



HAL
open science

Etude de la dynamique d'un glacier de vallée : la Mer de Glace, massif du Mont-Blanc, France

Louis Reynaud

► **To cite this version:**

Louis Reynaud. Etude de la dynamique d'un glacier de vallée : la Mer de Glace, massif du Mont-Blanc, France. Glaciologie. Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1980. Français. NNT : . tel-00693909

HAL Id: tel-00693909

<https://theses.hal.science/tel-00693909>

Submitted on 3 May 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Centre National de la Recherche Scientifique

**LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE
ET DE GEOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT**

**ETUDE DE LA DYNAMIQUE D'UN
GLACIER DE VALLEE**

**La mer de glace-Massif du Mont Blanc
France**

Laboratoire associé à l'Université Scientifique et Médicale de

GRENOBLE

Rue Molière-Domaine Universitaire-38400 St Martin d'Hères - B.P.53 - 38041

GRENOBLE CEDEX

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE
ET DE GEOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT

ETUDE DE LA DYNAMIQUE D'UN
GLACIER DE VALLEE
LA MER DE GLACE - MASSIF DU MONT BLANC
FRANCE

L. REYNAUD

Thèse de Doctorat d'Etat, 24 avril 1980

Jury : Mr le Professeur Louis LLIBOUTRY
Mrs les Professeurs P. BOIS
P. LEROY
E. LEROY LADURIE
M. VALLON

LABORATOIRE ASSOCIE A L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE
DE GRENOBLE

Rue Molière - Domaine Universitaire - 38400 St Martin d'Hères - B.P. 96 - 38402
St Martin d'Hères Cedex

SOMMAIRE

=====

<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>1 - HISTORIQUE DES MESURES ET ÉVALUATION DE LEUR QUALITÉ</u>	5
1 - 1 Mesures de surface	5
1.1.1 Par Joseph Vallot (1891-1899)	5
1.1.2 Par les Eaux et Forêts	6
1.1.3 Par le Laboratoire de Glaciologie (1968-1975)	8
1.1.4 Les photos aériennes et les cartes	8
1 - 2 Mesures en profondeur	11
1.2.1 Prospection Electricité de France	11
1.2.2 Prospection Laboratoire de Glaciologie	11

2 -	<u>ANALYSE DES MESURES DE VITESSE</u>	13
2 - 1	Variations saisonnières et annuelles des vitesses	13
2 - 2	Variations de vitesses à l'échelle de la journée, de l'heure	14
2 - 3	Mouvements du glacier sur une courte échelle de temps	15
	(<i>Bulletin des Sciences Hydrologiques, 1975, No. XX, p. 529-33</i>)	

3 -	<u>LES MODÈLES CLASSIQUES : LES ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS</u>	
	<u>D'UN CORPS DE GLEN</u>	29
3 - 1	Loi de comportement adoptée	29
3 - 2	Loi de frottement	31
	3.2.1 Approche théorique	31
	3.2.2 Essai d'obtention du frottement pour diverses vitesses et valeurs de la pression normale	32
3 - 3	Écoulement d'un corps de Glen dans un chenal cylindrique	33
	3.3.1 Interprétation des données de l'Athabasca avec une loi de frottement proportionnel à la pression effective	33
	<i>Flow of a valley glacier with a solid friction law</i>	35
	(<i>Journal of Glaciology, Vol. 12, No. 65, p. 251-8, 1973</i>)	
	3.3.2 La loi de fluage à partir des mesures sur le glacier d'Athabasca	43
	3.3.3 Insuffisances de ces modèles	43

4 -	<u>LES FLUCTUATIONS DU GLACIER AU COURS DU TEMPS</u>	47
4 - 1	Les fluctuations des fronts, des niveaux aux profils transversaux	47
	4.1.1 Les fluctuations des fronts	47
	4.1.2 Les fluctuations des glaciers dans la région du Mont-Blanc	50
	<i>Glaciers fluctuations in the Mont-Blanc area</i>	51
	(<i>Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, Vol. 13, No. 1-2, p. 155-66, 1977</i>)	
4 - 2	Les fluctuations des vitesses au cours du temps	63
	4.2.1 Variations de vitesse au passage d'une onde cinématique	63
	4.2.2 Reconstitution des vitesses dans le passé à l'aide des Bandes de Forbes	63
	<i>Reconstruction of past velocities using Forbes Bands</i>	64
	(<i>Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, Vol. 15, No. 2, 1980</i>)	

4 - 3	Les fluctuations du bilan	94
4.3.1	La relation bilan-facteurs météorologiques	94
4.3.2	Le modèle linéaire des fluctuations du bilan peut-il être étendu à toutes les Alpes ?	95
	<i>Can the linear balance model be extended to the whole Alps ?</i>	97
	<i>(Bulletin des Sciences Hydrologiques, Proceedings of the Riederalp Workshop, september 1978, No. 126, p. 273-84)</i>	

<u>CONCLUSION</u>	109
-------------------	-----

<u>REFERENCES</u>	111
-------------------	-----

INTRODUCTION

La Mer de Glace a attiré très tôt l'attention des touristes et des scientifiques. C'est ainsi qu'on possède des descriptions assez détaillées de son avance au cours du petit "âge de glace", puis d'une iconographie importante entre les années 1820-1870, ainsi que quelques relevés de longueur qui ont permis de préciser l'histoire de cette période pour les glaciers du Mont-Blanc (Mougin : 1930, Lliboutry : 1965, Leroy-Ladurie : 1967).

Cependant malgré la relative abondance de documents qualitatifs de cette époque on ne dispose pas encore de mesures systématiques sur les variations des Fronts, des niveaux et des vitesses en surface. Ce n'est qu'à la fin du siècle dernier que commence réellement la longue série de mesures quantitatives sur la Mer de Glace avec les travaux de J. Vallot (1891-99), mesures poursuivies à partir de 1912 de façon plus ou moins continue jusqu'en 1975 par les Eaux et Forêts. Comme pour beaucoup d'autres glaciers on ne disposerait probablement que de mesures de surface si l'intérêt

d'Electricité de France ne s'était porté vers l'utilisation du torrent sous-glaciaire vers 1600 m d'altitude. Cette utilisation nécessitait une reconnaissance du lit rocheux qui a été effectuée sur presque toute la langue terminale.

Cet ensemble de relevés est cependant encore bien incomplet pour décrire la Mer de Glace, aussi le Laboratoire de Glaciologie a entrepris de compléter la cartographie du lit rocheux (Vallon : 1961, Gluck : 1967) puis de mesurer les bilans et les vitesses.

C'est ainsi que la Mer de Glace est actuellement le Glacier de Vallée pour lequel on dispose de renseignements les plus complets sur la géométrie, l'écoulement et sur leurs variations au cours du temps pour une durée aussi étendue : 1891-1979.

Ce sont ces relevés que nous avons rassemblés et utilisés dans le but de préciser quelques points de la dynamique d'un glacier de Vallée et de sa modification au cours du temps, en liaison avec les fluctuations climatiques traduites par le bilan. Dans ce travail nous avons été amenés à utiliser largement d'autres données pour compléter ou confronter nos résultats, en incluant les relevés effectués sur d'autres glaciers proches, ceux du versant nord de la chaîne du Mont-Blanc : Glacier des Bossons, d'Argentière et du Trient.

Par contre pour l'étude de la répartition des vitesses dans une section d'un glacier de Vallée ce sont les résultats des forages et inclinométrie du Glacier de l'Athabasca qui ont été utilisés, et pour les bilans annuels c'est à un ensemble de 10 glaciers des Alpes (2 en France, 4 en Suisse, 3 en Autriche et 1 en Italie) qu'on a eu recours.

L'essentiel de ces résultats a été publié sous les titres et dans les revues suivantes :

- 1973 Flow of a valley glacier with a solid friction law
 Journal of Glaciology, vol. 12, n° 65, p. 251-58
- 1975 Mouvements du glacier en surface sur une courte échelle de temps.
 Bulletin des Sciences Hydrologiques, XX, 3 9/1975, p. 529-33
- 1977 Glaciers fluctuations in the Mont-Blanc area (French Alps)
 Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, Bd. 13, H 1/2,
 1977, S. 155-166

- 1980 Can the linear balance model be extended to the whole alps ?
Bulletin des Sciences Hydrologiques (Proceedings of the Riederalp
workshop, septembre 1978), n° 126, p. 273-284
- 1980 Reconstruction of past velocities using Forbes Bands (Mer de Glace)
Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, n° 2, vol. 15

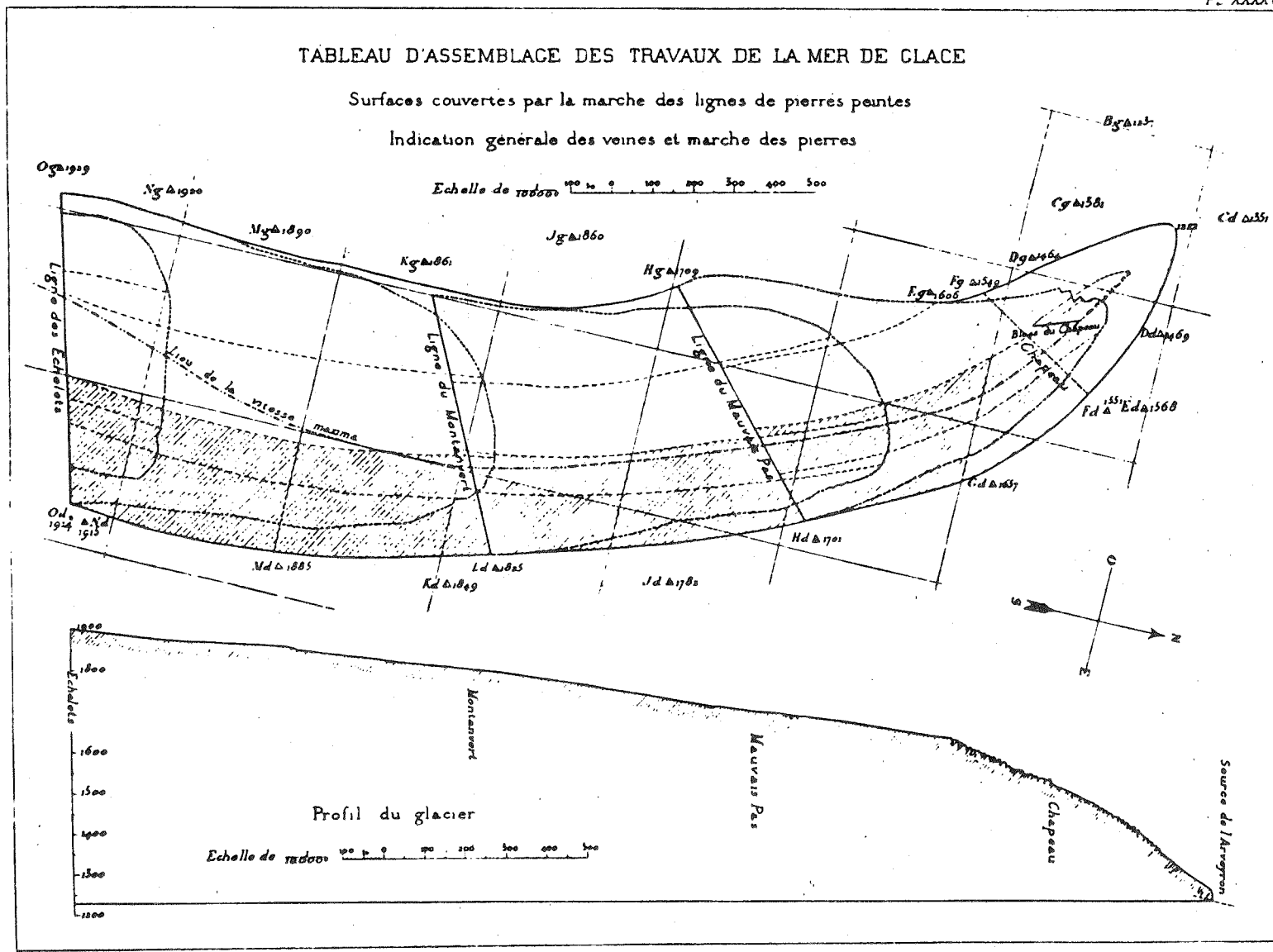


Figure 1 : Carte de la langue de la Mer de Glace
établie par Vallot

1 - HISTORIQUE DES MESURES ET EVALUATION DE LEUR QUALITE

1 - 1 MESURES DE SURFACE

1.1.1 Par Vallot

A la fin du siècle dernier, la Mer de Glace se terminait par le Glacier des Bois et la langue terminale s'étalait sur 3 km au-delà des Echelets. Vallot établit un système de 5 profils transversaux de 1891 à 1899 : Echelets, Montenvers, Mottets, Mauvais Pas et Chapeau fig. 1 (carte langue/Vallot). La surveillance annuelle des niveaux et des vitesses sur 5 lignes de pierres peintes constituait un volume de travail important qui a été publié en détail, à compte d'auteur dans les Annales de l'Observatoire du Mont-Blanc. L'auteur de ces travaux en a fait une analyse, qui a eu comme mérite essentiel pour la suite de relever les insuffisances de son système de mesure : en effet si les profils en travers donnent les variations de niveaux en des lieux fixes, les vitesses mesurées en suivant des lignes mobiles ne permettent pas de voir les fluctuations de vitesses dans les mêmes conditions. Vallot s'en est aperçu dès 1897, il a alors remplacé une nouvelle ligne au profil Echelets ce qui

lui a permis d'obtenir une mesure de variation de vitesse de 1892 à 1898. Cette dernière valeur a une importance capitale pour l'étude des variations de vitesse sur la Mer de Glace car elle va nous permettre de justifier l'application du modèle linéaire de variation de vitesse de Lliboutry à cette époque.

1.1.2 Mesures des Eaux et Forêts

D'autre part les conclusions de Vallot vont être adoptées par l'Administration des Eaux et Forêts qui reprend ces relevés dès 1912 en ajoutant en 1923 un profil en travers au niveau de Trelaporte. Ces résultats ont été publiés dans les Etudes Glaciologiques (7 tomes) principalement par Mougin de 1910 à 1930. Par la suite les Eaux et Forêts ont poursuivi ces mesures jusqu'en 1962 pour les vitesses et 1975 pour les relevés des niveaux aux profils en travers. Ces profils sont actuellement relevés par M. Chaumeton à la demande de l'Electricité de France et de la Compagnie du Montenvers. Les mesures de longueur du glacier ont été arrêtées vers 1952, cependant grâce aux relevés photogrammétriques de l'IGN nous avons pu les compléter par quelques valeurs jusqu'en 1973. A partir de 1977 nous disposons des mesures annuelles du Laboratoire de Glaciologie (fig. 2).

Une des caractéristiques d'une partie de ces mesures (1912-1950) est une grande variabilité de la date des relevés au cours de l'été. Elle peut se situer entre fin juin et fin septembre. Encore lorsqu'on retrouve l'indication de l'époque de relevé, on est en mesure d'expliquer un excès ou défaut par rapport à la tendance de la variation, que ce soit des niveaux, des fronts ou des vitesses - mais souvent seule l'année est indiquée. Une autre caractéristique de ces relevés qui est probablement la cause de ce jeu d'intérêt pour les dates est qu'ils ne comportent pas de relevés de bilan. Aussi la notion d'année budgétaire qui règle le rythme du glacier n'était pas bien connue ainsi que ses conséquences sur la signification de la date des relevés. Tout au plus la fonte a été estimée à partir des différences de niveaux annuels, mais cela a conduit Vallot à ne trouver que le tiers de la valeur probable au profil du Montenvers. Ce n'est qu'à partir de 1950 que les relevés sont exécutés de façon régulière, chaque année au cours de la 1ère quinzaine de septembre par M. Chaumeton, géomètre expert à Annecy, après avoir remis en place les termes des différents profils en travers (communication verbale).

On remarque alors qu'à partir de 1950 le glacier ne présente plus de "sauts d'humeur" et que ses variations de niveau au cours du temps deviennent beaucoup plus régulières. Il en est de même pour les mesures effectuées par le

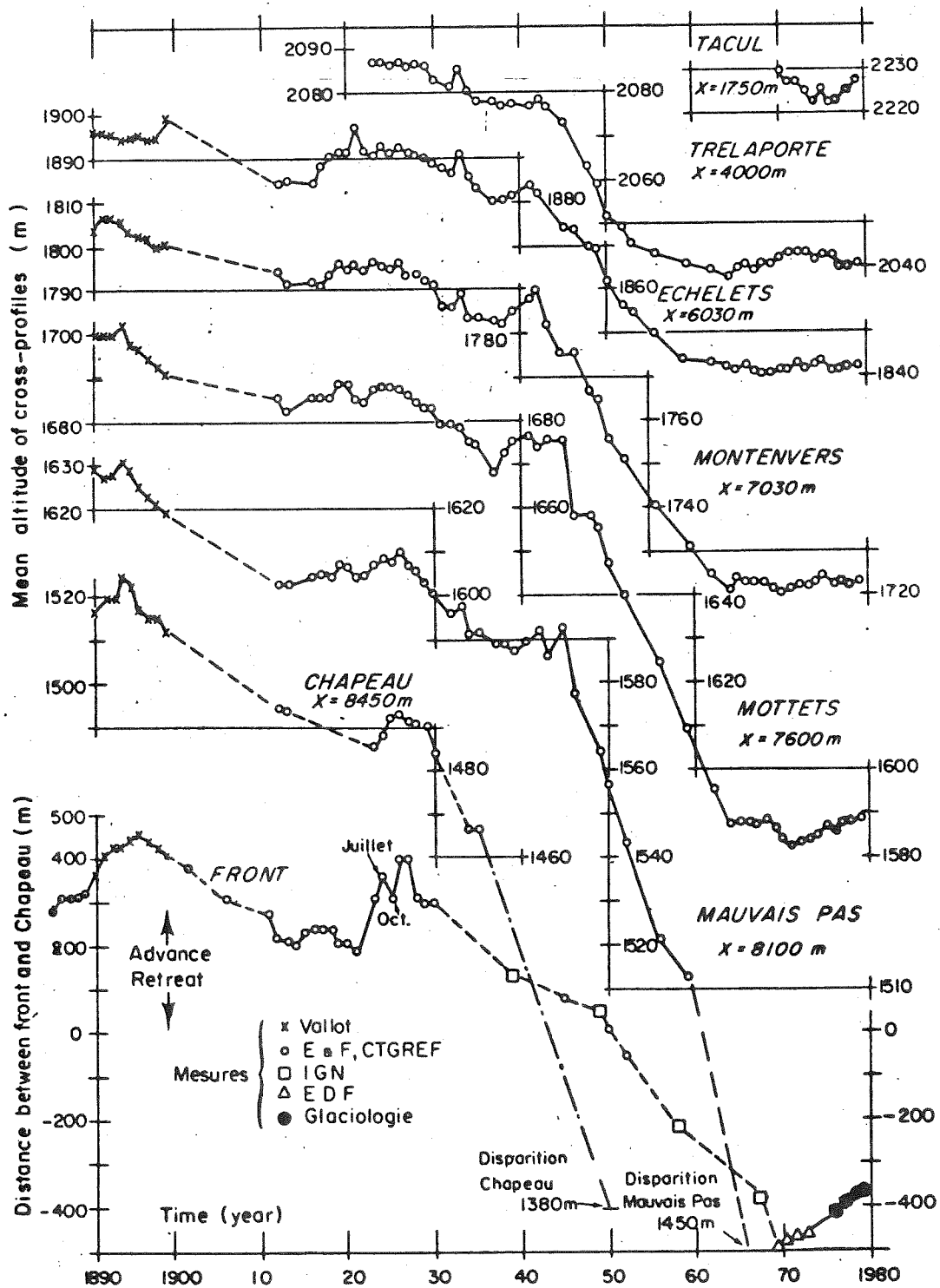


Figure 2 : Variation de l'altitude aux profils, et de longueur de fronts jusqu'en 1979

Laboratoire de Glaciologie dans un réseau bien défini et à dates fixes. C'est pourquoi, en 1977, nous n'avons utilisé pour l'étude des fluctuations de niveaux que cette dernière période. Est-ce à dire que les relevés antérieurs à 1950 sont à rejeter ? Certes pas, car ils fournissent malgré leur imprécision à l'échelle de l'année, des renseignements indispensables pour définir la tendance des variations sur de longues périodes.

1.1.3 Mesures du Laboratoire de Glaciologie

Ces mesures de surface ont été complétées par les mesures du Laboratoire de Glaciologie entre 1968 et 1975 puis de nouveau depuis 1978 par la surveillance annuelle d'une ligne longitudinale placée au centre du glacier de 20 balises en moyenne, sur les 6 km de la zone d'ablation.

Chaque balise est renouvelée en octobre $t+1$ sur le site qu'elle occupe à ce moment-là. On relève alors le déplacement et le bilan dont les valeurs sont affectées à l'abscisse moyenne entre t et $t+1$. On obtient une distribution du bilan en altitude fig. n° 3 et une répartition de vitesse le long de l'axe longitudinal (fig. n° 4). Par leur homogénéité, ces mesures vont permettre deux applications du modèle statistique linéaire de variation du bilan de Lliboutry (1974) respectivement aux bilans et aux vitesses (Reynaud 1977 et 1980).

1.1.4 Photos aériennes et cartes

L'Institut Géographique National (IGN) a effectué des photos aériennes sur la Mer de Glace. Celles de 1939, 1949, 1952, 1957 et 1958 ont été restituées par l'I.G.N. (Carbonnel et Baussart : 1965). La stéréominute de 1958 (1/10000) nous a servi de base pour l'établissement de la figure n° 5.

Par la suite, les missions de 1967, 1970 et 1973 effectuées à la demande de l'Electricité de France n'ont été restituées que dans la partie basse des Echelets au front.

Récemment le C.T.G.R.E.F. a entrepris de couvrir régulièrement le massif du Mont-Blanc à période de 3 ans. On dispose aussi des photos de 1976 et 1979 pour la zone d'ablation de la Mer de Glace (du front jusqu'au glacier du Tacul).

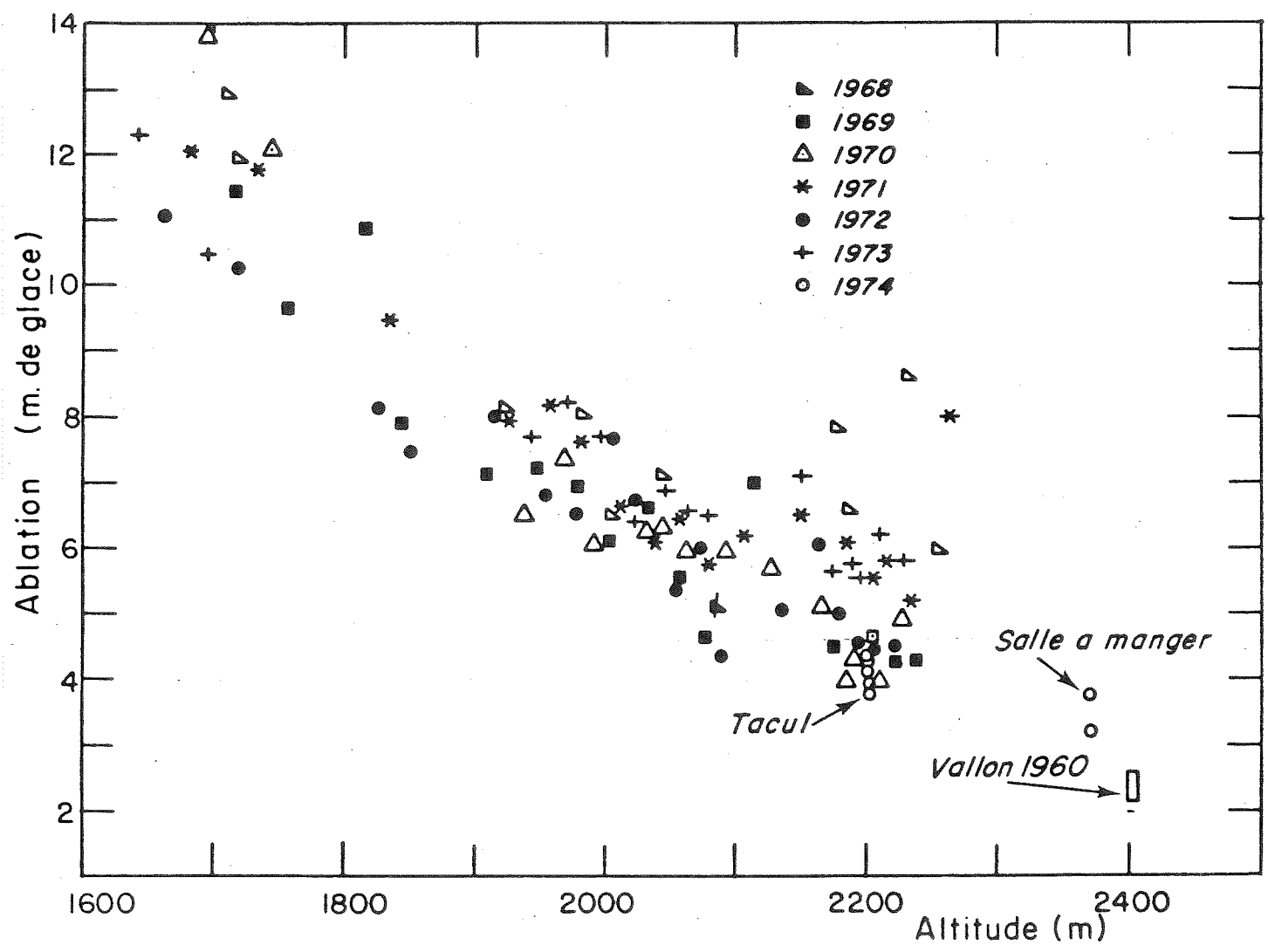


Figure 3 : Mesures de bilans sur la Mer de Glace par le Laboratoire de Glaciologie

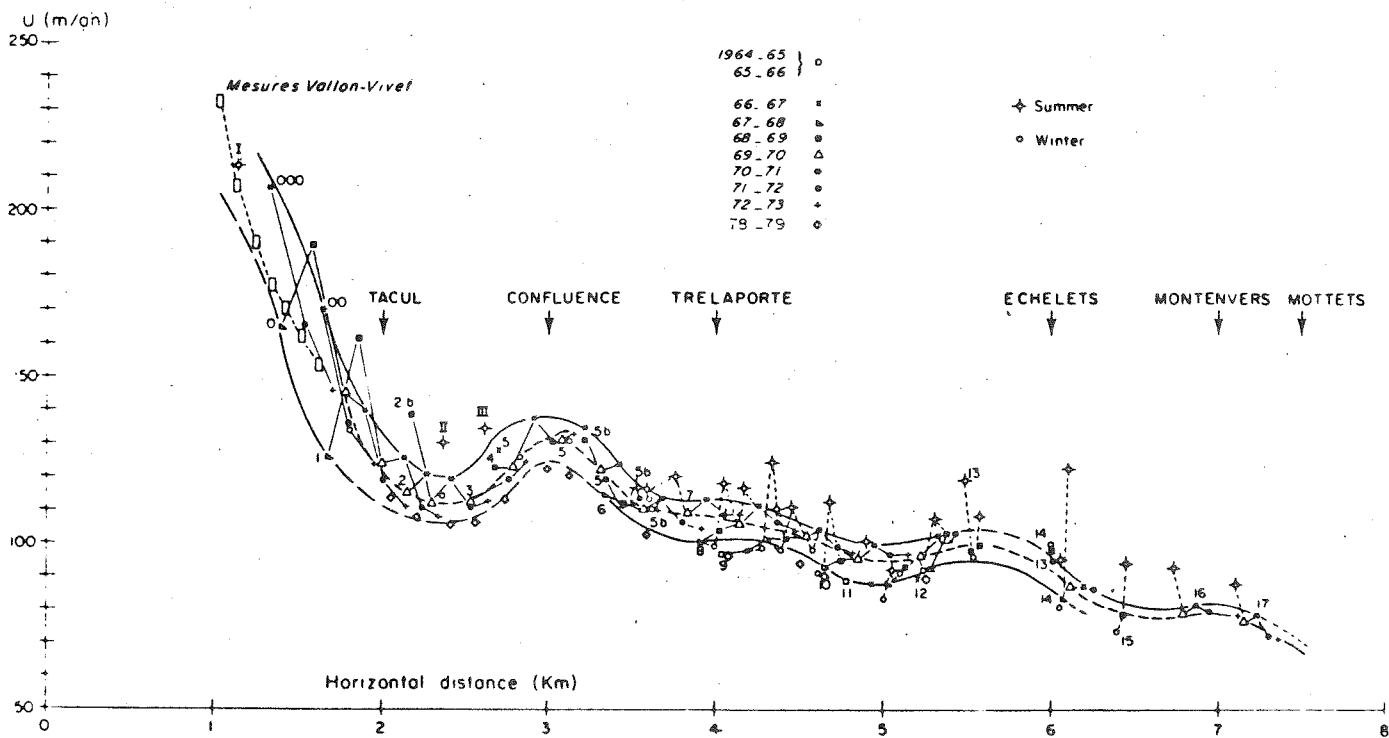
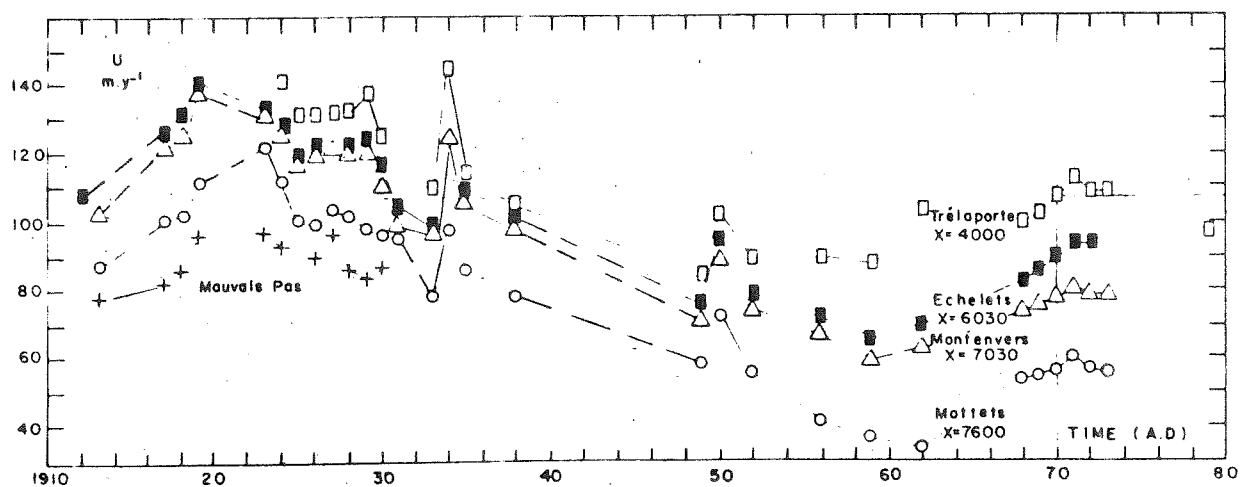
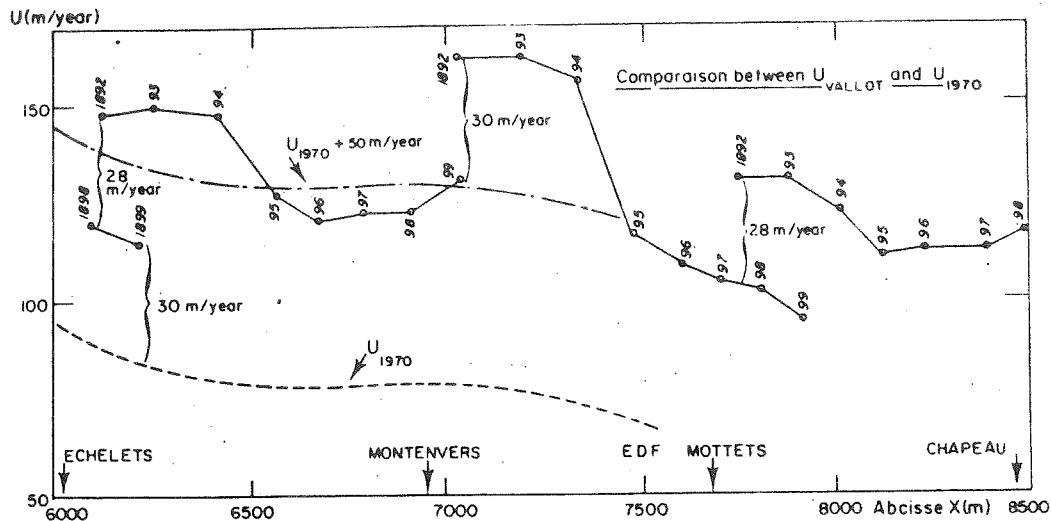


Figure 4 : Mesures de vitesses sur la Mer de Glace :

- a) par Vallot
- b) par les Eaux et Forêts
- c) par le Laboratoire de Glaciologie

Les cartes de l'I.G.N. ne portent pas d'indications précises sur l'année où ont été relevés les glaciers, ni sur d'éventuelles remises à jour ultérieures. Par comparaison avec les relevés photogrammétriques on en déduit que le 1/25000^e, actuellement commercialisé, (série Violette) sous le nom de carte touristique, fait état du front de 1958 pour la Mer de Glace tandis que pour les anciens 1/20000^e (de bien meilleure facture) c'était celui de 1949.

1 - 2 MESURES EN PROFONDEUR

1.2.1 Prospection Electricité de France

La localisation du torrent sous-glaciaire en vue d'une capture a amené l'Electricité de France à reconnaître pratiquement toute la zone terminale de la langue des Echelets au front, par des forages (Ract Madoux et Reynaud : 1962), par prospection sismique (Süsstrunck : 1951) puis récemment par des forages dans la zone de capture au niveau des Mottets (Carpentier, Collioud et Vivian : 1972).

1.2.2 Laboratoire de Glaciologie

Pour compléter ces déterminations du lit rocheux à l'amont des Echelets le Laboratoire de Glaciologie a entrepris 2 campagnes de sondages sismiques : l'une au Tacul (Vallon : 1961) et l'autre dans la zone de confluence (Gluck : 1967).

Ces résultats, assemblés sur la figure n° 5, montrent que la vallée a un profil en U du Tacul jusqu'au niveau de Trélaporte, avec plusieurs surcreusements caractéristiques de l'érosion glaciaire, puis à partir des Echelets c'est un profil en V, dû à l'érosion torrentielle au cours de phases de retrait ayant été prédominante (Lliboutry : 1965).

Ces mesures ont déjà fait l'objet d'analyses de détail ou globales soit directement par leurs auteurs ou encore par d'autres, quelquefois en complétant par des mesures sur un point particulier (Lliboutry : 1965 et 1980, Vallon : 1967, Vivian : 1974, Martin : 1977).

Ces analyses ont porté sur la Cinématique du glacier, la Dynamique, leurs Fluctuations au cours du temps et les variations du bilan.

