



**HAL**  
open science

# Modélisation cinématique des mobilités de composants pour des opérations d'assemblage et de désassemblage

Robert Iacob

► **To cite this version:**

Robert Iacob. Modélisation cinématique des mobilités de composants pour des opérations d'assemblage et de désassemblage. Matériaux. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2010. Français. NNT: . tel-00688255

**HAL Id: tel-00688255**

**<https://theses.hal.science/tel-00688255>**

Submitted on 17 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

**N° attribué par la bibliothèque**

\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'Institut polytechnique de Grenoble**

***Spécialité : « Mécanique »***

préparée au laboratoire G-SCOP Sciences pour la Conception, l'Optimisation et la Production de Grenoble

dans le cadre de **l'Ecole Doctorale « I-MEP2, Ingénierie - Matériaux Mécanique  
Energétique Environnement Procédés Production »**

présentée et soutenue publiquement

par

Robert-Eugen IACOB

le 13 octobre 2010

**MODELISATION CINEMATIQUE DES MOBILITES DE COMPOSANTS  
POUR DES OPERATIONS D'ASSEMBLAGE ET DE DESASSEMBLAGE**

***DIRECTEUR DE THESE : Jean-Claude LEON***

**JURY**

M. Philippe VERON, Arts et Métiers Paris Tech	, Examineur
M. Georges DUMONT, Ecole Normale Supérieure de Cachan	, Rapporteur
M. Damien CHABLAT, Ecole Centrale de Nantes	, Rapporteur
M. Eugen STRAJESCU, Université Polytechnique de Bucarest	, Examineur
M. Jean-Claude LEON, Grenoble-INP	, Directeur de thèse
M. Peter MITROUCHEV, Université Joseph Fourier	, Codirecteur de thèse

*A ceux sans qui je ne serais pas ce que je suis.*

## **Avant-propos**

Le temps passe très vite et je viens de finir la dernière version (complète et finale) du manuscrit après cinq ans et cinq mois depuis le début de la thèse. Je peux dire, après un petit bilan, que j'ai perdu beaucoup en gagnant énormément.

Le travail de recherche et la rédaction de cet ouvrage furent particulièrement prolixes en enseignements, enrichissant inlassablement notre approche du problème général de nouvelles valeurs, de fois très intéressantes, de fois contradictoires. Malgré les deux chapitres très théoriques, ce thème a une partie applicative importante qui peut être rapidement implémentée dans l'industrie.

Par la suite, je tiens à remercier toutes les personnes et équipes sans qui ce travail n'aurait pu aboutir.

En premier lieu, je tiens à remercier sincèrement Messieurs Jean-Claude Léon, initiateur de ce travail, Peter Mitrouchev, co-encadrant de cette thèse, et Traian Aurite, coordonnateur et mentor, qui ont bien voulu diriger mes travaux pendant toutes ces années. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude et toute ma sympathie pour leur suivi attentif, leur soutien permanent et leurs apports scientifiques.

Je souhaite remercier tous les membres du jury pour l'attention qu'ils ont bien voulu porter à ce travail: Monsieur Philippe Veron pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury, Messieurs Georges Dumont et Damien Chablat pour avoir accepté la charge de rapporteurs et Monsieur Eugen Strajescu pour m'avoir fait l'honneur de l'examiner. Qu'ils trouvent ici toute ma reconnaissance pour avoir pris une partie de leur temps pour lire ce mémoire et en faire une critique constructive.

Je remercie toutes les personnes de l'Université « Polytechnique » de Bucarest (UPB) et tout particulièrement le personnel du Département MSP d'UPB et du Centre de Recherche PREMINV d'UPB pour l'attention qu'ils ont bien voulu porter à cette thèse en co-direction, pour leur compréhension et leur support.

J'exprime toute ma gratitude à l'équipe de l'INRIA Rhône-Alpes à Montbonnot pour pouvoir donner aimablement accès aux systèmes de réalité virtuel et le support correspondant.

Je remercie aussi toutes les personnes des différents laboratoires et entreprises et tout particulièrement le CCR de EADS, Haption, Renault-Dacia pour me faire partager leurs connaissances.

Certainement, je dois remercier mes chers copains – Andreas Riel, Jon Hjelmervik, Matthieu Museau, Said Zirmi, pour leur aide, et a Madame Nathalie Brusset du Service Relations Internationales de INPG pour sa amabilité inépuisable.

Enfin, je ne saurais oublier tous les membres de l'équipe Conception Intégrée du Laboratoire 3S (Sols, Solides et Structures) et après G-Scop (Sciences pour la Conception, l'Optimisation et la Production) pour les échanges scientifiques, les discussions amicales, le soutien, les encouragements lors de la rédaction du présent mémoire. Je dois souligner que c'était une expérience très intéressante d'avoir la possibilité de parler avec les gens des quatre coins du monde.



# Table des matières

Avant-propos.....	3
Table des matières.....	5
Liste des figures .....	9
Liste des tableaux.....	13
Liste des articles et des communications :.....	15
Introduction générale .....	17
Chapitre 1.....	23
Modèles de mobilité de composants pour des opérations d'Assemblage/Désassemblage (A/D) : analyse et interactions avec un processus d'A/D.....	23
1.1 Introduction .....	24
1.2 Interactions cycle de vie d'un produit – simulation de processus d'A/D.....	24
1.2.1 Interactions PDP – simulation de processus d'A/D .....	24
1.2.2 Interactions recyclage – simulation de processus d'A/D .....	27
1.2.3 Interactions modèle d'assemblage – simulation de processus d'A/D .....	29
1.3 Génération de séquences d'A/D et interactions avec les mobilités des composants .....	32
1.3.1 Génération déterministe de séquences d'assemblage.....	32
1.3.2 Génération stochastique de séquences d'assemblage.....	35
1.4 Génération des zones de contacts et interactions avec les mobilités des composants .....	37
1.5 Modèles de détermination des mobilités de composants .....	39
1.5.1. Critères d'identification de directions et structuration à l'aide de graphes.....	39
1.5.2. Représentation des directions de mobilité sur une sphère unité.....	44
1.6. Méthodes de simulation d'un processus d'A/D .....	47
1.6.1. Simulations interactives .....	47
1.6.2. Simulation immersives.....	49
1.7 Synthèse et analyse de la bibliographie.....	60
1.8 Objectifs de la Thèse .....	62
1.9 Conclusion.....	64
Chapitre 2.....	67
Modélisation cinématique des mobilités des composants. Modèle Cinématique.....	67
2.1. Introduction .....	68
2.2 Analyse d'une phase d'insertion / extraction d'un composant et concept de familles de trajectoires .....	68
2.3 Déplacements exprimés sous forme matricielle.....	70
2.4 Mouvements de rotation – Quaternions .....	73
2.4.1 Définition – Expressions .....	73
2.4.2 Représentation des rotations.....	74
2.5 Mouvements généraux – Quaternions duaux .....	75
2.5.1 Introduction .....	75
2.5.2 Définition - Expression .....	75
2.5.3 Angle dual .....	75
2.5.4 Vecteur dual .....	76
2.5.5 Image d'une trajectoire spatiale – hypersphère unité.....	77

2.6 Représentations des transformations et algèbres de quaternions duaux .....	77
2.6.1 Introduction .....	77
2.6.2 Transformation générale type « produit » .....	78
2.6.3 Transformation générale type « dual » .....	80
2.6.4 Parallèle entre les deux formes d'un quaternion dual décrivant une transformation générale .....	82
2.7 Expression de trajectoires dans un repère commun - changement de repère .....	83
2.8 Partie commune de familles de trajectoires .....	85
2.9 Analyse de compatibilité de mouvements .....	90
2.9.1 Introduction .....	90
2.9.2 Analyse des rotations : Compatibilité des mouvements de rotation .....	91
2.9.3 Analyse des translations : Compatibilité des mouvements de translation .....	92
2.9.4 Analyse des mouvements hélicoïdaux : Compatibilité des mouvements hélicoïdaux .....	93
2.9.5 Synthèse .....	95
2.10 Conclusion .....	95
Chapitre 3 .....	99
Familles de trajectoires de contacts élémentaires. Opérateur géométrique pour la détermination des mobilités d'un composant .....	99
3.1. Surfaces fonctionnelles et maquette numérique de produit .....	100
3.1.1 Caractéristiques d'une maquette numérique d'un produit et surfaces fonctionnelles .....	100
3.1.2 Caractérisation des configurations de contact .....	105
3.2 Caractérisation des familles de trajectoires .....	108
3.2.1 Introduction .....	108
3.2.2 Mouvements de translation .....	109
3.2.3 Mouvements de rotation .....	110
3.2.4 Mouvements hélicoïdaux .....	111
3.2.5 Description de trajectoires pour des simulations interactives et temps réel d'A/D .....	113
3.2.6 Relation entre les quaternions duaux et leur représentation sur une boule unité .....	114
3.3 Application du modèle de mobilité aux contacts élémentaires .....	117
3.3.1 Hypothèses .....	117
3.3.2 Tableau des contacts fonctionnels de référence .....	117
3.3.3 Analyse des mobilités des contacts élémentaires .....	118
3.4 Modèles de mobilité de contacts partiels .....	126
3.4.1 Mobilités d'un contact pivot partiel .....	127
3.4.2 Mobilités d'un contact pivot glissant partiel .....	129
3.4.3 Mobilités d'un contact rotule partiel .....	130
3.4.4 Mobilités d'un contact linéaire annulaire partiel .....	132
3.5 Opérateur de combinaison de familles de trajectoires .....	134
3.5.1. Formulation de l'opérateur .....	134
3.5.2. Exemple de mise en œuvre .....	136
3.6 Conclusion .....	138
Chapitre 4 .....	141
Identification des contacts pour la préparation de simulations d'A/D. Maquette Informatique .....	141
4.1 Identification des contacts dans une maquette numérique : analyse des besoins .....	142
4.2 Concept de représentation mixte .....	145
4.3 Structure de données et traitements dédiés à la préparation de simulations d'A/D .....	151
4.4 Préparation d'un modèle pour une simulation d'A/D .....	153
4.5 Processus d'identification des contacts .....	154

4.6 Préparation de modèles pour des simulations immersives.....	157
4.7 Exemples d'application et résultats.....	159
4.7.1 Moteur électrique.....	159
4.7.2 Sous-ensemble de structure aéronautique.....	161
4.7.3 Coupeuse.....	162
4.7.4 Etaut.....	163
4.7.5 Vaporisateur.....	164
4.8 Conclusion.....	166
Conclusion générale.....	169
Perspectives.....	173
Références bibliographiques.....	177
Annexes.....	185
Annexe A.....	185
Propriétés des quaternions. Opérations avec les quaternions.....	185
A.1 Opérations avec les quaternions :.....	185
A.2 Propriétés des quaternions :.....	186
Annexe B.....	187
Opérations avec les quaternions duaux. Propriétés des quaternions duaux.....	187
B.1 Opérations avec les quaternions duaux :.....	187
B.2 Propriétés des quaternions duaux :.....	187
Annexe C.....	189
Classification des liaisons fonctionnelles selon leurs degrés de liberté.....	189
C.1 Tableau de classification des liaisons fonctionnelles.....	189
C.2 Contact linéaire rectiligne et ponctuel.....	190
Annexe D.....	193
Exemples supplémentaires d'analyse d'assemblages.....	193
D.1 Alternateur.....	193
C.2 Frette.....	194
C.3 Plateau indexeur.....	195
Résumé.....	199
Abstract.....	201





## Liste des figures

- [F-1.01] Equipement implanté dans un prototype de cellule flexible de démontage
- [F-1.02] Système pilote réel de désassemblage
- [F-1.03] Système de manutention « dodekapod »
- [F-1.04] Caractéristiques d'assemblage pour des éléments de type « Lego »
- [F-1.05] Différentes vues du graphe conceptuel d'une structure  
représentant des assemblages de type « Lego »
- [F-1.06] Assemblage réduit à une étude de configuration unidimensionnelle
- [F-1.07] Graphe d'assemblage pour la configuration de la figure F-1.06  
et cycle dans le graphe correspondant
- [F-1.08] Différents types d'assemblages : purement série, purement parallèle, mixte
- [F-1.09] Faces d'assemblages et directions d'accessibilité
- [F-1.10] Exemple de produit complexe : boîte de vitesses transversale
- [F-1.11] Diagramme de liaison correspondant au montage d'une boîte  
de vitesses transversale
- [F-1.12] Exemple de distribution de surfaces définissant une connexion
- [F-1.13] Illustration du concept de « désassemblabilité »
- [F-1.14] Caractérisation de la « désassemblabilité » de composants  
à l'aide de propriétés de directions de déplacements de composants
- [F-1.15] Exemple d'assemblage parallèle en 2D
- [F-1.16] Exemple où le composant **a** est séparable mais pas démontable
- [F-1.17] Représentation des directions d'assemblage pour une paire de composants
- [F-1.18] Un exemple d'assemblage et les deux NDBG correspondant aux translations
- [F-1.19] Exemple de mouvement hélicoïdal représentable à l'aide d'un quaternion dual
- [F-1.20] Paramètres géométriques décrivant une transformation rigide  
correspondant à un mouvement de type vis
- [F-1.21] Génération d'un cône d'accessibilité
- [F-1.22] Exemple d'un GAC construit à partir d'une fixation  
et carte d'accessibilité correspondante
- [F-1.23] Représentation : a) pièce avec face d'assemblage **m**;  
b) directions de déplacement permise pour la face **m**
- [F-1.24] Directions possibles de mouvement divisées en trois régions  
représentant le cône de translations libres
- [F-1.25] Représentation des différentes régions de la sphère  
ou la relation de blocage est constante
- [F-1.26] Architecture de l'environnement de simulation d'assemblage RAPID
- [F-1.27] Modules d'affichage
- [F-1.28] Structure du système ASPEN
- [F-1.29] Environnement immersif VADE – insertion réelle et virtuelle du boulon
- [F-1.30] Environnement immersif VADE – positionnement réelle et virtuelle du boulon
- [F-1.31] Système haptique utilisé pour simuler une opération  
d'assemblage virtuel de type insertion arbre/alésage
- [F-1.32] Modèle virtuel de la main et des composants participant à la manipulation
- [F-1.33] Exemple – arbres et alésages avec extrémités variables  
et indications de temps relatifs d'assemblage
- [F-1.34] Architecture de l'environnement immersif du Studio Virtuel de Formation

- [F-1.35] Assemblage virtuel du cône d'un broyeur rotatif
- [F-1.36] Plan et axe contraints dans un exemple d'assemblage virtuel
- [F-1.37] Planificateur d'assemblage virtuel à deux mains
- [F-1.38] Architecture du logiciel avec quatre niveaux hiérarchiques
- [F-1.39] Activités de développement en Réalité Virtuelle NIAR-PTC
- [F-1.40] Module Haption lié à un bras haptique à six paramètres d'efforts  
et complètement intégré dans CATIA
- [F-1.41] Mobilité relative de composants non décrite  
lorsque la zone de contact n'est pas décrite précisément
  
- [F-2.01a] Exemple de mobilités dans une phase d'insertion d'un arbre dans un alésage
- [F-2.01b] Exemple de configuration limite d'une phase d'insertion/extraction  
d'un composant pour un contact plan
- [F-2.02] Déplacement d'un point M par rotations autour des axes du repère  $(O,x,y,z)$
- [F-2.03] Déplacement d'un point M par rotation d'un angle  $\varphi$  autour d'un axe z
- [F-2.04] Définition de l'orientation d'un objet à l'aide des angles d'Euler
- [F-2.05a] Illustration géométrique de la transformation réalisée par un quaternion
- [F-2.05b] Parties scalaires et vectorielles d'un quaternion
- [F-2.06] Définition de l'angle dual entre deux droites
- [F-2.07] Définition d'un vecteur dual exprimant un mouvement hélicoïdal
- [F-2.08] Représentation des paramètres d'une transformation hélicoïdale
- [F-2.09] Représentation et paramétrage du changement de repère
- [F-2.10] Représentation schématique des transformations entre deux repères
  
- [F-3.01] Exemples de composants de maquette numérique  
comportant des surfaces cylindriques, coniques  
décomposées en plusieurs surfaces selon  
des contraintes imposées par le modèleur géométrique
- [F-3.02] Exemple d'interface de type interférence entre des surfaces cylindriques  
exprimant une relation fonctionnelle de type filetage entre les composants
- [F-3.03] Exemple d'interfaces obtenues avec un joint à lèvres
- [F-3.04] Exemple de composant comportant l'indication de la nature de surfaces  
obtenues à partir d'un fichier STEP
- [F-3.05] Exemple de surfaces de contact cylindrique et conique illustrant  
les conditions nécessaires pour engendrer un mouvement de rotation
- [F-3.06] Représentation des contacts élémentaires complets et partiels
- [F-3.07] Sphères unités utilisées pour décrire des mouvements de translation
- [F-3.08] Sphères unités utilisées pour décrire des mouvements de rotation
- [F-3.09] Exemples de boules unités permettant la description de mouvements hélicoïdaux
- [F-3.10] Paramètres décrivant le domaine engendré  
par une famille de mouvements hélicoïdaux
- [F-3.11] Exemple de représentation de mobilités pour un contact APP  
utilisant la boule unité
- [F-3.12] Configuration de référence d'un contact pivot partiel
- [F-3.13] Configurations de contact partiel produisant de nouvelles mobilités
- [F-3.14] Configuration de référence d'un contact pivot lissant partiel

- [F-3.15] Configuration de référence d'un contact rotule partiel
- [F-3.16] Configuration de référence d'un contact linéaire annulaire partiel
- [F-3.17] Mise en place des repères pour l'expression de la mobilité du tirant
- [F-3.18] Sphères et boules unités pour la description de la mobilité du tirant
- [F-3.19] Mobilités valides résultantes représentées sur l'opérateur général de mobilité
  
- [F-4.01] Changement de représentation de référence  
utilisée dans le cadre de la représentation mixte
- [F-4.02] Schéma illustrant la Représentation Mixte  
et son interaction avec des informations sémantiques  
attachées à un modèle B-Rep NURBS
- [F-4.03] Eléments principaux permettant le maintien de la cohérence  
entre le polyèdre de référence de la représentation mixte  
et le modèle B-Rep NURBS
- [F-4.04] Exemple de configuration où des partitions et les arêtes  
issues d'un modèle B-Rep NURBS sont fusionnées  
pour décrire intrinsèquement les surfaces cylindriques
- [F-4.05] Schéma de la structure de données utilisée
- [F-4.06] Concept de contact partiel et paramètre de référence associé
- [F-4.07] Etapes du processus utilisé pour préparer une simulation d'A/D  
destinée à une simulation immersive
- [F-4.08] Etapes du processus de préparation
- [F-4.09] Composant obtenu
- [F-4.10] Vue éclatée du moteur électrique de Dynetic Systems Company, C.C. série BL17
- [F-4.11] Moteur électrique : répartitions des partitions
- [F-4.12] Liste des contacts identifiés pour le moteur électrique
- [F-4.13] Modèle B-Rep NURBS de sous-ensemble de structure aéronautique (EADS)
- [F-4.14] Sous-ensemble d'avion : répartitions des partitions
- [F-4.15] Liste des contacts identifiés dans la maquette numérique
- [F-4.16] Maquette numérique CAO 3D de la coupeuse
- [F-4.17] Coupeuse : répartitions des partitions et résultats
- [F-4.18] Maquette numérique CAO 3D de l'étau
- [F-4.19] Etau : modèle polyédrique et résultats
- [F-4.20] Modèle CAO 3D du vaporisateur
- [F-4.21] Modèle polyédrique du vaporisateur : modèle polyédrique et résultats
- [F-4.22] Exemple de maquette numérique contenant un contact pivot glissant partiel
- [F-4.23] Identification de contacts cylindriques partiels
  
- [F-D.1] Vue d'ensemble de l'alternateur : position assemblée et vue éclatée
- [F-D.2] Vue d'ensemble de l'alternateur : position assemblée et résultats
- [F-D.3] Vue d'ensemble de la frette : position assemblée et vue éclatée
- [F-D.4] Vue d'ensemble de la frette : position assemblée et résultats
- [F-D.5] Vue d'ensemble du plateau indexeur en position assemblée
- [F-D.6] Vue éclatée du plateau indexeur
- [F-D.7] Vue d'ensemble de plateau indexeur : position assemblée et résultats



## Liste des tableaux

- [T-3.01] Eléments géométriques des surfaces fonctionnelles
- [T-3.02] Contacts fonctionnels de référence me
- [T-3.03] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact élémentaire pour chaque type de contact correspondant à une liaison fonctionnelle de référence
- [T-3.04] Différentes combinaisons possibles de surfaces fonctionnelles définissant un contact linéaire rectiligne
- [T-3.05] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact linéaire rectiligne
- [T-3.06] Différentes combinaisons possibles de surfaces fonctionnelles définissant un contact ponctuel
- [T-3.07] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact ponctuel
- [T-3.08] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact appui plan
- [T-3.09] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot partiel  $\alpha = \pi/2$
- [T-3.10] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot partiel  $\alpha < \pi/2$
- [T-3.11] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot glissant partiel  $\alpha = \pi/2$
- [T-3.12] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot glissant partiel  $\alpha < \pi/2$
- [T-3.13] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact rotule partiel  $\alpha = \pi/2$
- [T-3.14] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact rotule partiel  $\alpha < \pi/2$
- [T-3.15] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact linéaire annulaire partiel  $\alpha = \pi/2$
- [T-3.16] Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact linéaire annulaire partiel  $\alpha < \pi/2$
  
- [T-4.01] Tableau des interfaces détectées
  
- [T-C.1] Combinaisons possibles de translations et de rotations
- [T-C.2] Différentes combinaisons possibles de surfaces pour définir un contact linéaire rectiligne
- [T-C.3] Différentes combinaisons possibles de surfaces pour définir un contact ponctuel



## Liste des articles et des communications :

1. Iacob R., Mitrouchev P., Léon J-C – *Assembly simulation incorporating component mobility modeling based on functional surfaces*, International Journal on Interactive Design and Manufacturing – IJIDeM, ISSN: 1955-2513, Ed. Springer, 2010, (accepté).
2. Iacob R., Mitrouchev P., Léon J-C – *Contact identification for assembly/disassembly simulation with a haptic device*, The Visual Computer, ISSN: 0178-2789, vol. 24: 973-979, Ed. Springer, 2008.
3. Mitrouchev P., Iacob R., Léon J-C, Kostova S. – *A group theory approach for assembly/disassembly mechanical simulation. Part 1 – Formulation*, International Journal of Pure and Applied Mathematics – IJPAM, ISSN: 1311-8080, vol. 42, no. 4: 599-606, Ed. Academic Publications, 2008.
4. Mitrouchev P., Iacob R., Léon J-C, Kostova S. – *A group theory approach for assembly/disassembly mechanical simulation. Part 2 – Application for trajectory generation*, International Journal of Pure and Applied Mathematics – IJPAM, ISSN: 1311-8080, vol. 42, no. 4: 607-614, Ed. Academic Publications, 2008.
5. Mitrouchev P., Iacob R., Léon J-C – *A contact identification tool for assembly/disassembly simulation*, CIRP Conception Conference, Proceedings CD, Enschede – Nederland, April 7-9, 2008.
6. Iacob R., Mitrouchev P., Léon J-C – *A simulation framework for assembly/disassembly process modeling*, ASME – IDETC/CIE Conferences, Computers and Information in Engineering Conference, Proceedings CD, Las Vegas – USA, September 4-7, 2007.
7. Iacob R., Mitrouchev P., Léon J-C – *Modélisation des trajectoires d'assemblage et de désassemblage associées aux liaisons fonctionnelles de produits*, Congres France de Mécanique Conférence, Proceedings CD, Grenoble – France, Août 27-31, 2007.
8. Mitrouchev P., Iacob R., Léon J-C – *Modélisation cinématique de liaisons pour des opérations d'assemblage et de désassemblage robotisées*, Journées Algèbres Géométriques et Applications – CIRM, Marseille – France, Novembre 2-4, 2005.





# Introduction générale

L'objectif de la conception et de l'élaboration de produits et de systèmes est de satisfaire les besoins des utilisateurs et usagers tout en garantissant le respect de l'environnement, de la législation et de la rentabilité de l'entreprise. Des produits très complexes sont, de plus en plus, manufacturés dans différents secteurs de l'industrie, notamment l'aéronautique, l'automobile etc. Dans une perspective de développement durable et avec la mise en vigueur des nouvelles normes environnementales, aussi bien européennes qu'internationales, le problème de recyclage du produit en fin de cycle de vie est de plus en plus d'actualité. Aujourd'hui, les opérations d'Assemblage/ Désassemblage (A/D) occupent une place très importante dans la phase initiale de conception d'un système mécanique, leur coût étant estimé à 30 % du coût du développement du produit. On retrouve ces opérations au cours du cycle de vie de produit, à savoir lors :

- du processus de production,
- de la maintenance,
- en fin de cycle de vie.

La simulation de ces opérations représente actuellement un enjeu très important pour déterminer, dès la phase de conception du produit, l'architecture d'un mécanisme, d'une machine, d'un robot, ou d'outillages d'assemblage susceptibles d'être utilisés pour exécuter les opérations en question. Ceci est important aussi bien dans le cadre des simulations interactives que dans le cadre de simulations immersives basées sur des environnements de réalité virtuelle. Si certaines catégories des mouvements sont omises, les simulations peuvent perdre des configurations principales et, par conséquent, leur signification.

Dans ce contexte, le but principal de ce travail de thèse est de contribuer, au mieux, à la détermination d'un ordre d'A/D d'un système ou d'un produit fini à travers un ensemble de fonctions d'analyse de maquettes numériques 3D.

Le travail de recherche réalisé et présenté dans ce mémoire s'appuie sur des travaux antérieurs déjà conduits au Laboratoire G-SCOP (Laboratoire des Sciences pour la Conception, l'Optimisation et la Production) et au Laboratoire 3S (Sols, Solides, Structures) relatifs à la modélisation et à la simulation des opérations d'assemblage et de désassemblage des ensembles mécaniques [REJ 00, REJ 01, HAR 06a, HAR 06b, HAR 07].

Ce travail consiste, d'une part à développer un nouveau modèle capable de représenter tous les déplacements autorisés pour chaque couple de surface d'une liaison mécanique et, d'autre part, à contribuer à la modélisation de la mobilité de composants au cours du processus d'A/D. En effet, lors des opérations d'A/D, les mobilités relatives de composants ont une influence importante sur ces opérations et leur séquençement. Un modèle complet est donc important pour générer des simulations d'A/D aussi fidèles que possible à la réalité. En appui de la méthode proposée, une maquette informatique illustre certains concepts à travers une analyse de modèles Conception Assistée par Ordinateur (CAO) d'ensembles mécaniques et détermine des contacts entre les composants ainsi que leurs rôles fonctionnels, constituant ainsi une base pour la détermination de séquences d'A/D.

Les travaux concernant la modélisation des opérations d'A/D des ensembles mécaniques couvrent une période assez longue. A notre connaissance, il existe actuellement peu de méthodes et modèles concernant ce thème. Les premiers travaux portant sur la modélisation de ces opérations apparaissent au milieu des années 1990 et au début des années 2000 avec notamment les travaux de Woo, McCarthy, Baldwin, Ko, Dini, [KOH 87, CAR 90, BAL 91, WOO 91, DIN 92] pour ce qui concerne des aspects de modélisation de trajectoires ou d'accessibilité.

Une méthode fréquemment utilisée pour la modélisation de l'accessibilité à des zones d'un objet ou bien des mouvements fonctionnels est basée sur le concept de « sphère unité » proposé par Woo [WOO 94]. Ce concept permet la détermination de mobilités de composants sous la forme de translations. Par exemple, il est possible de déterminer les déplacements potentiels de translation d'un composant par rapport à ses composants voisins dans l'ensemble mécanique. Le principe est que chaque contact plan entre deux composants divise la sphère unité en deux hémisphères dont un contient toutes les directions possibles d'assemblage. Ce modèle de trajectoires est proche du Non Directional Blocking Graph qui s'applique à une représentation polyédrique des composants et analyse des contacts plans entre les polyèdres, réduisant ainsi les catégories de mouvements à des mouvements infinitésimaux seulement. La quantité de directions ainsi définies engendre de nombreuses possibilités de mouvements et la combinatoire correspondante se traduit par des algorithmes de complexité polynomiale.

La simulation du processus d'A/D peut recourir à des approches de la théorie des graphes, présentées par Kopena et Regli [BAL 91, WOO 94, SID 97, SUN 02, KOP 03], mais elles ne tiennent pas compte de la géométrie effective des pièces mécaniques. La plupart de ces approches appartient au groupe des approches de simulation semi-automatiques guidées interactivement par l'utilisateur. Ici, l'utilisation des modèles CAO 3D est encore faible et souvent fastidieuse car beaucoup d'autres données nécessaires pour la simulation doivent être entrées interactivement. D'autres méthodes sont basées sur une représentation *matricielle* [DIN 92, HUA 04]; des *schémas de connexion* [YIN 03] ou *conditions de liaison* [KOH 87, CRC 97]. Récemment de nouvelles méthodes basées sur des algorithmes [FAZ 99, SEN 00, CHE 01, XIA 04, TAK 05] ou des réseaux de Petri [ZHA 01, ZHA 03] ont été également proposées. Cependant, ces méthodes ne permettent pas d'accéder à la totalité des solutions possibles et génèrent souvent un grand nombre de solutions non réalistes. A nouveau, la combinatoire de ces simulations est très élevée et ne permet pas d'évaluer rapidement des solutions réalistes pour des assemblages complexes. Ainsi, un modèle complet, capable de décrire les mouvements autorisés réels pour des composants d'un ensemble, fournirait de nouvelles fonctionnalités et pourrait réduire la combinatoire de la simulation.

Outre les méthodes de modélisation des opérations d'A/D mentionnées brièvement ci-dessus, des outils - logiciels permettant la simulation de ces opérations ont aussi été proposés [BAL 91, KAN 96]. A titre d'exemple, un logiciel complet et complexe proposé par [ZHA 04], dédié à l'analyse des divers aspects de l'assemblage utilise les réseaux de Pétri et une approche de systèmes multi - agents. Ce type de logiciel est un environnement intelligent qui peut traiter divers types de connaissances concernant la conception d'assemblages, la planification de trajectoires et la simulation de telle sorte que ces dernières puissent être implémentées dans un environnement virtuel. Tous ces outils utilisent des modèles CAO 3D mais, pour l'analyse d'assemblages, la liste des contacts est nécessaire. Les applications CAO industrielles utilisent seulement une liste de contraintes entre composants. Ceci est moins significatif que la liste des contacts et, en plus, ils ne peuvent pas exporter cette liste. La seule possibilité est de définir cette liste de contacts de manière interactive par l'utilisateur. La spécification fastidieuse de données et la complexité combinatoire inhérente à la génération de solutions restent un handicap important pour le traitement d'assemblages industriels.

Outre les simulations interactives, certaines simulations d'assemblage s'appuient sur des environnements de Réalité Virtuelle (RV) [SID 97, RAG 99, BRE 05, JAY 07, YAN 07] pour produire des simulations immersives. Toutes ces simulations abordent des objectifs différents comme :

- la génération des séquences d'opérations,
- la planification de trajectoires,
- l'évaluation d'accessibilité,
- l'optimisation de temps d'opération etc.

qui sont complémentaires les uns des autres. Ces simulations utilisent toutes des représentations facettisées des composants et nécessitent des opérations de détection de collisions pour éviter les interpénétrations lors de leurs mouvements relatifs. L'utilisation de périphériques haptiques, en complément de la détection de collisions, requiert des temps de traitement de l'ordre de quelques centièmes de seconde pour restituer des sensations réalistes à l'utilisateur. La modélisation des mouvements relatifs des composants est donc un élément clé permettant d'accroître l'efficacité de telles simulations.

Les différentes catégories de contributions scientifiques synthétisées ci-dessus montrent que les simulations d'A/D comportent des enjeux importants vis à vis de la complexité algorithmique et de la combinatoire de certaines phases de simulation. Elles permettent de constater également qu'il existe peu de travaux portant sur la modélisation des contacts et, en particulier, sur la génération de familles des trajectoires afin de rompre/créer le contact entre deux composants d'un ensemble mécanique. Ainsi, notre but est de proposer un modèle capable de représenter toutes les familles de trajectoires pour chaque liaison mécanique durant le processus d'A/D. Rappelons que chaque opération d'A/D peut être divisée en trois étapes :

- la *préhension* d'un composant,
- l'*insertion/extraction* d'un composant par rapport aux composants environnants en tenant compte des liaisons fonctionnelles avec ces derniers,
- et la *planification de trajectoires* où le composant est considéré comme disposant de ses six degrés de liberté et doit être déplacé dans une zone de l'espace encombrée par différents objets.

La thématique de cette recherche concerne plus particulièrement la deuxième étape, à savoir l'étape d'insertion/extraction d'un composant où une position de référence correspond au composant dans sa position assemblée. L'autre position caractéristique de cette trajectoire étant liée à la rupture de tous les contacts entre le composant manipulé et les autres composants de l'assemblage. Cette trajectoire peut-être infinitésimale ou bien finie selon la nature et la disposition des surfaces de contact en présence. L'efficacité d'une simulation nécessite une représentation des mouvements réels pouvant être solution d'une opération d'A/D. La modélisation de ces mouvements n'implique pas nécessairement un accroissement de la complexité algorithmique ou de la combinatoire de certains traitements. Ce manuscrit s'attachera à développer les arguments montrant l'intérêt d'un modèle de familles de trajectoires pour contribuer à l'efficacité des simulations de processus d'A/D.

Ainsi, ce manuscrit concerne :

- le développement d'un nouveau modèle capable de représenter tous les déplacements autorisés pour chaque couple de surfaces d'une liaison mécanique, comme mentionné précédemment. Il est basé sur un modèle de mobilité des contacts élémentaires représentant les rotations, les translations et les mouvements hélicoïdaux de composants les uns par rapport aux autres. Les différentes combinaisons possibles des contacts élémentaires sont déterminées conduisant à

proposer un modèle général, concernant les interactions entre les différents composants d'un mécanisme afin de simuler des opérations cinématiques nécessaires à l'assemblage et au désassemblage des produits lors des différentes phases de leur cycle de vie,

- le développement d'un démonstrateur, permettant d'identifier le type des contacts entre des composants d'un ensemble mécanique ainsi que certains rôles fonctionnels de ses composants, afin d'aider à la préparation de simulations d'opérations d'A/D,
- leur intégration dans le processus de développement de produits : identifier les contacts afin de les utiliser pour différents types de simulations ultérieures en fonction des exigences imposées par un processus de développement de produits.

Ces contributions sont détaillées par la suite dans le manuscrit. Ainsi, le présent mémoire est structuré de la façon suivante :

Le *Chapitre 1* présente une analyse des travaux de recherche existants, à notre connaissance, dans ce domaine. Les solutions proposées pour le séquençage d'opérations, l'analyse d'opérations élémentaires, le rôle des modèles 3D et les différentes catégories de simulations d'A/D sont parmi les aspects principaux qui seront abordés. Différentes méthodes de modélisation de contacts entre les composants d'un mécanisme ainsi que des outils - logiciels utilisés pour la simulation des opérations d'assemblage/désassemblage sont également analysées. Un bilan critique clôt ce chapitre évoquant ainsi la nécessité de nouveaux modèles et de développements correspondants.

Le *Chapitre 2* concerne la modélisation cinématique des mobilités des composants. Il expose le modèle mis en place pour la description de trajectoires pour les opérations d'A/D. Cette approche est basée sur une formalisation à l'aide des quaternions duaux (ou bi-quaternions) dont le but principal est la modélisation de la mobilité des contacts élémentaires entre composants afin de caractériser les familles de trajectoires possibles pour extraire/insérer un composant d'un ensemble mécanique.

Le *Chapitre 3* présente un modèle géométrique capable de représenter tous les déplacements autorisés pour chaque couple de surfaces fonctionnelles entre deux composants. En utilisant la méthode proposée, les mouvements valides des différents composants peuvent être combinés entre eux afin d'obtenir une représentation fidèle des mouvements possibles lors des différentes phases d'A/D. Cette représentation de combinaisons de trajectoires pour des contacts complets ou partiels fait appel à une formalisation pouvant être implémentée par la suite dans un environnement de simulation temps réel pour des environnements de RV.

Le *Chapitre 4* décrit des éléments clés de la maquette informatique développée en appui de la méthode proposée afin de déterminer les contacts entre les composants d'un ensemble mécanique, contribuant ainsi à la détermination de séquences d'assemblage et de désassemblage. Elle est basée sur les différentes combinaisons de contacts possibles entre les composants d'un système mécanique. L'outil proposé permet au concepteur d'identifier, d'une manière automatique, les contacts existants entre différents composants d'un ensemble mécanique ainsi que certains rôles fonctionnels de composants standards. Ce démonstrateur s'inscrit dans la catégorie des « outils métiers » destinés aux concepteurs de produits et de systèmes mécaniques afin d'apporter des éléments de réponse aux besoins industriels identifiés.





# Chapitre 1

## **Modèles de mobilité de composants pour des opérations d'Assemblage/Désassemblage (A/D) : analyse et interactions avec un processus d'A/D**

*Ce chapitre analyse et structure les travaux des recherches existants dans le domaine de la modélisation des opérations d'A/D. Cette analyse est abordée en observant les interactions entre la description des mobilités des composants et le processus de simulation d'A/D. Les modèles permettant la description et l'analyse de mobilités de composants pour des opérations d'A/D sont également analysés afin de les positionner par rapport aux besoins identifiés et à la contribution proposée. Ils sont suivis par un bilan critique évoquant ainsi la nécessité de nouveaux modèles et développements à réaliser qui seront présentés dans les chapitres suivants. L'analyse de méthodes de simulation d'A/D complète également l'analyse des rôles et besoins de modélisation de mobilités de composants lors d'opérations d'A/D.*



## **1.1 Introduction**

Comme mentionné dans l'introduction générale, la simulation de processus d'A/D recouvre des aspects de séquençement d'opérations, de recherche de trajectoires, de modélisation des opérations élémentaires, permettant de produire des paramètres aussi représentatifs que possible de la réalité afin d'améliorer la conception, la production, la maintenance, l'utilisation et le recyclage de produits. Des produits de plus en plus complexes sont manufacturés dans différents secteurs de l'industrie et la simulation d'A/D prend une importance grandissante pour évaluer des solutions technologiques au plus tôt dans Processus de Développement de Produits (PDP). La combinatoire, la complexité algorithmique et la quantité d'informations à introduire dans une simulation sont des aspects des simulations mentionnées ci-dessus et jouent un rôle prépondérant dans la capacité d'une simulation à pouvoir effectivement être utilisée dans un PDP, i.e. la mise en données, le temps de calcul et l'interprétation des résultats doivent s'inscrire dans un intervalle de temps suffisamment court pour que les réponses apportées n'interviennent pas après que le produit ait subi des transformations significatives. Plus précisément, la modélisation des opérations d'A/D fait intervenir de multiples données: géométriques, cinématiques, technologiques etc. et nécessite de passer par une étape d'analyse des liaisons cinématiques entre composants au cours des différentes étapes de simulation d'A/D.

Dans ce contexte, ce chapitre analyse l'état de l'art concernant les méthodes, les modèles et les outils - logiciels existants utilisés dans la modélisation et la simulation d'opérations d'A/D. Cette analyse abordée sous l'angle des interactions entre la nature des simulations d'A/D, la quantité de données nécessaires, la combinatoire des problèmes traités, la capacité des algorithmes à produire des solutions réalistes, y compris les plus performantes, tout en mettant en évidence leurs relations avec la modélisation des opérations d'A/D et, en particulier, celle des phases d'insertion/extraction de composants. En effet, la mise au point d'outils plus performants pour la simulation de ces opérations est justifiée par ce travail d'analyse et le constat qui sera présenté à la fin de ce chapitre.

## **1.2 Interactions cycle de vie d'un produit – simulation de processus d'A/D**

### **1.2.1 Interactions PDP – simulation de processus d'A/D**

Considérant diverses phases d'un PDP, l'objectif est d'analyser les travaux scientifiques interagissant, plus ou moins étroitement avec un processus de simulation d'A/D ou bien une partie d'un tel processus. En particulier, les interactions entre les paramètres relatifs à la mobilité des composants et ceux utilisés nécessaires pour initier une simulation d'A/D.

Depuis plus d'une vingtaine d'années, des méthodes de conception sont apparues où le produit est conçu en prenant en compte son processus de fabrication, d'assemblage et de désassemblage. On parle ainsi de Design for Manufacturing (DFM) ou Design for Assembly (DFA), parfois utilisé sous le vocable générique de Design for Manufacture and Assembly (DFMA) [BOO 83, BOO 92, BEI 93, LAT 95, BOO 05]. La méthode DFA a été introduite aux Etats-Unis et au Japon au début des années quatre-vingt avec l'apparition des approches de Boothroyd / Dewhurst et AEM-Hitachi. Ces approches ont incontestablement permis de diminuer les coûts de conception et, par la suite, de fabrication, tout en augmentant la qualité des produits conçus et analysés dans ce contexte [FAB 94, DIC 04, BOO 05]. Dans cette optique, le

postulat adopté est la prise en compte des opérations d'A/D dans la phase de conception d'un produit car elles sont primordiales pour garantir un produit fiable et concurrentiel, respectant aussi bien des exigences technologiques qu'environnementales. Les méthodes DFA, DFMA s'appuient sur une représentation macroscopique d'opérations d'assemblage. Par exemple, elles font référence à des paramètres d'accessibilité et de préhension qui sont exprimés qualitativement par le concepteur. Les mobilités relatives des composants sont donc importantes car constituant des paramètres de la méthode mais leur évaluation reste subjective et de nature macroscopique. L'existence de maquette numérique du produit n'a pas d'incidence sur cette approche subjective.

Une méthode d'aide à la conception est présentée dans [WHI 99]. Elle s'applique à différents types d'assemblages comme des mécanismes : moteurs, transmissions, etc. ou des structures comme des fuselages d'avion par exemple. Cependant, elle est peu pertinente pour des assemblages avec des systèmes de connexion ou de distribution comme des tuyaux hydrauliques. Elle présente la manière dont des assemblages contraints du point de vue cinématique peuvent être conçus sans ambiguïté afin de satisfaire les critères géométriques définis par les utilisateurs. L'approche descendante de la conception commence par la création d'une structure cinématique contrainte et d'un schéma systémique par lesquels les pièces sont situées dans l'espace relativement les unes par rapport aux autres. Ensuite, elle comporte une déclaration des caractéristiques d'assemblage qui unissent les pièces pour créer des relations désirées. Ce processus a pour objectif de capturer l'intention de conception de l'utilisateur par la création d'un modèle de données interdépendantes permettant de soutenir des analyses pertinentes, telles que l'analyse des contraintes géométriques et l'établissement de séquences d'assemblages cohérentes. Du point de vue cinématique, il est nécessaire de s'assurer que l'assemblage est proprement contraint, autrement dit de caractériser sa mobilité. La théorie des torseurs est utilisée dans ce but, par les auteurs. Il s'avère que le critère habituel de Kutzbach ou l'équation de Grübler–Chebychev, permettant de calculer les degrés de mobilité d'un mécanisme, ne sont malheureusement pas fiables dans ce cas.

Plus tard, dans [WHI 01], les auteurs détaillent les différentes étapes d'une approche descendante de conception pour des assemblages. Elle s'appuie sur une classification des assemblages mécaniques et suit les règles d'un processus de conception. Cette classification donne aussi la définition des caractéristiques de différents types d'assemblages. Des aspects semblables à ceux présentés ci-dessus sont traités également dans [BAL 91, MAN 96, FAZ 99] et montrent que les mobilités relatives de composants sont utilisées dès les phases préliminaires de processus de conception de mécanismes ou de structures. Toutefois, ces mobilités, si elles sont mises à profit pour évaluer des processus d'A/D, ne peuvent l'être que d'une manière globale selon une approche de type DFA car les maquettes numériques actuelles ne donnent pas d'accès direct à ces mobilités.

Une approche systémique pour modéliser l'information contenue dans un produit du point de vue du cycle de vie de produit (PLM <sup>1</sup>) est proposée par Sudarsan et al. [SUD 05]. Il est fondé sur le modèle noyau du produit (CPM <sup>2</sup>) du NIST <sup>3</sup> et ses extensions, à savoir : le modèle d'assemblage ouvert (OAM <sup>4</sup>), le modèle d'intégration pour l'analyse et la conception (DAIM <sup>5</sup>) et le modèle d'évolution de la famille des produits (PFEM <sup>6</sup>). Ce sont des modèles abstraits, formulés de manière générique. Néanmoins, une sémantique spécifique pour un domaine

---

<sup>1</sup> Product Life Cycle

<sup>2</sup> Core Product Model

<sup>3</sup> National Institute of Standards and Technology

<sup>4</sup> Open Assembly Model

<sup>5</sup> Design Analysis Integrator Model

<sup>6</sup> Product Family Evolution Model

particulier peut être incorporée dans l'utilisation des modèles pour ce domaine. CPM représente la fonction du produit, sa forme et son comportement, ses décompositions physiques et fonctionnelles, ainsi que les relations entre ces concepts. Une extension du CPM offre la possibilité d'associer une description du processus de conception avec le produit. OAM définit un modèle conceptuel au niveau du produit et des relations hiérarchiques associées à l'assemblage. DAIM définit un modèle maître du produit et une série d'abstractions nommées Modèles Fonctionnels – un pour chaque aspect spécifique du domaine du produit – et deux transformations, nommées idéalisation et projection, entre le modèle maître et chaque modèle fonctionnel. Le PFEM étend la représentation aux familles de produits et de leurs composants ; il étend la description du processus de conception afin de saisir les mécanismes d'évolution d'un produit selon différentes familles. Cette approche a la possibilité de :

- capturer une description du produit, de son processus de conception, de son assemblage et des informations de tolérance dès les premières étapes de conception, i.e. lorsque les concepteurs se concentrent sur les fonctions d'un produit et leur niveau de performance, jusqu'au cycle de vie complet,
- faciliter l'interopérabilité sémantique des futurs systèmes de CAO/IAO <sup>7</sup>/FAO <sup>8</sup>,
- capturer l'évolution des produits et des familles des produits.

Les modèles décrits ci-dessus n'offrent pas d'interaction étroite entre la description structurelle d'un produit et les modèles géométriques de ses composants. Les mobilités relatives des composants ne sont pas directement accessibles à partir de la maquette numérique d'un produit. La simulation de processus d'A/D au cours du cycle de vie du produit reste donc assujettie à des évaluations qualitatives comme elles le sont dans une pratique de DFA.

En aval d'une phase de conception initiale pouvant s'appuyer sur des méthodes décrites ci-dessus interviennent des mises en œuvre de modèles 3D de composants. Sy et Mascle [SYM 06], analysent la conception d'un produit et proposent une analyse de la relation entre des paramètres définissant un produit et ses contraintes de conception. Ces dernières sont considérées comme des caractéristiques générales du produit et sont listées comme différents paramètres de conception pour **X**, i.e. conception pour l'assemblage, le désassemblage, l'environnement etc. Ces caractéristiques générales du produit sont ensuite intégrées dans une représentation CAO du produit afin de constituer sa maquette numérique. Parce que les outils - logiciels de CAO usuels n'ont pas la capacité de représenter ces caractéristiques de conception, une application logicielle spécifique pour modéliser des composants dans la phase de conception a été mise en place. Cette application est basée sur la bibliothèque CAO Open Cascade et est utilisée pour modéliser le produit en intégrant les différentes caractéristiques de conception définies antérieurement. Ces travaux illustrent la nécessité d'environnements logiciels spécifiques pour incorporer des informations fonctionnelles dans des modèles 3D de composants. Ceci illustre la difficulté d'exploitation de modèles 3D de composants et de produits pour mettre en œuvre des simulations d'A/D à l'aide de logiciels industriels et montre que l'extraction d'informations d'un modèle généré par caractéristiques n'apporte pas d'avantage significatif pour extraire des informations nécessaires pour un autre domaine [BRO 04, BRO 06]. En effet, la modélisation par caractéristiques est mise en place pour un contexte particulier. Si les informations requises pour une simulation d'A/D ne coïncident pas avec certains champs des caractéristiques, la situation est similaire à celle des environnements CAO industriels actuels.

L'analyse de coût d'un produit a également fait objet de certains travaux. Ainsi, une estimation des coûts de l'assemblage pour les produits nouveaux est détaillée par Giannoulis et al. [GIA 04]. En se basant une approche de conception systémique des produits, leurs facteurs

---

<sup>7</sup> Ingénierie Assistées Ordinateur

<sup>8</sup> Fabrication Assistées Ordinateur

critiques sont évalués en considérant des critères qui permettent à l'utilisateur de localiser les zones clés qui ont un impact significatif sur les coûts d'assemblage. La structuration de ces informations s'appuie sur un schéma orienté objet. Afin de tenir compte des incertitudes représentatives des phases préliminaires de conception, des techniques de logique floue sont utilisées pour introduire une estimation des coûts de l'assemblage. Les évaluations subjectives à la base de cette approche constituent également une approche macroscopique des simulations d'A/D où les paramètres de mobilité des composants ne sont pas évalués à partir de la représentation numérique 3D de ces composants. Seules des approches de type DFA restent donc applicables. Le recours à des critères de désassemblage procède du même raisonnement lorsqu'ils sont mis en œuvre dans les phases préliminaires de conception [HUA 04].

L'analyse des approches précédentes montre que les simulations d'A/D qui peuvent être conduites à partir des informations numériques décrivant un produit permettent d'effectuer uniquement des simulations d'A/D d'un point de vue macroscopique et sur la base d'informations subjectives car une utilisation effective d'une maquette numérique 3D d'un produit n'est actuellement pas possible. Pour que les maquettes numériques puissent être exploitées, de nouvelles approches sont nécessaires pour en extraire des informations de mobilité relative et d'accessibilité des composants.

### 1.2.2 Interactions recyclage – simulation de processus d'A/D

Le problème de la génération des séquences de désassemblage est complexe et difficile à résoudre. Diverses méthodes ont été proposées, telle que celle de Zhang et al. [ZHA 01] qui analyse la précision d'assemblage à l'aide d'un environnement virtuel à travers la construction de modèles précis des robots, tels que des modèles géométriques 3D, des modèles physiques, et des modèles comportementaux. A cette fin, ils utilisent un environnement graphique interactif 3D pour observer et évaluer les effets d'un processus d'assemblage. En opérant le modèle virtuel 3D du robot d'assemblage et en simulant le processus d'assemblage dans un environnement virtuel, on peut, d'une part analyser l'influence des erreurs sur l'opération d'assemblage et obtenir une valeur statistique d'erreur d'autre part. Ces études montrent que, pour une opération d'assemblage robotisée, l'évaluation de la précision de trajectoires et le contrôle de la précision le long de trajectoires est un problème complexe.

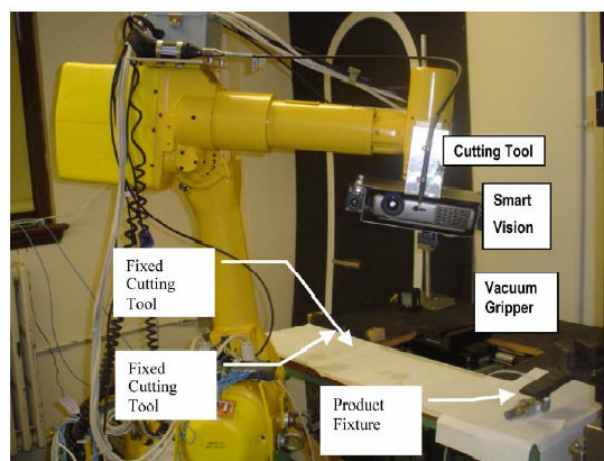


Figure 1.1 : Equipement implanté dans un prototype de cellule flexible de démontage.

Dans le cas d'une opération de recyclage, une méthode de démontage implantée dans une cellule flexible de désassemblage a été proposée par Bailey [BAI 06] (voir Figure 1.1). Il s'agit d'une nouvelle approche de désassemblage qui utilise un modèle pour la surface du produit et un modèle pour la position de l'outil du robot afin de générer, d'une manière active, les trajectoires de l'outil en temps réel. Le modèle de génération des trajectoires du robot utilise un algorithme de simplification afin de réduire la complexité des trajectoires nécessaires pour la navigation sur la surface du produit. Cette génération de trajectoire passe par trois étapes : le séquençement de l'utilisation des outillages, la génération active de la trajectoire de l'outil et la protection active des produits.

Une étude de cas de démontage de téléphones mobiles est présentée afin d'illustrer les opérations robotisées et flexibles de démontage. Elle présente la manière dont le nouveau processus robotisé de démembrement a été réalisé sans avoir besoin d'informations prédéterminées sur la géométrie des surfaces des produits. Cette approche montre que si la maîtrise de la précision des robots reste un enjeu important pour des opérations d'assemblage de produits car le montage des composants doit respecter la cinématique du produit, dans un processus de désassemblage autorisant la destruction de certains composants, la mobilité des composants n'apparaît pas comme une information clé puisque les trajectoires des outils détruisent des liaisons entre composants et changent leur mobilité relative.

Un prototype pour un système de désassemblage a été conçu par Uhlmann et al. [UHL 04] dans le cadre d'un projet de recherche (voir Figure 1.2). Pour augmenter l'efficacité des installations, plusieurs approches sont évaluées. L'efficacité du processus de désassemblage est premièrement déterminée par la conception des outils et du système de manutention. Ainsi, même sans aucune connaissance sur la technique d'assemblage des pièces, l'application des outils destructifs de séparation offre un accès rapide aux composants à forte valeur ajoutée des produits. Une meilleure approche est la conception de produits et de composants en incorporant, dès la phase initiale de conception, un processus simple de démontage. Ainsi, un système de démontage sera en mesure de désassembler rapidement ces produits, peut-être même en utilisant les spécifications de démontage décrites par le concepteur.



Figure 1.2 :  
Système pilote réel de désassemblage.

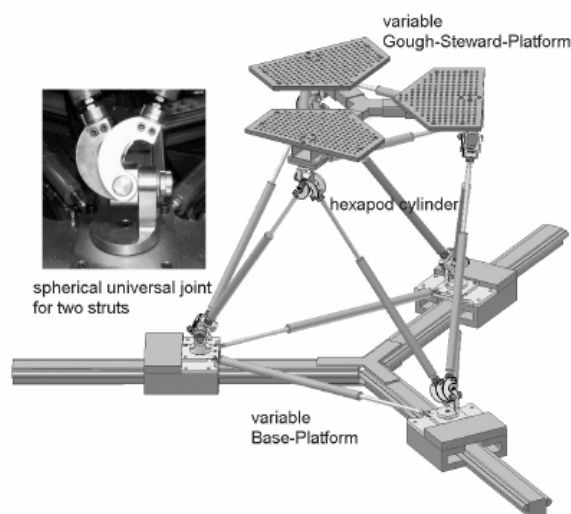


Figure 1.3 :  
Système de manutention « dodekapod ».

La flexibilité de la technologie de bridage des produits nécessaire dans les systèmes de désassemblage est, sous plusieurs aspects, plus importante que les produits qui peuvent être désassemblés. Une possibilité pour augmenter la flexibilité de la technologie de bridage est de combiner des fonctions de fixation et de mouvement. Dans ce contexte, un « manipulateur de bridage » est conçu comme une machine avec 12 axes parallèles. La base pour cette machine, nommée “Dodekapod” (voir Figure 1.3), est la structure cinématique des hexapodes. Pour réaliser une cinématique de bridage différente, on a remplacé la plate-forme conventionnelle rigide de Gough-Stewart par trois cylindres de fixation de longueurs variables. L’utilisation des trois autres transmissions hydrauliques de la plate-forme de base permet d’améliorer la mobilité du système. Les liaisons sphériques universelles placées sur deux des glissières ajoutées permettent les grands angles de rotation nécessaires et donc une augmentation de la zone de travail vis-à-vis des hexapodes.

Les analyses précédentes montrent que les processus de désassemblages actuels ne nécessitent pas de recours particulier à des modèles de mobilité d’un produit lorsque son recyclage s’appuie sur des opérations destructives et donc que l’objectif consiste en un recyclage de matériau, non un recyclage de composants fonctionnels. Par contre, un objectif de recyclage avec extraction de composants fonctionnels peut être vu comme une problématique de simulation de processus d’A/D similaire à des configurations de maintenance où l’on vise l’extraction de composants spécifiques.

### **1.2.3 Interactions modèle d’assemblage – simulation de processus d’A/D**

Lors d’un PDP et plus particulièrement au cours des phases de conception d’un produit, la description de la structure du produit est une source importante d’informations pour extraire des paramètres de mobilité relative des composants, des caractéristiques mécaniques et technologiques de liaisons qui sont une source efficace pour réduire la complexité combinatoire inhérente à la simulation des opérations d’A/D et de leur séquençement. La représentation arborescente classiquement utilisée dans les environnements CAO, dont la mise en œuvre est laissée au concepteur ou à l’entreprise, et qui ne peut décrire une structure cinématique : les classes d’équivalences cinématiques d’un mécanisme sont décrites par un graphe, un arbre ne permet pas une telle représentation. Outre cette représentation arborescente, cette section analyse d’autres modes de description d’assemblages et leurs adéquations avec des simulations de processus d’A/D.

Une approche pour la modélisation de désassemblage d’ensembles électromécaniques, basées sur la théorie des graphes, a été proposée par Kopena et al. [KOP 03]. Ils décrivent l’application de méthodes de représentation de connaissances au domaine d’objets à forte valeur technologique, en particulier des ensembles électromécaniques, en utilisant des graphes conceptuels comme représentation formelle pouvant être rigoureusement étendue (voir Figures 1.4, 1.5). Les produits électromécaniques décrits sont basés sur des assemblages constitués de briques de Lego. Des aspects de géométrie, d’intelligence artificielle sont combinés pour créer une représentation unifiée et illustrer l’approche proposée. Les auteurs discutent aussi la traduction des graphes conceptuels à l’aide du langage à balises de modélisation d’agents DARPA (DAML<sup>9</sup>) pour utiliser et développer des ontologies dans ce domaine. Ces dernières pourront être étendues par la communauté des utilisateurs de ce langage. Cette approche illustre la nécessité de représentation effective des interfaces entre composants afin de configurer un assemblage, les mobilités relatives entre les composants, ainsi que certaines caractéristiques de liaison entre les composants, en s’appuyant sur leurs modèles 3D.

---

<sup>9</sup> DARPA Agent Markup Language



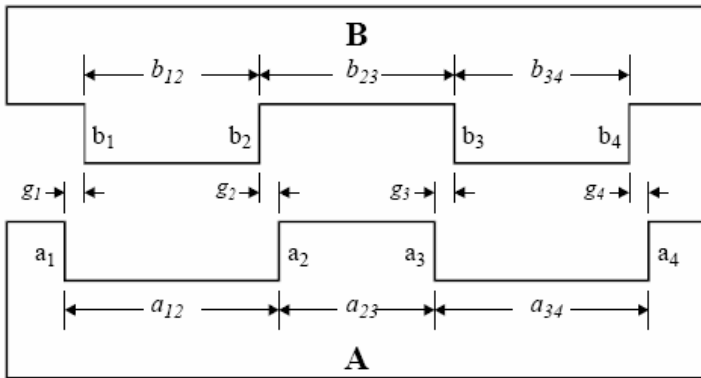


Figure 1.6 : Assemblage réduit à une étude de configuration unidimensionnelle.

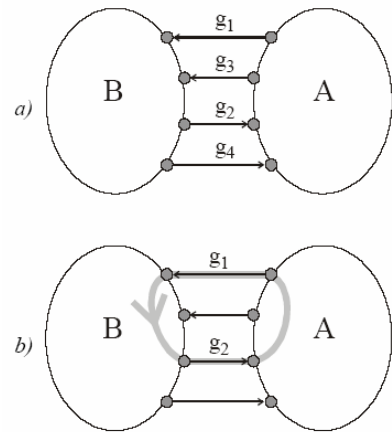


Figure 1.7 : Graphe d'assemblage pour la configuration de la Figure 1.6 et cycle dans le graphe correspondant.

Les conditions de montage peuvent être obtenues par une analyse unidimensionnelle où les composants sont autorisés à flotter. Les conditions d'accouplement des surfaces ne nécessitent pas de conditions spécifiques, i.e. cela permet d'appliquer une analyse à une famille de composants. Pour ces ensembles, un graphe d'assemblage avec arcs orientés est utilisé. A chaque arc est associée une valeur correspondant à la position relative des faces adjacentes (gap). L'orientation d'un arc est choisie sur la base d'une orientation de référence, i.e. de gauche à droite dans les Figures 1.6 et 1.7. Ainsi,  $g_1$  est orienté de A vers B tout comme  $g_2$ ,  $g_3$  et  $g_4$  ont alors une orientation opposée (voir Figure 1.7).

La distinction fondamentale entre les composants assemblés est basée sur les cycles de montage en parallèle ou en série figurant dans le graphe de l'ensemble. L'utilisation de termes série et parallèle est motivée par l'analyse de circuits analogiques: un circuit en série est analysé par une seule loi de tension Kirchhoff, équation contenant tous les composants du circuit, tandis qu'un circuit parallèle est analysé par plusieurs équations en fonction du nombre de paires de composants. Un cycle de montage en parallèle scinde un ensemble de composants en deux parties exactement. Un cycle d'assemblage en série contient tous les composants d'un ensemble. Il est clair qu'il y a des cycles qui ne sont ni en série ni en parallèle et sont qualifiés de mixtes. La Figure 1.8 contient trois exemples des circuits : pure série, pure parallèle et ensemble mixte. Comparativement à l'approche précédente [KOP 03], l'utilisation de graphes a pour objectif de représenter les interfaces entre les composants ainsi que les jeux affectés à certaines d'entre elles, indiquant ainsi l'importance de ces modèles d'interface pour analyser et dériver des simulations d'A/D à partir de leurs contenus.

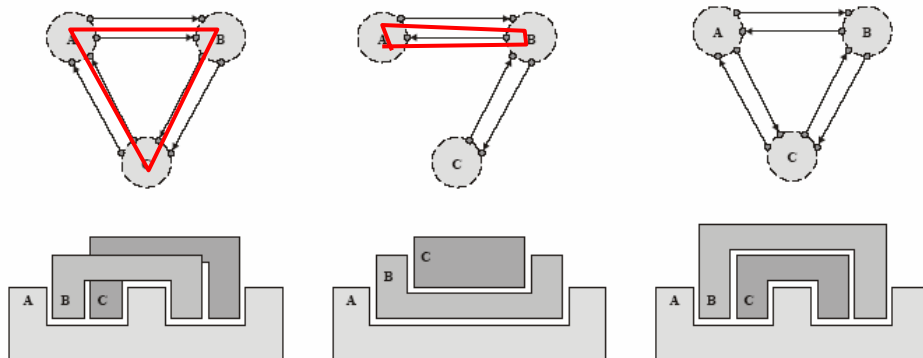


Figure 1.8 : Différents types d'assemblages : a) purement série, b) purement parallèle, c) mixte.



Certaines approches pour la modélisation de processus de désassemblage, basées sur la théorie des graphes, ont également été proposées [SID 97, SUN 02, KOP 03, MOR 03] mais elles ne permettent pas de valider ces processus car elles ne tiennent pas compte de la géométrie effective des composants constituant l'ensemble mécanique. Ces approches font partie de la catégorie des simulations semi-automatisées, interactivement conduites par l'utilisateur. Pour celles-ci, l'utilisation des modèles CAO 3D est encore faible, parfois même fastidieuse, et beaucoup d'autres données nécessaires à la simulation doivent être entrées interactivement.

Les modèles 3D de composants constituent donc un point de départ important pour dériver une représentation idéalisée d'un assemblage sous la forme d'un graphe. Toutefois, on peut noter que les approches décrites dans cette section n'indiquent pas comment les graphes peuvent être dérivés à partir d'une maquette numérique 3D. Ceci constitue un point clé permettant l'intégration de simulations d'A/D dans un PDP et indique l'intérêt de contributions scientifiques dans ce domaine. Si les approches précédentes montrent que les graphes contiennent des informations concernant les mobilités relatives entre des composants, ces mobilités ne décrivent pas toutes les possibilités correspondant à des mouvements d'insertion ou d'extraction de composants. Afin d'obtenir des simulations fournissant des solutions réalistes, il est nécessaire de pouvoir décrire toutes les possibilités de mouvements relatifs à l'interface des composants.

Ainsi, nous pouvons dire qu'un modèle plus complet, capable de décrire les mouvements permis pour des composants d'un ensemble, fournirait des solutions de simulation plus réalistes et son intégration étroite avec une maquette numérique 3D permettrait effectivement un recours à des simulations d'A/D sans remettre en cause les principales tâches d'un PDP. Si l'accroissement du nombre de mouvements représentés peut-être vu comme une augmentation de la combinatoire des simulations d'A/D, ce sont les critères technologiques et cinématiques [REJ 00] qui agissent pour réduire cette combinatoire tout en conservant les solutions réalistes.

### **1.3 Génération de séquences d'A/D et interactions avec les mobilités des composants**

Les séquences d'A/D sont des éléments clés de la simulation d'un processus d'A/D d'un produit. Cette section a pour objectif de présenter les principales approches mises en place pour déterminer des séquences d'opérations formant un processus d'A/D et d'établir une relation avec les modélisations de mobilités relatives de composants.

#### **1.3.1 Génération déterministe de séquences d'assemblage**

Une approche pour générer les séquences d'A/D, simultanément basée sur une approche DFA et un processus de conception conventionnel est proposée dans [BAR 04]. Elle utilise les observations de processus industriels de planification d'assemblages. Les outils et les techniques proposés aident à la détermination des séquences d'assemblage ainsi qu'à la définition des configurations d'assemblages, en incluant une assistance pour construire la séquence, pour choisir les pièces les plus pertinentes et pour définir des paramètres de liaison. Une approche par contraintes est utilisée pour confirmer que la séquence d'assemblage résultante serait réalisable et offrir aussi une évaluation de la qualité de la séquence. La détermination de séquences est donc soumise, pour une part importante, à l'appréciation de l'utilisateur qui doit aussi maîtriser

simultanément un processus de conception et une approche DFA. Ceci a pour effet de réduire la combinatoire des séquences mais ajoute la nécessité de spécifier interactivement un grand nombre de paramètres. Pour des produits complexes où plusieurs concepteurs interviennent, cette approche ne prend pas en compte la coopération inhérente à cette configuration.

Yin et al. [YIN 03] proposent une approche pour trouver des séquences réalisables applicables à des assemblages mécaniques sur la base d'un graphe généré interactivement et constituant une donnée d'entrée représentant un modèle relationnel « basé connecteurs » (CBRM<sup>10</sup>). Ce modèle décrit les contacts entre composants, des directions d'extraction, le composant de référence considéré comme fixe et des informations à caractère fonctionnel. Pour des assemblages complexes, la spécification du CBRM est une activité fastidieuse où il existe peu de relations entre le modèle 3D de l'assemblage et la génération du CBRM. Partant du CBRM, une structure basée connecteurs (CBS<sup>11</sup>) est automatiquement générée et forme une structure hiérarchique. L'idée de base de l'approche est de construire des plans d'assemblages en fusionnant systématiquement les plans pour les structures primitives dans la hiérarchie CBS. Les plans pour les structures primitives sont construits en utilisant une de trois méthodes suivantes : en réutilisant les plans existants, en récupérant les plans stockés, et par un raisonnement géométrique destiné à séparer des composants jouant le rôle de connecteurs des autres composants. La qualité des séquences d'assemblage repose sur la structure CBS générée. La mobilité des composants semble restreinte à des mouvements de translations et les séquences reposent sur l'identification de connecteurs qui contraignent le séquençage en créant des sous-ensembles de composants dérivant d'un même groupe de connecteurs. Le rôle de l'utilisateur est ici prépondérant dans la génération des séquences d'assemblage et donc a une grande influence sur la combinatoire de détermination des séquences. Du fait des interventions de l'utilisateur, les interactions entre maquette numérique 3D, mobilités des composants, détermination des opérations d'A/D, sont faibles et de nature subjective.

Mosemann et al. [MOS 01] décrivent une nouvelle méthode pour décomposer des séquences complexes d'opérations d'assemblage robotisé en opérations élémentaires nécessaires pour la programmation d'un robot. Des caractéristiques comme : le repère local de départ, des relations spatiales symboliques entre les composants (inséré dans, contre, aligné, coplanaire), les modèles géométriques des composants, la description des zones de contact entre les composants et certaines caractéristiques technologiques des liaisons (montage serré, collé, vissé, sans autre contrainte que cinématique) constitue les données d'entrée nécessaires pour générer les séquences de démontage. Les séquences d'opérations sont générées à partir d'un graphe basé sur les contacts entre les composants. La complexité combinatoire correspondante est importante et tant à être réduite par des critères de stabilité, de non interpénétration des composants. Le graphe résultant est un graphe ET/OU dont chaque arc doit être analysé pour en déduire des mouvements du robot ou des commandes pour les capteurs et les outils (pince, tournevis, etc.) sous forme de données élémentaires. Le système de commande du robot utilise ces données élémentaires comme entrées pour sélectionner le type de commande désiré (position, force, ou hybride). La détermination des contacts entre les composants et les mobilités résultantes nécessaires pour déterminer et valider les différentes opérations d'A/D sont des paramètres d'entrée qui limitent la mise en œuvre de cette approche à des assemblages avec un nombre de composants réduit à quelques dizaines sous peine de travail fastidieux. Une automatisation de l'acquisition des paramètres d'entrée est donc un point critique pour la détermination des séquences d'A/D.

