



**HAL**  
open science

# LES DIPOLES REACTIFS MODULES ET LA GESTION DE L'ENERGIE REACTIVE DANS LES CONVERTISSEURS A DECOUPAGE

Khoumissa Berrouche

► **To cite this version:**

Khoumissa Berrouche. LES DIPOLES REACTIFS MODULES ET LA GESTION DE L'ENERGIE REACTIVE DANS LES CONVERTISSEURS A DECOUPAGE. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2000. Français. NNT : . tel-00688653

**HAL Id: tel-00688653**

**<https://theses.hal.science/tel-00688653>**

Submitted on 18 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

/ / / / / / / / / / / / / / / /

**THESE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'INPG**

**Spécialité : Génie Electrique**

Préparée au **laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble**

Dans le cadre de l'**Ecole Doctorale** « Electronique, Electrotechnique, Automatique,  
Télécommunications, Signal »

Présentée et soutenue publiquement

par

**Khoumissa BERROUCHE**

Le : 31 mai 2000

\*\*\*

---

**LES DIPOLES REACTIFS MODULES ET LA GESTION  
DE L'ENERGIE REACTIVE DANS LES  
CONVERTISSEURS A DECOUPAGE**

---

\*\*\*

JURY

M. H. FOCH  
M. P. LE MOIGNE  
M. R. PERRET  
M. J. P. KERADEC  
M. Y. LEMBEYE

Président et Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse  
Co-encadrant  
Co-encadrant

Invité industriel (Schneider Electric) :

M. V. MAZAURIC



## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur Jean-Pierre ROGNON, directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir accueilli et pour m'avoir donné la possibilité de préparer cette thèse.

Je remercie vivement Monsieur Robert PERRET, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, pour l'accueil chaleureux au sein de l'équipe d'Electronique de Puissance, ainsi pour sa présence dans le jury de cette thèse. Je suis très reconnaissante pour ses conseils efficaces.

Je tiens à remercier Monsieur Henri FOCH, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique, d'Electronique, d'Informatique, d'Hydraulique de Toulouse, pour l'honneur qu'il m'a fait de présider le jury de cette thèse et d'être un des rapporteurs. Toute ma gratitude à Monsieur Philippe LEMOIGNE, Maître de Conférences habilité à l'Université Centrale de Lille, pour avoir accepté d'être un rapporteur de ce travail. Je me sens particulièrement honoré par la présence de Monsieur Vincent MAZOURIC de Centre de Recherche à Schneider Electric.

Je n'oublie pas, bien sur, de remercier mes deux directeurs de thèse :

Monsieur Jean-Pierre KERADEC, Professeur à l'Université Joseph Fourier et Monsieur Yves LEMBEYE, Maître de Conférence à l'Université Joseph Fourier, pour leurs encadrements, leurs aides précieuses ainsi pour le temps qu'ils ont investi pour mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier fortement Messieurs :

Jean-Paul FERRIEUX et Sedik BACHA, Professeurs à l'Université Joseph Fourier, et Christian SCHAFFER, Maître de Conférence habilité à l'Institut National Polytechnique de

Grenoble, pour leurs grandes disponibilités et leurs aides inestimables, qu'ils soient assurés ma plus profonde gratitude.

Je ne remercie jamais assez l'équipe de Techniciens, en particulier Monsieur Stéphane CATELLANI, pour l'aide efficace qu'il m'a apportée, notamment sur les problèmes pratiques que j'ai eu à affronter, j'ai également beaucoup apprécié sa disponibilité ainsi que toutes ces qualités humaines.

Je risque de ne jamais trouver le mot juste pour remercier Monsieur Daniel ROYE, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs Electriciens de Grenoble, à la hauteur du soutien apporté dès mon arrivée au LEG. J'ai apprécié très particulièrement ses compétences et ses qualités humaines, qu'il trouve ici mon admiration et ma profonde reconnaissance.

En particulier, je remercie les administrateurs et les secrétaires du LEG, qui tout au long de mon séjour ont démontré gentillesse et serviabilités.

Un grand merci pour l'Equipe d'Electronique de Puissance et aux chercheurs dans la salle Epte.

Et enfin je dédie ce travail à ma famille en Algérie, à l'homme qui m'a séduit de sa bonté et de son amour "mon mari".

# ***Table des matières***



**INTRODUCTION GENERALE..... 8**

**RÉPONSE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE PÉRIODIQUE. MODULATEUR SANS PERTES ... 12**

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>CORRESPONDANCE DE DEUX FONCTIONS.....</b>	<b>14</b>
2.1	PROPRIÉTÉS ASSOCIÉES À LA CORRESPONDANCE DE DEUX FONCTIONS. ....	14
2.1.1	Linéarité.....	14
2.1.2	Stationnarité ( ou invariance dans le temps).....	15
2.1.3	Réponse harmonique d'une correspondance linéaire stationnaire. ....	15
2.1.4	Causalité. ....	16
2.2	ECRITURE MATHÉMATIQUE DE LA CORRESPONDANCE LINÉAIRE.....	16
2.2.1	Correspondance linéaire générale. Réponse percussionnelle.....	16
2.2.2	Correspondance linéaire stationnaire. Convolution. ....	18
2.2.3	Gain complexe de la correspondance linéaire stationnaire. ....	19
2.3	CORRESPONDANCE LINÉAIRE PÉRIODIQUE. ....	19
2.3.1	Ecriture générale de la relation.....	19
2.3.2	Spectre de la réponse harmonique. ....	20
2.3.3	Exemple de la conversion AC-AC avec changement de fréquence ....	21
2.3.4	Modulateur sans pertes. ....	24
<b>3</b>	<b>OUTILS DE SIMULATIONS.....</b>	<b>25</b>
3.1	LES DIFFÉRENTES SORTES DE LOGICIELS EXPLOITÉS. ....	25
3.2	LES LOGICIELS MATHÉMATIQUES.....	25
3.3	LES LOGICIELS DE TYPE "CIRCUIT". ....	26
<b>4</b>	<b>CONCLUSION. ....</b>	<b>27</b>

**RÉALISATION DES MODULATEURS SANS PERTES. INDUCTANCES ET CAPACITÉS  
MODULÉES ..... 30**

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>30</b>
<b>2</b>	<b>RECENSEMENT DES STRUCTURES DE MODULATION.....</b>	<b>30</b>
2.1	HACHAGE ET FILTRAGE. ....	30
2.1.1	L'exemple du hacheur série. ....	30

2.1.2	Le choix des filtres. ....	31
2.2	HACHEURS À TRANSFERT DIRECT. ....	32
2.2.1	Hacheurs simples. ....	32
2.2.2	Hacheurs en pont. ....	33
2.3	HACHEURS À ACCUMULATION ....	33
2.3.1	Hacheurs à accumulation inductive. ....	33
2.3.2	Hacheurs à accumulation capacitive. ....	34
2.3.3	Précautions d'emploi. ....	34
2.4	HACHEURS À ISOLATION GALVANIQUE. ....	34
2.5	CRITÈRES DE CHOIX. ....	36
<b>3</b>	<b>LES DIPÔLES RÉACTIFS MODULÉS. ....</b>	<b>37</b>
3.1	RELATIONS COURANT-TENSION DES INDUCTANCES ET CAPACITÉS MODULÉES. ....	37
3.1.1	Inductance et rapport de modulation constant. ....	37
3.1.2	Inductance modulée. ....	38
3.1.3	Capacité modulée. ....	39
3.2	FILTRAGE AC-DC PAR INDUCTANCE MODULÉE. ....	39
3.2.1	Etude énergétique. ....	39
3.2.2	Réalisation par découpage. ....	42
3.2.3	Simulation des circuits. ....	43
3.3	GÉNÉRATION SINUSOÏDALE PAR UNE CAPACITÉ MODULÉE. ....	45
3.3.1	Etude énergétique. ....	46
3.3.2	Etude de la réalisation par découpage. ....	47
3.3.3	Simulation des circuits. ....	49
3.4	COMPORTEMENT INDUCTIF D'UNE CAPACITÉ MODULÉE. ....	50
3.4.1	Etude énergétique. ....	50
3.4.2	réalisation par découpage. ....	51
3.4.3	Simulation des circuits. ....	54
3.5	LATITUDE DE CHOIX DU RAPPORT DE MODULATION. ....	56
3.6	UNE PREMIÈRE ÉTAPE VERS LA CONCEPTION. ....	57
<b>4</b>	<b>CONCLUSION. ....</b>	<b>58</b>

**GESTION DE L'ÉNERGIE EN FLUX TENDU. APPLICATION À LA CONVERSION AC-DC**  
**..... 61**

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION. ....</b>	<b>61</b>
<b>2</b>	<b>ÉNERGIE MINIMALE STOCKÉE PAR UN CONVERTISSEUR. ....</b>	<b>62</b>

2.1	CONVERTISSEURS AC-DC.....	62
2.2	AUTRES CONVERSIONS.....	64
<b>3</b>	<b>CONVERTISSEURS AC-DC A ABSORPTION SINUSOÏDALE.....</b>	<b>64</b>
3.1	CONVERTISSEURS ASSOCIANT DES DIPÔLES RÉACTIFS MODULÉS.....	64
3.1.1	Montage amont.....	64
3.1.2	Montage aval.....	67
3.1.3	Simulation du montage aval.....	68
3.1.4	Critique de ces montages.....	69
3.2	CONVERTISSEURS INCLUANT UN MODULATEUR.....	69
3.2.1	Etude énergétique.....	69
3.2.2	Simulation.....	71
3.2.3	Surintensité à la mise sous tension.....	71
<b>4</b>	<b>FLYBACK A ABSORPTION SINUS ET STOCKAGE MINIMUM.....</b>	<b>72</b>
4.1	LE FLYBACK AVEC UNE CAPACITÉ SIMPLE EN SORTIE :.....	73
4.1.1	Bref rappel du principe de fonctionnement :.....	73
4.1.2	Fonctionnement en conduction discontinue :.....	73
4.1.3	Simulation du montage standard.....	75
4.2	LE FLYBACK AVEC UNE CAPACITÉ MODULÉE EN SORTIE :.....	76
<b>5</b>	<b>EXTENSIONS THÉORIQUES PRÉVISIBLES.....</b>	<b>78</b>
5.1	VALIDITÉ DE LA REPRÉSENTATION ÉNERGÉTIQUE.....	78
5.1.1	Intérêt du remplacement des interrupteurs par des modulateurs.....	78
5.1.2	Etude des phénomènes transitoires.....	78
5.1.3	Représentation quadripolaire simplifiée.....	79
5.2	STRATÉGIE VIS-À-VIS DES TRANSITOIRES.....	80
5.2.1	Au démarrage.....	80
5.2.2	Lors d'une variation du réseau.....	81
5.2.3	Lors d'une variation de la charge.....	81
<b>6</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>81</b>

**TEST D'UN CONVERTISSEUR AC-DC À GESTION OPTIMISÉE.....84**

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>84</b>
<b>2</b>	<b>RÉALISATION PRATIQUE DE LA STRUCTURE AVAL.....</b>	<b>84</b>
2.1	DIPÔLE SÉRIE.....	85
2.2	DIPÔLE PARALLÈLE.....	87
2.3	L'INSERTION DES DIPÔLES (SÉRIE ET PARALLÈLE) DANS LE CIRCUIT GLOBAL.....	90

2.3.1	Principales relations et contraintes sur les composants .....	91
2.3.2	Type des interrupteurs utilisés dans la structure aval.....	94
2.3.3	Influence de la tension de seuil des interrupteurs sur les caractéristiques de l'inductance modulée.....	97
<b>3</b>	<b>TEST PRATIQUE D'UNE CAPACITÉ MODULÉE :</b> .....	<b>98</b>
3.1	CAPACITÉ MODULÉE À RAPPORT CYCLIQUE FIXE : .....	99
3.2	CAPACITÉ MODULÉE : COMMANDE AVEC RAPPORT CYCLIQUE VARIABLE .....	100
3.3	RÉALISATION DE LA COMMANDE À RAPPORT CYCLIQUE VARIABLE :.....	102
3.3.1	La commande numérique : .....	103
<b>4</b>	<b>CONCLUSION :</b> .....	<b>106</b>
<b><u>CONCLUSION GÉNÉRALE.....</u></b>		<b><u>109</u></b>

<b><u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</u></b>	<b><u>113</u></b>
---	-------------------

<b><u>ANNEXE. 1 .....</u></b>	<b><u>119</u></b>
-------------------------------	-------------------

<b>1</b>	<b>CALCUL DE L'INDUCTANCE ÉQUIVALENTE, AVEC UN RAPPORT CYCLIQUE VARIABLE DANS LES STRUCTURES ETUDIÉES.....</b>	<b>119</b>
1.1	STRUCTURE À HACHEUR SÉRIE :.....	119
1.2	STRUCTURE EN PONT :.....	121

<b><u>ANNEXE. 2 .....</u></b>	<b><u>124</u></b>
-------------------------------	-------------------

<b>1</b>	<b>LA CARTE DES INTERRUPTEURS UTILISÉS .....</b>	<b>124</b>
<b>2</b>	<b>LES CARTES DE LA COMMANDE NUMÉRIQUE .....</b>	<b>126</b>

***Introduction  
générale***



## INTRODUCTION GENERALE

Les dispositifs les plus communs de l'électronique analogique (amplificateurs, filtres, ...) sont à la fois linéaires et invariants dans le temps (stationnaires). De nombreuses études ont été consacrées aux dispositifs qui réunissent ces deux propriétés et les lois générales régissant leur comportement sont désormais bien connues.

Contrairement à ce que l'on affirme souvent, les convertisseurs à découpage doivent leurs spécificités davantage à leur non-stationnarité qu'à leur non-linéarité. Le premier objectif de ce travail est de dégager les lois générales régissant le comportement de dispositifs linéaires mais non stationnaires. Une ressemblance importante rapproche la transformation des signaux opérée par ces systèmes de celle réalisée par la modulation d'amplitude, bien connue en télécommunications. Pour traduire cette analogie sur les schémas électriques des convertisseurs, nous introduisons le "modulateur sans pertes". Cet élément joue le même rôle que le multiplieur analogique en traitement du signal mais il est passif et il restitue totalement et immédiatement la puissance qui lui apportée. En gros, cet élément est un transformateur idéal dont le rapport varie au cours du temps.

Au cours du chapitre 1, nous redéfinissons les propriétés générales des circuits électriques et nous en montrons les conséquences générales. L'étude spectrale des systèmes dont les propriétés varient périodiquement dans le temps, ce qui est le cas des convertisseurs statiques en régime établi, suggère l'introduction du modulateur sans perte. Le lecteur plus intéressé par les applications aux circuits que par la justification théorique peut commencer sa première lecture au chapitre suivant.

Dès sa définition, une question vient à l'esprit : comment réaliser ce modulateur sans pertes ? A cette question, le découpage apporte de nombreuses réponses. Par exemple, tout hacheur, assorti de filtres haute fréquence adéquats, se comporte comme un transformateur idéal dont le rapport est ajustable par le biais d'un rapport cyclique : c'est un modulateur sans pertes. Dans la première partie du chapitre 2, nous répertorions plusieurs façons de réaliser cette fonction, très présente au sein des convertisseurs et nous dégagons plusieurs critères aptes à guider le choix de la plus appropriée.

En dehors de cette fonction, la plupart des convertisseurs incluent des inductances et des condensateurs destinés à assurer le stockage temporaire d'énergie. Nous supposons habituellement que ces composants se comportent linéairement et que leur valeur ne varie pas au cours du temps. Un modulateur sans pertes chargé au secondaire par un composant réactif standard se comporte, vu du primaire, comme un dipôle réactif linéaire non-stationnaire que nous nommons "dipôle réactif modulé". Nous saisissons cette opportunité pour examiner l'intérêt d'un tel assemblage. La seconde partie du chapitre 2 établit les propriétés générales de ces dipôles et montre quelques comportements surprenants des inductances et des capacités modulées dont la valeur, comme le suggère leur nom, varie au cours du temps. Il en ressort, notamment, qu'une inductance modulée stocke quinze fois moins d'énergie qu'une inductance standard pour assurer le même filtrage et qu'une inductance standard peut être remplacée par une capacité modulée. Plusieurs circuits destinés à assurer des fonctions plus ou moins surprenantes sont étudiés et testés suivant une démarche immuable qui met en avant les raisonnements énergétiques.

Le chapitre 3 aborde l'étude des convertisseurs sous un aspect plus global. Durant une étude préliminaire, il est fréquent de négliger les pertes de la plupart des composants afin de se faire rapidement une idée approximative du comportement d'un circuit donné. Dans les mêmes conditions, l'étude énergétique de l'ensemble du montage mène à des repères utiles et incontournables. En choisissant l'exemple de la conversion AC-DC à absorption sinusoïdale, nous montrons que cette fonction nécessite, indépendamment du montage choisi pour la réaliser, le stockage d'une énergie minimum facile à calculer. Dès lors, il apparaît qu'une réalisation pratique ne doit pas exiger un stockage beaucoup plus important, sous peine de grever le volume, le poids et le coût du dispositif.

Puisqu'un minimum existe, nous devons assurer le fonctionnement d'un convertisseur en stockant aussi peu d'énergie que possible. C'est ce que nous entendons par "gestion d'énergie en flux tendu". Il s'avère que le recours aux inductances et capacités modulées, introduites au chapitre précédent, permet d'approcher de très près le minimum théorique de stockage. Par comparaison avec les montages habituels, une réduction de l'énergie stockée dans un rapport 10 est souvent envisageable. Pour être plus précis, nous montrons comment appliquer ces préceptes à un montage flyback. La minimisation du stockage énergétique réduit l'inertie du montage avec de nombreuses conséquences. Pour n'en citer que deux, le temps

d'établissement de la valeur de sortie diminue dans un rapport comparable à celui de l'énergie stockée (souvent 10 à 20) et l'absence de réserve énergétique oblige à définir une stratégie claire vis à vis des à-coups de charge ou de source. Il ressort de ces études que le modulateur sans pertes, initialement introduit pour rendre compte d'un comportement en régime établi, simplifie également l'étude des régimes transitoires.

En définitive, il apparaît que l'on peut concevoir un convertisseur en assemblant, dans un premier temps, des modulateurs sans pertes, et des éléments réactifs standards. Lorsque le circuit ainsi représenté satisfait les impératifs énergétiques du cahier des charges en régime établi et en régime transitoire, les éléments de stockage sont dimensionnés et les lois de commandes des modulateurs sans pertes sont déterminées. La recherche du circuit électronique (structure) peut alors commencer par le remplacement de chacun des modulateurs sans pertes par un hacheur approprié. C'est ici que l'on rejoint les préoccupations habituelles de l'électronique de puissance.

Finalement, les modulateurs sans pertes et dipôles modulés sont des macrofonctions qui existent déjà au sein des convertisseurs. Leur identification, à l'instar de celle d'amplificateur opérationnel, permet de dessiner des circuits très épurés dont le comportement est suffisamment proche de celui du circuit final. Comme en électronique analogique, il devient possible et recommandable de négliger les imperfections de la fonction identifiée durant la première étude.

Dans le chapitre quatre nous dégagons les points de repère concernant les aspects pratiques. Nous présentons les tests effectués pour diminuer l'énergie stockée dans le filtre de sortie d'une alimentation flyback à absorption sinusoïdale à l'aide d'une capacité modulée. La mise en œuvre de la commande de cette capacité est réalisée par un système numérique.



# ***Chapitre 1***

***Réponse d'un système linéaire  
périodique. Modulateur sans  
pertes.***



# REPONSE D'UN SYSTEME LINEAIRE PERIODIQUE. MODULATEUR SANS PERTES

## 1 INTRODUCTION

Le comportement des circuits électriques les plus connus - les filtres - résulte de la réunion de deux propriétés : la linéarité et la stationnarité (ou invariance dans le temps). Lorsque ces deux propriétés sont réunies, la fréquence de sortie est égale à celle d'entrée. C'est pourquoi, pour réaliser la plupart des fonctions de l'électronique de puissance, il faut abandonner au moins l'une de ces deux propriétés.

Les circuits de l'électronique de puissance sont à topologie variable puisque, en permanence, des interrupteurs (transistors, diodes,...) modifient les connexions des composants. Entre deux commutations, si on idéalise les interrupteurs, ces montages apparaissent comme des circuits passifs standards composés d'inductances, de transformateurs et de capacités : ce sont des circuits linéaires. Pourtant, dans l'esprit des spécialistes de la discipline, ces montages sont fortement non-linéaires. Ces points de vue sont-ils incompatibles ?

En fait, la non-linéarité constatée est due essentiellement à la commande des instants de commutation. Un hacheur série, réalisé avec des interrupteurs bidirectionnels, présente un comportement linéaire s'il travaille à fréquence et rapport cyclique fixes. Dès qu'un asservissement modifie le rapport cyclique pour rendre la tension de sortie indépendante de celle d'entrée, son comportement devient non-linéaire. C'est là que réside la contradiction relevée au paragraphe précédent.

Pour illustrer ceci en se référant à un autre domaine, considérons un multiplieur analogique. Tant que la seconde de ses entrées est reliée à une source quelconque (figure 1), sa sortie dépend linéairement de sa première entrée. En revanche, dès que la seconde entrée dépend soit de la première, soit de la sortie, la sortie ne dépend plus linéairement de la première entrée. Pour s'en convaincre, il suffit de supposer que le signal appliqué à la seconde

entrée (figure 1) est égal à celui de l'entrée 1 ou qu'il est proportionnel à son signe.

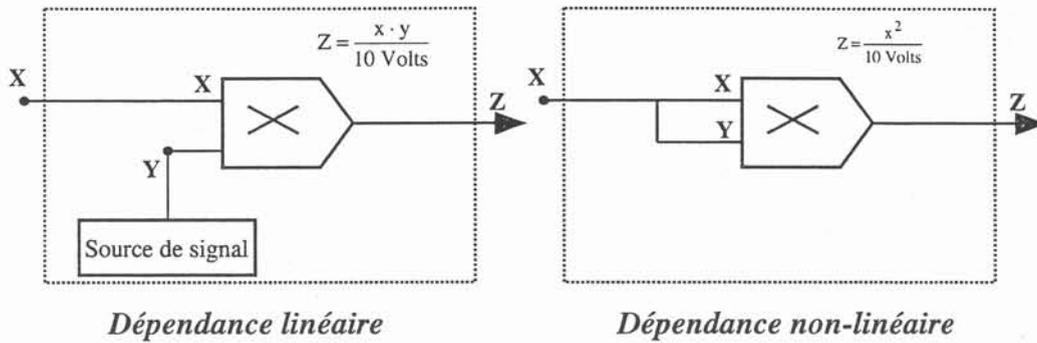


Figure 1. La relation liant la sortie Z à l'entrée X d'un multiplexeur est linéaire (elle admet la superposition) sauf si Y dépend de X ou Z.

Vu sous cet angle, de nombreux circuits de l'électronique de puissance seraient linéaires s'ils fonctionnaient en boucle ouverte, c'est-à-dire avec des instants de commutation déterminés par une chronologie fixe. La non-linéarité survient dès qu'un instant de commutation dépend de la valeur d'un signal interne. On peut justifier de cette façon le comportement du plus élémentaires des composants non linéaires, la diode : c'est un interrupteur qui commute lorsque le courant passe par zéro. En définitive, si on fige la chronologie de sa commande, un circuit d'électronique de puissance est essentiellement linéaire. Chacun sait qu'un convertisseur est un assemblage d'interrupteurs et d'éléments réactifs. En régime établi les interrupteurs basculent à des instants bien définis suivant une chronologie immuable et périodique et, dans ces conditions au moins, un convertisseur peut être supposé linéaire alors qu'il n'est pas stationnaire.

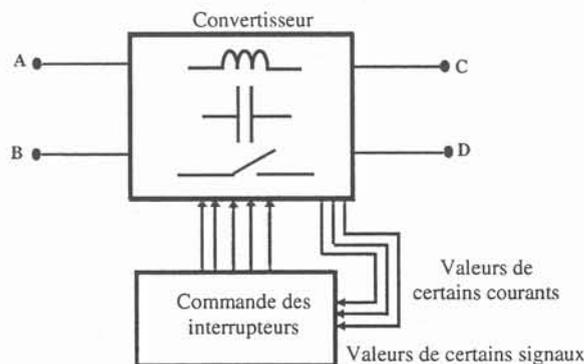


Figure 2. Si on ouvre la boucle, c'est à dire si les interrupteurs sont commandés avec une chronologie immuable, le quadripôle ABCD est linéaire.

Dans ce chapitre, nous rappelons les principales propriétés générales des circuits électriques et nous en déduisons quelques conséquences importantes. Puisque le fonctionnement à topologie variable exclut l'invariance temporelle, nous portons un intérêt particulier aux propriétés des systèmes linéaires non-stationnaires et, dans ce cadre, nous détaillons l'étude des systèmes dont les propriétés reprennent les mêmes valeurs périodiquement. Il s'avère en effet, qu'en régime établi, la plupart des convertisseurs se comportent ainsi.

Les résultats de cette étude générale nous conduisent à introduire, dans les schémas des convertisseurs, un nouvel élément que nous nommons "modulateur sans pertes". Nous verrons par la suite que cette fonction peut être réalisée grâce au découpage, qu'on peut la reconnaître dans de nombreux convertisseurs connus et que son intérêt ne se limite pas au régime établi.

## 2 CORRESPONDANCE DE DEUX FONCTIONS

Dans ce paragraphe,  $e(t)$  et  $s(t)$  désignent respectivement le signal d'entrée (ou cause) et celui de sortie (ou effet).

### 2.1 Propriétés associées à la correspondance de deux fonctions.

#### 2.1.1 Linéarité.

La linéarité suppose que les deux propriétés opératoires suivantes sont réunies :

- *La multiplication de la cause par une constante quelconque multiplie l'effet par la même constante.*

$$e(t) \rightarrow s(t) \Rightarrow \alpha.e(t) \rightarrow \alpha.s(t) \quad \text{qq. } e \text{ et } \alpha$$

Cette propriété n'implique ni que  $s(t)$  ait la même forme que  $e(t)$ , ni que  $s(t)$  soit proportionnelle à  $e(t)$ . Penser par exemple, à la tension et au courant traversant un condensateur en régime sinusoïdal : si l'un est sinusoïdal, l'autre est cosinusoïdal.

- *La sortie associée à une somme d'entrées est la somme des sorties associées à chacune des entrées agissant seule.*

$$\left. \begin{array}{l} e_1(t) \rightarrow s_1(t) \\ e_2(t) \rightarrow s_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow e_1(t) + e_2(t) \rightarrow s_1(t) + s_2(t) \quad \text{qq. } e_1 \text{ et } e_2$$

### 2.1.2 Stationnarité ( ou invariance dans le temps)

- La même cause appliquée plus tard provoque le même effet décalé d'autant dans le temps.

$$e(t) \rightarrow s(t) \quad \Rightarrow \quad e(t - t') \rightarrow s(t - t') \quad \text{qq. } e \text{ et } t'$$

Ceci suppose que le système ne change pas au cours du temps. Une telle variation pourrait être due, par exemple, au vieillissement, à une horloge ou une mémoire interne, à une perturbation extérieure variable....

### 2.1.3 Réponse harmonique d'une correspondance linéaire stationnaire.

Les définitions précédentes semblent un peu abstraites. Nous allons en illustrer deux conséquences concrètes sans avoir recours à des mathématiques compliquées. Considérons un système linéaire et stationnaire qui délivre une sortie  $s(t)$  lorsqu'il est soumis à une entrée  $e(t)$ . Cherchons, dans un premier temps, sa réponse à la dérivée  $e'$  de  $e$ . La dérivée d'une fonction  $f(t)$  se définit comme suit :

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [f(t + \Delta t) - f(t)]$$

Toutes les transformations envisagées dans cette relation sont impliquées dans les définitions de la linéarité ou de la stationnarité. En conséquence, nous établissons progressivement que :

$e(t) \rightarrow s(t)$	Définition de la correspondance
$e(t + \Delta t) \rightarrow s(t + \Delta t)$	Stationnarité
$e(t + \Delta t) - e(t) \rightarrow s(t + \Delta t) - s(t)$	Second axiome de la linéarité
$\frac{e(t + \Delta t) - e(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$	Premier axiome de la linéarité

La stationnarité impliquant un décalage quelconque, la relation obtenue est valable quel que soit la valeur de  $\Delta t$ . En faisant tendre ce décalage vers zéro, on conclut que :

*La dérivation de l'entrée conduit à la dérivation de la sortie. Bien entendu, en*

reproduisant  $n$  fois le même raisonnement, on établit la même propriété pour la dérivation  $n^{\text{ième}}$ .

En invoquant la linéarité une fois de plus, on établit une propriété importante :

*La réponse à une entrée sinusoïdale établie est sinusoïdale et de même pulsation.*

Pour établir à ce résultat, il suffit de se rappeler que les sinusoïdes de pulsation  $\omega$  sont les seules fonctions réelles qui satisfassent l'équation ci-dessous.

$$f''(t) \equiv -\omega^2 \cdot f(t)$$

On montre alors que si l'entrée possède cette propriété, elle la partage avec la sortie.

#### 2.1.4 Causalité.

Jusqu'ici nous avons pris la variable temps pour l'exemple mais ce qui a été exposé peut être étendu à une autre variable (une coordonnée d'espace par exemple). A l'opposé, le principe énoncé ci-dessous ne s'applique qu'à la variable temps.

*Principe de causalité : en aucun cas la réponse d'un système physique ne peut précéder sa cause.*

Puisque la fonction de Dirac, aussi bien que l'échelon unité, sont nuls pour  $t < 0$ , il est loisible de considérer que ces causes sont inexistantes avant  $t = 0$ . Le principe de causalité implique que les réponses associées, respectivement notées  $h$  et  $H$ , soient nulles pour  $t < 0$  : ce sont des fonctions causales. Plus généralement :

*La réponse d'un système causal à une entrée causale quelconque est causale.*

## 2.2 Ecriture mathématique de la correspondance linéaire.

### 2.2.1 Correspondance linéaire générale. Réponse percussionnelle.

Sitôt qu'une fonction réelle  $s(t)$  dépend linéairement d'une fonction réelle  $e(t)$ , on peut écrire [Keradec-R] :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t, t') \cdot e(t') \cdot dt' \quad (1)$$

Ceci est l'extension, au cas continu, de la dépendance linéaire de deux vecteurs :

$$s_i = \sum_j G_{ij} \cdot e_j$$

Comme seconde variable, on préfère souvent utiliser la différence  $\tau = t - t'$  plutôt que  $t'$ . Dans ce but, on introduit la fonction  $\mathbf{h}$  telle que :

$$\mathbf{h}(t, t - t') = \mathbf{G}(t, t')$$

et on procède au changement de variable qui modifie les bornes d'intégration :

$$\begin{aligned} t - t' = \tau & & t' = t - \tau & & dt' = -d\tau \\ t' = -\infty \Rightarrow \tau = \infty & \text{ et } & t' = \infty \Rightarrow \tau = -\infty \end{aligned}$$

Finalement [Tymerski-A] :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(t, \tau) \cdot \mathbf{e}(t - \tau) \cdot d\tau \quad (2)$$

*La dépendance linéaire la plus générale est donc entièrement caractérisée par la fonction réelle de deux variables  $\mathbf{h}(t, \tau)$  appelée "réponse percussionnelle".*

Pour justifier le nom donné à cette fonction, cherchons la réponse à une impulsion de Dirac appliquée à l'instant  $t = t_0$ .

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(t, \tau) \cdot \delta(t - t_0 - \tau) \cdot d\tau = \mathbf{h}(t, t - t_0) \quad (3)$$

car  $\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(t) \cdot \delta(t - t_0) \cdot dt = \mathbf{f}(t_0)$       quels que soient  $\mathbf{f}$  et  $t_0$

Ainsi,

*la réponse percussionnelle est la réponse à une impulsion de Dirac (percussion).*

Tant que le système est susceptible d'évoluer dans le temps, la valeur prise par cette réponse ne dépend pas que du temps  $(t - t_0)$  écoulé depuis l'application de l'impulsion de Dirac. Notons enfin que, pour respecter le principe de causalité, la réponse percussionnelle  $\mathbf{h}$ , telle qu'elle apparaît dans (3), doit être nulle, quel que soit  $t$ , dès lors que  $\tau = t - t_0 < 0$ .

### 2.2.2 Correspondance linéaire stationnaire. Convolution.

La correspondance évoquée ici n'évolue pas dans le temps. On doit donc supposer qu'indépendamment de la forme de l'entrée  $e(t)$ , si on la retarde de  $t_0$ , la sortie est retardée d'autant sans autre modification. Compte tenu de (1), la sortie associée à l'entrée retardée  $e(t - t_0)$  s'écrit :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t, t') \cdot e(t' - t_0) \cdot dt' = \int_{-\infty}^{\infty} G(t, t' + t_0) \cdot e(t') \cdot dt'$$

Cette fonction doit être identique à la sortie provoquée par  $e(t)$  et décalée de  $t_0$  :

$$s(t - t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t - t_0, t') \cdot e(t') \cdot dt'$$

On en déduit que :

$$G(t - t_0, t') = G(t, t' + t_0) \quad \text{quelques soient } t \text{ et } t'.$$

Autrement dit, il faut que :

$$G(t - t_0, t' - t_0) = G(t, t') \quad \text{quelques soient } t \text{ et } t'.$$

Puisque la différence  $t - t'$  n'est pas affectée par la translation  $t_0$  effectuée simultanément sur  $t$  et sur  $t'$ , la façon la plus générale d'assurer l'égalité ci-dessus consiste à admettre que  $G$  ne dépend que de  $t - t'$ . En notant  $h$  cette fonction d'une variable, on parvient à exprimer  $s(t)$  par un produit de convolution.

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - t') \cdot e(t') \cdot dt' \quad (4)$$

En reprenant la variable  $\tau = t - t'$  introduite au paragraphe précédent, il vient :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot e(t - \tau) \cdot d\tau \quad (5)$$

La ressemblance avec (2) est frappante mais la fonction  $h(t, \tau)$  ne varie plus que suivant  $\tau$ . Ainsi, logiquement, lorsque la dépendance est stationnaire, la valeur de la réponse à une impulsion de Dirac ne dépend que du temps écoulé depuis l'application de cette entrée. Pour satisfaire au principe de causalité, la réponse percussionnelle  $h(t)$  doit être nulle pour  $t < 0$ . Dès que cela est vérifié, on observe, en se reportant à (5), que la valeur de  $s$  à l'instant  $t$  ne dépend que des valeurs prises antérieurement par  $e(t)$ , ce qui est conforme au principe évoqué.

### 2.2.3 Gain complexe de la correspondance linéaire stationnaire.

A l'aide de (5), cherchons  $s(t)$  lorsque  $e(t)$  est sinusoïdale. Pour cela, décomposons la sinusoïde d'entrée sous la forme d'Euler.

$$e(t) = \sin(2\pi ft) = \frac{1}{2j} (e^{j2\pi ft} - e^{-j2\pi ft})$$

La réponse  $s_1(t)$  à la première exponentielle fait apparaître la transformée de Fourier  $G(f)$  de  $h(\tau)$  :

$$s_1(t) = e^{j2\pi ft} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot d\tau = e^{j2\pi ft} \cdot \text{TF}[h(\tau)] = e^{j2\pi ft} \cdot |G(f)| \cdot e^{j\varphi(f)}$$

La réponse à la seconde exponentielle s'obtient en changeant  $f$  par  $-f$ , ce qui conjugue la transformée puisque  $h$  est réelle. La réponse à la sinusoïde s'en déduit directement.

$$s(t) = |G(f)| \cdot \sin[2\pi ft + \varphi(f)] \quad (6)$$

Cette relation montre que ce que l'on entend habituellement par gain (ou impédance, ou...) complexe coïncide avec la fonction  $G(f)$  et que :

*Le gain complexe  $G(f)$  est la transformée de Fourier de la réponse percutive.*

## 2.3 Correspondance linéaire périodique.

### 2.3.1 Ecriture générale de la relation.

Supposons maintenant qu'une correspondance linéaire présente une périodicité temporelle. Pour définir cette propriété, nous disons que le décalage de  $n \cdot T_s$  (où  $n$  est un entier quelconque et  $T_s$  la période) d'une entrée de forme arbitraire, n'entraîne qu'un décalage identique sur la sortie. Puisque ceci doit être vrai pour la réponse percutive, il faut que :

$$h(t + n \cdot T_s, \tau) = h(t, \tau) \quad \text{quel que soit l'entier } n. \quad (7)$$

Montrons que si cette propriété est vérifiée, notre définition est assurée quelle que soit la forme de l'entrée. La sortie associée à l'entrée retardée de  $n \cdot T_s$  s'écrit :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) \cdot e(t - n \cdot T_s - \tau) \cdot d\tau$$

En posant ( $u = t - n \cdot T_s$ ) puis en tenant compte de (6), il vient :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u + n \cdot T_s, \tau) \cdot e(u - \tau) \cdot d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(u, \tau) \cdot e(u - \tau) \cdot d\tau = s(u)$$

Comme annoncé, ceci coïncide avec l'expression de la sortie associée à  $e(t)$  à l'instant  $u = t - n.T_s$ . Exprimons maintenant la sortie en fonction de l'entrée en tenant compte de la périodicité. Puisque la fonction  $h$  est périodique en fonction de  $t$ , décomposons-la en série de Fourier en notant  $\omega_s = 2.\pi / T_s$ .

$$h(t, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n(\tau) \cdot e^{j.\omega_s.n.t} \quad (8)$$

où :

$$c_n(\tau) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} h(t, \tau) \cdot e^{-j.\omega_s.n.t} \cdot dt$$

Puisque  $h$  est réelle, le changement de  $n$  en  $-n$  équivaut au changement de  $j$  en  $-j$  et; par là-même, à la conjugaison complexe de l'expression. Il en résulte que :

$$c_{-n}(\tau) = \overline{c_n(\tau)} \quad (9)$$

### 2.3.2 Spectre de la réponse harmonique.

Contrairement à ce qui caractérise la relation linéaire et stationnaire, la réponse à une entrée sinusoïdale n'est pas ici une sinusoïde de même fréquence. Nous cherchons ci-dessous le spectre de la réponse  $s(t)$  à une entrée sinusoïdale de fréquence  $f_e$  (pulsation  $\omega_e$ ).

$$e(t) = \sin(\omega_e.t) = \frac{e^{j\omega_e.t} - e^{-j\omega_e.t}}{2 \cdot j}$$

A l'aide de (2) et (8), écrivons la réponse à la première exponentielle.