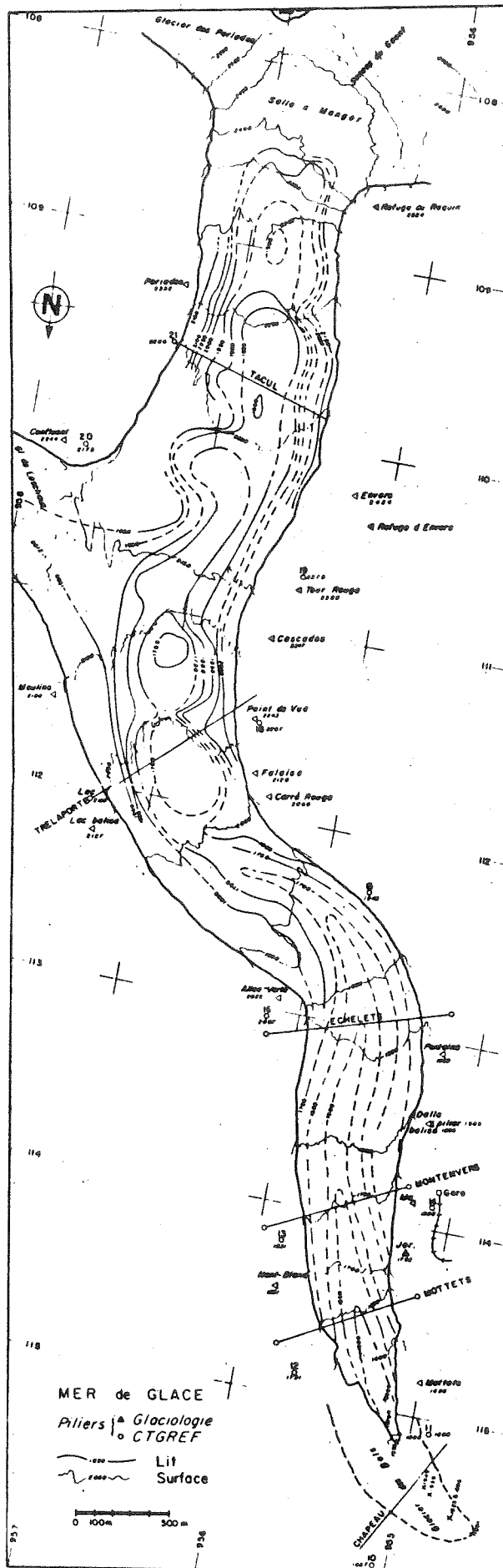


Figure 5 : Carte de la Mer de Glace sur la topographie I.G.N. de 1958 pour la surface. La topographie du lit résulte de l'assemblage des prospections de l'E.D.F. et du Laboratoire de Glaciologie

2 - ANALYSE DES MESURES DE VITESSE

2 - 1 VARIATIONS SAISONNIÈRES ET ANNUELLES DES VITESSES

Décrire le mouvement de la Mer de Glace était le but principal des observations de J. Vallot (1900). C'est ainsi qu'il a précisé la répartition des vitesses superficielles sur des lignes transversales des Echelets au Chapeau, et répondu aux questions que l'on se posait à l'époque sur la "marche des glaciers" (fig. 4a). Par contre il a obtenu des fluctuations de vitesses annuelles et saisonnières qu'il n'a pas pu clairement expliquer, bien qu'il ait apporté des éclaircissements par rapport aux mesures saisonnières de Forbes et de Tyndall. Alors que ces auteurs avaient trouvé des vitesses estivales doubles de celles de l'hiver, Vallot ramenait ces écarts à 10 % seulement. Cependant, il reconnaît que sa contribution n'est pas décisive avec son système de roches peintes voyageant avec la glace : car ainsi il n'est pas en mesure de séparer dans la variation de vitesse ce qui est dû au lieu ou au temps. Il a proposé pour faire cette séparation la méthode de mesure en un lieu fixe qui sera reprise par plusieurs auteurs. Depuis ce temps-là ce problème des variations

saisonnnières a fait l'objet de plusieurs séries de mesures qui montrent que le maximum de vitesse s'établit généralement vers le mois de juin (Hodge : 1974).

Mais ces mesures n'ont jamais été suffisamment étendues ni dans le temps ni dans l'espace pour définir une variation annuelle globale pour le glacier.

Les mesures effectuées de 1968 à 1975 par le Laboratoire de Glaciologie révèlent une caractéristique de ce glacier de Vallée : la variation annuelle de vitesse est du même ordre de grandeur sur les 6 km de la zone d'ablation (Reynaud : 1977) (fig. 4c). Ce résultat est confirmé par les mesures de Vallot et celles des Eaux et Forêts. Ce comportement des variations annuelles de vitesse signifie qu'il n'y a pas de relation univoque entre le débit et la vitesse comme cela était supposé jusqu'ici dans la théorie des ondes cinématiques. En modélisant ce résultat par le modèle linéaire de variation de Lliboutry (1974) une explication quantitative est obtenue pour la vitesse des ondes cinématiques (Lliboutry et Reynaud : 1980).

D'autre part ce même résultat modélisé, permet de reconstruire les variations de vitesses de 1975 à 1888 ceci en bon accord avec les mesures de terrains (Reynaud : 1980).

2 - 2 VARIATIONS DE VITESSES À L'ÉCHELLE DE LA JOURNÉE, DE L'HEURE

Sur de courts intervalles de temps les mesures de vitesses effectuées sur des glaciers ont donné toute une série de résultats contradictoires. Certains auteurs ont obtenu des mouvements saccadés tandis que d'autres, quelquefois sur les mêmes glaciers, ont montré un mouvement régulier (Goldthwait : 1973, Millecamps : 1956).

Il est important de préciser cette question de la régularité des mouvements du glacier pour savoir dans quelle mesure les hypothèses de régime permanent et d'équilibre quasi statique sont justifiées.

En se basant sur l'analyse de ces travaux faite par Lliboutry (1965 et 1975) et qui met en cause les méthodes nous avons entrepris sur la Mer de Glace ces mesures sur de courtes périodes de temps (Reynaud : 1975). Nous avons effectivement, comme toutes les difficultés déjà rencontrées par d'autres expérimentateurs au sujet de la stabilité des ancrages des points repères sur le glacier. La meilleure solution

que nous avons trouvé pour stabiliser les balises sur le glacier est celle qui consiste à utiliser le sable pour bourrer l'espace libre par la balise dans le trou de forage. La surface de glace autour de la balise étant protégée de la fonte par un plastique aluminisé (rexotherm) on a obtenu une très grande stabilité de l'ancrage sur plus d'une semaine.

Une fois rassuré sur la qualité de la liaison balise-glacier il nous restait à expliquer les fluctuations effectivement obtenues dans les mouvements du glacier. Pour cela nous avons exploité la variation cyclique d'une distance fixe entre 8h, 12h et 17h mesurée au géodimètre AGA, 6A. Ces variations suggèrent une répétition des conditions météorologiques rencontrées par le rayon lumineux. En revenant à des méthodes classiques de géodésie par intersection à 2 théodolites fonctionnant simultanément, on a pu mettre en évidence la variation d'un angle entre deux points fixes au cours de la journée. La correction des excès ou des défauts de cet angle fixe sur les valeurs mesurées aux balises, redonne un trajet régulier dans la limite de précision de ce type de méthode. C'est-à-dire que lorsqu'on cherche à mesurer de petits déplacements on est limité par l'inhomogénéité de l'air, qui cause une réfraction latérale importante (jusqu'à 0,4 g au milieu de la journée).

2 - 3 MOUVEMENTS DU GLACIER SUR UNE COURTE ÉCHELLE DE TEMPS

MOUVEMENTS DU GLACIER EN SURFACE SUR UNE COURTE ECHELLE DE TEMPS

LOUIS REYNAUD

Laboratoire de Glaciologie du CNRS et Université de Grenoble, France

Reçu le 9 avril 1975

Résumé. On a mesuré les vitesses superficielles de la Mer de Glace en trois endroits distincts, à l'aide de deux méthodes différentes, pour des intervalles de temps allant de la demi-journée à l'heure, de nuit ou de jour. Les mouvements apparents sont sinueux et saccadés: Cependant des contrôles rigoureux ont montré que ces fluctuations sont imputables en grande partie aux erreurs de réfraction atmosphérique latérale, très importantes sur les glaciers.

Small-scale movements of a glacier surface

Abstract. Surface velocities have been measured at three sites on the Mer de Glace by two different methods for time intervals from 1 to 12 h, during both day-time and night-time. The motion is apparently sinuous and jerky. Rigorous checks have shown that these fluctuations are attributable to errors due to lateral atmospheric refraction which is very important on glaciers.

INTRODUCTION

De nombreux auteurs ont mesuré le déplacement des glaciers pour décrire le mouvement de la glace en surface et en déterminer la vitesse sur une courte échelle de temps. Ainsi ont été mis en évidence des mouvements irréguliers, caractérisés par des trajets en lacets, avec même des retours en arrière et des vitesses fluctuantes (Chamberlain, 1928; Goldthwait, 1937, 1973; Battle, 1951; Millecamps, 1956; White, 1956; Harrison et Lee, 1971), tandis que d'autres auteurs ont trouvé au contraire des mouvements parfaitement réguliers, soit en opérant sur d'autres glaciers (Linding, 1957) soit en reprenant ces mêmes expériences sur des sites anciens (Mercanton, 1935). De même les rares mesures de glissements qui ont pu être faites à la base du glacier ont montré, soit un écoulement régulier, soit un écoulement irrégulier (Chamberlain, 1928; Vivian et Bocquet, 1973), mais on ne dispose pas de mesure à la surface de ces mêmes glaciers.

Le mode d'écoulement n'est donc pas résolu d'une façon générale, or ceci est de première importance lorsqu'on est amené à faire pour le glacier des hypothèses d'équilibre quasi-statique. C'est pourquoi nous avons effectué ces mesures sur la Mer de Glace en trois endroits distincts à l'aide de deux méthodes différentes pour des intervalles de temps allant de la demi-journée à l'heure, de jour et de nuit.

MESURES ELECTRO-OPTIQUES A L'ANGLE

En octobre 1972, on a opéré avec un mesureur de distance AGA, 6A et un théodolite Wild T2 dans le secteur de l'Angle (Fig. 1). Les appareils étaient disposés de façon à utiliser au mieux la précision du mesureur de distance, les balises se déplaçant presque dans l'axe de la

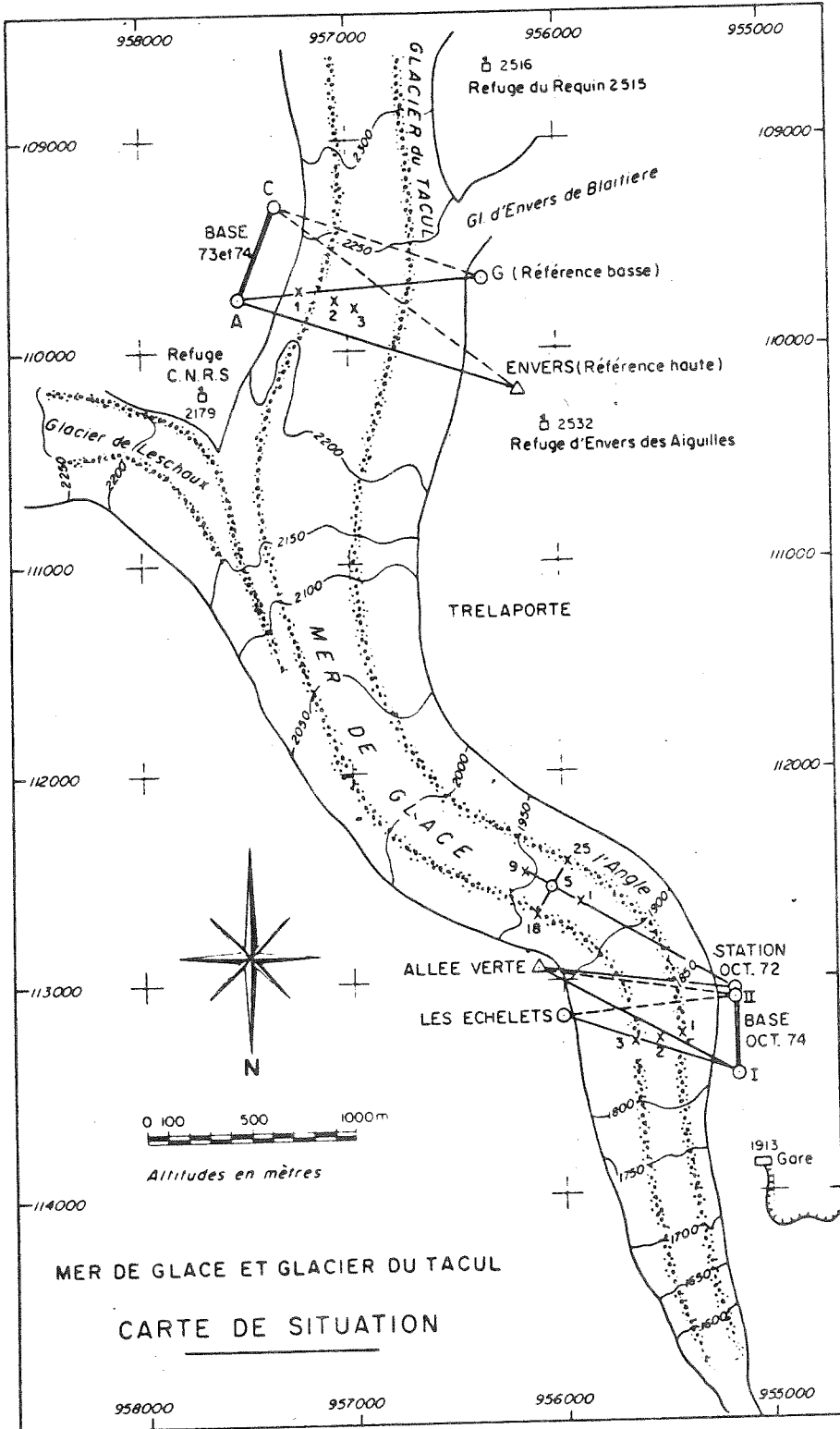


Fig. 1 - Plan de situation des mesures sur le glacier du Tacul et la Mer de Glace.

visée à la vitesse moyenne de 1 cm/h. On a ainsi déterminé l'emplacement de 10 balises le matin et le soir, ceci pendant 6 j (Fig. 2).

Les trajets sont apparemment sinueux, ils s'écartent du trajet rectiligne (au sens des moindres carrés) le plus souvent de 15 mm et au maximum de 30 mm, ceci en quelques points seulement.

En opérant avec le Wild T2 à un tour complet et trois pointés à chaque visée, les incertitudes sur les angles sont en moyenne de 0.4 milligrades; en prenant ± 0.5 milligrades, on rend compte des écarts à la ligne droite de 8 mm mais non au-delà. La précision sur la distance obtenue au géodimètre est donnée par la mesure d'une longueur fixe de référence en prenant le plus grand écart à la moyenne qui est de ± 5 mm (Fig. 3). On pouvait espérer retrouver la valeur moyenne de la longueur de référence en corrigeant de l'influence de la température et de la pression, mais ce n'est pas le cas: au contraire, ces corrections aggravent la dispersion des mesures. Ce phénomène est rencontré souvent en montagne sur les glaciers, car les masses d'air, suivant l'ensoleillement, sont à des températures différentes, et les surfaces isothermes, de formes complexes, varient au cours de la journée. Ainsi on ne peut plus, par des mesures à chaque extrémité du trajet lumineux, représenter les conditions moyennes de température et de pression, comme cela est fait en zone de plaine. Ces inhomogénéités de l'air traversé influent sur les mesures de distance, mais plus encore sur les mesures d'angle, comme nous l'ont montré les mesures faites dans les deux autres sites de la Mer de Glace.

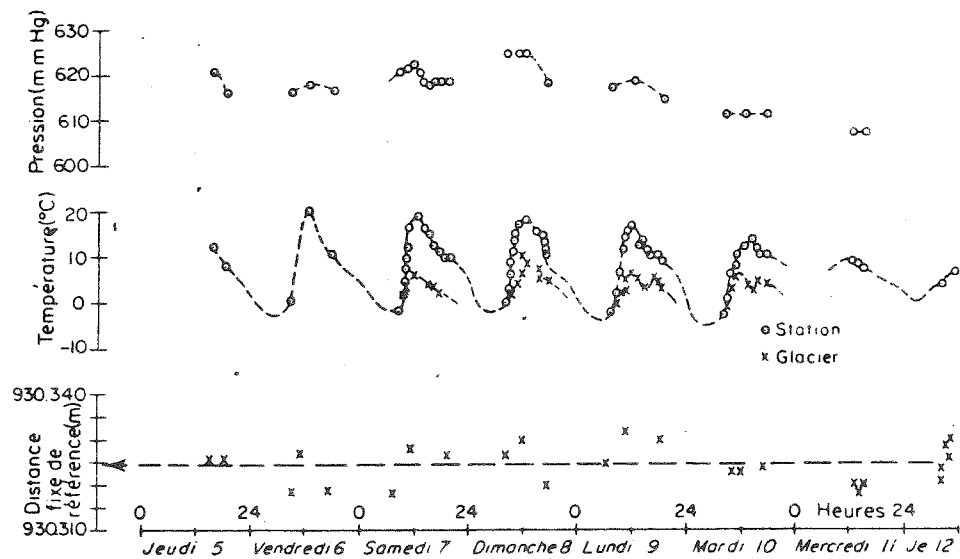


Fig. 3 - Variation de la longueur de référence: Fontaine-Allée Verte en fonction du temps, ainsi que température et pression (station et glacier).

Cependant, pour ces 10 balises, le graphe de la distance parcourue en fonction du temps fait apparaître une remarquable régularité de la vitesse sur 5 jours (Fig. 4). Ainsi, pour la balise n° 23, la vitesse moyenne sur 5 jours est de 0.263 m/j, les vitesses obtenues sur 5 h 30 (matin au soir) sont à 0.044 m/j près et celles sur 18 h (soir au matin) à 0.013 m/j près. On voit qu'on ne peut, même avec cette précision, distinguer de différence de vitesse au cours des 5 jours de mesures, les variations à la moyenne étant inférieures à la précision (Tableau 1).

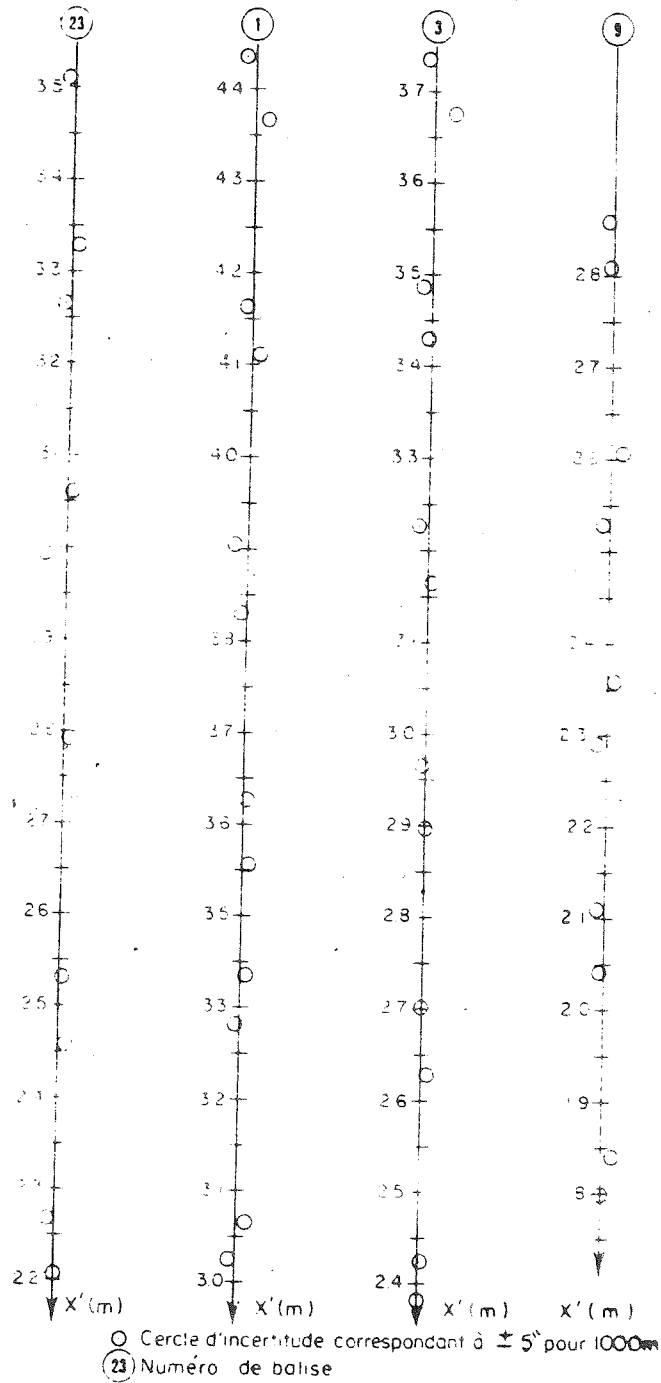


Fig. 2 - Trajets des balises 23, 1, 3 et 9 dans le secteur de l'Angle: octobre 1972.

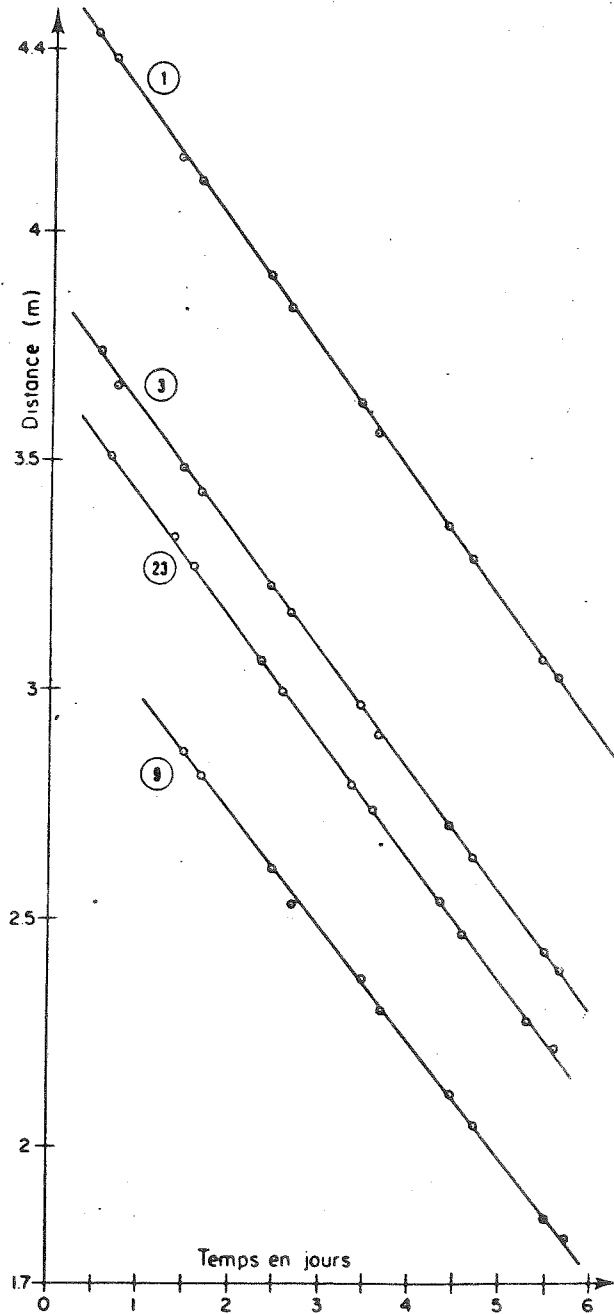


Fig. 4 - Distance parcourue en fonction du temps pour les balises 23, 1, 3 et 9: secteur de l'Angle.

TABLEAU I
Balise n° 23 à l'Angle en octobre 1972: vitesses du matin au soir et du soir au matin*

Date	Temps (j)	x (m)	y (m)	x' (m)	y' (m)	V _x (m/j)	ΔV _x (mm/j)	V _y (m/j)
Jeudi 5	0							
	0.652	682.641	515.125	3.509	+0.005	0.257	-6	0.022
Ve. 6	1.355	0.515	514.994	0.331	-0.007	0.263	0	-0.078
	1.583	0.458	0.968	0.268	0.006	0.270	+7	-0.014
Sam. 7	2.346	0.310	0.824	0.061	-0.004	0.296	+33	-0.174
	2.568	0.235	0.810	2.996	0.034	0.265	+2	-0.054
Dim. 8	3.343	0.108	0.643	0.790	-0.007	0.243	-20	0.022
	3.575	0.069	0.602	0.734	-0.013	0.264	+1	-0.015
Lu. 9	4.339	681.909	0.478	0.532	-0.001	0.285	+22	0.025
	4.586	0.860	0.427	0.461	-0.007	0.250	-13	-0.022
Ma. 10	5.350	0.705	0.315	0.271	0.009	0.253	-10	0.051
	5.580	0.669	0.268	0.213	-0.001			

$$\bar{V}_x = 0.263 \text{ m/j}$$

* x, y = axes plans locaux; x', y' = x' dirigé suivant déplacement y' transversal.

MESURES OPTIQUES SUR LE GLACIER DU TACUL

Sur le glacier du Tacul, les balises ont été topographiées par intersection à partir d'une base AC, longue de 488.42 m, située en rive droite, ceci pendant trois jours consécutifs, les 1, 2 et 3 septembre 1973, entre 8 h et 13 h (Fig. 1). Soupçonnant l'importance de la réfraction latérale depuis nos expériences d'octobre 1972, nous avons pris la précaution de viser dans le tour d'horizon deux références fixes en rive gauche sur le rocher, l'une, haute, à 200 m au-dessus du glacier, l'autre basse, proche de l'altitude de la surface.

On observe pour ces trois jours de beau temps une similitude dans les variations de la référence d'angle: les écarts à la moyenne sont faibles le matin au lever du soleil et deviennent importants vers midi, bien que les fermetures sur la référence haute soient réalisées à quelques décimilligrades près (Fig. 5). Cette variation d'indice correspond bien à l'évolution diurne du gradient thermique vertical près de la surface du glacier, qui passe par un minimum le matin et un maximum à midi de même que le vent catabatique (Martin, 1975).

Lorsqu'il n'est pas tenu compte de ces variations, les trajets angulaires de la balise sont saccadés; cependant, lorsqu'on corrige les angles lus sur les balises, des excès ou des défauts de lectures sur la référence, les variations angulaires s'écartent d'une variation linéaire pas plus de 15" en deux points et pour le reste de moins de un milligrade.

En opérant dans le milieu de la journée, on obtient de fortes corrections; c'est pourquoi, en août 1974, nous avons travaillé plus tôt le matin entre 3 h 30 et 8 h 30, moment plus propice pour bénéficier d'une atmosphère stable. Les variations sur les références fixes sont alors faibles pour le pilier A, mais encore notables pour le pilier B situé plus haut sur la rive droite.

Sur la Fig. 6 sont portées les mesures brutes sur les références, les variations angulaires des angles d'intersection bruts et corrigés pour une balise. On remarque que si la procédure de correction n'intervient presque pas pour les angles lus en A, par contre elle est efficace en B où elle ramène les écarts à moins de 0.8 milligrades de la variation linéaire obtenue par les moindres carrés sur les valeurs corrigées. Les déplacements sont très différents suivant qu'ils sont obtenus sur les mesures brutes ou corrigées, l'écoulement à l'échelle de l'année étant à peu de chose près celui obtenu dans le cas de l'approximation linéaire (Fig. 7).

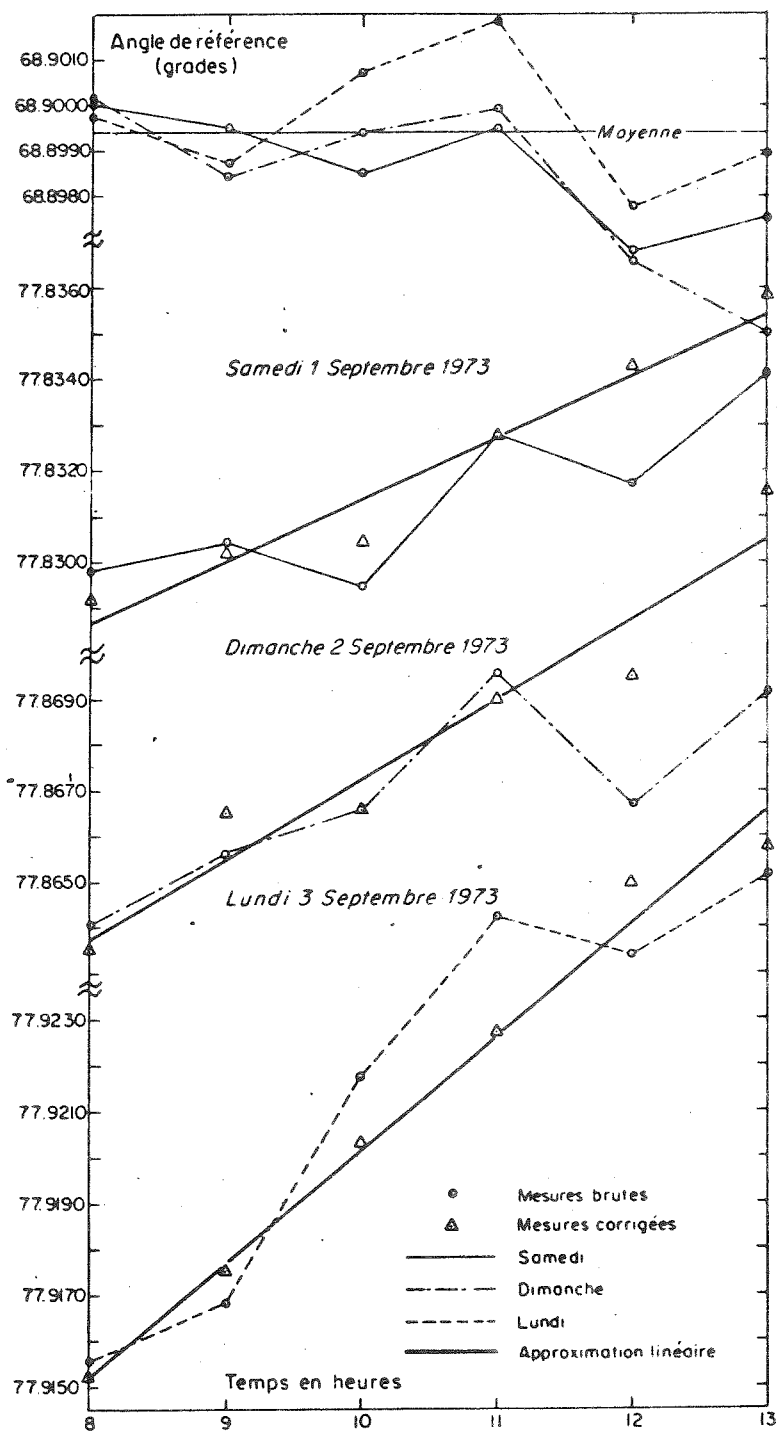


Fig. 5 - Variation de l'angle de référence au cours du temps et trajet angulaire de la balise E sur trois jours: glacier du Tacul, 1, 2 et 3 septembre 1973.

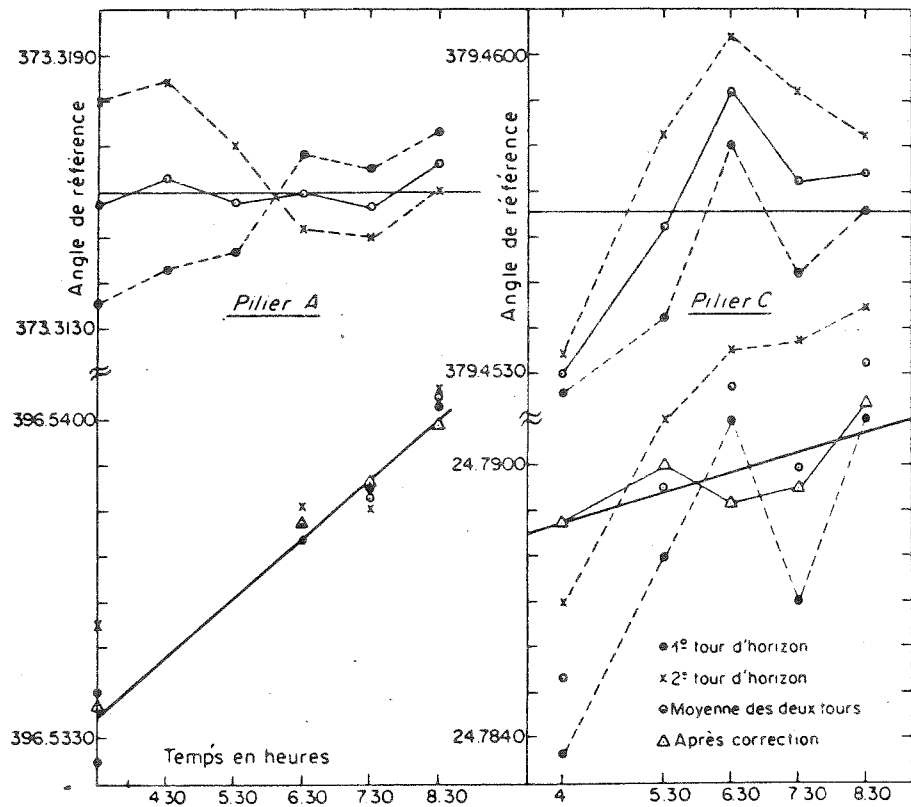


Fig. 6 - Variation de l'angle de référence au cours du temps pour les termes A et C de la base d'intersection et trajets angulaires de la balise n° 3.

MESURES AUX ECHELETS

Sur ce site particulier, juste après un coude du glacier, Millecamps (1956) a mesuré deux fois par jour les déplacements de sept repères par photogrammétrie terrestre. Il a obtenu d'importants mouvements irréguliers synchrones comportant même de brusques sauts en arrière. A cet endroit, en octobre 1974, nous avons projeté des mesures nocturnes; malheureusement, une longue période de mauvais temps s'est installée sur la région qui nous a permis seulement d'effectuer des mesures de jour, à la faveur d'une éclaircie où alternaient soleil, brouillard et neige. Entre 11 h et 18 h, nous avons suivi le déplacement de trois balises (Fig. 1) par la même méthode d'intersection adoptée en 1974 sur le Tacul: Wild T2 et Kern DKM2, avec pour référence haute le pilier Allée-Verte, et pour référence basse, un repère E sur la roche en place en rive droite.

Nous ne retrouvons pas les trajets obtenus par Millecamps, mais après correction les trajets s'écartent de la ligne droite de 10 mm en moyenne et en quelques points de 15 mm (Figs. 8 et 9), écarts qui sont de l'ordre de grandeur de la précision des mesures à cette distance.

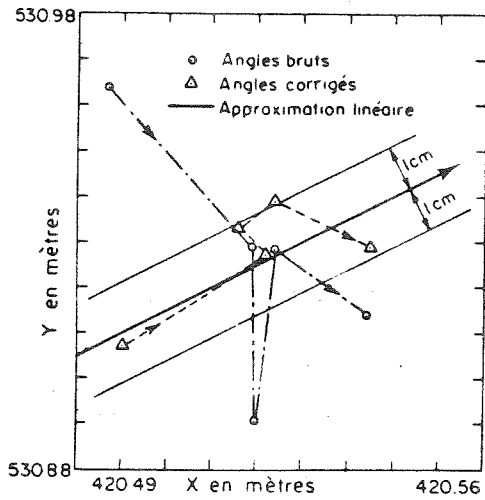


Fig. 7 - Trajet plan de la balise n° 3 à partir des valeurs brutes corrigées et pour l'approximation linéaire.