---

<sup>10</sup> Connector-Based Relational Model

<sup>11</sup> Connector-Based Structure

Une analyse du problème de désassemblage de composants multiples sélectionnés dans un produit, désigné désassemblage sélectif, est présentée par Srinivasan et al. [SRI 00]. Les applications du désassemblage sélectif incluent plus particulièrement la maintenance et le démontage pour le recyclage. L'approche proposée appelée « *Propagation des vagues de désassemblage* », détermine une séquence de désassemblage sélectif en s'appuyant sur l'intersection de vagues de désassemblage issues du composant cible avec des vagues issues des composants extérieurs du produit. L'approche définit les vagues de désassemblage pour structurer topologiquement les composants qui influent sur l'ordre de désassemblage. Les intersections entre les vagues déterminent les séquences de désassemblage sélectif en réduisant le nombre de composants devant être manipulés. Les vagues de désassemblage utilisent une modélisation de l'accessibilité des composants à l'aide de mobilités réduites à des translations uniquement, en utilisant l'intersection des directions de translation rattachées à chaque face pour valider ou non localement une opération de désassemblage (voir Figure 1.9). Les composants sont définis géométriquement par des modèles facettisés et les zones de contact entre composants constituent des données d'entrée. La constitution des vagues de désassemblage utilise le paramètre d' « influence de désassemblage » qui indique si un composant  $c_i$  n'est pas accessible mais le devient si le composant  $c_j$  est démonté. La complexité algorithmique du désassemblage sélectif est exponentielle  $O(2^s n)$  en fonction du nombre  $s$  de composants simultanément démontés d'un produit en comportant  $n$ . Aucune information technologique n'est utilisée pour réduire cette combinatoire.

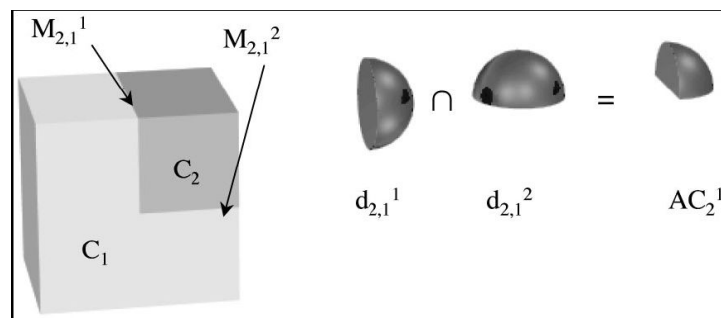


Figure 1.9 : Faces d'assemblages et directions d'accessibilité.

Dans [HUN 00], Huang et al. présentent une méthode pour l'analyse économique du processus de désassemblage s'appuyant sur une méthode pour la génération des séquences de désassemblage en utilisant un réseau de neurones artificiels. Le réseau de neurones détermine les meilleures séquences de dimension  $n$ , fixée par l'utilisateur. Il n'y a pas de représentation 3D des composants associée à ce processus. Les conditions de contact, de mobilité, d'accessibilité des composants ne sont donc pas reliées aux modèles des composants. Les séquences obtenues n'ont donc pas de garanties de validité. La fonction d'optimisation utilisée est similaire à celle du problème de voyageur de commerce en y ajoutant les contraintes de précédence propres au problème de désassemblage. L'approche décrite est donc de nature subjective et ne possède pas de lien avec la maquette numérique 3D du produit, son objectif contribue à évaluer les meilleures séquences de désassemblage du point de vue du recyclage des matériaux.

Une nouvelle approche et un nouveau système pour la génération automatique, la sélection, l'évaluation, l'optimisation et la simulation des plans d'assemblage est présentée dans Zha et al. [ZHA 03]. Le produit est décrit à partir des modèles 3D volumiques de ses composants, complété par des axes indiquant les directions de translation et axes de rotation permettant de définir les mobilités relatives des composants. Les auteurs considèrent que les séquences d'assemblage sont l'ordre inverse des séquences de désassemblage. Les mobilités

relatives des composants sont décrites par des translations uniquement et, comme les contacts, sont supposées issues d'un environnement CAO, ce qui renvoie à des approches telles que celles de la section 1.4. Différentes contraintes sont exprimées : précédence, stabilité, etc. et toutes les combinaisons de sous-ensembles possibles sont générées, faisant face à une combinatoire importante. Celle-ci est réduite dans un deuxième temps, en vérifiant si les sous-ensembles satisfont toutes les contraintes, à l'aide d'une approche de type chaînage arrière. Une fois les sous-ensembles constitués, les séquences sont décrites en utilisant des réseaux de Pétri hiérarchiques où les transitions expriment les opérations d'A/D correspondantes.. Des contraintes qualitatives sont ensuite utilisées pour évaluer les séquences d'A/D réalisables afin d'en réduire leur nombre. Le parallélisme des opérations, le nombre de changements de directions, la stabilité d'un sous-ensemble, les regroupements possibles sont des exemples de telles contraintes et qui sont ramenées à des contraintes de temps et de coût car agrégées dans les approches DFA. Les séquences optimales selon les points temps et coût sont alors décrites et simulées à l'aide des réseaux de Pétri.

Des travaux antérieurs [REJ 00] ont permis la description de séquences d'A/D en utilisant des maquettes numériques 3D de produits pour lesquelles les contacts ont été décrits interactivement entre les composants afin de définir leurs mobilités relatives sous la forme de mouvements de translation et/ou de rotation. Dans un premier temps, l'analyse des contacts a permis de constituer des sous-ensembles et des regroupements de composants afin de réduire au maximum la combinatoire des opérations d'A/D. La génération de séquences a porté sur l'exploitation des seules translations pour des raisons de simplification et la combinatoire des séquences a été également réduite par l'utilisation d'informations technologiques complémentaires concernant les ajustements, les composants déformables, les composants normalisés et, éventuellement, l'outillage utilisé pour réaliser certaines opérations. Ceci a pour conséquences, la distinction entre les séquences d'assemblage et de désassemblage et une réduction drastique du nombre de séquences ; les séquences non valides étant éliminées par les critères correspondants aux informations technologiques ajoutées. Les quelques séquences réalisables restantes sont alors ordonnées selon des critères de changement de directions, nombre de mains etc. qui peuvent être arbitrairement combinées par l'utilisateur.

### **1.3.2 Génération stochastique de séquences d'assemblage**

En complément de la section précédente qui a décrit des approches déterministes produisant des séquences d'A/D, cette section analyse des processus de génération de séquences d'A/D fondés sur des approches stochastiques. Le plus souvent, celles-ci sont un recours à la complexité combinatoire inhérente à la plupart des simulations de processus d'A/D qui n'utilisent que des données géométriques comme point de départ ou bien qui ne lient pas les paramètres technologiques d'un produit à sa maquette numérique.

De Fazio et al. utilisent l'Analyse des Séquences d'Assemblage (ASA) pour explorer le concept de DFA, le partitionnement de produits complexes en sous-ensembles et le choix de séquences d'assemblage pour des produits complexes [FAZ 99]. Ces derniers étant constitués de nombreuses pièces, un assemblage final est organisé comme un assemblage des sous-ensembles (voir Figure 1.10). Ainsi l'ASA s'adresse aux aspects combinatoires d'assemblages complexes que le DFA conventionnel ignore : le choix et la répartition des sous-ensembles et le choix des séquences de l'assemblage.

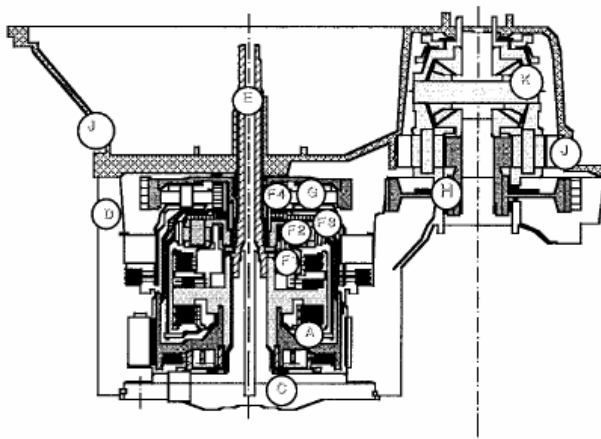


Figure 1.10 : Exemple de produit complexe :  
boîte de vitesses transversale.

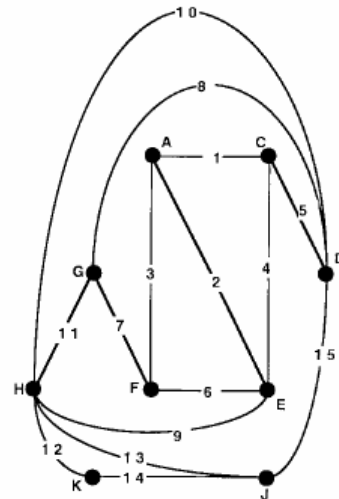


Figure. 1.11 : Diagramme de liaison correspondant  
au montage d'une boîte de vitesses transversale ;  
les nœuds correspondent à des sous-ensembles.

La complexité d'un produit est reflétée par son diagramme de liaisons (voir Figure 1.11), la complexité des formes de ses composants et la difficulté à déterminer l'impact de modifications d'un composant sur des processus tels que l'A/D. Face à la complexité d'un produit qui engendre une combinatoire importante pour la génération de séquences d'A/D, une évolution de l'approche DFA est proposée pour adresser cette difficulté. L'ASA aborde les aspects combinatoires du processus d'A/D et est donc proposé comme interaction avec l'approche DFA. L'ASA est utilisée pour déterminer les contraintes pouvant être relaxées afin de faciliter un assemblage. Elle est aussi utilisée pour reconsidérer la répartition des sous assemblages, leur nombre et pour proposer de nouvelles séquences d'assemblage, en utilisant les AG.

L'AG utilisé a pour objectif de répartir uniformément sur une séquence d'assemblage le ratio : nombre de degrés de liberté du produit réalisés par opération d'assemblage ou bien nombre de degrés de liberté internes de sous-ensembles réalisés par opération d'assemblage tout en satisfaisant les contraintes imposées sur la séquence d'assemblage par la géométrie des pièces. La mobilité des composants, les contacts associés sont évalués par les concepteurs, ce qui place également cette approche dans la catégorie des démarches subjectives.

Une méthode pour concevoir des assemblages incorporant des séquences de désassemblage qui maximisent le profit du désassemblage, tout en satisfaisant les normes obligatoires pour la récupération des composants, est présentée par Takeuchi et al. [TAK 05]. Le principe retenu est une démarche d'optimisation utilisant des AG's avec des fonctions multi objectifs pour chercher des solutions de conception « Pareto Optimales ». Trois objectifs sont abordés : les distances prioritaires entre les composants, l'utilisation efficace des dispositifs de positionnement des composants les uns par rapport aux autres, et le profit du processus global de désassemblage soumis aux normes en vigueur. Les composants sont décrits par des ensembles de voxels dans le repère de référence du produit et seules des translations sont possibles entre les composants. Les dispositifs de positionnement et de fixation des composants sont limités à des crochets, des bossages, des vis. La méthode proposée concerne des cas simples d'assemblages uniquement et la combinatoire des séquences d'A/D interagit avec celle des modifications de forme des composants à travers l'ajout de crochets.

Dans Chen et al. [CHE 01], les auteurs proposent une planification des séquences d'assemblage à l'aide d'une optimisation par AG à deux niveaux. Les chromosomes utilisés représentent les séquences d'A/D et peuvent être valides ou non. Un AG de niveau 1 est utilisé pour générer une séquence optimale d'assemblages en utilisant les paramètres courants du GOPS<sup>12</sup> correspondant aux opérateurs de base (croisement, mutation, sélection) et, au niveau 2, ces probabilités sont optimisées par un second AG afin de générer de nouvelles populations, plus optimisées. En utilisant un GOPS dynamique, l'AG génère plus efficacement des séquences d'assemblage globalement optimales ou proches de l'optimalité avec un nombre restreint de populations. L'algorithme de planification prend en considération les contraintes géométriques et optimise aussi les contraintes physiques. Dans tous les cas, les individus (séquences d'A/D) de chaque population doivent être validés quant à leurs trajectoires, donc l'accessibilité des composants, sur la base des contacts entre les composants. Ceux-ci doivent donc être modélisés au préalable.

L'ensemble des méthodes stochastiques constitue une forme de réduction de la combinatoire des opérations d'A/D définissant une séquence. Une de leurs difficultés inhérentes concerne l'impossibilité d'obtenir les mêmes résultats lorsque les données d'entrée sont identiques, ce qui ne permet pas d'évaluer aisément l'influence de certains paramètres d'entrée sur les résultats de simulation.

L'ensemble des méthodes de simulation s'appuie principalement sur des mouvements de translation permettant de séparer et, éventuellement, extraire/insérer les composants, même si une maquette numérique est utilisée pour automatiser la caractérisation des mobilités des composants. Le plus souvent, cette restriction est justifiée par la réduction de complexité algorithmique associée, même si cela est au détriment de solutions réalisables qui ne seront pas identifiées.

La validité des séquences d'A/D produites par certaines simulations n'est pas évaluée car elles n'utilisent pas la maquette numérique associée ou bien de manière très partielle pour éviter d'accroître le temps d'entrée de données. Certaines méthodes sont limitées par la combinatoire du séquençage car s'appuyant sur des informations géométriques uniquement, ce qui engendre un grand nombre de séquences, puis en utilisant des critères technologiques, de liaison, etc. pour réduire le nombre de solutions.

## **1.4 Génération des zones de contacts et interactions avec les mobilités des composants**

En créant le modèle d'un composant à l'aide d'un logiciel de CAO, le concepteur sait déterminer comment ce composant est interfacé avec les autres dans la maquette numérique du produit. Cependant, cette information n'est pas stockée dans le modèle du composant. Pour les composants d'un assemblage, il serait utile de pouvoir intégrer cette information propre au contexte d'un assemblage dans le modèle même de chaque composant afin de rendre plus efficace le processus d'application des contraintes de position, afin de réduire l'effort du concepteur d'un assemblage ou bien pour permettre une exploitation automatisée des configurations de cet assemblage.

Il existe un grand nombre de manières de positionner deux composants / sous-ensembles pour créer un assemblage selon la liste de contraintes disponibles dans un logiciel donné. Un module d'assemblage automatisé doit éviter d'examiner des configurations non significatives afin d'accroître l'efficacité des opérations de positionnement des composants.

---

<sup>12</sup> Genetic Operator Probability Setting

Le concept de connexion [SIN 03] - agrégation de surfaces de contact - est défini comme un groupe d'une ou plusieurs entités géométriques appartenant à la frontière des composants et qui sont soumises à des contraintes géométriques nécessaires pour réaliser un assemblage (voir Figure 1.12).

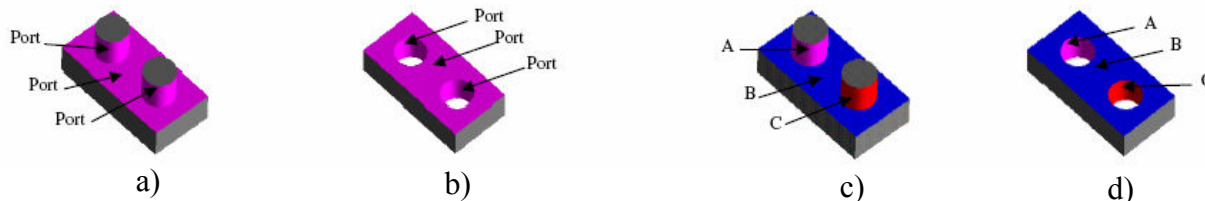


Figure 1.12 : Exemple de distribution de surfaces définissant une connexion : a), b) connexion définie à l'aide d'une seule catégorie de surfaces ; c), d) connexion définie avec trois catégories de surfaces.

L'étude de diverses solutions d'affectations d'attributs permettant de réduire le nombre de configurations de connexion conduit à définir les attributs conformément aux fonctions de mise en position (contre, alignement, tangence, distance, etc.). L'efficacité gagnée lors de la mise en position est en partie gommée par le temps nécessaire pour ajouter les attributs de mise en position sur les surfaces correspondantes.

Une telle approche contribue à limiter les surfaces candidates à la localisation de contacts dans un assemblage. Toutefois, les zones communes entre les composants ne sont pas définies et les contacts représentent une classe particulière d'interfaces entre les composants. Dans le contexte industriel, les positions des composants sont également définies à partir de la spécification cohérente des repères des composants, ce qui permet de simplifier la mise en position de composants, éventuellement au-delà des simplifications apportées par l'approche décrite ci-dessus.

Le concept de caractéristique d'assemblage est proposé par Mascle [MAS 02] et s'appuie sur des informations technologiques, une structuration des fonctions, rejoignant la démarche de Rejneri [REJ 00]. A partir d'une maquette numérique 3D d'un produit, les caractéristiques d'assemblages supposent la spécification d'informations par l'utilisateur, préalablement à la phase de recherche de contacts. Toutefois, les contacts ne sont pas précisément délimités et les mobilités relatives entre les composants sont essentiellement réduites à des translations. Les concepts de processus et d'étape d'un processus permettent la caractérisation du comportement de certains composants déformables (anneaux élastiques, etc.) lors d'opérations d'assemblage, complétant ainsi la démarche initiée par Rejneri [REJ 00]. L'évaluation de cette démarche sur un produit comportant 15 composants montre que 30mn environ sont nécessaires pour qu'un utilisateur spécifie les paramètres de caractéristiques d'assemblage de ce produit. Ces résultats indiquent les enjeux lors du traitement de produits comportant des centaines, des milliers ou plus encore de composants.

L'analyse d'interfaces entre les composants et leurs relations avec les fonctions, les contacts constituent donc un enjeu clé récemment poursuivi par Cheutet et al. [CHU 08] en liaisons avec les mobilités des composants et la réduction de la combinatoire de détermination des séquences d'A/D.

Coma et al. [COM 03] présentent des algorithmes de reconnaissance de caractéristiques dans le contexte de DFA. Pour chaque partie du produit, la recherche des caractéristiques est exécutée en deux étapes. Premièrement, le poids, les dimensions et les symétries sont identifiées pour classer le composant comme ayant ou non des propriétés de symétrie de révolution. Deuxièmement, les caractéristiques de forme, par exemple bosse ou poche, sont identifiées, pour montrer l'efficacité de la démarche. Les composants sont représentés par un modèle B-Rep pour

satisfaire les premiers critères définis à partir d'une boîte englobante, Les caractéristiques de formes sont identifiées à partir d'une facettisation des composants permettant l'analyse selon des projections de directions différentes. Sur chaque projection plane selon un axe de la boîte englobante, l'analyse des profils extérieurs sert de point de départ. Finalement, une procédure de détermination des caractéristiques 2D, qui utilise l'efficacité de l'orientation, est mise en place.

Les travaux décrits dans cette section illustrent les relations étroites entre les formes des composants et leur analyse permettant d'établir un lien plus direct avec les mobilités relatives des composants. Il convient néanmoins de constater que ces travaux se ramènent principalement à une analyse de composants isolés, i.e. les interfaces entre les composants sont peu utilisées comme source d'identification de fonctions et de caractéristiques de forme et d'assemblage des composants. Dans tous les cas, un élément clé de l'efficacité des approches d'automatisation de la simulation d'A/D repose sur un temps de préparation faible lorsque le point de départ est réduit à une maquette numérique 3D.

## **1.5 Modèles de détermination des mobilités de composants**

### **1.5.1. Critères d'identification de directions et structuration à l'aide de graphes**

Les logiciels commerciaux de CAO comme Pro/Engineer, Ideas, Catia etc., permettent de créer des modèles d'assemblage. Ces logiciels considèrent un modèle d'assemblage comme le résultat d'arrangements spatiaux corrects des composants. Afin de créer facilement de tels arrangements, le concepteur a la possibilité de spécifier des contraintes de distance, de coïncidence, de contact. Ces dernières incluent des contraintes de contact entre surfaces planes et cylindriques, des contraintes d'alignement et d'orientation. Différentes associations de contraintes peuvent produire un même positionnement et ces contraintes n'expriment pas directement les mouvements relatifs possibles entre les composants.

Quand des modèles d'assemblage sont importés d'un système CAO dans un système d'analyse cinématique soit intégré, soit indépendant (tel que ADAMS), les liaisons cinématiques entre les composants doivent être spécifiées. Cette spécification des liaisons est en partie redondante, à cause des contraintes implicites cinématiques créées par certaines contraintes géométriques entre les composants. La redondance est nécessaire parce qu'un assemblage CAO répond uniquement à un objectif de positionnement relatif des composants alors que la simulation cinématique répond à des objectifs de modélisation de mouvements et donc d'inter - efforts. Le concept d'isostatisme devient donc un élément clé et n'est entièrement déterminé par les contraintes géométriques d'assemblage. Ainsi, il est possible de spécifier des liaisons cinématiques qui ne sont pas compatibles, voire contraires, aux degrés de liberté offerts par les contraintes géométriques entre composants. Toutefois, les logiciels intégrés proposent des fonctions de conversion des contraintes géométriques en liaisons cinématiques, réduisant ainsi les redondances. Il convient également d'observer que des logiciels CAO appliquent des contraintes géométriques entre composants de même niveau hiérarchique dans la structure du produit ce qui ne facilite pas l'expression de contraintes géométriques proches de liaisons cinématiques.

Finalement, on peut observer que ces environnements expriment des mobilités entre composants pour une configuration opérationnelle d'un produit alors qu'un processus d'A/D nécessite un modèle de mobilités entre tous les composants et que toutes les trajectoires relatives entre composants sont des solutions potentielles pour une opération d'A/D.



Woo [WOO 94] proposent une approche utilisant à la fois un concept de contact, de direction d'extraction et de mobilité de composants afin d'identifier des opérations de désassemblage et de séquencer ces opérations en un processus d'A/D. Une opération de désassemblage est considérée comme équivalente à une translation permettant de séparer un composant du groupe de composants auquel il est lié. Ceci conduit à la génération d'une structure d'arbre, nommée Arbre de Désassemblage (**AD**<sup>13</sup>). En traversant l'AD selon un chemin descendant ou ascendant, une séquence minimale d'opérations pour le désassemblage ou l'assemblage apparaît. Ainsi, un AD caractérise la complexité logique d'un processus d'A/D. A chaque opération d'A/D (nœud de l'arbre) peut correspondre plusieurs mouvements pour séparer un composant : ceci représente la complexité géométrique des nœuds de l'AD.

Une opération élémentaire d'A/D suppose que les composants d'un assemblage sont strictement en contact. Afin de simplifier le modèle de cette opération, on considère en premier lieu des assemblages avec seulement deux composants : le composant qui doit être séparé, l'autre représentant un sous-ensemble, i.e. le reste de l'assemblage.

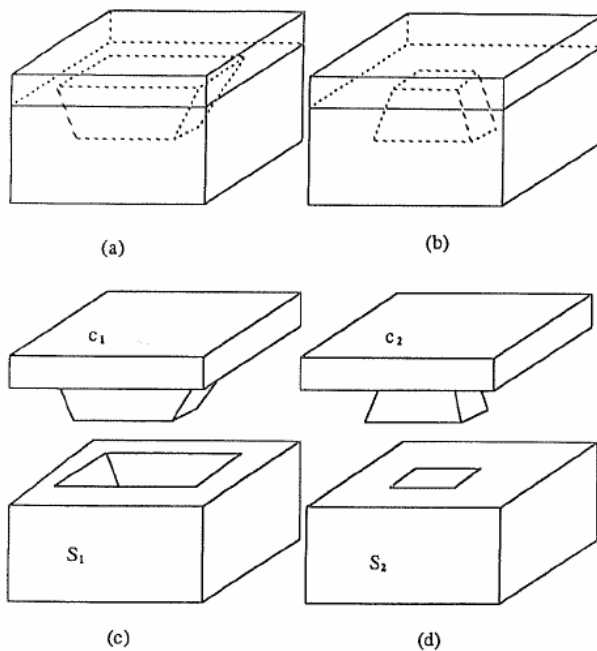


Figure 1.13 : Illustration du concept de « désassemblabilité » : a), c) configuration désassemblable ; b), d) configuration non démontable.

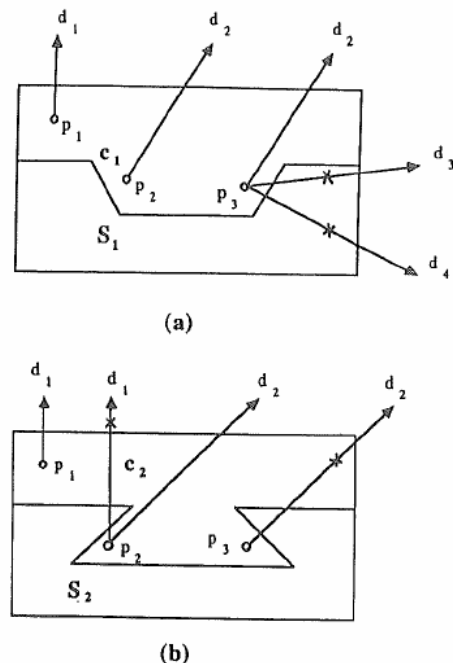


Figure 1.14 : Caractérisation de la « désassemblabilité » de composants à l'aide de propriétés de directions de déplacements de composants.

La Figure 1.13 (a et b) donne un exemple de deux configurations. Il est évident que le composant  $c_1$  est désassemblable par rapport au sous - ensemble  $S_1$ , tandis que le composant  $c_2$  ne l'est pas par rapport à  $S_2$ . Le critère de désassemblage permettant de distinguer ces deux configurations consiste à calculer un ensemble de directions le long desquelles un composant peut être translaté sans qu'il interfère avec le sous-ensemble.

Bien que réduit à des mouvements de translation uniquement et qu'aucune précision ne soit fournie quant au modèle géométrique utilisé pour décrire les composants, cette approche montre l'importance de la relation entre géométrie des composants et opérations d'A/D jusqu'au niveau du séquencement de ces opérations.

<sup>13</sup> Disassembly Tree

Rajan et al. [RAJ 97] présentent une méthodologie de calcul des degrés de liberté des composants à partir des contraintes géométriques d'assemblage. Deux types de contraintes d'assemblage de surfaces sont pris en considération : contact cylindrique correspondant à une liaison pivot et contact plan correspondant à une liaison plan/plan. Une fois déterminé un composant immobile, les degrés de liberté de chaque composant peuvent être définis pour dans l'assemblage. Une modélisation des mobilités permet de définir des translations dans des directions orthogonales à des liaisons planes ou bien dans le plan de ces liaisons et/ou des rotations correspondant à des liaisons pivots. Les mouvements peuvent être d'amplitude finie ou infinitésimale pour les translations. Ces mouvements ne représentent qu'une partie des mouvements permettant de lier/séparer des composants lors de simulations d'opérations d'A/D et ne permettent donc pas de générer toutes les séquences d'A/D réalisables.

Pour certaines structures d'assemblage, il est nécessaire de désassembler les composants parallèlement pour arriver à un certain composant interne donné (voir Figure 1.15). Ces problèmes de désassemblages parallèles ne sont pas faciles à résoudre, en général. Pour réduire la complexité algorithmique de recherche de séquences de désassemblage, Chen [CHE 97] introduit un graphe simplifié de contacts et développe un algorithme spécifique de désassemblage parallèle, en 2D, d'objets soumis à des translations uniquement. Cet algorithme de divisibilité vérifie si un composant est démontable lorsque soumis à une translation finie. Il est important de mentionner qu'un composant peut être séparé mais pas démonté. A la Figure 1.16, le composant A est séparable mais indémontable avec un mouvement de translation.

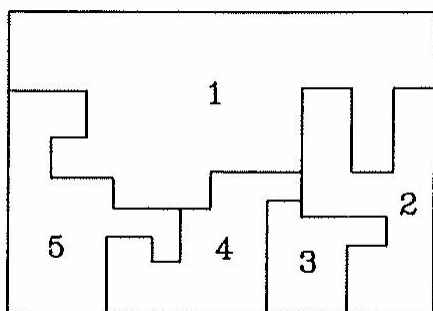


Figure 1.15 : Exemple d'assemblage parallèle en 2D ; (les composants 1 et 5) doivent être démontés simultanément.

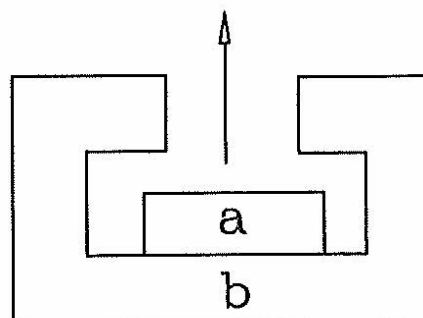


Figure 1.16 : Exemple où le composant a est séparable mais pas démontable.

Cette approche indique la nécessité de distinguer les notions de séparation et de démontabilité. La première fait référence à des mouvements infinitésimaux alors que la seconde est associée à des mouvements d'amplitude finie. Par ailleurs, cette approche est restreinte à des mouvements de translation uniquement et situés dans des plans parallèles.

Rajan [RAJ 96] propose une nouvelle représentation des contraintes de liaison entre composants interagissant avec le séquençage des opérations d'A/D. A travers l'analyse des mobilités des composants, il s'agit de déterminer ceux qui contraignent d'une manière minimale le processus de planification des opérations (voir Figure 1.17). La contrainte minimale principale pour un composant est l'ensemble de tous les états minimaux des sous-ensembles qui contraignent complètement son assemblage.

La méthode proposée détermine le plus petit ensemble de contraintes imposant des précédences entre certains composants assemblage. Le concept de contrainte minimale principale est aussi étendu aux liaisons entre les composants. La contrainte minimale prioritaire pour une

liaison entre deux composants est l'ensemble de tous les sous-ensembles qui empêchent l'accomplissement de la liaison dans la configuration finale de l'assemblage. La description complète d'un assemblage est adressée sous l'angle de la géométrie uniquement. Les informations technologiques et les contraintes correspondantes de séquençement ne sont pas prises en compte et les déplacements des composants sont représentés par des translations uniquement. Les éléments technologiques et intrinsèques au séquençement d'un assemblage de la description de l'assemblage sont utilisés essentiellement pendant le processus de génération de séquences considéré comme étant découplé. Les contraintes minimales prioritaires basées sur des informations géométriques permettent d'obtenir une flexibilité maximum pour réaliser les tâches d'assemblage. Cette démarche est restreinte à des mouvements dans le plan uniquement.

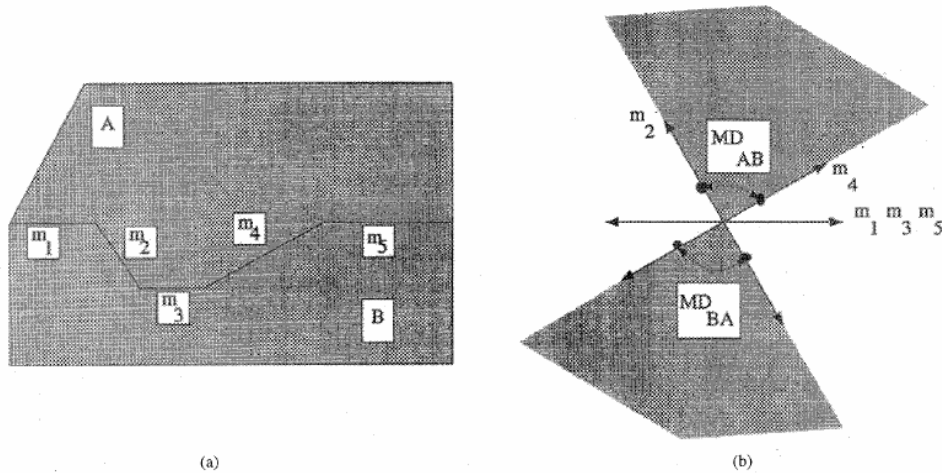


Fig. 1.17 Représentation des directions d'assemblage pour une paire de composants.

Wilson et al. [WIL 94] introduit le concept de NDBG<sup>14</sup> pour la modélisation des mobilités relatives de composants afin de contribuer à l'analyse d'opérations d'AD et mettre en évidence des contraintes de séquençement de ces opérations. L'approche est applicable à des objets 3D facettisés et les mobilités considérées sont des translations uniquement. Tout mouvement relatif de rotation est ramené à une série de translations infinitésimales. Dans ce cadre, l'analyse des mobilités est ramenée à des algorithmes dont la complexité est polynomiale en fonction du nombre de composants  $n$ , du nombre de sommets définissant la représentation facettisée de zones de contact  $v$  et du nombre de paires de composants en contact  $c$ , alors la complexité s'exprime  $O(ncv^5)$ . Le concept central qui est à la base des NDBG est d'établir l'espace contenant toutes les directions possibles d'assemblage. Un partitionnement de toutes les directions de translation de l'espace est effectué et selon les directions concernées, un graphe est associé à chaque partition qui détermine le comportement de l'assemblage pour cette partition. Illustrés à la Figure 1.18, dans le cas des directions  $d_1$  et  $d_2$ , des exemples de NDBG sont fournis montrant, pour  $d_1$  : que  $P_4$ ,  $P_3$ , sont séparables mais que  $P_1$  et  $P_2$  restent liés ; pour  $d_2$  : que  $P_1$  et  $P_2$  d'une part et  $P_4$  et  $P_3$  d'autre part forment des sous-ensembles séparables.

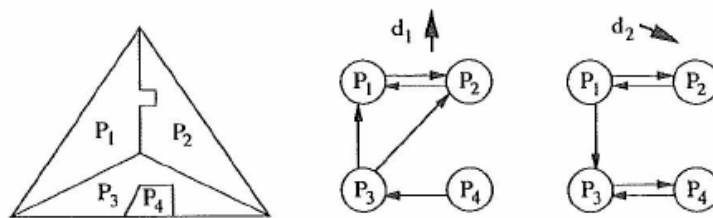


Figure 1.18 : Un exemple d'assemblage et les deux NDBG correspondant aux translations  $d_1$  et  $d_2$ .

<sup>14</sup> Non Directional Blocking Graph

Les NDBG constituent des outils généraux capables de structurer des assemblages comportant des configurations complexes. Toutefois, les mobilités de rotation ne sont pas explicitement représentées et la représentation de composants 3D facettisés ne permet pas une représentation correcte des mouvements relatifs de type arbre/alésage. En effet, la facettisation des sections circulaires de l'arbre et de l'alésage produit des polygones qui peuvent être : exactement identiques (dans ce cas aucune rotation ne sera possible entre ces composants) ou bien en intersection (dans ce cas un NDBG ne peut être construit).

La description de transformations rigides décrites à l'aide de quaternions duaux présente des propriétés avantageuses et permet de réduire le temps d'exécution de certaines opérations de transformations géométriques d'objets. Ainsi, Kavan et al. [KAV 06] ont utilisé cette représentation pour définir des trajectoires de points clés dans des opérateurs de déformation afin de combiner simultanément des mouvements de rotation et de translation. Il ne s'agit pas ici de représentation d'ensemble de trajectoires mais de description de combinaison de mouvements élémentaires, i.e. translation et rotation.

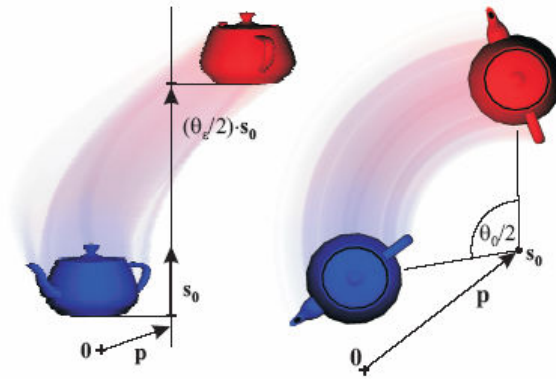


Figure 1.19 : Exemple de mouvement hélicoïdal représentable à l'aide d'un quaternion dual : vue latérale et de dessus.

Rappelons, que chaque transformation rigide peut être décrite comme un mouvement hélicoïdal : rotation autour d'un axe d'un angle  $\theta_0/2$  et translation d'amplitude  $\theta_z/2$  le long du même axe (voir Figure 1.19) et que les quaternions duaux regroupent simultanément ces deux mouvements. Cet axe, dont la direction est déterminée par le vecteur unitaire  $\vec{s}_0$ , ne doit pas passer par l'origine  $O$ . Sa position dans l'espace est donnée par le vecteur  $\vec{p}$  qui indique la distance de l'origine à un point quelconque sur l'axe. Le choix du vecteur  $\vec{p}$  n'est pas unique mais les quaternions duaux s'expriment avec un moment unique :  $\vec{p} \wedge \vec{s}_0$ .

Les parties scalaires et vectorielles d'un quaternion dual ont des significations spécifiques qui les relient à la notion cinématique de vis [DAN 99]. Conformément au théorème de Chasles : *une transformation rigide peut être modélisée par une rotation de même angle autour d'un axe ne passant pas par l'origine et une translation le long de cet axe*. Parce que l'axe d'une vis est une ligne dans l'espace, il dépend de quatre paramètres qui, ensemble avec un angle de rotation et une translation le long de l'axe, constituent les six degrés de liberté d'une transformation rigide (voir Figure 1.20). Les quaternions duaux ont aussi été utilisés pour relier les mesures faites par une caméra (position d'un objet dans le repère de cette caméra) montée à l'extrémité d'un robot à la position de cet objet dans le repère extrémité du robot.

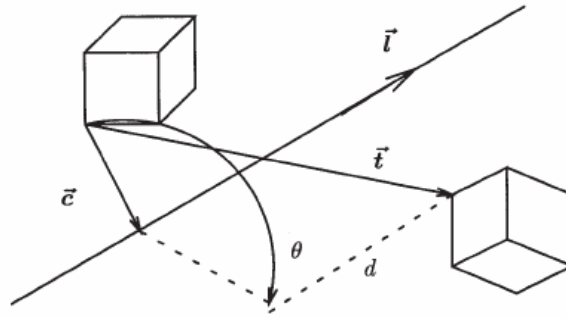


Figure 1.20 : Paramètres géométriques décrivant une transformation rigide correspondant à un mouvement de type vis.

Les quaternions duaux offrent donc la possibilité de décrire une transformation rigide avec une unicité de représentation des paramètres pour la rotation et la position relative d'un objet par rapport à une position de référence.

### 1.5.2. Représentation des directions de mobilité sur une sphère unité

Comme mentionné dans l'introduction générale, le concept de « sphère unité » est fréquemment utilisé pour modéliser l'accessibilité à un composant ou la mobilité de liaisons cinématiques. Beaucoup de travaux scientifiques ont été présentés sur ce sujet. Parmi ceux-ci, une méthode d'analyse de l'accessibilité géométrique d'outillage est proposée par Chung et al. [CUN 05]. Les auteurs utilisent le concept de cône d'accessibilité (GAC<sup>15</sup>) discrétisés afin de réduire la complexité de détermination d'intersections (voir Figure 1.21, 1.22). Le concept de GAC développé dans ce travail est semblable aux modèles d'enlèvement de matière basés sur des approches de type buffer de profondeur. Cette approche répond également à l'analyse d'accessibilité d'outils dans plusieurs applications : machines multi - axes, numérisation laser, machine à mesurer 3D.

La démarche décrite contribue à la validation d'opérations d'A/D incluant la mise en œuvre d'outillage mais aussi au support de systèmes tels que la planification de production assistée par ordinateur (CAAP<sup>16</sup>), la conception pour la fabrication (DFM), la conception pour l'assemblage (DFA) et le désassemblage – Design for Disassembly (DFD) et la sélection d'outils assistée par ordinateur (CATS<sup>17</sup>).

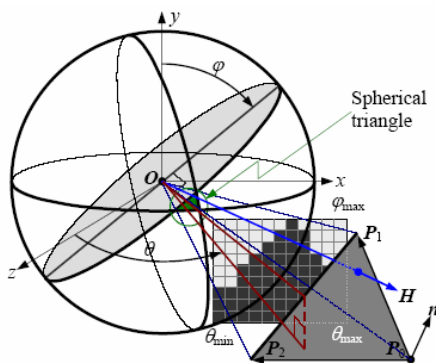


Figure 1.21 : Génération d'un cône d'accessibilité et discrétisation correspondante des directions.

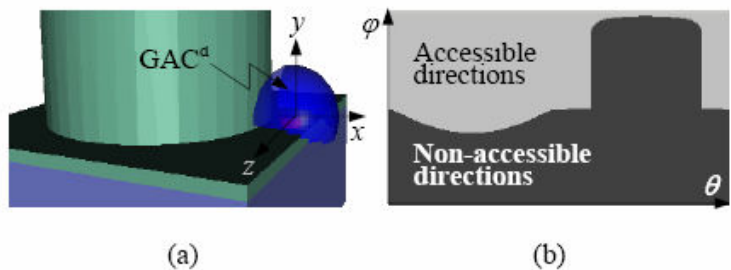


Figure 1.22 : Exemple d'un GAC construit à partir d'une fixation et carte d'accessibilité correspondante exprimée dans l'espace  $(\theta, \varphi)$ .

<sup>15</sup> Global Accessibility Cone

<sup>16</sup> Computer Aided Assembly Planning

<sup>17</sup> Computer-Aided Tool Selection

L'utilisation décrite pour le cône d'accessibilité ne fait référence qu'à des directions de translation et repose sur une représentation discrète des directions sur la sphère unité. Ceci a pour conséquence d'accélérer les calculs d'intersection nécessaires pour déterminer l'accessibilité d'un outillage dont le positionnement ne requiert pas une précision importante. Toutefois, cette discrétisation n'est pas compatible avec les configurations de combinaisons de mobilités auxquelles une maquette numérique est soumise. En effet, des combinaisons de translations peuvent aboutir à une seule direction valide ou bien des directions contenues dans un plan uniquement ce qui se réduit à un point ou bien un cercle sur la sphère unité. Le recours à une représentation discrète permet difficilement d'obtenir de telles solutions.

L'analyse de prototypes virtuels et, en particulier, la phase de désassemblage nécessite l'emploi de modèles de mobilité. Siddique et al. [SID 97] proposent un modèle de mobilité représentant des directions de translation sur une sphère unité pour caractériser les mouvements relatifs de composants. La simulation de processus de désassemblage d'un produit est conduite dans un environnement virtuel interactif et le modèle du produit est généré à partir d'une maquette numérique CAO qui est facettisée. La désassemblabilité et les directions possibles de séparation des composants sont calculées à partir des normales aux facettes des surfaces en contact. Les surfaces de contact forment des directions  $d_i$  sur une sphère unité (voir Figure 1.23). Dans le cas de surfaces de contact curvilignes (cylindriques, coniques etc.), l'hypothèse d'existence d'un axe de rotation associé à la discrétisation de ces surfaces permet un traitement particulier pour déterminer des mouvements de rotation. En considérant les normales aux surfaces de contact des composants, les directions de désassemblage des composants sont décrites à partir du polygone convexe s'appuyant sur les points d'intersection entre  $d_i$  et la sphère unité. Toutefois, ce polygone ne décrit pas nécessairement des directions réalisables car les directions d'extraction ne sont pas nécessairement représentées par des polygones convexes sur la sphère unité et peuvent être constituées de plusieurs composantes connexes. Des limites complémentaires des algorithmes sont :

- toutes les directions réalisables de déplacement ne sont pas calculées,
- seulement des contacts plans sont pris en considération.

Les contacts arbre/alésage sont traités à l'aide des axes fournis en complément de la discrétisation de la surface mais les rotations ne sont pas prises en compte pour l'élaboration de mouvements de séparation de composants. Les directions effectives de mobilité d'un composant par rapport à ces composants voisins sont obtenues par l'intersection des plans des faces, translatisés à l'origine de la sphère unité, correspondantes au polygone convexe défini précédemment (voir Figure 1.23).

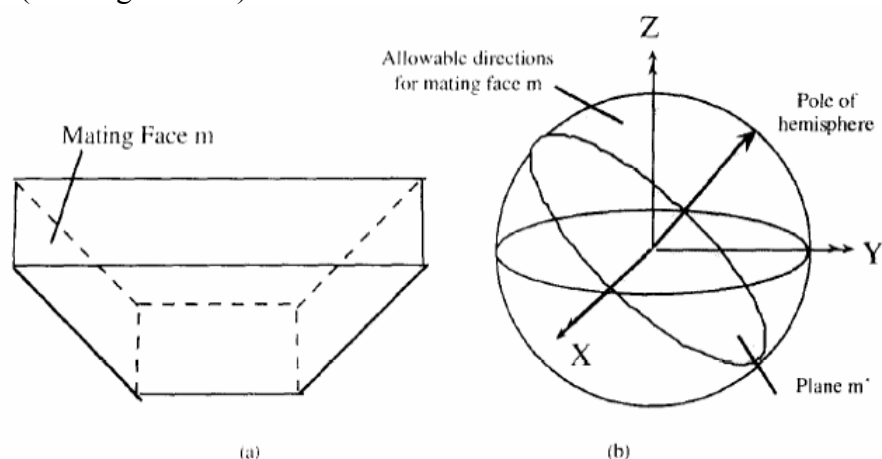


Figure 1.23 : a) Pièce avec face d'assemblage  $m$ ; b) directions de déplacement permise pour la face  $m$ .

En utilisant le concept de sphère unité, Romney et al. présentent un outil permettant de déterminer automatiquement comment assembler un ensemble à partir de ses composants, à l'aide d'une description géométrique de l'assemblage [ROM 95]. Les données initiales sont issues d'un logiciel de CAO et sont de nature polyédrique. L'identification des contacts permet de déterminer les cônes de translations libres (LTF<sup>18</sup>) représentant toutes les translations possibles d'un composant par rapport à un autre à l'aide de domaines définis sur une sphère unité (voir Figure 1.24). Seules, les translations sont prises en compte mais les surfaces peuvent être planes ou cylindriques et définir des domaines sur la sphère unité qui peuvent être composés d'une ou plusieurs composantes.

Dans cette approche, les liaisons sont identifiées à partir du modèle CAO de l'assemblage et les opérations d'assemblage sont dérivées de NDBG et réduites à des mouvements de translation pour la séparation de composants. Afin de valider ces opérations, les translations d'amplitude finie sont modélisées à l'aide de sommes de Minkowski appliquées aux composants.

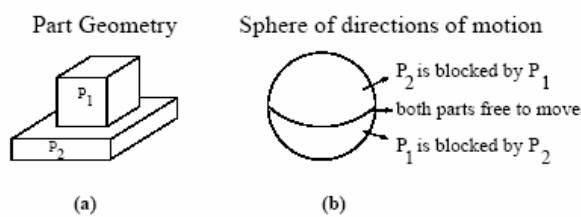


Figure 1.24 : Pour cet ensemble de deux pièces, les directions possibles de mouvement sont divisées en trois régions représentant le cône de translations libres.

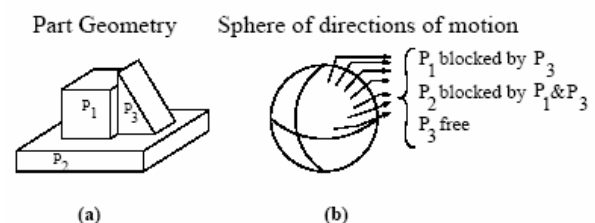


Figure 1.25 : Dans chaque région de la sphère la relation de blocage est constante.

Woo [WOO 94] décrit la manière dont une pièce 3D est cartographiée sur la sphère unité afin de déterminer ainsi sa visibilité vis-à-vis d'un outil ou, plus généralement, une entité géométrique. Le concept de visibilité prend son sens quand une paire d'entités géométriques, qui consiste en une source et une cible, est prise en considération. La cible peut être un point, un segment de courbe ou une surface. De façon similaire, la source peut être modélisée hiérarchiquement en ordonnant les entités par dimension de variété géométrique comme pour la cible : 0 D (points), 1 D (courbes), et 2 D (surfaces).

Une carte de visibilité s'obtient par intersection de visibilité élémentaires d'entités sources. Le concept de visibilité s'appuie sur une carte de Gauss. De manière analogue à un hodographe, qui est une carte de tangentes, une carte de Gauss est une carte de normales à une entité géométrique définie sur la sphère unité. Chaque point d'une carte de visibilité dénote une direction dans laquelle ce point sur une surface  $S$  est visible à une distance infinie et selon toutes les directions de l'hémisphère associée au plan tangent au point considéré à  $S$ . Les concepts de cartes de Gauss et de visibilité constituent des formulations correspondant à des mobilités de translation uniquement et s'apparentent donc aux approches décrites précédemment pour représenter l'accessibilité ou la mobilité d'un composant dans un contexte d'A/D.

Plus de détails sur les sphères unités et les quaternions seront présentés aux chapitres 2 et chapitre 3. Si la section ci-dessus indique l'intérêt que représente la sphère unité pour décrire des familles de directions de translations car il d'agit d'un besoin récurrent pour la modélisation d'opérations d'A/D, d'autres méthodes ont été proposées qui limitent les directions à quelques unes, il s'agit de : *matrices d'interférence* de composants, de *matrices de connexion*, de matrices de *séquences de désassemblage* [KAN 96, ZHA 01, ZHA 03, ZHA 04], qui ne sont pas détaillées ici car plus restrictives que les méthodes décrites dans cette section et à la section précédente.

<sup>18</sup> Local Translational Freedom cones

## 1.6. Méthodes de simulation d'un processus d'A/D

Les méthodes de simulation d'un processus d'A/D peuvent être réparties selon les catégories :

- simulations interactives lorsque l'utilisateur interagit avec le logiciel de simulation d'A/D pour définir les paramètres caractéristiques du produit étudié. Le séquençement des opérations d'A/D est produit sous forme de graphe et constitue un des résultats principaux de la simulation,
- simulations immersives lorsque l'utilisateur réalise des opérations d'A/D dont il pilote la trajectoire de composants, en temps interactif, à travers des périphériques immersifs de type réalité virtuelle.

### 1.6.1. Simulations interactives

Un environnement de simulation de processus d'assemblage, RAPID, basé sur des AG des techniques d'Intelligence Artificielle (IA) insérées dans un système multi - agents a été proposée Zha [ZHA 04]. Les caractéristiques principales de cet environnement adressent la planification et la simulation d'A/D en utilisant les réseaux de Pétri et des connaissances associées, par exemple : la modélisation et l'acquisition des connaissances, la modélisation de la relation fonction - comportement - structure, des bases des données relationnelles floues, le raisonnement à partir de cas, des règles de conception d'assemblage etc.

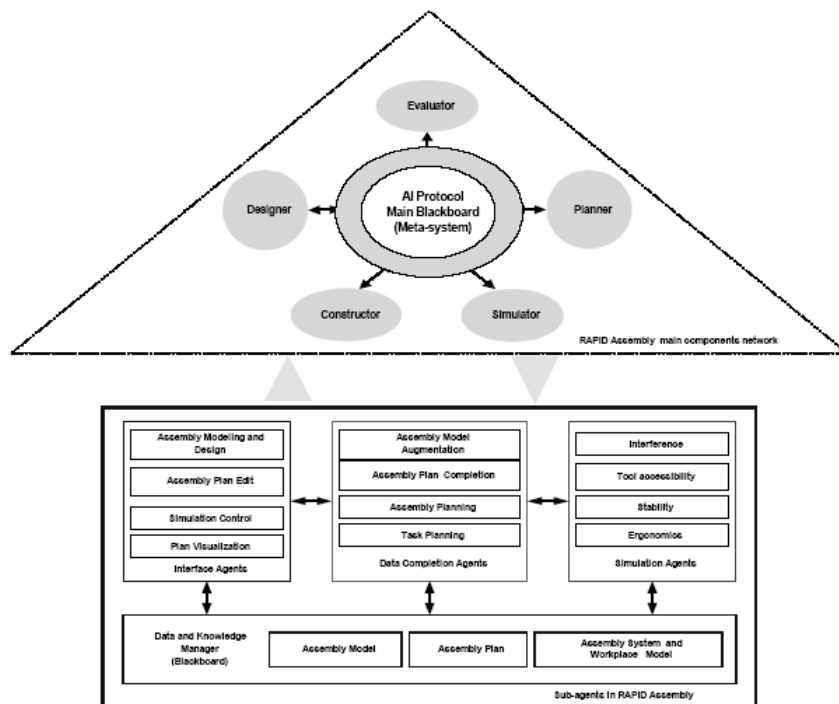


Figure 1.26 : Architecture de l'environnement de simulation d'assemblage RAPID.

Le système RAPID contient six composants fonctionnels majeurs : un agent de conception de l'assemblage (*Designer*), un agent de planification (*Planner*), un agent de construction (*Constructor*), un agent d'évaluation (*Evaluator*), un agent de simulation (*Simulator*) et un agent « méta - système » (voir Figure 1.26). Chaque agent peut inclure des sous-agents ou bien plusieurs traitements fonctionnels. L'agent méta - système est utilisé pour



l'intégration, la coordination et le contrôle des autres agents. L'agent *Designer* est utilisé pour modéliser l'assemblage en utilisant des techniques de modélisation fonction - comportement - structure et des techniques de modélisation à base de caractéristiques. L'éditeur de l'assemblage, un sous-agent de *Designer*, peut importer des fichiers CAO comportant des composants individuels en format DXF ou STEP générés par des logiciels externes et les structurer en une représentation d'assemblage. En utilisant les techniques de reconnaissance de caractéristiques, l'éditeur de l'assemblage peut différencier les connecteurs des composants des caractéristiques de l'assemblage. RAPID représente un environnement complet de modélisation nécessitant la spécification d'une quantité importante d'informations dont certaines pourraient être préalablement disponibles, telle la modélisation de composants basée sur des caractéristiques.

Un système de modélisation pour une simulation 3D agissant comme une aide à la conception et la commande d'une machine, représentant un nouveau paradigme concernant la simulation de comportement et l'émulation d'une machine sur Internet, a été présenté par Qin et al. [QIN 04]. Le système est conçu et implémenté en utilisant *Java2D* et *Java3D*. Un concept d'assemblage de type glisser - déplacer est proposé et implémenté à l'aide de nouvelles caractéristiques de connexion entre deux composants de l'assemblage (voir Figure 1.27). L'environnement proposé fait plutôt référence à une approche d'avant-projet où les composants sont esquissés car les fonctions de modélisations sont basiques. La caractéristique principale de cette approche concerne plus particulièrement son aptitude à modéliser la commande de la machine simultanément avec sa structure d'assemblage.

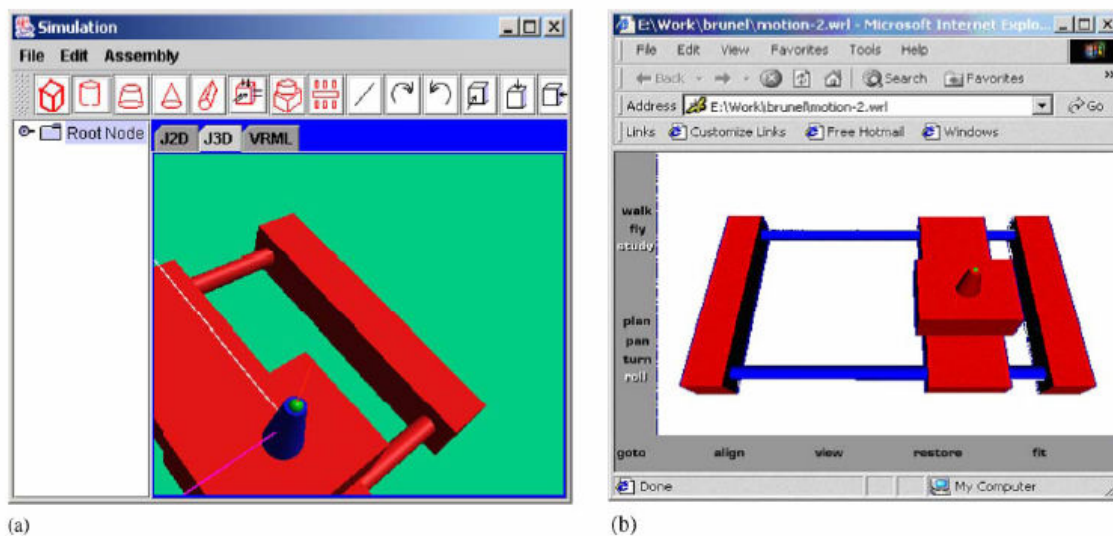


Figure 1.27 : Modules d'affichage. a) Interface de modélisation ; (b) Module vérification VRML.

Afin d'évaluer objectivement les différences entre des séquences d'assemblage réalisables, un environnement CAO a été créé, nommé Planification des Séquences d'Assemblage (ASPEN<sup>19</sup>) et proposé par Kanai [KAN 96]. ASPEN cherche automatiquement toutes les séquences d'A/D réalisables en utilisant des modèles CAO 3D du point de vue géométrique à partir de la décomposition hiérarchique des modèles solides d'un produit en choisissant une séquence d'A/D optimum correspondant au temps d'opération le plus court (voir Figure 1.28). Les méthodes MTM<sup>20</sup> et DFA, agissant comme des standards de fait, elles sont utilisées pour évaluer explicitement les différences de temps d'exécution des opérations d'A/D

<sup>19</sup> Assembly Sequence Planning and Evaluation system

<sup>20</sup> Methods Time Measurement

parmi les séquences réalisables. La méthode d'évaluation proposée est évaluée à travers une expérience mettant en œuvre une tâche d'assemblage réelle et montre la cohérence de la simulation par rapport à cette tâche.

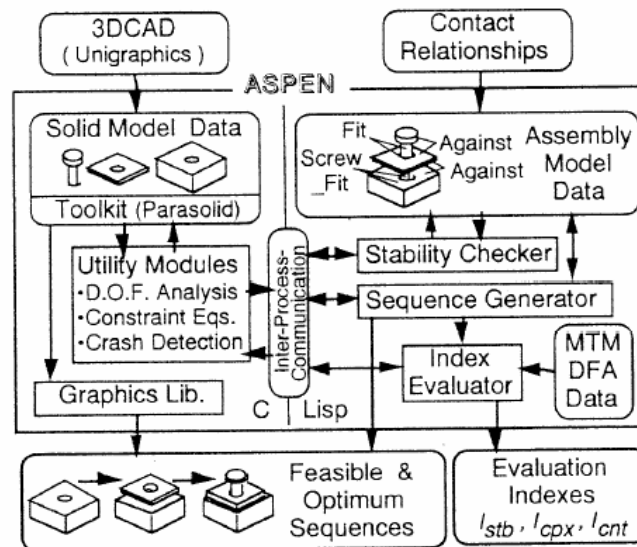


Figure 1.28 : Structure du système ASPEN.

Cette section recouvre également les travaux analysés aux sections 1.3 et 1.4 où certains d'entre eux sont aussi associés à des environnements logiciels. Les exemples présentés ci-dessus illustrent, en complément, le fait les environnements proposés peuvent être qualifiés d'autonomes car ils n'abordent pas le problème global de l'insertion du processus de simulation de processus d'A/D dans un PDP. En effet, les conséquences de ces environnements ne permettent pas de mettre en évidence comment des simulations de comportement structurel, de processus de fabrication, etc. n'entraînent pas d'augmentation de la durée d'un PDP lorsqu'elles sont associées avec des processus de simulation d'A/D.

Cette analyse montre également que la plupart des approches abordent le problème de la simulation de processus d'A/D en considérant les représentations 3D des composants indépendamment les uns des autres et en considérant l'étape d'assemblage comme nécessitant l'ajout d'informations complémentaires relatives aux contacts, aux mobilités relatives des composants. Quelques approches uniquement [REJ 00 et MAS 02], initient l'utilisation d'informations technologiques et tendent à considérer une maquette numérique comme apportant plus d'informations qu'un ensemble de composants isolés.

### 1.6.2. Simulation immersives

Les simulations immersives et leurs applications au processus d'A/D sont analysées à travers deux catégories selon que les environnements immersifs correspondant comportent un ou des périphériques haptiques ou bien n'utilisent aucun dispositif haptique. Les premiers travaux présentés utilisent des périphériques haptiques.

Il convient également de préciser que tous les environnements virtuels reposent sur une représentation facettisée des objets, qu'il s'agisse de visualisation ou bien de détection de collisions.

Des méthodes pour créer une interface directe entre un système paramétrique de CAO et l'environnement immersif VADE <sup>21</sup> (voir Figures 1.29, 1.30) sont présentées dans [JAY 97 et JAY 07]. La géométrie de chaque composant est extraite avec l'information d'assemblage (positions des pièces et contraintes de positionnement produites par le module d'assemblage CAO). Le système comporte la vision stéréoscopique, la localisation et l'interaction de l'utilisateur. VADE permet la simulation d'un assemblage à deux mains.

Quand une pièce est sélectionnée par l'utilisateur, les contraintes qui appartiennent à cette pièce sont chargées. Elles sont représentées visuellement par des plans et des axes sur le composant qui a été choisi et sur le composant avec lequel il doit être assemblé. Quand un composant A est partiellement assemblé sur un composant de référence puis libéré, une combinaison de détection de collisions, du mouvement dû à la gravité et du mouvement représentant la contrainte cinématique entre les composants est utilisée pour simuler le mouvement réel de A. Ceci permet une simulation de glissement, d'oscillations, séparément ou simultanément. Les composants évoluent selon un mouvement libre quand l'utilisateur le laisse tomber en ouvrant la main ou bien en le jetant et respecte les lois de la mécanique. Bien que l'environnement immersif n'utilise pas la détection de collisions lors de la simulation d'opérations d'assemblage, elle est disponible comme aide à l'identification des problèmes d'interférence lors de la recherche de trajectoires d'assemblage, i.e. configuration où le composant dispose de six degrés de liberté.

VADE a la capacité d'extraire des informations d'assemblage d'une maquette numérique. Ces informations sont ensuite utilisées pour construire une base des données des contraintes de mobilité des composants, qui est ensuite utilisée en temps réel, pendant le fonctionnement de VADE. Le module d'extraction de maquettes numériques permet également l'extraction de la structure d'arbre de l'assemblage. La méthode est intéressante mais limitée parce que compatible seulement avec *ProEngineer*.

L'environnement d'un composant peut être créé en utilisant une méthode choisie par l'utilisateur. Par exemple, tout système CAO peut être utilisé pour modéliser la géométrie de l'environnement et exporter des modèles facettisés. Des textures peuvent être définies et associées à ces objets. VADE permet également une modification paramétrique limitée des composants, dans l'environnement virtuel. Ces modifications sont communiquées au modèle CAO, qui est actualisé et la géométrie est mise à jour en temps réel dans VADE.

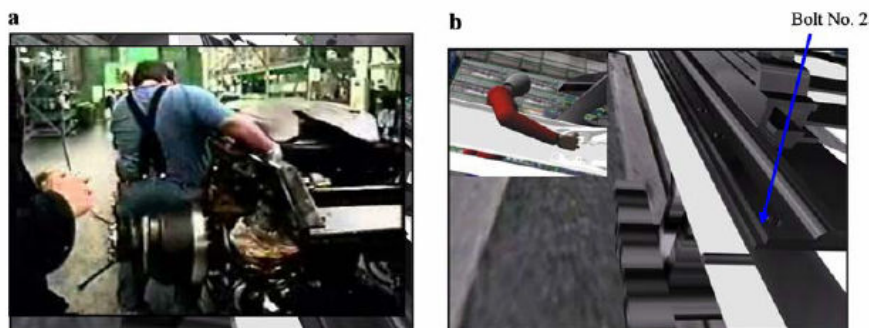


Figure 1.29 : a) Insertion réelle du boulon N°2 par l'opérateur ;  
b) points de vue correspondant aux 1<sup>ère</sup> et 3<sup>ème</sup> personnes vues par VADE.

<sup>21</sup> Virtual Assembly Design Environment

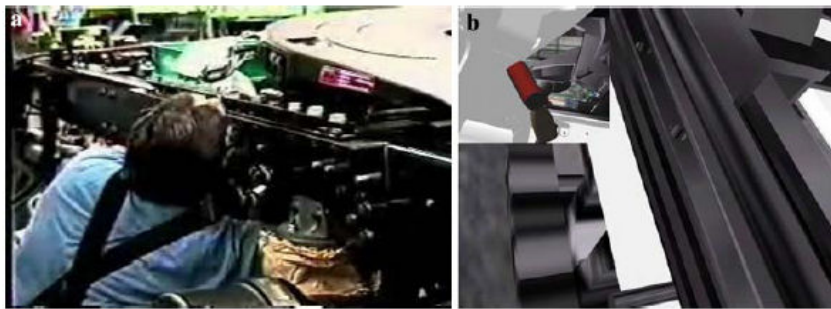


Figure 1.30 : a) Positionnement du boulon N°5 dans l'ensemble réel ;  
b) Positionnement du boulon N°5 dans VADE.

Le développement d'un environnement réel - virtuel pour l'assemblage est un challenge à cause de la complexité des processus physiques et des contraintes imposées par la technologie de la Réalité Virtuelle (voir Figure 1.31). L'approche présentée par Garbaya [GAR 07] concerne le problème des contacts entre composants pendant une opération d'A/D. Le système calcule la force de contact dont l'intensité dépend de la profondeur de pénétration. Deux modèles de mains participent à la simulation : un modèle visuel, un modèle utilisé pour la détection de collisions et la bibliothèque de simulation physique de la scène. Ces deux modèles sont connectés par un modèle de type ressort - amortisseur linéaire et angulaire. La force calculée lors d'une collision est perçue par l'opérateur à travers l'interface haptique. Une étude de l'effet de la perception de la force de contact sur la performance de l'utilisateur pendant une opération d'insertion test de type arbre/alésage est menée (voir Figure 1.32).

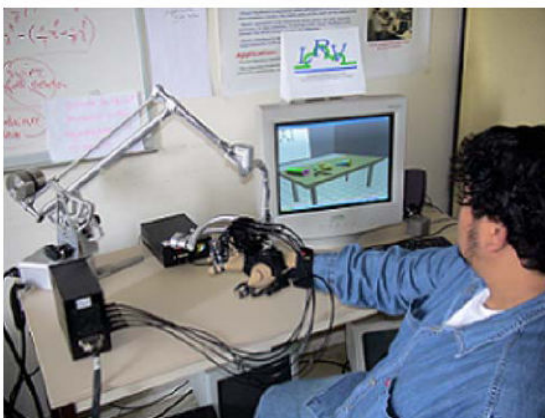


Figure 1.31 : Système haptique utilisé pour simuler une opération d'assemblage virtuel de type insertion arbre/alésage.

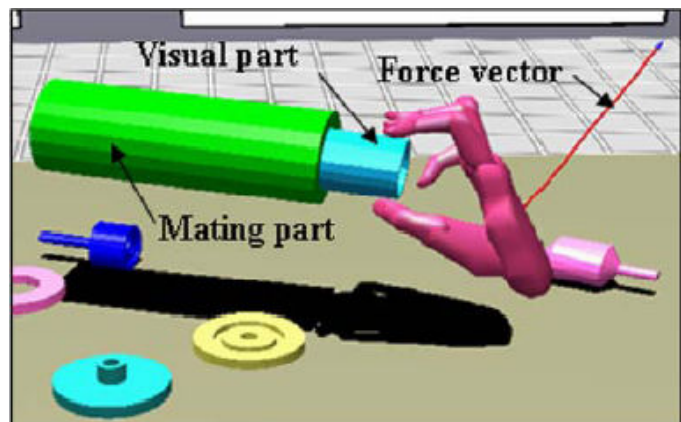


Figure 1.32 : Modèle virtuel de la main et des composants participant à la manipulation.

L'étude expérimentale montre que, lorsque l'opérateur perçoit les forces générées par le contact entre les pièces, il réalise l'opération d'insertion en un temps inférieur par rapport à la situation où la sensation haptique est limitée aux forces appliquées aux bouts des doigts pendant la phase de préhension de l'objet à insérer et plus aucun effort n'est transmis lors de la phase d'insertion. Les résultats issus de cette étude montrent qu'en dépit de l'augmentation significative de la performance de l'utilisateur obtenue par la prise en compte des forces de contact entre les composants, la performance de l'utilisateur reste nettement plus élevée lorsqu'il réalise la même opération dans le monde réel.

Lim et al. [LIM 07] quantifient l'influence d'un retour d'effort haptique lors d'une opération d'assemblage sur la performance de l'utilisateur. Pour étudier les processus d'interaction homme - machine lors de simulation d'assemblage, la performance de l'insertion d'un arbre dans un alésage a été évaluée pour déterminer l'influence de dispositifs haptiques et stéréoscopiques sur le temps d'exécution de cette tâche (voir Figure 1.33). L'objectif principal est de comparer le temps nécessaire pour l'exécution des six tâches différentes d'assemblage dans des environnements virtuels avec les caractéristiques suivantes : dynamique de corps rigides, affichage stéréo et retour d'effort haptique, et d'évaluer ainsi l'impact relatif de chaque technologie sur la performance de l'utilisateur.

Deux conclusions importantes ressortent des résultats : premièrement, les détails géométriques des composants (chanfreins par exemple), affectent l'exécution globale de la tâche seulement lorsque le retour d'effort est utilisé ; deuxièmement, la différence de durée de l'opération est approximativement similaire pour les simulations arbre / alésage et au minimum une durée égale au double de l'assemblage réel.

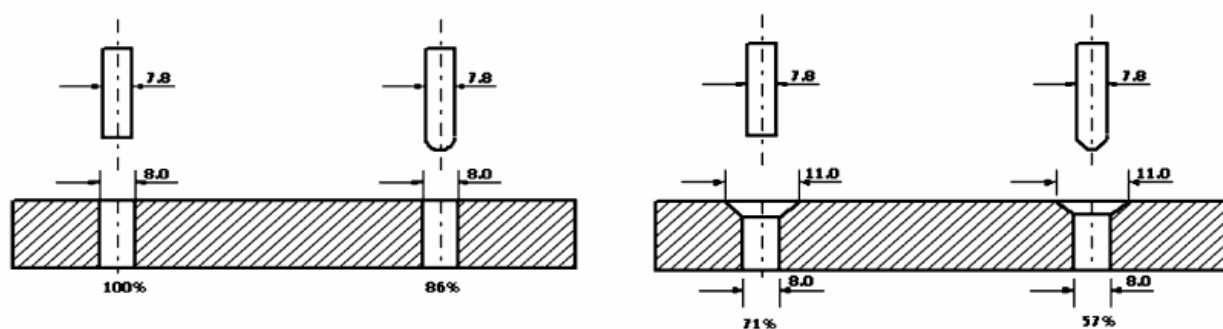


Figure 1.33 : Arbres et alésages avec extrémités variables et indications de temps relatifs d'assemblage.

