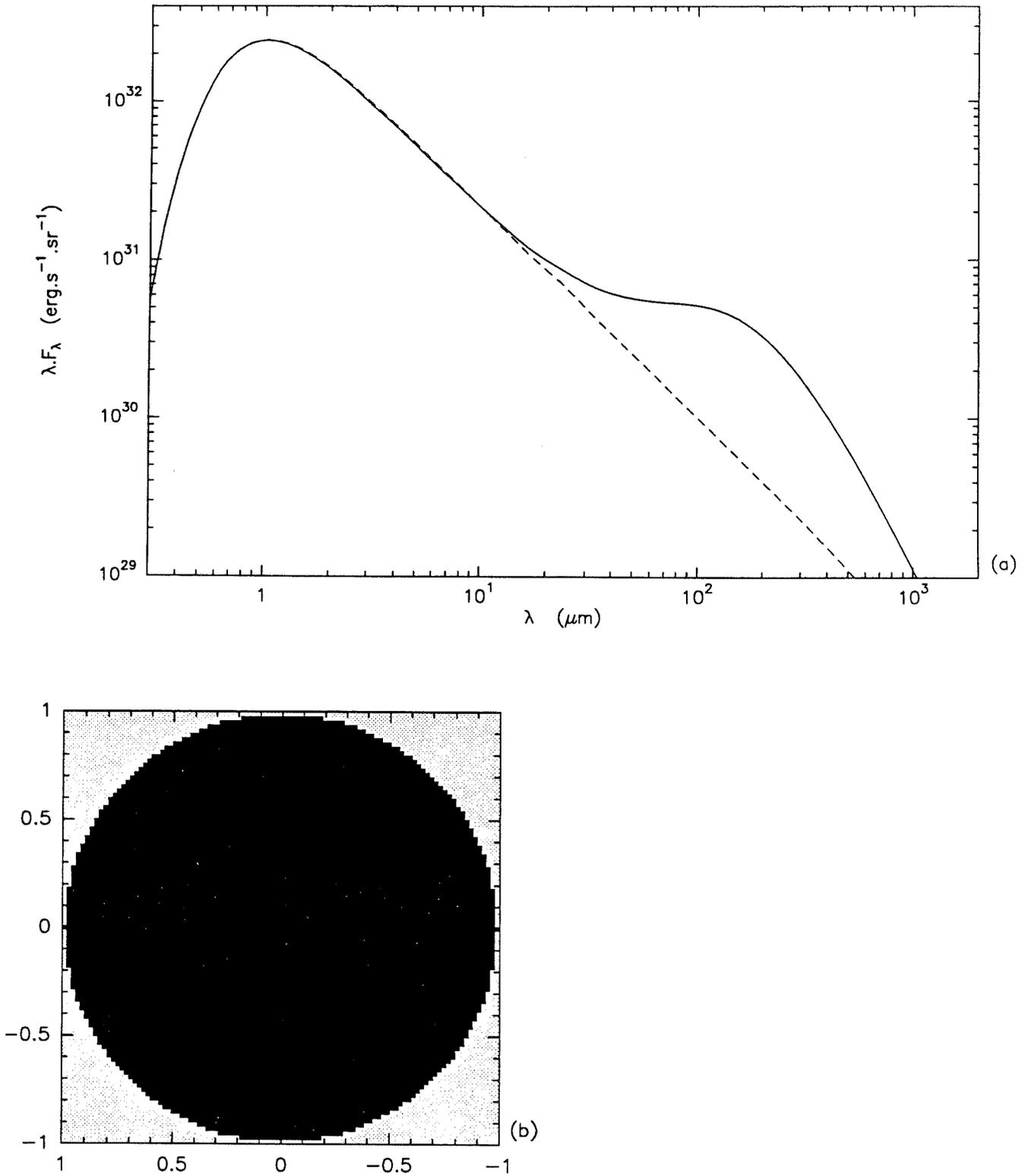


Fig. IV.18: Distribution spectrale d'énergie (a) et régions visibles du disque (b et c) pour  $R=50$  UA,  $g=0.3$ ,  $n=1.1$  et  $i=0^\circ$ . (a) La courbe en trait plein représente le disque déformé et la courbe en tirets le disque plat. (b) Régions visibles de la face supérieure. (c) Régions visibles de la face inférieure.

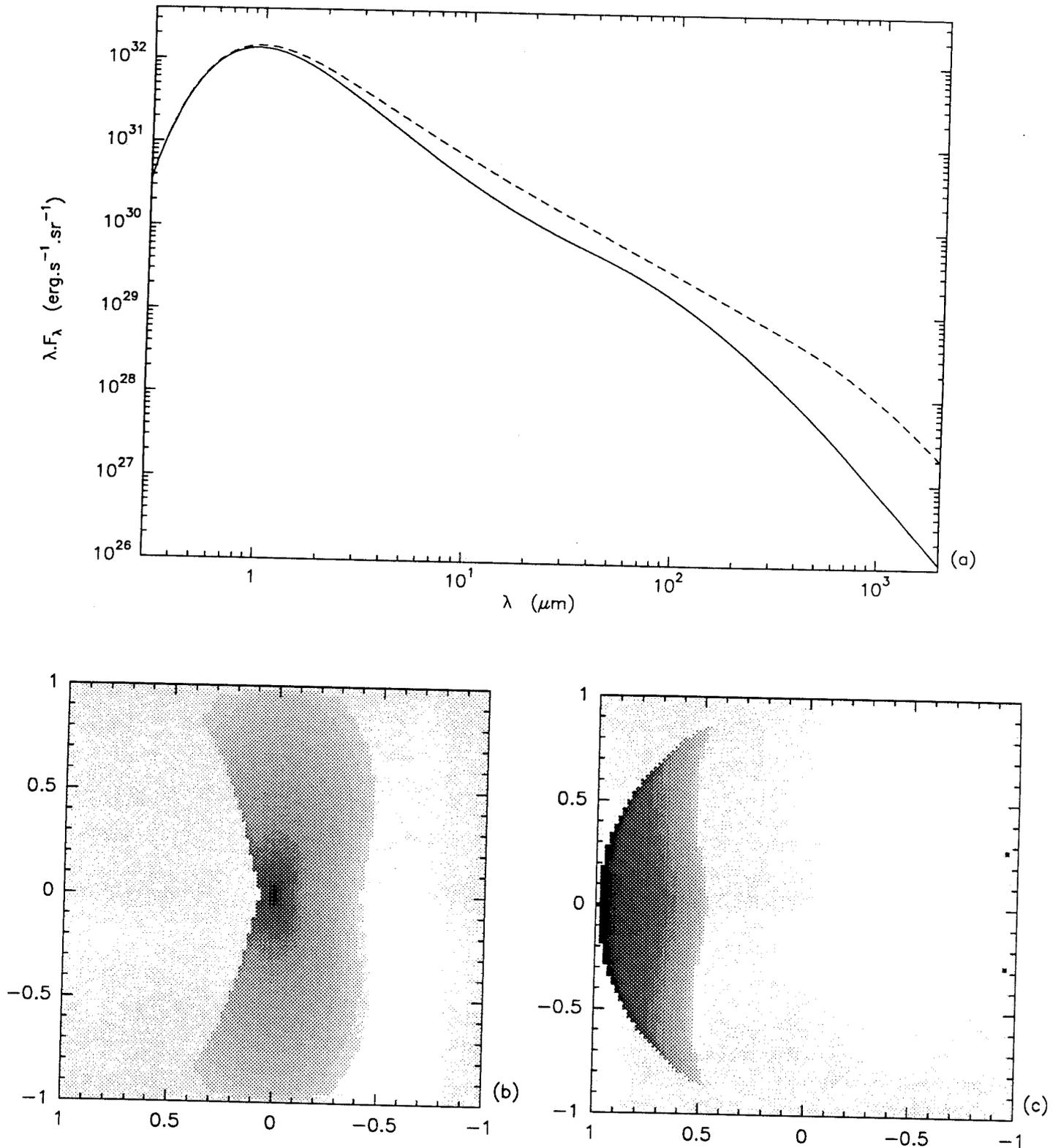


Fig. IV.19: *Idem* avec  $i=73^\circ$ .

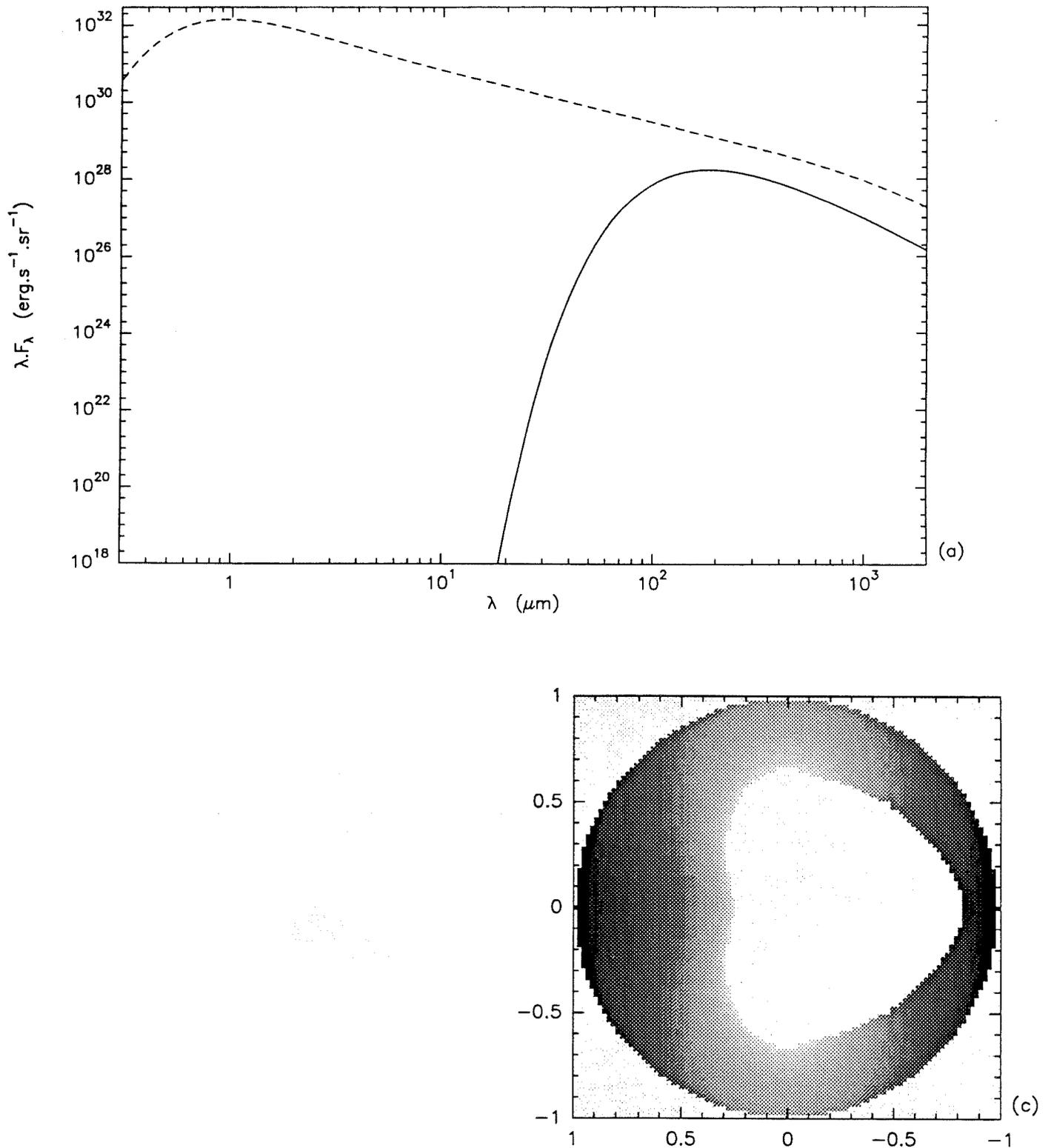


Fig. IV.20: *Idem avec  $i=74^\circ$ .*

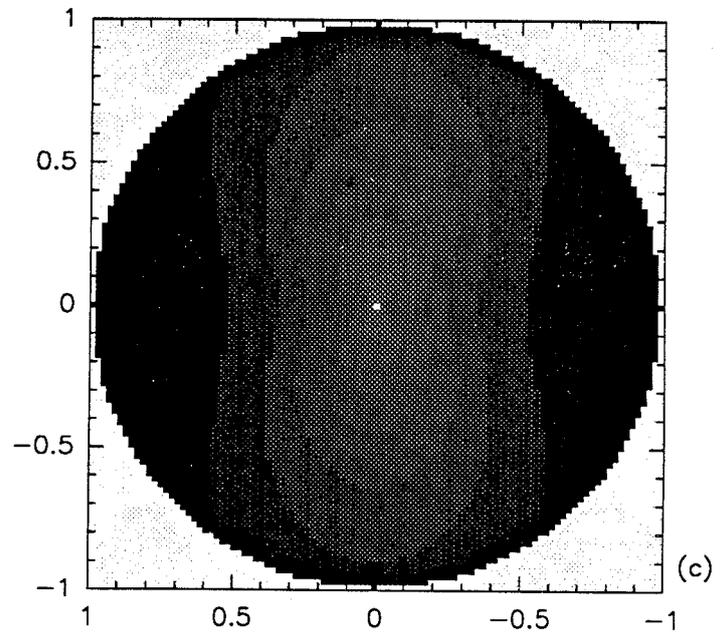
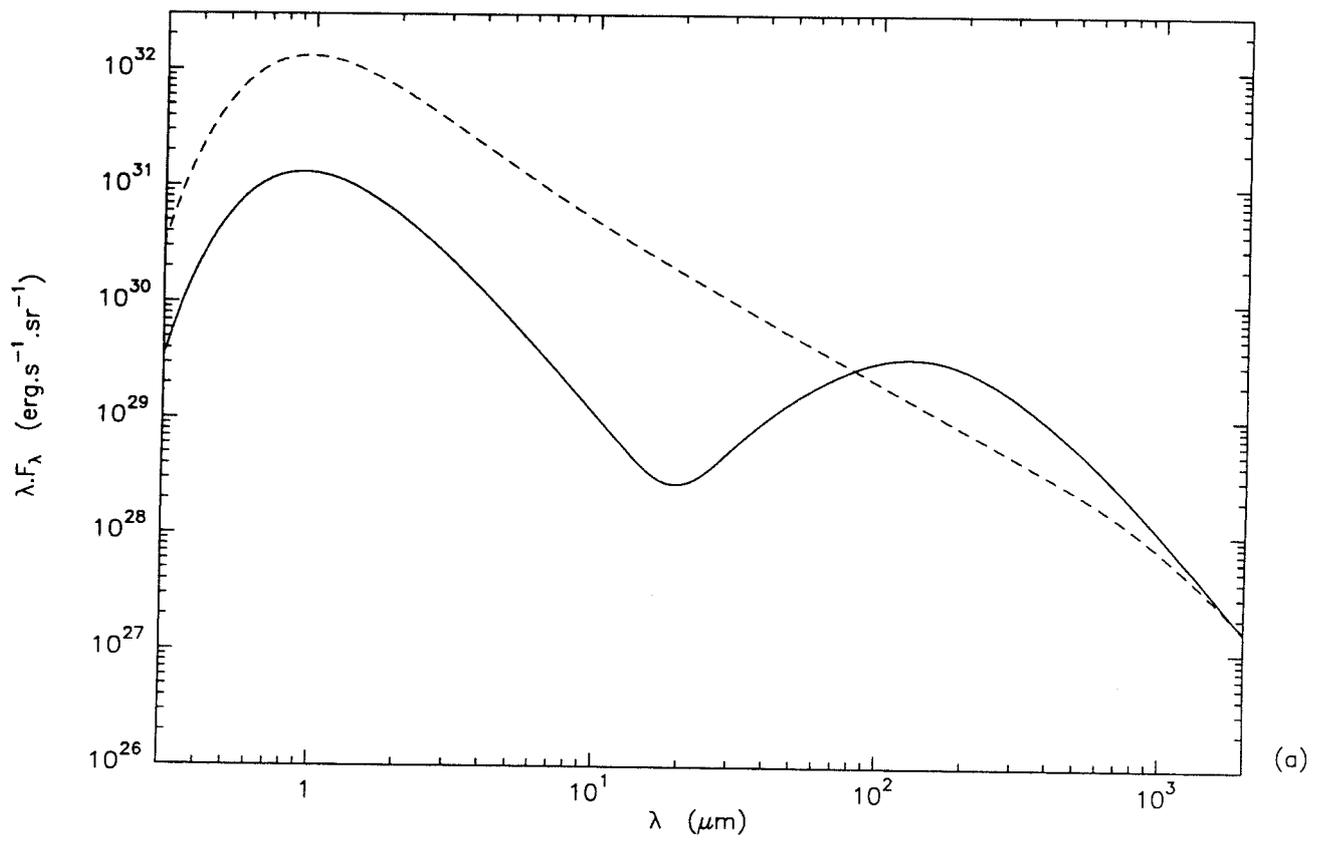


Fig. IV.21: *Idem* avec  $i=78.5^{\circ}$ .

