



HAL
open science

Développement d'outils de surveillance de la pression dans les pneumatiques d'un véhicule à l'aides des méthodes basées sur l'analyse spectrale et sur la synthèse d'observateurs

Charbel El Tannoury

► **To cite this version:**

Charbel El Tannoury. Développement d'outils de surveillance de la pression dans les pneumatiques d'un véhicule à l'aides des méthodes basées sur l'analyse spectrale et sur la synthèse d'observateurs. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2012. Français. NNT : . tel-00693340

HAL Id: tel-00693340

<https://theses.hal.science/tel-00693340>

Submitted on 3 May 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

**ÉCOLE DOCTORALE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET MATHÉMATIQUES**

Année : 2012

N° B.U. :

Thèse de Doctorat

Diplôme délivré par l'École Centrale de Nantes

Spécialité : INFORMATIQUE, AUTOMATIQUE, ÉLECTRONIQUE ET GÉNIE ÉLECTRIQUE
Discipline : SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

Soutenance publique par :

Charbel Georges EL TANNOURY

le 28 mars 2012

à l'École Centrale de Nantes

TITRE

**DÉVELOPPEMENT D'OUTILS DE SURVEILLANCE DE LA PRESSION
DANS LES PNEUMATIQUES D'UN VÉHICULE
À L'AIDE DE MÉTHODES BASÉES SUR
L'ANALYSE SPECTRALE ET LA SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS**

JURY

Rapporteurs	Régis LENGELLE	<i>Professeur à l'Université de Technologie de Troyes</i>
	Mohamed DJEMAI	<i>Professeur à l'Université de Valenciennes</i>
Examineurs	Michel BASSET	<i>Professeur à l'Université de Haute-Alsace</i>
	Franck PLESTAN	<i>Professeur à l'École Centrale de Nantes</i>
	Saïd MOUSSAOUI	<i>Maître de Conférences à l'École Centrale de Nantes</i>
	Gillermo PITA GIL	<i>Docteur Ingénieur, Renault Technocentre Guyancourt</i>
Invité	Malal KANE	<i>Chargé de Recherche, IFSTTAR Bouguenais</i>

Directeur de thèse : Franck PLESTAN

Co-encadrant : Saïd MOUSSAOUI

Laboratoire : IRCCyN (UMR CNRS 6597)

Composante de rattachement du directeur de thèse et du co-encadrant : École Centrale de Nantes

Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes

N° ED :

Table des matières

Avant-propos	xi
Introduction générale	1
1 Systèmes SPP existants	7
1.1 Solution fondée sur le rajout de capteurs de pression	8
1.2 Surveillance par comparaison des vitesses angulaires	10
1.3 Surveillance par analyse spectrale des vitesses angulaires	14
1.4 Conclusion	16
2 Surveillance par analyse spectrale des signaux de vitesses angulaires	17
2.1 Calcul de la vitesse angulaire	18
2.1.1 Principe du codeur incrémental	18
2.1.2 Dimensionnement du codeur incrémental	19
2.2 Prise en compte des irrégularités des dents du codeur	21
2.2.1 Contenu fréquentiel du signal de vitesse angulaire	22
2.2.2 Compensation des irrégularités des dents	22
2.3 Analyse spectrale des signaux de vitesse angulaire	25
2.3.1 Interpolation-Extrapolation	25
2.3.2 Décomposition du signal en sous-bandes	27
2.3.3 Modélisation autoregressive	29
2.3.4 Estimation récursive des paramètres du modèle AR	30
2.4 Modélisation physique du signal de vitesse angulaire	31
2.4.1 Mode de vibration verticale	31
2.4.2 Mode de vibration torsionnelle	34
2.4.3 Mode de vibration de la bande de roulement et mode de vibration BH	36
2.5 Véhicule prototype	36
2.6 Analyse expérimentale de l'effet de la pression	37
2.6.1 Mode de vibration verticale	38
2.6.2 Mode de vibration torsionnelle	39
2.6.3 Mode de vibration de la bande de roulement	40
2.6.4 Mode de vibration BH	41
2.6.5 Récapitulatif des résultats	42

2.7	Solution retenue	42
2.8	Conclusion	43
3	Surveillance par synthèse d'observateurs non linéaires	45
3.1	Introduction	45
3.2	Observabilité et observateurs	47
3.2.1	Observabilité : concept et critères	48
3.2.2	Forme canonique d'observabilité et observateur	50
3.3	Techniques d'observation	54
3.3.1	Linéarisation par injection d'entrée-sortie [KI83, GMP96, PG97].	54
3.3.2	Observateurs à grands gains [GHO92].	54
3.3.3	Observateurs continus à convergence en temps fini [EK02, MFA03].	55
3.3.4	Observateur par modes glissants [Lev03].	55
3.3.5	Observateur par modes glissants d'ordre 1 [SHM87].	55
3.3.6	Observateur par modes glissants d'ordre supérieur [EKL86, Lev93].	56
3.4	Effet de la pression sur les dynamiques de la roue	58
3.4.1	Modèle du "quart de véhicule"	58
3.4.2	Analyse de l'effet de la pression sur les paramètres de la roue	62
3.5	Observateurs développés	64
3.6	Observateur du rayon effectif d'un pneumatique et de la vitesse du véhicule	66
3.6.1	Modèle d'observation	66
3.6.2	Analyse d'observabilité	67
3.6.3	Synthèse de l'observateur	68
3.6.4	Résultats de simulation	68
3.7	Observateur du rayon effectif et de la force de résistance au roulement	72
3.7.1	Modèle d'observation	72
3.7.2	Analyse d'observabilité	73
3.7.3	Synthèse de l'observateur	74
3.7.4	Simulations	75
3.7.5	Résultats expérimentaux	76
3.8	Observateur étendu au train avant	78
3.8.1	Modèle d'observation	79
3.8.2	Analyse d'observabilité	81
3.8.3	Synthèse de l'observateur	82
3.8.4	Résultats expérimentaux	82
3.9	Conclusion	84
	Conclusion générale	87
	A Hypothèses considérées	89

B	Dynamique verticale d'un quart de véhicule	91
B.1	Etude statique	92
B.2	Etude dynamique	93
B.3	Simplification et changement de variable	94
C	Commande en vitesse	97
D	Observateurs	99
D.1	Introduction	99
D.2	Observateurs non linéaires	101
D.2.1	Observateurs à grands gains	101
D.2.2	Observateurs continus à convergence en temps fini	102
D.2.3	Observateur par modes glissants d'ordre 1	104
D.2.4	Modes glissants d'ordre 2 : une solution pour l'observateur	106
E	Résultats d'observation en phase d'accélération	109
	Bibliographie	111

Table des figures

1.1	Exemple d'architecture d'un SSPP direct [RPCL06].	9
1.2	Relation entre la pression dans le pneumatique et le rayon effectif de la roue à différentes vitesses du véhicule [RPCL06]	10
2.1	Etapes de calcul et de traitement du signal de vitesse angulaire.	18
2.2	(Gauche) Codeur incrémental basé sur une roue dentée et (droite) illustration du principe de mesure.	19
2.3	Contenu fréquentiel des signaux de vitesse angulaire	22
2.4	Illustration de la vitesse angulaire calculée avec ou sans prise en compte des irrégularités des dents.	24
2.5	Erreurs de position angulaire estimées pour les quatre roues du véhicule prototype.	25
2.6	Allure du spectre de la vitesse angulaires des roues avant du véhicule.	27
2.7	Réponse fréquentielle en amplitude des filtres.	28
2.8	Modèle de vibration verticale	32
2.9	Variation de la raideur verticale (Gauche) et de la fréquence BV (Droite) avec la pression	34
2.10	Modèle de vibration torsionnelle	35
2.11	Variation de la raideur en torsion (Gauche) et de la fréquence BT (Droite) en fonction de la pression	35
2.12	Schéma d'acquisition sur prototype	36
2.13	Scénario de test et variation des différentes fréquences avec la vitesse du véhicule	37
2.14	Variation de la fréquence verticale avec la pression et la vitesse du véhicule	38
2.15	Variation de la fréquence torsionnelle avec la pression et la vitesse du véhicule	39
2.16	Variation de la fréquence de la bande de roulement avec la pression et la vitesse du véhicule	40
2.17	Variation de la haute fréquence avec la pression et la vitesse du véhicule	41
3.1	Forces et couples agissant sur la roue.	59
3.2	Coefficient d'adhérence μ en fonction du coefficient de glissement λ [Pac02, Jaz08]. Ces courbes ont été réalisées pour différentes conditions de route.	60
3.3	Paramètres f_O et f_S du coefficient de résistance au roulement C_r en fonction de la pression (<i>bar</i>) [Gil92].	61
3.4	Pression dans un pneumatique (<i>bar</i>) en fonction du temps (<i>s</i>).	63

3.5	(Gauche.) Fonction Φ en fonction du temps (s). (Droite.) Déterminant du jacobien de la transformation Ψ en fonction du temps (s).	70
3.6	Rayons “réel” (m) (pointillé) et estimé (m) (trait plein) en fonction du temps (s).	70
3.7	Gauche. Vitesses angulaires “réelle” (rad/s) (pointillé) et estimée (rad/s) (trait plein) en fonction du temps (s). Droite. Vitesses d’avancement longitudinal “réelle” (km/h) (pointillé) et estimée (km/h) (trait plein) en fonction du temps (s).	71
3.8	Déterminant du jacobien de la transformation Ψ en fonction du temps (s) : (Gauche.) $v^d = 40 km/h$. (Droite.) $v^d = 30 km/h$	71
3.9	Rayons effectifs (m) simulé (pointillé) et estimé (trait plein) en fonction du temps (s).	72
3.10	Déterminant du jacobien du vecteur Ψ en fonction du temps (s).	75
3.11	Gauche. Vitesses angulaires (rd/s) “réelle” (pointillé) et estimée (trait plein) en fonction du temps (s). Droite. Vitesses longitudinales du véhicule (km/h) “réelle” (pointillé) et estimée (trait plein) en fonction du temps (s).	76
3.12	Gauche. Rayons effectifs (m) “réel” (pointillé) et estimé (trait plein) en fonction du temps (s). Droite. Forces de résistance au roulement (N) “réelle” (pointillé) et estimée (trait plein) en fonction du temps (s).	76
3.13	Vitesses angulaires (rd/s) de la roue avant gauche mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes dans le pneumatique de la roue avant gauche : Gauche. $2.3 bar$. Droite. $1.9 bar$	77
3.14	Vitesses longitudinales du véhicule (km/h) mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes dans le pneumatique de la roue avant gauche : Gauche. $2.3 bar$. Droite. $1.9 bar$	78
3.15	Gauche. Rayons effectifs (m) de la roue avant gauche estimés en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : $2.3 bar$ (trait plein) et $1.9 bar$ (pointillé). Droite. Forces de résistance au roulement (N) de la roue avant gauche estimées en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : $2.3 bar$ (trait plein) et $1.9 bar$ (pointillé).	78
3.16	Gauche. Histogrammes du rayon effectif estimé (m) de la roue avant gauche pour deux pressions différentes : $2.3 bar$ (gris foncé) et $1.9 bar$ (gris clair). Droite. Histogrammes de la force de résistance au roulement (N) de la roue avant gauche estimée pour deux pressions différentes : $2.3 bar$ (gris foncé) et $1.9 bar$ (gris clair).	79
3.17	Gauche. Histogrammes du rayon de la roue gauche R_l (m) estimé pour des pressions différentes dans le pneumatique avant gauche : $P_l = 2.3 bar$, $P_r = 2.3 bar$ (gris foncé) et $P_l = 1.9 bar$, $P_r = 2.3 bar$ (gris clair). Droite. Histogrammes du rayon de la roue droite R_r (m) estimé pour des pressions différentes dans le pneumatique avant gauche : $P_l = 2.3 bar$, $P_r = 2.3 bar$ (gris foncé) et $P_l = 1.9 bar$, $P_r = 2.3 bar$ (gris clair).	83

3.18	Histogrammes de la force de résistance au roulement F_{rlr} estimée (N) pour des pressions différentes dans le pneumatique avant gauche : $P_l = 2.3 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris foncé) et $P_l = 1.9 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris clair).	84
B.1	Modèle de vibration verticale	91
C.1	Schéma de principe pour la simulation du système et de l'observateur du rayon effectif du pneumatique et de la vitesse du véhicule.	97
C.2	Schéma de principe pour la simulation du système et de l'observateur du rayon effectif et de la force de résistance au roulement du pneumatique.	98
E.1	Gauche. Vitesses angulaires (rd/s) de la roue avant gauche mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s). Droite. Vitesses longitudinales du véhicule (km/h) mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s).	110
E.2	Gauche. Rayons effectifs (m) de la roue avant gauche estimés en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : 2.3 bar (trait plein) et 1.9 bar (pointillé). Droite. Forces de résistance au roulement (N) de la roue avant gauche estimées en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : 2.3 bar (trait plein) et 1.9 bar (pointillé).	110

Liste des tableaux

1.1	Incidence sur les variables <i>diag</i> , <i>axle</i> et <i>side</i> de la présence d'un pneumatique sous-gonflé [NC92]	11
1.2	Récapitulatif des caractéristiques des SSPPIs de première génération.	13
1.3	Récapitulatif des caractéristiques des SSPPIs de deuxième génération.	15
2.1	Variations de la fréquence BV	38
2.2	Variations de la fréquence BT	39
2.3	Variations de la fréquence BR	40
2.4	Variations de la fréquence BH	41
2.5	Variations des fréquences de résonance	42
3.1	Coefficients a_i pour les modes glissants d'ordre 2 et 3 [Lev03]	57
3.2	Paramètres du modèle de quart de véhicule [LT07, Gil92].	64
3.3	Variations de R , F_r et K_v par rapport à leurs valeurs nominales pour la chute de pression représentée par la Figure 3.4, pour différentes valeurs de la vitesse du véhicule v_x	64
3.4	Paramètres du train avant	82
3.5	Performances globales des observateurs conçus.	85

Avant-propos

Le travail présenté dans cette thèse s'est déroulé au sein des équipes "Commande" et "Analyse et Décision en Traitement du Signal et de l'Image (ADTSI)" de l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN). Cette thèse est financée par une bourse selon la Convention Industrielle de Formation par la REcherche (CIFRE) en collaboration avec la société Renault. Les travaux se sont déroulés au sein de la "Direction de l'Electronique et des Technologies Avancées (DELT'A)", Service "Synthèse et Contrôle des Systèmes Automobiles", Unité Élémentaire de Travail (UET) "Synthèse et Contrôle du Véhicule".

Le sujet traité est "Développement d'outils de surveillance de la pression dans les pneumatiques d'un véhicule à l'aide de méthodes basées sur l'analyse spectrale et la synthèse d'observateurs".

Tout d'abord, je tiens à exprimer mes vifs remerciements à M. Franck PLESTAN, Professeur à L'École Centrale de Nantes, pour avoir dirigé cette thèse. Ses grandes qualités pédagogiques et humaines ainsi que ses remarques judicieuses, son soutien, sa gentillesse et sa grande disponibilité m'ont permis de finaliser au mieux ce travail.

Je remercie sincèrement M. Saïd MOUSSAOUI, Maître de Conférences à l'École Centrale de Nantes, pour avoir co-encadré ce travail. Malgré son agenda très chargé, il a trouvé le temps pour me montrer comment mener à bien mes travaux de thèse. Ses remarques pertinentes et ses précieux conseils m'ont été une aide inestimable.

J'exprime donc ma reconnaissance au directeur et à l'encadrant de ma thèse pour leur aide constante, leurs nombreux conseils et leurs relectures des articles et du présent rapport.

Je remercie M. Guillermo PITA GIL et M. Nicolas ROMANI, docteurs ingénieurs chez Renault et responsables scientifiques de ma thèse, pour leur aide lors de la phase expérimentale des tests des algorithmes élaborés ainsi que pour la qualité de leurs relations humaines.

J'exprime ma profonde gratitude à M. Michel BASSET, Professeur à l'Université de Haute-Alsace, Mulhouse, pour avoir accepté la présidence du jury.

J'exprime toute ma gratitude envers M. Régis LENGELLE, Professeur à l'Université de Tech-

nologies de Troyes, et M. Mohamed DJEMAI, Professeur à l'Université de Valenciennes, d'avoir accepté la tâche de rapporter sur mon mémoire de thèse.

Je tiens également à adresser ma sincère et profonde reconnaissance à M. Malal KANE, chargé de recherche à l'IFSTTAR, Bouguennais, pour avoir accepté de participer au jury.

Je remercie M. Claude MOOG, directeur de l'Équipe "Commande", M. Jérôme IDIER, directeur de l'Équipe "ADTSI", M. Patrick BASTARD directeur de la "DELT'A", M. Luc BOURGEOIS, Expert Leader Contrôle des Systèmes, M. Christian TAFFIN Chef du service "Synthèse et Contrôle des Systèmes Automobiles", M. François DESNOYER et M. Richard POTHIN, chefs de l'UET "Synthèse et Contrôle du Véhicule" pour m'avoir accueilli au sein de leurs équipes.

Je voudrais remercier tous les membres des équipes "Commande" et "ADTSI", et de l'UET "Synthèse et Contrôle du Véhicule" avec qui j'ai passé d'agréables moments. Je remercie de surcroît tous les membres permanents et non-permanents de l'IRCCyN et de Renault, chercheurs, doctorants, ingénieurs, stagiaires, personnel, pour leur bonne humeur et leur bienveillance.

Je remercie tous les doctorant(e)s - ami(e)s qui m'ont accompagné sur le plan scientifique et extra-scientifique : Céline, Dominique, Ruina, Inès, Tomas, Jinda, Denis, Sylvain, Aleksandra, Kartick, Jonathan, Xavier, Charifa, Maïssa, Nadine, Joanna, Rola..., sans oublier personne. En particulier, je dirai encore un grand merci à Céline, ma co-bureau à l'IRCCyN, pour sa grande disponibilité.

Un grand merci à tous mes amis hors bureaux : Mathilde, Georgia, Marie-Joe, Elsy, Elias, Wassim, Pierre, Georges... pour nos conversations téléphoniques et nos sorties et pour leur soutien sans faille. Un spécial merci à Jacqueline pour sa grande amitié et son aide malgré sa charge de travail. Mes remerciements vont aussi à Elizabeth pour son soutien lors de la dernière ligne droite, la phase la plus critique de la thèse. J'adresse également mes respects et ma gratitude à M. Henri POUPART-LAFARGE, et à sa famille, à qui je dois beaucoup pour mon séjour à Versailles au quotidien.

Pour mes parents Georges et Marcelle et ma soeur Rita sans qui rien ne serait possible. Leurs beaux sourires m'ont donné l'énergie de continuer. Ils ont partagé avec moi les moments d'inquiétude avant ceux de joie, pendant ces années de thèse. Leur soutien et leurs mots m'ont toujours aidé à dépasser les moments difficiles. Il n'y pas de mots suffisamment forts pour leur exprimer ma gratitude. Je les remercie énormément pour la compréhension, la patience et l'amour dont ils ont fait preuve durant ces années. Je me dois donc de leur dédier personnellement ce travail.

Pour finir, je ne saurais oublier le soutien compréhensif de ma grande famille et tout particulièrement de celles et ceux qui m'ont encouragé, inspiré et soutenu durant toutes ces années de recherche. Je dédie donc ce travail à toute ma famille.

Dédicace

Pour ma mère, mon père, ma soeur et ma grande famille.

Toute ma gratitude va à ma famille. Son soutien au quotidien a été d'une aide précieuse.

Nantes, le 28 mars 2012.

Charbel EL TANNOURY

La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information (Albert EINSTEIN).

Introduction générale

Le pneumatique est un élément essentiel pour la tenue de route, le confort et la sécurité d'un véhicule. Ses propriétés physiques qui affectent son comportement dynamique sont largement liées à sa pression. Une baisse de la pression a une incidence directe sur des caractéristiques telles que l'amortissement, la raideur et la rigidité du pneumatique. Un sous-gonflage accentue les risques de déjantage ou d'éclatement, provoque une usure rapide du pneumatique et augmente la consommation de carburant. Des études récentes ont montré que plus de 40% des véhicules roulent avec des pneumatiques sous-gonflés de 0.6 bars en moyenne et que de nombreux accidents sont dus à une défaillance causée essentiellement par la perte de pression.

Afin d'améliorer la sécurité des véhicules, il est donc important de développer des systèmes de surveillance de la pression des pneumatiques (dits SSPP, ou TPMS pour *Tyre Pressure Monitoring Systems*) permettant de superviser de manière permanente la pression. La réglementation européenne [fE09] qui va entrer en vigueur en 2012 impose la présence de tels systèmes sur tous les nouveaux véhicules-particuliers. La contrainte est que la perte de pression minimale que ces systèmes doivent être capables de détecter, soit de 25% de la pression à chaud¹. De plus, une chute de pression sur une roue doit être détectée en moins de 10 minutes et sur plusieurs roues en moins d'une heure.

Solutions existantes

Plusieurs systèmes ont été conçus et développés chez des équipementiers et des constructeurs automobiles ces dernières années. Des travaux de recherche ayant pour objectif d'améliorer les performances des systèmes existants et de concevoir des solutions innovantes (en particulier, sans capteurs de pression) répondant à la nouvelle réglementation mobilisent des équipes depuis plusieurs années. On distingue deux grandes familles de SSPP : directs et indirects.

Surveillance de la pression par approche directe

Cette première stratégie consiste à mesurer directement la pression dans chaque pneumatique, grâce à des capteurs de pression installés au niveau de la valve de gonflage [SDW00, MMMA⁺01, WGJB01]. Notons que cette solution est déjà commercialisée sur certains véhicules récents (sur

1. La pression à chaud est la pression après roulage dans un pneumatique préalablement gonflé à froid à la pression nominale/recommandée.

la Renault Laguna II par exemple). Néanmoins, la présence des capteurs peut présenter certains inconvénients. On peut citer

- une réduction de la fiabilité du système causée par le risque d'endommagement du capteur en cas de choc intervenant durant le roulage ou lors du démontage de la roue,
- la nécessité de rajouter des câblages supplémentaires et de prévoir une communication radiofréquence pour transmettre les signaux de mesure,
- une augmentation significative du coût (due essentiellement à la technologie du capteur, à la maintenance en cas de panne et surtout à l'instrumentation nécessaire pour le diagnostic).

Pour palier ces inconvénients, l'alternative consiste à favoriser les méthodes sans capteur de pression pour des raisons d'économie et de sûreté de fonctionnement, et aussi pour assurer la surveillance en cas de panne de capteur dans une approche directe.

Surveillance de la pression par approche indirecte

Ces approches consistent à fournir une estimation, ou à détecter une baisse, de la pression à partir des mesures physiques déjà utilisées par le calculateur central du véhicule (vitesses angulaires des roues, accélérations, couple moteur, angle de braquage du volant) sans rajouter de capteur de mesure de la pression des pneumatiques. L'idée sous-jacente est d'utiliser l'incidence de la pression sur certaines grandeurs physiques pour détecter ses variations. En effet, la **baisse de la pression** du pneumatique se traduit par exemple par une **diminution du rayon effectif** de la roue, un **accroissement de sa vitesse angulaire** et une **augmentation de sa résistance au roulement**. Il suffirait alors, grâce à des outils appropriés, d'utiliser ces grandeurs physiques comme indicateurs de l'état de la pression.

Détection par comparaison des vitesses angulaires des roues. Cette approche est basée sur la relation entre le rayon effectif, la vitesse angulaire et la vitesse du véhicule en comparant les informations issues des quatre roues [NC92, May94]. Partant de l'hypothèse qu'une roue sous-gonflée a un rayon effectif plus faible qu'une roue correctement gonflée et donc une vitesse angulaire plus élevée, une faible pression de pneumatique sur l'une des roues peut être détectée en comparant les vitesses angulaires des quatre roues du véhicule. La comparaison des vitesses angulaires des roues avant/arrière et gauche/droite permet également de localiser le pneumatique sous-gonflé. Néanmoins, les performances de cette approche se dégradent dès que le véhicule se trouve dans des conditions extrêmes de glissement, d'accélération et de virages ou de chute de pression simultanément dans plusieurs roues [Rin10].

Surveillance par analyse spectrale du signal de vitesse angulaire. L'élasticité, l'amortissement et la flexibilité du pneumatique affectent les phénomènes vibratoires de la roue (vibrations verticales, torsion du pneumatique et torsion de la bande de roulement). Des modes reliés à ces phénomènes vibratoires apparaissent dans le spectre du signal de vitesse de rotation des roues [PGD02]. Les fréquences caractéristiques de ces modes dépendent des caractéristiques physique du pneumatique, celles-ci varient donc en fonction de la pression. Ces fréquences peuvent donc être exploitées pour la fonction de surveillance [UAO⁺01, ZLL09]. Pour cela, une chaîne

de traitement du signal assurant l'analyse spectrale des vitesses angulaires des roues doit être mise en place.

Le premier objectif de ce travail de thèse est donc de concevoir un système de détection fondé sur l'analyse spectrale du signal de vitesse angulaire de la roue, dans le but de détecter une pression très faible.

Synthèse d'observateurs de l'état du pneumatique. Une troisième solution envisageable est de se servir des modèles de la dynamique de la roue et du véhicule pour la mise en œuvre d'observateurs de grandeurs qui dépendent de la pression. La question qui se pose est de pouvoir définir ces grandeurs non mesurables, et ensuite de les reconstruire à partir de grandeurs mesurées afin de fournir, en continu, les informations requises pour la fonction de surveillance. Les capteurs logiciels ont connu ces dernières années un essor important, grâce au développement de l'électronique et à l'évolution des techniques d'estimation et d'observation des systèmes dynamiques. Les atouts sont multiples, parmi lesquels la robustesse (pas de panne comme dans le cas de la méthode directe, ou relais dans le cas où des capteurs tombent en panne) et le faible coût d'entretien. La possibilité d'utilisation de ce type de capteurs est étudiée depuis de nombreuses années dans plusieurs domaines notamment les systèmes embarqués et la commande des machines électriques [YU02, FSO92, MGE10].

L'application de ces systèmes dynamiques particuliers dans le domaine automobile a d'ores et déjà été très largement étudiée [IFSD11]. Néanmoins, dans le cas précis du pneumatique, seules les solutions ayant porté sur l'étude des grandeurs liées à la roue ont guidé les choix bibliographiques présentés dans ce manuscrit. A notre connaissance, les travaux portant sur l'estimation de la pression sont peu nombreux ; on peut citer [SAOF07, LP11, UAO⁺01]. Par ailleurs, certaines études ont été faites sur l'estimation du rayon effectif de la roue, de sa résistance au roulement et de l'interaction roue/chaussée (adhérence) [Ats10, BC84, CG05].

Le deuxième objectif de ce travail de thèse est donc de synthétiser des observateurs capables d'estimer conjointement le rayon effectif et la résistance au roulement des roues sans rajout de capteurs supplémentaires.

Bilan de l'analyse de l'existant

Plusieurs solutions existent pour la surveillance de la pression. Certaines ont d'ores et déjà été commercialisées mais des limites sont apparues :

- la méthode directe satisfait la norme mais s'avère onéreuse,
- la solution basée sur la comparaison des vitesses angulaires ne répond pas intégralement aux exigences de la norme en ce qui concerne la chute de pression minimale et le nombre de pneumatiques dégonflés détectables,
- l'approche fréquentielle ne respecte pas la norme en termes des temps de convergence et de robustesse,
- les solutions basées sur la synthèse d'observateurs pour l'estimation du rayon effectif de la roue sont originales mais doivent être validées sur des données réelles.

Objectifs et contributions de la thèse

Les travaux développés dans ce travail de thèse portent donc sur la mise en œuvre de la méthode fondée sur l'analyse spectrale des vitesses angulaires des roues d'une part, et d'autre part, sur le développement d'observateurs pour l'estimation conjointe de la résistance au roulement et du rayon effectif de la roue.

Le but est de construire les bases d'un système indirect (SSPPI) capable de réduire les fausses alertes, de détecter la perte de pression minimale requise (25% de la pression à chaud), de faire l'apprentissage des seuils et la détection en un temps minimal, et de garantir le respect des contraintes décrites dans les réglementations. Il faut noter que, au début de ce travail de thèse en fin 2008, l'objectif était de proposer des solutions industrialisables en 2012! Cet objectif est en passe d'être atteint.

Les travaux menés pendant cette thèse ont été orientés vers des aspects méthodologiques et expérimentaux à travers la mise en œuvre des méthodes, leur application à des données réelles et l'implémentation des codes sur le calculateur d'un véhicule prototype. Les principales contributions de ce travail concernent donc

- l'étude détaillée des méthodes et systèmes déjà existants pour la surveillance de la pression,
- la mise en œuvre de la méthode de surveillance par analyse spectrale des vitesses angulaires des roues en optimisant les algorithmes utilisés pour le calcul de la vitesse angulaire et l'extraction des fréquences caractéristiques des modes de vibration de la roue,
- la synthèse d'observateurs non linéaires de la résistance au roulement et du rayon effectif de la roue. La modélisation de la dynamique du véhicule et des roues a été réalisée sur la base d'un modèle réaliste et des méthodes robustes de synthèse d'observateurs par modes glissants ont été mise en œuvre,
- la validation des solutions sur des données expérimentales et leur implémentation sur un véhicule prototype.

Organisation du manuscrit de thèse

Le manuscrit de thèse s'articule autour des chapitres suivants

Chapitre 1. Seront exposés dans ce chapitre les différents systèmes industriels existants pour la surveillance de la pression.

Chapitre 2. Ce chapitre décrira les différentes étapes d'acquisition, de pré-traitement et d'analyse spectrale des signaux de vitesses angulaires des roues. L'analyse de l'influence de la pression sur les différentes fréquences caractéristiques du spectre démontrera la faisabilité de la détection en utilisant une telle approche.

Chapitre 3. Ce chapitre portera sur les techniques de synthèse d'observateurs non linéaires pour la surveillance de la pression. Plusieurs observateurs à modes glissants d'ordre supérieur ont été synthétisés sur la base du modèle d'un quart de véhicule et sur le modèle "essieu avant" pour estimer conjointement le rayon effectif et la force de résistance au roulement à partir des

mesures disponibles (vitesses angulaires des roues, vitesse linéaire du véhicule et couple moteur). Ces différents observateurs seront validés sur des données simulées et expérimentales.

Chapitre 4. Ce dernier chapitre conclura ce manuscrit et proposera quelques perspectives.

Pour des raisons de confidentialité, les algorithmes de décision sur la chute de pression ne seront pas détaillées dans ce manuscrit.

Bilan des publications

Revue soumise.

1. Charbel EL TANNOURY, Saïd MOUSSAOUI, Franck PLESTAN, Nicolas ROMANI and Guillermo PITA GIL. *Synthesis and application of variable structure observers for estimation of tyre effective radius and rolling resistance*, soumis à IEEE Transactions on Control Systems Technology, décembre 2011.

Brevets déposés.

1. Charbel EL TANNOURY, Franck PLESTAN, Saïd MOUSSAOUI and Nicolas ROMANI. *Estimation du rayon dynamique d'une roue et de la vitesse d'un véhicule automobile*, déposé à l'INPI le 21 Mars 2011, Numéro de dépôt : FR1152290.
2. Charbel EL TANNOURY, Franck PLESTAN, Saïd MOUSSAOUI and Guillermo PITA GIL. *Procédé d'estimation de la résistance au roulement d'une roue de véhicule automobile (Observateur à structure variable)*, déposé à l'INPI le 22 Septembre 2011, Numéro de dépôt : FR1158453.
3. Charbel EL TANNOURY and Guillermo PITA GIL. *Procédé d'estimation de la résistance au roulement d'une roue de véhicule automobile et dispositif pour mettre en œuvre ce procédé*, déposé à l'INPI le 17 Août 2011, Numéro de dépôt : FR1157378.
4. Charbel EL TANNOURY and Guillermo PITA GIL. *Procédé d'estimation de la vitesse angulaire à une période d'échantillonnage fixe à partir des signaux événementiels donnés par les capteurs ABS*, déposé à l'INPI le 27 Mars 2012.
5. Guillermo PITA GIL, Charbel EL TANNOURY and Saïd MOUSSAOUI. *Procédé de détection du sens de rotation d'une roue utilisant un capteur de vitesse non signée*, déposé à l'INPI le 27 Mars 2012.
6. Charbel EL TANNOURY, Guillermo PITA GIL and Saïd MOUSSAOUI. *Recalage en ligne des irrégularités d'une cible ABS par rapport aux irrégularités de référence*, déposé à l'INPI le 27 Mars 2012.
7. Charbel EL TANNOURY, Guillermo PITA GIL and Saïd MOUSSAOUI. *Procédé d'estimation des fréquences de résonance d'un pneumatique dans un environnement bruité à partir*

des signaux de vitesses angulaires des roues d'un véhicule, déposé à l'INPI le 27 Mars 2012.

Congrès internationaux

1. Charbel EL TANNOURY, Franck PLESTAN, Saïd MOUSSAOUI and Nicolas ROMANI. *Tyre effective radius and vehicle velocity estimation : a variable structure observer solution*, 8th International Multi-Conference on Signals, Systems and Devices (SSD'11), Sousse, Tunisie, 22-25 Mars 2011.
2. Charbel EL TANNOURY, Saïd MOUSSAOUI, Franck PLESTAN and Guillermo PITA GIL. *Rolling resistance monitoring using software sensors*, 16th International Congress on Vehicle Dynamics (SIA'11), Mulhouse, France, 5-6 Octobre 2011.
3. Charbel EL TANNOURY, Franck PLESTAN, Saïd MOUSSAOUI and Guillermo PITA GIL. *Tyre effective radius and rolling resistance force experimental estimation : a variable structure observer solution*, 12th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS'12), Bombay, India, 12-14 Janvier 2012.

Journée des Doctorants

1. Charbel EL TANNOURY. *Développement d'un système de détection de perte de pression dans les pneumatiques d'un véhicule*, Poster et article publié dans les Proceedings de la Journée des Doctorants de l'Ecole Doctorale STIM, Ecole Centrale, Nantes, 29 avril 2010.

Chapitre 1

Systemes SPP existants

L'histoire du pneumatique a commencé en 1839 lorsque Charles Goodyear a découvert le processus de vulcanisation [Con03], au cours duquel le sulfure est ajouté au caoutchouc naturel pendant le chauffage. En variant la quantité de sulfure, la matière montre une meilleure résistance à l'usure, au vieillissement, à l'eau, et une moindre sensibilité aux changements de température. Des anneaux solides de caoutchouc vulcanisé ont été utilisés plus tard, autour des jantes pour réduire le problème de vibration et améliorer les propriétés de traction pour les nouveaux véhicules. Quelques années plus tard, en 1845, Robert W. Thomson a breveté l'idée d'utiliser des tubes de caoutchouc remplis d'air en tant que pneumatiques. En raison de la plus faible durée de vie, l'invention est tombée en désuétude [Tho03]. Néanmoins, en 1888, John Boyd Dunlop a réinventé le pneumatique prétendant n'avoir aucune connaissance à propos du brevet antérieur. Le nouveau brevet a été principalement conçu pour les vélos, mais les avantages de l'utilisation de pneumatiques pour les voitures ont été examinés avec succès, entre autres, par les frères André et Édouard Michelin.

Le pneumatique est une structure souple qui, avec la jante, retient la pression de l'air gonflant. Les fonctions les plus importantes du pneumatique sont de réduire les vibrations dues à la rugosité de la route et de parvenir à un haut coefficient de frottement grâce à sa surface d'interaction avec la route. Son principal élément est la carcasse, qui se compose de cordons raides servant à maintenir la forme du pneumatique et la tension de l'air comprimé. Des fils d'acier de haute résistance, appelés "perles", lient la carcasse à la jante ; quand une charge est appliquée sur la roue, la jante se pose sur les flancs des cordons et sur les perles. L'ensemble de la structure est recouvert d'un composé de caoutchouc résistant à l'usure, souvent en styrène-butadiène, pour protéger la carcasse et développer le frottement avec la route.

Il existe principalement deux façons de concevoir la carcasse

- par plis radiaux : la structure radiale implique que les cordons sont orientés radialement et les cordes surfaciques sont disposées tangentiellement avec des petits angles en couches,
- par plis diagonaux : les couches de cordons sont diagonalement placées sur l'ensemble de la surface du pneumatique. La déformation des cordons donne lieu à un mouvement d'essuyage

de la bande de roulement en caoutchouc, ce qui entraîne une usure accrue et une dissipation de la puissance.

Les pneumatiques radiaux sont aujourd'hui principalement utilisés pour les voitures et les camions, même si leur processus de fabrication est plus complexe et les dépenses d'environ 50% plus élevées [Tho03] que les pneumatiques diagonaux.

Un travail important a été accompli dans le domaine de la modélisation des pneumatiques [DFS, Pac88, BW96], de la formalisation d'expressions simplifiées à des méthodes avancées de calcul par éléments finis. Ces travaux ont permis de définir les différentes grandeurs et les différents phénomènes indispensables à la compréhension de la mécanique du pneumatique et au développement des systèmes SPP permettant de superviser de manière permanente la pression afin d'améliorer la sécurité des véhicules et devant répondre à la réglementation européenne de 2012 (détecter une chute de pression de 25% de la pression à chaud sur une roue en moins de 10 minutes et sur plusieurs roues en moins d'une heure).

1.1 Solution fondée sur le rajout de capteurs de pression

Cette approche dite directe consiste en l'installation d'un capteur de pression sur chaque roue du véhicule. Cette solution permet d'avoir une mesure précise de la valeur de la pression à tout moment. Les capteurs doivent être en contact avec l'air dans le pneumatique [NM06] et doivent communiquer cette mesure au calculateur central. Ces dispositifs de mesure sont placés entre la jante et le pneumatique ou au fond de la valve de la roue (Figure 1.1).

La mesure de la pression est déduite de la variation de la capacité d'un condensateur, formé par deux armatures séparées par un diélectrique, dont l'épaisseur d dépend de la pression P [NM06]. La capacité C du condensateur peut alors être calculée par

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d(P)}, \quad (1.1)$$

avec S la surface de la plus petite des armatures, ϵ_0 la permittivité du vide et ϵ_r la constante diélectrique de l'isolant. On peut constater que la valeur de la capacité en sortie ne dépend pas linéairement de la pression : une difficulté émerge alors pour l'inversion de la fonction non linéaire $d(P)$, vu que l'objectif est de déterminer P . D'autres capteurs utilisent la surface de contact d'électrodes comme image de la pression, cette dernière augmentant proportionnellement à la pression exercée sur les électrodes. La relation entre la surface de contact et la pression est cette fois-ci bien linéaire et une mesure de la pression est obtenue à l'aide de ces capteurs.

Concernant la transmission, des circuits actifs sont utilisés [MT08]. Toutefois, pour activer ces capteurs, il faut utiliser une batterie. Cette dernière a une durée de vie limitée, exige un emplacement pour l'intégrer au capteur et provoque une augmentation du poids du boîtier du capteur ce qui est problématique en terme de fixation du capteur entre la jante et le pneumatique. Il est également difficile pour l'utilisateur de procéder à son remplacement. Pour cette raison, une étude

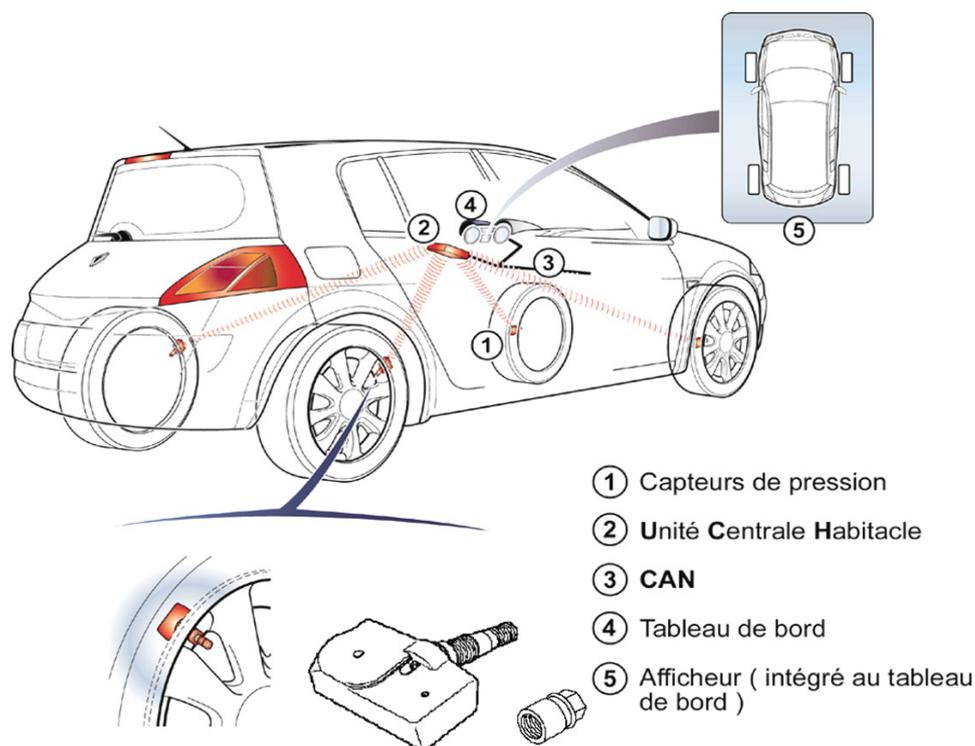


FIG. 1.1: Exemple d'architecture d'un SSPP direct [RPCL06].

a été menée pour concevoir des systèmes de récupération d'énergie générée par la vibration de la roue en utilisant une technologie capacitive [MMMA⁺01], électromagnétique [SY97] ou piézo-électrique [WGJB01]. Des circuits de transmission passifs n'ayant besoin d'aucune alimentation ont également été développés. Un condensateur sensible à la pression est utilisé en parallèle avec une inductance sensible à la température pour constituer un circuit LC résonant [NM06]. La fréquence de résonance du circuit change avec la pression et la température affecte la largeur de bande et l'amplitude de l'impédance. Cette solution tire profit du couplage électromagnétique entre les inductances des antennes d'émission et de réception et le circuit LC pour l'alimentation ; par contre, elle présente une courte étendue radio-fréquentielle et donc, la plage de pressions mesurables est restreinte. Des capteurs SAW (Surface Acoustic Wave) également activés par l'énergie du champ radio-fréquence présentent une étendue de mesure plus large [SDW00].