Récemment, Tchin [THC 10] a montré l'intérêt de prendre en compte des changements de modes lors de phases d'insertion / extraction où la génération de contraintes cinématiques pouvait prendre le pas sur des phases de mouvements à six degrés de liberté associées à une détection de collisions. Ces changements de modes constituent une première approche pour obtenir des simulations plus réalistes d'opérations d'A/D où les mobilités cinématiques relatives des composants deviennent un paramètre complémentaire de la maquette numérique participant au contrôle des simulations d'opérations d'A/D.

Brough et al. [BRU 07] proposent le concept de Studio Virtuel de Formation (SVF<sup>22</sup>), utilisant un environnement immersif et servant de base pour un système de formation à des opérations de maintenance. Ce dernier permet aux superviseurs de créer des instructions de formation permettant aux stagiaires d'apprendre les opérations d'A/D dans un environnement virtuel. Le système est principalement axé sur la partie cognitive de la formation pour que les stagiaires apprennent à reconnaître les pièces, à se rappeler les séquences d'A/D et à orienter correctement les pièces pendant ces opérations. SVF se décompose selon trois modules principaux ; l'espace de travail virtuel, l'Auteur Virtuel<sup>23</sup>, l'Instructeur virtuel. L'Auteur Virtuel inclut une connexion spécifique à ProEngineer qui permet à l'utilisateur de charger une maquette numérique dans ProEngineer et de l'importer en formats VRML, STL, XML acceptés par SVF. La structure de SVF est présentée à la Figure 1.34. L'environnement SVF n'utilise pas de périphérique haptique afin de conserver un coût relativement faible pour l'environnement immersif.

<sup>22</sup> Virtual Training Studio (VTS),

<sup>23</sup> Virtual Author (VA)



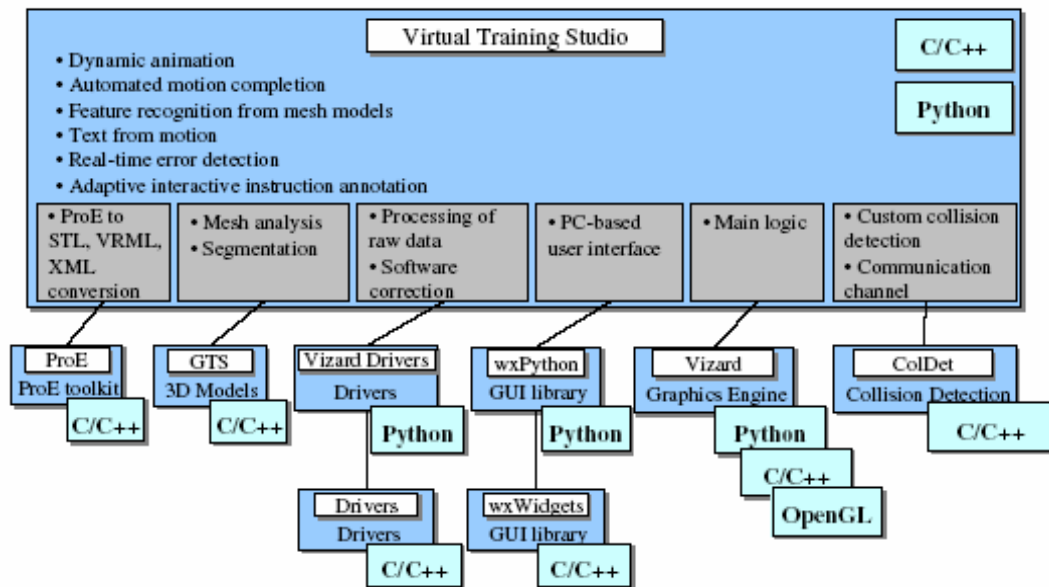


Figure 1.34. : Architecture de l'environnement immersif du Studio Virtuel de Formation.

L'instructeur charge l'assemblage dans l'environnement de l'Auteur Virtuel. Le processus de formation est divisé en trois étapes. Dans la première, l'auteur commence avec un assemblage complet et décompose ces pièces et sous-ensembles, en créant ainsi une séquence d'A/D. Dans ce processus, l'instructeur déclare des symétries et spécifie les types de symétrie s'il y en a. Lors de la seconde, l'instructeur dispose les composants séparés, sur une table. Dans la troisième, l'instructeur rejoue et annote l'animation contenant la séquence d'A/D générée par l'Auteur. Lors de l'étape deux, lorsqu'un composant ou un sous-ensemble manipulé par l'Auteur Virtuel crée un marqueur final et un marqueur d'insertion pour désigner respectivement un repère abstrait en dehors de l'assemblage et un repère caractérisant la position atteinte en fin d'insertion. SVF permet donc un apprentissage en temps interactif de séquences d'A/D mais ne traite pas la phase d'insertion / extraction qui est réalisée à travers une animation.

Des représentations génériques de contraintes d'assemblage, des relations d'équivalence entre ces contraintes et les degrés de liberté d'un composant, ainsi que le contrôle des mouvements d'un composant soumis à des contraintes caractérisent l'approche d'assemblage virtuel de Yang et al. [YAN 07]. Les étapes de manipulation contrainte de composants incluent : la reconnaissance de proximité d'éléments géométriques appartenant à deux composants distincts, la formulation des contraintes compatibles avec la configuration identifiée, le choix des contraintes activées par l'utilisateur, le déplacement contraint du composant en cours d'assemblage. Les algorithmes correspondant ont été appliqués à un environnement d'assemblage virtuel intégré (IVAE<sup>24</sup>). IVAE utilise la vision stéréoscopique et la localisation de la main de l'utilisateur par capteurs électro - magnétiques mais n'utilise pas de périphérique haptique.

Les auteurs n'évoquent pas la détection de collision pendant le déplacement d'un composant. Les contraintes identifiées, et éventuellement appliquées, confèrent au composant mobile un comportement similaire à celui qu'il aurait si la détection de collisions était active durant les phases de mouvements contraint du composant.

<sup>24</sup> Integrated Virtual Assembly Environment

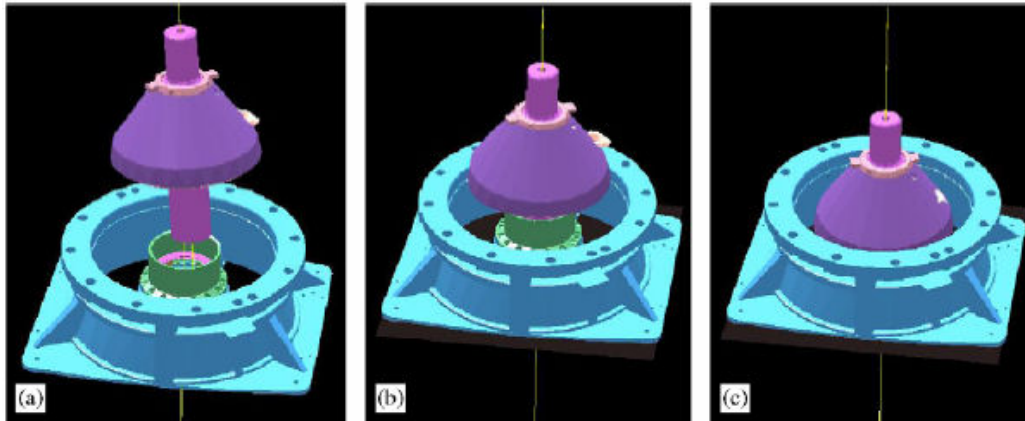


Figure 1.35 : Assemblage virtuel du cône d'un broyeur rotatif : a) identification des contraintes ; b) identification de contraintes durant une phase de navigation ; c) confirmation de contraintes en mouvement de navigation et mouvement contraint correspondant.

Une opération d'assemblage virtuel contraint est structurée selon trois processus principaux : saisir, déplacer et libérer les composants. La phase de saisie est basée sur la collision entre la main virtuelle et un composant puis validée par l'utilisateur. Yang et al. utilisent un concept de niveau d'assemblage afin de déterminer la nature des interactions possibles entre le composant saisi et les composants environnants. Ceci est équivalent à disposer d'une séquence d'assemblage représentant les interactions possibles entre le composant manipulé et les composants environnants à l'étape correspondante du processus d'assemblage. L'identification de contraintes de déplacement débute lorsque la boîte englobante du composant manipulée intersecte la boîte englobante de composants préalablement assemblés. Si une intersection existe, les éléments géométriques de la contrainte qui vérifient les conditions de contact sont affichés et l'utilisateur peut décider si la contrainte détectée doit être activée ou pas (voir Figure 1.36). Si l'utilisateur confirme la contrainte identifiée, la position et l'orientation du composant manipulé sont automatiquement modifiées en conformité avec la contrainte. Si les mouvements du composant sont déjà régis par des contraintes, les nouvelles contraintes sont combinées avec celles qui préexistent. Le processus de libération s'applique au composant pour séparer la main virtuelle lorsque toutes les contraintes du composant ont permis de le localiser précisément. Néanmoins, les auteurs ne formulent pas le critère correspondant.

Ce processus d'assemblage virtuel est illustré à la Figure 1.35 avec le sous-ensemble axe saisi par la main virtuelle et la bride supérieure. Deux contraintes sont utilisées : un segment d'alignement (*line align*) et un segment prescrivant une distance (*align offset*). Les mobilités utilisées comme contraintes sont liées à la nature des surfaces des composants et correspondent à des configurations de glissement où la détection de collisions n'intervient pas afin d'éviter les difficultés inhérentes au traitement de modèles facettisés qui pourraient créer de nombreuses interférences (cas d'un arbre et d'un alésage facettisés et de même diamètre).

La gestion du comportement contraint de composants lors d'opérations d'assemblage à travers la reconnaissance de relations d'assemblage, la détermination des contraintes de mobilité des composants et leurs mouvements contraints pour la réalisation d'opérations d'assemblage immersif sont les éléments de la contribution de Liu et al. [LIU 07]. Ces objectifs sont atteints à l'aide d'un gestionnaire de comportement contraint (CBM<sup>25</sup>). Son rôle est de générer et de structurer le comportement contraint des composants pendant les opérations exécutées par les utilisateurs afin de réaliser des opérations d'assemblage. Les principaux modules du CBM sont :

<sup>25</sup> Constrained Behavior Manager

- La définition des *connexions* d'assemblage : les modèles sont importés en format IGES ou SAT. Ces modèles contiennent seulement des informations géométriques. Donc, une étape nécessaire avant l'assemblage virtuel est de définir interactivement les *connexions* d'assemblage qui décrivent les interfaces entre les composants, en sélectionnant des éléments de surfaces des composants. Cette opération est réalisée sur les modèles B-Rep NURBS car les caractéristiques de formes et les contraintes d'assemblages ne peuvent être échangées entre des systèmes de CAO. Une analyse de concavité / convexité des surfaces cylindriques fournit une aide à la définition des *connexions*. Les *connexions* sont hiérarchisées entre des surfaces élémentaires au niveau le plus bas et des ensembles de surfaces associées à des composants ou des configurations standards (vis, clavette, tenon, queue d'aronde, etc.) au niveau supérieur ;
- L'ajout de connaissances sur le comportement de l'assemblage : le comportement des *connexions* d'assemblage spécifiées est analysé à travers la dépendance d'ensembles de contraintes les uns par rapport aux autres. Ceci conduit à définir des conditions de précedence et donc des étapes d'une séquence d'A/D. Des règles et des contraintes complémentaires entre les *connexions* des composants sont nécessaires et spécifiées interactivement pour préciser les conditions d'assemblage, la séquence d'assemblage et les opérations d'assemblage dans l'environnement virtuel ;
- Les dispositifs de reconnaissance de caractéristiques d'assemblage et de contraintes : le premier dispositif reconnaît les caractéristiques potentielles de l'assemblage entre les *connexions* d'assemblage, tandis que le deuxième reconnaît des contraintes géométriques entre les surfaces ;
- Le dispositif de résolution des contraintes et de génération de mouvement : le mouvement des composants est décrit en résolvant les contraintes appliquées pour que le composant évolue toujours dans son espace de mouvement permis.

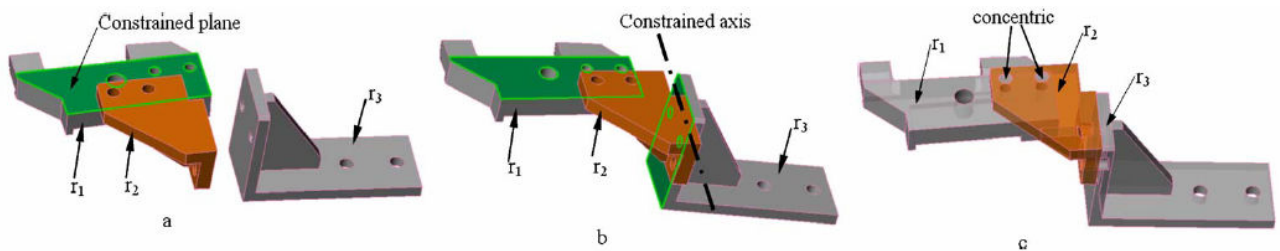


Figure 1.36 : Plan et axe contraints dans un exemple d'assemblage virtuel (les zones vertes représentent des connexions).

Lors de l'exécution d'une opération d'assemblage, un composant est vu comme un ensemble de *connexions*. Ainsi, une opération d'assemblage est vue comme la mise en correspondance des *connexions* avec certaines relations. Quand un utilisateur exécute un assemblage virtuel interactivement, le système va chercher automatiquement la correspondance entre les attributs de *connexions* d'assemblage du composant qui sera assemblé avec ceux des composants déjà assemblés (voir Figure 1.36). Le mouvement contraint d'un composant est appliqué dans les deux cas suivants :

- 1) lorsqu'une nouvelle contrainte géométrique est appliquée, la position relative du composant en cours d'assemblage est ajustée pour satisfaire précisément cette contrainte ;
- 2) si l'utilisateur change la position d'un composant contraint, le mouvement appliqué par l'utilisateur est ajusté pour maintenir le composant dans l'espace de mouvements permis.



La détection de collisions entre les composants est pratiquée entre les composants, à partir de leur représentation facettisée, comme l'impose un environnement immersif mais les auteurs ne commentent pas le traitement de configurations d'insertion arbre / alésage qui entraînent de nombreuses interférences et doivent être prises en compte dans des phases de mouvement contraint. L'assemblage vis – écrou avec des diamètres identiques ne reflète pas la pratique industrielle qui emploie une configuration d'interférence, tout comme d'autres configurations d'interférences sont pratiquées dans des maquettes numériques. L'approche proposée comporte également un grand nombre d'informations à spécifier comme dans [MAS 02] ce qui devient fastidieux pour un assemblage complexe.

Un planificateur d'assemblage virtuel à deux mains pour les tâches d'assemblage est proposé par Sun et al. [SUN 02]. Il coordonne les deux mains pour : la manipulation de composants et la planification des tâches contraintes (voir Figure 1.37). Aucune séquence de prétraitement des composants ou de prédéfinition de séquence d'assemblage n'est nécessaire, car la planification est réalisée en temps réel sur la base des interactions à deux mains. Les caractéristiques des zones de contact et les contraintes de positionnement relatif sont automatiquement actualisées après chaque opération d'assemblage afin de simplifier les opérations suivantes. La manipulation des composants est basée sur l'identification de leurs caractéristiques de forme et des caractéristiques d'assemblage (faces en contact, alignement de cylindres, etc.) importantes pour guider l'utilisateur et faciliter la réalisation d'une opération d'assemblage.

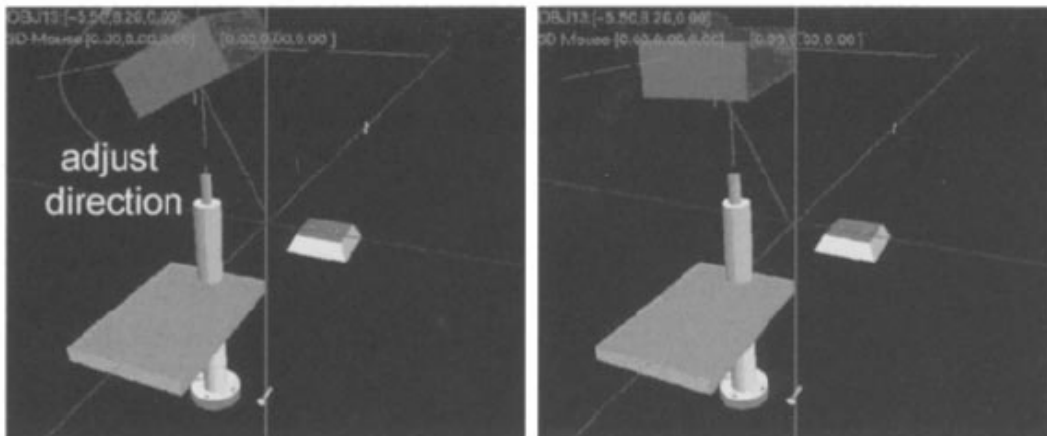


Figure 1.37 : Planificateur d'assemblage virtuel à deux mains :  
a) ajustement de direction ; b) insertion des composants.

L'utilisateur peut naviguer librement dans la scène et bouger la paire de composants reliée par leurs contraintes de mobilité relative, libre de collisions. Pendant la manipulation interactive, les caractéristiques de contact (par exemple, les surfaces de contact et les axes coïncidents) sont mis en évidence à l'écran pour guider le processus d'assemblage étape après étape jusqu'à l'insertion finale d'un composant. Après la mise en position d'un composant, le modèle facettisé de l'assemblage résultant est mis à jour afin de réduire la combinatoire lors de la détection de contraintes de mobilité aux étapes ultérieures d'assemblage.

La détection de collisions repose sur l'utilisation de grilles 3D et de boîtes englobantes, ce qui produit une résolution relativement grossière, rendant délicate la mise en cohérence des informations produites par la détection de collisions avec les contraintes de positionnement relatif des composants. Les auteurs ne précisent pas comment cette cohérence est traitée ni comment la mise à jour du modèle facettisé des composants fusionnés après assemblage peut aborder des configurations quelconques.

Le but principal du système présenté par Marcelino et al. [MAR 03] est l'implémentation d'un *solveur* de contraintes géométriques afin de réaliser des tâches interactives d'A/D dans des environnements virtuels. Le système peut analyser trois types de contraintes: coïncidence, colinéarité et concentricité. Le *solveur* de contraintes utilisé est *D-cubed* et s'apparente donc aux *solveurs* de contraintes utilisés dans les environnements d'esquisse de logiciels CAO. Le gestionnaire de contraintes identifie de nouvelles contraintes possibles et valide celles existantes en laissant le solveur déterminer une solution. Le principal inconvénient de cette approche est que la durée de l'analyse devient grande lorsque le nombre de surfaces à évaluer croît et que le solveur peut être confronté à des solutions multiples pour lesquelles il doit en sélectionner une seule, sans garantie que celle-ci soit celle attendue par l'utilisateur tout comme les utilisateurs de logiciels de CAO y sont habitués.

Brunetti et al. [BRE 05] décrivent une approche pour la modélisation et la validation des mécanismes dans leur phase de conception initiale en utilisant un environnement de RV et une simulation cinématique. Le logiciel présenté permet d'assembler de manière interactive des mécanismes et d'expérimenter leur comportement. L'approche construit interactivement les chaînes cinématiques en réduisant les degrés de liberté étape après étape. La cinématique est exprimée en termes des contraintes géométriques qui sont résolues en temps réel pendant l'interaction avec le prototype virtuel. La plateforme est basée sur une structure Open Inventor – ACIS.

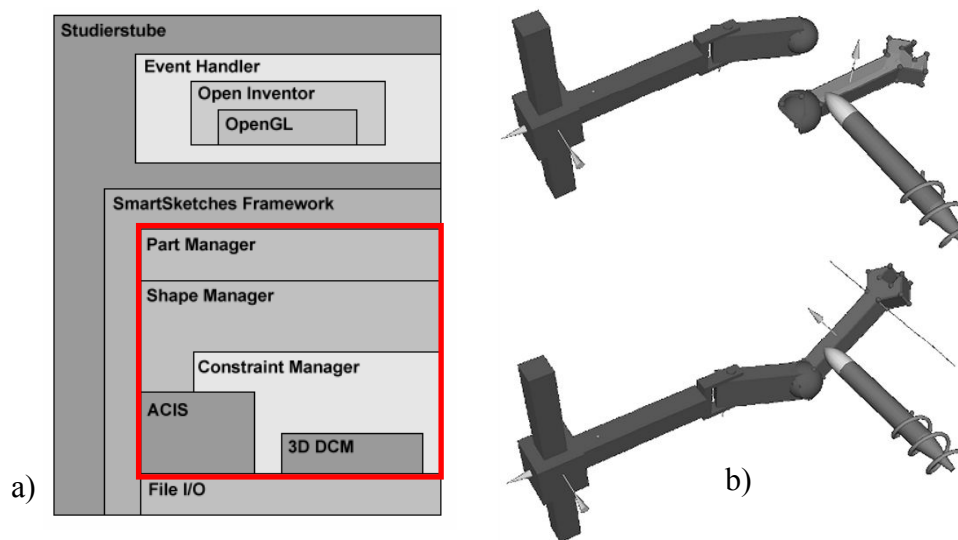


Figure 1.38 : a) Architecture du logiciel avec quatre niveaux hiérarchiques ;  
b) exemple d'assemblage de composants pour créer une chaîne cinématique.

Le schéma de la représentation interne (voir Figure 1.38) est structuré en quatre niveaux hiérarchiques d'abstraction :

- Le niveau le plus bas, qui manipule la représentation B-Rep d'un composant, est formé du noyau de modélisation ACIS et réalise aussi l'import et l'export de divers formats CAO ;
- Le deuxième niveau, qui manipule les paramètres en termes des contraintes géométriques entre les entités (surfaces, arêtes, sommets) des composants, est représenté par le Gestionnaire des Contraintes. Le modèle paramétrique correspondant est un graphe de contraintes géométriques dont les sommets sont des copies d'entités topologiques de modèles B-Rep de composants, les arêtes de ce graphe étant des contraintes géométriques. Toutes les contraintes définissant la

forme d'un composant sont regroupées dans un sous - graphe. Les autres contraintes géométriques représentent les positions relatives entre les composants et constituent des arêtes entre ces sous - graphes. L'ensemble des contraintes est traité avec le solveur de contraintes D-cubed ;

- La couche suivante est le « Form Manager » qui gère tous les modèles volumiques des composants. Ceux-ci sont réduits à des combinaisons de primitives simples et leur représentation B-Rep est utilisée pour générer la facettisation nécessaire pour l'environnement de RV ;
- Enfin, le Composant Manager maintient un modèle qui est un graphique où les sommets sont pièces et les arêtes sont les relations. Pour cette recherche, les relations sont soit des joints, soit des conditions géométriques.

Ces dernières années, les environnements de RV ont sensiblement évolué vers la simulation d'opérations d'A/D, accentuant ainsi de nouveaux besoins de préparation de simulation d'A/D et afin de les intégrer dans un PDP. Afin d'évaluer les séquences de montage [RAG 99] ou bien le processus de maintenance d'un produit [GOM 99], différents outils utilisant une interface originale homme - machine de type réalité augmentée sont proposés. La nature de ces interfaces ne fait pas apparaître de nouveaux éléments par rapport aux analyses bibliographiques précédentes et ne sont donc pas détaillées.

Au-delà des applications logicielles décrites ci-dessus, les éditeurs de logiciels de CAO / simulation / PLM développent des modules de base qui peuvent conduire également à des applications dans le domaine de l'A/D lorsque que des développements spécifiques sont ajoutés et intégrés aux environnements industriels de ces éditeurs. Dans un rapport, F. Toledo [TOL 05] décrit l'approche du Centre de Réalité Virtuelle de l'Université de Manitoba pour ce type de simulation et décrit une approche utilisant le module PTC/Division Reality pour mettre en place un module immersif d'A/D.

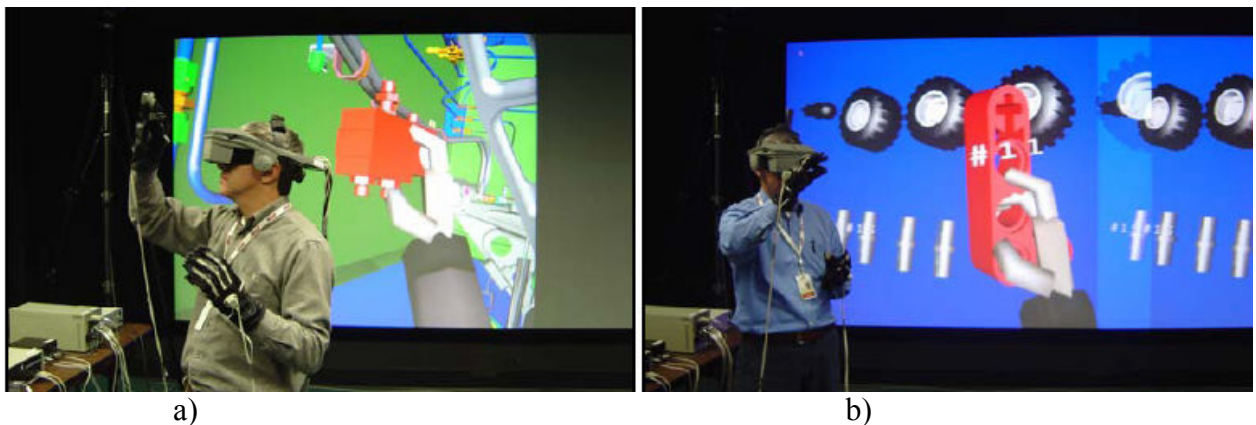


Figure 1.39 : Activités de développement en Réalité Virtuelle NIAR-PTC :  
a) assemblage virtuel avec insertion d'une pièce dans le train d'atterrissage d'un avion ;  
b) exemple d'interaction avec les doigts pour saisir / lâcher un composant.

Les techniques développées dans cette simulation sont illustrées par une simulation d'A/D sur train d'atterrissage d'avion (voir Figure 1.39 a). Un exemple d'interaction de type saisie de composants avec un gant de données est illustré à la Figure 1.39 b où l'utilisateur interagit naturellement avec ses doigts (ouverture / fermeture) pour prendre / lâcher un composant.

De manière similaire, Dassault Systèmes propose un module de base pour développer des applications de réalité virtuelle : VirTools et des modules avec des fonctions immersives : CATIA. Des partenaires ont développé des applications immersives abordant certains aspects de la simulation d'A/D. Ainsi, Haption propose un module lié à un bras haptique à six paramètres d'efforts et intégré dans CATIA pour permettre une exploitation transparente de maquettes numériques CATIA et simuler des interactions réalistes entre les composants (voir Figure 1.40).

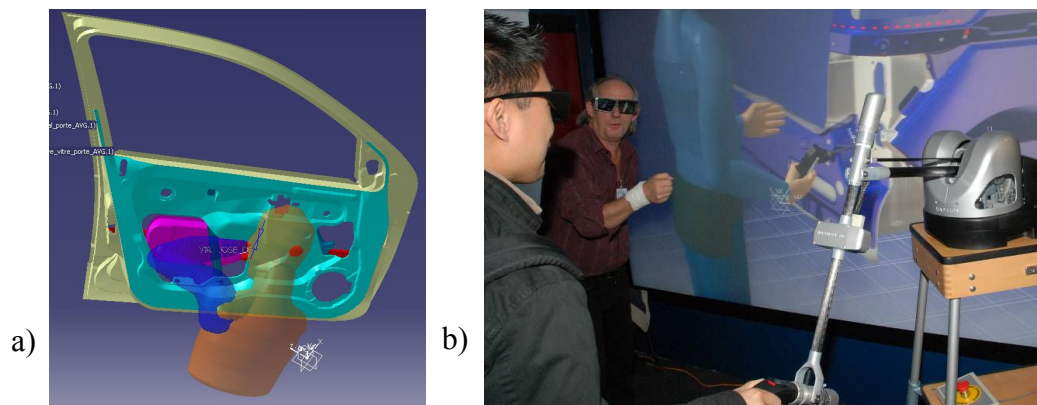


Figure 1.40 : a) Maquette numérique CATIA et mannequin utilisés dans une simulation haptique d'assemblage ; b) bras haptique à six composantes d'efforts.

Les travaux de développement des simulations immersives se répartissent selon deux grandes catégories selon qu'elles utilisent ou non des sensations haptiques. L'utilisation de périphériques haptiques implique nécessairement une détection de collisions en temps réel et la génération d'efforts aux endroits des collisions. Les positions relatives des composants, le nécessaire recours à des modèles facettisés, conduisent à des localisations de collisions qui peuvent être contraires aux configurations physiques attendues et engendrer des sensations incorrectes, i.e. des phénomènes de vibrations parasites, qui rendent difficile le lien entre des objets à mouvements contraints comme des opérations d'A/D l'imposent et une génération de sensations réalistes comme devrait en disposer. Les relations entre contraintes de déplacement et détection de collisions sont encore un champ ouvert pour aboutir à des opérations d'A/D et des sensations réalistes.

Lorsque les simulations immersives n'utilisent pas de sensation haptique, les simulations d'A/D font appel à des contraintes cinématiques pour générer des mouvements réalistes représentatives de phases d'insertion / d'extraction de composants. Les travaux décrits montrent deux catégories d'approches pour la génération de ces contraintes : la spécification interactive, par l'utilisateur, de ces contraintes ou bien la génération automatique de ces contraintes pendant la simulation, en fonction de la configuration relative des composants. Dans tous les cas, les difficultés propres à l'analyse de la cohérence des contraintes, à la non unicité des solutions propres à certaines configurations comme les outils d'esquisse CAO le montre couramment, sont récurrentes. La relation délicate entre détection de collisions et génération de contraintes cinématiques est passée sous silence dans les différents travaux.

## 1.7 Synthèse et analyse de la bibliographie

La revue des approches courantes, brièvement présentées ici, illustre les interactions entre les mobilités des composants et différentes phases d'un processus de simulation d'A/D et, plus largement, différentes phases d'un PDP où la simulation de processus d'A/D intervient.

Au plus haut niveau, l'interaction entre un PDP et un processus de simulation d'A/D repose fréquemment sur l'utilisation d'une approche DFA fait appel à une évaluation qualitative, donc subjective, de l'accessibilité des composants. Cette approche s'inscrit dans le cadre de la conception préliminaire de produits comme les étapes de définition de chaîne cinématique. La définition de la structure d'un produit s'apparente également à la spécification de relations cinématiques entre les composants et intervient dans le contexte du PLM. Dans toutes ces configurations, l'accessibilité d'un composant ou bien les mouvements relatifs de composants font référence à un modèle de mobilité des composants.

Il convient toutefois de distinguer la mobilité relative de composants dans une chaîne cinématique de l'accessibilité d'un composant. Cette dernière ne fait pas seulement référence aux mouvements fonctionnels entre des composants mais aussi à toutes les directions qui peuvent permettre de séparer ou bien de mettre en contact des composants, i.e. extraire ou insérer des composants. Modéliser l'accessibilité de composants nécessite donc la modélisation d'un ensemble de directions répondant au critère d'insertion / extraction. Par la suite, on qualifiera cet ensemble de directions de *famille de trajectoires*.

L'approche DFA, comme la mise en œuvre d'une chaîne cinématique nécessite une représentation relativement complète de la forme des composants. Cette condition nécessaire établit un lien avec le modèle 3D de composants et la maquette numérique d'un produit. La formalisation de ce lien doit permettre une meilleure efficacité des modèles 3D et, par la mise en œuvre de modèles de mobilité des composants, de permettre d'obtenir une représentation plus objective de l'accessibilité des composants.

Des simulations de processus d'A/D ou d'opérations d'A/D sont donc envisageables relativement tôt dans un PDP sous réserve de disposer d'une utilisation efficace de modèles 3D et de maquettes numériques ainsi que de modèles de mobilité des composants.

Lorsqu'il s'agit d'évaluation de coût de processus d'A/D ou de processus de recyclage, la relation avec des représentations 3D et des mobilités de composants peut prendre une forme différente. L'évaluation de coût lors d'une phase préliminaire de conception de produit est de nature subjective, le recours à des modèles 3D peut réduire les incertitudes mais pas les éliminer puisque les coûts élémentaires restent liés à des incertitudes. Dans le cas de processus de recyclage, selon que l'objectif concerne un ou des composants particuliers ou bien une extraction de matériaux. Lorsque l'extraction de matériaux forme l'objectif de l'opération, la cinématique des composants et leur accessibilité ne sont pas nécessairement des éléments clés puisque des composants peuvent être extraits en détruisant des liaisons avec leurs composants voisins.

Si certaines étapes d'un PDP ne nécessitent pas de maquette numérique du produit, la simulation de processus d'A/D est souvent liée à un tel modèle et l'analyse bibliographique a montré combien les maquettes numériques actuelles sont peu adaptées à de telles simulations. Les modèles d'assemblages 3D utilisés dans un certain nombre de travaux doivent tous être enrichis par des informations complémentaires concernant les contacts entre les composants, éventuellement leur fonction. L'adjonction de telles informations nécessite des éventuelles transformations des modèles 3D afin de caractériser certaines mobilités des composants. Une fois configurée de la sorte, une maquette numérique 3D peut devenir le support d'une recherche objective de séquençement d'un processus d'A/D. Les séquençements peuvent alors être obtenus

par algorithmes déterministes ou stochastiques et expriment les séquences sous forme de graphes ou de réseaux de Pétri. Les mobilités des composants sont essentiellement restreintes à des translations ou à des translations infinitésimales comme représentation de rotations conformément aux contacts présents dans la maquette numérique 3D.

Si les algorithmes déterministes permettent une représentation de toutes les séquences valides, ils doivent faire face à une complexité combinatoire importante alors que les algorithmes stochastiques réduisent ce phénomène mais ce heurtent à la difficulté de ne pouvoir générer les mêmes séquences pour un même jeu de données d'entrée. Si cette complexité combinatoire est point clé pour adresser des assemblages comportant de nombreux composants, des éléments de solution ont été apportés la prise en compte d'informations technologiques [REJ 00], [MAS 02]. La restriction à des seuls mouvements de translation est trop limitative car elle ne permet pas de trouver des solutions à des configurations où les mobilités des composants doivent être représentées avec plus de diversité. A titre d'exemple, les travaux actuels ne permettent pas de trouver une solution à une opération d'A/D d'une ampoule munie d'une liaison par baïonnette.

Afin d'accroître l'efficacité des simulations de processus d'A/D, la diversité des trajectoires relatives entre les composants, si elle augmente la combinatoire, elle n'en est pas moins une nécessité pour permettre de trouver les solutions à des configurations qui seraient autrement déclarées sans solution. Comme l'indique les travaux faisant appel à des informations technologiques, celles-ci constituent un moyen pour réduire la combinatoire des opérations et du leur séquencement d'A/D.

Les travaux concernant la modélisation des zones de contact entre composants et les mobilités relatives correspondantes montrent que les zones de contact communes entre les composants ne sont jamais déterminées, les conséquences correspondantes sont un manque de directions d'extraction. De même, la décomposition de mouvements de rotation et hélicoïdaux en représentations infinitésimales accroît la complexité de description des mobilités entre composants sans permettre pour autant de modéliser des déplacements de type rotation ou mouvements hélicoïdaux.

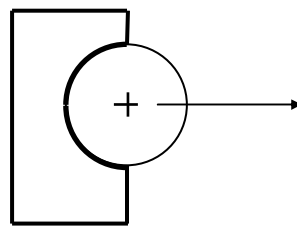


Figure 1.41 : Mobilité relative de composants non décrite lorsque la zone de contact n'est pas décrite précisément.

Le regroupement de zones de contact sous forme de *connexion* contribue à réduire la complexité de génération des mobilités relatives des composants mais ces approches sont toutes interactives et donc pas applicables à des assemblages complexes.

Les méthodes de simulation immersives sont également confrontées à des difficultés de représentations de mobilités relatives des composants. Les modèles facettisés génèrent des collisions complexes qui ne permettent pas de produire des mobilités relatives de type rotations ou mouvements hélicoïdaux lorsque ces simulations utilisent des périphériques haptiques. En l'absence de tels périphériques, le recours à des contraintes cinématiques pour contrôler les mouvements relatifs des composants est uniformément employé. L'identification des zones de contact et la modélisation des mobilités relatives des composants correspondants est donc un besoin important pour piloter la cinématique d'un bras haptique ainsi que la détection de collisions entre les composants impliqués dans une opération d'A/D.

## 1.8 Objectifs de la Thèse

Après l'analyse exhaustive des travaux existants, présentés dans ce chapitre, concernant les recherches sur la modélisation des opérations d'A/D des ensembles mécaniques, cette section aborde la présentation des objectifs de la thèse.

Une première catégorie d'applications nécessitant un modèle de mobilité de composants est le séquençement d'opérations d'A/D. Avoir la capacité de modéliser des translations, des rotations et des mouvements hélicoïdaux aussi proches que possible de la diversité des trajectoires réelles est un facteur important pour trouver toutes les solutions de montage ou de démontage d'un produit et, en particulier, les solutions qui peuvent être mises en œuvre industriellement. Dans le même temps, avoir la capacité de décrire les mobilités associées aux contacts complets et partiels est également critique afin de pouvoir trouver toutes les trajectoires valides pour un composant d'un produit pour chaque configuration où la prise en compte de ses mouvements relatifs est nécessaire. Par conséquent, un *opérateur général* capable de caractériser une large diversité de configurations est un besoin clé pour améliorer la qualité des analyses et des simulations relatives à des processus d'A/D.

L'opérateur général recherché doit être basé sur une approche rigoureuse – *un opérateur cinématique*. Cet opérateur doit décrire complètement toutes les familles de trajectoires associées aux interfaces ou aux liaisons cinématiques entre différents composants d'un produit. Ces familles de trajectoires doivent pouvoir être générées et analysées pour chaque composant ou pour un ensemble des composants afin de trouver celles qui sont compatibles avec des mouvements de ce composant ou bien de ce sous-ensemble de composants. Ainsi, les résultats de toutes les associations possibles pourront être déterminés et l'opérateur de combinaison pourra être déployé pour un ensemble de surfaces de contact et un ensemble de composants.

Cette approche formelle est très utile comme outil analytique mais n'est pas adaptée à un traitement numérique par ordinateur. Afin de pouvoir traiter des modèles numériques, une représentation des familles des trajectoires valides, un *modèle numérique* représente une nécessité claire. La nature cinématique des trajectoires, rapportées à un intervalle de temps commun permet de considérer leur représentation comme des domaines géométriques. Un modèle sous forme géométrique est donc la nature du modèle retenu, conformément aux approches basées sur le concept de sphère de visibilité.

L'opérateur géométrique doit produire la mobilité complète d'un composant à partir des mobilités de chacune de ses surfaces de contact. Ceci constitue la représentation nécessaire pour caractériser l'accessibilité d'un composant lors d'une simulation d'opération d'A/D décrivant l'insertion / l'extraction de ce composant.

Les concepts de sphère de visibilité, généralisés ensuite à la notion de boule de visibilité, seront utilisés pour représenter les familles de trajectoires. Les caractéristiques des familles de trajectoires pour chaque contact fonctionnel de référence doivent être liées au modèle cinématique. Le chapitre suivant décrit ce modèle basé sur les quaternions duaux. Un quaternion dual est donc relié au modèle géométrique de mobilité équivalent décrit sur une sphère ou une boule unité. Le nombre de liaisons classiques qui définissent un mécanisme étant borné, pour chaque contact fonctionnel de référence, le quaternion dual et les mobilités peuvent être définies et constituent ainsi un noyau de modèles élémentaires qui pourront être combinés afin de produire la famille de trajectoires souhaitée pour un composant en relation avec son environnement.

L'opérateur de combinaison déployé pour la génération du modèle géométrique de famille de trajectoires d'un composant en contact avec un groupe de composants définissant son voisinage dans un assemblage doit être applicable pour tout type de contact fonctionnel y compris des contacts partiels. Les contacts partiels constituent une première généralisation des familles de trajectoires tenant compte de paramètres géométriques des zones de contact d'un composant. L'aptitude à pouvoir représenter et traiter des contacts partiels est une caractéristique importante pour permettre la détermination de toutes les trajectoires effectivement valides et donc de solutions de simulation représentatives du comportement réel d'un produit.

L'analyse des approches préexistantes montre que les simulations d'A/D qui peuvent être conduites à partir d'informations numériques décrivant un produit permettent d'effectuer uniquement des simulations d'A/D d'un point de vue général et sur la base d'informations subjectives car une utilisation complète d'une maquette numérique 3D d'un produit n'est actuellement pas possible. Explicitement ou implicitement, les auteurs de ces différentes approches indiquent la difficulté à traiter des produits comportant quelques dizaines de composants ou plus car leurs approches nécessitent soit :

- une grande quantité de données à ajouter à une maquette numérique avant de pouvoir effectuer une simulation ;
- une transformation fastidieuse de certains composants ;
- un travail fastidieux de vérification de la cohérence entre les informations ajoutées et la maquette numérique auxquelles elles sont rattachées.

Il convient de remarquer que les approches nécessitant l'ajout d'informations relatives aux mobilités des composants n'exploitent pas, ou peu, la maquette numérique du produit alors que cette dernière, à travers les positions relatives des composants, contient des informations permettant de caractériser des mobilités et familles de trajectoires de composants. Cette même analyse montre également que la plupart des approches abordent le problème de la simulation de processus d'A/D en considérant les représentations tridimensionnelles des composants indépendamment les uns des autres et en considérant l'étape d'assemblage comme nécessitant l'ajout d'informations complémentaires relatives aux contacts et aux mobilités relatives des composants. Quelques approches uniquement initient l'utilisation d'informations technologiques et tendent à considérer une maquette numérique comme apportant plus d'informations qu'un ensemble de composants isolés.

De plus, la validité des séquences d'A/D produites par certaines simulations n'est pas évaluée car elles utilisent seulement une partie de la maquette numérique associée pour éviter d'accroître le temps d'entrée de données. Pour que les maquettes numériques puissent être exploitées, de nouvelles approches sont donc nécessaires pour en extraire automatiquement des informations de mobilité relative et d'accessibilité des composants afin de donner toute leur efficacité aux modèles de familles de trajectoires et, par conséquent, aux simulations d'A/D appliquées à des produits comportant des centaines voire des milliers ou plus de composants.

Dans ce contexte, un modèle complet capable de décrire les mouvements valides des composants d'un ensemble fournirait des solutions de simulation plus réalistes et son intégration étroite avec une maquette numérique 3D permettrait un recours à des simulations d'A/D sans remettre en cause la chronologie des principales tâches d'un PDP et le temps total de ce processus.

Lorsque l'on considère des simulations immersives qui n'utilisent pas de sensation haptique, les simulations d'A/D font appel à des contraintes cinématiques pour générer des mouvements réalistes représentatifs de phases d'insertion / d'extraction de composants. Les travaux décrits montrent deux catégories d'approches pour la génération de ces contraintes : la



spécification interactive, par l'utilisateur, de ces contraintes ou bien la génération automatique de ces contraintes pendant la simulation, en fonction de la configuration relative des composants. Lorsque des simulations immersives utilisent des périphériques haptiques, la détection de collisions engendre des sensations non représentatives d'une opération réelle d'A/D (vibrations parasites). Pour cette catégorie de simulations également, l'utilisation de contraintes cinématiques est une source d'amélioration des simulations. Dans tous les cas, les difficultés propres à l'analyse de la cohérence des contraintes, à la non - unicité des solutions propres à certaines configurations comme les outils d'esquisse CAO le montrent couramment, sont récurrentes.

Pour le contexte de simulations immersives, la modélisation de mobilités relatives de composants est donc une fonction importante, source d'amélioration des simulations pour la génération de comportements plus réalistes et pour une intégration plus efficaces de ces simulations dans un PDP.

Les besoins précédents, tant pour des simulations d'A/D interactives qu'immersives sont des éléments importants d'un environnement de simulation, soulignant de ce fait certaines conditions nécessaires afin de fournir une plateforme de simulation plus générique et une intégration améliorée de la simulation d'A/D dans un PDP. Après la définition complète de l'opérateur général de définition de familles de trajectoires, le développement de fonctions d'identification de contacts entre composants d'une maquette numérique à l'intérieur d'une plateforme pour des simulations interactives ou immersives, constitue un objectif complémentaire pour réaliser une intégration efficace des modèles de mobilité de composants dans des maquettes numériques.

## 1.9 Conclusion

L'objectif de ce chapitre introductif a été double. D'une part, il a visé à structurer et analyser des recherches à l'intérieur des domaines relatifs aux différentes situations et solutions où apparaissent des problèmes d'A/D. Ainsi, nous avons présenté une synthèse thématique concernant deux directions de recherche globales dans les domaines des :

- Méthodes et modèles contribuant à la représentation d'une opération, d'une séquence ou d'un processus d'A/D : méthodes de simulation du processus d'A/D, analyse de coût, cellule robotisée de désassemblage, conception collaborative d'assemblages, graphes et diagrammes caractérisant des chronologies d'états d'un produit, génération des séquences d'A/D déterministes ou stochastiques, modèles de détermination des mobilités d'assemblage par sphère unitaire, quaternions, etc.
- Outils informatiques : logiciels de modélisation d'opérations d'A/D d'ensembles mécaniques ; plateformes de simulations interactives ou temps réel ; maquettes informatiques de logiciels d'A/D virtuel etc.

D'autre part, il a visé à proposer des arguments appelant des développements scientifiques complémentaires afin de proposer un *nouveau modèle*, une *nouvelle méthode* et des *outils logiciels* plus adaptés et plus efficaces que ceux existants. Ainsi, ces différents éléments représentent une introduction aux chapitres suivants qui vont se concentrer d'avantage sur la description plus détaillée des modèles proposés (chapitre 2 concernant le modèle cinématique et chapitre 3 concernant le modèle géométrique) la méthode de représentation de familles de trajectoires conduisant à l'opérateur de combinaison (chapitre 3), ainsi que les nouveaux concepts et traitements appliqués à une maquette numérique et les résultats obtenus concernant l'identification de contacts (chapitre 4) en réponse au constat déduit de ce chapitre.





## Chapitre 2

### **Modélisation cinématique des mobilités des composants. Modèle Cinématique**

*Ce chapitre concerne la modélisation cinématique des mobilités des composants. Il expose le modèle cinématique mis en place pour la modélisation de trajectoires des opérations d'A/D. L'objectif étant de modéliser des mouvements aussi généraux que possible pour répondre à toutes les configurations de mobilité relatives des composants, le modèle cinématique utilise des quaternions duaux. A partir d'une famille de trajectoires associée à un contact entre composants, le principe de combinaison de familles de trajectoires est présenté afin de pouvoir caractériser les mouvements résultants d'un composant par rapport à ses composants adjacents.*

## 2.1. Introduction

Différents outils mathématiques sont utilisés pour la modélisation de mécanismes cinématiques et, en particulier, concernant la détermination des familles de trajectoires pour un de ses composants. Les Torseurs et la Théorie des Groupes (algèbre duale des quaternions) sont les plus souvent utilisés. Cependant, les torseurs ne sont pas homogènes pour les combinaisons des rotations et des translations à cause de leur produit scalaire et produit vectoriel et, par conséquent, ils ne sont pas adaptés pour décrire les mouvements hélicoïdaux généraux et leurs combinaisons quand ils sont placés arbitrairement l'un par rapport à l'autre. Les mouvements décrits avec les Matrices Homogène (Algèbre de Matrices Homogène) ne sont pas bien adaptés puisque les axes de rotation sont difficiles d'être caractérisés.

L'algèbre duale des quaternions offre l'avantage de représenter à la fois les différents mouvements possibles (rotation, translation, hélicoïdal) et facilite l'écriture des modèles sous une forme simple et plus condensée. Cette algèbre contient l'axe de rotation et la direction de la translation ainsi que les paramètres intrinsèques de ces mouvements. Basée sur les quaternions elle permet de représenter tous les mouvements pour rompre/créer un contact entre les composants adjacents. Vu ces avantages, ces outils sont utilisés par la suite, afin de définir un opérateur général correspondant, permettant ainsi de décrire les mobilités des composants d'un ensemble mécanique.

## 2.2 Analyse d'une phase d'insertion / extraction d'un composant et concept de familles de trajectoires

L'étude de mobilité de composants est centrée sur la phase d'insertion/extraction. A la différence d'une phase où un composant est totalement libre, i.e. les six degrés de liberté sont utilisables pour déplacer ce composant avec une amplitude finie, la phase d'insertion/extraction est caractérisée par une mobilité réduite d'un composant de référence  $C_1$ , i.e. les six degrés de liberté ne sont pas disponibles. Cette mobilité réduite caractérise la présence de contacts entre le composant  $C_1$  et ses composants environnants. Dans une telle configuration, les déplacements possibles du composant  $C_1$  par rapport à ses composants environnants comportent des déplacements d'amplitude finie, caractéristiques des contacts qui sont maintenus dans cette configuration (voir Figure 2.1 a).

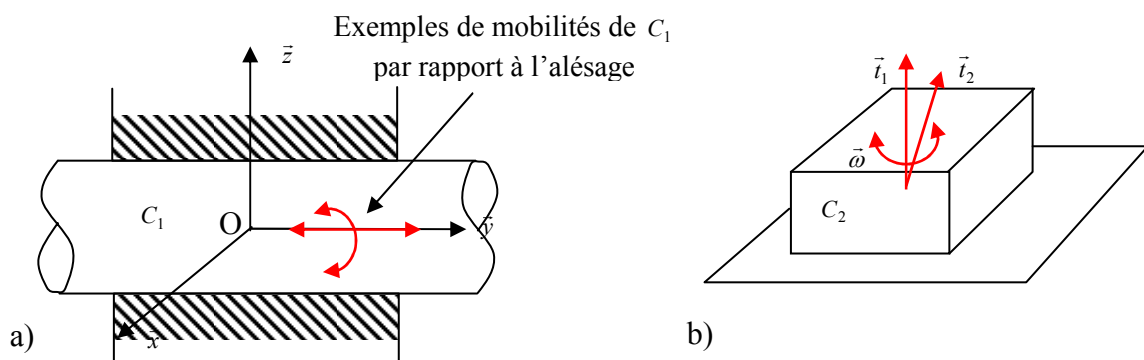


Figure 2.1 : a) exemple de mobilités dans une phase d'insertion d'un arbre ( $C_1$ ) dans un alésage ;  
b) exemple de configuration limite d'une phase d'insertion/extraction d'un composant ( $C_2$ )  
pour un contact plan.

La limite d'une phase d'insertion/extraction est la configuration de transition entre une mobilité réduite d'un composant de référence  $C_2$  et une mobilité totale de ce composant, i.e. six degrés de liberté disponibles. Cette limite est caractérisée par des déplacements d'amplitude infinitésimale qui décrivent la création/rupture de contact entre  $C_2$  et ses composants environnants (voir Figure 2.1b). La translation  $\vec{t}_1$  est un exemple de trajectoire infinitésimale permettant de rompre totalement le contact entre  $C_2$  et sa surface plane d'appui. La translation  $\vec{t}_1$  n'est pas la seule trajectoire répondant au critère de rupture du contact entre  $C_2$  et ses composants environnants : une trajectoire hélicoïdale combinant  $\vec{t}_1$  et  $\vec{\omega}$  permet également de rompre ce contact (voir Figure 2.1b).

Si l'on définit une phase d'insertion/extraction d'un composant comme l'association d'une phase avec mobilité réduite et la transition entre la mobilité réduite et la mobilité totale de ce composant, les mouvements correspondant à cette définition peuvent être de nature finie ou infinitésimale, comme illustré précédemment.

L'analyse des exemples de la Figure 2.1 montre que les trajectoires participant à la représentation de la mobilité d'un composant dans une phase d'insertion/extraction peuvent être en nombre infini. Par exemple, le composant  $C_2$  peut être extrait avec la trajectoire  $\vec{t}_2$  et toute translation dont la direction est définie par un point appartenant à l'hémisphère supérieure au plan de contact est une trajectoire valide.

*Définition : Famille de trajectoires.* On appelle famille de trajectoires d'insertion / extraction d'un composant  $C$  par rapport à ses composants environnants avec lesquels il est en contact, l'ensemble des trajectoires finies ou infinitésimales qui permettent de rompre totalement le contact entre  $C$  et ses composants environnants. Cet ensemble de trajectoires peut être fini ou infini.

Le concept de famille de trajectoires est important pour la simulation d'A/D car cet ensemble permet de représenter toutes les possibilités permettant de séparer/lier un composant  $C$  avec son environnement. Choisir de réduire cet ensemble à l'aide de critères de simplification subjectifs est source de configurations où une simulation d'A/D peut aboutir à une famille de trajectoires vide pour  $C$  et conclure à une impossibilité de monter ou démonter ce composant alors qu'il existerait effectivement une trajectoire. Le chapitre 1 montre que toutes les approches de simulation d'opérations d'A/D actuellement proposées comportent de telles simplifications, le plus souvent pour des raisons de complexité combinatoire. De plus, le chapitre 1 a montré l'absence de modèle en mesure de décrire des familles de trajectoires qui permettraient d'améliorer la qualité des solutions décrites par des simulations d'A/D.

Si l'utilisation de familles de trajectoires pour la modélisation de mobilités relatives de composants constitue un accroissement de complexité géométrique et de la combinatoire permettant de déterminer les solutions possibles, ces considérations s'appliquent surtout aux approches utilisant essentiellement des données géométriques pour déterminer des solutions d'A/D. Néanmoins, les travaux antérieurs de Rejneri [REJ 00] ont montré que le recours à des informations technologiques permet de réduire la complexité combinatoire de recherche de solutions dans des proportions très importantes. Ainsi, l'accroissement de complexité apporté par l'utilisation de familles de trajectoires est-il compensé par la qualité des solutions pouvant être générées et s'accompagne du postulat selon lequel des informations technologiques pourront aussi contribuer à limiter significativement l'accroissement de complexité combinatoire dû à l'emploi des familles de trajectoires.

L'objectif de ce chapitre est donc d'aborder les concepts de base permettant de caractériser les propriétés cinématiques permettant de définir les familles de trajectoires relatives à un composant  $C$ .

L'interaction d'un composant  $C$  avec ses composants environnants à travers des contacts repose sur l'utilisation de surfaces fonctionnelles : surfaces permettant le positionnement relatif des composants et conditionnant leurs mouvements relatifs éventuels, représentant ainsi des fonctions et justifiant donc leur appartenance à la classe des surfaces fonctionnelles. Ainsi, la caractérisation de la famille de trajectoires d'un composant  $C$  par rapport à ses composants environnants s'appuie sur un ensemble limité de configurations de références définies par des liaisons fonctionnelles classiquement utilisées dans les mécanismes.

Partant de ces liaisons élémentaires et de leurs familles de trajectoires, la famille de trajectoires du composant  $C$  dans son environnement peut être vue comme la *combinaison* des familles de trajectoires de chacune des liaisons élémentaire qui le lient à ses composants environnants. L'approche correspondante est donc une approche de type *constructive* permettant de modéliser une configuration complexe à partir d'un ensemble de configurations élémentaires.

L'objectif de ce chapitre est donc de mettre en évidence les propriétés cinématiques de combinaisons de trajectoires élémentaires afin de poser les bases d'un *opérateur* permettant effectivement de combiner des familles de trajectoires élémentaires associées à chaque contact élémentaire. Les propriétés ainsi mises en évidence seront utilisées dans le chapitre 3 afin de produire le modèle géométrique de description de familles de trajectoires de contacts élémentaires comme préalable à la description de l'opérateur de combinaison de familles de trajectoires qui sera défini dans ce même chapitre.

La section suivante adresse des éléments permettant de sélectionner le modèle de description de trajectoires le plus adapté aux objectifs énoncés dans cette section.

## 2.3 Déplacements exprimés sous forme matricielle

La représentation de déplacements infinitésimaux ou finis décomposés selon des mouvements élémentaires de rotation et de translation s'effectue couramment à l'aide de représentations matricielle et vectorielle. Une rotation d'un point  $M$  autour des trois axes orthogonaux d'un repère de référence  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ , s'exprime sous forme matricielle comme suit (voir Figure 2.2) :

$$R_{ZYX} = R_Z \cdot R_Y \cdot R_X = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

où  $R_X$ ,  $R_Y$ ,  $R_Z$  sont les matrices de rotations élémentaires, respectivement par rapport aux axes  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  et  $\bar{z}$ . Chacune d'entre elle étant de la forme :

$$R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 \\ 0 & \sin \phi_1 & \cos \phi_1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

avec  $\phi_1$ , l'angle de rotation autour de l'axe  $\bar{x}$ . Les angles  $\phi_2$  et  $\phi_3$  indiquent de la même façon les rotations autour des axes  $\bar{y}$  et  $\bar{z}$  respectivement.

Le vecteur qui représente une translation du point  $M$  dans le repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  s'exprime (voir Figure 2.2) :

$$\vec{T} = \{t_X, t_Y, t_Z\}. \quad (2.3)$$

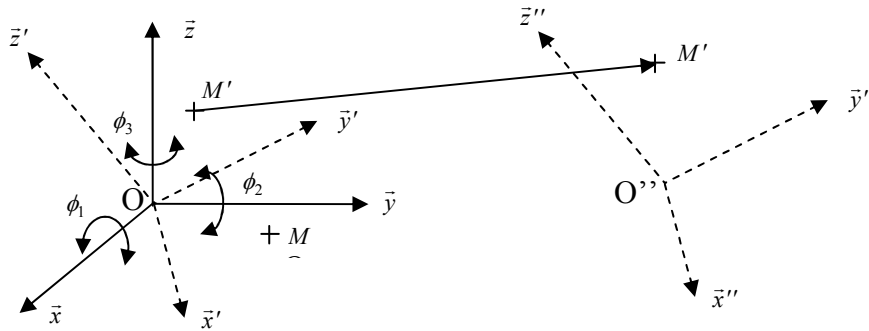


Figure 2.2 : Déplacement d'un point  $M$  par rotations autour des axes du repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ : point  $M'$ . Translation du point  $M$ : point  $M''$ .

Le déplacement du point  $M$  correspondant à la rotation puis à la translation peut s'exprimer sous la forme d'une transformation matricielle avec la matrice homogène ci-dessous :

$$M_{RT} = \begin{bmatrix} R_{ZYX} & T_{ZYX} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_X \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_Y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

La représentation d'un mouvement hélicoïdal s'obtiendrait à partir de l'équation (2.4), en exprimant la rotation de  $M$  comme une rotation autour d'un axe  $\bar{z}'$  quelconque passant par  $O$ , par exemple en utilisant les angles d'Euler. La rotation propre  $\phi$  correspondant à cette transformation peut alors être associée à la translation  $\vec{T}$  par :  $\vec{T} = \phi p \bar{z}'$ , où  $p$  est le pas du mouvement hélicoïdal (voir Figure 2.3).

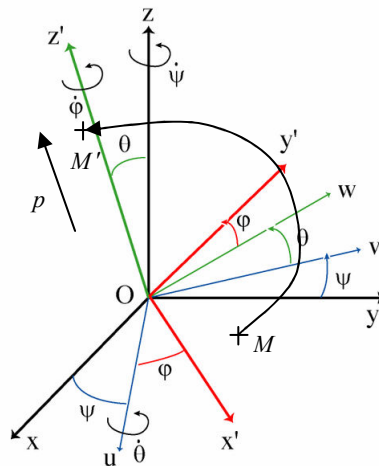


Figure 2.3 : Déplacement d'un point  $M$  par rotation d'un angle  $\phi$  autour d'un axe  $\bar{z}'$  : point  $M'$ .



Dans cette représentation matricielle, douze termes sont utilisés pour décrire cette transformation, ce qui n'exprime pas simplement le mouvement réalisé.

La description de l'orientation d'un objet dans l'espace peut être décrite à l'aide des angles d'Euler (voir Figure 2.4). Cependant, cette description n'est pas toujours en mesure de représenter effectivement le nombre de degrés de liberté en rotation d'un objet. Dans le cas général où la position angulaire est définie par  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ , non nuls, la matrice de transformation correspondante est :

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

qui exprime les trois degrés de liberté indépendants correspondant aux axes de rotation associés aux angles  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ , avec  $\psi$ ,  $\varphi \in [-\pi, \pi]$  et  $\theta \in [0, \pi]$ .

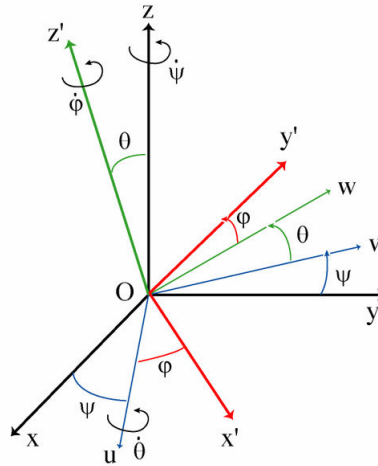


Figure 2.4 : Définition de l'orientation d'un objet caractérisé par le repère  $(O, \bar{x}', \bar{y}', \bar{z}')$  dans le repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  à l'aide des angles d'Euler  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ .

Considérant la configuration où  $\theta=0$ , la matrice  $R$  prend alors la forme suivante :

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi + \varphi) & -\sin(\psi + \varphi) & 0 \\ \sin(\psi + \varphi) & \cos(\psi + \varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

et n'exprime plus qu'un seul degré de liberté correspondant à une rotation selon  $\bar{z}$ . Même si d'autres conventions de représentation et d'autres intervalles de définition sont possibles, on montre qu'il existe toujours une valeur d'un paramètre telle que la singularité décrite ci-dessus existe.

L'expression de l'orientation d'un objet dans l'espace à l'aide des quaternions évite de telles singularités car ils représentent de manière unique une rotation quelconque.

## 2.4 Mouvements de rotation – Quaternions

### 2.4.1 Définition – Expressions

Les quaternions ont été introduits en 1847 par Hamilton [HAM 1847, HAM 1850, HAM 1860]. Faisant partie de la théorie des Groupes, ils sont composés de quatre composantes appelées *paramètres* :  $Q_1, Q_2, Q_3$  et  $Q_4$ . Ces quatre paramètres forment un hypercomplexe  $Q$ , appelé quaternion, tels que  $Q = (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$ . Ce dernier permet de représenter, de manière unique, des rotations <sup>26</sup>.

*Définition* : Un quaternion est une opération qui change la longueur et l'orientation d'un vecteur. Le quaternion  $Q$  est défini comme le quotient de deux vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$  (voir Figure 2.3 a).

$$Q = \frac{\vec{A}}{\vec{B}} \Rightarrow \vec{A} = Q \diamond \vec{B} \quad (2.7)$$

où l'opérand «  $\diamond$  » désigne l'opérateur quaternion.

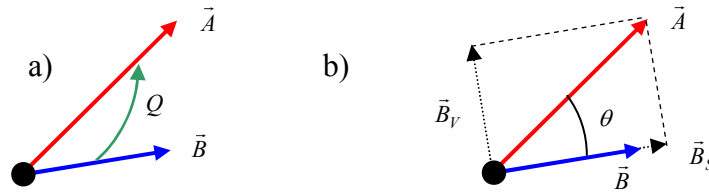


Figure 2.5 : a) Illustration géométrique de la transformation réalisée par un quaternion ;  
 b) Parties scalaires et vectorielles d'un quaternion.

*Forme cartésienne d'un quaternion* : un quaternion peut s'exprimer à l'aide de quantités définies selon des coordonnées cartésiennes (voir Figure 2.5 b) : Le quaternion est composé d'une partie scalaire  $S$  et d'une partie vectorielle  $\vec{V}$ . Soit  $L$  le rapport des longueurs des

vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$  :  $L = \frac{\|\vec{A}\|}{\|\vec{B}\|}$ , la partie scalaire du quaternion est :  $S = \frac{\|\vec{B}_S\|}{\|\vec{B}\|} = L \cdot \cos \theta$ . La partie

vectorielle est :  $\vec{V} = \frac{\|\vec{B}_V\|}{\|\vec{B}\|} = L \cdot \sin \theta \cdot \frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|}$ . On peut écrire le quaternion  $Q$  :  $Q = (S, \vec{V})$ .

*Forme algébrique d'un quaternion* : on peut écrire un quaternion comme la somme algébrique de quatre nombres ; un nombre pour la partie scalaire (réelle),  $w$ , et trois nombres pour la partie vectorielle (imaginaire),  $x, y, z$ .

$$Q = w + x \cdot i + y \cdot j + z \cdot k \quad (2.8)$$

<sup>26</sup> Ces quatre paramètres sont à comparer avec les neuf paramètres, non indépendants, d'une rotation exprimée à l'aide d'une matrice.

où  $w, (x, y, z)$ , sont des nombres réels. Le produit scalaire des trois nombres  $i, j, k$  est défini par :  $i^2 = j^2 = k^2 = -1, ij = -ji = k, jk = -kj = i$  et  $ki = -ik = j$ .

Ainsi, un réel  $R$  écrit sous la forme d'un quaternion est :  $\{R, (0,0,0)\} = (R, \vec{0})$  ; un vecteur  $\vec{U}$  écrit sous la forme d'un quaternion est :  $\{0, (U_x, U_y, U_z)\} = (0, \vec{U})$  et le quaternion :  $Q = \{w, (x, y, z)\} = (S, \vec{V})$ .

Les opérations avec les quaternions ainsi que leurs propriétés sont présentées en détails en Annexe A.

### 2.4.2 Représentation des rotations

La transformation d'un vecteur  $\vec{u} = (X, Y, Z)$  soumis à une rotation dans le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , avec son quaternion associé  $u = \{0, \vec{u}\}$ , est décrite avec les quaternions sous la forme :

$$U = Q \cdot u \cdot Q^* \quad (2.9)$$

avec :

$$U = \{0, (U_x, U_y, U_z)\}, \quad u = \{0, (u_x, u_y, u_z)\},$$

$$Q = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( \sin \frac{\theta}{2} \cdot v_x, \sin \frac{\theta}{2} \cdot v_y, \sin \frac{\theta}{2} \cdot v_z \right) \right\}, \quad \vec{v} = (v_x, v_y, v_z), \quad \|\vec{v}\| = 1,$$

$$\text{et } Q^* = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( -\sin \frac{\theta}{2} \cdot v_x, -\sin \frac{\theta}{2} \cdot v_y, -\sin \frac{\theta}{2} \cdot v_z \right) \right\} \text{ quaternion conjugué de } Q.$$

Exemple de rotation :

La transformation autour de l'axe  $\vec{z}$  d'un vecteur  $u = \{0, \vec{u}\}$ , décrite avec les quaternions est de la forme :

$$U = Q_z \cdot u \cdot Q_z^*, \quad (2.10)$$

$$\text{avec : } U = \{0, (U_x, U_y, U_z)\}, \quad u = \{0, (u_x, u_y, u_z)\},$$

$$\text{et } Q_z = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( 0, 0, \sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}, \quad Q_z^* = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( 0, 0, -\sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}.$$

Le nouveau vecteur  $\vec{U} = (X, Y, Z)$  est :

$$U = Q_z \cdot u \cdot Q_z^* = (0, \{u_x \cdot \cos \theta - u_y \cdot \sin \theta, u_x \cdot \sin \theta + u_y \cdot \cos \theta, u_z\}) \quad (2.11)$$

## 2.5 Mouvements généraux – Quaternions duaux

### 2.5.1 Introduction

Le quaternion dual est utilisé pour exprimer des transformations spatiales représentant des mouvements généraux de type vis, i.e. mouvement hélicoïdal [CLI 73, CAR 90, AHL 00].

M. Chasles (1837) montre que : « *Le déplacement le plus général d'un corps rigide dans l'espace tridimensionnel peut être produit par une translation le long d'une axe suivie (ou précédée) d'une rotation autour de cette axe* » [KUM 00, HUN 90, PAU 81, CAR 90]. Le mouvement général d'un solide est donc, à chaque instant, équivalent à un mouvement hélicoïdal dont l'axe porte également la direction de translation.

Un mouvement spatial de type vis est décrit comme une transformation duale angulaire autour d'un vecteur dual. La partie duale angulaire se compose d'une rotation, partie réelle de l'angle dual, autour de l'axe de la vis et d'une translation, partie duale de l'angle dual, le long de l'axe de la vis. Le vecteur dual, qui est l'axe de la vis, se compose d'une direction, partie réelle du vecteur dual, et d'un moment, partie duale du vecteur dual, autour de l'origine.

### 2.5.2 Définition - Expression

Un quaternion dual  $\hat{Q}$  s'exprime sous la forme :  $\hat{Q} = Q + \varepsilon Q^0$ , avec  $\varepsilon \neq 0$  appelé *opérateur dual*, tel que  $\varepsilon^2 = \varepsilon^3 = \dots = \varepsilon^n = 0$ .

Dans cette équation,  $Q$  définit des mouvements de rotation,  $Q^0$  des mouvements de translation et  $\hat{Q}$  la combinaison de ces deux types de mouvements, donc les mouvements hélicoïdaux généraux.

Ainsi, un réel  $R$  écrit sous la forme d'un quaternion dual est  $\{R, (0,0,0)\} + \varepsilon \cdot \{0, (0,0,0)\}$  ; un vecteur  $\vec{U}$  écrit sous la forme d'un quaternion dual est  $\{0, (U_x, U_y, U_z)\} + \varepsilon \cdot \{0, (0,0,0)\}$  ; un quaternion  $Q$  écrit sous la forme d'un quaternion dual est  $\{w, (x, y, z)\} + \varepsilon \cdot \{0, (0,0,0)\}$  ; et finalement le quaternion dual est de la forme :  $\{w, (x, y, z)\} + \varepsilon \cdot \{w^0, (x^0, y^0, z^0)\}$ .