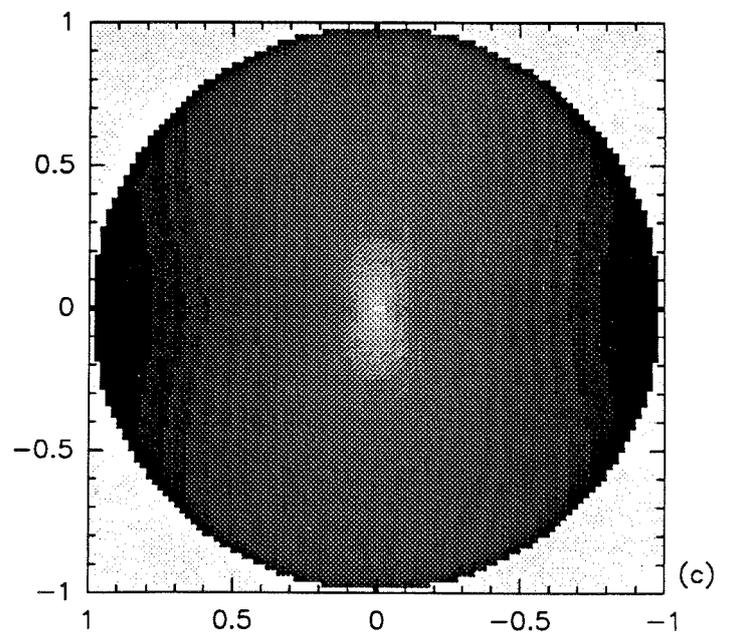
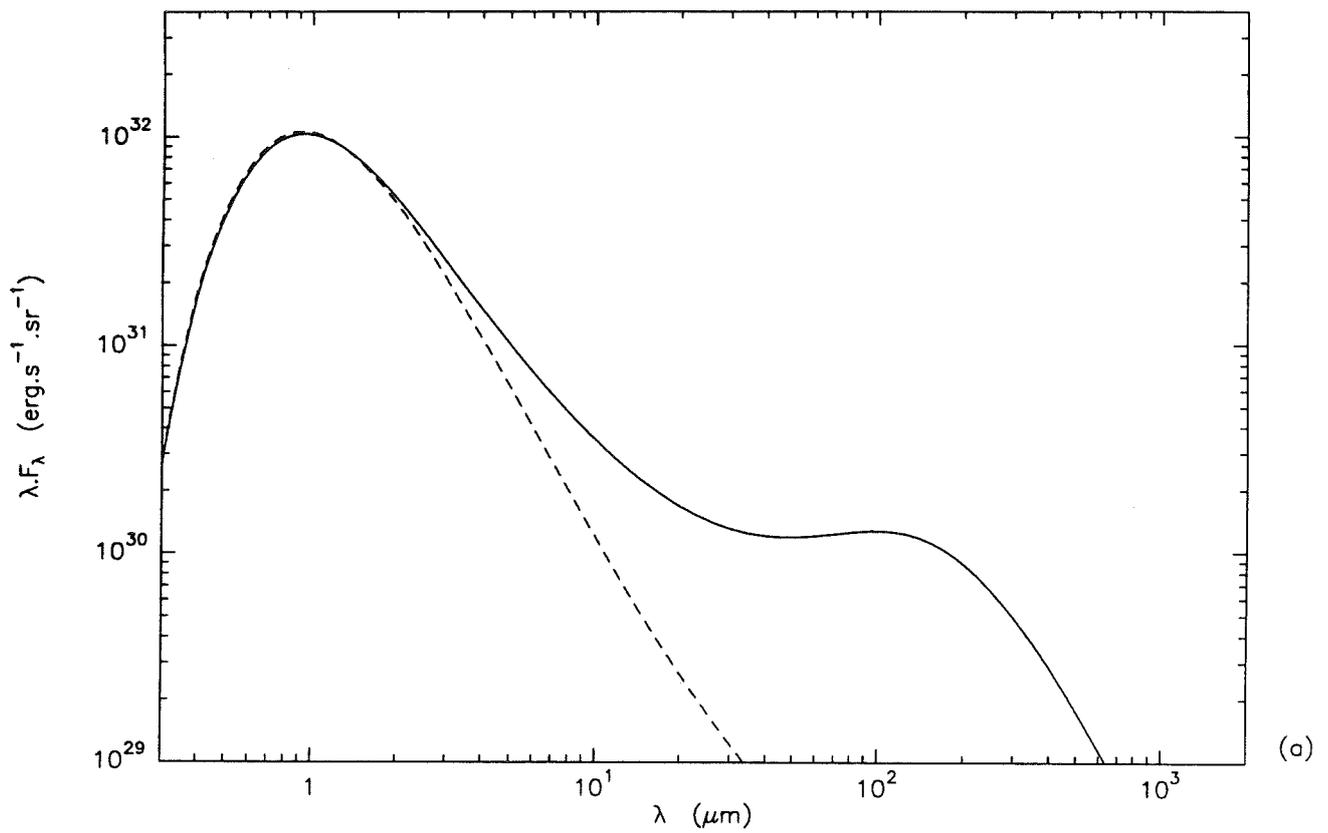


Fig. IV.22: *Idem avec  $i=89^\circ$ .*

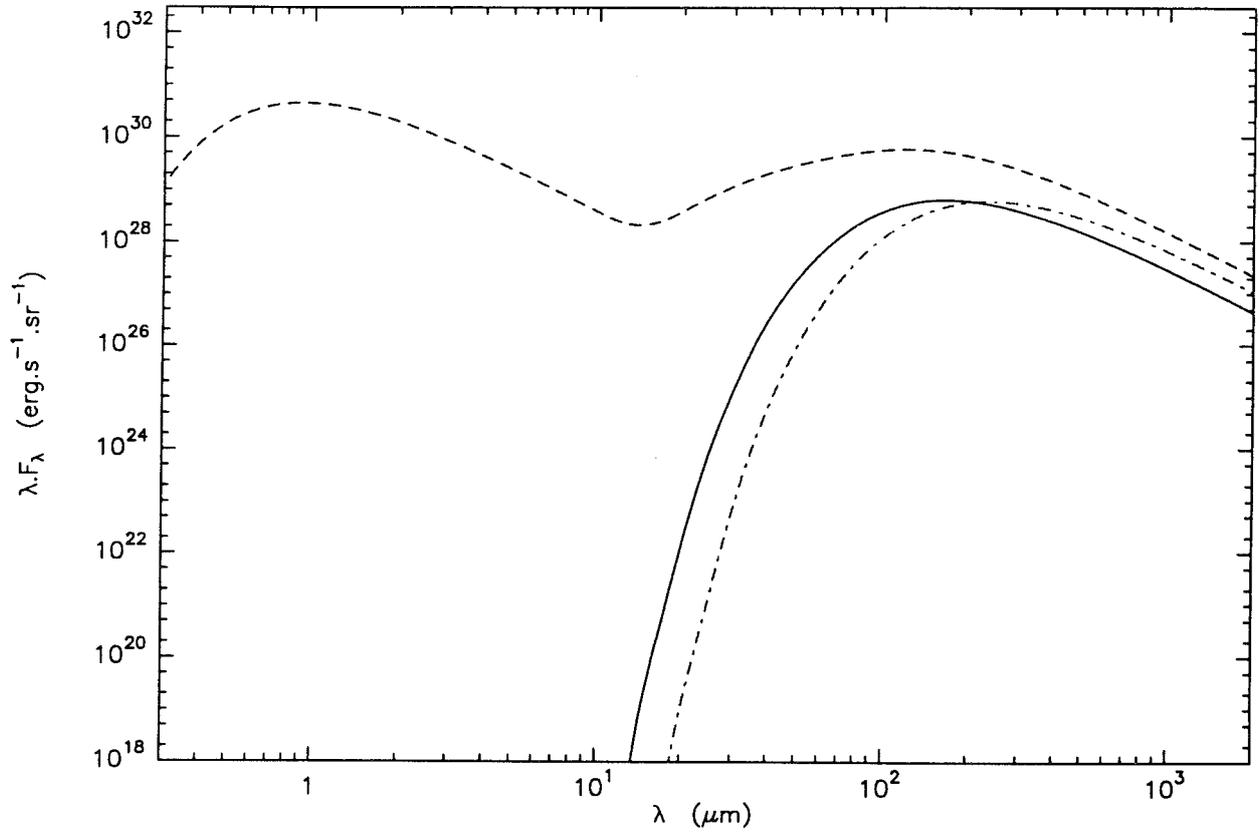


Fig. IV.23: Distributions spectrales d'énergie pour  $n=1.1$  et  $i=75^\circ$ . La courbe en trait plein représente le cas  $R=50 \text{ UA}$  et  $g=0.3$ , la courbe en tirets le cas  $R=50 \text{ UA}$  et  $g=0.4$ , et la courbe mixte le cas  $R=100 \text{ UA}$  et  $g=0.3$ .

déformation est moins importante. La Figure IV.18.b montre que toutes les régions de la face supérieure du disque sont vues avec une incidence identique ou presque, ce qui n'est pas surprenant puisque le disque déformé est presque plan (cf. Figure IV.17).

Les Figures IV.19 et IV.20, correspondant respectivement à  $i=73$  degrés et  $i=74$  degrés, montrent la même transition que dans le cas précédent, ainsi que nous l'avions prévu.

Mais sur les Figures IV.21 et IV.22, pour lesquelles  $i=78.5$ , et  $89$  degrés respectivement, nous constatons que l'observateur reçoit à nouveau de l'énergie dans les domaines visible et proche infra-rouge. La courbure du disque étant en effet très faible ici, les régions centrales de la face inférieure deviennent observables lorsque  $i$  augmente suffisamment (cf. Figure IV.17).

Dans tous les cas traités jusqu'à présent nous avons fixé le rayon du disque à  $R=50$  UA et l'amplitude de la déformation à  $g=0.3$ . Nous allons maintenant étudier comment ces paramètres influent sur les distributions spectrales d'énergie.

Sur la Figure IV.23, nous avons représenté les distributions spectrales d'énergie correspondant l'une à  $R=50$  UA et  $g=0.4$ , l'autre à  $R=50$  UA et  $g=0.3$ , et la dernière enfin à  $R=100$  UA et  $g=0.3$ , l'angle  $i$  valant  $75$  degrés et  $n$  étant fixé à  $1.1$  dans les trois cas.

Nous observons tout d'abord que lorsque l'amplitude de la déformation augmente, l'énergie émise dans le visible et le proche infra-rouge devient elle aussi plus importante; ceci s'explique par le fait qu'alors la température dans le disque augmente. D'autre part, la déformation des régions centrales étant dans ce cas plus importante, l'hémisphère sud de l'étoile devient visible alors qu'il ne l'est pas encore pour des déformations d'amplitude plus faible.

Nous constatons également qu'une augmentation du rayon à amplitude de déformation constante tend à faire "glisser" la distribution spectrale d'énergie vers les longueurs d'onde plus grandes: lorsque le rayon augmente en effet, si l'amplitude de la déformation relativement au rayon reste la même, la déformation des régions centrales diminue, et ceci se traduit par une diminution de la température dans les régions les plus chaudes.

### **IV.3. CONFRONTATION AVEC LES OBSERVATIONS**

Notons tout d'abord la variété des distributions spectrales d'énergie obtenues: le modèle que nous avons développé nous donne aussi bien des distributions spectrales d'énergie dans l'infra-rouge (cf. Figures IV.13 à IV.15, IV.20 et IV.23), du type de celles des objets stellaires jeunes de classe I, que des distributions spectrales d'énergie dans le visible et l'infra-rouge avec un rapport flux infra-rouge sur flux visible important (cf. Figures IV.21 et IV.23), du type de celles des étoiles T Tauri ayant un

fort excès infra-rouge, ou même que des distributions spectrales d'énergie semblables à celles d'un disque classique avec une étoile en son centre (cf. Figures IV.12 et IV.19), du type de celles des étoiles T Tauri sans excès infra-rouge.

Les distributions spectrales d'énergie obtenues pour des angles d'inclinaison inférieurs à 73 degrés ne retiendront pas particulièrement notre attention ici, car elles ressemblent à celles que nous avons obtenues dans le cadre des faibles perturbations, et les interprétations que nous pouvons en faire sont donc les mêmes.

#### IV.3.1. AJUSTEMENT DE LA DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE D'UN OBJET DE CLASSE I

Nous allons d'abord nous intéresser aux distributions spectrales d'énergie dans lesquelles l'émission a lieu uniquement dans le moyen et le lointain infra-rouge. Il est impossible de les identifier aux distributions spectrales d'énergie de T Tauri habituellement observées, bien qu'elles soient obtenues par la modélisation d'un disque autour d'une étoile ayant toutes les caractéristiques d'une T Tauri. Mais si ces distributions spectrales d'énergie ne ressemblent pas à celles des T Tauri, elles ont en revanche l'allure de celles des objets stellaires de classe I. Les intensités des distributions spectrales d'énergie calculées sont cependant inférieures à celles habituellement observées pour les objets de classe I. En effet, nous avons calculé que l'énergie émise par ces sources est de l'ordre de  $10^{30}$  erg.s<sup>-1</sup>.sr<sup>-1</sup> au maximum dans les cas traités; donc si nous supposons que ces objets sont à la distance  $L=140$  parsecs, dans le nuage du Taureau, l'énergie reçue de ces sources par un observateur terrestre, égale à l'énergie émise multipliée par  $4\pi/4\pi L^2$ , est de l'ordre de  $5.10^{-19}$  W.cm<sup>-2</sup> (si nous négligeons l'extinction du milieu interstellaire). Or l'énergie reçue des sources de classe I est plutôt de l'ordre de  $10^{-16}$  W.cm<sup>-2</sup>. Mais rappelons que nous avons fixé le taux d'accrétion à  $\dot{M}=10^{-9}$  M<sub>⊙</sub>/an, valeur bien inférieure à celle déduite des observations de T Tauri. Pour tenter de reproduire les distributions spectrales d'énergie observées d'objets stellaires jeunes de classe I, nous allons donc être amené à considérer des taux d'accrétion plus importants.

Sur les Figures IV.24 sont représentés les ajustements que nous avons obtenus par la méthode du  $\chi^2$  de la distribution spectrale d'énergie d'une source de classe I du nuage du Taureau, 04108+2803b. Les données à 1.25, 1.65, 2.20, 3.45, 4.80, 10.1 et 20  $\mu$ m proviennent de Myers *et al.* (1987), et les données IRAS à 12, 25, 60 et 100  $\mu$ m proviennent de Beichman *et al.* (1986). Deux ajustements ont été obtenus, avec des paramètres différents.

Nous observons que la distribution spectrale d'énergie à partir de 3.45  $\mu$ m est bien reproduite. En revanche, les énergies calculées jusqu'à 2.20  $\mu$ m sont bien en-dessous des valeurs observées. Ceci peut être expliqué par la diffusion: aux alentours de 1  $\mu$ m, qui est la taille caractéristique des poussières interstellaires, le rayonnement en provenance du disque et de l'étoile centrale est diffusé par le milieu interstellaire. Ce rayonnement peut donc être reçu par l'observateur bien que les régions dont il provient

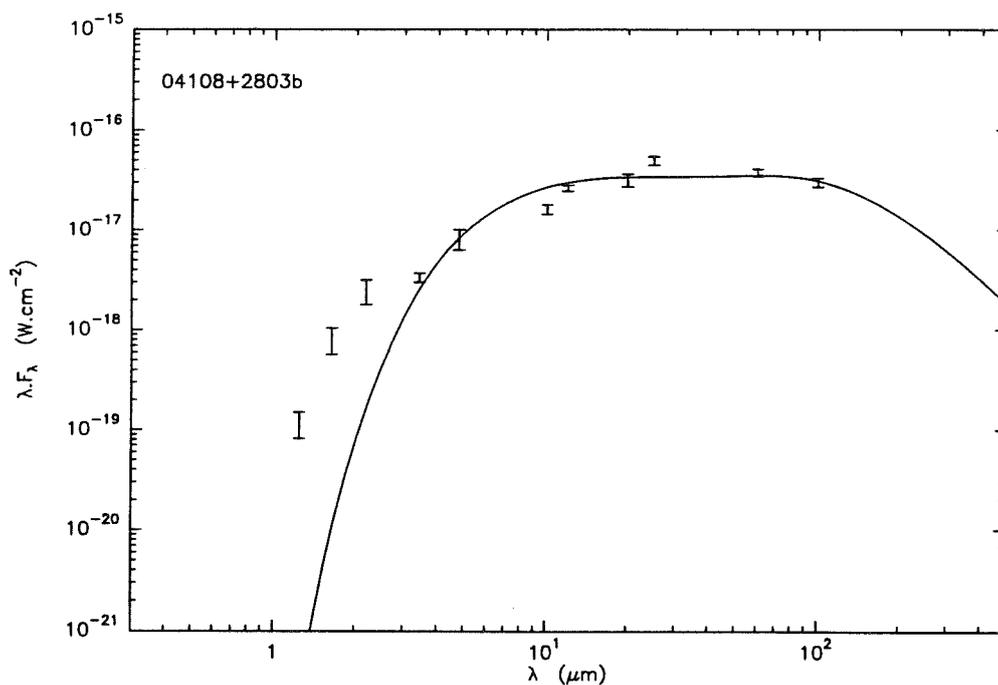


Fig. IV.24.a: Comparaison de la distribution spectrale d'énergie de 04108+2803b avec une distribution spectrale d'énergie théorique. Les paramètres de la courbe théorique sont:  $g=0.8$ ,  $n=1.44$ ,  $R=100$  UA,  $i=83.6^\circ$ ,  $M_{int}=2 M_\odot$ ,  $\dot{M}=9.8 \cdot 10^{-6} M_\odot/\text{an}$  et  $T^*=5000$  K.

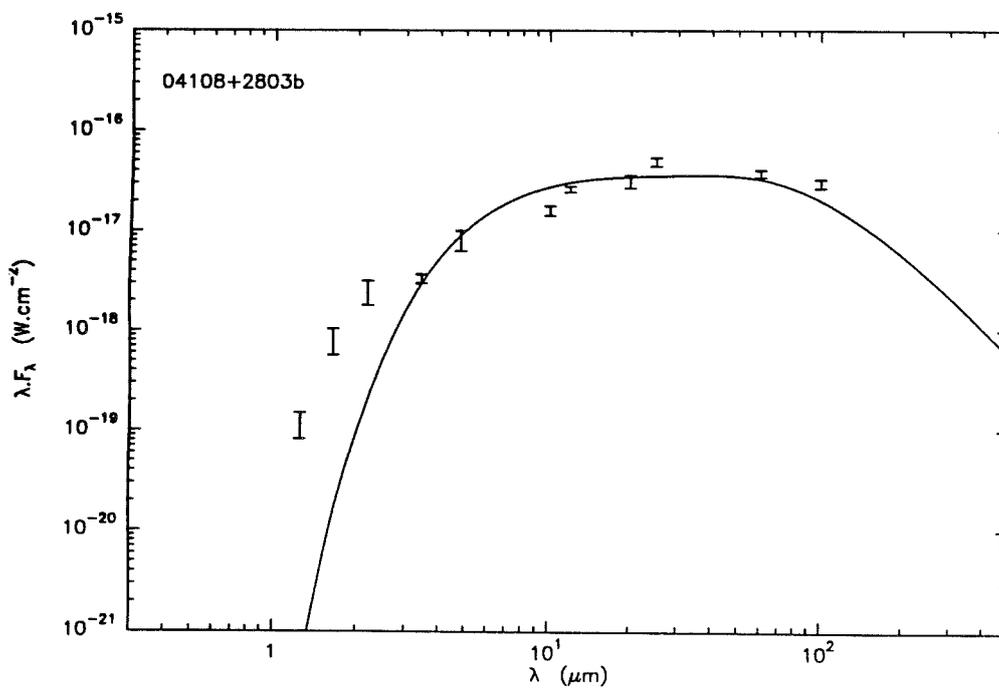


Fig. IV.24.b: Idem avec  $g=0.64$ ,  $n=1.44$ ,  $R=47$  UA,  $i=84.2^\circ$ ,  $M_{int}=2 M_\odot$ ,  $\dot{M}=9 \cdot 10^{-6} M_\odot/\text{an}$  et  $T^*=5000$  K.

ne soient pas visibles. Comme ici l'étoile n'émet plus d'énergie à ces longueurs d'onde, c'est plutôt le rayonnement du disque qui est diffusé. Il peut sembler étonnant que la diffusion augmente avec la longueur d'onde, car le pourcentage d'énergie diffusé est plus grand à  $1\ \mu\text{m}$  qu'à  $2\ \mu\text{m}$ : ceci est dû au fait que le disque émet plus d'énergie à  $2\ \mu\text{m}$  qu'à  $1\ \mu\text{m}$ . Pour ce qui est de l'intensité de l'énergie diffusée, elle a été justifiée par Adams *et al.* (1987), qui expliquaient également par la diffusion l'excès d'énergie par rapport à leur modèle aux environs de  $1\ \mu\text{m}$ .

Dans les deux cas, le taux d'accrétion utilisé est très important, de l'ordre de  $10^{-5}\ M_{\odot}/\text{an}$ . Il convient donc ici de revenir un instant sur l'influence de la perturbation sur la vitesse radiale dans le disque. Comme nous l'avons déjà mentionné, et comme nous le verrons un peu plus en détail dans le Chapitre V, la vitesse radiale des particules est augmentée dans le disque du fait de la perturbation. Ces particules étant d'autre part soumises à des frottements, il s'ensuit des collisions qui chauffent le disque et provoquent une dissipation d'énergie sous forme de rayonnement. Une perturbation importante induit donc sans doute un excès d'émission dû aux collisions. Si nous avons pris en compte cette excès d'émission, le taux d'accrétion nécessité par les ajustements aurait été inférieur à celui qui a été calculé ici.

Cela étant, le cas où l'amplitude de la déformation est 0.8 est sans doute moins réaliste que celui où elle est égale à 0.64.

Soulignons enfin que l'extinction du milieu interstellaire n'a pas été prise en compte ici.

Nous voyons donc qu'il existe un autre moyen d'obtenir des distributions spectrales d'énergie semblables à celles des objets stellaires de classe I que celui proposé jusqu'à présent. Rappelons que ces objets sont habituellement supposés être très enfouis dans les nuages et entourés par une enveloppe de poussière relativement étendue, qui absorbe l'émission de l'objet dans le visible et le proche infra-rouge et contribue à la forte émission dans le moyen infra-rouge.

Or nous avons montré ici qu'il est possible de reproduire des distributions spectrales d'énergie d'objets de classe I sans prendre en compte l'extinction du milieu, mais en considérant simplement que l'objet est en fait une étoile T Tauri entourée par un disque déformé par effet de marée. Il n'est nul besoin donc pour obtenir des distributions spectrales d'énergie dans l'infra-rouge sans émission dans le visible d'enfouir l'étoile profondément dans la poussière: il suffit de la cacher dans un disque circumstellaire déformé.

