



**HAL**  
open science

# Application de l'approche de la réponse impulsionnelle à la modélisation du rayonnement de transducteurs acoustiques de structure arbitraire

Khalid Sbai

► **To cite this version:**

Khalid Sbai. Application de l'approche de la réponse impulsionnelle à la modélisation du rayonnement de transducteurs acoustiques de structure arbitraire. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 1996. Français. NNT : 1996VALE0023 . tel-00687979

**HAL Id: tel-00687979**

**<https://theses.hal.science/tel-00687979>**

Submitted on 16 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée à

**L'UNIVERSITE DE VALENCIENNES ET  
DU HAINAUT CAMBRESIS**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE EN ELECTRONIQUE**

par

**KHALID SBAI**

**APPLICATION DE L'APPROCHE DE LA REPONSE  
IMPULSIONNELLE A LA MODELISATION DU RAYONNEMENT  
DE TRANSDUCTEURS ACOUSTIQUES DE STRUCTURE ARBITRAIRE**

Soutenu le 18 Juin 1996 devant la Commission d'Examen :

Président du Jury : M. GAZALET, Professeur

Rapporteurs: D. HAUDEN, Professeur  
P. FILIPPI, Professeur

Examineurs: B. DELANNOY, Professeur  
B. DUBUS, Chargé de recherche  
B. PIWAKOWSKI, Directeur de Thèse  
S. BALLANDRAS, Chargé de recherche

**A mes parents**

**A mon épouse**

**A mon frère et à mes soeurs**

**A ma famille et en particulier à mon  
oncle Ali et à sa femme Nicole.**

## **REMERCIEMENTS**

Les travaux présentés dans cette thèse sont le résultat de recherches effectuées dans l'Equipe Electronique-Acoustique de l'Ecole Centrale de Lille qui est une composante du Département Opto-Acousto-Electronique de l'Institut d'Electronique et de Micro-Electronique du Nord (IEMN - CNRS UMR 9929).

J'exprime toute ma gratitude et ma profonde reconnaissance à mon Directeur de thèse, Monsieur B. PIWAKOWSKI, Maître de Conférence à l'Ecole Centrale de Lille, qui a suivi de près et de façon étroite ce travail ainsi que pour l'aide et l'encouragement qu'il m'a prodigué tout au long de cette étude.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur B. DELANNOY, responsable de l'équipe Electronique-Acoustique à l'Ecole Centrale de Lille, de m'avoir accueilli au sein de son Laboratoire d'une part, et d'avoir accepté d'examiner ce travail, d'autre part.

Je remercie très vivement Monsieur D. HAUDEN, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et de Micro-électronique de Besançon, et Monsieur P. FILLIPI, Professeur à l'Université de Marseille, qui me font l'honneur de bien vouloir juger ce travail en qualité de rapporteurs.

Mes sincères remerciements vont aussi à Monsieur M. GAZALET, Professeur à l'Université de Valenciennes, Monsieur B. DUBUS, Chargé de recherche au CNRS à l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord (ISEN) et à Monsieur S. BALLANDRAS, Chargé de recherche au CNRS à Besançon, pour leur participation au jury.

J'adresse également mes remerciements à Messieurs P. PERNOD et J. C. TRICOT, Maîtres de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, ainsi qu'à tous mes collègues de laboratoire pour la sympathie qu'ils m'ont toujours témoignée.

J'exprime enfin ma gratitude à mon épouse, pour son soutien moral et son aide précieuse.

SOMMAIRE

INTRODUCTION .....	7
<b><u>CHAPITRE I:</u></b> RAYONNEMENT ACOUSTIQUE .....	11
DES SOURCES QUASI-PLANES	
I.1- GENERALITES .....	12
I.1.1- <u>Description du problème</u> .....	12
I.1.2- <u>Les équations de base du problème de rayonnement</u> .....	13
I.1.3- <u>Représentation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff</u> .....	15
I.1.4- <u>Classification des méthodes de calcul du rayonnement acoustique</u> .....	17
- <i>Méthodes formelles ou implicites</i>	
- <i>Méthodes explicites</i>	
I.2- APPROCHE HARMONIQUE EXPLICITE .....	19
I.2.1- <u>Rayonnement d'une surface hypothétique</u> .....	19
( <u>conditions aux limites libres</u> )	
I.2.2- <u>Rayonnement d'une source rigide encastrée dans</u> .....	20
<u>un baffle rigide infini</u> (Intégrale de Rayleigh)	
I.2.3- <u>Rayonnement d'une source acoustiquement molle</u> .....	22
<u>encastrée dans un baffle acoustiquement mou</u>	
I.2.4- <u>Expression générale des résultats: Approximations</u> .....	23
<u>des ondes planes</u>	
I.2.5- <u>Filtre spatial source-espace de propagation (S-O)</u> .....	25
I.3 - APPROCHE TEMPORELLE EXPLICITE .....	25
I.3.1- <u>Rayonnement dans les conditions aux limites libres</u> .....	26
I.3.2- <u>Réponse impulsionnelle de diffraction pour les sources bafflées</u> .....	28
- <i>cas de conditions aux limites rigides</i>	
- <i>cas de conditions aux limites molles</i>	
I.3.3- <u>Solutions généralisées: Approche des ondes planes</u> .....	29
I.3.4- <u>Application de la réponse impulsionnelle pour un signal</u> .....	30
<u>d'excitation quelconque</u>	
I.3.5- <u>Condition de champ proche et lointain pour un champ</u> .....	31
<u>acoustique large-bande</u>	
I.4- CONCLUSION .....	33

<u>ANNEXE I-A:</u>	<u>FORMES APPROCHEES DES</u> .....	35
	<u>FORMULATIONS HARMONIQUES EXPLICITES</u>	
I.A.1-	Critère du champ proche .....	35
I.A.2-	Champ lointain (ou zone de Fraunhofer) .....	36
I.A.3-	Champ de Fresnel .....	41
<u>CHAPITRE II:</u>	<u>DIFFERENTES APPROCHES DE CALCUL</u> .....	45
	<u>DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE</u>	
II.1-	INTRODUCTION .....	46
II.2-	APPROCHE DE L'OBSERVATEUR LOCAL .....	47
	(Technique de Stepanishen)	
II.2.1-	<u>Cas d'une excitation uniforme</u> .....	47
II.2.1.1-	<u>Ouvertures circulaires</u> .....	48
II.2.1.2-	<u>Ouvertures rectangulaires</u> .....	49
II.2.1.3-	<u>Ouvertures circulaires non planes</u> .....	52
II.2.2-	<u>Cas d'une excitation non uniforme</u> .....	54
II.3-	APPROCHE INSTANTANEE .....	57
II.4-	APPROCHE DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE DE LIGNE .....	60
II.5-	AUTRES METHODES DE CALCUL .....	62
II.5.1-	<u>Méthode des sources ponctuelles</u> .....	62
II.5.2-	<u>Méthode de sources rectangulaires</u> .....	63
II.6-	APPROCHE DE LA REPRESENTATION DISCRETE .....	66
II.6.1-	<u>Principe de la méthode et algorithme de calcul</u> .....	66
II.6.2-	<u>Calculs des termes supplémentaires - Généralisation de la méthode</u> .....	72
II.7-	CONCLUSION .....	73

<b><u>CHAPITRE III:</u></b>	<b><u>STRUCTURE DU LOGICIEL</u></b>	<b>75</b>
III.1-	STRUCTURE DU PROGRAMME	76
III.2-	DESCRIPTION DU MODULE DE DONNEES	78
III.2.1-	<u>Bibliothèque des formes géométriques des sources</u>	79
III.2.2-	<u>Bibliothèque des fonctions d'apodisation</u>	81
III.2.3-	<u>Fonctions de distribution de retards (balayage, focalisation)</u>	85
III.2.3.1-	<u>Balayage électronique</u>	86
III.2.3.2-	<u>Focalisation électronique</u>	87
III.2.4-	<u>Distribution des points d'observation</u>	88
III.2.5-	<u>Paramètres du calcul</u>	90
III.3-	MODULE DE CALCUL	91
III.4-	MODULE DE POST-TRAITEMENT	91
III.4.1-	<u>Formes temporelles du champ acoustique</u>	91
III.4.2-	<u>Représentation du champ dans l'espace</u>	93
III.5-	ORGANISATION DE CALCULS	94
III.6-	VISUALISATION GRAPHIQUE	96
III.7-	CONCLUSION	96
<b><u>ANNEXE III-A:</u></b>	<b><u>EXPRESSION ANALYTIQUE DES COEFFICIENTS D'APODISATION DE CHEBYSHEV</u></b>	<b>97</b>
<b><u>ANNEXE III-B:</u></b>	<b><u>PARAMETRES DE DISCRETISATION SPATIALE DE LA SURFACE DU RAYONNEMENT</u></b>	<b>99</b>
III-B.1-	Discretisation de surfaces planes	99
III-B.1.1-	<u>Cas de sources rectangulaires</u>	99
III-B.1.2-	<u>Cas de sources circulaires</u>	99
III-B.2-	Discretisation de surfaces courbes	100
III-B.2.1-	<u>Coupelle sphérique</u>	100
III-A.2.2-	<u>Source cylindrique concave</u>	101
III-B.2.3-	<u>Source conique</u>	103
III-B.3-	Discretisation d'un élément de l'option "matrice arbitraire" ou de la "Structure 3D"	103

<b><u>CHAPITRE IV: VALIDATION DU LOGICIEL</u></b> .....	107
IV.1- PROPOS LIMINAIRES .....	108
IV.2- PISTON CIRCULAIRE .....	109
IV.2.1- <u>Les réponses impulsionnelles pour une excitation uniforme</u> .....	109
IV.2.2- <u>Pression acoustique pour une excitation harmonique uniforme</u> .....	113
IV.2.3- <u>Les réponses impulsionnelles pour une excitation non uniforme</u> .....	113
IV.3 - PISTON RECTANGULAIRE .....	117
IV.4- SOURCE LINEAIRE .....	117
IV.4.1 <u>Réponses impulsionnelles pour une excitation uniforme</u> .....	120
IV.4.2- <u>Caractéristiques de directivité pour une excitation harmonique uniforme</u> .....	120
IV.5- RESEAU DE SOURCES PONCTUELLES .....	125
IV.6- TRANSDUCTEUR CONCAVE .....	127
IV.6.1- <u>Réponses impulsionnelles pour une excitation uniforme</u> .....	129
IV.6.2- <u>Pression acoustique axiale pour une excitation harmonique</u> .....	129
IV.7- CONCLUSION .....	134
<b><u>CHAPITRE V: APPLICATIONS</u></b> .....	137
V.1- ETUDE D'UN TRANSDUCTEUR MATRICIEL POUR UN SONAR .....	138
V. 1.1 <u>Définition du problème et objectif de l'étude</u> .....	138
V.1.2- <u>Formes temporelles du champ acoustique</u> .....	139
V.1.3- <u>Influence de l'apodisation du transducteur sur les caractéristiques de directivité</u> .....	139
V.1.4- <u>Balayage électronique du faisceau</u> .....	144
V.1.5- <u>Caractéristiques de directivité angulaires et formation du champ</u> .....	146
V.1.6- <u>Conclusion</u> .....	149
V.2- ETUDE DES TRANSDUCTEURS FOCALISES .....	150
V.2.1- <u>Focalisation géométrique</u> .....	151
V.2.1.1- <u>Formes temporelles du champ rayonné:</u> .....	151
V.2.1.2- <u>Répartition spatiale de la pression acoustique</u> .....	153
V.2.1.3- <u>Effet de l'apodisation du transducteur</u> .....	153



V.2.2- <u>Focalisation électronique</u> .....	158
V.2.2.1- <u>Effet de la discrétisation d'ouverture</u> .....	158
<i>sur la réponse impulsionnelle</i>	
V.2.2.2- <u>Résolution latérale en fonction du nombre d'éléments <math>N</math></u> .....	160
V.2.2.3- <u>Effet de l'apodisation</u> .....	166
V.2.3. <u>Comparaison focalisation géométrique - électronique</u> .....	168
V.2.4 - <u>Conclusion</u> .....	171
V.3- ETUDE D'UN RESEAU MATRICIEL A GEOMETRIE CYLINDRIQUE .....	172
V.3.1- <u>Cas d'un projecteur cylindrique divergent</u> .....	172
V.3.1.1- <u>Géométrie du problème</u> .....	172
V.3.1.2- <u>Formes temporelles des réponses impulsionnelles</u> .....	173
V.3.1.3- <u>Formation du champ du projecteur et</u> .....	175
<i>ces caractéristiques de directivité</i>	
V.3.1.4- <u>Effet des fonctions d'apodisations</u> .....	179
<i>sur les caractéristiques de directivité.</i>	
V.3.1.5- <u>Comparaison : divergence géométrique - électronique</u> .....	185
V.3.1.6- <u>Conclusion</u> .....	185
V.3.2- <u>Cas d'un réseau cylindrique convergent</u> .....	186
V.3.2.1- <u>Géométrie du problème</u> .....	186
V.3.2.2- <u>Formes temporelles des réponses impulsionnelles</u> .....	187
V.3.2.3- <u>Répartition d'amplitude du champ de pression acoustique</u> .....	187
V.3.2.4- <u>Effet d'une fonction d'apodisation</u> .....	193
<i>sur les caractéristiques du champ</i>	
V.3.2.5- <u>Comparaison : focalisation géométrique - électronique</u> .....	193
V.3.2.6- <u>Conclusion</u> .....	197
V.4- ETUDE D'UN SYSTEME DE CONTROLE ACTIF ANTIBRUIT .....	198
V.4.1- <u>Description du dispositif expérimental</u> .....	199
V.4.2- <u>Modélisation numérique</u> .....	199
V.4.3- <u>Comparaison des résultats mesurés et calculés</u> .....	201
V.4.4- <u>Simulation numérique d'un système ANC réel</u> .....	204
V.4.5- <u>Conclusion</u> .....	208
CONCLUSION . .....	209
BIBLIOGRAPHIE .....	213



## INTRODUCTION

Le développement spectaculaire des dispositifs d'imagerie acoustique à haute résolution, a créé des besoins nouveaux sur le plan de la prévision des performances de ces systèmes. En particulier, les récents progrès technologiques rendent possible actuellement la réalisation de transducteurs multivoies à structure spatiale complexe de plus en plus sophistiquée. Ces transducteurs utilisent des formes variées de traitement spatio-temporel qui permettent d'optimiser la résolution angulaire (focalisation), de contrôler le niveau des lobes secondaires des faisceaux (apodisation) et de réaliser un balayage électronique. Afin d'optimiser la résolution axiale, ils sont excités généralement par des signaux large bande à structure temporelle et spectrale complexes (impulsions brèves ou modulées).

La prévision des performances des systèmes d'imagerie implique plus particulièrement la résolution du problème de rayonnement d'une onde acoustique par une structure élastique. Jusqu'à maintenant, ce problème a fait l'objet de nombreuses études dans le domaine du contrôle non destructif, de l'hydroacoustique, du traitement des signaux ou de l'imagerie médicale. Pour des géométries simples de la surface de rayonnement (source), des solutions analytiques ou quasi-analytiques ont été proposées, fournissant ainsi les bases fondamentales d'une compréhension physique. Néanmoins, l'étude de problèmes réels, pour lesquels la géométrie de la source et le champ de déplacement à sa surface peuvent être quelconques, exige l'utilisation de méthodes numériques. Dans le cas de sources acoustiques large bande, l'approche classique dans le domaine harmonique n'est pas la mieux adaptée, du fait de l'étendue et de la densité du spectre étudié; il convient donc d'envisager un calcul direct dans le domaine temporel.

L'objet de cette thèse est, dans le contexte qui vient d'être décrit, d'élaborer un programme de calcul permettant une analyse complète d'une large variété de sources acoustiques en vue d'optimiser leurs performances. Il doit prendre en compte plusieurs

caractéristiques d'un transducteur qu'il pourra étudier afin d'aider à une meilleure compréhension des phénomènes physiques modélisés. Sa mise en oeuvre informatique repose sur la méthode de la "Représentation Discrète", développée dans L'équipe "Electronique-Acoustique - E.C. Lille" de l'IEMN (UMR - CNRS 9929), et basée sur l'approche de la réponse impulsionnelle de diffraction. Il s'agit d'une méthode entièrement numérique, opérant directement dans le domaine temporel et qui peut être mise en oeuvre avec des moyens informatiques légers.

Le mémoire présenté comporte cinq chapitres. Le premier chapitre est consacré à la formulation théorique du problème de rayonnement acoustique et prépare la formulation mathématique employée dans les chapitres suivants. Il permet de situer l'approche de la réponse impulsionnelle parmi les autres approches utilisées en acoustique. En particulier, l'approche de la réponse impulsionnelle de diffraction a été comparée avec l'approche classique dans le domaine harmonique.

Le second chapitre positionne l'approche de la Représentation Discrète "DR" parmi les autres méthodes de calcul basées sur l'approche de la réponse impulsionnelle de diffraction et utilisées actuellement pour le calcul du rayonnement de sources large bande. Pour chacune d'elles, nous avons présenté leurs caractéristiques et leurs limitations afin de situer et d'étayer l'approche nouvelle que nous avons adoptée.

Le troisième chapitre a pour but d'illustrer les différents éléments incorporés dans le logiciel développé, "baptisé" DREAM (Discrete REpresentation Acoustic Modelling). Après une brève description de la structure du programme, nous avons présenté les différents outils développés que le logiciel DREAM peut prendre en compte.

Le quatrième chapitre a pour objet de valider le code de calcul développé, en comparant les solutions obtenues par DREAM avec les solutions analytiques existantes. Suite à cette contribution, les tests effectués ont permis de mieux cerner les facteurs déterminant les critères de la convergence et la précision des calculs.

Le code de calcul ainsi validé a été finalement appliqué à l'étude de quatre cas réels de sources acoustiques; les résultats obtenus sont présentés dans le Chapitre V. Les sujets d'étude ont été choisis afin de montrer l'aptitude du logiciel DREAM à modéliser des cas relativement complexes: transducteurs matriciels multi-éléments,

sources réparties dans un espace tridimensionnel de façon arbitraire. L'influence de la focalisation, du balayage, de l'apodisation, et du type d'excitation (harmonique ou large-bande) est analysée plus particulièrement. Une partie des résultats obtenus constitue une contribution nouvelle à l'étude du rayonnement des sources ultrasonores.

En conclusion, les principaux résultats obtenus au cours de ce travail de recherche sont rappelés et les extensions futures sont indiquées.



## CHAPITRE I

### RAYONNEMENT ACOUSTIQUE DES SOURCES QUASI-PLANES

L'objet de ce chapitre est de présenter l'outil mathématique utilisé pour la modélisation et la détermination du rayonnement acoustique à partir d'une source vibrante plane ou quasi-plane immergée dans un milieu fluide. Après avoir défini les équations du problème, nous proposons une brève description des méthodes de calcul implicites et explicites. Ensuite, nous présenterons le problème de rayonnement des ondes acoustiques dans les trois cas de conditions aux limites aussi bien dans le domaine harmonique que dans le domaine temporel. En dernier lieu, les équations de base utilisées dans le formalisme de la réponse impulsionnelle seront présentées. Celles-ci constituent les éléments principaux de ce mémoire.

## I.1- GENERALITES

Le problème du rayonnement acoustique des corps élastiques vibrants dans un milieu fluide est, dans le cas général, très complexe. Le calcul du champ de pression demande une solution simultanée de l'équation d'onde acoustique dans le corps élastique (problème vibratoire ou intérieur) et dans le milieu environnant (problème acoustique ou extérieur); les deux ayant les mêmes conditions aux limites (Bom et al, 1971; Burckhardt et al, 1973).

La description analytique du problème de rayonnement acoustique est basée sur l'équation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff qui représente la loi de conservation du flux d'énergie de l'onde qui passe par une surface fermée (Berson et al, 1977). Elle établit qu'un calcul rigoureux de la valeur du champ acoustique, en un point quelconque de l'espace concerné, exige la connaissance simultanée des distributions de potentiel de vitesse (ou de pression) et de sa dérivée normale sur une surface fermée quelconque entourant le point considéré.

### I.1.1- Description du problème

Dans les différentes applications acoustiques, le problème de rayonnement consiste à déterminer le champ acoustique observé au point  $O(x, y, z)$ , rayonné par une structure élastique vibrante de surface ( $S$ ), immergée dans un milieu acoustique fluide (homogène et isotrope). Pour cela, deux cas, présentés sur la figure I.1, peuvent être considérés.

On peut distinguer:

- le cas d'un objet vibrant, de forme géométrique quelconque, de volume  $V_i$  et de surface ( $S_0$ ), immergé dans un milieu fluide infini de volume  $V_e$  (Fig.I.1.a). La surface qui contribue à la création du champ au point  $O$  est  $\Sigma = S_0$ ,

- l'extension à l'infini du domaine fluide, peut d'ailleurs ne pas concerner tout l'espace, mais, en particulier, se limiter à un demi-espace, si on ajoute à la figure I.1.a une surface frontière  $\pi$  qui peut modéliser la présence d'un baffle (Fig.I.1.b). A ce moment, la surface  $\Sigma$  qui contribue à la création du champ au point  $O$  devient:  $\Sigma = S + \pi + S_R$ , où  $S_R$  est une surface arbitraire (demi-sphère de rayon infini) enfermant le volume  $V_e$  et  $S$  est une partie de  $S_0$  appartenant à  $V_e$ .

Dans cette thèse, nous allons nous occuper uniquement du problème extérieur (rayonnement), ce qui veut dire qu'on suppose le problème vibratoire dans le volume  $V_i$  (intérieur) déjà résolu. De plus, tous les calculs sont basés sur l'approche de la figure I.1.b. Cela signifie que seulement une partie de la surface ( $S_0$ ), comprise dans  $V_e$ , sera considérée.



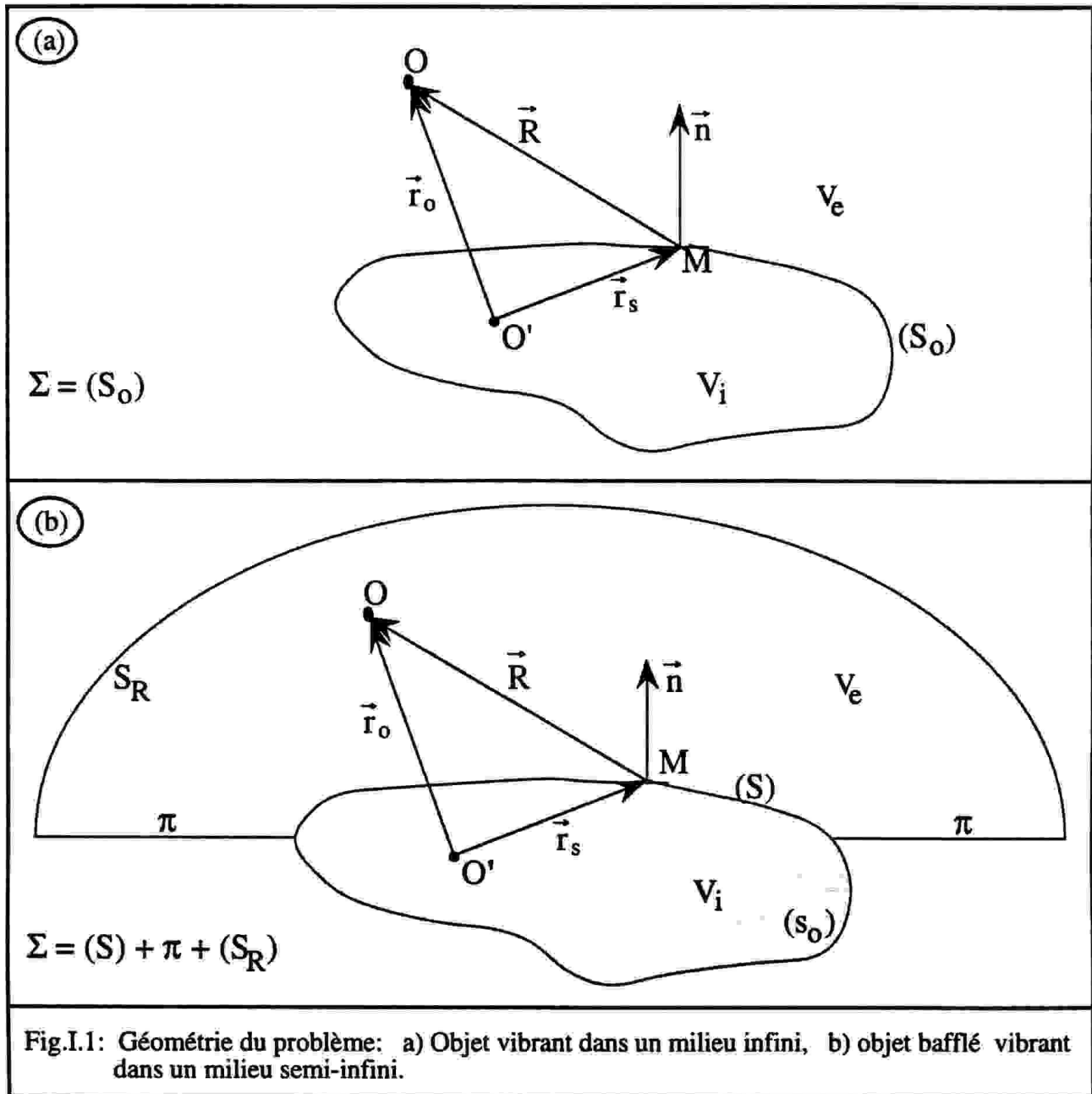


Fig.I.1: Géométrie du problème: a) Objet vibrant dans un milieu infini, b) objet bafflé vibrant dans un milieu semi-infini.

### I.1.2- Les équations de base du problème de rayonnement

Dans le cadre de l'acoustique linéaire, en tout point du domaine fluide  $V_e$ , l'évolution temporelle du champ de pression acoustique est gouvernée par l'équation d'onde ou de Helmholtz homogène:

$$\Delta P(O,t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(O,t)}{\partial t^2} = 0, \quad \text{dans } V_e, \quad (\text{I-1.a})$$

où  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien,  $P(O,t)$  la pression acoustique en un point d'observation  $O$  à un instant " $t$ " et " $c$ " la vitesse de propagation des ondes dans le milieu considéré. En régime harmonique stationnaire, dont la dépendance temporelle est de la forme  $\exp(j\omega t)$ , l'équation (I-1.a) devient:

$$\Delta P(O,\omega) + k^2 P(O,\omega) = 0, \quad \text{dans } V_e, \quad (\text{I-1.b})$$

où  $k = \omega/c$  est le nombre d'onde et  $\omega = 2\pi f$  est la fréquence angulaire.

A cette équation, il faut ajouter les conditions aux limites sur la surface ( $\Sigma$ ). Elles peuvent être de type Newman ou de Dirichlet:

$$\frac{\partial P(M)}{\partial n} = f(M), \quad M \in \Sigma, \quad (\text{I-2.a})$$

$$P(M) = h(M), \quad M \in \Sigma, \quad (\text{I-2.b})$$

où les fonctions  $f$  et  $h$  sont connues (à partir de la solution du problème intérieur). On peut également définir une condition de type mixte qui est la combinaison linéaire des conditions de Dirichlet et de Newman.

Une dernière condition à imposer est la condition de rayonnement de Sommerfeld qui implique que toutes les contributions provenant de la surface  $S_R$  deviennent négligeables (ne renvoient aucune énergie à la source), puisque le rayon  $R$  de la demi-sphère est supposé (Fig.I.1.b) infini:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left[ \frac{\partial P}{\partial R} - ik P \right] = 0; \quad (\text{I-3.a})$$

Finalement, la solution du problème externe implique la solution du système d'équations: (I-1), (I-2) et (I-3).

**Remarque:** On peut rencontrer également des conditions aux limites de type Newman ou Dirichlet homogènes, cela correspond aux valeurs nulles des fonctions  $f$  et  $h$ .

### I.1.3- Représentation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff

La transcription mathématique du problème à résoudre fait intervenir une fonction auxiliaire  $G(O,M)$ , dite fonction de Green, associée aux équations (I-1), (I-2) et (I-3). Cette fonction qui symbolise le champ créé au point d'écoute  $O$  par une source ponctuelle située en  $M$ , doit vérifier les expressions suivantes:

- l'équation d'Helmoltz inhomogène:

$$\Delta G(O,M) + k^2 G(O,M) = - \delta(O,M), \quad (I-4)$$

dans le domaine  $V_e$ , où  $\delta$  représente la fonction de Dirac.

- la relation de symétrie:

$$G(O,M) = G(M,O), \quad (I-5)$$

- la condition homogène de surface suivant les cas de Newman ou de Dirichlet:

$$\frac{\partial G(O,M)}{\partial n} = 0, \quad (I-6.a)$$

$$G(O,M) = 0, \quad (I-6.b)$$

- la condition de rayonnement de Sommerfeld (Eq.I-3):

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left[ \frac{\partial G(O,M)}{\partial R} - ik G(O,M) \right] = 0; \quad (I-7)$$

où  $R$  est la distance entre un point quelconque  $M$  de la surface  $\Sigma$  et le point d'observation  $O$ .

Toutefois, la difficulté principale réside dans la détermination de la fonction de Green  $G$ . Cette difficulté a incité des auteurs à construire la fonction  $G$  en deux parties séparées: une première partie continue partout dans  $V_e$  et qui dépend des conditions aux limites imposées sur  $\Sigma$  et une deuxième partie régulière et continue partout dans  $V_e$  sauf en  $O = M$ . Cette dernière partie représente la fonction de Green  $g$  vérifiant l'équation d'Helmoltz inhomogène:

$$\Delta g(O,M) + k^2 g(O,M) = - \delta(O,M), \quad (I-8)$$

et la condition de rayonnement de Sommerfeld (Eq.I-3).

Cette fonction  $g$ , qui n'est soumise à aucune condition aux limites sur  $\Sigma$  est la fonction de Green associée à l'espace infini (conditions aux limites "libres"). La solution de cette dernière équation est connue (Morse et al, 1953). Dans l'espace tridimensionnel, la solution fondamentale est une onde sphérique divergente:

$$g(O,M) = \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \quad (I-9)$$

Ainsi, l'application du second théorème de Green aux fonctions  $P$  et  $g$ , permet d'obtenir une expression équivalente à l'équation (I-1). Cette expression rigoureuse, appelée représentation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff, qui exprime le champ de pression acoustique d'une onde rayonnée par une structure de surface  $\Sigma = S + \pi$ , immergée dans un milieu fluide, homogène et isotrope, de volume  $V_e$ , est donnée sous sa forme la plus générale:

$$\alpha(O) P(O) = \int_{\Sigma} P_s(M,t) \frac{\partial g(O,M)}{\partial n} - g(O,M) \frac{\partial P_s(M,t)}{\partial n} d\Sigma, \quad (I-10)$$

où  $P_s(M,t)$  représente la distribution du champ de pression acoustique sur  $\Sigma$ ,  $\mathbf{n}$  étant la normale sur la surface  $\Sigma$  dirigée vers  $V_e$  (Fig.I.1.b). Le coefficient  $\alpha(O)$ , dont la valeur dépend de la position du point d'observation par rapport à la surface du rayonnement de la source, prend les valeurs suivantes:

- $\alpha(O) = 1$              $O \in V_e$  (problème extérieur),
  - $\alpha(O) = 1/2$          $O \in \Sigma$  (problème de valeurs aux limites)
- (I-11)

Si le point  $O$  est un point de discontinuité de la tangente à la surface, le coefficient  $\alpha(O)$ , peut être déterminé par la formule suivante :

$$\alpha(O) = 1 + \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{1}{R} \right] d\Sigma, \quad O \in \Sigma \quad (I-12)$$

Notons que l'équation (I-10) ne permet de résoudre que le problème de rayonnement. Pour le problème de diffraction sur  $S_0$ , qui se manifeste par la présence d'une source supplémentaire placée en un point intérieur à  $V_i$ , la mise en équation se fait en prenant comme point de départ l'équation de Helmholtz inhomogène:

$$\Delta P(O) + k^2 P(O) = - f(O), \quad (I-13)$$

où  $f(O)$  représente l'effet de la source introduite.

#### I.1.4- Classification des méthodes de calcul du rayonnement acoustique

L'analyse de l'ensemble des méthodes et des techniques, basées sur l'équation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff (Eq.I-10), a permis de distinguer deux classes de méthodes:

- *Méthodes formelles ou implicites:*

Ces méthodes utilisent, comme point de départ, l'équation de Helmholtz-Kirchhoff dans sa forme la plus générale. Elles permettent donc de traiter à la fois le problème intérieur et extérieur. Cependant, étant donné que la fonction de Green de l'espace libre (Eq.(I-9)) ne satisfait pas toutes les conditions aux limites du problème, celles-ci devront être calculées. Dans ce cas, les inconnues du problème sont la pression et sa dérivée normale sur la surface. La détermination de ces inconnues en surface (pression ou son gradient normal) est effectuée à l'aide de l'équation de Helmholtz-Kirchhoff en faisant tendre le point d'observation  $O$  en un point  $M'$  situé sur la surface de rayonnement de la source (problème de valeurs aux limites,  $\alpha(O) = 1/2$ ):

$$\frac{1}{2} P(M') = \int_{\Sigma} P_s(M',t) \frac{\partial g(M',M)}{\partial n} - g(M',M) \frac{\partial P_s(M',t)}{\partial n} d\Sigma(M) \quad (I-14)$$

Il s'agit ici d'une équation intégrale où la variable recherchée est la distribution de pression (ou de son gradient normal) sur la surface de rayonnement. On l'appelle, pour cela, l'équation intégrale de frontière "BIE" (Seybert et al., 1984; Shaw et al., 1988). Une fois ces valeurs (distribution du champ en surface) déterminées, elles sont ensuite substituées dans l'équation (I-10) pour le problème extérieur ( $\alpha(O) = 1$ ), afin de calculer le champ de pression

acoustique en un point quelconque du milieu fluide. A ce stade, tous les paramètres sont connus et on se ramène donc au calcul explicite d'une intégrale de surface (Eq.I-10).

L'inconvénient majeur de ces méthodes est que, pour certaines valeurs de fréquences appelées fréquences irrégulières ou critiques, l'équation (I-14) admet une infinité de solutions: elle est donc insuffisante pour déterminer une solution unique du problème. Pour y remédier, plusieurs méthodes ont été employées. La plupart d'entre elles ont été présentées dans la thèse de Lavie (1989).

Cependant, les méthodes implicites, malgré leur caractère universel, sont plutôt difficiles du point de vue de leur application: les méthodes de résolution sont lourdes à établir et leurs calculs nécessitent de longs temps-ordinateur. En plus, la complexité et le caractère abstrait du développement antérieur à l'établissement d'une forme numérique rend leur accès difficile aux non-spécialistes.

#### *- Méthodes Explicites:*

Contrairement aux méthodes précédentes, les méthodes explicites utilisent la formulation de l'équation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff en supposant que la fonction de Green est connue, c'est à dire celle qui satisfait l'équation d'onde appropriée et toutes les conditions aux limites (équations (I-4) à (I-7)). Ceci implique quelques hypothèses simplificatrices qui sont d'un usage courant. Ces méthodes concernent la géométrie de la figure I.1.b avec des surfaces rayonnantes  $S$  et des surfaces de baffle  $\pi$  planes. De plus, la pression  $P$  et sa dérivée normale sont aussi supposées connues. Ces dernières peuvent provenir de calculs, de mesures ou elles peuvent être simplement imposées comme les signaux d'excitation de la surface  $S$ .

Ainsi, mis à part les méthodes formelles qui ne constituent pas l'objet de cette thèse, l'examen de l'ensemble des méthodes explicites, nous a permis de distinguer deux types d'approches pour le calcul du champ acoustique. Une première opère dans le domaine harmonique. Une deuxième, opère directement dans le domaine temporel. Elle met à profit l'outil mathématique de la théorie des distributions tel qu'il est utilisée dans la théorie des signaux et des systèmes linéaires. Dans ce cas, l'analyse des réponses d'un système à des excitations harmoniques (fonction de transfert) est remplacée par l'analyse de la réponse à l'excitation par une impulsion de Dirac (réponse impulsionnelle de diffraction).

## I.2 - APPROCHE HARMONIQUE EXPLICITE.

Concernant le régime harmonique, la formulation rigoureuse de l'équation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff, pour le problème du rayonnement acoustique extérieur, est obtenue, en remplaçant dans l'équation (I-10), la fonction de Green  $g$  par la fonction  $G$  qui satisfait toutes les conditions aux limites du problème, et en posant  $\alpha(O) = 1$ . L'équation (I-10) devient donc :

$$P(O,t) = \int_{\Sigma} P_s(M,t) \frac{\partial G(O,M)}{\partial n} - G(O,M) \frac{\partial P_s(M,t)}{\partial n} d\Sigma(M) \quad (I-15)$$

Dans l'intégrale ci-dessus nous avons annulé l'intégration sur la surface  $S_R$  à cause de la condition de rayonnement de Sommerfeld (Fig.I.1.b). Cela permet de limiter la surface  $\Sigma$  à  $S+\pi$ .

### I.2.1- Rayonnement d'une surface hypothétique (conditions aux limites libre).

Considérons une source de surface  $S$  de forme géométrique quelconque, rayonnant dans un milieu fluide semi-infini, homogène et isotrope (Fig.I.2). Cette surface est supposée liée à un système de coordonnées cartésiennes  $x, y, z$ . Dans ce cas de conditions aux limites libres, la source  $S$  et le baffle  $\pi$  ont les mêmes propriétés que le milieu de propagation et il n'y a donc aucune réflexion à l'interface baffle-milieu, autrement dit, la fonction de Green est purement propagative. Dans ce cas particulier:

- la fonction de Green utilisée correspond aux conditions de l'espace libre et prend donc la forme donnée par l'équation (I-9),

- le gradient normal de la fonction de Green devient :

$$\frac{\partial G(O,M)}{\partial n} = \frac{\partial G(O,M)}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial n} = \left( jk + \frac{1}{R} \right) \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \cos\theta, \quad (I-16)$$

où  $\theta$  est l'angle entre les vecteurs  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{n}$ .

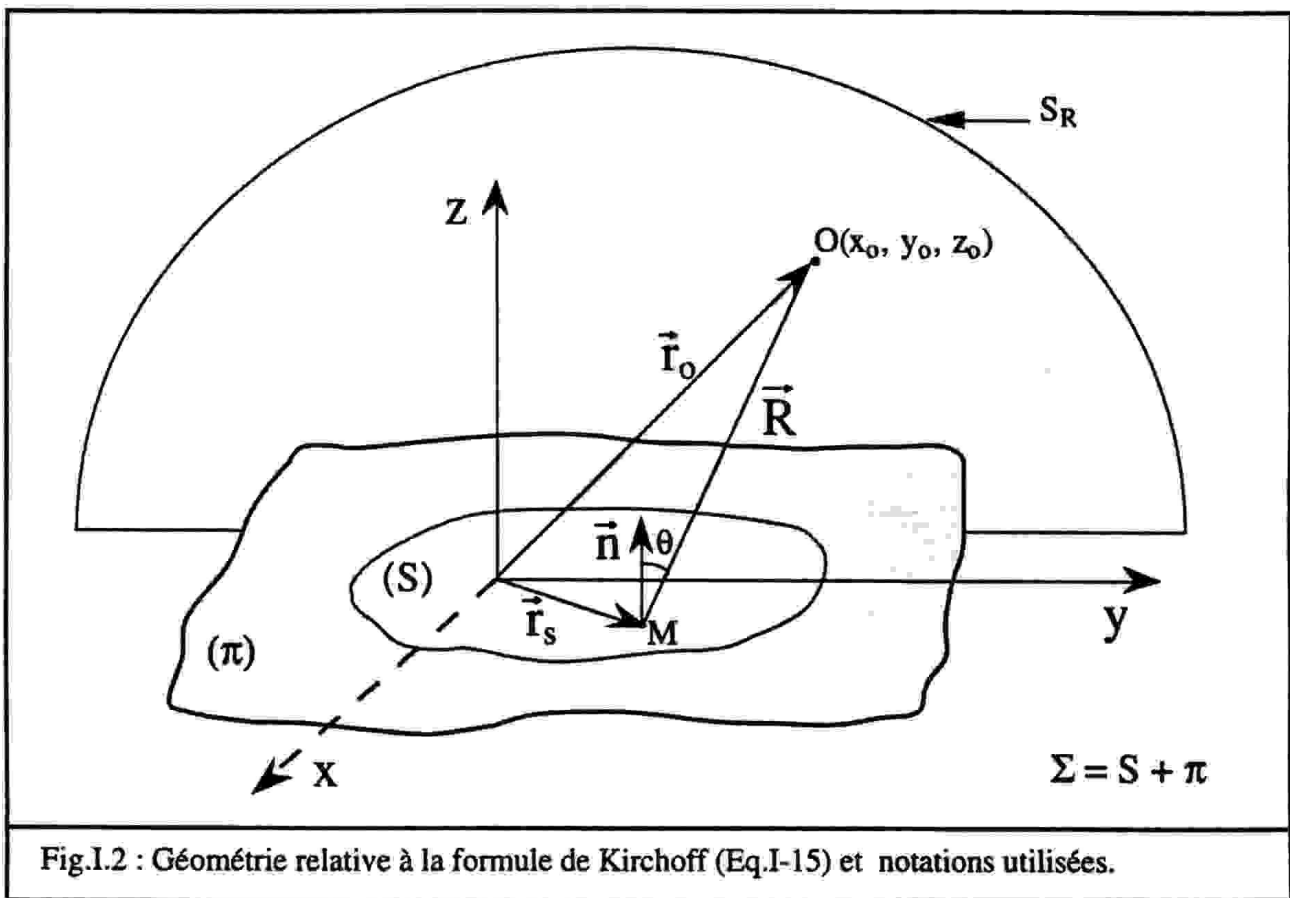
Ainsi, dans le cadre d'une excitation harmonique de la surface, séparable dans l'espace et dans le temps (tous les points de la surface de rayonnement vibrent avec la même dépendance temporelle ):

$$P_s(M,t) = P_s(M).P_s(t) = P_s(M) \exp(j\omega t), \quad (I-17)$$

la substitution des équations (I-9), (I-16) et (I-17), dans l'équation intégrale (I-15), conduit à:

$$P(O, \omega, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} P_s(M) \frac{\exp[j\omega(t - \frac{R}{c})]}{R} (jk + \frac{1}{R}) \cdot \cos\theta - \frac{\partial P_s(M)}{\partial n} \frac{\exp[j\omega(t - \frac{R}{c})]}{R} d\Sigma \quad (I-18)$$

L'intégrale (I-18) exprime la solution de la pression acoustique pour le rayonnement d'une source hypothétique  $\Sigma$  de forme quelconque. Notons que si cette surface est limitée par l'application d'un baffle rigide  $\pi$ , l'intégration sera limitée seulement sur la surface  $S = \Sigma - \pi$  (cela correspond, par exemple, au cas de rayonnement d'une fente "libre").



### I.2.2- Rayonnement d'une source rigide encastrée dans un baffle rigide infini (Intégrale de Rayleigh)

Le rayonnement des structures bafflées est un problème important car il correspond à de nombreux modèles physiques réalisables en pratique. L'équation de la représentation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff se prête parfaitement à de telles applications. Dans ce cas particulier, la surface rigide  $S$  est limitée par le baffle  $\pi$  infini et rigide (Fig.I.3).

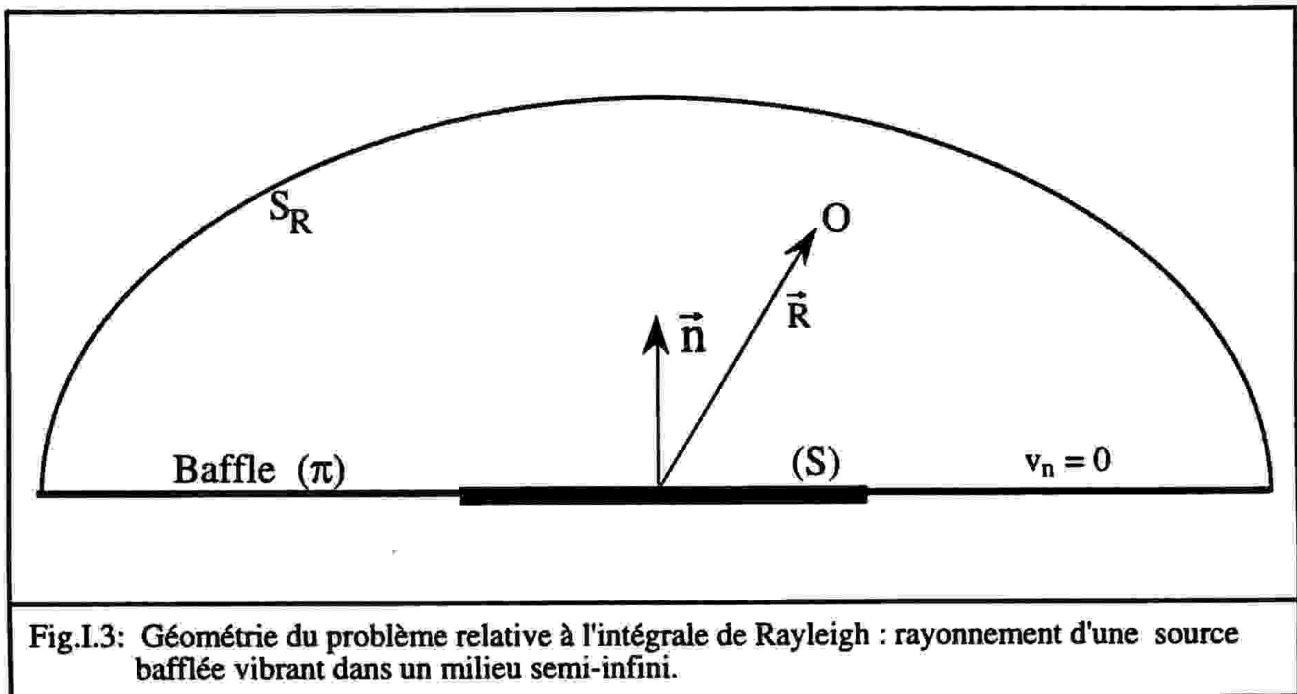


La fonction de Green  $G$  est donnée, à partir du principe des sources images (Morse et Ingard, 1968; Junger et Feit, 1972), sous la forme:

$$G(O,M) = 2.g(R), \quad (I-19)$$

où  $g$  est exprimée par l'équation (I-9), et sa dérivée normale doit vérifier la condition de Newman homogène:

$$\frac{\partial G(O,M)}{\partial n} = 0, \quad M \in S \cup \pi \quad (I-20)$$



En introduisant les équations (I-17), (I-19) et (I-20) dans l'intégrale (I-15) on obtient:

$$P(O,\omega,t) = - \frac{\exp(j\omega t)}{2\pi} \int_{\Sigma} \frac{\partial P_s(M)}{\partial n} \frac{\exp(-jkR)}{R} d\Sigma, \quad (I-21)$$

Etant donné la rigidité du baffle, cela se traduit par  $\partial P/\partial n = 0$  sur ce dernier (en notant que cette hypothèse est valable uniquement pour le baffle qui se trouve dans le même plan que la source  $S$ ); l'intégration sur la surface  $\Sigma$  peut être limitée seulement à la surface de la source:

$$P(O,\omega,t) = - \frac{\exp(j\omega t)}{2\pi} \int_S \frac{\partial P_s(M)}{\partial n} \frac{\exp(-jkR)}{R} dS \quad (I-22)$$

Compte tenu de la relation d'Euler:

$$\frac{\partial P_s(O,t)}{\partial n} = - \rho \frac{\partial v_n(O,t)}{\partial t}, \quad (I-23)$$

où  $v_n$  étant la vitesse normale sur la surface  $S$  et  $\rho$  la masse volumique du milieu, l'expression intégrale (I-22) se simplifie en:

$$P(O,\omega,t) = \frac{j\omega\rho\exp(j\omega t)}{2\pi} \int_S v_n(M) \frac{\exp(-jkR)}{R} dS \quad (I-24)$$

La relation (I-24) connue sous le nom de l'intégrale de Rayleigh (Junger et Feit, 1972) décrit le rayonnement d'une source plane et rigide insérée dans une paroi plane et rigide et constitue le point du départ pour plusieurs études.

### I.2.3- Rayonnement d'une source acoustiquement molle encastrée dans un baffle acoustiquement mou.

L'expression "source molle" exprime que le rapport d'impédance acoustique entre le milieu de propagation et l'objet rayonnant est inversé par rapport au cas de source rigide. Dans cette situation, comparable avec celle illustrée sur la figure I.3, les conditions aux limites imposent à la fonction de Green de s'annuler à l'interface (Delannoy et al, 1979):

$$G(O,M) = 0 \quad (I-25.a)$$

et sa dérivée normale prend la forme:

$$\frac{\partial G(O,M)}{\partial n} = 2 \frac{\partial g(O,M)}{\partial n} \quad (I-25.b)$$

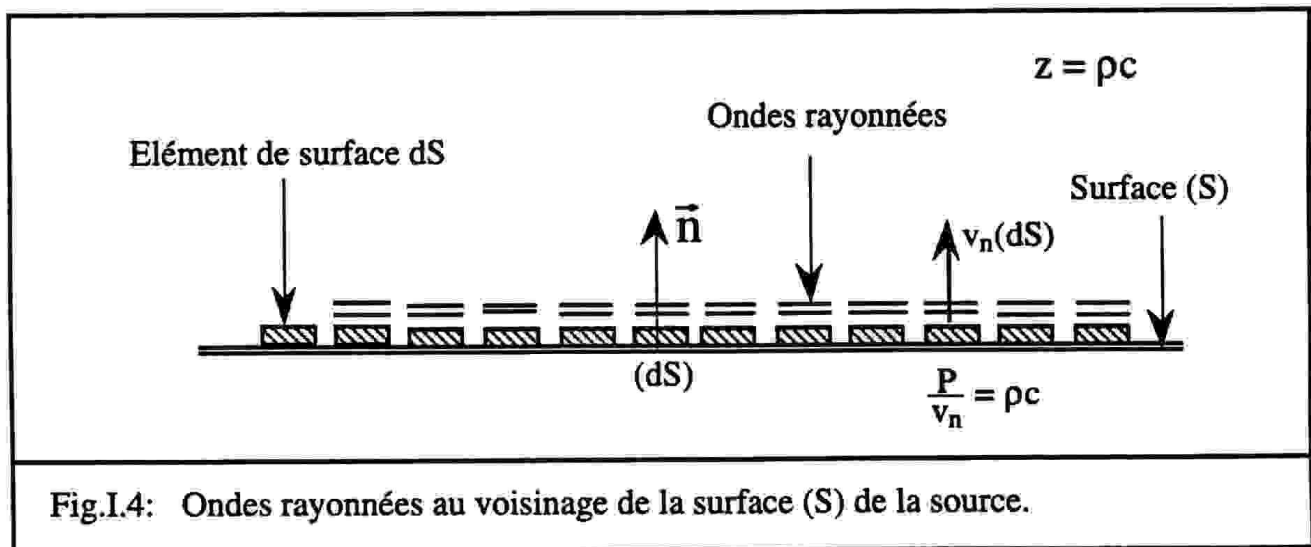
Ainsi, en tenant compte de la relation (I-16), la substitution des relations (I-17) et (I-25), dans (I-15), permet d'exprimer le champ de pression acoustique en un point donné O, sous la forme:

$$P(O, \omega, t) = \frac{jk \exp(j\omega t)}{2\pi} \int_S P_s(M) \left[ 1 + \frac{1}{jkR} \right] \cos\theta \exp(-jkR) dS \quad (I-26)$$

Comme dans le cas précédent, l'intégration est également limitée à la surface S du fait que la contribution du baffle  $\pi$  est nulle (à condition que le baffle soit situé dans le plan de S).

#### I.2.4- Expression générale des résultats: Approximation des ondes planes.

Souvent, il est considéré que les ondes rayonnées par les surfaces élémentaires  $dS$  (Fig.I.4) sont localement planes. Autrement dit, la surface d'onde au voisinage de la surface élémentaire  $dS$  plane, est considérée comme localement plane.



Dans ce cas, la pression acoustique et son gradient normal à la surface de rayonnement de la source sont reliés par la relation suivante:

$$\frac{\partial P_s(x, y, z; t)}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial P_s(x, y, z; t)}{\partial t} \quad (I-27)$$

Notons que, compte tenu de la relation (I-23), l'hypothèse (I-27) est équivalente à la relation pour des ondes planes couramment utilisées pour la modélisation de transducteurs ultrasonores:

$$\frac{P_s}{v_n} = \rho c \quad (\text{I-28})$$

Dans le cas d'une excitation harmonique, en tenant compte de l'équation (I-17), la relation (I-27) devient

$$\frac{\partial P_s(M; t)}{\partial n} = -jk P_s(M) \exp(j\omega t) \quad (\text{I-29})$$

En substituant cette relation dans les solutions (I-18), (I-24) et (I-26) on obtient respectivement:

- pour une surface hypothétique:

$$P(O, \omega, t) = \frac{jk \exp(j\omega t)}{4\pi} \int_S (1 + \cos\theta) P_s(M) \frac{\exp(-jkR)}{R} + \cos\theta P_s(M) \frac{\exp(-jkR)}{jkR^2} dS \quad (\text{I-30})$$

- pour une surface rigide

$$P(O, \omega, t) = \frac{jk \exp(j\omega t)}{2\pi} \int_S P_s(M) \frac{\exp(-jkR)}{R} dS \quad (\text{I-31})$$

- pour une surface molle

$$P(O, \omega, t) = \frac{jk \exp(j\omega t)}{2\pi} \int_S \cos\theta \left[ 1 + \frac{1}{jkR} \right] P_s(x, y) \frac{\exp(-jkR)}{R} dS \quad (\text{I-32})$$

Cela permet d'écrire les solutions pour les trois cas considérés sous une forme commune:

$$P(O, \omega, t) = \frac{jk \exp(j\omega t)}{4\pi} \int_S \alpha(\theta) P_s(x, y) \frac{\exp(-jkR)}{R} + \beta(\theta) P_s(x, y) \frac{\exp(-jkR)}{jkR^2} dS \quad (\text{I-33})$$

Cette expression simplifiée, suggère l'introduction de deux facteurs de directivité  $\alpha(\theta)$  et  $\beta(\theta)$  qui dépendent des conditions aux limites de la source. Ces deux coefficients qui caractérisent les diagrammes directifs des sources élémentaires rayonnant dans des conditions aux limites données, s'écrivent sous la forme:

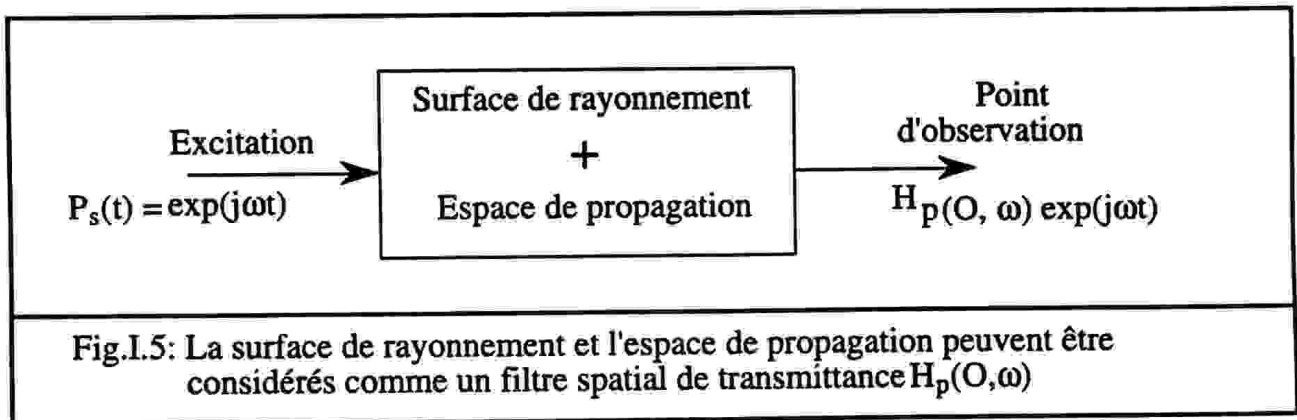
$$\alpha(\theta) = \begin{cases} 1 + \cos\theta \\ 2 \\ 2 \cdot \cos\theta \end{cases} \quad \beta(\theta) = \begin{cases} \cos\theta \\ 0 \\ 2 \cdot \cos\theta \end{cases} \quad (I-34)$$

respectivement pour les conditions aux limites libres, rigides et molles. Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ , définis ainsi, ont été introduits respectivement par Delannoy et al (1979) et Piwakowski (1989b).

### I.2.5- Filtre spatial source-espace de propagation (S-O)

L'analyse des intégrales exprimées par les équations (I-18), (I-22), (I-26) ou (I-33) permet de représenter ces équations par le modèle de la figure (I.5). En effet, si on regarde l'équation (I-33) comme la réponse d'un système linéaire à l'entrée duquel on a  $P_s(t) = \exp(j\omega t)$ , elle présentera alors en sortie la forme:  $P(O, \omega) \exp(j\omega t)$ . La fonction  $P(O, \omega)$  représente donc la fonction de transfert  $H_p(O, \omega)$  du filtre spatial "surface S + espace de propagation S-O". En terme de pression, elle est exprimée par:

$$H_p(O, \omega) = \frac{jk}{4\pi} \int_S \alpha(\theta) P_s(x, y) \frac{\exp(-jkR)}{R} + \beta(\theta) P_s(x, y) \frac{\exp(-jkR)}{jkR^2} dS \quad (I-35)$$



### I.3- APPROCHE TEMPORELLE EXPLICITE.

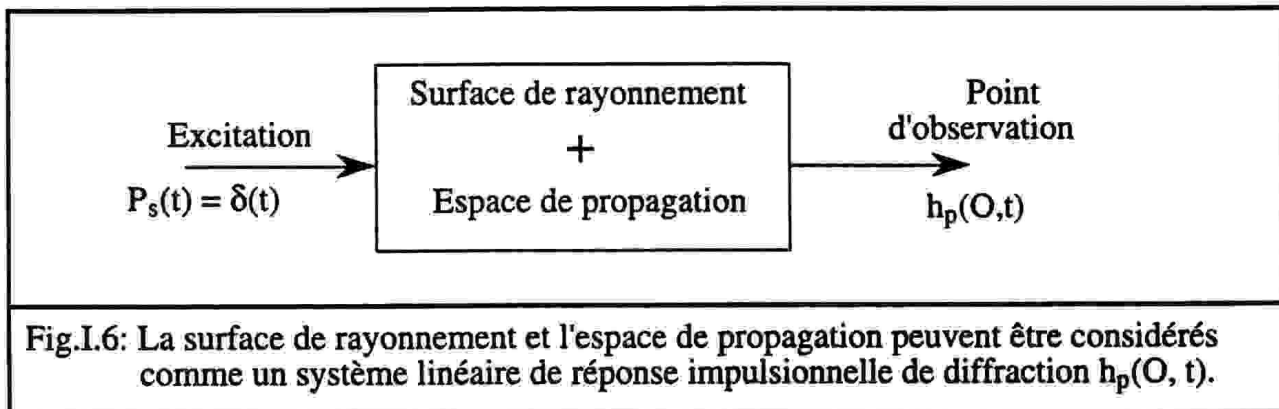
La méthode de calcul du champ acoustique présentée dans le paragraphe précédent correspond à une approche fréquentielle du rayonnement acoustique (excitation harmonique).

L'utilisation de transducteurs fonctionnant en régime impulsionnel (large bande) a rendu intéressant le développement d'une approche explicite dans le domaine temporel.

Comme l'illustre la figure I.6, le système défini précédemment sur la figure I.5 peut être caractérisé aussi dans le domaine temporel. D'après la théorie des systèmes linéaires, si le signal d'entrée est une impulsion de Dirac  $\delta(t)$ , le signal de sortie représente la réponse impulsionnelle du système. Par analogie avec la transmittance  $H_p(O, \omega)$  définie dans l'équation (I-34) la réponse  $h_p(O, t)$ , appelée "réponse impulsionnelle de diffraction", caractérise le même système " source S + espace de propagation". Ainsi, en remplaçant le signal d'excitation défini dans l'équation (I-17) par l'impulsion de pression:  $P_s(M, t) = P_s(M)\delta(t)$ , nous avons, d'après les propriétés des systèmes linéaires:

$$h_p(O, t) = \mathcal{F}^{-1} [H_p(O, \omega)] \quad (I-36)$$

où  $\mathcal{F}^{-1}$  représente l'opérateur transformé de Fourier inverse et  $h_p(O, t)$  la réponse impulsionnelle de diffraction en terme de pression.



### I.3.1- Rayonnement dans les conditions aux limites libres

Pour le développement des solutions en régime temporel, il convient de remplacer l'équation (I-15) par sa contrepartie temporelle (Skudrzyk, 1971):

$$P(O, t) = \int_{\Sigma} P_s(M, t) * \frac{\partial G(O, M)}{\partial n} - G(O, M) * \frac{\partial P_s(M, t)}{\partial n} d\Sigma(M) \quad (I-37)$$

où le symbole "\*" indique la convolution dans le domaine temporel. La fonction de Green de l'espace libre (solution de l'équation d'onde homogène) définie dans l'équation (I-8) devient:

$$G(O,M,t) = \frac{\delta(t - R/c)}{4\pi R} \quad (I-38)$$

et sa dérivée normale s'écrit:

$$\frac{\partial G(O,M,t)}{\partial n} = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{\delta'(t - R/c)}{Rc} + \frac{\delta(t - R/c)}{R^2} \right] \cos(\theta) \quad (I-39)$$

où  $\delta'(t)$  est la dérivée temporelle de l'impulsion de Dirac  $\delta(t)$ .

En introduisant les équations (I-38) et (I-39) dans (I-37) et en effectuant la convolution dans le domaine temporel, on obtient:

$$P(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left[ \frac{P'_s(M,t-R/c)}{Rc} + \frac{P_s(M,t-R/c)}{R^2} \right] \cos(\theta) - \frac{1}{R} \frac{\partial P_s(M,t-R/c)}{\partial n} d\Sigma \quad (I-40)$$

Notons que la formule ainsi obtenue, présentée en terme de potentiel de vitesse (et non de pression) est connue sous le nom de la "formule de potentiel retardé" (Skudrzyk, 1971).

En faisant appel à la relation (I-23) reliant l'accélération des particules au potentiel de pression, et en introduisant une excitation impulsionnelle sur S séparable dans l'espace et dans le temps sous la forme:

$$P_s(M,t) = P_s(M)\delta(t), \quad (I-41)$$

la relation (I-40) donne la réponse impulsionnelle de diffraction en terme de pression:

$$h_p(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left[ \frac{P_s(M)\delta'(t - R/c)}{Rc} + \frac{P_s(M)\delta(t - R/c)}{R^2} \right] \cos\theta + \frac{\rho}{R} \frac{\partial v_n(t - R/c)}{\partial t} d\Sigma \quad (I-42)$$

Ainsi, en utilisant les relations:

$$P(M,t) = \rho \frac{\partial \phi(M,t)}{\partial t} \quad (I-43)$$

ou

$$\phi(M,t) = \frac{1}{\rho} \int P(M,t) dt \quad (I-44)$$

la réponse impulsionnelle en terme de potentiel de vitesse s'écrit:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left[ \frac{P_s(M)\delta(t - R/c)}{\rho c R} + \frac{P_s(M)H(t - R/c)}{\rho R^2} \right] \cos\theta + \frac{v_n(t - R/c)}{R} d\Sigma \quad (I-45)$$

où  $H(t)$  dénote la fonction échelon unitaire de Heaviside. Les solutions (I-40), et (I-45) s'adaptent aux conditions aux limites "libres" (la surface  $S$  est hypothétique et infinie); l'équation (I-42) représente une contrepartie de l'équation (I-18).

### I.3.2- Réponse impulsionnelle de diffraction pour les sources bafflées

#### - Cas de conditions aux limites rigides:

Dans le cas d'une source infiniment rigide, la fonction de Green est caractérisée par les relations (I-19) et (I-20) mais sous leurs formes temporelles. Ainsi, en appliquant le même raisonnement que dans le cas précédent et compte tenu de l'équation (I-23), l'intégrale (I-37) devient:

$$h_p(O,t) = \frac{\rho}{2\pi} \int_S \frac{1}{R} \frac{\partial v_n(M, t - R/c)}{\partial t} dS(M) \quad (I-46)$$

L'intégration temporelle de cette équation [conformément à la relation (I-44)] donne:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{v_n(M, t - R/c)}{R} dS(M) \quad (I-47)$$

connue sous le nom de l'intégrale de Rayleigh ( Harris 1981a).

De même en introduisant une excitation en vitesse de forme :  $v_n(M, t) = v_n(M) \cdot \delta(t)$ , l'équation (I-47) prend la forme de la réponse impulsionnelle d'une structure rigide:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{2\pi} \int_S v_n(M) \frac{\delta(t - R/c)}{R} dS(M) \quad (I-48)$$



Contrairement à l'équation (I-45), cette relation se présente sous une forme plus simple: elle exprime le fait que la réponse impulsionnelle est le résultat de la superposition des fonctions de Green  $g$  de l'espace libre d'amplitudes  $A = 2v_n(M)dS$  rayonnées par les éléments de surfaces de la source.

- Cas de conditions aux limites molles:

La fonction de Green des sources rayonnant à partir de la surface molle est caractérisée par les relations (I-25). Cette fois, l'accélération de cette surface ne participe pas à la formation du champ et c'est la répartition de la pression qui y contribue (cf, section I.2.3). Ainsi, en suivant les mêmes démarches que celles des paragraphes précédents, la réponse impulsionnelle en terme de pression, pour une répartition de pression définie par la relation (I-41), s'écrit:

$$h_p(O,t) = \frac{\rho}{4\pi} \int_S 2\cos\theta \frac{P_s(M)}{\rho c} \left( \frac{\delta'(t - R/c)}{R} \right) + 2\cos\theta \frac{P_s(M)}{\rho} \frac{\delta(t - R/c)}{R^2} dS \quad (I-49)$$

Comme dans les cas précédents, la contribution du baffle est nulle.

I.3.3- Solutions généralisées: Approche des ondes planes

En prenant l'approximation des ondes planes (Eq.I-27) et en suivant le même raisonnement que pour l'approche harmonique (section I.2.4), les réponses impulsionnelles en terme de pression des trois cas classiques considérés, peuvent être mises sous une forme plus concise:

$$h_p(O,t) = \frac{\rho}{4\pi} \int_S \alpha(\theta)v_n(M) \frac{\delta'(t - R/c)}{R} + \beta(\theta)v_n(M) \frac{c \delta(t - R/c)}{R^2} dS \quad (I-50)$$

où les coefficients de conditions aux limites  $\alpha(\theta)$  et  $\beta(\theta)$  sont donnés par l'équation (I-34). Piwakowski (1987c) a démontré que ces coefficients peuvent être définis de manière généralisée:

$$\begin{aligned} \alpha(\theta) &= 1 + b + \cos\theta [1 - b] \\ \text{et} & \\ \beta(\theta) &= \cos\theta [1 - b] \end{aligned} \quad (I-51)$$

où  $b$  est le coefficient de réflexion sur l'interface source/milieu de propagation égal à -1, 0 et 1 respectivement pour une source molle, libre et rigide. Il convient de présenter la réponse (I-50) en terme de potentiel de vitesse:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \alpha(\theta)v_n(M) \frac{\delta(t - R/c)}{R} + \beta(\theta)v_n(M) \frac{cH(t - R/c)}{R^2} dS \quad (I-52)$$

A partir de cette relation généralisée, les solutions d'une surface hypothétique ( $b = 0$ ) ou molle ( $b = -1$ ), développées par Guyomar (1984 et 1985), peuvent être facilement retrouvées.

La formule ainsi obtenue indique que la réponse impulsionnelle est composée de deux termes. L'un, proportionnel à  $1/R$  (terme en  $\delta(t)$ ), représente le terme du champ lointain; l'autre, proportionnel à  $1/R^2$  (terme en  $H(t)$ ), dont l'amplitude devient négligeable à grande distance, caractérise le champ proche. Les caractéristiques de ces différents champs sont étudiées en détail dans l'Annexe I-A.

#### I.3.4- Application de la réponse impulsionnelle pour un signal d'excitation quelconque

Si la structure vibre sous l'effet d'une excitation de forme quelconque  $s(t)$ , séparable en l'espace et le temps, et compte tenu des propriétés des systèmes linéaires, le potentiel de vitesse  $\phi(O, t)$  et la pression  $P(O,t)$  en un point du champ peuvent être obtenus par une simple opération de convolution temporelle:

$$\phi(O,t) = s(t) * h_{\phi}(O,t) \quad (I-53.a)$$

et

$$P(O,t) = s(t) * h_p(O,t) \quad (I-53.b)$$

De même, le vecteur de vitesse acoustique en un point d'observation  $O$ , peut être calculé par la relation:

$$\mathbf{v}(O,t) = s(t) * \mathbf{h}_v(O,t) \quad (I-53.c)$$

avec:

$$\mathbf{h}_v(O,t) = - \text{grad}[h_{\phi}(O,t)] \quad (I-53.d)$$

Compte tenu des relations (I-44) et (I-53.a), l'équation (I-53.b) peut s'exprimer une fois de plus par:

$$P(O,t) = \rho s'(t) * h_{\phi}(O,t) \quad (I-53.e)$$

Il s'agit de l'application du formalisme de la réponse impulsionnelle au cas des sources excitées par des signaux quelconques, qu'ils soient transitoires ou permanents. Cela permet d'analyser le comportement des systèmes acoustiques dans le domaine temporel qui offre une compréhension plus aisée des phénomènes physiques mis en jeu.

Selon le modèle de la figure I.6, la réponse impulsionnelle de diffraction est obtenue pour une excitation large bande. Elle contient donc toutes les informations sur le système dans la zone fréquentielle de 0 à l'infini. En tenant compte de la relation (I-36), la réponse  $P(O,\omega_0)$  du système pour une excitation harmonique, de type  $P_s(t) = A \exp(-j\omega_0 t)$  (où  $A$  est l'amplitude du signal d'excitation de fréquence spécifique  $\omega = \omega_0$ ), peut donc être obtenue par la relation:

$$P(O,\omega_0) = A [H_p(O,\omega)]_{\omega = \omega_0} = A \mathcal{F} [h_p(O,t)]_{\omega = \omega_0} \quad (I-54)$$

Elle décrit la relation entre l'excitation de pression monochromatique et la réponse impulsionnelle en pression.

### I.3.5- Condition de champs proche et lointain pour un champ acoustique large-bande

Il semble intéressant de remarquer que les critères du champ proche et du champ lointain, définis dans l'annexe I-A pour une excitation harmonique, ont une interprétation différente pour le cas d'une excitation quelconque  $s(t)$ . En effet, le spectre du champ de pression observé en  $O$  peut être déterminé par la transformation:

$$P(O,\omega) = \mathcal{F} [s(t) * h_p(O,t)] \quad (I-55)$$

Dans chaque cas réel, ce spectre est limité par ses fréquences  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$ . Ceci correspond au spectre des longueurs d'ondes comprises entre  $\lambda_{\max}$  et  $\lambda_{\min}$  ( $\lambda = c/f$ ). Dans ce cas le critère du champ proche ( Eq.I-A.2.b ), devient :

$$R \leq \lambda_{\max} \quad (I-56.a)$$

et celui de Fraunhofer (Eq.I-A.11):

$$r_0 \gg \frac{D^2}{\lambda_{\min}} \quad (\text{I-56.b})$$

Dans le champ lointain, le coefficient  $\beta$  devient nul (Eq.I-A.3.b), et l'intégrale (I-52) prend une forme considérée par différents auteurs (Lasota, 1985; par exemple):

$$h_\phi(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \alpha(\theta) V_n(x,y) \frac{\delta(t - \frac{R}{c})}{R} dS \quad (\text{I-57})$$

Notons que pour le champ large-bande, la distance limite de Fresnel  $R_f$  (Eq.I-A.12) dépend de la longueur d'onde, elle est donc différente pour chacune des composantes spectrales du champ acoustique.

## I.4- CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté la formulation de base concernant la réponse impulsionnelle de diffraction. Les différentes solutions, dispersées dans divers revues bibliographiques, ont été démontrées, regroupées et classées.

L'approche de la réponse impulsionnelle a été comparée à l'approche harmonique "classique" et les liens entre les deux méthodes ont été établis en utilisant la théorie des systèmes linéaires. En même temps, l'approche de la réponse impulsionnelle a été située au regard des méthodes implicites et explicites appliquées à l'analyse du champ rayonné par les structures vibrantes.

Moyennant trois hypothèses réductrices d'ordre physique et géométrique pour le problème que l'on se propose de résoudre, à savoir:

- la fonction de Green du problème est connue,
- un rayonnement à partir des surfaces planes ou quasi-planes,
- une excitation séparable dans l'espace et dans le temps,

on obtient une formulation intégrale compacte de la réponse impulsionnelle de diffraction où l'intégrale de surface porte sur la surface de la source. Elle permet de calculer explicitement la réponse caractérisant le problème complet du rayonnement des sources acoustiques planes et bafflées. En tenant compte de l'approximation de Kirchhoff (Meecham, 1956) les surfaces quasi planes peuvent être modélisées par ce modèle si le rayon de courbure est grand par rapport à la longueur d'onde émise.

L'ensemble constitue la base théorique nécessaire aux besoins de cette thèse.



Annexe I-A:FORMES APPROCHEES DES  
FORMULATIONS HARMONIQUES EXPLICITES

Jusqu'ici, nous avons présenté les résultats de rayonnement acoustique sous leur forme la plus générale. Cependant, la plupart des applications acoustiques, en particulier la détermination des caractéristiques de directivité d'un système diffractant, sont fondées sur certaines approximations qui permettent de ramener les calculs à des opérations mathématiques plus simples. Ces approximations que l'on fait couramment dans divers domaines ayant trait à la propagation des ondes, seront appelées approximations du champ lointain (zone de Fraunhofer) et du champ paraxial (zone de Fresnel).

I-A.1- CRITERE DU CHAMP PROCHE

Comme nous pouvons le remarquer, l'intégrale (I-33), qui représente la pression acoustique au point d'observation O, est composée de deux termes. Le premier terme diminue avec la première puissance de la distance et le second diminue avec le carré de la distance. En désignant par  $A_L$  et  $A_P$  les amplitudes de l'onde acoustique représentées respectivement par le premier et le deuxième terme, il vient alors :

$$\frac{|A_P|}{|A_L|} = \frac{\beta(\theta)}{\alpha(\theta)} \frac{1}{kR} \quad (\text{I-A.1})$$

Ainsi, pour un point d'observation donné (c'est à dire pour un angle  $\theta$  fixé) où le rapport  $\beta(\theta)/\alpha(\theta) = \text{constante}$ , nous pouvons écrire que :

$$\lim_{kR \rightarrow \infty} \frac{|A_P|}{|A_L|} = 0 \quad (\text{I-A.2.a})$$

Par conséquent, il est admis que l'influence du terme  $A_P$  peut être négligée lorsque  $kR \gg 1$ , donc pour la distance R beaucoup plus grande que la longueur d'onde  $\lambda$  du signal d'excitation. Ainsi, la zone du champ pour laquelle la contribution de  $A_P$  est dominante et/ou comparable avec la contribution de  $A_L$  définit la région du champ proche. Le critère de ce champ devient donc:

$$R \leq \lambda \quad (\text{I-A.2.b})$$

Au contraire, pour la zone la plus éloignée pour laquelle:

$$R \gg \lambda \quad (\text{I-A.2.c})$$

l'intégrale (I-33) s'écrit, sous une forme plus simple:

$$P(O,\omega) = \frac{jk}{4\pi} \int_S \alpha(\theta) P_s(M) \frac{\exp(-jkR)}{R} dS \quad (\text{I-A.3.a})$$

En pratique cette approximation consiste à imposer:

$$\beta = 0 \quad (\text{I-A.3.d})$$

Notons que dans le cas d'une source rigide caractérisée par la condition  $\beta = 0$ , le champ proche défini ainsi n'existe pas.

### I-A.2- Champ lointain (ou zone de Fraunhofer)

Considérons de nouveau le rayonnement d'une source plane ou quasi-plane  $S$ , comme l'indique la figure I-A.1. Nous supposons que la source est encastrée dans un baffle infini dans le plan  $z = 0$ . Les points d'observation de coordonnées  $x_0$ ,  $y_0$  et  $z_0$ , sont situés sur la sphère du rayon  $r_0$  ( où  $r_0$  est la distance entre le point d'observation  $O$  et l'origine du repère ).

La distance  $R$  entre le point  $M(x,y,z)$  de la surface  $S$  et le point d'observation  $O(x_0, y_0, z_0)$ , est donnée par la relation:

$$R = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2} \quad (\text{I-A.4})$$

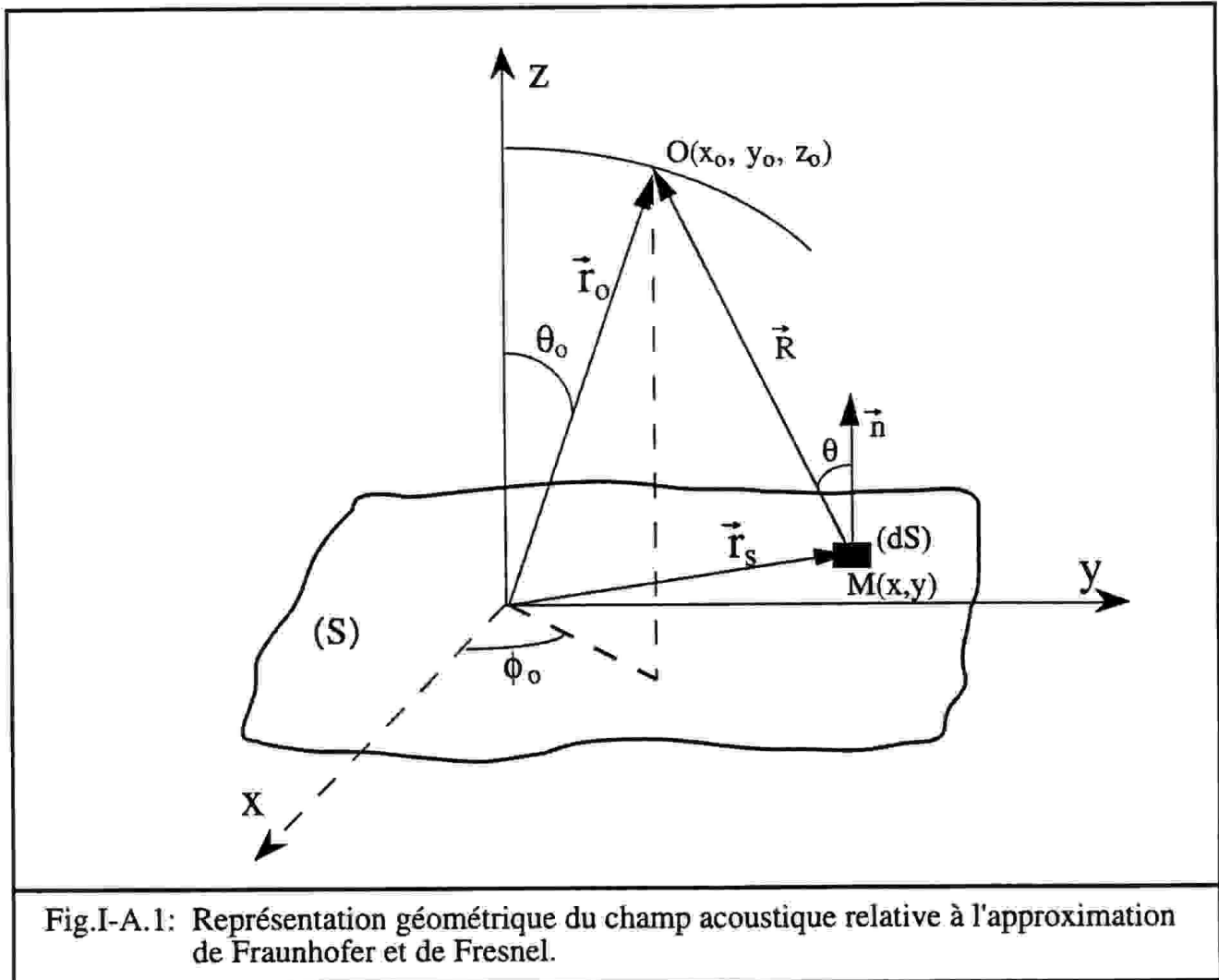
qui s'écrit encore sous la forme :

$$R = r_0 \left[ 1 - \frac{2(x_0x + y_0y)}{r_0^2} + \frac{(x^2 + y^2)}{r_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I-A.5})$$

L'approximation de Fraunhofer fait intervenir les hypothèses suivantes:

1° - on se place loin du champ proche (  $R \gg \lambda$ .)





2° - la distance  $r_0$  est beaucoup plus grande que la dimension de l'ouverture de telle sorte que:

$$\left| \frac{x_{\max}}{r_0} \right| \ll 1 \quad \text{et} \quad \left| \frac{y_{\max}}{r_0} \right| \ll 1 \quad (\text{I-A.6})$$

où  $|x_{\max}|$  et  $|y_{\max}|$  représentent les coordonnées extrêmes de la surface de la source. Il vient alors, que  $R$  peut être représenté par les deux premiers termes du développement de la racine carrée de l'équation (I-A.5):

$$R = \left[ r_0 - \frac{(x_0 x + y_0 y)}{r_0} + \frac{(x^2 + y^2)}{2r_0} \right] \quad (\text{I-A.7})$$

La substitution de l'équation (I-A.7) dans (I-A.3), donne ( pour  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $P_S(M) = P_S(x,y)$  ) :

$$P(O,\omega) = \frac{j \exp(-jk r_0)}{2\lambda} \int_S \alpha(\theta) P_s(x,y) \exp\left[\frac{-jk(x^2+y^2)}{2r_0}\right] \frac{\exp\left[jk\left(\frac{x_0x + y_0y}{r_0}\right)\right]}{R} dx dy \quad (\text{I-A.8})$$

3° - nous adoptons la condition la plus restrictive, dite condition de Fraunhofer:

$$\frac{k(x^2 + y^2)_{\max}}{2r_0} \ll \pi \quad (\text{I-A.9})$$

Dans ce cas, le facteur de phase quadratique  $\exp[-jk(x^2 + y^2)/2r_0]$  est alors sensiblement égal à l'unité sur la surface source toute entière. Ainsi, si on désigne par  $D$  la dimension la plus grande de la source:

$$D = \sqrt{(x^2 + y^2)_{\max}} \quad (\text{I-A.10})$$

la condition (I-A.9) devient :

$$r_0 \gg R_f \quad (\text{I-A.11})$$

avec: 
$$R_f = \frac{D^2}{\lambda} \quad (\text{I-A.12})$$

Le paramètre  $R_f$  est souvent appelé la distance limite de Fresnel et la condition (I-A.11) représente le critère du champ lointain, dit de Fraunhofer.

Ainsi, sous la condition (I-A.11), l'équation (I-A.8) devient :

$$P(O,\omega) = \frac{j}{2\lambda} \frac{\exp(-jk r_0)}{r_0} \int_S \alpha(\theta) P_s(x,y) \exp\left[jk\left(\frac{x_0x + y_0y}{r_0}\right)\right] dx dy \quad (\text{I-A.13})$$

où la distance  $R$ , dans le dénominateur de l'équation (I-A.13), a été remplacée par la distance  $r_0$ . Dans le cas particulier d'une source rigide ( $\alpha(\theta) = 2$ ), l'intégrale (I-A.13) prend une forme connue sous le nom de l'intégrale de Fraunhofer qui sera considérée dans la suite.