Les opérations avec les quaternions duaux ainsi que leurs propriétés sont présentées en détails en Annexe B.

### 2.5.3 Angle dual

Les nombres duaux permettent de décrire des angles duaux, qui sont eux mêmes utilisés pour décrire la situation spatiale entre deux lignes quelconques dans l'espace. Deux droites sans intersection dans l'espace sont séparées par une distance  $d$ , longueur de la perpendiculaire commune entre elles, et la projection de l'une sur l'autre, le long de cette perpendiculaire, formant ainsi un angle  $\theta$  (voir Figure 2.6). L'angle dual décrivant la relation entre ces deux lignes est :  $\hat{\theta} = \theta + \varepsilon \cdot d$ , où  $\theta$  est la partie réelle et  $d$  la partie duale de l'angle dual.

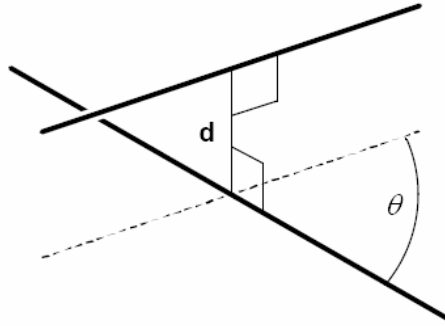


Figure 2.6 : Définition de l'angle dual entre deux droites.

Ainsi, l'angle dual  $\hat{\theta}$  entre deux droites s'intersectant a une partie réelle égale à l'angle entre celles-ci ( $\theta \neq 0$ ) et une partie duale nulle ( $d = 0$ ). L'angle dual entre deux droites parallèles a une partie réelle nulle ( $\theta = 0$ ) et une partie duale égale à la distance entre celles-ci ( $d \neq 0$ ).

### 2.5.4 Vecteur dual

Les vecteurs duaux  $\hat{P}$ , encore appelés bi-vecteurs, sont utilisés pour décrire un axe de déplacement d'un mouvement hélicoïdal. Ce mouvement hélicoïdal est défini par un vecteur d'axe  $\vec{v}$ , i.e. la direction de l'axe de rotation de la vis, et constitue la partie réelle de  $\hat{P}$  tandis que le moment de ce vecteur, d'axe  $\vec{w}$ , par rapport à l'origine est la partie duale de  $\hat{P}$ . Le vecteur dual  $\hat{P}$  a donc la forme suivante :

$$\hat{P} = \vec{v} + \varepsilon \cdot \vec{w} \quad (2.12)$$

avec :  $\vec{w} = \vec{v} \wedge \vec{p}$ ,  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ ,  $\vec{w} = (w_x, w_y, w_z)$ ,

$\vec{p}$  étant le vecteur de position (la mesure de la distance qui sépare l'origine de la ligne d'action du vecteur d'axe (bras de levier du vecteur par rapport à l'origine)).

Le bi-vecteur  $\hat{P}$  est un vecteur de module et de direction définies par le vecteur  $\vec{v}$ , contraint de glisser le long d'une ligne dans l'espace avec la même direction que  $\vec{v}$ , et qui passe par le point défini par le vecteur de position  $\vec{p}$ . Les composants de  $\hat{P} = \{(v_x, v_y, v_z), (w_x, w_y, w_z)\}$  sont les coordonnées de Plücker de la ligne définie par  $\vec{v}$  [MCC 90].

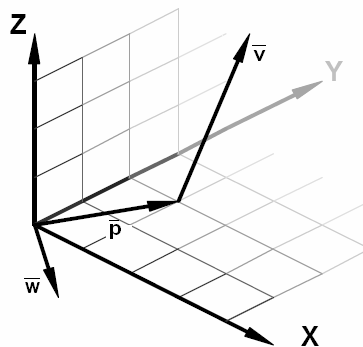


Figure 2.7 : Définition d'un vecteur dual  $\hat{P}$  exprimant un mouvement hélicoïdal selon la direction  $\vec{v}$ .

Un corps rigide effectue un déplacement de type vis quand il tourne avec un angle dual autour de l'axe d'un bi-vecteur. L'orientation dans l'espace de l'axe est la partie réelle du bi-vecteur ; la position de l'axe étant définie par la partie duale du bi-vecteur. L'angle de rotation du corps est la partie réelle de l'angle dual ; la translation du corps dans la direction de l'axe étant la partie duale de l'angle.

### 2.5.5 Image d'une trajectoire spatiale – hypersphère unité

Les quaternions duaux ont des propriétés liées à une représentation géométrique de type sphère unité qui peut être utilisée dans différents types d'applications [CAR 90, FRA 95]. L'ensemble de points  $\hat{Q} = (Q, Q^0)$  dans  $IR^8$ , qui représente des mouvements hélicoïdaux décrits par le quaternion dual unitaire  $\hat{Q} = Q + \varepsilon Q^0$ , doit satisfaire deux conditions, la première étant :

$$|Q| = (w)^2 + (x)^2 + (y)^2 + (z)^2 = 1 \quad (2.13)$$

Cette équation, qui assure que  $Q$  est un quaternion unité, représente une sphère unité dans  $IR^4$ , appelée *hyper sphère unité*. La deuxième condition vient de la définition de la partie duale  $Q^0$  :

$$Q \cdot Q^0 = w \cdot w^0 + x \cdot x^0 + y \cdot y^0 + z \cdot z^0 = 0 \quad (2.14)$$

Cette équation définit l'*hyper plan* perpendiculaire à  $Q = (w, (x, y, z))$ , ce plan étant tangent à la sphère. Notons qu'il y a une autre possibilité de décrire cette variété si on considère l'équation duale contrainte :

$$\begin{aligned} \hat{Q} \cdot \hat{Q} &= (\hat{w})^2 + (\hat{x})^2 + (\hat{y})^2 + (\hat{z})^2 \\ &= (w)^2 + (x)^2 + (y)^2 + (z)^2 + 2\varepsilon \cdot (w \cdot w^0 + x \cdot x^0 + y \cdot y^0 + z \cdot z^0) = 1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

équation qui combine les deux conditions précédentes. Cette équation représente une *hyper sphère unité* dans l'espace dual à quatre dimensions. Donc les points dans l'espace dual  $IR^4$  qui représentent des mouvements hélicoïdaux sont localisés de manière unique sur *une hyper sphère duale*.

## 2.6 Représentations des transformations et algèbres de quaternions duaux

### 2.6.1 Introduction

Il existe deux formes pour décrire une transformation générale, i.e. un mouvement hélicoïdal, dans l'espace avec les quaternions duaux. Il est important de mentionner que les deux écritures sont équivalentes mais pas identiques. Par la suite les deux formes sont présentées, chacune étant plus particulièrement adaptée à différentes applications. A la fin de cette section, une démonstration est détaillée afin de mettre en évidence la correspondance entre les deux formes. Pour des applications en informatique [SAL 79, MUN 02], en visualisation [KAV 06] et en calibration [DAN 99] la première forme est recommandée, qui correspond à un produit de quaternions et est désignée : type « produit » [BAK 08]. Le modèle présenté par la suite est basé sur la deuxième forme désignée : type « dual », car il est plus compact, facile à analyser et mieux adapté pour la cinématique [COL 02, KAV 06].

## 2.6.2 Transformation générale type « produit »

Une transformation générale décrite avec les quaternions duaux est définie par :

$$\hat{U} = \hat{Q}_G \cdot \hat{u} \cdot \hat{Q}_D \quad (2.16)$$

les deux quaternions duaux ayant la forme :  $\hat{U} = \{1 + \varepsilon \cdot U\}$ , avec  $U = \{0, (U_X, U_Y, U_Z)\}$  et  $\hat{u} = \{1 + \varepsilon \cdot u\}$ , avec  $u = \{0, (u_X, u_Y, u_Z)\}$

Notons que les deux quaternions  $\hat{Q}_G$  et  $\hat{Q}_D$  ont des formes différentes lorsque la transformation est particularisée comme indiqué par la suite.

### 2.6.2.1 Cas particulier d'une rotation pure

Dans le cas particulier d'une rotation pure  $\hat{Q}_G$  et  $\hat{Q}_D$  ont pour expression :

$$\hat{Q}_G = \{Q_R + \varepsilon \cdot 0\} \text{ avec : } Q_R = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( \sin \frac{\theta}{2} \cdot v_X, \sin \frac{\theta}{2} \cdot v_Y, \sin \frac{\theta}{2} \cdot v_Z \right) \right\} \text{ et}$$

$$\hat{Q}_D = \{Q_R^* - \varepsilon \cdot 0\} \text{ avec : } Q_R^* = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( -\sin \frac{\theta}{2} \cdot v_X, -\sin \frac{\theta}{2} \cdot v_Y, -\sin \frac{\theta}{2} \cdot v_Z \right) \right\}$$

Ainsi, la tranformation devient :

$$\hat{U} = \hat{Q}_G \cdot \hat{u} \cdot \hat{Q}_D = \{Q_R + \varepsilon \cdot 0\} \cdot \{1 + \varepsilon \cdot u\} \cdot \{Q_R^* - \varepsilon \cdot 0\} = \{Q_R \cdot Q_R^* + \varepsilon \cdot Q_R \cdot u \cdot Q_R^*\} \quad (2.17)$$

A partir des propriétés des quaternions (voir Annexe B), il résulte que :  $Q_R \cdot Q_R^* = 1$ , donc :

$$\hat{U} = \{1 + \varepsilon \cdot Q_R \cdot u \cdot Q_R^*\} \quad (2.18)$$

Dans ce cas, le vecteur  $\vec{U}$  est :  $U = Q_R \cdot u \cdot Q_R^*$ , soit une transformation identique à la rotation déjà présentée à la section 2.4.

### 2.6.2.2 Cas particulier d'une translation pure

Dans le cas particulier d'une translation pure  $\hat{Q}_G$  et  $\hat{Q}_D$  ont pour expression :

$$\hat{Q}_G = \left\{ 1 + \varepsilon \frac{Q_T}{2} \right\} \text{ avec } Q_T = \{0, (t_X, t_Y, t_Z)\} \text{ et}$$

$$\hat{Q}_D = \left\{ 1 - \varepsilon \frac{Q_T^*}{2} \right\} \text{ avec } Q_T^* = \{0, (-t_X, -t_Y, -t_Z)\}$$

Ainsi, la tranformation devient :

$$\hat{U} = \hat{Q}_G \cdot \hat{u} \cdot \hat{Q}_D = \left\{ 1 + \varepsilon \frac{Q_T}{2} \right\} \cdot \{1 + \varepsilon \cdot u\} \cdot \left\{ 1 - \varepsilon \frac{Q_T^*}{2} \right\} = \left\{ 1 + \varepsilon \cdot \left( u + \frac{Q_T}{2} - \frac{Q_T^*}{2} \right) \right\} \quad (2.19)$$

A partir des propriétés des quaternions (voir Annexe B), il résulte que :  $Q_T = -Q_T^*$ , donc :

$$\hat{U} = \{1 + \varepsilon \cdot (u + Q_T)\} \quad (2.20)$$

Dans ce cas, le vecteur  $\bar{U}$  a pour expression :  $U = u + Q_T$ .

### 2.6.2.3 Mouvement hélicoïdal

Dans le cas de référence, l'axe instantané de rotation est considéré comme passant par l'origine du repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  afin de simplifier l'expression des équations. Toutefois, il faut noter que cette rotation peut s'effectuer autour d'une droite passant par un point arbitraire de l'espace,  $M$ . A cette fin, une succession de transformations est nécessaire. Premièrement, il faut translater le point  $M$  en question à l'origine  $O$ , puis appliquer le mouvement hélicoïdal autour de l'origine  $O$  pour représenter la transformation et enfin translater cette transformation du point  $O$  au point  $M$ .

Pour le cas de référence,  $\hat{Q}_G$  et  $\hat{Q}_D$  sont :  $\hat{Q}_G = \left\{ Q_R + \varepsilon \frac{Q_T \cdot Q_R}{2} \right\}$  et  $\hat{Q}_D = \left\{ Q_R^* - \varepsilon \frac{Q_R^* \cdot Q_T^*}{2} \right\}$ , où  $Q_R$  et  $Q_T$  sont les quaternions déjà définis précédemment,  $Q_R^*$  et  $Q_T^*$  étant les quaternions conjugués de  $Q_R$  et  $Q_T$  respectivement.

La transformation devient :

$$\begin{aligned} \hat{U} &= \hat{Q}_G \cdot \hat{u} \cdot \hat{Q}_D = \left\{ Q_R + \varepsilon \frac{Q_T \cdot Q_R}{2} \right\} \cdot \{1 + \varepsilon \cdot u\} \cdot \left\{ Q_R^* - \varepsilon \frac{Q_R^* \cdot Q_T^*}{2} \right\} = \\ &= \left\{ Q_R \cdot Q_R^* + \varepsilon \cdot \left( Q_R \cdot u \cdot Q_R^* + \frac{Q_T \cdot Q_R \cdot Q_R^*}{2} - \frac{Q_R \cdot Q_R^* \cdot Q_T^*}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

A partir des propriétés des quaternions (voir Annexe A), il résulte que :  $Q_R \cdot Q_R^* = 1$  et  $Q_T = -Q_T^*$ , donc :  $\hat{U} = \{1 + \varepsilon \cdot (Q_R \cdot u \cdot Q_R^* + Q_T)\}$

Dans ce cas, le vecteur  $\bar{U}$  a pour expression :  $U = Q_R \cdot u \cdot Q_R^* + Q_T$  et exprime le mouvement hélicoïdal.

### 2.6.2.4 Exemple

Un exemple de mouvement hélicoïdal simple autour de l'axe  $\bar{z}$ , en utilisant les quaternions duaux et les matrices homogènes, est présenté ci-dessous. Ce mouvement est décrit par une rotation d'angle  $\theta$  et une translation d'amplitude  $\Delta$  :

$$\hat{U} = \hat{Q}_G \cdot \hat{u} \cdot \hat{Q}_D,$$

$$\text{avec : } \hat{U} = \{1 + \varepsilon \cdot U\}, \quad U = \{0, (U_X, U_Y, U_Z)\}, \quad \hat{u} = \{1 + \varepsilon \cdot u\}, \quad u = \{0, (u_X, u_Y, u_Z)\}$$



$$\begin{aligned} (\hat{Q}_G)_Z &= \left\{ (Q_R)_Z + \varepsilon \frac{(Q_T)_Z \cdot (Q_R)_Z}{2} \right\}, \quad (Q_R)_Z = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( 0, 0, \sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}, \quad (Q_T)_Z = \{0, (0, 0, \Delta)\}, \\ (\hat{Q}_D)_Z &= \left\{ (Q_R^*)_Z - \varepsilon \frac{(Q_R^*)_Z \cdot (Q_T)_Z}{2} \right\}, \quad (Q_R^*)_Z = \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left( 0, 0, -\sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}, \quad (Q_T)_Z = \{0, (0, 0, -\Delta)\} \end{aligned}$$

Avec les paramètres énumérés ci-dessus la transformation devient :

$$\hat{U} = \left\{ 1 + \varepsilon \cdot \left( (Q_R)_Z \cdot u \cdot (Q_R^*)_Z + (Q_T)_Z \right) \right\}, \quad (2.22)$$

$$U = (Q_R)_Z \cdot u \cdot (Q_R^*)_Z + (Q_T)_Z = (0, \{u_X \cdot \cos \theta - u_Y \cdot \sin \theta, u_X \cdot \sin \theta + u_Y \cdot \cos \theta, u_Z + \Delta\})$$

Le même mouvement hélicoïdal autour de l'axe  $\bar{z}$ , décrit sous forme matricielle est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \vec{U} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_Z & T_Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{u} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\text{avec : } \vec{U} = [U_X, U_Y, U_Z], \quad \vec{u} = [u_X, u_Y, u_Z], \quad R_Z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \vec{T}_Z = [0, 0, \Delta]$$

Ainsi, sous forme matricielle, la transformation s'écrit classiquement :

$$\begin{bmatrix} U_X \\ U_Y \\ U_Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_X \\ u_Y \\ u_Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_X \cos \theta - u_Y \sin \theta \\ u_X \sin \theta + u_Y \cos \theta \\ u_Z + \Delta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

### 2.6.3 Transformation générale type « dual »

Une transformation générale, de type vis, décrite avec les angles duaux et les vecteurs duaux est de la forme (voir Annexe B pour les propriétés des fonctions duales) :

$$\begin{aligned} \hat{T} &= \left\{ \cos \frac{\hat{\psi}}{2}, \sin \frac{\hat{\psi}}{2} \cdot \hat{w} \right\} = \\ &= \left\{ \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \vec{m} \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Elle est définie par l'angle dual  $\hat{\psi}$  et le vecteur dual  $\hat{w}$ , la rotation étant présentée par l'angle  $\psi$  autour de l'axe  $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ , avec  $\|\vec{n}\| = 1$ , et la translation  $d$  suivant le même vecteur  $\vec{n}$ . Le vecteur  $\vec{m} = (m_1, m_2, m_3)$  donne le moment du vecteur  $\vec{n}$  par rapport à l'origine du repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ ; il est nommé *le moment de l'axe  $\vec{n}$* , avec :  $\hat{\psi} = \psi + \varepsilon \cdot d$ ,  $d$  étant l'amplitude

de la translation le long du vecteur dual  $\hat{w} = \bar{n} + \varepsilon \cdot \bar{m}$ , et  $\bar{m} = \bar{p} \wedge \bar{n}$  le vecteur qui définit  $\bar{n}$  selon des coordonnées de Plücker,  $\bar{p}$  étant le vecteur qui donne la position de  $\bar{n}$  à l'aide du vecteur  $\overrightarrow{OO_1}$  (voir Figure 2.8). Les paramètres du changement de la transformation, angle  $\psi$ , axe  $\bar{n}$  et amplitude de la translation  $d$ , sont les caractéristiques de la transformation.

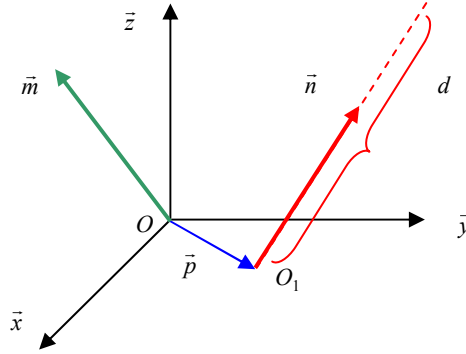


Figure 2.8 : Représentation des paramètres d'une transformation hélicoïdale.

Notons que cette forme ressemble à celle utilisée pour les quaternions simples mais en utilisant l'angle dual et le vecteur dual unitaire. L'interprétation géométrique de ces quantités est liée au mouvement de type vis. L'angle  $\psi$  étant l'angle de rotation autour de  $\bar{n}$ , le vecteur unitaire  $\bar{n}$  représente la direction de l'axe de rotation. L'élément  $d$  est l'amplitude de translation le long du vecteur  $\bar{n}$ ,  $\bar{m}$  étant le moment de l'axe  $\bar{n}$ .  $\bar{m}$  est une description non ambiguë de la position d'un axe dans l'espace, conformément aux propriétés des coordonnées Plückériennes définissant des droites dans l'espace.

Cette forme donne une autre utilisation intéressante : considérant que les quaternions classiques peuvent représenter seulement les rotations dont les axes passent par l'origine  $O$  du repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ , les quaternions duaux peuvent représenter des rotations avec des axes arbitraires de l'espace. Il faut néanmoins utiliser la même succession de transformations pour le cas de référence quand le corps admet un axe de rotation qui n'est pas exprimé dans le repère de référence  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  : translation de l'origine du repère considéré à l'origine  $O$  du repère  $(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ , puis transformation dans le repère de référence et enfin translation inverse de l'origine  $O$  à l'origine du repère considéré.

### 2.6.3.1 Transformation générale avec un axe passant par l'origine

Dans le cas d'une transformation générale de référence, la rotation est effectuée autour d'un point confondu avec l'origine ( $\hat{w} = \bar{n} + \varepsilon \cdot \bar{0}$ ). Dans ces conditions, la transformation a la forme suivante :

$$\hat{T} = \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left( \sin \frac{\psi}{2} \cdot \bar{n} \right) \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left( \frac{d}{2} \cdot \bar{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right) \right\} \quad (2.26)$$

### 2.6.3.2 Cas particulier d'une rotation pure

Une rotation pure ( $\hat{\psi} = \psi + \varepsilon \cdot 0$ ) qui passe par l'origine ( $\hat{w} = \vec{n} + \varepsilon \cdot \vec{0}$ ) est décrite par la transformation :

$$\hat{T} = \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left( \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right) \right\} + \varepsilon \cdot 0 \quad (2.27)$$

### 2.6.3.3 Cas particulier d'une translation pure

Une translation pure, ( $\hat{\psi} = 0 + \varepsilon \cdot d$ ), le long d'un axe quelconque ( $\hat{w} = \vec{n} + \varepsilon \cdot \vec{m}$ ) correspond à la transformation suivante :

$$\hat{T} = \left\{ 1, (\vec{0}) \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ 0, \left( \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \right) \right\} \quad (2.28)$$

## 2.6.4 Parallèle entre les deux formes d'un quaternion dual décrivant une transformation générale

La correspondance entre les deux écritures est détaillée ci-dessous. La transformation générale de type « dual » est :

$$\hat{T} = \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left( \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right) \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left( \vec{m} \cdot \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right) \right\} \quad (2.29)$$

La transformation générale présentée sous la forme « produit » est :

$$\hat{T}_G = \left\{ T_R + \varepsilon \frac{T_T T_R}{2} \right\} \quad (2.30)$$

avec :

$$T_R = \left( \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \vec{n} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \right\} \right) = \left( \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ n_x \cdot \sin \frac{\psi}{2}, n_y \cdot \sin \frac{\psi}{2}, n_z \cdot \sin \frac{\psi}{2} \right\} \right)$$

et  $T_T = (0, \{d_x, d_y, d_z\}) = (0, \{\vec{d}\})$ .

Ainsi, la transformation devient :

$$\hat{T}_G = \left\{ T_R + \varepsilon \frac{T_T T_R}{2} \right\} = \left\{ \left( \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \vec{n} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \right\} \right) + \varepsilon \cdot \left( 0, \left\{ \frac{\vec{d}}{2} \right\} \right) \cdot \left( \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \vec{n} \cdot \sin \frac{\psi}{2} \right\} \right) \right\} \quad (2.31)$$

ou encore :

$$\hat{T}_G = \left\{ \left( \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right\} \right) + \varepsilon \cdot \left( -\left( \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{2} \right) \cdot \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \frac{\vec{d} \wedge \vec{n}}{2} \cdot \sin \frac{\psi}{2} + \frac{\vec{d}}{2} \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right) \right\} \quad (2.32)$$

On peut noter que la forme « produit » décrit une transformation ayant nécessairement un axe de rotation passant par l'origine et donc que les deux écritures sont équivalentes mais pas identiques puisque la forme « duale » est plus générale en incorporant une position d'axe quelconque dans l'espace.

## 2.7 Expression de trajectoires dans un repère commun - changement de repère

Le quaternion dual présente l'avantage de pouvoir représenter tout type de trajectoires possibles, i.e. translations, rotations et mouvements hélicoïdaux, associées aux mouvements dans l'espace, y compris les mouvements hélicoïdaux. Ces derniers sont caractérisés par une dépendance entre les mouvements élémentaires de rotation et de translation.

Le but de la démarche décrite à la section 2.2 étant de trouver les mouvements compatibles pour associer deux familles de trajectoires représentatives de deux contacts différents, une analyse de la combinaison de ces familles s'impose. A cette fin, à chaque famille de trajectoires est associé un quaternion dual et l'objectif de cette combinaison est d'identifier le quaternion dual résultant de l'association. Les quaternions duaux de chaque contact sont exprimés dans des repères différents liés à la position relative des contacts. Par conséquent, les quaternions associés à chacun de ces contacts doivent être exprimés dans le même repère. C'est donc l'objectif de cette section que de définir les repères et les transformations correspondantes en utilisant l'algèbre des quaternions duaux.

Les quaternions duaux, liés aux surfaces fonctionnelles, sont écrits dans leur forme canonique. En plus, chaque quaternion dual est défini en un point  $O_i$  dans un repère de référence associé  $(O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  (voir Figure 2.9). Il peut néanmoins être valide dans un sous-ensemble de points de l'espace selon la nature des surfaces fonctionnelles qui lui sont associées.

Afin de pouvoir définir les trajectoires compatibles parmi les deux quaternions duaux correspondant au premier contact  $C_1$  et au deuxième contact  $C_2$ , un changement de repère de référence est nécessaire. Ce changement de repère est exprimé par l'opérateur de transformation  $\hat{T}$  défini à la section 2.6.3. Par conséquent, il est obligatoire de transformer la famille de trajectoires  $F_2$  du contact  $C_2$  dans le repère de référence  $(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  associé au contact  $C_1$ , arbitrairement choisi comme référence pour cette transformation.

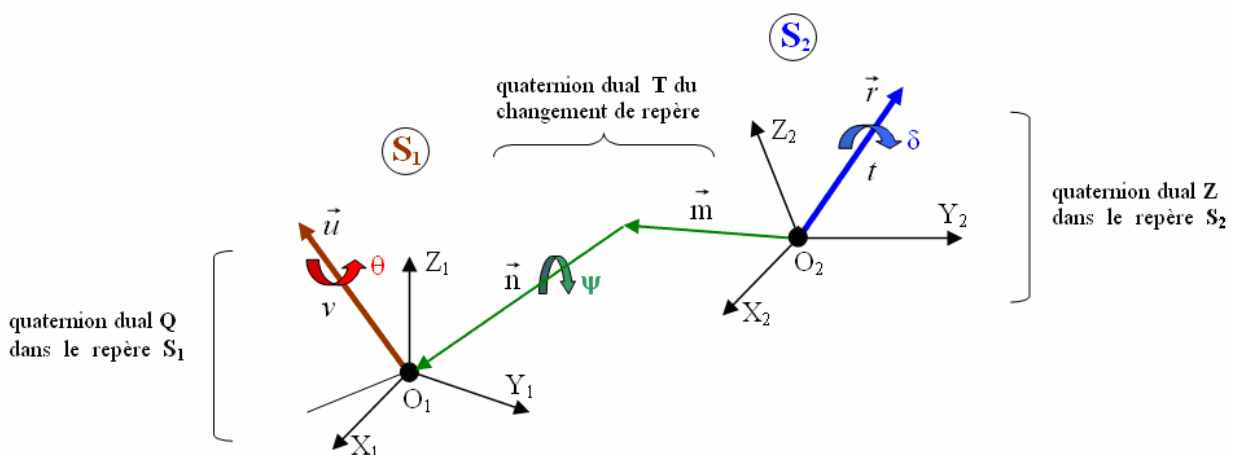


Figure 2.9 : Représentation et paramétrage du changement de repère.

Soit  $F_1$  et  $F_2$  la première et la deuxième familles de trajectoires associées aux contact  $C_1$  et  $C_2$  respectivement. La famille  $F_1$  est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$ . Ce dernier est exprimé dans le repère  $S_1(O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$  qui lui est associé par l'angle de rotation  $\theta$ , avec  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , autour de l'axe de rotation  $\bar{u} = (u_1, u_2, u_3)$ , avec  $\|\bar{u}\| = 1$  (voir Figure 2.9).

La translation  $v$  s'applique le long du vecteur  $\bar{u}$  comme représenté à la Figure 2.7, le point de référence considéré pour cette famille est l'origine  $O_1$ , par conséquent tous les mouvements (translations, rotations, mouvements hélicoïdaux) ont des directions qui passent par  $O_1$ . Le quaternion dual associé à cette famille de trajectoires est :

$$\hat{Q} = \left\{ \cos \frac{\hat{\theta}}{2}, \sin \frac{\hat{\theta}}{2} \cdot \hat{u} \right\} = \left\{ \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left\{ \sin \frac{\theta}{2} \cdot \bar{u} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{v}{2} \sin \frac{\theta}{2}, \left\{ \frac{v}{2} \cdot \bar{u} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \right\} \right\} \right\} \quad (2.33)$$

avec  $\hat{\theta} = \theta + \varepsilon \cdot v$  et  $\hat{u} = \bar{u} + \varepsilon \cdot \bar{0}$  étant des bi-vecteurs.

De manière analogue, la famille  $F_2$  est définie par le quaternion dual  $\hat{Z}$  dans le repère  $S_2(O_2, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$ , la rotation étant représentée par l'angle  $\delta$  autour de l'axe de rotation  $\bar{r} = (r_1, r_2, r_3)$ , avec  $\|\bar{r}\| = 1$ , et la translation  $t$  suivant le même vecteur  $\bar{r}$ . Le quaternion dual associé à cette famille est :

$$\hat{Z} = \left\{ \cos \frac{\hat{\delta}}{2}, \sin \frac{\hat{\delta}}{2} \cdot \hat{r} \right\} = \left\{ \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{t}{2} \sin \frac{\delta}{2}, \left\{ \frac{t}{2} \cdot \bar{r} \cdot \cos \frac{\delta}{2} \right\} \right\} \right\} \quad (2.34)$$

avec  $\hat{\delta} = \delta + \varepsilon \cdot t$  et  $\hat{r} = \bar{r} + \varepsilon \cdot \bar{0}$  étant des bi-vecteurs.

Les deux quaternions duaux  $\hat{Q}$  et  $\hat{Z}$  représentant des transformations cinématiques, les paramètres qui décrivent le mouvement  $F_1$ , angle  $\theta$  et amplitude de translation  $v$ , et  $F_2$ , angle  $\delta$  et amplitude de translation  $t$ , sont tous fonctions du temps.

On considère que la première famille de trajectoires,  $F_1$ , appartient à l'ensemble des familles prédéfinie de contacts élémentaires (voir Chapitre 3), la deuxième,  $F_2$ , étant quelconque. Afin d'analyser le résultat de la combinaison de ces deux familles de trajectoires, les deux quaternions duaux doivent être exprimés dans le même repère comme mentionné précédemment. A cette fin, le quaternion dual associé à  $F_2$  doit être transféré dans le repère  $S_1(O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ . Notons que la famille  $F_2$  peut représenter elle-même soit une famille donnée soit une famille résultante d'une association précédente. Toutefois, après le changement de repère, le quaternion dual  $\hat{Z}$ , exprimé dans le repère  $S_1(O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ , devient quelconque. Ainsi, cette démarche permet de combiner itérativement tous les contacts attachés à un composant de référence, sa mobilité résultante étant une caractérisation essentielle pour le processus de simulation d'A/D.

La transformation liant  $C_2$  et  $C_1$  est caractérisée par un mouvement hélicoïdal décrit par les paramètres  $\psi$ ,  $\bar{n}$ , pour la rotation,  $d$  pour la translation et  $\bar{m}$  pour caractériser la position quelconque de  $\bar{n}$  dans le repère de référence  $S_1(O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ . Le quaternion dual correspondant s'écrit :

$$\hat{T} = \left\{ \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \vec{m} \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right\} \right\} \quad (2.35)$$

La transformation  $\hat{T}$  est indépendante du temps puisque les positions relatives des contacts  $C_2$  et  $C_1$  sont liées au composant dont on analyse la mobilité.

## 2.8 Partie commune de familles de trajectoires

Après avoir décrit les positions relatives des repères de référence des contacts  $C_1$  et  $C_2$  associés aux familles de trajectoires  $F_1$  et  $F_2$ , cette section établit les conditions générales permettant de définir l'ensemble de trajectoires du composant possédant les contacts  $C_1$  et  $C_2$ , c'est-à-dire l'ensemble de trajectoires de ce composant qui appartiennent à la fois à  $F_1$  et à  $F_2$ .

Comme mentionné précédemment,  $F_1$  est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$ . Un point  $P$  du solide, i.e. du composant, transformé par le quaternion dual  $\hat{Q}$  dans le repère  $S_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est :  $\hat{P}_{S_1}^Q = \hat{Q} \cdot \hat{P} \cdot \hat{Q}^*$ , avec  $\hat{P} = \{ \{0, \vec{P}\} + \varepsilon \{0, \vec{0}\} \}$ . Le même point  $P$  du solide transformé par le quaternion dual  $\hat{Z}$  dans le repère  $S_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est  $\hat{P}_{S_2}^Z = \hat{Z} \cdot \hat{P} \cdot \hat{Z}^*$  ;  $\hat{Q}^*$  et  $\hat{Z}^*$  étant les conjugués de  $\hat{Q}$  et de  $\hat{Z}$ , respectivement. Pour exprimer le point  $\hat{P}_{S_2}^Z$  dans le repère  $S_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , un changement de repère est nécessaire, matérialisé par la transformation géométrique  $\hat{T}$  (voir Figure 2.10) :

$$\hat{P}_{S_1}^{T.Z} = \hat{T} \cdot \hat{P}_{S_2}^Z \cdot \hat{T}^* \quad (2.36)$$

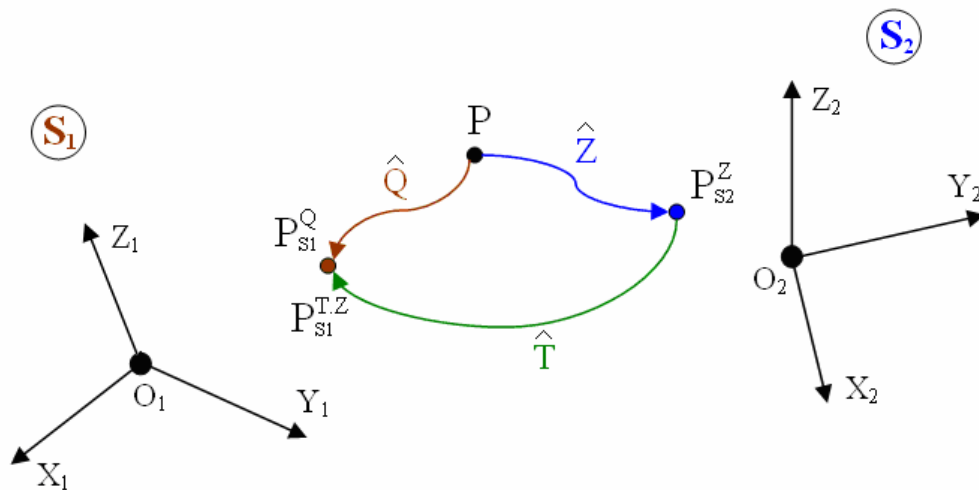


Figure 2.10 : Représentation schématique des transformations entre les repères  $S_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $S_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ .

Les deux transformations  $\hat{P}_{S1}^O$  et  $\hat{P}_{S1}^{T,Z}$  sont exprimées dans le même repère de référence  $S_1(O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ . En fait, pour avoir une compatibilité des mouvements il faut que les deux trajectoires soient indentiques, donc :  $\hat{P}_{S1}^O = \hat{P}_{S1}^{T,Z}$ , ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}\hat{Q} \cdot \hat{P} \cdot \hat{Q}^* &= \hat{T} \cdot \hat{P}_{S2}^Z \cdot \hat{T}^* = \hat{T} \cdot (\hat{Z} \cdot \hat{P}_{S2}^Z \cdot \hat{Z}^*) \cdot \hat{T}^* = \\ &= (\hat{T} \cdot \hat{Z}) \cdot \hat{P}_{S2}^Z \cdot (\hat{Z}^* \cdot \hat{T}^*) = (\hat{T} \cdot \hat{Z}) \cdot \hat{P}_{S2}^Z \cdot (\hat{T} \cdot \hat{Z})^*\end{aligned}$$

qui est finalement equivalent à :

$$\hat{Q} = \hat{T} \cdot \hat{Z}, \forall \hat{P} \quad (2.37)$$

Ainsi, la compatibilité des familles de trajectoires est réduite à l'analyse du produit des quaternions duaux de  $F_2$  avec la transformation générale  $\hat{T}$  qui doit être équivalent aux familles de trajectoires de  $F_1$ . Dans l'équation (2.37), les transformations  $\hat{Q}$  et  $\hat{Z}$  sont cinématiques, i.e. dépendant du temps, tandis que la transformation  $\hat{T}$  est géométrique, cette dernière étant la plus générale possible afin d'exprimer des positions relatives quelconques des contacts  $C_1$  et  $C_2$ . Dans le but d'analyser les mouvements résultant de cette combinaison, selon leur catégorie (rotations, translations, mouvements hélicoïdaux), le système d'équations formé à partir de cette équation est maintenant détaillé :

$$\begin{aligned}\hat{T} \cdot \hat{Z} &= \left\{ \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \bar{n} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \bar{m} \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \bar{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right\} \right\} \cdot \\ &\cdot \left\{ \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ -\frac{t}{2} \sin \frac{\delta}{2}, \left\{ \frac{t}{2} \cdot \bar{r} \cdot \cos \frac{\delta}{2} \right\} \right\} \right\} = \\ &= \left[ \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \bar{n} \right\} \right\} \cdot \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} \right\} \right\} \right] + \\ &+ \varepsilon \cdot \left[ \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \bar{n} \right\} \right\} \cdot \left\{ -\frac{t}{2} \sin \frac{\delta}{2}, \left\{ \frac{t}{2} \cdot \bar{r} \cdot \cos \frac{\delta}{2} \right\} \right\} \right] + \\ &+ \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \bar{m} \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \bar{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right\} \cdot \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

La partie réelle du produit  $\hat{T} \cdot \hat{Z}$  est :

$$\begin{aligned}(\hat{T} \cdot \hat{Z})_R &= \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \bar{n} \right\} \right\} \cdot \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} \right\} \right\} = \\ &= \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_1 r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_2 r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_3 r_3, \right. \\ &\cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} r_1 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} n_1 + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_2 r_3 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_3 r_2, \\ &\cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} r_2 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} n_2 + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_3 r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_1 r_3, \\ &\left. \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} r_3 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} n_3 + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_1 r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} n_2 r_1 \right\} = \\ &= \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\bar{n} \cdot \bar{r}), \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \bar{n} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\bar{n} \wedge \bar{r}) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Pour que les deux familles de trajectoires  $F_1$  et  $F_2$  soient compatibles, i.e. possèdent certaines trajectoires en commun, il faut que les parties réelles de chaque côté de l'éq. (2.37), ainsi que les parties duales soient égales, cette égalité étant vérifiée quelque soient les paramètres des transformations. L'équivalence des deux parties réelles est donnée par  $(\hat{Q})_R = (\hat{T} \cdot \hat{Z})_R$  dont la forme détaillée de l'équation est :

$$\begin{aligned} (\hat{T} \cdot \hat{Z})_R &= \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left\{ \sin \frac{\theta}{2} \cdot \vec{u} \right\} \right\} = \\ &= \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \vec{r} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \vec{n} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Afin de simplifier l'écriture de certaines équations dans la suite des développements nécessaires, les notations suivantes sont utilisées :

$$\sin \frac{\theta}{2} \rightarrow s\theta; \quad \cos \frac{\theta}{2} \rightarrow c\theta; \quad \sin \frac{\psi}{2} \rightarrow s\psi; \quad \cos \frac{\psi}{2} \rightarrow c\psi; \quad \sin \frac{\delta}{2} \rightarrow s\delta; \quad \cos \frac{\delta}{2} \rightarrow c\delta.$$

Ainsi, les deux premières équations du système final recherché sont :

$$c\theta = c\psi \cdot c\delta - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \quad (2.41)$$

$$s\theta \cdot \vec{u} = c\psi \cdot s\delta \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}). \quad (2.42)$$

La partie duale du produit  $\hat{T} \cdot \hat{Z}$  est :

$$\begin{aligned} (\hat{T} \cdot \hat{Z})_D &= (\hat{T} \cdot \hat{Z})_{D1} + (\hat{T} \cdot \hat{Z})_{D2} = \\ &= \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right\} \right\} \cdot \left\{ -\frac{t}{2} \sin \frac{\delta}{2}, \left\{ \frac{t}{2} \cdot \vec{r} \cdot \cos \frac{\delta}{2} \right\} \right\} + \\ &+ \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \vec{m} \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right\} \cdot \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \vec{r} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Le premier élément du produit dual  $(\hat{T} \cdot \hat{Z})_D$  est :

$$(\hat{T} \cdot \hat{Z})_{D1} = \left\{ \cos \frac{\psi}{2}, \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \cdot \vec{n} \right\} \right\} \cdot \left\{ -\frac{t}{2} \sin \frac{\delta}{2}, \left\{ \frac{t}{2} \cdot \vec{r} \cdot \cos \frac{\delta}{2} \right\} \right\} = \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ -\cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_1 r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_2 r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_3 r_3, \right. \\ &\cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_1 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_2 r_3 - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_3 r_2, \\ &\cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_2 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_3 r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_1 r_3, \\ &\left. \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot r_3 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_3 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_1 r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot n_2 r_1 \right\} = \\ &= \left\{ -\cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) \right\} \right\} \end{aligned}$$



Le deuxième élément du produit dual  $(\hat{T} \cdot \hat{Z})_D$  est :

$$\begin{aligned}
(\hat{T} \cdot \hat{Z})_{D2} &= \left\{ -\frac{d}{2} \sin \frac{\psi}{2}, \left\{ \bar{m} \sin \frac{\psi}{2} + \frac{d}{2} \cdot \bar{n} \cdot \cos \frac{\psi}{2} \right\} \right\} \cdot \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \bar{r} \right\} \right\} = \\
&= \left\{ -\sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_1 r_1 - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_1 r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_2 r_2 - \right. \\
&\quad \left. - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_2 r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_3 r_3 - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_3 r_3, \right. \\
&\quad \left. - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} r_1 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} m_1 + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_1 + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_2 r_3 + \right. \\
&\quad \left. + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_2 r_3 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_3 r_2 - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_3 r_2, \right. \\
&\quad \left. - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} r_2 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} m_2 + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_2 + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_3 r_1 + \right. \\
&\quad \left. + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_3 r_1 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_1 r_3 - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_1 r_3, \right. \\
&\quad \left. - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} r_3 + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} m_3 + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_3 + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_1 r_2 + \right. \\
&\quad \left. + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_1 r_2 - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} m_2 r_1 - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} n_2 r_1 \right\} = \\
&= \left\{ -\sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} (\bar{m} \cdot \bar{r}) - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} (\bar{n} \cdot \bar{r}), \right. \\
&\quad \left. \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} \cdot \bar{r} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \bar{m} + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} \cdot \bar{n} + \right. \\
&\quad \left. + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\bar{m} \wedge \bar{r}) + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} \cdot (\bar{n} \wedge \bar{r}) \right\}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

La partie duale du produit  $\hat{T} \cdot \hat{Z}$  peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
(\hat{T} \cdot \hat{Z})_D &= (\hat{T} \cdot \hat{Z})_{D1} + (\hat{T} \cdot \hat{Z})_{D2} = \\
&= \left\{ -\cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot (\bar{n} \cdot \bar{r}), \right. \\
&\quad \left. \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot \bar{r} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot \bar{n} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot (\bar{n} \wedge \bar{r}) \right\} \right\} + \\
&\quad + \left\{ -\sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} (\bar{m} \cdot \bar{r}) - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} (\bar{n} \cdot \bar{r}), \right. \\
&\quad \left. \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} \cdot \bar{r} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \bar{m} + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} \cdot \bar{n} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\bar{m} \wedge \bar{r}) + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{d}{2} \cdot (\bar{n} \wedge \bar{r}) \right\} \right\} =
\end{aligned} \tag{2.46}$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ -\cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{d}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}) - \right. \\
&\quad \left. - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\vec{m} \cdot \vec{r}) - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \right. \\
&\left. \left\{ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \vec{m} + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\delta}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot (\vec{m} \wedge \vec{r}) + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) \right\} \right\} =
\end{aligned}$$

En utilisant les formules ci-dessus, les équations deviennent :

$$(\hat{Q})_D = \left\{ -\frac{v}{2} \cdot s\theta, \left\{ \frac{v}{2} \cdot \vec{u} \cdot c\theta \right\} \right\} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned}
&(\hat{T} \cdot \hat{Z})_D = \quad (2.48) \\
&= \left\{ -c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}) - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \cdot \vec{r}) - c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} (\vec{n} \cdot \vec{r}), \right. \\
&\left. \left\{ c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) + s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{m} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \wedge \vec{r}) + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) \right\} \right\}
\end{aligned}$$

Comme mentionné précédemment, les deux parties duales de chaque côté de l'égalité doivent être égales aussi :  $(\hat{Q})_D = (\hat{T} \cdot \hat{Z})_D$ . Les deux équations restantes du système final recherché sont :

$$\begin{aligned}
-\frac{v}{2} \cdot s\theta &= \quad (2.49) \\
&= -c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}) - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \cdot \vec{r}) - c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} (\vec{n} \cdot \vec{r})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c\theta \cdot \frac{v}{2} \cdot \vec{u} &= \quad (2.50) \\
&= c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) + s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} + \\
&\quad + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{m} + c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \wedge \vec{r}) + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r})
\end{aligned}$$

Ainsi, le système d'équations final devient :

$$c\theta = c\psi \cdot c\delta - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \quad (2.51)$$

$$s\theta \cdot \vec{u} = c\psi \cdot s\delta \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}), \quad (2.52)$$

$$-\frac{v}{2} \cdot s\theta = \quad (2.53)$$

$$= -c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}) - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \cdot \vec{r}) - c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} (\vec{n} \cdot \vec{r})$$

$$c\theta \cdot \frac{v}{2} \cdot \vec{u} = \quad (2.54)$$

$$= c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) + s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} +$$

$$+ s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{m} + c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \wedge \vec{r}) + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r})$$

Le système d'équations ci-dessus exprime la compatibilité entre les trajectoires de  $F_1$  et de  $F_2$  : quelle est la valeur des paramètres des quaternions duaux  $\hat{T}$  et  $\hat{Z}$  pour avoir une coïncidence de trajectoires finies ou infinitésimales avec certaines trajectoires de  $\hat{Q}$  ?

Cette condition est vérifiée s'il y a égalité des parties réelles eq. (2.51) et (2.52), aussi bien que l'égalité des parties duales eq. (2.53) et (2.54). Une analyse de chaque type de mouvement : translations, rotations, mouvements hélicoïdaux, est présentée à la section suivante à partir du système d'équations (2.51)–(2.54) afin de souligner leurs conditions de compatibilité, formant ainsi la base de l'opérateur permettant de combiner les familles de trajectoires des contacts d'un composant avec son environnement, caractérisant ainsi la mobilité de ce composant pour une opération d'A/D.

## 2.9 Analyse de compatibilité de mouvements

### 2.9.1 Introduction

Une analyse des mouvements de base (rotations, translations, mouvements hélicoïdaux) est nécessaire avant d'étudier chaque contact élémentaire. Pour l'analyse détaillée de ces mouvements, un quaternion dual avec un seul mouvement possible (de rotation, de translation ou mouvement hélicoïdal) est choisi (voir section 2.7). Ce quaternion dual sera combiné avec un quaternion dual général, conformément au principe décrit à la section 2.2. Afin de déterminer *la nature* des familles de trajectoires résultantes, il est nécessaire d'exprimer les parties réelles et imaginaires de ces deux quaternions duaux, caractérisant *la nature* des familles de trajectoires, dans un même repère. Pour étudier *la nature* des familles de trajectoires résultant de l'association de deux contacts, l'analyse de la tangente à la trajectoire, i.e. la vitesse, est nécessaire. Cette représentation constitue une formulation faible de la compatibilité entre les trajectoires de  $F_1$  et de  $F_2$  en considérant un mouvement infinitésimal, ce qui est caractéristique de la phase d'insertion / extraction d'une opération d'A/D. Par conséquent, le système d'équations de trajectoires sera dérivé par rapport au temps.

## 2.9.2 Analyse des rotations : Compatibilité des mouvements de rotation

Les deux transformations  $\hat{Q}$  et  $\hat{Z}$  étant cinématiques, afin d'avoir des mouvements de rotation possibles, les égalités doivent être vraies quelque soit  $\theta$  et  $\delta$ , avec  $(0 \leq (\theta, \delta) \leq 2\pi)$ . Cette condition est justifiée parce que dans les simulations d'A/D, les rotations ne produisent pas la séparation ou l'accouplement des composants, seules les translations produisent cet effet. Cependant, les rotations peuvent contribuer aux mouvements de séparation ou d'accouplement pour éviter les interférences avec les composants voisins, avec des mouvements finis. L'intervalle  $[0, 2\pi]$  agit donc comme une condition suffisante pour les rotations finies quoique les angles de rotation soient habituellement plus petits que  $2\pi$ . En fait, les frontières de cet intervalle ne sont pas intrinsèques aux contacts  $C_1$  et  $C_2$ , elles résultent des interférences entre le composant de référence et les composants voisins définissant au moins les contacts  $C_1$  et  $C_2$ , par conséquent elles ne peuvent pas être intégrées dans la caractérisation des familles de trajectoires abordée ici sous forme générique et localement restreinte au composant étudié.

En conséquence,  $\hat{Q}$  devient :

$$\hat{Q} = \left\{ \cos \frac{\hat{\theta}}{2}, \sin \frac{\hat{\theta}}{2} \cdot \hat{u} \right\}, \text{ avec } \hat{\theta} = \theta + \varepsilon \cdot v, \hat{u} = \vec{u} + \varepsilon \cdot \vec{0} \quad (2.55)$$

Dans ce cas, les deux transformations sont des rotations, donc les déplacements doivent être nuls :  $v = 0$  et  $t = 0$ . L'équation ci-dessus devient :

$$\hat{Q} = \left\{ \left\{ \cos \frac{\theta}{2}, \left\{ \sin \frac{\theta}{2} \cdot \vec{u} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot 0 \right\}, \text{ avec } : \hat{\theta} = \theta + \varepsilon \cdot 0 \quad (2.56)$$

De manière analogue, la deuxième famille de trajectoires est :

$$\hat{Z} = \left\{ \cos \frac{\hat{\delta}}{2}, \sin \frac{\hat{\delta}}{2} \cdot \hat{r} \right\}, \text{ avec } \hat{\delta} = \delta + \varepsilon \cdot t, \hat{r} = \vec{r} + \varepsilon \cdot \vec{0} \quad (2.57)$$

En appliquant les mêmes conditions,  $\hat{Z}$  devient :

$$\hat{Z} = \left\{ \left\{ \cos \frac{\delta}{2}, \left\{ \sin \frac{\delta}{2} \cdot \vec{r} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot 0 \right\}, \text{ avec } \hat{\delta} = \delta + \varepsilon \cdot 0 \quad (2.58)$$

Dans ce cas, le système d'éq. (2.51) - (2.54) devient :

$$c\theta = c\psi \cdot c\delta - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \quad (2.59)$$

$$s\theta \cdot \vec{u} = c\psi \cdot s\delta \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}), \quad (2.60)$$

$$0 = s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \cdot \vec{r}) + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} (\vec{n} \cdot \vec{r}), \quad (2.61)$$

$$0 = s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{m} + c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \wedge \vec{r}) + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) \quad (2.62)$$

Afin de parcourir l'intervalle  $\theta = [0, 2\pi]$ , la partie droite de l'éq. (2.59) doit parcourir l'intervalle  $[-1, 1]$ . Donc, les vecteurs  $\vec{n}$  et  $\vec{r}$  doivent être parallèles et leur produit  $(\vec{n} \cdot \vec{r}) = 1$ , ce qui implique :  $(\vec{n} \wedge \vec{r}) = \vec{0}$ . Par conséquent, les deux premières équations donnent :

$$\theta = (\psi + \delta) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad \vec{u} = \vec{r}$$

Les deux dernières équations eq. (2.61) et (2.62) sont également satisfaites quand  $\vec{m} = \vec{0}$ . En effet, ceci signifie que les axes de rotation  $\vec{n}$  et  $\vec{r}$  doivent être colinéaires ( $\vec{p} = \vec{0}$ ) et les équations deviennent respectivement :

$$0 = s(\psi + \delta) \cdot \frac{d}{2} \quad \text{et} \quad \vec{0} = s(\psi + \delta) \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r},$$

$d$  étant un paramètre constant comme défini précédemment.

Ce dernier influence le mouvement de translation et son effet agit sur les translations infinitésimales. Cette contribution est caractérisée par la dérivée des deux dernières équations par rapport aux paramètres descriptifs de la trajectoire, les paramètres dépendants du temps. Dans ces conditions  $\dot{d} = 0$  et, par conséquent, la condition de compatibilité des rotations est renforcée en s'exprimant : les axes doivent être coaxiaux et les origines des vecteurs de rotation peuvent être décalés le long de leur direction commune.

### 2.9.3 Analyse des translations : Compatibilité des mouvements de translation

Les deux transformations étant des translations, i.e.  $\theta = 0$  et  $\delta = 0$ ,  $\hat{Q}$  devient :

$$\hat{Q} = \left\{ \left\{ 1, \left\{ \vec{0} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ 0, \left\{ \frac{v}{2} \cdot \vec{u} \right\} \right\} \right\}, \quad \text{avec} \quad \hat{\theta} = 0 + \varepsilon \cdot v, \quad \hat{u} = \vec{u} + \varepsilon \cdot \vec{0}$$

De manière analogue, la deuxième famille de trajectoires  $\hat{Z}$  devient :

$$\hat{Z} = \left\{ \left\{ 1, \left\{ \vec{0} \right\} \right\} + \varepsilon \cdot \left\{ 0, \left\{ \frac{t}{2} \cdot \vec{r} \right\} \right\} \right\} \quad \text{avec} \quad \hat{\delta} = 0 + \varepsilon \cdot t, \quad \hat{r} = \vec{r} + \varepsilon \cdot \vec{0}$$

Ainsi, le système d'équations (2.51) - (2.54) devient :

$$1 = c\psi \quad , \quad (2.63)$$

$$0 = s\psi \cdot \vec{n}, \quad (2.64)$$

$$0 = -s\psi \cdot \frac{d}{2} - s\psi \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \quad (2.65)$$

$$\frac{v}{2} \cdot \vec{u} = c\psi \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} + s\psi \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) + s\psi \cdot \vec{m} + c\psi \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \quad (2.66)$$

De l'éq. (2.63), il résulte que :  $\psi = 0$ . Avec cette condition, les équations (2.64) et (2.65) sont vérifiées. Ainsi, l'équation (2.66) devient :

$$v \cdot \vec{u} = t \cdot \vec{r} + d \cdot \vec{n} \quad (2.67)$$

Les trajectoires étant analysées au voisinage des configurations de contact, les mouvements de translations recherchés sont infinitésimaux afin de disposer d'une famille résultante aussi étendue que possible. Ainsi, pour analyser la compatibilité des mouvements, il est nécessaire d'étudier la forme différentielle du système d'équations (2.65) - (2.66) décrivant les translations du composant de référence. Cela revient à calculer la dérivée de l'équation (2.67) qui donne :

$$\dot{v} \cdot \vec{u} = \dot{t} \cdot \vec{r} \quad (2.68)$$

où  $\dot{v}$  et  $\dot{t}$  sont les dérivées par rapport au temps des mouvements de translation des familles  $F_1$  et  $F_2$ . Cette équation indique que des translations appartenant à  $F_1$  et  $F_2$  sont compatibles entre elles si elles ont la même direction et les mêmes vitesses, i.e. les trajectoires ont les mêmes dérivées à l'origine.

#### 2.9.4 Analyse des mouvements hélicoïdaux : Compatibilité des mouvements hélicoïdaux

Un mouvement hélicoïdal représente une combinaison d'une translation et d'une rotation, donc une combinaison de ces deux mouvements. Ainsi, d'après l'analyse des mouvements de translation et de rotation seuls, il résulte que les axes instantanés de rotation des deux familles de mouvement  $F_1$  et  $F_2$  doivent être coaxiaux. Cette condition est renforcée par le théorème de Chasles que nous énonçons une seconde fois : « *Le déplacement le plus général d'un corps rigide dans l'espace tridimensionnel peut être produit par une translation le long d'une axe suivie (ou précédée) d'une rotation autour de cet axe* ». Ce théorème indique que tout mouvement général d'un solide se ramène à un mouvement instantané de type hélicoïdal tel que la direction de translation de celui-ci soit colinéaire avec celle de son axe instantané de rotation.

Ainsi, le système d'équations général à analyser pour la compatibilité des mouvements hélicoïdaux est :

$$c\theta = c\psi \cdot c\delta - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}), \quad (2.69)$$

$$s\theta \cdot \vec{u} = c\psi \cdot s\delta \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}), \quad (2.70)$$

$$-\frac{v}{2} \cdot s\theta = \quad (2.71)$$

$$= -c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} - s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{r}) - s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \cdot \vec{r}) - c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} (\vec{n} \cdot \vec{r})$$

$$c\theta \cdot \frac{v}{2} \cdot \vec{u} = \quad (2.72)$$

$$= c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r}) + s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{m} + c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot (\vec{m} \wedge \vec{r}) + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot (\vec{n} \wedge \vec{r})$$

Les deux axes instantanés de rotation, appartenant chacun aux familles de trajectoires  $F_1$  et  $F_2$  respectivement, sont coaxiaux, le vecteur  $\vec{p}$  est nul car la transformation hélicoïdale se ramène à une translation de même axe que l'axe de rotation de ce mouvement et cet axe de rotation passe par les origines des deux repères  $S_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $S_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , donc :

$$\vec{m} = \vec{p} \wedge \vec{n} = \vec{0} \wedge \vec{n} = \vec{0} \text{ et } \vec{n} \cdot \vec{r} = 1, \vec{n} \wedge \vec{r} = \vec{0}.$$

Dans ces conditions, le système d'équations (2.51)–(2.54) devient :

$$c\theta = c\psi \cdot c\delta - s\psi \cdot s\delta, \quad (2.73)$$

$$s\theta \cdot \vec{u} = c\psi \cdot s\delta \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{n}, \quad (2.74)$$

$$\frac{v}{2} \cdot s\theta = c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \quad (2.75)$$

$$c\theta \cdot \frac{v}{2} \cdot \vec{u} = c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{r} - s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} \cdot \vec{n} + s\psi \cdot s\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{r} + s\psi \cdot c\delta \cdot \vec{m} + c\psi \cdot c\delta \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n} \quad (2.76)$$

Les deux premières équations de ce système ont déjà été analysées dans le cas des mouvements de rotation. Afin de générer un mouvement hélicoïdal avec une rotation finie, i.e. une condition similaire à celle utilisée pour la compatibilité des rotations, les relations entre l'amplitude de translation et les angles de rotation sont :

$$v = a_1 \cdot \theta \text{ et } d = a_2 \cdot \delta, \quad (2.77)$$

$a_1$  et  $a_2$  étant les pas de la première et deuxième hélice des contacts  $C_1$  et  $C_2$  respectivement.

Avec ces paramètres, l'équation (2.74) du système devient :

$$\frac{a_1 \cdot \theta}{2} \cdot s\theta = c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{t}{2} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{a_2 \cdot \delta}{2} + s\psi \cdot c\delta \cdot \frac{t}{2} + c\psi \cdot s\delta \cdot \frac{a_2 \cdot \delta}{2} \quad (2.78)$$

En simplifiant cette dernière équation, il vient :

$$(a_1 \cdot \theta) \cdot s\theta = (a_2 \cdot \delta + t) \cdot s(\delta + \psi) \quad (2.79)$$

Afin d'analyser les trajectoires qui expriment les conditions de compatibilité pour des rotations finies combinées avec des translations infinitésimales, l'équation (2.79), qui décrit les mouvements de translations, doit caractériser les mouvements infinitésimaux et, par conséquent, la dérivée de cette équation est utilisée pour représenter cette configuration. Comme dans l'équation (2.66), les paramètres  $\theta$  et  $\delta$  sont considérés comme dépendants du temps, ainsi, on a :

$$(a_1 \cdot \dot{\theta}) \cdot (s\theta + \theta \cdot c\theta) = (a_2 \cdot \dot{\delta}) \cdot [s(\delta + \psi) + \delta \cdot c(\delta + \psi)] \quad (2.80)$$

La solution de cette équation est :  $\theta = \delta + \psi$ , ce qui donne  $\dot{\theta} = \dot{\delta}$  et  $a_1 = a_2$ .

En conséquence, pour avoir une compatibilité entre deux mouvements hélicoïdaux appartenant à deux familles de trajectoires distinctes  $F_1$  et  $F_2$ , les deux vecteurs qui définissent les axes de ces mouvements doivent être coaxiaux. De plus, les « vitesses » de déplacement des deux surfaces de contact  $C_1$  et  $C_2$ , i.e. la tangente à la trajectoire compatible avec  $F_1$  et  $F_2$ , doivent être les mêmes et les deux pas  $a_1$  et  $a_2$ , doivent être égaux. On observe aussi que les angles de rotation peuvent être différents à  $\psi$  près correspondant à la position relative des repères de référence associés à  $C_1$  et  $C_2$ .

### 2.9.5 Synthèse

Le mouvement résultant de l'association d'un mouvement de rotation appartenant à la famille  $F_1$  avec un mouvement général, décrit par  $F_2$ , est soit une rotation de mêmes paramètres que la famille de trajectoires  $F_1$ , soit il n'existe pas de mouvement compatible, le composant étudié est donc immobile. Donc, le résultat de la combinaison est soit  $F_1$ , soit le composant n'a pas de mouvement.

Dans cette analyse, l'axe de rotation choisi est l'axe  $\vec{z}$ , mais ce choix est arbitraire et peut être appliqué à n'importe quelle autre direction.

Le résultat d'association d'un mouvement de translation appartenant à la famille  $F_1$  avec un mouvement général, décrit par  $F_2$ , est soit une translation de mêmes paramètres que la famille de trajectoires  $F_1$ , soit il n'existe pas de mouvement compatible, le composant étudié est donc immobile. Donc, le résultat de la combinaison est soit  $F_1$ , soit le composant n'a pas de mouvement.

L'axe de translation arbitrairement choisi est  $\vec{z}$ , mais toute autre direction de translation produira le même résultat.

Il existe une compatibilité entre deux mouvements hélicoïdaux, appartenant respectivement aux familles  $F_1$  et  $F_2$ , si les deux vecteurs qui définissent les axes de ces mouvements sont confondus. De plus, les vitesses de déplacement à l'origine des trajectoires appartenant à  $F_1$  et  $F_2$  doivent être les mêmes, et les deux pas doivent être égaux. Cependant, les angles de rotation peuvent être décalés l'un par rapport à l'autre d'une valeur fixe : l'angle  $\psi$ . Si les conditions mentionnées ci-dessus ne sont pas satisfaites, le composant n'a pas de mouvement.

### 2.10 Conclusion

Ce chapitre a présenté le principe de d'analyse de la mobilité d'un composant dans un contexte d'opération d'insertion / extraction. La mobilité est généralement à portée infinitésimale car fréquemment, un composant est inséré / extrait en le séparant de ses composants voisins à l'aide d'un mouvement d'amplitude très faible. Selon la nature des surfaces de contact, cette mobilité peut toutefois être d'amplitude finie.

La détermination de la mobilité résultante d'un composant est formulée selon une approche constructive, i.e. par l'union successive des mobilités de ce composant avec ses composants voisins à travers lesquels il partage des contacts.

Dans le contexte de cette approche constructive, le concept de famille de trajectoires associée à un contact entre deux composants a été introduit pour caractériser la mobilité, l'accessibilité d'un composant, dans une configuration élémentaire.

Par soucis de généralité, les trajectoires d'insertion / extraction d'un composant sont représentées à l'aide de quaternion duaux afin de permettre de décrire des familles comportant des mouvements de translation, rotation ainsi que des mouvements hélicoïdaux. Ceci afin de permettre la description de toutes les solutions possibles d'une opération d'insertion / extraction et donc étendre les travaux analysés au cours du chapitre 1.



La mise en place de l'approche constructive de détermination de l'accessibilité d'un composant a conduit à des résultats généraux pour les trois classes de mouvement : rotation, translation, mouvements hélicoïdaux en démontrant les conditions nécessaires et suffisantes de conservation de ces mouvements lorsqu'ils sont combinés avec une famille de trajectoires issues d'un autre contact.

Les propriétés établies pour les mouvements de rotation, de translation, les mouvements hélicoïdaux et la modélisation constructive de la mobilité, de l'accessibilité d'un composant constituent les bases d'une approche générique de modélisation de la mobilité, de l'accessibilité de composants et d'un opérateur permettant de construire cette information pour chaque composant. Ce sont les points qui sont développés dans le chapitre suivant.





## Chapitre 3

### **Familles de trajectoires de contacts élémentaires. Opérateur géométrique pour la détermination des mobilités d'un composant**

*Le Chapitre 3 analyse la structure et le contenu de maquettes numériques afin de préciser la nature des composants étudié. Par la suite, un exposé du modèle géométrique permettant de représenter tous les déplacements autorisés pour chaque couple de surfaces fonctionnelles constitue le modèle géométrique de référence pour la description géométrique de la mobilité des composants. Suit alors une analyse des mobilités des configurations de référence et la description de l'opérateur permettant de déterminer les mouvements résultant d'un composant soumis à un ensemble de contacts.*

### 3.1. Surfaces fonctionnelles et maquette numérique de produit

#### 3.1.1 Caractéristiques d'une maquette numérique d'un produit et surfaces fonctionnelles

L'objectif de cette section est de spécifier la définition intrinsèque des surfaces fonctionnelles et des contacts, dans le contexte d'une maquette numérique de produit. La maquette numérique 3D d'un produit est supposée produite par un logiciel de CAO. Il convient donc de déterminer plus précisément certaines caractéristiques de ce modèle afin de situer ce qui peut constituer les données d'entrée d'un processus de simulation d'A/D. La maquette informatique, proposée comme outil, utilise comme données de base les surfaces des modèles provenant de modeleurs CAO industriels. En conséquence, la description des surfaces fonctionnelles et certaines de leurs propriétés, aideront à spécifier les traitements nécessaires pour transformer les modèles CAO en modèles de référence adaptés à des simulations d'A/D. En premier lieu, certains éléments caractéristiques des maquettes numériques sont présentés afin préciser les particularités des données utilisées comme point de départ de simulation d'A/D.

La maquette numérique du produit étudié est supposée générée à partir de logiciels industriels de CAO. A ce titre, elle est constituée d'un ensemble de composants. Chacun de ces composants est considéré comme décrit par un modèle volumique. Cette hypothèse est conforme à une pratique industrielle courante et constitue une simplification afin de réduire le champ d'analyse des maquettes numériques correspondantes. Le modèle volumique d'un objet est décrit par sa frontière, appartenant ainsi à la catégorie B-Rep. Les surfaces frontières utilisées pendant le processus de modélisation sont des surfaces paramétriques NURBS<sup>27</sup>. La décomposition de la frontière d'un composant est liée, pour une part, au processus de modélisation de cet objet qui s'appuie classiquement sur des fonctions d'ajout / retrait de matière et des primitives de type extrusion, révolution (voir Figure 3.1). Pour une seconde part, la décomposition est aussi liée aux contraintes des modeleurs géométriques utilisés. Ainsi, les surfaces cylindriques, sphériques, etc. sont représentées à l'aide de surfaces dont l'espace paramétrique est borné par un contour fermé et décomposées en plusieurs surfaces par les modeleurs pour maintenir la cohérence de la topologie du modèle (voir Figure 3.1).

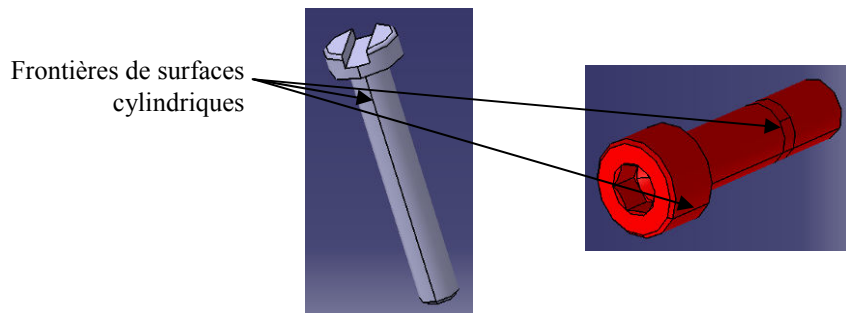


Figure 3.1 : Exemples de composants de maquette numérique comportant des surfaces cylindriques, coniques décomposées en plusieurs surfaces selon des contraintes imposées par le modeleur géométrique.

Les surfaces définissant la frontière d'un composant et issues du processus de modélisation à l'aide d'un modeleur CAO sont notées  $S_{M_i}$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

<sup>27</sup> Non Uniform Rational B-Spline

Trois catégories de données minimales, considérées comme obligatoires, sont nécessaires pour étudier un ensemble mécanique dans un contexte de simulation d'A/D. Elles incluent les modèles des composants, leur position relative et la description des surfaces fonctionnelles :

- 1) les composants sont modélisés avec leur forme correspondant à la configuration assemblée du produit,
- 2) les positions relatives des composants et leurs surfaces fonctionnelles, dans la configuration assemblée, sont connues. Les informations proviennent des modèles géométriques des composants et d'un processus d'identification de contacts afin de localiser les interactions entre les composants,
- 3) la description et la nature des surfaces fonctionnelles, définissant la position relative des composants, permettent de représenter les interactions entre eux.

La notion de surface fonctionnelle apparaissant ci-dessus trouve une première définition sous la forme suivante : « *Une surface fonctionnelle est une surface d'un composant en interaction géométrique de type contact qui couvre complètement ou partiellement une ou plusieurs surfaces qui appartiennent à d'autres composants* » [STI 92].

Les trois catégories de données ainsi que la notion de surface fonctionnelle nécessitent une analyse plus précise afin de mieux mesurer la distance entre le modèle de mobilité de composants proposé et le contenu d'une maquette numérique. Le chapitre 1 a montré combien cette distance a un impact important car elle conduit à des temps de préparation de simulations d'A/D qui rendent ces simulations ou bien l'utilisation de maquettes numériques caducs.