Ceci est d'ailleurs cohérent avec les observations millimétriques récentes de André & Montmerle (1993), et Terebey *et al.* (1993). Les premiers ont mesuré le flux à  $2.7\ \text{mm}$  d'objets de classe I dans des cœurs denses IRAS, et les seconds ont observé des objets de classes I et II à  $1.3\ \text{mm}$  dans le nuage  $\rho$  Ophiuchi. Ils ont noté que *l'excès infra-rouge et l'intensité du flux millimétrique ne sont pas corrélés*. Ils ont en effet observé que les objets stellaires de classe I n'ont en général pas un flux millimétrique plus important que celui des étoiles de type T Tauri. Or les théories selon lesquelles l'excès IR détermine la quantité de matière circumstellaire laissaient prévoir une

augmentation du flux millimétrique avec l'excès infra-rouge. Il est possible d'expliquer cette absence de corrélation à l'aide du modèle que nous avons développé: l'émission dans le domaine submillimétrique ou millimétrique peut en effet être importante même si la quantité de poussière n'est pas telle que le flux infra-rouge soit significativement en excès; il suffit que le disque soit déformé dans les régions externes par la présence d'un compagnon.

Une des conséquences de ces observations est que la différence des masses de matière circumstellaire des objets de classe I et des objets de classe II n'est pas aussi importante que le laissaient prévoir les données infra-rouge. André & Montmerle (1993) ont noté que la principale différence entre les objets de classe I et les objets de classe II ne réside pas tant dans la quantité de matière circumstellaire que dans sa distribution spatiale (résolue pour les objets de classe I et non résolue pour les étoiles T Tauri).

#### **IV.3.2. AJUSTEMENT DE LA DISTRIBUTION SPECTRALE D'ENERGIE D'UNE ETOILE T TAURI AYANT UN FORT EXCES INFRA-ROUGE**

Nous allons nous intéresser maintenant aux distributions spectrales d'énergie ayant une composante dans le visible et une forte émission dans l'infra-rouge. Nous avons déjà souligné que ce type de distribution spectrale d'énergie ressemble à celle des étoiles de type T Tauri ayant un fort excès infra-rouge.

Les Figures IV.25 présentent les ajustements par la méthode du  $\chi^2$  que nous avons obtenus de la distribution spectrale d'énergie d'une source de ce type, DO Tau, dans le nuage du Taureau. Les données proviennent des mêmes articles que précédemment. La température de l'étoile est cependant fixée dans ce cas à 3900 K, et l'extinction, bien qu'étant un paramètre ajustable, reste dans l'intervalle  $1.35 \pm 0.7$  (valeurs données par Cohen & Kuhl 1979). Ici encore, deux ajustements ont été obtenus.

Du point de vue de la déformation, l'ajustement pour lequel  $g=0.25$  est plus réaliste que celui pour lequel  $g=0.8$ . Mais ce dernier a l'avantage de nécessiter un taux d'accrétion plus faible que l'autre. Ce qui a été dit précédemment (cf. § IV.3.1) sur le taux d'accrétion reste bien sûr valable ici. Quant à la diffusion, elle n'apparaît pas dans le cas présent car son intensité est à peu près 100 fois inférieure à l'intensité reçue ici du disque et de l'étoile centrale aux longueurs d'onde concernées. Notons enfin que dans ce cas, seul l'hémisphère sud de l'étoile centrale est vue.

*Nous constatons qu'il est donc possible avec ce modèle de reproduire des distributions spectrales d'énergie d'étoiles de type T Tauri ayant un fort excès infra-rouge, c'est à dire un indice spectral relativement élevé (faible en valeur absolue).*

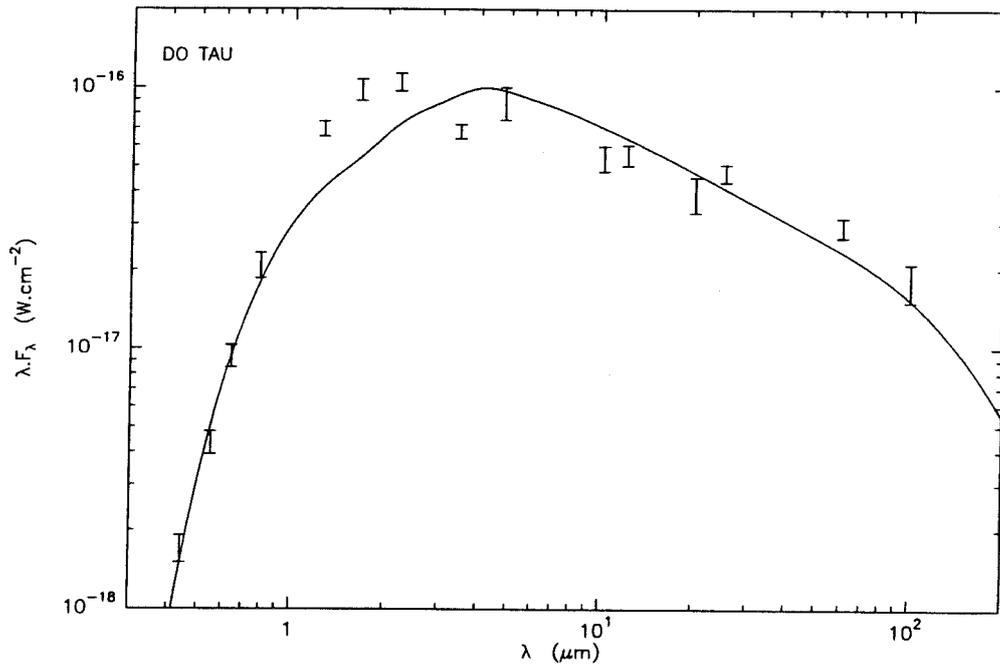


Fig. IV.25.a: Comparaison de la distribution spectrale d'énergie de DO Tau avec une distribution spectrale d'énergie théorique. Les paramètres de la courbe théorique sont:  $g=0.25$ ,  $n=1.41$ ,  $R=100$  UA,  $i=89^\circ$ ,  $M_{int}=2 M_\odot$ ,  $\dot{M}=3.8 \cdot 10^{-5} M_\odot/\text{an}$  et  $A_V=1.64$ .

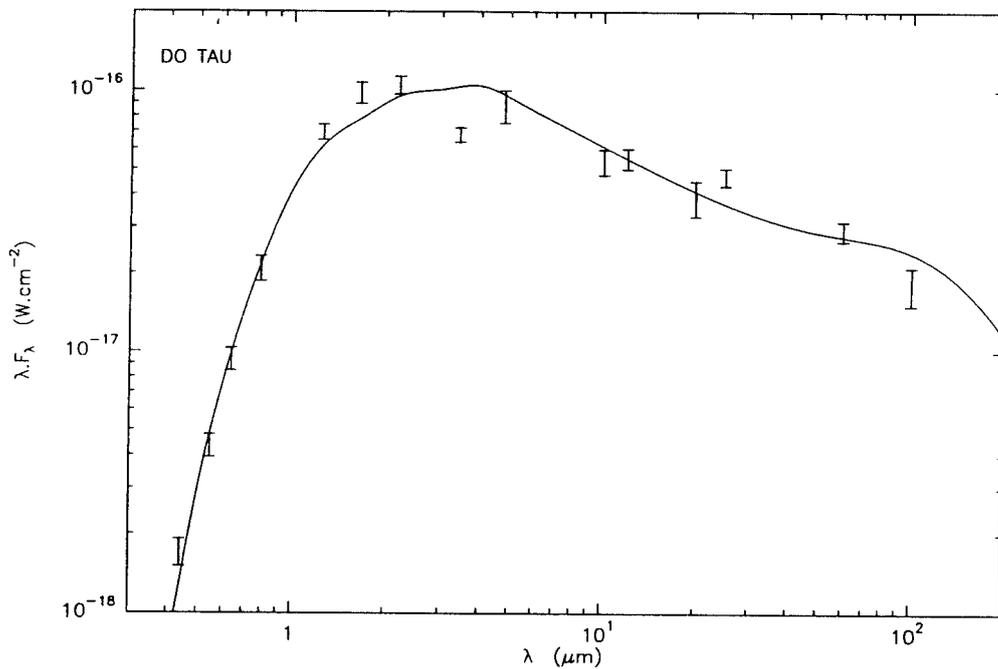


Fig. IV.25.b: Idem avec  $g=0.8$ ,  $n=1.53$ ,  $R=100$  UA,  $i=89^\circ$ ,  $M_{int}=2 M_\odot$ ,  $\dot{M}=9 \cdot 10^{-6} M_\odot/\text{an}$  et  $A_V=1.98$ .

### IV.3.3. OBSERVATIONS DE LA REGION DE HH 111

Citons enfin les observations de la région de HH 111 de Gredel & Reipurth (1993), qui sont également venues conforter ce modèle. Ces auteurs ont en effet découvert qu'en plus du jet HH 111 lui-même, s'échappait de la région dans laquelle se trouve la source de HH 111 un autre jet bipolaire invisible dans l'optique, qu'ils ont nommé HH 121 (cf. Figure IV.26). Le point qui nous intéresse ici est que les deux lobes de HH 121 ne sont pas alignés; l'angle qu'ils font est même assez considérable, puisqu'il vaut entre 15 et 20 degrés. Notons que les deux lobes du jet HH 111 ne sont pas non plus alignés, mais l'angle est beaucoup plus faible, valant 1 degré. Ces observations peuvent être interprétées de la manière suivante: les deux jets proviennent d'un système binaire d'objets de la pré-séquence principale, séparés d'au plus 500 UA d'après Gredel & Reipurth, et dans lequel il y a des interactions par effet de marée. L'angle entre les lobes des jets est alors une conséquence de ces interactions. Dans ces conditions, l'étoile d'où provient HH 111 est sans doute plus massive que celle d'où provient HH 121.

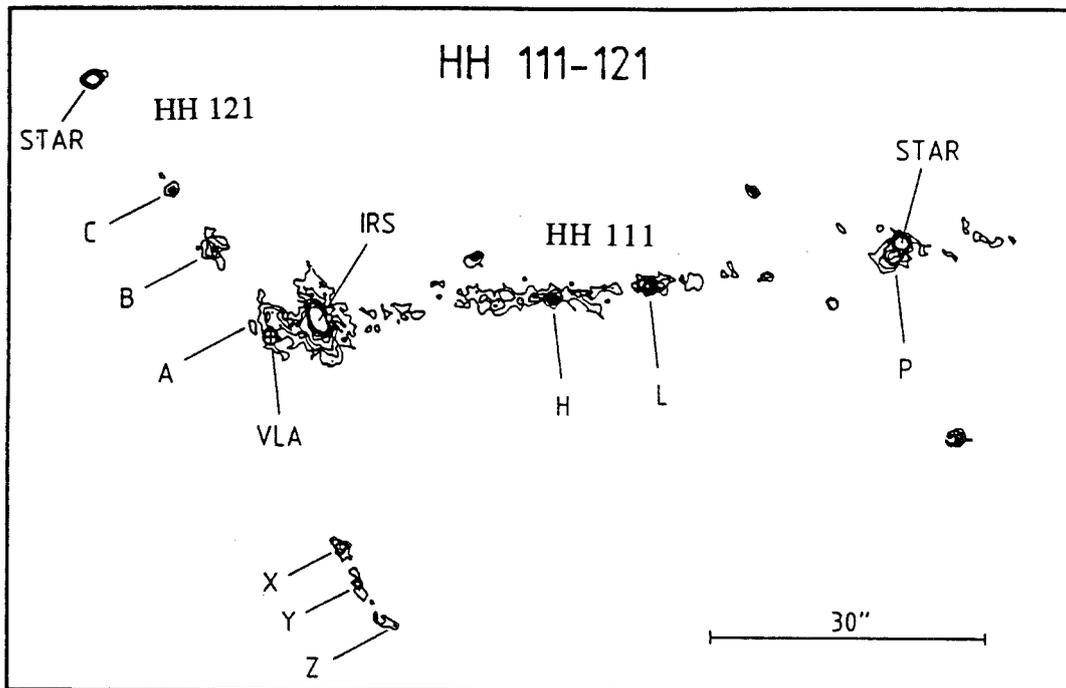


Fig. IV.26: Observations de la région de HH 111 (d'après Gredel & Reipurth 1993)

## Chapitre V

### VARIATION DU TAUX D'ACCRETION: PRELIMINAIRES ET PERSPECTIVES...

Tout au long des chapitres qui ont précédé, nous avons supposé que le taux d'accrétion restait constant dans le disque. Or il est relié de manière très directe à la vitesse radiale des particules dans le disque, et celle-ci est nécessairement modifiée par la perturbation du potentiel qui engendre les effets de marée.

Dans le cas classique d'un disque non perturbé, l'accrétion est due, nous l'avons souligné, aux frottements visqueux induits par la rotation différentielle. Il est possible que la déformation du disque modifie de manière significative cette viscosité, mais ce problème ne retiendra pas notre attention ici. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à l'accrétion produite directement par la perturbation, c'est-à-dire à la vitesse radiale engendrée par celle-ci. En d'autres termes, nous étudions ici un autre processus pour engendrer de l'accrétion que la viscosité.

Nous allons dans ce chapitre calculer la vitesse radiale dans le disque par la méthode des perturbations, en supposant la déformation faible. Nous verrons que l'interprétation de certains termes permet de tirer quelques conclusions sur l'évolution du taux d'accrétion.

Insistons sur le fait que ce chapitre présente seulement les résultats préliminaires d'un travail qui commence à peine. Ces premiers résultats ne permettent pas encore des interprétations autres que qualitatives, et n'ont pas d'autre utilité que de définir des directions de recherches futures.

## V.1. EQUATIONS DU MOUVEMENT

Nous allons nous intéresser à la trajectoire décrite par une particule du disque soumise à la double attraction gravitationnelle de l'étoile centrale et de l'étoile perturbatrice. Comme la vitesse que nous voulons calculer est celle de la particule relativement au centre du disque, la seconde des attractions mentionnées est en fait la force exercée par l'étoile perturbatrice au point considéré diminuée de la force exercée par cette étoile au centre du disque.

Les développements du Chapitre II ont montré que le terme statique de la déformation du disque d'accrétion s'écrit sous la forme (cf. expressions II.91 et II.94):

$$h(\varpi, \theta) = \frac{3}{8} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \sin 2b \frac{R^3}{D^3} \times R \frac{\varpi^4}{R^4} \cos \theta$$

et que donc  $h/\varpi$  est du troisième ordre en  $\varpi/D$ .

Les équations du mouvement s'écrivent alors, au premier ordre non nul en  $\varpi/D$ :

$$\ddot{\varpi} - \varpi \dot{\theta}^2 = - \frac{GM_{int}}{\varpi^2} \left[ 1 + \frac{M_{ext}}{M_{int}} \frac{\varpi^3}{D^3} (1 - 3 \cos^2 b \cos^2 \theta) \right] \quad (\text{V.1.a})$$

$$2 \dot{\varpi} \dot{\theta} + \varpi \ddot{\theta} = - \frac{GM_{int}}{\varpi^2} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \frac{\varpi^3}{D^3} 3 \cos^2 b \cos \theta \sin \theta \quad (\text{V.1.b})$$

où les points sur les lettres désignent les dérivées par rapport au temps. Nous rappelons que  $\varpi$  et  $\theta$  sont les coordonnées polaires dans le disque, les vitesse et accélération étant ici relatives au centre du disque.  $D$  est la distance entre les deux étoiles, supposée grande devant le rayon du disque.

## V.2. CALCUL DE LA VITESSE RADIALE

Nous cherchons la vitesse radiale sous la forme

$$\dot{\varpi} = \sqrt{\frac{GM_{int}}{\varpi}} \left[ \frac{\varpi}{D} x(\theta) + \frac{\varpi^2}{D^2} y(\theta) + \frac{\varpi^3}{D^3} z(\theta) \right] \quad (V.2)$$

c'est-à-dire d'une vitesse multipliée par un développement en série du troisième ordre en  $\varpi/D$ .  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont les fonctions à déterminer.

Dérivant cette expression par rapport au temps, nous obtenons l'accélération radiale sous la forme:

$$\ddot{\varpi} = \frac{GM_{int}}{\varpi^2} \left[ \frac{1}{2} \frac{\varpi^2}{D^2} x^2(\theta) + 2 \frac{\varpi^3}{D^3} x(\theta) y(\theta) \right] + \sqrt{\frac{GM_{int}}{\varpi}} \left[ \frac{\varpi}{D} x'(\theta) + \frac{\varpi^2}{D^2} y'(\theta) + \frac{\varpi^3}{D^3} z'(\theta) \right] \dot{\theta} \quad (V.3)$$

où  $x'$ ,  $y'$  et  $z'$  sont les dérivées de ces fonctions par rapport à la variable  $\theta$ .

Cette expression, reportée dans l'égalité (V.1.a), permet d'obtenir une équation du second degré en  $\theta$ , dont la résolution donne:

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{GM_{int}}{\varpi^3}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\varpi}{D} x'(\theta) + \frac{\varpi^2}{D^2} f(\theta) + \frac{\varpi^3}{D^3} g(\theta) \right] \quad (V.4)$$

les fonctions  $f$  et  $g$  dépendant de  $x$ ,  $y$  et  $z$  et de leur dérivée. Nous avons supposé ici que le disque tournait en sens direct.

$\ddot{\theta}$  se déduit de cette équation par dérivation. Nous pouvons alors remplacer le premier membre de l'égalité (V.1.b) par une expression dépendant uniquement de  $x$ ,  $y$  et  $z$  et de leurs dérivées. L'identification des deux membres de l'équation finalement obtenue permet de poser trois équations différentielles, la première faisant intervenir uniquement  $x$ , la seconde  $x$  et  $y$ , et la troisième  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

La résolution de ces équations conduit aux expressions suivantes de ces fonctions:

$$x = A \cos \theta + B \sin \theta \quad (IV.5.a)$$

$$y = E \cos \theta + F \sin \theta + \frac{AB}{2} \cos 2\theta + \frac{B^2 - A^2}{4} \sin 2\theta \quad (IV.5.b)$$

$$z = \alpha \sin 3\theta + \beta \sin 2\theta + I \sin \theta + J \cos \theta + \gamma \cos 2\theta + \delta \cos 3\theta + \epsilon \quad (IV.5.c)$$

les constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  et  $\epsilon$  dépendant des autres constantes A, B, E et F.  $\alpha$  s'exprime également en fonction des masses des deux étoiles.

En reportant ces égalités dans l'équation (V.2), nous obtenons donc l'expression de la vitesse radiale dans le disque. Les six constantes à déterminer dépendent des conditions initiales sur la position, la vitesse et l'accélération.

Nous avons développé la vitesse au troisième ordre de façon à mettre en évidence d'éventuels termes séculaires. Nous observons que ce type de termes n'existe pas dans ce développement.

Il faut garder à l'esprit que la déformation est faible, et que donc les trajectoires sont quasiment circulaires. C'est pourquoi il n'existe pas ici de position d'équilibre (ou de point de Lagrange): la vitesse de rotation ne peut pas s'annuler. Notons également que le mouvement ne peut pas être complètement circulaire; si c'était en effet le cas, il faudrait que la vitesse radiale soit nulle en tout point, ce qui nécessiterait que les constantes A, B, E et F soient nulles, mais alors dans le terme du troisième ordre il serait impossible d'annuler le coefficient de  $\sin 2\theta$ . Ceci est tout à fait cohérent puisque le mouvement n'est pas à force centrale.

Nous observons que la vitesse radiale décroît en valeur absolue avec le rayon: lorsque la particule se rapproche de l'étoile centrale, l'effet de l'étoile perturbatrice diminue, et donc le mouvement tend à devenir un mouvement à force centrale. *L'accrétion sera donc modifiée de manière plus importante dans les régions externes du disque que dans les régions centrales.*

D'autre part, ainsi que nous l'avons souligné dans le Chapitre IV, l'effet combiné de cette vitesse radiale et des frottements induit des collisions entre les particules du disque, et donc une dissipation d'énergie par rayonnement.