Désormais, nous pouvons écrire cette intégrale avec des limites infinies, étant entendu que, conformément aux conditions aux limites de Kirchhoff, la distribution  $P_s(x,y)$  est identiquement nulle en dehors de la surface active. D'où :

$$P(O,\omega) = C \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_s(x,y) \exp\left[jk \frac{x_0x + y_0y}{r_0}\right] dx dy \quad (\text{I-A.14})$$

où C est une constante qui, pour une distance  $r_0$  et une longueur d'onde  $\lambda$  fixées, est donnée par la relation:

$$C = \left(\frac{j}{2\lambda}\right) \frac{\exp(-jkr_0)}{r_0} \quad (\text{I-A.15})$$

En utilisant les coordonnées sphériques ( $r_0, \theta_0, \phi_0$ ) (voir Fig.I-A.1) d'un point d'observation de coordonnées cartésiennes ( $x_0, y_0, z_0$ ) tel que:

$$\begin{aligned} x_0 &= r_0 \sin(\theta_0) \cdot \cos(\phi_0) \\ y_0 &= r_0 \sin(\theta_0) \cdot \sin(\phi_0) \\ z_0 &= r_0 \cos(\theta_0) \end{aligned} \quad (\text{I-A.16})$$

le champ de pression acoustique peut alors s'exprimer sous la forme:

$$P(k_x, k_y, \omega) = C \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_s(x,y) \exp[j(k_x x + k_y y)] dx dy \quad (\text{I-A.17})$$

où  $k_x$  et  $k_y$  représentent les composantes des fréquences spatiales de l'onde acoustique:

$$\begin{aligned} k_x &= k \cdot \sin\theta_0 \cdot \cos(\phi_0) \\ k_y &= k \cdot \sin\theta_0 \cdot \sin(\phi_0) \end{aligned} \quad (\text{I-A.18})$$

Ainsi, l'intégrale de Fraunhofer donne le champ de pression en coordonnées sphériques, observé autour de la source en se plaçant sur une sphère de rayon  $r_0$ .

L'intégrale (I-A.17) exprime en fait la transformation de Fourier bidimensionnelle de la distribution du champ de pression sur la surface de rayonnement (S) dans le domaine des fréquences spatiales  $k_x$  et  $k_y$  :

$$P(k_x, k_y) = C \cdot \mathcal{F} [P_s(x, y)]_{k_x, k_y} \quad (\text{I-A.19})$$

où  $\mathcal{F}$  désigne l'opérateur transformé de Fourier.

Dans le cas particulier d'une source linéaire de largeur  $\Delta y$  ( $P_s(x, y) = P_s(x)$ ), l'équation (I-A.17) peut s'écrire sous la forme:

$$P(k_x, k_y) = C \int_{-\infty}^{+\infty} P_s(x) \left[ \int_{-\Delta y/2}^{+\Delta y/2} \exp[jk_y y] dy \right] \exp[jk_x x] dx \quad (\text{I-A.20})$$

or, l'intégration selon  $y$  :

$$\int_{-\Delta y/2}^{+\Delta y/2} \exp[jk_y y] dy = \Delta y \frac{\sin[k_y \Delta y/2]}{\Delta y k_y/2}$$

donne une valeur  $\Delta y$  lorsque  $k_y \Delta y \ll 1$  et l'intégrale (I-A.20) s'écrit sous la forme simplifiée suivante:

$$P(k_x) = C \Delta y \int_{-\infty}^{+\infty} P_s(x) \exp[jk_x x] dx \quad (\text{I-A.21})$$

Il s'en suit que la largeur  $\Delta y$  peut être considérée comme négligeable (cas d'une fente unidimensionnelle) si elle est faible devant la longueur d'onde:  $\Delta y \ll \lambda$ . La caractéristique de directivité d'une source linéaire s'écrit donc comme la transformée de Fourier simple de la distribution de pression le long de la source:

$$P(k_x) = C \Delta y \cdot \mathcal{F} [P_s(x)]_{k_x} \quad (\text{I-A.22})$$

Les différentes versions de l'intégrale de Fraunhofer développées dans cette section s'appliquent pour la solution des problèmes classiques du rayonnement acoustique.

### I-A.3- Champ de Fresnel.

Habituellement, la notion de la zone de Fresnel est la région du champ qui concerne une zone située autour de l'axe de la source. Cette approximation repose sur trois simplifications principales (Fig.I-A.1):

- 1° - on se place dans la région du champ pour laquelle la condition  $R \gg \lambda$  est remplie.
- 2° - le point d'observation est situé à une distance  $z_0$  tel que:

$$|x_0 - x| \ll z_0 \quad (I-A.23)$$

$$|y_0 - y| \ll z_0$$

Il s'en suit que la distance  $R$ , dont la valeur exacte est donnée par l'équation (I-A.4), peut être remplacée par son développement en série binomial :

$$R = z_0 \left[ 1 + \frac{(x_0 - x)^2}{2z_0^2} + \frac{(y_0 - y)^2}{2z_0^2} \right] + \text{termes négligeables} \quad (I-A.24)$$

3° - l'approximation (I-A.23) impose que  $\theta \approx 0$  (cette approximation ne s'intéresse qu'à une région finie située autour de l'axe  $z$ ), par conséquent (voir Eq.I.51):

$$\cos\theta \approx 1 \quad \text{donc:} \quad \alpha(\theta) = 2$$

quelque soit les conditions aux limites (rigide, libre ou molle). Par conséquent, l'intégrale (I-A.3) se met alors sous la forme:

$$P(O,\omega) = \frac{j \exp(-jkz_0)}{\lambda z_0} \int_S P_s(x,y) \exp\left\{ \frac{-jk}{2z_0} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2] \right\} dx dy \quad (I-A.25)$$

D'autre part, on peut étendre les limites d'intégration à l'infini ( $P_s(x,y) = 0$  en dehors de  $S$ ), ce qui donne la forme intégrale suivante :

$$P(O,\omega) = \frac{j \exp(-jkz_0)}{\lambda z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_s(x,y) \exp\left\{ \frac{-jk}{2z_0} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2] \right\} dx dy \quad (I-A.26)$$

Comme nous pouvons le constater, l'intégrale (I-A.26) peut être exprimée par l'une ou l'autre de deux formes équivalentes suivantes:

- d'une part  $P(O,\omega) = P(x_0,y_0,x_0,\omega)$  peut être considérée comme une convolution spatiale de la fonction de distribution  $P_s(x,y)$  par la fonction  $h(x_0,y_0)$ :

$$P(x_0,y_0) = C_1 P_s(x_0,y_0) \underset{x,y}{**} h(x_0,y_0) \quad (\text{I-A.27})$$

où la fonction  $h(x_0,y_0)$  et la constante  $C_1$  sont définies par :

$$h(x_0,y_0) = \exp\left[\frac{-jk}{2z_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \quad (\text{I-A.28})$$

$$C_1 = \frac{j \exp(-jkz_0)}{\lambda z_0} \quad (\text{I-A.29})$$

Par analogie avec les systèmes linéaires, la fonction  $h$  peut être considérée comme la réponse impulsionnelle spatiale du système constitué par l'espace de propagation où la distribution  $P_s(x,y)$  représente le signal d'entrée.

- d'autre part, en développant les termes quadratiques de l'équation (I-A.26), elle vient:

$$P(k_x,k_y) = C_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ P_s(x,y) \exp\left[\frac{-jk}{2z_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} \exp[j(k_x x + k_y y)] dx dy \quad (\text{I-A.30})$$

où  $C_2$  est donné par :

$$C_2 = \frac{j}{\lambda z_0} \exp\left[\frac{-jk}{2z_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \quad (\text{I-A.31})$$

et  $k_x$  et  $k_y$  sont définis par l'équation (I-A.18). Ainsi,  $P(x_0,y_0,z_0)$  peut être calculée en effectuant la transformation de Fourier bidimensionnelle de la distribution de pression acoustique  $P_s(x,y)$  sur la surface de la source modulée par le terme  $\exp[jk(x^2 + y^2)/2z_0]$ :

$$P(k_x,k_y) = C_2 \mathcal{F} \left[ P_s(x,y) \exp\left(-\frac{jk}{2z_0}(x^2 + y^2)\right) \right]_{k_x, k_y} \quad (\text{I-A.32})$$

L'équation (I-A.32) est connue sous le nom de transformation de Fresnel.

La figure I-A.2 illustre le résumé des différentes zones du champ d'une source  $S$ . Notons que la terminologie "champ lointain" (ou de Fraunhofer) (Eq.I-A.11) et "distance de Fresnel" (Eq.I-A.12) introduits dans cette étude, est souvent exprimée différemment par différents auteurs et dans divers domaines de l'acoustique. Par exemple, le champ défini par le critère  $r_0 > R_f$  est considéré comme le champ lointain et celui défini par  $r_0 < R_f$  est considéré comme le champ proche, ce qui conduit aux différentes incompréhensions. Nous avons introduit ici la définition du champ intermédiaire qui correspond à la région de l'espace pour laquelle le champ acoustique se trouve confiné entre le champ proche et le champ lointain. Il sera démontré dans cette thèse qu'il existe des différences significatives entre ces trois régions.

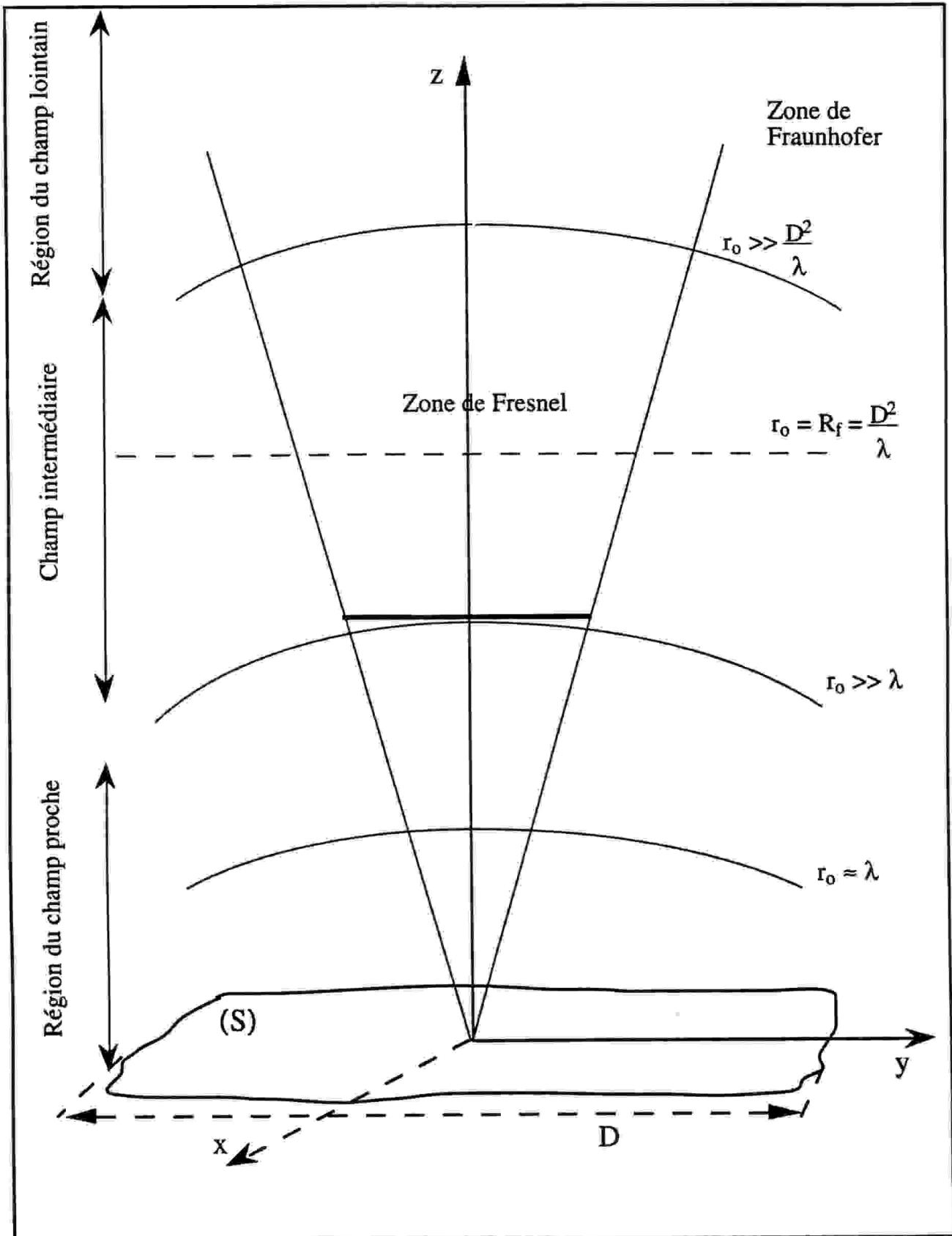


Fig.I-A.2: Illustration des zones de champ d'une source de dimension  $D$



## CHAPITRE II

### DIFFERENTES APPROCHES DE CALCUL DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE

Dans ce chapitre seront répertoriées les principales méthodes de calcul utilisant le formalisme de la réponse impulsionnelle de diffraction introduites dans le chapitre I. Pour chacune des méthodes présentées, le principe de base, les avantages, et les défauts seront exposés. La méthode de la représentation discrète présentée dans le paragraphe II.5 sera plus particulièrement détaillée. Elle nous servira de base dans une partie ultérieure de ce mémoire.

## II.1- INTRODUCTION

Dans le cadre de la théorie des systèmes linéaires, le calcul et l'analyse du champ acoustique transitoire rayonné par des transducteurs ultrasonores de surfaces planes ou quasi-planes ont fait l'objet de plusieurs études durant ces vingt dernières années.

La méthode de la réponse impulsionnelle de diffraction, utilisée largement pour l'analyse des champs acoustiques transitoires, présente beaucoup d'avantages au regard des méthodes classiques fondées sur l'approche harmonique. Une plus large application de cette réponse est, à notre avis, limitée par les difficultés rencontrées lors de sa détermination. En effet, seuls les cas les plus simples ont trouvé une solution analytique. Pour les cas compliqués, imposés par les exigences pratiques, ayant une excitation spatio-temporelle quelconque et des ouvertures de formes géométriques presque quelconques, les réponses doivent être calculées de manière numérique. Plusieurs algorithmes de calcul du champ acoustique transitoire, émanant d'une large variété de transducteurs ultrasonores, ont été présentés. Harris (1981a) a soumis un excellent rapport des approches théoriques et des méthodes mathématiques employées. En énumérant la littérature existante qui utilise les techniques de calcul du champ acoustique transitoire, on s'aperçoit que l'approche de la réponse impulsionnelle, qui mène à une représentation intégrale simple, peut former un bon élément de base pour une étude générale du champ acoustique transitoire rayonné par une source bafflée de surface plane ou quasi-plane et de forme arbitraire. Introduite par Oberhettinger (1961), cette approche a ensuite été développée par Stepanishen (1971a, 1971b, 1971c, 1974, 1976, 1977, 1981) en une série d'études importantes du champ des sources acoustiques avec une distribution de vitesse spatiale uniforme. Cette fonction de réponse impulsionnelle de diffraction a aussi été appelée "réponse impulsionnelle spatiale" (Harris, 1981b), ou "réponse impulsionnelle d'ouverture" (Lasota et al, 1980).

Depuis la première introduction de l'approche de la réponse impulsionnelle au calcul du champ acoustique transitoire jusqu'aux plus récents calculs effectués, leurs auteurs se sont souvent limités au cas du rayonnement acoustique d'une structure de surface plane ou quasi-plane encastrée dans un baffle rigide infini. Ceci correspond aux conditions étudiées dans le paragraphe I.3.2 pour lesquelles la réponse impulsionnelle de diffraction en terme de potentiel est donnée par l'intégrale de Rayleigh.

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{2\pi} \int_S V_n(x,y) \frac{\delta(t - R/c)}{R} dS \quad (\text{II-1})$$

Cette expression forme le point de départ pour toutes les études présentées dans ce chapitre .

## II.2- APPROCHE DE L'OBSERVATEUR LOCAL (Technique de Stepanishen)

II.2.1- Cas d'une excitation uniforme

L'approche de l'observateur local est très efficace quand il s'agit de trouver la réponse impulsionnelle de transducteurs vibrant de façon uniforme. Cela correspond à  $v_n(x, y) = \text{const.}$  Cette approche consiste à calculer la réponse impulsionnelle comme une fonction du temps pour un point  $O(x_o, y_o, z_o)$  du champ acoustique fixé dans le plan  $z = z_o = \text{constante}$ , en notant qu'au temps  $t = R/c$ , seuls les points de la source situés à une distance  $R$  du point  $O$  contribuent au champ local. Ces points se trouvent sur un cercle centré au point  $M(x_o, y_o, z_o = 0)$  qui est la projection du point d'observation  $O$  sur le plan  $z = 0$  de la source (Fig.II.1).

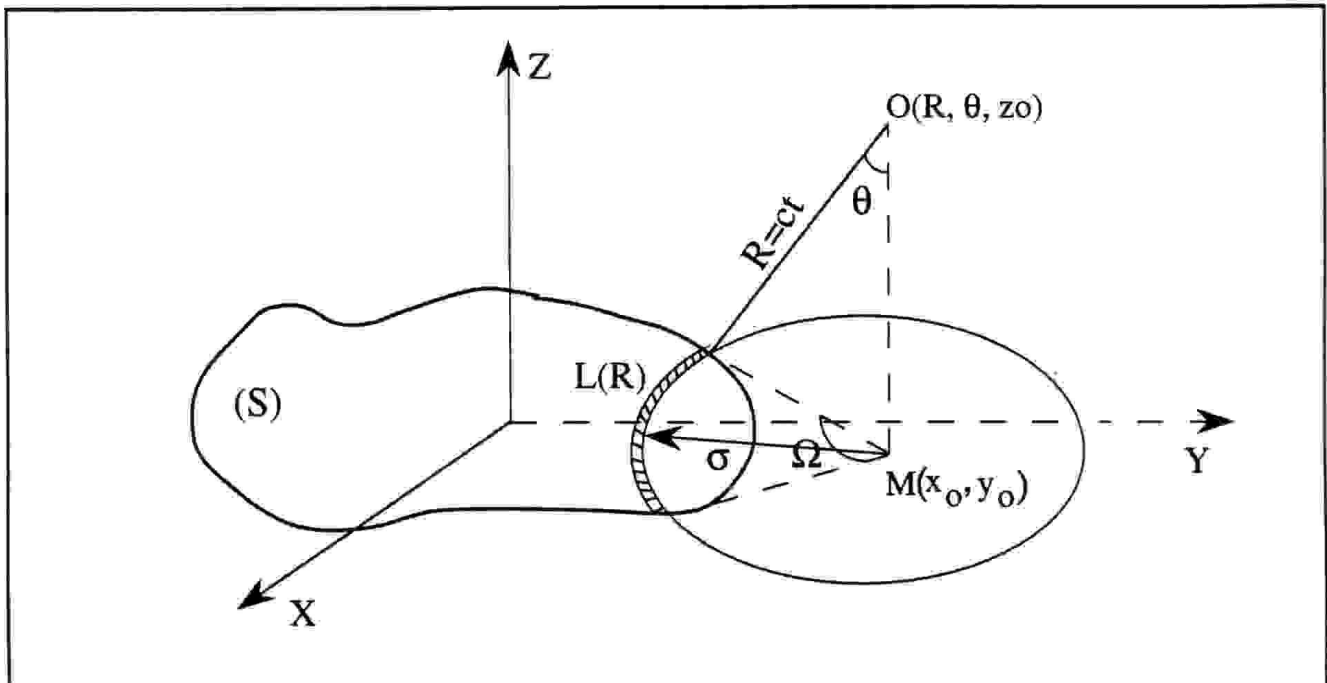


Fig.II.1: Géométrie de la source et notations utilisées pour l'approche de l'observateur local.

Les références montrent qu'en utilisant le changement de variables dans un système de coordonnées cylindriques  $(R, \theta, z_o)$  centré au point d'observation, les points de l'ouverture contribuant au champ acoustique à un instant  $t = R/c$  se trouvent sur l'intersection de la surface de rayonnement du transducteur avec une sphère du centre  $O$  et de rayon  $R = ct$ . Dans ce cas, il est facile de déduire que l'équation (II-1) peut être exprimée sous la forme (Stepanishen, 1971c; Robinson et al, 1974):

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{c}{2\pi} \frac{L(t)}{\sigma(t)} \quad (\text{II-2})$$

où  $L(t)$  est la longueur de(s) l'arc(s) intersecté(s) par la surface du transducteur sur une circonférence de centre  $M(x_0, y_0)$  (projection du point d'observation  $O$  sur le plan  $z = 0$ ) et de rayon  $\sigma(t)$  définie par:

$$\sigma(t) = [(ct)^2 - z_0^2]^{1/2} \quad (\text{II-3})$$

En désignant par  $t_1 = R_1/c$  et par  $t_0 = R_0/c$ , respectivement les temps de transit maximum et minimum de la source au point d'observation  $O$ , l'équation (II-2) s'écrit sous une forme générale:

$$h_\phi(O,t) = \frac{c}{2\pi} \Omega(t) [H(t - t_0) - H(t - t_1)] \quad (\text{II-4})$$

où  $\Omega(t) = L(t)/\sigma(t)$  mesure l'angle sous-tendu par l'arc à  $M(x_0, y_0)$  qui est le lieu des points de la surface de la source équidistants du point d'observation  $O(R, \theta, z_0)$  (cf, Fig.II.1) et  $H(t)$  désigne la fonction d'Heaviside.

### II.2.1.1- Ouvertures circulaires

Compte tenu de la symétrie axiale d'un piston circulaire vibrant uniformément, la réponse impulsionnelle de diffraction peut être déterminée analytiquement de façon simple. Ainsi, grâce à l'interprétation géométrique ci-dessus, il est possible de calculer analytiquement la réponse impulsionnelle pour des ouvertures circulaires. Une solution analytique de la réponse impulsionnelle  $h_\phi(O,t)$  fondée sur l'équation (II-4) peut être trouvée, par exemple, dans les références de Stepanishen (1971c, Eqs.15 et 16), Fink et Cardoso (1984; Eq.26), Lockwood et Willette (1972, Eqs.12 et 13), Harris (1981b, Tableau I). A titre d'exemple, on cite dans le tableau II.1 la solution de Lockwood et Willette:

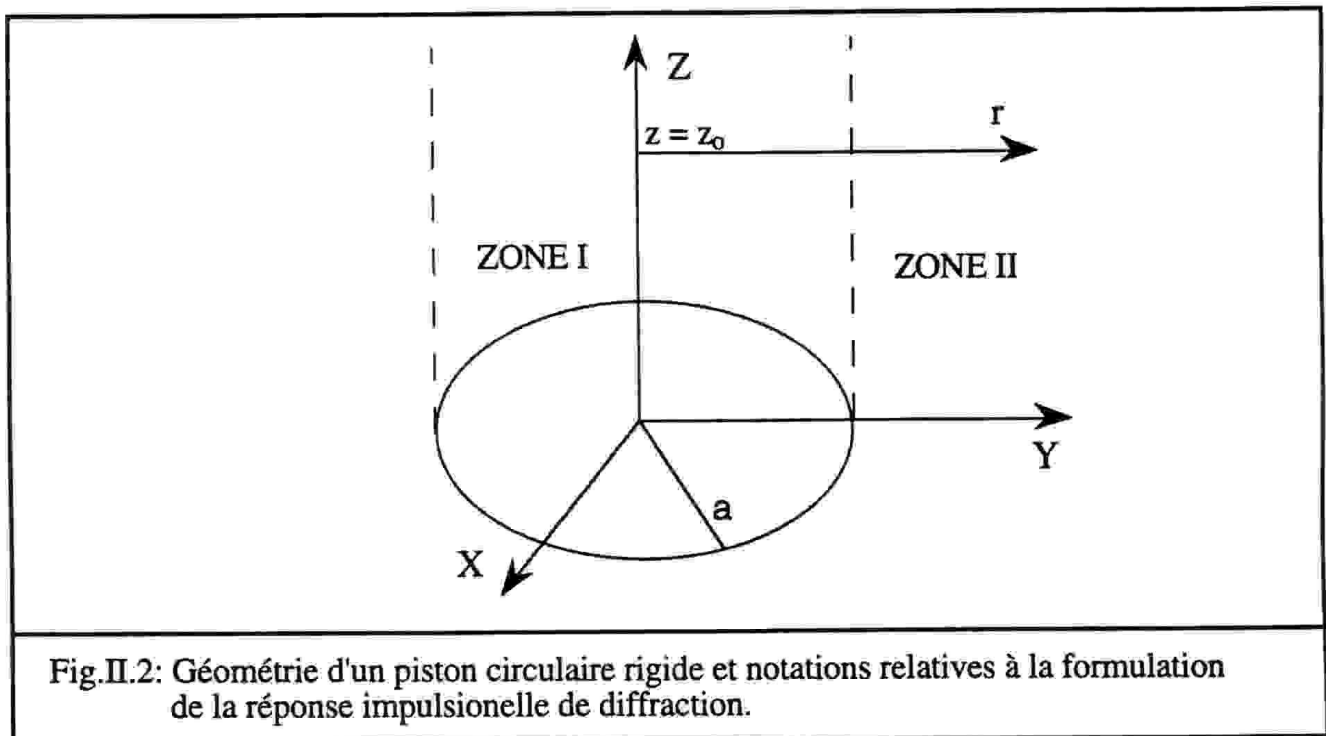
$h_\phi(r, z_0, t)$	$r < a$	$r > a$
0	$t < t_1$	$t < t_2$
c	$t_1 < t < t_2$	----
$\frac{c}{\pi} \cos^{-1} \left\{ \frac{c^2 t^2 - z_0^2 + r^2 - a^2}{2r(c^2 t^2 - z_0^2)^{1/2}} \right\}$	$t_2 < t < t_3$	$t_2 < t < t_3$
0	$t_3 < t$	$t_3 < t$

Tableau II.1: Solution analytique d'un piston circulaire rigide excité uniformément.

où  $a$  représente le rayon du piston circulaire,  $r$  le décalage d'un point par rapport à l'axe du piston dans le plan  $z = z_0$  (Fig.II.2) et  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  correspondent respectivement aux temps de transit des signaux arrivant au point d'observation de coordonnées  $(r, z_0)$  à partir du point le plus proche (pour  $r < a$ ), le plus proche du bord et le plus éloigné du bord du piston. Ces limites sont données par:

$$t_1 = z_0/c, \quad t_2 = \frac{[z_0^2 + (r - a)^2]^{1/2}}{c}, \quad t_3 = \frac{[z_0^2 + (r + a)^2]^{1/2}}{c} \quad (\text{II-5})$$

L'expression analytique du potentiel impulsionnel ainsi définie, permet de distinguer deux zones de demi-espace dans lesquelles le champ est rayonné. La zone I, correspondant à  $r < a$ , est le lieu géométrique des points dont la projection orthogonale dans le plan du piston se trouve à la surface de la source. La zone II, correspondant à  $r > a$ , constitue le reste du demi-espace (Fig.II.2).



### II.2.1.2- Ouvertures rectangulaires

Dans le cas d'une surface de vibration rectangulaire, avec des discontinuités géométriques, il est difficile d'exprimer, sous une forme littérale simple, la réponse impulsionnelle. Les discontinuités géométriques de la surface se reflètent dans les discontinuités de l'espace-temps. Ainsi, pour un point d'observation arbitraire, l'expression analytique de

$h_{\phi}(O, t)$  dépend de la position de la projection du point du champ  $O$  sur le plan  $z = 0$ . En utilisant l'approche de l'observateur local, Lockwood et Willette (1973) ont fourni une expression générale de la réponse impulsionnelle de diffraction  $h_{\phi}(O, t)$  d'un piston rectangulaire fictif où la projection du point d'observation se trouve sur l'un des sommets du rectangle. Pour le piston rectangulaire étudié (Fig.II.3.a), la réponse impulsionnelle de diffraction est obtenue comme étant l'addition ou la soustraction de quatre pistons rectangulaires ayant chacun un point sommet en commun défini par la projection perpendiculaire du point d'observation sur le plan du piston. Cette solution a été formulée d'une façon plus représentative par Reibold et Kazys (1992a) :

$$\begin{aligned}
 h_{\phi}(O,t) = & -\frac{c}{2\pi} \sum_{k=1}^4 \pm \frac{\pi}{2} \left\{ [H(t - t_{1k}) - H(t - t_{4k})] \right. \\
 & - \cos^{-1} \left( \frac{s_k}{(c^2(t - t_{2k})^2 - z_0^2)^{1/2}} \right) [H(t - t_{2k}) - H(t - t_{4k})] \\
 & \left. - \cos^{-1} \left( \frac{l_k}{(c^2(t - t_{3k})^2 - z_0^2)^{1/2}} \right) [H(t - t_{3k}) - H(t - t_{4k})] \right\}
 \end{aligned} \tag{II-6.a}$$

où  $s_k$  et  $l_k$  sont respectivement la longueur courte et longue des côtés du  $k$ -ème piston (Fig.II.3.a) et où les temps de transit  $t_{ik}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) sont définis par:

$$\begin{aligned}
 t_{1k} &= \frac{z_0}{c} & t_{3k} &= \frac{\sqrt{z_0^2 + l_k^2}}{c} \\
 t_{2k} &= \frac{\sqrt{z_0^2 + s_k^2}}{c} & t_{4k} &= \frac{\sqrt{z_0^2 + s_k^2 + l_k^2}}{c}
 \end{aligned} \tag{II-6.b}$$

Cette expression montre que, pour l'évaluation de la réponse impulsionnelle au point d'observation, quatre contributions du piston rectangulaire doivent être considérées. Le signe affecté à chaque contribution dépend du point sommet en commun, c'est à dire, à l'intérieur ou à l'extérieur du piston rectangulaire. Dans le cas où la projection du point d'observation sur le plan de la source se trouve à l'extérieur du rectangle, la figure II.3.c montre que la réponse impulsionnelle au point d'observation est  $h_{\phi}(O,t) = h_{\phi 1}(O,t) - h_{\phi 2}(O,t) - h_{\phi 3}(O,t) + h_{\phi 4}(O,t)$ .

L'approche de l'observateur local a également été utilisée par Ullate et San Emeterio (1989) pour déterminer une expression analytique unique ( au regard de l'équation (II-6)) mais limitée à la région:  $x \geq a$  et  $y \geq b$  (ceci correspond à la région I de la figure II.3.d). En 1992, ces auteurs ont abouti à une solution pour des points se trouvant dans le plan  $y = 0$ . Cette expression a ensuite été appliquée à l'étude du champ rayonné par une barrette linéaire.

Finalement, San Emeterio (1992) a présenté des expressions analytiques de la réponse impulsionnelle sans restriction sur la position du point  $O$ . Ces expressions ont été obtenues en divisant le quadrant positif du piston rectangulaire en quatre régions géométriques:

Région I:  $x \geq a, y \geq b$ ; région II:  $x \leq a, y \geq b$ , région III:  $x \geq a, y \leq b$  et région IV:  $x \leq a, y \leq b$  (cf, Fig.II.3.d).

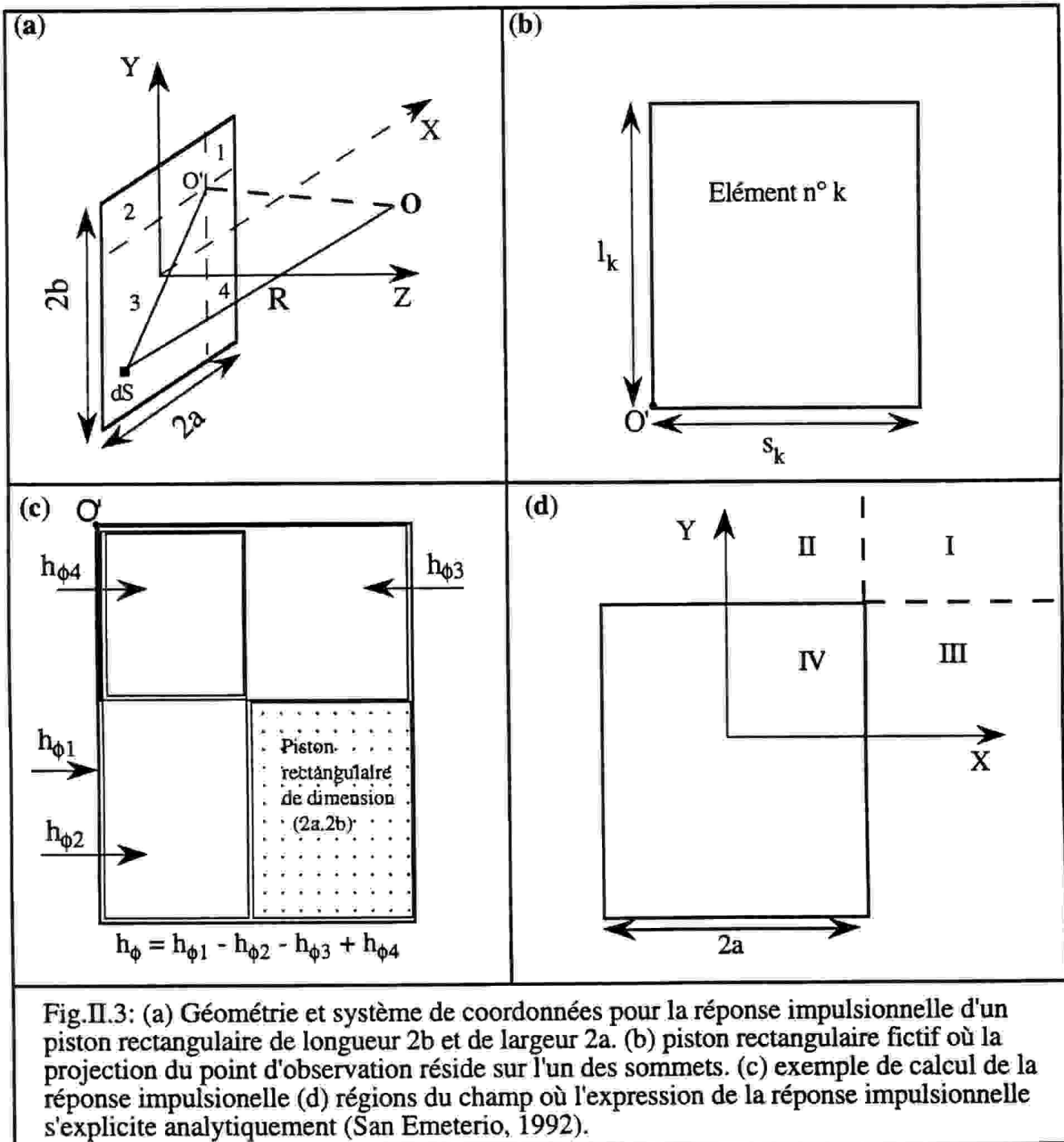


Fig.II.3: (a) Géométrie et système de coordonnées pour la réponse impulsionnelle d'un piston rectangulaire de longueur  $2b$  et de largeur  $2a$ . (b) piston rectangulaire fictif où la projection du point d'observation réside sur l'un des sommets. (c) exemple de calcul de la réponse impulsionnelle (d) régions du champ où l'expression de la réponse impulsionnelle s'explique analytiquement (San Emeterio, 1992).

II.2.1.3- Ouvertures circulaires non planes

Dans le cas d'une ouverture courbe, comme dans celui, par exemple, d'une coupelle sphérique ou cylindrique qui permettent de focaliser l'énergie acoustique dans une région de l'espace (zone focale), l'application du principe de Huygens peut être simplifiée en considérant uniquement le rayonnement direct de la source et en négligeant les diffractions multiples par la surface de l'émetteur de chacune des ondes hémisphériques rayonnées par les points de cette surface. Selon cette théorie, formulée pour la première fois par O'Neil (1949), l'expression intégrale de Rayleigh, calculée sur la surface courbe, peut être considérée comme une bonne approximation pour la distribution du champ de pression acoustique générée par cette surface. Ce modèle n'est a priori valable que lorsque la surface est faiblement incurvée (quand le rayon de courbure "R" est élevé par rapport à la dimension latérale "a" de la source) et que la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde émise est faible devant a ( $\lambda \ll a \ll R$ ).

En se basant sur cette approximation et en utilisant l'approche de l'observateur local, Penttinen et Luukkala (1976) ont déterminé une expression analytique de la réponse impulsionnelle d'une source sphérique faiblement incurvée pour un point arbitraire du champ. L'intégration sur la surface de l'émetteur est calculée en intégrant d'abord sur les arcs du cercle le long desquels tous les points se trouvant sur ce cercle sont à la même distance par rapport au point d'observation. Ensuite, en faisant varier cette distance pour décrire la totalité de la surface de rayonnement à travers ces cercles. En utilisant cette interprétation géométrique, les résultats complets de l'expression analytique de la réponse impulsionnelle, calculée en un point arbitraire du champ de coordonnées cylindriques  $(r, z_0)$ , sont résumés dans le tableau II.2.

$h_{\phi}(r, z_0, t)$	Zone I ( $z_0 < R$ )	Zone II ( $z_0 > R$ )	Zone III
0	$t < t_1$	$t < t_2$	$t < t_2$
$\frac{Rc}{\sqrt{r^2 + (R - z_0)^2}}$	$t_1 < t < t_2$	$t_3 < t < t_4$	-----
$\frac{Rc \phi_m(t)}{\pi \sqrt{r^2 + (R - z_0)^2}}$	$t_2 < t < t_3$	$t_2 < t < t_3$	$t_2 < t < t_3$
0	$t_3 < t$	$t_4 < t$	$t_3 < t$

Tableau II.2: Solution analytique de la réponse impulsionnelle d'une coupelle sphérique excitée uniformément.



les temps de transit  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  et  $t_4$  ainsi que la fonction  $\phi_m(t)$  définis dans le tableau ci-dessus sont exprimés par les relations suivantes:

$$t_1 = \frac{R - \sqrt{r^2 + (R - z_0)^2}}{c} \quad t_2 = \frac{\sqrt{(a - r)^2 + (z_0 - h_0)^2}}{c}$$

$$t_3 = \frac{\sqrt{(a + r)^2 + (z_0 - h_0)^2}}{c} \quad t_4 = \frac{R + \sqrt{r^2 + (R - z_0)^2}}{c}$$

$$\phi_m(t) = \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{r^2 + (R - z_0)^2}}{\rho_1 \cdot r^2} \left[ \sqrt{r_1^2 (R - z_0)^2 - r^2 (a^2 - r_1^2 - \rho_1^2)} - r_1 (R - z_0) \right] \right\}$$

de même, les variables  $r_1$  et  $\rho_1$  sont données par:

$$\rho_1 = ct \sin(\theta) \quad r_1 = r + ct \cos(\theta) \cdot \sin(\alpha)$$

avec:

$$\theta = \arcsin \left[ \frac{2Rz_0 - z_0^2 - r^2 - c^2 t^2}{2ct \sqrt{r^2 + (R - z_0)^2}} \right]$$

La géométrie du problème et les notations utilisées pour le calcul de la réponse impulsionnelle sont présentées sur la figure II.4.a. De même, les trois zones de l'espace pour lesquelles la réponse impulsionnelle a été définie sont données sur la figure II.4.b : la zone I correspondant au champ dans le cône convergent limité par la source et le foyer ( $z_0 < R$ ), la zone II correspondant au champ dans le cône divergent de même angle au sommet partant du point focal le long du même axe  $oz$  ( $z_0 > R$ ), et la zone III qui est le reste du demi espace.

Dans le cas particulier où le point d'observation coïncide avec le point focal, la réponse impulsionnelle prend la forme :  $h_\phi(z = R, t) = h_0 \cdot \delta(t - R/c)$ .

Ce moyen de calcul a aussi été appliqué par Arditi et Foster (1981) pour étudier le rayonnement d'un réseau annulaire, avec une géométrie sphérique, sur lequel des déphasages ont été appliqués afin de déplacer le point focal. Ces auteurs ont utilisé la réponse impulsionnelle pour le calcul du champ de pression acoustique d'un signal harmonique dans une voie semblable à celle de Lockwood et Willette (1973).

La même technique d'intégration a été employée par Madsen, Goodsitt et Zagzebski (1981) dans le cas d'un signal harmonique; elle a permis de réduire l'intégrale double de Rayleigh à une intégrale simple.

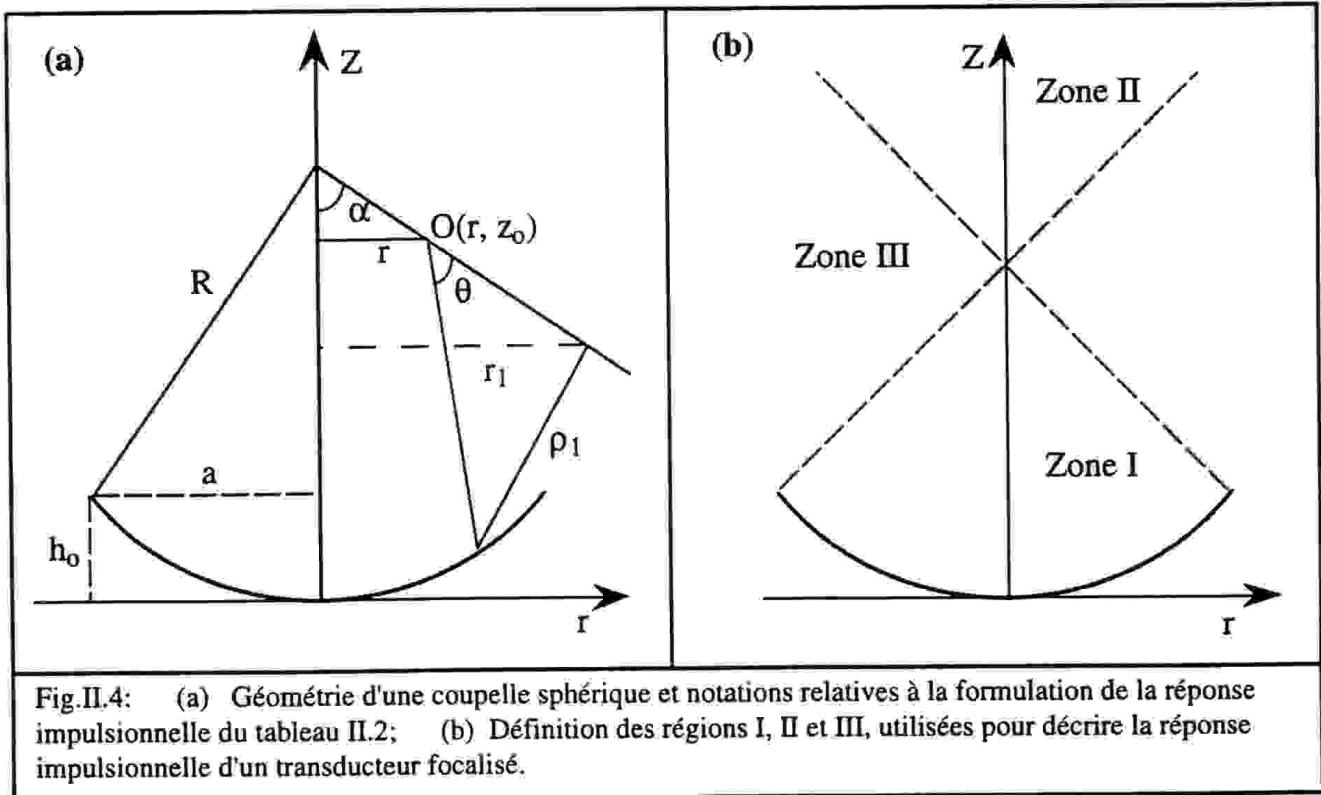


Fig.II.4: (a) Géométrie d'une coupelle sphérique et notations relatives à la formulation de la réponse impulsionnelle du tableau II.2; (b) Définition des régions I, II et III, utilisées pour décrire la réponse impulsionnelle d'un transducteur focalisé.

### II.2.2- Cas d'une excitation non uniforme

La remise en cause de l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse particulière à la surface de la source ( $V_n(x, y) = \text{var.}$ ) a fait l'objet de quelques articles. Ainsi, dans le cas d'une distribution de vitesse normale non uniforme, l'approche de l'observateur local a été généralisée au cas d'une source plane de forme arbitraire par Tjøtta et Tjøtta (1982). L'utilisation des coordonnées polaires  $(u, \phi)$  d'une source ponctuelle  $M_S(x, y)$  de l'arc actif dans un système d'axe centré au point  $M(x_0, y_0)$ , qui est la projection du point d'observation  $O$  sur le plan de la source (Fig.II.5), permet d'écrire l'élément de surface  $dS$  sous la forme:  $dS = u du d\phi$ . De ce fait, la distance  $R$  entre le point d'observation et un point source  $M(x, y)$  et l'angle  $\theta(R) = \arcsin(u/R)$  sont indépendants de  $\phi$ . Par conséquent, la réponse impulsionnelle de diffraction exprimée par l'équation (II-1) devient:

$$h_\phi(O, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\delta(t - R/c)}{R} u du \int_0^{2\pi} V_n(x_0 + u \cos\phi, y_0 + u \sin\phi) d\phi \quad (\text{II-7})$$

où la longueur du vecteur  $R$  est donnée par:

$$R = \sqrt{z_0^2 + u^2} \quad (\text{II-8})$$

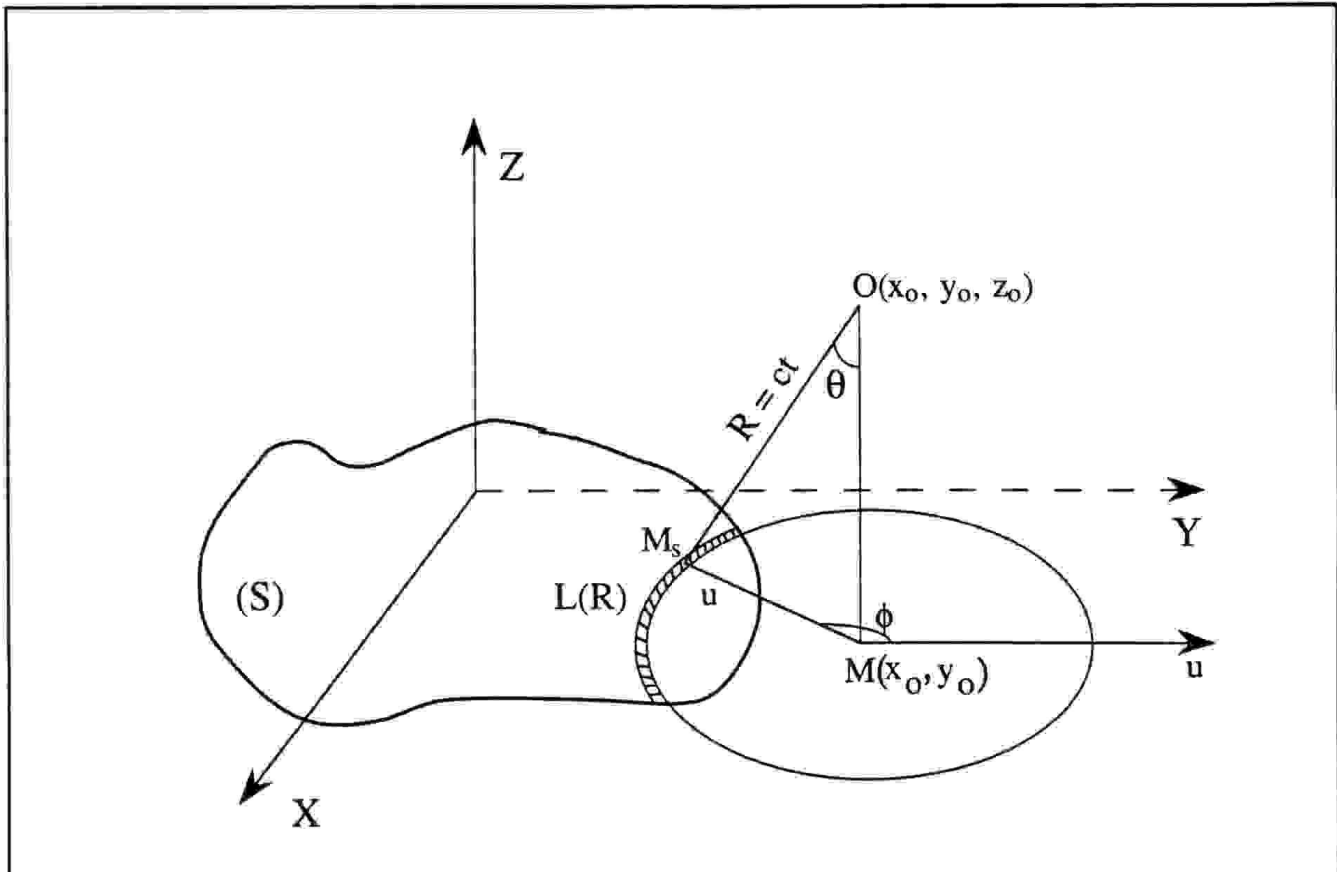


Fig.II.5: Géométrie et notations utilisées relatives à l'approche généralisée de l'observateur local (Tjøtta et al, 1982).

Pour une source ayant une distribution de vitesse uniforme,  $V_n(x, y)$  est une fonction qui vaut 1 sur toute la surface active du transducteur et nulle ailleurs, la dernière intégrale de l'équation (II-7) est donc la longueur  $L(R)$  de l'intersection du cercle de centre  $M(x_0, y_0)$  et de rayon  $u$  avec la partie active de la source, divisée par son rayon  $u = R \sin[\theta(R)]$ . Il en résulte, après intégration, que l'équation (II-7) se réduit à celle de (II-4).

Par contre, lorsque la fonction de la distribution de vitesse  $V_n(x_0, y_0)$  n'est pas constante, la seconde intégrale de l'équation (II-7) peut être interprétée comme une longueur pondérée, notée  $g_M(u)$ :

$$g_M(u) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{2\pi} V_n(x_0 + u \cdot \cos\phi, y_0 + u \cdot \sin\phi) d\phi \right\} H(u) \quad (\text{II-9})$$

où  $H$  est la fonction d'Heaviside. Par conséquent, après l'application du changement de variable  $R = ct$ , en tenant compte de l'équation (II-7), la réponse impulsionnelle de diffraction est exprimée par la relation:

$$h_{\phi}(O,t) = c g_M \left[ (c^2 t^2 - z_0^2)^{1/2} \right] H\left(t - \frac{z_0}{c}\right) \quad (\text{II-10})$$

Cette approche a été également appliquée à l'étude du rayonnement acoustique d'une source plane ayant une symétrie axiale où les formes de distribution spatiale de vitesse  $v_n(x, y)$  sont exprimées sous une forme littérale simple (cas d'une répartition Gaussienne ou parabolique). Dans ce cas particulier, l'équation (II-10) a donné des solutions analytiques de forme simple. Pour des formes géométriques planes quelconques, les solutions analytiques de la réponse impulsionnelle de diffraction sont, à notre avis, limitées par les difficultés dans la détermination de la fonction  $g_M(u)$ . Cela se traduit par le fait qu'une solution analytique a pu être définie seulement dans le cas d'un piston circulaire.

En utilisant l'approche de l'observateur local, Harris (1981b) a présenté une autre représentation mathématique pour l'évaluation de la réponse impulsionnelle d'un piston plan placé dans un baffle rigide infini et ayant une distribution spatiale non uniforme. En considérant que l'amplitude de la réponse impulsionnelle dépend, non seulement de la longueur de l'arc actif circulaire mais aussi de l'amplitude spatiale de la vitesse le long de cet arc actif, et en suivant le même raisonnement qu'au paragraphe II.2.1, la réponse impulsionnelle de diffraction pour une distribution de vitesse non uniforme devient:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{c}{2\pi} \int_0^{\Omega(ct)} V_n(ct, \theta) d\theta \quad (\text{II-11})$$

où l'angle  $\Omega(ct)$  est décrit dans le paragraphe (II.1.1) et  $V_n(ct, \theta)$ , en tant que fonction des coordonnées de l'observateur local  $ct$  (ou  $R$ ) et  $\theta$ , représente la distribution d'amplitude de vitesse sur la surface de la source.

La réponse impulsionnelle ainsi obtenue a été utilisée pour étudier les effets des différentes distributions de vitesse sur le champ acoustique d'un piston circulaire. Plusieurs fonctions analytiques ont été appliquées pour représenter l'amplitude de vibration du piston à symétrie axiale. Les distributions de Fermi, parabolique d'ordre un et deux, Gaussienne et de Bessel, ont été analysées.

Au même moment, Stepanishen (1981) propose de décomposer la distribution de vitesse sur une base de fonctions orthogonales, en une somme de fonctions propres pondérées, le calcul de la réponse impulsionnelle pour chaque élément de la somme revenant à celui d'un piston parfait.

Dans le cas d'un transducteur de surface courbe (transducteur focalisé), une expression analytique de la réponse impulsionnelle avec une distribution de vitesse non uniforme a été développée par Verhoef et al (1984). En utilisant le développement polynomial fini de la fonction de distribution de vitesse, la réponse impulsionnelle est exprimée comme une somme de fonctions de Bessel.

Reibold et Kazys (1992a et 1992b) en ayant recours à la technique de Lockwood et Willette ont étudié les effets de focalisation du champ acoustique pour différentes distributions de vitesse d'un transducteur rectangulaire multi-éléments. L'excitation non uniforme a été "simulée" par un transducteur subdivisé en différents transducteurs élémentaires de forme rectangulaire et la méthode de Lockwood et Willette a été appliquée à chacun d'entre eux.

### II.3- APPROCHE INSTANTANEE

Cette approche, développée par Fink et Cardoso (1984), considère la réponse impulsionnelle comme une fonction des coordonnées spatiales pour un instant du temps fixé. Autrement dit, la réponse impulsionnelle est une "photo instantanée" du champ rayonné dans le plan  $z_0 = \text{constante}$ , en un point d'observation de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$ , à un instant du temps générique  $t$ . Dans ce cas, la réponse impulsionnelle  $h_\phi(O, t)$  est exprimée comme une convolution spatiale bidimensionnelle de la fonction d'ouverture  $V_n(x, y)$  et de la fonction de Green appropriée aux conditions aux limites. Cette méthode permet une dérivation simple de certaines réponses de diffraction pour des transducteurs à symétrie axiale.

Le principe de base de cette approche est lié au fait que, dans le plan  $z_0 = \text{constante}$ , au temps  $t > z_0/c$ , chacune des ondes sphériques émises par une surface élémentaire  $dS$ , représentée par une source ponctuelle de coordonnées  $(x, y, z = 0)$ , apparaît comme une masse circulaire élémentaire du rayon  $r_0$  et ayant pour centre le point  $P(x, y, z_0)$ , (Fig.II.6) tel que:

$$r_0 = [(ct)^2 - z_0^2]^{1/2} H(t - \frac{z_0}{c}) \quad (\text{II-12})$$

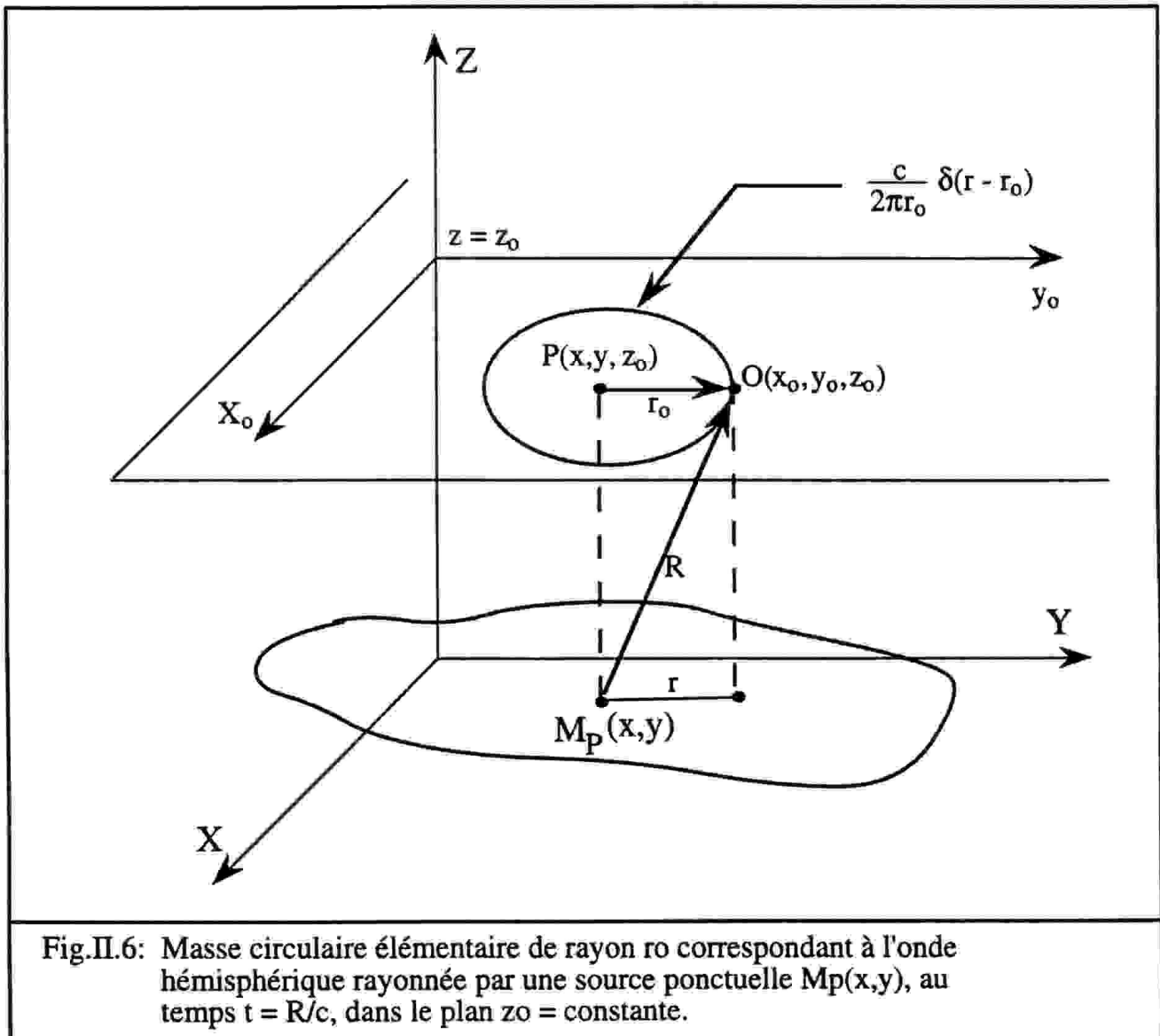
Dans le plan  $z_0 = \text{constante}$ , pour un instant  $t > z_0/c$ , l'utilisation des propriétés de la fonction de distribution multidimensionnelle de Dirac permet d'associer à la masse circulaire élémentaire centrée en  $P$  (Fig.II.6), correspondant à l'onde sphérique élémentaire  $\delta(t - R/c)/2\pi R$ , une fonction  $F$  de la forme:

$$F = \frac{c}{2\pi r_0} \delta(r - r_0) \quad (\text{II-13a})$$

avec:

$$r = [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2]^{1/2} \quad (\text{II-13b})$$

et qui représente la distribution de Dirac définie sur une ligne circulaire du rayon  $r$ . Quand le temps augmente, le rayon du cercle augmente aussi et le facteur de pondération  $c/2\pi r_0$  décroît, représentant la propagation des ondelettes dans le plan  $z_0 = \text{constante}$ . Autrement dit, tout se passe comme si l'on avait une source ponctuelle placée dans le plan  $z_0$ , au point P de coordonnées  $(x, y, z_0)$ , rayonnant des ondes de formes circulaires à partir de l'instant  $t = z_0/c$ .



Il s'avère alors que l'application du théorème de superposition sur toutes les masses élémentaires pondérées par la distribution de vitesse  $V_N(x, y)$ , permet d'obtenir la réponse impulsionnelle globale dans le plan  $z_0 = \text{constante}$ , et qui s'écrit sous la forme:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{c}{2\pi r_0} \int_S V_n(x,y) \delta(\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} - r_0) dx dy \quad (\text{II-14})$$

Ainsi, compte tenu de la rigidité du baffle qui se caractérise par une vitesse nulle sur ce dernier et de la définition du produit de convolution spatiale à deux dimensions, la réponse impulsionnelle  $h_{\phi}(O,t)$  s'écrit dans le plan  $z_0 = \text{constante}$ :

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{c}{2\pi r_0} V_n(x_0,y_0) ** \delta[\sqrt{x_0^2 + y_0^2} - r_0] \quad (\text{II-15})$$

Avec cette méthode, Fink et Cardoso ont fourni une solution alternative à la réponse impulsionnelle dans le cas d'une distribution de vitesse quelconque d'une source acoustique de surface plane S, placée dans le plan  $z = 0$  et ayant une symétrie axiale.

La même expression a été développée par Scarano et al (1985a) qui considèrent directement l'intégrale de l'équation (II-1) comme une convolution spatio-temporelle. La réponse  $h_{\phi}(O,t)$  s'écrit sous la forme:

$$h_{\phi}(O,t) = 2 V_n(x_0,y_0) ** g(x_0,y_0,z_0,t) \quad (\text{II-16})$$

où  $g(x, y, z, t)$  représente la fonction de Green de l'espace libre (Eq.I-63). En se basant sur les propriétés de la fonction de Green (Guyomar et al, 1986; Eq.14), la relation (II-16) peut être exprimée sous la forme de l'équation (II-15).

Cependant, l'évaluation de la convolution spatiale bidimensionnelle exprimée par l'équation (II-16) ne peut être réduite à une forme analytique simple que dans le cas d'une distribution de vitesse séparable dans l'espace. Autrement dit, la fonction  $V_n(x, y)$  doit être écrite sous la forme:

$$V_n(x,y) = V_{n1}(x).V_{n2}(y) \quad (\text{II-17})$$

Suivant la formulation (II-16), Guyomar et Powers (1986) ont proposé une méthode numérique basée sur l'analyse du domaine des fréquences spatiales. Cela permet un calcul très rapide de la réponse pour des sources planes rigides et bafflées excitées d'une façon quelconque. Cette méthode est très efficace mais les outils mathématiques appliqués sont relativement compliqués.

#### II.4- APPROCHE DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE DE LIGNE.

Cette approche, développée par Lasota et al (1984), consiste à décomposer la source acoustique bidimensionnelle en un ensemble continu de sources unidimensionnelles du type lignes ou fentes. Dans ce cas, la réponse impulsionnelle globale est obtenue sous la forme d'une intégrale curviligne simple. Cette approche est fondée sur la solution donnée par l'équation.(I-77.b)

A l'aide d'un changement de variable  $\tau = R/c$  qui exprime le temps de propagation des ondes élémentaires en provenance de l'ouverture traversant la distance  $R = [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2]^{1/2}$  aux points d'observation, la réponse impulsionnelle de l'équation (II-17), devient :

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{4\pi c} \int_S \alpha(\theta) V_n(x,y) \frac{\delta[t - \tau - d(x,y)]}{\tau} dx dy \quad (II-18)$$

Le terme  $d(x,y)$  représente ici le retard d'excitation d'un élément de surface ( $dS = dx dy$ ) de la source (exemple: balayage).

Pour un point d'observation  $(x_0, y_0, z_0)$  fixé, en omettant les paramètres spatiaux  $x_0, y_0$  et  $z_0$ , la réponse impulsionnelle  $h_{\phi}(O, t)$  s'écrit sous une forme plus concise donnée par:

$$h_{\phi}(t) = \frac{1}{4\pi c} \int_S \frac{V_n(x,y) \alpha(x,y)}{\tau(x,y)} \delta[t - d(x,y) - \tau(x,y)] dx dy \quad (II-19)$$

Il en résulte qu'après une première intégration linéaire suivant la variable  $y$ , l'équation.(II-19) devient:

$$h_{\phi y}(t) = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{V_{ny}(x) \alpha_y(x)}{\tau_y(x)} \delta[t - d_y(x) - \tau_y(x)] dx \quad (II-20)$$

où  $y$  est devenu un paramètre. L'intégrale ainsi obtenue, exprimant les contributions en provenance d'une ligne  $y=\text{constante}$  de l'ouverture considérée (Fig.II.7), est appelée réponse impulsionnelle de ligne. En outre, si l'on pose:

$$u(x) = d_y(x) + \tau_y(x) \quad (II-21)$$

l'expression de  $h_{\phi y}(t)$  s'écrit sous une forme plus générale:



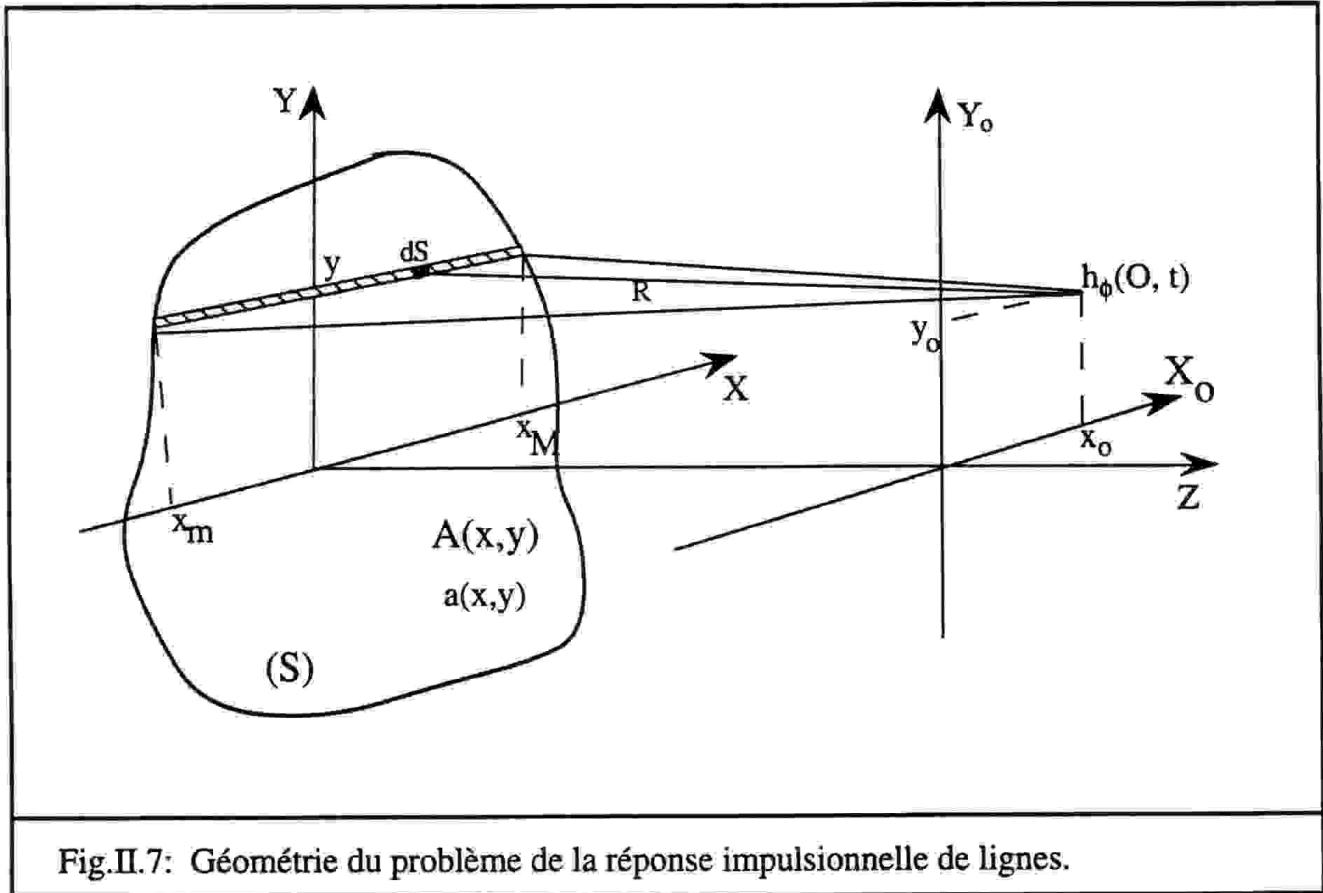


Fig.II.7: Géométrie du problème de la réponse impulsionnelle de lignes.

$$h_{\phi y}(t) = \int_{x_m}^{x_M} f(x) \delta[t - u(x)] dx \quad (\text{II-22})$$

où  $f(x)$  est l'amplitude effective des contributions arrivant à partir des points de la ligne  $y = \text{constante}$ , donnée par:

$$f(x) = \frac{V_{ny}(x) \cdot \alpha_y(x)}{4\pi c \tau_y(x)} \quad (\text{II-23})$$

et les valeurs  $x_m$  et  $x_M$  de la figure II.7 correspondent aux points extrêmes de la ligne.

Par conséquent, la réponse impulsionnelle de toute la surface de la source s'écrit:

$$h_{\phi}(t) = \int h_{\phi y}(t) dy \quad (\text{II-24})$$

Dans le cas particulier d'une source linéaire de longueur "2a", placée dans le plan  $z = 0$  le long de l'axe OX d'un repère cartésien (O, X, Y, Z) et encastrée dans un baffle plan infini et rigide, la réponse impulsionnelle de diffraction peut être calculée facilement d'une manière

analytique (Lasota et Salamon, 1980). La forme analytique de cette réponse est portée dans le tableau II.3.

$h_{\phi}(x, z_0, t)$	$ x  < a$	$ x  > a$
0	$t < t_1$	$t < t_2$
$\frac{c}{\pi \sqrt{c^2 \cdot t^2 - z_0^2}}$	$t_1 \leq t \leq t_2$	----
$\frac{c}{2\pi \sqrt{c^2 \cdot t^2 - z_0^2}}$	$t_2 < t \leq t_3$	$t_2 < t \leq t_3$
0	$t_3 < t$	$t_3 < t$

Tableau II.3: Solution analytique d'une fente linéaire rigide et excitée uniformément

avec:

$$ct_1 = z_0$$

$$ct_2 = \sqrt{(a - x)^2 + z_0^2}$$

$$ct_3 = \sqrt{(a + x)^2 + z_0^2}$$

Toutefois, dans le cas d'une excitation spatiale arbitraire, particulièrement quand l'amplitude n'est pas une fonction analytique, le calcul du champ devient plus compliqué.

## II.5- AUTRES METHODES DE CALCUL

Ce paragraphe, loin d'être exhaustif, tente de présenter deux méthodes qui ont été développées pour le calcul du champ acoustique. Ces méthodes sont basées sur l'approche harmonique et permettent de trouver la réponse définie dans le chapitre I comme  $P(O, \omega)$ . La réponse impulsionnelle est ainsi obtenue par la transformation inverse de Fourier selon la relation (I-36). Ces méthodes incluent principalement la "méthode des sources ponctuelles" déployée par Zemanek (1971) et la "méthode des sources rectangulaires" développée par Ocheltree et al (1989).

### II.5.1- Méthode des sources ponctuelles

La méthode des sources ponctuelles, basée sur le principe de Huygens, utilise une double intégration numérique de l'intégrale de diffraction de Rayleigh (Eq.I-31). Cette méthode qui détermine, dans le domaine harmonique, le champ de pression acoustique d'une surface plane montée dans un baffle infini rigide, consiste à discrétiser la surface de rayonnement en

$32\pi(a/\lambda)^2$  surfaces élémentaires ponctuelles dans l'hypothèse où chaque point de la surface du transducteur vibre avec les mêmes phase et amplitude, où "a" est une dimension caractéristique de la source. Zemanek a suggéré que ce nombre correspond au nombre minimum de surfaces élémentaires qui doit être utilisé pour obtenir des résultats à 0.5% près. Le champ de pression totale de la surface entière est obtenu par la sommation de toutes les contributions (front d'onde sphérique) de pression des différents éléments de la surface de rayonnement.

Weyns (1980a et 1980b) a appliqué cette méthode au calcul du champ acoustique transitoire pour différentes formes de transducteurs, en ayant recours à une excitation impulsionnelle pour modéliser l'équipement de diagnostic médical. Pour l'intégration numérique, la taille de chaque surface élémentaire était égale à  $(\lambda/4)^2$ .

En employant la même technique d'intégration numérique, Lerch et al (1986) ont évalué la distribution du champ de pression acoustique transitoire générée par une barrette linéaire. Ils ont étudié les effets dus à la dispersion et à l'atténuation du milieu de propagation sur le champ de rayonnement provoqué par les caractéristiques du transducteur, telles que la géométrie des surfaces de vibrations, l'excitation impulsionnelle, et les caractéristiques de la distribution de vitesse sur ces différents éléments. Pour obéir aux théorèmes d'échantillonnage temporel et spatial, Lerch a suggéré que la taille de la surface élémentaire devrait être au maximum égale à  $(\lambda/4)^2$  pour le champ lointain et encore plus petite pour le champ proche. Toutefois, l'intégration numérique a été évaluée, dans un premier temps, directement dans le domaine fréquentiel et dans un second temps par l'application de l'algorithme de la transformée de Fourier inverse permet d'obtenir la distribution du champ acoustique dans le domaine temporel.

On doit noter ici que les propriétés importantes du champ proche ont été révélées par ces études. Cependant, en raison d'un grand nombre de sources ponctuelles, cette technique reste intensive dans le calcul du champ acoustique et donc onéreuse en terme de temps machine.

### II.5.2- Méthode de sources rectangulaires

Dans leur article de référence, Ocheltree et al (1989) ont proposé une méthode de calcul de l'intégrale de diffraction de Rayleigh, entièrement différente de celle développée par Zemanek. Cette méthode consiste à diviser la surface de rayonnement en un nombre de surfaces rectangulaires trop larges pour être représentées comme des points sources, mais suffisamment petites pour que, au point d'observation O, l'approximation de diffraction de Fraunhofer ou du champ lointain puisse être appliquée. Pour une source acoustique de forme rectangulaire, La figure II.8 montre la géométrie de source élémentaire rectangulaire utilisée par cette méthode.

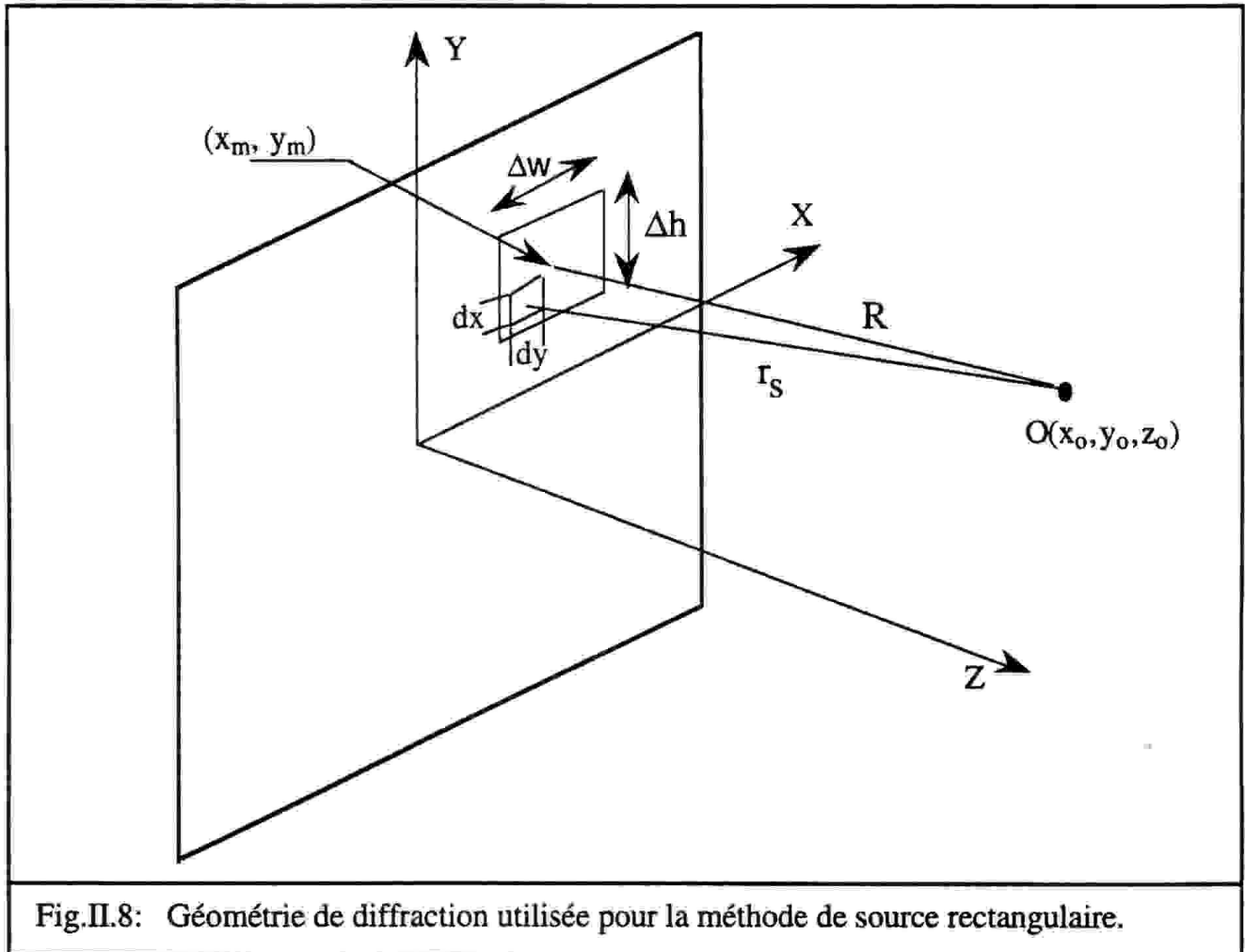


Fig.II.8: Géométrie de diffraction utilisée pour la méthode de source rectangulaire.

Par le biais de cette discrétisation et si l'on respecte l'approximation indiquée, l'utilisation du principe de Huygens permet d'évaluer l'intégrale de Rayleigh en sommant toutes les contributions des surfaces élémentaires représentant la surface de rayonnement. Ainsi, le champ de pression acoustique total en un point d'observation O est obtenu par la somme des pressions générées par chaque élément:

$$P(O, \omega) = \frac{j\rho c}{\lambda} \sum_{m=1}^N V_n(x_m, y_m) \int_{\Delta S} \frac{\exp[-(\alpha + jk)r_s]}{r_s} dx dy \quad (\text{II-25})$$

où  $r_s$  est la distance entre le point d'observation et un élément de la surface élémentaire  $\Delta S$  (Fig.II.7),  $N$  est le nombre d'éléments de taille  $\Delta S = \Delta h \cdot \Delta w$ ,  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation du milieu. Toutefois, afin d'arriver à une représentation simplifiée du champ de pression acoustique totale pour que celle-ci puisse être évaluée numériquement, les trois conditions suivantes, basées sur l'approximation de Fraunhofer (Eqs.(I-A.6) et (I-A.11)), doivent être respectées:

1) la largeur  $\Delta w$  et la hauteur  $\Delta h$  de la source rectangulaire élémentaire, qui satisfait la condition du champ lointain, doivent vérifier la relation:

$$\Delta w, \Delta h \leq \sqrt{\frac{4\lambda z_0}{F}} \quad (\text{II-26})$$

où  $F$  représente la distance de la source au point d'observation relative à la distance de transition des champs proche-lointain pour une source de taille  $\Delta w, \Delta h$ . Cela révèle que la taille de la source rectangulaire est déterminée par la longueur d'onde rayonnée et la distance  $z_0$  du point d'observation.

2) les distances  $r_s$  et  $R$  (voir Fig.II.7) doivent être du même ordre de grandeur  $r_s \approx R$  (condition du champ lointain).

$$3) \exp\left[\frac{\alpha((x-x_m)\Delta w + (y-y_m)\Delta h)}{2R}\right] \approx 1$$

Lorsque ces trois conditions sont respectées, le champ de pression acoustique  $P(O,\omega)$  d'une source rectangulaire s'exprime par:

$$P(O,\omega) = \frac{j\rho c\Delta S}{\lambda} \sum_{m=1}^N \frac{V_n(x_m, y_m)}{R} \exp(-jkR) \text{sinc}\left[\frac{kx'_m\Delta w}{2R}\right] \text{sinc}\left[\frac{ky'_m\Delta h}{2R}\right] \quad (\text{II-27})$$

$$\text{où } R = \sqrt{z_0^2 + (x_0 - x_m)^2 + (y_0 - y_m)^2}, \quad x'_m = x_0 - x_m, \quad y'_m = y_0 - y_m$$

Utilisant l'algorithme de la transformation de Fourier, Chankil et al (1992, 1994) ont appliqué la méthode ci-dessus au calcul de la réponse impulsionnelle pour différentes structures de surfaces planes ou faiblement incurvées. Par comparaison avec la méthode de sources ponctuelles, Chankil a suggéré que pour  $F = 10$ , l'efficacité de l'approche proposée est plus élevée que celle de la source ponctuelle au dessus de la région de  $z_0 > \lambda/6$ .

D'autres représentations du champ acoustique sont, pour le cas harmonique ou impulsionnel, celles qui déterminent la distribution de pression en se basant sur l'approximation paraxiale ou du champ lointain. Ainsi, pour réduire les opérations introduites dans l'intégrale de convolution, Denisenko et al (1985), Pappalardo et al (1983), ont présenté une solution transitoire de la réponse impulsionnelle "en terme de pression" d'une source monodimensionnelle en utilisant l'approximation du champ lointain. La surface monodimensionnelle a été divisée en un nombre fini de segments élémentaires suffisamment

petits pour que l'approximation du champ lointain puisse être appliquée à chacun d'eux. Avec cette approche, la réponse impulsionnelle est obtenue par la somme des fonctions delta de Dirac correctement pondérées et retardées dans le temps. Cette approximation a aussi été utilisée par Macovski (1979) et Duerinckx (1981) pour déterminer le champ acoustique transitoire généré par un réseau convenablement déphasé en appliquant le principe de Huygens. Dans le cadre d'une approximation paraxiale, en limitant la théorie aux points du champ proche de l'axe du transducteur, Marini et Rivenez (1974) ont obtenu des résultats numériques pour un piston rectangulaire. Afin de parvenir à des représentations intégrales simplifiées, Tjotta et Tjotta (1980) utilisent l'approximation parabolique de l'équation de Helmholtz. Cette approximation, pour le cas d'un transducteur acoustique linéaire plan, est équivalente à l'approximation de Fresnel (Eqs.(I-A.23) et (I-A.24)).

## II.6- APPROCHE DE LA REPRESENTATION DISCRETE

A l'issue de cette étude bibliographique, on constate que les différentes méthodes de calcul de la réponse impulsionnelle de diffraction ne donnent des solutions analytiques simples que dans le cas des transducteurs de formes géométriques simples. Dans cette section nous allons présenter une méthode très générale de calcul numérique de la réponse impulsionnelle, développée par Piwakowski (1989a). Cette méthode de calcul, appelée "Méthode de la représentation discrète", a été mise au point dans le Laboratoire de Physique des Vibrations et d'Acoustique (L.P.V.A) et permet de déterminer, de manière simple et précise, sans applications de moyens informatiques "lourds", le champ acoustique rayonné par les transducteurs bafflés de surfaces planes ou quasi-planes et de formes géométriques presque quelconques.

### II.6.1- Principe de la méthode et algorithme de calcul

Le modèle numérique présenté est basé sur l'intégrale (I-52) dans laquelle la fonction de retard  $d(x,y)$  est introduite (voir section II.3):

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_S V_n(x,y) \left\{ \alpha(\theta) \frac{\delta(t - R/c - d(x,y))}{R} + \beta(\theta) \frac{cH(t - R/c - d(x,y))}{R^2} \right\} dS \quad (\text{II-28})$$

La méthode consiste, dans un premier temps, à exprimer la réponse impulsionnelle de diffraction  $h_{\phi}(O,t)$  en deux termes, notés  $h_{\phi 1}$  et  $h_{\phi 2}$ :

$$h_{\phi}(O,t) = h_{\phi_1}(O,t) + h_{\phi_2}(O,t) \quad (\text{II-29})$$

à savoir :

$$h_{\phi_1}(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_S V_n(x,y) \alpha(\theta) \frac{\delta(t - R/c - d(x,y))}{R} dS \quad (\text{II-30.a})$$

$$h_{\phi_2}(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_S V_n(x,y) \beta(\theta) \frac{cH(t - R/c - d(x,y))}{R^2} dS \quad (\text{II-30.b})$$

Selon l'équation (II-28), la réponse impulsionnelle de diffraction  $h_{\phi}(O,t)$  est le résultat d'une somme continue des impulsions de Dirac (termes  $\delta(t)$  contenant dans la réponse  $h_{\phi_1}(O, t)$ ) et d'Heaviside (termes  $H(t)$  contenant dans la réponse  $h_{\phi_2}(O, t)$ ) rayonnées par les éléments de surfaces élémentaires  $dS$  de toute la surface  $S$ , retardées par le terme  $(R/c + d)$  dû à la propagation sur le trajet  $R$  et au retard d'excitation  $d(x,y)$  et finalement sommées (intégrées) au point d'observation  $O$  (Fig.II.9).