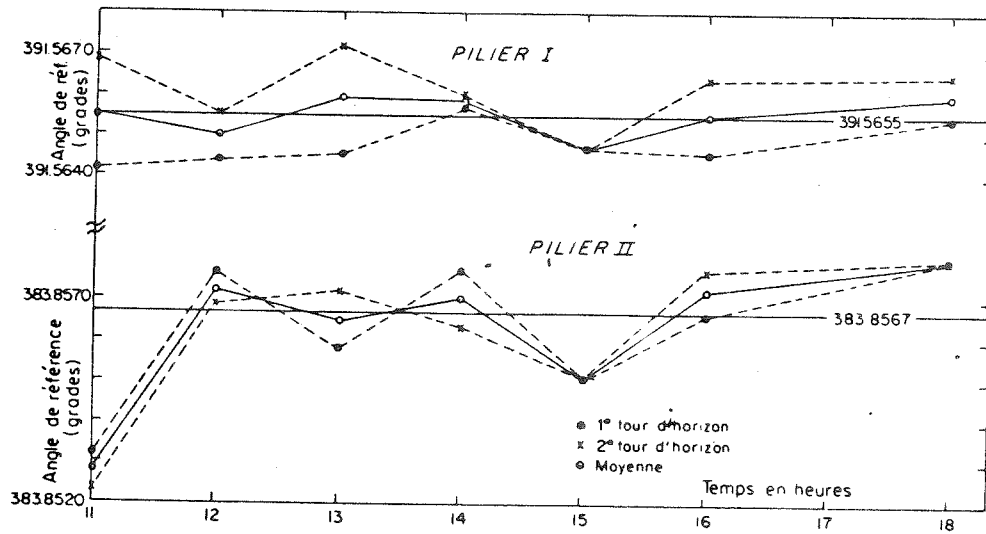


Fig. 8 - Variation de l'angle de référence vu des termes I et II de la base d'intersection.

CONCLUSION

Les mesures faites sur trois endroits de la Mer de Glace avec deux méthodes différentes montrent qu'il ne faut pas espérer décrire le mouvement fin de la glace en surface par des méthodes optiques si l'on ne prend pas de précautions particulières pour éliminer les erreurs dues à la réfraction atmosphérique.

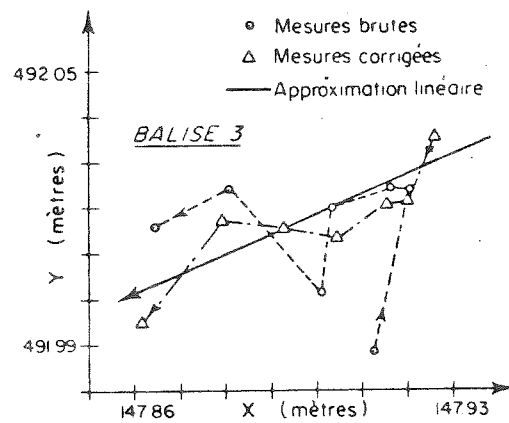
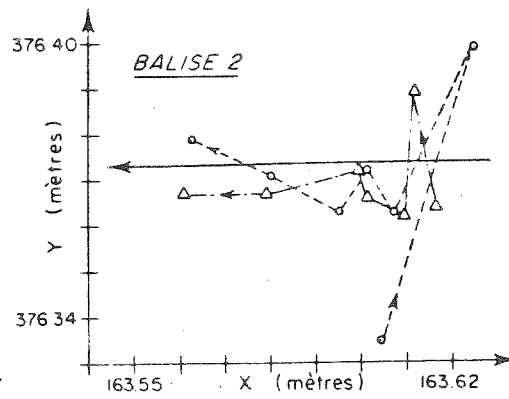
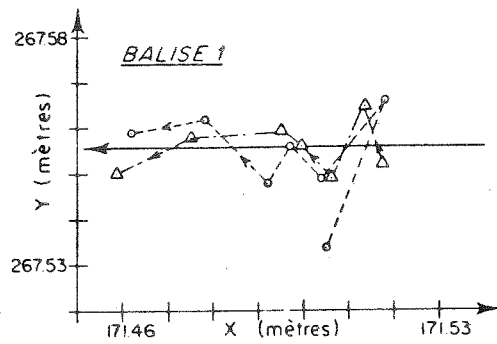


Fig. 9 – Trajet plan des balises 1, 2 et 3 pour les valeurs brutes, corrigées et pour l'approximation linéaire.

La méthode d'intersection à deux théodolites, même dans de bonnes conditions d'intersection se révèle très sensible aux déviations horizontales des rayons lumineux car elle cumule les erreurs dues aux deux visées, tandis que la topographie obtenue avec un mesureur électronique de distance est plus stable et largement plus rapide.

La procédure de correction adoptée ici n'est qu'approchée, car les variations obtenues sur les références fixes ne sont évidemment pas identiques à celles des repères mobiles sur le glacier, du fait de la disposition sur le terrain et des distances différentes entre les repères mobiles et fixes.

Sans qu'on puisse prouver que le mouvement est linéaire à l'échelle de l'heure, il ne comporte pas de retours en arrière comme le feraient croire les mesures brutes. On peut affirmer que les surprenants résultats de Millecamps (1956) provenaient d'un manque de rigueur dans ses mesures.

Néanmoins, il se peut que le mouvement de détail à l'intérieur de la marge d'incertitude reste saccadé, ce qui est d'ailleurs le fait de certaines zones particulières du glacier d'Argentière où de tels mouvements saccadés à la base du glacier ont été mesurés par Vivian et filmés par Louis Philippe (Vivian et Bocquet, 1973). Cependant, ces saccades, lorsqu'elles existent, sont d'une amplitude bien plus faible que les mesures antérieures le laissaient croire.

Remerciements. Je tiens à remercier le CNRS et Monsieur le Professeur Lliboutry, Directeur du Laboratoire de Glaciologie du CNRS qui m'ont permis de réaliser cette étude. Je remercie également Monsieur Charle Carle, Ingénieur géomètre et Monsieur Yves Morin, Physicien adjoint, Guide de Haute Montagne, pour les excellentes mesures qui ont été faites pendant ces trois années.

BIBLIOGRAPHIE

- Battle, W.R.B. (1951) Glacier movement in NE Greenland, 1949, with a note on some subglacial observations. *J. Glaciol.* 1, 559-563.
- Chamberlain, R.T. (1928) Instrumental work on the nature of glacier motion. *J. Geol.* 36, no. 1, 1-30.
- Colbeck, S.C. et Evans, R.J. (1971) small scale strain measurements on a glacier surface. *J. Glaciol.* 10, n° 59, 237.
- Goldthwait, R.P. (1937) Movement of South Crillon Glacier. *Bull. Geol. Soc. Amer.* 48, n° 11, 1653-1663.
- Goldthwait, R.P. (1973) Jerky glacier motion and melt water. *Hydrology of Glaciers* (Actes du Colloque de Cambridge, 1969), p. 183-188: AISH Publ. n°95.
- Harrison, A.E. et Lee, D. (1971) Electronic measurement of ice velocity. *J. Glaciol.* 10, n° 60, 394-399.
- Linding, G. (1957) Feinbewegungsmessungen an einigen Ostalpen gletschern. *Neiges et Glaces* (Actes du Colloque de Toronto, 1957), p. 455-474: AISH Publ. n° 46.
- Lliboutry, L. (1965) *Traité de Glaciologie*, tome 2, cap. XVI: Masson, Paris.
- Martin, S. (1975) Wind regimes and heat exchange on glacier de St Sorlin. *J. Glaciol.* 14, n° 70.
- Mercanton, P.L. (1935) Le cryocinémètre de la Commission Helvétique des Glaciers. *Z. Gletscherkunde* 22, n° 1, 163-171.
- Millecamps, R. (1956) Sur l'écoulement superficiel d'un tronçon de la Mer de Glace. *C.R. Acad. Sci., Paris* 242, 397-400 et 803-806.
- Tardi, P. et Laclavere, G. (1951) *Traité de Géodésie*, tome 1, cap. VI: Gauthiers et Villard, Paris.
- Vivian, R. et Bocquet, G. (1973) Subglacial cavitation phenomena under the glacier d'Argentière, Mont Blanc, France. *J. Glaciol.* 12, n° 66, 439-451.
- White, S.E. (1956) Glaciological studies of two outlet glaciers, Northwest Greenland, 1953. *Medd. Gronland* 137, n° 8.

- que seuls interviennent le tenseur des contraintes et le tenseur des vitesses de déformation, d'une façon tensorielle linéaire.

Avec ces hypothèses le tenseur des vitesses en tout point $\dot{\epsilon}_{ij}$ est proportionnel au déviateur des contraintes τ'_{ij} (équations de Levy-Mises). En comptant positivement les compressions on a :

$$\tau'_{ij} = - 2 \eta \dot{\epsilon}_{ij}$$

On admet que la viscosité η n'est fonction que du second invariant de l'un ou l'autre des tenseurs et pas du troisième (le premier est nul). D'autre part on adopte la loi de Glen qui relie la cission effective τ à la vitesse de cisaillement effective $\dot{\gamma}$

$$\dot{\gamma} = B \tau^n \quad \text{avec } n \sim 3$$

il s'ensuit :

$$\dot{\gamma}_{ij} = 2 \dot{\epsilon}_{ij} = B \tau^{n-1} \tau'_{ij}$$

soit encore :

$$\frac{1}{\eta} = B \tau^{n-1} = B^{1/n} \dot{\gamma}^{1 - \frac{1}{n}}$$

La loi de Glen et les relations de Levy-Mises ont été prouvées expérimentalement dans le cas de la glace de glacier pour un fluage permanent dans le domaine de contraintes constantes allant de 0,5 bar à 5 bars avec un exposant $n = 3$ (Duval : 1976). Ceci n'est donc valable que pour l'écoulement d'un tronçon de glacier, suffisamment régulier pour qu'en première approximation on suppose les vitesses parallèles et les contraintes constantes.

Dans le cas contraire, lorsque les contraintes principales varient en direction et en amplitude (l'état transitoire, hors de l'état permanent), la loi de déformation précédente n'est plus vérifiée et doit être remplacée par la loi de comportement suivante :

$$\epsilon_{ij} = \frac{\gamma}{2\tau^*} (\tau'_{ij} - S_{ij})$$

où :

S_{ij} est une contrainte interne directionnelle qui évolue dans le temps

τ^* est défini par :

$$\tau^{*2} = \frac{1}{2} \Sigma (\tau'_{ij} - S_{ij}) \quad (\text{Le Gac, Duval : 1980})$$

3 - 2 LA LOI DE FROTTEMENT

3.2.1 Approche théorique

Pour déterminer théoriquement la loi de glissement il faut se placer à l'échelle du microrelief du lit glaciaire, en faire un modèle géométrique et mécanique pour traduire les conditions de vitesse et de contraintes à l'interface glace-rocher.

Weertman en 1958 prenait pour modèle de microrelief des obstacles de toute taille disposés sur un plan mais suffisamment éloignés les uns des autres pour qu'on puisse traiter indépendamment la fonte-regel et l'écoulement sur chaque obstacle. Dans ce modèle la pression normale moyenne contre le lit rocheux n'intervient pas et le frottement τ_b est proportionnel à la puissance $\frac{2}{n+1}$ de la vitesse de glissement $\tau_b \sim U^{\frac{2}{n+1}}$, n étant l'exposant de la loi de Glen. Mais cette loi ne prend pas en compte les décollements de la glace sur les obstacles, décollements qui existent dès que la vitesse de glissement dépasse quelques mètres par an. D'autre part, elle ne permet pas d'expliquer les variations de vitesse de glissement du début de l'été.

Pour introduire le décollement dans le modèle géométrique il faut compléter par un modèle hydraulique qui décrit les conditions de pression hydrostatique dans les cavités à l'aval des obstacles du lit rocheux (Lliboutry : 1968 et 1979). Celles-ci sont interconnectées et localement elles se trouvent soumises à une pression p , tandis que la pression moyenne de la glace sur le lit vaut p_i . Le paramètre qui intervient dans la loi de frottement est la pression moyenne effective au sens de Terzaghi : $p_i - p$. Les résultats obtenus par Lliboutry (1979) avec ce modèle sont les suivants :

- s'il existe des cavités non interconnectées (autonomes) ce n'est que de façon temporaire et leur influence sur la loi de frottement est négligeable.

- la loi de frottement dépend essentiellement du modèle géométrique adopté pour le lit rocheux :

- a) avec des obstacles indépendants (comme dans le modèle de Weertman), hémisphériques, lorsque la pression effective ($p_i - p$) diminue d'une valeur très grande, le coefficient de la loi de Weertman diminue progressivement d'un facteur deux. A frottement constant la vitesse augmente donc d'un facteur quatre.
- b) sur des bosses, larges vis-à-vis de leur hauteur, ayant des longueurs voisines et des hauteurs distribuées selon une loi de Gauss, dès que la vitesse de glissement est importante on a à peu près une loi de frottement solide :

$$\tau_b = f (p_i - p)$$

où le coefficient f est voisin de $0,77 \times$ pente quadratique moyenne du microrelief.

3.2.2 Essai d'obtention du frottement pour diverses vitesses et valeurs de la pression normale

Malgré les hypothèses faites sur le modèle mécanique le problème de l'écoulement de la glace est encore trop compliqué dans le cas général et on se limite habituellement au problème plan :

- soit que l'on considère l'écoulement dans un chenal cylindrique, avec des vitesses partout parallèles à Ox et une surface plane ayant Ox pour ligne de plus grande pente et que l'on admette que contraintes et vitesses ne dépendent pas de x (Nye : 1965).

- soit que l'on considère une nappe très large (coordonnée y), avec des épaisseurs, des vitesses partout parallèles au plan vertical xOz (Lliboutry : 1969).

Avec le 2ème modèle on peut espérer obtenir des vitesses de glissement et le frottement à la base du glacier à partir des mesures en surface. Un premier calcul

en quelques points pour la chute de séracs du Géant semblait donner une loi de frottement solide, du type Coulomb, entre le frottement τ_b et la pression normale N : $\tau_b = C.N$ où $C \sim 0,3$, plutôt qu'une loi de Weertman de type visqueux. Sur des mesures photogrammétriques plus denses et continues nous avons trouvé une relation entre τ_b et N qui n'a apparemment rien à voir avec une simple proportionnalité (Reynaud : 1973). Cependant, le frottement calculé dans ce cas n'est jamais supérieur à $0,5 \times N$: il est maximum dans la partie la plus inclinée de la chute et il est très faible dans les 2 zones surcreusées. C'est justement de tels surcreusements qui pourraient être responsables d'une pression d'eau p pendant la pression effective $p_i - p$ beaucoup plus faible que celle calculée à la base. Mais cette valeur nous est inconnue et on ne peut rien conclure.

Pour faire progresser ces tests de loi de frottement il eut fallu résoudre moins d'inconnues et disposer par exemple aussi des vitesses en profondeur. Dans ce cas une confrontation des vitesses calculées avec celles mesurées permettrait probablement de fixer les idées sur la validité des hypothèses et simplifications nécessaires au calcul, ainsi que sur la représentativité des relations frottement-pression normale ou frottement-vitesse de glissement.

3 - 3 ÉCOULEMENT D'UN CORPS DE GLEN DANS UN CHENAL CYLINDRIQUE

3.3.1 Interprétation des données de l'Athabasca avec une loi de frottement proportionnel à la pression effective

Cette occasion de tester une loi de frottement solide nous a été fournie par les travaux de Raymond sur le glacier de l'Athabasca (Raymond : 1971). Par interpolation des mesures d'inclinométrie de 9 forages on connaît la répartition de vitesse dans 2 sections droites, ainsi que le niveau piézométrique de l'eau sur le lit en un seul forage central.

Sur proposition du Pr. Lliboutry nous avons repris le problème traité par Nye (1965) en le modifiant sur la frontière de la section droite : d'un problème aux dérivées partielles mixtes nous avons eu à résoudre un problème de Dirichlet, beaucoup plus simple au point de vue numérique. En effet, l'hypothèse d'un frottement solide sur le lit en présence d'une pression intersticielle (Lliboutry : 1968) donne une solution comme de la fonction de contrainte de Nye sur tout le lit rocheux (Reynaud : 1973). En utilisant la valeur du niveau piézométrique relevé par Raymond (niveau à

260 m pour 300 m de glace) le calcul numérique conduit à des vitesses doubles de celles observées. En le réduisant d'un tiers on obtient alors des vitesses qui dans toute la section droite sont proches de celles observées, notamment la surface. La répartition de contrainte calculée avec une loi de Glen $\gamma = 0.17 \tau^3$ montre que l'on obtient :

- un maximum de cisaillement en surface à quelque distance du bord ce qui correspond assez bien à l'observation sur les crevasses dans cette zone.

- le maximum de la contrainte de cisaillement se situe près du lit à peu près à l'altitude du niveau d'eau qui sépare les 2 zones de frottement. Ceci est une conséquence directe du modèle adopté : au-dessus de ce niveau le frottement est du type solide tandis que plus bas il est réduit de la pression d'eau sur le lit. S'il en est réellement ainsi ceci peut expliquer l'évolution progressive d'une vallée glaciaire vers la forme en U rencontrée dans la majorité des glaciers, comme nous l'a fait remarquer le Pr. Lliboutry.

FACULTÉ DES SCIENCES
 LABORATOIRE de
 GÉOPHYSIQUE et GLACIOLOGIE

119

Journal of Glaciology, Vol. 12, No. 65, 1973

FLOW OF A VALLEY GLACIER WITH A SOLID
 FRICTION LAW

By L. REYNAUD

(Laboratoire de Glaciologie du C.N.R.S., 2, rue Très-Cloîtres, 38 Grenoble, France)

ABSTRACT. Friction on the bed is assumed to obey Coulomb's law of solid friction in the presence of interstitial pressure (Lliboutry, 1968). According to this, the friction is a maximum at certain places in the bottom of the valley. Assuming Glen's non-linear creep law, the steady-state flow of ice along a regular cylindrical channel of parabolic section has been calculated. The results reproduce to high accuracy the distribution of velocity measured on the Athabasca Glacier (Raymond, 1971).

RÉSUMÉ. *Écoulement d'un glacier de vallée avec une loi de frottement solide.* Il est supposé que le frottement à la surface du lit obéit à la loi de frottement solide de Coulomb en présence d'une pression interstitielle (Lliboutry, 1968). De ce fait, le frottement est maximal à une certaine distance de part et d'autre du fond de la vallée. On a calculé, en admettant la loi de fluage non linéaire de Glen, l'écoulement permanent parallèle de la glace le long d'un canal régulier cylindrique de section droite parabolique. On retrouve avec une excellente précision les valeurs et la répartition des vitesses mesurées sur le glacier de l'Athabasca (Raymond, 1971).

ZUSAMMENFASSUNG. *Bewegung eines Talgletschers unter der Annahme eines Reibungsgesetzes für feste Körper.* Von der Reibung am Gletscherbett wird angenommen, dass sie beim Vorhandensein von Druck in den Hohlräumen dem Reibungsgesetz von Coulomb für feste Körper folgt (Lliboutry, 1968). Demzufolge nimmt die Reibung an bestimmten Stellen am Grunde des Troges einen Höchstwert an. Unter der Voraussetzung von Glen's nicht-linearem Fließgesetz wurde die stetige Fließbewegung des Eises entlang eines regelmässigen, zylindrischen Kanals mit parabolischem Querschnitt berechnet. Die Ergebnisse geben mit hoher Genauigkeit die Geschwindigkeitsverteilung wieder, die am Athabasca-Glacier gemessen wurden (Raymond, 1971).

1. INTRODUCTION

Nye (1965) has calculated a solution for the steady-state flow along a channel of uniform section and slope of a glacier obeying the non-linear flow law of Glen. He takes as boundary condition on the rock bed a zero slip velocity. It could also be non-zero, uniform, and independent of the friction, but such a hypothesis seems completely unrealistic.

Recent measurements of ice deformation on the surface and at depth made by Raymond (1971) on the Athabasca Glacier show a very different distribution of velocities from those suggested by Nye. Instead of a constant slipping velocity, Raymond has found a velocity which varies along the section. This velocity, which is a few metres per year at the edges, reaches 42 m a^{-1} at the centre or about 80% of the surface velocity. This characteristic leads us to adopt a theoretical model which allows large variations of slip velocity. It seems more realistic to adopt as boundary condition between ice and rock a friction f proportional to the normal pressure of the ice, reduced by the mean pressure of liquid water at the interface (Lliboutry, 1968, 1969). Measurement of the level of water in hole 2A has in effect shown that there exists a very large water pressure in cavities at the bed of the glacier. For an extremely wide glacier (plane problem) the difference between the pressure of the ice and the pressure of the water in cavities has the mean value

$$N = \kappa(\rho_i h - \rho_w h_w) \quad (1)$$

where ρ_i and ρ_w are the densities of ice and water respectively, h is the thickness of ice, h_w the piezometric height corresponding to subglacial water channels, and κ is a factor depending on the way the hydraulic network branches, and varies from $\frac{1}{3}$ to $\frac{2}{3}$.

But, as Professor Lliboutry has commented, for a valley glacier we must take into account the variation in pressure due to the difference in height H between the point considered and the place where the subglacial water cavities come together with the main subglacial stream. The expression for N becomes

$$N = \kappa[(\rho_i h - \rho_w h_w) + (\rho_w - \rho_i) H]. \quad (2)$$

2. CO-ORDINATES AND NOTATION

We adopt a co-ordinate system as shown in Figure 1. The free surface of the ice is the plane $y = 0$ which makes an angle α with the horizontal, l is the angle formed by the normal to the bed with the Oy axis, w is the ratio of the half-width to the depth a of the perpendicular section, and y_w is the distance from the water table to the surface.

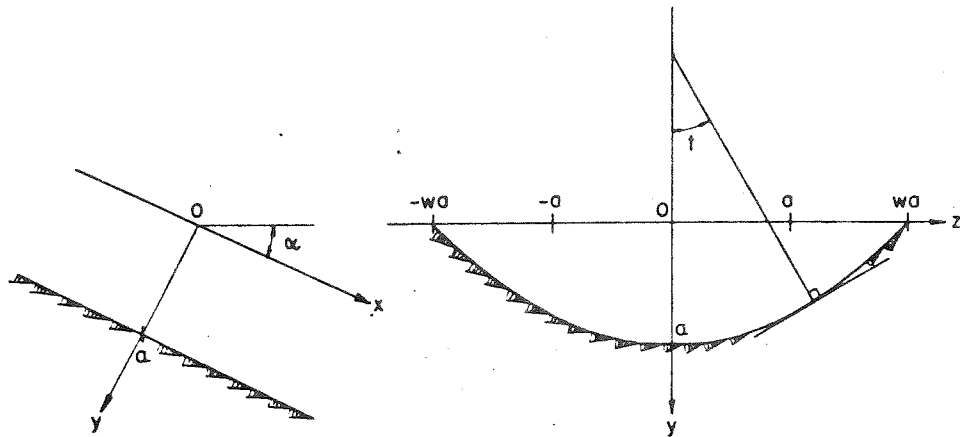


Fig. 1. Schematic diagram of valley glacier. Left: longitudinal profile along centre line. Right: transverse parabolic cross-section of width ratio $w=2$.

We suppose that the movement is in a steady state and is parallel to the Ox axis with velocity u . We suppose that the stresses follow the equations:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -\rho l g \cos \alpha y, \\ \tau_{yz} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

with, in the plane $y = 0$,

$$\sigma_y = \tau_{xy} = 0.$$

In this case the equilibrium equations reduce to

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\rho l g \sin \alpha, \quad (4)$$

and Glen's flow law gives

$$\frac{\partial u}{\partial y} = A \tau^{n-1} \tau_{xy}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = A \tau^{n-1} \tau_{xz}, \quad (5)$$

where $\tau = (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2)^{1/2}$, $A = 0.17$ and $n = 3$.

We adopt the reduced variables

$$\left. \begin{aligned} Y = y/a, \quad Z = z/a, \quad Y_w = y_w/a, \\ T_Y = \tau_{xy}/\rho g a \sin \alpha, \quad T_Z = \tau_{xz}/\rho g a \sin \alpha, \\ T = \tau/\rho g a \sin \alpha, \quad U = u/aA(\rho g a \sin \alpha)^n, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

and the stress function ψ already introduced by Nye so that

$$T_Y = \frac{\partial \psi}{\partial Z} - \frac{Y}{2}, \quad T_Z = -\frac{\partial \psi}{\partial Y} - \frac{Z}{2}. \quad (7)$$

3. BOUNDARY CONDITIONS AT THE BOTTOM OF THE GLACIER

The friction condition at the bed is written

$$T_Y \cos t + T_Z \sin t = C_0 N / \rho g a \sin \alpha \tag{8}$$

where C_0 is a constant if w and Y_w are given. For $0 \leq Y \leq Y_w$ the second term in Equation (8) becomes CY with $C = C_0 \kappa \cot \alpha$, and for $Y_w \leq Y \leq 1$

$$C \left[\frac{\rho_w Y_w - \rho_w - \rho_l}{\rho_l} Y \right] \tag{9}$$

Along the edge of the perpendicular section where Y and Z are related by the equation $Y = 1 - (Z^2/w^2)$, Equation (8) is a first-order differential equation for a function of a single variable. Let us put $\xi = \tan t$, and Equation (8) is written for $0 \leq Y \leq Y_w$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{\xi'} &= -\frac{Cw^2}{4} (1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{w^2 \xi^2}{4} \right) + \frac{w^2}{8} \left(1 + \frac{w^2 \xi^2}{4} \right), \\ \text{and for } Y_w \leq Y \leq 1 \\ \psi_{\xi'} &= \frac{Cw^2}{4} \left[\delta (1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{w^2 \xi^2}{4} \right) - (1 + \delta) (1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{w^2 \xi_w^2}{4} \right) + \frac{w^2}{8} \left(1 + \frac{w^2 \xi^2}{4} \right) \right], \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

where $\delta = (\rho_w - \rho_l) / \rho_l = 0.12$ and ξ_w is the value of ξ for Y_w .

Along the Oz axis $T_Y = 0$ therefore $d\psi/dZ = 0$ and ψ is constant. Similarly on Oy where $T_Z = 0$, $d\psi/dy = 0$ and ψ is constant. One chooses this constant to be zero, and therefore ψ is known at two points of the bed: $Y = 0$, $Z = \pm w$ and $Y = 1$, $Z = 0$. These two expressions for ψ must become the same at $Y = Y_w$ which determines the value of C .

It follows that for $Y \leq Y_w$:

$$\psi = \frac{Cw^2}{64} \left[\frac{16 - w^2}{2} \left(\frac{2\lambda_0}{w} - \lambda\xi \right) - w^2 \left(\frac{8\lambda_0}{w^3} - \lambda\xi^3 \right) + \frac{16 + w^2}{2} (\lambda_0' - \lambda') \right] + \frac{w^2}{8} \left(\xi + \frac{w^2 \xi^3}{12} \right) - \frac{w}{3} \tag{11}$$

and for $Y_w \leq Y \leq 1$:

$$\psi = \frac{Cw^2}{8} \left[\delta \left\{ \left(\frac{16 - w^2}{16} \xi^2 - \frac{w^2}{8} \xi^3 \right) \lambda + \frac{16 + w^2}{16} \lambda' \right\} - Y_w (1 + \delta) (\lambda\xi + \lambda') \right] + \frac{w^2}{8} \left(\xi + \frac{w^2 \xi^3}{12} \right) \tag{12}$$

with

$$C = \frac{8}{3w} \left/ \left[(1 + \delta) \left\{ \left(\frac{w^2 \xi_w^3}{8} - \frac{16 - w^2}{16} \xi_w \right) \lambda_w - \frac{16 + w^2}{16} \lambda_w' + Y_w (\lambda_w \xi_w + \lambda_w') \right\} + \frac{8 - w^2}{8w} \lambda_0 + \frac{16 + w^2}{16} \lambda_0' \right] \right. \tag{13}$$

where

$$\lambda = (1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda' = \ln (\lambda + \xi),$$

ξ_w , λ_w , λ_w' are the values of ξ , λ , λ' for $Y = Y_w$, and λ_0 , λ_0' the values of λ , λ' for $Y = 0$.

4. NUMERICAL SOLUTIONS

Function ψ , known at the edges of the section, must satisfy within the section the equation in partial derivatives:

$$\left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{Y}{2} \right)^2 + 3 \left(\frac{\partial \psi}{\partial Y} + \frac{Z}{2} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \left[3 \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{Y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial Y} + \frac{Z}{2} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 4 \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{Y}{2} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial Y} + \frac{Z}{2} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y \partial z} = 0 \quad (14)$$

Equation (14) is of the elliptic type throughout the domain. To resolve this Dirichlet problem, one uses an iterative relaxation method described in detail by Nye (1965). To do this, Equation (14) is written in finite difference form for the network shown in Figure 2. In this case the value of ψ at point 2 is a linear function of the values of ψ at the eight neighbouring points.

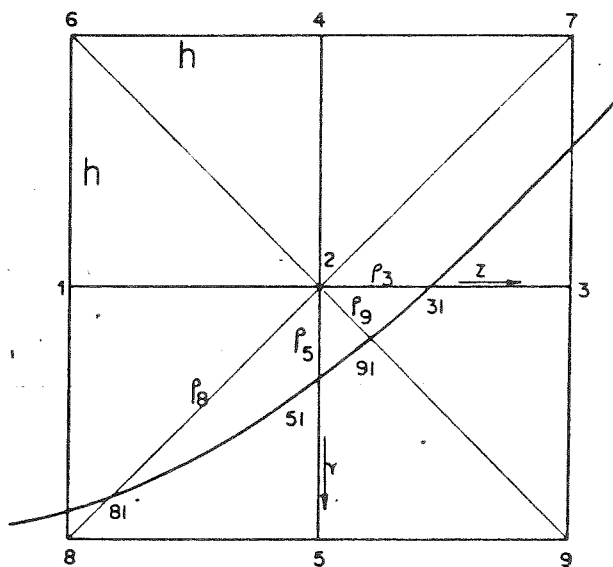


Fig. 2. Square mesh used to write Equation (14) as a finite-difference approximation at the point 2. Near the bed (heavy line), the points 3, 5, 9 and 8 can be exterior to the cross-section. Instead of these points we take the points 31, 51, 91 and 81. The distance of these points from point 2 are the ρ_i .

A difference in treatment affects the way of expressing Equation (14) for points neighbouring the boundary when some of the eight neighbouring points are outside the domain. These external points (points 8, 5, 9 and 3 in Figure 2) are replaced in the example shown by the points 81, 51, 91 and 31 respectively. The distances between the point 2 and the points i are called ρ_i . The first derivatives at the point 2 are therefore given to the second order approximately by:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{Y'} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\psi_{51} - \psi_2}{\rho_5} + \frac{\psi_2 - \psi_4}{h} \right), \\ \psi_{z'} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\psi_{31} - \psi_2}{\rho_3} + \frac{\psi_2 - \psi_1}{h} \right). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

These expressions involving ψ_2 we have replaced by

$$\left. \begin{aligned} \psi_{y'} &= \frac{\psi_{51} - \psi_4}{\rho_5 + h}, \\ \psi_{z'} &= \frac{\psi_{31} - \psi_1}{\rho_3 + h}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

The method has been programmed for an IBM 360-70 computer. To cover the domain, a technique of alternate iterations has been used taking the points line by line and beginning from an axis on the perpendicular section, then column by column beginning this time by the points at the margin. This treatment related to a relaxation technique gives a rapid convergence. The meshes of the grid are squares of variable side, the first solution obtained for squares of side 0.2, serves as an initial solution for the grid of side 0.1, etc. The calculation has been terminated for squares of side 0.05, the solution obtained being very close to its predecessor. The calculating programme was tested for two obvious solutions of Equation (14) which are

$$\left. \begin{aligned} \psi_{I} &= \alpha y + \beta z, \quad \text{where } \alpha \text{ and } \beta \text{ are constants,} \\ \psi_{II} &= \alpha y z. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

The tests showed that for these solutions the finite-difference form of the differential equation and the manner of treating points near to the boundary of the perpendicular section are correct.

5. SOLUTIONS

The calculation has been made with values obtained on the Athabasca Glacier: $W = 2$, $a = 310$ m, $\alpha = 3^\circ 30'$.

Using the Y_w the value of the water level for water in bore-hole 2A: $Y_w = 0.13$, we obtain a velocity at the centre of 104 m a^{-1} at the surface and 96 m a^{-1} at the bottom, although the shear stress τ_{xy} at the bottom is only $-0.37 \rho g a \sin \alpha$. The value 0.13 for the parameter Y_w therefore leads to results rather far from experimental results. However, taking $Y_w = 0.13$ one produces at the subglacial stream and at cavities which communicate easily with each other a very high pressure equal to 27 bars. But, according to Lliboutry's model, this pressure

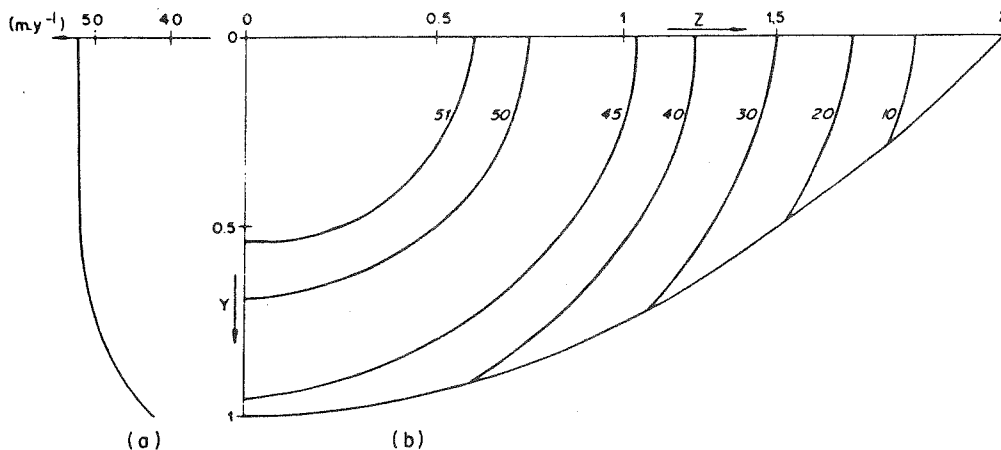


Fig. 3. Distribution of longitudinal velocity for a parabolic channel of width ratio 2 with $a = 310$ m. $\alpha = 3^\circ 30'$ and $Y_w = 0.33$, $n = 3$, $A = 0.17$, (a) down the Y -axis, (b) in cross section. Units are $m a^{-1}$.

varies from one point to another on the bed according to the nature of the interconnection of the cavities with the main subglacial stream. This has been verified in the course of borings made on the Glacier de Saint-Sorlin, France. For certain bore holes the level of water stabilized at different heights although others in the same neighbourhood emptied suddenly when the boring tool reached the rock bed (verbal communication from F. Gillet). It is for this reason that measurement of the piezometric height at a single point can only give a rough idea of the pressure which is occurring at the base of the glacier.

