



HAL
open science

**Spécificité de l'isostasie en contexte glaciaire :
présentation et application d'un modèle de réponse
terrestre**

Emmanuel Le Meur

► **To cite this version:**

Emmanuel Le Meur. Spécificité de l'isostasie en contexte glaciaire : présentation et application d'un modèle de réponse terrestre. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1996. Français. NNT : . tel-00693960

HAL Id: tel-00693960

<https://theses.hal.science/tel-00693960>

Submitted on 3 May 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



**LABORATOIRE
DE GLACIOLOGIE
ET GEOPHYSIQUE
DE L'ENVIRONNEMENT**

Associé à l'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I



**Spécificité de l'isostasie en contexte glaciaire
Présentation et application d'un modèle de réponse terrestre**

Emmanuel Le Meur

**Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I
(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et 30 mars 1992)**

Spécialité : Géophysique

**Soutenue le 17 Avril 1996 devant la commission d'examen
composée de :**

M. Michel Vallon	Président
Mme Luce Fleitout	Rapporteur
M. Philippe Huybrechts	Rapporteur
M. Michel Campillo	Examineur
Mlle Catherine Ritz	Directeur de thèse

**Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement
Tél (33) 76.82.42.00 - Fax (33) 76.82.42.01
54, Rue Molière - BP 96 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex France**

Remerciements

J'aimerais tout d'abord exprimer toute ma reconnaissance aux personnes qui auront bien voulu juger ce travail de thèse, spécialement les deux rapporteurs, Mme Luce Fleitout et M. Philippe Huybrechts, à qui, j'en conviens, je n'ai guère laissé énormément de temps pour accomplir leur tâche. J'ai aussi beaucoup apprécié la présence de M. Michel Campillo, qui, malgré les nombreuses indisponibilités que lui confèrent ses fonctions à l'Université, a su me consacrer une partie de son temps. La présence de M. Michel Vallon m'aura été aussi d'une grande utilité même si l'essentiel de nos discussions sur l'aspect gravimétrique de l'isostasie ne sera pas repris dans le cadre de cette thèse. Enfin, une bonne part de ma gratitude revient à Catherine Ritz, qui, consciente de mon désordre, de mes "coups de bourre" de veille de congrès et de bien d'autres défauts encore, a accepté de superviser cette thèse. Elle aura su tout au long de ces années me laisser une certaine latitude et une indépendance dont je suis si friand, tout en sachant, aux moments opportuns, me rappeler à certains impératifs. Je suis aussi conscient du travail qu'aura représenté pour elle la relecture d'une telle thèse, mais mes scrupules s'estompent lorsqu'elle m'avoue maintenant avoir compris le formalisme des harmoniques sphériques,... je suis même flatté...

De nombreuses autres personnes ont eu, au cours de cette thèse, l'occasion de m'apporter leur aide sous quelque forme que ce soit. En tout premier lieu je citerai M. Pierre Godefroy sans qui mon séjour de coopérant à Bremerhaven n'aurait pas été possible. Non content de cette première prouesse (trouver l'équivalent de 16 mois de salaire de coopérant en l'espace de deux jours relève selon moi de l'exploit), il aura continué à me faire confiance par la suite en stimulant mes contacts ultérieurs avec le BRGM. Bien qu'il nous ait aujourd'hui quittés, je lui exprime ma plus profonde gratitude et j'espère avoir été à la hauteur de ses attentes. Je remercie au passage ses collègues MM. Garcin et Courbouleix qui représentent désormais mes interlocuteurs auprès du BRGM. Le Professeur Heinz Miller de l'Alfred Wegener Institut de Bremerhaven m'aura aussi été d'un grand secours en acceptant et facilitant mon accueil au sein de son groupe. Il a aussi accepté de seconder P. Huybrechts en rapportant cette thèse et je l'en

remercie. Je remercie aussi MM Delmas et Raynaud, respectivement ancien et actuel directeurs du Laboratoire de Glaciologie où toutes les conditions matérielles nécessaires ont été mises à ma disposition au cours de cette thèse. Je remercie enfin Marie Christine Mieulet et Eric Drevet pour leurs compétences informatiques et leur infini dévouement en réponse à mes sollicitations multiples.

Enfin bien d'autres personnes encore auront contribué au bon déroulement de cette thèse, que ce soit au sein du laboratoire ou ailleurs. Alors dans le désordre ...

Merci Christian pour m'avoir fait confiance et m'avoir ainsi permis quelques belles balades sur certains glaciers des Alpes. Ta sympathie sans égale ainsi que ta bonne humeur ont cette faculté de faire oublier l'effort....on en redemande !!!

Merci à Christophe Genthon mon souffre-douleur favori (c'est si facile !), à Creureu avec son air malicieux, à Danièle et sa gentillesse désormais légendaire et à tous ces sympathiques thésards du LGGE, Alex, Vince, Irène, Francois, Isabelle, herve, Denis... dont la compagnie s'est avérée agréable et souvent très utile.

Merci aux fantastiques compagnons de cordée que furent (et seront encore !) Laurent, Patrick (compagnon de "pulka" en l'occurrence..), Christian ou Jérôme.....avec lesquels j'ai eu maintes fois l'occasion de jurer (le 6b c'est quand même vachement dur !), ou de m'interroger sur la valeurs des ancrages sur broches à glace...sic !

Merci à ce cher bon vieux Pageot, compagnon de longue date (le CE1 ça commence à dater..), et qui, même pendant cette thèse, par E-Mail interposé, aura toujours su me distraire et me témoigner de son amitié sans faille.

Un grand merci enfin à mes proches et tout particulièrement à mes parents pour leur soutien inconditionnel tout au long de ces années d'études.

ABSTRACT

Specificity of the isostatic response to ice sheet loading.

Description and presentation of an Earth model.

Under surface loads, the Earth depresses in order to restore a state of isostatic equilibrium. Conversely, when these loads disappear, the surface rises again to recover its initial configuration. In case of glacial loading, the size and the speed at which an ice sheet can evolve is responsible for a specific response of the Earth and especially for some transient associated behaviours. After introducing the idea of isostasy, we describe what can be the consequences on the isostatic response of both the size and the rate of evolution of the load. This will help in clarifying what we call the " glacial context ". Then, the numerous impacts this response can have in return on the ice sheet dynamics as well as the different ways of accounting for them are presented. This first part will have shown the interest in developing an elaborated Earth model in which the physics are much more rigorous than for most of the classical parameterisations used up to now in ice sheets models. The characteristics and the equations for the model developed in this study are then sketched in detail and reveal its degree of sophistication. The numerous field measurements performed over postglacial rebound areas like Fennoscandia appear to be a good way of testing such a model validity. Indeed, by comparing the results of the simulated rebound with these data, it becomes possible to check whether the model seems realistic or not. Although these different kinds of data are not perfectly reproduced simultaneously, the model nevertheless exhibits a rather realistic behaviour which gives some confidence when combining it with an ice sheet model. The results of such a coupling are then compared with those from the classical parameterisations in the simulation of the Antarctic ice sheet during the last glacial cycle. This simulation confirms the relatively good behaviour of our Earth model compared to the others, which tends to show that some of these classical approaches should be avoided in ice sheet modeling.

RESUME

Sous l'effet de charges en surface, la surface terrestre s'affaisse pour retrouver un état d'équilibre isostatique. Inversement, quand ces charges viennent à disparaître, la surface remonte pour retrouver sa configuration initiale. Dans le cas d'une calotte glaciaire, la taille mais aussi la vitesse à laquelle peut évoluer la masse de glace est à l'origine d'une réponse hautement spécifique et particulièrement de comportements transitoires associés. Après avoir introduit la notion d'isostasie, nous décrivons quelles peuvent être les conséquences à la fois de la taille et de la vitesse d'évolution de la charge sur la réponse terrestre. Cela permet de clarifier la notion de "contexte glaciaire" en matière de charge à la surface de la Terre. Ensuite sont présentés les nombreux impacts que cette réponse isostatique peut avoir en retour sur la dynamique glaciaire, ainsi que les façons d'en rendre compte. Cette première partie aura montré tout l'intérêt de développer un modèle de Terre élaboré dont la physique à la base s'avère plus rigoureuse que dans les paramétrisations usuelles utilisées jusqu'à maintenant dans les modèles de glace. Les caractéristiques majeures ainsi que les équations à la base de ce modèle sont alors présentées en détail et révèlent le degré de sophistication de cette nouvelle approche. La richesse de données issues de mesures sur les zones de rebond postglaciaire comme la Fennoscandie sont un excellent moyen de valider pareil modèle. En comparant les résultats du rebond simulé avec ces données il est possible d'estimer le réalisme du modèle. Bien que l'ensemble de ces données ne soit pas simultanément reproduit de manière parfaite, le modèle montre cependant un comportement suffisamment réaliste pour pouvoir par la suite être couplé à un modèle de glace. Les résultats de cette incorporation sont alors comparés à ceux obtenus avec les paramétrisations usuelles au cours d'une simulation de la calotte Antarctique au cours du dernier cycle glaciaire. Ces résultats confirment le relativement bon comportement de notre modèle complet de Terre par rapport aux autres approches, ce qui tendrait à discréditer l'emploi de certaines de ces paramétrisations de la réponse terrestre dans les modèles évolutifs de calottes glaciaires.

PRINCIPALES NOTATIONS

Dans cette étude, la dualité manteau/lithosphère sera omniprésente. Aussi, à défaut d'être rigoureux en mentionnant l'asthénosphère ou la mésosphère, nous désignerons par le terme général de manteau toute la partie du globe allant de la discontinuité de Gutenberg (limite noyau-manteau) jusqu'à la base de la lithosphère (la lithosphère au sens strict est en partie constituée du manteau supérieur).

A_{ij}	Terme de la matrice de propagation pour le manteau ou le noyau (chap. V)
a	Terme d'accumulation (chap. III)
Acc	Paramètre d'accumulation (chap. III)
b	terme de bilan (chap. III)
D	Rigidité flexurale d'une plaque (N.m-1)
D_a	Coefficient de diffusion pour l'asthénosphère (modèle diffusif)
D_h	Différence d'altitude à la ligne d'équilibre (chap. 3)
d_{ij}	Terme du tenseur des taux de déformation
D_c	Densité de la croûte (modèle de Airy chap. I)
D_l	Densité de la "lave" (modèle de Airy chap. I)
e_{ij}	Terme du tenseur des déformation (sa dérivée par rapport au temps donne le taux de déformation d_{ij})
E_t	Elévation topographique (modèle de Airy chap. I)
E	Module de Young
F	Force en général (gras si vecteur)
g, g_0	Accélération gravitationnelle de pesanteur à la surface terrestre (gras si vecteur)
G_r	Fonction de Green pour une des variables du modèle (déplacement, anomalie gravimétrique, contrainte..)
H	Epaisseur de la croûte ou de la Lithosphère
H_l	Limite d'action de l'isostasie dans l'asthénosphère pour le modèle diffusif
H_r	Epaisseur de la calotte à la ligne d'ancrage (chap. III)
H_g	Epaisseur de glace dans un modèle de calotte (chap. VII)
h	Epaisseur de la charge en surface (chap. II)

Notations.

h	Altitude algébrique du socle dans le modèle de glace (chap. VII)
k	Nombre d'onde (chap. IV)
L_r	Rayon d'action de la rigidité pour une plaque
P	Pression totale (hydrostatique + dynamique)
P	Bathymétrie au niveau de la ligne d'ancrage (chap. III)
P_n	Polynôme de Legendre
P_l	Pression lithostatique
p	Pression dynamique
q	Valeur d'une charge ponctuelle dans le calcul du flambage d'une plaque rigide (chaps. II et III)
Q	Facteur de qualité en sismique
R	Profondeur de la racine par rapport à la base de croûte standard (chap. I)
R	Rayon d'une calotte glaciaire circulaire théorique (chap. II)
R	Rayon terrestre
r	Distance à la charge (chaps. II et III)
r	Distance radiale au centre de la terre
SGVE	Modèle développé dans cette étude (acronyme pour Self-Gravitating-Visco-Elastic)
LLDA	Une des paramétrisations usuelles de l'isostasie dans les modèles glaciologiques (acronyme pour Local-Lithosphere-Diffusive-Asthenosphere)
ELDA	Comme précédemment avec Elastic-Lithosphere-Diffusive-Asthenosphere
LLRA	Local-Lithosphere-Relaxed-Asthenosphere
ELRA	Elastic-Lithosphere-Relaxed-Asthenosphere
S	Surface
t	Temps
T	Température
T	Tenseur des contraintes
T_0	Température de référence (chap. III)
T_m	Période de Maxwell (chap. IV)
$T_{r,r}$	Composante normale de la contrainte radiale
$T_{r,\theta}$	Composante tangentielle de la contrainte radiale
u	vecteur déplacement dans le fluide
u	Terme suivant la coordonnée x de la vitesse dans le milieu (chaps. II et III)
u_i	Terme suivant la coordonnée x_i de la vitesse de déplacement dans le milieu

v	Terme suivant la coordonnée y de la vitesse dans le milieu (chaps. II et III)
w	Affaissement (généralement celui de la lithosphère)
w_{eq}	Affaissement à l'état stationnaire
x	distance normalisée à la charge (chaps. II et III)
∂_i	Dérivation partielle par rapport à la variable x_i
β	Valeur de la vitesse constante de mise en place de la charge en surface (chap. II)
σ	Force par unité de surface (charge de surface)
σ_{ij}	Terme du tenseur des contraintes
δ_{ij}	Tenseur de Kronecker
δ	Fonction Dirac
η	Viscosité dynamique (Pa.s)
ν	Coefficient de Poisson pour la lithosphère (chap. III)
Ψ	Fonction courant en mécanique des fluides
λ	Longueur d'onde
λ	Coefficient de compressibilité
θ	Colatitude
ϕ	Longitude
Φ	Potentiel de gravité (ou l'anomalie de ce potentiel)
μ	Module de cisaillement
τ	Temps caractéristique de réponse
∇	Opérateur harmonique, Opérateur Nabla
ρ_a	Densité ou masse volumique de l'asthénosphère (3370 kg.m-3)
ρ_c	Densité ou masse volumique de la charge en général (kg.m-3)
ρ_g	Densité ou masse volumique de la glace (917 kg.m-3)

INTRODUCTION

Les processus d'ajustement isostatique, observés de longue date par les géologues, connaissent un regain d'intérêt depuis quelques décennies avec la modélisation numérique des calottes glaciaires. Ces processus sont en effet à la base d'interactions étroites entre le socle rocheux et la glace qui le surmonte. La réponse terrestre en contexte glaciaire est alors intéressante à deux points de vue. Tout d'abord elle joue un rôle prépondérant sur la stabilité même de ces grandes calottes et doit donc être prise en considération de la manière la plus précise possible dans la modélisation évolutive de ces grands ensembles glaciaires. Ensuite, l'environnement glaciaire, par l'amplitude et la variabilité des charges qu'il est capable de produire, est à l'origine d'une réponse caractéristique de la planète que l'on ne retrouve dans pratiquement aucun autre contexte.

Sous l'effet de charges en surface, la Terre répond par des réajustements verticaux. C'est le phénomène de l'isostasie que l'on peut aussi bien observer sous les chaînes de montagnes que sous les calottes glaciaires. Le phénomène a préoccupé bien des géologues comme Airy et Pratt, qui au siècle dernier, proposaient les premiers modèles. Cependant à l'époque, une vision un peu simpliste de la structure de la Terre et de ses comportements mécaniques réduisait le traitement de la réponse isostatique à un simple problème de statique des fluides.

Introduction.

En ce qui concerne l'incorporation de l'isostasie dans les modèles de glace, la mise en évidence d'une lithosphère rigide a amené la majorité des modélisateurs à dorénavant considérer la réponse isostatique comme régionale et non plus comme locale. En d'autres termes, l'affaissement en un point n'est plus l'expression de la seule valeur de la charge en ce point, mais intègre aussi la contribution des charges voisines via la rigidité lithosphérique. Ensuite, l'identification des processus de fluage responsables de la majeure partie de l'accommodation a été à l'origine d'un intérêt tout particulier pour la rhéologie spécifique du manteau. En effet, du fait de la très forte valeur de la viscosité (de l'ordre de 10^{21} Pa.s), les taux de déformation dans le manteau sont très faibles et les temps de réponse à une sollicitation extérieure extrêmement longs en conséquence. Il en ressort une forte non-linéarité de la réponse terrestre face à la charge, surtout lorsque celle-ci présente une forte dynamique d'évolution comme ce peut être le cas avec les calottes glaciaires. Une première approche phénoménologique sous la forme d'une relaxation permet de rendre compte de cette non-linéarité ainsi que des comportements transitoires associés. Puis est apparue une approche plus physique tenant compte de la dynamique du fluide mantélique sous la forme d'une équation de diffusion.

Après une introduction à la notion d'isostasie sous la forme d'un bref historique au premier chapitre, cette étude rappellera au cours du second chapitre les particularités de l'environnement glaciaire dans le type de charge dont il est à l'origine. Nous y verrons que l'extension géographique ainsi que la vitesse d'évolution des calottes influent sur le caractère géométrique et sur le comportement en temps de la réponse terrestre. Il en ressortira que la réponse isostatique sous les calottes glaciaires se distingue de celle sous les reliefs par exemple, avec notamment un comportement hautement transitoire. Seront ensuite décrits au chapitre III les effets en retour de cette réponse de la Terre sur les calottes, ainsi que la façon d'en rendre compte dans les modèles glaciologiques. Ces paramétrisations se regroupent en quatre grands ensembles suivant comment sont traités le rendu géométrique (lithosphère considérée comme rigide ou pas) et le comportement en temps (suivant la façon dont est traitée l'asthénosphère). L'importance, mais aussi la complexité des effets de l'accommodation

Introduction.

isostatique sur les calottes (que les paramétrisations usuelles ne parviennent pas toujours à reproduire) justifie ici le développement d'un modèle de réponse terrestre beaucoup plus réaliste.

Le chapitre IV résume les grands principes qui contribuent au caractère élaboré de ce modèle avec une physique la plus rigoureuse possible évitant le maximum d'approximations. On insistera particulièrement sur l'aspect unitaire de cette approche, ce qui permet par la suite de rendre compte des comportements transitoires par convolution. On y justifiera aussi l'utilisation du corps de Maxwell comme analogue rhéologique viscoélastique pour le manteau. Puis la prise en compte de l'intégralité des effets de la gravitation et le traitement en sphérique du problème mécanique constitueront les deux dernières grandes caractéristiques de ce genre de modèle. Finalement, la réponse terrestre à une charge ponctuelle et impulsive en surface sera traitée dans le détail au cours du chapitre V où sont reportées toutes les équations correspondantes.

Enfin, les utilisations de ce genre de modèle sont essentiellement de deux types. Le modèle peut tout d'abord être utilisé pour retranscrire l'histoire de la réponse isostatique terrestre face à un scénario de charge prescrit. Le chapitre VI, après avoir détaillé le principe de convolution de la réponse unitaire avec la distribution de la charge, propose les résultats d'une simulation des mouvements verticaux en Fennoscandie. Cela permet de mettre à profit les capacités de validation de ces zones de rebond postglaciaire, grâce aux nombreux "indicateurs" de terrain qu'elles recèlent. Le deuxième aspect consiste à intégrer ce genre de modèle dans un modèle glaciologique pour rendre compte des effets en retour de la réponse terrestre sur la dynamique glaciaire. Dans le chapitre VII, les quatre paramétrisations usuelles décrites au chapitre III, en plus de celle développée ici, seront associées à un modèle évolutif de calotte glaciaire pour simuler le comportement de la calotte Antarctique au cours du dernier cycle climatique. De cette simulation, il sera possible par comparaison des résultats, de mettre en évidence les faiblesses et les points forts propres à chacune des méthodes testées.

Introduction.

CHAPITRE I

INTRODUCTION A LA NOTION D'ISOSTASIE

Plutôt que de définir d'emblée la notion d'isostasie, il nous a semblé intéressant de parcourir brièvement la façon dont ses manifestations se sont révélées aux géodésiens au cours du temps. Ceci nous amènera à nous pencher plus particulièrement sur les travaux de Pratt et Airy qui furent vraisemblablement des précurseurs dans la découverte des procédés de réajustements isostatiques sous les montagnes. Ce n'est que plus tard, en 1865 que Jamieson introduisit la notion d'isostasie glaciaire liée à la mise en place et surtout à la disparition des calottes glaciaires (Wolf, 1993). Dans la continuité des travaux de Hall (1859) sur la subsidence des bassins sédimentaires, Jamieson (1865, 1882) interpréta le soulèvement en Ecosse comme la réponse retardée de la Terre à la disparition de la calotte à la fin de la dernière glaciation. Cette hypothèse l'amena à suggérer la présence d'un milieu "fondu" fluide surmonté par une croûte rigide, croûte qu'il fut d'ailleurs l'un des premiers à réellement prendre en considération (Jamieson, 1887). Cette théorie de l'isostasie glaciaire eut cependant bon nombre de détracteurs pendant encore quelques dizaines d'années après son apparition (Croll, 1874, Gilbert, 1890, Upham, 1895).

Pour en revenir à l'isostasie sous les montagnes aussi appelée isostasie "gravimétrique" (par opposition à la "glaciaire", Wolf, 1993), Airy fut parmi les premiers à proposer un véritable modèle dont la description des principes ainsi que des faiblesses constituera une excellente entrée en la matière pour préciser ensuite la notion d'isostasie. Inévitablement, le terme d'isostasie apparaîtra au cours de ce chapitre bien que n'ayant pas été au préalable rigoureusement défini. Cependant, la notion se précisera progressivement au fil du développement, ce qui facilitera d'autant par la suite la compréhension de la définition à laquelle nous parviendrons.

1. Historique de l'avènement de la notion d'isostasie.

1.1. Découverte d'une première manifestation de l'accommodation isostatique.

Une campagne de mesures géodésiques menée par le Geodetic Survey of India au milieu du siècle dernier est vraisemblablement à l'origine de la première découverte des effets du réajustement isostatique. En calculant le long d'un système de triangulation la différence de latitude entre les stations de Kaliana et Kaliampour en Inde, le géodésien Everest trouva un écart de 5".24 avec cette même différence issue des mesures astronomiques (Heiskanen et Veinig Meinesz, 1958). Pratt interpréta plus tard cet écart comme inhérent aux différences de méthodes pour mesurer la verticale. La visée astronomique se fait en effet à partir de la verticale aux points de mesure donnée par le fil à plomb. D'un autre côté, la différence de latitude obtenue à partir d'un réseau de triangulation s'appuie sur la verticale obtenue à partir d'une représentation théorique de la Terre, généralement un ellipsoïde de révolution. Pratt suspecta alors, à juste titre, un effet gravimétrique des reliefs sur la déviation de la verticale de pesanteur, lequel permettait, au moins qualitativement, d'expliquer cet écart dans cette région montagneuse.

La mesure de différence de latitude le long d'un réseau de triangulation suppose une verticale de pesanteur théorique qui n'est autre que le vecteur pointant vers le centre de l'ellipsoïde (figure I-1). Par contre, celle utilisée pour les mesures astronomiques, donnée par le fil à plomb, est par définition orthogonale au géoïde. En fonction de la répartition des reliefs, l'équipotentielle de pesanteur qu'est le géoïde ondule de part et d'autre de l'ellipsoïde qui lui, en tant que matérialisation globale de la Terre, n'intègre pas ces fluctuations gravimétriques locales.

A partir de ces constatations, il devient possible d'expliquer qualitativement les ondulations du géoïde en fonction de la topographie. Sur la figure I-1, le relief représenté, de par l'excès de masse en surface qu'il détermine, est à l'origine d'une composante quasi horizontale du champ de pesanteur (il attire B et dans une moindre mesure A). Cette

composante ajoutée à la principale fait dévier la verticale de pesanteur d'un angle b vers le relief et par conséquent fait dévier la surface du géoïde d'un même angle par rapport à l'ellipsoïde. On peut de la sorte expliquer les bombements du géoïde au niveau des régions de fort relief.

La configuration rencontrée par Everest lors de ces mesures devait être très proche de celle représentée sur la figure I-1. Comme l'avait pressenti Pratt, en chacune des stations (A et B) le relief fait dévier la verticale dans le même sens mais avec des intensités différentes. Les deux vecteurs pointant sur O' représentent ici la vraie pesanteur mesurée (fil à plomb) et ceux pointant sur O la pesanteur théorique déduite de l'ellipsoïde. Des considérations géométriques très simples sur les angles montrent que la différence de déviation de la verticale de pesanteur mise à jour par Everest serait représentée ici par l'angle $d_2 - d_1$.

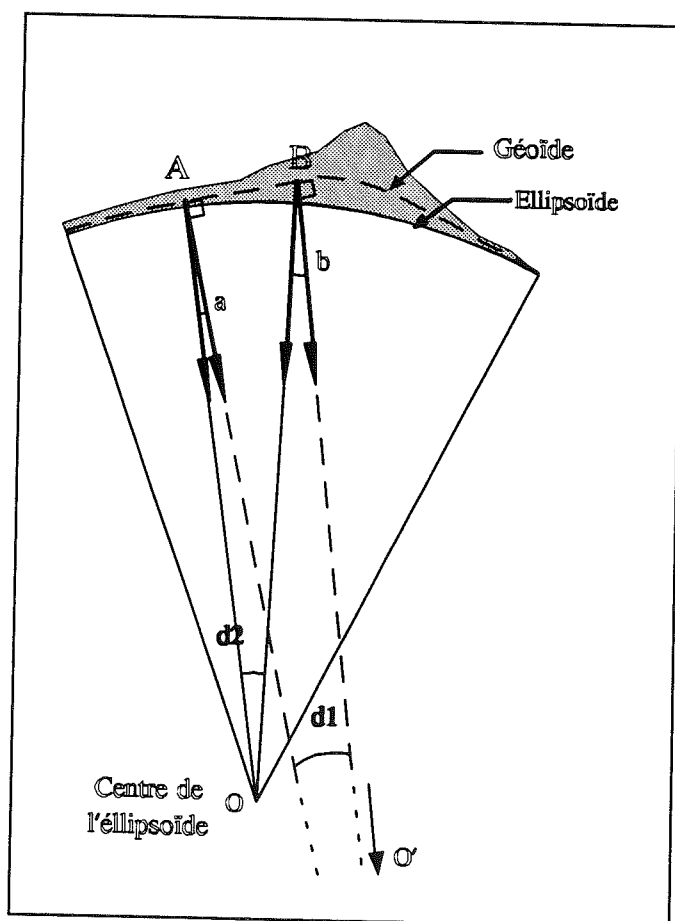


Figure I-1 : Impact du relief sur l'ondulation du géoïde par rapport à l'ellipsoïde et sur la déviation de la verticale de pesanteur.

Pour conforter son intuition, Pratt entreprit de calculer exactement quel pouvait être l'effet de ces reliefs sur la déviation de la verticale. Il obtint une déviation de 27".85 à la station où cet effet était le plus prononcé (b) et 11".97 pour la seconde (a), pour finalement obtenir une différence de déviation de 15".88. De façon surprenante, l'effet déviateur des reliefs en surface s'avérait trois fois supérieur à ce que donnaient les mesures (5".24) pour d_2-d_1 . Jugeant les mesures géodésiques de Everest correctes et ayant considéré dans ses calculs des reliefs de densité analogue à celle du matériel crustal de surface, Pratt en conclut que l'excès de masse déterminé par les montagnes était forcément en partie compensé par un déficit de masse en profondeur. Déjà en 1749, suite à ses investigations géodésiques dans les Andes, Bouguer avait constaté que l'attraction gravimétrique des montagnes s'avérait bien en deçà de ce que l'on pouvait attendre en tenant compte des masses en présence. Une centaine d'années plus tard en 1855, Airy confirmait ce déficit en supposant l'existence sous les montagnes d'une racine de matériel crustal "léger" plongeant dans le fluide plus dense. Il mettait là pour la première fois en évidence le phénomène de l'équilibration isostatique.

1.2. Un des premiers modèles isostatiques, le modèle de Airy.

Fort de ces premières constatations et sur les bases d'une supposition quant à la structure de la périphérie du globe, Airy proposa un des premiers modèles isostatiques qui aujourd'hui encore fait toujours référence, quelques 150 ans après son apparition. Cette "vision" de la structure externe du globe consistait en une croûte périphérique faite de matériel crustal flottant sur un milieu liquide plus dense et apparenté à une lave (d'où la terminologie "lava"). Cette approche, bien que simpliste par certains aspects (il sera vu plus loin pourquoi), offrait une représentation fort correcte pour l'époque et permettait à Airy par l'intermédiaire de son modèle d'expliquer les grands traits de l'accommodation isostatique. Etant donné que, selon cette approche, la croûte flotte sur un milieu a priori non visqueux (du moins dont la viscosité n'est pas prise en compte), les positions d'équilibre des différentes configurations possibles sont régies par la loi d'Archimède.

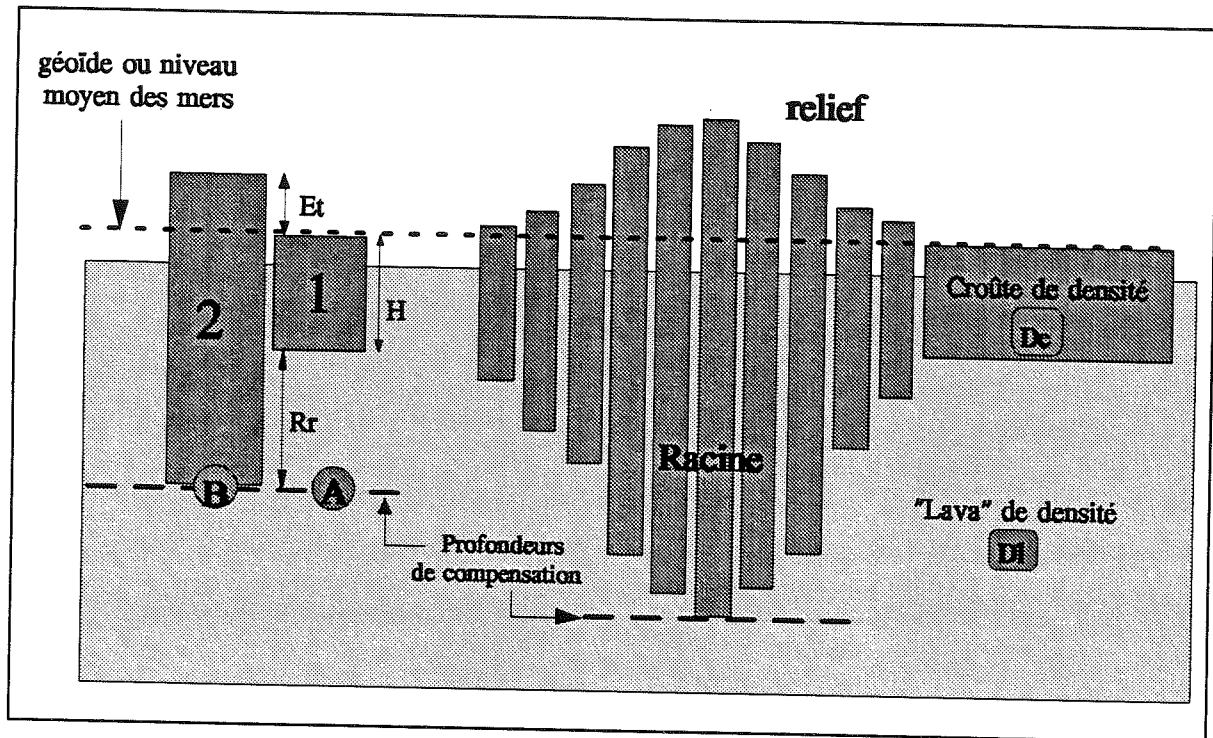


Figure I-2 : Calcul de l'accommodation isostatique sous un relief selon le modèle de Airy

La seconde grande caractéristique de ce modèle tient au fait que la croûte est subdivisée en blocs indépendants flottant sur la "lave" et dont les sommets sont sensés matérialiser le relief. (figure I-2). En appliquant le principe de la statique des fluides individuellement à chacun de ces blocs, il devient très facile de rendre compte d'une racine de matériel crustal sous les montagnes.

Par exemple sur la figure, en supposant que le bloc 1 représente un état standard que l'on peut prendre comme référence, à savoir une topographie plane et d'altitude 0 (géoïde ou niveau moyen des mers), il est possible de déduire la position d'équilibre d'un second bloc 2 présentant une élévation topographique E_r . En égalant les deux expressions de la pression en A et en B au niveau de la profondeur de compensation qui nous concerne ici (voir la figure), on obtient instantanément la profondeur R_r de la racine correspondant au relief d'altitude E_r . Selon le principe de l'hydrostatique, la pression en un point est proportionnelle à la hauteur des éléments de la colonne lithostatique au dessus, pondérée par la densité correspondante. La pression lithostatique sera donc proportionnelle à $D_c \cdot (E_r + H + R_r)$ en B et à $D_c \cdot H + D_1 \cdot R_r$ en A, avec D_c et D_1 les densités respectives de la croûte et de la "lave", et en supposant bien évidemment négligeables les effets de la pression atmosphérique. De ces expressions il est très

facile d'extraire le terme de racine R_r en fonction du relief et du seul rapport des densité :

$$R_r = \frac{D_c}{D_l - D_c} \cdot E_t \quad (I-1)$$

On peut remarquer au passage que cette formulation est totalement indépendante des caractéristiques de l'état de référence (bloc d'épaisseur H). Il est possible de raisonner autrement suivant un principe de compensation comme l'avait initialement suggéré Airy. Selon sa vision, les reliefs et leurs racines pouvaient être comparés à un ensemble de rondins de bois (radeau) flottant sur un lac, certains étant plus épais que d'autres. Ainsi l'excès de poids occasionné par le bois au dessus du niveau de l'eau serait exactement compensé par un abaissement en conséquence de la surface inférieure de flottaison, comme en témoigne cette constatation de Airy :

"It appears to me that the state of the Earth's crust lying upon the lava may be compared with perfect correctness to the state of a raft of timber floating upon the water; in which, if we remark one log whose upper surface floats much higher than the upper surface of the others, we are certain that its lower surface lies deeper in the water than the lower surface of the others".

Selon cette approche, la profondeur de la racine peut se calculer d'une manière légèrement différente de la précédente, en postulant que le poids déterminé par un relief est exactement compensé par une augmentation de flottaison sous la forme d'une racine. L'abaissement de la racine est alors tel que le surplus de volume immergé compense exactement selon Archimède l'excès de poids en surface (avec un contraste de densité $D_l - D_c$ par rapport au fluide ambiant). On retrouve donc un poids par unité de surface égal à $g \cdot D_c \cdot E_t$ compensé par une résultante des forces de pressions égale à $g \cdot (D_l - D_c) \cdot R_r$, pour finalement retomber sur la formule précédente.

1.3. Interprétation gravimétrique de la racine sous les montagnes.

D'après ce principe de la présence de racines compensatrices sous les montagnes, et du fait des propriétés du champ gravitationnel, l'impact des reliefs sur la déviation de la verticalité

du champ de pesanteur s'explique aisément comme le montre la figure I-3.

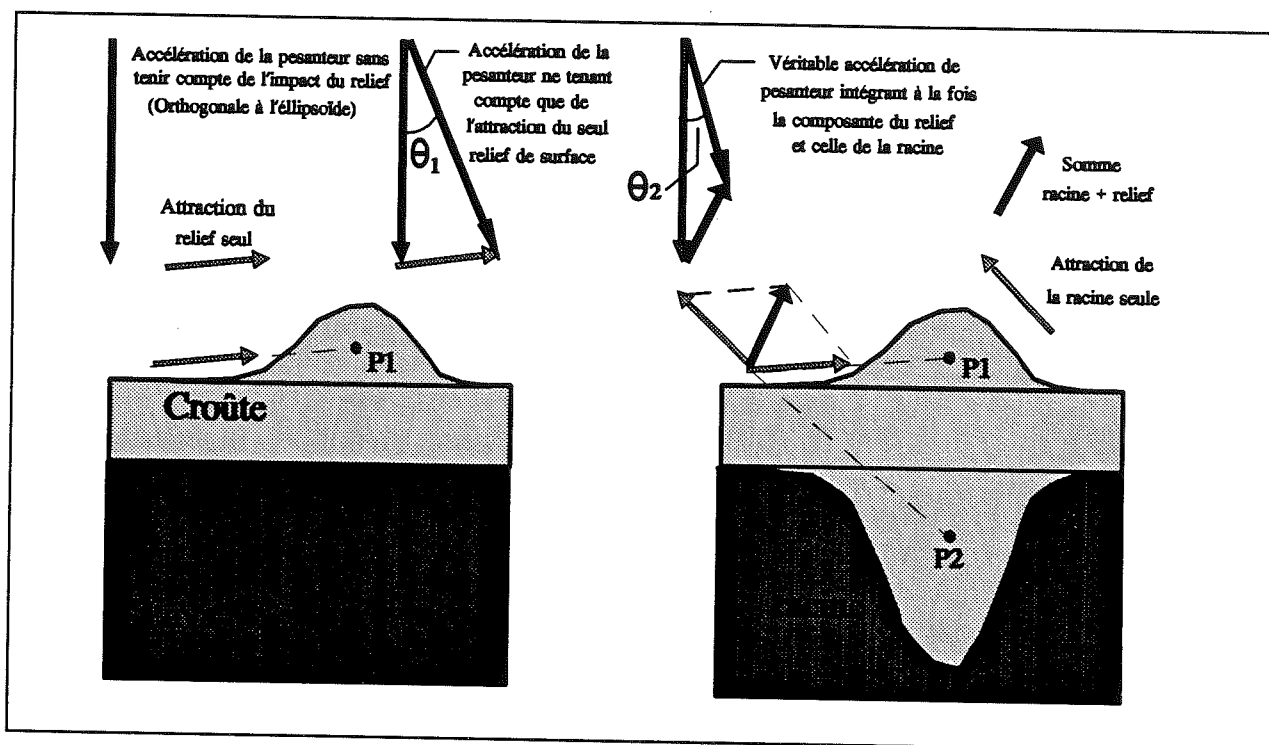


Figure I-3. : Influences du relief seul, puis du relief et de sa racine sur la déviation de la verticale de pesanteur. Les points P1 et P2 aident à matérialiser la direction du vecteur résultante de l'attraction gravitationnelle créée par le relief et par la racine au point de mesure (à ne pas confondre avec d'éventuels centres de gravité). La racine, en substituant du matériel crustal léger à de la lave plus dense, crée un déficit de masse, d'où "l'attraction négative" qu'elle exerce au point de mesure.

Sur cette figure, la partie gauche correspond à la toute première vision de Pratt lorsqu'il suspecta (et calcula en théorie) la déviation due au seul relief de surface. La partie droite quant à elle, tient compte de la racine associée au relief dans sa contribution à la déviation de la verticale de pesanteur. Cette racine crée une intrusion de matériel crustal léger dans le fluide plus dense. Le déficit de masse ainsi produit est en théorie égal à l'excès de masse en surface (en supposant une compensation totale comme ici).

Cependant, il n'y a pas compensation gravimétrique des effets du relief et de la racine. Du fait que P1, P2 et le point de mesure ne sont pas alignés, les deux composantes vectorielles de ces anomalies ne pourront pas s'annuler (non colinéarité). Finalement, la somme de ces deux contributions représente le terme vectoriel qu'il faut ajouter à la composante théorique de la pesanteur (déduite de l'ellipsoïde) pour obtenir la vraie pesanteur (fil à plomb). C'est la déviation de la verticale imputable au relief (et à sa racine).

Enfin il faut savoir que l'amplitude de l'accélération gravitationnelle est inversement proportionnelle à la distance au carré qui la sépare des masses qui lui donnent naissance. Dans le cas présent, même si les deux masses perturbatrices se compensent algébriquement, l'effet de la racine sera notablement atténué du fait d'une provenance plus éloignée (même si la figure ne le montre pas explicitement). Cependant sous certaines conditions, notamment lors de compensations isostatiques à grande échelle, cet effet de distance peut s'estomper. Quoiqu'il en soit, le fait d'ajouter la contribution de la racine à celle du relief amoindrit la composante déviatrice et a pour effet de réduire considérablement l'angle entre la véritable pesanteur du lieu et la théorique déduite de l'ellipsoïde (angles θ_1 et θ_2 sur la figure). On retrouve de la sorte la disparité entre le calcul théorique de Pratt (15".88) et la déviation effective mesurée par Everest (5".24).

1.4. Les hypothèses à la base du modèle de Airy

Connaissant aujourd'hui la structure de la Terre de façon plus précise qu'il y a un siècle et demi, il est facile de pointer les inexactitudes de ce modèle liées en grande partie à la méconnaissance de l'époque. Se pose tout d'abord le problème de l'identification exacte de ce que Airy baptisa la croûte. Il est vrai que la périphérie externe de la Terre s'apparente à une croûte, elle est d'ailleurs appelée comme telle, mais il est bien établi maintenant que cette croûte ne repose pas directement sur un milieu fluide. Airy entendait à l'époque par croûte une partie supérieure solide qui faisait l'objet de déformations à caractère plutôt rigide (type solide élastique) par opposition au milieu fluide sous-jacent. Les nombreuses observations géologiques, géophysiques auxquelles nous avons accès aujourd'hui nous poussent à avancer qu'à la croûte de Airy doit vraisemblablement mieux correspondre la lithosphère. Cette éventuelle confusion est cependant sans conséquences pour le modèle de Airy dans la mesure où quel que soit l'état initial considéré, le résultat d'un changement de configuration reste le même. Le modèle calcule juste un déplacement de surface dicté par la variation de charge.

1.4.1. La dualité "local / régional" dans la mise en place de la racine.

Le modèle de Airy est sûrement le plus bel exemple d'une isostasie locale dans la mesure où il fait complètement abstraction de la rigidité lithosphérique. C'est d'ailleurs de

toute évidence le point le plus critiquable de cette paramétrisation. En effet, comme le montre la figure I-2, la croûte qu'il utilise est divisée en autant de blocs indépendants que nécessaires pour reproduire la topographie de surface. Chacun de ces blocs s'enfonce indépendamment de ses voisins en fonction de sa seule hauteur. En d'autres termes, l'enfoncement en un endroit n'est fonction que de la charge lithostatique en ce point et se moque de celle prévalant ailleurs. Il s'agit de la fameuse hypothèse de l'isostasie locale par opposition à l'isostasie régionale. Dans ce deuxième cas, la rigidité de la plaque supérieure fait que le déplacement vertical en un point n'est pas fonction que de la seule charge en ce point mais aussi de celles des points voisins. Finalement lorsqu'il se déplace sur son radeau de bûches non attachées, Airy fait successivement s'enfoncer (et de manière conséquente !) les quelques rondins sous ses pieds. La réalité supposerait un radeau fait de rondins solidaires et solidement attachés entre eux, de telle sorte qu'ils soient tous mis à contribution sous la forme d'un flambage généralisé (régionalisé) sous l'effet d'une charge même très locale.

Nous verrons à plusieurs reprises au cours de cette étude la nécessité de la prise en considération de la régionalisation des déplacements verticaux en vue d'obtenir un rendu géométrique correct des processus de réajustements isostatiques. Comme cette régionalisation est étroitement liée à la rigidité lithosphérique et que cette même rigidité est proportionnelle à l'épaisseur de la lithosphère à la puissance 3, on réalise immédiatement tout l'intérêt de déterminer exactement cette épaisseur. A l'exception de modèles comme celui de Airy, une éventuelle confusion sur ce que peut être la plaque rigide à considérer (croûte, lithosphère), ou tout simplement une mauvaise estimation de l'épaisseur de cette plaque nuira à la représentation correcte de la géométrie de la réponse isostatique.

1.4.2. La notion de temps associée aux processus de rééquilibrage.

La seconde grande supposition du modèle de Airy tient dans l'approximation du milieu fluide sous-jacent par une lave dont les propriétés visqueuses ne sont pas mentionnées. En fait, dans ce modèle, cette "lava" est implicitement non visqueuse par le fait que l'équilibrage des structures est toujours supposé atteint, sans allusion au temps nécessaire pour y parvenir. Il est maintenant communément admis que l'asthénosphère, à laquelle on fait correspondre la lave de Airy, est certes fluide à l'échelle des temps géologiques, mais se caractérise cependant

par une très forte viscosité. Cette viscosité de l'ordre de 10^{21} Pa.s, associe inévitablement la notion de temps aux processus de réajustement, et les temps caractéristiques associés sont d'autant plus longs que la viscosité du milieu est forte. De ce fait, suivant le contexte de mise en place des charges (relief ou autre), et notamment suivant la vitesse d'évolution de ces charges en surface, il n'est pas toujours possible de faire l'approximation d'un état d'équilibre. Dans ce cas, la modélisation de la réponse transitoire du système obligera à considérer la viscosité asthénosphérique qui sera à l'origine d'une solution étroitement dépendante du temps.

2. Définition de la notion d'isostasie. Problèmes à attendre en modélisation suivant le contexte.

2.1. Définition.

Etymologiquement, le mot isostasie dérive de iso (égal) et du grec stasis (immobilité, équilibre).

La notion d'isostasie est donc tout d'abord étroitement liée à celle de l'équilibre ; tous les processus isostatiques visant à rétablir un équilibre lithostatique perturbé. Ainsi, en tous points de la planète, suivant la disposition des différents matériaux de surface, il est possible de définir en profondeur une configuration spécifique représentant l'équilibre hydrostatique correspondant. Cet état représente un niveau d'énergie potentielle de pesanteur minimal du système que la planète cherche perpétuellement à atteindre par le jeu de réajustements isostatiques. En résumé, toute modification de cette disposition équilibrée, en général par le biais de phénomènes orogéniques ou par des apports "lointains" comme avec les calottes glaciaires par exemple, sera à l'origine d'un nouvel état d'équilibre. Le recouvrement de cette nouvelle disposition d'équilibre se fera par des redistributions spatiales en profondeur, lesquelles se répercuteront aussi à la surface terrestre sous forme de mouvement verticaux. C'est le phénomène de l'isostasie.

Ensuite, du fait du principe même qui est à la base de l'isostasie, à savoir l'hydrostatique, il existe, associée à chaque configuration d'équilibre, une profondeur d'iso-

valeurs de pression dans le fluide. Cette profondeur, très souvent appelée profondeur de compensation doit être à l'origine du terme "iso" dans "isostasie", au point que si le mot "isobarique" n'avait déjà eu une signification à la fin du siècle dernier, le géologue Dutton (1889) l'aurait très vraisemblablement préféré à celui d'isostasie. Par le fait de considérer l'existence de cette profondeur, on suppose que sous la surface correspondante, les effets de l'isostasie ne se font plus sentir. Autrement dit, cela suppose que l'ensemble de la compensation isostatique se fait au dessus de cette surface.

Le modèle de Airy est sûrement la représentation qui cadre le mieux avec cette définition de l'isostasie (figure I-2). Tout d'abord l'équilibre est toujours implicitement supposé, tant et si bien que le passage d'une configuration à une autre se fait par une succession d'états stationnaires au cours desquels l'équilibre hydrostatique est toujours vérifié. Ce modèle illustre aussi parfaitement la notion de profondeur de compensation qui se situe exactement à la base du bloc le plus enfoncé. C'est donc seulement au dessus de cette profondeur que, suivant que l'on soit au niveau d'un bloc crustal ou au niveau du fluide (à profondeur égale), pourront exister des variations latérales de pression comme conséquence du réajustement isostatique. Au niveau de la surface de compensation ces différences latérales de pression s'annulent et en dessous, le milieu retrouve un comportement hydrostatique. Enfin, vu les épaisseurs de croûte considérées avec ce modèle (au maximum 100 km), cette approche réduit l'isostasie à un processus très superficiel à l'échelle du globe.

2.2. Quelques nuances à apporter

Il faut garder à l'esprit que le terme d'isostasie fut défini à une époque où le phénomène auquel il référerait n'était que partiellement compris. Associer systématiquement l'hydrostatique aux processus de réajustements isostatiques offre une vision un peu réductrice voire fautive dans certains cas. Une des principales raisons vient de l'approximation de l'asthénosphère par un fluide non visqueux. Si l'on tient compte de la viscosité du fluide, ce n'est plus le principe d'Archimède, mais les équations de Navier-Stokes qu'il faudra désormais considérer. Cela signifie que le fluide peut alors transmettre des contraintes autres que la seule pression lithostatique. Selon certains modèles, cet effet pourrait de plus jouer sur de grandes distances avec des déformations et des déplacements jusque dans le manteau profond, de telle

sorte que dans ce cas, la surface de compensation en base de croûte perdrait toute signification.

2.2.1. Etat stationnaire, état transitoire.

La version hydrostatique de l'isostasie n'est pas à rejeter en bloc pour autant. Il existe en effet des contextes où elle peut s'appliquer de manière fort satisfaisante et où elle présente l'avantage de simplifier considérablement le problème. Tout dépend de l'importance relative de la composante "dynamique" par rapport à la "statique" dans l'expression des contraintes pour un milieu fluide. Si l'on considère la relation contrainte-déformation pour un fluide à viscosité isotrope η , on obtient :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\eta d_{ij} \quad (I-2)$$

avec σ_{ij} l'élément du tenseur de contrainte, p la pression totale, δ_{ij} le tenseur de Kronecker et d_{ij} l'élément du tenseur des taux de déformation. La pression totale peut s'individualiser en deux parties ; un premier terme stationnaire par rapport à l'évolution de la charge et qui représente la pression lithostatique (hydrostatique), un second, à caractère dynamique et qui résulte de la mobilité du fluide. Le terme déviatorique $2\eta d_{ij}$, tout comme la pression dynamique, résulte du mouvement du fluide et montre une forte dépendance en temps sous la forme d'un comportement transitoire (voir chapitre II).

Il est déjà possible, de manière qualitative, d'esquisser certaines des conclusions qui seront démontrées au chapitre 2 sur la façon de traiter le comportement du fluide asthénosphérique. On peut intuitivement relier la vitesse d'évolution de la charge en surface à la mobilité du fluide et donc au taux de déformation d_{ij} fonction des gradients de vitesse dans le fluide ($d_{ij}=1/2(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$, u_i et u_j étant les composantes suivant i et j du vecteur vitesse). Si l'on suppose une viscosité Newtonienne (ce qui signifie une valeur de η indépendante de l'état de contrainte), il existe un lien de proportionnalité directe entre le terme déviatorique et les gradients de vitesse dans le fluide.

Ainsi dans la cas d'une sollicitation de surface très progressive comme avec la majorité des processus géologiques (tectonique, sédimentation....) ces vitesses de déplacement sont

tellement faibles que ce terme déviatorique ainsi que la pression dynamique (qui obéit à une loi très semblable) deviennent négligeables. On retombe alors sur la relation contrainte déformation d'un fluide parfait où seule intervient l'hydrostatique. Finalement, à l'échelle de temps caractéristique d'une sollicitation de surface aussi lente, le fluide s'apparente à un liquide de viscosité nulle auquel il est possible d'appliquer le principe d'Archimède sous la forme d'une succession continue d'états stationnaires comme le fait le modèle de Airy.

Inversement, dans certains contextes caractérisés par une certaine "dynamique de charge", la composante non hydrostatique n'est plus négligeable et la succession d'états stationnaires n'est plus représentative. Nous verrons que le contexte glaciaire remplit très souvent ces conditions, ce qui obligera alors à se restreindre aux seuls modèles capables de rendre compte d'un comportement transitoire de la Terre.

2.2.2 caractère local ou régional de la réponse isostatique en fonction de la nature de la charge.

La seconde grande faiblesse d'un modèle comme celui de Airy tient dans le fait de négliger la rigidité lithosphérique (ou crustale). Comme nous l'avons déjà mentionné, cette simplification ne jouera pas, contrairement à la précédente, sur la chronologie du phénomène, mais sur la précision du rendu géométrique. A priori, il ne devrait exister aucun contexte qui puisse justifier cette approximation qui doit son origine à une méconnaissance (du moins à l'époque) de la structure du Globe. Cependant, il apparaît cette fois-ci que la nature géométrique (notamment l'extension géographique) de la sollicitation de surface peut dans certains cas provoquer une accommodation à caractère plus ou moins local. Ces différents contextes seront redétaillés par la suite et nous verrons que l'environnement glaciaire (en la présence de calottes glaciaires par exemple) est aussi particulier de ce point de vue.

2.3. Importance du contexte sur le choix du modèle.

Viennent d'être esquissées au cours des deux précédents paragraphes les deux caractéristiques majeures de la réponse isostatique que sont une chronologie et une géométrie

spécifiques. Cette géométrie particulière est pour une bonne part due aux propriétés mécaniques de la lithosphère. Quant à la dépendance en temps, elle découle essentiellement des propriétés visqueuses de l'asthénosphère. Les nombreux modèles isostatiques existants se différencient grossièrement les uns des autres par leur façon de traiter individuellement ces deux notions. C'est donc essentiellement le contexte de sollicitation (orogénèse, sédimentation deltaïque, volcanisme ponctuel, mise en place ou disparition d'une calotte) qui sera à l'origine d'une géométrie ou d'une chronologie d'accommodation particulière, et qui de ce fait conditionnera le choix du modèle.

Face à un contexte de sollicitation, deux questions se poseront alors au modélisateur :

- 1) Le type de charge et ses caractéristiques géométriques nécessitent-ils la prise en considération de la régionalisation lithosphérique ?
- 2) La dynamique d'évolution de cette charge est-elle suffisamment lente pour pouvoir supposer l'état stationnaire, ou au contraire, nécessite-t-elle un modèle intégrant la viscosité asthénosphérique afin de rendre compte de comportements transitoires ?

Nous verrons que pour chaque modèle que nous décrirons par la suite, il sera toujours possible de répondre à ces deux questions essentielles. Il sera même possible de classer ces modèles suivant la façon dont ils traitent chacun des deux problèmes associés. Finalement ces modèles seront ou stationnaires ou transitoires, avec pour chacun des cas plusieurs façons d'en rendre compte. Ensuite ils reproduiront une isostasie locale ou régionale, avec là encore de nombreuses possibilités. L'éventail est donc très vaste, et parfois d'autres critères que les deux précédemment mentionnés entreront en ligne de compte comme la plus ou moins grande facilité d'utilisation ou encore la précision requise. Le modèle de Airy par exemple conviendra dans le cas de l'état stationnaire avec une géométrie d'accommodation locale ou assimilée comme telle. Il présente de plus l'avantage de figurer parmi les représentations les plus simples de la réponse isostatique.

CHAPITRE II

IMPORTANCE DU TYPE DE CHARGE. SPECIFICITE DE L'ENVIRONNEMENT GLACIAIRE

Le contexte glaciaire (présence d'une calotte de glace) fera évidemment l'objet d'un intérêt tout particulier dans le cadre de cette étude. Nous n'excluons pas pour autant les autres formes de charge, car leur diversité et les réponses associées aident à une meilleure compréhension du processus isostatique. De plus, la comparaison entre la sollicitation que peut produire d'un côté une grosse calotte glaciaire et de l'autre une montagne ou un volcan permettra de mettre en évidence la spécificité de l'environnement glaciaire. Cette comparaison s'établira sur la base des deux volets précédemment mentionnés que sont la géométrie et la chronologie de la réponse terrestre. Il s'agira d'étudier l'effet d'une calotte sur le caractère local ou régional, ou plus généralement sur la géométrie de cette réponse. Ensuite, l'évaluation des vitesses de variation de charge que ces masses glaciaires peuvent produire (par rapport aux autres procédés de mise en charge) permettra de décider entre l'approximation stationnaire ou le traitement transitoire dans la modélisation évolutive de la réponse isostatique.

1. Aspect géométrique.

Deux propriétés de la charge en surface seront potentiellement responsables de la spécificité géométrique et de la tendance locale ou régionale de la réponse isostatique. La première découle de la nature "génétique" de la charge et la seconde dépend de sa taille caractéristique par rapport à l'épaisseur lithosphérique.

1.1. Nature de la charge.

La première grande caractéristique du contexte glaciaire par rapport à un contexte de

type orogénique vient du caractère "allochtone" de la charge de glace formée à partir des précipitations (figure II-2). Inversement, dans le cas de la formation d'une montagne, la charge provient d'un réarrangement local de la lithosphère (souvent de la seule croûte). Par le jeu de plis, de failles, de chevauchements ou de combinaisons subtiles de ces trois processus, la croûte (mais aussi la lithosphère) s'épaissit localement créant ainsi le relief (figure II-1). L'intrusion de ce matériel léger dans l'asthénosphère associée à l'épaississement crée en quelque sorte une première racine que l'on pourrait qualifier "d'orogénique" (figure II-1).

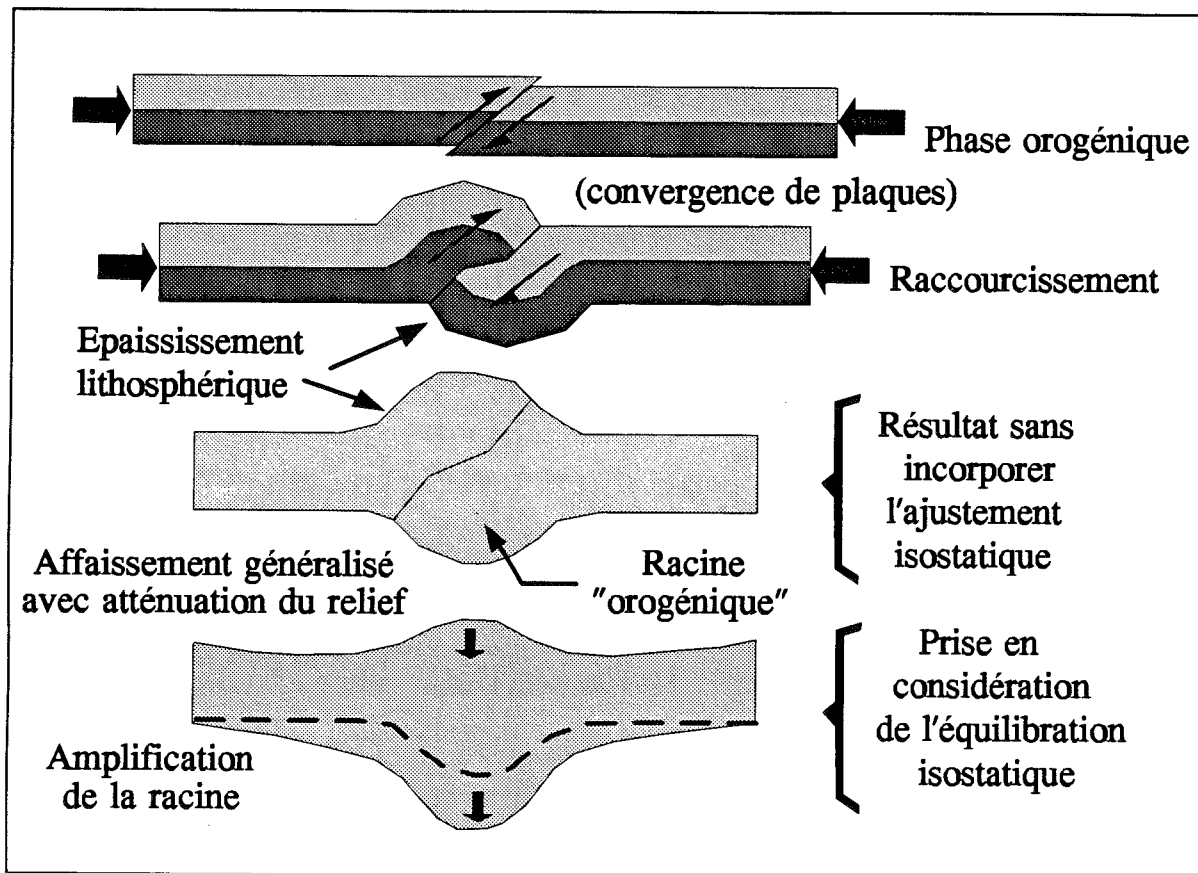


Figure II-1 : L'origine double de la racine sous les montagnes. La composante orogénique est par nature locale alors que celle relevant du flambage de plaque est régionale de par les propriétés rigides de la lithosphère. Par simplicité, il a été considéré que le procédé de chevauchement à la base de l'épaississement concerne l'ensemble de la lithosphère, bien que généralement, seule la partie superficielle soit concernée. La ligne pointillée dans l'état final représente l'épaississement lithosphérique seul (la racine orogénique).

En supposant un processus d'épaississement géométriquement équilibré, la racine "orogénique" est du même ordre de grandeur que le relief en surface (figure II-1), ce qui, en

terme de compensation isostatique ne suffit généralement pas à contrer l'excès de masse du relief. Simultanément à ce processus (et non pas de manière découplée comme le montre la figure), une compensation isostatique par un flambage généralisé de la lithosphère permet d'assurer en continu l'équilibration. Les reliefs terrestres sont donc bien plus atténués par rapport à ce qu'ils seraient par le seul fait de l'orogénèse qui leur donne naissance.

Dans le cas d'une calotte glaciaire, la structure de plaque de la lithosphère n'est pas altérée et l'intégralité de la compensation est assurée par le flambage régionalisé (figure II-2).

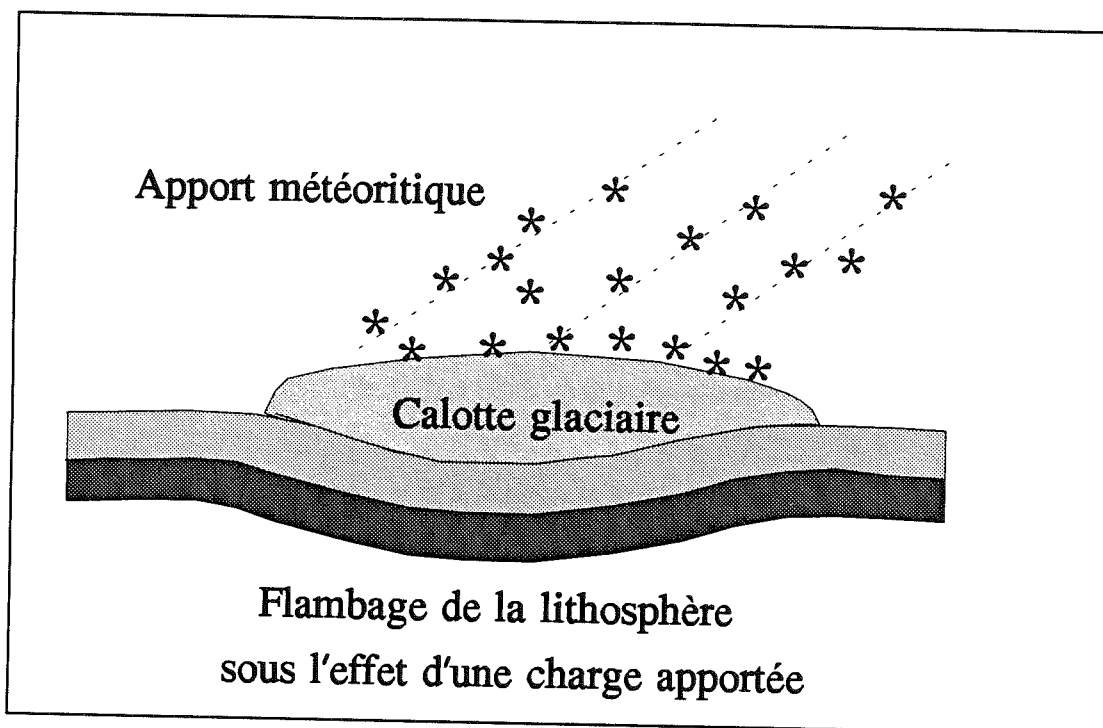


Figure II-2 : Flambage régionalisé de la plaque lithosphérique sous le poids d'une calotte de glace.

On serait tenté de déduire de cette diversité génétique une différence notable de géométrie d'accommodation entre ces deux exemples avec une tendance plus régionale dans le cas "glaciaire". Il faut cependant garder à l'esprit la part relative des deux processus intervenant dans le cas d'une orogénèse. Partant du principe qu'une intrusion de matériel lithosphérique dans l'asthénosphère détermine un contraste de densité de l'ordre de 600 kg/m^3 , il apparaît que la composante "orogénique" de la racine ne compense que le 1/4 ou le 1/5 d'un relief de surface à la densité moyenne de 2700 kg/m^3 . La flexion lithosphérique sous l'effet d'une charge en surface apparaît donc comme le processus majeur contrôlant la géométrie

d'une réponse isostatique équilibrée.

On peut remarquer au passage que le modèle de Airy figure parmi ceux qui illustrent le mieux l'épaississement crustal (ou lithosphérique) lié à une orogénèse. Malheureusement, par le fait de ne pas intégrer la rigidité lithosphérique, il accorde une importance trop grande à ce phénomène et semble peu crédible sur la précision du rendu géométrique.

1.2 Taille de la charge

Le problème du rendu géométrique se résume donc à une retranscription la plus exacte possible du flambage d'une plaque rigide. Cette rigidité lithosphérique étant un principe acquis, il s'agit en réalité de déterminer l'importance que peut prendre le caractère régional de la réponse. Une façon aisée de quantifier la régionalisation consiste à estimer l'importance dans l'écart de la réponse par rapport à ce qu'elle serait dans le cas purement local. Il apparaît de ce point de vue, que la taille de la charge, notamment sa taille ramenée à l'épaisseur lithosphérique, joue un rôle capital.

1.2.1. Données d'observation

On conçoit assez facilement que plus cette charge aura une extension géographique limitée, plus la déviation par rapport au cas local sera grande. Le phénomène a d'ailleurs déjà été observé dans la nature. En effet, les volcans en domaine océanique ("seamounts" isolés ou chaînes linéaires de volcans comme à Hawaï) constituent les meilleurs exemples de charges dont l'extension est limitée à seulement quelques km. Sous ces ensembles le plancher océanique présente un infléchissement à la fois faible mais débordant de plusieurs centaines de km la zone sous contrainte (ex. profil bathymétrique en travers de l'Archipel Hawaïen, Turcotte et Schubert, 1982). Dans le cas d'un volcan océanique parfaitement isolé on estime que le plancher environnant se défléchit sur un rayon de l'ordre de 500 km. Malheureusement, il n'existe pas de technique permettant à partir d'un profil bathymétrique donné de dire quelle peut être la véritable valeur de l'enfoncement.

Inversement, dans le cas de charges à forte extension géographique comme les calottes

glaciaires, la déviation par rapport à une réponse locale semble beaucoup moins prononcée. La déflexion déborde toujours la limite de la zone sous contrainte de plusieurs centaines de km, mais cette distance ramenée à la taille de la charge donne à la déflexion une physionomie plus locale. De plus, la valeur de l'affaissement est cette fois-ci beaucoup plus forte et tend vers celle du cas purement local donné par l'hydrostatique (soit près du quart de l'épaisseur de glace). Des mesures de plages surélevées en Fennoscandie permettent d'estimer quel fut l'affaissement en réponse à la calotte en place lors du dernier cycle glaciaire (dont les caractéristiques géométriques sont aussi connues). Elles font état d'un enfoncement de l'ordre de 600 à 700 m pour des épaisseurs de glace estimées entre 2500 et 3000 m. La disposition d'ensemble (voir chapitre relatif à la Fennoscandie) confirme l'aspect régional moins prononcé que dans le cas d'une charge ponctuelle.

1.2.2 Simulation numérique.

Une simulation numérique de la déflexion lithosphérique à la fois sous une charge ponctuelle et sous une charge présentant une forte extension va dans le sens de ces faits d'observation (figure II-3). Dans les deux cas, la déflexion d'une même plaque rigide sous l'effet de deux charges différentes (une locale et une régionale) a été envisagée.

Le flambage w d'une plaque élastique flottant sur un fluide de densité ρ_a obéit à une équation différentielle du quatrième ordre. Lorsque la courbure de la Terre peut être négligée cette équation se réduit à (Brotchie et Silvester, 1969) :

$$D\nabla^4 w + \rho_a g w = q \quad (\text{II-1})$$

avec D la rigidité flexurale, $\rho_a g w$ le terme de flottaison hydrostatique qui compense l'intrusion lithosphérique w dans le fluide asthénosphérique de densité ρ_a et q la valeur de la charge. Dans le cas où la charge q est locale, la déflexion à la distance r de la charge s'écrit (Brotchie et Silvester, 1969) :

$$w(x) = \frac{q}{2\pi\sqrt{D\rho_a g}} kei(x) \quad (\text{II-2})$$

avec $kei(x)$ une des fonctions de Kelvin à l'ordre 0 et $x = r/L_r$ la distance normalisée, L_r étant

le rayon de rigidité relative (de l'ordre de la centaine de km, voir chapitre III). Dans le cas d'une charge présentant une forte extension géographique par rapport à l'épaisseur lithosphérique, la solution se complique quelque peu. Ainsi pour une calotte circulaire de rayon $R_c = a.L_r$, d'épaisseur constante h et faite de glace de densité ρ_g , la déflexion à la distance normalisée $x = r/L_r$ sous la charge donne :

$$w(x) = \frac{\rho_g h}{\rho_a} (a \operatorname{ker}'(a) \operatorname{ber}(x) - a \operatorname{kei}'(a) \operatorname{bei}(x) + 1) \quad (\text{II-3})$$

et à l'extérieur de la charge :

$$w(x) = \frac{\rho_g h}{\rho_a} (a \operatorname{ber}'(a) \operatorname{ker}(x) - a \operatorname{bei}'(a) \operatorname{kei}(x)) \quad (\text{II-4})$$

avec ker , ker' , kei , kei' , ber , ber' , bei , bei' les différentes fonctions de Kelvin à l'ordre 0. Sur la partie gauche de la figure a été représentée la réponse à une calotte cylindrique de 2500 m d'épaisseur et de 10 km de rayon (considérée comme ponctuelle) et sur la partie droite la même calotte de glace avec cette fois-ci un rayon R_c de 1000 km.

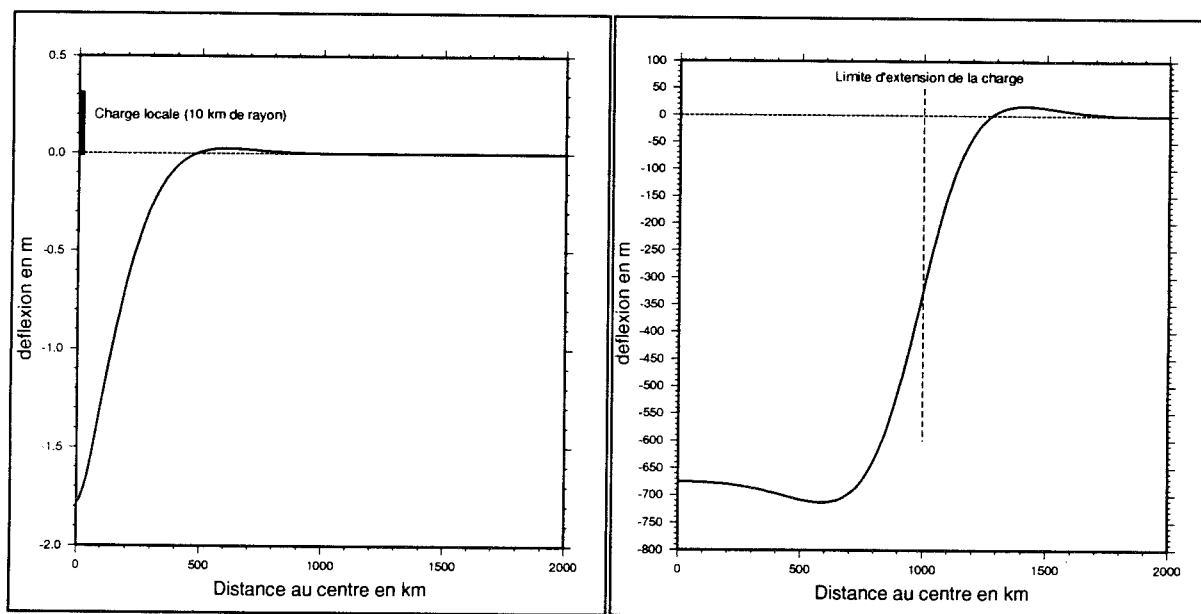


Figure II-3 : Simulation numérique de la déflexion lithosphérique sous l'effet d'une charge ponctuelle (gauche) et d'une charge à forte extension géographique (droite). Les propriétés rigides sont celles d'une lithosphère de 100 km d'épaisseur, et la densité du fluide sous-jacent est prise à 3370 kg/m^3 . La paramétrisation utilisée résulte de (II-3) et (II-4) et sera détaillée au paragraphe 2.2 du chapitre III. Dans les deux cas, l'affaissement, s'il était local, serait de 680 m (donné par l'épaisseur h multipliée par le rapport des densités, $\rho_g \cdot h / \rho_a$).

On peut remarquer dans les deux configurations un débordement de la dépression par rapport à la limite d'extension de la charge du même ordre de grandeur (300 et 500 km). Cependant, dans le cas de la charge locale ce débordement représente près de 50 fois le rayon de la calotte alors que dans l'autre, il ne représente plus que le tiers du rayon. Ce contraste reflète une régionalisation d'autant plus forte que la sollicitation de surface est limitée géographiquement. Les valeurs d'affaissement associées sont aussi très significatives puisque sous la petite calotte on atteint à peine 2 m et que sous la grande on est proche des 700 m.

1.2.3. Le principe hydrostatique "généralisé".

Quelle que soit l'intensité de la régionalisation, les valeurs d'affaissement sont contrôlées par le volume de fluide déplacé sous la plaque, lequel est entièrement dicté par la charge. En effet, même si la réponse dévie sensiblement du cas local, la compensation de la charge se fait toujours via la résultante des forces de pression sous la lithosphère. L'équilibre hydrostatique ne se fait plus localement comme précédemment, mais sur l'ensemble de la zone défléchie. Ce que l'on pourrait appeler le "principe hydrostatique généralisé" est toujours respecté. Il stipule que le volume de fluide déplacé par l'intrusion de la lithosphère, multiplié par le contraste de densité ainsi obtenu compense exactement le poids de la charge sur l'ensemble de l'affaissement.

Un rapide calcul des volumes déplacés dans cette simulation, puis leur comparaison avec ceux obtenus avec une réponse entièrement locale confirme cette constatation. On peut rappeler au passage que cette réponse locale serait celle obtenue dans le cas d'une lithosphère plastique de rigidité nulle comme le montre la figure II-4. Sous l'hypothèse de cette réponse locale, le volume de fluide déplacé est égal à l'enfoncement R_r (le même pour les deux charges, voir figure II-4) multiplié par la surface de la calotte $\pi.R_c^2$ (avec R_c le rayon de la calotte). R_r s'obtient très facilement en égalant la pression au niveau de la surface de compensation (cf. modèle de Airy). Ainsi, si l'on dénomme par ρ_i , ρ_l et ρ_a les densités respectives de la glace, de la lithosphère et de l'asthénosphère et que h et H représentent l'épaisseur de la glace et de la lithosphère, l'enfoncement R_r est alors égal à $h.(\rho_l/\rho_a)$. En prenant une densité de 0.917 pour ρ_i , de 3.37 pour ρ_a et une épaisseur de 2500 m pour h , l'enfoncement R_r est de 680 m, ce qui dans le cas de la petite calotte de 10 km de rayon

occasionne un volume de déplacement de fluide asthénosphérique de l'ordre de $21,5 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$.

En reprenant la figure II-3 (graphe de gauche) et en découpant sommairement l'aire défléchie en couronnes concentriques auxquelles on affecte une valeur représentative de déflexion, il est possible d'estimer le volume de fluide déplacé. On obtient de la sorte un volume voisin de $\pi \cdot [1,5 \cdot 10^{10} + 0,9 \cdot (4 \cdot 10^{10} - 1 \cdot 10^{10}) + 0,5 \cdot (9 \cdot 10^{10} - 4 \cdot 10^{10}) + 0,1 \cdot (16 \cdot 10^{10} - 9 \cdot 10^{10})]$, avec 1.5, 0.9, 0.5 et 0.1 les affaissements représentatifs des couronnes allant de 0 à 100 km, de 100 à 200 km, de 200 à 300 km et de 300 à 400 km, et les termes entre parenthèses représentant les surfaces de ces couronnes. On arrive finalement à la valeur de $23,2 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$ très voisine des $21,5 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$ trouvés précédemment.. Dans le cas de la grosse calotte la configuration de la figure II-3 (graphe de droite) montre que le volume déplacé est très proche de celui que l'on trouverait en multipliant un affaissement moyen de 680 m par la surface d'application de la charge.

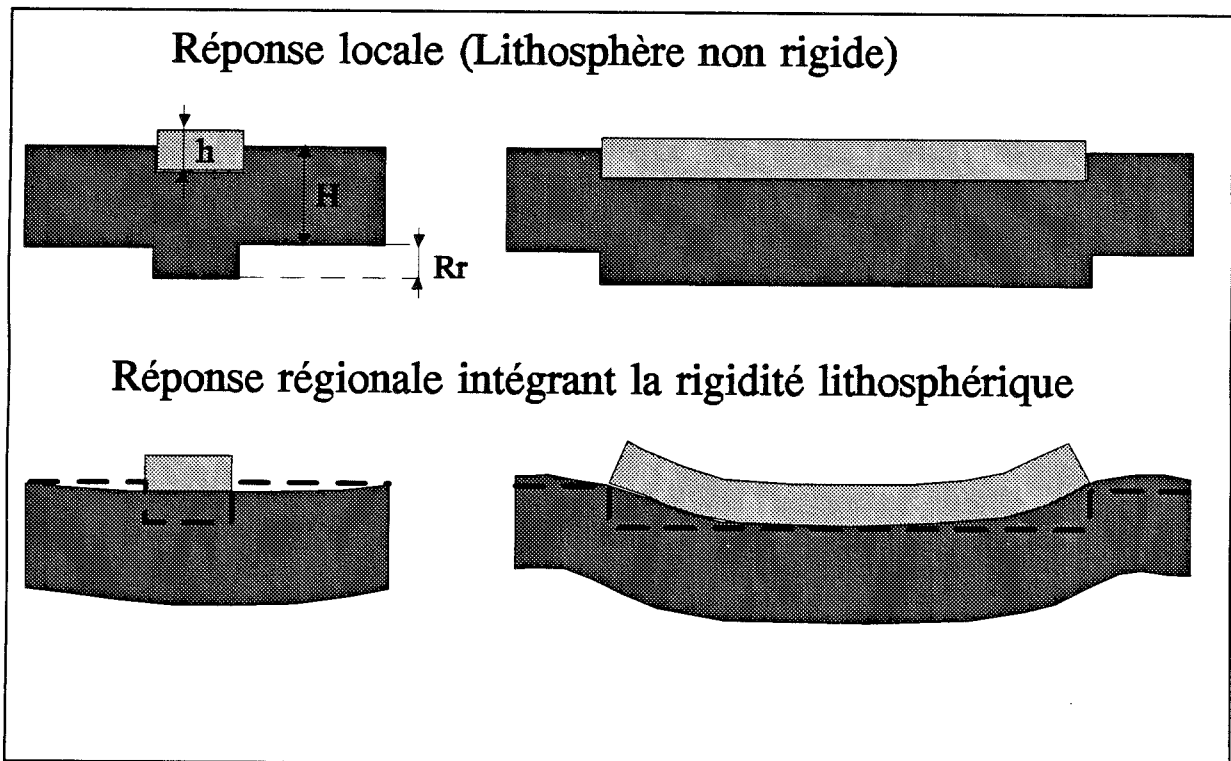


Figure II-4 : Influence de la taille de la charge sur l'écart de la réponse effective (régionale) par rapport à la version hydrostatique locale. Dans le cas régional les pointillés représentent l'équivalent hydrostatique.

Partant de ce principe de constance dans les volumes déplacés, on retrouve la

caractéristique géométrique majeure de la régionalisation de la réponse isostatique. Cette régionalisation veut que la surface déprimée déborde largement les seules surfaces sous contraintes, mais que la valeur du déplacement s'en trouve d'autant réduite de façon à garantir la constance du volume déplacé (par rapport à une réponse locale).

1.3. Caractéristiques géométriques de la réponse sous une calotte.

De l'observation des figures (II-3) et (II-4) il est possible de dégager les grands traits de la géométrie de la réponse isostatique sous une calotte glaciaire en ayant au préalable supposé l'équilibre comme atteint, ce qui, comme nous le verrons plus loin, n'est pas toujours possible. De toute évidence, la taille de la calotte est primordiale. Cependant, les calottes glaciaires de type "polaires" auxquelles nous nous intéresserons essentiellement dans le cadre de cette étude offrent une relative constance dans leurs dimensions. Qu'il s'agisse des deux principales qui existent toujours actuellement, à savoir l'Antarctique et le Groenland, ou de celles maintenant disparues comme la Fennoscandie ou la Laurentide, on a toujours affaire à des ensembles présentant une taille caractéristique de l'ordre du millier de km. On notera toutefois le cas de la calotte des Iles Britanniques ou de celle de l'Islande qui disparurent conjointement à la Fennoscandie et à la Laurentide et dont le développement fut limité par l'extension géographique des îles sur lesquelles elles se trouvaient.

De ce fait, la déviation par rapport à une réponse locale sera très atténuée par rapport au cas d'une charge ponctuelle ou à dimensions géométriques réduites. Il est même possible d'avancer que sous la calotte (sauf peut-être à l'approche de la bordure) l'affaissement est très proche de celui obtenu en supposant la réponse locale (obtenue en se basant sur le seul rapport des densités). La simulation numérique le confirme puisque du centre jusqu'à moins de 300 km de la bordure, l'affaissement reste très proche des 680 m issus du rapport des densités. Inversement, un rendu correct de la géométrie pour les quelques centaines de km de part et d'autre de la limite de la calotte nécessite la prise en compte de la régionalisation due au flambage de la lithosphère rigide. On peut même au passage remarquer la présence d'un bombement de l'ordre d'une vingtaine de mètres situé quelques centaines de km au delà de la limite de la calotte. Ce bombement est caractéristique du flambage des plaques rigides.

On met ici en évidence la propriété fondamentale de la lithosphère qui se comporte

à l'image d'un filtre "passe bas". Cela signifie que dans la décomposition en harmoniques de la charge, seules les composantes aux longueurs d'onde de plusieurs fois l'épaisseur lithosphérique contribueront de manière significative à la réponse. Les petites variations spatiales de charge au contraire seront d'autant plus filtrées que leur longueur d'onde caractéristique sera faible devant cette épaisseur. L'épaisseur lithosphérique, par le fait qu'elle contrôle la rigidité, est donc le facteur essentiel qui gouverne la géométrie de la réponse isostatique à l'équilibre.

2. Aspect chronologique.

La seconde grande caractéristique d'une charge produite par une calotte glaciaire par rapport à celle issue d'un processus géologique vient de sa forte variabilité en temps. Les fluctuations des calottes glaciaires se font en accord avec l'échelle de temps des phénomènes climatiques, avec des durées caractéristiques de l'ordre de la dizaine de milliers d'années. Inversement, avec l'échelle des temps géologiques, c'est plutôt le million d'années qu'il faut considérer.

2.1. Exemples de vitesses caractéristiques d'évolution de charges

Quelques données de vitesses de mise en place (ou de disparition) pour les montagnes comme pour les calottes glaciaires permettent de préciser ces notions de temps caractéristiques. En effet, partant du principe qu'une montagne s'érige (et s'érode) à une vitesse voisine du mm/an, le temps nécessaire à l'obtention de variations significatives de relief est au moins de l'ordre du million d'années. Les fluctuations de volume des calottes glaciaires sont d'un tout autre ordre de grandeur, surtout lors de leur désintégration face à un réchauffement climatique. Les disparitions les plus violentes répertoriées font état de fonte de l'ordre du mètre par an. Selon Lliboutry (1973), en Fennoscandie il y a à peu près 10 000 ans, une calotte de la taille du Groenland actuel aurait disparu en l'espace de 800 ans. En supposant que cette calotte avait une épaisseur maximale de 3000 m, cela donne localement un taux de plus de 3.5m/an. Il existe donc grossièrement un facteur 1 000 entre les vitesses caractéristiques de ces deux contextes (le "glaciaire" et l' "orogénique").

2.2. Conséquences sur l'écart à l'état stationnaire

En reprenant le traitement de l'équilibre quasi-statique en deux dimensions pour le fluide asthénosphérique (Turcotte et Schubert, 1982), il est possible de mettre en évidence l'impact de ces vitesses de mise en charge (ou de décharge) sur l'écart à l'état stationnaire de la réponse isostatique. Nous proposons ici une variante au problème du simple rebond post-glaciaire de Turcotte et Schubert dans la mesure où nous imposons une contrainte en surface dépendant du temps.

2.2.1. Propriétés du champ de vitesse, fonction courant.

Il s'agit de déterminer le champ de vitesse dans un fluide visqueux isotrope et Newtonien représenté par un demi espace infini ($y > 0$). Le vecteur vitesse y est donc caractérisé par une composante horizontale u (selon x) et une composante verticale v (selon y). Lorsqu'un tel milieu (supposé incompressible) est soumis à une sollicitation de surface (sous forme d'une pression à l'interface supérieure), il se meut de telle sorte qu'il est possible de définir une fonction courant à partir des composantes u et v , laquelle fonction obéit à l'équation biharmonique (équation II.6). Donc, si l'on nomme Ψ cette fonction, l'équation de continuité pour notre fluide incompressible permet d'écrire :

$$\begin{aligned} u &= -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \\ v &= \frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{aligned} \tag{II-5}$$

et la fonction Ψ ainsi définie de vérifier :

$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} = 0 \tag{II-6}$$

2.2.2. Problème dans le cas d'une sollicitation de surface

Supposons maintenant l'asthénosphère que l'on sollicite en surface par une charge dont on ne considère que la composante harmonique (ou longueur d'onde) la plus représentative.

On négligera la lithosphère qui, faisant l'objet de déplacements instantanés (ou presque), n'a aucune influence sur la chronologie. Le fait de la négliger revient à considérer une réponse géographiquement locale (cf. précédemment), ce qui en termes de chronologie spécifique ne modifiera pas nos conclusions. Cependant, pour rendre compte d'un effet de régionalisation, il serait possible de considérer une longueur d'onde caractéristique un peu plus grande ainsi qu'une amplitude un peu plus faible pour la composante harmonique de la charge qui nous intéresse ici.

La sollicitation de surface qui nous concerne peut donc se mettre sous la forme $\sigma(t) = \sigma_0(t) \cos(2\pi x/\lambda)$. La réponse locale nous permet de postuler que cette solution entraînera un déplacement de l'interface lithosphère-asthénosphère de la forme $w(t) = w_0(t) \cos(2\pi x/\lambda)$ où il est sous-entendu que $w_0(t)$ est très petit devant la longueur d'onde λ (plusieurs milliers de km pour une grosse calotte). La méthode de séparation des variables ajoutée à quelques considérations mathématiques permet d'exprimer la fonction courant Ψ sous la forme : $\Psi = \sin(2\pi x/\lambda).Y(y)$. En utilisant cette expression pour Ψ dans l'équation biharmonique (II-2), on se ramène à une équation différentielle du quatrième ordre à coefficients constants en Y qui admet comme solution générique $Y(y) = \gamma \exp(my)$ avec γ une constante de proportionnalité et m un paramètre. La détermination des différentes valeurs possibles pour m et l'application de conditions aux limites concernant cette fonction courant (notamment une solution finie à l'infini) nous donne :

$$\psi = \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) e^{\frac{-2\pi y}{\lambda}} (A + By) \quad (\text{II-7})$$

A partir de cette expression, il devient facile à partir de (II-5) de remonter aux deux composantes de la vitesse de déplacement dans le fluide :

$$u = \sin\frac{2\pi x}{\lambda} e^{\frac{-2\pi y}{\lambda}} \left(\frac{2\pi}{\lambda} (A + By) - B \right) \quad (\text{II-8})$$

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\frac{2\pi x}{\lambda} e^{\frac{-2\pi y}{\lambda}} (A + By)$$

Une première condition aux limites pour le champ de vitesse consiste à supposer le non-

glissement en base de lithosphère. Du fait de la faiblesse de l'affaissement lithosphérique (w , positif vers le bas) par rapport à λ , cette condition peut être ramenée en $y = 0$ au lieu de $y = w$ (base de lithosphère). Ainsi un terme horizontal de vitesse u qui s'annule en 0 rend B égal à $2\pi A/\lambda$ et permet d'exprimer les deux termes de vitesse en fonction de la seule constante A .