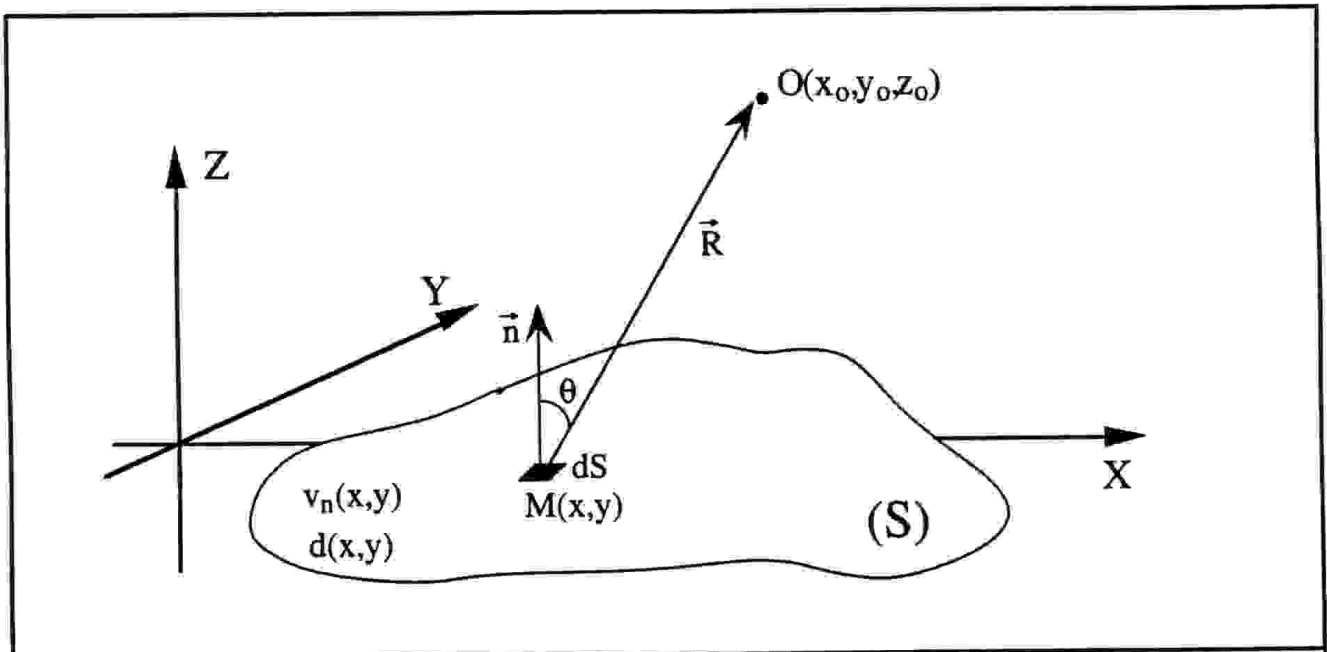


Fig.II.9: Géométrie et notations relatives à la formule II-28.

Dans la procédure numérique, la méthode consiste, dans un second temps, à moyenner temporellement sur une fenêtre  $\Delta t$  la réponse  $h_{\phi_1}(O,t)$ , selon la relation:

$$h_1(O,t) = h_{\phi_1}(O,t) * \frac{1}{\Delta t} \Pi\left(\frac{t}{\Delta t}\right) \quad (\text{II-31})$$

où  $\Pi(t/\Delta t)$  est l'impulsion rectangulaire d'amplitude unité et de largeur  $\Delta t$  définie par:

$$\Pi(t/\Delta t) = \begin{cases} 1, & -\Delta t/2 \leq t \leq \Delta t/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II-32})$$

et  $h_1(O,t)$  représente la réponse moyennée de la solution exacte  $h_{\phi 1}(O, t)$ .

Suivant une telle démarche, si la surface  $S$  est discrétisée sous forme d'une série de surfaces élémentaires  $\Delta S_j(x,y)$ , de nombre  $J$  (Fig.II.10.a):

$$S = \sum_{j=1}^J \Delta S_j \quad \text{où } j = 1, \dots, J \quad (\text{II-33})$$

on peut considérer que chaque élément, de surface élémentaire  $\Delta S_j$  excité par une impulsion de Dirac, émet une impulsion rectangulaire de longueur  $\Delta t$ . Ainsi, si on présente symboliquement chaque impulsion par "un bâton" (cf, Fig.II.10.b), un observateur placé dans le point d'observation  $O$  recevra une série d'impulsions d'amplitude  $a_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ). Chaque impulsion caractérisée par une amplitude  $a_j$  et un retard  $t_j$  représente la contribution de l'élément de surface  $\Delta S_j$ . La série ainsi obtenue, est appelée " représentation discrète " de la réponse  $h_1(t)$ . D'après l'équation (II-30.a) il vient:

$$a_j = \frac{V_j(\Delta S_j) \cdot \alpha_j \cdot \Delta S_j}{4\pi R_j \Delta t} \quad (\text{II-34a})$$

et

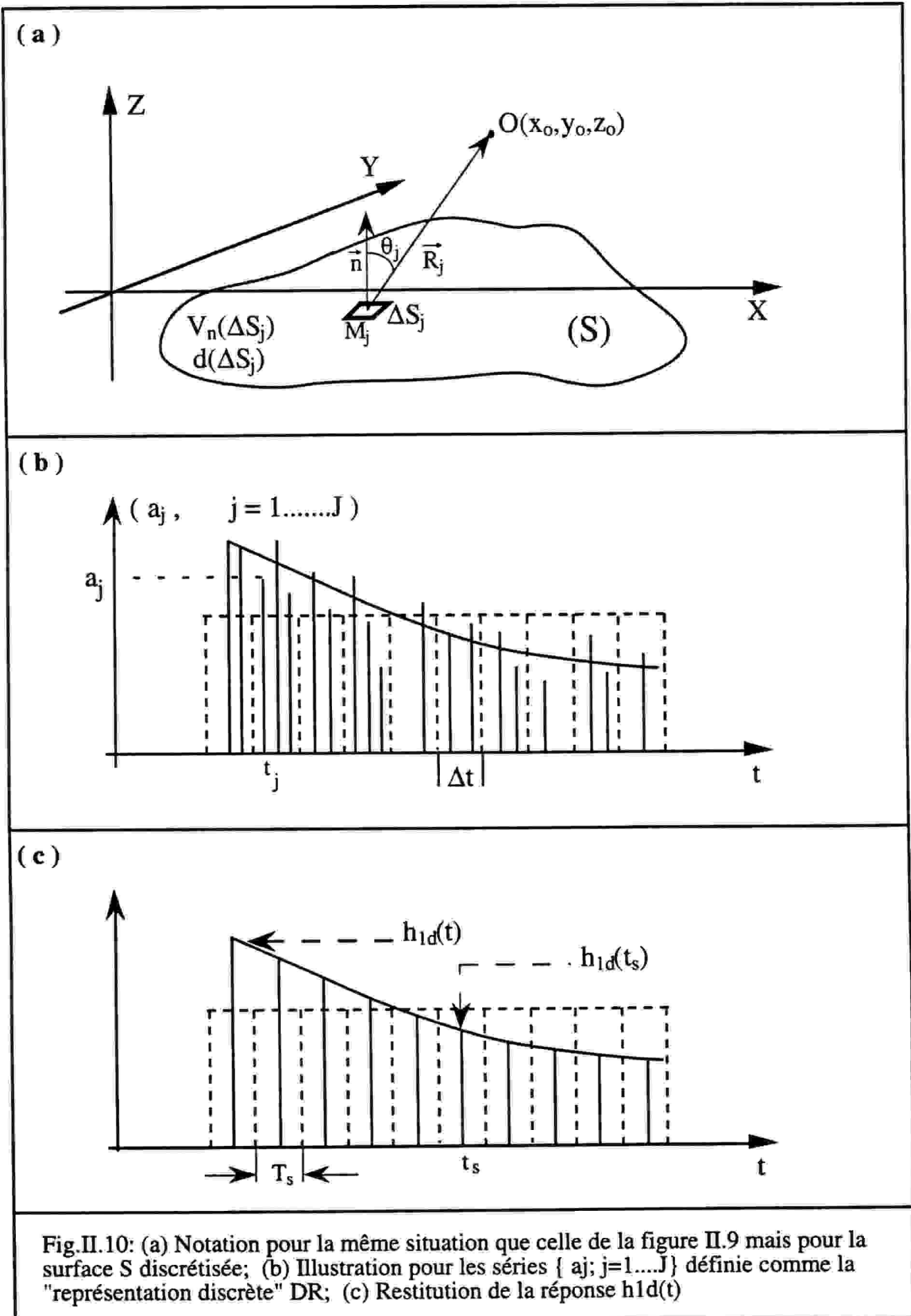
$$t_j = \frac{R_j}{c} + d_j \quad (\text{II-34b})$$

où  $\alpha_j = (1 + b) + (1 - b)\cos\theta_j$  est le coefficient de condition aux limites,  $R_j$  est la distance entre l'élément de surface  $\Delta S_j$  et le point d'observation, et  $V_j(\Delta S_j)$  et  $d_j(\Delta S_j)$  sont respectivement les distributions de vitesse et de retard d'excitation sur la surface  $S$ , imposées par l'utilisateur.

La série de la "représentation discrète" symbolise donc toutes les contributions de la surface  $S$  "rangées" conformément à leurs retards d'arrivée  $t_j$  et comprend toutes les informations qui caractérisent le problème. Toutefois, il est facile de montrer (Piwakowski, 1989c) qu'une simple opération de moyennage de tous les "bâtons" qui tombent dans la fenêtre  $\Delta t$  centrés à l'instant  $t_s$  (Fig.II.10.c), donne un échantillon de la réponse impulsionnelle  $h_{1d}(t = t_s)$ , observé à l'instant  $t = t_s$ :

$$h_{1d}(t = t_s) = \sum_{j=1}^J a_j \quad \text{pour } t_s - \Delta t/2 < t_j < t_s + \Delta t/2 \quad (\text{II-35})$$





et que dans la mesure où le nombre de surfaces élémentaires tend vers l'infini on a la relation d'équivalence suivante:

$$\lim_{\substack{\Delta S_j \rightarrow 0 \\ \text{ou } J \rightarrow \infty}} h_{1d}(t) = h_1(t) \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{J \rightarrow \infty} h_{1d}(t) = h_{\phi 1}(t) \quad (\text{II-37})$$

En tenant compte de la propriété bien connue de l'opération de moyennage exprimée par la relation (II-31), nous avons:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} h_1(t) = h_{\phi 1}(t) \quad (\text{II-38})$$

Il en résulte alors que dans la mesure où le nombre d'impulsions est suffisamment élevé et que la largeur  $\Delta t$  est suffisamment faible, la réponse impulsionnelle calculée  $h_{1d}(O,t)$  converge vers sa contrepartie analytique  $h_{\phi 1}(O,t)$ . Cela se traduit par la relation:

$$\lim_{\substack{J \rightarrow \infty \\ \text{et } \Delta t \rightarrow 0}} h_{1d}(t) = h_{\phi 1}(t) \quad (\text{II-39})$$

Notons que dans le domaine spectral l'opération de convolution exprimée par l'équation (II-31) est équivalente à un filtrage passe-bas (Fig.II.11) de transmittance  $T(\omega) = \mathcal{F}[\Pi(t/\Delta t)]$ .

Comme l'illustre la figure II.11, dans la zone spectrale pour laquelle  $T(\omega) \approx \text{const.} \approx 1$ , la déformation du spectre de la fonction de transfert  $H_{\phi 1}(f)$  dû à l'opération (II-31) peut être considérée comme négligeable. Il vient alors que l'équation (II-37) peut être exprimée par une condition plus "pratique":

$$h_{\phi 1}(t) = h_1(t) \quad \text{pour } f < f_M \quad (\text{II-40})$$

où  $f_M$  représente la fréquence limite de la zone indiquée ci-dessus. Dans ces conditions la relation (II-39) devient:

$$\lim_{\substack{J \rightarrow \infty \\ \text{et } f < f_M}} h_{1d}(t) = h_{\phi 1}(t) \quad (\text{II-41})$$

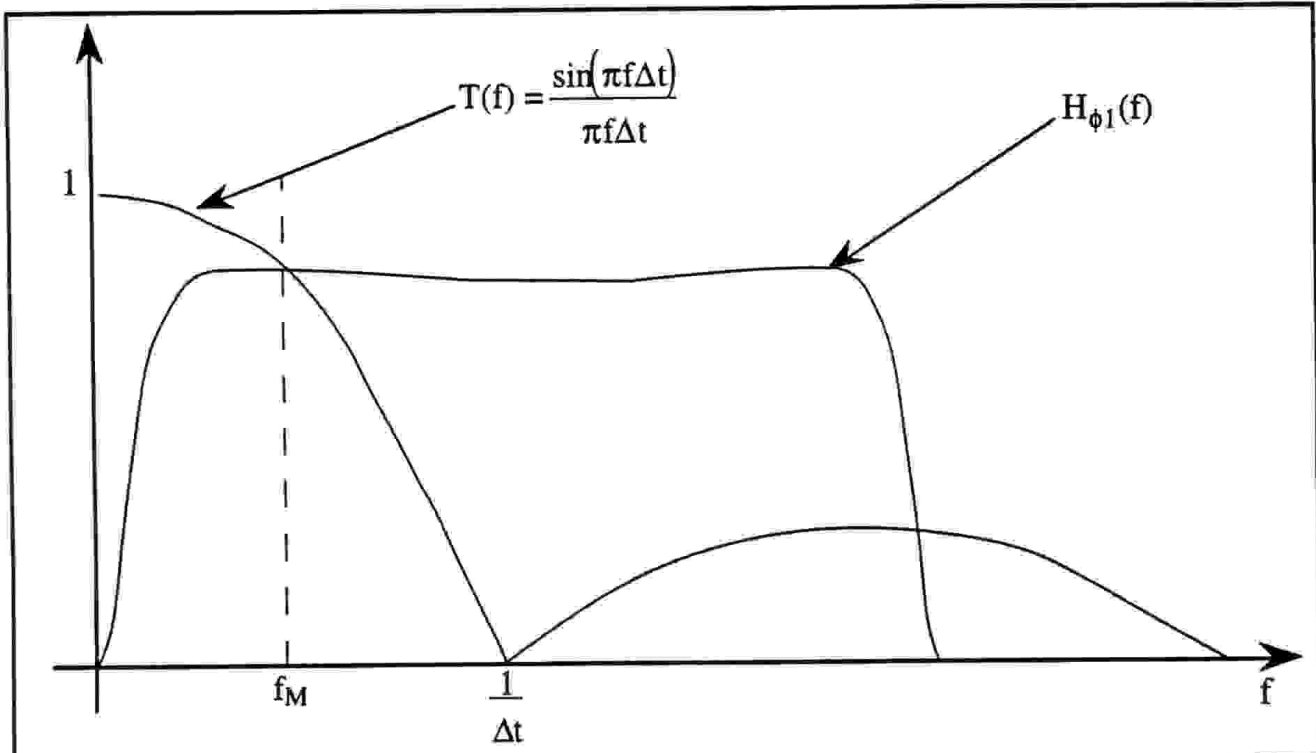


Fig.II.11: Illustration de l'opération de moyennage de l'équation (II-31) dans le domaine fréquentiel: l'opération de convolution correspond à la multiplication ordinaire des spectres de la réponse impulsionnelle de fonction de transfert  $H_{\phi 1}(f)$  et de l'impulsion rectangulaire de transmittance  $T(f)$ .

Cette relation montre que pour un nombre de surfaces élémentaires suffisamment élevé ( $J$  grand), la réponse impulsionnelle calculée  $h_{1d}(t)$  se rapproche de la réponse  $h_{\phi 1}(t)$  dans la zone limitée en fréquence:  $f < f_M$ . Il s'ensuit que la fréquence  $f_M$  représente la fréquence limite jusqu'à laquelle la méthode est précise. Dans ce cas, la largeur de la fenêtre  $\Delta t$  doit remplir la condition:

$$f_M \ll 1/\Delta t \quad (\text{II-42})$$

où  $f_M = 1/K\Delta t$  avec  $K \gg 1$ .

Ainsi, pour une largeur de  $\Delta t$  donnée pour laquelle la condition (II-42) est satisfaite, la précision des calculs sera limitée seulement par le paramètre  $J$ . Celui-ci caractérise le nombre total de surfaces élémentaires utilisées pour discrétiser de la surface de rayonnement  $S$ .

II.6.2- Calculs des termes supplémentaires - Généralisation de la méthode

L'algorithme de calcul proposé dans le paragraphe précédent est adapté au cas d'une impulsion de Dirac (cela correspond au terme de la réponse  $h_{\phi 1}(t)$ ). Une procédure semblable consiste à opérer d'une manière identique pour le calcul du terme supplémentaire  $h_{\phi 2}(O, t)$  (terme en  $H(t)$ ). Cela peut être effectué en utilisant la technique de calcul suivante:

- en tenant compte de la relation  $H'(t-R/c) = \delta(t-R/c)$ , la réponse impulsionnelle:

$$h'_{\phi 2}(O,t) = \frac{\partial h_{\phi 2}(O,t)}{\partial t}$$

ne contient que le terme en  $\delta(t - R/c)$  et par conséquent elle peut être déterminée selon la procédure du calcul décrite dans le paragraphe précédent,

- la réponse  $h_{\phi 2}(O,t)$  peut être ensuite calculée par une simple opération d'intégration de la réponse  $h'_{\phi 2}(O,t)$ .

Lorsque les formules présentées dans le paragraphe I.3.4 comprennent les termes qui sont soit une dérivée, soit une intégrale de l'impulsion de Dirac, la procédure permet de déterminer chacun des termes. L'algorithme de calcul proposé est donc adapté aux calculs de toutes les intégrales présentées dans le paragraphe I.3.4. Il est aussi démontré que la méthode peut être généralisée pour le calcul d'une intégrale de forme:

$$f(t) = \int v_n(x,y)g[t - \tau(x,y)] dS \tag{II-43}$$

La fonction  $g$  peut représenter, par exemple, une fonction de Green quelconque et, entre autre, la fonction de Green du milieu atténuant. Les fonctions adaptées aux différentes caractéristiques de l'absorption ont été proposées par Guyomar (1986), par Scarano et al (1985b) et par Piwakowski (1989c).

La méthode peut être aussi facilement adaptée dans le cas où les variations spatiales et temporelles de vitesse  $V_n(x, y, t)$  ne peuvent pas être considérées comme indépendantes (Goueygou, 1995). Cela se traduit par le calcul de l'intégrale:

$$f(t) = \int v_n(x,y,t)g[t - \tau(x,y)] dS \tag{II-44}$$

ce qui permet de modéliser une très large gamme de problèmes acoustiques.

## II.7- CONCLUSION

Dans ce chapitre, différentes méthodes de calcul de la réponse impulsionnelle de diffraction ont été présentées, comparées et classées. Sur la base de cette analyse nous avons caractérisé la méthode de la représentation discrète (DR) qui sera utilisée dans les chapitres suivants.

A la lumière de cette présentation, la méthode DR possède certaines caractéristiques qui la rendent très utile aux calculs de la réponse impulsionnelle de diffraction à savoir:

- l'emploi d'un appareil mathématique très simple qui comprend uniquement les opérations de retard, de sommation et de moyennage.

- l'algorithme de calcul ne présente aucune singularité mathématique et peut être implanté sur un simple micro-ordinateur.

- l'algorithme de calcul répète la procédure naturelle de la création du champ acoustique qui comprend la propagation des contributions, émises par les sources élémentaires, vers le point d'observation (génération de la série DR), puis la superposition de ces contributions (opération de moyennage de la série DR). Il s'ensuit qu'une solution existe toujours à condition que le problème modélisé soit réalisable en pratique.

- la méthode permet de déterminer la réponse dans sa forme très générale: champ proche et lointain, excitation dépendant à la fois de l'espace et du temps, fonction de Green quelconque, etc..

- la forme de la surface de rayonnement, le retard d'excitation et la distribution des signaux d'excitation d'entrée peuvent être modélisés indépendamment, ce qui facilite l'étude des transducteurs matriciels multi-éléments avec apodisation, balayage électronique, focalisation etc....

Finalement, l'utilisation de cette méthode semble écarter certaines restrictions dans l'évaluation du champ de pression, quelle que soit la géométrie du problème, la forme d'onde impulsionnelle ou la position du point d'observation. Ces caractéristiques nous ont incité à appliquer cette méthode comme base du logiciel universel qui sera présenté dans le chapitre suivant.



## CHAPITRE III

### STRUCTURE DU LOGICIEL

Dans ce chapitre nous allons présenter la structure du logiciel DREAM qui permet de calculer le champ acoustique rayonné par un transducteur ou un réseau de transducteurs. Ce logiciel qui utilise le formalisme de la réponse impulsionnelle de diffraction, est basé sur la méthode de la représentation discrète introduite dans le chapitre précédent. On peut l'utiliser pour résoudre les problèmes du rayonnement acoustique dans le cas des sources de surfaces planes ou quasi-planes et de structure arbitraires, en prenant en compte les paramètres caractéristiques d'un transducteur ( géométrie, balayage, focalisation, apodisation), aussi bien en régime harmonique qu'en régime transitoire.

### III.1- STRUCTURE DU PROGRAMME

Le programme de calcul que nous avons développé a été "baptisé" DREAM ("Discrete REpresentation Acoustic Modeling"). Il permet de calculer le champ acoustique rayonné par un transducteur de surface  $S$  en se fondant sur l'approche de la "représentation discrète" (DR) présentée dans la section II.5. Une représentation schématique du programme est donnée dans la figure III.1. En premier lieu, la réponse impulsionnelle du problème est calculée selon la procédure DR. Ensuite, on utilise cette réponse pour retrouver les grandeurs physiques du champ acoustique. Suivant le schéma bloc, on peut distinguer trois parties principales:

- Module de génération des données d'entrées;
- Module de calcul mettant en application le code de calcul de la réponse impulsionnelle;
- Module de post-traitement.

Dans le module des données, on définit tous les paramètres nécessaires pour déterminer l'intégrale (II-28) prise comme la formule de base de la réponse impulsionnelle, qui dans notre application, est considérée sous la forme:

$$h_{\phi}(O,t) = \frac{1}{4\pi} \int_S A(x,y) V_n(x,y) \left\{ \alpha(\theta) \frac{\delta(t - R/c - d(x,y))}{R} + \beta(\theta) \frac{cH(t - R/c - d(x,y))}{R^2} \right\} dS \quad (\text{III-1})$$

où la fonction  $A(x, y)$ , introduite dans l'intégrale ci-dessus, représente la fonction d'apodisation et sera étudiée dans le paragraphe III.2.2.

Dans le module de calcul, la réponse  $h_{\phi}(O,t)$  est déterminée suivant la procédure de calcul donnée par les équations (II-29) à (II-43).

Dans le module de post-traitement, les grandeurs physiques recherchées sont déterminées selon les relations (I-53) et (I-54).

Le code de calcul a été écrit en langage Fortran standard (sans fonctions particulières de graphisme), ce qui permet une très grande portabilité d'une machine à une autre. Dans un premier temps, le programme a été implanté sur un simple ordinateur du type IBM-PC ensuite il a été transféré sur une station de travail DC3300.

La "sortie" du logiciel est constituée par le résultat des calculs stocké sous forme de fichiers numériques dont chacun représente la grandeur physique recherchée en fonction de la position des points d'observations. Ces données peuvent être ensuite visualisées par un logiciel de représentation graphique. Dans toutes nos simulations, nous avons employé le logiciel "Matlab" à cette fin.



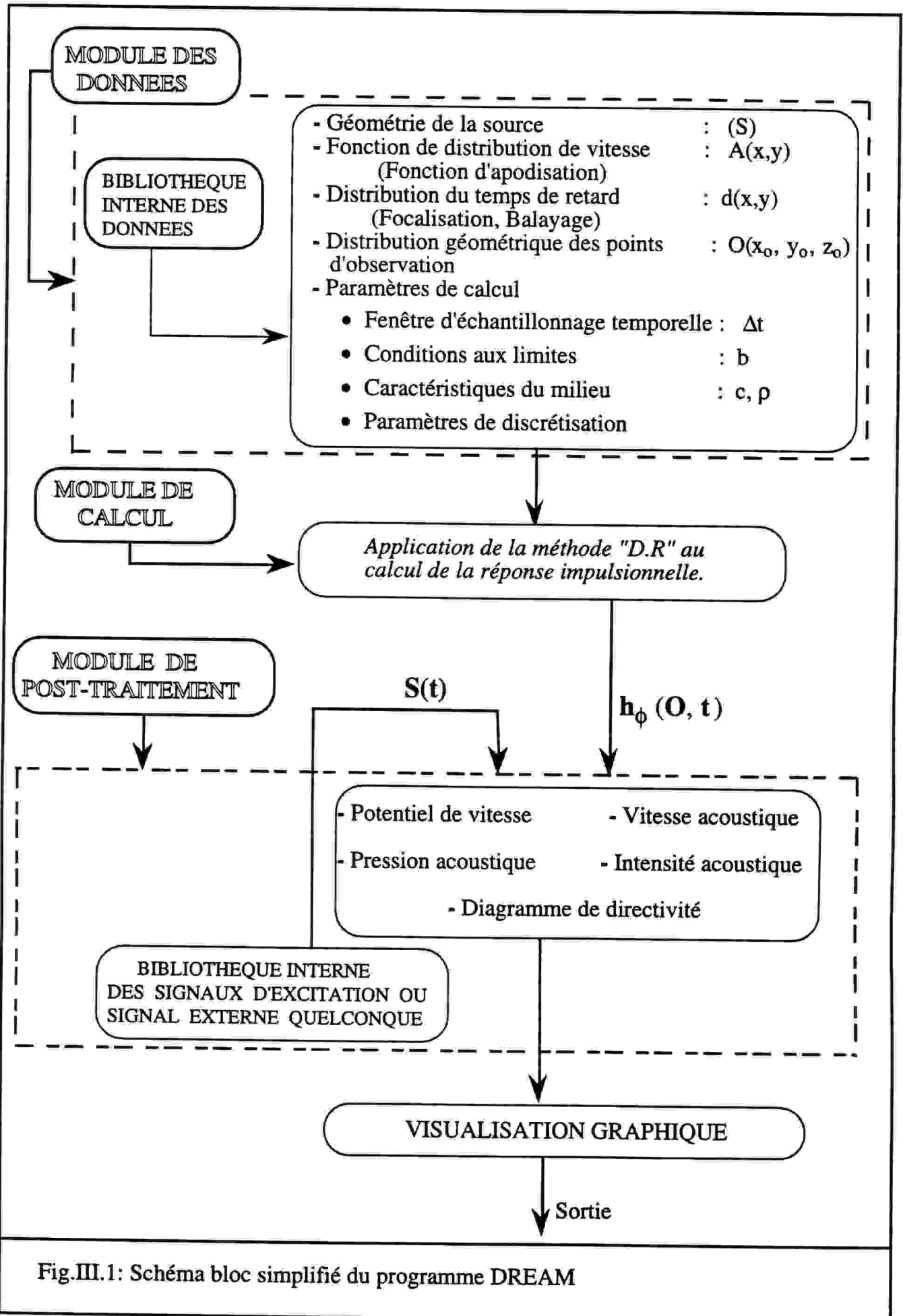


Fig.III.1: Schéma bloc simplifié du programme DREAM

### III.2 - DESCRIPTION DU MODULE DE DONNEES

Ce module permet à l'opérateur de définir tous les paramètres caractéristiques permettant de déterminer l'intégrale (III-1). Conformément à cette intégrale, les données du problème sont définies par: la forme géométrique de la source  $S$ , la distribution de la vitesse d'excitation sur  $S$   $v(x,y)A(x,y)$ , la distribution du temps de retard d'excitation  $d(x,y)$ , les positions des points d'observation  $O(x_0, y_0, z_0)$ , les conditions aux limites exprimées par le coefficient de réflexion  $b$  et les caractéristiques du milieu de propagation  $c$  et  $\rho$ . La méthode de la représentation discrète nécessite aussi de définir les paramètres de calcul. Ces derniers sont caractérisés par: la fenêtre d'échantillonnage  $\Delta t$  et les paramètres de discrétisation spatiale de la surface de rayonnement  $S$ .

Pour rendre l'utilisation du logiciel plus aisée, nous avons incorporé dans ce module différentes options (ou bibliothèques) prédéfinies, telles que: les surfaces usuelles  $S$ , les fonctions d'apodisation fréquemment utilisées  $A(x,y)$  ainsi que les fonctions de retard  $d(x,y)$  permettant d'obtenir le balayage et/ou la focalisation. Ces différentes options vont être abordées en détail dans les paragraphes qui suivent.

Le problème étudié est modélisé dans le repère  $OXYZ$  présenté sur la figure III.2.

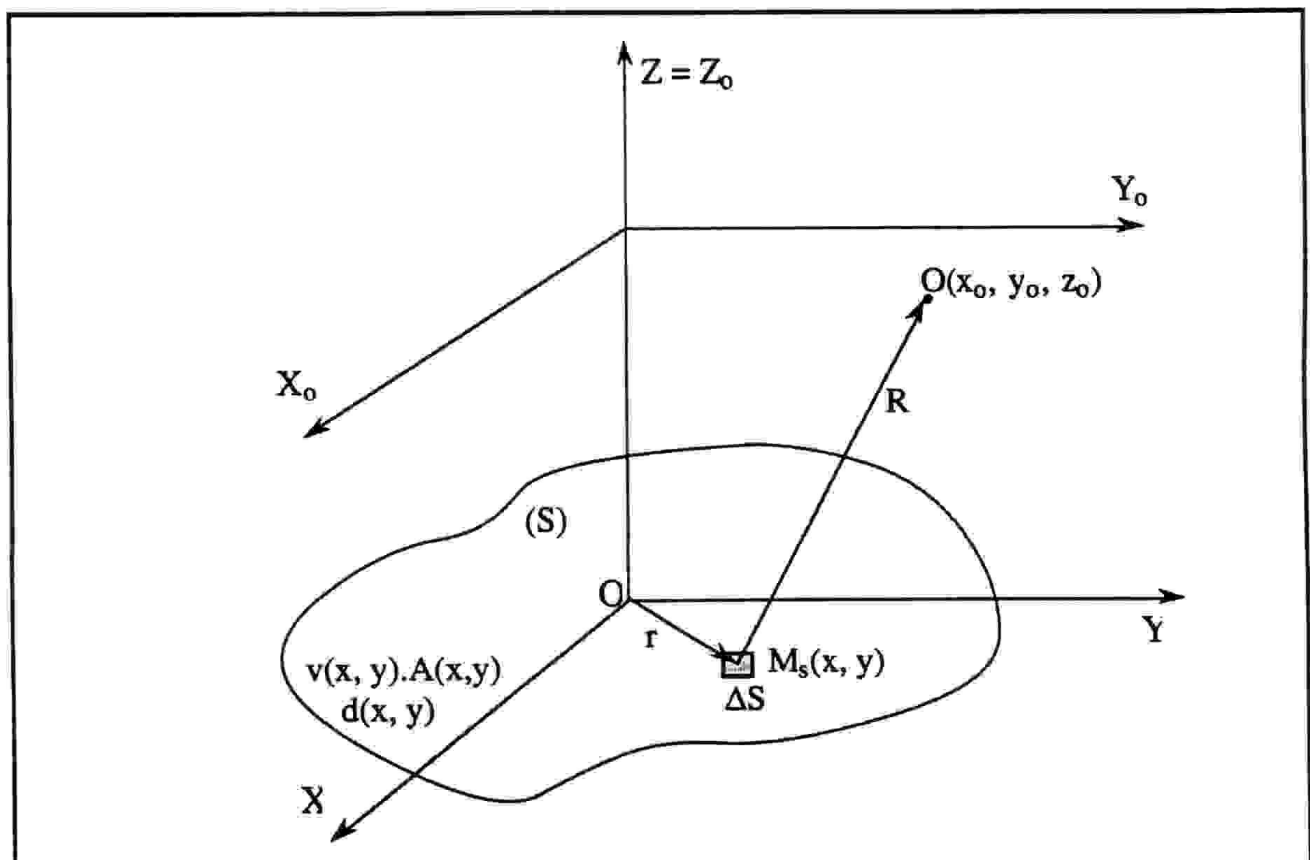


Fig.III.2: Définition du problème et notations appliquées.

Le repère  $OXYZ$  est lié à la surface de la source alors que le repère  $Ox_0y_0z_0$  est lié aux points d'observations.

### III.2.1 - Bibliothèque des formes géométriques des sources

Etant donné que la méthode de la représentation discrète, basée sur une approche purement numérique, a été développée pour permettre la modélisation des transducteurs de surfaces planes ou quasi-planes et de formes géométriques arbitraires, nous avons regroupé dans cette option les différents transducteurs ou réseaux de transducteurs réalisables en pratique. Les différentes formes géométriques qui ont été sélectionnées sont répertoriées dans le tableau III.1.

L'illustration de certaines formes géométriques incluses dans le tableau III.1 est présentée sur la figure III.3. Hormis les sources acoustiques "usuelles" qu'on trouve en pratique, nous avons prévu la possibilité de deux options supplémentaires dans lesquelles la structure de la source peut être définie d'une manière quasi arbitraire. Ainsi, dans l'option "*Matrice Arbitraire*", un opérateur peut définir un réseau de N sources élémentaires identiques de formes géométriques rectangulaires ou circulaires et disposées d'une manière quelconque sur la surface d'un baffle  $\pi$ .

<u>Formes géométriques</u>	<u>Paramètres Géométriques / forme de maillage</u>
Source rectangulaire	$2a, 2b / \Delta x, \Delta y$
Barrette linéaire	$a, b, d, N / \Delta x, \Delta y$
Transducteur circulaire	$a / \Delta r, \Delta \psi$ (ou, $\Delta x$ et $\Delta y$ )
Réseau annulaire	$a_0, w, d, N / \Delta r, \Delta \psi$
Source conique	$\theta, r_1, r_2 / \Delta h, \Delta \psi$
Coupelle sphérique concave	$R, a / \Delta \theta, \Delta \psi$
Coupelle sphérique convexe	//
Transducteur cylindrique concave	$R, a, h / \Delta \theta, \Delta y$
Transducteur cylindrique convexe	//
Barrette de transducteurs cylindriques concaves	$R, a, h, N / \Delta \theta, \Delta y$
Barrette de transducteurs cylindriques convexes	//
Matrice arbitraire	-----
Structure 3D	$a, N, (n_{ix}, n_{iy}, n_{iz}), (x_i, y_i, z_i) / \Delta r, \Delta \psi$

Tableau.III.1: Bibliothèque des sources acoustiques.

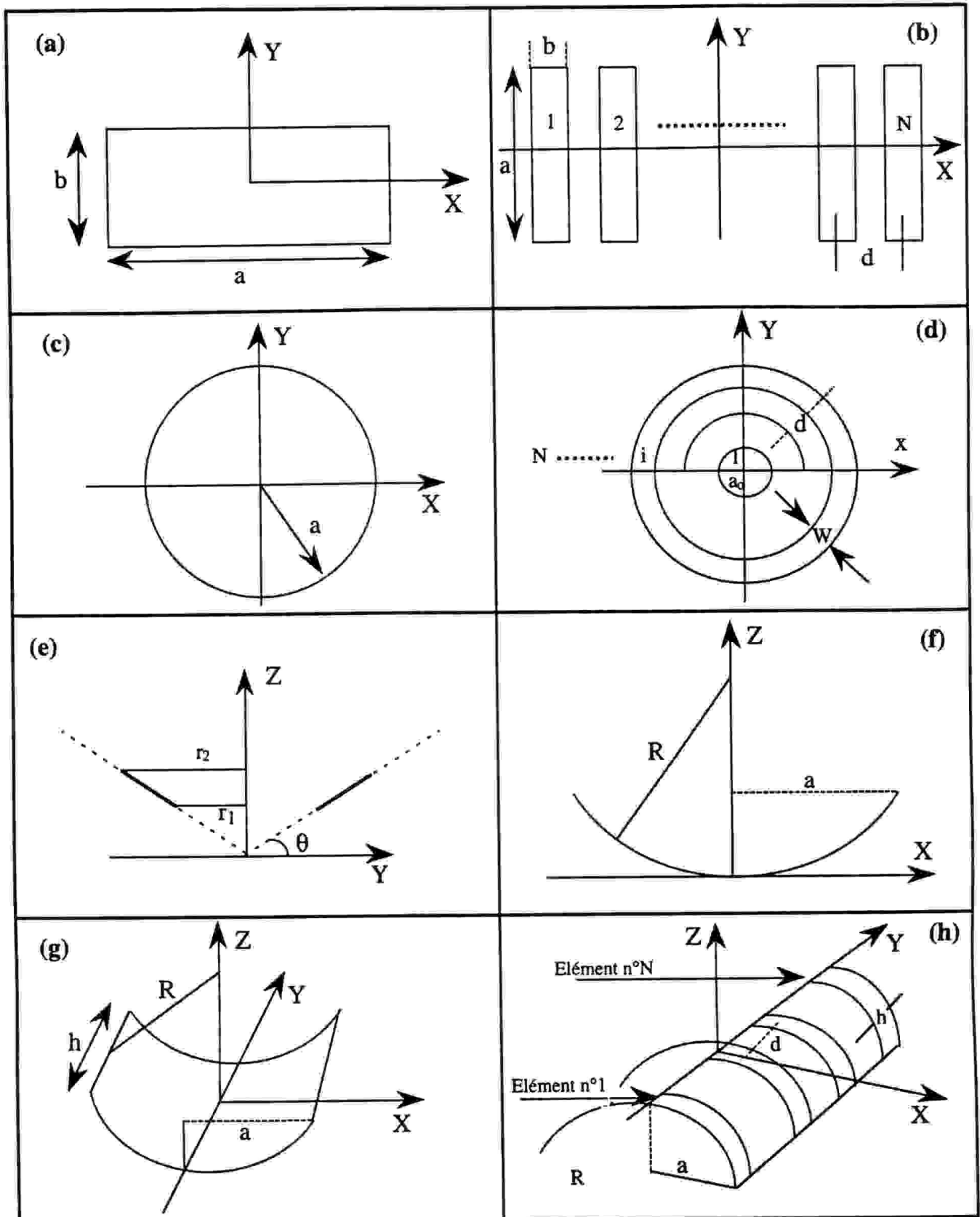


Fig.III.3: Formes des sources acoustiques utilisées et les paramètres géométriques d'entrées définissant la surface du rayonnement.

(a) source rectangulaire, (b) barrette linéaire, (c) source circulaire, (d) réseau annulaire, (e) source conique, (f) coupelle sphérique concave (cette notation est aussi appliquée au cas d'une coupelle sphérique convexe), (g) source cylindrique concave (de même pour une source cylindrique convexe), (h) réseau de transducteurs cylindrique convexe.

La définition de la matrice consiste à définir:

- les projections des centres des sources élémentaires  $C_i(x_i, y_i)$  sur le plan x-y d'un système de coordonnées cartésiennes (O, X, Y, Z), pour  $i = 1, 2 \dots N$ ,
- la forme des sources élémentaires (circulaire ou rectangulaire), et leurs dimensions
- l'angle d'orientation dans le cas d'une source rectangulaire,
- la forme géométrique du baffle  $\pi$  utilisé.

Le baffle peut être défini sous les formes géométriques suivantes: rectangulaire, circulaire, cylindrique convexe, cylindrique concave, sphérique convexe, sphérique concave. Les sources sont automatiquement "collées" de manière tangentielle sur la surface du baffle.

La figure III.4.a illustre un exemple de la définition d'une telle option. Sur cette figure nous avons considéré le cas d'un réseau constitué de N transducteurs circulaires placés sur un baffle circulaire de rayon R.

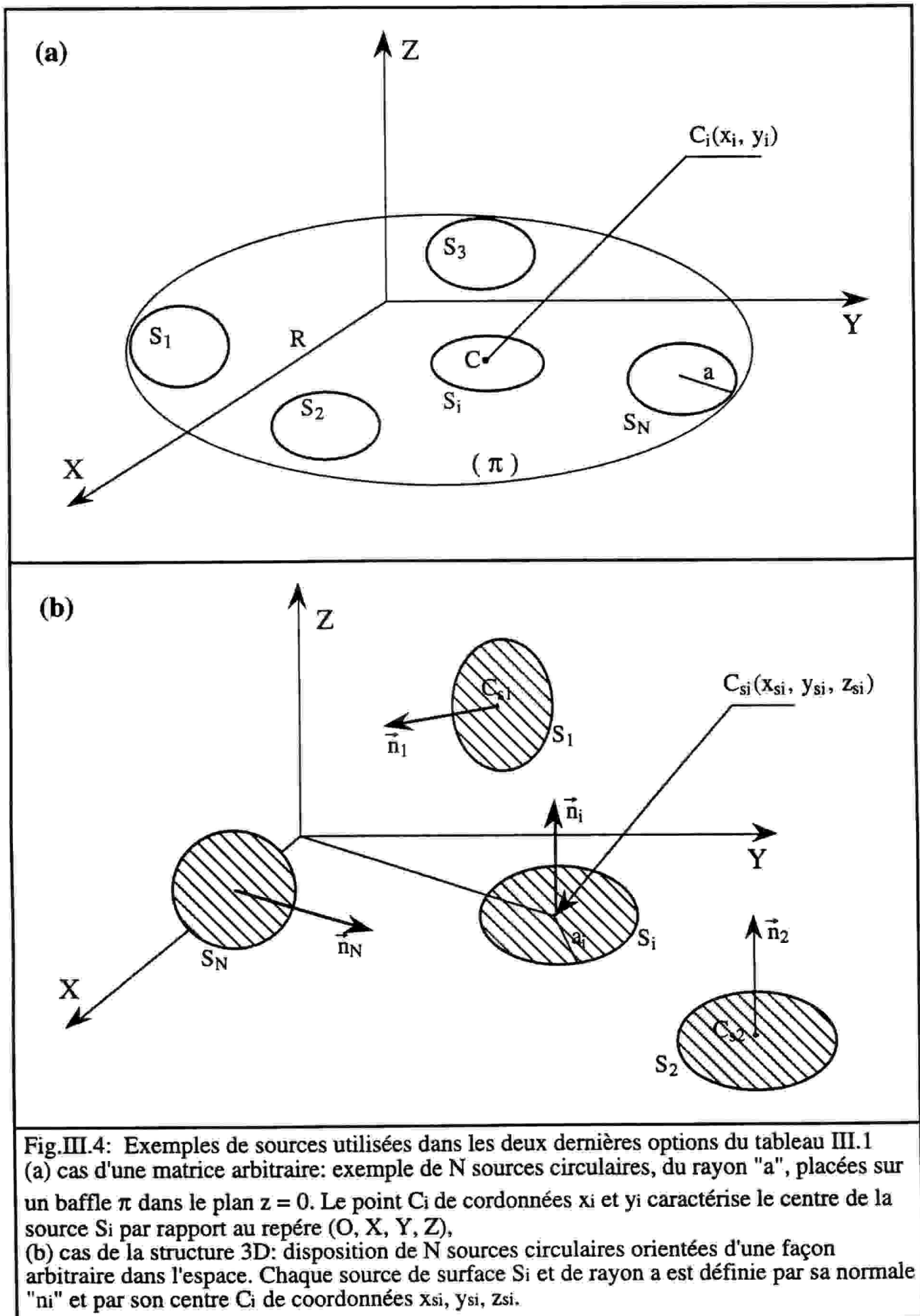
Dans l'option "*structure 3D*", la source acoustique est constituée d'un réseau de N transducteurs élémentaires de formes circulaires orientées et distribuées d'une manière arbitraire dans l'espace d'étude (Fig.III.4.b). Les transducteurs élémentaires sont considérés comme bafflés. Ces sources, de nombre quelconque, sont individuellement définies par:

- leurs positions: celles-ci sont définies par les coordonnées des centres des sources élémentaires  $C_{Si}(x_{Si}, y_{Si}, z_{Si})$  dans un système de coordonnées cartésiennes (O, X, Y, Z), pour  $i = 1, 2 \dots N$
- leurs rayons  $a_i$ ,
- leurs vecteurs normal  $n_i$ .

L'algorithme de maillage utilisé pour ces deux dernières options est présenté dans l'annexe III-B.3.

### III.2.2 - Bibliothèque des fonctions d'apodisation

Un transducteur excité de manière non uniforme, est un transducteur dont les points de la surface ne vibrent pas avec la même amplitude. De tels transducteurs rayonnent un champ différent de celui des transducteurs excités uniformément. Cette non uniformité peut être soit involontaire et due au procédé de fabrication du transducteur soit volontaire. Comme la formation du champ acoustique est décrite par les interactions des ondes géométriques et de



bord (Dekker et al., 1974), lorsque l'on parvient, au moyen d'une fonction d'apodisation, à ne privilégier que l'un ou l'autre des types d'ondes, la structure du champ s'en trouve simplifiée (Reibold et al., 1990a). Généralement, il s'agit d'obtenir une émission directive et de réduire autant que possible les lobes secondaires.

En pratique, on ne peut éliminer les contributions de l'un ou l'autre des types d'ondes mais les réduire grâce à différentes formes de fonction d'apodisation que l'on peut classer en deux catégories:

- apodisation des transducteurs à onde géométrique:

Pour ces types de transducteurs, la fonction de répartition d'amplitude vibratoire (ou fonction d'apodisation) décroît du centre du transducteur vers la périphérie où elle tend à être nulle. Ainsi, pour simuler les transducteurs involontairement non uniforme (Brittain et al, 1987), on utilise des fonctions d'apodisation présentant, sur une grande partie de la surface, une répartition uniforme puis une décroissance type fonction de Hanning sur une portion de largeur  $w$  à la périphérie du transducteur (Fig.III.5.a). Généralement, les transducteurs fabriqués pour émettre principalement une onde géométrique ne présentent aucune partie uniforme (Fig.III.5.b).

- apodisation des transducteurs à onde de bord:

Dans ce cas, la fonction d'apodisation croît du centre du transducteur (où elle est nulle), vers la périphérie (Fig.III.5.c). Pour l'essentiel, les points vibrant avec une amplitude significative sont situés à la périphérie. Pour de tels transducteurs on obtient une focalisation du champ émis le long de l'axe ce qui entraîne une augmentation de la résolution latérale du transducteur (se reporter à Weight et Brown, 1982; Weight, 1986).

Selon l'intégrale (III-1) un élément  $\Delta S$  de la surface de rayonnement est excité par une impulsion de vitesse normale  $A(x,y)v_n(x,y)$  où la fonction  $A(x, y)$  représente la fonction d'apodisation. Dans le logiciel de calcul, nous avons défini:

$$v_n(x,y) = 1m/s \quad (III-2)$$

Ainsi, pour modéliser des sources acoustiques apodisées, nous avons incorporé dans le module de données une bibliothèque contenant différentes formes de fonctions d'apodisation usuelles  $A(x,y) = A(r)$ . Les formes analytiques de ces fonctions sont présentées dans le tableau III.2. Dans le tableau ci-dessous, les paramètres  $b_1$  et  $b_2$  sont des constantes laissées au choix

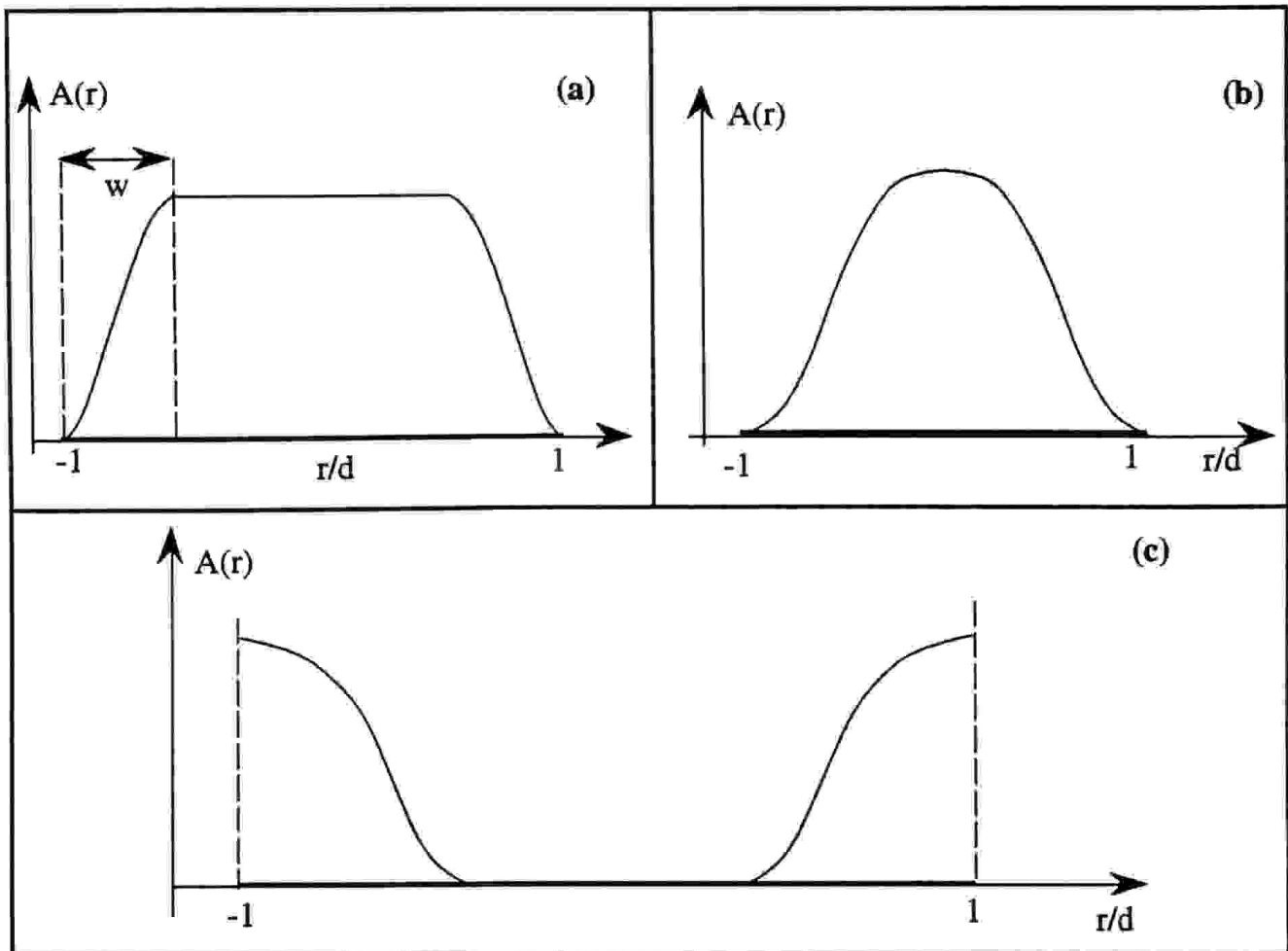


Fig.III.5: Allures des fonctions d'apodisation.

(a) et (b) formes d'apodisation à onde géométrique.

(c) formes d'apodisation à ondes de bord.

("d" représente une dimension caractéristique du transducteur et "r" une variable d'espace)

de l'opérateur,  $r$  est la distance entre un élément de surface  $\Delta S$  et l'origine du repère (O, X, Y, Z) (dans ce cas l'élément de surface  $\Delta S_j(r)$  vibre uniformément avec une amplitude  $A(r)$  m/s).

Pour un réseau de transducteurs constitué de  $N$  éléments (cela correspond aux options "matrice arbitraire" et "barrette de transducteurs" du tableau III.1), la réponse impulsionnelle globale du réseau  $h_\phi(O,t)$  est calculée selon le principe de superposition, tel que:

$$h_\phi(O,t) = \sum_{k=1}^N A_k h_{\phi k}(O,t) \quad (\text{III-3})$$

où  $A_k$  est la valeur de fonction d'apodisation calculée, au centre du transducteur élémentaire du réseau (chaque transducteur individuel vibre de manière uniforme avec une amplitude  $A_k$ )

Dans la bibliothèque présentée dans le tableau III.2, nous avons considéré uniquement les distributions d'apodisation des transducteurs à ondes géométriques, couramment utilisés en pratique.



<u>Nom de la fonction</u>	<u>A(r)</u>	<u>Références</u>
Apodisation uniforme	$A(r) = 1$	-----
Triangle	$1 - \frac{ r }{d}$	Coatelan et al. (1992)
Cosinus	$b_1 + \cos\left(\frac{\pi r}{d}\right)$	't Hoen (1983); Brittan et al. (1993)
Gaussienne	$\exp\left[-b_1 \left(\frac{r}{d}\right)^2\right]$	Duerinckx (1980)
Bessel	$J_0\left[b_1 \frac{r}{d}\right]$	Kielczynski et al. (1993)
Fermi	$\left[1 + \exp\left(\frac{b_1}{d} r - b_2\right)\right]^{-1}$	Harris (1981b)
Parabolique d'ordre un	$\left[1 - \left(\frac{r}{d}\right)^2\right]$	He et al. (1993)
Parabolique d'ordre deux	$\left[1 - \left(\frac{r}{d}\right)^2\right]^2$	Coulouvrat (1993); Tjotta et al. (1982)
Chebychev	voir Annexe III.1	Stegen (1964)
apodisation arbitraire	-----	-----

**Tableau.III.2:** Bibliothèque des fonctions d'apodisation sélectionnées

L'option "apodisation arbitraire" permet à l'opérateur de définir manuellement une fonction  $A(r)$  quelconque.

### III.2.3- Fonctions de distribution de retards (balayage, focalisation)

Généralement, la focalisation et le balayage électronique d'un faisceau sont considérés comme des parties essentielles de certains systèmes d'imagerie acoustique (Melton et al, 1978).

La plupart des réseaux acoustiques sont constitués par un ensemble de transducteurs élémentaires qui peuvent être contrôlés électroniquement afin de générer des signaux retardés dans le temps (Von Ramm et al, 1983; Umemura et al, 1989). Une variation linéaire de retard provoque la déflexion du faisceau alors qu'une variation quadratique provoque la focalisation (Auphan, 1979). Suivant cet objectif, nous avons introduit dans ce module les deux types de fonctions de retard  $d(x,y)$  qui permettent de réaliser la focalisation et/ou le balayage.

III.2.3.1- *Balayage électronique:*

Dans le cas unidimensionnel, le réseau est constitué d'une barrette de transducteurs juxtaposés (Fig.III.6). Pour orienter le faisceau suivant un certain angle par rapport à l'axe du réseau, l'excitation de chacun des transducteurs élémentaires est décalée en phase selon la relation  $\phi = a \cdot x_i$  ( $a$  est une constante). En profitant de la relation (I-A.22) et de la propriété de la transformation de Fourier, on obtient:

$$C\Delta y. \mathcal{F} [P_s(x) \exp(jax)]_{k_x} = P(k_x - a) \quad (\text{III-4.a})$$

Le champ acoustique est donc détourné vers la direction  $k_x = a$ . En prenant  $k_x = k \sin \theta = a$  (Eq.I-A.18) on obtient l'angle de rotation  $\theta_D = \sin^{-1}(a\lambda/2\pi)$ . Finalement, afin d'obtenir l'angle de rotation  $\theta_D$ , il faut appliquer la fonction de retard  $d_\theta(x) = \phi(x_i)/\omega = a \cdot x_i/\omega$ :

$$d_\theta(x_i) = \frac{x_i \sin(\theta_D)}{c} \quad (\text{III-4.b})$$

où  $c$  est la vitesse de propagation de l'onde et  $x_i$  la composante du point  $M(x_i, 0, 0)$  définissant le centre de l'élément  $i$ .

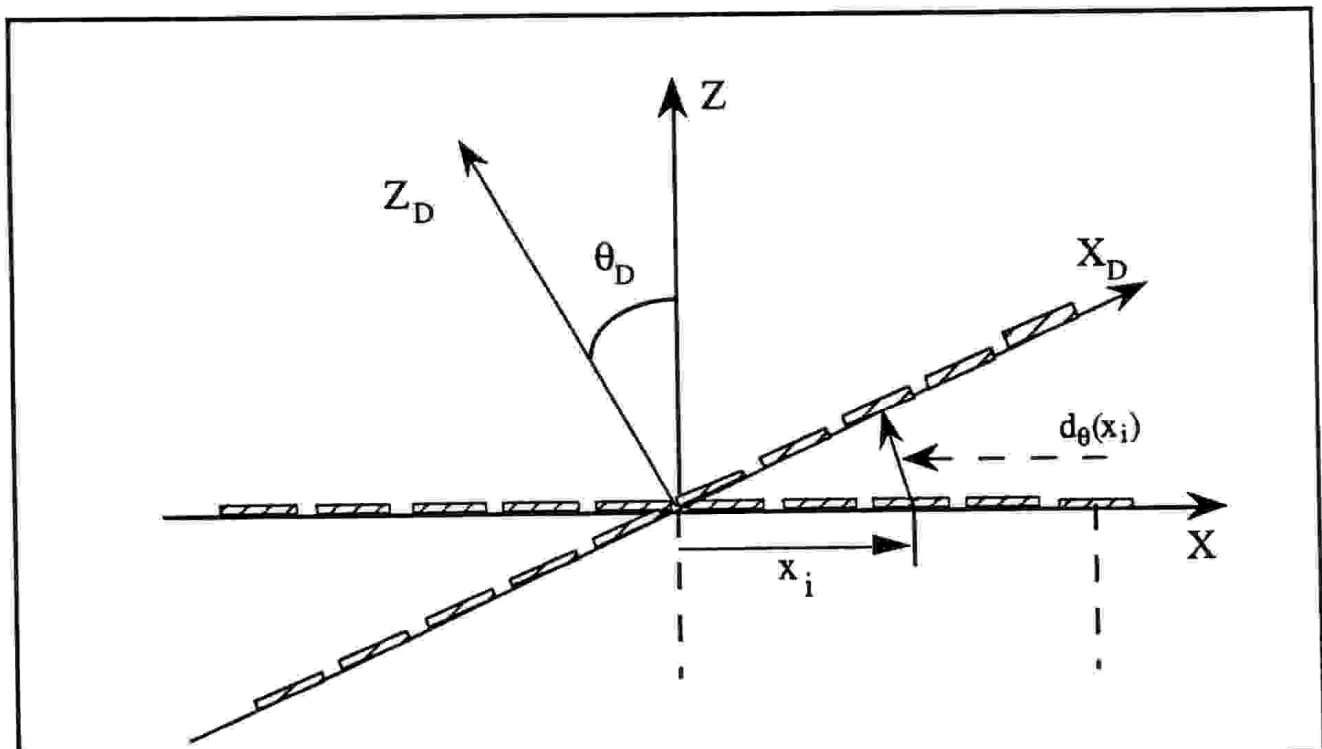


Fig.III.6: Principe du balayage électronique d'une barrette liniéaire.

Notons que, dans le cas du balayage par déphasage (signal harmonique de fréquence  $\omega$ ), ceci est équivalent au décalage de phase  $\varphi(x_i)$  :

$$\varphi_{\theta}(x_i) = \omega d_{\theta} = kx_i \sin(\theta_D) \quad (\text{III-4.c})$$

En générale le balayage bidimensionnel est obtenu en posant (voir Fig.I-A.1):

$$d_{\theta,\phi}(x,y) = \frac{x_i \sin\theta_{oD}}{c} + \frac{y_i \sin\phi_{oD}}{c} \quad (\text{III-5})$$

Comme dans le cas de l'apodisation, la fonction  $d_{\theta,\phi}(x,y)$  est déterminée toujours par rapport à l'origine du repère cartésien [  $d(0,0) = 0$  ].

### III.2.3.2- Focalisation électronique

Le principe de la focalisation est le même que celui adapté en optique pour la reconstruction des images. Il est basé sur la loi de compensation des retards correspondant aux trajets parcourus par l'onde. Ainsi, grâce au concept électronique d'un ensemble de lignes à retard, il est possible de générer un front d'onde circulaire dont le centre correspond à une distance focale choisie électroniquement (Fig.III.7).

En introduisant dans l'intégrale (I-A.32) le déphasage spatial  $\phi(x,y)$  du signal  $P_s(x,y)$  tel que:

$$\phi(x,y) = \exp\left[\frac{-jk}{2F}(x_s^2 + y_s^2)\right] \quad (\text{III-6})$$

on obtient:

$$P(k_x, k_y, z_0=F) = C_2 \cdot \mathcal{F} [P_s(x,y)]_{k_x, k_y} \quad (\text{III-7})$$

Cela signifie que pour la distance  $z_0 = F$ , qui représente la distance focale, le champ acoustique est donné par l'expression valable pour le champ lointain. Finalement, afin d'obtenir la focalisation à la distance  $F$  il faut appliquer une fonction de déphasage opposée par rapport à celle définie dans l'équation (III-6). En posant  $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2$ , la caractéristique de retard  $d = \phi/\omega$  devient:

$$d_F(r_i) = \left[ \frac{r_i^2}{2cF} \right] \quad (\text{III-8})$$

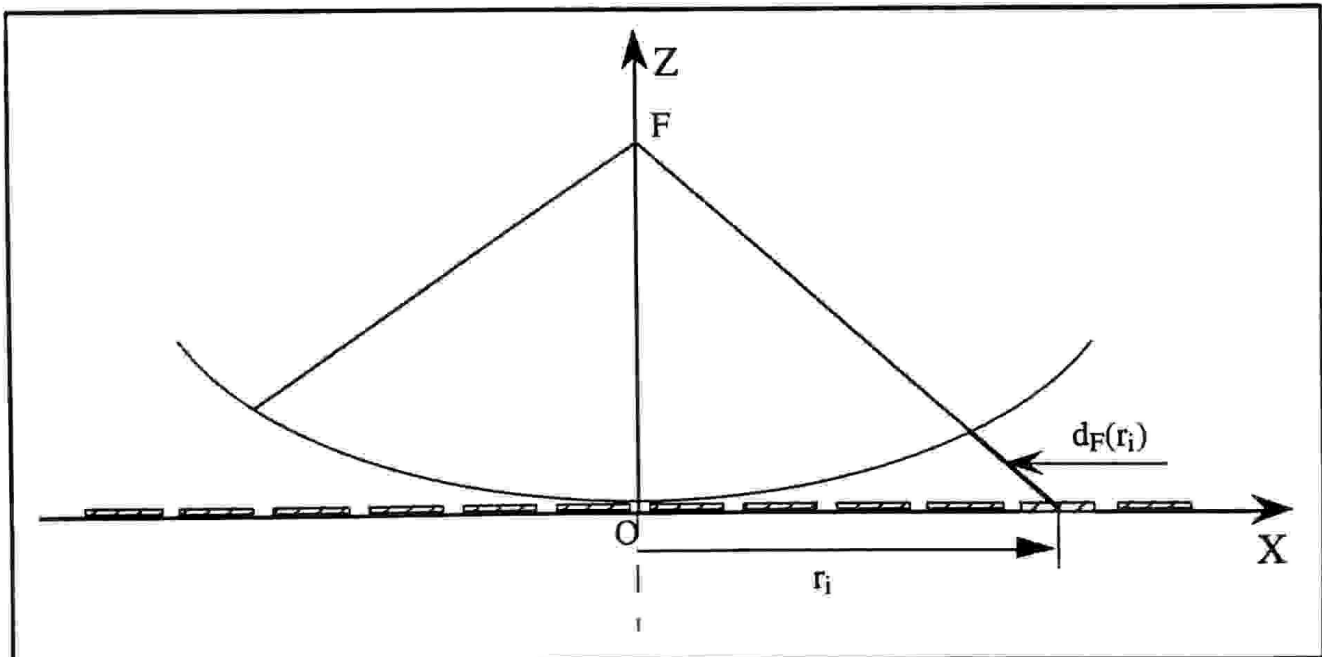


Fig.III.7: Principe de la focalisation électronique d'un réseau de transducteurs linéaire.

La relation ainsi obtenue est valable pour la zone de Fresnel.(zone paraxiale, voir Annexe I-A.3). Dans le cas général, il faut appliquer la fonction de retard  $d_F(r_i)$  donnée par la relation:

$$d_F(r_i) = \frac{F}{c} \left[ 1 - \sqrt{1 + \left(\frac{r_i}{F}\right)^2} \right] \quad (\text{III-9})$$

Les calculs menés par l'approche de la représentation discrète s'adaptent aux problèmes causals. Cela signifie que l'excitation de la source doit avoir lieu à l'instant  $t \geq 0$ . Par conséquent, afin d'éviter une excitation à l'instant  $t \leq 0$ , une constante  $t_0$  est ajoutée automatiquement aux fonctions de retards  $d_\theta$ ,  $\phi$  et  $d_F$ .

Finalement, en ajoutant à la fonction de balayage  $d_\theta$ ,  $\phi(x, y)$  la fonction de focalisation  $d_F(x, y)$ , on émet une onde oblique focalisée. Dans ce cas la fonction de retard est calculée à partir de l'expression plus générale:

$$d(x,y) = d_{\theta,\phi}(x,y) + d_F(x,y) + t_0 \quad (\text{III-10})$$

#### III.2.4- Distribution des points d'observation

A l'issue de l'équation (III-1), l'objectif de calcul consiste à présenter la réponse d'un transducteur à un point du champ  $O(x_0, y_0, z_0)$  donné. De ce fait, nous avons intégré dans le

module des données une bibliothèque qui permet de décrire toutes les distributions usuelles des points d'observation aussi bien en coordonnées cartésiennes qu'en coordonnées sphériques. Ces distributions de points peuvent se présenter, comme l'indique la figure III.8, de la manière suivante:

- distribution des points suivant l'un des axes de repère cartésien ( $O, X_0, Y_0, Z_0$ )

(Fig.III.8.a),

- distribution des points suivant l'un des plans de repère ( $O, X_0, Y_0, Z_0$ ) (Fig.III.8.a),
- distribution des points dans un système de coordonnées sphériques ( $r_0, \theta_0, \phi_0$ ). Cela

peut être effectué avec différentes possibilités, à savoir:

- $r_0 = \text{const}, \theta_0 = \text{var}, \phi_0 = \text{var};$
- $r_0 = \text{var}, \theta_0 = \text{const}, \phi_0 = \text{const}$
- $r_0 = \text{const}, \theta_0 = \text{var}, \phi_0 = \text{const}$
- $r_0 = \text{const}, \theta_0 = \text{const}, \phi_0 = \text{var}.$

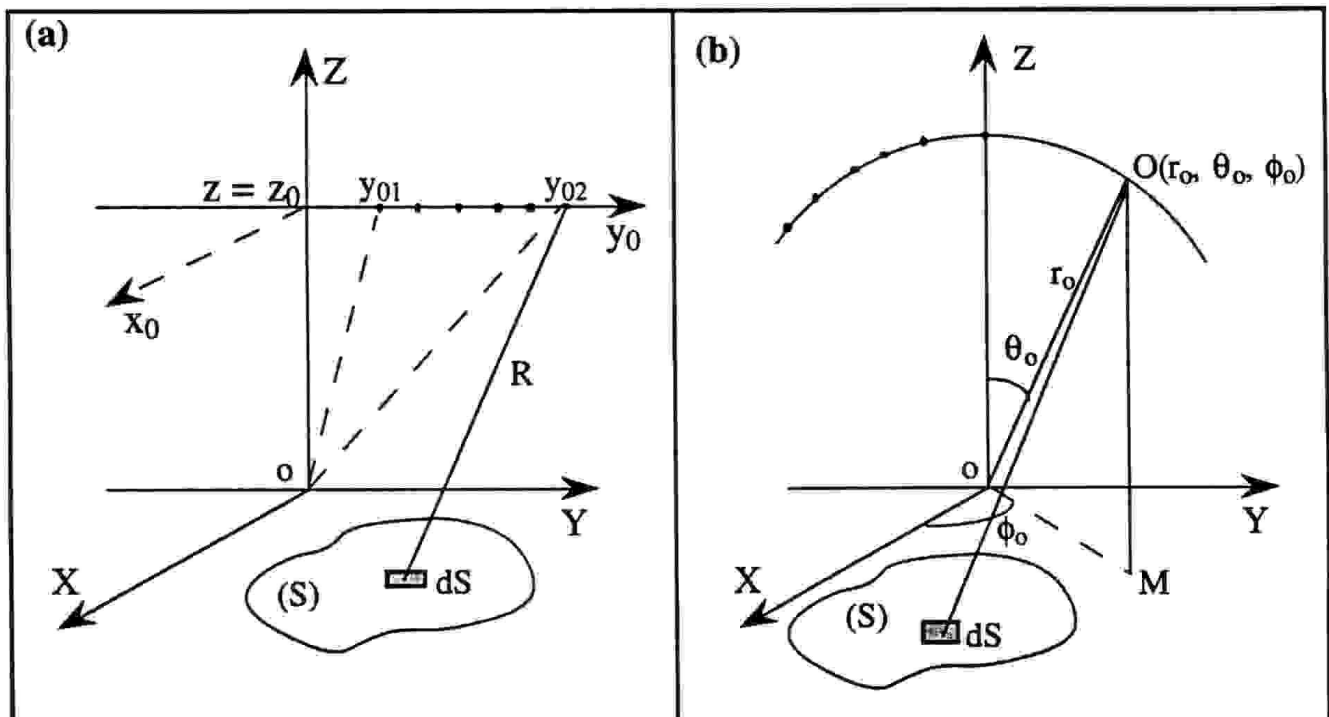


Fig.III.8: Définition des points d'observations et les notations utilisés.

- (a) distribution des points d'observation dans un système de coordonnées cartésiennes,
- (b) distribution des points d'observation dans un système de coordonnées sphérique.

### III.2.5- Paramètres du calcul.

Cette option est constituée de plusieurs paramètres qui doivent être spécifiés par l'opérateur. On peut distinguer:

- la fenêtre de moyennage  $\Delta t$ : celle-ci participe dans l'opération de la conversion de la série DR en réponse  $h_\phi$  échantillonnée de manière régulière (Fig.II.10). Dans la version de notre logiciel, la largeur de cette fenêtre correspond aussi à la période d'échantillonnage  $T_S$  de la réponse  $h_\phi$ :

$$T_S = \Delta t \quad (\text{III-11})$$

Conformément à l'équation (II-42) ce paramètre détermine la fréquence limite  $f_M$  jusqu'à laquelle les calculs sont précis.

- les conditions aux limites: elles sont définies par l'intermédiaire du coefficient de réflexion  $b$  sur l'interface source/milieu de propagation. ( $b = -1, 0$  ou  $1$ ). La spécification de ce coefficient permet de calculer les facteurs  $\alpha$  et  $\beta$  présents dans l'intégrale (III-1), à partir de l'équation (I-51). Cela revient donc à caractériser le type du baffle dans lequel la source acoustique est encastrée. Nous rappelons que selon les hypothèses de l'approche explicite présentées dans le paragraphe (I.2), la surface  $S$  de la source est toujours encastrée dans un baffle plan et infini de même impédance acoustique. Cela permet de limiter l'intégration seulement à la surface  $S$  (Fig.I.2).

- caractéristiques du milieu de propagation: elles sont caractérisées par la masse volumique  $\rho$  du milieu fluide et par la vitesse  $c$  de propagation des ondes dans ce milieu fluide.

- les paramètres de discrétisation de la surface du rayonnement: la procédure DR nécessite la discrétisation de la surface du rayonnement en un nombre de surface élémentaire de dimension  $\Delta S$ . Les paramètres de la discrétisation définissent donc les dimensions des surfaces élémentaires  $\Delta S$ . Etant donné que cette discrétisation dépend en grande partie de la forme géométrique de la surface  $S$ , le logiciel DREAM fournira un système de coordonnées adapté à chaque type de source choisie. Le problème du choix est présenté dans l'Annexe III.B.

### III.3- MODULE DE CALCUL

Une fois que les données du problème à traiter sont définies, le module du calcul permet de déterminer la réponse impulsionnelle de diffraction conformément aux principes et techniques décrits dans la section II.6 du chapitre précédent. Suivant les étapes de l'équation (II.31), (II.32) et (II.33), le calcul de la réponse impulsionnelle  $h_{\phi}(O,t)$ , en un point d'observation O, inclue deux phases:

- La première phase consiste à générer la série "DR", pour toute la surface du rayonnement S, pour laquelle chaque élément de la série sera représenté par une amplitude  $a_j$  (Fig.II.10, Eq.II.34).

- La seconde consiste à convertir la série "DR", ainsi obtenue, en une réponse de type  $h_{\phi}(O,t)$  à l'aide de l'opération (II.35) par l'intermédiaire de la procédure de l'échantillonnage de la série DR.

Cette procédure est assez comparable à la nature physique du phénomène ayant lieu durant la création du champ rayonné:

- les contributions élémentaires, originaires des éléments de surfaces  $\Delta S$ , sont propagées au point d'observation O (génération de la série "DR"),.
- toutes les contributions observées au point  $O(x_O, y_O, z_O)$  sont sommées (interférence) (le moyennage et l'échantillonnage de la série "DR").

Comme dans la "nature" une solution existe pour chaque cas réalisable en pratique, la solution existe aussi pour chaque cas causal (aucune singularité dans le calcul). Notons que notre procédure n'exige aucune solution analytique du problème modélisé avant le calcul.

### III.4- MODULE DE POST-TRAITEMENT

#### III.4.1- Formes temporelles du champ acoustique

Le signal d'entrée de ce module est la réponse impulsionnelle de diffraction en terme de potentiel de vitesse  $h_{\phi}(O,t)$ . A partir de là, la réponse en terme de pression  $h_p(O,t)$  et la réponse en terme de vitesse  $h_v(O,t)$  peuvent être déterminées respectivement suivant la relation (I-44) et (I-53.d).

Indépendamment, pour un signal d'excitation  $s(t)$  de forme quelconque (séparable dans l'espace), le potentiel de vitesse  $\phi(O,t)$ , la pression  $P(O,t)$  et la vitesse  $v(O,t)$  peuvent être déterminés en utilisant les relations (I-53). Pour faciliter les calculs, ce module comprend une bibliothèque contenant différentes signatures des signaux d'excitation couramment utilisés en acoustique. Les différentes formes des signaux d'entrées que nous avons choisis sont présentées dans le tableau III.3.

<u>Nom</u>	<u>Forme du signal <math>s(t)</math></u>	<u>Références</u>
Excitation harmonique classique	$A.\sin(2\pi f_0 t)$	-----
Impulsion à enveloppe carrée	$A.\sin(2\pi f_0 t) \Pi\left[\frac{t}{T}\right]$	Reibold et al. (1991a)
Impulsion à enveloppe Gaussienne	$A.\exp[-\alpha t] \sin(2\pi f_0 t)$	Weyns (1980a, 1980b)
Impulsion modulée par une gaussienne centrée sur $T/2$	$A.\exp\left[-\alpha\left(t - \frac{T}{2}\right)^2\right] \sin(2\pi f_0 t) \Pi(t/T)$	Coatelan et al, 1992
Excitation impulsionnelle	$A.\tanh^2\left(\frac{t}{t_f}\right) \left[1 - \tanh\left(\frac{t}{t_f}\right)\right] \cos 2\pi f_0 t$	Winkler et al, 1986 Nikoonahad et al, 1989
Excitation de Ricker de premier ordre	$- A. \frac{\omega_0^2}{2} (t - t_s) \exp\left[-\frac{\omega_0^2}{4}(t - t_s)^2\right]$	Ricker (1977)
Excitation de Ricker du second ordre	$A. [\omega_0^2(t - t_s)^2 - \omega_0^2/2] \exp\left[-\frac{\omega_0^2}{2}(t - t_s)^2\right]$	Ricker (1977)
Excitation impulsionnelle amortie	$A.t^3 \exp[-\alpha t] \sin(2\pi f_0 t)$	San Emeterio (1992), Denisenko et al. (1985)
Signal externe	défini par un opérateur	-----

Tableau III.3: Bibliothèque des signaux d'excitation d'entrées

Dans le tableau ci-dessus, les paramètres  $A$ ,  $f_0$ ,  $T$  et  $\alpha$  représentent respectivement l'amplitude, la fréquence de fonctionnement, la durée et le coefficient d'amortissement du signal d'excitation. Les temps  $t_f$  et  $t_s$  sont deux paramètres caractéristiques du signal d'excitation et sont imposés par l'opérateur.



Nous avons aussi prévu le cas d'un "signal externe" qui représente, en effet, une excitation délivrée par l'opérateur (cela correspond à une signature mesurée ou calculée) et qui est fournie au programme sous forme d'un fichier binaire.

### III.4.2- Représentation du champ dans l'espace

La représentation des réponses temporelles du champ calculé rend impossible la visualisation des résultats dans l'espace bidimensionnel. Il convient donc de caractériser une réponse sans paramètre temps. Ainsi, pour une réponse  $f(O, t)$  en tant que fonction de la position du point d'observation et du temps, certains auteurs retiennent le maximum d'amplitude du signal temporel de la réponse  $f(O, t)$ . D'autres considèrent son intégrale (énergie rayonnée dans une direction donnée). L'approche développée dans le logiciel DREAM permet d'évaluer le maximum de la valeur absolue du signal calculé dans le domaine de temps:

$$\text{Max}_t | f(O, t) | \quad (\text{III-12})$$

En utilisant cette définition on peut définir la directivité d'une source excitée par un signal arbitraire  $s(t)$  comme étant:

$$b(\theta, \phi) = \frac{\max_t | f(\theta, \phi, t) |}{\max_t | f(0, 0, t) |} \quad (\text{III-13})$$

ou  $\max_t | f(\theta, \phi, t) |$  et  $\max_t | f(0, 0, t) |$  représentent le maximum temporel de la grandeur acoustique  $f$  respectivement suivant la direction  $(\theta, \phi)$  et suivant la direction  $(0, 0)$ .

Dans le cas particulier d'une excitation harmonique de fréquence  $\omega = \omega_0$ , la fonction calculée par la relation (III-11) représente en effet l'amplitude normalisée  $P[O(\theta, \phi), \omega_0]$  de la réponse monofréquentielle. Elle peut être également retrouvée directement à partir de la relation (I-54) en calculant la fonction de transfert du système spatio-temporel source-point d'observation (Fig.I.6):

$$P(O, \omega = \omega_0) = H_p(O, \omega = \omega_0) = \mathcal{F}[h_p(O, t)]_{\omega = \omega_0} \quad (\text{III-14})$$

Ainsi, pour une excitation monochromatique  $\omega = \omega_0$ , la directivité peut donc être aussi déterminée de manière:

$$b(\theta, \phi) = \frac{|H_p(\theta, \phi, \omega = \omega_0)|}{|H_p(0, 0, \omega = \omega_0)|} \quad (\text{III-15})$$

Cette définition est équivalente à la définition (III-11) mais au regard du temps de calcul, elle se fait plus rapidement. Les signaux de sortie de ce module peuvent donc représenter soit les distributions uni ou bidimensionnelles des paramètres définis dans les équations (III-10) et (III-12), soit les diagrammes de directivité définis dans les équations (III-11) et (III-13).

### III.5- ORGANISATION DES CALCULS

L'organigramme synoptique de la figure III.9 explicite le déroulement des différentes procédures de calcul réalisées par le logiciel DREAM. Selon cette figure, la procédure de calcul débute par la définition du problème à traiter. Ensuite, avant de passer au module de calcul, le logiciel permet de ranger dans un fichier resultat.dat les données d'entrées du problème défini. Cela permet d'éviter la définition manuelle des données pour les calculs ultérieurs. Le format particulier de lecture et d'écriture de ce fichier, appelé format # dat #, permet une modification assez facile des données de ce fichier ainsi que sa visualisation à l'aide d'un éditeur ASCII.

Suivant le schéma de la figure III.9, le logiciel de calcul que nous avons développé a été conçu de façon interactive, c'est à dire que l'opérateur a plusieurs possibilités de retourner dans le module de données afin de modifier les paramètres du modèle et/ou du calcul. De même, il est possible d'entrer directement au niveau du module de post-traitement afin d'exploiter les réponses impulsionnelles calculées antérieurement. Pour cela nous avons développé un système de communication permettant aux différents programmes d'échanger de l'information par l'intermédiaire de fichiers (ASCII pour les données d'entrées et binaire pour les résultats de calcul). Ainsi, le logiciel DREAM rend, après chaque calcul, des fichiers résultats que d'autres programmes (tracé de courbe par exemple) peuvent à leur tour utiliser.

Dans la notation appliquée, les résultats de sorties générées par notre logiciel sont nommés de la manière suivante:

projet.dat -	fichier de données (ASCII)
resultat.rep -	réponse $h_\phi(O,t)$
resultat.pot -	réponse $\Phi(O,t)$
resultat.pre -	réponse $P(O,t)$
resultat.vit -	réponse $v(O,t)$
resultat.max -	réponse $\max[ f(t) ]$
resultat.spe -	module du spectre

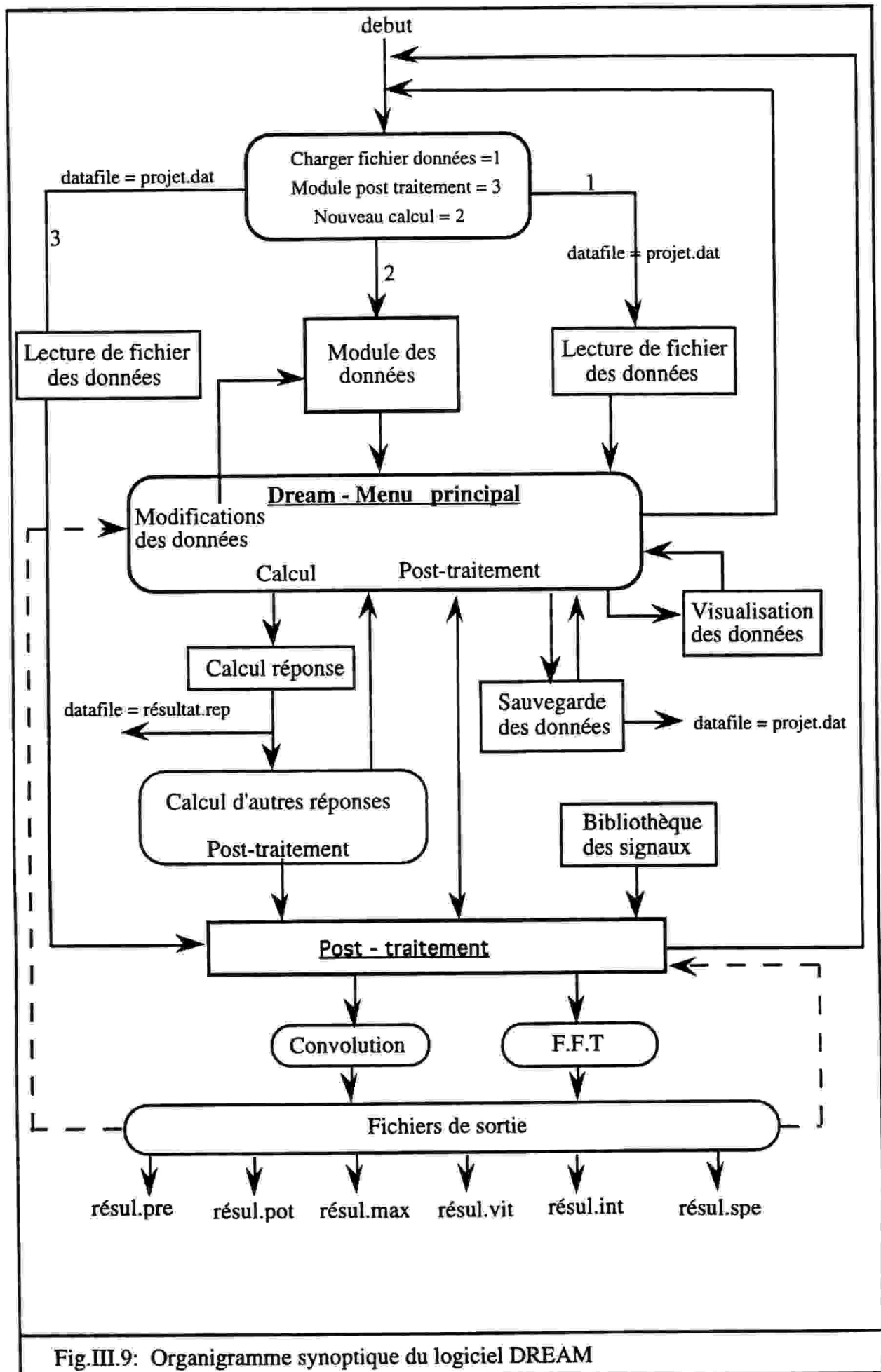


Fig.III.9: Organigramme synoptique du logiciel DREAM

### III.6- VISUALISATION GRAPHIQUE

Le module d'entrée permet de décrire le problème qui est ensuite résolu par le module de calcul. Cependant, la solution obtenue n'est pas directement exploitable du fait que la masse des informations numériques brutes, issues des calculs, est trop importante pour être comprise telle quelle par un être humain. Pour ce faire un logiciel graphique permettant une présentation synthétique des informations numériques sous forme graphique est utile pour faciliter leur interprétation.

