Etude de la précision et de la rigidité des robots parallèles à mouvements découplés

Rani Rizk

▶ **To cite this version:**

Rani Rizk. Etude de la précision et de la rigidité des robots parallèles à mouvements découplés. Automatique / Robotique. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006. Français. NNT : 2006CLF21674 . tel-00698903

HAL Id: tel-00698903

https://theses.hal.science/tel-00698903

Submitted on 18 May 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° ordre : DU 1674
EDSPIC : 353

Université BLAISE PASCAL – Clermont II
Ecole Doctorale
Sciences Pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand

Thèse

présentée
pour obtenir le grade de

Docteur d'Université

Spécialité : Génie Mécanique
par

Rani RIZK

Etude de la précision et de la rigidité des robots parallèles à mouvements découplés

Soutenue publiquement le 22 septembre 2006 devant le jury composé de :

M. François Pierrot	Directeur de recherche CNRS au LIRMM	Président
M. Thierry FOURNEL	Professeur à l'université Jean Monnet St. Etienne	Rapporteur
M. Marc SARTOR	Professeur à l'INSA de Toulouse	Rapporteur
M. Grigore GOGU	Professeur à l'IFMA à Clermont Ferrand	Codirecteur de thèse
M. Jean-Marc LAVEST	Professeur à l'Université d'Auvergne	Codirecteur de thèse
M. Jean Christophe FAUROUX	Maître de conférence à l'IFMA à Clermont-Ferrand	Examinateur
M. Marc RICHETIN	Professeur à l'Université Blaise Pascal	Membre invité
M. Nicolas ANDREFF	Maître de conférence à l'IFMA à Clermont Ferrand	Membre invité

Laboratoire de Mécanique et Ingénieries
Laboratoire de Sciences et Matériaux pour l'Electronique et d'Automatique
Institut Français de Mécanique Avancée et Université Blaise-Pascal

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Mécanique et Ingénieries (LaMI) et du Laboratoire de Sciences des Matériaux pour l'Electronique et l'Automatique (LASMEA) sous la co-direction de Grigore GOGU et Jean Marc LAVEST, dans le cadre du projet régional TIMS et le projet national ROBEA MP2.

Je remercie tout d'abord les membres du jury de ma thèse en commençant par les deux rapporteurs M. Marc SARTOR et M. Thierry FOURNEL pour avoir accepté le lourd travail de rapporter sur cette thèse notamment durant leurs vacances d'été. Je remercie également M. François PIERROT de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury. Comme je remercie Nicolas ANDREFF pour ses fructueux conseils scientifiques, sa patience, et ses compétences.

Je remercie très spécialement la fédération de recherche TIMS, représentée dans le jury par son responsable M. Marc RICHETIN, pour le soutien, sans lequel ce travail n'aurait pas vu le jour.

J'exprime ma reconnainsse à M. GOGU et à M. LAVEST pour leurs disponibilités et leurs encadrements durant ces trois années de thèse. Leurs compétences scientifiques ainsi que la co-direction m'ont permis d'enrichir mes connaissances ainsi que le contenu de la thèse.

Mercis spéciaux à Jean-Christophe FAUROUX, pour sa participation à l'encadrement de la thèse, ainsi et surtout parce qu'il s'est beaucoup embêté par la correction de ma dictée. C'était mon point faible dés mon enfance, la dictée française.

Merci infiniment au soldat inconnu de cette thèse, M. Mircea MUNTEANU, pour ses très grands coups de main qu'il m'a donnés durant cette thèse. Notamment il a participé dans la partie la plus difficile qui traite des corps déformables. Je lui exprime toutes mes remerciements et ma gratitude, sa disponibilité et ses compétences scientifiques sont à jamais un modèle pour moi.

Merci beaucoup au conseil régional de l'Auvergne pour le financement durant les trois années de thèse, qui s'inscrit dans l'axe de recherche Machines et Systèmes performants et intelligents (MSPI) du grand projet Auverfiabilis/TIMS.

Durant ces trois ans plusieurs collègues ont participé au travail sur l'Isoglide4-T3R1, je dis merci donc à Fabrice, Nadia, Tony, Zhen, Flavien pour leur fructueuses participations.

Au cours de la thèse j'ai eu quelques difficultés sous ANSYS je dirige un grand merci à trois qui m'ont bien aidé pour le maîtriser, Chedli BOUZGARROU, Alaà CHATEAUNEUF et Jean-Denis MATHIAS.

En parallèle avec la thèse, j'ai eu la chance de passer un agréable monitorat à l'université d'Auvergne sous la tutelle de M. Alain TOUZET, je lui dis, ainsi qu'à tous les autres collègues, très très grand merci.

Je remercie bien sûr les deux laboratoires, le LaMI et le LASMEA, pour l'accueil ainsi que pour les services logistiques. Je remercie spécialement les directeurs, Pascal RAY et Michel DHOME, et surtout la secrétaire du LaMI, Juliette, que j'ai beaucoup sollicitée.

Merci à Yann, à Jean-Denis aux trois Vincents (PATELOUP, ROBIN et GAGNOL) à Michel, Claude, Hélène, Caroline, Emmanuel, Jalaà, Pierre, Pascal, François, Claudine, Arnaud ainsi que beaucoup d'autres, que je ne vais pas profiter de leurs noms pour doubler le volume de ce mémoire, pour avoir rendu agréables les pauses café du LaMI

Je tiens à remercier Julien MEISSONNIER et Fabrice MARSALEIX avec lesquels j'ai construit une amitié qui, j'espère, demeurera après que je quitte l'IFMA

Remerciement

Je dis merci à l'IFMA pour m'avoir accueilli et notamment au CRI de l'IFMA pour m'avoir bien aidé quand j'avais besoin d'une grande puissance de calcul. Comme je remercie Pascale GOUINAUD pour la gestion de l'informatique du Labo.

Je n'aurai pas arrivé ici, sans la participation d'un très grand nombre de personnes à ma formation. Je remercie alors le collège des sœurs des saints cœurs à Rass-Baalbeck, le séminaire du saint Paul à Feyrtroun, l'université libanaise et notamment la faculté de génie à Roumieh, l'INSA de Toulouse et bien sûr l'école doctorale des sciences pour l'ingénieur de Clermont-Ferrand.

Le plus grand merci reste toujours et à jamais à une famille, dans laquelle je suis né et j'ai grandi. Grand merci à un père qui m'a passionné pour la mécanique et l'industrie. J'avais 4 ans quand je me blessai la main avec la plieuse, il me disait : « Mon enfant, là tu commences à être un vrai industriel ». Grand merci à une mère qui m'a appris à chercher toujours l'idéal dans la vie et qui m'a donné une dure volonté avec laquelle j'arrive toujours à vaincre mes difficultés dans la vie. Merci à un frère qui me manque toujours avec ses taquineries.

Je ne peux jamais finir cette page sans me rappeler d'un pays qui m'a donné beaucoup et que j'adore pour l'éternité. Un pays tout beau et tout petit qui a brûlé sous les bombes durant l'écriture de ces lignes. Grand merci au pays des cèdres, aux LIBAN. Toutefois sans oublier un pays qui m'a hotté 4 ans et bientôt la cinquième. Merci bien, à la France.

Enfin, merci bien sûr au lecteur et bonne lecture.

Rany RIZK

Sommaire

Sommaire 4
Liste des figures 8
Liste des Tableaux 11
Introduction 13
Chapitre 1 : Etat de l'art 15
1.1. Introduction 15
1.2. Définitions et propriétés de base 15
1.2.1. Définitions 15
1.2.2. Manipulateurs pleinement parallèles 16
1.2.3. Manipulateurs hybrides 16
1.2.4. La matrice jacobienne (cinématique) 17
1.2.5. Singularités 18
1.2.5.1. Les singularités classiques 18
1.2.5.2. Les singularités de contrainte 20
1.2.6. Modes d'assemblage et de fonctionnement 21
1.2.7. Caractéristiques de couplage 22
1.2.8. Espace de travail 23
1.2.9. Mobilité et spatialité 23
1.2.10. Hyperstaticité 24
1.3. Robots parallèles à mouvements découplés 25
1.4. Précision des robots parallèles 25
1.4.1.1. Etalonnage géométrique 26
1.4.1.2. Prise en compte de la déformation des composants 26
1.5. Métrologie par vision 29
1.6. Conclusion 30
Chapitre 2 : Précision des robots parallèles à mouvements découplés dans l'hypothèse des corps indéformables 31
2.1. Introduction 31
2.2. Structure cinématique et problématique 32
2.2.1. Structure cinématique et propriétés 32
2.2.2. Formulation du problème 33
2.3. Défauts d'orientations des moteurs 34
2.3.1. Défaut d'orientation d'un moteur 34
2.3.1.1. Effets du défaut d'orientation d'un moteur sur les caractéristiques cinématiques 35
2.3.1.2. Effets du défaut d'orientation d'un moteur sur la précision 35
2.3.1.3. Sensibilité au défaut d'orientation d'un moteur 36
2.3.2. Défauts d'orientations de plusieurs moteurs 37

2.3.2.1. Effets des défauts d'orientations de plusieurs moteurs sur la cinématique 37
2.3.2.2. Effets des défauts d'orientations de plusieurs moteurs sur la précision 37
2.3.2.3. Sensibilité aux défauts d'orientations de plusieurs moteurs 40
2.3.3. Conclusion 42
2.4. Défauts d'orientations des jambes 42
2.4.1. Défaut d'orientation d'une jambe 42
2.4.1.1. Effets du défaut d'orientation d'une jambe sur les caractéristiques cinématiques 42
2.4.1.2. Effets du défaut d'orientation d'une jambe sur la précision 44
2.4.1.3. Sensibilité au défaut d'orientation d'une jambe 46
2.4.2. Défaut d'orientation de plusieurs jambes 46
2.4.2.1. Effets des défauts d'orientations de plusieurs jambes sur la cinématique 47
2.4.2.2. Effets des défauts d'orientations de plusieurs jambes sur la précision 47
2.4.2.3. Sensibilité aux défauts d'orientations de plusieurs jambes 48
2.4.3. Conclusion 50
2.5. Défauts d'orientation des moteurs et des jambes 50
2.5.1. Modèle cinématique direct 50
2.5.2. Erreurs de position et d'orientation 51
2.5.3. Conclusion 51
2.6. Défauts de parallélisme entre les pivots d'une même jambe 52
2.6.1. Conclusion 60
2.7. Conclusion générale 61
Chapitre 3 : Déformation des robots parallèles à mouvements découplés 62
3.1. Introduction 62
3.2. Simulation numérique 63
3.2.1. Modélisation 63
3.2.1.1. Modélisation des composants 64
3.2.1.2. Liaison pivot 67
3.2.1.3. Modélisation de la matière 67
3.2.1.4. Conditions aux limites 67
3.2.2. Résultats 68
3.3. Analyse des résultats 70
3.3.1. Déformations d'une jambe isolée 70
3.3.1.1. Analyse des composantes de la matrice de souplesse de la jambe 70
3.3.1.2. Conclusion 74
3.3.2. Déformations de l'Isoglide3-T3 75
3.3.2.1. Variations de la rigidité de l'Isoglide3-T3 dans son l'espace de travail 75
3.3.2.2. Caractéristiques de la matrice de souplesse et domaine de déformations de l'Isoglide3-T3 78
3.3.2.3. Conclusions 79
3.3.3. Déformations de l'Isoglide4-T3R1 80
3.3.3.1. Variations de la rigidité de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail. 80
3.3.3.2. Caractéristiques de la matrice de souplesse et domaine de déformations de l'Isoglide4-T3R1 83
3.3.3.3. Conclusion 84
3.3.4. Conclusion sur l'analyse des résultats 84
3.4. Formalisation du problème avec la sous-structuration 85
3.4.1. Introduction 85
3.4.2. Principe 85

3.4.3. Matrice de souplesse d'une jambe isolée 87
3.4.4. Matrice de rigidité de l'Isoglide3-T3 90
3.4.5. Matrice de rigidité de l'Isoglide4-T3R1 94
3.4.5.1. Efforts générés par l'Isoglide3-T3 95
3.4.5.2. Efforts générés par J_4 96
3.4.6. Validation numérique. 99
3.4.7. Conclusion sur la formalisation 100
3.5. Conclusion 100
Chapitre 4 : Calcul au deuxième ordre des déformations en présence de précontraintes 102
4.1. Introduction 102
4.2. Simulation numérique 103
4.2.1. Calcul à l'ordre deux 103
4.2.2. Conditions aux limites 106
4.3. Analyse des résultats 109
4.3.1. Matrice de rigidité d'une jambe isolée 109
4.3.2. Fermeture précontrainte du robot 112
4.3.2.1. Fermeture de la jambe complexe T3 113
4.3.2.2. Connexion de la jambe *J4* 114
4.3.3. Fermeture précontrainte en tenant compte du poids propre 121
4.3.4. Fermeture précontrainte en tenant compte du poids propre en présence d'une charge extérieure 123
4.3.4.1. Effets d'un défaut de montage d'un moteur 124
4.3.4.2. Effets des défauts de fabrication dans le coude 127
4.4. Conclusion 129
Chapitre 5 : Variation de la rigidité et de la précision avec l'hyperstaticité 130
5.1. Introduction 130
5.2. Modélisation des différentes versions de l'Isoglide4-T3R1 130
5.3. Calcul de la connectivité et du degré d'hyperstaticité 131
5.4. Comparaison des matrices de rigidité des différentes versions 133
5.5. Recherche des souplesses extrémale des différentes versions 135
5.6. Conclusion 138
Chapitre 6 : Métrologie par vision 139
6.1. Introduction 139
6.2. Mesure avec la caméra monoculaire 139
6.2.1. Formation de l'image 140
6.2.1.1. Expression des coordonnées dans le repère caméra 140
6.2.1.2. Détermination des coordonnées pixelliques 141
6.2.1.3. Prise en compte des distorsions optiques 141
6.2.2. Etalonnage 143
6.2.3. Acquisition des données 143
6.2.4. Traitement des données et calcul des résultats 144
6.2.4.1. Traitement des données 144
6.2.4.2. Calcul des résultats 144
6.2.5. Conclusion 145
6.3. Mesure avec les têtes stéréoscopiques 146
6.3.1. Etalonnage 146
6.3.1.1. Principe de fonctionnement de la tête stéréoscopique 146
6.3.1.2. Étalonnage intrinsèque 147
6.3.1.3. Etalonnage extrinsèque 148
6.3.2. Acquisition des données 150
6.3.3. Traitement des données 150
6.3.3.1. Filtrage 151
6.3.3.2. Mesures réalisées avec les têtes 152
6.3.4. Conclusion 153

6.4. Mesures avec les deux systèmes combinés (têtes stéréoscopiques+ caméra monoculaire) 153
6.4.1. Estimation du changement de repère entre les mesures caméra monoculaire et les mesures stéréo 153
6.4.2. Conclusion 154
6.5. Conclusion 154
Chapitre 7 : Mesures et interprétation 155
7.1. Introduction 155
7.2. Mesures avec les têtes stéréoscopiques 155
7.2.1. Mesures de la rectitude des moteurs 155
7.2.1.1. Mesure de la trajectoire et de l'orientation réelles du déplacement du moteur en fonction de la configuration du robot 156
7.2.1.2. Mesure des défauts d'orientations des moteurs avant et après montage des jambes 159
7.2.1.3. Conclusion 162
7.2.2. Mesures des défauts de montage des jambes 162
7.2.2.1. Algorithme de calcul des directions des axes de rotation des bras 162
7.2.2.2. Conclusion 164
7.2.3. Estimation du MGD et de la précision à corps indéformables 164
7.2.4. Conclusion 165
7.3. Mesures avec les têtes stéréoscopiques et la caméra monoculaire 165
7.3.1. Estimation du changement de repère entre les mesures caméra monoculaire et les mesures stéréo 166
7.3.2. Mesures simultanées des déplacements articulaires et de la pose de l'effecteur 169
7.3.2.1. Mesures avec les têtes stéréoscopiques 169
7.3.2.2. Mesures avec la caméra monoculaire 170
7.3.2.3. Passage stéréo-monocuclaire 170
7.3.3. Identification des défauts dans l'hypothèse des corps rigides 172
7.3.4. Comparaison avec les défauts mesurés 175
7.3.5. Erreurs de poses 176
7.3.6. Conclusions 177
7.4. Conclusions et perspectives 177
Chapitre 8 : Conclusions et perspectives 179
8.1. Conclusions 179
8.2. Perspectives 180
Bibliographie 182
ANNEXES 191
Annexe A: Cartes de rigidités de l'Isoglide4-T3R1 de degré d'hyperstaticité 4 .. 192
Annexe B: Cartes de rigidités de l'Isoglide3-T3 218
Préface Annexe C 224
Annexe C:Calculs au deuxième ordre 225
Fermeture Précontrainte 227
Fermeture précontrainte après prendre en compte le poids propre 245
Supplément de déformations dû au poids propre 262
ANNEXE D: CD ROM 276

Liste des figures

Figure 1-1 : Mécanismes parallèles à jambes de longueur fixe ou variable. 16
Figure 1-2 : Mécanisme pleinement parallèle de type hexapode 16
Figure 1-3 : Robot tricept [Smt03] 17
Figure 1-4 : Singularité sérielle 18
Figure 1-5 : Singularité parallèle 19
Figure 1-6 : Singularité architecturale 19
Figure 1-7 : Singularité de contrainte d'un mécanisme à quatre barres 20
Figure 1-8 : Mécanisme 3-URU DYMO [ZBG02] 21
Figure 1-9 : Modes de fonctionnement 21
Figure 1-10 : Modes d'assemblage 22
Figure 1-11 : Robot parallèles isotropes à 3DDL 25
Figure 2-1 : Schéma et graphe cinématique du robot parallèle Isoglide4-T3R1 32
Figure 2-2 : Schéma cinématique de Isoglide4-T3R1 avec défaut d'orientation du moteur M_1 34
Figure 2-3 : Trajectoire du point P avec défaut d'orientation de 10° sur M_1 35
Figure 2-4 : Carte de sensibilité de φ_P au défaut d'orientation de M_2 (α=0.1º) 36
Figure 2-5 : Erreurs d'une translation opérationnelle dues au défaut d'orientation du moteur correspondant 38
Figure 2-6 : Erreurs de positions dues à un défaut d'orientation d'un moteur 39
Figure 2-7 : Erreurs e_{φ_p} pour $\varphi_p = 45^{\circ}$ (a) et leurs rectitudes (b) 39
Figure 2-8 : Facteur de sensibilité d'une translation opérationnelle q_i au défaut d'orientation du moteur M_i 41
Figure 2-9 : Facteurs de sensibilité aux défauts d'orientation des moteurs verticaux pour β_m=0.1° et δ_m=0.1° 42
Figure 2-10 : Schéma cinématique de Isoglide4-T3R1avec défaut d'orientation de la jambe J_1 43
Figure 2-11 : Erreurs sur x_p dues aux défauts d'orientations de J_1 45
Figure 2-12 : Cartes de sensibilités de x pour $\alpha=\beta=\gamma=\delta=\varepsilon=\varphi=0$ et q_2=250mm 49
Figure 2-13 : Cartes de sensibilité pour α=1°,q_2=250mm 49
Figure 2-14 : Schéma cinématique de la version isostatique de Isoglide4-T3R1 avec défauts de parallélisme entre les pivots de J_1 52
Figure 2-15 : Erreurs sur x pour des gauchissements du pivot C1 53
Figure 2-16 : Rapport entre le rayon du cercle correspondant à une erreur nulle et la longueur de la jambe 54
Figure 2-17 : Angle de pliage de la jambe correspondant à une erreur nulle 55

Figure 2-18 : Erreurs sur l'angle de rotation de la plate-forme mobile pour un angle désiré $\varphi_p=0^o$ 56
Figure 2-19 : Erreurs de position dans la direction x 58
Figure 2-20 : Erreurs de position dans la direction y 58
Figure 2-21 : Erreurs de position dans la direction z 59
Figure 2-22 : Rotations parasites autour de l'axe x 59
Figure 2-23 : Rotations parasites autour de l'axe y 60
Figure 3-1 : Géométrie de l'Isoglide4-T3R1 reproduite sous ANSYS avec les moteurs bloqués 63
Figure 3-2 : Schéma cinématique de l'Isoglide4-T3R1-V1 64
Figure 3-3 : Partitionnement et maillage de la chape de l'avant-bras dans son repère local ... 65
Figure 3-5 : Conditions aux limites 68
Figure 3-6 : Maillage de la plate-forme mobile 68
Figure 3-7 : Calculs des déplacements du point P 69
Figure 3-8 : Repères locaux associés à la jambe 71
Figure 3-9 : Variations des termes de la matrice de souplesse d'une jambe en fonction de l'angle de pliage $\hat{C}$ 72
Figure 3-10 : Détails des composantes de la matrice de souplesse 74
Figure 3-11 : Modèle CAO du robot Isoglide3-T3 75
Figure 3-12 : Variations de K_{Fd} de l'ISOGLIDE3-T3 dans son espace de travail pour q_2=700mm (les grandeurs sont en N/mm). 76
Figure 3-13 : Variations de $K_{M\theta}$ de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail pour q_2=700mm 77
Figure 3-14: Carte de la rigidité K_{64} 78
Figure 3-15 : Variations des termes de K_{Fd} de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail pour q_2=700mm (les grandeurs sont en mm) 80
Figure 3-16 : Variations des termes de $K_{M\theta}$ de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail pour q_2=700mm 81
Figure 3-17 : Contraintes de Von Mises (MPa) créés lors d'une déformation $\theta_x=1^o$ 81
Figure 3-18 : Déplacement du point L lors d'une déformation θ_z 82
Figure 3-19 : Bras en torsion 86
Figure 3-21 : Résultats données par la simulation numérique et par la formalisation suivant la sous-structuration 89
Figure 3-22 : Plate-forme de l'Isoglide3-T3 90
Figure 3-23 : Plate-forme mobile de l'Isoglide4-T3R1 94
Figure 3-24 : Comparaison des résultats de la formalisation et de la simulation numérique. 100
Figure 4-1 : Problème non solvable à l'ordre un 104
Figure 4-3 : Impossibilité de la fermeture de chaînes cinématiques. 105
Figure 4-9 : Schéma d'une jambe isolée avec défauts de fabrications 110
Figure 4-10 : Contraintes de Von-Mises dans l'Isoglide4-T3R1 lors de la fermeture précontrainte 112
Figure 4-11: Organigramme de calcul de la pose d'équilibre de P 118
Figure 4-12: Interpolation des résultats numériques 119
Figure 4-13 : Poids propre est une charge déviée par rapport aux axes principaux d'inertie 121
Figure 4-14 : Déformé de l'Isoglide4-T3R1 sous l'effet du poids propre 123
Figure 4-15: Erreurs de pose de la plate-forme mobile sous l'effet d'une charge F_x=500N en tenant compte du poids propre en fonction des défaut d'orientation de M_2 125
Figure 4-16: Suppléments d'erreurs de pose dus à F_x=500N 125
Figure 4-17 : Suppléments d'erreurs de pose dus à F_y=-500N 126
Figure 4-18 : Erreurs de pose de la plate-forme sous l'effet de la précontrainte due à un défaut au coude, au poids propre et à une charge extérieure combinée F_x=500N, F_y=-500N .. 127

Figure 4-19 : Suppléments d'erreurs de pose dus à une charge combinée F_x=500N et F_y=-500N 128
Figure 5-1 : Modélisation des liaisons sous Ansys : (a) joint cardan, (b) rotule. 130
Figure 5-2 : Schémas cinématiques pour quatre versions de l'Isoglide4-T3R1 avec des degrés d'hyperstaticité N=3 (a,) N=2 (b), N=1 (c) N=0 (d)..... 131
Figure 5-3 : Prototype réel de l'Isoglide4-T3R1 132
Figure 5-4 : Valeurs moyenne des termes des matrices de rigidité des 4 versions de l'Isoglide4-T3R1 en fonction du degré d'hyperstaticité..... 134
Figure 5-5 : Comparaison des souplesses extrémales des différentes versions. 138
Figure 6-1 : Projections d'objets M dans le capteur par projection perspective 140
Figure 6-2 : Exemple de distorsion radiale affectant une image de mire 141
Figure 6-3 : Deux objets ont la même projection dans le capteur de la caméra 142
Figure 6-4 : Exemple d'une série d'image pour l'étalonnage 143
Figure 6-5 : Caméra monoculaire monté en corps rigide sur la plate-forme mobile de l'Isoglide4-T3R1 144
Figure 6-6 : Mesure avec la caméra monoculaire..... 145
Figure 6-7 : Tête stéréoscopique 146
Figure 6-8 : Principe de mesure avec les têtes stéréoscopiques 147
Figure 6-9 : Etalonnage de la tête stéréoscopique en xy 147
Figure 6-10 : Barre de calibrage intrinsèque 148
Figure 6-11 : Domaine admissible pour l'étalonnage extrinsèque..... 149
Figure 6-12 : Barre d'étalonnage extrinsèque 149
Figure 6-13 : Dispositif de mesure avec la tête stéréoscopique..... 150
Figure 6-14 : Organigramme de filtrage des images 151
Figure 6-15 : Processus de changement de base entre la caméra monoculaire et la tête stéréoscopique. 154
Figure 7-1 : Rectitude du moteur linéaire de l'Isoglide4-T3R1 [CAL05] 156
Figure 7-2 : Mouvement du chariot du moteur (a) translation +rotation, (b) translation pure 157
Figure 7-3 : Mouvement du chariot durant le travail d'un moteur..... 157
Figure 7-4 : Variations de l'inclinaison du chariot durant le mouvement..... 158
Figure 7-5 :Ttrajectoire du moteur M_1 pour plusieurs positions du moteur M_3 159
Figure 7-7 : Définition du repère R_M pour l'Isoglide4-T3R1..... 160
Figure 7-8 : Trajectoire d'une pastille sur un bras 162
Figure 7-9 : Processus de calcul de l'orientation relative du repère de la caméra monoculaire par rapport au repère des têtes stéréoscopique. 168
Figure 7-10 : Corps rigide identifiables par les têtes et caméra monoculaires sur la plate-forme mobile du robot 169
Figure 7-11 : Repère de la plate-forme mobile..... 173
Figure 7-12 : Erreurs de variation de pose de la plate-forme mobile trouvées durant 10 mesures différentes..... 176

Liste des Tableaux

Tableau 3-1 Propriétés physiques des matériaux 67
Tableau 3-2 : Souplesses extrémales de l'Isoglide3-T3. 79
Tableau 3-3 Souplesses extrémales de l'Isoglide4-T3R1..... 83
Tableau 5-1 : Bases des espaces vectoriels des vitesses de la plate-forme mobile des différentes versions de l'Isoglide4-T3R1 131
Tableau 5-2 : Degré d'hyperstaticité des différentes versions de l'Isoglide4-T3R1 133
Tableau 5-3 : Souplesses extrémale de la version isostatique. 135
Tableau 5-4 : Souplesses extrémales pour la version avec N=1..... 135
Tableau 5-5 : Souplesses extrémales pour la version avec N=2..... 136
Tableau 5-6 : Souplesse extrémales pour la version avec N=3. 136
Tableau 7-1 Défauts d'orientation des moteurs avant montage des bras..... 161
Tableau 7-2 Défauts d'orientation des moteurs après montage des bras 161
Tableau 7-3:Défauts d'orientation des pivots des jambes par rapports aux axes du repère de mesure 163
Tableau 7-4 : Composantes du vecteur normale au corps rigide accroché sur la plate-forme mobile dans le repère R_{ts} 169
Tableau 7-5 : Composante de l'axe de rotation entre la pose initiale et les différentes poses de mesure dans le repère des têtes stéréoscopiques. 170
Tableau 7-6 : Amplitudes de rotation exprimés en degré entre la pose initiale et les différentes poses mesurées avec les têtes stéréoscopiques. 170
Tableau 7-7 : Composante de l'axe de rotation entre la pose initiale et les différentes poses de mesure dans le repère de la caméra monoculaire à la première mesure. 170
Tableau 7-8 : Amplitudes de rotation exprimés en degré entre la pose initiale et les différentes poses mesurées avec la caméra monoculaire..... 170
Tableau 7-9 : Composantes de l'axe $[W]$ obtenu par le produit vectoriel des axes $[U_c]$ et $[U_{ts}]$. 171
Tableau 7-10 : Angle de transformation entre le repère R_c et le repère R_{ts}. 171
Tableau 7-11 : Variations des coordonnées articulaires correspondant aux différentes mesures (les valeurs sont en mm)..... 172
Tableau 7-12 : Translations du centres optique de la caméra monoculaire (les valeurs sont en mm). 173
Tableau 7-13 : Variations de l'angle de rotation de la plate-forme mobile..... 173
Tableau 7-14 : Défaut d'orientation des moteurs 174
Tableau 7-15 : Défauts d'orientations des pivots des jambes 174
Tableau 7-16 : Pose du centre optique de la caméra monoculaire par rapport au point caractéristique P..... 174

Remerciement

Introduction

De tout temps, l'industrie s'est basée sur la répétition de tâches élémentaires simples, initialement confiées à de la main d'œuvre humaine (esclaves puis ouvriers). A travers les années, le besoin de l'Homme a dépassé ses propres capacités. La compétition entre les industriels a imposé que ces tâches prévisibles soient confiées de nos jours à des machines, voire des robots.

Le mot robot est originaire de la langue tchèque où le terme « robota » signifie « esclavage ». La machine peut être définie comme un dispositif mécanique destiné à effectuer une tâche bien déterminée (usinage, soudage, sciage etc) [ShU80]. Un robot peut être défini comme un dispositif mécanique pouvant être programmé pour exécuter une variété de tâches de manipulation ou de locomotion sous contrôle automatique.

Comme un bras humain qui est une suite d'os (montés en série) actionnés par des muscles, un robot sériel est une suite de corps solides actionnés par des moteurs. Lorsque l'Homme n'arrive pas à effectuer une tâche avec une seule main il utilise ses deux mains, il les monte en parallèle. Nous voyons par là-même qu'un robot parallèle est un robot à chaîne cinématique fermée.

Les mécanismes parallèles ont connu une forte progression ces vingt dernières années. Ils présentent plusieurs avantages par rapport aux robots sériels : une bonne rigidité structurelle et un rapport rigidité/masse élevé, ainsi qu'une masse en mouvement faible ce qui réduit l'inertie au profit des performances dynamiques. Par contre, la cinématique des robots parallèles est plus compliquée que celle des robots sériels. La complexité de la cinématique des robots parallèles est notamment due au couplage de leurs mouvements. Le contrôle automatique se basant sur la cinématique, il est plus difficile d'élaborer une bonne commande pour un robot à mouvements couplés. Le découplage simplifie grandement la commande.

La performance d'un robot repose notamment sur sa précision. Plusieurs causes pour l'imprécision co-existent. Les deux causes principales sont : la déformation du dispositif sous l'effet des charges extérieures et les tolérances de fabrication et de montage. Les défauts de montage et de fabrication ont des effets sur la cinématique et génèrent également des déformations du dispositif.

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre du projet MP2 2003-2006 (Machines Parallèles et Précision) du programme interdiciplinaire de recherche ROBEA (ROBotique et Entités Artificielles) du CNRS. Le projet MP2 regroupe les équipes du LaMI, du LASMEA, de l'IRCCyN, de l'INRIA et du LIRMM. Ce travail s'inscrit également dans l'axe de recherche Machines et Systèmes performant et intelligents (MSPI) du grand projet Auverfiabilis/TIMS de la région d'Auvergne.

Dans le contexte de notre travail de thèse, nous nous intéressons à la précision des robots parallèles à mouvements découplés de la famille Isoglide, de type T3R1 [Gog02, 05]. Nous traitons particulièrement des effets des défauts de montage et de fabrication ainsi que les déformations du robot. Notre travail de recherche s'est déroulé en concomitance avec la réalisation physique de ce robot. Le but du travail a été de trouver une méthode pour

l'évaluation de la précision de ce type de robot ainsi que d'aider à retrouver les points à soigner durant la réalisation physique.

Notre travail propose des approches analytiques, numériques et expérimentales. Le travail consiste à chercher une méthode rapide pour évaluer les effets des défauts de fabrication et de montage sur la précision cinématique du robot et sa déformation sous charge. Dans ce cadre, le travail débute avec des calculs cinématiques théoriques pour les effets des défauts, se poursuit avec de nombreuses simulations numériques avec la méthode des éléments finis sous le logiciel ANSYS (avec et sans prise en compte des défauts), pour arriver à la fin à une méthode analytique qui permet d'intégrer les défauts dans le calcul de la déformée.

Dans le cadre expérimental, qui s'intègre dans la discipline « vision pour la robotique », le travail a rencontré beaucoup de difficultés dues notamment aux ralentissements de la réalisation physique et aux pannes subies par le robot. Ceci est normal, vu le grand nombre de tâches qui s'effectuent simultanément sur le démonstrateur (conception réalisation, assemblage, commande, métrologie, ….), vu également qu'il s'agit d'une machine innovante en cours de réalisation par des chercheurs et non pas par des industriels professionnel. Nous n'avons pas pu effectuer une identification complète du robot étant donné qu'il n'était pas fini et que nous n'avons pas le matériel nécessaire. En revanche, nous avons pu mesurer les défauts de fabrications et de montage, comme nous avons pu les identifier en couplant plusieurs systèmes multi et mono capteurs de vision artificielle. Le but de la thèse a été de coupler la vision artificielle avec la mécanique et la robotique. Nous avons bien avancé sur ce point, sans toutefois pouvoir remplir tous les objectifs initiaux, mais en dégageant de nombreuses pistes de travail et perspectives encourageantes.

Chapitre 1 : Etat de l'art

1.1. Introduction

Ce chapitre présente des notions générales de la robotique parallèle sur lesquelles se basent les travaux présentés dans ce mémoire. Nous présentons tout d'abord des généralités sur les mécanismes parallèles, une description de quelques robots parallèles à mouvements découplés, un état de l'art sur le calcul de la rigidité et de la précision des robots parallèles ainsi que sur la métrologie par vision.

1.2. Définitions et propriétés de base

Jusqu'à récemment, on rapportait que les premiers mécanismes (ou manipulateurs) parallèles étaient un simulateur de vol [Ste65] et une machine pour tester les pneus [GoW62]. De nouvelles informations sur l'origine des manipulateurs parallèles ont été apportées en 2003, dans une revue en ligne très bien documentée [Bon03]. Le premier manipulateur parallèle daterait de 1932 [Gwi31]. C'était un projet de plate-forme mobile destinée à une salle de cinéma « dynamique ». Aujourd'hui, on trouve de nombreuses utilisations des mécanismes parallèles dans l'industrie : manipulateur rapide (« pick-and-place »), simulateurs de vol, machines-outils, systèmes de micro-positionnement.

1.2.1. Définitions

Un robot peut être défini comme un dispositif mécanique pouvant être programmé pour exécuter une variété de tâches de manipulation ou de locomotion sous contrôle automatique [ShU80].

Un robot sériel est un robot formé d'une chaîne cinématique ouverte. Un mécanisme parallèle peut être défini comme un mécanisme en chaîne cinématique fermée [Mer00]. Un robot parallèle est formé de deux plates-formes reliées par plusieurs chaînes cinématiques. La plate-forme fixe constitue le bâti. L'autre plate-forme mobile, à *n* degrés de libertés, constitue l'organe terminal. Chaque chaîne cinématique reliant les deux plates-formes est dénommée jambe. En général, les jambes sont soit télescopiques, c'est-à-dire de longueur variable, soit de longueur fixe et c'est leur extrémité qui est mobile. Dans la Figure 1-1 les mécanismes parallèles ont chacun deux jambes. Chaque jambe est elle-même un mécanisme qui peut être sériel si la jambe est simple ou parallèle si la jambe est complexe.

On appelle coordonnées articulaires d'un mécanisme parallèle l'ensemble des coordonnées liées aux articulations motorisées. Pour les deux mécanismes de la Figure 1-1, les articulations motorisées sont les deux liaisons prismatiques. L'espace articulaire du robot est l'espace formé par les coordonnées articulaires.

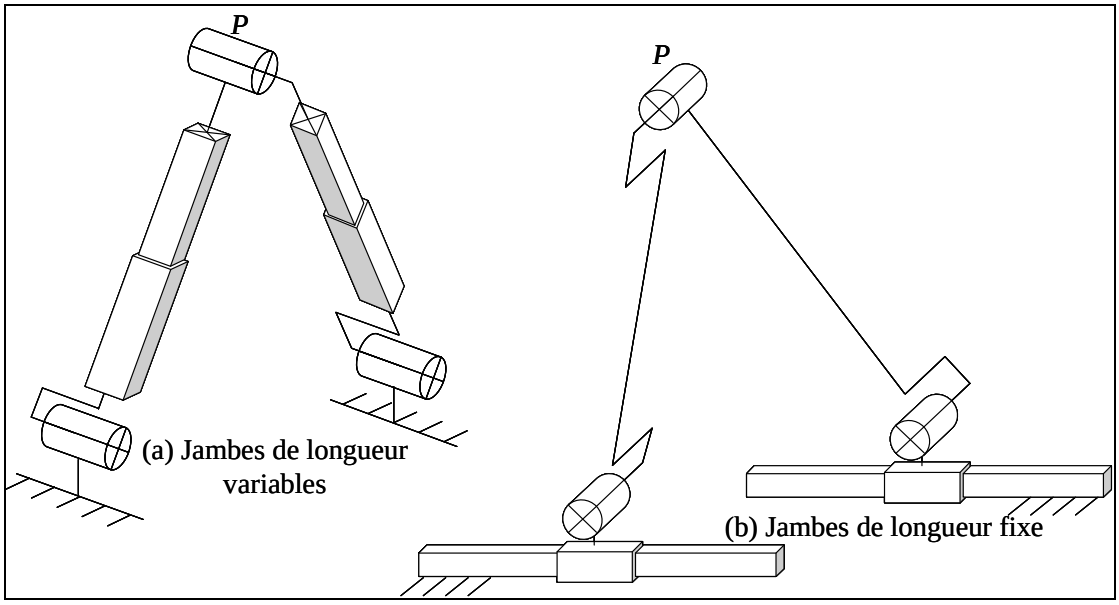


Figure 1-1 : Mécanismes parallèles à jambes de longueur fixe ou variable.

On appelle coordonnées opérationnelles l'ensemble des coordonnées permettant de définir la position et l'orientation, que l'on appellera désormais « pose », de la plate-forme mobile. Sur la Figure 1-1, les coordonnées opérationnelles sont définies par le couple de coordonnées cartésiennes (x, y) qui détermine la position du point P. L'espace opérationnel du robot est l'espace formé par les coordonnés opérationnelles.

1.2.2. Manipulateurs pleinement parallèles

Un manipulateur pleinement parallèle est un manipulateur qui possède autant de jambes que de degrés de libertés et un seul actionneur par jambe. La plate-forme hexapode de Gough-Stewart est un exemple de mécanisme pleinement parallèle à jambes télescopiques [GoW62].

Figure 1-2 : Mécanisme pleinement parallèle de type hexapode

Un hexapode est muni d'une plate-forme mobile reliée au bâti par 6 chaînes sérielles de type UPS (U = Universal joint, i.e. cardan, P = Prismatique, S = Sphérique) montées en parallèle (Figure 1-2).

1.2.3. Manipulateurs hybrides

Un manipulateur hybride est un manipulateur parallèle qui possède une partie parallèle et une partie sérielle. Ce concept permet d'une part de bénéficier d'un grand espace de travail en translation ou en orientation, caractéristique propre aux mécanismes sériels.

D'autre part, il bénéficie des bonnes performances des manipulateurs parallèles en terme de rigidité et de dynamique.

Un manipulateur hybride répandu dans l'industrie est le Tricept de Neos Robotics [Neu88]. Ce robot possède un poignet sériel à deux rotations monté sur un tripode à cinématique parallèle à jambes de longueur variable, avec une jambe passive. Ce porteur parallèle à jambe passive possède les trois DDL des coordonnées sphériques (2 rotations, 1 translation) [Sic99].

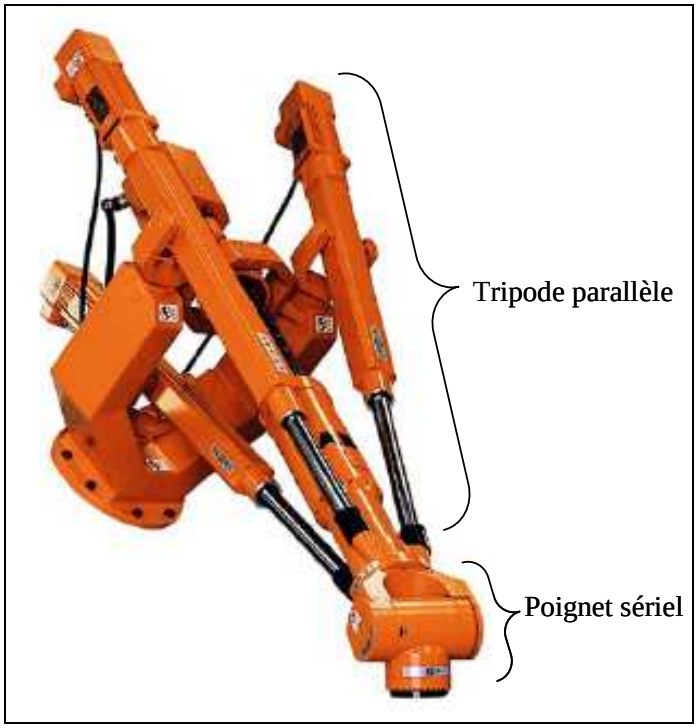


Figure 1-3 : Robot tricept [Smt03]

1.2.4. La matrice jacobienne (cinématique)

Les méthodes classiques de contrôle automatique utilisent le modèle géométrique direct (MGD) qui établit une relation entre les déplacements finis de l'espace articulaire et ceux de l'espace opérationnel du robot. Dans un robot sériel (à chaîne cinématique ouverte), il est toujours possible d'avoir le MGD sous forme analytique, ce qui n'est pas le cas avec la majorité des robots parallèles (chaînes cinématiques fermées).

La difficulté de l'élaboration du MGD d'un robot parallèle est surtout due au couplage de ses mouvements. Pour des coordonnées articulaires données, le problème de la résolution du MGD consiste à trouver les coordonnées opérationnelles de la plate-forme mobile. Or il n'y a pas nécessairement unicité de la solution, voire pas de solution du tout. Cela signifie que pour les mêmes entrées peuvent correspondre plusieurs positions et orientations de la plate-forme mobile (Figure 1-10), voire même que la fermeture des boucles n'est pas possible et que la plate-forme mobile n'a pas de pose déterminée. L'élaboration du modèle géométrique inverse (MGI) est généralement plus simple.

La différentiation du MGD donne le modèle cinématique direct (MCD) qui établit une application linéaire entre les variations infinitésimales des coordonnées opérationnelles et celles des coordonnées articulaires. Cette application peut être exprimée sous forme matricielle :

$$[A][dX] = [B][dq] \tag{1.1}$$

La matrice $[A]$ est dite matrice jacobienne parallèle et la matrice $[B]$ est dite la matrice jacobienne sérielle [GoA90]. Si $[A]$ est inversible (1.1), peut être aussi exprimée sous la forme :

$$[dX] = \left[{}^{h}J_{P} \right][dq] \tag{1.2}$$

où *P* est le point caractéristique de l'organe terminal (OT) du robot; *h* le repère dans lequel les variables opérationnelles sont exprimées; ${}^{h}J_{P}$ représente la matrice jacobienne du mécanisme

1.2.5. Singularités

1.2.5.1. Les singularités classiques

Lorsque det(A) ou det(B) s'annule, on dit que le manipulateur est en singularité. Lorsque det(B) = 0, c'est une singularité dite sérielle ou de type I [GoA90]. Ce type de singularité correspond aux frontières de l'espace atteignable par le manipulateur [Mer00]. Sur la Figure 1-4, on a représenté une singularité sérielle d'un mécanisme parallèle plan à deux translations. La flèche indique la direction le long de laquelle le mouvement est impossible.

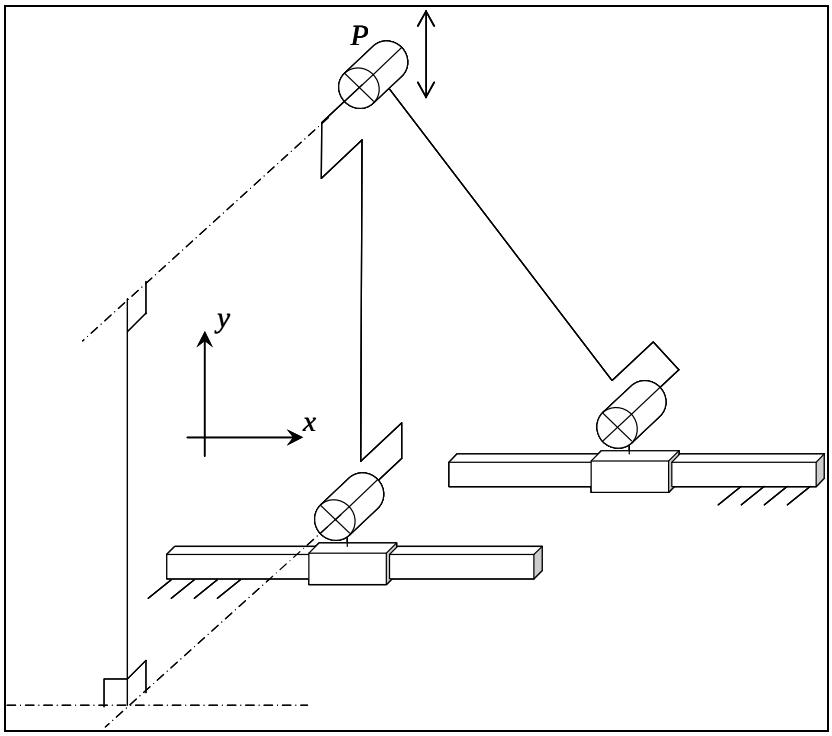


Figure 1-4 : Singularité sérielle

Lorsque det(A) = 0, c'est une singularité dite parallèle ou de type II [GoA90]. Ce type de singularité correspond aux configurations dans lesquelles la rigidité du mécanisme est perdue localement. La Figure 1-5 représente une singularité parallèle. La flèche indique la direction le long de laquelle la rigidité est perdue, c'est-à-dire qu'un mouvement infinitésimal est possible.

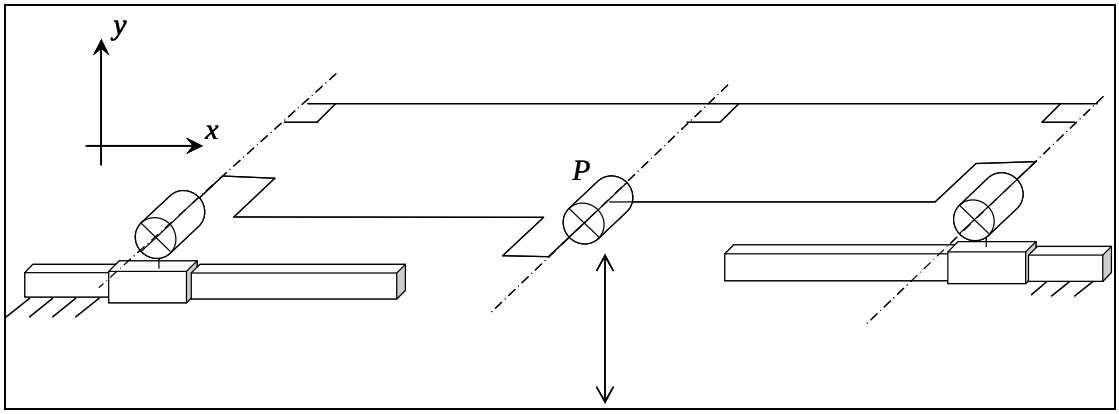


Figure 1-5 : Singularité parallèle

L'analyse de ce type de singularités est plus complexe et fait encore l'objet de recherches. Pour mettre en évidence les singularités d'un manipulateur parallèle, il est possible d'utiliser une approche algébrique à partir de la matrice jacobienne, ou une approche géométrique [Hun78],[Mer89], [ZFB94] en utilisant la géométrie des droites.

Une troisième sorte de singularité, dite singularité architecturale, peut apparaître pour des dimensions particulières des éléments cinématiques d'un mécanisme parallèle. Sur la Figure 1-6 par exemple, il n'est pas possible de contrôler la position du point *P* dans cette configuration articulaire particulière (les liaisons actionnées sont les liaisons prismatiques), parce que les deux barres reliés aux actionneurs prismatiques ont même longueur. Lorsqu'un robot se trouve en singularité architecturale, les équations de positionnement dégénèrent [MaA91], c'est-à-dire qu'il existe une infinité de solutions au problème géométrique direct : pour une configuration articulaire donnée, il existe une infinité de positions opérationnelles (Figure 1-6).

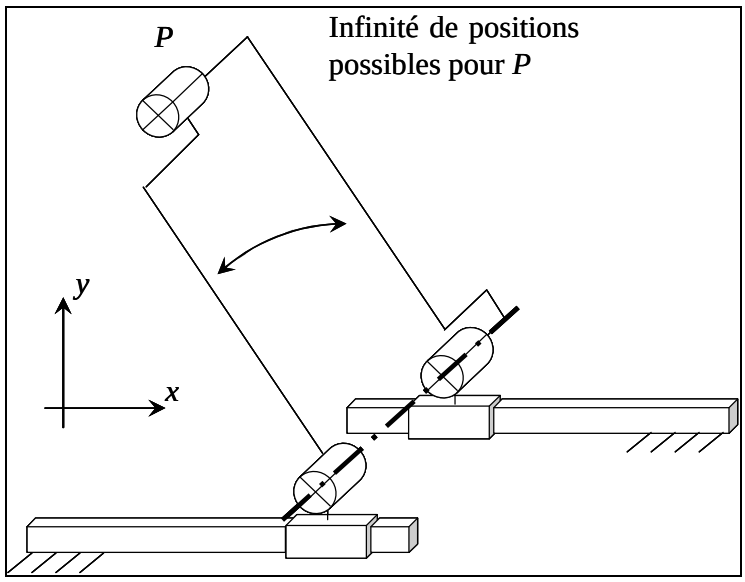


Figure 1-6 : Singularité architecturale

Lors de la conception d'un robot parallèle, il est important de déterminer ses configurations singulières. En effet, les performances de la machine se détériorent au voisinage de celles-ci :

- Au voisinage des singularités sérielles, il n'est pas possible de déplacer l'outil dans certaines directions (Figure 1-4) ;

- Au voisinage des singularités parallèles, on peut déplacer l'outil bien que les articulations motorisées soient bloquées (Figure 1-5). Ces singularités peuvent exister à l'intérieur de l'espace de travail et sont gênantes pour la planification de trajectoires. En ces points, les efforts dans les articulations augmentent, ce qui peut endommager la structure. De plus, la rigidité du mécanisme diminue et peut provoquer des mouvements non contrôlés de l'outil ;
- Si l'on se trouve en singularité architecturale, la position de l'outil est incontrôlable, ce qui pose bien évidemment un problème (Figure 1-6).

1.2.5.2. Les singularités de contrainte

Plus récemment, un nouveau type de singularité a été mis en évidence : les singularités de contrainte ou « Constraint singularities » [ZBG01], aussi appelées singularités internes [Kru03]. Ces singularités se produisent pour des mécanismes parallèles possédant moins de 6 degrés de liberté, lorsqu'à la fois le mécanisme entier et la plate-forme mobile gagnent un degré de liberté. D'après la classification proposée par [ZFB94], ce type de singularité est toujours de type IIM (Increased Instantaneous Mobility). Les singularités IIM sont des singularités dans l'espace des configurations du mécanisme, appelé « Configuration space » [ZBG02]

Voyons un exemple : la Figure 1-7 représente un mécanisme à 4 barres dans une configuration quelconque (à gauche) et en singularité de contrainte (à droite). Il y a un seul actionneur rotatif, donc on a un mécanisme à 1 degré de liberté (DDL) en rotation. Sur la figure de droite, les axes des liaisons pivot sont tous coplanaires (physiquement les quatre axes ont la même perpendiculaire commune (Δ)). Dans cette configuration, il est possible d'appliquer à la plate-forme des déplacements élémentaires à la fois en translation verticale et à la fois en rotation autour de n'importe quel axe perpendiculaire au plan du mécanisme passant par (Δ).

On a donc localement un mécanisme à 2 DDL : 1 rotation, 1 translation. On se trouve en singularité de contrainte puisque l'on gagne 1 DDL.

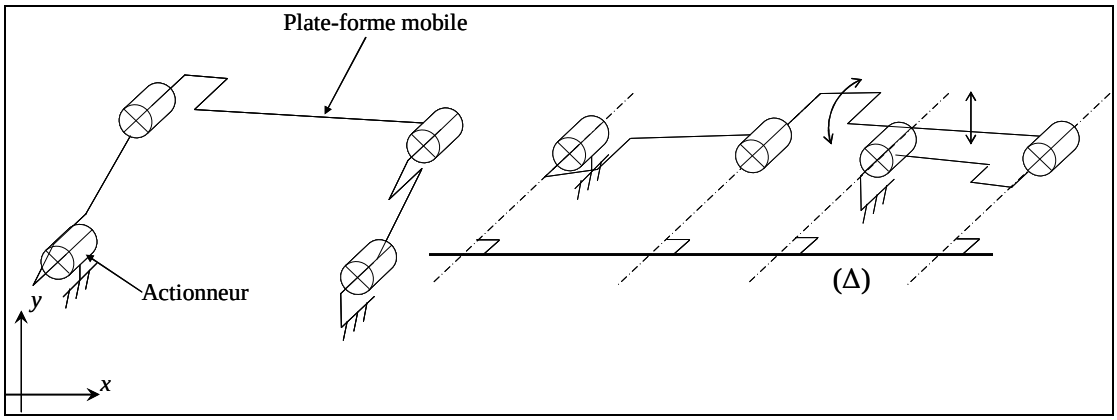


Figure 1-7 : Singularité de contrainte d'un mécanisme à quatre barres

Il arrive que la modification du nombre et du type de DDL ne soit pas seulement locale. Dans [ZBG02], on montre l'exemple du mécanisme 3-URU DYMO (pour Double-Y Multi-10 Operational mechanism, voir Figure 1-8) qui lorsqu'il traverse des singularités de contrainte peut se comporter de différentes façons : mode translationel (3 DDL en translation), mode sphérique (3 rotations autour d'un point), mode plan (2 translations dans un plan, 1 rotation orthogonale au plan), mode mixte (2 rotations, 1 translation), mode bloqué (aucun déplacement de la plate-forme).

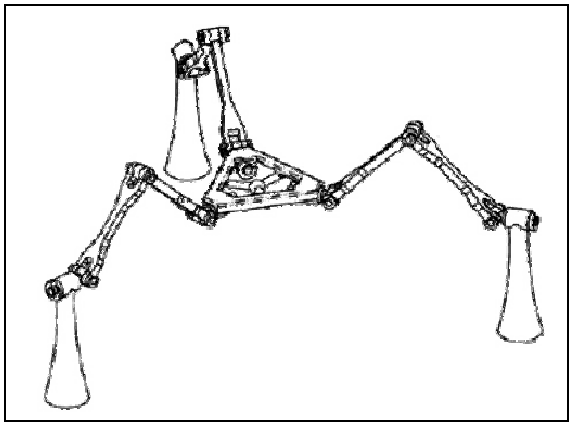


Figure 1-8 : Mécanisme 3-URU DYMO [ZBG02]

1.2.6. Modes d'assemblage et de fonctionnement

Les singularités sérielles (et parallèles) sont associées à un changement de mode de fonctionnement (respectivement de mode d'assemblage) [ChW98]. Sur la Figure 1-9(a), le manipulateur possède quatre modes de fonctionnement pour une position donnée du point *P* : l'articulation de chaque jambe peut être à gauche ou à droite de la position intermédiaire correspondant à la singularité sérielle. Sur la Figure 1-9(b) les points A_1 et $A_1^{'}$ représentent les solutions possibles pour le premier moteur, les points A_2 et $A_2^{'}$ les solutions pour l'autre moteur, quatre combinaisons de solutions sont possibles.

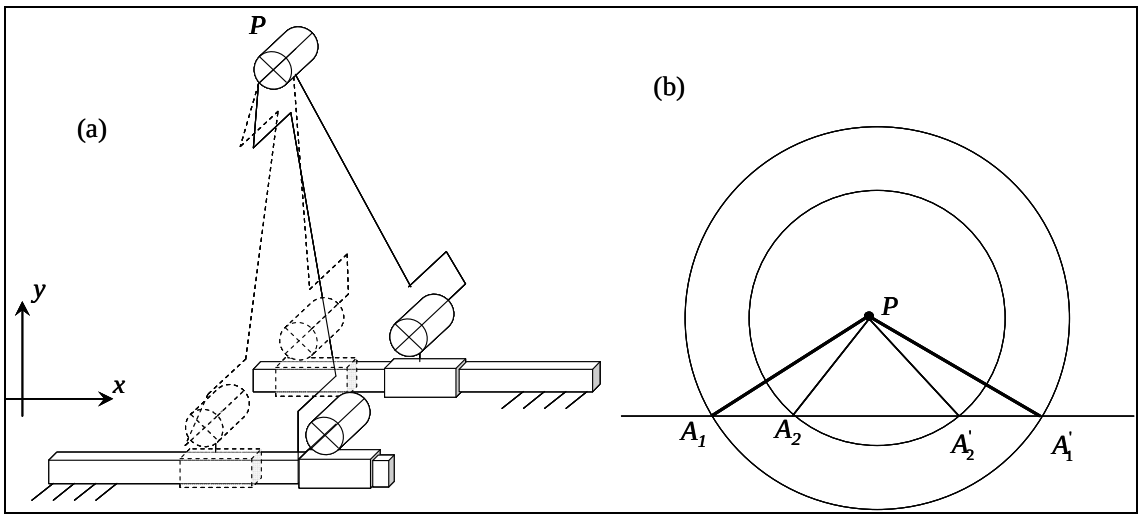


Figure 1-9 : Modes de fonctionnement

Ce manipulateur possède aussi deux modes d'assemblage pour une configuration articulaire donnée : l'outil peut être au-dessus ou au-dessous du plan horizontal qui correspond à la singularité parallèle (Figure 1-10). Le choix du mode d'assemblage ou de fonctionnement influence le comportement cinétostatique du mécanisme de manière significative [Cha98].

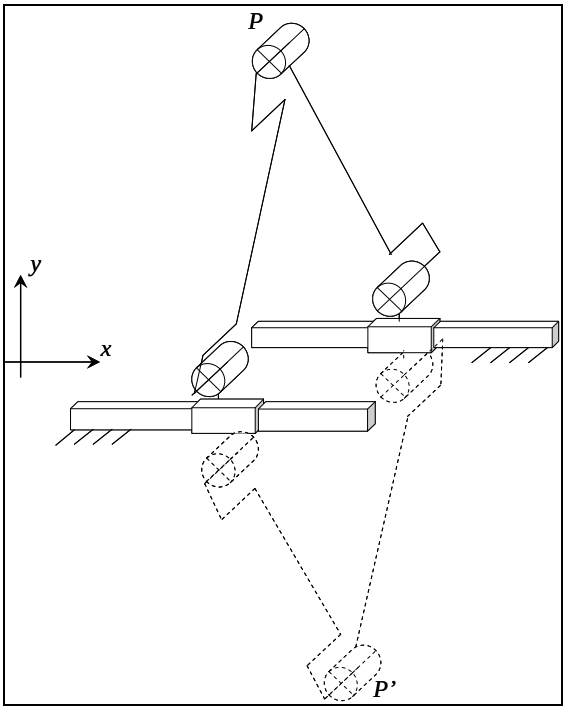


Figure 1-10 : Modes d'assemblage

1.2.7. Caractéristiques de couplage

En terme de conception axiomatique, l'équation (1.1) peut être considérée comme l'équation de conception du robot parallèle. La matrice $\left[{}^{h}J_{P}\right]$ peut être considérée en conséquence comme la matrice de conception. Une conception est dite [Suh90] :

- non couplée si sa matrice de conception est diagonale
- découplée si sa matrice de conception est triangulaire
- couplée si sa matrice de conception n'est ni triangulaire ni diagonale.

Par analogie, un robot parallèle est [Gog04] :

- complètement isotrope si sa matrice jacobienne est proportionnelle à la matrice unité dans tout son espace de travail.
- à mouvements non couplés si sa matrice jacobienne est diagonale
- à mouvements découplés si sa matrice jacobienne est triangulaire
- à mouvements couplés si sa matrice jaccobienne n'est ni diagonale ni triangulaire.

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux robots parallèles à mouvements découplés, à trois et quatre degrés de libertés. Plusieurs robots à quatre degrés de liberté à mouvements couplés sont proposés dans la littérature [BMG05], [FaT02], [GLZ02], [HuL02], [HuL03], [KCB03], [KoG04], [Mer00], [PiC99]. L'Isoglide4-T3R1 proposé dans [Gog02], [Gog05] est le premier robot parallèle à mouvements découplés à quatre degrés de liberté. L'Isoglide4-T3R1 est l'un d'une famille de robots parallèles Isoglide*n*-T*k*R$\left(n-k\right)_{n\in[1,6]}$ où n est le nombre de degrés de liberté du robot, $k\in[1,3]$ le nombre de translations que le robot peut effectuer et (*n*-*k*) le nombre de rotations possible. Tous les robots de la famille Isoglide sont isotropes en translation [Gog04-a] [Gog05, 05a, b, c, d, e, f, g, h] [Gog06, 06-a, b, c, d].

1.2.8. Espace de travail

La détermination de l'espace de travail des manipulateurs parallèles est un point important pour la conception d'un robot parallèle. En effet, le faible volume de l'espace de travail par rapport à l'encombrement est un des principaux défauts des manipulateurs parallèles.

Différentes projections de l'espace de travail existent pour les manipulateurs parallèles [Maj04] :

- L'espace de travail maximal, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour au moins une orientation de celle-ci ;
- L'espace de travail dextre, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour toutes les orientations de celle-ci ;
- L'espace de travail à orientation constante, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour une orientation donnée de celle-ci.

Les méthodes développées pour la détermination de l'espace de travail des mécanismes sériels ne sont pas directement applicables. Aussi, des méthodes particulières, algébriques et géométriques, ont été mises au point. Chaque méthode ou presque est spécifique à une architecture particulière. Des algorithmes géométriques sont par exemple présentés dans [MGM98] pour déterminer les différentes projections de l'espace de travail pour des manipulateurs parallèles plans.

Les méthodes géométriques [Gos90], [Mer00], [Bon02] permettent de calculer facilement la frontière de l'espace de travail. Elles peuvent intégrer les contraintes liées aux limites articulaires et aux collisions entre éléments cinématiques. Cependant la reconstruction totale de l'espace de travail est difficile.

Les méthodes algébriques [JoH89], [HAL95] sont plus difficiles à appliquer car elles augmentent la dimension du problème en introduisant des variables supplémentaires. Elles consistent à résoudre un problème d'optimisation en introduisant des pénalités aux frontières.

Les singularités sérielles sont les frontières de l'espace atteignable [Mer00]. Des singularités parallèles peuvent se trouver dans l'espace atteignable ce qui peut poser problème car en ces points la rigidité devient presque nulle selon certaines directions.

Dans notre cas, nous traitons un robot parallèle à trois translations et une rotation. L'espace de travail cherché [Cha04] est l'espace qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour toutes les orientations de celle-ci, donc nous sommes dans le cas de l'espace dextre.

1.2.9. Mobilité et spatialité

La mobilité et la spatialité sont les paramètres structurels principaux d'un mécanisme et constituent les premières propriétés à analyser lors d'une étude cinématique ou dynamique multicorps. La mobilité d'un mécanisme indique le nombre de paramètres indépendants qu'il faut connaître pour pouvoir déterminer la position et l'orientation de n'importe quel composant du mécanisme.

La spatialité indique les mouvements indépendants relatifs entre deux éléments du mécanisme [Gog05-b]. La spatialité est aussi connue dans la littérature comme étant le rang de l'ensemble linéaire de vissage [VoA59], la mobilité des liaisons [VoA60], mouvement relatif infinitésimal de deux corps [Hun67], la connectivité des liaisons complexes entre deux corps [Wal66], le connectivité de système de vissage instantané de deux corps [DaP71], etc. Le lecteur pourra se référer à [Gog05-b] pour une étude bibliographique sur la mobilité et la spatialité.

Les méthodes classiques du calcul de la mobilité, notamment la méthode de Chebychev-Grübler-Kutzbatch ne peuvent pas donner la mobilité d'un robot spatial hyperstatique. Dans [Gog05-a, b] une méthode basée sur la théorie des transformations linéaires, a été développée pour le calcul de la mobilité des mécanismes parallèles.

La mobilité M d'un mécanisme à m liaisons et $q \geq 1$ boucles cinématiques fermées indépendantes est donnée par la différence entre le nombre de paramètres de mouvements indépendants $\sum_{i=1}^{m} f_i$ avant la fermeture des boucles et le nombre r de paramètres des joints qui perdent leur indépendance après fermeture des boucles.

$$M = \sum_{i=1}^{m} f_i - r \tag{1.3}$$

Dans [Gog05-a,b] une méthode originale est proposée pour calculer r sans écrire les équations de contraintes cinématiques ou statiques du robot parallèle :

$$r = \sum_{i=1}^{k} S_{n_{A_i/1}}^{A_i} - S_{n/1}^{Q}, \tag{1.4}$$

pour un robot parallèle à jambes simples et

$$r = \sum_{i=1}^{k} S_{n_{A_i/1}}^{A_i} - S_{n/1}^{Q} + r_l \tag{1.5}$$

pour un robot parallèle à jambes complexes.

Les notations suivantes sont utilisées :

- k est le nombre de jambes du robot parallèle Q
- $S_{n_{A_i/1}}^{A_i}$ est la connectivité (spatialité) de la plate-forme mobile $n_{A_i/1}$ par rapport à la plate-forme fixe *1* dans la jambe A_i isolée du reste du robot.
- $S_{n/1}^{Q}$ est la connectivité (spatialité) de la plate-forme mobile n par rapport à la plate-forme fixe *1* dans le robot parallèle Q.
- r_l est le nombre de paramètres qui perdent leur indépendance dans les boucles fermées intégrés dans les jambes du robot.

Nous notons que dans le robot parallèle $n_{A_i/1} \equiv n$ et :

- $S_{n_{A_i/1}}^{A_i} = \dim\left(R_{n_{A_i/1}}^{A_i}\right)$
- $S_{n/1}^{Q} = \dim\left(R_{n/1}^{Q}\right) = \dim\left(\bigcap_{i=1}^{k} R_{n_{A_i/1}}^{A_i}\right)$
- $R_{n_{A_i/1}}^{A_i}$ représente l'espace vectoriel des vitesses relatives de $n_{A_i/1}$ de la jambe A_i isolée du reste du robot
- $R_{n/1}^{Q}$ représente l'espace vectoriel des vitesses relatives de n par rapport à *1* dans le robot Q.

1.2.10. Hyperstaticité

Plusieurs mécanismes peuvent avoir le même MGD, la même matrice jacobienne, la même mobilité mais des degrés d'hyperstaticité différents. L'hyperstaticité implique l'existence de surcontraintes. Le calcul de degré d'hyperstaticité a fait le sujet de nombreux travaux de recherche. Les formules classiques basées sur la théorie de visseurs ne sont pas valables pour tous les mécanismes parallèles. Dans [Gog05-a] une méthode de calcul du degré

d'hyperstaticité basée sur la théorie des transformations linéaire a été proposée. Le degré d'hyperstaticité *N* d'un mécanisme de mobilité *M* (ayant *m* liaisons, *n* éléments cinématiques mobiles et *q* boucles cinématiques indépendantes) est donné par la différence entre le nombre de contraintes cinématiques introduites par les liaisons du mécanisme avant et après fermeture des boucles :

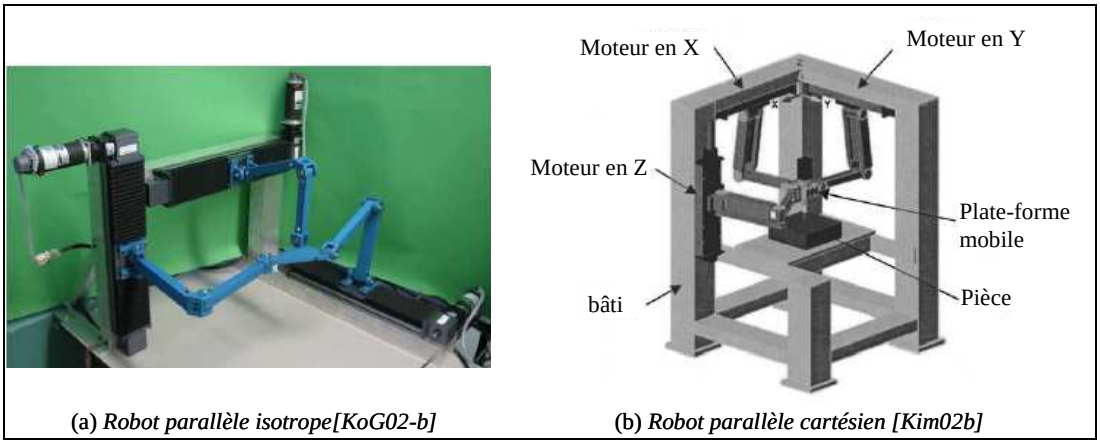
$$N = 6(k-1) - r \tag{1.6}$$

Dans le chapitre 5, nous analysons quatre versions du même robot avec des degrés d'hyperstaticité allant de zéro à trois.

1.3. Robots parallèles à mouvements découplés

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux robots parallèles à mouvement découplés, de degré de mobilité quatre. Les robots parallèles à mouvements découplés proposés dans la littérature ont des degrés de mobilité arrivant jusqu'à trois. Les robots parallèles ayant un degré de mobilité égal à quatre sont à mouvements couplés. L'Isoglide4-T3R1 [Gog02, 05] est le premier robot parallèle à mouvements découplés de degré de mobilité égal à quatre.

Une famille particulière de robots parallèles à trois translations linéaires a été proposée dans [KoG02-b]. Une architecture complètement isotrope (Figure 1-11 a) a été décrite dans [KoG02-a]. Le même prototype a été proposé dans [KHK02] sous le nom de robot manipulateur cartésien (Figure 1-11 b). Les deux manipulateurs ont comme matrice jacobienne une matrice identité. L'actionnement peut se faire avec des vis à billes ou avec des moteurs linéaires.



(a) *Robot parallèle isotrope[KoG02-b]* (b) *Robot parallèle cartésien [Kim02b]*

Figure 1-11 : Robot parallèles isotropes à 3DDL

Les moteurs linéaires ont l'avantage de réduire les jeux et les pertes mécaniques donc d'assurer une meilleure précision.

Un robot parallèle à quatre degrés de mobilité, pouvant effectuer trois translations et une rotation, a été proposé par [BMG05]. Dans ce robot les trois translations sont couplées, la rotation est découplée des translations. Ce robot, parallèle « *PAMINSA* » est à mouvements partiellement découplés, sa matrice jacobienne n'est pas triangulaire.

Plusieurs robots parallèle à quatre degrés de libertés de type T3R1 (pouvant effectuer trois translations et une rotation) sont proposés dans la littérature [BMG05], [FaT02], [GLZ02], [HuL02], [HuL04], [KoG04], [KCB03], [Mer00], [PiC 99]. Tous ces robots sont à mouvement couplés.

1.4. Précision des robots parallèles

La précision est un critère fondamental de la performance d'une machine, notamment d'un robot parallèle. Les causes d'imprécision peuvent être dues à la qualité de la réalisation

mécanique (tolérances industrielles de fabrication et de montage) ; à la déformation des composants mécanique sous l'effet des charges extérieures ; aux conditions de travail (température, humidité alimentation en énergie…) ; à l'âge de la machine (fatigue et usure des composants, performance des moteurs…) ; etc.