Il est difficile de tirer d'autres conclusions générales d'après l'expression de la vitesse radiale obtenue, car les situations dépendent beaucoup des conditions initiales. Il est évident qu'il n'y a rien de commun entre la trajectoire d'une particule qui arrive dans le disque avec une vitesse radiale supérieure à la vitesse d'échappement du potentiel des deux étoiles, et celle d'une particule qui arrive avec une vitesse radiale initiale nulle.

Une prochaine étape de ce travail sera donc justement d'étudier quelles sont les vitesses des particules qui arrivent dans un disque circumstellaire; il sera nécessaire alors d'établir un lien avec les théories de formation stellaire.

## CONCLUSION

Les résultats que nous avons obtenu au cours de cette thèse ayant été présentés en détail dans le Chapitre IV, nous nous contenterons ici de les résumer brièvement.

L'étude des faibles perturbations dans des systèmes binaires de T Tauri a montré que l'interaction entre les deux composantes pouvait conduire à une déformation significative du disque circumstellaire des étoiles par effet de marée. Au niveau de la distribution spectrale d'énergie, cette perturbation se traduit par un excès d'émission dans le domaine submillimétrique, aux alentours de  $100\ \mu\text{m}$ , l'excès étant relatif à l'énergie émise par un disque non déformé. Observationnellement, cette particularité pourrait être mise en évidence dans des systèmes binaires visuels, dans lesquels la séparation entre les étoiles serait supérieure ou de l'ordre de 150 unités astronomiques.

Dans le cadre de ce modèle, une précession de la déformation a été relevée. Si les régions du disque distantes d'au moins 50 unités astronomiques de l'étoile centrale émettent des jets, alors les effets de cette précession pourraient également être mis en évidence par l'observation de jets ayant une extension de l'ordre du parsec. Cette suggestion reste cependant grandement hypothétique, car il est probable que les jets soient émis dans des régions plus centrales du disque.

Plusieurs observations sont venues conforter les résultats et conclusions de cette étude. Qu'il s'agisse des observations millimétriques d'objets stellaires jeunes (André & Montmerle 1993) ou des observations de jets provenant de la région de HH 111 (Gredel & Reipurth 1993), des explications peuvent être trouvées dans le cadre de notre modèle.

Mais cette étude des faibles perturbations, nous l'avons souligné, ne peut s'appliquer qu'aux systèmes binaires dans lesquels la séparation est supérieure à la centaine d'unités astronomiques. Or la majorité des systèmes binaires de T Tauri ont des séparations inférieures à 150 unités astronomiques. C'est pourquoi nous avons examiné ensuite les conséquences sur la distribution spectrale d'énergie d'une forte perturbation par effet de marée. Il est bien entendu que cette perturbation ne peut pas être traitée analytiquement. Qui en douterait est renvoyé à la lecture du Chapitre II... Nous avons donc sacrifié à la rigueur mathématique et développé une description paramétrique de la déformation.

Cette étude montre que pour des valeurs raisonnables des paramètres, il est possible d'obtenir des distributions spectrales d'énergie dans l'infra-rouge, sans émission dans le visible, et ceci sans tenir compte d'une éventuelle extinction par le milieu interstellaire. Ces distributions spectrales d'énergie sont semblables à celles des objets stellaires jeunes de classe I: l'une d'entre elle a été reproduite dans le Chapitre IV. Ceci nous conduit à proposer une nouvelle explication aux observations de ces objets: les objets jeunes ayant une distribution spectrale d'énergie uniquement dans l'infra-rouge ne sont pas nécessairement entourés par plus de matière circumstellaire que les étoiles T Tauri. Il ressort de notre étude que ces objets peuvent être "tout simplement" des étoiles de type T Tauri cachées par un disque circumstellaire déformé par effet de marée.

Là encore, les observations ne nous contredisent pas, puisque André & Montmerle (1993) ont constaté que la masse de matière circumstellaire autour des objets de classe I n'était pas aussi importante que le laissaient penser les observations dans l'infra-rouge.

Le modèle que nous avons développé permet également de reproduire des distributions spectrales d'énergie d'étoiles de type T Tauri ayant un fort excès infra-rouge, c'est-à-dire un indice spectral élevé (négatif).

Les principales lacunes de ce modèle en son état actuel sont de ne pas prendre en compte la viscosité dans le disque, qui tend à modifier la déformation, le mouvement relatif des deux étoiles du système binaire, et la modification du taux d'accrétion engendrée par la déformation. Le taux d'accrétion ayant été supposé constant, nous l'avons choisi relativement faible de façon à limiter l'influence de l'accrétion, et donc l'impact de cette approximation (excepté pour les ajustements de distributions spectrales d'énergie observées).

Une prochaine étape de ce travail sera d'étudier l'influence de la déformation sur l'accrétion. Nous avons à ce sujet présenté au Chapitre V des résultats préliminaires prometteurs, puisqu'ils mettent en évidence une modification des vitesses radiales dans le disque liée à la perturbation. L'intérêt sera alors de considérer un modèle non stationnaire, dans lequel le mouvement relatif des deux étoiles du système binaire sera pris en compte. Dans ce cas en effet, nous pourrions étudier la variation du taux d'accrétion au cours du temps, et appliquer ce travail aux étoiles FU Orionis, étoiles jeunes qui présentent les signes d'une accrétion beaucoup plus importante que les autres étoiles de type T Tauri, accrétion de surcroît fortement variable.

## **ANNEXE**

### **Tidally-induced warps in T Tauri disks I. First-order perturbation theory**

**C. Terquem and C. Bertout**

*Astron. Astrophys.*, **274**, 291-303 (1993)

# Tidally-induced warps in T Tauri disks

## I. First-order perturbation theory

C. Terquem and C. Bertout

Laboratoire d'Astrophysique, Observatoire de Grenoble, BP 53X, F-38041 Grenoble Cedex, France

Received January 11, accepted February 18, 1993

**Abstract.** We study the perturbation caused by a stellar companion on the potential of a T Tauri disk in the first-order approximation. We compute the resulting disk warp as a function of stellar and disk parameters in both cases of self-gravitating and accretion disks. We then calculate the radiative flux emitted by the warped disk, considering heating by both viscous accretion and reprocessing of stellar light. We predict that T Tauri stars with tidally warped circumstellar disks may display far-infrared and submillimetric radiative flux well in excess of that expected from flat circumstellar disks.

**Key words:** stars: binaries: general – stars: circumstellar matter – stars: flare – stars: pre-main sequence – accretion, accretion disks – celestial mechanics

---

### 1. Introduction

The large infrared radiative flux observed in T Tauri stars (TTSs) is thought to arise from their circumstellar disk *via* two physical mechanisms: viscous accretion and reprocessing of stellar light (e.g., Kenyon & Hartmann 1987; Bertout et al. 1988). Both disk accretion and reprocessing lead to a spectral energy distribution (SED)  $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{-4/3}$  in rough agreement with the observed near-infrared SED of several TTSs.

However, the spectral slope of many TTSs differs from this canonical value and ranges from  $\lambda^{-4/3}$  to  $\lambda^0$ . Several explanations have been proposed to account for these deviations. One of them assumes that the star is in fact an unresolved binary system where the companion star is colder than the visible TTS and emits mostly in the infrared. Speckle observations of T Tauri (Maihara & Katata 1991), Haro 6-10 (Leinert & Haas 1989), and XZ Tau (Haas et al. 1990) indeed demonstrated that the “flat” infrared spectra of these objects were due to the presence of cold companions. Another hypothesis, proposed by Kenyon & Hartmann (1987), assumes that the circumstellar disk is not

entirely flat but “flares” instead, i.e. the disk has a scale height  $H(r)$  parametrized by

$$H(r) = H_0 \left( \frac{r}{R_*} \right)^z$$

where  $H_0$  and  $z$  are free parameters and where  $r$  is the disk radius and  $R_*$  is the stellar radius.

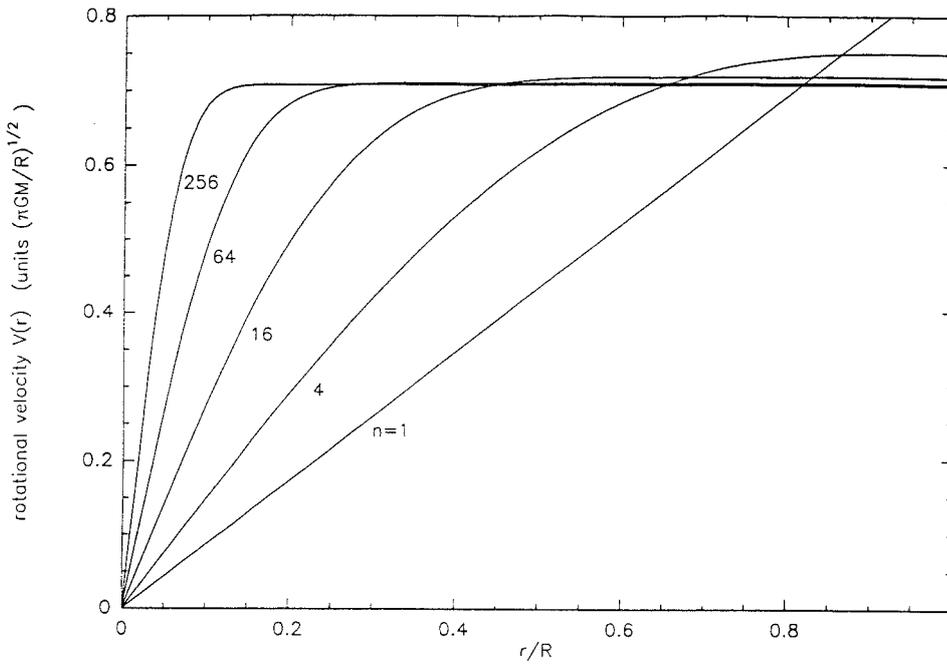
Flaring is expected to occur in disks subject to the condition of hydrostatic equilibrium because the disk height scale increases outwards as the surface density decreases. In that case, one finds that  $z = 9/8$ . Taking this into account in the computation of the IR spectrum resulting from reprocessing of stellar light, Kenyon & Hartmann (1987) showed that the outer parts of the disk absorb more stellar photons than a flat disk and that the flux emitted from the outer disk regions is thus correspondingly larger than that of a flat disk. However, the IR excess resulting from flaring depends critically on the assumption that the disk remains optically thick over the entire height scale, and detailed computations of the disk vertical structure show that this may not be the case (cf. Malbet & Bertout 1991).

In this paper, we investigate a physical mechanism which could lead to effects similar to those induced by flaring. Namely, we consider disk warps induced by tidal interactions with a stellar companion located at a few hundreds astronomical units. Such binary systems are common among young stars: Reipurth & Zinnecker (1993) conclude from an extended study of the Southern sky star-forming regions that the frequency of pre-main sequence binaries with projected separations between 150 and 1800 AU is about 16%. Because of the large uncertainties on T Tauri disk masses (cf. Beckwith et al. 1990), we shall not restrict this analysis to the case of an accretion disk. Instead, we shall investigate the response of both self-gravitating and accretion disks to tidal forces. In both cases we assume that the disk is geometrically thin and optically thick.

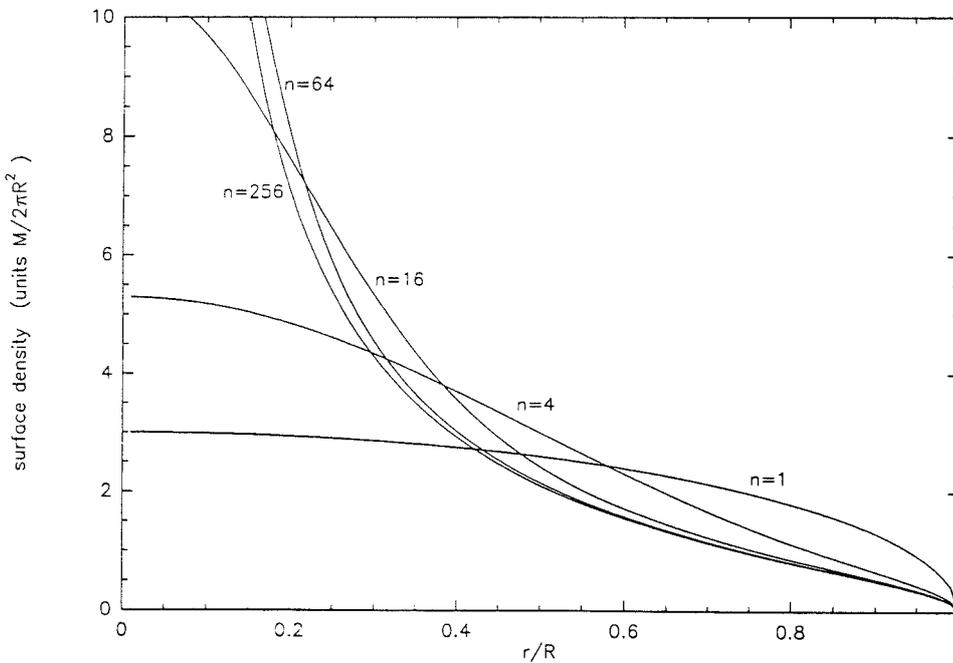
The mathematical model which we use to describe the interaction was originally developed by Hunter & Toomre (1969) to account for the observed warp of the Galactic disk. In their model, this warp is caused by the Magellanic clouds. The warp of a TTS disk caused by tidal forces is calculated in Sect. 2 in the

---

Send offprint requests to: C. Terquem



**Fig. 1.** Rotational velocity of the self-gravitating disk with velocity law given by Eq. 8



**Fig. 2.** Density of the self-gravitating disk with velocity law given by Eq. 8

first-order approximation. An analytical treatment is possible in that case, and the resulting equations are then solved numerically. In Sect. 3 we calculate the flux emitted by the warped disk, and we discuss in Sect. 4 some implications of this model for observations of TTSS. A subsequent paper will investigate the general case of large tidal perturbations.

## 2. Method

### 2.1. Gravitational potential perturbation

We consider a visual binary system of TTSS where at least one star is surrounded by a dusty disk and where the distance  $D$  between the two stars is much greater than the disk radius  $R$ . We can then assume that *the disk warp resulting from the interaction is small compared to the disk radius*. This assumption, which makes it possible to develop a first-order perturbation theory, is crucial in the following analysis.

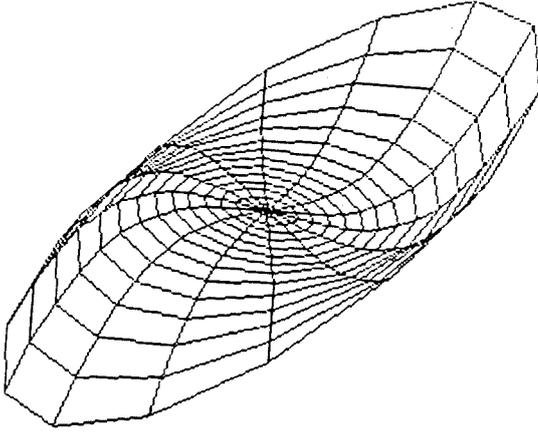


Fig. 3. 3D view of the warped disk. The magnitude of the warp is exaggerated for the purpose of illustration

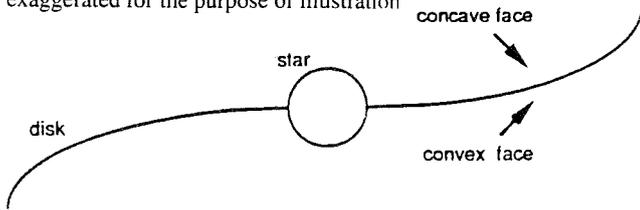


Fig. 4. Concave and convex disk faces

### 2.1.1. Self-gravitating disk

We assume that the gravitational force exerted by the central star on the disk is negligible when compared to internal forces in the disk. The gravitational potential of the disk is obtained by solving Laplace's equation (Hunter 1963). The solutions must be convergent, symmetrical about the disk's plane and continuous through the disk. The surface density of the disk is proportional to the discontinuity of the perpendicular component of the gravitational field through the disk.

Following Hunter (1963) we write the potential at distance  $r = R\sqrt{1 - \xi^2}$  from the center of the axisymmetric (unperturbed) disk as

$$\Psi(\xi) = -2\pi^2 GR \sum_{i=0}^{\infty} c_{2i} \gamma_{2i}^0 P_{2i}(\xi) \quad (1)$$

where  $G$  is the gravitational constant,  $c_{2i}$  and  $\gamma_{2i}^0$  are constants, and  $P_{2i}$  is the Legendre polynomial of degree  $2i$ . The surface density is given by

$$\sigma(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} c_{2i} \frac{P_{2i}(\xi)}{\xi} \quad (2)$$

Because the disk is self-gravitating, the angular rotational velocity is such that the gravitational force at each radius in the disk is balanced by the centrifugal force. The angular velocity is then:

$$\Omega^2(\xi) = -\frac{1}{R^2 \xi} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = \frac{2\pi^2 G}{R} \sum_{i=1}^{\infty} c_{2i} \gamma_{2i}^0 \frac{1}{\xi} \frac{\partial P_{2i}(\xi)}{\partial \xi} \quad (3)$$

Eqs. 1 to 3 define the basic properties of the plane self-gravitating disk. We now apply a linear perturbation to the disk, and we call  $h(r, \theta, t)$  the vertical displacement (at time  $t$ ) of the disk's mass-element  $M(r, \theta)$  caused by the perturbation. For a small perturbation, the equation for the force acting in the direction perpendicular to the plane of the unwarped disk is (cf. Hunter & Toomre 1969):

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(r) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h = F_{tid}(r, \theta, t) + F(r, \theta, t) \quad (4)$$

where  $F_{tid}$  is the vertical force per unit mass exerted by the companion (tidal force), and where  $F$  is the vertical force per unit mass due to the warp of the disk itself (feedback force). We now develop the vertical displacement  $h$  in spherical harmonics:

$$\xi \frac{h(r, \theta, t)}{R} = \mathcal{R}e \left[ \sum_{m=0}^{\infty} e^{im\theta} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^m(t) p_{2k+m-1}^m(\xi) \right] \quad (5)$$

where the  $y_k^m(t)$  are the unknowns. The  $p_{2k+m-1}^m$  are the associated Legendre functions, defined such as to form an orthonormal basis. In Eq.4 we replace  $h$  by Eq.5 and  $F$  by the expression given by Hunter & Toomre (1969; Eq. 11 and 13). We then obtain the following system of equations.

$$\frac{d^2 y_j^m}{d\tau^2} + i \sum_{k=1}^{\infty} A_{jk}^m \frac{dy_k^m}{d\tau} + \sum_{k=1}^{\infty} B_{jk}^m y_k^m = g_j^m(\tau) \quad (6)$$

where  $m$  and  $j$  are integers and where  $j \geq 1$ . The reduced time variable  $\tau$  is defined by