### III.7- CONCLUSION

L'ambition de cette étude est d'élaborer un outil de calcul permettant une analyse complète d'une large variété des problèmes concernant le rayonnement et la formation du champ acoustique dans un fluide isotrope, homogène et linéaire. Selon cet objectif le programme DREAM permettant de calculer la réponse impulsionnelle ainsi que le champ des différentes grandeurs acoustiques a été développé et présenté. DREAM prend en compte les paramètres caractéristiques d'un transducteur (géométrie, focalisation, balayage, excitation,.....etc) et calcule précisément la réponse dans les champs proche et lointain. En effet, les possibilités offertes par DREAM permettent d'effectuer une grande majorité d'études, récemment publiées, pour lesquelles chacun des auteurs a développé individuellement sa propre méthode de calcul. Entre autre DREAM permet de modéliser tous les cas présentés dans le chapitre II.

Les calculs du champ acoustique, basés sur l'expression intégrale (III-1), peuvent être également adaptés à chacune des formules intégrales présentées dans la section I.3.

La version présentée du Logiciel DREAM peut être considérée comme base pour la poursuite vers une version plus complète et plus performante. En effet, une modification dans le module de post-traitement permettra d'inclure dans le menu:

- le calcul de la fonction de couplage du système "Transducteur - mur rigide - transducteur",
- le calcul de la vitesse et de l'intensité acoustique.

Cependant, conformément aux hypothèses indiquées au premier chapitre le logiciel:

- est adapté à l'analyse de sources planes et bafflées - les surfaces quasi-planes peuvent être modélisées si le rayon de courbure est grand par rapport à la longueur d'onde (diffraction secondaire négligeable) -.

- la distribution de vitesse  $V_n(M)$  est supposée connue et égale à celle imposée par l'opérateur. Par conséquent, certains phénomènes comme le couplage entre les éléments du transducteur, les vibrations du support du transducteur, les différents modes de vibration des transducteurs élémentaires, etc ..... ne sont pas pris en compte (leur considération exige l'utilisation de la méthode des Eléments Finis).

ANNEXE III-A:EXPRESSION ANALYTIQUE DES  
COEFFICIENTS D'APODISATION DE CHEBYSHEV

Dans un réseau linéaire, l'application d'une distribution d'apodisation de Chebyshev (C. L. Dolph, 1946) permet d'une part d'égaliser les niveaux des lobes secondaires et d'autre part de fournir un faisceau principal le plus étroit possible. La procédure de calcul, développée par Riblet (1947), permet d'obtenir les coefficients d'apodisation d'une telle distribution. Cette procédure est basée sur l'utilisation des polynômes de Chebyshev. Ces derniers sont exprimés par la relation:

$$T_m(x) = \cos(m.\cos^{-1}x) \quad |x| < 1 \quad (\text{III-A.1})$$

$$T_m(x) = \cosh(m.\cosh^{-1}x) \quad |x| \geq 1$$

où les fonctions d'ordre zéro et d'ordre un sont définies respectivement par:

$$T_0(x) = 1 \quad \text{et} \quad T_1(x) = x.$$

et les fonctions d'ordre supérieur à un vérifient la relation de récurrence:

$$T_{m+1}(x) = 2xT_m(x) - T_{m-1}(x) \quad (\text{III-A.2})$$

Toutes les fonctions d'ordre supérieur ou égal à deux sont caractérisées par:

- 1) un comportement oscillatoire entre  $\pm 1$
- 2) un nombre des zéros égal à l'ordre  $m$  de la fonction, pour  $-1 < x < 1$
- 3) un accroissement proportionnel à  $x^m$  pour  $|x| > 1$ .

Ces différentes caractéristiques sont illustrées sur la figure III.A.1 qui présente l'allure graphique des fonctions d'ordres quatre (Fig.III.A.1a) et cinq (Fig.III.A.1b).

La première caractéristique est utilisée pour la région des lobes secondaires, autrement-dit, le diagramme de rayonnement latéral (région des lobes secondaires) est identifié avec la région oscillatoire dans laquelle l'amplitude de toutes les oscillations est la même. Dans ce cas, tous les niveaux des lobes secondaires sont à égale amplitude. La région pour laquelle l'amplitude augmente proportionnellement à  $x^m$  est associée avec le lobe principal.

Ainsi, pour déterminer les coefficients d'apodisation le long d'un réseau linéaire constitué de N transducteurs, on s'est basé sur la procédure analytique de Stegen (1964). Les expressions analytiques de ces coefficients sont données par les relations suivantes:

- Pour un nombre 2N+1 (impair) de transducteurs, ces coefficients s'écrivent:

$$a_m = \frac{2}{2N+1} \left\{ r + 2 \sum_{k=1}^N T_{2N} \left( Z_0 \cos \frac{k\pi}{2N+1} \right) \cos \frac{2k\pi m}{2N+1} \right\} \quad (\text{III-A.3})$$

où  $m = 1, 2, 3, \dots, N$ .

- Pour un nombre 2N (pair) de transducteurs, on a:

$$a_{m+1} = \frac{1}{N} \left\{ r + 2 \sum_{k=1}^{N-1} T_{2N-1} \left( Z_0 \cos \frac{k\pi}{2N} \right) \cos \frac{k\pi(2m+1)}{2N} \right\} \quad (\text{III-A.4})$$

où  $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Dans la notation ci-dessus, r exprime l'atténuation (en dB) du niveau du lobe secondaire par rapport au niveau du lobe principal et  $Z_0$  est un paramètre donné par:

$$Z_0 = \cosh \left( \frac{1}{m} \cosh^{-1} r \right)$$

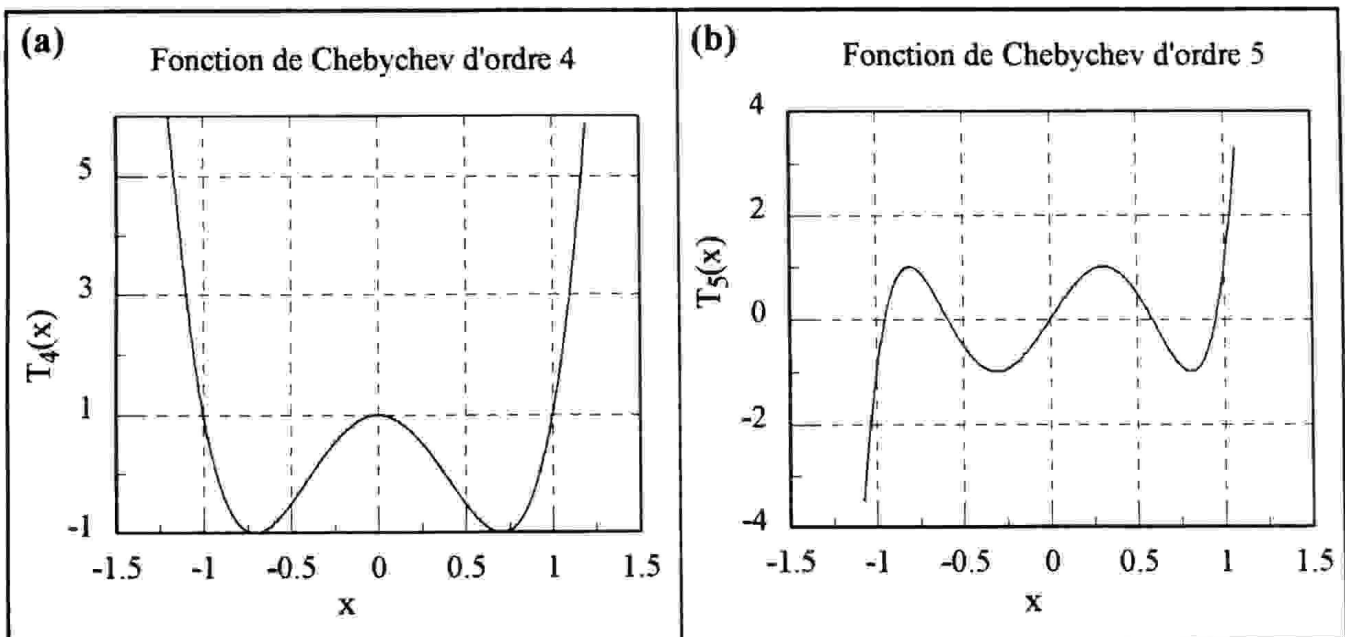


Fig.III.A.1: Formes des fonctions de Chebychev d'ordre quatre et cinq.  
 (a) fonction d'ordre quatre; (b) fonction d'ordre cinq

ANNEXE III-B:

PARAMETRES DE DISCRETISATION  
 SPATIALE DE LA SURFACE DE RAYONNEMENT

A l'issue de l'équation (III-1), la modélisation d'une structure acoustique par la méthode de la représentation discrète nécessite la discrétisation de la surface de rayonnement en découpant cette dernière en un nombre fini de sources élémentaire  $\Delta S$ . Comme cette discrétisation dépend en grande partie de la forme géométrique de la source utilisée, il s'en suit que la surface de rayonnement peut être construite à partir d'un nombre fini de surface élémentaire dû a une opération de translation (cas d'une surface rectangulaire) et/ou de rotation (surface courbe).

III-B.1- Discrétisation de surfaces planes

III-B.1.1- Cas de sources rectangulaires

Pour une structure rectangulaire de longueur  $2a$  et de largeur  $2b$  (Fig.III-B.1.a), la surface de rayonnement est discrétisée en un nombre fini de source élémentaire de dimension  $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$ . Les nombres de divisions suivant les axes (OX) et (OY) sont donnés respectivement par:

$$N = \frac{2a}{\Delta x} \qquad M = \frac{2b}{\Delta y} \qquad \text{(III-B.1a)}$$

Les coordonnées du centre de chaque source élémentaire sont exprimées par:

$$x_n = -a + (n + 0.5)\Delta x \qquad y_m = -b + (m + 0.5)\Delta y \qquad \text{(III-B.1b)}$$

où:  $n = 0, 1, \dots, N$ ; et  $m = 0, 1, \dots, M$ .

Cette approche est adaptée à n'importe quelle forme d'un réseau de transducteurs rectangulaires plans.

III-B.1.2- Cas de sources circulaires

Pour ce type de transducteurs, l'utilisation des coordonnées cylindriques  $(r, \psi)$  est mieux adoptée à la discrétisation de la surface de rayonnement. Ainsi, en considérant un transducteur annulaire de rayon interne  $b$  et de rayon externe  $a$  (Fig.III-B.1.b), la surface de rayonnement

peut être discrétisée en un nombre fini de sources élémentaires obtenues à l'aide d'une opération de translation suivant l'axe radial (axe  $e_r$ ) (voir Fig.III-B.1.b) suivie d'une rotation autour de l'axe z. Les nombres de divisions suivant ces deux axes sont donnés respectivement par:

$$N = (a - b)/\Delta r \qquad M = 2\pi/\Delta\psi \qquad \text{(III-B.2a)}$$

avec  $\Delta r$  et  $\Delta\psi$  étant les pas d'échantillonnage spatial.

Les composantes de point source  $M_s$  dans le système de coordonnées cartésiennes sont exprimées par:

$$x_s = r_n \cos(\psi_m) \qquad y_s = r_n \sin(\psi_m) \qquad \text{(III-B.2b)}$$

avec:

$$r_n = b + (n + 0.5)\Delta r \qquad \psi_m = (m + 0.5)\Delta\psi \qquad \text{(III-B.2c)}$$

Ainsi, l'utilisation de cette méthode de discrétisation peut être facilement adaptée à n'importe quelle forme plane de source acoustique à symétrie axiale incluant un réseau annulaire.

### III-B.2- Discrétisation de surfaces courbes

Seuls les cas de surfaces sphérique, cylindrique et conique sont considérés dans cette section, mais la méthode peut être appliquée à n'importe quelle forme de surface courbe à symétrie axiale.

Pour ces types de transducteurs on suppose que la surface de rayonnement est faiblement courbée de telle sorte que la diffraction secondaire soit négligeable. Suivant ces conditions la réponse impulsionnelle peut être représentée par l'équation (III-1) et la méthode de la représentation discrète peut s'appliquer à ces types de transducteurs.

#### III-B.2.1- Coupelle sphérique

Une section transversale d'une coupelle sphérique de rayon de courbure R et de rayon latéral "a" est présentée dans la figure III-B.1.c. Pour ce type de transducteur, la surface de rayonnement est discrétisée en utilisant les coordonnées sphériques (R,  $\theta$ ,  $\psi$ ). Les nombres de divisions N et M de la surface de rayonnement sont donnés par:

$$N = \frac{\theta}{\Delta\theta} \qquad M = \frac{2\pi}{\Delta\psi} \qquad \text{(III-B.3a)}$$



où  $\Delta\theta$  et  $\Delta\psi$  représentent respectivement le pas d'échantillonnage suivant l'angle d'élévation et azimutale, et  $\theta$  l'angle d'ouverture de la coupelle sphérique exprimé par:  $\theta = \sin^{-1}(a/R)$ .

Dans le système de coordonnées cartésiennes, les composantes du point source sont exprimées par la relation:

$$x_s = r_n \cos(\psi_m) \quad y_s = r_n \sin(\psi_m) \quad z_s = z_n = R (1 - \cos(\theta_n)) \quad (\text{III-B.3b})$$

avec:

$$\theta_n = (n + 0.5)\Delta\theta \quad \psi_m = (m + 0.5)\Delta\psi \quad r_n = R \cos(\theta_n) \quad (\text{III-B.3c})$$

Notons que cette discrétisation peut être facilement appliquée à une source ou un réseau de N transducteurs annulaires concave (Arditi et al., 1981) ou convexe.

### III-A.2.2- Source cylindrique concave

Une section transversale d'une source cylindrique concave de rayon de courbure R, de hauteur h et de rayon latéral a est présentée dans la figure III-B.1.d. Pour ce type de transducteurs, la surface de rayonnement est discrétisée en utilisant les coordonnées cylindriques (R,  $\theta$ , y). Les nombres de divisions N et M de la surface de rayonnement sont donnés par:

$$N = \frac{\theta}{\Delta\theta} \quad M = \frac{h}{\Delta y} \quad (\text{III-B.4a})$$

où  $\Delta\theta$  et  $\Delta y$  représentent respectivement le pas d'échantillonnage angulaire et axial, et  $\theta$  l'angle d'ouverture de la source cylindrique exprimé par:  $\theta = \sin^{-1}(a/R)$ .

Dans le système de coordonnées cartésiennes, les composantes du point source sont exprimées par la relation:

$$x_s = R \sin(\theta_n) \quad z_s = R (1 - \cos\theta_n) \quad y_s = y_m \quad (\text{III-B.4b})$$

avec:

$$\theta_n = (n + 0.5)\Delta\theta \quad y_m = (m + 0.5)\Delta y \quad (\text{III-B.4c})$$

Suivant une telle démarche la méthode de calcul peut être appliquée à l'analyse de la réponse impulsionnelle d'un réseau de transducteurs cylindriques concave ou convexe.

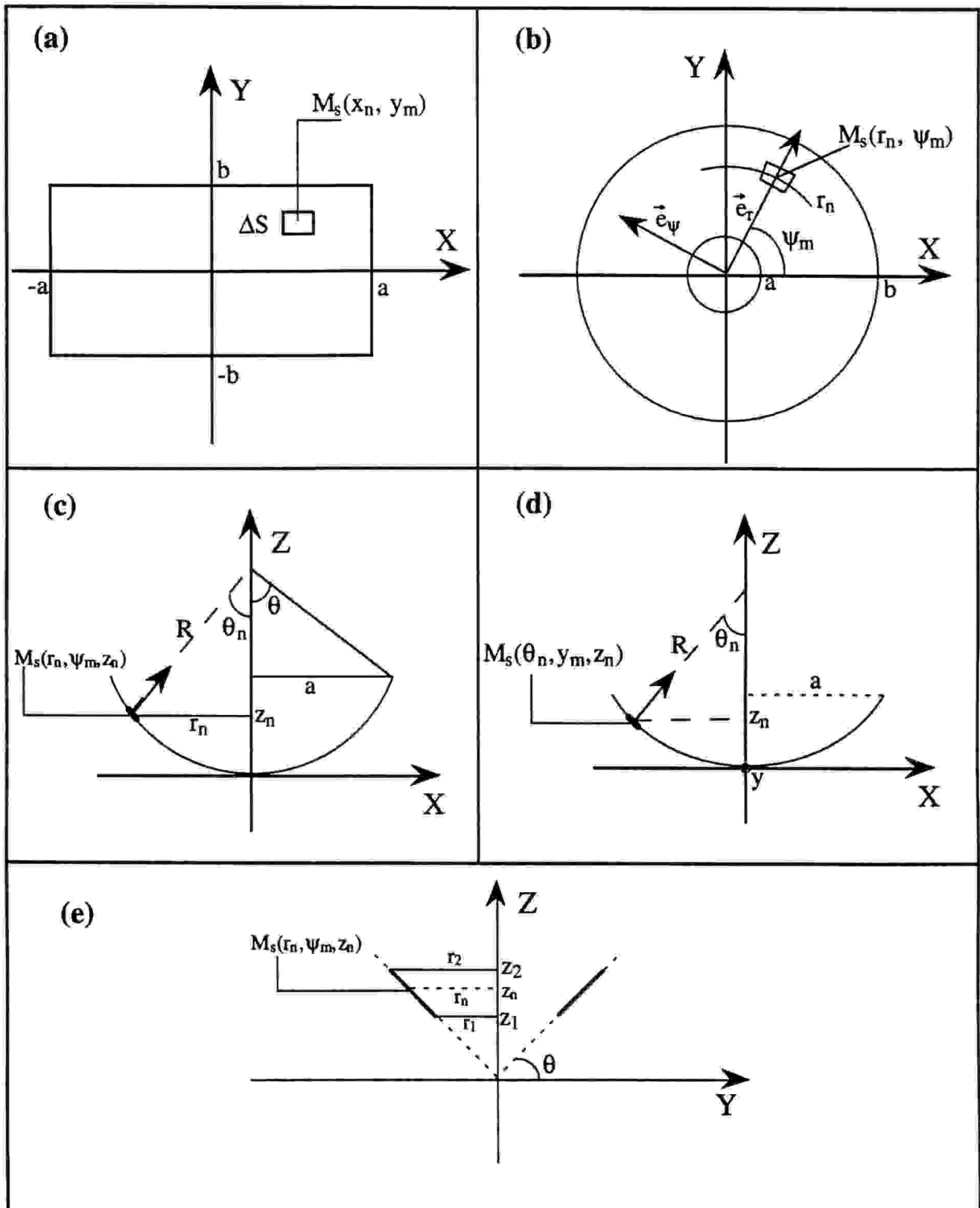


Fig.III-B.1: Quelques formes géométriques incorporées dans le logiciel du calcul et les transformations de coordonnées utilisées pour la discrétisation de la surface de rayonnement  
 (a) source rectangulaire, (b) source circulaire, (c) coupelle sphérique concave, (d) source cylindrique concave, (e) source conique.

### III-B.2.3- Source conique

Une section transversale d'une source conique d'angle d'ouverture  $\theta$  avec des rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2$  est présentée dans la figure III.B.1.e. Comme dans le cas précédent, l'utilisation des coordonnées cylindriques permet de discrétiser la surface de rayonnement en un nombre fini de sources élémentaires:

$$N = \frac{z_2 - z_1}{\Delta h} \qquad M = \frac{2\pi}{\Delta\psi} \qquad \text{(III-B.5a)}$$

où  $\Delta\psi$  et  $\Delta y$  représentent respectivement le pas d'échantillonnage angulaire et axiale.

Dans le système de coordonnées cartésiennes, les composantes du point source sont exprimées par la relation:

$$x_s = r_n \cos(\psi_m) \qquad y_s = r_n \sin(\psi_m) \qquad z_s = z_n \qquad \text{(III-B.5b)}$$

avec:

$$z_n = z_1 + (n + 0.5)\Delta h \qquad \psi_m = (m + 0.5)\Delta\psi \qquad r_n = \frac{z_n}{\tan \theta} \qquad \text{(III-B.5c)}$$

### III-B.3- Discrétisation d'un élément de l'option "matrice arbitraire" ou de la "Structure 3D"

Pour étudier la discrétisation de la surface ( $S_i$ ) d'un transducteur élémentaire de la "structure 3D" (Fig.III-B.2.a) par rapport au repère cartésien  $CX'Y'Z'$  (dont les axes  $CX'$ ,  $CY'$  et  $CZ'$  sont respectivement parallèles aux axes  $OX$ ,  $OY$  et  $OZ$ ), il est nécessaire d'introduire un repère auxiliaire  $CX_1Y_1Z_1$  lié à la surface  $S_i$  (où l'axe  $CZ_1$ , passant par le point  $C$ , est confondu avec la normale  $\mathbf{n}$  de la surface  $S_i$ ). Au point  $C$  de la surface à modéliser, ce repère doit être défini à partir du repère  $CX'Y'Z'$ .

Par ailleurs, pour permettre le calcul dans le repère  $CX'Y'Z'$ , le repère  $CX_1Y_1Z_1$  doit être défini à partir du repère de maillage, noté  $Ce_r e_\psi Z_1$ .

Il vient alors que les rotations successives sont:

- une rotation d'angle  $\phi$  autour de  $CZ'$  faisant passer du repère  $CX'Y'Z'$  au repère  $CX''Y_1Z'$  tel que l'axe  $CZ_1$  appartienne au plan  $CX''Z'$  (Fig.III-B.2.b).

- une rotation d'angle  $\theta$  autour de  $CY_1$  faisant passer du repère  $CX''Y_1Z'$  au repère  $CX_1Y_1Z_1$  (Fig.III-B.2.c).

- une rotation d'angle  $\psi$  autour de  $CZ_1$  faisant passer du repère  $CX_1Y_1Z_1$  au repère  $Ce_1e_2e_3Z_1$  (Fig.III-B.2.d).

Ainsi, la matrice d'une rotation élémentaire d'angle  $\phi$  est la matrice liant les coordonnées  $(x', y', z')$  d'un point M dans le nouveau repère à ces coordonnées  $(x, y, z)$  dans l'ancien repère. La relation correspondante:

$$\begin{aligned}x &= x' \cos\phi - y' \sin\phi \\y &= x' \sin\phi + y' \cos\phi \\z &= z'\end{aligned}\tag{III-B.6}$$

peut se mettre sous la forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = [P_\phi] \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}\tag{III-B.7}$$

où

$$[P_\phi] = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{III-B.8}$$

$[P_\phi]$  est alors la matrice unitaire caractérisant cette rotation d'angle  $\phi$ . Par raisonnement similaire les expressions des autres matrices de rotation d'angles  $\theta$  et  $\psi$  peuvent être établies:

$$[P_\theta] = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}\tag{III-B.9}$$

$$[P_\psi] = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{III-B.10}$$

et la matrice  $[P]$  caractérisant la succession des rotations est obtenue par produit des matrices élémentaires:

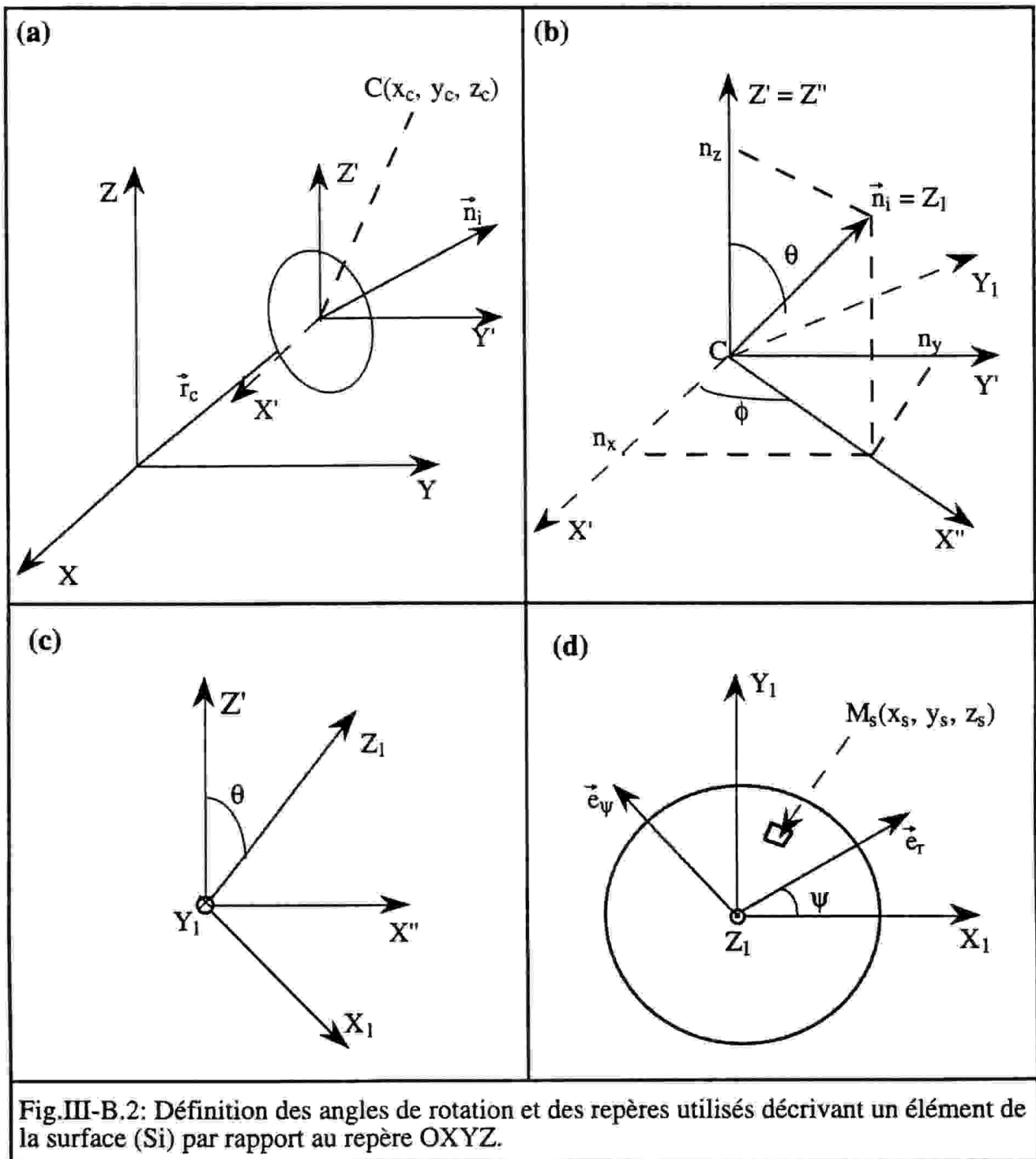
$$[P] = \begin{bmatrix} \cos\phi.\cos\theta.\cos\psi - \sin\phi.\sin\psi & -\cos\phi.\cos\theta.\sin\psi - \sin\phi.\cos\psi & \cos\phi.\sin\theta \\ \sin\phi.\cos\theta.\cos\psi + \cos\phi.\sin\psi & -\sin\phi.\cos\theta.\sin\psi + \cos\phi.\cos\psi & \sin\phi.\cos\theta \\ -\sin\theta.\cos\psi & \sin\theta.\sin\psi & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Ainsi, en suivant cette démarche et en faisant appel aux équations de discrétisation (III-B.2), les coordonnées  $(x_s, y_s, z_s)$  d'un point  $M_s$  de l'élément  $\Delta S$  par rapport au repère  $CX'Y'Z'$  s'écrivent:

$$\begin{aligned} x_s &= r_n.\cos\phi.\cos\theta.\cos\psi_n - r_n.\sin\phi.\sin\psi_n \\ y_s &= r_n.\sin\phi.\cos\theta.\cos\psi_n + r_n.\cos\phi.\sin\psi_n \\ z_s &= -r_n.\sin\theta.\cos\psi_n \end{aligned} \quad (\text{III-B.11})$$

avec:

$$r_n = (n + 0.5) \Delta r \qquad \psi_m = (m + 0.5) \Delta \psi$$



## CHAPITRE IV

### VALIDATION DU LOGICIEL

Ce chapitre présente deux objectifs principaux: le premier consiste à valider la capacité de la méthode de la Représentation Discrète décrite dans la section V du Chapitre II, et le second consiste à tester le fonctionnement du logiciel DREAM développé et présenté dans le Chapitre III. Cette validation est effectuée au moyen de la comparaison systématique des résultats de calcul avec les solutions analytiques existantes. Les nombreux tests choisis couvrent différentes procédures incluses dans le logiciel. L'expérience acquise durant la conduite de ces tests a permis de mieux cerner le domaine de validité de la méthode "DR" et, en fonction des limitations dégagées, de passer aux applications qui seront présentées dans Chapitre V.

## IV.1- PROPOS LIMINAIRES

Dans le cas général, la représentation discrète  $\{a_j\}$  de la réponse impulsionnelle présente une série d'impulsions dont la densité temporelle et les amplitudes peuvent être quelconques (Fig.II.10.b). Selon la formule (II-41), le calcul converge vers la solution analytique si le nombre  $J$  des surfaces élémentaires  $\Delta S$  est très élevé. Cela signifie que, dans la procédure d'échantillonnage de la série (Fig.II.10.c), le nombre de "bâtons"  $n_e$  interceptés par chaque fenêtre d'échantillonnage doit être également très élevé. Afin de pouvoir contrôler ce phénomène, nous avons introduit un paramètre  $n_e$  qui indique le nombre d'impulsions le plus faible qui "tombent dans une fenêtre"  $\Delta t$ , pendant la procédure d'échantillonnage:

$$n_e = \min [\{n_k, k = 1, \dots, K\}], \quad (\text{IV-1})$$

où  $K$  est le nombre de fenêtres d'échantillonnage (donc nombre d'échantillons de la réponse calculée; Fig.II.10).

La précision des calculs sera étudiée à travers une comparaison de la réponse impulsionnelle calculée  $h_\phi(t)$ , avec la solution analytique exacte du problème  $h_a(t)$ . Pour cela, il est intéressant de définir l'erreur relative de calcul  $\Delta e$  comme étant:

$$\Delta e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K |h_{\phi a}(t_k) - h_\phi(t_k)|^2}{\sum_{i=1}^N h_{\phi a}^2(t_k)}} \quad (\text{IV-2})$$

Tous les tests présentés dans ce chapitre ont été réalisés pour le cas d'une source placée dans un baffle infini et rigide et pour le milieu de propagation fluide caractérisé par:

Vitesse de propagation	$c = 1500 \text{ m/s}$
Masse volumique	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .



## IV.2- PISTON CIRCULAIRE:

Le premier test de validation a été réalisé sur un piston circulaire de rayon "a" dont la géométrie est présentée dans la figure IV.1.a. La surface du piston a été modélisée par des surfaces élémentaires carrées, prises sous la forme  $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$  (discrétisation en coordonnées rectangulaires; Annexe III.B.1).

### IV.2.1- Les réponses impulsionnelles pour une excitation uniforme

Les figures IV.1 et IV.2 présentent l'étude de la précision du calcul de la réponse  $h_\phi$  en fonction du pas de discrétisation  $\Delta x$  et  $\Delta y$  (donc pour différentes valeurs du paramètre  $n_e$ ). Les réponses impulsionnelles sont normalisées par la vitesse de propagation "c". Le calcul de ces réponses a été effectué pour différentes positions du point d'observation le long de l'axe latéral du piston à une distance  $z_0 = 1.5a$ :

- les sections (b) à (e) de la figure IV.1 présentent les réponses au point O situé sur l'axe du piston,
- les sections (a), (c) et (e) de la figure IV.2 correspondent au point O situé hors de l'ombre géométrique du piston,
- les sections (b), (d) et (f) de la figure IV.2 correspondent au point d'observation O situé en face du bord du piston.

Sur ces figures, chaque réponse calculée (courbe en trait plein) est comparée avec la solution analytique exacte (courbe en trait pointillé) obtenue par l'approche de l'observateur local (Eq.II-5). Nous rappelons que la réponse sur l'axe est donnée par l'impulsion rectangulaire d'amplitude égale à c. Chaque résultat est caractérisé par l'erreur de calcul  $\Delta e$  (Eq.IV-2) ainsi que par le nombre  $n_e$  défini par l'équation (IV-1).

L'analyse de ces résultats confirme que la précision des calculs augmente avec la densité de discrétisation de la surface de rayonnement. En plus, leur comparaison montre, qu'en appliquant les mêmes paramètres du calcul  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , on peut obtenir des précisions différentes en fonction de la position du point d'observation. On constate que la précision augmente même pour  $n_e$  relativement plus faible, si la forme temporelle de la réponse est plus lisse ( sans discontinuités brutales: comparer la figure IV.1.d et IV.2.e).

La figure IV.3 présente l'influence de la position du point d'observation sur la précision de calcul pour une discrétisation constante ( $J = \text{const}$ ). Comme précédemment, les réponses

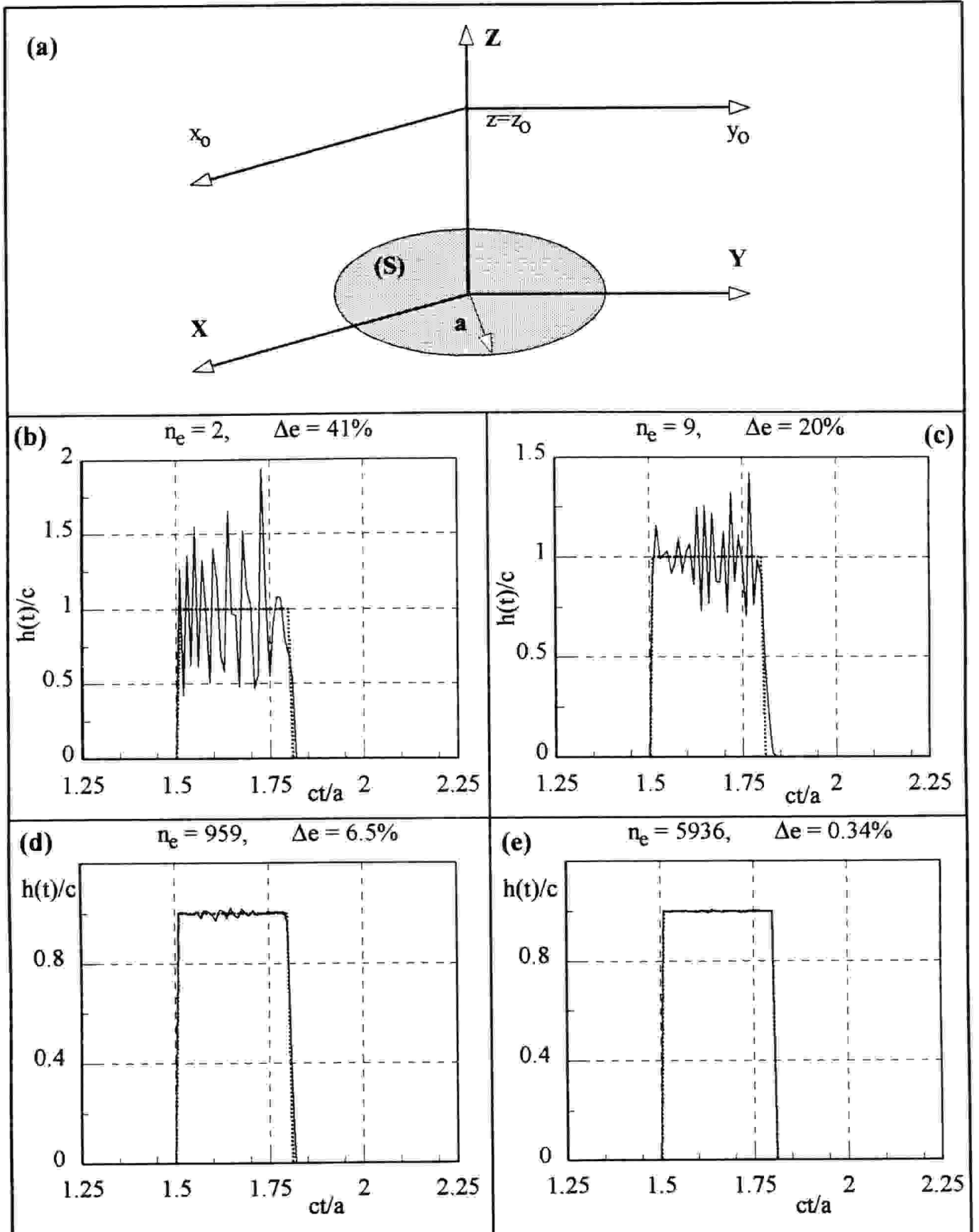


Fig.IV.1: Réponses impulsionnelles d'un piston rigide de rayon "a" excité uniformément, calculées en coordonnées cartésiennes ( $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$ ) et présentées en fonction de  $ct/a$ , pour le point d'observation placé sur son axe à la distance  $z_0 = 1.5a$ , et pour les paramètres du calcul:  $\Delta t = 0.01a/c$  et pour différents pas de discrétisation  $\Delta x$  et  $\Delta y$ .

(.....): solution analytique; (—): solution calculée;  
 (a) Géométrie du problème; (b)  $\Delta x = \Delta y = 0.1a$  ( $J = 318$ ); (c)  $\Delta x = \Delta y = 0.05a$  ( $J = 1268$ );  
 (d)  $\Delta x = \Delta y = 0.01a$  ( $J = 31.5 \cdot 10^3$ ); (e)  $\Delta x = \Delta y = 0.005a$  ( $J = 12.6 \cdot 10^4$ ).

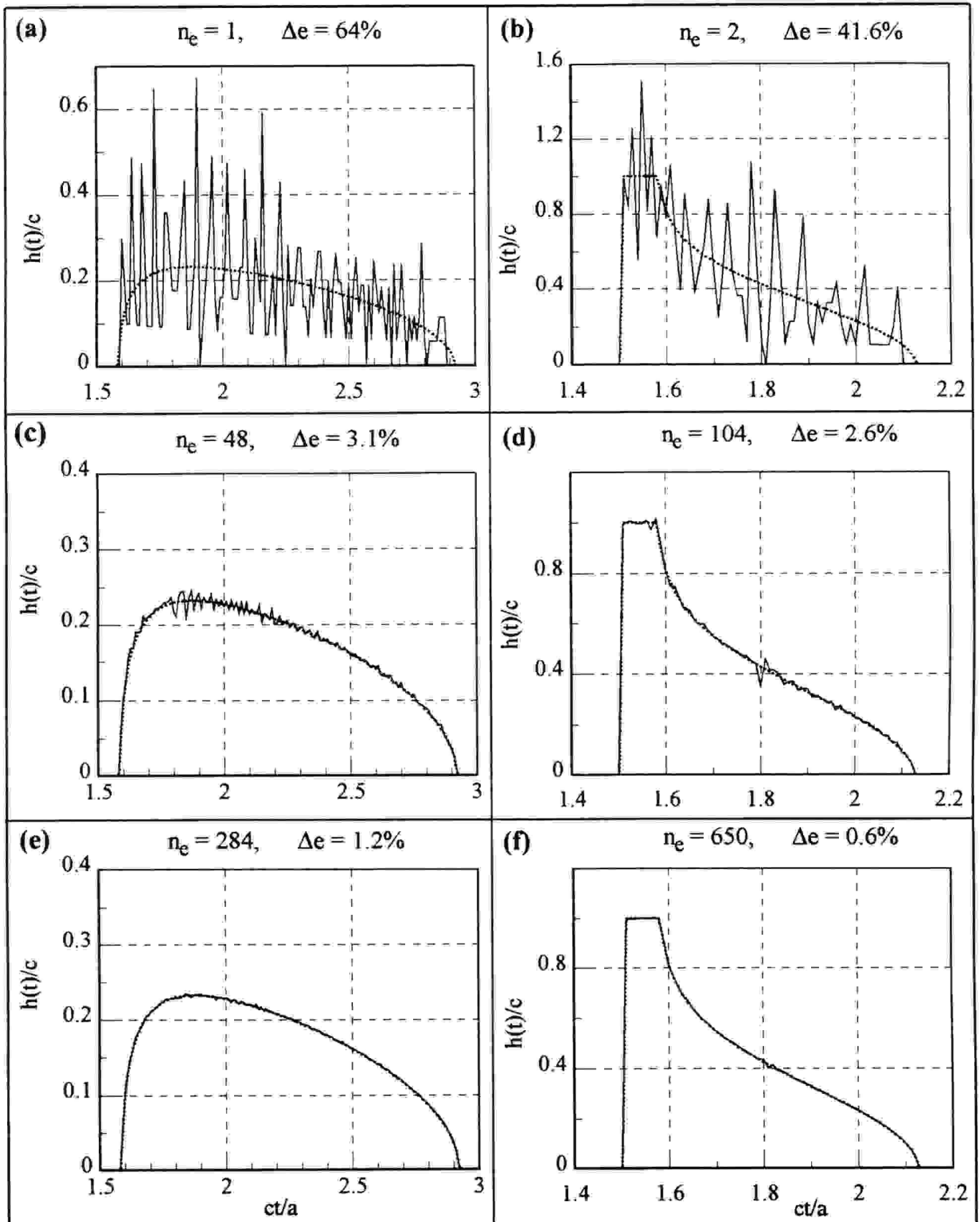


Fig.IV.2: Résultats de calculs de la figure IV.1 mais pour les points d'observations placés hors l'axe du piston. Les figures (a), (c) et (e) correspondent au point d'observation  $(x_0 = 1.5a, y_0 = 0, z_0 = 1.5a)$  et les figures (b), (d) et (f) correspondent au point d'observation  $(x_0 = 0.5a, y_0 = 0, z_0 = 1.5a)$ .

(.....): solution analytique; (—): solution calculée.

(a), (b):  $\Delta x = \Delta y = 0.1a$  ( $J = 318$ ); (c), (d):  $\Delta x = \Delta y = 0.01a$  ( $J = 31.5 \cdot 10^3$ );

(e), (f):  $\Delta x = \Delta y = 0.005a$  ( $J = 12.6 \cdot 10^6$ ).

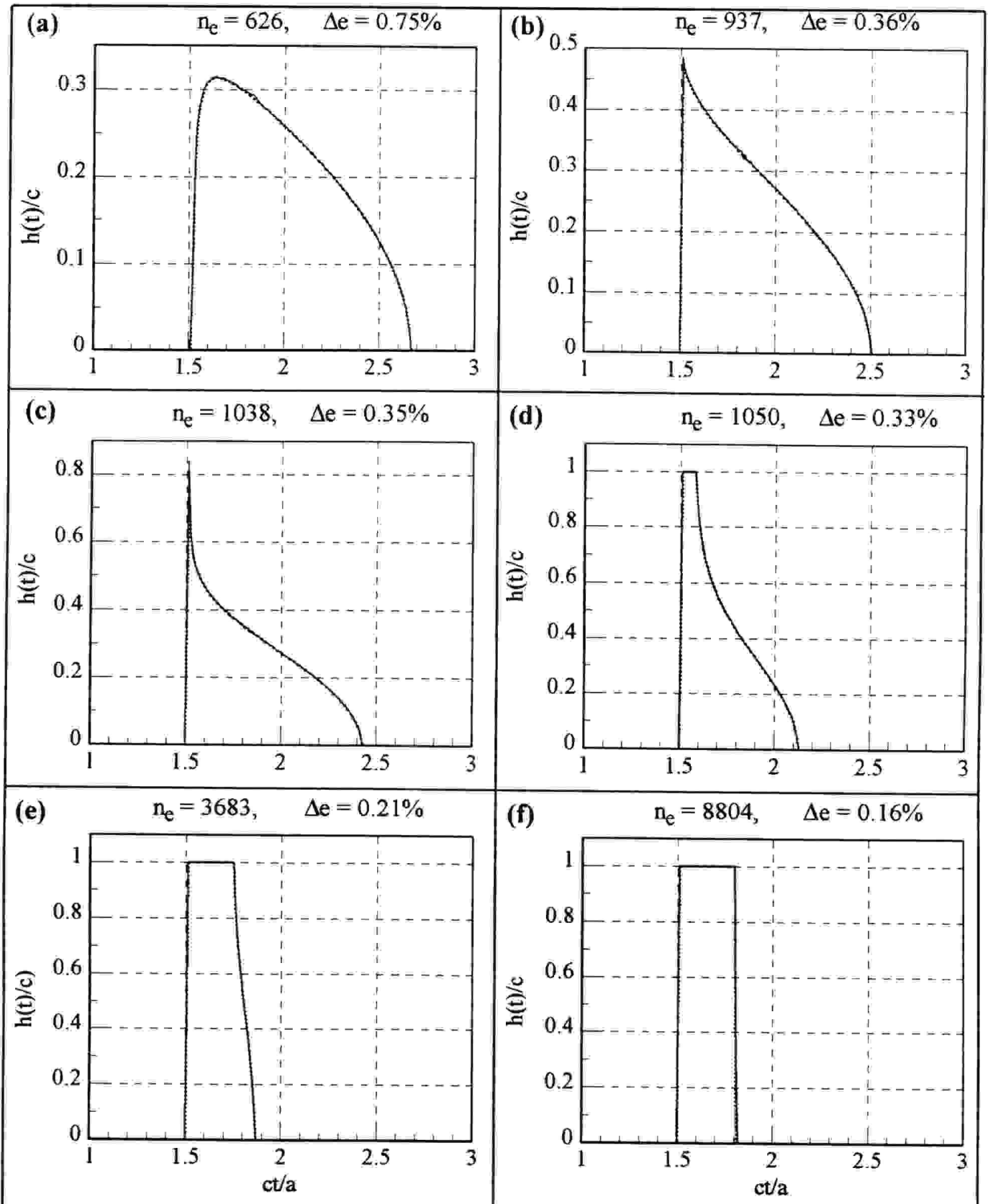


Fig.IV.3: Réponses impulsionnelles d'un piston circulaire de rayon "a" excité uniformément, calculées dans différentes positions du point d'observation à une distance  $z_0 = 1.5a$  du piston et présentées en fonction de  $ct/a$  et  $x_0/a$ .

Les paramètres du calcul étant :  $\Delta t = 0.01a/c$  et  $\Delta x = \Delta y = 0.003a$ .

( ..... ) : réponses analytiques; ( ——— ) : réponses calculées.

(a) :  $x_0 = 1.2a, y_0 = 0$ ; (b) :  $x_0 = a, y_0 = 0$ ; (c) :  $x_0 = 0.9a, y_0 = 0$ ;

(d) :  $x_0 = 0.5a, y_0 = 0$ ; (e) :  $x_0 = 0.1a, y_0 = 0$ ; (f) :  $x_0 = 0, y_0 = 0$ .

calculées sont comparées directement aux solutions analytiques. On constate que l'erreur  $\Delta e$  augmente quand la durée de la réponse impulsionnelle devient plus grande. Ceci s'explique par le fait que dans telle situation le paramètre  $n_e$  diminue ce qui confirme la formule (II-41).

Ces différents tests prouvent que la solution calculée converge vers sa contrepartie analytique, lorsque le paramètre  $n_e$  augmente.

#### IV.2.2- Pression acoustique pour une excitation harmonique uniforme

La figure IV.4 présente la distribution de l'amplitude de la pression acoustique suivant l'axe  $OZ_0$  (axe normal au piston)  $P(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0)$  pour une excitation harmonique et pour trois valeurs du rapport  $a/\lambda$ : 1, 2.5 et 5. Les réponses impulsionnelles qui ont servi à ces calculs ont été déterminées avec  $n_e = 9$  et  $\Delta e = 20\%$  (Fig.IV.1.c). L'amplitude de la pression a été obtenue par les relations (I-53.b) et (III-11), pour  $s(t) = \sin(\omega t)$ .

Ces résultats sont comparés aux solutions obtenues par la méthode de la source ponctuelle développée par Zemanek ( section II.5.1, Zemanek 1971).

En même temps, les résultats obtenus avec notre logiciel ont été comparés avec la solution analytique exacte exprimés par la relation (Chen, 1993):

$$|P(z_0, \lambda)| = 2\rho c \sin\left[\frac{\pi(\sqrt{a^2 + z_0^2} - z_0)}{\lambda}\right] \quad (IV-3)$$

Ces comparaisons sont présentées respectivement sur les figure IV.4 et IV.5.

La comparaison des erreurs montre que la précision de notre méthode est tout à fait satisfaisante et qu'elle est plus précise que celle de Zemanek. Notons que les calculs de Zemanek exigent une adaptation de la densité de discrétisation en fonction du rapport  $a/\lambda$ , ce qui était respecté pendant ce calcul. Au contraire, nos calculs ont été réalisés avec une densité de discrétisation constante. A l'issue de ce test, il faut remarquer que la précision du calcul de la pression acoustique pour le cas d'une excitation harmonique est meilleure que celle de la réponse impulsionnelle qui a servi pour ces calculs.

#### IV.2.3- Les réponses impulsionnelles pour une excitation non uniforme

Dans le but de valider la bibliothèque des fonctions d'apodisation incorporée dans le logiciel DREAM, nous avons calculé les réponses impulsionnelles d'un piston circulaire pour

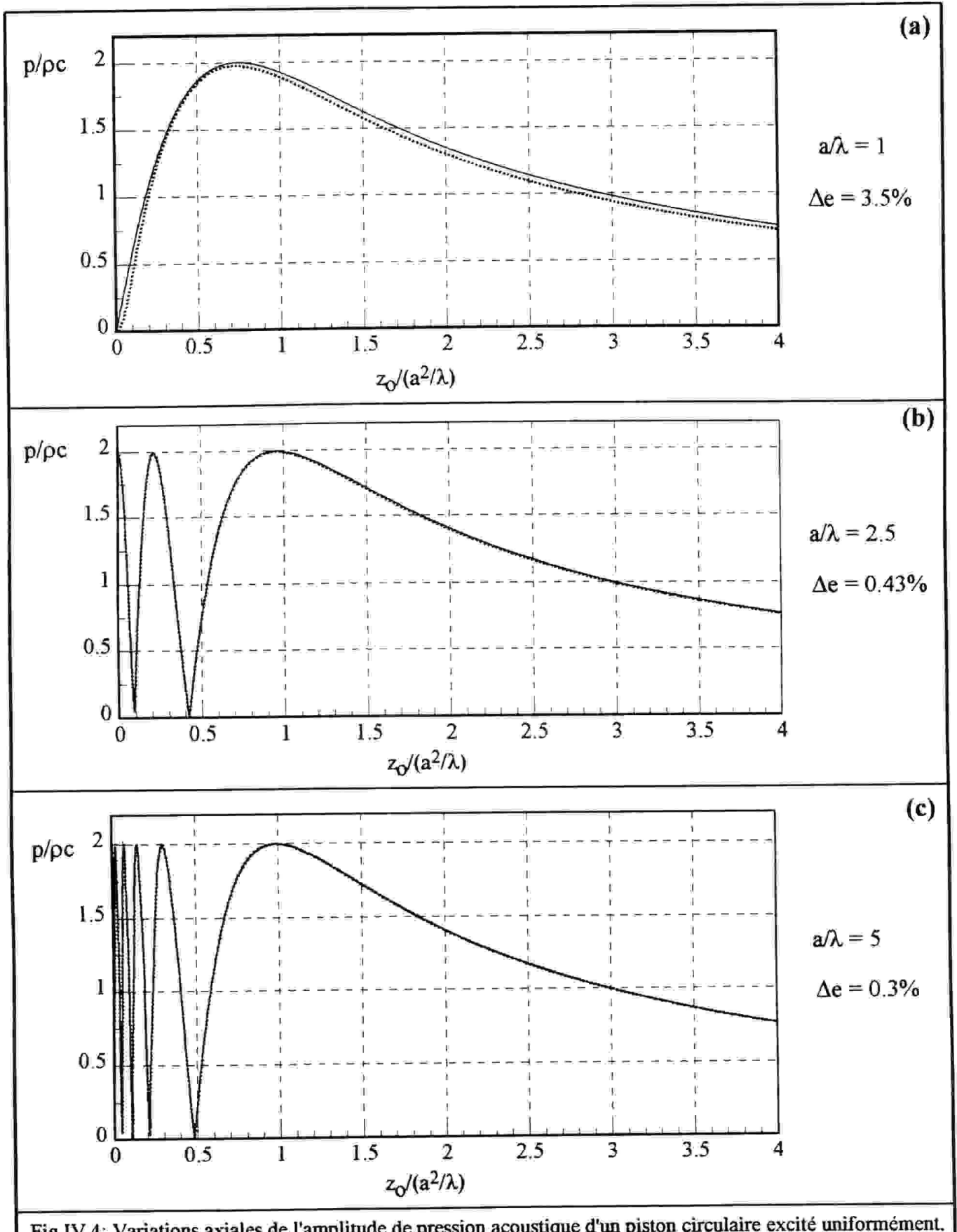


Fig.IV.4: Variations axiales de l'amplitude de pression acoustique d'un piston circulaire excité uniformément, normalisées par l'impédance caractéristique  $\rho c$  du milieu, calculées pour différentes valeurs du rapport  $a/\lambda$ , et comparées aux solutions de Zemanek (excitation harmonique).

Les paramètres du calcul sont:  $\Delta t = 0.01a/c$ ,  $\Delta x = \Delta y = 0.05a$ .

(a)  $a/\lambda = 1$ ; (b)  $a/\lambda = 2.5$ ; (c)  $a/\lambda = 5$ .

(.....) : résultats du calcul obtenus par la méthode de Zemanek;

(—) : résultats du calcul de l'approche proposée.

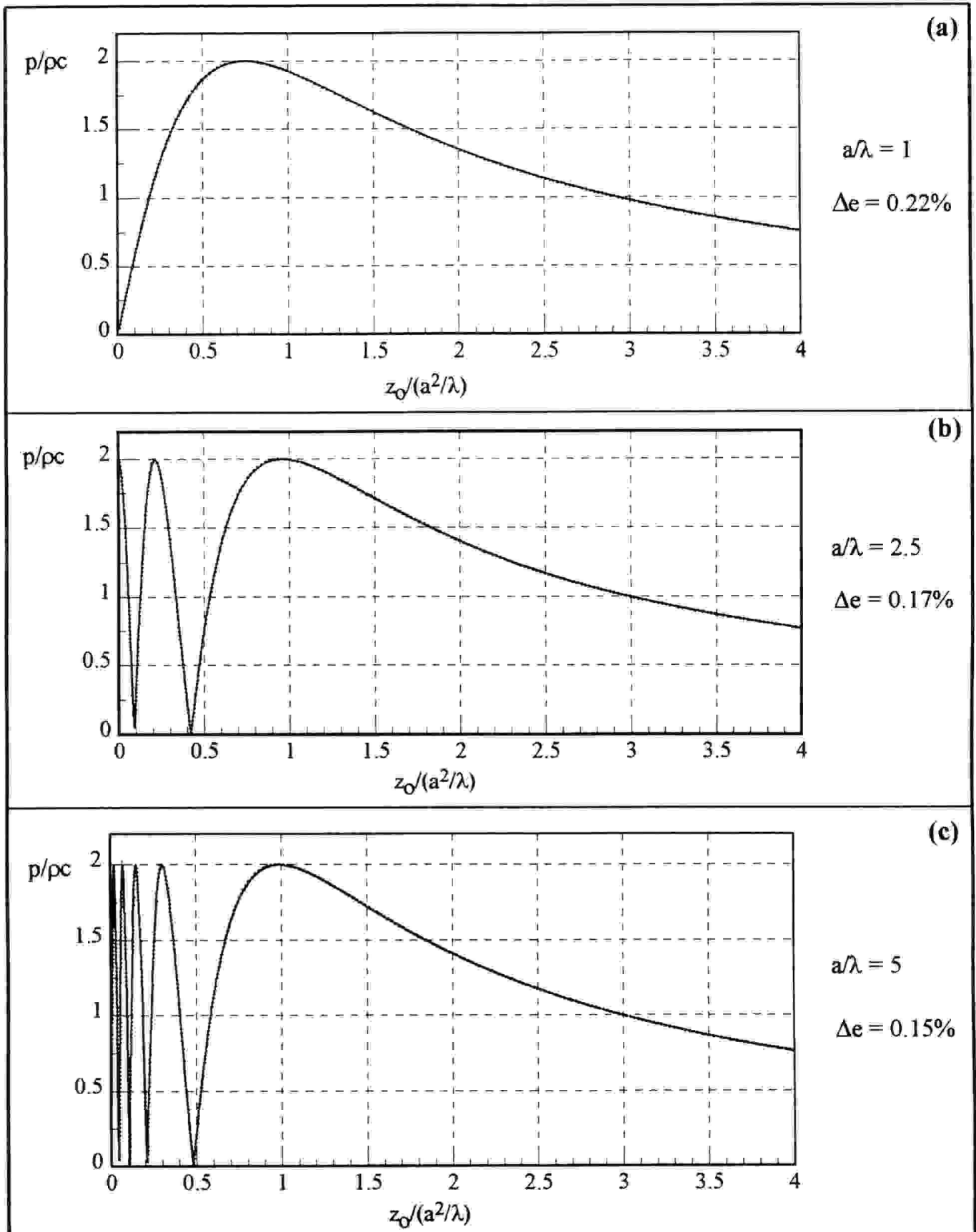


Fig.IV.5: Variations axiales de l'amplitude de pression acoustique d'un piston circulaire excité uniformément, normalisées par l'impédance caractéristique  $\rho c$  du milieu, calculées pour différentes valeurs du rapport  $a/\lambda$ , et comparées aux solutions de analytiques (excitation harmonique).

(a)  $a/\lambda = 1$ ; (b)  $a/\lambda = 2.5$ ; (c)  $a/\lambda = 5$ .

(.....) : résultats du calcul obtenus par la solution analytique sur l'axe du piston;

(—) : résultats du calcul de l'approche proposée.

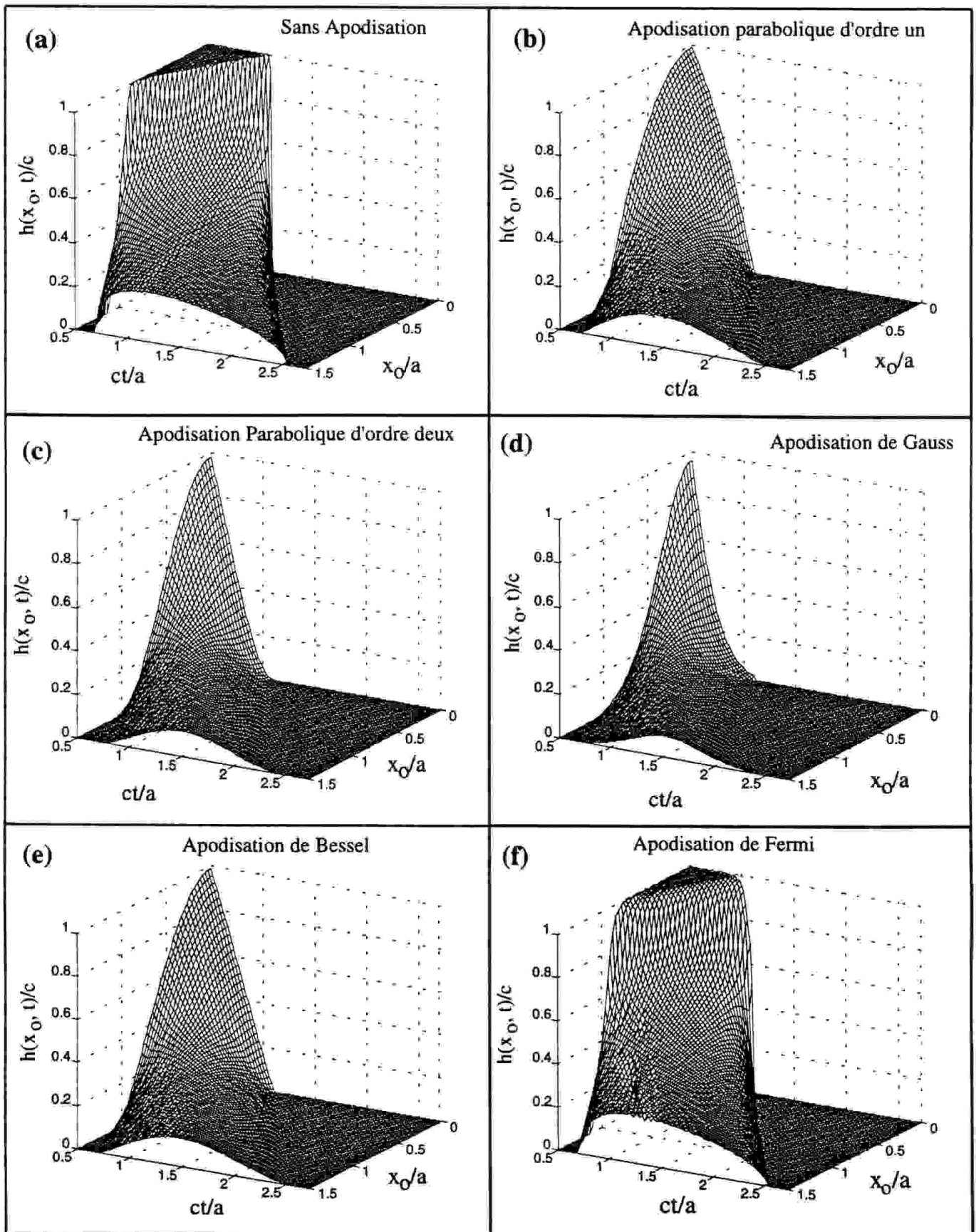


Fig.IV.6: Variations avec le temps de la réponse impulsionnelle  $h(x_0, y_0, z_0, t)$  en fonction de  $ct/a$  et  $x_0/a$ , d'un piston rigide excité uniformément, pour différentes distributions de vitesse. La dimension du piston et les points d'observations sont les mêmes que ceux considérés par Harris.

(a) Distribution uniforme; (b) parabolique d'ordre un; (c) parabolique d'ordre deux;

(d) Gaussienne ( $b_1 = 4$ ); (e) Bessel ( $b_1 = 2.405$ ); (f) Fermi ( $b_1 = b_2 = 5.4$ ).



lequel différentes formes des fonctions d'apodisation ont été appliquées (Fig.IV.6). La géométrie du problème aussi bien que la forme de présentation des réponses sont les mêmes que celles de Harris (1981b). Nous nous contenterons d'observer ici que les résultats de nos calculs sont quasi-identiques à ceux obtenus par Harris.

Toutefois, ces calculs confirment que la méthode "DR" s'applique indifféremment à tout type de fonction d'apodisation.

### IV.3 - PISTON RECTANGULAIRE

Le second exemple de validation porte sur la structure "classique" d'un piston rectangulaire, de longueur  $2a$  et de largeur  $2b$ , dont la géométrie de la source est donnée dans la figure IV.7.a. Pour chacune des réponses calculées (courbe en trait plein), nous avons superposé, sur la même courbe, la solution analytique exacte (courbe en trait pointillé) donnée par Lockwood et Willette et calculée par l'équation (II-6).

Les sections (b) à (e) de la figure IV.7 présentent les réponses impulsionnelles calculées pour différents pas de discrétisation  $\Delta x$  et  $\Delta y$  pour le même point d'observation "O". L'analyse de ces réponses confirme notre constatation précédente: pour un point d'observation O donné, l'erreur de calcul  $\Delta e$  diminue quand la finesse de maillage augmente.

La figure IV.8 présente les réponses impulsionnelles calculées aux différents points d'observation dans le plan  $z_0 = 1.5a$ . Comme dans le cas précédent du piston circulaire, la précision obtenue est meilleure même pour  $n_e$  relativement faible - c'est le cas de la figure IV.8.a où la réponse évolue plus lentement dans le temps (pas des discontinuités brutales).

Toutes ces réponses présentent des discontinuités qui sont reliées aux temps du parcours des ondes du bord du transducteur jusqu'au point d'observation. En se référant à la figure II.3.d, ces discontinuités sont reliées aux contributions des différentes zones du transducteur. Pour des points du champ à l'intérieur de l'ombre géométrique du transducteur, la réponse impulsionnelle contient deux discontinuités sur l'axe (Fig.IV.8.f) ou trois discontinuités hors de l'axe (Fig.IV.8.d). Sur le bord du transducteur, le nombre de discontinuités est trois (Fig.IV.8.b et Fig.8.c). A l'extérieur de la surface du transducteur, il n'y a plus d'onde directe; par conséquent, seulement les ondes de bord peuvent être observées (Fig.IV.8.a).

### IV.4- SOURCE LINEAIRE

Dans cette section le logiciel DREAM sera validé pour le cas "classique" d'une source unidimensionnelle .

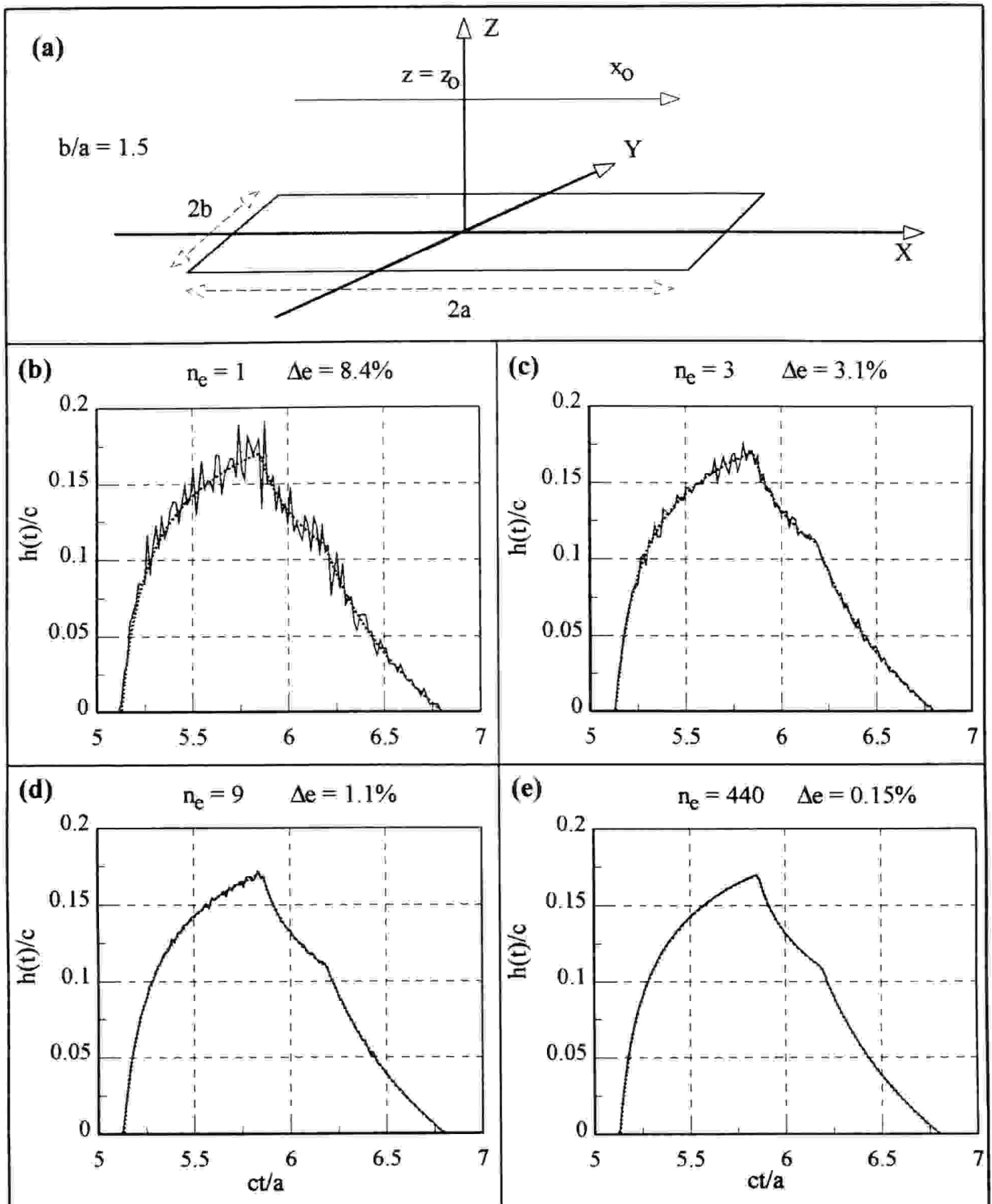


Fig.IV.7: Réponses impulsionnelles d'un piston rectangulaire rigide, de longueur  $2a$  et de largeur  $2b$  ( $a/b = 1.5$ ), excité uniformément; calculées en coordonnées cartésiennes avec différents pas de discrétisation et sont présentées en fonction de  $ct/a$  pour le point d'observation de coordonnée  $(2a, 2a, 5a)$ .

La période d'échantillonnage temporel étant égale à  $\Delta t = 0.01a/c$ .

(.....) : réponses de la solution analytique; (—) : réponses de la méthode "DR".

(a) Géométrie du problème; (b)  $\Delta y = 0.08b$ ,  $\Delta x = \Delta y/2$  ( $J = 1900$ ); (c)  $\Delta y = 0.04b$ ,  $\Delta x = \Delta y/2$  ( $J = 7500$ ); (d)  $\Delta y = 0.02b$ ,  $\Delta x = \Delta y/2$  ( $J = 3 \cdot 10^4$ ); (e)  $\Delta y = 0.005b$ ,  $\Delta x = \Delta y/2$  ( $J = 12 \cdot 10^4$ ).

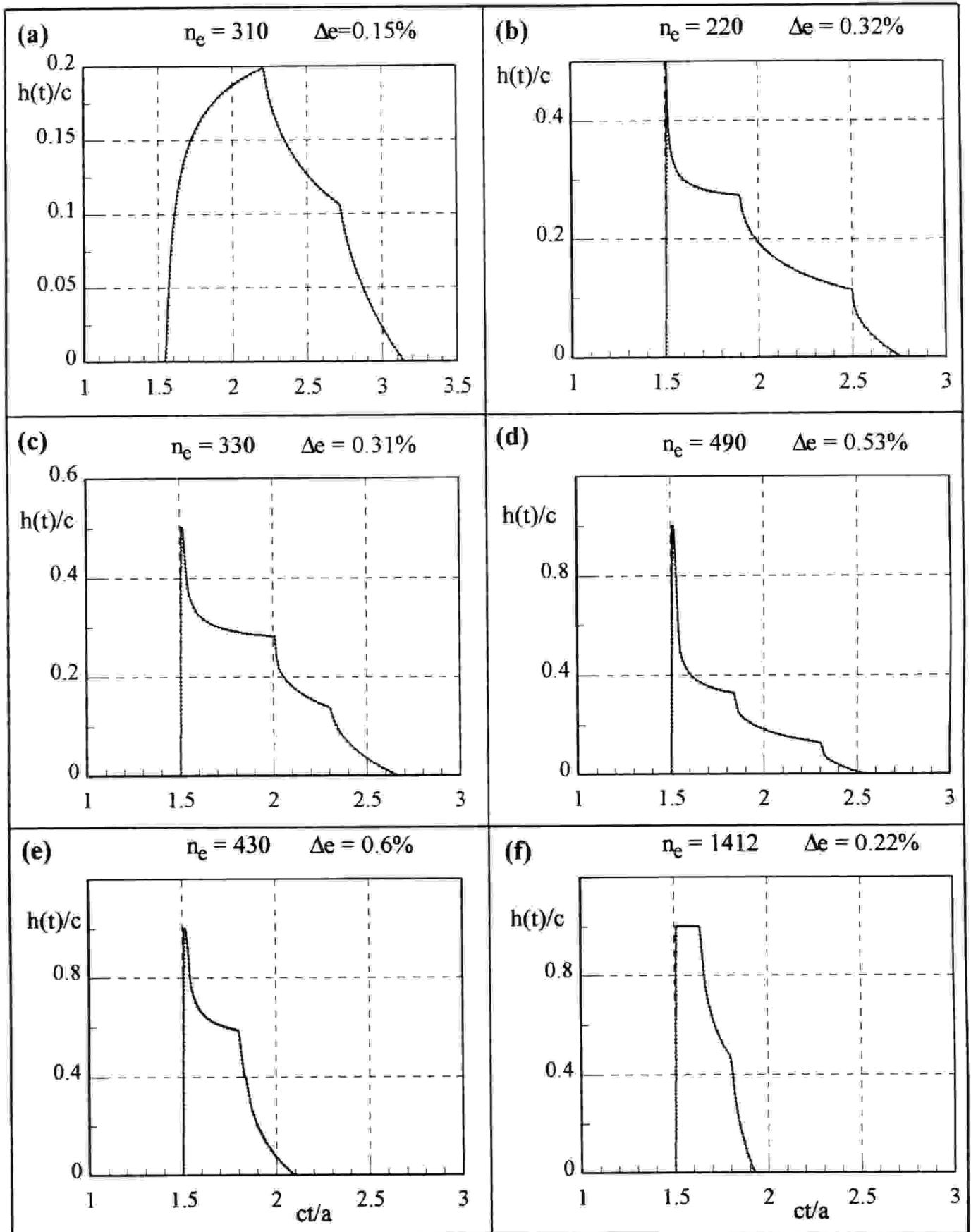


Fig.IV.8: Réponses impulsionnelles d'un piston rectangulaire de dimension  $2a \times 2b$  ( $a/b = 1.5$ ); présentées en fonction de  $ct/a$  dans le plan  $z_0 = 1.5a$  et pour différentes positions du point d'observations.

Les paramètres du calcul sont:  $\Delta t = 0.01a/c$ ,  $\Delta y = 0.005b$ ,  $\Delta x = \Delta y/2$ .

( ..... ) : réponses de la solution analytique, ( ..... ) : réponses de la méthode "DR".

(a)  $x_0 = 1.4a$ ,  $y_0 = 1.25b$ ; (b)  $x_0 = 0.75a$ ,  $y_0 = b$ ; (c)  $x_0 = a$ ,  $y_0 = 0.75b$ ;

(d)  $x_0 = 0.6a$ ,  $y_0 = 0.75b$ ; (e)  $x_0 = 0.6a$ ,  $y_0 = 0$ ; (f)  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ .

A l'issue de l'étude présentée dans le Chapitre I (Eqs.I-A.20 et I-A.21), la source unidimensionnelle de longueur  $2a$ , orientée le long de l'axe  $OX$ , est caractérisée par une ouverture rectangulaire de dimension  $2a \times \Delta y$  dont la largeur  $\Delta y$  est beaucoup plus faible que la longueur d'onde  $\lambda$  ( $\Delta y \ll \lambda$ ). En même temps, pour calculer la réponse impulsionnelle, il suffit de discrétiser la surface de la source par les éléments  $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$ , et de poser  $\Delta y$  comme égale à la largeur de la source.

#### IV.4.1 Réponses impulsionnelles pour une excitation uniforme

Les figures IV.9.b à IV.9.c présentent les réponses impulsionnelles d'une source linéaire de longueur  $2a$  et de largeur  $w$ , rigide, excitée uniformément, pour différentes positions des points d'observation disposés suivant l'axe  $OX_0$  à une distance  $z_0 = a$ . Pour chaque point d'observation étudié, la réponse impulsionnelle calculée (courbe en traits pleins) a été superposée avec la solution analytique exacte (courbe en traits pointillés) déterminée par la méthode de la réponse impulsionnelle de ligne développée par Lasota (Tab.II.3). Comme dans les sections précédentes, chaque cas étudié est caractérisé par l'erreur du calcul  $\Delta e$  et par le paramètre " $n_e$ ".

Le parfait accord entre les résultats des calculs et les solutions analytiques valide une fois de plus nos résultats.

#### IV.4.2- Caractéristiques de directivité d'une excitation harmonique uniforme

Dans cette étude, nous avons considéré le cas du champ de Fraunhofer afin de comparer notre solution avec la solution analytique développée à partir de la formule (I-A.22). Ainsi, selon cette formule le diagramme de directivité en champ lointain d'une source linéaire de longueur  $2a$  s'écrit sous la forme:

$$b(\theta) = \frac{\sin(k_x a)}{k_x a} \quad (\text{IV-5})$$

ou  $k_x = 2\pi \sin(\theta)/\lambda$ . Afin de respecter les conditions de Fraunhofer, les points d'observation ont été disposés sur un cercle de rayon  $r_0 = 40R_f = 40 \cdot (a^2/\lambda)$  (condition.I-A.11).

Nous avons déjà constaté dans la section IV.2.2 que les solutions harmoniques exigent un maillage plus "fin" de la surface  $S$ , au regard des réponses impulsionnelles simples. Pour cette raison, nous avons examiné, à propos d'un tel cas, la précision des calculs en fonction de

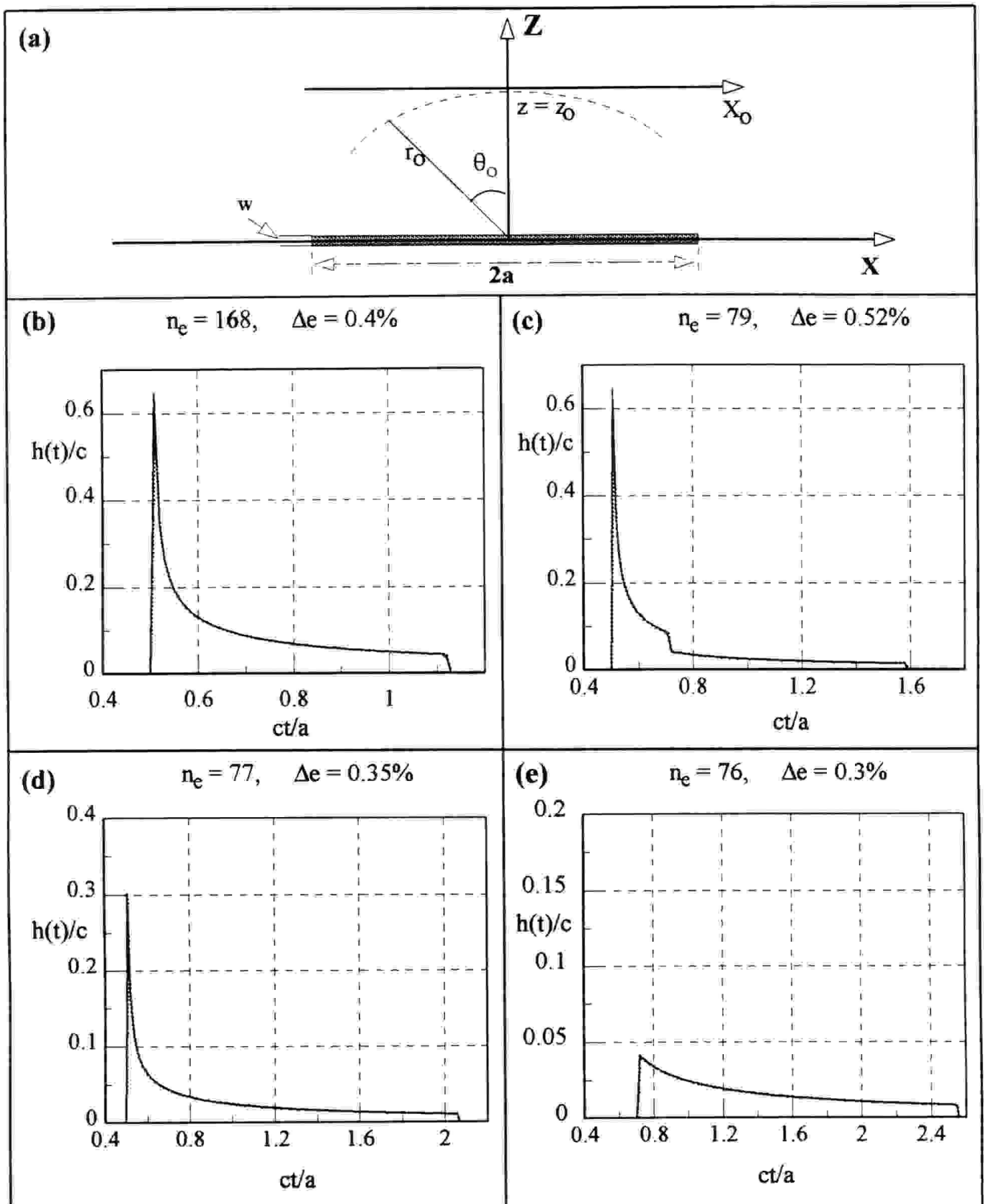


Fig.IV.9: Réponses impulsionnelles d'une source linéaire de longueur  $2a$ , excitée uniformément, calculées en coordonnées cartésiennes ( $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$  avec  $\Delta y = w$ ) et présentées en fonction de  $ct/a$  dans le plan  $z_0 = a$  pour différentes positions du point d'observation.

Les paramètres de calcul sont :  $\Delta t = 0.01a/c$ ,  $\Delta x = 0.001a$ .

(.....) réponses analytiques

(——) réponses de la méthode "DR".

(a) Géométrie du problème; (b):  $x_0 = 0$ ; (c):  $x_0 = 0.5a$ ; (d):  $x_0 = a$ ; (e):  $x_0 = 1.5a$ .

différentes valeurs du rapport  $\Delta x/\lambda$ . Ainsi, en utilisant la relation (III-11), le calcul des diagrammes de directivité a été effectué pour trois valeurs de discrétisation spatiale  $\Delta x$  (pour  $\Delta t$  fixé):  $\Delta x = 1.5 \lambda$ ,  $0.25 \lambda$  et  $0.025 \lambda$ . Les résultats de cette étude sont présentés dans les figures IV.10.a, IV.10.c et IV.10.e.

Selon le théorème de Shannon il faut qu'une ouverture soit échantillonnée avec un pas d'échantillonnage spatial  $\Delta x \leq \lambda/2$ . Si ce théorème n'est pas respecté (c'est le cas de la figure IV.10.a), le lobe d'effet réseau apparaît. Mathématiquement, il s'agit d'un recouvrement dans le domaine des fréquences spatiales et l'angle  $\theta_1$  du premier lobe d'effet réseau est donné par la relation:

$$\sin \theta_1 = \pm \frac{\lambda}{\Delta x} \quad (\text{IV-6})$$

Pour le cas de la figure IV.10.a, où  $\Delta x = 1.5\lambda$  on obtient selon l'équation ci-dessus  $\theta_1 = 42^\circ$ , ce qui correspond tout à fait à la position du premier lobe d'effet réseau observé sur le diagramme de directivité.

Par contre, lorsque le critère  $\Delta x \leq \lambda/2$  est vérifié, le phénomène de recouvrement disparaît, et la précision des résultats augmente quand la densité du maillage augmente et qu'à partir de  $\Delta x = \lambda/40$  on ne peut plus estimer l'erreur de façon fiable (Fig.IV.10.e).

Pour vérifier l'influence de la période d'échantillonnage temporelle  $\Delta t$  sur la précision du calcul, nous avons porté, dans les figures IV.10.b, IV.10.d et IV.10.f, les diagrammes de directivité pour trois fréquences d'échantillonnage  $1/\Delta t$  correspondant à une valeur de  $\Delta x/\lambda =$  constante.