La présence des capteurs peut présenter certains inconvénients en termes de fiabilité (possibilité de pannes en cas de contact avec un objet extérieur ou lors du démontage de la roue), de câblages supplémentaires, de communication radiofréquence et de coût.

Pour palier ces limitations, une alternative est de développer des méthodes de détection sans mesure effective de la pression. Ces méthodes sont dites "indirectes" (SSPPI). Ces systèmes deviennent de plus en plus attractifs et concurrents des capteurs de pression. Les avantages des SSPPIs sont principalement un gain de volume, un fonctionnement de longue durée et plus sûr (l'absence de capteurs implique une limitation des pannes). Le fait de ne pas utiliser des

composants mécaniques leur permet d'avoir un faible coût d'implémentation et d'entretien. A ce jour, les SSPPIs présents sur le marché sont de deux types classés selon un ordre chronologique, les solutions de 1^{ère} génération fondées sur une analyse comparative des vitesses angulaires de roue, et de 2^{ème} génération qui intègrent une analyse spectrale des signaux de vitesses angulaires.

1.2 Surveillance par comparaison des vitesses angulaires

Cette approche se base sur la décroissance du rayon effectif lorsqu'une roue est sous-gonflée.

Definition 1 [Gil92, Pac05] *Le rayon effectif (appelé aussi rayon dynamique ou de roulement) d'un pneumatique est le rayon calculé à partir du rapport entre la vitesse longitudinale v_x du véhicule et la vitesse angulaire Ω de la roue.*

$$R = \frac{v_x}{\Omega} \quad (1.2)$$

En pratique, une valeur approchée du rayon effectif peut être obtenue à partir de la distance parcourue par le véhicule pour un tour de roue divisée par 2π .

La Figure 1.2 résume les résultats de mesures du rayon effectif effectuées pour différentes valeurs de pression des pneumatiques et de vitesse d'un véhicule de type Laguna II. Le pneumatique considéré est de largeur 195 mm, de hauteur du côté 127 mm et de rayon nominal donné par le fournisseur de 310 mm (le diamètre de la jante étant de 15 *pouces* (381 mm)). Ces résultats mettent en évidence la relation entre le rayon effectif et la pression dans le pneumatique.

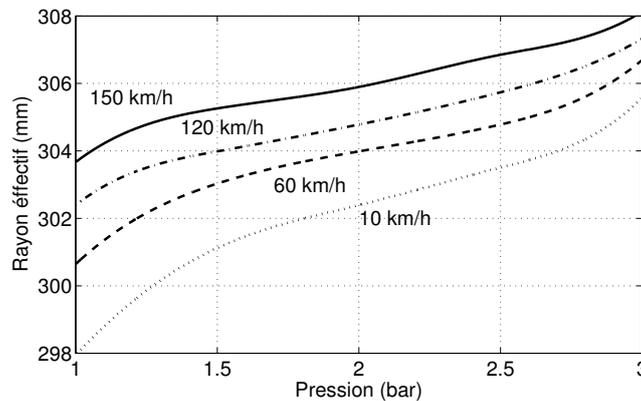


FIG. 1.2: Relation entre la pression dans le pneumatique et le rayon effectif de la roue à différentes vitesses du véhicule [RPCL06]

On peut remarquer que les variations du rayon par rapport à celles de la pression sont très faibles (de l'ordre de 0.3%). De plus, la relation est non linéaire. Par ailleurs, le rayon effectif est fonction non seulement de la pression mais aussi du type de pneumatique, de la température, de la charge, de l'usure, de la vitesse et du glissement [Gil92]. Il faut compenser l'effet de ces phénomènes sur le rayon effectif afin de pouvoir isoler l'effet de la pression. Or, ces grandeurs ne peuvent être que partiellement détectées et par conséquent, leur effet sur le rayon effectif

ne peut pas être complètement éliminé. Donc, un système de surveillance se basant sur l'étude seule des rayons a une sensibilité réduite face aux pertes de pression. La valeur du rayon d'un seul pneu ne permet pas de conclure directement sur l'état de la pression.

Cependant, en comparant les vitesses angulaires des différentes roues entre elles, il est possible d'isoler les variations liées à la pression du pneumatique [NC92, May94]. Partant du constat qu'une roue sous-gonflée a un rayon effectif plus faible et une vitesse angulaire plus élevée comparée à une roue correctement gonflée, une baisse de la pression du pneumatique peut être détectée en comparant les vitesses angulaires des quatre roues du véhicule. Dans la plupart des cas, les roues situées d'un même côté subissent des niveaux similaires de charge et d'usure, et le glissement est généralement le même sur les roues situées sur un même axe sauf dans le cas des virages.

Principe. La détection de perte de pression se fait selon trois principes [NC92, May94] :

- Comparaison des vitesses angulaires en diagonale. Pour cela, on introduit la variable *diag* définie par¹

$$diag = \left(\frac{\Omega_1 + \Omega_4}{\Omega_2 + \Omega_3} - 1 \right) \quad (1.3)$$

- Comparaison des vitesses angulaires avant/arrière

$$axle = \left(\frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\Omega_3 + \Omega_4} - 1 \right) \quad (1.4)$$

- Comparaison des vitesses angulaires gauche/droite

$$side = \left(\frac{\Omega_1 + \Omega_3}{\Omega_2 + \Omega_4} - 1 \right) \quad (1.5)$$

La variable *diag* est un **indicateur de sous-gonflage**. Si sa valeur dépasse un certain seuil, une alerte peut être générée. La valeur exacte du seuil dépend des caractéristiques du véhicule et du type de pneumatique. Les variables *axle* et *side* servent à décider d'envoyer une alerte ou non : il s'agit de **variables de décision** pour localiser le pneumatique sous-gonflé et éviter les fausses alarmes. Le Tableau 1.1 résume l'incidence de la baisse de pression pour un seul pneumatique sur les trois variables.

Pneumatique sous-gonflé	AvG	AvD	ArG	ArD
<i>diag</i>	> 0	< 0	< 0	> 0
<i>axle</i>	> 0	> 0	< 0	< 0
<i>side</i>	> 0	< 0	> 0	< 0

TAB. 1.1: Incidence sur les variables *diag*, *axle* et *side* de la présence d'un pneumatique sous-gonflé [NC92]

1. On note Ω_1 , la vitesse de la roue à l'avant du côté gauche (*AvG*), Ω_2 , la vitesse de la roue à l'avant du côté droit (*AvD*), Ω_3 , la vitesse de la roue à l'arrière du côté gauche (*ArG*) et Ω_4 , la vitesse de la roue à l'arrière du côté droit (*ArD*).

Mise en œuvre. D'après [RP09a, RPLC09, RP09b, Rin10], cet algorithme peut détecter une perte de pression si une roue est dégonflée de 30% ou plus. Cependant, les corrections suivantes doivent être apportées et prises en compte dans le calcul des trois variables *diag*, *axle* et *side* :

- Correction d'offset : les différences initiales entre les vitesses angulaires dues aux petites variations de la pression du pneumatique et la différence possible dans la taille des pneumatiques entre les roues avant et arrière doivent être compensées. Ces offsets changent avec la vitesse. Ainsi, différentes valeurs d'offset sont considérées selon la vitesse de déplacement du véhicule.
- Correction de tenue de route : dans les virages, les vitesses angulaires vont différer car les roues externes parcourent une distance plus longue que les roues internes. De plus, la masse sera plus grande d'un côté selon la courbure, ce qui affecte les rayons effectifs des roues pour l'essieu non moteur et le glissement des roues pour l'essieu moteur.
- Dans les conditions suivantes
 1. faible vitesse ($v_x < 15 \text{ km/h}$),
 2. forte accélération longitudinale ($> 1 \text{ m/s}^2$) ou freinage lourd,
 3. forte accélération latérale ($> 1 \text{ m/s}^2$) : quand l'accélération est trop forte, la compensation de tenue de route ne sera plus valide,
 4. conditions extrêmes de route : différence de conditions de route entre le côté droit et gauche (ex. différents dérapages), route trop raide, trajectoire avec plusieurs virages
 5. manœuvre extrême du véhicule (vitesse de lacet $> 2.5^\circ/\text{s}$, $v_x > 250 \text{ km/h}$),

les vitesses angulaires ne conviennent plus à l'étude du sous-gonflage et ne doivent donc pas être utilisées dans les calculs car, dans ces conditions, de fausses alertes sont obtenues alors que la variation du rayon effectif ne provient pas de la pression. L'algorithme détecte ces situations en utilisant les signaux *ESP*², en particulier les informations concernant la vitesse de lacet, l'accélération latérale, les mesures de l'odomètre et le couple moteur transmis aux roues.

Trois étapes sont donc nécessaires pour la surveillance de la pression

1. l'apprentissage des seuils,
2. la détection des bonnes conditions de roulage,
3. l'application de l'algorithme de détection.

Insuffisances. Pour ce type de méthodes indirectes, la possibilité de détecter un sous-gonflage dépend du nombre de pneumatiques sous-gonflés et des pressions en jeu :

- Si deux roues sont dégonflées, le résultat est immédiatement plus incertain. Deux roues également dégonflées doivent être diagonalement opposées pour être détectées. En effet, la variable *diag* ne varie pas avec deux roues dégonflées situées sur le même essieu, ou sur le même côté du véhicule [NC92]. En pratique, elle fluctue à cause du bruit des capteurs de vitesse mais pas suffisamment pour dépasser le seuil.
- Pour deux roues différemment dégonflées, une analyse complète des résultats est bien plus complexe : six combinaisons de deux roues parmi les quatre existent et, avec les variantes

2. *Electronic Stability Program* : ce système permet de corriger la trajectoire en agissant sur le freinage et l'injection d'essence au moteur lors d'un virage pris à très grande vitesse.

introduisant différents niveaux de pression, le nombre de scénarii possibles devient très grand. Néanmoins, il est important de noter qu’avec cet algorithme, il est **possible** mais **non certain** de détecter deux roues inégalement dégonflées.

- Pour trois ou quatre roues dégonflées, la réaction dépend encore du niveau des différences de pression. Quatre roues sous-gonflées de façon égale sont indétectables.

Utilisation industrielle. Les systèmes développés par les fournisseurs ou les constructeurs d’automobiles utilisant l’algorithme précédent sont le “Deflation Detection System” (DDS) de *Continental Teeves* [KEG⁺06] et le “Système de Détection de Crevaison” (SDC) de *Renault*, ce dernier utilisant, en plus des grandeurs évoquées précédemment, l’angle du volant dans les conditions d’application de cet algorithme [NC92, RP09a, RPLC09, RP09b, Rin10] pour détecter soit les faibles virages et compenser ainsi leur effet sur les variables de l’algorithme, soit les forts virages et ainsi éviter les fausses alarmes.

SYSTEME		DDS	SDC
Entrées		vitesses-roues	vitesses-roues
		couple moteur	angle volant
		odomètre	
Sortie		signal d’alerte	signal d’alerte
Réinitialisation		oui	oui
Intervalles de vitesse		15 - 70 km/h	
		puis intervalles de largeur 30 km/h	
Apprentissage		4 min/intervalle de vitesse	
Détection	Seuil mini	30-50%	30%
	Temps maxi	1-30 min	1-30 min
	Alarme	1 ou 3 pneumatiques sous-gonflés	
Fonctionnement		ligne droite	ligne droite + faibles virages
Bilan économique		bon	bon
Avantage particulier		-	localisation des pneumatiques dégonflés
Inconvénients		sensible à la charge	
		sensible au type de pneumatique	

TAB. 1.2: Récapitulatif des caractéristiques des SSPPIs de première génération.

Le Tableau 1.2 récapitule les principales caractéristiques de ces deux systèmes. La notion d’intervalle de vitesse correspond aux différents intervalles considérés pour l’apprentissage des seuils sur les trois variables *diag*, *side* et *axle* et pour l’application de l’algorithme de détection (différents seuils sont identifiés dans chaque intervalle de vitesse du véhicule et la durée de la phase d’apprentissage est calculée pour un intervalle de vitesse donné indépendamment des autres intervalles.). Les principaux problèmes rencontrés avec ce type de systèmes sont

1. le seuil de perte de pression élevé (30%) avant la génération d'une alarme,
2. l'impossibilité de la détection de pertes de pression simultanées sur deux ou quatre roues,
3. les conditions et la fréquence des réinitialisations (à faire manuellement par le conducteur) nécessaires au bon fonctionnement,
4. la sensibilité à la charge et au type de pneumatique.

Les points (1) et (2) montrent que les SSPPI de première génération ne permettent pas de répondre à la nouvelle réglementation européenne. Ces deux points ont été résolus dans les SSPPI de deuxième génération qui font l'objet du paragraphe suivant. Néanmoins, les deux derniers points restent à étudier.

1.3 Surveillance par analyse spectrale des vitesses angulaires

Les propriétés d'élasticité, d'amortissement et de flexibilité du pneumatique varient avec la pression et constituent les sources principales de son comportement dynamique. Des modèles simplifiés ont émergé du fait de la modélisation de la roue par des systèmes masse - amortisseurs - ressorts en isolant les phénomènes dans les sens vertical, longitudinal, latéral ou/et rotationnel. Ces modèles, bien que simplifiés, permettent une bonne représentation du comportement du pneumatique en superposant les différentes dynamiques et, dans de nombreux cas, les équations résultantes peuvent être résolues de manière analytique.

Principe. Le spectre des signaux de vitesses angulaires des roues présente plusieurs modes dont [PGD02] :

- le premier, localisé dans l'intervalle $[5Hz, 20Hz]$, est dû aux vibrations verticales ;
- le second, dans l'intervalle $[30Hz, 50Hz]$, est dû à la torsion du pneumatique ;
- le troisième, dans l'intervalle $[70Hz, 90Hz]$, est dû à la torsion de la bande de roulement.

Les relations entre les raideurs du pneumatique, la pression et les fréquences caractéristiques de ces modes peuvent être établies en effectuant des mesures sur les pneumatiques [May95]. Ainsi, en estimant la variation des fréquences de résonance, on peut estimer la variation de la pression. Un traitement du signal assurant l'analyse spectrale de ces vitesses doit être mis en place. Cette analyse consiste à calculer la vitesse angulaire à partir des signaux du codeur ABS de la façon la plus précise possible tout en conservant leur signature fréquentielle, et à les interpoler afin d'en extraire les fréquences de résonance par des méthodes classiques d'analyse spectrale.

Utilisation industrielle. Les systèmes qui ont initié le couplage de l'analyse vibratoire des roues et l'approche comparative des vitesses angulaires constituent la 2^{ème} génération de SSPPIs. Les principaux sont le DDS+ de *Continental teeves* [LDM02], le TPM-C/F de *Bosch* [RPCLO6] et le TPI de *Nira Dynamics* [HGG⁺07] (Tableau 1.3).

D'une façon similaire aux systèmes de 1^{ère} génération, trois étapes sont nécessaires pour la surveillance de la pression

1. l'apprentissage des seuils,
2. la détection des bonnes conditions de roulage,

SYSTEME		TPI	TPM-C/F	DDS+
Entrées		vitesse-roues	vitesses-roues	vitesses-roues
		vitesse de lacet	-	-
Sortie		alerte	alerte	alerte
Réinitialisation		oui	oui	oui
Intervalles de vitesse		>10 km/h	25-250 km/h	15-70 km/h puis intervalles (largeur 30 km/h)
Apprentissage		10-20 min	15 min	4 min/intervalle
			avec ESP : 5 min	-
Détection	Seuil mini	25%	25%	30%
	Temps maxi	1 roue : 10 min	10 min	3 min/intervalle
	Alarme	1 à 4 roues	1 à 4	1 à 4
Bilan économique		le plus cher	bon	bon
Avantages particuliers		précision	-	-
		localisation	-	-
Inconvénients		compatibilité calculateur (augmentation mémoire, horloge-processeur)	complexité calculs (transformée de Fourier)	seuil minimal détectable élevé

TAB. 1.3: Récapitulatif des caractéristiques des SSPPIs de deuxième génération.

3. l'application de l'algorithme de comparaison temporelle des vitesses angulaires et de l'analyse spectrale de ces vitesses. Une décision d'envoyer (ou non) une alerte est prise à l'issue de l'étude simultanée des résultats de ces deux algorithmes.

Les brevets relatifs au DDS+ et au TPM-C/F traitent l'identification de la fréquence de résonance en torsion du pneumatique dans le spectre des signaux de vitesses angulaires par la transformée de Fourier. Dans le cas du TPI, une technique paramétrique est utilisée, consistant en la modélisation des signaux par des modèles autorégressifs. Ensuite, les paramètres de ces modèles et les fréquences de résonance qui s'écrivent en fonction de ces paramètres sont identifiés par des filtres de Kalman. Le TPI opère sur la fréquence de torsion du pneumatique, pour des valeurs moyennes de la vitesse du véhicule, et sur la fréquence de torsion de la bande de roulement pour les hautes vitesses. Cela explique le haut niveau de précision du TPI d'une part, et la grande capacité-mémoire requise, le filtre de Kalman faisant appel à plusieurs paramètres de réglage. Concernant l'étape de décision à partir des informations délivrées par les deux algorithmes, cette partie n'est pas donnée d'une façon détaillée pour des raisons de commercialisation et de confidentialité (pour le TPI par exemple, chaque étude sort des indicateurs qui indiquent le ou les pneumatiques sous-gonflés et un indice de confiance à comparer à des seuils [HGG⁺07]).

L'algorithme de comparaison des vitesses angulaires et l'algorithme d'analyse spectrale sont complémentaires ; ils permettent de détecter une différence de pression minimale de 25% et une

perte de pression simultanée sur les quatre roues. Le temps de convergence de l'algorithme varie de 2 à 10 min pour une roue ; par contre la convergence est beaucoup plus lente en cas de plusieurs roues dégonflées. Néanmoins, cette solution reste très sensible au bruit, et le système nécessite l'*ESP* car il faut intégrer dans l'algorithme des paramètres du châssis et des pneumatiques.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les grandes lignes des systèmes SPP existants. L'analyse a été concentrée sur les systèmes de surveillance sans capteur de pression. Ces solutions présentent l'avantage d'un faible coût de maintenance et une plus grande fiabilité. Cependant, à ce jour, seule la présence de capteur de pression permet de répondre favorablement aux exigences de la nouvelle réglementation, notamment, en ce qui concerne la détection de plusieurs roues dégonflées en moins d'une heure.

Les objectifs du travail de thèse concernent donc la mise en place de la méthode de surveillance par analyse spectrale des signaux de vitesse des roues, ainsi que l'utilisation des modèles dynamiques de la/des roue(s) et du véhicule pour proposer une solution originale basée sur l'utilisation d'observateurs.

Chapitre 2

Surveillance par analyse spectrale des signaux de vitesses angulaires

Ce chapitre présente les outils de surveillance de la pression des pneumatiques par analyse spectrale des signaux de vitesse angulaire des roues. Le principe de mesure de la vitesse angulaire à partir du codeur incrémental installé sur chaque roue du véhicule sera d'abord présenté et ensuite les différentes étapes de traitement du signal seront détaillées.

L'application de cette méthode aux signaux réels a permis de mettre en avant la nécessité de modifier l'algorithme de calcul des vitesses angulaires pour réduire des erreurs de mesures causées par des défauts de conception du codeur incrémental (irrégularités de la largeur des dents). L'analyse spectrale révèle la présence de quatre modes de vibration qui sont dus à des dynamiques bien identifiées. L'étude théorique de la dynamique de la roue permet d'expliquer l'origine de ces modes. Une analyse expérimentale de l'influence de la pression sur chaque mode nous permet de déduire la possibilité de détecter une chute de la pression dans chaque pneumatique au travers de l'analyse de la variation des fréquences caractéristiques de trois modes.

Chaîne de traitement du signal. La Figure 2.1 résume les différentes étapes de cette chaîne : La vitesse est déduite à partir des données Δt_k du codeur incrémental. Le signal de vitesse angulaire est ensuite interpolé à une fréquence d'échantillonnage fixe f_e . Cette vitesse est filtrée pour extraire les bandes de fréquences utiles. Des modèles autoregressifs d'ordre deux sont utilisés pour modéliser le signal dans chaque bande et extraire sa fréquence de résonance. Les étapes de calcul et d'interpolation de la vitesse angulaire constituent la couche basse qui opère à une fréquence d'échantillonnage élevée. L'estimation des fréquences de résonance à partir des signaux interpolés et filtrés se fait à une cadence plus faible et constitue la couche haute.

Nous détaillons dans ce qui suit les différentes étapes de cette chaîne de traitement. Cependant, pour des raisons de confidentialité, l'algorithme de décision ne sera pas présenté dans ce manuscrit.

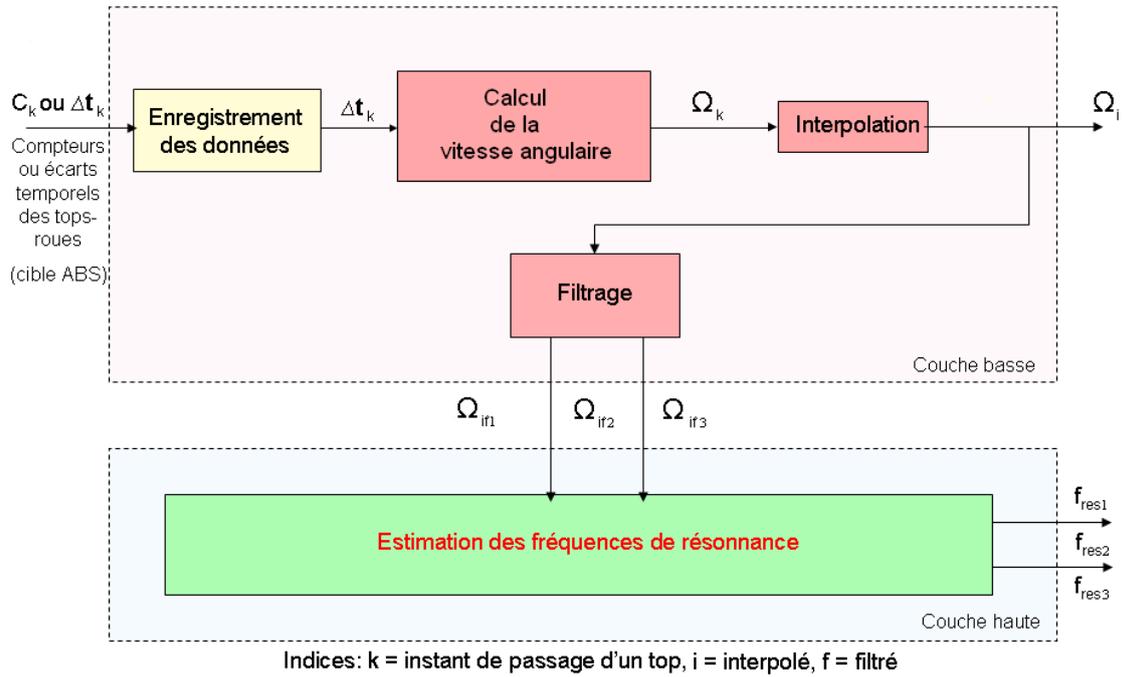


FIG. 2.1: Etapes de calcul et de traitement du signal de vitesse angulaire.

2.1 Calcul de la vitesse angulaire

Chaque roue du véhicule est équipée d'un codeur incrémental qui transmet au calculateur central les signaux permettant de calculer la vitesse angulaire.

2.1.1 Principe du codeur incrémental

Les signaux du codeur reflètent le passage des dents-creux (ou pôles magnétiques) d'un disque solidaire à l'axe de la roue devant un élément sensible (Figure 2.2). Un compteur ayant une période d'horloge T_h assez faible s'incrémente périodiquement pour mesurer le temps écoulé lors du franchissement d'une dent et d'un creu. La détection de chaque passage déclenche l'enregistrement de la valeur c_k du compteur interne.

Le processus de mesure peut être décrit par le pseudo-code suivant :

1. Chaque nouvelle période d'horloge T_h réaliser les étapes 2 à 4,
2. Incrémenter la valeur du compteur,
3. Vérifier l'occurrence d'un front montant (correspondant à une transition creu-dent) dans le signal donné par le codeur incrémental,
4. **Si** un front montant est détecté **alors** mémoriser la valeur du compteur **sinon** revenir à l'étape 2.

Les mesures des instants t_k de franchissement des dents sont alors obtenues à partir des valeurs du compteur enregistrées dans un vecteur de mesure $\mathbf{C}_k = [c_k \ c_{k-1} \ \dots \ c_0]^T$, selon,

$$\mathbf{t}_k = [t_k, t_{k-1}, \dots, t_0] = T_h \mathbf{C}_k. \quad (2.1)$$



FIG. 2.2: (Gauche) Codeur incrémental basé sur une roue dentée et (droite) illustration du principe de mesure.

2.1.2 Dimensionnement du codeur incrémental

Le choix du codeur incrémental est lié à la plage de fonctionnement attendue pour le vitesse du véhicule et à la précision de mesure souhaitée. Il est donc nécessaire de bien choisir les paramètres du codeur en termes de nombre de dents N , période d'horloge T_h et nombre de bits de codage n du compteur [Gus10, Sve07].

Calcul de la vitesse angulaire. Le principe de mesure implique que lorsque la variation de la position angulaire de la roue dépasse un angle $\theta_{ideal} = \frac{2\pi}{N}$, une nouvelle valeur de t_k est stockée. On peut donc écrire :

$$\theta_{ideal} = \frac{2\pi}{N} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Omega(t) dt \quad (2.2)$$

où $\Omega(t)$ est la vitesse angulaire en temps-continu. On peut donc obtenir une approximation de la vitesse angulaire en utilisant une approximation d'Euler de l'équation (2.2),

$$\Omega_k = \Omega(t_k) = \frac{\theta_{ideal}}{t_k - t_{k-1}} = \frac{2\pi}{N\Delta t_k}. \quad (2.3)$$

Cependant, les instants t_k sont codés sur des multiples de T_h , d'où une imprécision dans la valeur de la vitesse (erreur de quantification due à la présence du compteur utilisant un nombre fini n de bits de codage). Ce paramètre doit donc être bien choisi pour réaliser un compromis entre précision de mesure et taille-mémoire des données.

De plus, les instants t_k ne sont pas régulièrement espacés ; il varie en fonction de la vitesse de rotation de la roue. Cela signifie que le signal de vitesse de la roue n'aura pas une fréquence d'échantillonnage fixe si la vitesse varie, ce qui est le cas en pratique. Afin d'utiliser les méthodes classiques d'analyse spectrale, une étape d'interpolation sera alors nécessaire.

Choix de la période d'horloge, T_h . La période d'horloge, T_h détermine l'intervalle de temps pour vérifier si l'événement "passage d'une nouvelle dent" a eu lieu. La précision sur la valeur

de t_k est plus importante quand T_h est plus faible. Il existe donc une erreur de quantification q_k en raison de la fréquence fixe de l'horloge

$$t_k = t_k^0 + q_k \quad (2.4)$$

où t_k^0 est l'instant réel de l'événement. La variable aléatoire q_k est uniformément distribuée, $\mathcal{U}(0, T_h)$ et reflète l'imprécision sur la détection des instants de passage. Les propriétés statistiques de cette variable (moyenne $E(q_k)$ et écart-type $\sigma(q_k)$) sont donc :

$$E(q_k) = \frac{T_h}{2}, \quad (2.5)$$

$$\sigma(q_k) = \frac{T_h}{2\sqrt{3}} \quad (2.6)$$

Bien que cette variable soit indépendante de la vitesse $\Omega(t)$, son influence sur la valeur de Ω_k calculée selon l'équation (2.3), sera plus importante lorsque la vitesse augmente, c'est-à-dire, lorsque l'intervalle d'échantillonnage Δt_k diminue. En effet, en calculant la vitesse angulaire à l'aide de l'équation (2.3), on obtient :

$$\Omega_k = \frac{\theta_{ideal}}{t_k - t_{k-1}} = \frac{\theta_{ideal}}{t_k^0 + q_k - t_{k-1}^0 - q_{k-1}} = \frac{\theta_{ideal}}{\Delta t_k^0 + q_k - q_{k-1}}. \quad (2.7)$$

En utilisant une approximation de Taylor de premier ordre, l'équation (2.7) devient :

$$\Omega_k = \Omega_k^0 \frac{1}{1 + \frac{q_k - q_{k-1}}{\Delta t_k^0}} \approx \Omega_k^0 \left[1 - \frac{q_k - q_{k-1}}{\Delta t_k^0} \right], \quad (2.8)$$

où Ω_k^0 est la vitesse angulaire sans erreur de quantification. Les statistique d'ordre un et deux de Ω_k sont alors :

$$E(\Omega_k) \approx \Omega_k^0 \quad (2.9)$$

$$\sigma(\Omega_k) \approx \frac{T_h}{\sqrt{6}} \frac{\Omega_k^0}{\Delta t_k^0} = \frac{T_h}{\sqrt{6}} \frac{(\Omega_k^0)^2}{\theta_{ideal}} = \frac{(\Omega_k^0)^2}{2\sqrt{6}\pi} NT_h \quad (2.10)$$

Il apparaît donc que la vitesse calculée est sans biais, son écart-type est quadratiquement proportionnel à la vitesse et linéairement proportionnel à l'intervalle d'horloge T_h . En se fixant un niveau maximum de bruit acceptable (ce qui correspond à l'incertitude sur la valeur de la vitesse) et en se plaçant à la valeur maximale de la vitesse angulaire, on peut déduire la valeur de la période d'horloge nécessaire.

Choix du nombre de bits de codage. D'après la section précédente, il est souhaitable de recourir à une fréquence d'horloge élevée pour augmenter la précision. Cependant, le compteur utilisé dans le microprocesseur possède un nombre limité de digits. Soit C_{\max} la valeur maximale qu'il peut avoir. Lorsque cette valeur maximale est atteinte, le compteur repart de zéro. Si la fréquence d'horloge est trop élevée ou que la vitesse est trop faible, le compteur peut achever plus

d'un cycle avant le passage d'une nouvelle dent. La différence entre les deux valeurs mémorisées du compteur s'écrit donc selon :

$$c_k - c_{k-1} = \Delta c_k^0 - n C_{\max}, \quad (2.11)$$

où Δc_k^0 est la vraie différence et n le nombre de fois que le compteur a atteint sa valeur maximale durant l'intervalle $[t_{k-1}; t_k]$. Pour éviter cette situation qui donnerait une valeur erronée de la vitesse, le temps maximal pour parcourir une dent doit être inférieur à $C_{\max} T_h$. C'est à dire,

$$\frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{\Omega(t)} \leq C_{\max} T_h. \quad (2.12)$$

La vitesse angulaire de la roue doit donc être supérieure à une valeur minimale :

$$\Omega(t) \geq \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{C_{\max} T_h} = \Omega_{\min}. \quad (2.13)$$

EN ayant préalablement fixé le nombre de dents, la période d'horloge T_h doit être augmentée pour assurer un bon fonctionnement du codeur à des faibles vitesses. Nous voyons ainsi qu'il y a un compromis entre la minimisation de l'erreur de quantification et le fonctionnement à une vitesse basse.

Solution retenue. Un codeur incrémental à $N = 48$ dents est installé sur une roue ayant un rayon $R = 0,3 m$. On impose un niveau acceptable de $\sigma(\Omega_k)$ d'une valeur de 0,1 et une plage de vitesse longitudinale $v_x \in [5; 250] (km/h)$.

- Pour $v_x^{\max} = 250 km/h$ ($\Omega_{\max} = 231,5 rad/s$), l'équation (2.10) donne,

$$T_h = \sqrt{6} \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{\sigma(\Omega_k)}{\Omega_{\max}^2} = 598 ns. \quad (2.14)$$

- pour une vitesse minimale $v_x^{\min} = 5 km/h$ ($\Omega_{\min} = 4,63 rad/s$), l'équation (2.13) donne,

$$C_{\max} = \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{\Omega_{\min} T_h} \approx 47278. \quad (2.15)$$

Ainsi, $n = 16$ bits seront nécessaires ($C_{\max} = 65535$).

Dans la suite de ce travail, le codeur incrémental retenu possède 48 dents, une période d'horloge de 625 ns (fréquence de 1,6 MHz) et 16 bits de codage.

2.2 Prise en compte des irrégularités des dents du codeur

Le codeur incrémental a été installé sur les quatre roues d'un véhicule prototype roulant à des vitesses différentes.

2.2.1 Contenu fréquentiel du signal de vitesse angulaire

Le signal de vitesse a été rééchantillonné à une fréquence, ($f_e = 1,2 kHz$), de telle manière à calculer son spectre de Fourier. Le calcul du spectre a été restreint à des intervalles de temps où la vitesse angulaire est quasi-constante.

La Figure 2.3 présente le contenu fréquentiel du signal de vitesse angulaire des roues avant-gauche et arrière-droite pour différentes vitesses angulaires. Le spectre calculé montre l'existence de pics parasites qui sont dues à l'irrégularité de la largeur des dents de la cible : ces raies de grande amplitude apparaissent dans le spectre et rendent difficile l'analyse spectrale du signal de vitesse. De plus, nous pouvons constater que la position des pics dépend de la vitesse angulaire et que leurs amplitudes changent en fonction de la cible dentée. Ce phénomène a été mis en évidence dans [SNSI97] et nous pouvons consulter [Sve07, Gus10] pour une discussion plus détaillée.

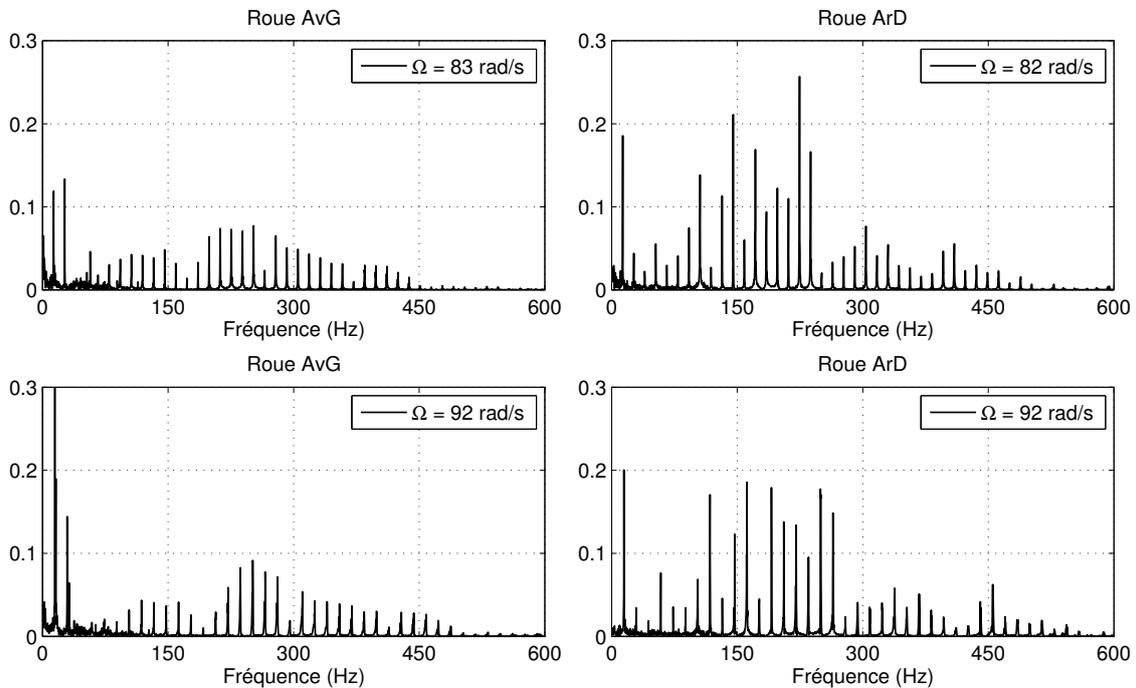


FIG. 2.3: Contenu fréquentiel des signaux de vitesse angulaire

2.2.2 Compensation des irrégularités des dents

Une première solution permettant d'éviter l'effet des irrégularités des dents consiste à calculer la vitesse de rotation, à chaque instant t_k , à partir d'une révolution entière de la cible,

$$\Omega_k^{\text{tour}} = \frac{2\pi}{t_k - t_{k-N}}. \quad (2.16)$$

Bien que cette première solution présente l'avantage d'insensibilité vis-à-vis des irrégularités des dents, son inconvénient est une perte en précision de le cas d'une forte accélération du véhicule. Une deuxième solution pour réduire l'effet des irrégularités consiste à estimer la largeur de chaque dent de la cible pour ensuite la prendre en compte lors du calcul de la vitesse angulaire [SNSI97].

Formulation du problème. L'angle de rotation de la roue entre deux dents successives est idéalement $\theta_{ideal} = \frac{2\pi}{N}$. Mais, en raison du défaut d'usinage, celui-ci sera en réalité de $\theta_i = \theta_{ideal} + \delta\theta_i$, où $\delta\theta_i$ reflète l'erreur en position angulaire de la dent d'indice i . L'ensemble des effets induits par ces erreurs constitue le vecteur $\delta\theta$, défini comme

$$\delta\theta = [\delta\theta_1 \ \delta\theta_2 \ \cdots \ \delta\theta_N]^T. \quad (2.17)$$

De plus, comme $\sum_{i=1}^N \theta_i = 2\pi$, il en résulte immédiatement la contrainte :

$$\sum_{i=1}^N \delta\theta_i = 0. \quad (2.18)$$

Le calcul du signal vitesse en tenant compte ces irrégularités se fera donc selon,

$$\hat{\Omega}_k^{corr} = \frac{\theta_{ideal} + \delta\theta_{i_k}}{\Delta t_k} \quad (2.19)$$

Afin de corriger l'effet des irrégularités, il faut estimer $\delta\theta$. Parmi les méthodes présentées dans [Sve07], nous retenons celle basée sur les moindres carrés récursifs (MCR).

Estimation par moindres carrés récursifs. Soit i_k l'indice de la dent franchie durant l'intervalle $[t_{k-1}; t_k]$. Une première estimation de la vitesse angulaire Ω_k^{tour} est d'abord obtenue sur une révolution entière de la cible. Soit la mesure y_k résultant de la comparaison entre la prédiction de la position angulaire parcourue entre les instants t_{k-1} et t_k avec la largeur idéale de la dent d'indice i_k . Notons également ϵ_k l'erreur de prédiction due à la variation de la vitesse durant une révolution entière de la cible ainsi qu'à l'erreur de mesure de t_k . Nous pouvons donc écrire

$$\begin{aligned} y_k &= \Omega_k^{tour} \Delta t_k - \theta_{ideal} \\ &= \phi_k^T \delta\theta + \epsilon_k \end{aligned} \quad (2.20)$$

où

$$\phi_k^T = (\phi_k^1, \dots, \phi_k^i \dots \phi_k^N) \text{ avec } \phi_k^i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = i_k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ pour } i = 1, \dots, N. \quad (2.21)$$

Rappelons que l'estimation par moindres carrés récursifs correspond à la minimisation du critère,

$$J(\delta\theta) = \sum_{n=1}^k \lambda_0^{(k-n)} (y_n - \phi_n^T \delta\theta)^2,$$

où $\lambda_0 \in [0; 1[$ est un facteur d'oubli (une valeur proche de 1 est généralement utilisée). Les équations de mise à jour sont les suivantes,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k &= \frac{1}{\lambda_0} \left[\mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1} \phi_k \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda_0 + \phi_k^T \mathbf{P}_{k-1} \phi_k} \right], \\ \widehat{\delta\theta}_k &= \widehat{\delta\theta}_{k-1} + \mathcal{P} \left\{ \mathbf{P}_k \phi_k [y_k - \phi_k^T \widehat{\delta\theta}_{k-1}] \right\}, \end{aligned}$$

où $\mathcal{P}\{\mathbf{v}\}$ est un opérateur de projection permettant de satisfaire la contrainte $\sum_{i=1}^N v_i = 0$ [Kay93].

Application aux données réelles. La méthode de correction par MCR a été appliquée avec un facteur d'oubli $\lambda = 0.98$ sur des signaux réels acquis sur le véhicule prototype. La durée du signal est de 800 secondes. De plus, nous pouvons constater sur la figure 2.4 que le signal corrigé par la méthode des moindres carrés permet de supprimer les pics parasites dus aux irrégularités et de conserver certaines dynamiques hautes fréquences contrairement à la vitesse calculée sur une révolution entière de la roue. Nous pouvons constater sur la figure 2.5 les erreurs sur les largeurs des dents de chaque codeur installé sur les roues du véhicule.