Dans cette thèse, nous nous intéressons notamment aux défauts géométriques (défauts dus à la fabrication et au montage). Nous traitons les effets de ces défauts dans le cadre de deux hypothèses distinctes :

- Les composants sont supposés infiniment rigides ;
- Les composants sont considérés comme des corps flexibles.

Dans le cas de l'hypothèse de corps indéformables, l'analyse est géométrique. Il s'agit alors d'intégrer les défauts dans le MGD du robot et de calculer les erreurs de pose de la plate-forme mobile. Par contre, avec l'hypothèse de corps flexibles, il s'agit de calculer la matrice de rigidité du robot condensée au point caractéristique *P* en tenant compte des défauts et d'analyser les effets de ces défauts.

1.4.1.1. Etalonnage géométrique

Dans la mesure expérimentale des dimensions des composants, il existe toujours une imprécision liée aux moyens de mesure. De même, il est difficile de connaître la position exacte des liaisons actionnées à cause de l'erreur liée aux codeurs qui mesurent les paramètres articulaires correspondants. Dans [Dan00], on discute de placement de capteurs redondants sur les liaisons passives pour améliorer la précision. Par contre, il n'est pas possible de mesurer les jeux dans les articulations, mais il existe des techniques pour les prendre en compte [PaV02].

On a donc recours à des procédures d'étalonnage géométrique qui permettent d'ajuster le modèle géométrique théorique à la réalité observée. L'étalonnage statique des plates-formes hexapodes est étudié dans [Dan00]. L'apport de la vision pour l'étalonnage géométrique des robots parallèles est présenté dans [Ren03].

1.4.1.2. Prise en compte de la déformation des composants

On se place dans le cas ou les composants mécaniques sont déformables. La rigidité est un facteur important à considérer dans la définition de la performance d'un robot [BFG04], [BTR02], [RFM06], [CLT06], [CDR06], [CFK03], [CoP02], [WRF06], [ZhA05], [AGV96], [Riv88], [Gos90], [GoZ02], [Chk98], [LJG00]. En effet, si les rigidités des éléments cinématiques et des liaisons ne sont pas adéquates, les charges extérieures peuvent causer de grandes déformations dans les composants mécaniques. Cela peut alors affecter la précision du robot ainsi que ses performances sous charge.

L'erreur de pose de la plate-forme mobile due aux déformations élastiques dépend de la charge extérieure appliquée au point caractéristique *P* du robot et de la matrice de souplesse du robot condensée en *P*.

Pour déterminer cette matrice, il s'agit d'appliquer l'inverse de la loi de Hooke :

$$[X]=[S][F]. \tag{1.7}$$

sur le robot qui devient une structure de mobilité zéro une fois que ses moteurs sont bloqués (où [*X*] sont les déplacements du point *P*, [*S*] la matrice de souplesse du robot condensée à son point caractéristique, [*F*] la charge extérieure appliquée au robot en *P*).

Deux méthodes sont possibles pour le calcul de la matrice de souplesse du robot condensée au point *P* sont possibles :

- Méthode directe : cette méthode consiste à appliquer une force suivant un axe du repère de mesure (ou un couple autour d'un axe de mesure) au point caractéristique du robot et en déduire les trois translations de *P* et les trois rotations de la plate-forme

mobile. Les rapports entre les déplacements et la force (ou couple), nous donnent une colonne de la matrice de souplesse.

- Méthode inverse : cette méthode consiste à calculer la matrice de rigidité du robot condensée au point *P*. Le calcul de la matrice de rigidité consiste à imposer un déplacement nul sur toutes les directions sauf une au point caractéristique du robot et de mesurer le torseur des efforts généré par le robot. Les rapports entre les efforts développés par le robot et le déplacement donnent une colonne de la matrice de rigidité. La matrice inverse de la matrice de rigidité donne la matrice de souplesse.

Plusieurs approches sont possibles pour la résolution de la loi de Hooke :

- considérer les éléments cinématiques comme des ressorts de traction et de torsion (déformations localisées) [CLT06], [GoZ02], [Chk98]
- calculer des déplacements (ou des efforts) en assimilant chaque composant cinématique à une poutre avec l'hypothèse d'Euler-Bernoulli (déformations réparties) [CDR06], [CFK03], [CoP02], [ZhA05]
- simuler numériquement la déformation avec un modèle éléments finis volumiques [BFG04], [BTR02], [RFM06], [WRFO06], [AGV96], [Riv88]

L'approche des déformations localisées donne des résultats acceptables avec un temps de calcul relativement court mais elle est très approximative. La deuxième approche donne de bons résultats si les composants sont des poutres. La méthode des éléments finis volumiques a l'avantage de donner le meilleur résultat puisque le robot sera modélisé avec ses formes et dimensions proches de la réalité. Les erreurs de cette méthode sont dues à la discrétisation de l'espace continu [GrB05] et à l'erreur résiduelle du critère de convergence du logiciel de calcul [Ansys]. En contrepartie, cette méthode a l'inconvénient de générer de longs temps de calcul [CoP02] et nécessite une forte puissance de calcul.

Dans cette thèse (Chapitres 3 et 4), nous proposons une approche basée sur le principe de la sous-structuration pour résoudre l'équation (1.7).

Lorsqu'une structure en général, ou un robot en particulier, est soumis en son point caractéristique *P* à une force unitaire $\vec{F}$ de module 1 N, le point *P* se déplace de sa position initiale que nous notons P_0 à sa position d'équilibre. Quand la direction de $\vec{F}$ change *P* décrit un ellipsoïde de centre P_0, de longueur de demi-axes λ_1, λ_2, et λ_3, d'axes $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_3$. Les paramètres λ_1, λ_2, et λ_3 sont les valeurs propres de la sous-matrice $[S_{dF}]$, $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_3$ ses vecteurs propres [Shi89].

En fait, dans l'équation (1.7) la matrice de souplesse est de 6 colonnes et 6 lignes. Elle peut être écrite sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{dP} \\ \vec{\theta}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{dF} & S_{dM} \\ S_{\theta F} & S_{\theta M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M} \end{bmatrix}. \tag{1.8}$$

Chacune des quatre sous-matrices de [*S*] dans l'équation (1.8) a une unité de mesure selon les termes qu'elle relie. $[S_{dF}]$ donne le vecteur des déplacements $\overrightarrow{dP}$ du point *P* en fonction de la force appliquée $\vec{F}$, lorsque le moment $\vec{M}$ appliqué en *P* est nul. Les rotations de la plate-forme en *P* données par le vecteur $\vec{\theta}_P$ ne sont pas bloquées.

Si $\vec{M} = \vec{0}$, la relation entre $\overrightarrow{dP}$ et $\vec{F}$ devient :

$$\begin{bmatrix} dP_x \\ dP_y \\ dP_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

Une force unitaire suivant $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ ou $\vec{V}_3$ entraîne un déplacement pour *P* suivant sa direction de module λ_1, λ_2, ou λ_3 respectivement. D'autre part, n'importe quelle force unitaire peut être décomposée suivant $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_3$.

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} = F_1\vec{V}_1 + F_2\vec{V}_2 + F_3\vec{V}_3 . \tag{1.10}$$

Le déplacement du point P sera donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{dP} &= F_1\lambda_1\vec{V}_1 + F_2\lambda_2\vec{V}_2 + F_3\lambda_3\vec{V}_3 \\ &= dP_1\vec{V}_1 + dP_2\vec{V}_2 + dP_3\vec{V}_3\end{aligned}, \tag{1.11}$$

où dP_1, dP_2 et dP_3 sont les projections du vecteur $\overrightarrow{dP}$ sur $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_3$. Nous pouvons constater que :

$$\begin{aligned}F_1 &= \frac{dP_1}{\lambda_1} \\ F_2 &= \frac{dP_2}{\lambda_2} . \\ F_3 &= \frac{dP_3}{\lambda_3}\end{aligned} \tag{1.12}$$

Le module de $\vec{F}$ est 1, nous pouvons constater que :

$$\left(\frac{dP_1}{\lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{dP_2}{\lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{dP_3}{\lambda_3}\right)^2 = 1 . \tag{1.13}$$

L'équation (1.13) est l'équation paramétrique d'un ellipsoïde dans le repère formé par les trois vecteurs propres de la sous-matrice [S_{dF}]. Lorsque la direction de $\vec{F}$ varie dans toutes les directions, le point *P* décrit un ellipsoïde appelé ellipsoïde de souplesse de Mohr [NoW91]. L'intérêt de cet ellipsoïde est qu'il donne les extrema de déformations de *P* sous une charge unitaire. Dans les chapitres 3 et 5 nous profitons de cette propriété pour chercher les configurations pour lesquelles le déplacement du point *P* sous l'effet d'une force unitaire est maximal et la configuration pour laquelle le déplacement du point *P* est minimal. Il s'agit de chercher les configurations pour lesquelles la plus grande valeur propre de [S_{dF}] se maximise et la plus petite valeur propre se minimise. En général les deux configurations sont différentes mais il n'est pas exclu de rencontrer un robot où, pour la même configuration, la plus grande valeur propre se maximise et la plus petite se minimise.

- Remarque : le raisonnement mathématique effectué en force déplacement est valable en moment-rotation. Il nous donne les directions autour desquelles un moment provoque une rotation maximale ou minimale.

Dans le cas où *P* est le centre de gravité de la structure du robot, les axes portés par $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_3$ seront appelés les axes principaux d'inertie de la structures. Pour plus d'approfondissement sur le sujet le lecteur pourra se référer à [Pop78], [Baz93], [Shi89] et [NoW91].

1.5. Métrologie par vision

Les défauts géométriques qui ont été traités théoriquement dans le cadre de deux hypothèses doivent être mesurés sur un prototype réel.

La métrologie par vision est un axe de recherche très répandu dans la robotique essentiellement pour trois causes :

- elle permet la mesure sans contact afin de donner des informations sur le robot sans intervenir sur ses caractéristiques.
- elle peut donner plusieurs informations (forme, taille, pose etc.) à partir de la même mesure
- elle est un système de métrologie peu coûteux par rapport aux autres systèmes.

De plus, les performances de la métrologie par vision s'améliorent sensiblement à chaque nouvelle génération de matériel. La métrologie par vision se révèle très adaptée pour caractériser le comportement réel des robots parallèles.

Plusieurs méthodes pour l'identification géométriques des robots parallèles sont proposées dans la littérature [RAL(in press)], [Ren03], [AbW00], [KhB99],[Dan99], [BaA98],[WaA92], [ZWH97],[KhM97],[MWZ93], [Vis96].

Ces méthodes peuvent êtres classées comme suit :

- Déterminer la pose de la plate-forme mobile du robot et mesurer les coordonnées articulaires (c'est une identification du modèle géométrique inverse) [KhB99],[Dan99].
- Utiliser une redondance métrologique en mesurant toutes les liaisons passives [BaA98],[WaA92], [ZWH97],[KhM97].
- Mesurer la pose de la plate-forme mobile puis effectuer une optimisation non linéaire sur le MGD théorique afin de déterminer les paramètres géométriques du robot, [MWZ93], [Vis96].
- Mesurer les orientations des composants cinématiques et identifier les paramètres géométriques suite à une optimisation non linéaire [RAL], [Ren03].

Chacune des approches a ses avantages ainsi que ses inconvénients. La première approche a l'avantage de mesurer uniquement les coordonnées articulaires par contre elle a l'inconvénient d'être difficilement applicable en pratique. En fait la détermination de la pose de la plate-forme mobile nécessite des instruments très précis et réduit l'espace de mesure.

La deuxième méthode a l'avantage de mesurer sur tout l'espace de travail, mais a l'inconvénient d'obliger à coupler beaucoup de caméras donc à perdre la précision.

La troisième approche a l'avantage de mesurer directement la plateforme mobile, mais le MGD du robot parallèle n'est pas toujours facile à élaborer, la mesure de la plate-forme n'est pas toujours possible. Quand le robot travaille, l'outil est monté sur la plate-forme mobile et la mesure devient difficile.

La dernière approche développée notamment dans [And06], est une approche originale et nouvelle. Elle a l'avantage d'éliminer tous les inconvénients des autres approches, par contre elle n'est pas facile à appliquer quand les jambes du robot ne sont pas cylindriques, et elle se limite si le robot peut se déplacer en gardant la même orientation relative entre les jambes (cas du robot I_4).

Dans notre cas, nous avons un robot parallèle à mouvements découplés isotrope en translation. Le MGD est facile à élaborer, puisque un déplacement unitaire d'un actionneur de translation se traduit par une translation de même direction et amplitude sur la plate-forme mobile. L'évaluation de la précision géométrique du robot, consiste à mesurer l'écart entre les déplacements réels de la plate-forme et les déplacements idéaux donnés par le MGD. Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes plutôt intéressés aux défauts de montage du mécanisme. Ces défauts ont été mesurés directement puis identifiés en effectuant des mesures

simultanées sur la plate-forme mobile et les coordonnées articulaires. L'identification complète de l'Isoglide4-T3R1 nécessite la mesure de tous les composants et la reconstruction des angles des liaisons passives. Notre travail de thèse s'est fait de façon concomitante avec la réalisation physique de l'Isoglide4-T3R1. L'assemblage des différentes parties, leur mise au point, la réalisation de la partie de commande et les pannes tant mécaniques, qu'électronique, ont été le quotidien autour de ce robot. Ceci est tout à fait normal si l'on considère l'ensemble de parties innovantes qui se retrouvent autour de la plate-forme.

Nous n'avons donc pas pu réaliser une identification complète de ce dernier par manque de temps et de moyens. En revanche nous allons développer dans le manuscrit un bon nombre d'aspects relatifs à la modélisation mécanique de l'Isoglide4-T3R1 et leurs vérifications par un couplage métrologie/vision.

1.6. Conclusion

Dans cet état de l'art, nous avons présenté la notion de robot parallèle ainsi que les définitions et propriétés associées. Nous avons fait un tour d'horizon des méthodes de calcul de la matrice de rigidité d'un robot parallèle ainsi que des méthodes de métrologie par vision présentées dans la littérature.

La science des mécanismes et de la robotique est un domaine très ancien mais la robotique parallèle n'a commencé à se propager que récemment. La recherche de la précision des robots parallèles a démarré depuis peu mais avance très rapidement. A travers les pages de ce mémoire, nous essayons de chercher les effets des tolérances industrielles et déformations sur la précision des robots parallèles à mouvements découplés. La famille Isoglide des robots parallèles à mouvements découplés proposée dans [Gog02, 05, 06] contient le premier robot parallèle à mouvements découplés à quatre degrés de liberté. Dans notre travail, des approches analytiques, numériques et expérimentales ont été proposées.

Le premier chapitre présente un bref état de l'art sur la robotique parallèle et sur la métrologie par vision.

Le deuxième chapitre traite des effets des erreurs de fabrication et de montage sur la précision du robot sous l'hypothèse des corps infiniment rigides.

Dans le chapitre 3, nous présentons une étude numérique avec la méthode des éléments finis effectuée sous le logiciel ANSYS. Dans cette étude nous avons analysé la variation de la matrice de rigidité de l'Isoglide3-T3 et de l'Isoglide4-T3R1. Toujours en se basant sur des calculs numériques, nous avons cherché les extrema de déplacements élastiques en translation et en rotation sous l'effet d'un chargement extérieur. Puis nous abordons une méthode analytique pour le calcul des déplacements élastiques en fonction du chargement extérieur.

Dans le chapitre 4, nous proposons une méthode prenant simultanément en compte les tolérances industrielles et les déformations élastiques. Nous avons traité de la précision de l'Isoglide4-T3R1 en corps déformables en prenant en compte la déformation des composants mécaniques. L'analyse de ces effets, en présence notamment des précontraintes générées dans la structure, a nécessité un calcul numérique non linéaire.

Dans le chapitre 5, nous présentons une étude numérique de l'influence de l'hyperstaticité sur la précision et la rigidité des robots parallèles en traitant quatre versions de l'Isoglide4-T3R1 avec des degrés d'hyperstaticité allant de 0 à 3.

Dans le chapitre 6 nous présentons les grands concepts de la métrologie par vision artificielle ainsi que les instruments de mesures utilisés dans nos expériences.

Enfin dans le Chapitre 7, nous présentons des mesures expérimentales effectuées sur un prototype réel. Nous avons effectué des mesures directes pour les défauts de montage des moteurs et des jambes du robot, ainsi qu'une indentification de ces défauts dans laquelle deux systèmes de vision sont combinés.

Chapitre 2 : Précision des robots parallèles à mouvements découplés dans l'hypothèse des corps indéformables

2.1. Introduction

Par opposition à un mécanisme sériel, un mécanisme parallèle peut être défini comme un mécanisme à chaîne cinématique fermée. Dans un robot sériel (à chaîne cinématique ouverte) il est toujours facile d'avoir le MGD sous forme analytique, ce qui n'est pas le cas avec la majorité des robots parallèles. La difficulté de l'élaboration du MGD d'un robot parallèle est surtout due au couplage de ses mouvements. A cause du couplage, les relations entre les coordonnées opérationnelles et les coordonnées articulaires ne sont pas linéaires. Dans un robot parallèle à mouvements découplés l'élaboration du MGD est plus simple. Nous rappelons qu'un robot parallèle est dit [Gog04] :

- Complètement isotrope si sa matrice jacobienne est proportionnelle à la matrice unitaire ;
- A mouvements non couplés si sa matrice jacobienne est diagonale ;
- A mouvements découplés si sa matrice jacobienne est triangulaire ;
- A mouvements couplés si sa matrice jacobienne n'est ni triangulaire ni diagonale.

Une famille de robot parallèles isotropes en translation appelée Isoglide*n*-T*i*R(*n*-*i*) a été proposé dans [Gog02, 06], où *n*=2...6 représente le nombre de degrés de mobilité du mécanisme, *i* le nombre de translations et *n*-*i* le nombre de rotations de la plate-forme mobile. Pour un mécanisme de mobilité donnée, il existe plusieurs variantes de degrés d'hyperstatisme différents.

L'Isoglide4-T3R1 est théoriquement à mouvements découplés et isotrope en translation. Pour avoir le découplage parfait, une perpendicularité et un parallélisme parfaits sont imposés entre les axes des liaisons. D'autre part, le robot doit être infiniment rigide. Or les tolérances industrielles induisent toujours des défauts de perpendicularités et de parallélisme (que nous dénommerons « défauts géométriques ») qui influent sur les caractéristiques de couplage cinématique et la précision. La cinématique ne tient pas compte des déformations élastiques qui sont des conséquences des efforts, donc des effets statiques, cinéto-statiques ou dynamiques. Dans ce chapitre, nous présentons une étude sur les caractéristiques et la précision cinématique de l'Isoglide4-T3R1 avec l'hypothèse des corps infiniment rigides. La méthodologie suivie respecte les étapes suivantes :

- Choisir des défauts géométriques de fabrications ou de montage réalistes et plausibles.

- Introduire ces défauts dans le MGD et le MCD.
- Trouver la matrice jacobienne résultante pour mettre en évidence l'influence des défauts sur les caractéristiques de couplage.
- Comparer la réponse cinématique du robot contenant des défauts à la réponse du robot idéal pour calculer l'erreur de pose et donc accéder à la précision géométrique.

Dans ce chapitre, nous traitons deux versions d'Isoglide4-T3R1. Les défauts de montage ont été traités sur une version de degré d'hyperstaticité *N=4*, les défauts de parallélisme à l'intérieur de la même jambe dus à la fabrication ont été traités sur une version isostatique.

2.2. Structure cinématique et problématique

2.2.1. Structure cinématique et propriétés

L'étude traite de la précision du robot parallèle Isoglide4-T3R1 qui est capable d'animer sa plate-forme mobile PM_{T3R1} dans un mouvement de type Schönflies selon trois translations (T3) et une rotation (R1). Isoglide4-T3R1 a la particularité d'être à mouvements découplés et isotrope en translation [Gog 02, 05].

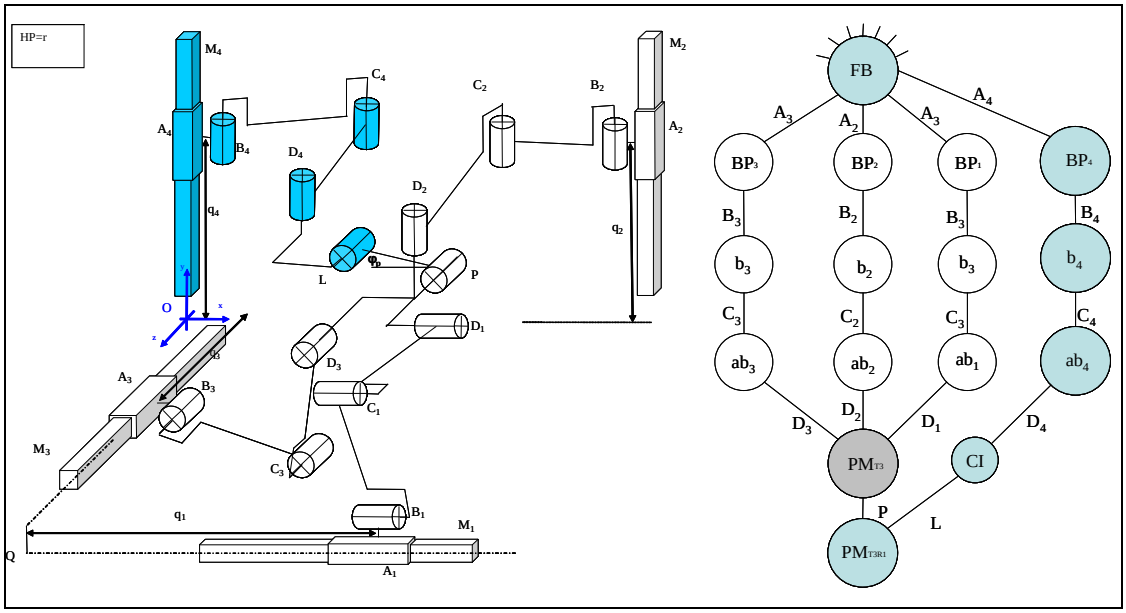


Figure 2-1 : Schéma et graphe cinématique du robot parallèle Isoglide4-T3R1

Le mécanisme comporte quatre chaînes cinématiques principales comportant les liaisons (A_i, B_i, C_i et D_i i=1...4). Chaque chaîne est dénommée jambe et notée J_i. Chacune des jambes est reliée par une liaison pivot passive B_i à la liaison glissière active A_i du moteur linéaire M_i. Théoriquement la direction de translation du moteur M_i doit être parallèle aux axes des pivots B_i, C_i et D_i. Le composant B_iC_i de la jambe relié au moteur est dénommé "bras" et noté b_i. Le composant C_iD_i relié à la plate-forme mobile est dénommé "avant-bras" et noté ab_i. Les quatre jambes se réunissent à une plate-forme qui forme l'organe terminal du robot. La forme de la plate-forme avec le type des liaisons qui la joignent aux jambes, ainsi que l'orientation des moteurs, déterminent la nature et l'hyperstaticité du mécanisme. Les trois moteurs M_1, M_2 et M_3 sont orientés suivant un repère orthonormal ($Oxyz$). Ces trois moteurs -grâce à leurs perpendicularités- assurent trois translations isotropes. Un quatrième moteur M_4 est monté parallèle à l'axe y. Grâce à la différence de distance parcourue par les deux moteurs parallèles, la plate-forme s'incline et donne la rotation autour de l'axe z. Plusieurs versions de ce robot, qui peuvent être découplées, non couplées, ou même isotropes,

avec des degrés d'hyperstaticité différentes, ont été développées au LaMI. L'une d'entre elles est en cours de montage et d'expérimentation. Il s'agit d'un robot découplé qui peut travailler sans singularités ni collision dans un espace de travail $[x_p, y_p, z_p, \varphi_p]$= [[200-1000], [250-850], [337.5-787.5], [-π/4, π/4]] (les distances étant en mm et l'angle en rad) [Cha04].

2.2.2. Formulation du problème

Théoriquement, un mécanisme, peut être découplé, non couplé ou même isotrope, à condition qu'il soit infiniment rigide et construit avec une précision parfaite. Les matériaux ne sont pas infiniment rigides. De plus durant la réalisation l'outil s'use et par suite sa qualité n'est pas la même durant toutes les étapes de réalisation. A cause de ces phénomènes, la réalisation d'un robot ne peut pas être parfaite et les défauts existent forcément dans les composants.

Dans ce cadre, ce chapitre présente une étude de l'imprécision cinématique d'un mécanisme parallèle à quatre degrés de liberté (DDL), à mouvements découplés, isotrope en translation. Le chapitre porte sur la cinématique donc l'hypothèse retenue est que le mécanisme est construit avec des composantes infiniment rigides. Par la suite, l'étude traite les effets des défauts géométriques, qui sont dus à une tolérance de fabrication ou de montage.

Ces défauts peuvent être groupés en quatre classes [RRF05], [RAF06]:

- Un ou plusieurs moteurs linéaires qui sont montés avec défauts d'orthogonalités, en conservant la perpendicularité et le parallélisme entre les pivots des jambes. (§ 2.3)
- Une ou plusieurs jambes qui ont les pivots parallèles entre eux mais avec des défauts dans l'orientation de leurs axes (§ 2.4).
- Moteurs et jambes ayant des défauts d'orientation, en conservant le parallélisme entre les pivots de la même jambe (§ 2.5).
- Un pivot qui est gauche par rapport aux deux autres de la même jambe (§ 2.6).

De nombreux autres défauts comme la longueur des éléments cinématiques ou les écarts de position (décalages en translations entre les axes des moteurs, les plans medians des pivots successives d'une même jambe etc…) ont été envisagés. Une étude préliminaire a montré que ces défauts n'ont pas d'influence sur la cinématique et que leur influence sur la précision de la pose est une erreur constante indépendante de la configuration du robot. En fait, ces défauts ne figurent pas dans la matrice Jacobienne du robot.

Dans le cas idéal, le modèle cinématique direct est donné par :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r\cos\varphi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dx_P \\ dy_P \\ dz_P \\ d\varphi_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{r\cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{1}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix}. \qquad (2.3)$$

Où dx_P, dy_P, dz_P et $d\varphi_P$ représentent la variation infinitésimale de la position (dx_P dy_P dz_P) et de l'orientation $(d\varphi_P)$ de la plate-forme mobile. $dq_{i\in[1,4]}$ représentent la variation infinitésimale des variables motorisées.

Dans ce chapitre les calculs sont faits au point P (centre de la liaison pivot P) dans un repère orthonormal direct de référence lié au bâti. Avec l'axe y suivant la verticale, le plan (x,z) horizontal et x perpendiculaire à z. L'origine est telle que l'axe y est confondu avec l'axe du moteur M_4 et l'axe du moteur M_3 est dans le plan y=0 (Figure 2-1).

La matrice jacobienne est triangulaire, le robot est à mouvements découplés. La sous-matrice qui donne les équations des translations est la matrice I_3. Le robot est donc isotrope en translations.

2.3. Défauts d'orientations des moteurs

2.3.1. Défaut d'orientation d'un moteur

Considérons le cas où le moteur M_1 est décalé d'un angle α_z dans le plan (xy) et d'un angle α_y dans le plan (xz) (Figure 2-2). La jambe J_2 et le moteur M_2 imposent la hauteur de la plate-forme y_P, la jambe J_3 et le moteur M_3 imposent z_P. En bloquant les moteurs M_2, M_3 et M_4, si les pivots de la jambe J_1 sont parallèles à l'axe x, la projection de la variation du vecteur $\overrightarrow{OP}$ sur l'axe x donne $\Delta x_P = \Delta x_A = \Delta q_1 \cos\alpha_y \cos\alpha_z$, or $\cos\alpha_y \cos\alpha_z = \cos\alpha$ où α est l'angle entre l'axe de M_1 et l'axe x (Figure 2-2). Le MCD sera donné par :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r\cos\varphi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{-1}{r\cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{1}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

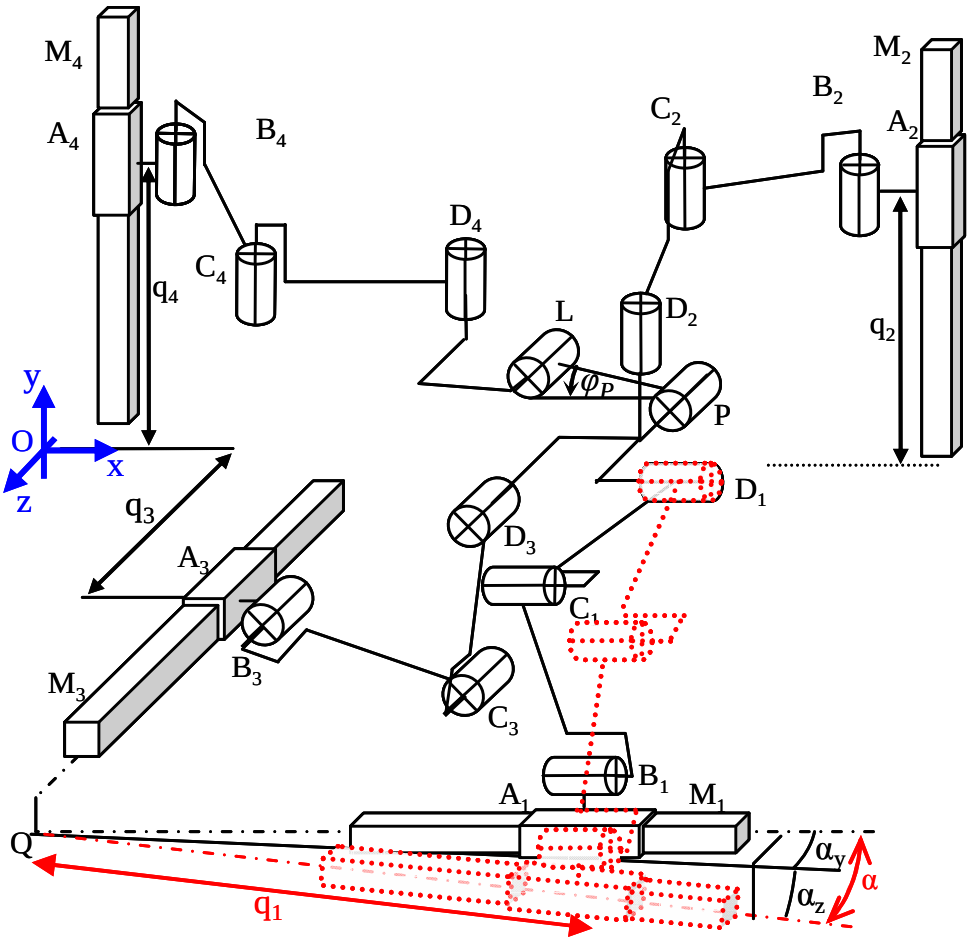


Figure 2-2 : Schéma cinématique de Isoglide4-T3R1 avec défaut d'orientation du moteur M_1

2.3.1.1. Effets du défaut d'orientation d'un moteur sur les caractéristiques cinématiques

La matrice jacobienne est triangulaire inférieure, de déterminant non nul. La solution de ce système existe donc quelles que soient les entrées. Par suite, pas de blocage ni de singularité et le robot est toujours à mouvement découplés. Quand $\alpha \neq 0$, les vitesses de translation de l'espace opérationnel ne sont pas toutes identiques à celles de l'espace articulaire. La vitesse selon *x* est multipliée par un facteur cos*α*. Le robot isotrope en translation est devenu à translations non couplées. Nous pouvons observer que le défaut de comportement dû à l'orientation du moteur M_1 ne dépend que de α et non pas de α_y et de α_z.

Considérons le cas où l'axe de l'un des moteurs verticaux, n'est pas parallèle à l'axe *y*. Si le défaut est dans l'orientation de M_2, le raisonnement ci-dessus reste toujours valable. Le MCD sera :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r\cos\varphi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\cos\alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{\cos\alpha}{r\cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{1}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

La matrice jacobienne est toujours triangulaire, donc le robot est toujours à mouvements découplés et translations non couplées. Par contre, le facteur cos(α) apparaît aussi cette fois dans le terme non diagonal. Le parallélisme entre les moteurs verticaux est perdu. Par suite $d\varphi_P \neq 0$ même si $dq_2 = dq_4$.

2.3.1.2. Effets du défaut d'orientation d'un moteur sur la précision

De point de vue de la précision, la trajectoire de l'organe terminal ne sera plus synchronisée avec celle des moteurs. Si le défaut est dans l'orientation de M_1 le mouvement selon les deux axes *y* et *z* ainsi que la rotation restent inchangés. Le rapport entre la distance parcourue par M_1 et l'organe terminal suivant *x* est cos*α*, ainsi que pour la vitesse et les autres variables.

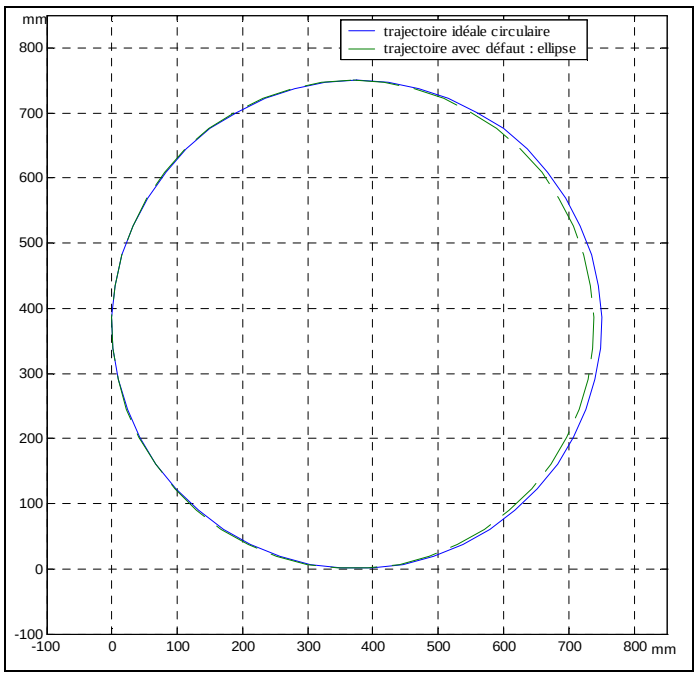


Figure 2-3 : Trajectoire du point P avec défaut d'orientation de 10° sur M_1

$$\frac{\Delta x_p}{\Delta q_1} = \frac{\dot{x}_p}{\dot{q}_1} = \frac{\ddot{x}_p}{\ddot{q}_1} = \cos\alpha\,.$$

Par exemple, considérons le cas où M_1 est monté avec un défaut d'orientation d'un angle α=10° (valeur exagérée pour pouvoir visualiser l'effet). Si M_1 est animé d'un mouvement q_1=375sin(t)+375 et M_3 d'un mouvement q_3=375cos(t)+375 alors nous devrions obtenir une trajectoire parfaitement circulaire. A cause du défaut, la trajectoire réelle du point P est une ellipse d'équation $(z-375)^2 + \left[(x-375)\cos 10^\circ\right]^2 = 375^2$ (Figure 2-3).

2.3.1.3. Sensibilité au défaut d'orientation d'un moteur

Analyser la sensibilité du mécanisme à un facteur revient à voir l'influence de ce facteur sur son comportement total. Mathématiquement, il suffit de calculer les dérivées partielles des coordonnées opérationnelles par rapport à ce facteur. Donc, la sensibilité à l'orientation des moteurs consiste à calculer les dérivées des coordonnées opérationnelles par rapport à la déviation α. Dans le cas où le défaut concerne l'un des deux moteurs horizontaux, il est simple de déduire que seul le mouvement de l'organe terminal dans la direction du moteur est sensible au défaut d'orientation. La sensibilité sera de la forme suivante :

$$\left|\frac{\partial x_p}{\partial \alpha}\right| = \left|q_1 \sin\alpha\right| \tag{2.6}$$

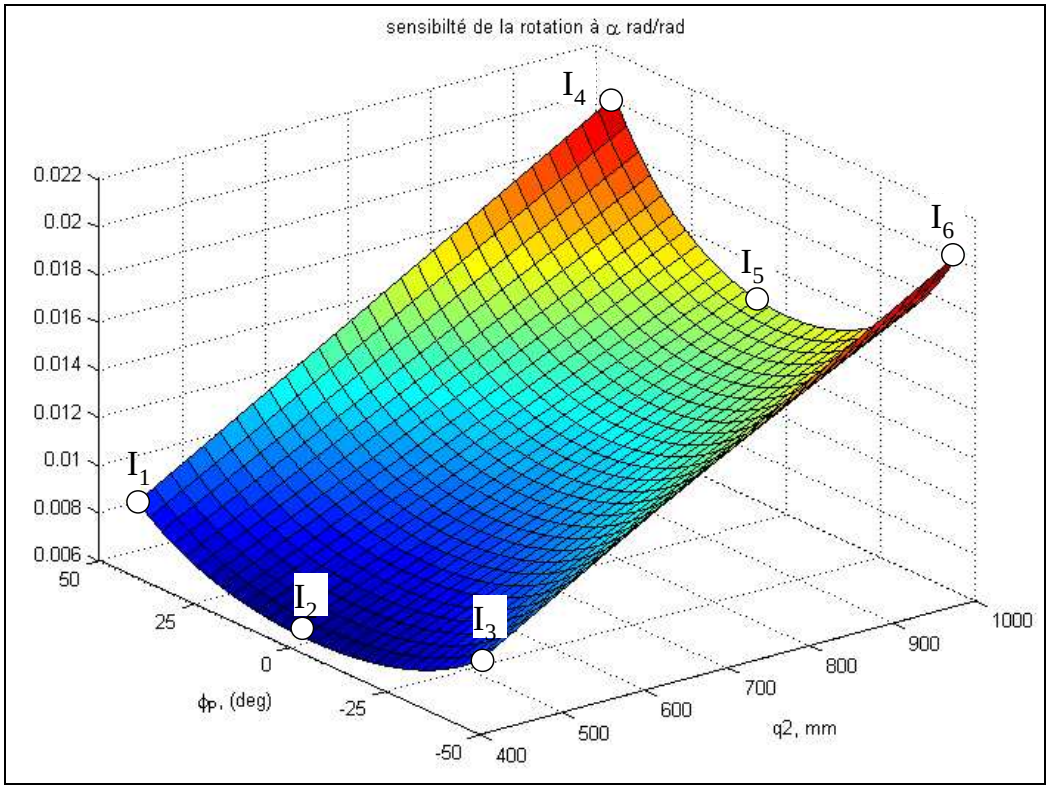


Figure 2-4 : Carte de sensibilité de φ_P au défaut d'orientation de M_2 (α=0.1°)

Par contre dans le cas où le défaut concerne l'orientation de l'un des moteurs verticaux, la sensibilité de la position reste toujours fonction de sin(α). Cependant, la sensibilité de la rotation sera différente. En fait :

$$\varphi_p = A\sin\frac{y_L - y_P}{r} = A\sin\frac{q_4 - q_2\cos\alpha}{r}, \tag{2.7}$$

la valeur de φ_P dépend de la position verticale, sa dérivée par rapport à α est :

$$\left|\frac{\partial\varphi_p}{\partial\alpha}\right| = \frac{\left|q_2\sin\alpha\right|}{r\sqrt{1-\left(\frac{q_4 - q_2\cos\alpha}{r}\right)^2}}. \tag{2.8}$$

La carte de sensibilité de la rotation φ_P au défaut α dans l'espace de travail est présentée dans la Figure 2-4. Pour une valeur minimale de q_2 nous constatons que l'isoparamétrique $I_1I_2I_3$ est peu courbée. Pour la valeur maximale de q_2 l'isoparamétrique $I_4I_5I_6$ est bien plus courbée ce qui signifie que les influences de q_2 et de φ_p sur la sensibilité de φ_p au défaut ne sont pas indépendantes mais il y a une interaction entre les deux.

2.3.2. Défauts d'orientations de plusieurs moteurs

Considérons le cas où l'axe du moteur M_1 fait un angle α_m avec l'axe *x*. L'axe du moteur M_2 fait un angle β_m avec l'axe y, l'axe du moteur M_3 un angle γ_m avec l'axe *z* et celui du moteur M_4 un angle δ_m avec l'axe y.

2.3.2.1. Effets des défauts d'orientations de plusieurs moteurs sur la cinématique

Dans ce cas le modèle cinématique direct est:

$$\begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\gamma_m & 0 \\ 0 & -\frac{\cos\beta_m}{r.\cos\varphi_p} & 0 & \frac{\cos\delta_m}{r.\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

La matrice jacobienne est toujours triangulaire. Les termes de la diagonale de la sous-matrice qui donnent les équations des translations sont distincts. Le robot est donc à mouvements découplés et translations non couplées. La rotation est indépendante de α_m et de γ_m, elle ne dépend que de β_m et de δ_m

2.3.2.2. Effets des défauts d'orientations de plusieurs moteurs sur la précision

Dans un robot parallèle les imprécisions sont calculées souvent en se basant sur le modèle géométrique inverse. Les imprécisions sont la différence entre les coordonnées articulaires idéales et les coordonnées articulaires réelles pour la même pose (position et orientation) de la plate-forme mobile. Dans le cas de Isoglide4-T3R1, grâce au découplage il est possible de calculer simplement le MGD. Nous avons considéré l'imprécision comme étant la différence entre la pose réelle et la pose idéale pour les mêmes coordonnées articulaires. Ainsi nous pouvons calculer les erreurs de pose:

$$\begin{bmatrix} e_{x_p} \\ e_{y_p} \\ e_{z_p} \\ e_{\Delta\sin\varphi_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\cos\ \alpha_m)\Delta q_1 \\ (1-\cos\beta_m)\Delta q_2 \\ (1-\cos\ \gamma_m)\Delta q_3 \\ \frac{q_4(1-\cos\ \delta_m) - q_2(1-\cos\ \beta_m)}{r} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

et de vitesse :

$$\begin{bmatrix} e_{\dot{x}_p} \\ e_{\dot{y}_p} \\ e_{\dot{z}_p} \\ e_{\dot{\varphi}_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\cos\alpha_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\cos\beta_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\cos\gamma_m & 0 \\ 0 & -\frac{A}{r} & 0 & \frac{B}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

avec

$$A = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{q_4-q_2}{r}\right)}} - \frac{\cos\beta_m}{\sqrt{1-\left(\frac{q_4\cos\delta_m - q_2\cos\beta_m}{r}\right)^2}}.$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{q_4-q_2}{r}\right)}} - \frac{\cos\delta_m}{\sqrt{1-\left(\frac{q_4\cos\delta_m - q_2\cos\beta_m}{r}\right)^2}}$$

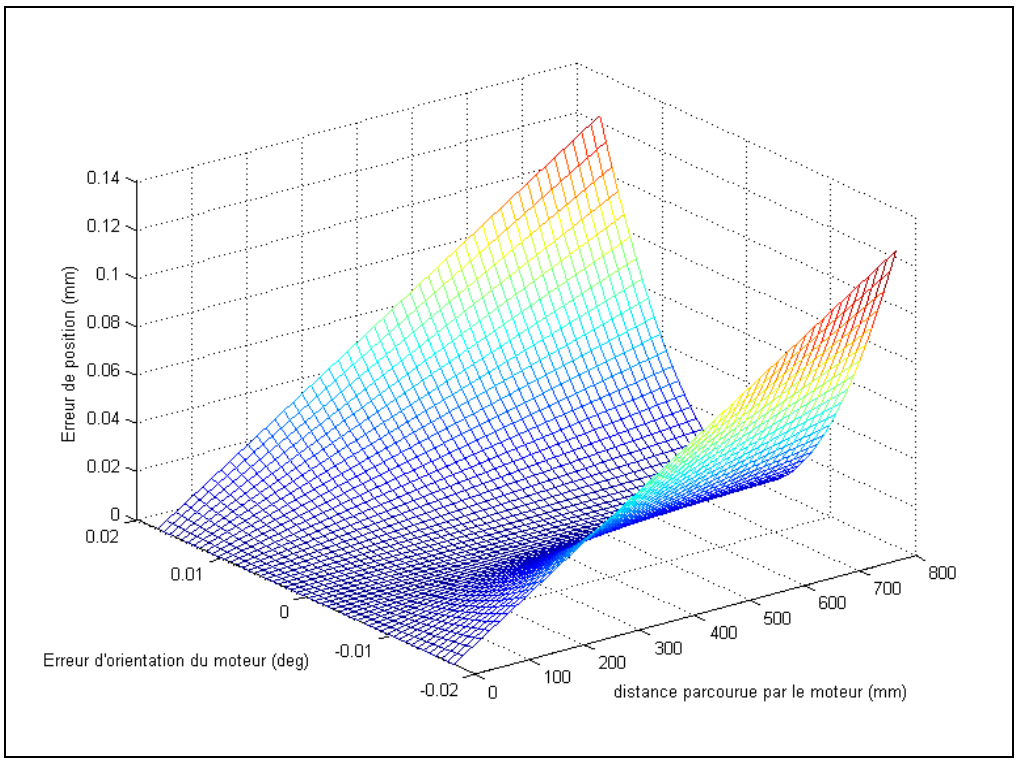


Figure 2-5 : Erreurs d'une translation opérationnelle dues au défaut d'orientation du moteur correspondant

L'erreur de la variation d'une position dépend de la variation de la coordonnée articulaire et de la valeur du défaut d'orientation du moteur qui lui correspondent (Figure 2-5).

L'erreur d'orientation dépend d'une façon non linéaire des coordonnées articulaires q_2 et q_4. Dans la Figure 2-5 nous pouvons remarquer que l'erreur de position dépend d'une façon linéaire de la coordonnée articulaire et non linéaire du module du défaut d'orientation du moteur qui correspondent à la position. Quand nous introduisons un défaut d'orientation du moteur (rotation autour d'un axe passant par l'origine *O*), le centre du chariot décrit un cercle de rayon la coordonnée articulaire. La distance *x* (respectivement *y* ou *z*) parcourue par la plate-forme mobile est égale à la projection de la distance parcourue par le moteur sur l'axe de

référence correspondant. L'erreur est la différence entre *q* et *x*, elle est donc linéaire avec *q* et sinusoïdale en fonction du défaut (Figure 2-6).

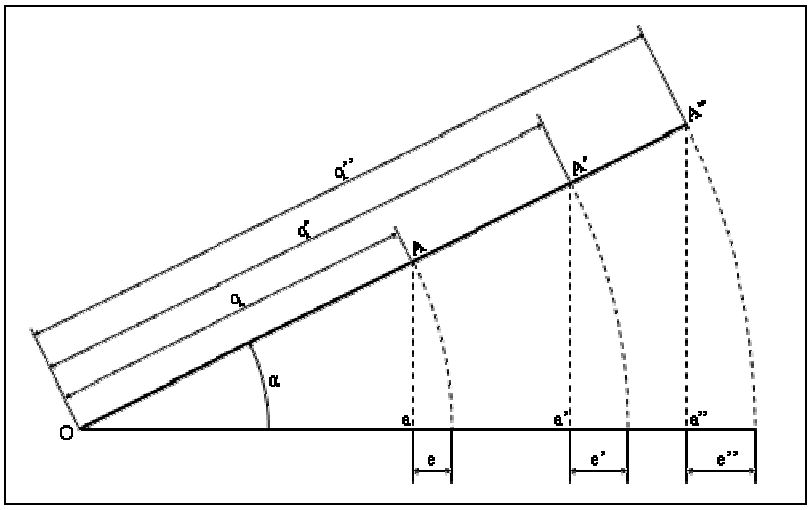


Figure 2-6 : Erreurs de positions dues à un défaut d'orientation d'un moteur

L'erreur sur l'angle de rotation dépend des coordonnées articulaires q_2 et q_4 et des défauts β_m et δ_m. L'équation (2.10) montre que e_{φ_p} est la différence de deux fonctions arc-sinus.

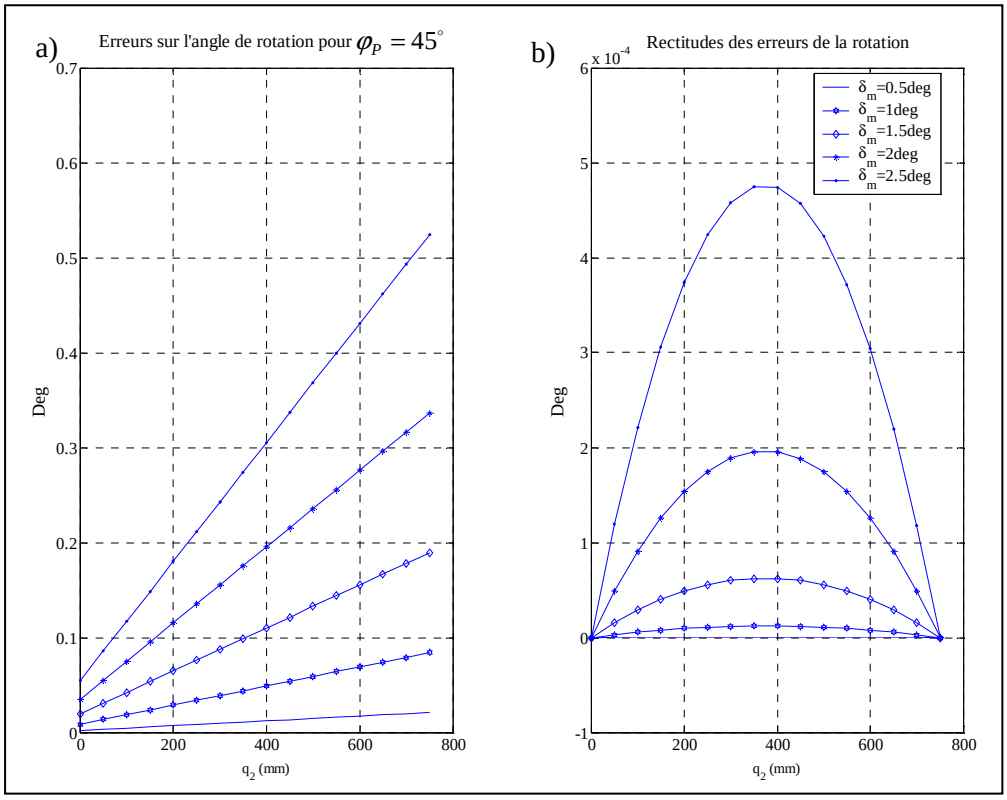


Figure 2-7 : Erreurs e_{φ_p} pour $\varphi_p = 45^\circ$ (a) et leurs rectitudes (b)

La Figure 2-7montre les erreurs e_{φ_p} en fonction de q_2 pour plusieurs valeurs de δ_m en gardant β_m=0º dans le graphe (a). Le graphe (2-7, b) montre que e_{φ_p} n'est pas linéaire en fonction de q_2. Les courbes présentées dans les graphes (2-7, b) montrent les rectitudes de

e_{φ_p} en fonction de q_2 pour une valeur désiré de la rotation égale à 45°. La rectitude est l'écart la entre la valeur de e_{φ_p} et son interpolation linéaire ${}^{d}e_{\varphi_p}$ à partir des deux extrémités. En fait, soit $e_{\varphi_p}(0)$ l'erreur pour q_2=0 mm et $e_{\varphi_p}(800)$ l'erreur pour q_2=800 mm. ${}^{d}e_{\varphi_p}$ est donnée par l'équation :

$$ {}^{d}e_{\varphi_p}(q_2) = \frac{e_{\varphi_p}(800) - e_{\varphi_p}(0)}{800} q_2 + e_{\varphi_p}(0) \tag{2.12} $$

La courbe correspondante dans le graphe 2-7.b qui donne la rectitude ${}^{r}e_{\varphi_p}$ a pour équation :

$$ C : {}^{r}e_{\varphi_p}(q_2) = e_{\varphi_p}(q_2) - {}^{d}e_{\varphi_p}(q_2). \tag{2.13} $$

En fait, quand M_2 et M_4 sont actionnés à la même vitesse (φ_p désiré constant) le phénomène rencontré pour la position se rapporte aux pivots D_2 et D_4. Les pivots L et P sont rattachés aux pivots D_2 et D_4, par suite les vitesses de L et de P ne sont pas identiques, d'où $\dot{\varphi}_p \neq 0$. Durant le mouvement les erreurs de positions de D_2 et D_4 dépendent linéairement de q_2 et q_4 et l'erreur augmente avec q_2.

Dans le cas particuliers où $\beta_m = \delta_m = \delta$ l'expression de la rotation sera:

$$ \varphi_p = a\sin\frac{(q_4 - q_2)\cos\ \delta}{r} \tag{2.14} $$

$$ \dot{\varphi}_p = \frac{(\dot{q}_4 - \dot{q}_2)\cos\ \delta}{r\sqrt{1 - \left(\frac{(q_4 - q_2)\cos\ \delta}{r}\right)^2}}. \tag{2.15} $$

Dans ce cas si les moteurs M_2 et M_4 sont animés de la même vitesse l'orientation de la plate-forme reste constante.

2.3.2.3. Sensibilité aux défauts d'orientations de plusieurs moteurs

Le MGD de l'Isoglide4-T3R1 dans le cas où les quatre moteurs sont montés avec défauts d'orientation est donné par:

$$ \begin{bmatrix} x_p \\ y_P \\ z_P \\ \varphi_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\ \alpha_m q_1 \\ \cos\beta_m q_2 \\ \cos\ \gamma_m q_3 \\ a\sin\frac{q_4\cos\ \delta_m - q_2\cos\ \beta_m}{r} \end{bmatrix} \tag{2.16} $$

Les différentielles des coordonnées articulaires sont :

$$\begin{bmatrix} dx_p \\ dy_P \\ dz_P \\ d\varphi_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\ \alpha_m dq_1 - q_1 \sin\alpha_m d\alpha_m \\ \cos\beta_m dq_2 - q_2\ \sin\beta_m d\beta_m \\ \cos\gamma_m dq_3 - q_3\ \sin\gamma_m d\gamma_m \\ \dfrac{\cos\delta_m dq_4 - q_4 \sin\ \delta_m d\delta_m - \cos\beta_m dq_2 + q_2 \sin\beta_m d\beta_m}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix}. \tag{2.17}$$

Si nous fixons les coordonnées articulaires l'équation (2.17) donne :

$$\begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_P \\ d\varphi_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1\sin\alpha_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -q_2\sin\beta_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_3\sin\gamma_m & 0 \\ 0 & \dfrac{q_2\sin\beta_m}{r\cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{-q_4\sin\delta_m}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\alpha_m \\ d\beta_m \\ d\gamma_m \\ d\delta_m \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

Les facteurs de sensibilité des translations opérationnelles aux défauts d'orientation des moteurs dépendent de la coordonnée et du défaut. En fait, l'erreur dépend de la coordonnée comme du défaut (Figure 2-5 et Figure 2-6). L'erreur est la différence entre la position idéale et la position réelle. La sensibilité est la variation de la coordonnée lors d'une variation infinitésimale du défaut. L'erreur est donc l'intégrale du facteur de sensibilité entre la position idéale et la position réelle à un signe prés. La sensibilité dépend linéairement de la coordonnée articulaire et sinusoïdalement du défaut (voir Figure 2-8).

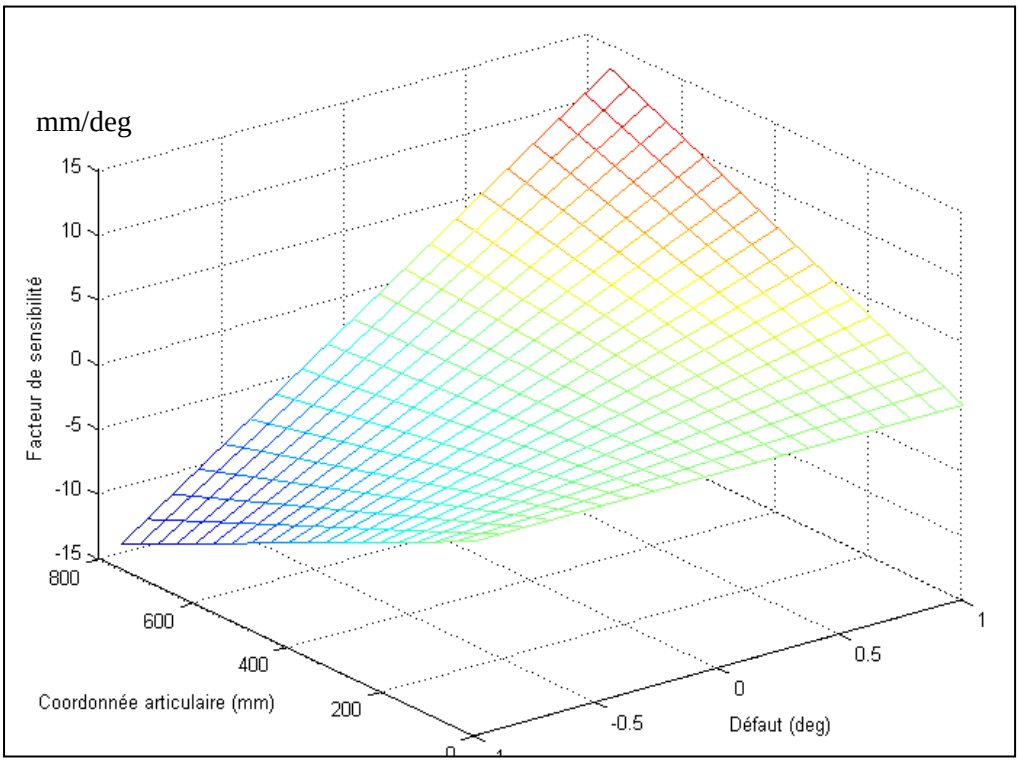


Figure 2-8 : Facteur de sensibilité d'une translation opérationnelle q_i au défaut d'orientation du moteur M_i

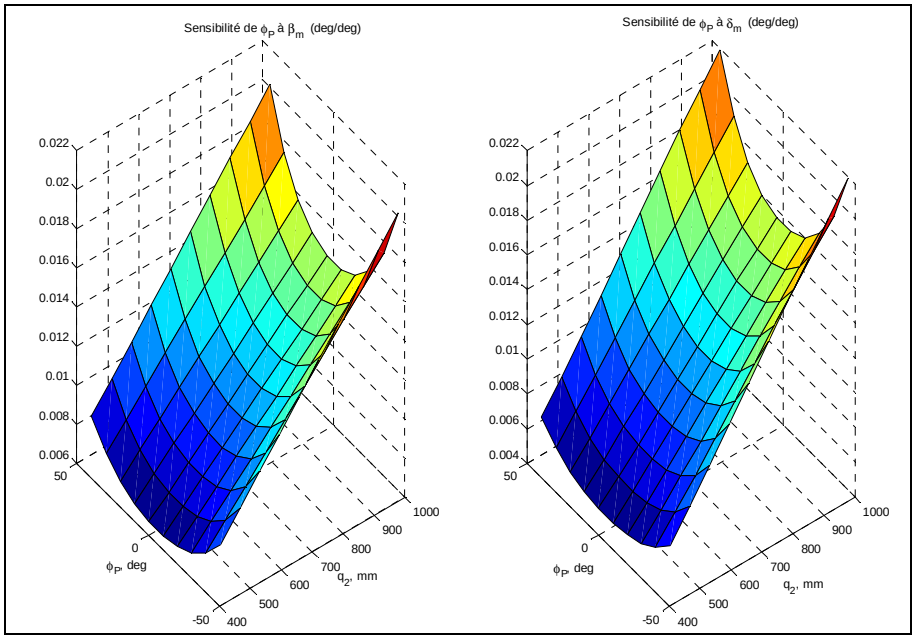


Figure 2-9 : Facteurs de sensibilité aux défauts d'orientation des moteurs verticaux pour $\beta_m=0.1^\circ$ et $\delta_m=0.1^\circ$

La sensibilité de la rotation φ_p aux défauts β_m et δ_m dépend de quatre facteurs (φ_p , q_2, β_m, δ_m). Les facteurs de sensibilité ne sont pas linéaires en fonction de q_2 et de q_4. En fait, l'angle de rotation est induit par la différence entre les composantes y des coordonnées de D_2 et D_4. Les y de D_2 et de D_4 sont sensibles aux défauts comme les translations opérationnelles. La sensibilité de la rotation est donc croissante avec q_2 et avec la différence entre q_2 et q_4 (valeur absolue de φ_p), d'où l'allure des nappes des facteurs de sensibilité (Figure 2-9).

2.3.3. Conclusion

Nous pouvons conclure qu'un défaut d'orientation d'un moteur affecte l'isotropie mais non pas le découplage. Les translations opérationnelles seront le produit des translations articulaires par le cosinus du défaut d'orientation. D'autre part nous pouvons conclure que la sensibilité des coordonnées opérationnelles dépend des valeurs des défauts et des coordonnées articulaires. Le découplage des mouvements a éliminé l'interaction entre les défauts.

2.4. Défauts d'orientations des jambes

Dans ce cas nous considérons que les moteurs sont parfaitement montés. C'est-à-dire que les axes des moteurs M_1, M_2, M_3 et M_4 sont parallèles aux axes x, y, z et y respectivement. Les trois pivots de chaque jambe sont parallèles entre eux mais non à l'axe du moteur qui entraîne la jambe. Ce cas correspond à un défaut de montage de la jambe (Figure 2-10).

2.4.1. Défaut d'orientation d'une jambe

2.4.1.1. Effets du défaut d'orientation d'une jambe sur les caractéristiques cinématiques

Considérons le cas où les axes des pivots de la jambe J_1 sont parallèles au vecteur $\begin{bmatrix}\cos\alpha & 0 & -\sin\alpha\end{bmatrix}^T$. La jambe J_1 a donc subi une rotation d'angle α autour de l'axe y. Le modèle cinématique direct sera :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\tan\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r\cos\varphi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tan\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{-1}{r\cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{1}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La matrice jacobienne n'est pas triangulaire donc le robot est à mouvements couplés. Par contre, le déterminant de la matrice jacobienne est $|J| = \dfrac{1}{r\cos\varphi_P} \neq 0$, donc pas de blocage ni de singularité. Si le moteur M_1 ou le moteur M_2 sont actionnés sans le moteur M_3, la trajectoire de l'organe terminal sera synchronisée avec le mouvement des moteurs. Par contre si le moteur M_3 est actionné, la trajectoire de la plate-forme mobile ne sera pas parallèle à l'axe z mais elle sera suivant la perpendiculaire commune à la direction des pivots de la jambe J_1 et celle des pivots de la jambe J_2 donc suivant la direction $[\sin\alpha \quad 0 \quad \cos\alpha]^T$. Nous pouvons prévoir ce résultat à partir de (2.19).

Considérons le cas où les axes des pivots de la jambe J_1 sont parallèles au vecteur $[\cos\beta \quad \sin\beta \quad 0]^T$. C'est-à-dire la jambe J_1 a subi une rotation d'angle β autour de l'axe z. Le modèle cinématique direct sera :

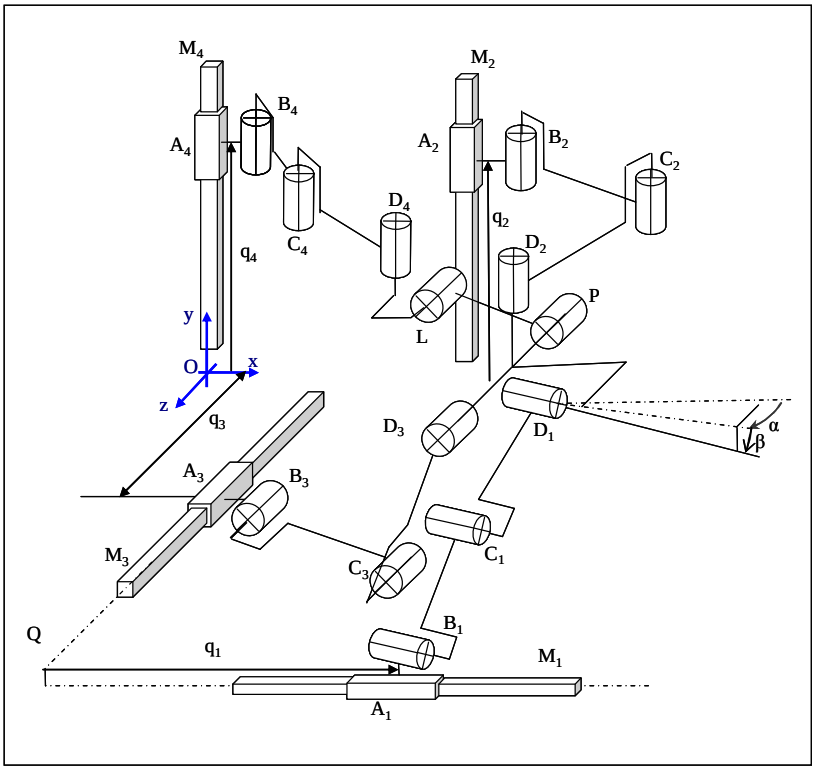


Figure 2-10 : Schéma cinématique de Isoglide4-T3R1avec défaut d'orientation de la jambe J_1

$$\begin{bmatrix} 1 & \tan\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r\cos\varphi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\tan\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{-1}{r\cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{1}{r\cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La matrice jacobienne n'est pas triangulaire, le robot est donc à mouvements couplés. Par contre la matrice jacobienne n'est pas identique à celle trouvée dans l'équation (2.19). Cette fois le défaut de comportement dépend de l'axe autour duquel la jambe a subi la rotation et non pas de la valeur de la rotation comme dans le cas des moteurs.

Considérons le cas où les pivots de la jambe J_1 ont tourné d'un angle α autour de l'axe y et d'un angle β autour de l'axe z. Le modèle cinématique direct sera :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{z}_p \\ \dot{\varphi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\tan\beta & \tan\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{r\ \cos\varphi_p} & 0 & \dfrac{1}{r\ \cos\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}. \tag{2.21}$$

La matrice jacobienne n'est pas triangulaire mais de déterminant non nul, par suite il n'y a pas de blocage. Dans le cas particulier où $\dfrac{\dot{q}_3}{\tan\beta} = \dfrac{\dot{q}_2}{\tan\alpha}$, les effets de couplage s'annulent et un défaut corrige l'autre.

Considérons le cas où le défaut est dans l'orientation des pivots de la jambe J_2. Supposons qu'elle a subit une rotation d'un angle α autour de l'axe x et β autour de celui des z. Le modèle cinématique direct sera :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{z}_p \\ \dot{\varphi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \tan\beta & 1 & -\tan\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{-\tan\beta}{r\cos\varphi_P} & -\dfrac{1}{r\cos\varphi_P} & \dfrac{\tan\alpha}{r\cos\varphi_P} & \dfrac{1}{r\cos\varphi_P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}. \tag{2.22}$$

La matrice n'est pas triangulaire mais le déterminant est toujours $\dfrac{1}{r\ \cos\varphi_P}$ donc pas de blocage. D'autre part nous remarquons que la dernière ligne est pleine, donc le robot est toujours à quatre degrés de libertés mais les mouvements des quatre moteurs interviennent dans la rotation.

2.4.1.2. Effets du défaut d'orientation d'une jambe sur la précision

Nous avons vu que les erreurs sont la différence entre la pose idéale et la pose avec défauts (ou la vitesse idéale et la vitesse avec défauts) pour les mêmes coordonnées articulaires.

Dans le cas où la jambe J_1 a subi une rotation α autour de l'axe y, et une rotation d'angle β autour de l'axe z, l'erreur sur x_p est:

$$e_{\Delta x_p} = \tan\beta\ \Delta q_2 - \tan\alpha\ \Delta q_3 \tag{2.23}$$

L'erreur sur x_p dépend de quatre paramètres. Si nous fixons trois paramètres, l'erreur en valeur absolue sera croissante en fonction du quatrième. Par contre quand les deux défauts ne sont pas nuls, l'erreur dépend des valeurs algébriques des défauts et des coordonnées articulaires.

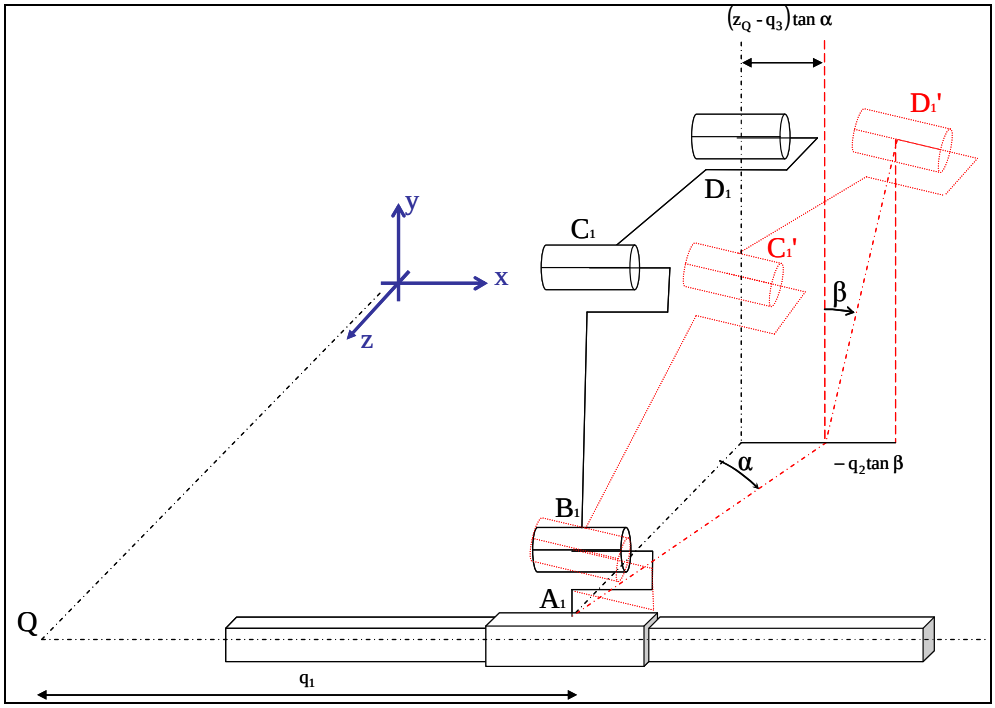


Figure 2-11 : Erreurs sur x_p dues aux défauts d'orientations de J_1

En fait, la Figure 2-11 montre que l'erreur est la différence entre x_{D_1} et $x_{D_1'}$. x_{D_1} est constante, elle est donnée par q_1. Par contre $x_{D_1'}$ est variable. Si nous augmentons q_3, la distance suivant z entre A_1 et D_1 diminue par suite la distance en x entre D_1 et D_1' diminue. A noter que, pour une valeur positive de α, $x_{D_1'} \le x_{D_1}$. Donc, quand q_3 augmente l'erreur en valeur algébrique augmente également. Par contre, si nous augmentons q_2, la distance en y entre A_1 et D_1 augmente aussi, par suite la distance en x entre D_1 et D_1' augmente, voir l'équation (2.21).

Dans le cas où la jambe J_2 a subi une rotation d'angle α autour de l'axe x, et une rotation d'angle β autour de l'axe z, l'erreur sur y_p est analogue à celle de x_p dans le cas de défaut d'orientation de J_1. Par contre l'erreur sur φ_p est différente, en fait:

$$\sin\varphi_p^{id} = \frac{q_4 - q_2}{r} \quad \text{(Dans le cas idéal)} \tag{2.24}$$

$$\sin\varphi_p = \frac{q_4 - q_2 + q_3\tan\alpha - q_1\tan\beta}{r} \tag{2.25}$$

Par suite l'erreur est:

$$e_{\varphi_p} = A\sin\frac{q_4 - q_2}{r} - A\sin\frac{q_4 - q_2 + q_3\tan\alpha - q_1\tan\beta}{r}. \tag{2.26}$$

L'erreur de l'angle dépend de six paramètres. Pour une valeur donnée de la rotation désirée, l'erreur en valeur absolue est croissante avec les défauts et avec les coordonnées articulaires. Par contre la valeur algébrique est décroissante avec α et croissante avec β. Dans le cas particulier où $q_3\tan\alpha = q_1\tan\beta$ l'erreur s'annule.