L'étude de la précision en fonction du pas d'échantillonnage spatial  $\Delta x$  pour un échantillonnage temporel fixe et en fonction de la période d'échantillonnage temporel pour un échantillonnage spatial fixe, dont une partie des résultats est présentée dans la figure IV.10, a abouti aux diagrammes de précision présentés dans les sections (a) et (c) de la figure IV.11 (  $T$  est la période du signal d'excitation harmonique).

Parallèlement, les mêmes tests ont été menés pour les calculs basés sur l'équation (III-13) (calcul d'amplitude de la pression à partir du spectre de la réponse). Les diagrammes obtenus sont présentés dans les sections (b) et (d).

A l'issue de ces résultats, on constate que:

1) Afin d'obtenir une précision donnée:

- il faut indépendamment appliquer:

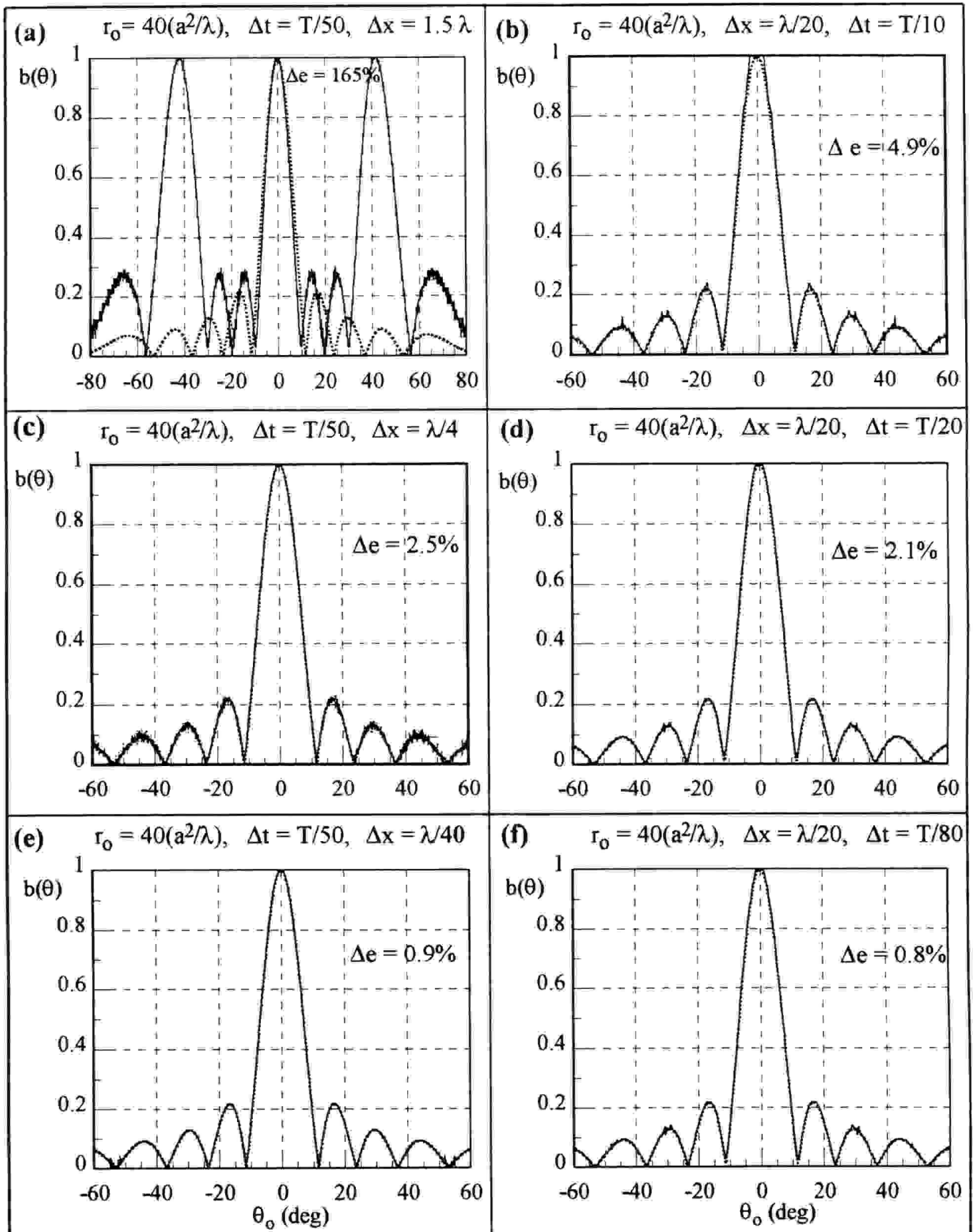
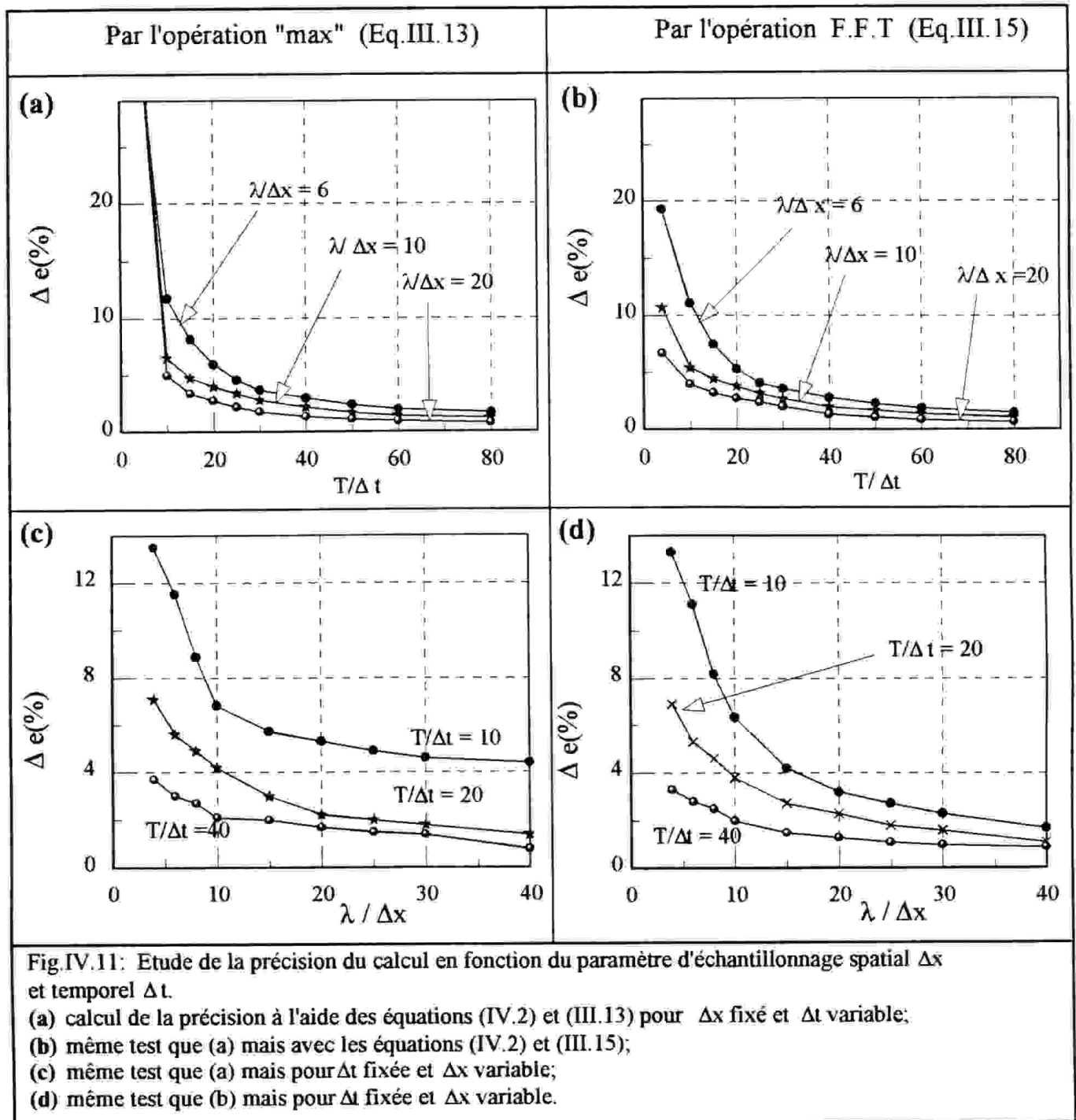


Fig.IV.10: Diagrammes de directivité dans le champ lointain d'une source linéaire bafflée, calculés avec une excitation harmonique et pour différents pas d'échantillonnage spatial  $\Delta x$  et temporel  $\Delta t$ .

( $a/\lambda = 2.5$ ,  $\lambda/w = 300$ ,  $\Delta y = w$ )

(.....) : résultats de calcul de la solution analytique;  
 (—) : résultats de calcul de la méthode "DR".



$$\frac{\lambda}{\Delta x} \geq C_1 \quad \text{et} \quad \frac{T}{\Delta t} \geq C_2$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes. A titre d'exemple, pour avoir une précision de l'ordre de 2.5% il faut prendre  $C_1 = 20$  et  $C_2 = 20$ . Notons au passage que le critère  $C_1 = 20$  reste comparable avec la précision de maillage utilisée dans les calculs par Eléments Finies (Tianji et al, 1996).



- lorsque certaines valeurs minimales de  $C_1$  et  $C_2$  sont respectées c'est le produit:

$$\frac{\lambda}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta t}{T} = C$$

qui doit avoir une valeur minimale; c'est à dire que le manque d'échantillonnage dans l'espace peut être compensé par un échantillonnage temporel et inversement;

2) Lorsque  $\lambda/\Delta x$  et  $T/\Delta t$  tendent vers l'infini, l'erreur du calcul diminue et tend vers une valeur limite. A l'issue de la conclusion formulée dans le Chapitre 5, la distance  $r_0 = 40 R_f$  correspondant au critère du champ de Fraunhofer n'est pas tout à fait suffisante; ce qui induit une faible erreur systématique par rapport à la solution analytique. Par ailleurs, cette valeur limite peut représenter soit une erreur systématique soit celle d'imprécision numérique.

3). Pour un échantillonnage temporel  $T/\Delta t < 20$ , le calcul par l'opération "max" de l'équation (III-11) est moins précis par rapport à celui donné par l'opération F.F.T de l'équation (III-13). Ceci indique que dans l'étude des champs impulsionnels, où on est obligé d'utiliser l'opération "max", il faut obligatoirement appliquer  $T/\Delta t \geq 20$ .

Finalement, l'examen de cette étude montre une bonne concordance entre les résultats du calcul numérique et ceux du calcul analytique. Cette concordance est bien marquée par un compromis entre le pas du maillage  $\Delta x$  et la fréquence d'échantillonnage temporelle  $1/\Delta t$ . Autrement dit, si le degré de discrétisation de la surface rayonnante est suffisamment élevé pour décrire correctement la longueur d'onde acoustique du signal d'excitation, la période d'échantillonnage temporelle  $\Delta t$  doit également l'être pour décrire correctement la période du signal d'excitation.

#### IV.5- RESEAU DE SOURCES PONCTUELLES

Dans ce test, nous allons étudier le cas d'un réseau linéaire de largeur  $2a$  composé de  $N$  transducteurs. Ces derniers, ayant chacun une largeur " $w$ " et une longueur " $l$ " (Fig.IV.12.a), sont répartis uniformément le long de l'axe  $OX_0$  et espacés d'une distance " $d$ ". Le réseau est discrétisé par les surfaces élémentaires  $\Delta S = \Delta x \Delta y$  (coordonnées rectangulaires); avec  $\Delta y = w$ .

Dans un premier temps, nous avons présenté dans les figures IV.12.b à IV.12.e, les réponses impulsionnelles de réseau dans deux cas d'études différents:

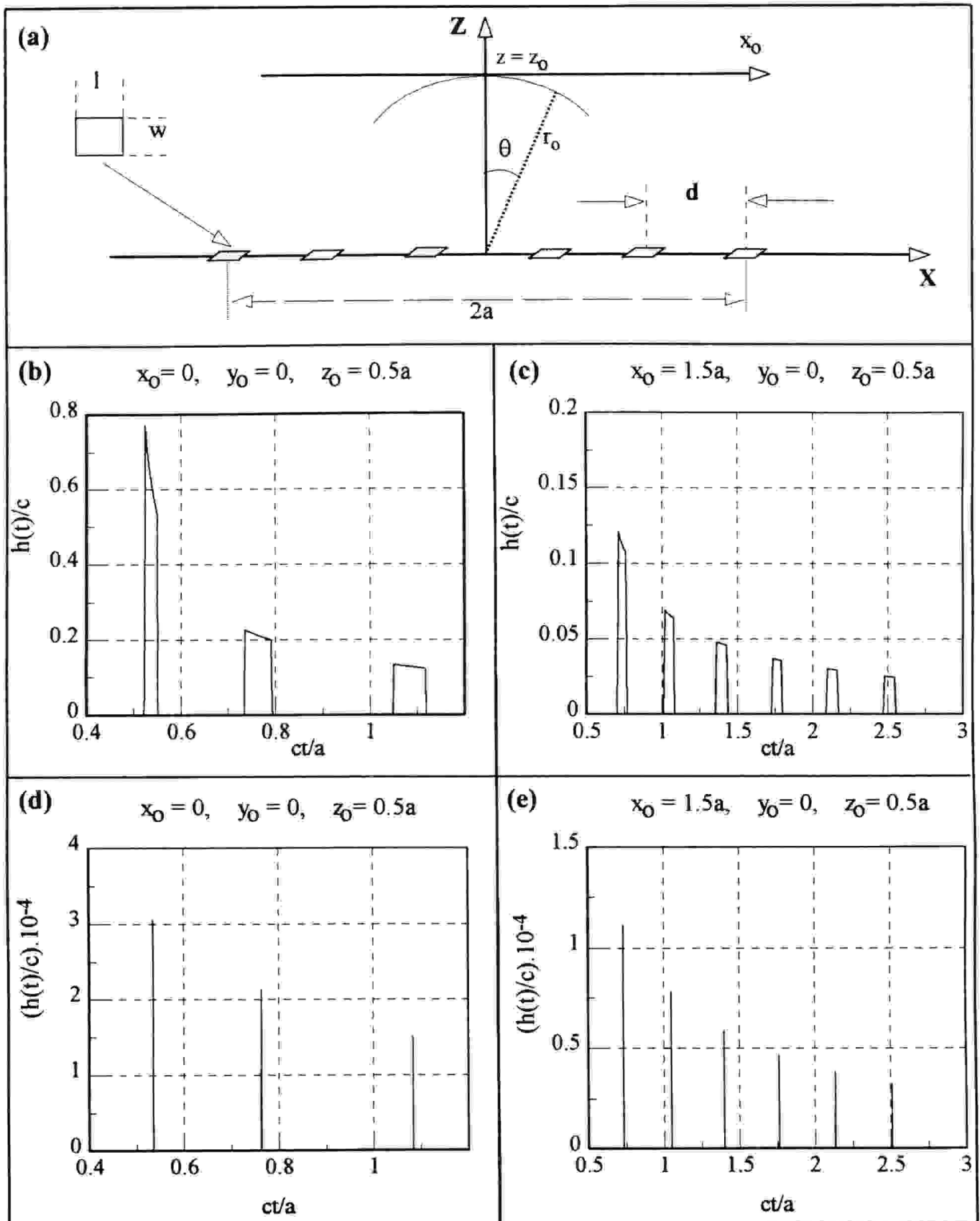


Fig.IV.12: Réponses impulsionnelles d'un réseau de sources ponctuelles de longueur  $2a$ , excitées uniformément, et présentées en fonction de  $ct/a$  pour les points d'observations:

$$(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0.5a) \text{ et } (x_0 = 1.5a, y_0 = 0, z_0 = 0.5a)$$

Les paramètres du calcul sont:  $\Delta t = 0.01a/c$ ,  $\Delta x = 0.001a$ .

- (a) Géométrie du problème;
- (b) et (c): éléments de largeur finie;
- (d) et (e): éléments ponctuelles.

- dans un premier cas, les dimensions "w" et "l" des transducteurs élémentaires du réseau sont décrites par:  $w = \Delta y$  et  $l = \Delta x$  (Fig.IV.12.d et Fig.IV.12.e).
- dans un second cas, la longueur "l" de la source est découpée en éléments de surface  $\Delta S = \Delta x \Delta y$  tel que:  $l = 50 \Delta x$  et  $w = \Delta y$  (Fig.IV.12.b et Fig.IV.12.c);

Les formes des réponses obtenues sont très simples et reflètent la structure spatiale du réseau. Par exemple, dans le premier cas, la réponse obtenue est constituée d'impulsions séparées de Dirac. Alors que, dans le second cas, on observe une augmentation d'amplitude des réponses. Ceci est le résultat d'une augmentation d'énergie acoustique émise (S étant plus grande).

Dans un second temps, les réponses impulsionnelles sont appliquées au calcul du diagramme de directivité dans le champ lointain ( $r_0 = 50 R_f$ ) et validées au moyen d'une comparaison avec la solution analytique. Dans les deux cas examinés, les dimensions des sources élémentaires sont choisies négligeables par rapport à la longueur d'onde:  $w/\lambda \ll 1$  et  $l/\lambda \ll 1$ , ce qui permet de considérer ces éléments comme des sources élémentaires ponctuelles. Selon ces conditions, la solution analytique du diagramme de directivité dans le champ lointain du réseau est donnée, pour les deux cas, par la relation:

$$b(\theta) = \frac{\sin(Nk_x d/2)}{N \sin(k_x d/2)} \quad (\text{IV-7})$$

Les diagrammes de directivité calculés (courbes en traits pleins) et analytiques (courbes en traits pointillés) sont présentés dans la figure IV.13. L'analyse des résultats obtenus confirme la conclusion formulée précédemment.

#### IV.6- TRANSDUCTEUR CONCAVE

La dernière validation porte sur l'étude d'une source courbée. Nous avons choisi ici l'exemple d'un transducteur concave (coupelle sphérique) qui est le seul pour lequel existe la solution analytique (Penttinen et Luukkala, 1976; section II.2.1.3). Géométriquement, un émetteur concave est défini par son rayon de courbure R (distance focale), et par le rayon latéral "a" de la surface qui le limite (Fig.IV.14.a.). L'angle d'ouverture,  $\theta_{\max} = \arcsin(a/R)$ , mesure la courbure de la surface de rayonnement et  $h_0 = R(1 - \cos(\theta_{\max}))$  est la profondeur du transducteur.

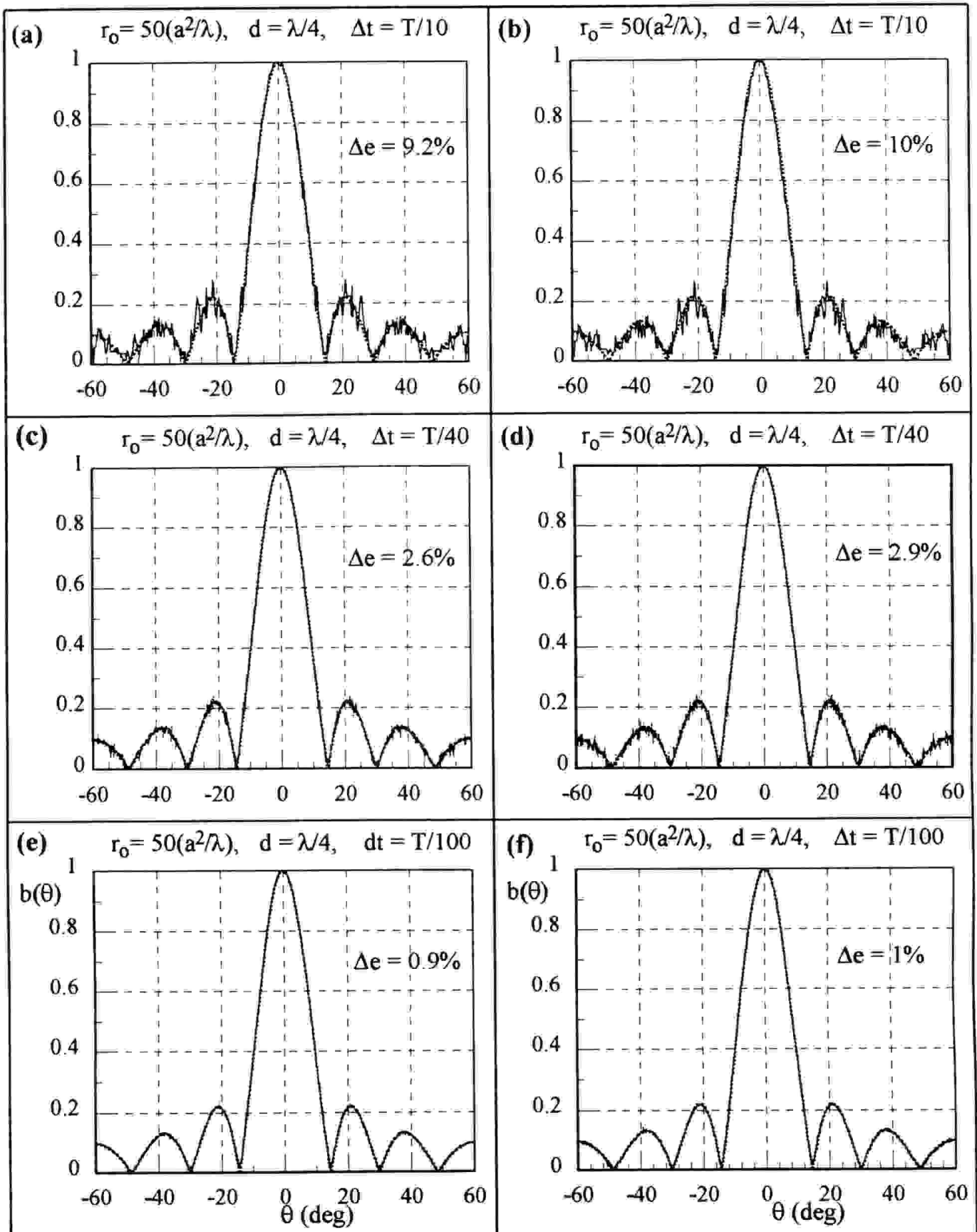


Fig.IV.13: Diagrammes de directivité dans le champ lointain du réseau de sources ponctuelles, calculés avec une excitation harmonique pour différentes périodes d'échantonnage temporel  $\Delta t$  et comparés avec les résultats analytiques ( $a/\lambda = 2.5$ ,  $\lambda/l = 100$ ,  $\lambda/w = 150$ ).

(a) (c) et (e) : éléments de largeur finies ( $l = 50 \Delta x$ , et  $w = \Delta y$ );

(b) (d) et (f) : éléments ponctuels ( $l = \Delta x$  et  $w = \Delta y$ ).

(.....) : résultat de calcul de la solution analytique;

(——) : résultat de calcul de la méthode "DR".

#### IV.6.1- Réponses impulsionnelles pour une excitation uniforme

Les figures IV.14 et IV.15 montrent les résultats du calcul (courbes en traits pleins), en trois points de l'espace, en fonction de la densité de discrétisation spatiale où ils sont comparés avec les solutions analytiques (courbes en trait pointillé). L'analyse de ces résultats montre, comme dans les cas étudiés précédemment, qu'avec une bonne densité de discrétisation, notre solution tend vers son équivalent analytique.

Sur la figure IV.16, nous avons présenté les réponses impulsionnelles calculées dans certaines zones caractéristiques du champ acoustique de la source et comparées avec les solutions analytiques. Dans cette étude, pour avoir une comparaison à la fois qualitative et quantitative, la géométrie de la source et les points d'observation ont été définis de manière identique à ceux considérés par Penttinen et Luukkala.

#### IV.6.2- Pression acoustique axiale pour une excitation harmonique

L'amplitude de la pression le long de l'axe de symétrie de l'émetteur (axe OZ) a été testée en comparant le champ de pression calculé avec la solution analytique. Cette solution, donnée dans différents ouvrages et, en particulier, dans la référence de Chen et al (1993), est exprimée par la relation:

$$\frac{|P(z_0)|}{\rho c} = \frac{2R}{|R - z_0|} \left| \sin(\pi\delta/\lambda) \right|$$

où

$$\delta = \sqrt{a^2 + (z_0 - h_0)^2} - z_0$$

(IV-8)

Le calcul a été mené avec une densité de discrétisation identique à celle utilisée pour le calcul de la réponse impulsionnelle présentée dans la figure IV.15.d ( pour laquelle l'erreur de la réponse  $h_\phi$  est de 8%). Les résultats obtenus sont présentés dans les sections (b), (c) et (d) de la figure IV.17 où ils sont comparés avec la solution analytique (courbes en traits pointillés). Aussi confirment-ils clairement la fiabilité de notre code de calcul dans le cas d'une source courbée.

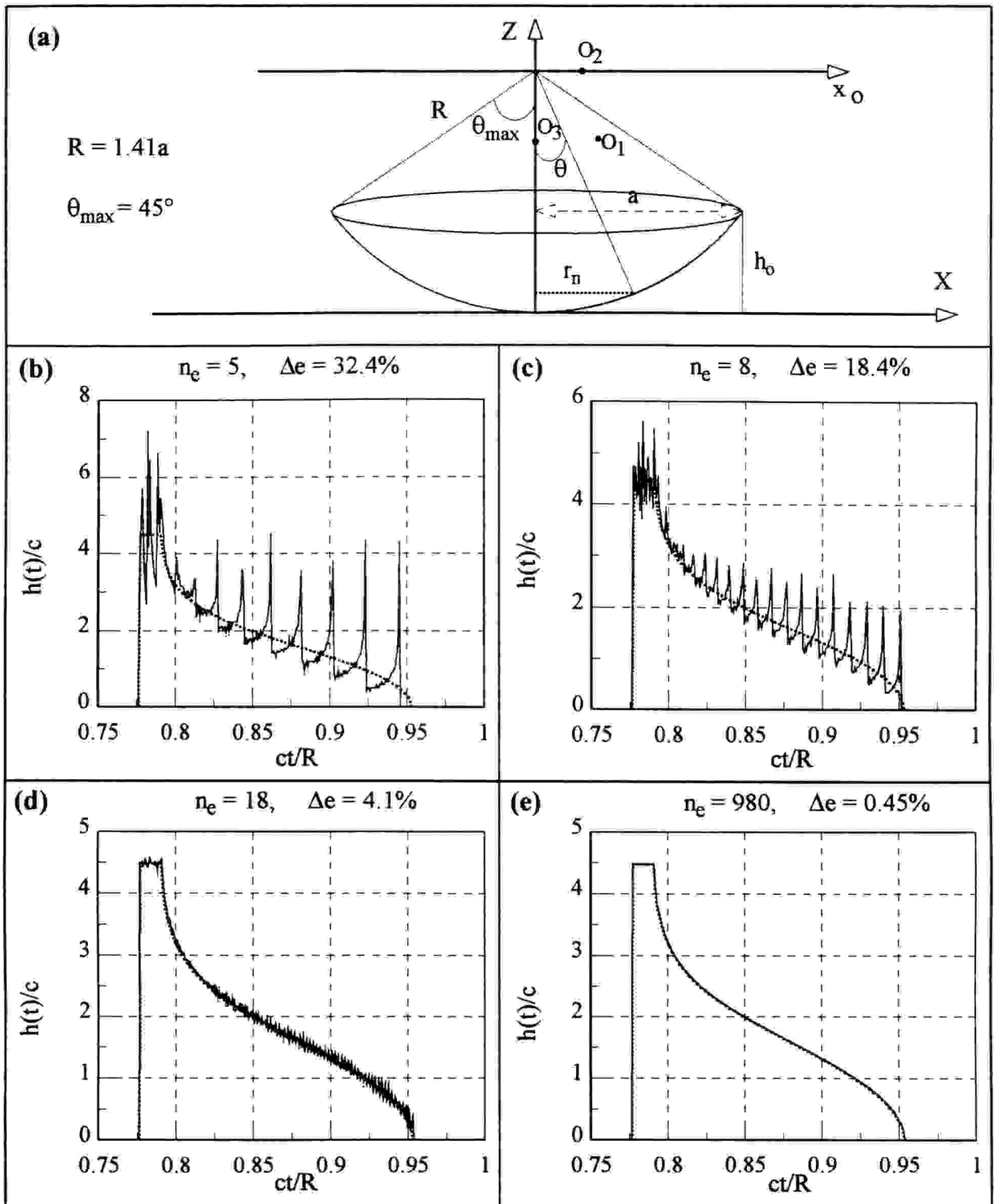


Fig.IV.14: Réponses impulsionnelles d'une coupelle sphérique ( $R = 1.41a$ ), calculées en coordonnées sphériques ( $\Delta S = r_n \cdot \Delta\theta \cdot \Delta\psi$ ) et présentées en fonction de  $ct/R$  pour le point d'observation  $O_1(0.1R, 0, 0.8R)$  et pour différents pas de discrétisation spatiale  $\Delta\theta$  et  $\Delta\psi$ . La période d'échantillonnage est  $\Delta t = 0.001a/c$ .

(a): Géométrie du problème; (b):  $\Delta\theta = 0.12\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 10^4$ ); (c):  $\Delta\theta = 0.06\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 2 \cdot 10^4$ ); (d):  $\Delta\theta = 0.012\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 9.9 \cdot 10^4$ ); (e):  $\Delta\theta = 0.003\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 4.9 \cdot 10^4$ ).

(.....): réponses analytiques; (—): réponses calculées.

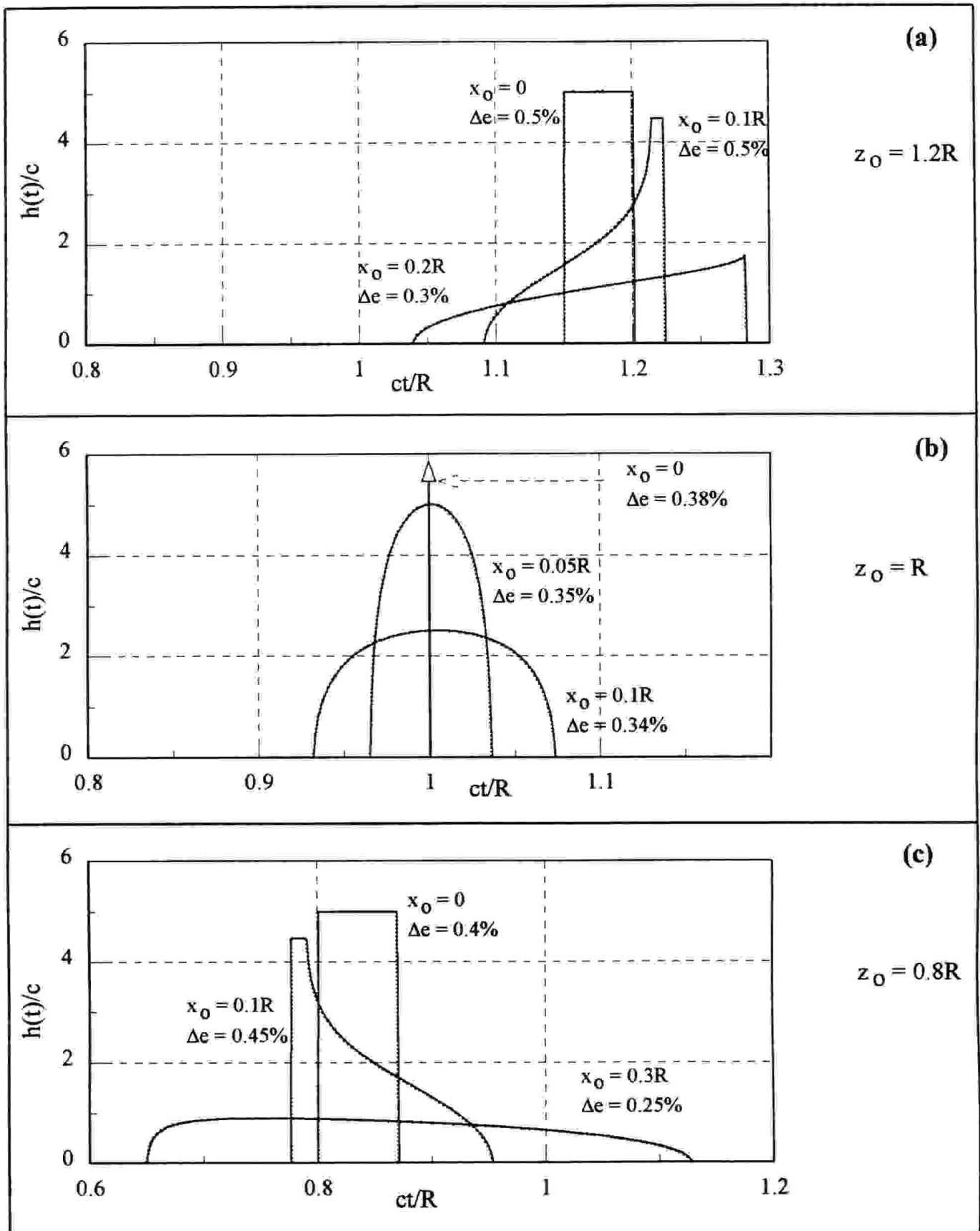


Fig.IV.16: Réponses impulsionnelles d'une coupelle sphérique ( $R = 1.41a$ ), présentées en fonction de  $ct/R$  pour différentes positions des points d'observations.

Les paramètres du calcul étant :  $\Delta t = 0.001a/c$ ;  $\Delta \theta = 0.003\theta_{\max}$  et  $\Delta \psi = 0.002\pi$

( ..... ): réponses analytiques; ( \_\_\_\_\_ ): réponses calculées.

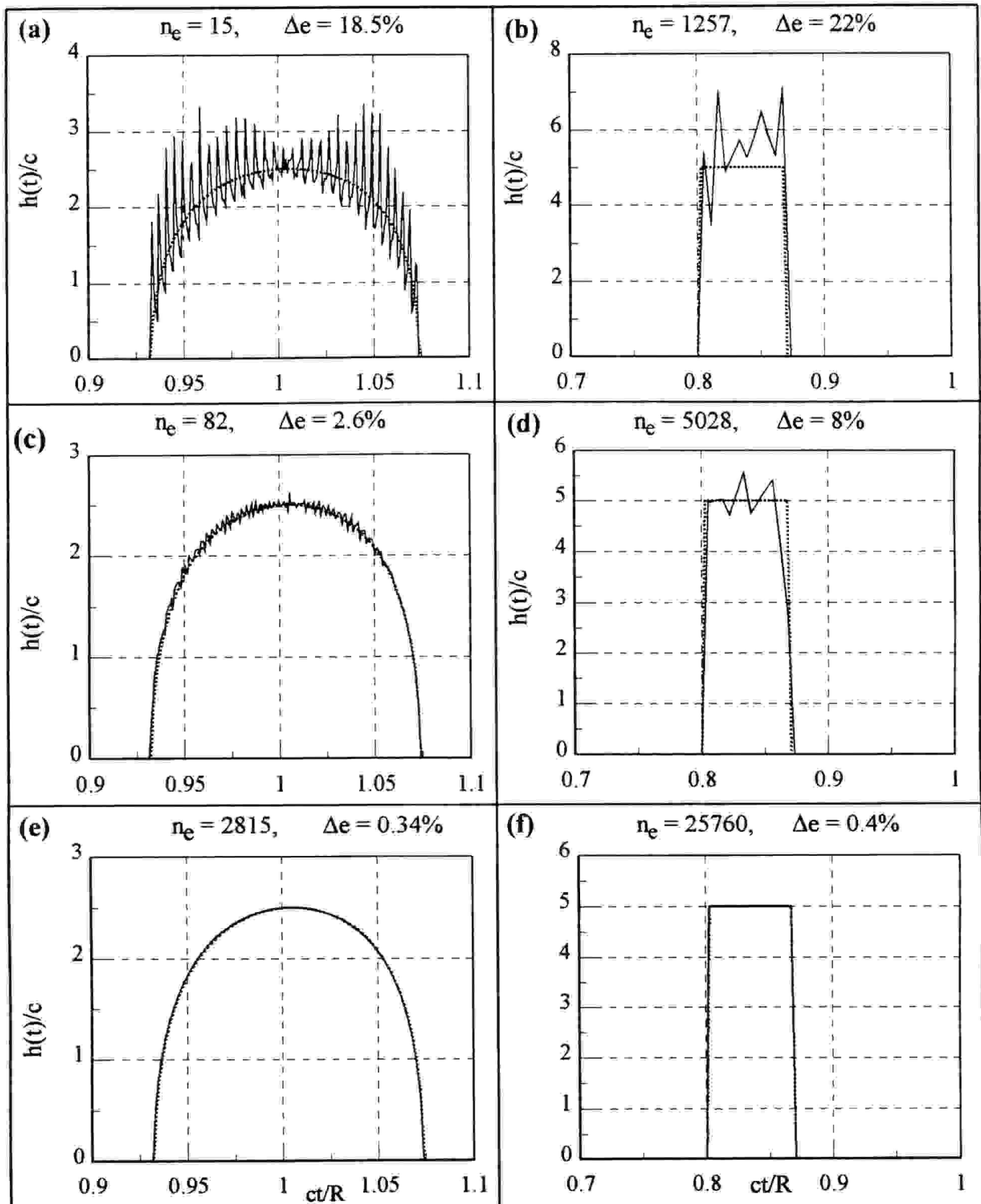


Fig.IV.15: Résultats de calculs de la figure IV.14 mais pour des positions des points d'observations différentes. Les sections (a), (c) et (e) correspondent au point d'observation  $O_2(0.1R, 0, R)$  et les sections (b), (d) et (f) correspondent au point  $O_3(0.8R, 0, R)$ .

(a) : Géométrie du problème; (a) - (b) :  $\Delta\theta = 0.12\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 10^4$ );

(c) - (d) :  $\Delta\theta = 0.012\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 9.9 \cdot 10^4$ ); (e) - (f) :  $\Delta\theta = 0.003\theta_{\max}, \Delta\psi = 0.002\pi$  ( $J = 4.9 \cdot 10^4$ ).

( ..... ) : réponses analytiques; ( ..... ) : réponses calculées.



Nous avons déjà mentionné que la précision du calcul pour le cas d'une excitation harmonique est meilleure que celle de la réponse impulsionnelle qui a servi pour ces calculs. L'origine de ce phénomène est illustrée sur la figure IV.17.a qui présente le spectre de la réponse impulsionnelle "bruitée" de la figure IV.15.d qui justement a servi aux calculs. Ce spectre est comparé à celui de la réponse analytique (sans bruit numérique). On constate que les longueurs d'onde  $\lambda$  correspondantes aux calculs précis de la pression (sections (b) et (c) ) se trouvent dans la zone spectrale non bruitée. Par contre, lorsque la fréquence augmente en s'approchant de la zone bruitée (Fig.IV.17.d) la précision du calcul diminue.

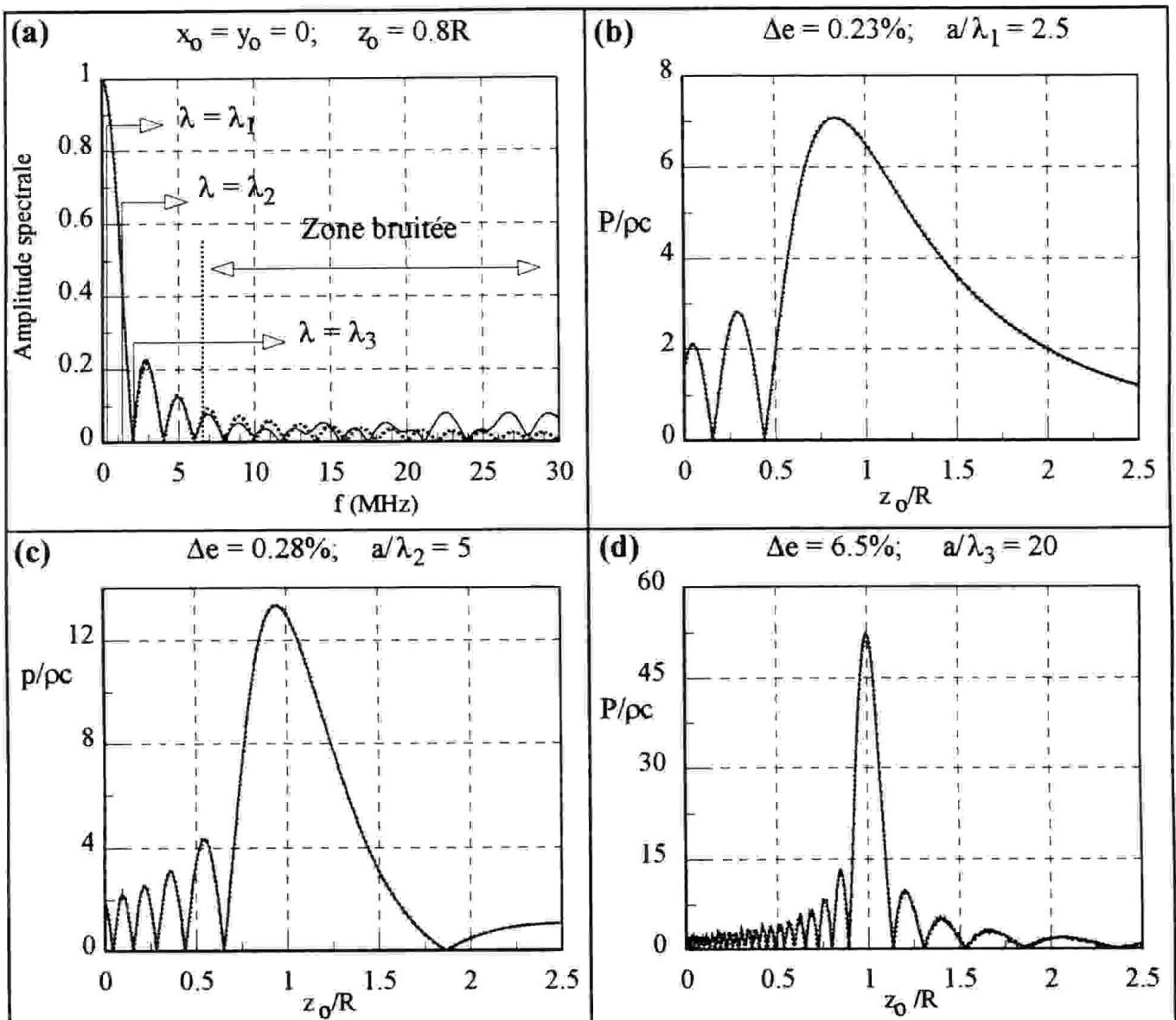


Fig.IV.17: Variations d'amplitude de la pression acoustique le long de l'axe de la coupelle sphérique pour différentes valeurs du rapport  $a/\lambda$ . Les paramètres du calcul sont :  $\Delta t = T/40$ ,  $\Delta\theta = 0.012 \theta_{\max}$ , et  $\Delta\psi = 0.002 \pi$  ( $T$  représente la période du signal d'excitation).

(a) Spectre d'amplitude de la réponse impulsionnelle calculée au point d'observation de coordonnées  $(0, 0, 0.8R)$ ; (b) variations d'amplitudes de la pression acoustique le long de l'axe pour  $a/\lambda = 2.5$ ; (c) même que (b) mais pour  $a/\lambda = 5$ ; (d) même que (b) mais pour  $a/\lambda = 20$ .  
 (.....) : Réponses analytiques; (—) : Réponses calculées.

D'autre part, l'analyse de l'ensemble des résultats montre que la " finesse " du maillage spatial nécessaire à la convergence et à la précision des réponses numériques est directement liée à l'échantillonnage temporel. Plus précisément, pour un échantillonnage temporel fixé, il existe souvent un optimum entre un maillage trop " grossier " qui est nuisible à la précision de la solution, et un maillage trop " fin ", qui peut ne pas apporter de précision supplémentaire.

#### IV.7- CONCLUSION

L'étude de l'ensemble des tests réalisés dans ce chapitre nous a permis de valider notre code de calcul. A la base de cette étude, l'application de la méthode de la représentation discrète fournit une alternative intéressante par rapport aux solutions analytiques qui sont limitées aux calculs du champ des sources de formes géométriques simples. L'analyse des résultats obtenus montre que:

1. Dans tous les cas étudiés, la précision des calculs augmente lorsque la densité de la discrétisation de la surface rayonnante augmente. Ceci confirme la convergence de l'algorithme de la méthode "DR" exprimé par l'équation (II-37).

2. Pour le cas pratique, dans lequel la fréquence limite d'étude  $f_{\max}$  est a priori connue, la densité de discrétisation de l'ouverture peut être définie selon le théorème d'échantillonnage spatial:  $\dim(\Delta S) \leq \lambda_{\min}/2$  ( où  $\lambda_{\min} = c/f_{\max}$  ). Notons que, dans une telle situation, la précision de la réponse impulsionnelle "pure" (donc ayant un spectre large) peut s'avérer relativement faible (elle est précise uniquement dans l'intervalle spectral  $f < f_{\max}$ ).

3. Dans le cas particulier du calcul de la réponse "pure", la densité de discrétisation dépend de la forme de la réponse obtenue. Les réponses caractérisées par des fortes discontinuités, ayant un spectre très large, exigent (selon la conclusion 2) un maillage très fin. Au contraire, quand la réponse devient plus "lisse" (spectre limité), le maillage peut diminuer.

4. S'il s'agit de la discrétisation dans le domaine temporel, le choix de la période d'échantillonnage  $\Delta t$  doit être effectuée selon les critères suivants:

- dans le cas de l'étude à une fréquence fixée  $\omega_0 = 2\pi f_0$  et l'utilisation directe de la fonction de transfert  $H_p(\omega_0)$ , il suffit de respecter le théorème d'échantillonnage:

$$T_0/\Delta t \geq 2$$

- dans le cas de l'exploitation des résultats dans leurs formes temporelles suite à la convolution avec une excitation  $s(t)$ , il est préférable d'appliquer le sur-échantillonnage:  $T_{\min}/\Delta t \geq 25$  (avec  $T_{\min} = 1/f_{\max}$ ) afin d'avoir une présentation fidèle.

5. Dans le cas général, il est difficile de prévoir les paramètres des calculs. La seule solution est donc, pour  $\Delta t$  fixée selon les critères ci-dessus, d'augmenter la finesse de maillage de la surface jusqu'à ce que les résultats convergent. Cela se traduit par l'absence de "bruit" dans les résultats de sortie. Cependant, pour un problème pratique quelconque, il convient d'appliquer:

$$\dim(\Delta S) \leq \frac{\lambda_{\min}}{20} \quad \text{et} \quad \Delta t \leq \frac{T_{\min}}{20}$$



## CHAPITRE V

### APPLICATIONS

Dans ce dernier chapitre, le code de calcul DREAM est appliqué à la résolution de problèmes acoustiques concrets, dans les milieux fluides, aussi bien pour un transducteur simple que pour un réseau de transducteurs. Les exemples traités couvrent différents problèmes rencontrés dans les domaines de l'imagerie acoustique. Ils ont été choisis afin de montrer l'aptitude du logiciel DREAM à modéliser des cas relativement complexes. Le premier exemple concerne l'étude du comportement acoustique d'un réseau de transducteurs circulaires utilisé pour un sonar. Le deuxième constitue l'étude des transducteurs de focalisation et traite à la fois la focalisation électronique et géométrique. Quant au troisième exemple, il présente l'analyse d'un transducteur réalisé sous forme d'une matrice de transducteurs rectangulaires distribués sur un baffle cylindrique convexe et concave. Enfin, une application de ce programme à l'étude d'un système de contrôle actif antibruit est présentée à la fin du chapitre. Les résultats des calculs sont validés de manière expérimentale.

La diversité des exemples traités laisse entrevoir la possibilité de modéliser le rayonnement des sources de formes géométriques quasi-planes dans un baffle plan rigide.

## V.1- ETUDE D'UN TRANSDUCTEUR MATRICIEL POUR UN SONAR

L'objet de cette section est d'analyser le comportement d'un transducteur matriciel conçu pour un sonar (Sbai et al, 1994). L'exemple traité correspond à un projet développé par le Laboratoire d'Acoustique de l'Ecole Polytechnique de Gdansk en collaboration avec le Laboratoire de Physique des Vibrations et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lille. Cette étude permet également de montrer la possibilité d'une application inhabituelle de notre logiciel concernant l'option "matrice arbitraire" incorporée dans la bibliothèque des sources acoustiques (section III.3.2).

### V. 1.1 Définition du problème et objectif de l'étude

Le transducteur multi-éléments (Fig.V.1.a), de longueur  $2a$  et de largeur  $2b$ , est constitué de 21 éléments circulaires, chacun ayant un diamètre " $D$ ", et distribués uniformément suivant le pas d'échantillonnage spatial " $d$ ". Il est encastré dans un baffle plan rigide. La fréquence de fonctionnement du sonar est de 91.5 kHz et la vitesse de propagation du son dans l'eau est supposée égale à 1500 m/s. Pour les conditions ci-dessus, les caractéristiques du transducteur ainsi que les données numériques du problème deviennent:

$$\begin{array}{ll} d = 0.67 \lambda & 2a = 14.5 \lambda \\ d_v = 1.15 \lambda & 2b = 2.37 \lambda \\ D = 1.22\lambda & \lambda = 1.64 \text{ cm} \end{array}$$

Le transducteur sera étudié dans le champ proche, intermédiaire et lointain dont les limites sont définies par les équations (I-A.2.b), (I-A.11) et (I-A.12). Dans le cas de notre transducteur matriciel, la distance limite de Fresnel qui sépare ces zones est égale à  $R_f = a^2/\lambda = 86.5 \text{ cm}$ .

L'objectif de cette étude est de modéliser le champ de pression acoustique issu du transducteur multi-éléments dans les trois régions de l'espace évoquées ci-dessus. Le travail consiste à répondre aux objectifs suivants:

- appliquer différentes fonctions d'apodisations afin d'évaluer l'influence de celles-ci sur le comportement du champ acoustique du transducteur,
- analyser les caractéristiques de directivité du transducteur en fonction de l'angle de balayage électronique,
- étudier le comportement du transducteur dans le champ proche, intermédiaire et lointain, à la fois pour une excitation impulsionnelle et harmonique.

### V.1.2- Formes temporelles du champ acoustique.

La figure V.1.b montre la forme temporelle de la réponse impulsionnelle  $h_{\phi}(O, t)$  du transducteur dans le plan  $z_0 = 0.5a$ , observée le long de l'axe latéral  $OX_0$ . Nous remarquons que l'effet de la discrétisation spatiale du réseau (zones "mortes" entre les éléments) se manifeste par l'apparition d'oscillations sur ces réponses. Cet effet est bien marqué sur la figure V.1.c qui compare la réponse impulsionnelle du transducteur, en un point d'observation placé sur l'axe principal, avec celle obtenue par une ouverture rectangulaire de même dimension.

Les potentiels de vitesse  $\phi(x_0, t)$  dans le champ proche du transducteur sont présentés dans les figures V.1.d et V.1.e. Ils correspondent à deux types d'excitation. La première est une excitation harmonique de durée  $3T$ , où  $T$  est la période du signal (Fig.V.2.f). La seconde est de type impulsionnel dont la forme est illustrée sur la figure V.2.e. La pression acoustique correspondant à ces potentiels est présentée dans les sections (a) à (d) de la figure V.2. Les figures V.2.c et V.2.d présentent la pression dans le champ intermédiaire correspondant à une distance  $z_0 = 3(a^2/\lambda)$ .

Ces figures montrent, d'une part, le transitoire qui se manifeste par une modification d'amplitude pendant la première période (Fig.V.2.d) du champ d'une impulsion harmonique, et d'autre part, les ondes de bord dans le champ proche pour l'excitation impulsionnelle (Fig.V.2.a). Dans le champ intermédiaire, on constate que le champ de pression commence à avoir une image du signal d'excitation qui lui a donné naissance, et la distribution de l'amplitude du signal reflète le début de la formation de la caractéristique de directivité. Par contre, dans le champ proche, on observe certaines déformations de la réponse par rapport à la forme du signal d'excitation. Ceci est dû aux interférences des signaux émis par les différents émetteurs du transducteur.

### V.1.3- Influence de l'apodisation du transducteur sur les caractéristiques de directivité

Dans cette section, les caractéristiques de directivité dans le champ lointain ont été testées pour le cas d'une excitation harmonique. Les différentes fonctions d'apodisation étudiées sont: Chebyshev, triangulaire, Gauss, Bessel et parabolique d'ordre un. Les résultats obtenus dans le champ lointain du sonar ( $r_0=100a^2/\lambda$ ) sont présentés dans la figure V.3. Comme on peut le constater, l'apodisation provoque la diminution des lobes secondaires et élargit le faisceau principal. Cependant, afin de caractériser ces phénomènes, nous avons défini deux types de paramètres:

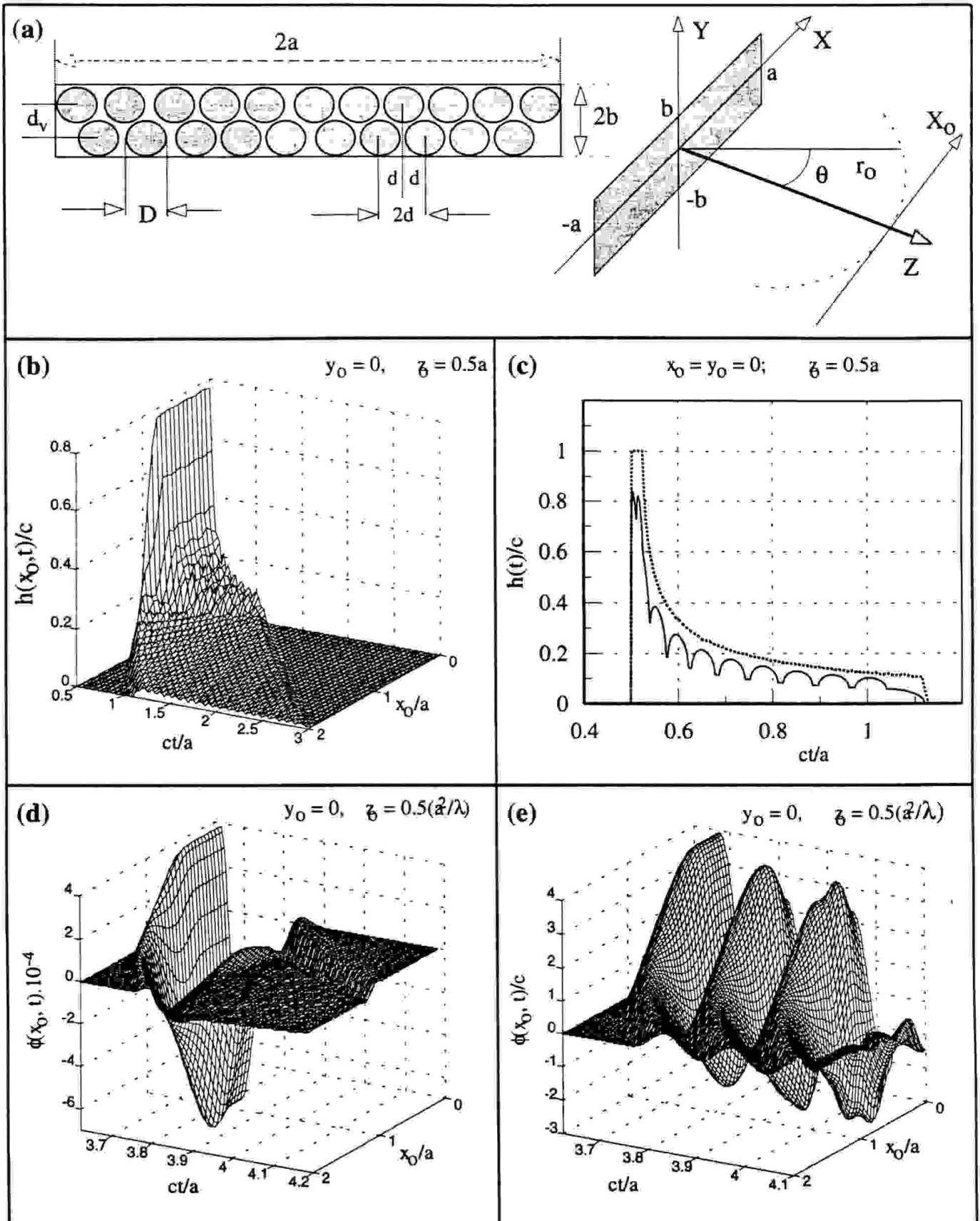


Fig.V.1: Réponses transitoires du transducteur multi-éléments excité uniformément et placé dans un baffle rigide. (a) Géométrie du problème et notations appliquées; (b) Réponse impulsionnelle  $h(x_0, t)/c$  le long de l'axe  $OX_0$  à  $z_0 = 0.5a$ ; (c) Réponse impulsionnelle du piston rectangulaire de dimension  $2a \times 2b$  (courbe en trait pointillé) superposée à celle du sonar (courbe en trait plein) pour  $x_0 = y_0 = 0$  et  $z_0 = 0.5a$ ; (d) potentiel de vitesse  $\phi(x_0, y_0 = 0, t)$  dans le champ proche d'une excitation impulsionnelle de longueur  $0.6a/c$  ( $f = 91.5$  kHz); (e) même expérience que la section (d) mais pour une excitation harmonique de longueur  $3T$  ( $T = 1/f$ ).



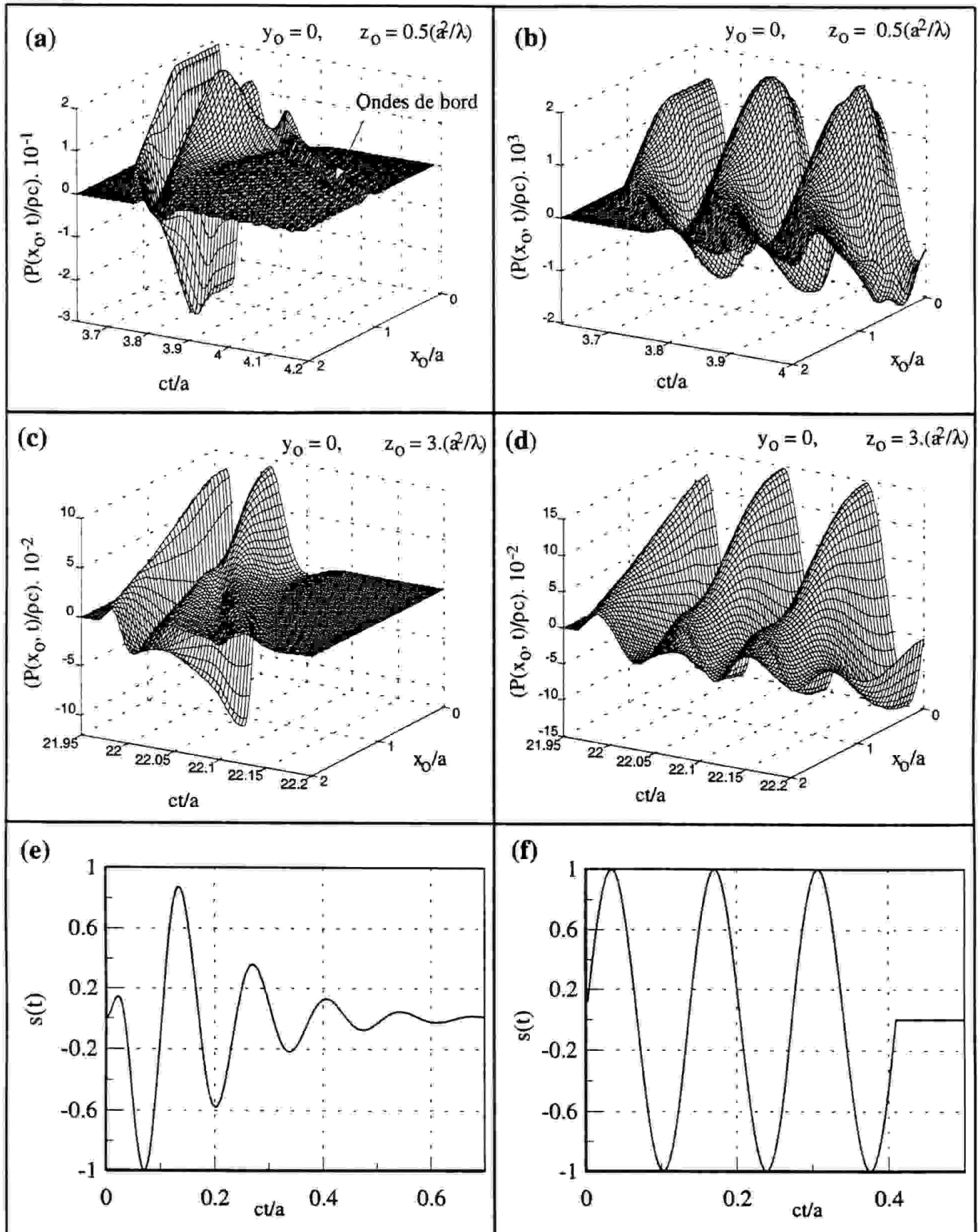


Fig.V.2: Réponses transitoires de la pression acoustique du sonar.

**(a)** Réponse de la pression acoustique dans le champ proche calculée avec l'excitation impulsionnelle qui est présentée dans la section (e); **(b)** même expérience que la section (a) mais calculée avec l'excitation harmonique qui est présentée dans la section (f); **(c)** même expérience que la section (a) mais pour le champ lointain  $z_0 = 3R_g$ ; **(d)** même expérience que la section (b) mais pour le champ lointain; **(e)** forme temporelle du signal d'excitation impulsionnelle; **(f)** forme temporelle de l'excitation harmonique de durée  $3T$ .

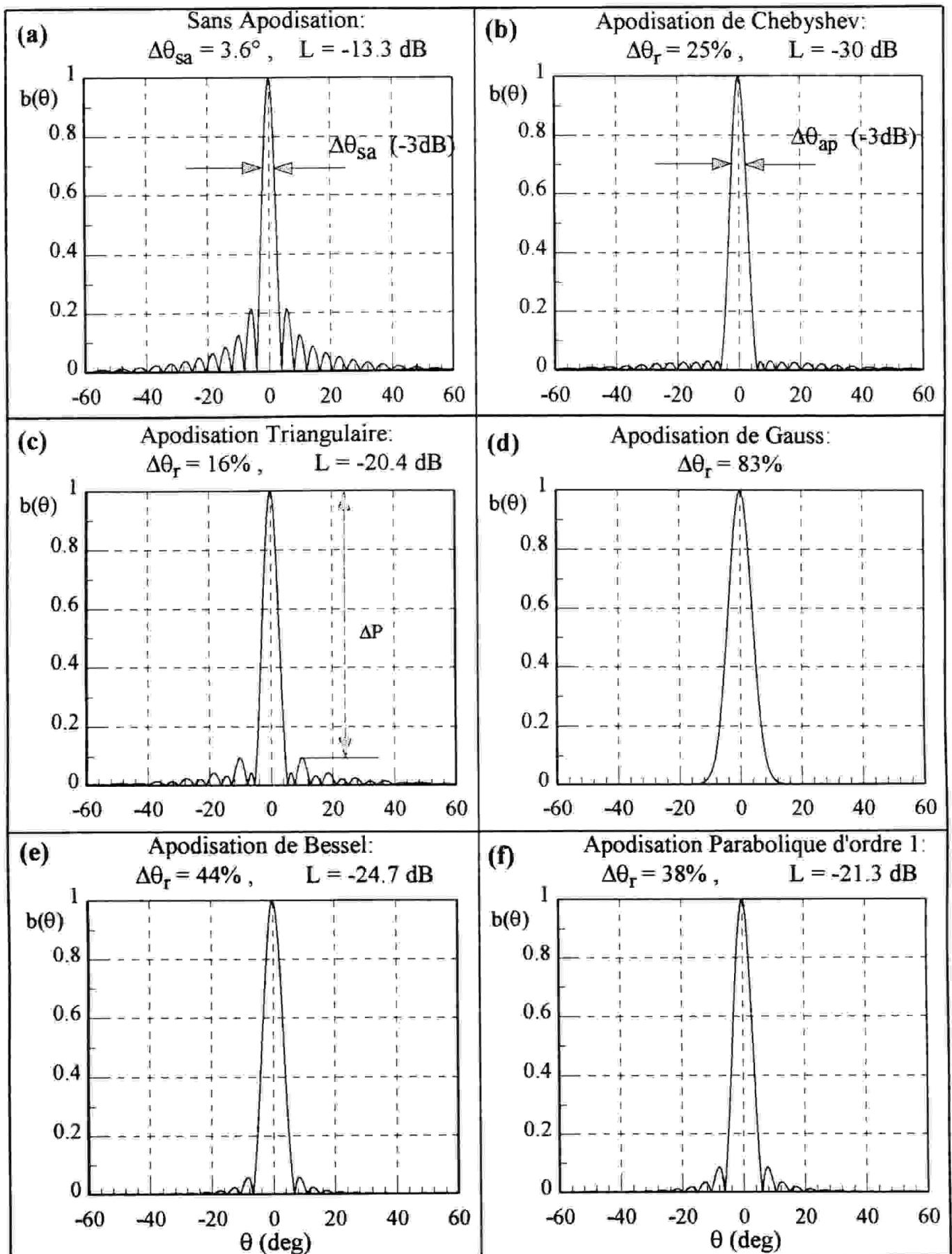


Fig.V.3: Diagrammes de directivité du sonar, en champ lointain, calculés pour différentes fonctions d'apodisation dans le cas d'une excitation harmonique ( $f = 91.5$  kHz,  $r_0 = 117a^2/\lambda$ ,  $a/\lambda = 7.25$ ).

(a) sans apodisation; (b) apodisation de Chebyshev; (c) apodisation en triangle; (d) apodisation de Gauss; (e) apodisation de Bessel; (f) apodisation parabolique d'ordre un.

- le premier qui permet de mesurer l'élargissement relatif du lobe principal du transducteur apodisé, est défini comme étant:

$$\Delta\theta_r (\%) = \frac{\Delta\theta_{ap} - \Delta\theta_{sa}}{\Delta\theta_{sa}} \quad (V-1)$$

où  $\Delta\theta_{sa}$  et  $\Delta\theta_{ap}$  représentent la largeur du faisceau principal à -3 dB respectivement pour le transducteur non apodisé et apodisé.

- le second permet de mesurer l'écart relatif  $\Delta P$  du niveau maximal du lobe secondaire par rapport au niveau du lobe principal et il est défini par:

$$L (dB) = 20 \log_{10}(\Delta P) \quad (V-2)$$

Comme prévu, l'analyse des résultats obtenus montre que l'apodisation du sonar atténue les niveaux des lobes secondaires en augmentant la largeur du lobe principal du faisceau. Cet effet est plus prononcé dans le cas de l'apodisation de Gauss (Fig.V.3.d): les lobes secondaires sont totalement atténués alors que l'élargissement du lobe principal est maximale (environ 83%). Pour l'apodisation de Chebyshev (Fig.V.3.b), les coefficients d'apodisation (Annexe III-A) ont été calculés afin d'obtenir une suppression des lobes secondaires de 30 dB. Cette atténuation a été obtenue et elle est accompagnée par un élargissement de 25% du lobe principal. Avec l'apodisation en triangle (Fig.V.3.c), le comportement de la directivité suit à peu près celle calculée avec l'apodisation de Chebyshev: le rapport largeur du lobe principal sur le niveau d'atténuation des lobes secondaires est comparable dans les deux cas. Pour l'apodisation parabolique d'ordre un (Fig.V.3.f) et de Bessel (Fig.V.3.e), la directivité obtenue est nettement dégradée par rapport à l'apodisation triangulaire ou de Chebyshev: le niveau des lobes secondaires est légèrement atténué alors que la largeur du lobe principal se trouve fortement augmentée pouvant excéder 40%.

Finalement et comme prévu, on constate que dans tous les cas, l'apodisation d'un transducteur induit la réduction des niveaux de lobes secondaires. Ce phénomène est toujours accompagné par un élargissement du lobe principal (jusqu'à environ 50%).

#### V.1.4- Balayage électronique du faisceau

Le transducteur étudié a été conçu pour réaliser le balayage électronique du faisceau dans la zone angulaire  $[-30^\circ, 30^\circ]$ . L'étude du balayage, auquel s'adapte bien le logiciel DREAM, fait l'objet de cette section.

Les diagrammes de directivité dans le champ lointain du sonar ( $r_0 = 100a^2/\lambda$ ), obtenus pour différents angles du balayage ( $\theta_0 = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$  et  $60^\circ$ ), sont présentés dans la figure V.4. Les calculs de ses diagrammes ont été effectués en utilisant l'option "balayage électronique" dans le menu des fonctions de retard d'excitation (Eq III-4.b). Sur cette figure, chaque caractéristique de directivité avec balayage est normalisée par l'amplitude maximale de celle obtenue pour  $\theta_0 = 0^\circ$  (cas sans balayage, Fig.V.4.a).

Il est bien connu que le diagramme de rayonnement  $b(\theta)$ , en champ lointain d'un réseau de transducteurs avec balayage, est le produit du diagramme de rayonnement du réseau idéal  $b_1(\theta - \theta_0)$  décalé et de celui d'un élément individuel  $b_2(\theta)$  du réseau:

$$b(\theta) = b_1(\theta - \theta_0).b_2(\theta) \quad (V-3)$$

Etant donné que la caractéristique  $b_2(\theta)$  est représentée par la fonction de type  $2J_1(ka)/(ka)$  (caractéristique d'une ouverture circulaire de rayon  $a$ ,  $k = 2\pi\sin\theta/\lambda$ ), le changement d'angle d'orientation provoque des modifications des niveaux de lobes secondaires et du lobe principal ainsi que certaines asymétries des niveaux de lobes secondaires (Fig.V.4.c). Ce phénomène s'aggrave encore en augmentant l'angle du balayage. De plus, à part ces problèmes de modification des formes, il y a aussi le problème d'échantillonnage spatial qui a déjà été signalé dans la section IV.4.2 du chapitre précédent. Selon la relation (IV-6) et compte tenu de l'effet du balayage, on peut prévoir l'apparition du premier lobe d'effet réseau dans la direction:

$$\theta = \arcsin [\lambda/d \pm \sin(\theta_0)] \quad (V-4)$$

Ceci est illustré sur la figure V.4 qui montre qu'au fur et à mesure que l'angle d'orientation augmente et dépasse la limite  $+30^\circ$ , le lobe d'effet réseau (lobe "fantôme") apparaît et devient de plus en plus important (sections (b),(d) et (f)). Elle illustre également qu'au delà de cet angle limite ( $\theta_0 = 30^\circ$ ), le sonar peut "observer" dans deux directions différentes et peut donc donner, par la suite, de fausses informations.

Cette étude montre de quelle manière on peut détruire le fonctionnement du sonar si on ne respecte pas le cahier de charge.

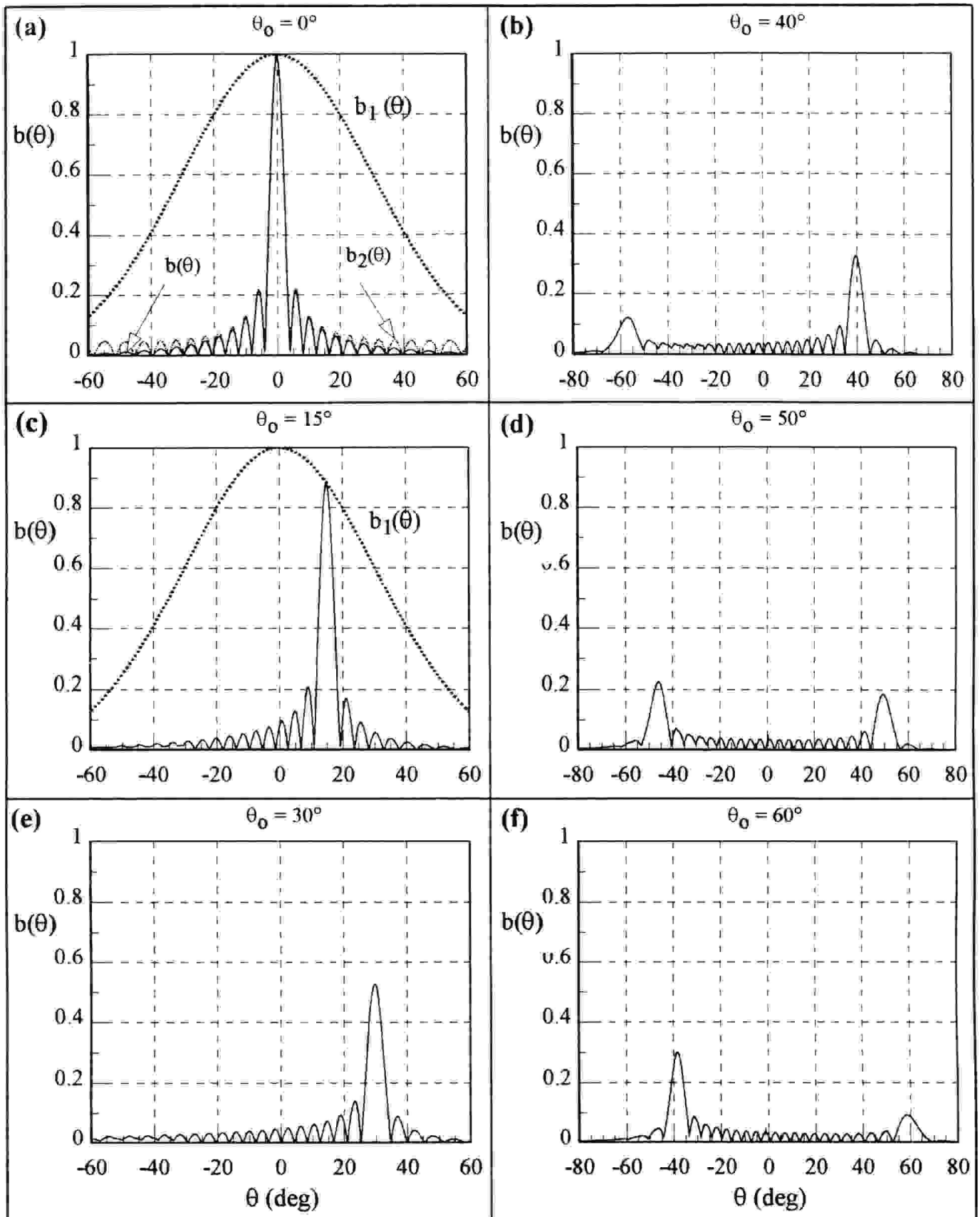


Fig.V.4: Balayage des caractéristiques de directivité en champ lointain du transducteur.

Les diagrammes de directivité de (b) à (f) sont normalisés par l'amplitude maximale de la réponse correspondant à  $\theta_0 = 0^\circ$ .

- ( ..... ) : courbes de directivité d'un transducteur élémentaire  $b_1(\theta)$ ;
- ( - - - - - ) : courbe de directivité d'un réseau de transducteurs "idéale"  $b_2(\theta)$ ,
- ( ——— ) : courbes de directivité du résultat final  $b(\theta) = b_1(\theta) \times b_2(\theta)$ ,

### V.1.5- Caractéristiques de directivité et formation du champ

Le dernier objectif de cette étude est de voir de quelle manière la caractéristique de directivité se forme en fonction de la distance par rapport au transducteur. Ces problèmes sont intéressants puisque le sonar étudié était aussi sensé travailler dans la zone intermédiaire du champ du transducteur.

Ainsi, pour le cas d'une excitation harmonique, les diagrammes de directivité en fonction de la distance, allant de la distance du champ proche au champ lointain en passant par le champ intermédiaire, sont présentés dans la figure V.5.a. Des diagrammes de directivité obtenus, on constate que:

- les vraies caractéristiques de directivité qui correspondent à la solution analytique  $\sin(Nkd)/N\sin(kd)$  (où  $k = \pi\sin\theta/\lambda$  et  $N$  est le nombre des éléments) sont obtenues uniquement à partir d'une certaine distance par rapport au transducteur. Dans notre cas, cette distance peut être considérée comme étant environ égale à  $r_0 = 100$  m (ce qui correspond à la condition  $r_0 = 117R_f$ ). Il vient alors que la caractéristique de directivité tend vers sa contrepartie analytique seulement pour une distance très éloignée du transducteur, ce qui confirme la condition de Fraunhofer (Eq.I-A.11).

- dans le champ proche ( $r_0 = 0.5(a^2/\lambda)$ ), il n'y a plus de directivité,
- dans le champ intermédiaire ( $a^2/\lambda < r_0 < 5(a^2/\lambda)$ ), on a la formation du lobe principal mais la caractéristique n'atteint pas des "zéros".

Ces manques de "zéros" sont souvent observés dans les diagrammes de directivité expérimentaux enregistrés dans des conditions où  $r_0$  est comparable avec  $r_f$ . Le manque de minima nulles, ne peut donc pas être interprété comme un comportement inexact du transducteur.

Par comparaison avec une excitation impulsionnelle, une étude analogue a été menée en utilisant l'excitation de la figure V.2.e. Il est à noter que pour cette excitation, les diagrammes de directivité ont été calculés de la même manière que pour le cas d'une excitation harmonique (Eq.III.13). Les résultats de calcul sont portés dans la figure V.5.b. Ils montrent que, les caractéristiques de directivité obtenues sont plus "lissées", ne présentant pas d'oscillations, et que la formation de la directivité s'effectue sans présence de lobes secondaires, en particulier les vrais "zéros". Ceci peut être attribué à la perturbation du phénomène d'interférence entre les signaux émis par les différents éléments du transducteur (signal d'excitation bref). D'autre part, l'analyse de ces résultats montre que la directivité semble être meilleure pour le cas d'un signal impulsionnel est surtout dans le champ lointain.

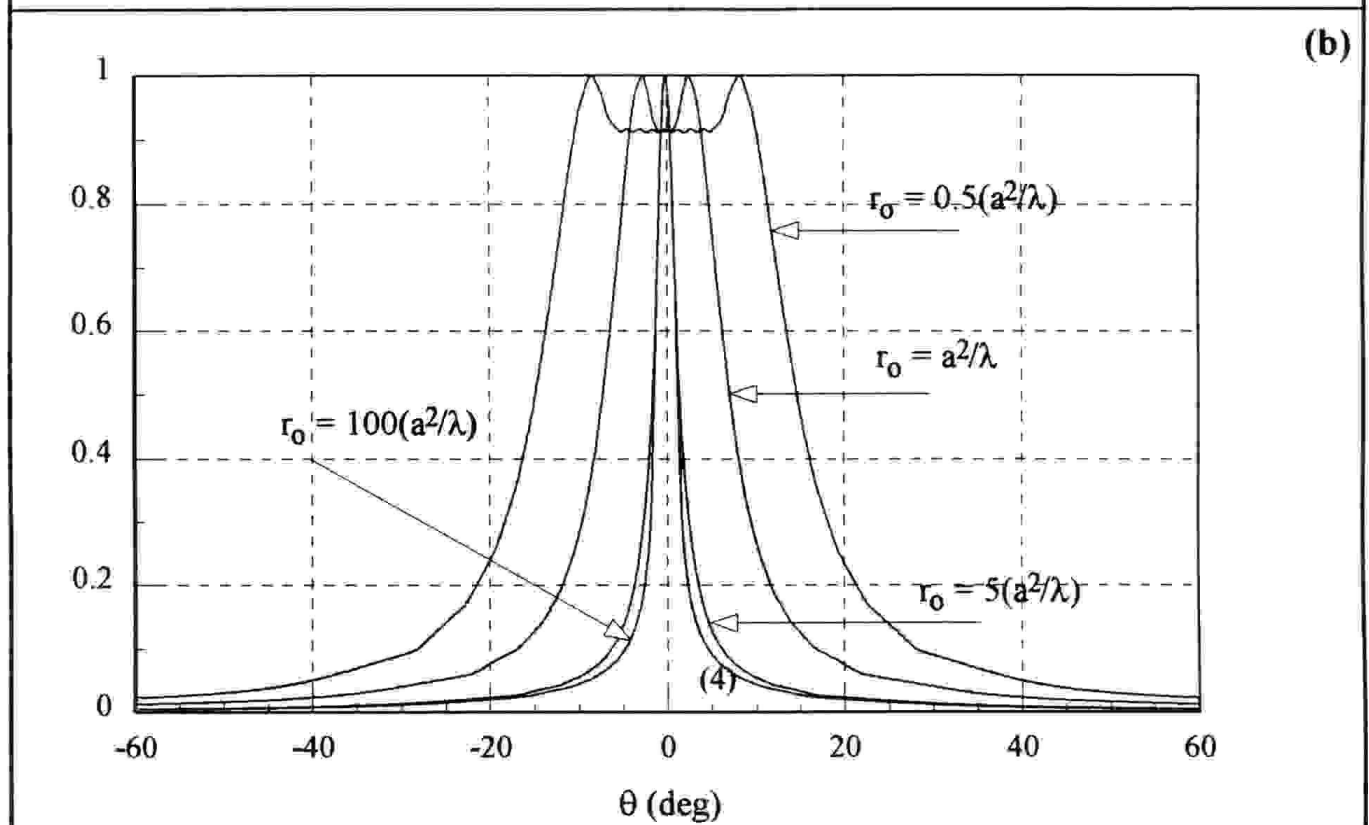
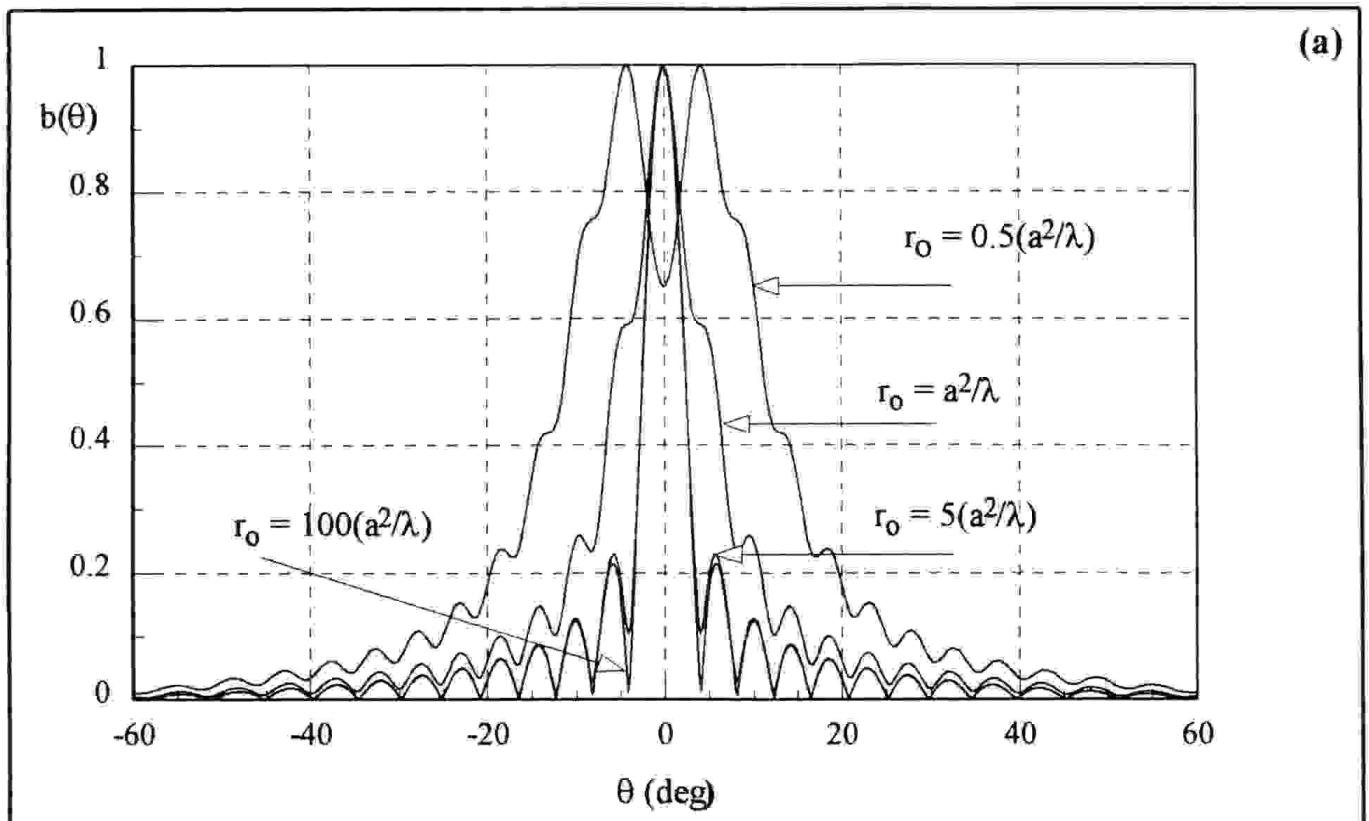


Fig.V.5: Diagrammes de directivité  $b(\theta)$  calculés pour différentes distances  $r_0$  par rapport au transducteur.  
**(a)** comparaison des diagrammes de directivité en champ proche, intermédiaire et lointain dans le cas d'une excitation harmonique.  
**(b)** même expérience que la section (a) mais pour une excitation impulsionnelle.