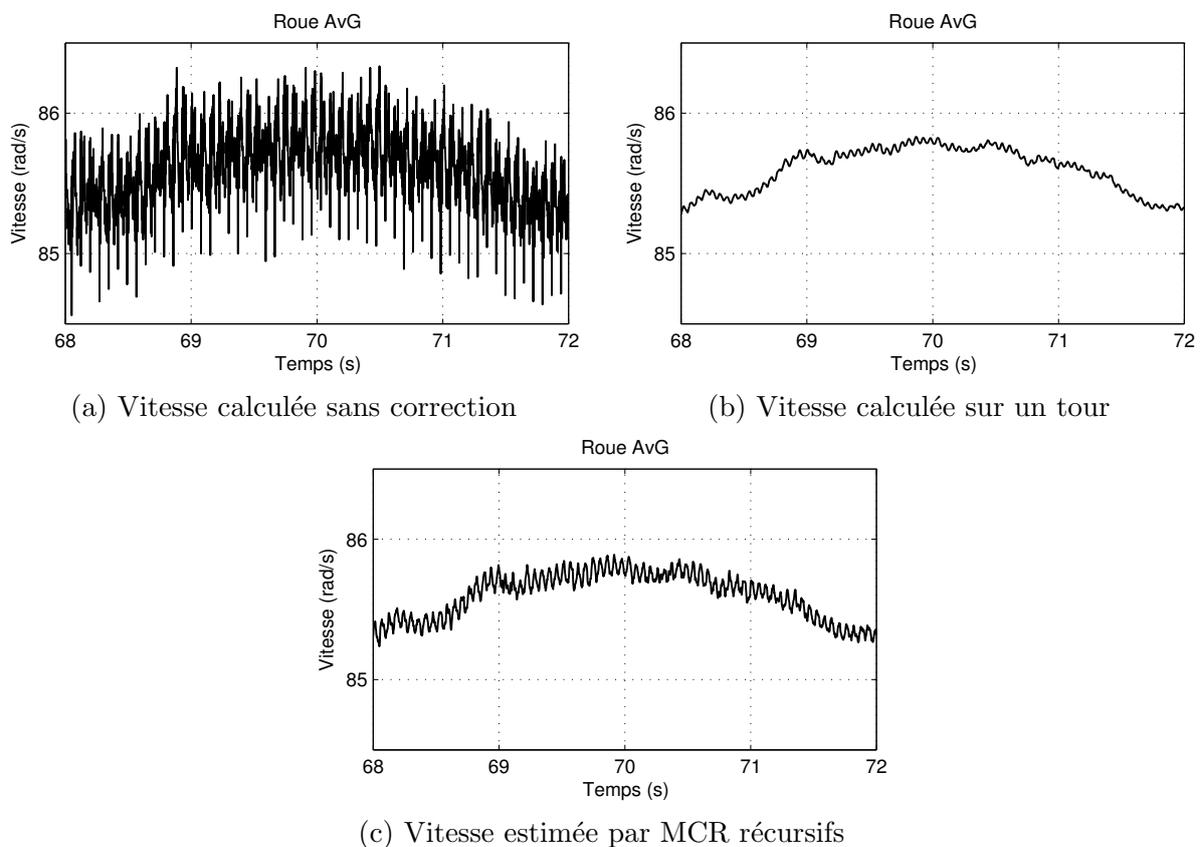


FIG. 2.4: Illustration de la vitesse angulaire calculée avec ou sans prise en compte des irrégularités des dents.

Conclusion. L'annulation de l'effet des irrégularités des dents peut se faire par estimation préalable des irrégularités ou par calcul de la vitesse à partir d'une révolution entière la cible du codeur. L'estimation par la méthode des moindres carrés offre l'avantage d'une simplicité de mise en œuvre et de peu de paramètres de réglage. Si l'objectif est d'estimer avec précision la vitesse angulaire, l'étape de correction des irrégularités sera indispensable notamment dans le cas d'une vitesse fortement variable. Par contre, dans un but de diagnostic à partir de l'analyse spectrale des signaux de vitesse angulaire il est possible d'éviter l'étape de correction afin de

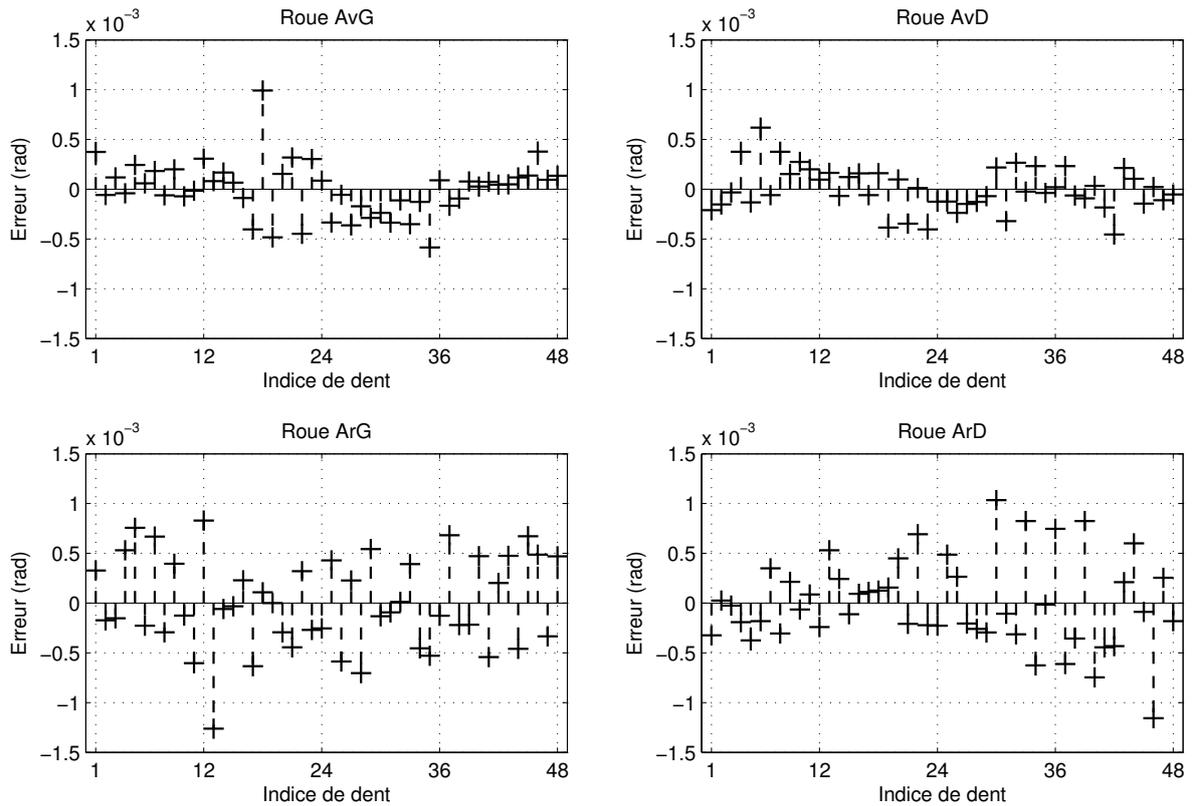


FIG. 2.5: Erreurs de position angulaire estimées pour les quatre roues du véhicule prototype.

réduire la complexité de l'algorithme en restreignant l'analyse à des intervalles où la vitesse est faiblement variable.

2.3 Analyse spectrale des signaux de vitesse angulaire

Les signaux de vitesse angulaire calculée à chaque instant t_k sont ensuite rééchantillonnés à une période fixe dans le but de réaliser une analyse spectrale paramétrique.

2.3.1 Interpolation-Extrapolation

Le problème consiste à transformer des données avec un échantillonnage événementiel à des signaux avec échantillonnage temporel avec une fréquence d'échantillonnage T_e imposée. Comme l'algorithme de calcul sera implémenté dans la calculateur automobile, il est nécessaire de limiter la complexité arithmétique, de réduire l'espace mémoire et d'assurer un fonctionnement récursif de l'algorithme.

Par soucis de réduction du temps de calcul et de simplicité de mise en œuvre, l'interpolation polynomiale a été privilégiée [Mei02]. Le principe consiste à exprimer la vitesse sous la forme

$$\Omega_k = \Omega(t_k) = \sum_{j=0}^m p_j t_k^j = \psi_k^T \mathbf{p}.$$

avec $\boldsymbol{\psi}_k = [1, t_k, \dots, t_k^m]^T$ et $\boldsymbol{p} = [p_0, p_1, \dots, p_m]$. Les paramètres \boldsymbol{p} varient au cours du temps mais leur variation est supposée suffisamment faible pour pouvoir prédire la vitesse au voisinage de l'instant pour lequel ces paramètres sont calculés. L'avantage principal de l'interpolation linéaire $m = 1$, qui constitue le cas le plus simple, est l'efficacité en calcul, mais son inconvénient est que les performances se détériorent dans certaines situations. La mise en œuvre récursive de l'interpolation polynomiale est réalisée en utilisant la méthode des moindres carrés : le principe étant d'estimer les paramètres d'un polynôme d'ordre fixé à partir des mesures disponibles jusqu'à l'instant t_k et d'utiliser ce même polynôme pour prédire la valeur de la vitesse à l'instant $t_\ell = \ell \cdot T_e > t_k$. Deux méthodes différentes existent pour ajuster les paramètres du polynôme : la méthode des moindres carrés récursifs MCR ou des moindres carrés par bloc MCB [Lju99, Gus00].

Interpolation par moindres carrés récursifs. Dans cette méthode les paramètres du polynôme sont mis à jour par MCR à chaque nouvel instant t_k et les valeurs les plus récentes de ce polynôme sont ensuite utilisés pour le calcul de $\Omega(t_\ell)$. Cet algorithme est décrit par le pseudo-code suivant :

1. **Initialisation.** Soit :

- m , l'ordre du polynôme,
- $\boldsymbol{p}^{(0)}$, le vecteur des paramètres,
- T_e , la période d'échantillonnage,
- $\ell = 0$,

2. **Tant que** $t_k < t_\ell$,

Mettre à jour les paramètres $\hat{\boldsymbol{p}}^{(k)}$ du polynôme en utilisant la nouvelle mesure Ω_k ,

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}_k = \frac{1}{\lambda_0} \left[\boldsymbol{P}_{k-1} - \frac{\boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{\phi}_k \boldsymbol{\psi}_k^T \boldsymbol{P}_{k-1}}{\lambda_0 + \boldsymbol{\phi}_k^T \boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_k} \right], \\ \hat{\boldsymbol{p}}^{(k)} = \hat{\boldsymbol{p}}^{(k-1)} + \boldsymbol{P}_k \boldsymbol{\psi}_k [\Omega_k - \boldsymbol{\psi}_k^T \hat{\boldsymbol{p}}^{(k-1)}]. \end{cases}$$

3. **Si** $t_k > t_\ell$

Calculer $\Omega(t_\ell) = \boldsymbol{\psi}_\ell^T \hat{\boldsymbol{p}}^{(k)} = \sum_{j=0}^m \hat{p}_j^{(k)} t_\ell^j$.

4. Incrémenter la valeur de ℓ et revenir à l'étape 2.

Interpolation par moindres carrés par bloc. La différence avec la méthode des moindres carrés récursifs est que les paramètres du polynôme ne sont calculés qu'aux instants t_ℓ sur un bloc d'échantillons de taille fixé p . Le pseudo-code est la suivant :

1. **Initialisation.** Soit :

- m , l'ordre du polynôme,
- $\boldsymbol{p}^{(0)}$, le vecteur des paramètres,
- T_e , la période d'échantillonnage,
- $p > m$, le nombre d'échantillons utilisés pour l'estimation des paramètres du polynôme,
- $\ell = 0$.

2. Tant que $t_k < t_\ell$,

mémoriser $\mathbf{t}_k = [t_k, \dots, t_{k-p}]^T$ et $\mathbf{\Omega} = [\Omega_k, \dots, \Omega_{k-p}]^T$,

3. Si $t_k > t_\ell$,

Déterminer les paramètres $\mathbf{p}^{(k)}$ par moindres carrés en utilisant \mathbf{t}_k et $\mathbf{\Omega}_k$. La solution des moindres carrés étant exprimée selon,

$$\hat{\mathbf{p}}^{(k)} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{\Omega}_k,$$

où $\Psi = [\psi_k, \psi_{k-1}, \dots, \psi_{k-p}]^T$ est de dimension $p \times m$.

Calculer $\Omega(t_\ell) = \psi_\ell^T \hat{\mathbf{p}}^{(k)} = \sum_{j=0}^m \hat{p}_j^{(k)} t_\ell^j$.

4. Incrémenter la valeur de ℓ et revenir à l'étape 2.

Discussion. La méthode des moindres carrés par blocs nécessite moins d'opérations car les paramètres du polynôme ne sont mis à jour qu'aux instants t_ℓ . Par contre celle-ci nécessite l'inversion d'une matrice de dimension $m \times m$.

2.3.2 Décomposition du signal en sous-bandes

La Figure 2.6 illustre le spectre du signal de vitesse angulaire des deux roues avant du véhicule. Ce signal étant calculé en prenant en compte la présence des irrégularités des dents (correction par MCR ou révolution entière de la cible du codeur). Nous pouvons remarquer dans un premier temps que le calcul de la vitesse angulaire en prenant en compte le temps d'une révolution entière de la roue introduit un effet d'atténuation des composantes hautes fréquences du signal.

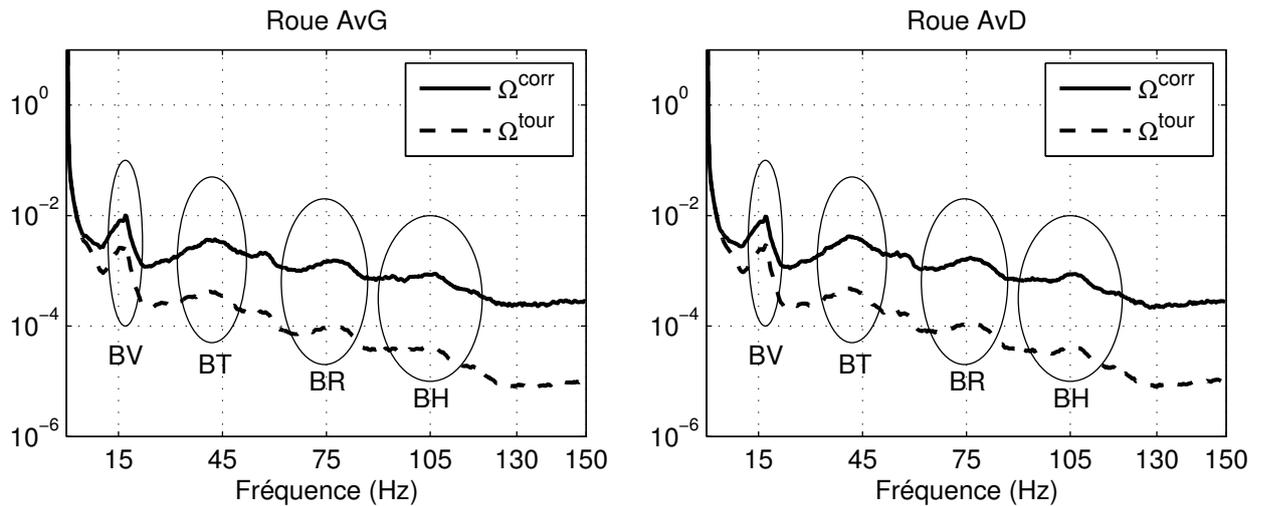


FIG. 2.6: Allure du spectre de la vitesse angulaires des roues avant du véhicule.

D'un point de vue contenu spectral, quatre modes vibratoires peuvent être distingués :

1. Bande verticale (BV), située dans l'intervalle $[10; 20 \text{ Hz}]$. Ce mode reflète la vibration verticale du véhicule,

2. Bande torsionnelle (BT), située dans l'intervalle $[30; 60 \text{ Hz}]$. Correspond à la torsion longitudinale du pneumatique,
3. Bande de roulement (BR), située dans l'intervalle $[70; 90 \text{ Hz}]$. Résulte du contact entre la bande de roulement du pneumatique avec la chaussée,
4. Bande Haute fréquences (BH), située dans l'intervalle $[100; 120 \text{ Hz}]$. Ce mode correspond à des vibrations haute fréquences qui sont probablement des harmoniques de la bande torsionnelle.

Il faut noter que la position de ces bandes de vibration dépend de l'état du pneumatique et notamment de sa pression. Il est donc judicieux d'analyser la faisabilité de la détection de la chute de pression à partir de la position fréquentielle de différentes bandes. Pour cela, nous utiliserons une modélisation autoregressive du signal pour ensuite extraire les fréquences de résonances qui vont servir de descripteur pour chaque mode de vibration.

Filtrage passe-bande [PB87]. Afin de réaliser cette analyse spectrale paramétrique, le signal de vitesse est d'abord décomposé en sous-bandes pour ensuite lui associer un modèle autoregressif (AR) d'ordre 2 dans chaque sous-bande. L'avantage de cette décomposition est d'estimer des modèles AR d'ordre faible et de dissocier explicitement les différentes dynamiques de la roue. Le banc de filtres est constitué de quatre filtres passe-bande dont la bande passante correspond aux fréquences des quatre modes de vibration. La figure 2.7 montre la réponse fréquentielle en amplitude des filtres utilisés. En ce qui concerne la mise en œuvre, nous avons opté pour des filtres récurrents de type Chebyshev 2 d'ordre 6 avec une ondulation maximale en bande atténuée d'amplitude 0.04. Cette famille de filtres présente l'avantage d'une réponse fréquentielle plate en bande passante et un faible nombre de coefficients est requis pour l'implémentation.

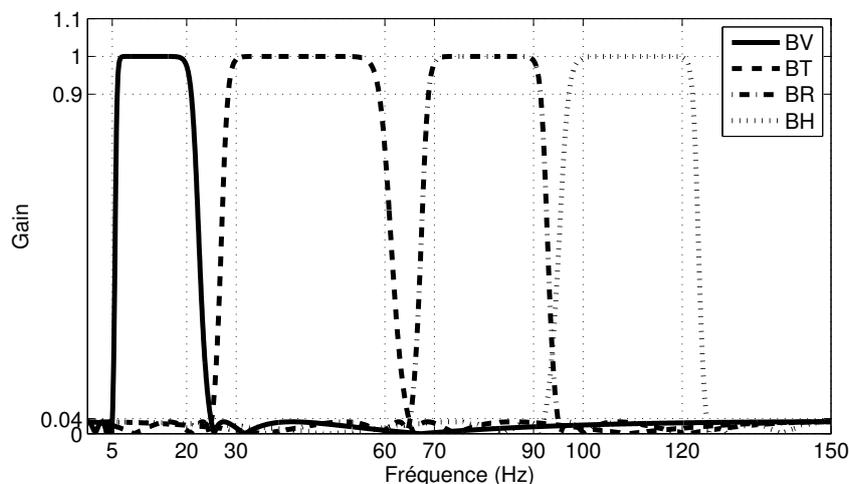


FIG. 2.7: Réponse fréquentielle en amplitude des filtres.

2.3.3 Modélisation autoregressive

Soit Ω_k^f le signal de vitesse angulaire interpolé puis filtré dans l'une des quatre sous-bandes. Le modèle autoregressif d'ordre deux [SS89, Hay96] consiste à supposer que l'on puisse exprimer,

$$\Omega_k^f = -a_1\Omega_{k-1}^f - a_2\Omega_{k-2}^f + e_k, \quad (2.22)$$

avec e_k une innovation de distribution gaussienne de moyenne nulle et variance σ_e^2 et dont les échantillons sont indépendants et identiquement distribués. Les coefficients (a_1, a_2) sont les paramètres du modèle qui sont supposés varier lentement au cours du temps.

L'application de la transformée en z permet d'exprimer ce modèle sous la forme d'une fonction de transfert $H(z)$,

$$H(z) = \frac{\Omega^f(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}. \quad (2.23)$$

Fréquence de résonance. Sous la condition $a_1^2 - 4a_2 < 0$, cette fonction de transfert va présenter deux pôles complexes conjugués

$$z_1 = \frac{-a_1 + j\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{2} \text{ et } z_2 = \frac{-a_1 - j\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{2}.$$

La fréquence de résonance étant déduite de la phase de ces pôles, il en résulte [WSJ91],

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi T_e} \arg[z_1] = \frac{1}{2\pi T_e} \arctan\left(\frac{\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{a_1}\right)$$

ou encore sous une forme simplifiée [PG01],

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi T_e} \arccos\left(\frac{\text{real}[z_1]}{|z_1|}\right) = \frac{1}{2\pi T_e} \arccos\left(\frac{-a_1}{2\sqrt{a_2}}\right)$$

Fréquence d'énergie maximale. La fréquence correspondant au maximum d'énergie s'obtient en posant $z = e^{j2\pi f T_e}$ et en résolvant l'équation,

$$\left. \frac{\partial}{\partial f} |H(f)|^2 \right|_{f=f_{\text{max}}} = 0. \quad (2.24)$$

Posons également $\nu = 2\pi f T_e$. Il en résulte,

$$H(\nu) = \frac{1}{1 + a_1 e^{-j\nu} + a_2 e^{-2j\nu}},$$

et

$$|H(\nu)|^2 = H(\nu) \cdot H(-\nu) = \frac{1}{[1 + a_1 \cos(\nu) + a_2 \cos(2\nu)]^2 + [a_1 \sin(\nu) + a_2 \sin(2\nu)]^2}. \quad (2.25)$$

Finalement,

$$\left. \frac{d}{d\nu} |H(\nu)|^2 \right|_{\nu=\nu_{\text{max}}} = 0 \implies \nu_{\text{max}} = \arccos\left(\frac{a_1 a_2 + a_1}{-4a_2}\right)$$

et donc,

$$f_{\max} = \frac{1}{2\pi T_e} \arccos\left(\frac{a_1 a_2 + a_1}{-4a_2}\right). \quad (2.26)$$

Energie maximale. En remplaçant f_{\max} par son expression, et après simplification, on obtient

$$|H(f_{\max})|^2 = \frac{4a_2}{-a_1^2 a_2^2 + 4a_2^3 + 2a_1^2 a_2 - a_1^2 - 8a_2^2 + 4a_2} \quad (2.27)$$

Bande passante. Soit f_{mih} la fréquence pour laquelle l'énergie est à la moitié de sa valeur maximale (largeur à mi-hauteur),

$$|H(f_{\text{mih}})|^2 = \frac{|H(f_{\max})|^2}{2} \quad (2.28)$$

Cette fréquence va nous permettre de caractériser la largeur de bande du modèle AR. Des calculs élémentaires qui ne sont pas détaillés ici montrent que les deux fréquences définissant la largeur de bande sont des racines du polynôme,

$$8a_2 X^2 + 4a_1 a_2 (1 + a_2) X - 2a_2 + 4a_2^2 - 2a_2^3 + a_1^2 + (a_1 a_2)^2 = 0 \quad (2.29)$$

avec $X = \cos(2\pi T_e f_{\text{mih}})$.

Il apparaît ainsi que la caractérisation du signal de vitesse angulaire dans chaque sous-bande nécessite l'estimation des paramètres du modèle AR. La paramètre de ce modèle étant estimés, il est sera ensuite possible de calculer les différents descripteur de chaque mode de vibration.

2.3.4 Estimation récursive des paramètres du modèle AR

Le modèle AR permet d'écrire à chaque instant

$$y_k = \mathbf{r}_k^T \mathbf{a} + e_k$$

où $y_k = \Omega_k^f$, $\mathbf{r}_k^T = [-\Omega_{k-1}^f, -\Omega_{k-2}^f]$ et $\mathbf{a} = [a_1, a_2]^T$. La méthode des moindres carrés récursifs a été utilisée pour l'estimation des paramètres des modèles AR(2)

$$\begin{cases} \mathbf{P}_k = \frac{1}{\lambda_0} \left[\mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1} \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda_0 + \mathbf{r}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{r}_k} \right], \\ \hat{\mathbf{a}}^{(k)} = \hat{\mathbf{a}}^{(k-1)} + \mathbf{P}_k \mathbf{r}_k [\Omega_k^f - \mathbf{r}_k^T \hat{\mathbf{a}}^{(k-1)}]. \end{cases}$$

Cependant, compte tenu de l'utilisation d'un filtrage passe-bande des données, l'hypothèse de décorrélation du bruit ne sera pas valide. De plus, le vecteur de régression \mathbf{r}_k n'est pas totalement indépendant de e_k . Pour éliminer le biais qui apparaît dans ce cas, la méthode de la variable instrumentale récursive est plus adéquate [SSS89].

$$\begin{cases} \mathbf{P}_k = \frac{1}{\lambda_0} \left[\mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1} \bar{\mathbf{r}}_k \mathbf{r}_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda_0 + \mathbf{r}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \bar{\mathbf{r}}_k} \right], \\ \hat{\mathbf{a}}^{(k)} = \hat{\mathbf{a}}^{(k-1)} + \mathbf{P}_k \mathbf{r}_k [\Omega_k^f - \mathbf{r}_k^T \hat{\mathbf{a}}^{(k-1)}]. \end{cases} \quad (2.30)$$

Le signal de vitesse angulaire retardé avec un retard $\tau \geq 3$ est utilisé comme variable instrumentale, $\bar{\mathbf{r}}_k = [-\Omega_{k-\tau-1}^f, -\Omega_{k-\tau-2}^f]^T$.

Exploitation des résultats. Les brevets [EGM11b] et [GTM11] exploitent l'algorithme MCR à facteur d'oubli adaptatif afin d'estimer les irrégularités des codeurs incrémentaux montés sur le véhicule, de déterminer sur quelle dent le codeur était positionné au démarrage du véhicule et de corriger les signaux de vitesses angulaires. Un procédé d'interpolation de la vitesse angulaire est détaillé dans [EG11]. La mise en oeuvre de l'estimation des modes de vibration contenus dans les signaux de vitesses angulaires des roues constitue le sujet discuté dans le brevet [EGM11a].

2.4 Modélisation physique du signal de vitesse angulaire

Nous avons vu précédemment que le signal de vitesse angulaire est composé de plusieurs modes de vibration. Nous présentons dans cette section l'origine physique de ces différents modes.

2.4.1 Mode de vibration verticale

Le modèle de quart de voiture est utilisé pour décrire les dynamiques verticales du véhicule et de la roue (Figure 2.8) avec

m_c et m_r : respectivement la masse suspendue ramenée sur la roue et la masse non suspendue,

z_c : la position verticale de la masse suspendue,

z_r : la position verticale de la masse non suspendue,

K_s : la raideur de la suspension,

C_s : l'amortissement de la suspension,

K_v : la raideur verticale du pneumatique,

C_v : l'amortissement vertical du pneumatique,

z_{pro} : le profil de la surface de la route.

Dans ce modèle, la raideur verticale du pneumatique, estimée à partir de la déformation en fonction de la charge verticale, change avec la pression et affecte l'oscillation de la suspension et tout ce qui est porté par elle. Une étude statique (grandeurs en majuscules) et une étude dynamique (grandeurs en minuscules) de ce modèle sont détaillées en annexe B.

Modèle d'état. On considère un référentiel fixe d'origine O situé à une distance verticale Z_{pro0} du point de contact initial entre la roue et le sol et ayant l'axe vertical orienté vers le haut. Soit Z_{c0} la distance verticale à l'état statique du corps du véhicule et Z_{r0} la distance verticale à l'état statique du centre de la roue.

Soit z_c , z_r et z_{pro} les coordonnées verticales en dynamique du corps du quart de véhicule, de la roue et de la surface de la route respectivement par rapport au référentiel fixe.

En considérant les variables suivantes $d_c = z_c - Z_{c0}$, $d_r = z_r - Z_{r0}$ et $d_{pro} = z_{pro} - Z_{pro0}$, la deuxième loi de Newton permet d'écrire les équations de la dynamique verticale du corps du

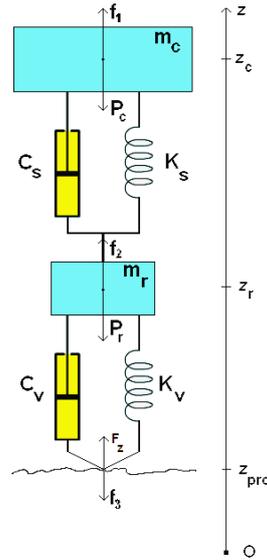


FIG. 2.8: Modèle de vibration verticale

quart de véhicule et de la roue [TL04] selon

$$m_c \ddot{d}_c = -K_s(d_c - d_r) - C_s(\dot{d}_c - \dot{d}_r). \quad (2.31)$$

$$m_r \ddot{d}_r = K_s(d_c - d_r) + C_s(\dot{d}_c - \dot{d}_r) - K_v(d_r - d_{pro}) - C_v(\dot{d}_r - \dot{d}_{pro}). \quad (2.32)$$

Les points de référence pour les déplacements sont ainsi les points d'équilibre statique.

L'amortissement du pneumatique est supposé négligeable par rapport aux autres grandeurs [TL04] et une méthode revient à le supposer nul ($C_v = 0$).

Ainsi, en prenant comme vecteur d'état $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (d_c, \dot{d}_c, d_r, \dot{d}_r)^T$, et comme entrée $u = d_{pro}$, le modèle d'état du pneumatique s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_c \\ \ddot{d}_c \\ \dot{d}_r \\ \ddot{d}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{m_c} & -\frac{C_s}{m_c} & \frac{K_s}{m_c} & \frac{C_s}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{m_r} & \frac{C_s}{m_r} & -\frac{(K_v+K_s)}{m_r} & -\frac{C_s}{m_r} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} d_c \\ \dot{d}_c \\ d_r \\ \dot{d}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_v}{m_r} \end{bmatrix} d_{pro} \quad (2.33)$$

Analyse des valeurs propres du modèle d'état. Dans ce modèle de quart de voiture décrivant les dynamiques verticales du véhicule (Figure 2.8), le châssis, les roues et les suspensions sont présentés comme une combinaison de systèmes ressorts-amortisseurs. En roulant, ces différentes composantes vont subir une excitation à cause des irrégularités dans la surface de la route et les vibrations seront présentes dans plusieurs signaux de capteurs décrivant l'état du

véhicule. En effet, le système (2.33) présente deux fréquences de résonance correspondant respectivement aux vibrations de la masse suspendue et aux vibrations verticales du pneumatique. Pour déterminer ces fréquences, il faut calculer les valeurs propres λ de la matrice système A de (2.33) vérifiant la propriété suivante

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.34)$$

avec I la matrice identité. Chaque valeur propre donne une vibration qui s'écrit selon

$$\lambda = c + jw \quad (2.35)$$

où c est l'amortissement et $|w|$ la pulsation et j dénote la partie imaginaire pour les nombres complexes. Ainsi la fréquence de résonance est obtenue à partir de la pulsation

$$f_{res} = \frac{|w|}{2\pi}. \quad (2.36)$$

Dans le cas de notre système, le calcul de (2.34) donne

$$\lambda^4 + \left(\frac{K_s + K_v}{m_r} + \frac{K_s}{m_c} \right) \lambda^2 + \frac{K_s K_v}{m_r m_c} = 0. \quad (2.37)$$

Le discriminant de cette équation de second degré en λ^2 s'écrit

$$\Delta = \left(\frac{K_v + K_s}{m_r} \right)^2 + \left(\frac{K_s}{m_c} \right)^2 - 2 \frac{(K_v - K_s) K_s}{m_r m_c}. \quad (2.38)$$

La valeur de K_v étant dix fois plus grande que celle de K_s , les termes $K_v \pm K_s$ peuvent être approchés par K_v . Nous obtenons ainsi une forme simplifiée,

$$\Delta = \left(\frac{K_v}{m_r} - \frac{K_s}{m_c} \right)^2. \quad (2.39)$$

Les solutions sont alors

$$\lambda_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{K_s}{m_c} + \frac{K_s}{2m_r}}, \quad \text{et} \quad \lambda_{3,4} = \pm j \sqrt{\frac{K_v}{m_r} + \frac{K_s}{2m_r}}.$$

Les fréquences de résonance sont donc approximativement données par les formules suivantes :

$$f_{rv1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s}{m_c} + \frac{K_s}{2m_r}} \quad (2.40)$$

$$f_{rv2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_v}{m_r} + \frac{K_s}{2m_r}}. \quad (2.41)$$

La raideur verticale K_v du pneumatique varie avec la pression de gonflage et donc la variation de la fréquence f_{rv2} pourra permettre de conclure sur la pression dans le pneumatique [Ber07] (Figure 2.9).

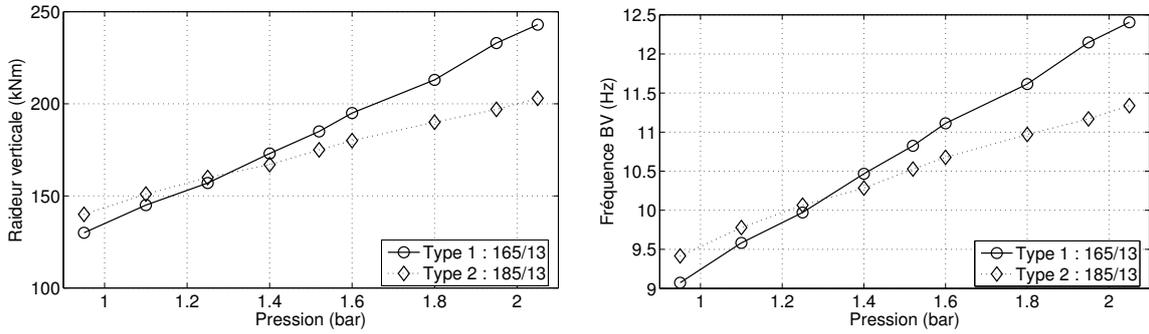


FIG. 2.9: Variation de la raideur verticale (Gauche) et de la fréquence BV (Droite) avec la pression

Exemple numérique. Pour $K_s = 19960 \text{ N/m}$, $K_v = 175500 \text{ N/m}$, $m_c = 400 \text{ kg}$ et $m_r = 40 \text{ kg}$ [TL04], nous obtenons $f_{rv1} = 2.75 \text{ Hz}$ et $f_{rv2} = 10.84 \text{ Hz}$.

2.4.2 Mode de vibration torsionnelle

Le pneumatique réagit comme un système ressort-amortisseur dans le sens torsionnel : ceci revient à la torsion qui a lieu entre la partie interne et externe de la roue [May95]. Le modèle utilisé ici est donc celui de la torsion entre le pneumatique et la jante [UAO⁺01] (Figure 2.10), où :

K_t : est la constante de raideur en torsion du pneumatique,

C_t : l'amortissement du pneumatique,

w_i : la vitesse angulaire intérieure,

w_e : la vitesse angulaire extérieure,

J_i : l'inertie interne,

J_e : l'inertie externe,

θ_s : l'angle de torsion,

T_d : la perturbation provenant de la surface de la route, modélisée généralement par un bruit blanc.

Les équations d'état du pneumatique basées sur ce modèle s'écrivent sous la forme [UAO⁺01]

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{w}_e \\ \dot{\theta}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_t}{J_i} & \frac{C_t}{J_i} & -\frac{K_t}{J_i} \\ \frac{C_t}{J_e} & -\frac{C_t}{J_e} & \frac{K_t}{J_e} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_i \\ w_e \\ \theta_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_e} \\ 0 \end{bmatrix} T_d. \quad (2.42)$$

Les valeurs propres du système (2.42) sont solution de,

$$\lambda^3 + \lambda^2 \left(C_t \left(\frac{1}{J_i} + \frac{1}{J_e} \right) \right) + \lambda \left(K_t \left(\frac{1}{J_i} + \frac{1}{J_e} \right) \right) = 0 \quad (2.43)$$

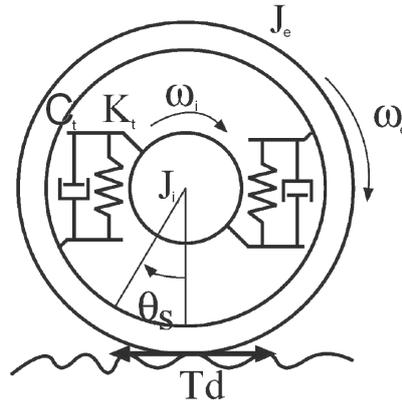


FIG. 2.10: Modèle de vibration torsionnelle

En négligeant le terme C_t , supposé suffisamment faible [UAO⁺01], cette équation se simplifie en

$$\lambda \left(\lambda^2 + K_t \left(\frac{1}{J_i} + \frac{1}{J_e} \right) \right) = 0. \quad (2.44)$$

Nous obtenons ainsi,

$$\lambda_{1,2} = \pm j \sqrt{K_t \left(\frac{1}{J_i} + \frac{1}{J_e} \right)}, \quad (2.45)$$

D'où l'expression de la fréquence de résonance

$$f_{rt} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_t \left(\frac{1}{J_i} + \frac{1}{J_e} \right)} \quad (2.46)$$

La relation entre la raideur en torsion K_t du pneumatique et la pression est linéaire et indépendante de la vitesse à partir de 20 km/h (Figure 2.11) [UAO⁺01]. Ainsi, en estimant f_{rt} , on pourrait conclure sur l'état de la pression dans le pneumatique de la roue.

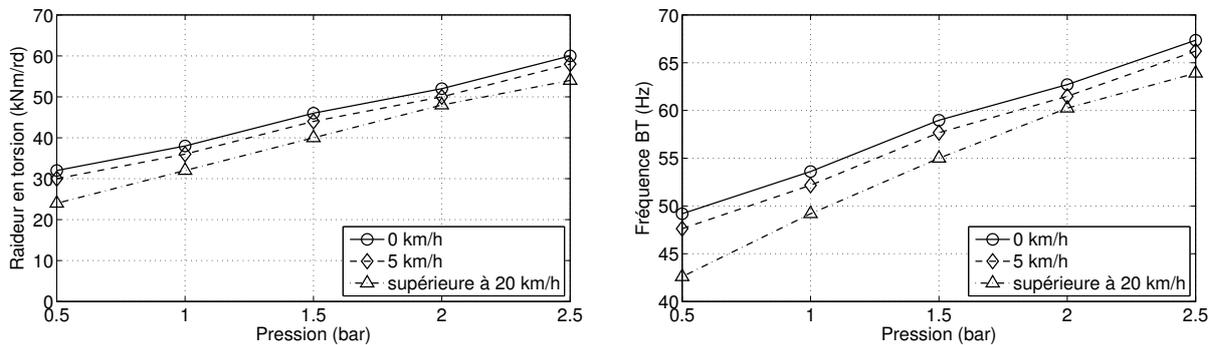


FIG. 2.11: Variation de la raideur en torsion (Gauche) et de la fréquence BT (Droite) en fonction de la pression

Exemple numérique. Pour $K_t = 31600 \text{ Nm/rad}$ [UAO⁺01], $J_i = J_e = 0.67 \text{ kgm}^2$, nous obtenons $f_{rt} = 48.88 \text{ Hz}$.

2.4.3 Mode de vibration de la bande de roulement et mode de vibration BH

Pour le mode de vibration de la bande de roulement, le phénomène physique mis en jeu est la torsion de la bande de roulement du pneumatique qui présente des surfaces de contact avec le sol plus étroites et donc vibre à une fréquence plus élevée [HGG⁺07].

D'autre part, nous ne disposons pas d'information sur la fréquence de vibration BH. Cette fréquence pourra être une harmonique de la fréquence de résonance torsionnelle.

2.5 Véhicule prototype

Un véhicule prototype (Laguna II berline) a été mis à notre disposition par Renault. Ce véhicule a permis de faire des acquisitions pour des simulations en *off-line*, de développer, de mettre en œuvre et de tester les différents algorithmes conçus.

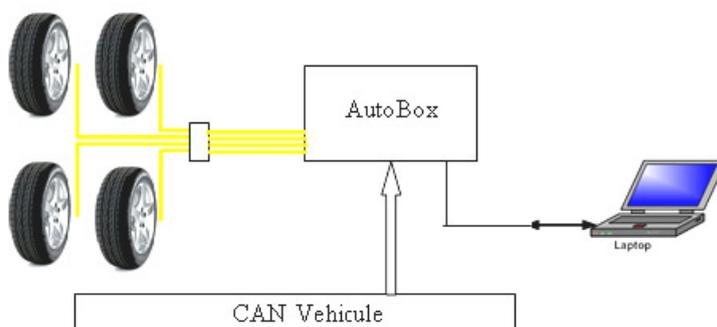


FIG. 2.12: Schéma d'acquisition sur prototype

Les constituants principaux sont (Figure 2.12) :

1. Matériel :

- Une AutoBox dSpace avec un bus PHS et une interface PCMCIA Host DS815
- Une carte dSpace DS4302 permettant la communication avec le réseau CAN
- Une carte dSpace DS4002 permettant l'acquisition des signaux tops-roues (ABS)
- Un ordinateur type PC de développement et de supervision

2. Logiciels :

- Matlab R2006b/Simulink
- dSpace Real Time Interface
- Control Desk Standard Developer v6.0

Le bus CAN opère à un taux de 500Kb/s et la période d'acquisition des t_k est de 1 ms.

Les pneumatiques considérés sont de marque *Dunlop*, de largeur 195 mm, de hauteur de flan (côté du pneumatique) 127 mm et de diamètre intérieur (diamètre de la jante) de 15 pouces.

Essais. Des roulages ont été faits en Espagne et dans le centre technique Renault à Aubevoye en France. Plusieurs scénarii ont été considérés afin d'analyser l'effet de différents paramètres sur les stratégies de détection de perte de pression. Différentes valeurs des paramètres suivants ont été retenus :

- Pression : pression nominale, chute de 10%, 20% et 30% par rapport à la pression nominale, dans une seule roue située à l'avant ou à l'arrière, ou dans les quatre roues simultanément,
- Vitesse du véhicule,
- Niveaux de charge du véhicule (un seul ou plusieurs passagers),
- Rapport de boîte de vitesses et régime du moteur,
- Types de chaussée,
- Niveau d'accélération ou de décélération.

2.6 Analyse expérimentale de l'effet de la pression

Nous disposons d'un ensemble de signaux de vitesses angulaires des quatre roues du prototype conduit à différentes plages de vitesse. La Figure 2.13 montre un exemple de signal de vitesse longitudinale mesurée pendant un test et les différents modes de vibration estimés.