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(\tau) \cdot e^{j.\omega_s.n.t} \cdot e^{j\omega_e.t} \cdot e^{-j\omega_e.\tau} \cdot d\tau$$

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{j.(n.\omega_s + \omega_e).t} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} c_n(\tau) \cdot e^{-j\omega_e.\tau} \cdot d\tau \quad (10)$$

La réponse à la seconde exponentielle s'obtient en remplaçant  $\omega_e$  par  $-\omega_e$ . En s'appuyant sur la linéarité, on obtient la réponse à une sinusoïde. Pour l'écrire, il est commode de poser :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} c_n(\tau) \cdot e^{-j\omega_e.\tau} \cdot d\tau = g_n(\omega_e) = \rho_n(\omega_e) \cdot e^{j.\varphi_n(\omega_e)}$$

Avec ces notations, il vient :

$$s(t) = \frac{1}{2 \cdot j} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ e^{j \cdot [(n \cdot \omega_s + \omega_e) \cdot t + \varphi_n(\omega_e)]} \cdot \rho_n(\omega_e) - e^{j \cdot [(n \cdot \omega_s - \omega_e) \cdot t + \varphi_n(-\omega_e)]} \cdot \rho_n(-\omega_e) \right]$$

De (9) il découle que :

$$g_{-n}(-\omega_e) = \overline{g_n(\omega_e)}$$

si bien que :

$$\rho_{-n}(-\omega_e) = \rho_n(\omega_e) \quad \text{et} \quad \varphi_{-n}(-\omega_e) = -\varphi_n(\omega_e)$$

Pour obtenir le spectre cherché, isolons le terme  $n = 0$  et groupons les termes  $-n$  et  $+n$  :

$$s(t) = \rho_0(\omega_e) \cdot \sin[\omega_e \cdot t + \varphi_0(\omega_e)] + \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle \rho_n(\omega_e) \cdot \sin[(n \cdot \omega_s + \omega_e) \cdot t + \varphi_n(\omega_e)] + \rho_n(-\omega_e) \cdot \sin[(n \cdot \omega_s - \omega_e) \cdot t + \varphi_n(-\omega_e)] \right\rangle \quad (11)$$

*Les fréquences  $(n \cdot \omega_s + \omega_e)$  et  $(n \cdot \omega_s - \omega_e)$  présentes dans le spectre du signal de sortie, sont les mêmes que celles produites par la modulation de l'amplitude d'une fonction de période  $T_s$  par la sinusoïde d'entrée.*

On vérifie en particulier qu'une composante de fréquence nulle peut apparaître à la sortie si  $n \cdot \omega_s = \omega_e$ . C'est ainsi qu'un redresseur synchrone peut remplacer un redresseur à diodes.

En dépit de la propriété établie dans ce paragraphe, la relation liant  $s(t)$  et  $e(t)$  ne se réduit pas, en général, à une multiplication unique suivie (ou précédée) par un seul produit de convolution. Ceci sera illustré plus bas par un exemple de "double modulation".

### 2.3.3 Exemple de la conversion AC-AC avec changement de fréquence

Afin d'illustrer les propriétés spectrales établies par la théorie précédente, étudions maintenant un dispositif simple. Le convertisseur représenté par la figure 3 est alimenté par une tension  $V_e(t)$  sinusoïdale de pulsation  $\omega_e$  alors que ses interrupteurs sont commandés périodiquement à la fréquence  $F_s$  associée à la pulsation  $\omega_s$ . Il débite sur une charge inductive.

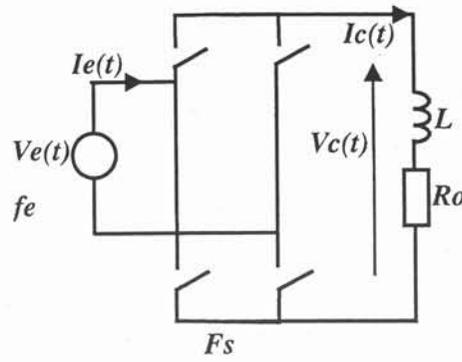


Figure 3. Schéma du convertisseur AC-AC avec changement de fréquence.

Comme dans l'étude théorique, ce dispositif est alimenté par une tension sinusoïdale. Intéressons-nous aux spectres des courants d'entrée et de sortie. Vu du côté de la charge, le circuit prend une forme plus simple (figure 4).

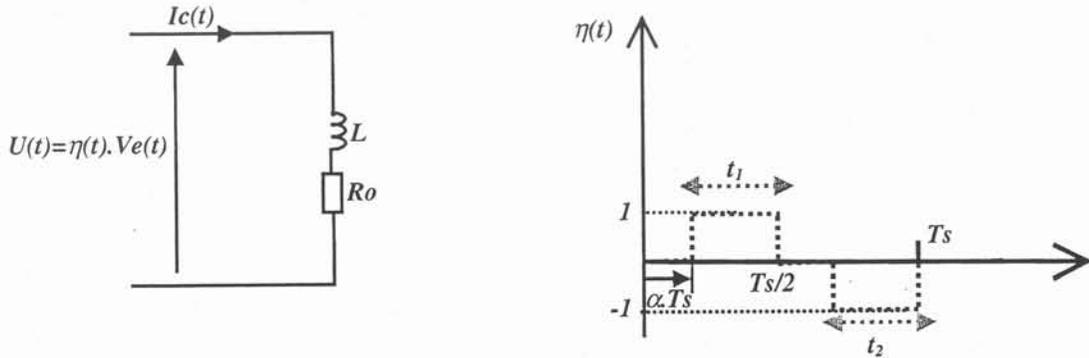


Figure 4. Schéma équivalent au secondaire et fonction  $\eta(t)$ .

On vérifie que le rapport des tensions  $\eta(t) = U(t) / V_e(t)$  coïncide avec celui des courants  $I_e(t) / I_c(t)$ . La fonction  $\eta(t)$  prend la valeur 1 pendant la durée  $t_1$ , -1 pendant  $t_2 (= t_1)$ , et elle est nulle sur le reste de la période (fonctionnement en roue libre). Puisque les fonctions  $V_e(t)$  et  $\eta(t)$  sont périodiques, on peut travailler avec leurs développements en séries de Fourier. Celui de  $\eta(t)$  s'écrit comme suit :

$$\eta(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{+j \cdot n \cdot \omega_s \cdot t} \quad (12)$$

$$\text{où : } C_n = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \eta(t) \cdot e^{-j \cdot n \cdot \omega_s \cdot t} \cdot dt \quad (13)$$

Notons que la fonction  $\eta(t)$  (figure 4) présente une symétrie commode :

$$\eta\left(t + \frac{T_s}{2}\right) = -\eta(t)$$

Cette symétrie entraîne la nullité des harmoniques pairs et la simplification du calcul des autres. En tenant compte de la symétrie évoquée plus haut et en posant  $n = 2p+1$

$$C_{2p+1} = \frac{2}{T_s} \int_{\alpha T_s}^{\frac{T_s}{2}} 1 \cdot e^{-j(2p+1)\omega_s t} \cdot dt = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{\left[ e^{-j(2p+1)\omega_s t} \right]_{\alpha T_s}^{\frac{T_s}{2}}}{-j(2p+1)\omega_s} \quad (14)$$

Finalement,  $\eta(t)$  s'écrit :

$$\eta(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{\cos[(2p+1) \cdot \pi \cdot \alpha]}{2p+1} \cdot \frac{e^{-j(2p+1)\pi\alpha}}{j} \cdot e^{j(2p+1)\omega_s t} \quad (15)$$

Ecrivons maintenant l'expression de  $U(t)$  lorsque  $V_e(t) = V_m \cdot e^{j\omega_e t}$  :

$$U(t) = \frac{2V_m}{\pi} \cdot \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{\cos[(2p+1) \cdot \pi \cdot \alpha]}{2p+1} \cdot \frac{e^{-j(2p+1)\pi\alpha}}{j} \cdot e^{j(2p+1)\omega_s t} \cdot e^{j\omega_e t}$$

Pour évaluer chaque raie spectrale du courant de charge  $I_c(t)$ , on divise l'amplitude complexe de la raie de  $U(t)$  par l'impédance complexe à la même fréquence [Rafesthain-A], ainsi :

$$I_c(t) = \frac{2V_m}{\pi} \cdot \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{\cos[(2p+1) \cdot \pi \cdot \alpha]}{2p+1} \cdot \frac{e^{-j(2p+1)\pi\alpha}}{j} \cdot \frac{e^{j[(2p+1)\omega_s + \omega_e]t}}{R_o + j \cdot L \cdot [(2p+1)\omega_s + \omega_e]} \quad (16)$$

Pour obtenir l'expression réelle de  $I_c(t)$ , il faudrait soustraire la contribution de la seconde exponentielle (changement de  $\omega_e$  en  $-\omega_e$ ) puis diviser par  $2j$ . C'est inutile ici car, sous cette forme, on voit bien le mécanisme de création des raies spectrales. Les fréquences constitutives de  $I_c(t)$  sont :  $[\omega_e + (2p+1) \cdot \omega_s]$ . Elles sont identiques à celles qui résulteraient d'une modulation d'amplitude.

Finalement, le courant d'entrée  $I_e(t)$  s'obtient en multipliant  $I_c(t)$  par  $\eta(t)$ .

$$I_e(\omega_e) = \frac{4V_m}{\pi^2} \cdot \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\cos[(2q+1) \cdot \pi \cdot \alpha]}{2q+1} \right]^2 \cdot \frac{1}{R_o + j \cdot L \cdot [(2q+1) \cdot \omega_s + \omega_e]} \quad (17)$$

Cette expression est intéressante parce qu'elle montre que le courant d'entrée à la fréquence  $f_e$  dépend des valeurs prises par l'impédance de charge à une multitude de fréquences. Ceci s'explique facilement. Si le découpage ajoute, par exemple,  $3F_s$  à la fréquence d'entrée au moment où il multiplie la tension, cette fréquence subsiste dans le

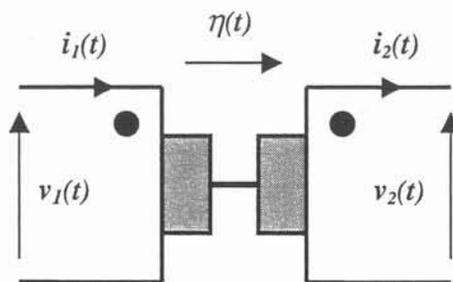
courant de charge et, au retour vers l'entrée, la nouvelle multiplication par le découpage peut soustraire  $3.F_s$ . Le courant reprend ainsi sa fréquence initiale après avoir traversé la charge à une fréquence différente. Ce phénomène pourrait être appelé "double modulation" ou "modulation-démodulation".

Le quotient par la tension d'entrée, de la composante du courant d'entrée à la fréquence d'entrée est assimilable à une admittance. Cette fonction est susceptible de recevoir une représentation par des constantes localisées mais elle n'est définie qu'en régime établi et, qui plus est, cette approximation ne peut être satisfaisante que pour des ondes quasi sinusoïdales.

Dans le cas fréquent où  $f_s = f_e$ , tous les signaux sont de période  $T_e$ . Dans ces conditions, il est possible d'exprimer l'amplitude complexe de chaque composante du signal "effet" en fonction des amplitudes complexes du signal "cause". La relation liant ces signaux admet alors une écriture matricielle qui peut être intéressante pour l'étude du régime établi.

### 2.3.4 Modulateur sans pertes.

Pour rendre compte de la formule (11) du spectre, il semble tout indiqué d'introduire, dans le circuit équivalent, un ou plusieurs éléments qui effectuent la multiplication temporelle de certains signaux par une fonction de période  $T_e$ . Nous avons vu que cette période est celle de répétition de la commande du découpage. Ce n'est donc pas, en générale, la période de découpage, c'est plutôt la durée au bout de laquelle les rapports cycliques reprennent les mêmes valeurs. En harmonie avec les rendements élevés de l'électronique de puissance, l'élément que nous introduisons ne provoque aucune perte de puissance. Ce "modulateur sans pertes" est défini par la figure 5. L'étude de l'exemple de la conversion AC-AC avec changement de fréquence  $a$ , sans le nommer, démontré sa présence au sein du circuit.



$$v_2(t) = \eta(t) \cdot v_1(t) ; i_1(t) = \eta(t) \cdot i_2(t)$$

Figure 5. Représentation du modulateur sans pertes.

Nous verrons que, dans une large mesure, les convertisseurs peuvent se représenter par un ensemble de composants réactifs (L, C) et de modulateurs  $\eta(t)$ . De tels ensembles sont susceptibles de faire apparaître les modulations simple, double ... ou multiple invoquées plus haut.

### 3 OUTILS DE SIMULATIONS

#### 3.1 Les différentes sortes de logiciels exploités.

Les simulations que nous présentons par la suite s'appuient sur deux approximations distinctes qui sont exploitées successivement. Dans un premier temps, nous étudions un ensemble constitué de modulateurs sans pertes, dipôles modulés, inductances et capacités. A ce stade, encore éloigné du circuit, nous menons les simulations à l'aide de logiciels mathématiques : parfois Mathcad [Mathcad-Dc], plus souvent Matrix.x [Matrix.x-Dc]. Dans un second temps, nous envisageons la réalisation du circuit et, pour étudier un ensemble d'inductances, de condensateurs et d'interrupteurs commandés par des lois mathématiques variées, nous faisons appel à Simplorer [Simplorer-Dc]. Ce n'est qu'avant de passer à la réalisation pratique que, parfois, nous testons notre circuit avec Pspice [MicroSim-Dc].

#### 3.2 Les logiciels mathématiques.

Nous avons principalement utilisé Matrix.x. Aujourd'hui l'ensemble Mtlab-Simulink [Matlab-Dc] permet de mener des études analogues. Cet outil de calcul mathématique, Matrix.x, développé par la société ISI ( Integrated Systems Inc ), propose un éditeur graphique "SystemBuild", qui permet de présenter le système à simuler sous forme modulaire. L'utilisateur dispose d'une bibliothèque de blocs qu'il peut paramétrer et adapter à son application. Outre les blocs prédéfinis, bien adaptés à l'implantation des boucles de régulation et d'asservissement, des blocs programmables par l'utilisateur sont disponibles. L'écriture doit faire appel au langage propre à MATRIXx ou au langage C, tout en respectant une présentation spécifique. Les blocs peuvent être regroupés de façon hiérarchique.

Pour la modélisation des convertisseurs, le recours aux "blocs utilisateurs" s'avère très commode. Le convertisseur est alors représenté par un ou plusieurs systèmes d'équations différentielles qui peuvent être à coefficients variables dans le temps. Cette approche se caractérise par une décomposition fonctionnelle de l'application en plusieurs blocs. A l'instar

d'un sous programme, chaque bloc (figure 6) décrit une partie du système en spécifiant : les entrées et sorties, les paramètres, le système d'équations, et les autres variables spécifiques au bloc.

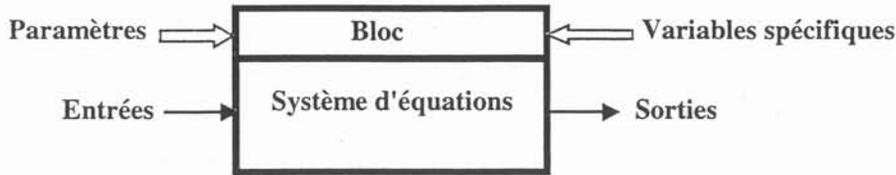


Figure 6. Description générale d'un bloc Matrix.x.

Supposons que nous cherchions le courant  $i(t)$  qui circule dans le circuit de la figure 7 qui comporte une inductance variable au cours du temps.

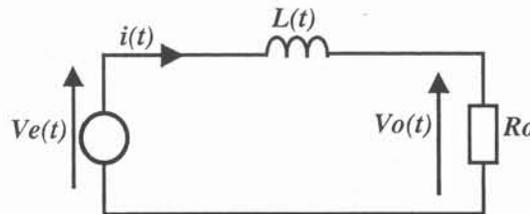


Figure 7. Exemple d'application avec une inductance variable.

L'équation différentielle reliant la tension d'entrée  $V_e(t)$  et le courant  $i(t)$  est (elle sera démontrée dans le chapitre suivant) :

$$V_e(t) = L(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{2} \cdot i(t) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + R_o \cdot i(t)$$

Nous introduisons cette expression dans le bloc, nous choisissons comme entrées la tension  $V_e(t)$  et l'inductance  $L(t)$  et nous définissons les sorties, parmi lesquelles se trouve  $i(t)$ , qui pourront être visualisées à la fin de la simulation.

### 3.3 Les logiciels de type "circuit".

Les logiciels de type "Circuit" tel que Pspice, Saber ou encore Simplorer constituent de puissants outils d'étude des circuits de l'électronique de puissance. Ces moyens de simulation proposent des modèles de composants actifs qui peuvent être associés à des schémas électriques équivalents de composants passifs pour modéliser le comportement temporel des structures de conversion. Pspice est livré avec une imposante bibliothèque de modèles de composants et permet d'étudier des circuits variés jusqu'à leur implantation sur circuit

imprimé. Plus récent, Simplorer propose des ressources similaires auxquelles s'ajoutent certaines fonctionnalités intéressantes comme l'utilisation de graphes d'états et la possibilité d'introduire des lois de commande mathématiquement variées.

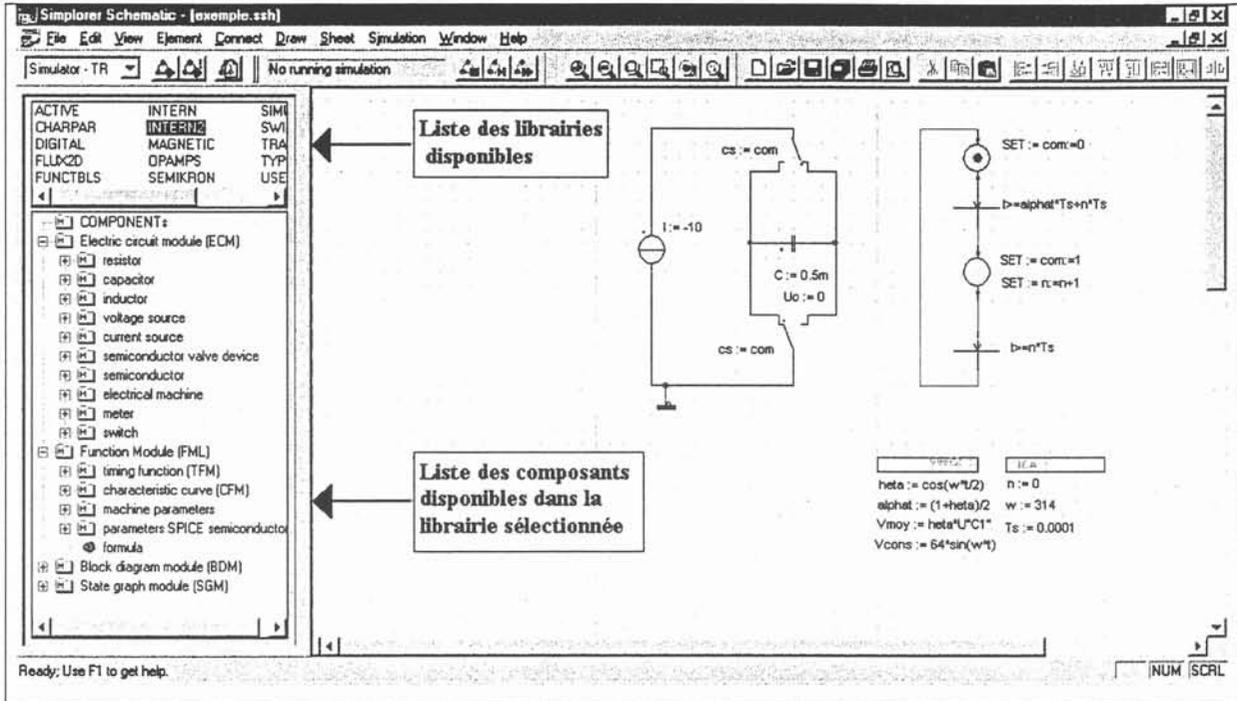


Figure 8. Exemple d'implantation d'un circuit dans Simplorer.

Le lancement de Simplorer se fait dans "Schematic", où nous devons choisir une bibliothèque dans laquelle nous allons sélectionner les composants (figure 8). Quatre familles de composants sont disponibles : les composants de circuits électrique, les fonctions, les composants de blocs-diagrammes, les composants de graphes d'état.

#### 4 CONCLUSION.

Après avoir rappelé les propriétés générales des circuits électriques et leurs principales conséquences, nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux circuits linéaires non-stationnaires et notamment à ceux qui manifestent un comportement périodique. Selon nous, ces circuits sont assez proches des convertisseurs statiques fonctionnant en régime établi, au moins tant qu'on fige la commande de ces derniers.

Le comportement spectral de ces systèmes, confirmé par l'exemple de la conversion AC-

AC à fréquence variable, nous a conduit à proposer l'introduction d'un nouveau composant : "le modulateur sans pertes". Nous espérons, grâce à lui, simplifier la représentation des convertisseurs statiques et la ramener, pour une large part des études initiales, à un assemblage de modulateurs sans pertes, d'inductances, de transformateurs et de condensateurs.

Tant que nous étudierons un assemblage de modulateurs sans pertes et d'éléments réactifs, nous nous aiderons du logiciel mathématique Matrix.x. En revanche, durant la phase suivante de l'étude où l'on envisagera la commande d'interrupteurs idéaux par des lois temporelles parfois complexes, c'est le logiciel Simplorer qui sera exploité. C'est finalement sur ces deux logiciels que reposeront la plupart de nos simulations.



# ***Chapitre 2***

***Réalisation des modulateurs sans pertes. Inductances et Capacités modulées.***



# REALISATION DES MODULATEURS SANS PERTES. INDUCTANCES ET CAPACITES MODULEES

## 1 INTRODUCTION.

Au cours du premier chapitre, nous avons introduit, dans le but de simplifier la représentation schématique des circuits de l'électronique de puissance, un nouvel élément appelé "modulateur sans pertes". Nous allons maintenant nous intéresser à sa réalisation pratique. L'exemple de la conversion AC-AC avec changement de fréquence a montré l'intervention d'un modulateur sans pertes élémentaire. Le rapport de modulation  $\eta(t)$  de celui-ci prenait périodiquement trois valeurs : -1, 0, +1. Nous envisageons maintenant la réalisation d'une fonction plus complexe, dont le rapport de modulation peut varier continûment au cours du temps entre plus et moins l'infini.

Dans un premier temps, nous allons chercher comment réaliser cette fonction en employant les techniques de l'électronique de puissance, c'est-à-dire essentiellement le découpage. Nous recenserons les possibilités en rapprochant cette étude de celle des hacheurs.

Dans un second temps, afin de nous familiariser avec ces dispositifs, nous étudierons le comportement, vu du primaire, d'un modulateur sans pertes chargé par une inductance ou un condensateur. Les propriétés de ces circuits élémentaires sont si surprenantes que nous leur avons donné un nom spécifique : nous parlons "d'inductance modulée", de "capacité modulée" ou, plus généralement, de "dipôle réactif modulé". Trois applications seront présentées pour en illustrer l'originalité et l'intérêt.

## 2 RECENSEMENT DES STRUCTURES DE MODULATION.

### 2.1 Hachage et filtrage.

#### 2.1.1 L'exemple du hacheur série.

Dans la suite,  $\alpha$  est la fraction de temps passée dans la configuration 1, repérée sur les circuits. Le hacheur série (figure 1) est connu pour multiplier la tension d'entrée par un rapport  $\alpha < 1$ . Pour autant, on ne peut pas le considérer comme un modulateur sans pertes de

rapport  $\eta = \alpha$ , car le courant d'entrée et la tension de sortie sont profondément découpsés, ce qui n'est pas conforme à la définition de notre modulateur.

En fait, parler d'une multiplication par  $\alpha$  suppose que l'on effectue une moyenne temporelle, au moins sur une période de découpage. Il apparaît en effet (figure 1) que si la tension d'entrée est continue, la tension de sortie moyenne s'en déduit en la multipliant par  $\alpha$  et que le même rapport lie le courant moyen d'entrée au courant continu de sortie.

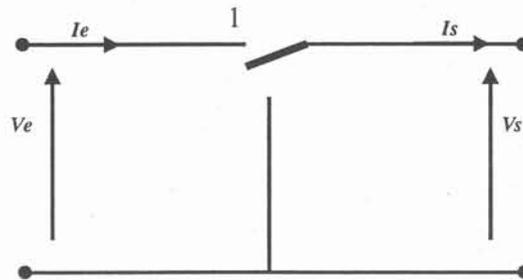


Figure 1. Hacheur série : circuit de base.

Si des filtres appropriés éliminent, ou réduisent à un niveau acceptable, les ondulations de découpage sans modifier les valeurs moyennes, la fonction assurée par ce hacheur est proche de celle d'un transformateur idéal. Si, en outre, la fréquence de découpage est suffisamment élevée, les filtres peuvent éliminer les résidus de découpage tout en laissant passer des fréquences basses et moyennes. Le raisonnement mené ci-dessus pour des sources continues s'étend alors à des signaux variables mais pas trop rapides et, avec  $\alpha$ , le rapport du transformateur idéal peut varier dans le temps : c'est un modulateur sans pertes.

### 2.1.2 Le choix des filtres.

Pour éviter les pertes et préserver la simplicité, nous optons pour des filtres passe bas L-C du second ordre. Attention : suivant le cas, c'est la tension qui doit être filtrée ou le courant. Si l'inductance est toujours introduite en série et la capacité en parallèle, cette dernière sera placée, par rapport à l'inductance, vers l'extérieur du montage pour filtrer la tension, et vers l'intérieur pour filtrer le courant (figure 2). Le hacheur est ainsi relié à l'inductance du filtre, du côté où il était relié à une source de courant et réciproquement.

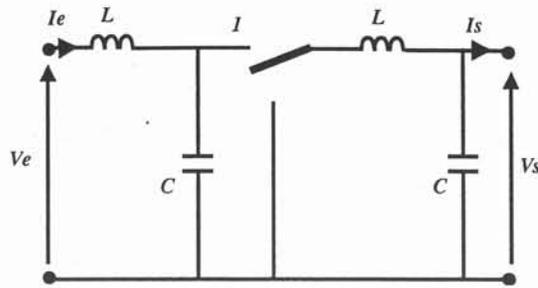


Figure 2. Modulateur sans pertes réalisé avec un hacheur série et des filtres.

Suivant la nature de la source ou de la charge et/ou les exigences concernant la propreté des signaux, certains composants de filtrage s'avèrent inutiles et, suivant l'application visée, le recours à des interrupteurs bidirectionnels n'est pas toujours nécessaire. Parfois, une simple diode suffit à remplir la fonction d'un interrupteur. Ces préoccupations sont ici prématurées mais il ne faudra pas les oublier au moment de concevoir le circuit électronique.

## 2.2 Hacheurs à transfert direct.

Convenablement filtrés, tous les hacheurs sont utilisables. Dans ce paragraphe, le rapport  $\eta(t)$  est toujours calculé en supposant que la sortie du montage est à droite.

### 2.2.1 Hacheurs simples.

Ces deux hacheurs élémentaires ne sont pas très différents l'un de l'autre. Sur la figure 3 il apparaît clairement que le passage de l'un à l'autre se résume à l'échange de l'entrée et de la sortie. En conséquence, les rapports de modulations associés sont inverses l'un de l'autre.

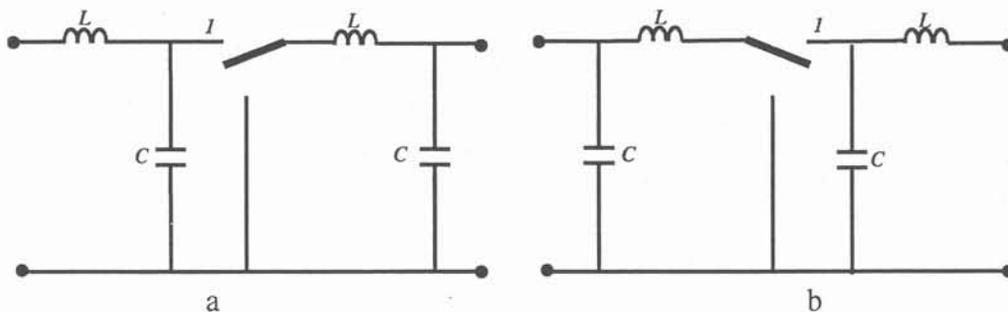


Figure 3. Modulateurs basés sur des hacheurs simples.

a) Hacheur série (Buck) :  $\eta = \alpha < 1$ , b) Hacheur parallèle (Boost) :  $\eta = 1 / \alpha > 1$ .

2.2.2 Hacheurs en pont.

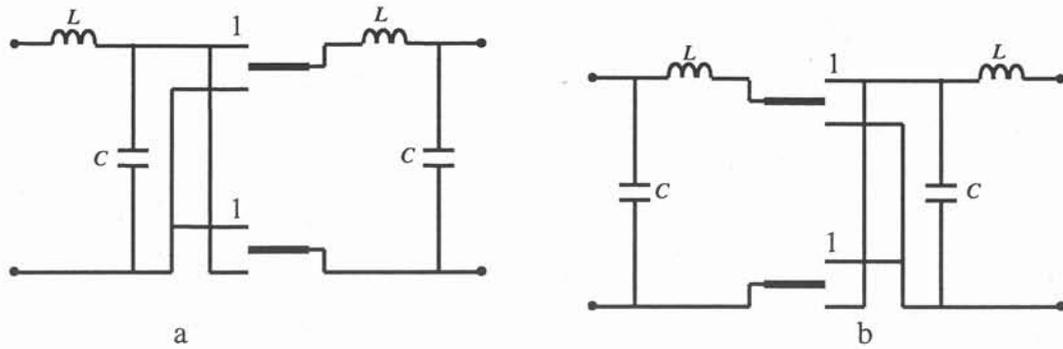


Figure 4. Modulateurs basés sur des ponts. a) redresseur de tension :  $\eta = 2 \cdot \alpha - 1$  ( $|\eta| < 1$ ), b) redresseur de courant :  $\eta = 1 / (2 \cdot \alpha - 1)$ , ( $|\eta| > 1$ ).

Le montage en pont présente la particularité d'offrir un rapport dont le signe peut changer au cours du temps. Il sera parfois utilisé, sans filtres, uniquement dans ce but. Cependant, muni des filtres adéquats, il procure un rapport qui peut varier continûment et changer de signe au cours du temps.

2.3 Hacheurs à accumulation

2.3.1 Hacheurs à accumulation inductive.

Ces hacheurs ont été conçus pour relier deux sources de tension. Le courant de l'inductance  $L$  est orienté vers l'entrée pendant une fraction  $\alpha$  du temps et vers la sortie pendant le reste du temps. Le rapport de ces deux courants et donc celui de modulation s'en déduit immédiatement. Soulignons que le premier montage (figure 5a) est inverseur ( $\eta < 0$ ).

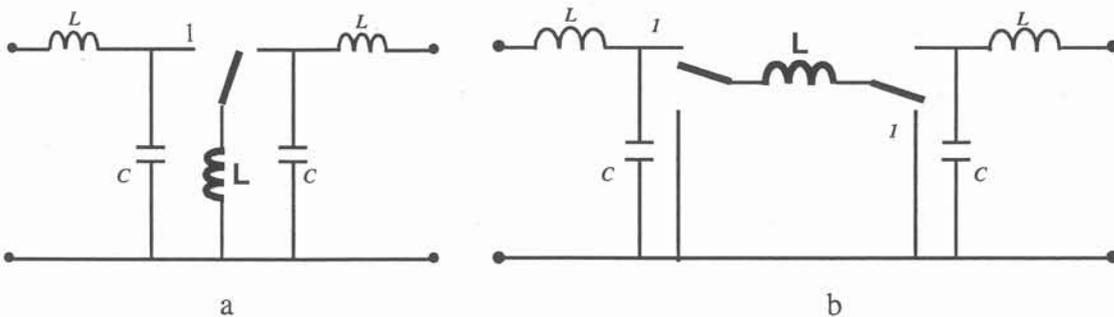


Figure 5. Modulateurs basés sur des hacheurs à accumulation inductive. a) Inverseur :  $\eta = - \alpha / (1 - \alpha)$ , b) Non inverseur :  $\eta = \alpha / (1 - \alpha)$ .

**2.3.2 Hacheurs à accumulation capacitive.**

Par dualité avec les montages précédents, c'est ici la capacité de stockage **C** qui est connectée pendant une fraction  $\alpha$  du temps vers la sortie et pendant le reste du temps vers l'entrée. Le rapport de modulation se déduit ici simplement du rapport des tensions moyennes.

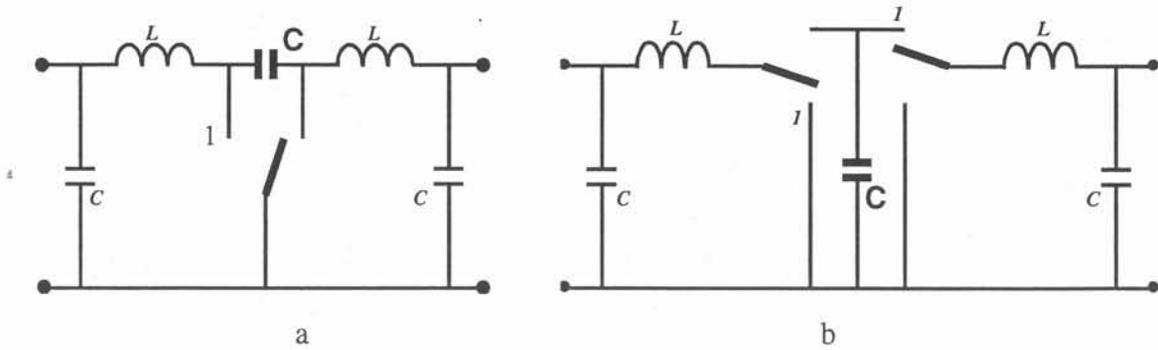


Figure 6. Modulateurs basés sur des hacheurs à accumulation capacitive.  
 a) Inverseur (Cuk) :  $\eta = -\alpha / (1 - \alpha)$ , b) Non inverseur :  $\eta = \alpha / (1 - \alpha)$ .

**2.3.3 Précautions d'emploi.**

Par nature, tous les hacheurs à accumulation utilisent au moins un élément réactif mais, dans la plupart des cas pratiques, l'énergie stockée dans cet élément est négligeable devant celle qui transite par le hacheur pendant une période des signaux d'entrée ou de sortie. En revanche, il est indispensable de veiller au respect de deux règles que ces raisonnements placent en arrière plan. Tout d'abord, la continuité du courant d'une inductance et de la tension d'une capacité demeurent incontournables. Ensuite, pour atteindre un régime établi, la tension moyenne aux bornes d'une inductance et le courant moyen dans un condensateur doivent être nuls. Le respect de ces règles sera illustré dans la partie 3 de ce chapitre.

**2.4 Hacheurs à isolation galvanique.**

Lorsqu'une isolation galvanique est indispensable, l'usage d'un transformateur s'impose. Bien que d'autres technologies apparaissent, nous ne parlons ici que du transformateur magnétique. Un hacheur étant censé fonctionner avec des sources continues, le transformateur introduit doit être soumis à la fréquence de découpage, si bien que deux interrupteurs au moins, un au primaire, un au secondaire, sont nécessaires pour contrôler le montage.

Deux montages, fréquemment utilisés pour réaliser des convertisseurs AC-DC à absorption sinusoïdale, incluent un transformateur d'isolation. Son rapport de transformation

est un degré de liberté supplémentaire pour accéder au rapport de modulation requis. En première approximation, le forward peut être regardé comme une variante du hacheur série, tandis que le flyback (figure 7) est apparenté au hacheur à accumulation inductive. Le rapport de modulation procuré par ce montage, tant que ses interrupteurs sont synchrones met en évidence cette ressemblance.

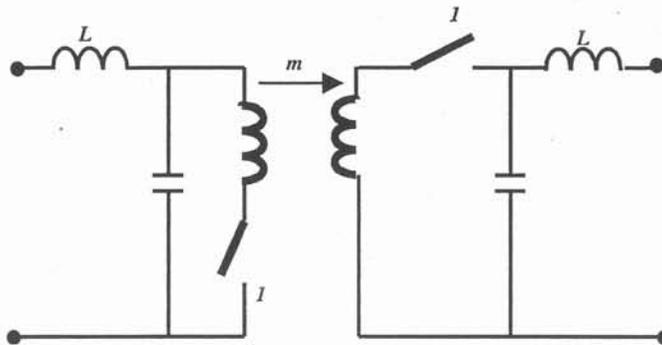


Figure 7. Modulateur sans perte basé sur un flyback.  $\eta = \pm m \cdot \alpha / (1 - \alpha)$ . Cette valeur de  $\eta$  ne vaut que si les deux interrupteurs sont entièrement synchrones.

En pratique, le transformateur, qui assure le transfert par accumulation inductive, n'est jamais relié aux deux sources simultanément. Il peut cependant n'être connecté à aucune des sources lorsque son énergie stockée est nulle. La période de découpage se décompose alors en trois phases successives et deux rapports cycliques doivent être définis, ce qui complique un peu l'expression de  $\eta$ . Pour représenter ce fonctionnement, il est possible de faire suivre le hacheur à accumulation inductive par un hacheur parallèle.

D'une manière générale, dès qu'un transformateur est exploité au sein d'un hacheur, les précautions évoquées au sujet des hacheurs à accumulation inductive sont de mise. En particulier, la démagnétisation de ce composant ne doit jamais être perdue de vue. En contrepartie, le couplage de deux enroulements participant au filtrage peut s'avérer très bénéfique pour réduire certains bruits de découpage [Ferrieux-L].

Finalement, les hacheurs incluant des enroulements couplés constituent un terrain d'investigation très large sur lequel de nombreux travaux ont déjà été conduits. Il aurait été utile d'en faire la synthèse avec le regard différent que nous leur portons ici. Faute de temps, cette étude n'a pas été faite. Néanmoins, un montage flyback sera mis en œuvre dans une de nos applications.

## 2.5 Critères de choix.

Le panorama dressé ci-dessus est probablement incomplet. Nous n'avons pas cherché, par exemple, toutes les possibilités offertes par un transformateur. Nous n'avons pas non plus regardé s'il était possible d'utiliser un ensemble L-C comme réservoir d'énergie. Cependant, les possibilités évoquées sont déjà suffisamment nombreuses pour connaître l'embarras du choix. Sans être exhaustifs, nous dégageons maintenant quelques points de repère susceptibles de guider le lecteur.

Le plus important est que le modulateur puisse remplir sa fonction, ce qui suppose qu'au cours du temps  $\eta(t)$  puisse accéder aux valeurs requises. Remarquons pour commencer que, même si deux des montages présentés sont inverseurs, tous, sauf les hacheurs en pont, procurent un rapport de modulation de signe fixe. Ainsi, dès qu'une application nécessite un signe variable dans le temps, un pont d'interrupteurs doit être exploité : soit directement pour effectuer le hachage (figure 4), soit connecté en cascade avec un autre hacheur, pour n'assurer que le changement de signe. Dans ce dernier cas, sa fréquence de commande est beaucoup plus proche de celle des signaux extérieurs de puissance que de celle de découpage car, lorsqu'il est utile, le changement de signe est requis seulement un petit nombre de fois par période basse fréquence.

D'autre part, le rapport de modulation des hacheurs simples est borné : vers les fortes valeurs pour certains, vers les faibles valeurs pour les autres. Si, au cours de la période basse fréquence,  $|\eta(t)|$  doit se rapprocher de zéro et de l'infini, il faut obligatoirement faire appel à un hacheur à accumulation. Notons que, pour respecter les contraintes auxquelles sont soumis ces hacheurs, il est parfois utile de modifier le signe simultanément à l'entrée et à la sortie du hacheur ce qui, bien sûr, n'a aucune incidence sur  $\eta(t)$  (paragraphe 3.4).