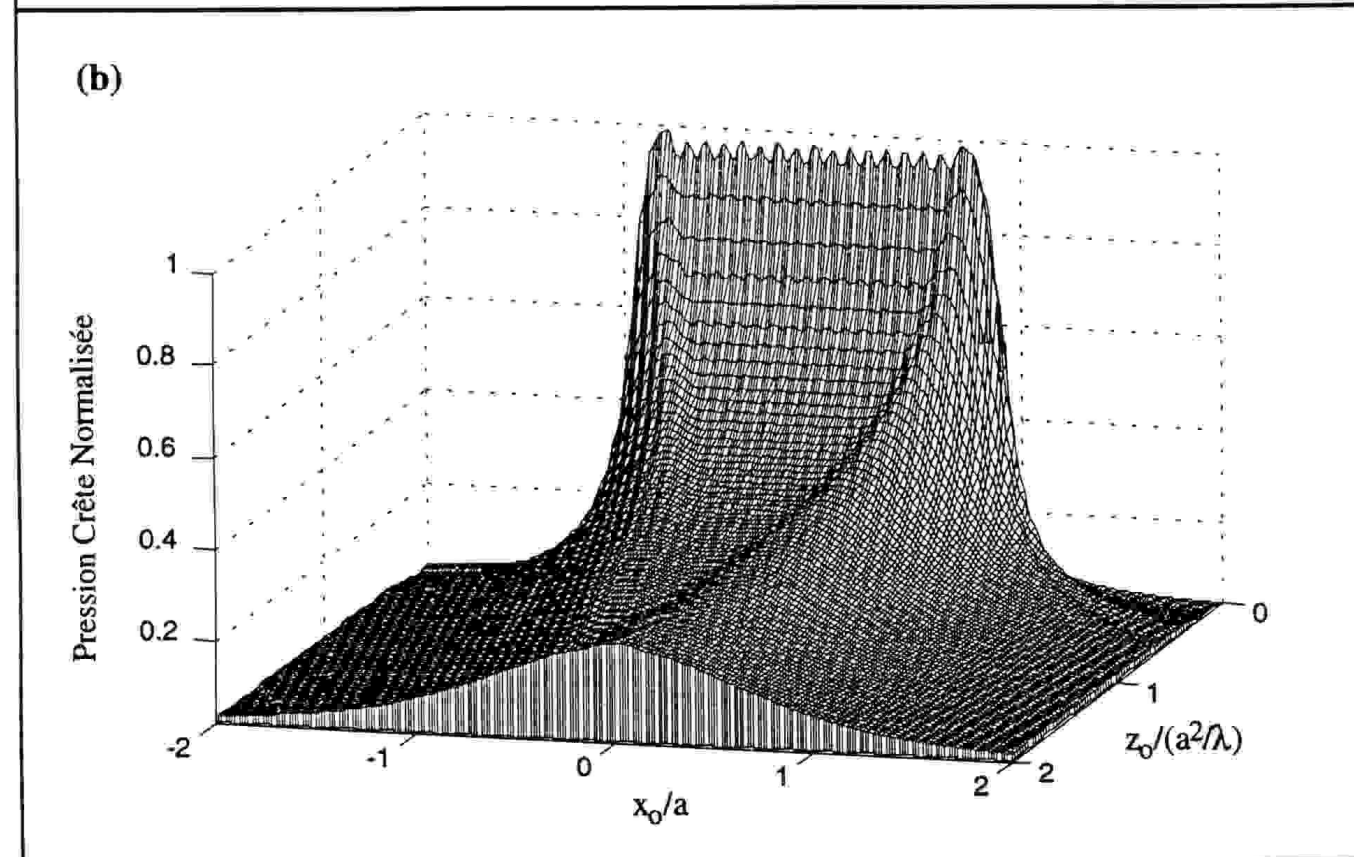
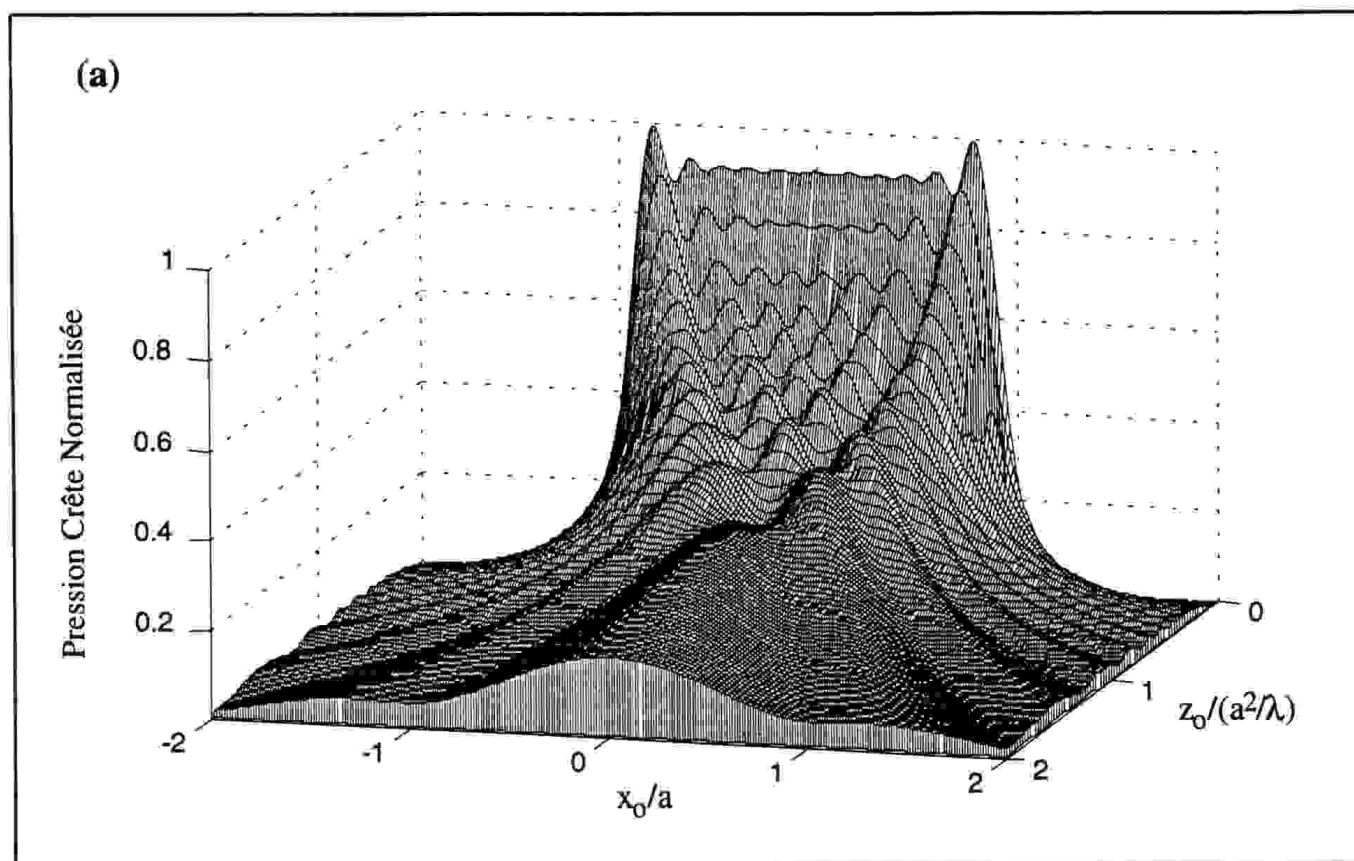


Fig.V.6: Répartition d'amplitude de la pression acoustique  $P(x_0, z_0)$  dans le champ proche et intermédiaire du transducteur :  $-2a \leq x_0 \leq 2a$ ;  $0 \leq z_0 \leq 2(a^2/\lambda)$ .

(a) cas d'une excitation harmonique;

(b) cas d'une excitation impulsionnelle.



Une étude identique aux deux cas précédents a été effectuée dans le plan OXZ pour la distance  $0 \leq z_0 \leq 2(a^2/\lambda)$  et  $-2a \leq x_0 \leq 2a$ . Les résultats obtenus sont présentés dans la figure V.6. Ils montrent de quelle manière la caractéristique du champ se forme en fonction de la distance par rapport au transducteur.

Pour le cas d'une excitation harmonique, deux zones du champ peuvent être clairement distinguées: le champ proche ( $z_0 < a^2/\lambda$ ) et le champ intermédiaire. Dans le champ proche, la source agit comme un piston où il n'y a pratiquement pas de directivité alors qu'elle devient de plus en plus pointue à partir de la distance de Fresnel ( $z_0 = a^2/\lambda$ ). On peut observer également une certaine complexité du champ proche. Cette complexité est liée à d'importants phénomènes d'interférences dans cette zone. Ces derniers sont plus accentués pour le cas d'une excitation harmonique, alors que le champ d'une excitation impulsionnelle est beaucoup plus régulier et lisse.

#### V.1.6- Conclusion

Cette analyse représente une étude complète d'un transducteur de géométrie complexe. Dans le cas d'une excitation harmonique, toutes les caractéristiques habituelles définissant les différentes zones du champ d'une source acoustique ont été retrouvées:

- présence des irrégularités de la pression acoustique dans le champ proche qui se traduisent, notamment sur l'axe, par une succession de maxima et de minima dans la direction de propagation,
- formation de la directivité à partir du champ intermédiaire et manque de directivité dans le champ proche,
- apparition des "zéros" de la caractéristique de directivité en champ lointain.

Nous avons montré l'effet des différentes apodisations du transducteur, ce qui permettra le choix d'une meilleure solution au stade de la réalisation pratique. Plusieurs fonctions d'apodisation ont été étudiées. En général, elles exigent des compromis entre leurs avantages et inconvénients respectifs. Le comportement du transducteur pour l'excitation large-bande a également été analysé. Finalement, nous avons obtenu des images parfaites des caractéristiques de directivité pour différents angles du balayage.

Ces résultats ont permis de valider les éléments développés pour l'option "matrice arbitraire". Ils montrent l'utilité du logiciel DREAM pour analyser le comportement d'un transducteur multi-éléments.

## V.2- ETUDE DES TRANSDUCTEURS FOCALISES

Les transducteurs focalisés utilisés en acoustique ultrasonore sont destinés à concentrer l'énergie acoustique dans une région limitée de l'espace. Dans cette région dite focale, l'intensité acoustique et la résolution latérale sont élevées, ce qui autorise des applications importantes: contrôle non destructif de défauts de petite taille dans les matériaux, diagnostic médical (échographie) ou thérapie (lithotritie, ablathermie). Pratiquement, trois méthodes sont employées pour parvenir à une bonne focalisation:

- La méthode "acoustique": une lentille est placée devant un transducteur plan afin d'en concentrer les rayons et de les faire converger au point focal de la lentille (Djelouah et al, 1990; Lucas et al, 1982).

- La méthode "géométrique": elle utilise un transducteur ayant la forme d'une coupelle sphérique focalisant en son centre (Levin et al, 1987; Hamilton, 1992).

- La méthode de la focalisation électronique: celle-ci peut être obtenue par un assemblage de transducteurs convenablement déphasés. Ainsi, les signaux émis par les différents éléments du transducteur peuvent arriver en phase au point focal et interfèrent d'une façon constructive (Burckhardt et al, 1975; Dietz, et al, 1979).

Toutefois, dans les différentes littératures on suppose toujours que les deux dernières méthodes évoquées plus haut s'avèrent presque équivalentes. Ainsi, étant donné que notre code de calcul numérique est bien adapté à ce type d'étude, nous avons suggéré d'étudier dans cette section le champ rayonné par une coupelle sphérique (pour laquelle nous avons négligé la diffraction secondaire) et par un réseau de transducteurs annulaire focalisé électroniquement (Piwakowski, Sbai et al; 1994). Finalement, les objectifs que nous avons défini sont découpés en trois parties:

- la première partie est consacrée à l'étude de la focalisation géométrique sur l'exemple d'un transducteur ayant la forme d'une coupelle sphérique,
- la seconde partie permet d'analyser la performance d'un transducteur focalisé d'une manière électronique sur l'exemple d'un réseau de transducteurs annulaires,
- la dernière partie permet de comparer les deux méthodes de focalisation.

Dans les calculs qui vont suivre, les transducteurs seront analysés à la fois pour une excitation harmonique et impulsionnelle. Cette dernière sera toujours prise sous la forme (tableau III.3):

$$s(t) = \tanh^2(t/t_r) [1 - \tanh(t/t_f)].\cos(2\pi ft) \quad (V-5)$$

où  $f$  est la fréquence centrale du signal d'excitation et les paramètres  $t_r$  et  $t_f$  contrôlent respectivement le temps de montée et le temps de descente. La forme de  $s(t)$  ainsi que son spectre fréquentiel sont présentées dans les figures V.9.e et V.9.f.

### V.2.1- Focalisation géométrique

L'objectif de cette étude est de caractériser le champ acoustique rayonné par une coupelle sphérique de rayon de courbure  $R$  et de rayon latéral "a" placée dans un baffle rigide infini. Le schéma géométrique du problème est présenté dans la figure V.7. L'angle  $\alpha$  est l'angle d'ouverture de la coupelle. Le point  $F$  désigne le point focal géométrique centre de la sphère ( $R = OF$ ),  $O$  représente le fond de la source, et  $h_0$  sa profondeur.

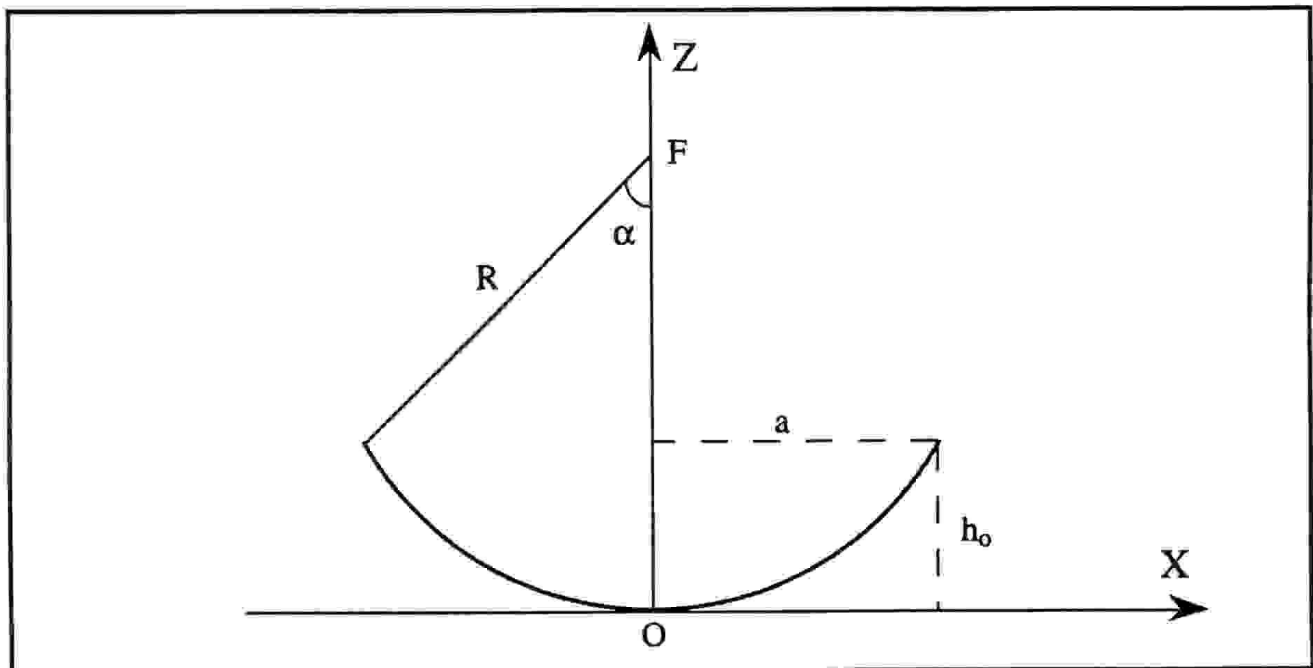


Fig.V.7: Géométrie du problème et notations appliquées.

#### V.2.1.1- Formes temporelles du champ rayonné:

L'évolution temporelle en fonction de la distance latérale, à la fois pour la réponse impulsionnelle et le champ de pression acoustique dû à une excitation impulsionnelle, est présentée dans la figure V.8 pour trois distances  $z_0$  par rapport à la source. Notons que, dans la région pré focale ( $z_0 < R$ ), une ressemblance qualitative avec les réponses impulsionnelles d'un piston circulaire plan peut être observée (Fig.IV.6.a). Dans le plan focal ( $z_0 = R$ ), la réponse

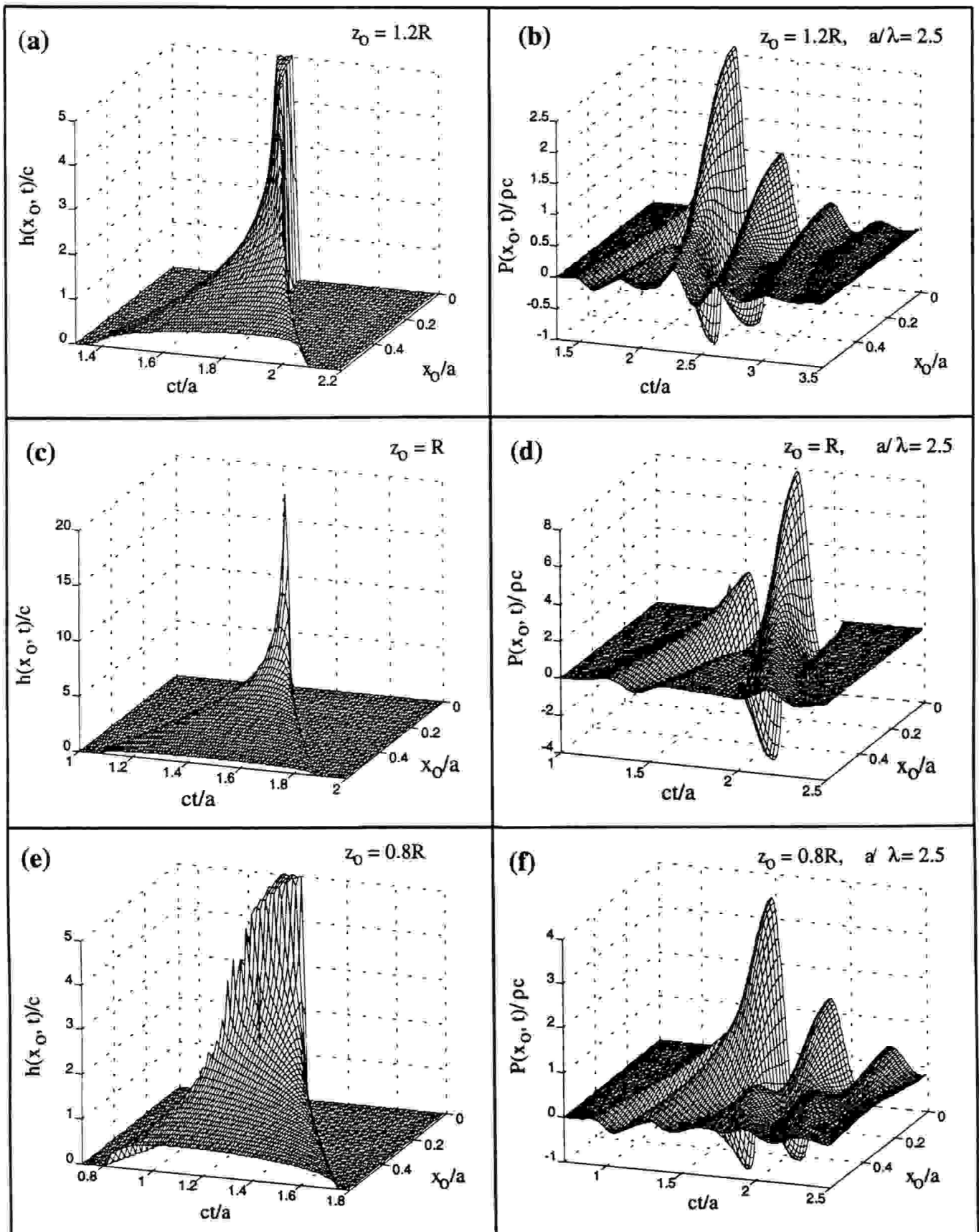


Fig.V.8: Réponses transitoires d'une coupelle sphérique rigide de rayon de courbure "R" et de rayon latéral "a" ( $R/a = 1.41$ ) excitée uniformément; présentées en fonction de  $ct/a$  et  $x_0/a$  et calculées à trois distances  $z_0$  à partir de la source ( $y_0 = 0$ ).

(a), (c) et (e) : réponses impulsionnelles  $h_0(O, t)$  calculées respectivement à  $z_0 = 1.2R$ ,  $z_0 = R$  et  $z_0 = 0.8R$ .

(b), (d) et (f) : formes temporelles de la pression acoustique calculée respectivement à  $z_0 = 1.2R$ ,  $R$  et  $0.8R$ . La forme du signal d'excitation utilisé est présentée dans la figure V.9.e.

impulsionnelle évolue à partir d'une impulsion de Dirac au point F vers une forme beaucoup plus "plate" lorsque la distance radiale augmente: c'est bien évidemment l'effet de focalisation recherché. Des résultats identiques ont été déjà retrouvés par plusieurs auteurs (Arditi et al, 1981, Fink et al, 1984; par exemple). Ceci montre que la focalisation augmente la concentration d'énergie dans la zone focale. Cet effet est bien traduit par le champ de pression acoustique obtenu dans les trois régions de l'espace où l'amplitude de pression au point focal est maximale. Les ondes des bords générées par le pourtour du transducteur sont clairement visibles hors de l'axe du transducteur (Fig.V.8.d).

### V.2.1.2- Répartition spatiale de la pression acoustique

Les distributions d'amplitude de la pression pour des excitations harmonique et impulsionnelle dans le plan d'observation situé autour de la région focale (plan Oxz) et pour deux valeurs du rapport  $a/\lambda$ , sont présentées dans la figure V.9. L'effet de la focalisation se traduit par une augmentation d'amplitude de la pression au voisinage du point F et peut être clairement observé le long de l'axe de symétrie de la coupelle (axe OZ). Toutefois, l'amplitude de la pression acoustique maximale sur l'axe n'est pas localisée au point focal géométrique F, mais à un certain point focal "effectif" proche du point F ( $z_0 < F$ ). Ceci est confirmé sur la figure V.10: elle montre, en effet, que pour un rapport  $R/a$  fixé, la pression maximale tend vers le point focal géométrique F quand le rapport  $a/\lambda$  augmente (piston fortement focalisé, ouverture large). Notons que ce phénomène a déjà été observé par plusieurs auteurs (Orofino et al, 1992 par exemple). Concernant la résolution latérale, une augmentation du rapport  $a/\lambda$  provoque, comme prévu, une diminution de la largeur du faisceau principal calculée à -3dB (Fig.V.11). En même temps, on observe que pour l'excitation impulsionnelle, les caractéristiques du champ acoustique sont plus "lissées" comme on a observé dans les caractéristiques du sonar ( section V.1.4).

### V.2.1.3- Effet de l'apodisation du transducteur

Dans ce paragraphe, quelques exemples numériques sont présentés afin de montrer les effets d'une fonction d'apodisation sur le champ acoustique d'un transducteur focalisé géométriquement. Les calculs ont été entrepris pour deux apodisations de formes différentes. Les résultats des calculs ainsi que les formes des fonctions d'apodisation étudiées sont présentés dans la figure V.12.

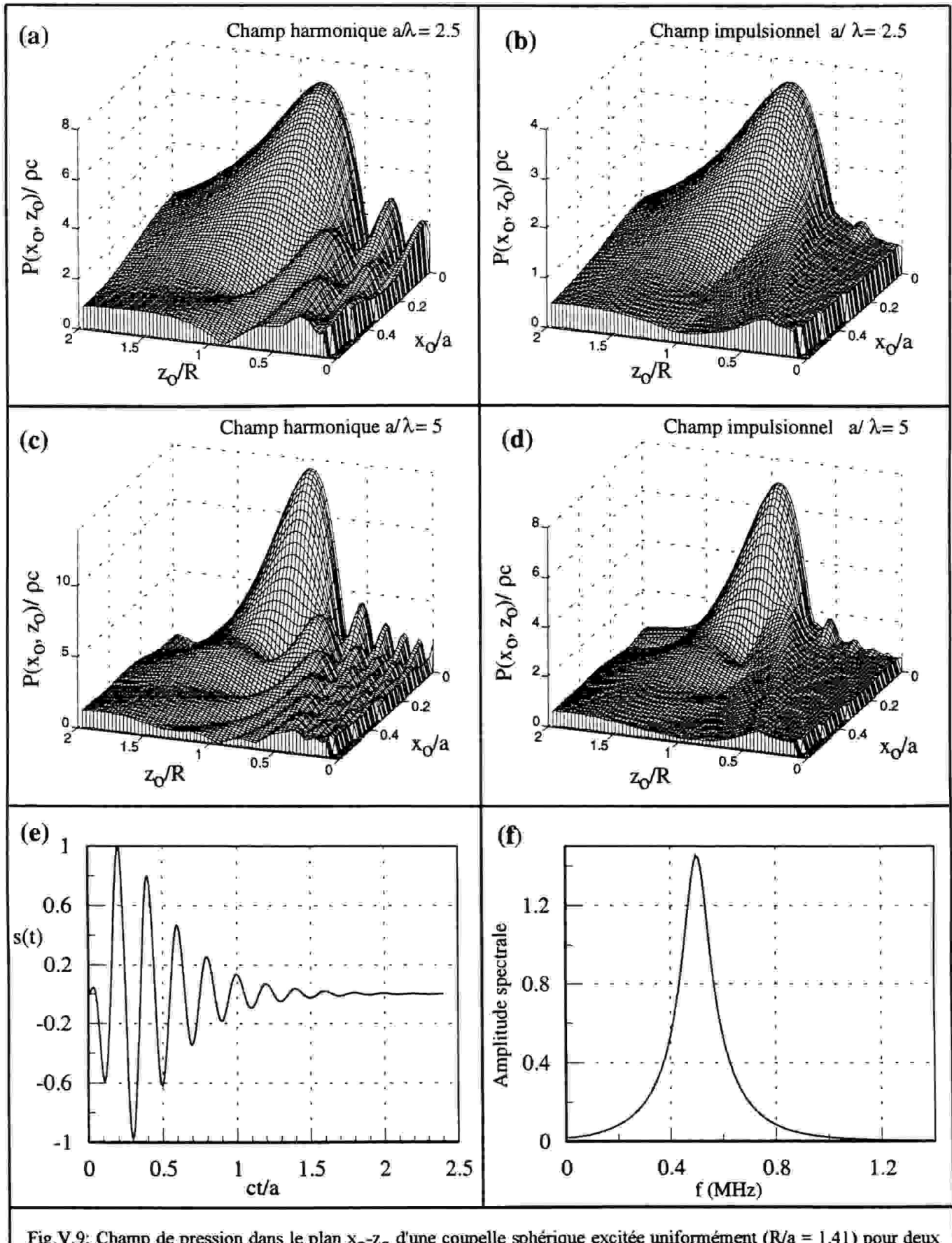


Fig.V.9: Champ de pression dans le plan  $x_0-z_0$  d'une coupelle sphérique excitée uniformément ( $R/a = 1.41$ ) pour deux valeurs du rapport  $a/\lambda$  ( $0 \leq x_0 \leq 0.6a$ ;  $0 \leq z_0 \leq 2R$ ).

(a) champ de pression harmonique pour  $a/\lambda = 2.5$ ;

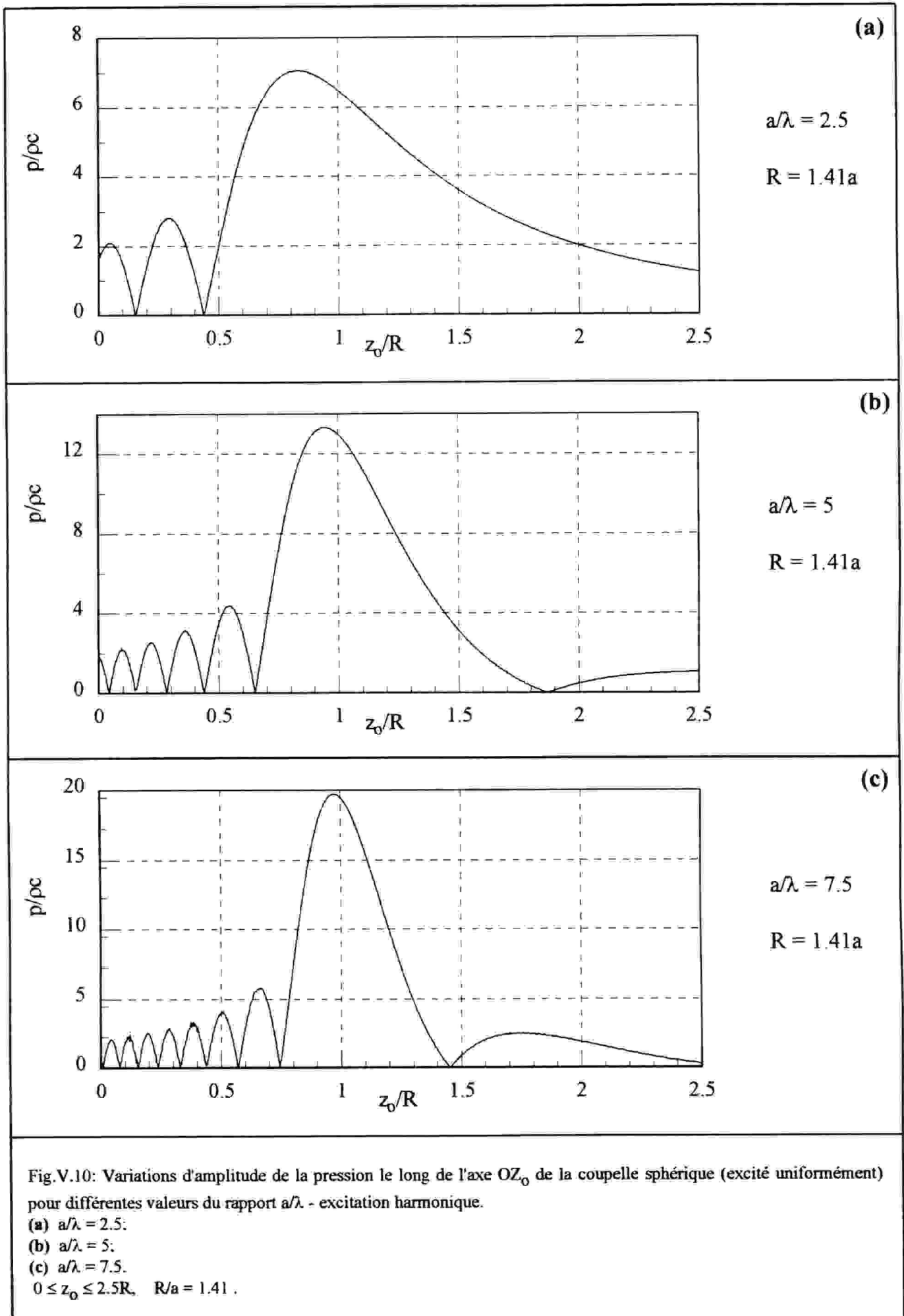
(b) champ de pression impulsionnel pour  $a/\lambda = 2.5$ ;

(c) même que (a) mais pour  $a/\lambda = 5$ ;

(d) même que (b) mais pour  $a/\lambda = 5$ ;

(e) forme du signal d'excitation impulsionnelle;

(f) spectre fréquentiel du signal de la section (f).



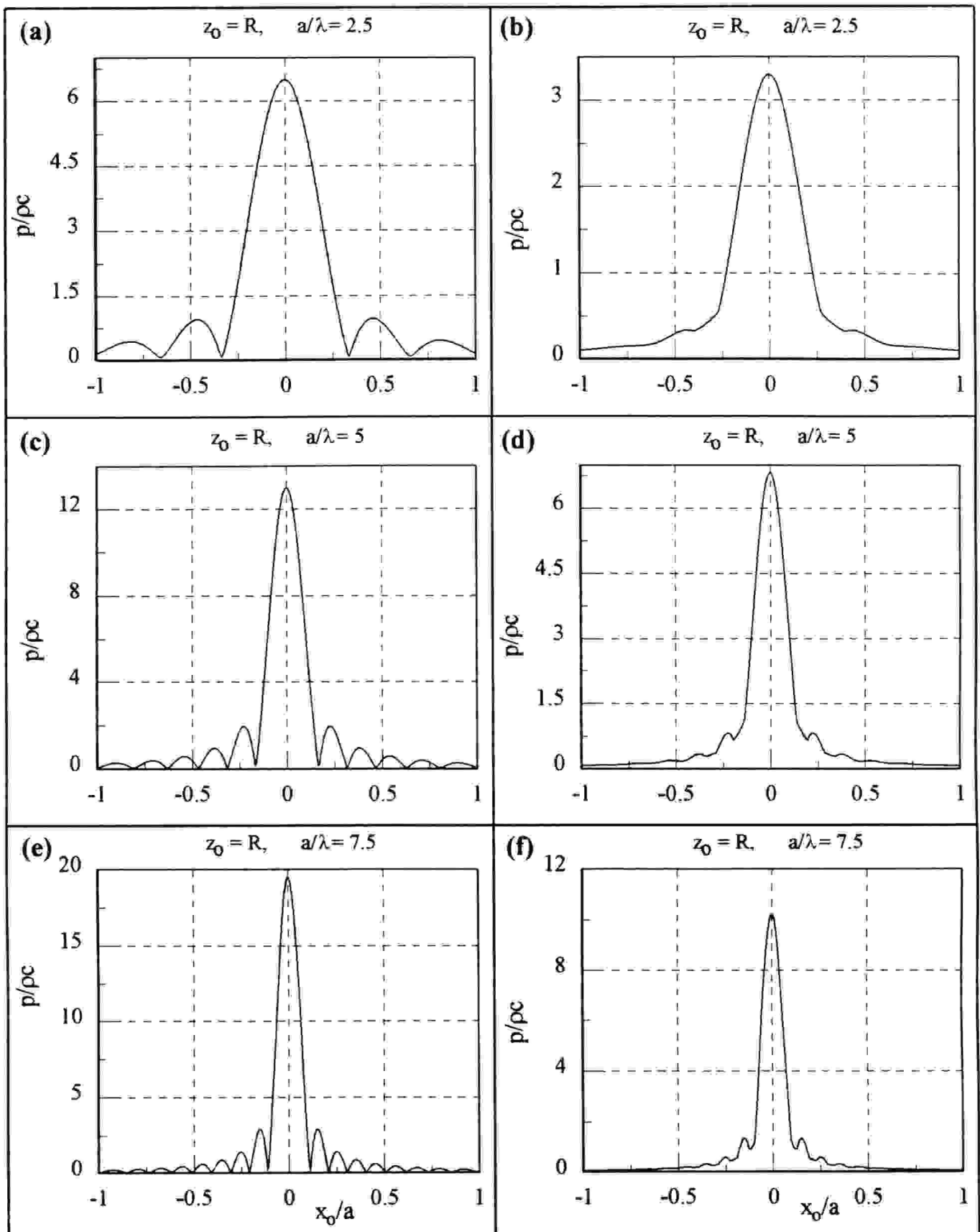


Fig.V.11: Répartition de la pression acoustique le long de l'axe  $OX_0$  de la coupelle sphérique (excité uniformément) à  $z_0 = R$  et  $y_0 = 0$ , pour différentes valeurs du rapport  $a/\lambda$ .

(a) et (b) cas où  $a/\lambda = 2.5$ ; respectivement pour une excitation harmonique et impulsionnelle;  
 (c) et (d) cas où  $a/\lambda = 5$ ; respectivement pour une excitation harmonique et impulsionnelle;  
 (e) et (f) cas où  $a/\lambda = 7.5$ ; respectivement pour une excitation harmonique et impulsionnelle;  
 La forme du signal d'excitation impulsionnelle utilisé est présentée dans la figure V.9.e.



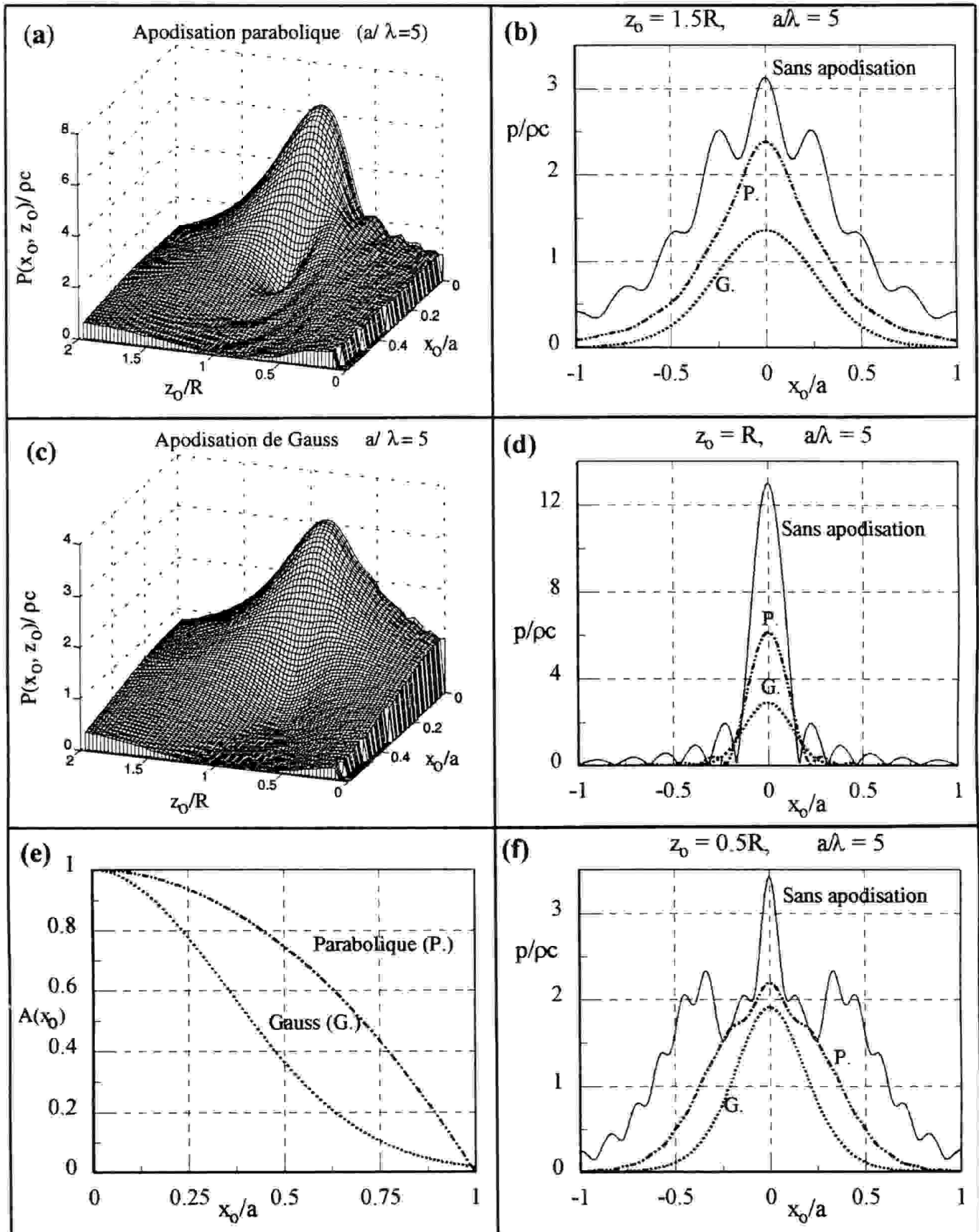


Fig. V.12: Influence de l'apodisation sur les caractéristiques du champ rayonné par une coupelle sphérique ( $R = 1.41a$ ,  $a/\lambda = 5$ ) - excitation harmonique.

(a) champ de pression dans le plan  $x_0$ - $z_0$  obtenu avec une apodisation parabolique; (b) influence de l'apodisation sur le champ de la région post-focale:  $z_0 = 1.5R$ ; (c) même que (a) mais pour l'apodisation de Gauss; (d) même que (b) mais pour la région du plan focal  $z_0 = F$ ; (e) caractéristiques des fonctions d'apodisations utilisées; (f) même que (b) mais pour la région préfocale  $z_0 = 0.5R$ .

On constate que l'application d'une fonction d'apodisation au transducteur focalisé provoque une diminution de lobes secondaires et une augmentation de la largeur du faisceau principal à -3 dB. Ces mêmes effets, déjà notés dans la section V.1.3 (sonar), ont été analysés par Verhoef et al (1984) mais pour le cas de l'apodisation parabolique d'ordre un et deux.

Comme le montre la figure V.12, l'apodisation provoque un "lissage" du champ de la région pré focale du transducteur (comparer les figures V.9.a et V.12.a, par exemple) et une atténuation d'amplitude de la pression (Fig.V.12.b, Fig.V.12.d et Fig.V.12.f). Cette atténuation exprime simplement que l'énergie rayonnée par le transducteur est plus faible. Comme dans le cas du sonar ( section V.1.2), l'application d'une fonction d'apodisation Gaussienne produit une suppression totale des lobes secondaires et une très forte augmentation de la largeur du faisceau principal.

### V.2.2- Focalisation électronique

L'inconvénient majeur du système de focalisation étudié précédemment, tient à la fixité de la distance focale imposée par le rayon de courbure de la coupelle, alors qu'un foyer réglable du transducteur est, dans la plupart des applications, souhaitable pour explorer tout le segment situé dans l'axe du transducteur. Il est donc avantageux d'utiliser un transducteur à réseau annulaire associé à un groupe de lignes à retards ajustable, car cet ensemble peut modéliser un transducteur réalisé par une coupelle sphérique "déformable", dont on peut à volonté ajuster le rayon de courbure.

Typiquement, le transducteur annulaire est composé de N anneaux circulaires concentriques, où la largeur radiale "D" de chaque anneau peut être variable. La géométrie du transducteur que nous avons utilisé pour cette étude est présentée dans la figure V.13.a. Pour faciliter la comparaison avec les résultats présentés précédemment, le rayon extérieur du transducteur annulaire est supposé égal au rayon latéral "a" de la coupelle sphérique examinée dans la section précédente. Le paramètre  $d_r$  qui caractérise la "densité de remplissage" du transducteur est défini par:  $d_r = D/d_{cc}$  (où  $d_{cc}$  est la distance entre les centres de deux anneaux adjacents). Il exprime en effet la portion de la surface effective du transducteur.

#### V.2.2.1- Effet de la discrétisation d'ouverture sur la réponse impulsionnelle

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que pour le cas d'un piston circulaire plan excité uniformément (voir figure IV.1.e), la réponse impulsionnelle sur l'axe du piston est

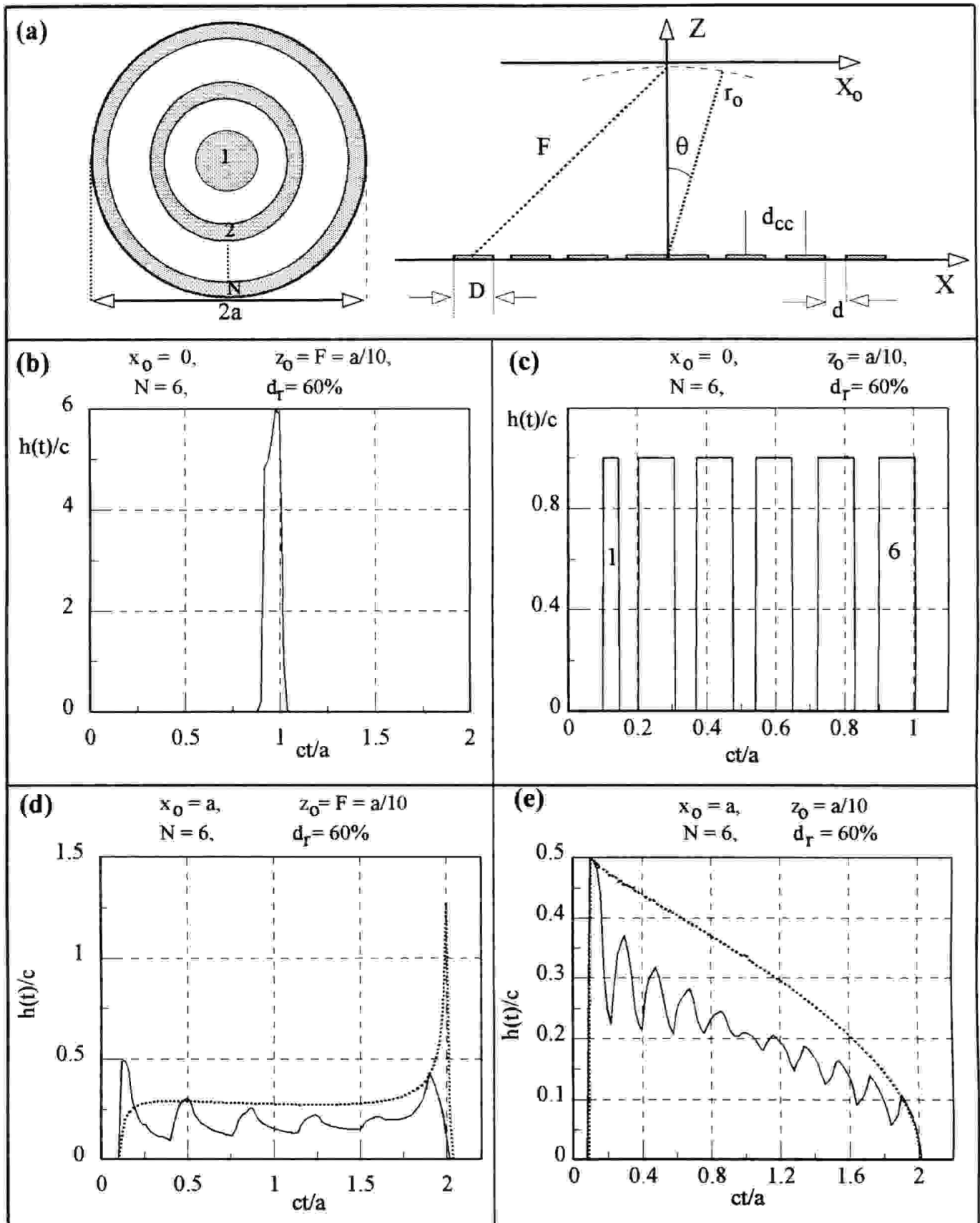


Fig. V.13: Réponses impulsionnelles du réseau annulaire constitué de 6 éléments, excité uniformément et placé dans un baffle rigide. (a) Géométrie du problème et notations appliquées; (b) Réponse impulsionnelle  $h_0(t)$  du réseau focalisé à  $F = a/10$ , observée au point  $O(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = a/10)$ ; (c) Réponse impulsionnelle  $h_0(t)$  du réseau non focalisé observée au point  $O(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = a/10)$ : (1) réponse de l'élément n°1 (élément central), (6) réponse de l'élément n°6 (élément périphérique); (d) même expérience que la section (b) mais pour le point d'observation hors de l'axe:  $O(x_0 = a, y_0 = 0, z_0 = a/10)$ ; (e) même expérience que la section (c) mais pour le point d'observation  $O(x_0 = a, y_0 = 0, z_0 = a/10)$ . Les réponses en trait pointillé correspondent à celles d'un piston plan (ouverture continue).

représentée par une impulsion rectangulaire. Par conséquent, si on utilise un transducteur annulaire plan non focalisé, la réponse impulsionnelle de chaque élément annulaire sur l'axe du transducteur sera aussi une impulsion rectangulaire mais retardée dans le temps. Cet effet est illustré sur la figure V.13.c, où la réponse sur l'axe a été calculée pour  $N = 6$  avec une densité de remplissage  $d_r = 60\%$ . Sur cette figure, la réponse n°1 correspond à l'élément central du réseau et la réponse n°6 à celle de l'élément périphérique. Si le transducteur est focalisé (Fig.V.13.b), les réponses de tous les éléments coïncideraient à une distance  $z_0 = F$  du transducteur, et la réponse impulsionnelle du transducteur sera  $N$  fois plus courte que celle d'un réseau annulaire non focalisé. Pour un point d'observation situé hors de l'axe du transducteur, l'effet de la discrétisation de l'ouverture focalisée et non focalisée est observé respectivement sur les figures V.13.d et V.13.e. Ces deux réponses sont aussi comparées avec celles d'un piston plan (sans discrétisation de l'ouverture, fonction de retard continue).

#### V.2.2.2- Résolution latérale en fonction du nombre d'éléments $N$

Au stade de la conception d'un système utilisant le transducteur annulaire focalisé, le problème consiste à connaître, d'une part, le nombre d'anneaux  $N$  et d'autre part, la largeur d'un anneau afin d'obtenir la résolution recherchée en s'adaptant aux possibilités financières et physiques de la réalisation.

L'étude présentée dans ce paragraphe, est menée pour deux valeurs du rapport  $a/\lambda$  (semblables à celles utilisées dans l'étude du champ d'une coupelle sphérique) et pour une excitation harmonique et impulsionnelle. Les résultats obtenus sont étudiés en fonction du rapport  $d_{cc}/\lambda$  qui exprime, en effet, la "fidélité" de l'échantillonnage spatial du transducteur. Les différentes valeurs du rapport  $d_{cc}/\lambda$  ont été obtenues en prenant le nombre  $N$  variant entre 2 et 8 éléments et en gardant le rayon "a" du transducteur fixé. L'étude a également été menée pour deux valeurs de densité de remplissage  $d_r$  égales à 100% et 50%. Les résultats sont présentés dans les figures V.14, V.15, V.16, V.17 et V.18.

L'examen des courbes obtenues montre que:

- lorsque le rapport  $d_{cc}/\lambda$  s'approche de 0.5 (courbe en trait plein de la figure V.14.a), la caractéristique de directivité du transducteur tend vers sa contrepartie "idéale"  $b(\theta) = [2J_1(2\pi a \sin\theta/\lambda)/(2\pi a \sin\theta/\lambda)]$  qui correspond à celle d'un transducteur focalisé de manière continue (sans discrétisation de l'ouverture, fonction de retard continue),

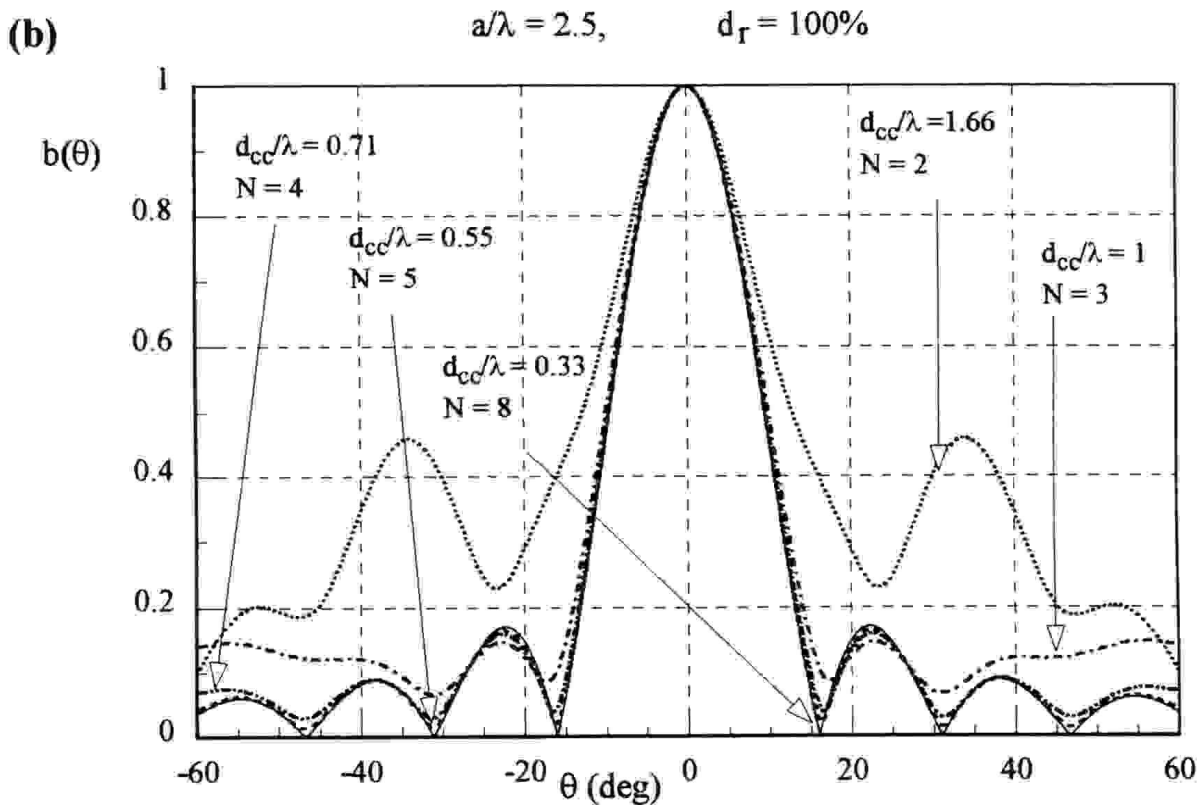
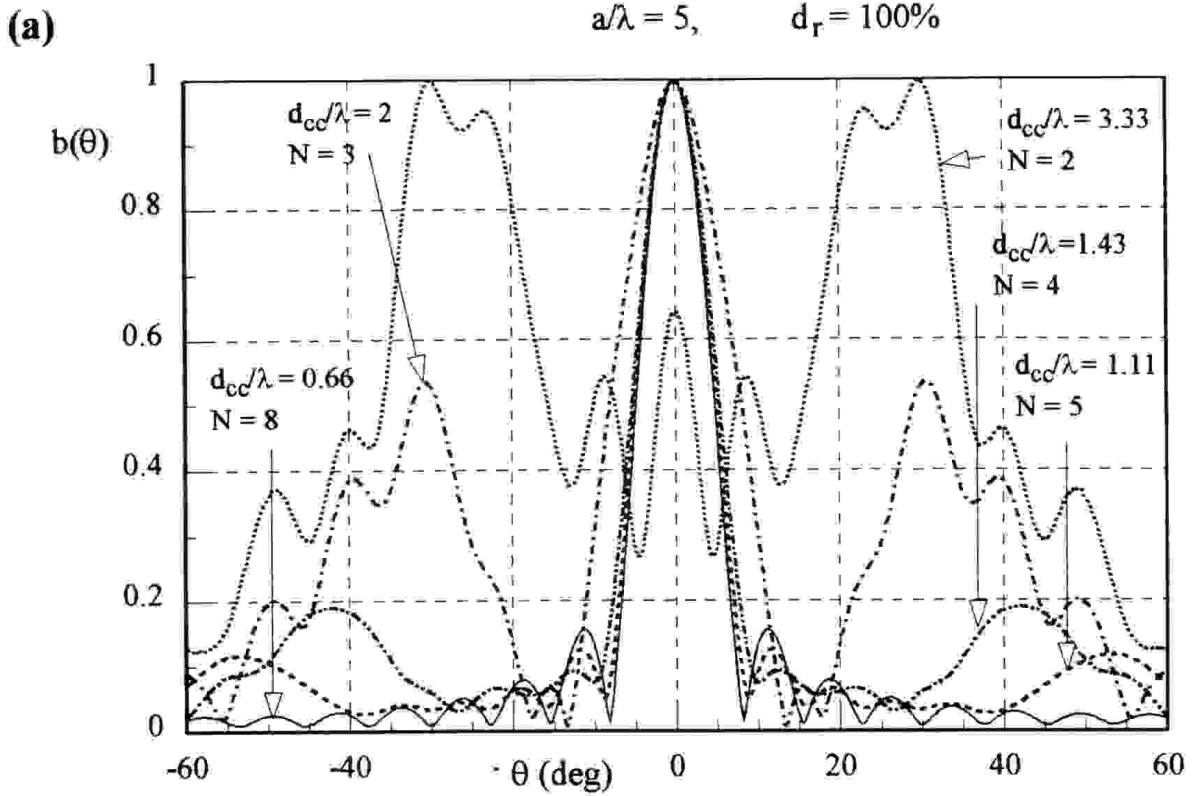
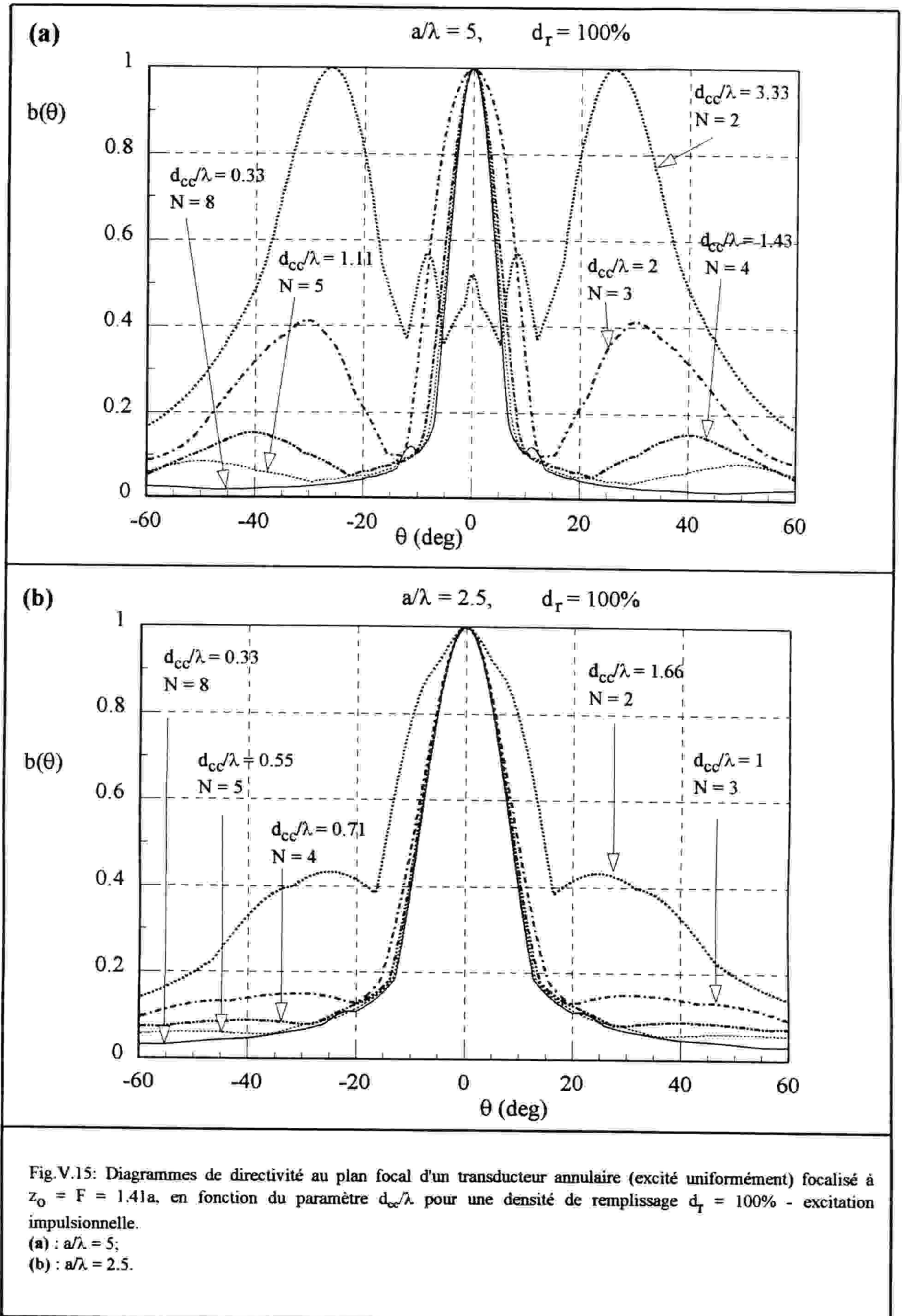
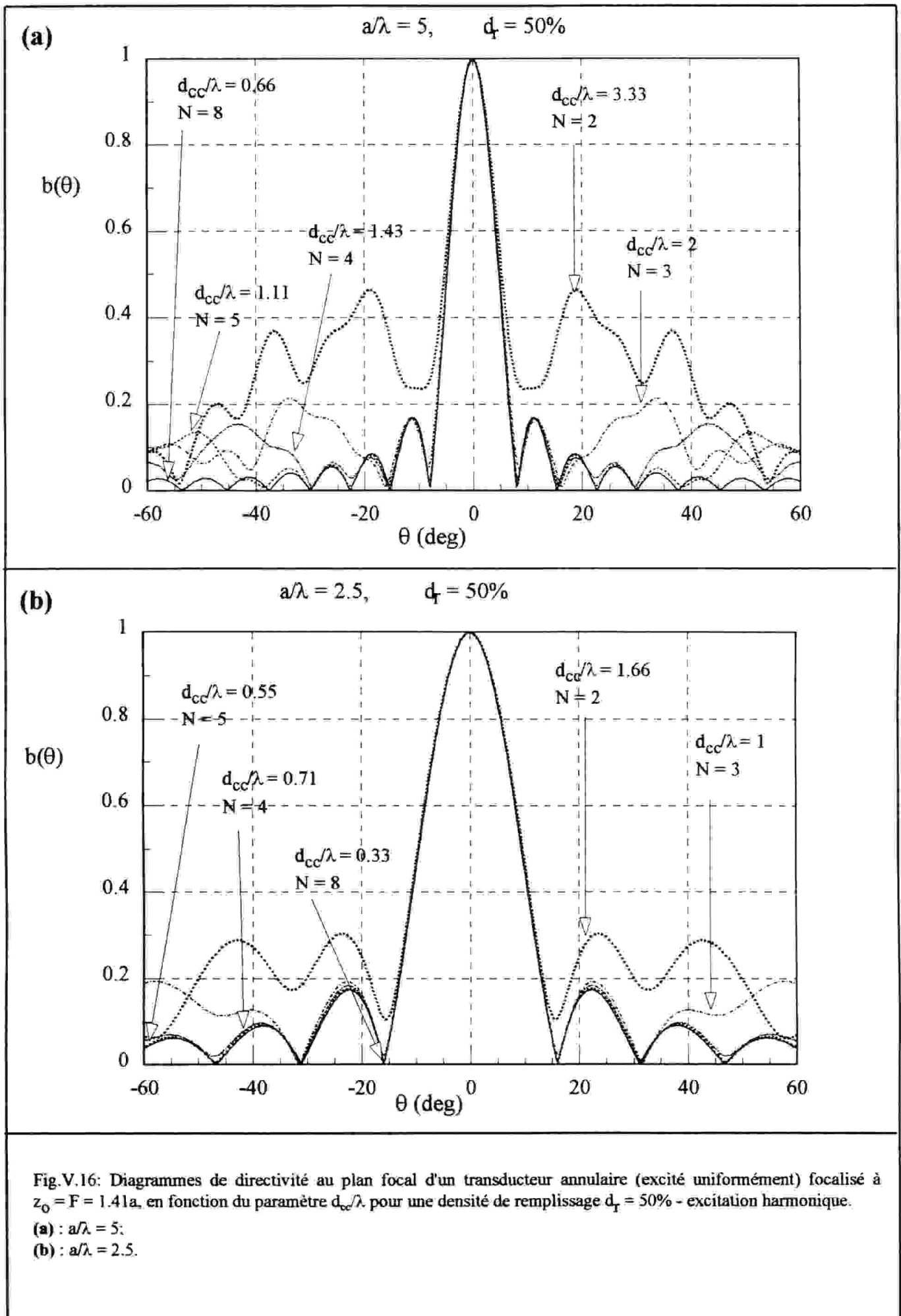


Fig.V.14: Diagrammes de directivité au plan focal d'un transducteur annulaire (excité uniformément) focalisé à  $z_0 = F = 1.41a$ , en fonction du paramètre  $d_{cc}/\lambda$  pour une densité de remplissage  $d_r = 100\%$  ( excitation harmonique).

(a) :  $a/\lambda = 5$ ;

(b) :  $a/\lambda = 2.5$ .





- lorsque la distance  $d_{cc}$  devient comparable et supérieure à la longueur d'onde  $\lambda$ , on observe l'apparition du lobe d'effet réseau dans la direction  $\theta = \arcsin(\lambda/d_{cc})$  (Eq.IV-6). Pour  $d_{cc}/\lambda > 2$ , le niveau de ces lobes dépasse celui des lobes secondaires de la caractéristique "idéale",

- la comparaison des figures V.14.a et V.14.b suggère que ces constats sont généraux et ne dépendent pas de la directivité initiale du transducteur (c'est à dire du rapport  $a/\lambda$ ). L'élargissement relatif  $\Delta\theta_r$  de la largeur de la caractéristique par rapport à sa contrepartie "idéale" ainsi que le niveau relatif des lobes du réseau sont présentés dans la figure V.17 en fonction du rapport  $d_{cc}/\lambda$ . En effet, cette figure récapitule nos conclusions,

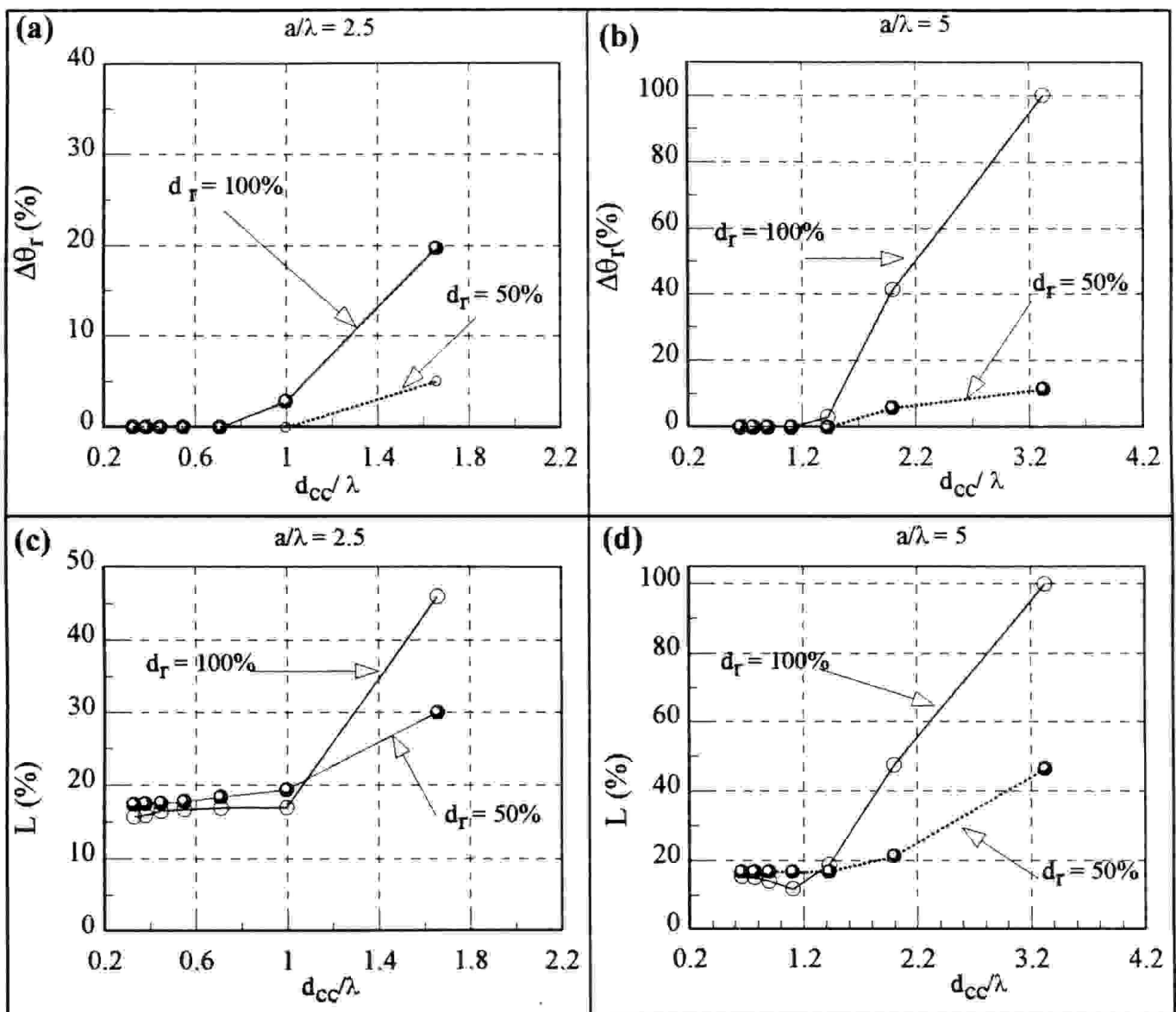


Fig.V.17: Récapitulation des études de la figure V.14 à V.16.

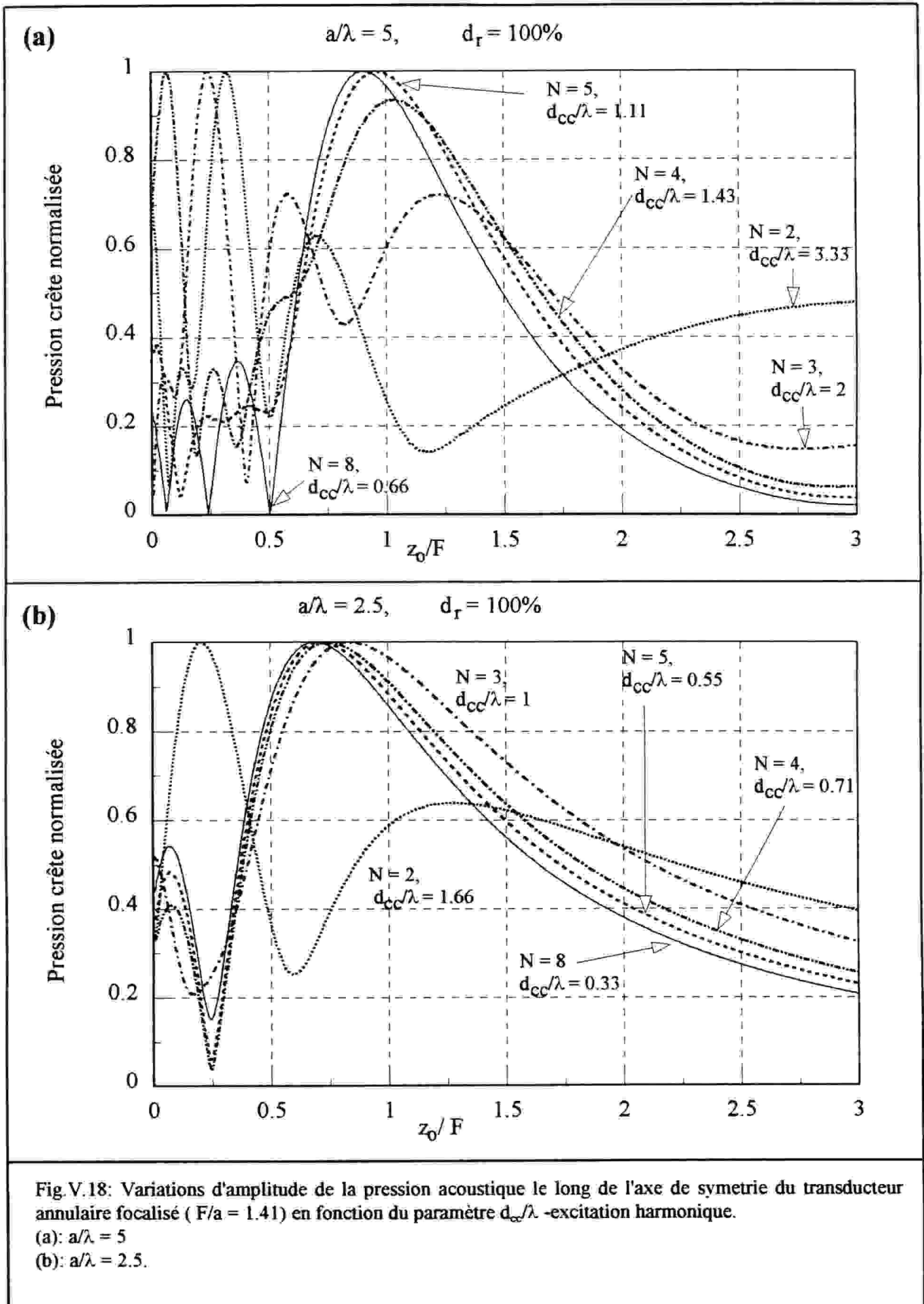
(a), (b): élargissement relatif du faisceau principal à -3dB en fonction du paramètre  $d_{cc}/\lambda$ .

(c), (d): niveau relatif des lobes secondaire et/ou d'effet réseau en fonction du paramètre  $d_{cc}/\lambda$ .

(.....):  $d_r = 50\%$ ;

(.....):  $d_r = 100\%$ .





- les mêmes observations concernent aussi l'excitation impulsionnelle (Fig.V.15), sauf que, pour ce cas les caractéristiques sont plus "lissées" (phénomène de perturbation des interférences déjà mentionné dans la section V.1.4 ),

- en comparant les diagrammes de directivité obtenus par les deux densités de remplissage  $d_r$  (Fig.V.14 et V.16) on constate que pour le même rapport  $d_{cc}/\lambda$ , le niveau du lobe d'effet réseau devient plus faible quand la densité de remplissage  $d_r$  diminue. Pour  $d_{cc}/\lambda$  proche de 0.5 (échantillonnage correct) on n'observe plus de différences entre les caractéristiques obtenues,

- la figure V.18 montre que les effets de la discrétisation du transducteur se manifeste non seulement sur les caractéristiques de directivité du plan focal mais aussi le long de l'axe du transducteur. Le sous-échantillonnage spatial ( $d_{cc}/\lambda > 0.5$ ) provoque la déformation du champ de la zone pré focale. Pour  $d_{cc}/\lambda > 1$ , cette déformation devient très significative et les effets de la focalisation sont pratiquement détruits. Cette observation montre que la caractérisation du champ dans le plan focal doit être toujours complétée par une étude sur l'axe du transducteur.

### V.2.2.3- Effet de l'apodisation

Les diagrammes de directivité de la figure V.16.a pour lequel deux formes de fonctions d'apodisation ont été appliquées, sont présentés sur la figure V.19. Leur comparaison montre que:

- lorsque le paramètre  $d_{cc}/\lambda$  s'approche de 0.5 (échantillonnage correct) les lobes secondaires du transducteur non apodisé (courbe en trait plein de la figure V.16.a) se détachent nettement, et il est clair que l'apodisation réduit le rayonnement hors de l'axe;

- lorsque le paramètre  $d_{cc}/\lambda$  est compris entre 1 et 2, les niveaux des lobes secondaires se trouvent diminués par l'application d'apodisation, voire même supprimés par la fonction de Gauss, alors que le niveau des lobes d'effet réseau se trouve légèrement diminué,

- lorsque le paramètre  $d_{cc}/\lambda$  est supérieur à 2, on observe une dégradation importante de la caractéristique de directivité: l'apodisation provoque une augmentation des lobes d'effet réseau ;

- dans tous les cas étudiés, la largeur du faisceau principal a augmenté: l'ouverture effective étant plus faible. Cette augmentation est d'autant plus élevée que le degré d'apodisation est plus fort (cas de la fonction de Gauss).

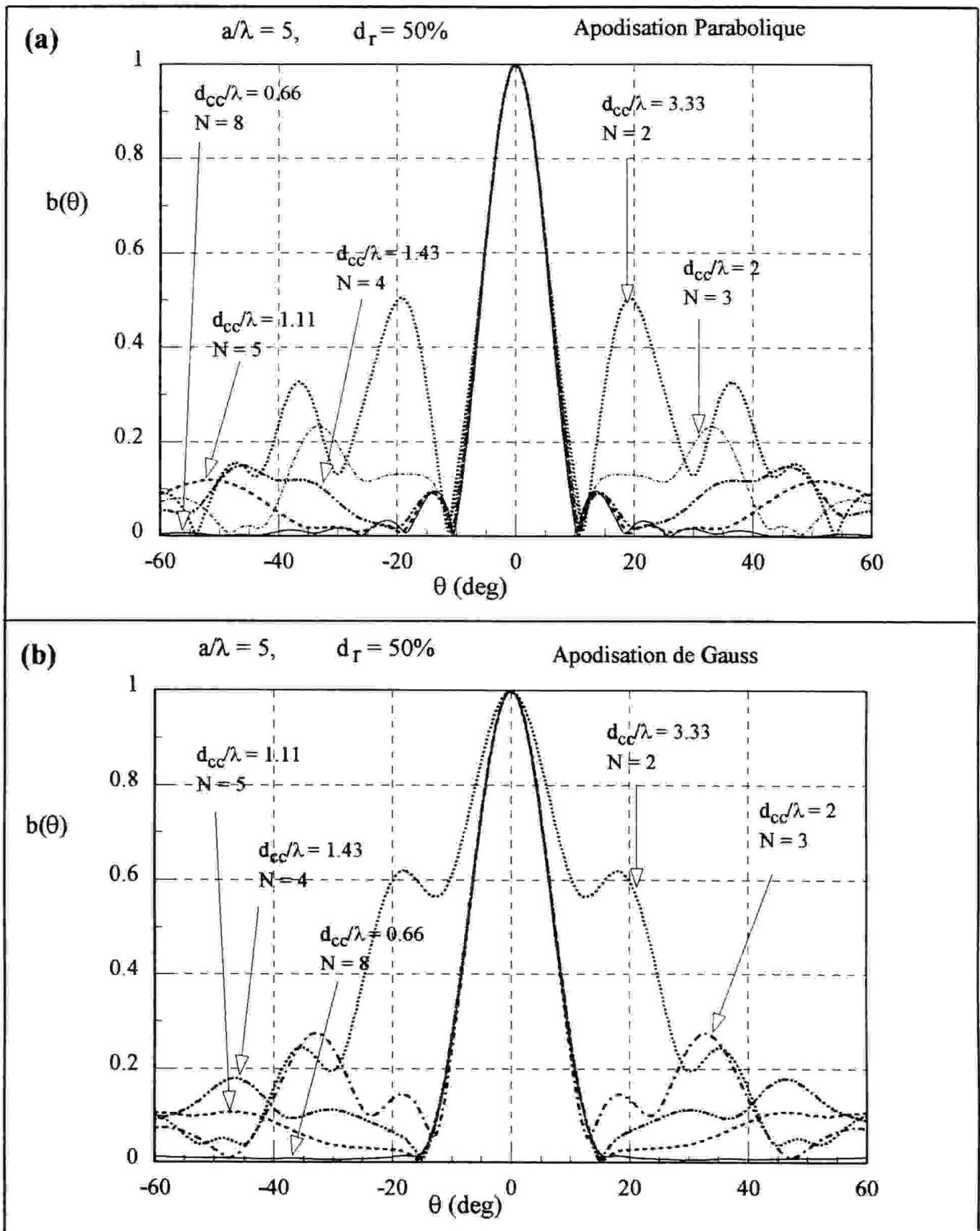


Fig.V.19: Effet de l'apodisation sur les caractéristiques de directivité du transducteur annulaire étudié dans la figure V.16.a ( $F/a = 1.41$ ) à  $z_0 = F$  et pour différentes valeurs du paramètre  $d_{cc}/\lambda$  - excitation harmonique.

**(a)** apodisation parabolique;

**(b)** apodisation de Gauss ( $b_1 = 4$ ).

$F/a = 1.41$ ,  $a/\lambda = 5$ ,  $r_0 = F$ ,  $d_r = 50\%$ .

### V.2.3. Comparaison focalisation géométrique - électronique.

Dans ce paragraphe nous avons comparé la focalisation "géométrique" étudiée dans la section V.2.1 avec la focalisation électronique réalisée par le transducteur annulaire (section précédente). Pour rendre cette comparaison plus facile, les résultats présentés concernent les transducteurs de même diamètre, de même distance focale, et opérant avec la même longueur d'onde.

Le champ de pression acoustique rayonné par le transducteur annulaire réalisé avec  $d_{CC} / \lambda < 0.5$  (échantillonnage correct) est présenté dans la figure V.20. Les sections (a), (b), (c) et (d) de cette figure correspondent aux mêmes conditions que celles de la figure V.9 (coupelle sphérique). Leur comparaison illustre que le transducteur annulaire présente un niveau de pression élevé dans la zone pré focale et que la profondeur du champ à -3dB définissant la résolution axiale est devenue plus grande. Ceci est confirmé sur la figure V.21 (courbes (b), (d), (f) et (h)). L'analyse des courbes (a), (c), (e) et (g) de cette figure montre que la résolution latérale dans le plan focal est légèrement plus élevée pour la focalisation géométrique et que les lobes secondaires gardent pratiquement le même niveau pour les deux types de focalisation. Elle montre aussi que les minima nuls dans les diagrammes de directivité de la focalisation électronique sont légèrement décalés par rapport à ceux obtenus par la focalisation géométrique.

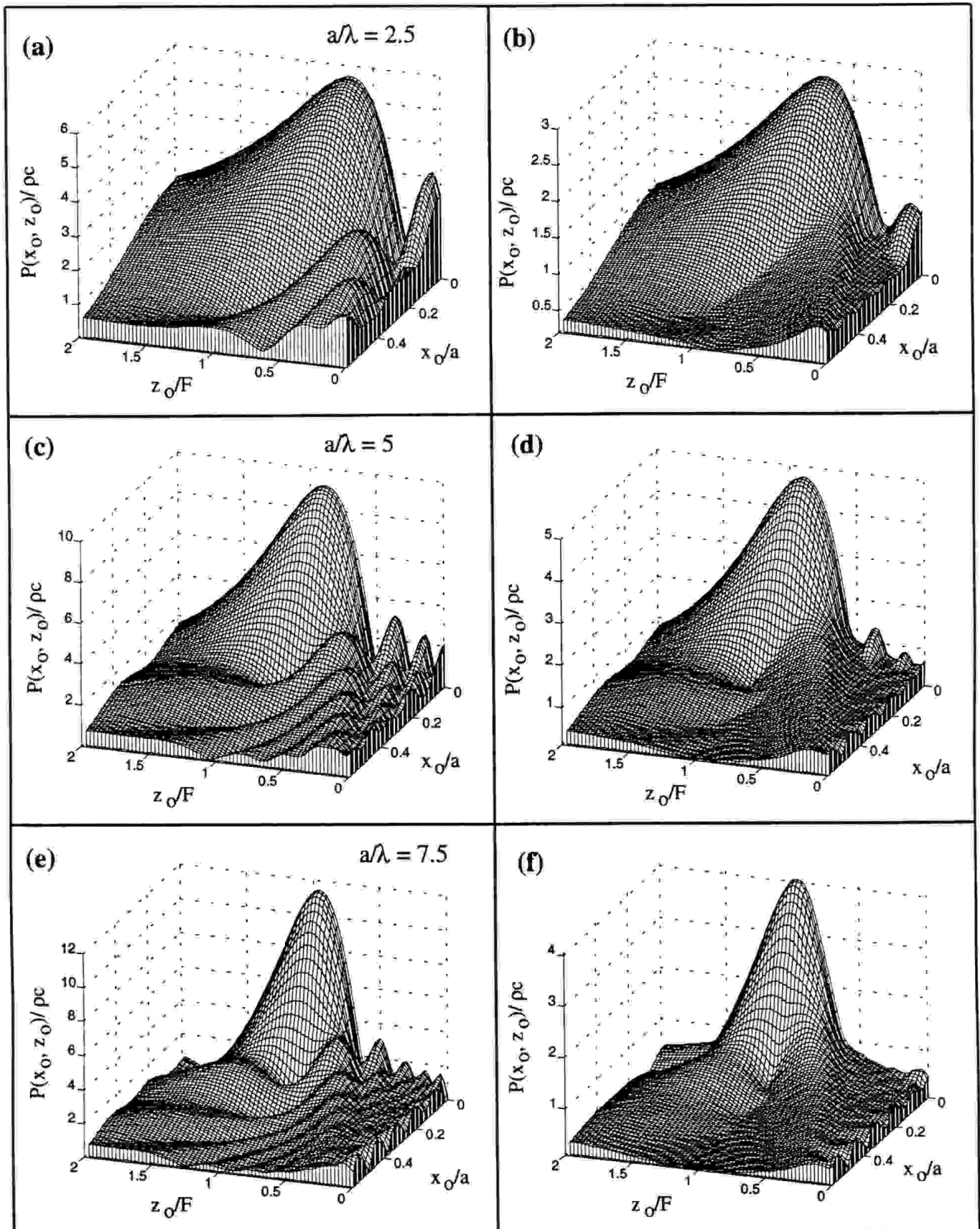


Fig.V.20: Répartition du champ de pression dans le plan  $x_0$ - $z_0$  d'un transducteur annulaire focalisé et excité uniformément, pour différentes valeurs du rapport  $a/\lambda$ .