La deuxième condition aux limites traduit l'équilibre des forces (pressions) à l'interface asthénosphère-lithosphère. Par le fait de considérer une réponse locale avec une lithosphère non rigide, la sollicitation de surface σ est intégralement transmise telle quelle jusqu'à l'interface avec le fluide. A la base de la lithosphère cette contrainte s'ajoute à la pression lithostatique déterminée par l'épaisseur lithosphérique H c'est à dire $\rho_l g H$ avec ρ_l la masse volumique moyenne de la lithosphère. Le tout est alors contrebalancé par la contrainte normale verticale σ_{yy} dans le fluide. Cette contrainte σ_{yy} est la somme d'un terme lithostatique constitué par le poids par unité de surface de la lithosphère $\rho_l g H$ et de la pression $\rho_a g w$ engendrée par l'intrusion w de la lithosphère dans l'asthénosphère, de la pression dynamique p née de la mobilité du fluide, et enfin du terme déviatorique $2\eta(\partial v/\partial y)$. Du fait de la faiblesse du déplacement w cette deuxième condition peut être traduite en $y = 0$ pour donner :

$$\sigma + \rho_l g H = -\sigma_{yy} = \rho_l g H + \rho_a g w + p - 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (\text{II-9})$$

avec ρ_a la masse volumique asthénosphérique et g l'accélération gravitationnelle de pesanteur. En dérivant l'expression de v (II-8) par rapport à y (en ayant remplacé B par $2\pi A/\lambda$) on obtient une expression qui s'annule en $y = 0$, ce qui en plus de la simplification des termes $\rho_l g H$ de part et d'autre réduit (II-9) à :

$$\sigma = \rho_a g w + p \quad (\text{II-10})$$

On pourra remarquer que cette condition diffère de celle de l'exemple de Turcotte et Schubert où seul le rebond après la disparition de la charge est considéré (ce qui revient à $\sigma = 0$).

Ensuite, un bilan de force sur un élément de fluide permet de relier le gradient de pression dynamique p aux vitesses qui lui donnent naissance selon la relation :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-11})$$

En considérant les expressions respectives pour u et v (II-8) dans lesquelles B est remplacé par $2\pi A/\lambda$, il est possible d'intégrer cette relation en $y = 0$ pour obtenir l'expression de ce terme de pression à l'interface en fonction de x :

$$\rho|_{y=0} = 2\eta A \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} + cte \quad (\text{II-12})$$

En $x = \lambda/4$ $\sigma(t)$ et $w(t)$ s'annulent conjointement (isostasie locale) si bien qu'en appliquant (II-9) le terme de pression dynamique p devient nul. En reportant dans l'équation ci dessus, il apparaît que la constante d'intégration est nulle. En reportant la valeur ainsi obtenue pour p, la condition (II-10) devient :

$$2\eta A \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} + \rho_a g w = \sigma \quad (\text{II-13})$$

La variation de la déflexion lithosphérique en w en fonction du temps n'est autre que la composante verticale de la vitesse dans le fluide. Toujours pour les mêmes raisons, cette égalité peut être ramenée en 0. pour arriver à $(\partial w/\partial t)_{y=0} = v_{y=0}$. En considérant l'expression pour v (II-4) et en remplaçant B par $2\pi A/\lambda$ on obtient finalement :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{y=0} = \frac{2\pi A}{\lambda} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (\text{II-14})$$

En remplaçant le second membre par son expression déduite de (II-9), il apparaît une équation différentielle du premier ordre en w :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} w + \frac{1}{\tau} \frac{\sigma}{\rho_a g} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{4\pi \nu}{\rho_a g \lambda} \quad (\text{II-15})$$

2.2.3. Résolution et application au problème considéré.

La réponse spécifique au régime de charge qui nous intéresse (glaciaire ou "orogénique") s'obtiendra par la résolution de l'équation (II-15) après avoir prescrit la fonction

$\sigma(t)$ correspondante. En supposant une mise en place de la charge à la vitesse constante $\beta(x)$, et du fait de la dépendance géographique de $\sigma(t)$ ($\sigma(t) = \sigma_0(t)\cos(2\pi x/\lambda)$), β pourra s'exprimer sous la forme $\beta_0\cos(2\pi x/\lambda)$. Dans la comparaison qui suit, nous nous placerons en $x = 0$, là où la vitesse d'évolution est la plus forte et β (en réalité β_0) représentera donc suivant le cas la vitesse constante de mise en place d'un relief avec 1mm/an ou d'une calotte avec 1m/an (cette valeur correspondrait plutôt à une vitesse de désintégration). En exprimant par ρ_c la masse volumique du matériau constitutif de la charge (2700 kg/m³ pour le matériel crustal et 917 kg/m³ pour la glace), la valeur de la charge σ au temps t devient égale à $\rho_c g \beta t$ par unité de surface. Une fois σ ainsi spécifié, l'équation (II-15) admet pour solution générale :

$$w(t) = \frac{\rho_c}{\rho_a} \beta t + \frac{\rho_c}{\rho_a} \beta \tau (e^{-\frac{t}{\tau}} - 1) \quad \text{(II-16)}$$

On peut déjà remarquer que $\rho_c/\rho_a \beta t$ représente la position d'équilibre correspondant à la charge $\rho_c g \beta t$ (celle que l'on obtiendrait en faisant l'hypothèse d'une succession d'états stationnaires, et du fait d'une isostasie locale). Ainsi, l'écart à l'état stationnaire ou, en d'autres termes, l'importance de la composante transitoire de la réponse est donné par le terme $\rho_c/\rho_a \beta \tau (e^{-t/\tau} - 1)$.

τ représente le temps caractéristique de la réponse isostatique (c'est le temps au bout duquel la réponse est égale à 37% de la réponse à l'équilibre pour une charge constante). Sa valeur ne dépend que des propriétés du milieu (densité et viscosité asthénosphériques) et de la taille de la charge (de la longueur d'onde spécifique plus précisément). On peut estimer la viscosité moyenne de l'asthénosphère ν à 10²¹ Pa.s et sa masse volumique ρ_a à 3370 kg.m⁻³. La longueur d'onde caractéristique λ pour une grande calotte glaciaire étant de l'ordre de 2 000 km, le temps caractéristique τ sera de 1,864.10¹¹ s soit à peu près 6 000 ans. Pour une chaîne de montagnes (massif montagneux) une longueur d'onde de 100 à 130 km semble assez représentative et donne un temps caractéristique 15 à 20 fois supérieur aux alentours de 100 000 ans.

2.2.4. Simulation numérique.

L'affaissement en fonction du temps selon (II-16) a été calculé dans le cas de la mise

en place d'une montagne à la vitesse constante de 1mm/an et dans le cas de l'instauration d'une calotte à la vitesse de 1m/an (vitesse sûrement un peu excessive). Sur la figure suivante ont été reportées dans les deux cas, à la fois la réponse équilibrée $\rho_c/\rho_a\beta t$ (qui n'est que l'expression en fonction du temps de la charge au rapport de densités près) et la réponse obtenue d'après (II-16).

Dans chacun des cas, la durée de simulation a été choisie en fonction de la vitesse d'évolution de la charge afin d'être représentative d'une évolution significative du système considéré. Ainsi pour la mise en place du relief, une simulation sur 1 million d'années laisse le temps à ce relief théorique d'atteindre les 1 000 mètres. La réponse équilibrée correspondante $\rho_c/\rho_a\beta t$ s'obtient alors en prenant pour ρ_c la masse volumique de la lithosphère, et pour β la vitesse de 10^{-3} m/an pour finalement arriver à 801 mètres à l'issue du million d'années. Pour la calotte la simulation porte sur 10 000 ans ce qui, en considérant la densité de la glace et une vitesse de 1 m/an, donne à terme une valeur d'équilibre à 2721 m (voir figure II-5).

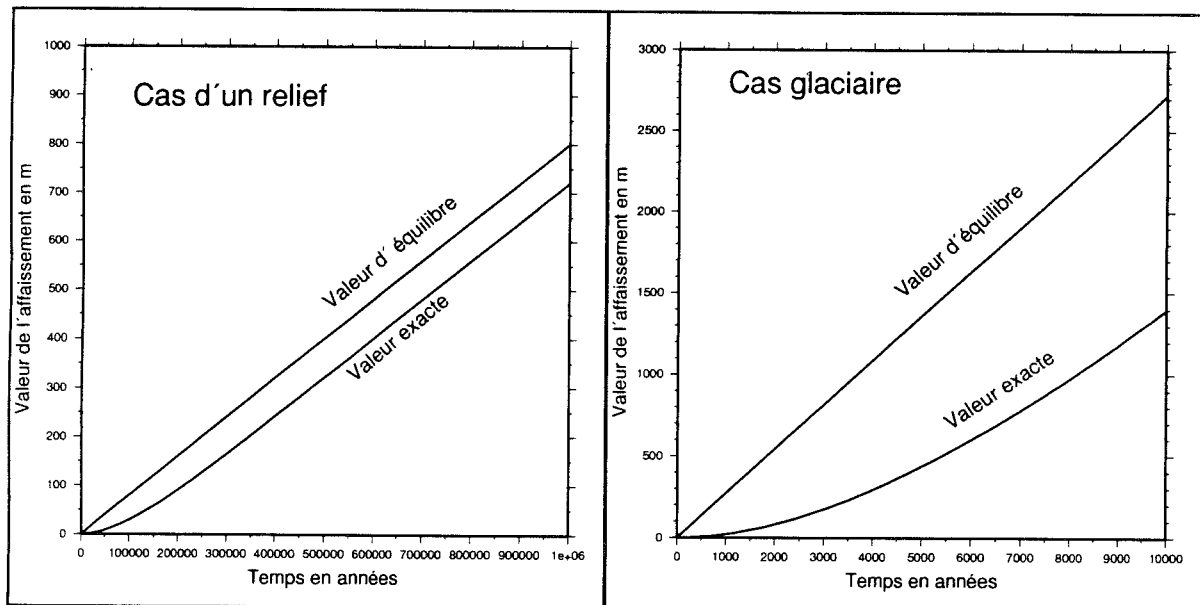


Figure II-5. : Ecart à l'état stationnaire de la réponse isostatique en fonction de la vitesse de mise en place de la charge de surface.

2.2.5. Interprétation.

De toute évidence, cette simulation confirme l'idée selon laquelle l'écart à l'état

stationnaire est d'autant plus prononcé que la dynamique de mise en place de la charge est forte (paragraphe 2.2.1 chap. I). D'après (II-16) cet écart $\rho_c/\rho_a\beta\tau(e^{-v\tau}-1)$ est à la fois proportionnel à la vitesse de mise en place β et à la constante de temps caractéristique τ (et bien sûr à la densité ρ_c de la charge). Il apparaît donc que la dynamique de mise en place n'est pas la seule à intervenir, la taille caractéristique de la charge joue aussi un rôle dans la mesure où τ lui est inversement proportionnel (voir équation II-15). Ainsi, à vitesse de mise en place donnée, la déviation par rapport à l'état stationnaire sera d'autant plus forte que la charge sera géographiquement limitée.

Les propriétés de décroissance en fonction du temps de l'exponentielle $e^{-v\tau}$ font que au bout de deux fois le temps caractéristique τ , l'écart à l'état stationnaire est déjà pratiquement stabilisé à la valeur asymptotique $\rho_c/\rho_a\beta\tau$. La convergence s'observe très bien dans la cas du relief puisque la simulation porte sur 10 fois le temps caractéristique de 100 000 ans. Elle est moins nette pour le second cas de figure où la simulation ne couvre même pas deux périodes caractéristiques (6 000 ans). Cependant, de par la forme mathématique des deux expressions, le mode de convergence en temps normalisé par rapport à chacune des constantes caractéristiques τ est exactement le même. La différence réside uniquement dans l'amplitude de cet écart qui, une fois stabilisé, ne dépend plus que des paramètres de la charge (dès lors que les paramètres du fluide sont prescrits). En effet en reprenant l'expression de τ il est possible d'exprimer cet écart sous la forme $\rho_c\beta/\lambda \cdot 4\pi\nu/(g\rho_a^2)$ où le dernier terme ne concerne que l'accélération de pesanteur et deux propriétés de l'asthénosphère. Le rapport β/λ qui constitue en fait le terme réellement significatif pour la charge permet d'expliquer un écart bien supérieur pour la glace. En effet, du fait d'une vitesse 1000 fois supérieure et malgré une taille caractéristique de 15 à 20 fois celle d'un relief, la calotte glaciaire montre un écart stabilisé aux alentours de 1500 m dans l'affaissement contre seulement 75 m pour le relief.

Enfin, il ne faut pas oublier le rôle de la viscosité ν du milieu puisque τ lui est directement proportionnel. A sollicitations identiques, l'écart à l'état stationnaire sera d'autant plus important que cette viscosité sera forte. On retrouve aussi le postulat qui veut que la validité d'un modèle stationnaire tient soit à une dynamique de charge suffisamment faible, soit à la représentation de l'asthénosphère par un fluide parfait ou très peu visqueux. Il est fort probable que la "lave" de Airy était supposée (à l'époque) remplir cette dernière condition.

2.2.6. Au niveau de la relation contrainte-déformation.

En exprimant maintenant la contrainte selon la relation constitutive du fluide (I-2) il est possible de déterminer l'impact de la dynamique de la charge sur les conditions d'applicabilité de la loi de l'hydrostatique dans la réponse isostatique. En reprenant la condition (II-10) dans laquelle σ et w sont remplacés par leur expression en fonction du temps on obtient la valeur de la pression dynamique p à l'interface asthénosphère-lithosphère qui s'écrit :

$$p = \rho_c g \beta \tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (\text{II-17})$$

En égalant cette expression avec (II-12) où, rappelons le, la constante d'intégration s'annule, il devient possible de déterminer la constante A. En considérant les deux relations traduisant l'équilibre des forces dans le fluide et qui relie le gradient vertical et horizontal aux dérivées secondes des termes de vitesse (Turcotte et Schubert, 1982, page 243), puis en dérivant les expressions donnant ces vitesses (II-8), il est possible de donner l'expression générale de la pression dynamique en fonction de y pour $x = 0$:

$$p(y) \Big|_{x=0} = \rho_c g \beta \tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) e^{-\frac{2\pi y}{\lambda}} \quad (\text{II-18})$$

Toujours d'après (II-8), la dérivation de l'expression donnant la composante verticale de la vitesse v permet d'obtenir la composante déviatorique normale verticale qui s'écrit :

$$-2\eta \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2\pi y}{\lambda} e^{-\frac{2\pi y}{\lambda}} \rho_c g \beta \tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (\text{II-19})$$

Selon la loi contrainte-déformation (I-2) du fluide visqueux isotrope et selon les conventions adoptées (Turcotte et Schubert, 1982), la contrainte s'obtient à partir de la pression totale (lithostatique + dynamique) et du terme déviatorique ainsi défini. Si l'on nomme par P_1 cette pression lithostatique, la contrainte normale verticale s'écrit :

$$\sigma_{yy} = P_1 + \rho_c g \beta \tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) e^{-\frac{2\pi y}{\lambda}} (1 + \frac{2\pi y}{\lambda}) \quad (\text{II-20})$$

Il devient alors très facile d'isoler la composante dynamique $\sigma_{yy} - P_1$ responsable de la déviation par rapport à l'état stationnaire (on peut remarquer une même dépendance en temps que pour

cette déviation). Les valeurs de cette composante sont donc un indicateur de l'écart à l'état stationnaire auquel il faut s'attendre dans les valeurs de l'affaissement isostatique résultant. Ces valeurs ont été calculées en fonction de la profondeur dans l'asthénosphère et en $x = 0$ à la fois pour le cas de la calotte (intervalle de temps de 1 000 ans) et pour celui du relief (intervalle de temps de 100 000 ans). Les résultats sont résumés sur la figure II-6.

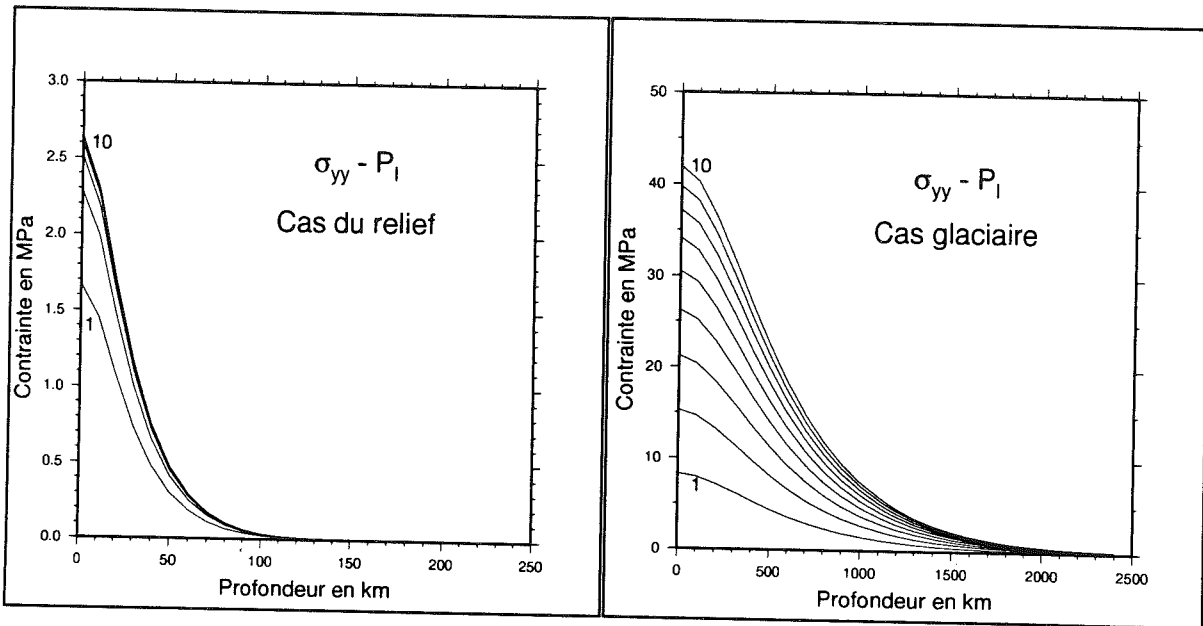


Figure II-6 : Composante non lithostatique de la contrainte normale verticale dans le cas de la mise en place d'un relief et dans le cas de l'instauration d'une calotte glaciaire. L'incrément en temps est de 100 000 ans pour le relief et de 1 000 ans pour la calotte. Par souci de clarté, et du fait d'une fonction croissante en temps, seules la première ($t = 0$) et la dernière des 10 courbes ($t = 100\ 000$ ou $1\ 000$ ans selon) ont été annotées.

La comparaison des deux familles de courbes montre des valeurs beaucoup plus faibles pour la composante dynamique dans le cas d'une montagne que avec une calotte glaciaire. C'est une façon de confirmer que l'approximation hydrostatique est beaucoup plus critiquable en contexte glaciaire qu'elle ne peut l'être avec des phénomènes orogéniques. En effet au bout du temps caractéristique $\tau = 6\ 000$ ans pour la calotte cette composante au sommet de l'asthénosphère ($y = 0$) vaut 34 MPa, alors qu'elle n'est que de 1.65 MPa au bout des 100 000 ans caractéristiques de la mise en place du relief.

Ces valeurs peuvent paraître dérisoires face à celles de la composante lithostatique (pression de l'ensemble de la colonne qui surmonte le point considéré). Déjà au commencement du fluide ($y = 0$) cette pression avoisine les 2600 MPa de par la seule présence d'une lithosphère de 100 km d'épaisseur et de masse volumique moyenne 2700 kg.m^{-3} . Ensuite, dans l'asthénosphère, cette pression croît encore plus rapidement en devenant cette fois-ci proportionnelle à la masse volumique du fluide aux alentours de 3300 kg.m^{-3} . Il faut cependant savoir qu'un régime de contrainte exclusivement lithostatique est incapable de produire le moindre affaissement isostatique. Seule cette composante dynamique peut permettre des déplacement de fluide de telle sorte que l'hydrostatique seule ne permet de prescrire que des équilibres (c'est ce qui est continuellement fait dans l'approximation de l'état stationnaire). Ainsi, dans le cas de la calotte, bien que presque 100 fois plus faible que la pression lithostatique, cette composante dynamique est responsable de la forte non-linéarité de la réponse isostatique par rapport au régime de charge.

On peut enfin remarquer que la profondeur d'action de cette composante non hydrostatique est du même ordre que la longueur d'onde caractéristique de la charge (figure II-6). Pour les plus grosse calottes (Antarctique actuel, Laurentide), les effets de l'isostasie doivent donc, selon ce modèle, se faire ressentir jusqu'à la transition noyau manteau à 2900 km de profondeur. Nous verrons que le modèle présenté plus tard dans cette étude (bien que fondamentalement différent), tient effectivement compte de déplacements non seulement à cette transition mais aussi dans le noyau lui même.

2.3. Conséquences à tirer au niveau de la modélisation

Même si cette simulation un peu simpliste peut ne pas paraître très représentative de la réalité (par le fait par exemple de considérer des vitesses de mise en place constantes sur de telles périodes), elle permet cependant de dégager quelques tendances qui peuvent s'avérer utiles à la modélisation.

2.3.1. Contexte glaciaire

Face à la mise en place d'une calotte glaciaire, et encore plus lors de sa désintégration souvent brutale, la Terre répond de manière hautement transitoire de telle sorte que l'approximation d'une suite d'états stationnaires n'est plus possible. Les modèles, en faisant dorénavant appel à la mécanique des fluides et non plus à la simple statique, doivent alors être capables de rendre compte d'un comportement en temps souvent hautement non linéaire par rapport à celui de la charge. Etant donné que la taille de la charge joue aussi sur la période caractéristique et donc sur la chronologie, cette nouvelle approche sera d'autant plus nécessaire que l'on aura affaire à une calotte glaciaire de taille moyenne (Groenland) voire réduite (Islande). On notera cependant que la régionalisation lithosphérique tend à amoindrir cet effet de calotte aux dimensions réduites en sollicitant l'asthénosphère avec des harmoniques de plus grandes longueurs d'ondes que celles propres à la calotte. L'influence de ces longueurs d'onde sur les temps caractéristiques associés est une notion fondamentale qui sera reprise au cours de cette étude.

Pour ce qui est des grandes calottes, il semble que la prise en compte des effets transitoires soit encore de mise comme tend à le prouver la remontée actuelle de la Fennoscandie. En effet, dans cette région le sol remonte toujours en réponse à un régime de charge qui a cessé depuis bientôt 10 000 ans. Bien que la Fennoscandie ne figure pas au rang des plus grandes calottes répertoriées, l'importance de ce décalage laisse augurer des comportements encore hautement transitoires pour les calottes les plus grandes comme l'Antarctique (ce qui sera confirmé au cours de chapitres ultérieurs).

2.3.2 Contexte géologique

Bien que la théorie veuille qu'en cas d'évolution permanente de la charge, il persiste toujours un écart à l'équilibre isostatique (comme le montre la figure II-5), il semble que pour la majorité des processus géologiques, le postulat d'une suite d'états d'équilibre reste très correct. Il ne faut pas oublier que la précédente simulation représente un cas extrême avec une évolution incessante de la charge (la mise en place d'un relief suppose à n'en pas douter des stabilisations temporaires de la charge pendant lesquelles s'opère la rééquilibration). De plus la vitesse de 1mm/an peut paraître élevée si l'on tient compte de l'érosion à laquelle tout relief

est soumis dès sa mise en place.

Il peut cependant exister des contextes d'évolution rapide et continue faisant intervenir des processus géologiques, avec notamment les très forts taux de sédimentation dans certains bassins ou à l'embouchure de certains gros fleuves à très forte charge détritique (Amazone, Mississippi). Ces ensembles sont d'autant plus problématiques qu'ils concernent des surfaces d'extension généralement limitées pouvant favoriser les évolutions transitoires. Enfin, il est un contexte géologique très particulier qui se caractérise par des mises en place très brutales de charges, à savoir le volcanisme. Cependant, ces phénomènes mettent généralement en place des structures isolées et très locales pour lesquelles une forte régionalisation lithosphérique amoindrit considérablement la réponse isostatique.

CHAPITRE III

IMPACT DE LA REPONSE ISOSTATIQUE SUR LES CALOTTES GLACIAIRES

TRAITEMENT DE L'ISOSTASIE DANS LES MODELES GLACIOLOGIQUES

Si la modélisation de l'isostasie glaciaire fait aujourd'hui l'objet d'attentions particulières c'est parce que cette réponse joue un grand rôle en retour sur les calottes de glace qui lui donnent naissance. Toute modélisation de ces calottes glaciaires, si elle se veut réaliste, doit absolument incorporer un traitement spécifique de la réponse de la Terre sous l'effet de la glace. Cette prise en considération de l'isostasie est indispensable à la fois dans les modèles "figés" pour un rendu géométrique le plus précis possible, mais aussi et surtout dans les modèles évolutifs afin de rendre compte des interactions entre la réponse isostatique et l'évolution dans le temps des calottes glaciaires.

Les effets de la réponse isostatique sur une calotte glaciaire peuvent se classer en deux grands ensembles selon que ces effets relèvent de la géométrie ou de la chronologie spécifiques à cette réponse. Cette géométrie détermine tout d'abord la position de la calotte dans le champ de température avec des conséquences parfois importantes sur le bilan de masse. Ensuite, dans le cas des calottes marines, le contact avec l'eau de mer se fait par l'intermédiaire d'une langue de glace flottante appelée "ice shelf" et sur laquelle les caractéristiques spatiales de la réponse isostatique peuvent avoir un sérieux impact au point

de conditionner la stabilité de la calotte entière. Enfin, la chronologie spécifique et notamment la non linéarité en temps de cette réponse est à l'origine d'interactions complexes avec la glace qui peuvent, elles aussi, conditionner pour une part la stabilité de la calotte. Toutes ces étroites relations nous amèneront à introduire une notion de dynamique propre au système Terre-glace.

1. Implications liées à la géométrie de l'accommodation

Sans chercher à savoir si l'équilibre isostatique est atteint ou pas, les configurations traitées dans ce paragraphe ne sont perçues que d'un point de vue géométrique en faisant abstraction du temps.

1.1. Impact sur le champ de température

L'affaissement isostatique sous le poids de la glace a pour première conséquence d'abaisser la calotte dans son ensemble. Du fait de l'existence d'un gradient thermique atmosphérique, la glace et plus particulièrement sa surface supérieure se trouve dans un champ de température différent de celui qu'elle subirait sans les effets de l'isostasie. Sous les plus grosses calottes au centre desquelles l'approximation d'une réponse locale reste raisonnable (chap. II, paragraphe 1.3), il faut s'attendre à un affaissement équilibré de l'ordre du kilomètre, aux endroits où l'épaisseur de glace peut dépasser les 3 500 m (intérieur du continent Antarctique par exemple). Des estimations de gradients thermiques atmosphériques font état d'une variation de 5.1 °C/km pour les 1500 premiers mètres puis de 14.3 °C/km au dessus (Huybrechts, 1992). Il apparaît cependant que ces valeurs ne seraient significatives que sur les bords de la calotte et s'avéreraient trop fortes pour le centre où la température est essentiellement contrôlée par le bilan radiatif. Néanmoins, la formule du gradient permet de se faire une idée de l'effet de la mobilité verticale sur la température et laisse entrevoir sous certaines configurations, des écarts de plusieurs degrés uniquement imputables à l'accommodation isostatique. Enfin il faut savoir que ces variations de température agissent à la fois sur le terme de précipitation et sur le terme d'ablation dans le bilan de masse à la surface d'une calotte glaciaire

1.1.1. conséquences sur le terme d'accumulation

La température contrôle la pression de vapeur saturante au dessus de la couche d'inversion, laquelle pression détermine la quantité d'eau qui précipite sous forme de neige en surface de calotte. Donc toute variation de température au niveau de cette couche d'inversion amène une variation du terme de précipitation. Si l'on appelle $Acc(T_0)$ l'accumulation pour une température T_0 au niveau de la couche d'inversion, la valeur $Acc(T)$ pour la température T peut être approximée par :

$$Acc(T) = Acc(T_0) \frac{T_0^2}{T^2} e^{22,47 \times 273,16 \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad (III-1)$$

Cette formulation (Lorius et al., 1985) représente l'impact d'une fluctuation de température d'ordre climatique par rapport à l'actuelle (T_0). Comme les fluctuations supposées intervenir dans cette formule sont du même ordre que celles liées à l'abaissement isostatique d'une calotte (quelques degrés), cette expression est toujours représentative dans le cas qui nous concerne. Le problème consiste alors à relier la température au niveau de la couche d'inversion à celle à la surface de la glace. Il semble qu'un consensus se dégage sur ce point pour dire qu'il existe une très forte corrélation entre la température à la surface de la glace et la température de formation de la précipitation. Jouzel et Merlivat (1984) proposent une relation linéaire entre les deux termes : $T_f = 0.67.T_s + 88.9$ où T_f et T_s représentent respectivement les températures de précipitation et de surface exprimées en °K.

En toute rigueur, le calcul correct de la précipitation supposerait l'utilisation d'un modèle de circulation atmosphérique générale. De tels modèles proposent un calcul beaucoup plus précis de la température (bilan radiatif), tiennent compte de la provenance et du cheminement des masses d'air ainsi que d'éventuels effets topographiques sur le processus de précipitation. Dans le cas qui nous préoccupe, les formulations empiriques précédentes, à défaut d'être exactes, permettent un rapide calcul et montrent au moins qualitativement les effets de la mobilité verticale sur le terme d'accumulation.

Par exemple, pour certains endroits sur le continent Antarctique qui culminent à 3500 m d'altitude au dessus de près de 4000 m de glace, l'effet isostatique, même s'il est exagéré par cette formulation simpliste, est assez considérable. Des indications provenant de modélisations numériques suggèrent pour ces régions une certaine stabilité du volume

glaciaire sur de grandes durées (Huybrechts, 1992), de telle sorte que l'équilibre isostatique peut y être considéré comme atteint (cf. résultats du couplage avec le modèle de Huybrechts, chap . VII). En supposant que sans l'isostasie l'épaisseur de glace serait restée à peu près la même, un calcul facile d'isostasie locale montre que si cette dernière n'avait pas agi, le sommet serait grossièrement 1 000 m plus haut. Sur les bases du gradient thermique le plus fort, cela suppose une baisse de température de surface de près de 14 °C soit à peu près 9 °C pour la température de précipitation. Cette variation appliquée à (III-1) en supposant une température moyenne de -50 °C à 3500 m donne une diminution de plus de moitié pour la précipitation. Bien que ces régions fassent l'objet d'un régime de précipitation faible (Vostok, station Russe au milieu du continent Antarctique est un véritable désert en ne recevant que l'équivalent de 3 cm d'eau par an), c'est avant tout la variation relative qui importe. Même si ce calcul exagère les effets de l'isostasie, une baisse de seulement 20 à 30% dans le régime de précipitation risque d'avoir des conséquences notoires sur le bilan de masse.

1.1.2. Conséquences sur le terme d'ablation, notion de ligne d'équilibre.

On entend ici par terme d'ablation uniquement la quantité de glace qui fond en surface (l'émission d'icebergs n'est pas considérée ici). Les fluctuations de température n'auront de conséquences sur l'ablation que si elles permettent des incursions suffisamment longues en régime positif. Pour certaines régions comme l'Antarctique le régime de température est si froid que la zone d'accumulation (même en tenant compte de l'affaissement isostatique) n'existe quasiment nulle part. Inversement, de par leur disposition géographique, certaines calottes sont soumises à des températures beaucoup plus clémentes permettant la fonte. Pour ces calottes, ce terme d'ablation entre en compétition avec celui d'accumulation et la prépondérance de l'un par rapport à l'autre définit deux zones géographiques, celle où l'accumulation domine (zone d'accumulation) et celle où c'est l'ablation (zone d'ablation).

La séparation de ces deux zones définit une ligne d'équilibre dont la position traduit la double dépendance en altitude et latitude de la température et de l'accumulation (figure III-1). D'une façon similaire aux isothermes, l'altitude de cette ligne augmente lorsque l'on se déplace des pôles vers l'équateur. Une façon simple de modéliser le bilan consiste, en chaque point de l'espace, à approximer la valeur du bilan en fonction de la seule différence d'altitude entre ce point et la ligne d'équilibre.

1.1.3. Impact de l'isostasie sur la ligne d'équilibre

Cette paramétrisation du bilan est en fait essentiellement empirique (de par la difficulté de rendre compte de la physique exacte du bilan de masse), mais permet cependant d'illustrer les effets de l'isostasie sur le bilan. La figure (III-1) montre l'importance de la prise en considération de la réponse isostatique sur la répartition des zones d'accumulation et d'ablation. Par le jeu de l'isostasie l'ensemble de la calotte est translaté (ce n'est pas une véritable translation) par rapport à cette ligne fixe, et l'intersection de la calotte avec le demi espace des bilans positifs s'amenuise réduisant ainsi la zone d'accumulation au profit des deux zones périphériques d'ablation. De cette façon, les points de la surface initialement en zone d'accumulation ont vu leur bilan diminuer et certains sont même passés en zone d'ablation.

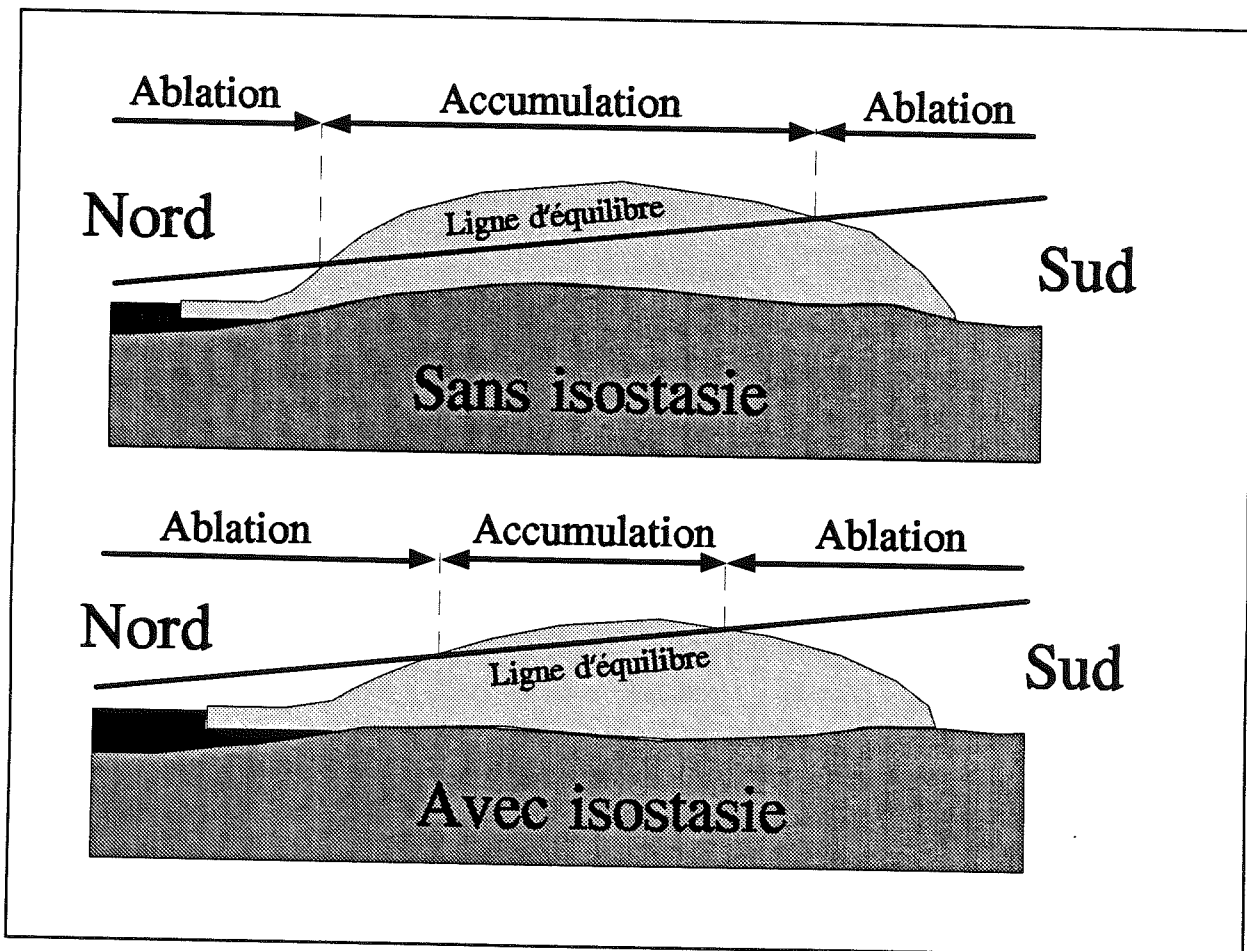


Figure III-1. : Rôle de la réponse isostatique dans la disposition spatiale d'une calotte glaciaire par rapport à sa ligne d'équilibre.

Oerlemans (1980) a proposé une paramétrisation simple du bilan en un point de la surface de la calotte en fonction de la différence d'altitude qui le sépare de la ligne d'équilibre

à son aplomb. Si l'on appelle D_h cette différence d'altitude, le bilan b en ce point s'exprime sous la forme : $b = a_1 D_h + a_2 D_h^2$, avec $a_1 = 0,73.10^{-3} \text{ an}^{-1}$ et $a_2 = 0,2710^{-6} \text{ m}^{-1}.\text{an}^{-1}$. Dans le cas d'un affaissement isostatique de 500 m, un point initialement à bilan nul sur l'intersection de la surface de glace avec la ligne d'équilibre verrait, après compensation, son bilan passer à -30 cm d'équivalent eau par an. Il est clair que dans la réalité, le temps que s'effectuent des réajustements isostatiques de cet ordre, la géométrie de la calotte risque fort d'évoluer. Ce calcul reste cependant intéressant car il montre la sensibilité du bilan de surface à l'altitude et par conséquent à la valeur de l'enfoncement isostatique. On saisit alors un des intérêts d'une modélisation la plus correcte possible de la géométrie de l'accommodation isostatique, surtout lorsque l'on sait que ce bilan conditionne pour une grande part l'évolution des calottes.

1.1.4. Autres effets de la température

Partant du principe que l'isostasie modifie le champ de température dans lequel baigne la glace, il faut s'attendre à de nombreux impacts sur tous les procédés dépendant de la température au niveau d'une calotte. Parmi eux, la rhéologie du matériau glace par exemple, lequel conditionne l'écoulement de la calotte et joue un rôle majeur dans son évolution. Par le fait de prendre l'isostasie en compte, les températures en surface de la glace seront différentes et pourront modifier partiellement le comportement rhéologique.

1.2. Les effets de la géométrie de déformation à proprement parler

1.2.1. Flambage lithosphérique et bourrelet asthénosphérique

La géométrie spécifique de l'accommodation isostatique sous une calotte glaciaire résulte de plusieurs phénomènes. Tout d'abord intervient le flambage caractéristique de la plaque lithosphérique responsable d'une régionalisation plus ou moins poussée suivant le type de charge (chap. II, paragraphe 1). L'asthénosphère joue elle aussi un rôle sur la géométrie de l'accommodation sous la forme d'un bourrelet périphérique. Ce bourrelet est une conséquence directe des phénomènes de fluage dans le fluide asthénosphérique. Sous l'effet de la pression exercée par la lithosphère au dessus, une dépression centrale se creuse par expulsion centrifuge de matériel mantélique. Celui-ci s'entasse alors à la périphérie où l'excès qu'il détermine est à l'origine d'un bourrelet. Cette structure est en partie transitoire dans la

mesure où, à terme, si la charge qui lui a donné naissance se maintient constante suffisamment longtemps (on tend alors vers un état stationnaire), ce bourrelet se résorbe en partie par diffusion de cet excès de matière vers des régions encore plus périphériques.

On pourra remarquer que le flambage d'une plaque rigide génère aussi un bourrelet (figure II-3) d'une hauteur maximale de 20 m dans le cas d'une calotte, et d'une pseudo longueur d'onde de l'ordre de 800 km (pour une lithosphère de 100 km d'épaisseur, voir traitement lithosphérique plus loin). Il interfère donc avec celui de l'asthénosphère, mais sans grandes conséquences à cause de la faiblesse de son amplitude dispersée sur une bien plus grande surface que dans le cas du bourrelet visqueux. Cette combinaison entre la régionalisation et le bourrelet joue essentiellement à la bordure et à la périphérie de la calotte, une région où la configuration géométrique peut s'avérer essentielle en cas de bordure marine.

1.2.2. Impact de la réponse isostatique sur la stabilité d'une calotte marine.

Lorsqu'une calotte glaciaire présente une bordure marine (si à la terminaison de la glace le substratum rocheux est sous le niveau de la mer), elle se prolonge généralement par une structure flottante appelée "ice shelf" (figure III-2). Ce n'est pas tant cette "langue" de glace qui importe, mais plutôt le lieu de la transition entre la calotte dite "posée" et la glace flottante, matérialisée par la ligne d'échouage (grounding line). Au niveau de cette ligne, la glace a une épaisseur H_r dont la valeur est le fruit d'interactions complexes entre la calotte posée et l'ice shelf qui flotte. Cette épaisseur étant donnée, il existe une profondeur d'eau $P_r = \rho_g / \rho_c H_r$ (différence entre la surface de la mer et l'altitude du plancher océanique) en deçà de laquelle la glace ne peut plus flotter librement et s'échoue (comme le ferait un bateau à trop fort tirant d'eau sur une zone de hauts fonds). Cette profondeur en accord avec la topographie du fond rocheux détermine donc la position de la ligne d'échouage et par conséquent la transition vers l'ice shelf.

En supposant (pour faciliter le raisonnement) que l'épaisseur H_r à la ligne d'échouage et la profondeur P_r restent constantes, il est facile de mettre en évidence les effets de l'isostasie sur la mobilité de la ligne d'échouage. En effet, dans le cas d'une modification de la bathymétrie, cette ligne doit migrer en accord avec la topographie basale pour retrouver la profondeur caractéristique P_r . Dans le cas de la figure III-2, l'affaissement du plancher

océanique oblige la ligne à migrer vers l'intérieur de la calotte. La glace qui ne peut désormais plus rester posée se met à flotter et devient assujettie au régime spécifique du shelf (contraintes, température). Cela se traduit par une déstabilisation et un amincissement général sous forme d'une décharge de glace dans le shelf qui fait l'objet de fortes vitesses horizontales et qui évacue sous forme d'icebergs. On notera que la constance de l'épaisseur H_r est loin d'être une règle absolue et que face à de grosses variations de configuration, elle a de fortes chances de varier. Ce raisonnement n'est donc à considérer que de manière qualitative, et seule une modélisation complète de la transition ice-shelf calotte (Huybrechts, 1990a,b) permet d'obtenir le déplacement de la ligne d'échouage en réponse à une mobilité du plancher océanique.

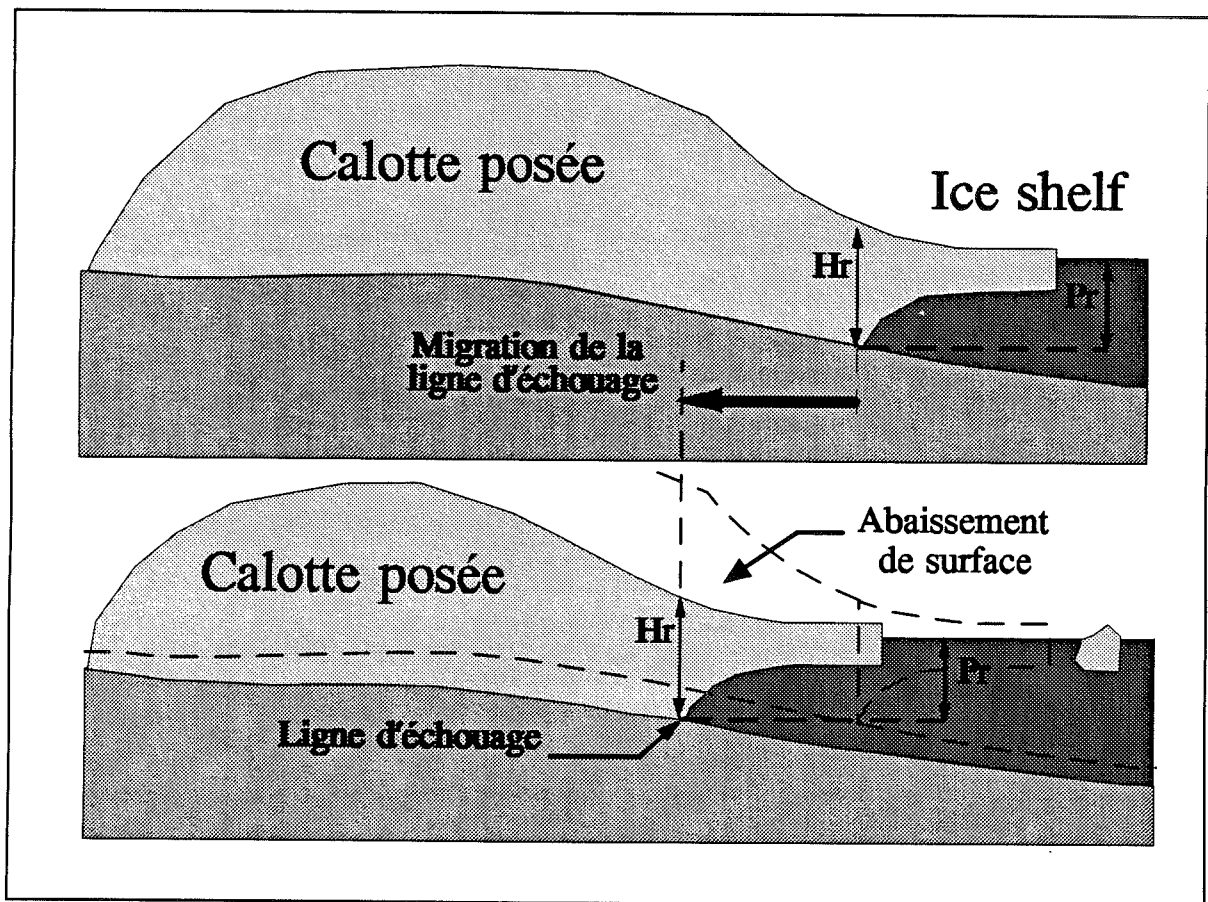


Figure III-2. : Migration de la ligne d'échouage en fonction de l'abaissement du plancher océanique. Cette migration déplace d'autant la transition calotte-shelf, déstabilisant ainsi un important volume de glace que la vitesse propre à un shelf permet ensuite d'évacuer.

C'est donc la profondeur P_r qui importe avant tout et qui fait du niveau moyen des mers un facteur de contrôle essentiel sur la stabilité des calottes. De la même façon cette

profondeur d'eau libre dépend aussi de l'évolution du socle, et si l'on se préoccupe des fluctuations eustatiques au mètre près il doit en être de même pour les fluctuations isostatiques. En effet, dans certaines configurations, la valeur de la pente fait qu'un déplacement horizontal du plancher océanique de seulement quelques dizaines de mètres peut entraîner une déstabilisation sur plusieurs centaines de kilomètres. Le phénomène peut aussi jouer en sens inverse où cette fois-ci l'ice shelf (300 à 400 m d'épaisseur) se transforme en calotte posée, avec des épaisseurs de glace beaucoup plus conséquentes (jusqu'à plus de 2 000 m). De pareilles déstabilisations de calottes en ice shelves peuvent avoir d'importantes conséquences en terme de volume total de glace, comme ce fut vraisemblablement le cas pour l'Antarctique de l'Ouest à la fin du dernier cycle climatique (Huybrechts, 1992).

Cette zone sensible de transition calotte-shelf se situe généralement à la périphérie de la dépression générale, là où le débordement d'affaissement lithosphérique régionalisé et le bourrelet asthénosphérique interfèrent parfois. On comprend alors l'intérêt de la qualité du rendu géométrique avec des modèles capables de rendre compte précisément de ces deux processus. Nous verrons que en plus de cette géométrie particulière, les caractéristiques chronologiques et notamment la non linéarité de cette réponse isostatique par rapport à la charge peuvent aussi avoir des effets retardés non négligeables.

1.2.3. rôle sur la géométrie et la dynamique du fluage pour la glace

Enfin, l'accommodation isostatique, de par la forme qu'elle donne au socle rocheux, joue en quelque sorte sur la géométrie d'ensemble de la calotte de glace. La forme ainsi acquise par le système socle calotte pourra influencer sur les orientations du fluage de la glace, avec une tendance à la convergence aux points bas et à la divergence aux points hauts (dômes). Cet effet de l'isostasie reste néanmoins assez négligeable dans la mesure où ces prédispositions du fluage sont avant tout le résultat de la topographie initiale (que l'isostasie ne modifie que légèrement) et de la localisation des centres d'englacement primitifs. Par contre, l'affaissement du socle sous le poids de la glace a pour conséquence de réduire la pente en surface de la calotte. Si la réponse isostatique est équilibrée ou proche de l'être (la majorité des cas), cette pente de surface se trouve alors réduite de presque un tiers. Comme le fluage de la glace relève de l'écoulement gravitaire et qu'il est de ce fait fonction de la pente de surface à la puissance 3 (en raison d'une loi rhéologique non linéaire pour la glace,

Duval (1976)), l'isostasie a pour principale conséquence de sérieusement diminuer l'écoulement de la glace (jusqu'à le réduire de plus de moitié). Un écoulement ainsi plus réduit a des conséquences sur la forme globale de la calotte en favorisant des épaisseurs plus fortes.

2. Implications liées à la chronologie de l'accommodation isostatique.

Il s'agit ici de voir quels peuvent être les effets en retour sur une calotte d'une réponse étalée dans le temps, ainsi que l'influence de la valeur du délai correspondant.

2.1. Expérience de Oerlemans

Une petite expérience de Oerlemans (1980) est assez édifiante de ce point de vue. A l'aide d'un modèle glaciologique simple couplé avec un modèle de réponse terrestre lui aussi très simple, Oerlemans étudie l'impact de l'isostasie sur l'évolution en temps du volume total de glace d'une calotte.

Le modèle utilisé postule une vitesse d'accommodation proportionnelle à l'écart à l'équilibre isostatique et inversement proportionnel à une constante de temps caractéristique τ (voir le paragraphe suivant sur les différents modèles). Cette constante représente le temps au bout duquel, sous l'effet d'une charge constante, l'accommodation est effectuée à 37%. Cette constante est donc le reflet direct de la plus ou moins grande vitesse de la réponse isostatique.

La figure (III-3) représente le volume d'une même calotte subissant un forçage climatique identique, mais pour laquelle la constante de temps caractéristique de la réponse terrestre diffère d'une courbe à l'autre. Ce forçage consiste en une translation méridienne et périodique de la ligne d'équilibre avec une période de 20 000 ans. Cette période caractéristique de l'orbite terrestre correspond à la précession des équinoxes. D'après la théorie de Milankovitch, le climat de la Terre est forcé par les variations d'insolation dictées par les périodes astronomiques (précession à 20 000 ans, obliquité à 40 000 ans et excentricité à 100 000 ans). On estime cependant que les variations d'insolation dues à l'excentricité sont trop faibles pour expliquer les cycles climatiques de 100 000 ans que l'on retrouve au niveau

de différents enregistrements (carottes marines et glaciaires). Cette période serait en fait le résultat d'une réaction non linéaire du système climatique au forçage significatif sur des périodes de 20 000 et 40 000 ans. Les calottes glaciaires, avec leur temps de réponse caractéristique seraient en grande partie à l'origine de cette non-linéarité.

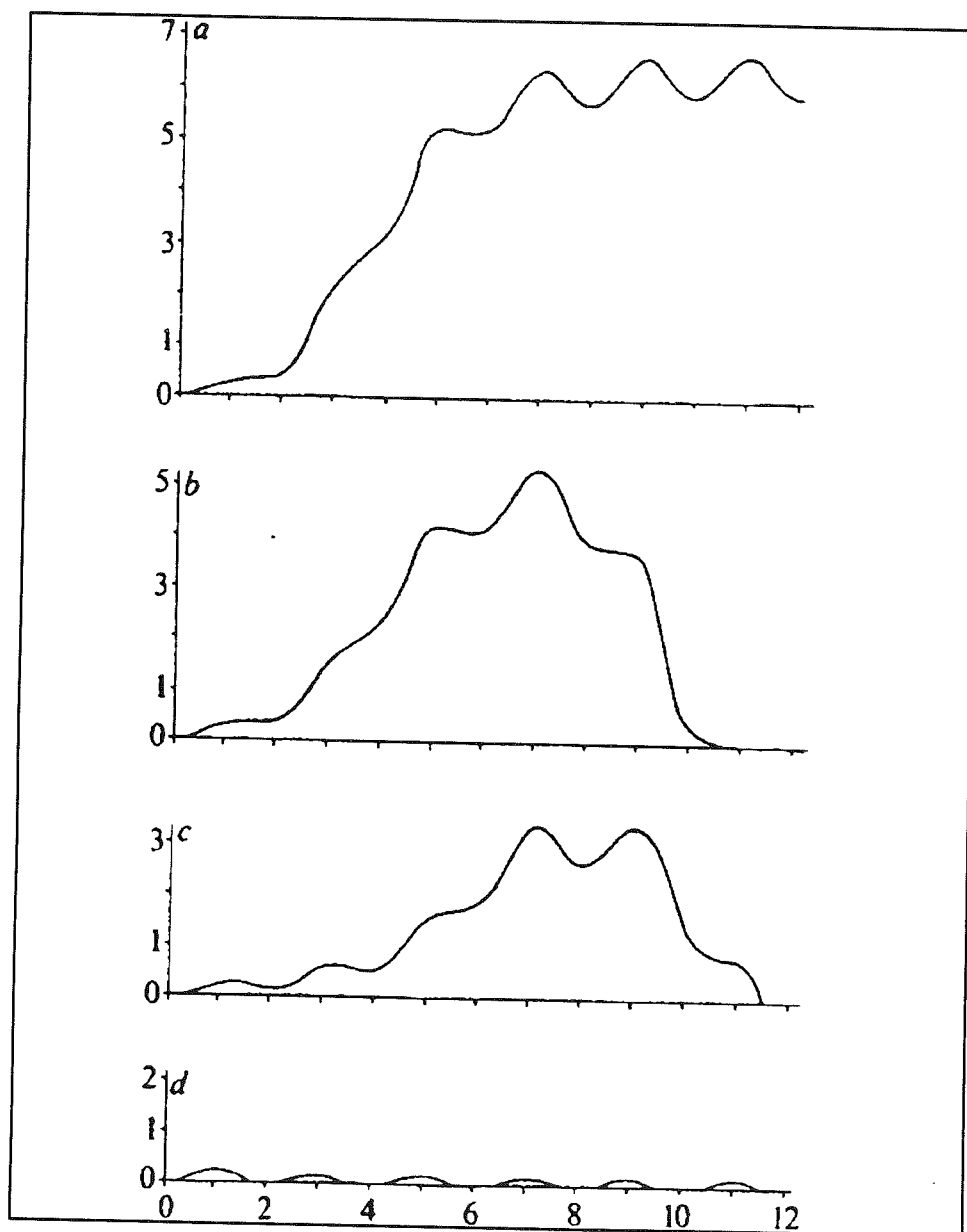


Figure III-3 : Evolution du volume total d'une calotte glaciaire en fonction de la constante de temps du modèle isostatique. Sont ici représentées en réalité les surfaces d'une section méridionale en milliards de m^2 (le volume total s'obtiendrait en multipliant par une largeur caractéristique de calotte de l'ordre de 2 000 km). L'axe horizontal représente le temps en dizaines de milliers d'années et les constantes de temps sont $\tau = \infty$ (a), $\tau = 30\ 000$ (b), $\tau = 10\ 000$ (c) et $\tau = 5\ 000$ (d). (D'après Oerlemans, 1980).

Sur la partie (a) de la figure la constante τ est supposée infinie, en d'autres termes, il n'y a pas de réponse isostatique. Sur les parties (b), (c) et (d), la constante de temps τ vaut respectivement 30 000, 10 000 et 5 000 ans. Il apparaît que non seulement l'absence d'isostasie mène à des résultats irréalistes (calotte permanente), mais que en plus, la chronologie qui la caractérise joue un grand rôle sur la vie d'une calotte.

Ces résultats s'expliquent assez naturellement surtout si l'on se réfère à une ligne d'équilibre prescrivant le bilan. En cas d'absence d'affaissement (a), le sommet de la calotte est maintenu artificiellement au dessus de la ligne d'équilibre et les fluctuations climatiques ne suffisent plus à résorber la calotte en fin de cycle. Inversement, une isostasie rapide (d) ramène rapidement la surface sous la ligne d'équilibre avant que la calotte n'ait eu le temps de développer une épaisseur suffisante de glace. Entre ces deux extrêmes, il apparaît que seules les constantes de 10 000 et 30 000 ans sont capables de reproduire le cycle sur 100 000 ans des calottes glaciaires de l'hémisphère Nord. Sans accorder trop de crédit aux valeurs de τ (du fait de la simplicité des modèles utilisés pour la Terre et la glace), cette petite étude montre cependant l'importance de la vitesse de réajustement isostatique sur le comportement d'une calotte. On retrouve entre autres la période de 100 000 ans caractéristique des calottes, sans pour autant que cette période ne soit significative au niveau du forçage orbital. Selon Oerlemans, cette période de 100 000 ans s'autogénère comme le résultat d'une combinaison spécifique entre la mobilité du socle et la rétroaction sur le bilan de masse. Il confirme par là l'idée de Weertman (1961) sur l'existence d'une dynamique propre au système Terre-glace.

2.2. Caractère transitoire des ice-shelves de l'Antarctique de l'Ouest.

Il existe une autre illustration frappante de l'impact de la chronologie spécifique de la réponse isostatique sur l'évolution d'une calotte. La non-linéarité de la réponse de la terre par rapport à la charge est à l'origine de configurations transitoires dans la géométrie de la déformation crustale. C'est notamment le cas pour ces régions de l'Antarctique de l'Ouest qui, lors du dernier maximum glaciaire, étaient surmontées d'épaisseurs de glace bien plus importantes qu'actuellement. La Terre s'est dans un premier temps affaissée de manière conséquente, et de la même façon que la Fennoscandie actuellement, le plancher se soulève toujours en réponse à la forte déglaciation qui a suivi (qui fut vraisemblablement plus tardive en Antarctique). Il s'en suit une différence entre la position d'équilibre que suppose la

distribution actuelle de glace et celle réellement observée. Cette déviation par rapport à l'état stationnaire (figure III-4) représente les déplacements à venir dans le futur si la configuration en surface reste la même et atteste du caractère transitoire de la position actuelle. On peut remarquer que les rehaussements les plus importants sont à attendre au dessus des deux principaux ice-shelves de l'antarctique avec 100 m au dessous du shelf de Ross et jusqu'à 300 m au dessous de celui de Ronne-Filchner (voir chap. VII).

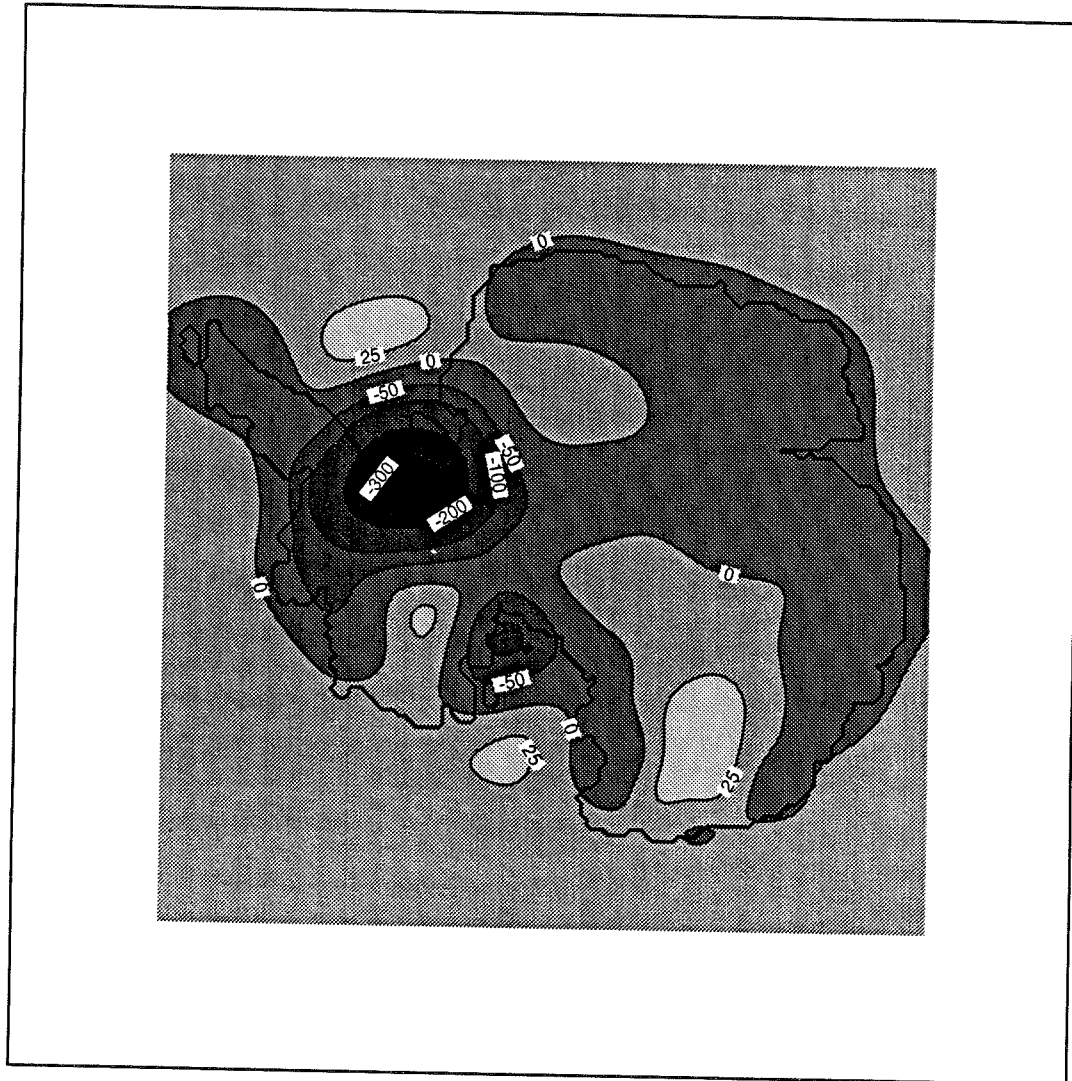


Figure III-4 : Déviation en mètres de la configuration actuelle du socle rocheux par rapport à celle de l'état stationnaire en Antarctique. Cette configuration de l'état stationnaire représente la réponse isostatique équilibrée qui correspondrait à l'état de charge d'aujourd'hui (dicté par les épaisseur de glace actuelles). (D'après une modélisation de Le Meur et Huybrechts, 1995)

On a donc affaire à des configurations semblables à celles décrites dans la figure III-2 où la remontée à venir du plancher océanique risque de faire migrer le shelf vers l'extérieur et permettre son remplacement par de la glace posée. Le cas du Ronne-Filchner shelf est encore plus critique de par le fait que sous la majeure partie de sa surface, la profondeur d'eau libre sous la glace est largement inférieure au rebond nécessaire au retour à l'état stationnaire. Qui plus est, la bathymétrie est telle que le plancher océanique remonte globalement de la ligne d'échouage vers la bordure libre de la glace où il n'est plus que 50 m sous la base du shelf. Cela signifie que dès que le plancher aura remonté de cette distance, la glace "s'échouera", créant un point d'ancrage (pinning point) qui stabilisera le shelf et facilitera d'autant mieux sa transformation en calotte continentale.

En d'autres termes, le Ronne Filchner serait une structure entièrement transitoire amenée à disparaître à terme. C'est une façon pour la calotte de répondre de manière non linéaire à la sollicitation du socle rocheux. D'après une modélisation des taux de remontée actuelle en Antarctique (Chap. VII d'après Le Meur et Huybrechts, 1995) la vitesse à la bordure libre est de l'ordre de quelques cm/an, ce qui, s'il on en croit ces résultats, accorderait un sursis de quelques milliers d'années au shelf de Ronne Filchner.

3. Notion de dynamique Terre-glace, importance de la modélisation.

Toutes ces considérations confirment la notion d'une dynamique Terre-glace propre aux calottes glaciaires. Si ces calottes sont à l'origine d'une réponse de la Terre, cet affaissement joue en retour sur la glace. Celle-ci répond même souvent de façon non linéaire à ces sollicitations du socle, ce qui explique la complexité de cette dynamique. Cela pourrait peut-être aussi expliquer l'émergence d'une période caractéristique de 100 000 ans propre aux calottes glaciaires, période que l'on ne trouve dans aucun des facteurs extérieurs susceptibles de forcer le système (paramètres orbitaux d'insolation).

L'importance de la prise en considération de l'isostasie dans la modélisation des calottes glaciaires n'est donc plus à démontrer. On peut même dire que le cas des calottes de glace requiert des modèles à la fois performants dans la retranscription de la géométrie, mais aussi dans la restitution de comportements en temps très spécifiques. Ces exigences servent de base dans le choix des paramétrisations appropriées au contexte glaciaire.

4. Les différents traitements de l'isostasie dans les modèles glaciologiques

Malgré son importance indéniable, il apparaît que l'isostasie ne bénéficie pas toujours d'un traitement approprié dans la modélisation des calottes glaciaires. Il est vrai que ce traitement fait appel à des notions différentes de celles touchant à la glace à proprement parler. Cela se traduit par un manque d'intérêt dans beaucoup des cas, et la peur de s'engager dans des modèles complexes expliquerait l'utilisation de paramétrisations souvent sommaires.

4.1. Critères de classification

On peut classer ces différentes paramétrisations suivant la façon dont elles traitent les deux notions fondamentales de la réponse isostatique que sont le rendu géométrique et la chronologie spécifique.

4.1.1. Géométrie de l'accommodation

Le rendu géométrique dépendra essentiellement de la prise en considération ou non de la régionalisation liée à la rigidité lithosphérique. De ce point de vue, il existera deux catégories de modèles : les locaux (abstraction du caractère rigide de la lithosphère) et les régionaux (traitement du flambage d'une plaque rigide)

4.1.2. Chronologie de l'accommodation

Pour ce qui est de la chronologie, les modèles évolutifs tiennent en général toujours compte du comportement en temps de la réponse isostatique. L'approximation de l'état stationnaire n'est éventuellement envisagée que dans certaines représentations figées d'une géométrie à date fixe. Mais ces représentations ne constituent qu'une faible partie des modèles, et les simulations à caractère climatique utilisent essentiellement des modèles évolutifs. Pour ces modèles existent aussi deux façons d'opérer. Soit le délai dans la réponse asthénosphérique

est simplement représenté par une exponentielle décroissante du temps, soit le champ de déplacement du fluide asthénosphérique est calculé pour ensuite permettre d'appliquer le principe de conservation de la masse et arriver ainsi à une équation de diffusion.

4.1.3. Autres critères

Il existe aussi des modèles où cette dissociation géométrie-chronologie n'apparaît pas, du fait de leur philosophie "unitaire". Ces modèles reproduisent dans un premier temps la réponse à une sollicitation unitaire en temps et en espace (impulsive). Puis la retranscription de la réponse à une charge réelle se fait par convolution (en temps et en espace) de cette réponse impulsive avec la distribution spatio-temporelle qui caractérise cette charge. L'approche sphérique et la rhéologie complexe utilisées dans ces modèles sont aussi d'autres raisons qui rendent indissociables ces deux notions. C'est à cette catégorie qu'appartient le modèle développé dans cette étude. Son couplage avec un modèle tridimensionnel de calotte glaciaire ainsi que la comparaison de ses résultats avec les paramétrisations plus classiques (décrites ci-dessous) feront l'objet du chapitre VII.

On peut enfin citer le groupe spécial des modèles de Airy (voir chapitre I), Pratt et Veinig-Menezs qui font tous abstraction du temps en supposant systématiquement l'équilibre isostatique. Ces modèles figurent parmi les plus anciens et ne permettent guère que d'expliquer l'accommodation isostatique sous les reliefs terrestres.

4.2. Traitement de la lithosphère.

4.2.1. Modèles "locaux"

Dans les modèles que nous qualifierons dorénavant de locaux, nous traduirons le fait que la rigidité lithosphérique est ignorée dans sa contribution à la régionalisation de la réponse. Cela revient généralement à ignorer purement et simplement la lithosphère dans la mesure où les conséquences du flambage rigide de plaque sont les principaux effets géométriques qui lui sont imputables. Une élasticité réversible à la compression lors de la mise en charge peut cependant lui être créditée et peut générer des déplacements supplémentaires qui ne sont généralement pas pris en compte. Donc, dans la majorité des cas,

la lithosphère est assimilée à un intermédiaire passif qui transmet intégralement et localement à l'asthénosphère les contraintes imposées par la charge. La position d'équilibre peut alors se calculer de manière très simple dans la mesure où elle ne dépend que de la seule valeur de la charge au point considéré. En effet, en appliquant le principe hydrostatique dans le fluide asthénosphérique, la position d'équilibre s'obtient à partir du seul rapport de densité entre la charge et l'asthénosphère pondéré par l'épaisseur de la charge en ce point (chap. II). En d'autres termes, une fois le profil de charge prescrit en surface, il devient très simple de déterminer le profil correspondant de la déflexion équilibrée dans l'asthénosphère par une simple homothétie de facteur égal au rapport des densités.

Même s'il ne traite pas vraiment de charges "allochtones" en surface comme avec une calotte glaciaire (il considère plutôt des épaissements crustaux), le modèle de Airy est une représentation intéressante du caractère local de l'accommodation isostatique (voir chapitres I et II). En effet, le fait de découper la lithosphère en blocs séparés se comportant indépendamment les uns des autres revient à négliger son caractère rigide. Plus le découpage est fin, plus la réponse permet de rendre compte de variations géographiques très locales de la charge de telle sorte que le filtre lithosphérique n'agit plus. En poussant le découpage à l'extrême, on fait du profil d'accommodation (supposé d'emblée équilibré) l'exact reflet du profil de la charge (de l'épaissement crustal en l'occurrence), comme dans le cas de l'homothétie.

4.2.2 Flambage rigide de la lithosphère

α) Principe.

Tout modèle incorporant le traitement rigide de la lithosphère sera considéré comme régional. Le flambage d'une plaque rigide est un processus linéaire par rapport à la charge comme le montre l'équation à coefficients constants qui régit le procédé (Brotchie et Silvester, 1969) :

$$D\nabla^4 w + \frac{EH}{R^2} w + \rho_a g w = q \quad \text{(III-2)}$$

Cette équation diffère un peu de celle déjà présentée au chapitre II en ce sens qu'elle

incorpore la contribution d'un moment lié à la sphéricité de la Terre. Ce moment est proportionnel à l'affaissement w et au terme EH/R^2 . Compte tenu des valeurs respectives du module de Young E , de l'épaisseur H pour la lithosphère (nous supposons 100 km) et du rayon terrestre R , ce terme vaut $8,35.10^{10} \times 1.10^5 / (6,371.10^6)^2$ soit à peu près 200 N. m^{-3} . Dans le cas du flambage de la lithosphère, ce moment peut être négligé face à la force de flottaison proportionnelle à $\rho_a g$ soit $33\,700 \text{ N.m}^{-3}$ si bien que l'équation (III-2) peut alors être considérée dans sa version simplifiée présentée au chapitre II.

Le caractère régional est très rapidement mis en évidence par la forme de la solution dans le cas d'une charge ponctuelle q en $x = 0$. En effet, l'affaissement est fonction de la distance (normalisée) à la charge et ne se cantonne pas au seul point $x = 0$ comme le montre l'expression de $w(x)$:

$$w(x) = \frac{q}{2\pi \sqrt{D\rho_a g}} kei(x) \quad \text{(III-3)}$$

où les conventions sont les mêmes que pour le chapitre II. Le coefficient D représente la rigidité de la plaque et dépend étroitement de l'épaisseur de celle-ci. Il s'exprime en effet par :

$$D = \frac{EH^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{(III-4)}$$

où ν représente le coefficient de Poisson et où l'épaisseur lithosphérique intervient à la puissance 3. Dans le cas d'une lithosphère de 100 km d'épaisseur et en prenant la valeur communément admise de 0.25 pour ν , on obtient une rigidité flexurale de $7,42.10^{24} \text{ N.m}^{-1}$.

L'effet de cette rigidité sur la régionalisation s'exprime par la distance normalisée $x = r/L_r$, avec r la distance réelle à la charge et L_r une sorte de rayon d'action proportionnel à $D^{1/4}$ selon :

$$L_r = \left(\frac{D}{\rho_a g} \right)^{1/4} \quad \text{(III-5)}$$

D'après (III-3) et d'après cette expression pour L_r , il apparaît que plus cette rigidité est forte, plus les effets de la déflexion se répercutent loin (la distance réelle étant $L_r \cdot x$), et plus la

valeur sera par contre atténuée (dépendance en $D^{-1/2}$ dans III-3). On retrouve au passage que la régionalisation respecte de la sorte la constance des volumes de fluide déplacés par rapport au cas local (voir chapitre II). Les valeurs de la fonction de Kelvin font que la déflexion est effective sur une distance de 4 fois L_r à partir de la charge, ce qui dans le cas présent représente une distance d'à peu près 500 km.

β) Régionalisation par sommation des effets distants

Du fait de la linéarité du processus de flambage d'une plaque, la déflexion résultant d'une sollicitation réelle (calotte glaciaire) peut être obtenue par sommation des effets des charges élémentaires issues de la discrétisation des épaisseurs de glace. Ainsi, en chacun des points du domaine, l'enfoncement résulte de la contribution de la charge qui prévaut en ce point, ajoutée à toutes celles des charges situées à moins de 500 km (et pondérées par la distance à laquelle se trouvent ces charges). Avec les capacités de calcul actuellement disponibles, ce genre d'opération ne représente plus de difficultés majeures, ce qui fait que les modèles régionaux sont de plus en plus fréquents en glaciologie (voir tableau III-1)

γ) Le problème de l'épaisseur lithosphérique.

Comme la rigidité d'une plaque dépend de son épaisseur à la puissance trois (III-4) il faut s'attendre à des différences notoires dans la régionalisation de la réponse isostatique suivant l'épaisseur que l'on considère pour la lithosphère. Deux problèmes se posent alors.

Il s'agit tout d'abord pour une région donnée d'estimer correctement quelle peut être cette épaisseur. Des indications de nature géologique, la confrontation de résultats de modèles de flambage de plaques avec les données (lorsqu'elles sont disponibles), ainsi que des inversions de modèles isostatiques complets en zone de rebond postglaciaire concordent globalement sur une valeur moyenne aux alentours de 100 km. On relève cependant une forte variabilité autour de cette valeur suivant le contexte géodynamique. Le domaine océanique ainsi que certaines régions volcaniques ou de rift en domaine continental font l'objet d'une remontée asthénosphérique qui réduit d'autant l'épaisseur lithosphérique. Inversement, les domaines cratoniques (Fennoscandie, Amérique du Nord) figureraient parmi les endroits où la lithosphère est la plus épaisse. Le problème consiste donc, dans un premier temps, à

estimer le "contexte géodynamique" dans lequel se situe la zone d'intérêt pour permettre de déterminer la valeur d'épaisseur la plus vraisemblable.

Ensuite, du fait de l'extension géographique considérable de certaines calottes glaciaires (l'Antarctique a la taille d'un véritable continent avec une superficie de 30 fois la France), l'uniformité de l'épaisseur lithosphérique n'est plus systématique. Par exemple, entre l'Antarctique de l'Est et l'Antarctique de l'Ouest, on suspecte une variation d'épaisseur d'un facteur 5 environ au niveau de la chaîne Transantarctique. Cela suppose une rigidité D réduite de plus de deux ordres de grandeur et un rayon d'action matérialisant la régionalisation réduit d'un facteur de plus de 3. Stern et Brink, (1989) supposent même une séparation entre les deux plaques lithosphériques avec des bordures libres, affirmation qui, si elle se confirmait, nécessiterait une modélisation séparée des deux plaques.

4.3. Traitement du fluage asthénosphérique

A partir du moment où la déflexion lithosphérique équilibrée en accord avec la charge est prescrite (suivant l'une ou l'autre des approches décrites ci-dessus), il s'agit maintenant de déterminer comment l'asthénosphère va ensuite faire tendre la réponse vers cet équilibre. Quelle que soit la paramétrisation utilisée, le moteur de la mobilité asthénosphérique sera proportionnel à l'écart entre la position du moment et la position d'équilibre.

4.3.1 La paramétrisation à constante de temps (modèles relaxés)

α) Principe

Cette paramétrisation est essentiellement empirique. Elle cherche à reproduire le délai de la réponse asthénosphérique à une sollicitation à l'aide d'une constante de temps caractéristique τ . Le postulat à la base consiste à supposer une vitesse d'accommodation proportionnelle à l'écart à l'équilibre et inversement proportionnelle à cette constante de temps. On pourra qualifier de modèles relaxés l'ensemble des modèles utilisant ce principe.

β) Protocole

Supposons l'asthénosphère caractérisée par cette période τ , surmontée d'une lithosphère elle-même chargée en surface. Dans un premier temps l'équilibre isostatique est d'emblée supposé atteint, c'est à dire que l'on suppose que l'asthénosphère accommode instantanément. Le profil lithosphérique w_{eq} correspondant est alors calculé de manière locale ou régionale suivant le modèle. A partir de là, par différence avec le profil du moment w , on obtient l'écart à l'équilibre ($w_{eq} - w$). En orientant l'axe vertical vers le bas (affaissements w positifs), la vitesse d'ajustement s'obtient en posant :

$$\frac{dw}{dt} = \frac{1}{\tau} (w_{eq} - w) \quad \text{(III-6)}$$

On retrouve la même équation différentielle du premier ordre en w que dans la deuxième partie du chapitre II (du moins la même équation homogène). Cependant la paramétrisation utilisée par la majorité des glaciologues reste empirique, à la différence de celle du second chapitre, dans la mesure où la constante τ est souvent calée en vue de reproduire des données sur le rebond glaciaire (Fennoscandie) sous la forme de tests de sensibilité. Inversement, la paramétrisation basée sur la mécanique des fluides donne une valeur "physique" à cette constante τ en fonction de la longueur d'onde caractéristique de la charge et surtout de la viscosité de l'asthénosphère (II-15).

A ce stade, les différents modèles se distinguent suivant que w_{eq} soit modélisé comme local ou comme régional.

γ) Modèle relaxé et local

Dans le cas du modèle relaxé local, w_{eq} s'obtient directement en tous points du domaine à partir de l'épaisseur de glace multipliée par le rapport de densités. Si l'on appelle h cette épaisseur de glace, ρ_a et ρ_g les densités respectives de l'asthénosphère et de la glace, w_{eq} vaut $\rho_g/\rho_a h$, et (III-6) s'écrit :

$$\frac{dw}{dt} + \frac{1}{\tau} w = \frac{1}{\tau} \frac{\rho_g}{\rho_a} h \quad \text{(III-7)}$$

L'équation homogène se résoud facilement pour donner une solution générale de la forme :

$$w(t) = w_0 e^{\frac{-t}{\tau}} \quad \text{(III-8)}$$

Se pose ensuite le problème d'une solution particulière. Dans des cas simples comme l'exemple du chapitre II, la charge peut admettre une forme analytique simple qui se retrouve dans le second membre de (III-7). A partir de là il est possible de trouver une combinaison simple qui soit solution particulière de (III-7) et qui permette d'exprimer la solution générale de manière identique sous forme analytique comme en (II-16).

Inversement, dans le cas de charge de type glaciaire, il n'existe généralement pas de forme analytique décrivant l'évolution en temps de l'épaisseur h de glace. La résolution suppose alors une discrétisation en pas de temps suffisamment courts pour que l'approximation d'une charge constante durant cette période reste correcte. Dans les modèles glaciologiques, ce pas de temps est généralement le même ou un multiple de celui utilisé pour la modélisation de la glace (de l'ordre de la dizaine d'années).

En supposant qu'entre les dates t_i et t_{i+1} l'épaisseur glaciaire puisse être estimée par h_i , la solution particulière $w = \rho_g/\rho_a h_i$ vérifie (III-7) et la solution générale prend la forme :

$$w(t) = w_0 e^{\frac{-(t-t_i)}{\tau}} + \frac{\rho_g}{\rho_a} h_i \quad \text{(III-9)}$$

L'application de la condition à la limite qui veut que quand $t = t_i$ $w = w_i$ impose pour $w(t)$:

$$w(t) = \frac{\rho_g}{\rho_a} h_i + (w_i - \frac{\rho_g}{\rho_a} h_i) e^{\frac{-(t-t_i)}{\tau}} \quad \text{(III-10)}$$

Au bout du temps $t = t_{i+1}$ on obtient la déflection w_{i+1} qui servira de base à la prochaine itération. Ainsi de proche en proche, il est possible de calculer de la sorte l'affaissement tout au long de la simulation.

Si à partir du temps t_i , la charge reste indéfiniment constante et égale à h_i , on voit que quand t tend vers $+\infty$, $w(t)$ tend vers la position d'équilibre $\rho_g/\rho_a h_i$ et que au bout du temps

τ ($t-t_i = \tau$) l'écart à l'équilibre ($\rho_g/\rho_a h_i - w_i$) est comblé à 37%.

Le modèle relaxé local apparaît comme le plus simple d'utilisation, sûrement la principale raison qui puisse motiver son choix (cf. tableau III-1). Malgré une déficience évidente dans la qualité du rendu géométrique liée à la réponse locale, il n'en reste pas moins capable de rendre compte assez correctement de la dynamique glaciaire comme l'a montré l'étude de Oerlemans décrite précédemment. En effet, même si la constante est déterminée empiriquement (ce que fait du reste Oerlemans), ce modèle est capable de bien rendre compte de la réponse étalée dans le temps due à la très forte viscosité asthénosphérique (Le Meur et Huybrechts, 1995).

Le problème majeur réside dans le calage correct de la constante de temps caractéristique et dans le fait que celle-ci soit indépendante de la taille de la charge. Ce même modèle approché de manière plus physique (cf. second chapitre) montre une très nette dépendance de cette constante par rapport à la longueur d'onde de la sollicitation. Nous verrons plus loin que cette dépendance reflète une réalité, même si elle n'est peut-être pas aussi simple qu'une proportionnalité inverse.

Ce modèle nécessiterait deux améliorations notables. La première consisterait en l'incorporation du traitement lithosphérique permettant de rendre compte de la régionalisation. Cette opération est d'autant plus facile qu'elle ne pose plus guère de problèmes d'ordre technique (calculateurs de plus en plus rapides et performants) ou de codage informatique (fonctions de Kelvin tabulées). La seconde permettrait d'améliorer le comportement en temps en tenant compte de la dépendance de la constante de temps par rapport à la longueur d'onde. Ainsi à partir d'une décomposition en harmoniques de la charge, harmoniques pour chacune desquelles existerait une constante propre, il devrait être possible de mieux rendre compte de la dynamique spécifique générée par une calotte glaciaire.

δ) Modèle relaxé et régional.

Il s'agit d'une version améliorée du modèle précédent dans le sens où la géométrie est beaucoup plus réaliste (tient compte de la régionalisation). Une étude comparée des différents modèles isostatiques (Le Meur et Huybrechts, 1995) montre que cette paramétrisation somme

toute assez simple, rivalise avec les modèles qui se veulent plus performants (performance souvent acquise au prix d'une sophistication extrême). Ce modèle semble d'un excellent rapport qualité -prix mais ne semble pas susciter les faveurs des modélisateurs de calottes qui lui préfèrent les modèles diffusifs pourtant bien plus critiquables.

Ce modèle utilise donc les mêmes équations que le précédent si ce n'est que w_{eq} n'est plus donné par l'hydrostatique mais par la solution de l'équation de flambage d'une plaque rigide. Cependant, dans le cas d'une calotte glaciaire, la discrétisation en temps de la charge peut se faire sur le même principe que précédemment, pour en chaque point et à chaque pas de temps définir un écart à l'équilibre $w_{eq} - w(t)$. On retrouve ainsi une solution analogue à (III-10) dans laquelle $\rho_g/\rho_a h_i$ est remplacé par un terme d'affaissement lithosphérique w_{eq} qu'il est nécessaire de recalculer à chaque itération selon (III-3).

4.3.2. L'équation de diffusion dans l'asthénosphère (modèles diffusifs)

α) *Principe*

La seconde façon de rendre compte de la dynamique asthénosphérique consiste à établir le champ de vitesse du fluide pour appliquer ensuite le principe de conservation de la masse qui se matérialise sous la forme d'une équation de diffusion (Oerlemans and Van der Veen, 1984). Dans la détermination du champ de vitesse cette approche ressemble quelque peu à celle décrite dans le chapitre II mis à part quelques approximations sur ce champ de vitesse.