Le point 1 ci-dessus relie la configuration assemblée d'un produit à la forme de ses composants. Cette affirmation sous-entend qu'un composant peut avoir une forme différente entre qu'il possède dans la configuration assemblée et celle qui lui est propre en configuration désassemblée. Cette différence de forme entre les configurations et donc la déformation correspondant à ce changement de configuration amène à considérer plusieurs classes de composants ainsi que l'interaction entre ces classes de composants et les choix de représentation de ces composants dans une maquette numérique. On propose de distinguer les composants soumis à des chargements en fonctionnement entraînant des :

- *Petits déplacements*. Les axes et arbres de transmission, les paliers lisses, les carters rentrent en général dans cette catégorie. Dans ce cas, la *représentation est invariante* par rapport aux configurations du composant : configurations assemblée et désassemblée. Les composants correspondants sont qualifiés de *composants rigides*.
- *Grands déplacements*. La nature du matériau constitutif et la disposition de chargement du composant engendrent des grands déplacements voire des grandes déformations qui, à l'échelle de la maquette numérique, doivent être pris en compte dans les représentations des composants correspondants. Les rondelles d'arrêt de vis, d'écrous à créneaux, les joints toriques, et autres joints d'étanchéité, les soufflets en matière plastique rentrent dans cette catégorie. Le composant a donc des *formes*, i.e. des *représentations, différentes* pour les configurations assemblée et désassemblée. Les composants correspondants sont qualifiés de *composants déformables*.

Le point 2 précédent fait référence aux positions relatives des composants dans la maquette numérique d'un produit. A l'aide des logiciels CAO industriels, les positions relatives des composants peuvent être définies :

- à l'aide de contraintes géométriques : coaxialité d'axes, coïncidence de faces, etc. disponibles dans les modules d'assemblage des logiciels CAO ; les composants sont positionnés relativement les uns par rapport aux autres ;
- par rapport à un repère de référence global ; les composants occupent des positions absolues.

La diversité des contraintes géométriques entre les logiciels CAO et l'absence de transmission de ces contraintes lors d'échanges de modèles entre des logiciels, rend ces configurations équivalentes à celle d'un positionnement par rapport à un repère global. Dans tous les cas, le positionnement relatif des composants fait référence à la notion *d'interface*. Les interfaces entre composants peuvent être structurées selon trois catégories :

- *Contacts*. Cette catégorie désigne les configurations telles que deux composants  $C_j, C_k$  sont en contact si :  $\exists S_{Mji} \in C_j, S_{Mkl} \in C_k$ , telle que  $S_{Mji}$  coïncide avec  $S_{Mkl}$ .
- *Interférences*. Cette catégorie désigne des configurations telles que deux composants  $C_j, C_k$ , définissant des volumes, possèdent une intersection non vide :  $C_j \cap C_k = I \neq \{\emptyset\}$ ,  $I$  étant un volume.
- *Jeux*. Cette catégorie correspond à des composants  $C_j, C_k$ , sans intersection entre eux :  $C_j \cap C_k = \{\emptyset\}$  pour lesquels  $\exists S_{Mji} \in C_j, S_{Mkl} \in C_k$  au moins, telles que  $S_{Mji}$  et  $S_{Mkl}$  soient reliées par une fonction du produit. Les jeux trouvent leur origine dans les différences de dimensions données aux composants interagissant avec la position relative prescrite à ces composants.

Les notions de contact et de surfaces fonctionnelles sont donc plus complexes dans une maquette numérique que de simples concepts qui dérivent l'un de l'autre, i.e. une surface fonctionnelle d'un composant est une surface en contact avec un autre composant. En effet, une interférence entre deux composants est aussi une façon d'exprimer une relation fonctionnelle, voire désigner une surface fonctionnelle entre des composants  $C_j$  et  $C_k$  (voir Figure 3.2). Une représentation d'un joint à lèvres dans une maquette numérique peut donner lieu à des interfaces de contact et de jeux ou bien à une interférence et des jeux selon que le joint est représenté dans une configuration assemblée et déformée ou bien qu'il est placé en position assemblée mais représenté « au repos », i.e. sans déformation (voir Figure 3.3).

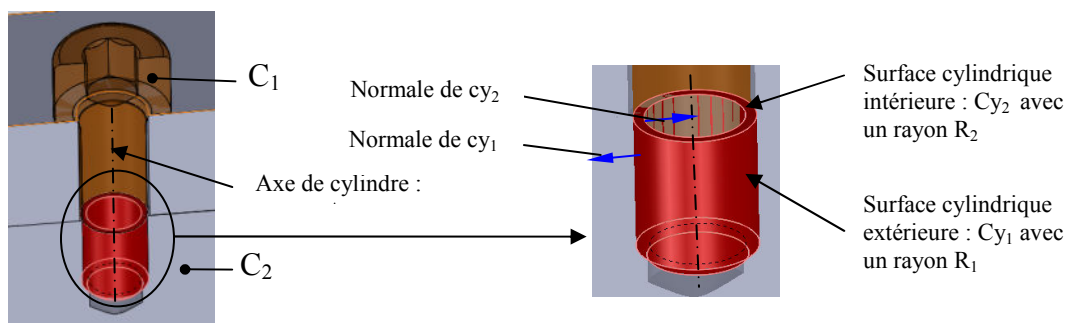


Figure 3.2 : Exemple d'interface de type interférence entre des surfaces cylindriques exprimant une relation fonctionnelle de type filetage entre les composants  $C_1$  et  $C_2$ . Ici, cette interface désigne des surfaces fonctionnelles de type hélicoïde représentant une mobilité relative de type mouvement hélicoïdal.

La remarque précédente montre que la notion d'*interface* entre composants exprime également des informations concernant les mobilités relatives de ces composants et donc qu'il existe une relation entre :

- la mobilité relative des composants,
- les interfaces entre ces mêmes composants, i.e. la position relative des composants choisie par l'utilisateur lors de la mise en place de la maquette numérique,
- la représentation des composants, i.e. la forme donnée à chaque composant et choisie par l'utilisateur lors de sa modélisation,
- la fonction d'une partie  $S_{Mi}$  de la surface de chaque composant,  $S_{Mi}$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$  et/ou d'un composant dans sa globalité.

Ainsi, cette relation dépend de choix de l'utilisateur ou de conventions. Ces choix et conventions nécessitent une étude approfondie et ne font pas partie du contexte abordé dans ce manuscrit.

Les hypothèses concernant les conventions de représentation de composants et les catégories de composants traités sont maintenant formulées comme suit :

- les composants traités sont supposés *rigides*,
- les conventions de représentation des composants conduisent à aborder des *interfaces de type contact* uniquement.

Ces hypothèses sont représentatives, en particulier, de configurations où les mobilités relatives des composants déduites des zones de contact sont représentatives du comportement cinématique réel des composants. Ces hypothèses permettent de se placer dans le contexte du point 3 de l'énumération précédente. Par la suite, on parlera de surface de contact pour désigner effectivement des surfaces fonctionnelles.

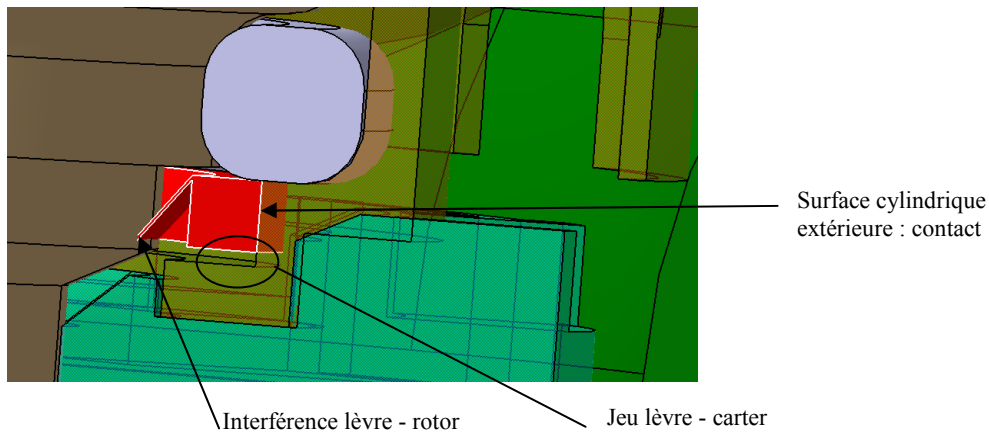


Figure 3.3 : Exemple d'interfaces obtenues avec un joint à lèvres lorsque le joint est représenté sans déformation. L'interférence peut-être remplacée par un contact si la lèvre est représentée en configuration déformée.

Les surfaces fonctionnelles sont très importantes pour les simulations d'A/D parce que, selon leur type, elles produisent différentes familles de trajectoires entre les composants. Les surfaces fonctionnelles  $S_{Fji}$ ,  $j \in \{1, \dots, m\}$ ,  $m \leq n$ , d'un composant  $C_i$  considérées dans cette section sont des unions de surfaces frontières  $S_{Mki}$  telles que les surfaces  $S_{Mki}$  sont adjacentes les unes aux autres, sont de même nature (plan, cylindre, etc.), possèdent les mêmes paramètres (rayon, normale, etc.) et sont localisées à la même position dans l'espace (même axe, même centre, etc.). Les surfaces  $S_{Fji}$  ainsi définies sont indépendantes de tout processus de



modélisation. Par conséquent, leurs propriétés contribuent à la définition d'un modèle intrinsèque à la maquette numérique d'un produit puisque basées sur le modèle numérique du produit tel qu'il peut être obtenu à partir d'un modèle échangé entre différentes étapes d'un PDP à l'aide de fichiers de type formats neutres.

Les éléments géométriques des surfaces fonctionnelles sont présentés dans le tableau suivant (voir Tableau 3.1).

Il est important de mentionner que toutes ces données sont géométriques et sont disponibles dans des fichiers de type STEP [FOW 95, STP 06] utilisables comme entrée pour les systèmes CAO standards et constituant également des fichiers générés en sortie de ces mêmes systèmes de CAO pour adresser différentes étapes d'un PDP. On suppose que les contacts sont liés aux surfaces fonctionnelles définies par les surfaces géométriques de base comme : les surfaces planes, cylindriques, coniques, sphériques.

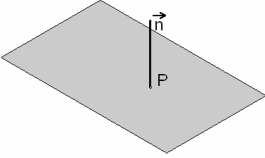
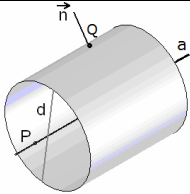
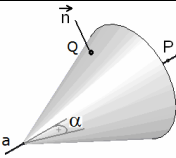
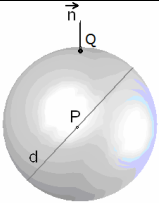
Surface plane	Surface cylindrique	Surface conique	Surface sphérique
			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- un point <math>P</math>, arbitrairement choisi sur la surface,</li> <li>- une normale <math>\vec{n}</math>, extérieure au côté matière en <math>P</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- l'axe <math>a</math>, du cylindre,</li> <li>- le diamètre <math>d</math>, du cylindre,</li> <li>- un point <math>P</math>, arbitrairement choisi sur l'axe,</li> <li>- une normale <math>\vec{n}</math>, extérieure au côté matière en un point <math>Q</math> arbitraire.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- l'axe <math>a</math> du cône,</li> <li>- l'angle <math>\alpha</math> représentant le demi angle au sommet,</li> <li>- un point <math>P</math> sur l'axe, correspondant au sommet du cône,</li> <li>- une normale <math>\vec{n}</math>, extérieure au côté matière en un point <math>Q</math> arbitraire.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- le centre <math>P</math>,</li> <li>- le diamètre <math>d</math>, de la sphère,</li> <li>- une normale <math>\vec{n}</math>, extérieure au côté matière en un point <math>Q</math> arbitraire.</li> </ul>

Tableau 3.1 : Eléments géométriques des surfaces fonctionnelles.

En effet, les tests réalisés au cours des années antérieures à partir de logiciels CAO industriels montrent que les fichiers STEP générés par de tels logiciels contiennent des modèles géométriques de surfaces décrivant explicitement les plans, cônes, cylindres, sphères, tores, surfaces de révolution, surfaces réglées ainsi que la représentation NURBS de ces mêmes entités (voir Figure 3.4). Ceci a été évalué pour des logiciels tels que SolidWorks, CATIA V5, Unigraphics/Ideas, Pro/Engineer.

Les caractéristiques géométriques des surfaces sont utilisées de constituer les surfaces fonctionnelles et d'identifier les contacts entre ces surfaces. Ces surfaces sont définies dans le repère global de référence du mécanisme décrit par la maquette numérique. On note que des surfaces gauches, n'appartenant pas à la liste énumérée précédemment, ne sont pas analysées ici puisqu'elles sont très rarement employées en tant que surfaces fonctionnelles dans les composants mécaniques réels. En complément, il convient de noter que les surfaces

fonctionnelles sont réduites aux plans, cylindres, cônes, sphères. Les surfaces de révolution, les surfaces réglées et les tores n'étant pas des surfaces utilisées couramment comme surfaces fonctionnelles, elles ne sont pas prises en compte pour l'étude de mobilité qui suit.

Si les surfaces candidates comme surfaces fonctionnelles  $S_{Fji}$  sont aisément identifiables dans un fichier STEP, les contacts entre les surfaces frontières de composants et, plus précisément, les zones de contact communes entre des composants ne sont pas explicitement disponibles dans une maquette numérique. L'absence de telles informations est une source supplémentaire d'écart entre les familles de trajectoires réelles entre deux composants et celles utilisées pour des simulations d'A/D à partir d'une maquette numérique comme l'a déjà mis en évidence, pour partie, le chapitre 1.

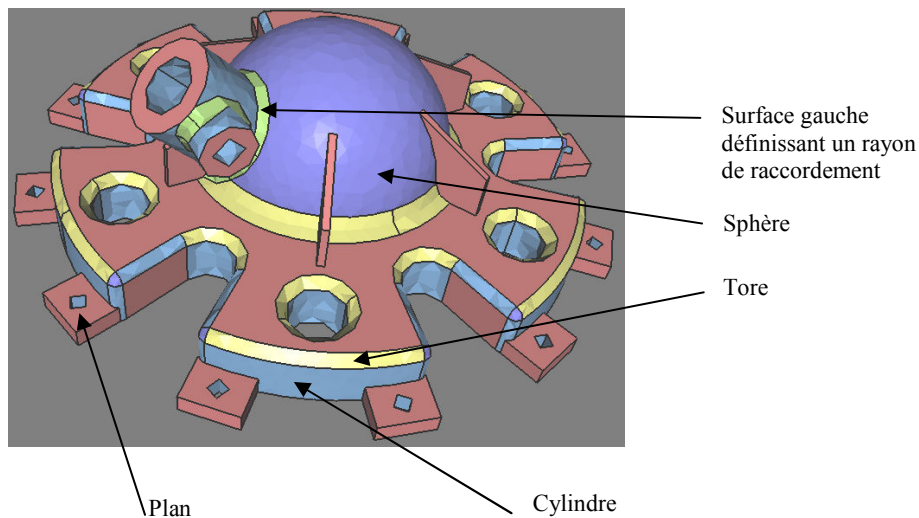


Figure 3.4 : Exemple de composant comportant l'indication de la nature de surfaces  $S_{Mki}$  obtenues à partir d'un fichier STEP : plans (rose), cylindres (bleu pâle), sphères (bleu foncé), tores (jaunes), surfaces gauches (vert pâle).

### 3.1.2 Caractérisation des configurations de contact

Le but est de définir une taxonomie pour structurer les surfaces fonctionnelles afin de mettre en évidence les propriétés importantes vis-à-vis des mobilités des composants et des simulations d'A/D. Dans un premier temps, il convient de distinguer les surfaces fermées de celles qui sont ouvertes : la sphère étant la seule surface fermée. Les surfaces ouvertes sont limitées par au moins une courbe fermée pour définir une aire finie et elles peuvent donc être : planes, cylindriques ou coniques uniquement.

Si une surface de contact est associée à un cylindre et limitée par deux courbes fermées distinctes et si elle contient au moins un cercle complet  $C$  (voir Figure 3.5) ou bien si cette surface est conique, limitée par une seule courbe fermée contenant le sommet du cône ou limitée par deux courbes et ne contenant pas le sommet mais au moins un cercle complet  $C$  (voir Figure 3.5) : dans tous ces cas, les configurations ci-dessus sont des conditions nécessaires où les contacts résultants peuvent mener aux rotations autour d'un axe passant par le centre du cercle  $C$  et contenant l'axe du cylindre ou du cône. Des configurations ne respectant pas l'une de ces conditions suffisantes mènent au concept de *contact partiel*. Les contacts partiels peuvent produire d'autres mouvements de translation et, par conséquent, ils sont distingués des autres

configurations standards de contact qualifiées de *contacts complets*. Notons que les surfaces planes peuvent être soumises à des configurations arbitraires de courbes frontière sans engendrer de transformation particulière des familles de trajectoires qui peuvent leur être associées.

Les contacts partiels sont des contacts qui ne satisfont pas une des conditions suffisantes énoncées ci-dessus. Le plus souvent, la notion de contact partiel vient du fait que la surface du contact n'est pas complète : il n'existe pas de cercle  $C$  tel que mentionné dans les conditions nécessaires précédemment (voir Figure 3.6). Ils concernent seulement les contacts élémentaires entre une surface concave et une surface convexe, par exemple : pivot, pivot glissant, rotule et linéaire annulaire. Dans ce dernier cas, le contact s'opère entre une surface cylindrique et une surface sphérique et il est de nature linéique. La condition suffisante pour obtenir uniquement des mouvements de rotation selon des axes passant par le centre de  $C$ , en dehors de la translation propre à la liaison linéaire annulaire, est d'avoir un contact le long de  $C$  entièrement. Il faut mentionner que le contact partiel de type glissière peut être considéré comme la combinaison de deux plans ou plus et que le contact de type hélicoïdal a un traitement qui dépend fortement du choix de représentation effectué pour les composants dans la maquette numérique (voir section 3.1.1). Avec les surfaces fonctionnelles actuellement retenues, les contacts hélicoïdaux supposent une représentation basée sur des surfaces cylindriques auxquelles on doit ajouter des informations pour définir cette liaison comme une liaison hélicoïdale : ajout du pas ou du statut de liaison fileté, par exemple.

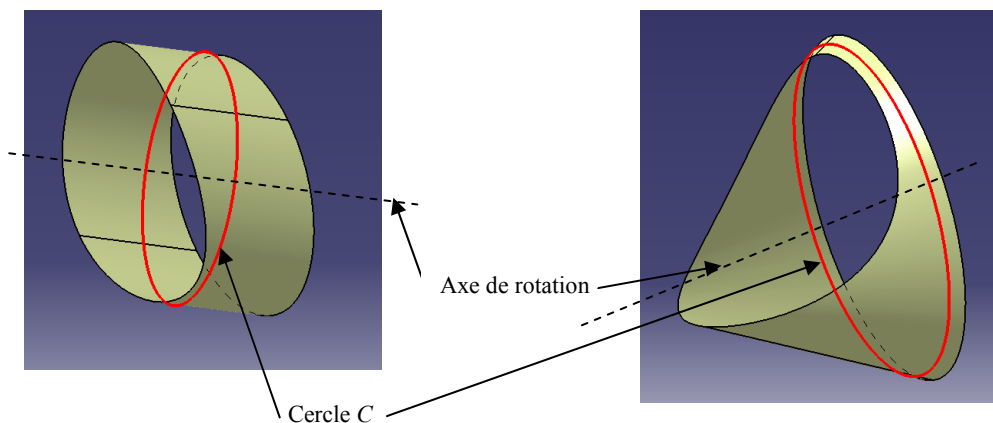


Figure 3.5 : Exemple de surfaces de contact cylindrique et conique illustrant les conditions nécessaires pour engendrer un mouvement de rotation.

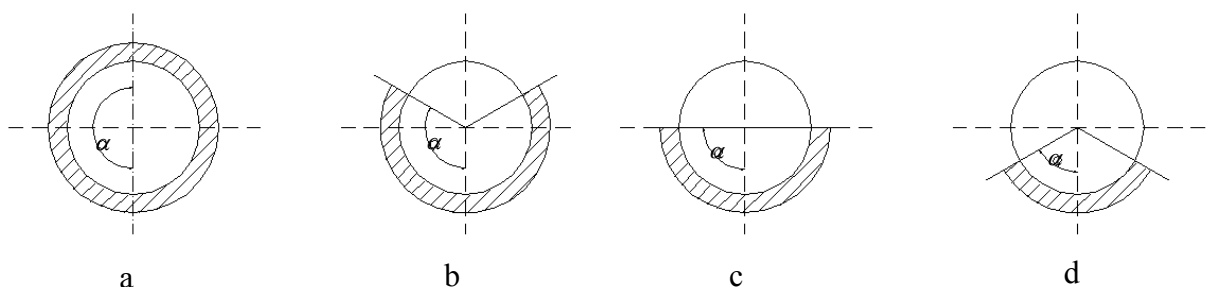


Figure 3.6 : Influence de la zone de contact dans le plan correspondant à  $C$  :  
a) contact élémentaire complet, b) contact partiel ne créant pas de nouvelle mobilité,  
c) contact partiel générant une nouvelle translation,  
d) contact partiel générant une famille de translations.

Afin de réduire les conditions suffisantes énoncées précédemment, on peut observer que le cercle  $C$  a aussi une incidence sur la mobilité relative des composants. Dans le plan contenant  $C$ , l'angle  $\alpha$  décrit la zone de recouvrement entre les deux surfaces (voir Figure 3.6 a), une concave et une convexe, en contact.  $\alpha$  peut varier entre 0 et  $\pi$  (voir Figure 3.6). Lorsque  $\alpha < \pi$ , les surfaces cylindriques, coniques, sphériques ne sont bornées que par une seule courbe fermée (voir Figure 3.6 a). L'intervalle  $\pi/2 < \alpha < \pi$  n'a pas d'incidence sur de nouvelles mobilités relatives entre les composants (voir Figure 3.6 b). L'intervalle  $\pi/2 \geq \alpha$  engendre de nouvelles mobilités de translation (voir Figure 3.6c et d).  $\alpha$  représente le demi - angle maximum de surface de contact associé à l'axe du cylindre ou du cône.

La trajectoire possible des composants dépend fortement des configurations de contact entre les surfaces fonctionnelles. C'est la raison pour laquelle il est obligatoire de fournir les informations d'entrée appropriées au modèle synthétisant toutes les mobilités d'un composant dans des configurations arbitraires. Les hypothèses complémentaires concernant les mobilités des composants expriment le fait que les mouvements relatifs dans une zone de contact sont tels que la zone de contact (surface, ligne ou point) est ôtée entièrement en séparant les composants, si possible en réalisant un mouvement infinitésimal. Un contact complet surfacique de type cylindre - cylindre ne peut être supprimé à l'aide d'un mouvement infinitésimal. De même, le processus inverse s'applique en joignant des composants et les mêmes hypothèses sont également valables si la zone de contact initiale est une ligne.

Les zones de contact entre les surfaces fonctionnelles peuvent être de type : surface, ligne, point ou toute combinaison entre ces éléments selon la position relative de ces surfaces et de leurs paramètres caractéristiques. Si une zone de contact contient au moins une surface, alors cela signifie que les deux surfaces fonctionnelles en contact doivent partager les mêmes paramètres descriptifs (position, rayon etc.), selon le type de surface. C'est la configuration la plus commune trouvée dans les modèles maquettes numériques.

La situation où la zone de contact ne contient aucune surface et au moins une ligne, est possible pour les combinaisons des plans, cylindres, cônes et sphères. Ce cas est peut détaillé dans l'étude présentée afin de raccourcir la présentation, la liaison linéaire annulaire étant une configuration spécifique qui engendre un contact de type ligne. L'accent sera mis avec plus de détails pour les configurations de contact les plus communes.

L'analyse décrite dans cette section montre que la configuration géométrique d'une zone de contact et la nature des surfaces associées ont un impact important sur les mobilités relatives des composants. La réduction de la mobilité relative de composants à une seule translation comme le proposent la plupart des approches décrites au chapitre 1 montre les limites de telles approches par rapport aux possibilités réelles de mouvements des composants. Les contacts partiels constituent une classe de configurations pour laquelle la représentation des mobilités doit être réaliste, au risque de ne pouvoir représenter des opérations et des séquences d'A/D effectivement solution d'une simulation. Dans le travail de Rejneri [REJ 00], l'impossibilité de traiter des contacts partiels conduisait à une impossibilité de trouver des séquences pour une maquette numérique comportant une liaison rotule.

Après l'analyse, ci-dessus, il est opportun de préciser également que les configurations de contact sont très sensibles aux paramètres géométriques parce qu'une surface de contact peut facilement devenir une ligne ou une courbe ou encore se réduire à un point si ces paramètres sont légèrement perturbés. Par conséquent, deux points doivent être abordés pour avoir un processus plus efficace concernant l'analyse d'un modèle d'assemblage issu d'une maquette numérique :

- des contraintes géométriques sont obligatoires pour décrire clairement la position relative des surfaces fonctionnelles et la nature des zones de contact (surface, ligne, point),
- l'assistance de l'utilisateur est exigée pour des cas très particuliers afin de fournir l'information de contact appropriée lorsque les contraintes géométriques ne sont pas disponibles en présence d'incohérences dans une maquette numérique.

Cependant, l'assistance à l'utilisateur doit être réduite autant que possible quand des ensembles complexes sont analysés afin de les traiter dans un temps court. Par conséquent, le temps nécessaire à la réalisation d'une simulation reste un paramètre important que l'on cherche à réduire au maximum.

## 3.2 Caractérisation des familles de trajectoires

### 3.2.1 Introduction

Afin de modéliser les contacts résultants à partir des composants élémentaires d'un ensemble mécanique représenté par une maquette numérique, il est nécessaire de déterminer les mobilités relatives des composants assemblés, c'est-à-dire les déplacements autorisés entre les composants. Ces déplacements se regroupent en deux catégories complémentaires : les déplacements infinitésimaux et finis. Les déplacements infinitésimaux correspondent principalement aux translations et sont modélisés sur la base des relations cinématiques existantes entre les composants. En effet, une translation infinitésimale est suffisante pour rompre/créer l'ensemble des contacts entre deux composants. Au contraire, les zones de contact le long d'une surface curviligne ou d'un arc de cercle si elles peuvent rompre/créer un contact, elles ne peuvent séparer/insérer effectivement deux composants.

Parmi les approches courantes, pour présenter les mouvements de translation et de rotation possibles, la sphère unité ou la sphère de Gauss, est la plus souvent utilisée [MAT 91, WOO 94, WIL 94, LAT 95, ROM 95] (voir chapitre 1). Ainsi, il est possible de représenter les déplacements possibles de translation d'un composant selon ses contacts plans par rapport à ses composants voisins. Le principe est que chaque contact plan divise la sphère unité en deux hémisphères dont l'un représente la famille de translations permettant la séparation des composants. En effet, le but est d'établir l'ensemble des directions possibles d'assemblage à partir d'une représentation polyédrique des composants et d'une analyse des contacts plans entre les polyèdres, ce qui réduit les catégories de mouvements à des mouvements infinitésimaux seulement. Cependant, le but poursuivi ici est de considérer toute l'information incluse dans les modèles de contact entre les composants. Ainsi, les rotations doivent pouvoir être explicitement représentées car produisant des mouvements finis qui contribuent à l'insertion/extraction de composants. Il en est de même pour des mouvements hélicoïdaux infinitésimaux ou finis.

Les quaternions duaux possèdent aussi la propriété d'identifier chaque rotation sur une hyper sphère unité  $IR^4$  et chaque mouvement hélicoïdal sur une hyper sphère duale  $IR^4$  (voir section 2.5.5). Toutefois, les trajectoires ainsi décrites peuvent représenter des angles finis et des amplitudes de translation finies qui ne sont pas nécessaires au voisinage d'un contact. De plus, le nombre de paramètres ne permet pas une représentation dans  $IR^3$  qui s'appuie sur des opérateurs de modélisation géométrique couramment disponibles. Cette approche n'est donc pas utilisée ici.

L'objectif de cette section est de montrer comment les mouvements de translation, de rotation et les mouvements hélicoïdaux peuvent être représentés géométriquement et quel est le modèle géométrique associé.

Quoique les familles de trajectoires soient cinématiquement définies en un point appartenant à un composant, il peut exister un sous-ensemble de points où les familles de trajectoires sont similaires ou même identiques. Dans ces cas, les mouvements infinitésimaux peuvent être enchaînés ensemble pour produire des mouvements finis, ce qui constitue une propriété pour distinguer explicitement les trajectoires d'amplitude finies par rapport à celles qui sont purement infinitésimales et cette propriété sera mise en œuvre par la suite pour différencier les configurations.

Classiquement, on peut ramener les configurations de contact entre composants à onze types de contacts élémentaires basés sur les surfaces fonctionnelles de référence et désignés comme suit : ENCastrement (**ENC**), PiVoT (**PVT**), GLiSsière (**GLS**), PiVot Glissant (**PVG**), Pivot Glissant Hélicoïdal (**PGH**), SPHérique a Doigt (**SPD**), RoTuLe (**RTL**), APpui Plan (**APP**), LiNéaire Annulaire (**LNA**), LiNéaire Rectiligne (**LNR**) et PoNCtuel (**PNC**). Les contacts de type : pivot glissant, pivot glissant hélicoïdal et appui plan sont parmi les plus utilisés dans les ensembles mécaniques. On estime que leur part s'élève à environ deux tiers. Ces configurations constituent la base des familles de trajectoires décrites par suite qui serviront ensuite de modèles géométriques de base pour être combinés afin de caractériser la mobilité effective d'un composant constitué d'un ensemble de surfaces fonctionnelles.

Par la suite, les trois types de mouvements et les mobilités associées seront analysés. Pour les cas de translations et de rotations, les mouvements possibles sont représentés sur une sphère unité. Les mouvements hélicoïdaux sont représentés avec un volume à l'aide du concept de boule unité. Tous les mouvements possibles (translation, rotation ou mouvement hélicoïdal) sont représentés sur une seule et même boule unité mais, en fonction du type de mouvement et du type du contact, la représentation peut varier. Il faut mentionner que, malgré les similitudes, chaque type de mouvement possède certaines particularités présentées dans les sections suivantes.

### 3.2.2 Mouvements de translation

Les mouvements de translation sont représentés sur une sphère unité  $S_U$ ,  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ,  $\forall M \in S_U$ ,  $\|\overrightarrow{OM}\| \equiv 1$ , conformément à la Figure 3.7. Un vecteur  $\overrightarrow{OM}$  définit un axe de translation. Le sens positif de l'axe représente une translation  $\vec{T}$  possible dans cette direction :  $\vec{T} = \lambda \overrightarrow{OM}$ ,  $\lambda > 0$ . Le sens négatif représente une translation possible selon l'orientation opposée de cet axe mais cela n'est pas utilisé. Une telle translation est décrite par :  $\vec{T}' = \lambda' \overrightarrow{OM'}$ ,  $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$ ,  $\lambda' > 0$ .

La Figure 3.7 rassemble quelques configurations caractéristiques de mobilités correspondant à des domaines différents sur la sphère unité. Chacun d'entre eux décrit donc une famille de trajectoires.

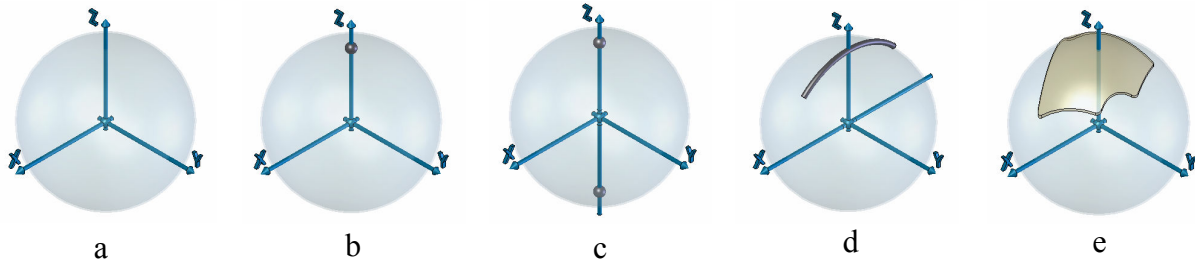


Figure 3.7 : Sphères unités utilisées pour décrire des mouvements de translation.

La Figure 3.7 comporte :

- a – aucun mouvement possible ;
- b – une seule direction de translation est possible : translation positive suivant l'axe  $\vec{z}$  ;
- c – deux directions de translations sont possibles : translation positive et négative selon l'axe  $\vec{z}$  ;
- d – les directions de translations valides représentent un secteur circulaire : les translations sont possibles dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  ;
- e – les directions de translations valides représentent un secteur de la sphère unité : les translations ont lieu selon des directions combinées  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  telles que la composante  $\vec{z}$  soit toujours positive.

Tous les mouvements de translations associés à un contact peuvent être ainsi représentés avec une combinaison des cas présentés. L'existence de configurations comportant une solution unique, i.e. un point sur la sphère unité, illustre la nécessité de disposer d'une représentation exacte d'orientations, par exemple à travers des contraintes géométriques, pour ne pas perdre la représentation de telles solutions. Il faut noter que très rarement il peut exister des cas où la représentation est composée d'une union des plusieurs éléments géométriques (points, lignes, surfaces) dont la dimension de la variété n'est pas la même lorsque l'on décrit des familles de trajectoires résultant de la mobilité relative d'un composant par rapport à son environnement.

### 3.2.3 Mouvements de rotation

Les mouvements de rotation peuvent également être représentés sur une sphère unité  $S_U$  comme indiqué par les exemples de la Figure 3.8. La représentation est donc similaire à celle des translations mais avec une autre signification : un vecteur  $\overline{OM}$  définit un axe de rotation. Le sens positif de l'axe représente une rotation possible  $Q$ , décrite par un quaternion unité, autour de cette direction dans le sens trigonométrique :  $Q = \left\{ \cos \theta/2, (\sin \theta/2) \overline{OM} \right\}$ ,  $\theta > 0$ . Le sens négatif représente une rotation possible dans le sens horaire autour du même axe mais ne peut être utilisé. Une telle rotation est décrite par :  $Q' = \left\{ \cos \theta'/2, (\sin \theta'/2) \overline{OM'} \right\}$ ,  $\overline{OM} = -\overline{OM'}$ ,  $\theta' > 0$ .

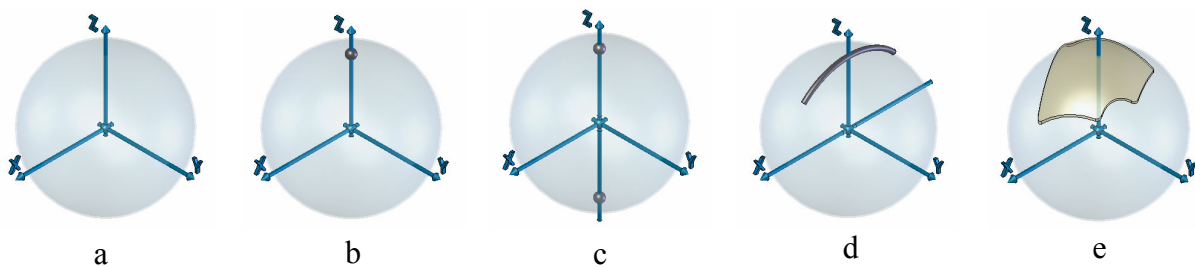


Figure 3.8 : Sphères unités utilisées pour décrire des mouvements de rotation.

La Figure 3.8 rassemble quelques configurations caractéristiques de mobilités correspondant à des domaines différents sur la sphère unité. Chacun d'entre eux décrit donc une famille de trajectoires.

La Figure 3.8 comporte :

- a – aucun mouvement possible ;
- b – un seul sens de rotation est possible : rotation dans le sens trigonométrique autour d'axe  $\vec{z}$  ;
- c – une seule direction de rotation est possible : rotation dans les deux sens autour du même axe  $\vec{z}$ , i.e. rotations positives autour de  $\vec{z}$  et de  $-\vec{z}$  ;
- d – les axes de rotation valides représentent un secteur circulaire : les rotations sont possibles selon des axes dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  ;
- e – les axes de rotation valides représentent un secteur de la sphère unité : les rotations ont lieu selon des directions combinées  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  telles que la composante  $\vec{z}$  soit toujours positive.

Ainsi, tous les mouvements de rotation associés à un contact peuvent être représentés par une combinaison de cas illustrés ci-dessus. Toutes les remarques formulées pour la représentation des mouvements de translation s'appliquent ici (représentation exacte des orientations des axes de rotation, diversité des domaines décrivant la mobilité d'un composant).

### 3.2.4 Mouvements hélicoïdaux

Pour cette catégorie de mouvements, la sphère unité  $S_U$  n'est plus utilisable car il faut pouvoir représenter simultanément un axe de rotation, la rotation associée et la relation entre la rotation et la translation, caractéristique d'un mouvement hélicoïdal. Il convient de remarquer que les mouvements de translation coïncident avec les mouvements hélicoïdaux lorsque leur pas est infini. De même, les mouvements hélicoïdaux coïncident avec les mouvements de rotation lorsque le pas est nul. De plus, le théorème de Chasles exprime l'existence et l'unicité d'un mouvement hélicoïdal instantané dont l'axe de rotation et la direction de translation sont confondus. Par conséquent, la sphère  $S_U$ , qui ne possède que deux paramètres indépendants pour localiser la direction d'un mouvement est insuffisante car il n'est pas possible de caractériser le pas du mouvement.

La représentation est donc différente de celles utilisées pour les mouvements de translation et de rotation. Le type de représentation que nous proposons est nouveau parce qu'il combine les mouvements de translation et de rotation : il s'agit de la *boule unité*. Même si les mouvements de translations représentent la majorité des mouvements utilisés pour rompre ou créer un contact, les mouvements hélicoïdaux ont également un rôle important dans les simulations des opérations d'A/D. Par exemple, pour simuler une denture hélicoïdale ou tout autre composant fileté, on a besoin d'une telle représentation.

Comparé à la sphère unité  $S_U$ , la boule unité  $B_U$  définit un volume  $V$ ,  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ,  $\forall P \in B_U, \|\overline{OP}\| \leq 1$  et un point  $P$  dans ce volume caractérise un mouvement hélicoïdal comme suit : le vecteur défini par l'origine de la boule et le point  $P$  représente la direction du mouvement hélicoïdal  $\overline{OP}$ , la distance de  $P$  à l'origine définit son pas  $p$ ,  $+\infty \geq p \geq 0$ . Ce dernier varie entre 0 pour une rotation, quand  $P$  coïncide avec l'origine de  $B_U$ , et  $+\infty$  pour une translation, quand  $P$  est sur la sphère unité  $S_U$ , frontière de  $B_U$ . La rotation correspondante est



définie dans le sens trigonométrique :  $Q = \left\{ \cos \theta/2, (\sin \theta/2) \overrightarrow{OP} / \|\overrightarrow{OP}\| \right\}$ ,  $\theta > 0$ . La partie duale du quaternion dual  $\hat{Q}$  est :

$$Q_0 = \left\{ -(p\theta/2) \sin \theta/2, p\theta/2 (\cos \theta/2) \overrightarrow{OP} / \|\overrightarrow{OP}\| \right\}$$

On peut constater que la condition de positivité de  $p$  est restrictive et la configuration :  $p' = -p$ ,  $\theta' = -\theta$  décrit une hélice de pas opposé parcourue par une rotation inverse, ce qui engendre une translation de même sens que l'hélice parcourue à l'aide de  $(p, \theta)$ . Les deux configurations  $(p, \theta)$  et  $(p', \theta')$  sont représentées par un même point de  $B_U$ . Ceci constitue une limitation par rapport à l'hyper sphère de  $IR^4$  (voir section 2.5.5) qui pourrait les distinguer mais ne possède pas de représentation géométrique simple. Pour les applications d'A/D, si un mouvement hélicoïdal est libre, i.e. non engendré par une surface fonctionnelle, un point de  $B_U$  désignera les deux hélices. Si le mouvement hélicoïdal est déterminé par une surface hélicoïdale, le pas est imposé, de même que son signe, et donc il n'y aura donc qu'une seule hélice décrite dans ce cas.

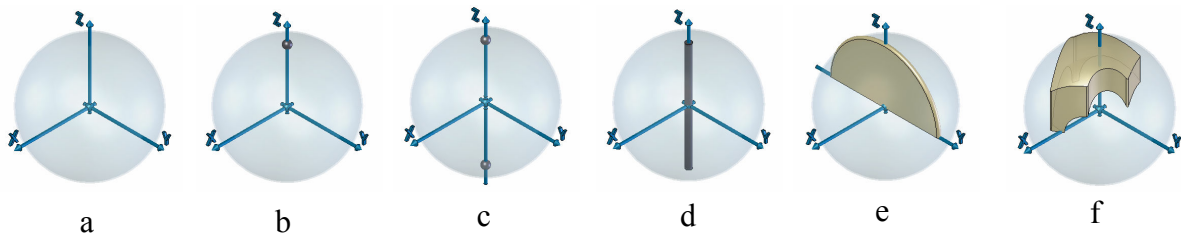


Figure 3.9 : Exemples de boules unités permettant la description de mouvements hélicoïdaux.

La présence de surface hélicoïdale associée à un point de  $B_U$  est donc un critère discriminant qui permet de distinguer les domaines de  $B_U$  qui décrivent deux hélices en chaque point de ceux qui n'en décrivent qu'une seule, celle-ci étant définie, de manière non ambiguë par les paramètres de la surface hélicoïdale.

Des exemples de mouvements hélicoïdaux sont représentés à l'aide de la boule unité conformément à la Figure 3.9. Les six configurations représentées sont :

- a – aucun mouvement possible ;
- b – une seule direction de translation est possible : translation selon l'axe  $\vec{z}$  ;
- c – deux directions de translation sont possibles : translations selon  $\vec{z}$  et  $-\vec{z}$  ;
- d – les mouvements hélicoïdaux possibles sont dirigés selon les axes  $\vec{z}$  et  $-\vec{z}$  : ils représentent une famille de mouvements hélicoïdaux variant entre des rotations (pas nul) et des translations (pas infini) ;
- e – les mouvements hélicoïdaux possibles représentent un secteur circulaire de  $B_U$  : toutes les directions des mouvements possibles sont dirigés selon des axes dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$ . Les mouvements hélicoïdaux varient entre des rotations et des translations ;
- f – les mouvements hélicoïdaux valides représentent un élément de volume de  $B_U$  : les directions de translation / axes de rotation ont lieu selon des directions combinées  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  telles que la composante  $\vec{z}$  soit toujours positive. Les pas  $p$  de ces mouvements sont strictement positifs et atteignent  $+\infty$  pour représenter des mouvements de translation.

Cette représentation volumique admet des limites dans la mesure où la sphère décrivant les rotations est de rayon nul et, par conséquent, seuls les mouvements strictement hélicoïdaux, i.e.  $p > 0$ , peuvent être représentés. Il convient de remarquer également que la partie de  $B_U$  représentant des trajectoires hélicoïdales n'est pas nécessairement un volume mais peut se réduire à une surface (voir Figure 3.9 e), une ligne (voir Figure 3.9 d) ou un point.

Dans la mesure où l'objectif de cette section porte sur la représentation des mouvements hélicoïdaux et non sur la totalité des mouvements, i.e. translations, rotations, mouvements hélicoïdaux, la restriction imposée par l'utilisation de  $B_U$  n'est pas une limitation forte. Le recours à la sphère unité  $S_U$  pour les rotations est d'ores et déjà un moyen pour permettre la représentation des rotations en complément de  $B_U$  pour les translations et les mouvements hélicoïdaux avec  $p > 0$ . Toutefois, l'objectif de mise en place d'une représentation compacte de la mobilité d'un composant sera abordé à la section 3.2.6.

### **3.2.5 Description de trajectoires pour des simulations interactives et temps réel d'A/D**

Le séquençement interactif est une première catégorie d'applications nécessitant un modèle de mobilité des composants. Avoir la capacité de modéliser des translations, des rotations et des mouvements hélicoïdaux est obligatoire pour produire des solutions réalistes de séquençement des composants. Les trajectoires absentes peuvent écarter des solutions apparaissant comme évidentes du point de vue d'un utilisateur. De plus, avoir la capacité de décrire les mobilités associées aux contacts partiels est également critique afin de pouvoir trouver toutes les trajectoires possibles. Par conséquent, un *opérateur général* capable de caractériser une large diversité de configurations est un besoin clé pour améliorer la qualité des simulations. En reliant le modèle de mobilité de composants avec un algorithme de planification de trajectoires, i.e. déplacement d'un composant dans un environnement encombré lorsqu'il possède six degrés de liberté, il en résulte également un moyen permettant de fournir des conditions aux limites plus réelles et pas seulement les points extrêmes de la trajectoire, mais aussi des orientations et des informations de mobilité.

Le recours à une *énumération* de trajectoires ou de sous-ensemble de trajectoires a été proposé par Rejneri [REJ 00], aboutissant à l'élaboration d'une matrice (15x15), limitée aux contacts complets dont l'utilisation dans un algorithme est difficile à mettre au point du fait du grand nombre de cas à distinguer. Il s'agit d'une définition de trajectoires en *extension*. L'opérateur mentionné précédemment est donc représentatif d'une approche où la famille de trajectoires est définie en *compréhension*.

Dans le cadre des simulations immersives en temps réel, les mobilités entre les composants sont des moyens pour établir des contraintes cinématiques pour les dispositifs haptiques [TCH 10], réduisant de ce fait la complexité des algorithmes de détection de collisions (voir Chapitre 1). En effet, les contraintes cinématiques réduisent le nombre de degrés de liberté et, par conséquent, la diversité des interférences aussi bien que le temps de calcul pour la détermination de collisions. En plus, les simulations immersives exigent des possibilités de commuter, d'une façon transparente, du mode cinématiquement contraint au mode libre (non contraint), et réciproquement, de sorte que l'impression d'immersion de l'utilisateur soit améliorée.

À cet effet, l'entrée provenant de capteurs de position et de force disponibles dans un environnement haptique doit être utilisée pour identifier les contraintes qui doivent rester compatibles avec ces capteurs et avec le comportement des objets dans le monde virtuel. Les contraintes cinématiques doivent être, d'une manière transparente, activées ou désactivées selon les mouvements de l'utilisateur et les interactions entre les objets de la scène et l'objet manipulé par l'utilisateur. De plus, il faut avoir une correspondance entre la diversité des contraintes cinématiques et l'analyse des interactions entre l'objet manipulé et le reste du monde virtuel. En conséquence, un modèle général pour décrire et combiner les mobilités des contacts d'un composant est également nécessaire et, de plus, doit permettre de combiner rapidement les mobilités pour satisfaire les contraintes d'immersion propres à ces environnements.

La section suivante décrit le modèle géométrique permettant la représentation de familles de trajectoires adressant les besoins décrits dans cette section.

### **3.2.6 Relation entre les quaternions duaux et leur représentation sur une boule unité**

Comme mentionné dans les sections 3.2.2 – 3.2.5, les concepts de sphère unité  $S_U$  et de boule unité  $B_U$  sont des outils puissants pour la représentation géométrique des trois catégories de mouvements: translation, rotation et mouvement hélicoïdal. Le modèle proposé est basé sur les trajectoires résultantes associées aux contacts entre un composant  $C_1$  et tous les composants avec lesquels il est en contact. Il doit donc décrire la mobilité de  $C_1$  quelque soit la nature des trajectoires, qu'il s'agisse de contacts complets ou partiels. Afin d'obtenir les mouvements compatibles de  $C_1$  avec son environnement (rotation, translation et mouvements hélicoïdaux), on doit réaliser l'union des représentations géométriques des familles de trajectoires de  $C_1$  avec chacun des composants avec lesquels il interagit.

La section 3.2.2 a montré que les translations sont essentiellement caractérisées par leurs directions et orientations. Par conséquent, la sphère unité  $S_T$ , i.e. la sphère  $S_U$  dédiée aux translations, est bien adaptée pour définir le domaine géométrique  $G_T$ , des directions valides de translations. De même, la section 3.2.3 montre que les rotations sont principalement caractérisées par leurs axes et sens de rotations ; les angles de rotations finis ne sont pas pris en considération. Par conséquent, un domaine géométrique  $G_R$  définit sur la sphère unité des rotations  $S_R$ , i.e. la sphère  $S_U$  dédiée aux rotations, est également bien adaptée pour décrire un ensemble d'axes et de sens de rotation.

Enfin, la section 3.2.4 a montré que les mouvements hélicoïdaux doivent être caractérisés par leur direction, orientation et leur pas  $p$ , dont l'intervalle de variation est  $p \in [0, \infty]$ . La combinaison de ces paramètres peut être utilisée pour décrire un domaine volumique  $G_H$  décrivant une famille de mouvements hélicoïdaux telle que pour chaque direction de mouvement, l'hélice varie entre un cercle et une droite, i.e.  $p \in [0, \infty]$ . Dans ce cas, une face  $F_H^1$  coïncide avec  $S_T$ , la surface extérieure de  $B_U$ , ce qui correspond à tous les mouvements hélicoïdaux possédant un pas infini :  $p \rightarrow +\infty$  (voir Figure 3.10 a). Les hélices avec  $p = 0$  sont situées à l'origine de  $B_U$ . Par conséquent, la face latérale  $F_H^2$  de  $G_H$  est définie par un ensemble de vecteurs représentant les directions des mouvements hélicoïdaux et est située à la frontière de

$G_R$ . Également, on définit  $F_{H(P)}^2$ , la projection centrale de  $F_H^2$ , de centre l'origine de  $B_U$ , sur  $S_R$  (voir Figure 3.10 a). En vertu du théorème de Chasles,  $G_H$  a les propriétés suivantes :

$$F_H^1 \subseteq G_T \subset S_T, \quad (3.1)$$

$$F_{H(P)}^2 \subseteq \partial G_R \subset S_R, \quad (3.2)$$

$$\text{et } \partial F_H^1 = \partial F_{H(P)}^2 \quad (3.3)$$

$$\text{donc : } F_H^1 = \partial G_H.$$

Les éq. (3.2) et (3.3) expriment le fait que les directions de rotations et de translation sont identiques pour les mouvements hélicoïdaux considérés. On note également que les sphères  $S_T$  et  $S_R$  partagent la même origine.  $F_{H(P)}^2$  étant obtenue par projection centrale, cette projection peut être effectuée sur toute surface sphérique  $S_{R(P)}$  de centre  $B_U$  et de rayon  $r$ ,  $r < 1$  pour définir un domaine  $G_H$  (voir Figure 3.10b). On note  $F_H^2|_{S_{R(P)}}$ , la face latérale de  $G_H$  dont la frontière correspondant aux rotations est ramenée sur  $S_{R(P)}$  par projection centrale. On note  $F_H^3$ , la face obtenue par projection centrale de  $G_R$  sur  $S_{R(P)}$ . Alors,  $\left( F_H^1 \cup F_H^2|_{S_{R(P)}} \cup F_H^3 \right)$  forme une surface fermée qui constitue la frontière du domaine volumique  $G_H$  représentant la famille de mouvements hélicoïdaux décrite au début du paragraphe (voir Figure 3.10 b).

A la section 3.2.4, la représentation des mouvements hélicoïdaux sur  $B_U$  associe la position du point  $P$  au pas  $p$  de l'hélice selon une bijection  $\Psi$  définie comme suit :

$$\Psi : p \longrightarrow P, \quad \Psi : [0, \infty] \longrightarrow [0, 1] \quad (3.4)$$

Le domaine  $G_H$  borné par la sphère  $S_{R(P)}$  transforme  $\Psi$  en fonction  $\Psi_r$ , telle que :

$$\Psi_r : p \longrightarrow P, \quad \Psi_r : [0, \infty] \longrightarrow [r, 1] \quad (3.5)$$

La fonction  $\Psi_r$  n'est pas unique et parmi les fonctions satisfaisant les conditions énoncées, on peut proposer :

$$\Psi_r : p \longrightarrow P = \frac{2}{\pi}(1-r) \text{Arctg}(p) + r \quad (3.6)$$

Propriété : Soit une translation définie par le point  $P$ ,  $P \in F_H^1$ , soit également une rotation définie par le point  $R$ ,  $R \in F_H^3$ , si ces deux trajectoires appartiennent à une famille de trajectoires hélicoïdales libres  $T_H$ , i.e.  $p \in [0, \infty]$  représentée par un segment  $\overline{RP}$ , radial, de  $B_U$ , alors :  $\overline{OR} \wedge \overline{OP} = \vec{0}$ ,  $O$  étant l'origine de  $B_U$ .

Démonstration : Cette propriété est une conséquence directe du théorème de Chasles. Le point  $P$  appartient à  $F_H^1$  et correspond à une trajectoire de  $T_H$  avec  $p = +\infty$ , le point  $R$  appartient à  $F_H^3$  et correspond à une trajectoire de  $T_H$  avec  $p = 0$ . Le théorème de Chasles impose que les directions de translation et axes de rotation d'un même mouvement soient confondues, donc :  $\overline{OR} \wedge \overline{OP} = \vec{0}$ . Soit encore  $\overline{OP} \wedge \overline{RP} = \vec{0}$  et  $\overline{OR} \wedge \overline{RP} = \vec{0}$ .

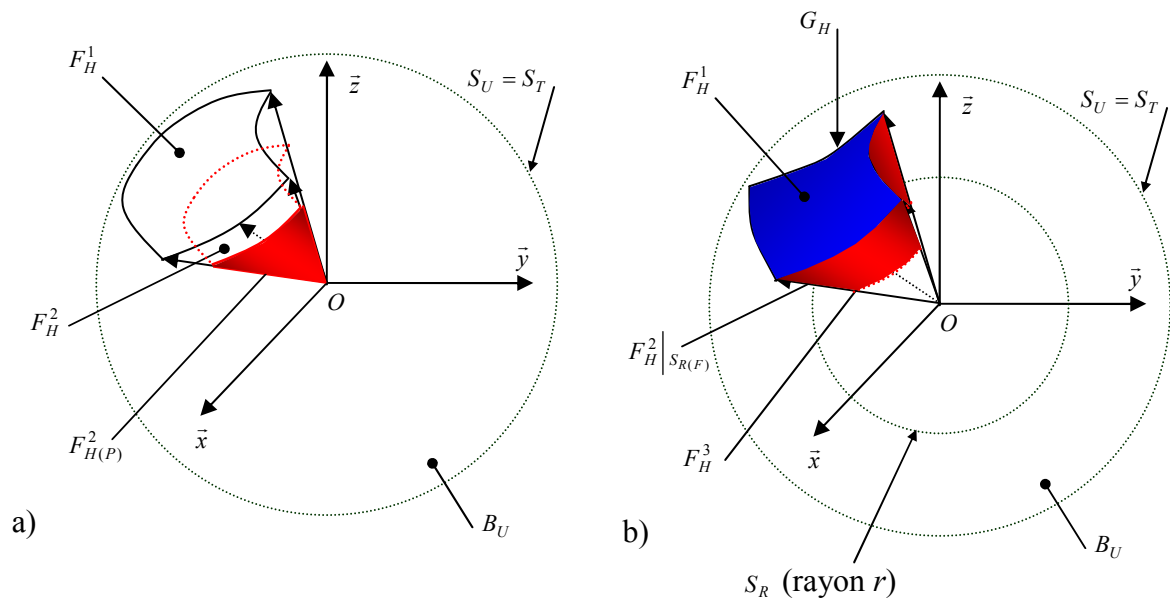


Figure 3.10 : Paramètres décrivant le domaine  $G_H$  engendré par une famille de mouvements hélicoïdaux associés à  $B_U$ .

Un exemple d'une telle représentation est illustrée à la Figure 3.11. Afin de distinguer plus facilement  $S_T$  et  $S_{R(P)}$ ,  $S_{R(P)}$  est homothétique à  $S_T$  par rapport à l'origine de  $S_{R(P)}$ , le rapport d'homothétie étant de  $r = 1/2$ . L'utilisation du modèle géométrique proposé convient particulièrement d'une gamme très large de mouvements des composants.

La Figure 3.11 représente la combinaison des descripteurs géométriques des mobilités pour un contact Appui plan (APP) : le plan gris caractérise le contact plan ; les directions valides de translation sont représentées par l'hémisphère verte  $G_T$  et les directions de translation invalides par l'hémisphère rouge ; les points bleus sur la sphère bleue  $S_{R(P)}$  décrivent les directions d'axe de rotation (positif et négatif),  $G_R$  ; la ligne jaune représente les mouvements hélicoïdaux dont l'amplitude du pas peut varier de 0 à  $+\infty$  et définit  $G_H$ .

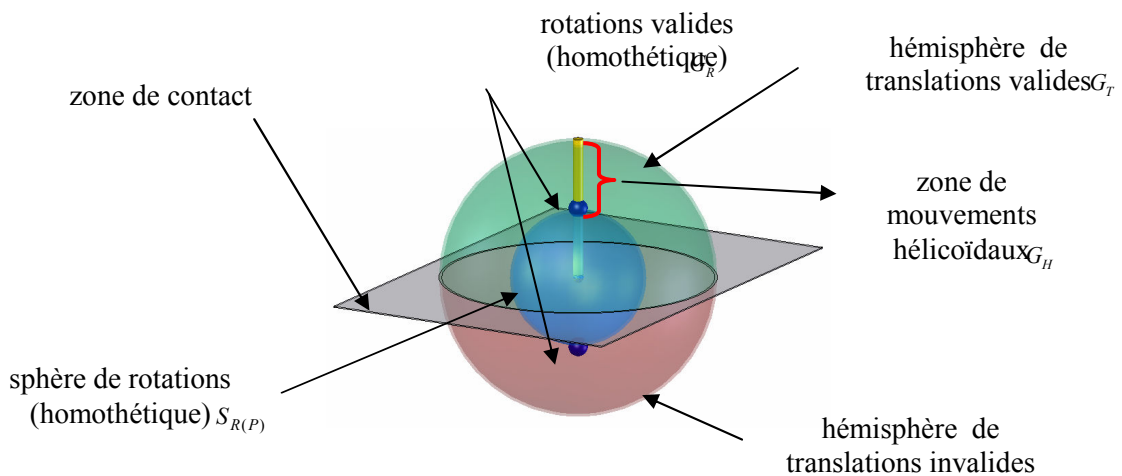


Figure 3.11 Exemple de représentation de mobilités pour un contact APP utilisant la boule unité  $B_U$ .

### 3.3 Application du modèle de mobilité aux contacts élémentaires

#### 3.3.1 Hypothèses

On suppose que tous les composants d'un mécanisme sont des corps rigides sans défauts géométriques. Tous les contacts sont donc parfaits. Les contacts sont liés aux surfaces fonctionnelles qui sont définies par les surfaces géométriques de type plans, cylindres, cônes et sphères (voir section 3.1.1). Les surfaces gauches ne sont pas prises en compte. L'approche proposée étant générale, elle concerne aussi bien des contacts complets que partiels (voir section 3.1.2). Les familles de trajectoires sont modélisées en associant un quaternion dual à chaque contact. Afin de fournir un modèle réel des mobilités, les translations sont considérées comme infinitésimales. Les rotations, quant à elles, sont finies. Par conséquent, les mouvements hélicoïdaux sont infinitésimaux.

Le but étant de décrire les familles de trajectoires possibles pour un composant, elles sont indépendantes du temps quoique les trajectoires infinitésimales se rapportent à des dérivés de trajectoires et, si l'on fait l'hypothèse d'associer un intervalle de temps de référence à ces trajectoires, aux vitesses instantanées. Le quaternion dual lié à chaque contact est défini d'une manière canonique. Par exemple, un contact APP est défini par une normale  $\vec{z}$  orthogonale au plan et un point de référence  $O$ , origine du repère de référence  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , où le quaternion dual est défini.

#### 3.3.2 Tableau des contacts fonctionnels de référence

Le Tableau 3.2 présente tous les types des contacts, classés selon deux catégories : élémentaires et supplémentaires, que l'on trouve couramment dans le champ des contacts utilisés dans les systèmes mécaniques et que l'on considère comme liste de référence pour la suite de mise en œuvre du modèle géométrique de mobilité décrit à la section précédente. L'annexe C rappelle les liaisons mécaniques classiques et leurs degrés de liberté correspondants.

Numéro : Notation	Désignation	Notation	Catégorie	
			Elémentaire	Supplémentaire
00 : ENC	Encastrement	$0 \times T + 0 \times R$	√	
01 : PVT	Pivot	$0 \times T + 1 \times R$	√	
02 : GLS	Glissière	$1 \times T + 0 \times R$	√	
03 : PVG	Pivot glissant	$1 \times T + 1 \times R$	√	
04 : PGH	Hélicoïdal	$1 \times T + 1 \times R$	√	
05 : SPD	Sphérique à doigt	$0 \times T + 2 \times R$	√	
06 : RTL	Rotule	$0 \times T + 3 \times R$	√	
07 : APP	Appui plan	$2 \times T + 1 \times R$	√	
08 : LNA	Linéaire annulaire	$1 \times T + 3 \times R$	√	
09 : LNR	Linéaire rectiligne	$2 \times T + 2 \times R$	√	
10 : PNC	Ponctuel	$2 \times T + 3 \times R$	√	
11 : GLU	Glissière unidirectionnelle	$1 \times T + 0 \times R$		√
12 : PGU	Pivot glissant unidirectionnel	$1 \times T + 1 \times R$		√
13 : PHU	Hélicoïdal unidirectionnel	$1 \times T + 1 \times R$		√
14 : LAU	Linéaire annulaire unidirectionnel	$1 \times T + 3 \times R$		√
15 : LAR	Linéaire annulaire restreint	$1 \times T + 3 \times R$		√

Tableau 3.2 : Contacts fonctionnels de référence.

### 3.3.3 Analyse des mobilités des contacts élémentaires

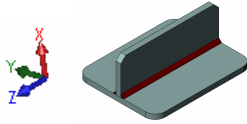
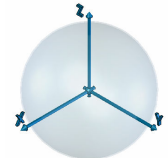
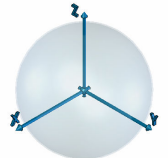
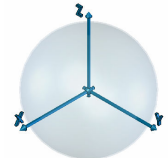
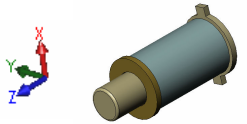
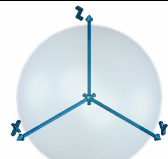
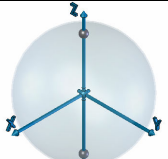
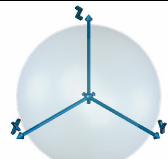
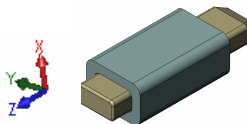
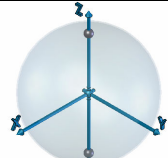
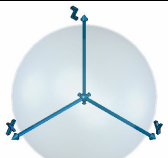
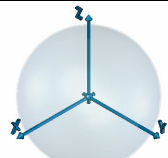
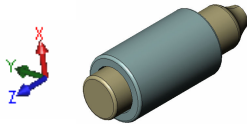
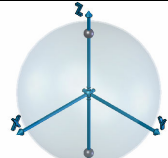
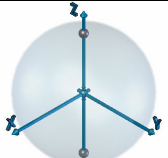
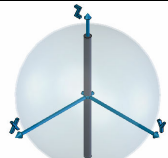
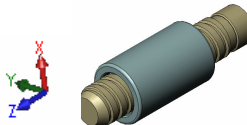
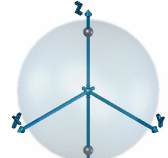
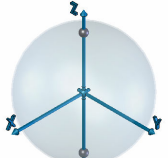
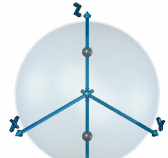
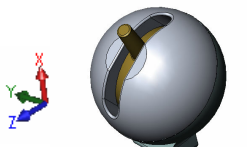
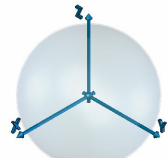
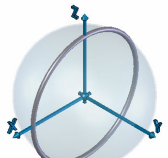
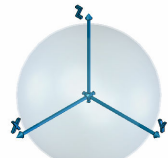
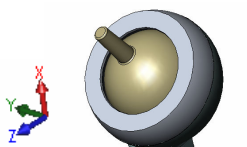
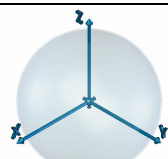
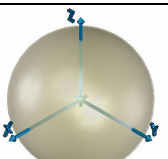
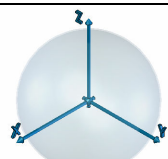

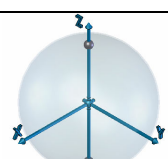
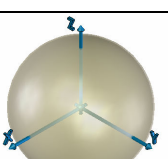
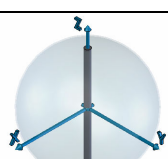
Contact	Mobilités	$S_T$	$S_R$	$B_U$
Encastrement 	$0 \times R + 0 \times T$			
Pivot 	$1 \times R + 0 \times T$			
Glissière 	$0 \times R + 1 \times T$			
Pivot glissant 	$1 \times R + 1 \times T$			
Hélicoïdal (pivot glissant) 	$1 \times R + 1 \times T$ (pas)			
Sphérique à doigt 	$2 \times R + 0 \times T$			
Rotule 	$3 \times R + 0 \times T$			
Linéaire annulaire 	$3 \times R + 1 \times T$			

Tableau 3.3 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact élémentaire pour chaque type de contact correspondant à une liaison fonctionnelle de référence.

Cette section décrit les caractéristiques des familles de trajectoires pour chaque contact fonctionnel de référence, considérées comme représentées par un quaternion dual. Ce quaternion dual est relié au modèle géométrique de mobilité équivalent décrit sur la boule unité,  $B_U$ . Ce modèle géométrique associé à chaque contact est décrit dans le tableau 3.4. Pour des raisons de simplicité de lecture, les familles de translations et de rotations sont également représentées sur des sphères unité dans le tableau 3.4, en plus du modèle de boule unité.

Pour chaque contact, un repère de référence  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est utilisé pour exprimer le quaternion dual correspondant. Des propriétés complémentaires concernant ce quaternion sont exprimées lorsque nécessaire.

### 3.3.3.1 ENC. Encastrement

Définition : Un contact *encastrement* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  fixés l'un par rapport à l'autre sans aucun mouvement possible entre eux.

La famille de trajectoires correspondant à ce contact se réduit à élément nul. Le quaternion dual associé est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Ce quaternion est identique en tout point de  $C_1$  et  $C_2$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.2 PVT. Pivot

Définition : Un contact *pivot* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  vérifiant les conditions suivantes :

- $C_1$  est un arbre et  $C_2$  un alésage ou inversement,
- les diamètres de  $C_1$  et  $C_2$  sont égaux,
- les axes  $C_1$  et  $C_2$  sont confondus.

La famille de trajectoires est définie par le vecteur unitaire  $\vec{s}(0,0,1)$  et l'angle de rotation  $\phi$ , autour de ce dernier. Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Ce quaternion est identique en tout point de l'axe commun à  $C_1$  et  $C_2$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.



### 3.3.3.3 GLS. Glissière

Définition : Un contact *glissière* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  satisfaisant les conditions suivantes :

- toutes les surfaces fonctionnelles sont parallèles (axes de cylindres, cônes, plans),
- les surfaces fonctionnelles ne sont pas d'éléments de référence confondus (axes, plans).

La famille de trajectoires est définie par le vecteur  $\vec{t}(0,0,\beta)$ , avec  $\beta$  l'amplitude de la translation. Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}\beta \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Ce quaternion est identique en tout point du composant mobile  $C_1$ . Compte tenu de la représentation infinitésimale des translations,  $\beta$  est de nature infinitésimale mais  $\hat{Q}$  étant applicable en tout point de  $C_1$ , l'amplitude de  $\beta$  peut être arbitrairement grande, i.e.  $\beta$  peut représenter une quantité finie. Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.4 PVG. Pivot glissant

Définition : Un contact *pivot glissant* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  vérifiant les conditions suivantes :

- $C_1$  est un arbre et  $C_2$  un alésage ou inversement,
- les diamètres de  $C_1$  et  $C_2$  sont égaux,
- les axes  $C_1$  et  $C_2$  sont confondus.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(0,0,1)$ , la translation étant définie par le vecteur  $\vec{t}(0,0,\beta)$ . Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}\beta \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$\beta$  et  $\phi$  peuvent être liés pour définir tous les mouvements hélicoïdaux permis également par ce contact, i.e.  $\beta = p\phi$ ,  $p \in [0, \infty]$ . Ce quaternion est identique en tout point de l'axe commun à  $C_1$  et  $C_2$ . En chaque point de cet axe, l'amplitude de  $\beta$  peut être arbitrairement grande, i.e.  $\beta$  peut représenter une quantité finie. Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.5 PGH. Pivot glissant Hélicoïdal

Définition : Un contact *hélicoïdal* de type pivot glissant est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  comportant des surfaces hélicoïdales vérifiant les conditions :

- $C_1$  est de type arbre et  $C_2$  de type alésage ou inversement,
- les diamètres nominaux de  $C_1$  et  $C_2$  ainsi que les pas  $p_1$  et  $p_2$  sont égaux,
- les axes  $C_1$  et  $C_2$  sont confondus,

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(0,0,1)$  et la translation  $\vec{t}(0,0,t_3 = \phi \cdot p)$ ,  $p = p_1 = p_2$ , étant le pas de l'hélice. Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}.t_3.\cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Ce quaternion est identique en tout point de l'axe commun à  $C_1$  et  $C_2$ . En chaque point de cet axe, l'amplitude de  $t_3$  peut être arbitrairement grande, i.e.  $t_3$  peut représenter une quantité finie. Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.6 RTL. Rotule

Définition : Un contact *rotule* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  comportant des surfaces sphériques vérifiant les conditions :

- $C_1$  est une sphère pleine et  $C_2$  une sphère creuse ou inversement,
- les diamètres de  $C_1$  et  $C_2$  sont égaux,
- les centres des sphères sont coïncidents.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(s_1, s_2, s_3)$ . Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Ce quaternion est applicable uniquement au centre de la sphère, origine du repère de référence. Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.7 SPD. Sphérique à doigt

Définition : Un contact *sphérique à doigt* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  comportant des surfaces sphériques vérifiant les conditions :

- $C_1$  est une sphère pleine et  $C_2$  une sphère creuse ou inversement,
- les diamètres de  $C_1$  et  $C_2$  sont égaux,
- les centres des sphères sont coïncidents.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(s_1, 0, s_3)$ . Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \sin \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ s_3 \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Ce quaternion est applicable uniquement au centre de la sphère, origine du repère de référence. Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.8 LNA. Linéaire annulaire

Définition : Un contact *linéaire annulaire* est réalisé par un couple formé d'une surface sphérique et d'une surface cylindrique,  $C_1$  et  $C_2$  respectivement, accomplissant les conditions :

- $C_1$  doit être une sphère pleine et  $C_2$  un alésage ou inversement,
- les diamètres de  $C_1$  et  $C_2$  sont égaux,
- le centre de la sphère appartient à l'axe du cylindre.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(s_1, s_2, s_3)$  et par la translation selon le vecteur  $\vec{t}(0, 0, \beta)$ . Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \beta \cdot \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Ce quaternion est applicable uniquement au centre de la sphère, origine du repère de référence. Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.3.