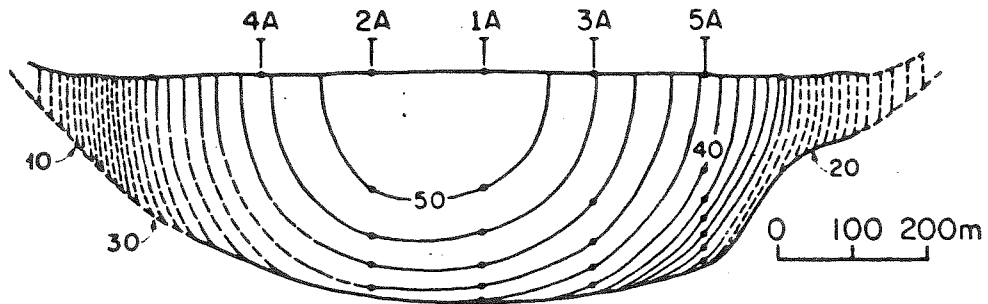


Fig. 4. Distribution of longitudinal velocity in Athabasca Glacier cross-section (section A, Raymond, 1970). Units are $m a^{-1}$.

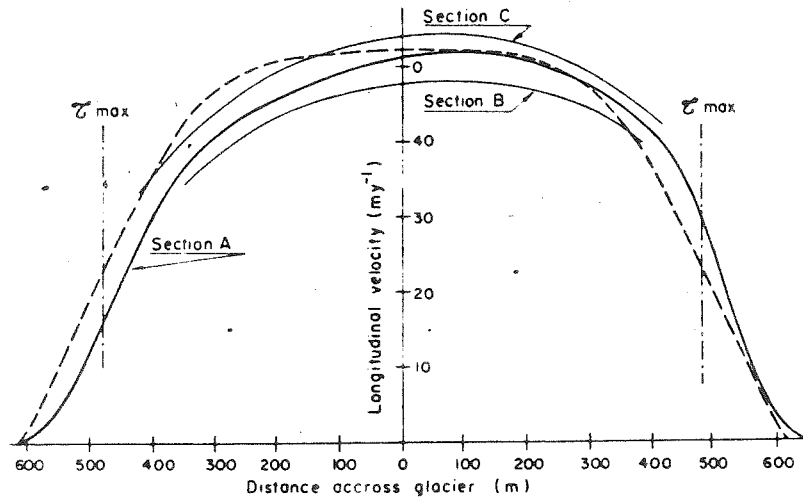


Fig. 5. Lateral variations of surface velocity in three sections of Athabasca Glacier (Raymond, 1970). Field data (solid lines), and computed values, with $a = 310 m$, $\gamma_w = 0.33$, $n = 3$, $A = 0.17$ (dashed line).

Several calculations, made with various values for the parameter γ_w , show that the velocity decreases rapidly when γ_w increases (Fig. 7). For a mean-water height of $\frac{2}{3}a$ or a pressure of 20.8 bars at the base, the distribution of velocities (Fig. 3) is very close to that obtained by Raymond, for the majority of the section (Figs. 4, 5), the only difference coming from velocities close to the edge. But for this region a comparison is hardly possible because no measurements were made at depth. This value of γ_w has therefore been adopted.

The values of the velocities used at the centre of the surface, of the mean velocities over the surface $\langle u_s \rangle$ and the mean values over the section $\langle u \rangle$ as well as the total outflow are shown in Table I for the values measured on the Athabasca Glacier, those given by Nye's theory and by our theory.

TABLE I. MEASURED AND CALCULATED VELOCITIES AND OUTFLOWS

	u m a ⁻¹	$\langle u_s \rangle$ m a ⁻¹	$\langle u \rangle$ m a ⁻¹	Outflow hm ³ a ⁻¹
Athabasca Glacier	52	36	41	10.9
Nye's theory	17	11.6	11.4	2.9
Our theory $\gamma_w = 0.33$	52	37.5	41.5	11

6. STRESS DISTRIBUTION

The distribution of stresses shown in Figure 6 gives a variation of τ_{xy} along the axis of the glacier practically linear with depth and at the bottom:

$$\tau_{xy} = -0.51 \rho g a \sin \alpha.$$

Along the edges at $Y = 0, Z = \pm w$, Equation (10) gives $\partial\psi/\partial Y = -\frac{1}{2}$; this value does not depend strongly on γ_w when $w = 2$.

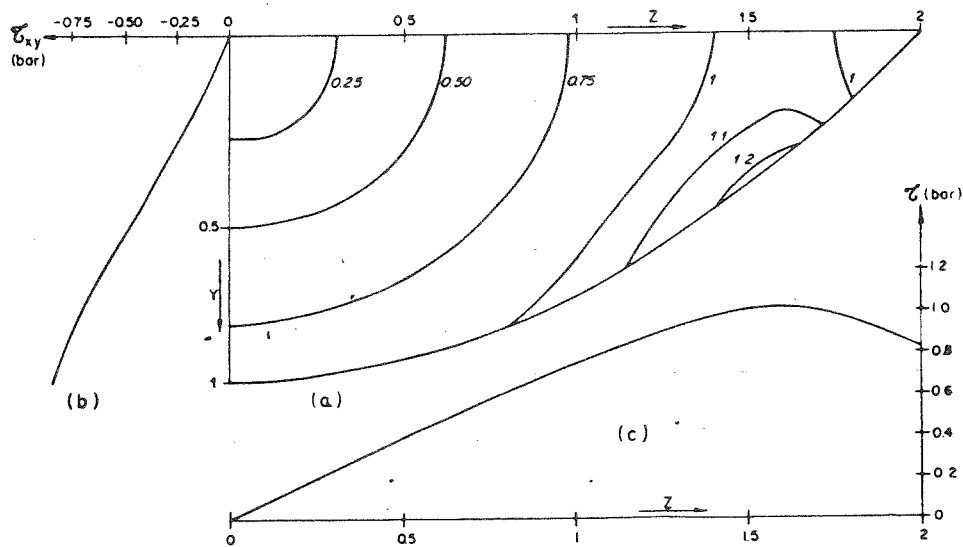


Fig. 6. Distribution of shear stress τ for a parabolic channel of width ratio 2 with $a = 310$ m, $\alpha = 3^\circ 30'$, $\gamma_w = 0.33$, $n = 3$ and $A = 0.17$, (a) in a cross section, (b) down the Y -axis, (c) on the Z -axis.

We therefore have:

$$T_Z = -\frac{\partial\psi}{\partial Y} \frac{Z}{2} = -\frac{1}{2}.$$

With the exception of the case where $\gamma_w = 1$, that is to say the case where the subglacial stream is at atmospheric pressure, T_Z has a maximum at the surface and not on the edge but at some distance from the margin of the glacier (Fig. 7). But it must be noted that if this corresponds with observations, this does not constitute a proof of the validity of our model, for Nye has obtained the same result with different boundary conditions.

With the law adopted, the maximum stress on the bed is no longer obtained along the axis of the channel as in Nye's model, but at the edges for $Y = \gamma_w$. This last characteristic can explain, as Professor Lliboutry has pointed out, the important lateral erosion and the U-shape encountered in the majority of valley glaciers.

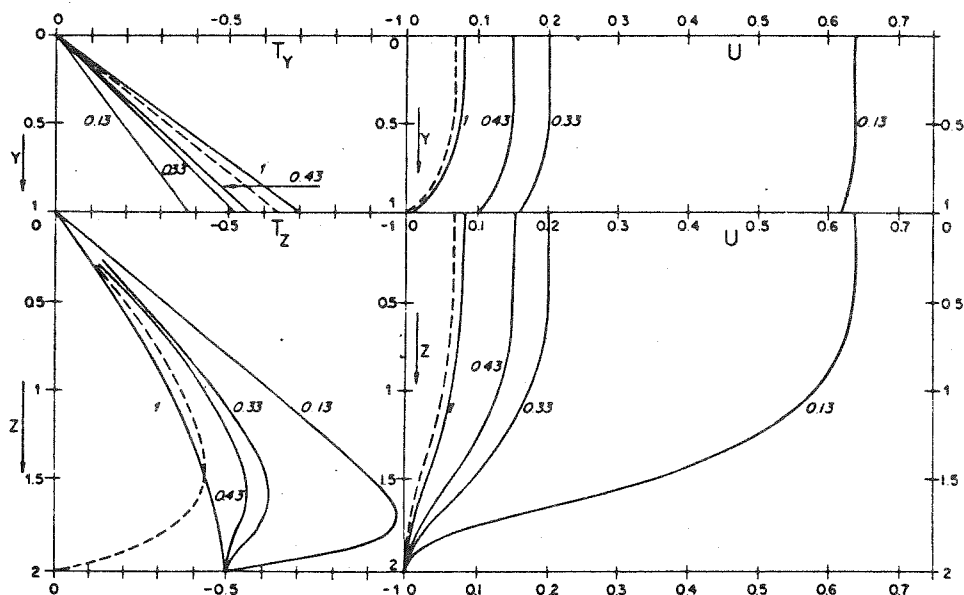


Fig. 7. Parabolic channel, $w = 2$, $n = 3$; values in dimensionless form. Top left: Velocity distribution down the Y -axis. Top right: Velocity in a transverse line (Z -axis) on the surface. Bottom left: shear stress T_Y on the Y -axis. Bottom right: shear stress T_Z on the Z -axis. Numbers on curves are values of Y_w . The dashed line represents the values computed by Nye for the same channel.

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to thank Professor L. Lliboutry who proposed this subject to me and has guided each stage of the work. I also want to thank Professor Gastinel, Director of the Applied Mathematics service in the Faculty of Sciences at Grenoble, who has advised me on the methods of calculation.

MS. received 8 November 1971 and in revised form 20 March 1972

REFERENCES

- Lliboutry, L. A. 1968. General theory of subglacial cavitation and sliding of temperate glaciers. *Journal of Glaciology*, Vol. 7, No. 49, p. 21-58.
- Lliboutry, L. A. 1969. The dynamics of temperate glaciers from the detailed viewpoint. *Journal of Glaciology*, Vol. 8, No. 53, p. 185-205.
- Nye, J. F. 1965. The flow of a glacier in a channel of rectangular, elliptic or parabolic cross-section. *Journal of Glaciology*, Vol. 5, No. 41, p. 661-90.
- Raymond, C. F. 1971. Flow in a transverse section of Athabasca Glacier, Alberta, Canada. *Journal of Glaciology*, Vol. 10, No. 58, p. 55-84.

3.3.2 La loi de fluage à partir des mesures sur le glacier d'Athabasca

Dans un autre article, Raymond (1973) analyse les mesures en profondeur dans les forages de l'Athabasca pour déterminer une loi de fluage entre les contraintes calculées et les déformations mesurées. Pour cela il utilise la proportionnalité entre le tenseur de déformation et le déviateur des contraintes qui donne la viscosité :

$$\eta = \frac{\tau'_{ij}}{2\varepsilon_{ij}}$$

Par ses résultats rassemblés sur la fig. 6, il arrive à la conclusion qu'il existe une inhomogénéité rhéologique. Pris de la surface (0-100 m) la viscosité devient très importante alors qu'en profondeur elle suit pratiquement la loi type Glen établie par Duval : $\dot{\gamma} = 0.17 \tau^3$, utilisée dans notre modélisation. Ceci pourrait s'expliquer par la température "légèrement négative" trouvée en surface par Paterson et Savage (1963). Mais ni ces auteurs ni Raymond n'ont fourni de résultat de mesure pour préciser jusqu'à quel point ce glacier n'était pas tempéré. Cependant l'auteur rappelle dans sa conclusion que près de la surface l'erreur relative sur ε_{ij} est importante tandis que τ'_{ij} est faible, ce qui peut conduire à des erreurs dans le calcul de la viscosité.

Donc dans ce cas il nous semble que le fait de retrouver globalement les variations de vitesse avec une loi de Glen unique est contraire au découpage du glacier en 2 zones rhéologiques différentes. D'autant plus que la contrainte de cisaillement τ est suffisamment élevée dans la plus grande partie du glacier pour justifier, d'après les expériences en laboratoire de Duval (1976), une seule loi de fluage.

3.3.3 Insuffisances de ces modèles

Le problème mécanique de l'écoulement d'un glacier de vallée a été modélisé à 2 dimensions pour être résolu dans un chenal cylindrique (Nye : 1965, Reynaud : 1973) ou dans le cas particulier de la chute de séracs du Géant (Lliboutry : 1969). Mais il faut bien voir que c'est là un modèle très particulier de vallée, que l'on ne retrouve que très localement dans la réalité. Les vraies vallées glaciaires présentent des surcreusements, des verrous, des étranglements et des sinuosités. Il y a des zones qui bloquent le mouvement et le contrôlent tel que le virage de l'allée verte au niveau des Echelets (Lliboutry : 1958) ou l'épaulement sous-glaciaire au niveau de la confluence (fig. 5) (Lliboutry et Reynaud : 1980).

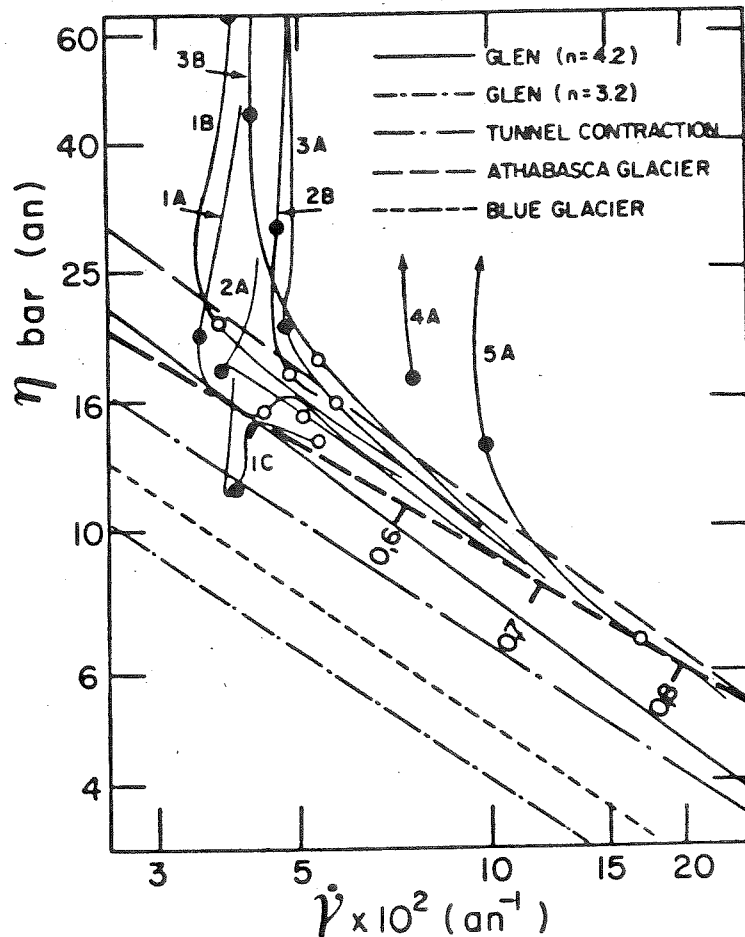


Figure 6 : Relation entre la viscosité η et la vitesse de cisaillement effective $\dot{\gamma}$:

- sur le glacier de l'Athabasca par Raymond (1973), en trait plein (les ronds noirs sont des points de profondeur ~ 100 m, tandis que les ronds blancs à des profondeurs de 200 m)
- avec $\dot{\gamma} = 0.17 \tau^3$, c'est-à-dire $\eta = .17^{-1/3} \tau^{-2/3}$, le trait fort est paramétré en valeurs de τ (bars)
- Glen (1955) : expériences de laboratoire analysées avec la loi d'Andrade : $n = 4,2$ et au minimum de vitesse de déformation : $n = 3.2$
- Fermeture tunnel : Nye, 1953
- Athabasca glacier : $n = 4.2$, Paterson et Savage (1963)
- Blue glacier : Shreve et Sharp (1970)

D'autre part, les analyses des lois de frottement (Lliboutry : 1979) montrent que les lois locales dépendent étroitement du modèle géométrique adopté pour le relief du lit rocheux et dès qu'il y a cavitation on doit faire intervenir la pression de l'eau. Or cette pression est un paramètre difficile à atteindre par la mesure et les calculs actuels pour l'obtenir (Röthlisberger : 1972) ne sont pas satisfaisants car ils supposent une glace plus plastique qu'elle ne l'est en réalité. Si ces modèles permettent d'approcher les mécanismes de l'écoulement du glacier, et de distinguer les termes prépondérants la confrontation avec l'expérience n'est pas chose aisée. En effet ce que l'on mesure sur un glacier n'est pas seulement la caractéristique du lieu de mesure, mais aussi le résultat de la dynamique de l'ensemble du glacier. Ainsi les vitesses en un lieu ne sont pas uniquement déterminées par l'épaisseur : on retrouve en 1970 au niveau des Mottets la même vitesse qu'en 1950, bien qu'entre ces deux dates le glacier ait perdu 60 m, soit le cinquième de son épaisseur de 1950. De même les pentes à prendre en considération ne sont pas celles locales, mais la pente moyenne lissée sur plusieurs fois l'épaisseur (Meier : 1974, Bindschadler : 1977). Pour la Mer de Glace les vitesses fluctuent au cours du temps de façon synchrone, et sur tout le glacier la variation est du même ordre de grandeur. C'est-à-dire que la dynamique du glacier de Vallée doit s'envisager de façon globale (Lliboutry et Reynaud : 1980) et pour cette étude les longues séries de mesures sur le même glacier sont déterminantes.

4 - LES FLUCTUATIONS DU GLACIER AU COURS DU TEMPS

4 - 1 LES FLUCTUATIONS DES FRONTS, DES NIVEAUX AUX PROFILS TRANSVERSAUX

4.1.1 Les fluctuations des fronts

Parler des fluctuations de glaciers est entendu généralement comme l'équivalent d'avance ou de recul des fronts. Ceci parce qu'effectivement c'est la perception la plus évidente des modifications d'un glacier au cours du temps et quelquefois la plus spectaculaire : le glacier dans son avance bouscule la végétation qui avait colonisé l'espace libre devant le front, ou même des villages comme ceux du Chatelard et Bonnenuict vers 1600 (Leroy-Ladurie : 1967).

D'un autre côté repérer l'emplacement du front du glacier est une mesure simple, encore que pour qu'elle prenne de la signification il faut qu'elle soit effectuée à date fixe dans un repère qui ne prête pas à confusion et que le front soit bien défini (pas de moraine épaisse ou de cônes d'avalanche). C'est ainsi qu'on

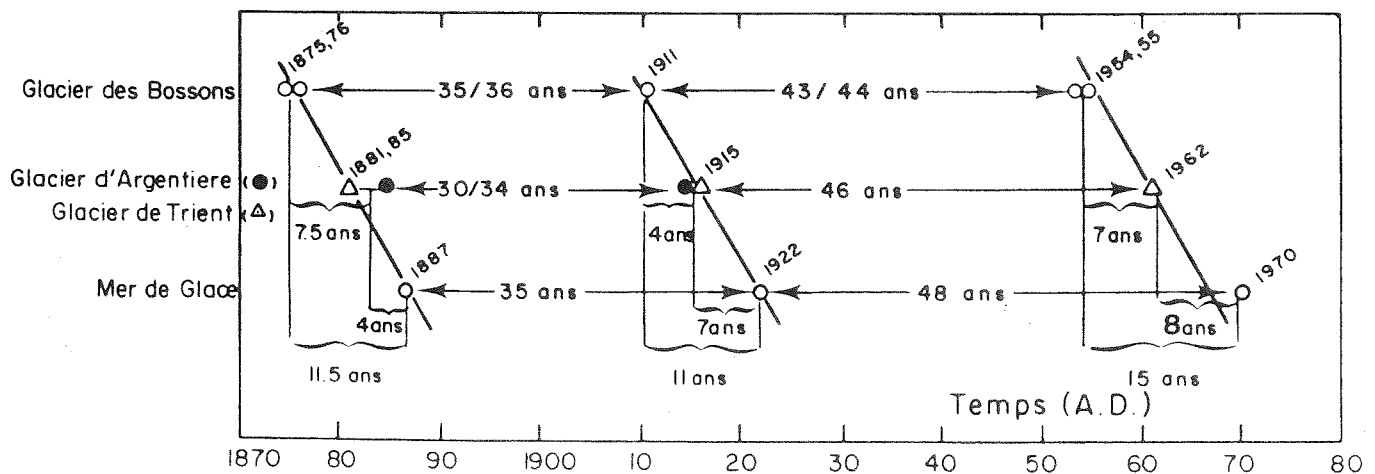
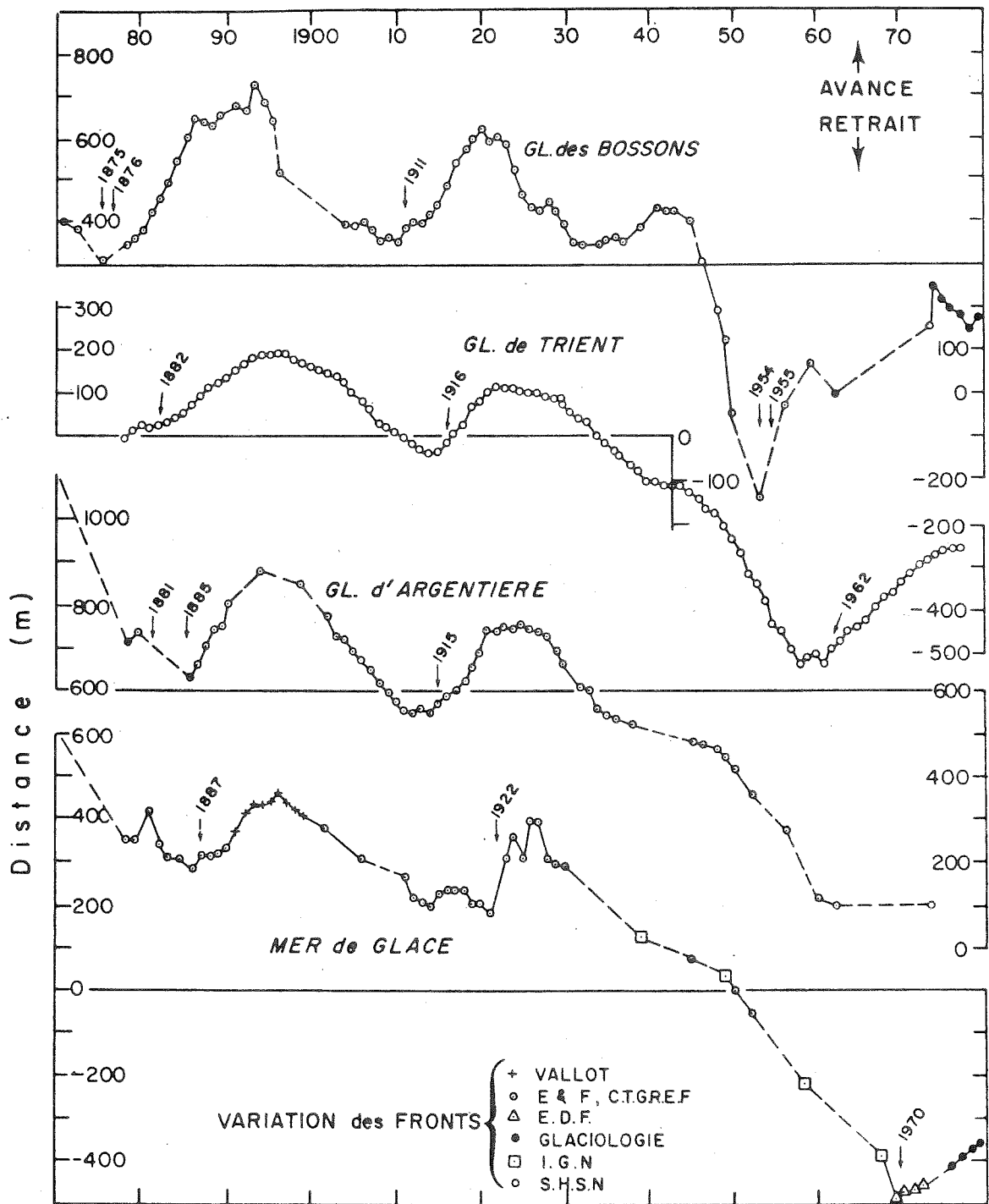


Figure 7 : Variations comparées des fronts pour les glaciers des Bossons, de Trient, d'Argentiere et de la Mer de Glace

dispose pour un grand nombre de glacier de relevés réguliers des fronts, surtout en Suisse (environ une centaine relevés par la S.H.S.N. : Société Helvétique des Sciences Naturelles) en Autriche, en Italie et de façon beaucoup moins complète et étendue en France.

Cependant la connaissance seule des variations des fronts ne suffit pas à décrire l'évolution du glacier et le mécanisme de transfert de "l'onde de crue" n'est pas connu. On ne peut pas en déduire dans le détail les variations du climat responsables de cette avance ou de ce recul.

En effet la fig. n° 7 où sont portées les fluctuations de longueur des 4 glaciers du versant nord de la chaîne du Mont-Blanc Bossons, Argentière, Trient et Mer de Glace montre que les réactions des fronts sont décalées dans le temps. Pour les trois situations de crues nettement mesurées au front (celle de 1940 n'est visible clairement que sur le glacier des Bossons) 1890, 1920, 1970, le glacier des Bossons réagit le premier avec des variations très marquées, tandis que les glaciers d'Argentière et Trient ne régissent que 4 à 7 ans après, et il faut entre 11 et 15 ans à la Mer de Glace pour marquer son avance, avec une variation beaucoup plus douce.

Les constantes de temps sont nettes pour les 2 premières crues, 1890 et 1920, tandis qu'elles s'allongent pour celle de 1970. La raison en est probablement la différence de situations des glaciers : alors qu'en 1890 et 1920 les fronts de ces 4 glaciers sont sur des positions très semblables, par contre le fort recul des années 1940 et 50 leur a donné une forme très différente lors de la crue de 1970 (recul de 500 à 700 m depuis 1920).

Ces temps de réactions ont pour conséquence d'ôter de l'intérêt à une analyse climatique des fluctuations où l'on mélange tous les types de glacier comme le souligne Kuhn (1978) à propos de l'étude de Posamentier (1977).

Pour décrire ce mécanisme de réaction du glacier aux variations du climat il faut disposer de renseignements sur les variations de niveau, de vitesse et de bilans.

Malheureusement, toutes ces données n'existent pas de façon continue sur la Mer de Glace, c'est pourquoi on a utilisé les relevés de plusieurs glaciers du versant nord du Mont-Blanc et, pour les bilans, ceux de Saint-Sorlin et Sarennes (Grandes Rousses).

4.1.2 Les fluctuations des glaciers dans la région du Mont-Blanc

GLACIERS FLUCTUATIONS IN THE MONT BLANC AREA (FRENCH ALPS)

By LOUIS REYNAUD, Grenoble

With 11 Figures and 1 Table

SUMMARY

On Mer de Glace surface level variations and surface velocities have been recorded by J. Vallot (1891–1899), next by Eaux et Forêts and then by CTGREF, EDF, Cie du Montanvers and Laboratoire de Glaciologie du CNRS; glacier balances by the last institution. The thicknesses have been thoroughly determined by seismic exploration and borings (EDF, CNRS).

The yearly fluctuations of the velocities are the same on the six kilometers of the glacier tongue.

The yearly fluctuations of the balance, which were measured during six years, are very close to those obtained in Massif des Grandes Rousses (Glacier de Sarennes et Glacier de Saint-Sorlin). This allows us to analyse the evolution of different glaciers after the same climatic input.

The variations of the surface at four cross profile since J. Vallot show the propagation of kinematic waves around 1890, 1910 et 1965. Some similar measurements made on Glacier des Bossons and Glacier d'Argentière disclose the same behaviour, but each front advances with its typical time lag.

FLUCTUATIONS DES GLACIERS DU MONT BLANC (ALPES FRANCAISES)

RESUME

Sur la Mer de Glace les variations de niveau et de vitesses en surface ont été mesurées par J. Vallot (1891–1899), ensuite par les Eaux et Forêts, et puis par le CTGREF, l'EDF, la Compagnie du Montanvers et le Laboratoire de Glaciologie du CNRS; les bilans du glacier ont été mesurés par cette dernière institution. Les épaisseurs ont été déterminées par prospection sismique et forages mécaniques (EDF, CNRS).

Les fluctuations annuelles des vitesses sont du même ordre de grandeur sur les 6 kilomètres de la langue de glace. Les fluctuations annuelles des bilans mesurées pendant 6 ans, sont proches de celles obtenues dans le Massif des Grandes Rousses (Glacier de Sarennes et Glacier de Saint-Sorlin). Ceci nous a permis d'analyser l'évolution des différents glaciers après une même variation climatique.

Les variations de la surface à 4 profils depuis J. Vallot montrent la propagation d'ondes cinématiques vers 1890, 1910 et 1965.

Quelques mesures semblables faites sur le Glacier des Bossons et le Glacier d'Argentière révèlent le même comportement, mais chaque front avance avec un temps de réponse caractéristique.

GLETSCHERSCHWANKUNGEN IM MONT-BLANC-GEBIET

ZUSAMMENFASSUNG

Am Mer de Glace wurden Höhenänderungen und Oberflächengeschwindigkeit in den Jahren 1891–1899 von J. Vallot gemessen, später von einer Reihe von Institutionen einschließlich des Laboratoire de Glaciologie des CNRS, das auch die Massenbilanz bestimmte. Die Dicken wurden gründlich durch Seismik und Bohrungen ermittelt.

Die jährlichen Schwankungen der Geschwindigkeit sind auf der sechs Kilometer langen Zunge gleich. Die seit sechs Jahren gemessenen Massenhaushaltsänderungen verlaufen ähnlich wie die im Massif des Grandes Rousses (Glacier de Sarennes und Glacier de Saint-Sorlin), so daß die Entwicklung verschiedener Gletscher nach der gleichen Klimaschwankung analysiert werden kann. Die Änderung der vier Oberflächenprofile, die seit J. Vallot nachgemessen werden, zeigen kinematische Wellen in den Jahren um 1890, 1910 und 1965. Ähnliche Messungen am Glacier des Bossons und am Glacier d'Argentière zeigen das gleiche

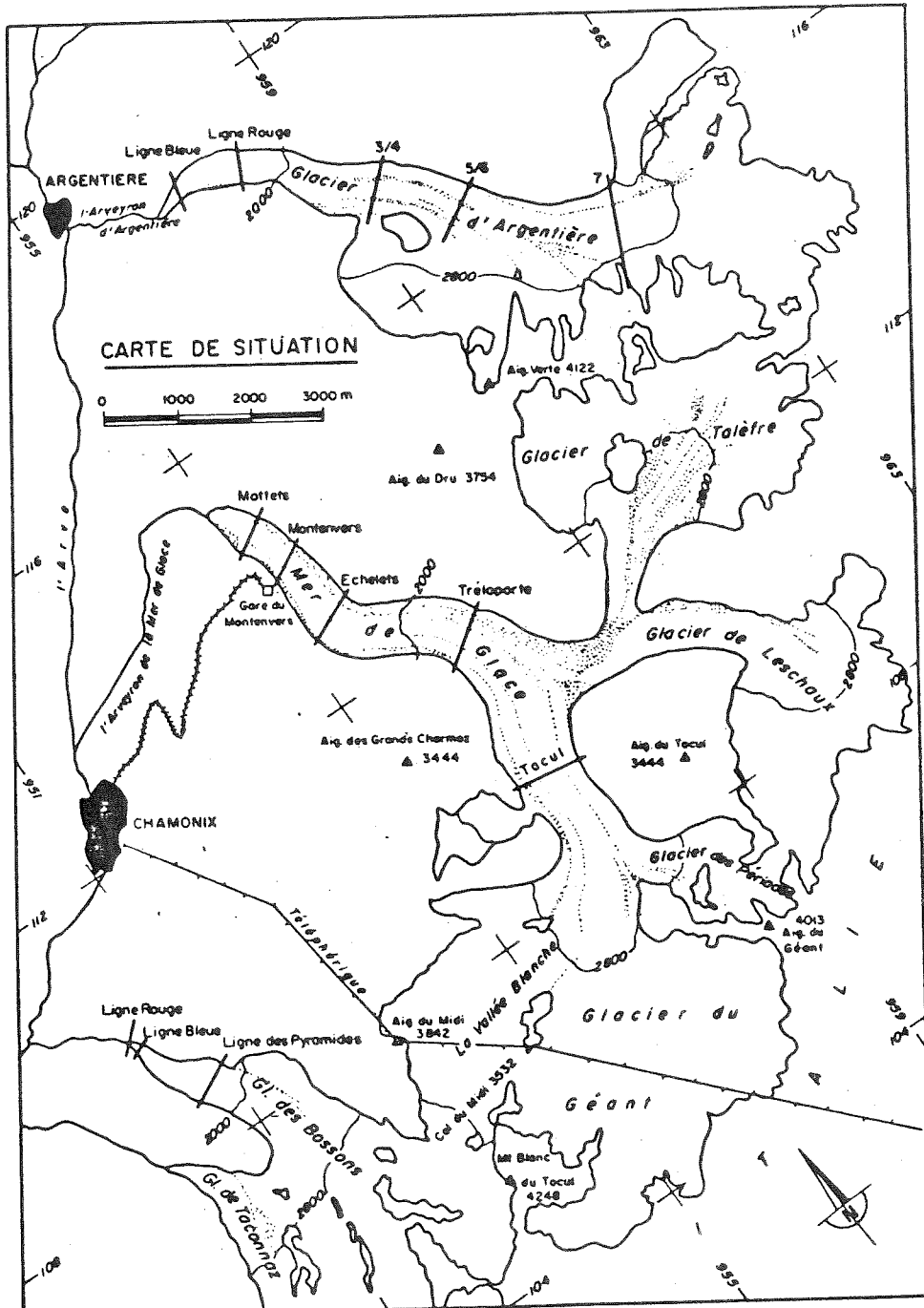


Fig. 1: Map of the three glaciers Mer de Glace, Argentière, Bossons, with position of the cross profiles.

Verhalten dieser Gletscher, doch stoßen ihre Zungen mit verschiedenen Reaktionszeiten vor.

INTRODUCTION

The measurements on the Mer de Glace which we have analysed were initiated in 1890 by Joseph Vallot who surveyed the snout and five cross-profiles: le Chapeau, le Mauvais-pas, les Mottets, le Montenvers et les Echelets (fig. 1).

P. Mougin established a sixth cross-profile in 1923 and the Eaux et Forêts office a seventh in 1970. The distance between the profiles are respectively 0.35, 0.5, 0.6, 1, 2 and 2.25 kilometers.

MEASUREMENTS AT THE MER DE GLACE

On fig. 2, for the Mer de Glace, the variations of the surface altitude along the cross-profiles versus time are plotted: each point is an average of 15 or 20 measurements. We can see the great decrease from 1942 to 1960, which is general for all the glaciers of the Alps, there, two cross-profiles have disappeared: le Chapeau and le Mauvais-pas. It is possible to see three periods of rise for the Mer de Glace during this century:

- The first, partly measured by Vallot is from 1890 to 1900,
- The second, surveyed by Mougin, between 1910 and 1930,
- and finally the third rise we observe now, which started towards 1960.