Tout d'abord, seule la composante horizontale u du vecteur vitesse est prise en compte. On suppose en effet que l'ajustement isostatique se fait essentiellement sous la forme d'une expulsion centrifuge selon x du matériel mantélique avec des déplacements verticaux selon y négligeables. Ensuite, du fait de l'extension géographique du transport horizontal (souvent de plusieurs milliers de km dans le cas des grosses calottes), le gradient de la composante horizontale $\partial u/\partial x$ de la vitesse est lui aussi négligé. En considérant l'expression des

contraintes visqueuses dans un fluide Newtonien isotrope de viscosité dynamique η , on obtient pour ces contraintes :

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{car } \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \tau_{yy} &= 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{car } v = 0 \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{car } v = 0\end{aligned}\tag{III-11}$$

L'expression des forces en deux dimensions sur une surface élémentaire montre que la contribution visqueuse $d\tau_x$ selon x s'écrit :

$$d\tau_x = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\tag{III-12}$$

soit finalement avec ces approximations :

$$d\tau_x = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\tag{III-13}$$

Un même raisonnement sur la même surface élémentaire permet d'obtenir cette fois-ci la résultante des force de pression totale suivant x soit $-\partial P/\partial x$ (Turcotte et Schubert, 1982 page 241). La pression totale P et la pression dynamique p (à l'origine de la mobilité du fluide) ne différant que par le terme lithostatique $P_l = \rho gy$, ce gradient de pression totale est le même que le gradient de pression dynamique qui peut s'écrire $\partial(p-P_l)/\partial x$. En additionnant les effets des forces visqueuses et des forces de pression, et en supposant le terme d'accélération négligeable du fait des faibles vitesses auxquelles on a affaire, on obtient finalement une équation du mouvement sous la forme :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial (P - P_l)}{\partial x}\tag{III-14}$$

En supposant faible l'affaissement w dans l'asthénosphère, la condition aux limites de non-glissement en base de lithosphère ($y = w$) peut être ramenée en $y = 0$. D'autre part, la seconde condition qui constitue une des hypothèses majeures de ce modèle exprime qu'au delà d'une

certaine profondeur H_1 dans l'asthénosphère, les effets de la sollicitation de surface ne se font plus sentir. Ces deux conditions peuvent se résumer par : $u|_{y=0} = 0$ et $\partial u / \partial y|_{y=H_1} = 0$. En intégrant (III-14) deux fois par rapport à y et en tenant compte de ces deux conditions, on obtient le profil vertical de la composante horizontale de la vitesse :

$$u(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial(P-P_1)}{\partial x} (y^2 - 2H_1 y) \quad \text{(III-15)}$$

Si l'on appelle w_0 la déflexion correspondant à l'état non perturbé pour lequel la pression est réduite à la pression lithostatique P_1 , w la position courante de l'affaissement et w_{eq} l'affaissement lithosphérique équilibré consécutif à la mise en charge (voir figure III-5), le gradient de pression dynamique peut s'écrire :

$$\frac{\partial(P - P_1)}{\partial x} = \rho_a g \frac{\partial(w_0 + w_{eq} - w)}{\partial x} \quad \text{(III-16)}$$

avec ρ_a la masse volumique asthénosphérique et $(w_0 + w_{eq} - w)$ représentant l'écart à l'équilibre. Tout ceci nous permet enfin d'obtenir le profil vertical de la composante horizontale de la vitesse du fluide de la base de la lithosphère jusqu'à la profondeur H_1 dans l'asthénosphère sous la forme :

$$u(y) = \frac{\rho_a g}{2\eta} (y^2 - 2H_1 y) \frac{\partial(w_0 + w_{eq} - w)}{\partial x} \quad \text{(III-17)}$$

En considérant maintenant une colonne verticale allant de la profondeur H_1 à la base de la lithosphère ayant pour base l'unité d'aire, l'application de la conservation de la masse permet d'égaliser le volume de fluide chassé par l'enfoncement w au gradient du flux horizontal de matière (flèches épaisses sur la figure III-5). En calculant le flux horizontal par une intégration verticale du terme de vitesse u de la profondeur $y = H_1$ à $y = 0$ (au lieu de $y = w$, pour les raisons déjà invoquées), l'égalité des flux permet d'écrire :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{H_1} u dy = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\rho_a g H_1^3}{3\eta} \frac{\partial}{\partial x} (w_0 + w_{eq} - w) \quad \text{(III-18)}$$

On arrive finalement à une équation de diffusion en w , qui lorsque l'on individualise un coefficient de diffusion D_a , se condense sous la forme :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2}{\partial x^2} (w_0 + w_{eq} - w) \quad \text{avec} \quad D_a = \frac{\rho_a g H_l^3}{3\eta} \quad \text{(III-19)}$$

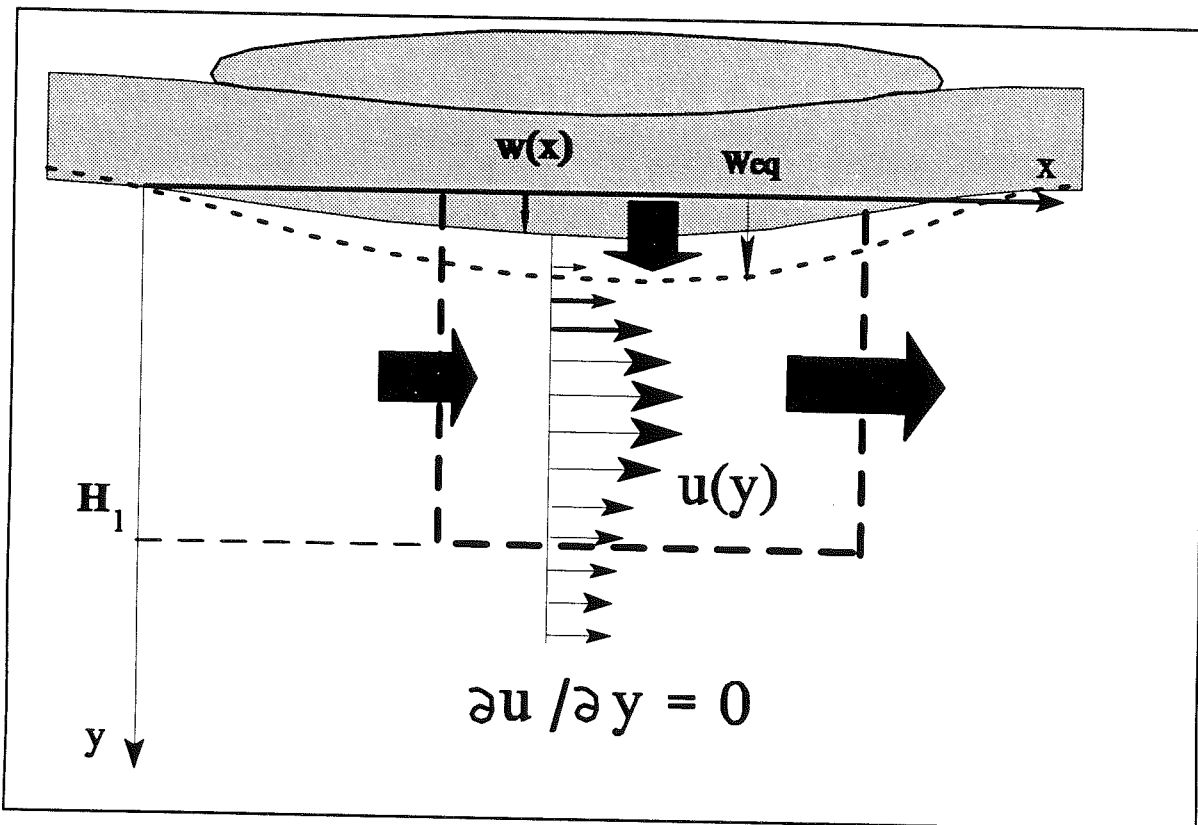


Figure III-5 : Champ de vitesse horizontale dans l'asthénosphère en fonction de la sollicitation lithosphérique. L'état non perturbé pour lequel la pression est réduite à la pression lithostatique P_l pourrait par exemple correspondre à un affaissement w_0 nul quel que soit x (l'interface lithosphère-asthénosphère serait alors représentée par l'axe des x). Les grosses flèches représentent les flux qui traversent la colonne fictive que l'on définit pour illustrer la conservation de la masse qui permet l'établissement de l'équation de diffusion.

Avant même d'analyser les résultats que peuvent donner cette approche diffusive (voir l'étude comparée, chapitre VII), il est déjà possible de pointer une ambiguïté dans cette façon d'introduire la méthode (Oerlamans et Van der Veen, 1984). Cette ambiguïté porte sur la prescription de la deuxième condition aux limites dans le manteau profond pour le terme de

vitesse horizontale. Plutôt que de se fier à la profondeur H_1 à laquelle le gradient vertical devient négligeable, il semblerait logique de considérer la profondeur où ce terme de vitesse plutôt que son gradient s'annule, d'autant que cela ne représente aucune difficulté supplémentaire. Cela permettrait ensuite d'appliquer le principe de conservation de la masse sur l'ensemble de la profondeur où le flux horizontal est effectif et non sur la seule partie où il présente un gradient vertical. En effet, il semble plus réaliste de considérer la limite des effets de l'isostasie à partir de la profondeur où le terme de vitesse horizontale s'annule plutôt que celle à partir de laquelle son gradient s'annule.

Si maintenant on intègre (III-14) avec cette nouvelle condition à la profondeur que nous appellerons H'_1 , la dépendance en y du terme de vitesse reste très similaire à celle dans (III-15) puisqu'elle s'écrit $(y^2 - H_1 y)$ au lieu de $(y^2 - 2H_1 y)$. Concrètement l'équation de diffusion à laquelle on arrive ne change pas si ce n'est que dans le coefficient de diffusion H_1 doit être remplacé par $H'_1 / 2$. Enfin, comme cette profondeur est arbitraire et que le coefficient de diffusion D_a est déterminé empiriquement, cette modification ne change en rien les résultats.

β) Les modèles diffusifs

Là encore, deux types de modèles découleront de cette approche diffusive de l'asthénosphère suivant la façon dont est calculé l'affaissement lithosphérique à l'état stationnaire. Le modèle diffusif local sera celui pour lequel w_{eq} est obtenu par homothétie à partir du rapport des densités ($w_{eq} = \rho_g / \rho_a h_i$). Il s'agit là d'une des paramétrisations les plus utilisées jusqu'à présent dans les modèles évolutifs de calottes (voir le tableau III-1). Le modèle diffusif régional quant à lui, associera à ce traitement diffusif les effets de la lithosphère rigide (w_{eq} donné par III-3). Ce modèle semble avoir la faveur des modélisateurs soucieux d'un rendu géométrique le plus précis possible. Une telle volonté de précision se justifie d'autant plus que les modèles comme celui de Huybrechts (1992) incorporent un ice-shelf avec la possibilité de faire migrer la ligne d'échouage (voir le paragraphe 1.2.2). Enfin, la seconde raison pour laquelle l'approche diffusive est appréciée dans les couplages avec des modèles tridimensionnels de glace s'explique par un schéma numérique similaire pour traiter l'équation de diffusion pour l'asthénosphère et pour la glace.

Le principe de couplage avec un modèle glaciologique reste évidemment le même dans le cas diffusif. A chaque pas de temps, en fonction des épaisseurs de glace données par le modèle de glace, le profil équilibré est calculé suivant une approche locale ou régionale, puis le résultat est inséré dans l'équation de diffusion (traitée aux différences finies). Enfin l'affaissement isostatique est réintroduit dans le modèle de glace qui peut ainsi rendre compte des effets de la réponse terrestre sur la dynamique de la glace.

L'ensemble des paramétrisations décrites ci-dessus représente l'essentiel de ce qui est utilisé de manière entièrement interactive dans des modèles de calottes (voir tableau III-1). Le principe du couplage avec un modèle glaciologique sera détaillé au chapitre VII. Dans ce chapitre seront aussi présentés et comparés les résultats de ces paramétrisations pour essayer d'en dégager les avantages et les inconvénients. Ceci nous amènera à la conclusion que la complexité et l'importance de la réponse isostatique au niveau de la dynamique des calottes glaciaires mériteraient des paramétrisations plus élaborées, basées sur une physique la plus rigoureuse possible. C'est ce qui a motivé la mise au point du modèle dont la description va suivre. Le couplage de ce modèle avec un modèle tridimensionnel thermo-mécanique de glace avec ice-shelf, constitue la première intégration complète d'un véritable modèle de Terre dans un modèle de calotte glaciaire.

Le tableau suivant résume la variété des méthodes utilisées pour rendre compte de l'isostasie dans l'évolution des calottes. A part quelques exceptions, la dualité local/régional pour la lithosphère et la dualité relaxé/diffusif pour l'asthénosphère se retrouvent systématiquement dans les paramétrisations utilisées.

Références	Lithos		Asthénos		Commentaires
	loc	rég	rel	dif	
Huybrecht, 1992		X		X	
LetrégUILly et Ritz 93	X			X	Moyenne sur 9 points voisins
Fabre et al. 95	X			X	
Ritz et al. (soumis)		X	X		τ à 3 000 ans
Marsiat, 94	X			X	
Budd et Smith, 81	X				$dw/dt = \alpha (w-\rho/\rho_m H)^2$ et $dw/dt = \alpha w^2$ (rebond), H épaisseur de glace, α param
Budd et Smith, 82					$w = (H_{10}+2H_5+H_0)/16$, $H_{10} = H$ à -10^3 ans, $H_5 =$ épaisseur à -5.10^3 ans et H_0 à 0 ans
Boulton and Payne,92	X			X	
Pollard, 82	X			X	Modèle glaciologique 2D
Oerlemans et Van derVeen		X		X	Modèle glaciologique 2D
Ritz (thèse)		X		X	parfois relaxé (2000 ans),glace 2D
Birchfield et al, 81	X		X		
Birchfield et Grumbine					glace 2D, Terre : 2 couches asthénosphère = demi espace infini + lithosphère
Deblonde et peltier	X		X		τ à 3 000 ans

Tableau III-1 : Les différentes approches de l'isostasie dans les modèles glaciologiques. (loc=Local, rég=régional, rel=relaxé, dif=diffusif).

CHAPITRE IV

CARACTERISTIQUES DU MODELE DE TERRE

DEVELOPPE DANS CETTE ETUDE

Le chapitre III de cette étude aura montré l'impact et le rôle indéniable de la réponse isostatique sur l'évolution des calottes glaciaires. Ce chapitre, sans rendre compte de manière exhaustive de la diversité des paramétrisations, témoigne aussi du souci des glaciologues d'incorporer cette réponse dans leur modèles. L'étude comparée du chapitre VII montrera que les degrés de performance sont très divers suivant l'approche adoptée et que les approximations faites s'avèrent souvent préjudiciables à la précision des résultats. Ce seul fait peut justifier l'intérêt pour une nouvelle génération de modèles basés sur une approche physique beaucoup plus rigoureuse avec des approximations les plus réalistes possibles. Sur la lancée de Peltier (1974), plusieurs modèles appartenant à cette catégorie ont vu le jour (Lambeck et al., 1990, Spada et al, 1992, Fjeldskaar 1994) mais, à la différence de celui présenté ici, ces modèles n'ont généralement pas été développés dans des perspectives de couplage interactif avec des modèles glaciologiques. Il semble que ce sont les possibilités d'une meilleure connaissance de la structure profonde du globe qu'offrent ces modèles qui ont essentiellement motivé les efforts dans cette discipline.

Il existe en effet plusieurs façons de tirer parti d'un modèle de Terre. Il peut tout d'abord être intégré dans un modèle glaciologique pour rendre compte des effets de l'isostasie sur la dynamique glaciaire (voir chap. VII). Il peut aussi être forcé de manière rigide par un scénario glaciaire fixe et prescrit (Chap. VI). Enfin, disposant d'un scénario fiable ainsi que d'un moyen de valider ces résultats, il peut, par méthode inverse (ou par la méthode dite "essai-erreur"), permettre de remonter à certains paramètres terrestres méconnus (Chap. VI).

La première partie de ce chapitre présente sommairement ces trois aspects de la modélisation de la réponse terrestre, lesquels seront d'ailleurs repris plus tard sous forme d'exemples précis. Elle permettra notamment d'illustrer comment les perspectives qu'offraient les méthodes inverses ont motivé le développement de modèles de plus en plus performants. Ceci permettra dans une seconde partie d'introduire les particularités du modèle développé ici. IL s'inscrit dans la lignée des récents développements dans le domaine avec des modèles élaborés existant déjà (Peltier, 1974, Lambeck et al., 1990, Fjeldskaar, 1994). On insistera tout particulièrement sur les nouveaux points qu'incorpore cette nouvelle génération de modèles par rapport aux précédents, lesquels points contribuent de manière sensible à la qualité des résultats.

1. Les différentes façons de tirer parti d'un modèle isostatique

1.1 Couplage interactif avec un modèle glaciologique.

La description ainsi que les résultats d'un tel couplage seront traités au chapitre VII à l'aide d'une modélisation de la calotte Antarctique au cours du dernier cycle climatique. Les effets isostatiques n'étant pas, dans la majorité des cas, le souci majeur dans les modélisations évolutives des calottes glaciaires, les paramétrisations utilisées sont généralement très simples et par voie de conséquences, souvent grossières. Le modèle présenté ici a été développé dans des perspectives de couplage performant avec un modèle tridimensionnel de glace (même s'il peut aussi être utilisé avec un scénario prescrit). Il semble que dans certaines configurations (notamment celles faisant intervenir la mobilité de la ligne d'échouage, voir chapitres précédents), l'isostasie jouerait un rôle déterminant sur la dynamique glaciaire. Seul un modèle de Terre performant couplé de manière totalement interactive avec un modèle de glace, lui aussi performant, peut permettre de rendre compte de ces effets (Chap. VII). A ce jour, le modèle présenté ici représente le seul de sa génération à avoir été couplé de la sorte avec un modèle tridimensionnel complet de calotte glaciaire.

1.2 Réponse à un scénario prescrit.

Le problème s'avère un peu plus simple que précédemment dans la mesure où le scénario étant prescrit, les effets en retour de l'isostasie sur la distribution de glace ne sont plus à considérer. Cependant, il va sans dire que si le scénario utilisé est juste, il incorpore forcément de manière implicite l'influence que la réponse isostatique a pu avoir sur lui. Dans ce cas, ce scénario n'est généralement pas le résultat d'une modélisation mais provient plutôt de données de terrain (exemple de la Fennoscandie, chap. VI).

1.2.1 L'intérêt des zones de rebond

Comme les marqueurs de l'évolution passée des calottes sont essentiellement de nature géologique, ce genre de scénario s'obtient le plus souvent dans les régions anciennement couvertes de glace et aujourd'hui libérées. Ces marqueurs (principalement des moraines frontales) sont en effet surtout révélateurs des phases de déglaciation dans la mesure où ils sont pour la plupart détruits par toute nouvelle progression de la calotte de glace. C'est pourquoi le rebond post-glaciaire se prête particulièrement bien à ce genre de simulation, et deux régions dans le monde réunissent les conditions requises. Il s'agit de la Fennoscandie (Finlande + pays Scandinaves) et de la région des Laurentides (Nord des USA + Canada), qui au cours du dernier cycle glaciaire, étaient recouvertes chacune par une calotte glaciaire. Lorsque à la fin de ce cycle, il y a quelques 10 000 ans, le climat s'est réchauffé pour atteindre des températures proches de celles que nous connaissons actuellement, ces calottes ont subi une rapide désintégration. Suite à la disparition de cette charge en surface, le socle a répondu par un lent soulèvement qui perdure encore aujourd'hui.

1.2.2 Possibilités de validation

Outre ces marqueurs de l'histoire glaciaire, ces régions recèlent aussi des informations sur l'évolution actuelle et passée du processus de rebond, et ces données, contrairement aux régions toujours englacées (Antarctique, Groenland), présentent l'avantage d'être facilement accessibles. En comparant avec les résultats d'un modèle isostatique simulant le rebond post-glaciaire, il existe ainsi plusieurs possibilités de validations indépendantes. En effet, les

données issues des plages soulevées et datées donnent déjà un aperçu de la dynamique du rééquilibrage isostatique pendant l'essentiel de la phase de rebond. Ensuite, des mesures sur les caractéristiques actuelles du rebond comme le taux de remontée (à partir de nivellements), ou l'écart à l'équilibre (à partir des anomalies gravimétriques à l'air libre), permettent encore de tester l'exactitude d'une simulation numérique du rebond en réponse à un scénario glaciaire prescrit.

1.2.3 Aspect prédictif

Si sur l'ensemble de la durée d'une simulation en zone de rebond les résultats reproduisent correctement la dynamique du réajustement et si de plus, les mesures actuelles concordent avec ce que donne le modèle pour le présent, la prédiction de l'évolution future du réajustement isostatique devient alors envisageable. Dans le cas où les conditions climatiques actuelles sont extrapolées, le forçage glaciaire reste le même et la prédiction se résume à la modélisation du retour à l'état stationnaire. Cependant, la pérennité dans la succession des cycles glaciaires et interglaciaires supposerait d'ici quelques millénaires le retour de conditions plus froides, ainsi que des grandes calottes de l'hémisphère Nord. En fait, des constatations récentes tendent à montrer un impact des activités humaines sur le climat qui pourrait fortement compromettre cette tendance naturelle, au point de rendre très spéculatives de telles extrapolations dans le futur. Seules des simulations à court terme, en supposant la constance de l'état actuel de charge semblent vraiment fiables dans l'estimation des modifications environnementales à venir pour certaines régions (notamment les zones sensibles à d'éventuelles fluctuations du niveau relatif des mers).

Tous ces aspects de l'utilisation des résultats d'un modèle à un scénario donné seront repris dans un chapitre consacré à la modélisation des mouvements isostatiques au cours du dernier cycle glaciaire en Fennoscandie.

1.3. Les applications des différentes formulations inverses

Une autre possibilité offerte par les modèles isostatiques consiste à essayer de remonter à certaines propriétés du globe terrestre qui sont aujourd'hui encore mal cernées. Il apparaît

en effet que les deux principaux paramètres contrôlant la réponse isostatique, que sont l'épaisseur lithosphérique (régionalisation) et le profil de viscosité (chronologie), figurent parmi les plus mal connus. Les méthodes classiques d'inversion de mesures basées sur la propagation des rais sismiques ou sur les mesures gravimétriques ne permettent pas de préciser ces deux éléments (à l'exception peut-être de la mise en évidence de la "Low Velocity Zone" par atténuation des vitesses des ondes P et S).

De manière similaire, si le jeu de paramètres terrestres utilisés dans le modèle semble crédible (déterminés indépendamment sur d'autres critères ou sur une autre zone d'étude), on peut, cette fois-ci, essayer de remonter au scénario de sollicitation. Le fait que dans le cas du rebond post-glaciaire plusieurs scénarios différents puissent conduire à la même relaxation limite beaucoup l'efficacité d'une telle méthode. Généralement elle n'est utilisée que pour conforter ou réfuter tel ou tel scénario (méthode dite essai-erreur).

1.3.1 Type de formulation inverse en fonction du type de modèle

Il faut savoir que plus un modèle isostatique est sophistiqué, plus sa version inverse est difficile à mettre en œuvre. Le problème vient essentiellement du fait que dans leur majorité, ces nouveaux modèles ne sont plus analytiques comme l'étaient les premiers, mais font dorénavant largement appel aux techniques numériques. Cela veut dire que l'affaissement, la vitesse de remontée, ou n'importe quelle autre variable qui puisse être comparée à des données de mesures, ne s'obtiendra plus à l'aide d'une formule littérale où apparaît expressément le paramètre que l'on veut déduire. Pour ces modèles, la version inverse fait alors appel à des techniques souvent différentes que celles de la formulation directe. Ainsi pour les modèles 'dernière génération' (voir la seconde partie du chapitre), il semble que à l'heure actuelle, seuls quelques auteurs (Peltier et Andrews, 1976, Mitrovica et Peltier 1993) peuvent prétendre disposer d'un véritable modèle inverse.

1.3.2 Pseudo-méthode inverse

A défaut de posséder pareil outil, il est quand même possible, mais de manière certainement plus laborieuse, d'utiliser un modèle direct sous la forme d'une étude de sensibilité ou de la méthode dite "essai-erreur". Malheureusement, dès que plusieurs

paramètres sont à contraindre simultanément, les combinaisons d'essais sont multiples et la méthode fastidieuse par le nombre de combinaisons possibles. Dans le cas du profil de viscosité, à moins de le réduire à seulement quelques couches où la viscosité sera supposée uniforme (Cathles et Fjeldskaar, 1991, Fjeldskaar 1994), le problème devient rapidement inextricable (Le Meur, 1995).

Inversement, la détermination de l'épaisseur lithosphérique semble plus abordable dans la mesure où un seul paramètre est à considérer. L'idéal pour contraindre ce paramètre qui s'exprime essentiellement par la géométrie de la réponse, consisterait à avoir pour référence un état stationnaire (on s'affranchirait alors d'éventuelles erreurs sur la chronologie). Malheureusement, même si cette configuration statique existe (sous des structures géologiques durables ou sous certains endroits de l'Antarctique), il est difficile à partir d'une topographie donnée et figée, de dire quelle est la part imputable à l'isostasie. C'est pourquoi l'étude statique du comportement rigide de plaque semble plus appropriée que le rebond isostatique dans la détermination des paramètres lithosphériques. C'est par exemple le cas au niveau des zones de subduction (fosse des Mariannes, Turcotte et Schubert, p. 130), où l'amplitude de la déformation de la plaque plongeant dans la fosse permet de s'affranchir des effets topographiques locaux. Il devient alors possible de quantifier la flexure élastique pour remonter aux paramètres lithosphériques. Néanmoins, on pourra noter les travaux de Peltier (1984) sur la détermination de l'épaisseur lithosphérique par la méthode essai-erreur à l'aide d'une formulation directe du rebond isostatique pour reproduire les fluctuations du niveau marin relatif. Bien qu'il s'agisse d'un paramètre ne jouant que sur la géométrie de l'accommodation, la détermination de l'épaisseur lithosphérique nécessite ici la prise en considération de la chronologie spécifique aux zones de rebond.

Il faut enfin rappeler qu'une détermination inverse digne de confiance nécessite un scénario de forçage en entrée suffisamment fiable pour que le critère de validité basé sur la comparaison avec des mesures de terrain ait un sens.

1.3.3 Le rôle de la détermination inverse de la viscosité mantélique dans la sophistication des modèles isostatiques

La modélisation numérique des calottes glaciaires est une activité relativement récente

et, bien avant d'être incorporés dans les modèles glaciologiques, les modèles de réponse terrestre existaient depuis déjà plusieurs décennies. Il semble que la motivation principale pour le développement de ces modèles venait de la possibilité qu'ils offraient de remonter aux paramètres terrestres. La viscosité mantélique semblait avant tout préoccuper les géodynamiciens, tant par ses valeurs que par la façon dont elle se distribue au sein du globe. Une meilleure connaissance de ce paramètre permet d'expliquer bon nombre d'autres phénomènes géodynamiques liés aux processus de convection dans le manteau. C'est donc essentiellement ce souci de préciser la viscosité qui aura motivé l'avènement de modèles isostatiques de plus en plus performants, et dont la glaciologie sut parfois tirer parti par la suite.

Les premières déterminations concernaient essentiellement une estimation de la viscosité moyenne du manteau. En effet, la relative simplicité des modèles utilisés réduisait généralement l'asthénosphère à un demi-espace, voire dans le meilleur des cas à une superposition de deux couches horizontales à viscosité uniforme. Parmi les premiers à s'être penchés sur le problème figurent Haskell (1935, 1936, 1937) et peu de temps après Vening-Meinesz (1937). Ils confrontèrent aux données issues de plages soulevées et datées les résultats d'un modèle d'asthénosphère semi infinie, Newtonienne, et dans laquelle viscosité et densité étaient supposées uniformes. Bien que ne disposant pas à l'époque des facilités offertes par la méthode de datation au ^{14}C , et ayant eu à se fier à la fastidieuse et méticuleuse méthode des varves (Lidén, 1938), ils parvinrent au résultat fort honorable d'environ 10^{21} Pa.s pour la viscosité moyenne, valeur qui fait toujours référence aujourd'hui. Dans les années 50, la découverte de la méthode de datation au ^{14}C par Libby (1952) ouvrait d'intéressantes perspectives en matière de datation des plages soulevées. En effet, avec une période caractéristique de 5700 ans, cette méthode de datation s'avère très appropriée pour dater l'ensemble de la période couvrant le rebond postglaciaire contemporain (à peu près 20 000 ans).

Quelques années plus tard, les investigations dépassèrent le cadre de la Fennoscandie pour se tourner vers le continent Nord Américain où des phénomènes semblables de plages soulevées peuvent être interprétés de la même façon, suite à la disparition de l'énorme calotte Laurentienne. Plus au sud, dans l'état de l'Utah, l'assèchement du lac glaciaire Bonneville fit aussi l'objet d'un réajustement isostatique, lequel présente l'avantage d'être un des rares

exemples de rebond suite à la disparition d'une charge aux dimensions géographiques réduites. Avec l'ensemble de ces exemples couvrant une gamme de taille allant de quelques centaines de km (Lac Bonneville) à plusieurs milliers de km (Laurentide), il devenait possible de voir l'influence de la taille de la charge sur les caractéristiques de la réponse (voir chapitre II).

Plutôt que d'assimiler l'asthénosphère (+ la mésosphère) à un demi-espace infini de viscosité uniforme, fut proposée l'idée d'une zone superficielle (quelques centaines de km), dans laquelle le flux visqueux serait entièrement confiné du fait d'une viscosité drastiquement plus faible par rapport au milieu sous-jacent. Sur les bases de ce flux restreint aux 100 premiers km, Van Bemmelen et Berlage (1935) trouvaient un temps caractéristique d'accommodation τ en $\eta/(k^2 \cdot h^3)$ où η représente la viscosité, h l'épaisseur de 100 km, et k le nombre d'onde ($k=2\pi/\lambda$ avec λ la longueur d'onde caractéristique de la charge). Confronté aux données, τ ainsi déterminé donnait une viscosité de $3 \cdot 10^{18}$ Pa.s pour le sommet de l'asthénosphère. Le fait que les données sur le lac Bonneville donnaient un temps caractéristique similaire à celles issues de la Fennoscandie (malgré un facteur de l'ordre de 10 entre les nombres d'onde respectifs), oblige selon cette théorie le flux à se confiner de plus en plus à la surface au fur et à mesure que la charge réduit en taille. Plus tard, McConnell (1968) montra que le respect de cette règle n'obligeait pas l'asthénosphère à présenter un très fort contraste de densité au delà d'une certaine profondeur, mais pouvait très bien s'expliquer par une augmentation progressive de cette viscosité avec la profondeur. C'est ainsi qu'il fut le premier à exploiter les caractéristiques du rebond postglaciaire en Fennoscandie, et à en déduire un profil de viscosité en fonction de la profondeur. Ces investigations l'amènèrent aussi à la conclusion que la présence d'une lithosphère de viscosité infinie sur les 120 premiers km était indispensable pour expliquer ces données. L'effet atténuateur spécifique d'une plaque rigide sur les courtes longueurs d'ondes offrait une explication à la similitude des temps caractéristiques pour le lac Bonneville et la Fennoscandie, sans avoir à référer au modèle de Van Bemmelen et Berlage.

Cependant McConnell était bien conscient que la taille de la calotte Fennoscandienne ne lui permettait pas une investigation sérieuse de la viscosité du manteau en deçà de 600 km de profondeur (voir la profondeur de pénétration en fonction de la taille caractéristique de la charge, Chapitre II). Son approche donnait pour le manteau supérieur une viscosité proche de celle de Haskell et Veinig-Menezs à 10^{21} Pa.s. Seules des données sur la Laurentide (avec des

longueurs d'ondes caractéristiques de 2 ou 3 fois celles de la Fennoscandie) laissent entrevoir la possibilité de contraindre la viscosité du manteau profond. Avec l'avènement de la méthode au ^{14}C , l'ensemble des données sur les paléo-lignes de rivages du Canada fut rapidement disponible pour être confronté à un nombre croissant de modèles de plus en plus élaborés. C'est ainsi qu'apparut l'un des premiers modèles sphériques avec Brotchie et Silvester (1969), rapidement imité par Peltier (1974), Cathles (1975), Peltier et Andrews (1976). Ces modèles vont dans le sens de la vision initiale de Haskell et Veinig-Meinesz (à l'imprécision près due à l'approximation plane et à la viscosité uniforme) dans la mesure où ils vont à l'encontre d'un fort contraste de viscosité entre le manteau inférieur et le supérieur. En effet, avec des données sur la Laurentide dont on sait qu'elles reflètent la viscosité du manteau inférieur, ces modèles donnent des constantes de temps similaires à celles de la Fennoscandie (essentiellement représentatives du manteau supérieur).

1.3.4. l'émergence d'une nouvelle génération de modèles (type Peltier)

Le gros problème de la majorité de ces précédents modèles vient du fait qu'ils prédisent des constantes de temps caractéristiques de l'ordre de 1500 à 2 000 ans pour le réajustement isostatique en réponse à la désintégration de la Laurentide (plus ou moins proportionnelle au nombre d'onde comme avec Haskell et Veinig-Meinesz). Vu la chronologie de cette désintégration (à partir de moraines frontales datées elles aussi), notamment le temps depuis lequel toute charge a disparu (au moins 5 000 ans), de telles constantes, en supposant une décroissance exponentielle simple, feraient que l'ajustement isostatique serait aujourd'hui achevé à quelques pour-cent près. Or les mesures actuelles d'anomalies gravimétriques de pesanteur à l'air libre vont à l'encontre de l'équilibre. De nombreux arguments (que certains auteurs iront même jusqu'à réfuter pour conforter leurs résultats, O'Connell, 1971, Cathles, 1975), comme la stricte correspondance entre la répartition géographique de cette anomalie et l'épaisseur des paléo-calottes, permettent à partir des valeurs de cette même anomalie de quantifier les déplacements isostatiques restant à faire. Ainsi, en certains endroits, l'écart à la position d'équilibre serait de plus de 200 m, ce qui supposerait des constantes de temps entre 10 000 et 17 000 ans comme le suggère Walcott (1970). Ne pouvant nier le fait qu'il existe aussi un temps caractéristique aux alentours de 1000 à 2000 ans issu des données de variation relative du niveau marin, il émit l'hypothèse, fort novatrice, de la possibilité d'une relaxation sous la forme de deux décroissances exponentielles.

En appelant h le déplacement restant à effectuer, il réconciliait ainsi une constante de 1 000 ans avec une autre de 10 000 sous la forme d'une formule unique :

$$h = 150 e^{\frac{-t}{10^3}} + 450 e^{\frac{-t}{10^4}} \quad \text{(IV-1)}$$

avec h en m et t en années. Sans pouvoir exactement expliquer les raisons d'une telle paramétrisation (elle est ici empirique), il esquissait là une des innovations majeures dans le traitement isostatique sous la forme d'une réponse faite de plusieurs modes, chacun caractérisé par un temps et une amplitude (voir la philosophie viscoélastique du modèle présenté dans cette étude).

Une autre raison pour laquelle la majorité des modèles de l'époque, même s'ils étaient pour la plupart sphériques (ce qui, nous le verrons plus loin, constitue déjà une amélioration notoire), ne parvenait pas à des résultats satisfaisants, vient probablement d'une rhéologie inadaptée. La grande question porte sur la possibilité ou non d'une rhéologie linéaire pour le fluide asthénosphérique. L'alternative sous la forme d'une loi puissance (hautement non linéaire, Post and Grigs, 1973) ne semble pas concluante, parce que testée sur la reproduction d'une carte d'anomalie gravimétrique en Fennoscandie qui a été mal interprétée (2 fois exagérée selon Bailing 1980). Peltier (1974, 1982) semble être parvenu à des résultats forts honorables à l'aide d'une rhéologie linéaire relativement simple de type corps de Maxwell. Cette question fondamentale d'une rhéologie appropriée ainsi que de la façon de la traiter sera reprise dans la deuxième partie. Nous y détaillerons les arguments en faveur du corps de Maxwell, puisque cet analogue sera aussi celui que nous utiliserons par la suite.

Toutes ces améliorations ajoutées à d'autres redétaillées dans la partie suivante sont à la base de cette catégorie de modèles "dernière génération", essentiellement initiée par les travaux de Peltier (1974, 1982, 1985) et dont nous nous sommes largement inspiré dans l'élaboration du modèle présenté ici.

2 Les particularités du modèle développé dans le cadre de cette étude

Les particularités essentielles de ce modèle sont résumées dans sa dénomination en Anglais quelque peu "barbare" pour laquelle n'existe aucun équivalent français à la fois concis et élégant. Il s'agit d'un "Self Gravitating Visco-elastic Spherical Earth model". Pour être encore plus précis, et pour faire le tour des quatre grandes propriétés du modèle, il eût été encore nécessaire de préciser "Unit Model".

En effet, la première caractéristique de cette nouvelle approche tient dans une approche unitaire dans la façon de solliciter le modèle. Une seconde importante caractéristique vient de l'utilisation pour l'asthénosphère d'une rhéologie jusqu'alors assez peu usitée dans les premières générations de modèles (cf. chapitre III), à savoir celle d'un corps viscoélastique de type Maxwell traité à l'aide du principe de Correspondance. Ensuite le terme "self gravitating" exprime le fait que les interactions multiples entre les déplacements de matière et les variations du potentiel de gravité (qui commandent ces déplacements mais qui en résultent aussi) sont prises en considération. Enfin, "Spherical" indique que cette catégorie de modèles, à la différence de beaucoup d'autres, considère désormais la Terre dans son ensemble avec un raisonnement en sphérique faisant appel aux outils mathématiques appropriés.

2.1 Caractère unitaire du modèle.

L'avantage de cette approche unitaire est double. Tout d'abord, par le fait de solliciter la planète de manière unitaire, la réponse correspondante sous la forme des fonctions de Green le devient forcément aussi. Cette réponse ne dépend alors que des propriétés physiques de la Terre et la "signature" ainsi obtenue permet ensuite de traiter de n'importe quel scénario de charge en surface. Ensuite, nous verrons que les conditions aux limites découlant d'une telle sollicitation permettent de considérablement simplifier le traitement mécanique de la réponse de la Terre à une charge en surface.

2.1.1 Intérêt de la sollicitation impulsive dans le protocole de convolution

Face à un scénario consistant en une distribution géographique des valeurs de charge en fonction du temps, la réponse de la Terre s'obtient par double convolution (temps et espace) de la fonction de Green avec cette distribution de la charge. La charge à l'origine de la fonction de Green doit donc représenter une sollicitation unitaire par rapport au processus de double convolution. On la représentera donc sous la forme d'un produit d'une fonction de Dirac en temps $\delta(t-t_0)$ et d'une fonction de Dirac en espace $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)$, \mathbf{r} étant le vecteur position du point considéré.

En sollicitant le modèle par $\delta(\mathbf{r}).\delta(t)$ où l'on suppose $t_0 = 0$ et $\mathbf{r}_0 = 0$, la fonction de Green ainsi obtenue représente la réponse à une charge ponctuelle à l'origine, et effective pendant une durée infiniment courte au temps $t = 0$. A titre d'illustration, dans le système de coordonnées adopté ici, cette sollicitation correspondrait à une aiguille qui viendrait "piquer" (mais sans rester plantée) la Terre au pôle (matérialisé par l'axe des colatitudes nulles), d'où l'appellation de sollicitation impulsive. La fonction de Green $G_r(\mathbf{r},t)$ représente alors, (suivant la variable du modèle à laquelle on s'intéresse), la réponse impulsive de la planète en fonction du temps t et de la position repérée par le vecteur \mathbf{r} (profondeur, latitude et longitude). Dans cette étude, nous nous intéresserons principalement à la composante radiale du déplacement en surface, si bien que $G_r(\mathbf{r},t)$ représentera principalement l'évolution de la surface terrestre suite à une charge impulsive de la forme $\delta(\mathbf{r}).\delta(t)$.

Finalement, la réponse à toute combinaison de charge avec ces fonctions de Dirac sera représentée par cette même combinaison, mais avec cette fois-ci la fonction de Green. De par les propriétés de la fonction Dirac, toute distribution de charge $Hist(\mathbf{r},t)$ peut s'écrire sous la forme :

$$Hist(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^t \int_D Hist(\mathbf{r}',t') \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \delta(t-t') dr' dt' \quad (IV-2)$$

laquelle combinaison donne alors la réponse au scénario $Hist$ qui s'écrit :

$$Y(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^t \int_D Hist(\mathbf{r}',t') G_r(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t') dr' dt' \quad (IV-3)$$

avec D l'ensemble de l'aire géographique où agissent des charges. Finalement, une fois la fonction de Green calculée (c'est en fait ce qui constitue le gros de la tâche), cette approche unitaire permet de traiter de manière simple n'importe quel type de scénario par application de (IV-3). On pourra remarquer que cette approche de sommation des effets des charges n'est possible que si le modèle est linéaire par rapport à l'intensité de la charge. Nous verrons que cette nécessité aura des implications sur le choix de la rhéologie et sur l'établissement de l'équation locale du mouvement.

2.1.2 Simplifications du problème liées à une sollicitation ponctuelle et impulsive.

La première conséquence de ce type d'approche vient du caractère ponctuel de la charge qui engendre une réponse offrant une symétrie axiale, l'axe de symétrie étant bien entendu celui reliant le centre de la Terre à la position de la charge en surface. En appliquant cette charge à l'intersection de l'axe à partir duquel est exprimée la colatitude avec la sphère (figure IV-2), la réponse ne dépendra alors que de la profondeur (coordonnée radiale) et de la colatitude (une des deux coordonnées de surface). Cette indépendance par rapport à la longitude s'avèrera très intéressante dans la décomposition en harmoniques sphériques qui ne fait alors plus intervenir que les polynômes de Legendre.

Ensuite, le fait que la dépendance en temps de la sollicitation soit impulsive simplifie considérablement la prescription de la condition à la limite en surface. En effet, une autre propriété de la fonction Dirac veut que sa transformée de Laplace soit une constante. Or la rhéologie utilisée pour le fluide asthénosphérique dans son traitement suivant le principe de correspondance suppose de raisonner dans l'espace de Laplace. Dès lors, la prescription de la condition traduisant cette sollicitation impulsive sera simple, puisque indépendante de la variable de Laplace. Nous verrons tout l'intérêt de cette propriété dans la détermination des fonctions de Green.

2.2 Les différentes rhéologies adoptées dans le modèle

2.2.1 Importance de la rhéologie dans la modélisation isostatique

La rhéologie est sûrement l'aspect le plus fondamental pour une modélisation de ce

genre. Par le biais d'une relation constitutive pour le matériau considéré, elle fait le lien entre la déformation (pour un système élastique) ou le taux de déformation (système visqueux) et l'ensemble des contraintes qui en est à l'origine. Ce lien est fondamental dans la mesure où modéliser la réponse de la Terre consiste à prédire ces déplacements (ou leur vitesse) à partir des contraintes imposées par le scénario de charge. Ayant ici affaire au système viscoélastique qu'est la Terre, on peut d'ores et déjà dire que la rhéologie utilisée influera à la fois sur la géométrie et sur la chronologie de la réponse.

2.2.2 Les incertitudes sur la rhéologie terrestre

Aussi fondamentale soit-elle, la rhéologie de la Terre n'en est pas moins très hypothétique dans sa majeure partie. La raison essentielle vient de l'inaccessibilité de l'intérieur du globe, et de l'impossibilité de reproduire les conditions profondes en laboratoire (surtout la pression).

Seule la lithosphère a un comportement mécanique dont on soit à peu près certain, c'est d'ailleurs sur les bases de cette uniformité de comportement qu'elle aurait été mise en évidence à partir de données d'observations (voir le flambage rigide des plaques). Cependant, sa limite avec l'asthénosphère sous-jacente est essentiellement de nature thermique et ne correspond à aucun contraste net de composition ou de texture (Lliboutry, 1982). Son individualisation résulte du fait qu'au delà d'une température d'environ 1300°C, le comportement par fluage devient prépondérant par rapport à celui purement élastique. Ainsi, une plaque entièrement rigide et purement élastique surmontant un fluide entièrement visqueux n'est qu'une vue de l'esprit (elle est cependant parfois nécessaire en modélisation). En effet, la transition du comportement élastique au visqueux étant progressive, on peut être certain que la base de la lithosphère ainsi que le sommet de l'asthénosphère présenteront des déviations par rapport au comportement théorique qu'un modèle aura supposé pour chacun d'eux. Enfin, si les deux paramètres de Lamé contrôlant la loi contrainte-déformation du solide élastique sont à peu près bien connus à partir de la propagation des ondes sismiques, le problème de la détermination correcte de l'épaisseur lithosphérique demeure.

En dessous de la lithosphère, la rhéologie devient plus hypothétique dans la mesure où beaucoup d'incertitudes pèsent sur la nature du comportement viscoélastique ainsi que sur

la détermination exacte de la valeur de la viscosité qui, quel que puisse être ce comportement, exerce une influence certaine. Le problème est d'autant plus crucial que c'est l'asthénosphère, via cette déformation permanente par fluage, qui assure l'essentiel de l'accommodation isostatique. Il ne faut cependant pas oublier la participation de la lithosphère à l'affaissement par compression élastique réversible (cette contribution s'apparente à une translation généralisée de l'ordre de la cinquantaine de mètres selon Lliboutry (1965)).

Enfin, sous le manteau, vers 2900 km de profondeur, la non-transmission des ondes S indique la transition vers un milieu beaucoup plus fluide (la fluidité devient telle que pour les temps caractéristiques de la propagation des ondes sismiques, le milieu peut être considéré comme un fluide parfait). Il s'agit du noyau terrestre, qui malgré sa profondeur, peut lui aussi être concerné par les mouvements de matière résultant d'une accommodation isostatique (la simulation du chapitre II montre que le rayon d'influence est du même ordre que la longueur d'onde caractéristique de la charge). Si ce noyau est perçu comme un fluide parfait aux courtes échelles de temps, il l'est a fortiori pour celles caractéristiques de l'accommodation isostatique (cela se traduira par une viscosité nulle et des valeurs de cisaillement partout nulles). Pour être exact, il faudrait faire mention de la dernière entité constitutive la plus interne de la planète, à savoir la graine solide. Elle ne concerne cependant que l'extrême centre de la Terre (de 5100 km de profondeur au centre), et n'a semble-t-il aucune influence notable sur la réponse terrestre, au point de ne pas être considérée dans la majorité des modèles (lorsque Wu et Peltier incorporent sa contribution dans leur modèle (1982), elle a une influence absolument négligeable face aux autres entités).

2.2.3. Traitement de la lithosphère et du noyau

La lithosphère, comme dans beaucoup d'autres représentations, sera supposée parfaitement élastique (solide Hookéen) et ne fera l'objet d'aucune déformation par fluage. Il est néanmoins fort probable que, de par le régime de température et de pression qui peut régner à sa base (1300°C, aux environs de 27 Kbars de pression lithostatique), la lithosphère tende vers un comportement visqueux et fasse l'objet de déformations permanentes. Cette tendance sera d'autant facilitée si le régime de contraintes responsable se maintient suffisamment longtemps comme ce peut être le cas avec les processus de réajustement isostatique (Peltier, 1982). Dans ce cas, la lithosphère s'apparente à un fluide extrêmement

visqueux (encore bien plus que l'asthénosphère avec peut être 10 ou 20 ordres de grandeur en plus) qui à la longue peut fluer. Il faut cependant réaliser que si en théorie cette approche se justifie, les valeurs de viscosité de l'ordre de 10^{30} à 10^{40} Pa.s. rendent la déviation par rapport au comportement élastique absolument négligeable à l'échelle des temps considérée ici.

Le noyau en tant que fluide parfait (viscosité et cisaillement nuls) est incapable de transmettre des contraintes déviatoriques et ne fait l'objet que de variations de pression. Cependant, malgré cette simplicité apparente, nous verrons que la transition entre ce milieu liquide et le manteau solide qui le surmonte soulève un problème de mécanique sujet à bien des polémiques.

2.2.4. La possibilité d'une rhéologie viscoélastique linéaire pour l'asthénosphère

C'est pour l'asthénosphère, qui exerce le plus fort contrôle sur l'ajustement isostatique, que la nécessité d'une rhéologie la plus représentative possible est primordiale. La plupart des auteurs s'accordent sur le comportement à la fois élastique et visqueux pour le manteau à l'échelle des temps qui nous concerne ici. L'introduction de la viscoélasticité dans cette nouvelle génération de modèles constitue donc une amélioration notoire par rapport aux précédentes représentations. Au lieu de considérer une rhéologie simple (fluide Newtonien, solide élastique), où encore la somme découplée dans le temps de la déformation élastique puis de la visqueuse (ce qui constitue une erreur comme le montre Wu (1992)), il s'agit dorénavant d'utiliser une relation contrainte-déformation qui rende compte correctement et simultanément de ces deux comportements en fonction du temps.

D'autre part, la philosophie unitaire du modèle suppose une réponse linéaire par rapport à l'intensité de la charge (cf. partie précédente), si bien qu'une loi rhéologique linéaire est indispensable. En effet, la charge s'exprimant sous la forme d'une contrainte, le respect de cette condition suppose des déplacements ou des taux de déplacements (ce qui sera convolué avec la distribution de charge) linéaires par rapport à cette contrainte (par voie de conséquence ils le seront alors aussi par rapport à la charge). L'inévitable question est alors la suivante : Peut-on raisonnablement modéliser tous ces comportements de manière linéaire ? Dans l'affirmative (c'est pour le modèle une nécessité), se pose alors le problème de l'analogie

linéaire capable de rendre compte correctement du comportement spécifique du manteau, sans être pour autant insurmontable à traiter. A partir des observations dans la propagation des ondes sismiques complétées par des expériences en laboratoire, il a été possible de préciser la rhéologie viscoélastique dans ses différentes phases au cours du temps.

Tout d'abord, en ce qui concerne le court terme, l'amortissement observé des ondes sismiques dans le globe révèle un comportement plus complexe qu'une simple réponse parfaitement élastique cédant ensuite le pas à des phénomènes de fluage. Dès la mise en charge, une anélasticité sous la forme d'un fluage transitoire fait dévier le comportement du manteau par rapport à celui qu'aurait un solide parfaitement élastique au sens Hookéen du terme. La dissipation d'énergie mécanique correspondante δW se transforme en chaleur, et lorsque l'on définit le facteur de qualité Q tel que $2\pi/Q = \delta W/W$, la valeur de ce facteur traduit les compétences élastiques du milieu (Q est un paramètre facilement mesurable avec l'atténuation des ondes sismiques et intervient dans de nombreux calculs, voir plus loin). Ce n'est que plus tard (en général au bout de quelques centaines d'années pour le manteau) qu'un fluage secondaire, permanent celui-là, devient prépondérant. C'est généralement de cet unique fluage dont les modèles les plus simples rendent compte sous la forme d'une rhéologie Newtonienne. Il est vrai que dans un contexte de sollicitation de type glaciaire, ce processus concerne l'essentiel de l'accommodation isostatique. Rendre compte de l'anélasticité transitoire suppose de faire appel à des analogues beaucoup plus compliqués que dans le cas d'un comportement élastique pur associé à un simple fluage permanent de type Newtonien.

En ce qui concerne ce fluage permanent (détectable au bout de plusieurs centaines d'années), des expériences de laboratoire sur des mono-cristaux d'olivine semblent aller à l'encontre d'une rhéologie linéaire (Kohlstedt et Goetze, 1974). Cependant, comme le font à juste titre remarquer Wu et Peltier (1982), ces conditions de laboratoire sont loin de celles régnant in situ, et l'extrapolation de ces résultats aux conditions asthénosphériques leur paraît peu crédible. En effet, pour des raisons évidentes de durées expérimentales raisonnables, les contraintes exercées sont telles que les taux de déformation obtenus avoisinent 10^{-6} sec^{-1} , soit en gros 10 ordres de grandeur de plus que ceux régnant en profondeur dans l'asthénosphère. De plus, à ces niveaux de contraintes beaucoup plus faibles, le mécanisme majeur dans ce milieu polycristallin relèverait plus de phénomènes de glissement aux joints de grains que de déformation intra cristalline. Finalement, ce processus apparenté à une sorte de super-plasticité

serait même de type Newtonien et donc linéaire (Twiss, 1976, Berckhemer, Auer et Drisler, 1979).

La rhéologie la plus vraisemblable serait donc celle capable de rendre compte d'une anélasticité à court terme, et d'un fluage de type Newtonien, ainsi que des prépondérances en fonction du temps des déformations associées à chacune de ces deux rhéologies. Peltier et al. (1981) rappellent qu'il existe dans la panoplie des rhéologies viscoélastiques linaires un analogue capable de remplir cette fonction : le corps de Burgers généralisé. Trois de ces rhéologies ont été représentées sur la figure IV-1 sous la forme d'associations spécifiques de ressorts et de pistons, lesquels présentent l'avantage de matérialiser qualitativement les différents comportements.

2.2.5 Justification de l'adoption d'une rhéologie de type Maxwell

Le plus simple de ces analogues est de toute évidence le corps de Maxwell qui se résume à un ressort de module de cisaillement μ_1 en série avec un piston de viscosité η_1 (figure IV-1). Il s'agit de la matérialisation la plus simple du comportement viscoélastique. Sous l'effet d'un cisaillement (nous considérerons ici les cisaillements, plus faciles à interpréter que les composantes normales, parce que ne faisant pas intervenir la compressibilité du matériau via le coefficient de compressibilité λ), le ressort se comprime instantanément de manière élastique. Ce n'est que bien plus tard (en supposant que la contrainte se maintienne) que la déformation du piston à la manière d'un fluide visqueux devient prépondérante (la vitesse de déformation est alors proportionnelle à la valeur de la contrainte). La limite en temps des domaines de prédominances respectives de la réponse élastique et de la réponse visqueuse est matérialisée par la période de Maxwell $T_m = \eta_1/\mu_1$. Pour des durées très inférieures à T_m la déformation à contrainte constante est celle d'un solide élastique de type Hookéen caractérisé par le module de cisaillement μ_1 (et le module de compression λ). Inversement, pour des durées bien supérieures, on tend vers une déformation de type visqueux caractérisée par une viscosité Newtonienne η_1 . On comprend alors facilement que plus cette viscosité est importante (témoigne de l'inertie du piston), plus la prédominance des déformations visqueuses tardera. De la même façon, plus le module de cisaillement sera faible, plus le ressort absorbera la déformation au détriment du piston, retardant ainsi le régime à dominante visqueuse. Dans le cas du manteau terrestre, un module de cisaillement

de l'ordre de 10^{11} Pa et une viscosité de 10^{21} Pa.s font que ce temps de Maxwell est de l'ordre de quelques centaines d'années.

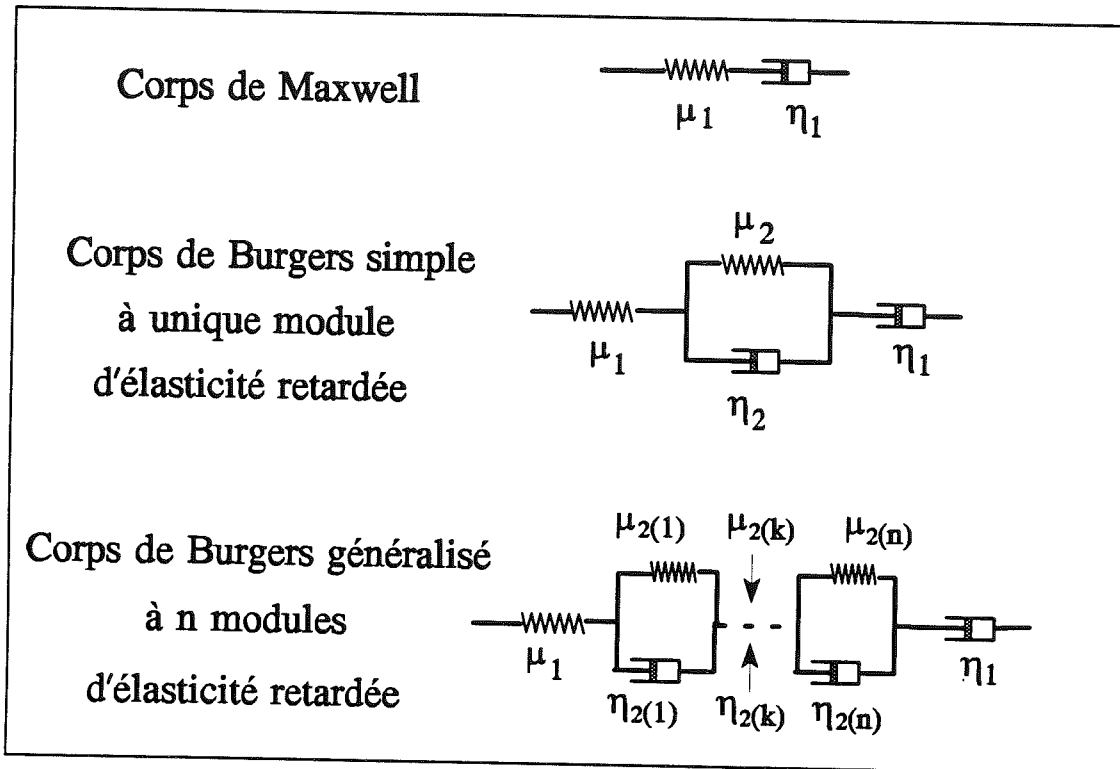


Figure IV-1 : Les principaux analogues viscoélastiques utilisés dans la modélisation de processus géodynamiques. A chaque ressort correspond aussi un module de compressibilité élastique λ , qui n'intervient qu'en cas de contrainte normale.

Malheureusement, cette paramétrisation relativement simple ne permet pas de rendre compte de l'anélasticité transitoire. La façon la plus facile d'incorporer cette anélasticité consiste à ajouter au corps de Maxwell un "module d'élasticité retardée" pour obtenir le corps de Burgers simple (Fig. IV-1). Cette nouvelle représentation, bien que ne satisfaisant pas l'ensemble des données géophysiques (notamment certaines propriétés du facteur de qualité Q), permet assez simplement de visualiser ce que peut être ce fluage transitoire responsable de l'anélasticité. Du fait de la relative faiblesse (10^{16} Pa.s) de la viscosité η_2 associée à son piston, le module de dissipation participe dès le commencement de manière significative à la déformation. Cette dernière n'est alors plus parfaitement élastique et l'écart se mesure à l'aide

du défaut élastique représenté par le rapport μ_1/μ_2 . La faiblesse de η_2 (impliquant des déplacements rapides au niveau du second piston) ajoutée au deuxième ressort en parallèle, fait que ce module de dissipation sature très vite. Une fois le ressort complètement comprimé, ce module ne supporte plus de déformations et se comporte comme transmission rigide. Le corps de Burgers se ramène alors à un simple corps de Maxwell, avec un fluage secondaire permanent de type newtonien.

En réalité, pour rendre compte correctement de l'anélasticité sur l'ensemble des données géophysiques (notamment la dépendance en fréquence du facteur de qualité Q), il semble nécessaire de faire appel au corps de Burgers généralisé. Il ressemble à son prédécesseur si ce n'est que l'amortissement n'est plus assuré par un seul module d'élasticité retardée, mais par un grand nombre en série, chacun ayant des propriétés distinctes. Plus ce nombre est important, meilleure est la reproduction de cette rhéologie anélastique sous la forme d'un spectre continu de relaxation (par opposition à un nombre fini de constantes de temps distinctes). La relation contrainte-déformation ne fait alors plus intervenir des valeurs constantes pour les modules de cisaillement et de compression λ et μ , mais désormais deux fonctions de relaxation de contrainte $\lambda(t)$, $\mu(t)$ dépendant du temps. La relation contrainte-déformation s'exprime alors sous une formulation intégrale :

$$\sigma_{ij}(t) = \delta_{ij} \int_{-\infty}^t \lambda(t-\tau) \dot{e}_{kk}(\tau) d\tau + 2 \int_{-\infty}^t \mu(t-\tau) \dot{e}_{ij}(\tau) d\tau \quad (\text{IV-4})$$

Avec σ_{ij} la composante du tenseur des contraintes, e_{ij} celui du tenseur des déformations, e_{kk} la somme des termes diagonaux (trace du tenseur), et enfin le point sur une variable indiquant la dérivée par rapport au temps. L'ensemble des rhéologies viscoélastiques linéaires présente l'énorme avantage de pouvoir être traité à l'aide du principe de correspondance. Ce principe basé sur la transformation de Laplace rend possible la réduction des relations contrainte-déformation à celle d'un solide élastique Hookéen, dans laquelle les paramètres "élastiques" sont désormais fonction de la variable de Laplace (il sera vu exactement comment plus loin). Si l'on nomme par $\mu(s)$ et $\lambda(s)$ ces fonctions, la loi de comportement pour le corps de Burgers généralisé s'écrira dans l'espace de Laplace :

$$\sigma_{ij} = 2\mu(s) e_{ij} + \lambda(s) e_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{IV-5})$$

avec le module de cisaillement qui s'exprime alors sous la forme (Peltier, 1982) :

$$\mu(s) = \frac{\mu_1 s}{s + \mu_1/\eta_1} \left(1 + \frac{2}{\pi Q_m} \ln \frac{s + 1/T_1}{s + 1/T_2} \right) \quad (\text{IV-6})$$

Outre la viscosité à long terme η_1 et le module de cisaillement μ_1 du ressort isolé, trois nouveaux paramètres caractérisent cette rhéologie. Il s'agit du facteur de qualité Q_m déduit de l'amortissement des ondes dans les oscillations libres de la Terre et de deux périodes T_1 et T_2 (respectivement 10^{-2} et 10^4 secondes) dont les inverses sont les deux fréquences limites du spectre de relaxation du corps de Burgers généralisé pour ces mêmes oscillations.

Sans entrer pour le moment dans le détail du principe de correspondance, il faut savoir que la variable de Laplace matérialise l'inverse du temps après mise sous contrainte. Cela veut dire qu'aux grandes valeurs de s correspondent les instants immédiatement consécutifs à la sollicitation pendant lesquels la réponse est essentiellement de type élastique (avec une part d'anélasticité sous la forme du fluage transitoire). Inversement, aux faibles valeurs de s , correspondent des temps pour lesquels la contrainte est effective depuis longtemps, de telle sorte que l'ensemble des modules de dissipation sont saturés et que la déformation ne se fait plus que par le fluage permanent Newtonien commandé par le piston de viscosité η_1 . Dans le processus de réajustement isostatique, la réponse du manteau se décompose en une réponse élastique quasi-instantanée (correspondant à $|s|$ grand devant $1/T_1$ et $1/T_2$), suivie de plusieurs modes visqueux dont les temps caractéristiques sont bien supérieurs à $T_2 = 10^4$ secondes (10^4 sec \approx 3 heures), ce qui fait que $|s|$ est très petit devant $1/T_2$ et donc a fortiori négligeable devant $1/T_1$. Ainsi, pour les grandes valeurs de s qui nous intéressent, $\mu(s)$ tend alors vers $\mu_1 \cdot s / (s + \mu_1/\eta_1)$ et pour celles bien en deçà de $1/T_2$ on observe :

$$\lim[\mu(s)]_{s \rightarrow 0} = \frac{\mu_1 s}{s + \mu_1/\eta_1} \left(1 - \frac{2}{\pi Q_m} \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (\text{IV-7})$$

En définissant le module de cisaillement dit "relaxé" μ_r tel que :

$$\mu_r = \mu_1 \left(1 - \frac{2}{\pi Q_m} \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (\text{IV-8})$$

l'expression (IV-7) pour $\mu(s)$ quand $s \rightarrow 0$ se ramène à $\mu_R \cdot s / (s + \mu_I / \eta_I)$. Enfin, les résultats d'observation sur les oscillations libres de la Terre permettent de fixer Q_m aux alentours de 250, et font que le défaut élastique $\Delta = (\mu_I - \mu_R) / \mu_R$ avoisine les 3%, ce qui rend μ_R très semblable à μ_I (à 3% près). Tout ceci nous permet, sans trop d'erreur, de postuler que pour la partie du spectre concernant le processus de réajustement isostatique, le module de cisaillement exprimé dans l'espace de Laplace peut uniformément être pris égal à $\mu_I \cdot s / (s + \mu_I / \eta_I)$. Il s'agit exactement du module que l'on aurait obtenu en considérant un corps de Maxwell au lieu du corps de Burgers généralisé.

En résumé, il apparaît que si l'anélasticité transitoire semble jouer un rôle sur les oscillations libres de la Terre (du fait des courtes constantes de temps caractéristiques de ces oscillations), il semble que à l'opposé, les effets sur le processus viscoélastique associé à la réponse isostatique peuvent dans un premier temps être négligés. Cela permet de se ramener à une rhéologie de type Maxwell, dont le traitement s'avère plus abordable à l'aide du principe de correspondance, traitement que nous redétaillerons au chapitre V. La figure suivante synthétise les différentes rhéologies du modèle sur l'ensemble de la planète, et illustre au passage l'approche unitaire dans le forçage (cf. section 2.1).

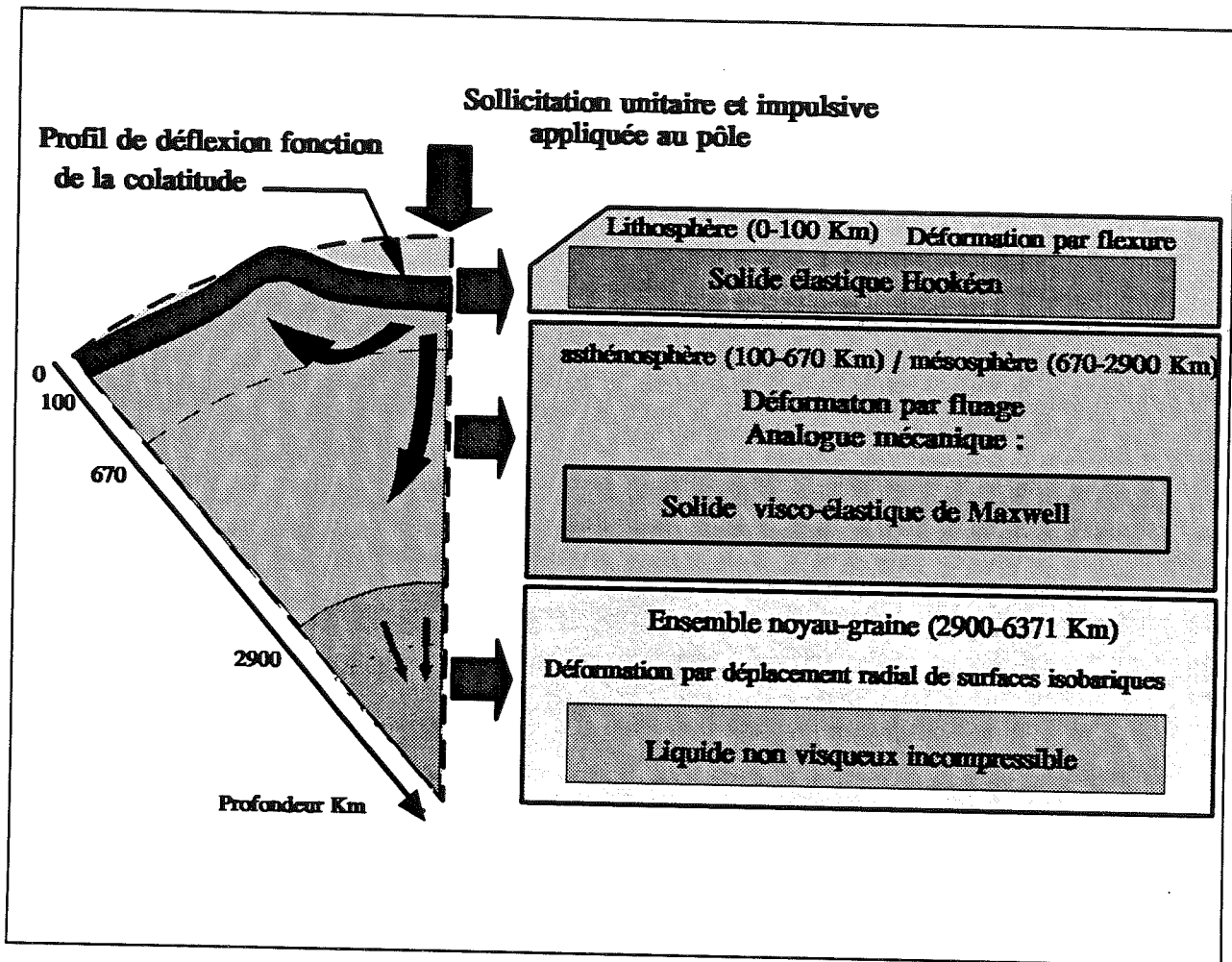


Figure IV-2 : Les différentes rhéologies adoptées pour l'ensemble du globe par le modèle. On remarquera le caractère ponctuel de la sollicitation impulsive appliquée au pôle ainsi que la symétrie axiale de la réponse par rapport à l'axe des pôles qui en découle. Celle-ci ne dépendra donc que de r (coordonnée radiale) et de θ (colatitude).

2.3. Prise en compte de "l'auto-gravitation" dans le modèle.

Le principe d'un modèle dit "auto-gravitant" repose sur la prise en compte de l'influence que peuvent avoir sur la valeur du potentiel de gravité, la présence d'une charge en surface ainsi que celle de déplacements de matière dans l'ensemble du globe. Cette contribution ne peut être clairement mise en évidence qu'à partir de l'établissement de l'équation locale du mouvement et de la prescription des conditions aux limites pour le système.

2.3.1. L'équation locale du mouvement

Utilisant une approche basée sur le principe de correspondance qui consiste à traiter un "problème élastique équivalent" (voir Chapitre V), nous considérerons ici l'équation locale du mouvement uniquement dans le cas élastique. Avant de subir une quelconque sollicitation extérieure, le milieu se caractérise déjà par un champ de pression résultant de l'équilibre hydrostatique initial. Le système auto-gravitant doit en effet compenser les forces gravitationnelles par des forces de pression pour garantir l'équilibre. La pression vérifie alors :

$$\nabla(P_0)^E - F_0 = 0 \quad \text{(IV-9)}$$

avec F_0 l'ensemble des forces de gravité et $(P_0)^E$ la pression à l'ordre 0 (état non perturbé) exprimée sous forme Eulérienne. On pourra remarquer qu'il ne s'agit là que d'une version plus générale du principe de l'hydrostatique exprimé sous la forme $dP_0/dz - \rho g(z) = 0$. C'est ensuite à cette pression initiale à l'ordre 0 que se surimposera un régime de contrainte lié à la sollicitation.

Dans le cas d'une déformation élastique, l'équilibration des forces ne peut être considérée que postérieurement au déplacement instantané (Backus, 1967 ; Eringen, 1967 ; Love, 1927 ; Cathles, 1975 ; Peltier, 1974). La pression qui intervient dans le bilan des forces n'est alors plus celle qui régnait initialement $(P_0)_{t_0}$, mais celle résultant de ce déplacement un laps de temps infiniment court après la sollicitation $(P_0)_{t_0+\delta t}$. Nous verrons que la nouvelle expression de la pression à $t_0+\delta t$ sera responsable d'un terme correctif d'advection du gradient de pression dans l'établissement de l'équation quasi-statique.

Si l'on considère maintenant une quantité de matière qui occupe le volume spatial V délimité par la surface S , il est possible, en négligeant les termes d'accélération, d'égaliser les forces de volume F s'exerçant sur V avec l'ensemble des contraintes T s'appliquant sur S , pour arriver à :

$$\int_V F dV + \int_S T \cdot dn = 0 \quad \text{(IV-10)}$$

En appliquant le théorème de la divergence qui fait apparaître la divergence $\nabla \cdot T$ du tenseur

des contraintes, on obtient :

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{F}) dV = \mathbf{0} \quad (\text{IV-11})$$

ce qui permet d'annuler le terme sous intégrale pour finalement parvenir à :

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (\text{IV-12})$$

Pour s'affranchir de l'état de contrainte initial $(P_0)^E$ qui prévalait avant la sollicitation sous la forme d'une pression $(P_0)^E$ (Le E en exposant référant à l'expression Eulérienne de la Pression, voir plus bas), il est possible de définir un tenseur perturbation de contraintes τ tel que :

$$\tau = \mathbf{T} + (P_0)^E \cdot \mathbf{I} \quad (\text{IV-13})$$

avec \mathbf{I} le tenseur identité. L'équation locale du mouvement devient alors :

$$\nabla \cdot (\tau - (P_0)_{t_0+\delta t}^E \cdot \mathbf{I}) + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (\text{IV-14})$$

L'expression de la pression consécutive au déplacement nécessite une approche à la fois Lagrangienne et Eulérienne du problème. En effet, comme le milieu subit des déplacements, il n'y aura pas de stricte équivalence entre une même quantité de matière (les mêmes atomes) et la surface géométrique qui initialement limitait cette matière. La vision Lagrangienne consiste à toujours s'intéresser à la même quantité de matière au cours de ses déplacements, alors que l'Eulérienne considère une même position fixe dans l'espace au cours du temps. Dans le cas qui nous occupe ici, les deux approches seront nécessaires. La vision Lagrangienne ou "matérielle" permet d'appliquer certains principes physiques de conservation, alors que la prescription de conditions aux limites d'un domaine (surface terrestre par exemple) nécessite une approche Eulérienne. Au même titre que les autres grandeurs (température, volume, densité...), la pression peut avoir une expression Lagrangienne tout comme une expression Eulérienne. La pression Lagrangienne sera celle subie par une particule tout au long de ses déplacements (celle qu'indiquerait un manomètre associé à la particule dans son mouvement). Inversement, la pression Eulérienne serait celle donnée par un manomètre fixe dans l'espace et qui verrait défiler les particules.

Si pour n'importe quelle variable d'état X (Pression, Température...) on note la dérivée particulière (Lagrangienne) par dX_L/dt , et la dérivée spatiale (Eulérienne) par $\partial X_E/\partial t$, il est possible de relier ces deux expressions par l'intermédiaire de la vitesse locale de déplacement \mathbf{v} du milieu par :

$$\frac{dX_L}{dt} = \frac{\partial X_E}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla X_E \quad (\text{IV-15})$$

En supposant maintenant que au cours du déplacement pendant le laps de temps infinitésimal δt , la pression $(P_0)_L$ à l'ordre 0 pour une particule (Le L en exposant indiquant l'expression Lagrangienne) ne varie pas (Love, 1927), ce qui revient à poser $d(P_0)_L/dt = 0$, on obtient pour la dérivée de la pression Eulérienne :

$$\frac{\partial (P_0)^E}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla (P_0)^E \quad (\text{IV-16})$$

Dans le cas d'un déplacement élastique instantané sous la forme $\mathbf{u} = \mathbf{u} H(t-t_0)$ avec H la fonction de Heaviside, la vitesse \mathbf{v} s'exprime sous forme impulsive $\mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \delta(t-t_0)$ et la relation précédente peut s'intégrer pour donner la valeur de la pression consécutive à ce déplacement (que l'on considère dorénavant comme systématiquement Eulérienne) :

$$(P_0)_{t_0+\delta t} = (P_0)_{t_0} - \int_{t_0}^{t_0+\delta t} \mathbf{u} \delta(t-t_0) \nabla P_0 dt = (P_0)_{t_0} - \mathbf{u} \cdot \nabla P_0 \quad (\text{IV-17})$$

Cette expression réinjectée dans (IV-14) nous donne finalement l'équation locale du mouvement sous la forme :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \nabla P_{0|t_0} + \nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (\text{IV-18})$$

La raison pour laquelle, dans cet équilibre, il est nécessaire de considérer la pression (P_0) après le déplacement instantané au bout du temps δt , n'est pas forcément évidente. La modification résultante de l'équation du mouvement n'est pourtant pas négligeable puisqu'elle incorpore alors un terme supplémentaire $\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0)$ assimilable à l'advection d'un gradient de

pression à l'ordre 0 au cours du déplacement élastique. Certains auteurs (Love, 1927, Cathles, 1975) parlent de particules, qui au cours d'un déplacement instantané, transporteraient avec elles leur champ de pression initial à l'ordre 0. C'est un peu comme si les forces de flottaison liées au changement de pression ($u \cdot \nabla P_0$) du milieu ambiant le long du trajet n'intervenaient pas au cours de ce genre de déplacement. Inversement, dans le cas visqueux, la lenteur du procédé permet la mise en œuvre de ces forces de flottaison. En effet, une valeur finie du terme de vitesse v remplaçant $u \cdot \delta(t-t_0)$ dans (IV-17) rend l'intégrale nulle et fait que l'expression de (P_0) ne varie pas au cours de δt . Finalement, nombre d'auteurs (Backus, 1967, Eringen, 1967, Love, 1927, Cathles, 1975, Peltier, 1974) considèrent que dans le cas élastique, l'équilibration des forces ne doit être envisagée que suite au déplacement instantané, et ainsi s'accordent sur la nécessité de ce terme correctif d'advection.

Il s'agit là d'une des conséquences du caractère "auto-gravitant" de la planète, dans la mesure où ce gradient de pression initiale ∇P_0 matérialise l'action des forces de gravité de la planète au repos.

2.3.2. Linéarisation de l'équation locale du mouvement en cas de perturbation.

Considérons l'état initial de la planète au repos pour laquelle existe un état d'équilibre hydrostatique, puis analysons les effets d'une perturbation. Les perturbations que nous considérerons seront toujours supposées négligeables par rapport aux grandeurs auxquelles elles réfèrent dans l'état non perturbé (ordre 0). Dans l'état initial, il sera supposé que la densité ρ_0 n'est fonction que de la variable radiale r ($\rho_0 = \rho_0(r)$) et ne fait donc l'objet d'aucune hétérogénéité latérale (c'est à dire selon les deux autres coordonnées du système sphérique que sont la colatitude θ et la longitude ϕ). Par dessus cette densité de l'état initial, pourra ensuite, selon la sollicitation, s'ajouter une perturbation fonction du temps $\rho_1(r, \theta, \phi, t)$. A chacune de ces distributions de densité (et perturbation de densité) correspondent respectivement les valeurs de potentiel de gravitation $\Phi_0(r)$ et de perturbation de ce même potentiel $\Phi_1(r, \theta, \phi, t)$, qui en tous points vérifient l'équation de Poisson :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi_0 &= 4 \pi G \rho_0 \\ \nabla^2 \Phi_1 &= 4 \pi G \rho_1 \end{aligned} \tag{IV-19}$$

avec G la constante de gravitation universelle. Grâce à l'additivité des potentiels, le potentiel de gravitation Φ associé à la distribution de densité ρ dans le cas perturbé ($\rho(r,\theta,\phi,t) = \rho_0(r) + \rho_1(r,\theta,\phi,t)$) s'écrira $\Phi(r,\theta,\phi,t) = \Phi_0(r) + \Phi_1(r,\theta,\phi,t)$ et vérifiera aussi l'équation de Poisson ($\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$). Dans le cas de la planète auto-gravitante, il est possible de relier de façon simple ce potentiel de gravité et la force de volume qu'est le poids, sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \rho \mathbf{g} \\ \nabla\Phi &= -\mathbf{g} \end{aligned} \tag{IV-20}$$

L'équilibre des forces dans le cas hydrostatique suppose alors (en supposant la perturbation τ et le déplacement \mathbf{u} nuls dans (IV-18) et en remplaçant \mathbf{F} par \mathbf{F}_0) :

$$\nabla P_0 - \mathbf{F}_0 = \mathbf{0} \tag{IV-21}$$

En combinant (IV-20) et (IV-21) on obtient finalement pour l'état hydrostatique initial :

$$\nabla P_0 + \rho_0 \nabla\Phi_0 = \mathbf{0} \tag{IV-22}$$

Dans le cas de l'équilibre hydrostatique, étant donnée l'absence de déplacement, la différence Eulérien-Lagrangien n'apparaît pas, de telle sorte que ces dernières équations restent valables dans les deux systèmes, indépendamment de toute notion de temps.

Dans le cas où le milieu est sollicité, une perturbation par rapport à cet état initial va se surimposer. En particulier, la densité passera de la distribution initialement radiale $\rho_0(r)$ à la distribution $\rho(r,\theta,\phi,t)$ par addition de la perturbation $\rho_1(r,\theta,\phi,t)$. La variation de la densité résultant du déplacement de matière à la vitesse \mathbf{v} s'obtient à l'aide de l'équation de continuité qui traduit la conservation de la masse. Si l'on isole une quantité de matière Ω qui occupe le volume spatial $V(t)$ et que l'on exprime le principe de conservation de la masse à l'aide d'une dérivée particulière (c'est à dire en suivant la matière dans son mouvement) il est possible d'écrire :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \rho dV = 0 \tag{IV-23}$$

A l'aide d'un changement de variable approprié, et en tenant compte du champ de vitesse \mathbf{v} de déplacement de la matière, il est possible de réécrire (IV-23) sous la forme:

$$\iiint_{V(t)} \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \right] dV = 0 \quad (\text{IV-24})$$

Enfin, en utilisant la relation entre la dérivée particulaire (Lagrangienne) et la dérivée spatiale (Eulérienne) donnée par (IV-15), on peut encore écrire :

$$\iiint_{V(t)} \left[\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right] dV = 0 \quad (\text{IV-25})$$

En exprimant que cette égalité est vraie quelle que soit le domaine $V(t)$, la quantité sous l'intégrale s'annule pour finalement donner l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{IV-26})$$

Cette démonstration Lagrangienne de l'équation de conservation de la masse peut paraître assez compliquée, d'autant qu'existe une approche Eulérienne plus "intuitive" permettant d'arriver au même résultat. Elle consiste à dire que la variation de masse dans un volume V délimité par une enveloppe S fixe est égale à la variation du flux de matière à travers S au cours du temps, ce qui peut s'écrire :

$$\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \iint_S \rho \mathbf{v} dS \quad (\text{IV-27})$$

En appliquant le théorème de la divergence, on se ramène à une égalité entre deux intégrales sur le même volume V et qui se traduit finalement comme l'équation donnée par (IV-26).

Sachant que ρ est la somme de ρ_0 (indépendant du temps) et de ρ_1 , les dérivées $\partial \rho / \partial t$ et $\partial \rho_1 / \partial t$ sont les mêmes. Ensuite, la variation ρ_1 étant du premier ordre, le terme $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$ peut au premier ordre être approximé par $\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v})$, si bien que l'équation de continuité limitée au premier ordre s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{IV-28})$$

En intégrant par rapport à t et en observant que la vitesse \mathbf{v} représente la dérivée par rapport au temps du déplacement \mathbf{u} , apparaît une relation directe entre la nouvelle densité (Eulérienne) et celle prévalant pour l'équilibre hydrostatique sous la forme de l'équation de continuité :

$$\rho_1 + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) = 0 \quad (\text{IV-29})$$

en tenant compte du fait que dans l'état initial ρ_1 et \mathbf{u} sont nuls. Si l'on considère maintenant l'équation (IV-18) du mouvement et que l'on y remplace \mathbf{F} et ∇P_0 par leur expression dans (IV-20) et (IV-22), on obtient :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho_0 \nabla \Phi_0 + \nabla (\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) - \rho \nabla \Phi = \mathbf{0} \quad (\text{IV-30})$$

Enfin en décomposant ρ en $\rho_0 + \rho_1$, $\nabla \Phi$ en $\nabla \Phi_0 + \nabla \Phi_1$ et en remarquant que $\rho_1 \nabla \Phi_1$ est d'un ordre supérieur, la linéarisation à l'ordre 1 de l'équation du mouvement dans le cas élastique donne finalement :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \nabla (\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) - \rho_0 \nabla \Phi_1 - \rho_1 \nabla \Phi_0 = \mathbf{0} \quad (\text{IV-31})$$

On pourra remarquer que le processus de linéarisation est essentiel dans la mesure où il garantit la linéarité de l'équation du mouvement par rapport à la perturbation. Cela signifie que les déplacements, la perturbation du potentiel de gravité, ou encore celle de la densité seront tous proportionnels à l'intensité de la sollicitation. Ceci suppose alors un développement limité à l'ordre 1 afin d'éviter des termes croisés qui rendraient cette relation non-linéaire (comme par exemple le terme $\rho_1 \nabla \Phi_1$). Les raisons pour lesquelles cette relation se doit d'être linéaire sont les mêmes que celles concernant l'impératif d'une rhéologie linéaire. En effet, ces deux conditions réunies sont indispensables pour avoir une réponse (et notamment des déplacements) proportionnelle à l'intensité de la sollicitation de surface (voir le processus de convolution final des fonctions de Green).

Enfin, les effets de l' "auto-gravitation" sont très faciles à mettre en évidence à partir d'une relation comme (IV-31). On retrouve la contribution de la gravitation dans l'état hydrostatique initial qui est à l'origine du terme d'advection du gradient de pression à l'ordre 0 $\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla P_0)$ au cours du déplacement élastique. Apparaissent maintenant les conséquences gravitationnelles liées à la perturbation de cet état d'équilibre initial à travers les deux termes

$\rho_0 \nabla \Phi_1$ et $\rho_1 \nabla \Phi_0$. Le premier terme représente l'influence de la variation du champ gravitationnel induite par les déplacements de matière. Le changement de l'accélération de pesanteur qui en découle détermine un changement dans la force de gravitation (le poids) pour l'ensemble des masses en présence (ici approximé au premier ordre par ρ_0). Le second terme, quant à lui, quantifie les effets du changement local de densité (donné par l'équation de continuité). Cette nouvelle répartition des masses, de par sa présence dans le champ gravitationnel ambiant (ramené au premier ordre à Φ_0 au lieu de Φ), détermine une seconde force de gravité. Cette force est assimilable à un terme de flottaison en tant que le résultat des forces de gravitation occasionnées par un contraste de densité dans un champ de pesanteur.

2.3.3. les différentes façons d'incorporer les processus gravitaires.

α) Pas de champ gravitationnel

Une première façon d'opérer pourrait consister à négliger toute forme d'action des forces gravitationnelles. Certains problèmes de mécanique dans lesquels les forces de volume sont négligeables devant les forces de surface adoptent cette hypothèse (c'est parfois le cas en résistance des matériaux où des structures légères subissent de fortes contraintes). L'équation traduisant l'équilibre des forces (IV-18) est alors réduite à son expression la plus simple, soit :

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = \mathbf{0} \quad \text{(IV-32)}$$

où \mathbf{T} représente la contrainte totale. Si le milieu n'est pas sollicité à ses frontières (Terre au repos), cette équation stipule que le régime de contrainte reste nul dans l'ensemble du globe.

En cas de sollicitation, \mathbf{T} se résume à la seule perturbation de contrainte τ issue de la perturbation en surface, de telle sorte que τ vérifie aussi (IV-32). Les déplacements occasionnés par cette perturbation s'obtiennent ensuite à partir de la loi contrainte-déformation du solide élastique que vérifie la contrainte totale \mathbf{T} et par voie de conséquence τ . Si l'on

néglige l'ensemble des forces de gravité, le problème de la sollicitation de la Terre se résume à :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \tau &= 0 \\ \tau_{ij} &= \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \end{aligned} \quad \text{(IV-33)}$$

Cependant, dans le cas de la Terre, à quelques rares exceptions près lors d'éventuels phénomènes tectoniques de surface (faisant apparaître de fortes contraintes), les forces de gravité peuvent difficilement être négligées. En réalité, l'intérieur de la planète fait l'objet de très fortes contraintes résultant du poids de ses constituants. Ces contraintes (qui se résument à des pressions) participent cependant à la déformation par le biais de la compressibilité du milieu.

β) *Champ gravitationnel limité à l'ordre 0*

Il est ensuite possible de tenir compte des processus de gravitation de manière assez simple en les considérant comme constants et donc indépendants des déplacements pouvant avoir lieu. Cela revient à considérer que la Terre garde le champ gravitationnel à l'ordre 0 correspondant à l'état pré-contraint initial. Ainsi, à l'état de repos, l'équilibre des forces de surface et de volume définit un état de contrainte initial T^0 qui vérifie :

$$\nabla \cdot T^0 + F_0 = 0 \quad \text{avec} \quad F_0 = \nabla P_0 \quad \text{(IV-34)}$$

En exprimant que T^0 se résume à la pression P_0 dans l'état initial, l'équilibre des forces peut alors s'écrire :

$$\nabla \cdot (T^0 + P_0 \cdot I) = 0 \quad \text{(IV-35)}$$

avec I le tenseur unité. Lorsque le milieu n'est pas sollicité à ses frontières, le régime de contrainte se résume à la pression P_0 ($T^0 = P_0 \cdot I$) sur l'ensemble du domaine. En termes de relation contrainte déformation, si l'on nomme par e^0 le tenseur des déformations correspondant à T^0 , il apparaît que seuls les termes diagonaux pour les deux tenseurs sont non

nuls et vérifient :

$$\begin{aligned} T_{11}^0 &= (\lambda + 2\mu) e_{11}^0 = -P_0 \\ T_{22}^0 &= (\lambda + 2\mu) e_{22}^0 = -P_0 \\ T_{33}^0 &= (\lambda + 2\mu) e_{33}^0 = -P_0 \end{aligned} \quad \text{(IV-36)}$$

Les trois termes diagonaux du tenseur de déformation sont donc aussi égaux, et lorsque l'on définit la dilatation du milieu par $e_{kk}^0 = e_{11}^0 + e_{22}^0 + e_{33}^0$, il est possible d'exprimer simplement chacun de ces termes comme le tiers de la dilatation. La relation entre le tenseur T^0 et les taux de déformations dans l'état initial non perturbé s'écrit finalement :

$$T_{ij}^0 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{3} e_{kk}^0 \delta_{ij} \quad \text{(IV-37)}$$

Si maintenant une perturbation se surimpose à cet état sous la forme d'une contrainte additionnelle τ , le tenseur de la contrainte totale T s'écrira $T = \tau + T^0$ et vérifiera :

$$\nabla \cdot T + F_0 = 0 \quad \text{soit encore} \quad \nabla \cdot \tau + \nabla \cdot T^0 + F_0 = 0 \quad \text{(IV-38)}$$

Comme on suppose ici la force gravitationnelle comme invariable par rapport à l'état initial, en appliquant (IV-34) la relation précédente peut se résumer à $\nabla \cdot \tau = 0$. En exprimant maintenant que T (tenseur de la contrainte totale) vérifie la relation contrainte déformation du solide élastique ($T_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$), que T^0 vérifie celle décrite par (IV-37), et que chaque terme τ_{ij} peut s'exprimer comme la différence $T_{ij} - T_{ij}^0$ on obtient pour τ :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \tau &= 0 \\ \tau_{ij} &= \left[\lambda e_{kk} - \left(\frac{\lambda + 2\mu}{3} \right) e_{kk}^0 \right] \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \end{aligned} \quad \text{(IV-39)}$$

Cette équation montre quels peuvent être les effets d'une prise en compte sommaire de la gravitation sur le champ de déplacement. Elle montre qu'un état initial pré-contraint n'a d'effets que sur les taux de déformation diagonaux, ce qui représente le seul type de déformation que puisse engendrer une pression. Enfin, en cas d'incompressibilité du milieu ($e_{kk}^0 = e_{kk} = 0$), cette équation devient celle en (IV-33). La pression de l'état initial ne peut alors plus comprimer le milieu et l'effet d'une perturbation en termes de déplacement est exactement le même que si les forces de gravité sont ignorées.