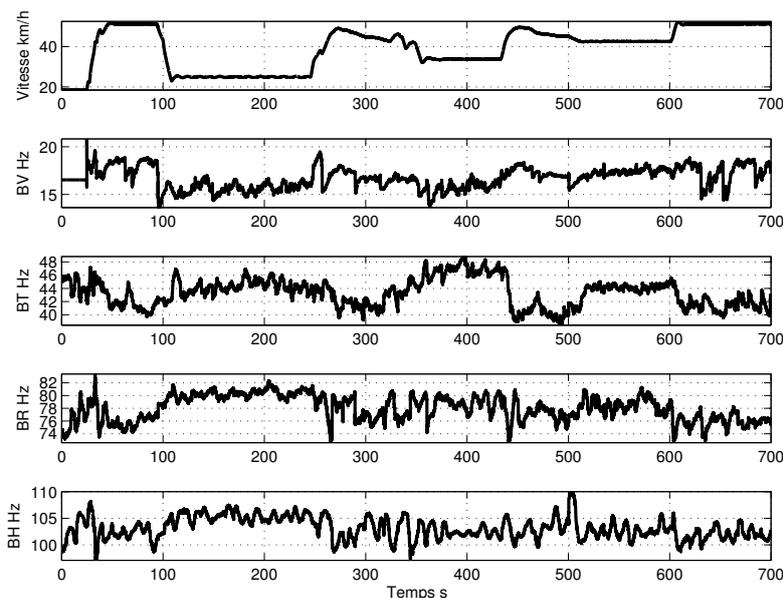


FIG. 2.13: Scénario de test et variation des différentes fréquences avec la vitesse du véhicule

On s'intéresse dans la suite de notre analyse plus particulièrement aux essais considérant quatre niveaux de pression différents dans les pneumatiques :

1. les quatres roues sont à pression nominale (pression d'environ 2.3 bar),
2. une chute de pression de -10% sur les quatre roues (pression d'environ 2.1 bar),
3. une chute de pression de -20% sur toutes les roues (pression d'environ 1.8 bar),
4. une chute de pression de -30% sur les roues (pression d'environ 1.4 bar).

2.6.1 Mode de vibration verticale

La fréquence verticale a été estimée et un polynôme de la forme $f_{BV} = b_0 + b_1v_x + b_2v_x^2$ a été identifié par la méthode des moindres carrés sur chaque essai. Les valeurs de la fréquence BV obtenues pour les roues AvG, AvD, ArG et ArD sur l'ensemble des essais sont visualisées dans la Figure 2.14 (en trait plein (P0) : pression nominale, en pointillé (P10) : chute de -10% , en tirets-points (P20) : chute de -20% et en tirets (P30) : chute de -30%).

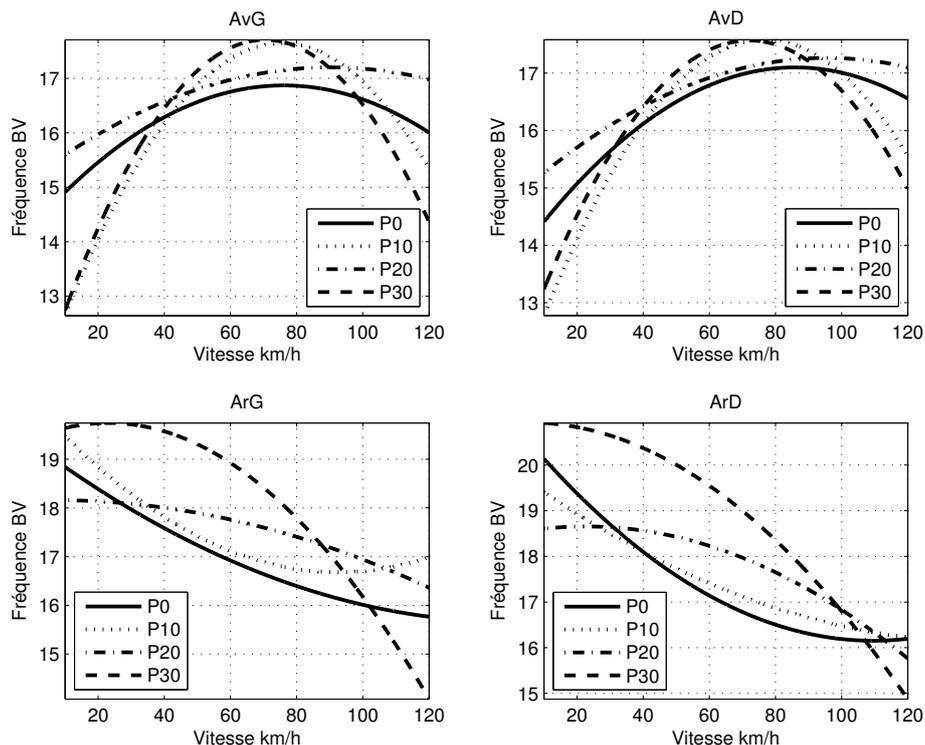


FIG. 2.14: Variation de la fréquence verticale avec la pression et la vitesse du véhicule

km/h	AvG	AvD	ArG	ArD
[10 45]	-	-	-	-
[45 50]	-	-	BV↑	
[50 80]	-	-	BV↑	BV↑
[80 90]	-	-	-	BV↑
[90 120]	-	-	-	-

TAB. 2.1: Variations de la fréquence BV

Les résultats sont résumés dans le Tableau 2.1. Nous remarquons que

- Pour les roues à l'avant, les valeurs estimées n'ont pas une évolution régulière avec la pression. Cette fréquence ne semble pas permettre de conclure sur l'état des pressions dans ces pneumatiques.
- Une augmentation de cette fréquence est perceptible dans l'intervalle de vitesse $[50\ 80]$ km/h pour les roues à l'arrière.

2.6.2 Mode de vibration torsionnelle

Les valeurs estimées de la fréquence torsionnelle pour les roues sur l'ensemble des essais sont visualisées dans la Figure 2.15.

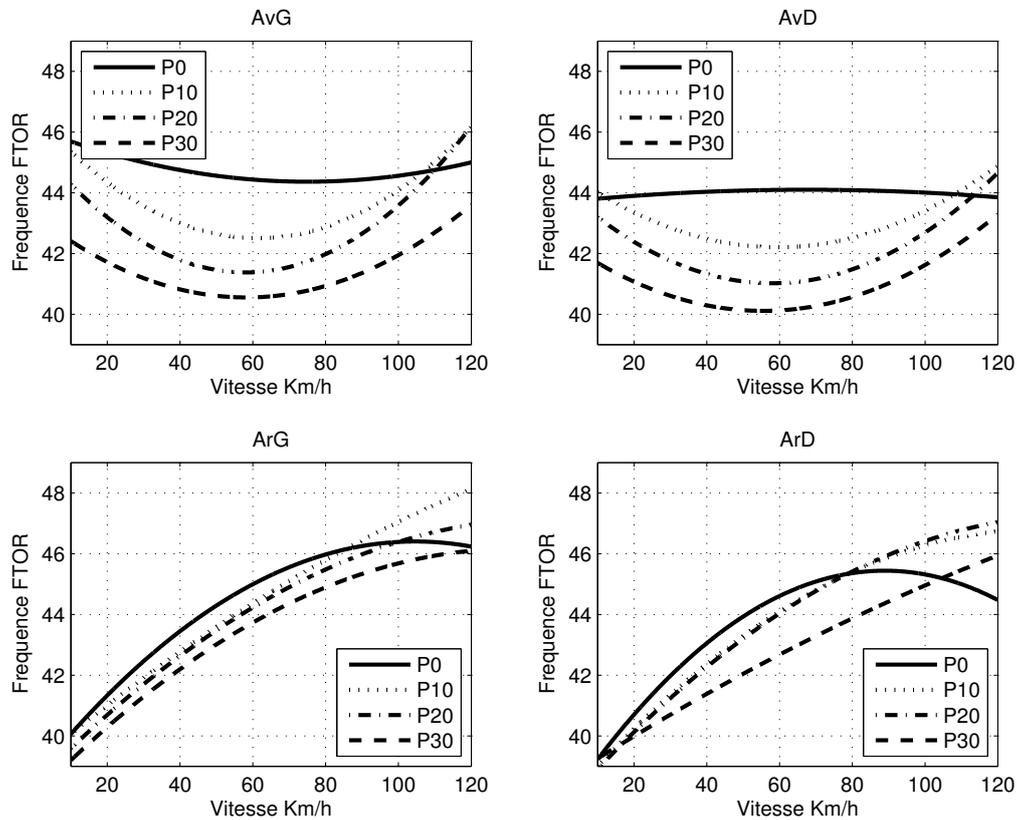


FIG. 2.15: Variation de la fréquence torsionnelle avec la pression et la vitesse du véhicule

km/h	AvG	AvD	ArG	ArD
[10 20]	BT↓	-	BT↓	-
[20 75]	BT↓	BT↓	BT↓	BT↓
[75 80]	BT↓	BT↓	BT↓	-
[80 100]	BT↓	BT↓	-	-
[100 120]	-	-	-	-

TAB. 2.2: Variations de la fréquence BT

Nous remarquons que (Tableau 2.2)

- La fréquence torsionnelle diminue quand la pression diminue dans l'intervalle $[20\ 100]$ km/h pour les roues avant.
- Pour les roues arrière, cette fréquence diminue mais très légèrement dans l'intervalle $[20\ 75]$ km/h . En réalité, cette conclusion vient du fait que le mode torsionnel n'est pas très visible sur les roues tractées.

2.6.3 Mode de vibration de la bande de roulement

Les valeurs estimées de la fréquence de la bande de roulement pour les différentes roues sur l'ensemble des essais sont visualisées dans la Figure 2.16.

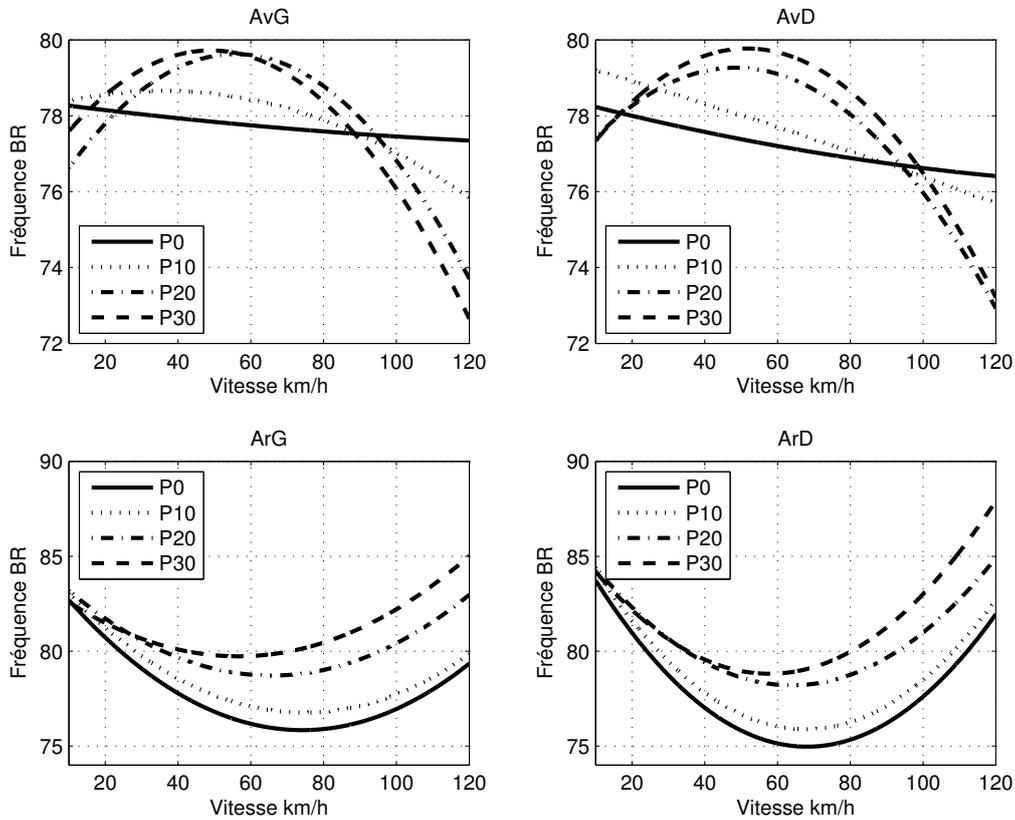


FIG. 2.16: Variation de la fréquence de la bande de roulement avec la pression et la vitesse du véhicule

km/h	AvG	AvD	ArG	ArD
[10 35]	-	-	-	-
[35 45]	BR↑	BR↑	BR↑	-
[45 50]	BR↑	BR↑	BR↑	BR↑
[50 80]	-	BR↑	BR↑	BR↑
[80 100]	-	-	BR↑	BR↑
[100 120]	BR↓	-	BR↑	BR↑

TAB. 2.3: Variations de la fréquence BR

Nous remarquons que (Tableau 2.3)

- La valeur de cette fréquence de résonance augmente quand la pression diminue dans les pneumatiques des roues avant pour l'intervalle de vitesse $[35\ 50]$ km/h.
- Pour les roues à l'arrière, une augmentation est perceptible sur une large bande de vitesses $([40\ 120]$ km/h).

2.6.4 Mode de vibration BH

Les valeurs estimées de la haute fréquence de résonance pour les roues AvG, AvD, ArG et ArD sur l'ensemble des essais sont visualisées dans la Figure 2.17.

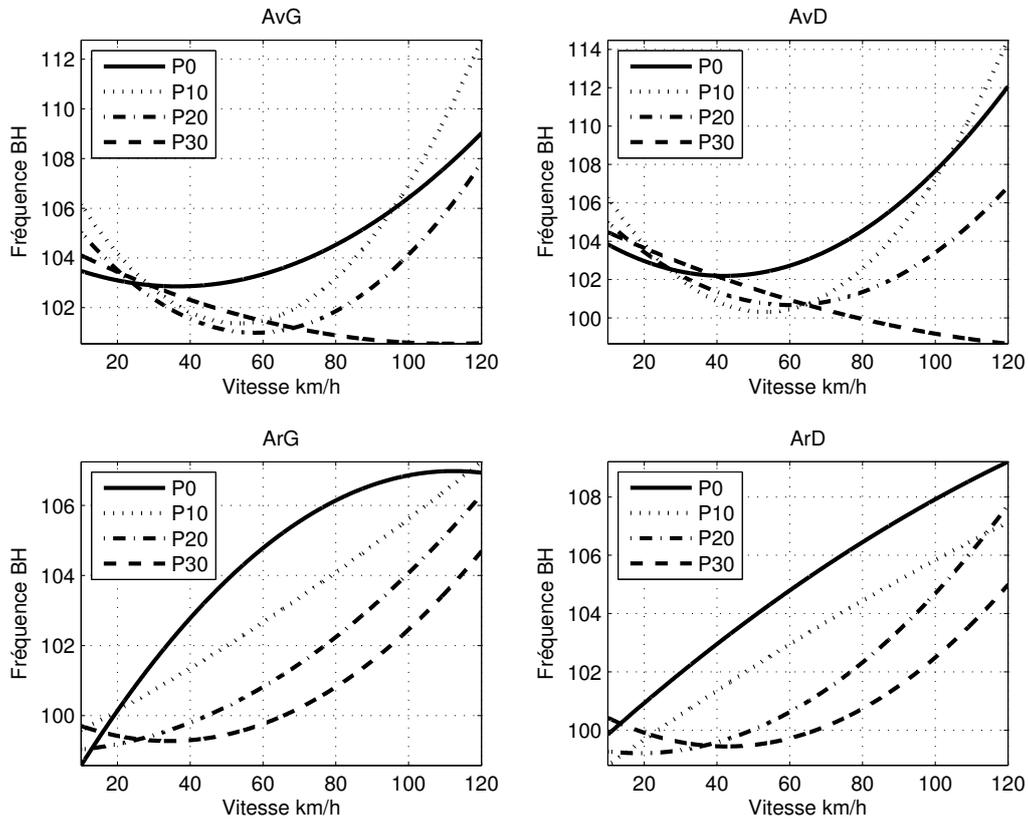


FIG. 2.17: Variation de la haute fréquence avec la pression et la vitesse du véhicule

km/h	AvG	AvD	ArG	ArD
[10 35]	-	-	-	-
[35 45]	-	-	BH↓	-
[45 75]	-	-	BH↓	BH↓
[75 90]	BH↓	BH↓	BH↓	BH↓
[90 110]	-	-	BH↓	BH↓
[110 120]	-	-	-	-

TAB. 2.4: Variations de la fréquence BH

Les résultats laissent voir que (Tableau 2.4)

- Pour les roues à l'avant, cette fréquence diminue avec la pression entre 75 et 90 km/h .
- Pour les roues à l'arrière, une diminution nette de sa valeur est présente dans une large plage de vitesses ([45 110] km/h).

2.6.5 Récapitulatif des résultats

Nous avons analysé les valeurs des quatre fréquences de résonance identifiées, pour chacune des roues par plage de vitesse et pour les différents niveaux de pression. Le Tableau 2.5 détaille l'incidence de la baisse de pression sur les quatre fréquences de résonance pour chaque roue dans l'intervalle de vitesse [40 120] qui nous intéresse dans le cadre de notre application.

km/h	Av	Ar
[40 45]	BT↓, BR↑	BT↓
[45 50]	BT↓, BR↑	BT↓, BR↑, BH↓
[50 75]	BT↓	BV↑, BT↓, BR↑, BH↓
[75 80]	BT↓, BH↓	BV↑, BR↑, BH↓
[80 90]	BT↓, BH↓	BR↑, BH↓
[90 100]	BT↓	BR↑, BH↓
[100 110]	-	BR↑, BH↓
[110 120]	-	BR↑

TAB. 2.5: Variations des fréquences de résonance

A partir des résultats obtenus, nous tirons les conclusions suivantes :

- Pour les roues à l'avant, la fréquence torsionnelle permet la surveillance de la pression entre 40 et 100 km/h . Une augmentation de la valeur de la fréquence de résonance de la bande de roulement permet également de conclure dans l'intervalle [40 50] km/h . La fréquence BH varie avec la pression dans les plages entre 75 et 90 km/h .
- Pour les roues à l'arrière, le mode de vibration verticale peut permettre de conclure sur la pression entre 50 et 80 km/h . La fréquence torsionnelle varie d'une façon régulière avec la pression entre 40 et 75 km/h , mais cette variation est faible et risque d'être difficile à détecter. Par contre, une diminution nette de la valeur de la fréquence BH et une augmentation de la fréquence de résonance de la bande de roulement permettent de conclure sur l'état de la pression dans ces pneumatiques dans un intervalle assez large de vitesses ([45 110] km/h).

2.7 Solution retenue

L'algorithme le plus adapté à être implémenté sur un système SSPPI fonctionnel, est celui qui calcule la vitesse instantanée sur un tour. Les étapes de compensation des irrégularités du codeur incrémental et des harmoniques-moteur seront donc évitées. Pour l'interpolation et le filtrage, un effort particulier est fait pour optimiser le degré des polynômes et des filtres en jeu. Pour l'analyse spectrale, un ensemble d'indicateurs liés aux quatre bandes fréquentielles identifiées (correspondant aux fréquences verticale, torsionnelle, de la bande de roulement et à la fréquence BH) et à la vitesse du véhicule est donc considéré. La technique d'identification de modèles AR d'ordre 2 par RIV est utilisée. Pour des raisons de confidentialité, l'algorithme complet de détection/décision n'est pas détaillé dans ce manuscrit.

2.8 Conclusion

Les signaux fournis par le codeur incrémental de l'ABS sont des signaux événementiels donc irrégulièrement échantillonnés. La vitesse angulaire est calculée à partir de ces signaux puis une étape d'interpolation permet d'obtenir une vitesse angulaire régulièrement échantillonnés. Pour réduire la complexité du système de surveillance de la pression, la fréquence d'échantillonnage est réduite et les signaux sont filtrés pour ne traiter que les bandes utiles. Une estimation récursive des fréquences de résonance permet la surveillance de leur évolution dans le temps.

La simplification de la méthode d'analyse spectrale des signaux de vitesse a été une des contributions principales de nos travaux. Soulignons que lors de la synthèse des algorithmes, notre objectif était de mettre en œuvre cette méthode sur un calculateur d'automobile. Par conséquent, nous avons d'abord proposé le calcul de la vitesse en moyennant sur un tour. En effet, si la vitesse est calculée instantanément sur une paire dent-creux, une phase de compensation des irrégularités de ces dents et des harmoniques-moteur est nécessaire. Calculer la vitesse sur un tour permet de s'affranchir de cette phase de correction demandeuse en calculs et en temps-processeur. Nous avons ensuite cherché à optimiser les étapes d'interpolation et de filtrage pour manipuler des polynômes de faible ordre. Enfin, la méthode de la variable instrumentale a été proposée pour l'identification de modèles AR et pour l'estimation des fréquences de résonance contenues dans le spectre des vitesses angulaires. Cet algorithme garantit un compromis entre le biais que peut produire la méthode des moindres carrés récursifs et la complexité de calcul et de calibrage des filtres de kalman. La méthode d'analyse spectrale répond ainsi à l'objectif de surveillance de l'évolution des fréquences de résonance et donc de la pression pneumatique.

Chapitre 3

Surveillance par synthèse d'observateurs non linéaires

Dans ce chapitre est proposée la synthèse de plusieurs observateurs non linéaires basés sur la technique des modes glissants d'ordre supérieur [Lev93, Lev03, FMI11] : un observateur du rayon effectif et de la vitesse du véhicule, un observateur pour l'estimation conjointe du rayon effectif et de la force de résistance au roulement d'une roue, et un observateur, appliqué sur le train avant, des rayons effectifs des roues et de la résistance au roulement globale sur l'essieu. Comme il sera vu dans la suite de ce chapitre, ces grandeurs estimées sont toutes dépendantes de la pression : leurs variations permettent donc d'évaluer la variation de la pression. Ces observateurs ont pour but de reconstruire les variables non mesurées (rayons effectifs et/ou force de résistance au roulement) des roues à partir des mesures disponibles de grandeurs mécaniques (vitesses angulaires fournies par les codeurs ABS et couple moteur).

3.1 Introduction

La variation de la pression dans le pneumatique de la roue entraîne une diminution de son rayon effectif et une augmentation de la force de résistance au roulement [Sch80, May94, Jaz08]. Elle produit également un déplacement des modes vibratoires du véhicule (ce qui a été exploité dans le Chapitre précédent). Ainsi, une première information-clé liée à la roue est son rayon effectif. En fait, la connaissance du rayon effectif présente plusieurs avantages : l'estimation du rayon effectif en temps réel peut être utilisée pour informer le conducteur du niveau de pression des pneumatiques et de son évolution afin d'émettre une alarme [VG07]. Elle permet aussi une meilleure évaluation de la vitesse longitudinale du véhicule *via* la mesure de la vitesse angulaire de la roue. Il y a donc un grand intérêt à chercher à estimer le rayon effectif. Une évaluation de la valeur de ce rayon peut être obtenue à partir de la vitesse du véhicule, de la vitesse angulaire de la roue et du pseudo-glissement [Pac05, Raj06]. Cependant, cette estimation reste un problème ouvert du fait que la vitesse longitudinale du véhicule est issue de la vitesse angulaire des roues non motrices et de leurs rayons nominaux connus *a priori*, en supposant un glissement négligeable sur ces roues ; si le rayon effectif diminue ou si sa valeur est inférieure à

sa valeur nominale, la vitesse évaluée sera erronée. Une autre façon d'estimer la vitesse consiste en l'utilisation du Système de Positionnement Global (GPS), mais ce dernier délivre à ce jour une information parfois incertaine (perte de signal) et de faible précision.

Une autre caractéristique informant sur la pression des pneumatiques est la force de résistance au roulement. La variation de cette force est en effet indicative de l'état général du véhicule en termes de charge, de pression des pneumatiques ou du type de route. De plus, cette force de résistance au roulement agit non seulement sur les dynamiques longitudinales du véhicule, mais aussi et d'une façon très significative, sur la consommation de carburant [Sch94, Wad08, Ste06]. Comme il sera vu dans la suite de ce chapitre, ce terme est beaucoup plus sensible aux variations de la pression que le rayon (des variations relatives plus importantes) mais les véhicules ne sont pas équipés de capteur de résistance au roulement (à notre connaissance, il n'existe pas de capteurs industriels d'une telle force). Il y a donc un intérêt réel à évaluer cette force, ce qui, à notre connaissance, n'a pas été fait précédemment. Outre le fait de détecter une perte de pression, l'estimation de la résistance au roulement peut permettre de détecter une surcharge du véhicule et d'améliorer les stratégies de commande du véhicule dans ce type de situation.

Des études ont déjà porté sur la conception d'estimateurs du rayon des roues d'un véhicule [CG05, MRF⁺06, MRF⁺08] et ont proposé d'utiliser cette estimation pour le diagnostic des pressions dans les pneumatiques [CG02, SAOF07, LP11]. Les modèles utilisés considèrent que la résistance au roulement peut être mesurée *a priori* sous les conditions normales de roulage puis reliée à la vitesse du véhicule et à la charge en utilisant des modèles empiriques. Néanmoins, selon [Gil92, Raj06, Jaz08], la résistance au roulement dépend fortement des paramètres du pneumatique comme, par exemple, la pression et la température, du type de route et de la vitesse du véhicule. Par conséquent, telles approches ne peuvent pas être utilisées dans les conditions générales de roulage et une estimation en ligne de la force de résistance au roulement s'avère nécessaire. A noter que dans [SAOF07], la rigidité longitudinale et le rayon effectif supposés constants sont identifiés à partir des termes de correction d'un observateur par modes glissants. Une estimation de la pression dans le pneumatique est déduite à partir de la valeur identifiée du rayon. Cet observateur considère la position angulaire, la vitesse angulaire de la roue et la vitesse du véhicule comme variables d'état. Il utilise la mesure de la position angulaire de la roue donnée par les codeurs ABS et la mesure de la vitesse du véhicule. Les termes inconnus du modèle d'observation sont écrits en fonction de la rigidité longitudinale et du rayon effectif afin de pouvoir identifier ces paramètres. En outre, le modèle utilisé néglige la force de résistance au roulement et suppose une relation empirique entre la déformation verticale du pneumatique et la pression.

Des travaux menés sur l'évaluation de la force de résistance au roulement ont été, à notre connaissance, principalement basés sur des essais utilisant des bancs de mesure en laboratoire et des modèles statiques d'éléments finis [BC84, Pot08, PN06, Ats10]. Cela a permis d'établir des courbes caractéristiques de la résistance au roulement en fonction du type de route, de la charge du véhicule et de la température des pneumatiques. La force de résistance au roulement est donc déterminée hors ligne. De plus, ces essais sont réalisés dans des conditions expérimentales très particulières par rapport aux conditions réelles de roulage. A noter finalement que beaucoup de

travaux ont également été faits sur la synthèse d’estimateurs/observateurs dans le but d’estimer d’autres variables de la roue ou du véhicule (rigidité longitudinale [CG02, SAOF07], coefficient d’adhérence entre le pneumatique et le sol et vitesse latérale du véhicule [TH02, NRMO10]; forces et paramètres nécessaires pour la commande du véhicule [SAF⁺06]; différentiel entre le couple moteur et le couple de freinage appliqués sur la roue [RF05]; frottement pneumatique-sol [MPP03]).

La contribution de cette thèse consiste donc à présenter les premiers travaux traitant, en situation réelle, de l’évaluation en ligne du rayon effectif du pneumatique et de la résistance au roulement, dans le but d’analyser les variations (inconnues) de la pression. L’originalité se situe

- sur le modèle d’observation en utilisant des dynamiques non linéaires et en considérant le rayon effectif et/ou la force de résistance au roulement comme variables d’état,
- sur la stratégie d’observation “par modes glissants” dont les principales caractéristiques sont la robustesse et la convergence en temps fini,
- sur l’application à des données expérimentales issues d’un véhicule prototype.

Organisatoïn du chapitre. Dans ce chapitre, dans un premier temps, la notion d’observabilité des systèmes non linéaires sera présentée, tout comme la mise sous forme canonique d’observabilité de ces systèmes. Ensuite, des solutions pour l’observation des systèmes non linéaires seront exposées, avec un accent particulier sur les observateurs par modes glissants. Les caractéristiques principales des observateurs basés sur la théorie des modes glissants d’ordre supérieur sont leur robustesse face aux incertitudes et perturbations, et leur convergence en temps fini. En outre, ils sont applicables à une très grande classe de systèmes observables et ont déjà confirmé leur efficacité dans le domaine automobile [IFSD11]. Ce choix de stratégie d’observateur a donc été fait parce que les dynamiques de la force de résistance au roulement et du rayon, qui peuvent être vues comme des incertitudes bornées, ne sont pas connues *a priori*. A partir des valeurs estimées, l’objectif final est de pouvoir diagnostiquer une perte de pression dans un ou des pneumatiques du véhicule.

Un modèle physique des dynamiques longitudinale et rotationnelle d’un véhicule est présenté et couplé avec le modèle de la dynamique verticale (voir Chapitre 2). A partir de ce modèle sera réalisée un étude de l’influence de la chute de pression dans le pneumatique de la roue sur trois paramètres : le rayon effectif, la résistance au roulement et la raideur verticale. Les résultats de cette section motiveront en particulier le besoin d’estimer la force de résistance au roulement. Une étude détaillée de plusieurs solutions d’observation est faite par la suite, chaque solution étant évaluée *via* des simulations et des expérimentations.

3.2 Observabilité et observateurs

La synthèse d’un observateur pour un système physique débute par la question suivante : le système est-il observable, c’est-à-dire, est-il possible d’estimer l’ensemble de l’état du système à

partir des mesures effectuées ? Le corollaire à cette question est : quelles sorties mesurées utiliser pour que le système soit observable ? De plus, dans le cas où les systèmes sont représentés par des modèles non linéaires, l'analyse de l'observabilité doit mettre en lumière la présence d'éventuelles singularités. En effet, une différence notable entre l'observabilité des systèmes dynamiques non linéaires et linéaires tient dans le fait que l'observabilité des systèmes non linéaires dépend potentiellement de l'entrée du système et de l'état et qu'il peut donc y avoir des pertes d'observabilité selon les trajectoires empruntées.

3.2.1 Observabilité : concept et critères

Soit le système non linéaire de la forme

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.1}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ représente l'état, $u \in \mathbb{R}^m$ l'entrée et $y \in \mathbb{R}^p$ la sortie. $f(., .)$ et $h(.)$ sont des fonctions analytiques. On suppose que les fonctions $f(., .)$ et $h(.)$ sont des fonctions méromorphes de x et u . On suppose également que la fonction $u(t)$ est admissible, c'est-à-dire mesurable et bornée. Selon [HK77], l'observabilité est définie à partir de la notion d'indistinguabilité (ou d'indiscernabilité).

Définition 1 (Indistinguabilité [HK77]). Deux états initiaux $x(t_0) = x_1$ et $x(t_0) = x_2$ sont dit indiscernables pour le système (3.1) si, $\forall t \in [t_0, t_1]$, les sorties correspondantes $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques quelle que soit l'entrée admissible $u(t)$ du système. ■

Définition 2 (Observabilité). Le système non linéaire (3.1) est dit observable s'il n'admet pas de paire indiscernable. ■

Cela signifie qu'un système est dit observable s'il n'existe pas d'états initiaux distincts qui ne puissent être départagés par examen de la sortie du système.

Définition 3 (Espace d'observabilité [HK77]). Considérant le système (3.1), l'espace d'observabilité, H , est défini par le plus petit espace vectoriel contenant les sorties h_1, h_2, \dots, h_p et fermé sous l'opération de la dérivation de Lie par rapport au champ de vecteur $f(x, u)$, u étant fixe. On note dH l'espace des différentielles des éléments de H . ■

Définition 4 L'espace $dH(x_o)$ caractérise l'observabilité faible locale en x_o du système (3.1). Le système (3.1) est dit satisfaire la condition de rang d'observabilité en x_o si

$$\dim(dH(x_o)) = n.\tag{3.2}$$

Le système (3.1) satisfait la condition de rang d'observabilité si, $\forall x \in \mathbb{R}^n$, $\dim(dH(x)) = n$. ■

Définition 5 (*Espace d'observabilité générique*¹ [PG97, CMP99, LPG01]). Pour un système (3.1), l'espace d'observabilité générique est défini par $\mathcal{O} = \mathcal{X} \cap (\mathcal{Y} + \mathcal{U})$, avec

$$\begin{aligned}\mathcal{X} &= \text{Span}_{\mathcal{K}}\{dx\} \\ \mathcal{U} &= \text{Span}_{\mathcal{K}}\{du^{(j)}\}, j \geq 0 \\ \mathcal{Y} &= \text{Span}_{\mathcal{K}}\{dy^{(q)}\}, q \geq 0\end{aligned}$$

où \mathcal{K} est l'ensemble des fonctions méromorphes et $\text{Span}_{\mathcal{K}}$ est l'espace engendré sur \mathcal{K} de fonctions méromorphes de x et d'un nombre fini de dérivées de u . Le système (3.1) est dit génériquement observable si

$$\dim \mathcal{O} = n. \quad (3.3)$$

■

Une définition algébrique équivalente peut également être donnée. Un système est génériquement observable si tout l'état peut être exprimé par une fonction de y , de u et d'un nombre fini de leurs dérivées² (avec $j \in \mathbb{N}$, $q \in \mathbb{N}$)

$$x = X(y, \dot{y}, \dots, y^{(j)}, u, \dot{u}, \dots, u^{(q)}) \quad (3.4)$$

Dans le contexte non linéaire, l'observabilité dépend donc clairement de u et de l'état x . L'aspect générique tient au fait qu'on ne s'intéresse pas aux éventuelles singularités.

Supposons que la condition (3.3) soit satisfaite; on peut alors vérifier la condition équivalente de la Définition 5. Cela revient finalement à analyser l'observabilité d'un point de vue local, c'est-à-dire dans un domaine défini par les contraintes physiques.

Définition 6 (*Observabilité locale*). Le système (3.1) est dit localement observable si, pour tout $x \in \mathcal{M} \subset \mathbb{R}^n$ et $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$ (\mathcal{M} et \mathcal{U} étant des ouverts de \mathbb{R}^n et de \mathbb{R}^p respectivement),

$$\text{Rang}_{\mathcal{K}} \begin{bmatrix} dy \\ d\dot{y} \\ \vdots \\ dy^{(n-1)} \end{bmatrix} = n.$$

■

1. Une propriété est génériquement satisfaite quand elle est localement satisfaite autour d'un point $x_0 \in \mathcal{M} \subset \mathbb{R}^n$.

2. $y^{(b)}$ (resp. $u^{(b)}$) représente la $b^{\text{ième}}$ dérivée temporelle de y (resp. u) ($b \in \mathbb{N}$).

Un critère équivalent porte sur l'analyse du vecteur Ψ

$$\Psi = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Définition 7 *Le système (3.1) est dit localement observable si, pour tout $x \in \mathcal{M}$ et $u \in \mathcal{U}$,*

$$\det \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] \neq 0. \quad (3.6)$$

■

La dernière propriété implique que Ψ définit une transformation d'état sur le domaine considéré. Dans la suite, le vocable “observable” signifiera “localement observable”.

S'il existe une singularité d'observabilité, cela pose évidemment des problèmes pour la bonne marche des observateurs. Une première solution est alors de passer l'observateur, lors de ces singularités, en mode estimateur (cela revient à mettre l'observateur “en boucle ouverte” : il n'y a plus de terme de correction). Une autre solution est de commuter sur une autre structure d'observateur, par exemple en utilisant des indices d'observabilité (voir ci-après pour la définition) différents [LAP11].

Remarque 1 *Comme toute solution en boucle ouverte, le passage en mode estimateur n'est pas robuste à cause, par exemple, des paramètres mal connus. Il est donc préférable d'utiliser un estimateur de manière limitée dans le temps.*

Il faut noter que la propriété d'observabilité ne garantit pas forcément la possibilité de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires. En effet, contrairement aux systèmes linéaires, l'existence d'un observateur pour un système non linéaire ne repose pas uniquement sur ses propriétés d'observabilité. Un système non linéaire peut être observable sans pour autant qu'on puisse synthétiser un observateur, ou sans pour autant qu'il existe une classe d'observateurs adaptée au système.

3.2.2 Forme canonique d'observabilité et observateur

En se basant sur la forme du système dynamique du pneumatique utilisé dans la suite de ce mémoire, on considère le système non linéaire suivant

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \Delta f(x, t) + \chi(y, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.7)$$

avec $x \in \mathcal{M}$ et $u \in \mathcal{U}$, le terme d'incertitude additive $\Delta f(x, t)$ suffisamment dérivable et des termes additifs qui ne dépendent seulement que de variables connues (mesures et commande)

regroupés dans le vecteur appelé “d’injection d’entrée-sortie” $\chi(y, u)$.

Soient les hypothèses suivantes :

H1. Le terme d’incertitude additive $\Delta f(x, t)$ ne modifie pas l’observabilité de (3.7) et est borné, *i.e.* $\|\Delta f\| \leq F_H < \infty, \forall x \in \mathcal{M}$ et pour tout $t \geq 0$. ■

Comme le but est, ici, de synthétiser un observateur, et que Δf est inconnue et vérifie l’Hypothèse H1, considérons donc le système non linéaire (3.7) sans aucune incertitude ($\Delta f = 0$)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \chi(y, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.8)$$

H2. Le terme d’injection d’entrée-sortie $-\chi(y, u)$ [MPCP93] ne modifie pas l’observabilité du système. ■

L’idée principale est simple : dans le but d’analyser l’observabilité, puis de synthétiser l’observateur, le système (3.7) est transformé en un système plus simple et parfaitement connu à partir duquel l’observabilité sera analysée, et l’observateur conçu. En ajoutant à l’observateur le terme d’injection d’entrée-sortie, on obtiendra alors un observateur pour (3.8). Restera alors à proposer une solution adéquate pour que cette solution d’observation soit suffisamment robuste pour assurer une bonne estimation du système incertain (3.7). *Via* une injection d’entrée-sortie définie par $-\chi(y, u)$, le système non linéaire (3.8) peut se transformer (avec abus de notation) en

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.9)$$

H3 [KR85]. Soient le système (3.9) et p entiers $\{k_1, k_2, \dots, k_p\}$ définis tels que $\sum_{i=1}^p k_i = n$ et $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_p$ après renumérotation des composantes en sortie si nécessaire. La fonction $\Psi(x)$ définie par

$$\Psi(x) = \begin{bmatrix} \left[y_1(x) \cdots y_1^{(k_1-1)}(x) \right]^T \\ \vdots \\ \left[y_p(x) \cdots y_p^{(k_p-1)}(x) \right]^T \end{bmatrix}_{x \in \mathcal{M}} \quad (3.10)$$

vérifie

$$\det \left[\frac{\partial \Psi(x)}{\partial x} \right] \neq 0. \quad (3.11)$$

La fonction $\zeta = \Psi(x)$ est donc une transformation d’état. Les entiers $\{k_1, k_2, \dots, k_p\}$ sont appelés indices d’observabilités. ■

Proposition 1 *Etant données les hypothèses H1-H2-H3, le système (3.7) est observable pour $x \in \mathcal{M}$ et $u \in \mathcal{U}$.* ■

Considérons à nouveau le système (3.7)³ vérifiant les hypothèses H1-H3. En posant $\zeta = [y \dot{y} \dots y^{(n-1)}]^T$, on obtient

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= A\zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Phi(\zeta) \end{bmatrix} \\ y &= C\zeta \end{aligned} \quad (3.12)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad \text{et} \quad \Phi(\zeta) = y^{(n)}. \quad (3.13)$$

La représentation (3.12) est appelée “forme canonique d’observabilité”. Etant donné le système (3.7), il est évident que le terme $\Phi(\zeta)$ est incertain ; on suppose qu’il s’écrit

$$\Phi(\zeta) = \Phi_n + \Delta\Phi \quad (3.14)$$

avec Φ_n la partie “nominale” (composée des paramètres et dynamiques connus issus du terme $f(x)$) et une partie “incertaine” $\Delta\Phi$ (issue de $\Delta f(x, t)$). On obtient donc

$$\dot{\zeta} = A\zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Phi_n(\zeta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta\Phi \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Proposition 2 *Un observateur pour le système (3.15) s’écrit sous la forme*

$$\dot{\hat{\zeta}} = A\hat{\zeta} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Phi_n(\hat{\zeta}) \end{bmatrix} + \kappa(y, \hat{\zeta}) \quad (3.16)$$

la fonction κ étant le terme de correction qui assure la convergence de l’état estimé vers l’état réel, i.e. $\hat{\zeta} \rightarrow \zeta$. ■

Le terme $\kappa(y, \hat{\zeta})$ peut être obtenu par différentes méthodes (grands gains, modes glissants, ...)

3. Dans un souci de clarté, et sans perte de généralité, on ne considère ici que le cas monovarié, c’est-à-dire une seule sortie est mesurée ($y \in \mathbb{R}$), l’indice k_1 étant donc égal à n .

et doit donc assurer la convergence (exponentielle ou en temps fini) de l'observateur vers le système réel, c'est à dire qu'il assure que $\hat{\zeta} \rightarrow \zeta$ exponentiellement ou en temps fini malgré la présence du terme incertain $\Delta\Phi$. De plus, il ne dépend que de la sortie mesurée y et du vecteur d'état estimé $\hat{\zeta}$.

Pour résumer, sachant que la dynamique de l'erreur d'estimation s'écrit (avec $e = \hat{\zeta} - \zeta$)

$$\dot{e} = Ae + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Phi_n(\hat{\zeta}) - \Phi_n(\zeta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta\Phi \end{bmatrix} + \kappa(y, \hat{\zeta}), \quad (3.17)$$

il faut donc que le terme de correction $\kappa(y, \hat{x})$ soit choisi de telle sorte que l'observateur converge vers le système réel malgré l'erreur initiale $e(0)$ et le terme d'incertitudes $\Delta\Phi$.