Après s'être assuré de la faisabilité, plusieurs montages parfois restent en compétition. Des critères plus technologiques ou plus économiques doivent alors être pris en compte. Par exemple, si un modulateur doit constamment débiter dans une inductance, un montage initialement prévu pour débiter dans une source de courant demandera probablement un filtrage de sortie plus simple. Soulignons cependant que la nature des sources connectées (de tension ou de courant) permet rarement d'éliminer une solution. N'oublions pas en effet qu'une source de tension se transforme en une source de courant par le simple ajout d'une petite

inductance en série. Parfois, un rapport de modulation différent amène à choisir différemment la valeur d'une inductance ou d'une capacité. Il faut alors dimensionner les composants dans les deux cas et comparer les résultats. La complexité des interrupteurs nécessaires (bidirectionnalité) et leur nombre peuvent également être mis en avant au moment de choix.

### 3 LES DIPOLES REACTIFS MODULES.

#### 3.1 Relations courant-tension des inductances et capacités modulées.

Lorsque le secondaire d'un modulateur sans pertes est chargé par une impédance, son primaire se présente comme un dipôle que nous qualifions de modulé. Bien évidemment, si la charge est purement réactive, le dipôle n'engendre aucune perte. C'est le cas des deux dipôles modulés élémentaires : l'inductance modulée et la capacité modulée.

##### 3.1.1 Inductance et rapport de modulation constant.

Etablissons maintenant la relation courant-tension d'une inductance modulée. Ce dispositif est composé d'un modulateur sans pertes et d'une inductance connectée à son secondaire (figure 8). L'inductance modulée apparaît entre les bornes du primaire.

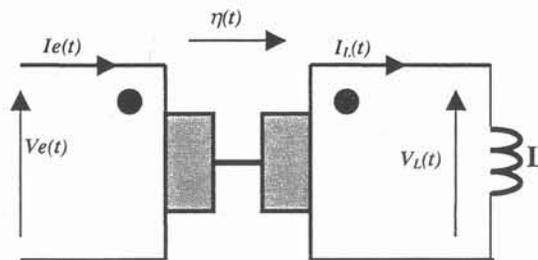


Figure 8. Représentation d'une inductance modulée.

Rappelons que le modulateur sans pertes se caractérise, par définition, par les deux équations suivantes.

$$V_L(t) = \eta(t) \cdot V_e(t) \quad I_e(t) = \eta(t) \cdot I_L(t)$$

Lorsque le rapport de modulation  $\eta$  est constant, la tension d'entrée s'exprime simplement en fonction du courant d'entrée. En joignant la relation caractéristique de l'inductance à celles du modulateur, il vient :

$$V_L(t) = L \cdot \frac{dI_L(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad V_e(t) = \frac{1}{\eta} \cdot L \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{I_e(t)}{\eta} \right) = \frac{L}{\eta^2} \cdot \frac{dI_e(t)}{dt}$$

Comme prévu, on retrouve l'inductance ramenée au primaire d'un transformateur :

$$L_e = \frac{L}{\eta^2} \tag{1}$$

### 3.1.2 Inductance modulée

C'est le cas intéressant. Puisque le rapport de modulation dépend du temps, l'inductance aussi. Afin d'étudier ce nouveau composant, il faut maintenant définir ce qu'est l'inductance dans ce cas. Si on veut garder l'expression (1) de l'inductance ramenée au primaire lorsque le rapport est fixe, il faut poser :

$$L_e(t) = \frac{L}{\eta^2(t)} \tag{2}$$

Il s'avère que cette relation est cohérente avec la définition énergétique de l'inductance variable. En effet, si on impose à l'énergie stockée par l'inductance variable de s'écrire sous la même forme que celle d'une inductance fixe, il vient :

$$W_m(t) = \frac{1}{2} L \cdot I_L^2(t) = \frac{1}{2} L_e(t) \cdot I_e^2(t) \Rightarrow L_e(t) = L \cdot \left( \frac{I_L(t)}{I_e(t)} \right)^2 = \frac{L}{\eta^2(t)} \tag{3}$$

Grâce à cette définition et au fait que l'énergie stockée est toujours positive, l'inductance  $L_e(t)$  est, à chaque instant, positive.

Nous pouvons maintenant établir la relation cherchée. Elle s'obtient comme indiqué au paragraphe précédent mais il faut prendre garde à la variation de  $\eta(t)$  au moment de calculer la dérivée.

$$V_e(t) = \frac{1}{\eta(t)} \cdot L \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{I_e(t)}{\eta(t)} \right) = \frac{L}{\eta(t)} \left[ \frac{dI_e(t)}{dt} \cdot \frac{1}{\eta(t)} + I_e(t) \frac{-1}{\eta^2(t)} \cdot \frac{d\eta(t)}{dt} \right]$$

soit :

$$V_e(t) = \frac{L}{\eta^2(t)} \cdot \frac{dI_e(t)}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\eta^2(t)} \right) \cdot I_e(t)$$

Grâce à la définition (2) de l'inductance, cette relation admet une écriture plus concise :

$$V_e(t) = L_e(t) \cdot \frac{dI_e(t)}{dt} + \frac{1}{2} \cdot I_e(t) \cdot \frac{dL_e(t)}{dt} \quad (4)$$

La dissymétrie des rôles de L et de I dans cette relation peut surprendre. Pour justifier cette relation d'une manière plus "physique", il faut imaginer un dispositif dont on peut modifier l'inductance à tout moment, y compris lorsqu'un courant circule à l'intérieur, sans fournir de travail mécanique. Nous ne l'avons pas encore (?) trouvé. Le calcul ci-dessous est cependant rassurant. Il montre que la puissance déduite de (4) est exactement celle qu'il faut pour modifier l'énergie magnétique. En effet, la dérivée de l'énergie  $W_m(t)$  s'écrit :

$$\frac{dW_m(t)}{dt} = P(t) = \frac{1}{2} \frac{dL_e(t)}{dt} \cdot I_e^2(t) + L_e(t) \cdot I_e(t) \cdot \frac{dI_e(t)}{dt}$$

et, comme il se doit, cette expression coïncide avec le produit  $V_e(t) \cdot I_e(t)$ .

### 3.1.3 Capacité modulée.

La relation tension-courant de ce dipôle s'obtient comme la précédente. Nous ne mentionnons que les principaux résultats. Nous définissons la capacité variable par l'expression de son énergie, si bien que la capacité vue de l'entrée du modulateur vaut :

$$C_e(t) = \eta^2(t) \cdot C \quad (5)$$

Grâce à cette définition, la relation tension-courant prend une forme simple :

$$I_e(t) = C_e(t) \cdot \frac{dV_e(t)}{dt} + \frac{1}{2} \cdot V_e(t) \cdot \frac{dC_e(t)}{dt} \quad (6)$$

Ces relations courant-tension, plus compliquées que celles caractérisant les composants standards, sont peu utilisées en pratique. Les raisonnements énergétiques qui, rappelons-le, sont équivalents, sont plus faciles à mettre en œuvre et ils conduisent à des conclusions plus faciles à interpréter.

## 3.2 Filtrage AC-DC par inductance modulée.

### 3.2.1 Etude énergétique.

Avant de découvrir les propriétés les plus surprenantes des dipôles réactifs modulés, appliquons nos nouvelles connaissances à un problème simple : celui du filtrage d'une tension sinusoïdale redressée en vue de l'obtention d'une sortie continue. Disposer d'une inductance qui varie au cours du temps contraint à aborder différemment ce problème bien connu. Il ne

s'agit plus de chercher une valeur unique, il faut trouver la valeur idéale de l'inductance modulée (figure 9) à chaque instant.

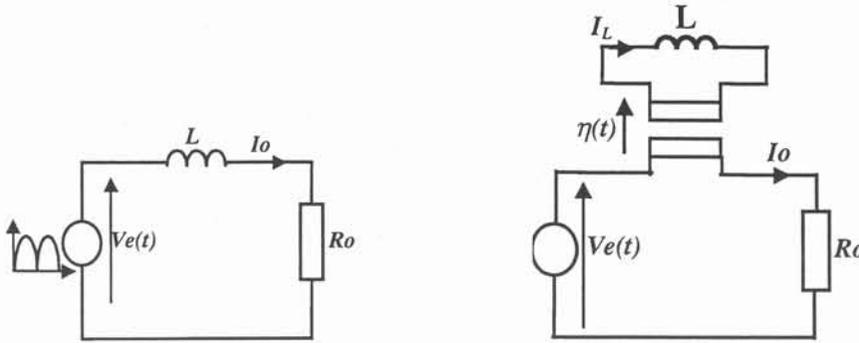


Figure 9 : Filtre simple et filtre à inductance modulée.

Pour les applications numériques, nous supposons que le montage est alimenté par le réseau 50 Hz redressé, que l'amplitude  $V_m$  de cette sinusoïde fait 100 V et que la charge est une résistance  $R_o$  de 10  $\Omega$ .

En régime établi la puissance moyenne délivrée à l'inductance modulée est nulle (celle-ci ne dissipe pas) et le courant qui la traverse est constant. Il en résulte que la tension moyenne aux bornes de l'inductance modulée est nulle et que, comme pour le filtre L-R traditionnel, la tension de sortie est égale à la moyenne de la tension d'entrée :

$$V_o = R_o \cdot I_o = \frac{2}{\pi} \cdot V_m \tag{7}$$

D'autre part, en régime établi, la puissance instantanée fournie à l'inductance s'écrit :

$$P(t) = I_o \cdot (V_e(t) - R_o \cdot I_o) \tag{8}$$

En intégrant cette quantité, nous trouvons, à une constante additive près, l'énergie stockée par l'inductance  $L$  puisque aucune puissance n'est perdue dans le coupleur. Attention, les expressions données ci-dessous pour l'énergie ne sont valables que de 0 à  $T/2$ . En dehors de cet intervalle, il faut les prolonger par périodicité, en utilisant la fonction modulo.

$$W(t) = \left( I_o \cdot \int V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt \right) - R_o \cdot I_o^2 \cdot t \tag{9}$$

Pour que cette énergie puisse être emmagasinée dans un élément réactif, elle doit être positive. Il faut donc ajuster la constante additive d'intégration pour obtenir ce résultat. La fonction périodique  $W(t)$  est extremum lorsque la puissance est nulle, c'est-à-dire lorsque la

tension d'entrée est égale à celle de sortie. Le calcul de l'énergie à ces instants permet de trouver la valeur minimum atteinte par la fonction. Pour que  $W(t)$  soit constamment positive, il suffit d'ajouter à l'expression (9) une constante  $k$  au moins égale au minimum (changé de signe) évalué ci-dessous. On obtient alors l'énergie totale instantanée stockée dans l'inductance  $L$ . Cette énergie s'exprime simplement en fonction du courant  $I_L$  :

$$W(t) = P_o \cdot \frac{T}{4} \cdot \left[ k - \frac{4 \cdot t}{T} - \cos(\omega \cdot t) \right] = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2_L \tag{10}$$

où 
$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2} + \frac{2}{\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right)$$

La valeur de l'inductance modulée à chaque instant se déduit de la définition de l'énergie.

$$L_e(t) = 2 \cdot \frac{W(t)}{I_o^2} = R_o \cdot \frac{T}{2} \cdot \left[ k - \frac{4 \cdot t}{T} - \cos(\omega \cdot t) \right] \tag{11}$$

Sa variation temporelle (figure 10) montre une grande régularité et sa valeur atteint 42,1 mH au maximum. Pour cette application où  $I_o$  est constant, un choix différent de la constante ajoutée à l'énergie mène à une inductance qui diffère de celle tracée par une valeur indépendante du temps. Enfin, le rapport des courants  $I_o = \eta(t) \cdot I_L$  mène à l'expression du rapport de modulation  $\eta(t)$  permettant ce fonctionnement idéal :

$$\eta(t) = \sqrt{2 \cdot \frac{L}{R_o} \cdot \frac{1}{T} \frac{1}{\sqrt{1 + k - \frac{4 \cdot t}{T} - \cos(\omega \cdot t)}}} \tag{12}$$

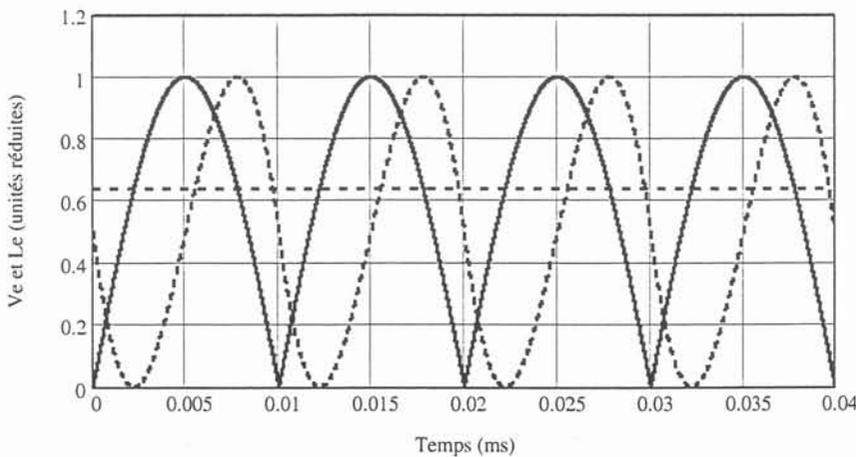
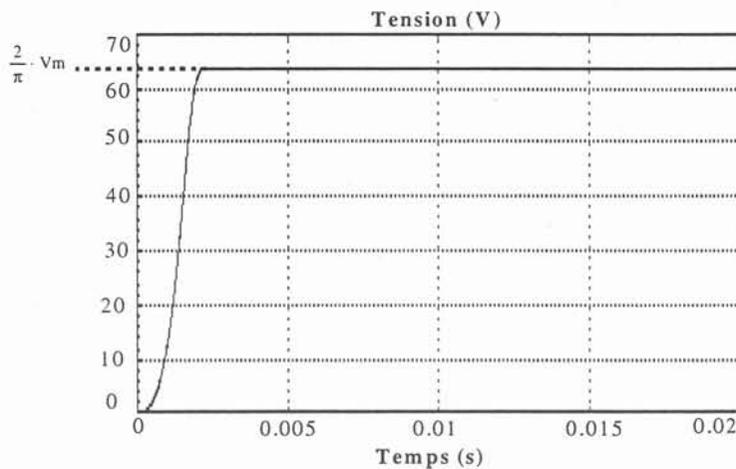


Figure 10. Variation de l'inductance modulée (tirets courts, 42,1 mH max) au cours du temps. Tension d'entrée (trait plein),  $V_o = V_{emoy}$  (tirets mixtes).

Attention, du fait que  $L_e(t)$  dépend de  $L$  par l'intermédiaire de  $\eta^2(t)$  le signe de  $\eta(t)$  est indéterminé. Il est possible de multiplier la fonction (12), sans incidence sur la valeur de  $\eta^2(t)$ , par une fonction qui, selon le moment, vaut  $+1$  ou  $-1$ . Pour choisir ce signe, il faut faire appel directement au rapport des tensions ou des courants. Nous avons vu qu'ici la tension moyenne aux bornes de l'inductance modulée est nulle. Nous le vérifierons au paragraphe 3.3, ceci n'est pas une obligation. En revanche, en régime périodique établi, la valeur moyenne du produit  $V_e(t).\eta(t)$  doit être nulle puisqu'elle est appliquée à une inductance normale. Dans certaines situations, les contraintes de ce type imposent des changements de signe à  $\eta(t)$ .

Avant d'envisager la réalisation pratique, nous avons simulé le fonctionnement de ce dispositif à l'aide du logiciel mathématique Matrix.x dans lequel nous avons introduit la loi de variation temporelle  $\eta(t)$  établie ci-dessus pour le régime établi. Comme prévu, la tension de sortie (figure 11) est rigoureusement constante et égale à  $(2/\pi).V_m$ . Le signal d'entrée étant appliqué à l'origine des temps de la figure, on peut voir que le temps d'établissement est inférieur à 3 ms, ce qui est très court. Nous y reviendrons.



*Figure 11. Allure de la tension de sortie  $V_o$  à la mise sous tension du filtre. Le rapport  $\eta(t)$  appliqué dès le début est celui qui convient au régime établi.*

### 3.2.2 Réalisation par découpage.

Remarquons pour commencer que le modulateur va débiter sur une inductance. En choisissant un hacheur qui débite normalement sur une source de courant, le filtre de sortie pourra probablement être simplifié, voire éliminé. D'autre part, l'expression (12) montre que

$\eta(t)$  peut devenir très grand mais qu'il est borné du côté des faibles valeurs. Cependant, en ajoutant une petite constante à l'énergie pour qu'elle ne revienne pas à zéro, il est possible de borner  $\eta(t)$  également du côté des fortes valeurs. En définitive, les contraintes imposées par ce problème ne sont pas très restrictives.

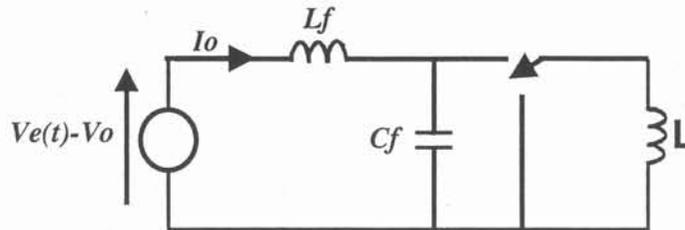


Figure 12. Inductance modulée à hacheur série avec son filtre HF.

Nous essaierons successivement deux montages. D'abord, le hacheur série (figure 12) qui est naturellement adapté au débit sur une inductance. Son rapport de modulation plus petit que 1 peut convenir, moyennant la précaution exposée ci-dessus. Ensuite, le hacheur parallèle (figure 13), dont le rapport de modulation convient mieux mais qui est destiné à débiter sur une source de tension. Ce test permettra de voir dans quelle mesure ce type de solution est viable. Il est clair cependant que, pour obtenir un rapport de modulation supérieur à 1, le hacheur à accumulation capacitive semble plus approprié.

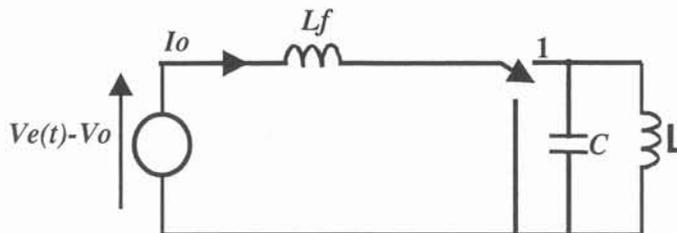


Figure 13. Inductance modulée à hacheur parallèle avec son filtre HF.

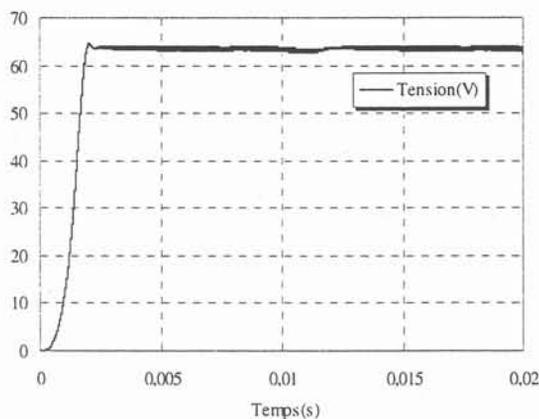
### 3.2.3 Simulation des circuits.

La simulation de ces circuits est faite à l'aide de Simplorer. La fréquence de découpage est fixée à 50 kHz et les éléments sont ajustés pour maintenir les rapports cycliques entre 0,1 et 0,9.

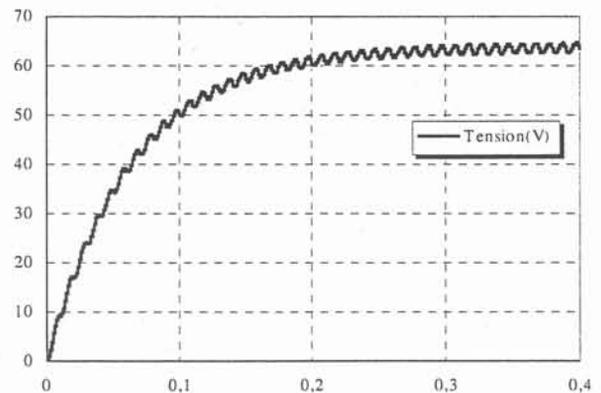
Le schéma complet du dispositif à hachage série s'obtient en remplaçant l'inductance modulée, présente sur la figure 9, par sa réalisation proposée à la figure 12. L'inductance de stockage  $L$  vaut 0,43 mH tandis que le filtre haute fréquence est composé de  $L_f = 250 \mu\text{H}$  et  $C_f = 10 \mu\text{F}$ . Notons que les valeurs des deux inductances ne sont pas directement comparables car elles ne sont pas parcourues par le même courant. Si on se rappelle que l'inductance totale doit varier entre 0 et 42,1 mH environ (figure 10), on constate que  $L_f$  contribue peu au stockage.

La figure 14-a montre la variation de la tension de sortie à la mise en marche du filtre. On constate que la sortie atteint la valeur prévue en 3 ms et qu'elle est polluée par une ondulation résiduelle d'environ 2 V d'amplitude. Signalons aussi que l'inductance  $L$  doit être dimensionnée pour stocker une énergie égale à celle d'une inductance de 42,6 mH parcourue par le courant de charge de 6,37 A soit 0,864 J.

A titre de comparaison, pour parvenir à la même ondulation en intercalant une inductance normale, il faut que celle-ci vaille 640 mH et qu'elle soit dimensionnée pour 12,9 J. La constante de temps qui régit la montée en tension vaut alors 64 ms et il faut bien 300 ms pour que la tension de sortie atteigne sa valeur finale (figure 14-b).



-a- Réalisation par hachage série.



-b- Réalisation par une simple inductance de 640 mH

Figure 14. Tension de sortie à la mise en marche.

Le schéma de la réalisation à hacheur parallèle s'obtient en remplaçant l'inductance modulée de la figure. 9, par le montage de la figure 13. Nous avons conservé la fréquence de découpage (50 kHz) et, pour obtenir la même variation d'inductance que précédemment,

l'inductance de stockage a été portée à 53 mH. La capacité  $C_f$  vaut  $0,2 \mu\text{F}$ . Elle est choisie de manière à limiter la tension aux bornes de  $L$  à une valeur raisonnable sans amener un stockage d'énergie important. Le filtrage HF, plus délicat que dans le cas précédent, est réalisé par une inductance de 2 mH.

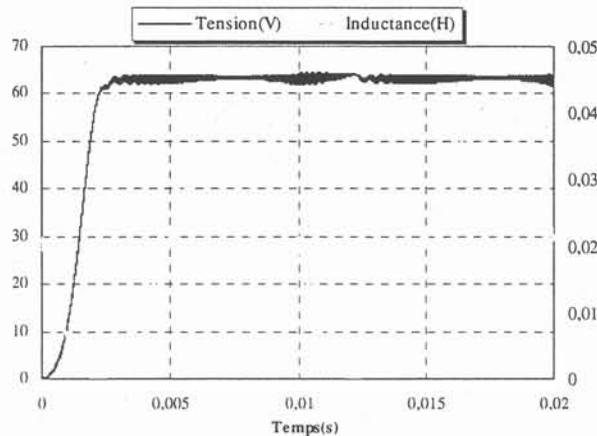


Figure 15. Tension de sortie à la mise en marche. Réalisation par hachage parallèle.

A l'exception de l'ondulation résiduelle haute fréquence qui semble légèrement plus grande pour ce montage, les résultats sont très proches. Comme signalé plus haut, la nature habituelle de la charge du hacheur est une indication importante mais elle ne justifie pas, à elle seule, le retrait d'une solution.

Cet exemple montre qu'un problème de hachage particulier est susceptible de recevoir plusieurs solutions. Non seulement nous en avons testé deux mais nous en avons évoqué une troisième (stockage capacitif) qui aurait mérité une étude approfondie. Sans s'attarder sur le dimensionnement des composants qui sera exposé au chapitre 4, on peut remarquer que les inductances de stockage doivent, dans les deux montages, emmagasiner la même énergie maximum. Cependant, la première le fait sous un courant maximum de 50 A alors que la seconde ne supporte que 5,9 A, ce qui conduit à des réalisations très différentes.

### 3.3 Génération sinusoïdale par une capacité modulée.

L'étude qui suit vise à illustrer l'énorme différence qui distingue le comportement d'une capacité modulée de celui d'une capacité normale. Nous allons montrer, qu'alimentée par un courant continu  $I_0$ , une capacité modulée peut exhiber une tension  $V(t)$  purement sinusoïdale, sans composante continue.

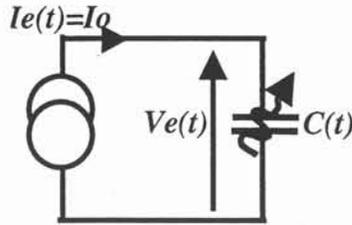


Figure. 16. Capacité modulée soumise à une source de courant constante. L'objectif est d'obtenir une tension sinusoïdale à ses bornes.

### 3.3.1 Etude énergétique.

Pour trouver le rapport  $\eta(t)$  approprié, nous nous appuyons sur le raisonnement énergétique. La tension aux bornes du dipôle est sinusoïdale, de pulsation  $\omega$  :

$$V_e(t) = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (13)$$

Puisque le courant est constant, la puissance introduite dans ce dipôle, de moyenne nulle, s'écrit :

$$P(t) = V_m \cdot I_o \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (14)$$

L'énergie stockée s'en déduit par intégration. Le résultat obtenu étant une fonction cosinus, il est facile de lui ajouter une constante pour rendre cette fonction positive. L'expression de l'énergie, ainsi corrigée, nous livre l'expression du rapport  $\eta(t)$  :

$$W(t) = \frac{2 \cdot V_m \cdot I_o}{\omega} \cdot \sin^2\left(\frac{\omega}{2} \cdot t\right) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \eta^2(t) \cdot V_e^2(t) \quad (15)$$

soit :

$$\eta(t) = \pm \sqrt{\frac{I_o}{V_m \cdot C \cdot \omega}} \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega \cdot t}{2}\right)} \quad (16)$$

Pour parvenir à (16), il est possible de partir de la relation (6) liant la tension et le courant d'une capacité modulée. Puisque la tension et le courant sont connus, une équation linéaire du premier ordre, à coefficients variables, conduit à la fonction  $C(t)$ . Elle se résout à l'aide de la méthode de variation de la constante. La relation (5) conduit alors à  $\eta(t)$  avec la même indétermination du signe.

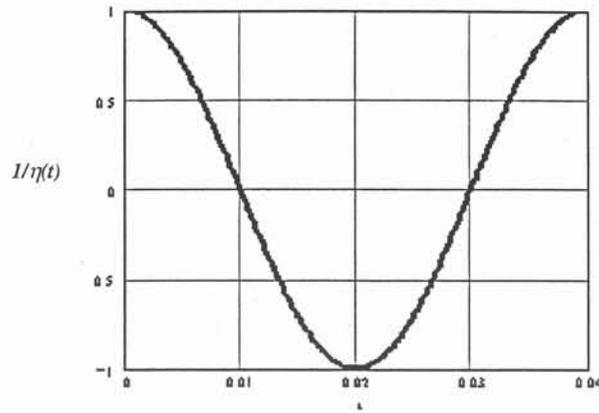


Figure 17. Allure de la variation de  $1/\eta(t)$ . La fonction (16) a été normalisée.

Pour cette application, il est indispensable que le rapport change de signe périodiquement. En effet, pour qu'un régime établi existe alors que le courant d'entrée du modulateur est constant, il est indispensable que la valeur moyenne de  $1/\eta(t)$  soit nulle : c'est la seule façon d'assurer la nullité du courant moyen qui traverse la capacité C. En outre, puisque la tension aux bornes de la capacité modulée est continue, le signe de  $\eta(t)$  ne peut être inversé que lorsque la tension du condensateur est nulle : les instants de changement de signe sont fixés. Dès lors, la fonction  $1/\eta(t)$  est entièrement définie (figure 17).

### 3.3.2 Etude de la réalisation par découpage.

Cette fois, nous cherchons le hacheur prioritairement parmi ceux destinés à débiter sur une source de tension. Ceci dit, il ressort du paragraphe précédent que le signe du rapport de modulation doit changer périodiquement. En conséquence, le modulateur doit faire appel à au moins un pont d'interrupteurs. Dans un premier temps, réservons ce pont au seul changement de signe. Il ne reste plus qu'à générer un rapport égal à  $|\eta(t)|$ .

Sous réserve de choisir C conformément à (17), le rapport de modulation n'est jamais plus petit que 1 : le hacheur parallèle s'impose. Cette affirmation est confortée par le fait que ce hacheur est naturellement adapté à la nature des sources en présence.

$$\sqrt{\frac{I_0}{V_m \cdot C \cdot \omega}} > 1 \Rightarrow C < \frac{I_0}{V_m \cdot \omega} \quad (17)$$

Dès qu'on dispose le hacheur parallèle au milieu du pont, on remarque que toutes les connexions utiles peuvent être assurées par les quatre interrupteurs du pont. En supposant que ceux-ci sont suffisamment rapides pour assurer le découpage haute fréquence, nous adoptons cette stratégie qui n'a rien d'obligatoire.

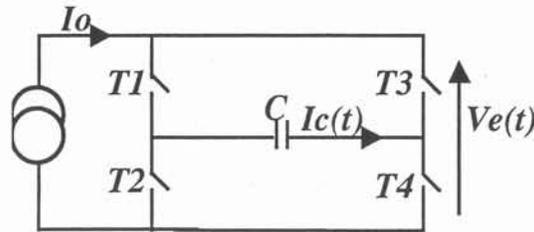


Figure 18. Capacité modulée traversée par un courant  $I_0$  constant. Obtention d'une tension  $V_e(t)$  sinusoïdale.

Dans ces conditions, le fonctionnement du montage (figure 18) se décrit ainsi. Durant une demi-période, T2 est fermé et T4 ouvert. Pendant ce temps, T1 et T3 assurent le hachage parallèle, la fermeture de T3 définissant  $\alpha$ . Au cours de la demi période suivante, T1 est fermé et T3 ouvert et c'est la fermeture de T4 qui définit le  $\alpha$  du hachage parallèle assuré par T2-T4. Si nous excluons l'inversion de signe, assurée par des commutations peu fréquentes, la variation du rapport cyclique (18) qui assure la fonction recherchée se déduit des propriétés du hacheur parallèle :

$$\alpha(t) = \frac{1}{|\eta(t)|} = \sqrt{\frac{V_m \cdot C \cdot \omega}{I_0}} \cdot \left| \cos\left(\frac{\omega \cdot t}{2}\right) \right| \quad (18)$$

Avant de passer à la simulation, il serait dommage de ne pas remarquer que le pont redresseur de courant convient également très bien à cette application. Il est destiné à débiter sur une source de tension, il procure un rapport de modulation de module supérieur à 1 (il faut donc adopter l'inégalité (17)) et il assure lui-même le changement de signe. Son circuit se présente exactement comme le précédent (figure 18) mais la séquence de fonctionnement des interrupteurs est différente. Dans un sens ou dans l'autre, le courant passe en permanence dans le condensateur, soit via T1-T4, soit via T2-T3. Le rapport cyclique  $\alpha$ , qui donne la fraction de temps où le courant emprunte le premier chemin, se déduit du rapprochement du rapport de modulation du pont et de (16).

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{V_m \cdot C \cdot \omega}{I_o}} \cdot \cos\left(\frac{\omega \cdot t}{2}\right) \right) \quad (19)$$

Grâce à l'inégalité (17), cette fonction est, comme il se doit, toujours positive.

### 3.3.3 Simulation des circuits.

Cette étude présente une particularité : aucune perte ne vient amortir le circuit considéré. Le seul espoir de simuler un régime établi réside dans la possibilité de donner aux valeurs initiales celles qu'elles auraient en régime établi et de vérifier que ce régime se maintient pendant quelques périodes. Ainsi, le choix de la tension sinusoïdale est judicieux car il suppose que la capacité est déchargée à l'instant initial. Afin de ne pas compliquer la recherche de ces conditions initiales favorables, nous omettons les filtres haute fréquence. Toutefois, pour lisser les courbes que nous présentons, nous remplaçons le filtrage électronique par une moyenne glissante, calculée après simulation, sur un intervalle égal à une période de découpage. L'efficacité de ce filtrage n'étant pas liée à un rapport de fréquences, nous réduisons la fréquence de découpage de façon à écourter les calculs.

Les simulations sont effectuées, à l'aide de Simplorer, avec les paramètres suivants : courant constant  $I_o = 10$  A, amplitude de la tension  $V_m = 64$  V, fréquence de découpage  $f_d = 10$  kHz, capacité  $C = 450$   $\mu$ F. Grâce à des choix judicieux des éléments, il est possible de maintenir le rapport cyclique entre 0 et 0,9 pour le montage à hacheur parallèle et entre 0,1 et 0,9 pour le montage à redresseur de courant. La réalisation pratique du second montage est donc, sur ce plan, plus accessible.

La figure 19 montre la tension obtenue à l'aide du montage à hacheur parallèle. La tension est bien sinusoïdale et sa période est égale à la moitié de celle du rapport cyclique. Le second montage donne un résultat strictement identique.

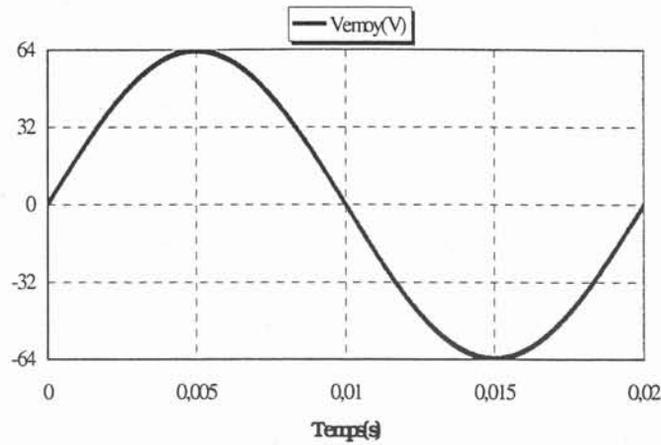


Figure 19. Forme de la tension aux bornes de la capacité modulée.  
Hacheur parallèle plus pont inverseur ou hacheur en pont redresseur de courant.

### 3.4 Comportement inductif d'une capacité modulée.

Nous allons maintenant étudier la possibilité de remplacer une inductance par une capacité. Pour commencer, nous envisageons le remplacement d'une inductance constante en régime sinusoïdal établi.

#### 3.4.1 Etude énergétique.

L'équivalence que nous cherchons à établir est représentée par la figure 20 et nous envisageons les choses d'abord sous l'aspect énergétique.

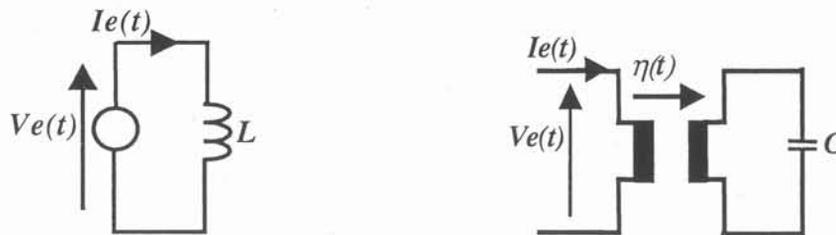


Figure 20. Inductance réalisée par une capacité modulée.

Puisque le comportement du dipôle est inductif, le courant  $I_e(t)$  et la tension  $V_e(t)$  sont liées comme suit :

$$I_e(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \tag{20}$$

$$V_e(t) = V_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{avec :} \quad V_m = I_m \cdot L \cdot \omega \tag{21}$$

Pour que les deux circuits de la figure 20 soient équivalents, les énergies stockées doivent être égales à tout instant :

$$\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_e^2(t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \eta^2(t) \cdot V_e^2(t) \tag{22}$$

Nous déduisons l'expression du rapport de modulation  $\eta(t)$  de (22) :

$$\eta(t) = \pm \frac{\omega_0}{\omega} \cdot \text{tg}(\omega \cdot t) \tag{23}$$

où  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$  (24)

### 3.4.2 réalisation par découpage.

Même si on exploite des ponts pour assurer le changement de signe du rapport de modulation (23), il faudra que celui-ci puisse prendre des valeurs allant de zéro à l'infini. Ce point est déjà très limitatif : il nous oriente vers un montage à stockage.

D'autre part, puisque l'entrée se comporte comme une inductance, il faut pouvoir la connecter à une source de tension. Il en va de même pour la sortie puisque la charge est une capacité. Finalement, le stockage inductif (figure 21) s'impose naturellement.

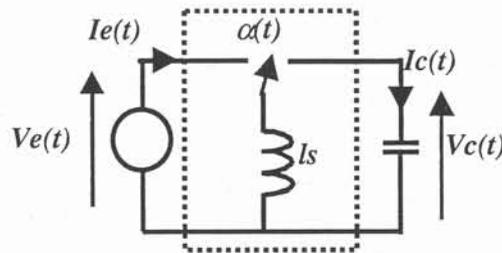


Figure 21. Modulateur à stockage inductif.