γ) Champs gravitationnel limité à l'ordre 1

L'incompressibilité étant loin d'être systématique pour les matériaux terrestres, la majorité des modèles incorporent la gravitation au moins à l'ordre 0 comme ci-dessus. Rappelons que la limitation à l'ordre 0 exprime la constance de la résultante des forces de gravité à la valeur de l'état initial, soit $-\rho_0 \nabla \Phi_0$ alors que la réalité voudrait $\mathbf{F} = -\rho \nabla \Phi$. Une précision supplémentaire consiste donc à tenir compte des effets de la perturbation à la fois sur la densité et sur le champ gravitationnel. Cela consiste à incorporer dans l'équation d'équilibre les deux termes correctifs au premier ordre que sont $\rho_0 \nabla \Phi_1$ et $\rho_1 \nabla \Phi_0$, dont la signification a été mentionnée précédemment. Lorsqu'enfin est ajouté le terme d'advection du gradient de pression initiale $\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla P_0)$, on arrive à l'expression complète de (IV-31) qui permet de pleinement rendre compte des interactions multiples entre le champ gravitationnel et les déplacements de matière dans le globe. Cette prise en compte des effets de la gravitation jusqu'à l'ordre 1 caractérise les modèles les plus évolués actuellement, les modèles dits "auto-gravitants" et représente l'approche que nous adopterons dans le modèle développé ici.

2.3.4 Prise en compte de l'auto-gravitation dans la prescription des conditions aux limites

La prise en compte de la gravitation intervient dans la prescription des conditions aux limites du domaine (l'explication ne concernera ici que la surface terrestre, bien que pour certains aspects, un traitement analogue soit aussi nécessaire à l'interface noyau-manteau). Ces conditions aux limites concernent essentiellement la variation du potentiel de gravité Φ_1 par rapport à l'état initial. Il a été vu que si l'on nomme par ρ_1 toute perturbation de densité par

rapport à l'état initial (ρ_0), la variation du potentiel Φ_1 vérifiait l'équation de Poisson selon (IV-19). Lorsque l'on atteint la surface terrestre, deux processus sont à prendre en considération dans la perturbation de la répartition des masses par rapport à l'état initial (qui agissent par voie de conséquence sur Φ_1).

Tout d'abord la présence de la charge en surface induit des changements dans le potentiel de gravitation de par la masse qu'elle représente. Ensuite, du fait des déplacements de la surface terrestre, la surface matérielle (Lagrangienne) et la surface spatiale (Eulérienne) ne correspondent pas. Pour prescrire de manière Eulérienne les conditions aux limites (sous la forme $X(a) = b$), il faut donc tenir compte des excès ou des déficiences de matière occasionnées par le déplacement u au voisinage de la surface terrestre (excès en cas de bombement et déficit en cas de creux). Au premier ordre, ces deux redistributions de matière peuvent être assimilées à une "pellicule" à la surface de la Terre, d'une épaisseur infinitésimale et avec une densité surfacique de masse égale à l'ensemble de la perturbation de masse par unité de surface (charge + redistributions de matière). En définissant une surface de Gauss (voir figure IV-3) qui entoure cette pellicule (épaisseur infinitésimale et surface S), il est possible d'intégrer la relation (IV-17 b) sur le volume délimité par cette surface, ce qui donne :

$$\iiint_V \nabla^2 \Phi_1 dV = 4\pi G S (\sigma + (\rho_0^- - \rho_0^+) \cdot U) \quad \text{(IV-40)}$$

avec $(\rho_0^- - \rho_0^+)$ la différence de densité lorsque l'on passe de l'intérieur de la planète à l'air libre et σ la densité surfacique de charge.

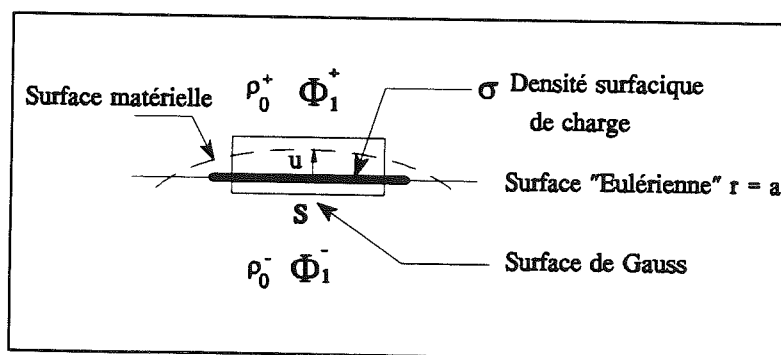


Figure IV-3 : Géométrie de la surface de Gauss à la surface de la Terre.

Le théorème de la divergence permet de réduire l'intégrale de volume à une intégrale sur les surfaces supérieure et inférieure de la "boite" de Gauss (son épaisseur étant supposée infiniment petite) pour donner (Cathles, 1975) :

$$\iint_S \nabla^2 \Phi_1 \cdot n dS = \nabla \Phi_1^+ \cdot n S - \nabla \Phi_1^- \cdot n S = 4\pi G S (\sigma + (\rho_0^- - \rho_0^+) \cdot U) \quad (N-41)$$

avec Φ_1^+ et Φ_1^- la perturbation du potentiel de gravité à l'extérieur et à l'intérieur de la surface terrestre ($r = a$). En tenant compte des propriétés du gradient en sphérique (notamment que $\nabla \Phi_1 \cdot n = \partial \Phi_1 / \partial r$), l'équation se ramène à :

$$\frac{\partial \Phi_1^+}{\partial r} - \frac{\partial \Phi_1^-}{\partial r} = 4\pi G \sigma + 4\pi G (\rho_0^- - \rho_0^+) \cdot U \quad (IV-42)$$

Cette condition à la surface terrestre sera ensuite exploitée dans le cadre de la décomposition en harmoniques sphériques utilisée ultérieurement dans le modèle. On peut d'ores et déjà remarquer, au niveau de cette équation, les deux influences en termes de gravitation de la présence d'une charge en surface et des déplacements de matière qu'elle occasionne. Dans la majorité des modèles, l'influence à distance due à la seule masse de la charge sur la perturbation du potentiel de gravité n'est pas prise en compte (la charge en surface n'étant généralement traduite que par l'égalité des forces au contact). Enfin, comme nous l'avons vu précédemment, les modèles n'intégrant la gravitation qu'à l'ordre 0 ne peuvent évidemment pas tenir compte de l'influence des déplacements de surface via la perturbation du potentiel de gravité dans la prescription des conditions aux limites.

2.4. Le caractère sphérique du modèle

De nombreuses raisons justifient l'emploi d'un raisonnement en sphérique. C'est avant tout une nécessité imposée par la géométrie du problème. Ensuite, lorsqu'elle est utilisée à l'aide de certains outils mathématiques appropriés comme les harmoniques sphériques de surface, l'approche sphérique permet de considérablement simplifier le traitement de la réponse

terrestre à une sollicitation de surface.

2.4.1 La nécessité d'une approche sphérique

L'ampleur de la réponse isostatique face aux grandes calottes glaciaires se traduit par des déplacements de surface, des redistributions profondes de matière ou encore par des modifications du potentiel de gravitation le plus souvent sur une grande partie du globe. En effet, si les déplacements de surface ne sont vraiment significatifs que sous les charges et pour les quelques centaines de km au delà (régionalisation de la réponse), il n'en n'est pas de même pour les redistributions internes dans le manteau et encore moins pour les variations du potentiel de gravité. La profondeur de pénétration des déplacements est en effet du même ordre de grandeur que la longueur d'onde caractéristique de la charge (Chap. II), si bien que sous l'influence des plus grosses calottes glaciaires, il faut s'attendre à des déplacements jusque dans le noyau. Ensuite, comme les modifications du potentiel de gravitation sont la conséquence de ces déplacements, et que de plus, elles subissent ces effets à de très longues distances, il devient obligatoire de raisonner sur des portions entières de Terre pour lesquelles la sphéricité ne peut plus être négligée (figure IV-2). Ces arguments font qu'une approche en coordonnées sphériques, avec l'aide des outils mathématiques appropriés devient une quasi nécessité et contribue à la performance des modèles. C'est aussi la raison pour laquelle l'assimilation du milieu par un demi-espace plan comme avec les premiers modèles ne permet une approche correcte que pour les phénomènes de surface ou de sub-surface ne s'exprimant qu'au travers de courtes longueurs d'onde, comme avec de petites calottes glaciaires (par opposition à celles pour lesquelles la courbure de la planète est significative).

Cette approche sphérique se justifie encore par le fait que les caractéristiques de la Terre auxquelles les modèles sont sensibles ont, en première approximation, une distribution radiale. C'est le cas en effet pour la répartition concentrique des différentes entités de la planète qui sont chacune caractérisée par une rhéologie appropriée (noyau, manteau et lithosphère) et aux limites desquelles seront prescrites des conditions. Un système de coordonnées en (r, θ, ϕ) , avec r la distance radiale au centre, θ la colatitude et ϕ la longitude permet de spécifier ces limites de façon très simple sous la forme $r = r_i$ (r_i étant la distance de cette surface au centre de la Terre).

En plus des entités constitutives majeures, les différentes propriétés physiques de la Terre comme la viscosité, la densité où les vitesses de propagation des ondes sismiques ont, elles aussi, une distribution essentiellement concentrique. Même si de nombreuses manifestations géologiques comme les reliefs compensés, les points chauds, les dorsales ou encore les rifts sont les marqueurs d'hétérogénéités latérales de densité ou de viscosité (variations en fonction des variables θ et ϕ), l'hypothèse de propriétés uniquement radiales pour la planète est obligatoire dans les modèles sphériques faisant appel aux harmoniques de surface. Cependant, ces hétérogénéités, lorsqu'elles sont fortes, sont généralement le fait de phénomènes ponctuels dont les effets sur une modélisation à grande échelle sont le plus souvent dérisoires. Inversement, quand de telles hétérogénéités se produisent sur de grandes étendues (provinces géologiques), elles sont généralement moins prononcées, et en tous cas, offrent des gradients horizontaux faibles qui pourront être négligés devant les verticaux. L'épaisseur lithosphérique peut néanmoins poser problème, dans la mesure où elle semble échapper à cette règle en faisant parfois l'objet de fortes variations sur de grandes étendues (zones orogéniques, vieux cratons par opposition aux domaines océaniques avec une diminution pouvant aller jusqu'à un facteur 3 ou 4). Il s'agit là d'une des plus grandes faiblesses de ces modèles sphériques spectraux, surtout lorsque l'on connaît la sensibilité de la réponse terrestre à ce paramètre (voir l'étude de sensibilité).

2.4.2 Décomposition tensorielle et vectorielle en sphérique

Le problème va consister à traduire dans un système de coordonnées sphérique lié à la Terre l'équation locale du mouvement (IV-31) à la base du modèle. Cette équation peut se mettre sous la forme générale :

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (\text{IV-43})$$

où \mathbf{T} est un tenseur tridimensionnel du second ordre et \mathbf{A} un vecteur de l'espace, tous les deux étant fonction des trois variables d'espace que sont r (distance au centre), θ (colatitude) et ϕ (longitude). Le théorème de la représentation des tenseurs et des vecteurs tangents (Backus, 1966) permet de traduire de manière unique sous forme d'équations scalaires et selon les trois vecteurs de base du système sphérique les équations faisant intervenir des vecteurs et des

opérations vectorielles sur les tenseurs. Ainsi, une équation du type de (IV-43) impliquant le vecteur de l'espace A et $\nabla.T$ la divergence d'un tenseur de contraintes, peut se traduire en trois égalités scalaires selon e_r , e_θ et e_ϕ . Cette analyse utilise les propriétés de l'opérateur ∇ par rapport au système sphérique qui permettent notamment de séparer la variable radiale r des deux variables tangentes à la surface considérée (θ et ϕ). Cette séparation se concrétise par le fait que dans les équations scalaires obtenues, l'opérateur ∇ peut se dissocier en des dérivées simples suivant chacune des variables d'espace ∂/∂_r , ∂/∂_θ , ∂/∂_ϕ et en ∇_1^2 le Laplacien de surface sur la sphère unité. Si T est symétrique (c'est généralement le cas des tenseurs de contraintes), la "décomposition" de $\nabla.T$ fait alors intervenir 6 scalaires P, Q, R, L, M et N tous fonctions de r θ et ϕ qui pour n'importe quel système sphérique, rentre dans le cas général suivant :

$$\nabla.T = \begin{cases} [\partial_r, \nabla_1^2] (P, Q, L) & e_r \\ [\partial_r, \partial_\phi, \partial_\theta, \nabla_1^2] (Q, R, L, M, N) & e_\theta \\ [\partial_r, \partial_\phi, \partial_\theta, \nabla_1^2] (Q, R, L, M, N) & e_\phi \end{cases} \quad (IV-44)$$

où les termes entre crochets indiquent les opérateurs et ceux entre parenthèses les scalaires intervenant dans la décomposition selon le vecteur approprié.

Tout vecteur peut se décomposer de manière analogue (cependant de façon plus simple) selon ces mêmes vecteurs. Ces combinaisons font aussi intervenir les mêmes opérateurs linéaires de différenciation que précédemment. Ainsi la décomposition d'un vecteur A fait intervenir 3 nouveaux scalaires U, V et W pour donner :

$$A \begin{cases} U & e_r \\ [\partial_\phi, \partial_\theta] (V, W) = \frac{\partial V}{\partial \theta} + 1/\sin(\theta) \frac{\partial W}{\partial \phi} & e_\theta \\ [\partial_\phi, \partial_\theta] (V, W) = 1/\sin(\theta) \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{\partial W}{\partial \theta} & e_\phi \end{cases} \quad (IV-45)$$

Il peut paraître surprenant de décomposer de la sorte un vecteur selon les deux vecteurs de surface e_r et e_θ , mais cette formulation présente l'intérêt de faciliter les calculs par la suite,

et de plus, se simplifie considérablement du fait de la symétrie du problème (voir chapitre V). Cette décomposition permet ensuite, en identifiant les termes relatifs à chaque vecteur, de traduire l'équation générale du modèle (IV-43) sous la forme de 3 équations scalaires linéaires. Enfin, une intégration selon les variables θ et ϕ dans les deux dernières séries d'équations permet de s'affranchir des dérivations selon ces mêmes variables et fait que le système de trois équations ainsi obtenu ne fait plus intervenir que les opérateurs $\partial/\partial r$ et ∇_1^2 entre les scalaires (voir le chapitre suivant).

2.4.3 L'intérêt des harmoniques sphériques de surface

Toute fonction $x(\theta, \phi)$ régulière sur la sphère unité ($r = 1$) peut se décomposer sous la forme d'une combinaison linéaire de l'ensemble des harmoniques sphériques de surface sous la forme :

$$x(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n X_n^m Y_n^m(\theta, \phi) \quad (\text{IV-46})$$

avec X_n^m constant sur l'ensemble de la sphère unité. Le système de coordonnées sphérique permet d'associer toute fonction de (r, θ, ϕ) régulière et sa projection sur la sphère unité (fonction de θ et ϕ) d'une manière unique, qui ne dépend que de r . Cela veut dire que tout scalaire $x(r, \theta, \phi)$ peut se décomposer de manière unique suivant une série où intervient son amplitude spectrale X_n^m et l'ensemble des harmoniques sphériques de surface selon :

$$x(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n X_n^m(r) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (\text{IV-47})$$

avec cette fois-ci X_n^m fonction de la distance r au centre O . Les harmoniques sphériques de surface ont la propriété fondamentale de constituer un ensemble complet de fonctions propres pour l'opérateur ∇_1^2 . En d'autres termes, quelle que soit l'harmonique $Y_n^m(\theta, \phi)$, la valeur propre associée étant $-n(n+1)$, on a $\nabla_1^2(Y_n^m(\theta, \phi)) = -n(n+1) Y_n^m(\theta, \phi)$. Cela veut dire que, tenant compte de la linéarité de l'opérateur ∇_1^2 , le laplacien de surface de tout scalaire $x(r, \theta, \phi)$ vérifiant (IV-39) peut s'écrire :

$$\nabla_1^2 x = \nabla_1^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n X_n^m(r) Y_n^m(\theta, \phi) \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n X_n^m(r) \nabla_1^2(Y_n^m(\theta, \phi)) \quad (\text{V-48})$$

soit encore :

$$\nabla_1^2 x = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n -n(n+1) X_n^m(r) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (\text{IV-49})$$

De plus, en utilisant la linéarité de l'opérateur ∂/∂_r et le fait que $Y_n^m(\theta, \phi)$ soit indépendant de r , on arrive de manière très similaire à l'expression de $\partial x/\partial r$ sous la forme :

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{\partial(X_n^m(r))}{\partial r} Y_n^m(\theta, \phi) \quad (\text{IV-50})$$

Enfin, du fait que l'ensemble des harmoniques puisse être considéré comme une base pour l'espace vectoriel de l'ensemble des fonctions de (r, θ, ϕ) , toute relation linéaire entre scalaires décomposés selon (IV-47) peut se ramener à $n \times m$ relations entre leurs amplitudes spectrales correspondantes (mêmes paires (n, m)). Si la relation linéaire de départ ne fait intervenir comme opérateurs de différenciation que la dérivée par rapport à r ∂/∂_r et le Laplacien sur la sphère unité ∇_1^2 , les $n \times m$ équations transformées resteront les mêmes à ceci près que l'opérateur ∇_1^2 pourra être remplacé par $-n(n+1)$.

A titre d'exemple, prenons le cas de trois scalaires a , b et c fonctions de (r, θ, ϕ) se décomposant suivant (IV-47), selon leurs amplitudes spectrales respectives A_n^m , B_n^m et C_n^m . Si ces trois scalaires vérifient une relation linéaire qui par exemple peut s'écrire :

$$(\partial r + 2) a(r, \theta, \phi) + \nabla_1^2 b(r, \theta, \phi) = 3 c(r, \theta, \phi) \quad (\text{IV-51})$$

il est alors possible de ramener cette relation à N ($N = n \times m$) équations suivant les différentes paires (n, m) pour les termes A_n^m , B_n^m et C_n^m dans lesquelles les scalaires et les opérateurs ne font plus intervenir que la variable r . Dans l'exemple présent cela donnerait :

$$(\partial r + 2) A_n^m(r) - n(n+1) B_n^m(r) = 3 C_n^m(r) \quad (\text{IV-52})$$

La décomposition en harmoniques sphériques aura ici permis de momentanément s'affranchir des deux variables de surface que sont la colatitude θ et la longitude ϕ , ce qui rend le système

beaucoup plus abordable dans sa résolution. Le retour à la dépendance en θ et ϕ se fait une fois les termes A_n^m , B_n^m et C_n^m déterminés par résolution des systèmes "réduits" (IV-52) en sommant ces solutions avec les harmoniques correspondantes selon (IV-47).

Toutes ces propriétés montrent la puissance du raisonnement en sphérique, tant dans la prescription des conditions aux limites en accord avec la géométrie du problème, que dans la simplification de l'équation tensorielle de base sous la forme d'un système scalaire. Ce sont encore les particularités du raisonnement sphérique qui permettront ensuite l'utilisation des harmoniques sphériques dans la séparation des variables, ce qui facilitera la résolution des systèmes linéaires obtenus.

CHAPITRE V

CALCUL DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE

DU MODELE DE TERRE

Le modèle de réponse isostatique développé ici propose plusieurs types de résultats, chacun d'eux étant matérialisé par une variable caractéristique. Outre la valeur du déplacement radial U , il est possible d'obtenir le déplacement tangentiel V , la contrainte radiale $T_{r,r}$, la contrainte tangentielle $T_{r,\theta}$ ou encore l'anomalie du potentiel de gravité Φ . Chacune de ces variables constitue une fonction de Green dans la mesure où elle représente la réponse à une sollicitation locale et impulsive (unitaire par rapport au processus de convolution, voir chapitre précédent). Enfin, la combinaison de ces variables "élémentaires" peut aussi donner accès à d'autres grandeurs parfois utiles comme l'anomalie gravimétrique à l'air libre (voir chapitre relatif à la Fennoscandie).

1. Principe de correspondance.

Pour les raisons invoquées dans le chapitre IV, la rhéologie utilisée pour l'ensemble mésosphère-asthénosphère est celle du corps de Maxwell. Nous verrons que la lithosphère et le noyau peuvent aussi être traités dans le cadre de cette rhéologie sous la forme de cas limites. Enfin, cette rhéologie, en tant que rhéologie viscoélastique linéaire, présente la particularité d'être utilisable dans le cadre du théorème de correspondance basé sur les propriétés de la transformée de Laplace.

1.1. Transformée de Laplace

Soit $f(t)$ une fonction réelle de la variable t (le temps en ce qui nous concerne). Sous réserve de la convergence de l'intégrale, cette fonction admet pour transformée de Laplace la fonction $F(s)$ de la variable s (variable de Laplace) qui s'écrit :

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (\text{V-1})$$

La transformée $F_d(s)$ de la dérivée $\partial f(t)/\partial t$ s'obtient à partir de celle de $f(t)$ grâce aux propriétés de l'intégrale. En effet, en intégrant par parties la transformée de $\partial f(t)/\partial t$, on obtient :

$$F_d(s) = \int_0^{\infty} \frac{\partial f(t)}{\partial t} e^{-st} dt = [f(t)e^{-st}]_0^{\infty} + s \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (\text{V-2})$$

En supposant que la fonction f admet une valeur finie en l'infini, $F_d(s)$ s'exprime finalement sous la forme :

$$F_d(s) = f(0) + sF(s) \quad (\text{V-3})$$

La transformée de Laplace présente en outre la particularité d'être linéaire (conséquence directe de la linéarité de l'intégrale). Un calcul très simple montrerait que si deux fonctions $f(t)$ et $g(t)$ admettent pour transformées respectives $F(s)$ et $G(s)$, alors la combinaison $\alpha f(t) + \beta g(t)$ admet pour transformée $\alpha F(s) + \beta G(s)$. Dès lors, il est possible d'appliquer cette transformée aux deux membres de toute équation linéaire, et ainsi de traduire cette équation dans l'espace de la variable s de Laplace (espace des fréquences) au lieu de l'espace de la variable t (le temps par exemple).

Si l'on en revient au corps de Maxwell qui nous intéresse ici, sa relation contrainte déformation se présente sous la forme d'une équation reliant le tenseur des contraintes τ_{ij} sa dérivée par rapport au temps $\dot{\tau}_{ij}$ et le tenseur des vitesses de déformation \dot{e}_{ij} , soit :

$$\dot{\tau}_{ij} + \frac{\mu}{\eta} \left(\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \right) = 2\mu \dot{e}_{ij} + \lambda \dot{e}_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{V-4})$$

En appliquant une transformation de Laplace de part et d'autre de l'égalité, cette relation devient dans l'espace de Laplace :

$$s\bar{\tau}_{ij} + \frac{\mu}{\eta} (\bar{\tau}_{ij} - \frac{1}{3}\bar{\tau}_{kk}\delta_{ij}) = 2\mu s\bar{e}_{ij} + 3\lambda s\bar{e}_{kk}\delta_{ij} \quad (\text{V-5})$$

avec $\bar{\tau}_{ij}$, \bar{e}_{ij} , $\bar{\tau}_{kk}$ et \bar{e}_{kk} les transformées respectives de τ_{ij} , e_{ij} , τ_{kk} et e_{kk} ne dépendant plus du temps mais de la seule variable de Laplace selon :

$$\bar{\tau}_{ij}(s) = \int_0^{\infty} \tau_{ij} e^{-st} dt, \quad \bar{e}_{ij}(s) = \int_0^{\infty} e_{ij} e^{-st} dt \quad (\text{V-6})$$

On pourra remarquer que les termes $\tau_{i,j}(0)$ et $e_{i,j}(0)$ qui viennent de la transformation des dérivées temporelles de $\tau_{i,j}$ et $e_{i,j}$ n'apparaissent pas dans (VI-5). En effet, si l'on assimile τ à une perturbation de contrainte par rapport à un état initial, il est possible d'avancer que au temps $t = 0$, cette perturbation de contrainte vérifiera la loi de Hooke, ce qui implique :

$$\tau_{ij}(0) = 2\mu e_{ij}(0) + \lambda e_{kk}(0)\delta_{ij} \quad (\text{V-7})$$

En contractant les indices ($i=j$) dans (VI-5) et en notant selon la convention d'Einstein $\bar{e}_{ii} = \bar{e}_{11} + \bar{e}_{22} + \bar{e}_{33}$, on obtient :

$$\bar{\tau}_{kk} = (3\lambda + 2\mu)\bar{e}_{kk} \quad (\text{V-8})$$

Lorsque l'on remplace dans (V-5) $\bar{\tau}_{kk}$ ainsi obtenu, on obtient finalement :

$$\bar{\tau}_{ij} = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu \frac{\mu/\eta}{s + \mu/\eta}\right) \bar{e}_{kk}\delta_{ij} + \left(\frac{2\mu s}{s + \mu/\eta}\right) \bar{e}_{ij} \quad (\text{V-9})$$

ce qui peut s'écrire sous la forme d'une relation contrainte-déformation condensée :

$$\bar{\tau}_{ij} = \lambda(s) \bar{e}_{kk} \delta_{ij} + 2\mu(s) \bar{e}_{ij} \quad (\text{V-10})$$

qui est celle d'un solide élastique Hookéen avec des paramètres de Lamé "équivalents"

fonction de la variable de Laplace selon :

$$\lambda(s) = \frac{\lambda s + \mu K/\eta}{s + \mu/\eta} \tag{V-11}$$

$$\mu(s) = \frac{\mu s}{s + \mu/\eta}$$

avec $K = \lambda + 2/3\mu$ où λ et μ sont les deux paramètres de Lamé (intervenant dans le comportement élastique instantané) et η la viscosité qui contrôle le comportement visqueux.

Ce formalisme (Biot, 1964 ; Peltier, 1974) utilise le fait que des équations régissant un problème spécifique en fonction du temps, peuvent, via la transformée de Laplace, adopter une forme différente et être résolues dans le nouvel espace ainsi défini (celui des fréquences). Dans le cas qui nous intéresse, la transformation de Laplace réduit le comportement viscoélastique en fonction du temps en un comportement élastique équivalent. Le théorème de correspondance nous permet alors de traiter la réponse terrestre à une sollicitation de surface à l'aide des équations élastiques (dont les paramètres élastiques équivalents (V-11) sont fixés par chaque valeur que peut prendre la variable s). Le retour à la dépendance en temps se fait par inversion (au sens de Laplace) de la solution $Y(s)$ ainsi obtenue, ce qui donne finalement :

$$y(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_L Y(s) e^{st} ds$$

où L représente un chemin d'intégration dans le plan complexe appelé chemin de Bromwich (un contour fermé incluant l'ensemble des pôles de la fonction $Y(s)$). Cette intégration le long de ce parcours nécessite le calcul de la solution $Y(s)$ pour l'ensemble des valeurs de s couvrant le spectre des fréquences. Concrètement, le problème élastique équivalent doit être envisagé pour l'ensemble des fréquences s allant de la limite $s \rightarrow 0$ à la limite $s \rightarrow \infty$ pour ensuite être inversé. Il faut en effet interpréter la variable s comme l'inverse du temps après la mise sous contrainte. Ainsi, en balayant l'ensemble des valeurs de s (de l'infini à 0), on décrit dans l'espace des temps l'ensemble des valeurs de t et les comportements spécifiques associés (de la déformation élastique instantanée lorsque t tend vers 0 au comportement visqueux à long terme).

La prédominance de la déformation élastique par rapport à la visqueuse (et vice versa) dépend en fait de la valeur de s par rapport à la quantité $-\mu/\eta$ qui n'est autre (au signe près) que l'inverse de la période de Maxwell T_m ($T_m = \eta/\mu$). En effet, d'après les formules donnant les paramètres élastiques équivalents (V-11), la valeur $s = -1/T_m$ apparaît clairement comme une valeur particulière. Ainsi, pour des temps bien en deçà de cette limite ($t \ll T_m$), ce qui dans le domaine spectral correspond à $|s| \gg 1/T_m$, les termes $\lambda(s)$ et $\mu(s)$ tendent respectivement vers λ et μ les vrais paramètres de Lamé, et la loi de déformation devient celle du solide élastique Hookéen. Inversement, pour des durées bien supérieures (soit $t \gg T_m$ ou encore $|s| \ll 1/T_m$), $\lambda(s)$ et $\mu(s)$ tendent respectivement vers K et ηs pour donner une loi de déformation, qui une fois réinversée (retour dans l'espace temps), caractérise un fluide visqueux Newtonien, et s'écrit (Peltier, 1982) :

$$\tau_{ij} = K e_{kk} \delta_{ij} + 2\eta \dot{e}_{ij} \quad (\text{V-13})$$

On pourra remarquer que, à la différence de la limite visqueuse, la prédominance élastique s'individualise dans l'espace de Laplace sans qu'il soit nécessaire d'inverser la transformée. La raison vient du fait que lorsque s tend vers l'infini, $\lambda(s)$ et $\mu(s)$ tendent vers des limites indépendantes de s qui font que la transformée et son inverse sont égales à un Dirac près. Cette propriété sera d'ailleurs mise à profit par l'individualisation d'une réponse élastique indépendante de s que l'on inversera alors simplement par multiplication par un Dirac (voir le paragraphe relatif à l'inversion). On obtient finalement dans l'espace des temps une réponse élastique instantanée que l'on ajoute ensuite à la réponse visqueuse fonction du temps. Cette dernière, quant à elle, s'obtient par une inversion classique (V-12) de la transformée de Laplace sur l'ensemble du spectre des valeurs de s .

1.2. Le problème élastique équivalent.

La rhéologie équivalente sur l'ensemble du spectre permet donc de se limiter au traitement de la réponse élastique de la Terre à une charge en surface. Dans la cas du modèle auto-gravitant, l'équation locale du mouvement sera donc celle décrite au chapitre précédent (IV-31). Le terme τ apparaissant dans cette équation représente une variation de contrainte par rapport à l'état initial pré-contraint et non pas le véritable état de contrainte que subit le milieu. Cependant, le paragraphe 2.3.3 du chapitre IV montre que τ obéit aussi à la relation

contrainte déformation de la rhéologie équivalente (solide élastique), dans laquelle les déplacements seront ceux imputables à la seule perturbation τ et non pas les déplacements totaux (ceux incluant aussi les éventuelles déformations de l'état pré-contraint). A cause des effets sur le bilan des forces de la perturbation du potentiel de gravité Φ_1 et de la variation de densité ρ_1 , tous deux liés au déplacement \mathbf{u} , le système perturbé se résume en l'équation locale du mouvement (IV-31) complétée par l'équation de Poisson pour Φ_1 (IV-19) ainsi que par l'équation de continuité (IV-29). On arrive finalement à un système de 3 équations dont la première est de nature vectorielle et les deux suivantes de nature scalaire, ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) - \rho_1 \nabla \Phi_0 - \rho_0 \nabla \Phi_1 = \mathbf{0} \\ \nabla^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1 \\ \rho_1 = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(V-14a)} \\ \text{(V-14b)} \\ \text{(V-14c)} \end{array}$$

L'état initial sur lequel se surimpose la perturbation se caractérise par les grandeurs à l'ordre 0 que sont P_0 , Φ_0 et ρ_0 pour la pression, la valeur du potentiel de gravité et la densité. Du fait de cet état non perturbé, la résultante des forces de gravité, $\rho_0 \nabla \Phi_0$ est exactement compensée par la résultante des forces de pression ∇P_0 et les valeurs du potentiel Φ_0 sont entièrement déterminées par la répartition de densité $\rho_0(r)$ (ne dépendant ici que de la coordonnée radiale). D'après (IV-19) et (IV-22) l'état initial est entièrement caractérisé par les deux relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla P_0 + \rho_0 \nabla \Phi_0 = 0 \\ \nabla^2 \Phi_0 = 4\pi G \rho_0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(V-15a)} \\ \text{(V-15b)} \end{array}$$

2. Traduction du problème en sphérique

La philosophie du modèle unitaire basée sur une sollicitation ponctuelle s'exerçant à un pôle confère à l'ensemble du problème une symétrie par rapport à l'axe de ce pôle. En confondant l'axe à partir duquel se définit la colatitude θ avec cet axe de symétrie (voir figure

V-1), on rend le problème indépendant de la longitude ϕ . En effet, la déformation de surface (ou toute autre grandeur) sur l'ensemble de la sphère s'obtiendra à partir de la révolution selon ce même axe d'un profil méridien quelconque (lequel est d'ailleurs partout le même). Le raisonnement ne portera donc, à terme, que sur les deux seules variables que sont la distance radiale au centre r et la colatitude θ (angle au centre entre le point d'application de la charge et le point considéré).

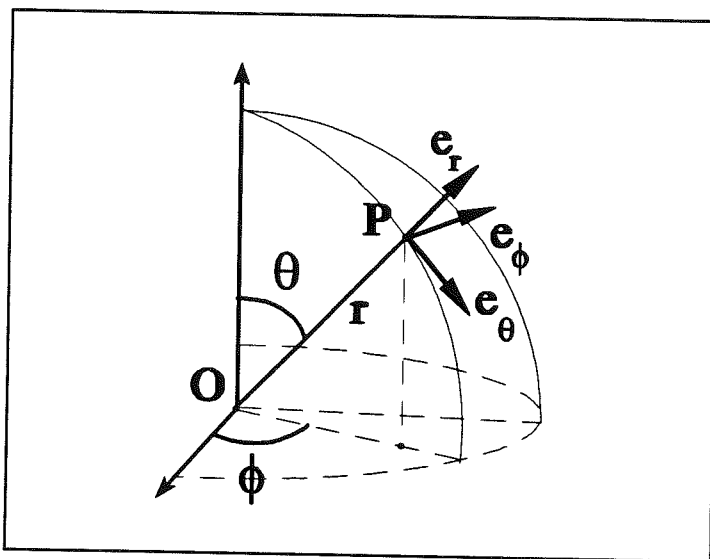


Figure V-1 : Le système de coordonnées sphériques adopté

Dans le système sphérique défini par ces axes et les variables associées, il est possible d'exprimer le gradient d'un tenseur en fonction de 6 scalaires caractéristiques P , Q , L , M , N et R (cf chapitre précédent). Nous n'utiliserons que la décomposition de $\nabla \cdot T$ selon les deux axes e_r et e_θ bien qu'une composante existe selon e_ϕ (en effet, ce n'est pas parce que le problème est indépendant de ϕ que les composantes de vecteurs selon e_ϕ sont pour autant nulles). La formule de décomposition d'un tenseur T d'ordre 2 dans un système sphérique quelconque s'écrit (Backus, 1967) :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot T = r^{-1} [(r\partial_r + 2)P + \nabla_1^2 Q - 2L] e_r + r^{-1} (\nabla_1 x^i) \\ \{ \partial_i [(r\partial_r + 3)Q + L + (\nabla_1^2 + 2)M] + h_i^j \partial_j [(r\partial_r + 3)R + (\nabla_1^2 + 2)N] \} \end{aligned} \quad (V-16)$$

avec x^i ($i = 1$ à 2) valant respectivement pour les deux variables de surface ($x^1 = \theta$, $x^2 = \phi$), ∂_i la dérivation par rapport à chacune de ces deux variables, ∇_1 le gradient de surface sur la

sphère unité et enfin ∇_1^2 le Laplacien correspondant. Avec le système sphérique en θ, ϕ adopté ici, les expressions de $\nabla_1\theta$ et $\nabla_1\phi$ valent respectivement \mathbf{u}_θ et $\mathbf{u}_\phi/\sin(\theta)$. Le terme h_1^j s'exprimant par $\mathbf{e}_r \cdot (\partial_r \mathbf{r} \wedge \nabla_s \mathbf{x}^j)$, les dérivées par rapport à θ et ϕ d'un vecteur radial quelconque ($\mathbf{r} = r \cdot \mathbf{e}_r$) s'écrivant $\partial_\theta \mathbf{r} = r \mathbf{e}_\theta$, $\partial_\phi \mathbf{r} = r \sin(\theta) \mathbf{e}_\phi$ et le gradient de surface ∇_s sur la sphère de rayon r s'exprimant simplement sous la forme $\nabla_s = r \nabla_1$, il apparaît rapidement que $h_1^1 = h_2^2 = 0$, $h_1^2 = 1/\sin(\theta)$ et $h_2^1 = -\sin(\theta)$. Dès lors, la projection sur chacun des vecteurs \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ , \mathbf{e}_ϕ devient évidente et se simplifie considérablement par le fait que, dans le cas présent, toutes les dérivées par rapport à ϕ s'annulent. Il est maintenant possible de préciser les termes de la décomposition (IV-44) en donnant les relations entre P, Q, L, M, N et R avec les trois équations scalaires suivantes (nous ne considérerons par la suite que les deux premières) :

$$\nabla \cdot \tau \begin{cases} r^{-1} [(r\partial_r + 2)P + \nabla_1^2 Q - 2L] & \mathbf{e}_r \\ r^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta} [(r\partial_r + 3)Q + L + (\nabla_1^2 + 2)M] & \mathbf{e}_\theta \\ -r^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta} [(r\partial_r + 3)R + (\nabla_1^2 + 2)N] & \mathbf{e}_\phi \end{cases} \quad (\text{V-17})$$

Une décomposition spécifique du vecteur déplacement \mathbf{u} d'après (IV-45), selon les trois vecteurs du système sphérique permet d'individualiser ici les 3 scalaires U, V et W . Du fait de l'indépendance de l'ensemble des variables par rapport à ϕ , et suite à un déplacement uniquement dans les plans méridiens (le terme selon \mathbf{e}_ϕ est alors nul), cette décomposition du vecteur déplacement \mathbf{u} se résume à :

$$\mathbf{u} = U \mathbf{e}_r + \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta \quad (\text{V-18})$$

L'intérêt de cette décomposition vient du fait que chacun des scalaires P, Q, L, M, R et N peut être exprimé seulement en fonction des 2 scalaires U et V ainsi définis (en cas de non symétrie le calcul de R et N ferait intervenir W). En effet, en considérant la relation contrainte-déformation de la rhéologie élastique équivalente :

$$\bar{\tau}_{ij} = \lambda(s) \bar{e}_{kk} \delta_{ij} + 2\mu(s) \bar{e}_{ij} \quad (\text{V-19})$$

ainsi que l'expression des taux de déformation dans le système sphérique (Lliboutry, 1987) :

$$\begin{aligned}
 e_{rr} &= \frac{\partial U}{\partial r} \\
 e_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + U \right] \\
 e_{\phi\phi} &= \frac{1}{r} \left[U + \frac{1}{\tan(\theta)} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] \\
 e_{r\theta} &= \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial U}{\partial \theta} + r \frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta} - \frac{\partial V}{\partial \theta} \right]
 \end{aligned}
 \tag{V-20}$$

il est possible après d'assez longs calculs (Backus, 1967) de parvenir à :

$$\begin{aligned}
 P &= \lambda \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{2U}{r} + \nabla_1^2 V \right) + 2\mu \frac{\partial U}{\partial r} \\
 Q &= \mu \left(\frac{1}{r} U + \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{r} V \right) \\
 L &= \frac{\lambda}{r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} + 2U + \nabla_1^2 V \right) + \frac{\mu}{r} (2U + \nabla_1^2 V) \\
 M &= \frac{\mu}{r} V
 \end{aligned}
 \tag{V-21}$$

L'analyse conjointe de (V-19), (V-20) et (V-21), ajoutée au fait que pour toute variable X, le laplacien ∇_1^2 vérifie :

$$\nabla_1^2 X = \frac{\partial^2 X}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\tan(\theta)} \frac{\partial X}{\partial \theta}
 \tag{V-22}$$

montre que si le vecteur décomposé selon U et V correspond au déplacement, le scalaire P est exactement égal à la contrainte radiale normale T_{rr} . De même, la dérivée de Q par rapport

à θ n'est autre que la contrainte tangentielle radiale $T_{r,\theta}$, comme le montre l'équation suivante (toujours d'après V-19, V-20 et V-21) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \theta} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\mu \left(\frac{1}{r} U + \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{r} V \right) \right] \\ &= \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) = T_{r,\theta} \end{aligned} \quad (\text{V-23})$$

U et V, la contrainte T_{rr} et le terme Q constitueront alors 4 des six variables dans le système final d'équations différentielles auquel aboutit le problème mécanique traité ici.

A ce stade, pour exprimer (V-14a) sous la forme de deux équations scalaires, il faut maintenant exprimer l'expression $\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) - \rho_1 \nabla \Phi_0 - \rho_0 \nabla \Phi_1$ selon les deux vecteurs \mathbf{e}_r et \mathbf{e}_θ , tout comme nous l'avons fait pour $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$. D'après (V-15a), en posant $g_0 \mathbf{e}_r = \nabla \Phi_0$ (car Φ_0 ne dépend que de r), et du fait que $\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r = U$ (car $\mathbf{u} = U \mathbf{e}_r + \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta$), il est possible de réécrire $\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0)$ sous la forme :

$$\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) = \nabla(-\mathbf{u} \rho_0 g_0 \mathbf{e}_r) = -\nabla(\rho_0 g_0 U) \quad (\text{V-24})$$

Avec la distributivité de l'opérateur ∇ (dans le cas de scalaires comme ici) et du fait que pour un scalaire x , ∇x s'écrit $\frac{\partial x}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta$, le terme $\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0)$ s'écrit :

$$\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) \begin{cases} -\rho_0 \frac{\partial(g_0 U)}{\partial r} - \frac{\partial \rho_0}{\partial r} g_0 U & \mathbf{e}_r \\ -\frac{\rho_0 g_0}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} & \mathbf{e}_\theta \end{cases} \quad (\text{V-25})$$

Ensuite pour les termes $-\rho_0 \nabla \Phi_1$ et $-\rho_1 \nabla \Phi_0$, en considérant l'expression ρ_1 donnée par (IV-29),

$$\begin{aligned} -\rho_0 \nabla \Phi_1 &= -\rho_0 \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta \right) \\ -\rho_1 \nabla \Phi_0 &= \left(\rho_0 x + \frac{\partial \rho_0}{\partial r} U \right) g_0 \mathbf{e}_r = \left(\rho_0 g_0 x + \frac{\partial \rho_0}{\partial r} g_0 U \right) \mathbf{e}_r \end{aligned} \quad (\text{V-26})$$

et en notant $x = \nabla \cdot \mathbf{u}$, il est possible d'écrire :

En sommant toutes les contributions selon chacun des deux vecteurs, on arrive finalement à :

$$\nabla(\mathbf{u} \cdot \nabla P_0) - \rho_0 \nabla \Phi_1 - \rho_1 \nabla \Phi_0 \left\{ \begin{array}{l} -\rho_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} + \rho_0 g_0 x - \rho_0 \frac{\partial(g_0 U)}{\partial r} \quad \mathbf{e}_r \\ -\frac{\rho_0 g_0}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{\rho_0}{r} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(-\frac{\rho_0 g_0}{r} U - \frac{\rho_0}{r} \Phi_1 \right) \quad \mathbf{e}_\theta \end{array} \right. \quad (\text{V-27})$$

Finalement, à l'aide de cette décomposition, de l'expression de $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$ (V-17), de l'équation (V-21) donnant les scalaires M et L en fonction de U et de V, il est possible de traduire (V-14a) selon le vecteur \mathbf{e}_r , sous la forme :

$$\begin{aligned} (\partial_r + \frac{2}{r}) T_{rr} + \frac{1}{r} \nabla_1^2 Q - \frac{2\lambda x}{r} - \frac{2\mu}{r^2} (2U + \nabla_1^2 V) \\ - \rho_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} + \rho_0 g_0 x - \rho_0 \frac{\partial(g_0 U)}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (\text{V-28})$$

De la même façon, après avoir intégré selon θ , l'équilibre des forces suivant \mathbf{e}_θ s'écrit :

$$(r\partial_r + 3)Q + \lambda x + \frac{\mu}{r} (2U + 2V + 2\nabla_1^2 V) - \rho_0 g_0 U - \rho_0 \Phi_1 = 0 \quad (\text{V-29})$$

En traduisant maintenant le fait que Φ_1 et Φ_0 vérifient tous deux l'équation de Poisson (IV-19), deux nouvelles équations apparaissent sous la forme :

$$\nabla^2 \Phi_1 = (\partial_r + \frac{2}{r}) \Phi_1 + \frac{1}{r^2} \nabla_1^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1 \quad (\text{V-30})$$

$$\nabla^2 \Phi_0 = \nabla(\nabla \Phi_0) = \nabla(g_0 \mathbf{e}_r) = g_0 \nabla(\mathbf{e}_r) + \frac{\partial \rho_0}{\partial r}$$

En remplaçant ρ_1 par son expression en fonction de la dilatation ($x = \nabla \cdot \mathbf{u}$) et en remarquant

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \nabla_1^2 \Phi_1 = -4\pi G (\rho_0 x + \frac{\partial \rho_0}{\partial r} U) \\ \frac{\partial g_0}{\partial r} + \frac{2}{r} g_0 = 4\pi G \rho_0 \end{aligned} \quad (\text{V-31})$$

que $\nabla(\mathbf{e}_r) = 2/r$, ces deux équations peuvent encore s'écrire :

Enfin, en exprimant la dilatation en fonction des variables U et V, apparaît une cinquième équation qui s'écrit :

$$\chi = \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{2U}{r} + \frac{1}{r} \nabla_1^2 V \quad (\text{V-32})$$

3. Décomposition dans l'espace des harmoniques sphériques.

3.1 Transformation du système d'équations

L'ensemble des équations aux dérivées partielles auxquelles tout ce raisonnement permet d'aboutir présente l'énorme avantage de ne plus faire intervenir que des dérivations par rapport à r et l'opérateur laplacien de surface ∇_1^2 . De plus ces équations sont linéaires. D'après les propriétés des harmoniques sphériques de surfaces détaillées au paragraphe 2.4.3 du chapitre IV, ces équations peuvent être traduites de manière similaire dans l'espace des harmoniques en remplaçant chacune des variables par son amplitude spectrale correspondante et en remplaçant ∇_1^2 par $-n(n+1)$.

Le problème de la réponse de la Terre à une sollicitation de surface peut donc se traiter dans l'espace des harmoniques sphériques, ce qui permet de momentanément s'affranchir de la variable θ (il ne reste plus alors que la variable r). Un peu comme avec la décomposition de Laplace, il est ici nécessaire de résoudre ces équations pour l'ensemble des valeurs de n (une infinité en théorie), pour ensuite pouvoir inverser les solutions en sommant les séries de Legendre selon (IV-47). En pratique, la convergence des solutions étant rapide, on peut en général se limiter aux 180 premiers degrés d'harmoniques dans la sommation finale du spectre.

Les variables du système sont ici U, V, $T_{r,r}$, Q et Φ . U représente la composante radiale du déplacement, $T_{r,r}$ la contrainte radiale normale et Φ l'anomalie du potentiel de gravitation. La signification de V et Q est moins évidente puisque c'est la dérivée de Q par

rapport à θ qui représente la composante radiale tangentielle et celle de V la composante tangentielle du déplacement (voir la décomposition de u en V-18). Cependant, si l'on appelle Q^n et V^n les amplitudes respectives dans l'espace des harmoniques de Q et V et que l'on résolve le système à l'aide de ces variables, les solutions obtenues seront directement traduisibles en termes de contrainte radiale tangentielle $T_{r,\theta}$ et de déplacement tangentiel u_θ . En effet, si Q et V se décomposent normalement sous la forme :

$$Q = \sum_{n=0}^{\infty} Q^n P_n(\cos(\theta)) \tag{V-33}$$

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} V^n P_n(\cos(\theta))$$

la composante tangentielle pour la contrainte radiale $\partial Q/\partial\theta$ et pour le déplacement $\partial V/\partial\theta$ vérifiera :

$$\frac{\partial Q}{\partial\theta} = T_{r,\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} Q^n \frac{\partial P^n(\cos(\theta))}{\partial\theta} \tag{V-34}$$

$$\frac{\partial V}{\partial\theta} = u_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} V^n \frac{\partial P^n(\cos(\theta))}{\partial\theta}$$

vu que, par définition, Q^n et V^n ne dépendent que de r et du degré harmonique n (voir le paragraphe relatif aux harmoniques sphériques du chapitre précédent). Ceci permet donc, dans l'espace des harmoniques sphériques, d'assimiler Q à la contrainte radiale tangentielle et V au déplacement radial, sous la condition que les termes solutions soient finalement inversés selon (V-34) et non pas (V-33). On pourra remarquer que, suite à l'indépendance par rapport à la longitude, les harmoniques sphériques de surface se simplifient et se réduisent au polynôme de Legendre de la variable $\cos(\theta)$, par conséquent, la sommation de la série ne se fait alors plus que selon le degré harmonique n .

3.2 Traduction des conditions aux limites

Le problème ne pourra être traité dans l'espace des harmoniques sphériques que si les conditions aux limites, au même titre que les variables, sont elles aussi décomposées suivant

les séries de Legendre. Ces conditions aux limites traduisent à la fois l'équilibration des forces à la surface de la Terre, là où s'exerce la charge, ainsi que les effets sur la variation du potentiel de gravité de la présence de cette charge et des déplacements qu'elle induit (IV-42).

3.2.1 Conditions aux limites sur les contraintes $T_{r,r}$ et $T_{r,\theta}$

Pour représenter la sollicitation de surface $S(\theta)$, on peut dans un premier temps imaginer une masse surfacique σ (masse par unité de surface) répartie sur une calotte sphérique centrée sur l'axe ($\theta = 0$) et de demi-ouverture α au centre de la Terre :

$$\begin{aligned} S &= \sigma & 0 < \theta < \alpha \\ S &= 0 & \alpha < \theta < \pi \end{aligned} \quad (\text{V-35})$$

Une telle répartition est décomposable en harmoniques sphériques selon (V-33) et fait apparaître une amplitude associée K^n ne dépendant que du degré d'harmonique n (S n'est défini qu'en surface). Pour retrouver l'aspect ponctuel de la sollicitation (nécessaire pour la convolution ultérieure des fonctions de Green) sous la forme d'un Dirac, il suffit de faire tendre ensuite l'angle α vers 0. D'assez longs calculs (liés notamment à des problèmes de convergence de la série de Legendre, Longman (1963)), montrent finalement que dans le cas d'une masse unitaire (1 kg) concentrée sous la forme d'un Dirac, K^n vaut $(2n+1)/4\pi a^2$ avec a le rayon terrestre. A la surface terrestre, l'expression de l'équilibre des forces au premier ordre s'écrit alors :

$$\begin{aligned} T_{r,r}(a, \theta) &= -g_0(a) S(\theta) = -g_0(a) \sum_{n=0}^{\infty} K^n P^n(\cos(\theta)) \\ T_{r,\theta}(a, \theta) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{V-36})$$

La limitation au premier ordre veut que l'expression de g_0 (accélération gravitationnelle à l'ordre 0) utilisée ici soit celle en a et non pas $a+U$ et que de plus, elle n'intègre pas la perturbation radiale du potentiel de gravité ($\partial\Phi_1/\partial r$). La composante tangentielle de cette perturbation (plus précisément $1/a \cdot \partial\Phi_1/\partial\theta$) induit même un terme horizontal d'accélération qui, s'il était pris en considération, interviendrait sur le terme $T_{r,\theta}$. Maintenant si ces deux contraintes sont exprimées en séries de Legendre selon (V-33), une identification selon chaque

polynôme de Legendre permet d'écrire la condition (V-36) dans l'espace des harmoniques, ce qui pour tout n donne :

$$\begin{aligned} T_{r,r}^n(a) &= -g_0(a)K^n = \frac{-(2n+1)g_0(a)}{4\pi a^2} \\ T_{r,\theta}^n(a) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{V-37})$$

avec la convention qu'une pression correspond à une contrainte négative.

3.2.2 Conditions aux limites sur la variation du potentiel de gravitation

Cette condition traduit la perturbation du potentiel de gravitation engendrée par la présence de la charge ainsi que les effets du déplacement u de matière en surface sur ce même potentiel. En reprenant l'équation (IV-42) appliquée à la surface de la Terre, $\partial\Phi_1^+/\partial r$ représente le gradient de la perturbation de potentiel à l'extérieur de la planète, $\partial\Phi_1^-/\partial r$ celui à l'intérieur, ρ_0^+ la densité extérieure (celle de l'air qu'on suppose entièrement négligeable) et ρ_0^- celle dans la couche superficielle de la Terre. A l'extérieur de la planète, puisque ρ_1 est nul, l'équation de Poisson (IV-19) que vérifie Φ_1 se transforme en l'équation de Laplace. Φ_1 est alors dit harmonique et, d'après les propriétés des harmoniques sphériques, sa décomposition en séries de Legendre peut s'écrire :

$$\Phi_1^+(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} D(n) r^{-n-1} P^n(\cos(\theta)) \quad (\text{V-38})$$

avec D(n) une constante ne dépendant que de n. De ce fait, la dérivée de chaque terme dans cette décomposition vérifie :

$$\frac{\partial\Phi_1^{n+}(r, \theta)}{\partial r} = -(n+1)D(n)r^{-n-2}P^n(\cos(\theta)) = \frac{-(n+1)}{r}\Phi_1^{n+}(r, \theta) \quad (\text{V-39})$$

En traduisant la continuité de Φ_1 de par et d'autre de la surface terrestre ($\Phi_1^- = \Phi_1^+ = \Phi_1$), la condition (IV-42) à la surface terrestre et dans l'espace des harmoniques sphériques peut alors s'exprimer sous la forme :

Où Φ_1^n , U^n , et K^n représentent les termes de la décomposition en série de Legendre pour les variables Φ_1 , U (déplacement radial) et S. En définissant la nouvelle variable Z^n dans l'espace

$$\frac{(n+1)}{r} \Phi_1^n + \frac{\partial \Phi_1^n}{\partial r} + 4\pi G \rho_0 U^n = -4\pi G K^n \quad (\text{V-40})$$

des harmoniques telle que pour tout n :

$$Z^n = \frac{\partial \Phi_1^n}{\partial r} + \frac{(n+1)}{r} \Phi_1^n + 4\pi G \rho_0 U^n \quad (\text{V-41})$$

La condition (V-40) se traduit alors de manière très simple sous la forme :

$$Z^n(a) = \frac{-(2n+1)G}{a^2} \quad (\text{V-42})$$

4. Protocole de résolution

4.1 Le système linéaire pour le manteau

En ajoutant aux 5 variables U^n , V^n , T_{rr}^n , $T_{r\theta}^n$, et Φ_1^n la dernière variable Z^n , il devient possible dans l'espace des harmoniques sphériques, de traduire le problème de la réponse de la Terre à une charge en surface sous la forme d'un système linéaire de 6 équations différentielles du premier ordre de ces 6 variables. L'obtention des coefficients de ce système consiste à reprendre les équations (V-28, 29, 31), à exprimer les contraintes T_{rr} et $T_{r\theta}$ en fonction de U et V (d'après (V-21) en remarquant que $T_{rr} = P$ et en remplaçant Q par $T_{r\theta}$), et à enfin considérer l'expression pour Z^n (V-41). En écrivant l'ensemble des 6 variables sous la forme d'un vecteur $[U^n, V^n, T_{rr}^n, T_{r\theta}^n, \Phi_1^n, Z^n]^T$ le système peut se condenser sous la forme matricielle suivante :

où les coefficients A_{ij}^n sont fonction du degré harmonique n , de la distance au centre r et de la variable s via les coefficients λ et μ (V-11). Après d'assez lourds calculs, chacune des 6 rangées i de la matrice représentant les coefficients A_{ij} peuvent s'écrire (Wu et Peltier, 1982) :

avec $\beta = \lambda + 2\mu$ et $\gamma = \mu \cdot [(3\lambda + 2\mu) / (\lambda + \mu)]$. L'ensemble des solutions pour un tel système étant un espace vectoriel de dimension 6, la solution générale se présentera sous la forme d'une combinaison linéaire de 6 vecteurs particuliers du type $[U^n, V^n, T_{rr}^n, T_{r\theta}^n, \Phi_1^n, Z^n]^T$ qui vérifient

$$\frac{d}{dr} \begin{bmatrix} U^n \\ V^n \\ T_{r,r}^n \\ T_{r,\theta}^n \\ \Phi_1^n \\ Z^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^n & A_{12}^n & \cdot & \cdot & \cdot & A_{16}^n \\ A_{21}^n & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & A_{33}^n & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{61}^n & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & A_{66}^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U^n \\ V^n \\ T_{r,r}^n \\ T_{r,\theta}^n \\ \Phi_1^n \\ Z^n \end{bmatrix} \quad (\text{V-43})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{1j} = \left[-\frac{2\lambda}{r\beta}, \frac{n(n+1)\lambda}{r\beta}, \frac{1}{\beta}, 0, 0, 0 \right] \\ A_{2j} = \left[-\frac{1}{r}, \frac{1}{r}, 0, \frac{1}{\mu}, 0, 0 \right] \\ A_{3j} = \left[\frac{4}{r} \left(\frac{\gamma}{r} - \rho_0 g_0 \right), \frac{-n(n+1)}{r} \left(\frac{2\gamma}{r} - \rho_0 g_0 \right), -\frac{4\mu}{r\beta}, \frac{n(n+1)}{r}, \frac{-\rho_0(n+1)}{r}, \rho_0 \right] \\ A_{4j} = \left[\frac{1}{r} \left(\rho_0 g_0 - \frac{2\gamma}{r} \right), \frac{1}{r^2} (2\mu - n(n+1)(\gamma + \mu)), -\frac{\lambda}{r\beta}, -\frac{3}{r}, \frac{\rho_0}{r}, 0 \right] \\ A_{5j} = \left[-4\pi G\rho_0, 0, 0, 0, \frac{-(n+1)}{r}, 1 \right] \\ A_{6j} = \left[-4\pi G\rho_0 \frac{(n+1)}{r}, \frac{4\pi G\rho_0 n(n+1)}{r}, 0, 0, 0, \frac{(n-1)}{r} \right] \end{array} \right. \quad (\text{V-44})$$

individuellement le système et sont littérairement indépendants. La résolution est un peu particulière dans la mesure où la prescription des conditions aux limites se fait ici en deux endroits différents ("two points boundary value problem", Wu et Peltier, 1982). Trois premières conditions traduisent dans un premier temps les relations entre les différentes variables au passage du noyau liquide au manteau solide, puis les trois restantes expriment les interactions avec la charge de surface (équations V-37 et V-42). On notera que ces six conditions sont suffisantes pour entièrement contraindre le système à 6 inconnues et ainsi le problème de la réponse élastique de la Terre à une charge en surface. L'établissement des trois premières conditions à l'interface noyau-manteau se fait après avoir traité le cas du noyau. Le système d'équations propre au noyau rentre dans le cadre général de celui du manteau avec quelques simplifications notoires.

4.2 Propagation dans le noyau

Dans le noyau assimilé à un fluide parfait, la viscosité η qui tend vers 0 fait que $\mu(s)$ tend vers 0 et $\lambda(s)$ vers K. La relation contrainte-déformation (V-19) montre alors que seuls les termes diagonaux du tenseur τ sont non nuls et chacun égal à $K.e_{kk}$. De plus, lorsqu'un tel fluide subit une déformation quasi-statique, les particules qui le constituent ne subissent aucun changement de pression ou de densité au cours de la déformation (Dahlen et Fels, 1978 ; Smylie et Mansinha, 1971 ; Chinnery, 1975 ; Crossley et Gubbins, 1975). Il s'en suit que la dilatation $\nabla \cdot \mathbf{u}$ est alors partout nulle ce qui rend e_{kk} aussi nul de telle sorte que le régime de contrainte reste le même que dans l'état initial. En reprenant l'équation (V-30) dans laquelle la dilatation x est mise égale à 0 on obtient :

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \nabla_1^2 \Phi_1 = -4\pi G \frac{\partial \rho_0}{\partial r} U \quad (\text{V-45})$$

Si l'on considère maintenant (V-28, équation du bas) dans laquelle μ et x sont pris égaux à 0, U peut s'exprimer de manière très simple sous la forme $U = -\Phi_1/g_0$. Lorsque cette égalité est traduite dans l'espace des harmoniques sphériques, puis utilisée dans (V-45), elle aussi traduite en harmoniques, le système d'équation pour le noyau se résume à :

$$U^n = -\frac{\Phi_1^n}{g_0} \quad (\text{V-46})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1^n}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi_1^n}{\partial r} - \left[\frac{n(n+1)}{r^2} + \frac{4\pi G}{g_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial r} \right] \Phi_1^n = 0$$

En utilisant maintenant les variables Φ_1^n et Z^n sous la forme du vecteur à deux coordonnées $\mathbf{Y} = [\Phi_1^n, Z^n]^T$, le système peut, comme le précédent, se traduire sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dr} = \mathbf{A} \mathbf{Y} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{4\pi G \rho_0}{g_0} - \frac{(n+1)}{r} & 1 \\ \frac{8\pi G \rho_0 (n-1)}{g_0 r} & \frac{(n-1)}{r} - \frac{4\pi G \rho_0}{g_0} \end{bmatrix} \quad (\text{V-47})$$

Une solution initiale approchée que l'on propagera de la distance r_0 (proche du centre de la Terre) vers la limite noyau-manteau s'obtient facilement en considérant le système (V-46) dans lequel on négligera dans un premier temps le gradient de densité $\partial\rho_0/\partial r$. Dans ce cas, la matrice A se simplifie dans la mesure où une densité uniforme permet, par le théorème de Gauss, de remplacer $4\pi G\rho_0/g_0$ par $3/r$, ce qui donne finalement :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(2-n)}{r} & 1 \\ \frac{(6n-6)}{r^2} & \frac{(n-4)}{r} \end{bmatrix} \quad (\text{V-48})$$

Le système ainsi obtenu admet alors deux solutions particulières α_1 et α_2 qui s'écrivent :

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} r^n \\ 2(n-1)r^{n-1} \end{pmatrix} \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} r^{-(n+1)} \\ -3r^{-(n+2)} \end{pmatrix} \quad (\text{V-49})$$

et qui de plus sont linéairement indépendantes (en effet, $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 = 0$ quel que soit r si et seulement si $x_1 = x_2 = 0$). Une solution générale de départ approchée pour le système pourra donc être obtenue par combinaison linéaire de ces deux solutions sous la forme :

$$\begin{aligned} \Phi_1^n(r) &= C_1 r^n + C_2 r^{-(n+1)} \\ Z^n(r) &= 2C_1(n-1)r^{n-1} - 3C_2 r^{-(n+2)} \end{aligned} \quad (\text{V-50})$$

avec C_1 et C_2 deux constantes réelles quelconques. Il apparaît que, mis à part le cas particulier de l'harmonique 0, la condition pour avoir des valeurs finies au centre de la Terre pour Φ_1^n et Z^n impose que C_2 soit nul. La solution dans le noyau n'est donc, à ce stade, accessible qu'à une constante près (C_1). La levée de l'indétermination ne pourra se faire que par la prescription d'une condition supplémentaire ailleurs dans le domaine permettant de fixer C_1 . Il va maintenant s'agir de propager selon (V-47) du centre de la Terre vers la limite noyau-manteau la solution initiale approchée Y_0 que l'on peut écrire :

$$Y_0 = C_1 \begin{pmatrix} r_0^n \\ 2(n-1)r_0^{n-1} \end{pmatrix} \quad \text{soit encore} \quad Y_0 = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2(n-1)}{r_0} \end{pmatrix} \quad (\text{V-51})$$

En réalité, il n'est pas possible de partir du centre exact (on propagerait alors un vecteur nul), c'est pourquoi la solution Y_0 est initiée à une distance r_0 (quelques centaines de km) du centre. Les calculs numériques montrent que le résultat final est très peu sensible à la valeur de départ choisie pour r_0 lorsque celle-ci varie de quelques centaines de km au millier de km.

L'algorithme de propagation utilisé pour (V-47) est le même que celui pour le manteau (il est ici adapté à la dimension réduite à 2). Il s'agit d'une méthode de type "prédicteur-correcteur" selon la formule dite "PECE" de Adams. Il s'agit dans un premier temps de prédire à partir de $Y(r)$ la valeur $Y(r+step)$, puis à partir de là, évaluer la dérivée $Y'(r+step)$. Ensuite, la méthode effectue une correction de la prédiction $Y(r+step)$ et à nouveau une estimation de la dérivée (supposée meilleure) sur les bases de cette correction. La succession des opérations Prédiction, Evaluation, Correction, et à nouveau Evaluation caractérise la méthode (d'où le nom de PECE). Les formules du prédicteur et du correcteur sont celles de Adams-Bashforth et de Adams-Moulton et peuvent inclure plusieurs ordres selon la précision désirée et la nature des équations. Enfin, la méthode détermine pour chaque pas de résolution une valeur optimale pour l'incrément $step$, ceci afin de satisfaire des critères d'erreurs (à la fois relatives et absolues) imposés par l'utilisateur.

À l'issue de la propagation selon (V-47), la solution de départ Y_0 deviendra à la Limite Noyau-Manteau (LMN) :

$$Y_{LMN} = C_1 A_N A_{N-1} A_{N-2} \dots A_2 A_1 Y_0 = C_1 \prod_{k=1}^N A_k \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2(n-1)}{r_0} \end{pmatrix} \quad (V-52)$$

où les A_k désignent les matrices (V-47) utilisées suivant la discrétisation de la méthode numérique (chacune caractérisée par une valeur $r(k)$).

4.3. Les conditions aux limites à l'interface noyau-manteau.

Le problème consiste ici à faire le lien entre le noyau liquide et le manteau visqueux, un problème maintes fois évoqué en mécanique et qui aujourd'hui, ne semble toujours pas

définitivement élucidé. Nous utiliserons ici l'approche de Smylie et Mansinha (1971), corrigée ultérieurement par celle de Chinnery (1975) à propos de la discontinuité de la variable Z^n . Une des raisons de la polémique dans l'établissement de ces conditions aux limites vient de l'ambiguïté de la notion de déplacement dans un fluide incompressible comme peut l'être le noyau. Une certaine confusion règne quant à savoir si U désigne réellement un déplacement radial de matière, ou simplement un déplacement de surface isobarique, ce qui au niveau des conditions aux limites ne donnera pas le même résultat (Chinnery, 1975).

La prescription des conditions à la base du manteau établit le lien entre les deux variables propagées dans le noyau jusqu'à son sommet avec l'ensemble des 6 variables utilisées dans le manteau. A l'issue de la propagation dans le noyau il est possible d'exprimer Φ_1^n et Z^n à la base de la limite noyau-manteau sous la forme $C_1\gamma$ et $C_1\omega$ avec :

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ \omega \end{pmatrix} = \prod_{k=1}^N A_k \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2(n-1)}{r_0} \end{pmatrix} \quad (\text{V-53})$$

Du fait de l'ambiguïté de la signification de U dans le noyau, le déplacement à la base du manteau sera égal à celui au sommet du noyau ajouté d'une constante C_2 dont la détermination ne pourra se faire qu'à la surface de la Terre ($U_{\text{LNM}}^+ = C_2 + U_{\text{LNM}}^- = C_2 - C_1\gamma/g_0$). On remarquera que l'exposant n traduisant le fait que l'on raisonne dans le système des harmoniques sphériques a été délibérément omis par souci de clarté d'écriture. Tant que les variables n'auront pas été explicitement sommées en séries de Legendre (V-33), elles seront toujours implicitement considérées comme spectrales. Ensuite, en autorisant un glissement du manteau par rapport au noyau (où V est partout nul), le déplacement à la base du manteau sera lui aussi indéterminé et posé égal à une constante C_3 ($V_{\text{LNM}}^+ = C_3$). Le manteau solide reposant sur le noyau liquide, la composante radiale normale de la contrainte sera assimilable à une force de flottaison commandée par le déplacement $U_{\text{LNM}}^+ - U_{\text{LNM}}^-$ du solide par rapport au liquide ($T_{\text{rLNM}}^+ = \rho_0 g_0 C_2$). Pour la contrainte tangentielle (elle aussi nulle sur l'ensemble du noyau), l'apparition d'un glissement sans résistance de la part du fluide parfait impose une valeur nulle à la base du manteau ($T_{\text{tLNM}}^+ = 0$). La continuité de la perturbation du potentiel de gravité (même si il existe un contraste de densité) fait que $\Phi_{\text{ILNM}}^+ = \Phi_{\text{ILNM}}^- = C_1\gamma$. Enfin, l'expression de la condition (IV-42) à l'aide de la variable Z , tenant compte du fait qu'il existe

une discontinuité dans le déplacement radial U ($+C_2$), s'écrira $Z_{LNM}^+ = Z_{LNM}^- + 4\pi G\rho_0\Delta U = C_1\omega + 4\pi G\rho_0^-C_2$.

Finalement, l'expression générale du vecteur solution à la base du manteau (incluant donc trois indéterminations par le biais des trois constantes C_1 , C_2 et C_3) peut s'exprimer sous la forme :

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ T_{r,r} \\ t_{r,\theta} \\ \Phi_1 \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2 - C_1\gamma/g_0^- \\ C_3 \\ \rho_0^-g_0^-C_2 \\ 0 \\ C_1\gamma \\ C_1\omega + 4\pi G\rho_0^-C_2 \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -\gamma/g_0^- \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \\ \omega \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \rho_0^-g_0^- \\ 0 \\ 0 \\ 4\pi G\rho_0^- \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{V-54})$$

Il faut remarquer que la prescription de trois conditions aux limites à la base du manteau (sous la forme de trois relations indépendantes entre les 6 variables) réduit la solution générale à l'ensemble des combinaisons linéaires des 3 vecteurs ci-dessus. On pourra remarquer que ces trois vecteurs sont encore ici littérairement indépendants, ce qui est indispensable pour permettre la détermination unique des trois constantes par application des trois conditions aux limites de surface.

4.4 Propagation dans le manteau et la lithosphère

De la même façon que pour la solution de départ dans le noyau, cette solution à la base du manteau est ensuite propagée à l'aide de la matrice 6 x 6 correspondante (V-43) jusqu'à la surface terrestre. Le passage dans la lithosphère ne soulève pas le genre de problème que l'on peut rencontrer entre deux milieux de comportements différents. Grâce à la rhéologie équivalente élastique utilisée ici sur les bases du principe de correspondance, on a, de part et d'autre de la transition, deux solides élastiques régis par le même système d'équations (à ceci près que les valeurs des coefficients pour la lithosphère représentent la

limite quand s tend vers l'infini des valeurs du manteau). Une telle transition solide-solide ne nécessite donc pas de prescription particulière de conditions aux limites puisque le passage se fait avec une continuité de l'ensemble des variables (Chinnery, 1975).

Si l'on appelle Y_1, Y_2, Y_3 avec $Y_i = [y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, y_{i4}, y_{i5}, y_{i6}]^T$ les trois vecteurs de base selon lesquels se décompose la solution à la limite noyau-manteau (V-54), du fait de la linéarité de la propagation par multiplication avec un produit de matrice (comme avec V-52), la solution à la surface s'écrira :

$$Y(a) = C_1 F(Y_1) + C_2 F(Y_2) + C_3 F(Y_3) \quad (V-55)$$

où $F(Y_i)$ représente le résultat de la propagation du vecteur Y_i à travers le manteau et la lithosphère.

4.5. Application des conditions aux limites en surface.

La façon d'appliquer les conditions aux limites en surface (hormis l'aspect géométrique déjà décrit) se justifie par la philosophie du principe de correspondance. Hors de l'espace de Laplace (dans l'espace réel des temps), la Terre, obéissant à une rhéologie viscoélastique de type Maxwell est sollicitée de manière impulsive. D'après (V-37), l'équilibrage de la contrainte normale radiale s'écrit (dans l'espace des harmoniques) $T_{rr}^n(a,t) = -(2n+1)g_0/4\pi a^2 \cdot \delta(t)$ avec $T_{rr}^n(a,t)$ la contrainte viscoélastique fonction du temps. Or, par transformation de Laplace, la loi rhéologique donnant cette contrainte devient celle d'un solide élastique pour lequel les contraintes deviennent indépendantes du temps. Sachant que la transformée de Laplace d'un Dirac est 1, la condition ci-dessus exprimée en fonction du temps devient dans l'espace de Laplace : $T_{rr}^n(a,s) = -(2n+1)g_0/4\pi a^2$. Dans cette prescription, la notion de temps a disparu au profit de la variable s , et de plus, la condition reste la même quelle que soit la valeur de s . Ce résultat est fondamental dans le protocole de recherche de valeurs caractéristiques pour s à partir desquelles seront déterminées les constantes de temps spécifiques à chaque mode visqueux (voir l'inversion de Laplace)

L'application de ces conditions aux limites en surface consiste à évaluer les trois solutions de surface pour T_r , T_θ et Z avec les valeurs correspondantes commandées par la présence de la charge. Si $F(Y_i)$ a pour coordonnées $[y_{i1}^s, y_{i2}^s, y_{i3}^s, y_{i4}^s, y_{i5}^s, y_{i6}^s]^T$, la traduction de ces conditions aux limites donnera :

$$\begin{pmatrix} T_{rr} \\ T_{r\theta} \\ Z \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} y_{13}^s \\ y_{14}^s \\ y_{16}^s \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} y_{23}^s \\ y_{24}^s \\ y_{26}^s \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} y_{33}^s \\ y_{34}^s \\ y_{36}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2(n+1)g_0(a)}{4\pi a^2} \\ 0 \\ \frac{-2(n+1)G}{a^2} \end{pmatrix} \quad (\text{V-56})$$

En définissant M la matrice 3×3 dont les colonnes sont constituées des 3 vecteurs $F(Y_1)$, $F(Y_2)$ et $F(Y_3)$ réduits à leurs 3^{ème}, 4^{ème} et 6^{ème} coordonnées (T_r , T_θ et Z), puis le vecteur C dont les trois coordonnées sont C_1 , C_2 et C_3 et enfin le vecteur B des conditions aux limites tel que $B = [-2(n+1)g_0(a)/4\pi a^2, 0, -(n+1)G/a^2]^T$, il est possible de traduire (V-56) sous la forme $M.C = B$. Les constantes C_i ne peuvent être déterminées de manière unique que si la matrice M est inversible, ce qui suppose que les vecteurs $F(Y_i)$ soient littérairement indépendants. Or, d'après les propriétés des applications linéaires, ceci n'est possible que si les trois vecteurs de départ Y_1 , Y_2 et Y_3 sont aussi littérairement indépendants, ce à quoi nous nous sommes attachés dans la formulation de la solution générale de départ (V-54).

Lorsque M est inversible, le vecteur des constantes C_i s'obtient alors très facilement sous la forme $C = M^{-1} B$ et les coordonnées Y_k ($k = 1,6$) du vecteur solution $Y(r,s)$ vérifient alors :

$$Y_k(r,s) = \sum_{i=1}^3 C_i Y_{i,k}(r,s) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{M_{ij}^*(s) b_j}{\det(M(s))} Y_{i,k}(r,s) = \frac{Q_k(r,s)}{\det(M(s))} \quad (\text{V-57})$$

où $M_{ij}^*/\det(M)$ représente le terme générique de la matrice inverse $[M]^{-1}$, b_j les coordonnées du vecteur conditions aux limites, $Y_{i,k}$ la $k^{\text{ème}}$ coordonnée du vecteur numéro i , et enfin $Q_k(r,s)$ une fonction (la solution au déterminant de la matrice près) qui s'avérera utile dans l'inversion de Laplace.

5. Inversion de la transformée de Laplace

5.1. Mise en évidence de la contribution élastique

Le retour dans l'espace des temps pour retrouver le comportement caractéristique en temps de la réponse viscoélastique suppose maintenant d'inverser au sens de Laplace l'ensemble des solutions dépendant de s . Avant d'inverser la solution sous la forme (V-57), il est utile de la séparer en deux termes dont l'un est indépendant de s et correspond à la limite de $Y(r,s)$ lorsque s tend vers l'infini. En posant $Y^E(r) = \lim_{s \rightarrow \infty} Y(r,s)$, il est possible de décomposer $Y(r,s)$ sous la forme (Peltier 1985) :

$$Y_k(r,s) = Y_k^V(r,s) + Y_k^E(r)$$
$$\frac{Q_k(r,s)}{\det(M(s))} = \frac{Q_k^V(r,s)}{\det(M(s))} + Y_k^E(r) \quad (\text{V-58})$$

En se rappelant la signification de la variable de Laplace (l'inverse du temps après la mise sous contrainte), on s'aperçoit que le terme $Y^E(r)$ indépendant de s correspond, dans l'espace des temps, à la réponse élastique du système (quand t devient infiniment petit). Ceci est corroboré par le fait que par inversion, du fait de l'indépendance par rapport à s , ce terme aura une distribution instantanée en fonction du temps sous la forme $Y^E(r) \cdot \delta(t)$

5.2. Application du théorème des résidus aux pôles

Le terme $Y^V(r,s)$ obtenu par différence représente la contribution visqueuse. Lorsqu'il est exprimé sous la forme $Q^V(r,s)/\det[M(s)]$ ce terme visqueux se prête bien à une inversion selon la technique des résidus aux pôles (Peltier, 1985). D'après ce théorème des résidus, l'intégrale (V-12) le long du chemin fermé L dans le plan complexe est égale à la somme des résidus aux différents pôles de $Y(s)$. Dans le cas où $Y(s)$ peut se mettre sous la forme $f(s)/g(s)$ avec $f(s) = Q^V(r,s)$ et $g(s) = \det[M(s)]$, l'ensemble des valeurs s_j de s telles que $g(s_j) = 0$ et

$(dg/ds)_{s=s_j} \neq 0$ constituent les pôles d'ordre 1 pour $Y(s)$. Les résidus à ces pôles s'expriment alors facilement sous la forme $f(s_j)/(dg/ds)_{s=s_j}$. Les racines de $\det[M(s)]$ étant ici toutes des pôles d'ordre 1, l'inversion de $Y^V(r,s)$ fera intervenir les résidus aux N pôles s_j obtenus en résolvant $\det[M(s)] = 0$, le long du spectre. Une fois la contribution élastique ajoutée, l'inversion de chacune des composantes Y_k de la solution totale $Y(r,s) = Y^V(r,s) + Y^E(r)$ s'écrit finalement :

$$Y_k(r,t) = \sum_{j=1}^N R_{k,j}(r) e^{s_j t} + Y_k^E(r) \delta(t) \quad (\text{V-59})$$

avec le terme $R_{k,j}$ vérifiant :

$$R_{k,j}(r) = \frac{Q_k^V(r,s_j)}{d/ds(\det(M))|_{s=s_j}} \quad (\text{V-60})$$

avec k l'indice de la coordonnée (k variant de 1 à 6) et j le numéro du mode. On retrouve bien au niveau de (V-59) la contribution élastique instantanée limitée en temps par un Dirac, associée à une contribution visqueuse sous la forme d'une somme de plusieurs modes. Chacun de ces modes consiste en une amplitude $R_{k,j}$ pondérée par une décroissance exponentielle en temps. L'amplitude $R_{k,j}$ n'est que le résultat de la combinaison linéaire des 3 vecteurs Y_1, Y_2, Y_3 avec les constantes C_1, C_2 et C_3 (déterminées par application des conditions en surface), le tout divisé par le gradient de $\det(M)$ au pôle $s = s_j$ concerné (on pourra remarquer d'après VI-57, que $Q^V(r,s)$ vaut $Q(r,s)$ en $s = s_j$). Si l'on s'intéresse maintenant individuellement aux variables du modèle $U, V, T_r, T_{r\theta}, \Phi, Z$ il suffit de considérer l'indice k correspondant dans chacun des 3 vecteurs Y_1, Y_2, Y_3 afin obtenir l'amplitude caractéristique de la variable. Si pour un mode j , chaque variable a son amplitude $R_{k,j}$ caractéristique, par contre, pour l'ensemble des 6 variables du vecteur, le temps caractéristique $T_j = -1/s_j$ reste le même.

5.3 Racines du déterminant de la matrice M

Dans la pratique, la résolution consiste dans un premier temps à ne se soucier que du déterminant de la matrice M , pour lequel on cherche les racines s_j parmi toutes les valeurs

possibles de s . Mis à part les tous premiers degrés harmoniques ($n = 0, 1, 2, \dots$) le nombre de ces racines sur l'ensemble du spectre est à peu près constant et égal à 6. La figure suivante représente la fonction $\det(M(s))$ en fonction de $\text{Log}_{10}(s)$ et permet, pour le degré harmonique 15, d'identifier les différents modes visqueux et leur temps caractéristique T_j .

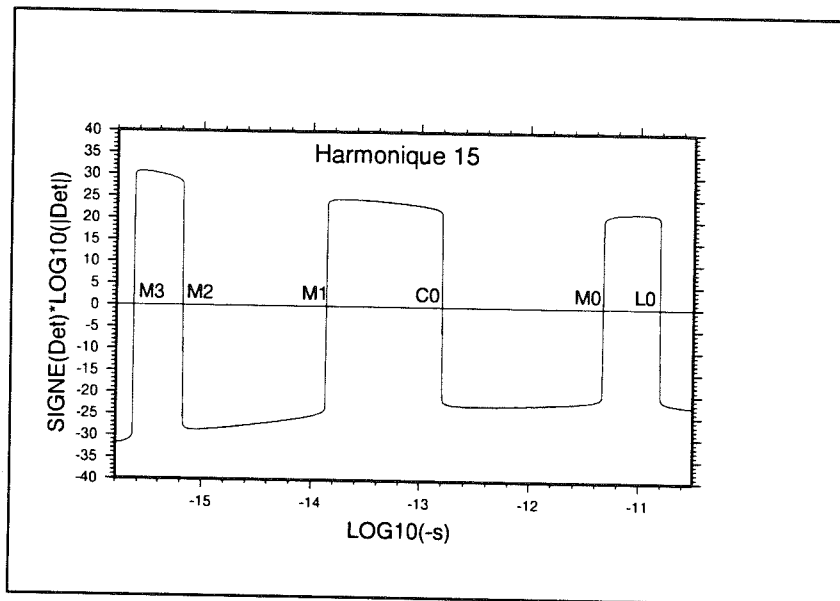


Figure V-2 : Les racines du déterminant de la matrice M .
La terminologie associée à chaque mode sera expliquée plus tard.

A la différence de nombreux précédents modèles, la réponse visqueuse ne se présente plus sous la forme d'une unique décroissance exponentielle, mais comme la somme de plusieurs modes dont les temps de réponse sont visiblement très différents. Ces valeurs de s qui annulent le déterminant se situent sur l'axe des réels négatifs de telle sorte que les temps caractéristiques équivalents sont l'opposé de l'inverse de ces valeurs (voir le tableau V-1). Les valeurs pour ces temps caractéristiques montrent déjà une grande disparité dans la vitesse de réponse des différents modes. Ce n'est qu'ensuite que sont déterminés les vecteurs propagés Y_1, Y_2, Y_3 à l'aide des conditions aux limites en surface pour permettre de calculer les amplitudes R_j de chacun des modes.

Modes	s_j (sec ⁻¹)	T_j (temps en années)	$(R_{k,j}/s_j) / (\sum R_{k,j}/s_j)$
L0	.154 10 ⁻¹⁰	2058	3.88 %
M0	.465 10 ⁻¹¹	6815	90.62 %
C0	.158 10 ⁻¹²	200557	4.10 %
M1	.135 10 ⁻¹³	2.34 10 ⁶	1.22 %
M2	.665 10 ⁻¹⁵	48.38 10 ⁶	0.04 %
M3	.228 10 ⁻¹⁵	1.39 10 ⁸	0.13 %

Tableau V-1 : Périodes caractéristiques et amplitudes relatives associées aux différents modes visqueux du déplacement radial U pour le degré harmonique 15. Le terme $(R_{k,j}/s_j)/(\sum R_{k,j}/s_j)$ représente la contribution relative du mode j dans la réponse visqueuse totale à saturation pour une sollicitation de type Heaviside. La saturation indique que l'on considère la réponse au bout d'un temps infini (la charge étant maintenue), de telle sorte que $(e^{st}-1)$ tend vers -1 .

5.4 Interprétation de la réponse terrestre en lien avec la structure de la Terre

5.4.1 Origine des différents modes visqueux

Solliciter la Terre de manière impulsive fait que dans le domaine de Laplace, les conditions aux limites deviennent indépendantes de toute notion de temps (en ne dépendant pas de la variable de Laplace). Les caractéristiques de cette réponse peuvent donc être considérées comme la seule conséquence de la structure du globe. En effet, la densité, la valeur de l'accélération gravitationnelle dans l'état non perturbé, la viscosité et enfin les paramètres de Lamé interviennent tous dans les coefficients de la matrice de propagation (V-43) et conditionnent de ce fait la nature de la réponse impulsive. Cette signature terrestre doit alors son réalisme à une bonne connaissance de la structure interne du globe. Pour certains paramètres comme les coefficients de Lamé ou encore la densité, ces données ont pu

être déterminées assez précisément, essentiellement à partir de l'étude de la propagation des ondes sismiques. A partir des tables de résultats provenant du modèle de structure du globe de Dziewonsky et Anderson (1981), le modèle isostatique calcule par interpolation polynomiale les vitesses V_p , V_s des ondes P et S, la densité ρ ainsi que l'accélération gravitationnelle g_0 pour toutes les valeurs de la profondeur r en lesquelles la méthode numérique doit calculer la matrice de propagation. A partir de ces vitesses V_p et V_s des ondes sismiques P et S et de la densité, les paramètres de Lamé sont déduits d'après la relation :

$$\lambda = \rho (V_p^2 - 2V_s^2) \quad , \quad \mu = \rho V_s^2 \quad (\text{V-61})$$

Inversement, la plus grande incertitude demeure sur le facteur déterminant pour la réponse isostatique qu'est le profil de viscosité. Cette étude sera d'ailleurs l'occasion de tester plusieurs configurations pour ce paramètre sous la forme d'une petite étude de sensibilité. Nous nous restreindrons à une représentation simple dans laquelle le profil de viscosité se résume à deux valeurs (voir le profil figure V-3a), une viscosité pour le manteau inférieur (de 2900 à 670 km de profondeur) et une seconde valeur pour le manteau supérieur jusqu'à la base de la lithosphère (670-100 km).