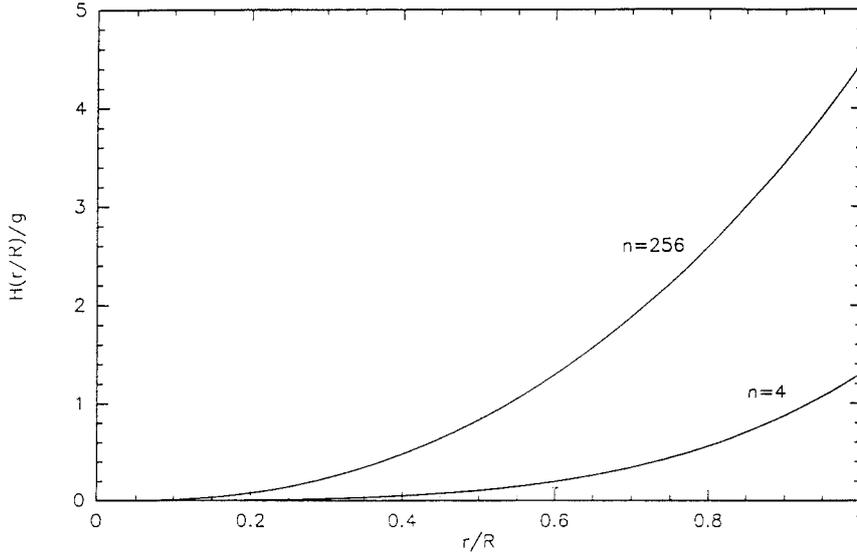
$$\tau = \sqrt{\frac{\pi GM}{R^3}} t \quad (7)$$

where  $M$  is the disk mass. The matrix elements  $A_{jk}^m$  and  $B_{jk}^m$  depend on the disk characteristics. The  $g_j^m$  arise from the decomposition in Fourier series of  $F_{tid}(r, \theta, t)$  in  $\theta$ . Calculation of  $y_j^m$  for all values of  $j$  and  $m$  then allows one to obtain the expression of  $h$  (Eq. 5). Lacking specific models for self-gravitating T Tauri disks, we follow Hunter & Toomre (1969), who use a parametrized rotational velocity law given by

$$V^2(r) = r^2 \Omega^2(r) = \frac{2n+1}{4n} \frac{\pi GM}{R} [1 - \xi^{2n}] \quad (8)$$

where  $n \geq 1$  is a parameter. The rotational velocity of Eqs. 8 is shown on Fig. 1 for several values of  $n$  and the corresponding density distributions are shown in Fig. 1. Although this model was originally developed for the galactic disk, it spans a wide range of possible velocity laws. In the absence of clues about velocity fields in T Tauri disks we use Eqs. 8 to assess plausible effects of tidal interactions on the spectral energy distribution. If the star which causes the perturbation is located at latitude  $b$  and longitude  $\theta = 0$  as measured from the disk center, then the differential force exerted by the star on the disk, to first order in  $r/D$ , is given by:

$$F_{tid}(r, \theta, t) = F_{tid}(r, \theta) = \frac{3}{2} G \frac{M_{ext}}{D^2} \frac{r}{D} \sin 2b \cos \theta \quad (9)$$



**Fig. 5.** Profile of the warped disk in the half-plane  $\theta = 0$ . The velocity law is given by Eq. (8)

where  $M_{ext}$  is the mass of the perturbing star. Thus, only the coefficient  $g_1^1$  is non-zero in Eq. 6, i.e., the only mode that produces a non-zero deformation corresponds to  $m = 1$ . We have:

$$g_1^1 = g = \frac{3}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{15}} \left(\frac{R}{D}\right)^3 \frac{M_{ext}}{M} \sin 2b \quad (10)$$

In the general solution of the Eq. 6, there are a transitory term (the general solution of the homogeneous system) and a permanent term (a particular solution of the system). Here, we are interested only in the permanent term, which describes the system's evolution over a long time span. Following Hunter & Toomre (1969), we look for a particular solution of Eq. 6 in the form:

$$y_k^1(\tau) = -i\Lambda\tau\delta_{k1} + w_k \quad (11)$$

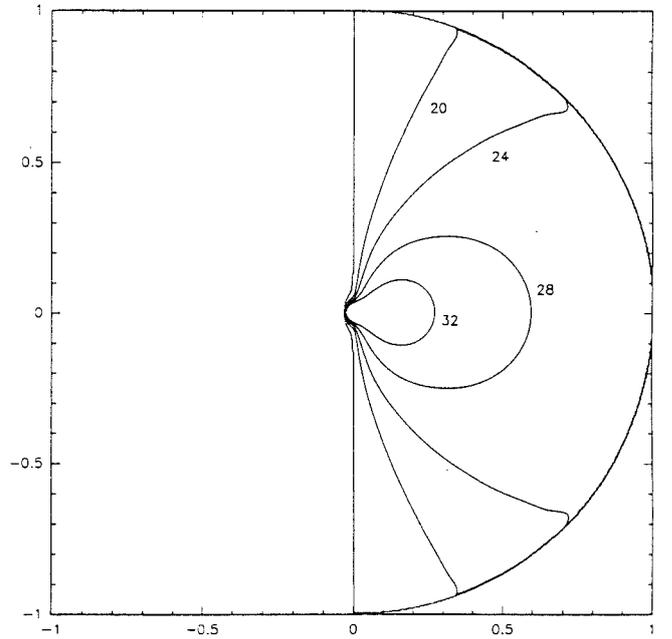
The delta function  $\delta_{k1}$  reflects the fact that only  $g_1^1$  is non zero.  $\Lambda$  is a dimensionless rotational angular velocity, which scales the warp precession. Because we are in the linear regime (small perturbation), the precession term is proportional to time. The vector  $w$  is constant and real. Since there are more unknowns than equations, we add the condition that the warped disk be tangent at its center to the unwarped disk, a reasonable hypothesis since the disk deformation is assumed to be small. Using Eq. 11, we then obtain for the permanent term:

$$h_p(r, \theta, t) = \sqrt{\frac{15}{2}} \Lambda \tau r \sin \theta + RH \left(\frac{r}{R}\right) \cos \theta \quad (12)$$

with

$$H \left(\frac{r}{R}\right) = \frac{1}{\xi} \sum_{k=1}^{\infty} w_k p_{2k}^1(\xi) \quad (13)$$

Eq. 12 shows that that the permanent term is made up of a precession term and of a term describing a steady-state. In other words, after decay of the transitory regime the permanent solution is a



**Fig. 6.** Isotherms in the self-gravitating disk. Here  $M_{ext}/M = 10$ . We plot the levels 20, 24, 28 and 32 K

steady, precessing deformation of the disk, and the shape of the disk in the permanent regime is given by the steady-state term

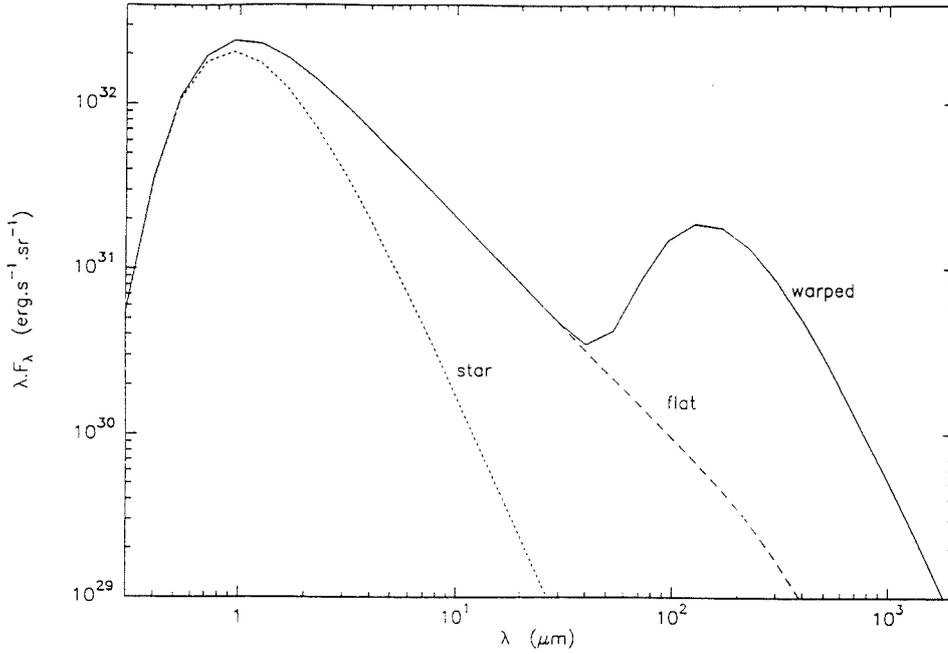
$$h(r, \theta) = RH \left(\frac{r}{R}\right) \cos \theta \quad (14)$$

The functional form of  $H$  is found as follows. We have

$$p_{2k}^1(\xi) = \sqrt{(4k+1) \frac{(2k-1)!}{(2k+1)!}} \sqrt{1-\xi^2} \frac{d}{d\xi} P_{2k}(\xi) \quad (15)$$

where  $P_{2k}(\xi)$  is the Legendre polynomial of degree  $2k$ . From Eq. 13, we then get

$$H \left(\frac{r}{R}\right) = \text{odd polynomial} \left(\frac{r}{R}\right) \times g \quad (16)$$



**Fig. 7.** Spectral energy distribution of a self-gravitating disk with parameters given in the text. The dotted line shows the flux emitted by the undisturbed (flat) disk and the solid line shows the flux emitted by the warped disk. The photospheric contribution of the star located at the disk's center is shown as a dash-dotted line. Here  $M_{ext}/M=10$

where  $g$  is given by Eq. 10.

### 2.1.2. Accretion disk

Here we neglect the internal forces in the disk and consider the gravitational pull exerted by the central star on the disk. Comparing to the case of the self-gravitating disk, we thus have a new expression for the force  $F(r, \theta, t)$  and the rotational velocity in the disk is now Keplerian<sup>1</sup>. The fact that the angular velocity (and hence the disk surface density) is not a free parameter implies that the disk warp is much better constrained than in the case of a self-gravitating disk. The angular velocity is

$$\Omega(r) = \sqrt{\frac{GM_{int}}{r^3}} \quad (17)$$

where  $M_{int}$  is the mass of the star located at the disk's center. Eq. 4 is now written as:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \Omega(r) \frac{\partial}{\partial \theta} \right]^2 h(r, \theta, t) + G \frac{M_{int} h}{r^3} = F_{tid}(r, \theta, t) \quad (18)$$

where  $F_{tid}$  is the same as in Eq. 9. Eq. 18 is now an hyperbolic equation that we solve by changing variables to  $X = \theta - \Omega t$  and  $Y = \theta + \Omega t$ . Eq. 18 can then be written as

$$\frac{\partial^2 h(r, X, Y)}{\partial Y^2} + \frac{1}{4} h(r, X, Y) = \frac{f}{4GM_{int}} r^4 \cos \frac{1}{2}(X + Y) \quad (19)$$

with

$$f = \frac{3}{2} G \frac{M_{ext}}{D^3} \sin 2b$$

<sup>1</sup> In a thin disk, the rotational velocity  $v_\phi$  is Keplerian, and the radial drift velocity  $v_r$  is small compared to  $v_\phi$ . So we neglect here  $v_r$  compared to  $v_\phi$ .

The solutions are

$$h(r, \theta, t) = \frac{f}{4GM_{int}} r^4 \left[ \cos \theta + (\theta + \Omega t) \sin \theta + C_1(\theta - \Omega t, r) \sin \frac{\theta + \Omega t}{2} + C_2(\theta - \Omega t, r) \cos \frac{\theta + \Omega t}{2} \right] \quad (20)$$

where the functions  $C_1$  and  $C_2$  are to be determined. We look for permanent regime solutions in the same form as above (cf. Eq. 12) and we then find

$$h_p(r, \theta, t) = S(r) \tau r \sin \theta + RH \left( \frac{r}{R} \right) \cos \theta \quad (21)$$

where the reduced time variable  $\tau$  is now given by

$$\tau = \sqrt{\frac{\pi GM_{int}}{R^3}} t \quad (22)$$

The first RHS term of Eq. 21 represents the disk precession:  $S(r)$  is given by

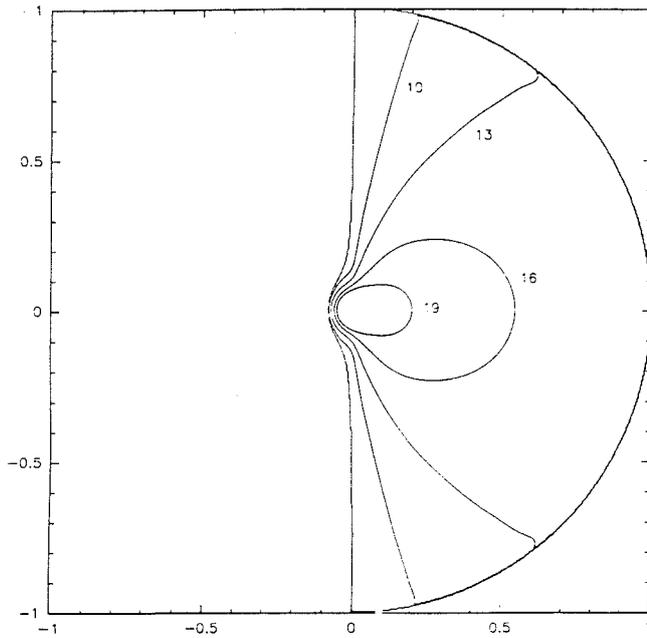
$$S(r) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \times \frac{3}{2\pi} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \left( \frac{R}{D} \right)^3 \sin 2b \quad (23)$$

and the second RHS term represents the steady-state deformation with

$$H \left( \frac{r}{R} \right) = g' \times \frac{r^4}{R^4} \quad (24)$$

and

$$g' = \frac{3}{8} \frac{M_{ext}}{M_{int}} \sin 2b \frac{R^3}{D^3} \quad (25)$$



**Fig. 8.** Same as Fig. 6 but for  $M_{ext}/M = 1$ . Here we plot the levels 10, 13, 16 and 19 K

## 2.2. Computation of the radiative flux emitted by the warped disk

The disk warp is given by Eq. 14 for both types of disk considered above. A 3D view of the warped disk is presented in Fig. 3. This figure is not to scale, since the warp was magnified for the purpose of illustration, but the functional shape of the warp is the one given by Eq. 14 for the case of an accretion disk. Being the product of a radial term and an angular term, the deformation is non-axisymmetric, in contrast to the flaring disk proposed by Kenyon & Hartmann (1987). Ruden & Pollack (1991) computed the reprocessing of stellar light by a flaring disk. We can use their analysis partially here, but in addition we must take into account the angular dependence of the warp.

The stellar flux at frequency  $\nu$  received by the disk per unit surface at point  $Q(r, \theta, h)$  (in cylindrical coordinates) is

$$F_\nu = B_\nu(T_\star) \int \int_{\text{star's surface}} \frac{dA_\star}{s^2} (\mathbf{n}_\star \cdot \mathbf{n}) |\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}| \quad (26)$$

where  $dA_\star$  is an element of stellar surface centered on a point  $P$ , where  $s$  is the modulus of vector  $\mathbf{s} = \mathbf{PQ}$ , where  $\mathbf{n}_\star$  is the normal to the star at point  $P$ , and where  $\mathbf{n}_d$  is the normal to the disk at point  $Q$ . The integration is performed over the solid angle  $\Omega_\star$  under which the star is seen from  $Q$ . The star is assumed here to emit a blackbody spectrum  $B_\nu(T_\star)$  at temperature  $T_\star$ .

To make analytical computations tractable, we assume that the point  $Q$  is sufficiently far from the star so that  $\frac{R_\star}{r} \ll 1$  where  $R_\star$  is the radius of the star. Recall that we also assumed from the start that the deformation is small compared to disk radius, so that  $\frac{h(r, \theta)}{r} \ll 1$ . In order to solve Eq. 26, we must now distinguish two cases, depending whether the disk's surface, as seen from the star, is concave or convex. Figure 4 illustrates these

two regimes and Appendix A gives the details of the analytical computations.

### 2.2.1. Concave face

The stellar flux (in  $W.m^{-2}$ ) received per unit surface at a point located on the concave face of the disk is given by

$$F_1(r, \theta) = \sigma T_\star^4 \left[ \frac{2}{3\pi} \left( \frac{R_\star}{r} \right)^3 + \frac{1}{2} \left( \frac{R_\star}{r} \right)^2 \left( \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r} - \frac{h(r, \theta)}{r} \right) \right] \quad (27)$$

Note that the perturbation term (second RHS term) is of same order of magnitude as the term  $\propto \left( \frac{R_\star}{r} \right)^3$  which represents reprocessing by a flat disk so that we can already predict that the excess flux due to the warp will be noticeable in the SED.

### 2.2.2. Convex face

If the point  $Q(r, \theta, t)$  is on the convex disk part, there is a critical point  $Q_o$  for each  $\theta$  which marks the radial limit of stellar illumination. The tangential plane to the disk at  $Q_o$  is also tangential to the star. Conversely, for a given radius  $r$ , there is an angle  $\theta_0(r)$  such that if  $\theta \leq \theta_0(r)$  then the point of coordinates  $(r, \theta)$  is not illuminated by the star, and if  $\theta \geq \theta_0(r)$  then the point of coordinates  $(r, \theta)$  is illuminated by the star. For a given radius  $r$ ,  $\theta_0(r)$  can be expressed in the following way:

$$\cos^2 \theta_0(r) = \frac{\left( \frac{h(r)}{r} \right)^2 + 1}{\left( \frac{r}{R_\star} \right)^2 \left[ \left( \frac{dh(r)}{dr} - \frac{h(r)}{r} \right)^2 - \left[ \left( \frac{dh(r)}{dr} \right)^2 - \left( \frac{h(r)}{r} \right)^2 \right]} \quad (28)$$

Details of the integration of Eq. 26 are again given in Appendix A. The result (in  $W.m^{-2}$ ) is

$$F_2(r, \theta) = \sigma T_\star^4 \left[ \frac{2}{3\pi} \left( \frac{R_\star}{r} \right)^3 - \frac{1}{2} \left( \frac{R_\star}{r} \right)^3 \left( \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r} - \frac{h(r, \theta)}{r} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3\pi} \right) \left( \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r} - \frac{h(r, \theta)}{r} \right)^3 \right] \quad (29)$$

if  $\theta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$ .