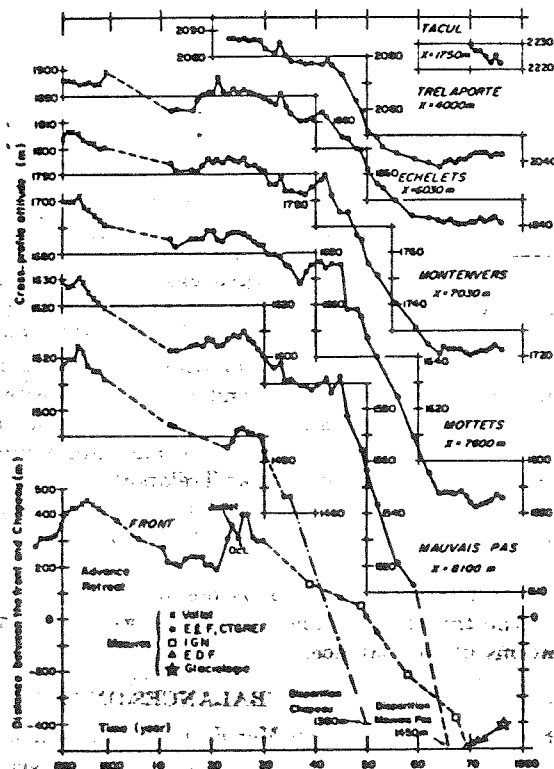


Fig. 2: Mer de Glace: Cross-profiles and front variations in function of time. The value under the name of the cross profile is the distance from an arbitrary origin located near the equilibrium line.

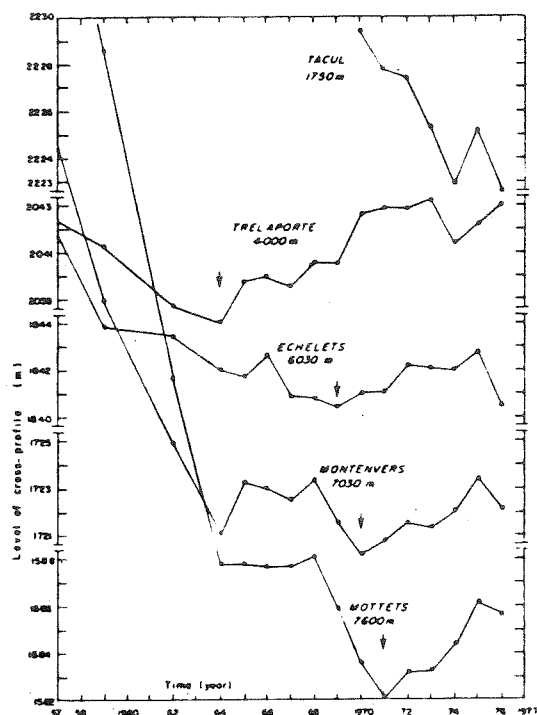


Fig. 3: Mer de Glace: Altitude variation of the Cross-profile from 1957 to 1976.

For each rise the profiles react one after the other, and in the last the snout advances, although the upper profiles are decreasing: this is typical of a wave propagation. The first wave discussed by Liboutry (1958) travelled down the glacier between the Montenvers and Chapeau on two years time. In this case the wave velocity was 725 m. p. year. For the second wave the highest crest takes two years from Echelets to Montenvers, here the wave velocity is 490 m. p. year. For the third wave, right now, we note an increase of all the cross-profiles, except the highest profile Tacul, which has been decreasing since 1970, while for this time the front has been advancing. In contrast with the other waves, this last one is well described by yearly measurements during the end of the last decrease and the beginning of the new rise. This more precise survey allows us to plot in detail the variations for 1957 to 1976. We note that the decrease is more and more pronounced with the lower profiles (fig. 3) from -0.8 m. p. y at Trélaporte to -4.4 m. p. y. at Mottets.

The wave becomes apparent at the profiles at times marked by an arrow: that gives three velocities of propagation 400 m. p. y., 1000 m. p. y. and 600 m. p. y.

These velocities are very different, but, we must take into account that the description is yearly: thus it is possible to make a mistake of one year on the length of the travelled distance. Moreover we must subtract from these data the fluctuations of the balance.

BALANCES ON MER DE GLACE

Six annual balances on Mer de Glace are plotted versus altitude on fig. 4. We note that this ablation of ice varies from year to year and by a similar amount over all

the glacier tongue. This allows us to adopt the model of Lliboutry (1974) for the annual balances, which we may write:

$$b_{(t, z)} = \alpha Z + \beta + b'_t + \epsilon_{t, z}$$

where $b_{(t, z)}$: is the balance measured during year t at the altitude Z
 $(\alpha Z + \beta)$ a geographical term depending upon the altitude of the site
 b'_t : the balance deviation of the year, independant of the site on the glacier
 $\epsilon_{t, z}$: A centered random residue.

The balances obtained with the measurements are plotted on the table 1. These values can be compared with the values given by Sarennes Glacier.

Table 1: Values of the balance at the Mer de Glace from 1968 to 1973 with the date of surveys and the number of stakes

year	date	Stakes number	Balance
1967	1 Sept.		
1968	2 Oct.	5	- 0.40
1969	3 Oct.	13	+ 0.43
1970	13 Oct.	14	+ 0.53
1971	5	13	- 0.41
1972	12	14	+ 0.30
1973	3	13	- 0.65

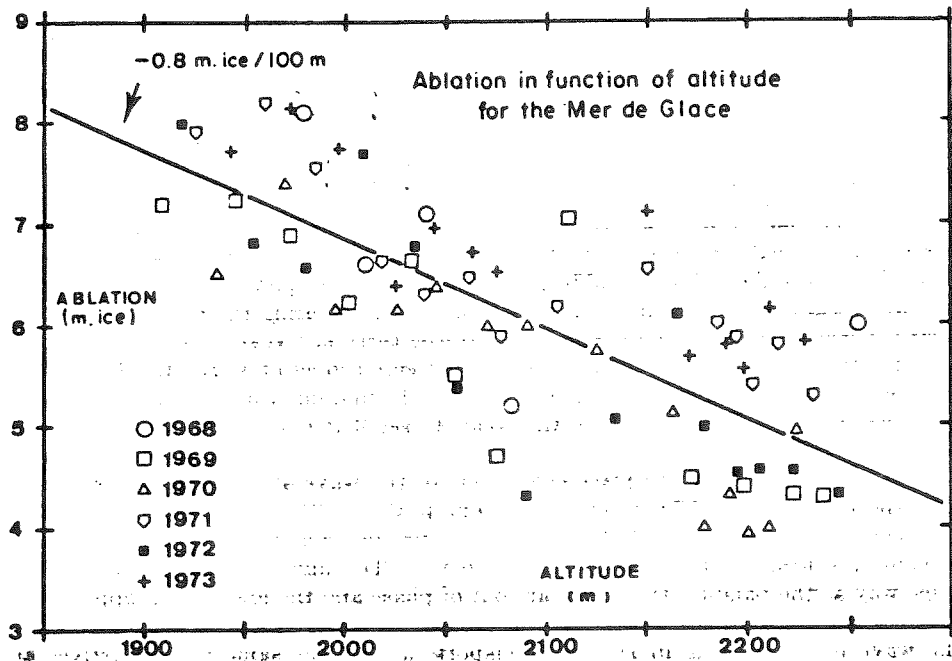


Fig. 4: Ablation at the Mer de Glace as a function of altitude during the 1968-73 period. Measurements made by the Laboratoire de Glaciologie du CNRS.

The averages of the variations of the balance in function of time are very similar on both glaciers, except the 1968 value (fig. 5). But this value applies to the period

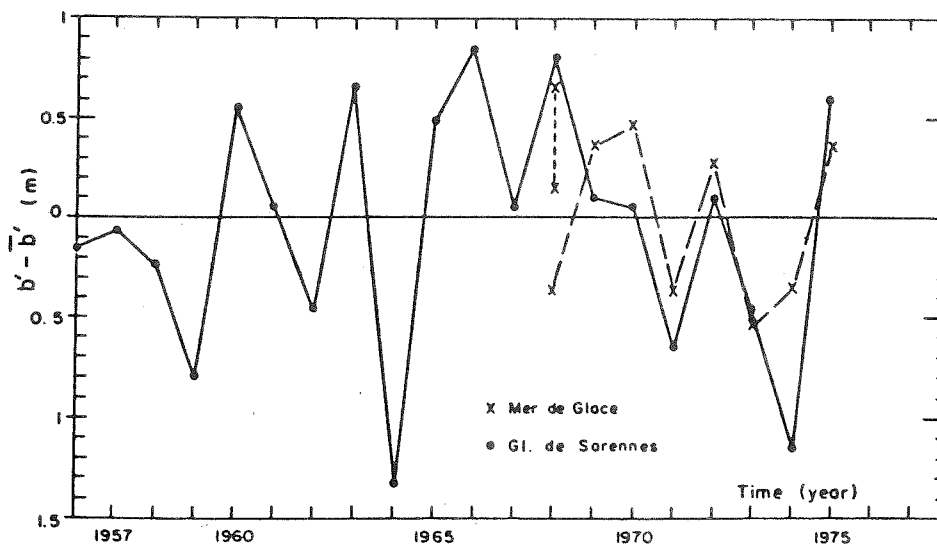


Fig. 5: Averages of the balance variations, in meter of water, for the Sarennes glacier (from L. De Crécy) and the Mer de Glace.

between september 1, 1967 and october 2, 1968, so we must add 0.5 m at least to take into account the ablation during the whole month of september 1967. Thus, for any year, we adopt for the Mer de Glace the balance variation measured on Sarennes glacier.

CORRECTION OF THE LEVEL VARIATION WITH THE BALANCE

It is then possible to find among the variations of level what is caused by the balance of the year or really by the wave. To do that, the cross-profile levels are corrected according to the deviation of the balance during the corresponding year. We obtain the heavy curves of figure n° 6 which are very regular during the rise. This is very clear when the balance changes quickly as in the three last years.

But, for the cross-profile of Trelaporte this correction doesn't work: the 1976 level was found one meter higher than it was in 1975. To find out what is going on at this level, we must wait for october of this year, to see if it is a real growth or simply a mistake.

This correction allows us to place the arrival of the wave at Echelets in 1968, and then the wave velocity is very close to 500 m. p. y.

On the upper part of the fig. 6 the variations of the accumulated balances are plotted to show the trend of the climate for this period. The highest profile varies in the same way as the balance, the others are out of phase and the lowest is in opposition. The size of the wave is partly given by the distance between Trelaporte and Mottets: the wave is culminating in 1971 at Trelaporte and in the same year it arrives at Mottets. There are 3.6 km, by assuming that the wave is symmetrical; its length should be 7.2 km.

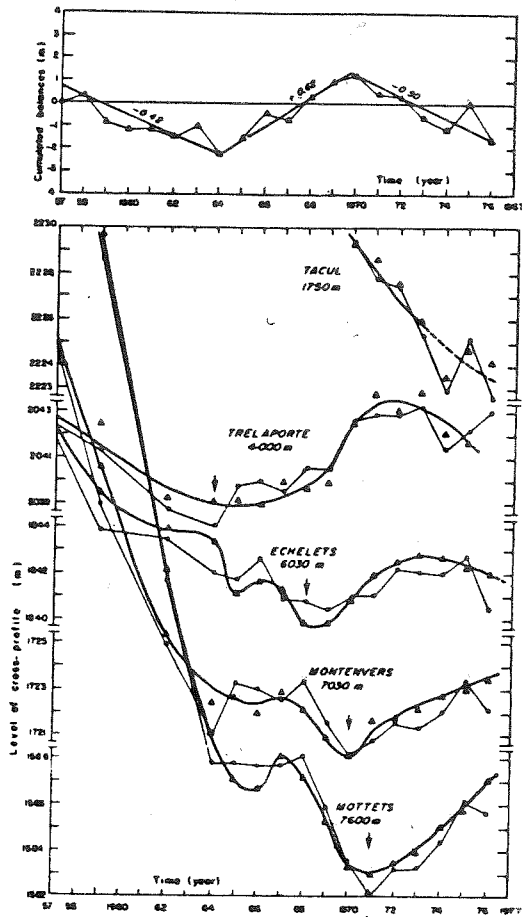


Fig. 6: a) Variations of the cumulative balances on Sarennes glacier. b) Cross profiles at the Mer de Glace; slight lines = measured values; heavy lines: corrected values.

VELOCITIES OF THE GLACIER WITH A WAVE

How does the glacier move when a wave is travelling? For that we have the annual velocities along the glacier during six years (fig. 7).

Each curve represents one year: the ones with slowest, mean and fastest velocities. These curves show that an increase or decrease in the rate of movement is similar over the whole glacier notwithstanding this difference: the variation can reach in the upper part 30% of the mean velocity, which in the lower part, it reaches only about 10%. The evolution of the velocity with time is out of phase with the wave: the velocity increases when all the profiles are at their lowest level, and it decreases when the profiles rise, with the exception of the highest profile, Tacul. But, with one wave, this profile would have been probably higher since 1966 and at the same level until 1970; this is precisely a period in which the rate of movement has increased. If it is so, the rate of movement can be determined by the upper part of the glacier. We have also at our disposal some velocity measurements made by Eaux et Forêts since 1930 at four cross-profiles (fig. 8). The two first increases in rate of movement occur, when the glacier shows a heavy decrease: in 1934 when the wave

is already finished and in 1950 when the whole glacier is affected by the 1940-60 decrease.

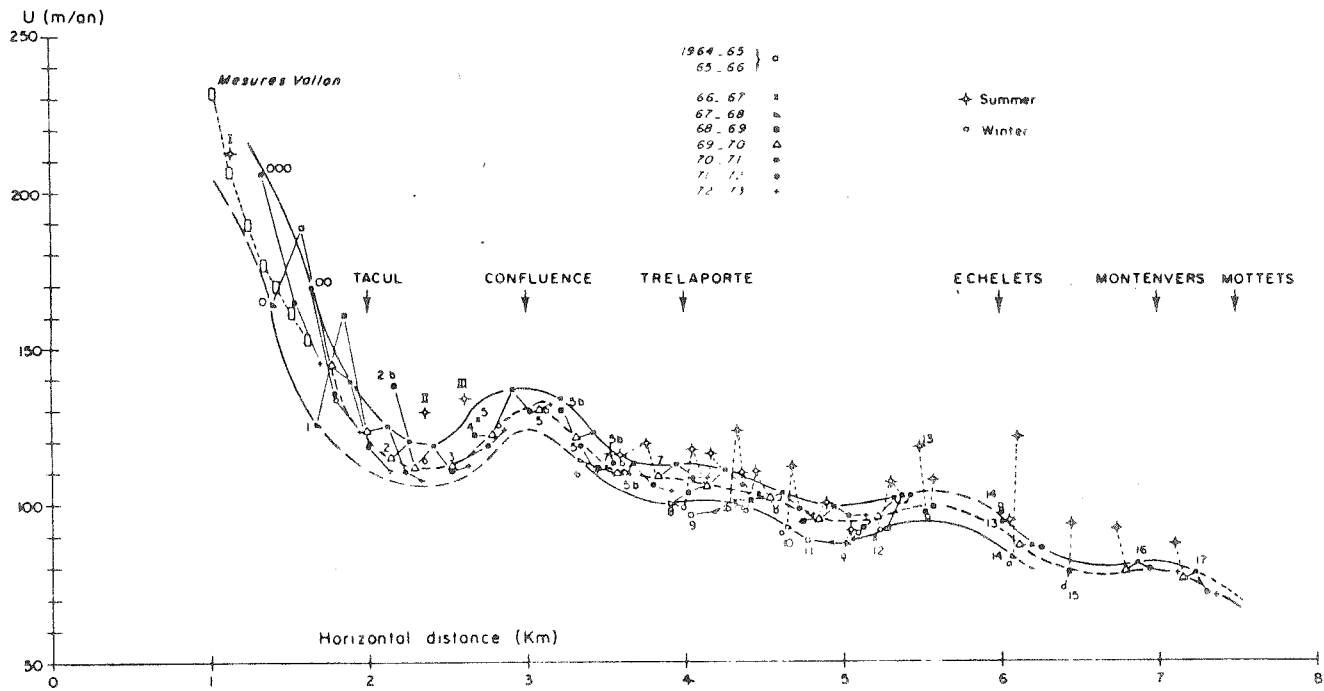


Fig. 7: Measured surface velocities on the axis of Mer de Glace from 1965 to 1973. Measurements made by the Laboratoire de Glaciologie du CNRS.

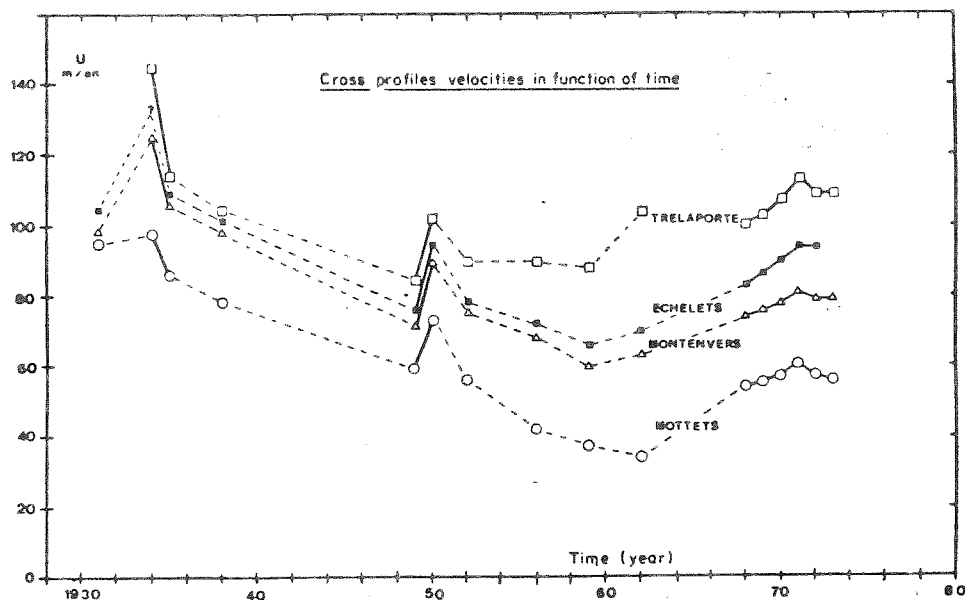


Fig. 8: Mer de Glace: Variations of velocities at four cross profiles as a function of time. 1931–1962: Eaux et Forêts and CTGREF. 1968–1973: Laboratoire de Glaciologie du CNRS.

All these measurements are not continuous enough to allow a definite conclusion, but they give two pieces of information. The first one is a confirmation of the velocity repartition given by the fig. 7. The second one is that the glacier velocities at different levels in 1970 are the same as in 1936, in spite of an important thinning of the glacier. The loss of surface altitude between 1936 and 1970 is 40 m at Trelaporte and 70 m at Echelets.

MEASUREMENTS ON THE GLACIER D'ARGENTIERE AND DES BOSSONS

What is the behaviour of the other glaciers at the same time? The glacier des Bossons shows a rise towards 1920, 1940 and 1960, but the maximum of the rise is practically simultaneous at the two cross-profiles, the distance between them being only 200 m (fig. 9).

At the glacier d'Argentière the 950 m between the two cross-profiles, the Red and the Blue, are covered in two years. The wave velocity is then here 475 m per year (fig. 10).

Unfortunately the last rise has not been surveyed in detail, but three profiles in the upper part have been surveyed since 1958. The profile number 7, located near the equilibrium line, decreases at a rate of 0.5 m. p. y., which is the mean value of the balance during this period. The profile number 5/6 decreases at the rate of 1 m. p. y. and the number 3/4 at 1.4 m. p. y. That is to say, the highest part of this glacier varies in the same way as the balance, and the variation is increasing down the glacier.

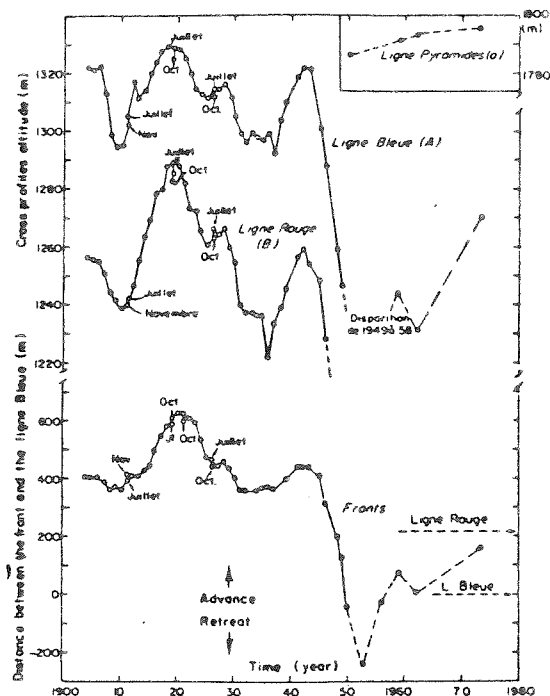


Fig. 9: Glacier des Bossons: Cross-profiles and front variations versus time. Measurements made by Eaux et Forêts and CTGREF.

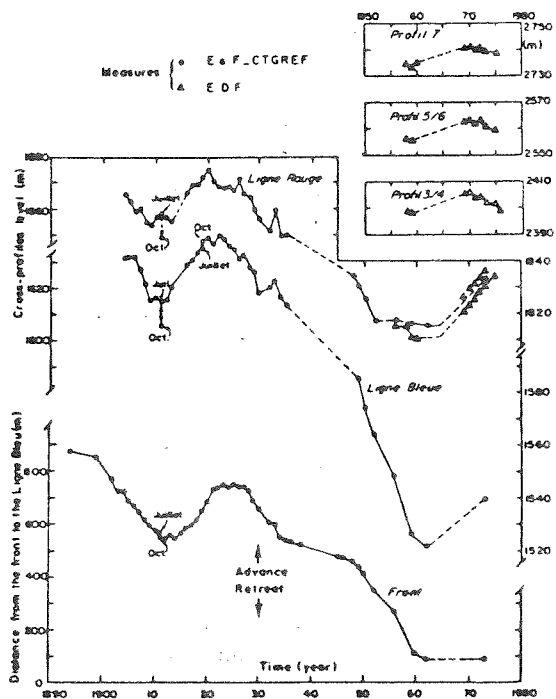


Fig. 10: Glacier d'Argentière: Cross-profiles and front variations versus time.

CONCLUSION

The measurements on these three glaciers show the propagation of waves. At Argentière and Mer de Glace the wave velocity is more or less 500 m. p. y., i. e. five times the mean velocity of the ice.

These waves are not caused by a single year of favourable or unfavourable balance because it seems the balance variations gather in groups of several years with the same sign.

The upper part of the glacier reacts immediately at the balance variations and the excess or lack of ice give rise to a wave. The modification of velocity seems not to be strongly connected to the wave, unless the upper part of the glacier determines the rate of the movement for the whole glacier. Finally the front advances with the arrival of the wave and each glacier reacts with a typical time lag.

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to thank:

M. De Crecy (C. T. G. R. E. F.), M. Bernard (E. D. F.) and the Cie du Montanvers who put at my disposal the measurements made on these glaciers. I am indebted to MM. Chaumeton, Lanquetuis (E. D. F.) et Burnet (C. T. G. R. E. F.), surveyors, who have the kindness to spend time to help me in collating these documents.

REFERENCES

- De Crecy, L., 1963 à 1973: Observations glaciologiques sur le Glacier de Sarennes. Communications aux réunions de la SHF, section de Glaciologie. P. V. ronéotypés non publiés.
- Lliboutry, L., 1958: La dynamique de la Mer de Glace et la vague de 1891 – 95. Publication AIHS n. 47 (Chamonix), p. 125 – 38.
- Lliboutry, L., 1974: Multivariate statistical analysis of annual balances. *Journal of Glaciology*, 13, n. 69, p. 371 – 92.
- Martin, S., 1975: Corrélation bilans de masse annuels – facteurs météologique dans les Grandes Rousses. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie* X (1974), p. 89 – 100.
- Mougin, P., 1930. *Etudes glaciologiques*. Tomes 4, 6 et 7. Ministère de l'Agriculture, imprimerie nationale – Paris.
- Vallon, M., 1967: Contribution à l'étude de la Mer de Glace. Thèse de Doctorat d'Etat. Université de Grenoble, 133 p.
- Vallot, J., 1900: *Annales de l'Observatoire météorologique du Mont Blanc* Tomes 4, 6 et 7. Steinheil Paris.

Manuscript received 3 Oct. 1977

Author's address: Louis Reynaud
Laboratoire de Glaciologie du CNRS
2, rue Très-Cloîtres
38031 Grenoble

4 - 2 LES FLUCTUATIONS DES VITESSES AU COURS DU TEMPS

4.2.1 Variations de vitesse au passage d'une onde cinématique

Bien que les mesures de vitesses sur la période 1968-74 permettent de voir que l'onde cinématique se propage sans que son passage s'accompagne d'augmentation du mouvement, on ne dispose pas de mesures pour voir ce qu'il en était pour les deux autres situations 1890 et 1920.

Parmi les autres glaciers qui ont été suivis pour mettre en évidence les ondes de crues, il n'y a que le glacier Nisqually (Meier et Johnson : 1962) où on ait relevé simultanément les variations de niveaux à 3 profils et les vitesses à un seul profil. Il se trouve que les variations de vitesse sont en phase avec les variations de niveaux au même profil. Aussi ces auteurs en concluent que sur ce glacier le passage de l'onde de crue s'accompagne d'une forte variation de vitesse (100 m/an en 10 ans). Ce résultat sera repris dans les développements théoriques comme s'il était valable pour tout le glacier en oubliant qu'il n'avait été obtenu que sur un seul profil. Il en aurait été de même sur la Mer de Glace si nous avions eu les vitesses que sur le glacier du Tacul.

C'est pourquoi il serait intéressant de connaître les variations de vitesses d'une façon continue au cours des trois situations de crues pour préciser le moment où débute l'accélération. Cette reconstitution m'a été proposée par le Pr. Lliboutry en même temps que le modèle linéaire de variation des vitesses (Lliboutry : 1980).

4.2.2 Reconstitution des vitesses dans le passé à l'aide des Bandes de Forbes

RECONSTRUCTION OF PAST VELOCITIES USING FORBES BANDS

(MER DE GLACE)

by Louis REYNAUD

Laboratoire de Glaciologie du CNRS

38031 GRENOBLE Cédex - FRANCE

ABSTRACT

In order to reconstruct the past velocity of the Mer de Glace glacier (Mt Blanc Area) a linear model based on the results of real measurements is used, as well as the positions of the Forbes Bands using photogrammetry with photographs taken by the I.G.N. and C.T.G.R.E.F.

The reconstruction, which takes into account the effect of vertical tilt and balance, is obtained from 1975 back to 1888.

The results are checked with the measurements made by Vallot (1892-1899), by the Eaux et Forêts Office (1912-1952) and by the Laboratoire de Glaciologie du CNRS (1968-1974).

The agreement between the various reconstructions and the ground measurements is sufficient to define a distribution of velocity variations versus time, and to detail the way in which the velocity is modified when a wave is travelling down the glacier, as in 1890, 1920 and 1970.

These results lead to the conclusion that the upper part of the glacier, the Tacul Glacier, drives the dynamics of the whole ablation zone.

RECONSTITUTION DES VITESSES DANS LE PASSE

=====

A PARTIR DES BANDES DE FORBES (MER DE GLACE)

=====

RESUME

Pour reconstituer les vitesses de la Mer de Glace dans le passé, on se sert d'un modèle linéaire de variation basé sur l'observation d'une ligne longitudinale de balises (20 balises sur 6 km) pendant 7 ans, et des emplacements des Bandes de Forbes mesurées sur les photographies aériennes effectuées par l'Institut Géographique National et le Centre Technique du Génie Rural et des Eaux et Forêts (C.T.G.R.E.F.). On obtient ainsi une reconstruction de 1975 à 1888, reconstitution qui tient compte du pendage. Ces résultats sont confrontés aux mesures effectuées par Vallot (1892-1899), par les Eaux et Forêts (1912-1952), et par le Laboratoire de Glaciologie (1968-1974).

L'accord entre les différentes reconstitutions et les mesures sur le terrain est suffisamment bon pour adopter une répartition des variations de vitesses au cours du temps et préciser comment se modifie la vitesse du glacier lors du passage d'une onde de crue comme celles mesurées sur la Mer de Glace vers 1890, 1920 et 1970. On en déduit que c'est la partie la plus haute du glacier, le Glacier du Tacul, qui commande la dynamique de l'ensemble de la zone d'ablation.

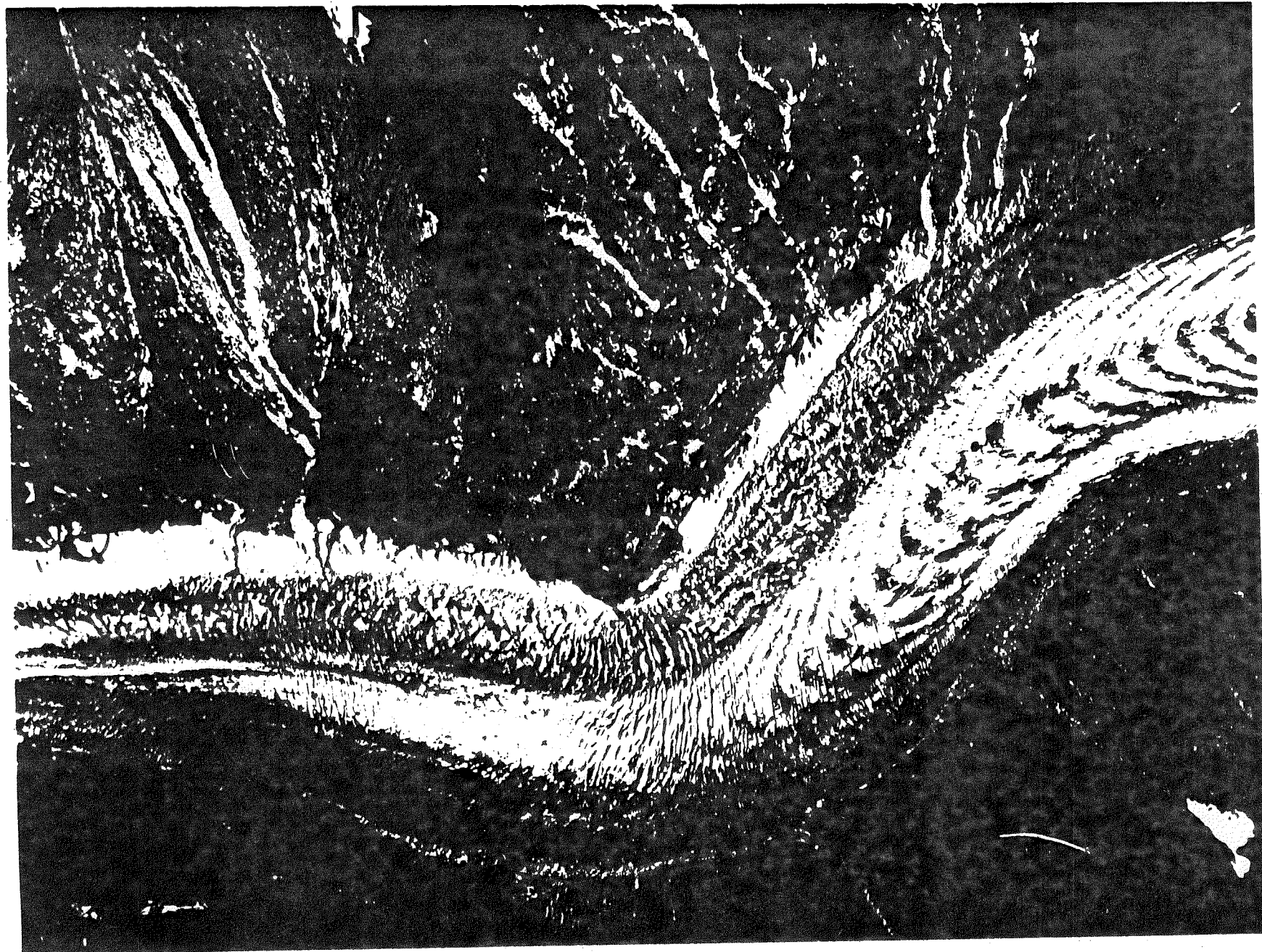
INTRODUCTION

Systematic measurements of length, surface elevation and especially velocity variations, over long periods, are seldom available for glaciers. It is therefore difficult to determine how these parameters vary during a rise or a recession and more particularly for a wave propagation.

On the Mer de Glace, velocities have been measured by Vallot (1892-1899) (Vallot, 1900), by the Eaux et Forêts Office (1912-1962) and lastly by the Laboratoire de Glaciologie (1968-1973, and again since 1979).

Nevertheless, in spite of this unusually complete set of data, there is not enough information to detail the complete velocity variations for waves such as those that occurred in 1890, 1920 and 1870 (Reynaud, 1977).

For this reason, it was decided to use the distribution of Forbes Bands to reconstruct the past velocities. The validity test of the method will be the reproduction of the velocities measured of the three past surveys. To our present knowledge, although the Forbes Bands have been widely studied as to their origin and composition, no-one has used them as a marker to determine past velocities.



1 - Aerial photo. of the Mer de Glace showing the Forbes Bands near the cross
profile of Echelets - by C.T.G.R.E.F. : october 1976

Furthermore, the ice travelling in the ice-fall during summer contains more blue ice (frozen water in the crevasses), hence it appears darker and more dirty than the ice travelling during winter (injected ice from snow recrystallization, very white and more bubbly).

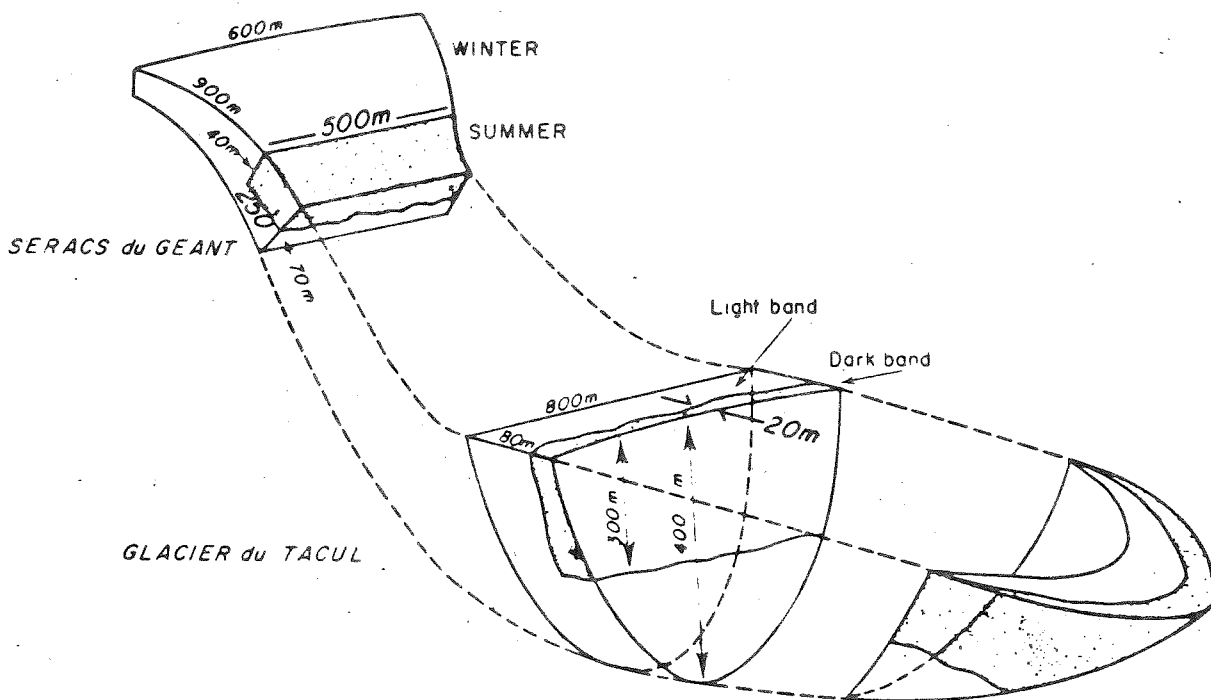
On the blue ice, with very few bubbles, the cryoconite remains on the surface whereas it goes deep into the light ice because of the bubbles. This explains why different tints remain even though the glacier surface is cleaned by rain and melting snow.