Les modes visqueux de la réponse terrestre sont donc en partie le reflet de cette structure profonde. Sans chercher à interpréter ces modes dans le détail (ce qui suppose de faire appel à des notions qui ne seront pas abordées ici) il est possible de classer ces modes en deux catégories. La première, et de loin la plus importante, concerne les trois modes dits fondamentaux que sont L0 M0 et C0 (voir leur racine caractéristique sur la figure V-2 et le tableau V-1 pour l'harmonique 15). Ces modes sont les expressions des transitions de structures liées aux présences respectives d'une lithosphère (L0), d'un manteau (M0) et d'un noyau (C0) répartis concentriquement au sein du globe (Wu et Peltier, 1982). L'ordre de répartition de ces trois modes sur l'axe des s comme le montre la figure (V-2) n'est cependant pas une règle générale. Il est en effet susceptible de changer d'une harmonique à l'autre. On peut seulement pour le moment s'avancer à dire que ces trois modes fondamentaux se caractérisent par des constantes de temps systématiquement plus courtes que pour le second groupe de modes. Les modes M1 M2 et M3 seraient, quant à eux, l'expression des contrastes de densité que prend en compte le modèle dans l'asthénosphère. En effet, il existe à 220 400 et 670 km de profondeur (figure V-3), 3 discontinuités de densité correspondant

vraisemblablement à des changements de phase pour les constituants essentiels du manteau (olivine → spinelle à 400 km, puis spinelle → Perovskite à 670 km, Jeanloz, 1981). L'influence sur le comportement mécanique viendrait du fait que déplacer ces surfaces de contrastes de densité induit une force de flottaison proportionnelle à ce contraste ($\rho_1 \cdot \nabla \Phi_0$ dans l'équation V-14a), et pourrait expliquer l'émergence de nouveaux modes visqueux.

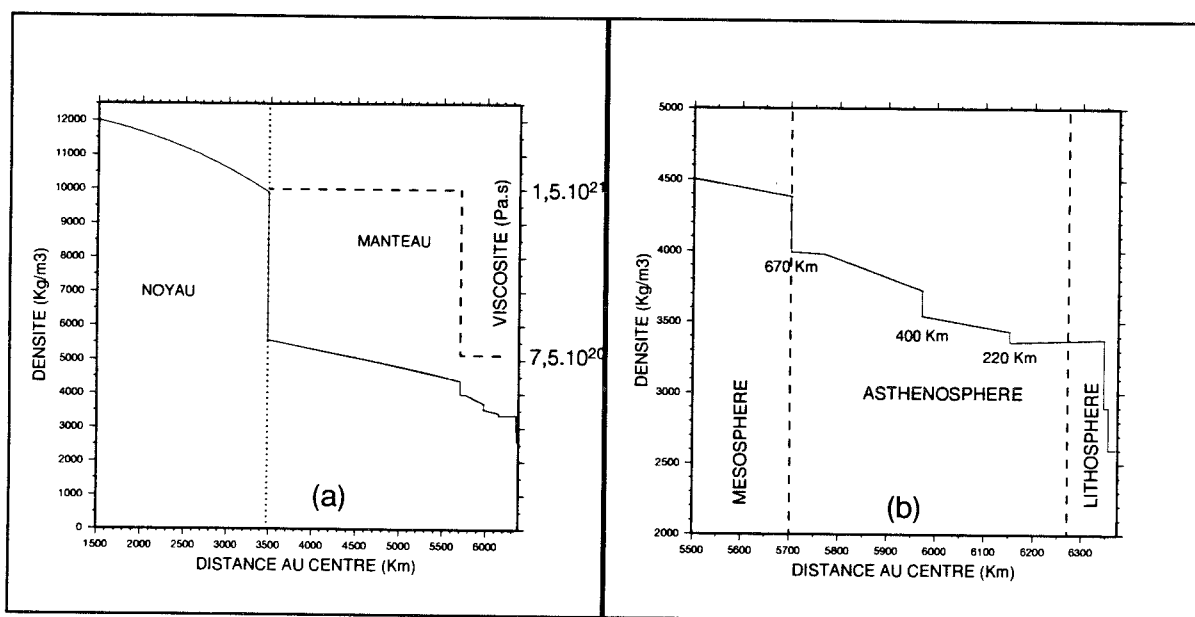


Figure V-3 : Profils de densité terrestre. Sur la partie gauche (a), a été ajouté le profil de viscosité adopté. La partie droite (b) représente le détail des discontinuités asthénosphériques.

Quant au profil de viscosité (figure V-3a), même s'il présente aussi une discontinuité majeure au passage de la mésosphère à l'asthénosphère (de $7,5 \cdot 10^{20}$ à $1,5 \cdot 10^{21}$ Pa.s), il n'est à l'origine d'aucun mode supplémentaire (ne participe pas au bilan des forces). Cependant, la valeur de la viscosité garde son importance sur le comportement en temps de la réponse puisque chaque période de relaxation lui est inversement proportionnelle.

5.4.2 Contribution respective des différents modes à la réponse visqueuse.

Les résultats du modèle selon (V-59) sont ceux de la réponse impulsive de la Terre et sont de ce fait assez peu parlants. L'intérêt de cette réponse impulsive vient de la possibilité qu'elle offre ensuite, par convolution, de représenter la réponse à n'importe quel scénario de

charge. Bien que l'on soit toujours dans l'espace des harmoniques sphériques et que les variables n'ont pas encore retrouvé leur vraie dépendance géographique, il est cependant déjà possible de voir les effets d'une distribution particulière en temps. Cela vient du fait que la convolution en temps peut se faire indépendamment de celle en espace. On peut alors faire abstraction des caractéristiques géométriques de la distribution et ne s'intéresser qu'à sa dépendance en temps. Ainsi, en convoluant selon (IV-3) (en considérant seulement Hist(t) au lieu de Hist(r,t) et en faisant abstraction de l'intégrale sur le domaine D) avec pour fonction de Green G_r une des coordonnées du vecteur $Y^V(r,\theta,t)$ (par exemple le déplacement radial en surface avec la première coordonnée), la réponse visqueuse à Hist(t) pourra s'écrire comme la somme des contributions de chaque mode sous la forme :

$$U^V(r,\theta,t) = Y_1^V(r,\theta,t) = \sum_{j=1}^6 \int_{-\infty}^t \text{Hist}(t') R_{1,j} e^{s_j(t-t')} dt' \quad (\text{V-62})$$

Cette formulation sera reprise et détaillée dans le cadre du chapitre relatif à la Fennoscandie. La fonction de Heaviside pour Hist(t) est simple et intéressante dans la mesure où elle matérialise une charge amenée au temps $t = 0$ et laissée indéfiniment en place ($t < 0$, $\text{Hist}(\theta,t) = 0$ et pour $t \geq 0$, $\text{Hist}(\theta,t) = 1$). La réponse du degré harmonique n à ce type de sollicitation s'écrit alors :

$$U^V(r,\theta,t) = \sum_{j=1}^6 R_{1,j}(r,0) \int_0^t e^{s_j v} dv = \sum_{j=1}^6 \frac{R_{1,j}(r,0)}{s_j} [e^{s_j t} - 1] \quad (\text{V-63})$$

On pourra remarquer que, à la différence de la sollicitation impulsive, ce n'est plus l'amplitude $R_{k,j}$ qui détermine la véritable contribution du mode, mais cette même quantité multipliée par la période caractéristique d'accommodation $T_j = -1/s_j$ (voir tableau V-1). Enfin, il ne faut pas perdre de vue que cette valeur est pondérée par la fonction $\exp(s_j t - 1)$ ou encore $\exp(-t/T_j - 1)$ qui détermine la contribution de cette période caractéristique T_j dans la dépendance en temps de la réponse. On voit tout de suite que plus cette période est courte (premiers modes, voir le tableau), plus vite les modes concernés auront intégralement répondu. Inversement, avec de longues périodes, la réponse est étalée dans le temps et l'effet du mode se trouve considérablement réduit (par rapport aux autres modes pour les mêmes dates).

La figure suivante représente la contribution de ces six modes en fonction du temps suivant la mise en place de la charge (solicitation de type Heaviside). La variable représentée est ici le déplacement radial de surface en réponse à une charge spatialement unitaire et d'une intensité de 1 kg. Cependant, à ce stade, puisque l'on considère toujours chacune des harmoniques sphériques, la valeur absolue de la réponse n'a pas de signification réelle et seules les importances relatives des différents modes sont ici indicatives.

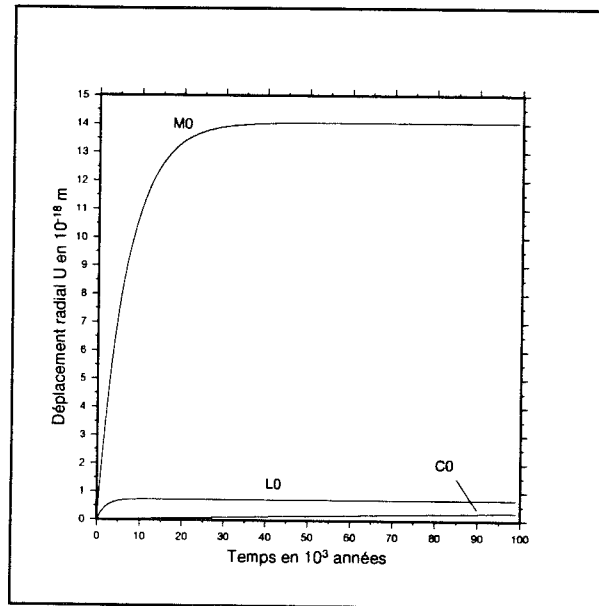


Figure V-4 : Contribution respective des modes M0, L0 et C0 à la déformation visqueuse (déplacement radial) pour le degré harmonique 15. Du fait de leur inertie et de leur faible amplitude, les modes M1, M2 et M3 n'apparaissent pas sur ce graphe.

On retrouve sur cette figure les caractéristiques des différents modes en accord avec le tableau (V-1). Tout d'abord les relativement faibles constantes de temps pour les modes L0 et M0 sont ici évidentes dans la mesure où au bout de 2 ou trois fois cette valeur caractéristique, les propriétés de convergence de la fonction exponentielle font que ces modes "saturent" en atteignant une valeur asymptotique. Il est clair que C0 avec une constante caractéristique de plus de 200 000 ans reste bien loin de la convergence. Au bout de 100 000 ans, ce mode n'a répondu qu'à concurrence de 39 % ($1-e^{-1/2}$) de sa capacité totale. On retrouve de la même manière les amplitudes relatives de ces modes en accord avec le tableau, avec par exemple, le mode M0 qui, en ayant complètement répondu, rend compte de plus de 90 % de la réponse totale, L0 qui lui dépasse les 4 %. Par contre C0, loin d'avoir répondu

complètement, ne contribue qu'à 39 % des 4,10% de la réponse totale, soit à peu près 1,5%. Il est à remarquer que, du fait de leur faible contribution en amplitude, mais encore plus du fait de constantes de temps extraordinairement grandes, les modes M1, M2 et M3 n'apparaissent pas du tout sur ce graphe. Ainsi pour M1, le calcul montre qu'au bout des 100 000 ans, ce mode ne représente que 0.05 % de la réponse totale, ce qui explique le fait qu'il n'apparaisse pas. Pour M1 et M2, les caractéristiques font que ces modes sont a fortiori encore plus insignifiants. Il ne faut cependant pas oublier que l'on ne raisonne ici que sur un seul degré harmonique (le 15). Avant de pouvoir conclure sur la prépondérance de certains modes par rapport à d'autres comme on pourrait être tenté de le faire ici, il est nécessaire de s'assurer de propriétés analogues tout le long du spectre des harmoniques sphériques.

5.4.3. Contribution respective des différentes harmoniques sphériques.

Par le fait de décomposer le problème selon les différentes harmoniques sphériques, chaque sous-système d'équation dépend étroitement de n le degré harmonique considéré. Cette dépendance se retrouve inévitablement au niveau des résultats et en particulier pour les temps caractéristiques T_j et les amplitudes R_{kj} de chaque mode j . A l'aide de spectres, il est possible de caractériser l'influence ou plutôt la contribution des différentes harmoniques sphériques dans la réponse visqueuse.

La figure V-5b montre une très forte dépendance du comportement des principaux modes visqueux en fonction du degré harmonique pour ce qui est de leur part relative dans la déformation visqueuse totale. Même s'il s'agit de la réponse des modes à saturation (juste la composante R_{kj}/S_j obtenue quand $t \rightarrow \infty$), les prépondérances relatives des deux principaux modes (L0 et M0) en fonction du temps (voir figures V-6 a, b, c et d) restent semblables à cause de leurs constantes caractéristiques du même ordre. Ceci permet entre autre d'identifier ces modes et de les associer à une structure majeure de la planète (Wu et Peltier, 1982). En effet, la lithosphère en tant que plaque rigide ne peut faire l'objet que de déformations grandes longueurs d'ondes (de l'ordre de plusieurs fois son épaisseur et plus). Elle joue ainsi le rôle d'un filtre "passe-bas" en ne contribuant significativement à la déformation que pour les degrés harmoniques inférieurs à 20, ce qui correspond à des longueurs d'onde d'au moins 2 000 km. C'est une des raisons qui permet d'associer le mode L0 à la présence de la

lithosphère. Sur la base d'autres critères (Peltier, 1976, 1982, 1985) il est possible d'associer le mode M0 au manteau et C0 au noyau. Quoiqu'il en soit, l'analyse de ce spectre laisse à penser que la réponse visqueuse de la Terre à une charge en surface peut, en première approximation, se résumer aux deux modes M0 et L0.

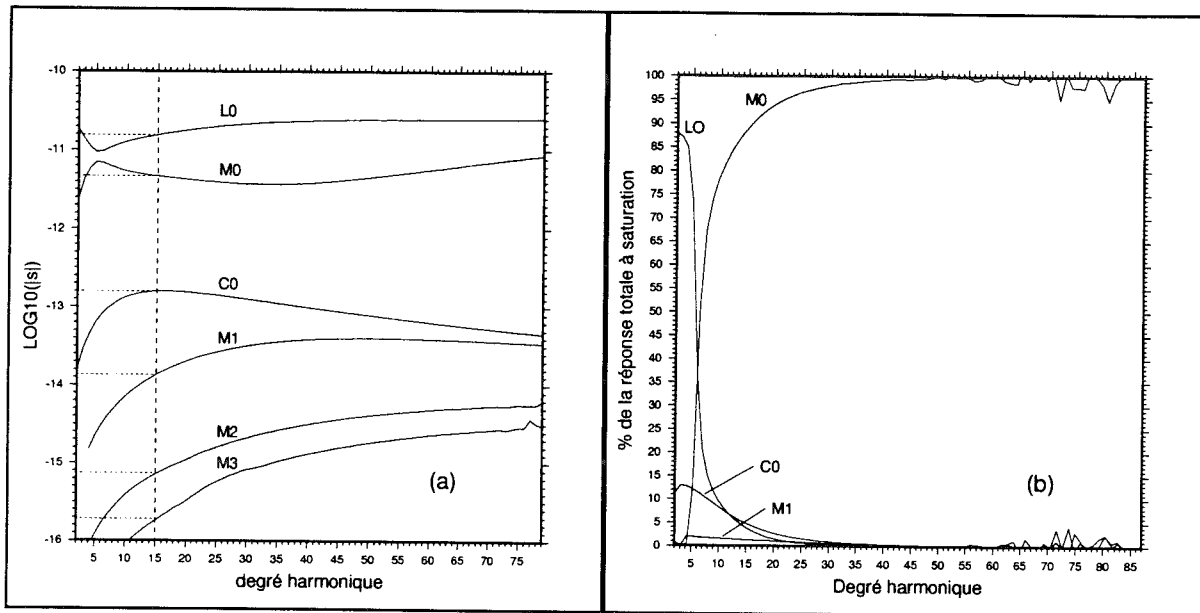


Figure V-5 : Spectres harmoniques pour les modes visqueux de la réponse terrestre. Sur la partie gauche (a) sont représentés les dépendances pour les périodes caractéristiques d'accommodation où l'on peut retrouver les valeurs particulières de l'harmonique 15. Sur la partie de droite (b) figurent les contributions respectives des différents modes à la réponse totale pour le déplacement radial U en surface. Du fait d'une contribution absolument négligeable, les modes M1 et M2 n'apparaissent même pas sur (b). L'allure en dents de scie pour la partie droite de (b) témoigne d'instabilités numériques pour les derniers modes (M2 et M3) vers les hauts degrés harmoniques (elles déteignent sur le mode prédominant M0 par le fait que la somme des contributions est ramenée à 100).

Ensuite, le spectre des périodes caractéristiques (Fig. V-5a) permet de généraliser certaines observations faites pour le degré 15, à savoir des temps de réponse très inférieurs pour les modes fondamentaux du manteau, de la lithosphère et du noyau par rapport à ceux liés aux discontinuités de densité dans le manteau. Le mode C0 adopte une position intermédiaire, et à la différence de l'harmonique 15, pour laquelle sa période est minimum, il présente sur l'ensemble du spectre des temps caractéristiques d'au moins deux ordres de grandeur plus grands que les modes L0 et M0. Si l'on tient compte du fait qu'à saturation, il ne représente que 4,10 % de la réponse visqueuse, il apparaît que C0 aura une contribution négligeable lors de simulations sur la durée d'un cycle climatique (de l'ordre de 10^5 ans), comme le montre la figure V-4. Ces constatations sont à plus forte raison valables pour les

modes M1, M2 et M3.

La figure (V-6) représente les contributions respectives des différents modes à différentes époques après la mise sous contrainte (la sollicitation est toujours de type Heaviside). Ces durées de 1 000, 10 000, 50 000 et 100 000 ans couvrent toute la gamme de durées de simulations que l'on peut être amené à utiliser dans la modélisation de l'isostasie sous-glaciaire. De ces résultats, il ressort que la réponse du mode C0 est très longue à se manifester (de par sa constante caractéristique à plus de 200 000 ans) et reste très limitée même au bout de 100 000 ans. De plus, à la différence de M0 et L0, elle ne concerne qu'un nombre limité d'harmoniques, ce qui réduit encore sa contribution dans la réponse finale une fois sommés les effets de ces harmoniques sous forme de séries de Legendre.

5.4.4. Détermination de la période de mémorisation

Le principe de convolution en temps de la fonction de Green illustré par l'équation (V-62) suppose, en théorie, que la réponse au temps t est fonction de l'ensemble des charges qui ont prévalu pendant toute la période antérieure à t (voir l'intégrale de $-\infty$ à t). Cependant, avec la décroissance exponentielle avec le temps pour chaque mode, une charge aura un effet d'autant plus restreint qu'elle aura agi longtemps avant la date à laquelle on s'intéresse. Ceci permet donc, en accord avec la période caractéristique de chaque mode, de fixer une période au delà de laquelle la contribution des charges pourra être considérée comme négligeable pour ce mode. C'est donc le mode avec la période caractéristique la plus importante qui normalement, doit imposer cette valeur de la période de mémorisation. En écartant d'emblée les modes M1, M2 et M3 dont les contributions sont systématiquement négligeables, se pose le problème de la détermination de la période de mémorisation en accord avec la constante de temps de plus de 200 000 ans pour le mode C0. Rendre compte correctement de la contribution de ce mode supposerait une durée d'intégration proche du million d'années. Cela n'a guère de sens dans le cadre de simulations climatiques à l'échelle de la centaine de milliers d'années. Au bout de 100 000 ans, on ne rendrait compte que de 39 % des 4 % de la réponse dans le cas favorable de l'harmonique 15, en supposant que l'on ait mémorisé tout l'historique de charge depuis le début.

En d'autres termes, si l'on considère l'ensemble du spectre, le fait de fixer une période

de mémorisation ne tenant compte que des modes L0 et M0 occasionnera une erreur de l'ordre du pour-cent, mais simplifiera en revanche le processus de mémorisation. En fixant cette période à 30 000 ans, on rend compte de 99 % de la réponse de M0 et de plus de 99,99% de celle de L0 (voir les convergences pour ces modes sur la figure V-4). L'importance de cet effet de mémoire sera reprise dans le chapitre suivant sur des simulations faisant intervenir des distributions de charges réalistes.

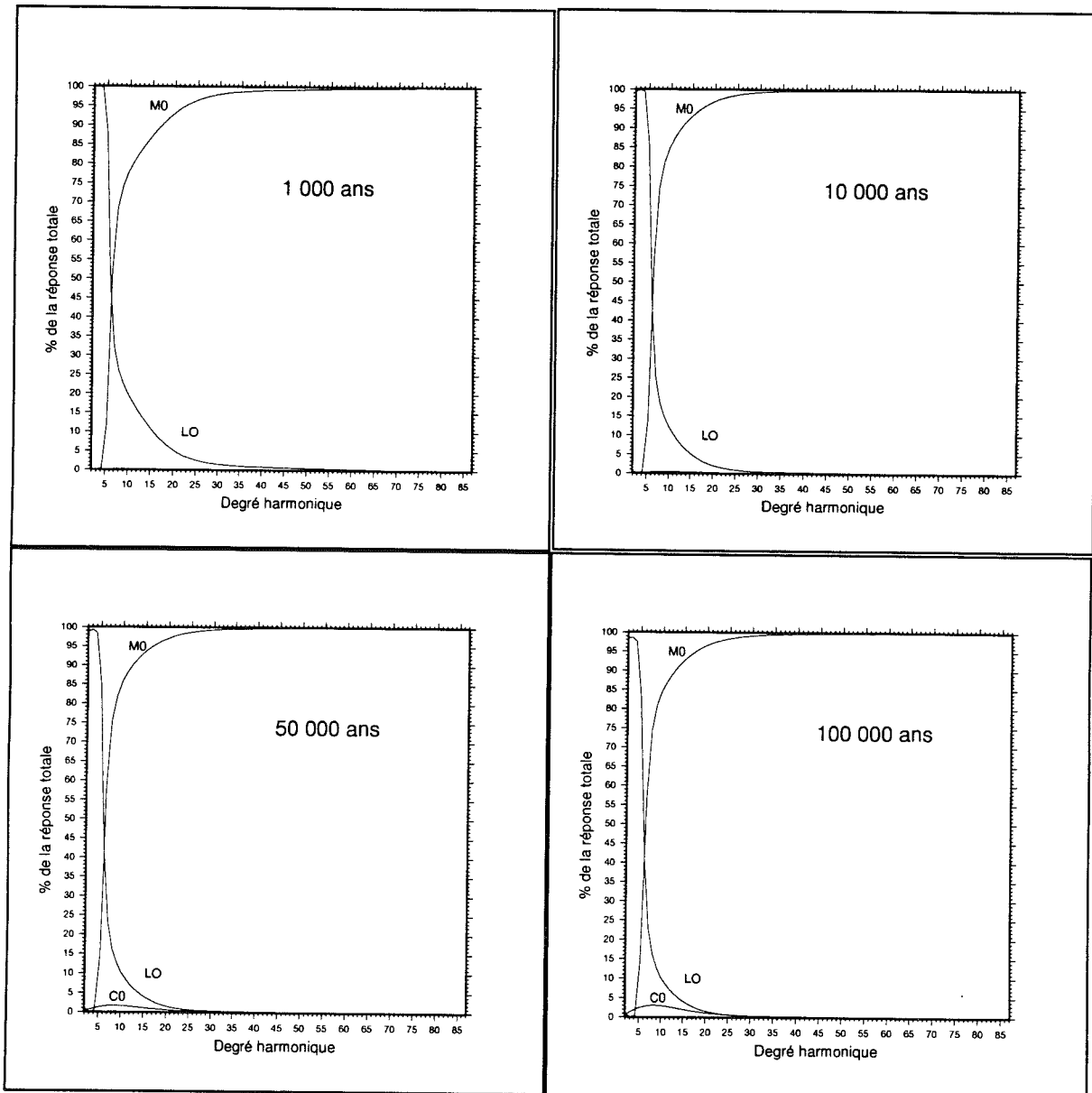


Figure V-6 : Contributions des principaux modes (L0, M0 et C0) en fonction du degré harmonique au bout de différentes durées sous contrainte constante. On remarquera une similitude dans la répartition de la déformation selon M0 et L0 et l'émergence très tardive et très faible du mode C0.

5.4.5 Sommation selon les harmoniques sphériques

Il s'agit de la dernière étape permettant d'obtenir le profil le long d'un méridien de la variable $x(r,\theta)$ à laquelle on s'intéresse et ce, à partir de l'ensemble de ses amplitudes $X^n(r)$ sur lesquelles ont porté le raisonnement dans l'espace des harmoniques sphériques. La dépendance en colatitude se situe au niveau de chaque polynôme de Legendre fonction du cosinus de la colatitude et apparaîtra au niveau de la variable $x(r,\theta)$ lorsque seront sommées chacune de ses amplitudes spectrales $X^n(r)$ avec le polynôme de Legendre correspondant $P_n(\cos \theta)$ selon :

$$x(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} X^n(r) P_n(\cos\theta) \quad (\text{V-64})$$

Dans la pratique, il ne sera évidemment pas possible de raisonner sur un nombre infini de degrés harmoniques. Cependant, la physique du problème fait que, au delà d'une certaine valeur pour n , les solutions dans l'espace des harmoniques sous la forme d'amplitudes spectrales ($X_n(r)$) tendent rapidement vers 0 et assurent une convergence rapide de la série (voir figure V-7). La raison est à chercher au niveau de la décomposition en harmoniques de la charge ponctuelle. En effet, dans la décomposition en harmoniques sphériques du Dirac, plus on considère d'harmoniques, mieux on représente le Dirac ponctuel. Cependant, du fait de la rigidité lithosphérique, au delà d'une certaine concentration, le Dirac, qu'il soit exactement ponctuel ou "étalé" sur quelques centaines de km, aura exactement le même effet en terme de réponse de la Terre. En conséquence, à partir du degré 200, la contribution des amplitudes multipliées par le polynôme correspondant deviendra négligeable, ce qui permet de limiter la somme de la série aux 200 premiers degrés d'harmoniques. La figure V-7 illustre cette convergence et montre la stationnarité de réponse totale à partir d'un degré qui dépend à la fois du mode en question ainsi que de la distance à la charge pour le point d'observation considéré.

Finalement, la valeur retenue pour chacun des modes sera la valeur asymptotique vers laquelle tend la série (intersection avec le bord droit de la figure V-7). On dispose alors à ce stade de la véritable réponse (en temps et en espace) à la sollicitation ponctuelle et impulsive pour l'ensemble des modes constituant chacune des 6 variables (les 6 fonctions de Green du

modèle). On peut remarquer au passage que, suivant la distance à la charge que l'on considère (en fait la valeur de θ dans les polynômes de Legendre), on observera une variation de l'amplitude de la réponse. En effet, le déplacement radial est tout logiquement le plus prononcé là où se trouve la charge, et décroît lorsque l'on s'en éloigne. Le mode M0 présente même une inversion aux alentours de 1 500 km, laquelle, sur le terrain, se traduit par un bombement au lieu d'une dépression. Il s'agit là d'une manifestation caractéristique de la réponse visqueuse de la Terre à une charge en surface. En effet, l'expulsion de matériel que provoque localement la charge se traduit par un flux mantélique vers les régions périphériques où le surplus ainsi occasionné (en partie transitoire), se matérialise sous la forme d'un bourrelet (voir chapitre relatif à la Fennoscandie).

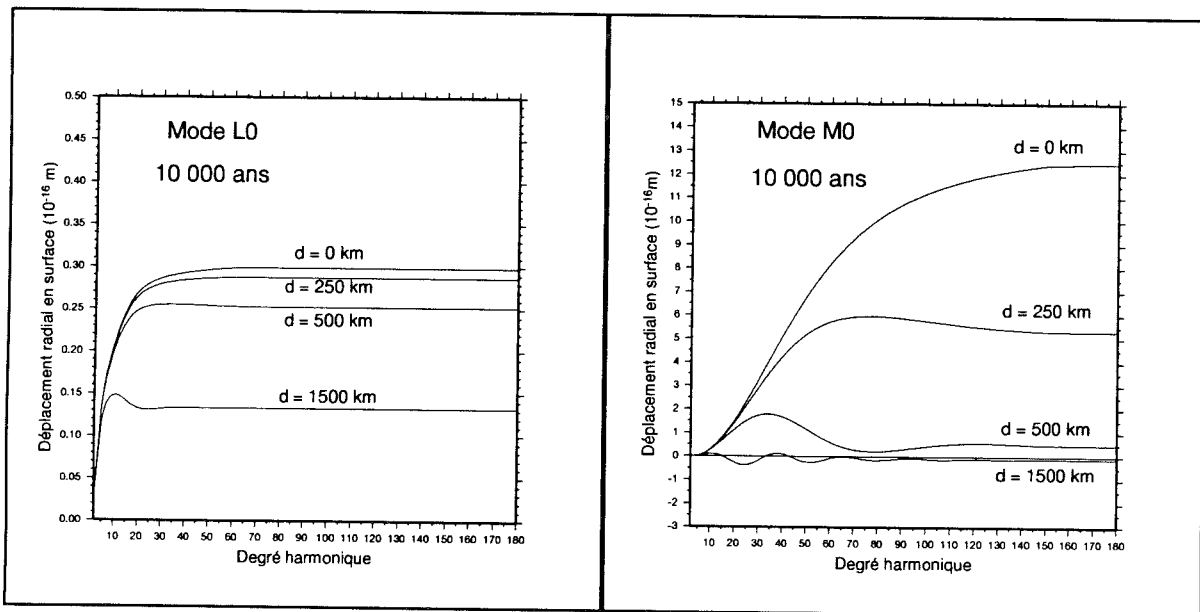


Figure V-7 : Convergence des deux modes L0 et M0 avec le degré harmonique. De par la nature rigide et le rôle de filtre passe-bas de la lithosphère, le mode associé L0 montre une convergence beaucoup plus rapide. Pour un même mode, la vitesse de convergence dépend aussi de la colatitude θ du point considéré par rapport à la position de la charge (ici convertie en distance à la surface terrestre). Le temps de visualisation (après la mise en charge) pris ici à 10 000 ans permet aux deux modes et notamment à M0 de répondre de manière significative (voir le temps de réponse caractéristique d'environ 7 000 ans pour M0).

Il est enfin intéressant de constater l'importance de la part du mode M0 associé au manteau dans la réponse visqueuse totale. Cependant, la relative faiblesse de L0 est fortement compensée par sa plus courte période caractéristique. Contrairement à M0, le mode M0 est capable de répondre quasi-intégralement à des variations rapides de charge (effectives sur

quelques milliers d'années). Tandis que pour M_0 , le temps que la réponse devienne significative, la charge peut, dans de nombreux cas avoir déjà commencé à évoluer dans le sens contraire (voir le scénario glaciaire en dents de scie utilisé pour la simulation en Fennoscandie). Ce phénomène souligne l'importance du caractère transitoire de la réponse terrestre et justifie la notion d'effet de mémoire. Ces notions seront reprises dans le prochain chapitre.

6 Synthèse du protocole de résolution

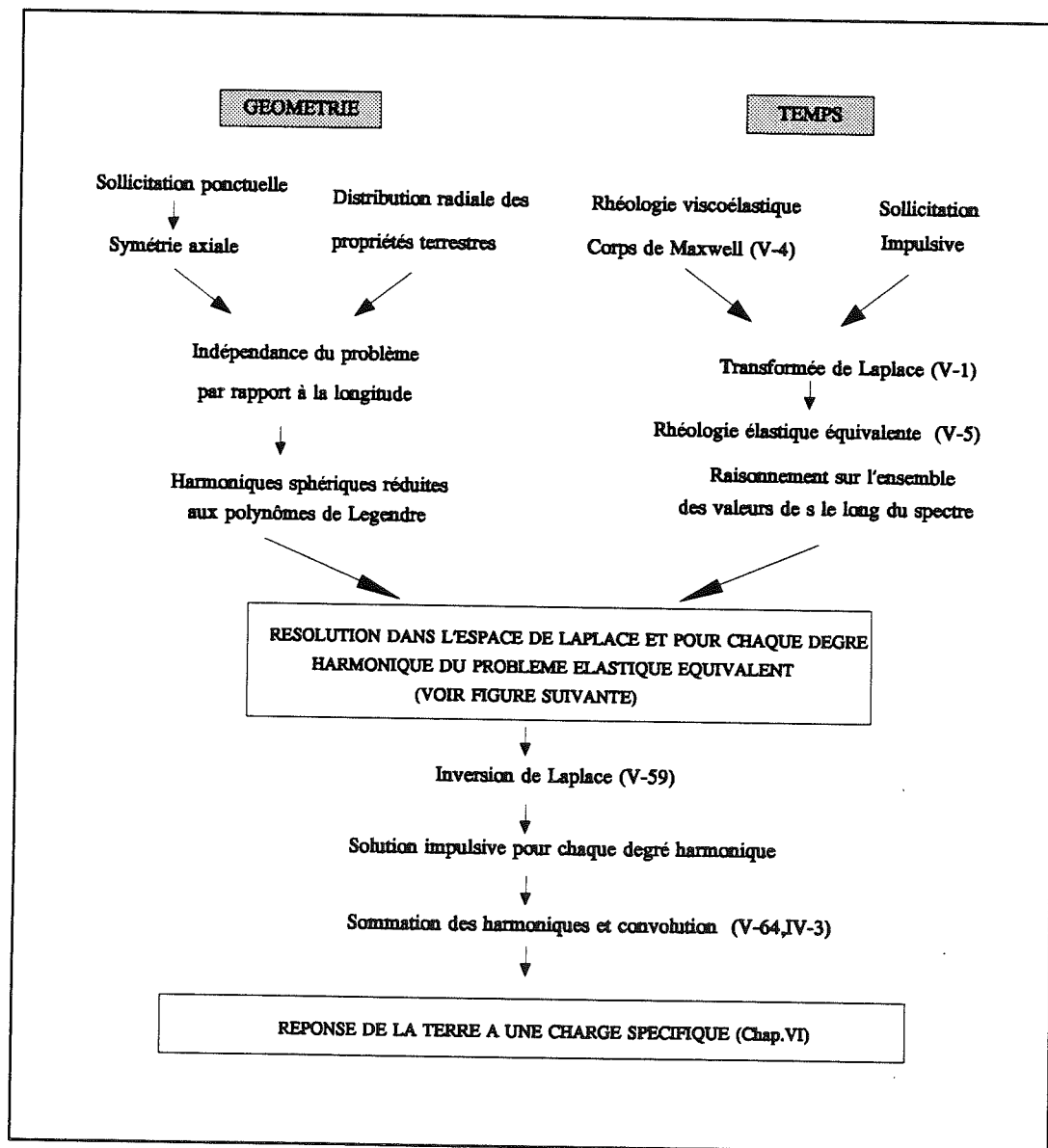


Figure V-8 : Les principales phases du modèle de réponse terrestre à une charge en surface. Le problème élastique équivalent pour chaque degré harmonique pris individuellement est résumé dans la figure suivante.

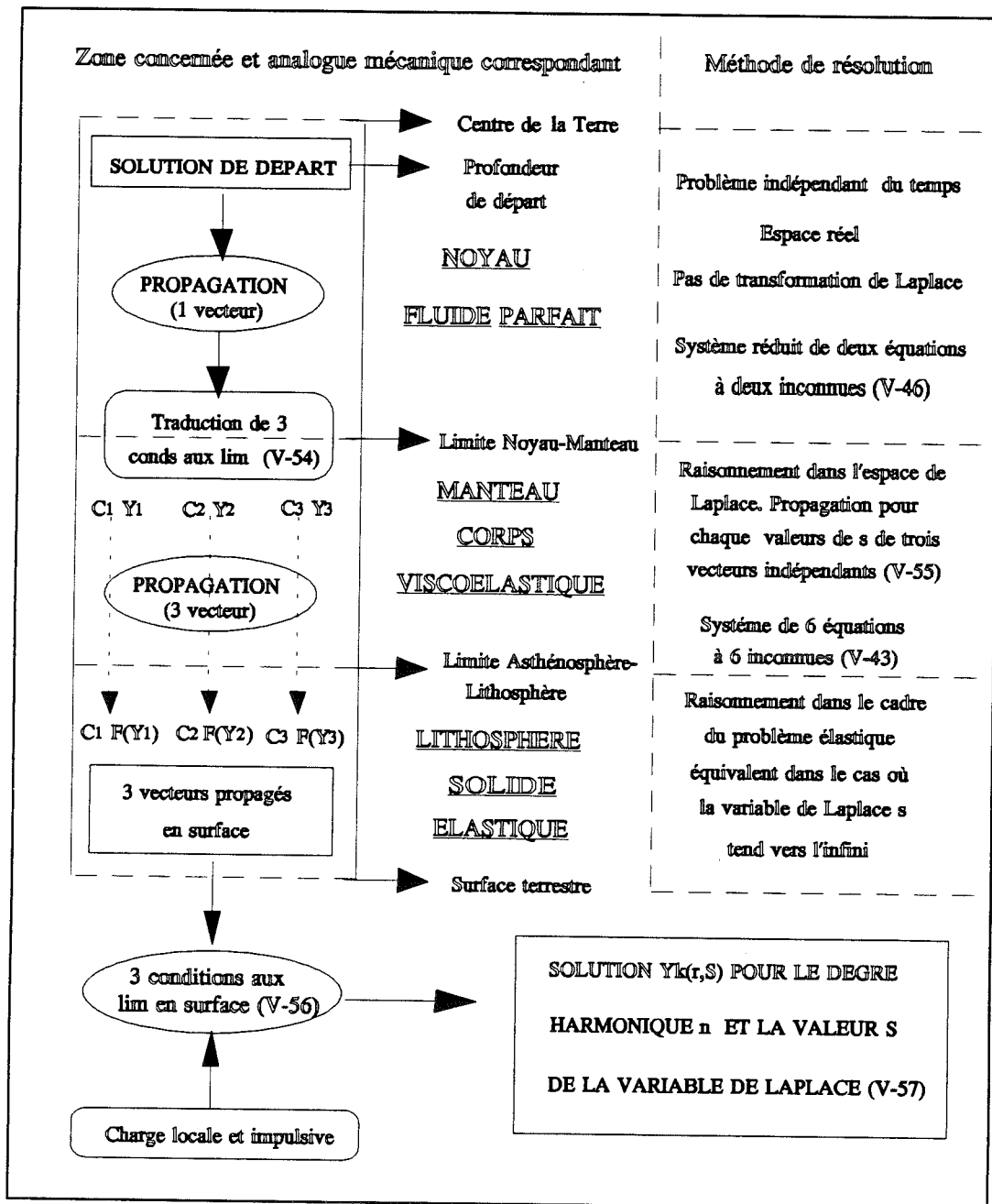


Figure V-9 : Détail de la résolution du problème élastique équivalent pour le degré harmonique n dans l'espace de Laplace.

CHAPITRE VI

**SIMULATION DE LA REPONSE ISOSTATIQUE EN
FENNOSCANDIE
AU COURS DU DERNIER CYCLE GLACIAIRE**

Disposant sous la forme des fonctions de Green de la réponse unitaire de la Terre à une sollicitation impulsive de surface, il est maintenant possible de reproduire la réponse à n'importe quel scénario par le biais d'une double convolution. L'histoire glaciaire qu'a connue une région comme la Fennoscandie se prête bien à ce genre de simulation car elle figure parmi les plus étudiées au monde. De plus, cette région aujourd'hui libérée des glaces offre de nombreuses données de terrain de natures diverses, permettant de préciser les mouvements verticaux qu'elle a pu subir dans le passé, ainsi que ceux qu'elle subit encore actuellement.

1. L'intérêt de la région Fennoscandienne

1.1 Particularité des zones de rebond

Au cours du dernier cycle climatique (les dernier 125 000 ans environ), la Fennoscandie (ensemble des pays scandinaves et de la Finlande) aura vu s'installer puis disparaître une calotte de glace d'une taille voisine de celle de l'actuel Groenland. Peu après

l'apogée du dernier maximum glaciaire vers -18 000 ans, lorsque l'épaisseur maximale de glace devait avoisiner les 2 700 m, une rapide phase de déglaciation s'est amorcée suite à un réchauffement du climat. Aujourd'hui, cette région, bien que débarrassée de toute glace depuis à peu près 8 000 ans, fait toujours l'objet d'un lent soulèvement généralisé de quelques mm par an. Il s'agit ici d'une illustration de l'effet de mémoire, qui veut que la Terre réagisse aujourd'hui encore à la variation de charge que constituait la déglaciation finale il y a plus de 8 000 ans. Il s'agit d'une des caractéristiques les plus intéressantes des zones dites de rebond post glaciaire, dans la mesure où ce sont les seuls endroits qui permettent, à l'aide des mesures appropriées, de préciser la cinétique et l'amplitude de la réponse terrestre.

Ces données peuvent se regrouper en deux grands ensembles suivant qu'elles réfèrent au réajustement isostatique en fonction du temps depuis la déglaciation (plages soulevées), ou seulement à ce réajustement dans son état actuel (vitesse actuelle de remontée, anomalie gravimétrique à l'air libre).

1.1.1 Les plages soulevées

Les plages surélevées consistent en d'anciennes lignes de rivage qui au moment de leur formation étaient au niveau de la mer, mais qui, suite au rebond, se sont trouvées exhaussées de parfois plusieurs centaines de mètres par rapport à la mer actuelle (voir la figure VI-2). Si au cours de la déglaciation, la montée du niveau marin est restée suffisamment longtemps en phase avec celle du sol, la constance du rivage sur plusieurs dizaines d'années aura entraîné le développement d'une plage sous la forme d'une terrasse (figure VI-1). La persistance de ces plages a donc parfois laissé le temps à des faciès caractéristiques de rivage de se mettre en place (sédimentation de certains coquillages de rivage, enfouissement de matières organiques flottantes amenées par la mer, dépôts de varves). Si ces objets peuvent être datés (avec toutes les précautions qui s'imposent), il devient possible de dater aussi la plage, c'est à dire le moment où le terrain auquel on s'intéresse se trouvait au niveau de la mer. Avant l'apparition de la méthode au carbone 14 (Libby, 1952) la méthode des varves constituait la meilleure façon de dater ces terrasses. Cette méthode (souvent fastidieuse) se basait sur l'extrapolation à distance de la séquence rythmique saisonnière dans le dépôt de limons successivement fins (été) et grossiers (hiver). Ces dépôts limoneux observables au niveau des terrasses étaient corrélés à d'autres plus continentaux (lacustres), sur lesquels une datation faisant intervenir

d'autres techniques était possible. La méthode au carbone 14 beaucoup moins laborieuse (surtout depuis l'apparition de nouvelles techniques de comptage), remplace dorénavant celle des varves, mais elle aura cependant confirmé les excellents travaux de l'école de De Geer basés sur les varves dont les résultats sont encore utilisés de nos jours.

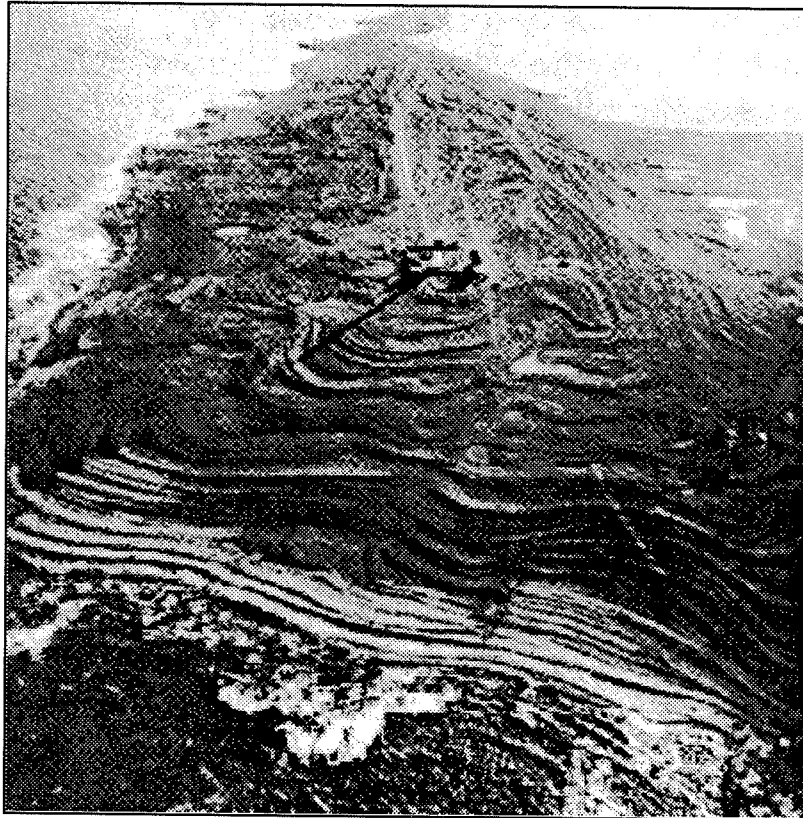


Figure VI-1 : Exemple de plages en terrasses soulevées suite au rebond post-glaciaire dans la région de l'Est du Gotland en Suède. (D'après Turcottte et Schubert, 1982, p. 247)

Finalement, en analysant toute une série de plages allant des plus récentes (actuelles) au plus anciennes (juste après la disparition de la calotte), il est possible de proposer pour un même lieu (là où on aura la chance d'avoir une série complète) une courbe de vitesse de remontée du sol par rapport au niveau marin sur les 10 000 dernières années (figure VI-2).

Ces résultats de niveau marin relatif (rsl) peuvent ensuite être traduits en mobilité absolue du sol en leur soustrayant la composante liée aux fluctuations eustatiques du niveau des mers au cours du temps. Comme le fait remarquer Lliboutry (1973), cette correction, en plus de la composante glacio-eustatique (la hausse liée à la fonte des glaces), doit en toute

rigueur incorporer des fluctuations locales du niveau marin associées aux variations du géoïde. En effet la disparition de glace ainsi que les redistributions en conséquences du matériel terrestre modifient le potentiel de gravité en surface et sont à l'origine d'un eustatisme géoïdal (quelques dizaines de mètres). Cependant du fait de la précision d'ensemble dont on dispose, cette dernière correction s'apparente à un luxe et ne sera pas prise en compte dans le cadre de cette étude.

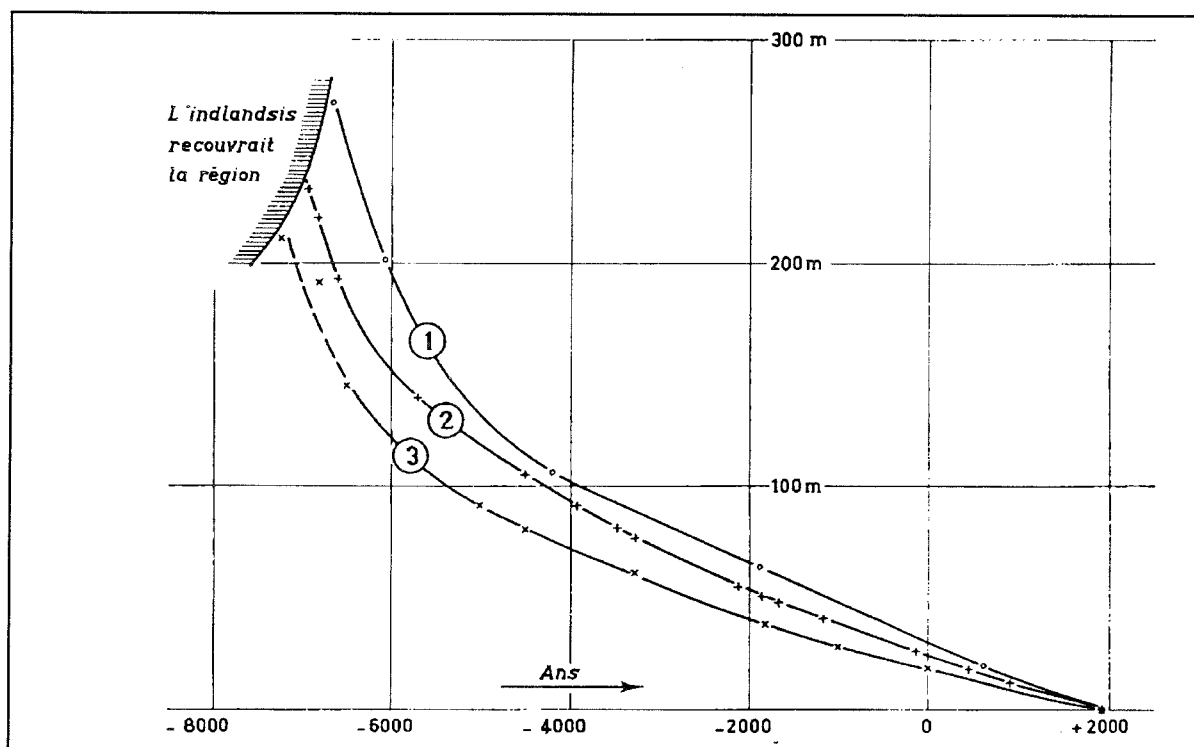


Figure VI-2 : Hauteur actuelle en fonction de leur âge pour différentes plages de la Baltique obtenues par la méthode des varves. 1) Angermanland, côte Ouest du golfe de Bothnie (Nansen, 1928). 2) Embouchure de la rivière Angerma 62,8°N., 18.0° E. (Lidén, 1938). 3) Lauhavuori 62,1°N., 22,2°E. (Lidén, 1938). D'après Lliboutry, 1965 p. 806.

1.1.2 Vitesse de remontée actuelle et anomalie gravimétrique à l'air libre

α) Mesures géodésiques

Les levés géodésiques au cours de deux campagnes majeures de nivellement en Finlande sont à la base des cartes de vitesses de remontée isostatique dont on dispose aujourd'hui (elles ont été par la suite complétées par des mesures sur la Suède, le Danemark

et la Norvège). L'espacement d'une cinquantaine d'années entre ces deux périodes de mesures (la première de 1892 à 1910, la seconde à partir de 1933) a permis de mesurer des différences d'altitude suffisantes pour pouvoir être ensuite traduites de manière fiable en vitesses. Les altitudes ont été mesurées par rapport au niveau moyen des mers, si bien que les vitesses déduites sont définies par rapport à ce dernier. Il faut donc les corriger d'une éventuelle composante eustatique contemporaine si l'on veut les traduire en vitesses absolues. Des études marégraphiques (elles aussi menées d'assez longue date, ce qui permet là encore de dégager des tendances fiables), semblent montrer d'après l'évolution de jauges de marées, une montée moyenne du niveau moyen des mers de l'ordre du mm/an. La confrontation des résultats du modèle (qui donne des vitesses absolues) supposera donc de se fier à l'ensemble de ces valeurs augmentées d'un facteur correctif de l'ordre du mm/an. Le problème de la composante géoïdale de la variation du niveau des mers se pose de la même façon que précédemment, et ne sera ici considéré ici que de façon sommaire.

β) mesures gravimétriques

Dans les zones de rebond post glaciaire, l'anomalie gravimétrique à l'air libre est révélatrice des défauts ou des excès de masse en profondeur. Lors de la mise en place de la calotte, le creusement de la dépression centrale avec expulsion de matériel mantélique vers les zones de bourrelet crée un déficit de masse sous la lithosphère. En présence de la calotte, si l'état stationnaire est atteint pour le socle (compensation isostatique totale), ce déficit est compensé par la masse de glace, et doit normalement se traduire par une anomalie à l'air libre nulle (alors que celle de Bouger obtenue en corrigeant de l'effet de la calotte serait négative). Par contre, si la glace vient à disparaître rapidement alors que la Terre n'a pas encore trouvé le temps de complètement combler la dépression, le déficit global de masse fait apparaître une anomalie gravimétrique à l'air libre négative. La valeur de cette anomalie est alors précieuse car elle est proportionnelle à l'écart à l'équilibre et traduit de ce fait les déplacements restant à faire avant le retour complet à l'état stationnaire. De plus au même titre qu'elle traduit les déficits de matière, l'anomalie à l'air libre révèle aussi les excès qui peuvent exister au niveau du bourrelet périphérique (elle est alors positive). Une carte d'anomalies (voir figure VI-14) offre donc un moyen supplémentaire (par rapport à une carte de vitesses) de contraindre la répartition géographique des zones respectives de remontée et d'affaissement.

1.2. Le scénario glaciaire.

Un scénario glaciaire le plus réaliste possible s'avère très important car il constitue la seule donnée en entrée pour le modèle unitaire dans l'établissement de la réponse terrestre. L'historique glaciaire de la Fennoscandie sur les 125 000 dernières années est le reflet direct des effets du dernier cycle climatique sur les calottes glaciaires de l'hémisphère Nord.

1.2.1 Notion de cycle climatique

Les carottes de sédiments océaniques profonds ainsi que les carottes de glace permettent d'exploiter les informations issues la composition isotopique de l'oxygène (rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$) ou de l'hydrogène (deutérium) en fonction du temps. Dans la cas des carottes océaniques, l'enregistrement de la composition isotopique des eaux profondes s'avère être un indicateur de l'importance du volume total des glace continentales. Du fait des fractionnements $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ lors des processus d'évaporation et de condensation, le stockage d'eau douce dans les grandes calottes continentales se traduit en un enrichissement relatif pour l'eau de mer. Ainsi, les fluctuations de la teneur relative en ^{18}O le long d'une carotte océanique (le $\delta^{18}\text{O}$, voir figure VI-3) révèle la succession au cours des 800 000 dernières années de 8 périodes glaciaires entrecoupées de 9 intermédiaires pauvres en glace (dont le dernier que nous subissons actuellement, Emilliani, 1955, Shackleton, 1967). La successions de ces stades glaciaires et interglaciaires montre une surprenante répétitivité avec une période de 100 000 ans, d'où la notion de cycle climatique (on suppose en général une origine astronomique à cette succession).

Le dernier de ces cycles est évidemment celui le mieux connu, et présente l'avantage d'être entièrement couvert par les données de certaines carottes glaciaires. Celles-ci, à la différence des carottes sédimentaires, remontent moins loin dans le temps, mais offrent en revanche une bien meilleure résolution. Contrairement aux précédentes, les carottes glaciaires enregistrent l'effet direct de la température sur le fractionnement isotopique de l'oxygène ou de l'hydrogène. Une formulation empirique, qui fut par la suite validée par des paramétrisations plus physiques (modèles de fractionnement isotopique de l'eau, modèles de circulation atmosphérique, etc...), permet de traduire la teneur relative en ^{18}O (ou en

deutérium) dans la glace en écart de température par rapport à aujourd'hui (voir figure VI-4)

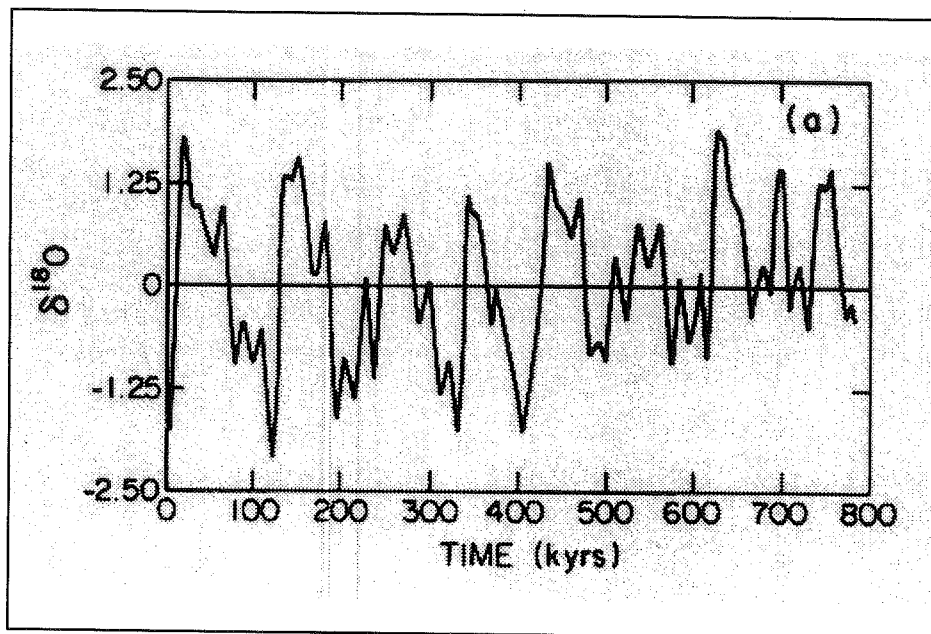


Figure VI-3 : Profil isotopique de l'oxygène issu d'une carotte sédimentaire océanique profonde (SPECMAP, Imbrie et al., 1984). La datation de la carotte a été basée sur la reconnaissance d'horizons repères dans les sédiments. L'idée selon laquelle ce genre de profil peut s'interpréter comme un indicateur du volume des glaces continentales en fonction du temps fut émise pour la première fois par Shackleton (1967). Les valeurs positives correspondent à un enrichissement relatif de la mer ce qui caractérise une phase glaciaire.

La carotte de Vostok (Antarctique de l'Est) représente à ce jour l'un des meilleurs enregistrements des fluctuations de températures au cours du dernier cycle climatique et de la fin du précédent stade glaciaire (Jouzel et al., 1987). Selon cette courbe (figure VI-4), le précédent interglaciaire (approximativement de -135 000 à -125 000 ans) devait être légèrement plus chaud de 1 à 2 degrés que celui que nous connaissons actuellement. La température aurait ensuite chuté de plusieurs degrés, et bien qu'oscillant entre des stades très froids et d'autres moins prononcés, aurait entraîné la planète dans le dernier stade glaciaire. Le paroxysme de cette glaciation se serait manifesté aux alentours de -18 000 ans, période alors appelée "dernier maximum glaciaire" (où LGM pour Last Glacial Maximum), correspondant à une courte stabilisation vers les valeurs de température les plus basses (-8 à -9 degrés par rapport à l'actuel). Ce paroxysme aurait marqué la fin de la dernière glaciation et aurait été suivi d'une brusque remontée de la température pour arriver, il y a à peu près 10 000 ans, à un régime proche de celui que nous vivons actuellement.

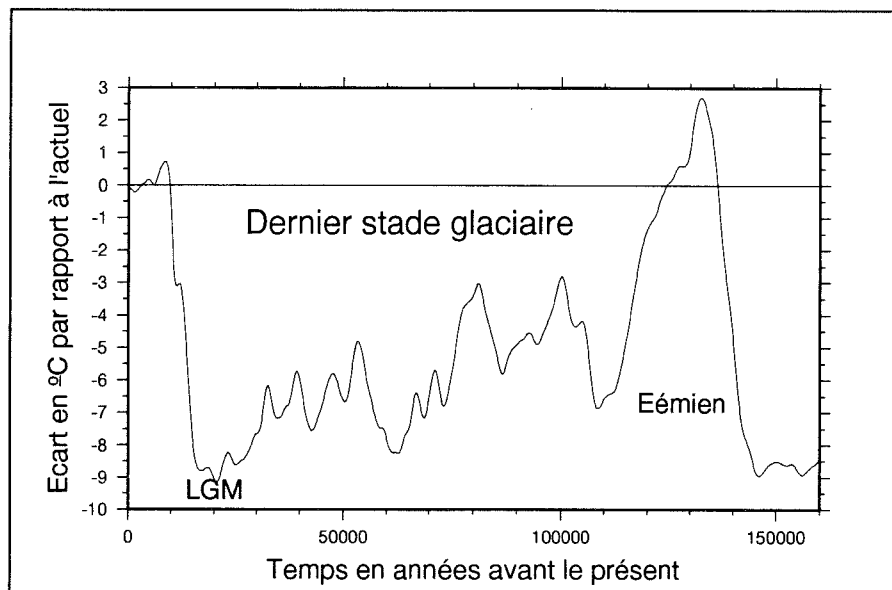


Figure VI-4 : Le signal isotopique de Vostok représenté en termes de variation de température par rapport à l'actuel (Jouzel et al., 1987). Si ce signal caractérise l'Antarctique, les fluctuations qu'il révèle restent cependant valables au moins qualitativement pour l'hémisphère Nord. Une autre carotte (GRIP) issue du Groenland montre une surprenante similitude. La courbe reproduit ici la fin de l'avant dernier stade glaciaire, l'avant dernier stade interglaciaire ou Émien (de -140 000 à -120 000 ans), puis le dernier stade glaciaire dont l'apogée marque aussi la fin avec le LGM (dernier maximum glaciaire) aux alentours de -18 000 ans. Enfin, un réchauffement rapide comme à la fin de l'avant dernier stade glaciaire, permet de retrouver des températures proches des actuelles.

Même si la définition de la courbe de sédiments marins ne permet pas de le voir, il existe une bonne corrélation entre la courbe de température et les fluctuations de volume des grandes calottes glaciaires, surtout celles de l'hémisphère Nord. Le cas de l'hémisphère Sud est particulier et l'Antarctique, bien qu'ayant indubitablement subi ces fluctuations de température (cf. Vostok), semble avoir été moins sensible en termes de fluctuation de volume. L'explication vient probablement du fait que les fortes variations de volume pour une calotte sont généralement le résultat de fortes variations dans l'ablation par fusion. Or l'Antarctique, que l'on soit en période glaciaire ou interglaciaire, ne subit jamais, sauf à quelques rares exceptions, de températures compatibles avec la fusion. On note cependant aussi des variations dans l'amplitude de la réponse pour l'hémisphère Nord, où le Groenland réagit seulement par une variation de volume, tandis que les autres calottes comme la Fennoscandienne ou la Laurentienne vont jusqu'à totalement disparaître à la fin du stade glaciaire.

1.2.2 Les données à la base du scénario glaciaire

Les données utilisées dans l'établissement du scénario utilisé dans cette étude sont de deux types. Ce sont soit les résultats issus de carottes (glaciaires ou sédimentaires, comme décrites précédemment), soit des informations de nature géologique qui se mettent en place en présence de calottes glaciaires.

Ce dernier type de données s'avère beaucoup plus précis que les informations globales des carottes puisqu'il traduit localement les directions de fluage et les limites d'extension de la calotte. Il s'agit des stries et surtout des moraines glaciaires périphériques que la calotte charrie devant elle au cours de ses progressions. Les stries sont le résultat des frictions de la base de la calotte (notamment des débris rocheux enchassés) sur le fond rocheux que l'on retrouve au niveau des "polis" glaciaires une fois la calotte disparue. Elles sont cependant moins utilisées que les moraines frontales, lesquelles, avec leur formes caractéristiques marquent avec certitude les limites d'extension des calottes. De plus, à la différence des stries, ces moraines peuvent être datées au carbone 14 grâce à la matière organique qu'elles peuvent occasionnellement enfouir lors de leur formation. Il est alors possible en cartographiant et en datant ces moraines de retrouver la chronologie d'extension maximale des calottes glaciaires (Andersen, 1981). Connaissant les limites d'extension, il devient possible, moyennant des suppositions sur le profil de la calotte et le volume total de celle-ci (d'après les informations issues des carottes marines), de proposer une géométrie approximative de la calotte en fonction du temps. Malheureusement toute progression de la calotte détruit les précédentes moraines frontales. En d'autres termes, les moraines marquant les limites périphériques de la calotte avant son extension maximale au dernier maximum glaciaire ont été remaniées et ne sont plus identifiables. Cette méthode ne permet donc qu'une estimation de l'étendue maximale au dernier maximum glaciaire (Andersen, 1981) et la localisation d'isochrones de désintégration servant de base à des modèles de déglaciation (ICE-1, Peltier et Andrew, 1976)

La reconstruction de la période anté-LGM devient alors beaucoup moins précise puisqu'elle se base cette fois-ci sur le caractère général des informations contenues dans les carottes glaciaires ou sédimentaires. N'ayant aucune indication sur la géométrie précise de la calotte à ces époques, une alternative a consisté ici à utiliser la configuration de l'extension maximale du dernier maximum glaciaire que l'on a pondéré ensuite par un facteur représentant

l'intensité de la glaciation. Ce facteur peut alors être déduit d'une courbe de température, ou de préférence, à partir d'une courbe de volume total de glace continentale (les extensions maximales des calottes ne correspondant pas toujours exactement aux températures les plus froides). Nous utiliserons ici les résultats du fractionnement isotopique de foraminifères benthiques le long d'un forage sédimentaire profond dans l'océan Pacifique. Cette carotte peut indifféremment être interprétée comme la variation eustatique globale ou comme le volume des glaces continentales (Chapell et Shackleton, 1986). On supposera donc une stricte anti-corrélation entre ces deux phénomènes, ce qui présente l'avantage à partir d'une même courbe, de prescrire à la fois le scénario glaciaire et les variations eustatiques globales (figure VI-5). En procédant de la sorte, il est implicitement supposé que l'ensemble des calottes qui ont participé aux fluctuations eustatiques ont eu une histoire synchrone. Bien qu'il soit maintenant établi que les différentes calottes de la planète étaient "connectées" à distance (notamment par le biais du niveau marin global et son action sur les ice shelves), des déphasages de l'ordre de quelques milliers d'années ne sont pas à exclure dans leurs évolutions respectives au cours des cycles climatiques. De plus, en procédant de la sorte, on suppose une composition isotopique homogène pour les calottes et on fait abstraction des variations de températures au cours du temps qu'ont pu connaître les fonds océaniques.

1.2.3 Etablissement du scénario

Le scénario utilisé dans la présente simulation débutera à -125 000 ans, à la fin du dernier stade interglaciaire à partir d'une surface supposée entièrement dépourvue de glace comme à l'heure actuelle. Il consiste à prescrire tous les 1 000 ans (le pas de temps choisi pour le modèle isostatique) une géométrie de calotte, c'est à dire une épaisseur de glace en chaque point de la grille utilisée pour la convolution finale sur la zone d'intérêt. Pour toute la période allant de -125 000 au dernier maximum glaciaire, la géométrie sera celle à -18 000 ans (voir figure VI-6) pondérée sur son ensemble par un facteur déduit de la courbe des variations eustatiques de la figure suivante (c'est l'épaisseur en chaque point de grille qui est multipliée par ce facteur). Ce facteur est normalisé par rapport à la baisse du niveau marin de telle sorte qu'il soit égal à 1 en cas d'englacement maximal (abaissement des mers de 130 m) et nul au tout début du scénario avant toute apparition de glace (niveau des mers supposé égal à l'actuel). La géométrie à -18 000 ans utilisée ici s'inspire d'une reconstruction de Denton et Hughes (Andersen, 1981) à laquelle a été appliquée une baisse globale de l'ordre de 500

m aux épaisseurs de glace proposées. En effet, plusieurs études ultérieures (Nesje et Dahl, 1990 ; Fjeldskaar, 1994) voient dans la reconstitution de Denton et Hughes des épaisseurs exagérées (notamment l'épaisseur maximale de plus de 3 000 mètres) et suggèrent une calotte moins importante. A partir de la géométrie ainsi obtenue, les différentes phases de déglaciations ont été déduites des résultats d'un modèle de glace (ICE-1, Peltier et Andrews, 1976) donnant les grandes tendances évolutives tous les 2 000 ans et tous les 5° de latitude et de longitude pour la calotte Fennoscandienne. Après une interpolation en temps et sur chaque point de grille (distants de 50 km), il est possible de proposer un scénario pour la phase terminale de la déglaciation (Figure VI-6).

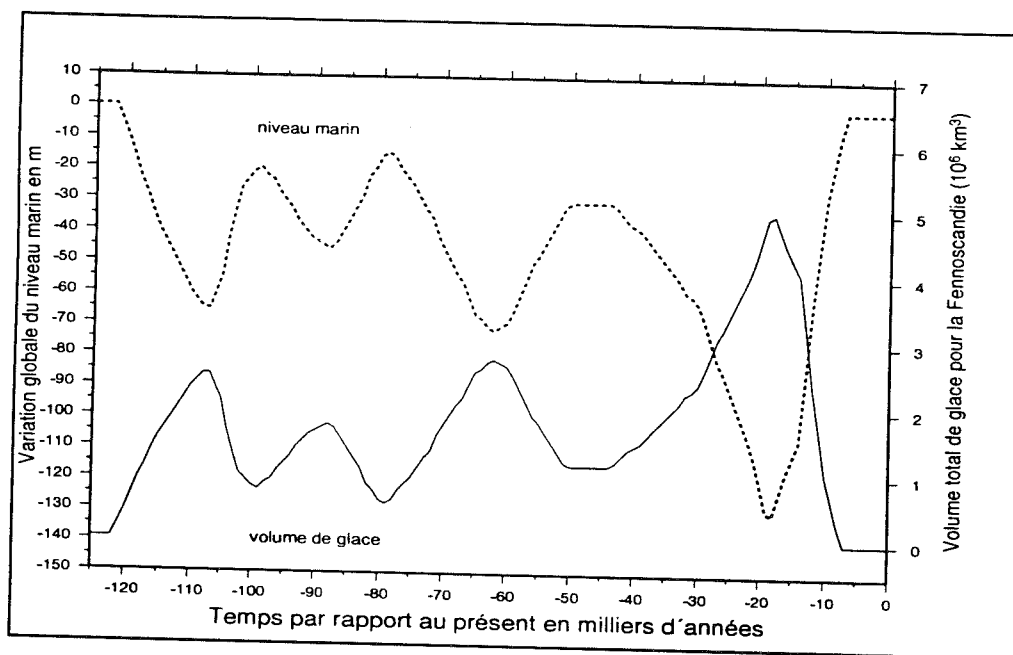


Figure VI-5 : Variations conjointes du niveau marin global et du volume de la calotte Fennoscandienne déduites de la courbe de fractionnement isotopique de l'oxygène au niveau de tests de foraminifères benthiques dans des sédiments océaniques profonds de l'océan Pacifique (d'après le profil V19-30, Chapell et Shackleton, 1986).

La page suivante représente les différentes phases de la déglaciation à des dates significatives ainsi que les variations eustatiques correspondantes. Le liseré orange correspond aux surfaces exondées correspondant aux baisses du niveau marin en considérant la topographie actuelle sans tenir compte de la perturbation isostatique. L'aire géographique considérée représente un carré de 3 000 x 3 000 km (soit 61 x 61 points de grille) couvrant la majorité de l'Europe du Nord, ce qui permet de représenter les effets à distance de la réponse isostatique sous une calotte glaciaire. Il est à remarquer que les couvertures glaciaires

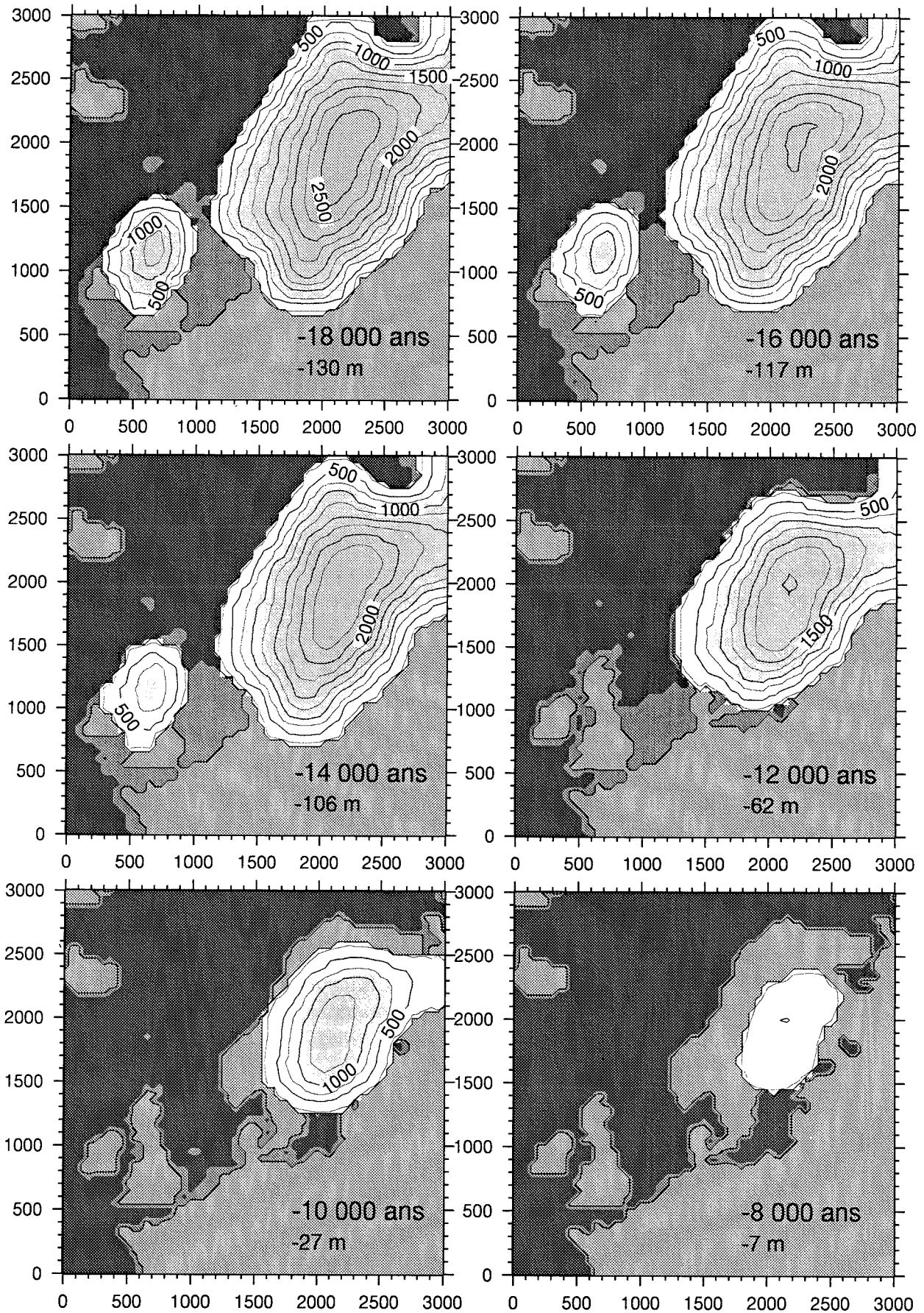


Figure VI-6 : Le scénario glaciaire obtenu pour la déglaciation finale en termes d'épaisseur de glace en chaque point de grille (isocontours tous les 250 m). Le chiffre sous la date indique la baisse correspondante du niveau moyen des mers.

de l'Islande et du Groenland ne sont pas considérées dans ce scénario (la contribution de l'Islande est mineure sauf éventuellement pour l'Atlantique Nord, et le Groenland est trop distant pour influencer de manière non négligeable l'Europe du Nord)

1.2.4. Contribution du niveau marin en termes de variation de charge.

Les variations du niveau marin, au même titre que celles de l'épaisseur de glace, constituent une modification de la charge et de ce fait, contribuent aussi à la réponse isostatique de la Terre. Sur l'ensemble d'un cycle glaciaire, ces variations ont une amplitude maximale de l'ordre de 130 mètres. Vu cette amplitude, et le fait que l'eau de mer affiche une densité légèrement supérieure à celle de la glace (1.028 au lieu de 0.917), cette contribution océanique est non négligeable face à celle de la glace. De plus, comme cet effet océanique joue sur des superficies importantes et que le modèle est basé sur le principe de sommation des effets de toutes les charges distantes comprises dans un rayon d'influence (1500 km, voir plus loin), la prise en considération de l'hydro-isostasie constitue une amélioration du modèle. Il faut cependant rappeler que le remplissage océanique suite à la fonte des glaces ne s'effectue pas de manière uniforme sur l'ensemble des bassins, mais en accord avec les ondulations du géoïde commandées par les redistributions de masse (disparition de glace et fluage mantellique centripète). Même si, comme nous l'avons déjà dit, ces ondulations sont de l'ordre de quelques mètres, la réponse isostatique correspondante est au plus (lorsqu'elle est équilibrée) le tiers de cette valeur, ce qui justifie notre hypothèse d'un eustatisme uniforme (par opposition à l'eustatisme dit géoïdal).

Enfin, le niveau marin joue aussi un grand rôle dans la limite d'extension des calottes continentales et donc indirectement sur la réponse isostatique. Il commande en effet la profondeur relative de tous les sites sous-marins et notamment celles de sites sensibles dont la profondeur avoisine la limite de stabilité d'une calotte continentale (de l'ordre de 300 à 400 m et variable suivant les configurations). Ainsi la baisse du niveau marin au cours de la glaciation aura exhaussé d'autant les fonds océaniques, permettant ainsi la progression de la glace le plus souvent sur les plateaux continentaux, comme entre la Norvège et l'Ecosse ou entre le Royaume Uni et l'Irlande. Cet effet n'est évidemment pas pris en compte en tant que tel dans le modèle isostatique, puisque le scénario issu de données de terrain en tient compte implicitement.

2. Exploitation des résultats du modèle unitaire en accord avec un scénario glaciaire.

Il s'agit maintenant d'utiliser les résultats du modèle unitaire pour retranscrire la réponse isostatique en termes de déformation, d'anomalie gravimétrique ou encore de régime de contrainte à la surface terrestre. Cette tâche est réalisée à l'aide d'un programme interface, qui, en associant un scénario caractéristique de charge à la signature terrestre (réponse unitaire), calcule la réponse de la planète correspondant à cette charge (figure VI-7).

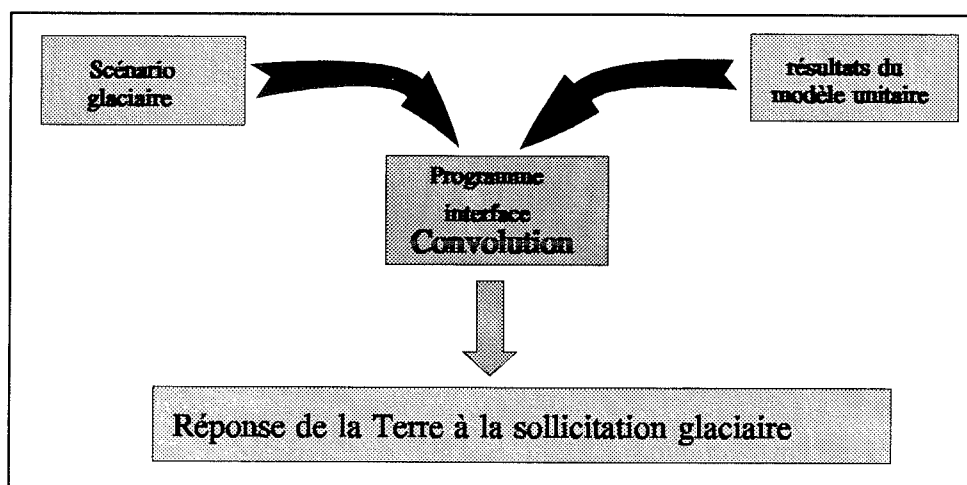


Figure VI-7 : Fonctionnement du programme interface.

2.1. Convolution en temps.

2.1.1 Utilisation des résultats du modèle de Terre

Un peu comme il a été fait avec la distribution de Heaviside (paragraphe 5.4.2, chapitre V), le processus de convolution en temps s'effectue ici avant la sommation finale de la contribution des différentes harmoniques sphériques. Cette inversion par rapport à l'ordre normal qui voudrait que l'on établisse en premier lieu les fonctions de Green avant de les convoluer avec les différentes valeurs de charge, se justifie essentiellement informatiquement. Le résultat reste évidemment le même car le processus de sommation des harmoniques, tout comme celui de la convolution, fait uniquement intervenir des sommation discrètes ou des intégrales dont l'ordre d'exécution importe peu.

Cette convolution en temps est basée sur la prise en compte de la contribution à la déformation de toutes les charges ayant prévalu jusqu'au moment de visualisation que nous appellerons t_{visu} . Il va donc falloir appliquer la formule (V-62), non plus avec une distribution continue de type Heaviside, mais avec une fonction discrète $H_{k,i,j}$ qui, pour chaque noeud (i,j) de la grille et pour chaque pas de temps (d'indice k), révèle l'histoire échantillonnée tous les 1 000 ans de la charge en ce point.

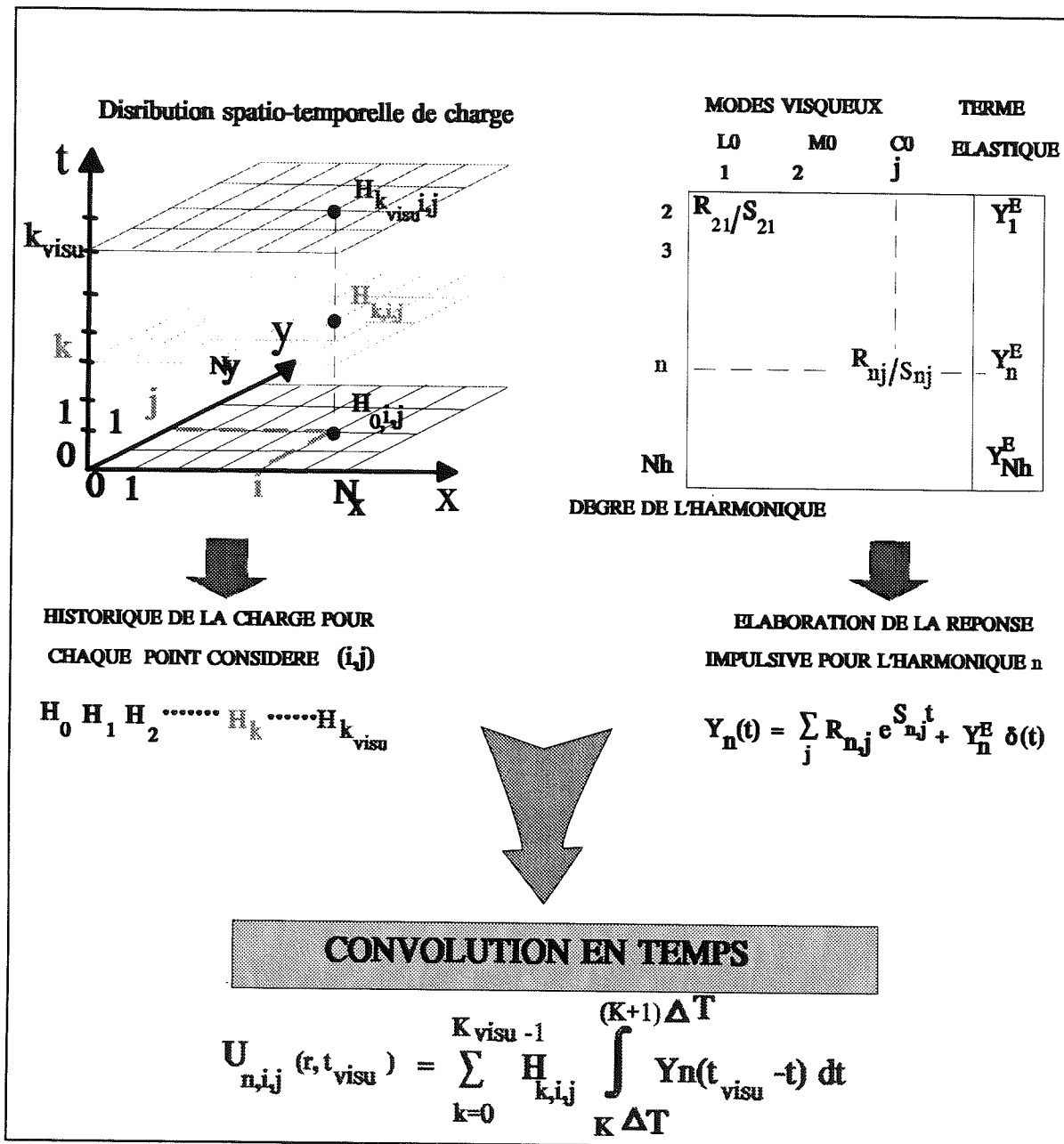


Figure VI-8 : Formulation de la convolution en temps pour le point (i,j) et pour l'harmonique n , à partir des résultats correspondants du modèle unitaire et de l'historique de charge en ce point.

La figure (VI-8) résume les différents étapes de la convolution en temps pour chaque degré harmonique. La partie gauche représente la grille qui couvre la surface d'étude où l'épaisseur de glace est donnée par $Hist_{k,i,j}$ en chacun des points (i,j) (N_x points en X et N_y en Y) et pour chaque tranche de temps d'indice k allant d'une date initiale (indice 0), à la date de visualisation t_{visu} . Parallèlement, pour chaque degré harmonique, le temps caractéristique et l'amplitude de chaque mode issus du modèle unitaire servent à construire la réponse impulsionnelle $Y_n(t)$. Ensuite, pour chaque degré harmonique, la convolution en temps en chacun des points (i,j) du domaine s'obtient en associant les différentes épaisseurs de glace qu'aura connu ce point au cours du temps avec $Y_n(t)$, selon une expression discrète de (V-62). On pourra remarquer que n'apparaît toujours pas de dépendance en colatitude dans l'expression de la réponse $U_{n,i,j}(r,t_{visu})$, puisque la sommation des différentes harmoniques sphériques reste à faire. Le détail des formules relatives à la convolution est donné au paragraphe 2.1.3.

2.1.2. Durée d'intégration, phénomène de mémorisation.

Selon la formule de la convolution (IV-3), pour obtenir la réponse exacte, il est nécessaire d'intégrer les résultats du modèle sur l'intégralité de la durée de la charge. Cependant, la formulation exponentielle de la réponse des modes visqueux fait que la contribution des différentes charges devient de plus en plus faible au fur et à mesure de la durée qui les sépare de la date à laquelle on s'intéresse (paragraphe 5.4.4, chap V). Il est ainsi possible de déterminer une période maximale de mémorisation (t_{mem}), au delà de laquelle les charges passées n'auront plus qu'un effet négligeable sur la déformation. Ainsi dans la pratique, une fois une date de visualisation t_{visu} choisie, le modèle prend en compte pour chaque point géographique (i,j) l'ensemble des charges caractéristiques pour ce point comprises dans la fourchette $[t_{visu} ; t_{visu}-t_{mem}]$. Ces valeurs de charges sont donc considérées tous les 1 000 ans et sont supposées constantes d'un pas de temps à l'autre (sur l'intervalle ΔT). Chaque date d'échantillonnage est alors un multiple de ΔT et se caractérise par k l'indice de pas de temps. Ayant fixé la date de mémorisation à 30 000 ans (plus de 99% de la réponse, paragraphe 5.4.4 chap.V), lorsque l'on s'intéresse à la réponse à une date $t_{visu} = k_{visu} \Delta T$, il est nécessaire de considérer la contribution à la déformation visqueuse des 30 charges discrètes comprises dans l'intervalle $[(k_{visu} - k_{mem})\Delta T - k_{visu}\Delta T]$ comme le montre la figure (VI-9).