Avec les conventions de sens de la figure 21, nous avons :

$$\eta(t) = -\frac{\alpha(t)}{\alpha(t) - 1} \tag{25}$$

soit  $\alpha(t) = \frac{\eta(t)}{\eta(t) - 1}$  (26)

En regroupant (23), (24) et (26), nous accédons à l'expression de  $\alpha(t)$  que nous avons ensuite tracée en fonction de  $t$  (figure 22).

$$\alpha(t) = \frac{1}{1 \pm \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \text{cotg}(\omega \cdot t)} \tag{27}$$

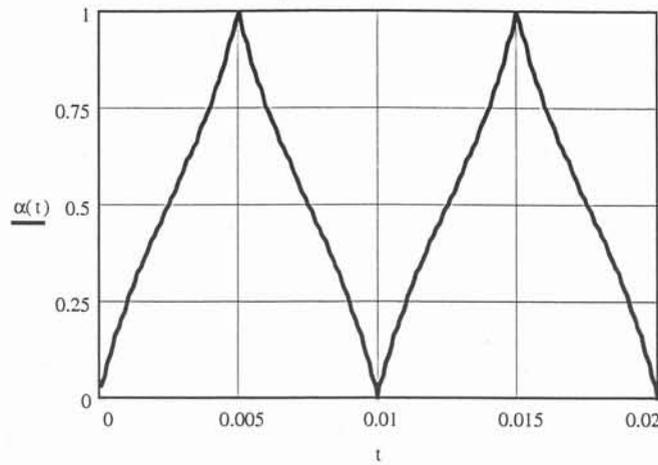


Figure 22. Variation temporelle du rapport cyclique de la structure à stockage inductif.  
Pour ce tracé, nous avons choisi  $\omega_0 = \omega$

Pour le tracé, nous avons supposé que des ponts auxiliaires procuraient le changement de signe. De ce fait, le signe du terme ajouté à 1 au dénominateur de (27) est supposé constamment positif. En outre, nous avons pris  $\omega_0 = \omega$  car cette valeur symétrise bien la courbe mais un choix légèrement différent reste possible. En pratique, ce choix de  $\omega_0$  se fait par l'intermédiaire de C. Selon (24), la valeur à adopter est :

$$C = \frac{1}{L \cdot \omega^2} \quad (28)$$

Afin de choisir le signe de  $\eta(t)$ , il faut revenir aux tensions et aux courants. Nous pouvons, en grande partie, déduire les expressions de  $V_c(t)$  et  $I_c(t)$  du raisonnement énergétique. En effet, puisque :

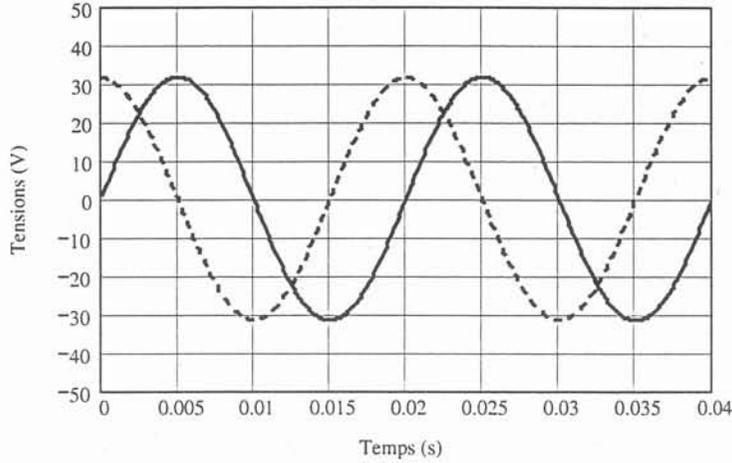
$$W(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_c^2(t) \quad (29)$$

nous trouvons, pour la tension  $V_c(t)$  :

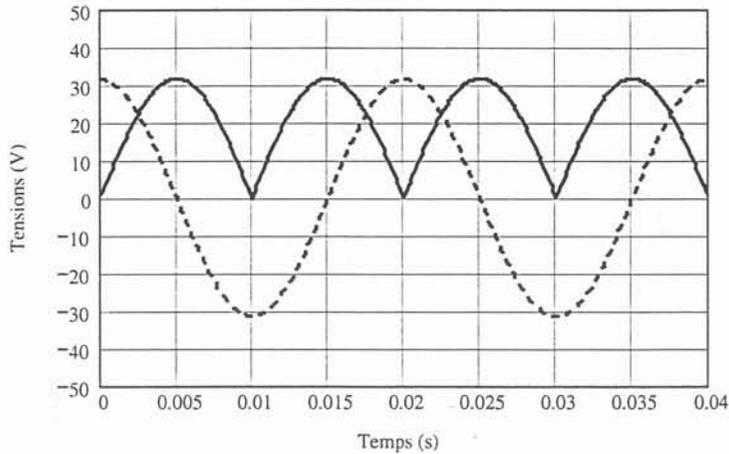
$$V_c(t) = \pm L \cdot \omega_0 \cdot I_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (30)$$

Cette tension est aux bornes d'une capacité, elle ne peut pas changer instantanément. Les changements de signe envisagés par la relation précédente ne peuvent donc se produire qu'aux passages par zéro de cette tension. Nous devons donc envisager, pour  $V_c(t)$ , deux formes d'ondes distinctes : sinusoïdale ou sinusoïdale redressée. Dans les deux cas on peut encore multiplier la courbe entière par  $-1$ , ce qui conduit à quatre possibilités. En réalité, seule les deux premières donnent des résultats distincts.

L'examen des tensions d'entrée et de sortie du modulateur montre que le signe de  $\eta(t)$  doit changer 4 fois par période si la capacité est soumise à une tension bipolaire (figure 23), deux fois si elle ne supporte qu'une tension positive (figure 24). Rappelons en effet que le hacheur choisi inverse la tension en permanence.



**Figure 23. Tensions d'entrée (tirets) et de sortie (trait plein) du modulateur. Capacité soumise à une tension bipolaire.**



**Figure 24. Tensions d'entrée (tirets) et de sortie (trait plein) du modulateur. Capacité soumise à une tension positive.**

D'autre part, les hacheurs à accumulation exigent quelques ménagements particuliers. L'énergie qu'ils stockent est souvent du même ordre que celle accumulée par les composants des filtres haute fréquence : lors d'une première étude, elle peut être négligée. En revanche, les règles élémentaires de l'électronique de puissance suggèrent de ne pas chercher à faire varier brusquement le courant traversant cette petite inductance.

D'après la remarque précédente, il est recommandé d'inverser les courants du hacheur aux instants où ceux-ci s'annulent. Ceci suggère de jouer sur un pont placé à l'entrée pour modifier le signe aux instants 0, 10, 20 ms et sur un autre, placé à la sortie, pour le modifier aux instants 5, 15, 25 ms. En conséquence, pour obtenir un changement de signe toutes les 5 ms, il faut commander alternativement les deux ponts à 50 Hz (figure 25). Par ailleurs, pour que la tension aux bornes du condensateur reste positive, il faut que son courant subisse une discontinuité à 0, 10, 20 ms. Cette discontinuité ne peut être due qu'au pont de sortie. Celui-ci doit donc commuter aussi à ces instants, ce qui lui impose une fréquence de 100 Hz (figure 26).

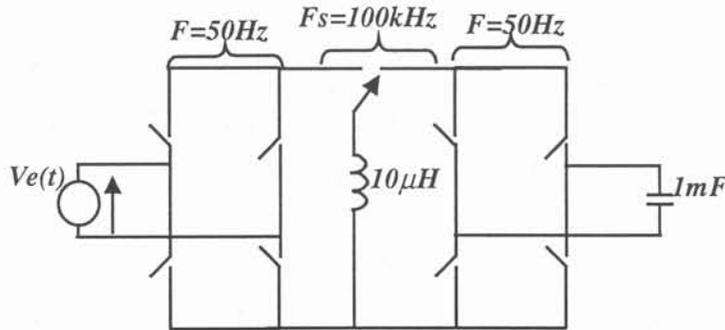


Figure 25. Structure à stockage inductif avec deux ponts inverseurs, tension sinusoïdale aux bornes de la capacité.

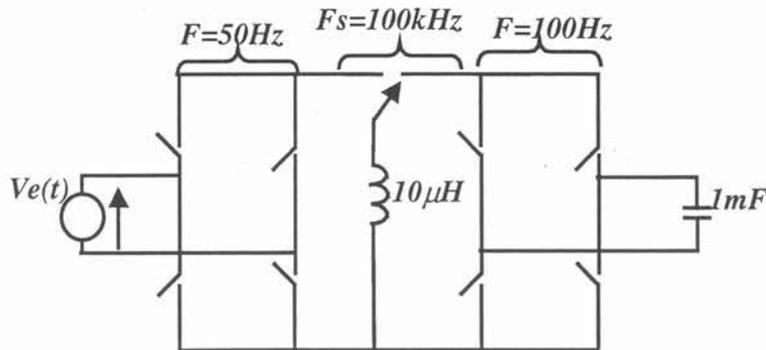


Figure 26. Structure à stockage inductif avec deux ponts inverseurs, tension sinusoïdale redressée aux bornes de la capacité.

### 3.4.3 Simulation des circuits.

Cette fois encore, aucune résistance n'amortit ce circuit et aucun asservissement ne le fait converger vers un état stable. C'est pour éviter que le transitoire ne s'éternise, que nous avons choisi la phase du courant qui traverse le dipôle : l'énergie stockée à l'instant initial est

nulle. Comme pour le montage précédent, nous avons remplacé le filtrage électronique par une moyenne glissante calculée sur une période de découpage. Ce problème ne se retrouve pas dans un montage réel dont les circuits sont amortis naturellement.

La simulation de ce circuit sur Simplorer, a été menée avec les paramètres suivants : inductance à simuler  $L = 10 \text{ mH}$ , amplitude du courant d'entrée  $I_m = 10 \text{ A}$ , fréquence de découpage  $F_s = 100 \text{ kHz}$ , capacité réservoir, calculée selon (28) :  $C = 1 \text{ mF}$ , inductance de stockage  $l_s = 10 \text{ } \mu\text{H}$ .

Sur la figure 27 nous comparons le courant d'entrée du montage de la figure 26 à celui qui passerait dans une véritable inductance. La distorsion voisine de 3.4% provient essentiellement de la non prise en compte, au moment du calcul de  $\eta(t)$ , de l'énergie stockée dans l'inductance  $l_s$ . La tension aux bornes de la capacité (figure 28) est en revanche assez proche de celle prévue.

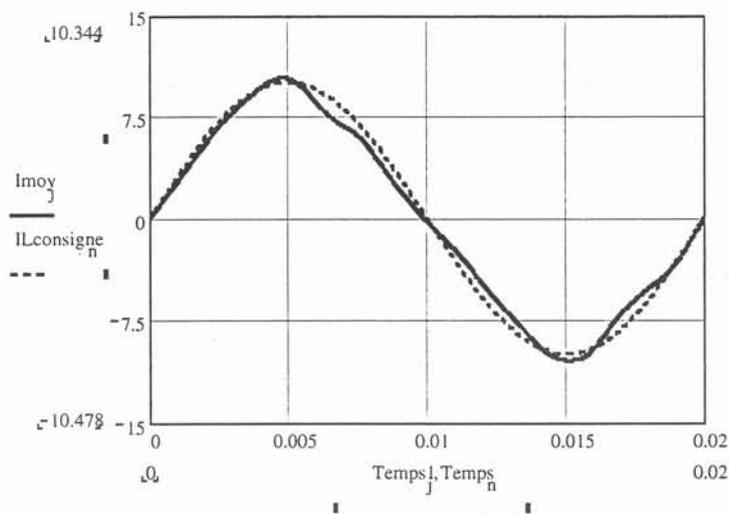


Figure 27. Courant d'entrée du montage (trait continu) et courant dans une inductance de 10 mH.

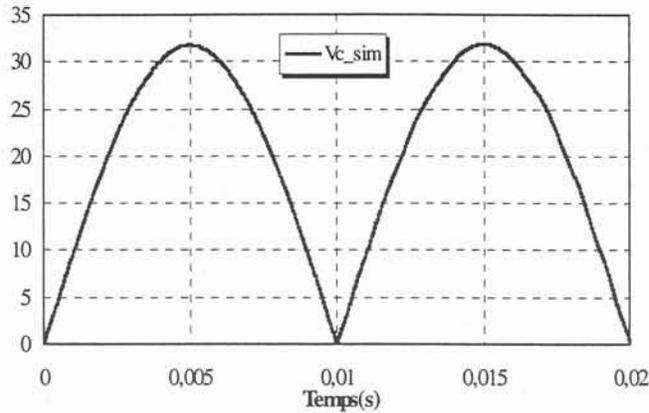


Figure 28. Tension aux bornes de la capacité.

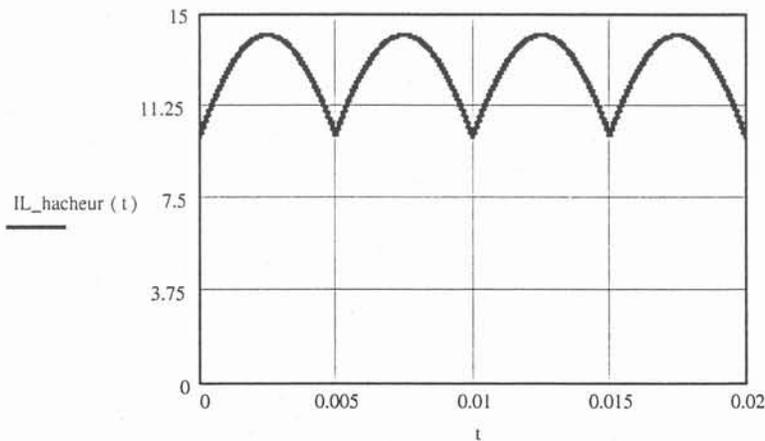


Figure 29. Courant dans l'inductance du hacheur. On vérifie que ce courant est continu et que sa valeur varie entre 10 et 14 A.

### 3.5 Latitude de choix du rapport de modulation.

Terminons par une remarque pratique. Nous avons montré comment la valeur du rapport de modulation détermine le choix du hacheur. Pour être complet, il faut souligner à ce sujet que le concepteur dispose d'une petite marge de manœuvre due à l'indétermination de l'énergie. En ajoutant une faible valeur constante à l'énergie instantanée que doit stocker le composant réactif, il est souvent possible de modifier les valeurs extrêmes prises par  $\eta(t)$ . Parfois, cette souplesse facilite la mise en application de la solution retenue, parfois même, elle ouvre la voie à des solutions a priori inappropriées. A plusieurs reprises, nous avons usé de cette possibilité, pour contenir le rapport cyclique dans des limites raisonnables, par exemple : 0,1 - 0,9.

### **3.6 Une première étape vers la conception.**

Selon les études qui précèdent, il apparaît que la conception d'un convertisseur se décompose désormais en trois étapes successives.

Durant la première étape, que nous qualifierons de *fonctionnelle*, on assemble des condensateurs, des inductances, éventuellement des transformateurs idéaux. Lorsque l'assemblage élaboré satisfait le cahier des charges, les inductances et les capacités de stockage sont dimensionnées et les variations temporelles des rapports de modulation sont fixées. Durant cette phase il convient d'observer les variations temporelles de toutes les énergies dont les besoins sont déphasés afin de minimiser l'énergie totale à stocker.

On peut alors passer à la deuxième étape, de nature *structurelle* cette fois, durant laquelle on remplace chaque modulateur sans pertes par le hacheur approprié muni de ses filtres. C'est à ce moment qu'il faut veiller à satisfaire les contraintes des hacheurs à accumulation et qu'il faut éviter de donner aux rapports cycliques des valeurs trop proche de 0 ou de 1. Rappelons que dans ce but on peut ajouter une petite constante à l'énergie stockée. On peut également, pour réaliser un dipôle modulé, en associer deux en série ou en parallèle, l'un procurant les grandes valeurs, l'autre les petites.... Le schéma inclut à ce moment les éléments réactifs du circuit fonctionnel ainsi que des interrupteurs idéaux et les éléments de filtrage haute fréquence. C'est durant cette phase que l'on dimensionne les éléments de filtrage ainsi que les interrupteurs. Connaissant les contraintes auxquelles sont soumis les interrupteurs, il est facile de décider s'ils doivent être bidirectionnels et, puisqu'on connaît leur commande, on peut savoir si certains peuvent être remplacés par des diodes.

La dernière étape est purement *électronique*. Elle consiste à choisir les composants et à tenir compte de toutes leurs propriétés parasites, ce qui peut justifier quelques retouches comme l'adjonction de circuits d'aide à la commutation.

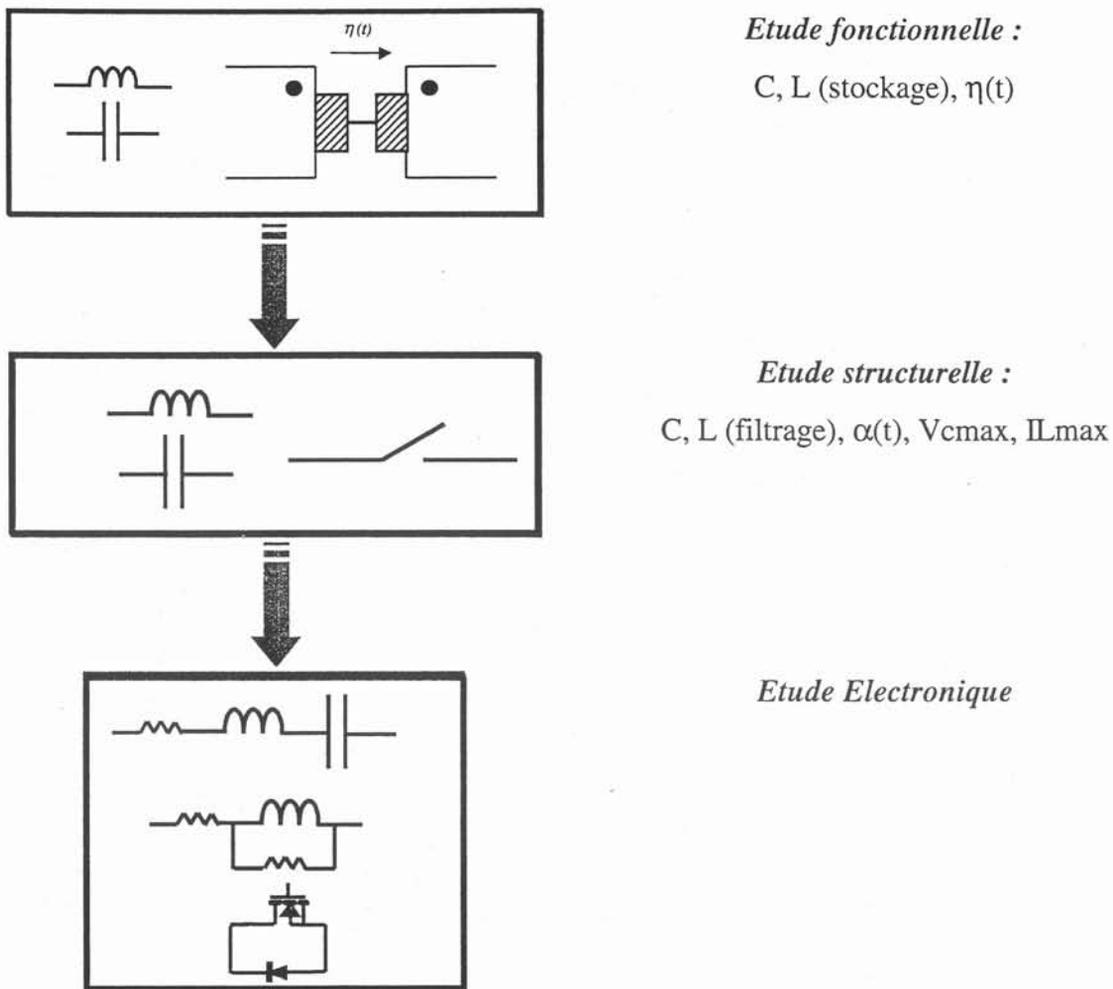


Figure 30. La conception d'un convertisseur : commence par son étude fonctionnelle qui s'appuie sur l'assemblage de condensateurs, d'inductances et de modulateurs sans pertes. Les circuits exploités sont à topologie fixe.

#### 4 CONCLUSION.

Au cours de ce chapitre, nous avons montré comment réaliser des modulateurs sans pertes. Ayant établi qu'une façon de les réaliser consistait à filtrer un hacheur, l'électronique de puissance nous a suggéré de nombreux montages utilisables. Pour autant, il reste probablement d'autres solutions à découvrir issues de l'électronique de puissance ou d'autres techniques (amplificateurs magnétiques par exemple). De l'examen de ces exemples, il ressort que ces quadripôles passifs, linéaires, sans pertes peuvent modifier le format de la puissance électrique par le biais d'une commande non consommatrice d'énergie.

Nous avons ensuite abordé l'étude des dipôles réactifs modulés. Depuis longtemps nous connaissons l'opération qui consiste à ramener une capacité ou une inductance au primaire d'un transformateur. Pourtant, le fait que le rapport de modulation varie au cours du temps, nous a conduit à compléter nos connaissances. Ainsi par exemple, pour exprimer le lien courant-tension des inductances et capacités modulées, il a fallu établir de nouvelles relations.

Trois applications nous ont ensuite familiarisés avec ces nouveaux composants. Dans un premier temps, nous avons cherché comment optimiser le filtre L-R destiné à la conversion AC-DC monophasée. Nous avons étudié deux montages susceptibles de remplacer l'inductance constante et nous avons montré que les deux amenaient une réduction considérable de l'énergie à stocker et du temps d'établissement de la tension de sortie. Il est probable que ceci permet de réduire le poids et le volume des composants de stockage : c'est un sujet à approfondir.

Les deux autres applications, plus académiques pour l'instant, nous ont appris à ne pas appliquer aux inductances et capacités modulées les règles relatives aux composants standards. Parvenir à un régime établi alors qu'une capacité modulée est traversée par un courant continu est possible et obtenir un comportement typiquement inductif alors que le seul élément réactif du circuit est un condensateur l'est également. Finalement, pour réaliser un dipôle réactif, peu importe la nature du composant de stockage. Grâce à une loi de commande appropriée, le comportement du dipôle sera celui souhaité. Ce but peut être atteint même si la polarité de la tension aux bornes du condensateur ou du courant dans l'inductance est imposée. Bien entendu, il est plus facile d'obtenir un comportement inductif à l'aide d'une inductance. Il n'est cependant pas exclu que, dans certaines circonstances, la possibilité d'obtenir ce comportement avec une capacité s'avère intéressante. Avant de conclure sur ce point, il faut souligner que nous n'avons pas cherché ici à simplifier les solutions trouvées. A titre d'exemple, le dernier problème a été résolu en faisant appel à deux ponts, soit à dix interrupteurs au total, alors que ce nombre peut être ramené à six sans réduire les possibilités de connexion du montage.

# ***Chapitre 3***

***Gestion de l'énergie en flux  
tendu. Application à la  
conversion AC-DC.***



# **GESTION DE L'ENERGIE EN FLUX TENDU.**

## **APPLICATION A LA CONVERSION AC-DC**

### **1 INTRODUCTION**

La puissance nécessaire à l'alimentation d'un appareil électrique doit lui être apportée en respectant un certain format : courant, tension, fréquence, nombre de phases,.... D'une manière générale, l'électronique de puissance cherche à assurer, avec un rendement aussi grand que possible, l'adaptation qui fait passer du format de la source de puissance à celui requis par la charge. Ceci étant, suivant la façon dont elle est réalisée, la même fonction d'électronique de puissance requiert le stockage d'une énergie plus ou moins grande. Nous allons montrer, à l'aide de raisonnements élémentaires, que pour une fonction donnée, l'énergie stockée doit atteindre ou dépasser une certaine valeur pour que le cahier des charges puisse être satisfait. Afin d'illustrer notre propos, nous nous intéresserons plus particulièrement à la conversion AC-DC à absorption sinusoïdale mais nous élargirons ensuite notre propos à d'autres conversions.

Après avoir dégagé ce point de repère, nous montrerons que le recours aux modulateurs sans pertes et dipôles modulés permet d'approcher ce minimum de très près, confirmant ainsi son existence. Pour évaluer l'impact pratique de ce nouveau repère, nous montrerons comment modifier un convertisseur AC-DC flyback afin qu'il stocke moins d'énergie. La diminution de cette énergie dépasse un rapport dix et une réduction, dans une proportion similaire, du temps d'établissement de la tension de sortie en résulte.

L'existence de ce minimum à stocker constitue un point de repère supplémentaire pour les concepteurs. Chacun comprend en effet que tout stockage excédentaire demande des composants réactifs plus lourds, plus volumineux et plus chers. Même si le bilan économique doit mettre en balance l'augmentation de la complexité du montage et la diminution du stockage qui en résulte, ce repère physique demeure et il doit guider la réflexion. En résumé, il faut stocker un minimum d'énergie pour pouvoir remplir la fonction, mais il n'est pas souhaitable d'en accumuler bien plus. En nous inspirant de cette remarque, nous allons mettre

en œuvre une politique de gestion de ressources que nous baptisons : "gestion de l'énergie en flux tendu". Pour finir, nous envisagerons l'application de ce concept à l'étude des variations brutales du réseau ou de la charge d'un convertisseur AC-DC à absorption sinusoïdale, soulignant ainsi que la représentation par L, C et modulateur sans pertes s'applique aux régimes quelconques autant qu'aux régimes établis.

## 2 ENERGIE MINIMALE STOCKEE PAR UN CONVERTISSEUR.

### 2.1 Convertisseurs AC-DC

L'étude qui suit se rapporte aux convertisseurs AC-DC à absorption sinusoïdale qui, d'une manière générale, se présentent comme indiqué par la figure 1.

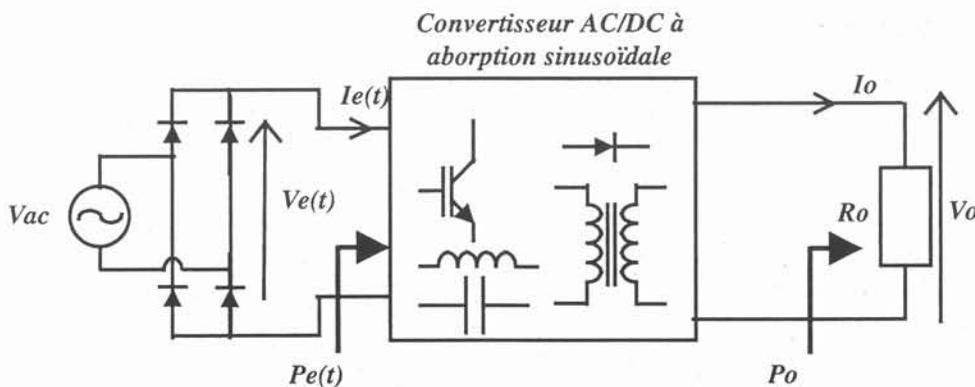


Figure 1. Convertisseur AC-DC à absorption sinusoïdale.

Le cahier des charges imposant que l'entrée d'un tel convertisseur se comporte comme une résistance  $R_e$ , l'expression de la puissance instantanée introduite dans le montage  $P_e(t)$  est simple et celle de la puissance qui en sort  $P_o$  l'est encore plus puisqu'elle ne varie pas au cours du temps.

$$P_e(t) = \frac{V_m^2}{R_e} \cdot \sin^2(\omega.t) \quad \text{et} \quad P_o = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (1)$$

où  $V_m$  est l'amplitude de la tension d'entrée et  $V_o$  la tension de sortie.

Si le convertisseur n'est le siège d'aucune perte, la puissance qui en sort est égale à la puissance moyenne introduite à son entrée. Il en résulte que :

$$\frac{V_m^2}{2 \cdot R_e} = P_o \quad (2)$$

ce qui permet d'écrire :

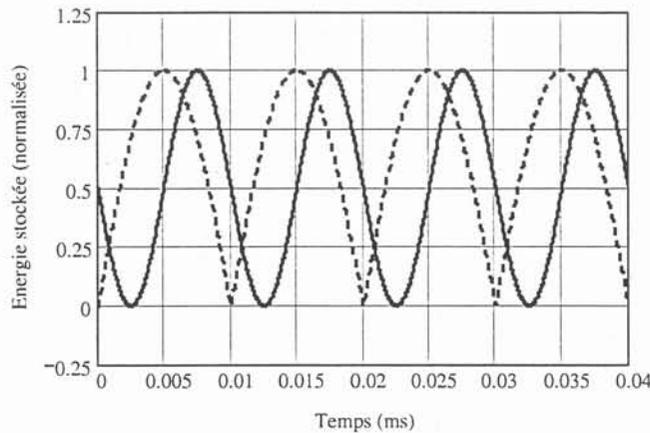
$$P_e(t) = P_o \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega.t))$$

La puissance nette fournie au montage à chaque instant est la différence de ces deux puissances et, puisqu'elle ne se transforme pas en chaleur, c'est également la dérivée de l'énergie stockée dans le montage. L'expression de cette énergie  $W(t)$  en découle directement.

$$P_e(t) - P_o = -P_o \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)$$

$$W(t) = \frac{-P_o}{2 \cdot \omega} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + k \quad (3)$$

Du fait que nous l'avons trouvée à partir de sa dérivée, cette énergie est connue à une constante additive  $k$  près. Par ailleurs, l'énergie du montage étant stockée dans ses inductances et ses condensateurs, elle est la somme de quantités positives et on ne voit pas comment elle pourrait, même par intermittence, être négative. Il faut donc donner, à la constante  $k$ , une valeur au moins égale à celle qui rend la fonction  $W(t)$  constamment positive. Dans ces conditions, l'énergie varie comme le montre la figure 2.



*Figure 2. Energie stockée par le convertisseur (trait plein),  
tension d'entrée redressée (tirets).*

Alors que la constante additive a été choisie égale à sa valeur minimum, on remarque que l'énergie atteint, toutes les 10 ms, un maximum  $W_{\min} = W_{\max}$ . Ceci montre que, pour fonctionner, le montage doit être capable de stocker une énergie au moins égale à cette valeur. Cette énergie admet une expression simple qui se déduit de (3).

$$W_{\max} = \frac{P_o}{\omega} \quad (4)$$

Pour clore les généralités relatives à ce convertisseur, remarquons que dès que la tension de sortie est connue, la résistance d'entrée  $R_e$  se calcule facilement. En effet, le rapprochement de (1) et (2) conduit à :

$$Re = \frac{Ro}{2} \cdot \left( \frac{Vm}{Vo} \right)^2 \quad (5)$$

## **2.2 Autres conversions.**

Sans faire une étude systématique, il est facile de voir que l'expression (4) de l'énergie à stocker s'applique à d'autres convertisseurs. Ainsi, celui qui réalise la fonction inverse du précédent, c'est à dire l'onduleur sinusoïdal à absorption continue, nécessite le stockage de la même énergie. Pour le justifier, il suffit d'inverser, par rapport au convertisseur étudié ci-dessus, les courbes des puissances d'entrée et de sortie. D'autre part, une alimentation triphasée équilibrée apporte, comme la précédente, une puissance instantanée globale constante. On en déduit que la conversion triphasé-monophasé nécessite le stockage de la même énergie. Ce résultat reste vrai si la pulsation de sortie  $\omega$  est différente de celle d'entrée. De ce point de vue, le diphasé conduit aux mêmes conclusions que le triphasé. En revanche, un convertisseur triphasé-continu, de même qu'un onduleur en ondes pleines, ne nécessitent, en théorie, aucun stockage.

## **3 CONVERTISSEURS AC-DC A ABSORPTION SINUSOÏDALE.**

### **3.1 Convertisseurs associant des dipôles réactifs modulés.**

Afin d'obtenir des valeurs numériques comparables, nous adoptons, pour tous les montages de ce paragraphe, le même cahier des charges. Le convertisseur est chargé par une résistance pure  $Ro$  de  $10 \Omega$  et son entrée est une résistance  $Re$  pure. Son rendement est égal à 100 % et la tension introduite à l'entrée est une sinusoïde de fréquence 50 Hz redressée, d'amplitude  $Vm = 100 V$ .

#### **3.1.1 Montage amont.**

Nous nous appuyons ici sur une étude entreprise au chapitre II. Nous avons montré que, pour réaliser un filtrage par inductance série, il est avantageux de remplacer l'inductance standard par une inductance modulée. Le montage obtenu opère un filtrage parfait mais le courant qu'il absorbe est identique à celui qui traverse la charge : il est continu. Pour obtenir l'absorption sinusoïdale, complétons ce filtre par un dipôle placé en parallèle sur son entrée (figure 3). Ce dipôle est en amont du filtre, ce qui justifie le nom donné au montage.

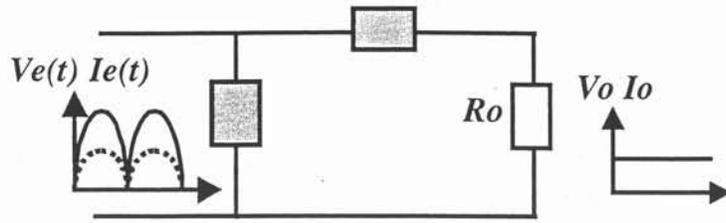


Figure 3. Montage amont.

Les rectangles hachurés de la figure 3 sont, pour l'instant, des dipôles réactifs dont nous ignorons la nature. Bien que nous ayons montré comment réaliser le dipôle série à l'aide d'une inductance, les exemples traités au chapitre II autorisent à penser qu'un condensateur pourrait, moyennant l'emploi d'un hacheur approprié, assurer le stockage de ce dipôle.

En régime établi, la puissance moyenne injectée dans un dipôle modulé doit être nulle. Il en résulte que la valeur moyenne du courant qui le traverse ou celle de la tension à ses bornes ou les deux sont nulles. Cette contrainte a, sur notre montage, une conséquence immédiate : puisque le courant dans le dipôle série est continu, la tension moyenne à ses bornes est nulle. La tension de sortie est donc égale à la tension d'entrée moyenne soit :

$$V_o = \frac{2}{\pi} \cdot V_m \quad \text{et, d'après (5),} \quad Re = R_o \cdot \frac{\pi^2}{8} \quad (6)$$

L'énergie  $W_s$  stockée dans le dipôle série a été calculée au chapitre II. Pour la tracer, nous supposons qu'elle atteint, à son minimum, une valeur nulle et nous prolongeons l'expression (7) par périodicité.

$$W_s(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot [-2 \cdot \omega \cdot t - \pi \cdot \cos(\omega \cdot t) + k_1] \quad (7)$$

où :

$$k_1 = \pi \cdot \sqrt{\pi^2 - 4} + 2 \cdot \pi \cdot \arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right)$$

Intéressons-nous maintenant au dipôle parallèle. Avant de connaître la forme du courant qui le traverse, nous savons que sa valeur moyenne est nulle puisque celle de la tension à ses bornes ne l'est pas. Ce courant  $I_{dp}$  est tel que le courant d'entrée est identique à celui traversant une résistance  $Re$ .

$$I_{dp}(t) = \frac{V_m}{Re} \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{V_o}{R_o}$$

L'accès à l'expression de l'énergie stockée  $W_p$  est direct :

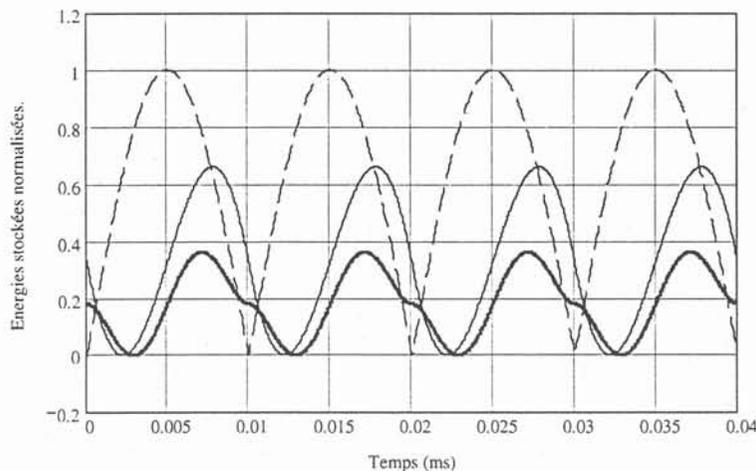
$$W_p(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot \omega \cdot t - \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \pi \cdot \cos(\omega \cdot t) - k_2] \quad (8)$$

avec :

$$k_2 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2}$$

La figure 4 montre la variation temporelle des deux énergies stockées. On remarque tout d'abord que ces variations sont grossièrement en phase. Si, à l'opposé, elles semblaient en opposition de phase, cela suggérerait de coupler les deux dipôles afin de transporter, à chaque instant, l'énergie disponible là où elle est utile.

L'application numérique donne les résultats suivants. La tension de sortie vaut 63,6 V, la puissance fournie à la charge atteint 405 W et la résistance d'entrée est égale à 12,3  $\Omega$ . Avec une fréquence d'entrée de 50 Hz, il faut stocker, au minimum, 1,290 J. Dans ce montage, l'énergie stockée par l'élément série atteint 0,853 J tandis que celle emmagasinée par l'élément série ne dépasse pas 0,468 J. Au total, le stockage nécessité par ce montage atteint 1,321 J, soit 2,4 % de plus que le minimum théorique.



**Figure 4. Energies stockées dans les dipôles : série (trait fin) et parallèle (trait épais).**

**La valeur 1 correspond à l'énergie minimum à stocker dans le convertisseur.**

Ce que nous entendons par "stockage nécessité par le montage" est la somme des énergies maximums que doivent supporter chacun des composants réactifs. Cette grandeur est très directement liée au poids de l'ensemble des composants réactifs nécessaires. Il ressort du raisonnement précédent, que cette valeur est toujours plus grande que le minimum de stockage théorique puisque le maximum d'une somme de fonctions est inférieur ou égal à la somme des maximums de chacune. L'excédent de stockage (ici évalué à 2,4 %) est donc, au même titre que le rendement, une grandeur à ne pas perdre de vue.

### 3.1.2 Montage aval.

Cette fois, nous plaçons le dipôle parallèle aux bornes de la charge (figure 5), c'est-à-dire en aval de l'élément série filtre. La tension à ses bornes étant continue, il devra être traversé par un courant  $I_{dp}$  de valeur moyenne nulle. La tension de sortie se déduit directement de cette remarque. En effet :

$$I_{dp}(t) = \frac{V_m}{R_e} \cdot \sin(\omega t) - \frac{V_o}{R_o} \quad \rightarrow \quad \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V_m}{R_e} = \frac{V_o}{R_o} \quad (9)$$

Cette expression, jointe à (5) impose la valeur de  $V_o$  :

$$V_o = \frac{\pi}{4} \cdot V_m \quad \rightarrow \quad R_e = \frac{8}{\pi^2} \cdot R_o \quad (10)$$

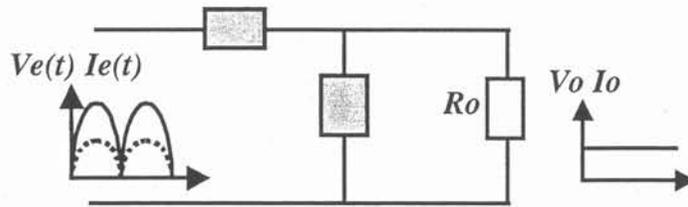


Figure 5. Montage aval.

Il est clair maintenant que tous les courants et toutes les tensions sont déterminés. Les puissances s'en déduisent directement, les énergies également si nous ajustons les constantes d'intégration de manière à ce qu'elles ne soient jamais négatives. Nous parvenons ainsi aux expressions des deux énergies : celle de l'élément série  $W_s$  et celle de l'élément parallèle  $W_p$ . Il s'avère que  $W_p$  s'écrit ici comme  $W_s$  dans le montage amont et réciproquement.

$$W_p(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot [-2 \cdot \omega \cdot t - \pi \cdot \cos(\omega \cdot t) + k_1] \quad (11)$$

où

$$k_1 = \pi \cdot \sqrt{\pi^2 - 4} + 2 \cdot \pi \cdot \arcsin\left(\frac{2}{\pi}\right)$$

et

$$W_s(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot \omega \cdot t - \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \pi \cdot \cos(\omega \cdot t) - k_2] \quad (12)$$

avec

$$k_2 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2}$$

Pour savoir comment varient ces énergies au cours du temps, il suffit de se reporter à la figure 4 en inversant les rôles des deux courbes. Dans ces conditions, les deux montages se comportent à peu de choses près de la même façon, excepté qu'il ne procurent pas la même

tension de sortie. Dans ce montage, la tension de sortie atteint 78,5 V, ce qui porte la puissance fournie à la charge à 616,8 W et la résistance d'entrée vaut 8,1  $\Omega$ . Le minimum d'énergie à stocker s'établit à 1,963 J, l'énergie stockée par l'élément parallèle atteint 1,299 J et celle de l'élément série 0,712 J, ce qui porte l'énergie totale à stocker à 2.011 J. L'excédent d'énergie est identique à celui du montage précédent (2,4 %) mais, ici, c'est l'élément parallèle qui stocke la majeure partie de l'énergie.

### 3.1.3 Simulation du montage aval.

Avant de chercher d'autres structures susceptibles d'assurer la même fonction, testons la structure aval à l'aide de Matrix.x. Dans ce but, supposons que le dipôle série est une inductance modulée et que le dipôle parallèle est une capacité modulée (figure 6). Dès que les valeurs des deux composants de stockage sont fixées, les rapports de modulation se déduisent des expressions (11) et (12).

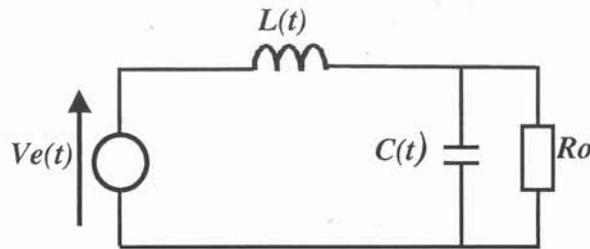


Figure 6. Représentation de la structure aval.