### 2.2.3. Near the star

The above expressions are valid far away from the star. Since the warped disk is tangential at its center to the unwarped disk, we assume that the disk is unperturbed by tidal forces near the star. Then, the flux received from the star by a point located near

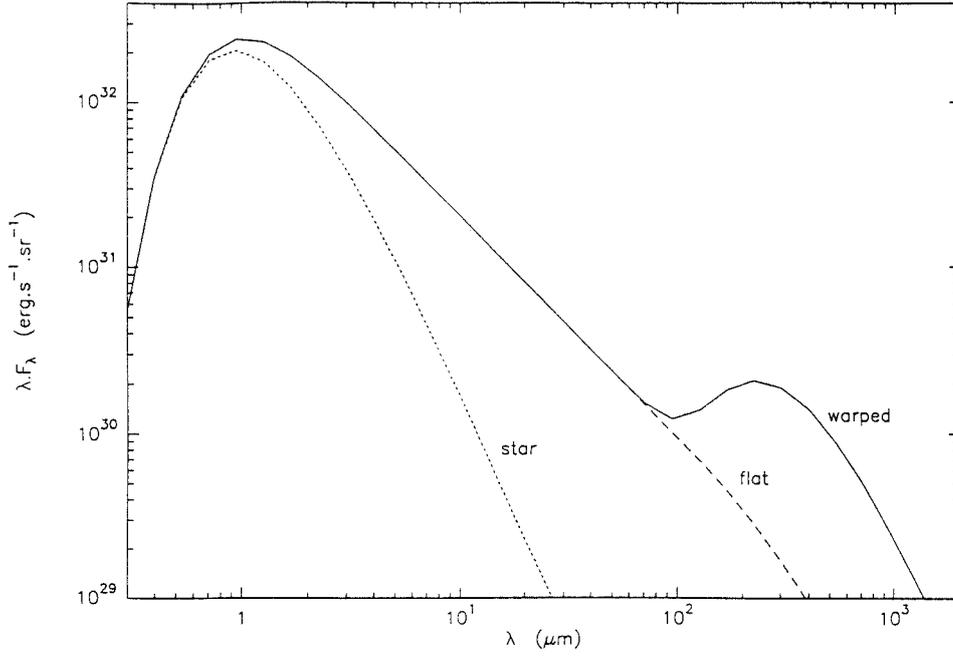


Fig. 9. Same as Fig. 2.1.1 but for  $M_{ext}/M=1$

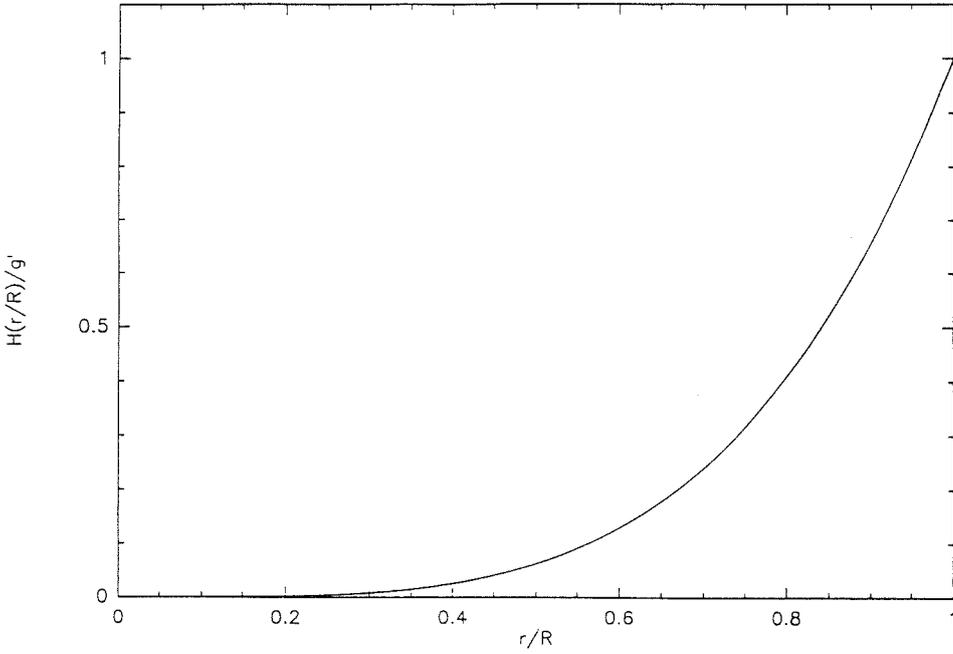


Fig. 10. Profile of the warped accretion disk in the plane  $\theta = 0$

the star is given by the classical calculation of reprocessing (see Appendix A). This flux  $F_{near}$  (in  $W.m^{-2}$ ) is given by

$$F_{near} = \frac{1}{\pi} \sigma T_*^4 \left[ \text{Arcsin} \frac{R_*}{r} - \frac{R_*}{r} \sqrt{1 - \left( \frac{R_*}{r} \right)^2} \right] \quad (30)$$

2.2.4. Case of accretion disk

Finally, in the special case of accretion disks, we must take into account the radiative flux due to viscous dissipation at  $Q(r, \theta, h)$ . Because the corrective term due to the warp is of

third order when compared to the classical term (cf. Eq. 31), we assume that emission due to accretion is the same as for an unwarped disk. We thus have

$$F_{acc} = \frac{3}{8} \frac{GM_{acc}M_{int}}{\pi r^3} \left[ 1 - \sqrt{\frac{R_*}{r}} \right] \quad (31)$$

2.2.5. Total flux emitted by the disk

Since the disk is assumed to be optically thick, the emitted flux at a given point is equal to the flux  $F_R$  received from the star at

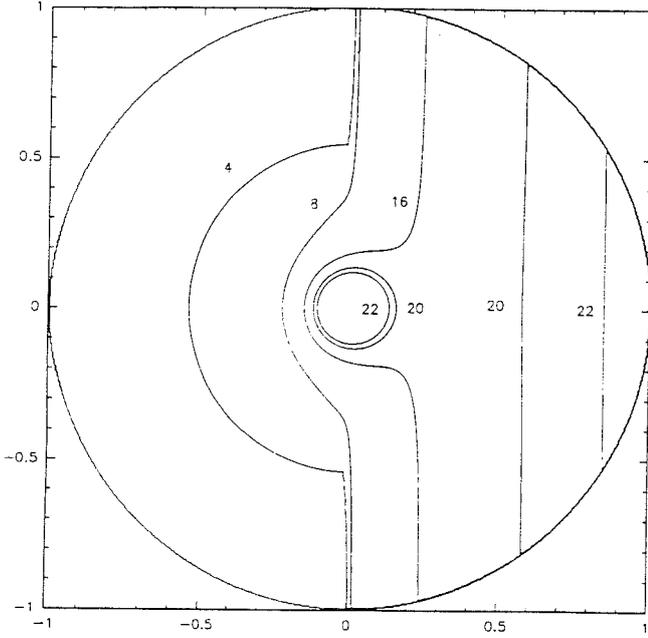


Fig. 11. Isotherms in a warped accretion disk with parameters given in the text. Here  $\dot{M}_{acc} = 10^{-9} M_{\odot}/\text{yr}$ . Levels 4, 8, 16, 20 and 22 K are shown

that point. In the case of an accretion disk, there is an additional contribution  $F_{acc}$  from viscous energy dissipation to the total radiative flux  $F_T$ . The disk temperature is then found by

$$\sigma T(r, \theta, h)^4 = F_T(r, \theta, h)$$

We can thus calculate  $T(r, \theta, h)$  at all disk points. We call the temperature  $T_1$ ,  $T_2$  or  $T_{near}$  depending on whether we are using Eq. 27, 29 or 30 for computing the flux received at the point under consideration.

The flux emitted by the disk in the direction  $\mathbf{u}$  at frequency  $\nu$  per unit solid angle and per unit frequency is, in  $\text{W sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}$

$$F_{disk, \nu}(\mathbf{u}) = \int \int_{disk} B_{\nu}(T(r, \theta, h)) dS \cdot \mathbf{u} \quad (32)$$

We denote by  $\alpha$  and  $i$  the polar and azimuthal angles of  $\mathbf{u}$ , so that

$$dS \cdot \mathbf{u} = r \left[ \left( \frac{1}{r} \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial \theta} \sin \theta - \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r} \cos \theta \right) \sin i \cos \alpha - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial \theta} \cos \theta + \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r} \sin \theta \right) \sin i \sin \alpha + \cos i \right] dr d\theta \quad (33)$$

Since we assumed that  $\frac{h(r, \theta)}{r}$  and  $\frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r}$  are small compared with 1, the expression in square brackets in Eq. 33 is equal to  $[\cos i + \text{corrective first-order term}]$  and the corrective term is negligible when compared to  $\cos i$  provided  $i$  is not too close to  $\pi/2$ . We assume that this condition is satisfied and we write

$$F_{disk, \nu}(\mathbf{u}) = \cos i \int \int_{disk} B_{\nu}(T(r, \theta, h)) r dr d\theta \quad (34)$$

Then, if we call  $r_{min}$  the radial distance up to which Eq. 30 holds (typically,  $r_{min} \approx 10R_*$ ), the flux emitted by the disk at frequency  $\nu$  in direction  $\mathbf{u}$  is

$$F_{disk, \nu}(\mathbf{u}) = 4 \cos i \int_{r=R_*}^{r_{min}} dr \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} d\theta r B_{\nu}(T_{near}(r, \theta, h)) + 2 \cos i \int_{r=r_{min}}^R dr \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} d\theta r B_{\nu}(T_1(r, \theta, h)) + 2 \cos i \int_{r=r_{min}}^R dr \int_{\theta=\theta_0(r)}^{\frac{\pi}{2}} d\theta r B_{\nu}(T_2(r, \theta, h)) \quad (35)$$

and the total flux (disk + star) emitted in direction  $\mathbf{u}$  is

$$F_{total, \nu}(\mathbf{u}) = F_{disk, \nu}(\mathbf{u}) + (1 - f) \pi R_*^2 B_{\nu}(T_*) \quad (36)$$

where  $f$  is the fraction of the projected stellar surface occulted by the disk:

$$f = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_{lim}(\theta) \right) \sin 2\theta d\theta \quad (37)$$

where, if  $i = 0$ ,  $\varphi_{lim}(\theta) = \pi/2$  for all values of  $\theta$ , and if  $i \neq 0$ ,  $\varphi_{lim}(\theta) = \pi/2$  if  $\tan \theta \tan i < 1$ , and else  $\varphi_{lim}(\theta) = \arcsin \left\{ \frac{1}{\tan i \tan \theta} \right\}$ .

### 3. Results

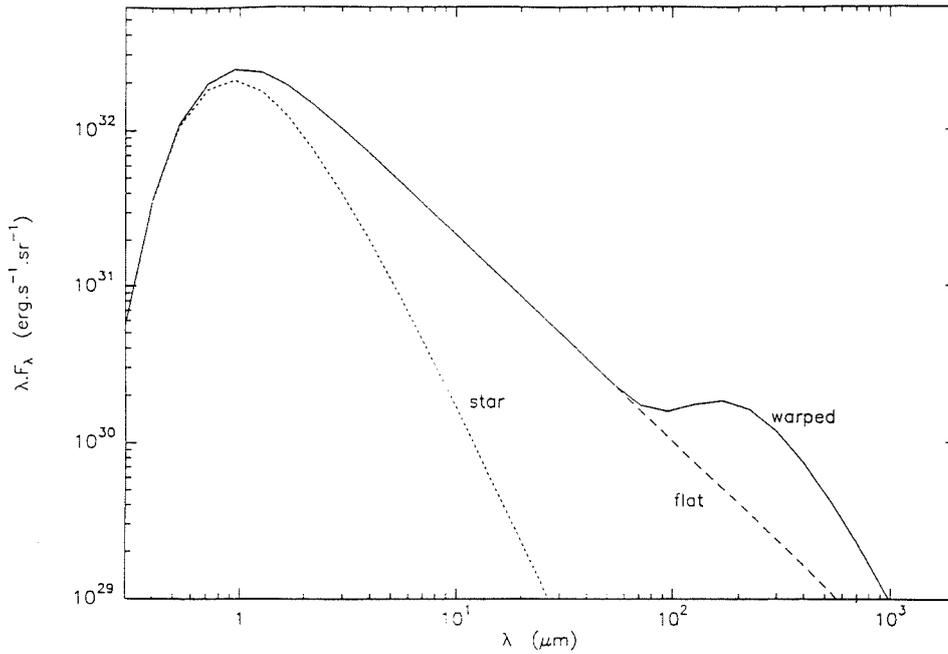
#### 3.1. Self-gravitating disks

The steady-state deformation of self-gravitating disks is given by Eqs. 14 and 16. The radial shape of the warp at  $\theta = 0$  is shown in Fig. 2.1.1 for two values of  $n^2$ . For a  $10 M_{\odot}$  perturbing star and a  $1 M_{\odot}$  disk of radius  $R$  located at  $b = 45^{\circ}$  and at a distance  $D = 3R$  the height of the disk's edge over the equatorial plane is about  $R/10$ . If the stellar and disk masses are the same, this deformation is only  $R/100$ .

We first consider a perturbing star with mass equal to  $10 M_{\odot}$  and a disk mass of  $1 M_{\odot}$ . In addition to the above parameters, we use the following values to describe the disk and the illuminating star located at the disk's center:  $R_* = 2 R_{\odot}$ ,  $T_* = 4000 \text{ K}$ , and  $R = 100 \text{ AU}$ . For the purpose of illustration, we chose to perform the numerical calculations for the case of a velocity law index  $n = 256$  (cf. Eq. 8). Resulting isotherms in the plane of the disk are displayed in Fig. 6. In this figure, the disk region where the temperature is zero corresponds to the face of the disk that is not illuminated by the star. The qualitative shape of the isotherms in Fig. 6 can be understood by reference to Fig. 3: at any given radius, the deformation—and hence the disk temperature—is maximum at  $\theta = 0$  and decreases monotonically toward both  $\theta = -\pi/2$  and  $\theta = \pi/2$ .

We show the total flux emitted by the star and the disk in the direction perpendicular to the plane of the unwarped disk

<sup>2</sup> Numerical results presented here differ slightly from those published by Hunter & Toomre (1969). The source of this discrepancy has not been clarified



**Fig. 12.** Spectral energy distribution emitted by the accretion disk. Here  $\dot{M}_{acc} = 10^{-9} M_{\odot}/yr$

in Fig. 2.1.1. The warp of the disk is large enough to enhance considerably the reprocessed radiative flux, at least in the long wavelength part of the SED: the excess flux peaks at about  $200\mu m$ . The total energy emitted by the warped disk is about fifty times larger than that emitted by the flat disk.

We now consider the case of a perturbing star with mass equal to  $1 M_{\odot}$  acting on a disk with the same mass.

The excess flux is much weaker than for  $\dot{M}_{ext}/\dot{M} = 10$ , because the warp is less prominent. Note however that the maximum excess of energy due to the warp is located at about  $200\mu m$  in both cases.

### 3.2. Accretion disks

The steady deformation of the disk is given by Eqs. 14, 24. The quantity  $H \left( \frac{r}{R} \right) / g'$  is displayed in Fig. 2.2.2. Assuming that the mass  $M_{ext}$  of the perturbing star is 1.5 times the mass  $M_{int}$  of the star located at the disk's center, assuming that the distance between the two stars is  $D = 3R$ , where  $R$  is the disk radius, we find that the deformation at the edge of the disk reaches 1% of the disk radius, a value comparable to the second case investigated in the previous Section.

We compute the accretion disk SED with the additional assumptions that  $R_* = 2 R_{\odot}$ ,  $R = 50$  AU,  $M_{int} = 1 M_{\odot}$ ,  $T_* = 4000$  K, and for a mass-accretion rate  $\dot{M}_{acc} = 10^{-9} M_{\odot}/yr$ . In Fig. 11 we display some isotherms in the plane of the disk. For the chosen mass-accretion rate, reprocessing of stellar radiation is the dominant heating process in the disk. Note that in the part of the disk that is not illuminated by the star, heating due to accretion causes isotherms to be fractions of circles. On the concave disk face and for  $r \gg R_*$ , one notices that isotherms are straight lines in the y-direction. This can be understood in the following

way. If we replace  $h(r, \theta)$  in Eq. 27 by Eq. 14 for the case of an accretion disk, we get

$$F_1 = \sigma T^4 = \sigma T_*^4 \left[ \frac{2}{3\pi} \left( \frac{R_*}{r} \right)^3 + \frac{3}{2} g' \left( \frac{R_*}{R} \right)^2 \frac{r}{R} \cos \theta \right] \quad (38)$$

and the equation of isothermal curves is given by

$$\frac{2}{3\pi} \left( \frac{R_*}{r} \right)^3 + \frac{3}{2} g' \left( \frac{R_*}{R} \right)^2 \frac{r}{R} \cos \theta = cst \quad (39)$$

If  $r \gg R_*$ , that is to say  $r \sim R$ , we can neglect the first LHS term and we rewrite Eq. 39 as

$$\frac{r}{R} \cos \theta = cst \quad (40)$$

which represents a set of straight lines parallel to the y-axis, as seen in Fig. 11.

The resulting SED is displayed in Fig. 3.1. The maximum excess of energy occurs at a wavelength of about  $200\mu m$  and the excess is comparable to that observed in the second self-gravitating disk investigated in the previous section, as expected from the comparable magnitude of the warp in these two cases.

We now investigate the case of an accretion disk with mass-accretion rate  $\dot{M}_{acc} = 10^{-7} M_{\odot}/yr$ , i.e., a typical case of accreting T Tauri star. For such large accretion rates, we find that accretion dominates largely over reprocessing in heating the disk (Fig. 13). Since we assumed that viscous heating is not disturbed by the warp, the geometry of the disk has little influence on the emitted spectrum, which is dominated by the infrared excess characteristic of viscous accretion (Fig. 4.1).

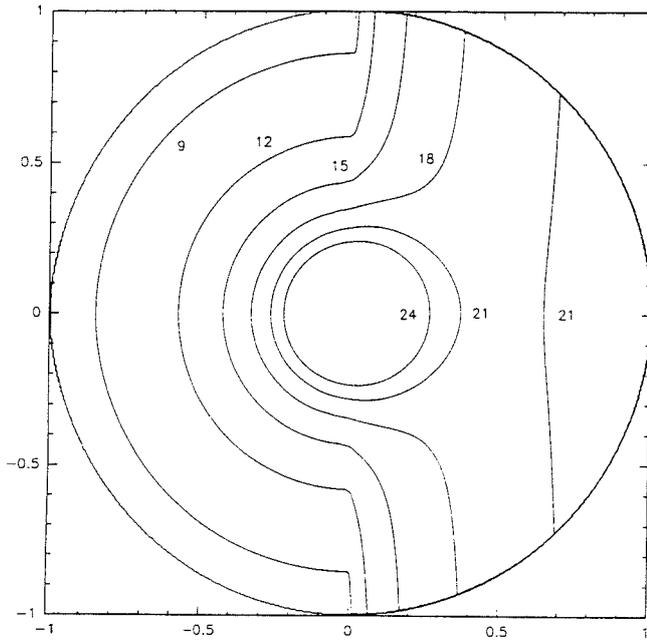


Fig. 13. Idem with  $\dot{M}_{acc} = 10^{-7} M_{\odot}/yr$ . Temperatures (in K) of the various levels are indicated

## 4. Discussion and conclusion

### 4.1. The spectrum of warped disks

The main difference between SEDs of warped disks and those of flat disks is the presence of an additional blackbody-like component in the far-infrared. This excess component is superimposed on a power-law IR spectrum with the usual spectral index  $4/3$ . The excess component caused by the warp displays two intriguing features: (i) its maximum occurs in the range  $200\text{-}300\mu\text{m}$  for disk and stellar parameters characteristic of T Tauri stars; and (ii) it is a sharply peaked function of wavelength.

The first feature is a consequence of the assumed disk radius ( $\approx 100$  AU). On the one hand, the disk temperature is determined mainly by the properties of the central, illuminating star, and depends only weakly on the nature of the disk itself. On the other hand, the warp affects mostly the outer, low-temperature regions of the disk in the linear regime investigated here. We thus expect the excess due to warping to be largest at the long wavelengths where the outer parts of the disk emit mostly.

The second feature is caused mainly by the azimuthal dependence of the warp. This is best seen by comparing our results to those found by Kenyon & Hartmann (1987) in the case of a flaring disk, for which the height of the disk surface above the equatorial plane is given by

$$h(r) = 0.1 \times R \times \left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha}. \quad (41)$$

This is a special, axisymmetric case of Eq. 14 which describes the deformation of warped disks. We can thus compare the spec-

trum of a disk flaring according to Eq. 41 to that of a disk warped according to

$$h(r, \theta) = 0.1 \times R \times \left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha} \cos \theta \quad (42)$$

This is done in Fig. 4.1 where we plotted spectra emitted by a flaring and a warped accretion disk for an exponent  $\alpha = 5/4$ . Other disk parameters are given in Sect. 3 (Case with  $\dot{M}_{acc} = 10^{-9} M_{\odot}/yr$ ). Exponent  $\alpha$  was chosen to allow comparison of the results with a case computed by Kenyon & Hartmann (1987). Because of the lack of  $\theta$  dependence in Eq. 41), the temperature distribution remains axisymmetric and consequently the excess flux emitted by the flared disk (with respect to a comparable flat disk) covers a larger wavelength range than a comparable warped disk. Furthermore, the reprocessing surface at a given temperature is larger in a flaring disk, so that the overall energy reprocessed in that case is larger.

We now examine the conditions leading to large warps in self-gravitating and accretion disks. The magnitude of the warp is directly related to the tidal forces, themselves proportional to the ratio  $r = M_{ext}/M_i$  between the mass of the external (perturbing) star of the internal mass responsible for the gravitational field of the unperturbed system (i.e.,  $M_i$  is the disk mass  $M$  in the case of a gravitating disk, and the mass of the central star  $M_{int}$  in the case of an accretion disk).

In the case of a self-gravitating system, the central star is needed only for illuminating the disk; its gravitational field is neglected and its mass is thus supposed to be comparable to or smaller than that of the disk. In the examples of Sect. 3 the mass ratio  $r$  was assumed to lie between 1 and 10. The value  $r=10$  might represent a case where a dense core gives rise to a cluster containing a relatively massive YSO and a nearby low-mass protostar that evolves on a much slower timescale. This extreme case probably illustrates the largest effects that can be expected from warps. The case of objects with similar masses ( $r \approx 1$ ) is probably more realistic and yields an observable excess in the far-infrared and submillimetric spectral ranges.

In accretion disks the illuminating star is also the source of the gravitational potential. If companion stars are coeval, a likely hypothesis, then  $r$  cannot be much different from 1, and tidal effects will lead to spectra similar to those illustrated in Sect. 3.