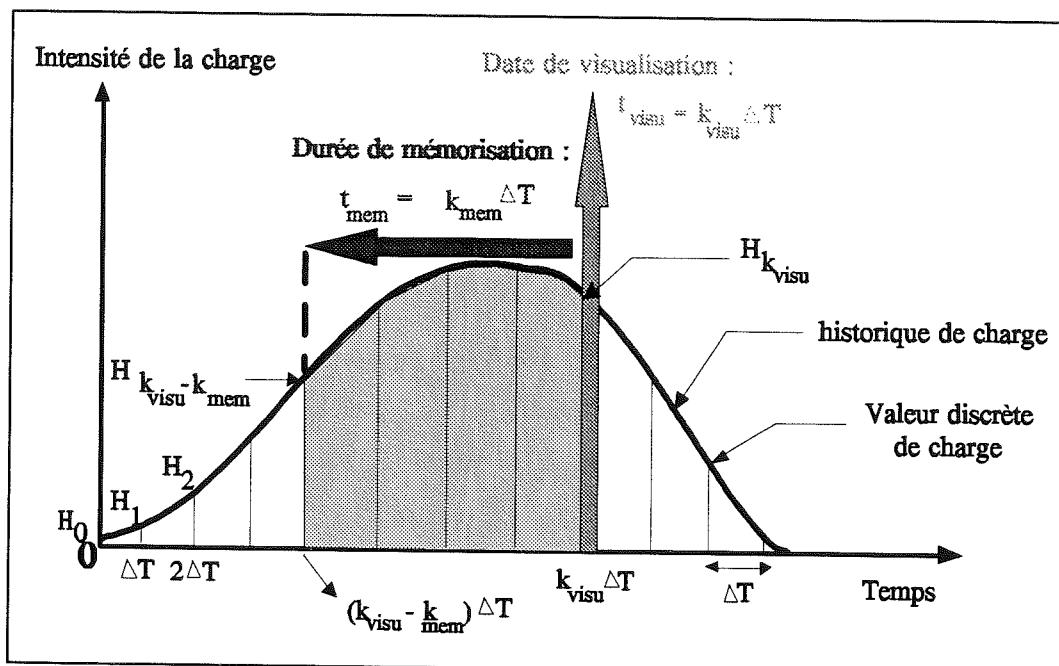


Figure VI-9 : *Discrétisation de l'historique de charge en fonction du temps et illustration de la notion de période de mémorisation. La formule de convolution en temps permet d'intégrer la contribution de l'ensemble des charges comprises dans la période de mémorisation qui précède la visualisation ($k_{mem} \Delta T$ avec k_{mem} égal à 30).*

2.1.3 Réponse viscoélastique de l'harmonique n à un historique de charge

Le traitement de la composante élastique de la réponse impulsive (V-59) par convolution s'avère plus simple que pour la composante visqueuse, dans la mesure où la réponse instantanée de la Terre n'est fonction que de la charge du moment considéré. En effet, si l'on convolue selon (V-62) le terme élastique à savoir $Y_k^E(r) \delta(t)$, du fait des propriétés de la distribution de Dirac, on obtient :

$$\int_0^{t_{visu}} Y_n^E(r) \delta(t_{visu} - t) H(t) dt = Y_n^E(r) H(t_{visu}) \quad (VI-1)$$

L'indice n indiquant qu'il s'agit d'amplitudes spectrales est ici mis en indice pour des raisons d'écriture. Pour la composante purement visqueuse, en découpant l'intégrale de la formule

(V-62) en morceaux sur les intervalles ΔT , il devient possible de "sortir" le terme $H_{k,i,j}$ (supposé constant sur ces intervalles) pour arriver à :

$$U_{n,i,j}^V(r, t_{visu}) = \sum_{k=k_{visu}-k_{mem}}^{k_{visu}-1} H_{k,i,j} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \sum_{j=1}^{N_{modes}} R_{n,j} e^{S_j(t_{visu}-t)} dt \quad (VI-2)$$

Après intégration et permutation de l'indice k et une fois la contribution élastique ajoutée, on obtient finalement la réponse au point (i,j) de l'harmonique n sous la forme :

$$U_{n,i,j}(r, t_{visu}) = \sum_{j=1}^{N_{modes}} \frac{R_{n,j}}{S_{n,j}} \sum_{k=1}^{k_{mem}} H_{k_{visu}-k,i,j} e^{k\Delta T} - e^{(k-1)\Delta T} + Y_n^E(r) H_{k,i,j}(t_{visu}) \quad (VI-3)$$

2.2. Obtention et sommation des profils de déflexion

L'obtention du profil de déflexion en un point, c'est à dire le retour de la dépendance en colatitude de la réponse, se fait ensuite par sommation de l'ensemble des contributions respectives des différentes harmoniques sphériques selon :

$$u_{i,j}(r, \theta, t_{visu}) = \sum_{k=0}^{N_H} U_{n,i,j}(r, t_{visu}) P_n(\cos(\theta)). \quad (VI-4)$$

où N_H représente le nombre nécessaire de degrés harmoniques à prendre en considération pour s'assurer de la convergence de la série. Il est bon de rappeler que la solution ainsi obtenue est celle d'une charge spatialement unitaire, et qu'elle se présente sous la forme d'un profil fonction de la colatitude relative du point considéré par rapport à la position de la charge. Pour enfin obtenir la réponse terrestre à la charge globale sur l'ensemble de la grille, il faut en chacun des noeuds (i,j) ajouter à la déformation créée par la charge en ce point celle de toutes les autres charges aux points (i_1, j_1) de la grille compris dans le rayon d'influence (1500 km). Cette contribution en (i,j) d'un point (i_1, j_1) proviendra de la valeur du profil de ce dernier (déterminé par la valeur de la charge en ce point) pour la distance le séparant du point (i,j)

où s'effectue la somme (figure VI-10).

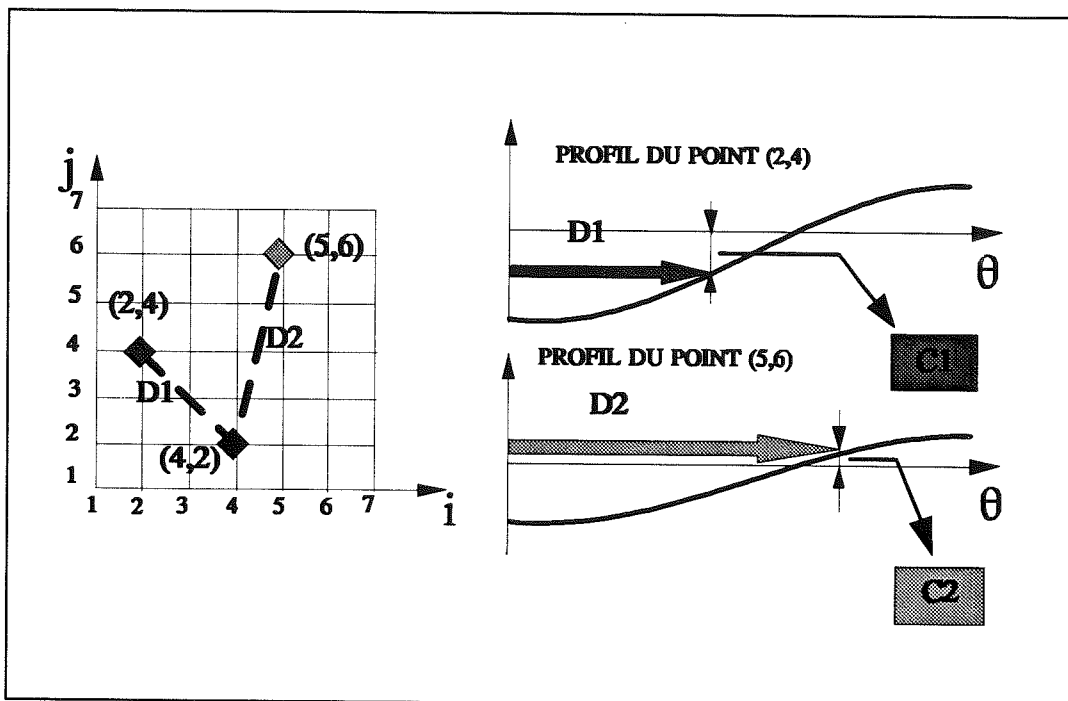


Figure VI-10 - Procédé de sommation des effets de points distants par rapport au point d'observation.

Ainsi, dans l'exemple de la figure ci-dessus, la contribution du point (2,4) à la déformation au point (4,2) s'obtient en reportant dans le profil caractéristique de (2,4) la distance D1 (convertie au préalable en angle d'arc à la surface terrestre), et en extrayant la valeur de déformation C1 qui correspond. On peut voir ici, que, suivant leur distance respective par rapport au point d'observation, les points pourront avoir des effets différents, voire antagonistes comme dans cet exemple. Finalement, la formule générale donnant la déformation totale $TOT_{i,j}$ en surface ($r = a$), au point (i,j) et au temps t_{visu} , s'écrira :

$$TOT_{i,j}(a, t_{visu}) = \sum_{i_1=1}^{N_x} \sum_{j_1=1}^{N_y} u_{i_1, j_1}(a, \theta_{i_1, j_1, i, j}, t_{visu}) \quad \text{(VI-5)}$$

où $\theta_{i_1, j_1, i, j}$ représente l'angle d'arc entre le point (i_1, j_1) dont on calcule la contribution à la déformation et le point (i,j) où se calcule la déformation par sommation. N_x et N_y représentent le nombre de points de grille en x (direction Est-Ouest) et en y (direction Sud-Nord) dans la grille cartésienne qui couvre la surface d'intérêt.

3. Résultats de la simulation de la réponse isostatique en Fennoscandie

Ces résultats consistent dans un premier temps en la géométrie de déformation de surface de la Terre à certaines dates choisies au cours des 125 000 dernières années (le dernier cycle climatique). On insistera plus particulièrement sur la phase de déglaciation finale au cours des 18 000 dernières années, celle pour laquelle le scénario glaciaire est le plus précis et celle qui de plus, offre les meilleures possibilités de validation par comparaison aux données. Cependant, certaines dates avant le dernier maximum glaciaire seront quand même considérées car elle permettent de mettre en évidence certains comportements isostatiques caractéristiques. Ensuite, les résultats de cette simulation pour le présent seront comparés aux mesures actuelles de vitesse de réajustement ou d'anomalie gravimétriques afin d'estimer le degré d'accord du modèle avec la réalité.

La simulation présentée ici suppose un choix dans les paramètres de la structure du globe, notamment pour les deux les plus incertains que sont le profil de viscosité et l'épaisseur lithosphérique. Au cours de cette étude, plusieurs jeux de ces paramètres ont été testés et l'influence que peuvent avoir ces paramètres sur les résultats du modèle sera abordée. De cette étude de sensibilité, il a été possible de dégager un jeu de référence qui semble fournir un bon accord avec les données actuelles. Il consiste en une lithosphère d'une épaisseur uniforme de 100 km sur l'ensemble du domaine et en un profil de viscosité avec $1,5 \cdot 10^{21}$ Pa.s et $7,5 \cdot 10^{21}$ Pa.s pour respectivement le manteau inférieur et le manteau supérieur. Ces valeurs sont celles qui ont été utilisées dans la simulation qui suit, laquelle sera par la suite prise comme référence.

3.1 Déformation de la Terre en surface à quelques dates clé lors du dernier cycle glaciaire.

3.1.1 Choix des dates de visualisation et des conditions initiales.

Quelques dates spécifiques le long du cycle ont la particularité de bien révéler les caractéristiques isostatiques, comme la réponse à l'instauration d'une calotte

(-120 000, -110 000, -107 000 ans) ou les effets d'une stabilisation de la charge (entre -50 000 et -44 000 ans). La figure suivante (reprise de la figure VI-5) montre la localisation de ces dates choisies par rapport aux fluctuations du volume de la calotte. A partir du dernier maximum glaciaire (-18 000 ans) le suivi devient régulier avec une visualisation tous les quelques milliers d'années.

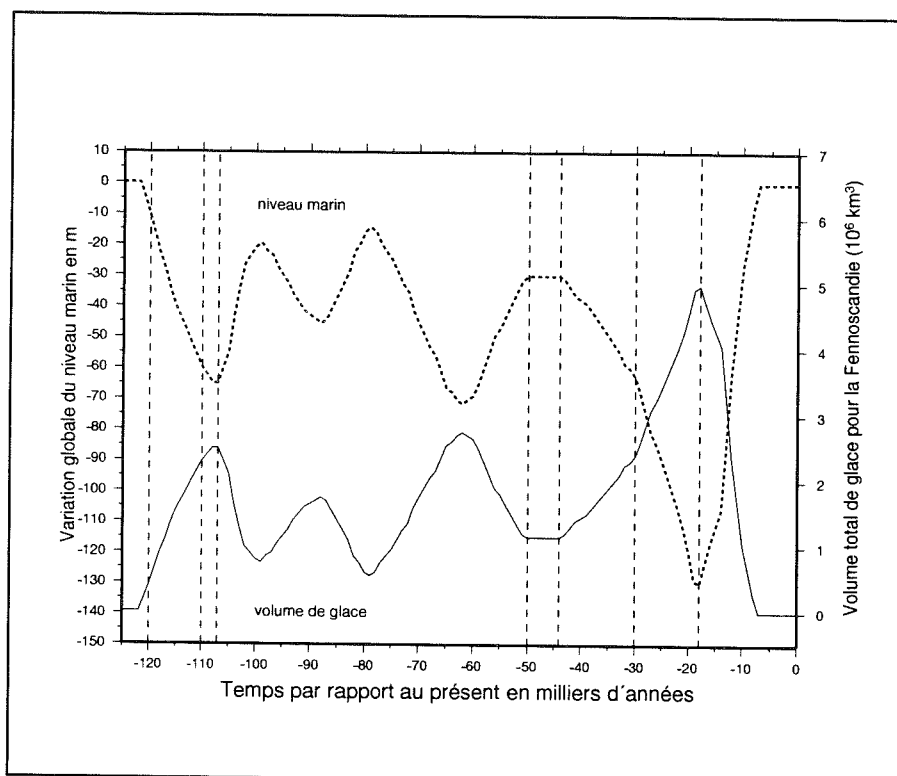


Figure VI-11 Localisation des dates de visualisation au cours du cycle avant le dernier maximum glaciaire. Après -18 000 ans, les dates sont régulièrement espacées (quelques milliers d'années) et n'ont pas été représentées.

Pour chacune de ces dates, la charge glaciaire, la déformation imputable à la réponse isostatique, et les modifications en conséquence sur le paysage (topographie, niveau marin, planches 1 à 15) ont été représentées sur une même figure. La simulation démarre à -125 000 ans, à la fin du dernier interglaciaire (l'Eémien) avec l'établissement progressif d'une calotte dès -122 000 ans. La surface initiale que nous avons adopté correspond à celle de l'état stationnaire lorsque la Terre est libérée de toute charge (plus de glace et niveau marin actuel). Même si l'état stationnaire à la fin de l'Eémien est loin d'être une certitude (tout dépend de la durée de la période sans glace), cette surface nous est apparue la plus logique car c'est par rapport à elle que sont définis les déplacements occasionnés par un quelconque régime de

charge. Cette surface de départ a été obtenue au cours d'une première simulation grossière permettant d'estimer les déplacements restant à faire aujourd'hui avant d'obtenir l'état stationnaire. Ces déplacements ajoutés à la topographie actuelle nous donnent finalement la topographie (approchée) correspondant à l'état stationnaire. Ainsi, sur la représentation à -120 000 ans (alors que les déplacements sont à peine ébauchés et que la baisse eustatique n'est que de 7 mètres), la ligne de rivage du moment (limite jaune-bleu) diffère de la ligne de rivage actuel (pointillés) essentiellement pour les zones qui sont aujourd'hui encore loin de l'équilibre isostatique (Golfe de Bothnie, Mer du Nord...).

Outre les pointillés qui représentent le rivage actuel, on remarquera la représentation de deux lignes de rivage (respectivement matérialisées par le passage du rouge à l'orange puis de l'orange au bleu). La première (la plus intérieure) ne tient compte que des réajustements isostatiques et serait la véritable ligne de rivage si le niveau marin de l'époque était le même qu'actuellement. Quant à la seconde, elle intègre en plus la contribution eustatique, et représente de ce fait la véritable ligne de rivage du moment. Finalement, la surface orangée entre les deux matérialise les surfaces exondées par le seul fait de la régression marine.

3.1.2. Comportement spécifique en fonction du temps

L'observation conjointe à -120 000 -110 000 et -107 000 ans montre le retard de l'accommodation isostatique en réponse à une sollicitation de surface. En effet, une réponse équilibrée suppose des déplacements de surface de l'ordre du quart de l'épaisseur de glace (soit un rapport 4 entre l'épaisseur maximale de glace et la dépression qui lui correspond). La valeur donnée par l'équilibre hydrostatique, (entre le quart et le tiers de l'épaisseur de glace), doit encore être légèrement atténuée du fait de la régionalisation lithosphérique. Ainsi, à -120 000 ans une épaisseur maximale de 650 m de glace imposerait, en cas d'équilibre, une dépression maximale de l'ordre de 160 m au lieu des 30 m réellement observés. De même à -110 000 ans, alors que la phase d'englacement suit son cours depuis déjà 12 000 ans (figure VI-11), ce déséquilibre, (bien qu'atténué) persiste toujours avec la dépression centrale qui n'atteint encore que 250 m pour une épaisseur maximale de glace de 1260 m. Finalement, au maximum glaciaire local à -107 000 ans, le caractère transitoire de la réponse s'atténue avec un rapport entre l'épaisseur maximale de glace et l'affaissement correspondant de 4,69 (contre 5.03 à -110 000 ans)

Ce rapport entre l'épaisseur de glace et l'affaissement qu'il occasionne s'avère être un indicateur du caractère transitoire de la réponse terrestre (c'est à dire l'intensité de l'écart à l'équilibre). Il est le reflet de l'inertie de la terre face à une sollicitation de surface. Cette inertie se traduit par le fait que, à un instant donné, la réponse n'est pas le résultat de la seule charge du moment, mais dépend aussi des charges passées (effet de mémoire). Ainsi, lorsque la sollicitation présente des variations au cours du temps, la réponse est un compromis entre l'affaissement que supposerait la charge du moment et ceux que supposeraient les charges passées. Plus la variation de charge sera importante, plus forte sera différence entre la réponse équilibrée et la réponse effective. On peut de la sorte expliquer une non-linéarité de la réponse d'autant plus poussée que la "dynamique de charge sera forte (cf. chapitre II).

Dans la cas d'une déglaciation, le phénomène joue dans l'autre sens. Si la glace vient à disparaître brusquement, la dépression présente alors un excès par rapport à la valeur d'équilibre, ce qui se traduit cette fois-ci par un rapport inférieur à 4. C'est ce que l'on observe par exemple à la fin d'une déglaciation partielle à -50 000 ans (figure VI-11), où ce rapport baisse à 3.63. La constance dans la charge pendant les 6 000 ans qui suivent permet à la réponse à -44 000 ans de se rapprocher de l'état stationnaire. En effet, malgré une charge identique, la dépression se comble (en accord avec la valeur de la charge du moment) et le rapport à 3,90 se rapproche alors de celui de l'état stationnaire.

La non-linéarité de la réponse Terrestre est à son paroxysme aux alentours du dernier maximum glaciaire, là où s'observent les plus fortes variations d'épaisseur de glace au niveau du scénario. Le caractère transitoire très marqué à -18 000 résulte de la rapide glaciation qui vient d'avoir lieu (dépression à seulement -525 m pour une épaisseur de glace qui atteint un maximum absolu à 2554 mètres). Le caractère hautement non linéaire est même ici à l'origine d'une situation un peu paradoxale. En effet, malgré une diminution de l'épaisseur maximale de glace de 200 mètres entre -18 000 et -14 000 ans, la dépression s'est encore creusée pour atteindre -560 mètres. Il s'agit là de l'effet du renversement de tendance, lorsqu'à -18 000 ans, on passe brusquement d'une phase de glaciation à une phase de déglaciation. A -14 000 la Terre répond encore davantage à l'augmentation de la charge d' il y a quelques milliers d'années qu'à sa diminution toute récente. Les valeurs maximales pour les épaisseurs de glace, pour la dépression majeure ainsi que pour le rapport glace/dépression sont reportées pour les différentes dates de la simulation dans le tableau suivant.

Date	Glace	Dépr	Rapport	Date	Glace	Dépr	Rapport
-120 000	647 m	-31 m	20.9	-6 000	0	-241 m	0
-110 000	1257 m	-250 m	5.03	-5 000	0	-200 m	0
-107 000	1366 m	-291 m	4.69	-4 000	0	-167 m	0
-50 000	929 m	-256 m	3.63	-3 000	0	-140 m	0
-44 000	929 m	-238 m	3.90	-2 000	0	-117 m	0
-30 000	1312 m	-296 m	4.43	- 1000	0	-99 m	0
-18 000	2554 m	-525 m	4.86	0	0	-84 m	0
-14 000	2354 m	-560 m	4.20	+1 000	0	-71 m	0
-10 000	1291 m	-455 m	2.84	+3 000	0	-51 m	0
-8 000	445 m	-350m	1.27	+5 000	0	-37 m	0
-7 000	0 m	-292 m	0	+10 000	0	-16 m	0

Tableau VI-1 : Valeurs maximales pour l'épaisseur de glace et la profondeur de la dépression (Dépr.) correspondante. Le dates sont données en années par rapport au présent et le rapport correspond à l'épaisseur de glace divisée par l'enfoncement correspondant.

3.1.3 Caractéristiques géométriques.

Outre ces particularités du comportement dans le temps, il est aussi possible de mettre en évidence les principales caractéristiques géométriques de la réponse isostatique en contexte glaciaire.

α) Régionalisation de la réponse

Dès le début de la simulation, la caractère rigide de la lithosphère (cf. chapitres II et

III) s'exprime par une régionalisation de la réponse au delà des seules surfaces sous contraintes. Cette caractéristique s'observe déjà à -120 000 ans où la dépression naissante se répercute jusqu'à presque 1 000 km au delà de la bordure glaciaire comme en témoigne l'isoligne 0. Cet effet devient ensuite difficilement observable dans la mesure où il interfère rapidement avec la réaction isostatique du plancher océanique et la mise en place du bourrelet périphérique. Cependant, en domaine continental, avant que le bourrelet ne devienne conséquent, il est encore possible d'observer ce débordement au sud de la dépression majeure sur des pays comme le Danemark, l'Allemagne du Nord ou la Pologne à -110 000 et -107 000 ans.

β) Mobilité du plancher océanique en réponse aux variations eustatiques

De la même façon que la Terre s'affaisse sous la glace, le plancher océanique remonte en réponse à la régression marine. Ainsi à -110 000 ans, ce plancher océanique en mer de Norvège se trouve surélevé d'une quinzaine de mètres et masque de ce fait le débordement de la dépression lithosphérique avec un retrait conséquent de l'isoligne 0 vers les côtes Norvégiennes. On pourra remarquer au passage la cohérence de cette valeur de surrection, puisque le rapport entre les densités respectives de l'eau de mer et du manteau supérieur suggère, dans le cas d'une régression marine de 60 m, une réponse équilibrée de l'ordre de 20 mètres. Tenant compte du fait que l'équilibre n'est vraisemblablement pas complètement atteint et que la lithosphère tempère quelque peu ce calcul hydrostatique basé sur le rapport des densités, la valeur de 15 m semble tout à fait raisonnable.

γ) Le bourrelet périphérique

Le bourrelet périphérique, tout comme la régionalisation lithosphérique, représente une structure très caractéristique de la réponse isostatique sous les calottes glaciaires. Ce bourrelet est une conséquence directe des phénomènes de fluages dans le manteau. Sous l'effet de la pression exercée par la lithosphère au dessus, la dépression centrale se creuse par expulsion centrifuge de matériel mantélique. Ce dernier s'accumule alors à la périphérie où l'excès qu'il détermine est à l'origine d'un bourrelet. Cette structure est en partie tansitoire dans la mesure où à terme, si la charge qui lui a donné naissance persiste suffisamment longtemps (on tend alors vers l'état stationnaire), ce bourrelet se résorbe en partie par diffusion de l'excès de

matière vers des régions encore plus périphériques. C'est pourquoi, du fait du caractère hautement transitoire de la réponse terrestre face à la forte variabilité en temps des calottes glaciaires (voir la dynamique de charge, chapitre II), ce bourrelet est généralement bien représenté en contexte glaciaire. On pourra en effet remarquer que ce bourrelet se montre le plus prononcé juste après et pendant les plus fortes variations de charge (-50 000 ans, planche 4 et de -18 000 à -5 000 ans, planches 7 à 12) et se résorbe assez rapidement au cours des phases stationnaires pour la charge (entre -50 000 et -44 000 ans, après la disparition totale de glace à -7 000 ans). De plus, il présente un comportement dissymétrique face aux variations de charges. Sous l'effet d'une glaciation il se met en place sur de grandes distances ce qui amoindrit d'autant son effet (voir le bourrelet diffus sur la majorité de la mer de Norvège à -107 000 ou -30 000 ans). Inversement en cas de déglaciation, avant de se résorber, il se concentre par migration centripète près de la dépression centrale, où sur une bande de seulement quelques centaines de km d'épaisseur, il apparaît beaucoup plus prononcé.

Il faut enfin noter une différence de comportement du bourrelet entre le domaine océanique (mer de Norvège, mer du Nord) et le domaine continental au Sud de la calotte (Danemark, Allemagne du Nord, Pologne). Deux phénomènes expliquent cette relative complexité dans la répartition en temps et en espace du bourrelet.

Tout d'abord, en domaine océanique, la mobilité d'ensemble de la plaque océanique face aux variations eustatiques se répercute sur le bourrelet. En période glaciaire, suite à l'abaissement du niveau moyen des mers (qui peut aller jusqu'à 130 mètres), le bourrelet apparaît toujours plus prononcé au niveau de l'océan que sur le continent. De plus l'aspect convexe de la bordure Sud de la calotte amoindrit l'intensité du bombement par rapport aux endroits où la limite glaciaire est rectiligne (Mer de Norvège), voire concave (entre l'Ecosse et la Norvège, au large des Pays Bas), là où les effets des bourrelets Fennoscandien et Britannique s'ajoutent.

La deuxième raison vient du fait que le bourrelet interfère avec le débordement de dépression lié à la régionalisation lithosphérique, ce qui complique quelque peu son identification. Cela permet en tous cas d'expliquer l'atténuation du bourrelet en domaine continental après -44 000 ans lors de la phase finale de glaciation, puis sa réapparition seulement après le dernier maximum glaciaire, ce qui semble aller à l'encontre de la normale.

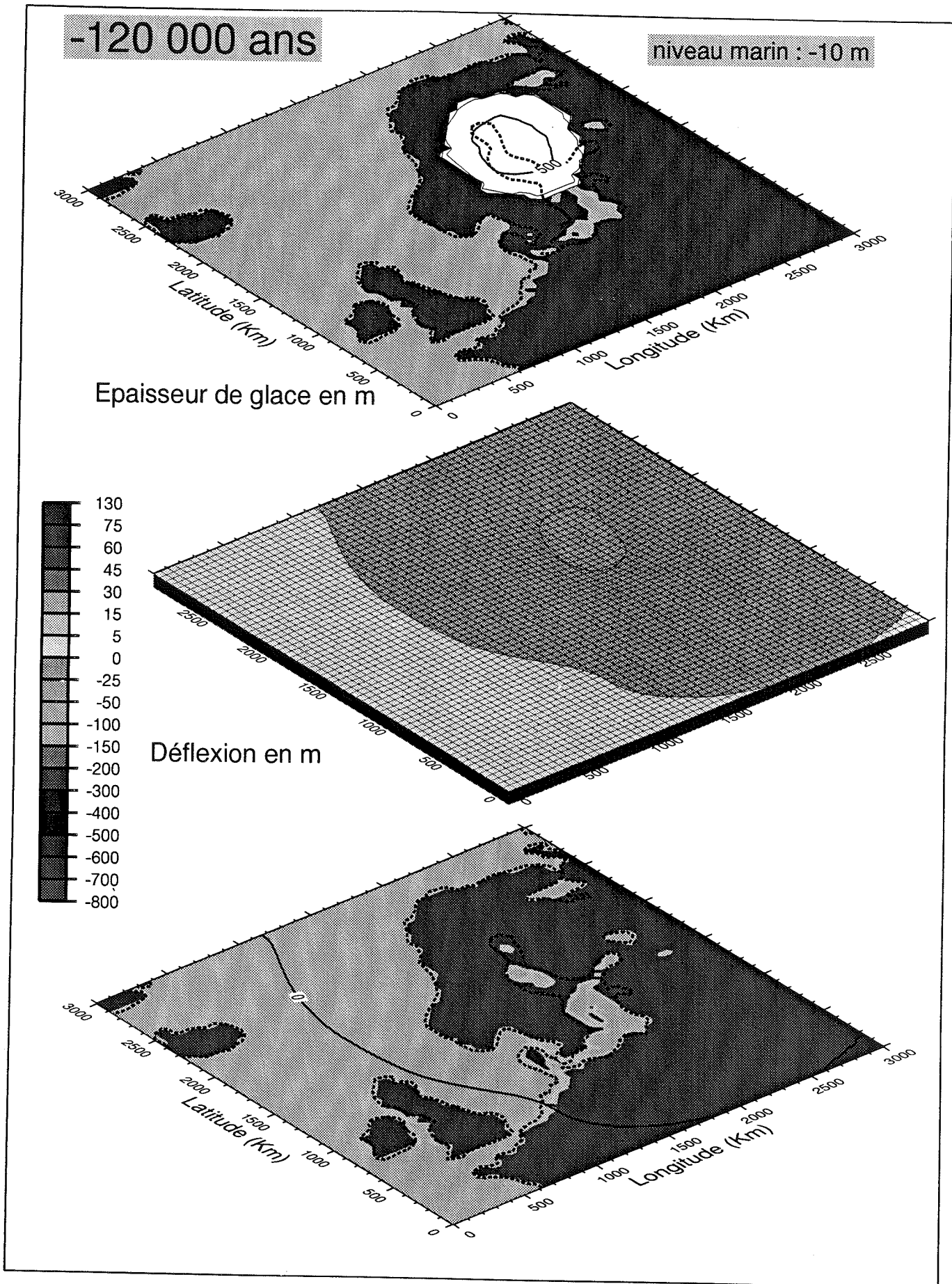


Planche 1 : Simulation de la réponse isostatique à -120 000 ans.

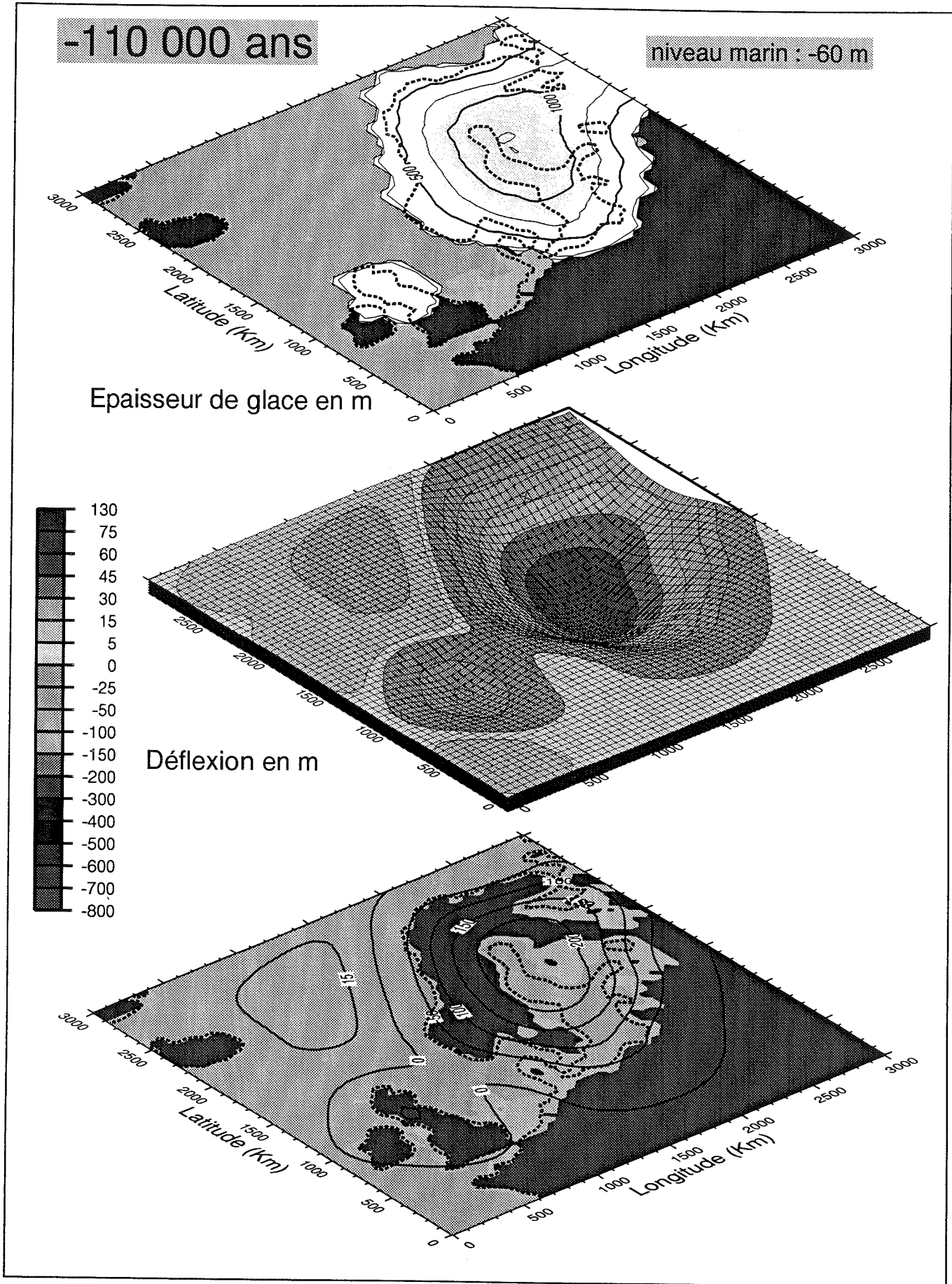


Planche 2 : Simulation de la réponse isostatique à -110 000 ans.

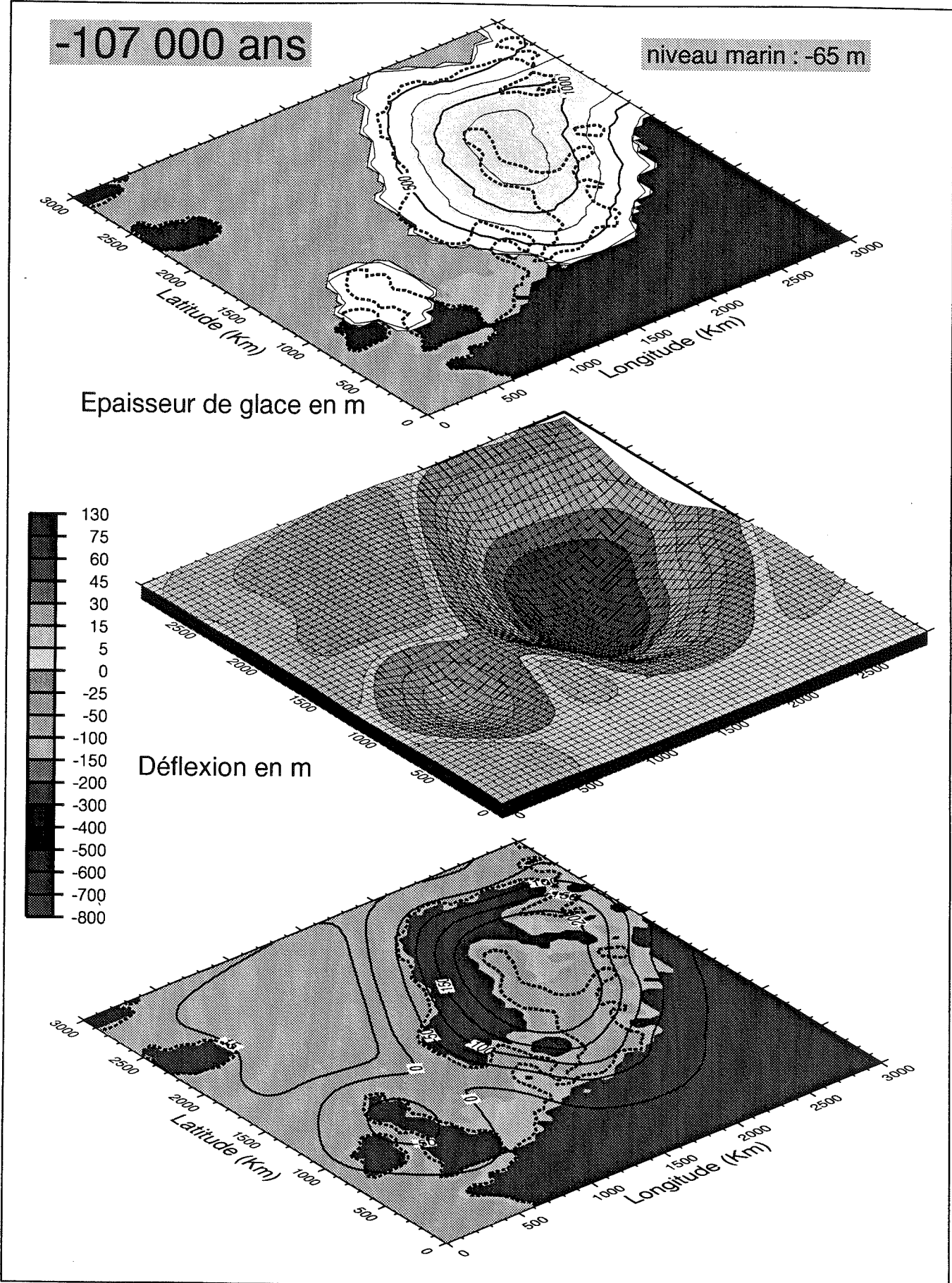


Planche 3 : Simulation de la réponse isostatique à -107 000 ans.

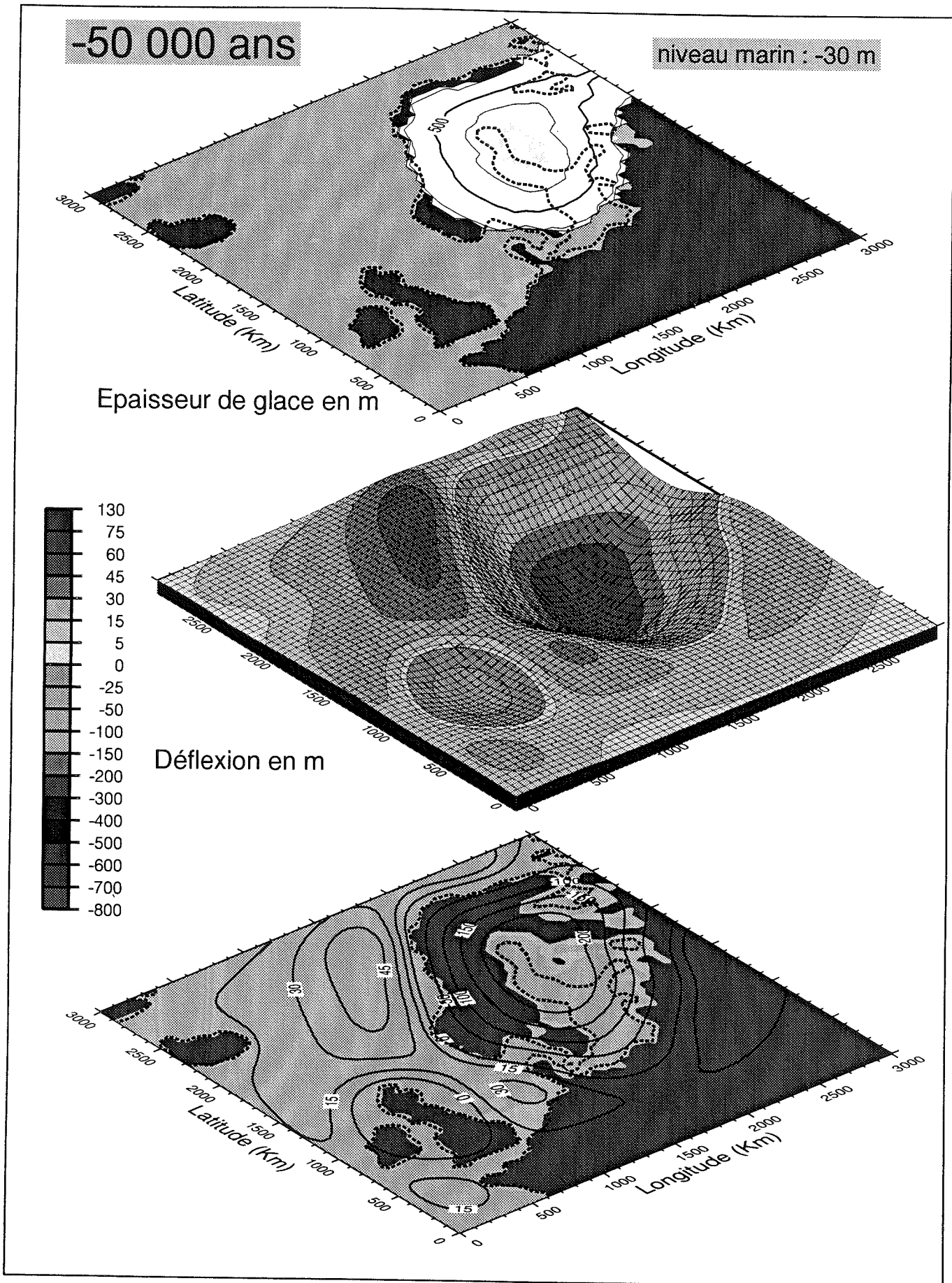


Planche 4 : Simulation de la réponse isostatique à -50 000 ans.

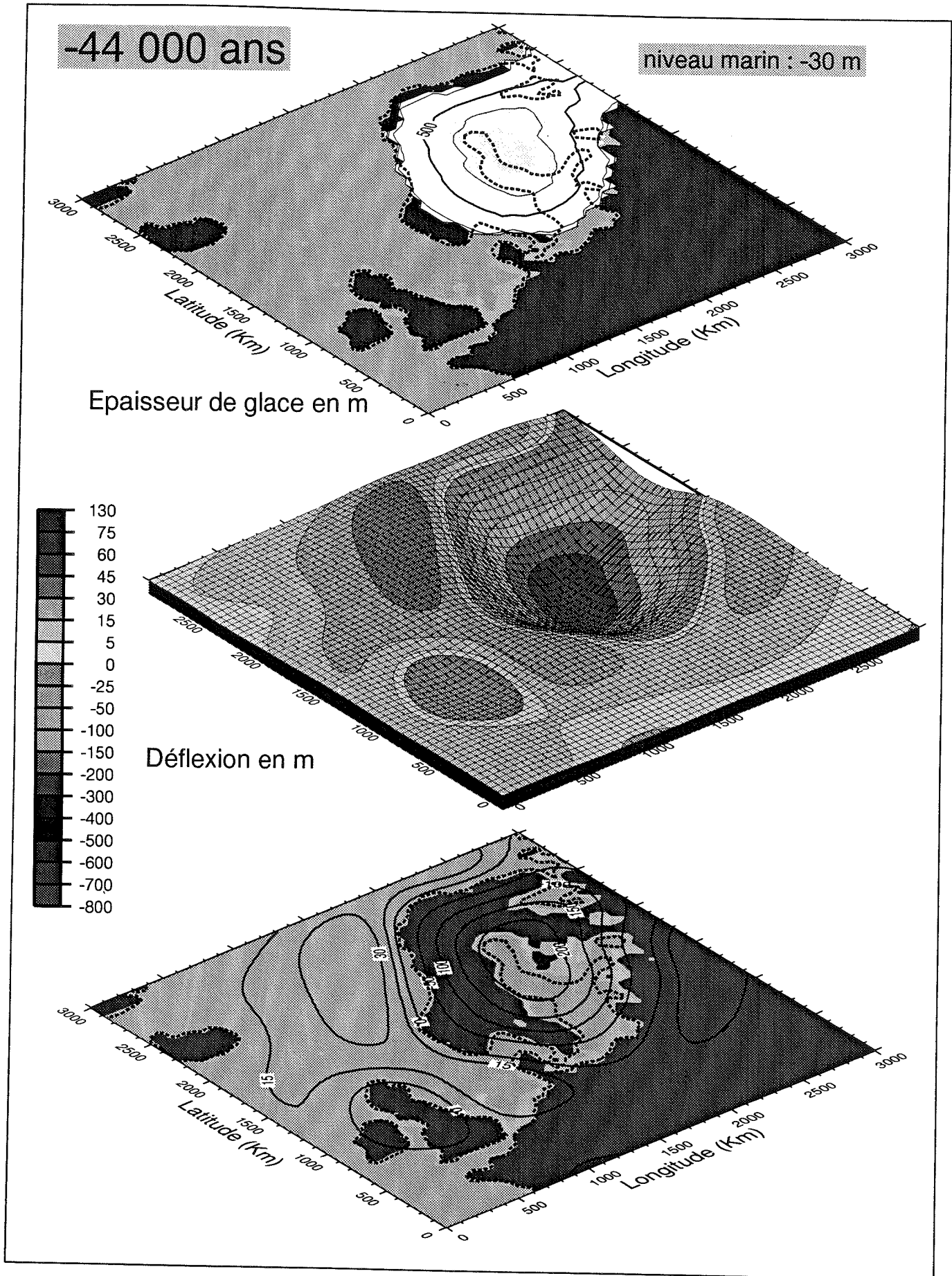


Planche 5 : Simulation de la réponse isostatique à -44 000 ans.

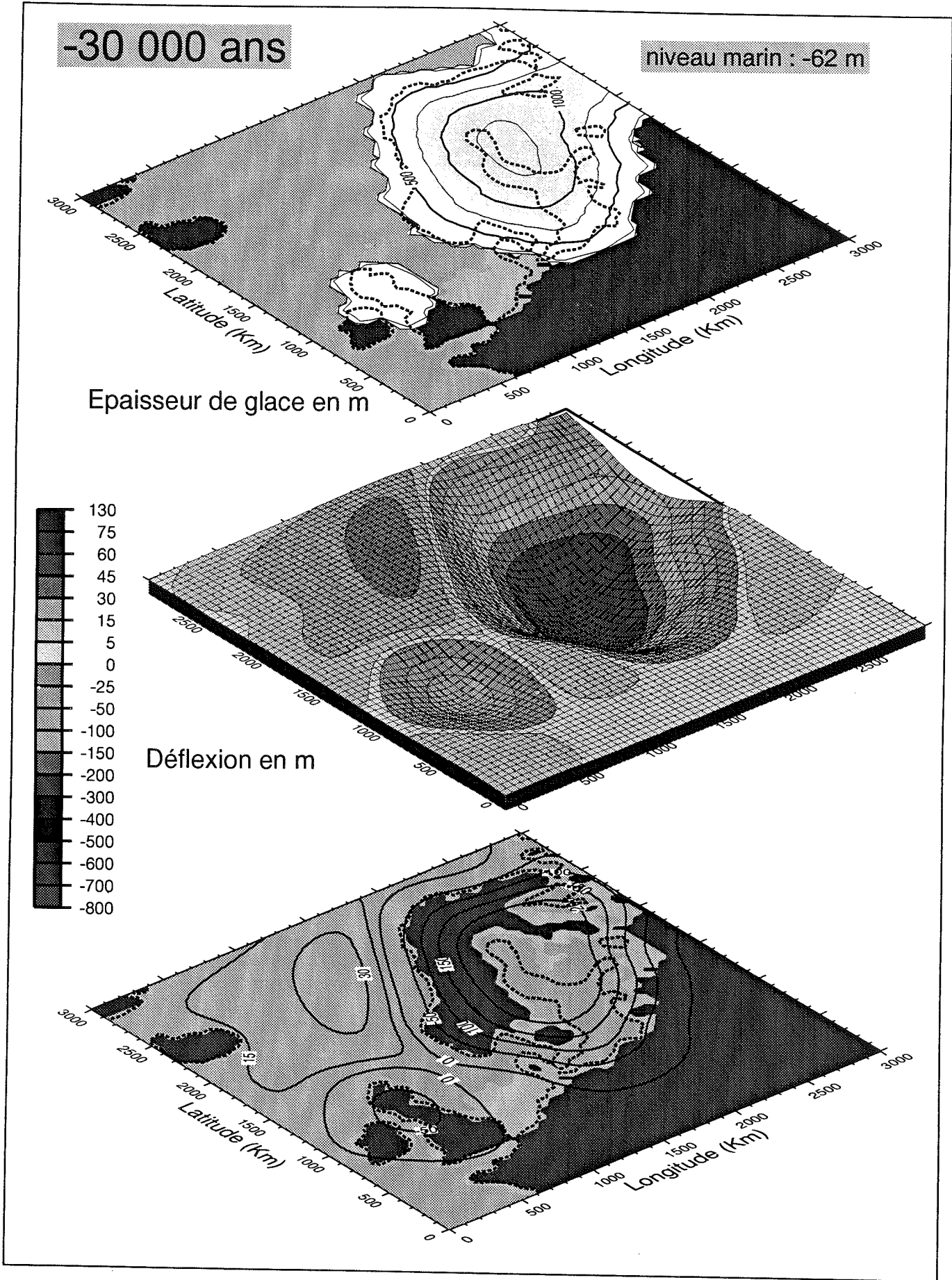


Planche 6 : Simulation de la réponse isostatique à -30 000 ans.

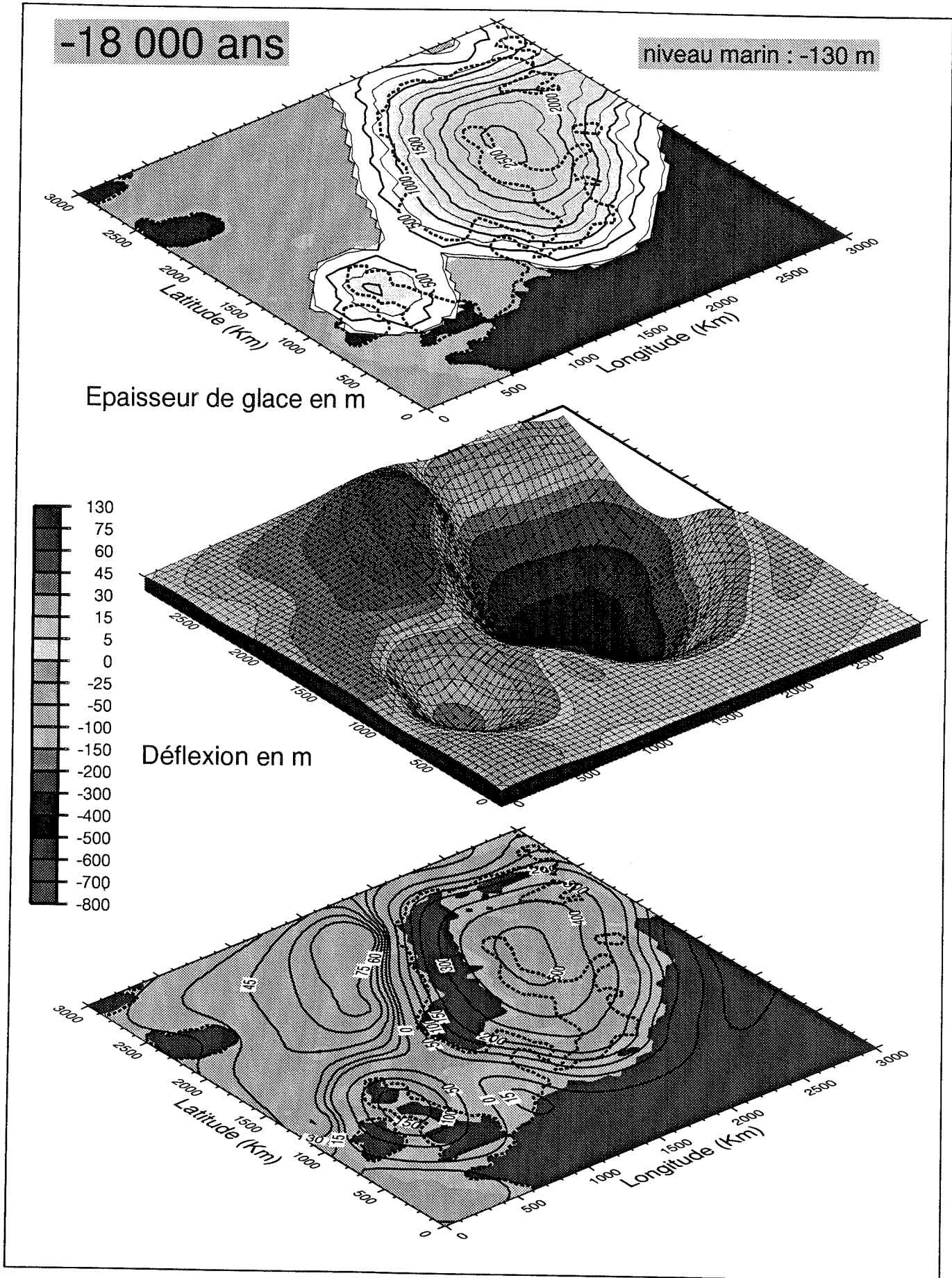


Planche 7 : Simulation de la réponse isostatique à - 18 000 ans.

En effet, lors de la mise en charge, la formation du bourrelet est contrecarrée par la régionalisation de la dépression majeure, ce qui explique un bombement faible en domaine continental comme à -30 000 ou -18 000 ans par exemple. En domaine océanique par contre, le bourrelet doit sa persistance au soulèvement d'ensemble du plancher océanique. Lors de la déglaciation, le phénomène inverse se produit avec une remontée d'ensemble de la lithosphère qui permet l'émergence du bourrelet en domaine continental (bien que une fois les effets transitoires après -18 000 ans passés, il commence à se résorber au même titre que se comble la dépression centrale). En domaine océanique, les effets conjugués de cette remontée généralisée et de l'enfoncement du plancher suite au remplissage océanique permettent une certaine constance du bourrelet pendant l'essentiel de la déglaciation (ces effets auraient une amplitude similaire de l'ordre de 40 à 50 m et sont de plus en phase).

On retiendra que cette multiplicité de processus à prendre en considération (régionalisation, différence continental/océanique, interférences additives) rend l'interprétation du bourrelet périphérique très délicate. Il n'existe d'ailleurs guère d'explication satisfaisante au maximum local à plus de 80 m pour le bourrelet au large de la Norvège après le maximum glaciaire.

3.1.4 Déglaciation finale et retour à l'état actuel

Lorsque les effets transitoires associés à la rapide glaciation qui a précédé le dernier maximum glaciaire s'amenuisent, la réponse en accord avec la déglaciation commence à prendre le pas à partir de -14 000 ans. Cela se traduit par le comblement progressif et retardé de la dépression centrale et par la lente résorption du bourrelet malgré les apparences (voir plus haut). La valeur de la dépression à son maximum (-560 m) peut paraître faible comparée à certaines estimations antérieures (830 m selon Mörner, 1980). Cependant ces estimations ne proviennent pas de mesures directes de terrain étant donné que, à cette époque, la glace recouvrait les sites. Elles sont généralement le résultat d'extrapolations de mesures en s'appuyant sur les premiers scénarios glaciaires qui supposaient des épaisseurs de glace supérieures à celle que nous avons utilisées sur les bases de travaux plus récents (voir le paragraphe relatif à l'établissement du scénario glaciaire). Se pose ici tout le problème de l'importance du scénario le plus réaliste possible pour des simulations de ce genre.

Néanmoins, si l'on s'en réfère à l'épaisseur de glace maximale de plus de 3 000 mètres de ces précédents scénarios, et en usant de la linéarité du modèle par rapport à l'intensité de la charge, on obtiendrait finalement un affaissement maximal de $560 \times 3000/2500$, soit à peu près 670 mètres.

Une autre raison, toujours imputable au scénario pourrait expliquer ces valeurs. Il s'agit de la très courte durée du maximum glaciaire (voir le pic à -18 000 ans, figure VI-11). Des études récentes sur l'extension de la calotte Fennoscandienne à partir de débris sédimentaires transportés par les icebergs (Baumann et al., 1995), semblent prédire une certaine stationnarité de la configuration glaciaire maximale (moyennant quelques fluctuations mineures) avant la déglaciation finale. Ceci nous a amené à faire une simulation supplémentaire dans laquelle l'état stationnaire est atteint à -18 000 ans (ce qui suppose une charge identique égale à la configuration maximale utilisée jusqu'alors pendant les 30 000 ans qui ont précédé -18 000 ans). Finalement, à l'état stationnaire à -18 000 ans, la dépression affiche cette fois-ci un maximum de 621 m. De plus, dès que la déglaciation commence, les valeurs d'affaissement réduisent tout de suite contrairement à précédemment (à -112 000 ans, le maximum devient cette fois-ci inférieur à celui de -18 000 en affichant seulement 599 m).

A l'issue de la déglaciation, mis à part l'effet de surrection lié à la régionalisation, le bourrelet semble se maintenir davantage que la dépression centrale. Il apparaît comme une structure plus inertielle, tant dans sa mise en place (tardive, voir à -110 000 et -107 000 ans) que dans sa disparition. En effet, dans la simulation au présent, il culmine toujours à 50 mètres alors que la dépression affiche seulement 84 m, tandis que à -14 000 ans par exemple, il représente moins du 5^{ème} (103 m) des 560 m d'affaissement. L'explication vient probablement du caractère distant par rapport aux forces motrices de ce bourrelet. En cas de modification de charge, les régions proximales (sous contraintes) réagiraient les premières. Les déficits ou excès de masse dont elles font l'objet se répercuteraient ensuite tardivement sur les régions plus distantes par diffusion ou attraction, créant ou déstabilisant ainsi le bourrelet.

L'état actuel se situe dans la continuité du retour à la configuration d'équilibre du système non contraint (sans glace). Etant données les conditions initiales choisies, cet état d'équilibre recouvert se matérialiserait par des déplacements isostatiques nuls (surface

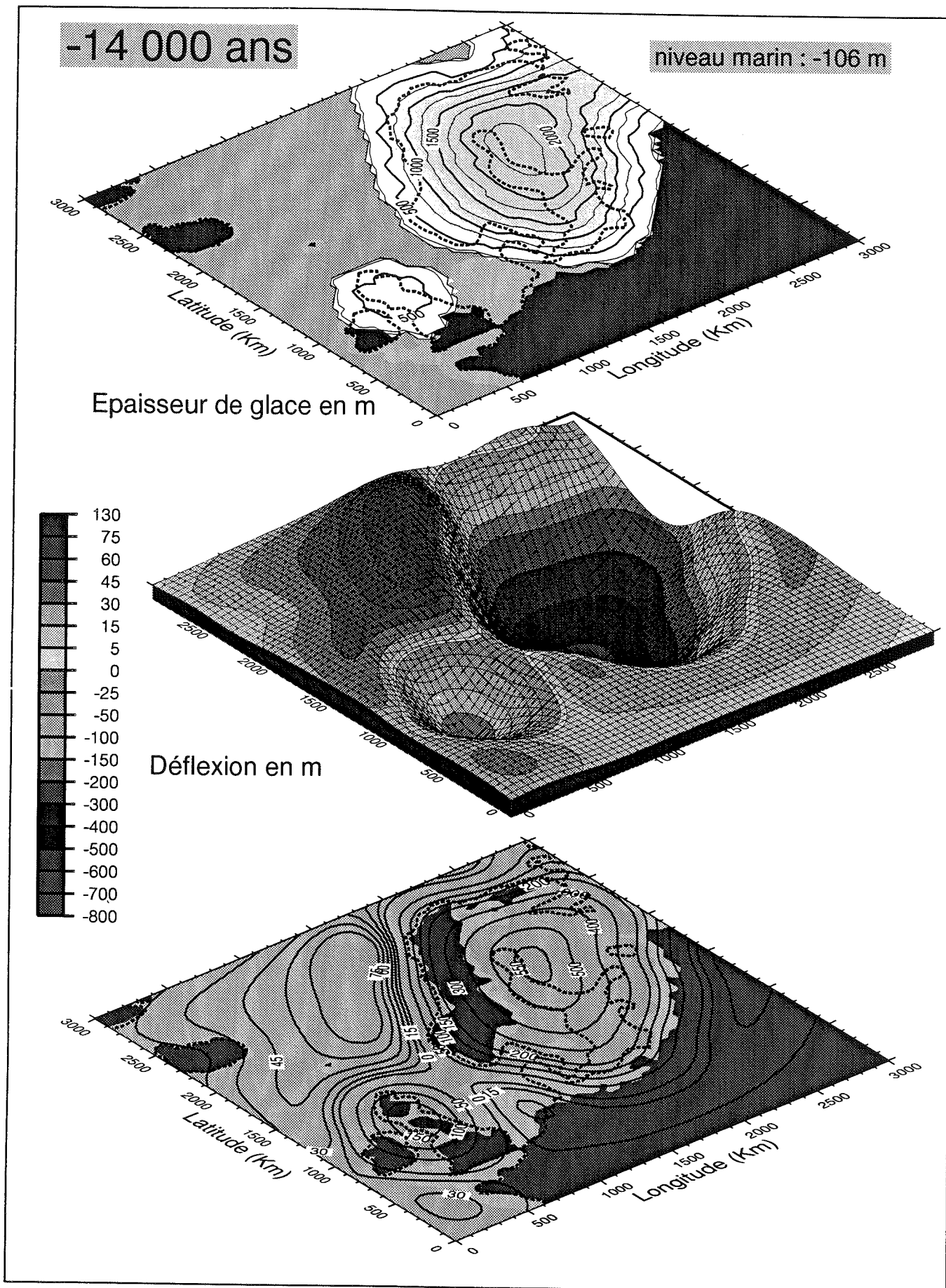


Planche 8 : Simulation de la réponse isostatique à - 14 000 ans.

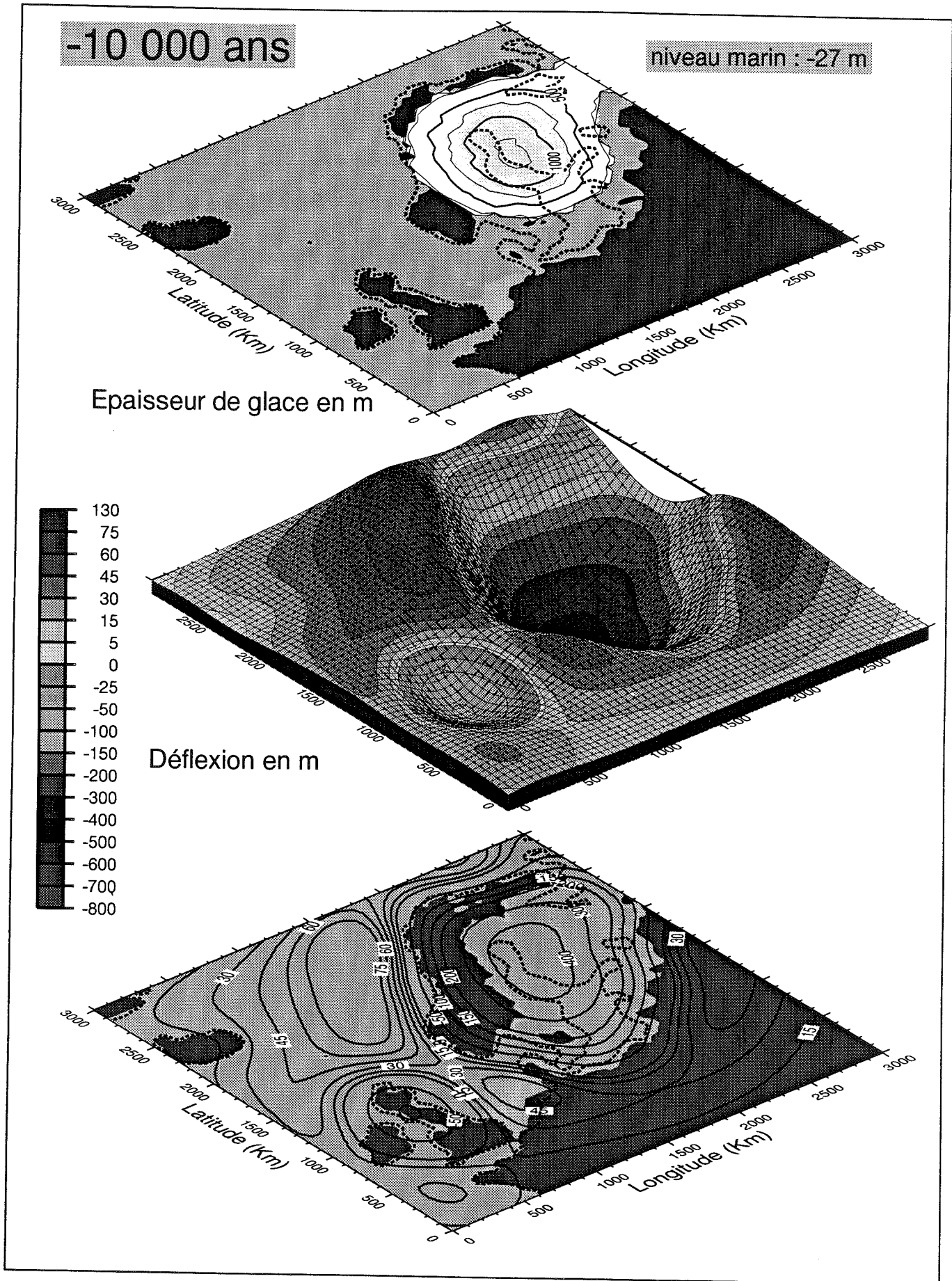


Planche 9 : Simulation de la réponse isostatique à - 10 000 ans.

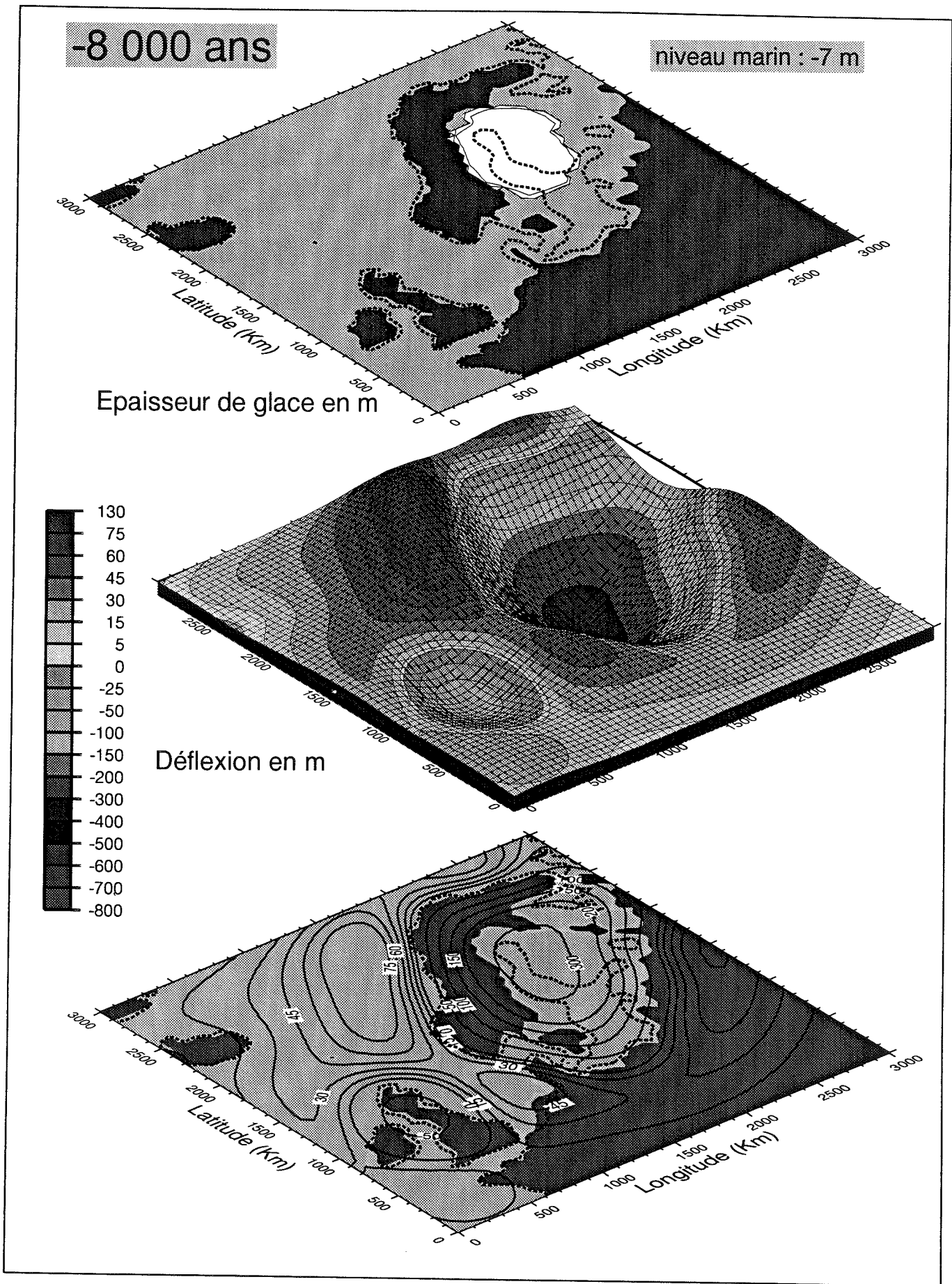


Planche 10 : Simulation de la réponse isostatique à - 8 000 ans.

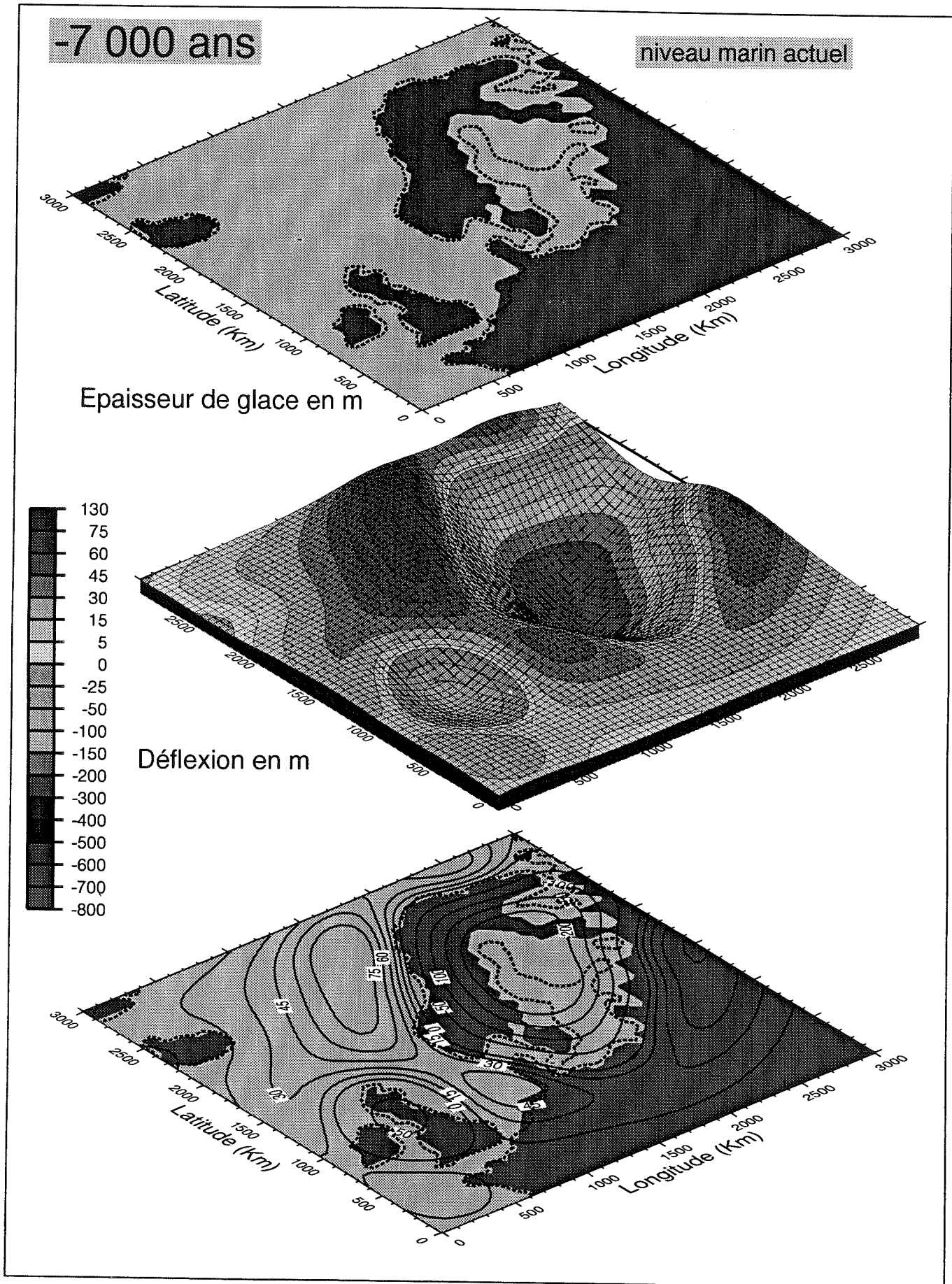


Planche 11 : Simulation de la réponse isostatique à - 7 000 ans.

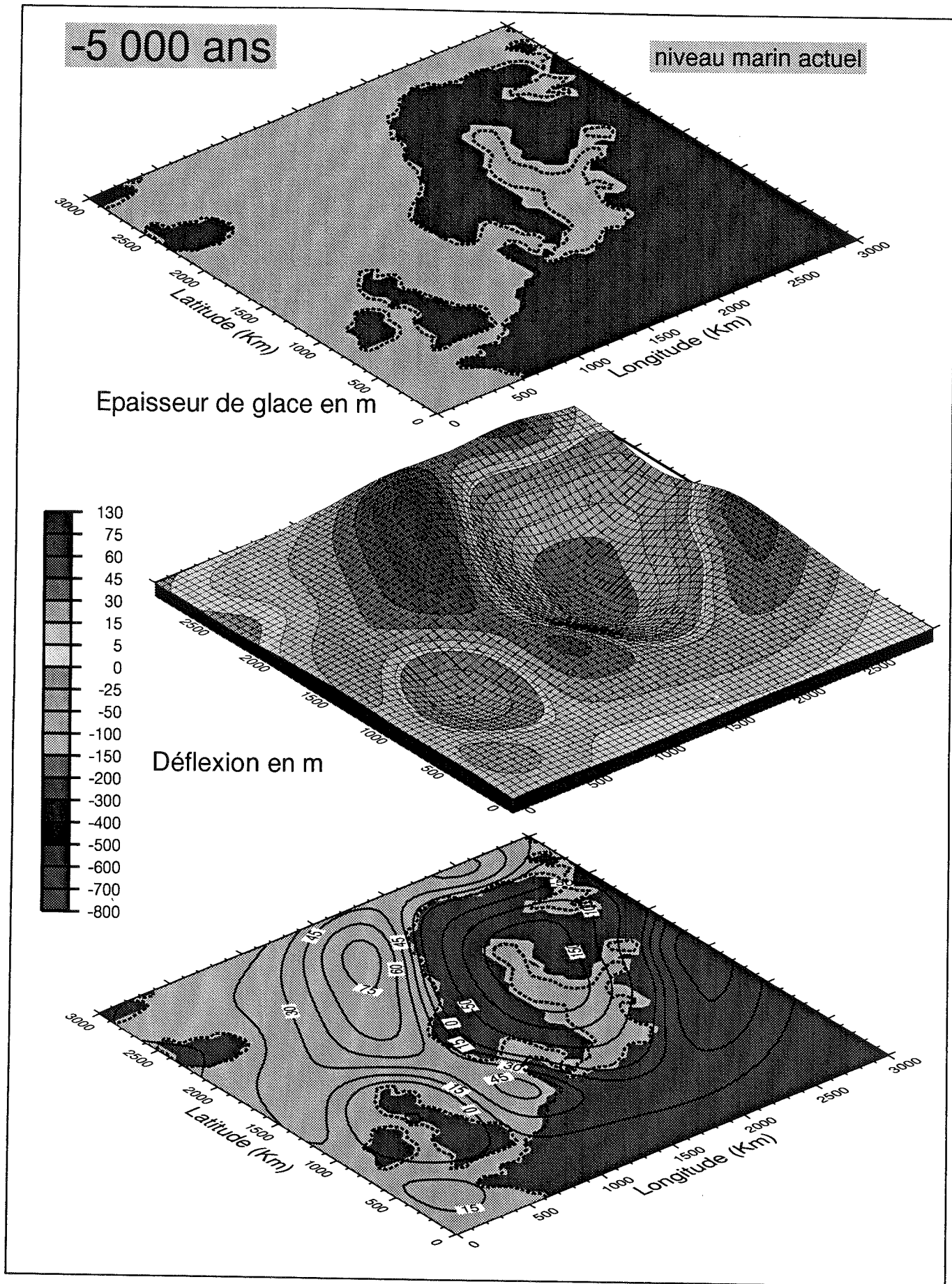


Planche 12 : Simulation de la réponse isostatique à - 5 000 ans.

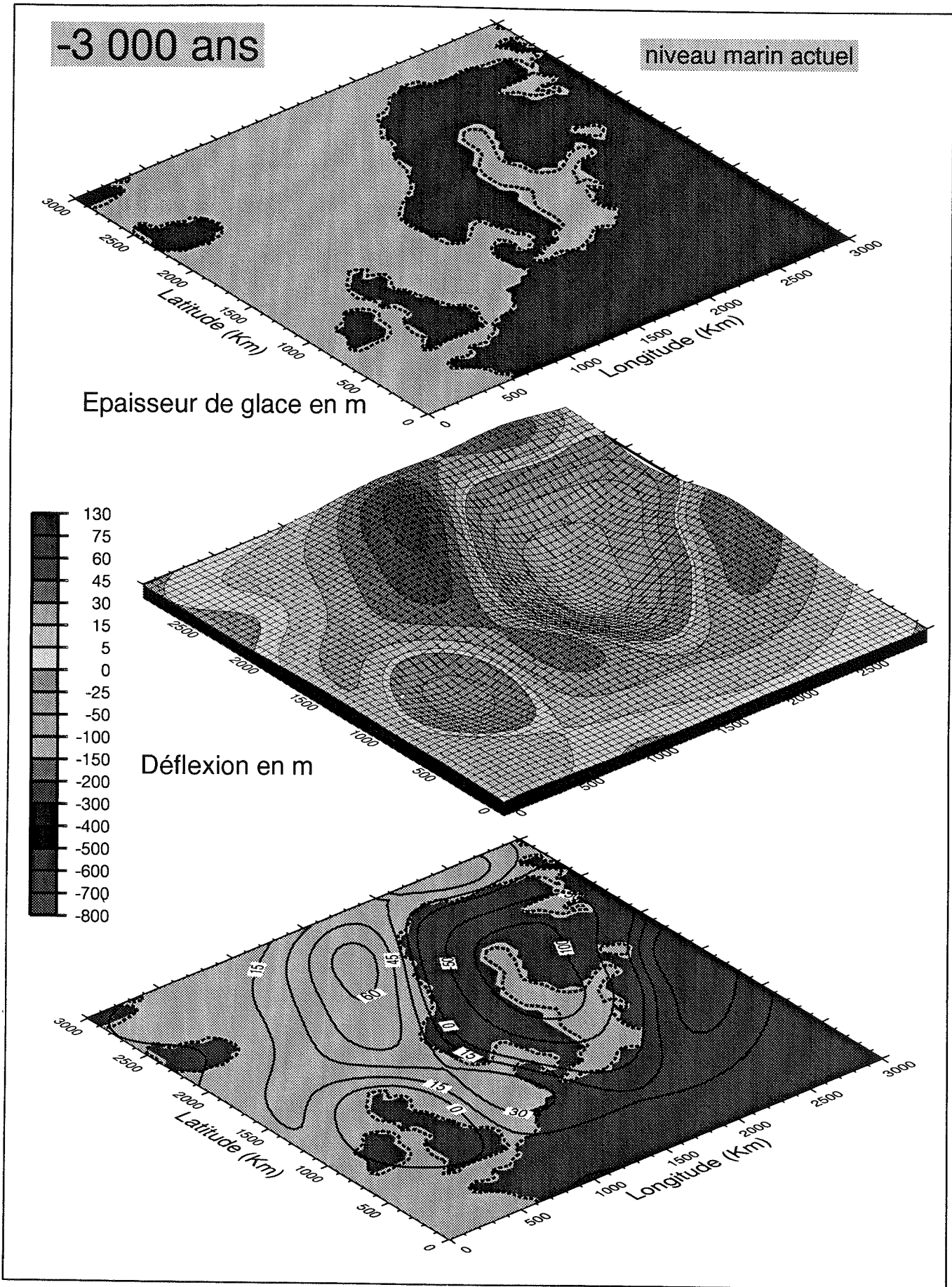


Planche 13 : Simulation de la réponse isostatique à - 3 000 ans.

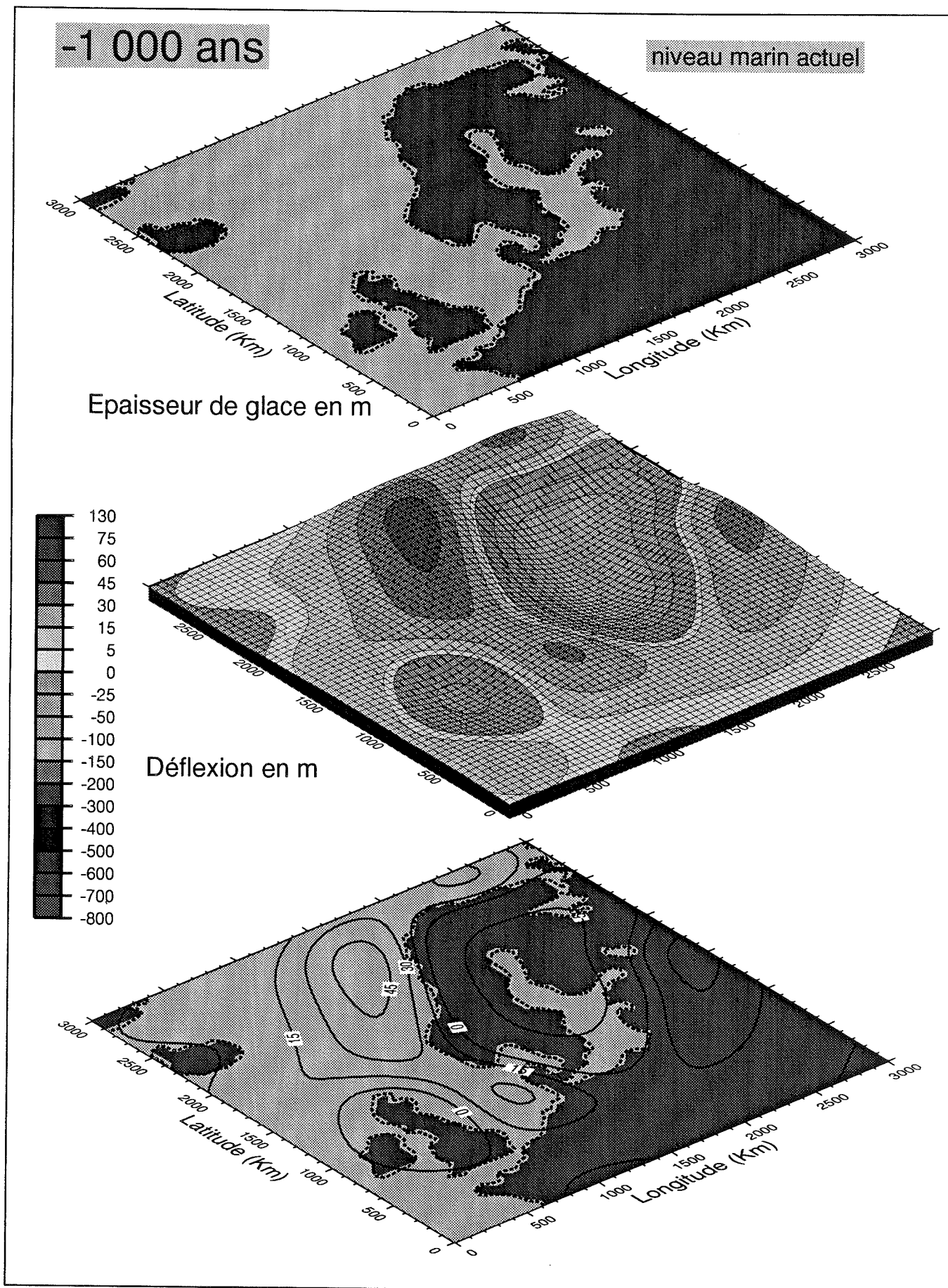


Planche 14 : Simulation de la réponse isostatique à - 1 000 ans.

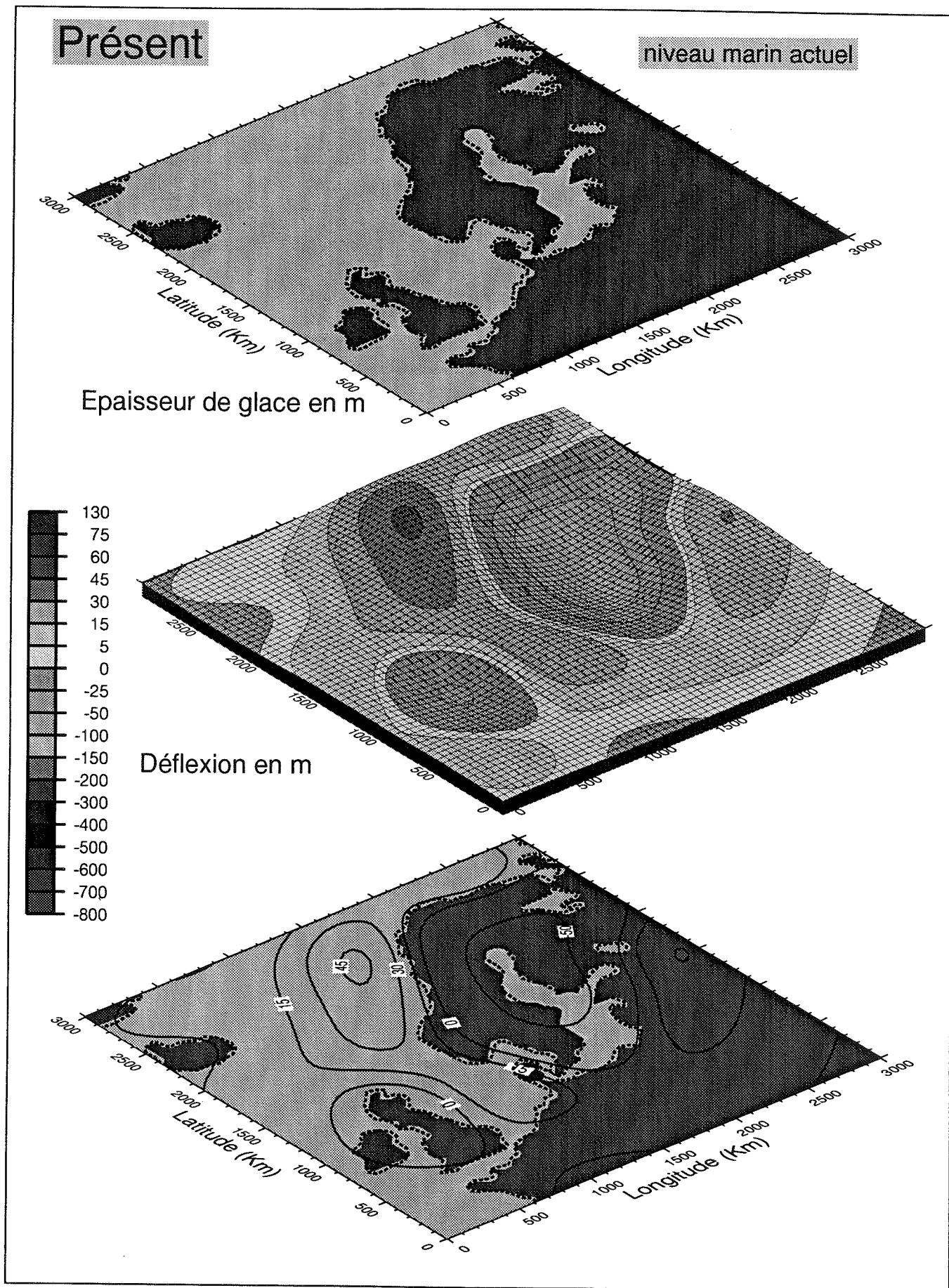


Planche 15 : Simulation de la réponse isostatique pour l'actuel.

entièrement plate pour la figure du milieu) et une topographie égale à celle de l'état stationnaire. Le fait que l'équilibre isostatique n'est pas atteint en Fennoscandie est donc ici confirmé, et les déplacements modélisés ici ne sont autres (au signe près) que ceux restant à accomplir pour atteindre cet état stationnaire. On réalise alors facilement que ces déplacements vont essentiellement consister en une remontée des pays Scandinaves et dans une moindre mesure celle des Iles Britanniques, puis enfin en l'affaissement des zones précédemment soulevées par l'effet de bourrelet (cf. extrapolation vers le futur de la simulation).

3.2. Validation du modèle

Les résultats de cette simulation seront confrontés successivement à trois types de données issues des nombreuses mesures effectuées sur la région Fennoscandienne. Il s'agira tout d'abord des mesures du niveau marin relatif qui couvrent une partie de la déglaciation finale, à partir du moment où les sites furent libérés des glaces. Ensuite, les mesures actuelles de mobilité verticale du substratum ainsi que d'anomalie gravimétriques à l'air libre seront comparées aux résultats de la simulation pour le présent. Enfin, nous nous intéresserons à la valeur de la composante normale de la contrainte radiale, qui à défaut de pouvoir être comparée à un jeu de données, montrera une certaine cohérence dans les résultats.