These two processes have often been questioned or held responsible separately for the existence of the bands. In fact it appears that the superficial mechanism allows the pollution boundary to become more evident.

These phenomena, leading to Forbes Bands have been observed on several glaciers as a result of an ice-fall, however, on the Mer de Glace the bands are very clear over a distance of 6 km. This is probably due to the location of an equilibrium line just at the top of the ice-fall, where the production of bands begins. The bands represent the cumulative movements and the transverse structures at the beginning gradually become very curved ogives.

The distance between two bands provides information concerning the velocity at the time of creation, as well as subsequent velocity modifications. These two pieces of information are however interrelated.

In order to obtain the velocity of the production year we must therefore distinguish what is due to this term, and what is due to the



2 - Sketch showing how the Forbes Bands are formed and tilt downstream

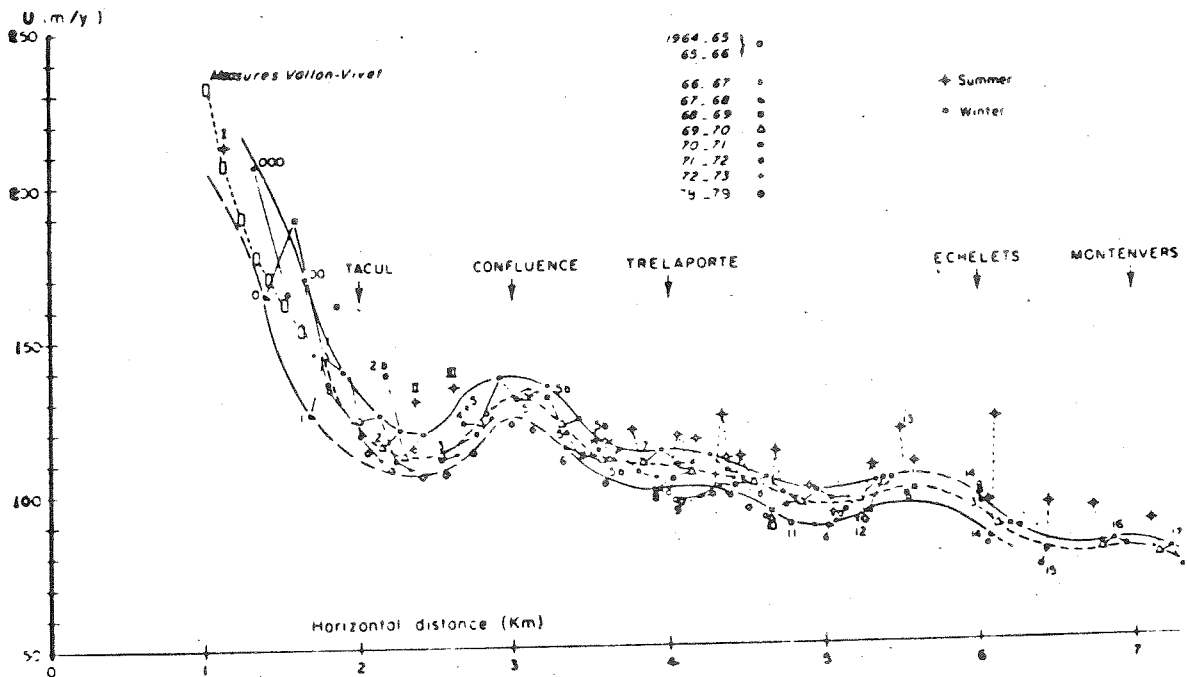
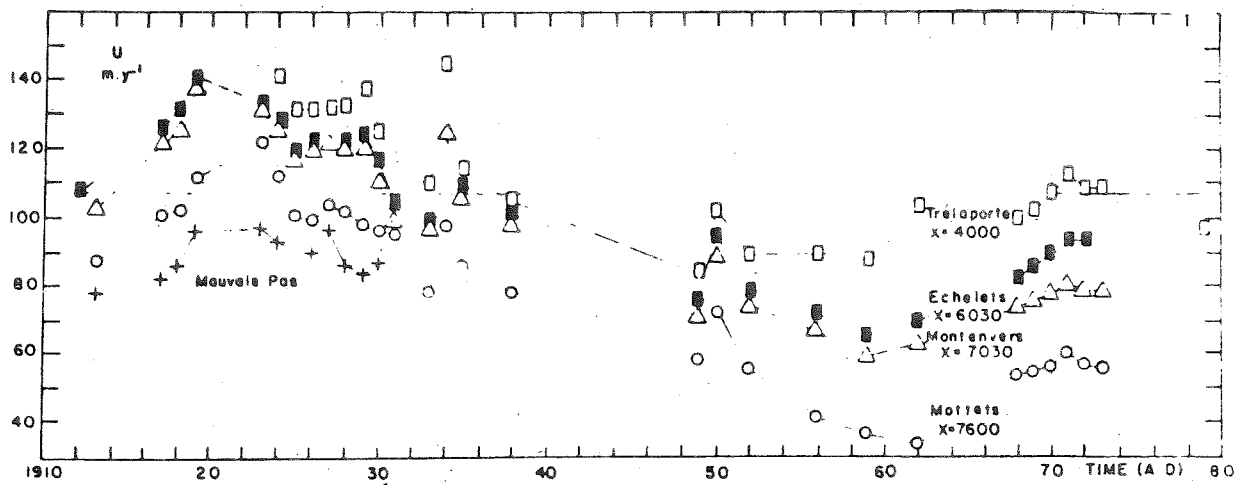
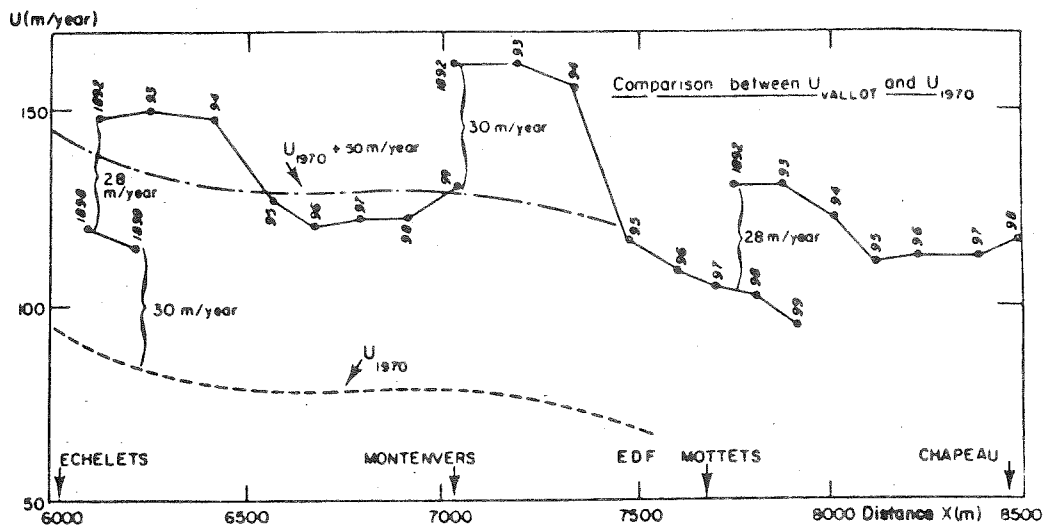
modifications along the glacier by the local velocities.

For that first we need the velocity distribution along the 8 km of the ablation zone.

MEASURED VELOCITIES ON THE MER DE GLACE

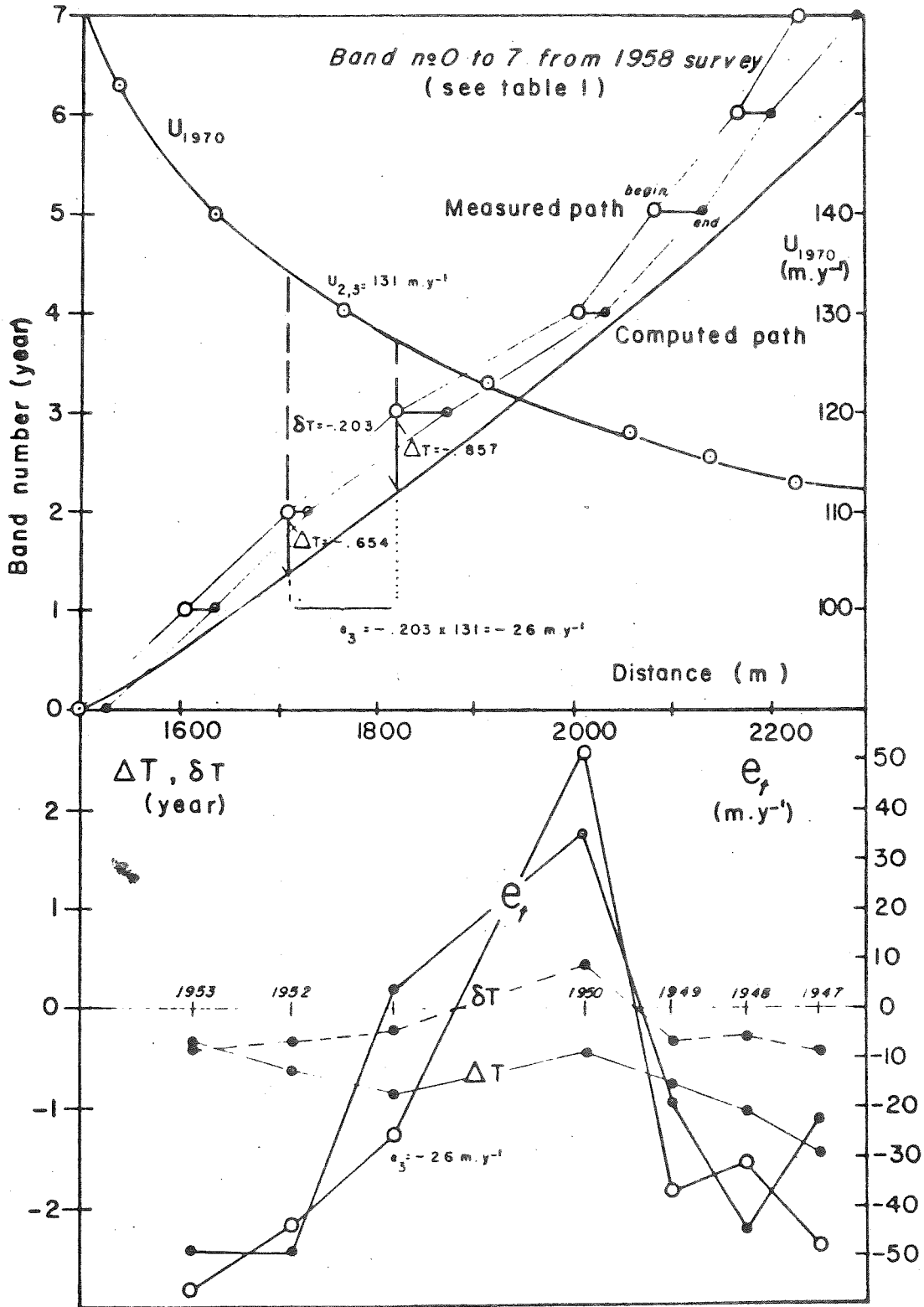
Vallot measured the velocities with three transversal lines of painted rocks following the ice movement (fig. 3a). After 1912, the Eaux et Forêts Office continued these measurements taking into account Vallot's recommendations to directly observe the velocity fluctuations, at fixed cross profiles (Mougin, 1930). These measurements were not carried out regularly and were stopped in 1962 (fig. 3b). Lastly, a twenty stake longitudinal set has been surveyed along 6 km by the Laboratoire de Glaciologie (fig. 3c). These measurements show that the annual velocity fluctuations are the same everywhere along the glacier : the curves linking the values of the same year form from a parallel system (Reynaud, 1977). This process is supported by figure 3b where a rapid change of velocity is of the same magnitude for the different profiles, as for example on the years 1934 and 1950.

In the same way, the Vallot measurements (fig. 3a), although they come from mobile lines, can be used to show that this was also the case at this time. Indeed, we see a velocity decrease between 1892 and 1899 of 28 m per year at Echelets, 30 at Montenvers and 28 at Mottets.



3 - Ground measurements of velocities on the Mer de Glace

- by Vallot with three lines of painted rocks following the ice movement
- by the "Eaux et Forêts" Office from 1912 to 1962 and by the Laboratoire de Glaciologie (Mod-1973) and again after 1979
- by the Laboratoire de Glaciologie 1965-1973 and 1977 with a



4 - Graphical sketch for the computation of ΔT between measured and computed path with U_{1970} , and the results for e_t : bands number 1 to 7 from 1958 pictures: see table 1

THE LINEAR MODEL OF VELOCITY VARIATIONS

To make use of these variations Prof. Lliboutry proposes a linear velocity distribution model. At position x , and year t , the velocity $U_{x,t}$ is the sum of two terms : the first depending only on the position $U(x)$, and the second only on the time U_t , this last term being characteristic of the year and the same for the whole glacier.

$$\text{Therefore : } U_{x,t} = U_x + U_t$$

For $U(x)$ we take the measured velocity distribution, in the year 1970 and noted U_{1970} . It is then possible to compare the distance covered by the Forbes Bands with these computed using U_{1970} at the same position.

The difference between the computed and the real time taken by band i to reach position x_i is ΔT_i (fig. 4). This difference is caused by the loss or gain in time each year since the creation of the band, due to the U_t term.

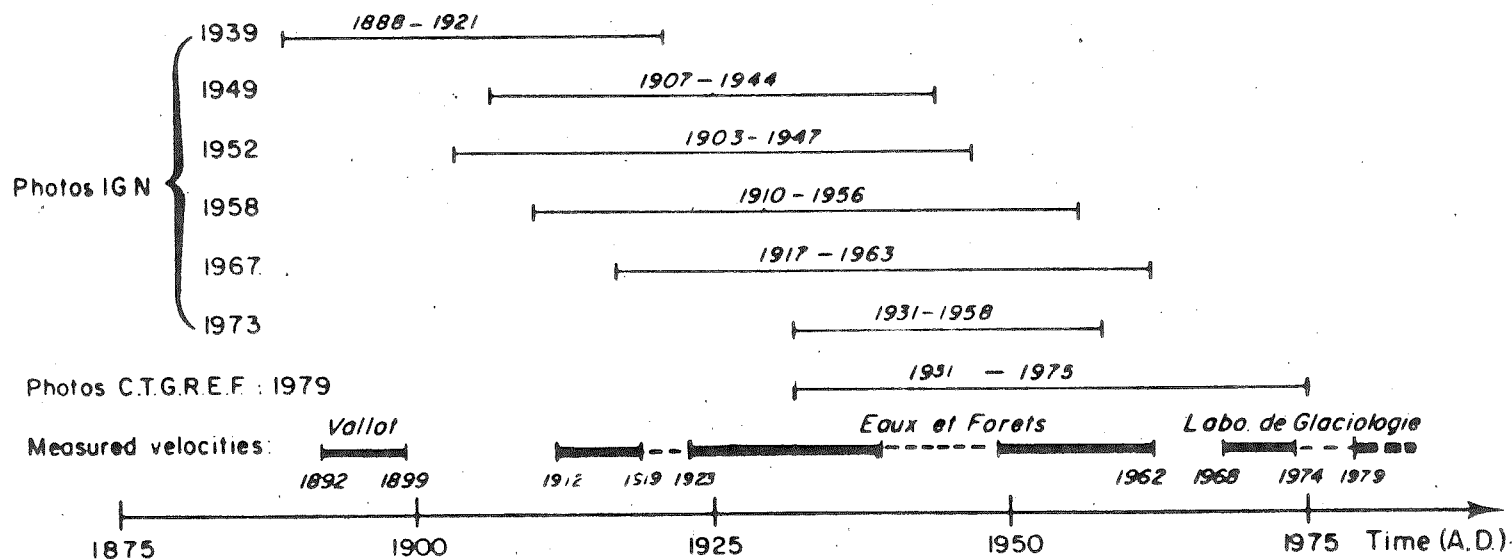
$$\Delta T_i = \int_{x_0}^{x_i} \frac{dx}{U_{1970}} - i$$

Between two successive years with ΔT_i and ΔT_{i-1} , the difference δT_i is caused by the year i , and the difference in the distance covered at position x_i with the constant distribution U_{1970} is :

$$e_i = \delta T_i \cdot U_{1970}$$

This is true only when the structure of the band remains vertical during the travel. In reality the velocities decrease with depth, and the band tilts downstream (fig. 2). This tilt must be taken into account.

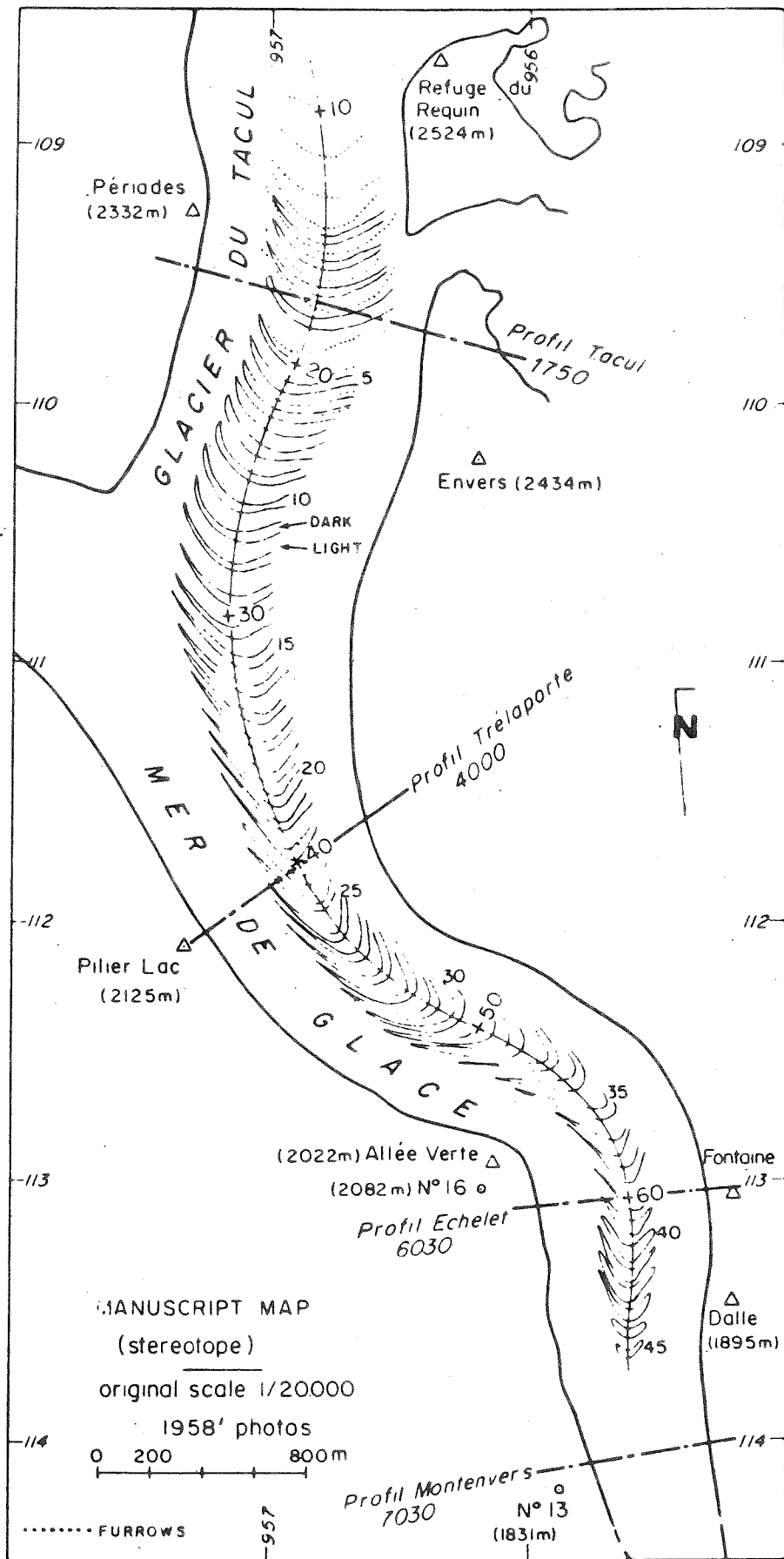
Measured velocities and photogrammetric reconstruction



5 - Span of time covered by the different photogrammetric reconstructions and the intervals of ground measurements

N°	Beginning of the band				End of the band			
	x_m	δT_y	U_{1970}	e_t (m/y)	x_m	δT_y	U_{1970}	e_t (m/y)
1	1605	-.372	153	-57	1635	-.325	153	-50
2	1710	-.309	140	-43	1730	-.362	140	-51
3	1820	-.203	130	-26	1870	.038	130	5
4	2000	.428	123	52	2030	.298	118	35
5	2080	-.321	118	-38	2130	-.148	116	-17
6	2165	-.270	116	-31	2200	-.396	116	-46
7	2230	-.430	112	-48	2290	-.197	112	-22
8	2350	.071	112	8	2390	-.107	112	-11
9	2460	-.020	112.5	-2	2500	-.022	112.5	-2
10	2590	.145	114	16	2630	.134	116	15
11	2700	-.054	116	-6	2740	-.068	121	-8
12	2830	.063	127	8	2865	.007	127	1
13	2945	-.105	131	-14	3005	.077	131	10
14	3070	-.048	131.5	-6	3120	-.123	129	-15
15	3180	-.152	129	-19	3225	-.180	125	-22
16	3275	-.247	125	-31	3320	-.236	120	-28
17	3380	-.136	120	-16	3425	-.117	114	-13
18	3510	.129	110	14	3540	.015	110	1
19	3630	.085	109	9	3680	.271	109	29
20	3720	-.176	108	-19	3780	-.079	108	-8
21	3855	.247	108	26	3885	-.028	108	-3
22	3965	.021	107	2	4020	.256	106	27
23	4080	.076	106.5	8	4140	.130	105	13
24	4220	.327	104.5	34	4250	.047	104	5
25	4345	.200	103.5	20	4380	.251	103	26
26	4470	.214	102.5	22	4510	.267	101	27
27	4585	.130	101.5	13	4625	.136	100	13
28	4720	.353	97.5	34	4745	.211	97	20
29	4820	.030	95.5	3	4850	.087	95	8
30	4960	.468	95	44	4990	.470	95	44
31	5070	.158	95	15	5120	.368	95	35
32	5205	.421	96	40	5250	.363	96	35
33	5335	.348	97	34	5380	.341	97	33
34	5440	.073	98	7	5500	.220	98	21
35	5580	.413	98	41	5650	.507	99	50
36	5720	.410	98	40	5790	.421	98	41
37	5850	.337	96	32	5910	.250	93	23
38	5990	.483	93	45	6020	.185	90	16
39	6070	-.115	90	-10	6120	.121	86	10
40	6160	.031	86	2	6220	.173	82	14
41	6260	.192	82	15	6300	-.030	82	-2
42	6330	-.142	80	-11	6375	-.068	80	-5
43	6405	-.067	79	-5	6445	-.121	79	-9
44	6480	-.053	79	-4	6510	-.178	78	-14
45	6560	.019	79	1.5	6600	.150	78	11

Table 1 : Measures and computation for 1958



6 - Stereomap showing the position of Forbes Bands in 1958 (from IGV photos).

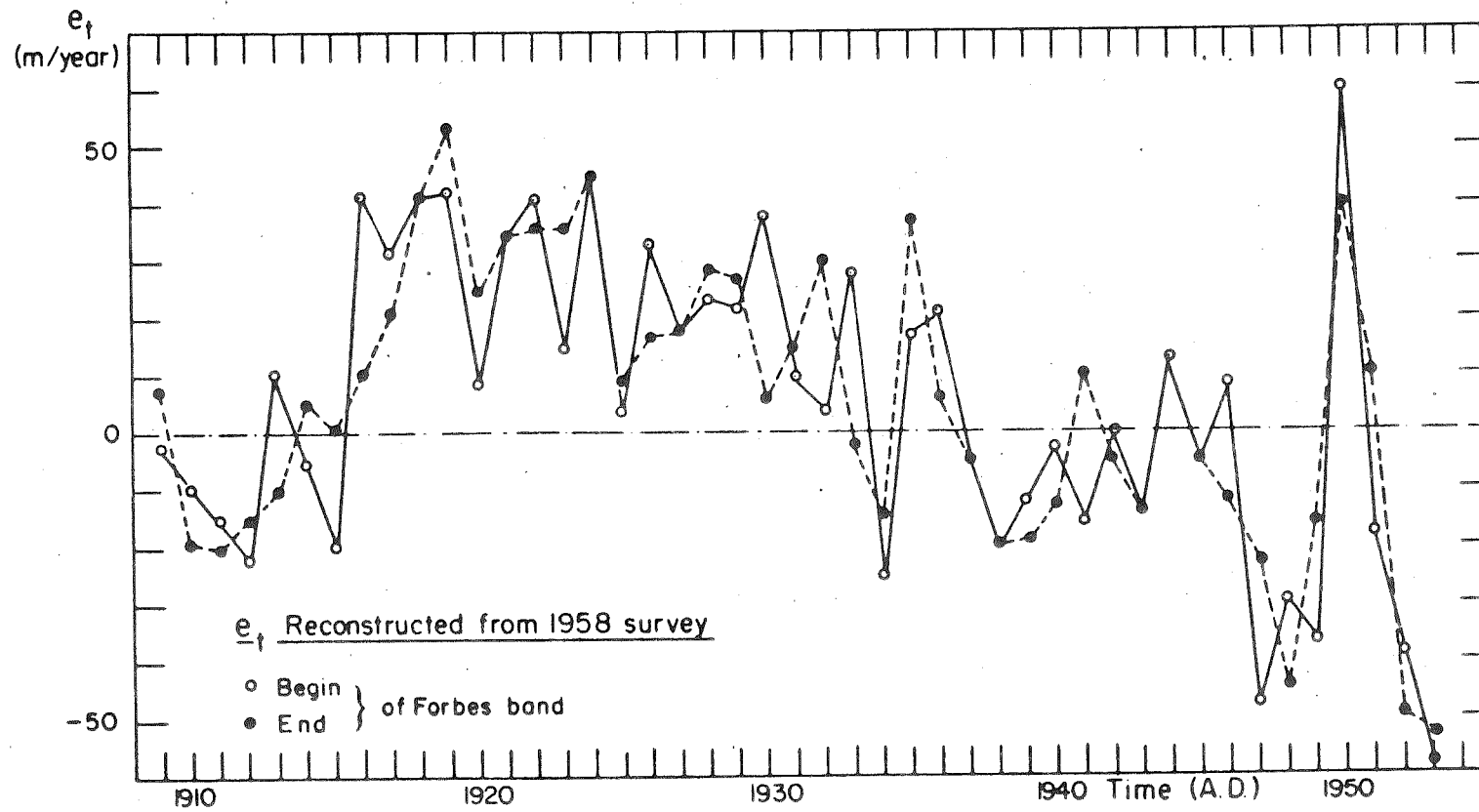
Geographic co-ordinates are in the Lambert system (km) number under the profiles names is the distance in meters along the center line

MEASUREMENTS BY PHOTOGRAMMETRY

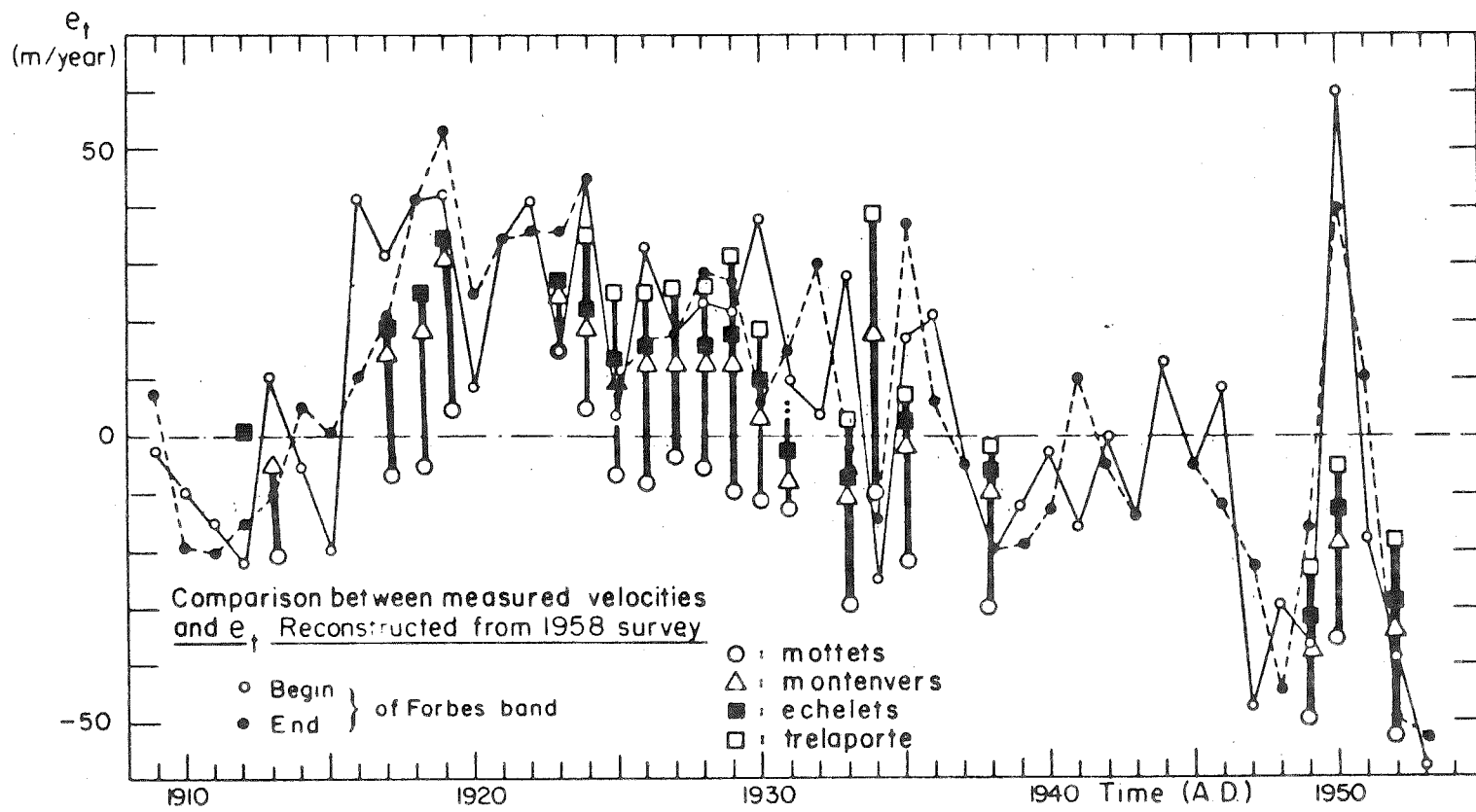
Since 1939, the National Geographic Institute (I.G.N.) has made a number of photographic surveys of the Mont Blanc Area. Six of these surveys have been used : 1939, 49, 52, 58, 67 and 73 to cross-check the ground measurements of Vallot, Eaux et Forêts and Laboratoire de Glaciologie (fig. 5). Unfortunately the 1973 survey was limited to the mapping of the tongue and we must use the last survey of autumn 1979 made by the C.T.G.R.E.F. Office to cross-check the later measurements. These seven series of photographs have been analyzed at the Laboratoire de Glaciologie using the "stereotope" (Zeiss-Oberkochen) which gives a regular stereomap at the same scale as the photographs (1/20000 and 1/10000 for 1973 and 79).

The path is measured along the longitudinal axis. The 1958 axis is adopted to compare the different series (fig. 6). On this axis the beginning and the end of each band can be seen to have two independent values for the same year. The measures and the computations for 1958 are given in Table 1, and the velocity changes are plotted on fig. 7.

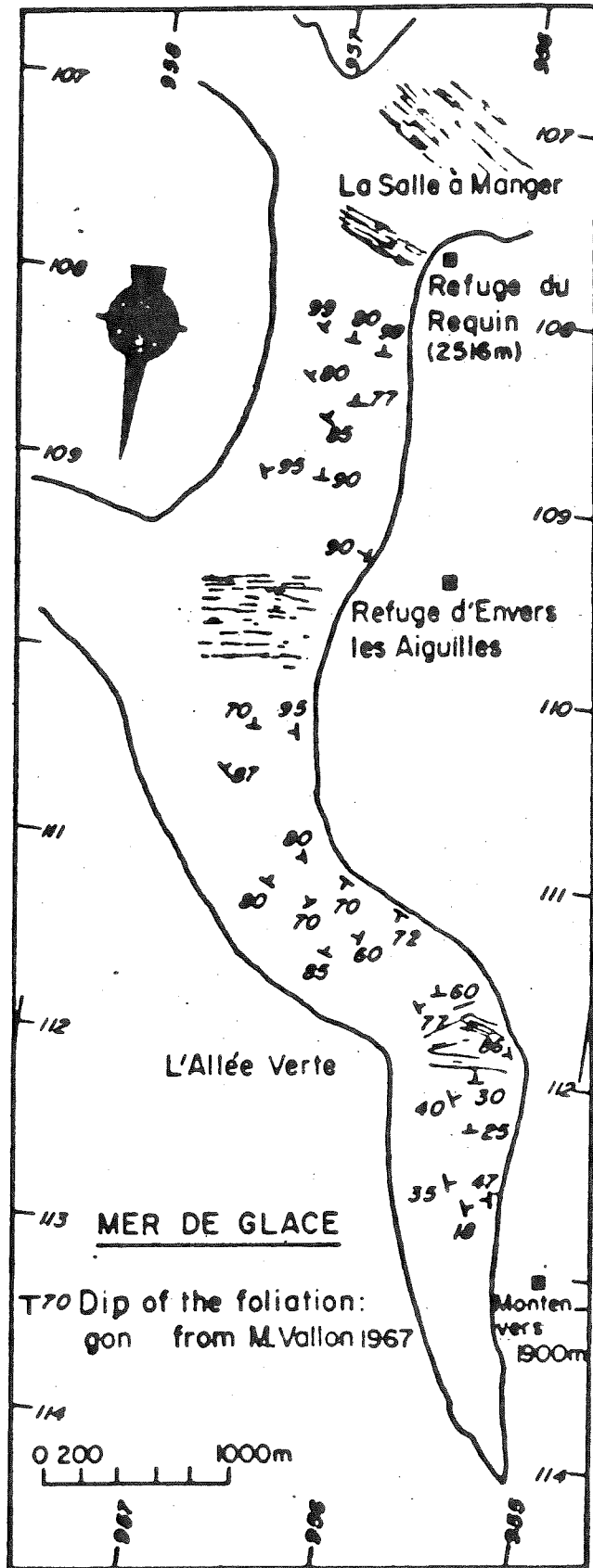
How good are the results ? To have an idea they have to be compared to the "Eaux et Forêts" data at the same time (fig. 8). As a base for the velocity changes calculated from U₁₉₇₀, the Trelaporte cross-profile was chosen because it is located near the center of the Forbes Bands zone. We note that the reconstructed velocities are the same as the observed variations from 1912 to 1950. However, although the measured 1950 velocity is high, the value computed is even higher (50m/year more than 1970). Furthermore, the 1933 increase in velocity is not reflected at the same time by the calculation.