L'erreur sur la vitesse de rotation est:

$$e_{\dot{\varphi}_p} = \frac{\dot{q}_4 - \dot{q}_2}{\sqrt{1-\left(\frac{q_4 - q_2}{r}\right)^2}} - \frac{\dot{q}_4 - \dot{q}_2 + \dot{q}_3 \tan\alpha - \dot{q}_1 \tan\beta}{\sqrt{1-\left(\frac{q_4 - q_2 + q_3 \tan\alpha - q_1 \tan\beta}{r}\right)^2}}. \tag{2.27}$$

L'erreur de la vitesse de rotation, dépend aussi de six paramètres. Dans le cas particulier où $\dot{q}_3 \tan\alpha = \dot{q}_1 \tan\beta$, l'intégration par rapport au temps donne $q_3 \tan\alpha = q_1 \tan\beta + C$ où C est une constante d'intégration. Si cette constante d'intégration est nulle, l'erreur est nulle sur la rotation et sur sa vitesse, si non l'erreur sur la vitesse de rotation devient constante.

2.4.1.3. Sensibilité au défaut d'orientation d'une jambe

Dans le cas où le défaut est dans l'orientation de J_1 ou de J_3, la sensibilité de la position aux défauts est:

$$\left|\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right| = \frac{1}{(\cos\alpha)^2}|q_3| \tag{2.28}$$

$$\left|\frac{\partial x}{\partial \beta}\right| = \frac{1}{(\cos\beta)^2}|q_2| \tag{2.29}$$

Dans le cas particulier où les effets des défauts s'annulent sous la condition $q_3 \tan\alpha = q_1 \tan\beta$, La sensibilité de la translation articulaire aux deux défauts d'orientation est la même. Les sensibilités sont croissantes avec les modules des deux défauts et avec les coordonnées articulaires. Par contre, il n'y a pas d'interaction entre les défauts.

2.4.2. Défaut d'orientation de plusieurs jambes

Considérons le cas où les jambes ont été montées avec les erreurs d'orientations suivantes : les axes des pivots de J_1 ont subi des rotations α et β autour des axes y et z. De même, on introduit les défauts γ, δ, pour les axes des pivots de la jambe J_2 autour des axes x et z; ε, φ, pour la jambe J_3 autour des axes x et y; ζ, η et pour la jambe J_4 autour des axes x et z. La fermeture des boucles donne pour le MCD :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan\beta & -\tan\alpha & 0 \\ -\tan\delta & 1 & \tan\gamma & 0 \\ \tan\varphi & -\tan\varepsilon & 1 & 0 \\ \tan\delta - \tan\zeta & 0 & \tan\eta - \tan\gamma & r\cos\varphi_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_P \\ dz_P \\ d\varphi_P \end{bmatrix}, \tag{2.30}$$

donc:

$$\begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \frac{r\ \cos\varphi_p}{D} \begin{bmatrix} 1+\tan\varepsilon\tan\gamma & -\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha & \tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha & 0 \\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & 1+\tan\alpha\tan\varphi & -\tan\gamma+\tan\alpha\tan\delta & 0 \\ \tan\delta\tan\varepsilon+\tan\varphi & \tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi & 1+\tan\delta\tan\beta & 0 \\ \frac{A}{r\cos\varphi_p} & \frac{B-1}{r\cos\varphi_p} & \frac{C}{r\cos\varphi_p} & \frac{D}{r^2\cos^2\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix}, \tag{2.31}$$

où D est le détérminant de la matrice sérielle établie en (2.30), A, B et C sont des fonctions des défauts et de l'angle de rotation φ_p, données par:

$$\begin{aligned}
D &= r\cos\varphi_p\left[1+\tan\gamma\left(\tan\varepsilon+\tan\varphi\tan\beta\right)+\tan\delta\left(\tan\beta-\tan\delta\tan\varepsilon\right)+\tan\varphi\tan\alpha\right]\\
A &= -\tan\delta\tan\varepsilon\tan\eta+\tan\varphi\tan\eta-\tan\varphi\tan\gamma-\tan\delta+\tan\zeta+\tan\zeta\tan\varepsilon\tan\gamma\\
B &= -\tan\varepsilon\tan\eta+\tan\varepsilon\tan\gamma-\tan\varphi\tan\beta\tan\eta+\tan\varphi\tan\beta\tan\gamma+\tan\delta\tan\beta\\
&\quad-\tan\delta\tan\varepsilon\tan\alpha-\tan\zeta\tan\beta+\tan\zeta\tan\varepsilon\tan\alpha\\
C &= -\tan\eta+\tan\gamma-\tan\delta\tan\beta\tan\eta-\tan\delta\tan\alpha+\tan\zeta\tan\beta\tan\gamma+\tan\zeta\tan\alpha
\end{aligned} \quad . \tag{2.32}$$

2.4.2.1. Effets des défauts d'orientations de plusieurs jambes sur la cinématique

Du point de vue comportement cinématique la matrice jacobienne est pleine, le robot est donc à mouvements couplés. Le déterminant *D* est toujours non nul vu que pour des faibles valeurs des défauts la somme de tous les produits de tangentes est << 1. D'autre part le couplage existe toujours, puisque pour penser à un cas particulier où les effets des défauts se corrigent, il faut que les termes non diagonaux s'annulent. Considérons par l'absurde le cas où les deux termes non diagonaux de la première ligne sont nuls. Nous obtenons:

$$\begin{cases}\tan\beta=\tan\varepsilon\tan\alpha\\ \tan\beta\tan\gamma=-\tan\alpha\end{cases} \tag{2.33}.$$

En faisant un rapport terme à terme entre les deux équations (2.33), nous obtenons ε-γ=90° ce qui contredit l'hypothèse des petits défauts.

2.4.2.2. Effets des défauts d'orientations de plusieurs jambes sur la précision

Le modèle géométrique direct de l'Isoglide4-T3R1 dans ce cas est:

$$\begin{bmatrix}\Delta x_p\\ \Delta y_p\\ \Delta z_p\end{bmatrix}=\frac{1}{D}\begin{bmatrix}1+\tan\varepsilon\tan\gamma & -\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha & \tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha\\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & 1+\tan\alpha\tan\varphi & -\tan\gamma+\tan\alpha\tan\delta\\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & \tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi & 1+\tan\delta\tan\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q_1\\ \Delta q_2\\ \Delta q_3\end{bmatrix}. \tag{2.34}$$

$$\Delta\sin\varphi_p=\frac{\Delta x_p\tan\zeta-\Delta z_p\tan\eta+\Delta q_4-\Delta y_p}{r}$$

Les erreurs de position et d'orientation sont:

$$\begin{bmatrix}e_{x_p}\\ e_{y_p}\\ e_{z_p}\end{bmatrix}=\frac{-1}{D}\begin{bmatrix}\tan\varepsilon\tan\gamma & -\tan\beta-\tan\varepsilon\tan\alpha & \tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha\\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & \tan\alpha\tan\varphi & -\tan\gamma+\tan\alpha\tan\delta\\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & \tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi & \tan\delta\tan\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix}, \tag{2.35}$$

$$e_{\Delta\sin\varphi_p}=-\frac{\Delta q_2+\Delta x_P\tan\zeta-\Delta z_P\tan\eta-\Delta y_p}{r}$$

avec

$$D=1+\tan\gamma\left(\tan\varepsilon+\tan\varphi\tan\beta\right)+\tan\delta\left(\tan\beta-\tan\delta\tan\varepsilon\right)+\tan\varphi\tan\alpha\,.$$

L'équation (2.35) montre que les erreurs de position sont linéaires en fonction de q_1, q_2, et q_3. D'autre part, nous pouvons tirer plusieurs remarques de la matrice des coefficients. Le couplage des mouvements a introduit un couplage des effets des défauts, au contraire du cas des moteurs. Les défauts de chaque jambe ne figurent pas dans le numérateur du terme diagonal qui lui correspond. D'autre part, nous voyons que les deux défauts de chaque jambe interviennent dans les deux autres coefficients de la ligne qui lui correspond. La rotation de la

jambe J_i autour de l'axe qui correspond au moteur M_k apparaît multipliée par la tangente d'un autre défaut dans la ligne *i* et la colonne *k*, par contre elle apparaît libre dans l'autre terme (autre que le terme diagonal et le terme *ik*). La matrice qui relie les variations articulaires aux translations opérationnelles met en évidence l'effet du couplage, en fait le couplage est complet c'est-à-dire tout les paramètres influent dans chaque translation opérationnelle.

2.4.2.3. Sensibilité aux défauts d'orientations de plusieurs jambes

Les réponses ont la forme $\frac{u}{v}$ et leurs dérivées seront de forme $\frac{u'v-uv'}{v^2}$. Le dénominateur des réponses est le déterminant *D* calculé dans l'équation 2.35. Les dérivées partielles de *D* sont :

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha}=\frac{-\tan(\delta).\tan(\varepsilon)+\tan(\varphi)}{\cos^2(\alpha)} \quad (2.36) \qquad \frac{\partial D}{\partial \delta}=\frac{\tan(\beta)-\tan(\alpha).\tan(\varepsilon)}{\cos^2(\delta)} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \beta}=\frac{\tan(\delta)+\tan(\varphi).\tan(\gamma)}{\cos^2(\beta)} \quad (2.37) \qquad \frac{\partial D}{\partial \varepsilon}=\frac{\tan(\gamma)-\tan(\alpha).\tan(\delta)}{\cos^2(\varepsilon)} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \gamma}=\frac{\tan(\varepsilon)+\tan(\beta)\tan(\varphi)}{\cos^2(\gamma)} \quad (2.38) \qquad \frac{\partial D}{\partial \varphi}=\frac{\tan(\beta).\tan(\gamma)-\tan(\alpha)}{\cos^2(\varphi)} \quad (2.41)$$

Les expressions des sensibilités deviennent :

$$\frac{\partial \Delta x_p}{\partial \alpha}=\frac{\frac{-\tan\varepsilon\Delta q_2+\Delta q_3}{\cos^2\alpha}D-\frac{\partial D}{\partial \alpha}\Delta x_P}{D^2} \quad (2.42) \qquad \frac{\partial \Delta x_p}{\partial \delta}=\frac{-\frac{\partial D}{\partial \delta}\Delta x_p}{D^2} \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \Delta x_p}{\partial \beta}=\frac{\frac{-\Delta q_2+\tan\gamma\Delta q_3}{\cos^2\beta}D-\frac{\partial D}{\partial \beta}\Delta x_p}{D^2} \quad (2.43) \qquad \frac{\partial \Delta x_p}{\partial \varepsilon}=\frac{\frac{\tan\varepsilon\Delta q_1-\tan\alpha\Delta q_2}{\cos^2\varepsilon}D-\frac{\partial D}{\partial \varepsilon}\Delta x_p}{D^2} \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial \gamma}=\frac{\frac{\tan\varepsilon\Delta q_1+\tan\beta\Delta q_1}{\cos^2\gamma}D-\frac{\partial D}{\partial \gamma}\Delta x_p}{D^2} \quad (2.44) \qquad \frac{\partial \Delta x_p}{\partial \varphi}=\frac{-\frac{\partial D}{\partial \varphi}\Delta x_p}{D^2} \quad (2.47)$$

La Figure 2-12représente les cartes de sensibilité de Δx_p en fixant q_2 à 250mm dans le cas où tous le défauts sont nuls.

Sur cet ensemble de cartes trois remarques principales peuvent êtres indiquées:

- La sensibilité de Δx_p à α (défaut d'orientation de J_1 dû à sa rotation autour de l'axe *y*), ne dépend pas de Δq_1 mais de Δq_3
- La sensibilité à β est égal à Δq_2
- La sensibilité aux autres défauts est nulle.

Il était possible de prévoir ces remarques à partir des équations analytiques. En fait, quand les défauts autres que α sont nuls, l'équation (2.36) sera nulle et par suite le dénominateur des réponses sera indépendant de α. La sensibilité de Δx_p à β est égale à Δq_2 quand tous les défauts sont nuls.

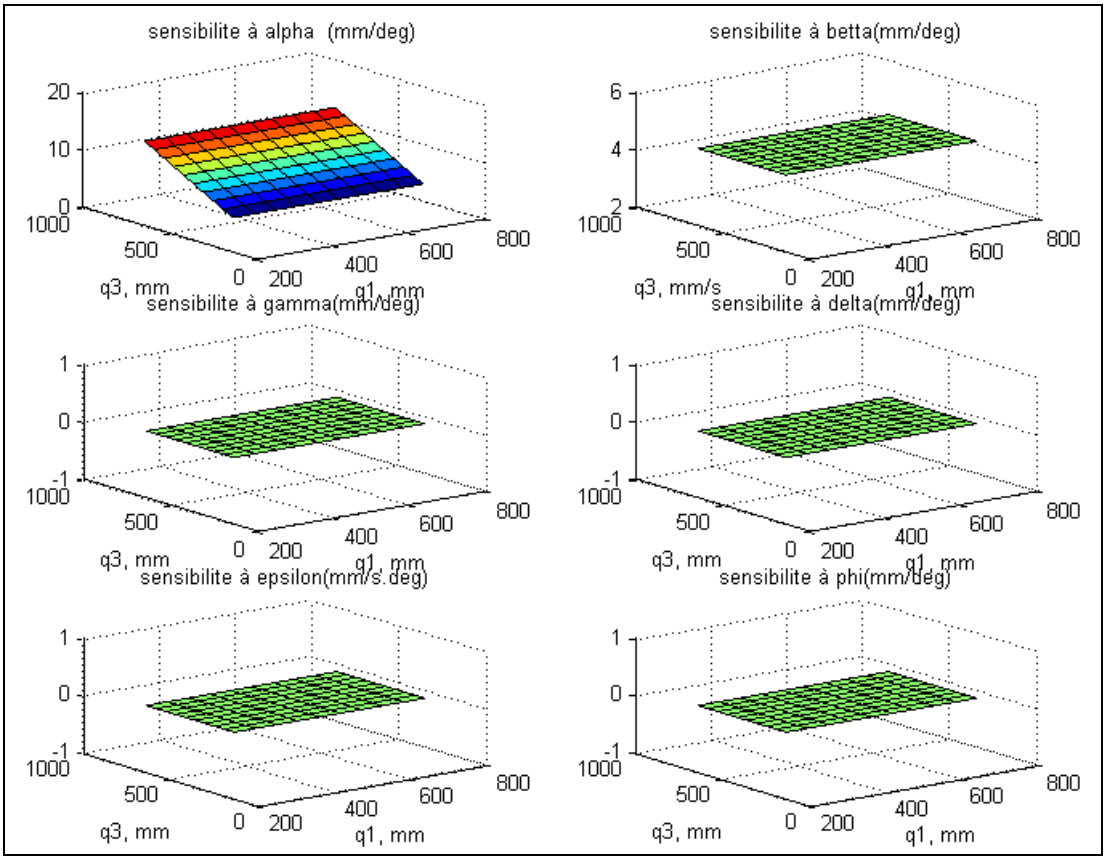


Figure 2-12 : Cartes de sensibilités de x pour $\alpha=\beta=\gamma=\delta=\varepsilon=\varphi=0$ et $q_2=250mm$

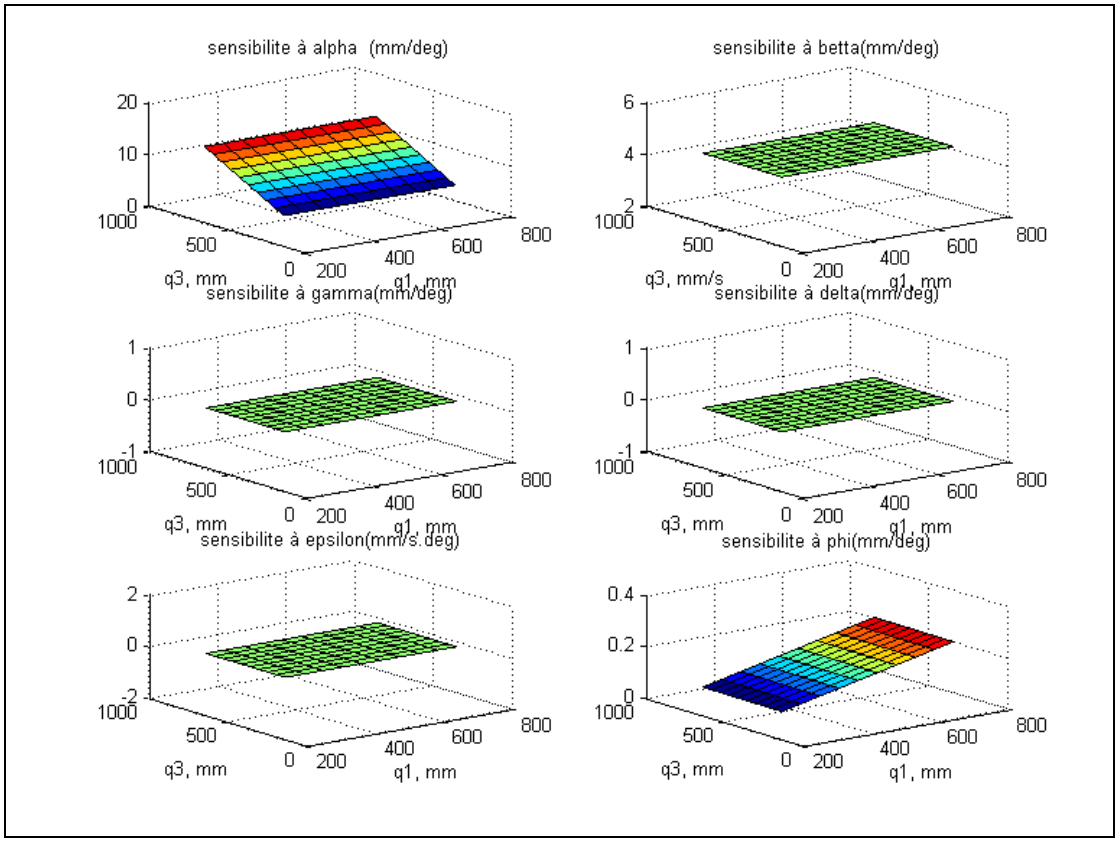


Figure 2-13 : Cartes de sensibilité pour $\alpha=1°$,$q_2=250mm$

Quand α n'est pas nul les équations montrent que la sensibilité de Δx_p à α reste indépendante de Δq_1. Par contre, la sensibilité de Δx_p à ε monte avec α tout en restant indépendante de Δq_1 et Δq_3. La sensibilité de Δx_p à φ n'est plus nulle, la Figure 2-13 montre que sa variation est plus petite que celle de la sensibilité à α, mais elle est bien significative. En fait, les sensibilités de Δx_p à φ et à ε sont les sensibilités de la réponse en x aux déviations de la jambe en z (J_3). Comme l'équation (2.21) le montre, dans le cas où α n'est pas nulle, Δx_p dépend de Δq_3, par suite les sensibilités de Δx_p à φ et à ε réfléchissent l'effet du couplage

2.4.3. Conclusion

Nous pouvons conclure que les défauts d'orientation des jambes conduisent à une perte du découplage. Les imprécisions de pose de la plate-forme mobile sont les résultats du couplage et les défauts de toutes les jambes influent dans les précisions de toutes les coordonnées opérationnelles. Les défauts d'orientation de chaque jambe ont une influence directe sur les coordonnées opérationnelles rattachées aux autres jambes et indirecte sur la coordonnée rattachée à la jambe. La sensibilité des coordonnées opérationnelles aux défauts d'orientation des jambes est plus grande que la sensibilité aux défauts d'orientation des moteurs. A noter finalement que du point de vue cinématique, les défauts d'orientations des moteurs interviennent dans la matrice jacobienne sérielle et les défauts d'orientation des jambes interviennent dans la matrice jacobienne parallèle.

2.5. Défauts d'orientation des moteurs et des jambes

Plaçons nous dans le cas réel, les deux types de défauts existent d'une façon combinée. En fait, les tolérances de fabrication qui induisent le gauchissement entre les pivots d'une même jambe sont négligeables devant les défauts de montage. Les effets des défauts évoqués séparément dans les deux paragraphes précédents seront étudiés dans ce paragraphe dans le cas combiné. Vu que toutes les mesures sont relatives, nous pouvons toujours effectuer nos mesures dans un repère ayant l'axe x parallèle à l'axe du moteur M_1. Nous pouvons donc éliminer l'un des défauts d'orientation des moteurs.

2.5.1. Modèle cinématique direct

Dans le cas où l'axe du moteur M_2 fait un angle β_m avec l'axe y, l'axe du moteur M_3 un angle γ_m avec l'axe z et celui du moteur M_4 un angle δ_m avec l'axe y. Les jambes ont été montées avec les erreurs d'orientations suivantes : les axes des pivots de J_1 ont subi des rotations α et β autour des axes y et z. De même on introduit les défauts γ, δ, pour les axes des pivots de la jambe J_2 autour des axes x et z; ε, φ, pour la jambe J_3 autour des axes x et y; ζ, η et pour la jambe J_4 autour des axes x et z. La fermeture des boucles donne pour le MCD:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\gamma_m & 0 \\ 0 & -\cos\beta_m & 0 & \cos\delta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan\beta & -\tan\alpha & 0 \\ -\tan\delta & 1 & \tan\gamma & 0 \\ \tan\varphi & -\tan\varepsilon & 1 & 0 \\ \tan\delta - \tan\zeta & 0 & \tan\eta - \tan\gamma & r\cos\varphi_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_p \\ dy_P \\ dz_P \\ d\varphi_P \end{bmatrix} \quad , \quad (2.48)$$

$$\begin{bmatrix} dx_p \\ dy_p \\ dz_p \\ d\varphi_p \end{bmatrix} = \frac{r\ \cos\varphi_p}{D} \begin{bmatrix} 1+\tan\varepsilon\tan\gamma & (-\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha)\cos\beta_m & (\tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha)\cos\gamma_m & 0 \\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & (1+\tan\alpha\tan\varphi)\cos\beta_m & (-\tan\gamma-\tan\alpha\tan\delta)\cos\gamma_m & 0 \\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & (\tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi)\cos\beta_m & (1+\tan\delta\tan\beta)\cos\gamma_m & 0 \\ \frac{A}{r\cos\varphi_p} & \frac{(B-1)\cos\beta_m}{r\cos\varphi_p} & \frac{C\cos\gamma_m}{r\cos\varphi_p} & \frac{D\cos\delta_m}{r^2\cos^2\varphi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{bmatrix}$$

où D est le déterminant de la matrice sérielle établie en (2.48), A, B et C sont des fonctions des défauts données par

$$\begin{aligned} D &= r\cos\varphi_p\left[1+\tan\gamma\left(\tan\varepsilon+\tan\varphi\tan\beta\right)+\tan\delta\left(\tan\beta-\tan\delta\tan\varepsilon\right)+\tan\varphi\tan\alpha\right] \\ A &= -\tan\delta\tan\varepsilon\tan\eta+\tan\varphi\tan\eta-\tan\varphi\tan\gamma-\tan\delta+\tan\zeta+\tan\zeta\tan\varepsilon\tan\gamma \\ B &= -\tan\varepsilon\tan\eta+\tan\varepsilon\tan\gamma-\tan\varphi\tan\beta\tan\eta+\tan\varphi\tan\beta\tan\gamma+\tan\delta\tan\beta \\ &\quad -\tan\delta\tan\varepsilon\tan\alpha-\tan\varsigma\tan\beta+\tan\varsigma\tan\varepsilon\tan\alpha \\ C &= -\tan\eta+\tan\gamma-\tan\delta\tan\beta\tan\eta-\tan\delta\tan\alpha+\tan\varsigma\tan\beta\tan\gamma+\tan\varsigma\tan\alpha \end{aligned} \quad . \tag{2.49}$$

Le MCD est la composition des MCD obtenus dans les cas séparés, le robot est à mouvements couplés. D'autre part nous voyons que le défaut d'orientation de chaque moteur n'influe que sur la coordonnée articulaire à laquelle il correspond.

2.5.2. Erreurs de position et d'orientation

Les erreurs de position et d'orientations sont calculées en se basant sur le MGD. Le MGD dans ce cas est:

$$\begin{bmatrix}\Delta x_p\\ \Delta y_p\\ \Delta z_p\end{bmatrix}=\frac{1}{D}\begin{bmatrix}1+\tan\varepsilon\tan\gamma & \left(-\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha\right)\cos\beta_m & \left(\tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha\right)\cos\gamma_m\\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & \left(1+\tan\alpha\tan\varphi\right)\cos\beta_m & \left(-\tan\gamma-\tan\alpha\tan\delta\right)\cos\gamma_m\\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & \left(\tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi\right)\cos\beta_m & \left(1+\tan\delta\tan\beta\right)\cos\gamma_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q_1\\ \Delta q_2\\ \Delta q_3\end{bmatrix}. \tag{2.50}$$

$$\Delta\sin\varphi_p=\frac{\Delta x_p\tan\varsigma-\Delta z_p\tan\eta+\Delta q_4\cos\delta_m-\Delta y_p}{r}$$

Les erreurs seront alors:

$$\begin{bmatrix}e_{x_p}\\ e_{y_p}\\ e_{z_p}\end{bmatrix}=\frac{-1}{D}\begin{bmatrix}\tan\varepsilon\tan\gamma & \left(-\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha\right)\cos\beta_m & \left(\tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha\right)\cos\gamma_m\\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & \left(1+\tan\alpha\tan\varphi\right)\cos\beta_m-1 & \left(-\tan\gamma-\tan\alpha\tan\delta\right)\cos\gamma_m\\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & \left(\tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi\right)\cos\beta_m & \left(1+\tan\delta\tan\beta\right)\cos\gamma_m-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix} \tag{2.51}$$

$$e_{\Delta\sin\varphi_p}=\frac{q_4-q_2-\left(\Delta x_p\tan\varsigma-\Delta z_p\tan\eta+\Delta q_4\cos\delta_m-\Delta y_p\right)}{r}$$

En comparant, (2.51) et (2.35) nous pouvons remarquer que les défauts d'orientation des moteurs ont diminué les erreurs dues aux couplages. Par contre, un terme négatif est rajouté à l'écart entre q_2 et y_P et entre q_3 et z_P. Une valeur négative ne signifie pas forcément une diminution, l'effet du moteur dépend donc du sens de rotation de la jambe.

2.5.3. Conclusion

De ce qui précède nous pouvons conclure qu'un défaut dans l'orthogonalité des moteurs, perturbe l'isotropie mais non pas le découplage. Les sensibilités des réponses aux défauts de perpendicularité des moteurs, sont aussi découplées (équation 2.18). D'autres part, les défauts d'orientation des pivots des jambes, affectent le découplage, et les sensibilités à leurs tours sont couplées. Le couplage des sensibilités est l'interaction entre ces sensibilités, et comme les équations le montrent, les sensibilités sont linéaires en fonction des entrées, mais pas en fonction des défauts. Les sensibilités aux défauts de perpendicularité entre les pivots des jambes sont beaucoup plus grandes et significatives, que ceux aux défauts de perpendicularité des moteurs. Par suite un défaut dans l'orientation des pivots des jambes est plus influent qu'un défaut dans l'orientation des moteurs

2.6. Défauts de parallélisme entre les pivots d'une même jambe

Prenons l'hypothèse que seul le second pivot et l'avant-bras qui le suit sont affectés d'un défaut d'orientation. Considérons par exemple, le cas où entre le pivot C_1 et le pivot B_1 il y a une convergence d'un angle ψ et un gauchissement d'un angle α (Figure 2-14).

L'avant bras de la jambe J_1 a été conservé perpendiculaire au pivot C_1 parce que le centre du pivot D_1 tourne toujours dans un plan perpendiculaire à l'axe du pivot C_1.

En isolant la jambe J_1 un simple calcul peut nous donner les coordonnées du centre du pivot D_1 en fonction du paramètre d'entré q_1, des angles $\hat{B}_1$ et $\hat{C}_1$ et des défauts :

$$\begin{aligned} x_{D_1} &= q_1 + l\left(-\sin\psi\cos\hat{C}_1 - \cos\psi\sin\alpha\sin\hat{C}_1\right) \\ y_{D_1} &= q_2 = l\left(\cos\hat{B}_1\left(1-\cos\psi\cos\hat{C}_1 + \sin\alpha\sin\psi\sin\hat{C}_1\right) - \sin\hat{B}_1\cos\alpha\sin\hat{C}_1\right) \\ z_{D_1} &= q_3 = z_{B_1} - l\left(\sin\hat{B}_1\left(1-\cos\psi\cos\hat{C}_1 + \sin\alpha\sin\psi\sin\hat{C}_1\right) - \cos\hat{B}_1\cos\alpha\sin\hat{C}_1\right) \end{aligned} \quad , \qquad (2.52)$$

où l est la longueur de l'élément cinématique (bras ou avant-bras)

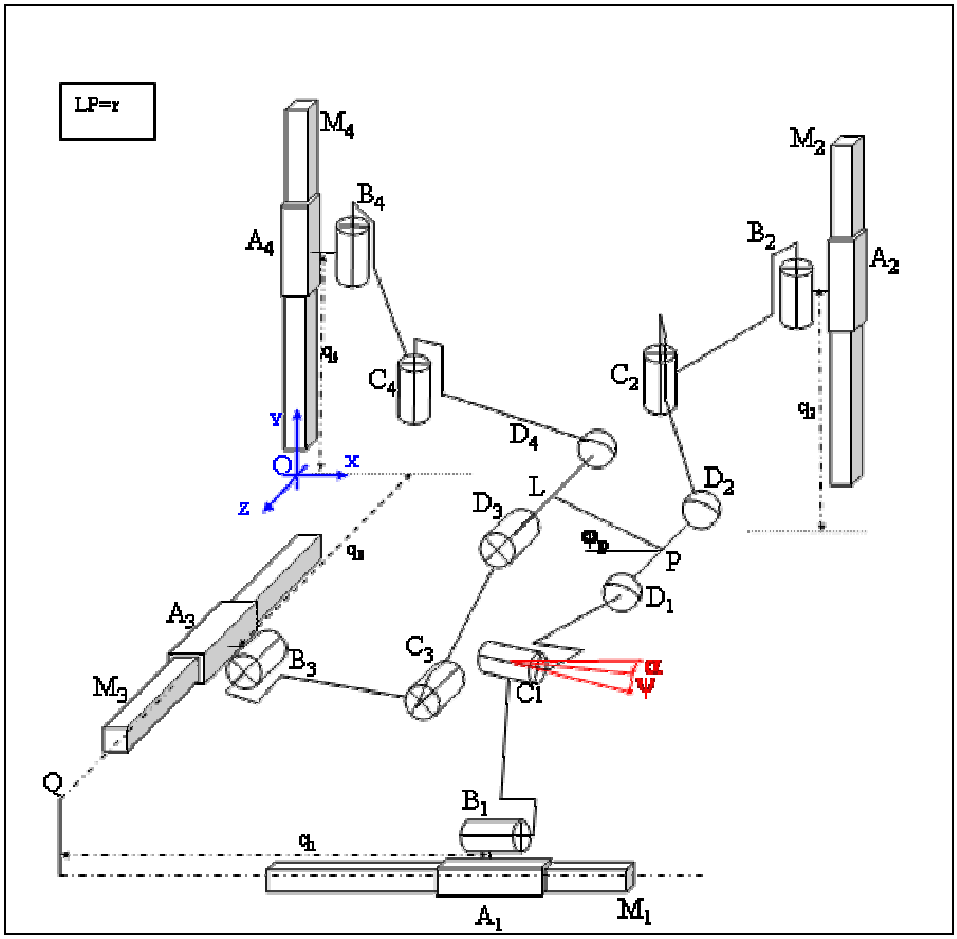


Figure 2-14 : Schéma cinématique de la version isostatique de Isoglide4-T3R1 avec défauts de parallélisme entre les pivots de J_1

N.B:

$$\begin{aligned} y_{D_1} &= q_2 + K_1 \\ z_{D_1} &= q_3 + K_2 \end{aligned}.$$

K_1 et K_2 sont deux constantes qui dépendent des dimensions de l'organe terminal. Elles sont prises en compte dans le calcul numérique.

Les axes des pivots C_1 et D_1 ne sont pas parallèles. Durant le travail du robot, l'avant-bras de J_1 est animé d'un mouvement de translation et de rotation autour de l'axe de C_1, l'axe de D_1 ne garde pas alors son orientation. Dans une version hyerstatique, le changement d'orientation de l'axe de D_1 conduit au blocage du mécanisme. Dans une version isostatique, le pivot D_1 est remplacé par une rotule (Figure 2-14). L'équation (2.52) devient donc un système de trois équations à trois inconnues (x_{D_1}, $\hat{B}_1$ et $\hat{C}_1$). La résolution numérique de (2.52) donne les graphes de la Figure 2-15.

Les neufs cartes dressées dans la Figure 2-15, correspondent à neufs combinaisons possibles de trois valeurs pour chacun des deux défauts (convergence ou gauchissement). La tolérance imposée a été un défaut de parallélisme inférieur aux deux centièmes du degré. La deuxième ligne nous donne l'influence de ψ (α=0), la deuxième colonne l'influence de α (ψ=0). La première remarque que nous pouvons donner est la variation du signe de l'erreur sur l'espace de travail quand α=0 et une signe constante quand ψ=0. En fait, ψ=0 signifie que l'axe de C_1 a subi une rotation autour de l'axe du bras inclus dans le plan vertical. Quand α est constante l'erreur suivant x change de signe si $\hat{C}_1$ passe par 180° ce qui est impossible parce que cela correspond à une singularité. Par contre, quand α=0, la rotation subite par l'axe de C_1 est autour d'un axe perpendiculaire au bras et à son axe de rotation. Donc l'erreur change de signe quand $\hat{C}_1$ passe par l'angle droit. L'équation (2.52) montre que si α=0

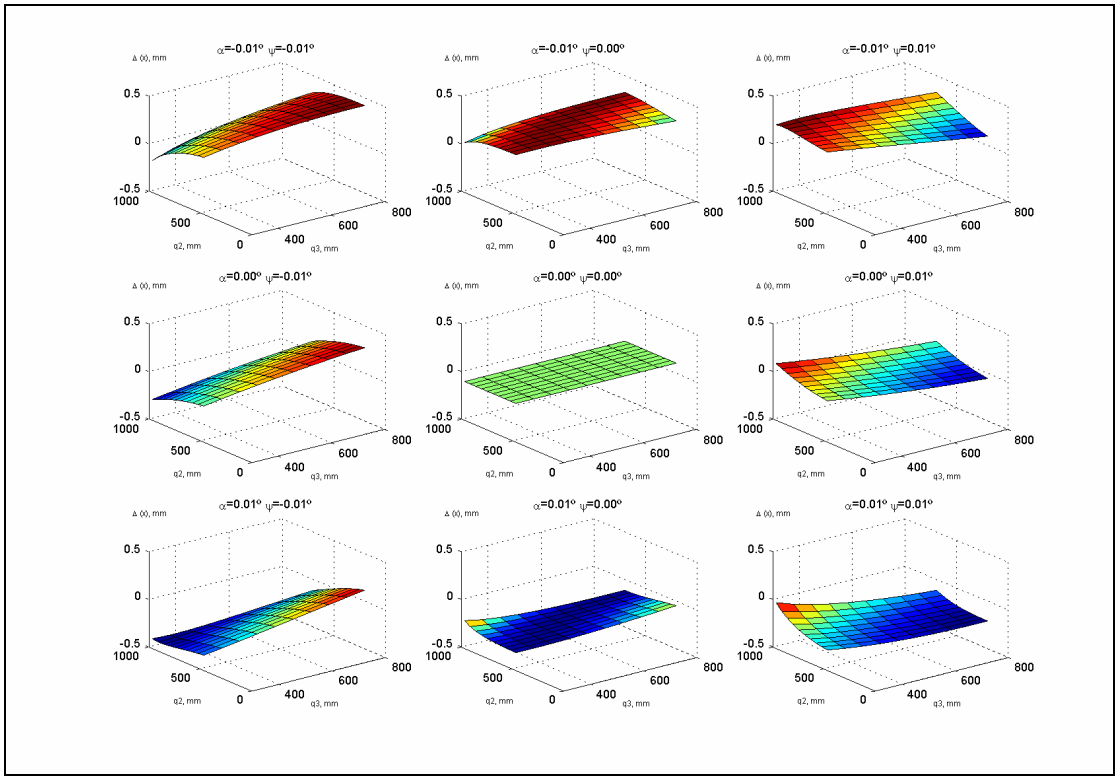


Figure 2-15 : Erreurs sur x pour des gauchissements du pivot C1

$$x_{D_1} = q_1 - l\sin\psi\cos\hat{C}_1. \tag{2.53}$$

Pour une valeur donnée de ψ, l'erreur sur x_{D_1} dépends du $\cos\hat{C}_1$ donc elle change de signe dans l'espace de travail et s'annule lorsque $\hat{C}_1 = 90^o$. Par contre pour ψ=0, (2.52) donne:

$$x_{D_1} = q_1 - l\sin\alpha\sin\hat{C}_1 \tag{2.54}$$

Pour une valeur donnée de α, l'erreur sur x_{D_1} dépends du $\sin\hat{C}_1$ donc elle change de signe dans l'espace de travail et s'annule lorsque $\hat{C}_1 = 180^\circ$.

Les quatre autres cartes, représentent les erreurs sur x_p quand les deux défauts sont non nuls. En d'autres termes, les cartes représentent l'interaction entre α et ψ. Nous pouvons remarquer que l'erreur sur x_P est nulle si:

$$\tan\hat{C}_1 = -\frac{\tan\psi}{\sin\alpha} \tag{2.55}$$

De (2.52), nous pouvons retirer que:

$$q_2^2 + \left(z_{B_1} - q_3\right)^2 = l^2\left[\left(1+\sin\alpha\sin\psi\sin\hat{C}_1 - \cos\psi\cos\hat{C}_1\right)^2 + \left(\cos\alpha\sin\hat{C}_1\right)^2\right] = R^2. \tag{2.56}$$

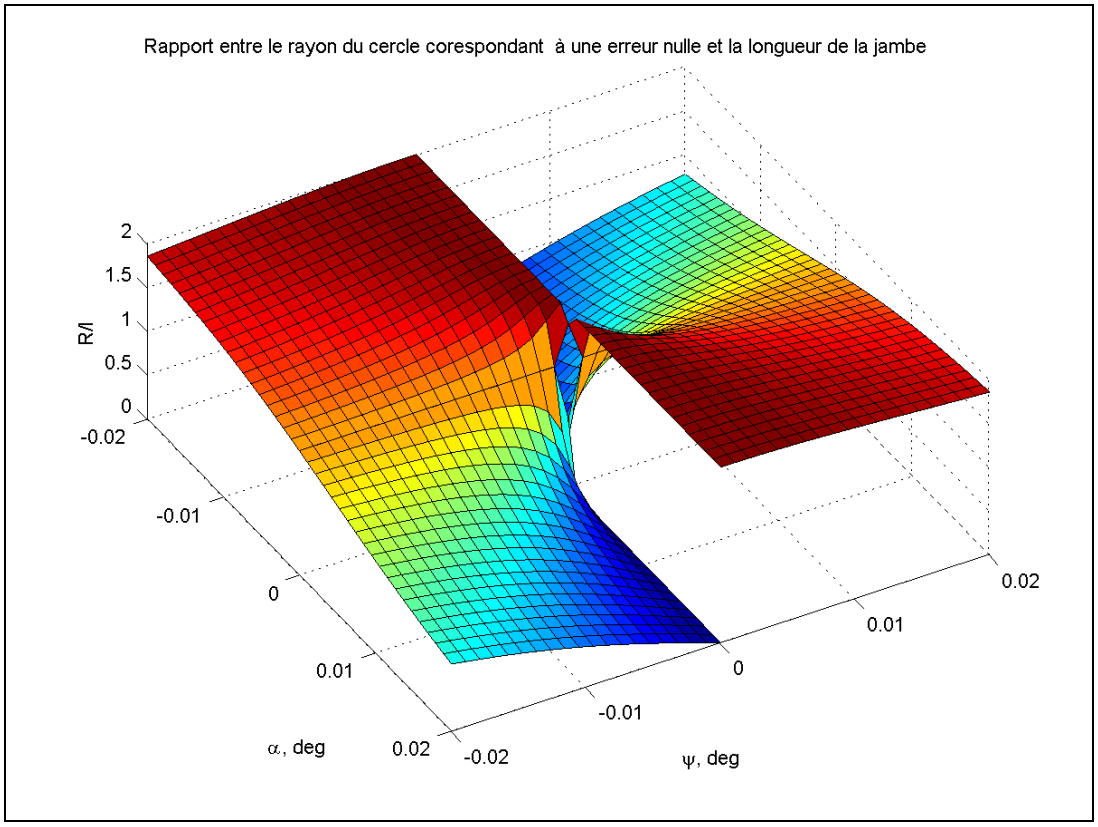


Figure 2-16 : Rapport entre le rayon du cercle correspondant à une erreur nulle et la longueur de la jambe

En injectant (2.55) dans (2.56), R devient une constante déterminée quand α et ψ sont connus et (2.56) devient l'équation géométrique d'un cercle dans l'espcae de centre B_1 de rayon R, ce cercle est inclus dans un plan parallèle au plan yz.

La Figure 2-16 représente le rapport entre R et l en fonction de α et ψ, et la Figure 2-16 l'angle de pliage $\hat{C}_1$ de la jambe.

La Figure 2-16 montre que pour ψ=0, il y a deux rayons possibles et une discontinuité. En fait, les deux valeurs sont R=0 et R=2l, ces deux valeurs correspondent aux angles $\hat{C}_1 = 0^\circ$ et $\hat{C}_1 = 180^\circ$ (Figure 2-17). En fait, quand $\hat{C}_1 = 180^\circ$ la jambe est complètement tendue, donc la distance entre B_1 et D_1 est la somme des longueurs du bras et de l'avant-bras, quand la jambe est complètement pliée ($\hat{C}_1 = 0^\circ$) B_1 et C_1 sont confondues. Ces deux cas correspondent à deux cas de singularité et physiquement n'existent pas à cause des limitations des débattements angulaires. D'autre part nous pouvons remarquer que pour α=0, le rayon R est égal à $l\sqrt{2}$. En fait, pour α=0 nous avons montré que l'erreur est nulle si l'angle de pliage de la jambe $\hat{C}_1 = 90^\circ$. Dans ce cas le triangle $B_1C_1D_1$ est rectangle isocèle, par suite $B_1D_1 = l\sqrt{2}$. Dans la Figure 2-17 nous retrouvons que pour α=0, l'angle de pliage $\hat{C}_1 = 90^\circ$. D'autre part, quand les deux défauts ont le même signe, la Figure 2-17 montre que pour une erreur nulle la jambe est tendue ($\hat{C}_1 > 90^\circ$) et quand ils ont deux signes différentes la jambe est pliée.

Du point de vue géométrique avec la présence des défauts de parallélismes entre les pivots d'une même jambe, les translations opérationnelles ne sont plus des fonctions linéaires des translations articulaires. Du point de vue cinématique, (2.52) montre que si nous bloquons M_1, x_p n'est pas constante et dépend de q_2 et de q_3. Par suite $\dot{x}_p$ dépend de $\dot{q}_2$ et de $\dot{q}_3$, les termes non diagonaux de la première ligne de la matrice jacobienne sont non nuls, et ${}^hJ_P$ n'est pas triangulaire, donc le robot est à mouvements couplés.

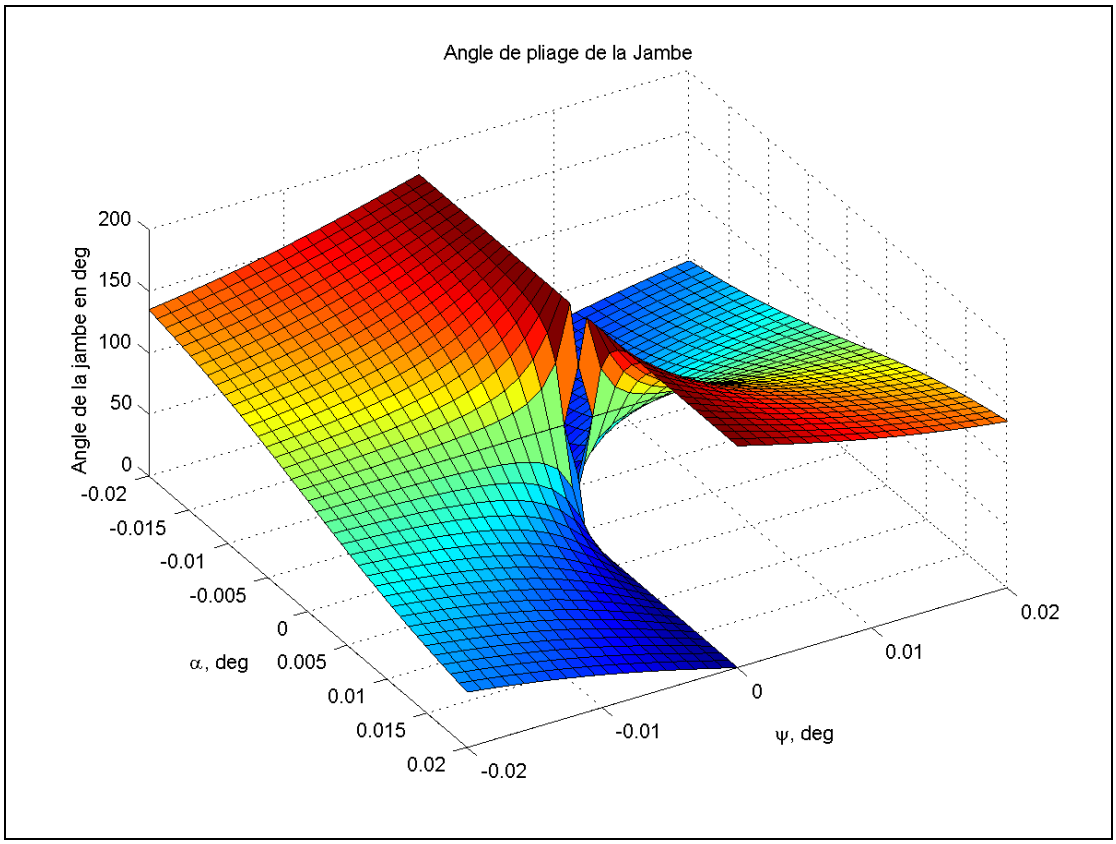


Figure 2-17 : Angle de pliage de la jambe correspondant à une erreur nulle

Considérons le cas où les défauts portent sur l'orientation de l'axe du pivot C_2. Le raisonnement appliqué précédemment donne pour J_2:

$$\begin{aligned} x_{D_2} &= q_1 = x_{B_2} + l\left(\cos\hat{B}_2\left(1-\cos\psi\cos\hat{C}_2+\sin\alpha\sin\psi\sin\hat{C}_2\right)-\sin\hat{B}_2\cos\alpha\sin\hat{C}_2\right) \\ y_{D_2} &= q_2 + l\left(-\sin\psi\cos\hat{C}_2-\cos\psi\sin\alpha\sin\hat{C}_2\right) \\ z_{D_2} &= q_3 = -l\left(\sin B_2\left(1-\cos\psi\cos\hat{C}_2+\sin\alpha\sin\psi\sin\hat{C}_2\right)-\cos\hat{B}_2\cos\alpha\sin\hat{C}_2\right) \end{aligned} \quad . \qquad (2.57)$$

Les effets trouvés sur x_P se retrouvent sur y_P, mais y_{D_2} influe φ_P aussi. En fait l'expression de φ_P est donnée par:

$$\varphi_P = a\sin\left(\frac{y_{D_4}-y_{D_2}}{r}\right). \qquad (2.58)$$

L'erreur sur φ_P sera donnée par:

$$e_{\varphi_p} = A\sin\left(\frac{y_{D_4}-y_{D_2}}{r}\right)-A\sin\left(\frac{q_4-q_2}{r}\right)=A\sin\left(\frac{q_4-q_2-e_{y_p}}{r}\right)-A\sin\left(\frac{q_4-q_2}{r}\right) \qquad (2.59)$$

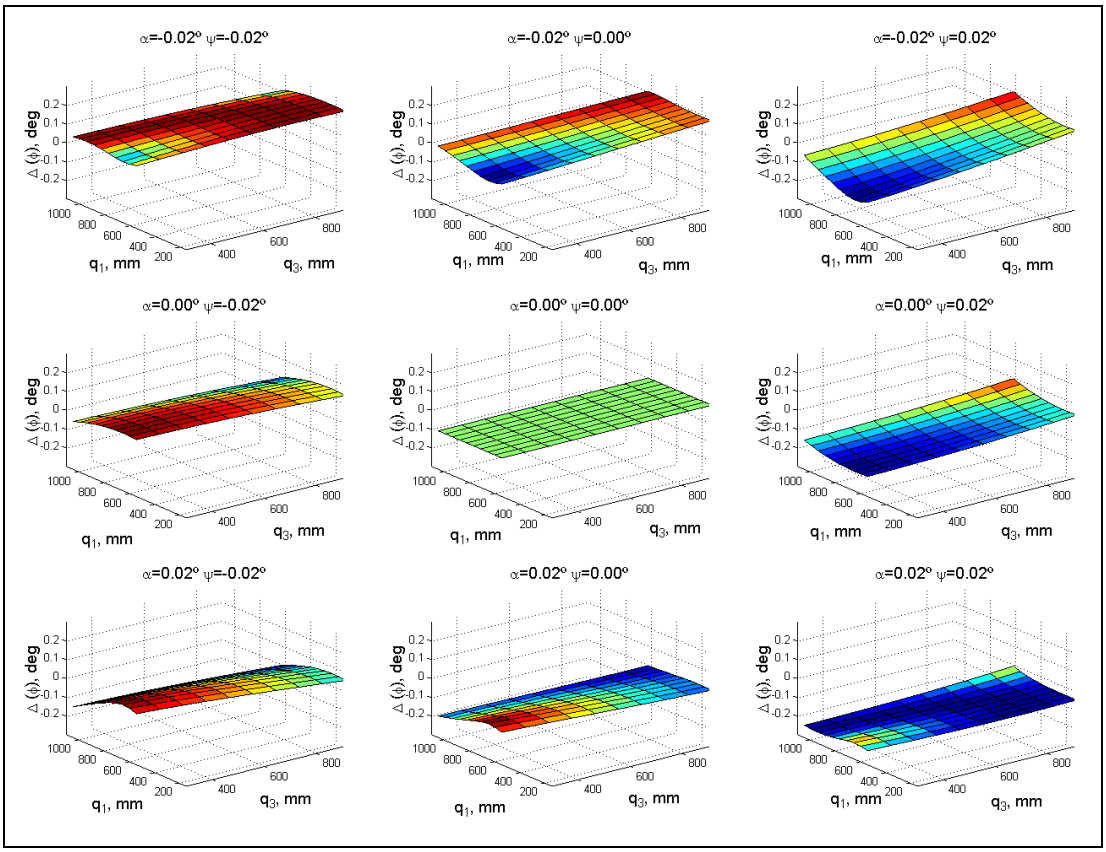


Figure 2-18 : Erreurs sur l'angle de rotation de la plate-forme mobile pour un angle désiré φ_p=0°

La résolution numérique suivant la méthode du gradient conjugué de (2.57) et par suite de (2.59) montre que l'erreur de l'angle d'inclinaison dépend des quatre coordonnées articulaires. La Figure 2-18 montre les résultats de l'équation (2.59) pour un $\varphi_{\mathrm{p}}^{\mathrm{id}}=0$ et q_2=500mm pour différentes valeurs de q_1, q_3, α et ψ.

La comparaison entre la Figure 2-15et la Figure 2-18 nous montre que les erreurs de positions sont plus importantes. En fait l'erreur de l'angle est fonction de l'arcsinus de l'erreur de position divisé par la distance entre D_2 et D_4. En fait, $a\sin(|x|)>|x|$ mais l'erreur sur la rotation est le rapport entre l'erreur de la position et la longueur de la plate-forme.

Considérons, le cas où les défauts sont entre les axes des pivots B_3 et C_3. La particularité de J_3 est que D_3 est un pivot et non pas une rotule. Si l'axe de D_3 est gardé parallèle à celui de C_3 – le défaut est dans l'usinage des alésages du bras – quand le robot travaille l'angle $\hat{C}_3$ varie et le pivot C_3 est animé d'un mouvement en rotation autour de l'axe de B_1. L'orientation de l'axe de C_3 n'est pas constante et par suite celle de D_3 non plus. La plate-forme mobile est portée par trois rotules et un pivot. Si l'orientation du pivot est variable, l'orientation de la plate-forme mobile est aussi variable, donc le robot maintenant possède deux mouvements parasites. La matrice jacobienne ${}^{h}J_{P}$ du robot n'est plus carrée, elle est cette fois une matrice de 6 lignes et quatre colonnes vu qu'elle relie quatre coordonnées articulaires à six coordonnées opérationnelles. En se basant sur le principe de la fermeture des boucles, D_4, D_2 et D_1 doivent avoir les mêmes coordonnées dans le repère global suivant la jambe J_3 et la plate-forme mobile ou suivant les jambes J_1, J_2 et J_4, notamment y_{D_2}, y_{D_4} et x_{D_1}, les inconnues du problème sont les angles $\hat{B}_3$, $\hat{C}_3$ et φ_{p}. Nous avons trois équations à trois inconnues:

$$
\begin{aligned}
x_{D_1} &= q_1 + K_1 = C\beta \\
&\left(l-\left(C\psi C\hat{C}_3+S\psi S\alpha S\hat{C}_3\right)\left(l-rS\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)\right)+\left(C\psi S\hat{C}_3-S\psi S\alpha C\hat{C}_3\right)C\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)r\right) \\
&+S\hat{B}_3\left(-C\alpha S\hat{C}_3\left(l-S\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)r\right)-C\alpha C\hat{C}_3C\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)r\right) \\
y_{D_4} &= q_4 = S\hat{B}_3\left(l-\left(C\psi CC+S\psi S\alpha SC\right)l+aS\psi C\alpha\right)+C\hat{B}_3\left(lC\alpha SC+aS\alpha\right) \\
y_{D_2} &= q_2 \\
&= S\hat{B}_3 \\
&\left(l-\left(C\psi C\hat{C}_3+S\psi S\alpha S\hat{C}_3\right)\left(l-rS\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)\right)+aS\psi S\alpha+\left(C\psi S\hat{C}_3-S\psi S\alpha C\hat{C}_3\right)C\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)r\right) \\
&+C\hat{B}_3\left(C\alpha S\hat{C}_3\left(l-rS\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)\right)+aS\alpha+rC\alpha C\hat{C}_3C\left(-\hat{C}_3+\hat{B}_3+\varphi_P\right)\right)
\end{aligned}
\qquad (2.60)
$$

La résolution numérique de (2.60) donne, $\hat{B}_3$, $\hat{C}_3$ et φ_{p} et par suite les coordonnées des liaisons et du point caractéristique P. Les erreurs de position du point P peuvent être calculées comme étant les différences entre les positions idéales et les positions réelles.

Les Figure 2-19, 2-20 et 2-22 montrent les erreurs de positions du point P. La première remarque que nous pouvons faire est que les erreurs dans les directions x et y sont minimes devant les erreurs en z. En fait les erreurs en z sont équivalentes aux erreurs trouvées quand les défauts ont été selon les jambes J_1 et J_3. Les erreurs en x et y sont induites de la rotation de la plate-forme mobile.

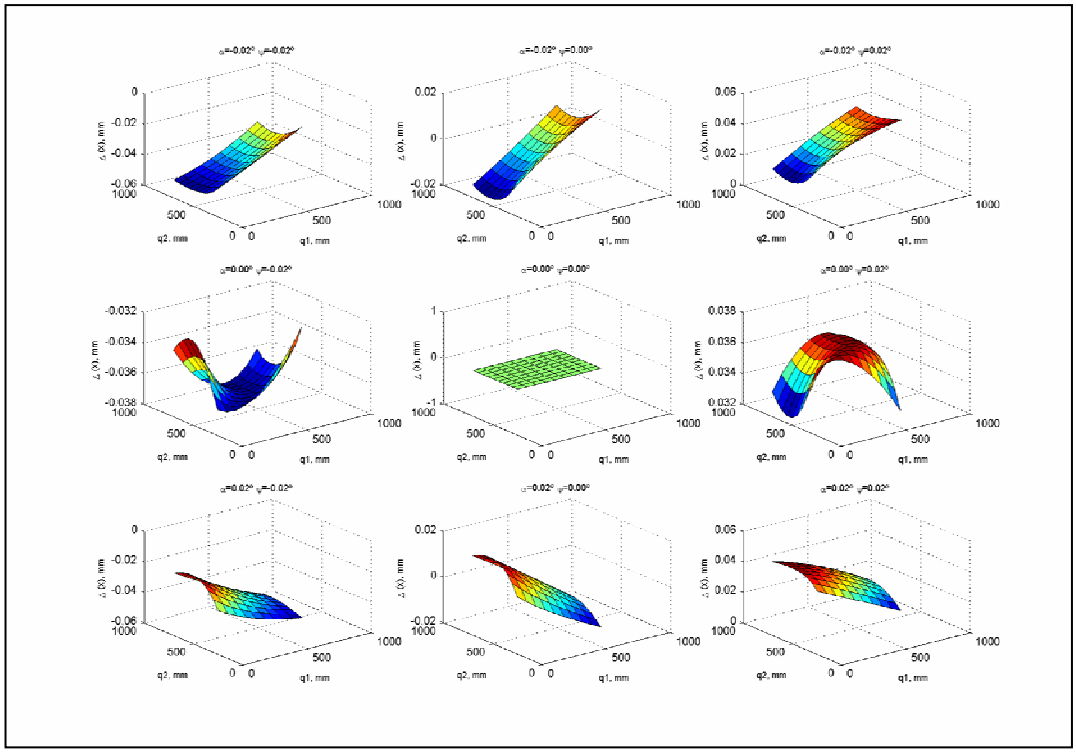


Figure 2-19 : Erreurs de position dans la direction x

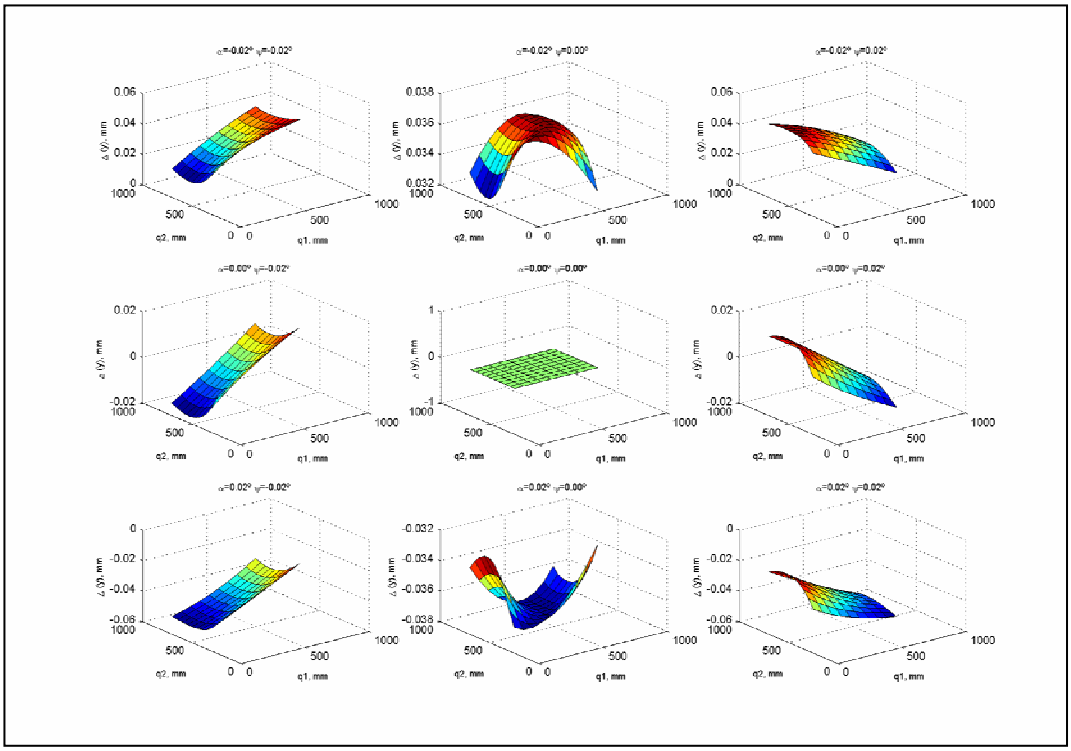


Figure 2-20 : Erreurs de position dans la direction y

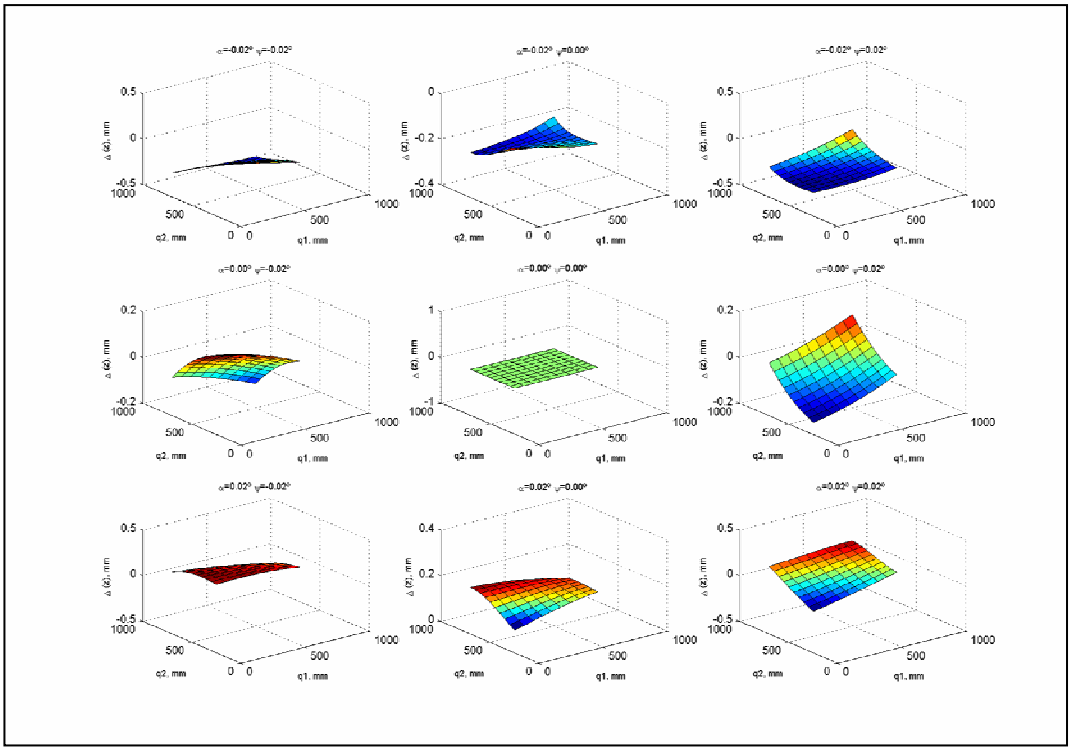


Figure 2-21 : Erreurs de position dans la direction z

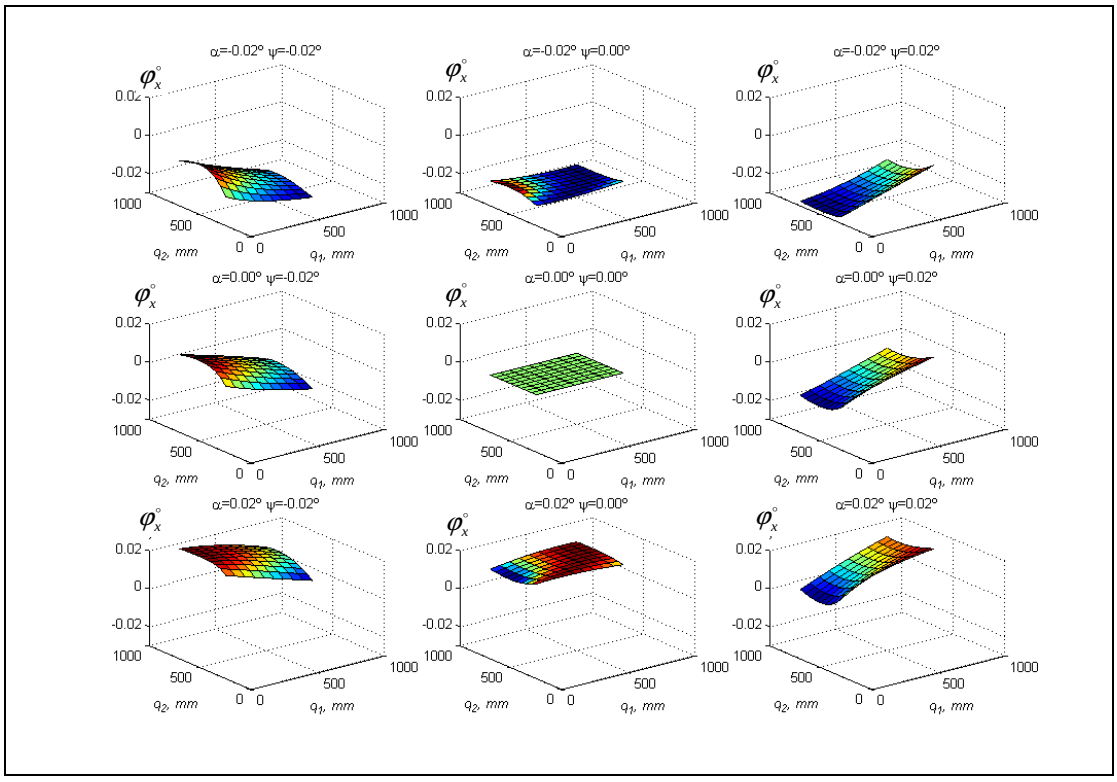


Figure 2-22 : Rotations parasites autour de l'axe x

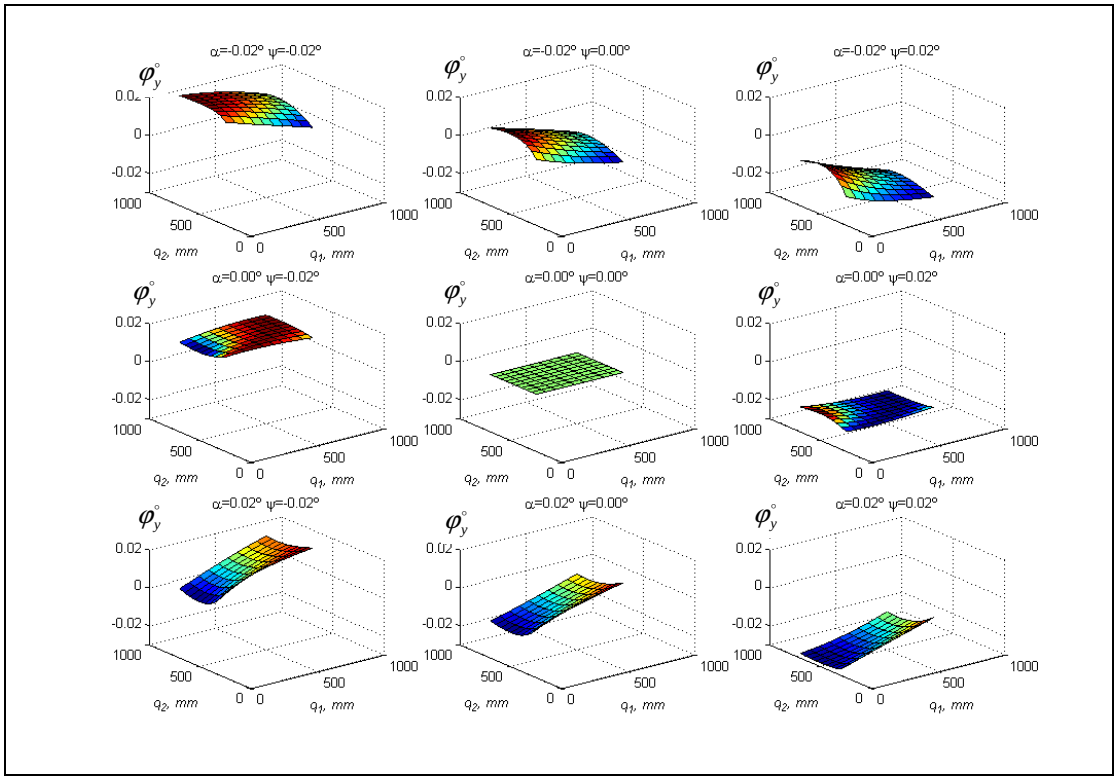


Figure 2-23 : Rotations parasites autour de l'axe y

D'autre part nous pouvons remarquer que $\Delta x(\alpha,\psi) \approx \Delta y(\psi,-\alpha)$ et $\Delta x(\alpha,\psi) \approx -\Delta x(-\alpha,-\psi)$. Quand α=0 l'erreur sur y_P varie de signe dans l'espace de travail, ce qui n'est pas le cas quand $\psi = 0$. Par contre, quand $\psi = 0$ (le défaut est un gauchissement pur) la nappe présente une zone où l'erreur est maximale en valeur absolue. Les graphes des erreurs quand les deux défauts ne sont pas nuls, montrent l'interaction entre les deux défauts. En fait, nous pouvons voir que l'erreur, quand les deux défauts sont non nuls, n'est pas la somme des erreurs induites par chacun des deux défauts.

D'autre part, le défaut de parallélisme entre les pivots de J_3, a introduit un défaut dans l'orientation et deux rotations parasites. Les Figures 2-22 et 2-23 montrent les rotations parasites autour des angles *x* et *y*. Ces défauts dépendent des cordonnées articulaires q_1 et q_2 ainsi que de l'angle d'inclinaison désiré φ_P autour de l'axe *z* mais surtout des défauts α et ψ. Ces rotations parasites varient dans une plage de 0.05º. Nous pouvons remarquer facilement que la rotation autour de *x* augmente avec α et change d'inclinaison et de concavité avec ψ. Par contre, l'erreur autour de *y* change d'inclinaison et de concavité avec α mais diminue en valeur algébrique avec ψ. Ce phénomène peut être expliqué par l'inclinaison du bras de la jambe J_3.

2.6.1. Conclusion

Le défaut de parallélisme entre les pivots d'une même jambe crée un couplage dans les mouvements. D'autre part, la résolution analytique du MGD est devenue compliquée, c'est pourquoi la résolution présentée a été numérique. Les effets des défauts sont différents pour les quatre jambes vus que, sur la version isostatiques, les jambes sont différentes entres elles. Les défauts dans J_1 induisent des erreurs sur la position en *x* de la plate-forme mobile. Les défauts dans la jambe J_2 induisent des erreurs de position dans la direction *y* et dans la rotation sans aboutir à des rotations parasites. Les défauts dans J_3, seule jambe sur les quatre connectée par un pivot à la plate-forme mobile, induisent des erreurs dans les six dimensions.

2.7. Conclusion générale

Dans ce chapitre, nous avons adopté l'hypothèse des corps indéformables. Nous avons considéré trois types de défauts et nous aboutissons à des conclusions spécifiques pour chacun d'entre eux :

- Les défauts d'orientations d'un ou de plusieurs moteurs lors du montage ne conduisent pas au blocage même si l'architecture de l'Isoglide4-T3R1 est hyperstatique, mais à une perte de l'isotropie en translation. L'obtention du MGD reste simple.
- Les défauts d'orientations d'une ou de plusieurs jambes ne conduisent pas au blocage même si l'architecture de l'Isoglide4-T3R1 est hyperstatique, mais à un couplage des mouvements. L'élaboration analytique du MGD est toujours possible mais nécessite l'inversion du MGI.
- Les défauts de parallélisme entre les axes des pivots d'une même jambe conduisent au blocage dans l'hypothèse des corps infiniment rigides si l'architecture est hyperstatique. Nous obtenons un couplage des mouvements ainsi que des mouvements parasites. Le calcul des erreurs ou l'élaboration du MGD avec la présence de défauts de parallélisme entre les axes des pivots de la même jambe est très compliqué analytiquement et la résolution s'est faite numériquement. Nous retrouvons donc ce nous avons signalé dans l'introduction, à savoir que la complexité du MGD des robots parallèles est surtout due au couplage de leurs mouvements

A noter finalement que la combinaison des deux premiers types de défauts a abouti à une diminution des erreurs par rapport au cas où seul le second défaut apparaît. L'effet de ce phénomène se voit clairement dans les mesures expérimentales.