A partir de (3.16), deux méthodes peuvent être utilisées afin d'obtenir le vecteur \hat{x} , représentant l'estimé de x

- Quand l'inverse de la transformation Ψ , *i.e.* Ψ^{-1} , peut être analytiquement calculé, l'état estimé \hat{x} se déduit de $\hat{\zeta}$ par

$$\hat{x} = \Psi^{-1}(\hat{\zeta}).$$

- Dans de nombreux cas d'applications [LAP11], il est très difficile de calculer l'inverse de Ψ (y compris avec un logiciel de calcul formel). Dans ce cas, on utilise une approche basée sur le calcul du jacobien inverse de Ψ . Comme $\hat{\zeta} = \Psi(\hat{x})$, on peut écrire

$$\dot{\hat{\zeta}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}} \dot{\hat{x}} \rightarrow \dot{\hat{x}} = \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \dot{\hat{\zeta}} \quad (3.18)$$

D'après (3.16)-(3.18), on obtient

$$\dot{\hat{x}} = \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \left(A\hat{\zeta} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Phi_n(\hat{\zeta}) \end{bmatrix} + \kappa(y, \hat{\zeta}) \right) \quad (3.19)$$

Puis, de (3.16)-(3.19), un observateur pour le système (3.9) s'écrit

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]^{-1} \kappa(y, \hat{x}) \quad (3.20)$$

L'application de la transformée inverse de l'injection d'entrée-sortie $\chi(y, u)$ permet d'obtenir l'observateur pour le système (3.8)

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, y) + \chi(y, u) + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \kappa(y, \hat{x}) \quad (3.21)$$

Remarque 2 *Il faut noter que la fonction Ψ telle que définie dans l'hypothèse H3, fait appel au système "nominal" (3.9), alors que l'objectif est d'estimer l'état du système incertain (3.7), et que les mesures utilisées sont bruitées. Un biais est donc introduit dans l'expression de Ψ et donc dans l'estimation de l'état. Dans [BP11], il a été démontré que l'observateur qui va être détaillé dans la section suivante, permet de converger vers un voisinage très proche de l'état réel.*

Dans la section suivante, un observateur du type (3.21) est proposé pour obtenir une estimation "suffisamment" précise de l'état x du système (3.7) en dépit du terme d'incertitude Δf , et ceci grâce à un choix judicieux de κ . Dans la suite, on considère

H4. Pour tout $\zeta \in \mathcal{M}_\zeta$ (\mathcal{M}_ζ étant le domaine d'application dans l'espace d'état ζ , correspondant à \mathcal{M} dans lequel x évolue),

$$|\Phi_n(\zeta)| \leq L_\Phi$$

avec L_Φ une constante positive Lipschitz connue et

$$|\Delta\Phi| \leq L_{\Delta\Phi}$$

avec $0 < L_{\Delta\Phi} < \infty$. ■

3.3 Techniques d'observation

De nombreuses techniques d'observation des systèmes non linéaires existent (voir annexe D pour plus de détails) : les observateurs basés sur la linéarisation par injection d'entrée-sortie [KI83, GMP96, PG97], les observateurs à grands gains [GHO92], les observateurs continus à convergence en temps fini [MFA03], les observateurs par modes glissants [Lev03]... Chacune de ces stratégies d'observation s'applique à une classe plus ou moins large de systèmes non linéaires.

3.3.1 Linéarisation par injection d'entrée-sortie [KI83, GMP96, PG97].

Lors de la synthèse de ce type d'observateur, l'objectif est de trouver un changement de coordonnées d'état (éventuellement généralisées) permettant de transformer le système non linéaire en un système linéaire modulo un terme d'injection d'entrée-sortie (éventuellement généralisée). A partir de ce système, il est alors possible de concevoir un observateur avec une dynamique d'erreur linéaire (type Luenberger). La transformation d'état inverse permet alors de "revenir" dans l'espace d'état d'origine et donc d'obtenir l'état estimé du système.

Cette méthode s'applique à une classe limitée de systèmes (systèmes linéarisables), implique plusieurs étapes de dérivations (aspect généralisé de l'injection d'entrée-sortie) qui accentuent le bruit de mesure, ce qui réduit d'autant la robustesse de l'observateur.

3.3.2 Observateurs à grands gains [GHO92].

Dans ce cas, l'observateur est composé de la copie du système, à laquelle s'ajoute un terme correcteur assurant une dynamique de l'erreur d'estimation à convergence exponentielle. L'idée

est d'avoir un terme de correction très prédominant devant les non-linéarités, ceci assurant alors une convergence exponentielle de l'erreur d'estimation. Une des hypothèses de base pour pouvoir appliquer ce type d'observateur est que le système soit observable pour toute entrée. Ce type d'observateur est applicable à une large classe de systèmes réels.

3.3.3 Observateurs continus à convergence en temps fini [EK02, MFA03].

Les observateurs considérés ici ont un terme correctif continu. L'observateur se compose d'un système dynamique (qui est en fait une double copie du système à observer) couplé à un bloc retard. La valeur du retard impose un temps de convergence fini de l'observateur. Cet observateur exploite la nature (exponentielle) de la fonction "erreur d'estimation". Cela implique qu'il s'applique à une classe réduite de systèmes (linéaires) et que sa généralisation à une classe plus large est difficile.

Ce type d'observateurs s'applique donc aux systèmes linéaires [EK02] et aux systèmes linéarisables par transformation d'état et injection d'entrée-sortie [MFA03].

3.3.4 Observateur par modes glissants [Lev03].

Une des classes les plus connues d'observateurs non linéaires robustes est celle des observateurs par modes glissants. Parmi les différentes méthodes d'observation utilisées, les observateurs par modes glissants ont été largement étudiés pour leurs qualités de robustesse [LE01, YU02, ZP07, IFSD11]. Les principales caractéristiques de ce type d'observateur sont

- la convergence en temps fini de l'erreur d'estimation,
- la robustesse face à des perturbations et incertitudes.

Un observateur par modes glissants est caractérisé par son terme correcteur où apparaissent des fonctions discontinues. Le principe des observateurs par modes glissants consiste à contraindre les dynamiques de l'erreur d'estimation de dimension n à évoluer en temps fini sur une variété \mathbf{S} , correspondant à une erreur d'estimation nulle. L'attractivité et l'invariance de cette surface sont assurées par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, l'observateur converge vers \mathbf{S} et y demeure.

Dans la suite de ce chapitre, seront présentées des solutions d'observation basées sur des approches par modes glissants d'ordre 1, 2 et supérieur.

3.3.5 Observateur par modes glissants d'ordre 1 [SHM87].

Les premières solutions proposées furent basées sur l'approche par modes glissants d'ordre 1 [SHM87]. Dans ce cas, la variété \mathbf{S} est définie par $\mathbf{S} = \{y - \hat{y} = 0\}$ avec \hat{y} l'estimation de la mesure. Les termes correcteurs discontinus dépendent de l'erreur d'estimation de y . Cet observateur s'applique pour des systèmes ayant un indice d'observabilité égal à 1. Pour un indice d'observabilité égal à 2, ce type d'observateur ne permet pas d'annuler parfaitement l'erreur d'estimation de x_2 (voir exemple dans l'annexe D). Un autre inconvénient est le phénomène de réticence ou "*chattering*". Cette réticence n'est pas désirable, car elle dégrade la précision de l'observation. De nombreuses études ont été effectuées dans le but de réduire ou d'éliminer ce

problème. Une solution est l'introduction de nouvelles dynamiques pour agir sur les dérivées d'ordre supérieur de l'erreur d'estimation de y . Cette technique est à la base du concept du mode glissant d'ordre supérieur qui permet de réduire la réticence en conservant les qualités de robustesse et de convergence en temps fini de l'approche par modes glissants d'ordre 1.

3.3.6 Observateur par modes glissants d'ordre supérieur [EKL86, Lev93].

Le concept de mode glissant d'ordre supérieur a été introduit dans les années 80 par Emel'yanov [EKL86], le principe consistant à agir, *via* des termes correcteurs discontinus, sur les dérivées d'ordre supérieur de l'erreur de mesure de y . Les principaux avantages sont

- la conservation des avantages du mode glissant d'ordre 1 (robustesse et convergence en temps fini),
- la réduction des effets du *chattering*,
- l'amélioration des performances de l'observateur (précision),
- l'application à des systèmes avec des indices d'observabilité supérieurs à 1.

Différentiation par modes glissants d'ordre 2 : l'algorithme du "Super Twisting" [Lev93]. Le problème posé ici est de contraindre l'erreur d'estimation à évoluer en temps fini sur la surface de glissement $\mathbf{S} = \{y - \hat{y} = 0, \dot{y} - \dot{\hat{y}} = 0\}$. De cette façon, l'erreur d'estimation de y est maintenant continue et la réticence est éliminée. Un algorithme a été proposé dans ce cadre : le "Super Twisting algorithm" [Lev93]. Le terme "Twisting" est utilisé en raison de la trajectoire de convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase $(y - \hat{y}, \dot{y} - \dot{\hat{y}})$, avec un nombre infini de rotations. Cet algorithme a été développé à la base pour la commande des systèmes (retour de sortie par modes glissants d'ordre 2) et se base sur la technique de la différentiation, d'où son adéquation à l'observation des systèmes écrits sous la forme canonique d'observabilité. Cette méthode est robuste et ne nécessite que la connaissance de y (pas de calcul de dérivée) mais son utilisation se limite à un indice d'observabilité égal à 2.

Différentiation par modes glissants d'ordre supérieur. Pour un indice d'observabilité k , l'objectif ici est de contraindre $y - \hat{y}$ et ses $k - 1$ premières dérivées à zéro en temps fini [Lev03, PGL08]. Des observateurs basés sur la technique de différentiation par modes glissants d'ordre supérieur sont proposés dans ce cadre. **Cette technique sera présentée en détails puisqu'elle a été retenue dans la suite de nos travaux de thèse pour ces qualités d'application à une large classe de systèmes non linéaires observables, de robustesse et de convergence en temps fini.**

Considérons le système (3.15) avec $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3 \ \zeta_4 \ \cdots \ \zeta_n]^T$; dans ce cas, une seule sortie est

mesurée, l'indice d'observabilité k_1 étant alors égal à n . On obtient

$$\begin{aligned}
 \dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\
 \dot{\zeta}_2 &= \zeta_3 \\
 \dot{\zeta}_3 &= \zeta_4 \\
 &\vdots \\
 \dot{\zeta}_n &= \Phi(\zeta) \\
 y &= \zeta_1
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

On suppose que les hypothèses H1 - H5 sont satisfaites. Un observateur de la forme (3.16) est donc proposé : le terme de correction κ doit assurer la convergence de $e = \zeta - \hat{\zeta}$ vers 0 malgré l'erreur initiale $e(0)$ et le terme incertain $\Delta\Phi$. Un choix possible d'observateur est celui basé sur la différentiation d'ordre supérieur [Lev03, Lev10]

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\zeta}}_1 &= \hat{\zeta}_2 + \underbrace{a_1 L^{\frac{1}{n+1}} |\zeta_1 - \hat{\zeta}_1|^{\frac{n}{n+1}} \text{sign}(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1)}_{\gamma_1} \\
 \dot{\hat{\zeta}}_2 &= \hat{\zeta}_3 + \underbrace{a_2 L^{\frac{1}{n}} |\gamma_1|^{\frac{n-1}{n}} \text{sign}(\gamma_1)}_{\gamma_2} \\
 \dot{\hat{\zeta}}_3 &= \hat{\zeta}_4 + \underbrace{a_3 L^{\frac{1}{n-1}} |\gamma_2|^{\frac{n-2}{n-1}} \text{sign}(\gamma_2)}_{\gamma_3} \\
 &\vdots \\
 \dot{\hat{\zeta}}_i &= \hat{\zeta}_{i+1} + \underbrace{a_i L^{\frac{1}{n+2-i}} |\gamma_{i-1}|^{\frac{n+1-i}{n+2-i}} \text{sign}(\gamma_{i-1})}_{\gamma_i} \\
 &\vdots \\
 \dot{\hat{\zeta}}_n &= \Phi_n(\hat{\zeta}) + \underbrace{a_n L \text{sign}(\gamma_{n-1})}_{\gamma_n}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

avec $L > L_\Phi + L_{\Delta\Phi}$.

Les coefficients a_1, \dots, a_n peuvent être fixés selon [Lev03] (voir Tableau 3.1).

Coefficient	$n = 2$	$n = 3$
a_1	1.5	2
a_2	1.1	1.5
a_3	—	1.1

TAB. 3.1: Coefficients a_i pour les modes glissants d'ordre 2 et 3 [Lev03]

La convergence de l'erreur d'estimation $\zeta - \hat{\zeta}$ vers 0 en temps fini peut être prouvée grâce à la réécriture de (3.23) en utilisant l'inclusion différentielle selon Filippov [FA88], c'est-à-dire

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{\zeta}}_1 &= \hat{\zeta}_2 + \underbrace{a_1 L^{\frac{1}{n+1}} |\zeta_1 - \hat{\zeta}_1|^{\frac{n}{n+1}} \text{sign}(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1)}_{\gamma_1} \\
\dot{\hat{\zeta}}_2 &= \hat{\zeta}_3 + \underbrace{a_2 L^{\frac{1}{n}} |\gamma_1|^{\frac{n-1}{n}} \text{sign}(\gamma_1)}_{\gamma_2} \\
\dot{\hat{\zeta}}_3 &= \hat{\zeta}_4 + \underbrace{a_3 L^{\frac{1}{n-1}} |\gamma_2|^{\frac{n-2}{n-1}} \text{sign}(\gamma_2)}_{\gamma_3} \\
&\vdots \\
\dot{\hat{\zeta}}_i &= \hat{\zeta}_{i+1} + \underbrace{a_i L^{\frac{1}{n+2-i}} |\gamma_{i-1}|^{\frac{n+1-i}{n+2-i}} \text{sign}(\gamma_{i-1})}_{\gamma_i} \\
&\vdots \\
\dot{\hat{\zeta}}_n &\in [-L_\Phi, L_\Phi] + \underbrace{a_n L \text{sign}(\gamma_{n-1})}_{\gamma_n}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

La convergence en temps fini est déduite du Lemme 8 de [Lev03]. Ainsi, d'après (3.21), un observateur du système initial (3.7) à convergence en temps fini s'écrit, avec $\gamma_1 = a_1 L^{\frac{1}{n+1}} |y - \hat{x}_1|^{\frac{n}{n+1}} \text{sign}(y - \hat{x}_1)$ et $\gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_n$ définis dans (3.24),

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, y) + \chi(y, u) + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

3.4 Effet de la pression sur les dynamiques de la roue

Dans cette partie, est présenté le modèle des dynamiques longitudinale et rotationnelle de la roue d'un quart de véhicule. Ce modèle et son couplage avec le modèle de la dynamique verticale (2.33) (voir Chapitre 2) ont été à la base du développement d'un simulateur permettant d'étudier le comportement dynamique de la roue et d'analyser l'effet de la pression dans le pneumatique sur trois grandeurs : la résistance au roulement, le rayon effectif de la roue et sa raideur verticale. A partir de ce modèle complet, un modèle simplifié a été utilisé pour la conception des observateurs, permettant ainsi de simplifier la structure des observateurs grâce à des indices d'observabilité plus faibles.

3.4.1 Modèle du "quart de véhicule"

L'application de la deuxième loi de Newton aux forces agissant sur la roue (Figure 3.1) permet d'exprimer les dynamiques rotationnelle et longitudinale [Gil92, Raj06]

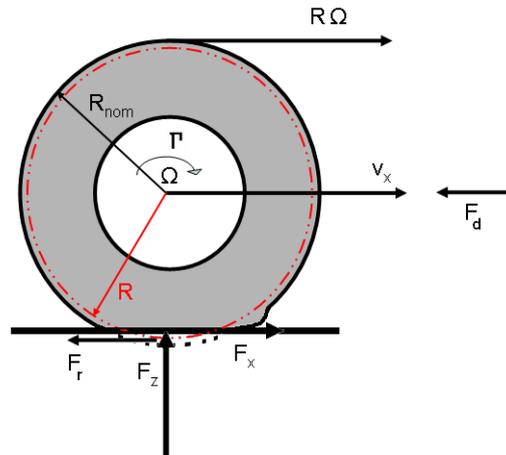


FIG. 3.1: Forces et couples agissant sur la roue.

$$\begin{aligned} J\dot{\Omega} &= \Gamma - R F_x - C_f \Omega \\ M\dot{v}_x &= F_x - F_d - F_r \end{aligned} \quad (3.26)$$

avec v_x la vitesse longitudinale du véhicule, Ω la vitesse angulaire de la roue, Γ le couple appliqué à la roue, F_x la force longitudinale (de traction), F_d la force de résistance aérodynamique, F_r la force de résistance au roulement, J l'inertie de la roue, M la masse du quart de véhicule et C_f le coefficient de frottement visqueux. Le modèle complet d'un quart de véhicule peut être obtenu à partir du modèle (3.26) couplé au modèle de la dynamique verticale (2.33) (voir Chapitre 2). Le couplage se fait à travers la force normale F_z (Figure 2.8).

Force normale F_z . Cette force s'oppose à la force f_3 (Figure 2.8) développée par la raideur et l'amortissement du pneumatique. Cette dernière s'écrit

$$f_3 = -K_v (R_{lib} - (z_r - z_{pro})) + C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}), \quad (3.27)$$

avec R_{lib} le rayon libre de la roue, K_v la raideur verticale du pneumatique et C_v son amortissement vertical. z_r et z_{pro} sont respectivement les coordonnées verticales de la roue et de la surface de la route par rapport au référentiel fixe (voir Annexe B pour plus de détails). On obtient alors

$$F_z = -f_3 = K_v (R_{lib} - (z_r - z_{pro})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}). \quad (3.28)$$

On introduit Z_{pro0} (la distance verticale du point de contact initial entre la roue et le sol et l'origine O du référentiel fixe considéré ayant l'axe vertical orienté vers le haut) et Z_{r0} (la position verticale à l'état statique du centre de la roue) de manière à obtenir

$$F_z = K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0}) + (Z_{r0} - Z_{pro0}) - (z_r - z_{pro})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}). \quad (3.29)$$

Avec le changement de variables $d_c = z_c - Z_{c0}$ (Z_{c0} est la position verticale à l'état statique du

corps du véhicule), $d_r = z_r - Z_{r0}$ et $d_{pro} = z_{pro} - Z_{pro0}$ ⁴, cette force s'écrit comme (détail des calculs en annexe B)

$$F_z = Mg - K_v(d_r - d_{pro}) - C_v(\dot{d}_r - \dot{d}_{pro}). \quad (3.30)$$

Force de traction F_x . Cette force s'exprime en fonction du coefficient d'adhérence $\mu(\lambda)$ avec le sol selon

$$F_x(\lambda) = F_z \mu(\lambda) \quad (3.31)$$

avec λ le pseudo-glissement défini par

$$\lambda = \frac{R\Omega - v_x}{R\Omega} = 1 - \frac{v_x}{R\Omega}. \quad (3.32)$$

La Figure 3.2 donne la valeur du coefficient d'adhérence en fonction du pseudo-glissement pour différents types de route. La relation entre μ et λ est donnée par des formules semi-

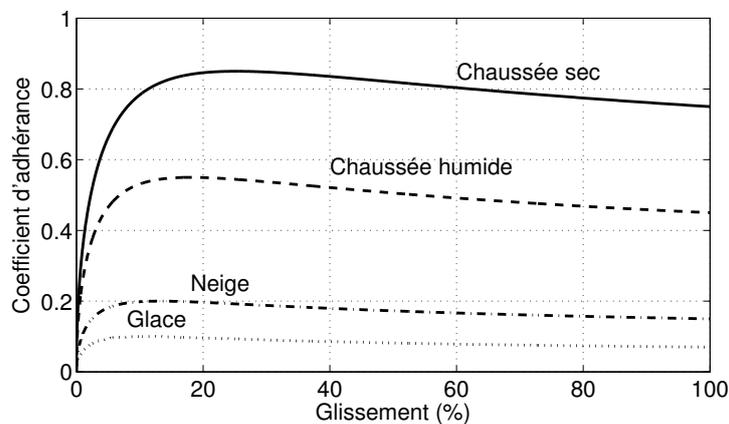


FIG. 3.2: Coefficient d'adhérence μ en fonction du coefficient de glissement λ [Pac02, Jaz08]. Ces courbes ont été réalisées pour différentes conditions de route.

empiriques [Pac02]; elle peut également être exprimée par l'équation suivante [LT07, UK99]

$$\mu(\lambda) = 2\mu_0 \frac{\lambda_0 \lambda}{\lambda_0^2 + \lambda^2} \quad (3.33)$$

où λ_0 est le pseudo-glissement optimal correspondant à la valeur maximale de l'adhérence $\mu_0 = \mu(\lambda_0)$. L'équation (3.33) sera utilisée par la suite car elle constitue une bonne approximation de la relation entre μ et λ .

Force de résistance aérodynamique F_d . Cette force est proportionnelle au carré de la vitesse d'avancement du véhicule et est donnée par

$$F_d(v_x) = \frac{1}{2} \rho A_d C_d v_x^2 \quad (3.34)$$

avec ρ la densité volumique de l'air, A_d la surface frontale du quart de véhicule et C_d le coeffi-

4. On rappelle que d_c et d_r représentent les déplacements verticaux respectivement du corps du véhicule et de la roue par rapport à leurs positions statiques Z_{c0} et Z_{r0} respectivement (voir (2.31) et (2.32))

cient de pénétration dans l'air.

Force de résistance au roulement F_r . Elle est liée à la force normale F_z par

$$F_r(.) = C_r(.)F_z \quad (3.35)$$

avec C_r le coefficient de résistance au roulement. Ce coefficient dépend de la pression dans le pneumatique, de la température, de la vitesse du véhicule et du type de route. Même si certaines relations paramétriques empiriques ont été proposées dans la littérature pour évaluer ce coefficient en conditions normales de conduite [Gil92], le réglage des paramètres mis en jeu nécessite la connaissance de la pression et de la température du pneumatique, ainsi que du type de route.

Une relation linéaire peut être considérée entre C_r et la vitesse du véhicule v_x grâce à

$$C_r(.) = c_r v_x, \quad (3.36)$$

avec c_r la constante de résistance au roulement [Gil92], mais cette hypothèse ne peut être faite que pour les véhicules poids lourds et n'est valable qu'à faible vitesse pour les véhicules légers [Gil92]. Dans le cas de véhicules légers à vitesse plus élevée, une autre équation est considérée

$$C_r(.) = f_O + 3.24f_S(3.6v_x/100)^{2.5}. \quad (3.37)$$

Cette expression sera donc retenue pour le modèle quart de véhicule. Les coefficients f_O et f_S de la force de résistance au roulement varient pour un pneumatique donné, avec la pression selon les courbes présentées dans la Figure 3.3.

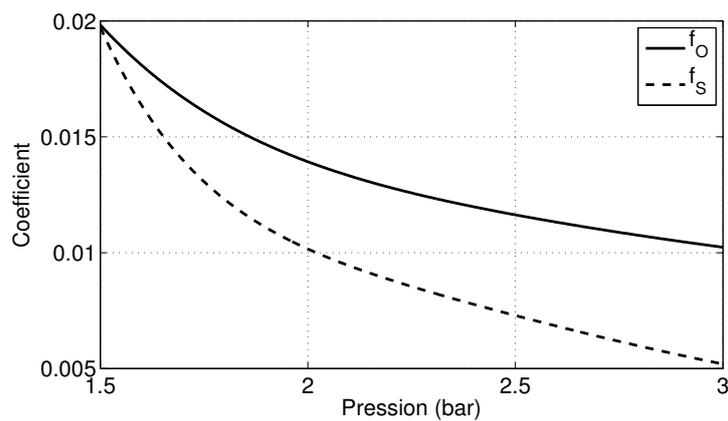


FIG. 3.3: Paramètres f_O et f_S du coefficient de résistance au roulement C_r en fonction de la pression (*bar*) [Gil92].

Modèle complet d'un "quart de véhicule". Pour le modèle d'un "quart de véhicule", les variables d'état considérés sont $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [\Omega \ v_x \ d_c \ \dot{d}_c \ d_r \ \dot{d}_r]^T$. Le modèle s'écrit

donc

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J}(\Gamma - RF_x(x) - C_f x_1) \\ \frac{1}{M}(F_x(x) - F_d(x) - F_r) \\ x_4 \\ \frac{1}{m_c}(-K_s(x_3 - x_5) - C_s(x_4 - x_6)) \\ x_6 \\ \frac{1}{m_r}(K_s(x_3 - x_5) + C_s(x_4 - x_6) - K_v(x_5 - d_{pro}) - C_v(x_6 - \dot{d}_{pro})) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

avec d_{pro} le profil de route. Un profil réaliste variant avec une amplitude maximale d'un millimètre et ayant une moyenne nulle est choisi pour réaliser les simulations. Les forces $F_x(x)$, $F_d(x)$ et $F_r(x)$ s'écrivent

$$F_x = 2\mu_0 \cdot \frac{\lambda_0 \left(1 - \frac{x_2}{x_1 R}\right)}{\lambda_0^2 + \left(1 - \frac{x_2}{x_1 R}\right)^2} \cdot \left(Mg - K_v(x_5 - d_{pro}) - C_v(x_6 - \dot{d}_{pro})\right), \quad (3.39)$$

$$F_d(x) = \frac{1}{2}\rho A_d C_d x_2^2, \quad (3.40)$$

$$F_r(x) = \left(f_O + 3.24 f_S (3.6 x_2 / 100)^{2.5}\right) \left(Mg - K_v(x_5 - d_{pro}) - C_v(x_6 - \dot{d}_{pro})\right). \quad (3.41)$$

3.4.2 Analyse de l'effet de la pression sur les paramètres de la roue

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier la variation de la force de résistance au roulement, du rayon effectif et de la raideur verticale de la roue, en fonction de la pression. L'idée consiste à identifier les paramètres les plus sensibles aux variations de la pression. Une fois ces paramètres identifiés, il sera nécessaire d'étudier la possibilité de concevoir des observateurs permettant leur estimation. Ainsi, on pourra conclure sur les variables à retenir pour la surveillance de la pression.

En utilisant le modèle complet (3.38), on étudie le comportement dynamique du quart de véhicule face à une chute de pression de 20% par rapport à la pression nominale de 2.5 bar (voir Figure 3.4). Les relations utilisées afin de simuler cette chute de pression, et ensuite d'analyser son effet sur la force de résistance au roulement, sur le rayon effectif et sur la raideur verticale de la roue sont détaillées ci-dessous

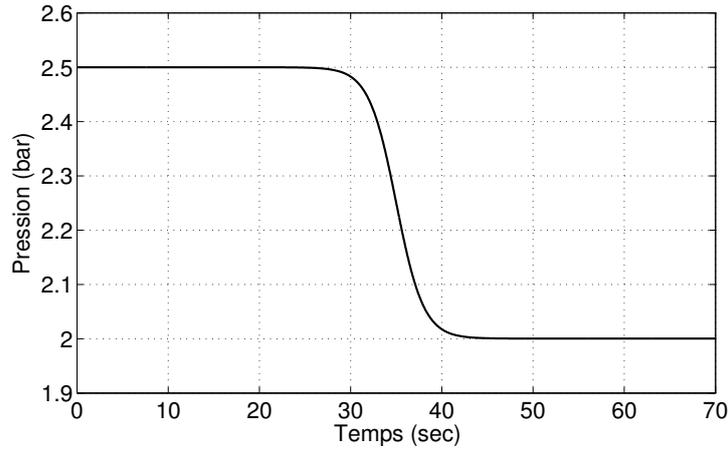


FIG. 3.4: Pression dans un pneumatique (*bar*) en fonction du temps (*s*).

- **Rayon effectif** R : l'effet de la chute de pression sur R est déduit des mesures de ce rayon (données fournies par Renault (voir Figure 1.2)) sur un véhicule prototype (Section 2.5) pour différentes valeurs de pression du pneumatique et de vitesse d'avancement v_x du véhicule.
- **Résistance au roulement** F_r : les effets de la pression et de la vitesse du véhicule sur F_r peuvent être déduits de (3.35) et (3.37), les coefficients de résistance au roulement f_O et f_S étant déduits des courbes de la Figure 3.3.
- **Raideur verticale** K_v : Sachant que ce paramètre peut être évalué par

$$K_v = \frac{Mg}{R_{lib} - R}, \quad (3.42)$$

on peut en déduire ses variations avec la pression à partir de la variation du rayon effectif. En effet, si le point O est le point de contact initial entre la roue et le sol (Figure 2.8), alors $Z_{pro0} = 0$. En négligeant le terme d'amortissement et en remplaçant $z_r - z_{pro}$ par le rayon effectif R , l'équation (3.28) peut se simplifier en

$$F_z = K_v(R_{lib} - R). \quad (3.43)$$

On considère maintenant l'équation (3.30). Dans cette expression, on a

$$K_v(d_r - d_{pro}) + C_v(\dot{d}_r - \dot{d}_{pro}) \ll Mg, \quad (3.44)$$

car les termes $d_r - d_{pro}$ et $\dot{d}_r - \dot{d}_{pro}$ sont très faibles alors que Mg est de l'ordre de 4500 N . Aussi, on obtient

$$Fz = Mg. \quad (3.45)$$

D'après (3.43)-(3.45), on obtient donc l'équation (3.42).

Les valeurs choisies pour les paramètres du système (3.38) sont résumés dans le Tableau 3.2.

Paramètre	Valeur	Unité
J	1.6	$kg \cdot m^2$
R_{lib}	0.32	m
R_{nom}	0.31	m
M	440	kg
A_d	0.65/2	m^2
ρ	1.205	$kg \cdot m^{-3}$
g	9.807	$m \cdot s^{-2}$
C_f	0.08	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
C_d	0.25	
μ_0	0.9	
λ_0	0.15	

TAB. 3.2: Paramètres du modèle de quart de véhicule [LT07, Gil92].

Le Tableau 3.3 donne les variations de R , F_r et K_v par rapport à leurs valeurs nominales pour la chute de pression représentée par la Figure 3.4, et pour différentes valeurs de vitesse du véhicule v_x .

v_x (km/h)	40	50	70	90	110	130
ΔR (%)	-0.3	-0.26	-0.26	-0.3	-0.33	-0.29
ΔF_r (%)	+19.49	+21.03	+24.2	+26.74	+28.61	+29.91
ΔK_v (%)	-5.54	-5.27	-5.17	-5.6	-6.05	-6.41

TAB. 3.3: Variations de R , F_r et K_v par rapport à leurs valeurs nominales pour la chute de pression représentée par la Figure 3.4, pour différentes valeurs de la vitesse du véhicule v_x .

On peut conclure que

- le rayon présente une variation faible, de l'ordre de 0.3%,
- la variation de la raideur verticale avec la pression est plus importante (aux alentours de 5.5%),
- le paramètre le plus sensible à une chute de pression est la force de résistance au roulement.

Ainsi, la résistance au roulement s'avère être une variable dont l'estimation, si elle est possible, doit être privilégiée car elle peut représenter une information pour détecter de façon efficace la baisse de la pression dans le pneumatique.

3.5 Observateurs développés

A partir des équations (3.44)-(3.45), il apparaît que la force F_z peut être supposée égale uniquement au poids; étant donné le lien entre F_z et F_x , cela a pour conséquence de rendre indépendantes les dynamiques longitudinale/rotationnelle d'une part, et verticale d'autre part.

Aussi, vu les objectifs d'observation, les observateurs développés dans la suite ne vont pas tenir compte de la dynamique verticale ce qui permet alors de réduire la dimension du système sur lequel sera basé la synthèse des observateurs. Ce modèle réduit utilisant seulement les dynamiques longitudinale et rotationnelle de la roue s'écrit donc

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} (\Gamma - R F_x - C_f \Omega), \quad (3.46)$$

$$\dot{v}_x = \frac{1}{M} (F_x - F_d - F_r) \quad (3.47)$$

avec $F_x = \mu(\lambda)Mg$.

Le domaine physique de travail est défini par

$$\mathcal{M} = \{x \mid 0 < \Omega \leq 220 \text{ rd/s}, 0 < v_x \leq 250 \text{ km/h}, 0.27 \leq R \leq 0.32 \text{ m}, 40 \leq F_r \leq 400 \text{ N}\}$$

Dans la suite de ce chapitre, sera tout d'abord développé un observateur par modes glissants pour estimer uniquement le rayon effectif d'une roue et la vitesse longitudinale du véhicule en utilisant la relation linéaire (3.35)-(3.36) entre la résistance au roulement et la vitesse longitudinale du véhicule (voir Section 3.6). Cet observateur présente l'avantage de n'utiliser comme mesures que la vitesse angulaire de la roue et le couple qui lui est appliqué, et peut apparaître comme simple à implémenter. Cet observateur a été validé sur un simulateur spécifique considérant la relation linéaire entre F_r et v_x (3.35)-(3.36).

Néanmoins, comme l'objectif est de détecter une chute de pression, l'analyse de la Section 3.4.2 a montré qu'il est plus pertinent d'estimer la force de résistance au roulement car les variations engendrées sur F_r sont nettement plus importantes que sur R . Le diagnostic concernant la perte de pression apparaîtrait donc plus aisé. De plus, dans le cas de l'étude d'un essieu complet (voir Section 3.8), la résistance au roulement mise en jeu est la résistance *globale* (pour les deux roues) : la connaissance des rayons des deux roues permet donc de conclure sur l'état de la pression dans le pneumatique de chacune des roues séparément. Il est donc judicieux de développer des observateurs assurant l'estimation conjointe du rayon effectif et de la résistance au roulement.

Un observateur du rayon effectif et de la résistance au roulement sur une roue a donc été proposé (Section 3.7). L'avantage est de pouvoir estimer la résistance au roulement qui est très sensible à la pression. Néanmoins, si la vitesse du véhicule v_x n'est pas supposée mesurée, la convergence de l'estimation de v_x vers la valeur réelle n'est pas garantie. La vitesse du véhicule est donc cette fois-ci supposée connue : ceci peut apparaître comme un "handicap" par rapport à l'observateur du rayon du fait qu'on augmente le nombre d'informations mesurées (complexité accrue de l'observateur) et du fait que v_x ne peut être qu'évaluée à partir de la vitesse moyenne des roues arrières (potentiellement sujettes à une perte de pression). Néanmoins, avec les évolutions technologiques, dans un futur proche, on peut imaginer utiliser un système GPS pour délivrer une mesure de v_x plus précise qu'à l'heure actuelle, ce qui atténuerait le dernier inconvénient. Pour finir, l'observateur a été étendu sur un essieu (voir Section 3.8). Il n'est pas possible dans

ce cas d'estimer les résistances au roulement sur chaque roue séparément. En revanche, l'estimation des rayons des deux roues de l'essieu est plus précise que celle obtenue avec l'observateur précédent et permet de discriminer l'état de pression dans les deux pneumatiques.

3.6 Observateur du rayon effectif et de la vitesse du véhicule [EPMR11b, EPMR11a]

Dans cette section est développé un observateur par modes glissants pour estimer le rayon effectif d'une roue et la vitesse longitudinale du véhicule, à partir de la mesure de la vitesse angulaire de la roue et du couple appliqué.

3.6.1 Modèle d'observation

Dans les équations dynamiques longitudinale et rotationnelle, la dynamique du rayon effectif R n'est pas connue *a priori* mais ce rayon est supposé avoir une variation (Figure 1.2) qui peut être vue comme une perturbation bornée selon

$$\dot{R} = \eta, \quad (3.48)$$

η étant suffisamment dérivable avec $|\eta| < \eta_0$, $\eta_0 > 0$ inconnue. A partir des équations (3.46)-(3.47)-(3.48), en considérant le vecteur d'état $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [\Omega \ v_x \ R]^T$ et l'entrée de commande $u = \Gamma$, on obtient

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J}(x_3 F_x(x) + C_f x_1) \\ \frac{1}{M}(F_x(x) - F_d(x) - F_r(x)) \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (3.49)$$

La force $F_x(x)$ s'écrit

$$F_x(x) = 2\mu_0 \frac{\lambda_0 \left(1 - \frac{x_2}{x_1 x_3}\right)}{\lambda_0^2 + \left(1 - \frac{x_2}{x_1 x_3}\right)^2} Mg \quad (3.50)$$

et la force aérodynamique

$$F_d(x) = \frac{1}{2} \rho A_d C_d x_2^2. \quad (3.51)$$

La relation linéaire entre F_r et v_x est utilisée ici (voir (3.36))

$$F_r(v_x) = M g c_r x_2, \quad (3.52)$$

cette relation n'étant valable qu'à faible vitesse pour les véhicules légers [Gil92], on pourra supposer *a priori* qu'elle reste valable pour les valeurs de vitesse aux alentours de 40 km/h, la relation (3.37) ne pouvant pas être utilisée car dépendante de la pression qui n'est pas connue.

La sortie mesurée est $y = \Omega = x_1$. Le terme

$$-\frac{C_f}{J}x_1 + \frac{1}{J}u$$

dépendant seulement de variables connues, le système (3.49) peut donc s'écrire comme le système (3.7), à savoir

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f + \chi(y, u),$$

avec

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J}x_3F_x(x) \\ \frac{1}{M}\left(F_x(x) - F_d(x) - F_r(x)\right) \\ 0 \end{bmatrix}, \Delta f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta \end{bmatrix}, \chi(y, u) = \begin{bmatrix} -\frac{C_f}{J}x_1 + \frac{1}{J}u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.53)$$

Il est évident que les termes Δf et $\chi(y, u)$ ne modifient pas l'observabilité du système. Donc, les hypothèses H1 et H2 sont vérifiées. En appliquant l'injection d'entrée-sortie $-\chi(y, u)$, on définit le système

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f. \quad (3.54)$$

3.6.2 Analyse d'observabilité

Etant donné que les hypothèses H1 et H2 sont satisfaites, l'analyse d'observabilité se fera sur le système sans incertitude ($\Delta f = 0$) et après application de l'injection d'entrée-sortie $-\chi(y, u)$, *i.e.* (avec abus de notation)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J}x_3F_x(x) \\ \frac{1}{M}\left(F_x(x) - F_d(x) - F_r(x)\right) \\ 0 \end{bmatrix} = f(x) \quad (3.55)$$

Considérons la fonction

$$\Psi(x) = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ -\frac{1}{J}x_3F_x(x) \\ -\frac{1}{J}x_3 \left[\frac{dF_x}{dx} \right]^T \dot{x} \end{bmatrix}. \quad (3.56)$$

Vu la complexité de Ψ , son jacobien sera évalué numériquement : s'il est différent de 0 le long des trajectoires d'état (c'est-à-dire, si l'hypothèse H3 est vérifiée), alors Ψ est inversible et constitue une transformation d'état ($\zeta = \Psi(x)$). Cela signifie aussi que le système, avec x_1 mesuré, admet un indice d'observabilité égal à 3. Le système (3.49) sera donc observable dans le domaine de travail et la synthèse de l'observateur par modes glissants sera ainsi possible.

3.6.3 Synthèse de l'observateur

Il sera vérifié dans la section suivante que l'hypothèse H3 est satisfaite; on suppose donc dans cette section que le système (3.49) est observable. Le système (3.54) est donc transformable en le système

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= \zeta_3 \\ \dot{\zeta}_3 &= \Phi(\zeta) \\ y &= \zeta_1\end{aligned}\tag{3.57}$$

avec $\Phi(\zeta) = \Phi_n + \Delta\Phi$ (A noter qu'en pratique, $\Delta\Phi$ ne provient pas seulement de η mais aussi des incertitudes sur les paramètres ($M, J, C_f \dots$)). Etant données les conditions physiques réelles d'utilisation de l'observateur, il peut être vérifié que l'hypothèse H4 est satisfaite, c'est-à-dire $|\Phi_n(\zeta)| \leq L_\Phi$ et $|\Delta\Phi| \leq L_{\Delta\Phi}$. La structure de l'observateur proposé pour l'estimation du rayon effectif et de la vitesse du véhicule, à partir de la connaissance de la vitesse angulaire Ω et du couple appliqué à la roue Γ avec le modèle d'observation (3.49) se base sur la stratégie des modes glissants d'ordre supérieur [Lev03] (voir Section 3.3). Un observateur pour (3.57) s'écrit [Lev03, Lev10]

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\zeta}}_1 &= \hat{\zeta}_2 + \underbrace{2 L^{1/3} |\zeta_1 - \hat{\zeta}_1|^{2/3} \text{sign}(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1)}_{\gamma_1} \\ \dot{\hat{\zeta}}_2 &= \hat{\zeta}_3 + \underbrace{1.5 L^{1/2} |\gamma_1|^{1/2} \text{sign}(\gamma_1)}_{\gamma_2} \\ \dot{\hat{\zeta}}_3 &= \Phi_n(\hat{\zeta}) + \underbrace{1.1 L \text{sign}(\gamma_2)}_{\gamma_3}\end{aligned}\tag{3.58}$$

avec $L > L_\Phi + L_{\Delta\Phi}$, l'erreur d'estimation $\hat{\zeta} - \zeta$ convergeant vers 0 en un temps fini. Ainsi, d'après (3.25), un observateur de (3.49) à convergence en temps fini s'écrit, avec $\gamma_1 = 2 L^{1/3} |y - \hat{x}_1|^{2/3} \text{sign}(y - \hat{x}_1)$ et γ_2, γ_3 définis dans (3.58), selon

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, y) + \chi(y, u) + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 L^{1/3} |y - \hat{x}_1|^{2/3} \text{sign}(y - \hat{x}_1) \\ 1.5 L^{1/2} |\gamma_1|^{1/2} \text{sign}(\gamma_1) \\ 1.1 L \text{sign}(\gamma_2) \end{bmatrix}.\tag{3.59}$$

3.6.4 Résultats de simulation

Afin de tester les performances de l'observateur (3.59), il a été appliqué sur des signaux simulés provenant d'un modèle simplifié puis du modèle complet de quart de véhicule.

Validation de l'observateur sur le modèle simplifié.

Le modèle (3.49) est utilisé dans un premier temps dans le but de valider l'observateur (3.59). Les paramètres du système (3.49) et de l'observateur (3.59) sont résumés dans le Tableau 3.2

avec $c_r = 0.002$. Pour le simulateur, les conditions initiales $x(0)$ sont

$$x(0) = \begin{bmatrix} 15/0.3 \\ 15 \\ 0.3 \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

On a donc supposé une vitesse initiale $v_x = 15 \text{ m/s}$ soit 54 km/h et un rayon du pneumatique de 0.3 m . L'observateur est initialisé par

$$\hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 15/0.31 \\ 15 \\ 0.305 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

On suppose donc, à l'instant initial, une erreur de 1.6 rd/s entre les vitesses angulaires réelle et estimée, et 5 mm de différence entre le rayon réel et le rayon estimé.

