

# Le groupe de renormalisation pour les systèmes désordonnés

Michele Castellana

5 janvier 2012

Dans le cadre de cette thèse nous utilisons les techniques du groupe de renormalisation pour étudier certains systèmes désordonnés, connus comme systèmes vitreux. Les systèmes vitreux que nous allons étudier sont de verres de spins et de verres structuraux, et ils sont caractérisés par les propriétés physiques suivantes.

Quant au verres de spin, ils représentent des matériaux magnétiques désordonnés uniaxiaux, comme par exemple une solution diluée de Mn en Cu, donnée par un réseau de spins situés sur le Mn et disposés aléatoirement dans le réseau des atomes de Cu. Les spins de ce matériel interagissent entre eux avec un potentiel qui oscille en fonction de la séparation entre les spins. Différemment d'un cristal, la disposition aléatoire des atomes de ce réseau fait en sorte que la nature des interactions entre les spins soit désordonnée. Ce type de désordre est connu comme désordre 'quenched' et est caractéristique des verres de spin.

Quant aux modèles de verres structuraux, ils représentent des liquides qui ont été refroidis assez rapidement pour ne pas cristalliser, comme le o-Terphényle ou le Glycérol. Les verres structuraux sont aussi des matériaux désordonnés, mais la nature du désordre d'un verre structural est très différente de celle d'un verre de spin. En fait, si pour un verre de spin le désordre 'quenched' est un désordre fixé une fois par toute par la disposition aléatoire des atomes, dans les verres structuraux les interactions désordonnées entre les particules sont données par un effet purement dynamique, dû à la nature extrêmement

complexe du comportement collectif du système.

Malgré cette différence, les verres de spin et les verres structuraux montrent plusieurs caractéristiques communes, de façon à ce que la compréhension de la physique des verres structuraux a beaucoup aidé l'avancement de la recherche sur les verres de spin.

Les verres de spin et les verres structuraux sont intéressants physiquement parce que leurs propriétés physiques ne sont connues que dans la limite où la dimension de l'espace tend vers l'infinie, c'est-à-dire dans l'approximation de champ moyen. Dans cette approximation, chaque atome interagit avec tous les autres atomes du système, même avec ceux qui se trouve à une très grande distance. Un système avec cette structure des interactions est clairement très loin des systèmes réel, où que les atomes qui se trouve à une courte distance interagissent entre eux, lorsque que les atomes qui sont loin l'un de l'autre n'interagissent pas. De l'autre côté, l'approximation de champ moyen est le seul cadre où ces modèles ont été résolu est compris exactement, parce c'est seulement dans cette approximation que leur grande complexité devient tractable au niveau mathématique.

Une question fondamentale est si les propriétés physiques qui caractérisent ces systèmes dans le cas du champ moyen restent ou pas valables pour des verres de spin et des verres structuraux réels, qui sont dans un espace avec un nombre finie de dimensions, et qui n'ont que des interactions à courte portée entre leurs atomes. Cette question est ouverte depuis à peu près trente ans, et aucune réponse définitive n'a été donnée à ce sujet.

Dans cette thèse nous avons considéré des modèles de verres de spin et de verres structuraux particulièrement simples, construits sur des réseaux hiérarchiques. Ces systèmes sont les systèmes non-champ moyen les plus simples où une approche très puissante, connue comme l'approche du groupe de renormalisation, peut être implémentée de façon naturelle. L'approche du groupe de renormalisation consiste à étudier le comportement de ces systèmes dans le cas où leur échelle de longueur typique diverge. La divergence de cette 'longueur de corrélation' simplifie énormément l'analyse du système, et permet de se concentrer sur les degrés de liberté qui sont physiquement importants. L'approche du

groupe de renormalisation a été fondamentale dans les années '70 et '80 pour la compréhension de la physique des systèmes ferromagnétiques en dimension finie, et pourrait être un instrument très utile aussi pour la compréhension de la physique des verres de spin et des verres structuraux.

Les modèles de verre de spin et de verre structurale construits sur réseau hiérarchique que nous avons considéré s'appellent 'Hierarchical Edwards Anderson Model' (HEA) et 'Hierarchical Random Energy Model' (HREM).

Dans la première partie de ce travail de thèse nous avons étudié et résolu le HREM. Deux techniques indépendantes de solution ont été développées : la première est basée sur un calcul analytique en théorie des perturbations des quantités thermodynamiques du système, la deuxième sur un calcul numérique des mêmes quantités. Les deux solutions montrent que le HREM a une transition de phase à une température critique non nulle. La physique de cette transition de phase est la suivante : dans la phase de haute température les spins du système visitent un nombre exponentiellement grand d'états disponibles, alors que dans la phase de basse température le système est coincé dans un petit nombre de configurations disponibles. Cette transition est très similaire à celle qu'on trouve dans le cadre du champ moyen. Malgré cela, un ingrédient qui est présent dans la transition du HREM et qui n'est pas présent dans le cadre du champ moyen est l'existence, suggérée par les deux solutions, d'une longueur de corrélation qui diverge à la température critique. En ce qui concerne les perspectives ouvertes par ce travail, les deux méthodes de solution pourraient être développées pour étudier en détail la structure des états dans la phase de basse température et clarifier la nature de l'ordre qui va se développer dans le système dès qu'il rentre dans cette phase.

Dans la deuxième partie de ce travail de thèse nous avons étudié comment implémenter la transformation du groupe de renormalisation pour un système avec du désordre 'quenched' comme le HEA. Deux approches ont été développées : une première approche basée sur une technique standard, connue comme la 'méthode des répliques', et une nouvelle approche que nous avons appelée 'groupe de renormalisation en espace réel' (RSRG). La

méthode des répliques a été utile pour clarifier l'existence d'une température critique à laquelle la longueur caractéristique du système diverge : cette température sépare la phase de haute température de la phase de basse température du système. Malheureusement, la méthode des répliques est basée sur un formalisme mathématique relativement lourd qui ne permet pas de faire une estimation précise de certaines quantités physiques à comparer éventuellement avec des quantités mesurées expérimentalement ou calculées avec des autres méthodes. Pour cette raison, nous avons développée la méthode du RSRG pour implémenter la transformation du groupe de renormalisation pour le HEA. Cette méthode est basée sur un formalisme beaucoup plus simple que celui de la méthode des répliques et elle permet aussi d'identifier une phase d'haute et une phase de basse température du système. En plus, elle donne une estimation précise des quantités physiques fondamentales du HEA, qui pourraient éventuellement être comparées avec les résultats donnés par des autres méthodes indépendantes. En ce qui concerne les perspectives ouvertes par ce travail, la méthode du RSRG pourra être développée pour clarifier si la physique de la phase de basse température des verres de spin au delà du champ moyen est la même ou pas que celle des verres de spin de champ moyen, et en particulier quelle est la structure de la phase de basse température.

Les résultats obtenus dans ce travail de thèse donnent une première indication sur comment implémenter la transformation du groupe de renormalisation pour des verres de spin et des verres structuraux au delà de l'approximation de champ moyen. Les techniques développées dans cette thèse, basées sur la méthode du groupe de renormalisation, pourraient être utiles dans le futur pour clarifier si la physique de champ moyen d'un verre de spin ou d'un verre structural est valable aussi pour des verres de spin ou des verres structuraux réels.