(a), (c) et (e) : excitation harmonique;

(b), (d) et (f) : excitation impulsionnelle;

(a), (b) :  $a/\lambda = 2.5$ ;    (c), (d) :  $a/\lambda = 5$ ;    (e), (f) :  $a/\lambda = 7.5$ .

( $F/a = 1.41$ ,  $d_r = 100\%$ ).

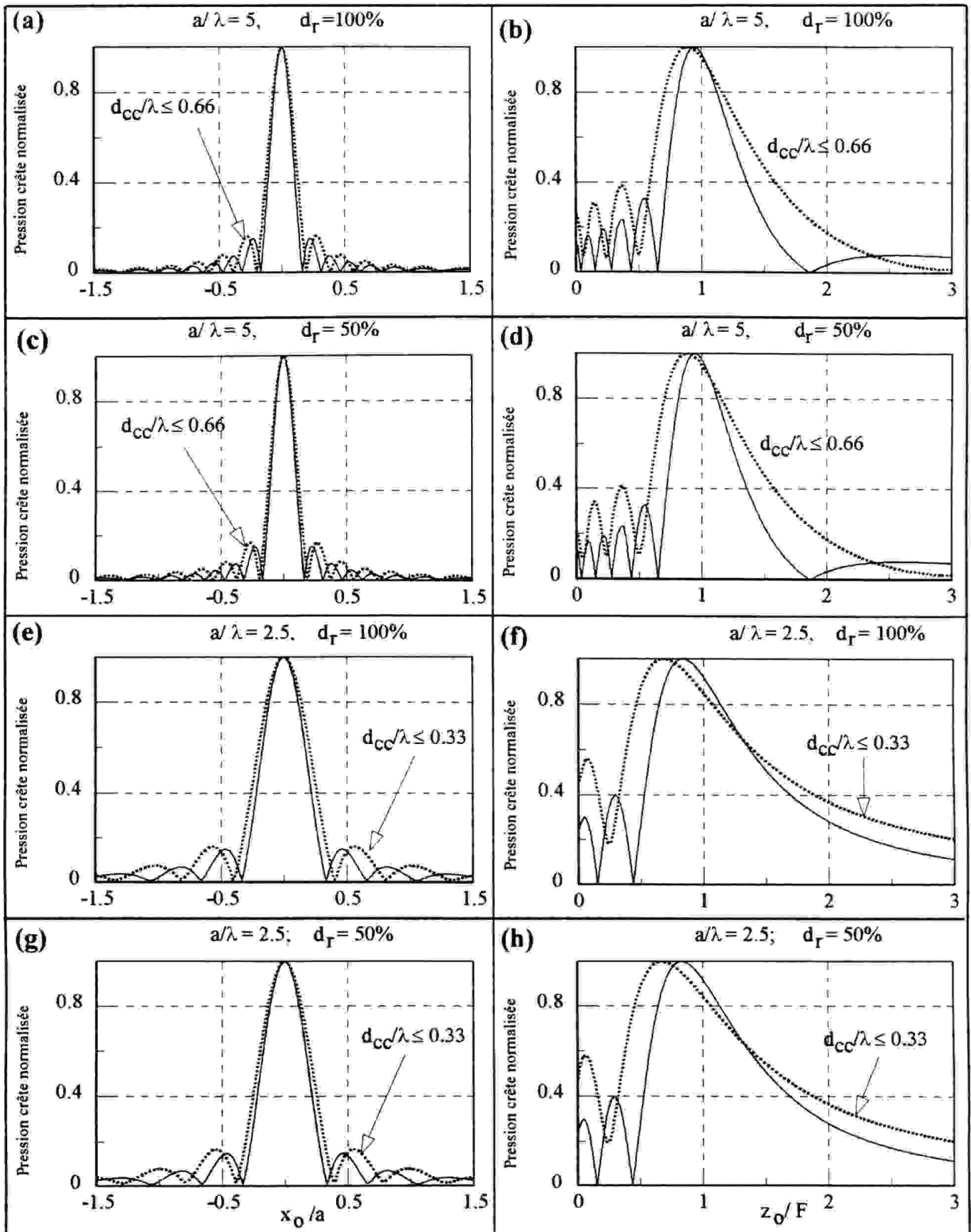


Fig.V.21: Comparaison entre la focalisation électronique et géométrique (excitation harmonique).

(a), (c), (e), (g): amplitude de la pression normalisée au plan focal,

(b), (d), (f), (h): amplitude de la pression normalisée le long de l'axe  $OZ_0$ ;

(.....): résultats de calcul obtenus à partir de la focalisation électronique pour un échantillonnage spatial correct  $d_{cc}/\lambda \leq 0.66$  ( $F/a = 1.41$ );

(—): résultats de calcul obtenus à partir de la focalisation géométrique ( $R/a = 1.41$ ).

#### V.2.4 - Conclusion

La possibilité de prévoir les propriétés des transducteurs ultrasonores joue un rôle vital dans la conception des systèmes d'imagerie. Nous avons examiné, dans cette section, différents aspects de la caractérisation des champs acoustiques produits par un transducteur focalisant, ceci à la fois pour une excitation harmonique et impulsionnelle. Deux méthodes permettant de réaliser la focalisation du champ émis par un transducteur ont été abordées.

Dans un premier temps, nous avons entrepris les simulations du champ produit par une coupelle sphérique. Ce travail nous a permis de mettre en évidence un certain nombre de caractéristiques intéressantes. Dans la deuxième partie de cette étude, nous avons caractérisé le champ acoustique produit par un réseau de transducteurs annulaires. Les résultats de calcul obtenus ont été caractérisés en fonction du paramètre  $d_{CC}/\lambda$  qui reflète, en effet, la qualité d'échantillonnage spatial réalisé par le réseau annulaire. Finalement, nous avons montré que le transducteur tend vers le comportement "idéal" lorsque  $d_{CC}/\lambda$  s'approche de 0.5, ce qui correspond en effet à la condition de Shannon. Les résultats présentés ont montré aussi que même si le rapport  $d_{CC}/\lambda$  s'approche de 1, la focalisation du faisceau au point focal peut s'avérer assez efficace.

Dans la troisième partie, nous avons montré les différences entre la focalisation géométrique et la focalisation électronique qui nous semblent non négligeables (surtout dans la zone pré focale) contrairement aux déclarations des différents auteurs.

Cette étude confirme l'utilité de notre programme de calcul pour examiner des effets de modification de différents paramètres du transducteur, sans restriction sur sa structure géométrique.

### V.3- ETUDE D'UN RESEAU MATRICIEL A GEOMETRIE CYLINDRIQUE

L'étude présentée dans la première application de ce chapitre nous a permis de valider l'option "matrice arbitraire" pour le cas d'un réseau de transducteurs circulaires placés sur une surface plane. Nous nous intéressons ici à étendre cette validation à des structures réelles et beaucoup plus complexes que celles du cas précédent. Il s'agit d'étudier le comportement d'un réseau de transducteurs dont les éléments individuels sont distribués sur une surface cylindrique et rigide. Deux cas de géométries différentes de transducteurs vont être abordés: la première concerne le cas d'une surface cylindrique divergente (Sbai et al, 1996) et la seconde celle d'une surface cylindrique convergente. Toutefois, on doit noter que dans cette étude nous négligeons la diffraction secondaire.

#### V.3.1- Cas d'un projecteur cylindrique divergent

Le travail présenté dans cette partie est relatif à l'étude du comportement de champ acoustique rayonné par un réseau de transducteurs cylindrique divergent ("projecteur") conçu pour une application en hydroacoustique. L'application d'un transducteur cylindrique divergent a pour objectif d'augmenter la largeur du faisceau afin "d'illuminer" une zone importante de l'espace. Les résultats présentés couvrent l'analyse des diagrammes de rayonnement dans le champ proche, intermédiaire et lointain du projecteur. Dans tous les cas, le projecteur sera sollicité par deux types d'excitation: harmonique et impulsionnelle. La directivité sera étudiée en fonction du rayon de courbure du transducteur et de la distance par rapport au transducteur. L'influence des paramètres de pondération d'une fonction d'apodisation fera l'objet d'un traitement systématique.

##### V.3.1.1- Géométrie du problème

Le projecteur étudié est constitué d'un réseau de transducteurs rectangulaires montés sur une surface cylindrique convexe (T) selon une matrice  $N \times M$  (Fig.V.22.a). Le cylindre est caractérisé par son rayon latéral  $a = 256$  mm, sa hauteur  $2h = 82$  mm, son angle d'ouverture  $\alpha = 70.5^\circ$  (cela correspond à un rayon de courbure  $R = 450$  mm), et par sa longueur  $2L = 541$  mm. Chaque transducteur élémentaire a une longueur  $l = 14$  mm et une largeur  $w = 12$  mm. Les émetteurs sont distribués uniformément au nombre  $N$ , de part et d'autre de l'axe OX, distants de  $d_1 = 17$  mm et au nombre  $M$ , de part et d'autre de l'axe OY, distants de  $d_2 = 14$  mm.



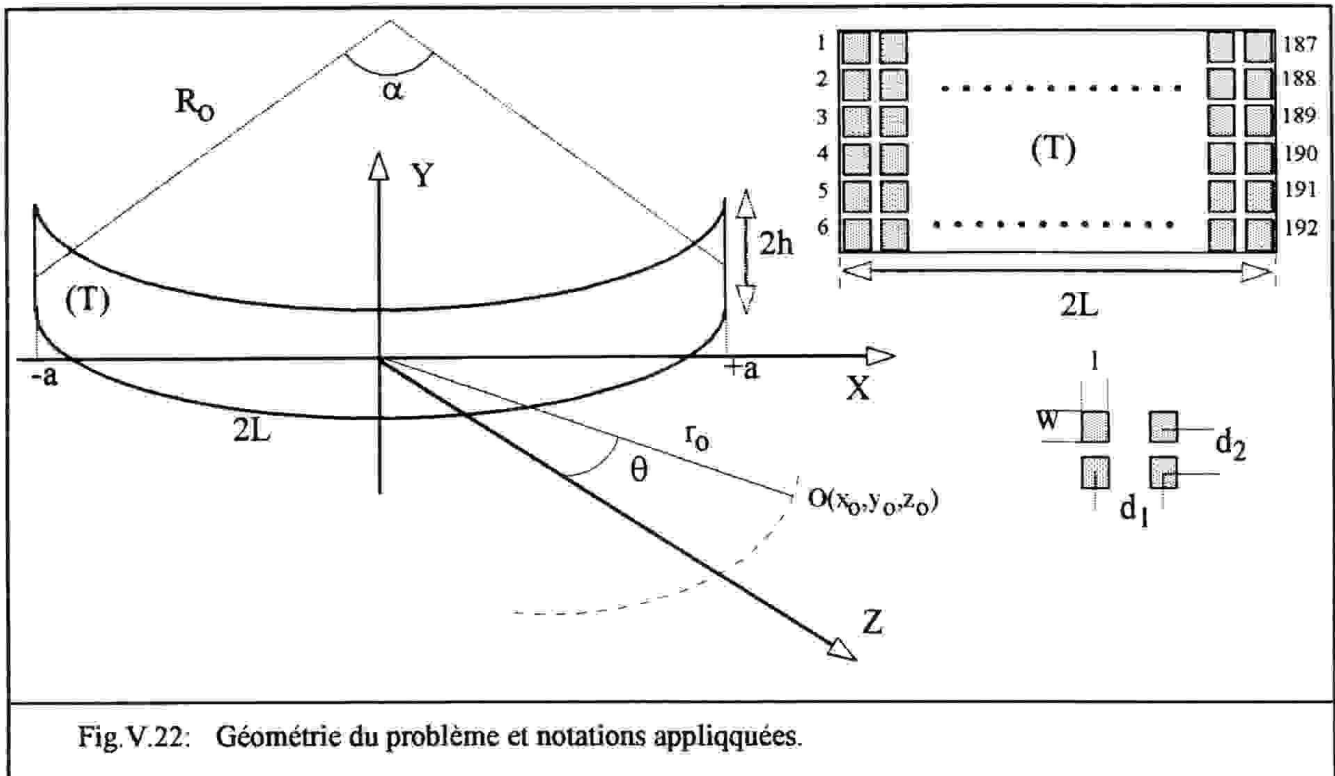


Fig. V.22: Géométrie du problème et notations appliquées.

La fréquence d'analyse correspondant à la fréquence de résonance des émetteurs est de 60 kHz. Par rapport à la longueur d'onde acoustique  $\lambda = 25$  mm dans l'eau (caractérisée par une vitesse de propagation égale à 1500 m/s), les distances  $d_1$  et  $d_2$  entre deux transducteurs adjacents sont respectivement:  $d_1 = 0.68\lambda$  et  $d_2 = 0.56\lambda$ , et les dimensions du projecteur en fonction de  $\lambda$  sont:  $h/\lambda = 1.64$ ,  $L/\lambda = 10.82$  et  $a/\lambda = 10.24$ .

En mode impulsionnel, le transducteur est excité par le signal  $s(t)$  formulé par l'équation (V-3) avec les paramètres  $t_r = 2.5 \mu\text{s}$  et  $t_f = 25 \mu\text{s}$ . Une représentation schématique de ce signal ainsi que son amplitude spectrale sont présentées dans la figure V.23.

### V.3.1.2- *Formes temporelles des réponses impulsionnelles*

La comparaison des réponses impulsionnelles  $h_\phi(O, t)$  du réseau projecteur (courbes en traits pleins) avec celles d'un transducteur cylindrique à ouverture continue (courbes en traits pointillés) de même dimension  $L \times 2h$  est présentée dans la figure V.24. Comme nous pouvons le remarquer, la substitution des ouvertures continues par leur contreparties discrétisées diminue l'énergie totale émise. De plus, la discrétisation spatiale de l'ouverture se traduit par des discontinuités dans les formes temporelles des réponses impulsionnelles obtenues. Au regard

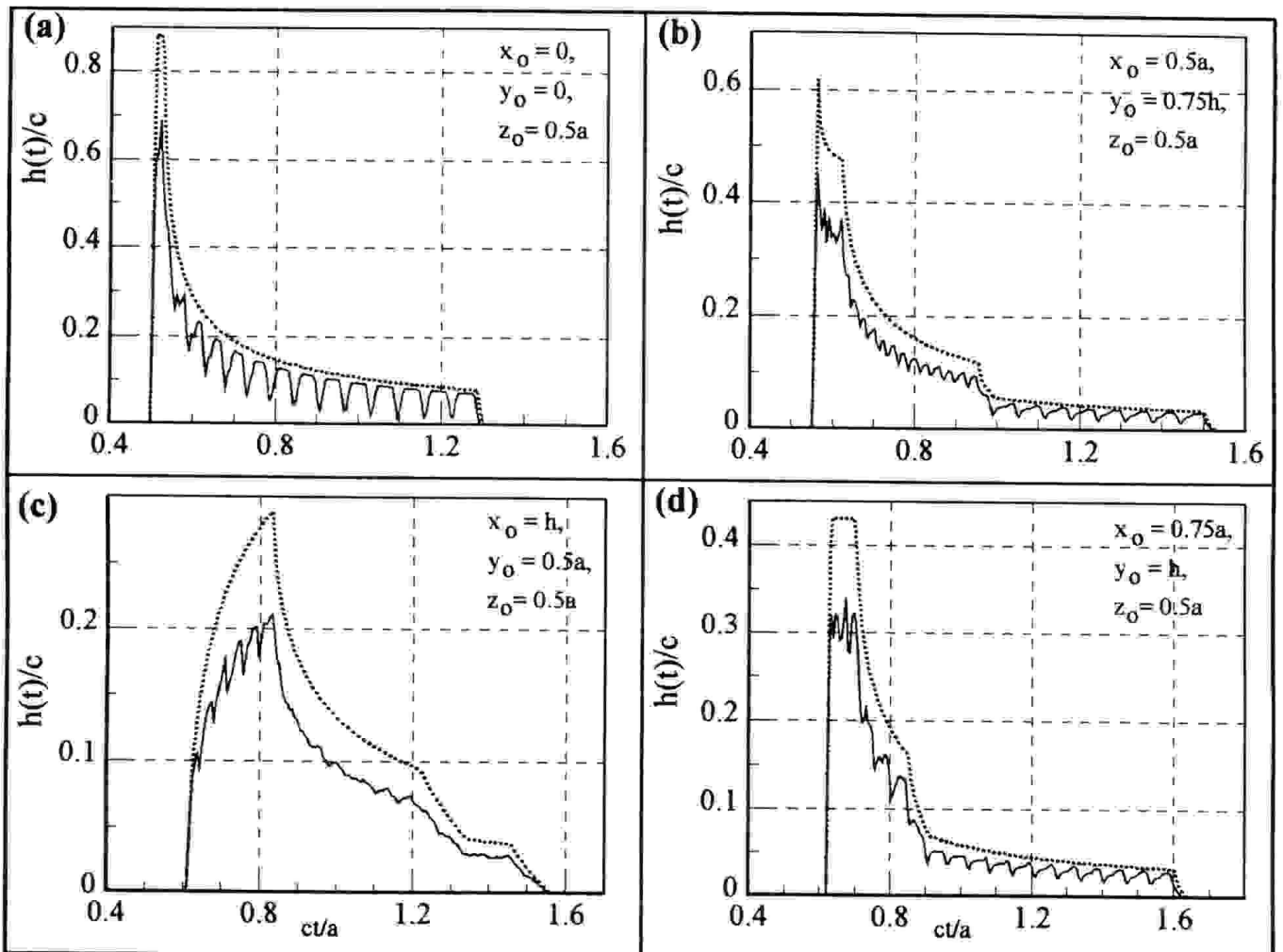
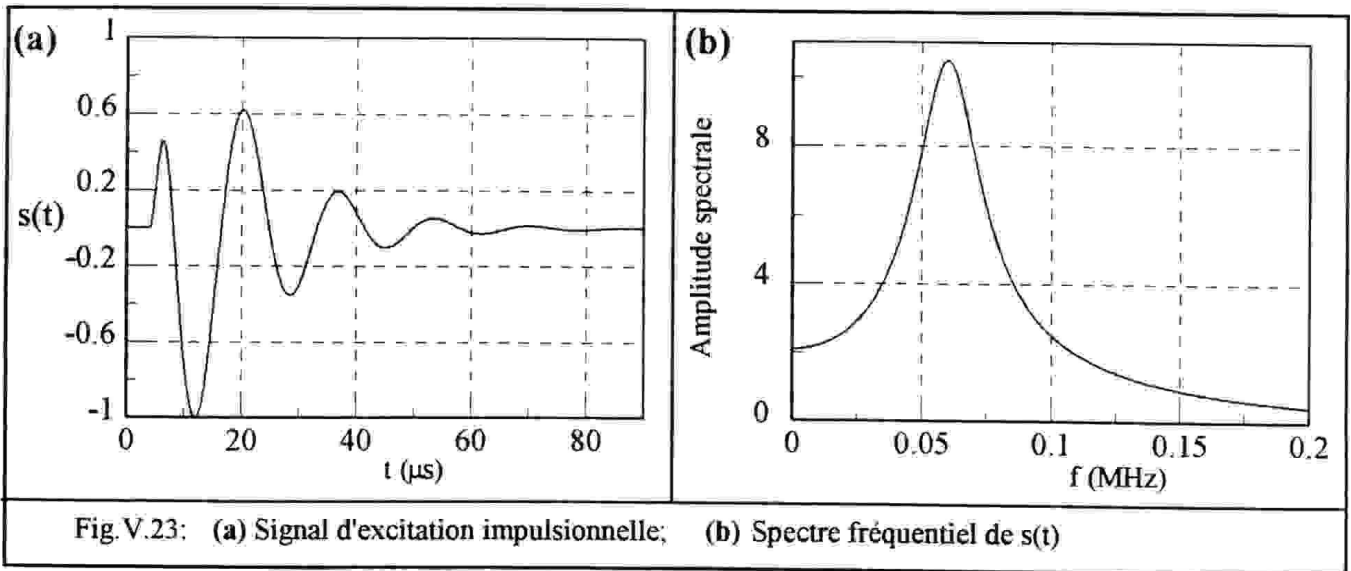


Fig. V.24: Réponses impulsionnelles  $h_p(O, t)$  du projecteur cylindrique divergent ( $\alpha = 70.5^\circ$ ), excité uniformément; pour différentes positions du point d'observation O.  
 ( ——— ) : réponses du projecteur étudié de dimension  $L \times h$ ;  
 ( ..... ) : réponses d'un transducteur cylindrique à ouverture continue de même dimension  $L \times h$  que le réseau.

des réponses impulsionnelles d'un piston rectangulaire plan (section IV.3), celles-ci sont semblables "dans la forme" à celles du réseau projecteur de même dimension. La différence principale réside dans la durée de la réponse impulsionnelle qui se rétrécit ou s'élargit suivant la position du point d'observation.

### V.3.1.3- Formation du champ du projecteur et ces caractéristiques de directivité

Les diagrammes de rayonnement calculés dans le champ proche, intermédiaire et lointain, à la fois pour une excitation harmonique et impulsionnelle (de fréquence centrale  $f = 60$  kHz), sont présentés dans la figure V.25. Afin d'illustrer le gain de la largeur du faisceau obtenu par rapport à un réseau de transducteurs plan, chaque diagramme calculé (courbe en trait plein) est comparé à son contrepartie obtenu par un réseau de transducteurs rectangulaires plan de mêmes dimensions  $2L \times 2h$  que celles du projecteur étudié (courbe en trait pointillé). Chaque courbe est caractérisée par la largeur du faisceau  $\Delta\theta$  à -3dB et par le niveau relatif  $L$  qui exprime la non-uniformité de pression  $\Delta b$  dans le faisceau.

Des caractéristiques de directivité obtenues, on déduit que:

- la largeur du faisceau  $\Delta\theta$  diminue quand la distance  $r_0$  augmente,
- dans le cas d'une excitation harmonique, les caractéristiques de directivité présentent une non uniformité dans le faisceau principal dont la variation  $\Delta b$  n'excède pas 3 dB,
- les diagrammes de directivité d'une excitation impulsionnelle présentent des formes plus "lissées" par rapport à celles obtenues avec une excitation harmonique. Comme nous l'avons déjà signalé, ceci s'explique par le fait que l'interférence des signaux large-bande est plus difficile. Ce type de comportement a été observé dans tous les cas analysés au cours des études précédentes.

Pour les deux modes d'excitation utilisés précédemment (harmonique et impulsionnelle), la visualisation précise de la formation du faisceau dans le champ proche et intermédiaire du réseau cylindrique et plan est présentée dans les figures V.26 et V.27. Les courbes présentées sont de trois types: visualisation 3D de la carte de pression (sections (a) et (b)), coupes du faisceau à -3 dB, -6 dB et -20 dB par rapport à la pression maximale dans chaque plan  $z_0$  (sections (c) et (d)), ce qui permet une visualisation de la divergence du faisceau, courbes isobares à -3 dB, -6 dB et -20 dB par rapport au maximum de la pression dans tout le plan d'observation.

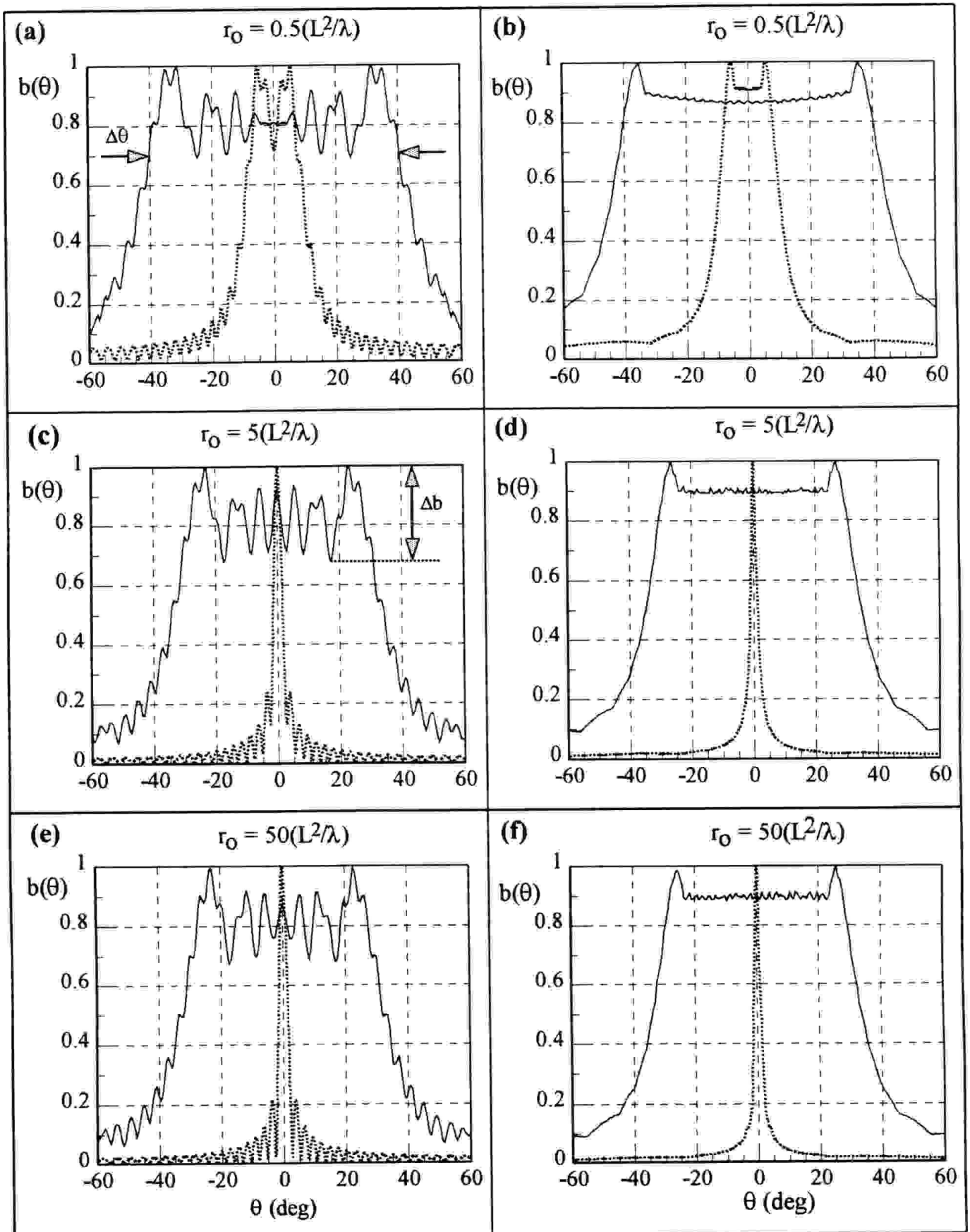


Fig. V.25: Diagrammes de directivité du projecteur ( $\alpha = 70.5^\circ$ ), calculés dans le champ proche ( $r_0 = 0.5R_f$ ), intermédiaire ( $r_0 = 5R_f$ ) et lointain ( $r_0 = 50R_f$ ).

( ——— ) : diagrammes du réseau cylindrique étudié de dimension  $L \times h$ ;

( ..... ) : diagrammes d'un réseau plan de mêmes dimensions  $L \times h$ ;

(a), (c) et (e) : excitation harmonique;

(b), (d) et (f) : excitation impulsionnelle.

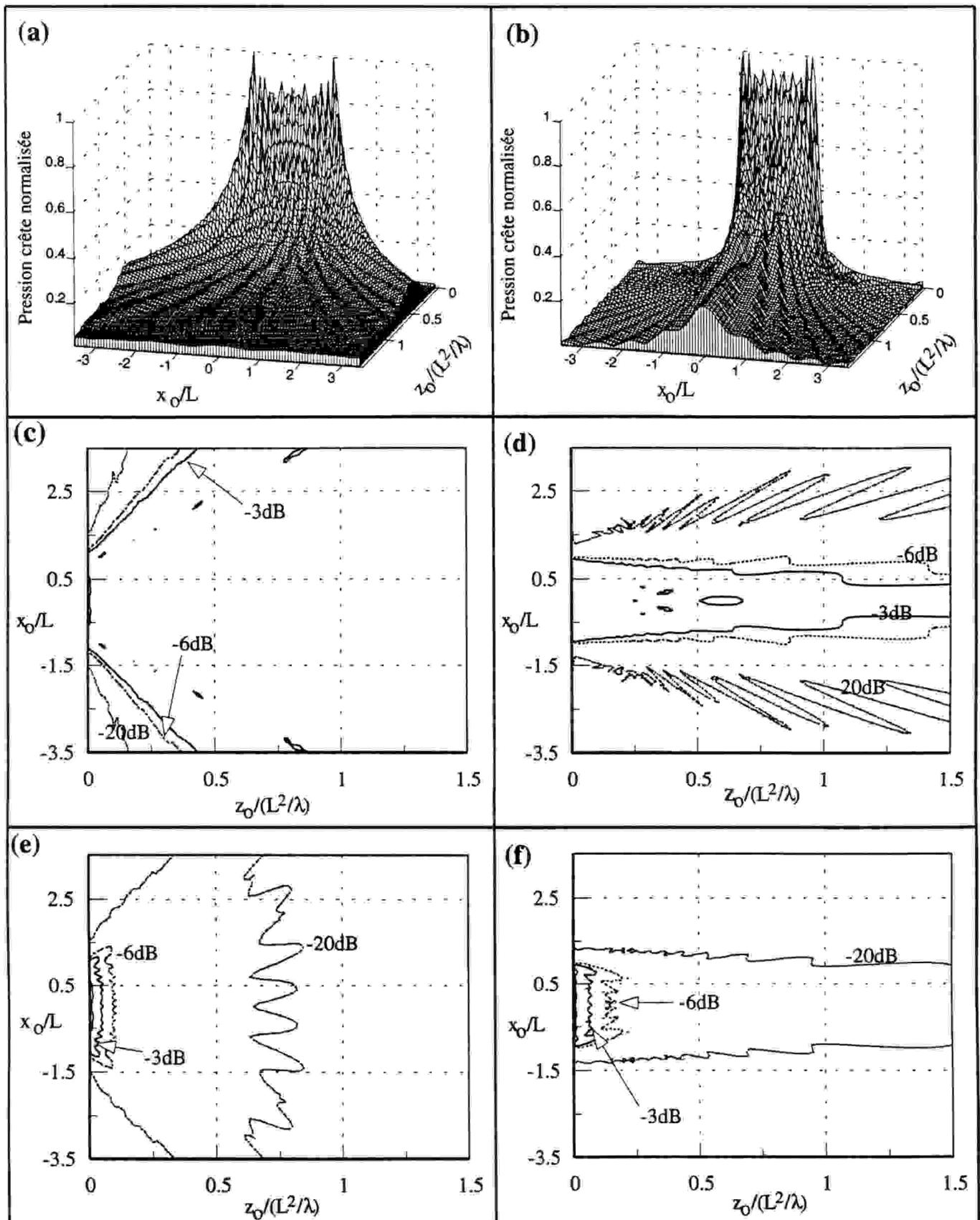


Fig. V.26: (a) Formation du champ proche et intermédiaire du projecteur cylindrique ( $\alpha = 70.5^\circ$ ), pour une excitation harmonique;

(b) même que (a) mais pour un réseau de transducteurs plan de même dimension  $L \times h$  que le projecteur;

(c) coupes du faisceau à -3dB, -6dB et -20dB du champ présenté dans la section (a);

(d) même que (c) mais pour le réseau de transducteurs plan;

(e) courbes isobares à -3dB, -6dB et -20dB du champ présenté dans la section (a);

(f) même que (e) mais pour le réseau plan.

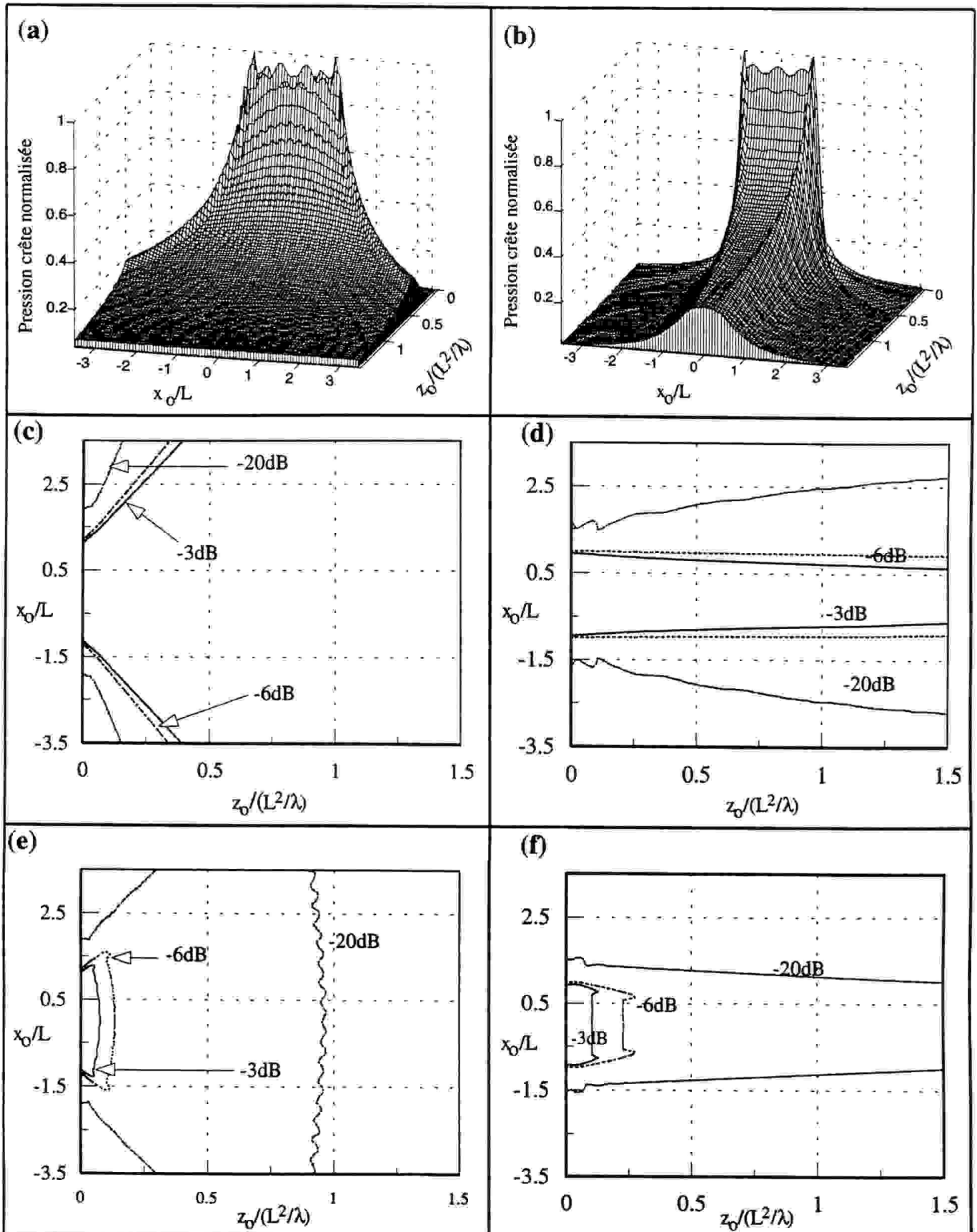


Fig. V.27: (a) Formation du champ proche et intermédiaire du projecteur cylindrique ( $\alpha = 70.5^\circ$ ), pour une excitation impulsionnelle; (b) même que (a) mais pour un réseau de transducteurs plan de même dimension  $L \times h$  que le projecteur; (c) coupes du faisceau à -3dB, -6dB et -20dB du champ présenté dans la section (a); (d) même que (c) mais pour le réseau de transducteurs plan; (e) courbes isobares à -3dB, -6dB et -20dB du champ présenté dans la section (a); (f) même que (e) mais pour le réseau plan.

L'examen de ces résultats montre un certain nombre de caractéristiques intéressantes des champs acoustiques émis par les deux transducteurs (plan et cylindrique). La première constatation est la complexité du champ proche du transducteur plan travaillant en régime harmonique (Fig.V.26). Cette complexité (liée à d'importants phénomènes d'interférences dans cette zone) est nettement absente dans le cas d'une excitation impulsionnelle (Fig.V.27). Concernant le réseau projecteur, on constate que le champ émis par ce projecteur a tendance de diffuser le champ dans tout le demi-espace et à occuper une zone de plus en plus large. En notant que même pour les petites distances par rapport au transducteur, l'ouverture cylindrique diffuse le champ sur une zone relativement large.

Sur la figure V.28, nous avons présenté une analyse de la performance du réseau en fonction de l'angle d'ouverture  $\alpha$  ( la longueur  $2L$  du projecteur demeure constante). Cette simulation correspond à la situation où la surface du réseau est courbée: partant de l'angle  $\alpha = 0^\circ$  (cela correspond au diagramme de la figure V.25.e du réseau plan) jusqu'à  $\alpha = 180^\circ$  (le rayon de courbure  $R$  du cylindre et son rayon latéral "a" sont égaux). L'examen de ces résultats montre qu'au regard d'un réseau de transducteurs plan, le transducteur cylindrique permet d'augmenter la largeur  $\Delta\theta$  du faisceau. Une série d'études analogues a permis de présenter les variations des irrégularités  $\Delta b$  et la largeur du faisceau  $\Delta\theta$  à  $-3\text{dB}$  en fonction de la distance  $r_0$ , d'une part, et de l'angle d'ouverture  $\alpha$  d'autre part. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure V.29. L'interprétation de ces résultats nous mène aux conclusions qui résument cette étude.

#### V.3.1.4- Effet des fonctions d'apodisations sur les caractéristiques de directivité

Dans les études précédentes, nous avons démontré que l'application d'une fonction d'apodisation à un transducteur plan ou focalisé (paragraphe V.2.1) a permis de réduire les niveaux des lobes secondaires par la diminution des niveaux des ondes des bords. Dans tous les cas étudiés, la diminution des lobes secondaires a été accompagnée par une augmentation de la largeur du faisceau principal. Notre but mené dans cette section est de voir quelles modifications amène ce genre d'apodisation sur les caractéristiques de directivité d'un projecteur divergent.

Sur la figure V.30, nous avons présenté les diagrammes de directivité du projecteur étudié déjà sur la figure V.25.e pour lequel différentes fonctions d'apodisation ont été appliquées. Sur chacun des diagrammes tracés, nous avons indiqué la largeur  $\Delta\theta$  du faisceau. L'analyse des résultats obtenus montre que l'application d'une fonction d'apodisation provoque la diminution des irrégularités  $\Delta b$  induisent dans le faisceau du projecteur non apodisé. Cette

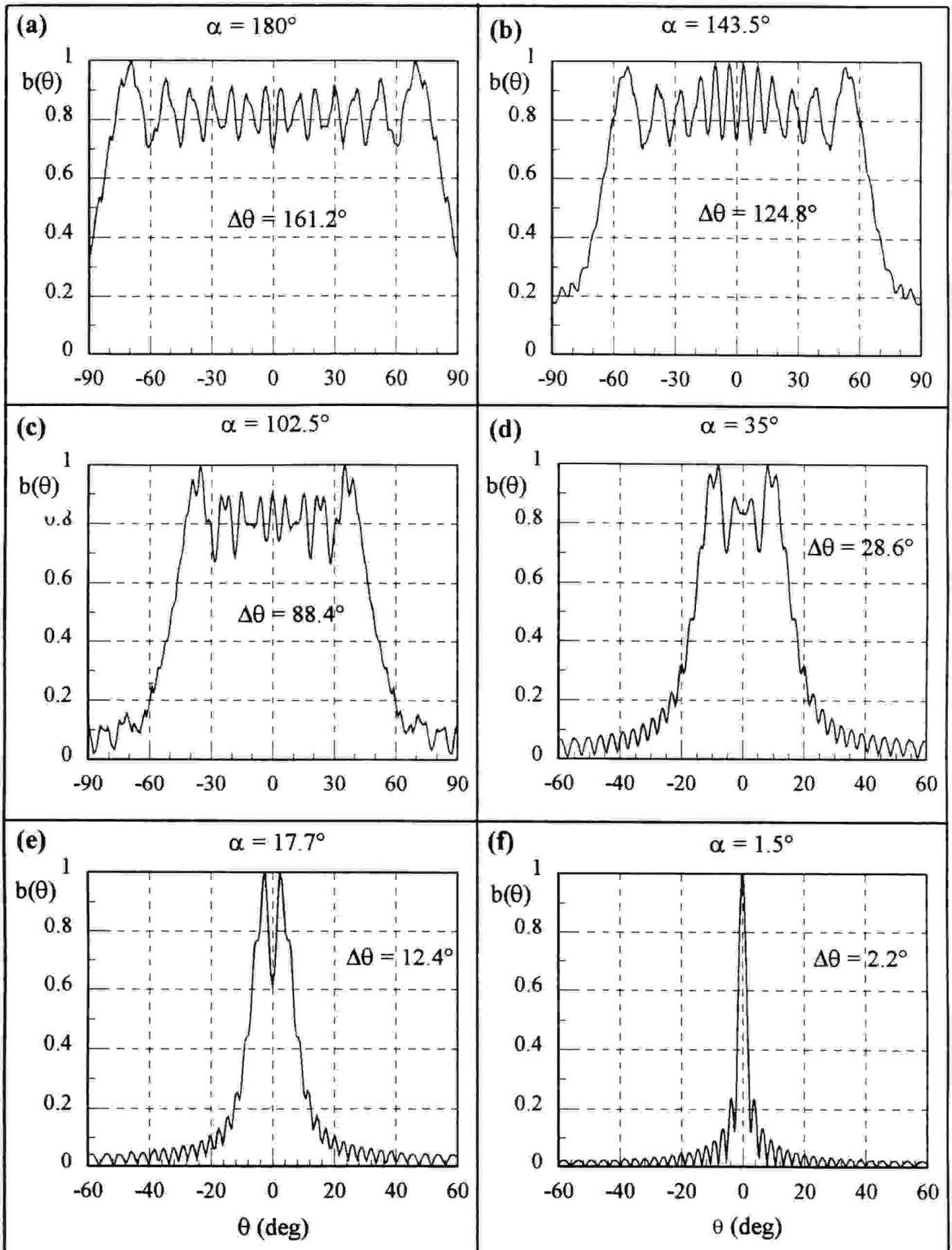
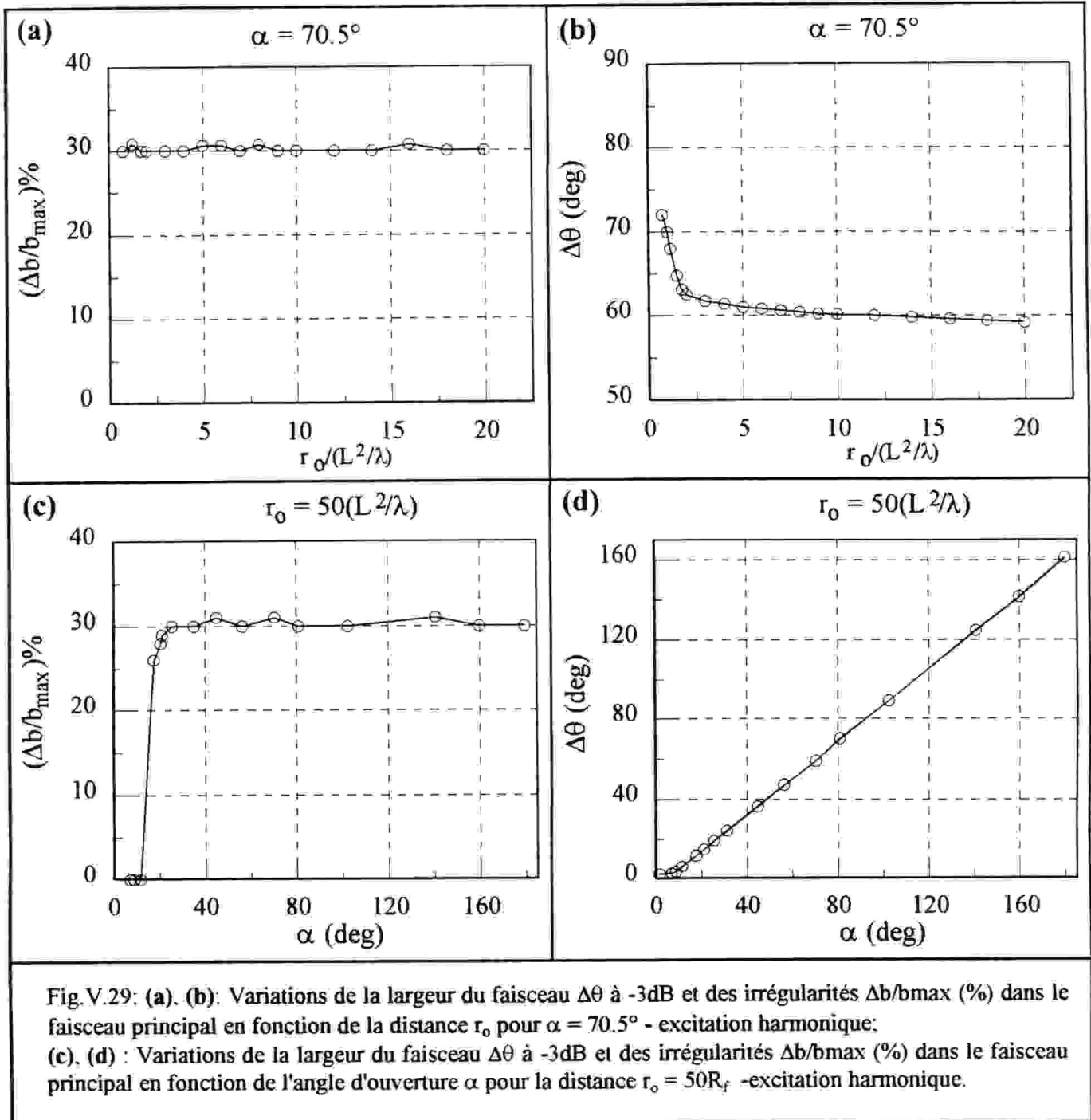


Fig.V.28: Diagrammes de directivité en champ lointain ( $r_o = 50R_f$ ) du projecteur divergent (excité uniformément) en fonction de l'angle d'ouverture  $\alpha$ , pour une excitation harmonique. La longueur  $L$  du réseau est gardée constante.





diminution est, malheureusement, accompagnée par un affaiblissement de la largeur  $\Delta\theta$  du faisceau (contrairement aux transducteurs plans où l'apodisation augmente, en général, la largeur  $\Delta\theta$ ). L'on constate aussi que la largeur  $\Delta\theta$  est d'autant plus faible que le degré d'apodisation est élevé. Afin d'illustrer ces résultats, nous avons présenté dans la figure V.31 les diagrammes de directivité calculés avec la fonction d'apodisation de Gauss en modifiant à chaque fois le degré d'apodisation de cette fonction (cela est obtenu en changeant le paramètre  $b_1$  de la fonction, voir Fig.V.31.f). Comme prévu, on observe que plus le degré d'apodisation est élevé, plus la largeur du faisceau et le niveau des irrégularités diminuent.

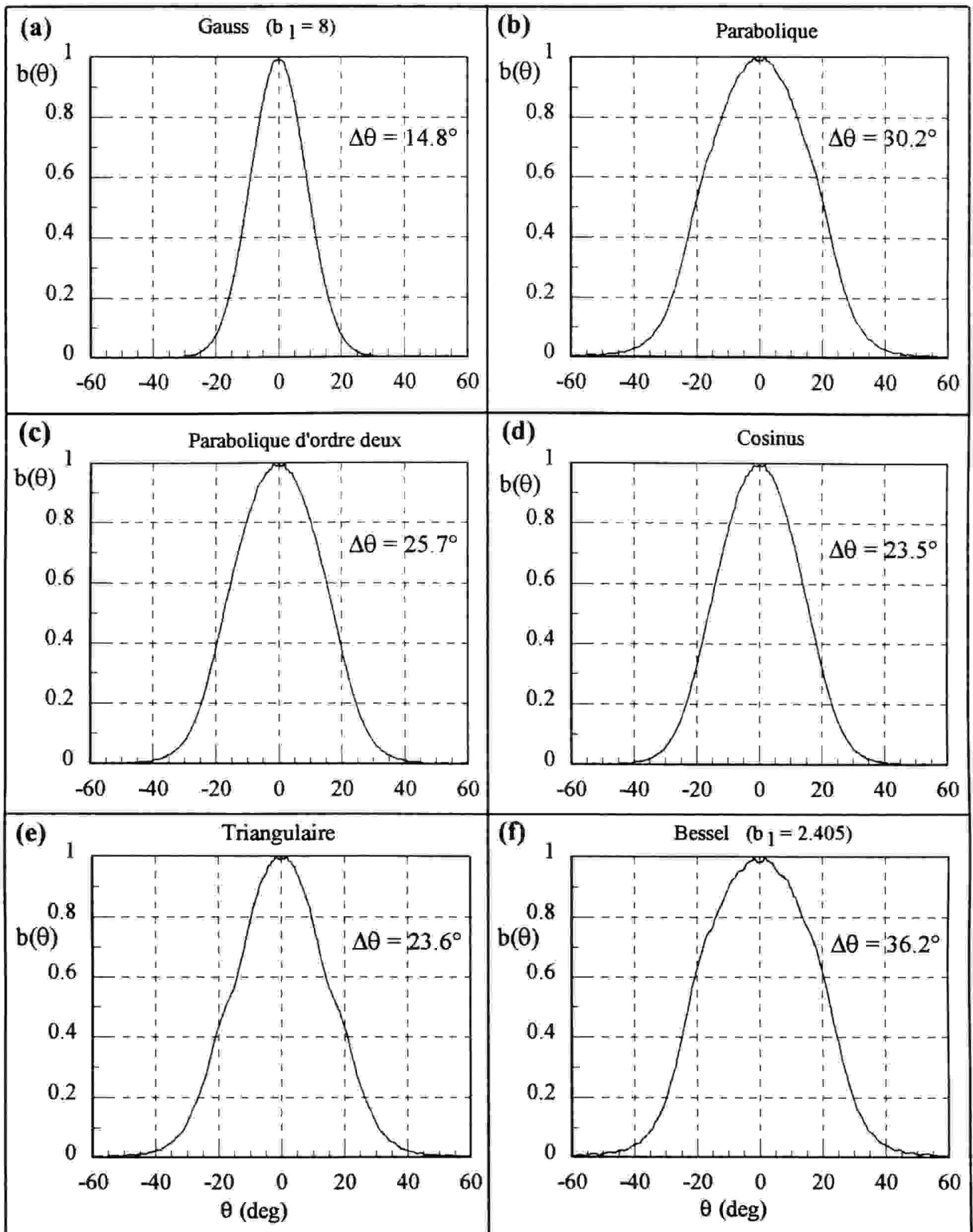


Fig.V.30: Influence de l'apodisation du projecteur ( $\alpha = 70.5^\circ$ ) sur les caractéristiques de directivité en champ lointain ( $r_o = 50 R_p$ ) pour une excitation harmonique

- (a) apodisation de Gauss ( $b_1 = 8$ ); (b) apodisation parabolique d'ordre un;  
 (c) apodisation parabolique d'ordre deux; (d) apodisation en cosinus ( $b_1 = 1$ );  
 (e) apodisation en triangle; (f) apodisation de Bessel ( $b_1 = 2.405$ ).

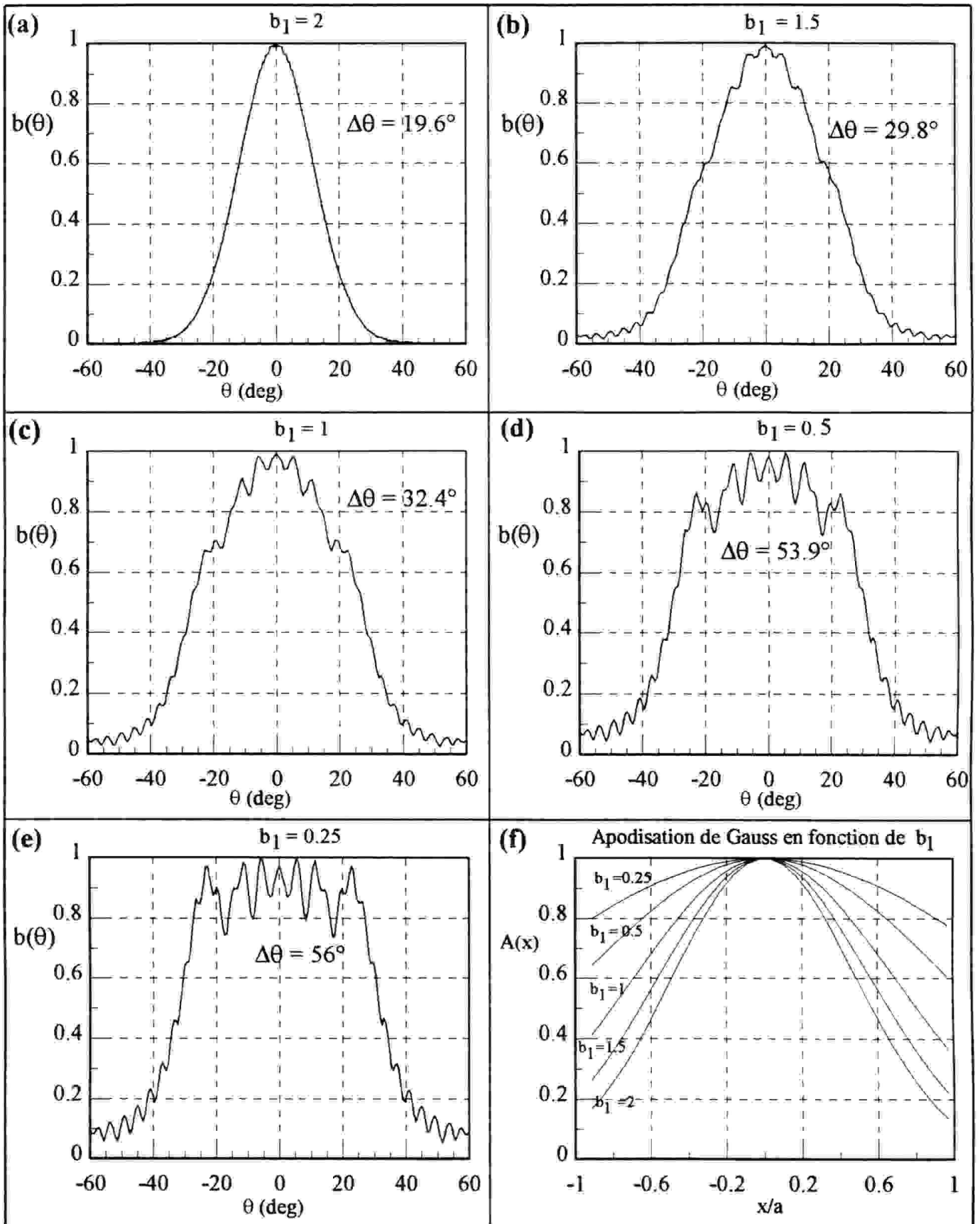


Fig.V.31: Diagrammes de directivité en champ lointain ( $r_o = 50R_f$ ) du projecteur cylindrique ( $\alpha = 70.5^\circ$ ), calculés pour différents degré d'apodisation de Gauss (excitation harmonique). les caractéristiques de la fonction appliquée sont présentées dans la section (f).

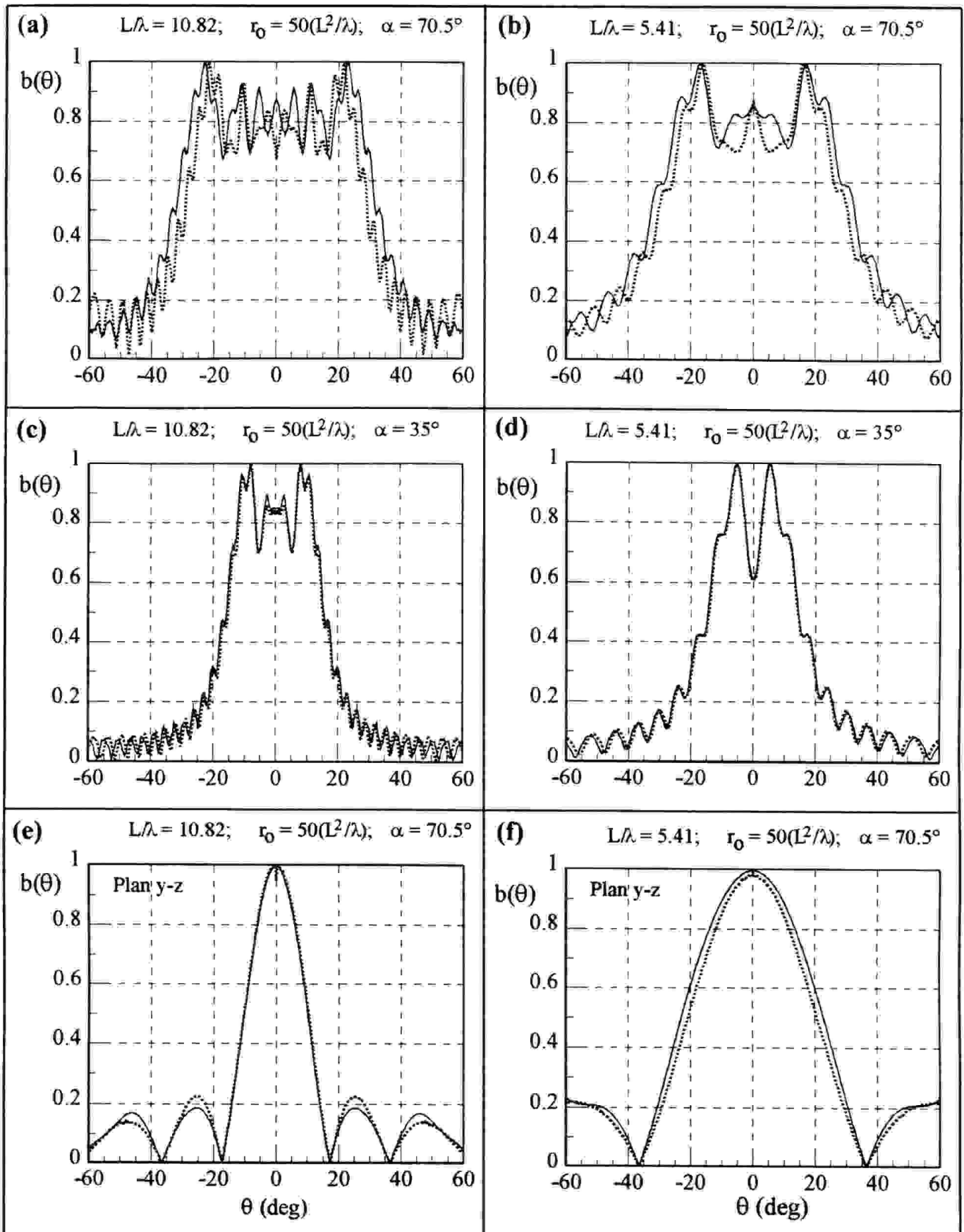


Fig. V.32: Comparaison :divergence géométrique - électronique (excitation harmonique).

(a) diagrammes de directivité en champ lointain ( $r_0 = 50(L^2/\lambda)$ ) dans le plan x-z pour  $\alpha = 70.5^\circ$  et  $L/\lambda = 10.82$ ; (b) même étude que (a) mais pour  $L/\lambda = 5.41$ ; (c) même étude que (a) mais pour  $\alpha = 35^\circ$ ; (d) même étude que (b) mais pour  $\alpha = 35^\circ$ ; (e) même étude que (a) mais dans le plan y-z du transducteur; (f) même étude que (b) mais dans le plan y-z du transducteur.

(—) : résultats de calcul obtenus par la divergence géométrique ( réseau cylindrique);  
 (.....) : résultats de calcul obtenus par la divergence électronique ( réseau plan ).

### V.3.1.5- Comparaison : divergence géométrique - électronique

Il semble intéressant d'étudier la possibilité de la réalisation d'un projecteur divergent à l'aide d'un réseau plan excité par la caractéristique de retard modélisant une ouverture cylindrique. Une telle simulation est comprise dans la bibliothèque des fonctions de retards de notre logiciel (focalisation électronique divergente le long de l'axe OX seulement).

La figure V.32.a compare la caractéristique de directivité, déjà présentée sur la figure V.25.e, avec sa contrepartie "électronique". Les autres sections de la figure V.32 comparent les deux versions du transducteur étudié soit en fonction de l'angle d'ouverture  $\alpha$ , soit en fonction du rapport  $L/\lambda$ .

Il ressort de cette étude que les caractéristiques de directivité obtenues dans les deux cas sont presque identiques, à l'exception d'une légère différence qui apparaît seulement pour  $\alpha$  élevé. Ceci peut être attribué au phénomène de "masquage" d'une partie de l'ouverture cylindrique dû à sa courbure, ce qui diminue sa dimension effective. Finalement la caractéristique devient un peu plus large. Ce phénomène peut s'amplifier dans le champ proche (non présenté).

### V.3.1.6- Conclusion

A l'issue de cette étude nous constatons que:

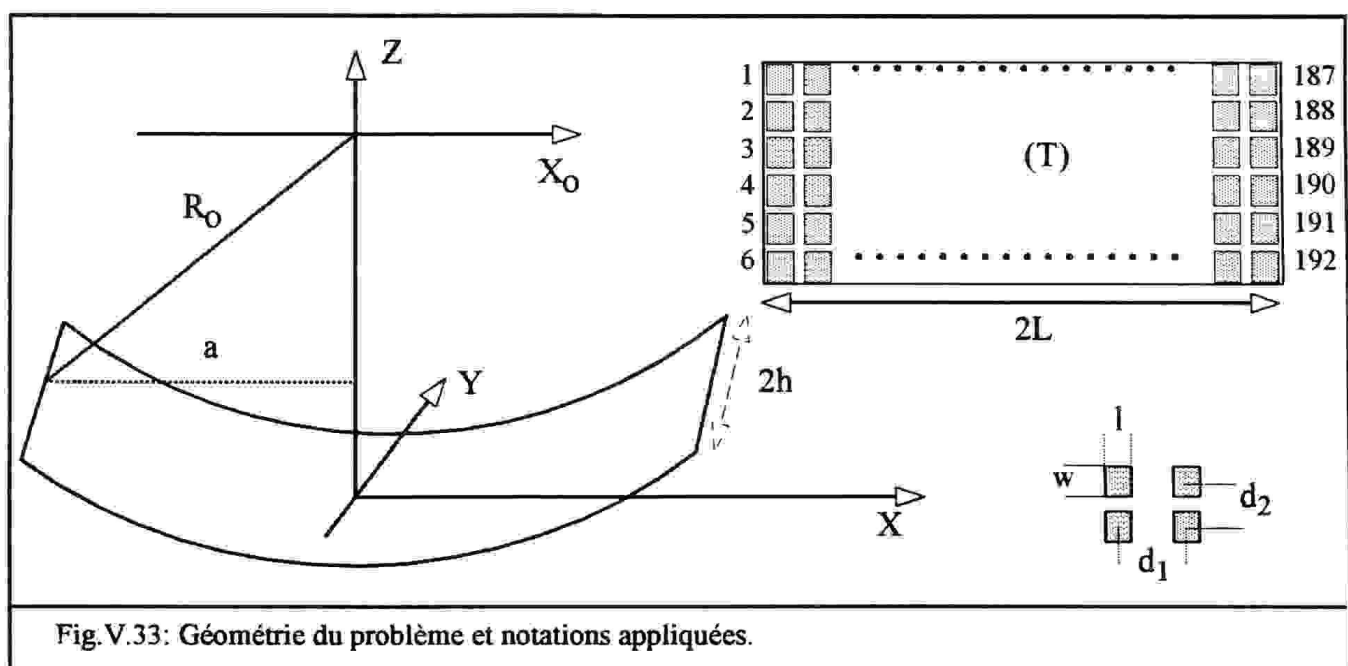
- approximativement, la largeur  $\Delta\theta$  du faisceau à -3 dB du réseau cylindrique considéré est comparable à l'angle de l'ouverture  $\alpha$  du cylindre:  $\Delta\theta/\alpha \approx 0.9$  pour  $\alpha > 5^\circ$ . Les irrégularités à l'intérieur du faisceau gardent à peu près un niveau constant d'environ 3 dB et ne dépendent pratiquement pas de l'angle  $\alpha$ ,
- le projecteur garde sa performance à la fois dans le champ proche et lointain. La largeur du faisceau  $\Delta\theta$  augmente légèrement dans le champ proche,
- l'apodisation du transducteur diminue les irrégularités à l'intérieur du faisceau, en faisant chuter en même temps la largeur du faisceau,
- la réalisation électronique du projecteur semble être possible sans perte de sa qualité.

### V.3.2- Réseau cylindrique convergent

Le progrès de l'imagerie acoustique a stimulé le développement des transducteurs acoustiques avec des faisceaux de différentes formes. Dans certaines situations, il s'avère nécessaire d'utiliser un faisceau large dans le plan du transducteur et un faisceau étroit dans la direction perpendiculaire (Moshfeghi, 1988; Gimenez et al, 1990; Reibold, 1992a). Ceci peut être réalisé en utilisant un transducteur à focalisation cylindrique concave. L'objet de cette étude porte donc sur la modélisation du champ rayonné par le transducteur cylindrique convergent. Dans un premier temps, nous nous attacherons à caractériser la géométrie du faisceau acoustique produit par ce transducteur fonctionnant en mode piston. Ensuite, nous mettrons en évidence l'influence d'une fonction d'apodisation sur les caractéristiques du champ généré. Finalement, nous comparerons le champ obtenu à l'aide d'un transducteur cylindrique avec le champ produit par un transducteur plan focalisé électroniquement.

#### V.3.2.1- Géométrie du problème

La structure géométrique et les notations utilisées sont présentés dans la figure V.33. Les éléments rectangulaires constituant le réseau sont distribués sur un baffle cylindrique convergent. Pour que les études précédentes restent cohérentes avec celles menées dans cette section, les dimensions du baffle ainsi que celles des éléments du réseau sont identiques aux dimensions du projecteur divergent (section V.3.1).



Sauf indication contraire, tous les résultats du calcul ont été menés avec les paramètres:

$$\begin{array}{ll} R_0 = 450 \text{ mm} & \lambda = 25 \text{ mm} \\ \alpha = 70.5^\circ & f = 60 \text{ kHz} \end{array}$$

De plus, lorsque le transducteur opère en mode impulsionnel, le signal d'excitation utilisé est le même que celui présenté dans la figure V.23.

### V.3.2.2- Formes temporelles des réponses impulsionnelles

Sur la figure V.34, nous avons présenté les réponses impulsionnelles (courbes en trait plein) du réseau convergent calculées à différentes positions du point d'observation. Les courbes en traits pointillés superposées aux résultats représentent les réponses impulsionnelles d'un transducteur concave plein, de même dimension que le réseau étudié.

Dans la région de la zone focale (Fig.V.34.c), nous remarquons que l'aspect bidimensionnel du transducteur ne donne plus une impulsion de Dirac au point focal, comme dans le cas de la coupelle sphérique (Fig.V.29). On observe aussi que, les formes temporelles des réponses dans les régions pré et post-focales sont inversées, comme dans le cas de la coupelle sphérique. Hors de l'axe du réseau (sections (b), (d) et (f) de la figure V.34), cette inversion temporelle est encore plus visible.

D'autre part, on peut constater que les réponses impulsionnelles sur l'axe dans la zone pré focale (Fig.V.34.c) sont semblables dans la forme aux réponses impulsionnelles d'un transducteur rectangulaire plan (Fig.IV.8).

### V.3.2.3- Répartition d'amplitude du champ de pression acoustique

Pour une excitation harmonique et impulsionnelle, le champ de pression calculé dans les plans d'observation  $x_0-z_0$  et  $y_0-z_0$  est présenté dans les figures V.35 et V.36 sous forme 3D et sous forme de courbes isobares à -3 dB, -6 dB et -20 dB par rapport au maximum de la pression dans tout le plan d'observation.

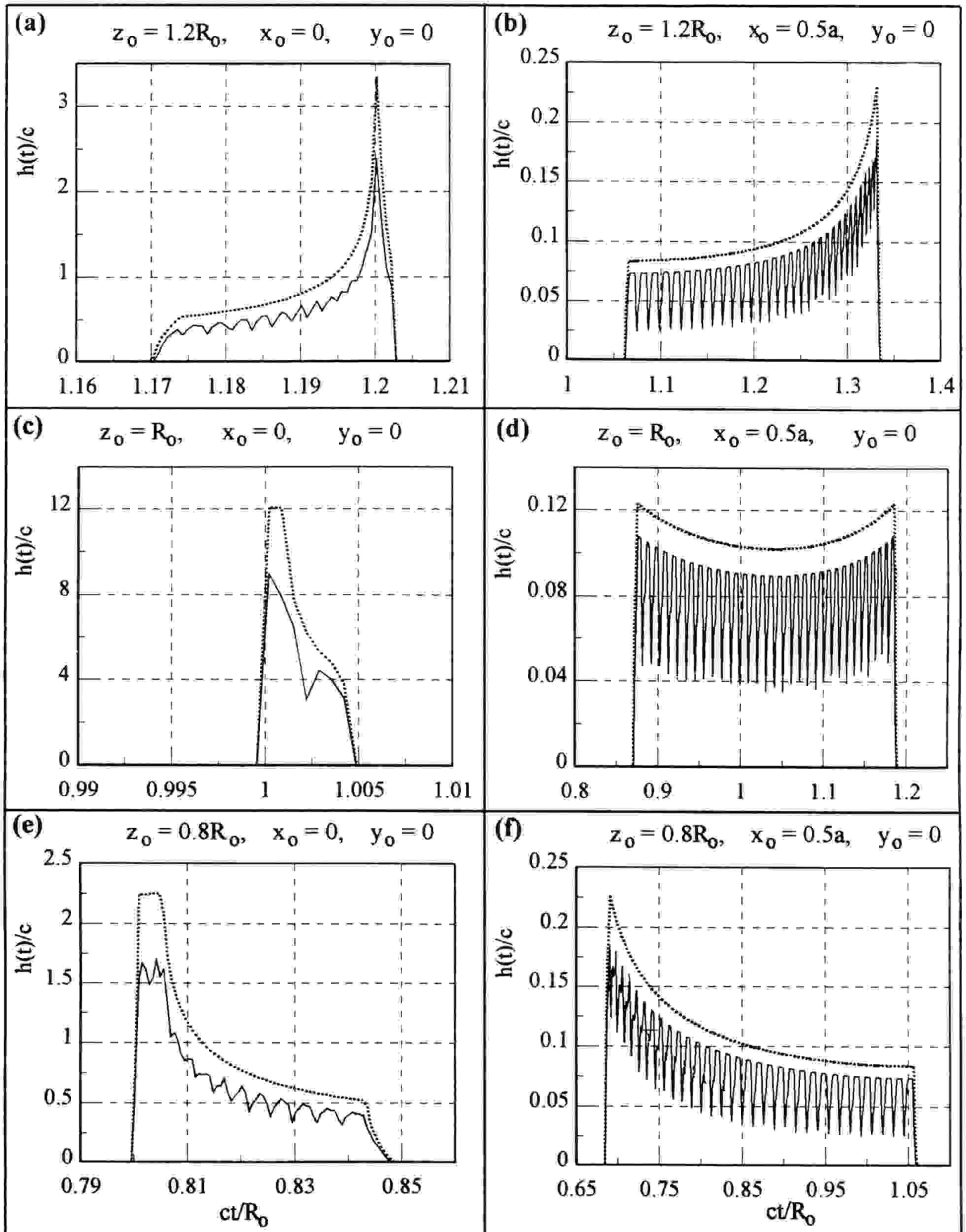
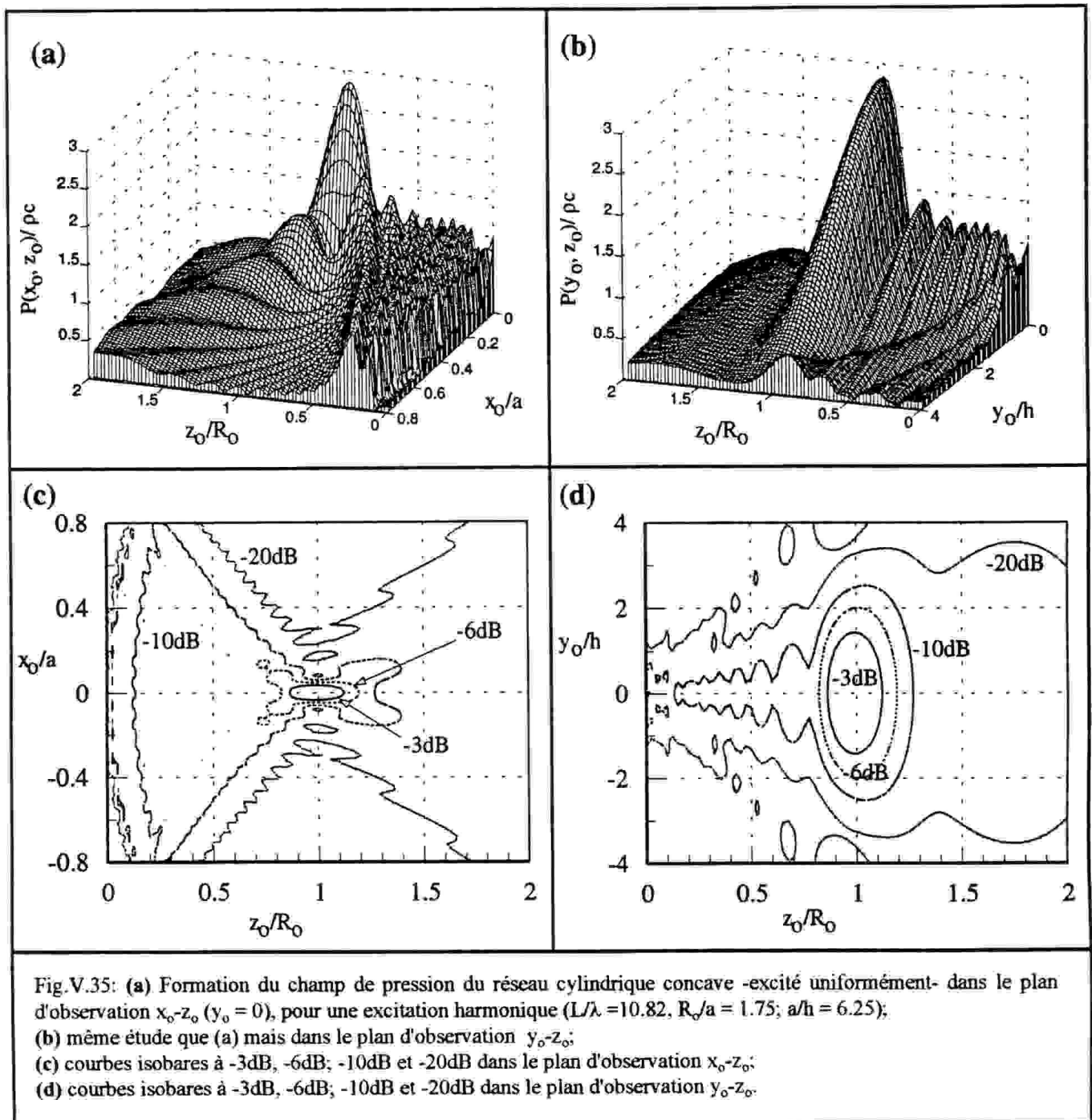


Fig. V.34: Réponses impulsionnelles  $h_p(O, t)$  du réseau cylindrique concave ( $R_o/a = 1.75$ ;  $a/h = 6.25$ ) excité uniformément; présentées en fonction de  $ct/R_o$  pour différentes positions du point d'observation O.

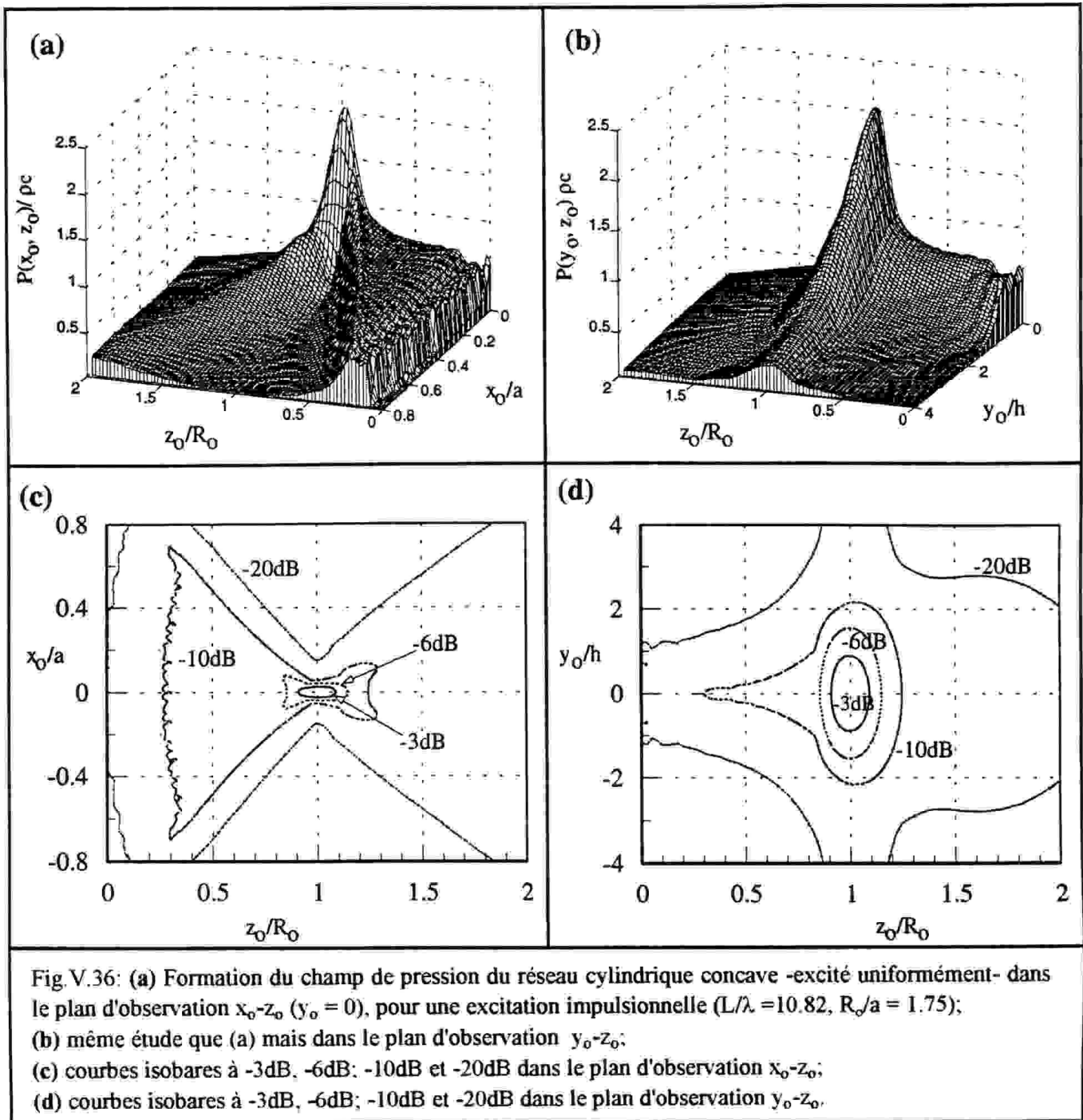
( ——— ): réponses du réseau cylindrique convergent étudié de dimension  $L \times h$ ;

( ..... ): réponses d'un transducteur cylindrique convergent à ouverture continue de même dimension que le réseau.



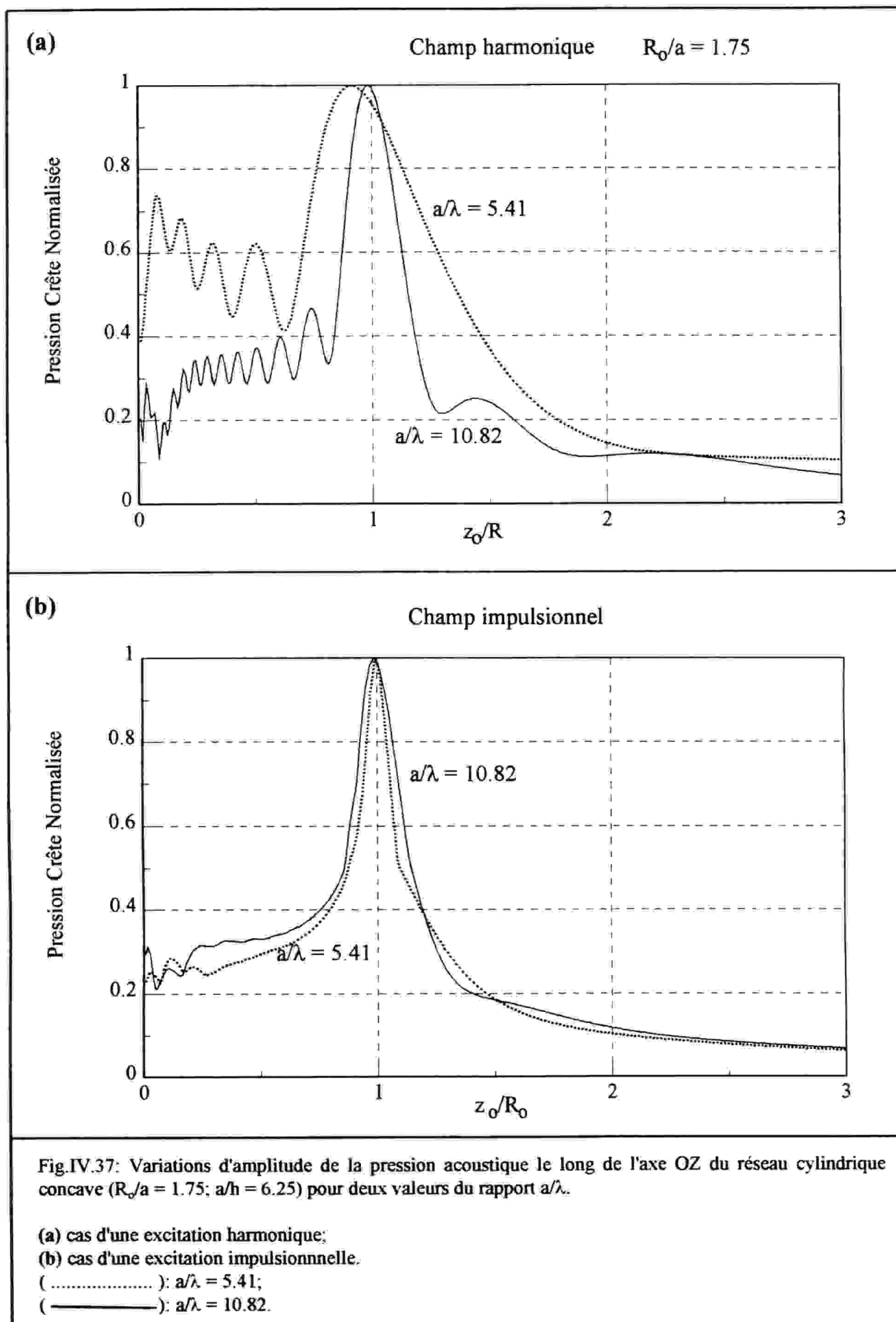


Les résultats obtenus révèlent clairement que le champ acoustique du réseau cylindrique convergent présente des particularités différentes des transducteurs à focalisation sphérique, en particulier le long de l'axe  $OY_0$ . Le foyer est clairement traduit dans le plan  $x_0-z_0$  mais comme dans le cas du transducteur circulaire (section V.2) sa position ne coïncide pas avec la position du centre de courbure de la surface concave. Cela est confirmé dans la figure V.37 qui présente les variations de la pression le long de l'axe ( $OZ$ ). Notons que pour une excitation impulsionnelle, l'effet de décalage a presque disparu (Fig.V.37.b).