Après un court temps d'établissement, les allures du courant d'entrée et de la tension de sortie (Figure 7), sont conformes à nos prévisions. La tension s'établit à 78,5 V et l'amplitude du courant se stabilise à  $V_m / R_e$  soit 12,3 A.

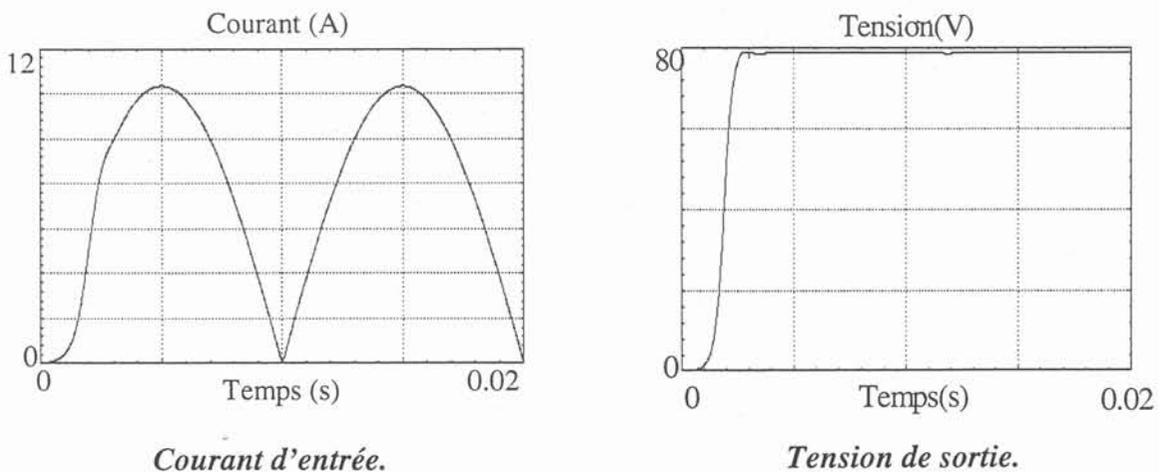


Figure 7. Simulation du montage aval. La tension est appliquée à  $t = 0$  et les éléments de stockage valent :  $L = 0,5 \text{ mH}$  et  $C = 4 \mu\text{F}$ .

Bien que les rapports de modulation varient, dès l'application de la tension d'entrée, comme ils doivent le faire en régime établi, les deux courbes montrent un temps d'établissement voisin de 3 ms. Ce temps très court conforte les résultats établis au chapitre II pour le filtre AC-DC à inductance modulée.

### 3.1.4 Critique de ces montages.

A première vue, les montages précédents semblent intéressants puisqu'ils ne demandent qu'un très faible excédent d'énergie. Cependant, leur tension de sortie est proportionnelle à l'amplitude de celle d'entrée et il est impossible de modifier le rapport de ces deux tensions. Rappelons en effet que, dans les deux cas, ce rapport est celui qui assure la nullité de la puissance moyenne injectée dans l'un des dipôles réactifs sans laquelle aucun régime établi ne pourrait être atteint. Ainsi, aucun de ces deux montages ne peut stabiliser  $V_o$  si  $V_m$  varie.

Notre objectif actuel est de bâtir un convertisseur en associant des dipôles réactifs modulés et des modulateurs sans pertes. Jusqu'ici, nous avons tenté de réaliser la fonction recherchée en associant uniquement des dipôles modulés. Nous reprenons maintenant cette recherche en levant cette limitation.

## 3.2 Convertisseurs incluant un modulateur.

### 3.2.1 Etude énergétique.

Cette fois, nous plaçons, d'emblée, un modulateur à l'entrée du montage en lui imposant de fournir une tension de sortie constante. Puisque ce composant fixe les deux tensions, le stockage indispensable ne peut plus être assuré que par un élément en parallèle. Nous plaçons celui-ci arbitrairement à la sortie du modulateur.

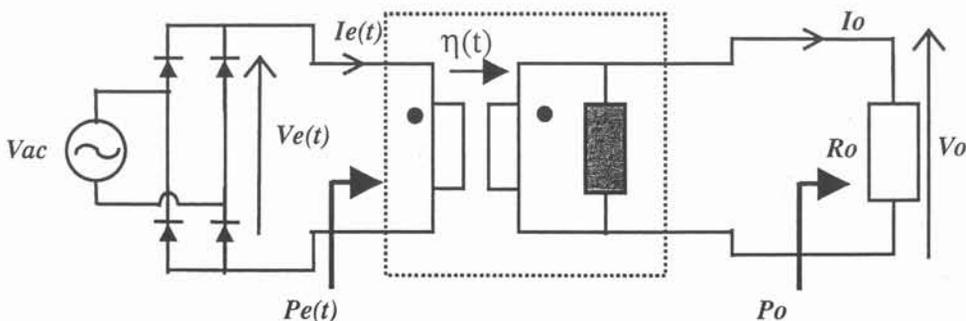


Figure 8. Convertisseur AC-DC à absorption sinusoïdale réalisé à l'aide d'un modulateur sans pertes et d'un dipôle réactif modulé.

Le rapport de modulation  $\eta(t)$  se déduit directement du rapport des tensions.

$$\eta(t) = \frac{V_o}{V_m \cdot \sin(\omega t)} \quad (13)$$

L'atténuation obtenue grâce à un diviseur à dipôles réactif supposait un stockage d'énergie et, pour qu'un régime établi existe, l'atténuation ne pouvait pas être choisie librement. Celle apportée par un modulateur n'est pas soumise aux mêmes contraintes.

Grâce à (13) et à (5) qui demeure applicable, l'expression du courant de sortie du modulateur s'obtient facilement.

$$I_s(t) = \frac{1}{\eta(t)} \cdot I_e(t) = \frac{1}{\eta(t)} \frac{V_m \cdot \sin(\omega t)}{R_e} = \frac{1}{V_o} \frac{V_m^2 \cdot \sin^2(\omega t)}{\frac{R_o}{2} \left( \frac{V_m}{V_o} \right)^2} = \frac{2 \cdot V_o}{R_o} \cdot \sin^2(\omega t)$$

Pour connaître le courant  $I_{dp}$  qui passe dans le dipôle modulé, il suffit de soustraire le courant de la charge. Ce dipôle réactif étant soumis à une tension continue, la valeur moyenne de  $I_{dp}$  est nulle, comme il le fallait.

$$I_{dp}(t) = \frac{V_o}{R_o} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) - \frac{V_o}{R_o} = -\frac{V_o}{R_o} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (14)$$

On a retrouvé la loi de variation du courant capacitif bien connue des concepteurs et l'énergie instantanée stockée par ce dipôle se déduit sans difficulté.

$$W_p(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \sin(2 \cdot \omega \cdot t)) \quad (15)$$

Cette expression coïncide avec celle de l'énergie que doit stocker le convertisseur (3). Autrement dit, ce montage est idéal sur le plan du stockage puisqu'il ne requiert aucun excédent. Le dipôle modulé est chargé d'absorber un courant (14) sinusoïdal à 100 Hz alors que la tension à ses bornes est constante. Un condensateur standard peut, approximativement, réaliser cette fonction mais, plus on veut limiter sa valeur, plus il faut tolérer d'ondulation. Le recours à une capacité modulée permet de stocker une énergie moindre et de recourir à un composant réactif plus léger, sans dégrader l'ondulation, au moins tant que l'énergie stockée ne passe pas en dessous du minimum théorique. Ici nous respectons ce minimum et, à l'aide de (15), nous pouvons écrire l'expression de la capacité en fonction du temps.

$$\frac{1}{2} \cdot C(t) \cdot V_o^2 = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} (1 - \sin(2 \cdot \omega \cdot t)) \quad \rightarrow \quad C(t) = \frac{1}{R_o \cdot \omega} \cdot (1 - \sin(2 \cdot \omega \cdot t))$$

Rappelons qu'une loi légèrement différente, mais convenable, s'obtient en ajoutant une faible valeur constante à l'énergie stockée par le dipôle.

### 3.2.2 Simulation.

Avant de chercher quelles structures permettent de réaliser ce montage, on peut s'assurer de la cohérence énergétique des objectifs en simulant, avec Matrix.x, le schéma de la figure 8. A première vue (figure 9) tout va très bien puisque la tension de sortie s'établit instantanément à la valeur prévue et ne présente aucune ondulation. En revanche, le courant d'entrée montre, à la mise sous tension, un pic très bref mais très intense (figure 10) qui n'est limité que... par le pas de calcul du logiciel de simulation ! Cette difficulté était prévisible dès la lecture de l'expression (15) de l'énergie stockée. Si ce convertisseur est mis sous tension au passage à zéro de la sinusoïde, son dipôle modulé doit acquérir instantanément une énergie, ce qui suppose l'absorption d'une puissance instantanée infinie à cet instant....

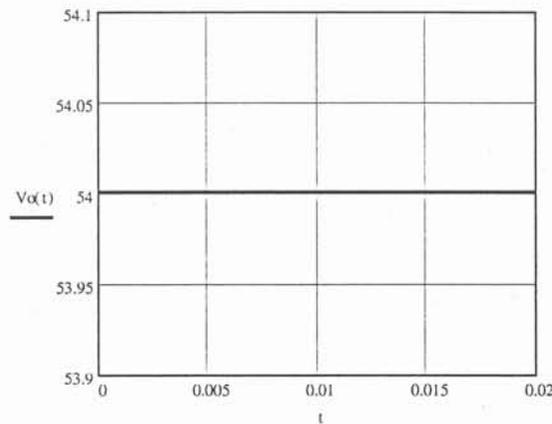


Figure 9. Tension de sortie, à l'établissement, du montage de la figure 8.

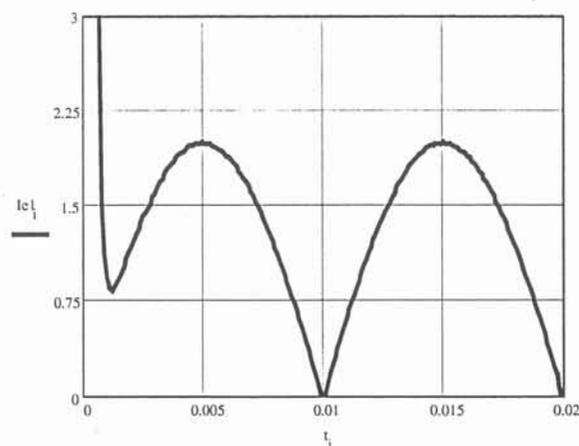


Figure 10. Courant d'entrée, à l'établissement, du montage de la figure 8.

### 3.2.3 Surintensité à la mise sous tension.

La simulation confirme le bien fondé de l'étude énergétique précédente pour ce qui

concerne le régime établi. Elle montre également que quelque chose doit être modifié, au moins pendant le temps d'établissement, pour éviter une surintensité initiale qui serait destructrice. Deux solutions sont envisageables. La première consiste à mettre le montage sous tension au moment où son énergie stockée en régime établi passe par zéro. Un démarrage à énergie nulle est envisageable mais, suivant cette stratégie, le temps d'établissement pourrait atteindre 10 ms.

La seconde solution consiste à limiter le courant de démarrage en insérant un dipôle en série, soit au primaire, soit au secondaire du modulateur d'entrée. Dès lors, le temps d'établissement de la tension de sortie ne serait plus nul mais il pourrait être inférieur à 10 ms. Notons que la modification du rapport du modulateur d'entrée ne résout pas, à elle seule, ce problème. En effet, pour faire monter doucement la tension de sortie, il faut diminuer le rapport de transformation (par rapport à la valeur définie pour le régime établi), ce qui revient, pour un courant primaire fixé, à augmenter le courant secondaire.

En pratique ce problème est bien connu. Il donne lieu à la mise en place de procédures de démarrage particulières dites de "soft start". Faute de temps, nous n'avons pas optimisé cette phase de démarrage. Nous allons montrer maintenant comment nous avons mis en œuvre le dipôle modulé introduit au sein de la structure flyback.

#### **4 FLYBACK A ABSORPTION SINUS ET STOCKAGE MINIMUM.**

Pour réaliser le dispositif schématisé par la figure 8, il faut choisir deux hacheurs : un pour réaliser le modulateur de l'entrée, un pour le dipôle de sortie. Le modulateur d'entrée doit fournir une tension de sortie ( $V_o$ ) inférieure ou supérieure à celle d'entrée ( $V_e$ ) si bien que son rapport de modulation (13) est limité du côté des faibles valeurs, mais il ne l'est pas du côté des fortes valeurs. Ceci oriente le choix vers les hacheurs : parallèle, à pont redresseur de courant et à accumulation.

Si on souhaite en outre que la sortie soit isolée de l'entrée, le nombre des structures convenables diminue. Parmi celles qui subsistent nous retrouvons la structure Flyback (figure11), très employée pour réaliser des convertisseurs de faible puissance (< 300W). Cette structure a déjà été largement étudiée dans la littérature [Toussaint-A], [Andrieu-T] et [Benqassmi -T].

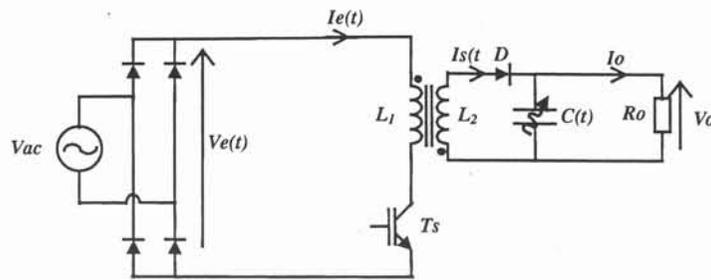


Figure 11. Structure Flyback à capacité modulée.

Considérant que l'absorption sinusoïdale est correctement assurée par le montage habituel, nous allons compléter son étude en vue de réduire le stockage énergétique. Pour ce faire, nous remplacerons l'habituelle capacité de stockage par un dipôle réactif modulé que nous réaliserons comme une capacité modulée.

Au cours de ce paragraphe nous comparerons le flyback standard, à condensateur de filtrage, à la version améliorée dans laquelle le condensateur de filtrage est remplacé par une capacité modulée. Après avoir dimensionné les deux montages de façon à obtenir la même ondulation de sortie, nous mettrons en regard leurs besoins en stockage énergétique et leurs temps d'établissement.

#### 4.1 Le flyback avec une capacité simple en sortie :

##### 4.1.1 Bref rappel du principe de fonctionnement :

Le transfert de puissance par le transformateur est indirect. En effet le courant est nul au secondaire lorsque le courant circule au primaire et vice versa. Autrement dit, pendant la fermeture de l'interrupteur  $T_s$ , l'énergie est stockée dans l'inductance  $L_1$  et pendant l'ouverture de celui-ci, cette énergie est restituée à la sortie grâce au couplage des inductances  $L_1$  et  $L_2$ . L'analyse du fonctionnement nécessite de distinguer trois modes de conduction. Les modes de conduction continue et discontinue et le mode critique qui représente la limite entre les deux précédents. Nous nous intéressons ici au fonctionnement en conduction discontinue car il permet de réaliser l'absorption sinusoïdale à l'aide de lois de commande très simples.

##### 4.1.2 Fonctionnement en conduction discontinue :

La conduction discontinue est obtenue quand la décharge de l'inductance  $L_2$  dans la charge  $R_o$  est totale sur toute la demi-période réseau. La période de découpage comporte trois phases successives : une phase de croissance du courant dans  $L_1$ , une phase de décroissance

du courant dans  $L_2$  jusqu'à annulation de celui-ci et enfin une phase de courant nul. Cette conduction discontinue s'obtient en donnant à la fréquence de commande  $F_s$  et du rapport cyclique  $\alpha$ , des valeurs fixes. Avec ce type de commande, le palier de courant nul est d'autant plus important que la tension instantanée du réseau est faible.

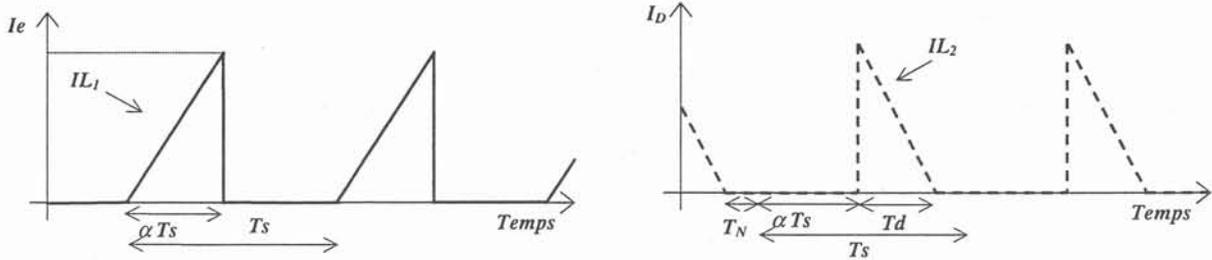


Figure 12. Formes d'ondes du courant en conduction discontinue.

La valeur crête du courant primaire du transformateur et le courant d'entrée moyen, calculé sur une période de découpage, s'expriment comme suit :

$$I_{L1\max} = \frac{\alpha \cdot V_e}{F_s \cdot L_1} \quad (16)$$

$$I_{eBF} = \frac{1}{2} \frac{\alpha \cdot V_e}{F_s \cdot L_1} \cdot \alpha \quad (17)$$

Puisque la fréquence de découpage et le rapport cyclique sont constants, le courant moyen d'entrée est clairement proportionnel à la tension instantanée d'entrée. Ainsi, l'absorption sinusoïdale est obtenue naturellement par le biais de cette loi de commande qui ne nécessite aucune mesure du courant d'entrée.

Au moment de la commutation, l'énergie emmagasinée par le transformateur est conservée mais elle est restituée par l'inductance secondaire  $L_2$  qui est soumise à la tension  $V_o$ . En introduisant le rapport de transformation  $m$ , on peut calculer la durée  $T_d$  de la phase de décroissance, le courant secondaire moyen, puis la durée  $T_N$  pendant laquelle aucun courant ne circule dans le transformateur.

$$T_d = \frac{m \cdot \alpha \cdot V_e}{V_o \cdot F_s} \quad (18)$$

$$I_{sBF} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 \cdot V_e^2}{V_o \cdot F_s \cdot L_1} \quad (19)$$

$$T_N = \frac{1}{F_s} \cdot \left( 1 - \alpha \cdot \left( 1 + \frac{m \cdot V_e}{V_o} \right) \right) \quad (20)$$

L'expression (19) montre que le courant moyen de sortie varie comme un sinus carré, ce qui est conforme à l'expression établie en 3.2.1. D'autre part, l'annulation du courant fixe le maximum du rapport cyclique  $\alpha$ .  $T_N$  doit être positif ou nul et, puisque ce temps est d'autant plus court que la tension instantanée est élevée, il faut que cette condition soit respectée lorsque  $V_e$  est maximum. Cette valeur limite se déduit de (21) :

$$\alpha_{\text{Limite}} = \frac{V_o}{V_o + m \cdot V_e} \quad (21)$$

Tant que cette limite n'est pas dépassée, la conduction reste discontinue. Notons qu'il est souhaitable de choisir un rapport cyclique proche de cette limite car le transfert d'énergie est maximal pour cette valeur du rapport cyclique.

#### 4.1.3 Simulation du montage standard.

Pour la réalisation pratique, nous nous sommes fixé le cahier des charges suivant :

- Tension d'entrée : 185 V-265 V à 50 Hz,
- Facteur de puissance supérieur à : 0.95,
- Tension de sortie nominale : 54 V,
- Ondulation maximum :  $\pm 2\%$ ,
- Courant de sortie : 6A.

Nous ne détaillerons pas le dimensionnement, désormais classique, des composants du montage. Les principaux résultats sont résumés ci-dessous. Nous les avons exploités pour simuler le fonctionnement du circuit à l'aide de Simplorer.

- Inductance magnétisante :  $L_m = 70 \mu\text{H}$ ,
- Rapport de transformation :  $m = 0.55$ ,
- Fréquence de découpage :  $F_s = 50 \text{ kHz}$ ,
- Condensateur de filtrage de sortie :  $C_o = 10 \text{ mF}$ ,
- Rapport cyclique :  $\alpha = 0.207$ .

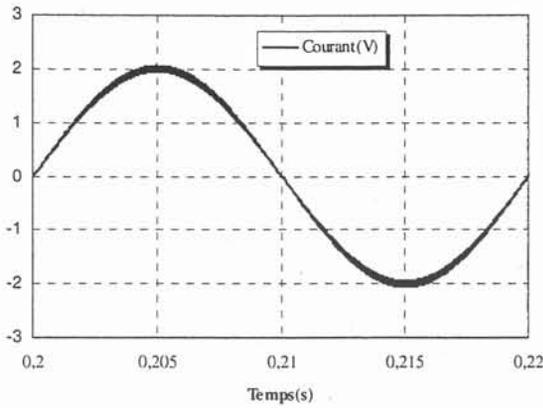


Figure 13. Courant d'entrée filtré,  
( $C_f=0.5 \mu\text{F}$  et  $L_f=1.4 \text{ mH}$ ).

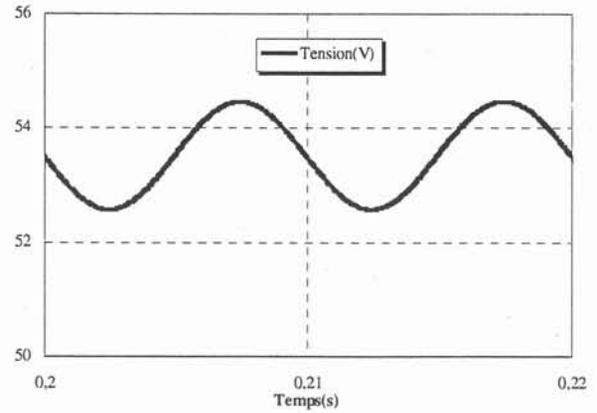


Figure 14. Evolution de la tension de sortie.

Les figures 13 et 14, montrent que le courant d'entrée est sinusoïdal et que la tension de sortie est à peu près constante, à l'ondulation tolérée près ( $\pm 2\%$ ).

#### 4.2 Le flyback avec une capacité modulée en sortie :

La capacité de sortie  $C_o$  du montage précédent est forte (10 mF) et l'énergie maximale stockée dans cette capacité vaut 14,6 J. Il semble intéressant de remplacer  $C_o$  par une capacité modulée afin de minimiser l'énergie que ce filtre doit stocker.

C'est le moment de choisir le second hacheur, celui qui va permettre la réalisation de la capacité modulée. Si on oublie le découpage haute fréquence, le courant rentrant dans la capacité modulée de la figure 11 évolue selon l'expression 14, et l'énergie instantanée stockée par ce dipôle est :

$$W_p(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \sin(2 \cdot \omega \cdot t)) \quad (22)$$

Cette expression mène directement au rapport de modulation  $\eta(t)$ .

$$\eta(t) = \sqrt{\frac{\frac{P_o}{\omega} \cdot (1 - \sin(2 \cdot \omega \cdot t))}{C \cdot V_o^2}} \quad (23)$$

Ce rapport varie entre 0 et une valeur maximum que l'on peut ajuster par le choix de  $C$ . On peut, si on le souhaite, éviter que  $\eta(t)$  diminue jusqu'à 0 en ajoutant une petite constante à l'énergie stockée. Finalement, un hacheur série convient mais on choisira plutôt un hacheur parallèle qui est destiné à débiter sur une source de tension (figure 15).

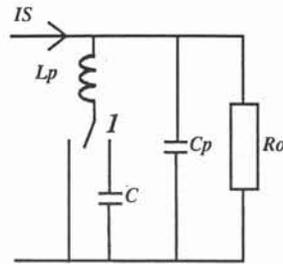


Figure 15. Filtre de sortie réalisé par une capacité modulée d'un hacheur parallèle.

Le rapport cyclique  $\alpha(t)$  d'un hacheur parallèle est égal à l'inverse du rapport de modulation  $\eta(t)$ . Pour faciliter la réalisation pratique,  $\alpha(t)$  sera maintenu entre 0,1 et 0,9 en ajustant C et la constante ajoutée à l'énergie stockée.

Des simulations ont été effectuées à l'aide de Simplorer. Les composants ont été choisis de manière à assurer la même ondulation que précédemment ( $\pm 2\%$ ). La fréquence de découpage a été fixée à 50 kHz. Les résultats de simulations présentés sur les figure 16 et figure 17, ont été obtenus avec une capacité C de  $100 \mu\text{F}$ . Les éléments du filtre HF ( $L_p=1\text{mH}$ ,  $C_p=40 \mu\text{F}$ ) sont destinés à éliminer les perturbations haute fréquences, allant du flyback vers la capacité modulée et inversement.

L'énergie maximale stockée dans la nouvelle structure et plus précisément dans son condensateur, est de 1.24 Joules, soit près de douze fois moins que dans le montage standard présentant la même ondulation.

L'objectif principal de la structure flyback habituelle est d'asservir le courant d'entrée. La régulation de sa tension de sortie est assurée par le condensateur de forte valeur placé en sortie. En remplaçant ce condensateur par une capacité modulée, nous avons réduit l'énergie à stocker sans nuire à l'absorption sinusoïdale.

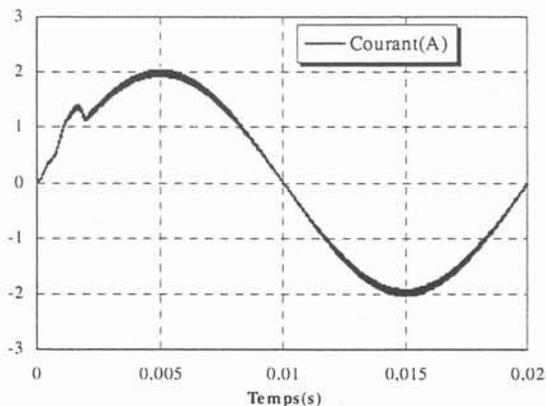


Figure 16. Courant d'entrée filtré, ( $C_f=0.5 \mu\text{F}$  et  $L_f=1.4 \text{mH}$ ).

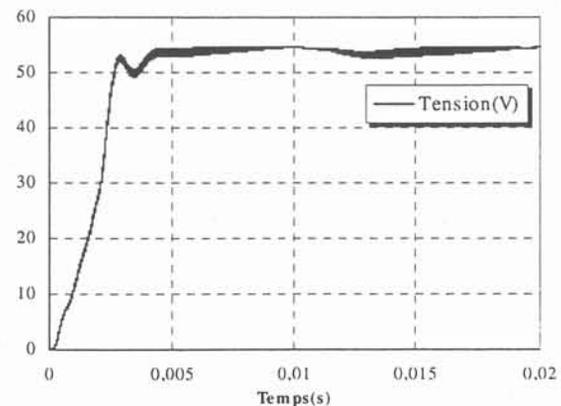


Figure 17. Tension de sortie.

Il est certain que la capacité nécessaire sera moins encombrante mais, pour que la comparaison soit significative, il ne faudra pas oublier de prendre en considération le volume des composants supplémentaires. Une chose est certaine, la tension de sortie s'établit en moins de 5 ms alors que ce temps atteignait 200 ms pour le montage standard.

## **5 EXTENSIONS THEORIQUES PREVISIBLES.**

### **5.1 Validité de la représentation énergétique.**

Le cheminement qui nous a conduit aux résultats ci-dessus a été long et tortueux. En dépit de l'accélération ressentie vers la fin de ce travail, plusieurs propriétés s'imposent intuitivement mais ne sont pas encore formellement démontrées. Nous en énonçons quelques unes ci-dessous.

#### **5.1.1 Intérêt du remplacement des interrupteurs par des modulateurs.**

Au cours de la présentation précédente, nous avons montré, sur quelques exemples, qu'une représentation intéressante d'un convertisseur s'obtenait en associant des modulateurs sans pertes et des éléments réactifs standard (inductances, condensateur, transformateurs). Nous pensons aujourd'hui, sans l'avoir démontré complètement, que ce type de représentation est très général. Sa portée est probablement au moins aussi large que celle qui consiste à associer des interrupteurs à des éléments réactifs. Les deux approches ont ceci de commun qu'elles font apparaître des entrées de commandes qui ne nécessitent aucune puissance. De ce fait, elles sont bien adaptées à l'étude des échanges énergétiques qui ont lieu au sein du convertisseur.

La représentation introduite par ce travail présente en revanche l'intérêt de ne pas détailler ce qui se passe à l'échelle d'une période de découpage. Ceci permet de remplacer un hacheur entier, muni de ses filtres H.F, par un simple modulateur, ce qui allège considérablement la représentation. Notons également que les circuits ainsi constitués présentent une topologie fixe.

#### **5.1.2 Etude des phénomènes transitoires.**

Si on se rappelle qu'initialement c'est l'étude d'un spectre en régime établi qui a conduit

à introduire le modulateur sans pertes, on peut légitimement hésiter à l'utiliser pour étudier des régimes transitoires. Cependant, un regard attentif à ces schémas montre qu'ils respectent intégralement les règles fondamentales de la physique et notamment la conservation de l'énergie. On ne voit pas pourquoi leur validité serait limitée à l'étude de régimes établis. Nous sommes convaincus qu'ils peuvent simplifier l'étude des régimes quelconques de tous les systèmes linéaires qui échangent de l'énergie. Cela peut aller au delà des circuits purement électriques et englober, par exemple, des systèmes électromécaniques.

### 5.1.3 Représentation quadripolaire simplifiée.

Nous avons abordé l'étude des assemblages de modulateurs sans pertes et d'éléments réactifs prudemment, en assemblant un petit nombre d'entre eux. L'étude d'un cas pratique nous a conduit à envisager l'assemblage de deux dipôles modulés et d'un modulateur. Faudrait-il un jour étudier l'assemblage d'un très grand nombre de ces composants ? Cette interrogation est suggérée par le fait que tout quadripôle linéaire stationnaire passif, contenant un nombre quelconque d'impédances, se ramène à un circuit qui n'en comprend plus que trois, disposées en étoile ou en triangle. En outre, l'introduction d'un modulateur à rapport fixe dans le circuit équivalent (figure 18) ramène à deux le nombre des impédances nécessaires à la représentation. D'autres représentations se déduisent de celle-ci par passage d'impédances d'un coté à l'autre du coupleur et par échange des rôles de l'entrée et de la sortie.

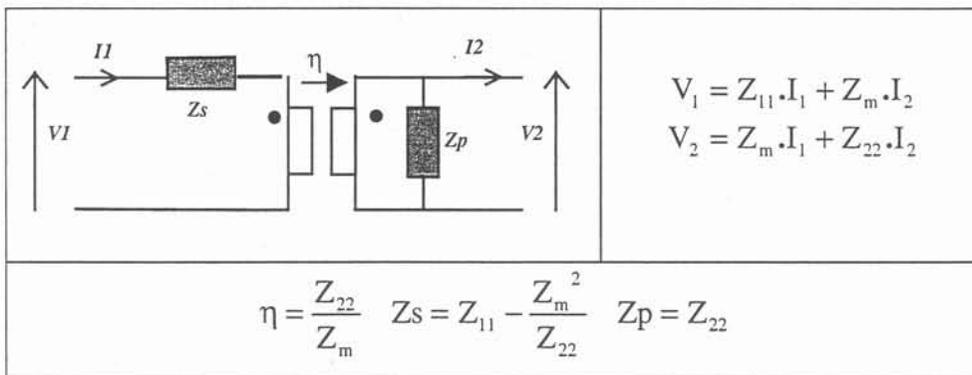


Figure 18. Représentation d'un quadripôle linéaire stationnaire passif quelconque.

La question que nous nous posons maintenant est : suffit-il de faire varier le rapport de modulation au cours du temps et de considérer que les impédances de la figure 18 sont des dipôles modulés pour obtenir la représentation générale d'un quadripôle linéaire, non-stationnaire, passif ? Pour établir ceci, il faut définir ce qu'est la passivité d'un quadripôle

linéaire non-stationnaire et chercher si cette définition entraîne une propriété analogue à la symétrie de la matrice inductance : ceci n'est pas immédiat ! Dans l'affirmative, l'énergie instantanée d'un tel quadripôle sans pertes se décomposerait, comme celle de son homologue stationnaire, en une somme de deux termes : l'un proportionnel au carré de  $V_2$ , l'autre au carré de  $I_1$ ....

## **5.2 Stratégie vis-à-vis des transitoires.**

Les questions qui suivent sont encore sans réponse mais nous espérons que les techniques exposées dans ce mémoire faciliteront la mise au point des réponses appropriées. Habituellement, ces questions n'émergent pas car elles sont occultées par les nombreux problèmes électroniques qui sont soulevés dès le départ. Du fait que nous abordons l'étude avec des circuits très dépouillés, nous pouvons en revanche tenter de satisfaire un cahier des charges formulé de manière plus détaillée, la réalisation électronique n'intervenant que dans un second temps. Ces questions illustrent bien les préoccupations que nous avons regroupées sous le vocable "gestion de l'énergie en flux tendu".

### **5.2.1 Au démarrage.**

Bien que les dispositifs étudiés ici soient très rapides, leur temps d'établissement n'est jamais nul et il dépend de la phase du réseau à la mise sous tension. Si ce temps d'établissement est vraiment critique, on peut chercher à le minimiser. Cela veut dire que l'énergie stockée dans chaque dipôle modulé doit rejoindre, le plus vite possible, la courbe de variation propre au régime établi.

Dans ce but, on peut envisager de ne connecter la charge qu'une fois le régime établi atteint : la puissance non dissipée dans celle-ci au départ permettant d'accélérer le stockage dans les dipôles. Il faut également savoir ce que l'on accepte à l'entrée. Veut-on ne jamais dépasser le courant instantané qui serait absorbé en régime établi ? Peut-on tolérer une faible surintensité temporaire atteignant, par exemple, la valeur maximum du courant évoqué ci-dessus ? Doit-on respecter des contraintes pour chaque dipôle modulé comme par exemple, ne pas dépasser un courant limite dans le dipôle série ?

### **5.2.2 Lors d'une variation du réseau.**

Le montage proposé par la figure 8 peut assurer la régulation de la sortie lorsque l'amplitude de la tension d'entrée varie. Que faut-il faire alors du courant d'entrée ? Si la sortie est correctement régulée, la puissance absorbée par la charge est constante de même que la puissance moyenne absorbée par l'entrée. Dans l'hypothèse d'une brusque diminution de la tension d'entrée, le courant d'entrée va augmenter tout aussi brusquement. Est-ce acceptable ? Faut-il au contraire maîtriser sa vitesse de montée ?

### **5.2.3 Lors d'une variation de la charge.**

Il est fréquent que le courant demandé à une source de tension varie. Si le montage a été dimensionné pour la puissance utile maximum, que faire lors d'une diminution brutale de la puissance demandée ? Doit-on répercuter immédiatement cette diminution de puissance sur l'entrée ? Comment, après un fonctionnement à puissance réduite, être prêt à fournir instantanément la puissance maximum ?

## **6 CONCLUSION.**

Des considérations énergétiques générales et globales ont permis de montrer que la définition même de certaines fonctions de l'électronique de puissance impliquait le stockage d'une énergie minimum. Après avoir établi la valeur de cette énergie pour la conversion AC-DC à absorption sinusoïdale, nous avons envisagé successivement plusieurs réalisations susceptible d'approcher ce minimum théorique de stockage. En faisant appel à deux dipôles modulés, nous avons obtenu un stockage excellent (excédent inférieur à 2,4 %) mais l'étude préalable a mis en évidence l'impossibilité de réguler la tension de sortie vis-à-vis d'une modification de l'amplitude de la tension d'entrée. L'association d'un modulateur et d'un dipôle modulé s'est en revanche révélée excellente (aucun excédent de stockage) en régime établi et l'étude de ce circuit élémentaire a mis en évidence la nécessité d'une procédure de démarrage spécifique, visant à limiter le courant à l'enclenchement.

La structure flyback est l'une de celles qui permettent de réaliser la fonction étudiée. Par rapport au montage standard, la modification issue de nos réflexions porte sur le stockage de sortie. Il s'avère possible, en stockant l'énergie dans un dipôle modulé, d'en stocker dix fois moins que dans un condensateur, sans nuire au taux d'ondulation de la sortie. Ce point est

confirmé par un essai expérimental qui sera présenté au chapitre quatre.

Au-delà de l'amélioration d'un montage particulier, cette nouvelle approche livre d'autres enseignements. Habituellement, l'étude d'un convertisseur débute par le choix d'un circuit électronique. On en cherche ensuite un modèle précis mais manipulable (à la main ou à l'aide d'un logiciel) pour simuler son comportement aussi précisément que possible. Le modèle (modèle moyen par exemple) apparaît alors comme une approximation du circuit réel. Les exemples que nous avons présentés suggèrent qu'il est possible de procéder dans l'ordre inverse. On peut, dans un premier temps, chercher un circuit composé de dipôles modulés et de modulateurs et l'étudier en simulation jusqu'à ce qu'il satisfasse tous les impératifs énergétiques du cahier des charges. Ce dernier peut d'ailleurs être bien plus détaillé qu'à l'accoutumée. La recherche du circuit électronique intervient seulement dans un second temps et, dans ce cas, c'est le circuit qui apparaît comme une approximation plus ou moins fine du modèle énergétique élaboré préalablement.

On le voit mieux maintenant, les modulateurs sans pertes et dipôles modulés sont des macrofonctions qui existaient déjà au sein des convertisseurs. Leur identification peut être comparée à celle de la fonction amplificateur opérationnel. Aujourd'hui, lorsqu'on conçoit un circuit analogique, on commence par rechercher les composants à adjoindre à un amplificateur opérationnel idéal et on teste le comportement de cet ensemble. On cherche ensuite l'amplificateur qui se comportera aussi idéalement que possible dans l'application visée. Oublier pour un temps la structure interne de l'amplificateur opérationnel simplifie l'étude de faisabilité et libère la créativité. De la même façon, le recours aux macrofonctions définies par ce travail a facilité la recherche des circuits assurant les fonctions, un peu fantaisistes, présentées au chapitre II. Nous avons vu également que l'oubli, temporaire, des problèmes électroniques suscite la définition d'un cahier des charges énergétique bien plus complet qu'à l'habitude : on s'occupe enfin de gérer l'énergie au plus juste, c'est-à-dire en flux tendu.

# ***Chapitre 4***

***Test d'un convertisseur AC-DC à  
gestion optimisée***



# TEST D'UN CONVERTISSEUR AC-DC A GESTION OPTIMISEE

## 1 INTRODUCTION

L'étude développée dans les chapitres précédents a montré qu'il était possible de réduire d'un facteur important l'énergie stockée dans les structures de conversion AC-DC à absorption sinusoïdale. Ceci contribue directement à réduire les dimensions des composants de stockage.

En reprenant les exemples traités dans les chapitres précédents, ce quatrième chapitre a pour but de présenter la mise en œuvre pratique des dipôles modulés. Ainsi, dans un premier temps, nous réalisons un dipôle modulé inductif puis capacitif afin de vérifier les liens déterminés par les calculs théoriques et les simulations. Nous verrons, ici, l'influence des différentes imperfections des composants utilisés dans ce montage. Dans un deuxième temps nous réalisons le dipôle modulé capacitif nécessaire pour diminuer l'énergie stockée dans le filtre de sortie d'une alimentation flyback utilisée en absorption sinusoïdale. Le dipôle modulé fonctionnera donc avec un rapport cyclique variable. Nous avertissons le lecteur sur le fait que si aujourd'hui ces dispositifs nécessitent, pour leur mise en œuvre, une commande et un circuit de puissance relativement complexes, il est clair qu'un approfondissement de nos recherches sur ces dipôles modulés devrait apporter des simplifications.