La fonction η est définie telle qu'une diminution du rayon effectif de 30 cm à 27 cm entre $t_1 = 40 \text{ s}$ et $t_2 = 60 \text{ s}$ est simulée. Une commande assure un avancement du véhicule à une vitesse lentement variable dans le temps selon une vitesse désirée (avec v^d une valeur constante (40 km/h), $\omega = 2\pi f$ et $f = 0.05 \text{ Hz}$)

$$v_x^d = v^d(1 + 0.01 \sin(\omega t)).$$

La loi de commande utilisée est basée sur une approche "linéarisation entrée-sortie et placement de pôles" et est présentée en annexe C. Un bruit additif de moyenne nulle a été ajouté aux mesures en vue de simuler le bruit sur les capteurs. La variance du bruit de mesure a été fixée à 0.0001 pour la vitesse angulaire sachant qu'en pratique, la vitesse est issue directement des codeurs ABS. Le couple est obtenu, en pratique, à partir du bilan énergétique et des cartographies et sa variation avec la pression est plus importante que la variation de la vitesse angulaire ; une variance de 0.01 a donc été choisie pour simuler le bruit de mesure du couple.

Résultats de simulation. La première étape consiste en l'analyse de l'observabilité. Pour cela, la fonction Φ a été évaluée numériquement (Figure 3.5). On voit que l'hypothèse H4 est vérifiée et que $|\Phi| \leq 0.015$. La valeur du paramètre L est ainsi fixée à $L = 0.02 > |\Phi|$. Le déterminant du jacobien de la transformation Ψ , $|\frac{\partial \Psi}{\partial x}|$, étant strictement négatif (Figure 3.5), Ψ définit bien une transformation d'état et l'observabilité du système est donc effective. L'hypothèse H3 est donc satisfaite.

La Figure 3.6 montre que l'observateur donne une estimation proche de la valeur réelle du rayon de la roue. En ce qui concerne la vitesse du véhicule et la vitesse de rotation de la roue, la Figure 3.7 démontre la bonne reconstruction des variables par l'observateur.

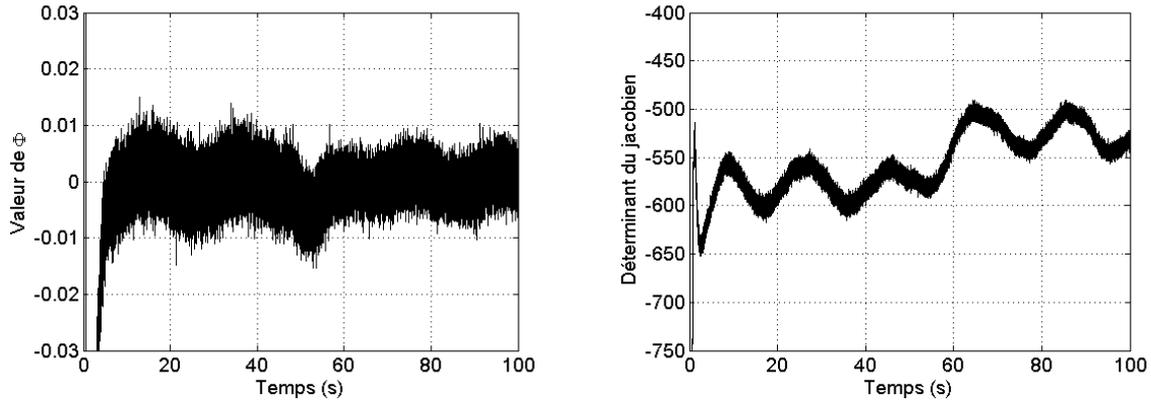


FIG. 3.5: **(Gauche.)** Fonction Φ en fonction du temps (s). **(Droite.)** Déterminant du jacobien de la transformation Ψ en fonction du temps (s).

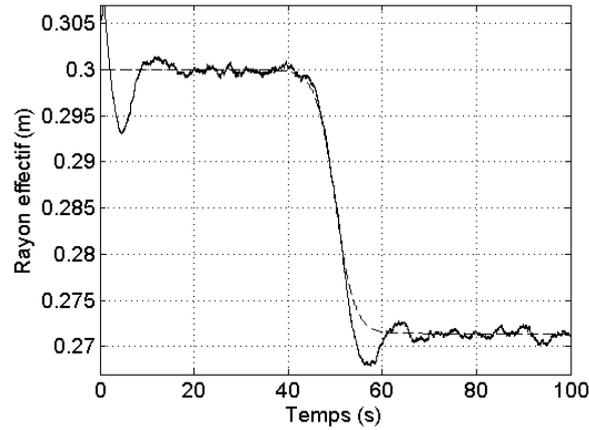


FIG. 3.6: Rayons “réel” (m) (pointillé) et estimé (m) (trait plein) en fonction du temps (s).

Evaluation de l'observateur sur le modèle complet d'un quart de véhicule.

Afin de vérifier et de valider l'efficacité de l'observateur dans un cas plus général, une simulation a été réalisée avec le modèle complet (3.38) du quart de véhicule basé sur le couplage entre les dynamiques verticale, longitudinale et rotationnelle. On rappelle que le profil de route simulé varie avec une amplitude maximale d'un millimètre et a une moyenne nulle. Les valeurs initiales $x(0)$ du système (3.38) sont

$$x(0) = \begin{bmatrix} 15/0.3 \\ 15 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

On suppose donc que, à l'instant initial, les déplacements d_c et d_r du corps du véhicule et de la roue respectivement avec leurs premières dérivées sont nuls. Les paramètres introduits dans

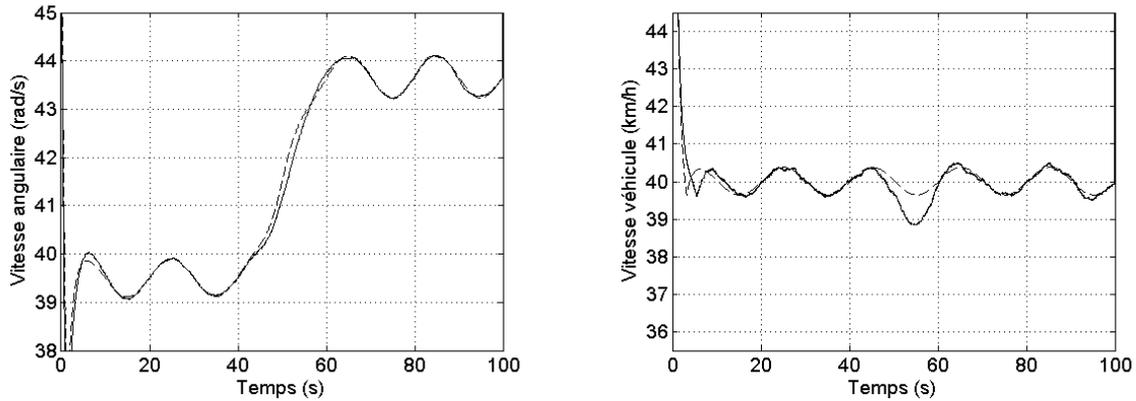


FIG. 3.7: **Gauche.** Vitesses angulaires “réelle” (rad/s) (pointillé) et estimée (rad/s) (trait plein) en fonction du temps (s). **Droite.** Vitesses d’avancement longitudinal “réelle” (km/h) (pointillé) et estimée (km/h) (trait plein) en fonction du temps (s).

le simulateur sont les mêmes que précédemment (Tableau 3.2), ainsi que les conditions de test (chute de pression, grandeurs mesurées, bruit de mesure, vitesse du véhicule et état initial de l’observateur).

L’évaluation en ligne du déterminant du jacobien de la transformation Ψ (Figure 3.8) montre l’existence de singularités de l’observabilité pour deux vitesses du véhicule différentes ($v^d = 40 km/h$, puis $30 km/h$).

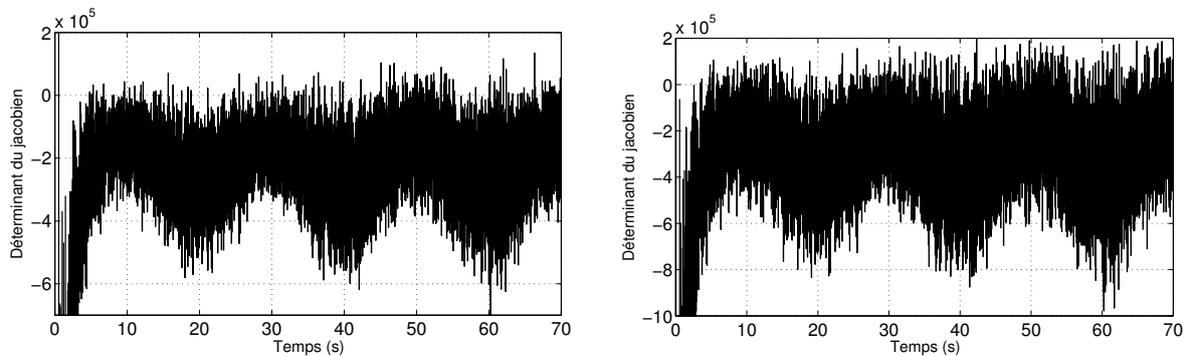


FIG. 3.8: Déterminant du jacobien de la transformation Ψ en fonction du temps (s) : **(Gauche.)** $v^d = 40 km/h$. **(Droite.)** $v^d = 30 km/h$.

L’existence de singularités d’observabilité pose évidemment des problèmes pour la bonne marche de l’observateur. Une solution est alors de passer l’observateur, lors de ces singularités, en mode estimateur, c’est-à-dire de mettre l’observateur “en boucle ouverte” : il n’y a plus de terme de correction [LAP11]. Néanmoins, comme toute solution en boucle ouverte, le passage en mode estimateur n’est pas robuste à cause, par exemple, des paramètres mal connus. Il est donc préférable d’utiliser l’estimateur de manière limitée dans le temps. Dans le cadre de notre problème, des passages en mode estimateur ont été effectués chaque fois que le module du déterminant du jacobien de la fonction Ψ est inférieur à un seuil (la valeur 0.0001 a été considérée ici). L’estima-

tion du rayon ne converge pas vers la valeur simulée (Figure 3.9) ; les singularités apparaissent régulièrement durant l'essai et la durée d'application de l'observateur n'est pas suffisante pour obtenir la convergence.

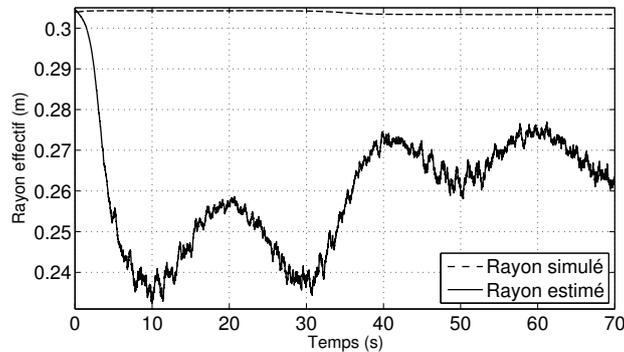


FIG. 3.9: Rayons effectifs (m) simulé (pointillé) et estimé (trait plein) en fonction du temps (s).

Il faut noter que la vitesse du véhicule n'est pas mesurée pour cet observateur et que ce dernier se base sur une relation linéaire entre la résistance au roulement et la vitesse d'avancement du véhicule ; cette hypothèse n'est valable que pour les très faibles vitesses pour les véhicules légers. De plus, la sensibilité du rayon à la variation de pression est très faible et cet observateur ne tient pas compte de la dynamique de F_r en fonction de la pression.

En raison de ces résultats, la structure de l'observateur doit donc être modifiée pour inclure l'estimation de F_r . Aussi, dans le paragraphe suivant, un observateur estimant, entre autres, la force de résistance au roulement F_r , est proposé. Pour garantir l'observabilité, l'information de vitesse du véhicule va être utilisée. Elle sera déduite de la moyenne des vitesses des roues à l'arrière et de la valeur nominale du rayon.

3.7 Observateur du rayon effectif et de la force de résistance au roulement [EMPG11, EPMG11, EPMG12]

Dans ce paragraphe, un observateur estimant conjointement R et F_r d'une roue à partir de la mesure de la vitesse angulaire, de la vitesse du véhicule et du couple à la roue est proposé. A notre connaissance, il s'agit de l'un des premiers travaux sur l'estimation de F_r . Le fait qu'il n'existe pas, à notre connaissance, de capteurs industriels d'une telle force rend ce résultat encore plus intéressant.

3.7.1 Modèle d'observation

En pratique, les variations de R et F_r sont inconnues, ce qui donne des dynamiques inconnues pour R et F_r s'écrivant

$$\begin{aligned}\dot{R} &= \eta_1(t) \\ \dot{F}_r &= \eta_2(t)\end{aligned}$$

avec η_1 et η_2 des fonctions bornées. En notant le vecteur d'état du modèle d'observation comme $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\Omega \ v_x \ R \ F_r]^T$ et $u = \Gamma$ la commande, on obtient

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J}(x_3 F_x(x) + C_f x_1) \\ \frac{1}{M}(F_x(x) - F_d(x) - x_4) \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (3.63)$$

La vitesse angulaire Ω et la vitesse du véhicule v_x constituent le vecteur de mesures $y = [y_1 \ y_2]^T = [\Omega \ v_x]^T = [x_1 \ x_2]^T$. Etant donné que x_1 et x_2 sont mesurées et u est connue, le terme

$$-\frac{C_f}{J}x_1 + \frac{1}{J}u$$

dépend seulement de variables connues. Ainsi, le système (3.63) peut être réécrit comme

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f + \chi(y, u),$$

avec

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J}x_3 F_x(x) \\ \frac{1}{M}(F_x(x) - F_d(x) - x_4) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \Delta f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}, \chi(y, u) = \begin{bmatrix} -\frac{C_f}{J}x_1 + \frac{1}{J}u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.64)$$

D'une façon similaire au paragraphe précédent, on peut montrer que les hypothèses H1 et H2 sont satisfaites.

3.7.2 Analyse d'observabilité

L'analyse d'observabilité va être menée sur le système sans incertitude ($\Delta f = 0$) et après application de l'injection d'entrée-sortie $-\chi(y, u)$, c'est-à-dire

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J}x_3 F_x(x) \\ \frac{1}{M}(F_x(x) - F_d(x) - x_4) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.65)$$

Considérons la fonction $\Psi(x)$ définie par

$$\Psi(x) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ -\frac{1}{J}x_3F_x(x) \\ x_2 \\ \frac{1}{M}\left(F_x(x) - F_d(x) - x_4\right) \end{bmatrix}. \quad (3.66)$$

Si la transformation $\Psi(x)$ est inversible sur les trajectoires, elle constitue une transformation d'état $\zeta = \Psi(x)$. Dans ce cas, cela signifie que le système (3.65), avec x_1 et x_2 mesurés, admet comme vecteur d'indices d'observabilité $[2 \ 2]^T$ ⁵. Comme précédemment, le jacobien de cette transformation sera évalué le long des trajectoires, de façon à établir l'observabilité du système (3.63). Si la fonction $\Psi(x)$ est une transformation d'état, le système (3.63) sans le terme d'injection d'entrée-sortie est donc équivalent à, *via* $\zeta = [\zeta_{11} \ \zeta_{12} \ \zeta_{21} \ \zeta_{22}]^T = \Psi(x)$,

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_1(\zeta) \\ 0 \\ \Phi_2(\zeta) \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

3.7.3 Synthèse de l'observateur

D'après la Section 3.2, l'application de la transformation d'état et de l'injection d'entrée-sortie inverses permet d'obtenir un observateur du système (3.63) basé sur la différentiation par modes glissants d'ordre 2. L'observateur s'écrit

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, y) + \chi(y, u) + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

avec

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 1.5 L_1^{1/2} |y_1 - \hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(y_1 - \hat{x}_1), \\ \gamma_2 &= 1.1 L_1 \text{sign}(\gamma_1), \\ \gamma_3 &= 1.5 L_2^{1/2} |y_2 - \hat{x}_2|^{1/2} \text{sign}(y_2 - \hat{x}_2), \\ \gamma_4 &= 1.1 L_2 \text{sign}(\gamma_3), \end{aligned} \quad (3.69)$$

L_1 et L_2 étant les gains de l'observateur.

5. Les indices d'observabilité ne sont pas uniques, le vecteur $[3 \ 1]^T$ pourrait aussi être considéré comme vecteur d'indices d'observabilité; par contre, cela signifierait l'introduction d'une structure plus sensible au bruit vu la dérivation jusqu'à l'ordre 2. Le vecteur $[2 \ 2]^T$ assure un ordre minimal de dérivations et donc une moindre sensibilité au bruit.

3.7.4 Simulations

Conditions de simulation.

Le simulateur (3.38) du quart de véhicule basé sur le modèle complet (dynamiques verticale, longitudinale et rotationnelle) est utilisé dans les mêmes conditions que la Section 3.6.4. Les variables d'état initial de l'observateur (3.68) sont

$$\hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 15/0.31 \\ 15 \\ 0.305 \\ 74 \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Le couple appliqué à la roue, sa vitesse angulaire et la vitesse du véhicule sont supposés connus. Un bruit additif de moyenne nulle a été ajouté aux mesures en vue de simuler le bruit de mesure, les variances de bruit étant fixées à 0.01 pour le couple et à 0.0001 pour les vitesses.

Résultats.

D'une façon similaire au précédent observateur, les fonctions Φ_1 et Φ_2 ont été évaluées le long des trajectoires du système : à partir de cela, les gains L_1 et L_2 ont été fixés à 0.1 (Hypothèse H4). Le déterminant du jacobien de la transformation Ψ est donné par la Figure 3.10. Comme ce déterminant ne change pas de signe, il vient que Ψ établit une transformation d'état. L'Hypothèse H3 est donc satisfaite. La vitesse angulaire et la vitesse du véhicule estimées sont visualisées

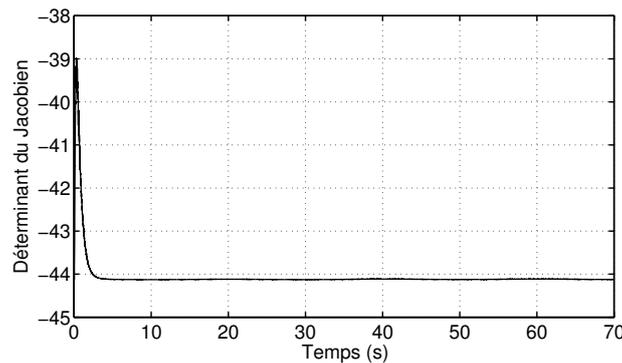


FIG. 3.10: Déterminant du jacobien du vecteur Ψ en fonction du temps (s).

respectivement sur la Figure 3.11. L'observateur assure un bon suivi de ces signaux et en fournit une reconstruction satisfaisante.

La Figure 3.12 montre respectivement le rayon et la force de résistance au roulement estimés : une bonne estimation est également réalisée, même si les effets du bruit de mesure et des fonctions discontinues sont plus présents. On rappelle que l'observateur n'a pas de connaissance *a priori* des évolutions du rayon et de la force de résistance au roulement.

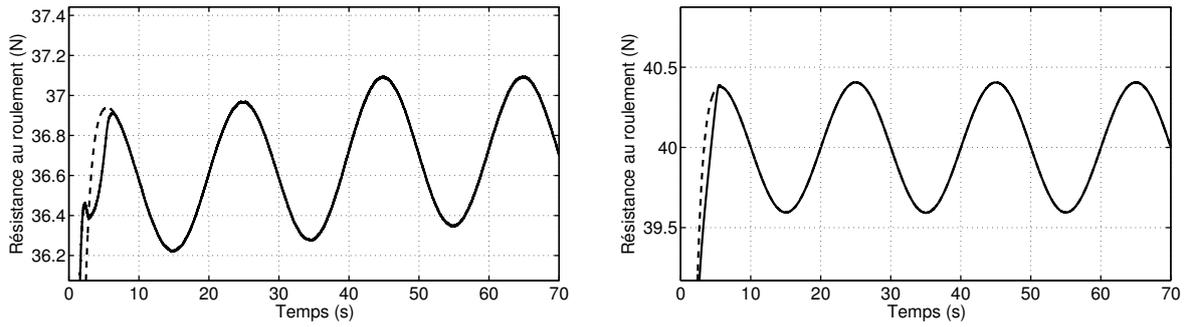


FIG. 3.11: **Gauche.** Vitesses angulaires (rd/s) “réelle” (pointillé) et estimée (trait plein) en fonction du temps (s). **Droite.** Vitesses longitudinales du véhicule (km/h) “réelle” (pointillé) et estimée (trait plein) en fonction du temps (s).

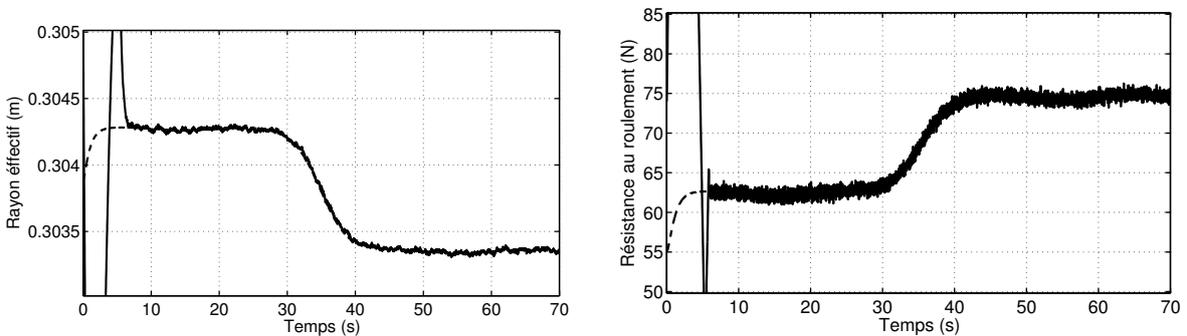


FIG. 3.12: **Gauche.** Rayons effectifs (m) “réel” (pointillé) et estimé (trait plein) en fonction du temps (s). **Droite.** Forces de résistance au roulement (N) “réelle” (pointillé) et estimée (trait plein) en fonction du temps (s).

3.7.5 Résultats expérimentaux

Afin de mettre en œuvre l’observateur précédent sur véhicule, il est nécessaire de mesurer le couple appliqué à la roue, la vitesse angulaire de la roue et la vitesse de véhicule.

Tout d’abord, le signal de couple moteur est accessible sur le bus CAN. Le rapport de transmission et de boîte de vitesse entre le couple moteur et le couple à la roue peut être obtenu à partir du rapport entre la vitesse angulaire mesurée du moteur et la moyenne des vitesses angulaires des roues à l’arrière du véhicule.

Ensuite, les vitesses angulaires des roues sont obtenues à partir des capteurs ABS. Enfin, la vitesse du véhicule est aussi accessible sur le bus CAN et est calculée à partir de la moyenne des vitesses angulaires des roues à l’avant ; néanmoins, pour une mesure plus précise, il est préférable de calculer cette vitesse à partir de la moyenne des vitesses des roues à l’arrière du véhicule données par l’ABS car le glissement est négligeable sur ces roues.

Conditions expérimentales.

L’acquisition du couple moteur et des vitesses angulaires a été menée sur le véhicule prototype (Section 2.5) conduit à une vitesse aux alentours de 40 km/h. Deux niveaux différents de pression

dans le pneumatique de la roue avant gauche ont été considérés ($P_1 = 2.3 \text{ bar}$ et $P_2 = 1.9 \text{ bar}$). La pression dans les pneumatiques des autres roues a été maintenue à sa valeur nominale (2.3 bar pour le pneumatique avant droit et 2.2 bar pour les deux pneumatiques arrière).

Résultats.

Les signaux acquis sont utilisés par l'observateur (3.68). Le déterminant du jacobien de la transformation Ψ déterminé en ligne ne présente pas de changement de signe pour les deux cas de pression et tout au long de l'essai, ce qui confirme que la propriété d'observabilité est satisfaite sur ce domaine d'utilisation. La convergence de la vitesse angulaire de la roue et de la vitesse du véhicule estimées vers les signaux mesurés est montrée dans les Figures 3.13 et 3.14. Les essais ont été fait à vitesse constante du véhicule et la baisse de la pression dans le pneumatique de la roue AvG doit provoquer une faible augmentation de sa vitesse angulaire. Néanmoins, on remarque que l'augmentation de la vitesse angulaire n'est pas perceptible sur les signaux mesurés et bruités de vitesse angulaire.

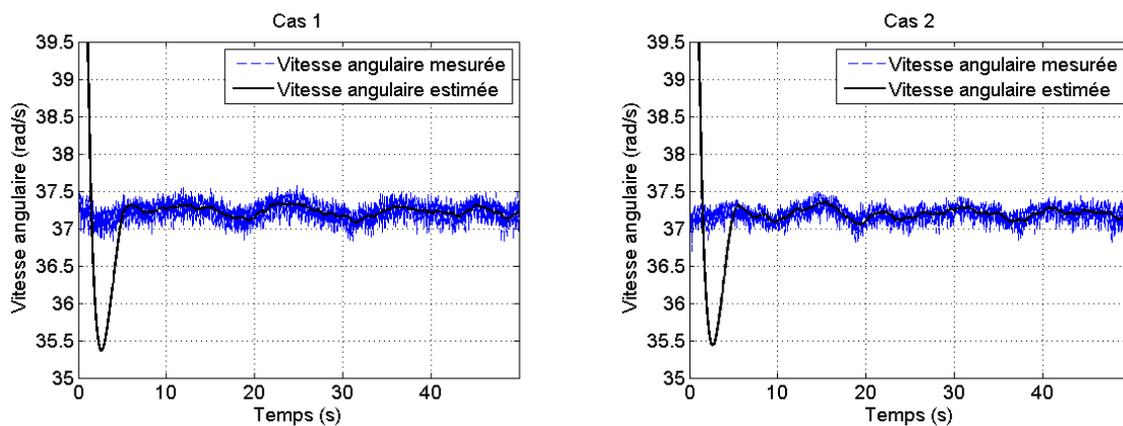


FIG. 3.13: Vitesses angulaires (rd/s) de la roue avant gauche mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes dans le pneumatique de la roue avant gauche : **Gauche.** 2.3 bar . **Droite.** 1.9 bar .

Les estimations du rayon effectif et de la résistance au roulement sont montrées dans la Figure 3.15. L'ordre de grandeur de la résistance au roulement évaluée correspond aux valeurs qui peuvent être obtenues à partir de l'équation (3.37) pour une vitesse de 40 km/h par exemple⁶. Il convient de noter que la valeur du rayon réel est supérieure à 0.3 m . Cet écart entre la valeur du rayon estimée et réelle peut s'expliquer par le fait que l'observateur présenté ici ne tient pas compte de la corrélation entre les roues sur un même essieu, et que la pression a un effet sur la clé de répartition de la charge et de la force aérodynamique entre les deux roues de l'essieu. Ces variables étant celles permettant de détecter les pertes de pression, et dans le but de voir plus clairement l'effet de la pression et d'essayer à terme de proposer un outil de détection des chutes de pression, la Figure 3.16 présente les histogrammes de ces deux variables estimées.

6. Bien entendu, il n'est pas possible de connaître avec exactitude la force de résistance au roulement réelle en raison de la non-existence de capteurs ad-hoc.

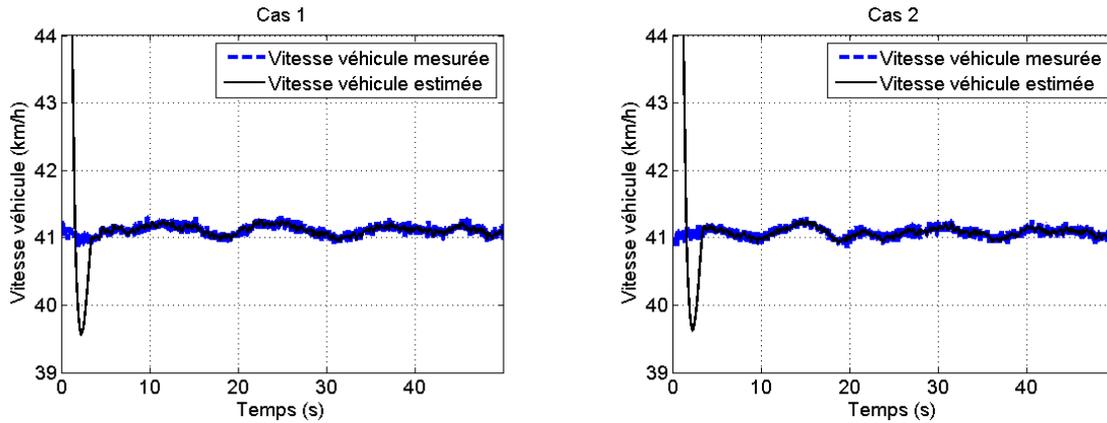


FIG. 3.14: Vitesses longitudinales du véhicule (km/h) mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes dans le pneumatique de la roue avant gauche : **Gauche.** 2.3 bar. **Droite.** 1.9 bar.

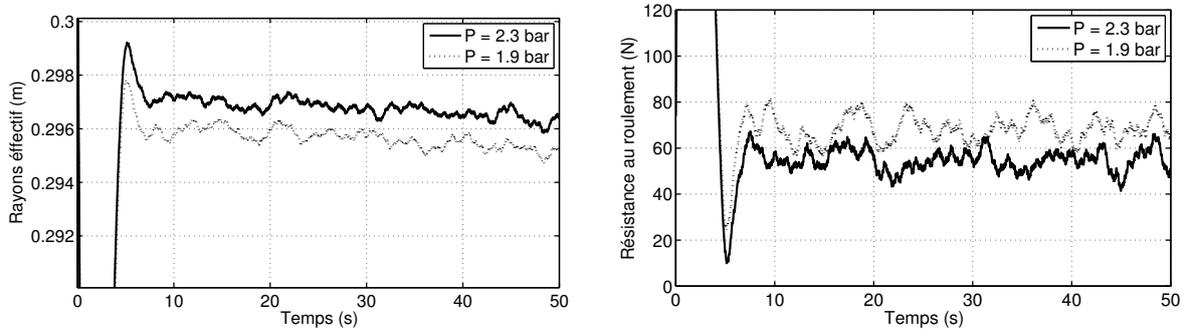


FIG. 3.15: **Gauche.** Rayons effectifs (m) de la roue avant gauche estimés en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : 2.3 bar (trait plein) et 1.9 bar (pointillé). **Droite.** Forces de résistance au roulement (N) de la roue avant gauche estimées en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : 2.3 bar (trait plein) et 1.9 bar (pointillé).

Ces représentations graphiques montrent les distributions respectives des estimés de R et F_r et confirment l'influence directe d'une chute de pression sur ces deux grandeurs. Quand la pression diminue, l'observateur donne une valeur plus faible du rayon et une valeur plus élevée pour la force de résistance au roulement. A partir de l'estimation conjointe de la résistance au roulement et du rayon effectif, l'observateur permet donc de détecter la variation de pression. Il présente aussi un temps de convergence (aux alentours de 10 s) compatible avec les objectifs des constructeurs automobiles (la norme européenne exige la détection de chute de pression sur une roue en moins de 10 min).

3.8 Observateur étendu au train avant [EPM⁺12]

L'objectif de ce paragraphe est de proposer une extension de l'étude précédente au train avant afin de concevoir un observateur prenant en compte la corrélation existant entre les deux roues de l'essieu avant. Cela permettra de corriger le biais repéré par les simulations du paragraphe précédent. A notre connaissance, cette étude n'a pas été faite précédemment dans la littérature.

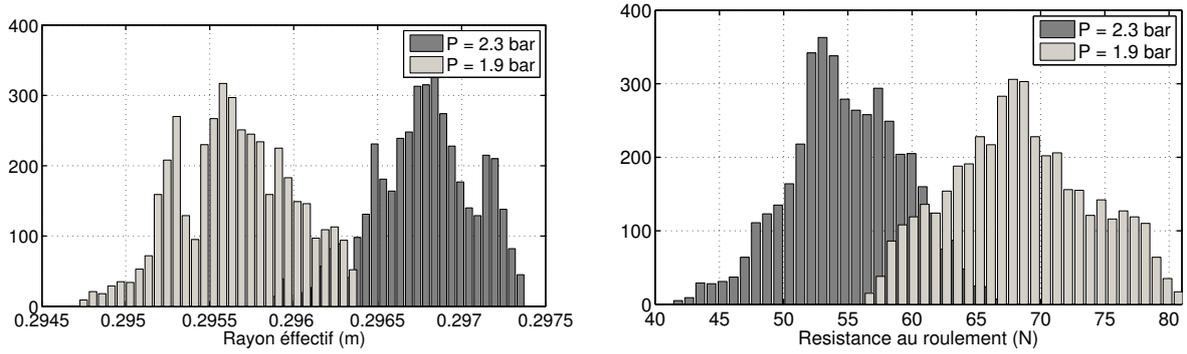


FIG. 3.16: **Gauche.** Histogrammes du rayon effectif estimé (m) de la roue avant gauche pour deux pressions différentes : 2.3 bar (gris foncé) et 1.9 bar (gris clair). **Droite.** Histogrammes de la force de résistance au roulement (N) de la roue avant gauche estimée pour deux pressions différentes : 2.3 bar (gris foncé) et 1.9 bar (gris clair).

3.8.1 Modèle d'observation

Dans l'objectif de simplifier notre étude, seules la dynamique longitudinale du train avant et les dynamiques rotationnelles des deux roues avant sont considérées. L'indice l fait référence à la roue située du côté gauche (*left*) et r à celle située du côté droit (*right*). Les variables d'état considérées sont dans ce cas $x = [\Omega_l \ \Omega_r \ v_x]^T$. Ainsi,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_l} (\Gamma_l - R_l F_{xl}(x) - C_f x_1) \\ \frac{1}{J_r} (\Gamma_r - R_r F_{xr}(x) - C_f x_2) \\ \frac{1}{M_{1/2}} (F_{xl}(x) + F_{xr}(x) - F_{d1/2}(x) - F_{rlr}) \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

avec $M_{1/2}$ la masse des deux roues, $F_{d1/2}(x)$ la force aérodynamique sur le train, Γ_l et Γ_r les couples appliqués à chacune des roues. $F_{rlr} = F_{rl} + F_{rr}$ est la force de résistance globale sur l'axe. La force $F_{xl}(x)$ et $F_{xr}(x)$ s'écrivent

$$F_{xl} = 2\mu_0 \frac{\lambda_0 \left(1 - \frac{x_3}{x_1 R_l}\right)}{\lambda_0^2 + \left(1 - \frac{x_3}{x_1 R_l}\right)^2} Mg, \quad F_{xr} = 2\mu_0 \frac{\lambda_0 \left(1 - \frac{x_3}{x_2 R_r}\right)}{\lambda_0^2 + \left(1 - \frac{x_3}{x_2 R_r}\right)^2} Mg. \quad (3.72)$$

La force aérodynamique pour l'ensemble du demi-véhicule s'écrit

$$F_d(v_x) = \frac{1}{2} \rho A_{d1/2} C_{d1/2} x_3^2. \quad (3.73)$$

Les rayons effectifs R_l et R_r des roues situées à l'avant et la force de résistance globale F_{rlr} sur le train avant ne sont pas connus et peuvent évoluer du fait de la perte de pression dans les deux

roues. Les équations suivantes sont donc utilisées

$$\begin{aligned}\dot{R}_l &= \eta_l(t) \\ \dot{R}_r &= \eta_r(t) \\ \dot{F}_{rlr} &= \eta_F(t)\end{aligned}$$

avec $\eta_l(t)$, $\eta_r(t)$ et $\eta_F(t)$ des fonctions inconnues bornées. En notant le vecteur d'état du modèle d'observation par $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [\Omega_l \ \Omega_r \ v_x \ F_{rlr} \ R_l \ R_r]^T$ avec $u = [u_1 \ u_2]^T = [\Gamma_l \ \Gamma_r]^T$ les entrées de commande, le système d'état suivant est obtenu

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_l}(x_5 F_{xl}(x) + C_f x_1) \\ -\frac{1}{J_r}(x_6 F_{xr}(x) + C_f x_2) \\ \frac{1}{M_{1/2}}(F_{xl}(x) + F_{xr}(x) - F_{d1/2}(x) - x_4) \\ \eta_F \\ \eta_l \\ \eta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u \quad (3.74)$$

avec les mesures $y = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [\Omega_l \ \Omega_r \ v_x]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$. La structure de l'observateur des rayons effectifs et de la force globale de résistance au roulement, à partir de la connaissance des vitesses angulaires Ω_l et Ω_r et des couples appliqués sur chacune des roues Γ_l et Γ_r , est basée sur ce modèle d'observation et sur la stratégie des modes glissants d'ordre supérieur [Lev03]. Les termes

$$-\frac{C_f}{J_l}x_1 + \frac{1}{J_l}u_1, \quad -\frac{C_f}{J_r}x_2 + \frac{1}{J_r}u_2$$

ne dépendent que de variables connues. Ainsi, comme précédemment, le système (3.74) peut être écrit sous la forme

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f + \chi(y, u),$$

avec

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_l}x_5F_{xl}(x) \\ -\frac{1}{J_r}x_6F_{xr}(x) \\ \frac{1}{M_{1/2}}\left(F_{xl}(x) + F_{xr}(x) - F_{d1/2}(x) - x_4\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \Delta f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \eta_F \\ \eta_l \\ \eta_r \end{bmatrix}, \quad (3.75)$$

$$\chi(y, u) = \begin{bmatrix} -\frac{C_f}{J_l}x_1 + \frac{1}{J_l}u_1 \\ -\frac{C_f}{J_r}x_1 + \frac{1}{J_r}u_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Il est aisé de vérifier que les hypothèses H1 et H2 sont satisfaites pour ce système.

3.8.2 Analyse d'observabilité

Le système "nominal" après injection d'entrée-sortie s'écrit

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_l}x_5F_{xl}(x) \\ -\frac{1}{J_r}x_6F_{xr}(x) \\ \frac{1}{M_{1/2}}\left(F_{xl}(x) + F_{xr}(x) - F_{d1/2}(x) - x_4\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = f(x). \quad (3.76)$$

Considérons la fonction suivante

$$\Psi(x) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ y_3 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix}. \quad (3.77)$$

Si le déterminant du jacobien de la fonction $\Psi(x)$ est non nul sur les trajectoires, cela implique que Ψ est une transformation d'état ($\zeta = \Psi(x)$) et que le système (3.74) est observable. Dans ce cas, le vecteur d'indice d'observabilité est égal à $[2 \ 2 \ 2]^T$.

3.8.3 Synthèse de l'observateur

D'après la Section 3.2, l'application de l'inverse de la transformation Ψ et de l'injection d'entrée-sortie $\chi(y, u)$ permet d'obtenir un observateur du système (3.74). L'observateur proposé dans le cadre de notre problème est basé sur la différentiation par modes glissants d'ordre 2 [Lev03, Lev10]. Ainsi, un observateur de (3.74) s'écrit

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, y) + \chi(y, u) + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1.5 L_3^{1/2} |y_1 - \hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(y_1 - \hat{x}_1) \\ 1.1 L_3 \text{sign}(\gamma_1) \\ 1.5 L_4^{1/2} |y_2 - \hat{x}_2|^{1/2} \text{sign}(y_2 - \hat{x}_2) \\ 1.1 L_4 \text{sign}(\gamma_3) \\ 1.5 L_5^{1/2} |y_3 - \hat{x}_3|^{1/2} \text{sign}(y_3 - \hat{x}_3) \\ 1.1 L_5 \text{sign}(\gamma_5) \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

L_3 , L_4 et L_5 étant les gains de l'observateur.

3.8.4 Résultats expérimentaux

Les paramètres utilisés pour le train avant nous ont été fournis par Renault et sont résumés dans le Tableau 3.4.

Paramètre	Valeur	Unité
J_l	1.6	$kg \cdot m^2$
J_r	1.6	$kg \cdot m^2$
$M_{1/2}$	880	kg
$A_{d1/2}$	0.65	m^2
$C_{d1/2}$	0.25	

TAB. 3.4: Paramètres du train avant

$M_{1/2}$ représente la masse du train avant avec les deux roues et la moitié du corps du véhicule. L'observateur (3.78) permettant une estimation conjointe des rayons effectifs des deux roues et de la force globale de résistance au roulement est initialisé par

$$\begin{bmatrix} \Omega_l(0) \\ \Omega_r(0) \\ v_x(0) \\ F_{rlr}(0) \\ R_l(0) \\ R_r(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15/0.31 \\ 15/0.31 \\ 15 \\ 148 \\ 0.305 \\ 0.305 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Les couples appliqués aux roues, les vitesses angulaires et la vitesse du véhicule sont supposées être mesurées.

Conditions expérimentales.

Le couple moteur et la vitesse angulaire de chacune des roues sont obtenus en conduisant le véhicule prototype à une vitesse de 40 km/h . Deux niveaux de pression dans le pneumatique de la roue avant gauche sont considérés ($P_1 = 2.3 \text{ bar}$ et $P_2 = 1.9 \text{ bar}$), la pression dans le pneumatique de la roue avant droite étant maintenue à sa valeur nominale. On suppose que les deux roues avant reçoivent du différentiel le même couple, une fois le régime permanent établi.

Résultats.

Seuls les histogrammes des estimations des rayons effectifs des roues avant et de la force globale de résistance au roulement sur le train avant sont montrés ici, vu qu'ils constituent les critères permettant de détecter les pertes de pression.