Dans le plan  $y_0-z_0$  le faisceau acoustique (Fig.V.35.d et Fig.V.36.d) s'étend le long de l'axe  $OY_0$ , en indiquant que le transducteur à focalisation cylindrique produit une ligne focale au lieu d'un point focal.

Cette caractéristique particulière devient claire sur la figure V.38, qui montre les profils en coupes transversales dans le plan  $x_0-y_0$ . Dans le plan  $z_0 = 0.5R_0$ , on trouve une structure familière le long de l'axe  $OY_0$  et une structure grossière le long de l'axe  $OX_0$  qui résultent respectivement de la dimension faible en  $Y$  ( $h/\lambda = 1.64$ ) et de la dimension élevée en  $X$



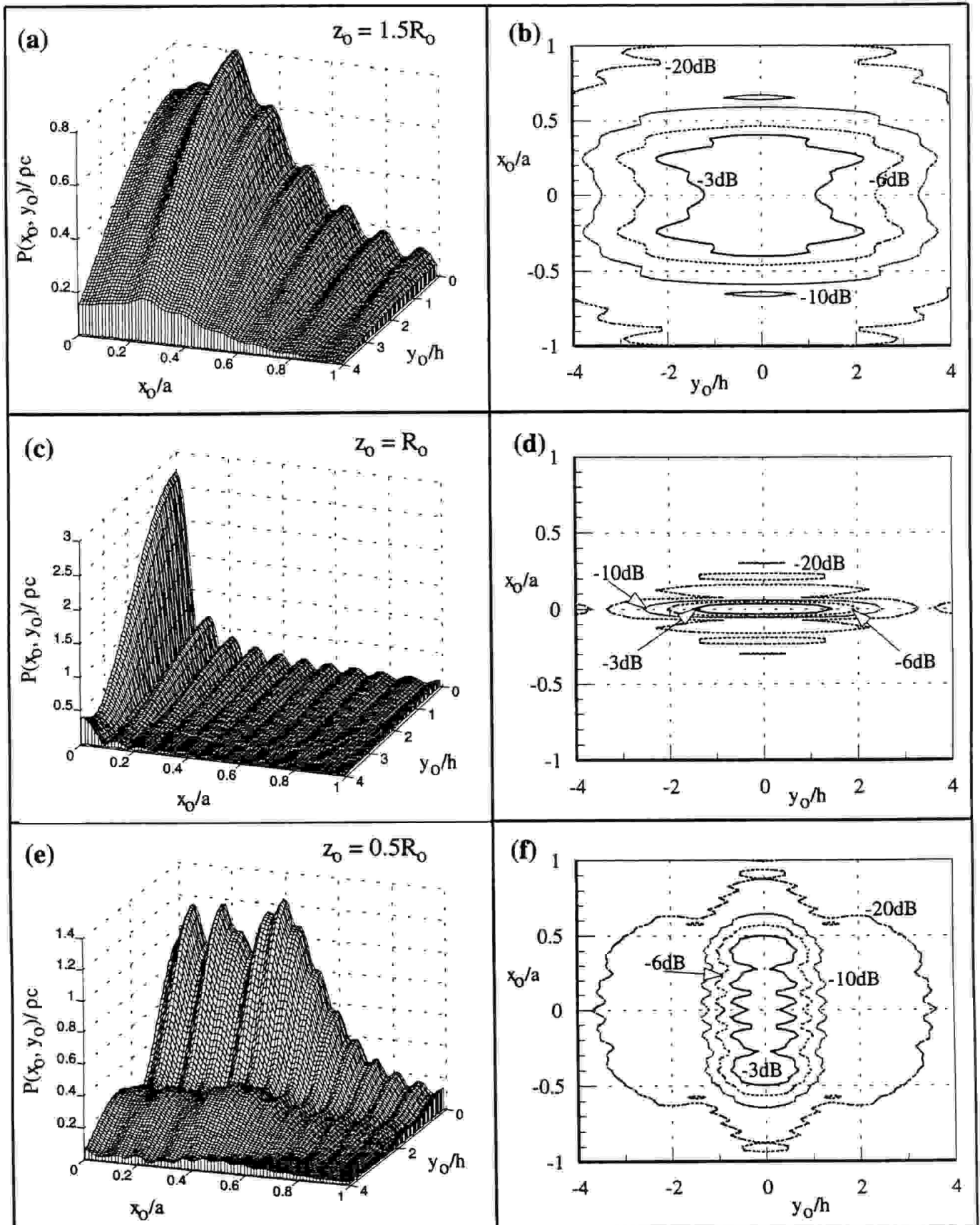


Fig.V.38: Champ de pression  $P(x_0, y_0)$  du réseau cylindrique concave ( $R_0/a = 1.75$  pour différentes distances  $z_0$  - excitation harmonique ( $L/\lambda = 10.82$ )).

(a): caractéristiques du champ à  $z_0 = 1.5R_0$ ; (b): courbes isobares à -3dB, -6dB; -10dB et -20dB du champ présenté dans la section (a); (c): même étude que (a) mais pour  $z_0 = R_0$ ; (d): courbes isobares à -3dB, -6dB; -10dB et -20dB du champ présenté dans la section (b); (e): même étude que (a) mais pour  $z_0 = 0.5R_0$ ; (f): courbes isobares à -3dB, -6dB; -10dB et -20dB du champ présenté dans la section (e);

( $a/\lambda = 10.82$ ). Dans le plan focal  $z_0 = R_0$ , la particularité des formes des lignes de la zone focale est très distincte. Finalement, dans le plan  $z_0 = 1.5R_0$  (zone post-focale), le faisceau acoustique s'élargit et l'amplitude décroît .

#### V.3.2.4- Effet d'une fonction d'apodisation sur les caractéristiques du champ

Comme dans les études précédentes, il paraît intéressant de connaître les effets de l'apodisation du transducteur cylindrique concave. Pour une source bidimensionnelle, une fonction d'apodisation en deux dimensions est généralement exigée, mais pour le transducteur étudié, nous avons limité la procédure numérique pour une fonction d'apodisation à une seule direction (axe OX), en notant qu'une fonction d'apodisation à deux dimensions peut aussi être appliquée.

La figure V.39 montre les réponses impulsionnelles du transducteur apodisé selon la caractéristique de Gauss, calculées pour les mêmes points d'observations que ceux utilisés pour la figure V.34. Comme prévu, les réponses sont plus "lissées" dans les zones temporelles correspondant aux instants d'arrivées des ondes de bord.

La figure V.40 présente, dans trois plans différents, le champ de pression du réseau apodisé. Ces résultats peuvent être comparés respectivement avec les figures V.36.a, V.36.b, et V.38.c qui représentent leurs contreparties non apodisés. Les profils sont considérablement plus lissés et la formation des lobes secondaires dans le plan focal est largement évitée mais la zone préfocale présente une dégradation importante. Ceci montre que l'apodisation de ce type de transducteur doit être appliquée avec prudence.

#### V.3.2.5- Comparaison : focalisation géométrique - électronique

Dans ce paragraphe, nous allons vérifier la possibilité de réaliser une focalisation cylindrique à l'aide d'un réseau plan excité par la caractéristique de retard modélisant une ouverture cylindrique concave. Une telle simulation est comprise dans la bibliothèque des fonctions de retards de notre logiciel (focalisation électronique convergente le long de l'axe OX seulement).

La figure V.41.a compare les caractéristiques du champ obtenues suivant les trois axes du transducteur (courbes en traits pleins) avec leurs contreparties "électroniques" (courbes en traits pointillés). Nous observons que les caractéristiques obtenues dans les deux cas sont

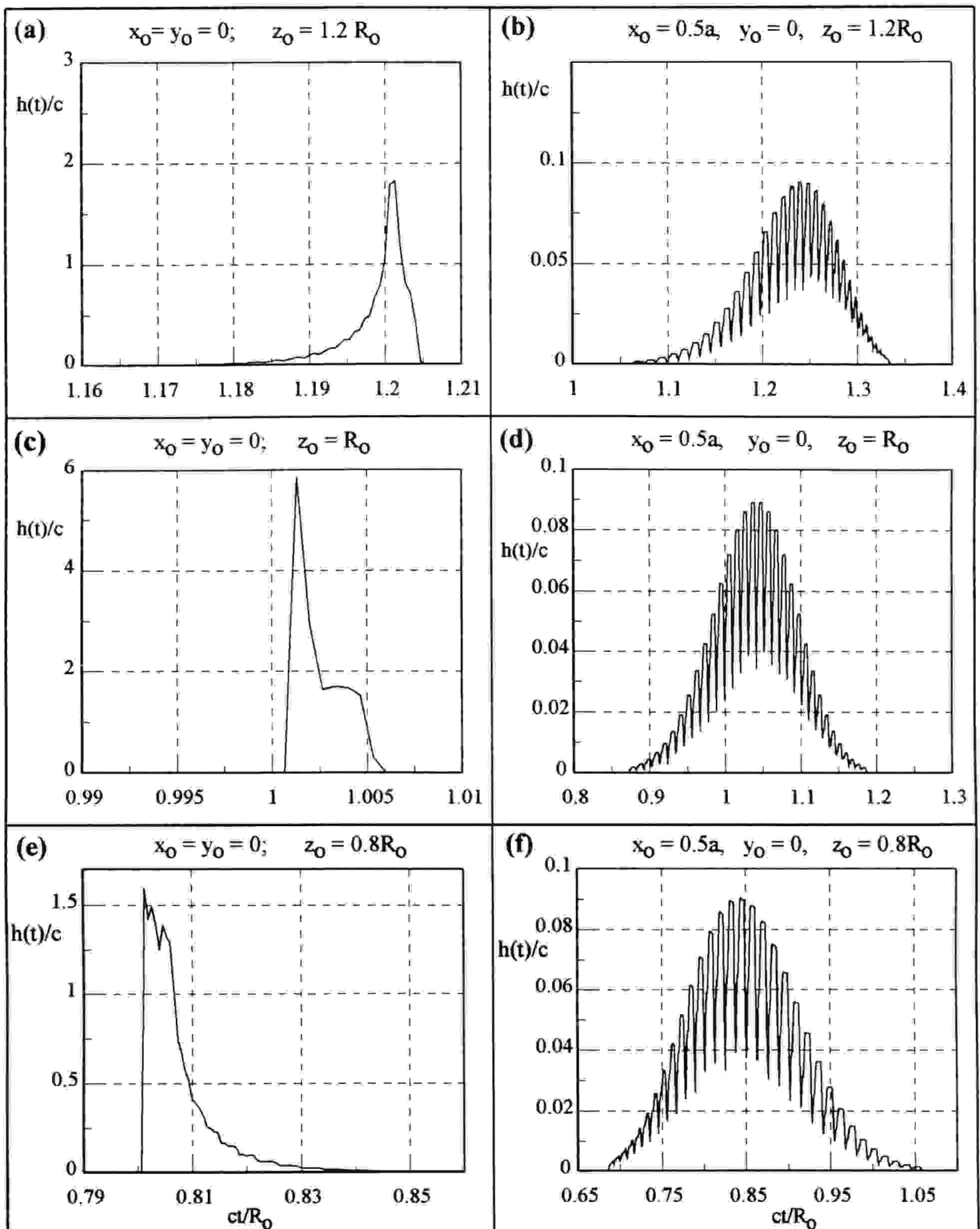


Fig.V.39: Réponses impulsionnelles  $h_s(O, t)$  du réseau cylindrique concave ( $R_0/a = 1.75$ ,  $a/h = 6.25$ ) pondéré par une fonction d'apodisation de forme Gaussienne, calculées aux mêmes points d'observations que ceux utilisés dans le cas du réseau non apodisé (Fig.V.34).

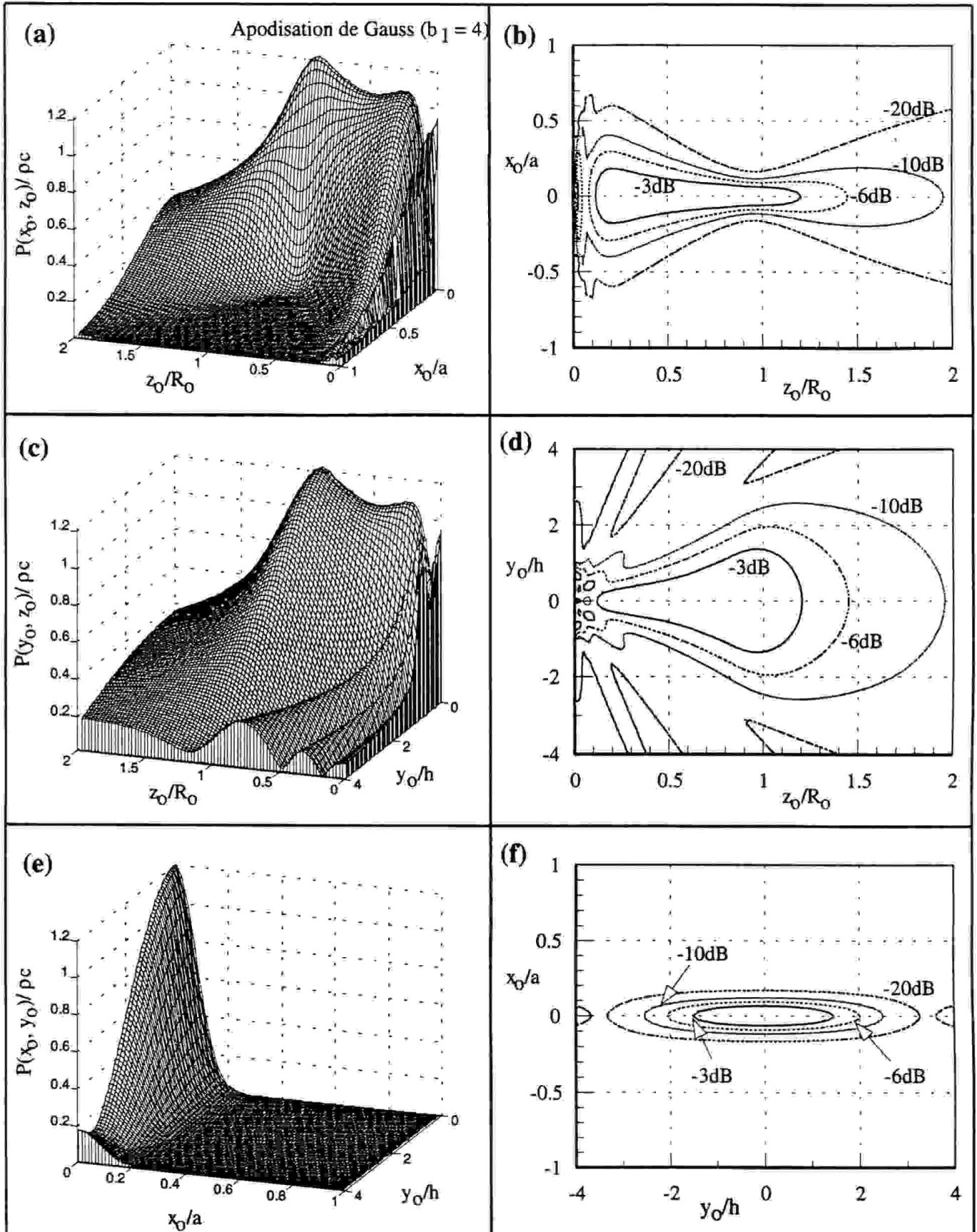


Fig.V.40: Effet de l'apodisation sur les caractéristiques du champ du réseau cylindrique concave ( $R_0/a = 1.75$ ,  $a/h = 6.25$ ) pour une excitation harmonique ( $L/\lambda = 10.82$ ).

(a) caractéristiques du champ du transducteur apodisé dans le plan  $x_0$ - $z_0$ ; (b) courbes isobares à -3dB, -6dB; -10dB et -20dB du champ présenté dans la section (a); (c) même étude que (a) mais dans le plan  $y_0$ - $z_0$ ; (d) courbes isobares à -3dB, -6dB; -10dB et -20dB du champ présenté dans la section (c); (e) même étude que (a) mais dans plan  $x_0$ - $y_0$  à  $z_0 = R_0$ ; (f) courbes isobares à -3dB, -6dB; -10dB et -20dB du champ présenté dans la section (e).

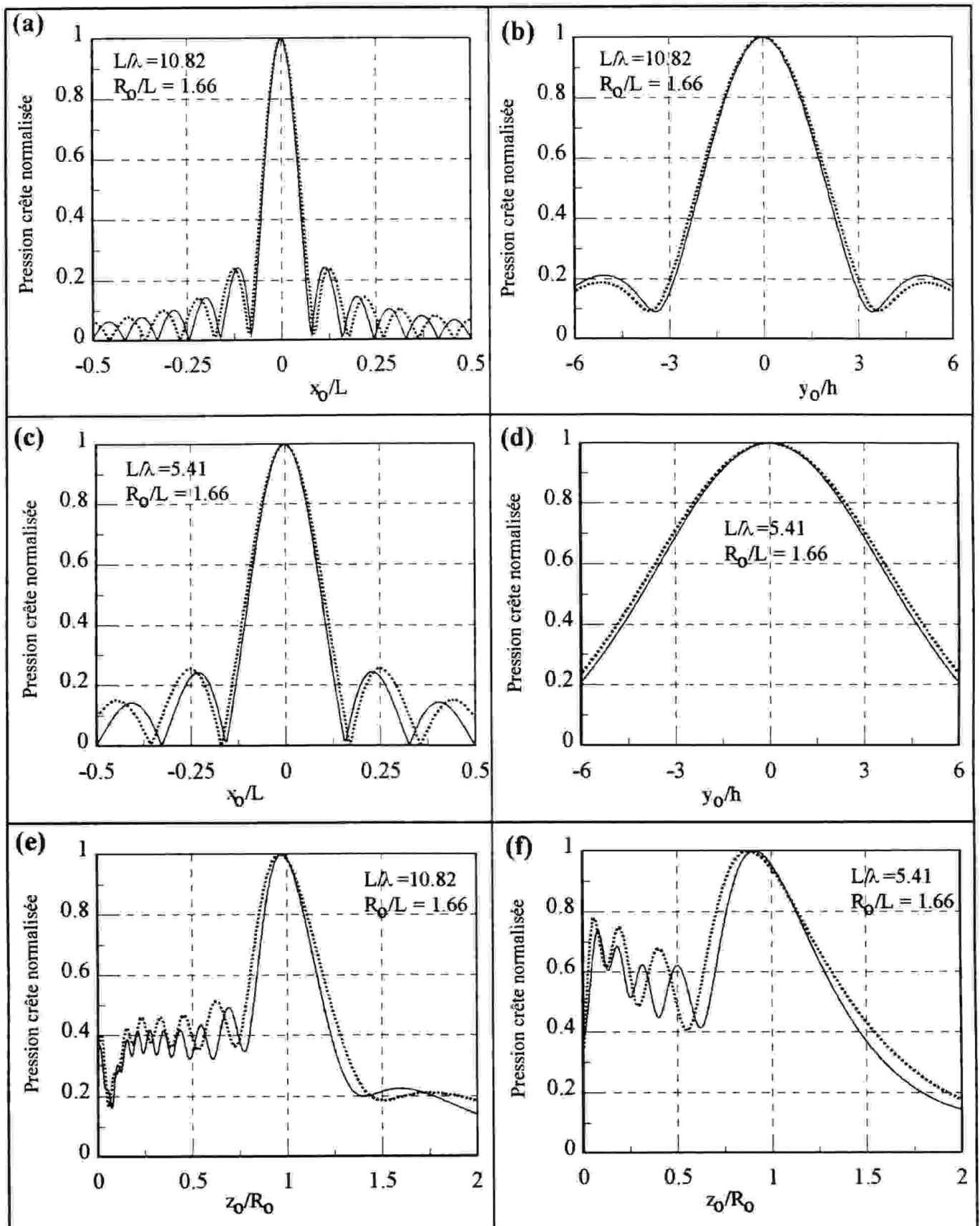


Fig. V.41: Comparaison : focalisation géométrique - électronique (excitation harmonique).

(a) variations d'amplitude de la pression acoustique le long de l'axe  $OX_0$  à  $z_0 = R_0$  pour  $R_0 = 1.66L$  et  $L/\lambda = 10.82$ ; (b) même étude que (a) mais le long de l'axe  $OY_0$ ; (c) même étude que (a) mais pour  $L/\lambda = 5.41$  (d) même étude que (b) mais pour  $L/\lambda = 5.41$ , (e) même étude que (a) mais le long de l'axe  $OZ_0$ ; (f) même étude que (e) mais pour  $L/\lambda = 5.41$ .

( ————— ) : résultats de calcul obtenus par la focalisation géométrique ( réseau cylindrique);  
 ( ..... ) : résultats de calcul obtenus par la focalisation électronique ( réseau plan ).



presque identiques, à l'exception des légères différences de même nature que celles mentionnées dans les cas des transducteurs circulaires focalisés (section V.2).

La figure V.41 montre en même temps le comportement du transducteur en fonction de longueur d'onde. Il en résulte que la résolution le long des axes X,Y, et Z dépend des dimensions respectives du transducteur par rapport à la longueur d'onde.

#### V.3.2.6 - Conclusion

L'étude présentée semble être originale dans le domaine de la technique ultrasonore. Au stade de rédaction de cette thèse nous avons trouvé une seule étude concernant le transducteur cylindrique concave (Reibold et al, 1992a, 1992b) qui traite le problème uniquement en version "électronique". Les résultats présentés confirment une fois de plus l'utilité de notre logiciel comme un outil d'étude d'un réseau à symétrie cylindrique. A l'issue de cette étude nous avons montré que:

- le transducteur à focalisation cylindrique présente des caractéristiques complètement différentes de celles d'un transducteur à symétrie circulaire. Il produit une ligne focale au lieu d'un point focal. Les dimensions de la zone focale dépendent des dimensions du transducteur par rapport à la longueur d'onde.

- l'apodisation du transducteur peut détruire complètement le champ émis dans la zone préfocale,

- les versions "géométriques" et "électroniques" du transducteur sont pratiquement équivalentes (dans les conditions de notre étude).

#### V.4- ETUDE D'UN SYSTEME DE CONTROLE ACTIF ANTIBRUIT

De nombreuses recherches ont montré que le bruit peut avoir des effets très défavorables sur la psychologie des gens, qu'il peut nuire à l'ouïe, influencer sur la qualité et la durée de notre sommeil, et qu'en général, il peut mettre en danger la santé des personnes. Il est devenu l'un des problèmes majeurs de l'environnement et de la qualité de la vie pendant ces dernières années.

Le contrôle actif du bruit (A.N.C) figure parmi les techniques utilisées pour réduire l'intensité acoustique des bruits indésirables. Le principe de base de cette technique consiste à superposer à l'onde sonore ou vibratoire nuisible, une onde de même amplitude mais de phase opposée, pour que les interférences destructives des ondes acoustiques puissent être utilisées et, par la suite, éliminer le bruit indésirable en créant localement une zone de silence. Certaines applications de cette technique touchent à une variété de domaines allant de la protection individuelle "Casque antibruit actif" (Carne, 1988) à la protection collective "Gainés de climatisation" (Canevet, 1978) en passant par l'amélioration des procédés existants "Usinage de précision". Toutefois, il faut remarquer que ces exemples concernent le cas des bruits stationnaires où la modélisation mathématique du problème semble être maîtrisée. Par ailleurs, il semblerait que, dans le cas du bruit impulsionnel, les méthodes de modélisation font défaut.

Dans cette section, l'atténuation active du bruit de nature impulsionnelle est modélisée par l'approche de la réponse impulsionnelle de diffraction en profitant de l'option "Structure 3D" incorporée dans notre logiciel. Cette option permet de déterminer le champ de pression acoustique rayonné par une distribution spatiale arbitraire de sources acoustiques circulaires excitées par des signaux quelconques et peut être considérée comme un outil simple et facile à utiliser pour la modélisation d'un système actif antibruit.

Le problème étudié a été défini en collaboration avec le Centre d'Etudes Techniques des Industries Mécaniques de Senlis ("CETIM") qui a évoqué l'intérêt général de développer une méthode d'analyse adaptée au bruit impulsionnel. Le principe de l'étude consiste à confronter les résultats des simulations numériques avec les résultats de mesure correspondantes. Il concerne, dans un premier temps, un système de contrôle actif simple, facile à valider d'une manière expérimentale. Ensuite, afin d'illustrer les possibilités potentielles de notre logiciel, un exemple de système du contrôle antibruit impulsionnel comprenant une source de bruit et deux sources "antibruit" est modélisé (Sbai et al, 1995).

#### V.4.1- Description du dispositif expérimental

L'ensemble du dispositif expérimental est présenté dans la figure V.42.a. Il comprend deux haut-parleurs identiques  $T_1$  et  $T_2$ , séparés par une distance de 173 cm, placés sur l'axe OY qui représente l'axe de symétrie des deux haut-parleurs, et excités en opposition de phase à l'aide d'un signal de la forme:

$$s(t) = A_m \cdot \exp[-\alpha t] \cdot \sin(2\pi f_0 t) \quad (V-5)$$

où  $\alpha = 1.64 \text{ ms}^{-1}$  est le coefficient d'amortissement et  $f_0 = 4.1 \text{ kHz}$  est la fréquence centrale du signal d'excitation. Un oscillateur programmable, déclenché par un générateur d'impulsion, génère le signal  $s(t)$ . Le signal ainsi obtenu, amplifié par un amplificateur de puissance de type B&K 2706, excite les deux haut-parleurs. Une telle forme de signal a été choisie afin de modéliser la réponse typique d'une structure mécanique excitée en mode impulsionnel. En pratique, elle correspond à un système "MRK" (Masse-Resistance mécanique-Raideur) excité par un choc. Les signaux de la pression acoustique mesurés au point  $O(x,y)$  sont transmis à un analyseur du spectre de type 2032 à l'aide d'un microphone de mesure de type B&K (1/4 pouce). Les signaux mesurés sont transférés par l'analyseur du spectre vers un ordinateur, effectuant le traitement des données par la suite.

Les mesures ont été effectuées sur l'axe OY entre les positions -66 et + 66cm avec un pas  $\Delta y = 1 \text{ cm}$ . L'expérience a été menée dans une salle silencieuse afin de réduire au maximum toute perturbation extérieure et ceci avec un rapport signal/bruit meilleur que 40 dB.

#### V.4.2- Modélisation numérique

L'option "structure 3D" de la bibliothèque des sources acoustiques incorporée dans le logiciel permet de déterminer le champ acoustique d'une distribution de sources disposées d'une façon arbitraire dans l'espace. Le champ de pression de  $N$  sources (Fig.III.3.b) en un point d'observation  $O(x,y)$  est obtenu, en appliquant le théorème de superposition, par la relation:

$$P(O,t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^N [h_{\phi_i}(O,t) * s_i(t)] \quad (V-6)$$

où  $h_{\phi_i}(O, t)$  est la réponse impulsionnelle de la source  $S_i$  ( les diffractions secondaires sur les surfaces des sources ont été ignorées).

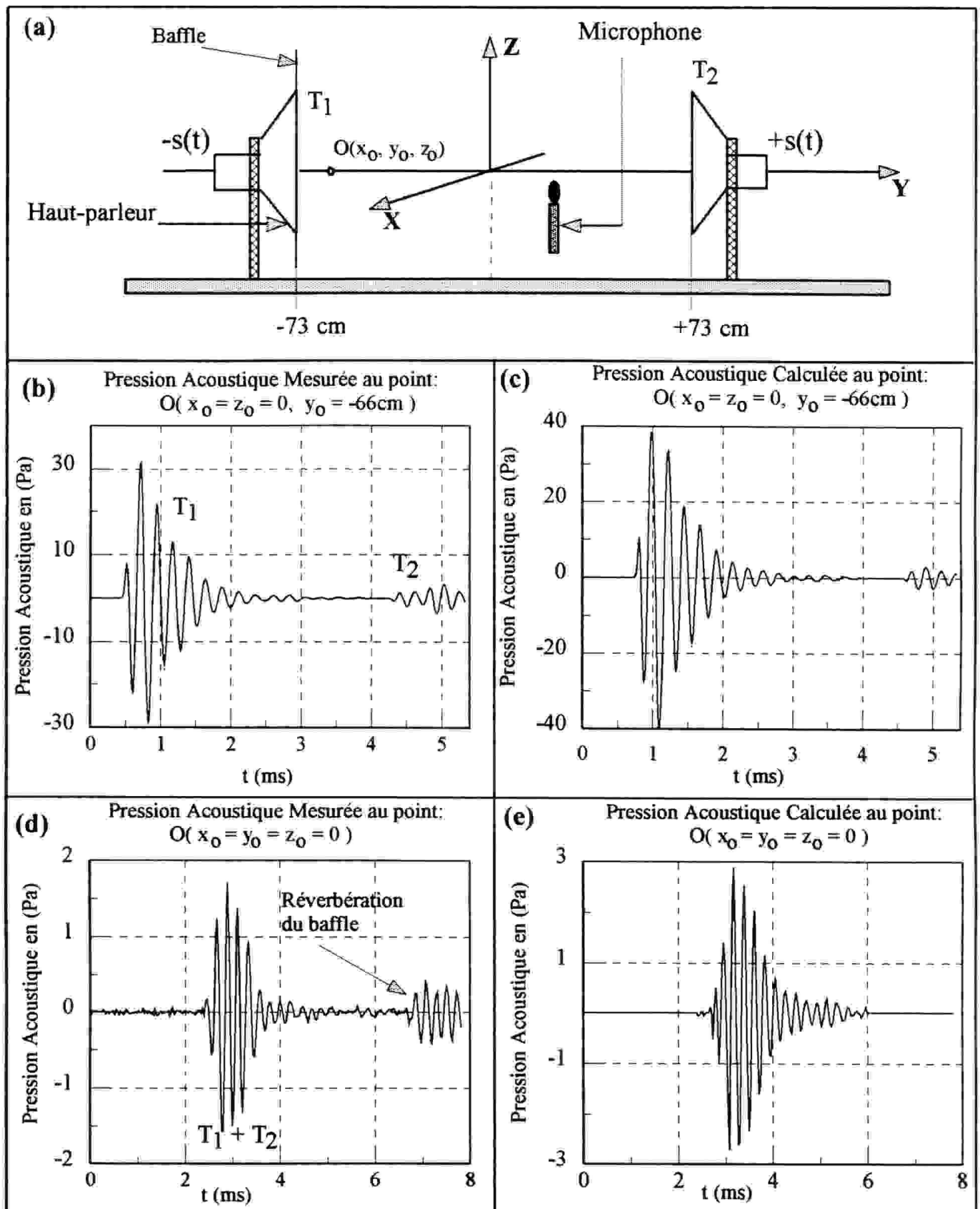


Fig.V.42: (a) Dispositif expérimental:  $T_1$  représente la source de bruit et  $T_2$  la source d'antibruit; (b) forme de pression mesurée au point d'observation  $O(0, y = -66\text{cm}, 0)$ ; (c) forme de pression calculée pour les mêmes conditions que la section (b); (d) même expérience que la section (b) mais pour le point d'observation  $O(0, 0, 0)$ ; (e) même expérience que la section (c) mais pour le point d'observation  $O(0, 0, 0)$ .

Afin d'adapter la structure modélisée aux exigences du code de calcul, nous avons employé les hypothèses suivantes:

- les deux hauts-parleurs du système de la figure V.42.a ont été modélisés par deux pistons circulaires, encastrés dans des baffles rigides et excités uniformément,
- puisque le haut-parleur est caractérisé par sa réponse propre (inconnu)  $T(t)$  et peut, par la suite, modifier la forme du signal d'excitation  $s(t)$  en donnant à sa sortie  $s'(t) = s(t)*T(t)$ , le signal  $s'(t)$  a été déterminé selon la procédure suivante:

1. le signal de pression  $p(t)$  a été enregistré expérimentalement à une position proche de la surface de haut-parleur,

2. en profitant de l'hypothèse connue que les ondes au voisinage de la surface d'une source plane sont localement planes, la vitesse  $v(t)$  a été déterminée selon la relation:  $v(t) = P(t)/\rho c$ ,

3. le signal  $v(t)$  a été supposé tel que:  $v(t) = s'(t)$ ,

et le calcul a été effectué avec  $s'(t)$  comme forme du signal d'entrée. La figure V.44.d présente la forme temporelle du signal  $s'(t)$  ainsi enregistré.

#### V.4.3- Comparaison des résultats mesurés et calculés

Les figures V.42.b et V.42.d présentent deux exemples du signal de pression acoustique  $P(O,t)$  mesurés pour deux positions du microphone sur l'axe OY. Pour les mêmes positions, les signaux acoustiques obtenus à l'aide de la simulation numérique sont présentés sur les figures V.42.c et V.42.d. Pour la première position choisie, proche de la source  $T_1$ , on constate d'abord l'arrivée du signal émis par  $T_1$  ensuite celui provenant de  $T_2$ . Pour la seconde position O, correspondant au milieu de l'axe de symétrie, le signal de pression obtenu n'est pas nul comme on pouvait s'y attendre, en raison de la surface du microphone qui réalise un moyennage spatial de la pression mesurée. Ce phénomène a été également pris en compte dans le modèle numérique.

La comparaison des signaux obtenus montre une bonne concordance entre la mesure et le calcul à part une légère augmentation d'amplitude qui apparaît dans les signaux calculés. Ceci peut être attribué à une mauvaise coaxialité entre les deux axes de symétrie des deux hauts parleurs pendant l'acquisition des signaux. De plus, on constate que le signal mesuré comprend un signal supplémentaire qui correspond à la réverbération sur les baffles des haut-parleurs.

Cette réverbération n'est pas modélisée par le calcul conformément à l'hypothèse que les diffractions secondaires sur la structure sont ignorées.

La même expérience a été réalisée pour un plus grand nombre de points de mesures tous situés sur l'axe OY. Les formes temporelles des signaux acoustiques mesurés et calculés sont présentées respectivement dans la figure V.43.a et V.43.b.

Le niveau sonore du signal de pression  $P(O,t)$  du système est défini par la relation:

$$L(O) = 10 \cdot \log_{10} \left[ \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N P^2(O,t_i)}{p_0^2} \right] \quad (V-7)$$

où  $N$  représente le nombre des échantillons du signal pris en considération et  $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$  est la pression acoustique de référence. Les niveaux acoustiques mesurés et calculés à partir de cette relation sont présentés respectivement dans la figure V.43.c et V.43.d. La comparaison de ces résultats montre un excellent accord entre les niveaux obtenus, ce qui confirme ainsi la précision de notre calcul.

Afin de mesurer l'efficacité réelle de la suppression active du bruit du système étudié, nous avons introduit un paramètre ESB "Efficacité de Suppression du Bruit" défini, en un point  $O$ , comme étant:

$$\text{ESB}(O) = L_n(O) - L_a(O) \quad (V-8)$$

où  $L_n$  est le niveau acoustique de la source du bruit avant l'application de la source antibruit (source de bruit seule) et  $L_a$  est le niveau acoustique du signal obtenu après l'application de la source antibruit (les deux sources "bruit + antibruit" sont activées simultanément). Selon la définition de l'équation (V-8), le contrôle actif du bruit est donc efficace là où le paramètre ESB est positif. Les sections (e) et (f) de la figure V.43 montrent le paramètre ESB du système étudié obtenu respectivement à partir des niveaux acoustiques mesurés et calculés. Comme prévu, une zone de "silence" caractérisée par un paramètre  $\text{ESB} = +5 \text{ dB}$  a été obtenue uniquement au centre de l'axe de symétrie. En même temps, l'apparition d'un intervalle relativement grand avec  $\text{ESB} < 0$ , montre que l'addition de la source "antibruit" a augmenté le niveau acoustique, particulièrement près de la source antibruit. Finalement, l'efficacité de ce système paraît très faible.

En considérant notre programme comme validé nous avons suggéré de modéliser l'efficacité du système étudié précédemment dans le plan x-y entre les deux haut-parleurs en

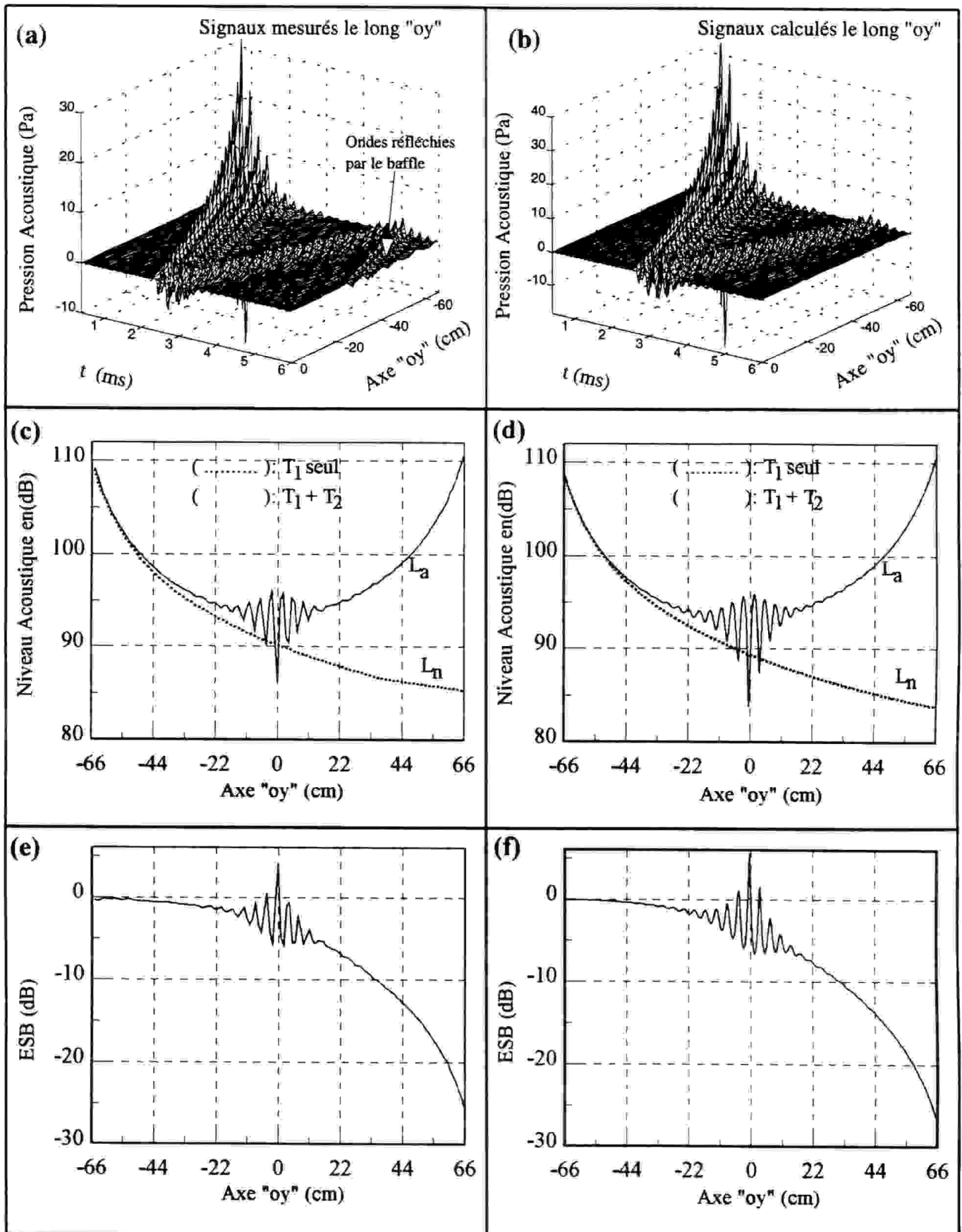


Fig.V.43: Comparaison des formes temporelles et des niveaux sonores du champ émis.

(a) formes temporelles de la pression acoustique mesurée le long de l'axe OY ( $-66\text{cm} < y < 0\text{cm}$ ); (b) formes temporelles de la pression acoustique calculée le long de l'axe OY pour les mêmes conditions que la section (a); (c) niveaux sonores acoustiques mesurés  $L_a$  et  $L_n$ ; (d) niveaux sonores calculés  $L_a$  et  $L_n$  pour les mêmes conditions que la section (c); (e) l'efficacité de suppression du bruit ESB déterminée à partir des résultats de mesures de la section (c); (f) l'efficacité de suppression du bruit ESB déterminée à partir des résultats de calculs de la section (d).

évitant ainsi des longues mesures (12000 points). Les résultats de calcul sont présentés dans la figure V.44. Les sections (a), (b) et (c) montrent respectivement les niveaux  $L_a(x, y)$ ,  $L_n(x, y)$  et le paramètre  $ESB(x, y)$  calculés. La section (d) présente la forme du signal  $s'(t)$  utilisée durant cette étude. Afin de localiser facilement les zones de silence à partir des résultats obtenus, le paramètre  $ESB$  est présenté en échelle de gris dans la section (e) de la figure V.44. Elle montre que la zone de silence se trouve sur l'axe  $OX$  au milieu du système, et confirme ainsi les résultats obtenus précédemment (caractérisés par un  $ESB = 5$  dB) dans la direction normale de l'axe des haut-parleurs.

#### V.4.4- Simulation numérique d'un système ANC réel

Dans ce cas, nous avons étudié un système composé d'une source du bruit, modélisée par un piston circulaire de rayon "a", et de deux sources identiques qui modélisent les sources antibruit (Fig.V.45.a). Les deux sources d'antibruit sont placées à une distance "d" sur l'axe  $OX$ , dans le plan  $y = 0$ , symétriquement par rapport à la source du bruit qui est placée à l'origine du repère, et sont excitées en opposition de phase par rapport à la source du bruit. Conformément aux hypothèses générales, les sources sont supposées être dans un baffle rigide. Le signal d'excitation  $s'(t)$  a été pris sous la forme:

$$s'(t) = \tanh^2(t/t_r) [1 - \tanh(t/t_f)].\cos(\omega t) \quad (V-9)$$

et qui modélise, en effet, la réponse  $s'(t)$  considérée précédemment. La forme de ce signal et son spectre fréquentiel sont présentés dans les sections (e) et (f) de la figure V.45.

L'étude numérique a été entreprise pour deux valeurs de la distance "d" qui sépare les sources acoustiques:  $d = 2a$  et  $d = 4a$ .

Les résultats obtenus pour  $d = 2a$  sont présentés respectivement dans les figures V.45.b, V.45.c et V.45.d. La section (b) montre le niveau acoustique issu de la source du bruit, la section (c) donne le niveau sonore pour la situation où les trois sources sont activées simultanément et la section (d) illustre le paramètre  $ESB(x,y)$  obtenu pour ce système. La distribution spatiale de ce dernier paramètre est assez compliquée et son analyse devient simple à partir de sa présentation en échelle de gris (Fig.V.46.a). Elle montre la présence d'une zone de "silence" caractérisée par un  $ESB = 10$  dB.

La comparaison de cette figure avec celle de la section (b) qui correspond aux résultats du calcul pour  $d = 4a$ , montre que le système étudié est plus efficace pour la distance  $d = 2a$ .



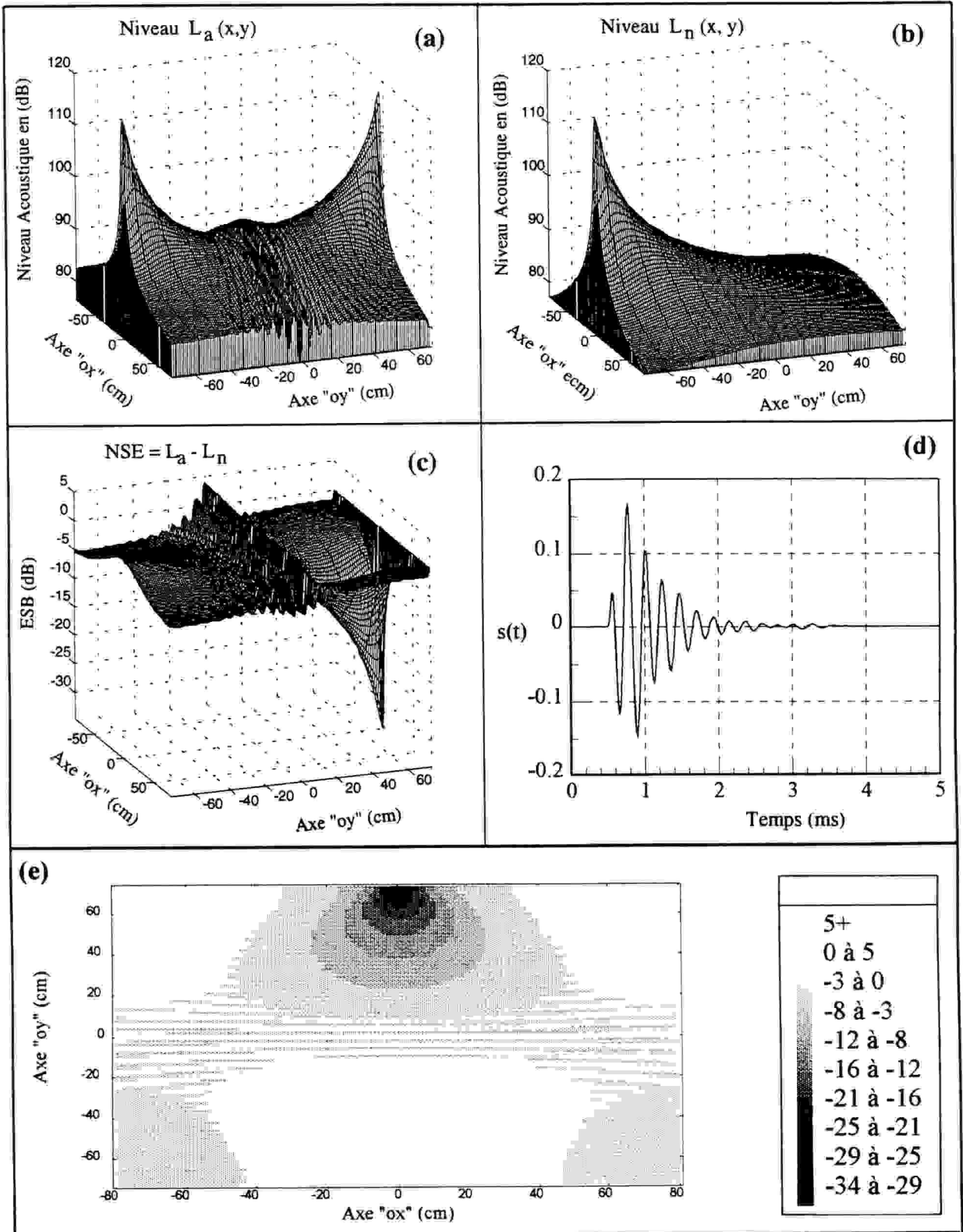


Fig. V.44: Etude de l'efficacité de suppression du bruit du système de contrôle actif antibruit dans le plan x-y. **(a)** niveau sonore  $L_a$  calculé dans le plan x-y (les deux sources agissent simultanément); **(b)** niveau sonore  $L_n$  de la source du bruit ( $T_1$  seule) calculé dans le plan x-y; **(c)** l'efficacité de suppression du bruit ESB obtenue par la différence des tracés des section (a) et (b); **(d)** signal d'excitation  $s(t)$  enregistré par le microphone et utilisé pour la simulation numérique; **(e)** représentation en échelle de gris du paramètre ESB.

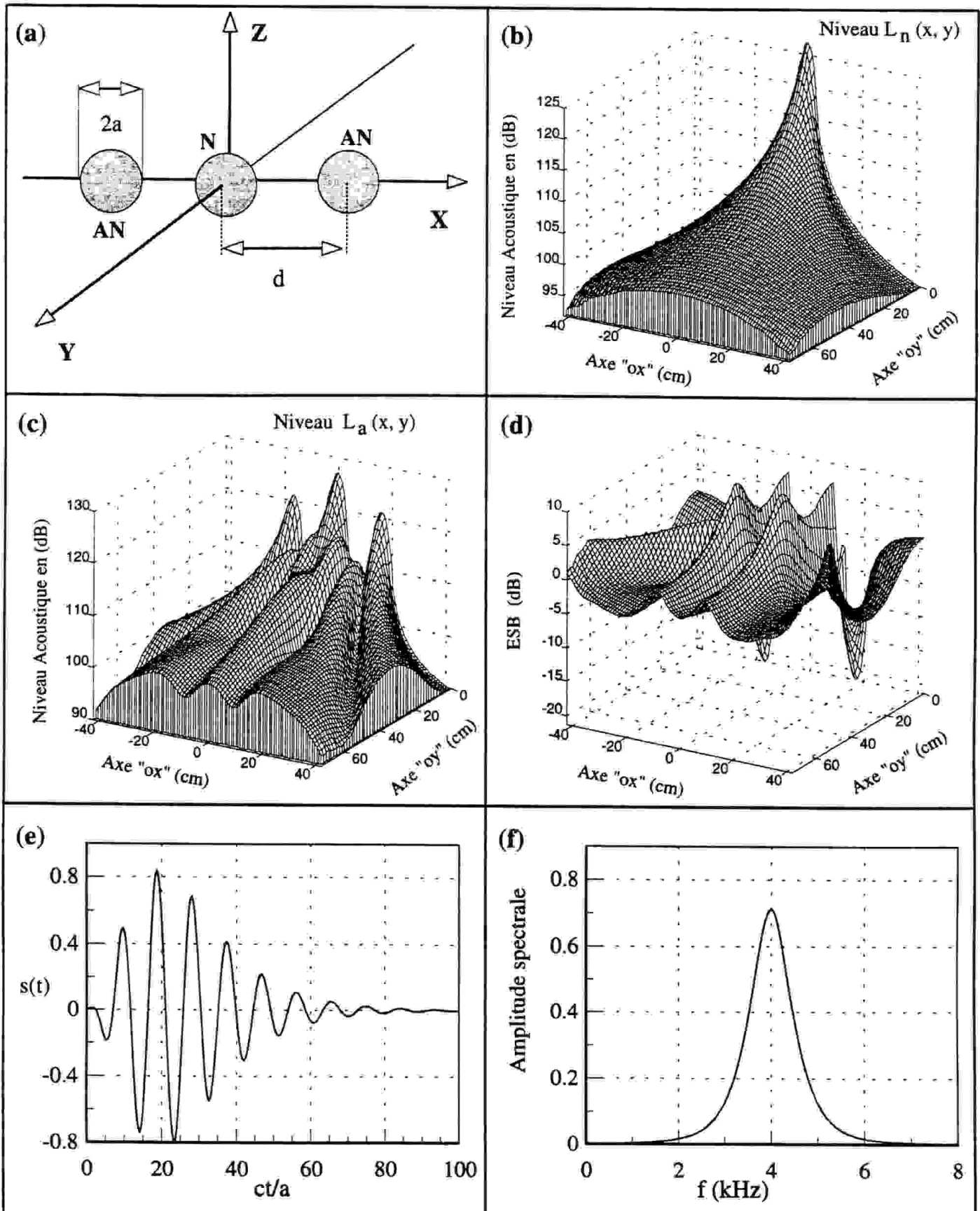
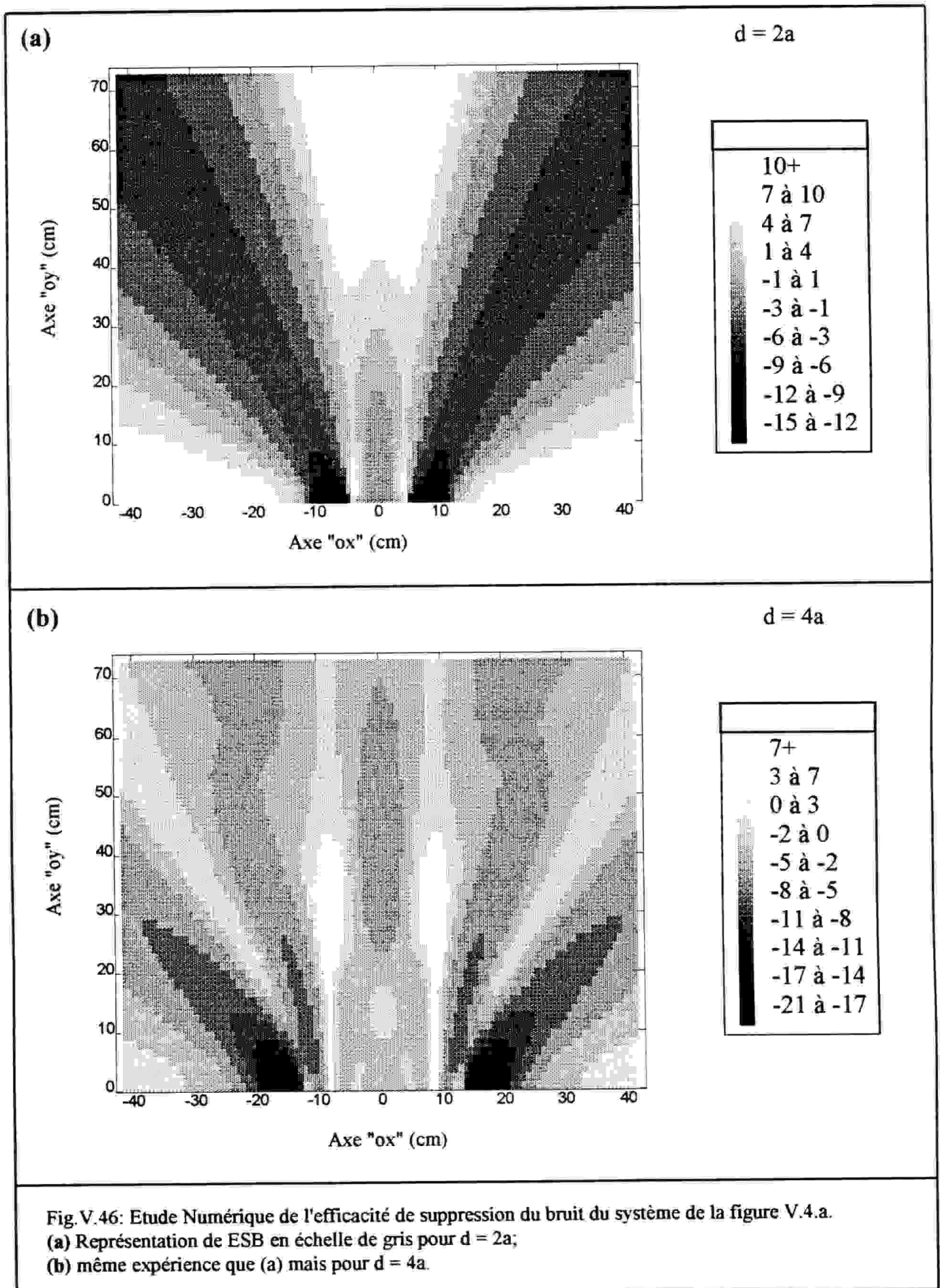


Fig V.45: (a) Géométrie du système étudié: "N" désigne la source de bruit et "AN" la source d'antibruit; (b) niveaux sonores  $L_n$  de la source du bruit "N" dans le plan x-y; (c) niveau sonore  $L_a$  dans le plan x-y où les trois source agissent simultanément ( $d = 2a$ ); (d) efficacité de suppression du bruit ESB pour  $d = 2a$ ; (e) forme du signal d'excitation utilisé pour la simulation numérique; (f) spectre fréquentiel du signal d'excitation.



#### V.4.5- Conclusion

L'étude menée dans cette section a permis de modéliser, à l'aide de l'option "Structure 3D" du logiciel DREAM, l'atténuation active des bruits de nature impulsionnelle.

Dans un premier temps, le modèle numérique a été validé par comparaison avec les résultats expérimentaux: l'ensemble des résultats a montré un excellent accord entre les calculs et les mesures à la fois quantitatifs et qualitatifs.

Afin d'illustrer les possibilités du logiciel, un système composé d'une source de bruit et de deux sources "antibruit" a été modélisé. Les performances du système ont été caractérisées par l'introduction du paramètre ESB.

Il ressort donc de cette étude que, en tenant compte des hypothèses signalées, le logiciel DREAM peut avantageusement être appliqué à l'étude du rayonnement des systèmes multi-sources arbitrairement structuré. L'option "Structure 3D" élargie ainsi considérablement le champ d'applications du programme DREAM.

Les résultats présentés constituent aussi une étape supplémentaire de la validation de la méthode de calcul.

## CONCLUSION

Le travail effectué au cours de cette thèse concerne le développement d'un outil de calcul permettant une analyse complète d'une large variété de problèmes concrets relatifs à la modélisation du rayonnement et à la formation du champ acoustique. Il a conduit à l'élaboration d'un logiciel de simulation ("baptisé" DREAM) qui permet de modéliser le champ acoustique rayonné par des transducteurs de surface plane ou quasi-plane et de forme géométrique arbitraire.

Le programme de calcul est purement numérique, il utilise le formalisme de la réponse impulsionnelle, et il opère directement dans le domaine temporel. La procédure de calcul, qui est basée sur la méthode de la "représentation discrète", génère la solution recherchée de la même façon que le champ acoustique est créé physiquement par un transducteur. Ainsi, une solution existe pour chaque cas réalisable en pratique. En supposant que les diffractions secondaires sont négligeables, le code de calcul peut être appliqué à des surfaces non planes. Etant donné que la procédure de calcul est très simple et n'exige aucun travail analytique préalable au calcul, elle ne requiert pas de compétences particulières dans les techniques avancées d'analyse numérique.

Le logiciel DREAM prend en compte les paramètres caractéristiques d'un transducteur ou d'une matrice de transducteurs comme: la géométrie, la focalisation, le balayage, et l'excitation. Les données d'entrée du programme comprennent la définition de la géométrie du problème, les distributions des fonctions d'apodisation et de retard à la surface de la source ainsi que celle du signal d'excitation. L'analyse du comportement du transducteur dans le champ proche et lointain, ainsi que les diagrammes de directivité, peuvent être effectués à la fois pour des excitations large bande et harmoniques. Les options prédéfinies incluent les surfaces usuelles, les fonctions d'apodisation couramment utilisées, les fonctions de retard sphérique et linéaire (focalisation et balayage) et les formes usuelles des signaux d'excitations. Les options originales "Matrice arbitraire" et "Structure 3D" permettent quant à elles de définir un transducteur matriciel de structure presque arbitraire et élargissent ainsi considérablement le champ d'applications du programme.

De nombreux tests ont été effectués pour vérifier le logiciel développé. Les résultats obtenus ont été comparés avec les solutions analytiques disponibles. Il a été testé avec succès et, dans tous les cas étudiés, nous avons observé la convergence de l'algorithme de la méthode de calcul. Comme dans le cas des autres méthodes numériques (éléments finis) la précision des calculs dépend, d'une part, de la discrétisation spatiale de l'ouverture par rapport à la longueur d'onde et d'autre part, de la période d'échantillonnage temporelle par rapport à celle du signal d'excitation. Suite à cette contribution, les tests effectués ont permis de mieux cerner les facteurs déterminant les critères de la convergence et de la précision des calculs.

Ce travail nous a aussi permis d'étayer l'approche temporelle parmi les différentes méthodes de calcul. Les diverses solutions, étant dispersées dans différents ouvrages bibliographiques, ont été démontrées, regroupées et classées. L'approche de la réponse impulsionnelle a été ensuite comparée à l'approche harmonique "classique" et les liens entre les deux méthodes ont été établis en utilisant la théorie des systèmes linéaires.

Finalement, le logiciel DREAM a été appliqué avec succès à la modélisation du champ acoustique d'une variété de transducteurs pour analyser leur comportement et leur performances. Quatre études différentes ont été réalisées: l'analyse d'un réseau de transducteurs conçu pour un sonar, l'analyse et la comparaison du rayonnement de deux transducteurs circulaires à focalisation géométrique et électronique, l'étude d'un système de contrôle actif antibruit, l'étude et la comparaison "géométrique - électronique" des transducteurs multi-éléments de forme cylindrique convexe et concave. Les résultats obtenus ont démontrés l'utilité potentielle du logiciel DREAM et sa souplesse d'utilisation pour l'analyse des problèmes de rayonnement des sources acoustiques de formes géométriques complexes. Notamment, l'étude du système de contrôle actif antibruit a servi à la validation expérimentale de la méthode de calcul en comparant les résultats du calcul avec les mesures. Finalement, les possibilités offertes par le logiciel DREAM permettent effectivement de réaliser une grande majorité d'études, récemment publiées, pour lesquelles des auteurs ont déjà développé individuellement leur propre méthode de calcul.

La version présentée du logiciel DREAM peut être considérée comme une base permettant la poursuite vers une version plus complète et plus performante. Par exemple, une modification dans le module de post-traitement permettra d'inclure, dans le menu, le calcul des fonctions du couplage du système "transducteur - mur rigide - transducteur" et le calcul de la vitesse et de l'intensité acoustique.

Dans les perspectives, en profitant des solutions existantes en ce qui concerne l'application de la méthode de la représentation discrète, le logiciel peut être facilement étendu (en respectant toujours la limitation aux ouvertures planes et quasi-planes):

- au cas des excitations spatiales et temporelles de vitesse  $s(x,y,t)$  non indépendantes,
- au calcul du champ des milieux caractérisés par la fonction de Green quelconque (milieu avec absorption, par exemple),
- au calcul des transducteurs non bafflés ou encastrés dans un baffle de dimension finie, possédant des surfaces de rayonnement en avant et en arrière (Goueygou, 1996).

Dans les perspectives, en profitant des solutions existantes en ce qui concerne l'application de la méthode de la représentation discrète, le logiciel peut être facilement étendu (en respectant toujours la limitation aux ouvertures planes et quasi-planes):

- au cas des excitations spatiales et temporelles de vitesse  $s(x,y,t)$  non indépendantes,
- au calcul du champ des milieux caractérisés par la fonction de Green quelconque (milieu avec absorption, par exemple),
- au calcul des transducteurs non bafflés ou encastrés dans un baffle de dimension finie, possédant des surfaces de rayonnement en avant et en arrière (Goueygou, 1996).



**BIBLIOGRAPHIE**

**Auphan, M., (1979)**

"Les transducteurs à réseau annulaire focalisant en poursuite d'échos" Acta Electronica, 22, 2, p. 119-127.

**Arditi, M., Foster, F.S., and Hunt, J. W., (1981)**

"Transient Fields on concave annular arrays," Ultrason. Imaging 3, 37-61.

**Bom, N., Lancee, C., and Honkoop, J., (1971)**

"Ultrasonic viewer for cross sectional analysis for moving cardiac structures" Bio-med. Eng. 6, 500.

**Burckhardt, C. B., Grandchamp, P. A., Hoffman, M, (1973)**

"Methods for increasing the lateral resolution of B scan" Acoustic Holography 5, p. 391.

**Burckhardt, C. B., Grandchamp, P. A., Hoffman, H, (1975)**

"Focusing ultrasound over a large depth with an annular array transducer- an alternative method" IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, SU-22, P.11-15.

**Berson, M., Roncin, A., Pourcelet, L., (1977)**

"Appareils multitransducteurs à focalisations dynamique" S.F.A.U.M.B., Paris.

**Brittain, R. H., and Weight, J. P., (1987)**

"Fabrication of non uniformly excited wide-band ultrasonic transducers" Ultrasonics Vol. 25, p. 100-106.

**Coatelan, S. et Lurton, X., (1992)**

"Approche temporelle de la directivité d'antenne sur signaux courts" J. Acoustique (5), p. 395-415.

**Chankil, L., and Benkeser, P. J., (1992)**

"Computationally efficient sound field calculations for a circular array transducer" IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Control UFFC-39, p. 43-47.

**Chen, X., Karl, Q., S., Kevin, J., P., (1993)**

"Raidiation pattern of a focused transducer: A numerically convergent solution" J. Acoust. Soc. Am. 94 (5), p. 2979-2991.

**Coulouvrat, F., (1993)**

"Continuous field radiated by a geometrically focused transducer: Numerical investigation and comparison with an approximate model" *J. Acoust. Soc. Am.* 94(3), p. 1663-1675.

**Chankil, L. and Benkeser, P. J., (1994)**

"A computationally efficient method for the calculation of the transient field of acoustic radiators" *J. Acoust. Soc. Am.* 96 (1), p. 545-551.

**Duerinckx, A. J., (1980)**

"Matched Gaussian apodisation of pulsed acoustic phased arrays" *Ultrasonic Imaging* 2, p. 338-369.

**Duerinckx, A. J., (1981)**

"Modeling wavefronts from acoustic phased arrays by computer" *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 28, p. 221-234.

**Denisenko, N., Scarano, G., and Matteucci, M., (1985)**

"An approximate solution of the transient acoustic field" *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, vol. SU-32, p. 821-827.

**Dekker, D. L., Piziali, R. L., and Dong, E. J., (1974)**

"Effect of boundary conditions on the ultrasonic beam characteristics of circular disks" *J. Acoust. Soc. Am.* 56, p. 87-93.

**Dietz, D. R., Parks, S. I., and Linzer, M., (1979)**

"Expanding-Aperture annular array" *Ultrasonic Imaging*, Vol. 1, No. 1, p. 56-75.

**Dolph, C. L., (1946)**

"Acurrent Distribution for Broadside Arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level" *Proc. I.R.E.*, 34, p. 335-348.

**Delannoy, B., Lasota, H., Bruneel, C., Torguet, R., and Bridoux, E., (1979)**

"The infinite planar baffles problem in acoustic radiation and its experimetal verification" *J. Appl. Phys.* 50(8), p. 5189-5195.

**Djelouah, H., Baboux, J.C., and Perdrix, M., (1990)**

"The transient field of a planar ultrasonic transducer coupled to a lens: experiments and simulations" *J. Acoust. Soc. Am.* 87, p. 76-80.

**Fink, M., Cardoso, J. F., and Laugier, P., (1984)**

"Diffraction effect analysis in medical echography," *Acta Electron.* 26, p. 59-80.

**Freedman, A., (1971)**

"Farfield of pulsed rectangular acoustic radiator" *J. Acoust. Soc. Am.* 49, p. 738-748.

**Goueygou, M., Piwakowski, B., (1995)**

"Development and experimental verification of a time domain method for predicting the acoustic field radiated by vibrating structures" Proceedings of EuroNoise'95 Symposium, Vol. 2, p. 463-468.

**Goueygou, M., (1996)**

"Etude de rayonnement acoustique de structures vibrantes par la méthode de la réponse impulsionnelle" Thèse de Doctorat, université de Valenciennes (à soutenir en 1996).

**Guyomar, D., and Powers, J., (1984)**

"Transient field radiated by curved surface-Application to focusing," J. Acoust. Soc. Am. 76, p. 1564-1572.

**Guyomar, D., and Powers, J., (1985)**

"Boundary effects on transient radiation fields from vibrating surfaces," J. Acoust. Soc. Am. 77(3), p. 907-915.

**Guyomar, D., (1986)**

"Théorie et méthodes de la diffraction impulsionnelle dans les milieux sans perte et dans les milieux atténuants" Thèse d'état, Université de Paris 7.

**Gimenez, G., Denis, F., and Basset, O. (1990)**

"Experimental Selection of a transmitting source for a three-dimensional tomography devoted to time of flight measurements" Ultrasonics, 28, p. 105-114.

**Harris, G. R., (1981a)**

"Review of transient field theory for a baffled planar piston" J. Acoust. Soc. Am. 70, p. 10-20.

**Harris, G. R., (1981b)**

"Transient field of a baffled planar piston having an arbitrary vibration amplitude distribution" J. Acoust. Soc. Am. 70, p. 186-204.

**Hamilton, M. F., (1992)**

"Comparison of three transient solutions for the axial pressure in a focused sound beam" J. Acoust. Soc. Am. 92, p. 527-532.

**He, C. and Hay, A. E., (1993)**

"Near-field characteristics of circular piston radiators with simple support" J. Acoust. Soc. Am. 94(1), p. 554-561.

**Junger, M. C., Feit, D., (1972)**

"Sound, structures, and their interaction" Mit Press Cambridge

**Kielczynski, P., and Pajewski W., (1993)**

"Acoustic field of Gaussian and Bessel transducers" *J. Acoust. Soc. Am.* 94(3), p.1719-1721.

**Lasota, H., Salamon, R., (1980)**

"Application of time-space impulse responses to calculations of acoustic fields in imaging systems" *Acoust. Imag.* 10, p. 493-512.

**Lasota, H., Salamon, R., and Delannoy, B., (1984)**

"Acoustic diffraction analysis by the impulse response method: A line impulse response approach" *J. Acoust. Soc. Am.* 76, p. 280-290.

**Lasota, H., (1985)**

"Etude du champ acoustique des sources planes dans le domaine temporel" Thèse de Doctorat, université de Valenciennes.

**Lockwood, J. C., and Willette, J. C., (1973)**

"High-speed method for computing the exact solution for the pressure variations in the near-field of baffled piston" *J. Acoust. Soc. Am.* 53, p. 735-741.

**Lerch, R., and Friedrich, W., (1986)**

Ultrasound fields in attenuating media" *J. Acoust. Soc. Am.* 80 (4), p. 1140-1147.

**Lavie, A., (1989)**

"Modélisation du rayonnement ou de la diffraction acoustique par une méthode mixte: Equations intégrales-champ nul" Thèse de Doctorat, université de lille I.

**Lhémery, A., et De Vadder, D., (1992)**

"Réponses échographiques de cibles insonifiées par des transducteurs large bande à profil non uniforme" *J. Phys. IV, Colloque C1, supplément JP III, Vol.II*, p. 827-830.

**Levin, V. M., Lobkis, O. I., and Maev, R. G., (1987)**

"Field of a spherical focusing transducer with arbitrary aperture angle" *Sov. Phys. Acoust.* 33, p. 87-89.

**Lucas, B. G., and Muir, T. G., (1982)**

"The field of a focusing source" *J. Acoust. Soc. Am.* 72, p. 1289-1296.

**Morse, P. M., and Feshbach, H., (1953)**

"Methods of Theoretical Physics" Mc Graw-Hill ed., Vol. 1-2.

**Meecham, W. C., (1956)**

"On the use of the Kirchhoff approximation for the solution of reflection problems" *J. Rational Mech. Anal.* 5(2), p. 323-334.

- Morse, P. M., and Ingard, K. U., (1968)**  
"Theoretical Acoustics" Mc Graw-Hill, N.Y
- Marini, J., and Rivenez, J., (1974)**  
"Acoustical fields from rectangular ultrasonic transducers for nondestructive testing and medical diagnosis" Ultrasonics 12, p. 251-256.
- Melton, H. E., and Thurstone, F. L., (1978)**  
"Annular array design and logarithmic processing for ultrasonic imaging" Ultasound Med. Biol., Vol. 4, p. 1-12.
- Macovski, A., (1979)**  
"Ultrasonic imaging using arrays" Proc. IEEE 67, p. 484-495.
- Madsen, E.L., Goodsitt, M. M., and Zagzebski, J. A., (1981)**  
"Continuous waves generated by focused radiators" J. Acoust. Soc. Am. 70, p. 1508-1517.
- Moshfeghi, M., (1988)**  
"Side-lobe suppression in annular array and axicon imaging system" J. Acoust. Soc. Am. 83, p. 2202-2209.
- Nikoonahad, M., and Vaez Iravini, M., (1989)**  
"Focusing ultrasound in Biological media"" IEEE Trans. Ultrason. Ferrorle. Freq. Contr., vol. 36, No. 2, p. 209-215.
- Oberhettinger, F., (1961)**  
"On transient solutions of the baffled piston problem" J. Res. Nat. Bur. Stand. 65B, p. 1-6.
- O'Neil, H. T., (1949)**  
"Theory of focusing radiators" J.Acoust.soc.Am. 21, p. 516-526.
- Ocheltree, K. B., and Frizzell, L. A., (1989)**  
"Sound field calculation for rectangular sources" IEEE Trans. Ultrason., Ferroele., Freq. Contr., vol. 36, p. 242-248.
- Orifino, D. P, and Pedersen, P. C., (1992)**  
"Multirate digital signal processing algorithm to calculatate complex acoustic pressure feilds" J. Acoust. Soc. Am. 71, p. 563-582.
- Pappalardo, M., Denisenko, N., Scarano, G., and Matteucci, M., (1983)**  
"Description of the pulsed acoustic field of a linear diagnostic ultarsound arrays using a simple approximate expression" Acoust. Imag. 13, p. 129-145.

**Penttinen, A., and Luukkala, M., (1976)**

"The impulse response and pressure near-field of a curved ultrasonic radiator" *J. Phys. D: Appl. Phys.* 9, 1547-1557.

**Piwakowski, B., and Delannoy, B., (1989a)**

"Method for computing spatial pulse response-time domain approach" *J. Acoust. Soc. Am.* 86(6), p. 2422-2432.

**Piwakowski, B., and Delannoy, B., (1989b)**

"Spatial pulse response computing for reflection-time domain approach" *Acoustical Imaging*, vol 18, Plenum Press, New York,

**Piwakowski, B., (1989c)**

"Contribution à la théorie de la réponse impulsionnelle de diffraction. Exemple d'application: détection sismique de cavités souterraines" Dissertation "habilitation à diriger des recherches"; Université de Valenciennes.

**Piwakowski, B., Sbai, K., Delannoy, B., (1994)**

"Computer-Aided computing of acoustic field radiated from arbitrarily structured transducer arrays" *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, Vol. 2, p. 983-986.

**Ricker, N. H., (1977)**

"Transient waves in visco-elastic media" New York, Elsevier.

**Reibold, R. and Kazys, R., (1992a)**

"Radiation of rectangular strip-like focussing transducer. Part 1: harmonic excitation" *Ultrasonics*, vol. 30, No. 1, p. 49-55.

**Reibold, R. and Kazys, R., (1992b)**

"Radiation of rectangular strip-like focussing transducer. Part 2: transient excitation" *Ultrasonics*, vol. 30, No. 1, p. 56-59.

**Riblet, H. L., (1947)**

"Discussion on 'A current distribution .....' by C. L. Dolph," *Proc. I.R.E.*, 35 p. P. 489-492.

**Robinson, D. E., Less, S., and Bess, L., (1974)**

"Near field transient radiation patterns for circular pistons" *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* ASSP-22, p. 395-403.

**Seybert, A. F., and al, (1884)**

"Application of the BIE method to sound radiation problems using an isoparametric element" *ASME Trans. J. Vib. Acoust. Stress Reliabil. Des.* 106, p. 414-420.

**Shaw, R. P., Fukui, T., and Wang, H. C., (1988)**

"Boundary integral equation / Element methods in computational acoustics" Computational acoustics - IMACS.

**Stepanishen, P. R., (1971a)**

"An approach to computing time-dependent interaction forces and mutual radiation impedances between pistons in a rigid planar baffle" J. Acoust. Soc. Am. 49(3), p. 283-292.

**Stepanishen, P. R., (1971b)**

"The time-dependent force and radiation impedance on a piston in rigid infinite planar baffle" J. Acoust. Soc. Am. 49(3), p. 841-849.

**Stepanishen, P. R., (1971c)**

"Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle" J. Acoust. Soc. Am. 49(3), p. 1629-1638.

**Stepanishen, P. R., (1974)**

"Acoustics transients in the far field of a baffled circular piston using the impulse response approach" J. Sound Vib. 32(3), p. 296-310.

**Stepanishen, P. R., (1976)**

"Asymptotic behavior of the acoustic nearfield of a circular piston" J. Acoust. Soc. Am. 59(4), p. 749-754.

**Stepanishen, P. R., (1977)**

"Wide bandwidth acoustic near and far field transients from baffled pistons" IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, p. 113-118.

**Stepanishen, P. R., (1981)**

"Acoustic transient from planar axisymmetric vibrators using the impulse response approach" J. Acoust. Soc. Am. 70(4), p.1176-1181.

**San Emeterio, J. L., and Ullate, L. G., (1992)**

"Diffraction impulse response of rectangular transducers" J. Acoust. Soc. Am. 92, p. 651-662.

**Sbai, K., Piwakowski, B., Delannoy, B., Salamon, R., (1994)**

"Computer-Aided method for computing acoustic field radiated from arbitrarily structured and arbitrarily excited transducer arrays" Proceedings of the XI Symposium on hydroacoustics SHA'94, p. 275-282.

**Sbai, K., Piwakowski, B., Tricot, J. C., (1995)**

"Active attenuation of noise: Computational modelling and its validation" Proceedings of EuroNoise'95 Symposium, Vol. 1, p. 343-348.

**Sbai, K., Piwakowski, B., Salamon, R., Delannoy, B. (1996)**

"Directivity analysis of the multielement cylindrical transducer array" Proceedings of the XI Symposium on hydroacoustics SHA'96, p. 374-379.

**Stegen, R. J., (1953)**

"Excitation coefficients and beamwidths of Tschebyscheff arrays" Proc. I.R.E, p. 1671-1674.

**Scarano, G., Denisenko, N., Matteucci, M., and Pappalardo, M., (1985a)**

"A new approach to the derivation of the impulse response of a rectangular piston" J. Acoust. Soc. Am. 78 (3), p. 1109-1113.

**Scarano, G., Denisenko, N., Matteucci, M., and Pappalardo, M., (1985b)**

"The diffracted transient field of rectangular piston in loss-less and absorbing media" Acoustical Imaging, vol.14, Plenum Press, New YORK, p. 639-642.

**Skudrzyk, E., (1971)**

"The foundations of acoustics" Springer-Verlag, N.Y.

**Tjotta, J.N., and Tjotta, S., (1980)**

"An analytical model for the nearfield of a baffled piston transducer" J. Acoust. Soc. Am. 68, p. 334-339.

**Tjotta, J.N., and Tjotta, S., (1982)**

"Near field and farfield of pulsed acoustic radiators" J. Acoust. Soc. Am. 71, p. 824-834.

**'t Hoen., P. J., (1983)**

"Conception des barrettes linéaires de transducteurs" Acta Electronica, 25, 4, p. 301-310.

**Umemura, S., and Cain, C. A., (1989)**

"The sector-vertex phased Array: Acoustic field synthesis for hyperthermia" " IEEE Trans. Ultrason., Ferroele., Freq. Contr., vol. 36, no. 2, p. 249-257.

**Ullate, L. G., and San Emeterio, J. L., (1989)**

"On the impulse response of rectangular baffled pistons" Ultrasonics symposium Proceedings, p. 566-571.

**Ullate, L. G., and San Emeterio, J. L., (1992)**

"A new algorithm to calculate the transient near-field of ultrasonic phased arrays" IEEE Trans. Ultrason., Ferroele., Freq. Contr., vol. 39, no. 6, p. 745-753.

**Von Ramm, O. T., and Smith, S. W., (1983)**

"Beam steering with linear arrays" IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. BME-30, No. 8, p. 438-452.





**W. A. Cloostermans, M. J. T. M., and Thijssen, J. M., (1984)**

"Impulse response of a focused source with an arbitrary axisymmetric surface velocity distribution" *J. Acoust. Soc. Am.* 75 (6), p. 1716-1721.

**Weyns, A., (1980a)**

"Radiation field calculations of ultrasonic transducers: Part I-Planar circular, square and annular transducers" *Ultrasonics* 18, p. 183-188.

**Weyns, A., (1980b)**

"Radiation field calculations of ultrasonic transducers: Part II-Spherical disc- and ring-shaped transducers" *Ultrasonics* 18, p. 219-223.

**Winkler, J. R., and Davies, J. B., (1986)**

"Accurate field analysis of the propagation of elastic waves through an acoustic microscope, Part I: Theory" *IEEE Trans. Ultrason. Ferrule. Freq. Contr.*, vol. UFFC-33, No. 6, p. 644-656.

**Wang, H. S. C., (1975)**

"Amplitude shading of sonar transducer arrays" *J. Acoust. Soc. Am.* 57(5), p. 1076-1084.

**Weight, J. P., and Brown, A. F. (1982)**

"Improved resolution ultrasonic transducers" in *Proceedings of the 10th World Conference on non Destructive Testing (2)*. Moscow Academy of Sciences Moscow USSR, p. 5-14.

**Weight, J. P., (1986)**

"High-resolution ultrasonic transducers" in *21st Annual British Conference on Non-destructive Testing*, 9B, 4/1-14.

**Xue, T., and Lord, W., (1996)**

"Numerical Analysis of the radiated fields of circular pistons and time-delay spherically focused arrays" *IEEE Trans. Ultrason. Ferrule. and Freq. Contr.*, vol. 43, No. 1, p. 78-87.

**Zemanek, J., (1971)**

"Beam behavior within the nearfield of a vibrating piston" *J. Acoust. Soc. Am.* 49, p. 181-191.

## Résumé de thèse

Le travail effectué dans cette thèse a conduit à l'élaboration d'un logiciel de simulation "DREAM" qui permet de calculer le champ acoustique rayonné par des transducteurs de surfaces planes et quasi-planes dont les ouvertures peuvent être structurées de manière quasi arbitraires. Il prend en compte les paramètres caractéristiques d'un transducteur ou d'une matrice de transducteurs comme: la géométrie, l'apodisation, la focalisation, le balayage, et l'excitation, ... etc. L'analyse du comportement du transducteur dans le champ proche et lointain ainsi que la détermination des diagrammes de directivité peuvent être effectués à la fois pour des excitations large bande et harmoniques. Les options originales "Matrice Arbitraire" et "Structure 3D" permettent de définir un transducteur matriciel de structure presque arbitraire.

Le programme de calcul est purement numérique, il utilise le formalisme de la réponse impulsionnelle et il opère directement dans le domaine temporel. La procédure de calcul, basée sur l'approche de la "représentation discrète", génère la solution recherchée de la même façon que le champ acoustique est créé physiquement par un transducteur. Ainsi, une solution existe pour chaque cas causal réalisable en pratique.

Dans un premier temps, la validation du programme a été effectuée à l'aide de nombreux exemples tests et a démontré la fiabilité des résultats acquis. Dans un second temps, il a été appliqué à quatre études différentes comprenant l'analyse d'un réseau de transducteurs conçu pour un sonar, l'analyse et la comparaison du rayonnement de deux transducteurs circulaires à focalisation géométrique et électronique, l'étude d'un système de contrôle actif antibruit, l'étude et la comparaison "géométrique - électronique" des transducteurs multi-éléments de forme cylindrique convexe et concave. En ce qui concerne le cas du système de contrôle actif antibruit son étude a servi à la validation expérimentale de la méthode de calcul en comparant les résultats de cette dernière avec les mesures.

Globalement, les possibilités offertes par le logiciel DREAM permettent de réaliser une grande majorité d'études pour lesquelles des auteurs ont déjà développé individuellement leur propre méthode de calcul.

## Mots-clés

Imagerie acoustique  
Acoustic imaging

Réponse impulsionnelle  
Impulse response

Contrôle non destructif  
Non destructive testing

Champ impul-  
impulse field

Rayonnement acoustique  
Acoustic radiation

Traitement de signal  
Signal processing

Réseau de transducteurs  
Array transducers

assistés par ordinateur  
ter-aided design