### 4.2. Precession of warped disks

High angular resolution observations of stellar jets emanating from young stars seem to suggest that the direction of the jet is not quite the same at large scale as it is near the star (cf. Mundt et al. 1991), a property which might be caused by disk precession. We thus discuss the properties of precession in the above models. Using Eqs. 12 and 7, we find that the order of magnitude of the precession angular velocity in the case of a self-gravitating disk is given by

$$\Omega_{prec}^{SG}(\theta) \sim \sqrt{G \frac{M_{ext}^2 R^3}{M D^6}} \sin 2b \sin \theta \quad (43)$$

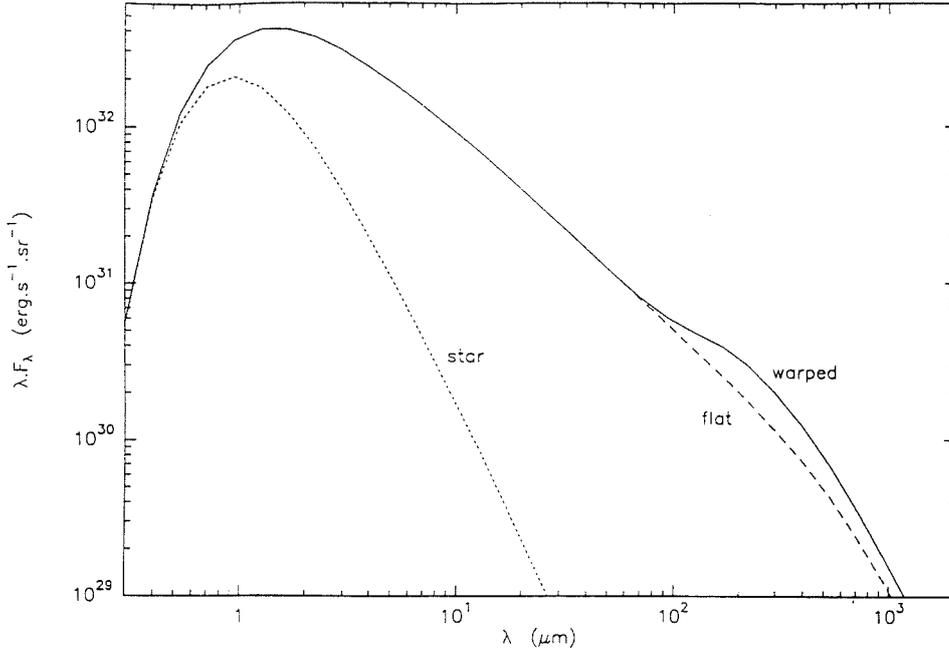


Fig. 14. Idem with  $\dot{M}_{acc} = 10^{-7} M_{\odot}/yr$

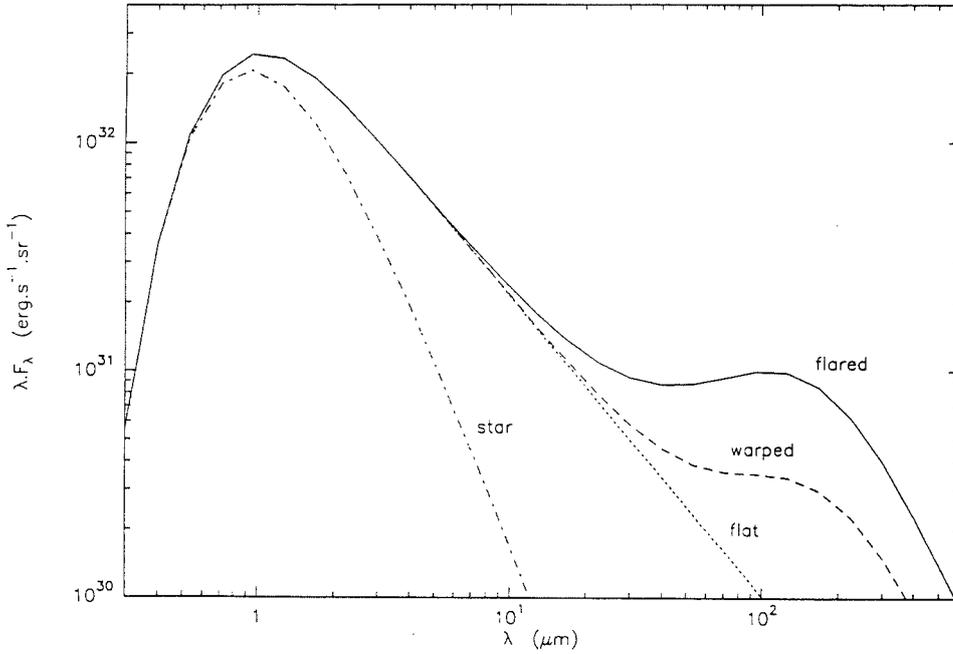


Fig. 15. Comparison between flared and warped disks

For comparison, the angular rotational velocity in the disk  $\Omega(r)$  is given by Eq. 8. In the case of an accretion disk, an order of magnitude estimate of the the angular velocity of precession  $\Omega_{prec}^{AC}(\theta)$  is found from Eqs. 21, 23, and 22. It is

$$\Omega_{prec}^{AC}(r, \theta) \sim \sqrt{G \frac{M_{rt}^2}{M_{int}} \frac{r^3}{D^6}} \sin 2b \sin \theta \quad (44)$$

Note that there is no precession in the disk center in this case, and that the angular speed of precession increases with increasing radius. For comparison, the angular rotational velocity  $\Omega(r)$  is given by Eq. 17. For typical disk and stellar parameters, resulting

precession periods are in the range of a few  $10^4$  years for both self-gravitating and accretion disks while the rotation periods of the outer disk edges are typically ten times shorter. For typical outflow velocities of 200 km/s, appreciable precession effects should therefore be observable after a few thousands years, i.e., in jets whose extent is a sizable fraction of a pc.

#### 4.3. Comparison with observations of T Tauri stars

IRAS data show that the IR excess of many classical TTSs peaks at wavelengths about  $10 \mu m$ . In the above models, the peak wavelength of the excess depends only on the disk radius and

on stellar parameters  $T_*$  and  $R_*$ . With stellar parameters typical of TTSs one must assume a disk radius of about 1 AU in order to get a  $10\mu\text{m}$  excess. This value is much smaller than current estimates of disk radius based on observations of forbidden lines (Edwards et al. 1987). There are other problems when trying to reproduce the near-infrared spectra of TTSs with such models. We have seen above that the amplitude of the excess depends on the ratio  $M_{\text{ext}}/M_i$ . If we try to reproduce the spectrum of BP Tau, for example, we must assume a mass ratio of 7. This seems quite an improbable stellar mass ratio for members of a presumably coeval binary system, so that the case of an accretion disk is ruled out. If we assume instead that BP Tau's disk is self-gravitating, we can get a reasonable fit of the data for  $T_* = 4200$  K and  $M_{\text{ext}}/M = 7$ . While these values appear reasonable, it seems quite improbable that a disk with radius of 1 AU should be massive enough to be self-gravitating.

Therefore, we conclude that warped disks are unlikely to account for the near-infrared spectrum of TTSs, at least for the weak perturbations investigated here. A subsequent study will investigate whether stronger perturbations can give rise to distortions of the near-infrared SEDs of TTSs. However, we do find that members of T Tauri binary systems surrounded by circumstellar disks should display sizable excess emission in the far-infrared and submillimetric ranges, even in the case of weak tidal interactions. Future observations using the ISO satellite will allow us to test this prediction.

#### Appendix: reprocessing of stellar radiative flux by a warped disk

We use the same method as Ruden and Pollack (1991). We compute the integral (26):

$$F_\nu = B_\nu(T_*) \int \int_{\text{star's surface}} \frac{dA_*}{s^2} (\mathbf{n}_* \cdot \mathbf{n}) |\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}| \quad (1)$$

O is the center of the disk,  $\mathbf{i}$  is the vector  $\mathbf{QO}/QO$ ,  $\mathbf{j}$  is the orthonormal vector in the disk plane, and  $\mathbf{k}$  is the vector such that  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  is an orthonormal basis. In the basis  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ , we have:

$$\mathbf{n}_d = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial h}{\partial \theta}\right)^2}} \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial r} \cos \beta - \sin \beta & \mathbf{i} \\ \frac{\partial h}{\partial r} \sin \beta + \cos \beta & \mathbf{j} \\ \frac{\partial h}{\partial \theta} & \mathbf{k} \end{pmatrix} \quad (2)$$

where  $\beta$  is such that

$$\tan \beta = \frac{h(r, \theta)}{r}$$

In the frame  $(Q, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  we denote by  $(s, \psi, \phi)$  the spherical coordinates of a point P on the surface of the star. Then we have:

$$\mathbf{n} = \mathbf{PQ}/PQ = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cos \psi & \mathbf{i} \\ -\sin \phi \sin \psi & \mathbf{j} \\ -\cos \phi & \mathbf{k} \end{pmatrix} \quad (3)$$

and:

$$\mathbf{n}_* = \mathbf{OP}/OP = \frac{1}{R_*} \begin{pmatrix} -d + s \sin \phi \cos \psi & \mathbf{i} \\ s \sin \phi \sin \psi & \mathbf{j} \\ s \cos \phi & \mathbf{k} \end{pmatrix} \quad (4)$$

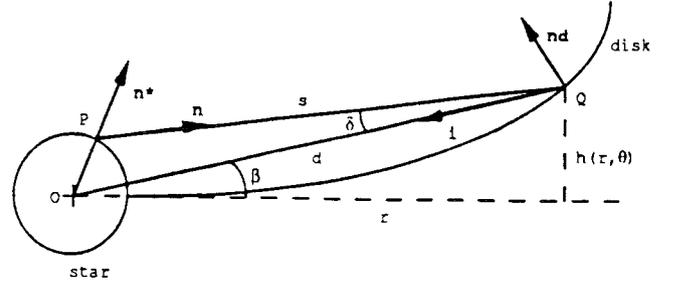


Fig. 16. Notations for the flux calculation

where  $d = OQ$ . In the frame  $(Q, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  we denote  $(X(\phi, \psi), Y(\phi, \psi), Z(\phi, \psi))$  the cartesian coordinates of P. Then

$$dA_* = \mathbf{n}_* \cdot \mathbf{i} dY \wedge dZ + \mathbf{n}_* \cdot \mathbf{j} dZ \wedge dX + \mathbf{n}_* \cdot \mathbf{k} dX \wedge dY \quad (5)$$

This identity gives:

$$dA_* = -\frac{sR_* \sin \phi}{1 - \frac{d}{s} \sin \phi \cos \psi} d\phi d\psi \quad (6)$$

If  $\delta$  and  $\epsilon$  are the polar and azimuthal angles of P in the frame  $(Q, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ , we have

$$\mathbf{QP} = \begin{cases} \cos \delta = \sin \phi \cos \psi & \mathbf{i} \\ \sin \delta \sin \epsilon = \sin \phi \sin \psi & \mathbf{j} \\ \sin \delta \cos \epsilon = \cos \phi & \mathbf{k} \end{cases} \quad (7)$$

We then replace  $\phi$  and  $\psi$  by  $\delta$  and  $\epsilon$  in equations (2), (3), (4) and (6), and we report these four equations in (1).

We assume that Q is on the concave face of the disk. Then  $|\delta|$  vary between 0 and  $\text{Arcsin} \frac{R_*}{d}$  for a given Q, and if we assume  $r \gg R_*$ , then  $|\epsilon|$  vary between 0 and  $\frac{\pi}{2}$ . We then calculate the integral (1) between 0 and  $\text{Arcsin} \frac{R_*}{d}$  for  $\delta$  and between 0 and  $\frac{\pi}{2}$  for  $\epsilon$  and we multiply the result by 2 to have  $F_\nu$ . Note that  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}$  has a constant, negative sign. Then we have:

$$F_\nu = 2B_\nu(T_*) \int_0^{\text{Arcsin} \frac{R_*}{d}} \gamma' \sin \delta d\delta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\epsilon \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial r} \cos \beta - \sin \beta \right) \cos \delta + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \sin \delta \sin \epsilon + \left( \frac{\partial h}{\partial r} \sin \beta + \cos \beta \right) \sin \delta \cos \epsilon \right] \quad (8)$$

with

$$\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial h}{\partial \theta}\right)^2}} \quad (9)$$

To calculate the integral, we develop the functions to the third order on  $\frac{R_*}{r}$ ,  $\frac{h}{r}$  and  $\frac{dh(r)}{dr}$ . We then obtain

$$F_\nu = B_\nu(T_*) \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{R_*}{r} \right)^3 + \frac{\pi}{2} \left( \frac{R_*}{r} \right)^2 \left( \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{h}{r} \right) \right] \quad (10)$$

To find  $F_1$  (Eq 27) we integrate over  $\nu$ .

If the point Q is on the convex face of the disk and illuminated by the star and if  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , then the polar angle  $|\delta|$  vary from  $\frac{\partial h(r, \theta) - h(r, \theta)}{r}$  (development to first order) up to  $\arcsin \frac{R_*}{r}$ , and the azimuthal angle  $|\epsilon|$  vary from  $\frac{\pi}{2}$  up to  $\pi$  (we always assume that  $r \gg R_*$ ). And  $\mathbf{n}_d$  become  $-\mathbf{n}_d$ . In this case  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}$  has a constant, positive sign. Using the fact that  $\sin \delta$  is to first order in  $\frac{\partial h}{r}$ ,  $\frac{h}{r}$  and  $\frac{R_*}{r}$ , to get the flux to third order we have to develop  $\frac{\partial h}{r} \cos \beta - \sin \beta$  to second order and  $\frac{\partial h}{r} \sin \beta + \cos \beta$  to first order.

We then have

$$F_\nu = B_\nu(T_*) \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{R_*}{r} \right)^3 - \frac{\pi}{2} \left( \frac{R_*}{r} \right)^2 \left( \frac{\partial k(r, \theta)}{\partial r} - \frac{h(r, \theta)}{r} \right) + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \right) \left( \frac{\partial h(r, \theta)}{\partial r} - \frac{h(r, \theta)}{r} \right)^3 \right] \quad (11)$$

To find  $F_2$  (Eq 29) we integrate over  $\nu$ .

If Q is on the unwarped disk, then in (2) we have  $h = 0$  and so  $\beta = 0$ . Then  $\mathbf{n}_d = \mathbf{k}$ . The expression of  $\mathbf{n}_d \cdot \mathbf{n}$  and  $dA_\nu$  is the same as before. So we have

$$F_\nu = 2B_\nu(T_*) \int_0^{\arcsin \frac{R_*}{r}} d\delta \sin^2 \delta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\epsilon \cos \epsilon \\ = B_\nu(T_*) \left( \arcsin \frac{R_*}{r} - \frac{R_*}{r} \sqrt{1 - \left( \frac{R_*}{r} \right)^2} \right) \quad (12)$$

To find  $F_{near}$  (Eq 30) we integrate over  $\nu$ .

## References

- Adams.F.C.,Lada.C.J.,and Shu.F.H. 1988,ApJ,326.865  
 Andre.P.,Montmerle.T.,and Feigelson.E.D. 1987,AJ,93.1182  
 Basri.G.,and Bertout.C. 1989,ApJ,341.340  
 Beckwith.S.V.W.,Sargent.A.I.,Chini.R.S.,and Güsten.R. 1990,  
 AJ,99.924  
 Bertout.C. 1989,ARA&A,27.351  
 Bertout.C.,and Basri.G. 1991,in The Physics of Star Formation and  
 Early Stellar Evolution, Proc. NATO-ASI, ed. N. Kylafis and C.  
 Lada  
 Bertout.C.,Basri.G.,and Bouvier J. 1988,ApJ,330.350  
 Edwards.S.,Cabrit,S.,Strom,S.E.,Heyer,I.,Strom,K.M.,and  
 Anderson.E. 1987,ApJ,321.473  
 Friedjung.M. 1985,A&A,146.366  
 Haas.M.,Leinert.C.,and Zinnecker.H. 1990,A&A,230.L1  
 Hunter.C. 1963,MNRAS,126.299  
 Hunter.C. 1965,MNRAS,129.321  
 Hunter.C.,and Toomre.A. 1969,ApJ,155.747  
 Kenyon,S.J.,and Hartmann,L. 1987,ApJ,323.714  
 Leinert.C.,and Haas.M. 1989,ApJ,342.L39  
 Lynden-Bell,D.,and Pringle,J.E. 1974,MNRAS,168.603

- Maihara.T.,Kataza.H. 1991,A&A,249.392  
 Malbet,F.,and Bertout.C. 1991,ApJ,383.814  
 Mundt.R.,Ray,T.P.,and Raga,A.C. 1991,A&A,252.740  
 Reipurth,B.,and Zinnecker,H. 1993,A&A,in press  
 Rucinski.S.M. 1985,AJ,90.2321  
 Ruden.S.P.,and Pollack,J.B. 1991,ApJ,375.740  
 Shu.F.H.,Adams.F.C.,and Lizano.S. 1987,ARA&A,25.23

**Note added in proof:** In the case of the accretion disk, it is easy to compute that the time needed to deform the edge of the disk by 1% of its radius is about 1% of the orbital period of the star which causes the deformation. This result justifies the fact that we didn't consider the relative motion of the two stars.

## ERRATUM:

Dans le paragraphe 3.1, le premier cas traité correspond à une étoile de  $1 M_{\odot}$  (et non  $10 M_{\odot}$ ) et un disque de  $0.1 M_{\odot}$  (et non  $1 M_{\odot}$ ). Les résultats présentés ne dépendant que du rapport des masses, ils ne sont pas affectés par cette erreur. Notons que ce cas est sans doute le plus probable des deux cas traités (le second correspondant à une étoile et à un disque de  $1 M_{\odot}$  chacun).