Les signaux acquis sont utilisés par l'observateur des rayons effectifs des roues et de la force globale de résistance au roulement sur le train avant. Les gains de l'observateur ont été fixés à $L_3 = L_4 = L_5 = 1$. Les Figures 3.17 et 3.18 montrent que, quand la pression est

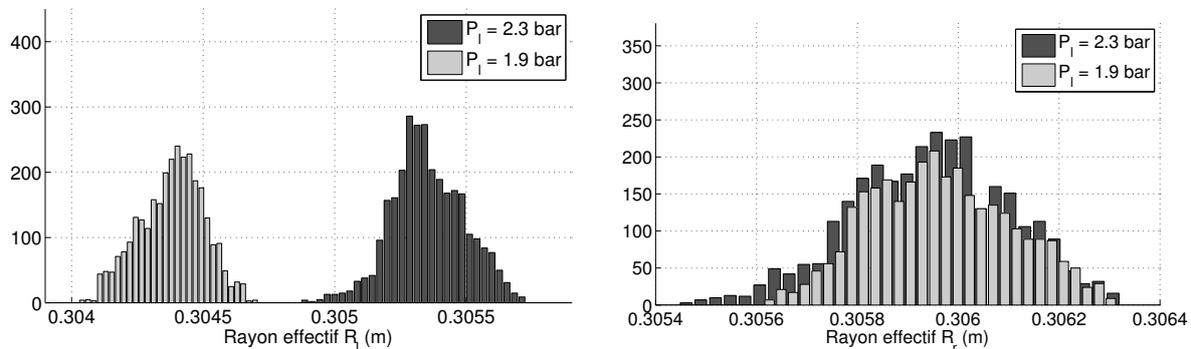


FIG. 3.17: **Gauche.** Histogrammes du rayon de la roue gauche R_l (m) estimé pour des pressions différentes dans le pneumatique avant gauche : $P_l = 2.3 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris foncé) et $P_l = 1.9 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris clair). **Droite.** Histogrammes du rayon de la roue droite R_r (m) estimé pour des pressions différentes dans le pneumatique avant gauche : $P_l = 2.3 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris foncé) et $P_l = 1.9 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris clair).

plus faible dans le pneumatique de la roue avant gauche, l'observateur donne une valeur plus faible du rayon de cette roue et une valeur plus élevée de la force de résistance au roulement sur le train avant. Le rayon de la roue avant droite est également estimé, cette estimation étant, quant à elle, constante (voir Figure 3.17-droite) : ceci corrobore parfaitement l'expérimentation. L'augmentation de la résistance au roulement globale permet de déceler une chute de pression mais cette information seule ne suffirait pas à localiser le pneumatique dégonflé. L'estimation des rayons des deux roues permet de le faire.

A noter aussi qu'en tenant compte de la corrélation entre les roues sur le même essieu, les valeurs

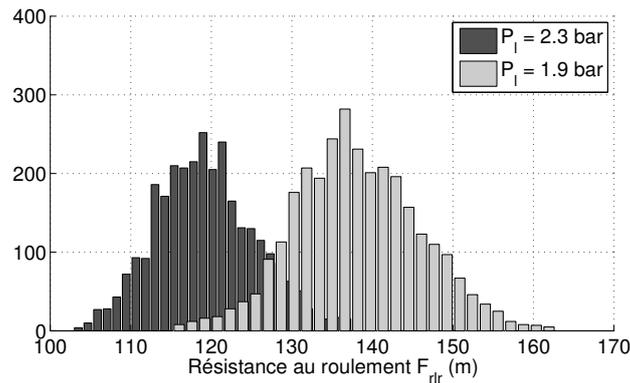


FIG. 3.18: Histogrammes de la force de résistance au roulement F_{rlr} estimée (N) pour des pressions différentes dans le pneumatique avant gauche : $P_l = 2.3 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris foncé) et $P_l = 1.9 \text{ bar}$, $P_r = 2.3 \text{ bar}$ (gris clair).

des rayons estimés obtenues dans ce cas sont plus réalistes que dans le cas précédent.

Remarque 3 Une étude de l'implémentation des deux observateurs (3.68) et (3.78) sur le calculateur du véhicule a été menée. Les principales difficultés relevées sont les opérations matricielles, notamment l'inversion du jacobien de la matrice Ψ et l'action intégrale permettant d'obtenir l'état \hat{x} à partir de $\dot{\hat{x}}$. Des solutions numériques doivent être considérées pour implémenter ce type d'opérations sur le calculateur.

3.9 Conclusion

Tout d'abord, différentes notions d'observabilité ont été rappelées dans ce chapitre, en insistant essentiellement sur les systèmes non linéaires. Ensuite, les dynamiques longitudinale et rotationnelle d'une roue et leur couplage avec la dynamique verticale d'un quart de véhicule ont été étudiées. Le modèle des dynamiques longitudinale et rotationnelle a servi à la conception d'observateurs, le modèle de couplage servant au développement d'un modèle plus complet de simulation en vue de la validation des observateurs. En effet, il est apparu que ce second modèle permet d'être plus proche de la réalité.

L'étude des relations entre la pression et le coefficient de résistance au roulement d'un pneumatique, son rayon effectif et sa raideur verticale a montré que le coefficient de résistance au roulement varie de façon beaucoup plus significative que le rayon effectif et la raideur, pour une variation de pression donnée. Dans le cadre de la détection d'une chute de pression, il s'agit d'un point-clé qui a ensuite influé sur la synthèse de 2 observateurs. Ces 2 observateurs sont certes plus complexes à mettre en œuvre que l'observateur du rayon seul, mais s'avèrent être plus performants et ont pu être validés expérimentalement. Le Tableau 3.5 résume les performances globales de ces différents observateurs.

Etat de l'observateur	$[\hat{\Omega} \hat{v}_x \hat{R}]^T$	$[\hat{\Omega} \hat{v}_x \hat{R} \hat{F}_r]^T$	$[\hat{\Omega}_l \hat{\Omega}_r \hat{v}_x \hat{R}_l \hat{R}_r \hat{F}_{rlr}]^T$
Avantages	<ul style="list-style-type: none"> - Faible dimension (3). - 2 mesures : Ω, Γ. 	<ul style="list-style-type: none"> - Estimation conjointe de R et F_r. - Variation significative de \hat{F}_r avec la pression : diagnostic possible. 	<ul style="list-style-type: none"> - Prise en compte de la corrélation entre les roues du train. - Diagnostic à l'aide de \hat{F}_{rlr}, \hat{R}_l et \hat{R}_r : localisation du pneumatique dégonflé avec \hat{R}_l et \hat{R}_r
Limites	<ul style="list-style-type: none"> - Faible variation de \hat{R} avec la pression : diagnostic difficile. - F_r supposée connue bien qu'elle varie avec la pression : estimation peu précise. 	<ul style="list-style-type: none"> - Biais sur \hat{R} à cause de la corrélation entre les roues sur un même axe. - 3 mesures : Ω, Γ, v_x. 	<ul style="list-style-type: none"> - Dimension de l'observateur : implémentation plus complexe - 5 mesures : Ω_l, Ω_r, v_x, Γ_l, Γ_r.

TAB. 3.5: Performances globales des observateurs conçus.

Dans les perspectives, il faudra impérativement considérer l'implémentation temps réel de ces observateurs en prenant en compte les différentes contraintes, notamment la complexité et le temps de calcul. Une autre piste de recherche restant ouverte est la conception d'observateurs applicables aux roues non motrices, sachant que le niveau de glissement λ est très faible et que la mesure de la vitesse du véhicule considérée ici provient de la moyenne de leurs vitesses angulaires.

Conclusion générale

La surveillance de la pression dans les pneumatiques d'un véhicule est nécessaire pour des raisons sécuritaires, écologiques et économiques.

Le travail présenté dans cette thèse a porté sur la méthode indirecte sans capteurs de pression. D'une façon générale, trois parcours essentiels ont été adoptés dans notre travail :

- i. Du point de vue "fréquentiel", profiter au maximum des signaux accessibles dans un véhicule et en extraire le plus grand taux d'information sur les caractéristiques du pneumatique et les dynamiques du véhicule en utilisant les techniques de traitement du signal et de l'analyse spectrale.
- ii. Du point de vue "système", construire des observateurs non linéaire des caractéristiques physiques des pneumatiques robustes vis-à-vis des perturbations dans les dynamiques du véhicule.
- iii. Du point de vue "électronique embarquée", penser à la manière d'implémentation du SSPPI sur un ECU embarqué réel en respectant les limitations du CPU et des RAMs.

Dans un premier temps nous avons donné dans ce mémoire un état de l'art des SSPPs industrialisés.

Ayant identifié des bandes fréquentielles adéquates révélant l'effet de la variation de pression sur les signaux de vitesses des roues d'un véhicule, la méthode d'analyse spectrale de ces signaux a été discutée dans ce rapport. Ainsi, les étapes de calcul de la vitesse angulaire, d'interpolation, de filtrage et d'estimation des fréquences de résonances ont été abordées. La simplification de la méthode d'analyse spectrale des signaux de vitesse a été une des contributions principales de nos travaux. Soulignons que lors de la synthèse des algorithmes, notre objectif était de mettre en œuvre cette chaîne sur un calculateur d'automobile. Par conséquent, nous avons d'abord proposé le calcul de la vitesse en moyennant sur un tour. Cette méthode permet de s'affranchir de la nécessité de compenser les irrégularités des cibles ABS mais aussi de filtrer les harmoniques dues au moteur. Nous avons ensuite chercher à optimiser les étapes d'interpolation et de filtrage pour manipuler des polynômes de faible ordre. Enfin, la méthode de la variable instrumentale a été proposée pour l'identification de modèles ARs(2) et pour l'estimation des fréquences de résonance contenues dans le spectre des vitesses angulaires. Cet algorithme garantit un compromis entre le biais que peut produire la méthode des moindres carrés récursifs et la complexité de calcul et de calibrage des estimateurs de kalman.

D'autre part, la synthèse des observateurs non linéaires constitue une contribution majeure de nos travaux. Les systèmes d'états susceptibles de donner lieu à des observateurs ont été étudiés. Ces travaux ont eu pour but de synthétiser des observateurs qui estiment les grandeurs non mesurables (rayon effectif, force de résistance de résistance au roulement) en utilisant exclusivement des grandeurs mesurées (vitesses angulaires, vitesse du véhicule et couple-moteur). Premièrement, un observateur à modes glissants d'ordre trois, basé sur une relation linéaire entre la force de résistance au roulement et la vitesse du véhicule, a été présenté. Cet observateur a été validé en simulation. Mais la relation entre la force de résistance au roulement et la vitesse n'est linéaire que pour les faibles valeurs de vitesse. Un deuxième observateur qui cherche à estimer le rayon effectif et la force de résistance au roulement a été donc conçu. Ensuite, par extension, un observateur à mode glissant a été élaboré pour le train avant. Cet observateur présente l'avantage de tenir compte de l'interaction qui existe entre les roues placées sur un même axe. Ces deux observateurs synthétisés ont été validés en simulation et sur des signaux expérimentaux. Le choix de la technique des modes glissants d'ordre supérieur a été fait pour ses caractéristiques bien connues de robustesse et de précision. Les résultats montrent une estimation satisfaisante du rayon effectif et/ou de la force de résistance au roulement. Nous avons, à chaque fois, mené une étude d'observabilité des différents modèles d'observation identifiés.

A la lumière des résultats obtenus au cours de nos travaux, un certain nombre de perspectives peut être envisagé. Les axes de recherche suivants sont recommandés pour continuer cet effort :

- La suite de l'intégration des approches proposées dans un système opérationnel et une validation expérimentale encore plus élaborée des solutions qui ont été conçues accompagnée d'une analyse de robustesse plus poussée,
- l'amélioration des performances à partir du lissage des signaux mesurés (en discrétisant le rapport de boîte de vitesse et en filtrant les signaux de couple à la roue, de vitesses angulaires et de vitesse du véhicule) et en tenant compte des conditions réelles de conduite,
- La proposition d'une stratégie adéquate pour la détermination adaptative des gains des observateurs et l'identification des paramètres des modèles dans les situations réelles,
- l'amélioration des algorithmes de décision et de diagnostic en ligne et le couplage des méthodes de l'automatique avec les méthodes fréquentielles de telle sorte qu'une vient valider l'autre ou la compléter,
- La possibilité d'élaborer un modèle du véhicule complet pour l'extension de l'étude à un modèle d'observation et un observateur des caractéristiques des 4 roues simultanément,
- la possibilité d'utiliser un ou 2 capteurs de pression avec une méthode indirecte . . .

Annexe A

Hypothèses considérées

Dans les conditions suivantes

1. faible vitesse ($v_x < 15 \text{ km/h}$),
2. forte accélération longitudinale ($> 1 \text{ m/s}^2$) ou freinage,
3. forte accélération latérale ($> 1 \text{ m/s}^2$),
4. conditions extrêmes de route : différence de conditions de route entre le côté droit et gauche (ex. différents dérapages), route trop raide, trajectoire avec plusieurs virages,
5. manœuvre extrême du véhicule (vitesse de lacet $> 2.5^\circ/\text{s}$, $v_x > 250 \text{ km/h}$),

les vitesses angulaires ne conviennent plus à l'étude du sous-gonflage et ne doivent donc pas être utilisées dans les calculs car, dans ces conditions, de fausses alertes sont obtenues. Les algorithmes détectent ces situations en utilisant les signaux *ESP*¹, en particulier les informations concernant la vitesse de lacet, l'accélération latérale, les mesures de l'odomètre et le couple moteur transmis aux roues.

Pour l'analyse spectrale, nous nous sommes intéressés aux signaux de vitesses angulaires des quatre roues du prototype conduit à différentes plages de vitesse et avec quatre niveaux de pression différents dans les pneumatiques :

1. les quatre roues sont à pression nominale (pression d'environ 2.3 bar),
2. une chute de pression de 10% sur les quatre roues (pression d'environ 2.1 bar),
3. une chute de pression de 20% sur toutes les roues (pression d'environ 1.8 bar),
4. une chute de pression de 30% sur les roues (pression d'environ 1.4 bar).

Les fréquences de résonance ont été estimées pour les différentes valeurs de la vitesse du véhicule à partir d'une modélisation AR et de la méthode de la variable instrumentale. Des polynômes de la forme $f_{res} = b_0 + b_1 v_x + b_2 v_x^2$ ont été identifiés par la méthode des moindres carrés sur chaque essai. En représentant la variation des différentes fréquences de résonance en fonction de v_x pour les quatre valeurs de pression, nous considérons les fréquences qui varient d'une façon

1. *Electronic Stability Program* : ce système permet de corriger la trajectoire en agissant sur le freinage et l'injection d'essence au moteur lors d'un virage pris à très grande vitesse.

monotone avec la pression pour construire la logique de détection d'une chute de pression.

Pour la synthèse des observateurs, les dynamiques latérales et l'effet de la pente de la route ne sont pas pris en compte.

Annexe B

Dynamique verticale d'un quart de véhicule

Le modèle de quart de voiture est utilisé pour décrire les dynamiques verticales du véhicule et de la roue (Figure B.1) avec

m_c et m_r : respectivement la masse suspendue ramenée sur la roue et la masse non suspendue,

z_c : la position verticale de la masse suspendue,

z_r : la position verticale de la masse non suspendue,

K_s : la raideur de la suspension,

C_s : l'amortissement de la suspension,

K_v : la raideur verticale du pneumatique,

C_v : l'amortissement vertical du pneumatique,

z_{pro} : le profil de la surface de la route.

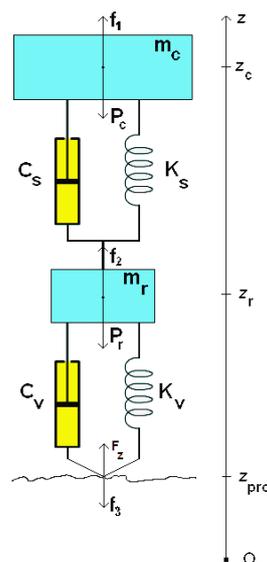


FIG. B.1: Modèle de vibration verticale

B.1 Étude statique

On considère un référentiel fixe d'origine O situé à une distance verticale Z_{pro0} du point de contact initial entre la roue et le sol et ayant l'axe vertical orienté vers le haut.

A l'état statique, la loi de Newton appliquée à la partie suspendue s'écrit

$$\vec{P}_c + \vec{F}_1 = \vec{0}, \quad (\text{B.1})$$

avec P_c son poids et F_1 la force de réaction de la suspension. En projetant sur l'axe vertical, cette équation devient

$$-P_c + F_1 = 0, \quad (\text{B.2})$$

ce qui implique

$$F_1 = P_c = m_c g. \quad (\text{B.3})$$

Or,

$$F_1 = K_s (l_{s0} - (Z_{c0} - Z_{r0})), \quad (\text{B.4})$$

avec l_{s0} la longueur à vide de la suspension, Z_{c0} la distance verticale à l'état statique du corps du véhicule et Z_{r0} la distance verticale à l'état statique du centre de la roue. Ce qui permet d'écrire

$$K_s (l_{s0} - (Z_{c0} - Z_{r0})) = m_c g. \quad (\text{B.5})$$

De même, pour la partie non suspendue, la loi de Newton donne

$$\vec{P}_r + \vec{F}_2 = \vec{0}, \quad (\text{B.6})$$

avec P_r le poids de la roue et F_2 la force de réaction de la suspension d'une part et de la raideur du pneumatique d'autre part. En projetant sur l'axe vertical, l'équation devient

$$-P_r + F_2 = 0, \quad (\text{B.7})$$

ce qui implique

$$F_2 = P_r = m_r g. \quad (\text{B.8})$$

Or,

$$F_2 = -F_1 + K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0})), \quad (\text{B.9})$$

avec R_{lib} le rayon libre de la roue. Ce qui permet d'écrire

$$-K_s (l_{s0} - (Z_{c0} - Z_{r0})) + K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0})) = m_r g. \quad (\text{B.10})$$

La combinaison des équations (B.5) et (B.10) donne (avec $M = m_c + m_r$, la masse totale du quart du véhicule)

$$K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0})) = (m_c + m_r)g = Mg, \quad (\text{B.11})$$

et la valeur de Z_{r0} peut être ainsi déduite selon

$$Z_{r0} = R_{lib} + Z_{pro0} - \frac{Mg}{K_v}. \quad (\text{B.12})$$

En remplaçant dans l'équation (B.5), Z_{c0} est identifiée selon

$$Z_{c0} = l_{s0} + R_{lib} + Z_{pro0} - \frac{Mg}{K_v} - \frac{m_c g}{K_s}. \quad (\text{B.13})$$

En utilisant la relation présentée dans l'équation (B.11), la force exercée par le système sur le sol s'écrit

$$F_3 = -K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0})) = -Mg, \quad (\text{B.14})$$

d'où la force normale exercée par le sol sur le système qui s'oppose à cette force

$$F_N = F_z = -F_3 = K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0})) = Mg. \quad (\text{B.15})$$

B.2 Etude dynamique

Soit z_c , z_r et z_{pro} les coordonnées verticales en dynamique du corps du quart de véhicule, de la roue et de la surface de la route respectivement par rapport au référentiel fixe.

La loi de Newton appliquée à la masse représentant le corps du véhicule s'écrit

$$\vec{P}_c + \vec{f}_1 = m_c \vec{a}_c, \quad (\text{B.16})$$

avec P_c et a_c respectivement son poids et son accélération verticale et f_1 la réaction de la suspension. En projetant sur l'axe vertical, l'équation devient

$$-P_c + f_1 = m_c \ddot{z}_c. \quad (\text{B.17})$$

Or,

$$f_1 = K_s (l_{s0} - (z_c - z_r)) - C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r), \quad (\text{B.18})$$

ce qui permet d'écrire

$$m_c \ddot{z}_c = K_s (l_{s0} - (z_c - z_r)) - C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r) - m_c g. \quad (\text{B.19})$$

De même pour la masse correspondant à la roue, la loi de Newton donne

$$\vec{P}_r + \vec{f}_2 = m_r \vec{a}_r, \quad (\text{B.20})$$

avec P_r et a_r respectivement le poids et l'accélération verticale de la roue et f_2 la réaction de la suspension d'une part et de la raideur du pneumatique d'autre part. En projetant sur l'axe vertical, l'équation devient

$$-P_r + f_2 = m_r \ddot{z}_r. \quad (\text{B.21})$$

Or,

$$f_2 = -f_1 + K_v (R_{lib} - (z_r - z_{pro})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}), \quad (\text{B.22})$$

ce qui permet d'écrire

$$m_r \ddot{z}_r = -K_s (l_{s0} - (z_c - z_r)) + C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r) + K_v (R_{lib} - (z_r - z_{pro})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}) - m_r g. \quad (\text{B.23})$$

B.3 Simplification et changement de variable

L'équation (B.19) peut s'écrire sous la forme

$$m_c \ddot{z}_c = K_s (l_{s0} - (Z_{c0} - Z_{r0}) + (Z_{c0} - Z_{r0}) - (z_c - z_r)) - C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r) - m_c g. \quad (\text{B.24})$$

et d'après l'équation (B.5), cette relation se simplifie en

$$m_c \ddot{z}_c = -K_s ((z_c - Z_{c0}) - (z_r - Z_{r0})) - C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r). \quad (\text{B.25})$$

D'une façon identique, l'équation (B.23) peut s'écrire sous la forme

$$\begin{aligned} m_r \ddot{z}_r &= -K_s (l_{s0} - (Z_{c0} - Z_{r0}) + (Z_{c0} - Z_{r0}) - (z_c - z_r)) + C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r) \\ &\quad + K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0}) + (Z_{r0} - Z_{pro0}) - (z_r - z_{pro})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}) \\ &\quad - m_r g. \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

D'après les équations (B.5) et (B.11), la relation se développe en

$$\begin{aligned} m_r \ddot{z}_r &= -m_c g + K_s ((z_c - Z_{c0}) - (z_r - Z_{r0})) + C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r) \\ &\quad + m_c g + m_r g - K_v ((z_r - Z_{r0}) - (z_{pro} - Z_{pro0})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}) \\ &\quad - m_r g, \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

ce qui se simplifie en

$$m_r \ddot{z}_r = K_s ((z_c - Z_{c0}) - (z_r - Z_{r0})) + C_s (\dot{z}_c - \dot{z}_r) - K_v ((z_r - Z_{r0}) - (z_{pro} - Z_{pro0})) - C_v (\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}). \quad (\text{B.28})$$

En faisant le changement de variables suivant $d_c = z_c - Z_{c0}$, $d_r = z_r - Z_{r0}$ et $d_{pro} = z_{pro} - Z_{pro0}$, le système devient

$$m_c \ddot{d}_c = -K_s (d_c - d_r) - C_s (\dot{d}_c - \dot{d}_r). \quad (\text{B.29})$$

$$m_r \ddot{d}_r = K_s (d_c - d_r) + C_s (\dot{d}_c - \dot{d}_r) - K_v (d_r - d_{pro}) - C_v (\dot{d}_r - \dot{d}_{pro}). \quad (\text{B.30})$$

Les points de référence pour les déplacements sont ainsi les points d'équilibre statique.

La force F_z s'oppose en dynamique à la force f_3 développée par la raideur et l'amortissement

du pneumatique. Cette dernière s'écrit selon

$$f_3 = -K_v (R_{lib} - (z_r - z_{pro})) + C_v(\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}), \quad (\text{B.31})$$

donc

$$F_z = -f_3 = K_v (R_{lib} - (z_r - z_{pro})) - C_v(\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}), \quad (\text{B.32})$$

qui peut se développer en

$$F_z = K_v (R_{lib} - (Z_{r0} - Z_{pro0}) + (Z_{r0} - Z_{pro0}) - (z_r - z_{pro})) - C_v(\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}). \quad (\text{B.33})$$

D'après les équations (B.5) et (B.11), la relation devient

$$F_z = Mg - K_v ((z_r - Z_{r0}) - (z_{pro} - Z_{pro0})) - C_v(\dot{z}_r - \dot{z}_{pro}). \quad (\text{B.34})$$

Avec le changement de variables $d_c = z_c - Z_{c0}$, $d_r = z_r - Z_{r0}$ et $d_{pro} = z_{pro} - Z_{pro0}$, cette force s'écrit comme

$$F_z = Mg - K_v(d_r - d_{pro}) - C_v(\dot{d}_r - \dot{d}_{pro}). \quad (\text{B.35})$$

Si le point O est fixé au point de contact initial entre la roue et le sol, alors $Z_{pro0} = 0$. En négligeant le terme d'amortissement et en remplaçant $z_r - z_{pro}$ par le rayon effectif R , l'équation (B.32) peut se simplifier en

$$F_z = K_v(R_{lib} - R). \quad (\text{B.36})$$

Comme Fz oscille faiblement autour de la valeur moyenne Mg , on peut écrire la relation approchée suivante entre R et K_v

$$K_v = \frac{Mg}{R_{lib} - R}. \quad (\text{B.37})$$

Annexe C

Commande en vitesse

Afin de tester les performances des observateurs, ils ont été appliqués sur des signaux simulés provenant d'un modèle. Une commande assure un avancement du véhicule à une vitesse lentement variable dans le temps selon une vitesse désirée (avec v^d une valeur constante (40 km/h), $\omega = 2\pi f$ et $f = 0.05$ Hz)

$$v_x^d = v^d(1 + 0.01 \sin(\omega t)).$$

La loi de commande utilisée est basée sur une approche "linéarisation entrée-sortie et placement de pôles". Un bruit additif de moyenne nulle a été ajouté aux mesures en vue de simuler le bruit sur les capteurs. La Figure C.1 montre le schéma de principe pour la simulation du système et de l'observateur du rayon effectif du pneumatique et de la vitesse du véhicule. Le schéma de principe pour la simulation du système et de l'observateur du rayon effectif et de la force de résistance au roulement du pneumatique est présenté dans la Figure C.2.

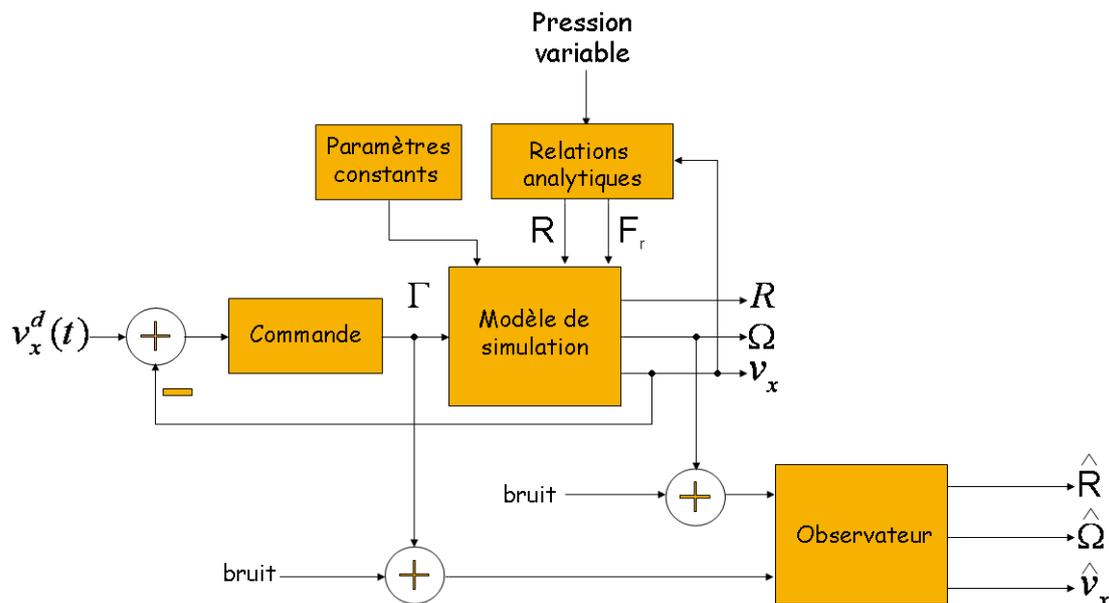


FIG. C.1: Schéma de principe pour la simulation du système et de l'observateur du rayon effectif du pneumatique et de la vitesse du véhicule.

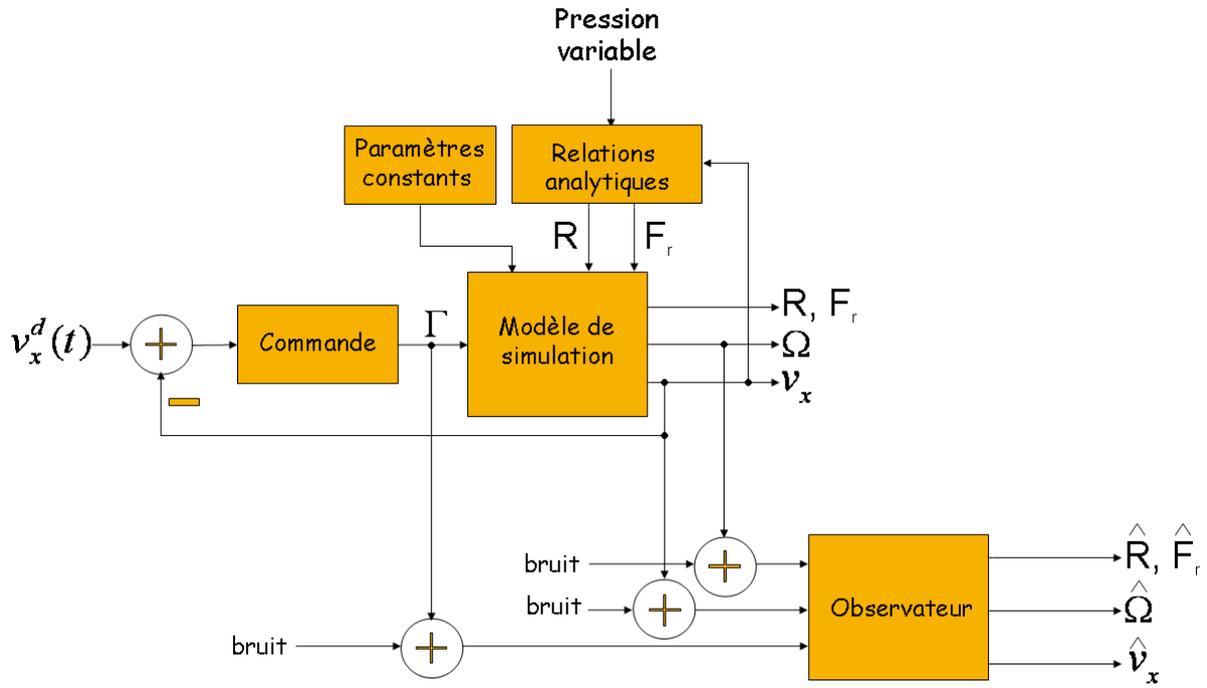


FIG. C.2: Schéma de principe pour la simulation du système et de l'observateur du rayon effectif et de la force de résistance au roulement du pneumatique.

Commande pour le quart de véhicule. Une commande est utilisée pour simuler un avancement avec une vitesse longitudinale désirée $v_x^d(t)$ du véhicule. Soit la sortie commandée

$$h = R\Omega - v_x^d(t) \quad (\text{C.1})$$

avec $v_x^d(t)$ le profil à suivre par la vitesse.

Le degré relatif est 1, ce qui donne

$$\begin{aligned} \dot{h} &= \dot{R}\Omega + \frac{R}{J} (\Gamma - RF_x - C_f\Omega) - \dot{v}_x^d \\ &= \underbrace{\dot{R}\Omega - \frac{R}{J} (RF_x + C_f\Omega) - \dot{v}_x^d}_{\alpha(x,t)} + \underbrace{\frac{R}{J} \Gamma}_{\beta(x)} \\ &= -k h. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Ainsi, le couple peut s'écrire

$$\Gamma = \beta^{-1} \left(-\alpha(x,t) - k \left(v_x - v_x^d(t) \right) \right) \quad (\text{C.3})$$

avec $k > 0$. La valeur $k = 1$ est utilisée par la suite.

Annexe D

Observateurs

D.1 Introduction

Pour des raisons techniques, il est difficile ou il n'est pas toujours possible de mesurer toutes les grandeurs physiques du système (par exemple, le flux rotorique d'une machine asynchrone, l'orientation absolue d'un robot bipède, ...). On peut également vouloir réduire au maximum le nombre de capteurs de mesure, ceci afin de diminuer le coût du processus et de limiter les pannes¹. Aussi, la dimension du vecteur des sorties mesurées est souvent inférieure à celle de l'état. Il faut donc trouver un moyen de connaître l'état à partir des informations qui sont à la disposition de l'utilisateur, à savoir les entrées et les sorties mesurées du système. Ce problème peut être résolu en utilisant un observateur. Il s'agit d'un système dynamique qui donne une estimation de l'état à partir de la connaissance des entrées et des sorties mesurées. Il faut noter qu'un observateur peut aussi être utilisé pour filtrer une mesure bruitée ou pour détecter des pannes dans un processus physique.

Une condition nécessaire d'existence d'un observateur pour un système donné est l'observabilité de ce système. L'observabilité d'un système peut être vue de manière intuitive comme la propriété suivante : l'état du système étudié peut être exprimé en fonction des sorties et des entrées (et d'un certain nombre de leurs dérivées respectives). Dans le cas des systèmes linéaires invariants, le problème de la synthèse de l'observateur a été résolu dans [Lue64, Lue71], l'existence d'un observateur pour un système donné étant seulement conditionnée par la propriété d'observabilité (à noter que cette propriété ne dépend pas de l'entrée pour les systèmes linéaires). Les dynamiques de l'observateur sont linéaires, la convergence de l'état estimé vers l'état réel pouvant être choisie exponentielle et plus ou moins rapide.

La synthèse d'un observateur, complètement résolue pour les systèmes linéaires, est un problème encore largement ouvert pour les systèmes non linéaires. La notion d'observabilité des systèmes non linéaires a été largement étudiée. Une étude détaillée de l'observabilité de systèmes non linéaires peut être trouvée dans [HK77] (on peut également citer [Nij81, Nij82, DF91]). Un problème important de l'observabilité des systèmes non linéaires a été mis en évidence dans [GB81] : en effet, contrairement aux systèmes linéaires, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend

1. Dans le cadre de cette thèse, il s'agit bien de la réduction du nombre de capteurs qui a motivé la synthèse d'observateurs.

de l'entrée du système. Dans [GB81], une classe de systèmes non linéaires dont l'observabilité ne dépend pas des entrées est présentée. Les approches pour résoudre le problème de la synthèse des observateurs pour des systèmes non linéaires sont nombreuses. On ne mentionnera ici que certaines d'entre elles, cette liste n'étant pas exhaustive.

La première approche est celle qui consiste à appliquer des transformations (d'état, de sortie) aux systèmes non linéaires afin de les rendre linéaires modulo une injection d'entrée-sortie. Les travaux [KI83, KR85, XG89], par une approche géométrique, et [Kel87, PGM95, Che96, PG97] par une approche algébrique, proposent une linéarisation exacte des dynamiques du système. La construction d'un observateur consiste alors en la définition d'un observateur de Luenberger complétée d'un terme non linéaire dépendant de la sortie et de l'entrée. Les observateurs issus de cette technique ont trouvé des applications dans différents domaines telle que la robotique [PC94, Che96] ou l'électrotechnique [CN93, Chi94]. Néanmoins, leur champ d'application reste relativement limité, sauf à utiliser un nombre élevé de dérivées de la sortie et de l'entrée. Cette utilisation a un coût en terme de qualité de la reconstruction (bruit).

Une autre classe d'observateurs est celle des observateurs à grands gains. Cela consiste à augmenter l'influence des dynamiques linéaires de l'observateur (à l'aide de gains élevés) par rapport aux dynamiques non linéaires. On peut citer [BH91, GHO92] donnant des conditions nécessaires d'existence d'un observateur, avec des hypothèses sur les dynamiques du système (fonctions lipschitziennes sur un compact) et sur l'observabilité du système (système uniformément observable [GB81]). On peut trouver des applications de cette théorie par exemple dans la chimie [GHO92] ou l'électrotechnique [Mar93]. Ces observateurs s'appliquent à une large classe de systèmes, mais ils s'avèrent peu robustes face aux erreurs de modélisation et aux perturbations. On peut également citer les observateurs par modes glissants [SHM87, dWS91, Her94, BB98, FBP02, DFL05]. Cette technique consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques de l'erreur d'estimation à tendre vers une surface de glissement. L'attractivité de la surface de glissement est assurée par une condition dite de glissement. Cette classe d'observateurs trouve des applications par exemple pour les systèmes mécaniques [dWS91, Her94, MT02, DFL05] et dans l'électrotechnique [Her94, FBP02]. Ces observateurs affichent une bonne tenue face aux erreurs de modèle [Slo85], mais le terme correctif est une fonction discontinue (fonction *sign*). Cette fonction discontinue fait apparaître un phénomène appelé le *chattering*.

Pour limiter le *chattering*, des observateurs par modes glissants d'ordre supérieur ont été introduit [BB98, FBP02]. Les avantages de ces observateurs sont un *chattering* limité, une bonne robustesse et une convergence en temps fini. A noter que nombre de ces solutions d'observation est basé sur la forme canonique d'observabilité : les observateurs sont donc des différentiateurs robustes (proches des commandes par retour statique de sortie).

Enfin, on peut citer [EK02, MFA03] pour les observateurs à convergence en temps fini, dont la spécificité est que le terme correctif est une fonction continue, tout en garantissant une convergence en temps fini de l'erreur d'estimation, grâce à l'introduction d'un bloc contenant un retard.

Dans ce chapitre, ces différentes solutions pour l'observation des systèmes non linéaires seront exposées.

D.2 Observateurs non linéaires

D.2.1 Observateurs à grands gains

Cette classe d'observateurs, s'appliquant à une classe de systèmes physiques très étendue, a été étudiée à travers de nombreux travaux [HLM90, BH91, Mar93], et étendue puis appliquée à l'électrotechnique, en chimie [GHO92, Mar93], en électropneumatique [GPB⁺06]. Le résultat rappelé dans cette partie est issu de [GHO92]. Une des hypothèses de base pour pouvoir appliquer ce type d'observateur est que le système soit uniformément observable pour toute entrée. On considère le système non linéaire suivant

$$\begin{aligned}\hat{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{D.1}$$

On se place dans le cas où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$.

Théorème 1 *Le système (D.1) est uniformément observable pour toute entrée u si et seulement s'il est localement équivalent au système*

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= \begin{bmatrix} \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \vdots \\ \zeta_n \\ \Phi(\zeta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\zeta_1) \\ g_2(\zeta_1, \zeta_2) \\ \vdots \\ g_{n-1}(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{n-1}) \\ g_n(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n) \end{bmatrix} u = A\zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Phi(\zeta) \end{bmatrix} + g'(\zeta)u \\ y &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]\zeta = C\zeta\end{aligned}\tag{D.2}$$

■

On pose l'hypothèse suivante

Hypothèse 1 *En notant $\bar{\zeta}_i = [\zeta_1, \dots, \zeta_i]^T$, toute fonction $g_i(\bar{\zeta}_i)$ (avec $1 \leq i \leq n$) du système (D.2) est globalement lipschitzienne.*

Théorème 2 [GHO92] *Supposons que le système (D.1) soit uniformément observable pour toute entrée u et que l'Hypothèse 1 soit satisfaite. Soit le système*

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \left[\frac{\partial \Psi(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \Lambda^{-1} K (y - C\hat{x})\tag{D.3}$$

avec

$$\Psi(x) = \begin{bmatrix} h_i \\ \mathcal{L}_f h \\ \vdots \\ \mathcal{L}_f^{n-1} h \end{bmatrix},$$

la matrice K , telle que $A - KC$ est Hurwitz, $\Lambda(T) = \text{diag}[\tau \ \tau^2 \ \dots \ \tau^{n-1}]$ et $\tau > 0$ ($\mathcal{L}_f^i h$ étant la dérivée de Lie)². Alors, pour toute entrée u uniformément bornée, le système (D.3) est un observateur de (D.2) sur \mathbb{R}^n .

D.2.2 Observateurs continus à convergence en temps fini

L'idée est de construire un observateur continu à convergence en temps fini pour les systèmes linéaires [EK02] et pour une classe réduite de systèmes non linéaires (systèmes linéarisables *via* une transformation d'état et une injection d'entrée-sortie) [MFA03]. Les observateurs considérés ici ont un terme correctif continu. Du point de vue technique, il est intéressant de voir la philosophie de leur démarche : l'observateur se compose d'un système dynamique (qui est en fait une double copie du système à observer), d'une cellule comportant un retard D et d'une fonction e^{FD} . La valeur D correspond au temps de convergence de l'observateur. Seule la synthèse pour un système linéaire sera développée ci-après. Soit le système linéaire

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{D.4}$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$ l'état, $u \in \mathbb{R}^m$ l'entrée et $y \in \mathbb{R}^p$ la sortie mesurée, $x(t_0) = x_0$. On suppose la paire (C, A) observable. Considérons les 2 systèmes

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= Az_1 + Bu + H_1(y - Cz_1) \\ \dot{z}_2 &= Az_2 + Bu + H_2(y - Cz_2) \end{aligned} \tag{D.5}$$

avec les matrices H_1 et H_2 définies telles que chacun des 2 sous-systèmes de (D.5) soit un observateur de (D.4). On définit F_i ($1 \leq i \leq 2$) par $F_i = A - H_i C$. Pour la construction de l'observateur en temps fini, les deux systèmes (D.5) doivent avoir des dynamiques différentes : on choisit alors les valeurs propres de F_1 et F_2 de telle manière qu'elles soient différentes (d'où

2. La dérivée de Lie d'une fonction $h(x)$ le long d'un champ de vecteur $f(x)$ est notée $\mathcal{L}_f h(x)$ et est définie par

$$\mathcal{L}_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x)$$

Si la fonction h est dérivée k fois le long de f , on note alors $\mathcal{L}_f^k h$ la fonction définie par

$$\mathcal{L}_f^k h(x) = \frac{\partial \mathcal{L}_f^{k-1} h(x)}{\partial x} f(x)$$

$H_1 \neq H_2$). On fusionne les deux systèmes (D.5) sous la forme

$$\dot{z} = Fz + Gu + Hy \quad (\text{D.6})$$

avec $z = [z_1^T \ z_2^T]^T$, $H = [H_1 \ H_2]^T$, $G = [B \ B]^T$ et $F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix}$.

Théorème 3 [EK02] *Étant donnés les systèmes linéaires (D.4) et (D.6), le système dynamique, avec $D > 0$,*

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + Gu + Hy \\ \hat{x}(t) &= K[z(t) - e^{FD}z(t-D)] \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

est un observateur à convergence en temps fini de (D.4) avec $\hat{x}(t) = x(t)$ pour $t > D$ si

– *F a toutes ses valeurs propres à partie réelle négative,*

– $\det[T, e^{FD}T] \neq 0$, $T = \begin{bmatrix} I_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}$

– $K = [I_{n \times n}, 0_{n \times n}][T, e^{FD}T]^{-1}$.