## 2 REALISATION PRATIQUE DE LA STRUCTURE AVAL

L'étude de la gestion optimale de l'énergie dans les convertisseurs AC-DC effectuée au chapitre trois nous a permis de concevoir deux nouvelles structures appelées structures amont et aval. Ces deux structures permettent de réaliser la fonction désirée, courant d'entrée sinusoïdal et tension de sortie constante, tout en stockant une énergie proche du minimum théorique. Une simulation de ce dispositif en grandeurs moyennes a été présentée. Afin de poursuivre dans cette voie, nous allons maintenant nous intéresser à sa réalisation pratique. Il sera nécessaire, dans un premier temps de choisir le type de dipôle modulé (inductance ou capacité) pour les deux éléments (série et parallèle) que nécessite cette structure (figure 1). Pour cela en repartant de l'étude faite au chapitre deux sur les dipôles modulés et en regardant

les contraintes particulières de cette application, nous ferons les choix qui mènent au schéma le plus simple à mettre en œuvre. Dans un deuxième temps, nous étudierons les imperfections de ces montages ainsi que le filtrage que nécessite la mise en œuvre de modulateurs de type hacheur. Afin de séparer les problèmes, nous étudierons dans une première partie le dipôle série puis le dipôle parallèle de la structure aval.

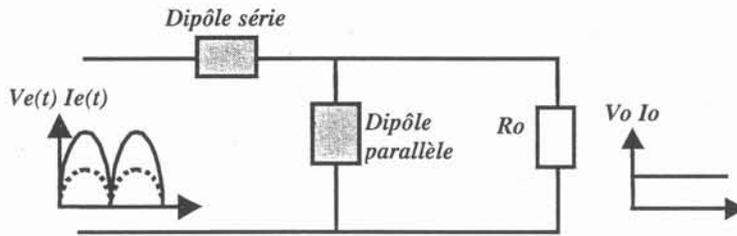


Figure 1. Montage aval.

2.1 Dipôle série.

Si l'on regarde les grandeurs tension et courant aux-quelles est soumis ce dipôle, il est possible de se faire une idée sur le type (L ou C) de dipôle modulé à utiliser. En effet, le fait que ce dipôle soit soumis à une tension de valeur moyenne nulle ( $V_e - V_o$ ) et à un courant unidirectionnel de valeur moyenne  $I_o$ , nous oriente directement vers une inductance modulée qui sera réalisée à l'aide d'une inductance L de valeur fixée associée à une structure de hacheur série.

Pour étudier l'élément série seul, nous avons remplacé l'ensemble charge plus dipôle parallèle par une source de tension de valeur  $V_o$  (figure 2).

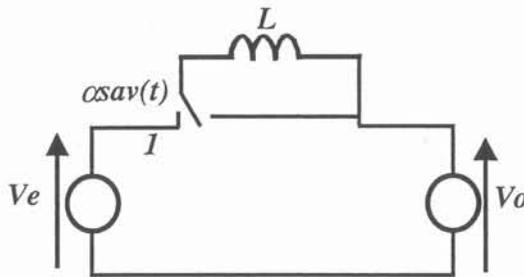


Figure. 2 : Circuit proposé pour le dipôle série

Dans cette structure, le rapport cyclique  $\alpha_{sav}$  du hacheur série est le même que le rapport du modulateur parfait  $\eta$  qu'il réalise. L'expression de  $\alpha_{sav}$  se déduit donc du calcul énergétique faite au chapitre III :

$$W_s(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot \omega \cdot t - \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \pi \cdot \cos(\omega \cdot t) - k2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{\alpha_{sav}^2(t)} \cdot I_e^2(t) \tag{1}$$

Comme le rapport cyclique ne peut varier que entre 0 et 1, nous ajustons  $k_2$  et  $L$  pour le garder dans cette fourchette (figure 3).

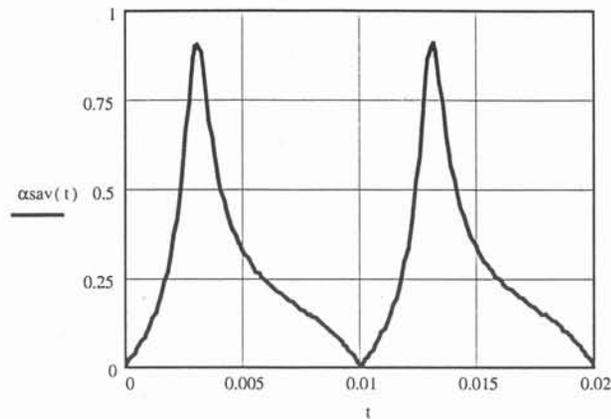


Figure 3. Variation du rapport cyclique  $\alpha_{sav}$

La simulation du circuit de la figure 2 a été effectuée à l'aide de Simplorer. Les résultats de simulation présentés sur la figure 4, ont été obtenus pour une inductance  $L=0.5$  mH, une source de tension  $V_0=78.5$  V et pour une fréquence de découpage de 50 kHz.

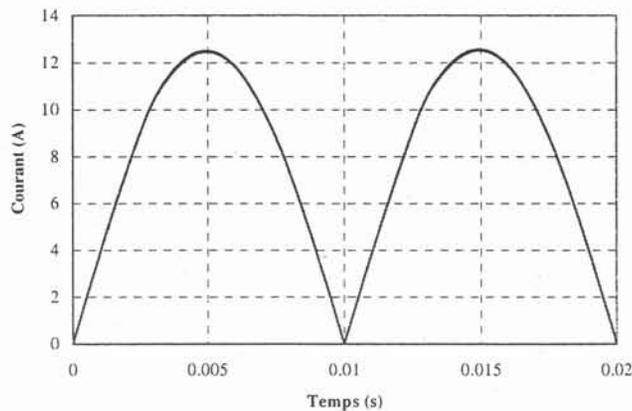


Figure 4. Forme d'onde du courant d'entrée moyen

La figure ci-dessus présente le courant d'entrée moyen. On peut constater que le prélèvement d'un courant sinusoïdal est assuré sur toute la période réseau. En réalité ce courant est haché à 50 kHz et il sera nécessaire, pour assurer le lissage, d'ajouter un filtre HF (figure 5).

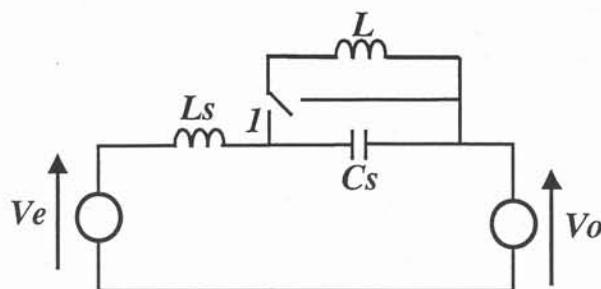


Figure 5. Dipôle série avec le filtre H-F ( $L_s=1\text{ mH}$  et  $C_s=1\text{ }\mu\text{F}$ )

$L_s$  et  $C_s$  sont calculés pour obtenir une atténuation de 40 dB à 50 kHz.

La figure 6 présente l'allure du courant d'entrée instantané obtenu par simulation. On peut constater que le courant d'entrée est pollué par des résonances correspondant à la fréquence de coupure du filtre H-F (5 kHz). Ces résonances sont inévitables car il n'y a pas d'éléments résistifs dans le circuit pour les amortir. L'étape suivante sera d'introduire ce circuit avec le dipôle parallèle et la résistance de charge. L'amortissement pourra ainsi être réalisé.

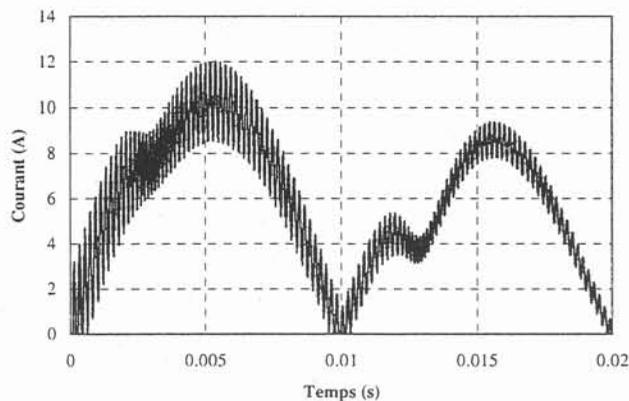


Figure 6 . Forme d'onde du courant d'entrée instantané, en introduisant le filtre H-F

## 2.2 Dipôle parallèle.

Pour choisir ce dipôle, nous procédons de la même façon que pour le dipôle série. La tension auquel il est soumis étant constante et le courant le traversant étant de valeur moyenne nulle, nous choisissons donc une capacité associée à un hacheur parallèle, afin de réaliser une capacité modulée (figure 7).

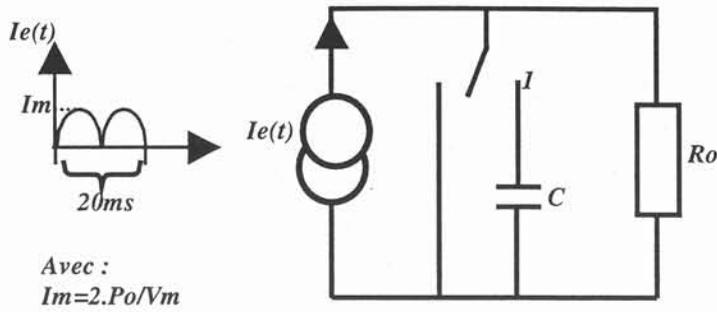


Figure 7. Circuit du dipôle parallèle (C=4 μF).

Dans cette structure l'expression du rapport cyclique  $\alpha_{pav}(t)$  du hacheur parallèle (figure 8) est inversement proportionnel à celle du rapport du modulateur  $\eta_{pav}(t)$ . Il est possible de déterminer le rapport cyclique  $\alpha_{pav}$  en reprenant l'expression de l'énergie que doit stocker ce dipôle ( chapitre III).

$$W_p(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot [-2 \cdot \omega \cdot t - \pi \cdot \cos(\omega \cdot t) + k1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{\alpha_{pav}^2(t)} \cdot V_o^2 \tag{2}$$

De la même façon que pour le dipôle série, C et k1 seront fixées pour maintenir  $\alpha_{pav}(t)$  entre 0 et 1.

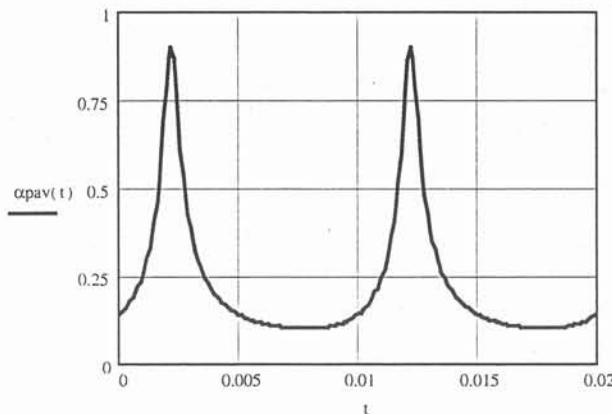


Figure 8. Allure du rapport cyclique  $\alpha_{pav}$

Le courant circulant dans la charge est découpé et l'insertion d'un filtre en sortie permettant d'éliminer la composante H-F est nécessaire (figure 9). A l'échelle de la perturbation haute fréquence ce circuit peut être modéliser par le circuit de la figure 10 [Phelps-A]. La source de perturbation est représentée par une source de tension  $V_p(t)$  de forme carré positive, c'est elle que nous voulons filtrer de façon à n'obtenir que  $\pm 2\%$  de la tension moyenne comme ondulation de sortie.

Le filtre  $L_p, C_p$  que nous réalisons a pour fonction de transfert :

$$\frac{V_o}{V_p} = \frac{1}{L_p \cdot C_p \cdot p^2 + \frac{L_p}{R_o} \cdot p + 1} \tag{3}$$

Pour évaluer les valeurs de  $L_p$  et  $C_p$ , nous allons faire un raisonnement au premier harmonique et nous considérerons  $\alpha_{pav}=0.5$ , ce qui est en terme d'ondulation le cas le plus défavorable. Si l'on considère que la tension moyenne de sortie est égale à  $V_1$ , cela implique que dans notre schéma équivalent HF,  $V_p(t)$  présente une amplitude crête de  $V_1$  soit un fondamental de  $\frac{4}{\pi} \cdot V_1$ . Si l'on veut que  $V_o$  ne présente qu'une ondulation de  $\pm 2\%$  de  $V_1$ , il

faut alors que son amplitude soit de  $\frac{4}{100} \cdot V_1$ , il en résulte que le gain en tension du filtre à cette fréquence doit être de  $\frac{\pi}{100}$ . Compte tenu de la relation entre la fréquence de coupure et

le gain désiré  $\frac{\pi}{100} = \left(\frac{F_c}{F_s}\right)^2$ , nous pouvons en tirer  $F_c$ , ce qui nous donne une première

équation :  $2 \cdot \pi \cdot F_c = \frac{1}{\sqrt{L_p \cdot C_p}}$ .

Pour obtenir une deuxième équation nous allons partir du facteur d'amortissement  $Z$  :

$$Z = \frac{1}{2 \cdot R_o} \cdot \sqrt{\frac{L_p}{C_p}}$$

Ces deux équations nous fournissent les deux éléments du filtre  $L_p=0.35$  mH et  $C_p=4$   $\mu$ F.

A noter que la capacité  $C_p$  est de même valeur que la capacité  $C$  du dispositif modulé, on pourrait penser que du point de vue énergétique elles jouent donc des rôles identiques. En réalité il n'en est rien, c'est la capacité  $C$  qui joue le rôle de réservoir, cette dernière étant soumise à des tensions plus élevées que  $C_p$ .

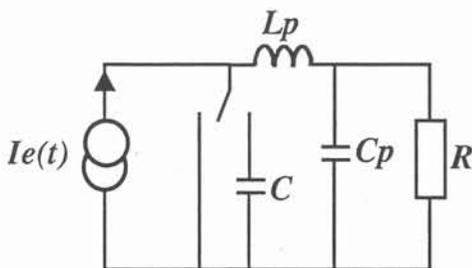


Figure 9. Circuit du dipôle modulé avec le filtre H-F en sortie

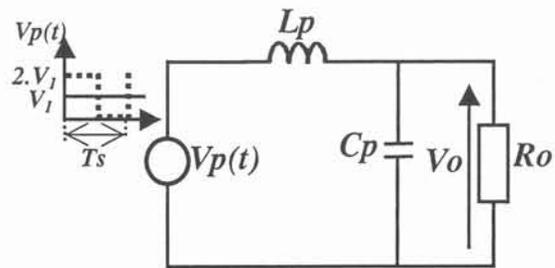


Figure 10. Circuit équivalent à l'échelle de la perturbation H-F

L'allure de la tension de sortie est présentée sur la figure 11, le filtre H-F étant calculé pour obtenir une ondulation de  $\pm 2\%$ . Cette réponse a été simulée en partant du schéma figure 9.

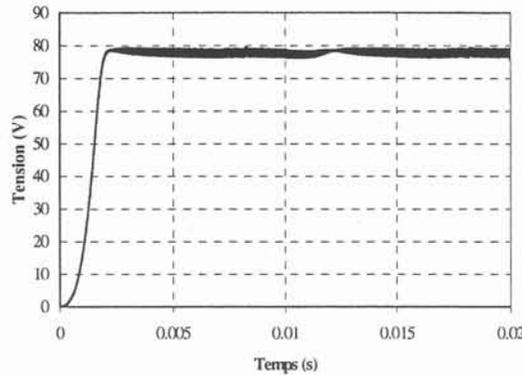


Figure 11. Forme d'onde de la tension de sortie avec le filtre H-F en sortie  
( $L_p=0.35mH$ ,  $C_p=4\mu F$ )

**2.3 L'insertion des dipôles (série et parallèle) dans le circuit global .**

Nous présentons (figure 12) le circuit complet implanté dans Simplorer. Les interrupteurs présentés (Ts, Tp) sont idéaux à deux positions, leurs commandes sont effectuées par un graphe d'états.

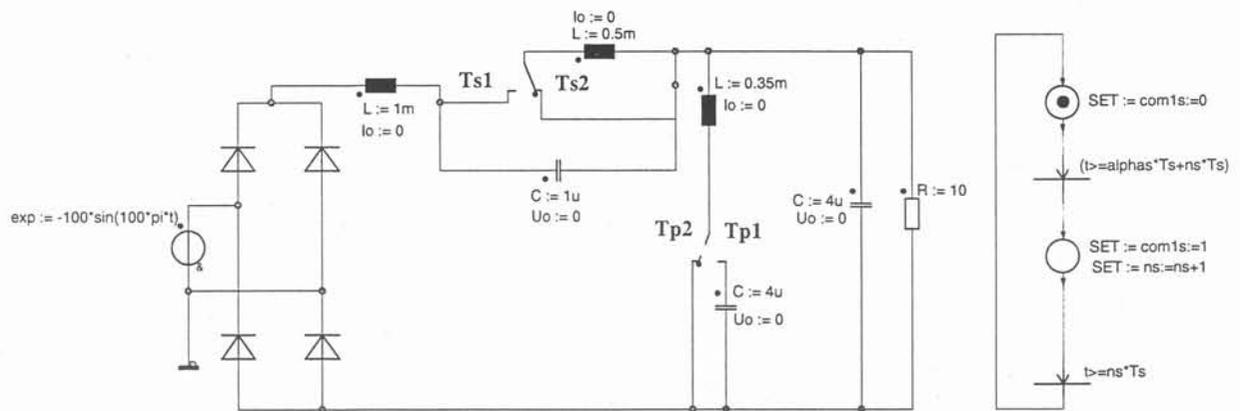


Figure 12. Structure globale simulée sur Simplorer

Les résultats fournis sur les figures 13 et 14, ont été obtenus en utilisant les paramètres présentés ci-dessous :

- Inductance de filtrage série :  $L_s=1$  mH,
- Capacité de filtrage série :  $C_s=1$  uF,
- Inductance série  $L=0.5$  mH,

- Inductance de filtrage parallèle :  $L_p=0.35$  mH,
- Capacité de filtrage parallèle :  $C_p=4$  uF,
- Capacité parallèle  $C=4$  uF,
- Fréquence de découpage  $F_s=F_p=50$  kHz.

Ces paramètres sont les mêmes que ceux qui ont servi pour les simulations de chaque dipôle.

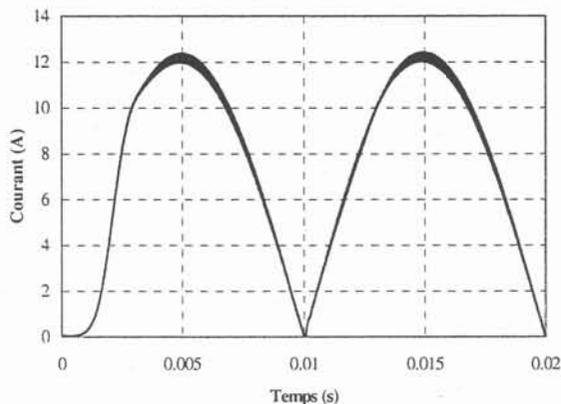


Figure 13. Courant d'entrée.

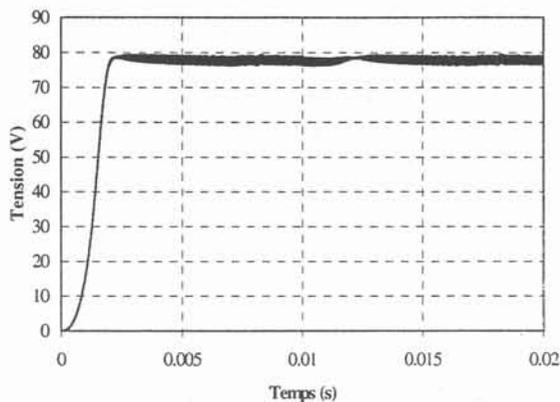


Figure 14. Tension de sortie.

L'allure de la tension de sortie, présentée sur la figure 14, met en évidence une ondulation de  $\pm 2\%$ . Nous pouvons diminuer cette ondulation en augmentant la fréquence de découpage ( $F_p=100$  kHz) de la commande parallèle. L'ondulation H-F de la tension de sortie sera alors réduite à  $\pm 1\%$  (figure15).

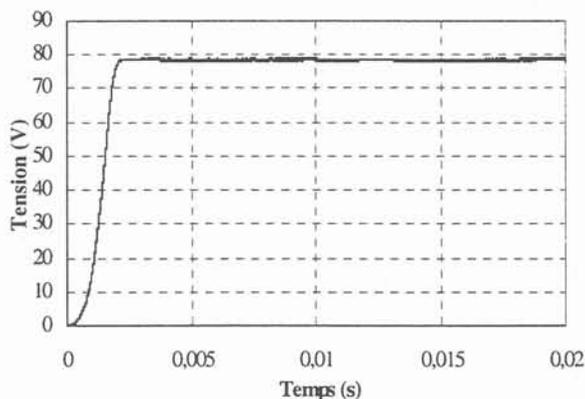


Figure 15. Tension de sortie pour une fréquence de découpage de 100 kHz

### 2.3.1 Principales relations et contraintes sur les composants .

Pour choisir les composants L et C intervenant dans cette structure, il est nécessaire de

connaître les grandeurs auxquelles ils seront soumis. C'est ce que nous nous proposons de faire dans cette partie.

**Contraintes sur L :**

La figure 16 présente la variation du courant dans l'inductance L sur une période de découpage. Nous pouvons écrire pour t variant entre 0 et  $\alpha_{sav}(t) \cdot T_s$  :

$$V(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt}, \text{ avec : } V(t) = V_e(t) - V_o$$

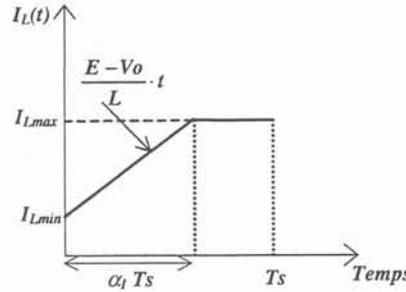


Figure 16. Forme d'onde du courant dans l'inductance sur une période de découpage

Si nous supposons que la tension d'entrée a une valeur constante ( $V_e(t) = E$ ) sur une période de découpage, nous obtenons :

$$i_L(t) = \frac{(E - V_o)}{L} \cdot t + I_{Lmin}$$

Où :  $I_{Lmin}$  est le courant dans l'inductance lors de la fermeture de  $T_s1$ .

Donc pour  $t = \alpha_{sav} \cdot T_s$  :

$$i_L = I_{Lmax} = \frac{(E - V_o)}{L} \cdot \alpha_{sav}(t) \cdot T_s + I_{Lmin}$$

Nous pouvons en déduire l'ondulation de courant :

$$\Delta I_L = I_{Lmax} - I_{Lmin} = \frac{(E - V_o)}{L \cdot F_s} \cdot \alpha_{sav}(t) \tag{4}$$

D'autre part, le courant moyen circulant dans l'inductance L est fonction du courant d'entrée :

$$I_{Lmoy}(t) = \frac{I_e(t)}{\alpha_{sav}(t)} \tag{5}$$

De  $\Delta I_L$  et  $I_{Lmoy}$  nous pouvons déduire l'expression de  $I_{Lmax}$  :

$$I_{Lmax BF}(t) = I_{Lmoy}(t) + \frac{\Delta I_L}{2} = \frac{(V_m \cdot \sin(\phi(t)) - V_o)}{2 \cdot L \cdot F_s} \cdot \alpha_{sav}(t) + I_m \cdot \frac{\sin(\phi(t))}{\alpha_{sav}(t)} \tag{6}$$

Ce courant est périodique sur 10 ms, sa valeur maximale est de 54,8A.

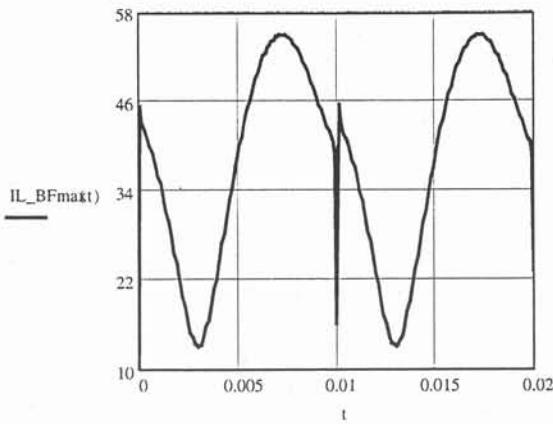


Figure 17. Evolution du courant maximal dans l'inductance

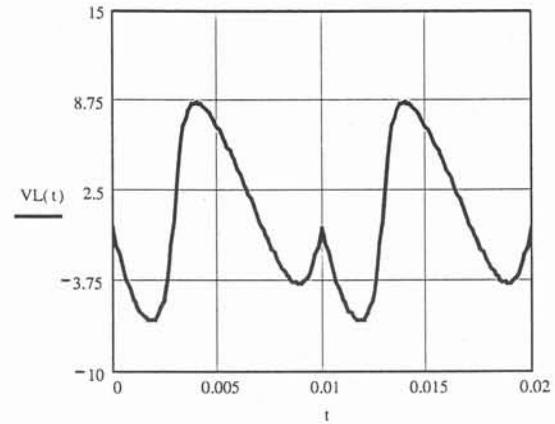


Figure 18. Evolution de la tension aux bornes de l'inductance

La figure 18 présente l'évolution de la tension aux bornes de l'inductance L, son expression est fonction des tensions d'entrée, de sortie et du rapport cyclique  $\alpha_{sav}$ .

$$V_L(t) = (V_e(t) - V_o) \cdot \alpha_{sav}(t) \tag{7}$$

**Contraintes sur C :**

Nous trouvons les expressions du courant et de la tension maximale basse fréquence aux bornes de la capacité C par dualité.

$$V_{C_{max\ BF}}(t) = \frac{1}{2 \cdot C \cdot F_s} \cdot (I_m \cdot \sin(\phi(t)) - I_o) \cdot \alpha_{pav}(t) + \frac{V_o}{\alpha_{pav}(t)} \tag{8}$$

$$I_C(t) = \alpha_{sav}(t) \cdot (I_e(t) - I_o) \tag{9}$$

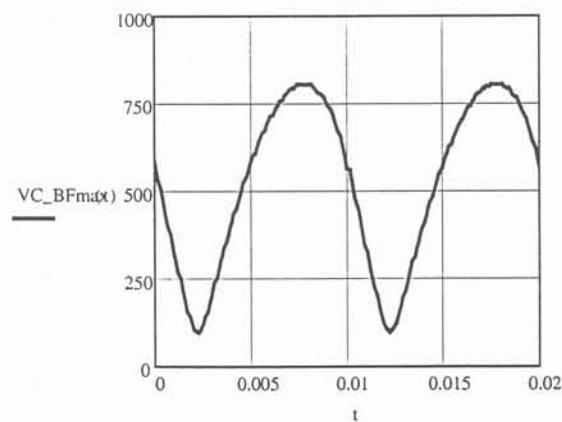


Figure 19. Evolution de la tension maximale aux bornes de la capacité C

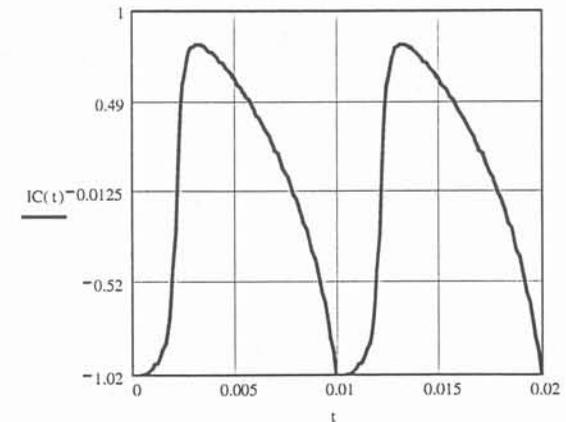


Figure 20. Allure du courant dans la capacité C

Les différentes grandeurs et contraintes des éléments réactifs utilisés dans le circuit, sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Grandeurs	Valeur maximale	Valeur efficace	Valeur moyenne
Tension aux bornes de Cs (V)	78.5	34.13	27.3
Tension aux bornes de Cp (V)	78.5	72.9	69.55
Tension aux bornes de C (V)	<b>800</b>	557.61	485.43
Courant dans l'inductance Ls (A)	12.3	8.52	7.44
Courant dans l'inductance Lp (A)	8.62	3.51	2.92
Courant dans l'inductance L (A)	<b>54.8</b>	37.97	34

Comme nous pouvons le remarquer, les contraintes sur les éléments de stockage  $L=0.5\text{mH}$  et  $C=4\ \mu\text{F}$  sont importantes. Cela peut s'expliquer en regardant les énergies maximales stockées par ces deux éléments. En effet, l'énergie atteint 1.31 Joules dans l'élément parallèle, et 0.79 Joules dans l'élément série, soit 2.10 Joules contre 1.963 Joules du minimum théorique. Pour ces valeurs le rapport cyclique varie entre 0 et 1. En augmentant la valeur minimal du rapport cyclique, nous pouvons diminuer ces contraintes. A titre d'exemple, pour une capacité de  $20\ \mu\text{F}$  et en gardant toujours un rapport cyclique inférieur à un, nous devons stocker une énergie maximale (dans C) de 1.37 Joules, Le minimum du rapport cyclique passe alors de 0.1 à 0.2. Dans ce cas, les contraintes sur la capacité diminuent et la tension maximale à ces bornes baisse à 370 V. Le même raisonnement conduit pour une inductance de 2 mH, montre que l'énergie stockée passe à 0.89 Joules et que le courant maximal la traversant diminue à 29 A. Donc, afin de réduire les contraintes maximales en courant et en tension, il est nécessaire d'admettre une certaine tolérance sur l'énergie stockée par ces éléments par rapport au minimum théorique.

### 2.3.2 Type des interrupteurs utilisés dans la structure aval.

Afin de définir comment seront réalisés les différents interrupteurs de cette structure, il est nécessaire de préciser les contraintes auxquelles ils seront soumis.

Les valeurs maximales des courants et tensions aux bornes des interrupteurs (Ts1, Ts2, Tp1 et Tp2) présentés sur la figure 12 sont résumées dans le tableau suivant :

$V_{Ts1_{max}} = V_o = 78.5 \text{ V}$	$I_{Ts1_{max}} = I_{L_{max}} = 54.8 \text{ A}$
$V_{Ts2_{max}} = V_{L_{max}} = 8.6 \text{ V}$	$I_{Ts2_{max}} = I_{L_{max}} = 54.8 \text{ A}$
$V_{Tp1_{max}} = V_o - V_{C_{min}} = 721.5 \text{ V}$	$I_{Tp1_{max}} = I_o = 7.85 \text{ A}$
$V_{Tp2_{max}} = V_o = 78.5 \text{ V}$	$I_{Tp2_{max}} = I_m = 12.34 \text{ A}$

Les dipôles modulés série et parallèle sont des éléments duaux (figure 21, figure 22). Il est à noter qu'il en sera de même pour les interrupteurs qu'ils nécessiteront.

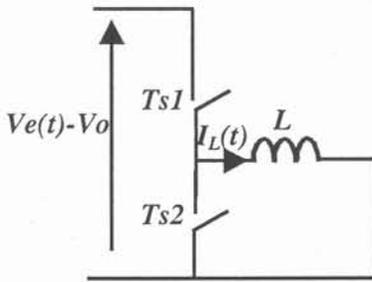


Figure 21. Inductance modulée de la structure aval

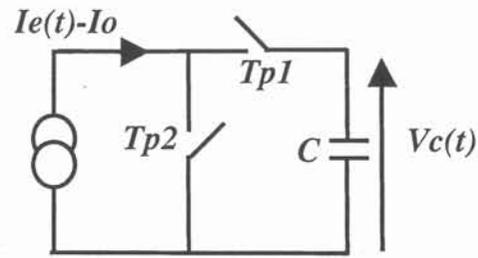


Figure 22. Capacité modulée de la structure aval

En pratique, les commutateurs Ts et Tp sont réalisés par, respectivement, deux interrupteurs Ts1, Ts2 et Tp1, Tp2, dont les commandes sont complémentaires. Jusqu'à présent tout ces interrupteurs étaient considérés bidirectionnels en courant et en tension, pourtant des simplifications sont possibles.

**Les interrupteurs du dipôle série (Ts1 et Ts2) :**

De 0 à  $\alpha_{sav}(t)$ , Ts, Ts1 est fermé et Ts2 est ouvert, l'interrupteur Ts1 doit donc pouvoir supporter le courant traversant L qui, nous l'avons vu est unidirectionnel et varie entre environ 15 A et 54 A. Ce courant étant toujours positif, Ts1 ne devra être que unidirectionnel en courant. Durant cette même phase Ts2 est soumis à la tension  $(V_e(t)-V_o)$  et l'interrupteur devra alors être bidirectionnel en tension. Le même raisonnement conduit de  $\alpha_{sav}(t)$ .Ts à Ts, nous permet de conclure sur les caractéristiques de ces deux interrupteurs : Ts1 et Ts2 devront être unidirectionnel en courant et bidirectionnel en tension.

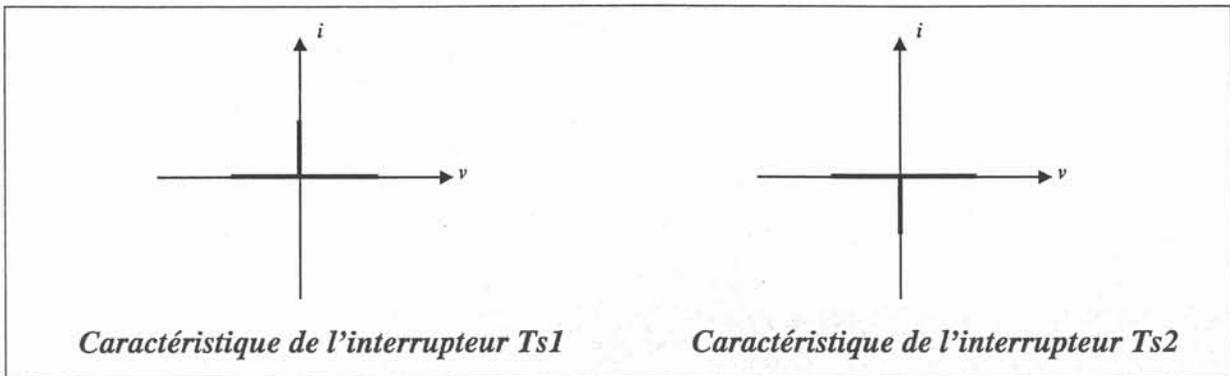


Figure 23. Caractéristiques  $i(v)$  des interrupteurs utilisés dans la structure aval (élément série).

Compte-tenu des caractéristiques  $i(v)$ , présentées sur la figure 23, il est possible de préciser la nature des commutations pour passer d'un état à l'autre. En effet, la commande nécessaire dépendra de signe de la tension  $(V_e(t) - V_o)$ . Si cette tension est positive,  $Ts1$  est commandé à l'amorçage et au blocage.  $Ts2$  subit totalement les changements d'état qui sont déterminés par  $Ts1$ , c'est donc une diode. Dans le cas où la tension  $(V_e(t) - V_o) < 0$ ,  $Ts2$  est commandé à l'amorçage et au blocage, et  $Ts1$  est une diode. Les cycles de fonctionnement dans le plan  $(i,v)$  sont alors imposés comme l'indique la figure 24. Ces interrupteurs sont réalisés, en mettant en série une diode avec un MOS.

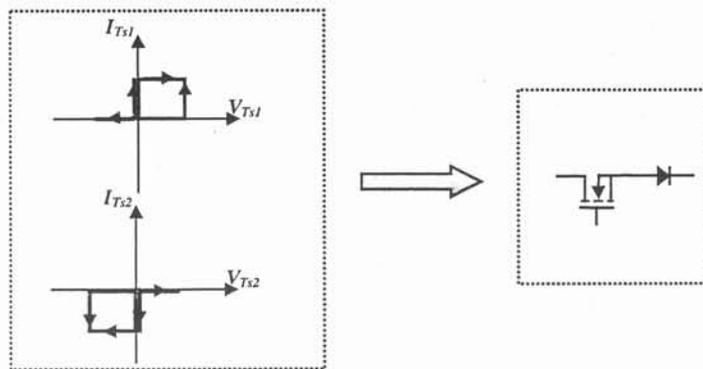


Figure 24. Présentation des interrupteurs réels utilisés dans la structure aval (élément série)

**Les interrupteurs du dipôle parallèle ( $Tp1$  et  $Tp2$ ) :**

Ce montage est le dual du précédent, les caractéristiques de  $Tp1$  et  $Tp2$  sont donc les duales de celles de  $Ts1$  et  $Ts2$  (figure 25).

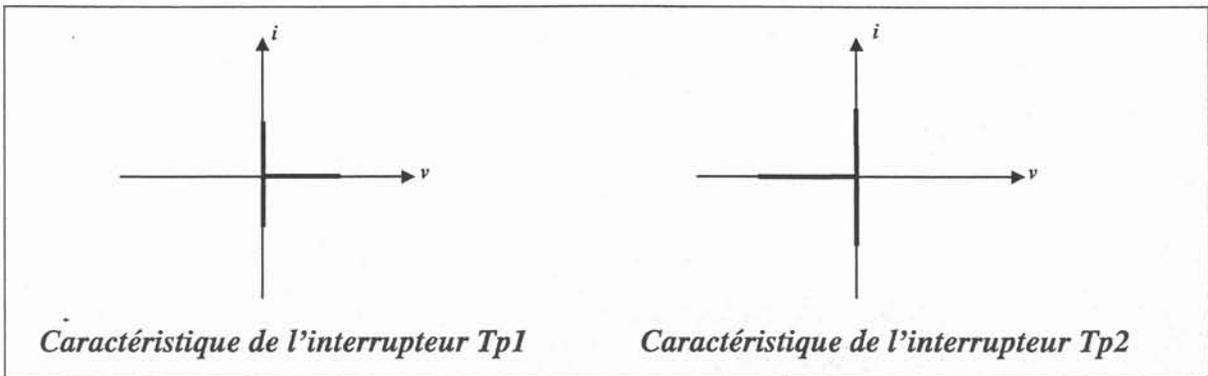


Figure 25. Caractéristiques  $i(v)$  des interrupteurs utilisés dans la structure aval (élément parallèle).

Ces interrupteurs utilisés dans la structure de la capacité modulée (figure 22), doivent donc être bidirectionnels en courant et unidirectionnels en tension. Leurs cycles de fonctionnement sont présentés sur la figure 26, ils seront réalisés, en mettant en antiparallèle un MOS et une diode.