## BIBLIOGRAPHIE

*Les articles cités dans la thèse sont repérés par un astérisque.*

### Physique: généralités

Chandrasekhar, S., *Radiative transfer* , Dover Publications, Inc., 1960

\* Frank, J., King, A. and Raine, D., *Accretion power in astrophysics* , 2nd Ed., University Press, Cambridge, 1992

Landau, L. and Lifchitz, E., *Physique théorique, Tome I: Mécanique* , 4ème Ed., Editions Mir Moscou, 1982

Meirovitch, L., *Methods of analytical dynamics* , McGraw-Hill, Inc., 1970

Papaloizou, J. C. B. and Pringle, J. E. 1982, "The precession of gaseous stars", *MNRAS* , **200**, 49-69

Roy, A. E., *Orbital motions* , Adam Hilger Ltd, Bristol, 1978

## Formation stellaire & objets stellaires jeunes

- \* Adams, F. C., Lada, C. J. and Shu, F. H. 1987, "Spectral evolution of young stellar objects", *ApJ* , **312**, 788-806
- \* André, P. and Montmerle, T. 1993, "From T Tauri stars to protostars: circumstellar material and young stellar objects in the  $\rho$  Ophiuchi cloud", *ApJ*, *in press*
- André, P., Montmerle, T. and Feigelson, E. D. 1987, "A VLA survey of radio-emitting young stars in the  $\rho$  Ophiuchi dark cloud", *AJ* , **93**, 1182-1198
- André, P., Ward-Thompson, D. and Barsony, M. 1993, "Submillimeter continuum observations of  $\rho$  Ophiuchi A: the candidate protostar VLA 1623 and prestellar clumps", *ApJ* , **406**, 122-141
- \* Basri, G. and Batalha, C. 1990, "Hamilton echelle spectra of young stars. I. Optical veiling", *ApJ* , **363**, 654-669
- \* Beichman, C. A., Myers, P. C., Emerson, J. P., Harris, S., Mathieu, R., Benson, P. J. and Jennings, R. E. 1986, "Candidate solar-type protostars in nearby molecular cloud cores", *ApJ* , **307**, 337-349
- \* Bertout, C. 1989, "T Tauri stars: wild as dust", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* , **27**, 351-395
- Bertout, C., 1993, "An introduction to T Tauri stars", in *Stars formation and Techniques in Infrared and Millimeter Astronomy* , ed. T. P. Ray and S. Beckwith, Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, *in press*
- Bertout, C. and Basri, G., 1991, "Properties and models of T Tauri stars", in NATO-ASI Proceed., *The physics of star formation and early stellar evolution* , ed. C. J. Lada and N. D. Kylafis, Dordrecht:Kluwer
- \* Clarke, C. J. and Pringle, J. E. 1991, "Star-disc interactions and binary star formation", *MNRAS* , **249**, 584
- \* Cohen, M. and Kuhi, L. V. 1979, "Observational studies of pre-main-sequence evolution", *ApJ* , **41**, 743-843
- \* Durisen, R. H., Gingold, R. A., Tohline, J. E. and Boss, A. P. 1986, "Dynamic fission instabilities in rapidly rotating  $n=3/2$  polytropes: a comparison of results from finite-difference and smoothed particle hydrodynamics codes", *ApJ* , **305**, 281-308

## *Bibliographie*

---

- \* Gredel, R. and Reipurth, B. 1993, "Near-infrared observations of the HH 111 region", *ApJ* , **407**, L29
- \* Haas, M., Leinert, C. and Zinnecker, H. 1990, "XZ Tau resolved as double infrared source", *Astron. Astrophys.* , **230**, L1-L4
- \* Herbig, G. H. 1962, "The properties and problems of T Tauri stars and related objects", *Adv. Astron. Astrophys.* , **1**, 47
- \* Joy, A. H. 1945, "T Tauri variable stars", *ApJ* , **102**, 168-195
- \* Lada, C. J. 1985, "Cold outflows, energetic winds, and enigmatic jets around young stellar objects", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* , **23**, 267-317
- \* Lada, C. J., 1987, "Star formation: from OB associations to protostars", in IAU Colloq. 115, *Star Forming Regions* , ed. M. Peimbert and J. Jugaku, Dordrecht:Reidel
- \* Lada, C. J., 1991, "The formation of low mass stars: observations", in NATO-ASI Proceed., *The physics of star formation and early stellar evolution* , ed. C. J. Lada and N. D. Kylafis, Dordrecht:Kluwer
- Lada, C. J. and Shu, F. H. 1990, "The formation of sunlike stars", *Science* , **248**, 564-572
- \* Lada, C. J. and Wilking, B. A. 1984, "The nature of the embedded population in the rho Ophiuchi dark cloud: mid-infrared observations", *ApJ* , **287**, 610-621
- Lada, E. A., Bally, J. and Stark, A. A. 1991, "An unbiased survey for dense cores in the Lynds 1630 molecular cloud", *ApJ* , **368**, 432-444
- Lada, E. A., DePoy, D. L., Evans II, N. J. and Gatley, I. 1991, "A 2.2 micron survey in the L1630 molecular cloud", *ApJ* , **371**, 171-182
- \* Larson, R. B. 1972, "The collapse of a rotating cloud", *MNRAS* , **156**, 437-45
- \* Larson, R. B. 1978, "Calculations of three-dimensional collapse and fragmentation", *MNRAS* , **184**, 69-85
- \* Leinert, C. and Haas, M. 1989, "Detection of an infrared companion to Haro 6-10", *ApJ* , **342**, L39-L42
- \* Leinert, C., Zinnecker, H., Weitzel, N., Christou, J., Ridgway, S. T., Jameson, R. F., Haas, M. and Lenzen, R. 1993, "A systematic search for binaries in Taurus", *Astron. Astrophys.*, *in press*

Lin, D. N. C. and Papaloizou, J., 1985, "On the dynamical origin of the solar system", in *Protostars & Planets II*, ed. D. C. Black and M. S. Matthews, The University of Arizona Press, Tucson, Arizona

\* Maihara, T. and Kataza, H. 1991, "A study of the spatially-resolved T Tauri system", *Astron. Astrophys.*, **249**, 392-396

\* Myers, P. C., Fuller, G. A., Mathieu, R. D., Beichman, C. A., Benson, P. J., Schild, R. E. and Emerson, J. P. 1987, "Near-infrared and optical observations of IRAS sources in and near dense cores", *ApJ*, **319**, 340-357

\* Pringle, J. E. 1989, "On the formation of binary stars", *MNRAS*, **239**, 361-370

\* Pringle, J. E., 1991, "Binary star formation", in NATO-ASI Proceed., *The physics of star formation and early stellar evolution*, ed. C. J. Lada and N. D. Kylafis, Dordrecht:Kluwer

Reipurth, B., Heathcote, S., Roth, M., Noriega-Crespo, A. and Raga, A. C. 1993, "A new Herbig-Haro flow in the HH 1-2 complex", *ApJ*, **408**, L49

\* Reipurth, B. and Zinnecker, H. 1993, "Visual binaries among pre-main sequence stars", *Astron. Astrophys.*, *in press*

\* Rucinski, S. M. 1985, "IRAS observations of T Tauri and post-T Tauri stars", *AJ*, **90**, 2321-2330

Rydgren, A. E. and Vrba, F. J. 1983, "Periodic light variations in four pre-main-sequence K stars", *ApJ*, **267**, 191-198

Savage, B. D. and Mathis, J. S. 1979, "Observed properties of interstellar dust", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **17**, 73-111

Shu, F. H., Adams, F. C. and Lizano, S. 1987, "Star formation in molecular clouds: observations and theory", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **25**, 23-81

\* Terebey, S., Chandler, C. J. and André, P. 1993, "The contribution of disks and envelopes to the millimeter continuum emission from very young low-mass stars", *ApJ*, *in press*

Tout, C. A. and Pringle, J. E. 1992, "Spin down of rapidly rotating, convective stars", *MNRAS*, **256**, 269

Wilking, B. A. and Lada, C. J. 1983, "The discovery of new embedded sources in the centrally condensed core of the rho Ophiuchi dark cloud: the formation of a bound cluster ?", *ApJ* , **274**, 698-716

\* Wilking, B. A., Lada, C. J. and Young, E. T. 1989, "IRAS observations of the  $\rho$  Ophiuchi infrared cluster: spectral energy distributions and luminosity function", *ApJ* , **340**, 823-852

Zahn, J.-P. and Bouchet, L. 1989, "Tidal evolution of close binary stars. II. Orbital circularization of late-type binaries", *Astron. Astrophys.* , **223**, 112-118

Zinnecker, H., Perrier, C. and Chelli, A., 1988, "Infrared speckle interferometric observations of young low-mass stars: recent results from ESO", in Proc. NOAO/ESO Conf., *High Resolution Imaging by Interferometry* , ed. Garching:ESO

### **Disques: généralités**

\* Adams, F. C., Emerson, J. P. and Fuller, G. A. 1990, "Submillimeter photometry and disk masses of T Tauri disk systems", *ApJ* , **357**, 606-620

\* Adams, F. C., Lada, C. J. and Shu, F. H. 1988, "The disks of T Tauri stars with flat infrared spectra", *ApJ* , **326**, 865-883

\* Adams, F. C. and Shu, F. H. 1986, "Infrared spectra of rotating protostars", *ApJ* , **308**, 836

\* Basri, G. and Bertout, C. 1989, "Accretion disks around T Tauri stars. II. Balmer emission", *ApJ* , **341**, 340-358

Basri, G. and Bertout, C., 1990, "Disks around T Tauri stars", in IAU Colloq. 129, *Structure and emission properties of accretion disks* , ed. C. bertout, S. Collin-Souffrin, J. P. Lasota and J. Tran Thanh Van, Editions Frontières

\* Bastien, P. and Ménard, F. 1990, "Parameters of disks around young stellar objects from polarization observations", *ApJ* , **364**, 232

Beckwith, S., 1990, "Protostellar disks", in IAU Colloq. 129, *Structure and emission properties of accretion disks* , ed. C. bertout, S. Collin-Souffrin, J. P. Lasota and J. Tran Thanh Van, Editions Frontières

\* Beckwith, S. V. W., Sargent, A. I., Chini, R. S. and Güsten, R. 1990, "A survey for circumstellar disks around young stellar objects", *AJ* , **99**, 924-945

- \* Beckwith, S., Sargent, A. I., Scoville, N. Z., Masson, C. R., Zuckerman, B. and Phillips, T. G. 1986, "Small-scale structure of the circumstellar gas of HL Tauri and R Monocerotis", *ApJ*, **309**, 755-761
- \* Beckwith, S., Zuckerman, B., Skrutskie, M. F. and Dyck, H. M. 1984, "Discovery of solar system-size halos around young stars", *ApJ*, **287**, 793-800
- \* Bertout, C., 1987, "Circumstellar matter of young low-mass stars: observations versus theory", in IAU Colloq. 122, *Circumstellar matter*, ed. I. Appenzeller and C. Jordan, Editions Frontières
- \* Bertout, C., Basri, G. and Bouvier, J. 1988, "Accretion disks around T Tauri stars", *ApJ*, **330**, 350-373
- Bouvier, J. and Bertout, C. 1992, "Accretion disks around T Tauri stars. III. A  $\chi^2$  analysis of disk parameters", *Astron. Astrophys.*, **263**, 113
- Cannizzo, J. and Kaitchuck, R. 1992, "Les disques d'accrétion dans les étoiles binaires", *Pour la Science*, **173**, 74-81
- \* Edwards, S., Cabrit, S., Strom, S. E., Heyer, I., Strom, K. M. and Anderson, E. 1987, "Forbidden line and H $\alpha$  profiles in T Tauri star spectra: a probe of anisotropic mass outflows and circumstellar disks", *ApJ*, **321**, 473-495
- \* Friedjung, M. 1985, "Accretion disks heated by luminous central stars", *Astron. Astrophys.*, **146**, 366-368
- \* Grasdalen, G. L., Strom, S. E., Strom, K. M., Capps, R. W., Thompson, D. and Castelaz, M. 1984, "High spatial resolution IR observations of young stellar objects: a possible disk surrounding HL Tauri", *ApJ*, **283**, L57
- \* Hartmann, L. and Raymond, J. C. 1989, "Wind-disk shocks around T Tauri stars", *ApJ*, **337**, 903-916
- \* Hunter, C. 1963, "The structure and stability of self-gravitating disks", *MNRAS*, **126**, 299-315
- \* Hunter, C. 1965, "Oscillations of self-gravitating disks", *MNRAS*, **129**, 321-343
- Lada, C. J. and Adams, F. C. 1992, "Interpreting infrared color-color diagrams: circumstellar disks around low and intermediate-mass young stellar objects", *ApJ*, **393**, 278-288

Livio, M., 1992, "The interaction between the stream and the accretion disk", in *Accretion Disks in Compact Stellar Systems*, ed. J. C. Wheeler, World Scientific Publishing Co.

\* Lynden-Bell, D. and Pringle, J. E. 1974, "The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables", *MNRAS*, **168**, 603-637

\* Malbet, F. and Bertout, C. 1991, "The vertical structure of T Tauri accretion disks. I. Heating by the central star", *ApJ*, **383**, 814-819

\* Malbet, F., Rigaut, F., Bertout, C. and Léna, P. 1993, "Detection of a 400 AU disk-like structure surrounding the young stellar object Z CMa", *Astron. Astrophys.*, **271**, L9

Ménard, F., Monin, J.-L., Angelucci, F. and Rouan, D. 1993, "Disks around pre-main-sequence binary systems: the case of Haro 6-10", *ApJ*, **414**, L117-L120

Pringle, J. E. 1981, "Accretion discs in astrophysics", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **19**, 137-162

Pringle, J. E., 1992, "Circumstellar discs", in ST ScI Workshop *Non-isotropic and Variable Outflows from Stars*, ed. L. Drissen, C. Leitherer and A. Nota, A.S.P. Conference Series

\* Sargent, A. I. and Beckwith, S. 1987, "Kinematics of the circumstellar gas of HL Tauri and R Monocerotis", *ApJ*, **323**, 294-305

Shakura, N. I. and Sunyaev, R. A. 1973, "Black holes in binary systems. Observational appearance", *Astron. Astrophys.*, **24**, 337-355

## **Déformation des disques galactiques**

\* Avner, E. S. and King, I. R. 1967, "The influence of the Magellanic clouds on the Milky Way", *AJ*, **72**, 650

Bertin, G. and Casertano, S. 1982, "Excitation of warps in galaxies: fluid model of disk-halo interaction", *Astron. Astrophys.*, **106**, 274-286

Bertin, G. and Mark, J. W.-K. 1980, "On the excitation of warps in galaxy disks", *Astron. Astrophys.*, **88**, 289-297

\* Binney, J. 1978, "Twisted and warped disks as consequences of heavy halos", *MNRAS*, **183**, 779-797

Binney, J. 1981, "Resonant excitation of motion perpendicular to galactic planes", *MNRAS* , **196**, 455-467

\* Bosma, A., 1991, "Warped and flaring HI disks", in *Warped disks and inclined rings around galaxies* , ed. S. Casertano, P. Sackett and F. Briggs, Cambridge University Press, Cambridge

\* Briggs, F. and Kamphuis, J., 1991, "Behaviour of warps in extended disks", in *Warped disks and inclined rings around galaxies* , ed. S. Casertano, P. Sackett and F. Briggs, Cambridge University Press, Cambridge

\* Burke, B. F. 1957, "Systematic distortion of the outer regions of the galaxy", *AJ* , **62**, 90

Casertano, S., 1991, "Are warps normal modes ?", in *Warped disks and inclined rings around galaxies* , ed. S. Casertano, P. Sackett and F. Briggs, Cambridge University Press, Cambridge

Djorgovski, S. and Sosin, C. 1989, "The warp of the Galactic stellar disk detected in IRAS source counts", *ApJ* , **341**, L13-L16

\* Fujimoto, M. and Sofue, Y. 1976, "Dynamical evolution of the triple system of the Galaxy, the large and small Magellanic clouds", *Astron. Astrophys.* , **47**, 263-292

Fujimoto, M. and Sofue, Y. 1977, "The large and small Magellanic clouds in a binary state, the bending of the Galactic disk and the Magellanic stream", *Astron. Astrophys.* , **61**, 199-215

Galletta, G., 1991, "Warps in SOs: observations versus theories", in *Warped disks and inclined rings around galaxies* , ed. S. Casertano, P. Sackett and F. Briggs, Cambridge University Press, Cambridge

\* Gum, C. S., Kerr, F. J. and Westerhout, G. 1960, "A 21-cm determination of the principal plane of the Galaxy", *MNRAS* , **121**, 132-149

Henderson, A. P., 1979, "Observational description of the warp in our Galaxy", in IAU Symp. 84, *The large-scale characteristics of the Galaxy* , ed. W. B. Burton, Dordrecht:Kluwer

\* Hunter, C. and Toomre, A. 1969, "Dynamics of the bending of the Galaxy", *ApJ* , **155**, 747-776

\* Kahn, F. D. and Woltjer, L. 1959, "Intergalactic matter and the Galaxy", *ApJ*, **130**, 705-717

\* Kerr, F. J. 1957, "Magellanic effect on the galaxy", *AJ*, **62**, 93

Lin, D. N. C., Pringle, J. E. and Rees, M. J. 1988, "The link between tidal interaction and nuclear activity in galaxies", *ApJ*, **328**, 103-110

\* Lynden-Bell, D. 1965, "Free precession for the Galaxy", *MNRAS*, **129**, 299-307

\* Saar, E. M., 1979, "Theoretical considerations of the warp and thickening", in IAU Symp. 84, *The Large-Scale Characteristics of the Galaxy*, ed. W. B. Burton, College Park, Md

\* Sancisi, R. 1976, "Warped HI disks in galaxies", *Astron. Astrophys.*, **53**, 159-161

\* Sparke, L. S. and Casertano, S. 1988, "A model for persistent galactic warps", *MNRAS*, **234**, 873-898

Spight, L. and Grayzeck, E. 1977, "Warping of the Galactic plane by the LMC", *ApJ*, **213**, 374-378

Toomre, A., 1983, "Theories of warps", in IAU Symp. 100, *Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies*, ed. E. Athanassoula, Dordrecht:Kluwer

\* Tubbs, A. D. and Sanders, R. H. 1979, "Persistence of gaseous warps", *ApJ*, **230**, 736-741

Weaver, H., 1974, "Some aspects of galactic structure derived from the Berkeley low latitude survey of neutral hydrogen", in IAU Symp. 60, *Galactic radio-astronomy*, ed. F. J. Kerr and S. C. Simonson, Dordrecht:Kluwer

## **Déformation des disques circumstellaires**

Artymowicz, P., Clarke, C. J., Lubow, S. H. and Pringle, J. E. 1991, "The effect of an external disk on the orbital elements of a central binary", *ApJ*, **370**, L35-L38

\* Kenyon, S. J. and Hartmann, L. 1987, "Spectral energy distributions of T Tauri stars: disk flaring and limits on accretion", *ApJ*, **323**, 714-733

Lin, D. N. C. and Papaloizou, J. 1986, "On the tidal interaction between protoplanets and the primordial solar nebula. II. Self-consistent nonlinear interaction", *ApJ*, **307**, 395-409

Lin, D. N. C., Papaloizou, J. C. B. and Savonije, G. J. 1990, "Propagation of tidal disturbance in gaseous accretion disks", *ApJ* , **365**, 748-756

Lubow, S. H. 1992, "Tidally driven inclination instability in keplerian disks", *ApJ* , **398**, 525

Papaloizou, J. C. B. and Lin, D. N. C. 1984, "On the tidal interaction between protoplanets and the primordial solar nebula. I. Linear calculation of the role of angular momentum exchange", *ApJ* , **285**, 818-834

Papaloizou, J. C. B. and Pringle, J. E. 1977, "Tidal torques on accretion discs in close binary systems", *MNRAS* , **181**, 441-454

Papaloizou, J. C. B. and Pringle, J. E. 1983, "The time-dependence of non-planar accretion discs ", *MNRAS* , **202**, 1181-1194

Pringle, J. E. 1991, "The properties of external accretion discs", *MNRAS* , **248**, 754-759

Pringle, J. E. 1992, "A simple approach to the evolution of twisted accretion discs", *MNRAS* , **258**, 811

\* Ruden, S. P. and Pollack, J. B. 1991, "The dynamical evolution of the protosolar nebula", *ApJ* , **375**, 740

\* Terquem, C. and Bertout, C. 1993, "Tidally-induced warps in T Tauri disks. I. First-order perturbation theory", *Astron. Astrophys.* , **274**, 291

Whitehurst, R. 1988, "Numerical simulations of accretion discs - I. Superhumps: a tidal phenomenon of accretion discs", *MNRAS* , **232**, 35-51

## ABSTRACT

Observations of T Tauri stars show that a majority of them are binary systems. On the other hand, deformation of circumstellar disks have a great influence on the spectral energy distribution of these stars. These reasons led us to study tidal effects in binary systems of young stellar objects.

We first calculated the tidally-induced perturbation in both cases of self-gravitating and accretion circumstellar disks. To obtain an analytical development, we assumed in this study that the perturbation was small (linear case).

To evaluate the influence of this deformation on the spectral energy distribution, we then calculated the energy emitted in a given direction by the system of the warped disk and central star. This study was done in the general case, i.e. we took into account the shadow of the disk on the star, and of the star on the disk.

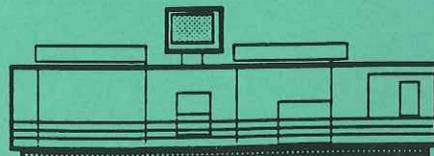
We applied these two studies to young stellar objects. We showed that in the case of small perturbations, when the separation between the two stars is greater than 100 UA, tidal effects in circumstellar disk have a significant effect on the submillimetric range of the spectral energy distribution.

To evaluate the influence of these effects in closer binary systems, we then parametrized the deformation. The obtained spectral energy distributions led us to propose a new interpretation of class I young stellar objects, and allow us to reproduce spectral energy distributions of T Tauri stars with strong infra-red excess.

Finally, we study in a preliminary way the influence of the deformation on the accretion rate in the disk.



Grenoble, octobre 1993



Impression et finition réalisées sur Rank Xerox 5090,  
au Service Reprographie du CNRS.