Preuve. L'équation d'erreur d'estimation entre le système (D.4) et l'observateur (D.5), pour $t \geq 0$, s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(z - Tx) &= Fz + Hy + Gu - T(Ax + Bu) \\ &= F(z - Tx) \end{aligned}$$

En posant l'erreur d'observation $e(t) = z(t) - Tx(t)$, on a

$$\begin{aligned} e(t) &= e^{Ft}e(0) \\ z(t) - Tx(t) &= e^{Ft}T[z(0) - x(0)] \end{aligned}$$

avec $z_1(0) = z_2(0) = z(0)$. Il vient

$$z(t) = Tx(t) + e^{Ft}T[z(0) - x(0)]$$

En remplaçant $z(t)$ et $z(t-D)$ dans l'expression

$$\hat{x}(t) = K[z(t) - e^{Fd}z(t-D)],$$

on a pour $t \geq D$

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= K[z(t) - e^{FD}z(t-D)] \\ &= \underbrace{KT}_{I_n \times n} x(t) + Ke^{Ft}e(0) - \underbrace{Ke^{FD}T}_{0_n \times n} x(t-D) - K \underbrace{e^{FD}e^{-FD}}_{I_n \times n} e^{Ft}e(0) \\ &= x(t)\end{aligned}$$

La convergence de l'observateur (D.7) vers le système (D.4) est donc faite en un temps fini exactement égal à D . On va maintenant s'intéresser à ce qui se passe pour $0 < t < D$. Remplaçons $z(t)$ et $z(t-D)$ dans l'expression

$$\hat{x}(t) = K[z(t) - e^{FD}z(t-D)]$$

On a, pour $0 < t < D$,

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= K[z(t) - e^{FD}z(t-D)] \\ &= \underbrace{KT}_{I_n \times n} x(t) + Ke^{Ft}e(0) - \underbrace{Ke^{FD}T}_{0_n \times n} z(0) \\ &= x(t) + Ke^{Ft}T(x(0) - z(0))\end{aligned}$$

Lorsque on a $t = D$, $\hat{x}(D) = x(D) + \underbrace{Ke^{FD}T}_{0_n \times n}(z(0) - x(0)) = x(D)$. On peut donc conclure que l'évolution de \hat{x} s'écrit

$$\hat{x}(t) = \begin{cases} x(t) + Ke^{Ft}T(z(0) - x(0)) & \text{pour } 0 < t < D \\ x(t) & \text{pour } t \geq D \end{cases} \quad (\text{D.8})$$

On peut remarquer qu'il n'y a pas de discontinuité dans l'estimation de \hat{x} ; néanmoins, pour $0 < t < D$, on peut voir apparaître des régimes transitoires importants fonctions du gain K et de l'erreur initiale $z(0) - x(0)$. De cette démarche, on peut voir que la connaissance de la forme temporelle de l'erreur est primordiale. C'est une raison pour laquelle la généralisation à des systèmes non linéaires très généraux est difficile.

D.2.3 Observateur par modes glissants d'ordre 1

Les observateurs décrits dans ce paragraphe reposent sur la théorie des systèmes à structure variable, et ont été étudiés dans [SHM87, dWS91]. La technique des modes glissants (en commande) utilise une fonction discontinue pour satisfaire la condition de stabilité. De plus, pour un certain choix de surface, on obtient, une fois le régime glissant établi, une dynamique de l'erreur sortie-consigne stable et linéaire. Dans le cas des observateurs par modes glissants, les dynamiques concernées (c'est à dire à faire "glisser") sont celles de l'erreur d'estimation de l'état. On impose l'évolution de ces dynamiques sur une surface qui correspond à une erreur d'estimation tendant vers 0. Ensuite, les dynamiques sur cette surface sont stabilisées de manière à annuler

l'erreur d'estimation. Des notions théoriques peuvent être trouvées dans [SHM87], ainsi que des applications à la robotique [dWS91] ou à l'électrotechnique [Her94]. On illustre, ici, la synthèse des observateurs par modes glissants par l'exemple suivant.

Exemple 1 *Soit le système non linéaire*

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2) + F \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{D.9}$$

avec F une fonction d'incertitude bornée. Le système dynamique

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \alpha_1(x_1 - \hat{x}_1) + k_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + \alpha_2(x_1 - \hat{x}_1) + k_2 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) + F\end{aligned}\tag{D.10}$$

est un observateur de (D.9), avec α_1 , α_2 , k_1 et k_2 constants positifs. En effet, les dynamiques de l'erreur d'estimation, notée $e = [e_1 \ e_2]^T$, sont données par

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 + \alpha_1 e_1 + k_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= f(x_1, x_2) - f(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + \alpha_2 e_1 + k_2 \text{sign}(e_1) + F\end{aligned}\tag{D.11}$$

On suppose que $f(x_1, x_2) - f(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ est bornée. Il est alors montré dans [SHM87, Her94] que dans la région

$$|e_2| < k_1,\tag{D.12}$$

la dérivée de la fonction de Lyapunov $V = \frac{1}{2}e_1^2$ est négative, $e_1\dot{e}_1 < 0$. Cela signifie que l'erreur d'estimation e_1 diminue et tend vers 0. Aussi, on peut en déduire que le segment

$$\begin{aligned}e_1 &= 0 \\ |e_2| &< k_1\end{aligned}\tag{D.13}$$

est attractif. La constante α_1 permet d'élargir la région d'attraction du segment (D.13) dans le plan (e_1, e_2) . La constante α_2 permet d'augmenter la vitesse de décroissance de \dot{e}_2 en dehors de la surface $e_1 = 0$ en choisissant α_1 et α_2 de telle sorte que les dynamiques (D.13) linéarisées en $(0, 0)$ avec $k_1 = 0$ et $k_2 = 0$ soient stables. En choisissant la surface suffisamment petite autour de 0, l'état estimé par l'observateur converge vers l'état réel.

Les propriétés des modes glissants d'ordre 1 sont

- la robustesse par rapport à des incertitudes [Utk92, Flo00, PB99]
- la convergence en temps fini [SHM87, Her94].

L'inconvénient des modes glissants d'ordre 1 est le phénomène de *chattering*. Ce dernier n'est pas désirable car il induit des dynamiques de haute fréquence du système. De nombreuses études ont été effectuées dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène : par exemple, on peut modifier la fonction *sign* [UGS99] en la transformant en la fonction "sat" ce qui induit une baisse de la robustesse. Une solution pour résoudre ce problème est l'introduction de nouvelles dynamiques.

Cette technique est à la base du concept des modes glissants d'ordre supérieur, qui permettent d'atténuer le *chattering*, tout en conservant les qualités de robustesse et de précision [PB99].

D.2.4 Modes glissants d'ordre 2 : une solution pour l'observateur

Dans ce paragraphe, seule l'approche de la commande par modes glissants d'ordre 2 sera abordée. Les observateurs auront les mêmes caractéristiques que la commande décrite ci-après, *i.e.* convergence en temps fini, robustesse, précision. Le concept des modes glissants d'ordre supérieur a été introduit dans les années 80 par Emel'yanov [EKL86] et Levant [Lev93]. La commande par modes glissants d'ordre supérieur est caractérisée par une commande discontinue agissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement au lieu d'agir uniquement sur la première dérivée, comme dans le cas des modes glissants d'ordre un. Ceci réduit fortement le *chattering*. Les principaux avantages de cette commande sont

- Conservation des avantages liés à l'approche par modes glissants d'ordre un (robustesse, convergence en temps fini),
- Atténuation des effets du *chattering* sur les actionneurs,
- Amélioration des performances (précision).

Dans la suite, sera présenté un algorithme de commande pouvant faire office de dérivateur, le *Super Twisting* [Lev93]. Sa nature (commande par modes glissants d'ordre 2 type retour de sortie) lui confère la possibilité d'être utilisé comme observateur pour des systèmes d'indice d'observabilité égal à 2. Soit le système non linéaire

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{D.14}$$

où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état. u est l'entrée de commande. Les fonctions $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sont supposées suffisamment dérivables, mais connues de façon incertaine et bornée. Considérons à présent l'écart de poursuite représenté par la variable de glissement

$$s(x, t) = y - y_d(t) \tag{D.15}$$

où $y_d(t)$ est une trajectoire de référence suffisamment dérivable. Dans le cas d'un observateur, y est par exemple la mesure estimée, et $y_d(t)$ est la "cible", c'est-à-dire la mesure réelle. Le problème posé est de contraindre les trajectoires du système (D.14) à évoluer en temps fini sur la surface de glissement

$$S = \{x \in \mathcal{X} | s(x, t) = \dot{s}(x, t) = 0\}$$

L'objectif d'une commande par modes glissants d'ordre 2 est de générer un régime glissant sur une surface de glissement en assurant $s(x, t) = \dot{s}(x, t) = 0$ en un temps fini, malgré les incertitudes. Dans le cas des observateurs, cela veut dire que l'erreur d'estimation de la mesure et sa dérivée sont annulées : il est donc évident que cela répond aux cahiers des charges d'un observateur pour système avec indice d'observabilité égal à 2. Néanmoins, dans le cas de la

synthèse d'observateurs, une condition supplémentaire est requise : seule l'erreur d'estimation de mesure est disponible et utilisable, ce qui est le cas pour l'algorithme du *Super Twisting* (et non le *Twisting* [Lev97] par exemple). En dérivant deux fois l'équation de glissement $s(x, t)$, on a

$$\dot{s}(x, t) = \frac{\partial s(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial s(x)}{\partial x} [f(x) + g(x)u]$$

et

$$\ddot{s}(x, t) = \frac{\partial^2 s(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial \dot{s}(x, t)}{\partial x} [f(x) + g(x)u] + \frac{\partial \dot{s}(x, t)}{\partial u} \dot{u}$$

On pose

$$\begin{aligned} A(x, t) &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{s} + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s} f(x) \\ B(x, t) &= \frac{\partial}{\partial u} \dot{s} \end{aligned}$$

Soit le changement de coordonnée d'état

$$\begin{cases} y_1 = s \\ y_2 = \dot{s} \end{cases} \quad (\text{D.16})$$

Si le degré relatif est égal à 1, le problème de la commande par modes glissants d'ordre 2 du système (D.14) est équivalent à la stabilisation, en l'origine et en temps fini, du système [LPG07]

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = A(x) + B(x)\dot{u} \end{cases} \quad (\text{D.17})$$

Si le degré relatif est égal à 2, le problème de la commande par modes glissants d'ordre 2 du système (D.14) est équivalent à la stabilisation, en l'origine et en temps fini, du système [LPG07]

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \tilde{A}(x) + \tilde{B}(x)u \end{cases} \quad (\text{D.18})$$

Dans ce dernier cas, la discontinuité de la commande par modes glissants est appliquée sur la dérivée \dot{u} , qui devient la nouvelle variable de commande du système considéré et conduit à l'obtention d'un régime glissant d'ordre deux sur la surface S . De cette façon, l'entrée u du système est maintenant continue et permet d'éliminer la réticence.

”Super Twisting Algorithm”. [Lev93]

Le problème de la commande est de stabiliser en temps fini un système du deuxième ordre suivant

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= A(x, t) + B(x, t)\dot{u} \end{aligned} \tag{D.19}$$

où $A(x, t)$ et $B(x, t)$ sont des fonctions mal connues mais bornées telles que $\Phi > 0$, $|A(x, t)| \leq \Phi$, $0 < \Gamma_m \leq B(x, t) \leq \Gamma_M$. La convergence de l’algorithme Super Twisting est régie par les rotations autour de l’origine du diagramme de phase. Cette loi a été conçue pour la commande de systèmes (D.19) ayant un degré relatif égal à 1 et n’utilise que l’information s (ce qui convient parfaitement pour l’utiliser en dérivateur/observateur). La loi de commande est formée de deux parties : la première est définie par sa dérivée par rapport au temps (u_1), tandis que la deuxième est donnée par la fonction continue de la variable de glissement (u_2)

$$u = u_1 + u_2$$

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \begin{cases} -u & \text{si } |u| > u_M \\ -W \text{sign}(s) & \text{si } |u| \leq u_M \end{cases} \\ u_2 &= \begin{cases} -\lambda_1 |s_0|^{\rho_1} \text{sign}(s) & \text{si } |s| > s_0 \\ -\lambda_1 |s|^{\rho_1} \text{sign}(s) & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases} \end{aligned}$$

u_M est une constante positive qui représente la valeur maximale (admissible, par exemple pour des raisons technologiques) de la commande. Les conditions de convergence en temps fini sont

$$\begin{aligned} W &> \frac{\Phi}{\Gamma_m} \\ \lambda_1^2 &\geq \frac{4\Phi \Gamma_M V_m + \Phi}{\Gamma^2 \Gamma_m V_M - \Phi} \\ 0 &< \rho_1 \leq 0,5 \end{aligned}$$

où V_m et V_M sont deux constantes. Cette technique est robuste, et ne nécessite pas la connaissance de la dérivée de s . Grâce à cela, le nombre de capteurs du système est réduit ainsi que le temps de calcul de cette loi (pas de calcul de la dérivée de s).

Annexe E

Résultats d'observation en phase d'accélération

Conditions expérimentales.

L'acquisition du couple moteur et des vitesses angulaires a été menée sur le véhicule prototype (Section 2.5) pendant une phase d'accélération. Deux niveaux différents de pression dans le pneumatique de la roue avant gauche ont été considérés ($P_1 = 2.3 \text{ bar}$ et $P_2 = 1.9 \text{ bar}$). La pression dans les pneumatiques des autres roues a été maintenue à sa valeur nominale (2.3 bar pour le pneumatique avant droit et 2.2 bar pour les deux pneumatiques arrière).

Résultats.

Les signaux acquis sont utilisés par l'observateur (3.68). Le déterminant du jacobien de la transformation Ψ déterminé en ligne ne présente pas de changement de signe pour les deux cas de pression et tout au long de l'essai, ce qui confirme que la propriété d'observabilité est satisfaite sur ce domaine d'utilisation. La convergence de la vitesse angulaire de la roue et de la vitesse du véhicule estimées vers les signaux mesurés est montrée dans la Figure E.1.

Les estimations du rayon effectif et de la résistance au roulement sont montrées dans la Figure E.2. L'ordre de grandeur de la résistance au roulement évaluée correspond aux valeurs qui peuvent être obtenues à partir de l'équation (3.37). Quand la pression diminue, l'observateur donne une valeur plus faible du rayon et une valeur plus élevée pour la force de résistance au roulement. A partir de l'estimation conjointe de la résistance au roulement et du rayon effectif, l'observateur permet donc de détecter la variation de pression.

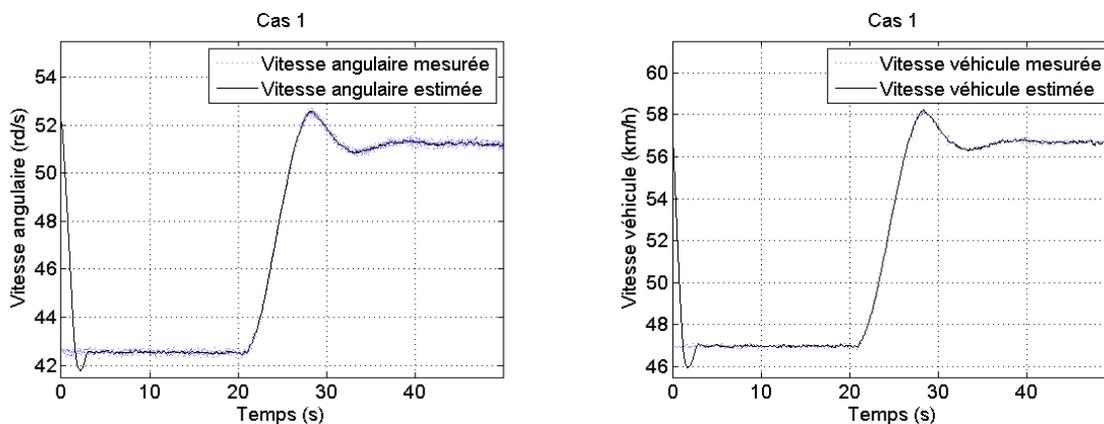


FIG. E.1: **Gauche.** Vitesses angulaires (rd/s) de la roue avant gauche mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s). **Droite.** Vitesses longitudinales du véhicule (km/h) mesurées (pointillé) et estimées (trait plein) en fonction du temps (s).

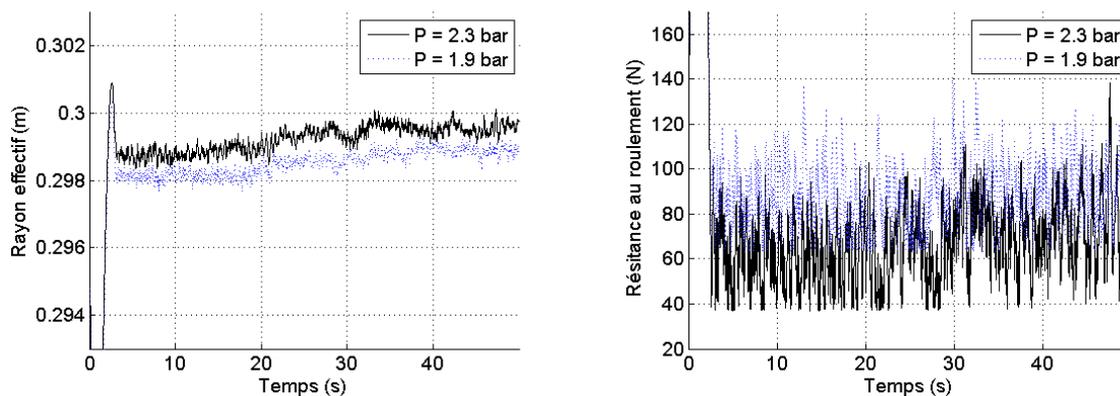


FIG. E.2: **Gauche.** Rayons effectifs (m) de la roue avant gauche estimés en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : 2.3 bar (trait plein) et 1.9 bar (pointillé). **Droite.** Forces de résistance au roulement (N) de la roue avant gauche estimées en fonction du temps (s) pour deux pressions différentes : 2.3 bar (trait plein) et 1.9 bar (pointillé).

Bibliographie

- [Ats10] M. Atsushi. Method for evaluating rolling resistance of tire, system for evaluating tire using the same, and program for evaluating rolling resistance of tire. Patent JP 2010/0249527 A, 2010.
- [BB98] T. Boukhobza and J-P. Barbot. Step by step sliding mode observer for implicit triangular observer form. In *IFAC NOLCOS 98*, pages 233–238, Enschede, the Netherland, 1998.
- [BC84] J. C. Beebe and B. D. Cargould. Tire rolling resistance measurement system. Patent US 1984/4489598 A, 1984.
- [Ber07] T. Bergdahl. Tyre pressure monitoring using sensors. Master’s thesis, Department of Automatic Control, Lund University, Sweden, 2007.
- [BH91] G. Bornard and H. Hammouri. A high gain observer for a class of uniformly observable systems. In *IEEE Conference on Decision and Control CDC*, pages 1494–1496, Brighton, England, 1991.
- [BP11] V. Bregeault and F. Plestan. Un observateur non linéaire par modes glissants à convergence en temps fini. *JESA Nouvelles tendances en automatique*, 45 :385–398, 2011.
- [BW96] F. Böhm and H.-P. Willumeit. Tyre models for vehicle dynamics analysis. Supplement to *Vehicle System Dynamics* 27, Swets and Zeitlinger Publishers, 1996.
- [CG02] C. R. Carlson and J. C. Gerdes. Identifying tire pressure variation by nonlinear estimation of longitudinal stiffness and effective radius. In *Proceedings of 6th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Hiroshima, Japan, Sept. 2002.
- [CG05] C. R. Carlson and J. C. Gerdes. Consistent nonlinear estimation of longitudinal tire stiffness and effective radius. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(6) :1010–1020, Nov. 2005.
- [Che96] B. Cherki. *Commande des robots manipulateurs par retour d’état estimé*. PhD thesis, Université de Nantes and Ecole Centrale de Nantes, 1996.

- [Chi94] J. N. Chiasson. Nonlinear differential-geometric techniques for control of a series dc motor. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2(1) :35–42, 1994.
- [CMP99] G. Conte, C.H. Moog, and A.M. Perdon. *Nonlinear Control Systems - An algebraic setting*. Springer-Verlag, 1999.
- [CN93] J. N. Chiasson and R. T. Novotnak. Nonlinear speed observer for the pm stepper motor. *IEEE Transactions on Automatic and Control*, 38(10) :1584–1588, 1993.
- [Con03] Continental. History of the tire. Webpage, www.conti-online.com/generator/www/us/en/continental/transport/general/about_continental/tire_history/tire_history_en.html, Nov. 2003.
- [DF91] S. Diop and M. Fliess. On nonlinear observability. In *ECC 91*, pages 152–157, Grenoble, France, 1991.
- [DFL05] J. Davila, L. Fridman, and A. Levant. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(11) :1785–1789, November 2005.
- [DFS] H. Dugoff, P. S. Fancher, and L. Segel. Tire performance characteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs. Technical Report 48105, Highway Safety Research institute, Ann Arbor, Michigan.
- [dWS91] C. Canudas de Wit and J. J. E. Slotine. Sliding observers in robot manipulators. *Automatica*, 27(5) :859–864, 1991.
- [EG11] C. El Tannoury and G. Pita Gil. Procédé d’estimation de la vitesse angulaire à une période d’échantillonnage fixe à partir des signaux événementiels donnés par les capteurs ABS. Renault patent, 2011.
- [EGM11a] C. El Tannoury, G. Pita Gil, and S. Moussaoui. Procédé d’estimation des fréquences de résonance d’un pneumatique dans un environnement bruité à partir des signaux de vitesses angulaires des roues d’un véhicule. Renault patent, 2011.
- [EGM11b] C. El Tannoury, G. Pita Gil, and S. Moussaoui. Recalage en ligne des irrégularités d’une cible ABS par rapport aux irrégularités de référence. Renault patent, 11 July, 2011.
- [EK02] R. Engel and G. Kreisselmeir. A continuous-time observer which converges in finite times. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(7) :1202–1204, 2002.
- [EKL86] S. V. Emelyanov, S. V. Korovin, and L. V. Lavantovsky. Drift algorithm in control of uncertain processes. *Problems on control and information theory*, 15(6) :425–438, 1986.

- [EMPG11] C. El Tannoury, S. Moussaoui, F. Plestan, and G. Pita Gil. Rolling resistance monitoring using software sensors. In *16th International Congress on Vehicle Dynamics (SIA)*, Mulhouse, France, 5-6 Oct. 2011.
- [EPM⁺12] C. El Tannoury, F. Plestan, S. Moussaoui, N. Romani, and G. Pita Gil. Tyre effective radius and rolling resistance force estimation : a variable structure observer solution. *Submitted to IEEE TCST*, 2012.
- [EPMG11] C. El Tannoury, F. Plestan, S. Moussaoui, and G. Pita Gil. Procédé d'estimation de la résistance au roulement d'une roue de véhicule automobile (observateur à structure variable). Déposé devant l'INPI le 22 Sept. 2011, Numéro de dépôt : FR 1158453, 2011.
- [EPMG12] C. El Tannoury, F. Plestan, S. Moussaoui, and G. Pita Gil. Tyre effective radius and rolling resistance force experimental estimation : a variable structure observer solution. In *12th International Workshop on VSS 2012*, Bombay, India, 12-14 Jan. 2012.
- [EPMR11a] C. El Tannoury, F. Plestan, S. Moussaoui, and N. Romani. Estimation du rayon dynamique d'une roue et de la vitesse d'un véhicule automobile. Déposé devant l'INPI le 21 Mar. 2011, Numéro de dépôt : FR 1152290, 2011.
- [EPMR11b] C. El Tannoury, F. Plestan, S. Moussaoui, and N. Romani. Tyre effective radius and vehicle velocity estimation : A variable structure observer solution. In *8th IEEE International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices (SSD)*, Sousse, Tunisie, 22-25 Mar. 2011.
- [FA88] A. F. Filippov and F. M. Arscott. *Differential equations with discontinuous right hand sides*. Mathematics and its Applications Series. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [FBP02] T. Floquet, J. P. Barbot, and W. Perruquetti. A finite time observer for flux estimation in the induction machine. In *IEEE Conference on Control Applications CCA*, pages 1303–1308, Glasgow, Scotland, 2002.
- [fE09] Economic Commission for Europe. Note of evolution of regulation n° 64610-2010-001n, proposal for the 02 series of amendments. Technical report, Inland Transport Committee, World Forum for Harmonization of Vehicle Regulations Working Party 29, 149th session, Geneva, Nov. 2009.
- [Flo00] T. Floquet. *Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, Lille, France, 2000.
- [FMI11] L. Fridman, J. Moreno, and R. Iriarte. *Sliding Modes after the first Decade of the 21st Century : State of the Art*, volume 412 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer, 2011.

- [FSO92] T. Furuhashi, S. Sangwongwanich, and S. Okuma. A position-and-velocity sensorless control for brushless dc motors using an adaptive sliding mode observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 39(2) :89–95, April 1992.
- [GB81] J. P. Gauthier and G. Bornard. Observability for any $u(t)$ of a class of bilinear systems. *IEEE Transactions Automatic Control*, 26(4) :922–926, 1981.
- [GHO92] J. P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems, application to bioreactors. *IEEE Transactions Automatic Control*, 37(6) :875–880, 1992.
- [Gil92] T. Gillespie. *Fundamentals of vehicle dynamics*. SAE International, 1992.
- [GMP96] A. Glumineau, C. H. Moog, , and F. Plestan. New algebro-geometric conditions for the linearization by input-output injection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(4) :598–603, 1996.
- [GPB⁺06] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau, and M. Smaoui. High gain and sliding mode observers for the control of an electropneumatic actuator. *IEEE International Conference on Control Applications CCA*, 2006.
- [GTM11] G. Pita Gil, C. El Tannoury, and S. Moussaoui. Procédé de détection du sens de rotation d’une roue utilisant un capteur de vitesse non signée. Renault patent, 11 July, 2011.
- [Gus00] F. Gustafsson. *Adaptive Filtering and Change Detection*. John Wiley and Sons, 2000.
- [Gus10] F. Gustafsson. Rotational speed sensors : Limitations, pre-processing and automotive applications. *IEEE Instrumentation and Measurement Magazine*, 13(2) :16–23, 2010.
- [Hay96] M. H. Hayes. *Statistical digital signal processing and modelling*. John Wiley and Sons, 1996.
- [Her94] J. Hernandez. *Sur la synthèse de lois de commande non linéaires avec observateur : applications à la robotique et à l’électrotechnique*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, Orsay, 1994.
- [HGG⁺07] P. Hall, T. Gustavsson, F. Gustavsson, P. Lindskog, and U. Forssell. Tire pressure estimation. Patent US 2007/07263458 B2, 2007.
- [HK77] R. Hermann and A. J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-22(5) :728–740, October 1977.
- [HLM90] H. Hammouri and J. De Leon-Morales. Observers synthesis for state affine systems. *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 784–785, 1990.

- [IFSD11] H. Imine, L. Fridman, H. Shraim, and M. Djemai. *Sliding Mode Based Analysis and Identification of Vehicle Dynamics*, volume 414 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, 2011.
- [Jaz08] G. N. Jazar. *Vehicle Dynamics : Theory and Applications*. Springer-Verlag, 1st edition, 2008.
- [Kay93] S. M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory*. ISBN 0-13-042268-1. Prentice Hall International Inc., 1993.
- [KEG⁺06] A. Köbe, F. Edling, M. Griesser, V. Koukes, J. Cunz, M. Irth, L. Gootjes, M. Hoffman, F. Blank, A. Duchow, and F. Schreiner. Method for regognition of pressure loss in motor vehicle tyres. Patent WO 2006/005710 A2, 2006.
- [Kel87] H. Keller. Nonlinear observer design by transformation into a generalized observer canonical form. *International Journal of Control*, 46 :1915–1930, 1987.
- [KI83] A. Krener and A. Isidori. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems Control Letters*, 3 :47–52, 1983.
- [KR85] A. J. Krener and W. Respondek. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 23(2) :197–216, 1985.
- [LAP11] V. Lebastard, Y. Aoustin, and F. Plestan. Estimation of absolute orientation for a bipedal robot : experimental results. *IEEE Transactions on Robotics*, 27(1) :170–174, 2011.
- [LDM02] Y. Lou, F. P-E. Dilger, and J. T. Musson. Online frequency analysis for resource optimized systems. Patent US 2002/6374163 B1, 2002.
- [LE01] C. Li and M. Elbuluk. A sliding mode observer for sensorless control of permanent magnet synchronous motors. In *Industry Applications Conference, 36th IAS Annual Meeting, Conference Record of the 2001*, pages 1273–1278, Chicago, IL, 30 Sept.-4 Oct. 2001.
- [Lev93] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58(6) :924–941, 1993.
- [Lev97] A. Levant. Higher order sliding : Collection of design tools. In *European Control Conference*, Brussel, Belgium, 1997.
- [Lev03] A. Levant. High-order sliding modes : differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9/10) :924–941, 2003.
- [Lev10] A. Levant. Finite-time stability and high relative degrees in sliding-mode control. In *International Workshop on Variable Structure Systems*, Mexico-city, Mexico, 2010.

- [Lju99] L. Ljung. *System Identification Theory for the User*. Prentice-Hall, 2nd edition, 1999.
- [LP11] D. J. Lee and Y. S. Park. Sliding-mode-based parameter identification with application to tire pressure and tire-road friction. *International Journal of Automotive Technology*, 12(4) :571–577, 2011.
- [LPG01] M. Lopez, F. Plestan, and A. Glumineau. An algorithm for the structural analysis of state space : synthesis of nonlinear observers. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 11 :1145–1160, 2001.
- [LPG07] S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. Higher order sliding mode control based on integral sliding surface. *Automatica*, 43(3) :531–537, 2007.
- [LT07] J-S. Lin and W-E. Ting. Nonlinear control design of anti-lock braking systems with assistance of active suspension. *IET Control Theory and Applications*, 1(1) :343–348, 2007.
- [Lue64] D. G. Luenberger. Observing the state of a linear system. *IEEE Transactions on Military Electronics*, 6 :74–80, 1964.
- [Lue71] D. G. Luenberger. An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6) :596–602, 1971.
- [Mar93] J. C. Marques. *Sur la stabilisation des systèmes non linéaires à l'aide d'observateurs*. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon 1, Lyon, 1993.
- [May94] H. Mayer. Comparative diagnosis of tyre pressure. In *3rd IEEE conference on Control Applications*, pages 627–632, Glasgow, UK, Aug. 1994.
- [May95] H. Mayer. Model based detection of tyre deflation by estimation of a virtual transfer function. In *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, pages 285–290, Albany, NY, Sept. 1995.
- [Mei02] E. Meijering. A chronology of interpolation : From ancient astronomy to modern signal and image processing. In *IEEE 90 (3)*, pages 319–342, Mar. 2002.
- [MFA03] P. H. Menold, R. Findeisen, and F. Allöwer. Finite time convergent observers for nonlinear systems. In *IEEE Conference on Decision and Control*, 2003.
- [MGE10] A. El Magri, F. Giri, and A. Elfadili. An interconnected observer for wind synchronous generator. In *8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, University of Bologna, Italy, Sept. 2010.
- [MMMA⁺01] S. Meninger, J. O. Mur-Miranda, R. Amirtharajah, A. P. Chandrakasan, and J. H. Lang. Vibration-to-electric energy conversion. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 9 :64–76, 2001.

- [MPCP93] C. Moog, F. Plestan, G. Conte, and A. M. Perdon. On canonical forms of nonlinear systems. In *European Control Conference*, Groningen, The Netherlands, 1993.
- [MPP03] J. Matusko, I. Petrovic, and N. Peric. Application of extended kalman filter for road condition estimation. *Automatica*, 44(1-2) :59–65, 2003.
- [MRF⁺06] N. M’sirdi, A. Rabhi, L. Fridman, J. Davila, and Y. Delanne. Second order sliding mode observer for estimation of velocities, wheel slip, radius and stiffness. In *Proceedings of American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, 2006.
- [MRF⁺08] N. M’Sirdi, A. Rabhi, L. Fridman, J. Davila, and Y. Delanne. Second-order sliding-mode observer for estimation of vehicle dynamic parameters. *International Journal of Vehicle Design*, 48(3-4) :190–207, 2008.
- [MT02] L. Menini and A. Tornambe. Velocity observers for nonlinear mechanical systems subject to non-smooth impacts. *Automatica*, 38(12) :2169–2175, 2002.
- [MT08] R. Matsuzaki and A. Todoroki. Wireless monitoring of automobile tires for intelligent tires. *Sensors*, 8 :8123–8138, 2008.
- [NC92] P. Neyrat and S. Crosnier. Procédé de détection du sous-gonflage d’un pneumatique. Patent FR 1992/2664536 A1, 1992.
- [Nij81] H. Nijmeijer. Observability of a class of nonlinear systems : A geometric approach. *Ricerche di Automatica*, 12 :1–19, 1981.
- [Nij82] H. Nijmeijer. Observability of autonomous discrete-time nonlinear systems : A geometric approach. *International Journal Control*, 36(5) :867–874, 1982.
- [NM06] M. Nabipoor and B. Y. Majlis. A new passive telemetry lc pressure and temperature sensor optimized for tpms. *Journal of Physics : Conference Series 2006*, 34 :770–775, 2006.
- [NRMO10] F. Nardi, J. Ryu, N. K. Moshchuk, and K. A. O’dea. Dynamic observer for the estimation of vehicle lateral velocity. Patent US 2010/0131229 A1, 2010.
- [Pac88] H.B. Pacejka. Modelling of the pneumatic tyre and its impact on vehicle dynamic behavior. Technical Report i72B, Technische Universiteit, Delft, 1988.
- [Pac02] H. B. Pacejka. *Tyre and Vehicles Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2002.
- [Pac05] H. B. Pacejka. *Tyre and Vehicles Dynamics*. SAE International and Elsevier, 2nd edition, 2005.
- [PB87] T. W. Parks and C. S. Burrus. *Digital Filter Design (Chapter 7)*. John Wiley and Sons, New York, 1987.
- [PB99] W. Perruquetti and J. P. Barbot. *Sliding Modes control in Engineering*. Marcel Dekker, 1999.

- [PC94] F. Plestan and B. Cherki. An observer for a one flexible joint robot by an algebraic method. In *IFAC Workshop on New Trends in Design of Control Systems*, pages 41–46, Smolenice, Slovaquie, 1994.
- [PG97] F. Plestan and A. Glumineau. Linearization by generalized input-output injection. *Systems and Control Letters*, 31(31) :115–128, 1997.
- [PG01] N. Persson and F. Gustafsson. Event based sampling with application to vibration analysis in pneumatic tires. In *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, volume 6, pages 3885–3888, Salt Lake City, USA, 2001.
- [PGD02] N. Persson, F. Gustafsson, and M. Drevo. Indirect tire pressure monitoring using sensor fusion. In *SAE World Congress and Exhibition Tire and Wheel Technology*, Detroit, MI, USA, Mar. 2002.
- [PGL08] F. Plestan, A. Glumineau, and S. Laghrouche. A new algorithm for high order sliding mode control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 18(4-5) :441–453, 2008.
- [PGM95] F. Plestan, A. Glumineau, and C. H. Moog. Algebraic conditions for linearization by output injection. In *Systems Structure and Control Conference, IFAC*, Nantes, France, 1995.
- [PN06] R. S. Petrovich and T. V. Nikolaevich. Definition method of coefficient of rolling resistance of wheel with pneumatic tire and device for its fulfilment. Patent RU 2006/2327968 A, 2006.
- [Pot08] G. R. Potts. Methods and systems for measurement of tire rolling resistance. Patent US 2008/0115563 A1, 2008.
- [Raj06] R. Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Mechanical Engineering Series. Springer-Verlag, 2006.
- [RF05] W. B. Ribbers and R. J. Fredricks. Antilock brake systems employing a sliding mode observer based estimation of differential wheel torque. Patent US 2005/68900041 B1, 2005.
- [Rin10] A. De Rinaldis. Procédé de détermination de l'écart de rayon entre les roues avant et les roues arrière d'un véhicule automobile. Patent FR 2937298 B1, 2010.
- [RP09a] A. De Rinaldis and R. Pothin. Procédé de calibration d'un signal de détection de crevaison d'un pneumatique d'un véhicule. Patent FR 2927017 B1, 2009.
- [RP09b] A. De Rinaldis and R. Pothin. Procédé et système de diagnostic de l'état de gonflage d'au moins un pneumatique d'un véhicule automobile. Patent FR 2927019 B1, 2009.

- [RPCL06] A. De Rinaldis, R. Pothin, O. Cayol, and L. Lorimier. Synthèse des informations sur le système de détection de crevaisons des pneus. Technical report, Renault, 2006.
- [RPLC09] A. De Rinaldis, R. Pothin, G. Leminoux, and O. Cayol. Procédé et système de diagnostic de l'état de gonflage d'au moins un pneumatique d'un véhicule automobile. Patent FR 2927018 B1, 2009.
- [SAF⁺06] H. Shraim, B. Ananou, L. Fridman, H. Noura, and M. Ouladsine. Sliding mode observers for the estimation of vehicle parameters forces and states of the center of gravity. In *IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, California, USA, 2006.
- [SAOF07] H. Shraim, B. Ananou, M. Ouladsine, and L. Fridman. A new diagnosis strategy based on the online estimation of the tire pressure. In *European Control Conference (ECC)*, pages 1087–1099, Kos, Greece, Jul. 2007.
- [Sch80] D. J. Schuring. The rolling loss of pneumatic tires. *Rubber Chemistry and Technology*, 53(3) :600–727, 1980.
- [Sch94] D. J. Schuring. Effects of tire rolling loss on vehicle fuel consumption. *Tire Science and Technology*, 22(3) :149–161, 1994.
- [SDW00] G. Schimetta, F. Dollinger, and R. Weigel. A wireless pressure-measurement system using a saw hybrid sensor. *IEEE Transactions on Microwave Theory*, 48 :2730–2735, 2000.
- [SHM87] J. J. E. Slotine, J. K. Hedrick, and E. A. Misawa. On sliding observers for nonlinear systems. *Journal Dynamic Systems, Measurement and Control*, (109) :245–252, 1987.
- [Slo85] J. J. E. Slotine. The robust control of robot manipulator. *International Journal Robotics Research*, 4(2) :49–64, 1985.
- [SNSI97] R. Schwarz, O. Nelles, P. Scheerer, and R. Isermann. Increasing signal accuracy of automotive wheel-speed sensors by on-line learning. *Proceedings of the American Control Conference. New Mexico*, pages 1131–1135, 1997.
- [SS89] T. Söderström and P. Stoica. *System Identification*. Prentice-Hall International, 1989.
- [SSS89] T. Söderström, P. Stoica, and P. G. Stoica. *Instrumental Variable Methods for System Identification (Lecture Notes in Control and Information Sciences)*. Springer-Verlag, November 1989.
- [Ste06] D. F. Stein *et al.* Tires and passenger vehicle fuel economy : Informing consumers and improving performances. TRB Special Report 286, Transportation Research Board, Washington DC, 2006.

- [Sve07] J. Svendenius. Tire modeling and friction estimation. Master's thesis, Department of Automatic Control, Lund University, April 2007.
- [SY97] C. Shearwood and R. B. Yates. Development of an electromagnetic micro-generator. *Electronics Letters*, 33 :1883–1884, 1997.
- [TH02] H. E. Tseng and D. D. Hrovat. Method and apparatus for determining lateral velocity of a vehicle. Patent US 2002/6477480 B1, 2002.
- [Tho03] J. Thomson. What we should know about tires. Technical report, <http://www.jags.org/TechInfo/2001/05May01/tires>, 2003.
- [TL04] W-E. Ting and J-S. Lin. Nonlinear control design of anti-lock braking systems combined with active suspensions. In *5th Asian Control Conference*, 2004.
- [UAO⁺01] T. Umeno, K. Asano, H. Ohaski, M. Yonetani, T. Naitou, and T. Taguchi. Observer based estimation of parameter variations and its application to tyre pressure diagnosis. *Control Engineering Practice*, 9 :639–645, 2001.
- [UGS99] V. I. Utkin, J. J. Guldner, and J. Shi. *Sliding modes control in electromechanical systems*. Taylor and Francis, 1999.
- [UK99] C. Unsal and P. Kachroo. Sliding mode measurement feedback control for antilock braking systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(2) :271–281, 1999.
- [Utk92] V. I. Utkin. *Sliding mode in control and optimization*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [VG07] S. Velupillai and L. Guveng. Tire pressure monitoring. *IEEE Control Systems Magazine*, 27(6) :22–25, 2007.
- [Wad08] W. H. Waddell. Inflation pressure retention effects on tire rolling resistance and vehicle fuel economy. Presented to california energy commission, ExxonMobil Chemical Company, 2008.
- [WGJB01] N. M. White, P. Glynne-Jones, and S. P. Beeby. A novel thick-film piezoelectric micro-generator. *Smart Materials and Structures*, 10 :850–852, 2001.
- [WSJ91] T. Wang, J. Saniie, and X. Jin. Analysis of low-order autoregressive models for ultrasonic grain signal characterization. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 38(2) :116–124, Mar. 1991.
- [XG89] X. Xia and W. Gao. Nonlinear observer design by observer error linearization. *SIAM Journal of Control and Optimisation*, 27(1) :199–213, 1989.
- [YU02] Z. Yan and V. Utkin. Sliding mode observers for electric machines - an overview. In *8th IEEE Annual Conference of the Industrial Electronics Society, IECON*, pages 1842–1847, Nov. 2002.

-
- [ZLL09] Q. Zhang, B. Liu, and G. Liu. Design of tire pressure monitoring system based on resonance frequency method. In *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Singapore, Jul. 2009.
- [ZP07] S. Zhao and X. Peng. A modified direct torque control using space vector modulation (dte-svm) for surface permanent magnet synchronous machine (pmsm) with modified 4-order sliding mode observer. In *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Harbin, China, 5-8 Aug. 2007.