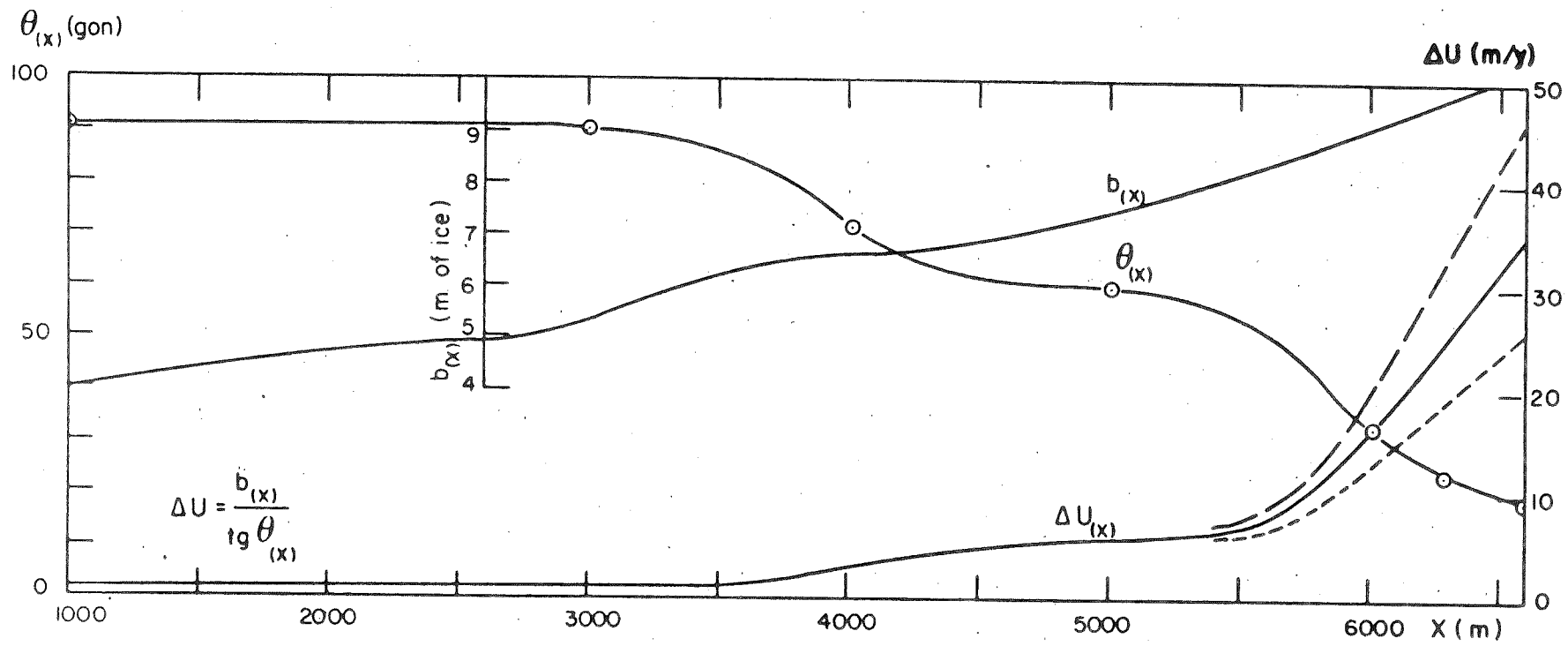
7 - e_t reconstructed from 1909 to 1953 with the 1958 position of Forbes Bands



8 - 1958 reconstruction compared with the ground measurements

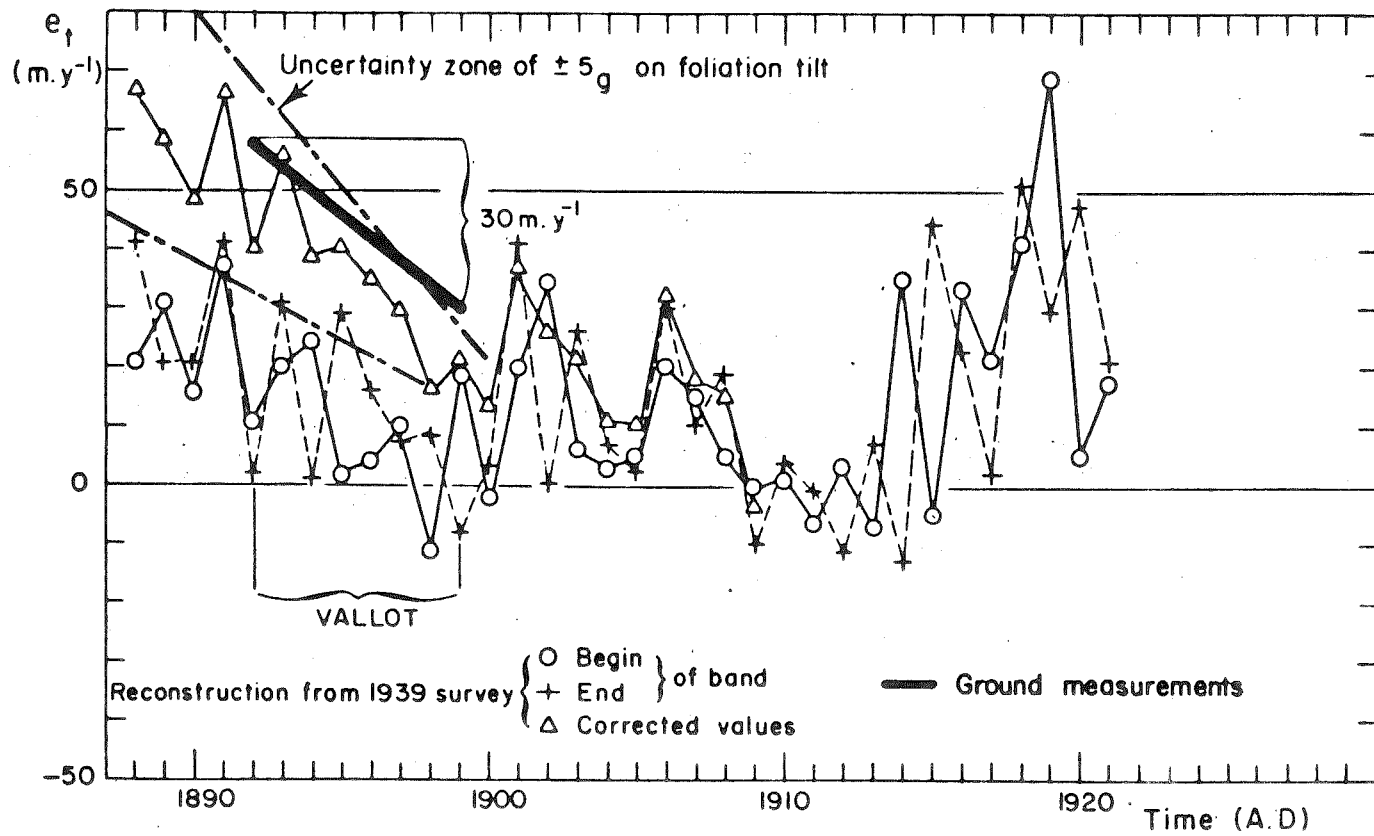


10 - Dip of the foliation on the Mer de Glace from M. Vallon : 1967



11 - Velocity correction ΔU along the glacier with dip $\theta_{(x)}$ and balance $b_{(x)}$.

The dashed curves give the error on U corresponding to ± 5 g on the dip



9 - e_t reconstructed from 1939 photos by I.G.N. The ground measurements by Vallot are sketched to show the decrease

Adopting this dip variation the lack of velocity may be computed directly. Between two successive years a band with tilt θ appears upstream with a velocity difference :

$$\Delta U = b \cotan \theta$$

because of the ablation b at this position. The values of ΔU are plotted in fig. 10 together with b and θ along the glacier.

This correction becomes important only when b is high and θ small, which is the case for the bands after the second ice-fall, below the Echelets cross-profile. Elsewhere, the correction is lower than 5 or 6 m/y and is negligible in comparison with the errors in the photogrammetry.

In fig. 11 the values from the 1939 stereomap are given : the raw and corrected reconstructions together with the velocities obtained by Vallot.

With an inaccuracy of ± 5 gons (1 gon = .9 degree) on the tilt of foliation the reconstruction gives a velocity changes very close to those measured by Vallot. This correction having been tested, it is applied to the other reconstructions.

Finally, the photos taken by the C.T.G.R.E.F. in autumn 1979 give the results plotted in the fig. 12. The reconstruction is possible only since 1975, although the more recent bands were photographed, because this zone is also the place of the wave ogives at the foot of the Geant ice-fall, and the dust in the furrows does not allow the accurate identification of the limits of the dark and white bands due to lack of contrast. It is therefore impossible to test the 1979 $e_{(t)}$ with its reconstruction.

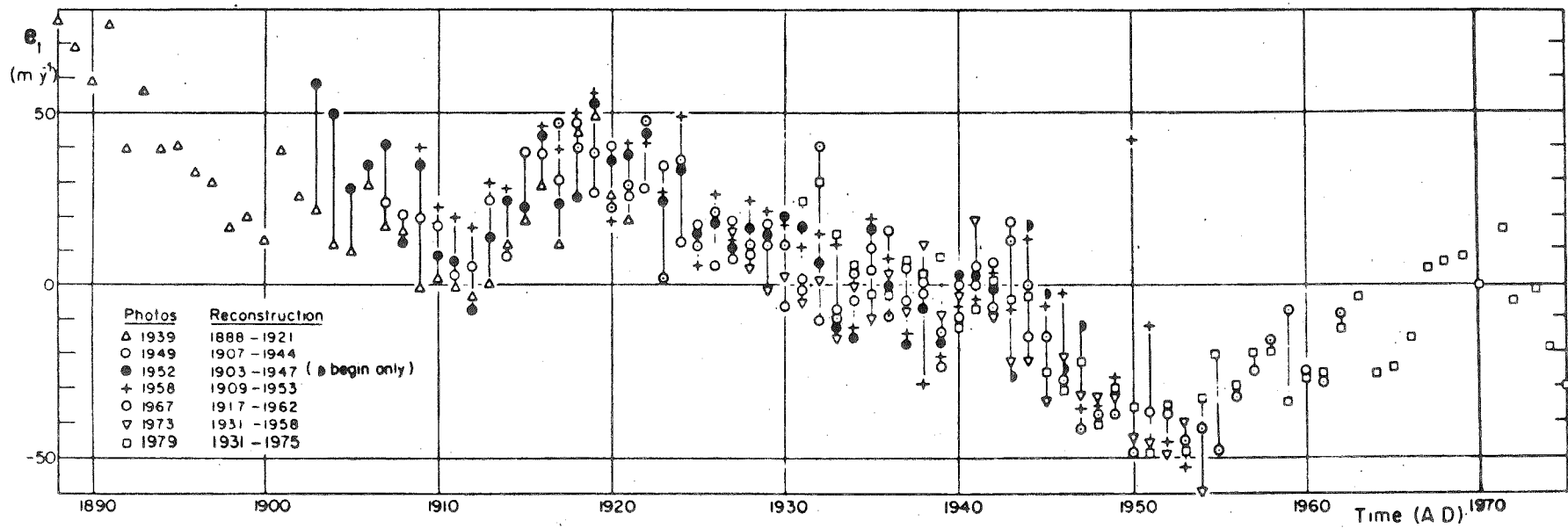
The reconstruction however checks well with the 1968-1973 ground measurements.

DISCUSSION CONCERNING THE RECONSTRUCTION

All the values given by the different reconstructions are plotted on fig. 13, with the correction for the dip effect.

The scattering of the results is higher than the stereoscopic error which is only around 10 m. In reality, the band structure is not as regular as usually sketched. The stereoscopic examination shows irregularities for some bands (breaks or excrecences) as if an irregular shape exists at lower depths. The scattering of the results can be partly explained in this way since they come from successive photos which are in fact sections of the band at different depths.

Another cause of the scattering comes from the simplification of the real conditions. The modelling of the velocity for a short time is in good agreement with the ground measurements as is shown in fig. 3a and 3c. For a long period, however, when the flow is heavily modified, the velocity variation along the glacier is different : fig. 3b. In this case the glacier's shape is changing (e.g. between 1930 and 1970 the cross-profile of Trelaporte has lost 40 m of ice, while the Mottets show a decrease of 100 m). The velocity of deformation therefore decreases as the U_x term with the time. This is not taken into account by the linear model of velocity which is established for yearly fluctuations near an equilibrium state. Nevertheless, in spite of this scattering it should be noted that the results are in good agreement with one another. For example, similar values are found for e_t



13 - e_t given by the seven reconstruction from 1888 to 1975

with the same band, although it had covered a distance of several kilometers (around 2.5 km between 1939 and 1967). This is because the errors in this case are not cumulative, in fact, at each measurement of band position all the velocity variations from its creation are measured together and not separately. Therefore, by taking the difference between two bands the scattering is reduced.

VELOCITY VARIATION WITH A WAVE

The mean velocity variations of fig. 13 can be compared with the cross profile altitudes of the glacier to determine when the acceleration takes place with a wave, as in 1895, 1920 and 1970 (Reynaud 1977).

For the last rise it was assumed that the variation of velocities was determined for the whole glacier by the upper part (Glacier du Tacul) because the velocities were known only for this period. It is possible to detail the rise of 1895 and 1920.

For the 1920 rise the velocity increased from 1912 although the wave was at its beginning on the Tacul Glacier. On the other hand we find again, for the lower part, the opposition already observed for the 1970 wave : decreasing velocities and increasing surface levels during the passing of the wave.

For the Vallot's case, shown by the cross-profiles in the lower part of the tongue (Echelets, Montenvers, Mottets and Chapeau) there is also a constant decrease of velocity because the wave, following the model of flow with a wave velocity $c \sim 5\bar{u}$, must have crossed the upper part around

1886. These three rise events show the same role of the upper part of the glacier in the velocity modification.

CONCLUSION

The agreement between the reconstruction and the ground measurements shows that the linear model of velocity variations can be used to reconstruct the past velocities of the Mer de Glace using the Forbes Bands as an annual marker.

Furthermore, it has been shown that the hypothesis made about the Forbes Bands structure (depth and dip) are justified.

The method used for the Mer de Glace can be applied to other glaciers with Forbes Bands on the condition that the velocity variation follows the linear model.

The reconstruction obtained details the period of acceleration when a wave begins. For the three known rises of the Mer de Glace, it is clear that the maximum velocity corresponds to the rise of the upper part of the glacier at the beginning of the Forbes Bands. Then, while the wave is propagating along the 6 km of the tongue and the upper part is lowering, the velocity is decreasing. It is therefore shown that the Tacul Glacier, in the upper part of the Mer de Glace, determines the random term u_t of the linear model.

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to thank Prof. Lliboutry who suggested this study which purposes the linear model of velocity variation. Furthermore Dr. Vallon who offered me his experience and his work on the Mer de Glace, while the stereomaps were done by C. Carle and Y. Morin.

The C.T.G.R.E.F. gave us permission to use 1976 and 1979 aerial photos.

REFERENCES

=====

- C.T.G.R.E.F. Centre Technique du Génie Rural et des Eaux
et Forêts. Missions aériennes Massif du Mont-
Blanc en 1976 et 79. Domaine Universitaire de
Grenoble.
- I.G.N. Institut Géographique National. Missions aériennes
1939, 49, 52, 58, 67, 73.
Photothèque Nationale - 2, rue Pasteur
Saint-Mandé - France
- FORBES, J.D., 1845 Travels through the Alps of Savoy and other parts
of the Penin Chain with observations on the
Phenomena of the Glaciers (2e Ed.).
Edimbourg, Adam and C. Black, 456 p.
- LLIBOUTRY, L., 1964 Traité de Glaciologie, tome 1, pp. 386-89
(Masson et Cie, ed., Paris)
- MOUGIN, P., 1930 Etudes Glaciologiques, Tomes 4, 6 et 7 -
Ministère de l'Agriculture - Imprimerie Nationale
Paris

REYNAUD, L., 1977

Glaciers fluctuations in the Mont-Blanc area
(French Alps).

Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie,

vol. 13, n° 1/2, pp. 155-66

VALLON, M., 1967

Contribution à l'étude de la Mer de Glace.

Thèse de Doctorat d'Etat, Faculté des Sciences
de Grenoble, 133 p.

VALLOT, J., 1900

Annales de l'Observatoire Météorologique du
Mont-Blanc - Tomes 4, 6 et 7 - Stenhal, Paris.

4 - 3 LES FLUCTUATIONS DU BILAN

4.3.1 La relation bilan-facteurs météorologiques

La comparaison de 8 années de bilans sur la Mer de Glace (1968-73) avec ceux du glacier de Sarennes a montré que les fluctuations sont voisines.

Cependant ce n'est pas avec 6 valeurs qu'on peut tirer des conclusions très solides sur ce type de mécanisme. C'est pourquoi Martin a étendu son travail de corrélation bilans-facteurs météorologiques de 1974 avec une station éloignée du glacier - celle de Lyon-Bron.

Alors que les stations proches ne permettaient pas de remonter au-delà de 19 pour les températures et les précipitations, celle de Lyon-Bron donne des enregistrements jusqu'en 1881.

Martin (1977) a cherché une corrélation multiple de b_t avec ces données météorologiques. Les meilleures variables explicatives qu'il ait trouvées sont les suivantes :

1) la moyenne des températures maximales diurnes pendant les mois de juillet et août (T_{7-8}) qui rend compte de 58 % de la variance de b_t . Selon une étude antérieure (Martin : 1975) en zone d'ablation du glacier de Saint-Sorlin la chaleur de l'air provoque 43 % de l'ablation estivale, le bilan des radiations 57 %. Mais ces deux variables sont étroitement corrélées, l'air étant chaud par temps ensoleillé. A plus haute altitude l'ensoleillement est primordial (de la Casinière : 1974) mais on peut toujours l'estimer par la température maximale diurne de l'air. De plus s'il y a une chute de neige qui blanchit temporairement le glacier, la température maximale de l'air est aussi plus basse.

2) la précipitation pendant le mois de juin (P_6), qui rend compte de 16 % de la variance. En réalité, comptent pour juin à la fois les précipitations (qui sont encore de la neige) et les températures, mais il y a une forte corrélation négative entre les deux.

3) les précipitations totales d'octobre à mai inclus (P_{10-5}), qui ne rendent compte que de 5 % de la variance. La corrélation entre l'accumulation "hivernale" sur le glacier de Saint-Sorlin et les précipitations à Lyon est beaucoup moins bonne que pour les températures.

Au total on peut, avec ces trois variables, rendre compte de 77 % de la variance par la corrélation multiple suivante :

$$b_t = 3,0 \Delta P_{10-5} + 6,5 \Delta P_6 - 0,343 \Delta T_{7-8} \quad (2)$$

Δ signifie l'écart par rapport à la moyenne b_t , P_{10-5} et P_6 sont en mètres d'eau, T_{7-8} en °C. Le coefficient 3,0 ne signifie pas que les précipitations sont trois fois plus fortes à Saint-Sorlin qu'à Lyon. En réalité lorsqu'il y a eu beaucoup de neige l'hiver, elle reste plus longtemps sur le glacier d'été, augmentant son albedo : le rayonnement solaire est bien moins absorbé par la neige que par la glace nue.

Les bilans annuels mesurés sur la Mer de Glace et au Glacier d'Argentière présentent les mêmes fluctuations b_t qu'au glacier de Saint-Sorlin, multipliées par environ 0,70. Certes un jour donné le temps peut être très différent d'une région à l'autre des Alpes, mais le bilan pour toute une année présente beaucoup moins de diversité locale.

Ces résultats nous ont incité à comparer les bilans obtenus sur 10 glaciers des Alpes pour voir dans quelles conditions le modèle linéaire de variation des bilans peut s'étendre à plusieurs glaciers des Alpes.

4.3.2 Le modèle linéaire des fluctuations du bilan peut-il être étendu à toutes les Alpes ?

1980 /

Can the linear balance model be extended to the whole Alps?

L. Reynaud

Abstract. Mass balance series in the Alps are compared to show similarity in the variations. For this the linear balance model of Lliboutry is extended to 10 glaciers; 2 French, 4 Swiss, 3 Austrian and 1 Italian glacier. The centred balance variations are very similar for the different series of comparison, with only one year where the two French glaciers are significantly different from the other glaciers. In conclusion, the continuation of mass balance studies based upon the linear model is proposed.

Le modèle linéaire du bilan peut-il être étendu à toutes les Alpes

Résumé. Les séries de mesures de bilan de masse disponibles dans les Alpes sont comparées pour mettre en évidence les similitudes des variations des bilans. Pour cela on étend le modèle linéaire de Lliboutry à 10 glaciers répartis le long de l'arc alpin: 2 glaciers français, 4 suisses, 3 autrichiens, et 1 italien. Les variations centrées des bilans sont très voisines pour les différentes séries de comparaison, avec une seule année où les deux glaciers français s'écartent significativement des autres glaciers. En conclusion, on propose de poursuivre les études de bilans de masse en se basant sur l'utilisation du modèle linéaire.

INTRODUCTION

Mass balance measurements form an important link in understanding the climatic influence upon glacier fluctuations. Nevertheless, the relation between the climate and a glacier is very complex. Therefore the simple comparison of glacier fluctuations with meteorological factors does not give very satisfactory results other than qualitative ones (Kuhn, 1978). On the other hand, very good correlations between mass balance and meteorological factors have been obtained by several authors, especially by Martin (1974) for the St Sorlin and Sarennes glaciers, using meteorological data from stations located near the glaciers which are representative of the local climate. The question immediately arises as to whether one can extend these correlations to other glaciers, for instance, to give information about the balance where measurements are missing. It is well known that such an application is not possible and the reasons for this are numerous: the differences in orientation, mean altitude, precipitation. Briefly, the difference between the local and general climates. However, we have compared a series of balances between Mer de Glace, Sarennes and St Sorlin for the period 1968-1975: the centred values of the balances are very similar for the three glaciers (Reynaud, 1977). These results suggested a correlation between balance and meteorological factors from a distant station Lyon-Bron and, hence, a reconstruction of level variations of the cross-profiles for the Mer de Glace, Bossons and Argentière glaciers which are in good agreement with the measurements (Martin, 1977). This comparison induced us to extend these studies with data obtained from ten alpine glaciers to obtain results from a wider application, and to orientate our future measurements.

MASS BALANCE MEASUREMENTS IN THE ALPS

Series of balance measurements have been collected from:

2 French glaciers: St Sorlin, Sarennes.

4 Swiss glaciers: Aletsch, Gries, Limmern and Silvretta,
 3 Austrian glaciers, Hintereisferner, Kesselwandferner and Stubacher
 Sonnblickkees,
 1 Italian glacier: Careser.

See Fig. 1 for locations of these glaciers.

The mass balances for these 10 glaciers are given in Table 1. Except for the Aletsch Glacier which has been surveyed since 1923, we have only five comparable series since 1953, and the table ends with 10 glaciers for 9 years. We did not use all the data collected in the Alps, only those providing, by their length and situation, a data set suitable for this study.

Cumulated balances as functions of time are plotted in Fig. 2 (Hoinkes, 1970). We see that some glaciers show a constant loss, while over the same period a few have favourable balances. A striking example is that of two neighbouring glaciers, Kesselwandferner and Hintereisferner; since 1953 the first has gained 2 m of water, while the second has lost 7 m of water. In these conditions, is there a relationship between the mass balance measurements of these different alpine glaciers or must they be studied individually? Nevertheless, the general form of the *cumulated* mass balance suggests a fluctuation of the same trend, especially for 1964-1976. In the same way, for a few glaciers plotted in 1975-1977 we can see very similar fluctuations.

TABLE 1. Mass balance data [mm water] for 10 alpine glaciers

Year	AG	SAR	LG	HEF	KWF	SG	SSO	GG	SBK	CAR
1948/49	-1806	-2990								
1949/50	-1240	-1620	-1375							
1950/51	-197	200	215							
1951/52	-706	-1620								
1952/53	-321	-640		-540	-400					
1953/54	63	-550	569	-286	-200					
1954/55	610	660	412	76	200					
1955/56	415	-600	-249	-275	350					
1956/57	-17	-520	-55	-189	150		-235			
1957/58	-635	-670	-1010	-981	-382		240			
1958/59	-1076	-1260	-1284	-763	-372		-1147			
1959/60	412	120	-55	-62	118		-286			
1960/61	-180	-390	136	-205	271	-99	84			
1961/62	-412	-910	-396	-686	-416	-815	-379	-1068		
1962/63	-118	190	-309	-687	-406	-1022	546	31		
1963/64	-1293	-1820	-1833	-1245	-540	-1495	-1280	-862	-932	
1964/65	1257	30	924	925	1040	1191	716	925	1976	
1965/66	620	420	505	344	590	1174	1082	-279	736	
1966/67	296	-410	-363	20	300	340	-299	260	160	-390
1967/68	668	340	397	338	460	616	1028	332	236	260
1968/69	308	-360	-140	-430	-150	-256	686	269	-247	0
1969/70	-124	-410	-158	-550	0	125	212	-519	144	-630
1970/71	-705	-1110	-1336	-600	50	-887	-838	-1069	-392	-650
1971/72	-218	-370	-245	-70	370	-256	-130	446	128	400
1972/73	-529	-670	-1010	-1230	-380	-1213	-621	-1116	-721	-1280
1973/74	70	-1600	85	60	570	744	-641	-159	576	-320
1974/75	559	110	573	60	370	791	617	280	397	150
1975/76	-688	-2000	-964			-510		-1056		
1976/77	1495	990	658			620		1263		

Note: series from Aletsch (AG) started in 1922/1923.

AG = Aletsch; SAR = Sarennes; LG = Limmern; HEF = Hintereisferner;
 KWF = Kesselwandferner; SG = Silvretta; SSO = St Sbrlin; GG = Gries;
 SBK = Stubacher Sonnblickkees; CAR = Careser.

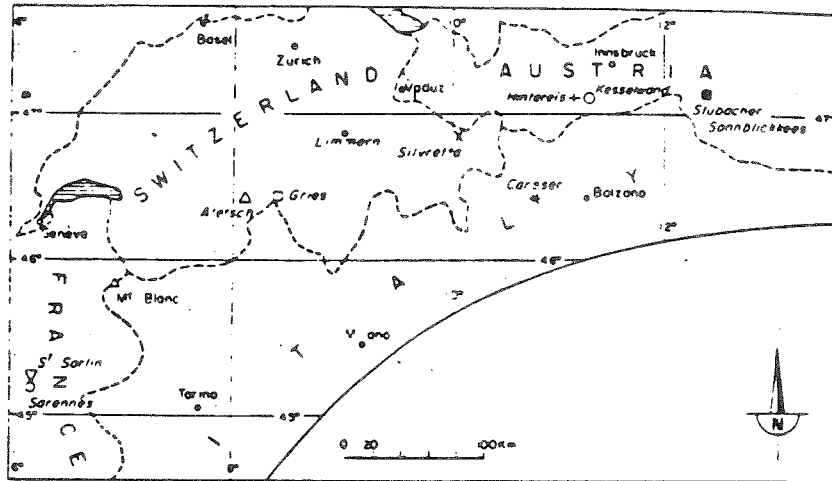


FIGURE 1. Location map of the 10 glaciers in the Alps.

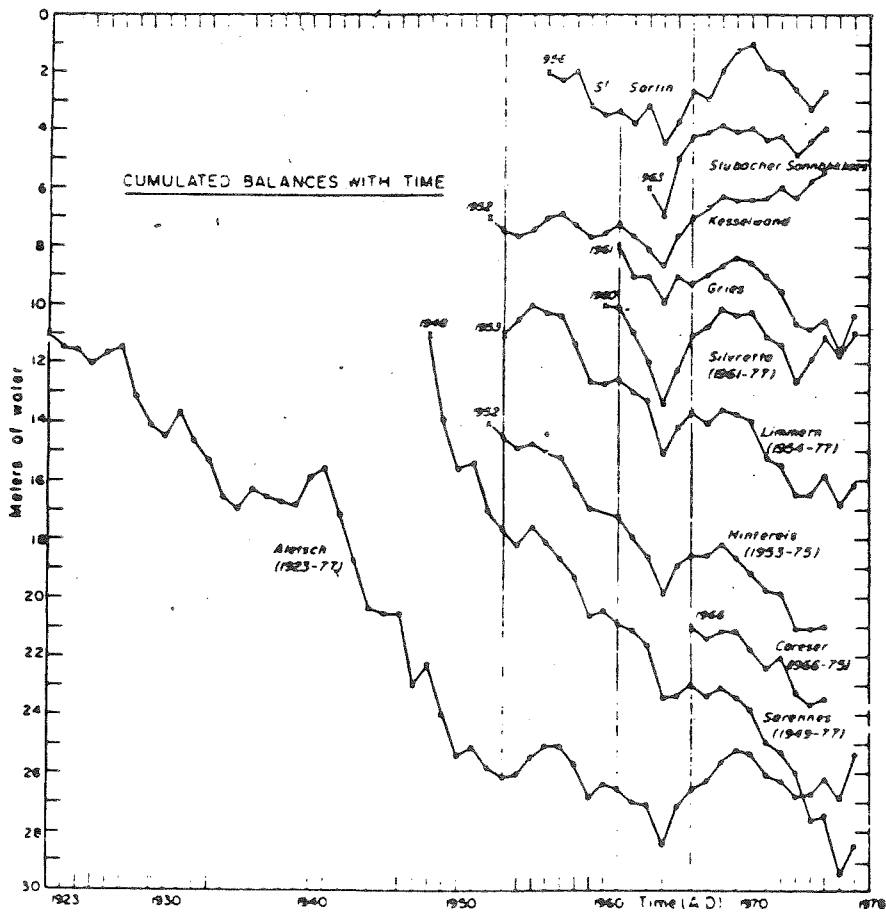


FIGURE 2. Cumulated balances for 10 glaciers as functions of time.

COMPARISON METHOD

To compare the balances of several glaciers we use the linear balance model for a single glacier, proposed and discussed by Lliboutry (1974) for the case of the St Sorlin Glacier:

$$b_{j,t} = b_j + b_t + \epsilon_{j,t}$$

where $b_{j,t}$ is the measured balance during year t , at the location j ,

b_j is a geographical term depending only upon location j ,

b_t is the balance variation with time t , independent of the location for the same glacier, and

$\epsilon_{j,t}$ is a centred random residual.

This model works for a single glacier by separating the influences of location and time. In the same way, for a balance series as a function of time, we can propose the following linear expression:

$$b_{i,t} = b_{0i} + b_t + \epsilon_{i,t}$$

where $b_{i,t}$ is the measured mass balance of glacier i in the year t ,

b_{0i} is the mean value of the balance of glacier i for the whole period,

b_t is the centred balance variation for year t , independent of the glacier,

$\epsilon_{i,t}$ is a centred random residual.

The meaning of the terms in this new equation compared to Lliboutry's model can be illustrated by writing $B_{i,t}$ the total balance for year t and glacier i :

$$B_{i,t} = \int_S (b_j + b_t) dS = \int_S b_j dS + \underline{S}b_t$$

and

$$b_{i,t} = \frac{B_{i,t}}{S} = \frac{\int_S b_j dS}{S} + b_t$$

hence

$$b_{0i} = \frac{\int_S b_j dS}{S}$$

where S is the total area of glacier i .

Although this relationship is interesting, in practice it is impossible to obtain because the mean distribution of the balance over the whole glacier is rarely known, especially in the accumulation area. On the other hand, several surveys were undertaken in the ablation zone and it is just there that this linear model is useful because we can bring out the b_t terms in spite of incomplete measurements.

Therefore, the b_{0i} will be the mean balance relative to a particular period. This characteristic value for a glacier integrates the influence of the mean altitude, exposition and all other parameters which can cause differences in the balances of two glaciers.

In this way we can obtain for each balance series, the b_t term and see in what proportion this extension is realistic.

LINEAR MODEL APPLICATIONS

The data collected on the 10 glaciers give four sets which are given in order of length:

(a) 2 glaciers: Aletsch and Sarennes for 29 years, 1949-1977;

(b) 5 glaciers: Aletsch, Sarennes, Limmern, Hintereisferner and Kesselwandferner for 23 years, 1953-1975;

(c) 8 glaciers: the previous plus St Sorlin, Silvretta and Gries for 15 years, 1961-1975:

(d) and finally to include one glacier on the south side of the Alps, the Careser Glacier, to give one data set containing 10 glaciers for 9 years; the preceding with the Careser and Stubacher Sonnblickkees, 1967-1975.

The b_t obtained with the second series are plotted in Fig. 3. We see a very similar variation of centred balance with time. The mean variation per year is 60 cm of water: i.e. for that period a mean variation would be defined more or less by 30 cm of water. Nevertheless, we note in 1974 a great difference for Sarennes, which is far from the other glaciers. Although we do not have the 1976 and 1977 values for all the glaciers, the values for Aletsch, Sarennes and Limmern are very similar in spite of the important variations.

The third series of centred balances for the eight glaciers with 15 years of data is plotted in Fig. 4. In this case the variations for each year are larger, the mean variation being 97 cm of water. But the new glaciers are not responsible for this scattering alone, because the mean values of the balances are established here for a smaller period. One of the new glaciers, St Sorlin, shows the same difference as Sarennes for 1974.

The fourth series is plotted in Fig. 5 for 1967-1975. Here the mean deviation is 95 cm of water and the two new glaciers fall in the grouped values for each year besides their particular position in the Alps.

The first series with Aletsch and Sarennes from 1949 to 1977 is plotted in Fig. 6 with a linear regression equation. In preference to a simple regression we have chosen an orthogonal regression which minimizes the perpendicular deviation between the data and the line because the two variables have the same significance here (Hald, 1967). The correlation coefficient is $\rho = 0.861$, the slope of the orthogonal regression line is $0.84 (40^\circ)$, and the standard deviation of residuals is 29.5 cm of water.

coefficient
c/d

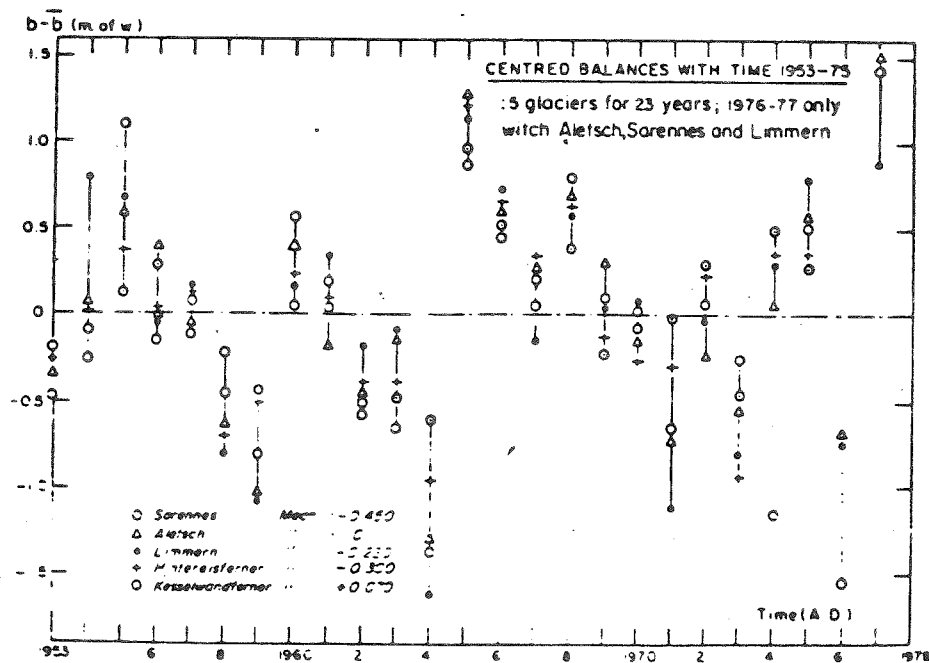


FIGURE 3. Centred balances of five glaciers for 23 years: 1953-1975; also for Aletsch, Sarennes and Limmern for 1976-1977.