Chapitre 3 : Déformation des robots parallèles à mouvements découplés

3.1. Introduction

Nous rappelons que, pour la modélisation des robots avec des corps rigides, deux cas sont à considérer selon qu'ils sont hyperstatiques ou isostatiques. Pour une version hyperstatique du robot, un défaut de parallélisme entre les pivots de la même jambe conduit à l'élimination de certaines mobilités, voire à un blocage total du robot. Sur une version isostatique, il n'y a jamais de blocage. Le MGD est toujours défini mais son expression analytique est très complexe. Aussi, le calcul des erreurs a été mené en numérique.

Si nous nous plaçons maintenant dans l'hypothèse des corps déformables, les déplacements de l'Isoglide4-T3R1 deviennent désormais toujours possibles. Mais dans certaines configurations, la fermeture des différentes chaînes cinématiques ne peut être garantie d'une façon continue qu'au prix d'une déformation temporaire de certains corps solides. Qui dit déformations dit apparition de contraintes internes et le robot parallèle peut être assimilé à un système précontraint.

Les différents défauts de montage causent une déformation dans le mécanisme. Si, dans l'hypothèse des corps indéformables, les défauts influent sur les caractéristiques et la précision de façon purement cinématique, dans l'hypothèse des corps déformables, la cinématique et la précision du mécanisme dépendent aussi de la déformation élastique. D'autre part, il a été démontré dans [BFG03], [RFM06], [WRF06] que la déformation de ce type de robot varie dans l'espace de travail. Vue la complexité des composants du mécanisme, le calcul des erreurs ne peut pas être effectué analytiquement. La déformée du mécanisme et de ses variations dans l'espace de travail doit être obtenue par une simulation numérique avec la méthode des éléments finis (MEF).

Dans ce chapitre, nous présentons la méthodologie de la simulation numérique effectuée sous le logiciel ANSYS, une étude de la déformation d'une jambe isolée de l'Isoglide3-T3 puis une étude de la déformation de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail. Vue la complexité élevée du problème traité par la MEF, la préparation du modèle est longue et le temps de calcul important. Aussi nous proposons dans la dernière partie une méthode basée sur le principe de la sous-structuration, afin d'exploiter l'aspect modulaire des robots parallèles. Nous construisons alors un modèle analytique et paramétré de l'erreur de pose du robot. Ce modèle offre l'avantage d'être générique et plus rapide qu'un modèle EF classique.

3.2. Simulation numérique

Le problème consiste à calculer la déformée du robot dans tout l'espace de travail. Donc il s'agit d'appliquer sur le robot, qui est une structure déformable, l'équation fondamentale de Newton

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i \,, \tag{3.1}$$

où $\vec{P}$ est la quantité du mouvement du robot et $\vec{F}_i$ sont les forces appliquées au robot.

3.2.1. Modélisation

L'Isoglide4-T3R1 est un robot doté de quatre degrés de mobilités. Le calcul est effectué dans un nombre fini de points de l'espace de travail suivant un plan d'expérience suffisant pour les besoins du problème. Physiquement les moteurs sont bloqués dans chaque position, le robot devient alors une structure de degré de mobilité 0. La discrétisation de (3.1) sur le mécanisme donne sous forme matricielle [Bat82]:

$$[M]\,[\ddot{X}] + [K]\,[X] = [F] \tag{3.2}$$

où [*M*] est la matrice de masse totale du robot, [*K*] la matrice de rigidité du robot, [*X*] le vecteur formé par les déplacements des nœuds, [*F*] le vecteur des forces appliquées aux nœuds.

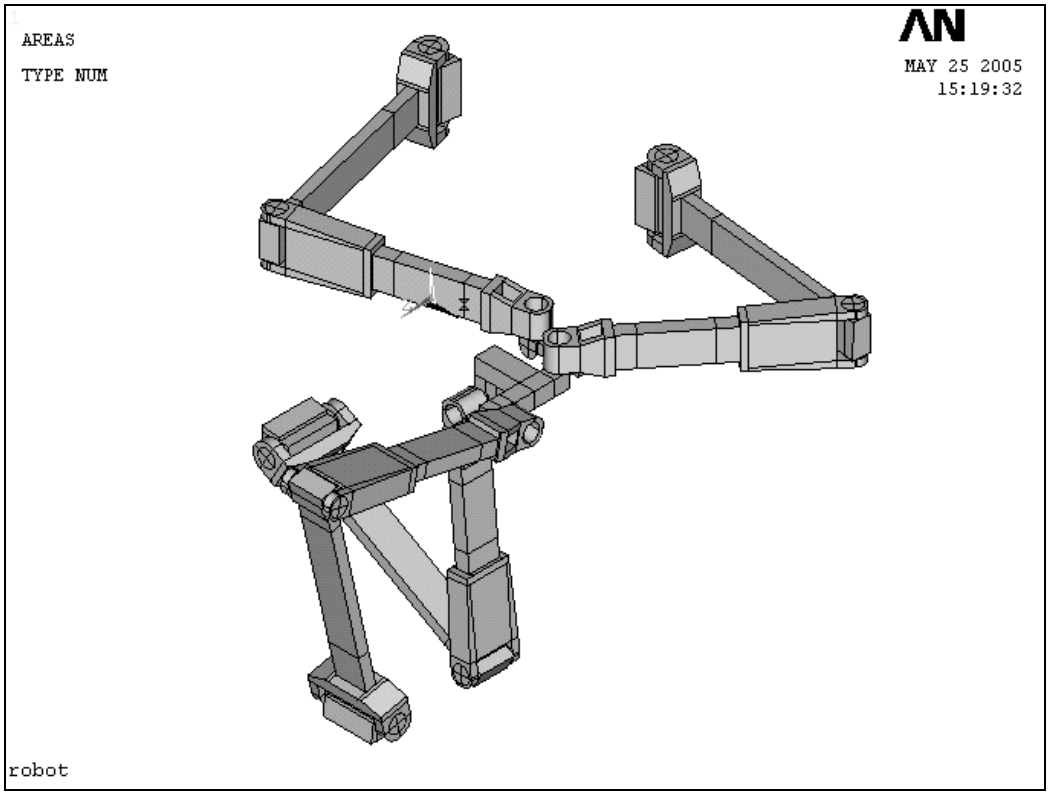


Figure 3-1 : Géométrie de l'Isoglide4-T3R1 reproduite sous ANSYS avec les moteurs bloqués

Le système (3.2) est un système de *n* équations à *n* inconnues, où *n* est le nombre total des degrés de liberté des nœuds résultants du maillage du robot. Le but de la modélisation est de transformer le problème physique en équation mathématique (3.2) [GrB05]. Afin d'accéder à l'équation (3.2) il faut appliquer la démarche classique de la simulation avec la méthode des éléments finis : modéliser la géométrie des composants et préciser les propriétés des matériaux (densité, module d'Young, coefficient de Poisson…), imposer les conditions aux limites connues (fermetures des chaînes cinématiques, position des moteurs, charges appliquées,…) et préciser les paramètres physiques de l'environnement (gravité).

3.2.1.1. Modélisation des composants

La modélisation des composants consiste à déterminer les points clés qui les forment. Pour la modélisation du robot entier nous assemblons les composants (Figure 3-1).

Nous associons à chaque pièce un repère local définit ainsi : l'axe *y* colinéaire à l'axe des liaisons pivots de la jambe à laquelle la pièce appartient ; l'axe *x* colinéaire à l'axe qui joint les centres des deux liaisons pivots de l'élément cinématique auquel la pièce appartient. Les coordonnées de chaque point clé sont calculées dans le repère local de la pièce. La pose du repère local dans le repère global est paramétrée, ce qui permet d'ajuster facilement la position et l'orientation de la pièce. Nous pouvons également créer facilement plusieurs instances de la pièce dans le robot entier.

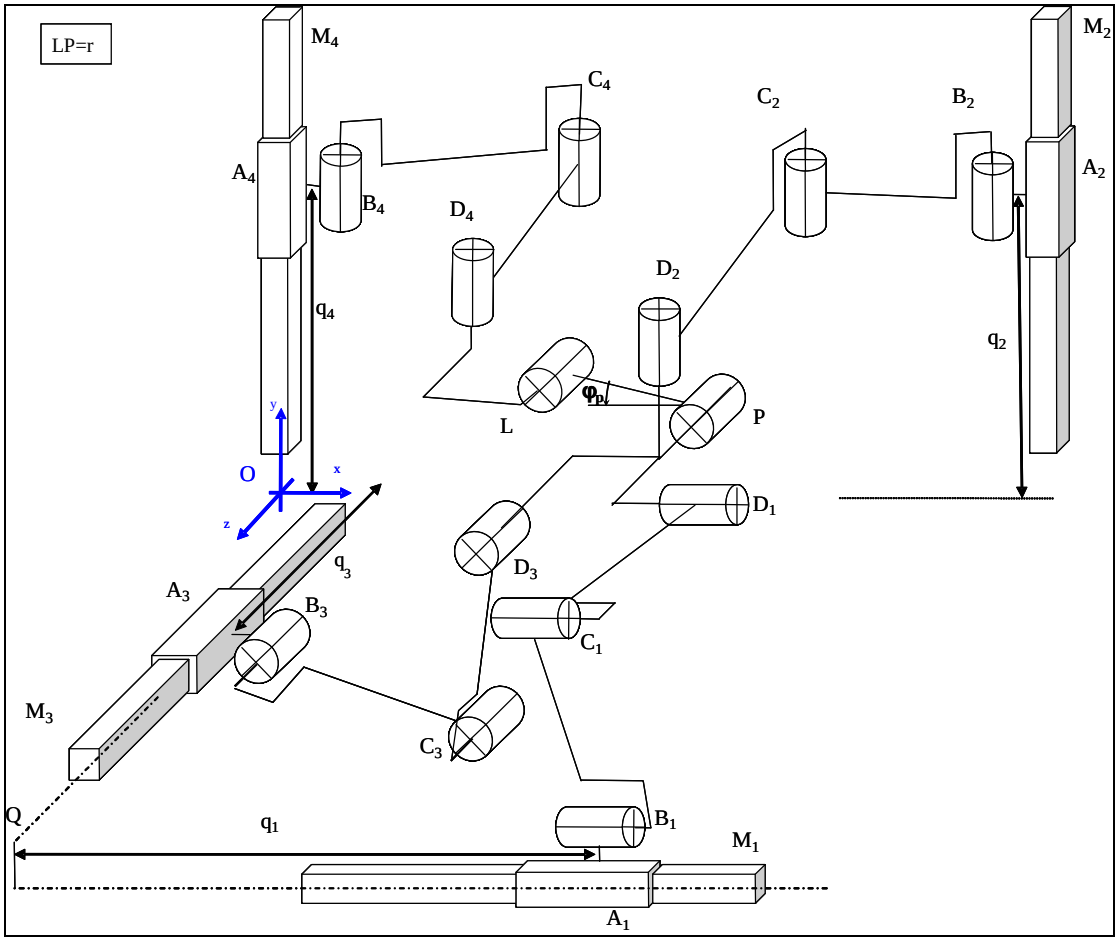


Figure 3-2 : Schéma cinématique de l'Isoglide4-T3R1-V1

D'autre part la MEF consiste à discrétiser un espace continu, le robot doit être maillé. La qualité du maillage a une grande influence sur le temps du calcul et sur l'erreur résiduelle du calcul numérique. Un maillage réglé nécessite le partitionnement d'un volume complexe en plusieurs volumes simples. Les points clés doivent assurer le partitionnement, c'est-à-dire nous avons subdivisé chacun des composants en plusieurs volumes simples afin d'éviter les

opérations booléennes d'ANSYS qui sont connues pour poser des problèmes numériques de convergence. Afin de pouvoir assurer la continuité de la structure, les vecteurs élémentaires $[x_i]$ et $[F_i]$ doivent être assemblables, donc il faut que les nœuds correspondants de deux éléments adjacents soient coïncidents. Afin de faire coïncider les nœuds, il faut que leur nombre soit le même sur toute les arêtes parallèles, donc il faut que le partitionnement assure un maillage cohérent. Sur la Figure 3-3 par exemples, les lignes en surbrillances sont maillées de façons identiques.

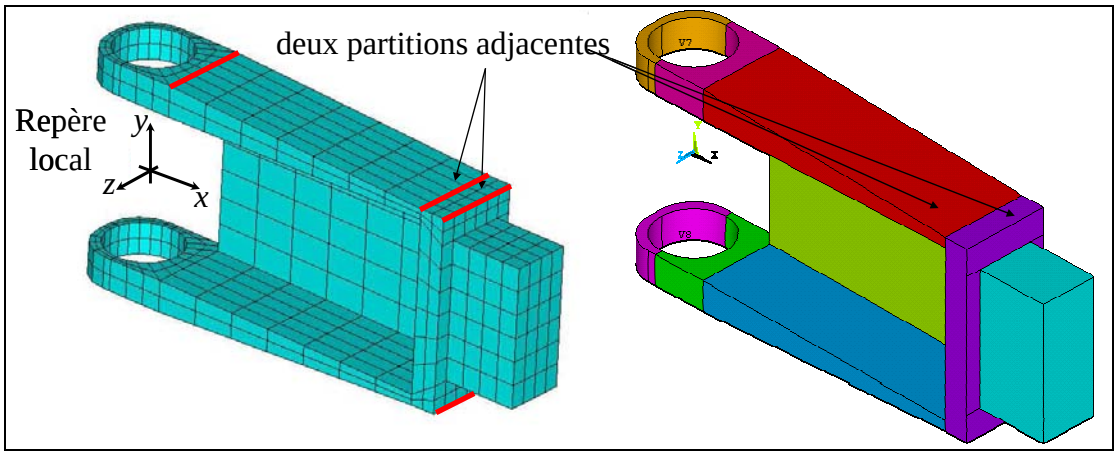


Figure 3-3 : Partitionnement et maillage de la chape de l'avant-bras dans son repère local

Pour chaque composant assemblé dans le robot nous adoptons la démarche suivante :

- Calculer sa position et son orientation
- Créer un repère local convenable
- Modéliser le composant désiré dans ce repère.

Les positions et les orientations des repères sont calculées en se basant sur le MGD et les dimensions des pièces.

En appliquant le théorème de Pythagore généralisé sur les triangles $B_iC_iD_i$ (i=1…4) (Figure 3-1,Figure 3-2) nous pouvons calculer les angles des différents pivots du robots. En fait si nous définissons ces angles comme :

$$\hat{B}_1=\left(\overrightarrow{QO},\overrightarrow{B_1C_1}\right)\quad \hat{B}_2=\left(\vec{z},\overrightarrow{B_1C_1}\right)\quad \hat{C}_1=\left(\overrightarrow{C_1B_1},\overrightarrow{C_1D_1}\right)\quad \hat{C}_2=\left(\overrightarrow{C_2B_2},\overrightarrow{C_2D_2}\right)\quad \hat{D}_1=\left(\overrightarrow{C_1D_1},\vec{y}\right)\quad \hat{D}_2=\left(\vec{x},\overrightarrow{C_2D_2}\right)$$
$$\hat{B}_3=\left(\vec{x},\overrightarrow{B_3C_3}\right)\quad \hat{B}_4=\left(\overrightarrow{B_1C_1},\vec{z}\right)\quad \hat{C}_3=\left(\overrightarrow{C_3B_3},\overrightarrow{C_3D_3}\right)\quad \hat{C}_4=\left(\overrightarrow{C_4B_4},\overrightarrow{C_4D_4}\right)\quad \hat{D}_3=\left(\vec{y},\overrightarrow{C_3D_3}\right)\quad \hat{D}_4=\left(\vec{x},\overrightarrow{C_4D_4}\right)$$

le calcul donne:

$$\hat{C}_1=A\cos\left[1-\frac{\left(q_2-\overrightarrow{D_2D_1}.\vec{y}\right)^2+\left(z_{A_1}-q_3-\overrightarrow{D_3D_1}.\vec{z}\right)^2}{2l^2}\right] \tag{3.3}$$

$$\hat{C}_2=A\cos\left[1-\frac{\left(q_1-\overrightarrow{D_2D_1}.\vec{x}\right)^2+\left(q_3-\overrightarrow{D_3D_2}.\vec{z}\right)^2}{2l^2}\right] \tag{3.4}$$

$$\hat{C}_3 = A\cos\left[1-\frac{\left(q_1-\overrightarrow{D_1D_3}.\vec{x}\right)^2+\left(q_2-\overrightarrow{D_2D_3}.\vec{y}\right)^2}{2l^2}\right] \tag{3.5}$$

$$\hat{C}_4 = A\cos\left[1-\frac{\left(q_1-\overrightarrow{D_1P}.\vec{x}\right)^2+\left(q_3-\overrightarrow{D_4L}.\vec{z}\right)^2}{2l^2}\right] \tag{3.6}$$

$$\hat{B}_1 = A\tan\frac{q_2-\overrightarrow{D_2D_1}.\vec{y}}{z_{A_1}-q_3-\overrightarrow{D_3D_1}.\vec{z}}+\frac{1}{2}\left(\pi-\hat{C}_1\right) \tag{3.7}$$

$$\hat{B}_2 = A\tan\frac{q_1-\overrightarrow{D_2D_1}.\vec{x}}{q_3-\overrightarrow{D_3D_2}.\vec{z}}+\frac{1}{2}\left(\pi-\hat{C}_2\right) \tag{3.8}$$

$$\hat{B}_3 = A\tan\frac{q_2-\overrightarrow{D_2D_3}.\vec{y}}{q_1-\overrightarrow{D_1D_3}.\vec{x}}+\frac{1}{2}\left(\pi-\hat{C}_3\right) \tag{3.9}$$

$$\hat{B}_4 = A\tan\frac{q_3-\overrightarrow{D_4L}.\vec{z}}{q_1-\overrightarrow{D_1P}.\vec{x}}+\frac{1}{2}\left(\pi-\hat{C}_4\right) \tag{3.10}$$

où l est la longueur du bras et de l'avant-bras.

$$\hat{D}_1 = \frac{3\pi}{2}-\hat{C}_1-\hat{B}_1 \tag{3.11}$$

$$\hat{D}_2 = \pi-\hat{C}_2-\hat{B}_2 \tag{3.12}$$

$$\hat{D}_3 = \frac{\pi}{2}+\hat{B}_3-\hat{C}_3 \tag{3.13}$$

$$\hat{D}_4 = \pi-\hat{C}_4+\hat{B}_4\,. \tag{3.14}$$

Présentons maintenant la méthodologie d'assemblage du robot (voir Figure 3-2) :

- Calculer les coordonnées du point caractéristique *P* (centre du pivot *P*) à partir du MGD.
- Créer ensuite le repère local centré en *P* servant à orienter la plate-forme mobile *PL* ;
- Créer la plate-forme mobile ;
- Créer un repère lié à *P* pour la plate-forme intermédiaire ($D_1D_2D_3$) ;
- Créer la plate-forme intermédiaire ;
- Les coordonnées de D_1, D_2 et D_3 dans ce repère local sont données par ANSYS ;
- Création de la jambe J_i (i = 1…4):
    - Au point D_i créer un repère local orienté suivant C_iD_i ;
    - Créer les composants de l'avant-bras ab_i de J_i.

- Au point C_i créer un repère local orienté suivant B_iD_i ;
- Créer les composants du bras b_i.

3.2.1.2. Liaison pivot

Une caractéristique principale des robots parallèles est l'existence de liaisons non motorisées dites passives. Dans l'Isoglide4-T3R1, les liaisons passives sont les liaisons pivots qui joignent les bras aux embases et aux avant-bras comme les avant-bras à la plate-forme. Pour la modélisation de la liaison pivot nous avons utilisé un élément particulier de ANSYS appelé MPC184 (Multiple Points Constraint) qui est doté de deux nœuds à 3ddl chacun. Cet élément particulier a la caractéristique de garder la distance constante entre ses extrémités. Des éléments MPC ont été positionnés pour constituer deux cônes et ainsi remplacer un roulement dans la réalité physique (Figure 3-4).

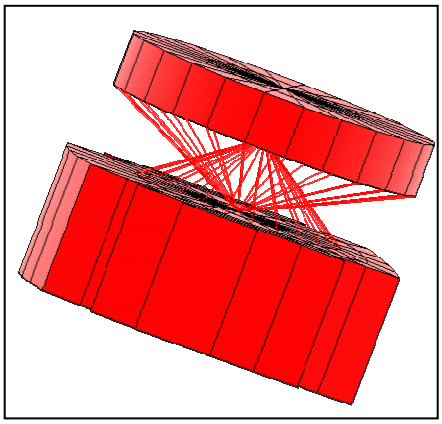


Figure 3-4 : Liaison pivot

3.2.1.3. Modélisation de la matière

Les vecteurs [*X*] et [*F*] de l'équation (3.2) représentent respectivement les déplacements et les efforts nodaux du système. Par contre, les deux matrices [*M*] et [*K*] dépendent des caractéristiques de la matière. Les matrices de masse [m_i] et de rigidité [k_i] de chaque élément *i* sont calculées à partir de la forme de l'élément *i* (volume, aire, longueur) et de ses propriétés physiques (densité, module d'Young, et coefficient de Poisson). Les matériaux utilisés pour les jambes ont les propriétés physiques [Mar04]:

Nuance matériau	*Densité*	*Module d'Young*	Coefficient de Poisson
Acier 1010	*7800Kg/m3*	*210 GPa*	0.3125
Aluminium 7075	2800Kg/m3	71.7 GPa	0.336

Tableau 3-1 Propriétés physiques des matériaux

3.2.1.4. Conditions aux limites

Le système (3.2) est formé de *n* équations à *n* inconnues. Les inconnues sont les déplacements et les efforts aux nœuds de la structure complète. Le vecteur $[F]$ est un vecteur de *n* composantes et le vecteur $[X]$ aussi de *n* composantes, donc si les termes des matrices $[M]$ et $[K]$ sont connues il nous reste 2*n* termes inconnues. Pour avoir le même nombre d'équations que d'inconnues, il faut que seulement *n* termes parmi les 2*n* soient indépendants, sinon le logiciel de simulation donne l'erreur "pivot nul". Mathématiquement s'il y a plus de *n* efforts et déplacements inconnus indépendants, la réduction du système avec la méthode de Gauss -historiquement utilisée pour la MEF avant les machines de calculs[Esp03]- donne un pivot nul, donc le déterminant du système est nul. Physiquement le système est instable. Le rôle des conditions aux limites est soit de définir des relations auxiliaires entre les inconnues, soit de leurs donner directement des valeurs connues afin d'aboutir à *n* inconnues indépendantes. Dans le cas de l'Isoglide4-T3R1 les relations supplémentaires sont le couplage des nœuds qui composent les extrémités de chaque pièce d'un élément cinématique. Les valeurs imposées sont les déplacements imposés aux embases des moteurs afin d'assurer la fermeture des chaînes cinématiques et le blocage des moteurs ainsi que la charge utilisée pour calculer la déformée (Figure 3-5). Le seul paramètre physique de l'environnement extérieur est la gravité qui a une valeur de 9,806m/s^2.

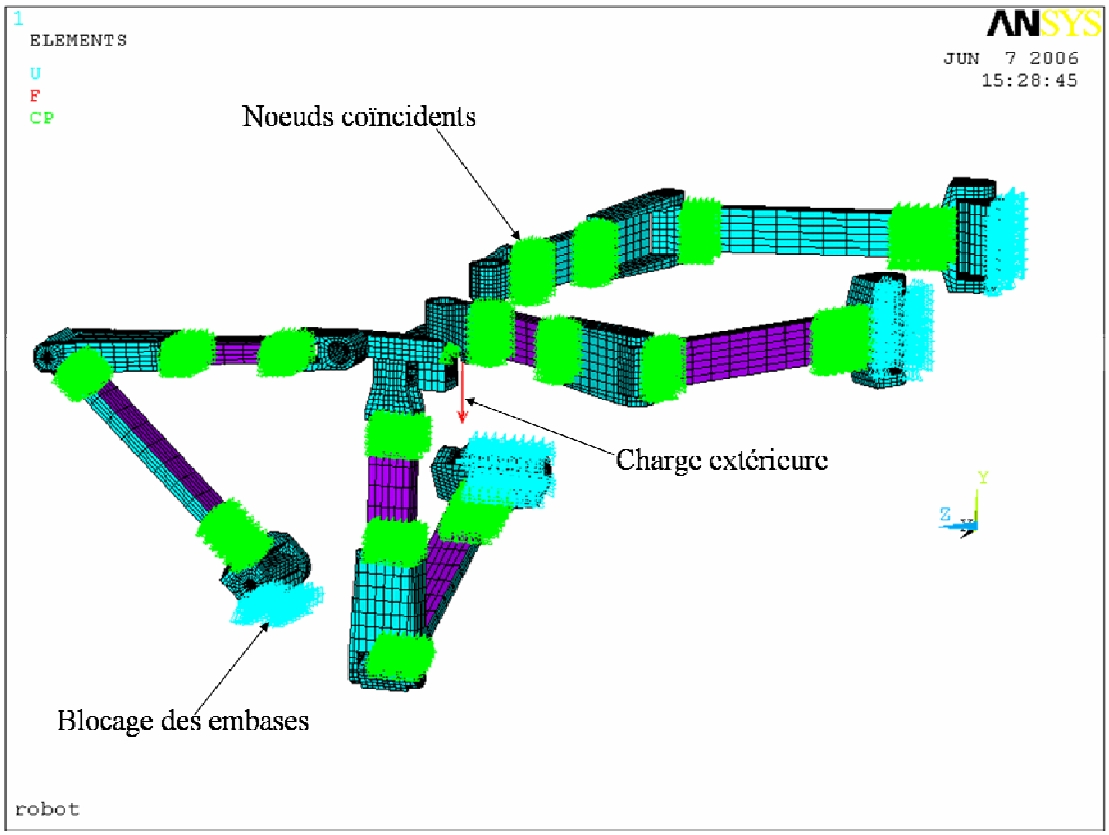


Figure 3-5 : Conditions aux limites

3.2.2. Résultats

Le calcul numérique donne la solution de l'équation (3.2) dans chaque nœud du modèle numérique. L'Isoglide4-T3R1 est un robot découplé, à quatre degrés de mobilités et isotrope en translation.

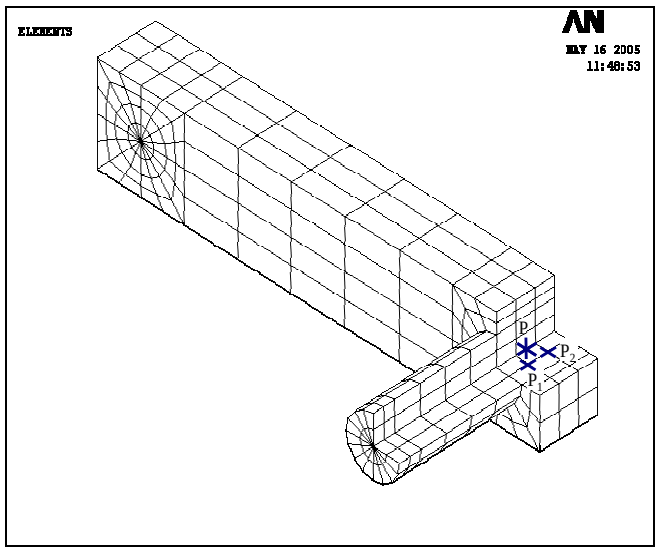


Figure 3-6 : Maillage de la plate-forme mobile

La question qui se pose est de savoir dans quelles limites ces caractéristiques sont respectées dans l'hypothèse des corps flexible. Pour répondre à cette question il faut analyser les six déplacements de la plate-forme mobile au point *P*. En effet, du fait de la déformation

des composants il y aura des erreurs selon les trois positions et la rotation autour de l'axe *z*. De plus il y aura également des erreurs en rotation autour des axes *x* et *y*.

Le maillage est fait avec des éléments volumiques. Les nœuds sont donc à 3ddl. Afin de pouvoir calculer les six degrés de liberté de la plate-forme mobile, les déplacements de quatre nœuds autour du point *P* ont été enregistrés (Figure 3-6). La plate-forme mobile sous l'effet de la charge se déplace en translation et en rotation autour du point *P*. Les déplacements des points P_i sont donc la somme de la translation d'ensemble de la plate-forme et des déplacements dus à la rotation autour du point *P*. Le point *P* est le barycentre des points P_1, P_2, P_3 et P_4, son déplacement est la moyenne des quatre déplacements donc il est fonction des déplacements des P_i. En considérant les déplacements $\overrightarrow{\delta P_1}$, $\overrightarrow{\delta P_2}$, $\overrightarrow{\delta P_3}$ et $\overrightarrow{\delta P_4}$ comme étant les déplacements des points P_i et $\overrightarrow{dP_1}$, $\overrightarrow{dP_2}$, $\overrightarrow{dP_3}$ et $\overrightarrow{dP_4}$ les déplacements des P_i dus à la rotation de corps solide de la plate-forme il est possible de calculer (Figure 3-7) :

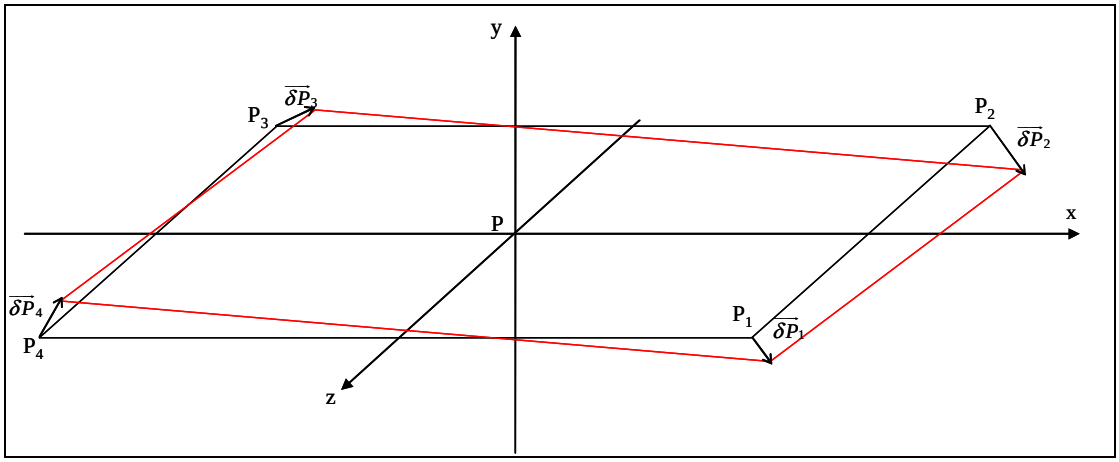


Figure 3-7 : Calculs des déplacements du point P

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{dP} &= \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\overrightarrow{\delta P_i} \\
\overrightarrow{dP_i} &= \overrightarrow{\delta P_i} - \overrightarrow{dP} \\
\vec{\theta}_i &= \frac{1}{\left\|\overrightarrow{PP_i}\right\|^2}\left(\overrightarrow{PP_i}\times\overrightarrow{dP_i}\right)\cdot \\
\vec{\theta}_P &= \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\vec{\theta}_i
\end{aligned} \tag{3.15}$$

D'autre part en fonction des efforts $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ et $\overrightarrow{F_4}$ développés en P_1, P_2, P_3 et P_4,, le torseur peut être réduit au point *P* :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{F} &= \sum_{i=1}^{4}\overrightarrow{F_i} \\
\overrightarrow{M}_P &= \sum_{i=1}^{4}\overrightarrow{PP_i}\times\overrightarrow{F_i}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Dans un calcul linéaire, les déplacements élastiques sont considérés linéaires en fonction du chargement. Cette relation est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{F} \\ \overrightarrow{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{Fd} & K_{F\theta} \\ K_{Md} & K_{M\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{dP} \\ \overrightarrow{\theta_P} \end{bmatrix}, \tag{3.17}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{dP} \\ \overrightarrow{\theta_P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{dF} & S_{dM} \\ S_{\theta F} & S_{\theta M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{F} \\ \overrightarrow{M} \end{bmatrix}. \tag{3.18}$$

La matrice calculée dans (3.18) donne les déplacements sous l'effet d'un chargement unitaire, elle peut être considérée comme une matrice de souplesse. Elle est formée de quatre sous-matrices. Les deux sous-matrices extradiagonales sont la transposée l'une de l'autre parce que la matrices globale est symétrique. Les valeurs propres $[S_{dF}]$ donnent les extrema des déplacements élastiques en translations sous l'effet d'une force. Les vecteurs propres donnent les directions suivant lesquelles les translations élastiques sont parallèles aux forces appliquées. Les valeurs propres de $[S_{\theta M}]$ donnent les extrema de déformations élastiques en rotation sous l'effet d'un couple appliqué en *P*.

3.3. Analyse des résultats

Le robot est obtenu par l'assemblage de plusieurs jambes. La déformée du robot dépend donc étroitement des déformées des jambes. L'erreur de pose du robot est fonction du degré d'hyperstaticité du robot, de sa configuration dans son espace de travail et de la rigidité de la jambe.

3.3.1. Déformations d'une jambe isolée

Dans les hypothèses de la RDM linéaire la déformation de la jambe est proportionnelle à la charge à laquelle elle est soumise. La relation entre les déformations *X* et les efforts *F* appliqués en un point donné de la jambe est:

$$[X] = [S][F] \tag{3.19}$$

3.3.1.1. Analyse des composantes de la matrice de souplesse de la jambe

Dans l'équation (3.19), $[X]$ a 6 composantes (3 déplacements et 3 rotations) et $[F]$ a également 6 composantes (3 efforts et 3 moments). La matrice $[S]$ représente une application linéaire entre deux espaces vectoriels de six dimensions chacun, donc la matrice $[S]$ a six lignes et six colonnes. La matrice $[S]$ relie des efforts à des déplacements donc elle peut être considérée comme une matrice de souplesse de la jambe au point *D* (centre du pivot *D*). Cette matrice doit être exprimée dans le repère de l'avant bras. Dans la suite de cette section (3.3.1.1) nous désignons par (*xyz*) le repère local du bras et par (*XYZ*) le repère local de l'avant-bras (Figure 3-8).

Par contre la jambe n'est pas une structure mais un mécanisme qui contient trois liaisons pivots. Elle résiste uniquement aux efforts appliqués suivant l'axe de ces pivots. Dès qu'apparaît une composante de la force dans le plan de la jambe, celle-ci se replie. Elle se replie également en présence d'un moment ayant une composante suivant l'axe des pivots. Par suite tout chargement appliqué au point *D* dans lequel les composantes $F_{D_X}, F_{D_Z}, M_{D_Y}$ ne sont pas nulles provoque simultanément une déformation élastique de la jambe ainsi qu'un

pliage de la jambe. Dans ce cas, la matrice $[S]$ est singulière. Le repère (*XYZ*) est alors un repère mobile. L'orientation de (*XYZ*) est obtenue par la rotation de (*xyz*) d'un angle $\pi - \hat{C}$ autour de l'axe *y* (Figure 3-8).

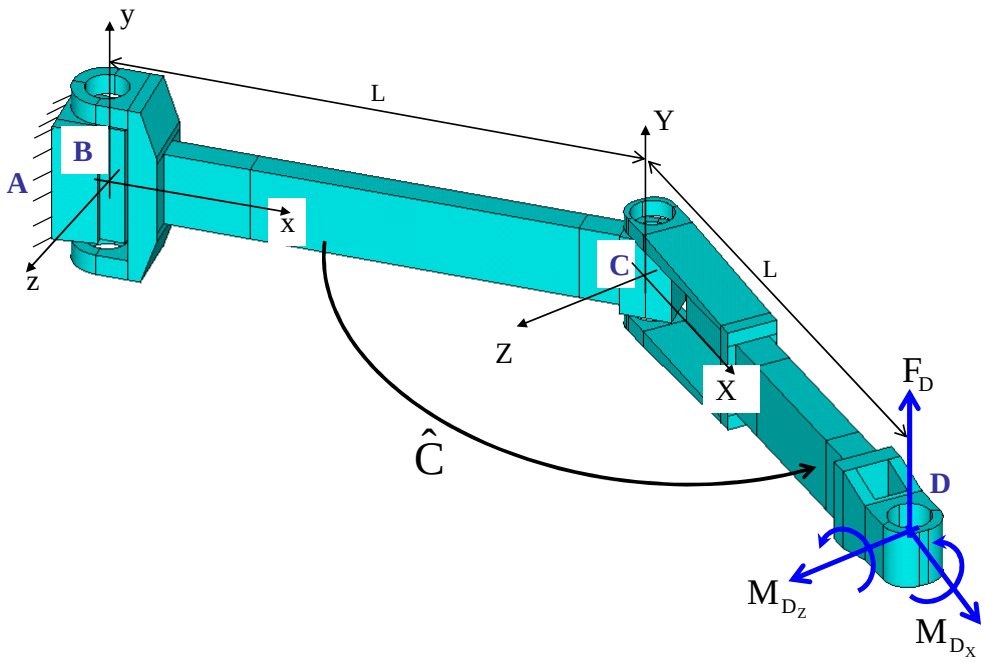


Figure 3-8 : Repères locaux associés à la jambe

Nous nous intéressons aux termes qui relient les efforts F_{D_Y}, M_{D_X} et M_{D_Z} aux déformations δD_Y, $\delta\theta_{D_X}$ et $\delta\theta_{D_Z}$. L'équation (3.19) devient alors une application linéaire entre deux espaces vectoriels à trois dimensions et la matrice de souplesse de la jambe $[S]$ se réduit à une matrice 3x3 variable en fonction de l'angle de pliage $\hat{C}$ de la jambe. L'équation (3.19) devient :

$$\begin{bmatrix} \delta Y_D \\ \delta\theta_{D_X} \\ \delta\theta_{D_Z} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} F_{Y_D} \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{Y_D} \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix}. \qquad (3.20)$$

Les termes diagonaux de la matrice de souplesse sont les facteurs de proportionnalité entre les efforts et les déplacements dans leurs directions. Les termes diagonaux sont les plus importants dans le cas d'une jambe isolée. Les termes extradiagonaux représentent la déformation de la jambe selon un axe en réponse à des chargements appliqués selon les autres axes.

Le terme S_{12} par exemple donne la déflexion suivant l'axe *Y* du repère local de l'avant-bras quand ce dernier est soumis à une torsion. Une torsion peut résulter d'un couple de torsion ou d'une force excentrée suivant *X* ou *Z* du repère local. Dans une jambe isolée, une force selon *X* cause un pliage de la jambe. Dans le robot cette force sera équilibrée par une autre jambe, par contre elle sollicite cette jambe aussi. Les termes extradiagonaux de la matrice de souplesse de la jambe donnent donc de combien une jambe participe à la résistance à une force appliquée selon une autre jambe. Ils sont des termes de couplage entre les souplesses.

D'autre part, vu que les trois efforts et les trois déplacements sont portés par trois axes orthogonaux, la matrice $[S]$ de l'équation (3.20) est toujours symétrique. La Figure 3-9

montre l'allure de la variation des neuf composantes de la matrice $[S]$ en fonction de l'angle de pliage $\hat{C}$ de la jambe. Les termes de $[S]$ peuvent être classés en quatre ensembles suivant leurs unités de mesures. Le premier terme S_{11} mesure la flèche de la jambe sous l'effet d'une charge de 1N perpendiculaire à son plan. La flèche augmente avec l'angle de pliage $\hat{C}$, se maximise pour un angle entre 90º et 100º puis commence à diminuer jusqu'à ce que la jambe soit complètement tendue.

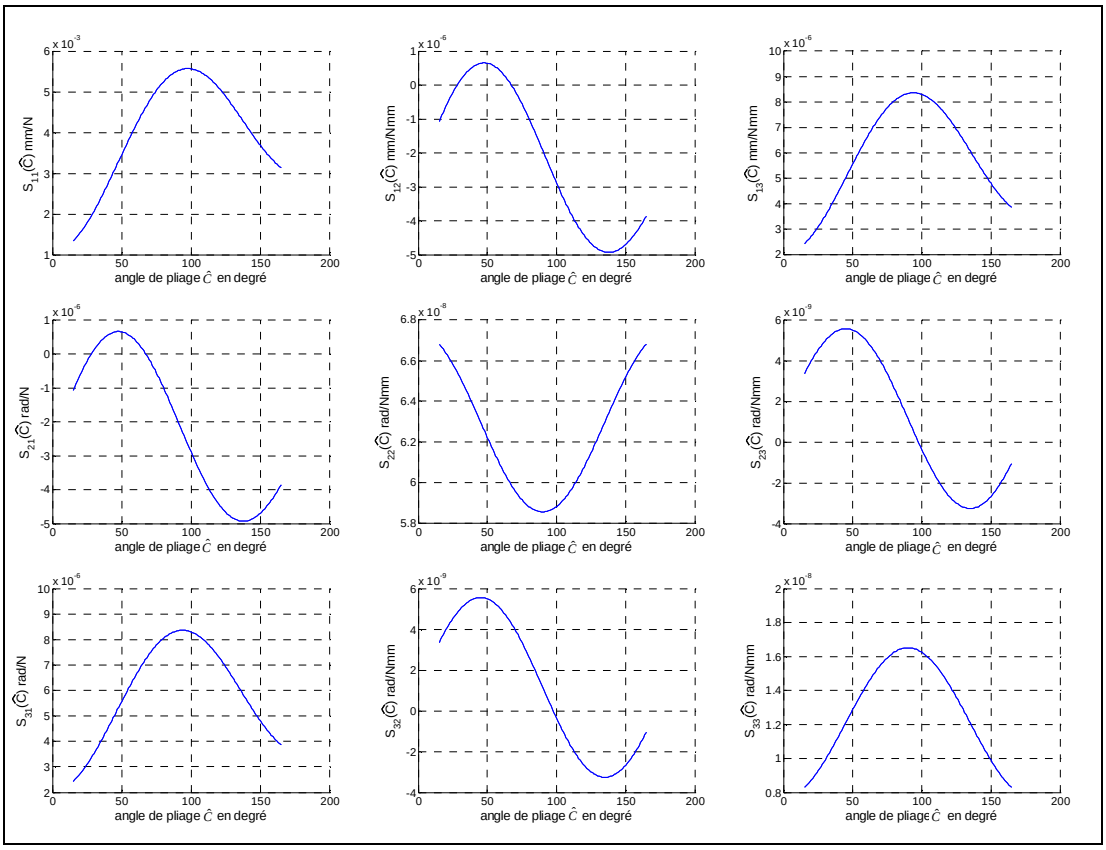


Figure 3-9 : Variations des termes de la matrice de souplesse d'une jambe en fonction de l'angle de pliage $\hat{C}$

Les termes S_{21}, S_{31}, S_{12} et S_{13} donnent la torsion et la flexion de la jambe sous l'effet d'une charge concentrée et la flèche sous l'effet d'un moment de flexion ou de torsion appliqué au point *D*. Ces quatre termes relient des grandeurs de translation à des grandeurs de rotation. S_{12} présente un maximum pour un angle de pliage entre 40º et 50º et un minimum pour un angle de pliage entre 130º et 140º. S_{13} présente une allure qui ressemble celle de S_{11} avec un écart relatif plus faible entre les valeurs aux extrémités et entre la valeur minimale et la valeur maximale. Les quatre termes restants relient des moments à des rotations. S_{22} diminue avec l'angle de pliage. Il se minimise pour un angle proche de 90º puis augmente, l'allure de S_{22} présente à peu près un axe de symétrie pour un angle de pliage droit. S_{33} varie d'une façon inverse à celle de S_{22}, il augmente avec le pliage de la jambe, atteint un maximum pour un angle de pliage droit puis diminue. S_{32} donne la flexion de la jambe sous l'effet d'un moment de torsion et S_{23} donne la torsion sous l'effet d'un moment de flexion. S_{32} augmente au début avec le pliage de la jambe, se maximise pour un angle de pliage entre 40º et 50º, atteint un minimum pour un angle entre 130º et 140º puis augmente de nouveau.

La déformation de la jambe est le déplacement du point *D* (centre de l'alésage de l'extrémité de l'avant-bras). Ce déplacement est dû à la déformation de l'avant-bras et à ses

mouvements de corps solide induits par les déformations du bras. L'avant-bras est soumis à un chargement concentré au point *D*. La déformation de l'avant-bras est donc invariante par rapport à l'angle de pliage. Par contre le bras est soumis à un torseur variable suivant l'angle de pliage. En fait le torseur du chargement appliqué au point *D* réduit au point *C* (centre du coude) est :

$$\begin{matrix} \vec{F}_{C_Y} = \vec{F}_{D_Y} \\ \overrightarrow{M}_C = \overrightarrow{M}_D + \overrightarrow{CD} \times \vec{F}_{D_Y} \end{matrix} . \tag{3.21}$$

Or le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est donné par:

$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} -l\ \cos\hat{C} \\ 0 \\ l\ \sin\hat{C} \end{bmatrix}, \tag{3.22}$$

par suite le moment $\overrightarrow{M}_C$ est donné par:

$$\overrightarrow{M}_C = \begin{bmatrix} -l\sin\hat{C} \\ 0 \\ l\cos\hat{C} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ F_{D_Y} \\ 0 \end{bmatrix} + \overrightarrow{M}_D = \begin{bmatrix} -F_{D_Y} l\sin\hat{C} - M_{D_X}\cos\hat{C} - M_{D_Z}\sin\hat{C} \\ 0 \\ F_{D_Y} l\cos\hat{C} + M_{D_X}\sin\hat{C} - M_{D_Z}\cos\hat{C} \end{bmatrix}. \tag{3.23}$$

La composante *x* (*x* est l'axe du bras) du moment sollicite le bras en torsion et la composante suivant l'axe *z* le sollicite en flexion. Donc la composante suivant l'axe *x* contribue à une rotation pure autour de l'axe du bras et la composante suivant l'axe *z* contribue à une flèche et une rotation au point *C*. Soient $\delta\theta_{C_x}$ et $\delta\theta_{C_z}$ la torsion et la flexion du bras respectivement et δ_C la flèche au point *C* et δ_{CD}, $\delta\theta_{CD_x}$, $\delta\theta_{CD_z}$, les déformations de l'avant-bras. Les déformations de la jambe sont:

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \delta\theta_{D_X} \\ \delta\theta_{D_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -l\sin\hat{C} & -l\cos\hat{C} \\ 0 & -\cos\hat{C} & \sin\hat{C} \\ 0 & -\sin\hat{C} & -\cos\hat{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_C \\ \delta\theta_{C_X} \\ \delta\theta_{C_Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{CD} \\ \delta\theta_{X_{CD}} \\ \delta\theta_{Z_{CD}} \end{bmatrix}. \tag{3.24}$$

La Figure 3-10 montre que, dans tous les cas, l'effet de la torsion du bras est prépondérant sur les autres facteurs. Ce phénomène peut être justifié par la faiblesse du module de torsion devant le module d'Young. Le moment de torsion induit par une charge concentrée est maximal quand l'angle de pliage est droit, ce qui corrobore le fait que le maximum de S_{11} est atteint pour un angle de pliage proche de 90º. D'autre part, pour un angle de pliage de 90º, l'axe *X* du repère local de l'avant bras sera colinéaire avec l'axe local *z* du bras. La flexion du bras est la rotation de l'alésage *C* autour de l'axe *z* du repère local du bras. L'avant bras est connecté au bras via la liaison *C*, l'axe *X* est parallèle à *z*. La flexion du bras se transmet intégralement à l'avant-bras par une rotation autour de *X*.

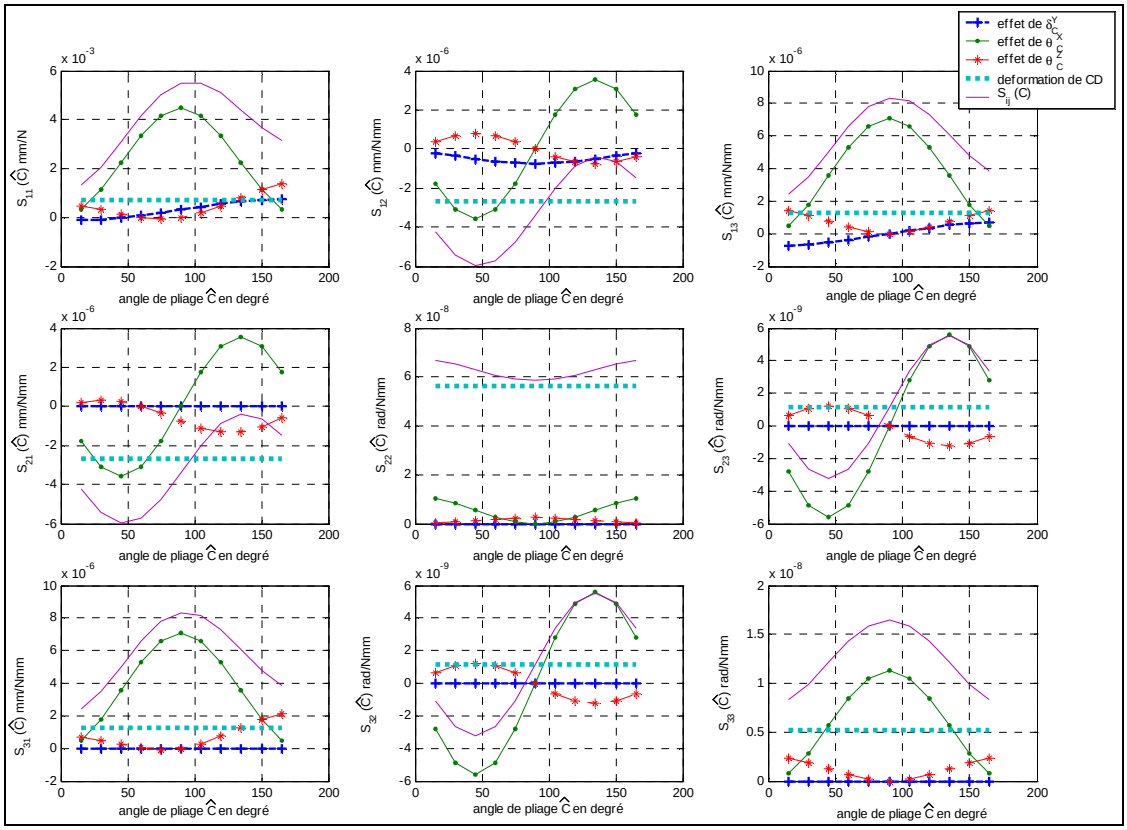


Figure 3-10 : Détails des composantes de la matrice de souplesse

Cette rotation de l'avant-bras autour de son axe est une torsion de la jambe, ce phénomène explique pourquoi l'effet de la flexion du bras est maximal pour $\hat{C} = 90^o$ dans S_{21} et nul dans S_{31}. Par contre, l'angle de flexion du bras se transmet intégralement à l'avant bras par une rotation de corps solide autour de l'axe du bras. L'avant bras alors s'incline en corps solide. Ce phénomène explique pourquoi l'effet de la torsion du bras dans S_{21} est nul et dans S_{31} est maximal pour $\hat{C} = 90^o$.

Un moment de torsion appliqué en *D* cause une torsion dans l'avant-bras et une flexion pure dans le bras pour un angle de pliage droit. Une flexion pure du bras tourne l'avant-bras autour de son axe quand $\hat{C} = 90^o$. L'effet de la torsion du bras est nul dans toute la deuxième colonne de [*S*] par contre l'effet de la flexion du bras est maximal dans S_{22} et nul dans S_{12} et S_{32}.

Un moment de flexion appliqué en *D* cause une torsion pure dans le bras quand $\hat{C} = 90^o$. L'effet de la flexion du bras est dans ce cas nul dans toute la troisième colonne. L'effet de la torsion du bras est nul dans S_{23} et maximal dans S_{13} et dans S_{33}. Une torsion pure du bras tourne l'avant bras perpendiculairement à son axe donc elle ne cause aucune torsion dans l'avant-bras et le déplacement du point *D* est maximal ainsi que sa flexion. La flèche et la flexion de l'avant-bras sont constantes non nulles quand il est soumis à un moment de torsion pure, et sa torsion aussi quand il est soumis à un moment de flexion ou à une force concentrée. Ce phénomène est dû à l'absence de la symétrie dans la chape de l'avant-bras donc le centre de torsion et le centre de gravité des sections de la chape de l'avant-bras ne sont pas confondus [Pav06],[Pop78].

3.3.1.2. Conclusion

L'analyse effectuée a montré que la matrice de souplesse de la jambe dépend de trois facteurs principaux : la souplesse du bras, la souplesse de l'avant-bras et l'angle de pliage de

la jambe. La déformation de l'avant-bras est constante et indépendante de l'angle de pliage. Ce dernier influe sur la façon donc la charge appliquée en *D* est transmise au point *C*. La déformation du bras dépend de la souplesse du bras et de l'effort induit en *C*. En conséquence cette déformation dépend de l'angle de pliage. La déformation du bras cause également un mouvement de corps solide de l'avant bras. Ce mouvement dépend de l'angle de pliage. L'analyse a montré que la torsion du bras est le facteur le plus important dans la souplesse totale de la jambe.

D'autre part, il existe un facteur dix environ entre les souplesses minimales et les souplesses maximales.

Les termes extra-diagonaux de la matrice de souplesse trouveront leur importance dans le cas d'un robot à mouvements découplés. Cette importance sera d'autant plus grande que le degré d'hyperstaticité du robot sera élevé.

3.3.2. Déformations de l'Isoglide3-T3

Le robot Isoglide3-T3 est obtenu par le montage en parallèle de trois jambes. D'autre part, la version de l'Isoglide4-T3R1 que nous traitons (de degré d'hyperstaticité N=4) est développée à partir de l'Isoglide3-T3 [Gog05].

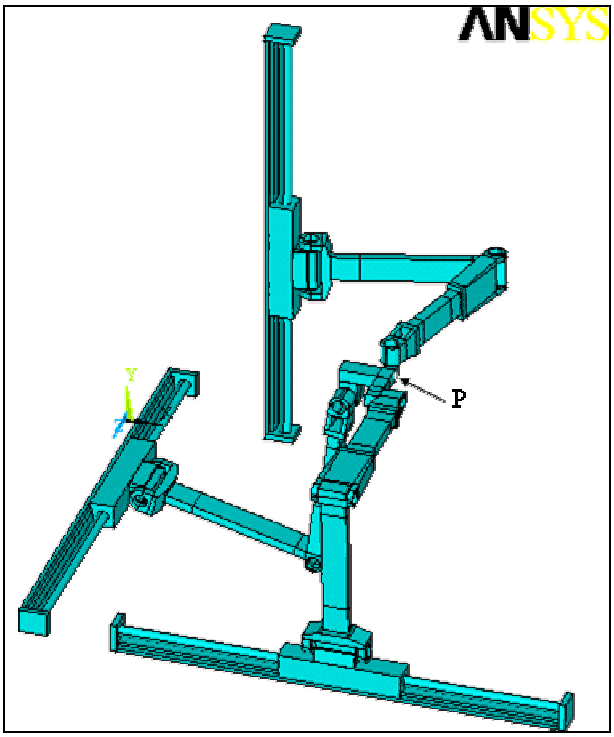


Figure 3-11 : Modèle CAO du robot Isoglide3-T3.

Un effort appliqué sur la plate-forme de l'Isoglide3-T3 sera distribué sur les trois jambes. La déformation du robot est la résultante des déformations des trois jambes. La déformation du robot est une fonction linéaire de la charge à laquelle il est soumis. La matrice $[K]$ définie dans l'équation (3.17) dépend des trois coordonnées articulaires.

3.3.2.1. Variations de la rigidité de l'Isoglide3-T3 dans son l'espace de travail

La matrice $[K]$ de rigidité de l'Isoglide3-T3 condensée à son point caractéristique peut être décomposée en quatre sous-matrices selon l'unité de mesure des composants. Comme la matrice $[K]$ est symétrique, donc les sous-matrices $[K_{Md}]$ et $[K_{F\theta}]$ sont

transposées (équation 3.17). La matrice $[K_{Fd}]$ est symétrique presque diagonale ce qui n'est pas le cas des trois autres sous-matrices.

Les graphes de la Figure 3-12 montrent les variations des composants de $[K_{Fd}]$. Nous pouvons remarquer que la matrice est presque diagonale dans tout l'espace de travail de l'Isoglide3-T3. D'autre part, nous notons que la valeur de K_{11} est inférieure à K_{22} et à K_{33} (voir les cartes dans l'annexes B pour les autres valeurs de q_2). Ceci est dû à la position excentrée du point P sur la plate-forme mobile et d'autre part à la faible variation de q_3 qui maintient J_1 dans une configuration pliée à 90° très défavorable (voir Figure 3-11 et équation (3.5)).

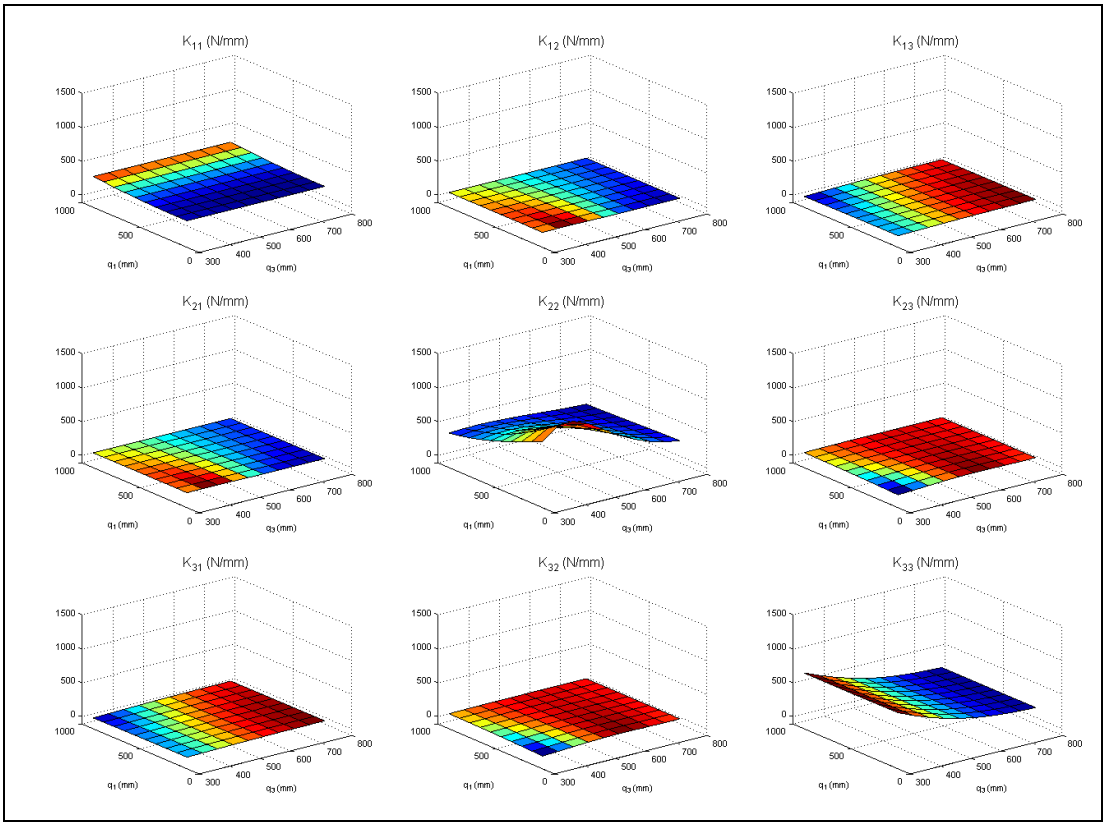


Figure 3-12 : Variations de K_{Fd} de l'ISOGLIDE3-T3 dans son espace de travail pour q_2=700mm (les grandeurs sont en N/mm).

La forme diagonale de la matrice $[K_{Fd}]$ correspond à un découplage entre les déformations. En fait, la matrice inverse de $[S_{dF}]$ est aussi presque diagonale donc sous l'effet d'un effort appliqué sur la plate-forme, la déformation sera presque parallèle à l'effort.

Ce découplage des rigidités peut être expliqué par le découplage cinématique. En fait, Isoglide3-T3 est complètement isotrope, d'autre part nous savons que si les composantes sont infiniment rigides, la Jacobienne lie les forces qui animent la plate-forme mobile aux forces des actionneurs [Mer00]. La transmission de la charge est effectuée à travers les jambes. Un effort appliqué dans une direction i sollicite surtout la jambe J_i, les deux autres jambes sont sollicitées parce que J_i ne se déforme pas avec une translation pure comme nous l'avons vu au paragraphe précédent mais aussi avec une torsion et une flexion. La flèche de J_i sera compensée par des mouvements des autres jambes dûs à l'existence des liaisons passives. La flexion et la torsion de J_i ne causent aucune sollicitation dans les autres jambes si le mécanisme est isostatique. Par contre, vue l'hyperstaticité du robot, les autres jambes seront sollicitées d'où l'existence des autres termes qui ne sont pas nuls.

La sous-matrice $[K_{M\theta}]$ définit la relation entre les moments et les rotations au point caractéristique du robot (Figure 3-13).

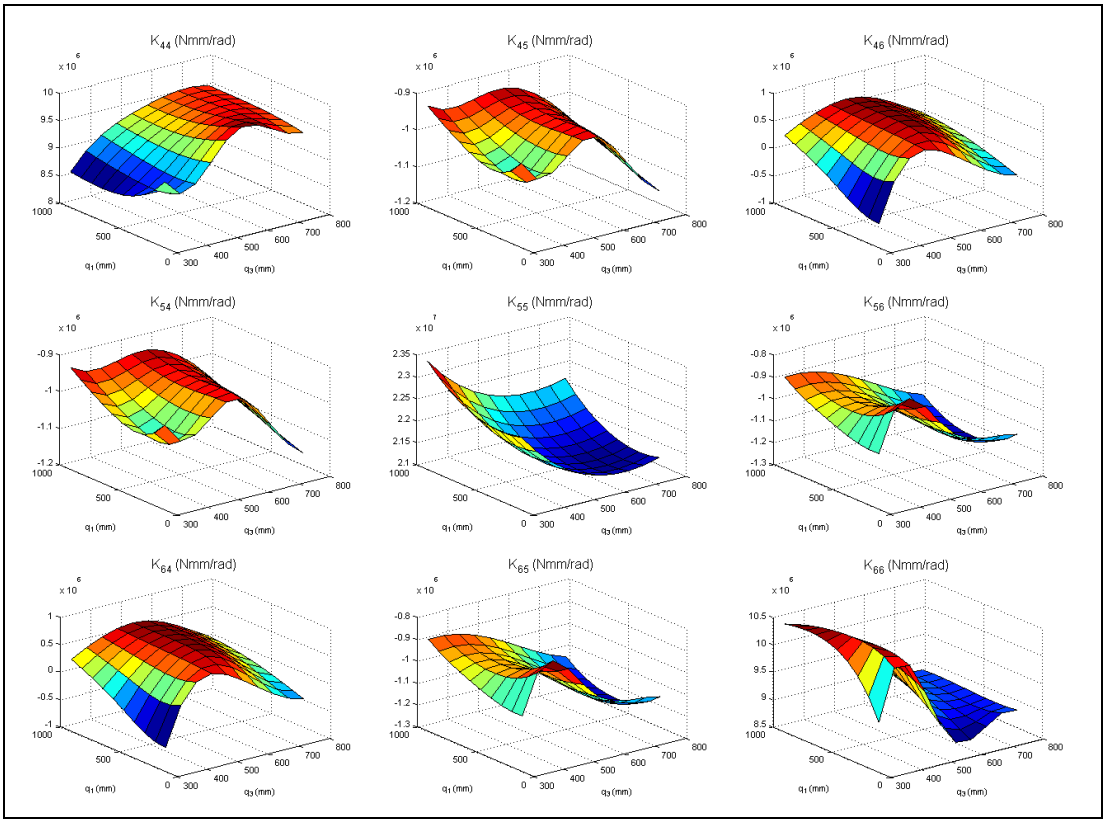


Figure 3-13 : Variations de $K_{M\theta}$ de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail pour q_2=700mm

$[K_{M\theta}]$ est symétrique par contre elle n'est pas vraiment diagonale. Le terme K_{55} est plus grand que les autres. Les termes K_{44} et K_{66} varient avec q_3 beaucoup plus qu'avec q_1 (voir les cartes dans les annexes B pour les autres valeurs de q_2). K_{44} est croissante avec q_3, K_{66} est décroissante. La grande valeur moyenne de K_{55} par rapport à K_{44} et K_{66} signifie que -dans l'espace de travail- les rigidités au contraire de la flexion et la torsion de la jambe J_2 sont plus faibles que celle des deux autres jambes. La variation avec q_3 plus qu'avec q_1 signifie que J_1 est plus sollicitée que J_3.

La variation de K_{54} avec q_3 est beaucoup plus importante qu'avec q_1. Ce phénomène signifie que J_1 est plus sollicitée, dans ce cas, que J_3. K_{64} a une allure qui ressemble à l'inverse de la souplesse S_{22} de la jambe isolée extrudée suivant q_1, avec un écart entre le maximum et le minimum qui décroît avec q_1. D'autre part, le maximum d'une coupe de K_{64} suivant q_1 constante se propage quasiment sur une ligne parallèle à q_1 (Figure 3-14) par contre le minimum augmente avec q_1. La déformation autour de x sollicite notamment les jambes J_2 et J_3. La variation de q_3 n'affecte pas la rigidité de J_3 mais de J_2. La variation de q_1 affecte la rigidité de J_3 et de J_2 à la fois. Le phénomène d'avoir les maximums correspondants à une q_3 constante signifie que la partie principale de la sollicitation est pour J_2 par contre la variation de l'écart met en évidence la sollicitation de J_3 par une rotation élastique autour de l'axe x

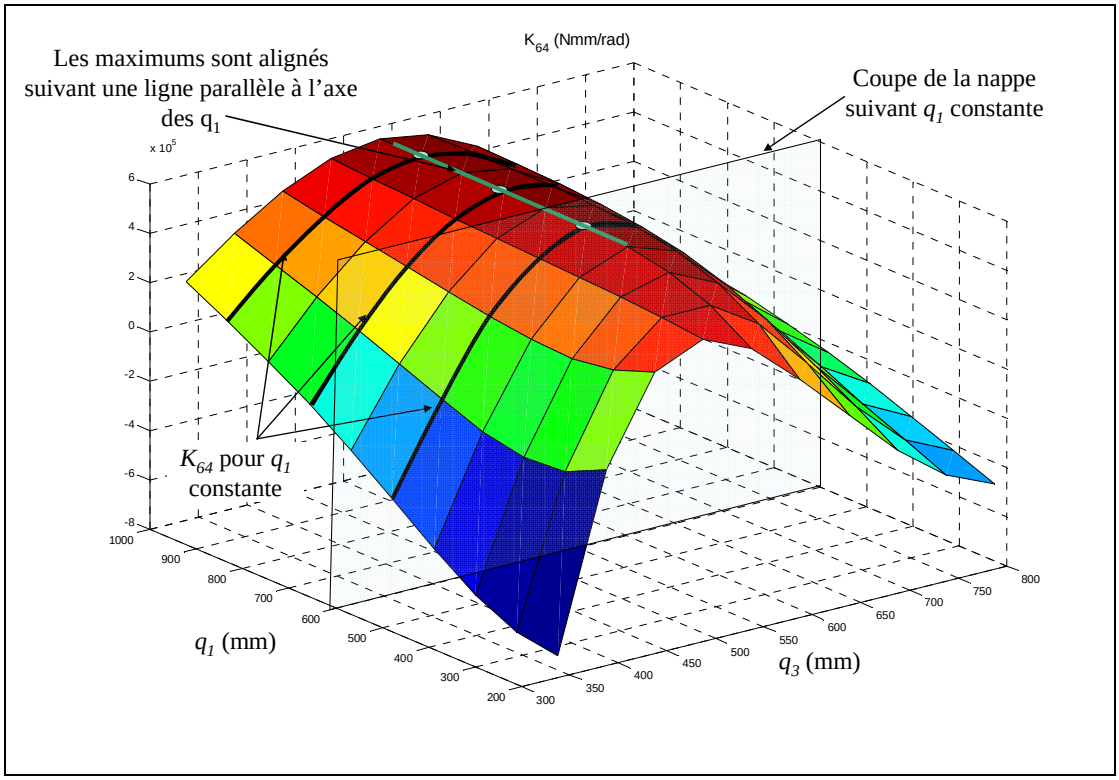


Figure 3-14: Carte de la rigidité K_{64}

3.3.2.2. Caractéristiques de la matrice de souplesse et domaine de déformations de l'Isoglide3-T3

La matrice de souplesse est l'inverse de la matrice de rigidité. Dans les hypothèses de la RDM linéaire, la souplesse donne la déformation sous l'effet d'une charge unitaire. La matrice de souplesse peut être également partitionnée en quatre sous-matrices (eq. 3.18).

Les valeurs propres de la sous-matrice $[S_{dF}]$ donnent les longueurs des trois demi-axes d'un ellipsoïde de déformations pour le robot dans une configuration déterminée. Les vecteurs propres de $[S_{dF}]$ donnent les directions dans lesquelles la déformation est parallèle à l'effort. Une force qui n'est pas parallèle à un vecteur propre est décomposée en trois composantes suivant les vecteurs propres de la matrice de souplesse. La déformation due à cette force est la somme vectorielle des déformations dues aux trois composantes de la force dans le repère formé par les vecteurs propre de la matrice de souplesse. L'ellipsoïde de souplesse du robot est une représentation des déplacements du point caractéristique de la plate-forme pour une force unitaire. Pour une force de module quelconque il suffit de multiplier les trois valeurs propres par le module de la force. A noter que, les axes de l'ellipsoïde de déformations sont portés par les vecteurs propres de la matrice de souplesse. Les questions qui se posent sont: quelle est l'orientation du repère formé par les vecteurs propres par rapport au repère global. Pour quelle configuration la souplesse du robot est minimale et pour quelle configuration est elle maximale? Quel est le rapport entre les longueurs des grandes axes de l'ellipsoïde de déformations?

Les valeurs propres de la sous-matrice $[S_{\theta M}]$ donnent les longueurs des trois demi-axes d'un ellipsoïde de déformations en orientation pour le robot dans une configuration déterminée. Le raisonnement appliqué à la matrice $[S_{dF}]$ est valable pour la matrice $[S_{\theta M}]$, en remplacement les déplacements par les rotations.

Pour les matrices $[S_{\theta F}]$ et $[S_{dM}]$ il existe au moins une valeur propre réelle. Le polynôme caractéristique est de degré trois donc il a au moins une racine réelle. Les matrices

ont donc au moins un vecteur propre. Le vecteur propre de la matrice $[S_{\theta F}]$ donne la direction suivant laquelle il faut appliquer une force pour que la distorsion du robot soit autour de l'axe porté par la direction de la force.

Un calcul d'optimisation dans lequel deux logiciels ont été couplés donne les valeurs extrémales des valeurs propres des sous-matrices $[S_{dF}]$ et $[S_{\theta M}]$. Une fonction F a été définie sous Matlab avec comme variables d'entrées les coordonnées articulaires du robot et comme sorties les valeurs propres des sous-matrices de souplesse $[S_{dF}]$ et $[S_{\theta M}]$. La fonction fournit à ANSYS les coordonnées articulaires et lance la simulation numérique du robot. Dans une deuxième étape la fonction récupère la matrice de souplesse qui correspond aux entrées. Elle subdivise la matrice en quatre sous-matrices et calcule les valeurs propres λ_i (i=1...3) et les vecteurs propres V_i de chaque sous-matrice. Les grandeurs qui correspondent aux valeurs extrémales de la souplesse sont présentées dans le Tableau 3-2. L'algorithme du Simplexe [Mat6.5] a été utilisé dans la recherche de ces valeurs optimale.