3.2.1. Données de niveau marin relatif.

A l'aide des résultats de la précédente simulation au cours des derniers 10 000 ans, il est facile d'extraire des courbes de niveau marin relatif en différents sites pour lesquels ce genre de mesures existe. Les données ont été extraites de la simulation tous les 1 000 ans et ont été corrigées de la composante eustatique du moment (issue du scénario) afin d'être représentatives du niveau marin au cours du temps. Trois sites (T, U, V) en mer Baltique ont été choisis, là où des réajustements isostatiques d'ampleur ont été à l'origine d'une baisse importante du niveau marin. Un autre site (A) a été choisi sur la côte Sud Ouest de la Norvège avec des déplacements moindres et des variations plus modérées du niveau des mers. Enfin un dernier site sur la côte des Pays-Bas présente l'intérêt d'avoir subi, à l'inverse des autres, une montée du niveau marin relatif.

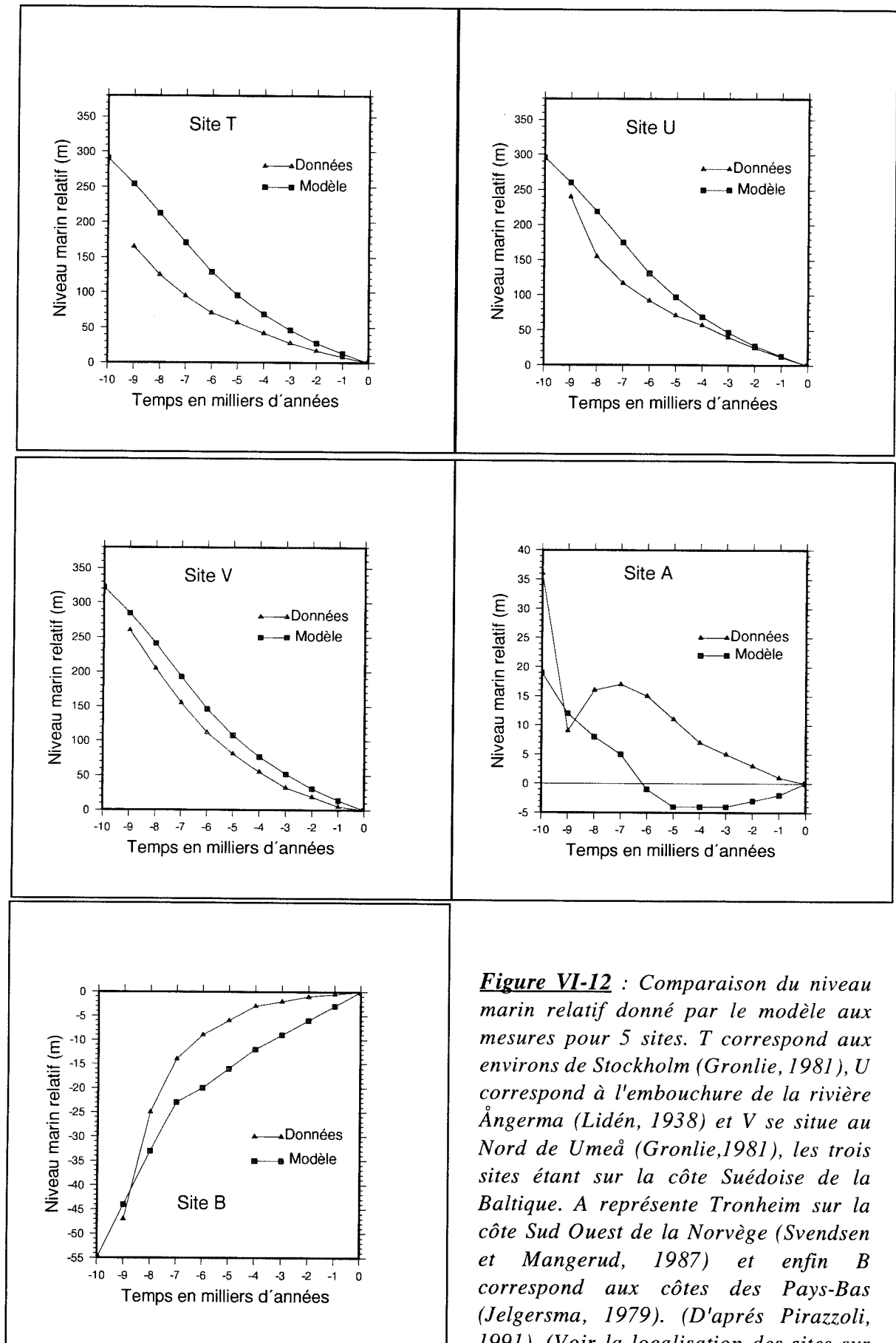


Figure VI-12 : Comparaison du niveau marin relatif donné par le modèle aux mesures pour 5 sites. T correspond aux environs de Stockholm (Gronlie, 1981), U correspond à l'embouchure de la rivière Ångerma (Lidén, 1938) et V se situe au Nord de Umeå (Gronlie, 1981), les trois sites étant sur la côte Suédoise de la Baltique. A représente Tronheim sur la côte Sud Ouest de la Norvège (Svendsen et Mangerud, 1987) et enfin B correspond aux côtes des Pays-Bas (Jelgersma, 1979). (D'après Pirazzoli, 1991). (Voir la localisation des sites sur la figure VI-16)

Une rapide observation de ces graphes montre que le modèle est globalement en accord avec l'ensemble des sites, du moins au plan qualitatif. Néanmoins, pour les trois sites baltiques, il affiche systématiquement des valeurs supérieures. Entre -10 000 et -7 000 ans on ne retrouve pas au niveau du modèle le caractère de décroissance exponentielle caractéristique des zones de rebond et que les données reproduisent bien. En effet, la courbe semble même s'infléchir au fur et à mesure que l'on remonte dans le temps au delà de -7 000 ans. L'explication vient en fait du scénario glaciaire, puisque à ces dates, selon ce scénario, la région n'est pas encore complètement libérée des glaces. le modèle ne développe cette forme caractéristique que après -7 000 ans. Les données semblent donc favoriser un scénario de déglaciation probablement plus précoce que celui utilisé ici et soulignent encore une fois l'importance de ce scénario sur les résultats.

Pour le site A, les données sont assez mal reproduites. Deux raisons peuvent expliquer cette divergence. Tout d'abord, du fait de la faiblesse des déplacements terrestres, ce site est beaucoup plus sensible aux variations eustatiques que les 3 précédents. La correction du niveau des mers que nous utilisons ici est grossière et très probablement décalée par rapport à la vraie chronologie. Ensuite, le site A se situe sur la charnière entre la dépression majeure et le bourrelet. Là encore, une erreur même minime dans la localisation de la limite de la calotte au niveau du scénario risque d'avoir de forte conséquence, puisque pour cette zone de transition, on peut en l'espace de la centaine de km passer d'une zone d'affaissement à une zone de surrection. De plus, la chronologie des fluctuations du niveau marin relatif pour ce site doit résulter de l'interaction complexe entre les variations eustatiques et la réponse spécifique en fonction du temps pour le sol (remontée généralisée, migration de bourrelet...). Ainsi, le moindre décalage risque de complètement modifier l'allure de la courbe. Finalement pour le site B, il est intéressant de voir que le modèle parvient à reproduire la montée du niveau relatif. L'accord n'est certes pas excellent (là encore, sûrement en partie à cause d'une prescription grossière des variations eustatiques) mais l'allure générale reste correctement reproduite.

Il faut enfin savoir que ces mesures de niveau marin relatif sont relativement délicates à utiliser du fait de la grande incertitude qui les accompagne (techniques de mesures, effets de sites, grosses incertitudes sur les datations). De plus, ne tenant pas compte ici des variations géoïdales du niveau des mers, ces données ne peuvent nous servir qu'à titre indicatif

ne constituent donc pas un critère absolu pour valider ou réfuter les résultats d'un modèle.

3.2.2 Vitesses verticales actuelles de réajustement

La correspondance entre les vitesses données par le modèle avec celles issues des mesures s'avère honorable tant par les valeurs que par la disposition géographique d'ensemble. La forme elliptique centrée sur le golfe de Bothnie est très similaire dans les deux cas, mis à part un léger décalage dans la localisation des valeurs maximales. Lorsque l'on traduit les résultats du modèle en vitesse relative en retranchant la composante eustatique actuelle de l'ordre du mm/an et une composante géoïdale globale estimée à 0.5mm/an (Fjeldskaar, 1994), l'accord au niveau des valeurs devient meilleur. En effet, le maximum donné par le modèle tombe aux alentours de 10 ou 11mm/an et l'isoligne 0 (pour les vitesses relatives) serait alors celle entre les isolignes 1 et 2 mm/an ce qui cadre relativement bien avec l'isoligne 0 des mesures (laquelle suit l'intérieur des côtes de Norvège, traverse le Nord du Danemark puis suit le pourtour Sud de la Baltique).

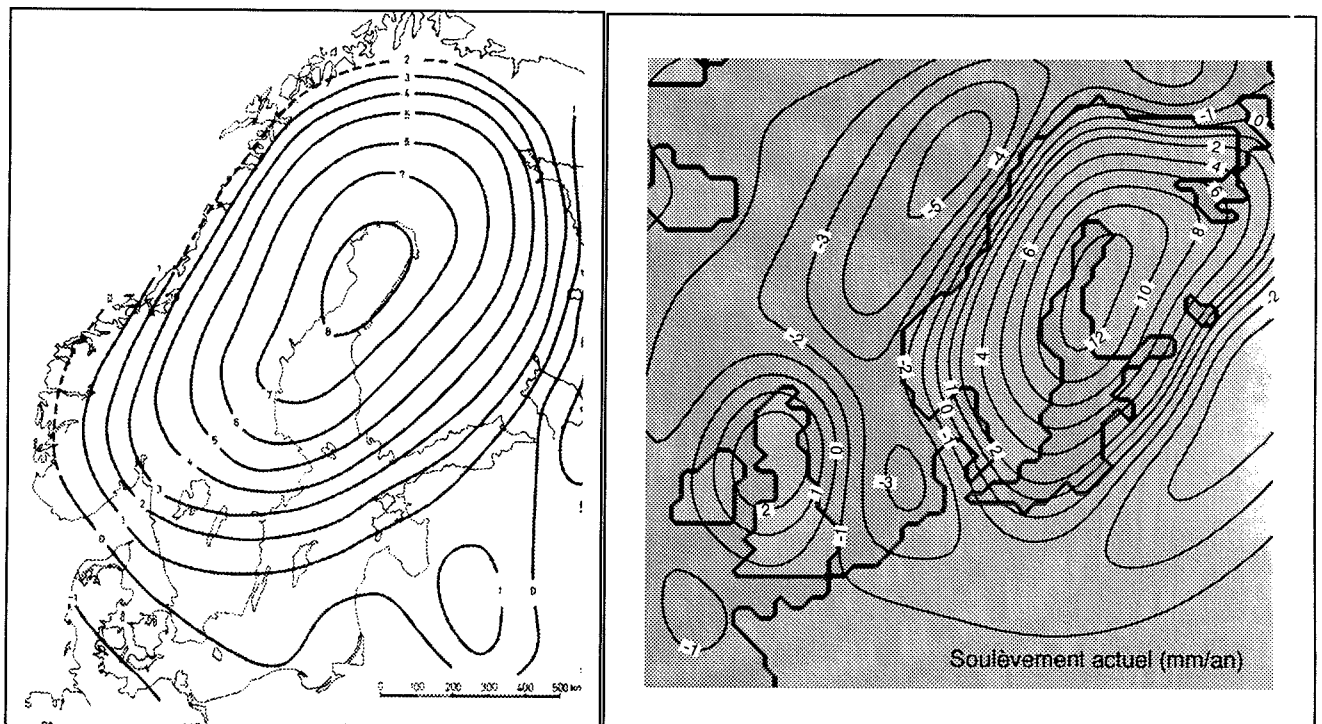


Figure VI-13 : Partie gauche : carte des vitesses verticales en surface en mm/an d'après l'ensemble des mesures géodésiques et marégraphiques menées sur la Fennoscandie (d'après Bailing, 1980). Partie droite : carte des vitesses absolues données par le modèle.

En ce qui concerne les régions non couvertes par ces campagnes de mesures, il existe quelques résultats d'observations locales. Ainsi des valeurs d'affaissement ont été proposées pour Bremerhaven (Embouchure de la Weser en Allemagne du Nord) avec 37 cm/siècle et pour Lübeck (de l'autre côté de la péninsule du Jutland) avec 20 cm/siècle (Lliboutry, 1965). Tenant compte d'une correction de 10 cm/siècle (la géoïdale serait ici minimale) on arrive finalement à des vitesses absolues de -27 et -10 cm/siècle respectivement pour ces deux localités. Pour Bremerhaven (situé à peu près 150 km à l'Ouest du Jutland sur la mer du Nord) le modèle donne de l'ordre de -25 cm/siècle (entre les isolignes -2 et -3mm/an) et pour Lübeck (un peu plus au Nord Est) de l'ordre de -10 cm/siècle (isoligne -1). Là encore, même si ce ne sont là que des observations locales, le modèle semble capable de reproduire les vitesses négatives correspondant aux zones du bourrelet sur le déclin.

3.2.3 Anomalie gravimétrique à l'air libre

L'interprétation d'une carte d'anomalies gravimétriques est plus délicate que celle des vitesses verticales par exemple. En effet, cette anomalie s'avère très sensible à la nature du sous sol qui est loin d'être uniforme, ou encore au relief (même si des "réductions" sont sensées l'en affranchir). Le signal gravimétrique est alors très perturbé et beaucoup moins lisse que celui du modèle, lequel évidemment ne tient pas compte de ces irrégularités.

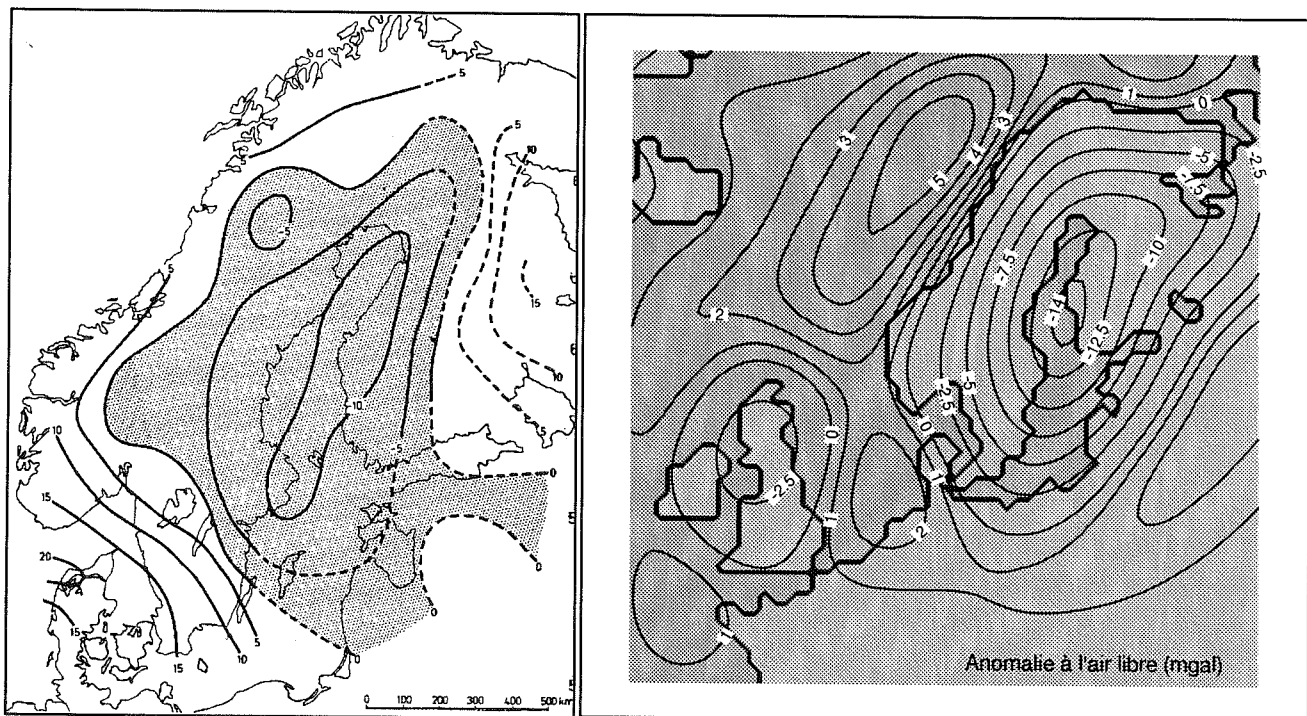


Figure VI-14 : Gauche : carte de mesures d'anomalies gravimétriques moyennées en mgals (d'après Bailing, 1980). Droite : carte d'anomalie gravimétrique donnée par le modèle

Tout ceci rend une comparaison directe assez délicate, d'autant plus que selon Wu et Peltier (1983), ces mesures seraient globalement biaisées de + 5 à + 10 mgals. Finalement, en corrigeant ces mesures d'une valeur entre -5 et -10 mgals et en faisant abstraction de certaines singularités, on trouve une bonne similitude avec le modèle pour les zones respectives de surrection et d'affaissement, malgré des données de mesures globalement un peu plus fortes en valeur absolue (figure VI-14).

De par sa faculté à traduire les déficits de masse, l'anomalie à l'air libre, est en réalité un indicateur de l'écart à la compensation isostatique totale. En considérant que l'affaissement régionalisé de la lithosphère dans l'asthénosphère supérieure peut se résumer en une anomalie de plateau et en supposant que l'extension géographique de la dépression est grande face à profondeur du processus (l'épaisseur lithosphérique, soit une centaine de km), il est en effet possible d'établir une relation simple entre cette valeur de l'anomalie gravimétrique et le déplacement h restant à effectuer sous la forme (Lliboutry, 1965) :

$$h = \frac{-\Delta g \times 10^{-5}}{2\pi G\rho_A} \quad \text{ou encore} \quad h = -7.23 \times \Delta g \quad \text{(VI-6)}$$

avec Δg l'anomalie gravimétrique en milligals, G la constante universelle de gravitation et ρ_A la masse volumique du sommet de l'asthénosphère (3300 Kg/m^3). Ce calcul peut être fait en considérant une surface suffisamment grande au fond de la dépression (pour que l'approximation de la perturbation de plateau reste correcte), à laquelle on attribue une valeur d'anomalie moyenne et représentative de la surface. En prenant la surface délimitée par l'isoligne -12.5 mgals du modèle (soit une ellipse de l'ordre de $800 \text{ km} \times 400 \text{ km}$) et en lui associant -13 mgals (moyennage pondéré par les surfaces à différentes valeurs), la formule précédente nous donne une remontée d'ensemble de l'ordre de 95 m pour retrouver l'état stationnaire. Ce résultat est relativement cohérent avec la valeur maximale du déplacement restant à effectuer aujourd'hui estimé à 84 m par le modèle. Pour les zones de bourrelet, du fait d'une extension géographique plus limitée, ce genre d'approximation n'est malheureusement plus possible. Cependant, si cette approche quantitative s'avère très limitée, une interprétation qualitative de l'anomalie gravimétrique à l'air libre donnée par le modèle reste toujours possible. L'observation de la figure VI-14 permet en effet de retrouver les futures zones respectives de surrection et d'affaissement en accord avec les valeurs de déséquilibre actuel (voir la simulation au présent, planche 15).

3.2.4 Etat de contrainte en surface.

Outre le champ de déplacement en surface et l'anomalie gravimétrique à l'air libre, le modèle permet aussi d'avoir accès de manière indépendante aux valeurs de la contrainte radiale (on entend par là celle s'appliquant aux surfaces radiales). Il est donc possible d'estimer la distribution géographique de la composante normale ou tangentielle de la contrainte radiale s'exerçant à la surface de la Terre. Nous ne considérerons ici que la composante radiale normale beaucoup plus facile à interpréter

Comme pour toutes les variables du modèle, cette composante radiale de la contrainte à la surface terrestre représente l'écart à la valeur de l'état stationnaire. Partant de cette constatation, il devient facile de comprendre que hors du domaine océanique, les valeurs de contrainte sont pratiquement nulles puisque le régime de charge en domaine continental est aujourd'hui le même que lors des conditions initiales. Inversement, sous la mer (dont le niveau actuel est celui de l'état stationnaire), la surface actuelle (donnée par la simulation) peut en certains endroits dévier substantiellement de la surface d'équilibre. Cela modifie alors la colonne d'eau qui la surmonte par rapport à celle de l'état stationnaire initial. Cette variation de la colonne d'eau détermine une variation de charge de la même façon que peut le faire la glace et explique parfaitement les valeurs de contrainte normale que l'on observe ici. En effet, toutes les zones de bourrelet en milieu océanique sont surélevées par rapport à leur position d'équilibre et supportent donc une colonne d'eau réduite de cette valeur d'élévation (par rapport à l'état stationnaire). Elles font donc l'objet d'une "traction" de l'océan par rapport à l'état de référence. Ainsi, en multipliant leur altitude résiduelle par la densité de l'eau de mer (1028 kg/m³) et par l'accélération de la pesanteur (9.81 m/s²) il est facile de déduire le déficit de pression pour ces zones de bourrelet. Le Bourrelet Norvégien avec ses 47 m par rapport à l'état stationnaire subira donc une tension (en fait une baisse de compression) entre 0.4 et 0.5 MPa comme le montre la figure VI-15. La valeur positive est de plus tout à fait normale vu les conventions (tensions positives et pressions négatives).

La seconde zone de contraintes notables se situe aux alentours du golfe de Bothnie qui subit le phénomène inverse. La zone de surrection maximale va même jusqu'à émerger (à l'état stationnaire, voir figure VI-16), de telle sorte que la variation de contrainte n'est pas ici proportionnelle à la différence d'altitude par rapport à l'état stationnaire (84 m), mais seulement à la profondeur actuelle d'immersion (de l'ordre de 50 m). On retrouve là aussi un

accord avec la contrainte négative de -0.4 à -0.5 MPa du modèle. Si l'on veut enfin interpréter ces données en termes de contraintes effectives, il suffit d'ajouter ces variations à l'état de contrainte initial. Ainsi pour le domaine continental, ces variations représentent bel et bien l'état de contrainte, alors que pour le domaine océanique, il suffit d'ajouter ces valeurs au terme hydrostatique (proportionnel à la profondeur d'immersion).

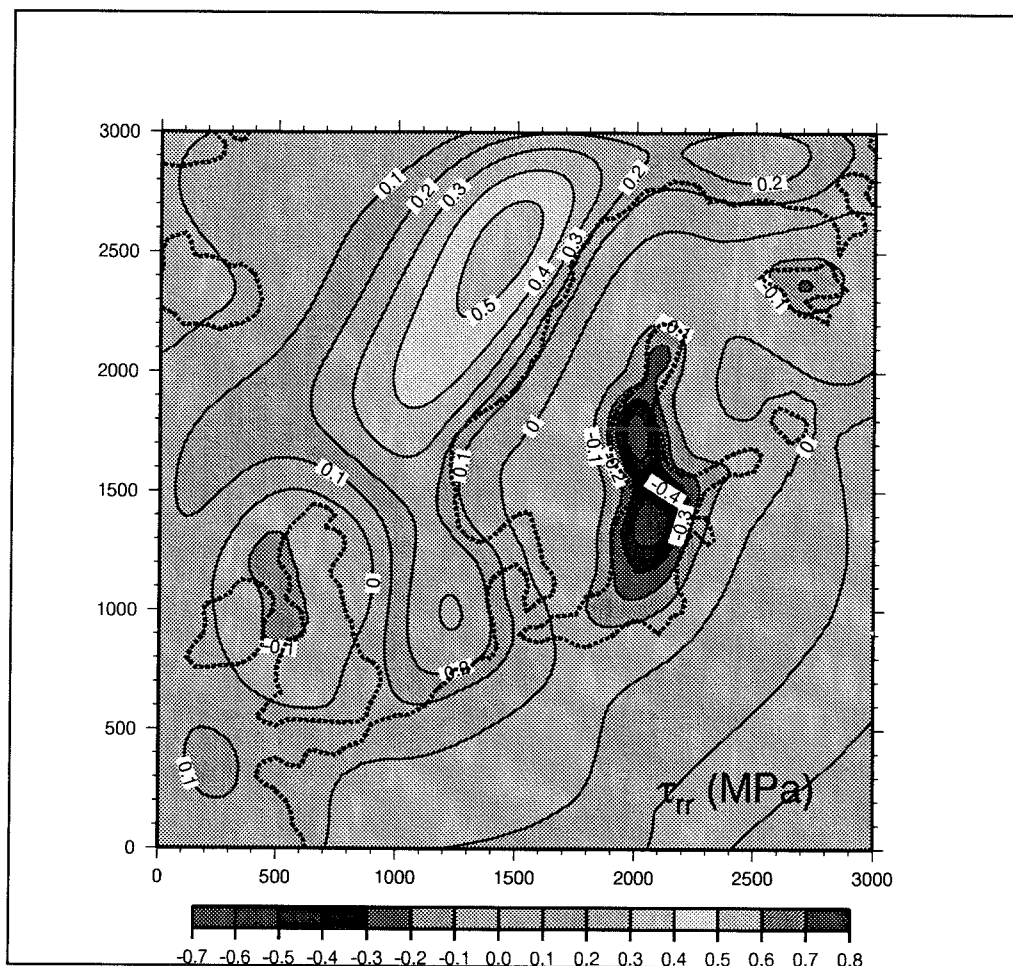


Figure VI-15 : Valeurs et répartition géographique de la composante normale de la contrainte radiale à la surface de la Terre .

3.3. Extrapolation vers le futur

Sur les bases de cette relative cohérence du modèle dans ses divers types de résultats (déplacements, anomalie gravimétrique, valeurs de contrainte, vitesse de réajustement), et de par sa capacité à reproduire de manière satisfaisante les données de terrain, une extrapolation

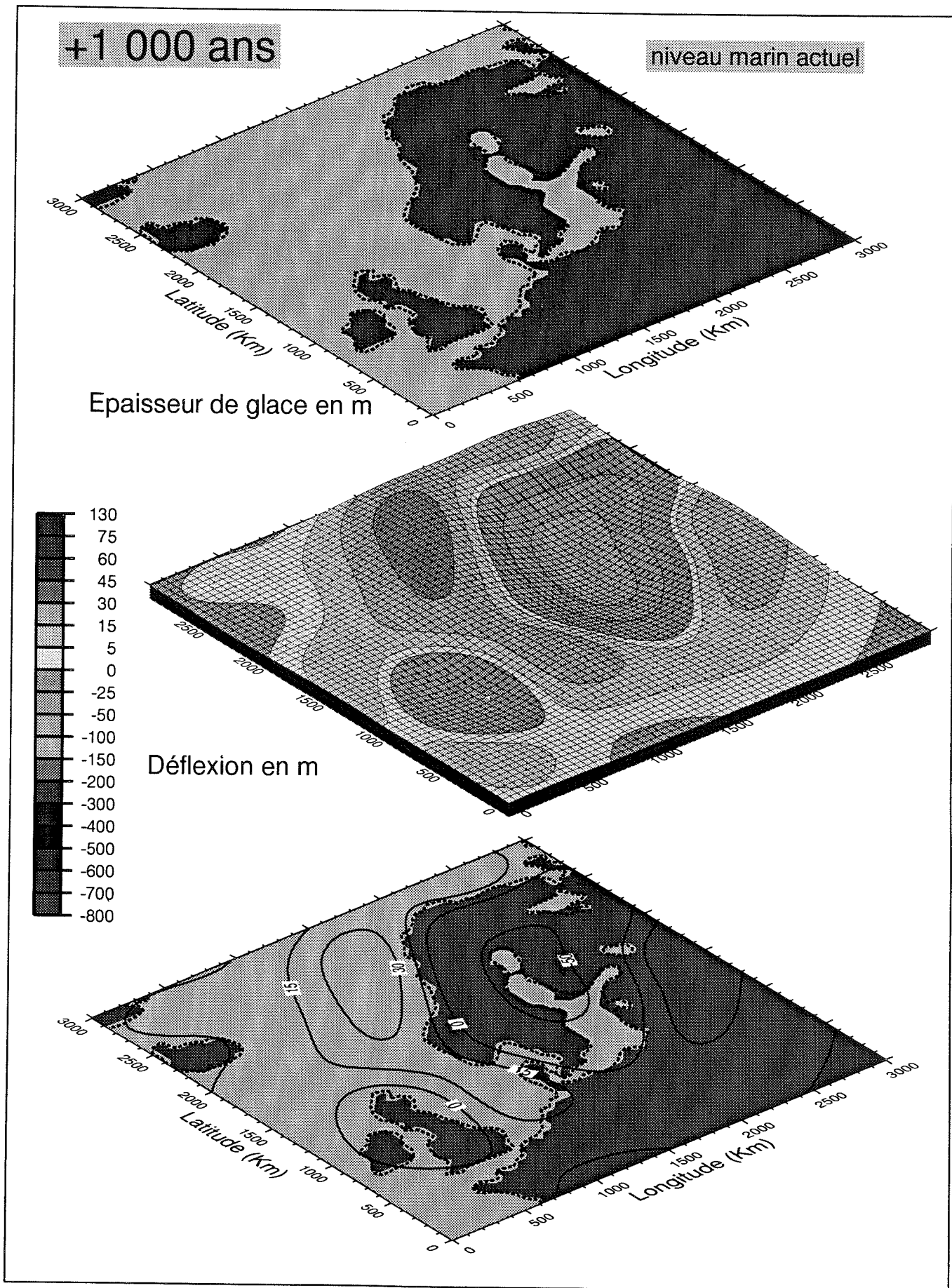


Planche 16 : Simulation de la réponse isostatique à + 1 000 ans.

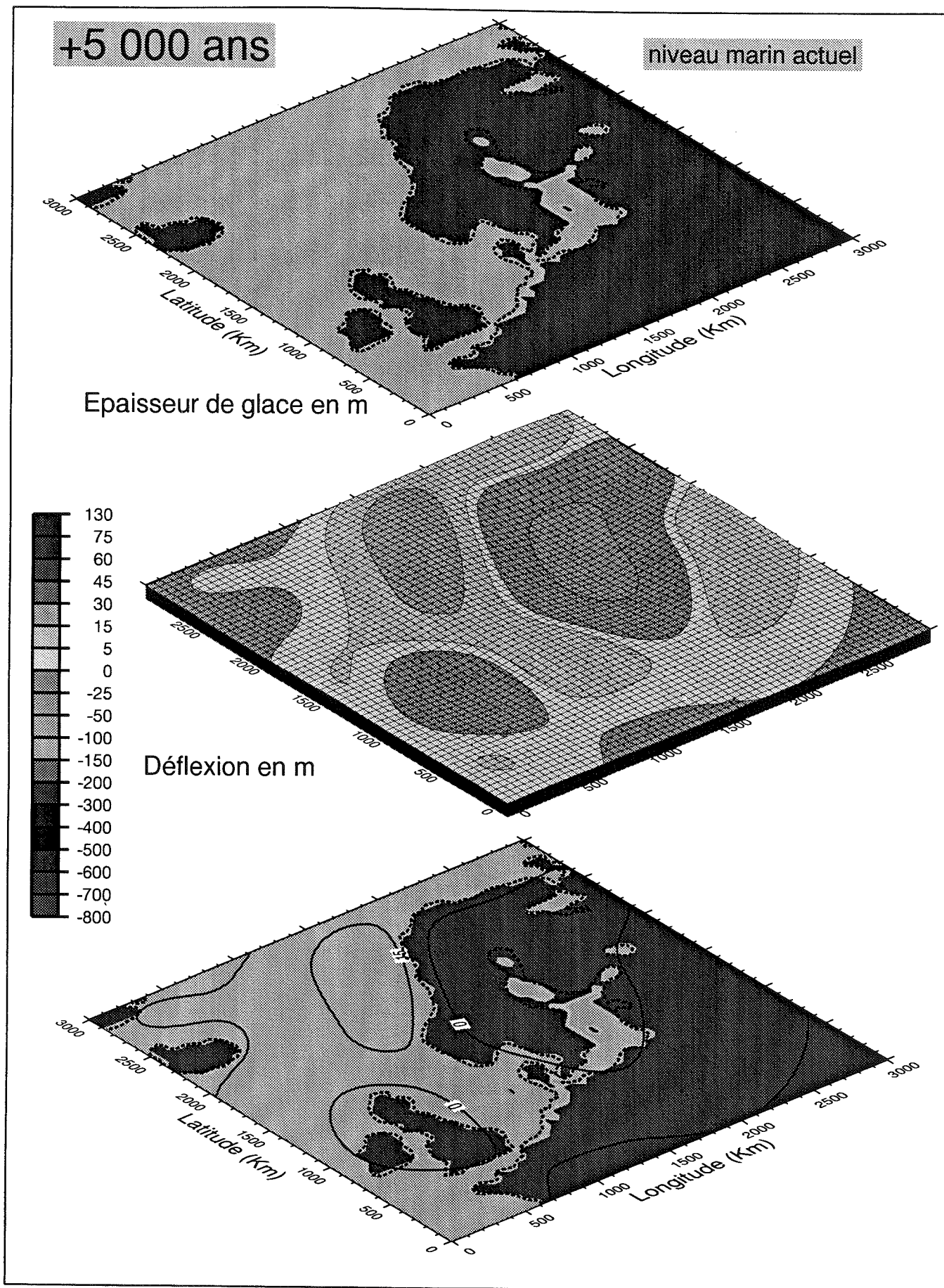


Planche 17 : Simulation de la réponse isostatique à + 5 000 ans.

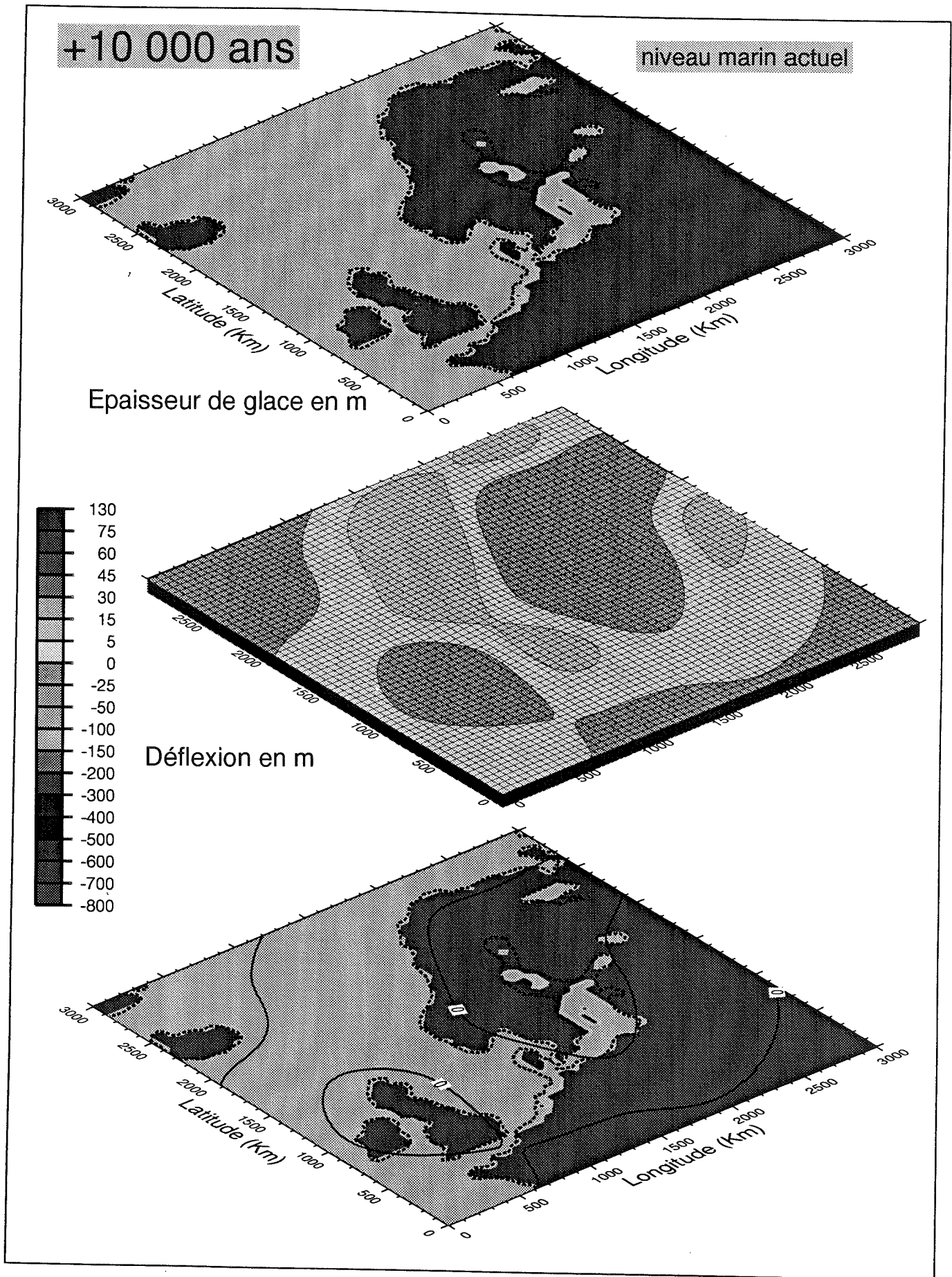


Planche 18 : Simulation de la réponse isostatique à + 10 000 ans.

vers le futur peut être raisonnablement envisagée. Bien que la pérennité des cycles glaciaires successifs suppose le retour des glaces d'ici quelques milliers d'années, cette extrapolation vers le futur ne considère aucun retour de calotte et aucune variation du niveau marin par rapport à l'actuel. Cette supposition est au moins vraie pour les quelques millénaires qui suivront, et elle permet au passage d'observer le retour à l'état stationnaire. D'après la représentation de l'écart actuel à l'état stationnaire, il est facile de prévoir la nature des réajustements futurs qui vont donc essentiellement consister en un comblement des dépressions et en un affaissement des zones de bourrelet. L'extrapolation vers le futur de la simulation (planches 16 à 18) confirme évidemment cette tendance et nous donne de plus une idée de la dynamique du procédé.

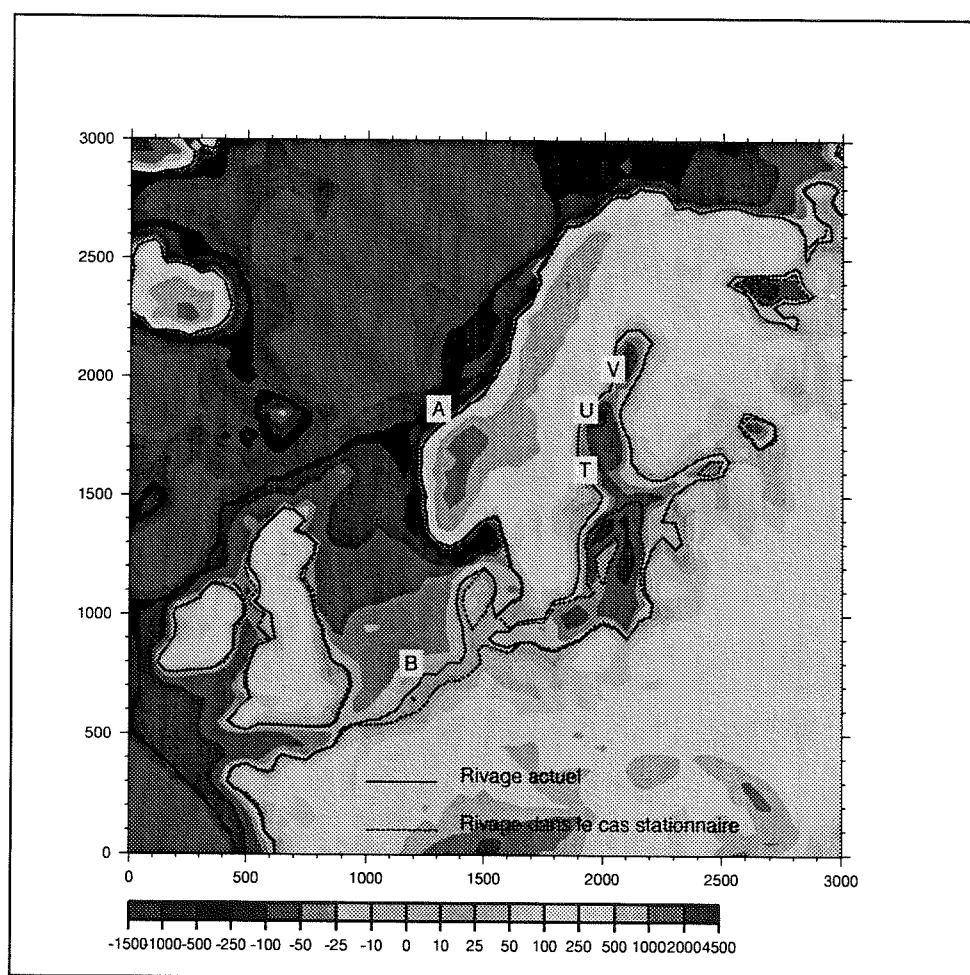


Figure VI-16 : *Topographie actuelle de l'Europe du Nord. La ligne de rivage en pointillés serait celle de l'état stationnaire (d'ici 23 000 ans en théorie), en supposant un niveau marin égal à l'actuel. Les lettres A, B, T, U et V représentent les sites choisis pour la confrontation avec le niveau marin relatif.*

Ces déplacements peuvent paraître mineurs (84 m dans le meilleur des cas) comparés à la topographie en certains endroits par exemple. Cependant pour des régions sensibles comme les régions côtières, surtout lorsqu'elles restent basses, de telles variations peuvent sérieusement modifier la physionomie du paysage par migration de la ligne de rivage. En effet, comme le montre la figure VI-16, le rééquilibrage total (d'ici 23 000 ans en théorie) suppose une modification notoire du pourtour de la Mer Baltique (retrait) et de la Mer du Nord (avancée). Sans aller aussi loin dans le temps, les topographies estimées d'ici 1 000, 5 000 ou 10 000 ans, bien qu'intermédiaires, montrent pour ces régions des changements de topographie encore tout à fait significatifs.

4. Sensibilité des résultats aux paramètres terrestres.

4.1 Viscosité mantélique

Ce paragraphe reprend les résultats d'un précédent article (Le Meur, 1995), où un test de calibration du modèle permettait, d'après le degré d'accord avec les données sur le rebond Fennoscandien, de définir ce que pouvait être le meilleur jeu de paramètres pour le modèle. Il ne s'agit donc pas d'un véritable test de sensibilité, même s'il est quand même possible de dégager quelques comportements caractéristiques de la réponse terrestre en fonction des valeurs de viscosité utilisées.

4.1.1 Critères de validation

La vitesse actuelle du socle en surface ainsi que l'écart à l'état stationnaire des déplacements actuels ont servi de double critère de validation. Pour concentrer et faciliter l'interprétation des données de plusieurs simulations, une coupe SW-NE passant par le golfe de Bothnie (voir figure VI-17) et recoupant l'ensemble des structures caractéristiques (dépression, bourrelet) permet de se ramener à une comparaison de profils. En réalité, vu la capacité de l'ensemble des simulations à reproduire la forme générale, ce sont plutôt les valeurs de vitesses, et notamment la valeur de la vitesse maximale au niveau du golfe de Bothnie qui nous ont semblé être le critère le plus facilement utilisable. Ainsi, en accord avec les données et tenant compte d'une correction eustatique (cf. paragraphe 3.2.2), une vitesse absolue maximale la plus proche possible de celle de 10 mm/an (reportée sur la figure VI-18)

constitue la base du critère.

Pour l'écart à l'état stationnaire, les données sont moins précises. Cependant, en interprétant l'anomalie gravimétrique qui atteint aussi un maximum aux alentours du golfe de Bothnie, en la corrigeant de -5 à -10 mgals (cf. paragraphe 3.2.3), il est possible de se baser sur une valeur avoisinant les -15 à -20 mgals. Une fois interprétée selon l'équation VI-6, cette valeur suggère un écart maximal compris très vraisemblablement entre 100 et 150 mètres.

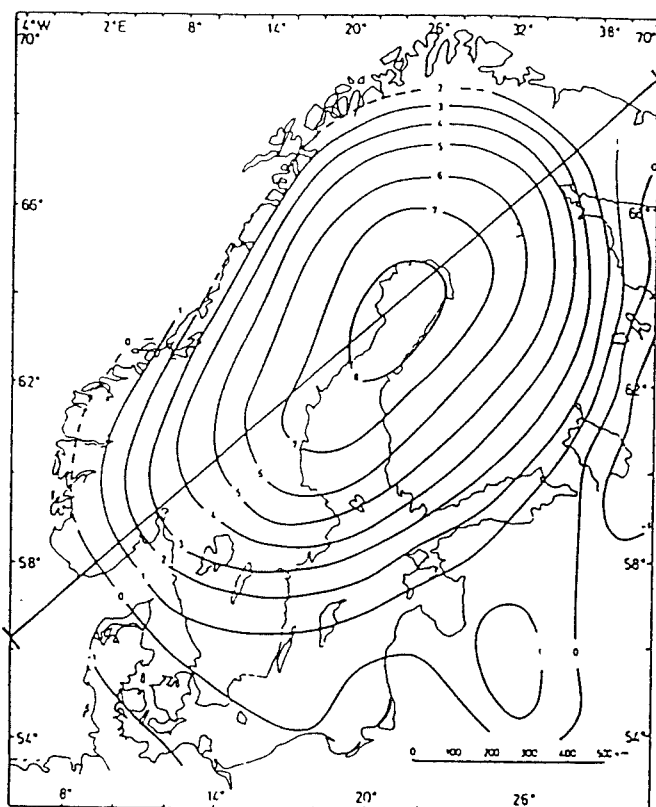


Figure VI-17 : Localisation du profil le long duquel sont comparées les valeurs de vitesse et d'écart à l'état stationnaire pour les différentes simulations. Ce profil traverse exactement la zone de vitesse maximale et présente en outre l'avantage de correspondre exactement à la diagonale SW-NE de notre "carré" d'étude (VI-19).

4.1.2 valeurs de viscosité utilisées.

Les valeurs de viscosité utilisées ici (voir la figure V-3a et le début du paragraphe 3) consistent en une valeur caractéristique de tout le manteau supérieur et une seconde caractéristique du manteau supérieur. Les valeurs choisies ici, l'ont été sans a priori, si ce n'est qu'elles figurent dans les limites de ce qui est généralement considéré dans la littérature (Lambeck et al., 1990, Mitrovica et Peltier, 1993). Pour toutes ces simulations, l'épaisseur lithosphérique a été fixée à 100 km, une valeur très probable pour une zone de bouclier du

type de celui de la Fennoscandie. Le tableau suivant donne les valeurs de ces viscosités pour chacune des 6 simulations numérotées de 1 à 6.

	1.0×10^{21} Pa.s	7.5×10^{20} Pa.s	5.0×10^{20} Pa.s
2.5×10^{21} Pa.s	1	2	3
1.0×10^{21} Pa.s	4	5	6

Tableau VI-2 : Numéro des simulations et valeurs correspondantes de viscosité. La ligne du haut représente la viscosité du manteau supérieur et la colonne de gauche celle du manteau inférieur. On remarquera que mis à part le run 4, le manteau inférieur se caractérise toujours par des viscosités supérieures avec un contraste par rapport au manteau supérieur pouvant aller jusqu'à un facteur 5 (run 3).

4.1.3 Résultats

Les deux figures suivantes synthétisent les résultats de ces simulations en terme de vitesse et d'écart à l'équilibre le long du profil.

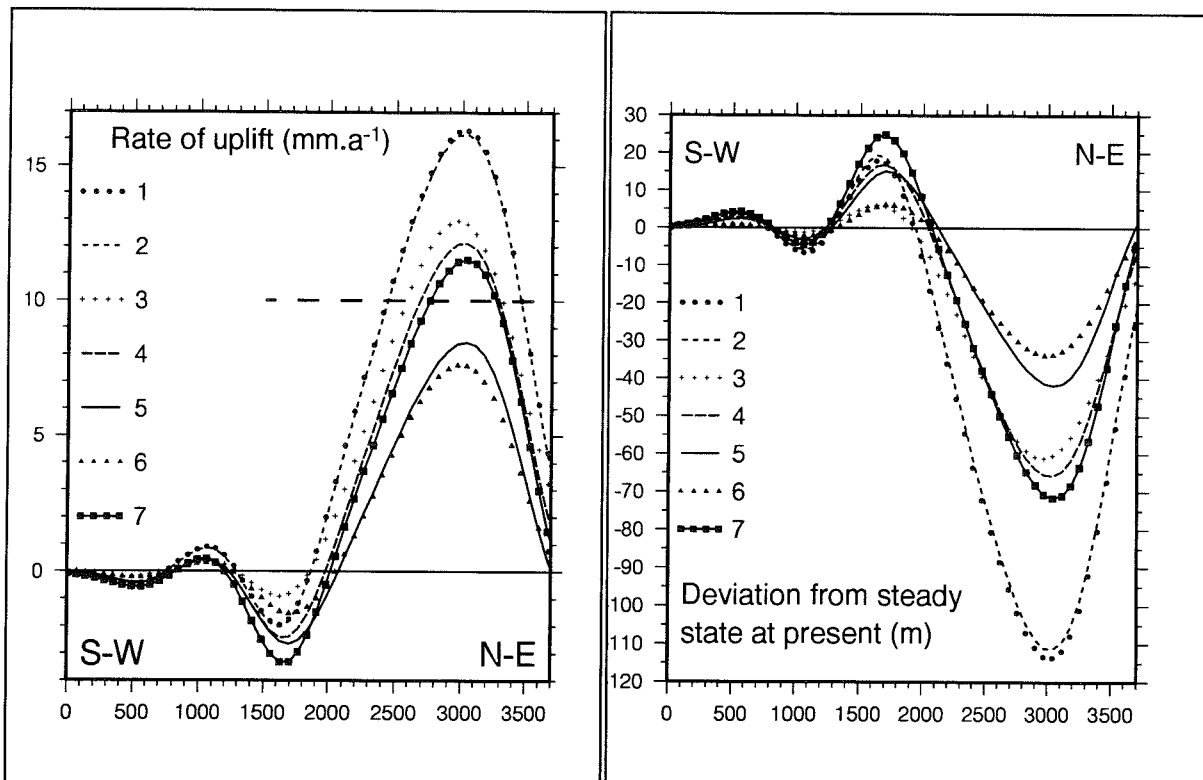


Figure VI-18 : Profils de vitesse de mobilité du socle et d'écart à l'équilibre pour les 6 simulations. La numéro 7 ($1,5.10^{21}/7,5.10^{20}$) correspond au run standard qui a été déduit de ce test (voir plus loin) et que l'on a utilisé au cours de cette étude. La vitesse maximale optimale de 10 mm/an est représentée en pointillés sur la partie gauche. D'après Le Meur (1995).

De ces résultats, il apparaît que deux groupes de simulations se distinguent particulièrement, à savoir la 1 et la 2 d'une part, la 5 et la 6 d'autre part. Les deux premières se caractérisent en effet par des vitesses et un déséquilibre très supérieurs aux autres, inversement la 5 et la 6 présentent les valeurs les plus faibles (tant pour la vitesse que pour l'écart à l'équilibre). Cette séparation n'est pas surprenante puisque ces numéros correspondent aux deux pôles du tableau des viscosités. En d'autres termes, les runs 1 et 2 sont caractérisés par une viscosité globale la plus forte et les 5 et 6 par la plus faible (la viscosité du manteau supérieur semble de ce point de vue la plus déterminante). Dès lors, les valeurs d'écart à l'équilibre plus fortes s'expliquent bien pour 1 et 2, pour qui les réajustements sont plus longs du fait d'une viscosité globale plus forte. Inversement, 5 et 6 caractérisés par des viscosités plus faibles, répondent plus vite et sont de ce fait plus proches de l'état stationnaire.

Pour les vitesses, l'explication est moins évidente puisqu'aux viscosités les plus fortes correspondent ici les vitesses les plus fortes. La raison vient en fait du fort amortissement de la vitesse pendant les phases de retour à l'état stationnaire (pendant le rebond post glaciaire en l'occurrence). Cet amortissement s'avère très sensible à la viscosité et à la vitesse de retour à l'équilibre après la déglaciation. Concrètement, en cas de faible viscosité, le recouvrement de l'état stationnaire est rapide et la vitesse s'amortit très rapidement en conséquence (dans le cas du rebond la vitesse est en fait fortement dépendante de l'écart à l'état stationnaire). En cas de viscosité importante, le déséquilibre encore très poussé aujourd'hui maintient une vitesse encore forte. Le problème serait tout autre si la région faisait l'objet de variations de charge, dans la mesure où les paramétrisations à faible viscosité répondraient alors plus rapidement que les autres. Finalement, après la stabilisation de la charge (charge nulle avec la disparition de glace par exemple), il existe pendant le retour à l'état stationnaire, un temps après lequel les simulations avec fortes viscosités donnent des vitesses qui sont supérieures à celles avec des faibles viscosités. Dans le cas qui nous concerne, aujourd'hui, quelques 8 000 ans après la disparition de la glace, il semble que l'on ait largement dépassé cette limite.

Quoi qu'il en soit, les valeurs de vitesses semblent suggérer une viscosité pour le manteau inférieur entre celle de 5 et 6 et celle de 1 et 2. D'autre part, les simulations 4 et 5 donnent les meilleurs résultats concernant la vitesse, et dans une moindre mesure, l'écart à l'équilibre. Cependant si l'on augmente la viscosité du manteau inférieur pour 4, il faut s'attendre à une augmentation de vitesse qui l'éloignerait encore de la valeur optimale à 10

mm/an. Inversement, cette même augmentation pour la simulation 5 risque de la rapprocher de cette valeur optimale et de la même façon, risque d'augmenter son écart à l'équilibre qui est indéniablement trop faible. La simulation de référence (7 sur la figure), en adoptant une viscosité de $1,5 \cdot 10^{21}$ Pa.s pour le manteau inférieur et de $7,5 \cdot 10^{20}$ Pa.s pour le manteau supérieur, confirme cette supposition. Même s'il ne permet pas de simultanément reproduire les deux types de données, ce jeu de valeurs pour la viscosité offre le meilleur accord global et a été choisi pour servir de référence au cours de cette étude. Les résultats présentés pour la Fennoscandie dans les paragraphes précédents sont cependant légèrement différents de ceux de la simulation 7 ici, du fait de l'adoption d'un scénario glaciaire légèrement différent de celui initialement utilisé pour cette calibration.

4.2 Epaisseur lithosphérique

Il s'agit maintenant de mettre en évidence, non plus des comportements en temps différents, mais des géométries d'accommodation différentes contrôlées par l'intensité de la régionalisation lithosphérique. Comme il a été vu au chapitre III, cette régionalisation découle directement de la rigidité de la plaque lithosphérique qui dépend de son épaisseur à la puissance 3 (équation III-4, paragraphe 4.2.2). En considérant la simulation du paragraphe 3 des déplacements en Fennoscandie au dernier maximum glaciaire (planche 7), dans laquelle deux épaisseurs lithosphériques ont été utilisées, il est possible de mettre en évidence les principales propriétés de la régionalisation. La figure VI-19 montre l'état de déformation à -18 000 ans dans le cas d'une lithosphère réduite à 50 km et dans le cas où elle est épaissie à 150 km (par rapport à la valeur de référence de 100 km).

En toute logique, le caractère local est beaucoup plus prononcé avec une lithosphère à 50 km. L'allure de la déformation reflète en effet beaucoup plus la distribution géographique de la charge que dans le cas de la lithosphère épaissie qui lisse considérablement les contours. On remarquera aussi l'effet de la régionalisation qui fait déborder la dépression centrale d'autant plus que la lithosphère est épaisse (écartement de l'isoligne 0 ou -50 m par exemple). On retrouve aussi que la réponse régionalisée est moins prononcée que dans le cas local tant au niveau de l'affaissement majeur (-544 m au lieu de -602 m) qu'au niveau du bourrelet (68 m au lieu de 136 m), comme il a été montré au chapitre II (principe hydrostatique généralisé, paragraphe 1.2.3).

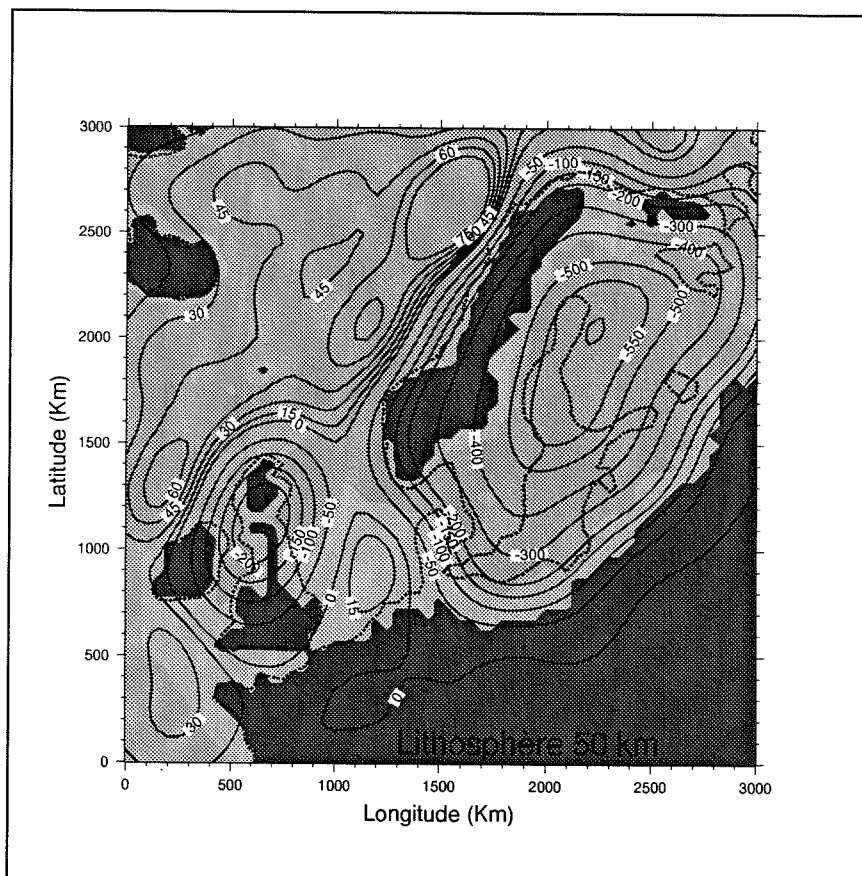
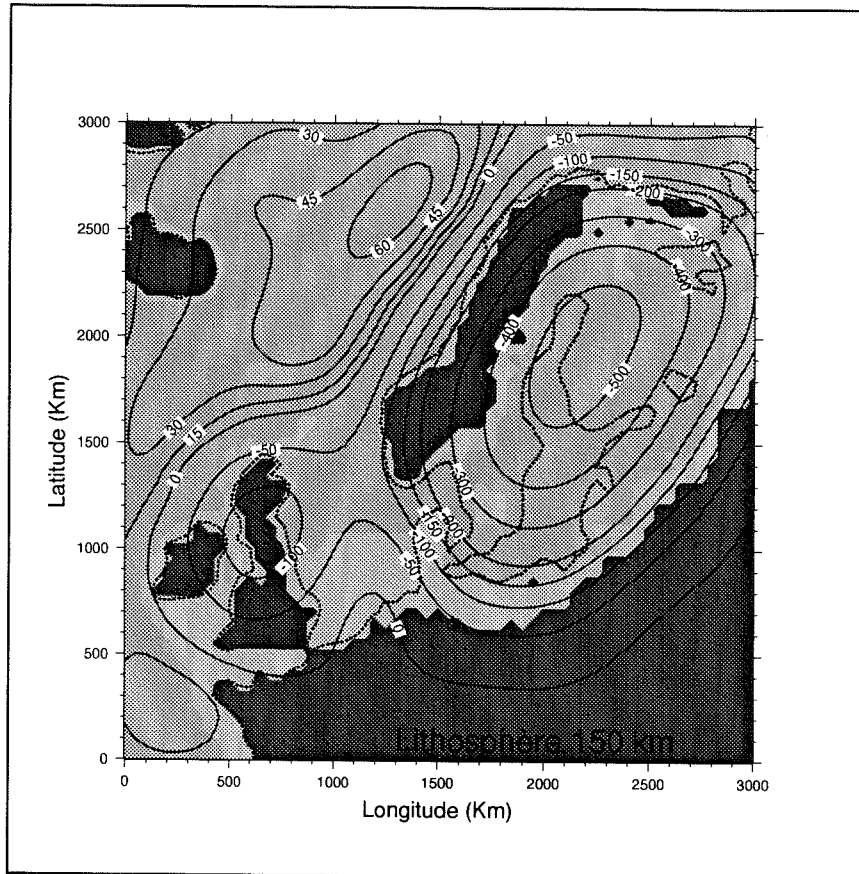


Figure VI-19 : Impact de l'épaisseur lithosphérique sur la géométrie de la déformation. Pour l'englacement correspondant, voir la planche 7 (le scénario glaciaire est ici le même).

Ces valeurs ne peuvent pas être exactement comparées à la situation intermédiaire de la planche 7 (lithosphère à 100 km), car cette étude sur la lithosphère ne correspond pas tout à fait aux valeurs de référence en ce qui concerne la viscosité.

Enfin, on peut voir un effet de la régionalisation d'autant plus important que les structures sur lesquelles il agit sont de dimensions géométriques réduites (voir la simulation numérique, paragraphe 1.2.2, chap. II). En effet, si la dépression majeure n'est que peu réduite en proportion, celle associée aux Iles Britanniques l'est déjà beaucoup plus (réduit de -200 à -100 m). Encore une fois, cette simulation souligne toute l'importance sur le rendu géométrique que peut avoir l'épaisseur lithosphérique. A titre d'exemple, à -18 000 ans, le site de Trondheim (site A dans la confrontation des niveaux marins relatifs, figure VI-12), se trouvera à -50 ou à -100 mètres suivant que l'on considère une lithosphère de 50 ou de 100 km d'épaisseur.

CHAPITRE VII

COUPLAGE INTERACTIF DES DIFFERENTES

PARAMETRISATIONS DE L'ISOSTASIE

AVEC UN MODELE TRIDIMENSIONNEL

DE CALOTTE GLACIAIRE

Ce chapitre prolonge en quelque sorte la description des paramétrisations usuelles de l'isostasie dans les modèles de calottes glaciaires du chapitre III. On insistera ici sur l'aspect pratique du couplage avec un modèle de calotte glaciaire. Cela supposera dans un premier temps de décrire la façon dont fonctionnent les modèles de calottes et comment l'isostasie y est intégrée. Puis les résultats du couplage avec un modèle glaciologique des quatre principales paramétrisations décrites au chapitre III seront comparés au cours d'une même simulation (Le Meur et Huybrechts, 1996). Il deviendra alors possible de pointer les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes, pour tenter ensuite de dégager celle qui nous semble la plus appropriée et inversement celles qu'il nous semble souhaitable d'éviter.

De manière analogue, on envisagera ensuite le couplage du modèle complet de Terre développé dans cette étude avec le même modèle glaciologique au cours de la même simulation (Le Meur et Huybrechts, 1996). Après une première application sous la forme de

la réponse à un scénario prescrit (celui de la Fennoscandie, chapitre VI), on illustrera ici la deuxième possibilité qu'offre ce modèle pour rendre compte des effets de l'isostasie sur la dynamique des calottes glaciaires. Le relativement bon comportement du modèle qu'aura révélé la confrontation au jeu de mesures sur la Fennoscandie, nous permettra d'accorder un certain crédit à ces résultats (difficilement vérifiables sur l'Antarctique), lesquels serviront alors en quelque sorte de référence. Par comparaison on pourra finalement confirmer certaines déductions concernant la validité des paramétrisations classiques.

1. Principe du couplage interactif

1.1 fonctionnement d'un modèle de calotte glaciaire

1.1.1 Modèles à géométrie fixe/ modèles évolutifs

Un certain nombre de modèles glaciologiques supposent que la géométrie de la calotte est imposée (Budd et al., 1971). Ces modèles supposent donc une épaisseur de glace constante et par conséquent une réponse isostatique équilibrée. Toute notion de temps est alors exclue, ce qui revient à négliger la dynamique Terre-glace. Le profil isostatique est souvent calculé comme la déflexion d'une plaque (pas toujours rigide) au dessus d'un milieu au comportement hydrostatique (faisant abstraction du temps, il n'est pas nécessaire de considérer la viscosité asthénosphérique). Nous ne considérerons ici que les modèles évolutifs de calottes glaciaires, pour lesquels la géométrie évolue au cours du temps et pour lesquels un couplage isostatique est alors nécessaire.

1.1.2 L'équation de continuité

Un modèle évolutif de calotte glaciaire a pour objectif de reproduire l'évolution en fonction du temps de l'épaisseur de glace en tous points de la calotte, et ce en réponse aux

sollicitations extérieures de nature environnementales. Outre cette géométrie d'ensemble de la calotte au cours du temps, ces modèles donnent aussi accès à la distribution de la température dans la glace ainsi que la géométrie de l'écoulement. La tâche essentielle consiste donc à calculer le champs de vitesse dans la calotte pour pouvoir ensuite traduire la distribution de la glace en fonction du temps en appliquant le principe de conservation de la masse. Ainsi, si l'on appelle H_g l'épaisseur de glace en un point quelconque de la calotte, b le bilan de masse (ce qui tombe sous forme de neige moins ce qui fond) en ce même point et \bar{v} la vitesse horizontale moyennée sur l'épaisseur H_g , l'équation de conservation s'écrit (Huybrechts, 1990) :

$$\frac{\partial H_g}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{v} \cdot H) + b \quad \text{(VII-1)}$$

Cette équation stipule simplement que la variation d'épaisseur de glace au point considéré résulte de la compétition entre le bilan de masse et la divergence du flux de matière. ∇ doit ici être interprété comme l'opérateur divergence selon x et y (divergence dans le plan horizontal). Le problème consiste maintenant à formuler cette vitesse moyennée pour arriver à une équation différentielle partielle qui sera traitée de façon numérique.

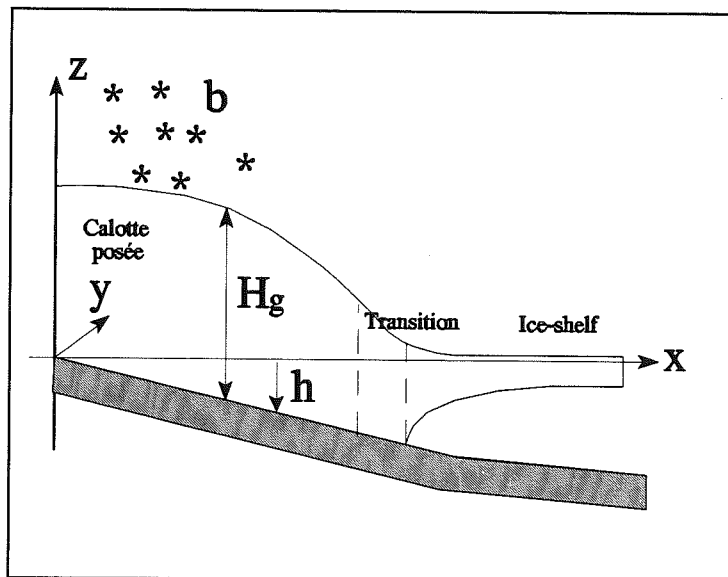


Figure VII-1 : *Système de coordonnées et principales variables utilisées dans les modèles de calotte (h est ici algébrique).*

1.1.3 Lien avec le champ de vitesse dans la glace

Pour calculer le champ de vitesse, il faut dans un premier temps exprimer l'équilibre mécanique de la calotte. Ce dernier permet en effet de remonter au champ de contraintes, lesquelles, une fois une loi de comportement adoptée, nous permettent d'accéder aux vitesses par les taux de déformation.

α) Equation quasi-statique

Il s'agit tout simplement de traduire le principe fondamental de la dynamique sur un cube élémentaire de glace. Du fait de l'extrême lenteur des déplacements, les termes d'accélération peuvent être négligés, rendant le problème quasi-statique. En établissant ainsi le bilan des forces sur l'ensemble des faces de ce cube on arrive, après projection selon chacun des axes, au système traditionnel en mécanique des milieu continus :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} &= \rho g \end{aligned} \quad \text{(VII-2)}$$

où τ_{ij} représente la contrainte s'appliquant sur une face i (orthogonale à l'axe x_i) et pointant en direction de l'axe x_j , ρ la densité de la glace et g l'accélération gravitationnelle de pesanteur (voir le système de coordonnées sur la figure VII-1).

β) Loi de comportement de la glace

La loi de comportement, visqueuse en l'occurrence, permet ici d'établir le lien entre le tenseur du déviateur des contraintes τ'_{ij} (avec $\tau'_{ij} = \tau_{ij} - (\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}) / 3$) et le tenseur du taux de déformation $\dot{\epsilon}_{ij}$. En modélisation des calottes glaciaires, le comportement de la glace

polycristalline est généralement représenté sous la forme d'une loi puissance (n=3) de type Norton que l'on appelle loi de Glen en glaciologie et qui s'écrit :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A(T^*) \tau_*^{n-1} \tau'_{ij} \quad (\text{VII-3})$$

avec τ_* la cission efficace définie à partir du deuxième invariant du tenseur du déviateur des contraintes, $\tau_*^2 = 1/2 \sum (\tau'_{ij})^2$. $A(T^*)$ représente la dépendance en température du comportement mécanique. Cette dépendance qui veut que la glace se déforme d'autant plus que sa température est élevée est de type Arrhénius ($A(T^*) = C \exp(-Q/RT^*$, avec Q une énergie d'activation, R la constante des gaz parfaits et C une constante d'ajustement). La Température T^* représente la température absolue corrigée d'un effet de pression, car sous l'effet de la pression hydrostatique de glace qui peut vite devenir importante dans une calotte, la température de fusion subit des variations notoires (abaissement du point de fusion de l'ordre de 1°C/km). Finalement le lien avec les vitesses se fait lorsque l'on exprime les taux de déformation, c'est à dire :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{VII-4})$$

avec u_i la coordonnée du vecteur vitesse selon x_i .

1.1.4. Procédure d'intégration

Suivant que l'on ait affaire à la partie posée de la calotte, à la partie flottante représentée par le shelf où à la zone de transition entre les deux, différentes approximations pourront être ou ne pas être envisagées. sur la calotte posée pour laquelle offre les perspectives de simplification les plus intéressantes.

α) Calotte posée

Nous insisterons plus particulièrement ici sur l'approximation dite de la couche mince à l'ordre 0 que la plupart des modèles utilisent pour la partie calotte à proprement parler. En

effet, la géométrie des calottes polaires est telle que le rapport d'aspect entre l'épaisseur (de l'ordre du millier de mètres) et l'étendue (plusieurs milliers de km) est très faible (de l'ordre de 10^{-3}). Ceci a pour conséquence de permettre pour une même grandeur de négliger les gradients horizontaux par rapport aux gradients verticaux. En particulier pour le champ de vitesse \mathbf{u} , il est possible de négliger les termes $\partial u_i / \partial x$ et $\partial u_i / \partial y$ devant les termes $\partial u_i / \partial z$. En considérant la définition des taux de déformation comme en (VII-4), cela revient à dire que \dot{e}_{xx} , \dot{e}_{yy} , \dot{e}_{xy} sont négligeables devant \dot{e}_{xz} et \dot{e}_{yz} (tout comme l'est aussi \dot{e}_{zz} du fait de l'incompressibilité de la glace qui fait que $\sum e_{ii} = 0$). En traduisant maintenant la loi de Glen (VII-3) dans laquelle A ne dépend que de la température, la proportionnalité entre le taux de déformation et le déviateur correspondant permet de négliger τ'_{xx} , τ'_{yy} , τ'_{zz} et τ_{xy} devant τ'_{xz} et τ'_{yz} . A partir de ces hypothèses et tenant compte de l'égalité des 3 composantes normales du tenseur ($\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz}$) qui en découle, il est possible de simplifier le système des équations quasi-statiques (VII-2) sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} &= \rho g \end{aligned} \tag{VII-5}$$

La dernière équation du système s'intègre aisément de la base de la calotte à l'altitude z , ce qui avec le système de variable (fig. VII-1) et le fait que $\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz}$ donne finalement (Mahaffy, 1976) :

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(z) &= -\rho g (H_g + h - z) \frac{\partial (H_g + h)}{\partial x} \\ \tau_{yz}(z) &= -\rho g (H_g + h - z) \frac{\partial (H_g + h)}{\partial y} \\ \tau_{zz}(z) &= \rho g (H_g + h - z) \end{aligned} \tag{VII-6}$$

En utilisant la loi de Glen et en remarquant que suivant l'approximation de la couche mince $\partial u_x / \partial z \approx 2\dot{\epsilon}_{xz}$, on peut, en intégrant suivant, z exprimer la vitesse horizontale v d'une particule de glace qui s'exprime par :

$$v(z) - v(h) = -2(\rho g)^3 [\nabla(H_g + h) \cdot \nabla(H_g + h)] \nabla(H_g + h) \int_h^z A(T^*) (H_g + h - z')^3 dz' \quad (\text{VII-7})$$

On remarquera que le vecteur vitesse horizontale v ne change pas de direction avec la profondeur, ce qui est une conséquence directe de l'approximation de la couche mince à l'ordre 0 (Hutter 1983). Apparaît ici une condition aux limites sous la forme de la vitesse à la base de la glace $v(h)$, le problème consistant ici à savoir si la glace en base de calotte est au point de fusion. Dans la négative, on considère alors que la glace est ancrée par le gel sur le substratum et que ce terme de vitesse est alors nul. Dans le cas contraire, lorsque la température T^* (corrigée de l'effet de pression) atteint le point de fusion, il est nécessaire d'utiliser une loi de glissement qui permet d'exprimer le terme de vitesse $v(h)$. Dans le modèle utilisé ici, Huybrechts utilise la loi de Bindshadler (1983) dans laquelle ce terme de vitesse horizontal est proportionnel à la contrainte de cisaillement à la base et inversement proportionnel à la "hauteur au dessus de la flottaison" $Z^* = H + \rho_w (h - H_{sl}) / \rho$, avec ρ_w la masse volumique de l'eau de mer (1028 kg.m^{-3}), ρ celle de la glace et enfin H_{sl} la hauteur du niveau marin.

Du fait de la présence du terme $A(T^*)$, la résolution de l'équation (VII-7) ne peut être envisagée que numériquement à partir du champ de température qui dépend lui même de la géométrie de la calotte et du champ de vitesse. Une fois le champ de vitesse horizontale entièrement déterminé sur l'ensemble de la calotte, il devient possible d'exprimer le flux horizontal moyenné sous la forme :

$$\bar{v} \cdot H_g = \int_h^{H_g+h} v(z) dz \quad (\text{VII-8})$$

Dès lors l'équation de continuité à la base du modèle (VII-1) peut être envisagée

numériquement avec les schémas numériques appropriés qui peuvent cependant différer d'un modèle à l'autre. Il s'agit le plus souvent de méthodes aux différences finies avec un schéma d'intégration de type semi implicite (ADI dans le cas de Huybrechts, 1992). On remarquera le caractère hautement non linéaire de cette expression du flux qui, d'après (VII-7) et (VII-8) dépend de la pente à puissance 3 et de l'épaisseur de glace à la puissance 5.

Bien que ce stade s'avère suffisant pour traiter de l'équation de base du modèle (VII-1), il est en plus nécessaire, pour le calcul complet du champ de température dans la glace, de considérer cette fois la composante verticale du terme de vitesse de la glace. L'intégration sur l'ensemble de la colonne de la relation d'incompressibilité permet de relier $w(z)$ à l'expression de la vitesse horizontale selon :

$$w(z) - w(h) = - \int_h^z \nabla \cdot \mathbf{v}(z) dz \quad \text{(VII-9)}$$

avec comme condition à la limite en surface une relation cinématique qui relie la vitesse verticale de la glace en surface $w(H_g+h)$ à celle de la surface libre $\partial(H_g+h)/\partial t$ à un terme d'advection $\mathbf{v}(H_g+h) \cdot \nabla(H_g+h)$ et au bilan b selon :

$$w(H_g+h) = \frac{\partial(H_g+h)}{\partial t} + \mathbf{v}(H_g+h) \cdot \nabla(H_g+h) - b \quad \text{(VII-10)}$$

Le champ de vitesse complet de la calotte est de la sorte entièrement calculé.

β) *Ice shelf*

A la différence de la calotte posée, l'approximation de la couche mince à l'ordre 0 n'est plus possible au niveau de l'ice-shelf. Par contre, le fait qu'il n'y ait plus de friction basale et que certains cisaillements peuvent être négligés, permet de supposer des vitesses horizontales et des taux de déformation indépendants de la coordonnée z dans la glace (Huybrechts, 1990). En reconsidérant le système quasi-statique et en utilisant cette dernière hypothèse avec l'aide d'une formulation plus appropriée de la loi de comportement (VII-3), il est possible de relier les différents termes du vecteur vitesse horizontale sous la forme d'un système d'équations

différentielles du second ordre, qui en deux dimensions s'écrit (Herterich, 1987) :

$$2 \frac{\partial}{\partial x} \left[f \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[f \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} f \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] = \rho g A (T^*)^{\frac{1}{3}} \frac{\partial (H+h)}{\partial x}$$

(VII-11)

$$2 \frac{\partial}{\partial y} \left[f \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[f \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} f \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] = \rho g A (T^*)^{\frac{1}{3}} \frac{\partial (H+h)}{\partial x}$$

avec f une combinaison des termes $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, $\partial v/\partial x$, $\partial v/\partial y$ et de leur carrés respectifs. Ce système non linéaire d'équations de type elliptique se résoud numériquement par une méthode de relaxation (Huybrechts, 1992). La prescription des conditions aux limites à la bordure marine de l'ice shelf suppose que ce dernier s'étende librement et uniformément sans contraintes provenant d'un quelconque confinement et que la contrainte au front est exactement compensée par la pression qu'exerce l'eau de mer. Inversement, à la ligne d'échouage, le lien avec la zone de transition se fait grâce à la continuité des composantes de la vitesse intégrées sur l'épaisseur de glace. Ces équations sont celles du modèle initial de Huybrechts et ne permettent pas un véritable couplage thermo-mécanique. Depuis peu, un autre jeu d'équations plus performant a été proposé (Mc Ayeal et al., 1996) et a été intégré dans la nouvelle version du modèle.

γ) La zone de transition

Il s'agit vraisemblablement de la partie la plus délicate dans la mesure où l'on passe ici d'une zone à cisaillement dominant (calotte) à une autre où ce sont les contraintes normales qui prévalent (ice-shelf). Donc a priori, tous les types de contrainte sont potentiellement importants et ne peuvent pas être négligés. Le point crucial ici concerne le positionnement de la ligne d'échouage contrôlé par le critère de flottaison à partir de la profondeur d'eau et de l'épaisseur de glace à l'aplomb de cette ligne. Cependant des considérations qui dépassent quelque peu le cadre de cette étude (notamment le fait que l'extension de cette zone est du même ordre de grandeur que la résolution spatiale du modèle), font que les approximations valables pour la calotte posée (eq. VII-6) sont ici reprises mais en tenant compte cette fois-ci des contraintes longitudinales τ'_{xx} , τ'_{yy} et τ'_{xy} qui amoindrissent localement la viscosité. Cette approche est loin d'être rigoureuse et pas toujours justifiable. Elle ne saurait être qu'un pis-aller en attendant de véritables modèles d'ice shelves correctement couplés aux modèles de calottes.

1.1.5 Couplage thermo-mécanique

Comme il vient d'être vu, quelle que soit la zone considérée, il existe une étroite imbrication entre le comportement mécanique et le champ de température. Non seulement la connaissance de ce champ est indispensable au calcul correct de la vitesse, comme en témoigne le terme $A(T^*)$ dans (VII-7) et (VII-11), mais la déformation de la glace détermine elle aussi en partie les valeurs de la température. En effet, le déplacement de la glace dans ce champ de température entraîne un terme d'advection de chaleur tout comme la déformation de la glace est à l'origine d'une production locale de chaleur. L'expression locale du bilan de chaleur permet alors d'établir l'équation de la chaleur, qui intégrée sur l'ensemble de la calotte avec les conditions aux limites appropriées permet d'établir le champ complet de température. Pour la calotte cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \nabla^2 T - \mathbf{V} \cdot \nabla T + \frac{\Phi}{\rho c_p} \quad \text{(VII-12)}$$

Le premier terme du membre de droite représente la diffusion verticale de la température avec k la conductivité thermique correspondante ($\text{J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{yr}^{-1}$) et c_p la capacité calorifique de la glace ($\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). Le second terme représente l'advection de chaleur liée au déplacement de la glace (\mathbf{V} représente ici le vrai vecteur vitesse et non plus la seule composante horizontale). Enfin le troisième terme représente la contribution de la déformation de la glace dans la production de chaleur avec la quantité de chaleur Φ qui s'exprime en fonction des principales contraintes et des principaux taux de déformation correspondants selon :

$$\Phi = 2\dot{\epsilon}_{xz} \tau_{xz} + 2\dot{\epsilon}_{yz} \tau_{yz} \quad \text{(VII-13)}$$

La première condition aux limites permet d'intégrer l'impact climatique sur le modèle (un des principaux forçages) en prescrivant les variations de température en fonction du temps à la surface de la calotte. La seconde condition aux limites concerne la base de la calotte où le flux géothermique avec une valeur représentative des vieux boucliers ($54.6 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$, Huybrechts, 1992) et une dissipation liée à l'éventuel glissement permettent de fixer le gradient de température basale. Pour le shelf, la répartition de température est considérée de manière beaucoup plus simple sous la forme d'une régression linéaire entre une température

basale à peu près constante de -2°C (température de fusion de l'eau de mer) et une température de surface moyenne de -18°C à qui l'on fait subir les effets du forçage climatique.

1.1.6. Résolution

La résolution numérique des différentes équations ainsi obtenues suppose maintenant une discrétisation de l'ensemble des variables sur les points de la grille spatiale du modèle. Le schéma numérique le plus approprié dépendra du type d'équation à traiter et sera généralement celui qui offrira un pas de temps le plus grand possible sans être trop instable. Un pas de temps le plus grand possible est en effet d'autant plus intéressant qu'il minimise le nombre d'itérations et donc le temps de calcul. En découpant la calotte en une dizaine de couches horizontales et en adoptant une résolution spatiale de 40 km en x et y, les pas de temps nécessaires à la stabilité numérique peuvent difficilement excéder quelques dizaines d'années et ce, du fait du caractère hautement non-linéaire de l'équation traitée. A titre d'exemple, la résolution spatiale de 40 km (soit 141×141 points de grille pour couvrir l'Antarctique) dans le modèle de Huybrechts ne permet pas d'excéder 40 ans pour le pas de temps. Malgré cette valeur maximale, une simulation sur 10 000 ans nécessite encore 18 minutes de temps CPU sur super calculateur de type CRAY-2.

1.1.7 Données en entrée, forçage et configuration initiale.

Le principe de ces modèles évolutifs de calotte consiste à partir d'un état initial, puis de modéliser les évolutions en fonction du temps de la géométrie de la calotte en réponse à des sollicitations environnementales. Cela suppose la connaissance de quelques données en entrée pour le modèle comme la topographie du lit rocheux, le champ de température initial en surface, le bilan de masse, divers paramètres physiques régissant les équations et enfin un état initial. Le forçage consiste en la prescription des variations eustatiques du niveau des mers (à partir de courbes comme celle de SPECMAP, figure VI-3) et de la variation de température en fonction du temps que l'on suppose spatialement homogène (courbe de Vostok (VI-4) ou encore GRIP). Les variations du niveau marin jouent essentiellement à la transition avec les shelves en contrôlant la position de la ligne d'échouage (voir chapitre III). Les variations de

température en surface quant à elles, se répercutent à terme sur la distribution profonde dans la glace (avec entre autres des conséquences sur la rhéologie) et surtout modifient le bilan de masse (voir le chapitre III). Le forçage consiste ici à ajouter uniformément à l'ensemble du champ de température actuel une variation globale déduite des courbes climatiques.

La configuration de départ pour une simulation dans le temps pose souvent problème. En effet, à moins de partir de la configuration actuelle, on ne dispose en général d'aucune donnée permettant de remonter à une configuration passée. Dans la réalité, on s'arrange toujours pour démarrer les simulation au moment d'un stade interglaciaire dont les paramètres (proches des actuels) sont déduits de la configuration présente. Le problème n'est cependant pas aussi simple dans la mesure où la configuration actuelle n'est vraisemblablement pas en équilibre avec les conditions présentes (Il faut s'attendre à une évolution à long terme en réponse aux changements environnementaux de la fin du dernier stade glaciaire). En effets, des processus comme la stabilisation de la température dans la glace ou encore le réajustement isostatique sont probablement aujourd'hui encore en phase de rééquilibration. Ces processus font que, même sous des conditions de forçage maintenues constantes aux valeurs actuelles, la calotte est amenée à encore évoluer de manière significative dans le futur. Pour partir d'une situation initiale significative, il est préférable de considérer l'état stationnaire correspondant aux conditions présentes (ou celles d'un précédent interglaciaire) et non l'état actuel. Pour obtenir cet état, il suffit de partir de la configuration actuelle et de faire tourner le modèle suffisamment longtemps (sous les conditions de forçage actuelles) jusqu'à l'obtention d'une stabilisation représentant l'état stationnaire de la calotte. Ce n'est qu'à partir de cet état que l'on pourra ensuite forcer le modèle par un scénario de forçage (température et niveau marin) et observer la réponse en conséquence de la calotte donnée par le modèle.

1.2. Importance de la réponse terrestre

Pour illustrer notre propos, nous rappelons ici brièvement les principaux effets de l'isostasie sur la dynamique glaciaire décrits au chapitre III. Par l'intermédiaire de l'altitude du socle h_b , la réponse terrestre contrôle tout d'abord la pente en surface de la calotte (H_g+h_b) et ainsi la vitesse de l'écoulement. Cette réponse joue aussi sur l'altitude de la calotte dans le champ de température, avec un premier effet sur le taux de déformation ou encore la vitesse

de l'écoulement (à cause de la loi rhéologique fortement dépendante de la température). Ensuite, par l'intermédiaire de la température de surface, l'altitude du socle influence sur le bilan de masse (voir la notion de ligne d'équilibre au chapitre III). Enfin, dans le cas d'une calotte marine développant un ice-shelf comme c'est le cas avec l'Antarctique de l'Ouest, des effets notoires de la réponse isostatique sont à attendre du fait de l'extrême sensibilité de la ligne d'échouage à la topographie du socle.

La figure suivante résume la structure du modèle glaciologique utilisé ici (Huybrechts, 1992) et illustre bien à quel point la topographie du socle intervient à tous les niveaux.