### 3.3.3.9 LNR. Linéaire rectiligne

Observation : Les contacts de type *linéaire rectiligne* étudiés concernent uniquement les contacts entre deux surfaces convexes ou une surface plane et une surface convexe. Les configurations de surfaces fonctionnelles produisant un tel contact sont synthétisées dans le Tableau 3.4. L'annexe C 2.1 fournit les détails géométriques correspondant à ces configurations.

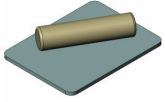
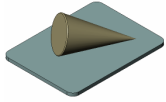
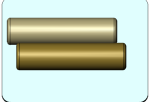

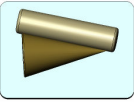
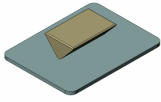
plan et cylindre	plan et cône	cylindre et cylindre	cône et cône	cône et cylindre	couteau sur plan
A	B	C	D	E	F
					

Tableau 3.4 : Différentes combinaisons possibles de surfaces fonctionnelles définissant un contact linéaire rectiligne.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(s_1, 0, s_3)$ , avec  $s_3 \geq 0$ , et par la translation selon le vecteur  $\vec{t}(t_1, t_2, t_3)$  avec  $t_3 \geq 0$ . La condition  $s_3 \geq 0$ , indique que les axes de rotation compatibles avec le contact sont contenus dans le demi-plan  $\vec{z}$  positif. De même, la condition  $t_3 \geq 0$  réduit les translations à l'hémisphère définie par l'axe  $\vec{z}$  positif. Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ s_3 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_2 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_3 \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Il convient de remarquer que toute rotation autour de la ligne de contact entraîne un changement de cette ligne de contact, ce qui réduit nécessairement la famille de trajectoires à une configuration infinitésimale.

Ce quaternion est applicable uniquement en chaque point de la ligne de contact entre les composants  $C_1$  et  $C_2$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.5.

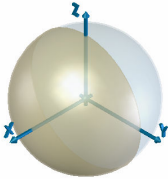
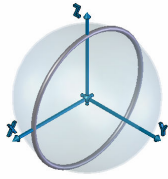
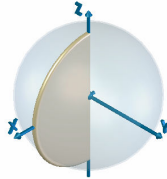
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.5 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact linéaire rectiligne.

### 3.3.3.10 PNC. Ponctuel

Observation : Les contacts de type *ponctuels* étudiés concernent uniquement les contacts entre un couple de surfaces convexes ou d'une surface plane et d'une surface convexe. Les différents cas de combinaisons possibles sont présentés dans le tableau 3.6.

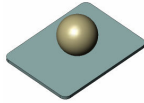
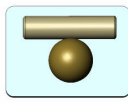
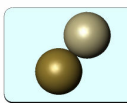
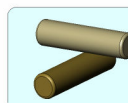
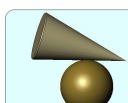
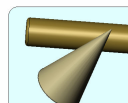
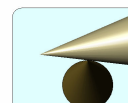
plan et sphère	cylindre et sphère	sphère et sphère	cylindre et cylindre	cône et sphère	cône et cylindre	cône et cône
A	B	C	D	E	F	G
						

Tableau 3.6 : Différentes combinaisons possibles de surfaces fonctionnelles définissant un contact ponctuel.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(s_1, s_2, s_3)$ , avec  $s_3 \geq 0$ , et par la translation selon le vecteur  $\vec{t}(t_1, t_2, t_3)$  avec  $t_3 \geq 0$ . La condition  $s_3 \geq 0$ , indique que les axes de rotation compatibles avec le contact sont contenus dans l'hémisphère définie par l'axe  $\vec{z}$  positif. De même, la condition  $t_3 \geq 0$  réduit les translations à l'hémisphère définie par l'axe  $\vec{z}$  positif. Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \cdot \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_2 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_3 \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Il convient de remarquer que toute rotation autour du point de contact entraîne un changement de ce point, ce qui réduit nécessairement la famille de trajectoires à une configuration infinitésimale.

Ce quaternion est applicable uniquement au point de contact entre les composants  $C_1$  et  $C_2$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.7.

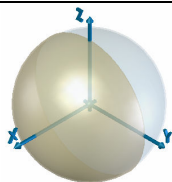
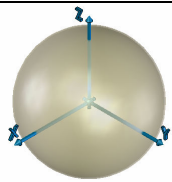
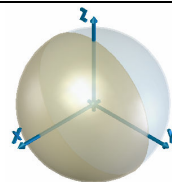
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.7 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact ponctuel.

### 3.3.3.11 APP. Appui plan

Définition : Un contact *appui plan* est réalisé par un couple de composants  $C_1$  et  $C_2$  comportant des surfaces planes et vérifiant les conditions :

- les surfaces de  $C_1$  et  $C_2$  doivent être planes,
- les normales externes à la matière sont opposées,
- les plans sont confondus ou la distance entre eux est inférieure à une précision donnée.

La famille de trajectoires est définie par l'angle de rotation  $\phi$  autour du vecteur  $\vec{s}(0, 0, 1)$  et par la translation selon le vecteur  $\vec{t}(t_1, t_2, t_3)$  avec  $t_3 \geq 0$ . La condition  $t_3 \geq 0$  réduit les translations à l'hémisphère définie par l'axe  $\vec{z}$  positif. Le quaternion dual associé à ce contact est :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_2 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_3 \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Ce quaternion est applicable en tout point de la zone de contact entre les composants  $C_1$  et  $C_2$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.8.

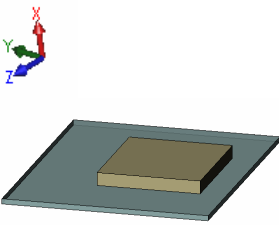
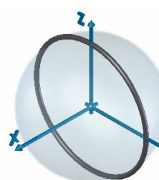
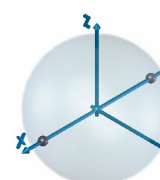
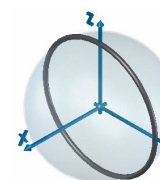
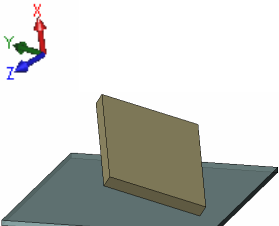
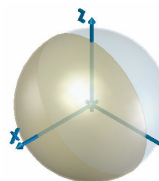
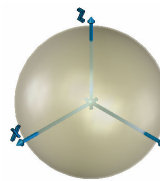
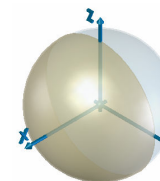
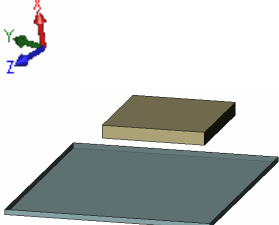
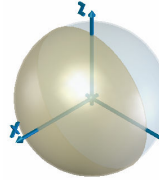
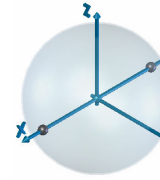
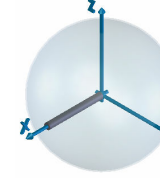
Contact	Mobilités	$S_T$	$S_R$	$B_U$
	1×R+2×T			
	3×R+3×T			
	1×R+3×T			

Tableau 3.8 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact appui plan.

La section 3.1.2 a déjà mentionné qu'il existe deux méthodes pour rompre un contact avec un seul mouvement :

- rupture complète : annulation totale de la zone de contact,
- rupture partielle : changement de nature de la zone de contact en termes de dimension de variété de l'entité géométrique définissant la zone de contact, i.e. une surface devient une ligne ou un point, une ligne devient un point.

La seconde méthode correspond, par exemple, au composant  $C_1$  qui tourne par rapport à  $C_2$  autour d'un segment de droite appartenant à la frontière de la zone de contact surfacique entre  $C_1$  et  $C_2$ . En premier lieu, cet exemple montre l'importance des informations géométriques dans la modélisation des mobilités relatives entre les composants. Ceci est une caractéristique commune avec les contacts partiels qui seront illustrés à la section suivante. En second lieu, cette configuration de contact élémentaire de type APP montre que les familles de trajectoires associées à ce contact, si elles doivent couvrir les deux méthodes de rupture de contact décrites ci-dessus, sont de natures complémentaires : une famille correspondant aux mouvements de rupture totale, associée à un contact surfacique, et une série de familles correspondant à la rupture partielle (chaque famille est fonction d'un élément de la frontière de surface de contact).

Dans le tableau 3.8 sont représentées trois situations:

- mobilités de contact : mobilités conservant le contact – première ligne ;
- mobilités de rupture partielle : mobilités qui modifient la nature du contact mais sans rupture complète du contact – deuxième ligne ;
- mobilités de rupture complète : mobilités générant la rupture complète du contact – troisième ligne.

L'aptitude à distinguer ces ruptures de contact étend le modèle de mobilités au-delà des approches analysées dans le chapitre 1 et, de ce fait, au-delà des modèles de mobilité basés sur des représentations discrètes des composants, i.e. des modèles facettisés.

### 3.4 Modèles de mobilité de contacts partiels

Une des limites des modèles de mobilité existants adressant les contacts élémentaires concerne l'impossibilité de prise en compte des contacts partiels pour des surfaces fonctionnelles telles que délimitées dans les cas réels de maquettes numériques définissant un produit. En effet, pour les modèles de mobilité des contacts élémentaires, les surfaces fonctionnelles sont supposées complètes, i.e. surfaces cylindriques définies sur  $2\pi$ , plans non bornés, sphères complètes, etc., et, par conséquent, les contacts sont considérés comme des contacts dits complets. Ainsi, certaines mobilités relatives à des contacts dits *partiels* ne sont pas prises en compte (voir section 3.1.2 la définition des contacts partiels). Le modèle de mobilité de composants proposé étant générique, il concerne aussi bien des contacts complets que des contacts partiels pour représenter leurs mobilités.

Les contacts partiels (voir section 3.1.2) concernent uniquement les contacts élémentaires entre une surface concave et une surface convexe, à savoir pivot, pivot glissant, linéaire annulaire et rotule pour l'ensemble de surfaces fonctionnelles abordé dans cette étude. Par conséquent, il est important d'analyser les familles de trajectoires de ces contacts pour pouvoir intégrer les contacts partiels dans l'algorithme de recherche des trajectoires possibles d'un composant lors d'une opération d'insertion / extraction et ainsi, améliorer le modèle de mobilité afin de produire des mobilités locales de composants plus réalistes.

### 3.4.1 Mobilités d'un contact pivot partiel

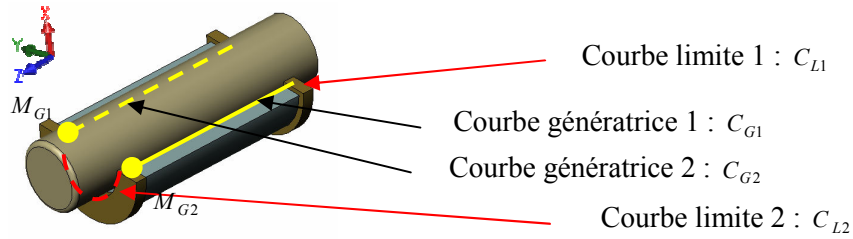


Figure 3.12 : Configuration de référence d'un contact pivot partiel.

La Figure 3.12 illustre une configuration de référence de contact pivot partiel indiquant que le critère de référence de mobilité est l'angle  $\alpha$  maximal entre les points  $M_{G1}$  et  $M_{G2}$ . Ces points sont obtenus par projection, dans un plan orthogonal à l'axe du contact (axe  $\vec{z}$ ), des courbes frontières  $C_{G1}$  et  $C_{G2}$  définissant la limite de la zone de contact le long de l'axe  $\vec{z}$ . L'angle  $\alpha$  est donc l'angle entre les points extrêmes de la projection des courbes  $C_{G1}$ ,  $C_{G2}$ ,  $C_{L1}$  et  $C_{L2}$ .

Par rapport au contact pivot complet, deux nouvelles configurations apparaissent en fonction de l'angle  $\alpha$  :  $\alpha = \pi/2$  et  $\alpha < \pi/2$  (voir Figure 3.13).

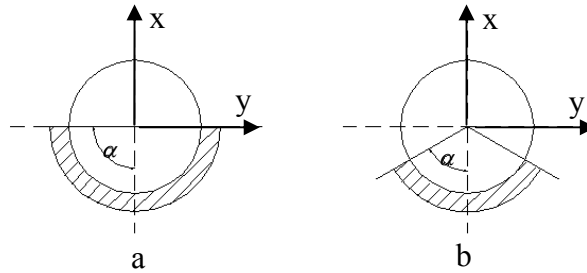


Figure 3.13 : Configurations de contact partiel produisant de nouvelles mobilités.

La famille de trajectoires correspondant au cas a) (voir Figure 3.13 a) est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$  représentant ce mouvement et s'écrit :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

ajoutant une translation  $\vec{i}(t_1, 0, 0)$  à la rotation du contact pivot. Il n'y a cependant pas de rotation selon cette direction car l'influence des courbes frontières  $C_{L1}$  et  $C_{L2}$  n'est pas prise en compte dans l'analyse proposée.

Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.9. Ce quaternion est applicable en tout point de l'axe de rotation commun à  $C_1$  et  $C_2$ .



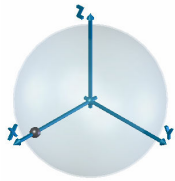
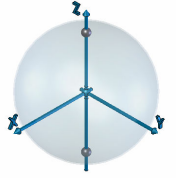
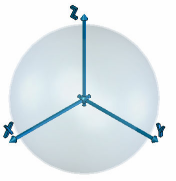
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.9 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot partiel,  $\alpha = \pi/2$ .

Pour le cas b), la famille de trajectoires correspondante contient une famille de translations liée à l'angle  $\alpha$  :  $\vec{i}(t \cos \theta, t \sin \theta, 0)$  (voir Figure 3.13 b) et est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$  représentant ce mouvement :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \cos \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \sin \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

où le paramètre  $\theta$  est tel que  $\theta \in [-\alpha, \alpha]$ . De même que pour le cas précédent, l'absence d'influence de  $C_{L1}$  et  $C_{L2}$  ne crée pas de nouvelle mobilité de rotation ni donc de mouvement hélicoïdal.

Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.10. Ce quaternion est applicable en tout point de l'axe de rotation commun à  $C_1$  et  $C_2$ . Cette configuration est une première illustration simple de l'influence de forme du contact partiel sur la famille de trajectoires et donc la mobilité d'un composant, à travers l'apparition de paramètres géométriques du contact.

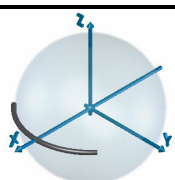
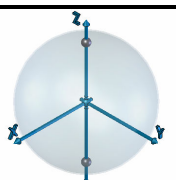
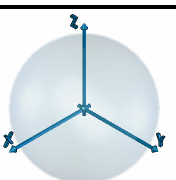
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.10 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot partiel,  $\alpha < \pi/2$ .

### 3.4.2 Mobilités d'un contact pivot glissant partiel

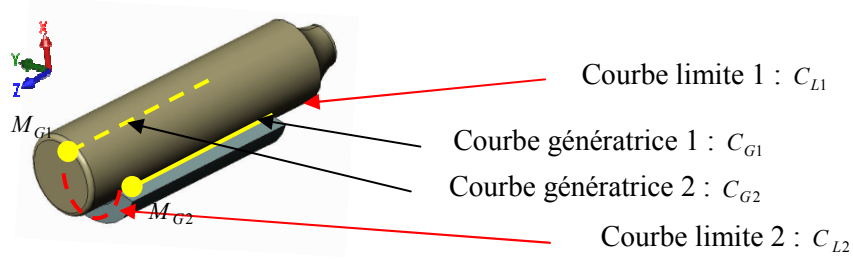


Figure 3.14 : Configuration de référence d'un contact pivot lissant partiel.

La Figure 3.14 illustre une configuration de référence de contact pivot glissant partiel avec des paramètres similaires au cas d'un pivot glissant. Les nouvelles mobilités apparaissant sont dûes à l'angle  $\alpha$ , conformément à la Figure 3.13.

L'évolution de la famille de trajectoires dans le cas a), s'exprime par le quaternion dual  $\hat{Q}$  avec la translation  $\vec{i}(t_1, 0, t_3)$ ,  $t_1 \geq 0$  :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_3 \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.11. Ce quaternion est applicable en tout point de l'axe de rotation commun à  $C_1$  et  $C_2$ .

$S_T$	$S_R$	$B_U$

Tableau 3.11 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot glissant partiel,  $\alpha = \pi/2$ .

Pour le cas b), la famille de trajectoires correspondante contient également la famille de translations liée à l'angle  $\alpha$  :  $\vec{i}(t \cos \theta, t \sin \theta, t')$  (voir Figure 3.13 b) et est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$  représentant ce mouvement :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \cos \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \sin \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ t' \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

avec  $\theta$  tel que  $\theta \in [-\alpha, \alpha]$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.12.

$S_T$	$S_R$	$B_U$

Tableau 3.12 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact pivot glissant partiel,  $\alpha < \pi/2$ .

### 3.4.3 Mobilités d'un contact rotule partiel

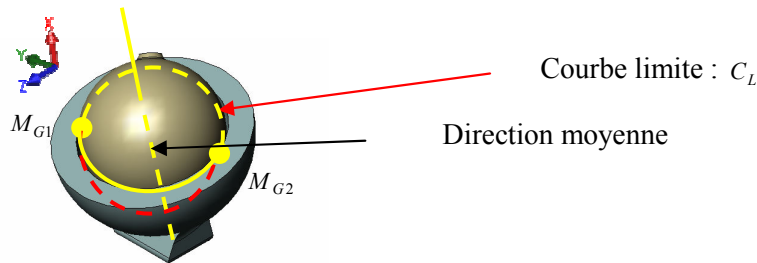


Figure 3.15 : Configuration de référence d'un contact rotule partiel.

La Figure 3.15 illustre une configuration de référence de contact rotule partiel indiquant que le critère de référence de mobilité est l'angle  $\alpha$  maximal entre les points  $M_{G1}$  et  $M_{G2}$ . Ces points sont obtenus par projection, dans un plan contenant le centre de la sphère et la normale moyenne à la zone de contact, des points de la courbe frontière  $C_L$  délimitant la limite de la zone de contact. Par rapport au contact rotule complet, deux nouvelles configurations apparaissent en fonction de l'angle  $\alpha$  :  $\alpha = \pi/2$  et  $\alpha < \pi/2$  conformément à la Figure 3.13 pour laquelle la zone de contact est supposée répartie symétriquement par rapport à la direction moyenne de la zone de contact.

La famille de trajectoires correspondant au cas a) (voir Figure 3.13 a) est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$  représentant ce mouvement et s'écrit :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

ajoutant une translation  $\vec{t}(t_1, 0, 0)$  à la rotation quelconque  $\vec{s}(s_1, s_2, s_3)$  du contact rotule. Il a une rotation conformément à la mobilité de la sphère. Celle-ci engendre un mouvement hélicoïdal selon  $\vec{t}$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.13. Ce quaternion est applicable au centre de la sphère.

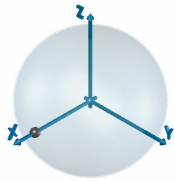
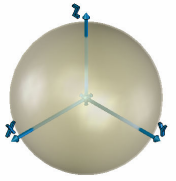
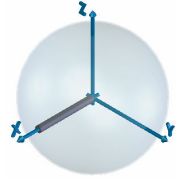
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.13 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact rotule partiel,  $\alpha = \pi/2$ .

Pour le cas b), la famille de trajectoires correspondante contient une famille de translations liée à l'angle  $\alpha$  :  $\vec{t}(t \cos \theta, t \sin \theta \cos \gamma, t \sin \theta \sin \gamma)$  (voir Figure 3.13 b) et est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$  représentant ce mouvement :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \cos \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \sin \theta \cos \gamma \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \sin \theta \sin \gamma \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

où le paramètre  $\theta$  est tel que  $\theta \in [-\alpha, \alpha]$  et  $\gamma \in [0, 2\pi]$ . Cette nouvelle famille de translation engendre des mouvements hélicoïdaux selon  $\vec{t}$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.14. Ce quaternion est applicable au centre de la sphère.

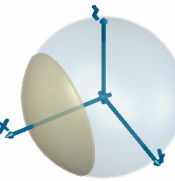
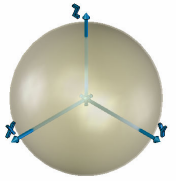
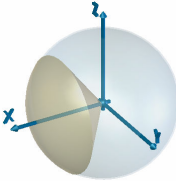
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.14 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact rotule partiel,  $\alpha < \pi/2$ .

### 3.4.4 Mobilités d'un contact linéaire annulaire partiel

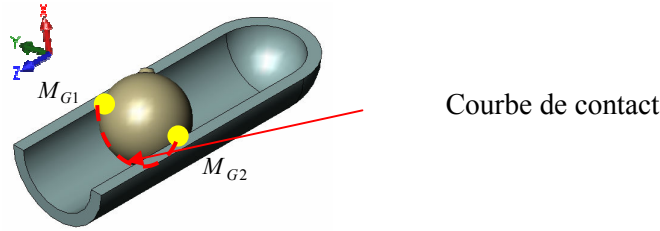


Figure 3.16 : Configuration de référence d'un contact linéaire annulaire partiel.

La Figure 3.16 illustre une configuration de référence de contact linéaire annulaire partiel indiquant que le critère de référence de mobilité est l'angle  $\alpha$  entre les points  $M_{G1}$  et  $M_{G2}$ . Ces points sont les points extrémités de la ligne de contact entre le cylindre et la sphère, dans un plan contenant le centre de la sphère. Par rapport au contact linéaire annulaire complet, deux nouvelles configurations apparaissent en fonction de l'angle  $\alpha$  :  $\alpha = \pi/2$  et  $\alpha < \pi/2$  conformément à la Figure 3.13 pour laquelle la zone de contact est supposée répartie symétriquement par rapport à la direction moyenne de la ligne de contact.

L'évolution de la famille de trajectoires dans le cas a), s'exprime par le quaternion dual  $\hat{Q}$  avec la translation  $\vec{t}(t_1, 0, t_3)$ ,  $t_1 \geq 0$  :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t_1 \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} t_3 \cos \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

ajoutant une translation  $t_1$  à la mobilité du contact linéaire annulaire complet. Il a une rotation conformément à la mobilité de la sphère. Celle-ci engendre donc un mouvement hélicoïdal selon  $\vec{t}$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.15. Ce quaternion est applicable au centre de la sphère.

$S_T$	$S_R$	$B_U$

Tableau 3.15 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact linéaire annulaire partiel,  $\alpha = \pi/2$ .

Pour le cas b), la famille de trajectoires correspondante contient également la famille de translations liée à l'angle  $\alpha$  :  $\vec{t}(t \cos \theta, t \sin \theta, t')$  (voir Figure 3.13 b) et est définie par le quaternion dual  $\hat{Q}$  représentant ce mouvement :

$$\hat{Q} = Q + \varepsilon.Q^0, \text{ avec } Q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ s_1 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_2 \sin \frac{\phi}{2} \\ s_3 \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} \text{ et } Q^0 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \cos \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ \frac{1}{2} t \sin \theta \cos \frac{\phi}{2} \\ t' \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

avec  $\theta$  tel que  $\theta \in [-\alpha, \alpha]$ . Le modèle de mobilités pour ce contact est représenté dans le tableau 3.16.

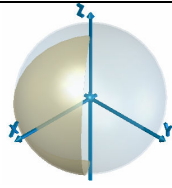
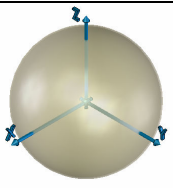
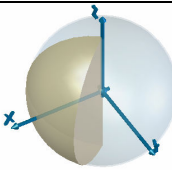
$S_T$	$S_R$	$B_U$
		

Tableau 3.16 : Modèles de mobilités pour un composant de référence dans une configuration de contact linéaire annulaire partiel,  $\alpha < \pi/2$ .

Les modèles de mobilité décrits pour tous les contacts élémentaires complets (voir section 3.5) et la généralisation de certains d'entre eux à des contacts partiels réalisée dans cette section, constituent les représentations de base de familles de trajectoires qui sont attachées à des points de référence de zones de contact  $S_{Cki}$  d'un composant  $C_i$ . Chaque zone de contact  $S_{Cki}$  appartient à la surface frontière de  $C_i$ , plus particulièrement une surface fonctionnelle  $S_{Fji}$  de  $C_i$ , et s'inscrit à l'intérieur d'une surface fonctionnelle :  $S_{Cki} \subseteq S_{Fji}$ . Ainsi, les sections 3.5 et 3.6 ont fourni les modèles géométriques de mobilité pour chaque configuration de contact prise isolément, la section 3.6 montrant que la frontière  $\partial S_{Cki}$  influait significativement sur la mobilité de  $C_i$ . Chaque zone  $S_{Cki}$  est telle qu'elle est topologiquement définie par une seule composante connexe, i.e.  $\forall (M_1, M_2) \in S_{Cki}$  un couple de points de  $S_{Cki}$ , il existe un chemin à l'intérieur de  $S_{Cki}$  permettant de relier  $M_1$  et  $M_2$ . En effet, une zone de contact ne satisfaisant pas cette condition et néanmoins liée aux mêmes couples de surfaces fonctionnelles, i.e. des surfaces fonctionnelles de même nature et de mêmes paramètres intrinsèques, peut être décomposée en autant de surfaces  $S_{Cki}$ , chacune de ces dernières étant liée aux autres par une liaison encastrement. Ceci conduit trivialement à assigner la même famille de trajectoires à chaque surface  $S_{Cki}$ .

L'objectif de la section suivante est donc de définir l'opérateur géométrique permettant de produire la mobilité d'un composant  $C_i$  à partir du modèle géométrique de mobilité de chacune de ses surfaces de contact  $S_{Cki}$ . Ceci constitue la représentation nécessaire pour caractériser l'accessibilité d'un composant  $C_i$  lors d'une simulation d'opération d'A/D.

## 3.5 Opérateur de combinaison de familles de trajectoires

### 3.5.1. Formulation de l'opérateur

Après avoir défini le modèle géométrique de représentation de familles de trajectoires pour chaque zone de contact  $S_{Cki}$  (voir sections 3.5 et 3.6), la représentation géométrique correspondante (voir section 3.2.6) à l'aide d'un modèle de boule unité, il convient de renforcer le lien avec le modèle de trajectoires décrit par des quaternions duaux au chapitre 2 et les conditions de compatibilités de trajectoires établies à la section 2.9. Ces conditions, synthétisées à la section 2.9.5, adressent séparément chaque catégorie de mouvement : translation, rotation, mouvement hélicoïdal.

La détermination de la famille de trajectoires résultant de familles  $F_1$  et  $F_2$  associées respectivement à  $S_{C1i}$  et  $S_{C2i}$  du composant  $C_i$  s'exprime comme suit.

Prenons comme exemple l'analyse de la combinaison des mouvements de translation avec  $T_1 \in S_T$ , où  $T_1$  est le sous-ensemble de trajectoires de  $F_1$  réduit aux seules translations, i.e.  $T_1 = F_1|_T$ , de  $S_{C1i}$ . De plus,  $S_T \subset B_U$ , la boule unité utilisée pour décrire géométriquement  $F_1$  et  $T_1$ .  $T_2 \in S_T$ , l'ensemble de directions de translations appartenant à  $S_{C2i}$  est défini de manière similaire :  $T_2 = F_2|_T$ . Les familles  $T_1$  et  $T_2$  sont exprimées au même point de l'espace, dans le même repère, comme nécessaire à la section 2.9. Comme présenté à la section 2.9, une trajectoire  $\vec{u}$  de  $T_1$  et une trajectoire  $\vec{r}$  de  $T_2$  sont compatibles et définissent une trajectoire  $\vec{f}$  de  $T \in S_T$ , un ensemble de translations résultant de la combinaison de  $S_{C1i}$  et  $S_{C2i}$ , si :  $T \in S_T, \forall \vec{f} \in T, \exists \vec{u} \in T_1, \vec{r} \in T_2, \vec{u} \wedge \vec{r} = \vec{0}, \vec{u} \cdot \vec{r} = 1$  et  $\vec{f} = \vec{u} = \vec{r}$ . Les trajectoires  $\vec{u}$ ,  $\vec{r}$  et  $\vec{f}$  sont de même amplitude et même orientation, ce qui est équivalent à :  $T = T_1 \cap T_2$ . L'ensemble de translations  $T$  est défini par l'opérateur d'intersection de  $T_1$  et  $T_2$ . Comme géométriquement défini au paragraphe 3.2.6.  $T_1, T_2$  et  $T$  peuvent être représentés sur  $B_U$  et plus particulièrement sur  $S_T$  en ramenant les trajectoires  $\vec{u}$ ,  $\vec{r}$  et  $\vec{f}$  à des amplitudes unité. Sous cette hypothèse de trajectoires d'amplitude unité, la génération de  $T$  se ramène à un opérateur géométrique de type opérateur booléen. Ceci est conforme à certains opérateurs de représentation de mobilité de composants décrits au chapitre 1.

Un processus similaire est appliqué aux rotations et aux mouvements hélicoïdaux sur la base des conditions de compatibilité établies à la section 2.9.6. Par conséquent, la combinaison des mobilités entre deux zones de contact quelconques  $S_{C1i}$  et  $S_{C2i}$  est équivalente à une opération d'intersection. Cette intersection se ramène à un opérateur géométrique d'intersection lorsque l'on ramène les mouvements correspondant (rotation, mouvements hélicoïdaux) à des mouvements d'amplitudes finies pour les rotations et des mouvements infinitésimaux pour les mouvements hélicoïdaux.

Sur la base de cette analyse, si  $F_1$  désigne la famille de trajectoires de  $S_{C_{1i}}$  et définit les domaines géométriques  $G_{1T}$ ,  $G_{1R}$  et  $G_{1H}$  correspondant respectivement aux modèles géométriques des familles de translation, rotation et mouvements hélicoïdaux. De même,  $F_2$  associé à  $S_{C_{2i}}$  définit les domaines géométriques  $G_{2T}$ ,  $G_{2R}$  et  $G_{2H}$ . Les modèles géométriques des familles de trajectoires de  $S_{C_{1i}}$  et  $S_{C_{2i}}$  sont :  $F_1 = G_{1T} \cup G_{1R} \cup G_{1H}$ ,  $F_2 = G_{2T} \cup G_{2R} \cup G_{2H}$ .

Le modèle géométrique des trajectoires de  $C_i$  compatibles avec  $S_{C_{1i}}$  et  $S_{C_{2i}}$  est donc exprimé comme l'intersection de  $F_1$  et  $F_2$ , soit :

$$F = F_1 \cap F_2 = (G_{1T} \cap G_{2T}) \cup (G_{1R} \cap G_{2R}) \cup (G_{1H} \cap G_{2H}) \quad (3.22)$$

Ainsi, la famille de trajectoires  $F$  est le résultat de trois opérations géométriques indépendantes d'intersection.

Plus généralement, pour définir la mobilité  $F_i$  d'un composant  $C_i$  qui a  $S_{C_{ki}}$ ,  $k \in \{1, \dots, h\}$  contacts avec d'autres composants dans une maquette numérique, chacun étant caractérisé par une mobilité  $F_{ki}$ ,  $F_i$  est défini par l'opération :

$$F_i = \bigcap_{k=1}^n F_{ki} = \left( \bigcap_{k=1}^n G_{kiT} \right) \cup \left( \bigcap_{k=1}^n G_{kiR} \right) \cup \left( \bigcap_{k=1}^n G_{kiH} \right) \quad (3.23)$$

Il est important de mentionner que les opérations d'intersection peuvent produire des points, des lignes ou des sous domaines de surfaces et, par conséquent, elles ne font pas partie du groupe d'opérations standard de type booléen de modeleurs CAO classiques. En effet, chaque domaine géométrique  $F_{ki}$  peut-être décrit par des éléments géométriques constituant un modèle non-variété<sup>28</sup> De plus, la robustesse de l'opérateur est critique afin de traiter efficacement des assemblages pour obtenir des résultats significatifs. Comme déjà précisé à la section 3.2, l'utilisation des contraintes géométriques en plus du processus de traitement de la géométrie peut fournir les entités géométriques désirées, qu'il s'agisse de point isolés résultant de parties communes de lignes ou de surfaces, de lignes résultant de parties communes de surfaces ou bien de surfaces.

En effet, la description complète d'une famille de trajectoires d'un contact  $S_{C_{ki}}$  doit contenir les trois domaines géométriques  $G_{kiT}$ ,  $G_{kiR}$  et  $G_{kiH}$ , et un ensemble de contraintes géométriques, interne à ces domaines, qui seront traités afin d'être combinés avec d'autres familles de trajectoires. Les contraintes géométriques apparaissent effectivement comme un moyen nécessaire permettant de générer des domaines géométriques comportant des points isolés ou des courbes isolées, ce que des opérateurs utilisant des tolérances ne pourront réaliser.

L'équation (3.23) définit un *opérateur général* pour la génération du *modèle géométrique* de famille de trajectoires d'un composant en contact avec un groupe de composant définissant son voisinage dans un assemblage. Cet opérateur est applicable pour tout type de contact

<sup>28</sup> Non-variété : traduction du terme en anglais « non – manifold »



fonctionnel y compris des contacts partiels. Les contacts partiels constituent une première généralisation des familles de trajectoires tenant compte de paramètres géométriques des zones de contact  $S_{cki}$ . Cette approche peut encore être généralisée à des zones de forme quelconques, constituant ainsi une perspective de la contribution actuelle.

### 3.5.2. Exemple de mise en œuvre

La Figure 3.17 illustre un exemple simple de mise en œuvre de l'opérateur. L'assemblage considéré possède quatre composants : un corps, deux couvercles et un tirant.

Afin d'analyser les mobilités du composant « tirant », ses interfaces de type contact doivent être définies : interface  $I_1$  (rouge) de type Appui Plan entre la tête du tirant et le couvercle supérieur et interface  $I_2$  (bleu) de type Pivot Glissant Hélicoïdal entre la zone filetée du tirant et le taraudage du couvercle inférieur.

La mobilité totale résultante du tirant,  $F$ , est déterminée comme l'union des trois mobilités correspondantes aux trois catégories de mouvements : translations,  $G_T$ , rotations  $G_R$  et mouvements hélicoïdaux  $G_H$ , qui sont, à leur tour, calculées comme les intersections des familles des trajectoires associées à chaque contact,  $F_1$  pour  $I_1$  et  $F_2$  pour  $I_2$  (voir équation 3.23).

Les mobilités de chaque interface  $F_1$  et  $F_2$  sont définies dans les repères de référence  $R_1$  et  $R_2$ , respectivement. Dans la Figure 3.17, le repère  $R_1$  est volontairement placé en un point arbitraire du plan associé à  $I_1$ . Il convient de noter que la mobilité de  $I_1$  peut être définie en tout point du plan de l'interface et que celle de  $I_2$  peut être définie en tout point de l'axe de rotation de  $I_2$ . Le point choisi pour exprimer la mobilité de  $I_1$  détermine l'axe de rotation utilisé pour  $F_1$ . Afin d'aboutir à un traitement simple, la mobilité  $F$  du tirant peut être définie au point d'intersection des lieux de  $I_1$  et de  $I_2$ , ce qui évite tout changement de repère. Ainsi,  $F_1$  (donc  $R_1$ ) est exprimé au point d'intersection,  $O$ , entre le plan caractérisant  $I_1$  et l'axe caractérisant  $I_2$ .  $F_2$  (donc  $R_2$ ) est exprimée au même point d'intersection,  $O$ .  $F_1$  et  $F_2$  sont donc exprimées dans le même repère correspondant au repère  $R$  où est exprimé  $F$ .

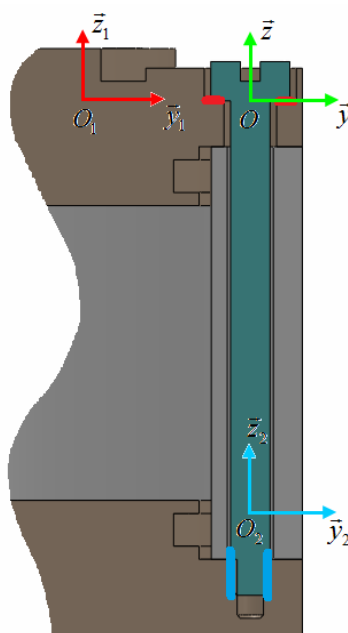


Figure 3.17 : Mise en place des repères pour l'expression de la mobilité du tirant.

La mobilité totale résultante du tirant, exprimée dans  $R$ , peut être déterminée à partir des mobilités partielles  $G_{1T}$ ,  $G_{1R}$ ,  $G_{1H}$  et  $G_{2T}$ ,  $G_{2R}$ ,  $G_{2H}$  et représentée sur des sphères et boules unités conformément à la Figure 3.18 pour simplifier la représentation graphique.

Les équations qui décrivent la mobilité résultante sont :

$$F = F_1 \cap F_2$$

$$G_T = G_{1T} \cap G_{2T}$$

$$G_R = G_{1R} \cap G_{2R}$$

$$G_H = G_{1H} \cap G_{2H}$$

$$F = G_T \cup G_R \cup G_H$$

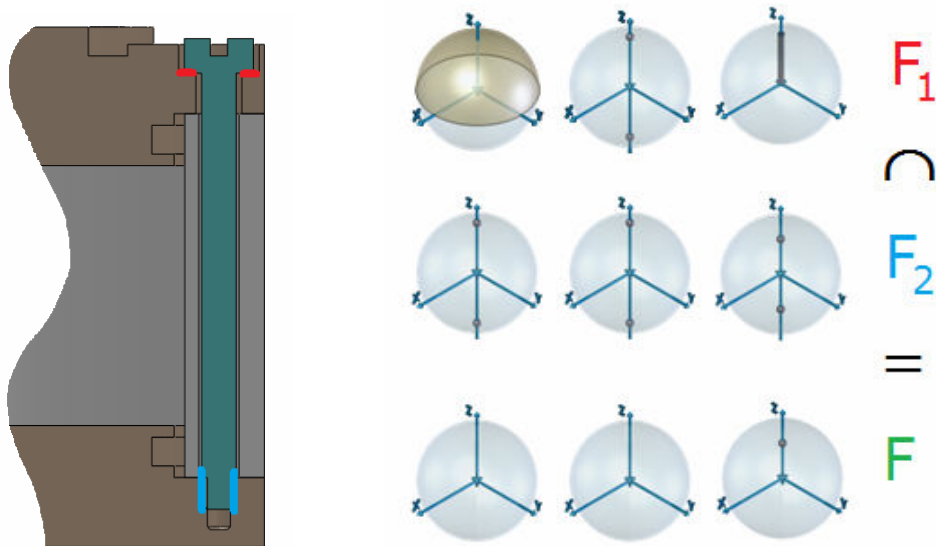


Figure 3.18 : Sphères et boules unités pour la description de la mobilité du tirant.

La Figure 3.19 illustre les mobilités valides résultantes de l'association représentées sur l'opérateur général de mobilité proposé dans cette approche. La sphère extérieure (grise) est dédiée à la représentation des mouvements de translations – il n'existe pas de mouvement de translation indépendant valide. La sphère bleue est utilisée pour la représentation des mouvements de rotations – il n'existe pas de mouvement de rotation indépendant valide. Le volume entre les deux sphères (la boule unité) est utilisé pour la représentation des mouvements hélicoïdaux, dont le point jaune est le seul mouvement de type hélicoïdaux valide qui correspond au dévissage du tirant. Le vecteur qui relie le centre de la sphère avec le point jaune définit la direction de rotation et de translation (cf. Théorème de Chasles).

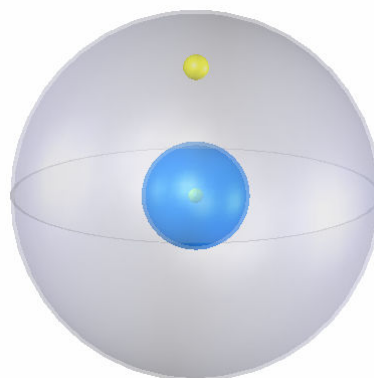


Figure 3.19 : Mobilités valides résultantes représentées sur l'opérateur général de mobilité.

### 3.6 Conclusion

Une analyse de la structure et des relations entre les composants dans une maquette numérique a permis de mettre en évidence différentes classes de composants et d'interfaces entre ces composants ainsi l'absence de représentation explicite de zones d'interface ou de contact entre les composants. Sur la base des résultats de cette analyse, l'étude de mobilité a été centrée sur des composants rigides et des interfaces de type contact. L'introduction du concept de contact partiel a renforcé l'importance des paramètres géométriques des zones de contact influençant les mobilités des composants.

Le concept de modèle géométrique décrivant des familles de trajectoires a été décrit en s'appuyant sur le concept de sphère unité couramment utilisé dans de nombreuses applications. Ce concept a été généralisé au concept de boule unité pour les trajectoires hélicoïdales puis l'ensemble des mouvements d'un composant a été présenté en utilisant le modèle de boule creuse unité pour représenter géométriquement les trois types des mouvements (translations, rotations et mouvements hélicoïdaux). Le modèle géométrique de mobilités ainsi établi a été appliqué aux contacts de référence utilisés dans les systèmes mécaniques et appliqués également à des configurations de contacts partiels afin d'illustrer l'action de certains paramètres géométriques des zones de contact sur leur modèles de mobilité. Enfin, l'opérateur de génération de la mobilité globale d'un composant soumis à un ensemble de contacts a été présenté, montrant le rôle des opérateurs d'intersection, la nécessité de traité des modèles géométriques non-variété et de recourir à l'emploi de contraintes géométriques afin de traiter rigoureusement l'ensemble de solutions que représente une famille de trajectoires.

Le chapitre suivant adresse maintenant une première approche d'extraction d'informations géométriques à partir d'une maquette numérique et un traitement automatisé de l'identification de contacts entre composants.





## Chapitre 4

### Identification des contacts pour la préparation de simulations d'A/D. Maquette Informatique

*Ce Chapitre présente la maquette informatique développée en appui du modèle géométrique de représentation des mobilités relatives de composants pour l'A/D. Les développements concernent la localisation de contacts entre les composants d'un ensemble mécanique et la détermination automatique de certains de leurs paramètres, aidant ainsi à la préparation de simulations d'A/D. La maquette proposée permet à l'utilisateur d'identifier, d'une manière automatique, les contacts existants entre différents composants d'un ensemble mécanique et contribue à l'identification du rôle fonctionnel de certains composants. Cet objectif est considéré comme un préalable à la mise en place du modèle géométrique décrivant les mobilités relatives des composants.*

## **4.1 Identification des contacts dans une maquette numérique : analyse des besoins**

L'analyse bibliographique effectuée au Chapitre 1 montre que la simulation de processus d'A/D aborde un éventail d'aspects où les objectifs d'une simulation d'A/D peuvent adresser la planification du séquençement des opérations, la planification de trajectoires des composants, l'évaluation d'accessibilité, l'optimisation de temps d'opération, etc. Pour un certain nombre de ces objectifs, une évaluation objective des solutions s'appuie sur les formes 3D des composants et/ou de la maquette numérique d'un produit. La planification des trajectoires des composants mobiles dans un environnement complexe repose fortement sur leurs formes 3D. Selon le but de simulation, ces formes peuvent être décrites par des polyèdres, en particulier pour des simulations immersives, ou des modèles B-Rep NURBS <sup>29</sup> si les modèles proviennent d'un logiciel standard de CAO.

De plus, la mobilité relative des composants est aussi un élément clé contribuant aux simulations d'A/D, particulièrement si les modèles 3D de composants contribuent réellement aux simulations. Dans ce cas, ces mobilités peuvent être représentées exactement sur la base des surfaces fonctionnelles (plans, cylindres, etc.) avec des déplacements finis si les contacts sont maintenus ou bien avec seulement des mouvements infinitésimaux si les composants sont séparés. Elles peuvent être déduites des positions relatives des composants ou être explicitement spécifiées d'une manière interactive par l'utilisateur.

Les caractéristiques précédentes sont des éléments d'un environnement de simulation et elles représentent un ensemble de fonctions utilisées pour l'analyse d'A/D de systèmes mécaniques, de soulignant ce fait certaines conditions nécessaires afin de fournir une plateforme de simulation plus générique et une intégration améliorée de la simulation d'A/D dans un PDP.

La synthèse de l'analyse bibliographique du chapitre 1 prouve qu'une simulation d'A/D peut être soumise à différentes représentations de formes : modèles de B-Rep NURBS produits par des modeleurs CAO ou une ou plusieurs représentations polyédriques requises pour la planification de trajectoires ou les simulations immersives. De telles triangulations sont soumises à des contraintes différentes de taille et de forme mais elles font toutes face à des limitations dues au manque possible de conformité. Afin d'exprimer de manière simplifiée la notion de conformité : une triangulation conforme est telle que la forme de l'objet est modélisée par des triangles qui sont effectivement connectés ensemble le long de leurs arêtes, donc n'ayant aucune absence de connexion susceptible d'introduire des incompatibilités avec les algorithmes appliqués à cet objet. De même que la spécification interactive de la mobilité relative des composants, de leurs fonctions, la correction d'un modèle polyédrique pour qu'il devienne conforme peut être une tâche fastidieuse si elle doit être réalisée interactivement. Un environnement de simulation doit donc pouvoir assurer ou bien préserver la conformité d'un polyèdre pour s'intégrer efficacement dans un PDP.

Néanmoins, un modèle polyédrique se distingue d'un modèle NURBS par sa robustesse lors d'échanges entre logiciels car les facettes de ce modèle sont liées topologiquement et exactement connectées géométriquement. Par contre, un modèle NURBS possède toujours des connexions entre carreaux dépendant de la précision du modeleur lors de la création des restrictions de carreaux [HAR 06 a].

---

<sup>29</sup> Non-Uniform Rational B-Spline

Le plus souvent, les produits mécaniques sont conçus en utilisant un modelleur CAO industriel conforme aux caractéristiques mentionnées ci-dessus. Selon les analyses effectuées au cours de se travail, tous ces logiciels manquent de propriétés fortes pour la description et l'analyse d'assemblages. Presque tous les modelleurs CAO comportent des fonctions de *positionnement relatif* de composants et incorporent des modules d'assemblage permettant de définir des contraintes de position entre les composants. Ces contraintes sont limitées aux spécifications de positions relatives de surfaces ou d'axes liées à chaque composant mais pas obligatoirement attachées aux surfaces de contact entre composants. Ceci signifie que les surfaces de contact, les surfaces fonctionnelles, participant à ces contraintes ne sont pas explicitement identifiées et leur localisation n'est pas vraiment prise en considération pour identifier les zones des recouvrements contribuant à la définition des mobilités relatives des composants. Par conséquent, les contraintes proposées sont liées à la position des composants mais ne représentent pas explicitement les contacts entre les composants.

Ainsi, l'information concernant ces contraintes est intéressante mais son efficacité est limitée et son transfert à l'aide de normes d'échange de données n'est pas actuellement possible. Pour conclure, les contraintes de position se réfèrent seulement à la position réciproque des composants et ces données ne sont ni suffisantes ni conformes aux besoins pour l'identification de contacts, ces données ne sont pas intrinsèques à la définition et à la caractérisation des contacts. L'utilisation des modules d'assemblage disponibles dans les logiciels de CAO n'est pas la seule pratique pour décrire des ensembles mécaniques.

Une autre alternative utilisée généralement dans l'industrie est de générer une représentation 3D du produit basée sur l'utilisation d'un repère de référence commun. Ainsi, tous les acteurs de la conception d'un produit vont générer les composants dans une position définie par rapport au repère de référence commun, il n'y a donc pas de contrainte de position relative exprimée entre les composants, les contacts entre les composants ne sont donc pas explicitement représentés. En utilisant cette approche, la représentation du produit est obtenue visuellement et considérée comme satisfaisante lorsque tous les composants sont simultanément affichés à leur place. En effet, il n'y a aucune information liée aux relations entre les composants et l'arrangement du produit est uniquement basé sur l'interprétation des utilisateurs de la scène, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de véritable modèle du produit.

Les deux scénarios de représentation d'assemblages décrits précédemment prouvent qu'il y a un fort besoin pour définir les contacts entre les composants par un ensemble d'informations intrinsèques au concept du contact. En outre, un module d'identification de contacts concourt aussi à l'intégration de la simulation d'A/D dans un PDP en réduisant le temps de préparation des assemblages avant les phases de simulation proprement dites. Ces observations justifient l'objectif de ce chapitre concernant la mise en place et l'évaluation d'un environnement de détermination automatisé des contacts : point de départ des simulations d'A/D utilisant des modèles 3D permettant de réduire les temps de préparation des simulations pour favoriser leur intégration dans un PDP. La section 3.1 a montré également que les contacts entre les composants constituent une des catégories d'interfaces présentes dans une maquette numérique et que la notion de mobilité relative de composants concerne aussi les interfaces de type interférence et jeu selon les représentations choisies pour les composants. A titre de simplification, l'approche décrite dans ce chapitre concerne uniquement des configurations de contact et les maquettes numériques utilisées pour les évaluations ont été ramenées à des représentations de composants privilégiant la représentation de contacts afin de tester une plus grande diversité de configurations relatives de composants.



Une analyse similaire peut être appliquée aux simulations immersives où la cinématique relative des composants est effectivement utilisée, parce que le type de contact et la nature des surfaces impliquées peuvent aider à caractériser la nature et les paramètres cinématiques entre les composants. C'est un complément nécessaire pour exprimer les mouvements relatifs entre les composants en plus de l'information de position géométrique des contacts qui permet de définir une configuration d'initialisation de l'assemblage. Ceci peut être très utile pour des simulations de RV lorsque des dispositifs haptiques sont utilisés. Notons, qu'il est important aussi d'éviter des effets secondaires dus aux configurations où les surfaces de deux composants distincts sont proches, par exemple quand un arbre est inséré dans / extrait d'un alésage. Étant donné que tous les algorithmes de détection de collisions sont basés sur des modèles polyédriques des composants, des collisions non représentatives de la cinématique relative des composants peuvent se produire selon les positions respectives des modèles polyédriques décrivant les surfaces cylindriques, produisant ainsi des vibrations inacceptables. Par contre, disposant d'une caractérisation correcte de la cinématique entre les composants, cela permettrait à la servocommande du dispositif haptique de générer des trajectoires utilisant les contraintes cinématiques correspondantes, améliorant ainsi les perceptions de l'utilisateur et réduisant la charge des algorithmes de détection de collisions [TCH 10].

Ainsi, une plateforme de simulation d'A/D devrait réaliser la gestion des contacts dans deux configurations différentes : statique et cinématique. Sachant que les simulations d'A/D basées sur des approches de RV utilisent la représentation polyédrique, on peut mentionner que seulement quelques approches ont été développées pour l'identification des contacts. Ces approches utilisent des modèles polyédriques mais les résultats ne sont pas toujours précis et robustes dus à la nature locale des algorithmes qui sont sensibles aux tailles des triangles [COM 03]. En particulier, lorsque les modèles des composants viennent de logiciels CAO, il est important d'utiliser la description B-Rep NURBS pour améliorer les algorithmes et fournir à l'utilisateur un accès plus transparent au comportement des composants pendant la simulation.

Au cours de travaux précédents, une première approche de plateforme de simulation d'A/D, désignée par *Simpoly*, a été proposée par Léon et al. [LEO 01]. Étant opérationnelle avec le modéleur géométrique Open Cascade, fournissant ainsi des modèles basés sur une représentation B-Rep NURBS, elle offre la possibilité de modéliser certaines mobilités de contacts élémentaires mais les spécifications des contacts sont interactives et réduites à des mouvements de translation uniquement. Par conséquent, la préparation d'un processus d'A/D est difficile et fastidieuse et parfois non envisageable quand les maquettes numériques contiennent des dizaines, des centaines voire même des milliers de composants, car c'est le cas pour les produits industriels de complexité courante. Toutefois, cette plateforme permet d'analyser d'une manière semi-automatique le montage/démontage d'un mécanisme et de générer des séquences valides d'A/D. Cependant, cette plateforme génère seulement une partie de toutes les solutions possibles parce que les trajectoires possibles sont essentiellement réduites à une translation entre composants en contact. En conséquence, il est important de pouvoir complètement identifier et modéliser d'une manière automatique les contacts entre les composants dans un ensemble mécanique. Dans ce contexte, le but du travail présenté dans ce chapitre consiste à présenter un sous-ensemble des modules d'une plateforme capable de contribuer à la simulation d'A/D dans tout le PDP, tout en réduisant, autant que possible, les contraintes liées aux paramètres d'entrée, c'est-à-dire, à leurs effets prescriptifs. Les travaux réalisés à l'aide de cette plateforme, qui permet le traitement de modèles polyédriques et de modèles NURBS sous Open Cascade [HAR 06 b], constitue la base de l'environnement logiciel mis en œuvre dans la maquette informatique destinée à identifier les contacts. Les principaux concepts et traitements répondant aux objectifs proposés dans cette section, à l'aide du maquettage informatique réalisé dans *Simpoly*, sont décrits dans les sections suivantes.

## 4.2 Concept de représentation mixte

Comme analysé au chapitre 1 à travers les travaux existants puis à la section 4.1, la plupart des simulations d'A/D utilisent des représentations 3D des composants qui peuvent être basées sur deux catégories de modèles géométriques :

- Polyédrique. Ce sont des modèles utilisant une forme polynomiale linéaire (facettes) par morceaux.
- NURBS. La surface frontière d'un objet est décrite par des fonctions polynomiales par morceaux de degré trois à cinq le plus souvent, selon les particularités des modeleurs CAO industriels.

Quelque soit la catégorie considérée, la description d'objets volumiques est réalisée selon une approche B-Rep (Boundary Representation). De ce fait, des propriétés topologiques complètent la description géométrique de la surface frontière d'un objet afin de garantir que l'objet ainsi modélisé représente un volume.

Les simulations d'A/D visent à étudier divers aspects de l'A/D d'un produit au cours de son processus de développement. Les différentes phases de ce PDP peuvent être groupées sous un ou plusieurs modèles et ces derniers peuvent être considérés en tant qu'éléments d'une ou plusieurs Vues Produit (VP). Par exemple, un modèle Eléments Finis, un maillage, un modèle géométrique support d'un maillage contribuent à une VP simulation de comportement structurel. Ces derniers sont des modèles utilisés à différentes étapes d'un PDP [HAR 06 b], selon sa structure, la nature du produit et de l'entreprise mettant en œuvre ce PDP. Le concept de VP se réfère également à sa capacité à être activé à diverses étapes d'un PDP. Comme décrit à travers des travaux précédents [HAR 06 a, DRI 06, IAC 07 a], les VP se fondent également sur différentes formes de composants et d'ensembles, car elles sont nécessaires pour les simulations ayant lieu dans chaque VP. Les différentes formes désignent le fait qu'un même composant d'un produit doit subir des transformations (géométriques et/ou topologiques) de sa frontière afin de répondre aux objectifs de simulation correspondants à une VP. Classiquement, c'est le cas des composants générés au stade de projet par un bureau d'études et qui doivent être transformés, souvent simplifiés, pour les besoins d'une analyse de comportement par Eléments Finis. Cette observation s'applique également à des sous-ensembles d'un produit, i.e. des groupes de composants assemblés nécessaires pour atteindre les objectifs d'une simulation, dont les composants peut être fusionnés, les interfaces transformées, etc. Ces observations s'appliquent aussi à des simulations d'A/D selon qu'il s'agit de simulations interactives ou bien immersives, de simulations de séquençement d'A/D ou bien d'opérations d'A/D.

Par conséquent, la transformation de la forme d'un composant ou d'un sous-ensemble d'une VP à une autre fait partie du processus de traitement du produit dans chaque VP car ces transformations sont opérées en fonction des objectifs de la simulation. Par exemple, des transformations de forme peuvent être initiées pour des besoins matériels imposés par des simulations immersives comme c'est le cas avec des équipements de Réalité Virtuelle. Néanmoins, les hypothèses liées aux objectifs de simulation dans une VP sont, le plus souvent, à l'origine des transformations de forme. Par exemple, pour un composant isolé, les rayons de raccordement et les chanfreins, peuvent être inutiles pour la planification de trajectoires et peuvent être enlevés, contribuant ainsi à la simplification de la détection de collisions. Par contre, pour un produit complet où un de ses sous-ensembles, la présence de toutes les vis qui participent à une liaison entre deux composants est bien nécessaire pour disposer d'une représentation complète nécessaire pour des simulations de séquençement et d'opérations d'A/D.

Dans cette approche [HAR 06 a, DRI 06, IAC 08], les transformations de forme sont considérées en tant qu'éléments de l'interface d'une VP où les hypothèses de simulation peuvent être prises en considération. Afin d'ouvrir les simulations d'A/D à une large gamme d'étapes d'un PDP où les formes peuvent être décrites par des modèles B-Rep NURBS ou bien des modèles polyédriques, il est important de pouvoir les traiter dans une interface de VP sans distinction afin de pouvoir conduire des simulations d'A/D au plus grand nombre possible d'étapes d'un PDP.

Actuellement, les PDP sont essentiellement basés sur les modèles produits par des logiciels CAO. Les modèles B-Rep NURBS fournis par ces logiciels sont une entrée obligatoire pour la plupart des simulations (analyse Eléments Finis, calcul de trajectoires d'outils, etc.). Cette catégorie de modèles agit donc de manière prescriptive sur le séquençement des VP d'un PDP. D'un point de vue complémentaire, les modèles polyédriques sont souvent utilisés et permettent d'accélérer un PDP s'ils peuvent être traités par les VP aux diverses étapes de ce dernier.

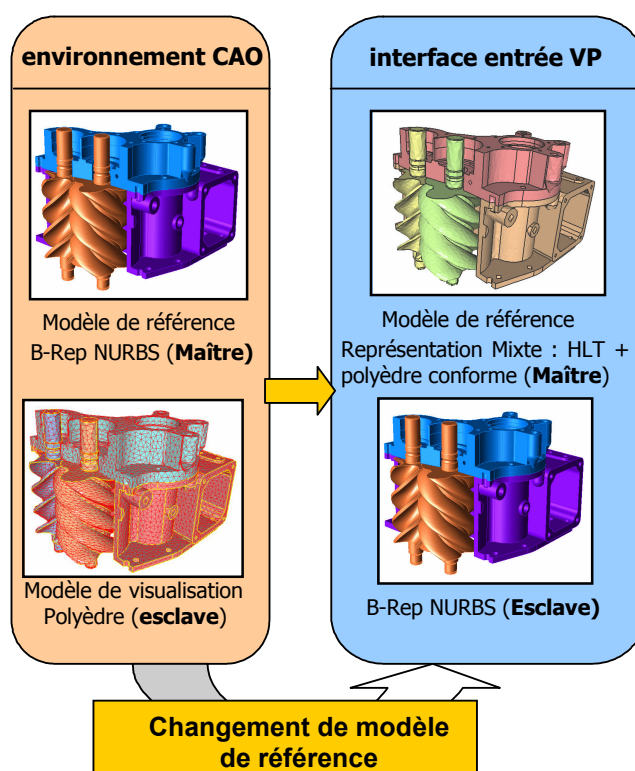


Figure 4.1 : Changement de représentation de référence utilisée dans le cadre de la représentation mixte. Le modèle B-Rep NURBS utilisé comme référence par les modeleurs CAO devient un modèle esclave de la représentation de référence constituée d'un modèle polyédrique conforme et d'une représentation topologique liant ce polyèdre et le modèle B-Rep NURBS.

Afin d'avoir un comportement moins prescriptif que les logiciels de CAO, la plateforme proposée est basée sur une représentation dite *mixte* qui prend place dans l'interface d'une VP dédiée à la simulation d'A/D. Le principe est de considérer que la représentation de référence d'un composant ou d'un assemblage, c'est-à-dire que la représentation *maître* est un modèle de référence polyédrique, le modèle B-Rep NURBS étant *esclave*. Cette disposition permet de réduire les difficultés inhérentes aux différences de précision des modeleurs CAO et d'étendre le champ des transformations de forme en plus de la souplesse de séquençement des VP. Comme

illustré à la Figure 4.1, un changement de représentation de référence est utilisé pour répondre aux exigences de transformation de forme requises avant des simulations d'A/D. Basé sur ce principe, des modèles polyédriques, peuvent être également fournis en entrée à cet environnement, permettant ainsi de réduire de façon considérable le temps de traitement d'un modèle de composant ou d'assemblage à travers le PDP auquel il prend part.

Notons que les simulations d'A/D adressant la planification de trajectoires, des opérations d'insertion / extraction où les environnements de Réalité Virtuelle peuvent incorporer des formes complexes de composants qui ne sont pas issus de modeleurs CAO mais proviennent de phases de digitalisation, par exemple lorsque ces composants sont issus d'entreprises sous-traitantes. La capacité à les incorporer efficacement dans des simulations d'A/D sans exiger de passer par un processus d'ingénierie inverse accélère le PDP et réduit les effets prescriptifs des modèles B-Rep NURBS [HAR 06 a]. En effet, l'utilisation de modèles polyédriques reste compatible avec les contraintes de processus de simulation d'A/D telles qu'une simulation de planification de trajectoire où la détection de collision s'appuie sur une représentation polyédrique des composants. Ainsi, il est acceptable d'utiliser un modèle polyédrique, tant que sa déviation par rapport à un modèle B-Rep NURBS existant est plus petite que la tolérance définie le long de la trajectoire pour valider cette dernière.

Dans cette plateforme, un modèle B-Rep NURBS, s'il est disponible, peut aussi être traité et les informations sémantiques qui y sont attachées (nature de certaines surfaces, noms de composants, certaines informations technologiques si disponibles) peut être également extraites et transférées au modèle polyédrique de référence.

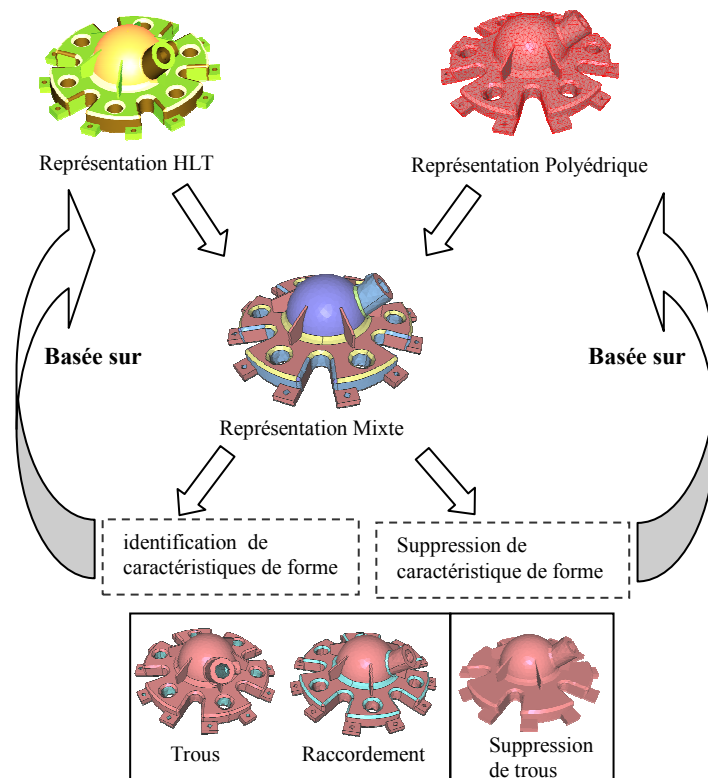


Figure 4.2 : Schéma illustrant la Représentation Mixte et son interaction avec des informations sémantiques attachées à un modèle B-Rep NURBS permettant de transférer des informations entre ces modèles et ainsi de procéder à des transformations de forme.

La Figure 4.2 montre comment la représentation mixte peut être enrichie avec des informations sémantiques attachées à un modèle d'entrée B-Rep NURBS. De plus, des algorithmes complémentaires peuvent être ajoutés pour identifier des caractéristiques de forme (« form features<sup>30</sup> » appelées encore « entités ») et les transférer sur le modèle polyédrique de référence. Afin de lier ensemble les représentations de forme, cette plateforme utilise le concept de 'Topologie de Haut Niveau' (HLT<sup>31</sup>). Le même principe sera exploité pour l'identification de surfaces fonctionnelles constituant des éléments clés pour la génération de zones de contact et donc pour la mise en place du modèle de mobilité des composants.

Comme illustré à la Figure 4.3 les sommets, les arêtes et les faces contribuant à la définition de la topologie et de la géométrie du modèle polyédrique de référence de la représentation mixte sont liés aux « poly-arêtes » et aux « partitions ». Les « poly-arêtes » constituent un ensemble d'arêtes connectées, formant une « chaîne d'arêtes » appartenant à un polyèdre de référence et forment ainsi une variété de dimension 1. La description géométrique d'une « poly-arête » est un polygone qui appartient au polyèdre de référence et discrétise une courbe. De même, les « partitions » sont définies comme un ensemble de faces adjacentes les unes aux autres et forment ainsi une variété de dimension 2. La description géométrique d'une « partition » est un polyèdre, fermé ou ouvert qui appartient au polyèdre de référence et discrétise une surface.

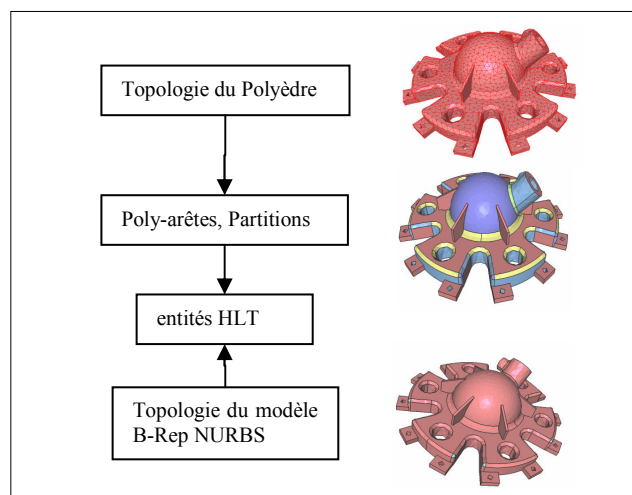


Figure 4.3 : Éléments principaux permettant le maintien de la cohérence entre le polyèdre de référence de la représentation mixte et le modèle B-Rep NURBS.

Notons que les connexions des « poly-arêtes » et des « partitions » avec le polyèdre de référence peuvent être créées / supprimées pour définir la représentation HLT d'un composant ou d'un assemblage répondant à un objectif de simulation. De même, les entités HLT peuvent être dé-/re-connectées aux entités topologiques du modèle B-Rep NURBS afin de maintenir la cohérence des modèles selon les besoins d'une simulation.

Le concept de HLT a été proposé afin de répondre aux exigences de représentation explicite d'informations sémantiques attachées à un composant ou bien un assemblage. La nature de surfaces de contact (plan, cylindre, cône, sphère) et les paramètres géométriques correspondants ainsi que le statut indiquant s'il s'agit d'une surface fonctionnelle sont des exemples de telles informations dans le contexte de la simulation d'A/D. En outre, l'objectif de la HLT est d'offrir une représentation intrinsèque d'informations sémantiques attachées à un

<sup>30</sup> Features (ou entités) : formes géométriques prenant sens pour un intervenant dans la VP où elles doivent être utilisées

<sup>31</sup> High Level Topology

composant. Dans le contexte de la mise en place de modèles de simulation pour l'A/D, il s'agit de pouvoir définir le contour de partitions du modèle de référence de telle sorte qu'elles coïncident exactement avec des surfaces fonctionnelles et ne soient pas contraintes par le processus de modélisation CAO de composants (voir section 3.1). Le concept de HLT offre également la possibilité de générer des configurations topologiques qui ne sont pas accessibles dans les modeleurs CAO, permettant ainsi aux algorithmes implémentés de définir des partitions représentant l'information intrinsèque attachée à un composant. Ce besoin apparaît en particulier pour les surfaces de révolution qui sont modélisées par des surfaces NURBS et possèdent au moins une arête le long d'une génératrice car ces surfaces nécessitent une origine (voir section 3.1) qui n'a pas de sens par rapport au concept de surface fonctionnelle (voir Figure 4.4).