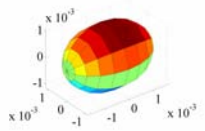
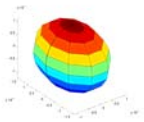
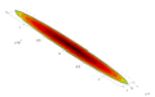
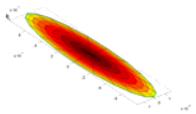
	Force-déplacement		Moment-rotation	
	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum
q_1 (mm)	701.7388	480.1178	719.0737	480.0009
q_2 (mm)	626.3041	460.0883	639.3053	460.0007
q_3 (mm)	538.3564	520.3545	521.4909	662.4943
λ_1	1.70E-03	1.66E-3	1.42E-08	7.91E-09
λ_2	1.14E-03	1.12E-03	1.32E-09	1.62E-09
λ_3	1.20E-03	1.21E-03	6.81E-11	6.80E-11
V_1	-2.31E-01 3.34E-03 0.973	-2.16E-01 -4.84E-03 0.96	-2.18E-01 -3.75E-03 9.76E-01	-3.76E-01 2.73E-03 9.27E-01
V_2	-0.97301 4.38E-05 -2.31E-01	-9.76E-1 -2.58E-4 -2.16E-01	-9.76E-01 -4.67E-04 -2.18E-01	9.27E-01 -4.72E-03 3.76E-01
V_3	-7.29E-04 0.99999 3.26E-03	-1.30E-03 0.9999 4.67E-03	-1.27E-03 0.9999 3.56E-03	-5.40E-03 -0.99999 7.53E-04
Ellipsoïde de déformations				

Tableau 3-2 : Souplesses extrémales de l'Isoglide3-T3.

Les résultats du Tableau 3-2 montrent ainsi que les cartes de rigidités que les directions des demi-axes des ellipsoïdes de souplesses sont presque parallèles aux axes du repère global. D'autre part, les ellipsoïdes de souplesses sont presque sphériques pour les forces et très allongés pour les moments. Cela signifie que les rigidités en translations sont plus homogènes qu'en rotations.

3.3.2.3. Conclusions

Cette partie présente une étude de la rigidité et de la souplesse de l'Isoglide3-T3. La matrice de rigidité a été décomposée en quatre sous-matrices. La sous-matrice $[K_{Fd}]$ reliant les efforts aux translations élastique s'avère de forme diagonale ce qui s'explique par le découplage cinématique du robot. Par contre la sous-matrice $[K_{M\theta}]$ qui relie les moments aux rotations élastiques n'a pas vraiment une forme diagonale.

Dans un second temps, l'analyse de la souplesse a permis de déterminer la déformation minimale et la déformation maximale sous l'effet d'une charge unitaire. D'autre part nous avons trouvé la configuration qui correspond à ces déformations et leurs directions.

L'analyse numérique a traité également les caractéristiques des sous-matrices de rigidités et nous avons étudié comment chaque déformation sollicite les jambes.

3.3.3. Déformations de l'Isoglide4-T3R1

Les déformations de l'Isoglide4-T3R1 sont les résultantes des déformations des quatre jambes. Nous pouvons dire que les déformations sont les résultantes des déformations de l'Isoglide3-T3 et d'une quatrième jambe.

3.3.3.1. Variations de la rigidité de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail.

La rigidité donne l'effort développé par le robot quand il est soumis à une déformation. Comme dans le cas de l'Isoglide3-T3 la matrice de rigidité de dimension 6x6 établit les relations entres translations-forces, translations-moments, rotations-forces et rotations-moments. La matrice $[K]$ établit quatre types de relations par suite elle peut être subdivisée en quatre sous-matrices suivant les relations établies ou suivant l'unité de mesure des termes.

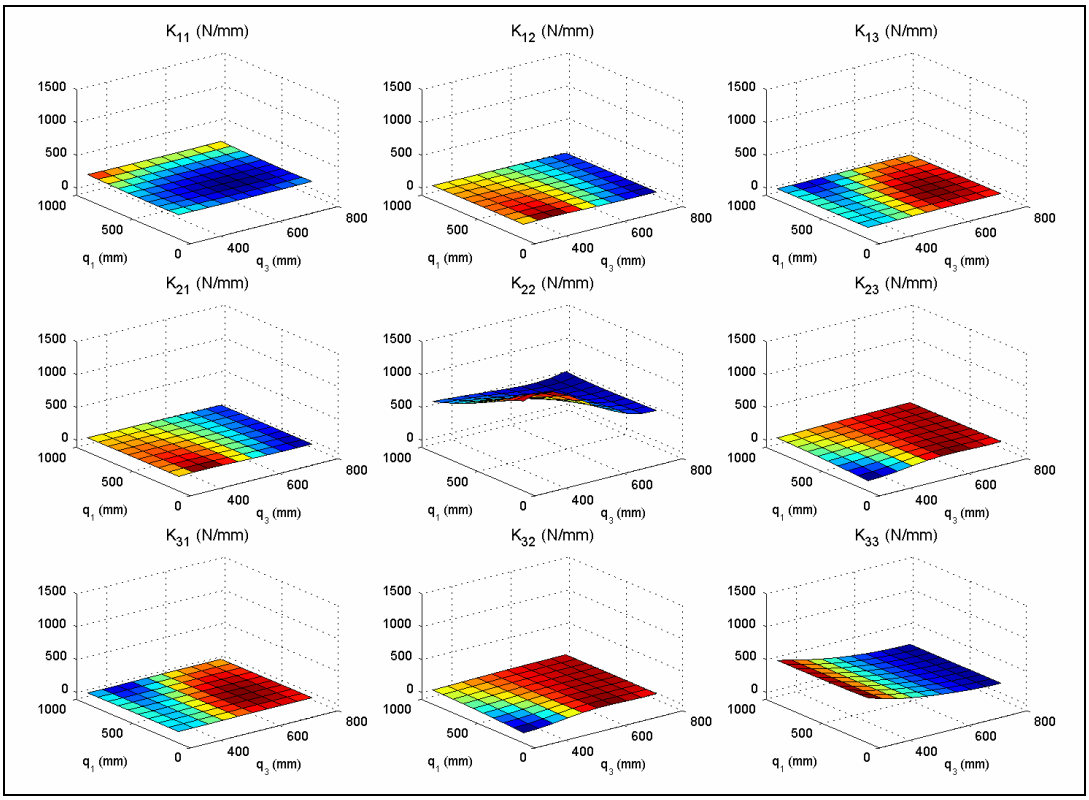


Figure 3-15 : Variations des termes de K_{Fd} de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail pour q_2=700mm (les grandeurs sont en mm)

La matrice [K_{Fd}] (Figure 3-15) est quasi-diagonale (c'est-à-dire que les termes extra-diagonaux sont faibles devant les diagonaux). En régime élastique, un déplacement imposé en translation selon l'un des axes du repère global génère dans le robot une force selon le même axe. Le découplage des rigidités peut être expliqué par le découplage cinématique comme dans le cas de l'Isoglide3-T3. Nous remarquons que le terme K_{11} est le plus petit des trois termes de la diagonale. D'autre part le terme K_{22} est quasiment doublé entre Isoglide3-T3 et Isoglide4-T3R1. En fait, une translation élastique pure suivant l'axe *y* signifie que la rotation de la plate-forme autour de l'axe *z* est bloquée. Par suite, les deux jambes verticales sont presque également sollicitées. La jambe J_4 sera légèrement plus sollicitée parce que la jambe J_2 est aidée par les jambes J_1 et J_3 contre les déformations angulaires.

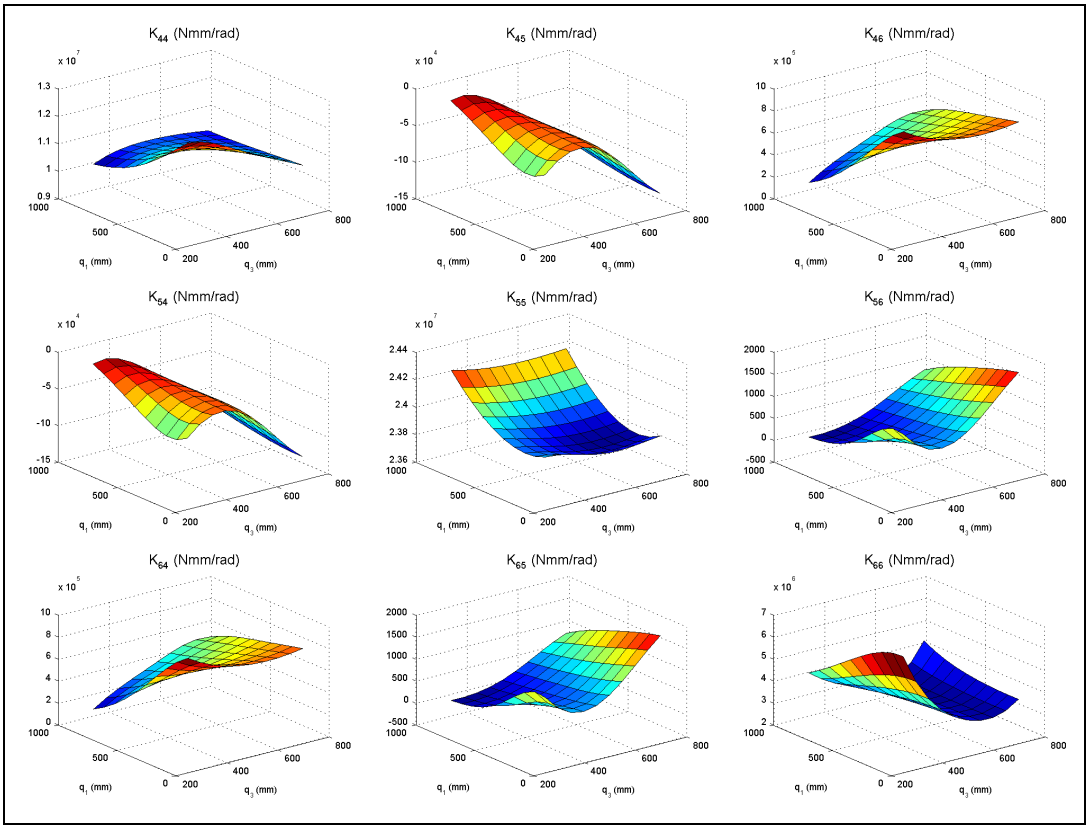


Figure 3-16 : Variations des termes de $K_{M\theta}$ de l'Isoglide4-T3R1 dans son espace de travail pour q_2=700mm

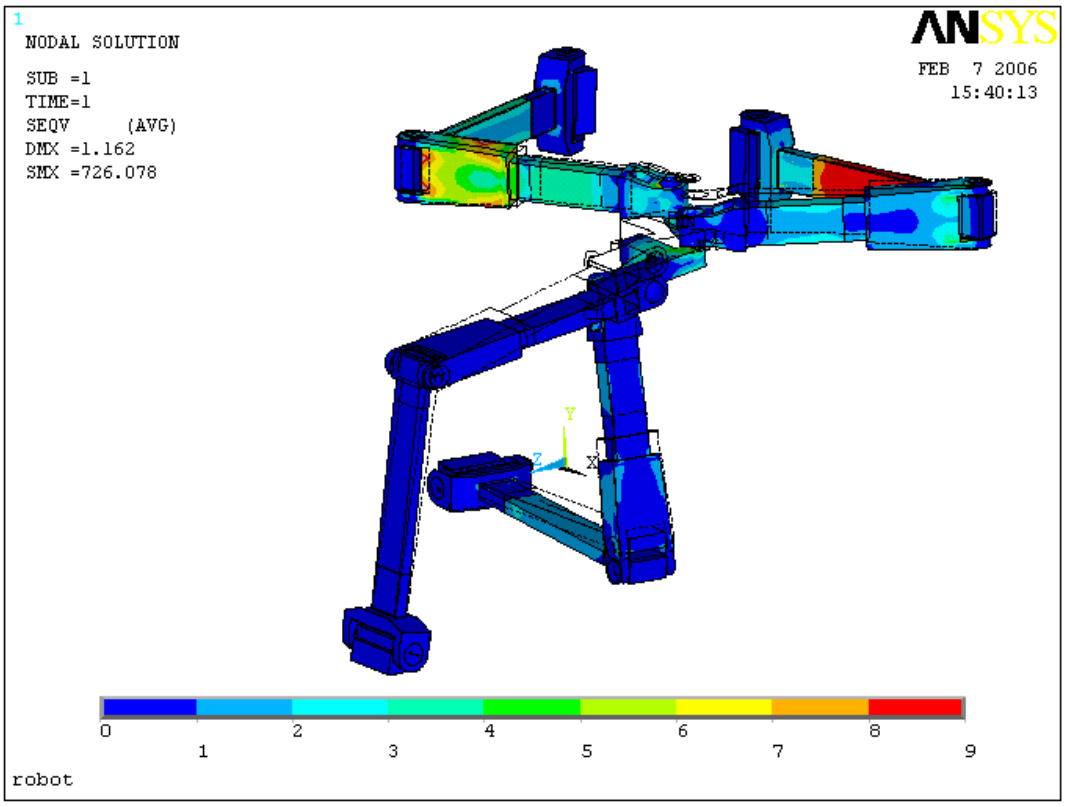


Figure 3-17 : Contraintes de Von Mises (MPa) créés lors d'une déformation θ_x=1°

La sous-matrice $[K_{M\theta}]$ (Figure 3-16) est quasi diagonale, les termes K_{56} et K_{65} sont nettement faibles devant les autres. Le terme K_{44} varie simultanément avec q_1 et q_2. En fait, K_{44} donne le moment autour de l'axe *x* qui sollicite le robot lors d'une déformation élastique en rotation de la plate-forme mobile autour de l'axe *x*. Cette rotation sollicite trois des jambes du robot (Figure 3-17).

Le moment autour de l'axe *x* au point *P* est la résultante des moments développés par les trois jambes. K_{44} dépend des angles de pliage des trois jambes donc il dépend des quatre coordonnées articulaires (annexes A).

K_{55} donne le moment autour de l'axe *y* lors d'une déformation unitaire en rotation autour de l'axe *y*. Lors d'une déformation $\delta\theta_y$, les jambes verticales sont libres de toute sollicitation. La variation de K_{55} avec q_1 est plus nette qu'avec q_3. En fait, J_1 et J_3 sont sollicitées, mais vue l'architecture du robot, l'espace de travail n'est pas cubique et le domaine de variation de q_3 est étroit, par suite le domaine de variation de l'angle de pliage de J_1 est très réduit (équation 3.7). K_{66} donne le moment autour de l'axe *z* lors d'une déformation unitaire en rotation autour de l'axe *z*.

Lors d'une rotation pure autour de l'axe *z*, la position et les rotations du point *P* autour des axes *x* et *y* sont totalement bloquées. La position est bloquée donc aucun déplacement ne se transmet à la plate-forme intermédiaire qui joint les jambes J_1, J_2 et J_3. Les rotations autour de *x* et de *y* sont bloquées, la plate-forme est attachée à la plate-forme intermédiaire par une liaison pivot par suite aucune déformation n'est transmise. Le moment autour de l'axe *z* dépend de la rigidité de J_4, de la rigidité de la plate-forme et de sa longueur. Lors de la rotation autour de l'axe *z*, le point *L* (Figure 3-2) se déplace de la somme vectorielle du mouvement en corps rigide de la plate-forme et de sa flèche. (Figure 3-18)

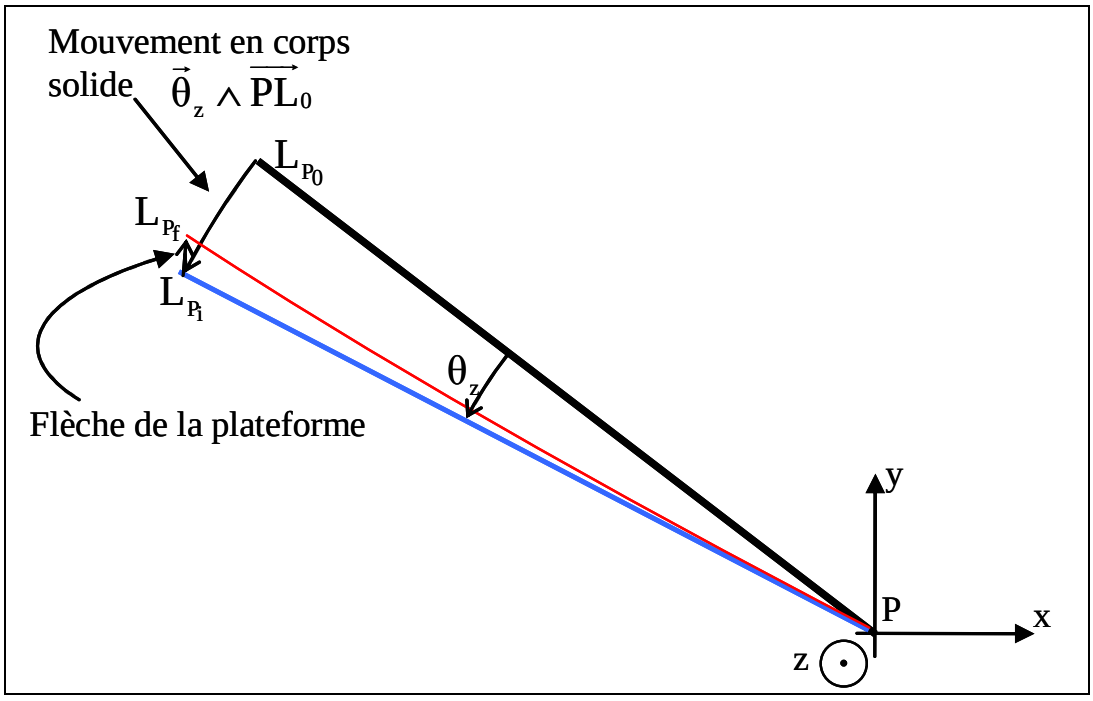


Figure 3-18 : Déplacement du point L lors d'une déformation θ_z

Si le point *L* au repos est dans une position L_{P_0}, après une rotation θ_z *L* se déplace à une position intermédiaire L_{P_i} tel que $\overrightarrow{L_{P_0}L_{P_i}} = \vec{\theta}_z \times \overrightarrow{PL_{P_0}}$. Le point *L* est libre de se déplacer dans le plan horizontal, par contre la composante verticale induit un mouvement pour D_4. La

plate-forme est reliée à J_4 par un joint cardan donc les déplacements des points *L* et D_4 liés sont la translation verticale et la rotation autour de *x*. Suivant sa rigidité, J_4 développe un effort et un moment à cause du déplacement qui lui est imposé par la plate-forme. L'effort et le moment sollicitent la plate-forme qui se déforme à son tour suivant sa souplesse. Le point *L* se déplace alors au point d'équilibre L_{P_f} . Le déplacement en corps solide est croissant avec la longueur de la plate-forme ainsi que le bras de levier du moment généré au point *P* par l'effort au point *L*. Après la déformation, l'axe du pivot D_4 et incliné par rapport à la verticale. L'effort au point D_4 (centre du pivot D_4) doit être vertical, sinon il y aura un mouvement de corps solide. Le moment en D_4 a comme axe la perpendiculaire commune aux deux axes du joint cardan donc il est dévié de l'axe *x* par une faible composante verticale. La force au point D_4 est croissante avec la longueur de la plate-forme et la rigidité de J_4. Le moment autour de l'axe *z* dans ce cas (K_{66}) croit alors avec la rigidité de J_4 et la longueur de la plate-forme. Le moment généré en *L* a une grande composante en *x* et une faible en *y* d'où l'allure des graphes qui montrent que $K_{56} < K_{46}$. A noter que ces grandeurs dépendent de l'orientation de la plate-forme par opposition aux autres. En fait, avec l'orientation de la plate-forme le bras de levier et la composante verticale du déplacement en corps solides varient et aussi l'angle de pliage de J_4 donc sa rigidité. Les composantes de la sixième colonne de la matrice de rigidité dépendent de ces paramètres (déplacement vertical, rigidité de J_4 …) donc varie avec l'inclinaison de la plate-forme.

3.3.3.2. Caractéristiques de la matrice de souplesse et domaine de déformations de l'Isoglide4-T3R1

Le domaine de déformations de l'Isoglide4-T3R1 en position est entre 1.90µm/N et 10.03 µm/N et en orientation entre 9.90E-8 rad/Nmm et 6.05E-07 rad/Nmm. Le Tableau 3-3 montre que les souplesses extrémales sont pour des orientations inclinées de la plate-forme mobile. La souplesse minimale en translation est suivant le vecteur propre V_3 qui est presque parallèle à l'axe *y* (la verticale).

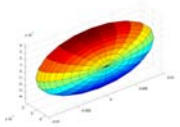
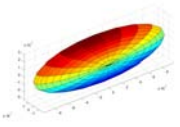
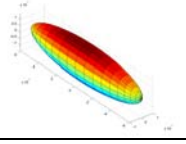
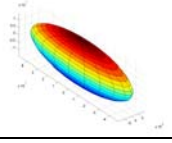
	Force-déplacement		Moment-rotation	
	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum
q_1 (mm)	693.74038	485.25405	719.9986	569.63874
q_2 (mm)	621.43841	459.104285	639.9989	527.22905
q_3 (mm)	564.58958	514.078586	662.4987	569.47976
θ°	2.741284	-8.7091678	8.9998	-2.219767
λ_1	10.03E-03	9.62E-03	1.01E-07	4.83E-07
λ_2	4.61E-03	3.10E-03	1.46E-07	9.90E-08
λ_3	2.63E-03	1.90E-03	6.05E-07	1.46E-07
V_1	0.95345 -17.35E-03 0.301	0.971 -7.05E-03 0.239	0.982 -0.189 5.74E-03	-1.05E-02 -2.88E-03 0.999
V_2	-0.301 -0.135 0.944	-0.238 3.46E-02 0.971	0.189 0.982 2.50E-03	0.998 6.45E-02 -1.03E-02
V_3	-2.44E-02 0.991 0.134	1.51E-02 0.999 -3.19E-02	-6.11E-03 -1.37E-03 0.9999	-6.45E-02 0.998 3.55E-03
Ellipsoïde de déformations				

Tableau 3-3 Souplesses extrémales de l'Isoglide4-T3R1

La souplesse maximale est obtenue suivant le vecteur V_1 qui est presque parallèle à l'axe *x*. La souplesse minimale correspond presque à l'axe *x* à cause du positionnement du moteur M_1 et à la faible course suivant *z* de telle façon que l'angle de pliage de J_1 reste dans la zone où la souplesse S_{11} de la jambe est relativement élevée. Les moteurs M_2 et M_3 ne sont pas loin, l'un de l'autre. Par contre, la distance entre le point *P* et D_3 est plus grande que celle entre le point *P* et D_2. Le moment produit par une force unitaire en *P* suivant *z* sur J_3 est plus grand que celui produit par une force unitaire en *P* suivant *y* sur J_2. D'autre part, le déplacement du point *P* sous l'effet d'une force n'est pas une translation pure. Sous l'effet de la rotation de la plate-forme autour de l'axe *x*, une force appliquée en *P* sollicite J_4. Une force horizontale cause surtout une rotation de la plate-forme mobile autour de l'axe *y*. Une force verticale cause une rotation autour de *x*, la sollicitation de J_4 est donc plus forte avec une force verticale qu'avec une force horizontale.(voir les fichiers T3R1FX et T3R1FY Dans le dossier deformations T3R1 sur le CD)

La souplesse maximale en rotation est suivant un vecteur très proche de l'axe *z*, la souplesse minimale en rotation est suivant un axe parallèle à l'axe *x*. Un moment autour de *z* sollicite surtout les jambes J_2 et J_4 par deux forces égales et opposées (cette sollicitation sera exacte si les composantes sont infiniment rigides). Les autres jambes sont faiblement sollicitées par un moment autour de *z*. Un moment autour de *x* sollicite les trois jambes J_2, J_3 et J_4 par des moments (de flexion et de torsion) et J_1 à cause des déformations. Le moment sera réparti sur les quatre jambes, d'où la souplesse est faible. Les vecteurs propres des deux sous-matrices $[S_{dF}]$ et $[S_{\theta M}]$ sont proches des axes du repère de référence ce qui explique qu'elles soient quasi-diagonale. La grande différence entre les longueurs des demi axes des ellipsoïdes de souplesse signifie une anisotropie de rigidité du robot.

La sous-matrice $[S_{\theta F}]$ est de dimension 3x3, son polynôme caractéristique est de degré 3, il a donc au moins une racine réelle. Le calcul numérique montre que $[S_{\theta F}]$ admet toujours une et une seule valeur propre réelle. Le robot admet toujours une seule direction où une force provoque une rotation autour de son axe et un moment provoque une translation suivant son axe.

3.3.3.3. Conclusion

Dans la section 3.3 nous avons présenté une étude de la matrice de rigidité de l'Isoglide4-T3R1 condensée en *P* dans son espace de travail. La matrice de rigidité a été décomposée en quatre sous-matrices. La sous-matrice $[K_{Fd}]$ qui relie les efforts aux translations s'avèrent de forme diagonale. L'analyse de la sous-matrice $[K_{M\theta}]$ nous a permit d'établir l'influence du quatrième degré de mobilité sur la matrice de rigidité du robot.

L'analyse a montré comment les déformations et les efforts sollicitent les jambes. Les déformations en translation suivant *y* et en rotation autour de *x* et *y* sollicitent J_4 ainsi que les trois jambes de l'Isoglide3-T3. Les translations suivant *x* et *z* ne sollicitent pas J_4 et la rotation autour de *z* ne sollicite que J_4. Les trois efforts sollicitent très légèrement J_4 et les moments sollicitent J_4 avec les autres jambes.

3.3.4. Conclusion sur l'analyse des résultats

L'analyse précédente a traité la variation des termes de la matrice de rigidité dans l'espace de travail et les caractéristiques des matrices de rigidité et de souplesse des Isoglide3-T3 et Isoglide4-T3R1. Il a également montré que le découplage cinématique a conduit à un découplage des efforts internes (rigidité). L'isotropie cinématique en translations n'a pas conduit à une isotropie en déformations. Les extrema de souplesses dans l'espace de travail ont été trouvés suite à une optimisation qui couple un logiciel de traitement numérique (MATLAB) avec un logiciel de calcul avec la MEF (ANSYS). Ce programme d'optimisation

peut être également utilisé pour définir la fraction de l'espace de travail qui correspond à un minimum de souplesse demandé ou à définir les iso-souplesses.

3.4. Formalisation du problème avec la sous-structuration.

Le calcul numérique avec la méthode des éléments finis a l'avantage de donner des résultats exacts. Il donne aussi les contraintes dans les composants ainsi que beaucoup de détails, par contre le maillage du robot entraîne un très grand nombre d'éléments (90000) et par suite un très grand nombre d'inconnues (2.10^{12}). La mémoire vive de la machine la plus récente (2Go) se sature très vite et même la mémoire virtuelle. Le temps de calcul devient long. D'autre part dans le cadre de notre travail, les contraintes et les déplacements de tous les points ne sont pas très utiles. Il nous suffit de connaître les déplacements du point caractéristique du robot.

Le calcul numérique nous permet d'évaluer la rigidité et la précision du robot pour un ensemble de paramètres d'état et de conception. Si nous souhaitons analyser finement l'influence de ces paramètres nous ne pouvons que nous baser sur des raisonnements qualitatifs et intuitifs. Les interactions entre les paramètres ne sont pas négligeables par contre elle ne sont pas faciles à saisir. La compréhension des résultats numériques est difficile. L'interprétation de la majorité des phénomènes décrits a nécessité plusieurs simulations et l'observation de vidéos représentant les déformations du robot (Voir Annexe D « Animations des déformations » sur le CD ci-joint).

La compréhension de l'influence des différents paramètres notamment des souplesses des composants et des coordonnées articulaire nécessite un modèle analytique. Un modèle analytique complet basé sur la MEF n'est pas possible. Par contre, vu l'aspect modulaire du robot et les particularités du problème, nous avons pensé à développer un modèle basé sur le principe de la sous-structuration. Ce modèle a l'avantage de répondre à nos besoins et sa programmation permet une estimation rapide de la précision du robot qui fait l'objectif de la thèse.

3.4.1. Introduction

Les quatre jambes sont identiques. Chacune des jambes contient un bras et un avant bras. Ces composants peuvent être considérés comme des sous-structures. Une structure est l'assemblage de plusieurs sous-structures, la matrice de rigidité globale est l'assemblage des matrices de rigidité des sous-structures.

3.4.2. Principe

Le principe mathématique de la sous-structuration est de résoudre le système (3.2) avec la méthode de regroupement de Cholesky [Ansys]. En d'autres termes l'équation (3.2) peut être écrite sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_m \\ \ddot{X}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_m \\ F_s \end{bmatrix}. \tag{3.25}$$

Le calcul de chaque sous-matrice peut être fait suite à une série de simulations numériques ou bien suite à une mesure réelle. D'après le § 3.3.1 la matrice de souplesse du bras et celle de l'avant bras sont de dimensions 3x3.

Le calcul numérique donne pour le bras la matrice de souplesse S_b :

$$S_b = \begin{bmatrix} 3.203498394\ 10^{-4} & 0 & 7.416162829\ 10^{-7} \\ 0 & 1.12663362\ 10^{-8} & 0 \\ 7.416530488\ 10^{-7} & 0 & 2.443919831\ 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

et pour l'avant-bras la matrice S_{ab} :

$$S_{ab} = \begin{bmatrix} 7.15311\ 10^{-4} & -2.6617\ 10^{-6} & 1.2414128571\ 10^{-6} \\ -2.6617\ 10^{-6} & 5.6130\ 10^{-8} & 1.152\ 10^{-9} \\ 1.2414128571\ 10^{-6} & 1.152\ 10^{-9} & 5.249591837\ 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Chacune de ces deux matrices est données dans un repère local bien déterminé. Ce repère est localisé au centre de la liaison pivot qui joint le composant à son antécédent, l'axe *y* de ce repère est suivant l'axe du pivot, l'axe *x* joint les centres des deux liaisons pivots du composant. Dans les deux matrices, les forces sont mesurées en Newton, les longueurs en mm et les angles en radians.

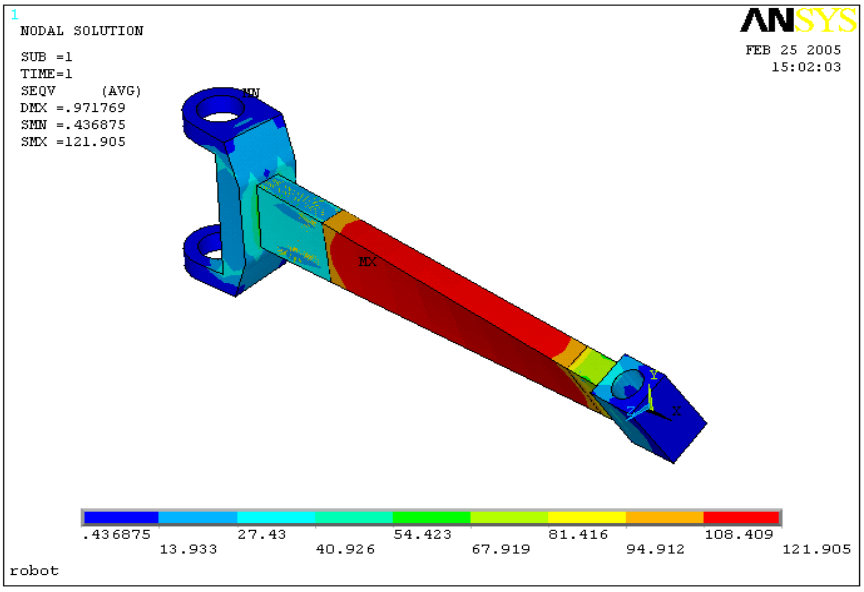


Figure 3-19 : Bras en torsion

Le calcul a été effectué en bloquant l'antécédent de l'élément cinématique et en appliquant une charge suivant l'axe *Y* du repère local de l'élément, un moment fléchissant autour de l'axe *Z* et un moment de torsion (Figure 3-19) sur l'élément cinématique. Après calcul les valeurs mesurées sont la flèche suivant *Y* et les rotations autour des axes *X* et *Z* du repère local de l'élément.

$[S_b]$ contient quatre zéros. Ces termes correspondent à la torsion sous une force ou un moment fléchissant et pour la flèche et la flexion sous l'effet d'un moment de torsion. Ces termes sont nuls parce que le bras possède deux plans de symétries et chacune des trois charges est incluse dans un plan de symétrie. Le fait d'avoir deux plans de symétrie ayant comme intersection l'axe du bras, signifie que pour chaque section les axes principaux d'inertie sont deux axes de symétrie pour la section. Le centre de gravité de toute section du bras est confondu avec le centre de torsion de la section ce qui explique la présence des quatre termes nuls [Pav06],[Pop78]. La chape de l'avant bras, ne présente qu'un seul plan de

symétrie, ce phénomène explique l'absence des termes nuls. Cette forme de la matrice $[S_{ab}]$ corrobore les analyses du § 3.3.1.

3.4.3. Matrice de souplesse d'une jambe isolée

La souplesse de la jambe est donnée par les déformations de la jambe sous des efforts unitaires. Donc, il s'agit de chercher la flèche et les angles de flexion et de torsion au point *D* lorsque un effort *F*=1N, un moment de torsion *T*=1Nmm, un moment fléchissant *M*=1Nmm ou une combinaison des trois y est appliquée.

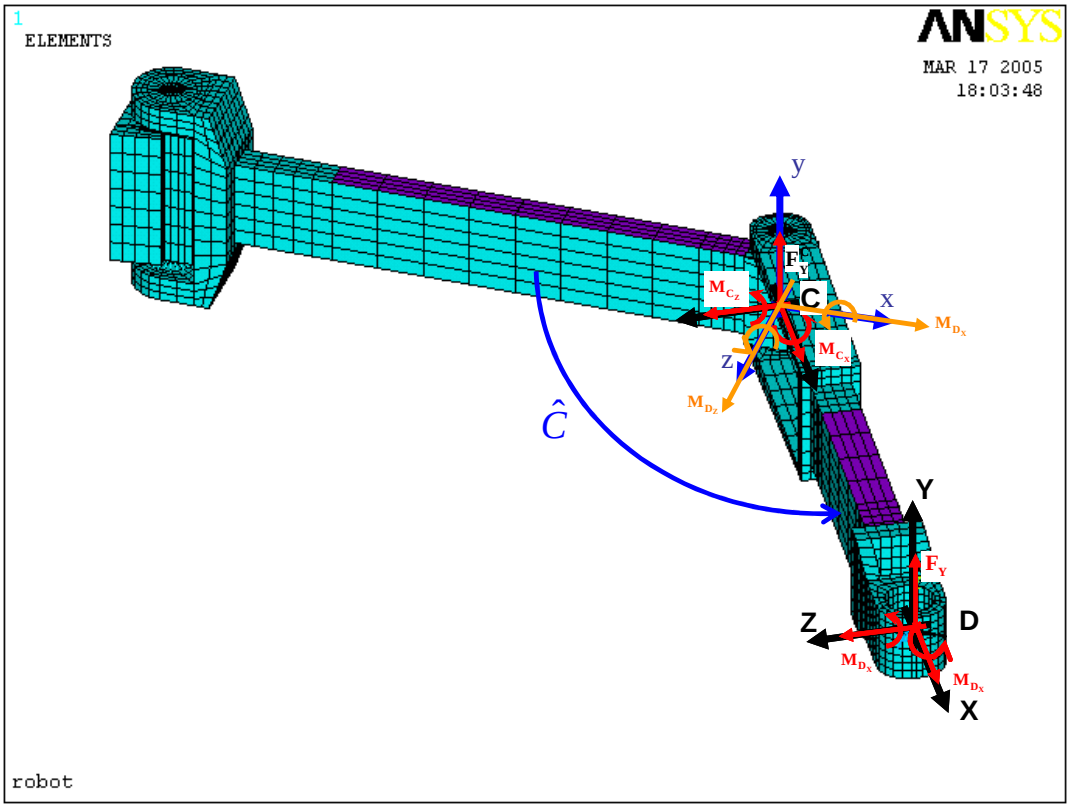


Figure 3-20 : Transmissions des efforts du point D au point C en fonction de l'angle de pliage

En fait :

$$\begin{bmatrix} \delta Y_D \\ \delta\theta_{D_X} \\ \delta\theta_{D_Z} \end{bmatrix} = [S_{ab}] \begin{bmatrix} F \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta Y_C + l\delta\theta_{C_X} \\ \delta\theta_{C_X} \\ \delta\theta_{C_Z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta Y_C \\ \delta\theta_{C_X} \\ \delta\theta_{C_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta y_C \\ \delta\theta_{C_x}\cos\hat{C} - \delta\theta_{C_z}\sin\hat{C} \\ -\delta\theta_{C_x}\sin\hat{C} - \delta\theta_{C_z}\cos\hat{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\hat{C} & \sin\hat{C} \\ 0 & -\sin\hat{C} & -\cos\hat{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_C \\ \delta\theta_{C_x} \\ \delta\theta_{C_z} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\begin{bmatrix} \delta Y_D \\ \delta\theta_{D_X} \\ \delta\theta_{D_Z} \end{bmatrix} = [S_{ab}] \begin{bmatrix} F \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -l\sin\hat{C} & -l\cos\hat{C} \\ 0 & -\cos\hat{C} & \sin\hat{C} \\ 0 & -\sin\hat{C} & -\cos\hat{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_C \\ \delta\theta_{C_x} \\ \delta\theta_{C_z} \end{bmatrix} = [S_{ab}] \begin{bmatrix} F \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} + [P]^T \begin{bmatrix} \delta y_C \\ \delta\theta_{C_x} \\ \delta\theta_{C_z} \end{bmatrix}$$

$$avec\ [P]^T = \begin{bmatrix} 1 & -l\sin\hat{C} & -l\cos\hat{C} \\ 0 & -\cos\hat{C} & \sin\hat{C} \\ 0 & -\sin\hat{C} & -\cos\hat{C} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta Y_D \\ \delta\theta_{D_X} \\ \delta\theta_{D_Z} \end{bmatrix} = [S_{ab}] \begin{bmatrix} F \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} + [P]^T [S_b] \begin{bmatrix} F \\ M_{C_x} \\ M_{C_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.29}$$

D'autre part :

$$\begin{bmatrix} F \\ M_{C_x} \\ M_{C_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ M_{C_X}\cos\hat{C} + M_{C_Z}\sin\hat{C} \\ -M_{C_X}\sin\hat{C} + M_{C_Z}\cos\hat{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \left(Fl + M_{C_Z}\right)\sin\hat{C} + M_{C_X}\cos\hat{C} \\ \left(Fl + M_{C_Z}\right)\cos\hat{C} - M_{C_X}\sin\hat{C} \end{bmatrix},$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l\sin\hat{C} & \cos\hat{C} & \sin\hat{C} \\ l\cos\hat{C} & -\sin\hat{C} & \cos\hat{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} F \\ M_{D_X} \\ M_{D_Z} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

finalement :

$$\begin{bmatrix} \delta Y_D \\ \delta\theta_{D_X} \\ \delta\theta_{D_Z} \end{bmatrix} = \left([S_{ab}] + [P]^T [S_b][P]\right) \begin{bmatrix} F \\ T \\ M \end{bmatrix}. \tag{3.31}$$

Et en conclusion la matrice de souplesse de la jambe est donné par:

$$[S] = [S_{ab}] + [P]^T [S_b][P]. \tag{3.32}$$

En traçant sur le même graphe les courbes des termes de la matrice de souplesse donnés par la simulation numérique et par la formalisation nous aurons la Figure 3-21 qui montre que les résultats de la formalisation collent sur les résultats de ANSYS. Les erreurs qui apparaissent dans les termes S_{23} et S_{32} sont des bruits numériques dues à la concentration de la force et aux calculs numériques des rotations suivant des théories approchées. La formalisation a l'avantage de mettre en évidence les détails analysés dans le § 3.3.1.

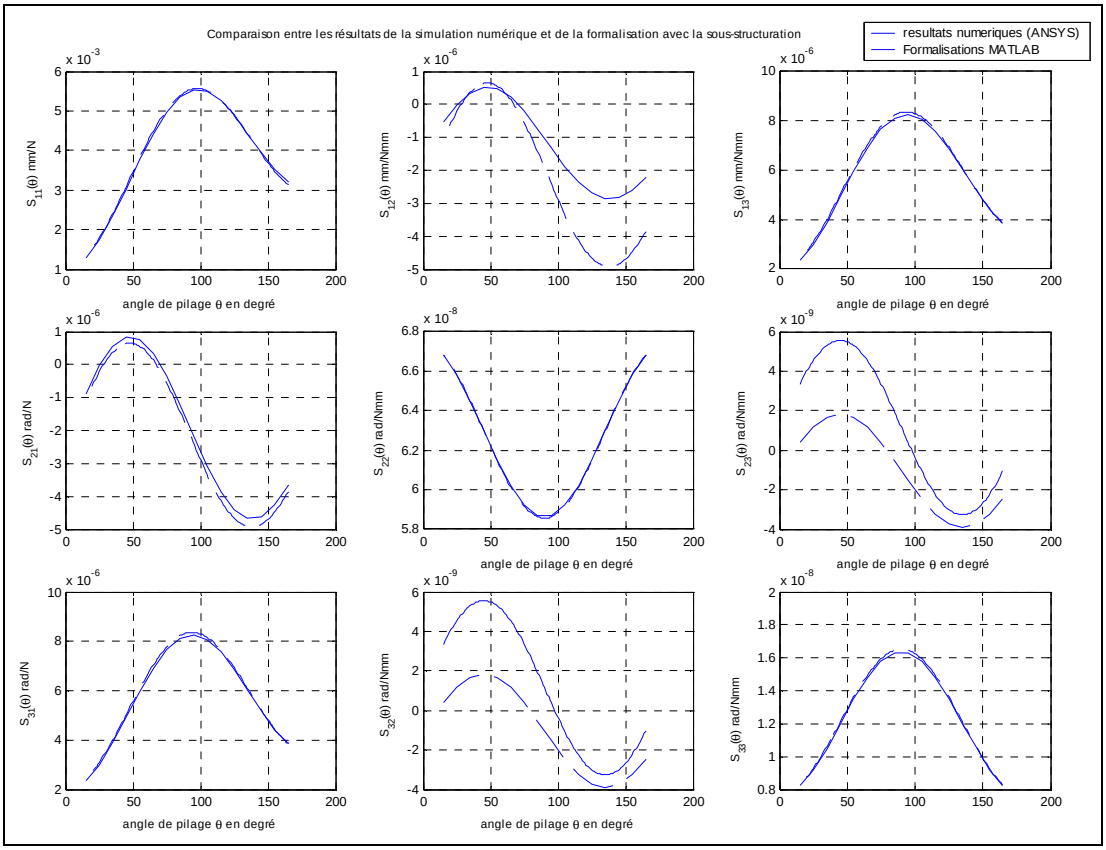


Figure 3-21 : Résultats données par la simulation numérique et par la formalisation suivant la sous-structuration

En fait, les termes de la matrice S de l'équation (3.32) sont:

$$
\begin{aligned}
S_{11} &= {}^{b}S_{11} - {}^{b}S_{21} l\sin\hat{C} - {}^{b}S_{31} l\cos\hat{C} - \left({}^{b}S_{12} - {}^{b}S_{22} l\sin\hat{C} - {}^{b}S_{32} l\cos\hat{C}\right) l\sin\hat{C} \\
&\quad - \left({}^{b}S_{13} - {}^{b}S_{23} l\sin\hat{C} - {}^{b}S_{33} l\cos\hat{C}\right) l\cos\hat{C} + {}^{ab}S_{11} \\
S_{12} &= -\left({}^{b}S_{12} - {}^{b}S_{22} l\sin C - {}^{b}S_{32} l\cos\hat{C}\right)\cos\hat{C} + \left({}^{b}S_{13} - {}^{b}S_{23} l\sin\hat{C} - {}^{b}S_{33} l\cos\hat{C}\right)\sin\hat{C} + {}^{ab}S_{12} \\
S_{13} &= -\left({}^{b}S_{12} - {}^{b}S_{22} l\sin C - {}^{b}S_{32} l\cos\hat{C}\right)\cos\hat{C} - \left({}^{b}S_{13} - {}^{b}S_{23} l\sin\hat{C} - {}^{b}S_{33} l\cos\hat{C}\right)\cos\hat{C} + {}^{ab}S_{13} \\
S_{21} &= -{}^{b}S_{21}\cos\hat{C} + {}^{b}S_{31}\sin\hat{C} - \left(-{}^{b}S_{22}\cos\hat{C} + {}^{b}S_{32}\sin\hat{C}\right) l\sin\hat{C} - \left(-{}^{b}S_{23}\cos\hat{C} + {}^{b}S_{33}\sin\hat{C}\right) l\cos\hat{C} + {}^{ab}S_{21} \\
S_{22} &= -\left(-{}^{b}S_{22}\cos\hat{C} + {}^{b}S_{32}\sin\hat{C}\right)\cos\hat{C} + \left(-{}^{b}S_{23}\cos\hat{C} + {}^{b}S_{33}\sin\hat{C}\right)\sin\hat{C} + {}^{ab}S_{22} \\
S_{23} &= -\left(-{}^{b}S_{22}\cos\hat{C} + S_{32}\sin\hat{C}\right)\cos\hat{C} - \left(-{}^{b}S_{23}\cos\hat{C} + S_{33}\sin\hat{C}\right)\cos\hat{C} + {}^{ab}S_{23} \\
S_{31} &= -{}^{b}S_{21}\cos\hat{C} - {}^{b}S_{31}\cos\hat{C} - \left(-{}^{b}S_{22}\cos\hat{C} + {}^{b}S_{32}\cos\hat{C}\right) l\sin\hat{C} - \left(-{}^{b}S_{23}\cos\hat{C} - {}^{b}S_{33}\cos\hat{C}\right) l\cos\hat{C} + {}^{ab}S_{31} \\
S_{32} &= -\left(-{}^{b}S_{22}\cos\hat{C} - {}^{b}S_{32}\cos\hat{C}\right)\cos\hat{C} + \left(-{}^{b}S_{23}\cos\hat{C} - {}^{b}S_{33}\cos\hat{C}\right)\sin\hat{C} + {}^{ab}S_{32} \\
S_{33} &= -\left(-{}^{b}S_{22}\cos\hat{C} - {}^{b}S_{32}\cos\hat{C}\right)\cos\hat{C} - \left(-{}^{b}S_{23}\cos\hat{C} - {}^{b}S_{33}\cos\hat{C}\right)\cos\hat{C} + {}^{ab}S_{33}
\end{aligned}
\qquad (3.33)
$$

Les équations (3.33) montrent la déformation de l'avant-bras ainsi que ses mouvements en corps rigides dus à la déformation du bras. Ces équations mettent en évidence les analyses du §3.3.1.

Pour S_{11} par exemple, les trois premiers termes montrent les déformations du bras sous l'effet de la charge. Le deuxième ensemble, formé aussi de trois termes, représente les déformations dues au moment de torsion induit par la force. Nous pouvons remarquer que le

facteur commun multiplié par les trois termes est $l\sin\hat{C}$, ce terme n'est que le moment de torsion du bras induit par la force appliquée en *D*. Dans le troisième ensemble le facteur commun est $l\cos\hat{C}$ qui est le moment fléchissant induit par la force au bras.

Les souplesses de chaque ensemble correspondent à une colonne de la matrice de souplesse de la jambe. Par contre, nous remarquons que les souplesses de chaque ligne sont multipliées par le même facteur qui représente le bras de levier de l'angle de rotation correspondant à cette souplesse.

3.4.4. Matrice de rigidité de l'Isoglide3-T3

La matrice de rigidité de l'Isoglide3-T3 au point caractéristique *P* contient les efforts développés par les trois jambes en ce point quand le robot est déformé. La procédure d'assemblage consiste à appliquer un torseur de déplacement en *P*, de calculer les déplacements induits aux extrémités des jambes, calculer les efforts induits aux jambes, calculer les efforts réduits au point *P* et en fin faire la somme de tous les efforts.

Considérons la plate-forme de l'Isoglide3-T3 montrée dans la Figure 3-22. Notons par $\vec{V_i}$ le vecteur $\overrightarrow{PD_i}$ (i=1..3). Appliquons au point *P* un torseur de déplacements élémentaires:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \delta x & \delta y & \delta y & \delta\theta_x & \delta\theta_y & \delta\theta_z \end{bmatrix}^T \tag{3.34}$$

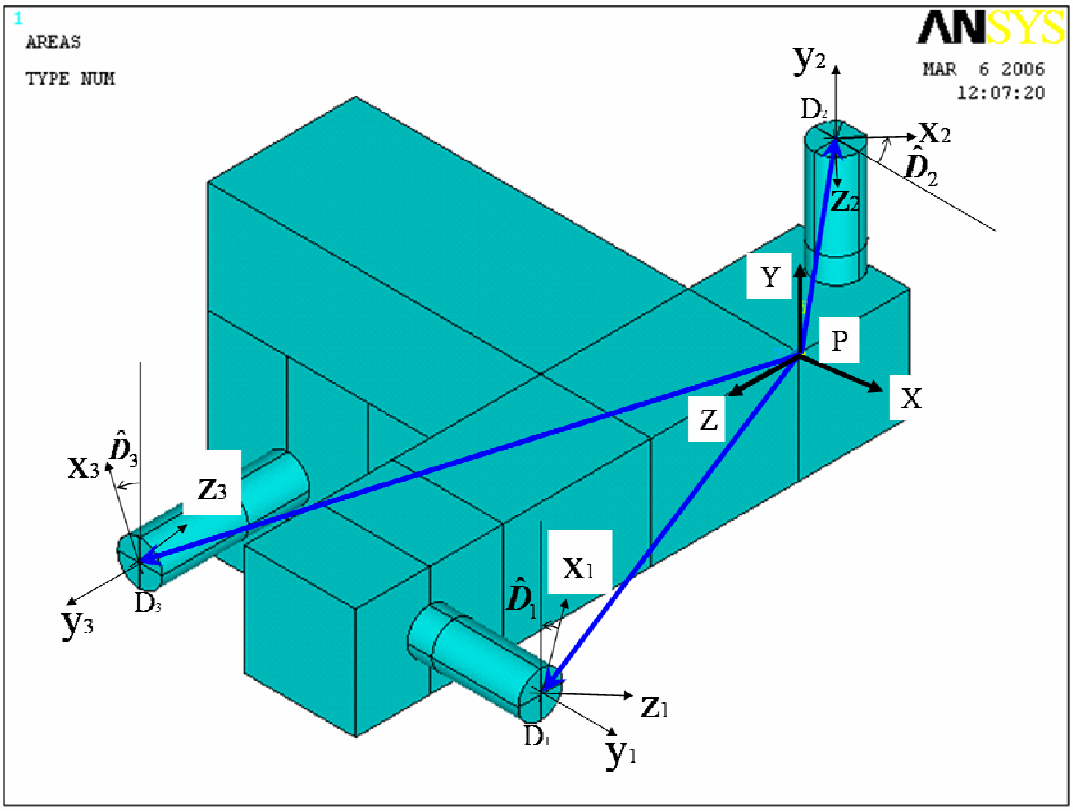


Figure 3-22 : Plate-forme de l'Isoglide3-T3

Nous nous mettons dans l'hypothèse que la plate-forme est un corps rigide. Les angles de rotation sont faibles donc nous pouvons les considérer comme des angles de Bryant. Les déplacements de D_i sont [GoC96]:

$$\begin{bmatrix}\delta x_i\\ \delta y_i\\ \delta z_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta x\\ \delta y\\ \delta z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -\delta\theta_z & \delta\theta_y\\ \delta\theta_z & 0 & -\delta\theta_x\\ -\delta\theta_y & \delta\theta_x & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{i_x}\\ V_{i_y}\\ V_{i_z}\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}\delta\theta_{i_x}\\ \delta\theta_{i_y}\\ \delta\theta_{i_z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta\theta_x\\ \delta\theta_y\\ \delta\theta_z\end{bmatrix} \qquad (3.35)$$

L'équation (3.35) peut être écrite sous la forme:

$$\begin{bmatrix}\delta x_i\\ \delta y_i\\ \delta z_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta x\\ \delta y\\ \delta z\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & -V_{i_z} & V_{i_y}\\ V_{i_z} & 0 & -V_{i_x}\\ -V_{i_y} & V_{i_x} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\theta_x\\ \delta\theta_y\\ \delta\theta_z\end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix}\delta\theta_{i_x}\\ \delta\theta_{i_y}\\ \delta\theta_{i_z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta\theta_x\\ \delta\theta_y\\ \delta\theta_z\end{bmatrix} \qquad (3.36)$$

ou aussi:

$$\begin{bmatrix}\delta x_i\\ \delta y_i\\ \delta z_i\\ \delta\theta_{i_x}\\ \delta\theta_{i_y}\\ \delta\theta_{i_z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & V_{i_z} & -V_{i_y}\\ 0 & 1 & 0 & -V_{i_z} & 0 & V_{i_x}\\ 0 & 0 & 1 & V_{i_y} & -V_{i_x} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta x\\ \delta y\\ \delta z\\ \delta\theta_x\\ \delta\theta_y\\ \delta\theta_z\end{bmatrix}. \qquad (3.37)$$

En fonction des coordonnées articulaires q_1, q_2 et q_3 les équations (3.3) – (3.6) donnent les angles de pliage des jambes J_1, J_2 et J_3. En fonction de l'angle de pliage de la jambe J_i l'équation (3.32) donne sa matrice de souplesse que nous notons ${}^iS$

$$\begin{aligned}[X_i]&=[{}^iS][F_i]\\ [F_i]&=[{}^iS]^{-1}[X_i].\\ [F_i]&=[{}^iK][X_i]\end{aligned} \qquad (3.38)$$

Notons par $[{}^iK]$ l'inverse de la matrice $[{}^iS]$. $[{}^iK]$ est équivalente à une matrice de rigidité pour la jambe J_i puisque $[{}^iK]$ donne l'effort généré à l'extrémité de J_i quand elle est déformée. La matrice $[{}^iS]$ est 3x3 donc $[{}^iK]$ aussi

$$\left[{}^{i}K\right]=\begin{bmatrix} {}^{i}k_{11} & {}^{i}k_{12} & {}^{i}k_{13} \\ {}^{i}k_{21} & {}^{i}k_{22} & {}^{i}k_{23} \\ {}^{i}k_{31} & {}^{i}k_{32} & {}^{i}k_{33} \end{bmatrix}. \tag{3.39}$$

Pour une jambe isolée en 6 dimensions (3 translations et 3 rotations) la matrice $[{}^{i}K]$ devient:

$$\left[{}^{i}K\right]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^{i}k_{11} & 0 & {}^{i}k_{12} & 0 & {}^{i}k_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^{i}k_{12} & 0 & {}^{i}k_{22} & 0 & {}^{i}k_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^{i}k_{31} & 0 & {}^{i}k_{32} & 0 & {}^{i}k_{33} \end{bmatrix}. \tag{3.40}$$

L'équation (3.37) donne les déformations de la jambe J_i dans le repère global. Les équations (3.11)-(3.14) donnent les orientations des avant-bras. Les déplacements calculés en (3.37) sont exprimés dans le repère global. Ayant les orientations des avant-bras nous pouvons calculer les déformations imposées à chaque jambe et par suite les efforts développés par chaque jambe.

Nous rappelons que $\hat{D}_1$ est l'angle d'inclinaison de l'avant-bras de J_1 par rapport à y, $\hat{D}_2$ l'angle d'inclinaison de l'avant-bras de J_2 par rapport à x et $\hat{D}_3$ l'angle d'inclinaison de J_3 par rapport à y (Figure 3-22). Les matrices de passage en six dimensions du repère global aux repères locaux sont:

$$\left[P_1\right]=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\hat{D}_1 & 0 & \sin\hat{D}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\hat{D}_1 & 0 & -\cos\hat{D}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\hat{D}_1 & 0 & \sin\hat{D}_1 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\hat{D}_1 & 0 & -\cos\hat{D}_1 \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

$$\left[P_2\right]=\begin{bmatrix} \cos\hat{D}_2 & 0 & -\sin\hat{D}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\hat{D}_2 & 0 & \cos\hat{D}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\hat{D}_2 & 0 & -\sin\hat{D}_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\hat{D}_2 & 0 & \cos\hat{D}_2 \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

$$[P_3]=\begin{bmatrix} -\sin\hat{D}_3 & \cos\hat{D}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\hat{D}_3 & \sin\hat{D}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\hat{D}_3 & \cos\hat{D}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\hat{D}_3 & \sin\hat{D}_3 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

Notons par $[\varepsilon_i]=\begin{bmatrix}\delta x_i & \delta y_i & \delta z_i & \delta\theta_{x_i} & \delta\theta_{y_i} & \delta\theta_{z_i}\end{bmatrix}^T$ les déplacements de l'extrémité D_i de J_i calculé en (3.37) et par $[\tau_i]=\begin{bmatrix}F_{x_i} & F_{y_i} & F_{z_i} & M_{x_i} & M_{y_i} & M_{z_i}\end{bmatrix}^T$ les efforts exprimés dans le repère global. L'équation (3.38) donne:

$$[\tau_i]=[P_i]^T\begin{bmatrix}{}^iK\end{bmatrix}[P_i][\varepsilon_i]. \tag{3.44}$$

Le torseur $[\tau_i]$ développé au point D_i se réduit au point P par:

$$\begin{bmatrix} f_{x_i} \\ f_{y_i} \\ f_{z_i} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ F_{z_i} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} m_{x_i} \\ m_{y_i} \\ m_{z_i} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M_{x_i} \\ M_{y_i} \\ M_{z_i} \end{bmatrix}+\vec{V}_i\wedge\begin{bmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ F_{z_i} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

ou:

$$\begin{bmatrix} f_{x_i} \\ f_{y_i} \\ f_{z_i} \\ m_{x_i} \\ m_{y_i} \\ m_{z_i} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -V_{z_i} & V_{y_i} & 1 & 0 & 0 \\ V_{z_i} & 0 & -V_{x_i} & 0 & 1 & 0 \\ -V_{y_i} & V_{x_i} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_{x_i} \\ F_{x_i} \\ F_{x_i} \\ M_{x_i} \\ M_{x_i} \\ M_{x_i} \end{bmatrix}=[B_i]^T[\tau_i] \tag{3.46}$$

avec $[B_i]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & V_{z_i} & -V_{y_i} \\ 0 & 1 & 0 & -V_{z_i} & 0 & V_{x_i} \\ 0 & 0 & 1 & V_{y_i} & -V_{x_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. (3.47)

Les équations (3.37)-(3.47) donnent:

$$\begin{bmatrix} f_{x_i} \\ f_{y_i} \\ f_{z_i} \\ m_{x_i} \\ m_{y_i} \\ m_{z_i} \end{bmatrix} = [B_i]^T [P_i]^T \left[{}^iK \right] [P_i][B_i] \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta\theta_z \end{bmatrix}. \tag{3.48}$$

Par suite la matrice de rigidité globale de l'Isoglide3-T3 est:

$$\left[{}^{T3}K \right] = \sum_{i=1}^{3} [B_i]^T [P_i]^T \left[{}^iK \right] [P_i][B_i]. \tag{3.49}$$

L'équation (3.49) nous permet de calculer en fonction des coordonnés articulaires la matrice de rigidité de l'Isoglide3-T3 condensée au point *P*. L'inversion de la matrice $[{}^{T3}K]$ donnée par (3.49) donne la matrice de souplesse de l'Isoglide3-T3 condensée au point *P*. La matrice de souplesse nous permet de déterminer les déplacements élastiques du point *P* sous l'effet d'une charge extérieure. Cette déformation ajoutée aux déplacements en corps rigides localise le point *P* en fonction des coordonnées articulaires et de la charge extérieure, en intégrant la déformation des composantes.

3.4.5. Matrice de rigidité de l'Isoglide4-T3R1

La conception modulaire de l'Isoglide4-T3R1 nous permet d'utiliser la matrice de rigidité de l'Isoglide3-T3 pour le la calcul de la matrice de rigidité de l'Isoglide4-T3R1.

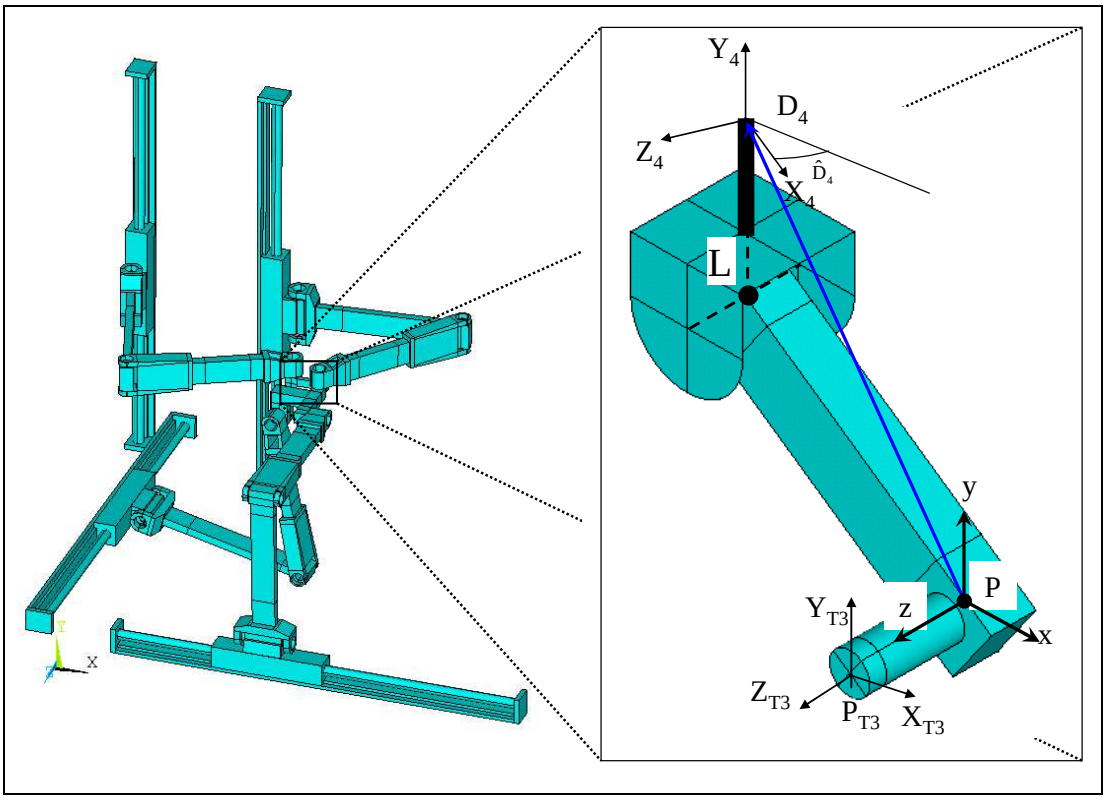


Figure 3-23 : Plate-forme mobile de l'Isoglide4-T3R1

En fait, nous pouvons considérer que la plate-forme mobile de l'Isoglide4-T3R1 est connectée à deux jambes :

- une jambe simple qui est la jambe J_4 connectée à la plate-forme par un joint cardan.
- une jambe complexe qui est l'Isoglide3-T3 connectée à la plate-forme par une liaison pivot.

La formule (3.49) est valable pour n'importe quel point de la plate-forme de l'Isoglide3-T3 qui est une plate-forme intermédiaire dans l'Isoglide4-T3R1. Notamment, (3.49) est valable pour le point P_{T3} centre de la liaison qui joint la plate-forme intermédiaire à la plate-forme mobile. Le repère local de la jambe complexe est choisi parallèle au repère global, le vecteur PP_{T3} est parallèle à l'axe z du repère global (Figure 3-23). Une liaison pivot transmet cinq efforts et cinq déplacements (trois positions et deux rotations), le moment autour de l'axe de la liaison pivot est nul. Cette condition nous permet de trouver une orientation pour chacune des deux plate-formes.

L'effort développé au point P est la résultante des efforts généré par l'Isoglide3-T3 et par J_4. Calculons chacun de ces deux ensembles d'efforts :

3.4.5.1. Efforts générés par l'Isoglide3-T3

Appliquons en P un torseur de déplacement $[\varepsilon]$ élémentaire définit par (3.34)
Les déplacements au point P_{T3} sur la plate-forme intérimaire sont :

$$\begin{bmatrix} \delta x_{T3_x} \\ \delta y_{T3_y} \\ \delta z_{T3_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\delta\theta_z & \delta\theta_y \\ \delta\theta_z & 0 & -\delta\theta_x \\ -\delta\theta_y & \delta\theta_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PP_{T3_x} \\ PP_{T3_y} \\ PP_{T3_z} \end{bmatrix}. \qquad (3.50)$$
$$\begin{bmatrix} \delta\theta_{T3_x} \\ \delta\theta_{T3_y} \\ \delta\theta_{T3_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta\theta_{T3} \end{bmatrix}$$

La rotation autour de l'axe z est inconnue. Par contre un système est en équilibre, si et seulement si, toute partie de ce système est en équilibre (principe du torseur de cohésion). La liaison pivot ne peut transmettre aucun moment autour de son axe, par suite le moment autour de l'axe z en P_{T3} est nul. Cette condition se traduit par :

$$\begin{aligned} &{}^{T3}K_{61}\delta x_{T3} + {}^{T3}K_{62}\delta y_{T3} + {}^{T3}K_{63}\delta z_{T3} + {}^{T3}K_{64}\delta\theta_{T3_x} + {}^{T3}K_{65}\delta\theta_{T3_y} + {}^{T3}K_{66}\delta\theta_{T3_z} = 0 \\ &\Rightarrow \delta\theta_{T3_z} = -\frac{1}{{}^{T3}K_{66}}\left({}^{T3}K_{61}\delta x_{T3} + {}^{T3}K_{62}\delta y_{T3} + {}^{T3}K_{63}\delta z_{T3} + {}^{T3}K_{64}\delta\theta_{T3_x} + {}^{T3}K_{65}\delta\theta_{T3_y} \right). \end{aligned} \qquad (3.51)$$

Le torseur τ_{T3} des efforts internes développés en P_{T3} est :

$$\begin{bmatrix} F_{T3_x} \\ F_{T3_y} \\ F_{T3_z} \\ M_{T3_x} \\ M_{T3_y} \\ 0 \end{bmatrix} = \left[{}^{T3}K \right] \begin{bmatrix} \delta x_{T3} \\ \delta y_{T3} \\ \delta z_{T3} \\ \delta\theta_{T3_x} \\ \delta\theta_{T3_y} \\ \delta\theta_{T3_z} \end{bmatrix} = \left[{}^{T3}K \right] \left(I_6 - \frac{1}{{}^{T3}K_{66}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{T3}K_{61} \\ {}^{T3}K_{62} \\ {}^{T3}K_{63} \\ {}^{T3}K_{64} \\ {}^{T3}K_{65} \\ {}^{T3}K_{66} \end{bmatrix}^T \right) \begin{bmatrix} \delta x_{T3} \\ \delta y_{T3} \\ \delta z_{T3} \\ \delta\theta_{T3_x} \\ \delta\theta_{T3_y} \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (3.52)$$

τ_{T3} est réduit en *P* par:

$$\left[{}^{T3}\Gamma\right] = \left[B_{T3}\right]^T \left[\tau_{T3}\right]. \tag{3.53}$$

Les équations (3.52) et (3.53) donnent :

$$\left[{}^{T3}\Gamma\right] = \left[B_{T3}\right]^T \left[K_{T3}\right]\left[B_{T3}\right]\left[\varepsilon\right]. \tag{3.54}$$

Où :

$$\left[K_{T3}\right] = \left[{}^{T3}K\right]\left(I_6 - \frac{1}{{}^{T3}K_{66}}\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}{}^{T3}K_{61}\\{}^{T3}K_{62}\\{}^{T3}K_{63}\\{}^{T3}K_{64}\\{}^{T3}K_{65}\\{}^{T3}K_{66}\end{bmatrix}^T\right) \tag{3.55}$$

et :

$$\left[B_{T3}\right] = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & PP_{T3_z} & -PP_{T3_y}\\ 0 & 1 & 0 & -PP_{T3_z} & 0 & PP_{T3_x}\\ 0 & 0 & 1 & PP_{T3_y} & -PP_{T3_x} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}. \tag{3.56}$$

3.4.5.2. Efforts générés par J_4

J_4 est connectée à la plate-forme par un joint cardan. Le calcul des déplacements de D_4 en fonction des déplacements de *P*, doit passer par le calcul des déplacements du point *L*. Le torseur de déplacement de *L* est :

$$\left[\varepsilon_L\right] = \left[B_{PL}\right]\left[\varepsilon\right], \tag{3.57}$$

où :

$$\left[B_{PL}\right] = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & PL_z & -PL_y\\ 0 & 1 & 0 & -PL_z & 0 & PL_x\\ 0 & 0 & 1 & PL_y & -PL_x & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3.58}$$

Comme la plate-forme mobile est connectée à J_4 par un joint cardan. Aucun moment ne peut exister autour des axes y et z en L. La rotation élastique de J_4 en D_4 autour de l'axe x est égale à la rotation $\delta\theta_{L_x}$. Les déplacements en D_4 sont :

$$\begin{bmatrix} \delta x_{4_x} \\ \delta x_{4_y} \\ \delta x_{4_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x_{L_x} \\ \delta x_{L_y} \\ \delta x_{L_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & LD_{4_z} & -LD_{4_y} \\ -LD_{4_z} & 0 & LD_{4_x} \\ LD_{4_y} & LD_{4_x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{4_{\theta x}} \\ \delta x_{4_{\theta y}} \\ \delta x_{4_{\theta z}} \end{bmatrix}. \tag{3.59}$$

Les angles de rotation autour des axes y et z du repère global sont inconnus. D'autre part les déplacements de D_4 dans le plan horizontal ne sont pas des déformations élastiques mais des mouvements finis dus aux liaisons pivots dans J_4. La matrice de rigidité de J_4 dans son repère local est fonction de son angle de pliage. L'angle de pliage de J_4 et l'orientation de son avant bras (l'orientation de son repère local) sont obtenus en utilisant le MGD. L'effort développé par J_4 en D_4 dans son repère local est :

$$\begin{bmatrix} F_{4_y} \\ M_{4_x} \\ M_{4_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^4K_{11} & {}^4K_{12} & {}^4K_{13} \\ {}^4K_{21} & {}^4K_{22} & {}^4K_{23} \\ {}^4K_{31} & {}^4K_{32} & {}^4K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y_4 \\ \delta\theta_{x_4} \\ \delta\theta_{z_4} \end{bmatrix} \tag{3.60}$$

Dans l'équation (3.60) seule δy_4 est connu, par suite (3.60) contient trois équations et cinq inconnues. Les deux équations supplémentaire sont données par :

- la déformation angulaire autour de l'axe x du repère global est égale à $\delta\theta_{L_x}$.
- le moment autour de l'axe z du repère global est nul.
  Ces deux conditions sont traduites par les équations :

$$\begin{aligned} \delta\theta_{4_x}\cos\hat{D}_4 + \delta\theta_{4_z}\sin\hat{D}_4 &= \delta\theta_{L_x} \\ -M_{4_x}\sin\hat{D}_4 + M_{4z}\cos\hat{D}_4 &= 0 \end{aligned}. \tag{3.61}$$

Les équations (3.60) et (3.61) forment un système linéaire de cinq équations à cinq inconnues. La solution de ce système peut être écrite d'une façon matricielle par :

$$\begin{bmatrix} F_{4_Y} \\ M_{4_X} \\ M_{4_Z} \\ \delta\theta_{4_X} \\ \delta\theta_{4_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -{}^4K_{12} & -{}^4K_{13} \\ 0 & 1 & 0 & -{}^4K_{22} & -{}^4K_{23} \\ 0 & 0 & 1 & -{}^4K_{32} & -{}^4K_{33} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\hat{D}_4 & \sin\hat{D}_4 \\ 0 & -\sin\hat{D}_4 & \cos\hat{D}_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} {}^4K_{11}\delta y_L \\ {}^4K_{21}\delta y_L \\ {}^4K_{31}\delta y_L \\ \delta\theta_{L_x} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

ou aussi :

$$\begin{bmatrix} F_{4_Y} \\ M_{4_X} \\ M_{4_Z} \\ \delta\theta_{4_X} \\ \delta\theta_{4_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -{}^4K_{12} & -{}^4K_{13} \\ 0 & 1 & 0 & -{}^4K_{22} & -{}^4K_{23} \\ 0 & 0 & 1 & -{}^4K_{32} & -{}^4K_{33} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\hat{D}_4 & \sin\hat{D}_4 \\ 0 & -\sin\hat{D}_4 & \cos\hat{D}_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & {}^4K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^4K_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^4K_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_L \\ \delta y_L \\ \delta z_L \\ \delta\theta_{L_x} \\ \delta\theta_{L_y} \\ \delta\theta_{L_z} \end{bmatrix}. \tag{3.64}$$

Posons :

$$M_{5x6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -{}^4K_{12} & -{}^4K_{13} \\ 0 & 1 & 0 & -{}^4K_{22} & -{}^4K_{23} \\ 0 & 0 & 1 & -{}^4K_{32} & -{}^4K_{33} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\hat{D}_4 & \sin\hat{D}_4 \\ 0 & -\sin\hat{D}_4 & \cos\hat{D}_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & {}^4K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^4K_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^4K_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.64}$$

où [*M*] est une matrice de cinq lignes et six colonnes qui n'a aucun sens physique, elle nous aide à formaliser la solution. Les efforts en D_4 sont :

$$\begin{bmatrix} F_{4_x} \\ F_{4_y} \\ F_{4_z} \\ M_{4_x} \\ M_{4_y} \\ M_{4_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{12} & 0 & m_{14} & 0 & m_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & 0 & m_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{32} & 0 & m_{34} & 0 & m_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_L \\ \delta y_L \\ \delta z_L \\ \delta\theta_{L_x} \\ \delta\theta_{L_y} \\ \delta\theta_{L_z} \end{bmatrix}. \tag{3.65}$$

Posons :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{12} & 0 & m_{14} & 0 & m_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & 0 & m_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{32} & 0 & m_{34} & 0 & m_{36} \end{bmatrix}. \tag{3.66}$$

Les équations (3.57) et (3.65) donnent :

$$[\gamma_4] = [A][B_{PL}][\varepsilon], \tag{3.67}$$

où :

$$[\gamma_4] = \begin{bmatrix} F_{4_x} & F_{4_y} & F_{4_z} & M_{4_x} & M_{4_y} & M_{4_z} \end{bmatrix}^T. \tag{3.68}$$

L'équation (3.67) donne les efforts en D_4 dans le repère local de l'avant bras de J_4, pour les avoir dans le repère global il suffit de multiplier (3.67) par $[P_4]^T$

$$[P_4]=\begin{bmatrix} cos\hat{D}_4 & 0 & -\sin\hat{D}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\hat{D}_4 & 0 & cos\hat{D}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cos\hat{D}_4 & 0 & -\sin\hat{D}_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\hat{D}_4 & 0 & cos\hat{D}_4 \end{bmatrix}. \tag{3.69}$$

Le torseur $[\tau_4]$ des efforts au point D_4 exprimé dans le repère global est :

$$[\tau_4]=[P_4]^T[A][B_{PL}][\varepsilon]. \tag{3.70}$$

La réduction de $[\tau_4]$ à P donne les efforts générés par J_4 en P :

$$[\Gamma_4]=[B_4]^T[\tau_4]. \tag{3.71}$$

Finalement les équations (3.54) et (3.71) donnent :

$$\left[{}^{(T3R1)}K\right]=[B_{T3}]^T[K_{T3}][B_{T3}]+[B_4]^T[P_4]^T[A][B_{PL}] \tag{3.72}$$

La formule (3.72) exprime la matrice de rigidité condensée au point caractéristique de l'Isoglide4-T3R1. Cette matrice nos donne l'effort développé au point caractéristique P quand il est soumis à un certain déplacement. Il suffit d'inverser cette matrice pour avoir la matrice de souplesse qui nous donne les déplacements élastiques du point P quand le robot y est soumis à un chargement extérieur.