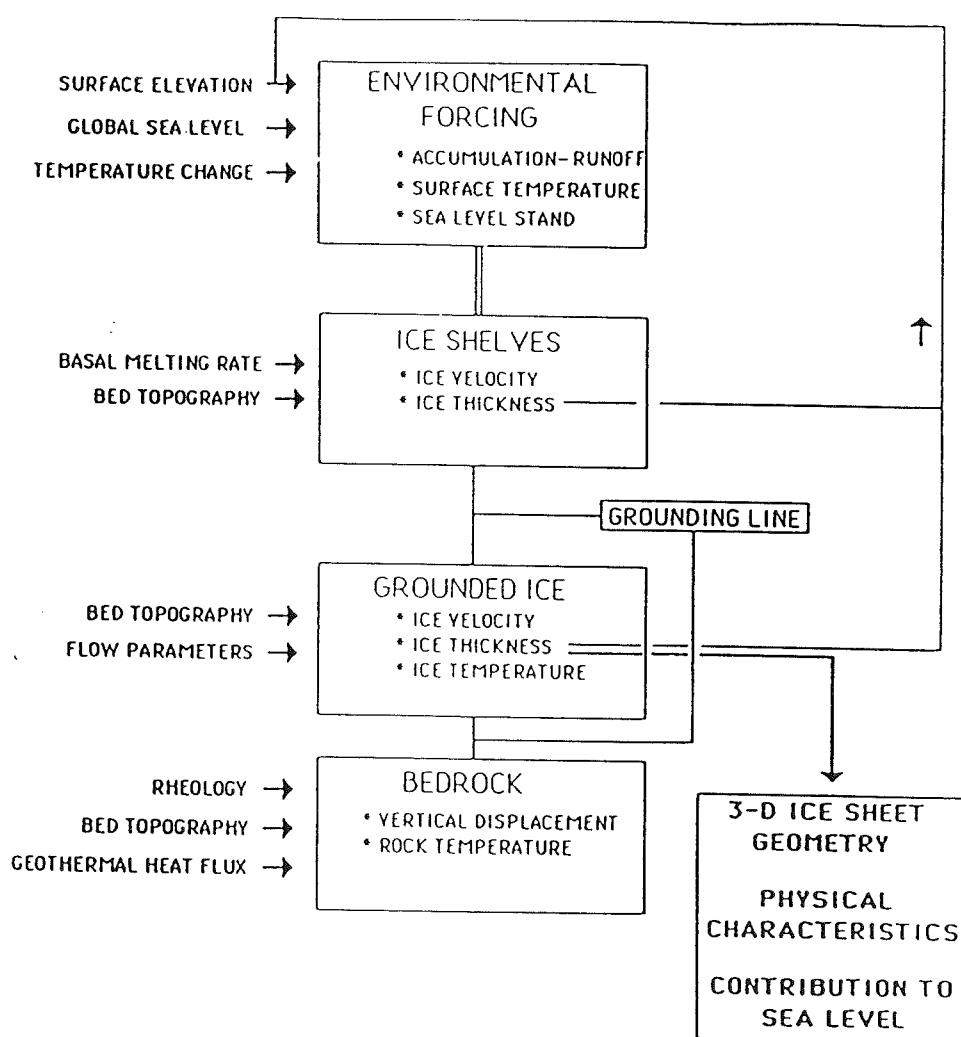


Figure VII-1 : Schéma de fonctionnement du modèle glaciologique de Huybrechts. A partir de la répartition actuelle du bilan, du forçage en température et en niveau marin (case "Environmental forcing"), le modèle restitue la géométrie de la calotte, la vitesse de l'écoulement ou encore la répartition de température de la glace en fonction du temps. (D'après Huybrechts,1992).

1.3 Calcul et prise en compte de l'isostasie dans le modèle global

L'aspect interactif est ici très important car non seulement la réponse isostatique est calculée en fonction de la calotte, mais l'effet de cette réponse est ensuite pris en compte dans le calcul de la nouvelle distribution de glace au pas de temps suivant. Concrètement, dans le cas des paramétrisations usuelles, le profil isostatique à l'équilibre est dans un premier temps calculé à partir des épaisseurs de glace pronostiquées par le modèle au pas de temps i . L'intensité du déséquilibre isostatique obtenu par différence avec la position courante du socle permet ensuite de calculer la réponse terrestre. On obtient alors le nouveau profil pour le socle dont les valeurs, par l'intermédiaire du bilan, de la rhéologie ou encore de la ligne d'échouage, permettent finalement le calcul des nouvelles épaisseurs de glace au pas de temps $i + 1$. Cet aspect en retour de l'isostasie à plusieurs niveaux apparaît sur la figure sous la forme de la topographie du socle (bed topography), comme paramètre en entrée à chaque nouveau pas de temps (figure VII-1).

2. Comparaison des 4 paramétrisations usuelles de l'isostasie

2.1 Description de la simulation

La simulation consiste ici à comparer les 4 paramétrisations décrites au chapitre III que sont la relaxée locale, la relaxée régionale, la diffusive locale et enfin la diffusive régionale. Dans les 4 cas, le modèle complet (glace + isostasie) simule l'évolution de la calotte Antarctique au cours du dernier cycle glaciaire (125 000 ans) sous les mêmes conditions. Le forçage en température est issu de la courbe de Vostok (figure VI-4) et celui du niveau marin à partir de la courbe SPECMAP (VI-3). La configuration de départ pour la calotte à -126 000 ans a été obtenue en rentrant la configuration actuelle de l'Antarctique dans le modèle que l'on a ensuite fait tourner sous les conditions actuelles (température et niveau marin) jusqu'à l'obtention de l'état stationnaire. Quant à la topographie de départ pour le socle, elle a été obtenue de la même façon que pour la calotte, à partir de la distribution actuelle (supposée alors stationnaire par rapport aux conditions présentes). Cette stationnarité est évidemment fautive comme le montrera plus tard cette simulation, mais le manque de données sur le

dernier interglaciaire oblige à ce genre d'approximation.

2.2 Forme de sortie des résultats

2.2.1 Dualité géométrie comportement en temps

Les sorties de ce genre de modèle seront essentiellement de deux types. Il est soit possible de se fixer une date au cours de la simulation (correspondant à un nombre entier de pas de temps), de choisir ensuite une variable représentative (épaisseur de glace, altitude du lit rocheux, vitesse de déplacement comme la figure VII-2) et de la représenter pour l'ensemble du domaine. Il est aussi possible de suivre une variable "globale" comme le volume total de glace ou encore une moyenne géographique comme l'altitude moyenne du socle tout au long de la durée de la simulation (figure VII-3).

La comparaison pourra donc se faire à la fois sur le comportement en temps de la calotte ou du socle, ainsi que sur la géométrie à date fixe du système. Il faut cependant savoir que du fait de ce couplage entièrement interactif (qui fait que l'impact en retour de l'isostasie sur la glace est pris en compte), les configurations analysées ici ne sont plus les seuls effets de l'isostasie, mais ceux de la dynamique spécifique au système Terre-glace. Ceci a pour conséquence de sérieusement compliquer l'interprétation des résultats, surtout ceux en fonction du temps en raison de l'émergence de comportements hautement transitoires liés à ce genre de couplage

2.2.1 Les limitations dans l'interprétation

De cette comparaison il ne sera pas possible de désigner de manière certaine quelle peut être la meilleure paramétrisation. L'Antarctique, à la différence de la Fennoscandie par exemple, n'offre guère de possibilités de validation et ce pour plusieurs raisons. Tout d'abord l'accès aux informations topographiques du socle n'est pas direct (le continent étant entièrement recouvert de glace), et se fait à l'aide de radars dont la précision n'égale pas encore celle de mesures de nivellement. Ensuite pour l'Antarctique n'existe pas un suivi

suffisamment long et continu permettant de mettre en évidence des tendances. A partir de la topographie que l'on observe aujourd'hui, rien ne permet de dire quelle est la composante isostatique et quelle peut être la tendance évolutive. La dynamique du procédé isostatique est telle qu'il faut plusieurs décennies de mesures (comme les nombreuses campagnes de nivellement en Fennoscandie et les mesures marégraphiques sur l'ensemble des rivages Européens tout au long du dernier siècle) ou bien des marqueurs de l'exhaussement du sol (comme les plages soulevées et datées) pour appréhender correctement le procédé et valider, le cas échéant, un modèle isostatique.

2.3 Aspect Géométrique

La carte des vitesses verticales actuelles du substratum apparaît comme représentative pour ce genre de comparaison. Elle présente l'avantage de ne pas avoir à faire référence à des configurations initiales différentes et inhérentes à chaque modèle. En effet, si l'on s'intéresse par exemple à la déglaciation et ses conséquences (du dernier maximum glaciaire au présent) on est confronté à des topographies initiales différentes aux alentours de -8 000 ans comme le montre la figure (VII-3). De plus, les vitesses, surtout actuelles, sont ici intéressantes pour une comparaison dans la mesure où chaque modèle a grossièrement subi le même scénario de déglaciation, comme en témoignent les variations du volume total de la figure VII-3 (5 lignes presque parallèles du dernier maximum glaciaire au présent).

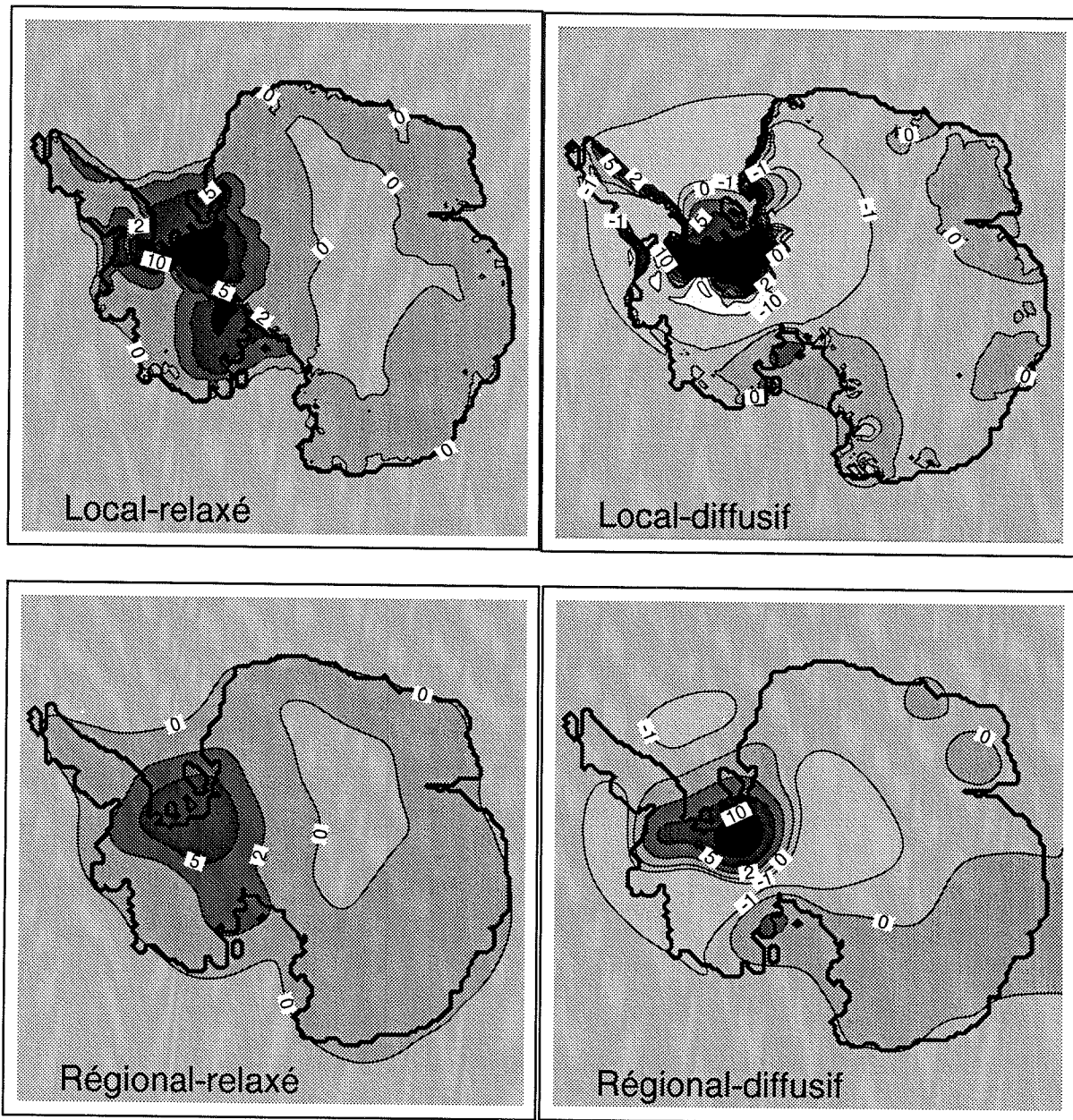
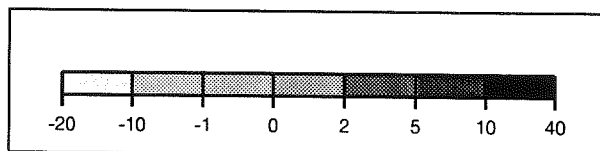


figure VII-2 : Comparaison des champs de vitesse de remontée en Antarctique à l'aide de chacun des 4 modèles décrits. Les valeurs sont en cmlan et correspondent à des affaissements lorsqu'elles sont négatives. (D'après Le Meur et Huybrechts, 1995).



Un des aspects qui frappe le plus dans cette comparaison vient de la très nette différence entre les deux modèles locaux et les deux modèles régionaux. Par le fait de ne pas intégrer la rigidité lithosphérique, la réponse locale est le reflet géométrique direct des variations d'épaisseurs de la glace. Inversement dans le cas régional, le signal glaciaire est lissé, témoignant du rôle de filtre que peut jouer la lithosphère. Bien que l'on ne dispose pas ici de critères absolus permettant d'affirmer la nécessité d'incorporer la rigidité lithosphérique, on peut cependant se rendre compte des effets de la régionalisation sur le rendu géométrique de la réponse isostatique sous une calotte. On retrouve au passage le résultat théorique selon lequel une réponse locale est plus prononcée par rapport à la réponse régionale correspondante. Si l'on compare les modèles ne différant que par le traitement lithosphérique, on observe pour les modèles relaxés une vitesse maximale de 15 cm/an dans le cas local contre moins de 10cm/an dans le cas régional. Pour les modèles diffusifs, on passe d'un maximum de 40 cm/an pour le cas local contre 16cm/an pour le cas régional.

Le second aspect remarquable vient de la nature concentrique des modèles diffusifs où la zone centrale de remontée est entourée d'une zone d'affaissement parfois très prononcée. Il s'agit là de l'effet de bourrelet qui joue en sens inverse par rapport à la situation à laquelle on est habitué (une dépression centrale bordée par le bourrelet). Si ce bourrelet est une réalité, il n'en n'est pas moins très exagéré dans les modèles diffusifs, surtout dans le cas local qui renforce localement l'effet (-3.75 cm/an dans le cas régional et -23cm/an dans le cas local). La raison vient de la philosophie du modèle diffusif qui, en négligeant la composante verticale de la vitesse dans les mouvements de fluide favorise un flux canalisé en surface. Ainsi, à toute zone de mobilité dans un sens doit impérativement correspondre, dans un voisinage proche (en fait dès que le régime de contraintes le permet), une zone concentrique d'inversion afin de conserver la matière. On comprend alors que le phénomène soit encore plus favorisé dans le cas local.

L'autre grande faiblesse de l'approche diffusive vient du fait de considérer une profondeur H_1 dans l'asthénosphère en dessous de laquelle les effets de la sollicitation de surface ne se font plus sentir (paragraphe 4.3.2, chapitre III). Cette profondeur est complètement arbitraire et n'a aucun sens physique, bien que le coefficient de diffusion y soit très sensible (III-19). De plus ce paramètre ne peut pas être calé individuellement de manière empirique puisque le terme de diffusivité D_a , le seul auquel on ait vraiment accès (vu l'allure

de l'équation III-19), dépend aussi de la viscosité η . Les données sur le rebond postglaciaire semblent favoriser des valeurs de diffusivité de l'ordre de $0,5.10^8$ m²/an, valeur utilisée dans la comparaison ci-dessus.

Enfin, la résolution de l'équation de diffusion pour l'asthénosphère suppose la prescription de conditions en limite de domaine. Ces conditions consistent à prescrire, au cours de la simulation, l'évolution de la valeur de l'affaissement (condition de Dirichlet) ou de la valeur du gradient c'est à dire la pente (condition de Neuman) aux extrémités du domaine. Le problème vient du fait que ces conditions sont susceptibles d'évoluer au cours du temps, et que l'absence d'informations indépendantes pour les contraindre oblige à prescrire ces conditions comme constantes.

2.4 Aspect chronologique.

L'analyse conjointe de l'évolution du volume total de glace ainsi que de la topographie moyenne du substratum (figure VII-3) permet de dégager quelques caractéristiques chronologiques intéressantes. On peut déjà remarquer le retard dans la réponse du socle face à la sollicitation que crée une brusque variation du volume de glace. Ainsi face à la montée en volume de la glace pour arriver au dernier maximum glaciaire, on observe déjà un léger retard dans la réponse terrestre. Ensuite, face à la déglaciation massive qui suit, on observe un retard bien plus conséquent. Il s'agit là de l'illustration du caractère transitoire de la réponse isostatique, lequel est d'autant plus poussé que la dynamique de charge est forte (paragraphe 2.2 chap. II). Cette non linéarité n'est pas aussi simple que celle que l'on peut obtenir en cas de rebond post glaciaire (Fennoscandie) dans la mesure où des effets non-linéaires liés cette fois-ci à la dynamique glaciaire interviennent aussi.

On peut cependant noter une nette différence de comportement entre l'approche diffusive et la relaxée sur la figure (VII-3) avec un net retard à la réponse pour les deux modèles diffusifs par rapport aux relaxés. En effet, lorsque la distribution de glace a recouvert un état quasi-stationnaire (à partir de + 10 000 ans, soit 15 000 ans après l'instauration des conditions de forçage actuelles), les deux modèles relaxés tendent rapidement vers l'état stationnaire alors que les deux modèles diffusifs en sont encore très loin.

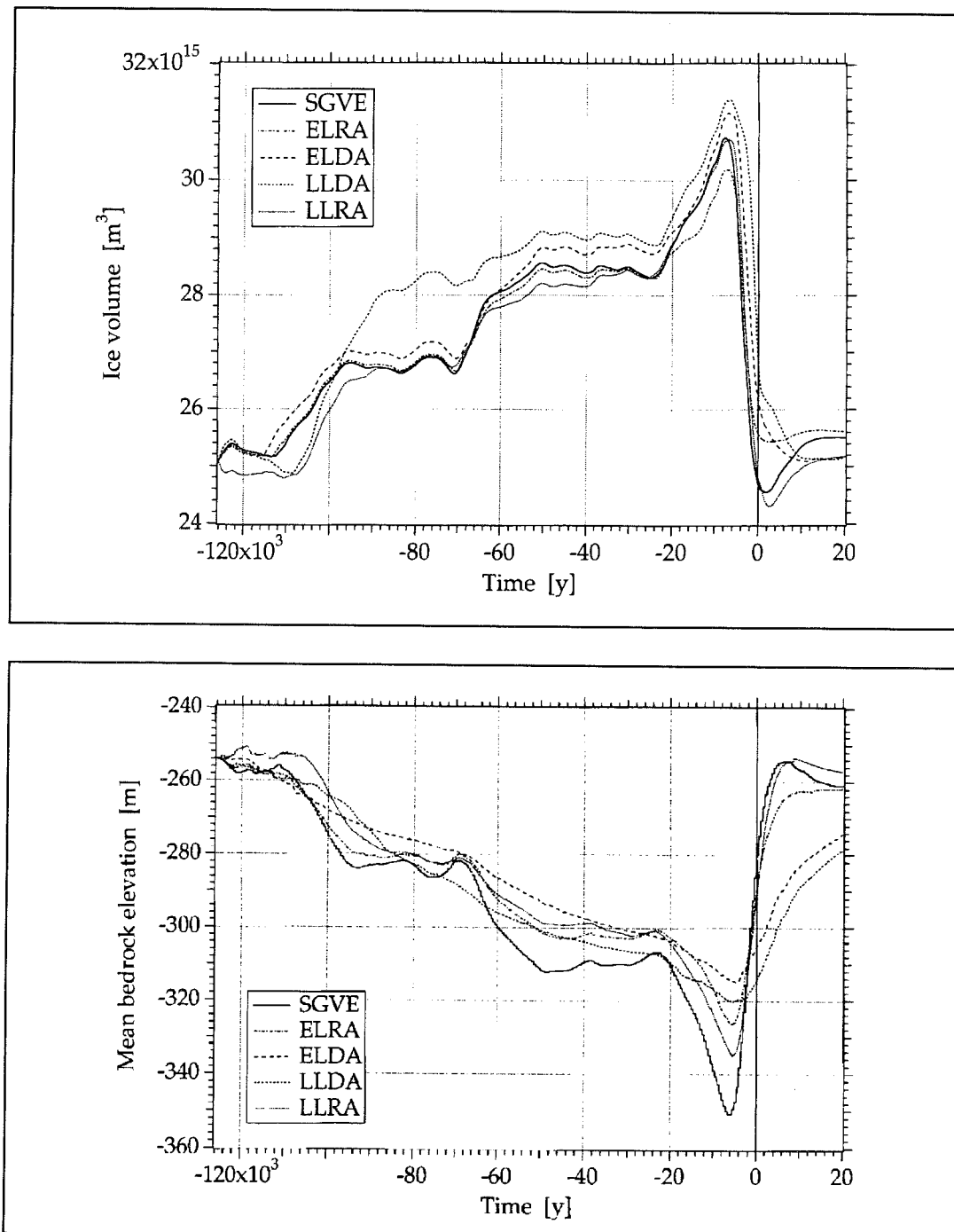


Figure VII-3 : Modélisation des fluctuations du volume total de glace et de la topographie moyenne sur l'Antarctique au cours du dernier cycle climatique. **LLRA** vaut pour Local-relaxé, **LLDA** pour Local-diffusif, **ELRA** pour Régional-Relaxé, et **ELDA** pour Régional-diffusif. Le label **SGVE** (Self-Gravitating Visco-Elastic) correspond au modèle décrit dans cette étude. D'après Le Meur et Huybrechts (1995).

On met ici en évidence un autre gros défaut de l'approche diffusivité qui possède un temps de réponse caractéristique proportionnel à la taille caractéristique de la charge au carré ! Si l'on appelle L_s cette taille que nous prendrons égale à 1 000 km pour l'Antarctique de l'Ouest, cette constante vaut alors L_s^2/D_a soit 20 000 ans (avec $D_a = 50 \text{ km}^2/\text{an}$). Cette dépendance par rapport à la taille va à l'encontre de l'approche décrite au chapitre II où le temps caractéristique est inversement proportionnel à cette taille ou longueur d'onde caractéristique (cf. équation II-15). Elle va aussi à l'encontre de la dépendance plus subtile que met en évidence la décomposition en harmoniques sphériques des modèles spectraux où l'approche physique est beaucoup plus poussée et réaliste. Enfin et surtout elle contredit les mesures de spectres de réponses issus de datations de plages soulevées en Fennoscandie (McConnell, 1968) et qui suggèrent des constantes de temps entre 1000 et 5000 ans pour les grosses calottes. De ce point de vue, la constante des deux modèles relaxés à 3000 ans est beaucoup plus réaliste, même si elle est déterminée empiriquement.

3 Couplage avec le modèle développé dans cette étude

3.1 Aspects pratiques du couplage

A la différence des 4 précédentes paramétrisations où l'on raisonnait en termes d'écart à l'équilibre isostatique, le calcul de la réponse isostatique au sein du modèle de glace suit ici le même principe que dans le cas d'un scénario prescrit. Dès lors que le processus de convolution en temps et en espace est maîtrisé (chapitre VI), l'intégration dans un modèle glaciologique d'un modèle comme celui développé dans cette étude ne pose plus de problèmes majeurs.

La prise en considération de l'isostasie sur la dynamique glaciaire est d'autant meilleure que le profil isostatique est calculé fréquemment. Il est bien évidemment exclu de recalculer ce profil à chaque pas de temps pour le modèle de glace (de l'ordre de l'année), ne serait-ce que pour des raisons de temps de calcul ou de capacités de mémoire informatique. De plus, la dynamique terrestre opère à des échelles de temps bien supérieures à celles de la glace, c'est pourquoi l'appel au calcul de l'isostasie tous les 500 ans semble un bon compromis. En effet, sur une telle durée, le déplacement vertical du socle n'excède pas

quelques dizaines de mètres (voir les vitesses maximales que l'on est susceptible de rencontrer sur les figures suivantes), de telle sorte qu'un "échantillonnage" plus serré ne modifierait pas de manière significative les résultats. Malgré ces 500 ans, la période de mémorisation fixée à 30 000 ans (chaps. V et VI) oblige à garder en mémoire pour l'ensemble de la surface d'étude, les valeurs de charge pour les 60 pas de temps précédents. Sachant que la résolution spatiale du modèle de glace est de 40 km, que la surface couverte représente un carré de 5640 km de côté, cela suppose un tableau "glissant" (réactualisé à chaque pas de temps) de 141 x 141 x 61 chiffres, soit une taille mémoire d'environ 10 Mo.

Si pour une configuration de calotte donnée, le calcul de la réponse isostatique est ici complètement différent par rapport aux paramétrisations précédentes, l'impact en retour de la réponse terrestre est ensuite géré exactement de la même façon par le modèle de glace. Pour donner un sens à la comparaison qui suit, les paramètres terrestres du modèle de Terre sont ici légèrement différents de ceux du modèle de référence utilisé au chapitre VI. Les valeurs de viscosités pour le manteau ont été prises légèrement plus faibles ($1,0 \cdot 10^{21}$ Pa.s au lieu de $1,5 \cdot 10^{21}$ Pa.s pour le manteau inférieur et $5,0 \cdot 10^{20}$ Pa.s au lieu de $7,5 \cdot 10^{20}$ Pa.s pour le manteau supérieur). Ces valeurs sont celles pour lesquelles, le modèle de Terre présente une constante de temps caractéristique globale (en fonction des modes prédominants) la plus compatible avec la période caractéristique τ prise à 3 000 ans pour les deux modèles relaxés. Enfin, la lithosphère a été supposée uniforme avec une épaisseur de 100 km sur l'ensemble du continent Antarctique, bien que cette épaisseur présente vraisemblablement des hétérogénéités latérales (voir le paragraphe 4.2.2 du chapitre III).

3.2 Déformation en surface et mobilité verticale du socle

3.2.1 Déviations par rapport à l'état stationnaire

La figure suivante montre la différence d'altitude du socle par rapport à la configuration de l'état stationnaire de départ à respectivement -10 000 ans (a) et l'actuel (b). La partie (a) montre la réponse du modèle (annoté SGVE) à la glaciation quelque 2 000 avant son apogée (on remarquera un maximum glaciaire beaucoup plus tardif que pour celui supposé pour les calottes de l'hémisphère Nord). Il n'est pas surprenant de voir que la dépression se situe essentiellement en Antarctique de l'Ouest, la seule région qui, selon les modèles

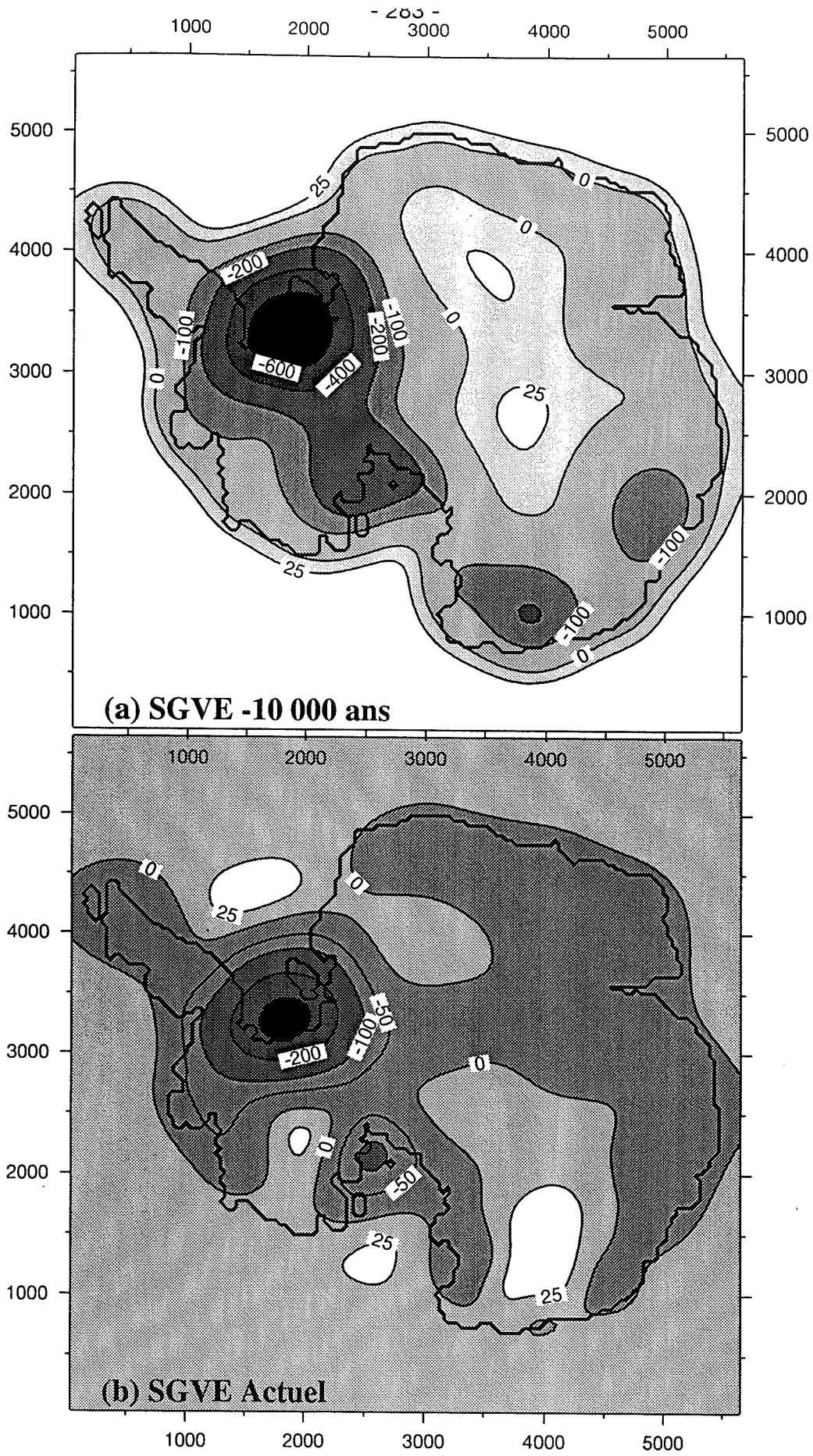


Figure VII-4 : Déviation par rapport à l'état stationnaire de la topographie du socle rocheux à -10 000 ans (a) et pour l'actuel (b). Le maximum dépressionnaire excède les 700 m à -10 000 ans et se situe aux alentours de 300 m pour l'actuel.

(Huybrechts, 1990a, 1990b, 1992), ait fait l'objet de variations notoires d'épaisseur de glace au cours du dernier cycle glaciaire. Il est même possible de localiser ces changements au niveau, voire légèrement en retrait, des deux principaux ice-shelves (shelf de Ross et shelf de Ronne), ce qui confirme leur forte instabilité en fonction du temps (voir chapitre III paragraphes 1.2.2 et 2.2).

La déviation à l'actuel traduit l'inertie de la réponse isostatique en réponse à la glaciation à -8 000 ans. Malgré le retour à des épaisseurs de glace proches de celles de l'état stationnaire (figure VII-3), la différence avec l'état stationnaire de référence reste importante sur les sites ayant connu de fortes variations de charge (les deux ice-shelves essentiellement). Il est normal que ce reliquat de dépression soit plus prononcé que ce que l'on connaît actuellement en Fennoscandie, vu que les variations d'épaisseur sont du même ordre, mais que par contre, la déglaciation fut bien plus tardive en Antarctique, du moins selon le modèle (Huybrechts, 1992). Etant donné que l'état stationnaire a été obtenu sous les conditions climatiques actuelles, ces valeurs représentent exactement les déplacements à venir si les conditions actuelles se maintiennent.

Enfin, les déplacements à -10 000 ans tout comme à l'actuel reproduisent les caractéristiques géométriques majeures de la réponse isostatique. On retrouve par exemple la régionalisation de la réponse, avec une dépression qui déborde les zones qui ont connu des variations de charge et qui se prolonge par exemple dans la mer au large des deux ice-shelves. On peut aussi suspecter la présence d'un bourrelet à -10 000 ans, essentiellement autour de l'Antarctique de l'Ouest. Il se devine en domaine continental (Antarctique de l'Est) et se surimpose à la surrection du plancher en domaine océanique (repousse l'isoligne 25m de la côte au large de l'ice-shelf de Ronne et de la Péninsule). On retrouve des vestiges de ce bourrelet à l'actuel (tâches blanches), bien qu'une isoligne intermédiaire entre 0 et +25 mètres permettrait sûrement de mieux visualiser sa répartition concentrique caractéristique.

3.2.2 Vitesse actuelle de remontée

La figure suivante représente la vitesse verticale actuelle du socle donnée par le modèle. On retrouve une disposition des vitesses calquée sur la répartition des déplacements restant à effectuer comme pour la Fennoscandie, avec un maximum local là où la variation

d'épaisseur de glace fut la plus importante (ice-shelf de Ronne). Le maximum à 10 cm/an représente un ordre de grandeur de plus que le maximum Fennoscandien actuel. La raison vient à la fois de l'amortissement de la vitesse en fonction du temps et du fait que pour l'Antarctique (selon le modèle), la déglaciation s'achève tout juste. Si pour la Fennoscandie on estime ces vitesses suite à la déglaciation (voir les données de niveau marin relatif, figure VI-12), on remarque par exemple que pour le site U entre -9 000 et -8 000 ans, le déplacement relatif est de l'ordre de la centaine de mètres (entre 240 et 150). Si l'on tient compte de la variation du niveau marin, cela correspond à un déplacement absolu encore plus important compatible avec des vitesses de l'ordre de 10 cm/an.

On pourra aussi remarquer les vitesses négatives de l'ordre du mm/an qui sont le résultat combiné de la réponse du plancher océanique au remplissage des mers et d'un effet de comblement du bourrelet (qui éloigne l'isoligne -0.15 cm/an des côtes autour de l'Antarctique de l'Ouest comme précédemment). Enfin, la disposition de l'isoligne -0.15cm/an en bordure du domaine est à interpréter comme un phénomène de bord (la charge devenant brusquement nulle en limite de domaine).

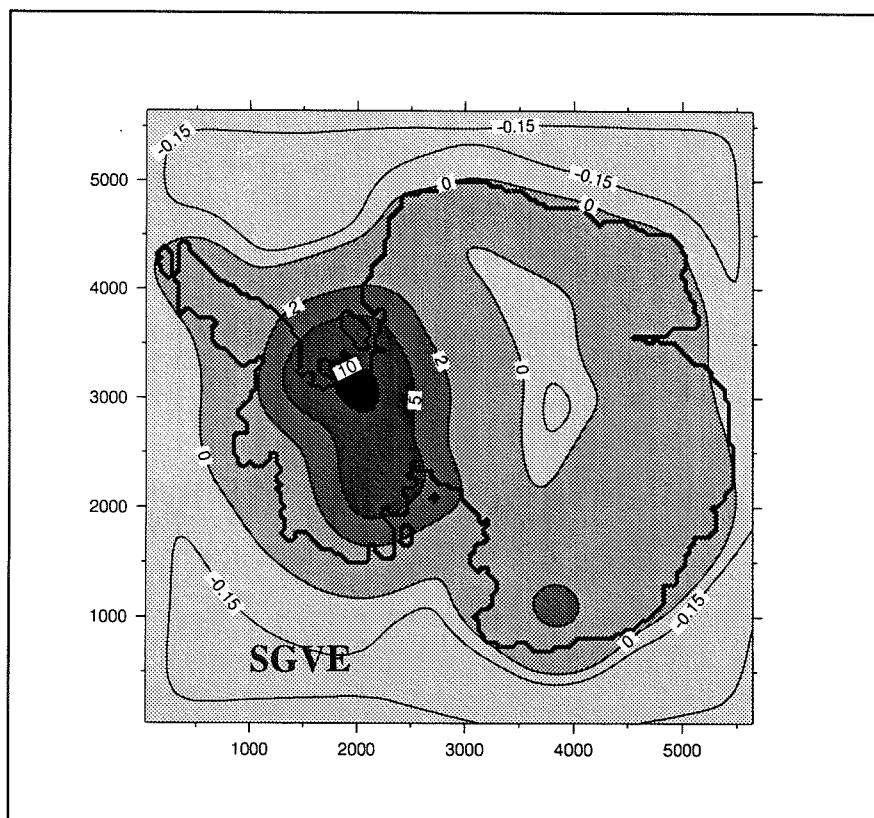


Figure VII-5 : Vitesse actuelle du socle modélisée sur l'Antarctique (cm/an)

L'observation des déplacements restant à effectuer (VII-4b) et de la vitesse (VII-5) que donne cette simulation pour l'actuel, suggère une remontée importante du socle notamment sous l'ice-shelf de Ronne. Sur la base de 5 à 10cm/an aujourd'hui, et en tenant compte de l'amortissement de la vitesse, il faut s'attendre à une remontée de 150 à 200 mètre d'ici 2 000 à 3 000 ans. C'est bien plus que la profondeur actuelle d'eau libre (celle entre le plancher océanique et la base de la glace flottante) en bien des endroits sous cet ice-shelf. On peut donc conclure au caractère transitoire à très court terme pour le Ronne ice-shelf, qui d'ici quelques milliers d'années risque très probablement d'être remplacé par de la glace "posée" (voir la notion de migration de la ligne d'échouage au chapitre III et Huybrechts, 1990a, 1990b, 1992). Les conséquences peuvent être importantes en termes de volume de glace, car le remplacement de la glace flottante (au maximum 300 mètres d'épaisseur) en glace posée (plus de 2 000 mètres) peut mobiliser des volumes de glace considérables. On remarquera qu'un tel procédé irait à l'encontre de la tendance générale en contribuant à une baisse du niveau des mers suite à la croissance de l'Antarctique de l'Ouest.

3.3 Comparaison avec les 4 paramétrisations usuelles

En créditant le modèle de cette étude d'une certaine fiabilité, notamment du fait de la physique assez rigoureuse sur laquelle il se base (par rapport aux autres paramétrisations), il devient envisageable de se servir des résultats de ce modèle comme élément de comparaison. Ainsi en comparant chacune des 4 paramétrisations usuelles aux résultats ci-dessus, (soit en comparant directement les champs de vitesses, figures VII-2 et VII-5, soit en regardant la différence dans les déplacements actuels, figures VII-6 et VII-7), on peut confirmer certaines constatations déjà émises concernant ces paramétrisations.

3.3.1 Comparaison du champ de vitesse actuel

Au niveau des vitesses (figures VII-2 et VII-5), le modèle de référence, par le fait de présenter une réponse régionale, se différencie très nettement des deux paramétrisations locales (LLDA et LLRA). Ensuite, il ne reproduit pas l'allure concentrique très poussée et

inhérente à la philosophie des modèles diffusifs (voir le paragraphe 2.3). Finalement, il présente le meilleur accord avec le modèle relaxé régional, aussi bien dans la répartition géographique que dans les valeurs de vitesses.

3.3.2 Différence dans les déplacements actuels entre chacune des paramétrisations et le modèle de référence (SGVE).

L'observation des figures VII-6 et VII-7 ne fait que confirmer les premières constatations déduites de l'analyse du champ de vitesse. Les paramétrisations locales montrent de grosses différences qui sont évidemment très ponctuelles. L'approche diffusive se démarque assez nettement aussi avec une structure concentrique ici encore observable (que donc SGVE ne reproduit pas). Comme avec le champ de vitesses, le meilleur accord est obtenu avec le modèle relaxé régional.

3.4. Quelques conséquences quant à la validité de ces modèles

Partant du principe que la rigidité lithosphérique est une réalité (pour les raisons évoquées au chapitre II) et vu la différence dans les résultats des modèles suivant qu'on en tient compte ou pas, il apparaît que négliger cette rigidité nuit inévitablement au rendu géométrique. Il semblerait même que le caractère local ou régional de la réponse ait aussi des effets sur le comportement en temps du modèle (cf. figure VII-2 où le retour à l'état stationnaire ne se fait pas de la même manière pour ELRA (régional-relaxé) et LLRA (local-relaxé), de même pour ELDA (régional-diffusif) et LLDA (local-diffusif)). Malgré le problème de la détermination correcte de l'épaisseur lithosphérique, l'utilisation de modèles régionaux semble l'approche la plus logique.

Ensuite, bien que les modèles diffusifs soient les plus utilisés, leurs résultats sont souvent irréalistes et la physique à la base de ces paramétrisations reste très critiquable. Leur succès vient peut-être du fait de leur capacité à rendre compte (de façon très probablement exagérée) du bourrelet asthénosphérique qui semble avoir souvent préoccupé les modélisateurs. Encore une fois, les valeurs excessives de ce bourrelet sont à mettre sur le

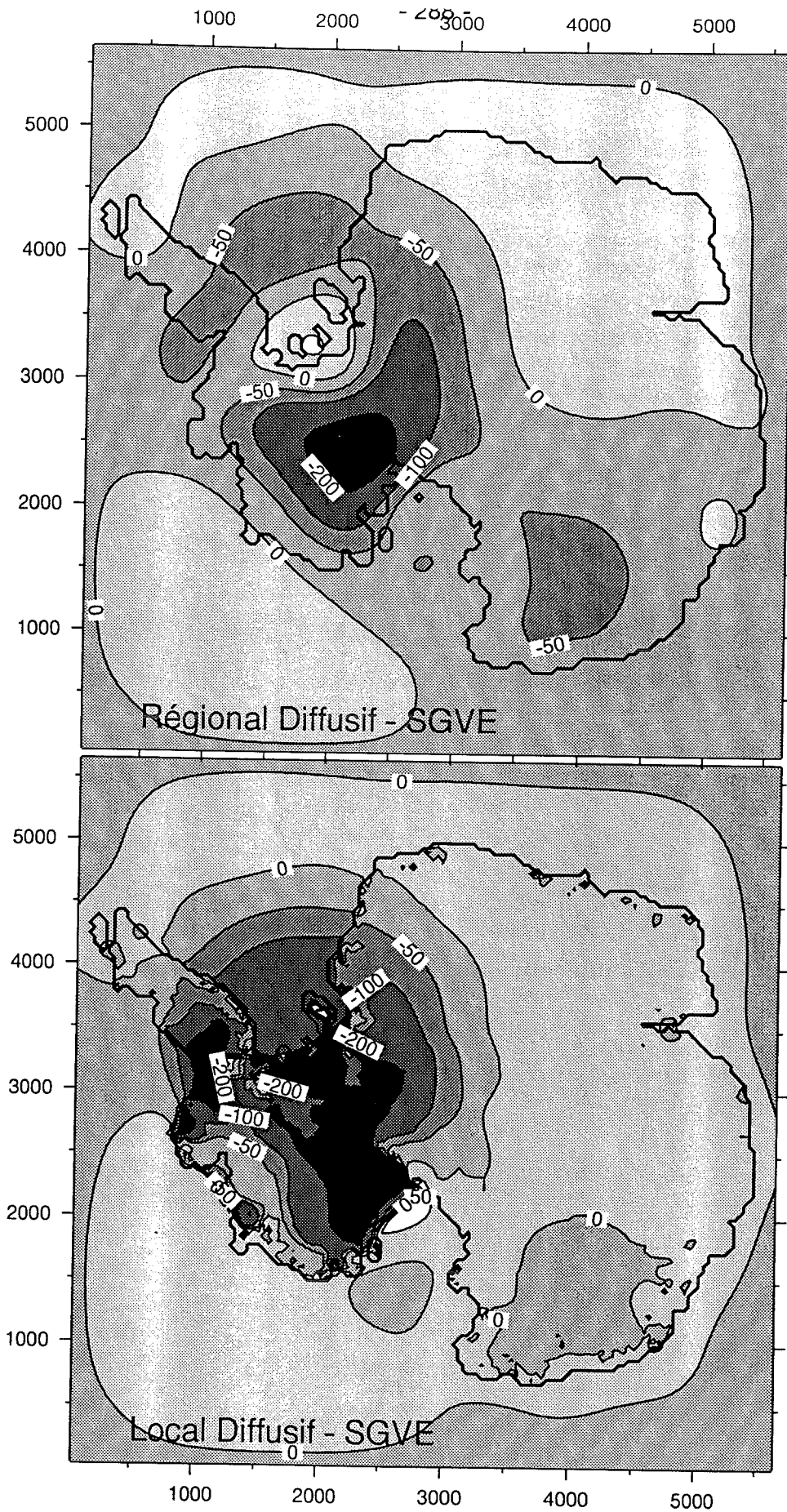


Figure VII-6 : Différence avec le modèle de référence (SGVE) dans la modélisation des déplacements de surface pour les deux modèles diffusifs (le régional et le local). Les valeurs sont en mètres et correspondent à l'actuel.

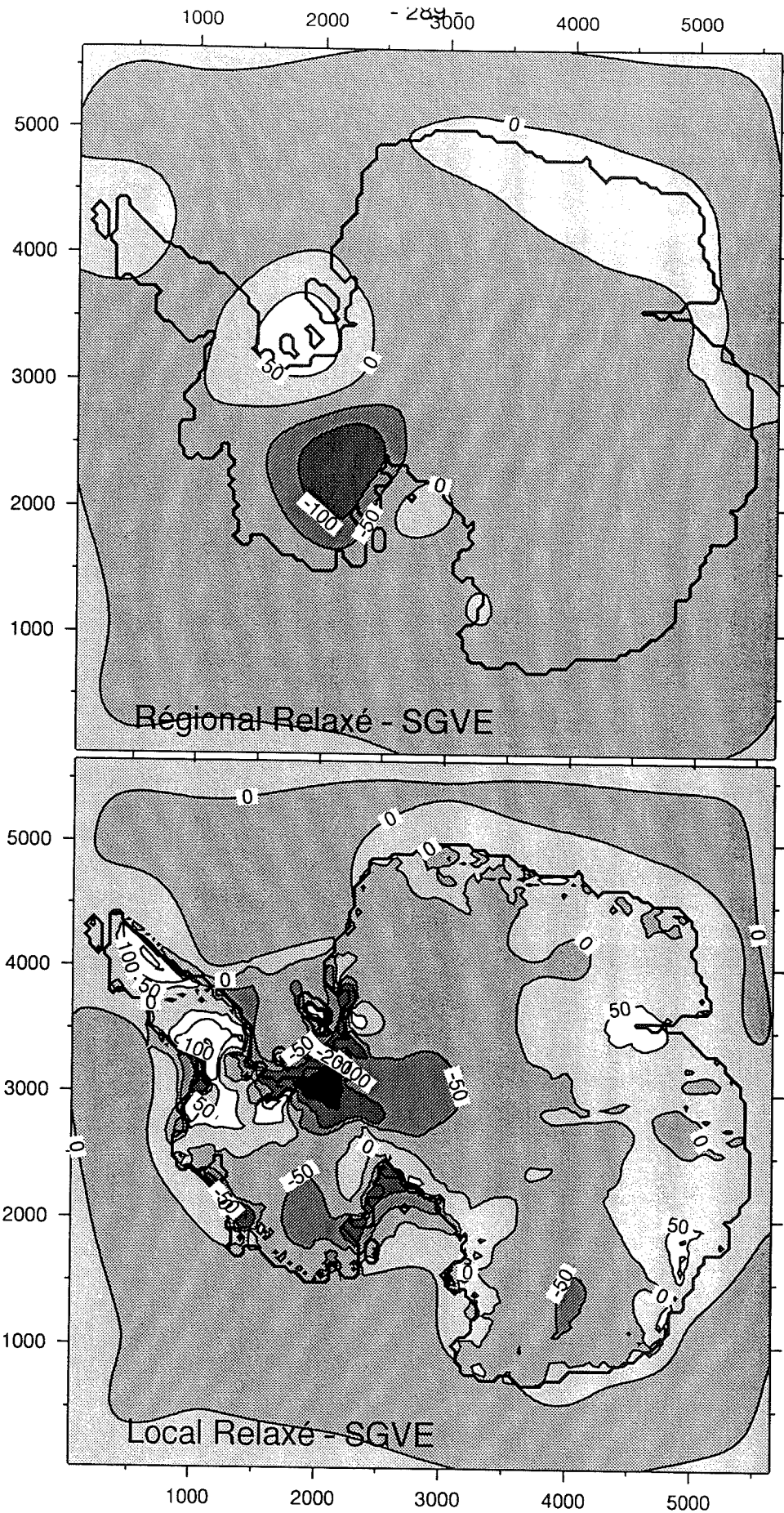


Figure VII-7 : Différence avec le modèle de référence (SGVE) dans la modélisation des déplacements de surface pour les deux modèles relaxés (le régional et le local). Les valeurs sont en mètres et correspondent à l'actuel.

compte d'une physique trop approximative.

L'approche diffusive est surtout très critiquable dans sa façon de rendre compte du comportement en temps avec une constante caractéristique souvent complètement erronée. Inversement, les modèles relaxés semblent assez réalistes de ce point de vue, même s'ils sont essentiellement phénoménologiques. Une approche empirique est sûrement plus souhaitable qu'une mauvaise approche physique. Persiste cependant le problème de la détermination la plus exacte possible de cette constante de temps. Une alternative pourrait consister à utiliser au niveau de ces modèles de constantes de temps au préalable déterminées par des modèles plus performants, comme celui décrit dans cette étude. Ces périodes caractéristiques dépendant du degré harmonique (voir les spectres, figure V-5a) seraient alors choisies en fonction de la taille représentative de la calotte à modéliser. Enfin, l'approche régionale relaxée présente en outre l'énorme avantage de figurer parmi les paramétrisations les plus simples à implémenter.

CONCLUSION

CONCLUSION

Cette étude se situe à cheval sur les domaines de la géophysique interne et de la glaciologie. Bien que les deux aspects soient abordés sous la forme de la description des modèles correspondants (modèles de Terre et de glace), la partie isostasie jouit d'un plus grand intérêt et représente le sujet d'intérêt principal de ce travail. Nous nous sommes attachés à décrire en détail les différents aspects de la réponse terrestre sous une charge, en insistant sur le cas d'une charge glaciaire. Les exigences de ce contexte glaciaire ainsi que les déficiences des approches faites jusqu'ici en glaciologie ont motivé le développement d'un modèle complet de Terre et son intégration dans un modèle évolutif de calotte glaciaire

L'isostasie figure parmi les premiers processus géodynamiques mis à jour, malgré des manifestations sur le terrain qui peuvent ne pas paraître évidentes. De plus, c'est semble-t-il l'isostasie dans sa version la plus "cachée" qui aurait été découverte la première, essentiellement suite aux travaux de Everest, Pratt et Airy au milieu du siècle précédent. A l'aide d'une incohérence des mesures gravimétriques par rapport aux prédictions théoriques, ils découvraient la compensation isostatique sous les reliefs, la principale manifestation de l'isostasie qualifiée de "gravimétrique" (Wolf, 1993). Il fallut attendre une dizaine d'années pour que le second aspect de l'isostasie, celui concernant la réponse de la Terre aux sollicitations des calottes glaciaires, soit mis en évidence par Jamieson en 1865. A la différence de l'isostasie gravimétrique, les effets de cette isostasie "glaciaire" sont directement observables sur le terrain au niveau des zones dites de rebond. Bien que le relèvement d'ensemble de ces terrains fut connu d'assez longue date (marqueurs naturels et faits anecdotiques), ce n'est que tardivement qu'il fut interprété comme la réponse retardée de la planète à la récente déglaciation. Même si elles diffèrent sur plusieurs points, ces deux expressions de l'isostasie sont complémentaires et la comparaison de leurs expressions respectives permet de mieux comprendre le processus d'ajustement isostatique.

Dès la découverte de l'isostasie gravimétrique, les premiers modèles de réponse terrestre virent le jour avec Pratt (1854) et Airy (1855). En considérant une croûte terrestre reposant sur un liquide a priori non visqueux, ces modèles ne peuvent que décrire des successions d'états d'équilibre à l'aide des lois de l'hydrostatique. Dans le cas de l'accommodation sous les reliefs ("isostasie gravimétrique"), ces représentations conviennent car la lenteur d'évolution de la charge en fonction du temps (vitesses orogéniques) justifie l'approximation de l'équilibre isostatique. Inversement, dans le cas de l'isostasie glaciaire, la vitesse d'évolution de la charge rapportée aux temps caractéristiques d'accommodation du manteau visqueux fait que l'équilibre n'est plus systématique. De tels modèles ne conviennent alors plus. Malgré la découverte de ces effets retardés de la réponse terrestre aux sollicitations glaciaires (Jamieson, 1865), il fallut attendre encore de nombreuses années pour voir naître des modèles tenant compte de la réponse visqueuse spécifique du manteau en contexte glaciaire. L'essor de ces modèles fut essentiellement motivé par la possibilité qu'ils offraient de remonter à la valeur de la viscosité du manteau par comparaison aux premières mesures de terrain disponibles sur les zones de rebond post glaciaire. Le challenge scientifique que constitue la détermination la plus précise du profil de viscosité terrestre a joué et joue encore pour beaucoup dans l'amélioration incessante de ces modèles.

Aux premiers modèles simples considérant généralement la Terre comme un demi-espace de viscosité uniforme (Van Bemmelen et Berlage 1935, Haskell, 1935, Venig-meinez 1937, Mc Connel, 1965) succéda rapidement à partir des années 70 une deuxième génération de modèles sphériques, viscoélastiques mettant à profit le maximum des connaissances sur la structure du globe. On doit essentiellement ce bond en avant à Peltier (1974) suivi de près par Cathles (1975) puis plus tard par Lambeck et al. (1990), Spada et al. (1992), Fjeldskaar (1994) et bien d'autres encore, avec pour chaque modèle, des particularités propres, mais cependant une philosophie globale identique faisant largement appel au calcul numérique.

Enfin, avec l'avènement récent de la modélisation évolutive des calottes glaciaires et de leur impact sur le climat, la modélisation des processus isostatiques sous glaciaire connaît un regain d'intérêt. La réponse terrestre sous la glace joue en effet un rôle majeur sur le comportement en temps des calottes, au point que l'on invoque souvent la notion de

dynamique Terre-glace. Ces modèles évolutifs de calotte incorporent donc systématiquement une approche isostatique. Cependant jusqu'à présent, aucun ne semble vouloir véritablement tirer parti des modèles performants de réponse terrestre aujourd'hui disponibles, bien au contraire, l'approche utilisée reste simpliste et souvent erronée. La présente étude tente de combler cette lacune en proposant un modèle performant de réponse terrestre dans la lignée des récents développements en la matière, et en l'associant ensuite de manière totalement interactive à un modèle glaciologique complet afin de pleinement rendre compte de la complexité des interactions Terre-glace.

Dans un premier temps cette étude aura montré la sensibilité de la réponse isostatique à la nature géométrique ainsi qu'à la "dynamique" de la charge en surface. Cela aura ensuite permis de préciser les particularités de l'environnement glaciaire par rapport aux autres contextes à caractère géologique (isostasie dite gravimétrique), avec notamment les impératifs que cela suppose en matière de modélisation. Ensuite, la justification de l'incorporation de l'isostasie dans les modèles évolutifs de calottes glaciaire apparaît très clairement lorsque sont répertoriés tous les impacts que peut avoir la réponse terrestre sur la dynamique glaciaire. L'isostasie joue non seulement sur la position d'ensemble de la calotte dans le champs de température (ce qui modifie la rhéologie de la glace et surtout le bilan de masse en surface) mais encore sur la stabilité des calottes marines qui développent un ice-shelf (par contrôle de la position de la ligne d'échouage). Un bref aperçu des méthodes utilisées jusqu'à présent illustre la diversité, mais aussi et surtout le caractère simpliste des approches qui, dans certains cas, s'avérera préjudiciable à la qualité des résultats.

Toutes ces considérations montrent l'intérêt que peut présenter un modèle de Terre performant incorporé dans un modèle glaciologique. Une physique rigoureuse et un minimum d'approximations rendent ce genre de modèle de Terre certes beaucoup plus compliqué, mais en revanche beaucoup plus crédible par rapport à certaines paramétrisations phénoménologiques ou basées sur des raisonnements approximatifs. L'approche unitaire adoptée dans ce modèle facilite énormément l'aspect couplage avec un modèle de glace en

limitant les calculs à une double convolution en temps et en espace à partir des fonction de Green. D'autre part, les symétries de la réponse terrestre à cette sollicitation unitaire s'avèrent très précieuses en permettant un traitement en sphérique avec une décomposition en harmoniques ne faisant plus intervenir que les polynômes de Legendre. Cependant des incertitudes demeurent quant à la rhéologie utilisée dans ces modèles pour le manteau. En supposant que ce dernier adopte un comportement linéaire (ce qui reste à prouver), il existe probablement un meilleur analogue viscoélastique que le simple corps de Maxwell adopté ici.

Toutefois, la confrontation des résultats du modèle aux données sur le rebond postglaciaire en Fennoscandie témoigne de son relativement bon comportement. Les imperfections dans la reproduction des mesures de terrain peuvent être mises à la fois sur le compte d'une rhéologie approximative, d'un scénario glaciaire inexact, ou encore de données de terrains biaisées par des phénomènes de tectonique globale ou locale. En effet, tout le Nord de l'Eurasie est suspecté faire l'objet d'un lent soulèvement tectonique par ailleurs responsable de l'activité sismique de la région (Lliboutry, 1965). De plus, de nombreux rejeux de faille suite à la décharge glaciaire (Garcin et Courbouleix, 1992) peuvent localement perturber le soulèvement, ce dont le modèle ne peut rendre compte.

Finalement, suite à ce test sur la Fennoscandie, le modèle apparaît suffisamment crédible pour être intégré dans un modèle glaciologique. Après une description du mode de fonctionnement d'un modèle glaciologique évolutif, le dernier chapitre expose la façon dont sont intégrés les effets de la réponse terrestre sur le comportement d'une calotte. Les quatre paramétrisations usuelles de l'isostasie sont ensuite comparées entre elles au cours d'une même simulation de la calotte Antarctique au cours du dernier cycle glaciaire, ce qui permet de pointer plus précisément les déficiences propres à chacune de ces approches. Enfin, une comparaison de chacune de ces approches avec celle incorporant le modèle complet de Terre pris comme référence (sur les bases d'une physique beaucoup plus rigoureuse) permet de confirmer la nécessité d'incorporer la rigidité lithosphérique afin de rendre compte d'une isostasie régionale plutôt que locale. Cette comparaison semble aussi montrer les déficiences de l'approche diffusive pour reproduire le flux mantélique, de telle sorte que le modèle relaxé régional apparaît comme le plus réaliste parmi les méthodes usuelles.

Le couplage d'un modèle de Terre élaboré avec un modèle glaciologique offre de nouvelles perspectives dans l'étude de la stabilité de l'Antarctique de l'Ouest, une calotte dont la sensibilité de comportement aux processus isostatiques à la ligne d'équilibre est désormais une certitude. L'intérêt est d'autant plus grand que le modèle glaciologique de Huybrechts utilisé ici est le seul qui à l'heure actuelle offre un traitement complet de la dynamique complexe à la transition calotte-ice shelf. D'autre part, les possibilités d'application qu'offre cette approche couplée Terre-glace dépasse largement le cadre de la glaciologie. En considérant désormais la planète entière, et notamment l'ensemble des calottes glaciaires ayant existé par le passé, il devient envisageable de modéliser avec précision les variations au cours du temps du niveau marin relatif en tous points de la surface terrestre. En effet, la partie glaciologique du modèle permet de rendre compte de la composante eustatique à travers le comportement de chacune des calottes, alors qu'au niveau des océans, le modèle de réponse terrestre restitue non seulement les évolutions bathymétriques, mais aussi les variations du potentiel de gravité à l'origine des ondulations du géoïde.

**REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES**

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Andersen, B. G. 1981. Late Wechselian ice sheets in Eurasia and Greenland, in : The Last Great Ice Sheets, G. H. Denton and T. J. Hughes, eds., Wiley. 437-467.

Backus, G. E. 1966. Potentials for tangent tensor fields on spheroids. *Archs ration. Mech. Analysis*, **22**, 210-252

Backus, G. E. 1967. Converting Vector and Tensor Equations to Scalar Equations in Spherical Coordinates, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **13**, 71.

Bindshadler, R. 1983. The importance of pressurized subglacial water in separation and sliding at the glacier bed. *J. Glaciol.*, **29(101)**, 3-19

Biot, M. A. 1964. Theory of stress-strain relations in isotropic viscoelasticity and relaxation phenomena. *J. Appl. Phys.*, **25**, 1385-1391.

Bailing, N. 1980. The land uplift in Fennoscandia, gravity field anomalies and isostasy. In *Earth rheology, isostasy and eustasy*. Ed. by Nils Axel Mörner, 297-321.

Baumann, K. H. et al. 1995. Reflection of Scandinavian Ice Sheet Fluctuations in Norwegian Sea Sediments during the Past 150,000 Years. *Quat. Res.* **43**, 185-197.

Berckhermer, H., Auer, F., and J. Drisler. 1979. High temperature anelasticity and elasticity of mantle peridotite. *Phys. Earth Planet. Inter.* **20**, 48-59.

Birchfield G. E., J. Weertman, and T. A. Lunde. 1981. A pleistocene model of northern hemisphere ice sheets. *Quat. Res.*, **15**, 126-142.

Birchfield G.E. and R. W. Grumbine. 1985. "Slow" Physics of Large Continental Ice Sheets and Underlying Bedrock and its Relation to the Pleistocene Ice Ages. *J. Geophys. Res.* Vol. **90**, B13, 11,294-11,302.

Boulton G. S. and A. Payne. 1992. Reconstructing Past and Predicting Future Regional Components of Global Change : The Case of Glaciation in Europe. *Proceedings of the workshop WC-1 of the 29 th International geological Congress (Tokyo).*

Brotchie, J.F. and R. Silvester. 1969. On crustal flexure. *J. Geophys. Res.*, **74(22)**, 5240-5252.

Budd, W. F., D. Jenssen and U. Radock. 1971. Derived characteristics of the Antarctic ice sheet. Publication N° 18, University of Melbourne, Meteorology Department.

Budd, W.F. and I. N. Smith, 1981. The growth and retreat of ice sheets in response to orbital radiation changes. Sea Level, Ice, and Climatic Change, *Proceedings of the Camberra Symposium, December 1979.*

Budd, W.F. and I. N. Smith, 1982. Large-scale numerical modelling of the Antarctic ice sheet. *Ann. Glaciog.* 3, 42-49.

Cathles, L. 1975. The viscosity of the Earth's mantle. Princeton University Press (Princeton), 386 p.

Chapell, J. and N. J. Shackleton. 1986. Oxygen isotopes and sea level. *Nature*, 324, 137-140

Chinnery, M. A. 1975. The static deformation of an earth with a fluid core : a physical approach. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 42

Croll, J. 1874. On the physical cause of the submergence and emergence of the land during the glacial epoch. *Geol. Mag.*, 1, 306-314, 346-353

Crossley, D. J. and D. Gubbins. 1975. Static deformation of the Earth's liquid core, *Geophys. Res. Lett.*, 2, 1.

Dahlen, F. A. and S. B. Fels. 1978. A physical explanation of the static core paradox. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 55, 317-332

Deblonde G. and W.R. Peltier. 1991. Simulations of Continental Ice Sheet Growth Over the Last Glacial-Interglacial Cycle : Experiments with a One-Level Seasonal Energy Balance Model Including Realistic Geography. *J. Geophys. Res.* **96** (D5), 9189-9215.

Dutton, C. E. 1889. On some of the greater problems of physical geology. *Bull. Wash. Phil. Soc.*, ser. B, vol. **11**, 51-64.

Duval, P. 1976. Lois de fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contrainte. *Annales de Géophysique*. fas. **IV**. Tome **32**, 335-350.

Dziewonski, A. M. and D. L. Anderson. 1981. Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Inter.* **25**, 297-356.

Emiliani, C. 1955. Pleistocene temperatures. *J. Geol.* **63**, 538-578.

Eringen, A.C. 1967. Mechanics of Continua. New York , John Wiley & Sons

Fabre, A., Letréguilly A. and C.Ritz. 1995. Greenland under changing climate : sensitivity experiments with a new three-dimensionnal ice-sheet model. *Ann. Glaciol.* **21**, 1-7.

Fjeldskaar, W. and L. Cathles. 1991. Rheology of mantle and lithosphere inferred from post-glacial uplift in Fennoscandia. In Sabadini, R., K. Lambeck and E. Boschi, eds. *Glacial Isostasy, Sea Level and mantle Rheology*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1-19.

Fjeldskaar, W. 1994. Viscosity and thickness of the asthenosphere detected from the Fennoscandian uplift. *Earth and Planetary Science Letters* **126**, 399-410.

Garcin, M. and S. Courbouleix. 1992. Isostasie Glaciaire. Implications en France et en Europe. Rap. BRGM 620 RP BRG 92-014, 109 p.

Gilbert, G. K. 1890. The strength of the earth's crust. *Bull. Geol. Soc. Am.* **1**, 23-27

Hall, J. 1859. Description and figures of the organic remains of the lower Helderberg group and the Oriskany sandstone. In Natural History of New York, **3**, 1. Van Benthusen, New York

Haskell, N. A. 1935. The motion of a fluid under a surface load, 1. *Physics*, **6**, 265-269.

Haskell, N. A. 1936. The motion of a fluid under a surface load, 2. *Physics*, **7**, 56-61

Haskell, N. A. 1937. The viscosity of the asthenosphere. *Am. J. Sci.*, **38**, 22-28

Heiskanen, W. A. and F. A. Meinesz. 1958. The Earth and Its Gravity Field. McGraw-Hill Series in the Geological Sciences, Robert R. Shrock Ed.

Huybrechts, P. 1990a. The Antarctic ice sheet during the last glacial-interglacial cycle : a three dimensional experiment. *Ann. Glaciol.* **11**, 52-59.

Huybrechts, P. 1990b. A 3-D model for the Antarctic ice sheet : a sensitivity study on the glacial-interglacial contrast. *Clim. Dyn.* **5**, 79-92

Huybrechts, P. 1992. The Antarctic ice sheet and environmental changes : A three-dimensional modeling study. *Ber. Polarforschung.* **99**, 241p.

Imbrie, J., J. D. Hays, D. G. Martinson, A. McIntyre, A. C. Mix, J. J. Morley, N.G. Pisias, W.L. Prell and N. J. Shackleton. 1984. The orbital Theory of Pleistocene climate: support from a revised chronology of the marine $\delta^{18}\text{O}$ record. In: *Milankovitch and Climate* (ed. by A. Berger, J. Imbrie, J. Hays, G. Kukla and B. Siltzman), D. Riedel, Dordrecht, Netherlands, 269-305.

Jamieson, T.F. 1865. On the history of the last geological changes in Scotland. *Q. J. Geol. Soc. London*, **21**, 161-203

Jamieson, T.F. 1882. On the cause of the depression and re-elevation of the land during the glacial period. *Geol. Mag.*, **9**, 400-407, 457-466

Jamieson, T.F. 1887. On some changes of level during the glacial period and their supposed cause. *Geol. Mag.*, **4**, 344-348

Jeanloz, R. 1981. High pressure chemistry of the earth's deep interior. *Am. Chem. Soc.*, 17th State-of-the-Art Symp.

Jouzel, J. and L. Merlivat; 1984. Deuterium and Oxygen 18 in Precipitation : Modeling of the Isotopic Effects During Snow Formation. *J. Geophys. Res.*, **89** (D7), 11749-11757.

Jouzel, J., C. Lorius, J. R. Petit, C. Genthon, N. I. Barkhov, V. M. Kotlyakov, and V. M. Petrov. 1987. Vostok ice core: a continuous isotope temperature record over the last climatic cycle (160.000 years). *Nature*, **329**, 403,408.

Kerr, R. A. 1996. Putting Stiffness in Earth's Mantle. *Science*, Vol. 271, 23, 1053-1054.

Kohlstedt, D. L., and C. Goetze. 1974. Low stress and high temperatures in olivine single crystals. *J. Geophys. Res.* **79**, 2045-2051.

Lambeck, K., P. Johnston, and M. Nakada. 1990. Holocene glacial rebound and sea-level changes in NW Europe. *Geophys. J. Int.* **103**, 451-468.

Le Meur, E. and P. Huybrechts. 1996. A comparison of the different ways of dealing with isostasy : examples from modeling the Antarctic ice sheet during the last glacial cycle. *Ann. Glaciog.* **23**.

Le Meur, E. 1996. Isostatic postglacial rebound over Fennoscandia with a self gravitating spherical viscoelastic Earth Model. *Ann. glaciog.* **23**.

Letreguilly, A. and C. Ritz. 1993. Modeling the Fennoscandian ice sheet. In Peltier, W.R., ed. *Ice in the Climate System* Berlin and Heidelberg, Germany, Springer-Verlag, 21-46.

Libby, W. F. 1952. "Radiocarbon Dating" Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois.

Lidén, R. 1938. Den senkkvartära strandförskjutningens förloop ochkronologi i Ångermanland. *Geol. Foeren. Stockholm Foerh.* **60**, 397-404

Lliboutry, L. A. 1965. *Traité de Glaciologie, Vol. 2.* Masson et Cie (Paris). 1140 p.

Lliboutry, L. A. 1973. *Traité de Géophysique Interne, Tome I,* sous la direction de J. Coulomb & G. Robert, Masson et C^{ie} Editeurs.

Lliboutry, L. A. 1982. *Tectonique et Géophysique. Une synthèse géologie structurale géophysique interne.* Masson.

Lliboutry, L. A. 1987. *Very Slow Flow of Solids.* Martinus Nijhoff, Dordrecht, Netherlands.

Longman, I. M. 1963. A Green's Function for Determining the Deformation of the Earth under Surface mass Loads, 2. Computations and Numerical results. *J. Geophys. Res.* Vol. **68**, No. 2

Lorius, C., J. Jouzel, C. Ritz, L. Merlivat, N. I. Barkov, Y. S. Korotkevitch, and V. Kotlyakov. 1985. A 150,000 year climatic record from Antarctic Ice. *Nature*, **316**, 591-596.

Love, A. E. H. 1927. *A treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th edn, Dover, New York.

- MacAyeal, D. R, V. Rommelaere, P. Huybrechts, C.L. Hulbe, J. Determann and C. Ritz.** 1996. An Ice-Shelf Model Test Based on the Ross Ice Shelf. *Ann. Glaciog.* **23**
- Mahaffy, M. W.** 1976. A three dimensional numerical model of ice sheets : Tests on the Barnes Ice Cap, Northwest Territories. *J. Geophys. Res.* **81(6)**, 1059-1066
- Marsiat, I.** 1994. Simulation of the Northern Hemisphere Continental Ice Sheets Over the Last Glacial-Interglacial Cycle : Experiments with a Latitude-Longitude Vertically Integrated Ice Sheet Model Coupled to a Zonally Averaged Climate Model. *Paleoclimates*, Vol. 1, 59-98
- McConnell, R. K.** 1968. Viscosity of the mantle from relaxation time spectra of isostatic adjustment. *J. Geophys. Res.* **73**, 7089- 7105.
- McConnell, R. K.** 1965. Isostatic adjustment in a layered earth. *J. Geophys. Res.* **70**, 5171-5188
- Mitrovica, J. X. and W. R. Peltier.** 1993. The inference of mantle viscosity from an inversion of the Fennoscandian relaxation spectrum. *Geophys. J. Int.* **114**, 45-62.
- Mörner, N-A.** 1980. The Fennoscandian uplift: Geological data and their geodynamicimplication. In "*Earth Rheology, Isostasy and Eustasy*" (N-A Mörner, ed.) Wiley, New York, 251-283.

Nesje, A. and S. O. Dahl. 1990. Autochthonous block fields in southern Norway : implications for the geometry, thickness, and isostatic loading of the Late Weichselian Fennoscandian ice sheet. *J. Quat. Sci.* **5**, 225-234.

O'Connell, R.J. 1971. Pleistocene glaciation and the viscosity of the lower mantle. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **23**, 299-327.

Oerlemans, J. 1980. Model experiment on the 100,000-yr glacial cycle. *Nature*, **287**, 430-432.

Oerlemans, J. and C. J. van der Veen. 1984. Ice Sheets and Climate. Dordrecht, Netherlands, D. Reidel Publishing Company.

Pollard, D. 1982. A simple ice sheet model yields realistic 100 kyr glacial cycles. *Nature* Vol. 296, 334-338.

Peltier, W. R. 1974. The impulse response of a Maxwell Earth. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **12**, 649-669.

Peltier, W. R. and J. T. Andrews. 1976. Glacial-isostatic adjustment - I. The forward problem, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **46**, 605-646.

Peltier, W. R., P. Wu and D. A. Yuen. 1981. The viscosities of the Earth's mantle. In "Anelasticity in the Earth" (F. Stacey, M. Paterson and A. Nicolas, eds.), *Geodyn. Ser.*, Vol. 5, 59-77. Am. Geophys. Union.

Peltier, W. R. 1982. Dynamics of the Ice Age Earth. *Adv. Geophys.*, 24, 1-144.

Peltier, W. R. 1984. The Thickness of the Continental Lithosphere. *J. Geophys. Res.*, Vol. 89, No. B13, 11.303-11.316.

Peltier, W. R. 1985. The LAGEOS constraint on deep mantle viscosity : results from a new normal mode method for the inversion of visco-elastic relaxation spectra. *J. Geophys. Res.* 90(B11), 9411-9421.

Peltier, W. R. 1991. The ICE-3G model of late Pleistocene deglaciation : construction, verification and applications. In Sabadini, R., K. Lambeck and E. Boschi, eds. *Glacial Isostasy, Sea-level and Mantle Rheology*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 95-119.

Pirazzoli, P. A. 1991 . A survey of relative sea-level changes observed during the holocene. In Sabadini, R., K. Lambeck and E. Boschi, eds. *Glacial Isostasy, Sea Level and mantle Rheology*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1-19.

Post, R. and D. Griggs. 1973. The Earth's mantle : Evidence of non-Newtonian flow. *Science* 181, 1242-1244.

Ritz, C 1992. Un modèle thermo-mécanique d'évolution pour le bassin glaciaire Antarctique Vostok-Glacier Byrd : Sensibilité aux valeurs des paramètres mal connus. Thèse de Doctorat d'Etat.

Ritz, C., A. Fabre and A. Letreguilly (soumis à *Clim. Din.*) Can an ice sheet model simulate the present Greenland ice sheet ? Consequences on the evolution through the last climatic cycle.

Shackleton, N. J. 1967. Oxygen isotope analyses and Pleistocene temperatures re-addressed. *Nature*, **215**, 15-17.

Smylie, D. E. and L. Mansinha. 1971. The elasticity theory of dislocations in real earth models and changes in the rotation of the earth. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **23**, 329-254.

Spada, G., R. Sabadini, D. A. Yuen, and Y. Ricard. 1992. Effects on post-glacial rebound from the hard rheology in the transition zone. *Geophys. J. Int.* **109**, 683-700.

Stern, T. A. and U. S. ten Brink. 1989. Flexural uplift of the Transantarctic mountains. *J. Geophys. Res.* **94(B8)**, 10,315-10,330.

Turcotte, D. L. and G. Schubert, 1982. Application of Continuum Physics to Geological Problems. John Wiley & Sons.

Twiss, R. J. 1976. Structural superplastic creep and linear viscosity in the Earth's mantle. *Earth Planet. Sci. Lett.* **33**, 86-100.

Upham, W. 1895. The glacial Lake Agaziz. *U.S. Geol. Surv. Monogr.* **25**

Van Bemmelen, R. W. and H. P. Berlage. 1935. Versuch einer mathematischen Behandlung Gesteinischer Bewegungen unter besonderer Berücksichtigung der Undationstheories. *Gerlands Beitr. Geophys.* **43**, 19-55

Veining-Meinesz, F. A. 1937. The determination of the Earth's plasticity from the postglacial uplift of Scandinavia : Isostatic adjustment. *Proc. K. Ned. Akad. Wet. Amsterdam* **40**, 654-662

Walcott, R. I. 1970. Isostatic response to the loading at the crust in Canada. *Can. J. Earth Sci.* **7**, 716,727.

Weertman, J. 1961. Stability of ice-age ice sheets. *J. Geophys. Res.* **66 (11)**, 3783-3792.

Wolf, D. 1993. The changing role of the lithosphere in models of glacial isostasy : a historical review. *Global and Planetary change*, **8**, 95-106

Wu, P. 1992. Viscoelastic versus viscous deformation and the advection of pre-stress. *Geophys. J. Int.*, **108**, 136-142.

Wu, P. and W. R. Peltier. 1982. Viscous gravitational relaxation. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 70(2), 435-485.

Wu, P. and W. R. Peltier. 1983. Glacial isostatic adjustment and the free air gravity anomaly as a constraint on deep mantle viscosity. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 74, 377-449.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I

INTRODUCTION A LA NOTION D'ISOSTASIE

1 Historique de l'avènement de la notion d'isostasie

1.1 Découverte d'une première manifestation de l'accommodation isostatique

1.2 Un des premiers modèles isostatiques, le modèle de Airy

1.3 Interprétation gravimétrique de la racine sous les montagnes

1.4 Les hypothèses à la base du modèle de Airy

1.4.1 La dualité "local / régional" dans la mise en place de la racine

1.4.2 La notion de temps associée aux processus de rééquilibrage

2 Définition de la notion d'isostasie. Problèmes à attendre en modélisation suivant le contexte

2.1 Définition

2.2 Quelques nuances à apporter

2.2.1 Etat stationnaire, état transitoire

2.2.2 Caractère local ou régional de la réponse isostatique en fonction de la nature de la charge

2.3 Importance du contexte sur le choix du modèle

Table des matières.

CHAPITRE II
IMPORTANCE DU TYPE DE CHARGE. SPECIFICITE DE
L'ENVIRONNEMENT GLACIAIRE

1 Aspect Géométrique

1.1 Nature de la charge

1.2 Taille de la charge

1.2.1 Données d'observation

1.2.2 Simulation numérique

1.2.3 Le principe hydrostatique "généralisé"

1.3 Caractéristiques géométriques de la réponse sous une calotte

2 Aspect chronologique

2.1 Exemples de vitesses caractéristiques d'évolution de charges

2.2 Conséquences sur l'écart à l'état stationnaire

2.2.1 Propriétés du champ de vitesse, fonction courant

2.2.2 Problème dans le cas d'une sollicitation de surface

2.2.3 Résolution et application au problème considéré

2.2.4 Simulation numérique

2.2.5 Interprétation

2.2.6 Au niveau de la relation contrainte-déformation

2.3 Conséquences à tirer au niveau de la modélisation

2.3.1 Contexte glaciaire

2.3.2 Contexte géologique

CHAPITRE III
IMPACT DE LA REPONSE ISOSTATIQUE
SUR LES CALOTTES GLACIAIRES
TRAITEMENT DE L'ISOSTASIE
DANS LES MODELES GLACIOLOGIQUES

1 Implications liées à la géométrie de l'accommodation

1.1 Impact sur le champ de température

- 1.1.1 Conséquences sur le terme d'accumulation*
- 1.1.2 Conséquences sur le terme d'ablation, notion de ligne d'équilibre*
- 1.1.3 Impact de l'isostasie sur la ligne d'équilibre*
- 1.1.4 Autres effets de la température*

1.2 Les effets de la géométrie de déformation à proprement parler

- 1.2.1 Flambage lithosphérique et bourrelet asthénosphérique*
- 1.2.2 Impact de la réponse isostatique sur la stabilité d'une calotte marine*
- 1.2.3 Rôle sur la géométrie et la dynamique du fluage pour la glace*

2 Implications liées à la chronologie de l'accommodation isostatique

2.1 Expérience de Oerlemans

2.2 Caractère transitoire des ice-shelves de l'Antarctique de l'Ouest

3 Notion de dynamique Terre-glace. Importance de la modélisation

4 Les différents traitements de l'isostasie dans les modèles glaciologiques

4.1 Critères de classification

- 4.1.1 Géométrie de l'accommodation*
- 4.1.2 Chronologie de l'accommodation*

4.1.3 *Autres critères*

4.2 Traitement de la lithosphère

4.2.1 *Modèles "locaux"*

4.2.2 *Flambage rigide de la lithosphère*

α) Principe

β) Régionalisation par sommation des effets distants

γ) Le problème de l'épaisseur lithosphérique

4.3 Traitement du fluage asthénosphérique

4.3.1 *La paramétrisation à constante de temps (modèles relaxés)*

α) Principe

β) Protocole

γ) Modèle relaxé et local

δ) Modèle relaxé et régional

4.3.2 *L'équation de diffusion dans l'asthénosphère(modèles diffusifs)*

α) Principe

β) Les modèles diffusifs

CHAPITRE IV

CARACTERISTIQUES DU MODELE DE TERRE

DEVELOPPE DANS CETTE ETUDE

1 les différentes façons de tirer parti d'un modèle isostatique

1.1 Couplage interactif avec un modèle glaciologique

1.2 Réponse à un scénario prescrit

1.2.1 L'intérêt des zones de rebond

1.2.2 Possibilités de validation

1.2.3 Aspect prédictif

1.3 Les applications des différentes formulations inverses

1.3.1 Type de formulation inverse en fonction du type de modèle

1.3.2 Pseudo-méthode inverse

Table des matières.

- 1.3.3 *Le rôle de la détermination inverse de la viscosité mantélique dans la sophistication des modèles isostatiques*
- 1.3.4 *L'émergence d'une nouvelle génération de modèles (type Peltier)*

2 Les particularités du modèle développé dans le cadre de cette étude

2.1 Caractère unitaire du modèle

- 2.1.1 *Intérêt de la sollicitation impulsive dans le protocole de convolution*
- 2.1.2 *Simplifications du problème liées à une sollicitation ponctuelle et impulsive*

2.2 Les différentes rhéologies adoptées dans le modèle

- 2.2.1 *Importance de la rhéologie dans la modélisation isostatique*
- 2.2.2 *Les incertitudes sur la rhéologie terrestre*
- 2.2.3 *Traitement de la lithosphère et du noyau*
- 2.2.4 *La possibilité d'une rhéologie viscoélastique linéaire pour l'asthénosphère*
- 2.2.5 *Justification de l'adoption d'une rhéologie de type Maxwell*

2.3 Prise en compte de l'autogravitation dans le modèle

- 2.3.1 *L'équation locale du mouvement*
- 2.3.2 *Linéarisation de l'équation locale du mouvement en cas de perturbation*
- 2.3.3 *Les différentes façons d'incorporer les processus gravitaires*
 - α) *Pas de champ gravitationnel*
 - β) *Champ gravitationnel limité à l'ordre 0*
 - γ) *Champ gravitationnel limité à l'ordre 1*
- 2.3.4 *Prise en compte de l'autogravitation dans la prescription des conditions aux limites*

2.4 Le caractère sphérique du modèle

- 2.4.1 *La nécessité d'une approche sphérique*
- 2.4.2 *Décomposition tensorielle et vectorielle en sphérique*
- 2.4.3 *L'intérêt des harmoniques sphériques de surface*

CHAPITRE V

CALCUL DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE DU MODELE TERRE

1 Principe de correspondance

1.1 Transformée de Laplace

Table des matières.

1.2 Le problème élastique équivalent

2 Traduction du problème en sphérique

3 Décomposition dans l'espace des harmoniques sphériques.

3.1 Transformation du système d'équations

3.2 Traduction des conditions aux limites

3.2.1 Conditions aux limites sur les contraintes $T_{r,r}$ et $T_{r,\theta}$

3.2.2 Conditions aux limites sur la variation du potentiel de gravitation

4 Protocole de résolution

4.1 Le système linéaire pour le manteau

4.2 Propagation dans le noyau

4.3 Les conditions aux limites à l'interface noyau-manteau

4.4 Propagation dans le manteau et la lithosphère

4.5 Application des conditions aux limites en surface

5 Inversion de la transformée de Laplace

5.1 Mise en évidence de la contribution élastique

5.2 Application du théorème des résidus aux pôles

5.3 Racines du déterminant de la matrice M

5.4 Interprétation de la réponse terrestre en lien avec la structure de la Terre

5.4.1 Origine des différents modes visqueux

5.4.2 Contribution respective des différents modes à la réponse visqueuse

5.4.3 Contribution respective des différentes harmoniques sphériques

5.4.4 Détermination de la période de mémorisation

5.4.5 Somme selon les harmoniques sphériques

6 Synthèse du protocole de résolution

Table des matières.

CHAPITRE VI
SIMULATION DE LA REPONSE ISOSTATIQUE EN FENNOSCANDIE
AU COURS DU DERNIER CYCLE GLACIAIRE

1 L'intérêt de la région Fennoscandienne

1.1 Particularité des zones de rebond

1.1.1 Les plages soulevées

1.1.2 Vitesse de remontée actuelle et anomalie gravimétrique à l'air libre

α) Mesures géodésiques

β) Mesures gravimétriques

1.2 Le scénario glaciaire

1.2.1 Notion de cycle climatique

1.2.2 Les données à la base du scénario glaciaire

1.2.3 Etablissement du scénario

1.2.4 Contribution du niveau marin en termes de variation de charge

2. Exploitation des résultats du modèle unitaire en accord avec un scénario glaciaire

2.1 Convolution en temps

2.1.1 Utilisation des résultats du modèle Terre

2.1.2 Durée d'intégration, phénomène de mémorisation

2.1.3 Réponse viscoélastique de l'harmonique n à un historique de charge

2.2 Obtention et sommation des profils de déflexion

3. Résultats de la simulation de la réponse isostatique en Fennoscandie

3.1 Déformation de la Terre en surface à quelques dates clé lors du dernier cycle glaciaire

3.1.1 Choix des dates de visualisation et des conditions initiales

3.1.2 Comportement spécifique en fonction du temps

3.1.3 Caractéristiques géométriques

- α) Régionalisation de la réponse*
- β) Mobilité du plancher océanique*
- γ) Le bourrelet périphérique*
- 3.1.4 Déglaciation finale et retour à l'état initial**

3.2 Validation du modèle

- 3.2.1 Données de niveau marin relatif*
- 3.2.2 Vitesses verticales actuelles de réajustement*
- 3.2.3 Anomalies gravimétriques à l'air libre*
- 3.2.4 Etat de contrainte en surface*

3.3 Extrapolation vers le futur

4. Sensibilité des résultats aux paramètres terrestres

4.1 Viscosité mantélique

- 4.1.1 Critères de validation*
- 4.1.2 Valeurs de viscosité utilisées*
- 4.1.3 Résultats*

4.2 Epaisseur lithosphérique

CHAPITRE VII

COUPLAGE INTERACTIF DES DIFFERENTES PARAMETRISATIONS DE L'ISOSTASIE AVEC UN MODELE TRIDIMENSIONNEL DE CALOTTE GLACIAIRE

1 Principe du couplage interactif

1.1 Fonctionnement d'un modèle de calotte glaciaire

- 1.1.1 Modèles à géométrie fixe / modèles évolutifs*
- 1.1.2 L'équation de continuité*
- 1.1.3 Lien avec le champ de vitesse*

Table des matières.

- 1.1.4 *Procédure d'intégration*
- 1.1.5 *Couplage thermo-mécanique*
- 1.1.6 *Résolution*
- 1.1.7 *Données en entrée, forçage et configuration initiale*

1.2 Importance de la réponse terrestre

1.3 Calcul et prise en compte de l'isostasie dans le modèle global

2 Comparaison des 4 paramétrisations usuelles de l'isostasie

2.1 Description de la simulation

2.2 Forme de sortie des résultats

2.2.1 Dualité géométrie comportement en temps

2.2.2 Les limitations dans l'interprétation

2.3 Aspect géométrique

2.4 Aspect chronologique

3 Couplage avec le modèle développé dans cette étude

3.1 Aspects pratiques du couplage

3.2 Déformation en surface et mobilité verticale du socle

3.2.1 Déviations par rapport à l'état stationnaire

3.2.2 Vitesse actuelle de remontée

3.3 Comparaison avec les 4 paramétrisations usuelles

3.3.1 Comparaison du champ de vitesse actuel

3.3.2 Différence dans les déplacements actuels entre chacune des paramétrisations et le modèle de référence (SGVE)

3.4 Quelques conséquences quant à la validité de ces modèles