Les modeleurs CAO sont limités à une décomposition de surfaces telle que chaque arête d'un modèle NURBS doit être adjacente à deux surfaces distinctes si la surface de l'objet est fermée. Par conséquent, les surfaces cylindriques d'un arbre sont décomposées en deux secteurs mais la signification de ces secteurs devrait être décrite par seulement une « partition » bornée par une courbe fermée sans sommets à chacune de ses extrémités (voir Figure 4.4). En effet, aucun sommet ne devrait être situé le long d'un cercle parce que tous ses points partagent exactement le même voisinage. Il y a d'autres configurations contribuant à la description des surfaces fonctionnelles et les descriptions de zones de contact qui pourraient être énumérées afin de montrer comment les limites des logiciels CAO peuvent être surmontées en utilisant le concept de HLT (contact ponctuel isolé dans une face, contact linéique etc.).

La Figure 4.4 ci-dessous donne un exemple simple de configuration où la structure de données HLT peut être employée pour caractériser explicitement le mode d'utilisation des partitions pour définir une surface fonctionnelle.

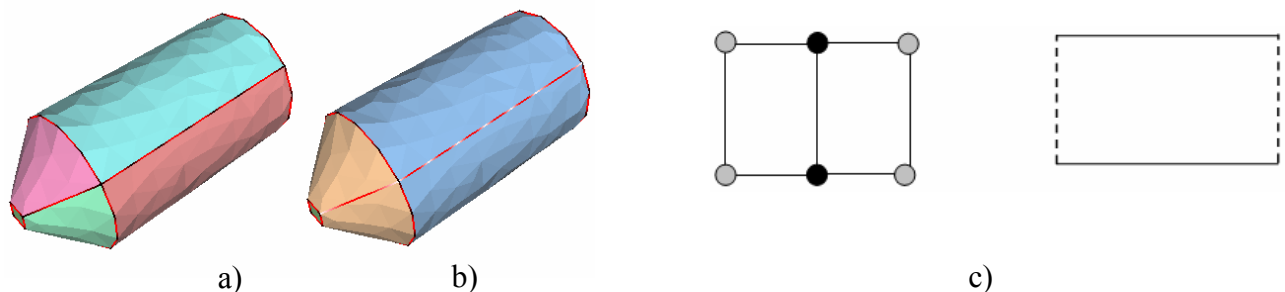


Figure 4.4 : Exemple de configuration où des partitions et les arêtes issues d'un modèle B-Rep NURBS sont fusionnées pour décrire intrinsèquement les surfaces cylindriques :

- a) les partitions du B-Rep NURBS tracées sur le modèle de polyèdre; b) partitions obtenues après fusion;
- c) transformation des partitions lors de l'opération de fusion.

Les transformations décrites précédemment sont obtenues par des opérateurs exécutant des transformations de la décomposition de la frontière d'un objet. Plusieurs opérateurs concourent à ces transformations. La Figure 4.4 donne une illustration de l'opérateur de fusion de partitions mais il existe également des opérateurs de fusion de poly-arêtes, de suppression de sommet, etc. pour produire une représentation des surfaces fonctionnelles qui sont intrinsèquement nécessaires pour la modélisation de contacts et les simulations d'A/D.

La structure de données HLT a été implémentée pour créer des liens entre la représentation *maître* et la représentation *esclave* afin de développer la représentation mixte proposée. Le fait que la représentation B-Rep NURBS soit esclave de la représentation mixte définie à l'aide de la HLT et des représentations polyédriques est justifié par le fait que tous les opérateurs de simplification de forme sont exécutés sur le modèle polyédrique et/ou les

poly-arêtes et les partitions. Ainsi, la représentation mixte aide à maintenir simultanément les deux représentations pour faciliter la mise en œuvre de simulations d'A/D à chaque étape d'un PDP. Selon les objectifs de la simulation, l'utilisateur pourrait devoir générer plusieurs modèles polyédriques, par exemple dans le contexte d'une simulation d'A/D où un environnement haptique immersif est utilisé pour cette simulation. Dans ce cas, plusieurs modèles polyédriques sont nécessaires qui répondent à deux objectifs complémentaires : la visualisation pour laquelle la taille et la forme des facettes répond à pour objectif de représenter fidèlement un objet d'une part et, d'autre part la détection de collisions pour l'haptique pour laquelle les contraintes de temps réel imposent une réduction maximale du nombre de facettes et une forme aussi équilatérale que possible afin de répondre aux besoins des algorithmes.

Les modeleurs CAO se fondent presque en totalité sur des modèles B-Rep NURBS et ne peuvent manipuler des modèles polyédriques qu'avec une certaine difficulté : cas d'ingénierie inverse, modélisation volumique mais restreinte à certaines opérations simples d'ajout / enlèvement de matière pour des polyèdres possédant un nombre de facettes restreint. Cet inconvénient est dû à une mauvaise adéquation des formats de fichiers utilisés en entrée et, plus important, aux structures de données employées pour décrire les volumes et les surfaces gauches qui ne sont pas compactes et, par conséquent, ne sont non appropriées au traitement de polyèdres. La description d'une facette dans un format d'entité NURBS impose de la considérer comme une surface NURBS de degré 1, restreinte par un contour triangulaire. Comparativement, un format de modèle polyédrique décrit une facette avec les coordonnées de ses sommets et la connexion entre ses sommets. En complément, on note que les logiciels similaires dédiés aux polyèdres, très souvent, ne peuvent pas importer de modèles B-Rep NURBS. Il est donc nécessaire de disposer de structures de données adaptées à chaque catégorie, ce qui est opéré à travers la représentation mixte.

La plateforme de Représentation Mixte [HAR 06 a, DRI 06, IAC 07 a, IAC 08, IAC 10] permet le traitement de composants isolés aussi bien que d'assemblages complexes. Pour les besoins de la simulation d'A/D, un ensemble de modèles volumiques contenu dans un fichier STEP peut être traité de deux manières différentes :

- chaque modèle volumique est considéré comme un composant du produit étudié ;
- plusieurs modèles volumiques définissent un seul composant ; c'est le cas, par exemple, si un composant en matière plastique comporte un ou plusieurs inserts métalliques.

Dans le second cas, le composant peut-être effectivement composé de plusieurs modèles volumiques et selon le contenu du fichier STEP décrivant l'assemblage, l'utilisateur doit pouvoir décider si des modèles volumiques doivent être regroupés pour constituer des composants.

La description B-Rep NURBS et les informations sémantiques sont attachées à des catégories d'entités géométriques comme des plans, des cylindres, des cônes, etc., ou à un assemblage telle la structure arborescente qui peut lui être associée. Ces informations peuvent être insérées dans des fichiers STEP et, par la suite, utilisées comme entrée dans la plateforme proposée lorsque les modèles 3D viennent de logiciels CAO. La transformation de modèles B-Rep NURBS en modèles polyédriques peut être réalisée efficacement en utilisant la description topologique des composants, évitant ainsi les problèmes liés à la précision des modèles B-Rep NURBS qui sont toujours asservis à ce type de paramètre.

Il convient de noter que l'identification de contacts est abordée ici comme une étape de préparation de simulation d'A/D et appartient donc au traitement d'une maquette numérique dans l'interface d'entrée d'une VP 'simulation d'A/D'. Si le concept de représentation mixte a été développé au cours des travaux d'Hamri [HAR 06 a], l'approche proposée concernant la

simulation d'A/D a permis de valider ce concept pour cette simulation et d'étendre la plateforme avec l'établissement de critères pour la fusion de faces afin de générer les partitions correspondant aux surfaces fonctionnelles, d'identifier les surfaces fonctionnelles participant à des liaisons entre les composants.

### **4.3 Structure de données et traitements dédiés à la préparation de simulations d'A/D**

Le chapitre 3, et la section 3.5 en particulier, ont montré que la détermination du modèle de mobilité résultant pour un composant, en fonction des contacts élémentaires qu'il possède avec des composants voisins, nécessite l'utilisation d'opérateurs d'intersection afin de déterminer le modèle géométrique de familles de trajectoires.

L'opérateur d'intersection, pour être robuste, doit exploiter au maximum les propriétés géométriques des éléments géométriques des modèles de mobilités afin de construire une solution numérique conforme à la solution analytique, i.e. une trajectoire de translation appartenant à l'intersection des familles de trajectoires doit apparaître comme un point, éventuellement isolé, du modèle géométrique de mobilité du composant. Pour atteindre cet objectif, le recours à des contraintes géométriques est proposé. Cette section décrit donc l'extension des structures de données de la représentation mixte afin de pouvoir décrire les contraintes géométriques liant les interfaces, et plus particulièrement les zones de contact, des composants (voir Figure 4.5).

Les contraintes géométriques mises en place décrivent les dispositions d'entités parallèles, perpendiculaires et coaxiales. Chaque contrainte est reliée aux éléments géométriques sur lesquels elle s'appuie (partition, poly-arête, sommet), ces derniers étant eux-mêmes des entités appartenant aux interfaces définissant les zones de contact entre les composants auxquels la contrainte est donc rattachée (voir Figure 4.5). Les contraintes ainsi définies sont rattachées à chaque composant, i.e. body dans le schéma de la Figure 4.5, pour pouvoir être exploitées dans la détermination de la mobilité globale de ce composant. Ces contraintes ne peuvent être identifiées qu'en s'appuyant sur des tolérances exprimant la précision des modeleurs CAO utilisés pour générer les composants. Ces contraintes se distinguent des contraintes géométriques utilisées :

- i) dans les modules d'assemblages de logiciels CAO industriels,
- ii) par les modeleurs géométriques CAO dans les environnements d'esquisse.

En effet, la catégorie i) concerne deux composants distincts et la catégorie ii) des contraintes entre des entités situées dans un même plan lors de la modélisation géométrique d'un composant, alors que les contraintes géométriques requises sont des contraintes rattachées à un unique composant et disposées dans l'espace.

Outre cette extension, des entités ont été créées pour décrire des contacts. Les contacts traités sont liés aux surfaces fonctionnelles qui peuvent être identifiées automatiquement à partir des informations contenues dans un fichier STEP. Ces entités sont scindées en deux ensembles complémentaires de contacts élémentaires, selon que les contacts sont définis par des surfaces de même nature ou non, et s'énumèrent :

- Ensemble 1 : Rotule (RTL), Pivot Glissant (PVG), Pivot Glissant Unilatéral (PGU), Appui Plan (APP), Pivot Glissant Hélicoïdal (PGH) ;
- Ensemble 2 : Linéaire Annulaire (LNA) ;
- auxquels s'ajoute le Contact Type Indéfini (CTI) dans le cas où les informations disponibles ne permettent pas à l'algorithme de conclure quant au type de contact.



Les contacts énumérés ci-dessus correspondent aux développements effectués pour évaluer l'approche proposée, la liste étant destinée à être complétée ultérieurement.

Les traitements mis en place pour la préparation de modèles d'assemblages à partir de maquettes numériques adressent les configurations suivantes :

- Génération de surfaces maximales : à partir des surfaces NURBS issues du fichier STEP contenant les composants, les types de surfaces (plan, cylindre, cône, sphère) sont extraits et associés aux surfaces correspondantes. Lors de la création du modèle polyédrique référence, ces informations sont transférées aux partitions où chaque partition coïncide avec une surface NURBS. Les surfaces maximales sont alors générées en fusionnant deux surfaces adjacentes telles que : elles sont de même type et possèdent les mêmes paramètres descripteurs (axe et rayon pour un cylindre, centre et rayon pour une sphère, etc.) et, dans tous les cas, des normales de même orientation. Cette comparaison géométrique s'effectue à une tolérance près tenant compte de la précision de modélisation du composant dans le modèleur CAO ayant généré le fichier STEP. Les partitions ainsi obtenues désignent des zones candidates à être des surfaces fonctionnelles de liaison entre les composants.
- Génération des surfaces fonctionnelles : à partir des surfaces maximales générées pour chaque composant, l'objectif est de déterminer les surfaces de même nature et de mêmes paramètres, appartenant à deux composants distincts, qui expriment une condition de contact. La condition de contact est mise en place à l'aide d'une information de localisation, i.e. la boîte englobante associée à une surface maximale. Le recouvrement partiel de boîtes englobantes appartenant à des surfaces maximales de mêmes paramètres mais rattachées à des composants différents est considéré ici comme un premier critère d'identification de surfaces fonctionnelles. La détermination effective des zones de contact par la recherche de la partie commune entre des surfaces maximales nécessite des algorithmes géométriques particuliers qui n'ont pas été abordés.
- Génération des contacts élémentaires entre les composants : sur la base des surfaces fonctionnelles définies préalablement, certaines associations de surfaces fonctionnelles peuvent être réalisées afin de définir des contacts élémentaires correspondant aux modèles de mobilité définis aux sections 3.3 et 3.4. Ce traitement fait l'objet de la section 4.5.

L'ensemble des structures de données et traitements mis en œuvre permet de valider une première étape de l'analyse d'une maquette numérique afin de préparer, dans l'interface d'entrée d'une VP simulation d'A/D, les modèles nécessaires pour initier la modélisation géométrique de la mobilité de chaque composant et les simulations d'A/D correspondantes. Toutefois, l'analyse de maquettes numériques décrite à la section 3.1 montre que des adaptations de modèles de composants sont nécessaires pour ramener les interfaces entre composants à des contacts, en particulier pour les liaisons fileté et donc les vis, afin d'analyser un assemblage avec plus de réalisme pour les tests décrits à la section 4.7. Outre, l'identification de zones de contact, les traitements de préparation ainsi mis en place permettent de générer des modèles polyédriques pour des simulations immersives pour lesquels les zones de contact entre composants et les mobilités pourront être exploitées [TCH 10].

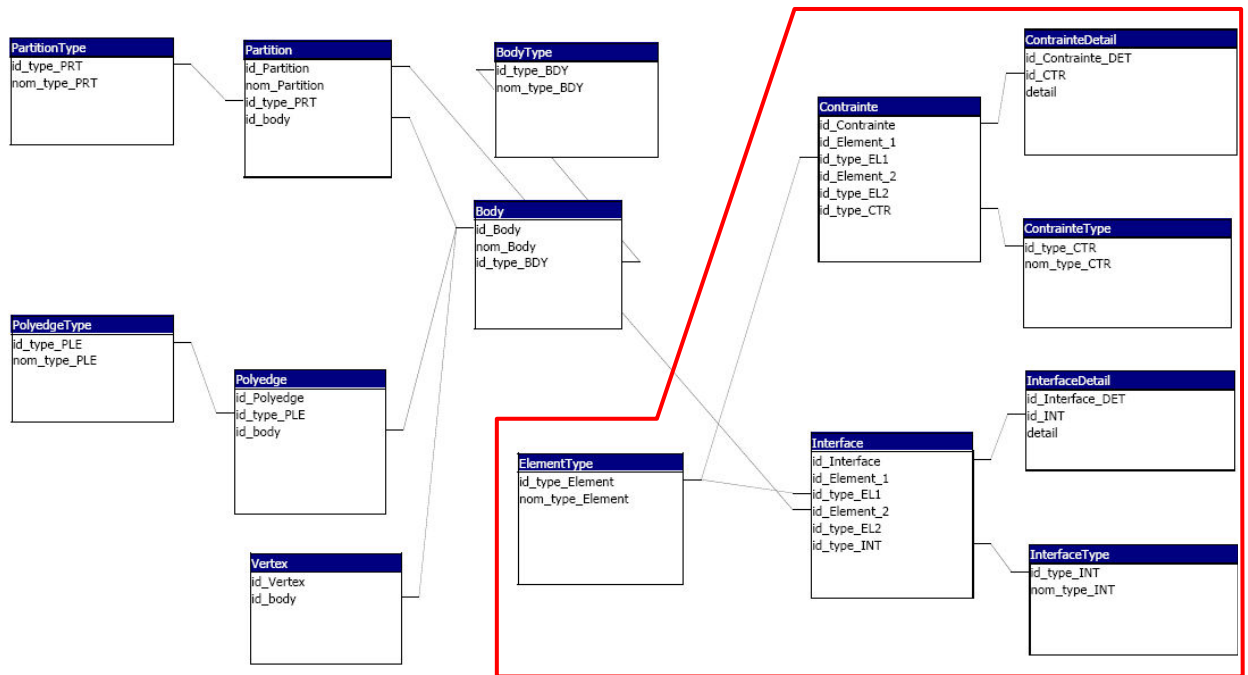


Figure 4.5 : Schéma de la structure de données définissant les entités et les liens spécifiquement mis en place pour exprimer des liens géométriques entre les composants d'un assemblage. Le cadre rouge délimite les structures de données pour la description de contraintes géométriques.

#### 4.4 Préparation d'un modèle pour une simulation d'A/D

Basée sur des tests avec les logiciels industriels les plus répandus comme CATIA édité par Dassault Systèmes, Unigraphics édité par Siemens, SolidWorks, SolidEdge, etc., on peut mentionner que la norme STEP est la plus robuste et la plus efficace pour le transfert des modèles 3D de composants. Si les maquettes numériques peuvent être importées également dans des formats aussi pratiqués que IGES, VRML etc., ceux-ci sont moins robustes car ils ne décrivent pas la topologie d'un modèle volumique ou bien, les implémentations des interfaces diffèrent suffisamment les unes des autres pour engendrer des problèmes de robustesse vis-à-vis des précisions des modeleurs géométriques. Dans cette approche, STEP a été choisi également du fait de sa capacité à incorporer la description des surfaces analytiques.

Les différentes étapes pour préparer un modèle et pour identifier les contacts dans une maquette numérique s'énumèrent comme suit. Utiliser le concept de représentation mixte implique que les modèles STEP importés (représentation B-Rep NURBS) doivent passer par une étape de génération de représentation facettisée. Au cours du processus de discrétisation, l'algorithme garantit que les deux modèles possèdent les mêmes invariants topologiques, i.e. les mêmes caractéristiques d'Euler : une condition nécessaire pour garantir la cohérence entre le modèle polyédrique de référence et la modèle NURBS d'un composant.

L'étape clef de cette opération de discrétisation est sa capacité à préserver la plus grande quantité possible d'informations disponibles dans un modèle B-Rep NURBS. Pendant cette phase de génération, la structure de données HLT, crée et maintient les liens entre la représentation B-Rep NURBS et la représentation polyédrique.

L'utilisateur fournit alors les paramètres du processus de discrétisation. Ces paramètres ne sont pas entièrement indépendants mais ils agissent comme des seuils complémentaires. Les paramètres en question sont :

- la déflexion chordale : contrôle de l'écart entre un arc de courbe et une arête dont les extrémités s'appuient sur cet arc ;
- la longueur d'arête : contrôle la longueur des arêtes des facettes ;
- l'angle minimum des facettes : contrôle de l'angle minimum d'un triangle afin de générer des facettes aussi équilatérales que possible.

Après ce processus de tessellation, les deux représentations, B-Rep NURBS et polyédrique, sont disponibles, ainsi que la structure de données HLT qui les relie. L'étape suivante du procédé consiste à générer les partitions maximales à partir de la frontière des composants. En conséquence, l'opérateur fusionne les partitions ayant les mêmes paramètres pour chaque catégorie de surfaces de base. Tous les modèles exportés/importés ont été créés en fonction de la précision d'un modèleur CAO. Afin de prendre en considération cette réalité, la fusion de partitions emploie deux tolérances : linéaires et angulaires. Cet opérateur fournit une liste contenant les partitions fusionnées (**LMP**) qui est ajoutée dans la structure de données HLT associée et met à jour les liens entre les faces NURBS et les partitions afin de maintenir la cohérence des modèles NURBS et polyédrique car plusieurs faces NURBS décrivent maintenant une seule partition. Par la suite, la liste LMP est utilisée par l'opérateur d'identification de contacts.

#### 4.5 Processus d'identification des contacts

La maquette informatique proposée automatise l'identification de contacts dans la maquette numérique d'un produit, représenté en position assemblée. Après la première phase décrite à la section 4.4 et, en fonction de la qualité des modèles en entrée, l'intervention d'un utilisateur peut être nécessaire afin de vérifier les hypothèses de simulation quand les liens entre les composants ne peuvent pas être entièrement détectés à partir de la géométrie d'entrée.

Les partitions maximales ayant été générées, l'algorithme peut identifier la quasi-totalité des contacts : Appui Plan, PiVot Glissant, Pivot Glissant Unidirectionnel, Pivot Glissant Hélicoïdal, RoTuLe, LiNéaire Annulaire, Contact Type Indéfini.

Afin de structurer l'opérateur, une classification des contacts selon quatre catégories est proposée :

- contacts type **E1** : définis par des surfaces fonctionnelles de même type. Par exemple, le contact PiVot Glissant formé par des surfaces cylindriques ;
- contacts type **E2** : définis par des surfaces fonctionnelles de différents types. Par exemple, le contact LiNéaire Annulaire formé par une surface cylindrique et une surface sphérique ;
- contacts partiels type **P** (voir section 3.2.1) ;
- contacts type **A** : définis par une association de deux ou plusieurs contacts de type E1, E2 ou P ; par exemple, le contact PiVoT formé par un contact PiVot Glissant (PVG) et deux contacts Appui Plan (APP).

La procédure d'utilisation de l'algorithme s'effectue comme suit. Au début, l'utilisateur sélectionne les composants de la maquette numérique pour lesquels l'identification de contacts doit être appliquée. Si deux composants au moins sont choisis, l'application génère une liste de

composants en intersection avec d'autres composants : **LBiB**. À cet effet, la boîte englobante de chaque composant est utilisée comme critère de validation d'intersection et afin d'accélérer le processus. Ensuite, en utilisant la liste LMP créée par l'opérateur de fusion de partitions, des listes de contacts possibles (**LPC**) sont créées pour chaque type de surface. Ces listes répondent aux critères suivants :

- plan : surfaces coplanaires avec des normales colinéaires et opposées ;
- cylindre : surfaces cylindriques avec les mêmes rayon et axe, et des normales opposées ;
- cône : surfaces coniques avec les mêmes angle, axe, sommet, et des normales opposées ;
- sphère : surfaces sphériques avec les mêmes centre, rayon, et normales opposées.

A l'issue de ces étapes, afin de structurer les informations nécessaires, l'identification des contacts est effectuée. Pour chaque type de contact E1, les surfaces de la liste LPC qui appartiennent aux composants du LBiB sont examinées et une liste correspondant à chaque contact est créée :

- APpui Plan : surfaces planes avec une zone commune non vide (LcAPP).
- PiVot Glissant : surfaces cylindriques partageant une zone commune (LcPVG).
- Pivot Glissant Unidirectionnel : surfaces coniques partageant une zone commune (LcPGU).
- Pivot Glissant Hélicoïdal (PGH) : surfaces cylindriques qui admettent une intersection radiale d'une valeur donnée pour chaque type de filetage (LcPGH). La mise en œuvre de cette classe suppose une caractérisation des liaisons filetées qui n'a pu être menée à bien et donc exploitée dans les tests. Pour les besoins des tests, ces liaisons ont été modifiées pour les ramener à des configurations de contact. La mise en œuvre de configurations d'interférences suppose une analyse approfondie des maquettes numériques afin de déterminer les informations effectivement discriminantes entre la représentation de liaisons filetées et d'autres catégories de liaisons qui peuvent être utilisées industriellement et conduire également à cette configuration d'intersection. Ceci justifie le report de mise en œuvre de cette configuration lors des tests (voir section 3.1).
- RoTuLe : surfaces sphériques des listes LPC et LBiB, sachant qu'il ne peut pas y avoir plus de deux surfaces sphériques ayant les mêmes paramètres (LcRTL).

Pour les contacts de type E2, les listes LMP et LBiB sont utilisées :

- LiNéaire Annulaire : surface sphérique ayant un rayon égal au rayon d'une surface cylindrique et vérifiant la condition de positionnement : le centre de la sphère est sur l'axe du cylindre, entre les deux sections circulaires extrémités ;
- Contact Type Indéfini (CTI).

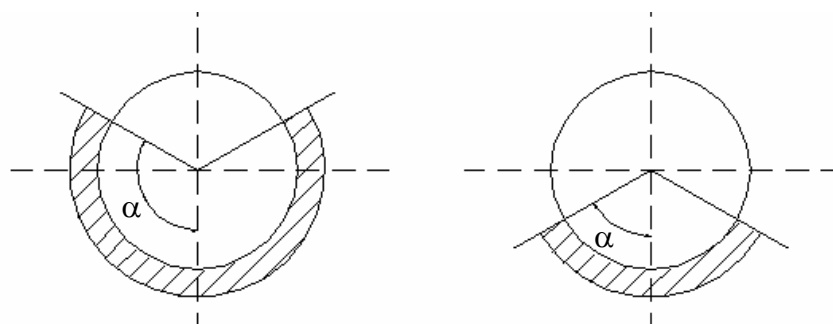


Figure 4.6 : Concept de contact partiel et paramètre de référence associé.

Les différences entre des contacts complet et partiel sont rappelées à la Figure 4.6, conformément à la description du chapitre 3, section 3.1.2.

Une approche complémentaire est utilisée pour les contacts partiels, qui nécessitent des conditions supplémentaires, exécutées pour chaque liste de contacts précédemment définis :

- Pivot Glissant Partiel (PVGcp) : les cercles extrémités de la surface concave sont analysés. S'il existe des points extrémités et si l'angle  $\alpha$  est plus petit ou égal à  $90^\circ$ , alors le contact analysé est de type partiel ;
- Pivot Glissant Unidirectionnel Partiel (PGUcp): les cercles extrémités de la surface concave sont analysés. S'il existe des points extrémités et si l'angle  $\alpha$  formé est plus petit ou égal à  $90^\circ$ , alors le contact est de type partiel ;
- Rotule Partielle (RTLcp) : le cercle de la surface concave, passant par le centre de la sphère et coupant la courbe frontière de la surface sphérique, est analysé. S'il existe des points extrémités et si l'angle  $\alpha$  formé est plus petit ou égal à  $90^\circ$  alors le contact est partiel.

Les contacts de type A sont définis par l'association de deux ou plusieurs contacts de type  $E_i$  ou P. Afin d'identifier les contacts de type A, des données supplémentaires sont nécessaires, telles que la position relative (parallélisme, perpendicularité, etc.) entre les surfaces fonctionnelles. Le plus souvent, les informations concernant ces positions relatives peuvent être déduites du modèle d'entrée utilisant des tolérances géométriques. Par exemple, pour le contact Pivot, deux conditions de perpendicularité sont nécessaires.

Les identifications de contacts décrites précédemment constituent une première approche pour évaluer l'efficacité des conditions, simples, mises en œuvre. Une détermination précise des zones de contact, d'autres catégories d'interfaces (interférences et jeux décrits à la section 3.1), nécessite un travail de grande ampleur qui ne pouvait être conduit dans la période de développement propre à la validation du processus d'identification de contacts abordée dans ce manuscrit. Néanmoins, les tests réalisés et illustrés à la section 4.7 montrent déjà l'efficacité obtenue à l'aide des concepts et opérateurs mis en œuvre, démontrant ainsi l'intérêt de poursuivre des développements selon la direction décrite à travers les sections précédentes.

Interface	note	type	état
Encastrement	ENC	E1	--
Pivot	PVT	A	x
Glissière	GLS	A	x
Sphérique à doigt	SPD	E1	√
Pivot glissant	PVG	E1	√
Pivot glissant hélicoïdal	PGH	E1	√
Rotule	RTL	E1	√
Appui plan	APP	E1	√
Linéaire annulaire	LNA	E2	√
Linéaire rectiligne	LNR	E2	x
Ponctuel	PNC	E2	x
Non - défini	NDF	--	√

Tableau 4.1 : Tableau des interfaces détectées.

Actuellement, la maquette informatique peut identifier 8 types d'interfaces parmi les 12 catégories d'interfaces décrites dans le tableau ci-dessous représentant des liaisons fonctionnelles.

Parmi celles-ci, il reste à implémenter les opérateurs pour les deux interfaces de type « association » (notés A) et pour les deux interfaces complexes de type E2 représentant des contacts linéaires et ponctuels (voir Tableau 4.1).

## 4.6 Préparation de modèles pour des simulations immersives

La plateforme de simulation proposée est appropriée à des simulations d'A/D utilisant un environnement immersif. Cette section décrit les spécificités des traitements requis pour la préparation de telles simulations et illustre comment la plateforme peut répondre à cette phase à travers son interface d'entrée de VP. A la différence de simulations interactives, la préparation de simulations immersives requiert un modèle pour la visualisation et un modèle pour la détection de collisions. Ces deux modèles répondant à des contraintes différentes, ils sont donc traités de manière distincte ainsi que l'illustre le cheminement proposé.

Dans le déroulement des opérations de traitement d'une maquette numérique (voir Figure 4.7), les modèles des composants sont importés à l'aide d'un fichier STEP provenant d'un logiciel de CAO. Dans ces conditions, il est important d'utiliser leur description B-Rep NURBS pour mettre à disposition des algorithmes autant d'informations que possible et obtenir un accès plus transparent aux comportements des composants pendant les simulations d'A/D [IAC 07 b].

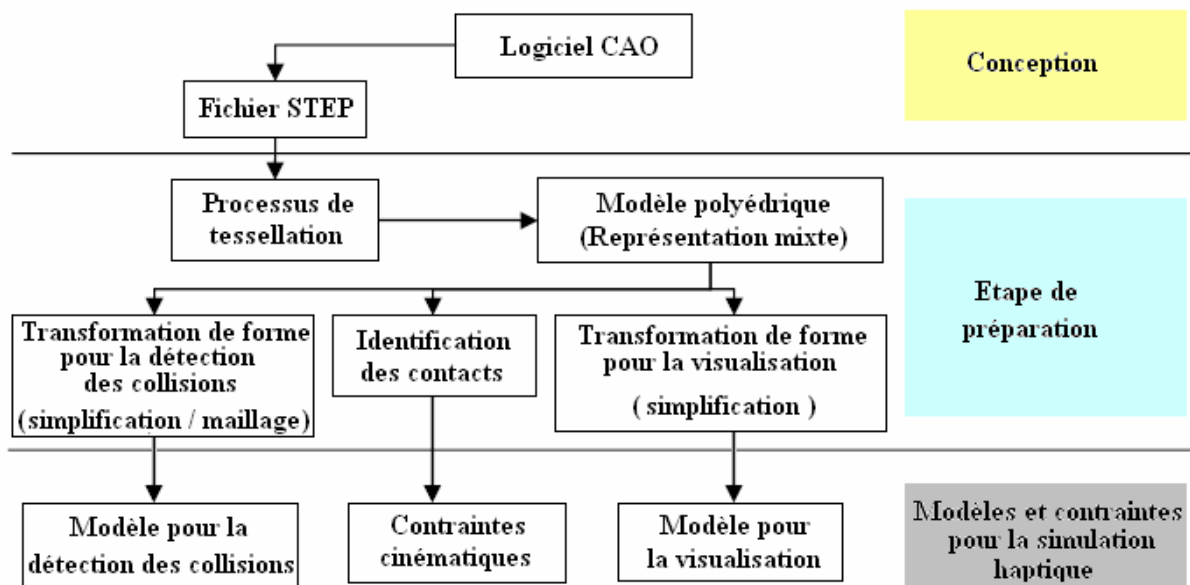


Figure 4.7 : Etapes du processus utilisé pour préparer une simulation d'A/D contenant l'identification des contacts destinée à une simulation immersive.

Fondé sur le schéma décrit à la Figure 4.7, le couvercle du moteur électrique (voir Figure 4.10) est utilisé pour illustrer certaines étapes du processus de préparation qui précèdent l'étape d'identification de contacts. Après la spécification des tolérances par l'utilisateur, toutes ces étapes sont exécutées automatiquement et utilisent les mécanismes de propagation basés sur la

structure de données HLT et la représentation mixte. Les différentes évolutions du traitement du couvercle du moteur électrique au cours sont présentées à la Figure 4.8 :

- a) modèle après tessellation avec les partitions correspondant au modèle CAO ;
- b) modèle après la fusion de partitions ;
- c) modèle indiquant les types des surfaces (rose : plan, bleu : cylindre, orange : cône).

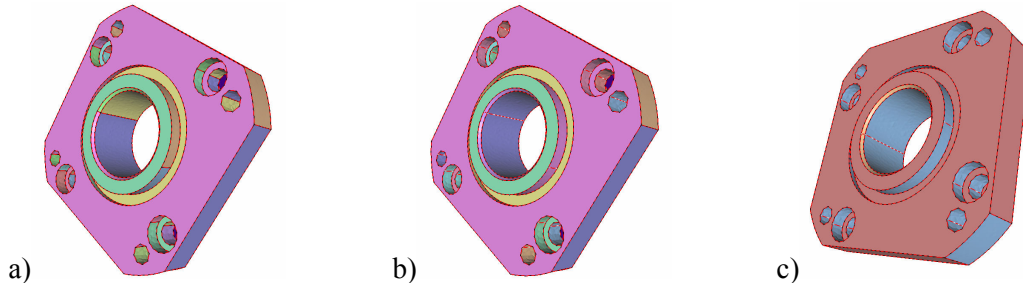


Figure 4.8 : Etapes du processus de préparation : a) après la tessellation avec des partitions issues du modèle CAO; b) après la fusion de partitions ; c) représentation des partitions afin d'illustrer leur type.

La Figure 4.9 présente d'autres étapes du processus de préparation concernant la génération des modèles polyédriques requis pour cette simulation avec un dispositif haptique. La Figure 4.9a contient le modèle polyédrique destiné à la visualisation. Il est issu de celui de la Figure 4.8b. La Figure 4.9b montre le modèle polyédrique destiné à la détection de collisions. Ici, l'équilatéralité et les contraintes de taille d'arêtes ont été utilisées pour produire ce modèle. En plus, pour mettre en exergue le fait que les modèles peuvent être utilisés pour des simulations spécifiques tout en restant conformes les uns avec les autres, différentes simplifications de forme ont été effectuées sur le couvercle comparativement à la Figure 4.9a. Ces simplifications sont justifiées parce que les trous enlevés sont plus petits que les trous utilisés par les vis (voir Figure 4.10), donc les vis ne peuvent pas pénétrer dans ces trous pendant la simulation de l'opération d'assemblage du couvercle du moteur électrique.

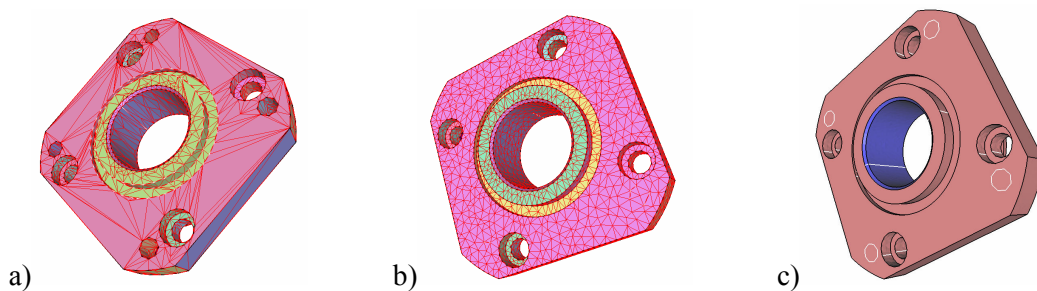


Figure 4.9 : Composant obtenu : a) après simplification pour la visualisation ; b) après simplification pour produire le modèle de détection de collisions ; c) modèle de détection de collisions avec partitions marquées inactives durant une simulation d'insertion/extraction.

De plus, la Figure 4.9c donne un exemple où les surfaces impliquées dans les opérations d'insertion / extraction peuvent être marquées de sorte qu'elles ne constituent pas une partie du modèle de détection de collisions après le début d'une phase d'insertion ou à l'issue d'une phase d'extraction. Ici, le mouvement relatif entre le roulement et le couvercle est réduit à une famille de trajectoires de type pivot glissant. En effet, cette famille de trajectoires devient une contrainte cinématique pour le dispositif haptique, n'exigeant plus la détection de collisions avec les surfaces marquées. En utilisant cette information, il devient possible d'accélérer la détection de

collisions en réduisant le nombre de surfaces candidates au processus de détection et d'améliorer également le comportement du dispositif haptique en exploitant les contraintes cinématiques pour contrôler globalement le bras dans cette zone. Le comportement obtenu est donc meilleur comparé à un principe de détection de collisions actif dans cette zone qui utiliserait une représentation facettisée, produirait un grand nombre de collisions et donc un phénomène de vibrations du système haptique car le principe cinématique utilisé est de type local.

## 4.7 Exemples d'application et résultats

Afin de valider certains concepts relatifs à l'automatisation de l'identification des interfaces dans une maquette numérique, la méthode d'identification des contacts et l'outil proposés, de multiples simulations ont été effectuées sur des maquettes numériques de complexité croissante dont un certain nombre sur des ensembles mécaniques directement issus de l'industrie.

### 4.7.1 Moteur électrique

Le premier ensemble utilisé pour les tests est un modèle de moteur électrique de Dynetic Systems Company type C.C. série BL17. Le choix de cet exemple se justifie par le fait que c'est un produit avec un nombre relativement faible de contacts de différentes natures, donc bien adapté pour les premières évaluations. Les composants de ce dernier sont : axe (1) ; rotor - avant (1) ; rotor - arrière (1) ; aimants (4) ; roulement - avant (1) ; roulement - arrière (1) ; liaison d'étanchéité (1) ; stator (1) ; corps (1) ; couvercle - arrière (1) ; couvercle - avant (1) ; vis (4).

Pour se mettre en conformité avec les hypothèses formulées à la section 3.1 concernant l'analyse des maquettes numériques, les composants associés à des liaisons filetées (vis, taraudages) ont été modélisés avec des diamètres engendrant des configurations de contact, i.e. diamètre du taraudage identique au diamètre extérieur des vis.

Remarque : Le chiffre entre parenthèses à la suite de chaque nom de composant représente le nombre d'éléments identiques dans l'assemblage.

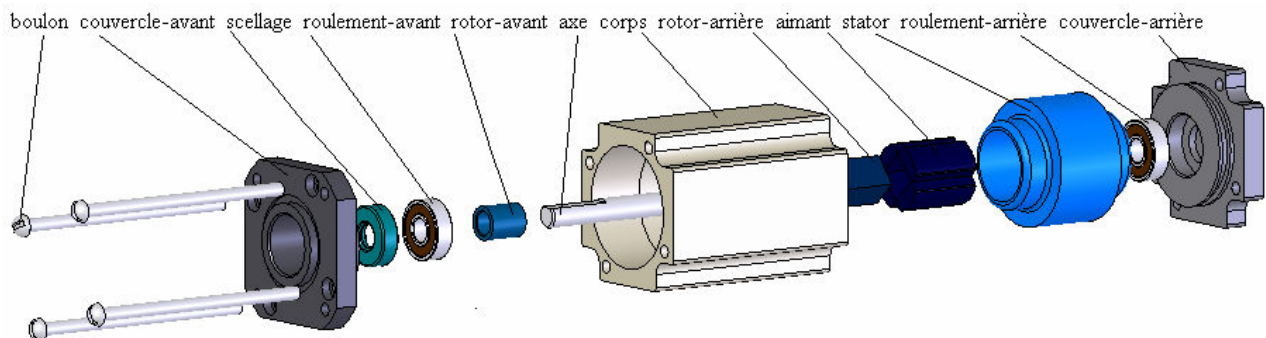
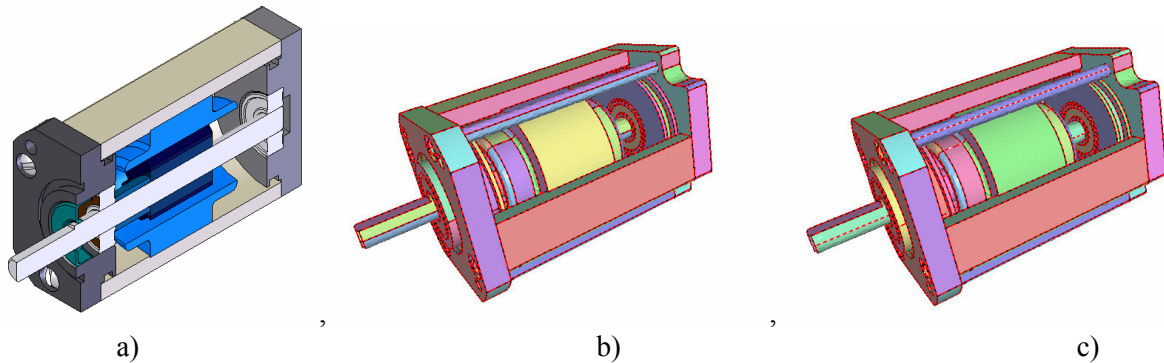


Figure 4.10 : Vue éclatée du moteur électrique de Dynetic Systems Company, C.C. série BL17.

Afin d'identifier les contacts d'un produit, la maquette mise en place impose une séquence d'opérateurs. Chacun d'entre eux réalisant des traitements relativement simples. Cette séquence, systématique est détaillée ici pour illustrer les traitements prenant part au processus global d'identification de contacts. Cette séquence pourrait être réalisée par un algorithme qui automatiserait ce processus d'identification de contacts. La maquette numérique 3D du produit importé en format STEP est représenté à la Figure 4.10. Le modèle B-Rep NURBS contenu dans



le fichier STEP est facettisé pour produire une tessellation conforme de chaque composant afin de constituer la représentation mixte du produit. Lors de la phase de tessellation, les trois paramètres de contrôle sont : déflexion = 1mm ; longueur de l'arête = 10mm ; angle = 20°. Ces paramètres n'ont pas d'incidence sur la détermination des contacts, ils agissent uniquement sur les propriétés du modèle pour une utilisation ultérieure : simulation immersive par exemple. Ces paramètres sont indiqués ici à titre d'information uniquement car ils reflètent les dimensions des composants.



a) Figure 4.11 : Moteur électrique. a) vue d'ensemble selon une section longitudinale ;

b) modèle polyédrique après tessellation ; les partitions représentent les faces du modèle CAO contenu dans le fichier STEP ; c) modèle polyédrique et partitions après fusion pour générer les faces maximales.

Avant d'appliquer l'opérateur d'identification de contacts, une étape de génération des partitions maximales, s'appuyant sur la représentation mixte développée, est donc nécessaire. Les résultats de ce regroupement de partitions sont présentés à la Figure 4.11. A cette étape, toutes les surfaces de tous les composants qui possèdent les mêmes paramètres intrinsèques sont fusionnées afin de former des faces maximales indépendantes du processus de modélisation de chaque composant et représentatives de surfaces fonctionnelles.

Après ces étapes, l'opérateur d'identification des contacts peut être appliqué et la liste de contacts est créée. Ainsi, l'algorithme fournit les résultats suivants : 14 – contacts Appui plan (APP) et 21 – contacts Pivot glissant (PVG). La liste correspondante est présentée à la Figure 4.12. Les résultats sont conformes au contenu de la maquette qui peut être identifié visuellement.

Par la suite, pour chaque exemple, on précise les temps de traitement et de calcul nécessaires. Le temps de traitement représente le temps total nécessaire pour les trois étapes suivantes : ouvrir le fichier contenant une maquette numérique, préparer cette maquette et identifier les contacts. Le temps de calcul est le temps nécessaire pour l'étape d'identification des contacts (troisième étape du processus précédent). Pour le moteur électrique, la durée du traitement est de 31 secondes et le temps de calcul est de 5 secondes.

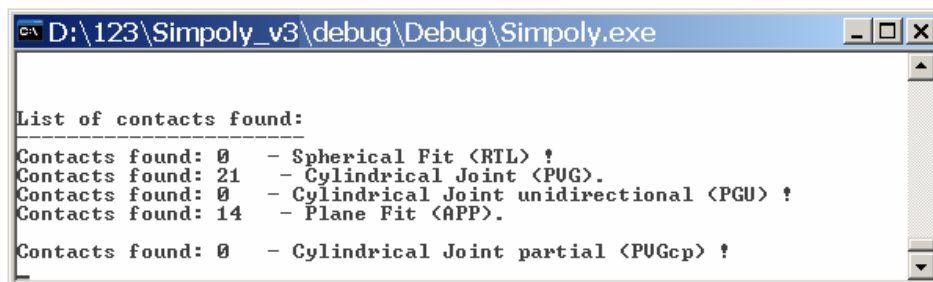


Figure 4.12 : Liste des contacts identifiés pour le moteur électrique.

## 4.7.2 Sous-ensemble de structure aéronautique

Un ensemble apparemment simple mais contenant des surfaces complexes est présenté à la Figure 4.13. Les éléments caractéristiques de cette maquette numérique s'énumèrent comme suit : les composants sont constitués de modèles volumiques et surfaciques, la maquette numérique est constituée de modèles industriels de composants représentatifs d'une étape d'un PDP industriel. Les composants du sous-ensemble sont : partie haute (1), tôle (1), partie basse (1), accouplement (1) et tube (1).

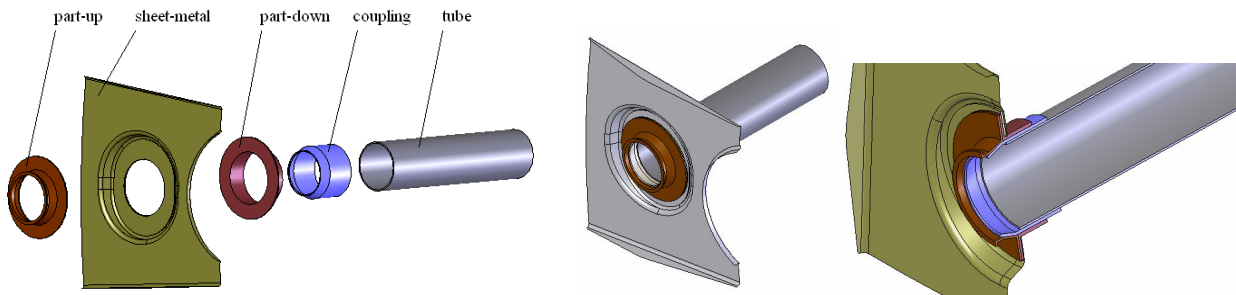


Figure 4.13 : Modèle B-Rep NURBS de sous-ensemble de structure aéronautique (courtoisie EADS).

L'étape de tessellation et de génération de la représentation mixte est réalisée avec les trois paramètres de contrôle suivants : déflexion=1mm; longueur d'arête = 10mm; angle = 20° (voir Figure 4.14 a). Le résultat de l'étape de génération des partitions maximales est illustré à la Figure 4.14 b afin de représenter les surfaces fonctionnelles. A ce stade, toutes les surfaces de tous les composants qui ont les mêmes paramètres sont fusionnées afin de former les surfaces maximales. Après ces étapes, l'identification des contacts est effectuée. Les résultats sont les suivants : 2 – contacts Appui plan (APP), 4 – contacts Pivot glissant (PVG) et 1 – contact Pivot glissant unidirectionnel (PGU) (voir Figure 4.15). La liste est conforme au contenu de la maquette numérique et, bien simple cet exemple illustre la diversité des maquettes qui peuvent être traitées.

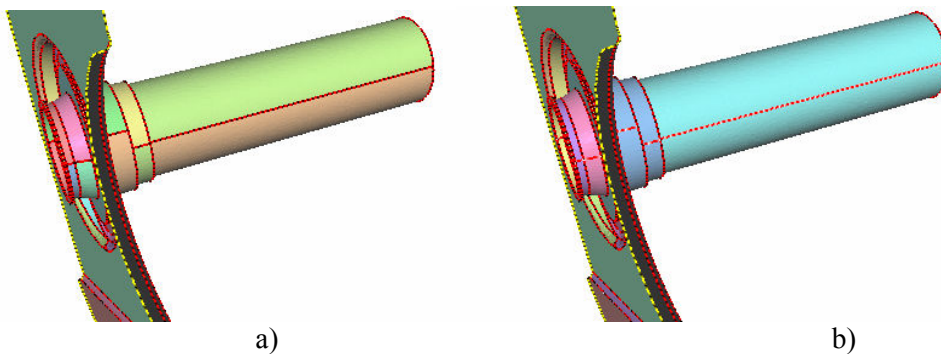


Figure 4.14 : Sous-ensemble d'avion : a) après tessellation, b) après fusion des parties maximales

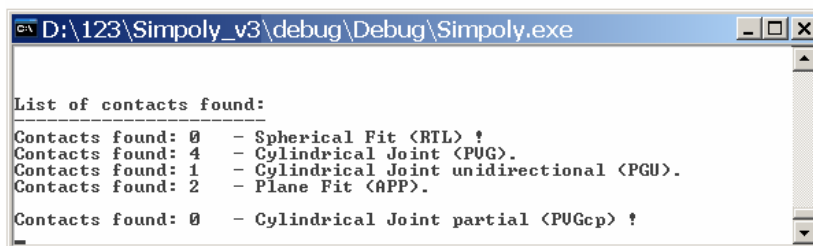


Figure 4.15 : Liste des contacts identifiés dans la maquette numérique.

### 4.7.3 Coupeuse

Un produit commun et intéressant, car constituant un mécanisme simple, est un modèle de coupeuse dont le modèle B-Rep NURBS CAO 3D et la vue éclatée sont présentés à la Figure 4.16. Cet ensemble contient 20 composants : corps (1) ; porte galetD (1) ; porte galetG (1) ; écarteur (1) ; vis sans fin (1) ; verrou (1) ; axe lame (1) ; lame (1) ; rondelle (1) ; bouton (1) ; roulette (1) ; axe (2) ; galet (2) et vis (5). Les liaisons filetées sont soumises aux mêmes hypothèses de représentation que pour le moteur électrique. Cette maquette numérique accroît la complexité par rapport à la maquette test du moteur électrique.

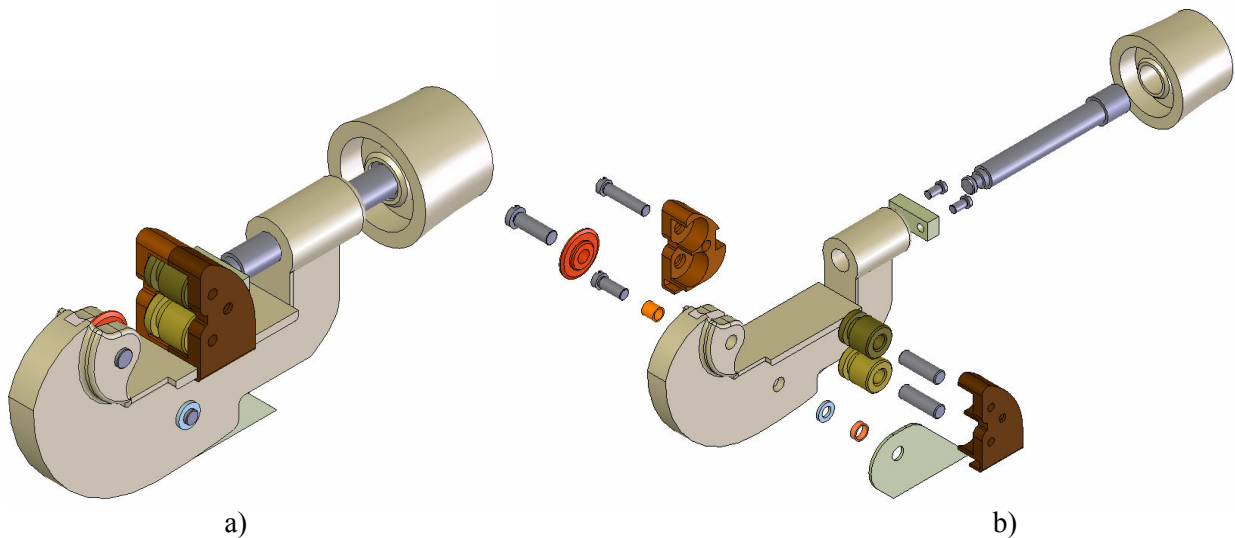


Figure 4.16 : Maquette numérique CAO 3D de la coupeuse, modèles B-Rep NURBS.  
a) modèle en configuration assemblée ; b) vue éclatée de l'ensemble.

Les trois paramètres de contrôle du processus de tessellation sont : déflexion = 1mm; longueur d'arête = 5mm; angle = 20° permettant de produire la représentation mixte du produit. Après l'étape de génération des partitions maximales (voir Figure 4.17a), les résultats d'identification des contacts sont présentés à la Figure 4.17b. L'algorithme déjà présenté est utilisé et les résultats sont : 31 – contacts Appui plan (APP) et 24 – contacts Pivot glissant (PVG). La durée du traitement est de 33 secondes, dont le temps de calcul est de 6 secondes.

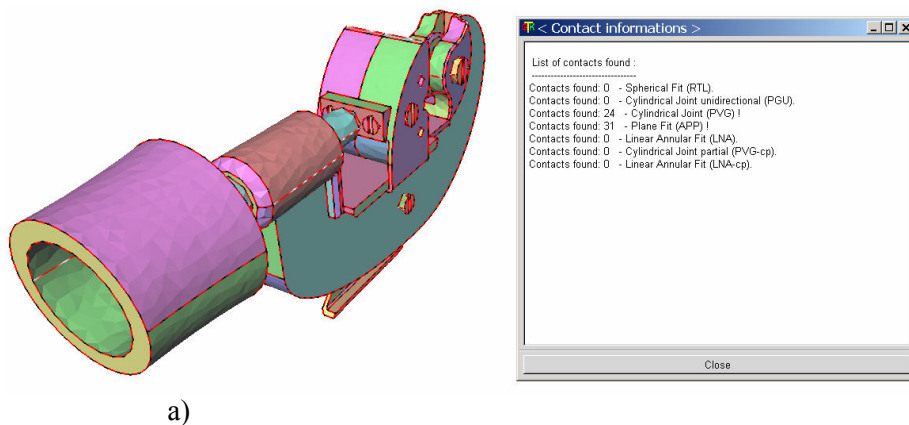


Figure 4.17 : Coupeuse : a) répartitions des partitions après fusion des faces pour générer les faces maximales ; b) résultats de l'identification des contacts.

#### 4.7.4 Etau

Un autre produit très intéressant, bien connu et souvent utilisé est l'étau, dont la maquette numérique 3D et la vue éclatée sont présentées à la Figure 4.18a et b, respectivement. Il s'agit d'un ensemble de complexité moyenne avec 17 composants mais avec des contacts complexes et diversifiés. Ses composants sont : mors fixeA (1) ; mors fixeB (1) ; mors mobile (1) ; levier mors (1) ; noix (1) ; bille (1) ; support bas (1) ; tampon (1) ; pré appui (1) ; bouton (1) ; écrou (1) ; tige (1) ; levier (1) ; vis (4). Les liaisons filetées sont soumises aux mêmes conditions de représentations que les maquettes numériques précédentes.

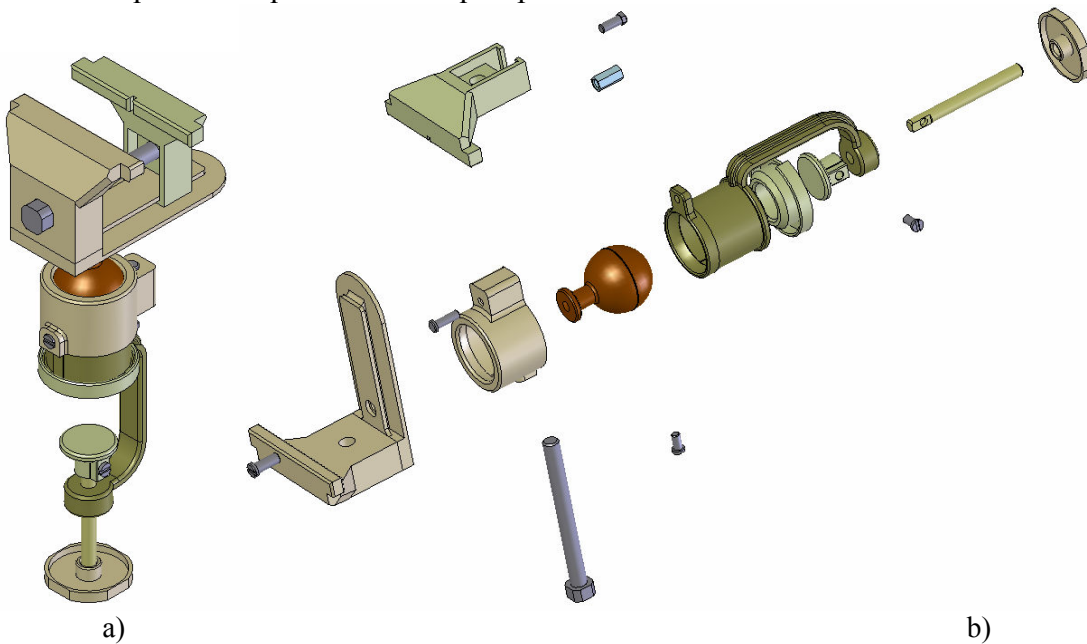


Figure 4.18 : Maquette numérique CAO 3D, B-Rep NURBS, de l'étau.  
a) vue assemblée et b) vue éclatée.

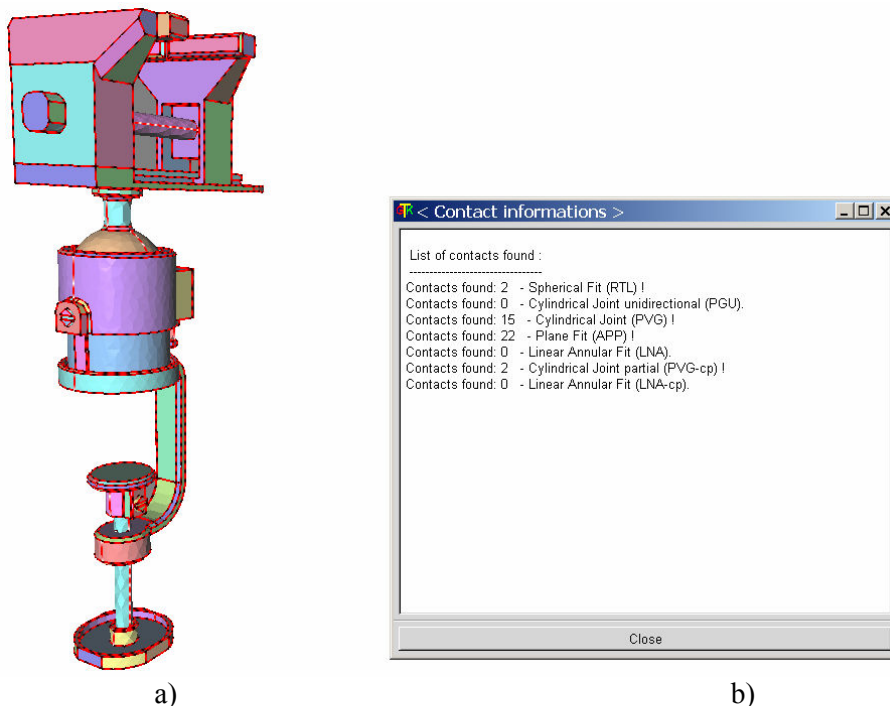


Figure 4.19 : Etau : a) modèle polyédrique après génération des faces maximales ;  
b) résultats après l'identification des contacts.

Après les étapes de tessellation (déflexion = 1mm; longueur d'arête = 5mm; angle = 20°) permettant de générer la représentation mixte du produit et de génération des partitions maximales permettant la représentation des surfaces fonctionnelles, l'identification des contacts produit les résultats suivants : 21 – contacts Appui plan (APP), 15 – contacts Pivote glissant (PVG), 15–contacts Pivote glissant partiel (PVGcp), 2–contacts Rotule (RTL) (voir Figure 4.19 b). La durée du traitement est de 31 secondes, dont le temps de calcul est de 5 secondes.

Les résultats sont conformes à l'observation visuelle de la maquette numérique et illustrent la diversité des contacts et des liaisons présentes dans cette maquette numérique.

#### 4.7.5 Vaporisateur

Un produit plus complexe et intéressant par l'accroissement du nombre de composants constitutifs est le vaporisateur dont la maquette numérique 3D et la vue éclatée sont présentées à la Figure 4.20a et b respectivement. Cette maquette numérique contient 53 composants : accouplement - bas (1) ; accouplement - haut (1) ; moteur (1) ; chapeau (1) ; clé (1) ; axe1 (1) ; axe2 (1) ; tasse (1) ; couvercle (1) ; base (1) ; support (1) ; unité (1) ; commande (1) ; embrayage (1) ; côté (2) ; vis (37). Les représentations de liaisons filetées se conforment aux conditions énoncées précédemment pour les autres maquettes numériques.

Après les étapes de tessellation (paramètres de contrôle : déflexion = 1mm; longueur d'arête = 10mm; angle = 20°) permettant la génération de la représentation mixte et la génération des partitions maximales produisant une représentation des surfaces fonctionnelles, l'algorithme d'identification de contacts est utilisé et produits les résultats suivants : 55 – contacts Appui plan (APP), 84 – contacts Pivote glissant (PVG), 1 – contact Pivote glissant partiel (PVGcp) soit au total 140 contacts. La durée du traitement est de 44 secondes, dont le temps de calcul est de 9 secondes. Ceci illustre l'aptitude de l'environnement logiciel développé à traiter des maquettes numériques relativement complexes, des maquettes numériques diversifiées et provenant de différentes sources CAO.

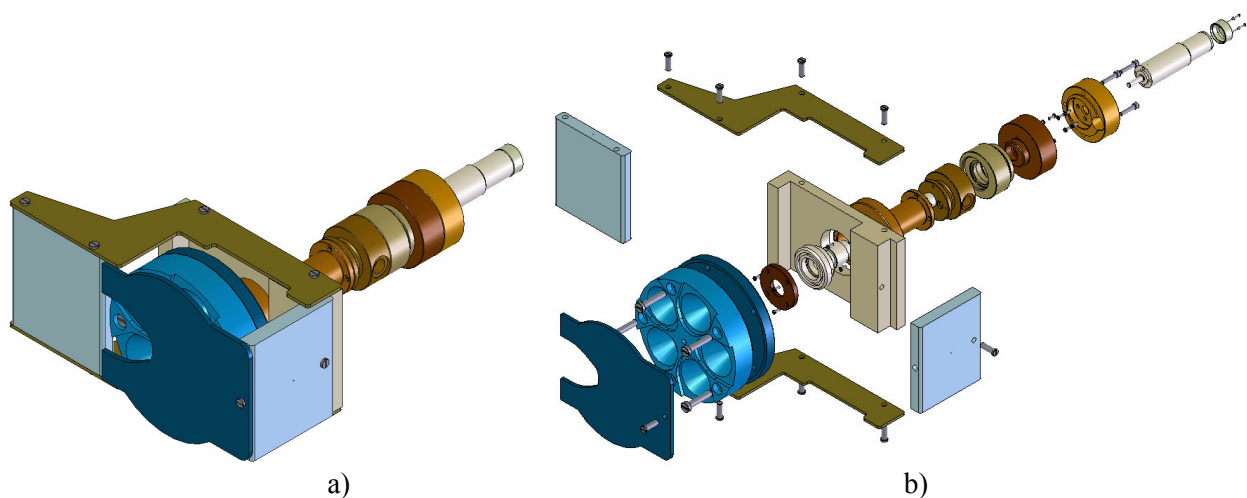


Figure 4.20 : Modèle CAO 3D, sous forme B-Rep NURBS du vaporisateur.  
a) maquette numérique en configuration assemblée ; b) vue éclatée de l'ensemble.



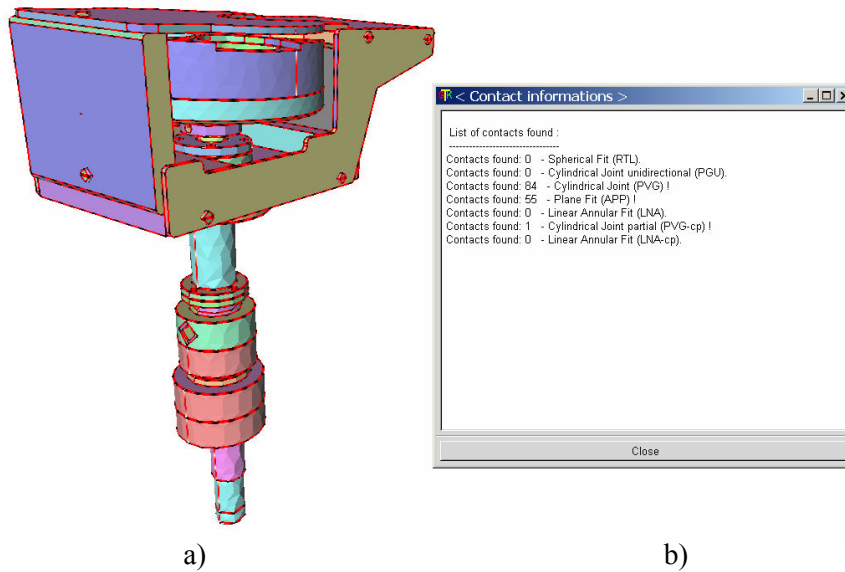


Figure 4.21 : Modèle polyédrique du vaporisateur.  
 a) modèle polyédrique partitionné selon les faces maximales afin de représenter les surfaces fonctionnelles ; b) résultats avec les contacts détectés et leur type.

Enfin, les Figures 4.22 et 4.23 donnent un exemple de contact cylindrique partiel dans une configuration simple où l'environnement proposé peut caractériser la différence entre un contact partiel et des contacts complets.

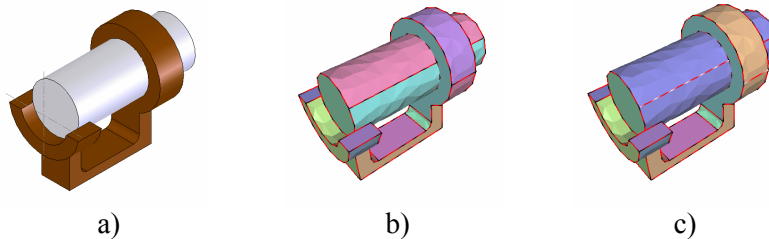


Figure 4.22 : Exemple de maquette numérique contenant un contact pivot glissant partiel. a) modèle CAO B-Rep NURBS 3D ; b) modèle polyédrique obtenu après tessellation ; c) modèle polyédrique partitionné selon les faces maximales représentant les surfaces fonctionnelles du modèle.

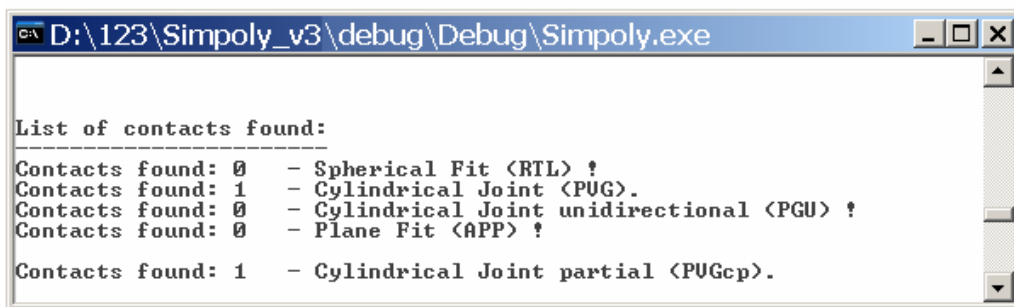


Figure 4.23 : Identification de contacts cylindriques partiels.  
 Résultats obtenus sur la maquette de la Figure 4.22.

Quelques exemples supplémentaires concernant d'autres ensembles mécaniques sont présentés en Annexe D afin d'illustrer la capacité de la maquette numérique à traiter des configurations différentes et donc sa robustesse.

## 4.8 Conclusion

Ce chapitre a décrit les concepts, l'environnement logiciel et la maquette informatique comportant les modules d'analyse d'assemblages. L'objectif de cette maquette informatique est centré sur l'identification de contacts à partir d'une maquette numérique importée à l'aide d'un fichier STEP.

En effet, la mise au point d'algorithmes et de logiciels performants pour la simulation d'opérations d'A/D est justifiée par l'analyse bibliographique présentée au chapitre 1 où toutes les approches analysées reposent soit sur une préexistence des contacts entre les composants, soit sur une spécification interactive de ces contacts, soit sur une absence de l'utilisation de ces contacts et des informations associées. Certains travaux ont observés la difficulté récurrente à disposer des informations nécessaires pour initier une simulation d'A/D. L'aptitude d'une approche à traiter efficacement des modèles complexes est donc un point important sur lequel a porté le travail décrit dans ce chapitre.

Les développements ont donc portés sur la mise en place de concepts et de solutions permettant de traiter des maquettes numériques pour extraire des informations de contacts nécessaires à la détermination des mobilités des composants. Ainsi, la recherche réalisée a permis de valider l'intérêt de la représentation mixte qui réduit la sensibilité des traitements vis-à-vis de la précision des modèles issus des modeleurs CAO, produit des modèles adaptés à des simulations immersives et évite les contraintes de décomposition de frontière propres aux modeleurs CAO.

Dans la plateforme de simulation développée, des évaluations quantitatives ont été effectuées sur la base de différentes étapes d'un PDP. Des étapes de traitement élémentaires, comme la correction du modèle, les transformations de modèles pour être adaptés à un environnement de Réalité Virtuelle, l'étape effective d'identification de zones de contact et de surfaces fonctionnelles ont été illustrées. À un niveau plus global, c'est donc une tâche globale d'un PDP qui peut trouver une meilleure intégration et raccourcir ce PDP.

L'application développée se distingue par les éléments suivants :

- les algorithmes développés sont suffisamment robustes et rapides pour traiter efficacement des assemblages et pour obtenir des zones de contact et des surfaces fonctionnelles ;
- le nombre de paramètres gérés par l'utilisateur est faible, permettant ainsi une analyse plus rapide et fiable ;
- le processus d'A/D peut être rapidement analysé et les données résultantes peuvent être exportées vers d'autres applications et logiciels de simulation ;
- les modèles produits s'adaptent aussi bien à des simulations d'A/D interactives que des simulations temps réel.