3.4.6. Validation numérique.

Afin de valider numériquement la formalisation, la flèche sous l'effet d'une charge verticale de 500 N a été calculée suivant (3.72) et grâce à une simulation numérique sous ANSYS. La comparaisons des résultats entre le modèle ANSYS et le modèle semi-analytique a montré que les flèches suivant l'axe y sont très bien corrélées. Suivant les axes x et z, le modèle semi-analytique donne des flèches quasi-nulles. Ce phénomène est dû à l'hypothèse que la plate-forme mobile est infiniment rigide. La comparaison des modules des flèches a montré que la corrélation est de l'ordre de 90% (Figure 3-24)

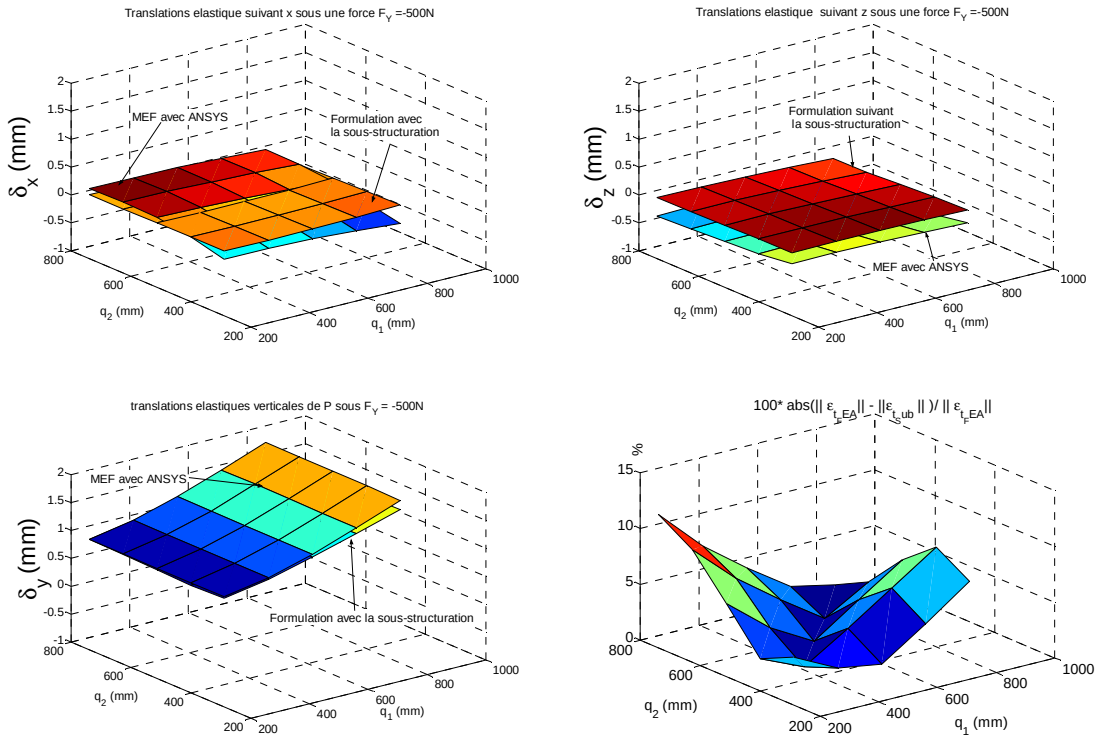


Figure 3-24 : Comparaison des résultats de la formalisation et de la simulation numérique.

3.4.7. Conclusion sur la formalisation

Le § 3.4 a présenté une méthode de formalisation analytique de la matrice de souplesse d'une jambe isolée, puis par assemblage les matrices de rigidité des robots l'ISOGLIDE3-T3 (3 jambes) et ISOGLIDE4-T3R1 (4 jambes) condensées à leurs points caractéristiques. Cette méthode a l'avantage de montrer clairement l'effet de chaque paramètre sur chaque terme de la matrice de rigidité ou de souplesse. Les analyses qualitatives présentées dans les paragraphes précédents deviennent quantitatives. La méthode proposée a aussi l'avantage de donner les déplacements du point *P* avec un temps de calcul très faible (à peu prés 5 secondes). Par contre, la MEF réclame de 72 à 120 heures pour un plan d'expérience factoriel complet, afin d'accéder à l'ensemble des déplacements nodaux y compris ceux du point *P* avec une erreur relative inférieure à 10%. Cette méthode peut aussi prendre en compte plusieurs nœuds à l'intérieur de la sous structure si nous voulons surveiller par exemple les efforts internes [Ler02].

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude de la déformation élastique des robots parallèles à mouvements découplés sous l'effet d'une charge sans tenir compte du poids propre ni des défauts de fabrication.

L'étude numérique a permis d'analyser la matrice de rigidité qui représente les efforts internes développés par le robot quand il est soumis à une certaine déformation imposée. Par suite nous pouvons, à partir de la rigidité, calculer la charge maximale avec laquelle il est permis de solliciter le robot pour une précision demandée. Réciproquement nous avons pu déterminer grâce à un algorithme d'optimisation qui couple deux logiciels les ellipsoïdes de déformations extrémales et les coordonnées articulaires qui leurs correspondent. Par suite nous avons pu déterminer la précision maximale que le robot peut garantir pour une charge et la déformation maximale qu'il peut subir. A noter que cet algorithme peut être facilement

modifié pour trouver la zone de l'espace de travail qui correspond à une déformation maximale tolérée.

Dans ce chapitre nous avons présenté aussi une méthodologie pour la formalisation analytique de la rigidité suivant le principe de la sous-structuration, connaissant les matrices de souplesse des composants. Nous pouvons utiliser cette méthodologie pour une formalisation rapide du MGD du robot en tenant compte des déformations élastiques. La méthodologie présentée dans ce chapitre peut être utilisée d'une façon directe pour évaluer et améliorer la précision d'un robot existant. Elle peut être également utilisée d'une façon inverse, pour estimer les matrices de souplesse dans la préconception d'un robot afin de répondre à un niveau de précision donné.

Chapitre 4 : Calcul au deuxième ordre des déformations en présence de précontraintes

4.1. Introduction

L'Isoglide4-T3R1 est théoriquement un robot parallèle à mouvements découplés et isotrope en translations. Dans le premier chapitre nous avons montré que, pour des défauts particuliers, l'isotropie en translation se perd. Pour d'autres, c'est le découplage qui se perd. D'autre part, lorsque le parallélisme entre les trois pivots de la même jambe est perdu, une version hyperstatique du robot se bloque dans l'hypothèse des corps indéformables et son assemblage provoque l'apparition de précontraintes dans l'hypothèse des corps déformables.

La question qui se pose alors est de déterminer quelle est la précision des robots parallèles à mouvements découplés. Nous souhaitons déterminer dans quelle mesure le découplage des mouvements et l'isotropie en translation sont conservés et de déterminer les mouvements parasites de la plate-forme mobile. En d'autres termes, il s'agit de vérifier si l'Isoglide4-T3R1 reste dans le cas réel un robot parallèle à mouvements découplés et isotrope en translations. Le métrologue s'intéresse à la précision absolue du mécanisme. Il souhaite quantifier l'erreur de position et d'orientation de la plate-forme mobile du robot par rapport à une position et orientation désirées. D'autre part il cherche à exprimer les relations qui existent entre l'erreur de pose du robot et les trois paramètres suivants : la pose dans l'espace de travail ; la charge appliquée sur la plate-forme mobile ; enfin les défauts de fabrication et de montage.

Après une présentation du problème et une définition de ses paramètres, nous présentons la méthodologie suivie dans les simulations numériques, puis une méthode basée sur le principe de la sous-structuration pour l'estimation de l'erreur. Enfin nous effectuons une analyse des résultats numériques et des influences des différents paramètres.

Le poids propre du robot est une charge verticale descendante répartie sur tous les solides qui le constituent. Le mécanisme est porté par le bâti via les moteurs. Le poids propre sollicite alors les quatre moteurs. Par contre la sollicitation n'est pas la même pour les quatre moteurs car la distribution de la charge dépend des coordonnées articulaires. Les deux jambes verticales J_2 et J_4 sont montées sur les deux moteurs verticaux et portent les autres composants. Les poids des deux jambes J_1 et J_3 (horizontales) sont supportés par la plate-forme et par les deux moteurs horizontaux. La partie du poids des deux jambes J_1 et J_3 portée par la plate-forme varie selon les coordonnées articulaires du robot.

Certains défauts rendent impossible la fermeture des chaînes cinématiques sans introduire une précontrainte dans le robot. Cette précontrainte fait varier la position d'équilibre de la plate-forme mobile d'où une première imprécision. Cette variation de position modifie les angles de pliage des différentes jambes d'où une variation sensible de la rigidité de la structure. D'autre part, la précontrainte fait apparaître la non-linéarité

géométrique de la déformation de la structure. La partie du poids de J_1 et de J_3 portée par la plate-forme est une charge qui fait fléchir les jambes J_2 et J_4 suivant des bras de leviers qui dépendent de la configuration du robot.

Une charge appliquée à la plate-forme crée un torseur de force à l'extrémité de chaque jambe qui y crée à son tour un torseur de déformation. La configuration découplée du robot (dans le cas parfait) empêche une jambe de résister à une déformation en translation dans son plan mais elle résiste à une déformation angulaire (voir l'analyse des souplesses des jambes dans le chapitre 3).

L'erreur de position et d'orientation du robot dépend de sa configuration, des défauts de fabrications et de montage des composants comme de la charge à laquelle il est soumis.

Le robot est l'assemblage de 4 jambes. Chaque jambe contient 3 liaisons pivots. Le défaut de parallélisme entre deux pivots de la même jambe se décompose en 2 parties : un défaut de concourance et un défaut de gauchissement des axes des deux pivots. Le mécanisme est animé par 4 moteurs dont les positions relatives de montage peuvent être définies par 5 angles qui sont considérés comme autant de défauts. Pour finir, la configuration du robot dépend des paramètres articulaires des 4 moteurs.

En résumé les paramètres du problème sont :

- 4x3x2 combinaisons de défauts dans tous les pivots ;
- 5 défauts angulaires entres les moteurs ;
- 4 paramètres articulaires ;

Par ailleurs, il faut tenir compte de la charge appliquée sur le robot. Celle-ci contient le poids propre qui est constant et intrinsèque au robot et la charge extérieure qui est une variable extrinsèque que nous considérerons dans un second temps. Finalement le problème contient 33 variables intrinsèques plus une variable extrinsèque. Si nous considérons un plan d'expérience factoriel complet d'ordre 3, nous aurons rapidement 3^{33} simulations numériques à faire pour un seul cas de charge. D'autre part l'étude des souplesses de la jambe a montré qu'elles dépendent de façon fortement non-linéaire des angles de pliage, et 2 par suite de la configuration du robot. Un plan d'expérience partiel d'ordre 3 n'est alors pas suffisant. Dans cette position, il faut penser à utiliser un plan d'expérience factoriel partiel d'ordre légèrement supérieur (5 par exemple) et de le généraliser avec une interpolation basée sur un modèle analytique approché qui donne plus de détails que l'interpolation polynomiale.

4.2. Simulation numérique

Par rapport aux calculs effectués dans le chapitre 3 il faut introduire les modifications suivantes :

- les défauts géométriques doivent êtres intégrés dans la modélisation ;
- les conditions aux limites doivent assurés la fermetures précontraintes des chaînes cinématiques en plus que l'équilibre du dispositif ;
- le calcul doit être poussé à l'ordre 2 afin de pouvoir mettre en évidence la non-linéarité géométrique.

4.2.1. Calcul à l'ordre deux

Nous prenons un exemple simple afin d'expliciter la notion du calcul à l'ordre deux. Considérons trois poutres de mêmes dimensions et même matériau, soumises à un même effort F (Figure 4-1). La première poutre est portée par un appui simple et un appui roulant, la deuxième et la troisième sont portées par deux appuis simples. De plus la troisième poutre est soumise à une baisse de température $\Delta\theta$. Le calcul linéaire d'ordre un donne la même flèche dans les trois cas. D'autre part les réactions A_{2x} et B_{2x} restent des inconnues du problème. Les réactions A_{3x} et B_{3x} seront supposées dues uniquement à la température et valent : $A_{3x}=B_{3x}=E.S.\alpha.\Delta\theta$.

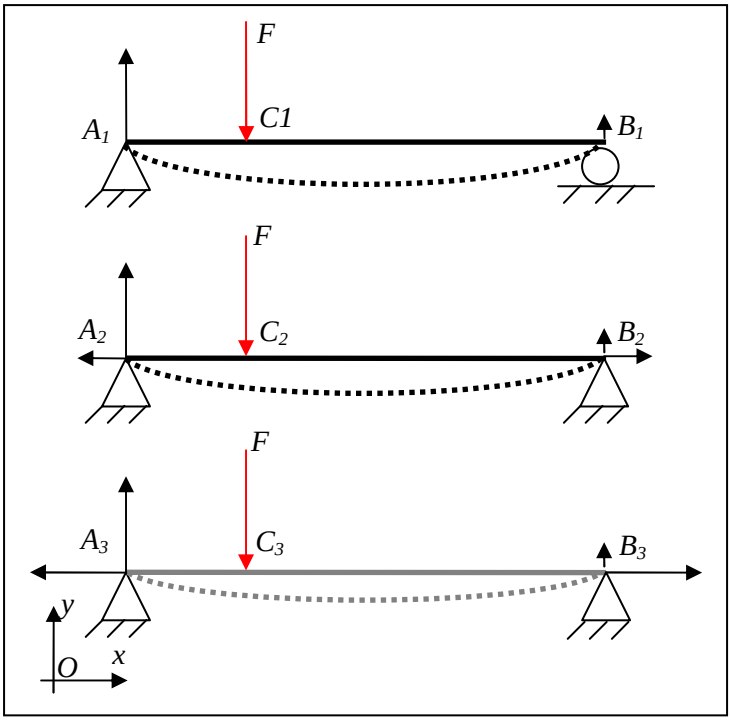


Figure 4-1 : Problème non solvable à l'ordre un

Où α est le coefficient de dilatation thermique du matériau des poutres, E le module d'Young et S la section des poutres. Les contraintes dans les trois poutres ne sont pas identiques, la flèche est alors aussi différente entre les trois poutres. En poussant le calcul à l'ordre deux, les contraintes de tractions dues aux réactions horizontales dans la deuxième poutre et le moment fléchissant dû aux réactions horizontales dans la deuxième et la troisième poutre sont pris en considération. Le bilan des forces dans une coupe entre B_3 et C_3 à une distance x de A_3 (Figure 4-2) donne l'expression du moment fléchissant dans le tronçon B_3C_3 en fonction de la charge appliquée et la distance x :

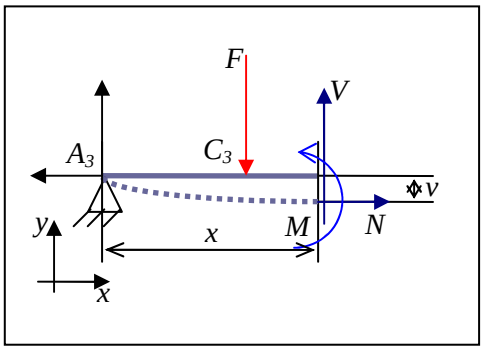


Figure 4-2 : Efforts internes

$$M = -EI\frac{d^2v}{dx^2}\frac{1}{\left(1+\left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} = A_{3y}x - F\left(x - A_3C_3\right) - A_{3x}v\,. \qquad (4.1)$$

Le terme $A_{3x}.v$ a été négligé dans le calcul linéaire, ce qui a conduit à trouver la même déformée pour les trois poutres. Cette hypothèse n'est pas acceptable quand il y a une précontrainte de traction dans la poutre, et la réaction A_{3x} peut devenir plus grande que A_{3y}. Mais la réaction A_{3x} et la déformation v ne sont pas indépendantes et sont toutes les deux inconnues. L'équation (4.1) est une équation différentielle du second ordre non-linéaire. Plusieurs méthodes pour la résolution de (4.1) sont proposées dans la littérature [Bat82], [Ansys]. ANSYS fait appliquer des pas de charges dans (4.1). Il utilise la différentielle de (4.1) :

$$dM = xdA_{3y} - \left(x - A_3C_3\right)dF - vdA_{3x} - A_{3x}dv\,. \qquad (4.2)$$

Numériquement (4.2) peut être écrite :

$$\begin{aligned}
&\Delta M = x\Delta A_{3y} - \left(x - A_3C_3\right)\Delta F - v\Delta A_{3x} - A_{3x}\Delta v \\
&M_{i+1} = M_i + \Delta M \\
&F_{i+1} = F_i + \Delta F \\
&v_{i+1} = v_i + \Delta v \\
&A_{3y_{i+1}} = A_{3y_i} + \Delta A_{3y} \\
&A_{3x_{i+1}} = A_{3x_i} + \Delta A_{3x}
\end{aligned} \quad . \tag{4.3}$$

ANSYS résout (4.3) avec la méthode de Newton-Raphson et laisse à l'utilisateur de choisir la méthode de calcul du pas de chargement.

Finalement si le calcul linéaire donne des résultats acceptables du point de vue dimensionnement en l'absence de précontraintes importantes, il a la limitation de ne pas pouvoir apparaître les effets de l'hyperstaticité et des précontraintes importantes. Notons que la flèche n'est pas forcément diminuée mais elle peut être aussi augmentée, il suffit de penser au cas où la troisième poutre est chauffée.

Revenons maintenant au cas des robots parallèles. Notre problème consiste à déterminer l'erreur de la pose de la plate-forme en présence des différents facteurs évoqués ci-dessus. Il s'agit donc d'appliquer au robot l'équation fondamentale de Newton qui donne après discrétisation sous forme matricielle l'équation (3.2) qui devient :

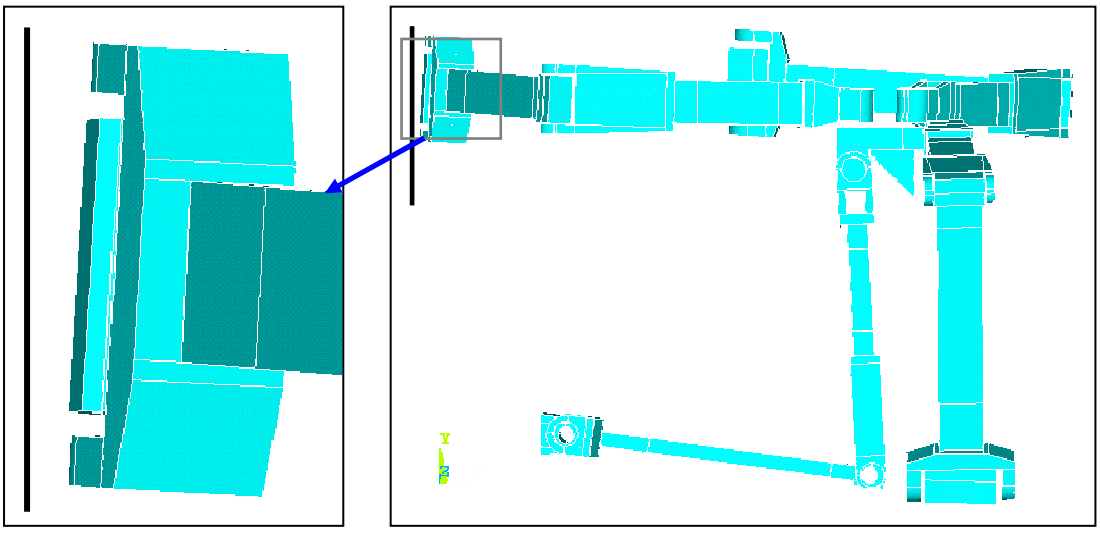


Figure 4-3 : Impossibilité de la fermeture de chaînes cinématiques.

$$[M]\left[\ddot{X}\right] + \left[K + K_g\right][X] = [F]. \tag{4.4}$$

Considérons que dans l'Isoglide4-T3R1 les axes des embases ne sont pas parallèles à ceux des moteurs à cause des défauts (l'axe du moteur est tracé en gras dans la Figure 4-3). Au montage les embases sont fixées aux chariots des moteurs, donc les axes des embases sont forcés à être parallèles à ceux des moteurs. D'autre part le robot est hyperstatique de degré 4 [Gog05-a], l'alignement des embases avec les axes des moteurs ne peut pas être complètement compensé par les liaisons passives du robot, donc une précontrainte est introduite dans la structure.

Finalement il est évident que pour préciser les effets des défauts géométriques sur la précision du robot, il est indispensable d'effectuer un calcul au second ordre.

4.2.2. Conditions aux limites

La simulation numérique de la déformation de l'Isoglide4-T3R1 consiste à résoudre numériquement l'équation (4.4). Les matrices [*M*] et [*K*] sont déterminées à partir du maillage et des paramètres physiques. La matrice [K_g] est appelée « matrice de rigidité géométrique ». Elle contient les influences des précontraintes sur la rigidité et elle est variable au cours de la déformation. Elle est déterminée à partir de la matrice [*K*] et des vecteurs [*X*] et [*F*] [Bat2]. Les vecteurs [*X*] et [*F*] contiennent *2n* termes et (4.4) donne *n* équations. Afin de pouvoir résoudre le problème il manque *n* équations qui sont fournies par les conditions aux limites. Les relations supplémentaires traduisent la compatibilité de la géométrie et la fermeture des chaînes cinématiques. La fermeture des chaînes doit être assurée par la force. Le problème revient, lors de la construction de la géométrie, à calculer les distances entre chaque nœud de l'embase et le nœud correspondant sur le chariot du moteur. Il faut alors annuler ces distances en appliquant des déplacements imposés judicieux sur chaque nœud de l'embase (Figure 4-4).

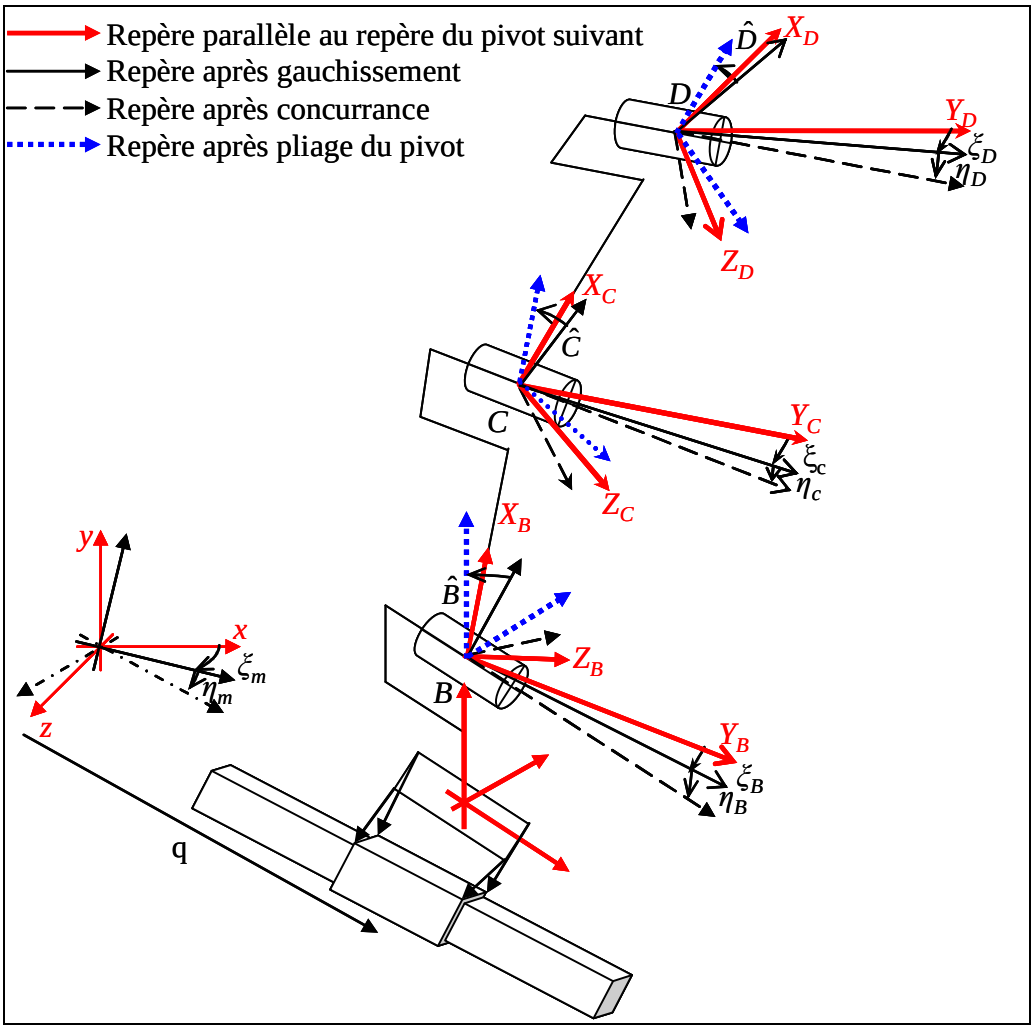


Figure 4-4: Fermetures des chaînes cinématiques par la force.

Un défaut d'usinage peut conduire à un gauchissement ou à une concourance entre l'axe de l'alésage d'une chape et l'axe de l'alésage de l'extrémité de l'élément cinématique correspondant (bras ou avant-bras). Pratiquement l'arbre de la liaison pivot force la coaxialité entre les alésages des deux pièces successives. Dans l'hypothèse où il n'y a pas de défauts dans la plate-forme, sa position et son orientation idéales sont calculées à partir du MGD du robot (Chap. 2). La plate-forme intermédiaire est montée sur la plate-forme mobile. Les défauts d'orientations des axes des alésages des extrémités des avant-bras peuvent être

mathématiquement traduites par des défauts d'orientation des axes des arbres sortant de la plate-forme intermédiaire, et de la pièce reliée à J_4. En considérant une jambe J quelconque, elle contient trois liaisons pivots, B, C, D et une embase fixée à la liaison glissière A du moteur. Nous associons à chaque pièce un repère local qui a l'axe y colinéaire à l'axe des liaisons pivots de la jambe à laquelle la pièce appartient. Le défaut d'orientation de l'axe du pivot D peut être considéré comme la combinaison d'une rotation ξ_D autour de l'axe Z_D et une rotation η_D autour de l'axe X'_D (représenté en noir continu sur la Figure 4-4). La rotation autour de l'axe du pivot est donnée par l'angle $\hat{D}$. La matrice de passage du repère dévié et tourné (axe y en pointillé long et axes x et z en pointillé court) au repère idéal (gras) est donnée par [GoC96] :

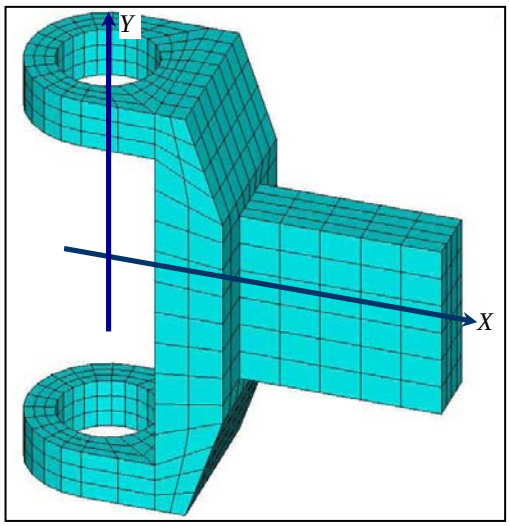


Figure 4-5 : Chape bras dans son repère local

$$\begin{bmatrix} C(\xi_D)C(\hat{D})-S(\xi_D)S(\eta_D)S(\hat{D}) & -S(\xi_D)C(\eta_D) & C(\xi_D)S(\hat{D})+S(\xi_D)S(\eta_D)C(\hat{D}) \\ S(\xi_D)C(\hat{D})+C(\xi_D)S(\eta_D)C(\hat{D}) & C(\xi_D)C(\eta_D) & S(\xi_D)S(\hat{D})-C(\xi_D)S(\eta_D)C(\hat{D}) \\ -C(\eta_D)S(\hat{D}) & S(\eta_D) & C(\eta_D)C(\hat{D}) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

.

Les cordonnées du centre du pivot B dans le repère du pivot D sont (-l,0,0) où l est la longueur de l'avant-bras. Avec ANSYS pour créer le repère final du pivot D il suffit d'activer le repère idéal et d'introduire la commande :

$$CLocal, n, 0, 0, 0, 0, \xi_D, \eta_D, \hat{D},$$

où n >10 est le numéro du repère. Cette procédure permet également de créer le repère gras continu en B afin de traduire le défaut ξ_B dans le plan médian du bras et le gauchissement η_B entre les axes de l'alésage de l'extrémité et celui de la chape de l'avant-bras ainsi que pour le bras. Finalement on peut fournir les coordonnées de tous les nœuds et les points clés des quatre embases et notamment ceux qui appartiennent aux surfaces qui doivent être fixées aux chariots des moteurs. Les coordonnées des points I_1, I_2, I_3 sont connues. Le point O est le milieu du segment I_2I_3.

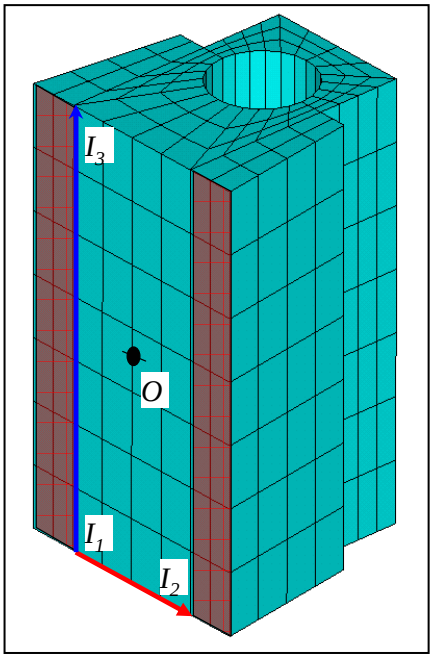


Figure 4-6 : Surfaces utilisées pour fixer l'embase

Le moteur à son tour a un défaut d'orientation qui peut être considéré comme la composition de deux rotations consécutives. Si ξ_m et η_m sont les rotations de l'axe du moteur autour de y et z, la relation qui relie les coordonnées du nœuds dans le repère local du chariot à ses coordonnées dans le repère global est :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\xi_m \cos\eta_m & -\cos\xi_m \sin\eta_m & \sin\xi_m \\ \sin\eta_m & \cos\eta_m & 0 \\ -\sin\xi_m \cos\eta_m & \sin\xi_m \sin\eta_m & \cos\xi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.6}$$

La surface de l'embase qui doit être collée sur le chariot du moteur a des dimensions connues (Figure 4-6), notamment les longueurs des segments I_1I_2 et I_1I_3 ainsi que la largeur de la surface. Les deux portions de surfaces à l'extérieur du segment I_1I_2 ont une largeur l_a**.** Chacune des surfaces est maillée en *k* lignes et *m* colonnes. Le nœud *n* appartient à la colonne *i* et la ligne *j***.** Une interpolation linéaire très simple (Figure 4-7) donne pour la partition à droite du point I_1:

$$Z_m(n) = -\frac{|I_1I_2|}{2} - \frac{i}{m} l_a$$

et pour la partition à gauche du point I_2 :

$$Z_m(n) = \frac{|I_1I_2|}{2} + \frac{i}{m} l,$$

pour les deux partitions :

$$X_m(n) = 0$$
$$Y_m(n) = \frac{j}{2k} |I_1I_3|.$$

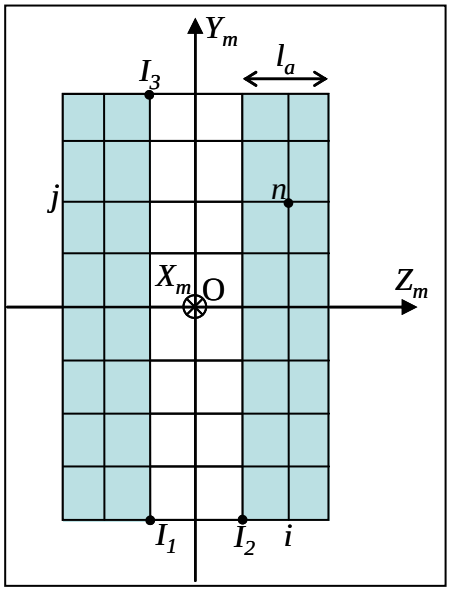


Figure 4-7 : Coordonnées du noeud n dans le repère local

Finalement les coordonnées (*x*, *y*, *z*) des nœuds des chariots des moteurs sont connues. Les nœuds des embases existent dans le modèle éléments finis, leur coordonnées sont obtenues à partir des commandes (*Nx*(*n*),*Ny*(*n*),*Nz*(*n*)) de ANSYS, donc il suffit de calculer pour chaque nœud *n* le vecteur $\vec{V}(n)$ donné par :

$$\begin{aligned} V_x(n) &= x(n) - Nx(n) \\ V_y(n) &= y(n) - Ny(n) \\ V_z(n) &= z(n) - Nz(n) \end{aligned} \tag{4.7}$$

Mais, le calcul des angles articulaires est basé sur le cas idéal, en ignorant les défauts. Une partie des efforts imposés par les déplacements calculés est compensée par les liaisons passives du robot, ce qui induit un déplacement de la plate-forme mobile. Afin de tenir compte de ce déplacement – qui n'est pas du tout négligeable- le calcul doit être lancé une première fois sans charge et une deuxième avec charge. La déformation est la différence entre les deux résultats.

4.3. Analyse des résultats

Afin de pouvoir analyser les influences de différents facteurs et de leurs interactions, nous proposons d'appliquer la méthodologie suivie dans le chapitre précédent pour le cas parfait. Cette fois il faut intégrer les défauts dans les matrices de rigidité des sous-structures. Puis calculer les effets sur le comportement global du robot. D'autre part, vu que nous voulons accéder aux non-linéarités, nous ne pouvons plus parler de la matrice de rigidité globale du robot. En fait, les angles de pliages des jambes varient avec la charges et la précontrainte due aux défauts. La matrice de rigidité de chaque jambe est devenue variable même si les matrices de rigidité du bras et de l'avant-bras sont considérées constantes.

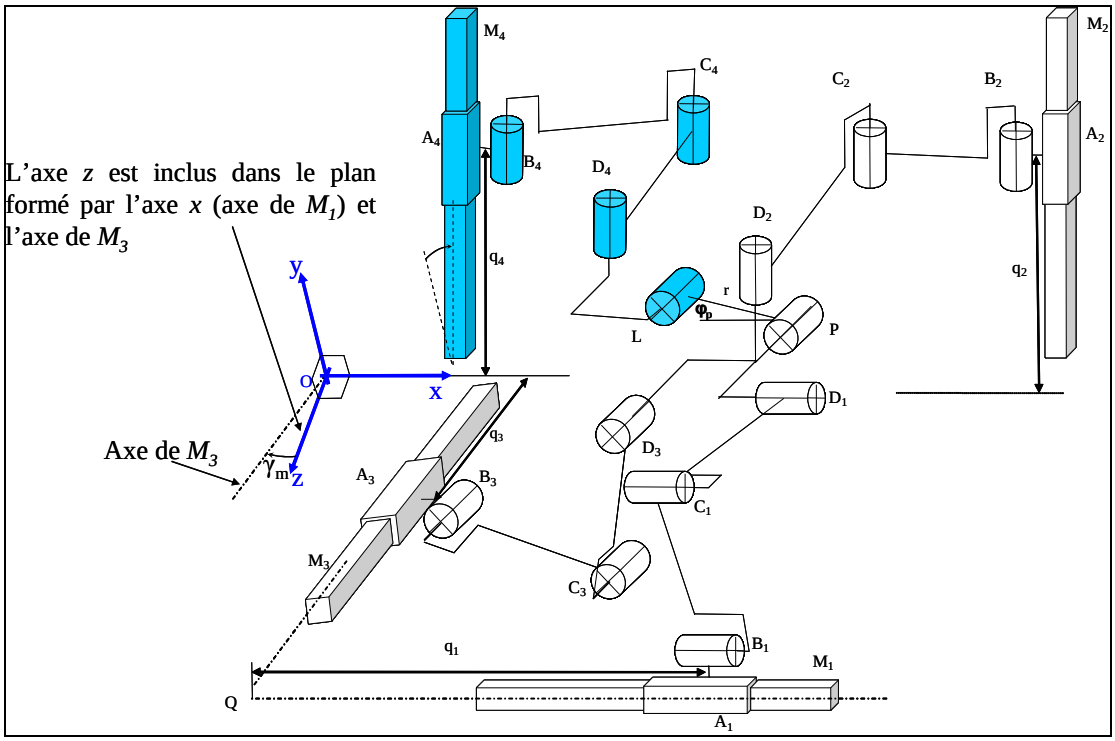


Figure 4-8: Isoglide4-T3R1 V2

Pour simplifier le raisonnement, nous considérons, le robot dans le repère de référence défini comme ayant l'axe *x* suivant l'axe du moteur M_1, l'axe *z* perpendiculaire à l'axe *x* tel que le plan (*xz*) soit parallèle au plan défini par les axes des moteurs M_1 et M_3, l'axe *y* tel que le repère (*xyz*) soit orthonormal direct (Figure 4-8). D'autre part, puisque les défauts sont minimes, nous adoptons deux hypothèses simplificatrices :

- la liaison pivot qui joint un élément à sont antécédent est parfaite par rapport à l'élément
- les défauts seront représentés avec les angles de Bryant ce qui permet de construire les matrice de rotations associées.

4.3.1. Matrice de rigidité d'une jambe isolée

Les trois pivots de la même jambe ne sont pas parallèles (Figure 4-9). Tout effort appliqué au centre du pivot *D* a au moins une composante qui plie la jambe. Pour calculer la matrice de rigidité de la jambe, nous sommes obligés d'imposer un torseur de déplacement au centre du pivot *D* et de calculer les efforts y générés.

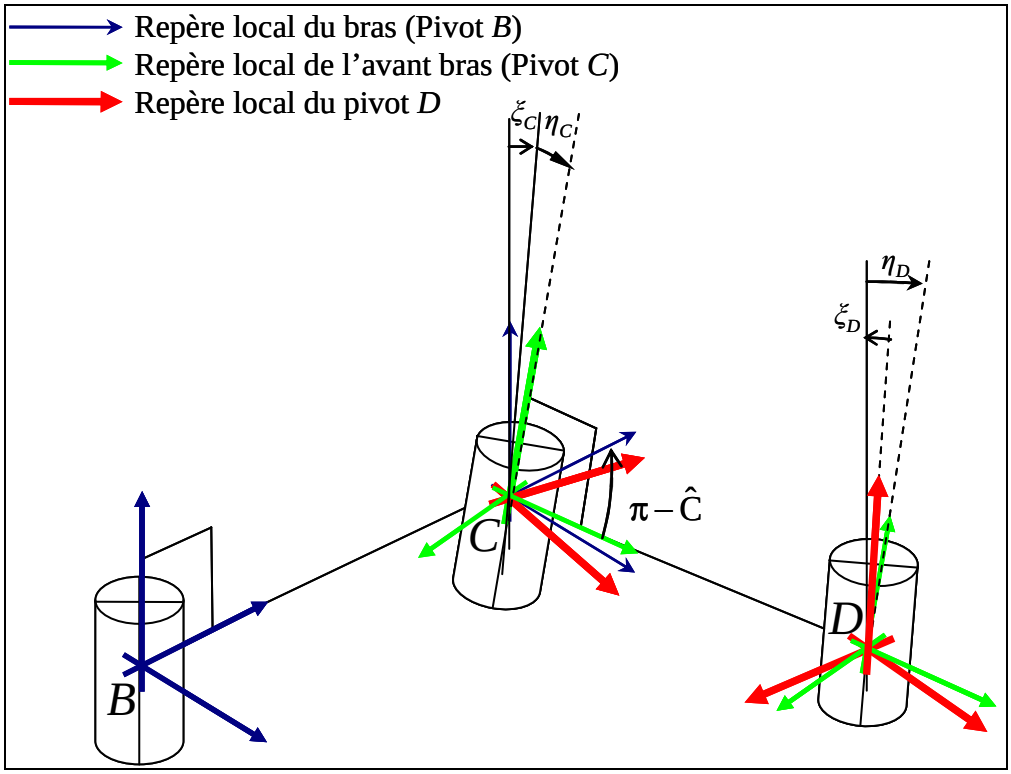


Figure 4-9 : Schéma d'une jambe isolée avec défauts de fabrications

Un torseur de déplacements élémentaires ε_D appliqué en *D* dans le repère local du pivot *D* (le repère de la jambe) doit être projeté sur un repère centré en *D* parallèle au repère local de l'avant-bras. La matrice de passage pour cette opération est donnée par:

$$[r_D]=\begin{bmatrix} Cos\xi_D & -Sin\xi_D Cos\eta_D & Sin\xi_D Sin\eta_D \\ Sin\xi_D + Cos\xi_D Sin\eta_D & Cos\xi_D Cos\eta_D & -Cos\xi_D Sin\eta_D \\ 0 & Sin\eta_D & Cos\eta_D \end{bmatrix}. \tag{4.8}$$

La matrice de projection du torseur est de dimension six :

$$[R_D]=\begin{bmatrix} [r_D] & [0_3] \\ [0_3] & [r_D] \end{bmatrix}, \tag{4.9}$$

où :

$$[0_3]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.10}$$

Le déplacement de *D* est égal à la somme de la déformation $\left[{}^{ab}U_{CD}\right]$ de l'avant-bras et du mouvement de corps rigide de l'avant-bras dû à la déformation du bras.

$$\left[{}^{ab}U_D\right]=\left[{}^{ab}U_{CD}\right]+[B_{ab}]\left[{}^{ab}U_C\right], \tag{4.11}$$

avec $\left[{}^{ab}U_D \right]$ le déplacement du point *D* dans le repère de l'avant bras, $\left[{}^{ab}U_C \right]$ le déplacement de *C* (déformation du bras) dans le repère du bras.

L'effort généré en *D* dans le repère de l'avant-bras est :

$$\begin{aligned}\left[{}^{ab}F_D \right] &= \left[{}^{ab}K \right]\left[{}^{ab}U_{CD} \right] \\ &= \left[{}^{ab}K \right]\left[{}^{ab}U_D - B_{ab}\,{}^{ab}U_C \right] \\ &= \left[{}^{ab}K \right]\left[{}^{ab}U_D \right] - \left[{}^{ab}K \right][B_{ab}][R_C]\left[{}^{b}U_C \right]\end{aligned} \quad . \tag{4.12}$$

Le pivot *B* est supposé idéal par rapport au corps du bras, la déformation du bras dans son repère local est égal à ${}^{b}U_C$ qui est donné par :

$$\left[{}^{b}U_C \right] = [S_b]\left[{}^{b}F_C \right]. \tag{4.13}$$

${}^{b}F_C$ est relié à ${}^{ab}F_D$ par :

$${}^{b}F_C = [R_C]^T [B_{ab}]^T \left[{}^{ab}F_D \right] \tag{4.14}$$

avec :

$$[B_{ab}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & l \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

$$[R_C] = \begin{bmatrix} [r_C] & [0_3] \\ [0_3] & [r_C] \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

$$[r_C] = \begin{bmatrix} C(\xi_C)C(\hat{C}) - S(\xi_C)S(\eta_C)S(\hat{C}) & -S(\xi_C)C(\eta_C) & C(\xi_C)S(\hat{C}) + S(\xi_C)S(\eta_C)C(\hat{C}) \\ S(\xi_C)C(\hat{C}) + C(\xi_C)S(\eta_C)C(\hat{C}) & C(\xi_C)C(\eta_C) & S(\xi_C)S(\hat{C}) - C(\xi_C)S(\eta_C)C(\hat{C}) \\ -C(\eta_C)S(\hat{C}) & S\eta_C & C(\eta_C)C(\hat{C}) \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Par suite :

$$\begin{aligned}&\left[{}^{ab}F_D \right] = \left[{}^{ab}K \right]\left[{}^{ab}U_D \right] - \left[{}^{ab}K \right][B_{ab}][R_C][S_b][R_C]^T [B_{ab}]^T \left[{}^{ab}F_D \right] \\ &\Rightarrow \left[{}^{ab}F_D \right] = \left(I_6 + \left[{}^{ab}K \right][B_{ab}][R_C][S_b][R_C]^T [B_{ab}]^T \right)^{-1} \left[{}^{ab}K \right]\left[{}^{ab}U_D \right]\end{aligned} \tag{4.18}$$

La matrice de rigidité de la jambe est :

$$[K]=[R_D]^T\left(I_6+\left[{}^{ab}K\right][B_{ab}][R_C][S_b][R_C]^T[B_{ab}]^T\right)^{-1}\left[{}^{ab}K\right][R_D] \tag{4.19}$$

La rigidité de l'avant-bras et sa longueur interviennent dans (4.19) cependant seule la souplesse du bras intervient. Un défaut d'orientation de *D* par rapport à *C* modifie la rigidité de la jambe puisqu'il change l'orientation de la charge et du déplacement par rapport à l'orientation idéale. Forcer le pivot *D* à l'orientation idéale revient à imposer deux angles et aucun déplacement à *D*. Les efforts générés en *D* se transmettent à *C* selon la longueur de l'avant-bras. *C* se déplace selon la rigidité de l'avant-bras et la souplesse du bras.

Un défaut d'orientation de *C* par rapport à *B* déplace l'avant bras en corps rigide. Si les axes des pivots *C* et *D* sont parfaitement parallèles, l'axe de *D* n'est pas parallèle à l'axe de *B*. Par suite, pour forcer *D* à la position et l'orientation idéale, il faut lui imposer une translation et une orientation. Le déplacement imposé à *D* dépend de la longueur de l'avant-bras et de l'angle de pliage de la jambe. Les efforts générés en *D* dépendent de la rigidité de l'avant-bras et des déformations de *C*. Les déformations de *C* dépendent des efforts transmis à *C* et de la souplesse du bras. Les efforts se transmettent de *D* à *C* selon la longueur de l'avant-bras et de l'angle de pliage de la jambe.

De ce qui précède nous pouvons constater que les défaut au coude sont plus influents que les défauts au poignet. Nous pouvons constater aussi que l'interaction entre l'angle de pliage et les défauts au coude est plus grande que celle entre l'angle de pliage et les défauts au poignet.

4.3.2. Fermeture précontrainte du robot

En présence des défauts, la fermeture des boucles cinématique devient impossible pour les version hyperstatiques (cf chapitre 2). En corps déformables, le montage devient précontraint (Figure 4-10).

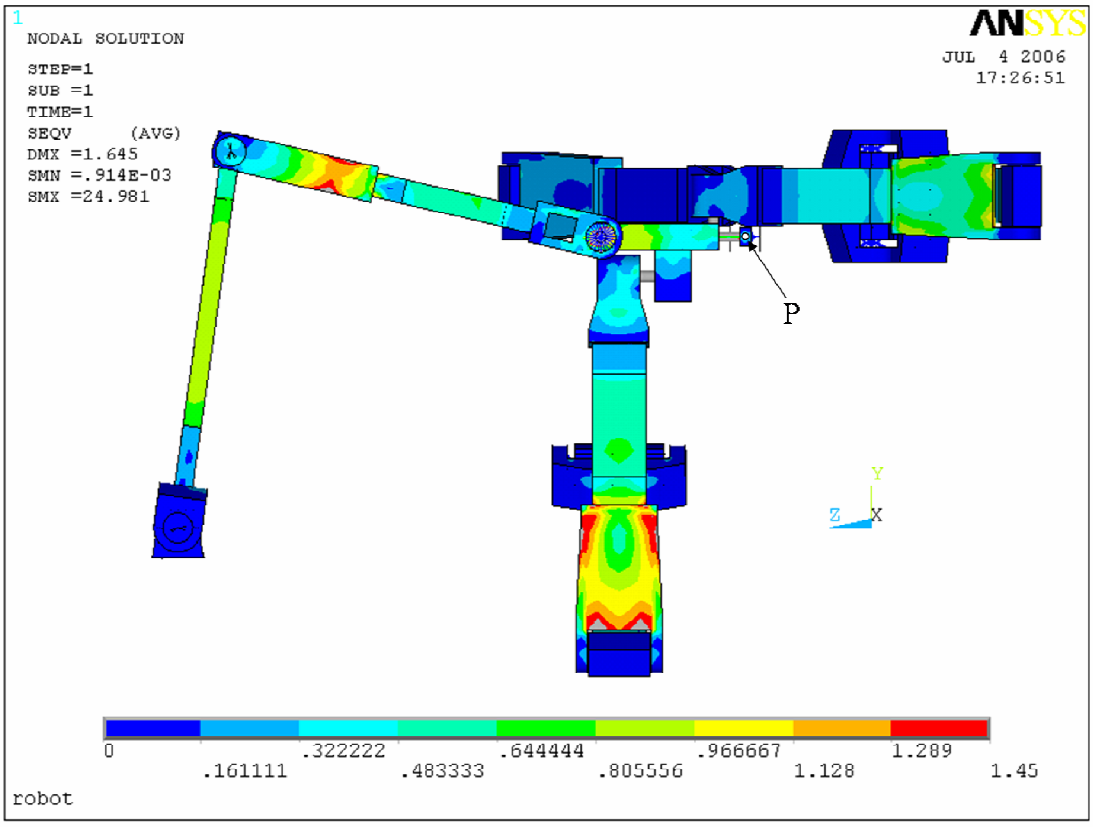


Figure 4-10 : Contraintes de Von-Mises dans l'Isoglide4-T3R1 lors de la fermeture précontrainte

Dans le calcul numérique, nous avons suivi la stratégie décrite ci-dessus, c'est-à-dire nous avons forcé les embases à se coller sur les moteurs puis les déplacements du point *P* ont été enregistrés. Dans la formalisation, nous avons calculé dans le § 4.1 la matrice de rigidité de la jambe condensée en *D* en considérant l'embase encastrée.

D'autre part, lors de la fermeture précontrainte, la plate-forme n'est connectée à aucun élément fixe. En conséquence lors de la déformation des composants la plate-forme mobile se déplace à la position d'équilibre, elle ne peut pas être utilisée comme référence pour un calcul analytique. Nous avons considéré alors que les jambes sont montées sur les moteurs et la fermeture se fait en forçant les extrémités à se rejoindre sur la plate-forme. Une fois que les jambes sont connectées à la plate-forme, cette dernière se déplace pour sa pose d'équilibre qui correspond à l'énergie potentielle de déformation minimale du robot. Les inconnues indépendantes du problème sont la position du point caractéristique *P* et l'orientation de la plate-forme mobile (après déformation), l'orientation de la plate-forme intermédiaire autour de l'axe *z* et les rotations du joint cardan formé par les pivots D_4 et *L* (Figure 4-8). Nous associons dans la suite à la plate-forme mobile un repère centré en *P*. Ce repère donne l'orientation de la plate-forme que nous désignons par l'orientation en *P*. En total il y a 9 inconnues indépendantes donc il nous faut 9 équations indépendantes. L'équilibre statique doit être respecté en tout point du robot, notamment au point *P* ce qui fournit 6 équations. La liaison pivot ne peut transmettre aucun moment autour de son axe donc la somme des moments développés par les jambes J_1, J_2, et J_3 au point *P* doit avoir une composante nulle suivant *z*. Le joint cardan également ne peut transmettre aucun moment autour des axes *y* et *z* au point L.

L'effort généré par une jambe J_i dans son repère local est :

$$F_i = [K_i] X_i \tag{4.20}$$

Dans notre raisonnement, nous avons considéré que le robot Isoglide4-T3R1 est obtenu par l'assemblage de deux jambes : une jambe complexe formée de J_1, J_2 et J_3 avec la plate-forme intermédiaire et une jambe supplémentaire J_4. Notons que la jambe complexe est elle-même identique à la chaîne cinématique du robot parallèle Isoglide3-T3. Pour cette raison, nous la noterons par la suite *T3*. Dans notre formalisation ci-dessous, nous commencerons par traiter la fermeture de la jambe complexe *T3*, puis nous connecterons la jambe J_4.

4.3.2.1. Fermeture de la jambe complexe T3

L'effort généré par une jambe J_i dans le repère de la plate-forme en fonction des déplacements de D_i dans le repère global est :

$$\Gamma_i = [P_i]^T [K_i][P_i] U_i \tag{4.21}$$

Les matrices $[P_i]$ sont définies dans le chapitre 3 par les équations (3.41, 3.42, 3.43 et 3.69).

Les efforts générés par J_1, J_2 et J_3 seront transmis à P_{T3} puis à travers la liaison pivot à *P* (Figure 4-10). Dans un calcul linéaire, l'axe de la liaison pivot entre les deux jambes pourrait être considéré confondu avec l'axe *z* du repère globale. Dans un calcul à l'ordre 2 l'inclinaison de la liaison est prise en compte. La matrice $[P_i]$ n'est pas donc la matrice de changement de base du repère local de la jambe J_i au repère global mais au repère local de plate-forme intermédiaire. La réduction de Γ_i (i=1,2,3) à P_{T3} donne :

$${}^{T3}\Gamma_i = [B_i]^T [P_i]^T [K_i][P_i]\left([B_i]\left[P_{P_{T3}}\right]^f P_{T3} - \left[P_{P_{T3}}\right]^i D_i\right). \tag{4.22}$$

Les matrices $[B_i]$ sont définies dans le chapitre 3 par l'équation (3.47), ${}^{i}D_i$ est la pose initiale de D_i avant fermeture des boucles, ${}^{f}D_i$ est la pose d'équilibre de D_i après fermeture des boucles. ${}^{f}P_{T3}$ est la pose d'équilibre de P_{T3} après fermeture des boucles. Toutes ces poses sont dans le repère global. $\left[P_{P_{T3}}\right]$ est la matrice de projection en six dimensions (par analogie aux autres matrices $[P_i]$ du repère de la plate-forme intermédiaire au repère global.

L'effort total généré par les trois jambes en P_{T3} dans le repère local de la plate-forme après déformations est :

$$\begin{aligned}\Gamma_{T3} &= \sum_{i=1}^{3}[B_i]^T[P_i]^T[K_i][P_i]\left([B_i]\left[P_{P_{T3}}\right]{}^{f}P_{T3} - \left[P_{P_{T3}}\right]{}^{i}D_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^{3}[B_i]^T[P_i]^T[K_i][P_i][B_i]\left[P_{P_{T3}}\right]{}^{f}P_{T3} - \sum_{i=1}^{3}[B_i]^T[P_i]^T[K_i][P_i]\left[P_{P_{T3}}\right]{}^{i}D_i\end{aligned}. \tag{4.23}$$

Avec les notations :

$${}^{T3}K = \left(\sum_{i=1}^{3}[B_i]^T[P_i]^T[K_i][P_i][B_i]\right)\left[P_{P_{T3}}\right] \tag{4.24}$$

et :

$${}^{i}\Gamma_{T3} = \sum_{i=1}^{3}[B_i]^T[P_i]^T[K_i][P_i]\left[P_{P_{T3}}\right]{}^{i}D_i\,, \tag{4.25}$$

l'équation (4.23) peut s'écrire sous la forme :

$$\Gamma_{T3} = \left[{}^{T3}K\right]{}^{f}P_{T3} - {}^{i}\Gamma_{T3}\,. \tag{4.26}$$

A noter que l'équation (4.25) n'est pas une application linéaire entre le déplacements de P_{T3} et la résultante des forces y développées. La matrice $\left[{}^{T3}K\right]$ n'est pas constante une fois les moteurs sont bloqués, $\left[{}^{T3}K\right]$ dépend des poses initiale des D_i et elle évolue durant le régime transitoire de la fermeture précontrainte du robot.

4.3.2.2. Connexion de la jambe *J4*

P_{T3} est connecté à P par une liaison pivot, donc aucun moment ne peut se développer autour de l'axe de cette liaison pivot. En conséquence :

$$\begin{aligned}&{}^{T3}K_{61}\delta x_{T3} + {}^{T3}K_{62}\delta y_{T3} + {}^{T3}K_{63}\delta z_{T3} + {}^{T3}K_{64}\delta\theta_{T3_x} + {}^{T3}K_{65}\delta\theta_{T3_y} + {}^{T3}K_{66}\delta\theta_{T3_z} = {}^{i}\Gamma_{T3_6} \\ &\Rightarrow \delta\theta_{T3_z} = \frac{{}^{i}\Gamma_{T3_6}}{{}^{T3}K_{66}} - \frac{1}{{}^{T3}K_{66}}\left({}^{T3}K_{61}\delta x_{T3} + {}^{T3}K_{62}\delta y_{T3} + {}^{T3}K_{63}\delta z_{T3} + {}^{T3}K_{64}\delta\theta_{T3_x} + {}^{T3}K_{65}\delta\theta_{T3_y}\right)\end{aligned}. \tag{4.27}$$

Et les équations (4.26) et (4.27) donnent :

$$\begin{bmatrix} F_{T3_x} \\ F_{T3_y} \\ F_{T3_z} \\ M_{T3_x} \\ M_{T3_y} \\ 0 \end{bmatrix} = \left[{}^{T3}K\right] \begin{bmatrix} x_{T3} \\ y_{T3} \\ z_{T3} \\ \theta_{T3_x} \\ \theta_{T3_y} \\ \theta_{T3_z} \end{bmatrix} - {}^{i}\Gamma_{T3} = \left[{}^{T3}K\right] \left(\begin{bmatrix} x_{T3} \\ y_{T3} \\ \delta z_{T3} \\ \theta_{T3_x} \\ \theta_{T3_y} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta_{T3_z} \right) - {}^{i}\Gamma_{T3}$$

$$= \left[{}^{T3}K\right] \left(I_6 - \frac{1}{{}^{T3}K_{66}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{T3}K_{61} \\ {}^{T3}K_{62} \\ {}^{T3}K_{63} \\ {}^{T3}K_{64} \\ {}^{T3}K_{65} \\ {}^{T3}K_{66} \end{bmatrix}^T \right) \begin{bmatrix} x_{T3} \\ y_{T3} \\ z_{T3} \\ \theta_{T3_x} \\ \theta_{T3_y} \\ \dots \end{bmatrix} + \frac{{}^{i}\Gamma_{T3_6}}{{}^{T3}K_{66}} \left[{}^{T3}K\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - {}^{i}\Gamma_{T3} \tag{4.28}$$

La pose de la liaison pivot entre la plate-forme et la plate-forme intermédiaire reliée à la plate-forme est donnée en fonction de la pose de *P* par :

$$\left[{}^{f}P_{T3}\right] = \left[B_{T3}\right] \left[{}^{f}P\right]. \tag{4.29}$$

Soit $\left[K_{T3}\right]$ et $\left[{}_{T3}{}^{i}F\right]$ définies par :

$$\left[K_{T3}\right] = \left[{}^{T3}K\right] \left(I_6 - \frac{1}{{}^{T3}K_{66}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{T3}K_{61} \\ {}^{T3}K_{62} \\ {}^{T3}K_{63} \\ {}^{T3}K_{64} \\ {}^{T3}K_{65} \\ {}^{T3}K_{66} \end{bmatrix}^T \right); \quad \left[{}_{T3}{}^{i}F\right] = \frac{{}^{i}\Gamma_{T3_6}}{{}^{T3}K_{66}} \left[{}^{T3}K\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \left[{}^{i}\Gamma_{T3}\right] \tag{4.30}$$

$\left[K_{T3}\right]$ donne les efforts générés par les trois premières jambes à la plate-forme au point P_{T3}. $\left[K_{T3}\right]$ est singulière, sa dernière colonne est nulle. La sixième colonne donne les efforts générés par les trois jambes J_1, J_2 et J_3 quand la liaison pivot est soumise à une rotation autour de son axe. Cette rotation ne génère aucune déformation par suite aucun effort, donc elle est nulle. L'effort généré au point *P* par les trois jambes est :

$$\left[{}^{T3}F\right] = \left[B_{T3}\right]^T \left(\left[K_{T3}\right] \left[B_{T3}\right] \left[{}^{f}P\right] + \left[{}_{T3}{}^{i}F\right] \right). \tag{4.31}$$

Il nous reste à calculer l'effort développé par la quatrième jambe. Il s'agit de calculer U_4 afin de pouvoir appliquer (4.21) à J_4. La pose initiale ${}^{i}D_4$ et la pose idéale ${}^{0}D_4$ sont connues. Par contre, étant donné que D_4 est connecté à la plate-forme par un joint cardan, nous sommes obligés de passer par les déplacements du point *L*. En fait, la pose finale du point *L* est donnée en fonction de la pose finale de *P* par :

$$\left[{}^{f}L\right] = \left[B_{PL}\right] \left[{}^{f}P\right]. \tag{4.32}$$

$[B_{PL}]$ est définit dans le chapitre 3, équation (3.58).
La position finale de D_4 est reliée à celle de L par :

$$\begin{bmatrix} {}^{f}D_{4_x} \\ {}^{f}D_{4_y} \\ {}^{f}D_{4_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{f}L_x \\ {}^{f}L_y \\ {}^{f}L_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{f}LD_{4_x} \\ {}^{f}LD_{4_y} \\ {}^{f}LD_{4_z} \end{bmatrix} \mathrm{x} \begin{bmatrix} {}^{f}D_{4_{\theta x}} \\ {}^{f}D_{4_{\theta y}} \\ {}^{f}D_{4_{\theta z}} \end{bmatrix}. \tag{4.33}$$

Le joint cardan autorise la rotation autour de deux axes mais la rotation de D_4 autour de l'axe x du repère de la plate-forme après déformations est égale à ${}^{f}L_{\theta_x}$. Les deux moments autour des axes du cardan sont nuls. L'équation (4.21) appliquée à J_4 donne :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = [P_4]^T \begin{bmatrix} {}^{4}k_{11} & \cdots & {}^{4}k_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^{4}k_{61} & \cdots & {}^{4}k_{66} \end{bmatrix} [P_4] \left(\begin{Bmatrix} {}^{f}D_{4x} \\ {}^{f}D_{4y} \\ {}^{f}D_{4z} \\ {}^{f}D_{4\theta_x} \\ {}^{f}D_{4\theta_y} \\ {}^{f}D_{4\theta_z} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} {}^{i}D_{4x} \\ {}^{i}D_{4y} \\ {}^{i}D_{4z} \\ {}^{i}D_{4\theta_x} \\ {}^{i}D_{4\theta_y} \\ {}^{i}D_{4\theta_z} \end{Bmatrix} \right). \tag{4.34}$$

Posons :

$$\left[{}^{4r}K \right] = [P_4]^T \left[{}^{4}K \right] [P_4] \tag{4.35}$$

et :

$${}^{i}\Gamma_4 = [P_4]^T \left[{}^{4}K \right] [P_4] \left[{}^{i}D_4 \right]. \tag{4.36}$$

Les équations (4.33) et (4.34) contiennent 9 équations. En éliminant la pose de ${}^{f}L$ qui est reliée à la pose d'équilibre ${}^{f}P$ de P il reste 8 inconnues $\left({}^{f}D_{4_x}, {}^{f}D_{4_y}, {}^{f}D_{4_z}, {}^{f}D_{4_{\theta_z}}, {}^{4}F_x, {}^{4}F_y, {}^{4}F_z, {}^{4}M_x \right)$. ${}^{f}D_{4_{\theta_y}}$ est calculée à partir de ${}^{i}D_{4_{\theta_y}}$ qui est donnée par $[P_4]$, puis par des itérations jusqu'à la convergence comme tous les autres paramètres géométriques. Il est possible donc d'exprimer les efforts développés en D_4 en fonction des déplacements de la pose d'équilibre de L et de la position avant fermeture de D_4. Les équations (4.33) et (4.34) peuvent être écrites sous la forme:

$$\begin{Bmatrix} {}^{f}D_{4_x} \\ {}^{f}D_{4_y} \\ {}^{f}D_{4_z} \\ {}^{f}D_{4_{\theta_z}} \\ {}^{4}F_x \\ {}^{4}F_y \\ {}^{4}F_z \\ {}^{4}M_x \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & \cdots & m_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{81} & \cdots & m_{86} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{f}L_x \\ {}^{f}L_y \\ {}^{f}L_z \\ {}^{f}L_{\theta_x} \\ {}^{f}L_{\theta_y} \\ {}^{f}L_{\theta_z} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} n_{11} & \cdots & n_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{81} & \cdots & n_{86} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{i}\Gamma_{4_1} \\ {}^{i}\Gamma_{4_2} \\ {}^{i}\Gamma_{4_3} \\ {}^{i}\Gamma_{4_4} \\ {}^{i}\Gamma_{4_5} \\ {}^{i}\Gamma_{4_6} \end{Bmatrix}. \tag{4.37}$$

Les matrices [M_{8x6}] et [N_{8x6}] n'ont aucun sens physique, elles servent juste à la recherche des inconnues du problème. En coupant les quatre dernières lignes de la matrice [M_{8x6}] et de la matrice [N_{8x6}] nous pouvons déduire les efforts en D_4 en fonction de la pose d'équilibre de L :

$$\begin{Bmatrix} {}^{L}F_x \\ {}^{L}F_y \\ {}^{L}F_z \\ {}^{L}M_x \\ {}^{L}M_y \\ {}^{L}M_z \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} m_{41} & \cdots & m_{46} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{81} & \cdots & m_{86} \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{f}L_x \\ {}^{f}L_y \\ {}^{f}L_z \\ {}^{f}L_{\theta_x} \\ {}^{f}L_{\theta_y} \\ {}^{f}L_{\theta_z} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} n_{41} & \cdots & n_{46} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{81} & \cdots & n_{86} \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{i}\Gamma_{4_1} \\ {}^{i}\Gamma_{4_2} \\ {}^{i}\Gamma_{4_3} \\ {}^{i}\Gamma_{4_4} \\ {}^{i}\Gamma_{4_5} \\ {}^{i}\Gamma_{4_6} \end{Bmatrix}. \tag{4.38}$$

L'équation (4.38) peut être écrite :

$$\left[\Gamma_L\right] = \left[{}^{L}K\right]\left[{}^{f}L\right] + \left[{}^{i}\Gamma_L\right]. \tag{4.37}$$

Enfin l'effort développé en L est réduit en P par :

$$\left[{}^{4}F\right] = \left[B_{PL}\right]^T \left[\Gamma_L\right]. \tag{4.40}$$

La condition à l'équilibre est que la somme des forces développées en P soit nulle :

$$\left[{}^{T3}F\right] + \left[{}^{4}F\right] = \left[0\right]. \tag{4.41}$$

En injectant les équations (4.31), (4.32), (4.37) et (4.40) dans (4.41) et tout calcul fait, nous aurons :

$$\left[{}^{f}P\right] = -\left(\left[B_{PL}\right]^T \left[{}^{L}K\right]\left[B_{PL}\right] + \left[B_{T3}\right]^T \left[K_{T3}\right]\left[B_{T3}\right]\right)^{-1} \left(\left[B_{PL}\right]^T \left\{{}^{i}\Gamma_L\right\} + \left[B_{T3}\right]^T \left[{}^{i}_{T3}F\right]\right) \tag{4.42}$$

La résolution de (4.42) nécessite des itérations. Plusieurs méthodes pour les itérations sont possibles. La méthode la plus simple consiste à faire une mise à jour pour la matrice de rigidité par analogie avec la méthode de mise à jour du maillage Eulerien [Ls-D]. L'idée consiste à démarrer de la valeur de ${}^{f}P$ donnée par (4.42) avec les valeurs d'angles de pliage des jambes avant la fermeture, puis à recalculer les valeurs de ces angles pour la valeur de ${}^{f}P$, nous mettons à jour les matrices de rigidité et nous recalculons avec (4.42) un point d'équilibre calculé ${}^{f}P_{cal}$. A la convergence il faut que ${}^{f}P_{cal} = {}^{f}P$, si cette condition est satisfaite le processus est terminé. Sinon nous affectons à ${}^{f}P$ la valeur de ${}^{f}P_{cal}$ et nous réitérons ainsi jusqu'à la convergence (Figure 4-11).