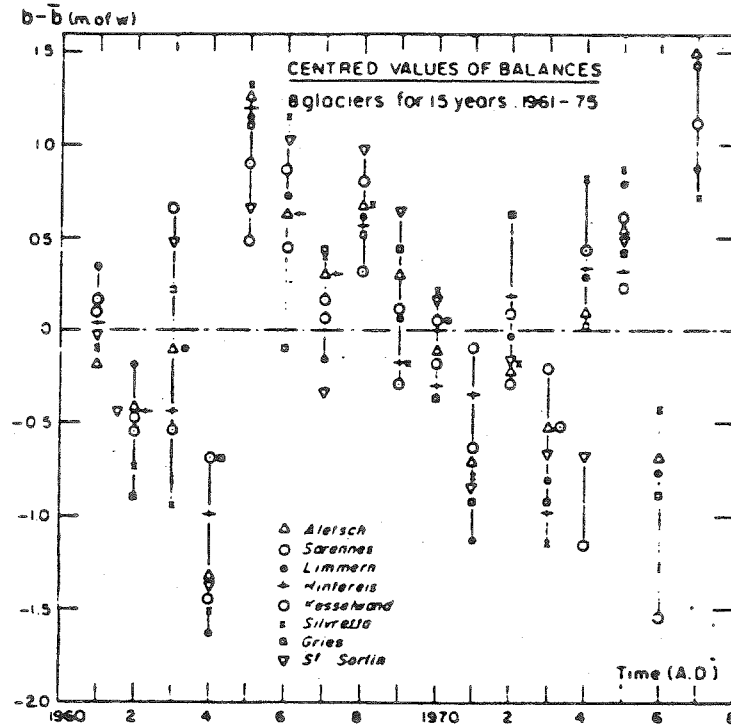


FIGURE 4. Centred balances of eight glaciers for 15 years: 1961-1975.

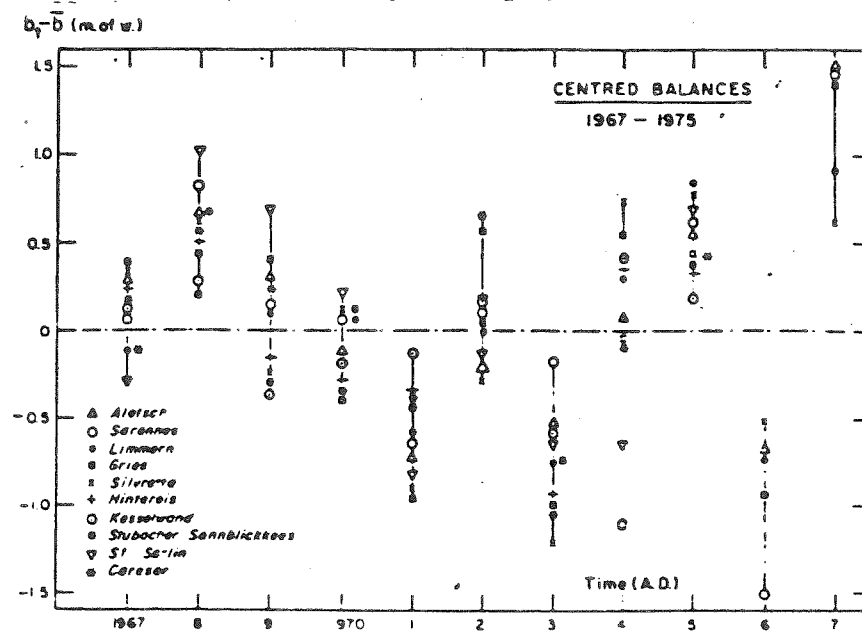


FIGURE 5. Centred balances of 10 glaciers for 9 years: 1967-1975.

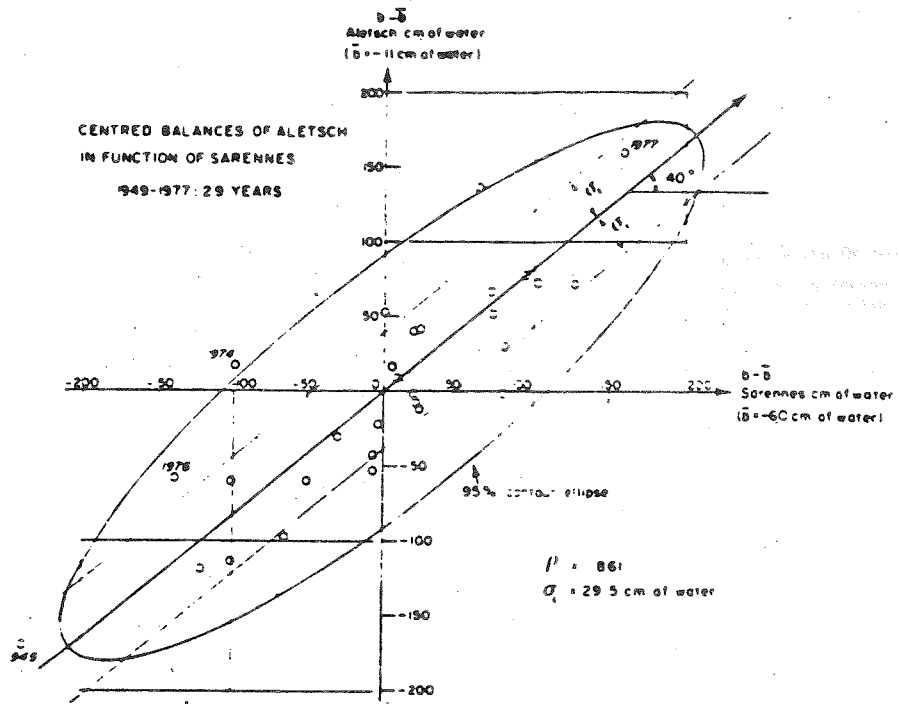


FIGURE 6. Orthogonal regression of Aletsch-Sarennes: 1949-1977.

For the Kesselwandferner and Hintereisferner, the correlation coefficient is $\rho = 0.918$ and the standard deviation is $\sigma_e = 13$ cm of water, although the mean of the first is +7 cm of water per year and the second is -30 cm of water per year. This good correlation probably reveals the vicinity of the two glaciers as well as the fact that the measurements were made by the same people.

In the same way, to visualize the 1953-1975 series differently, the centred balance for Aletsch is plotted on Fig. 7 as a function of the four glaciers: Sarennes, Limmern, Hintereisferner and Kesselwandferner. For this regression the correlation coefficient is $\rho = 0.722$, the standard deviation of residuals $\sigma_e = 33$ cm of water, and the slope of the orthogonal regression line is 1.48 (56°). The 1976 and 1977 plotted values do not interfere with the regression computation.

The correlation coefficient matrix is quoted in Table 2 for the four different series so we can follow the evolution of ρ with the length of the series: ρ becomes better as the time increases. The Sarennes and St Sorlin glaciers show low correlations with the other glaciers, the 1974 deviation is responsible for this.

DISCUSSION

Among the different glaciers we have tried to find what could link their mass balances with the linear balance model of Lliboutry extended to several glaciers. For that we have used data obtained from different computational methods:

- hydrological for Aletsch,
- linear model for St Sorlin,
- direct measurement for the other eight glaciers.

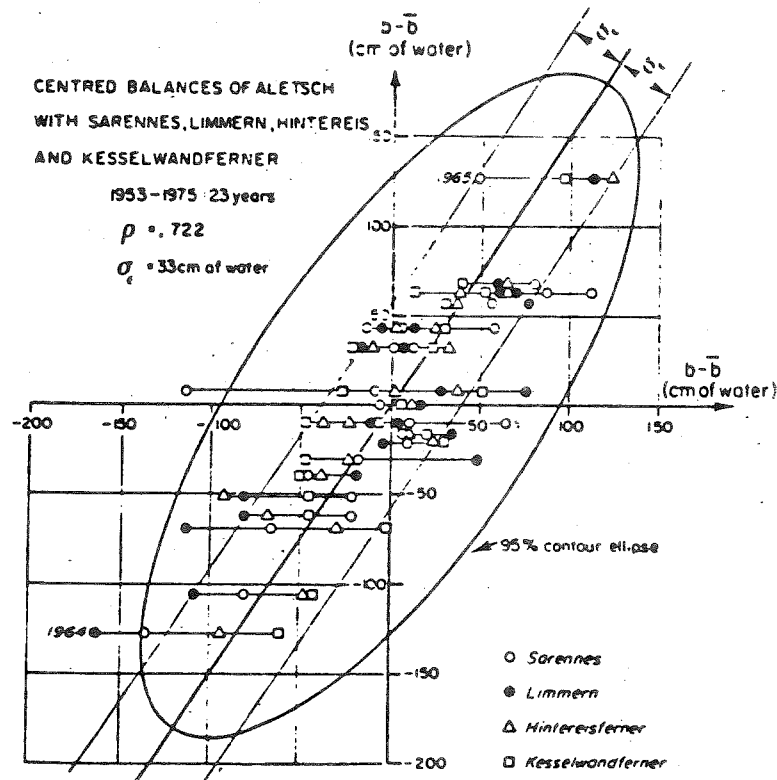


FIGURE 7. Orthogonal regression of Aletsch as a function of the group: Sarennes, Limmern, Hintereisferner, Kesselwandferner for 1953-1975.

Theoretically, these different methods should give the same results, when it is possible to estimate the terms in the computation properly. The hydrological method applied to Aletsch gives results consistent with the other glaciers, besides the relatively small difference between runoff and precipitation, but Tangborn (1968) had already found a good agreement between this method and direct measurements on the South Cascade Glacier, USA.

Direct measurements are effective for measuring gains or losses when the number of stakes is sufficient. But the balance varies greatly even for two neighbouring points and it is difficult to evaluate the effects of avalanches or the effects of the melt along the edges of the tongue. It is only when the stakes are always distributed in the same way that we can obtain homogeneous balance series.

The linear model gives the balance directly for the period. Otherwise this method works even with an incomplete set of data, limited for instance to the ablation zone or a part of it (Reynaud, 1977) because with this model it is not necessary to reach the complete balance of the glacier. Work in progress on the Sarennes Glacier shows good agreement between the linear model and the direct measurements made by De Crecy: the standard deviation is $\sigma_e = 13 \text{ cm of water}$ for the 1953-1976 period. Nevertheless, we must note that this glacier is a good example to improve these methods because it is monitored with five fixed-place stakes per km^2 of surface. It probably would not be the same everywhere on other glaciers.

Hence, we see that with each method the balance is known to a degree of precision which is difficult to assess. Therefore, the obtained results could be better than it

TABLE 2. Correlation coefficients for comparisons of mass balance series from 10 alpine glaciers

		AG	SAR	LG	HEF	KWF	SG	SSO	GG	SBK	CAR
Aletsch	AG	1.00	0.75 0.74 0.62	0.90 0.92 0.89	0.88 0.90 0.75	0.79 0.79 0.53	- 0.89 0.83	- 0.83 0.88	- - 0.81	- - 0.64	- - 0.69
Sarennes	SAR	0.86*	1.00	0.71 0.72 0.52	0.59 0.56 0.29	0.42 0.41 0.05	- 0.52 0.27	- 0.92 0.87	- - 0.53	- - 0.09	- - 0.51
Limmern	LG			1.00	0.85 0.87 0.76	0.71 0.77 0.63	- 0.88 0.90	- 0.83 0.74	- - 0.78	- - 0.81	- - 0.70
Hintereisf.	HEF				1.00	0.92 0.95 0.93	- 0.93 0.88	- 0.65 0.52	- - 0.82	- - 0.88	- - 0.86
Kesselwandf.	KWF					1.00	- 0.91 0.81	- 0.48 0.22	- - 0.62	- - 0.90	- - 0.70
Silvretta	SG						1.00	0.65 0.57	- 0.70	- 0.95	- 0.63
St Sorlin	SSO							1.00	- 0.73	- 0.35	- 0.64
Gries	GG								1.00	- 0.65	- 0.93
Stubacher Sonnblickkef's	SBK									1.00	- 0.64
Careser	CAR										1.00

* Refers to correlation between Aletsch and Sarennes for 1949-1977.

Note: Samples sizes and periods of record for the three correlation coefficients are as follows: upper = 5 glaciers 1953-1975, middle = 7 glaciers 1961-1975, lower = 10 glaciers 1966-1975.

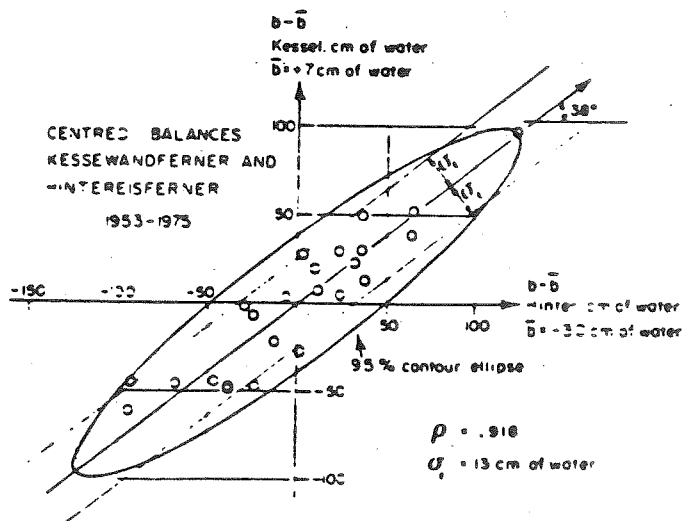


FIGURE 8. Orthogonal regression of Kesselwandferner - Hintereisferner for 1953-1975.

appears. Nevertheless, to analyse these data more precisely, we must obtain them all by the same method, beginning with ground surveys.

Lastly, if we want to utilize the balance fluctuations as a witness of climate, we must distinguish between the available methods to identify the ones which are more relevant. When we wish to avoid glacier edges or avalanche sites, we must limit the stake area to the centre part of the glacier. In this case, the use of the linear model method becomes necessary.

Nevertheless, this trial analysis shows the greater statistical significance of the series when they become larger. So it is desirable that the measurements already begun should be continued in their present form to obtain homogeneous series.

CONCLUSION

The 10 balance series of the alpine glaciers can be analysed with the linear model of Lliboutry when it is extended to compare several glaciers. The term varying with the time b_t is very similar for the different glaciers studied. The variations each year between the glaciers can be explained by the different computations of the balance.

Nevertheless, it was found for 1974 that a great climatic difference existed between the French Alps and the rest of the Alps. To monitor these climatic variations we propose to orientate the fieldwork towards the use of the linear model. However, it is clear that the series in progress must be continued in regard to their importance for glacier variations as well as for monitoring climatic changes.

Acknowledgements. I would like to thank all the people who helped me with this work, providing data, verifying the computation or criticizing the analysis, and more particularly those who made the field measurements.

REFERENCES

- Hald, A. (1967) *Statistical Theory with Engineering Applications*. John Wiley, London.
- Hoinkes, H. (1970) Methoden und Möglichkeiten von Massenhaushaltsstudien auf Gletschern. *Z. Gletscherk. Glazialgeol.* 6, no. 1-2, 38-85.
- Kuhn, M. (1978) On the nonlinearity of the glacier length response to climatic changes: comments on a paper by H. W. Posamentier. *J. Glaciol.* 20, no. 83, 443-445.
- Lliboutry, L. (1974) Multivariate statistical analysis of glacier annual balances. *J. Glaciol.* 13, no. 69, 371-392.
- Lliboutry, L. and Echevin, M. (1974) Mesure des bilans annuels en zone d'accumulation. *Z. Gletscherk. Glazialgeol.* 10, 71-88.
- Martin, S. (1974) Corrélation bilans de masse-facteurs météorologiques dans les Grandes Rousses. *Z. Gletscherk. Glazialgeol.* 10, 89-100.
- Martin, S. (1977) Analyse de reconstitution des bilans annuels du Glacier de Sarennes. Relations avec les fluctuations de trois glaciers du Mont-Blanc. *Z. Gletscherk. Glazialgeol.* 13, 127-153.
- Reynaud, L. (1977) Glacier fluctuations in the Mont-Blanc area (French Alps). *Z. Gletscherk. Glazialgeol.* 13, 155-166.
- Tangborn, W. V. (1968) Mass balances of some North Cascade glaciers as determined by hydrological parameters, 1920-1965. In *General Assembly of Bern, September-October 1967* (Snow and Ice, Reports and Discussions), pp. 267-274: IAHS Publ. no. 79.

DISCUSSION

Meier:

I think that this is an interesting and important paper: it is good to see this technique for an objective comparison of the mass balances of several glaciers over a large area. Can you explain more thoroughly what you mean when you say that you will orientate your field studies towards the use of the linear model? Are you referring to the model of Lliboutry for the analysis of stake data as a function of location and time for one glacier or are you referring to your extension of the model for mean specific balance data as a function of other glaciers and time?

Reynaud:

I propose to orientate the measurements towards the use of the linear model for two reasons. First, to obtain homogeneous series to avoid the scattering due to different methods. Secondly, because it is cheaper to limit the measurements to a simple set of stakes in the ablation zone if one wants to follow climatic variations. For the use of the data I am referring first to the linear model of Lliboutry which allows us to obtain the centred balance for a given year and afterwards to my extension of this model to compare the balances of different glaciers for the same year.

Radok:

The linear balance model as formulated by Lliboutry may be more adequate for a single glacier than for all glaciers of a large region. In the latter context, a further term could be introduced to account for 'interaction', i.e. the tendency for a certain variation to be associated with systematic local trends. In other words, when there is a tendency for all the balances to be relatively high positive, those of one region could respond more than those of another and the position might be reversed in times of high negative balances. These effects could be allowed for with a more detailed analysis of variance.

Reynaud:

The linear balance model applied to St Sorlin Glacier gives a standard deviation of ± 30 cm of water, here we obtain ± 30 to ± 45 cm of water for the four comparisons and with the comparison between Hintereisferner and Kesselwandferner this standard deviation is only ± 13 cm of water. From these results, we think that the extension works well, especially taking into account the fact that the data have been obtained by different methods.

Barry:

Have the major breaks in mass balance anomalies, e.g. 1964/1965 and 1976/1977 been examined in terms of climatic factors and atmospheric circulation regimes?

Reynaud:

Martin set up a model to reconstruct the centred balances from meteorological factors and the model works well for each year. The relation between balances and atmospheric circulation is not our present purpose but it would be interesting to do it.

Kasser:

The 'jumps' for 1964/1965 and 1976/1977 are mainly caused by the climatic conditions.

Reynaud:

That is just what we want to point out.

Wiesnet:

I would simply like to point out that the satellite determinations of Eurasian snow cover correspond rather well with the mass balance curves that you have presented, especially in the 1970s.

Braithwaite:

The ELA curve from the Storglaciären that I showed in my lecture has the same general form as the curves that Reynaud showed to us, i.e. a run of years with apparent 'persistence' and then an abrupt change. It would be nice if Barry and his colleagues could explain this for us in meteorological terms.

Reynaud:

I hope that the linear balance model applied to stakes on Aletschgletscher will give a good agreement with the hydrological results.

Kasser:

Stake measurements on Aletschgletscher are not sufficient for mass balance evaluation. They are mainly used for velocity measurements and for the determination of the equilibrium line altitude. I am preparing a paper on this topic which should be finished in 1979. I would like to make a further comment on this very interesting paper, especially on the standard deviation of the orthogonal regression. The standard deviation will be mainly controlled by three factors: (a) errors in fieldwork and data evaluation, (b) regional differences in climatic conditions and (c) differences in the methods of measuring the mass balances. With respect to the third point, the hydrological balance method is applied. The mass balance taken from the hydrological balance is related to the glacier area but in positive balance years the balance value will be too big because the formation of snow patches outside of the glacier is not taken into account whilst in negative balance years the values are too strongly negative. The balance values measured by stakes may be more correct for the glacier surface but if we put this value into the hydrological balance equation to obtain a runoff estimate, a similar error enters into the runoff value. Also, the accuracy for different glaciers using the same method will not be the same. The standard deviations calculated by Reynaud are certainly bigger than the mean error of balance measurements in the basins.

Müller:

Reynaud's paper, combined with Braithwaite's, gives us a valuable tool to assess the representivity of glacier inventories made for particular years. For example, the graph of mass balance *versus* time which Reynaud showed us would suggest that 1972 would have been a better 'average' year for the Alps than 1973 (Swiss Glacier Inventory) or 1969 (Austrian Glacier Inventory). May I take this opportunity to make a plea that people holding mass balance data should submit them to PSFG in order to make the next volume of *Fluctuations of Glaciers* more complete and more standardized.

CONCLUSION

=====

Les mesures effectuées sur la Mer de Glace nous ont permis de préciser quelques points de la dynamique d'un glacier de vallée.

Les mesures de déplacement sur de courtes échelles de temps ont montré un écoulement beaucoup plus régulier que les expériences précédentes, à condition d'éviter les mouvements des ancrages et d'évaluer la réfraction latérale.

Les variations de vitesses sont du même ordre de grandeur sur les 6 km de la zone d'ablation de la Mer de Glace tandis que les variations d'altitude relevées aux profils en travers montrent la propagation d'ondes cinématiques qui voyagent à une vitesse égale à 5 fois celle de la vitesse moyenne de la glace.

Ces ondes cinématiques se propagent sans créer de variations de vitesse le long de leur trajet, contrairement à la théorie de Weertman et de Nye. Il semble que ce soit la partie supérieure, le glacier du Tacul, qui détermine la dynamique de toute la zone d'ablation de la Mer de Glace.

Ces vagues résultent certainement de fluctuation du bilan comme l'a montré Martin (1977). Ces fluctuations ne sont pas distribuées au hasard au cours du temps, au contraire elles se groupent en années favorables ou défavorables pour le glacier.

Pour étudier la répartition spatiale du bilan, on peut étendre le modèle linéaire de variation des bilans à plusieurs glaciers d'une même région ; sur 23 ans les variations des bilans sont les mêmes pour différents glaciers à l'exception de l'année 1974 où les Alpes françaises ont connu un été beaucoup plus chaud que le reste des Alpes.

Mais pour aller plus loin dans l'étude de la répartition spatiale des bilans sur les Alpes il faut revenir aux données de base : les bilans ponctuels sur les glaciers. En effet les données dont on dispose actuellement sont des bilans de masse obtenus avec des pondérations de surface, cela introduit un "bruit" qu'on ne peut espérer réduire par l'analyse statistique.

Ce travail n'a été possible que grâce à l'ensemble des mesures effectuées par Vallot, les Eaux et Forêts, l'Electricité de France, la Compagnie du Montanvers, le C.T.G.R.E.F. et enfin le Laboratoire de Glaciologie. De même au cours du temps ces mesures ont été modifiées et complétées grâce aux analyses et critiques qui en ont été faites. Dans ce contexte la Mer de Glace est devenue un glacier exceptionnel, car les mesures dont on dispose permettent de voir le glacier dans sa totalité sur une longue période. Cet ensemble de données a servi à tester des modèles simples et à vérifier leur cohérence. Il est certain que la continuation de telles mesures permettra à l'avenir de mieux définir les mécanismes déjà proposés et probablement d'en découvrir d'autres.

REFERENCES

=====

- Battle, W.R.B. 1951. Glacier movements in NE Greenland, with a note on some subglacial observations. *Journal of Glaciology*, Vol. 1, p. 559-63.
- Baussart et alt. 1965. Etude photogrammétrique des glaciers du massif du Mont-Blanc. *Annales de Géophysique*, Vol. 21, No. 3, p. 450-61.
- Bindschadler et alt. 1977. Geometry and dynamics of a surge type glacier. *Journal of Glaciology*, Vol. 18, No. 79, p. 181-194.
- Charpentier et alt. 1972. Observations glaciologiques sous les glaciers d'Argentière et de la Mer de Glace par Charpentier, Collioud et Vivian. *Société Hydrotechnique de France*, P.V. ronéotypé.
- Chamberlain, R.T. 1928. Instrumental work on the nature of glacier motion. *Journal of Geology*, Vol. 36, No. 1, p. 1-30.
- Colbeck, S.C., et Evans, R.J. 1971. Small scale strain measurements on a glacier surface. *Journal of Glaciology*, Vol. 10, No. 59, p. 237.
- Crecy, (de), L. 1963 à 1973. Observations glaciologiques sur le glacier de Sarennes. *Société hydrotechnique de France*, P.V. ronéotypés, non publiés.

- C.T.G.R.E.F. *Centre Technique du Génie Rural et des Eaux et Forêts*. Domaine Universitaire de Grenoble.
- Duval, P. 1976. Lois du fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contraintes. *Annales de Géophysique*, Vol. 32, No. 4, p. 350-55.
- Forbes, J.D. 1845. Travels through the Alps of Savoy and other parts of the Penin Chain with observations on the phenomena of the glaciers (2° ed.). *Adam and Black, Edimbourg*, 456 p.
- Gluck, S. 1967. Détermination du lit rocheux sous la Mer de Glace par sismique réflexion. *C.R.A.C. Sc.*, Paris, Vol. 264, p. 2272-75.
- Goldthwait, R.P. 1973. Jerky glacier motion and melt water. *Bull. A.I.H.S.*, No. 95, p. 183-8.
- Harrison, A.E., et Lec, D. 1971. Electronic measurement of ice velocity. *Journal of Glaciology*, Vol. 10, No. 60, p. 394-9.
- Hodge, S.M. 1974. Variations in the sliding of a temperature glacier. *Journal of Glaciology*, Vol. 13, No. 69, p. 349-70.
- Hoinkes, H. 1970. Methoden und Möglichkeiten von Massenhaushaltsstudien auf Gletschern. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, Vol. 6, No. 1-2, p. 38-85.
- I.G.N. *Institut Géographique National*. Photothèque : 2, rue Pasteur. Saint-Mandé. France.
- Kuhn, M. 1978. On the non-linearity of glacier length response to climatic changes : comments on a paper by H.W. Posamentier. *Journal of Glaciology*, Vol. 20, No. 83, p. 443-5.
- Le Gac, H., et Duval, P. 1980. Constitutive relations for the non-elastic deformation of polycrystalline ice. *Physics and Mechanics of Ice I.U.T.A.M. Symposium Copenhagen*. Published by Springer-Verlag.
- Lliboutry, L. 1965. *Traité de Glaciologie*. Tome 1 et 2. Masson et Cie Editeur, Paris.
- Lliboutry, L. 1958. La dynamique de la Mer de Glace et la vague de 1891-95 d'après les mesures de Vallot. *Symposium de Chamonix, 16-24 sept. 1958, Physique du mouvement de la glace*. Publication No. 47 de l'A.I.H.S., p. 125-38.
- Lliboutry, L. 1968. General theory of subglacial cavitation and sliding of temperature glaciers. *Journal of Glaciology*, Vol. 7, No. 49, p. 21-58.
- Lliboutry, L. 1969. The dynamics of temperature glaciers from the detailed viewpoint. *Journal of Glaciology*, Vol. 8, No. 53, p. 185-205.
- Lliboutry, L. 1974. Multivariate statistical analysis of glacier annual balances. *Journal of Glaciology*, Vol. 13, No. 69, p. 311-92.
- Lliboutry, L., et Echevin, M. 1974. Mesure des bilans annuels en zone d'accumulation. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, Vol. X, p. 71-88.

- Lliboutry, L. 1975. Le cryocinégraphe peut-il détecter de petits mouvements par saccades des glaciers ? *Bulletin des Sciences Hydrologiques*, Vol. 20, p. 365-66.
- Lliboutry, L. 1979. Local friction laws for glaciers : a critical review and new openings. *Journal of Glaciology*, Vol. 23, No. 89, p. 67-95.
- Lliboutry, L., et Reynaud, L. 1980. Global dynamics of a temperature valley glacier, Mer de Glace, and past velocities deduced from Forbes Bands. *Journal of Glaciology*, sous presse.
- Lliboutry, L. (sous presse). Recherches sur les glaciers tempérés au Laboratoire de Glaciologie du CNRS. *Publ. de la Société Helvétique des Sciences Naturelles*.
- Martin, S. 1974. Corrélations bilans de masse - facteurs météorologiques dans les Grandes Rousses. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, Vol. 10, p. 89-100.
- Martin, S. 1977. Analyse et reconstitution de la série des bilans annuels du glacier de Sarennes, sa relation avec les fluctuations du niveau de trois glaciers du massif du Mont-Blanc (Bossons, Argentière, Mer de Glace). *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, Vol. 13, No. 1-2, p. 127-53.
- Meier, M.F. et alt. 1974. Flow of blue glacier, olympic mountains, Washington USA. *Journal of Glaciology*, Vol. 13, No. 68, p. 187-212.
- Meier, M.F., et Johnson, J.N. 1962. The kinematic wave on Nisqually glacier, Washington USA. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 67, p. 886.
- Mercanton, P.L. 1935. Le cryocinémètre de la commission helvétique des glaciers. *Zeitschrift für Gletscherkunde*, Vol. 22, No. 1, p. 163-71.
- Millecamps, R. 1956. Sur l'écoulement superficiel d'un tronçon de la Mer de Glace. *C.R. Ac. Sc. Paris*, Tome 242, p. 397-400 et 803-6.
- Mougin, P. 1925. *Etudes glaciologiques*. Imprimerie Nationale Paris. Tome 5, 224 p.
- Mougin, P. 1934. *Etudes glaciologiques*. Imprimerie Nationale Paris. Tome 7, 306 p.
- Nye, J.F. 1958. A theory of wave formation in glaciers (Cambridge Austerdalsbre Expedition). *Symposium of Chamonix, 16-24 sept. 1958, Physics of the movement of the ice*. Publ. No. 47 of the I.A.S.H., p. 139-54.
- Nye, J.F. 1963_b. On the theory of the advance and retreat of glaciers. *Geophysical Journal of the Roy. Astron. Soc.*, Vol. 7, p. 431-56.
- Nye, J.F. 1965_b. The flow of a valley glacier in a channel of rectangular, elliptic or parabolic cross section. *Journal of Glaciology*, Vol. 5, No. 41, p. 661-90.
- Paterson, W.S.B., et Savage, J.C. 1963. Borehole measurements in the Athabasca glacier. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 68, No. 15, p. 4521-36

- Pelissier, M.C., et Reynaud, L. 1974. Etude d'un modèle mathématique d'écoulement de glacier. *C.R. Acad. Sc. Paris*, tome 279, série A, p. 531-4.
- Posamentier, H.W. 1977. A new climatic model for glacier behavior of the Austrian Alps. *Journal of Glaciology*, Vol. 18, No. 78, p. 57-85.
- Reynaud, L. 1973. Etude de la dynamique des séracs du Géant (Massif du Mont-Blanc). *Thèse de 3ème cycle, Laboratoire de Glaciologie du CNRS*, Publ. No. 158, 57 p., non publié.
- Reynaud, L. 1973. Flow of a valley glacier with a solid friction law. *Journal of Glaciology*, Vol. 12, No. 65, p. 251-8.
- Reynaud, L. 1975. Mouvements du glacier en surface sur une courte échelle de temps. *Bull. Sc. Hydrologiques*, Vol. XX, p. 329-39.
- Reynaud, L. 1977. Glaciers fluctuations in the Mont-Blanc Area (French Alps). *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, Bd. 13, 1/2, p. 155-66.
- Reynaud, L. 1980. Can the linear balance model be extended to the whole Alps ? *Bull. Sc. Hydrologiques (Proceedings of the Riederalp Workshop, sept. 1978)*. No. 126, p. 273-84.
- Reynaud, L. 1980. Reconstruction of past velocities rising Forbes Bands (Mer de Glace). *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, No. 2, Vol. 15 (sous presse).
- Reynaud, L., et Cordouan, P. 1962. Reconnaissance du thalweg sous-glaciaire de la Mer de Glace en vue de l'établissement d'une prise d'eau. *Société Hydrologique de France*, No. 2, p. 106-14.
- Röthlisberger, H. 1972. Water pressure in intra and subglacial channels. *Journal of Glaciology*, Vol. 11, No. 62, p. 177-80.
- Süstrunck, A. 1951. Sondage du glacier par la méthode séismique. *La Houille Blanche*, No. 1, p. 99-108.
- Tangborn, W.V. 1968. Mass balances of some North Cascade glaciers as determined by hydrological parameters 1920-1965. *I.A.S.H. (Berne)*, Publ. No. 79, p. 267-74.
- Tyndall, J. 1876. Les glaciers et les transformations de l'eau. *Librairie Germer Baillièrre et Cie, Paris*, 2^o ed., 264 p.
- Valla, F. 1974 à 1979. Observations glaciologiques sur le glacier de Sarennes. *Société Hydrologique de France*, P.V. ronéotypés, non publiés.
- Vallon, M. 1961. Epaisseur du glacier du Tacul (massif du Mont-Blanc). *C.R. Acad. Sc. Paris*, Vol. 252, p. 1815-7.
- Vallon, M. 1967. Etude de la Mer de Glace. *Thèse de Doctorat d'Etat, Laboratoire de Glaciologie du CNRS*, Publ. No. 102.
- Vallot, J. 1900. Expériences sur la marche et la variation de la Mer de Glace. *Annales de l'Observatoire Météorologique physique et glaciaire du Mont-Blanc*, tomes 4 et 5, Steinheil, Paris.

- Vivian, R. 1975. Les glaciers des Alpes Occidentales. *Imprimerie Allier, Grenoble*, 505 p.
- Weertman, J. 1958. Travelling waves in glaciers. *I.A.S.H. (Chamonix)*, Publ. No. 47, p. 162-8.
- Weertman, J. 1964. The theory of glacier sliding. *Journal of Glaciology*, Vol. 5, No. 39, p. 287-303.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

VU les dispositions de l'article 5 de l'arrêté du 15 Avril 1974,

VU les rapports de M. LI...LI...BOUTRY.....

M. LE ROY.....

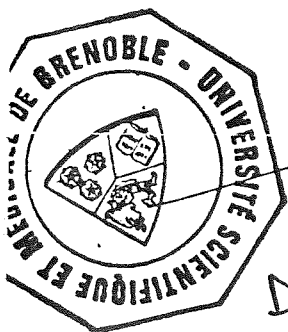
M.

M. ~~maieur~~..... Louis REYNAUD..... est autorisé
à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du grade de
DOCTEUR D'ETAT ES SCIENCES.

Fait à GRENOBLE, le 16 avril 1980

Le Président de l'U.S.M.G.

Le Président de l'I.N.P.G.



G. Cau

D¹ G. CAU

Ph. TRAYNARD
Président
de l'Institut National Polytechnique

[Signature]