Cependant, le démonstrateur courant n'est pas encore complet et apte à traiter toutes les interfaces entre les composants mais les résultats obtenus actuellement valident les concepts utilisés pour étendre les catégories d'interfaces traitées, déterminer précisément les zones de contact entre composants et générer les modèles géométriques de mobilité de chaque composant.







## Conclusion générale

Ce mémoire présente une contribution à la modélisation des opérations d'A/D et à leur intégration dans un PDP. Cette recherche poursuit un double but. D'une part, elle propose une méthode pour décrire la mobilité des composants dans un ensemble mécanique afin de modéliser les opérations d'A/D et, d'autre part, elle offre une plateforme de simulation en appui aux modèles, aux opérateurs et aux algorithmes proposés.

Considérant les diverses phases d'un PDP, le premier objectif était d'analyser les travaux scientifiques interagissant, plus ou moins étroitement, avec un processus de simulation d'A/D ou bien une partie d'un tel processus. En particulier, les interactions entre les paramètres relatifs à la mobilité des composants et ceux nécessaires pour initier une simulation d'A/D.

La modélisation d'opérations d'A/D nécessite un ensemble conséquent, aux liens complexes, contenant des données géométriques, cinématiques et technologiques afin de réduire la complexité algorithmique de simulations de processus d'A/D tout en permettant la production de solutions aussi proches que possibles de solutions industrielles réelles.

Très clairement, le manuscrit est centré sur trois axes : le modèle cinématique applicable à la description de familles de trajectoires, le modèle géométrique décrivant ces familles de trajectoires ainsi que l'opérateur de combinaison de ces familles et enfin, l'évaluation de nouveaux concepts d'une plateforme de simulation utilisée dans un contexte d'A/D et l'incorporation de nouveaux algorithmes contribuant à une mise en œuvre plus rapide de simulation d'A/D à travers l'identification de contacts entre composants.

L'analyse plus précise des travaux portant sur la représentation des mobilités des composants et les modèles correspondant a montré l'absence de capacité des modèles actuels à décrire précisément toutes les mobilités des composants, ce qui limite le champ des solutions produites par les simulations d'A/D. Toutes ces informations ont été utilisées pour développer un modèle cinématique qui peut représenter tous les mouvements relatifs valides d'un composant de référence par rapport à ces composants environnants, introduisant ainsi le concept de famille de trajectoires. Le recours aux quaternions duaux pour cette approche a montré son efficacité quant à sa capacité à traiter des mouvements généraux et à mettre en évidence les propriétés clés permettant de caractériser les combinaisons de trajectoires élémentaires. Utilisant les quaternions duaux on a démontré que les translations sont essentiellement caractérisées par leurs directions et orientations, les rotations sont principalement caractérisées par leurs axes et sens de rotations et que les mouvements hélicoïdaux établissent un lien entre les translations et les rotations à travers de théorème de Chasles.

Le *modèle cinématique* décrit toutes les familles de trajectoires associées aux interfaces ou aux liaisons cinématiques entre différents composants d'un produit mais doit trouver une représentation numérique adaptée au traitement par ordinateur. Le *modèle géométrique* associé au modèle cinématique a été développé dans ce but et son équivalence avec le modèle cinématique a été montrée. Le concept de *boule de mobilité*, support de la représentation de tous les mouvements unitaires possibles d'un composant par rapport à son environnement constitue la réponse apportée pour constituer le modèle géométrique de mobilité d'un composant et tire avantage du théorème de Chasles pour lier les mouvements de translation et de rotation.

Associé à ce modèle, la *démarche constructive* permettant de décrire des mobilités arbitrairement complexes à partir de la *combinaison de mobilités* de configurations élémentaires de référence à l'aide d'un opérateur dédié permet d'adresser les configurations les plus générales et répond ainsi aux objectifs fixés. La mise en place de cette approche constructive de détermination de l'accessibilité d'un composant a conduit à des résultats généraux pour les trois classes de mouvement : rotation, translation, mouvements hélicoïdaux, en démontrant les conditions nécessaires et suffisantes de conservation de ces mouvements lorsqu'ils sont combinés avec une famille de trajectoires issues d'un autre contact.

Sur la base des liaisons fonctionnelles participant à la définition d'un mécanisme, les caractéristiques des familles de trajectoires pour chaque contact fonctionnel de référence : quaternion dual et boule de visibilité, ont été présentées et constituent les éléments de référence permettant de générer des mobilités plus complexes à travers l'opérateur de combinaison. La capacité du modèle géométrique a été aussi illustrée par son aptitude à modéliser les mobilités de contacts partiels. La nature très générale du domaine de la boule unité décrivant les mobilités d'un composant : modèle géométrique de type non variété, a été analysée et montre l'importance de la mise en œuvre de contraintes géométriques pour atteindre l'efficacité souhaitée de l'opérateur de combinaison.

D'un point de vue complémentaire, pour des nombreuses méthodes de simulation d'A/D, les formes tridimensionnelles de composants représentent des éléments clés. Les simulations de ces opérations s'appuient fortement sur les formes tridimensionnelles.

L'évaluation de logiciels CAO et de simulations actuels a montré qu'ils n'offrent pas les informations et la polyvalence nécessaires pour permettre une simulation efficace des processus d'A/D. Le troisième axe principal abordé dans le présent travail est de contribuer à une plateforme de simulation en mesure d'améliorer le processus de simulation d'A/D et de l'intégrer à différents stades d'un PDP en évaluant les concepts propres à cette plateforme et en y ajoutant les développements algorithmiques produisant des représentations de contacts entre les composants d'une maquette numérique.

Malgré le fait que les modules d'assemblage intégrés dans ces logiciels offrent la possibilité de définir des contraintes de positionnement entre les composants, ces conditions sont limitées à une spécification géométrique simple de certaines surfaces ou positions d'axes. Cela signifie que les surfaces réellement impliquées dans ces contraintes ne sont pas explicitement identifiées et leur position n'est pas vraiment prise en compte afin de s'assurer qu'elles partagent effectivement certaines zones communes. Par conséquent, les contraintes géométriques proposées sont davantage liées au positionnement des composants et très peu à la spécification effective du contact entre les composants. Par conséquent, cette information est intéressante mais son efficacité est limitée.

Afin d'effectuer des analyses d'un produit utilisant des logiciels d'application divers, la maquette numérique du produit doit être transférée à plusieurs reprises. Les informations supplémentaires (par exemple les contraintes géométriques, les zones de contact, etc.) ne peuvent pas être exportées en utilisant les normes d'échange de fichiers, conduisant à la perte de ces informations dans le transfert. Ainsi, il a été montré que les contraintes de positionnement se réfèrent uniquement à la position réciproque des composants et ces données ne sont ni suffisantes ni conformes à l'identification de contacts, autrement dit, ces données ne sont pas intrinsèques à la définition et à la caractérisation des contacts.

L'utilisation de modules d'assemblage CAO n'est pas la seule pratique pour décrire des assemblages. Une autre solution, couramment utilisée dans l'industrie, génère une représentation tridimensionnelle du produit basée sur l'utilisation d'un système de référence commun pour tous les composants. Chaque composant ou sous-ensemble est positionné par rapport à ce référentiel commun. Il n'y a donc pas de véritable modèle d'assemblage de produits.

Dans ce contexte, il a été montré que la configuration géométrique d'une zone de contact et la nature des surfaces associées ont un impact important sur les mobilités relatives des composants. Donc, un élément clé est la définition des surfaces fonctionnelles intrinsèque à un assemblage. Les concepts de la maquette informatique utilisée, telle la représentation mixte, ont été évalués par rapport à leur aptitude à répondre à différentes catégories de simulations et ont fait émerger les besoins propres à la préparation de simulations d'A/D dont l'identification de zones de contact est un élément clé.

Un modèle de mobilité de composants peut être généré automatiquement en utilisant le type de contact et la nature des surfaces concernées. Cela représente un complément à la position géométrique des contacts afin d'exprimer les mouvements relatifs possibles entre les composants.

L'ensemble des structures de données et traitements mis en œuvre ont permis de valider une première étape de l'analyse d'une maquette numérique afin de préparer, dans l'interface d'entrée d'une VP simulation d'A/D, les modèles nécessaires pour initier la modélisation géométrique de la mobilité de chaque composant et les simulations d'A/D correspondantes.

Afin de valider les concepts relatifs à l'automatisation de l'identification des interfaces dans une maquette numérique, la méthode d'identification des contacts et l'outil proposés, de multiples simulations ont été effectuées sur des maquettes numériques de complexité croissante dont un certain nombre sur des ensembles mécaniques directement issus de l'industrie.



## Perspectives

A notre avis, le modèle général, composé du modèle cinématique et du modèle géométrique, est complètement défini. Les modules développés pour la plateforme de simulation ont été testés et validés. Donc, la direction de développement du présent travail est le développement de nouveaux modules et leurs intégrations complètent dans le processus de conception du produit. En particulier, la mise en œuvre effective du modèle géométrique de mobilité et de l'opérateur de combinaison correspondant constituent l'étape principale dans la poursuite d'une mise en œuvre numérique des mobilités des composants s'appuyant sur leurs interfaces et leurs contacts.

Les analyses sur l'existant montrent que les processus de désassemblages actuels ne nécessitent pas de recours particulier à des modèles de mobilité d'un produit lorsque son recyclage s'appuie sur des opérations destructives et donc que l'objectif consiste en un recyclage de matériau, non un recyclage de composants fonctionnels. Par contre, un objectif de recyclage avec extraction de composants fonctionnels peut être vu comme une problématique de simulation de processus d'A/D similaire à des configurations de maintenance où l'on vise l'extraction de composants spécifiques.

L'opérateur proposé identifie les contacts et calcule les mobilités pour les composants d'un mécanisme. Ainsi, un développement complémentaire est de proposer une application logicielle intégrée pour la planification de désassemblage et de recyclage durant la phase de conception d'un produit. Une telle application permettra d'aboutir à un séquençement d'opérations de désassemblage. Cette représentation pourra être considérée soit comme des contraintes lors de la conception du produit, soit comme une aide à la conception afin d'estimer le niveau de désassemblabilité du produit.

L'opérateur général peut générer les familles des trajectoires pour les contacts élémentaires ou bien des contacts partiels simples mais, dans le contexte de produits comportant des liaisons plus complexes – par exemple des sous-ensembles de l'industrie aéronautique, cet opérateur devrait encore être généralisé à des zones de contact de formes quelconques. Cette direction est particulièrement intéressante dans le contexte d'un développement s'inscrivant et stimulant une collaboration avec des entreprises représentatives de différents domaines industriels.

Les identifications d'interfaces décrites dans le chapitre 4 constituent une approche pour évaluer l'efficacité d'un processus permettant de localiser les zones d'une maquette numérique où des modèles de mobilité doivent être mis en œuvre. Une détermination précise des zones de contact, d'autres catégories d'interfaces (interférences et jeux), nécessite un travail de grande ampleur qui ne pouvait être conduit dans la période de développement propre à la validation du processus d'identification de contacts abordée dans cette recherche. Des modules auxiliaires sont à prévoir afin d'aboutir à un traitement générique des cas réels.

La méthode proposée s'applique aussi bien à des simulations d'A/D interactives qu'à des simulations temps réel. Une autre extension scientifique possible est d'étendre les résultats attendus à la simulation d'opérations d'A/D mécaniques utilisant des périphériques haptiques pour des applications en réalité virtuelle. Ainsi, la méthode peut aussi être appliquée pour des simulations immersives mais de nouvelles analyses sont nécessaires pour mettre en œuvre des solutions adaptées aux contraintes de temps réel propres à un tel environnement.

L'objectif principal de la plateforme de simulation proposée est la simulation d'opérations d'A/D afin d'offrir des informations complètes sur un processus d'A/D. Toutefois, un aspect très important pour un environnement de simulation est de pouvoir partager les résultats de simulation avec d'autres applications logicielles dans un contexte d'interopérabilité. Ainsi, la plateforme de simulation pourrait être dotée de capacités d'échanges avec des logiciels grâce à un module d'exportation capable d'exporter les informations sémantiques requises pour des analyses de comportement mécanique, un domaine dans lequel les interfaces et les mobilités entre composants peuvent contribuer efficacement à la génération de modèles de simulation.







## Références bibliographiques

- [AHL 00] S.G. Ahlers, J. M. McCarthy – *The Clifford algebra of double quaternions and the optimization of TS robot design conception*, Applications of Clifford Algebras in Computer Science and Engineering, Ed. Birkhauser, 2000
- [BAI 06] M. Bailey, V. Kuren – *Flexible robotic demanufacturing using real time tool path generation*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing – RCIM, vol. 22, p. 17-24, Ed. Elsevier, 2006
- [BAK 08] M. Baker – *Dual quaternions: representing transformations*, I-Net, 2008
- [BAL 91] D. Baldwin, T.E. Abell, T. de Fazio, D.E. Whitney – *An integrated computer aid for generating and evaluating assembly sequences for mechanical products*, Transactions on Robotics and Automation, vol. 7, n°. 1, p. 78-94, Ed. IEEE, 1991
- [BAR 04] C.J. Barnes, G.E.M. Jared, K.G. Swift – *Decision support for sequence generation in an assembly oriented design environment*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing – RCIM, vol. 20, p. 289-300, Ed. Elsevier, 2004
- [BEI 93] W. Beitz – *Designing for ease of recycling*, Journal of Engineering Design, Ed. Francis & Taylor, 1993
- [BOO 83] G. Boothroyd, P. Dewhurst – *Design for assembly, A designer's handbook*, Department of mechanical engineering, University of Massachusetts, Massachusetts – USA, 1983
- [BOO 92] G. Boothroyd, L. Alting – *Design for assembly and disassembly*, Annals of CIRP, vol. 41, n°. 2, Ed. CIRP, 1992
- [BOO 05] G. Boothroyd – *Assembly automation and product design*, Florida – USA, Ed. Francis & Taylor, 2005
- [BRO 04] W.F. Bronsvoort, A. Noort – *Multiple-view feature modeling for integral product development*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 36, n°. 10, p. 929-946, Ed. Elsevier, 2004
- [BRO 06] W.F. Bronsvoort, R. Bidarra, P.J. Nyirenda – *Developments in feature modeling*, Journal of Computer-Aided Design and Applications, vol. 3, n°. 5, p. 655-664, Ed. Elsevier, 2006
- [BRU 07] J.E. Brough, M. Schwartz, S.K. Gupta, D.K. Anand, R. Kavetsky, R. Pettersen – *Towards the development of a virtual environment-based training system for mechanical assembly operations*, Virtual Reality Journal, vol. 11, p. 189-206, Ed. Springer, 2007
- [BRE 05] G. Brunetti, P. Schneider, A. Stork – *Constraint-based virtual conceptual design*, Conference Virtual Concept, Biarritz – France, November 2005
- [CAR 90] J.M. McCarthy – *An introduction to Theoretical Kinematics*, The MIT Press, London – England, 1990
- [CHE 97] S.F. Chen, J.H. Oliver, S.Y. Chou, L.L. Chen – *Parallel disassembly by onion peeling*, Journal of Mechanical Design, vol. 119, p. 267-274, Ed. ASME, 1997
- [CHE 01] S.F. Chen, Y.J. Liu – *The application of multilevel genetic algorithms in assembly planning*, Journal of Industrial Technology, vol. 17, n°. 4, Ed. ATMAE, 2001
- [CHU 08] V. Cheutet, F. Campanico, J.C. Léon, L. Fine – *Caractérisation d'informations sémantiques extraites de la maquette numérique et raisonnements associés*, Conférence MOSIM-7<sup>e</sup>, Paris - France, Avril 2008

- [CLI 73] W.K. Clifford – *Preliminary sketch of bi-quaternions*, Mathematical Papers, London, Ed. Macmillan, 1882
- [COL 02] C.L. Collins – *Forward kinematics of planar parallel manipulators in the Clifford algebra of P2*, Journal of Mechanism and Machine Theory, vol. 37, p. 799–813, Ed. Elsevier, 2002
- [COM 03] O. Coma, C. Mascle, P. Veron – *Geometric and form feature recognition tools applied to a design for assembly methodology*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 35, n°. 1, p. 1193-1210, Ed. Elsevier, 2003
- [CRC 97] R. Caracciolo, E. Ceresole – *Forward assembly planning based on stability*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 19, p. 411-436, Ed. Springer, 1997
- [CUN 05] C. Chung, Q. Peng – *Fast assembly tool reasoning based on geometric accessibility analysis*, Conference ASME – DETC, Long Beach – USA, September 2005
- [DAN 99] K. Daniilidis – *Hand-eye calibration using dual quaternions*, Journal of Robotics Research – JRR, vol. 18, n°. 3, p. 286-298, Ed. SAGE, 1999
- [DIC 04] M. Dick, W. Dewulf, H. Birkhofer, J. Duflou – *Estimating the environmental impacts of similar products*, Conference on Design, Dubrovnik – Croatia, 2004
- [DIN 92] G. Dini, M. Santochi – *Automated sequencing and subassembly detection in assembly planning*, Annals of CIRP, vol. 41, n°. 1, p. 1-10, Ed. CIRP, 1992
- [DRI 06] G. Drieux, J.C. Léon, F. Guillaume, N. Chevassus, L. Fine, A. Poulat – *Interfacing product views through a mixed shape representation. Part 2: model processing description*, Conference Virtual Concept, Playa Del Carmen – Mexico, published in Research in Interactive Design Conception, vol. 2, p. 87-99, Ed. Springer, 2006
- [EBE 99] D. Eberly – *Quaternion Algebra and Calculus*, Magic Software Repot, I-Net 2002
- [FAB 94] F. Fabricius – *Design for Manufacture: a case study*, Revue d'automatique et de productique appliqués, vol. 7, n°. 1, p. 95-98, 1994
- [FAZ 99] T.L. de Fazio, S.J. Rhee, D.E. Whitney – *Design-specific approach to design for assembly for complex mechanical assemblies*, Transactions on Robotics and Automation, vol. 15, n°. 5, p. 869-881, Ed. IEEE, 1999
- [FOW 95] J. Fowler – *STEP for Data Management, Exchange and Sharing*, Ed. GB Publishing, 1995
- [FRA 95] J. Frauendiener – *Quadratic hamiltonians on the unit sphere*, Conference Mechanics Research, vol. 22, n°. 4, p. 313-317
- [GAR 07] S. Garbaya, U.Z. Colado – *The affect of contact force sensations on user performance in virtual assembly tasks*, Virtual Reality Journal, vol. 11, p. 287-299, Ed. Springer, 2007
- [GIA 04] D. Giannoulis, E.G. Welp – *Knowledge-based cost estimation of product concepts*, Conference ASME – IDETC/CIE, Salt Lake City – USA, September 2004
- [GOM 99] S.A. de Gomes, G. Zachmann – *Virtual reality as a tool for verification of assembly and maintenance processes*, Computers & Graphics, vol. 23, n°. 3, p. 389-403, Ed. Elsevier, 1999
- [HAM 1847] W.R. Hamilton – *On quaternions*, Proceedings of the Royal Irish Academy, n°. 3, pp. 1-16, 1847
- [HAM 1850] W. R. Hamilton – *On quaternions and the rotation of a solid body*, Proceedings of the Royal Irish Academy, n°. 4, pp. 38-56, 1850
- [HAM 1860] W.R. Hamilton – *Elements of Quaternions*, Reprinted by Chelsea Publication, New York, 1969

- [HAO 03] N. Haoues, A. Cornier, P. Zwolinski – *Influence des choix de conception sur le désassemblage pour l’environnement*, Conférence PRIMECA 2003
- [HAR 06a] O. Hamri – *Method, models and tools for Finite Element model preparation integrated into a product development process*, Thèse Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble – France, 2006
- [HAR 06b] O. Hamri, J.C. Léon, F. Giannini, B. Falcidieno, A. Poulat, L. Fine – *Interfacing product views through a mixed shape representation. Part 1: Data structures and operators*, Conference Virtual Concept, Playa Del Carmen – Mexico, published in *Research in Interactive Design and Conception*, vol. 2, p. 72-86, Ed. Springer, 2006
- [HAR 07] O. Hamri, J.C. Léon, F. Giannini, B. Falcidieno, A. Poulat, L. Fine – *Interfacing product views through a mixed shape representation. Data structures and operators*, *International Journal on Interactive Design and Manufacturing – IJIDeM*, vol. 1, no. 1, Ed. Springer, 2007
- [HOR 03] I. Horváth, N. Tromp, J. Daalhuizen – *Comprehending a hand motion language in shape conceptualization*, Conference ASME – DETC, Chicago – USA, September 2003
- [HUA 04] Y.M. Huang, Y.C. Liao – *Improved disassembly matrices for disassembly processes*, Conference ASME/DECT, Utah – USA, September 2004
- [HUN 90] K.H. Hunt - *Kinematic geometry of mechanisms*, Oxford, Ed. Clarendon Press, 1990
- [HUN 00] H.H. Huang, M.H. Wang, M.R. Johnson – *Disassembly sequence generation using a neural network approach*, *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 19, n°. 2, p. 73 - 82, Ed. Elsevier, 2000
- [IAC 07 a] R. Iacob, P. Mitrouchev, J.C. Léon – *A simulation framework for assembly/disassembly process modeling*, Conference ASME IDETC/CIE, Las Vegas – USA, September 2007
- [IAC 07 b] R. Iacob, P. Mitrouchev, J.C. Léon – *Modélisation des trajectoires d’assemblage et de désassemblage associées aux liaisons fonctionnelles de produits*, Congrès France de Mécanique Conférence, Grenoble – France, Août 2007
- [IAC 08] R. Iacob, P. Mitrouchev, J.C. Léon – *Contact identification for assembly/disassembly simulation with a haptic device*, *The Visual Computer Journal*, vol. 12, p. 11-19, Ed. Springer, 2008
- [IAC 10] R. Iacob, P. Mitrouchev, J.C. Léon – *Assembly simulation incorporating component mobility modeling based on functional surfaces*, *International Journal on Interactive Design and Manufacturing – IJIDeM*, Ed. Springer, 2010 (accepté)
- [JAY 97] S. Jayaram, H.I. Connacher, K.W. Lyons – *Virtual assembly using virtual reality techniques*, *Journal of Computer-Aided Design – CAD*, vol. 29, n°. 8, p. 575-584, Ed. Elsevier, 1997
- [JAY 07] S. Jayaram, U. Jayaram, Y.J. Kim, C. de Chenne, K.W. Lyons, C. Palmer, T. Mitsui – *Industry case studies in the use of immersive virtual assembly*, *Virtual Reality Journal*, vol. 11, p. 217-228, Ed. Springer, 2007
- [JOH 03] M.P. Johnson – *Exploiting Quaternions to Support Expressive Interactive Character Motion*, These Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts - USA, 2003
- [KAN 96] S. Kanai, H. Takahashi, H. Makino – *ASPEN: computer-aided assembly sequence planning and evaluation system based on predetermined time standard*, *Annals of CIRP*, vol. 45, n°. 1, p. 35-39, Ed. CIRP, 1996
- [KAV 06] L. Kavan, S. Collins, C. O’Sullivan, J. Zara – *Dual quaternions for rigid transformation blending*, I-Net 2006

- [KOH 87] H. Ko, K. Lee – *Automatic assembling procedure generation from mating conditions*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 19, n°. 1, p. 5-10, Ed. Elsevier, 1987
- [KOP 03] J. Kopena, W.C. Regli – *Extensible semantics for representing electromechanical assemblies*, Conference ASME – DETC, Chicago – USA, September 2003
- [KUM 00] V. Kumar - *The Theorems of Euler and Chasles*, I-Net, 2000
- [LAT 95] J.C. Latombe, R. Wilson R. – *Assembly sequencing with toleranced parts*, Conference Solid Modeling, p. 83-95, Salt Lake City – USA, 1995
- [LEO 01] J.C. Léon, N. Rejneri, G. Debarbouillé – *Assembly/disassembly simulation early during a design process*, Conference ASME – IDETC/CIE, Pittsburg – USA, September 2001
- [LIM 07] T. Lim, J.M. Ritchie, R.G. Dewar, J.R. Corney, P. Wilkinson, M. Calis, M. Desmulliez – *Factors affecting user performance in haptic assembly*, Virtual Reality Journal, vol. 11, p. 241-252, Ed. Springer, 2007
- [LIU 07] Z. Liu, J. Tan – *Constrained behavior manipulation for interactive assembly in a virtual environment*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 32, p. 797–810, Ed. Springer, 2007
- [MAN 96] R. Mantripragada, T.W. Cunningham, D.E. Whitney – *Assembly oriented design: A new approach to designing assemblies*, Workshop on Geometric Modeling in Computer-Aided Design, Airlie – USA, 1996
- [MAR 03] L. Marcelino, N. Murray, T. Fernando – *A constraint manager to support virtual maintainability*, Computers & Graphics, vol. 27, p. 19–26, Ed. Elsevier, 2003
- [MAS 02] C. Mascle – *Feature-based assembly model for integration in computer-aided assembly*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing – RCIM, vol. 18, p. 373-378, Ed. Elsevier, 2002
- [MAT 91] R.S. Mattikalli, P.K. Khosla – *Analysis of restraints to translational and rotational motion from the geometry of contact*, Journal of Design Manufacture and Integration, vol. 39, Ed. ASME, 1991
- [MIS 05] A. Mishra, A. Saxena – *On preliminaries of 3D solid reconstruction using auxiliary views*, Conference ASME – IDETC/CIE, Long Beach – USA, September 2005
- [MOR 03] E.P. Morse – *On the complexity of mechanical assemblies*, Conference ASME – DETC, Chicago – USA, September 2003
- [MOS 01] H. Mosemann, F.M. Wahl – *Automatic decomposition of planned assembly sequences into skill primitives*, Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, n°. 5, p. 709-718, Ed. IEEE, 2001
- [MUN 02] R. Mukundan – *Quaternions: from classical mechanics to computer graphics and beyond*, Conference in Mathematics – Asian Technology, Melaka – Malaysia, December 2002
- [PAU 81] R. Paul - *Robot Manipulators: mathematics, programming and control*, Cambridge, Ed. MIT Press, 1981
- [PEN 05] Q. Peng, H. Lee – *A case study of product design for assembly using an integrated method*, Conference ASME – DETC, Long Beach – USA, Septembre 2005
- [QIN 04] S.F. Qin, R. Harrison, A.A. West, D.K. Wright – *Development of a novel 3D simulation modeling system for distributed manufacturing*, Computers in Industry, vol. 54, p. 69–81, Ed. Elsevier, 2004
- [RAG 99] V. Raghavan, J. Molineros, R. Sharma – *Interactive evaluation of assembly sequences using augmented reality*, Transactions on Robotics and Automation, vol. 15, n°. 3, p. 435-449, Ed. IEEE, 1999

- [RAJ 96] V.N. Rajan, S.Y. Nof – *Minimal precedence constraints for integrated assembly and execution planning*, Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, n°. 2, p. 175-186, Ed. IEEE, 1996
- [RAJ 97] V.N. Rajan, K.W. Lyons – *Generation of component degrees of freedom from assembly surface mating constraints*, Conference ASME – DETC, Sacramento – USA, Septembre 1997
- [REJ 00] N. Rejneri – *Détermination et simulation des opérations d'assemblage lors de la conception de systèmes mécaniques*, Thèse Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble – France, 2000
- [REJ 01] J.C. Léon, N. Rejneri, G. Debarbouillé – *Assembly/disassembly simulation early during a design process*, Conférence ASME – IDETC/CIE, Pittsburg – USA, Septembre 2001
- [RIS 97] Philippe Risacher – *Choix de configurations de machines-outils pour l'usinage de surfaces complexes*, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1997
- [ROM 95] B. Romney, C. Godard, M. Goldwasser, G. Ramkumar – *An efficient system for geometric assembly sequence generation and evaluation*, Conférence ASME – IDETC/CIE, Las Vegas – USA, Septembre 1995
- [SAL 79] E. Salamin – *Application of quaternions to computation with rotations*, Working Paper, Stanford AI Lab, 1979
- [SEN 00] N. Senin, R. Groppetti, D.R. Wallace – *Concurrent assembly planning with genetic algorithms*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing – RCIM, vol. 16, p. 65-72, Ed. Elsevier, 2000
- [SID 97] Z. Siddique, D.W. Rosen – *A virtual product prototyping approach to disassembly reasoning*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 29, n°. 12, p. 847-860, Ed. Elsevier, 1997
- [SIN 03] P. Singh, B. Bettig – *Port-compatibility and connectability based assembly design*, Conference ASME – DETC, Chicago – USA, Septembre 2003
- [SRI 00] H. Srinivasan, R. Gadh – *Efficient geometric disassembly of multiple components from an assembly using wave propagation*, Journal of Mechanical Design, vol. 122, p. 179-184, Ed. ASME, 2000
- [STI 92] J. Stillwell – *Geometry of Surfaces*, Ed. Springer, 1992
- [STP 06] SCRA Association – *STEP Application HandBook ISO 10303*, Ed. US Publishing, 2006
- [SUD 05] R. Sudarsan, S.J. Fenves, R.D. Sriram, F. Wang – *A product information modeling framework for product life-cycle management*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 37, p. 1399-1411, Ed. Elsevier, 2005
- [SUN 02] H. Sun, B. Hujun – *Two-handed assembly with immersive task planning in virtual reality*, Virtual Reality Journal, vol. 6, p. 11-20, Ed. Springer, 2002
- [SYM 06] M. Sy, C. Masclé – *Life cycle design and manufacturing approaches*, Conference IDMME, Grenoble – France, May 2006
- [TAK 05] S. Takeuchi, K. Saitou – *Design for product-embedded disassembly*, Conference ASME – IDETC/CIE, Long Beach – USA, Septembre 2005
- [TCH 10a] Loïc Tching – *Traitement générique des interactions haptiques pour l'assemblage d'objets issus de CAO*, Thèse CIFRE financée par l'ANRT et la société Haption SA, 2010
- [TCH 10b] L. Tching, G. Dumont, J. Perret – *Haptic assembly of CAD models using virtual constraint guidance*, Conference ASME – DETC, Chicago – USA, May 2010
- [TCH 10c] L. Tching, G. Dumont, J. Perret – *Interactive simulation of CAD models assemblies using virtual constraint guidance*, International Journal on Interactive Design and Manufacturing – IJIDeM, vol. 4, no. 2, p. 95-102, Ed. Springer, 2010

- [TOL 05] F.F. Toledo – *A full immersive assembly & disassembly simulation using PTC/division reality*, NIAR Virtual Reality Center, 2005
- [UHL 04] E. Uhlmann, T. Friedrich, I. Früsch – *Strategies for increasing the efficiency of disassembly systems*, Conference CIRP – PLC, Belgrade – Serbia, Juin 2004
- [WAI 01] R.C.S. Wai – *Automatic Assembly Feature Recognition and Disassembly Sequence Generation*, These Heriot-Watt University, Edinburgh - Angleterre, 2001
- [WHI 99] D. E. Whitney, R. Mantripragada, J. D. Adams, S. J. Rhee – *Designing Assemblies*, Research in Engineering Design, vol. 11, p. 229-253, Ed. Springer, 1999
- [WHI 01] D.E. Whitney, G. Shukla, S. von Praun – *A design procedure applicable to different classes of assemblies*, Conference ASME – IDETC/CIE, Pittsburgh – USA, Septembre 2001
- [WIL 94] R.H. Wilson, J.C. Latombe – *Geometric reasoning about mechanical assembly*, Journal of Artificial Intelligence – AI, vol. 71, p. 371-396, Ed. Elsevier, 1994
- [WOO 91] T.C. Woo, D. Dutta – *Automatic disassembly and total ordering in three dimensions*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 113, p. 207-213, Ed. Elsevier, 1991
- [WOO 94] T.C. Woo – *Visibility maps and spherical algorithms*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 26, n°. 1, p. 6-16, Ed. Elsevier, 1994
- [XIA 04] W. Xiangdong, D. Guanghong – *Product disassembly and recycle scheduling based on genetic algorithm*, Conference CIRP, 2004
- [YAN 07] R.D. Yang, X.M. Fan, D.L. Wu, J.Q. Yan – *Virtual assembly technologies based on constraint and DOF analysis*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing – RCIM, vol. 23, p. 447-456, Ed. Elsevier, 2007
- [YEF 04] A.P. Yefremov – *Quaternions: algebra, geometry and physical theories*, Journal of Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics, vol. 1, Ed. RUPF, 2004
- [YIN 03] Z.P. Yin, H. Ding, H.X. Li, Y.L. Xiong – *A connector-based hierarchical approach to assembly sequence planning for mechanical assemblies*, Journal of Computer-Aided Design – CAD, vol. 34, p. 36-56, Ed. Elsevier, 2003
- [ZHA 01] X.F. Zha, H. Du, Y.E. Lim – *Knowledge intensive Petri net framework for concurrent intelligent design of automatic assembly systems*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing – RCIM, vol. 17, p. 379-398, Ed. Elsevier, 2001
- [ZHA 03] X.F. Zha, Y.E. Lim – *Intelligent design and planning of manual assembly workstations: A neuro-fuzzy approach*, Computers & Industrial Engineering, vol. 44, p. 611-632, Ed. Elsevier, 2003
- [ZHA 04] X.F. Zha, L.L. Li, Y.E. Lim – *A multi-agent intelligent environment for Rapid Assembly Design, planning and simulation*, Conference ASME – IDETC/CIE, Salt Lake City – USA, Septembre 2004







# Annexes

## Annexe A

### Propriétés des quaternions. Opérations avec les quaternions.

#### A.1 Opérations avec les quaternions :

Dans la suite, les opérations utiles appliquées aux quaternions sont présentées. Les quaternions possèdent aussi des propriétés intéressantes comme le décrivent les références [HAM 1860], [EBE 99], [YEF 04].

##### A.1.1 Addition

$$Q_1 = \{w_1, (x_1, y_1, z_1)\} = (S_1, \vec{V}_1)$$

$$Q_2 = \{w_2, (x_2, y_2, z_2)\} = (S_2, \vec{V}_2)$$

L'addition des quaternions  $Q_1$  et  $Q_2$  est :

$$Q_1 + Q_2 = \{w_1 + w_2, (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)\} = (S_1 + S_2, \vec{V}_1 + \vec{V}_2)$$

Les propriétés d'opération d'addition sont :

- élément neutre :  $Q_0 = \{0, (0,0,0)\}$
- commutativité :  $Q_1 + Q_2 = Q_2 + Q_1$
- associativité :  $(Q_1 + Q_2) + Q_3 = Q_1 + (Q_2 + Q_3)$

##### A.1.2 Multiplication

$$Q_1 = \{w_1, (x_1, y_1, z_1)\} = (S_1, \vec{V}_1)$$

$$Q_2 = \{w_2, (x_2, y_2, z_2)\} = (S_2, \vec{V}_2)$$

La multiplication des quaternions  $Q_1$  et  $Q_2$  est :

$$Q_1 \cdot Q_2 = \left\{ w_1 \cdot w_2 - x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2 - z_1 \cdot z_2, \right. \\ \left. (w_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot w_2 + y_1 \cdot z_2 - z_1 \cdot y_2, \right. \\ \left. w_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot w_2 + z_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot z_2, \right. \\ \left. w_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot w_2 + x_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot x_2 \right\} \\ Q_1 \cdot Q_2 = (S_1 \cdot S_2 - \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2, S_1 \cdot \vec{V}_2 + S_2 \cdot \vec{V}_1 + \vec{V}_1 \times \vec{V}_2)$$

Les propriétés de l'opération de multiplication sont :

- élément neutre :  $Q_0 = \{1, (0,0,0)\}$
- associativité :  $(Q_1 \cdot Q_2) \cdot Q_3 = Q_1 \cdot (Q_2 \cdot Q_3)$

## A.2 Propriétés des quaternions :

Les propriétés énoncées ci-dessous complètent les propriétés énoncées aux chapitres 2 et 3 du manuscrit. Elles ont pour objectif de compléter la description des résultats présentés aux chapitres 2 et 3.

### A.2.1 Quaternion conjugué

Le quaternion conjugué  $Q^*$  d'un quaternion  $Q$  est défini par :

$$Q^* = \{w, (-x, -y, -z)\} = (S, -\vec{V})$$

Propriété du quaternion conjugué par rapport à la multiplication :

$$(Q_1 \cdot Q_2)^* = Q_2^* \cdot Q_1^*$$

### A.2.2 Norme d'un quaternion

La norme d'un quaternion est définie par :

$$|q| = w^2 + x^2 + y^2 + z^2.$$

### A.2.3 Quaternion unité

Un quaternion unitaire est un quaternion de norme 1.

$$|q| = 1$$

$$w^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

Un quaternion unité peut être écrit sous la forme :

$$q = \cos \theta + \sin \theta \cdot \vec{v},$$

où  $\theta$  est l'angle de rotation et  $\vec{v}$  l'axe de rotation défini par un vecteur unité.

Définition : Un quaternion unité  $q$  représente la rotation d'un vecteur  $\vec{u}$ , exprimé dans un repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , d'un angle  $\theta$  autour d'un axe unitaire  $\vec{v}$ . Le quaternion est défini à l'origine du repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

Tous les quaternions unité sont représentables sur la sphère unité, centrée à l'origine, dans l'espace  $\mathbb{R}^4$ .

## Annexe B

### Opérations avec les quaternions duaux. Propriétés des quaternions duaux.

#### B.1 Opérations avec les quaternions duaux :

##### B.1.1 Addition

$$\hat{Q}_1 = Q_1 + \varepsilon \cdot Q_1^0$$
$$\hat{Q}_2 = Q_2 + \varepsilon \cdot Q_2^0$$

La somme des quaternions duaux  $\hat{Q}_1$  et  $\hat{Q}_2$  est :

$$\hat{Q}_1 + \hat{Q}_2 = (Q_1 + \varepsilon \cdot Q_1^0) + (Q_2 + \varepsilon \cdot Q_2^0) = (Q_1 + Q_2) + \varepsilon \cdot (Q_1^0 + Q_2^0)$$

Les propriétés de l'opération d'addition sont :

- élément neutre :  $\hat{Q}_0 = \{0, (0,0,0)\} + \varepsilon \cdot \{0, (0,0,0)\}$
- commutativité :  $\hat{Q}_1 + \hat{Q}_2 = \hat{Q}_2 + \hat{Q}_1$
- associativité :  $(\hat{Q}_1 + \hat{Q}_2) + \hat{Q}_3 = \hat{Q}_1 + (\hat{Q}_2 + \hat{Q}_3)$

##### B.1.2 Multiplication

La multiplication des quaternions duaux  $\hat{Q}_1$  et  $\hat{Q}_2$  est :

$$\hat{Q}_1 \cdot \hat{Q}_2 = (Q_1 + \varepsilon \cdot Q_1^0) \cdot (Q_2 + \varepsilon \cdot Q_2^0) = Q_1 \cdot Q_2 + \varepsilon \cdot (Q_1 \cdot Q_2^0 + Q_1^0 \cdot Q_2)$$

Les propriétés de l'opération de multiplication sont :

- élément neutre :  $\hat{Q}_0 = \{1, (0,0,0)\} + \varepsilon \cdot \{1, (0,0,0)\}$
- associativité :  $(Q_1 \cdot Q_2) \cdot Q_3 = Q_1 \cdot (Q_2 \cdot Q_3)$

#### B.2 Propriétés des quaternions duaux :

##### B.2.1 Quaternion dual conjugué

Le quaternion dual conjugué d'un quaternion dual  $\hat{Q}$  est défini par :

$$\hat{Q}^* = Q^* + \varepsilon \cdot (Q^0)^*$$

avec  $Q^*$ ,  $(Q^0)^*$  étant les quaternions conjugués de  $Q$  et de  $Q^0$ , respectivement.

### B.2.2 Norme

La norme d'un quaternion dual est défini par :

$$|\hat{Q}| = \sqrt{\hat{Q}^* \cdot \hat{Q}} = \sqrt{\hat{Q} \cdot \hat{Q}^*}$$
$$|\hat{Q}| = \sqrt{\hat{Q}^* \cdot \hat{Q}} = |Q| + \varepsilon \cdot \frac{(Q \cdot Q^0)}{|Q|}$$

### B.2.3 Quaternion dual unité

Un quaternion dual unitaire est un quaternion dual de norme 1 :

$$|\hat{Q}| = 1$$

Un quaternion dual  $\hat{Q}$  est unitaire si et seulement si :

$$|Q| = 1 \text{ et } (Q \cdot Q^0) = 0$$

## Annexe C

### Classification des liaisons fonctionnelles selon leurs degrés de liberté

#### C.1 Tableau de classification des liaisons fonctionnelles

Pour les liaisons classiques, le nombre de translations et de rotations possibles peut varier entre 0 et 3 et, par conséquent, leur nombre total de degrés de liberté entre 0 et 6. Le Tableau C.1 ci-dessous rappelle toutes les variantes possibles pour les six degrés de liberté, illustrant ainsi la nature des mouvements relatifs possibles entre les composants définissant ces liaisons.

DDL	T	R	Notation	Liaison
0	0	0	$0 \times T + 0 \times R$	Encastrement (ENC)
1	0	1	$0 \times T + 1 \times R$	Pivot (PVT)
1	1	0	$1 \times T + 0 \times R$	Glissière (GLS)
2	0	2	$0 \times T + 2 \times R$	Sphérique à doigt (SPD)
2	1	1	$1 \times T + 1 \times R$	Pivot glissant (PVG)
2	2	0	$2 \times T + 0 \times R$	-----
3	0	3	$0 \times T + 3 \times R$	Rotule (RTL)
3	1	2	$1 \times T + 2 \times R$	-----
3	2	1	$2 \times T + 1 \times R$	Appui plan (APP)
3	3	0	$3 \times T + 0 \times R$	-----
4	1	3	$1 \times T + 3 \times R$	Linéaire annulaire (LNA)
4	2	2	$2 \times T + 2 \times R$	Linéaire rectiligne (LNR)
4	3	1	$3 \times T + 1 \times R$	-----
5	2	3	$2 \times T + 3 \times R$	Ponctuel (PNC)
5	3	2	$3 \times T + 2 \times R$	-----
6	3	3	$3 \times T + 3 \times R$	Libre (LBR)
				Total : 16 Liaisons possibles : 11

Tableau C.1 : Combinaisons possibles de translations et de rotations.

## C.2 Contact linéaire rectiligne et ponctuel

### C.2.1 Configurations de définition de contact linéaire rectiligne

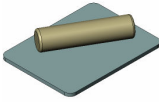
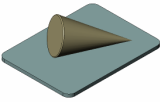
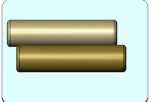

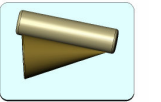
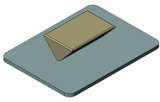
plan et cylindre	plan et cône	cylindre et cylindre	cône et cône	cône et cylindre	couteau sur plan
A	B	C	D	E	F
					

Tableau C.2 : Différentes combinaisons possibles de surfaces pour définir un contact LiNéaire-Rectiligne.

A partir des surfaces fonctionnelles retenues comme éléments de la frontière d'un modèle volumique de composant, cette section décrit les diverses combinaisons possibles de surfaces permettant de créer un contact linéaire rectiligne. Ces configurations servent de base à l'analyse d'une maquette numérique afin d'identifier automatiquement de tels contacts avant de pouvoir modéliser la mobilité des composants correspondants.

Analyse des différentes combinaisons :

A. Contact linéaire rectiligne : plan/cylindre (PLN/CYL) est réalisé par un couple constitué d'une surface cylindrique  $F_1$  et d'une surface plane  $F_2$  tel que :

- $F_1$  est un arbre,
- $F_2$  est un plan,
- la normale au plan est orthogonale à l'axe du cylindre,
- la distance entre l'axe du cylindre et le plan est égale au rayon du cylindre.

B. Contact linéaire rectiligne : plan/cône (PLN/CON) est réalisé par un couple formé d'une surface conique  $F_1(\alpha_1)$  et d'une surface plane,  $F_2$  tel que :

- $F_1$  est un cône, l'angle  $\alpha_1$  représentant le demi - angle au sommet du cône  $F_1$ ,
- $F_2$  est un plan,
- le sommet du cône, appartient au plan,
- l'angle entre l'axe du cône et le plan est de  $\alpha_1$ .

C. Contact linéaire rectiligne : cylindre/cylindre (CYL/CYL) est réalisé par un couple de surfaces cylindriques,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  et  $F_2$  sont des arbres,
- les axes de  $F_1$  et  $F_2$  sont parallèles,
- la distance entre les deux axes des cylindres est égale à la somme des deux rayons des cylindres.

D. Contact linéaire rectiligne : cône/cône (CON/CON) est réalisé par un couple de deux surfaces coniques,  $F_1(\alpha_1)$  et  $F_2(\alpha_2)$  tel que :

- $F_1$  est un cône, l'angle  $\alpha_1$  représentant le demi - angle au sommet du cône  $F_1$ ,
- $F_2$  est un cône, l'angle  $\alpha_2$  représentant le demi - angle au sommet du cône  $F_2$ ,
- l'angle entre les deux axes est égal à la somme algébrique de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ ,
- les deux axes sont coplanaires et peuvent être sécants, i.e. les surfaces coniques possèdent le même sommet, ou bien parallèles.

E. Contact linéaire rectiligne: cylindre/cône (CYL/CON) est réalisé par un couple constitué d'une surface cylindrique et d'une surface conique,  $F_1$  et  $F_2(\alpha_2)$  tel que :

- $F_1$  est un arbre,
- $F_2$  est un cône, l'angle  $\alpha_2$  représentant le demi - angle au sommet du cône  $F_2$ ,
- l'angle entre les deux axes est égal à  $\alpha_2$ ,
- les deux axes sont coplanaires et sécants.

F. Contact linéaire rectiligne: couteau/plan (CUT/PLAN) est réalisé par un couple constitué d'une surface plane et d'une surface prismatique,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  est un plan,
- $F_2$  est un prisme,
- la distance entre les deux surfaces est nulle ou bien inférieure à une précision donnée.

### C.2.2 Configurations de définition de contact ponctuel

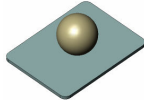
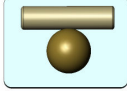
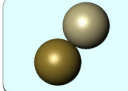
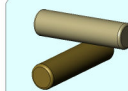

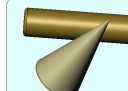
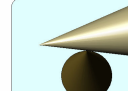
plan et sphère	cylindre et sphère	sphère et sphère	cylindre et cylindre	cône et sphère	cône et cylindre	cône et cône
A	B	C	D	E	F	G
						

Tableau C.3 : Différentes combinaisons possibles de surfaces pour définir un contact ponctuel.

A partir des surfaces fonctionnelles retenues comme éléments de la frontière d'un modèle volumique de composant, cette section décrit les diverses combinaisons possibles de surfaces permettant de créer un contact ponctuel. Ces configurations servent de base à l'analyse d'une maquette numérique afin d'identifier automatiquement de tels contacts avant de pouvoir modéliser la mobilité des composants correspondants.

Analyse des différentes combinaisons :

A. Contact ponctuel : plan/sphère est réalisé par un couple formé d'une surface plane et d'une surface sphérique,  $F_1$  et  $F_2$  respectivement, tel que :



- $F_1$  est un plan,
- $F_2$  est une sphère pleine,
- la distance entre le centre de la sphère et le plan est égale au rayon de la sphère.

B. Contact ponctuel : cylindre/sphère est réalisé par un couple constitué d'une surface sphérique et d'une surface cylindrique,  $F_1$  et  $F_2$ , tel que :

- $F_1$  est une sphère pleine,
- $F_2$  est un arbre,
- la distance entre l'axe du cylindre et le centre de la sphère est égale à la somme du rayon du cylindre et du rayon de la sphère.

C. Contact ponctuel : sphère/sphère est réalisé par un couple de surfaces sphériques,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  et  $F_2$  sont deux sphères pleines,
- la distance entre les deux centres des sphères est égale à la somme des rayons des deux sphères.

D. Contact ponctuel : cylindre/cylindre est réalisé par un couple de surfaces cylindriques,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  et  $F_2$  sont des arbres,
- les deux axes ne sont pas parallèles,
- la distance entre les deux axes des cylindres est égale à la somme des deux rayons des cylindres.

E. Contact ponctuel : cône/sphère est réalisé par un couple composé d'une surface sphérique et d'une surface conique,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  est une sphère pleine,
- $F_2$  est un cône,
- la distance entre les deux surfaces est nulle ou bien inférieure à une précision donnée.

F. Contact ponctuel : cône/cylindre est réalisé par un couple composé d'une surface conique et d'une surface cylindrique,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  est un cône,
- $F_2$  est un arbre,
- les deux axes ne sont pas coplanaires,
- la distance entre les deux surfaces est nulle ou bien inférieure à une précision donnée.

G. Contact ponctuel : cône/cône est réalisé par un couple de surfaces coniques,  $F_1$  et  $F_2$  tel que :

- $F_1$  et  $F_2$  sont des cônes,
- les deux axes ne sont pas coplanaires,
- la distance entre les deux surfaces est inférieure à une valeur donnée.

## Annexe D

### Exemples supplémentaires d'analyse d'assemblages

Ces exemples complètent les exemples présentés au chapitre 4 par la nature des contacts identifiés, la diversité des configurations des composants et la complexité des maquettes numériques utilisées.

Toutes les maquettes numériques ont été soumises aux modifications nécessaires pour ramener les interfaces des composants à des contacts, en particulier pour les vis où les liaisons filetées ont été transformées en contacts.

#### D.1 Alternateur

Un ensemble utilisé pour les tests effectués avec la maquette développée par Rejneri [REJ 00] est l'alternateur électrique. C'est un produit simple, comportant 15 composants, mais bien adapté pour conduire plusieurs tests : body (1) ; coverfront (1) ; coverrear (1) ; bearingfront (1) ; bearingrear (1) ; rotor (1) ; nut (1) ; fan (1) ; spacer (1) ; pulley (1) ; screw (2) ; bolt (3).

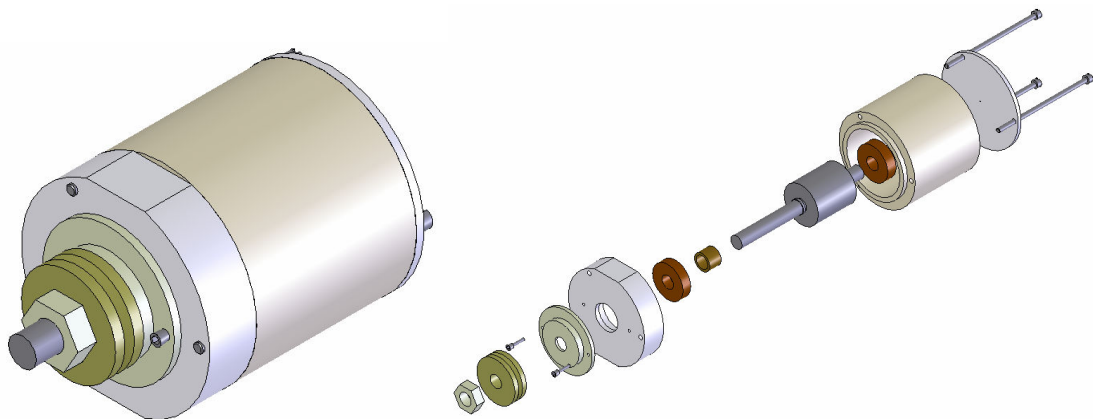


Figure D.1 : Vue d'ensemble de l'alternateur en position assemblée et vue éclatée de ce même produit.

Le modèle 3D du produit est représenté à la Figure C.1 ci-dessus. Ce modèle est soumis à une étape de tessellation avec les trois paramètres de contrôle suivants : déflexion = 1mm; longueur d'arête = 5mm; angle = 20°.

Avant de lancer l'identification de contacts, une étape de génération des partitions maximales, s'appuyant sur la représentation mixte développée, est donc nécessaire. Les résultats sont illustrés à la Figure D.2. A ce stade de la préparation du modèle, toutes les surfaces, de tous les composants qui ont les mêmes paramètres, sont réunies afin de former les partitions maximales.

Après ces étapes, la liste de contacts peut être créée. L'algorithme déjà présenté est utilisé et les résultats obtenus sont : 21 – contacts Appui plan (APP) et 14 – contacts Pivote glissant (PVG). La durée du traitement est de 31 secondes, dont le temps de calcul est de 5 secondes.

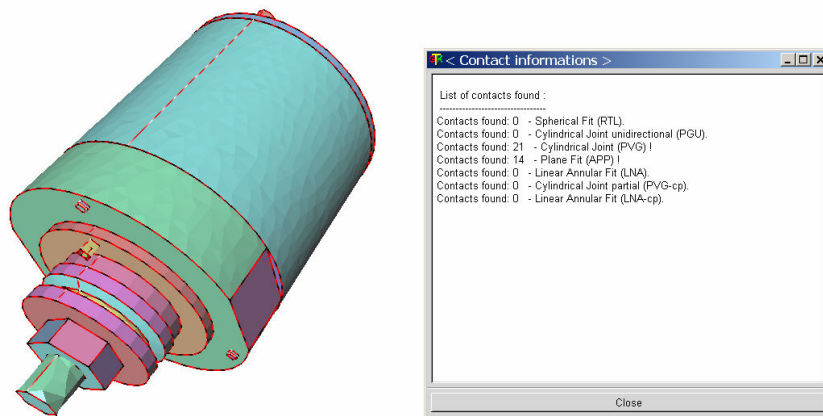


Figure D.2 : Vue d'ensemble de l'alternateur en position assemblée avec les partitions maximales identifiées et résultats obtenus après identification des contacts.

## C.2 Frette

Un ensemble contenant plusieurs composants et contacts de même type est présenté à la Figure D.3. Les composants de ce dernier sont : rondelleG (1) ; rondelleP (1) ; arbreI (1) ; arbreF (1) ; rampe (1) ; vis (10).

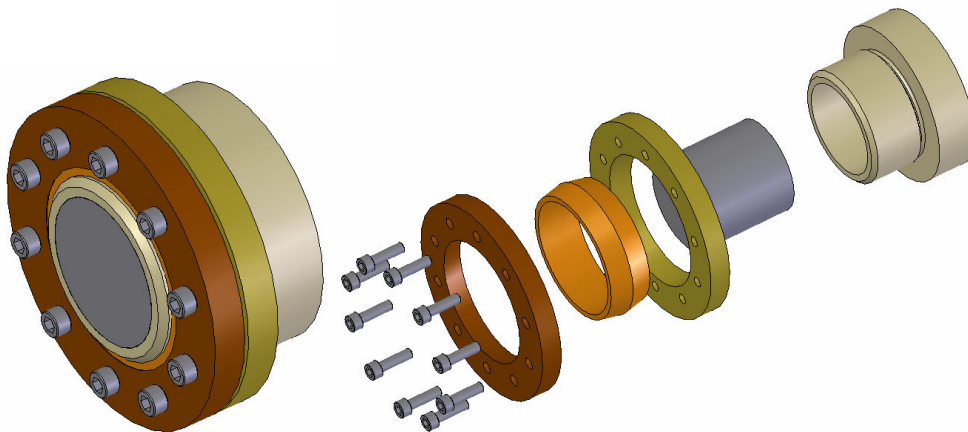


Figure D.3 : Vue d'ensemble de la frette en position assemblée et vue éclatée de ce même produit.

Le modèle est soumis à une étape de tessellation avec les trois paramètres de contrôle suivants : déflexion=1mm; longueur d'arête = 10mm; angle = 20° afin de générer le modèle polyédrique de référence.

Avant de lancer l'identification de contacts, une étape de génération des partitions maximales, s'appuyant sur la représentation mixte, est nécessaire. Les résultats obtenus à l'issue de ce traitement sont fournis à la Figure D.4.

Après ces étapes, la liste de contacts peut être créée. L'algorithme déjà présenté est utilisé et les résultats obtenus sont illustrés à la Figure D.4 : 10 – contacts Appui plan (APP), 12 – contacts Pivot glissant (PVG) et 2 – contacts Pivot glissant unidirectionnel (PGU). La durée du traitement est de 30 secondes, dont le temps de calcul est de 4 secondes.

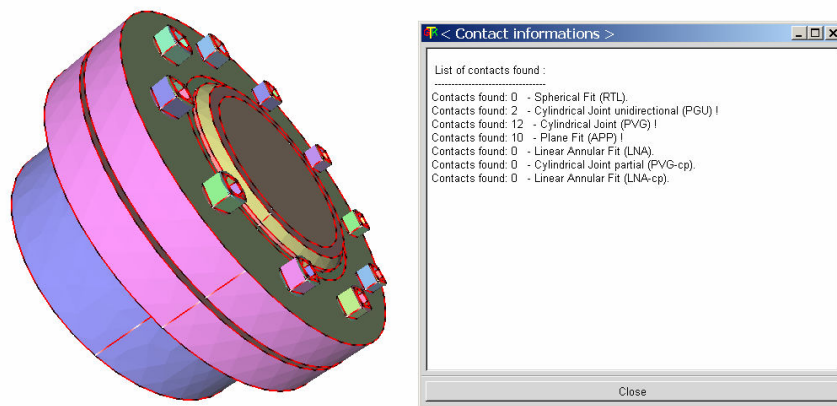


Figure D.4 : Vue d'ensemble de la frette en position assemblée avec les partitions maximales identifiées et résultats obtenus après identification des contacts.

### C.3 Plateau indexeur

Un exemple de produit très complexe est donné avec le plateau indexeur présenté aux Figures D.5 et D.6. C'est le plus grand assemblage utilisé pour les tests. Ce dernier contient 81 composants et 181 contacts.

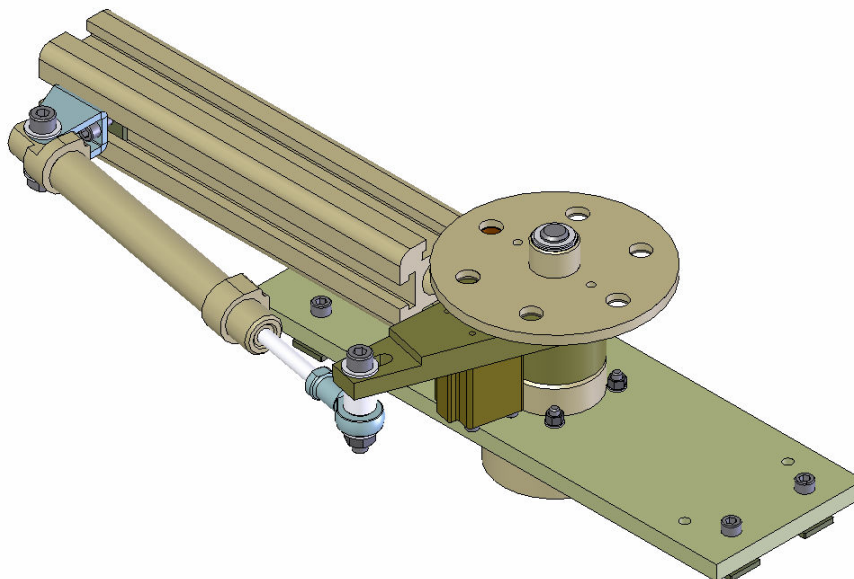


Figure D.5: Vue d'ensemble du plateau indexeur en position assemblée.

Les composants de ce produit sont : plateauindexage (1) ; brasA (1) ; brasB (1) ; chapeA (1) ; chapeB (2) ; bague med (1) ; tige verincourt (1) ; interieurverincourt (2) ; essieu plateau (1) ; profilbosch (1) ; support canon (1) ; pion indexage (1) ; corps verincourt (1) ; tenon rotule B (1) ; plaque support (1) ; couvercle verincourt (1) ; isolant verincourt (2) ; tenon rotule A (1) ; corps verin double (1) ; couvercle verincourt (1) ; bague med (1) ; bague lng (1) ; entretoise (1) ; tige verin double (1) ; rondelle essieu (1) ; rondelle plateaus (1) ; rondelle plateaus (1) ; tige verincourt (1) ; pion entrainement (1) ; bague lng (1) ; bras c (1) ; boitier roulement (1) ; corps verincourt (1) ; ecrou (5) ; ecrou profilbosch (8) ; rondelle (8) ; vis (24).

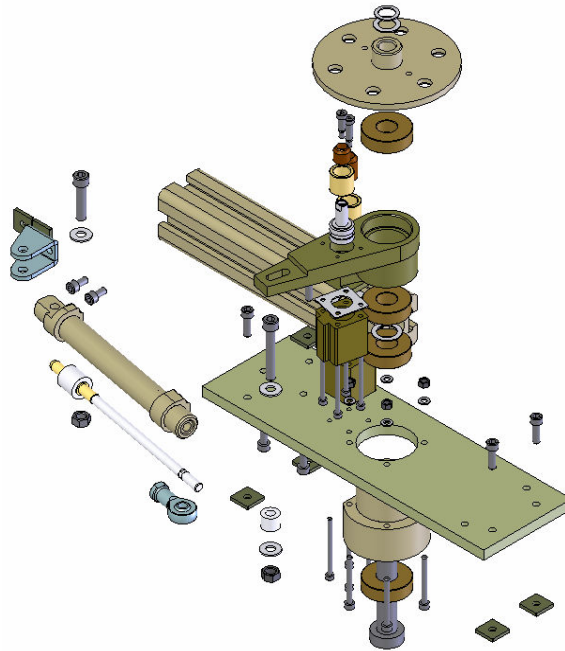


Figure D.6: Vue éclatée du plateau indexeur.

Le modèle 3D du produit est représenté avec les Figures D.5 et D.6. Le modèle est soumis à une étape de tessellation avec les trois paramètres de contrôle suivants : déflexion = 1mm; longueur d'arête = 5mm; angle = 20° pour générer le modèle polyédrique de référence.

Avant de lancer l'identification de contacts, une étape de génération des partitions maximales, s'appuyant sur la représentation mixte, est nécessaire. Les résultats correspondants sont illustrés à la Figure D.7. A l'issue de cette phase, toutes les surfaces, de tous les composants qui ont les mêmes paramètres, sont réunies afin de former les partitions maximales et affectées d'une même couleur.

Après ces étapes, la liste de contacts peut être créée. L'algorithme déjà présenté est utilisé et les résultats obtenus sont illustrés à la Figure D.7 : 80 – contacts Appui plan (APP), contacts 100 – Pivot glissant (PVG), 1 – contact Pivot glissant partiel (PVGcp). La durée du traitement est de 51 secondes, dont le temps de calcul est de 10 secondes.

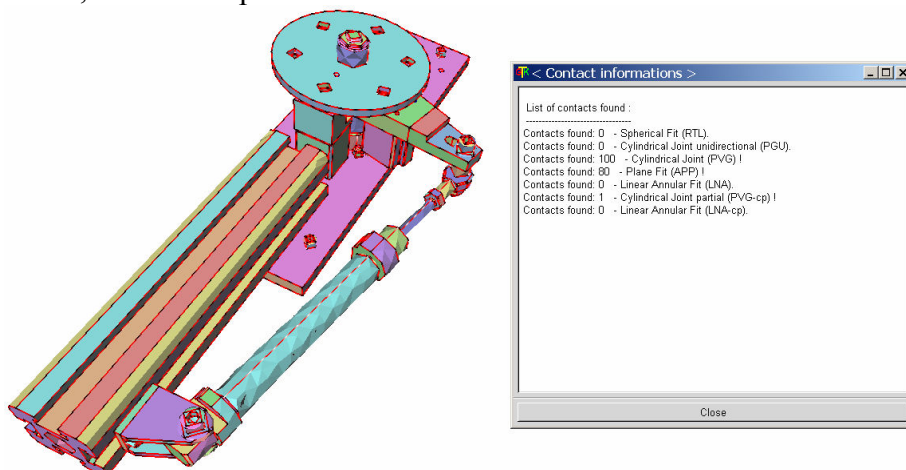


Figure D.7 : Vue d'ensemble de plateau indexeur en position assemblée avec les partitions maximales identifiées et résultats obtenus après identification des contacts.

Ces exemples illustratifs complémentaires montrent la robustesse de la démarche proposée et son aptitude à traiter une grande diversité de configurations de produits.





## Résumé

La simulation des opérations d'assemblage/désassemblage (A/D) sont importantes pour améliorer la conception et l'efficacité du processus de développement du produit. Afin d'obtenir des processus efficaces d'analyse il est important d'avoir la possibilité de simuler tous les mouvements relatifs possibles entre les composants d'un système mécanique (ensemble). Cet aspect est important aussi bien dans le cadre de simulations interactives que de simulations immersives / temps réel. Si certaines (quelques) catégories des mouvements sont absentes, les simulations peuvent manquer des configurations importantes et, par conséquent, elles ne peuvent plus être significatives.

La thématique de recherche abordés dans le cadre de cette thèse traite, dans un premier temps, une approche théorique de développement d'un modèle cinématique capable de représenter tous les mouvements relatifs valides d'un composant de référence par rapport à ses composants voisins, ainsi formant une famille de trajectoires. L'approche est basée sur l'analyse des trois mouvements de base : translations, rotations et mouvements hélicoïdaux. Afin de déterminer la compatibilité entre différentes familles de trajectoires, un bi-quaternion est associé à chaque zone de contact entre les différents composants. Toutes les trajectoires possibles pour chaque composant sont analysées, pour les trois types de mouvements de base, afin d'identifier les compatibilités, qui mène aux spécifications d'un opérateur. Ainsi, les résultats de toutes les associations possibles sont déterminés et un opérateur général de combinaison est proposé. Les propriétés de ce dernier sont également démontrées. Cet opérateur peut former, dans un environnement de simulation en temps réel, la base pour déterminer, à chaque moment, les mouvements valides entre les composants, ainsi réduisant la complexité des algorithmes de détection de collisions.

Les simulations d'A/D peuvent être effectuées de manière automatique ou interactive en utilisant du matériel informatique standard ou par des simulations immersives et temps réel. Afin d'adresser cette diversité des configurations, une plateforme de simulation a été développée. Elle est basée sur un nouveau type de processus de simulation adressant jusqu'à deux types des représentations de formes : B-Rep NURBS et polyédrique. En même temps, la plateforme peut manipuler efficacement des (les) configurations où les représentations 3D des produits jouent un rôle principal. Afin d'illustrer le processus de simulation, l'identification automatique des contacts pour des modèles 3D et leur liste correspondante est présentée. Après l'étape d'identification, une interprétation des résultats est nécessaire afin d'obtenir (avoir) la liste complète avec les contacts mécaniques pour un produit. Le procédé de préparation contient trois étapes importantes : *tessellation*, *fusionnement (fusion) de surfaces* et *identification de contacts*. La plateforme utilise (est basée sur) le format d'échange de données STEP. Cet environnement peut aider les concepteurs pour réaliser rapidement l'analyse d'un ensemble, et réduire le temps du développement de produits. Autres bénéfiques (conséquences) du ce travail est la capacité de produire des modèles et traitements qui améliorent l'intégration des modèles d'assemblages dans des environnements immersive avec les modèles haptiques et visuels requis.

Les simulations d'A/D qui utilisent des dispositifs haptiques ont des difficultés pour simuler les opérations d'insertion/extraction comme enlever un cylindre d'un trou par exemple. Afin d'adresser cette configuration aussi bien que d'autres, une approche basée sur la plateforme de simulation qui intègre le modèle cinématique est proposée.

Mot clés : assemblage et désassemblage, liaison cinématique, quaternion, simulation, modélisation cinématique, mobilité de composants





## Abstract

Assembly/Disassembly (A/D) simulations are important to improve design and efficiency of product development processes. In order to get efficient simulation processes it is important to simulate all the possible relative movements between the components in a mechanical assembly. This is important both in the context of interactive simulation and in the context of immersive/real time simulations. If some categories of movements are missing, simulations can lose key configurations, hence they may be no longer meaningful.

The scope in research, which this thesis deals with, in the first time, with a theoretical approach for developing of a kinematical model able to represent all the valid relative movements of a reference component with respect to its surrounding ones, which form a family of trajectories. It is based on the analysis of the three basic movements: translation, rotation and helical ones. In order to determine the compatibility between different families of trajectories, a bi-quaternion is associated to each contact area between the different components. All possible trajectories for each component are analyzed, for the three basic type of movements, in order to find the compatible ones, which leads to the specification of an operator. Thus, the results of all the possible associations are determined and a general combination operator is proposed. The properties of this later are demonstrated as well. The operator can form, in a real time simulation environment, the basis for determining at each moment, the valid movements between components, thus reducing the complexity of collision detection algorithms.

The A/D simulations can be performed either from an automated or interactive point of view using standard computer equipment or through immersive and real-time simulation schemes. In order to address this diversity of configurations, a simulation framework is (was) developed. It is based on a new simulation preparation process which allows a simulation process to address up to two types of shape representations, i.e. B-Rep NURBS and polyhedral ones, at the same time, thus handling efficiently the configurations where 3D shape representations of assemblies play a key role. In order to illustrate the simulation process the automatic identification of contacts in a 3D product model and their corresponding list is described. After the identification stage, an interpretation of the results is needed in order to have the complete list with the mechanical contacts for a product. The preparation process is performed within three major stages: *model tessellation*, *surface merging* and *contacts identification*. The framework is based on STEP exchange format. This software environment can assist designers to achieve a satisfactory assembly analysis rapidly and can reduce the lead-time of product development. Further consequences of the present work is its ability to produce models and treatments that improve integration of assembly models in immersive environments taking into account of the haptic and visual models needed.

Assembly/Disassembly simulations using haptic devices are facing difficulties while simulating insertion/extraction operations such as removing cylinders from holes for example. In order to address this configuration as well as others, an approach based on the kinematic model and on the simulation framework is proposed.

Key words: assembly and disassembly, kinematic joints, bi-quaternions, simulation, kinematic modeling, component mobility