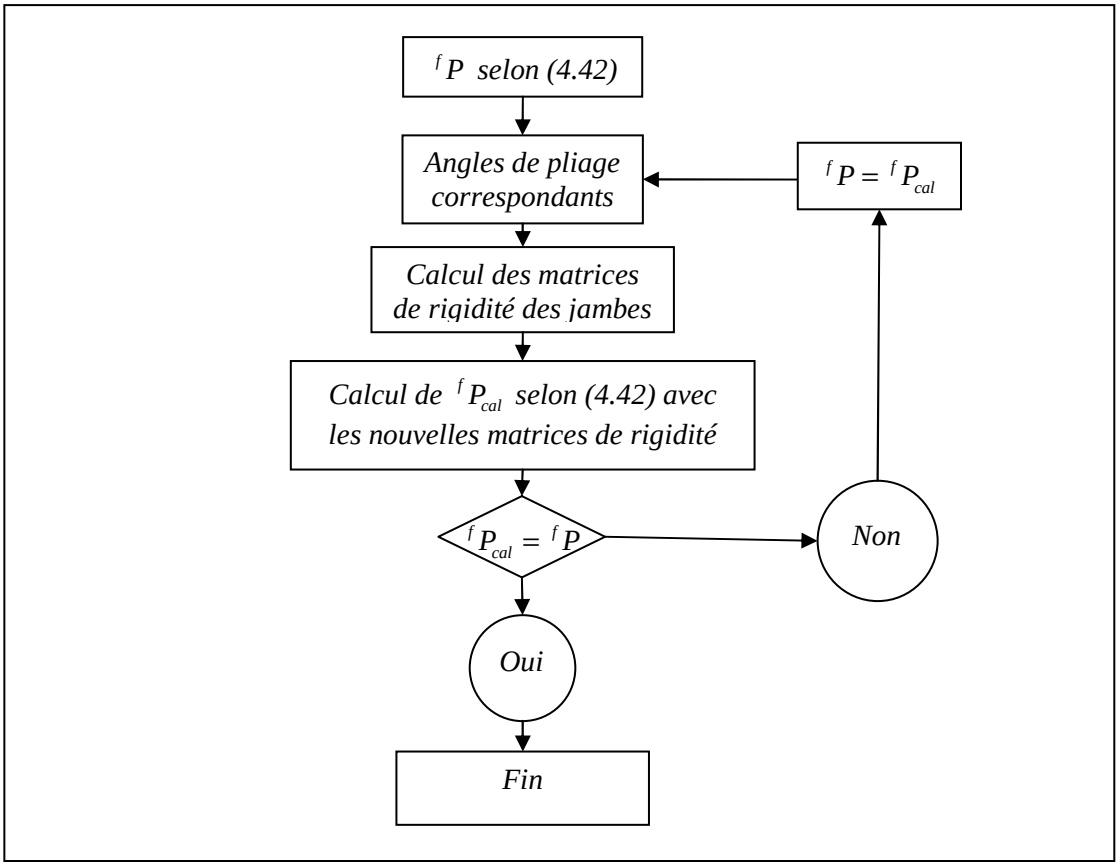


Figure 4-11: Organigramme de calcul de la pose d'équilibre de P

L'équation (4.42) a la forme d'une matrice de souplesse multipliée par une charge initiale. Physiquement, la déformée du robot correspond à la situation où l'énergie potentielle de déformation du robot est minimale. Ceci signifie que les efforts internes développés par la déformation des jambes sont égaux et opposés aux efforts externes appliqués au robot. Les efforts externes sont les réactions d'appui aux embases. Ces efforts sont des efforts dus à des déformations imposées, ce sont donc des pré-charges imposées dans le robot.

D'autre part, le robot est en équilibre si chacune de ses parties en équilibre. Cette condition traduite par l'équation (4.41) signifie que lors de la fermeture, la somme des forces internes développés par les jambes est nulle. L'effort généré par chaque jambe est dû à la différence entre la pose initiale et la pose d'équilibre. Dans le cas idéal la position d'équilibre correspond à la pose donnée par le MGD.

Considérons le cas où les bras sont parfaits et il y a un moteur M_i monté avec un défaut d'orientation. La jambe est parfaite, ses trois pivots B_i, C_i et D_i ont, avant fermeture, les axes parallèles entres eux et parallèles à l'axe de la glissière A_i. La rotation qu'il faut imposer à D_i pour pouvoir fermer la boucle est égale au défaut d'orientation de l'axe de A_i. D'autre part la translation à imposer à D_i dépend du défaut d'orientation de l'axe de A_i et de la distance entre A_i et D_i. Cette distance dépend de l'angle de pliage de C_i. Après avoir connecté J_i sur la plate-forme intermédiaire (ou sur le joint cardan pour J_4), la déformation se propage dans tout le robot afin que l'énergie potentielle totale de déformation du robot soit minimale. Si la jambe J_i est infiniment rigide par rapport aux trois autres jambes, à l'équilibre ${}^{f}D_i$ se confond avec ${}^{i}D_i$. Si les trois autres jambes sont infiniment rigides par rapport à J_i (sans que J_i soit infiniment souple), la plate-forme se translate parallèlement à l'axe idéal de A_i et l'orientation de l'axe de ${}^{f}D_i$ colle à l'orientation idéale. Sa position correspond à l'énergie potentielle minimale de J_i. Dans le cas réel, la pose d'équilibre dépend de la configuration de J_i, de la configuration des trois autres jambes, et de la valeur du défaut d'orientation de M_i.

Pour analyser quantitativement les interactions entre les facteurs, plusieurs méthodes sont possibles. Une première méthode consiste à considérer l'équation (4.42) dans un calcul linéaire simple où la solution sera considérée comme exacte, et de la combiner avec les calculs numériques effectués sous ANSYS. La combinaison peut être faite soit en cherchant une forme quadratique, qui multipliée par les résultats de (4.42) minimise les erreurs avec les valeurs numériques, soit en considérant les erreurs entre les résultats donnée par (4.42) et les résultats numériques et les interpoler par une forme quadratique en fonction des 33 paramètres pris en compte dans la fermeture précontrainte du robot (la charge n'est pas prise en compte). Malheureusement, nous n'avons pas eu le temps de mettre en œuvre cette démarche sous forme de code numérique, ce qui en fait une perspective de développement pour nos successeurs. Une telle approche nous a toutefois bien aidés à comprendre les résultats numériques obtenus sous ANSYS.

Une dernière méthode plus simple est d'interpoler les valeurs numériques données par les simulations ANSYS par une forme quadratique. Il s'agit de considérer un vecteur $[V]$ à 33 composantes qui sont les 33 paramètres pris en compte et de considérer que chaque composante de $[\varepsilon_P]$ est une forme quadratique de $[V]$:

$$
\begin{aligned}
\delta x &= [V]^T \left[{}^{x}In \right][V] + \left[{}^{x}Se \right]^T [V] + {}^{x}e_0 \\
\delta y &= [V]^T \left[{}^{y}In \right][V] + \left[{}^{y}Se \right]^T [V] + {}^{y}e_0 \\
\delta z &= [V]^T \left[{}^{z}In \right][V] + \left[{}^{z}Se \right]^T [V] + {}^{z}e_0 \\
\delta \theta_x &= [V]^T \left[{}^{\theta_x}In \right][V] + \left[{}^{\theta_x}Se \right]^T [V] + {}^{\theta_x}e_0 \\
\delta \theta_y &= [V]^T \left[{}^{\theta_y}In \right][V] + \left[{}^{\theta_y}Se \right]^T [V] + {}^{\theta_y}e_0 \\
\delta \theta_z &= [V]^T \left[{}^{\theta_z}In \right][V] + \left[{}^{\theta_z}Se \right]^T [V] + {}^{\theta_z}e_0
\end{aligned}
\qquad (4.43)
$$

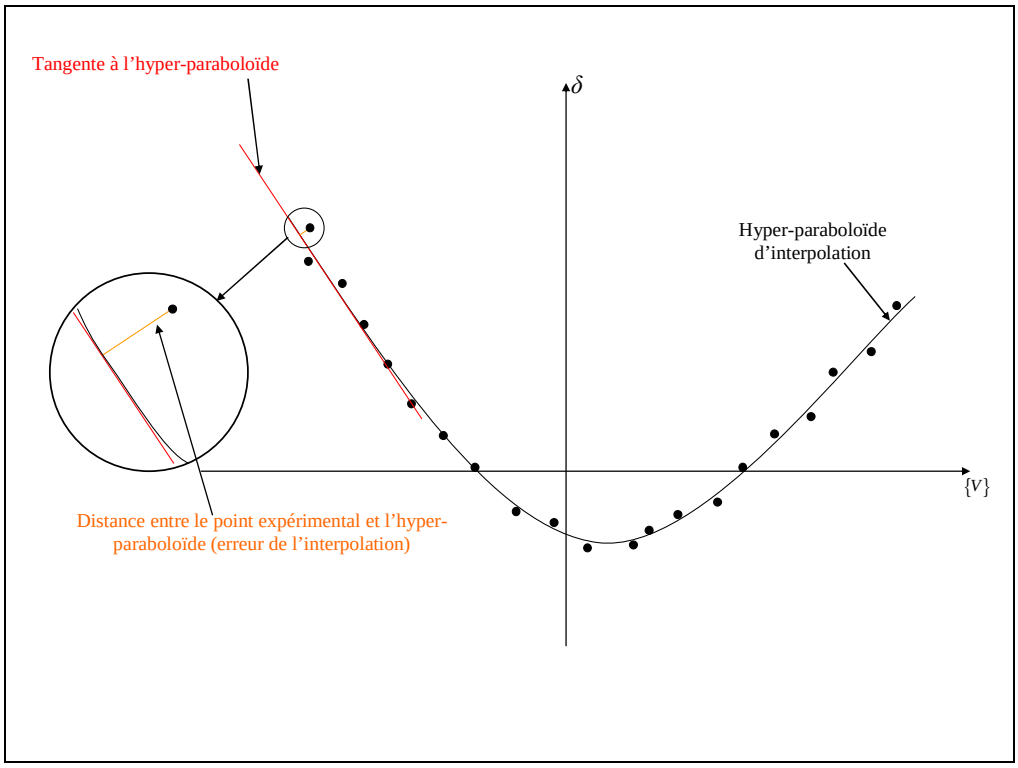


Figure 4-12: Interpolation des résultats numériques

Dans (4.43) les matrices $\left[{}^{\cdots}In \right]$ sont symétriques à 33 lignes et 33 colonnes. Elles représentent les interactions entre les paramètres. Les vecteurs $\left[{}^{\cdots}Se \right]$ donnent la sensibilité de chaque composante de l'erreur de pose aux paramètres du problème. Les constantes ${}^{\cdots}e_0$ devront être nulles (l'erreur est nulle s'il n'y a pas de défaut) et sont dues à l'approximation.

L'interpolation peut se faire de plusieurs façons. Une première est de minimiser la somme des distances entre les points expérimentaux (ou numériques) et l'hyper-paraboloïde à 33 dimensions définit par la forme quadratique (Figure 4-12). Une deuxième consiste à minimiser l'erreur entre la valeur trouvée par simulation numérique et la valeur donnée par la forme quadratique. En d'autres termes, la deuxième méthode consiste à chercher la forme quadratique qui minimise la somme :

$$\sum \left| \delta x_{cal} - \left([V]^T \left[{}^{x}In \right] [V] + \left[{}^{x}Se \right]^T [V] + {}^{x}e_0 \right) \right|, \tag{4.44}$$

pour chaque composante de $[\varepsilon_P]$. Les simulations numériques ont été effectuées sur un plan d'expérience factoriel partiel d'ordre 5 contenant 625 simulations.

En analysant les coefficients des formes quadratiques dans l'Annexe C (prière de lire la préface avant les résultats), nous pouvons remarquer que sur les erreurs de position, l'influence des défauts est nettement plus importante que celle des coordonnées articulaires. En fait, les coordonnées articulaires créent des bras de levier pour les défauts. Sans les défauts, la précontrainte est nulle dans tout l'espace de travail. Le changement d'une coordonnée articulaire ne change pas la distance entre le coude et le poignet d'une jambe, mais change la direction de l'avant bras, et d'une façon plus ou moins importante l'angle de pliage de la jambe. L'intensité de la pré-charge due aux imperfections dépend de la distance entre la pose du poignet au repos et sa pose à l'équilibre, donc de l'amplitude de l'imperfection et de la distance entre la liaison pivot qui contient l'erreur et le poignet de la même jambe. La distance entre le coude et le poignet est constante, la distance entre l'épaule et le poignet dépend de l'angle de pliage de la jambe. L'angle de pliage d'une jambe dépend des deux coordonnées articulaires des moteurs qui ne sont pas parallèles aux axes de ses liaisons pivots dans le cas idéal. Suivant la valeur de l'une des deux coordonnées articulaires, l'autre peut être plus ou moins influente.

De cette analyse, nous pouvons appréhender le sens physique des ordres de grandeur des coefficients des formes quadratiques. Les interactions sont plus importantes entre les défauts géométrique puisque, comme mentionné ci-dessus, l'erreur angulaire entre l'orientation de l'axe du poignet et l'arbre de la plate-forme est la somme vectorielle de toute les erreurs de fabrication et de montage de la jambe et du moteur qui l'entraîne. Les interactions entre les défauts et les coordonnées articulaires sont d'une importance moyenne. L'interaction la plus faible est entre les coordonnées articulaires.

D'autre part, pour les erreurs d'orientation, les valeurs des erreurs d'orientation autour des axes *x* et *y* sont nettement plus faibles que les erreurs d'orientation autour de *z*. Les matrices $\left[{}^{\theta_x}In \right]$ et $\left[{}^{\theta_y}In \right]$ sont creuses, les termes nulles sont des troncatures à la précision « long » de Matlab. Nous remarquons ainsi, que les deux vecteurs $\left[{}^{\theta_x}Se \right]$ et $\left[{}^{\theta_y}Se \right]$ sont nuls. En d'autres termes, les erreurs d'orientation de la plate-forme mobile sont dues à des interactions entre les défauts et les coordonnées articulaires. D'autre part, une déformation en rotation déforme d'une façon importante deux jambes et la troisième est faiblement déformée à cause des défauts (dans le cas idéal, seules deux jambes seraient déformées). Donc la résistance à la déformation angulaire est plus grande et l'orientation autour des axes *x* et *y* a tendance d'aller à l'orientation idéale.

La matrice $\left[{}^{\theta_z}In\right]$ contient des termes nuls mais beaucoup moins que $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ et $\left[{}^{\theta_y}In\right]$. Le vecteur $\left[{}^{\theta_x}Se\right]$ contient des termes nuls et non nuls. La rotation autour de l'axe *z* est due à la différence entre la composante *y* des points *L* et *P*. L'erreur en orientation est induite par des erreurs de position et non une erreur due à une rotation élastique de la plate-forme autour de l'axe *z*.

A noter que l'erreur résiduelle moyenne sur l'interpolation est faible, les deux méthodes d'interpolations ont convergées vers le même résultat.

4.3.3. Fermeture précontrainte en tenant compte du poids propre

La masse totale du mécanisme est constante. Le centre de masse du mécanisme dépend de sa configuration. Le poids est une charge répartie sur tout le mécanisme. J_2 et J_4 sont portées par M_2 et M_4 comme elles sont connectées à J_1 et J_3 via la plate-forme. J_1 et J_3 participent à la résistance à la déformation due à une charge verticale, par contre elles sollicitent J_2 et J_4 d'une partie de leurs poids propres. Cette partie peut être calculée et considérée comme deux charges concentrées en D_1 et D_3. Par contre, les déformées des jambes dues à leurs poids propre ne peuvent pas être calculées en considérant que le poids propre de chaque composant est une charge concentrée dans son centre de masse.

Les calculs numériques ont été effectuées sous ANSYS en intégrant la masse volumique de la matière et en considérant la pesanteur. Les résultats numériques peuvent être interpolés par des formes quadratiques analogues à l'équation (4.43). Deux grandeurs intéressantes peuvent être obtenues à partir des résultats numériques :

- Le déplacement total du point *P* sous l'effet du poids propre et des précontraintes dues aux défauts.
- Le supplément de déplacement dû au poids propre, c'est-à-dire la différence entre le déplacement total et le déplacement sans tenir compte du poids propre.

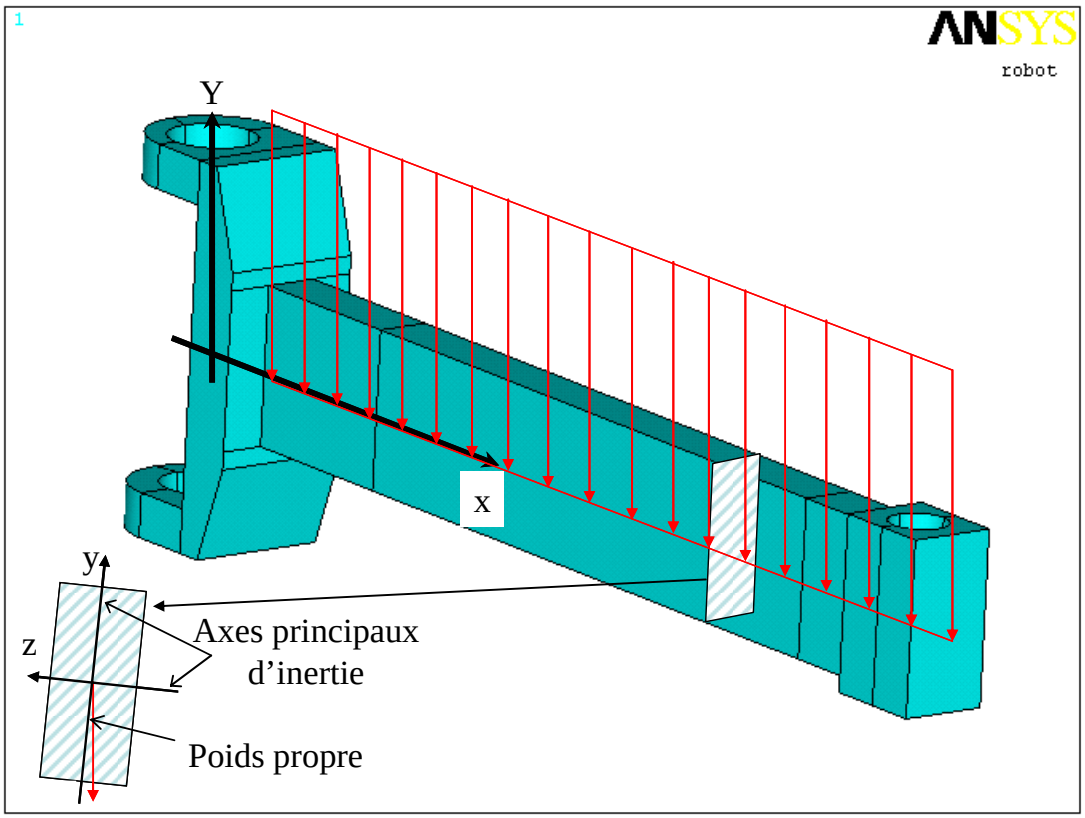


Figure 4-13 : Poids propre est une charge déviée par rapport aux axes principaux d'inertie

Les défauts de fabrication ou de montage ont un effet double. Les défauts ont un premier effet sur la rigidité de la structure. D'autre part, ils ont un effet sur la charge. Le poids propre est toujours vertical mais lors du montage avec défauts, l'axe *y* du repère local d'un composant cinématique n'est plus parallèle à un axe du repère global. L'axe *y* du repère local n'est donc ni parallèle ni perpendiculaire à la verticale. La charge appliquée à une section dans son repère principal d'inertie dépend donc des défauts de montage et de fabrication (Figure 4-13).

En analysant les coefficients des formes quadratiques de la déformation sous l'effet du poids propre et les défauts, nous pouvons remarquer que l'effet est remarquable sur la position et sur l'orientation de la plate-forme mobile.

Concernant la position, nous pouvons remarquer que l'influence du poids propre porte sur les trois composantes et non seulement suivant la verticale. Par contre, l'ordre relatif des grandeurs des coefficients n'a beaucoup changé. Dans $\left[{}^{x}Se\right]$, $\left[{}^{y}Se\right]$ et $\left[{}^{z}Se\right]$, les facteurs qui donnent les influences des coordonnées articulaire sont faibles par rapport aux facteurs qui donnent les influences des défauts de fabrication et de montage. Dans les matrices $\left[{}^{x}In\right]$,$\left[{}^{y}In\right]$ et $\left[{}^{z}In\right]$, les interactions entre les coordonnées articulaires sont relativement faibles. Les interactions entre les coordonnées articulaires et les défauts de réalisation sont relativement moyennes. Les interactions entre les défauts sont relativement élevées. Nous pouvons remarquer que les influences directes et indirectes des paramètres de la jambe et du moteur M_4 sont nettes. Les défauts de montage de M_4 induisent un défaut angulaire et une translation suivant *y* du pivot D_4. La translation sera traduite par une variation de l'angle de rotation de la plate-forme. Le défaut d'orientation de M_4 est fixe dans le repère global, la direction idéale des deux axes de rotation du joint cardan à l'extrémité de J_4 aussi. Dans le cas où seul le défaut existant est ξ_{M_4}, le défaut sera compensé par le joint cardan. Ailleurs ξ_{M_4} crée une précontrainte dans la structure du robot. η_{M_4} crée toujours une précontrainte dans le robot. Cette précontrainte crée des imprécisions dans trois directions. D'autre part, les défauts d'orientation de M_4 inclinent la jambe J_4. Durant le travail du robot, la jambe change d'orientation par rapport à la verticale, ce qui influe sur sa déformation due à son poids propre. Les directions des plans principaux d'inertie du bras et de l'avant-bras changent durant le travail du robot par suite l'effet de la charge due aux poids des autres composants.

Concernant l'orientation, un phénomène intéressant apparaît. Sans prendre en compte le poids propre, la rotation parasite autour de l'axe *x* est faible. La matrice $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ contient beaucoup de terme nuls, le vecteur $\left[{}^{\theta_x}Se\right]$ est nul. En prenant en compte le poids propre, la matrice $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ contient toujours des termes nuls mais beaucoup moins. Les termes de $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ sont trop faibles par rapport aux termes des matrices d'interaction entre les facteurs dans les équations des translations élastiques. Les rapports entre les ordres de grandeur entre les termes non nuls de la matrice $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ sont les mêmes que celles des termes des matrices des déformations en translations (Annexe C).

En fait sous l'effet du poids propre, J_1 et J_3 appliquent sur la plate-forme une charge verticale excentrée par rapport aux jambes J_2 et J_4. Cette charge et le moment induit par l'excentricité ont créé des déformations angulaires autour de l'axe *x* dans les J_2 et J_4 (Figure 4-14). La rotation parasite de la plate-forme mobile autour de l'axe *x* est devenue plus importante. La rotation autour de *y* reste quasiment inchangée parce que la charge verticale ne sollicite les jambes J_1 et J_3 que très légèrement.

Le supplément de déformation dû au poids propre est calculé comme étant la différence entre les flèches de la plate-forme mobile au point caractéristique *P* en tenant compte du poids propre et sans tenir compte de ce poids. Dans un calcul linéaire ce supplément aura été la flèche du robot sous l'effet de son poids propre quand il est parfaitement réalisé. Vu la non-linéarité du problème, les résultats sont légèrement différents.

L'intérêt du supplément de déformation est de mettre en évidence l'effet du poids propre dans le cas réel et l'influence de la tolérance industrielle sur cet effet.

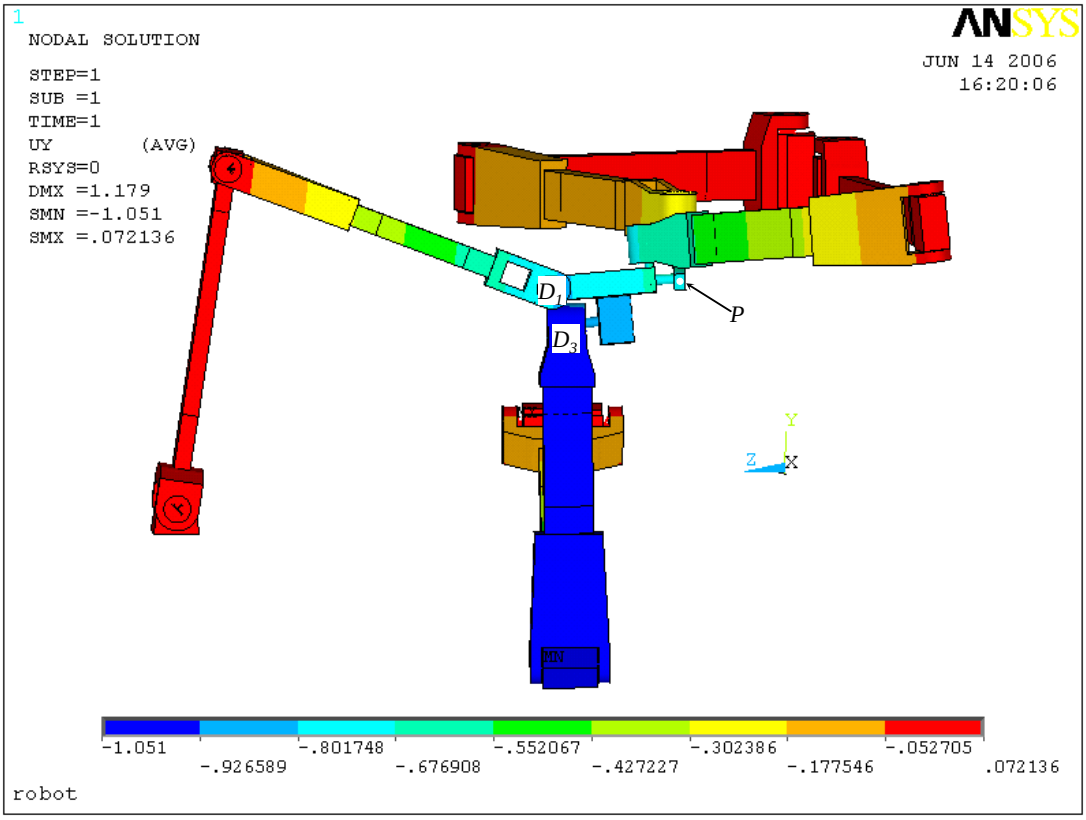


Figure 4-14 : Déformé de l'Isoglide4-T3R1 sous l'effet du poids propre

Dans les matrices $\left[{}^{x}In\right]$, $\left[{}^{y}In\right]$ et $\left[{}^{z}In\right]$ ainsi que dans les vecteurs $\left[{}^{x}Se\right]$, $\left[{}^{y}Se\right]$ et $\left[{}^{z}Se\right]$, nous remarquons que les coefficients des défauts sont plus grands que les coefficients des coordonnées articulaires. L'influence des défauts est plus importante que celle des coordonnées articulaires. Dans le cas précédent, les deux effets d'un défaut de fabrication (précontrainte et déviation de la charge) ont été combinés. Dans ce cas, la déviation de la charge est plus flagrante que la précontrainte. En fait, la charge due au poids propre garde toujours sa direction, donc elle n'est pas parallèle aux axes des liaisons pivots de la jambe (J_2 ou J_4), la jambe se plie. Les coordonnées articulaires modifient la distribution de la charge donc elles influent sur la déformation du robot. Les défauts dus aux tolérances industrielles créent des mouvements de corps solides pour les composants cinématiques. Les mouvements de corps solides des composants de J_1 et J_3 sous l'effet du poids existent dans le cas idéal mais les mouvements de composants de J_2 et J_4 sont dus à l'existence des défauts et à l'interaction entre défauts et coordonnées articulaires.

4.3.4. Fermeture précontrainte en tenant compte du poids propre en présence d'une charge extérieure

Sans tenir compte du poids propre, le calcul de la pose d'équilibre de l'organe terminal sous l'effet d'une charge extérieure et des précontraintes dues aux défauts, peut se faire en utilisant la formalisation présentée en § 4.3.2. Il suffit de changer l'équation (4.41) par :

$$\left[{}^{T3}F\right]+\left[{}^{4}F\right]=\left[F_{ext}\right]. \qquad (4.45)$$

où $[F_{ext}]$ est la charge extérieure appliquée ou réduite au point *P*.

En tenant compte du poids propre nous somme obligé d'interpoler les résultats numériques. Les calculs numériques n'ont pas traité tout le plan d'expérience mais un point particulier au centre de l'espace de travail. Comme coordonnées opérationnelles nous avons choisi :

$$\begin{bmatrix} x_p & y_p & z_p & \varphi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 600 & 550 & 562.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Ces points choisis au centre de l'espace de travail, sont aussi proches de la configuration qui correspond à la souplesse maximale du robot, donc à la configuration la plus sensible.

Les mesures expérimentales ont montré que les défauts de perpendicularité et de parallélisme des moteurs varient dans une étendue de 1°. Les simulations ont été faites en faisant varier η_{M_2} et ξ_{M_2} dans l'intervalle [-0.5° 0.5°].

La tolérance de parallélisme entre les pivots d'une même jambe lors de la réalisation a été imposé inférieure à 0.02° [Mar04]. Cette valeur est très faible et ne permet pas de montrer les effets des défauts. Le plan d'expérience a donc été construit en faisant varier η_{C_2} et ξ_{C_2} dans l'intervalle [-0.125° 0.125°].

Pour chacun des plans d'expérience nous avons appliquer une charge de 500N suivant l'axe *x* une charge de 500N suivant l'axe *y* puis les deux charges ensembles.

Les grandeurs que nous pouvons traiter pour chaque plan d'expérience sont :

- la déformation sous l'effet de la charge du poids propre et de la précontrainte ;
- le supplément de déformation sous la charge.

4.3.4.1. Effets d'un défaut de montage d'un moteur

Considérons le cas où l'axe du moteur de position verticale M_2 fait avec l'axe *y* un angle η_{M_2} dans le plan *yz* et un angle ξ_{M_2} dans le plan *xy*. Ce défaut ne conduit pas à bloquer le robot ou le précontraindre si l'embase de la jambe J_2 est montée sur le chariot de M_2 sans forcer l'alignement des axes du moteur M_2 et celui de l'embase. Si lors du montage nous forçons le parallélisme entre l'axe du moteur et celui du pivot A_2, l'utilisation de la force va causer une déformation du robot dans toutes les directions.

Dans ce paragraphe nous avons bloqué les moteurs Le poids propre est pris en compte, les défauts de montage du moteur M_2 varient entre [-0.5° 0.5°]. Pour la même charge extérieure, nous avons calculé les erreurs sur la pose de la plate-forme.

La Figure 4-15 montre les erreurs de pose de la plate-forme mobile quand le robot est soumis à une force F_x=500N en fonction des défauts de montage de M_2. Les erreurs de rotation autour de l'axe *x* sont minimes devant l'erreur de rotation autour de *z*, l'erreur autour de l'axe *y* est relativement faible et quasi-constante. Ce phénomène est dû d'une part au fait que la rotation autour de *z* dans l'Isoglide4-T3R1 constitue un degré de mobilité (par opposition au deux autres rotations) et d'autre part à la différence de déformation entre les deux jambes J_2 et J_4. La forme des surfaces est quasiment toujours plane donc nous pouvons négliger les interaction entre les deux défauts. Leurs influences sont indépendantes.

Le point le plus important que la déformation totale est le supplément de déformation dû à la charge. Le supplément de déformation est un facteur très important dans la déformation totale, parce qu'il donne une idée sur l'influence du défaut de montage sur la souplesse du robot. De plus, si le robot est soumis à une charge variable le supplément de déformation est la fluctuation de l'erreur durant le travail. Le supplément de déformation multiplié par la matrice de rigidité instantanée du robot condensée en *P* (le problème est non-linéaire) donne la variation de charge interne dans le robot. La variation de la charge interne (charge alternée) est indispensable pour tenir compte de la fatigue dans une étude de conception [Ler02].

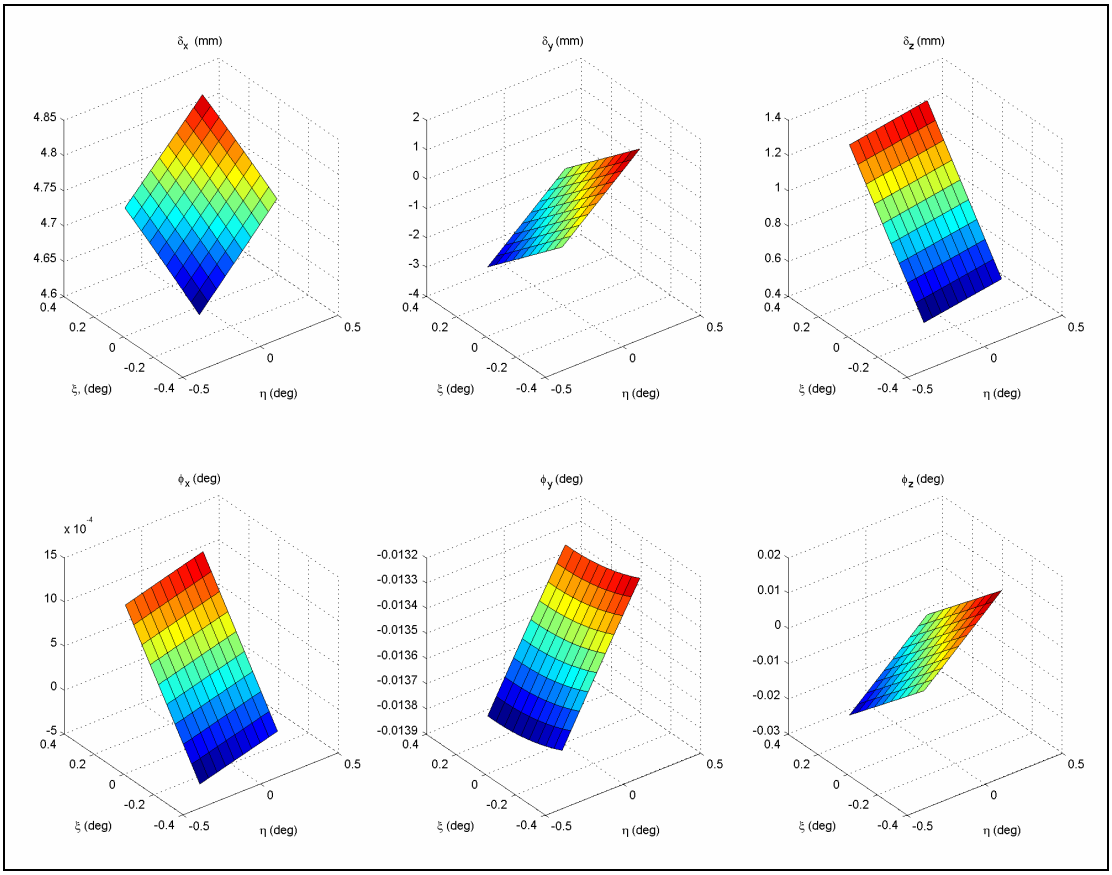


Figure 4-15: Erreurs de pose de la plate-forme mobile sous l'effet d'une charge F_x=500N en tenant compte du poids propre en fonction des défaut d'orientation de M_2

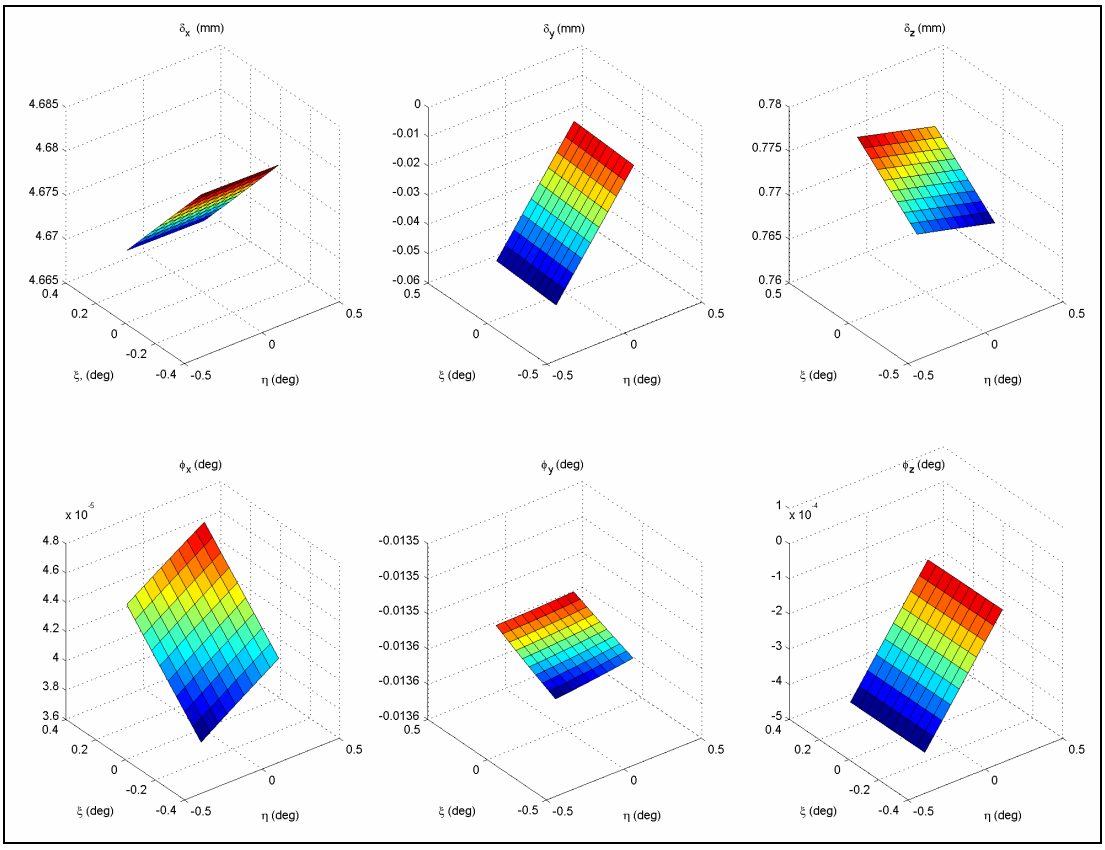


Figure 4-16: Suppléments d'erreurs de pose dus à F_x=500N

Les valeurs présentées dans la Figure 4-16 seraient constantes si le calcul était linéaire. En fait, dans les hypothèses de la RDM linéaire, la relation entre le torseur de déplacement dû au poids propre $\varepsilon(pp)$, le torseur de déplacement dû à la précontrainte $\varepsilon(f_0)$, le torseur dû à la charge $\varepsilon(F)$ et le torseur total est :

$$\varepsilon(PP+f_0+F)=\varepsilon(f_0)+\varepsilon(PP)+\varepsilon(F) \tag{4.46}$$

Le supplément de déformation est la différence entre le torseur dû à la charge totale et le torseur dû à la précontrainte et le poids propre. Par suite :

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon &= \varepsilon(PP+f_0+F)-\varepsilon(PP+f_0)\\ &= \varepsilon(f_0)+\varepsilon(PP)+\varepsilon(F)-\varepsilon(f_0)-\varepsilon(PP)\\ &= \varepsilon(F)\\ &= [S]\{F\}\end{aligned} \tag{4.47}$$

La Figure 4-16 met en évidence d'une part la valeur du supplément de déformation et d'autre part la non-linéarité du problème. Cette non-linéarité est due à l'intervention des défauts dans la matrice de rigidité, comme nous avons montré dans la formalisation (§ 4.1 et 4.2). Nous modélisons cette non-linéarité par un calcul à l'ordre 2.

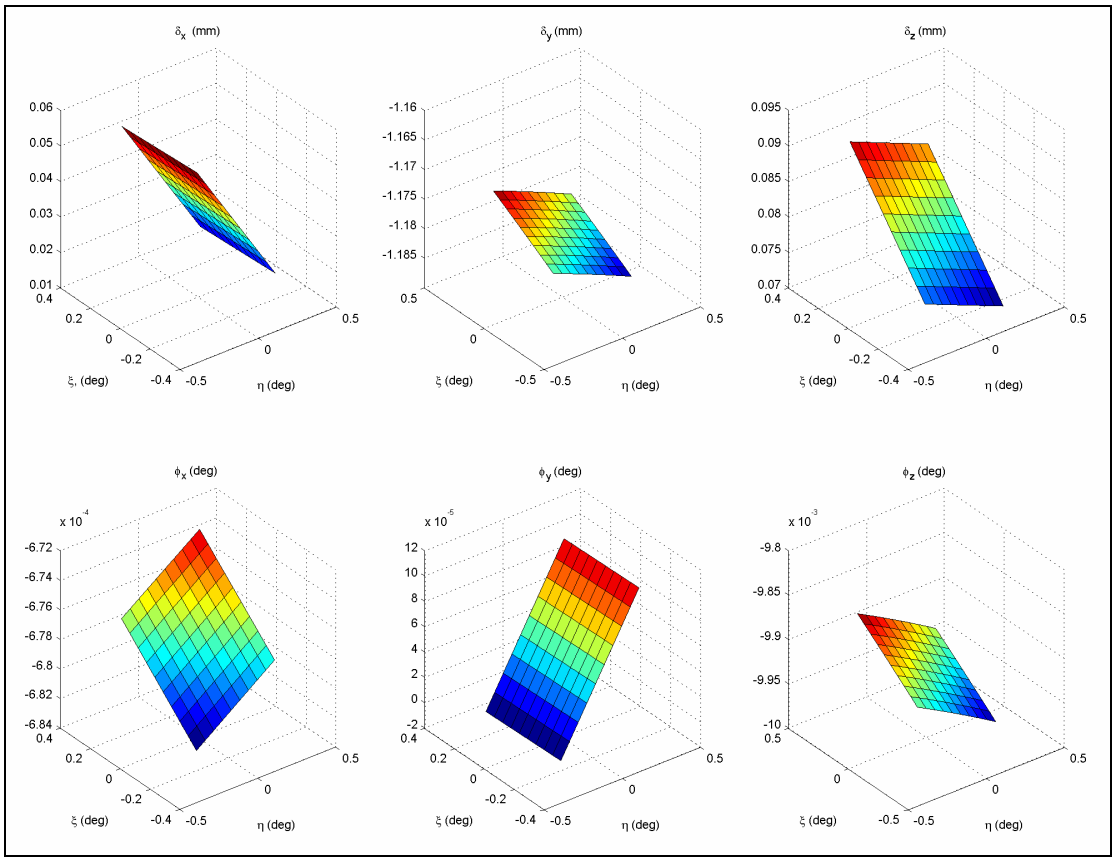


Figure 4-17 : Suppléments d'erreurs de pose dus à F_y=-500N

La Figure 4-17 montre les suppléments d'erreurs de pose dus à une charge verticale descendante de valeur F_y=-500N. Comme la Figure 4-16, la Figure 4-17 met en évidence la nonlinéarité du problème. Les inclinaisons des pentes ont changé entre les deux figures.

L'influence des défauts n'est pas donc propre aux défauts mais dépend aussi de la charge appliquée.

Dans la Figure 4-16, le supplément de flèche selon *x* a été croissant avec η_{M_2} et décroissant avec ξ_{M_4} Dans la Figure 4-17, les sens de variations ont été inversés. Le supplément de flèche selon *y* dû à F_x est quasiment insensible à ξ_{M_2}, ce qui n'est pas le cas pour le supplément dû à F_y. Ce phénomène est dû au fait que la matrice de rigidité globale de la simulation numérique dépend de la charge extérieure.

4.3.4.2. Effets des défauts de fabrication dans le coude

Un défaut de fabrication dans le coude ou un défaut de parallélisme entre les pivots de la même jambe conduit à un blocage partiel du robot sous l'hypothèse des corps indéformables. Seul le moteur de la jambe qui contient le défaut peut travailler. Une fois ce défaut existe dans deux jambes, le robot est complètement bloqué.

Avec des corps déformables, un défaut de parallélisme entre les pivots de la même jambe conduit à un décalage en position et en orientation entre l'embase et le chariot du moteur. Le décalage de position est compensable par les liaisons passives. Le décalage angulaire peut être minimisé grâce à l'existence des liaisons passives, mais non compensé. L'alignement de l'axe du pivot B_i et de l'axe du moteur M_i nécessite une précontrainte (Figure 4-10). La pose de la plate-forme mobile change donc avec la translation due à la compensation de la position et change sous l'effet de la précontrainte. D'autre part, la déformation du robot et la précontrainte changent la souplesse du robot donc son comportement sous l'effet d'une force. Nous pouvons étudier pour ce défaut aussi :

- la déformation totale sous l'effet de la précontrainte, du poids propre et de la charge ;
- le supplément de déformation dû à la charge.

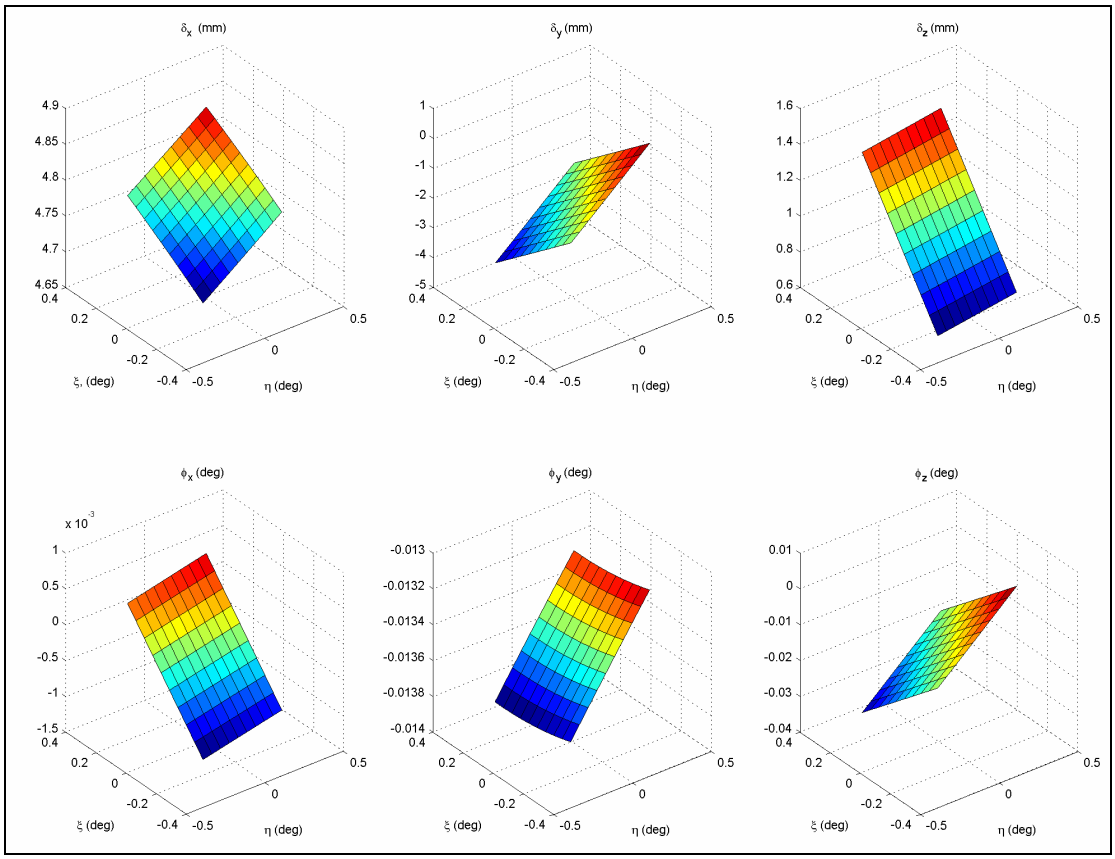


Figure 4-18 : Erreurs de pose de la plate-forme sous l'effet de la précontrainte due à un défaut au coude, au poids propre et à une charge extérieure combinée F_x=500N, F_y=-500N

La Figure 4-18 montre les erreurs de pose de la plate-forme dues aux défauts d'orientation de l'axe du pivot C_2 (le coude de la jambe J_2), au poids propre et à une charge extérieure F_x=500N et F_y=-500N. La variation de ces erreurs est due d'une part à la variation de pose sous l'effet du défaut et d'autre part à la variation de la souplesse sous l'effet de la précontrainte.

La Figure 4-19 montre les suppléments d'erreurs dus à la charge combinée F_x=500N et F_y=-500N. Dans un calcul linéaire, ce supplément est constant. Sur les déplacements, nous pouvons remarquer que le supplément de déformation en *z* est clair, pourtant il n'y a pas de charge suivant l'axe *z*. L'erreur en *x* est croissante avec le gauchissement entre les pivots du bras et décroissante avec la concourance.

La valeur absolue de l'erreur en *y* est aussi croissante avec le gauchissement et décroissante avec la concourance. Le supplément d'erreur de rotation autour de *y* est toujours faible, mais il a le même ordre de grandeur que l'erreur autour de *z*. A noter finalement que ce supplément de déformation ne peut pas être calculé en utilisant les équations (4.42) et (4.45), l'effet du poids propre doit être pris en compte. Une comparaisons des figures 4-17 et 4-18 montre que les erreurs suivant *x* sont surtout dues à la charge (la configuration correspond à une souplesse maximale selon *x*) et les défauts selon *y* sont surtout dues aux défauts et au poids propre. Les erreurs selon *z* sont surtout dues aux charges. Cette erreur n'était pas aussi claire dans le cas de calcul linéaire, les déformations dues aux poids propre ont conduit à ce couplage de déformation

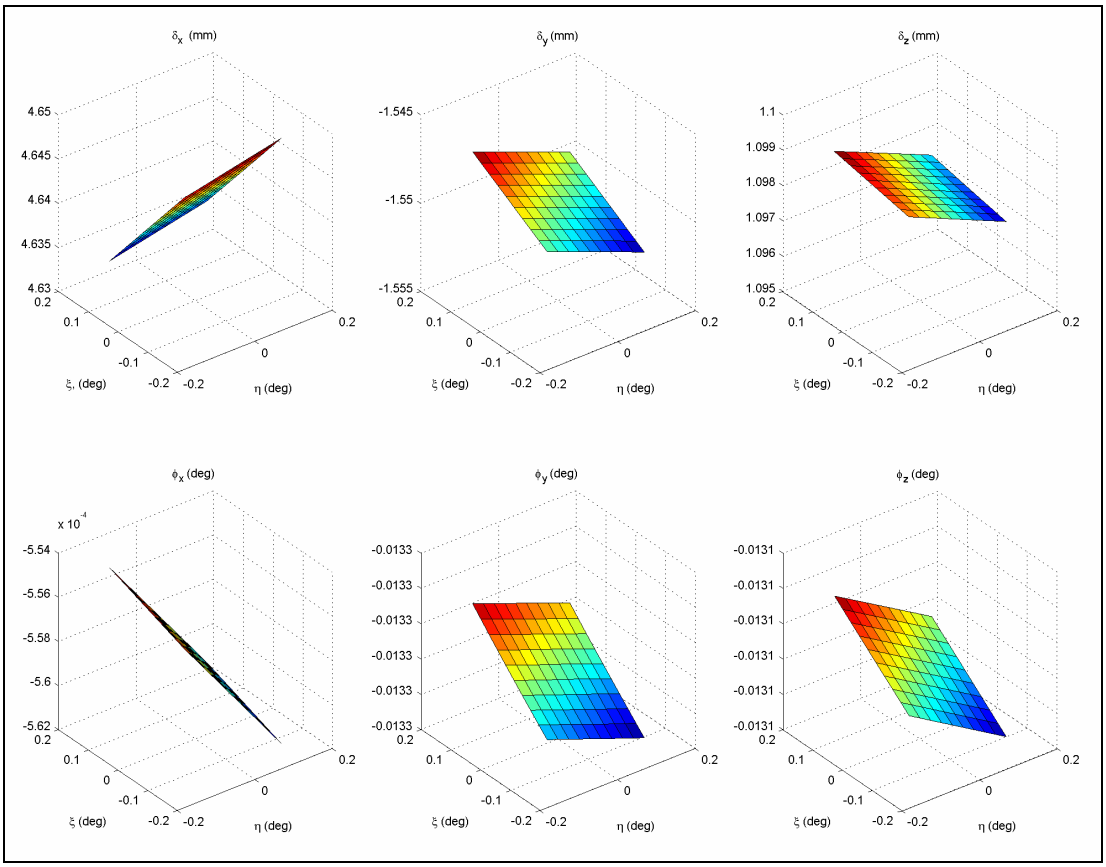


Figure 4-19 : Suppléments d'erreurs de pose dus à une charge combinée F_x=500N et F_y=-500N

.

4.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité de l'influence des défauts de montage et de fabrication sur la précision de l'Isoglide4-T3R1. Ces défauts créent des précontraintes dans la structure du robot, ce qui influe sur sa précision. La pose de la plate-forme n'est pas donnée uniquement par le MGD du robot, mais elle est donnée par la superposition de la pose en corps rigides avec la déformation élastique du robot.

Nous avons développé un algorithme basé sur le principe de la sous-structuration pour trouver la pose d'équilibre de la plate-forme mobile lors de la fermeture précontrainte en intégrant les défauts. Nous avons analysé les effets de ces défauts et les interactions entre ces défauts lors de la fermeture précontrainte, avec ou sans prise en compte du poids propre. Nous avons trouvé également les effets de ces défauts sur le supplément d'erreur de pose dû au poids propre du robot.

Nous avons traité finalement l'influence des défauts de fabrication et de montage sur la précision du robot sous l'effet d'une charge extérieure appliquée au robot. Pour ce point, les erreurs dans le coude et dans l'épaule ont été traitées dans une configuration particulière du robot. Le but de cette analyse était de mettre en évidence la non-linéarité du problème.

Le supplément de déformation dû à une charge extérieure n'est ni constant, ni toujours plus grand ou plus petit que le supplément de déformation dans le cas idéal. En fait, la déformation totale sous l'effet du poids propre, de la précontrainte et de la charge est la somme d'un effet à corps indéformables créé par la compensation des liaisons passives et d'un effet de non-linéarité de la souplesse du robot. La nonlinéarité est due à la précontrainte ainsi qu'aux défauts d'orientation des axes des liaisons pivots. Cette rotation, comme montré dans l'analyse de la jambe isolée, crée des composantes supplémentaires pour les efforts induits par les déformations. A partir d'une jambe isolée, nous avons déterminé le comportement du robot complet. A partir des simulations numériques nous avons pu trouver la sensibilité de la précision du robot aux différents défauts dus aux tolérances industrielles de fabrication et de montage.

Chapitre 5 : Variation de la rigidité et de la précision avec l'hyperstaticité

5.1. Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons vu que les défauts de parallélisme entre les pivots conduisent à un blocage cinématique pour une version hyperstatique. D'autre part, pour une version isostatique le calcul cinématique est toujours numériquement possible, donc il n'y a pas de blocage. Le chapitre 3 a été consacré à l'étude de la rigidité et de la souplesse de l'Isoglide4-T3 pour un degré d'hyperstaticité N=4. Entre la version de degré d'hyperstaticité N=4 et la version isostatique (N=0), trois autres versions intermédiaires ont été proposées dans [Gog05-a]. Pour passer d'une version à une autre, il suffit de changer la plate-forme mobile du robot. La question qui se pose alors est de trouver qu'elle est l'influence de l'hyperstaticité sur les caractéristiques de la matrice de rigidité et sur la précision du robot.

5.2. Modélisation des différentes versions de l'Isoglide4-T3R1

Les cinq versions de l'Isoglide4-T3R1 sont cinématiquement identiques. La version de degré d'hyperstaticité N=4 contient une plate-forme intermédiaire sur laquelle se connectent les trois jambes J_1, J_2 et J_3. Cette plate-forme intermédiaire est reliée à la plate-forme mobile à 4D.D.L.. Les autres versions ont la plate-forme mobile reliée aux quatre jambes directement. Pour passer d'un degré d'hyperstaticité à un autre, il suffit de rajouter des degrés de mobilité pour les liaisons qui relient les jambes à la plate-forme (Figure 5-2).

Un joint cardan a été modélisé comme étant la superposition de deux pivots perpendiculaires en utilisant l'élément MPC184. La rotule a été modélisée un connectant tous les éléments à un seul nœud (Figure 5-1).

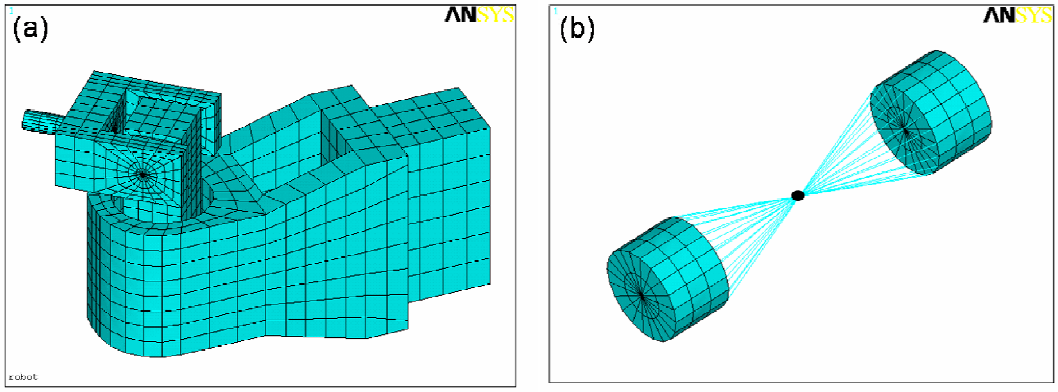


Figure 5-1 : Modélisation des liaisons sous Ansys : (a) joint cardan, (b) rotule.

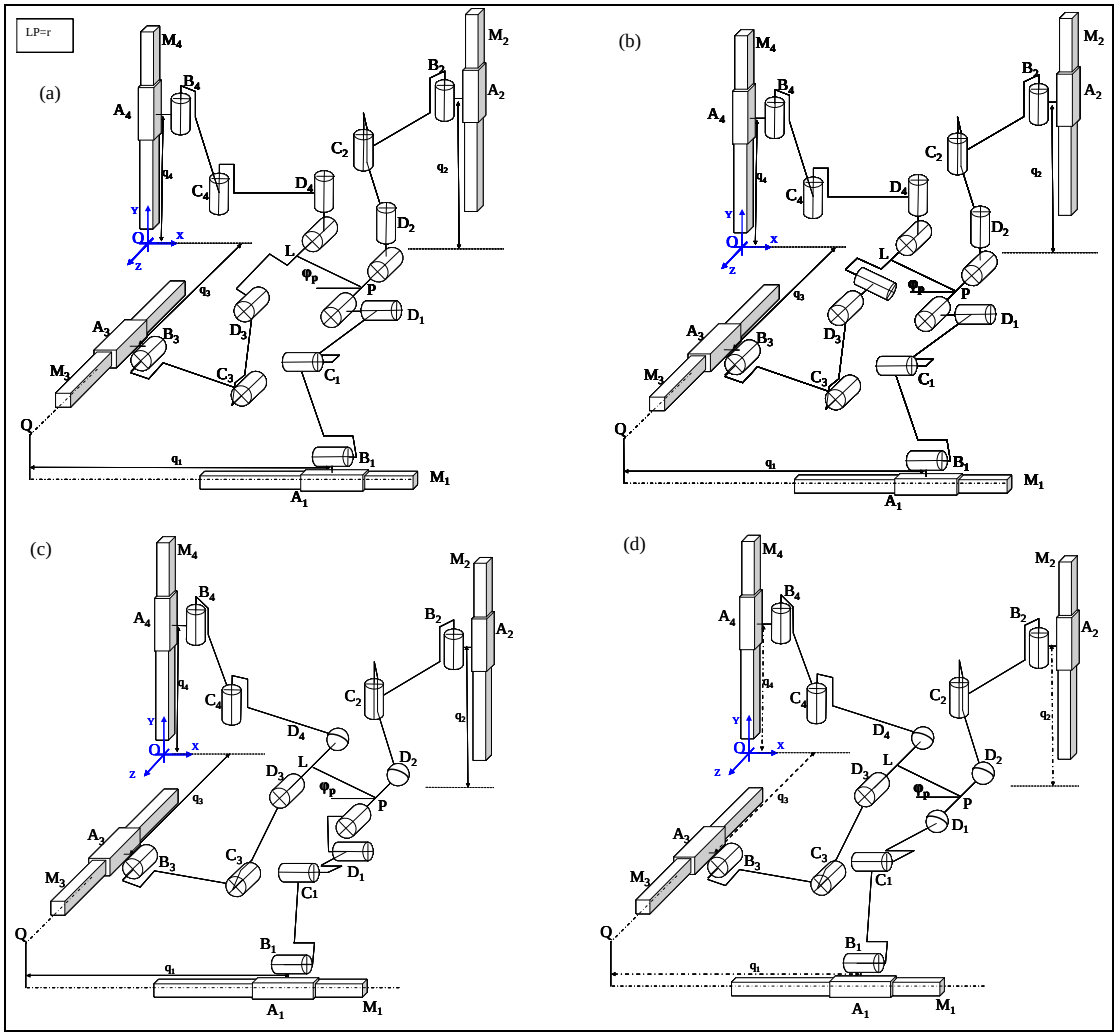


Figure 5-2 : Schémas cinématiques pour quatre versions de l'Isoglide4-T3R1 avec des degrés d'hyperstaticité N=3 (a,) N=2 (b), N=1 (c) N=0 (d).

5.3. Calcul de la connectivité et du degré d'hyperstaticité

La base de l'espace vectoriel des vitesses relatives de la plate-forme mobile n_{J_i} par rapport à la plate-forme fixe dans la jambe J_i isolé du reste du robot est donné dans le Tableau 5-1 :

(a)	*(b)*	*(c)*	*(d)*
$(n_{J_1})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_z)$	$(n_{J_1})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_z)$	$(n_{J_1})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_z)$	$(n_{J_1})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z)$
$(n_{J_2})=(x,y,z,\varphi_y,\varphi_z)$	$(n_{J_2})=(x,y,z,\varphi_y,\varphi_z)$	$(n_{J_2})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z)$	$(n_{J_2})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z)$
$(n_{J_3})=(x,y,z,\varphi_z)$	$(n_{J_3})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_z)$	$(n_{J_3})=(x,y,z,\varphi_z)$	$(n_{J_3})=(x,y,z,\varphi_z)$
$(n_{J_4})=(x,y,z,\varphi_y,\varphi_z)$	$(n_{J_4})=(x,y,z,\varphi_y,\varphi_z)$	$(n_{J_4})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z)$	$(n_{J_4})=(x,y,z,\varphi_x,\varphi_y,\varphi_z)$

Tableau 5-1 : Bases des espaces vectoriels des vitesses de la plate-forme mobile des différentes versions de l'Isoglide4-T3R1

Pour les quatre robots présentés dans la Figure 5-2 solutions :

$$\left(R_{n/1}^{Q}\right)=\bigcap_{i=1}^{4}\left(n_{J_i}\right)=\left(x,y,z,\varphi_z\right) \tag{5.1}$$

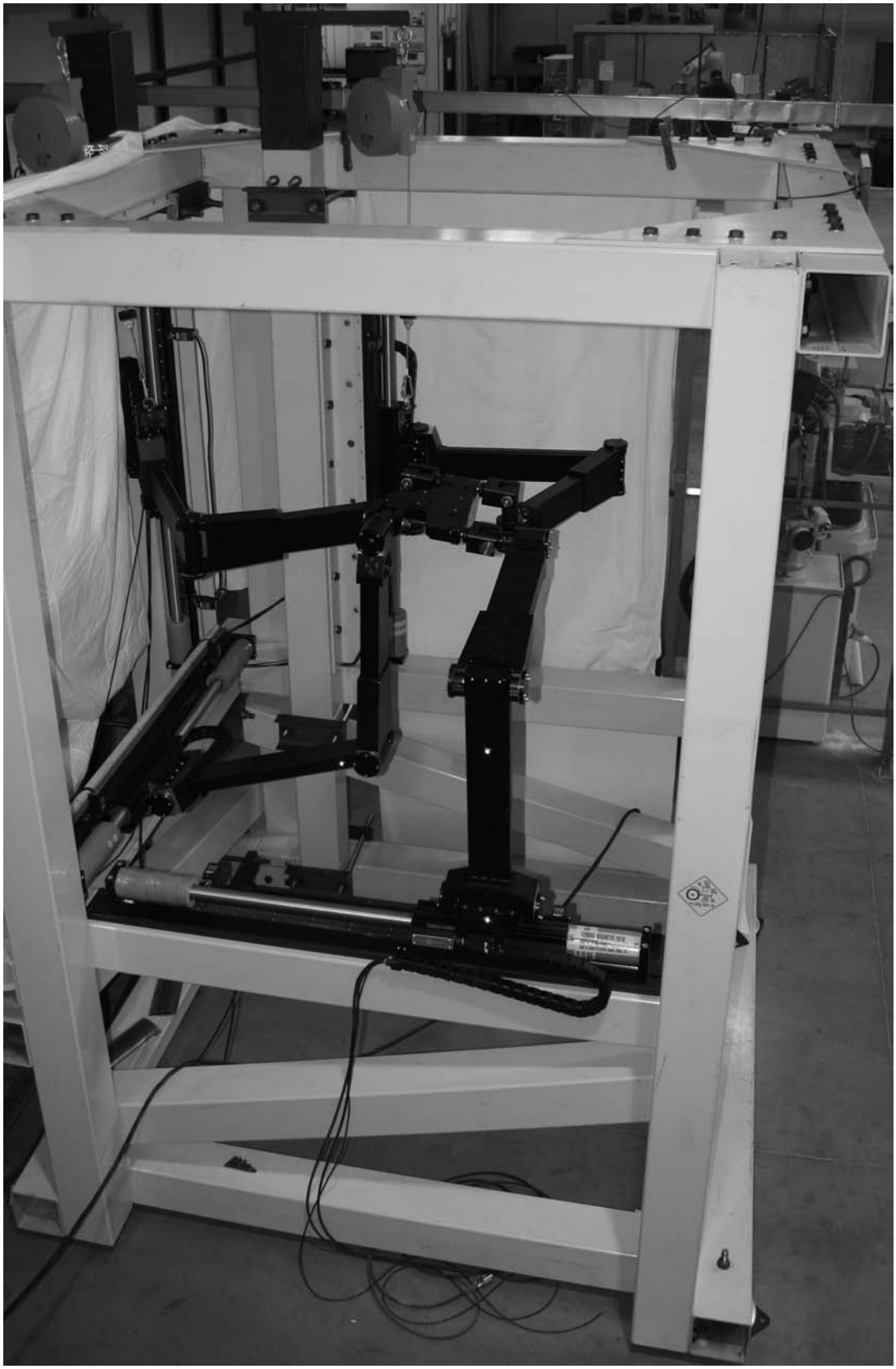


Figure 5-3 : Prototype réel de l'Isoglide4-T3R1

La Figure 5-3 présente le prototype réel de l'Isoglide4-T3R1 réalisé au LaMI avec la collaboration du LASMEA. Ce prototype a un degré d'hyperstaticité N=2. Il a été proposé dans [Gog02 ,05] et sa réalisation a été le fruit de plusieurs travaux de recherche ainsi que des projets de fin d'étude IFMA et notamment de deux projets de fin d'études CNAM, [Mor03] pour le dimensionnement des moteurs et [Mar04] pour la conception et la réalisation des jambes.

Nous pouvons observer que la connectivité de la plate-forme mobile par rapport à la base fixe est :

$$S_{M/1}^{Q} = \dim\left(R_{n/1}^{Q}\right) = 4 \tag{5.2}$$

Le degré d'hyperstaticité N des solutions (différentes versions du robot) présentées dans la Figure 5-2 est calculé par l'équation (1.6) proposée dans [Gog05-a]. Nous obtenons les résultats donnés dans le Tableau 5-2

Solution de la Figure 5-2	*Degré d'hyperstaticité*
(a)	$N = 6(4-1)-(19-4) = 3$
(b)	$N = 6(4-1)-(20-4) = 2$
(c)	$N = 6(4-1)-(21-4) = 1$
(d)	$N = 6(4-1)-(22-4) = 0$

Tableau 5-2 : Degré d'hyperstaticité des différentes versions de l'Isoglide4-T3R1

Nous pouvons observer que les quatre versions de l'Isoglide4-T3R1ont la même mobilité et le même modèle cinématique direct par contre elles n'ont pas le même degré d'hyperstaticité.

5.4. Comparaison des matrices de rigidité des différentes versions

En observant les valeurs moyennes des différents termes des matrices de rigidité des différentes versions, nous pouvons remarquer que les termes diagonaux de la matrice de rigidité à l'exception du terme K_{66} ont tendance à croître avec le degré d'hyperstaticité. Le terme K_{66} est quasiment insensible à l'hyperstaticité. La Figure 5-4 montre les valeurs moyennes des valeurs absolues des termes des matrices de rigidité des différentes versions sur tout l'espace de travail (les termes extra diagonaux peuvent être négatifs). La moyenne a été calculée en se basant sur un plan d'expérience factoriel complet d'ordre 5, donc sur 625 matrices de rigidité pour chaque version.

En fait, en imposant une translation dans une direction, les jambes dont les liaisons pivots ne sont pas parallèles à cette direction se plient. La plate-forme n'est pas infiniment rigide. La jambe qui a les axes des pivots selon la translation imposée n'est pas connectée à la plate-forme au point caractéristique (où la translation est imposée). La plate-forme est alors sollicitée et déformée. Une jambe connectée à la plate-forme mobile par une liaison pivot sera soumise à deux déformations en rotation. Une jambe connectée à la plate-forme mobile par un joint cardan a le poignet soumis à une déformation en rotation. Une jambe connectée à la plate-forme mobile par une rotule est libre de toute déformation.

Dans la version isostatique, il n'y a qu'une seule jambe qui est connectée à la plate-forme mobile par une liaison pivot (la jambe J_3), les trois autres l'étant par des rotules. Les forces développées par les jambes sont parallèles à leurs axes donc elles ne développent pas des forces parallèles à la translation pour affecter les termes diagonaux. Par contre, elles développent des moments à cause du bras de levier entre leurs poignets et le point caractéristique du robot. Toutefois, cette sollicitation diffère selon le type de connexion à la plate-forme. En fait, une jambe connectée par une liaison pivot sera soumise à une translation et deux rotations ; elle développe deux moments et une force. Une jambe connectée à la plate-forme par un joint cardan est soumise à une translation et une rotation ; elle développe une

force et un moment. Une jambe connectée par une rotule n'est soumise qu'à un déplacement et ne développe qu'une force. Elle est équivalente à un ressort de traction et sa matrice de rigidité se réduit à un scalaire.