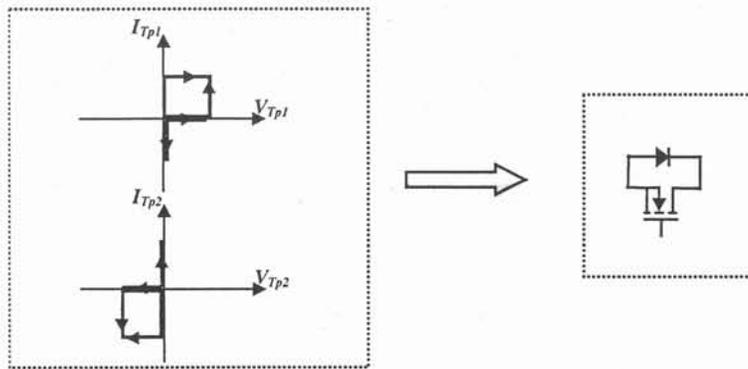


Figure 26. Présentation des interrupteurs réels (élément parallèle).

### 2.3.3 Influence de la tension de seuil des interrupteurs sur les caractéristiques de l'inductance modulée.

Si on considère que les interrupteurs présentent une chute de tension  $V_T$  à leurs bornes, et si l'on respecte la condition de valeur moyenne de la tension aux bornes de l'inductance  $L$  nulle sur une période de découpage, on obtient :

$$\int_0^{T_s} V_L(t) dt = \int_0^{\alpha \cdot T_s} V_{Cs} - V_T dt - \int_{\alpha \cdot T_s}^{T_s} V_T dt = 0$$

On en déduit qu'il existe une tension continue aux bornes de la capacité  $C_s$  égale à :

$$V_{C_{so}} = \frac{1}{\alpha} \cdot V_T$$

D'après cette dernière équation, la tension moyenne aux bornes de la capacité  $C_s$  n'est pas

nulle sur une période, cela implique une chute de tension qui va se répercuter sur la tension aux bornes de la charge. Pour illustrer ce phénomène, nous avons simulé le circuit de la figure 27 pour une tension d'alimentation en échelon et un rapport cyclique constant. La première simulation avec des interrupteurs idéaux, et la deuxième en introduisant les caractéristiques réelles des interrupteurs.

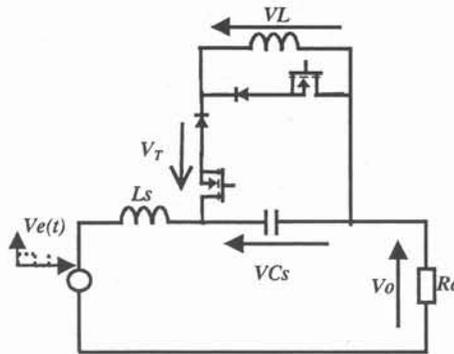


Figure 27. Circuit simulé.

Nous remarquons sur la tension de sortie une chute de tension égale à 4.5 V ce qui correspond au rapport  $\frac{1}{\alpha} \cdot V_T$ , pour  $V_T=1V$  et un rapport cyclique constant égale à 0.22.

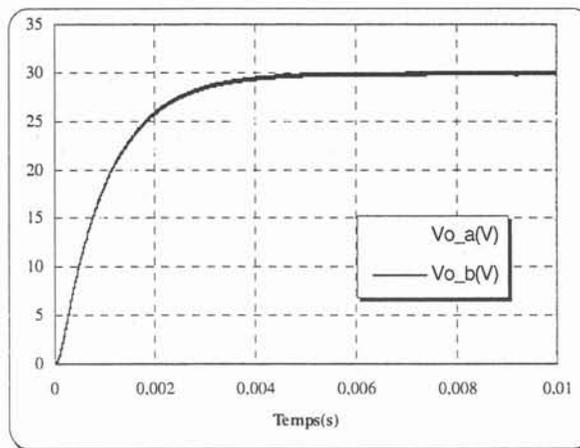


Figure 28. Allure de la tension aux bornes de la charge

(  $V_m=30 V$   $R_o=10 \Omega$   $\alpha=0.22$   $F_s=50 kHz$   $C_s=10 \mu F$   $L_s=0.35mH$   $L=0.5mH$  )

-a- : Avec des interrupteurs réels ( $V_T=1 V$ )    -b- : Avec des interrupteurs idéaux

### 3 TEST PRATIQUE D'UNE CAPACITE MODULEE :

Les structures de l'inductance et de la capacité modulées sont du point de vue théorique strictement duales. Pour cette raison, nous n'avons choisi de réaliser que la capacité modulée afin de prouver la faisabilité de ces composants.

Dans un premier temps, nous allons tester son comportement pour un rapport cyclique fixe. Le

deuxième test sera effectué avec un rapport cyclique variable. Nous reprendrons pour cela, l'étude du filtrage de sortie de la structure flyback vue dans le chapitre précédent. Pour les deux tests, les interrupteurs sont du type MOS (10A 400V) utilisés en deux quadrants, leur montage est fournis en Annexe. Les courbes de mesures sont récupérées par un oscilloscope numérique DSA 602A TEKTRONIX, muni de ses capteurs de courant et de tension.

**3.1 Capacité modulée à rapport cyclique fixe :**

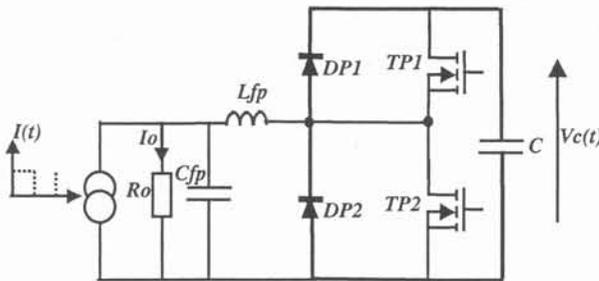


Figure 29. Schéma du circuit pratique de la capacité modulée.

Le schéma du dispositif testé est présenté (figure 29). Nous retrouvons le condensateur fixe C de 15  $\mu$ F et les deux interrupteurs Tp1-Dp1, Tp2-Dp2 chargés d'effectuer le découpage. Les éléments de filtrage HF (50 kHz) sont une inductance Lfp=0.38 mH et une capacité Cfp=4.7  $\mu$ F. L'objectif de cette manipulation est de montrer que cet ensemble se comporte comme une capacité équivalente Ceq de valeur  $Ceq = \frac{C}{\alpha^2}$ , ou  $\alpha$  est le rapport cyclique de Tp. Pour se faire, nous allons réaliser un test avec une capacité équivalente Ceq mis en parallèle avec une résistance Ro de 10  $\Omega$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ . L'ensemble est attaqué à l'instant t=0, par une source de courant de 0.8 A (figure 30).

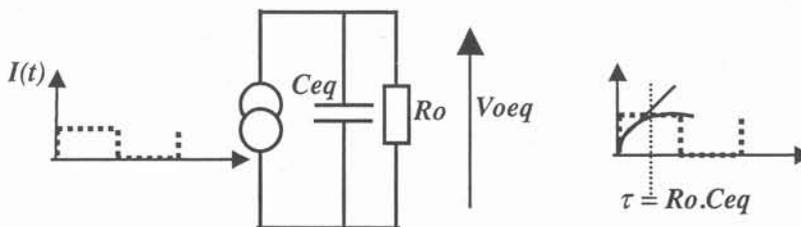


Figure 30. Circuit équivalent d'une capacité modulée.

La lecture de la constante du temps  $\tau$ , nous permettra de déterminer la valeur de C obtenue en fonction de  $\alpha$ . Nous présentons sur la figure 31, l'allure des signaux mesurés, pour

$\alpha=0.65$  et pour  $\alpha=0.3$ . On peut constater que dans les deux cas la tension de sortie  $V_o$ , présente une croissance de forme  $A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ , avec :  $A = R_o \cdot I$  et  $\tau = R_o \cdot C_{eq}$ . On trouve donc deux valeurs de  $C_{eq}$ , 0.17 mF pour  $\alpha=0.3$  et 36  $\mu$ F pour  $\alpha=0.65$ . Ce qui vérifie bien la loi  $C_{eq} = \frac{C}{\alpha^2}$ .

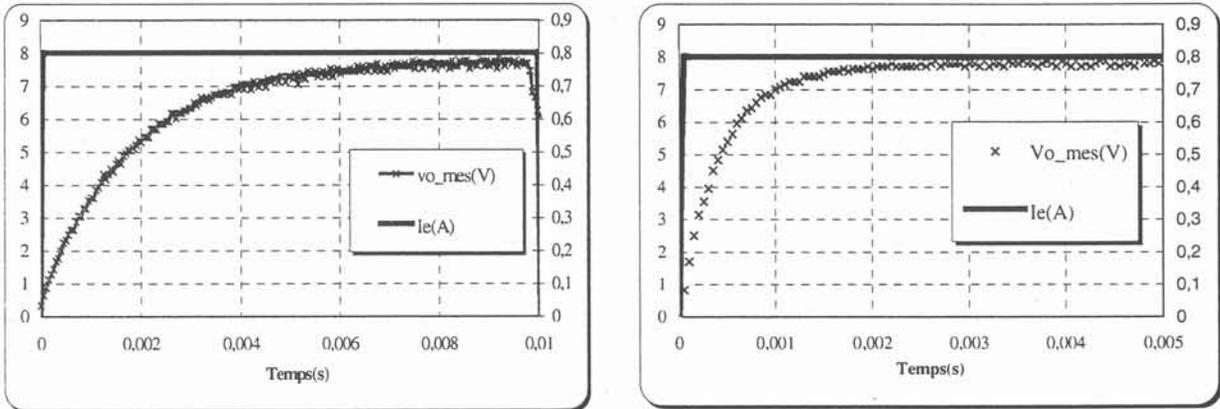


Figure 31. Résultats des mesures, pour différentes valeurs de  $\alpha$

a-  $\alpha=0.3$

b-  $\alpha=0.65$

### 3.2 Capacité modulée : commande avec rapport cyclique variable

L'exemple que nous avons choisi de mettre en œuvre est la capacité modulée de sortie du flyback, traité dans le chapitre III (figure 32).

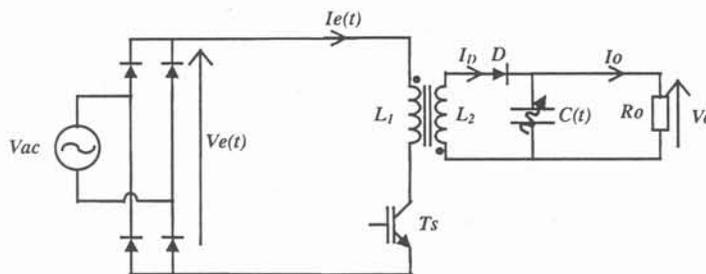


Figure 32. Structure du flyback avec la capacité modulée.

La structure de la capacité modulée choisie est un hacheur parallèle, alimentée par une source de courant alternatif  $I_{dp}(t)$  de valeur moyenne nulle. La tension aux bornes de la capacité  $C$  (figure 33) est toujours positive. Nous retrouvons donc des conditions identiques à celles de la capacité modulée dans la structure aval traitée dans le paragraphe précédent.

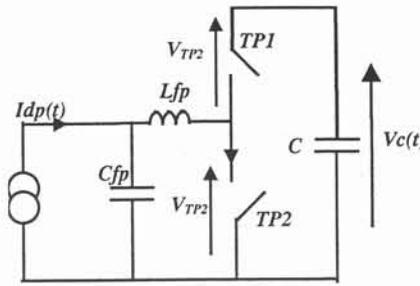


Figure 33. Capacité modulée du filtre de sortie.

Nous représentons (figure 34) le nouveau schéma du flyback muni de son filtre de sortie à capacité modulée.

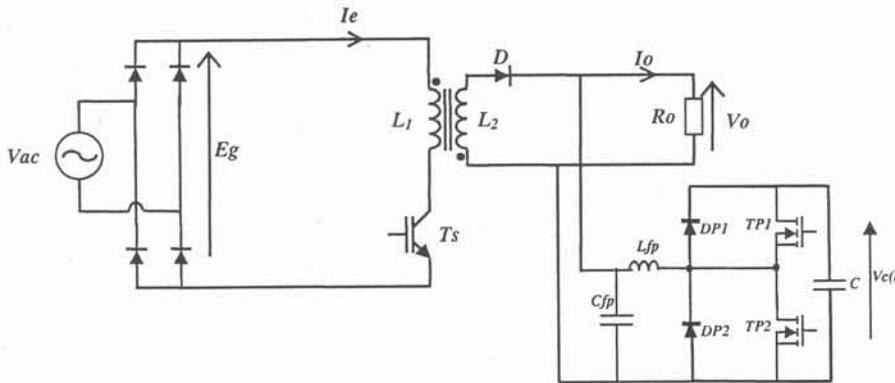


Figure 34. Circuit du Flyback avec une capacité modulée comme filtre de sortie.

Nous pouvons montrer que le courant moyen sortant de la diode D (en conduction discontinue) est de forme sinusoïdale au carré. Sa valeur maximale dépend de la puissance de sortie Po :

$$I_{s_{BF}} = \frac{2 \cdot P_o}{V_o} \cdot \sin^2(\omega \cdot t) \tag{10}$$

Pour simplifier la réalisation pratique, nous avons fait l'hypothèse que le découpage que subit le courant Is n'avait pas d'influence sur la capacité modulée, et que la tension Vo est parfaitement lissée. Nous pouvons alors remplacer, la diode D et tous les éléments en amont par une source de courant dont la valeur de sortie est égale à Is<sub>BF</sub> (figure 35).

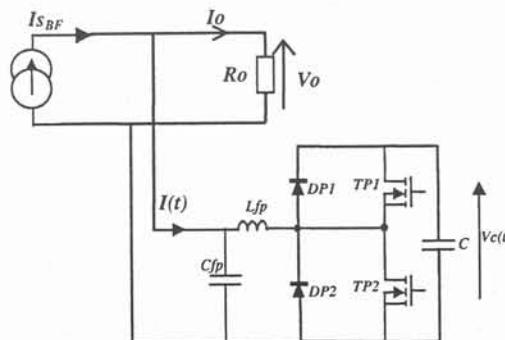


Figure 35. Circuit testé :  
la structure flyback est remplacée par une source de courant de valeur Is<sub>BF</sub>.

La source de courant sera réalisée à l'aide d'un amplificateur de tension, monté en générateur de courant asservi (figure 36).

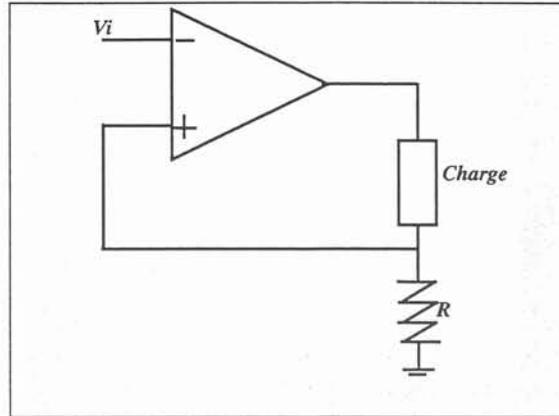


Figure 36. Montage pour générer une source de courant commandé par une tension

L'entrée inverseuse étant asservi à l'entrée non inverseuse, la tension  $V_i$  apparaît aux bornes de R et le courant traversant la charge égal à  $I = \frac{V_i}{R}$ . La charge n'apparaît pas dans cette relation, donc le courant est indépendant de cette dernière. On peut considérer que la charge est attaquée par une source de courant.

### 3.3 Réalisation de la commande à rapport cyclique variable :

A partir d'une source de courant variant en  $\sin^2(\omega.t)$ , nous cherchons à récupérer une composante continue aux bornes de la charge. La capacité modulée doit donc filtrer l'ondulation de fréquence 100 Hz, générée par la source de courant  $(I_D)_{BF}(t)$ . Nous avons vu au chapitre III, qu'en faisant varier  $\alpha$  en fonction du temps, il était possible de minimiser l'énergie à stocker dans cette capacité.

A partir de l'expression de l'énergie à stocker dans ce dipôle, nous déduisons la variation du rapport cyclique :

$$W_p(t) = \frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot (k - \sin(2 \cdot \omega \cdot t)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{\alpha^2(t)} \cdot V_o^2$$

Pour corriger le déphasage introduit par les éléments du filtre ( $L_{fp}$ , et  $C_{fp}$ ), nous soustrayons les énergies stockées dans ces éléments et nous obtenons la loi de variation de  $\alpha$  :

$$\alpha(t) = \sqrt{\frac{C}{\frac{P_o}{\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \sin(2 \cdot \omega \cdot t)) + k - W_{Lfp}(t) - W_{Cfp}(t)}} \cdot V_o \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot L_{fp} \cdot \omega}{R_o} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \right) \quad (11)$$

Avec :  $W_{Lfp}(t) = \frac{1}{2} \cdot Lfp \cdot \left( \frac{Vo}{Ro} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right)^2$  et  $W_{Cfp}(t) = \frac{1}{2} \cdot Cfp \cdot Vo^2$

Cette fonction n'est pas simple à réaliser par une commande analogique, pour cela nous nous sommes orientés vers une solution numérique. Son fonctionnement est expliquée dans le paragraphe suivant.

**3.3.1 La commande numérique :**

Les deux signaux  $Is_{BF}$  et  $\alpha(t)$  devant être parfaitement synchronisés, nous avons choisi de les générer par le même dispositif. Pour cela, cette commande va fournir une tension image de  $Is_{BF}$ , et la commande de la capacité modulée.

Pour générer ces deux courbes, la solution retenue est d'utiliser deux EPROM, qui contiennent en mémoire l'une, l'image du sinus carré de référence et l'autre, la courbe d'évolution du rapport cyclique  $\alpha(t)$ . La lecture de ces deux EPROM représente une période secteur soit 20 ms. Pour avoir une bonne définition des courbes sur ces 20 ms, nous avons choisi de mémoriser 1024 valeurs dans chacune des EPROM. Le cœur du montage de la commande est réalisé par ces deux EPROM, qui sont lues en parallèle (figure37). Les mêmes adresses sont fournies aux deux EPROM et à la sortie de celles-ci, on reçoit les données numériques correspondant aux deux courbes.

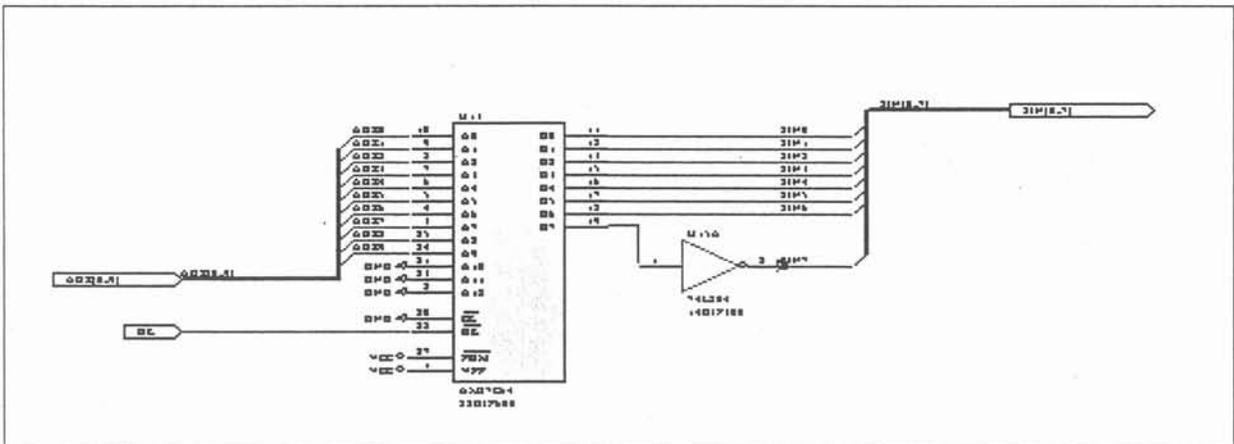


Figure 37. Présentation de l' EPROM.

Pour adresser 1024 adresses différentes en 20 ms, il faut une fréquence horloge égale

à :  $F = \frac{1}{\frac{20 \text{ ms}}{1024}} = 51.2 \text{ kHz}$ . Cette fréquence est présentée sur l'entrée horloge d'un comparateur

binaire 74 HC 4040 qui est un compteur binaire 12 étages ( utilisé ici en 10 étages) qui fournit

les 10 bits d'adresse aux deux EPROM. Les sorties données des deux EPROM attaquent des convertisseurs numériques/analogiques DAC 08.

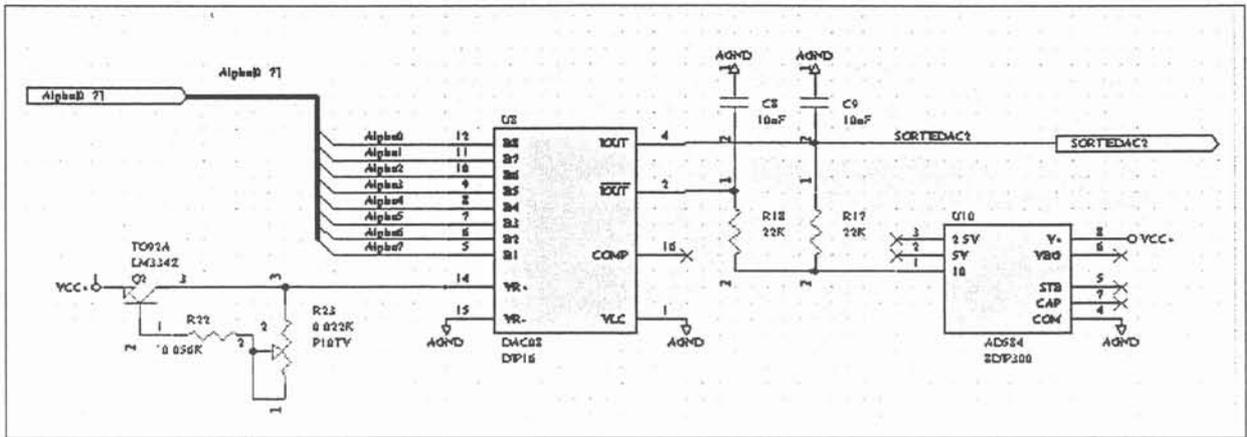


Figure 38. Conversion numérique analogique

La sortie du Dac 1 est amplifié, ce signal va servir de consigne à l'amplificateur de courant. Par contre, la sortie du Dac 2 est présentée à l'entrée d'un comparateur LM311 qui va générer un signal carré de commande de l'interrupteur Tp1, Tp2 sera commandé par ce même signal inversé (figure 39).

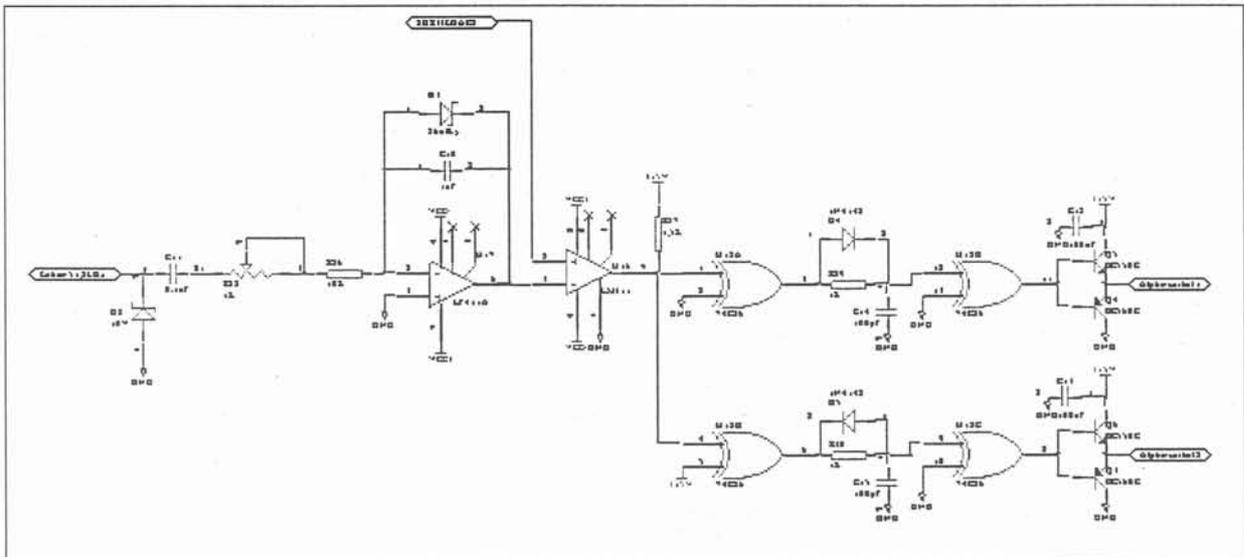


Figure 39. Circuit électronique présentant la comparaison du signal du rapport cyclique et un signal en triangle pour faire sortir la commande  $\alpha(t)$ . Ts, et son complément.

Nous représentons sur les figures 40 et 41, la variation du rapport cyclique et l'image du courant que devra fournir la source de courant et sur la figure 42, la vue générale de la carte

numérique.

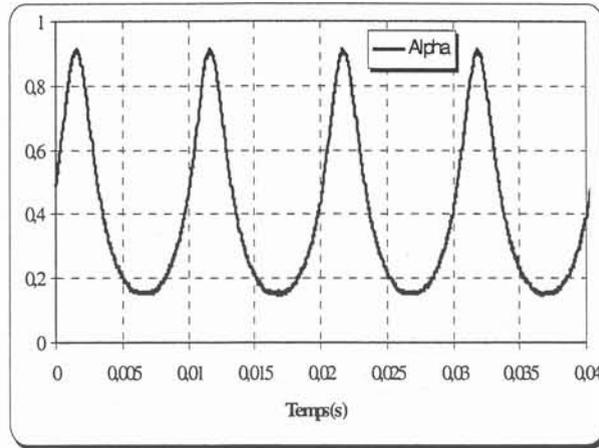


Figure 40. Variation du rapport cyclique relevé de la manipulation

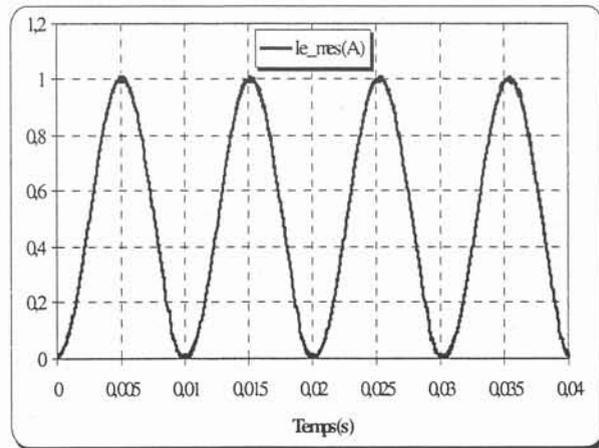


Figure 41. Allure du courant de la source à la sortie de l'amplificateur

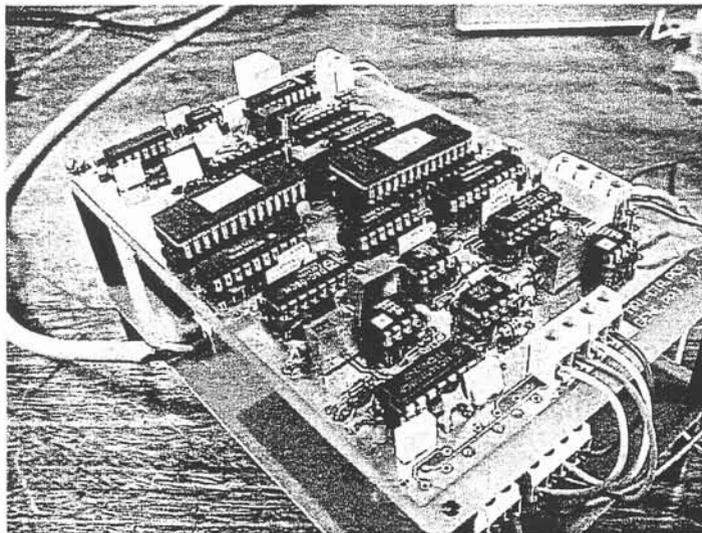


Figure 42. Vue d'ensemble de la carte numérique

**Les résultats du test :**

L'ensemble de ce dispositif a été testé dans les conditions suivantes :

Puissance de sortie  $P_o=25W$ ,

Tension de sortie  $V_o=25V$ ,

Résistance de charge  $R_o=50\Omega$ ,

Capacité de filtre HF  $C_{fp}=4.7\mu F$ ,

Inductance de filtre HF  $L_{fp}=0.35mH$ ,

Capacité  $C=15\mu F$ .

Sur la figure 43 nous présentons la tension aux bornes de la charge, malgré une ondulation BF de 1 V et des effets de commutation encore présents sur ce signal, le résultat obtenu est correct. Rappelons que pour assurer le même filtrage avec une capacité fixe, il aurait été nécessaire de stocker 12 fois plus d'énergie que dans notre structure.

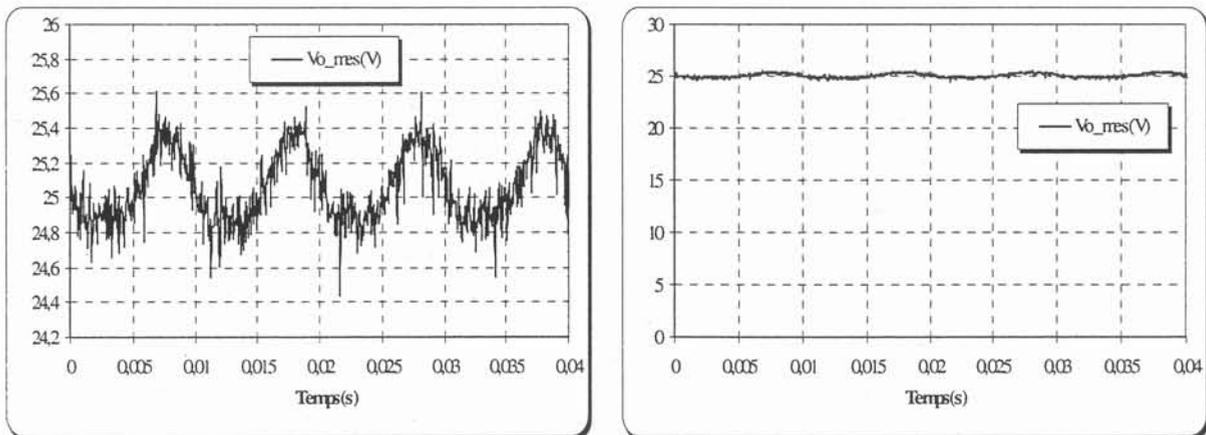


Figure 43. Allure de la tension de sortie

#### 4 CONCLUSION :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la réalisation pratique du prototype de la capacité modulée. Les tests ont été effectués pour deux montages : le premier à rapport cyclique constant, le deuxième à rapport cyclique variable. Nous avons montré que la réalisation analogique de la commande est complexe et qu'une réalisation numérique s'avère la plus adaptée. La carte de cette commande se base sur deux EPROM, pour à la fois générer le rapport cyclique de la carte commande et le signal de commande de la source de courant de la partie puissance. Les résultats de mesures montrent une cohérence avec l'étude théorique qui précède.

Malgré tout, ces résultats pourraient encore être améliorés si dans l'expression de  $\alpha(t)$  nous prenions en compte les imperfections des différents composants utilisés ici (tension de seuil des interrupteurs, résistance des éléments passifs...). Une voie pour arriver à ce résultats serait d'étudier la boucle d'asservissement de l'énergie dans la capacité C en fonction du courant de charge  $I_o$ .

# ***Conclusion générale***



## CONCLUSION GENERALE

L'idée initiatrice de ce travail était de rechercher les propriétés générales des circuits électriques utilisés en électronique de puissance et d'en dégager les conséquences. Après une étude mathématique assez brève, nous sommes parvenus à conclure que la présence d'un élément nouveau dans les circuits équivalents faciliterait probablement l'étude de ces circuits. Nous avons nommé cet élément "modulateur sans pertes".

Un modulateur sans pertes est, pour l'essentiel, un montage qui se comporte comme un transformateur idéal dont le rapport  $\eta(t)$  peut changer plus ou moins rapidement au cours du temps sous l'effet d'une commande qui n'exige aucune puissance. Nous avons ensuite cherché les différentes façons de réaliser un modulateur sans perte en recourant au découpage. Pour l'essentiel, en associant un hacheur et deux filtres haute fréquence cette fonction est assurée de façon satisfaisante. Certes la fréquence maximum de  $\eta(t)$  doit rester bien inférieure à la fréquence de découpage mais cela ne semble pas constituer une gêne bien réelle en pratique. L'adjonction d'un ou de deux ponts redresseurs peut s'avérer, utile, soit pour changer le signe de  $\eta(t)$ , soit pour assurer le respect des règles relatives à l'élément de stockage du hacheur.

Afin de nous familiariser avec ce nouvel élément de circuit, nous nous sommes intéressés à l'association d'un modulateur sans pertes avec une inductance ou un condensateur. Nous avons découvert, pour les dipôles ainsi constitués, des propriétés si surprenantes que nous les avons baptisés "dipôles réactifs modulés". Comme espéré, ils fournissent l'équivalent d'une inductance (ou d'une capacité) commandée dans le temps. Plus inattendu : grâce à une commande adéquate, un modulateur sans perte chargé par un condensateur peut se comporter comme une inductance. Il est même possible d'obtenir le comportement d'une inductance bidirectionnelle en courant en soumettant la capacité de stockage à une tension toujours positive.

Dans la plupart des convertisseurs statiques, les composants réactifs se classent en deux catégories : ceux qui assurent le stockage énergétique principal et ceux qui lissent (filtrent) le découpage. En régime établi, ils se distinguent par les énergies maximums qu'ils stockent ainsi

que par la période de variation de ces énergies. En intégrant les éléments de filtrage dans les modulateurs sans pertes, il semble que de nombreux convertisseurs puissent se représenter par des associations d'inductances, de condensateurs et de modulateurs sans pertes. Les éléments réactifs encore présents sont ceux de stockage et, pour alléger davantage la représentation, certains couples "modulateur sans perte-dipôle réactif" peuvent être remplacés par des "dipôles réactifs modulés". Ainsi, nous disposons maintenant, pour étudier les convertisseurs, d'un circuit équivalent à topologie constante qui mériterait d'être comparé au modèle moyen. Nous avons montré, par quelques exemples, qu'il était possible de trouver cette représentation en partant du cahier des charges, de tester sa faisabilité énergétique et de chercher ensuite la structure appropriée. Il y a là l'amorce d'une méthode de synthèse qui semble difficile à mener à partir du modèle moyen.

Indépendamment de ce qui précède, nous avons ensuite étudié le stockage énergétique nécessité par la conversion AC-DC à absorption sinusoïdale. L'étude énergétique globale a conclu, qu'indépendamment du circuit choisi, cette fonction nécessitait le stockage temporaire d'une énergie, au minimum égale à la puissance fournie à la charge divisée par la pulsation de la tension d'entrée. Ce résultat a même été étendu à d'autres conversions. Constatant que les réalisations habituelles stockaient souvent dix fois trop d'énergie, nous avons montré, pour une alimentation fly-back, comment ramener cette énergie à une valeur proche du minimum théorique, sans dégrader le cahier des charges. La solution fait appel à une capacité modulée. De cette réduction importante de l'énergie stockée résulte celle du temps d'établissement, dans un rapport du même ordre de grandeur. C'est un bénéfice inattendu de l'optimisation énergétique.

Puisque l'énergie à stocker pour une application donnée admet un minimum, un nouveau concept apparaît : "La gestion de l'énergie en flux tendu". Il s'agit de concevoir des convertisseurs de telle manière que, quelles que soient les conditions prévues par le cahier des charges, l'énergie disponible soit juste suffisante. Cela doit être assuré non seulement en régime établi sur charge nominale, mais aussi pendant toutes les surtensions et surcharges transitoires définies par le cahier des charges.

Pour conclure, le travail présenté s'attache essentiellement à présenter de nouvelles méthodes d'analyse et de synthèse des circuits de l'électronique de puissance et de nouveaux

repères physiques. La gestion de l'énergie en flux tendu devrait progressivement s'immiscer parmi les préoccupations des concepteurs et la représentation par modulateurs parfaits et dipôles réactifs modulés simplifie les études énergétiques préliminaires et suggère une méthode de synthèse des convertisseurs.

Sur le plan pratique, rappelons que tout élément réactif intégré dans un dipôle modulé n'exige pas des tolérances serrées puisque sa valeur effective peut être ajustée par la modification d'un rapport cyclique. Cela peut contribuer à la standardisation des valeurs de composants. Il reste néanmoins deux problèmes difficiles à résoudre avant la mise en pratique de ces concepts. Le premier est celui de la commande, que nous avons consciemment évacué tout au long de cette étude. Comme nos essais préliminaires l'ont confirmé, les systèmes numériques sont aptes à générer les lois de commande utiles, linéaires ou non. Cependant, si les solutions technologiques sont en vue, le contrôle en temps réel de tous les modulateurs du montage, dans toutes les situations prévues par le cahier des charges, demeure un problème difficile.

La seconde difficulté à surmonter est l'établissement du bilan technico-économique. Il faut maintenant mettre en balance les avantages des solutions dégagées par ce travail et leurs inconvénients. Le gain en poids, en volume, en coût est-il effectif si on considère l'augmentation du nombre d'interrupteurs et de la complexité des commandes ? La réponse, à coup sûr, dépend du domaine d'application envisagé, ce qui soulève une autre question. Dans quels domaines ces méthodes peuvent-elles rapidement démontrer leur intérêt : électronique intégrée, FACTS,...?



***Références  
bibliographiques***



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

### Nomenclature :

A : Article de congrès ou de revue

D : Rapport interne

Dc : Données constructeur

H : Rapport d'habilitation à diriger de recherches

L : Livre

R : Rapport interne

T : Rapport de thèse

E. P. E. : European Power Electronics

E. P. F : Electronique de Puissance de Futur

**I. A. S : IEEE Industrial Application Society**

P. E. S. C : IEEE Power Electronic Specialists Conference

P. C. I. M : Power Conversion and Intelligent Motion

**I. M. T. C : Instrumentation and Measurement Technology Conference**

### Articles, rapports et Thèses :

- [Aime -T] G. Aime, " Conception de Convertisseur sur Substrats Métallique Isolés (S. M. I)", Thèse CNAM, 1994.
- [Andrieu-T] C. Andrieu, "Contribution à la conception d'alimentation à découpage à absorption sinusoïdale", Thèse INPG, 1995.
- [Andrieu-A] Ch. Andrieu, J-P. Ferrieux, M. Rocher, "Comparaison des modes de commande d'un pré-régulateur AC-DC à courant d'entrée sinusoïdal", EPF, 18-20 novembre 1992, Marseille-France.
- [Bacha-T] S. Bacha, " Sur la modélisation et la commande des alimentations à découpage symétrique " Thèse INPG 1993.
- [Benqassmi -T] H.Benqassmi, "Conception de convertisseurs alternatif-continu mono-étage à absorption sinusoïdal" Thèse INPG 1998.

- [Ben Yaakov -A] S. Ben Yaakov, Ilya. Zeltser, "Pwm converters with resistive input", Conf. Power conversion'98, May.
- [Berrouche-R] K. Berrouche, J-P. Keradec, Y. Lembeye, " L'analyse fonctionnelle des convertisseurs ac-dc à absorption sinusoïdale, rapport interne,1998.
- [Berrouche-A] K. Berrouche, J-P. Keradec, Y. Lembeye, R. Perret, "Stored Energy Optimization in AC-DC Converter, Application to Flyback", PCIM, février 2000.
- [Berrouche-A] K. Berrouche, J-P. Keradec, Y. Lembeye " Controlling reactance values to improve energy management in power electronics converters ", UPEC, Mars 2000.
- [Berrouche-A] K. Berrouche, J-P. Keradec, Y. Lembeye. " Modulated linear reactive dipoles and energy management in switching power electronics, application to flyback structure ". in IEEE TRANSACTIONS on circuits and systems-I : fundamental theory and application, April 2000.
- [Berrouche-A] K. Berrouche, J-P. Keradec, Y. Lembeye, " Jusqu'où peut-on réduire l'énergie stockée par un convertisseur AC-DC à absorption sinusoïdale ?", EPF, Mai 2000.
- [Berkovich-A] Y. Berkovich, G. Ivensky, and S. Ben-yaakov, "A Resonant Inverter as a Controlled Reactance", Conf. PESC, 1999, pp 230-235.
- [Cuk-A] S. Cuk, R. D. Middelbrook, "A general unified approach to modelling dc to dc converter in discontinuous conduction mode", IEEE PESC, Records 1977, pp : 36-57.
- [Douglas-A] C. Douglas, W. Root, "Synthesis of a New Class of Converters That Utilize Energy Recirculation", Conf. PESC, 1994, pp 1167-1172.

- [Ferrieux-L] J. P. Ferrieux, F. Forest, "Alimentation à découpage convertisseurs à résonance : principes-composants-modélisation", 3<sup>e</sup> édition Dunod, 1999.
- [Feuillet -A] R. Feuillet , J.P. Keradec, J. Rafesthain, "Buck Converter Modelling for Harmonic Interaction", Conf. EPE, Firenze,1991.
- [Keradec-R] J. P. Keradec, "Mathématiques pour l'étude des circuits et du signal", rapport interne,1997.
- [Maksimovic-A] D. Maksimovic, Y. Jang, R.W. Erickson, "Nonlinear-carrier control for high-power-factor Boost rectifiers", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 11, n°4, July 1996, pp.: 578-584.
- [Mohan -A] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins " Power Electronics, converters, Applications and Design ", 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley & sons, 1995.
- [Phelps-A] T. K. Phelps, W. S. Tate, "Optimizing Passive Input Filter Design", Hughes Aircraft Company Torrance, California, 1990.
- [Rafesthain-A] J. Rafesthain, R. Feuillet, J. Perard, "Equivalent Circuit for Harmonics Produced by a Converter for an Isolated Network Simulation", Conf.IMACS-TC1'90, Sep 23-27.
- [Rafesthain-T] J. Rafesthain, "Modélisation d'un réseau a courant continu isole pour la simulation de perturbations électro-magnetiques", Thèse INPG, 1990.
- [Schellmanns-A] A.Schellmanns, **K. Berrouche**, J-P. Keradec, "Multiwinding transformers : a successive refinement method to characterize a general equivalent circuit". IEEE- Transactions on IMTC, Octobre 1998, Vol 47, N°5, pp 1316-1321.
- [Schellmanns-A] A.Schellmanns, J-P. Keradec, **K. Berrouche**, "Comment caractériser un transformateur avec la précision juste nécessaire?". EPF'98- Belfort, France, décembre 1998, pp. 277-282.

- [Schellmanns-A] A.Schellmanns, J-P. Keradec, J-L. Schanen, **K. Berrouche**, "Representing Electrical Behaviour to Transformers by Lumped Element Circuit : A global physical approach ". IEEE- IAS, Phoenix, Arizona (U. S. A), Oct. 1999.
- [Tymerski-A] R. Tymerski, "Frequency analysis of time-interval-modulated switched networks", Conf. Rec. IEEE, Portland State University-USA, 1990, pp 355-362.
- [Toussaint -A] P. Toussaint, "Flyback en démagnétisation complète, Application à l'absorption sinusoïdale d'un courant ", revue 3 E. I, 1996.
- [Zane-A] R. Zane, D. Maksimovic, "Nonlinear carrier control for high-power-factor rectifiers based on Flyback, Cuk or Sepic converters", Conf. Rec. IEEE-APEC'96, March 3 - 7, San Jose-California-USA, pp.: 814-820

**Logiciels utilisés :**

- [Matlab-Dc] "MathWorks, Inc, Reference manual, version 5.1, Copyright © 1997".
- [Mathcad-Dc] "Mathsoft, Inc, Reference manual, version 8, Copyright © 1998".
- [Matrix.x-Dc] "SystemBuild, Référence manual, Copyright © 1996, Integrated systems, Inc".
- [MicroSim-Dc] "MICROSIM CORPORATION" MicroSim Pspice A/D & Basics+, Circuit Analysis Software, User guide-version 7.1", Octobre 1996.
- [Simplorer-Dc] B. Knorr , U. Knorr, L. Zacharias, H. Puder, "SIMPLORER, référence manuel -version 4.1", SIMEC GmbH &Co KG, 1998.

# ***Annexes***

## ***Annexe 1 :***

Calcul des expressions de l'inductance et de la capacité modulées , avec un rapport cyclique variable dans les structures étudiées.

## ***Annexe2 :***

1. La carte des interrupteurs utilisés.
2. Les cartes de la commande numérique.



# ***Annexe 1***

***Calcul des expressions de l'inductance et de la capacité modulées , avec un rapport cyclique variable dans les structures étudiées.***

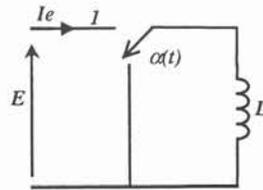


## ANNEXE. 1

### 1 CALCUL DES EXPRESSIONS DE L'INDUCTANCE ET DE LA CAPACITE MODULEES, AVEC UN RAPPORT CYCLIQUE VARIABLE DANS LES STRUCTURES ETUDIEES.

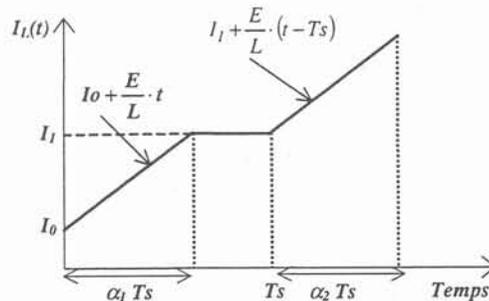
#### 1.1 Structure à hacheur série :

La figure 1 ci-dessous présente le schéma du principe de l'inductance modulée à hacheur série. Nous supposons que la tension d'entrée est constante sur une période de découpage.



*Figure 1. Inductance modulée à hacheur série.*

Nous voulons calculer l'inductance équivalente vue de l'entrée. L'évolution du courant dans l'inductance constante L est présentée sur la figure 2 :



*Figure 2. Courant circulant dans l'inductance L.*

Nous pouvons exprimer le courant moyen sur la première période de découpage comme suit :

$I_0$  : étant le courant initial.

Nous exprimons également le courant moyen sur la deuxième période de découpage en fonction de  $\alpha_2$ , et le courant constant  $I_1$  par :

$$I_{\text{moy}2} = \alpha_2 \cdot \left( I_1 + \frac{E}{L} \cdot \frac{\alpha_2 \cdot T_s}{2} \right)$$

Avec :  $I_1 = I_0 + \frac{E}{L} \cdot \alpha_1 \cdot T_s$

Nous déduisons l'ondulation moyenne  $\Delta I_{\text{moy}}$  :

$$\Delta I_{\text{moy}} = \Delta\alpha \cdot I_0 + \left[ \alpha_{\text{moy}}^2 - \left( \frac{\Delta\alpha}{2} \right)^2 \right] \cdot \frac{E}{L} \cdot T_s + \frac{E}{L} \cdot \alpha_{\text{moy}} \cdot \Delta\alpha \quad (1)$$

d'autres part :

$$I_{\text{moy}} = \frac{I_{\text{moy}1} + I_{\text{moy}2}}{2} = \alpha_{\text{moy}} \cdot I_0 + \frac{E \cdot T_s}{L} \cdot \alpha_{\text{moy}}^2$$

Avec :  $\alpha_{\text{moy}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$

Et :  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$

d'où :

$$I_0 = \frac{I_{\text{moy}}}{\alpha_{\text{moy}}} - \frac{E \cdot T_s}{L} \cdot \alpha_{\text{moy}} \quad (2)$$

Nous remplaçons (2) dans (1), nous aurons :

$$\Delta I = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_{\text{moy}}} \cdot I_{\text{moy}} + \left[ \alpha_{\text{moy}}^2 - \left( \frac{\Delta\alpha}{2} \right)^2 \right] \cdot \frac{E \cdot T_s}{L}$$

En remplaçant  $\Delta I$  par  $dI$ ,  $T_s$  par  $dt$  et  $\Delta\alpha$  par  $d\alpha$ , et en supprimant la moyenne, on trouve :

$$L \cdot \frac{dI}{dt} = \frac{I}{\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot L + \left[ \alpha^2 - \left( \frac{d\alpha}{2} \right)^2 \right] \cdot E$$

qui peut s'exprimer sous la forme :

$$E \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d\alpha}{2\alpha} \right)^2 \right] = \left( \frac{L}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{dI}{dt} - L \cdot \frac{I}{\alpha^3} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

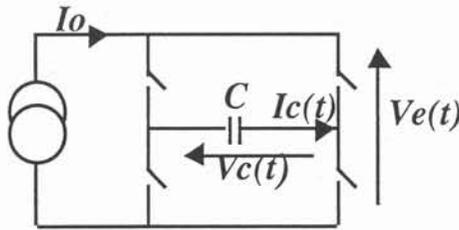
Ainsi, nous faisons sortir l'inductance équivalente  $L(t)$  :

$$L(t) = \frac{L}{\alpha(t)^2}$$

Notant que, le deuxième terme  $\left( -L \cdot \frac{I}{\alpha^3} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right)$  correspond à  $\left( \frac{1}{2} \cdot \frac{dL(t)}{dt} \cdot I \right)$ .

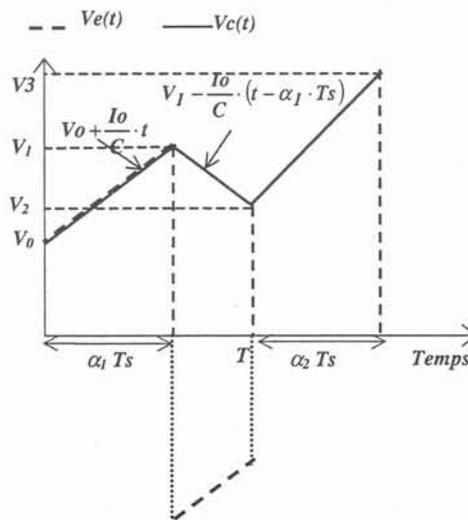
### 1.2 Structure en pont :

La structure en pont est alimentée par une source de courant continu pour exhiber une tension  $V_e(t)$  purement sinusoïdale aux bornes d'une capacité modulée (figure 3).



*Figure 3. Capacité modulée dans une structure en pont.*

L'évolution des tensions aux bornes de la capacité  $C$  et aux bornes de la capacité équivalente  $C(t)$  est présentée sur la figure 4 :



*Figure 4. Formes d'onde des tensions  $V_e(t)$  et  $V_c(t)$ .*

Par le même principe de calcul précédent, nous allons évaluer l'expression de la capacité équivalente par des grandeurs moyennes sur une période de découpage.

La tension d'entrée  $V_{moy1}$  sur la première période est :

$$V_{moy1} = V_0 \cdot (2 \cdot \alpha_1 - 1) + \frac{I_0}{C} \cdot T_s \cdot \left( 2 \cdot \alpha_1^2 - 2 \cdot \alpha_1 + \frac{1}{2} \right)$$

$V_0$  : est la tension initiale aux bornes de la capacité  $C$ .

Sur la deuxième période, nous avons :

$$V_{moy2} = V_2 \cdot (2 \cdot \alpha_2 - 1) + \frac{I_0}{C} \cdot T_s \cdot \left( 2 \cdot \alpha_2^2 - 2 \cdot \alpha_2 + \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Avec : } V_2 = V_0 + \frac{E}{L} \cdot (2 \cdot \alpha_1 - 1) \cdot T_s$$

On déduit la variation  $\Delta V_{moy}$  en fonction de  $\alpha_{moy}$ ,  $\Delta\alpha$  et la tension moyenne  $V_{moy}$  :

$$\Delta V_{moy} = 2 \cdot \Delta\alpha \cdot \frac{V_{moy}}{(2 \cdot \alpha_{moy} - 1)} + \left[ (2 \cdot \alpha_{moy} - 1)^2 - \Delta\alpha^2 \right] \cdot \frac{I_0}{C} \cdot T_s$$

Nous remplaçons  $\Delta V$  par  $dV$ ,  $T_s$  par  $dt$  et  $\Delta\alpha$  par  $d\alpha$ , et nous supprimons la moyenne, nous aboutissons à :

$$I_0 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d\alpha}{(2 \cdot \alpha - 1)} \right)^2 \right] = \left( \frac{C}{(2 \cdot \alpha - 1)^2} \right) \cdot \frac{dV}{dt} - C \cdot \frac{V}{(2 \cdot \alpha - 1)^3} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

On fait sortir donc la capacité équivalente  $C(t)$  :

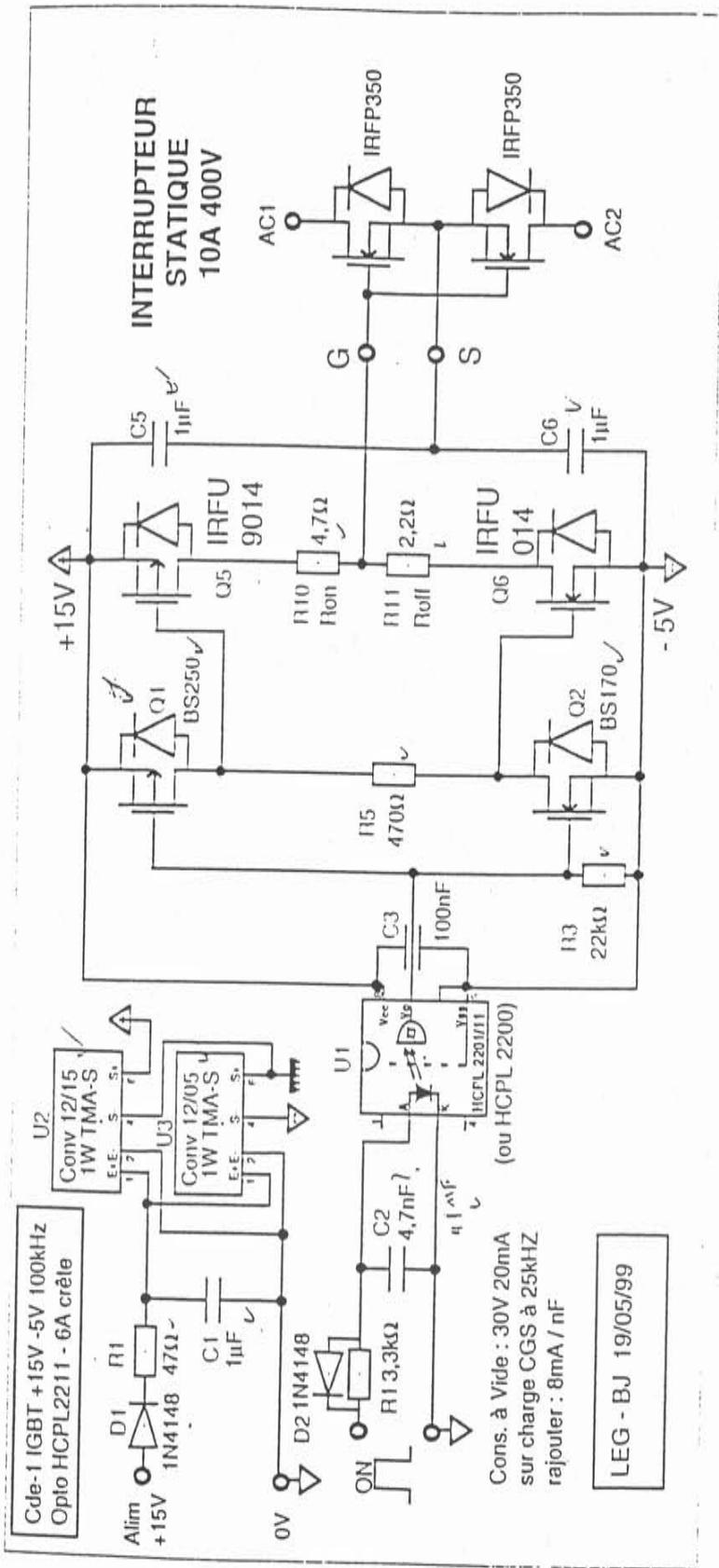
$$C(t) = \frac{C}{(2 \cdot \alpha(t) - 1)^2}$$

$$\text{Le terme } -C \cdot \frac{V}{(2 \cdot \alpha - 1)^3} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \text{ correspond à } \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{dC(t)}{dt} \cdot V \right).$$

# ***Annexe2***

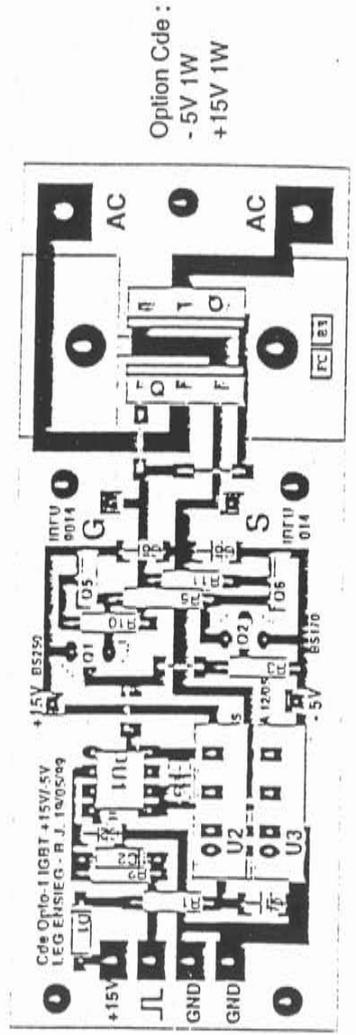
***La carte des interrupteurs  
utilisés.***





Cde Auto Alimentée HP (+15V 1W / -5V1W) - SCH 10/97

Cette Cde peut fonctionner en mode: 0V -> +15V ( voir option de placement )





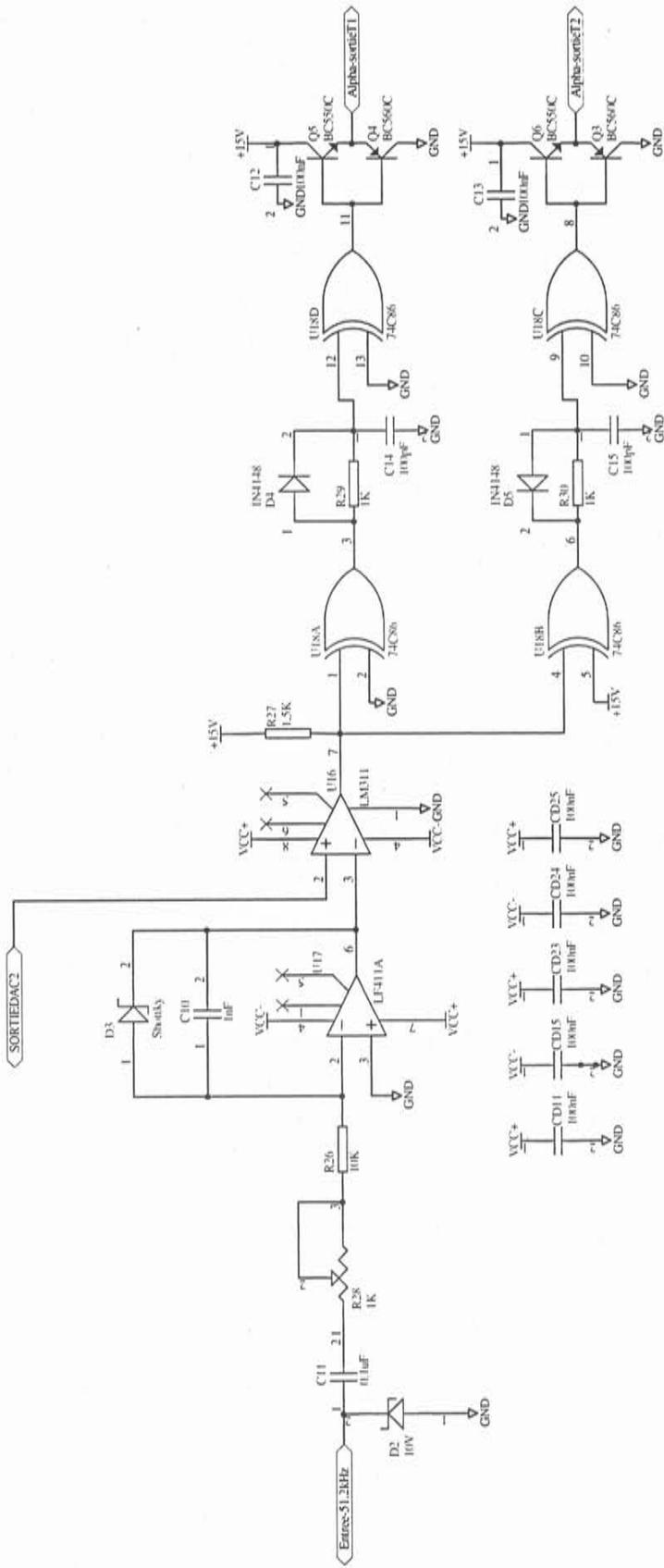
# ***Annexe2***

***Les cartes de la commande  
numérique.***



Sortie Simas-sortie

Sortie DAC1

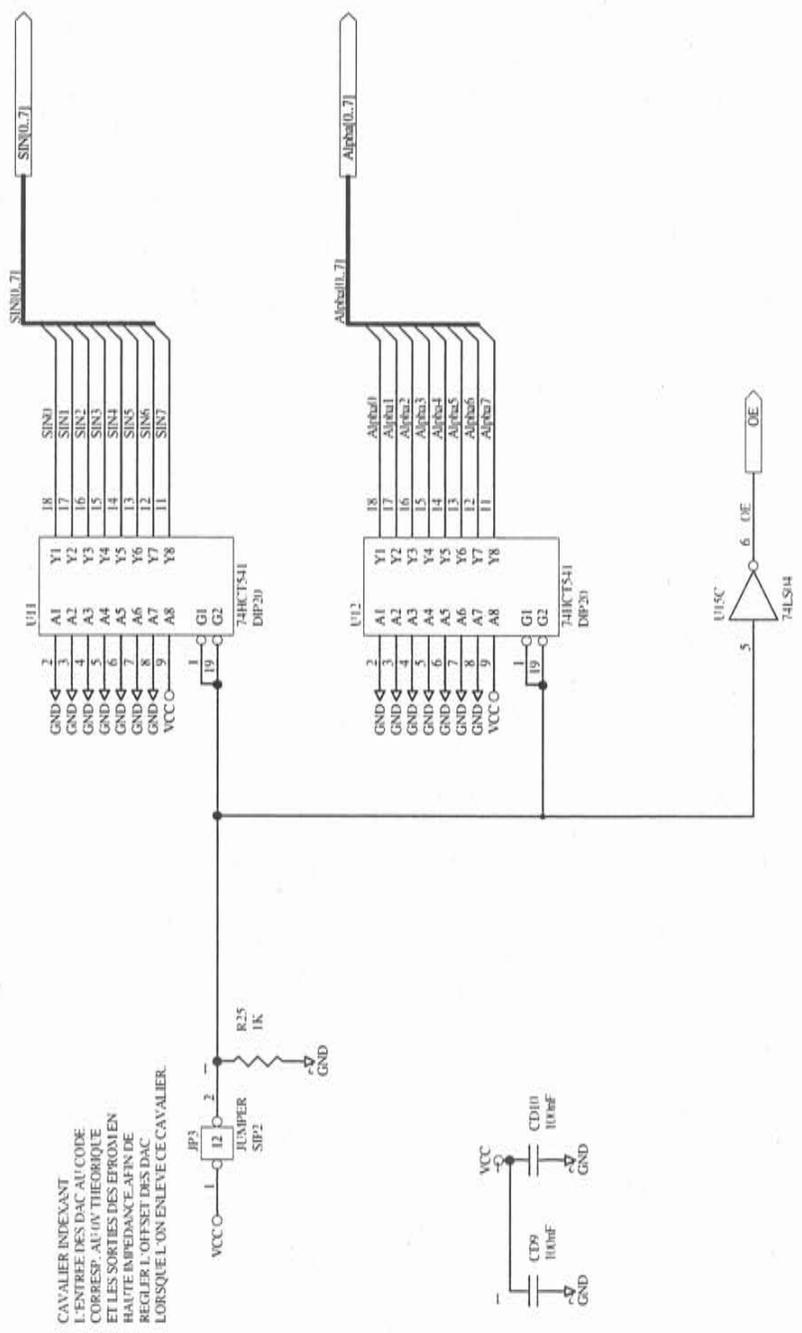


Title **COMPARAISON de GENERATEUR TRIANGLE**

Revision

Size Number  
A4

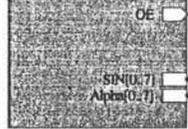
Date: 22-Jul-2000  
File: Z:\experimental\caric-commande.dwg  
Sheet of  
Drawn By:



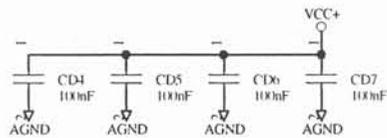
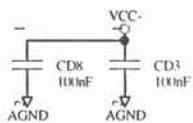
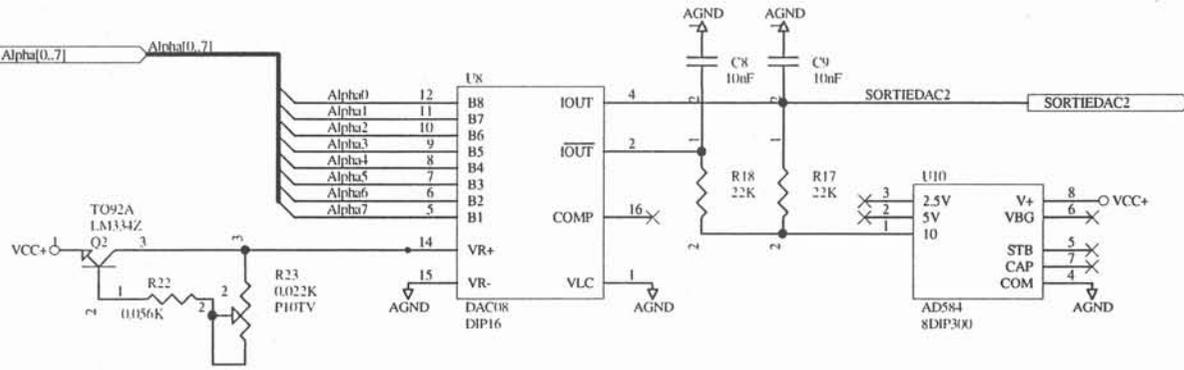
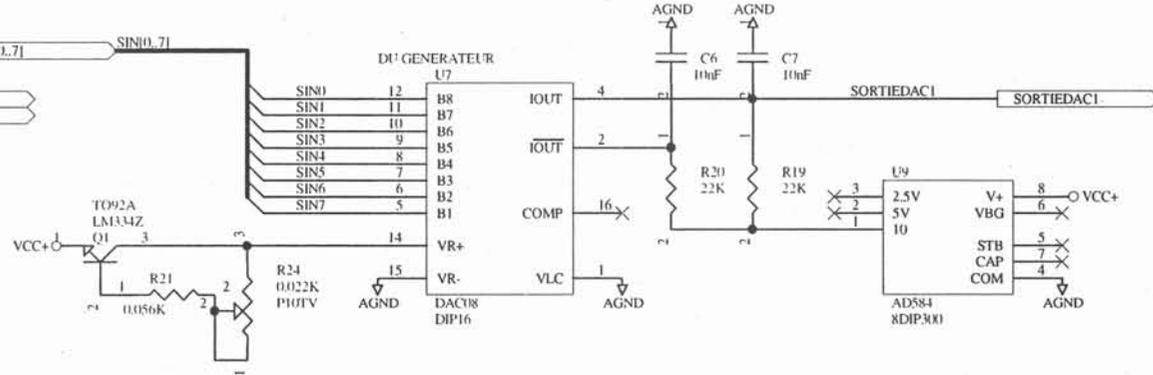
CAVALIER INDEXANT  
L'ENTREE DES DAC AU CODE  
CORRESP. AU 0V TIEGROUNDE  
ET LES SORTIES DES ERROUEN  
HAUTE IMPEDANCE. LA NE  
REGLER L'OFFSET DES DAC  
LORSQUE L'ON ENLEVE CE CAVALIER.

Title		
Size	Number	Revision
A4		
Date:	22-Jul-2000	
File:	Z:\experiment\carte-commande.dtb	
	Sheet of	Drawn By:

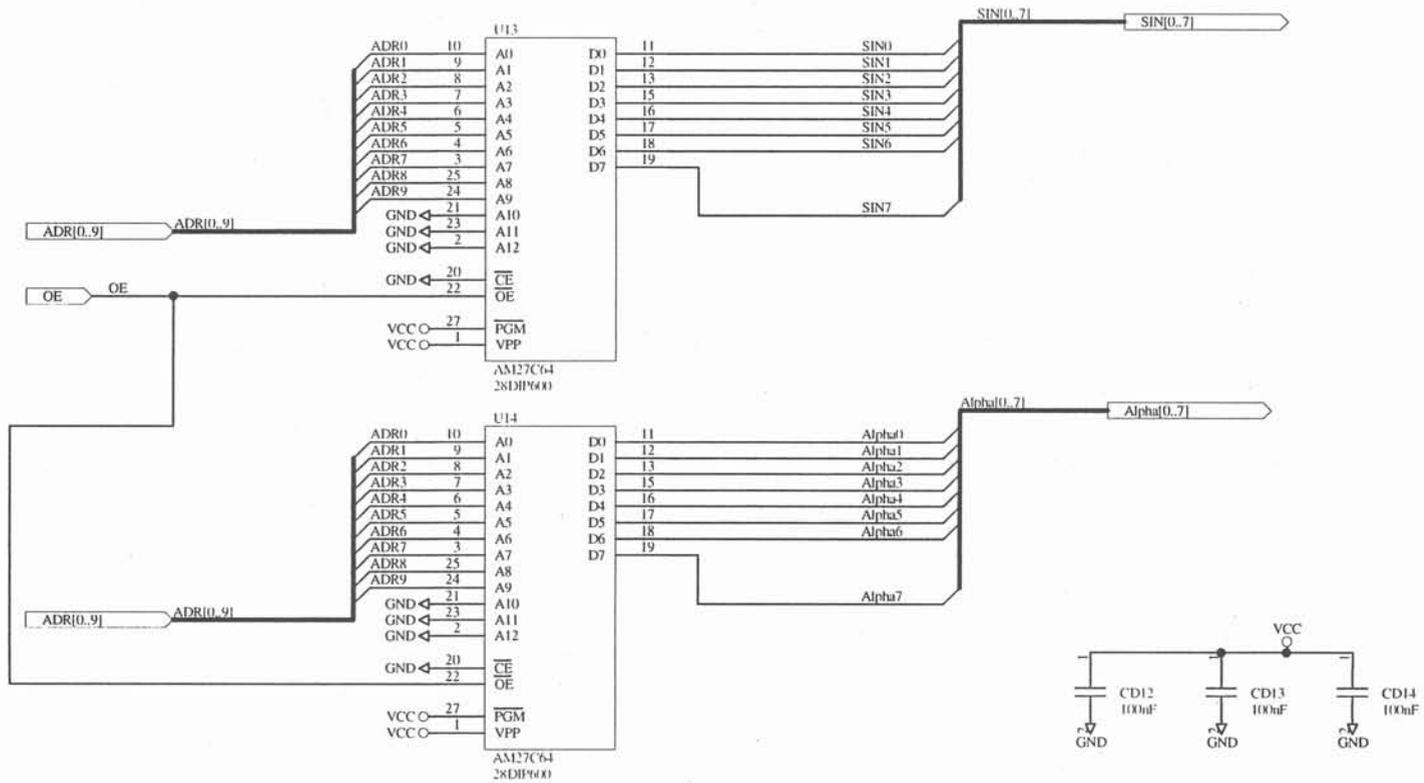
OFFSET



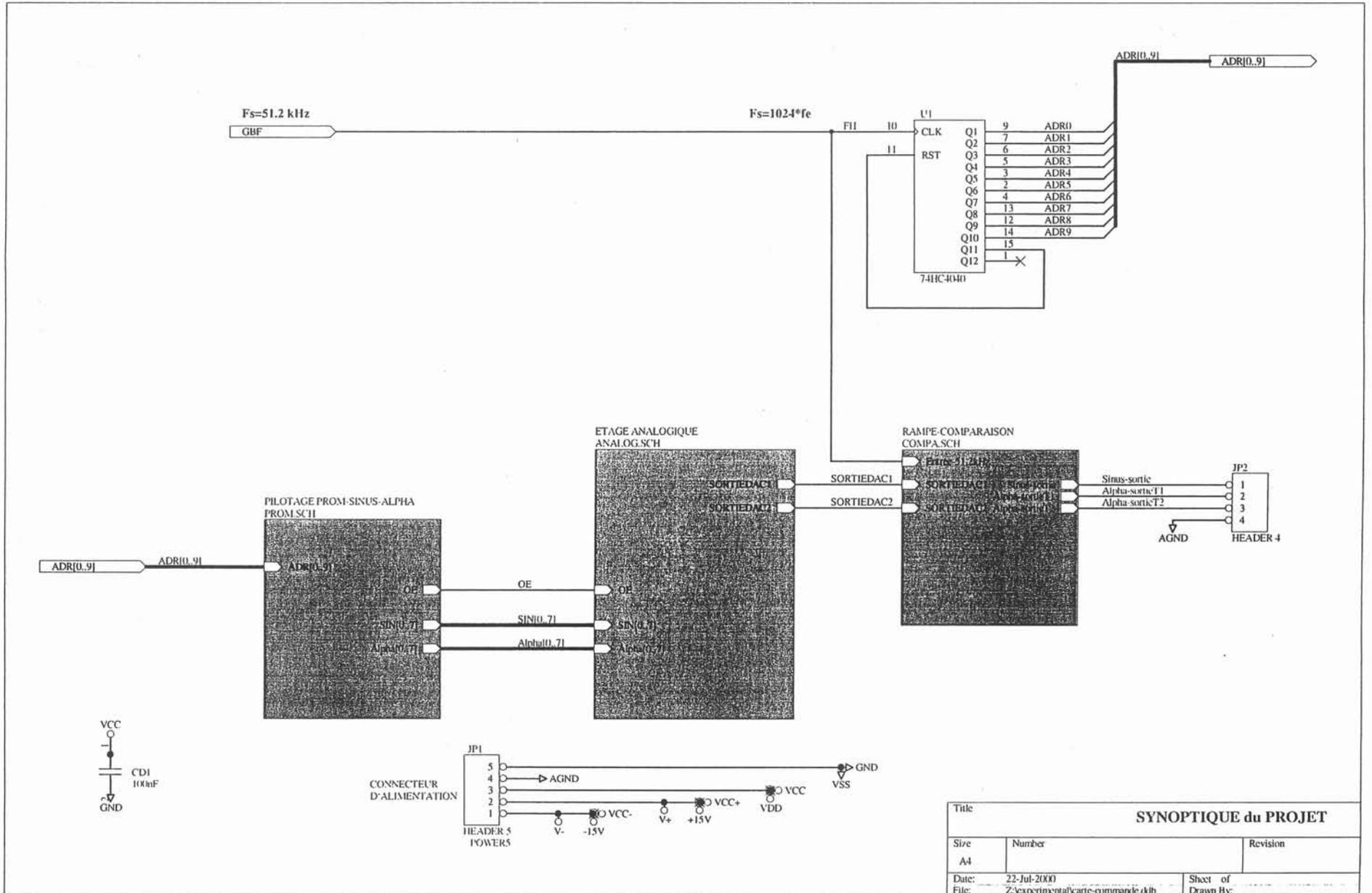
RLG.OFFS.SCH



Title		
CONVERSION NUMERIQUE ANALOGIQUE		
Size	Number	Revision
A4		
Date:	22-Jul-2000	Sheet of
File:	Z:\experimental\carte-commande.dib	Drawn By:



Title		
<b>GENERATION des PROMS</b>		
Size	Number	Revision
A4		
Date:	22-Jul-2000	Sheet of
File:	Z:\experimental\carte-commande.dtl	Drawn By:



SYNOPTIQUE du PROJET		
Title	SYNOPTIQUE du PROJET	
Size	Number	Revision
A4		
Date:	23-Jul-2000	Sheet of
File:	Z:\experimental\carte-commande.dtb	Drawn By:



## Résumé :

Le travail présenté vise essentiellement à simplifier l'étude des transferts énergétiques qui prennent place au sein des convertisseurs statiques. Une étude mathématique préliminaire nous amène à introduire, dans les schémas, un nouvel élément de représentation que nous nommons "modulateur sans pertes". Ce modulateur peut être présenté comme un transformateur idéal dont le rapport varie au court du temps sous l'effet d'une commande. Une telle fonction s'obtient en associant un hacheur bien choisi à des filtres appropriés.

Nous étudions ensuite l'association d'un modulateur sans pertes et d'un élément réactif standard que nous appelons "dipôle réactif modulé". Nous montrons qu'il est possible d'obtenir, non seulement, des éléments réactifs dont la valeur varie dans le temps, mais aussi un comportement inductif avec un stockage capacitif. Dès lors, nombre de convertisseurs apparaissent comme un assemblage d'un petit nombre de modulateurs sans pertes et de dipôles réactifs modulés.

Enfin et indépendamment, nous montrons que certaines conversions nécessitent le stockage d'une énergie minimum : il faut donc gérer l'énergie en minimisant le stock, c'est à dire en flux tendu. Ce concept, appliqué à un convertisseur AC-DC à absorption sinusoïdale, permet de réduire par un facteur supérieur à 10 l'énergie stockée et, par-là même, le temps d'établissement de la sortie. Ceci est étayé par une réalisation pratique.

## Mots clés :

Convertisseurs ac-dc à absorption sinusoïdale. Minimisation de l'énergie stockée. Systèmes linéaires et non-stationnaires. Modulateur sans pertes. Dipôles réactifs modulés.

## Abstract.:

The presented work aims mainly at simplifying the study of energy transfers involved in converters. A preliminary mathematic study leads to introduce a new element in equivalent circuits. We name it "loss less modulator". This modulator is something like an ideal transformer, the ratio of which can vary, under control, with time. Such a function is obtained by associating a chopper with low pass filters.

Then, we study the association of a loss less modulator with a standard reactive element and we named such a dipole "modulated reactive dipole". We show that not only such a device behaves as a time varying reactive element, but it can also behave as an inductive one, even if energy storage is capacitive. Thus, a large part of converters appear as assemblies of a small number of loss less modulators and modulated reactive dipoles.

Finally and independently, we show that some conversions require the storage of a minimum energy. It is thus necessary to manage the energy by minimizing the stored amount, i.e. in "taut flow". This concept, applied to a PFC ac-dc converter, leads to reduce by a factor higher than 10 the stored energy as well as the output rise time. This is supported by a practical realization.

## Keywords :

PFC ac-dc converters. Stored energy minimization. Time varying linear systems. Loss less modulator. Modulated reactive dipoles.