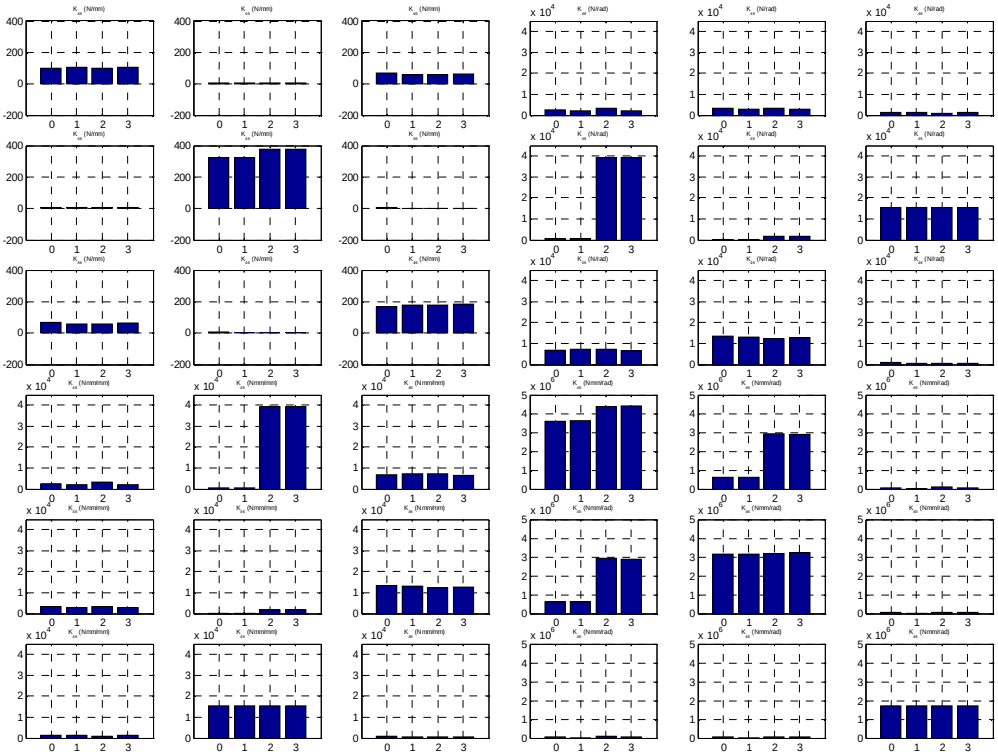


Figure 5-4 : Valeurs moyenne des termes des matrices de rigidité des 4 versions de l'Isoglide4-T3R1 en fonction du degré d'hyperstaticité

Quand le robot est soumis à une rotation imposée, la déformation des jambes dépend de l'hyperstaticité du robot. Si le robot est isostatique, lors d'une rotation imposée autour de l'axe *y*, J_1 développe une force et J_3 une force et un moment. Dans les autres versions, les deux jambes développent deux forces et deux moments. Le moment développé par le robot augmente avec le degré d'hyperstaticité.

Dans la Figure 5-4 les termes extra-diagonaux de la sous-matrice $\left[K_{Fd}\right]$ (définit dans l'équation 3.17) sont toujours faibles par rapport aux termes diagonaux, la matrice est quasi-diagonale. Seul le terme K_{13} n'est pas quasi-nul par rapport aux termes diagonaux. En fait, vu que le point où la rigidité est calculée est décalée par rapport à D_3 suivant *x* d'une distance égale à $rcos(\varphi_p)$ (*r* étant la longueur de la plate-forme (Figure 5-2)), lors d'une translation élastique suivant *z* la force développée par J_3 développe un moment autour de *y* qui oriente la plate-forme mobile et déplace par suite J_1 qui développe à son tour une force suivant l'axe *x*. Le même raisonnement est valable pour K_{31}.

Les sous-matrices $\left[K_{F\theta}\right]$ et $\left[K_{Md}\right]$ (définies dans l'équation 3.17) donnent les moments développés quand le robot est soumis à des translations élastiques imposées et les forces quand le robot est soumis à des rotations imposées. En fait, si la plate-forme est infiniment rigide, le déplacement imposé au point caractéristique du robot se transmet à chaque jambe par l'intermédiaire de la liaison qui la joint à la plate-forme. Une translation suivant *z* déforme J_3, donc en D_3 se développe une force qui génère en *P* un moment autour de *x* selon l'inclinaison de la plate-forme. D'autre part selon le type de la liaison de J_3, un moment autour de *x* peut se développer en D_3. Ce moment se transmet intégralement à *P* (point caractéristique) et s'ajoute au moment développé par la force.

Le terme K_{66} est toujours dû à un couple généré par deux forces égales et opposées développées par les jambes verticales. La rotation autour de l'axe *z* en *P* est libérée par deux liaisons passives ce qui élimine les couples développés par les déformations angulaires des

autres jambes. Le moment est le même quelque soit l'hyperstaticité du robot. K_{66} est donc indépendant de l'hyperstaticité.

5.5. Recherche des souplesses extrémale des différentes versions

La recherche des valeurs extrémales de la souplesse pour les différentes versions se fait suivant la même méthode qu'au chapitre 3.

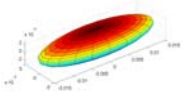
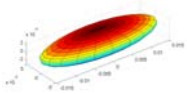
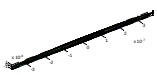
	Force-déplacement		*Moment-rotation*	
	Maximum	*Minimum*	*Maximum*	*Minimum*
q_1	*692.6404*	*692.6404*	*726.9857*	*873.1846*
q_2	*667.9944*	*667.9944*	*625.0012*	*736.9962*
q_3	*601.5732*	*601.5732*	*872.4689*	*573.2792*
φ_P	*-1.3278*	*-1.3278*	*13.4980*	*-1.6083*
λ_1	*0.015283*	*0.015283*	*3.77E-07*	*3.50E-07*
λ_2	*0.005211*	*0.005211*	*2.56E-09*	*2.05E-09*
λ_3	*0.002832*	*0.002832*	*1.08E-08*	*1.09E-08*
V_1	*0.005308* *5.11E-05* *0.99999*	*0.005308* *5.11E-05* *0.99999*	*0.00608* *2.96E-05* *0.99998*	*0.003584* *0.000207* *0.999994*
V_2	*0.99993* *-0.01078* *-0.00531*	*0.99993* *-0.01078* *-0.00531*	*0.99996* *-0.0063* *-0.00608*	*-0.99922* *-0.03935* *0.00359*
V_3	*-0.01078* *-0.99994* *0.000108*	*-0.01078* *-0.99994* *0.000108*	*-0.0063* *-0.99998* *6.79E-05*	*-0.03935* *0.999225* *-6.6E-05*
Ellipsoïde de souplesse				

Tableau 5-3 : Souplesses extrémale de la version isostatique.

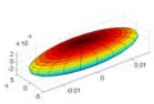
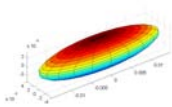
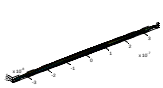
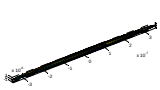
	Force-déplacement		*Moment-rotation*	
	Maximum	*Minimum*	*Maximum*	*Minimum*
q_1	*727.0000*	*492.9999*	*727.0000*	*493.0000*
q_2	*624.9995*	*475.0000*	*625.0000*	*475.0000*
q_3	*642.5000*	*677.4999*	*872.5000*	*807.5000*
φ_P	*-13.5000*	*-13.5000*	*13.5000*	*13.4999*
λ_1	*0.015576*	*0.014824*	*3.77E-07*	*3.55E-07*
λ_2	*0.005359*	*0.004074*	*4.13E-09*	*2.25E-09*
λ_3	*0.003322*	*0.00304*	*1.09E-08*	*1.09E-08*
V_1	*-0.85931* *0.000518* *-0.51146*	*0.891012* *-0.00021* *0.45398*	*0.003584* *0.000208* *0.99999*	*0.003338* *-0.00018* *0.999994*
V_2	*0.511455* *0.001399* *-0.85931*	*-0.45398* *-0.00279* *0.891008*	*-0.99922* *-0.03935* *0.003589*	*-0.99471* *-0.10264* *0.003302*
V_3	*-0.00027* *0.999999* *0.001467*	*-0.00108* *0.999996* *0.00258*	*-0.03935* *0.99923* *-6.65E-05*	*-0.10264* *0.994719* *0.000518*
Ellipsoïde de souplesse				

Tableau 5-4 : Souplesses extrémales pour la version avec N=1.

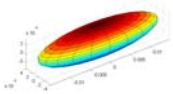
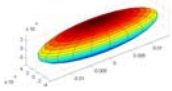
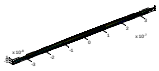
	Force-déplacement		*Moment-rotation*	
	Maximum	*Minimum*	*Maximum*	*Minimum*
q_1	*493.0547*	*493.0547*	*726.9923*	*498.3576*
q_2	*475.0351*	*475.0351*	*624.9951*	*478.4343*
q_3	*677.5112*	*677.5112*	*872.4273*	*865.7363*
φ_P	*-13.4937*	*-13.4937*	*13.4991*	*-12.8818*
λ_1	*0.014824*	*0.014824*	*3.77E-07*	*3.58E-07*
λ_2	*0.004074*	*0.004074*	*2.05E-09*	*2.51E-09*
λ_3	*0.003322*	*0.003322*	*1.09E-08*	*1.05E-08*
V_1	*0.891003* *-0.00021* *0.453997*	*0.891003* *-0.00021* *0.453997*	*0.003584* *0.000207* *0.999994*	*0.059088* *0.009923* *-0.9982*
V_2	*-0.454* *-0.00279* *0.891*	*-0.454* *-0.00279* *0.891*	*-0.99922* *-0.03936* *0.00359*	*-0.98886* *-0.13628* *-0.05989*
V_3	*-0.00108* *0.999996* *0.002579*	*-0.00108* *0.999996* *0.002579*	*-0.03936* *0.999225* *-6.6E-05*	*0.13663* *-0.99062* *-0.00176*
Ellipsoïde de souplesse				

Tableau 5-5 : Souplesses extrémales pour la version avec N=2.

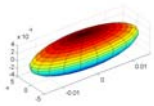
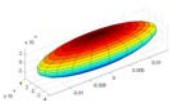
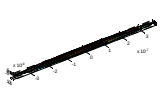
	Force-déplacement		*Moment-rotation*	
	Maximum	*Minimum*	*Maximum*	*Minimum*
q_1	*701.4542*	*517.9419*	*702.0663*	*697.5705*
q_2	*608.8366*	*491.0495*	*491.4831*	*606.1342*
q_3	*851.2118*	*698.2849*	*851.7219*	*847.9754*
φ_P	*10.5906*	*-10.6111*	*-10.5330*	*10.10416*
λ_1	*0.014875*	*0.014875*	*3.77E-07*	*3.73E-07*
λ_2	*0.004208*	*0.004208*	*1.38E-08*	*2.77E-09*
λ_3	*0.003437*	*0.003437*	*9.92E-09*	*1.07E-08*
V_1	*0.88643* *-0.0002* *0.46286*	*0.88643* *-0.0002* *0.46286*	*-0.02064* *-0.00212* *-0.99978*	*0.004262* *5.17E-06* *0.99999*
V_2	*-0.46286* *-0.00318* *0.88643*	*-0.46286* *-0.00318* *0.88643*	*-0.86937* *-0.4938* *0.018993*	*-0.99904* *-0.04369* *0.004258*
V_3	*-0.00129* *0.99999* *0.002909*	*-0.00129* *0.99999* *0.002909*	*0.49374* *-0.86957* *-0.00834*	*-0.04369* *0.99905* *0.000181*
Ellipsoïde de souplesse				

Tableau 5-6 : Souplesse extrémales pour la version avec N=3.

Il s'agit de chercher les coordonnées articulaires qui correspondent à la plus grande et la plus petite déformation du robot sous une charge unitaire extérieure. Il s'agit également de calculer la matrice de souplesse du robot condensée à son point caractéristique, de subdiviser la matrice de souplesse en quatre sous-matrices et de calculer les valeurs propres et les

vecteurs propres des sous-matrices $[K_{Fd}]$ et $[K_{M\theta}]$. Nos inconnues sont les coordonnées articulaires qui correspondent à la plus grande et la plus petite valeur propre de chacune des deux sous-matrices dans l'espace de travail pour chaque version.

Nous rappelons le lecteur que les axes des ellipsoïdes de déformations (ou de souplesse) sont les vecteurs propres V_1, V_2 et V_3, Les longueurs des demi axes sont les valeurs propres λ_1, λ_2 et λ_3.

A partir des quatre tableaux, nous pouvons remarquer que les ellipsoïdes de souplesses (ou de déformations) en forces-translations sont relativement beaucoup moins allongés que ceux en moments-rotations. En fait, le robot dans tous les cas a quatre degrés de libertés, trois translations et une rotation. Une force parallèle aux axes des pivots d'une jambe sollicite notamment cette jambe et faiblement les autres. D'autre part, suite à cette force la jambe sera notamment déformée en translation. Un moment sollicite toujours au moins deux jambes (même dans la version isostatique), à l'exception du moment autour de l'axe *z* (axe autour duquel la rotation est autorisée). Un moment déforme les jambes en translation et en rotation. Le moment autour de l'axe *z* sera équilibré uniquement par deux forces égales et opposées (un couple) générées par les jambes J_2 et J_4. Ce moment est dû aux forces générées par les translations des deux jambes et à aucun couple développé au poignet de l'une des quatre jambes à cause de la présence du pivot ayant l'axe parallèle à *z* en *P*. Chacun des deux autres moments sollicite au moins deux jambes dont l'une va développer un moment de réaction ce qui diminue la déformation. Ce fait explique pourquoi dans les quatre tableaux nous remarquons que l'axe qui correspond à la souplesse maximale est proche de l'axe *z* et le grand allongement relatif de l'ellipsoïde de souplesse (moment-rotation) puisque l'une des trois souplesses est beaucoup plus grande que les deux autres.

Nous remarquons également que dans les quatre tableaux, la souplesse minimale (Force-déplacement) correspond à un axe proche de l'axe *y*. Ce point peut être expliqué par la présence de deux jambes verticales. Mais, si la présence de deux jambes verticales multiplie la rigidité K_{22} par un facteur qui peut arriver jusqu'à 2 elle ne divise pas, dans notre cas, la souplesse par 2. En fait, la force verticale ne sollicite directement que la jambe J_2. La sollicitation de J_4 est due à sa déformation angulaire autour de l'axe *x*. La souplesse en translation selon l'axe *x* est plus grande que les deux autres parce que la jambe J_1 a quasiment toujours un angle de pliage proche de 90º où sa souplesse force-translation est maximale. Ce phénomène nous explique la forme des ellipsoïdes de déformations.

Nous remarquons finalement que dans le Tableau 5-5 les deux premieres colonnes sont identiques (au 4eme chiffre après la virgule). Nous avons déjà signalé dans le chapitre 1 que ce cas n'est pas exclu. Les deux souplesses extrema ne correspondent pas à la même direction.

La Figure 5-5-(a) montre les variations relatives des valeurs extrémales de la souplesse en force-déplacements et la Figure 5-5-(b) pour la souplesse en moment-rotation. Les colonnes foncées représentent le rapport entre les souplesses minimales de chaque version et celles de la version isostatique. Les colonnes claires représentent les rapports entre les souplesses maximales de chaque version et celles de la version isostatique. Les Figure 5-5 (c) et (d) représentent l'écart entre les valeurs extrémales de chaque version.

A partir de la Figure 5-5, nous pouvons remarquer que la souplesse maximale (en force-translation ou moment-rotation) est quasiment insensible à l'hyperstaticité. Par contre la souplesse minimale augmente avec l'hyperstaticité. En fait, la souplesse maximale force-translation a une tendance décroissante avec l'hyperstaticité dans une étendue de 4% à peu prés. La souplesse maximale en moment-rotation est restée quasiment inchangée. La souplesse minimale a une tendance croissante visible avec l'hyperstaticité. Le rapport entre la souplesse minimale pour une version de degré d'hyperstaticité N=3 et la souplesse minimale d'une version isostatique est de l'ordre de 1.2, la variation est donc de l'ordre de 20%. En fait, la décroissance de la souplesse minimale est due au couplage des déformations. La croissance de la souplesse minimale signifie qu'avec l'hyperstaticité l'écart entre les deux souplesses diminue et par suite l'ellipsoïde de souplesse (ou de déformations) s'approche de plus en plus d'une sphère.

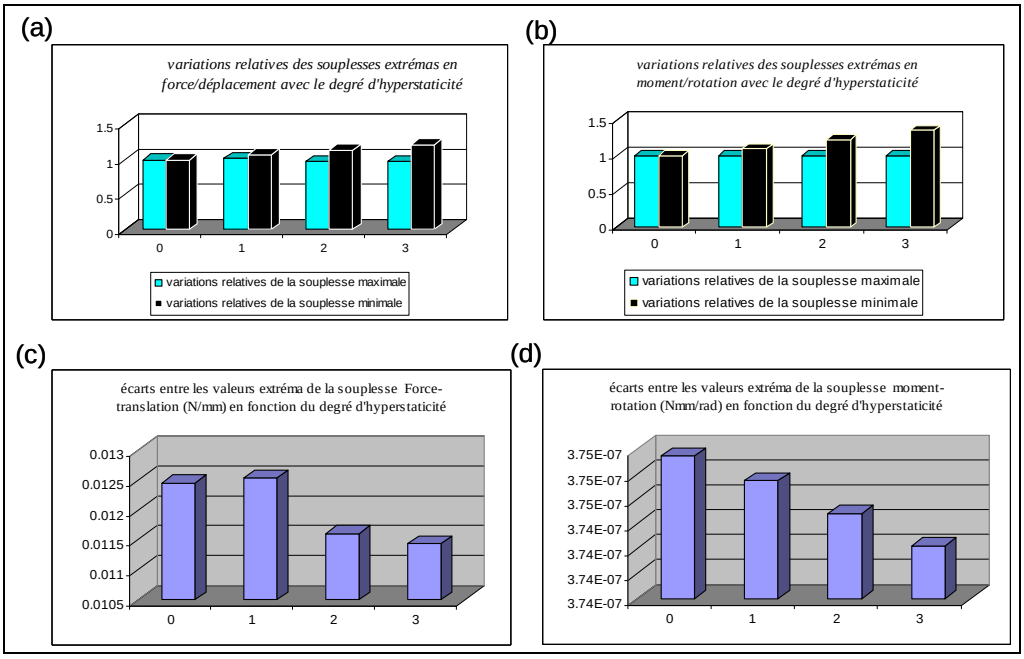


Figure 5-5 : Comparaison des souplesses extrémales des différentes versions.

5.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons comparé quatre versions différentes de l'Isoglide4-T3R1. Nous avons analysé l'influence de l'hyperstaticité sur les termes de la matrice de rigidité ainsi que sur les valeurs extrémale de la souplesse. Nous avons vu que le terme K_{66} est quasiment insensible à l'hyperstaticité, ainsi que la souplesse maximale en moment-rotation. Nous avons aussi trouvé que l'écart entre la souplesse maximale et la souplesse minimale (force-translation ou moment-rotation) diminue avec l'hyperstaticité

Chapitre 6 : Métrologie par vision

6.1. Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté les effets théoriques des défauts géométriques sur les caractéristiques cinématiques du robot ainsi que sur la précision de la pose de la plate-forme mobile à corps rigides et à corps déformables. Les analyses présentées ont été soit analytiques basées sur la géométrie et la théorie de la résistance des matériaux, soit numériques sous ANSYS. Les études théoriques ont l'avantage de donner beaucoup de détails. Une simulation avec la MEF (méthode des éléments finis) donne notamment les déplacements et les contraintes en tout point du mécanisme, comme elle permet d'obtenir la déformée à grande échelle et d'avoir des animations sur la déformation du mécanisme. Par contre, la modélisation introduit toujours des hypothèses simplificatrices, la simulation dure longtemps et les résultats ne sont pas vérifiables.

Dans ce chapitre et le chapitre suivant, nous présentons une étude expérimentale de la précision de l'Isoglide4-T3R1 [Gog02]. Dans ce chapitre nous présentons les outils de métrologie qui ont été utilisés. Dans un premier paragraphe nous présentons la mesure avec une caméra monoculaire qui a été utilisée pour la mesure de la pose de la plate-forme mobile. Dans un deuxième paragraphe nous présentons la mesure avec les têtes stéréoscopiques qui ont été utilisées pour la mesure des défauts géométriques de montage. Dans le dernier paragraphe, nous effectuons une combinaison des deux systèmes. Cette combinaison nous permet d'avoir la pose de l'effecteur ainsi que les distances parcourues par les moteurs dans le même repère. Ceci nous permet d'établir une corrélation avec les études théoriques présentées dans les chapitres précédents.

6.2. Mesure avec la caméra monoculaire

La caméra monoculaire est un système largement utilisé dans la métrologie par vision notamment dans la robotique. L'utilisation d'une ou plusieurs caméras permet de localiser ou de reconstruire un objet selon les hypothèses disponibles au moment de l'expérimentation (voir [Chr98] pour une étude bibliographique sur le sujet).

- Si la géométrie de l'objet à mesurer est connue : Le calcul de pose permet d'estimer la position et l'orientation d'un objet connu par rapport à un repère lié à la ou les caméras.
- Si la géométrie de l'objet à mesurer est inconnue : Le déplacement de l'objet par rapport à la ou les caméras peut également être obtenu par reconstruction euclidienne, en suivant dans les images successives des primitives géométriques de l'objet (points, droites). Le modèle de l'objet dans ce cas n'est pas nécessaire puisqu'il est estimé, la mesure est alors moins précise.

Le calcul de pose fournit une information directement exploitable pour l'identification géométrique de mécanismes. Quel que soit le nombre de caméras choisi, le calcul nécessite la connaissance du comportement de la caméra, c'est-à-dire de la relation existante entre la pose d'un objet et son image. Une phase d'étalonnage est donc nécessaire. La littérature à ce propos est abondante, et le lecteur pourra se référer à [Fau93], [HoM93],[ZhR96] pour s'y initier. Une approche particulièrement intéressante est celle proposée par [LaD98], [Dho03]: elle permet d'étalonner finement un système de vision monoculaire. En s'affranchissant de l'utilisation d'un objet de référence de géométrie parfaitement connue. L'approche sera utilisée par la suite, aussi en présentons nous ici le principe.

6.2.1. Formation de l'image

Une caméra est composée d'un objectif et d'un capteur permettant l'acquisition sous forme matricielle de l'image. Cette image est supposée se former en respectant le modèle sténopé où tous les rayons lumineux convergent en un point situé à une distance *f*, la focale, du capteur (Figure 6-1). Un objet est alors projeté sur le capteur en respectant le modèle de projection perspective. Tout point *P* d'un solide *M*, de coordonnées (x_P ;y_P ;z_P) dans le repère R_M lié au solide, se voit alors projeté en un point *p* de coordonnées (u_p;v_p) sur le capteur (Figure 6-1) que l'on peut exprimer en trois temps.

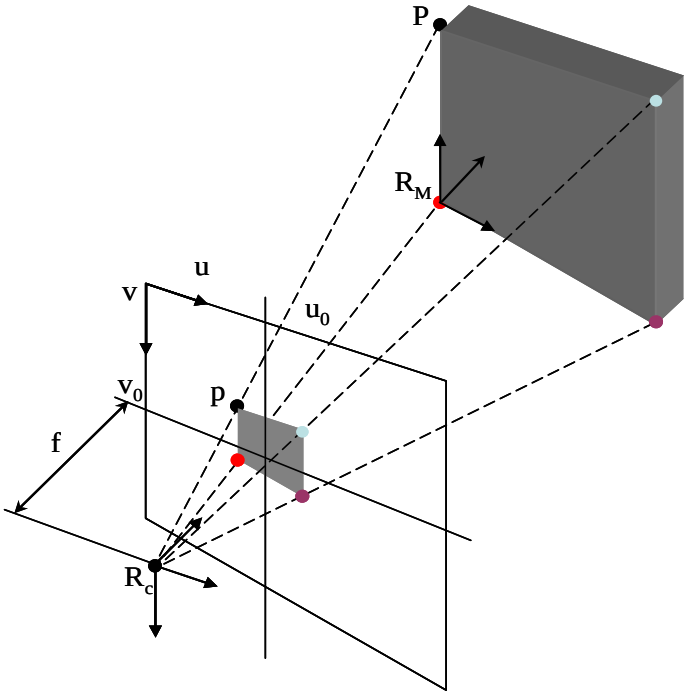


Figure 6-1 : Projections d'objets M dans le capteur par projection perspective

6.2.1.1. Expression des coordonnées dans le repère caméra

Les coordonnées (X_C; Y_C ; Z_C) de *P* dans le repère R_C sont liées à ses coordonnées (X_M; Y_M ; Z_M) dans R_M par la relation :

$$\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \\ 1 \end{bmatrix}. \qquad (6.1)$$

Où [*R*] est la matrice qui assure la rotation entre le repère R_M de l'objet *M* et le repère R_C de la caméra. Les colonnes de [*R*] sont les composantes des axes de R_M exprimées dans R_C. *t* est le vecteur formé par les coordonnées de l'origine de R_M dans R_C.

6.2.1.2. Détermination des coordonnées pixelliques

La forme du pixel composant la matrice du capteur est prise en compte en considérant des dimensions différentes *dx* et *dy* selon ses deux directions. En notant $(u_0;v_0)$ les coordonnées du centre du capteur , qui représentent également l'axe optique nous obtenons :

$$\begin{aligned} u &= f_x \frac{X_C}{Z_C} + u_0 \\ v &= f_y \frac{Y_C}{Z_C} + v_0 \end{aligned}, \tag{6.2}$$

avec $f_x = \frac{f}{dx}$ et $f_y = \frac{f}{dy}$ les focales définissant l'objectif et la caméra.

6.2.1.3. Prise en compte des distorsions optiques

Les distorsions sont inhérentes aux lentilles optiques. Si elles peuvent être négligée dans certains cas, en revanche elles deviennent prépondérantes quand la focale est courte (Figure 6-2). Une correction (d_{0_x} ; d_{0_y}) de la position pixellique d'impact détecté dans l'image est donc introduite pour compenser cet effet et se rapprocher de la projection perspective parfaite

$$\begin{aligned} u &= f_x \frac{X_C}{Z_C} + u_0 + d_{0_x} \\ v &= f_y \frac{Y_C}{Z_C} + v_0 + d_{0_y} \end{aligned}. \tag{6.3}$$

Figure 6-2 : Exemple de distorsion radiale affectant une image de mire

En modélisant la distorsion par sa composante radiale et sa composante tangentielle [LaD00] nous obtenons:

$$\begin{aligned} d_{o_x} &= (u-u_0)\sum_{i=1}^{5}\left(a_i r^{2i}\right) + p_1 f_x\left(r^2 + 2\frac{(u-u_0)^2}{f_x^2}\right) + 2\frac{p_2}{f_y}(u-u_0)(v-v_0) \\ d_{o_y} &= (v-v_0)\sum_{i=1}^{5}\left(a_i r^{2i}\right) + p_2 f_y\left(r^2 + 2\frac{(v-v_0)^2}{f_y^2}\right) + 2\frac{p_1}{f_x}(v-v_0)(u-u_0) \end{aligned} \quad . \tag{6.4}$$

Avec

$$r^2 = \left(\frac{u-u_0}{f_x}\right)^2 + \left(\frac{v-v_0}{f_y}\right)^2 , \tag{6.5}$$

r, représente la distance au centre optique.

La modélisation de la distorsion, introduit donc des paramètres supplémentaires dans le modèle du capteur

- $a_{i\in[1,5]}$ modélisent la distorsion radiale
- p_1, p_2 modélisent la distorsion tangentielle

En première approximation c'est la distorsion radiale qui est la plus influente.

Etablir la correspondance entre les coordonnées 3*D* d'un point et celles de son image nécessite donc la connaissance de onze paramètres : (f_x, f_y, u_0, v_0, $a_{i\in[1,5]}$, p_1, p_2). La relation n'est pas bijective : à tout point dans le capteur correspond une infinité de points situées le long d'une droite. Deux objets semblables à un facteur d'échelle près peuvent avoir la même image (Figure 6-3) pour une position relative particulière. Pour être capable d'estimer la pose d'un objet, une de ses dimensions doit donc être introduite. Lors de l'étalonnage il s'agit d'une des dimensions de la mire.

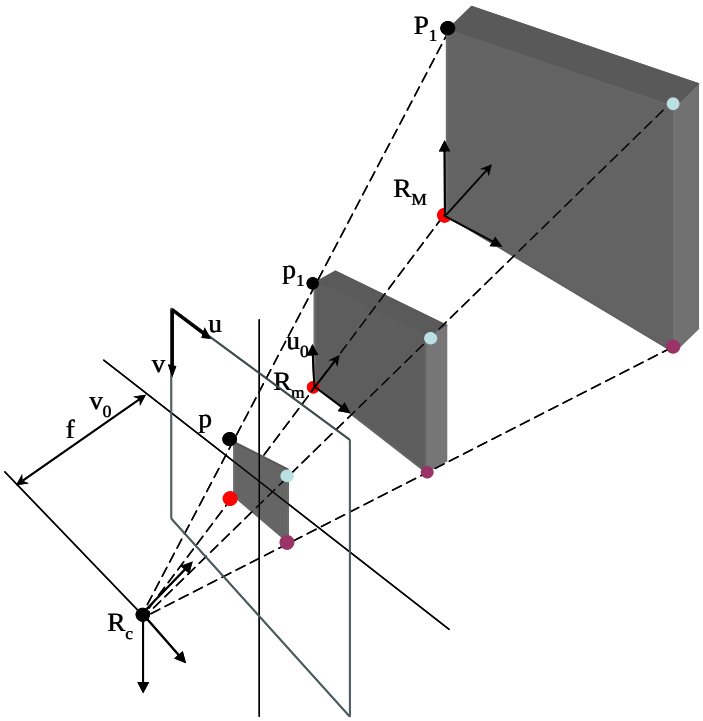


Figure 6-3 : Deux objets ont la même projection dans le capteur de la caméra

6.2.2. Etalonnage

Les mires généralement utilisées sont constituées de cibles (ou amers) réfléchissantes coplanaires de forme supposée circulaire. L'approche développée permet la reconstruction de la géométrie de la mire en même temps que la détermination des paramètres de la caméra. La mise en place relative des amers n'a donc pas besoin d'être effectuée avec un soin particulier. Afin d'introduire une métrique, seule une mesure de distance entre deux amers doit être réalisée. La procédure d'étalonnage est composée de trois étapes :

- Acquisition d'une série d'images de la mire sous différentes incidences et positions. Huit à dix images permettent généralement la détermination de l'ensemble des paramètres (Figure 6-4).
- Détermination pour chaque image des coordonnées sub-pixelliques du centre de chaque amer. La mire est alors réduite à un ensemble de points dont on connaît la position dans les images. La précision est de l'ordre de 2% prés.
- Identification des paramètres du couple caméra-mire. Pour ce faire, la distance euclidienne entre le centre détecté et le point reprojeté est minimisée [LaD98]. Les inconnues sont alors les paramètres de la caméra, la position relative des centres des amers dans R_M, et la transformation entre le repère lié à la caméra et le repère lié à la mire pour chaque image. Notons que la précision de la détection influe directement sur cette identification. Dans nos expériences la précision a été de l'ordre de 0.02 pixel

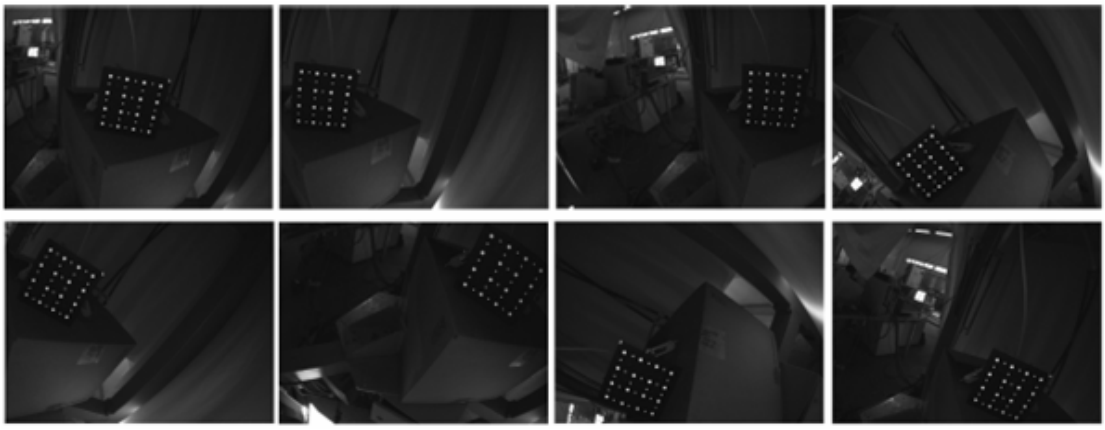


Figure 6-4 : Exemple d'une série d'image pour l'étalonnage

6.2.3. Acquisition des données

Une fois que la caméra est étalonnée, c'est-à-dire après la connaissance de ses paramètres intrinsèques, nous pouvons l'utiliser pour mesurer la pose de la plate-forme mobile du robot. Nous mesurons des déplacements relatifs, donc peu importe l'origine des mesures. Ce qui nous intéresse c'est l'identification du modèle géométrique direct du robot, donc de combien a changé la pose de la plate-forme mobile pour un changement des coordonnées articulaires. La caméra a été fixée sur la plate-forme de telle façon qu'elles forment ensemble un corps rigide (Figure 6-5). Les déplacements relatifs de la plate-forme mobile sont les mêmes que ceux de la caméra. L'étalonnage a été fait avec une mire qui est donc connue par la caméra. Il est alors possible de calculer à chaque image la pose de la mire par rapport à la caméra. La seule condition pour les mesures c'est l'observabilité, donc il faut que pour toutes les images la mire soit à l'intérieur du champ de vision de la caméra. La précision de mesure de la caméra monoculaire est de 1/50000 du champ de vision.

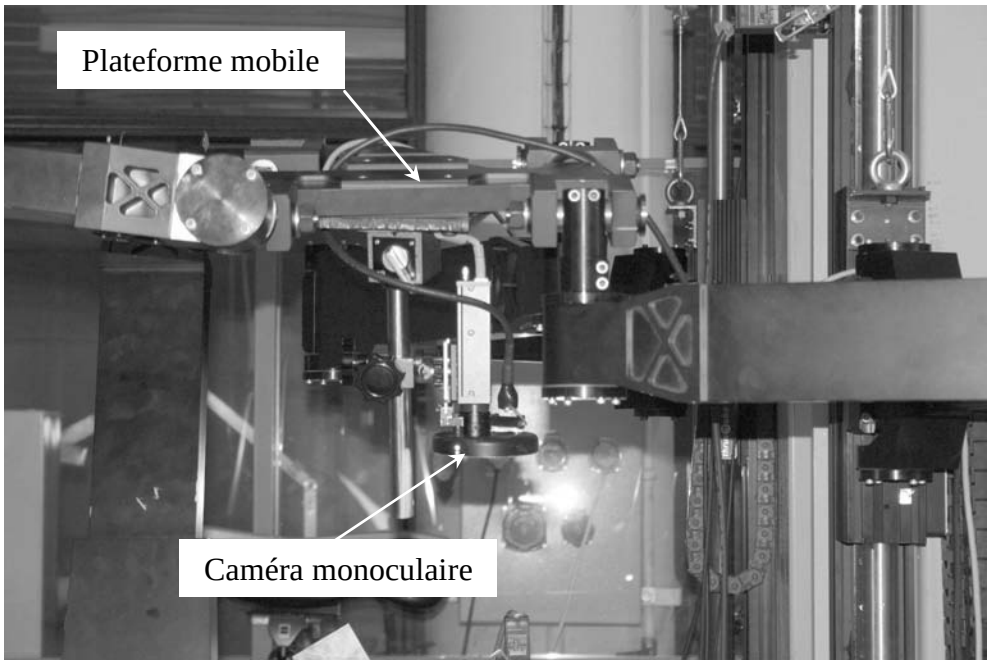


Figure 6-5 : Caméra monoculaire monté en corps rigide sur la plate-forme mobile de l'Isoglide4-T3R1

6.2.4. Traitement des données et calcul des résultats

Les images prises par la caméra monoculaire sont des résultats bruts. Ces images doivent être traité pour aboutir aux résultats finaux.

6.2.4.1. Traitement des données

L'étalonnage donne les dimensions de la mire et détermine les paramètres (f_x, f_y, u_0, v_0, $a_{i\in[1,5]}$, p_1, p_2). Le repère de la mire est défini par le plan de la mire et la normale à ce plan. La mire est presque plane. Le plan de la mire est donc le plan qui contient les centres des amers réfléchissants collés sur la mire. La direction de la normale au plan de la mire peut être ainsi déterminée.

La mire contient 18 pastilles en moyenne. Si dans une série de mesure nous avons pris 20 images, l'appariement de touts les points sur les images nécessite de cliquer dans un bon ordre 360 points. Cliquer 360 points dans un bon ordre sans se tromper c'est quasiment impossible, un appariement automatique ou semi-automatique pour tous les points dans toutes les images est indispensable. Nous connaissons a priori un modèle 3*D* approché pour la mire, ainsi que les paramètres de la caméra (f_x, f_y, u_0, v_0, $a_{i\in[1,5]}$, p_1, p_2) à 20% prés.

En cliquant quatre points de la mire nous pouvons déterminer d'une façon approximative la pose de l'objet dans l'espace. Par contre les même quatre points doivent être cliqués dans toutes les images et dans le même sens d'où la nécessité d'un détrompeur sur la mire. Les quatre points seront cliqués à partir du point le plus proche au détrompeur dans le même sens de rotation. Le modèle approximatif de la mire est connu ; à partir de ce modèle et de la pose calculée par les quatre points il sera possible de reprojeter tous les points de chaque image. Enfin sur chaque image le programme cherche automatiquement la tache la plus proche au point projeté. Après avoir indiqué toutes les images un calcul d'optimisation est lancé afin de déterminer les paramètres (f_x, f_y, u_0, v_0, $a_{i\in[1,5]}$, p_1, p_2)

6.2.4.2. Calcul des résultats

Nous utilisons la caméra monoculaire pour mesurer la pose de la plate-forme mobile du robot. La pose d'un repère par rapport à un autre est mathématiquement une

transformation géométrique caractérisée par son opérateur homogène. Un opérateur homogène est composé d'une matrice de rotation et d'un vecteur. La matrice de rotation est caractérisée par trois angles *a*, *b* et *c* qui sont les amplitudes des rotations successives qu'il faut appliquer au repère de la caméra autour des axes *x*, *y* et *z* respectivement pour aboutir à l'orientation du repère de la mire. Le vecteur [*P*] donne les coordonnées de l'origine du repère de la mire dans le repère de la caméra. Le programme qui gère la caméra monoculaire donne pour chaque image les trois angles et les trois composantes de [*P*].

Les coordonnées pixelliques de chaque amer sont obtenues à partir de l'image, connaissant les dimensions réelles de la mire, on en déduit la pose de cette dernière dans le repère de la caméra.

Après avoir pris *n* images, nous avons pour chaque image la pose de la mire par rapport à la caméra. Nous pouvons supposer que le passage du repère ${}^{i}R_{C}$ de la caméra dans la pose *i* (*i=1..n*) au repère R_M est le composé du passage du repère ${}^{i}R_{C}$ au repère ${}^{1}R_{C}$ et du passage du repère ${}^{1}R_{C}$ au repère R_M. Si $\left[{}^{i}T\right]$ est la matrice homogène de passage de ${}^{i}R_{C}$ à R_M il suffit de multiplier toutes les $\left[{}^{i}T\right]$ par $\left[{}^{1}T\right]^{-1}$ pour avoir les mouvements de la plate-forme mobile par rapport à sa pose initiale (Figure 6-6).

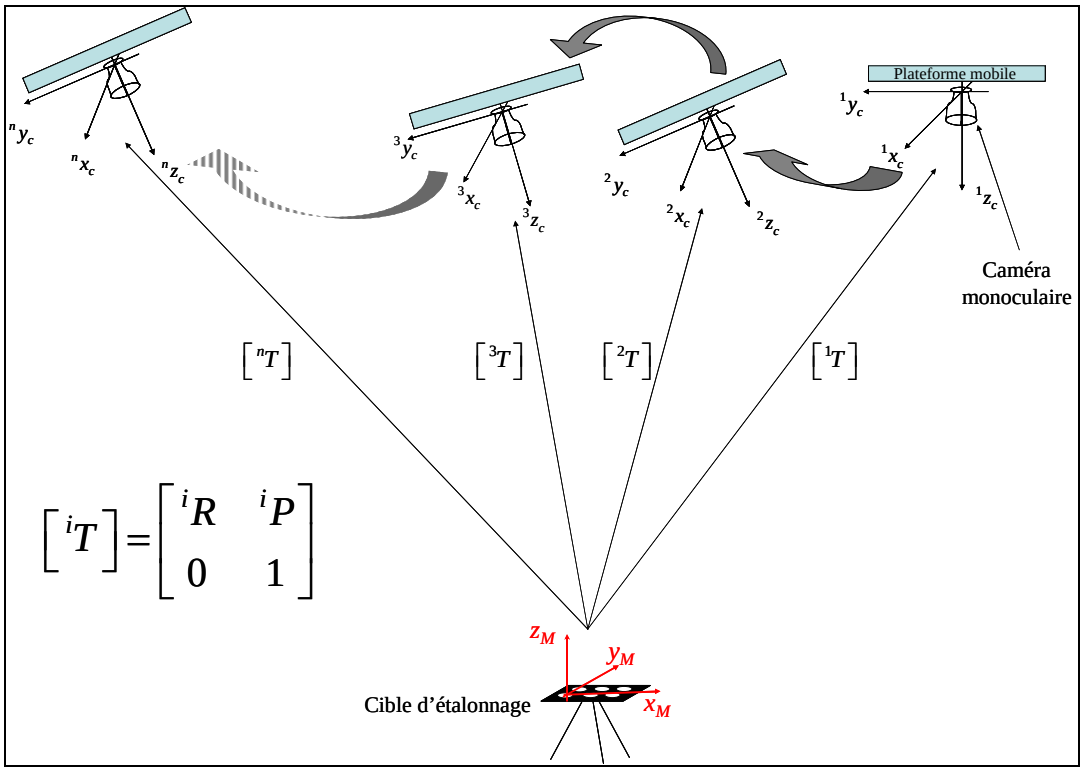


Figure 6-6 : Mesure avec la caméra monoculaire

6.2.5. Conclusion

Dans cette section nous avons présenté la formation de l'image et le processus de la métrologie avec la caméra monoculaire. Le processus contient trois étapes, l'étalonnage, l'acquisition des donnés et enfin le traitement de ces données et le calcul des résultats. La formation de l'image contient également trois étapes principales, le calcul des coordonnées dans le repère de la caméra, la détermination des coordonnées pixellique et la prise en compte de la distorsion optique C'est un système largement utilisé dans la métrologie par vision artificielle et notamment dans le domaine de l'identification des robots.

6.3. Mesure avec les têtes stéréoscopiques

Une tête stéréoscopique est un système de métrologie industriel que nous adaptons à la recherche. La tête stéréoscopique est formée de deux caméras qui travaillent d'une façon analogue à la vision humaine. La tête stéréoscopique donne dans son repère (Figure 6-7) les coordonnées en trois dimensions pour un point matériel et en six dimensions (position et orientation) pour un corps rigide.

Comme tout système de métrologie par vision, la mesure passe par trois étapes principales, l'étalonnage, l'acquisition des données et enfin les résultats de mesures. La fiabilité et la précision des mesures effectuées par ce système ont été testées par comparaison avec l'interféromètre laser [CAL06]. La précision du système n'était pas mentionnée sur le manuel d'utilisateur. Sur une échantillons de 100 mesures pour 50 triplets de coordonnées à la fois. Les étendues des coordonnées ont été 15 μm selon les axe x et y et 50 μm selon l'axe z quand la distance entre le capteur et la pastille mesurée est de 120cm.

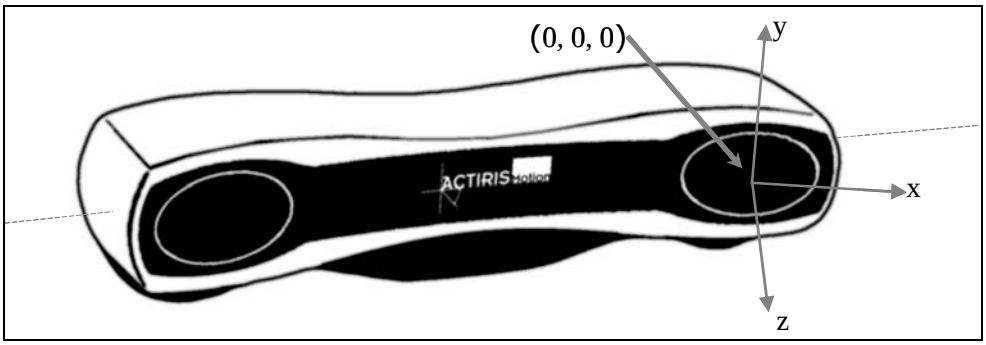


Figure 6-7 : Tête stéréoscopique

6.3.1. Etalonnage

Nous allons d'abord aborder les problèmes de mise en œuvre d'une seule tête stéréoscopique composée de deux caméras.

Nous verrons ensuite les procédures nécessaires pour coupler deux têtes stéréoscopiques dans le cadre de nos applications.

6.3.1.1. Principe de fonctionnement de la tête stéréoscopique

Chaque tête est formée de deux caméras, dans la majorités de nos mesures nous avons utilisé deux têtes. Le système donne les coordonnées des objets mesurés (points matériels ou corps rigides) dans le même repère.

Pour un point matériel une caméra donne la direction de la droite qui joint le point au centre optique de l'objectif. Plusieurs points alignés avec le centre de l'objectif auront la même image pour la caméra. La tête contient deux caméras, donc pour chaque point de l'espace elle fournit deux directions de deux droites qui joignent le point aux centres optiques des caméras. Deux droites se coupent en un seul point, qui est le point mesuré (Figure 6-8). Pour avoir les coordonnées du point d'intersection, il faut avoir les équations des deux droites dans le même repère. Il nous faut donc la position et l'orientation du repère de la caméra secondaire par rapport au repère de la caméra principale.

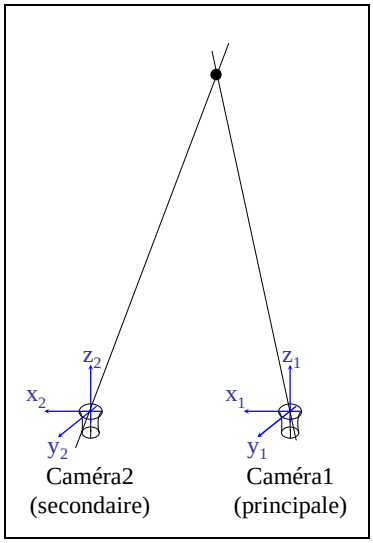


Figure 6-8 : Principe de mesure avec les têtes stéréoscopiques

6.3.1.2. Étalonnage intrinsèque

La tête stéréoscopique est un ensemble monté en corps rigide. Par contre, un système optique de mesure est sensible aux facteurs extérieurs notamment à la température et aux vibrations. La pose relative des deux repères ne peut pas être utilisée une fois pour toute, il faut la calculer avant chaque mesure. Le calcul de la pose relative des deux repères s'appelle l'étalonnage intrinsèque de la tête. Cet étalonnage se fait à l'aide d'une barre reconnue par le logiciel qui gère la tête.

L'étalonnage intrinsèque consiste à faire passer la barre d'étalonnage devant la tête et prendre un grand nombre d'image. Il faut déplacer lentement la barre devant le capteur en la gardant parallèle à la façade du capteur (Figure 6-9) ; faire varier l'inclinaison de la barre. La barre contient deux ensembles de 4 pastilles auto réfléchissantes permettant de placer la barre de façon perpendiculaire à l'axe optique ou d'une façon oblique (Figure 6-10). Un ensemble de quatre pastilles sert à faire un étalonnage face au capteur (En *xy*). Cet ensemble sert à un étalonnage notamment pour les composantes *x* et *y*.

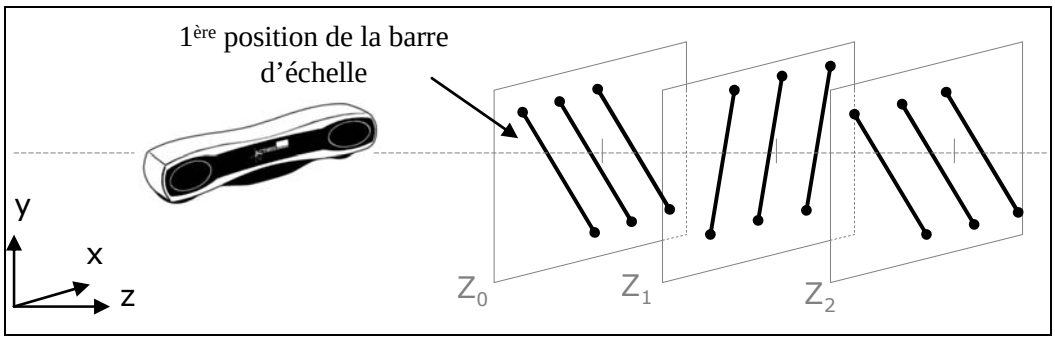


Figure 6-9 : Etalonnage de la tête stéréoscopique en xy

A chaque fois que la position relative des centres des quatre pastilles est détectée, la pose est identifiée les coordonnées fournies par les deux caméras sont enregistrées. Le logiciel requiert un nombre minimal de mesures pour valider la procédure, Une seconde canne d'étalonnage permettant de travailler selon une orientation de 45° introduit alors des contraintes selon Oz (Figure 6-10).

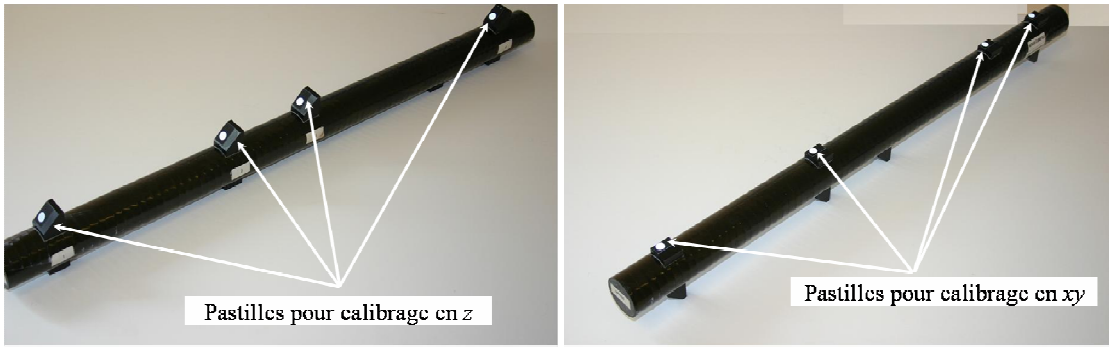


Figure 6-10 : Barre de calibrage intrinsèque

Effectuer cette partie de l'étalonnage consiste à déplacer la barre en la gardant grossièrement parallèle à l'axe de visée du capteur. Dans ce cas, les centres des quatre pastilles sont alignés sur une droite presque parallèle à l'axe *z* du repère de la caméra, donc quand les points sont identifiés, notamment la composante *z* est identifiée. Une fois les deux ensembles de points sont enregistrés il s'agit de trouver la transformation qui établit la relation entre les points pris par chaque caméra.

Les facteurs physiques externes n'affectent que d'une faible amplitude la pose relative des deux caméras d'une variation énorme. La matrice de rotation $[R_{pr}]$ et le vecteur $[T_{pr}]$ calculés à partir d'un étalonnage précédent sont au voisinage de la matrice $[R]$ et du vecteur $[T]$ que nous cherchons à partir de l'étalonnage. Le calcul de la pose est fait donc suite à une optimisation non-linéaire au voisinage de la solution d'où la possibilité de l'utilisation de la barre d'étalonnage qui est une mire linéaire.

Une mire linéaire est signée par un birapport, de telle façon que si les centres des quatre pastilles sont *A*, *B*, *C* et *D* , le rapport des longueurs :

$$\frac{\dfrac{AB}{AC}}{\dfrac{DB}{DC}} = K \tag{6.7}$$

est constant quelque soit l'inclinaison de la barre ce qui permet la détection de la canne dans l'image. D'autre part la canne doit couvrir tout le volume du champs de mesure d'où la nécessité de passer la barre dans plusieurs plans suivant *z* (Figure 6-9).

En résumé, si $[U_i]$ (i=1…n) est l'ensemble de cordonnées des points pris par la caméra principale et $[V_i]$ est l'ensemble des points pris par la caméra secondaire. Il s'agit de trouver la matrice de rotation $[R]$ et le vecteur de translation $[T]$ qui minimisent la somme *S*:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left({}^{i}\varepsilon_x^2 + {}^{i}\varepsilon_y^2 + {}^{i}\varepsilon_z^2 \right) \tag{6.8}$$

avec

$$\begin{bmatrix} {}^{i}\varepsilon \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_i \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{6.9}$$

6.3.1.3. Etalonnage extrinsèque

Une fois que l'étalonnage intrinsèque de toutes les têtes est fini (dans notre cas il y a seulement deux têtes), il faut calibrer la pose relative des différentes têtes entre elles afin

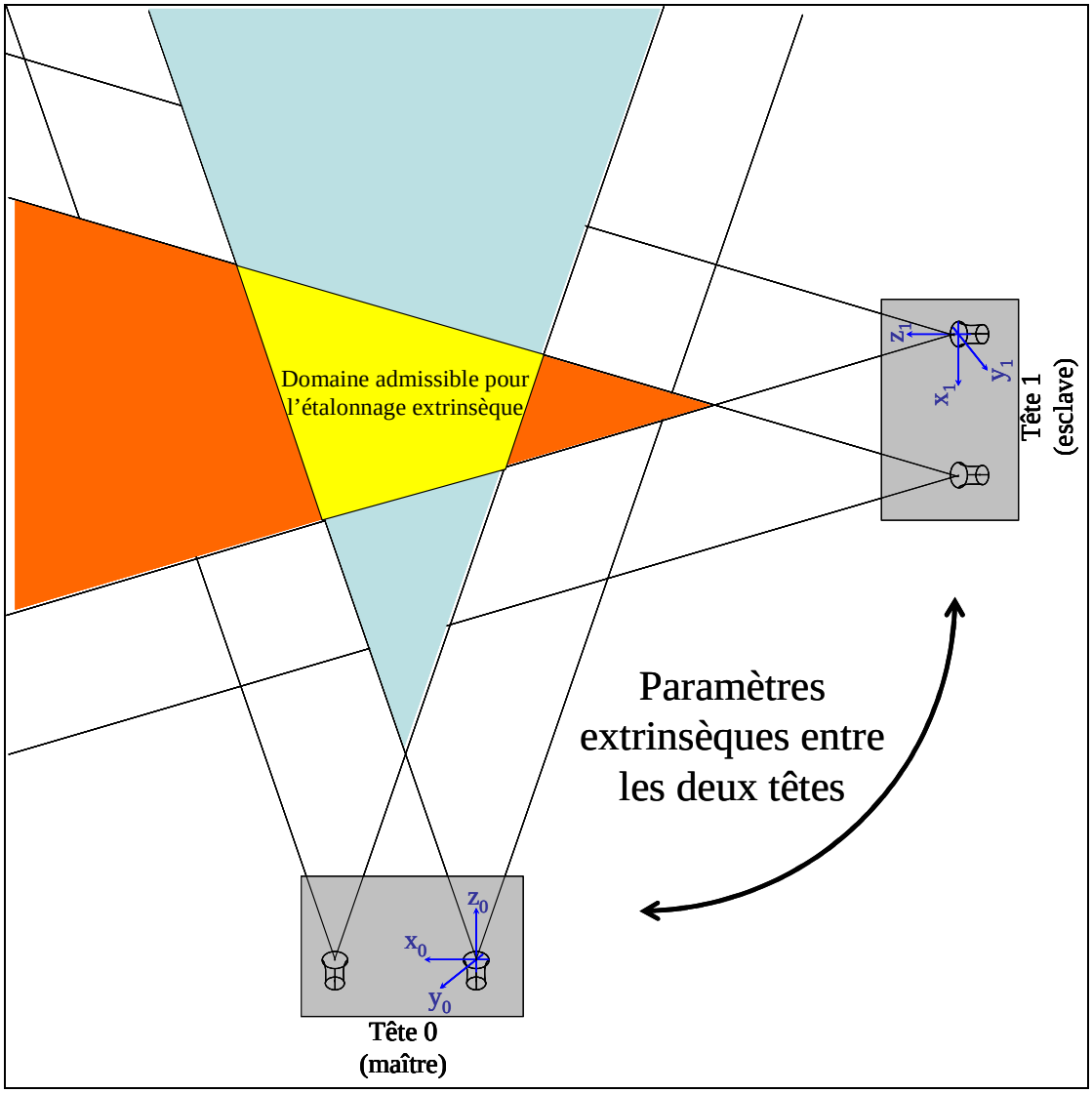


Figure 6-11 : Domaine admissible pour l'étalonnage extrinsèque

d'avoir les coordonnées des centres de toutes les pastilles mesurées dans le même repère. Ce type d'étalonnage est appelé l'étalonnage extrinsèque du système.

L'étalonnage extrinsèque se fait avec une autre barre sur laquelle il y a trois boules réfléchissantes non colinéaires (Figure 6-12).

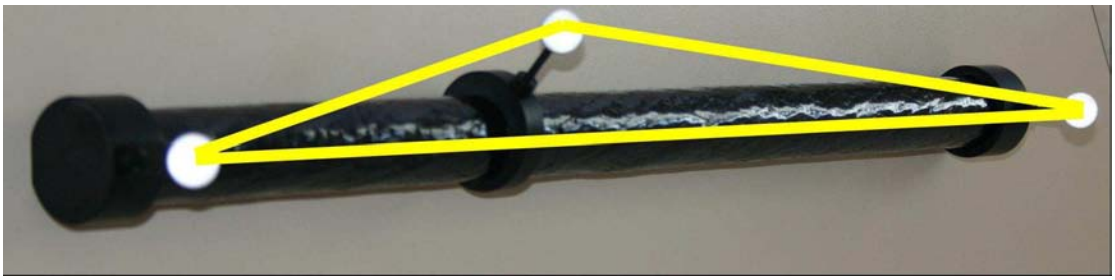


Figure 6-12 : Barre d'étalonnage extrinsèque

Les trois boules avec la barre constituent un corps rigide connu par le logiciel du système. Un corps rigide est caractérisé par sa pose donc par sa position et son orientation par rapport au repère de chaque tête. Il faut que les trois boules soient visibles par toutes les caméras donc dans l'intersection des champs de toutes les caméras (Figure 6-11). En pratique, il s'agit de passer la barre de l'étalonnage extrinsèque dans le champ commun de toutes les

caméras. La barre sera identifiée quand ses images prises par toutes les têtes se superposent avec la forme prédéfinie. Le problème consiste à chercher la position et l'orientation de toutes les têtes esclaves par rapport à la tête maître. Si $[P_{0i}]$ est la matrice de la pose numéro *i* de la barre d'étalonnage par rapport à la tête 0, $[P_{ji}]$ est la matrice de la même pose de la barre d'étalonnage prise par la tête *j* il s'agit de trouver les matrices $[T_j]$ (*j=1…n* ou *n* est le nombre de têtes esclaves) qui minimisent les erreurs entre $[P_{0i}]$ et le produit $[T_j][P_{ji}]$ selon une fonction d'erreurs défini par le programme

Une fois que l'étalonnage est fini le programme affiche la pose de chaque tête par rapport à la tête 0 et les erreurs. Si l'erreur n'est pas acceptable l'étalonnage doit être refait avec un nombre d'échantillons plus grand. Si l'erreur est acceptable, une vérification de l'étalonnage doit être faite. La vérification se fait avec un nombre d'images plus petit et ses résultats ne seront pas utilisés pour les mesures. Les résultats de la vérification de l'étalonnage sont affichés par le programme, si les paramètres affichés par la vérification correspondent aux paramètres donnés par l'étalonnage, les mesures seront lancées si non l'étalonnage doit être refait. (Pour plus de détails sur l'étalonnage voir le manuel d'utilisation des têtes stéréoscopiques [ACT]).

6.3.2. Acquisition des données

Une fois que les têtes sont étalonnées, elles sont prêtes pour les mesures. Les capteurs des têtes sont adaptés pour calculer les coordonnées du centre d'une cible spéciale. Cette cible est soit une boule ou une pastille réfléchissante selon le besoin de l'essai. Une ou plusieurs cibles sont fixées sur la composante à mesurer (Figure 6-13). Pour chaque position de la composante, *n* ensembles de coordonnées pour les centres des cibles sont estimés de manière à réduire le bruit de mesure. Pour les premiers essais nous avons fixés *n=50*, les écarts types des coordonnées 3*D* ont été relativement élevés, nous avons fixés ultérieurement *n=100*. Le système fournit les coordonnées 3*D* des centres des cibles prises par les différentes têtes qui sont stockées dans des fichiers excel.

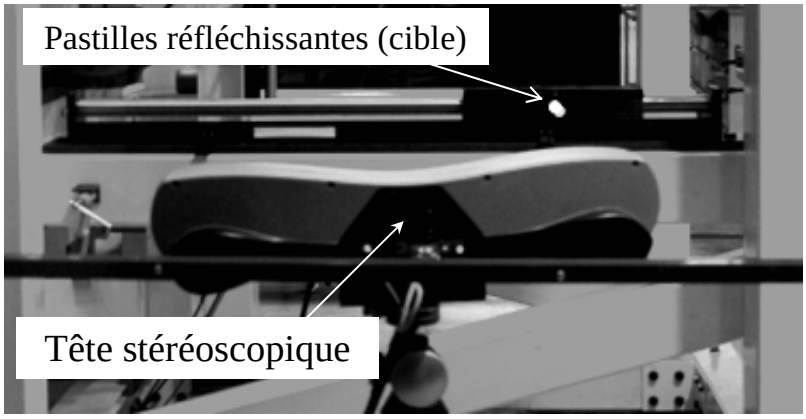


Figure 6-13 : Dispositif de mesure avec la tête stéréoscopique.

6.3.3. Traitement des données

Les résultats bruts fournis par les têtes stéréoscopiques dans des fichiers excel ne sont pas directement utilisables. Un point réfléchissant dans le champ de la tête est considéré comme une cible et enregistré, une variation de l'intensité de la lumière aboutit à un ensemble d'image hétérogène pour le même point. D'autre part, les mesures sont réalisées dans le CTT de l'IFMA où il y a plusieurs machines d'usinage ainsi que plusieurs sources de vibrations qui causent des résultats hétérogenes. Les points provenant d'une source réfléchissante intrus doivent être éliminés des résultats, les images des cibles réelles doivent être filtrées avant de les utiliser.

6.3.3.1. Filtrage

Le processus de filtrage des résultats est un contrôle de la qualité de l'ensemble des coordonnées fournies par les têtes pour le centre de la cible dans une position donnée. Il s'agit de vérifier d'une part que les 100 triplets de coordonnées 3*D* fournies pour la même pastille sont homogènes et que leur incertitude est acceptable.

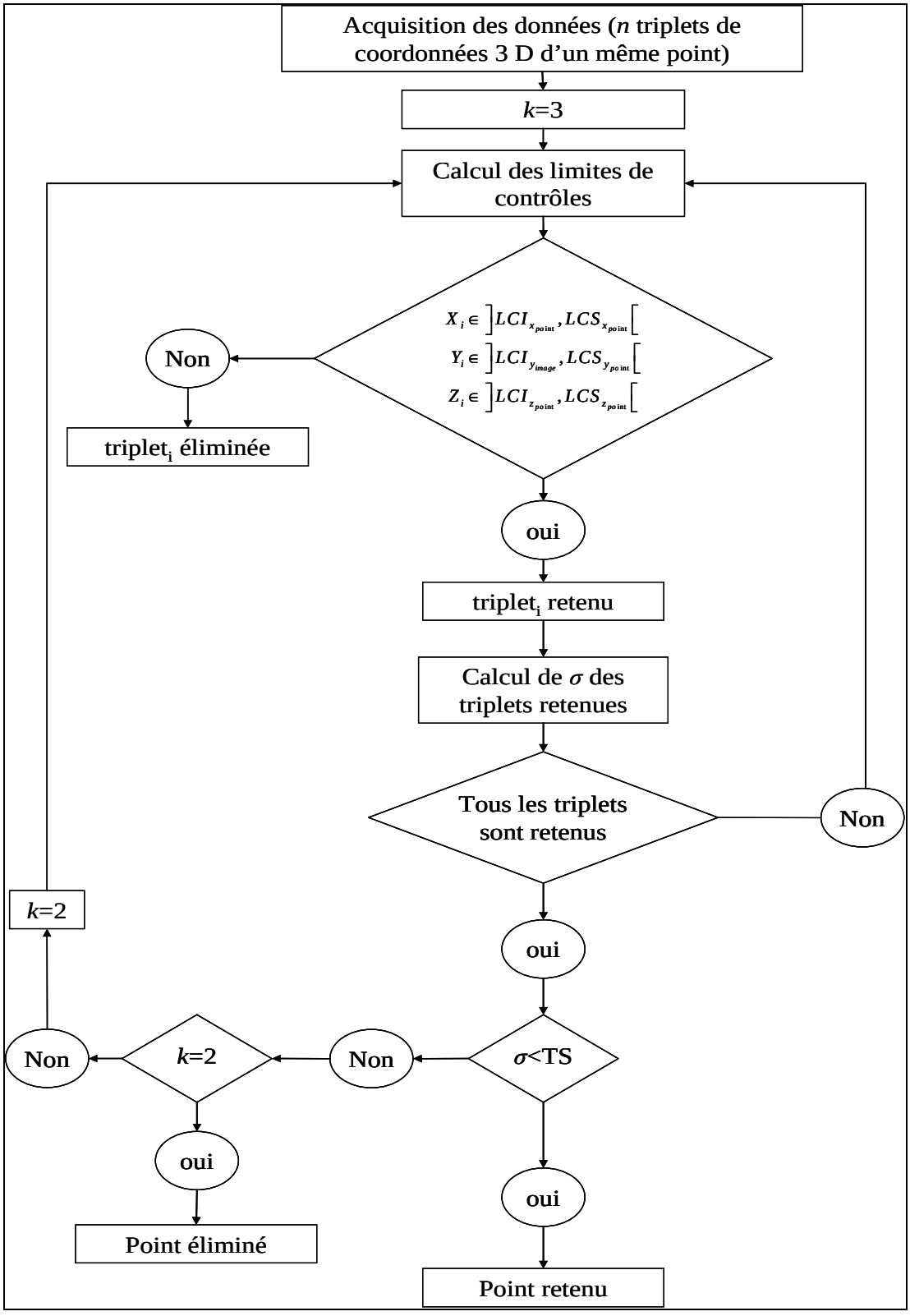


Figure 6-14 : Organigramme de filtrage des images

Mathématiquement, il s'agit de fixer une limite de tolérance pour l'écart type des coordonnées et de calculer les limites de contrôle pour chaque position de la cible. Soit $\left[\mu_x\ \mu_y\ \mu_z\right]$, $\left[\sigma_x\ \sigma_y\ \sigma_z\right]$ la moyenne et l'écart type des coordonnées des centres des images de la pastille dans une position donnée. La limite supérieure et inférieure de contrôle à $k\sigma$ sont calculées par :

$$\begin{aligned}\left[LCI_x\ LCI_y\ LCI_z\right]&=\left[\mu_x\ \mu_y\ \mu_z\right]-k\left[\sigma_x\ \sigma_y\ \sigma_z\right]\\ \left[LCS_x\ LCS_y\ LCS_z\right]&=\left[\mu_x\ \mu_y\ \mu_z\right]+k\left[\sigma_x\ \sigma_y\ \sigma_z\right]\end{aligned}. \tag{6.10}$$

Si nous adoptons l'hypothèse que la dispersion des ensembles de coordonnées 3*D* d'un même point suit une loi de distribution Gaussienne, les coordonnées 3*D* sont dans une étendue de largeur 6σ suivant chaque dimension. L'écart type de l'ensemble de coordonnées 3*D* calculées pour un même point traduit la cohérence de l'ensemble donc l'exactitude de la mesure. Un point dont l'ensemble de coordonnées 3*D* de sa mesure a un grand écart type signifie que durant la mesure la lumière a changé ou bien le point a vibré etc, en d'autre terme le point ne peut pas être retenu. Par contre, le bruit de mesure existe toujours et il faut donc accepté une tolérance sur l'écart type. La limite de tolérances de l'écart type *TS* est fixée alors selon la précision souhaitée de la mesure (0.01mm dans notre cas). A partir d'une série de mesure, nous calculons μ et σ sur chaque coordonnée. Un premier filtrage à 3σ élimine les coordonnées très perturbé (sous une hypothèse gaussienne) et le calcul se répète (μ et σ) jusqu'à convergence dans $\pm 3\sigma$ de l'ensemble des mesures, tout triplet de coordonnées 3*D* ne passant pas par ce filtre sera rejeté.

Si tout le point a passé le contrôle à 3σ et les écarts type sont inférieurs à la limite de tolérance le point est accepté. Si l'un des trois écarts type est supérieur à la limite de tolérance, le filtrage est refait à 2σ si l'écart type devient inférieur à la limite de tolérance le point est retenu sinon il sera rejeté.

Le fait que l'écart type soit supérieur aux limites de tolérance peut être dû à deux causes. Soit le point est vraiment hétérogène et donc il faut l'éliminer, soit il y a des cibles intruses qui font grandir l'écart type et par suite un filtrage à 2σ les élimine et aboutit à un point homogène. L'organigramme donner dans la Figure 6-14 résume le processus.

6.3.3.2. Mesures réalisées avec les têtes

Les mesures effectuées avec les têtes stéréoscopiques ont été notamment, les orientations des moteurs, les orientations des axes des liaisons pivots des jambes. Puis les têtes ont été utilisées pour mesurer les distances parcourues par les moteurs, simultanément avec la mesure de la pose de la plate-forme mobile mesurée par une caméra monoculaire.

- les axes des moteurs ont été considérés comme des lignes droites ;
- la trajectoire de tout point du bras en rotation a été considérée comme un cercle (Figure 7.8).
- La fonction d'erreur choisie pour les deux calculs a été les moindres carrés.

Après le calcul des directions des quatre moteurs, les résultats sont exprimés dans un repère global choisi ayant, l'axe *x* parallèle à l'axe de M_1, l'axe *z* tel que l'axe du moteur M_3 soit parallèle au plan défini par les axes *xz*. Ce choix du repère nous permet d'éliminer un facteur (orientation de M_1) dans les calculs cinématique et trois facteurs (2 orientations pour M_1 et une pour M_3) dans les calculs de déformations (voir la partie mécanique ou la Figure 7.7).

6.3.4. Conclusion

Dans cette section nous avons présenté le processus de travail des têtes stéréoscopique. Nous avons présenté également les différentes étapes d'étalonnage intrinsèque et extrinsèque, l'algorithme de traitement et de filtrage des données ainsi que du calcul des résultats. La démarche décrite dans cette section est valable pour toute mesure avec les têtes stéréoscopiques et non seulement pour la mesure d'un robot.

6.4. Mesures avec les deux systèmes combinés (têtes stéréoscopiques+ caméra monoculaire)

La complexité de la mesure et le nombre de paramètres à suivre, nous ont conduit à utiliser un ensemble multi capteur, basé sur les deux têtes stéréo et une caméra monoculaire.

Notre but est d'identifier le modèle géométrique direct (MGD) du robot. Les distances parcourues par les moteurs sont mesurées par les têtes stéréoscopiques, la pose de l'effecteur par la caméra monoculaire. Les deux systèmes ne sont pas combinés et chacun donne ses résultats dans son repère propre. L'utilisation des deux systèmes combinés nécessite d'avoir les résultats dans le même repère.

6.4.1. Estimation du changement de repère entre les mesures caméra monoculaire et les mesures stéréo

Nous utilisons la caméra monoculaire pour mesurer la pose de la plate-forme mobile du robot donc les coordonnées opérationnelles. Les têtes sont utilisées pour mesurer les distances parcourues par les moteurs donc les coordonnées articulaires. Nous mesurons des déplacements relatifs donc peu importe l'origine des mesures. Ce qui nous intéresse c'est l'identification du modèle géométrique direct du robot, donc de combien a changé la pose de la plate-forme mobile pour un changement des coordonnées articulaires. La seule contrainte est la synchronisation de la mesure entre les deux systèmes.

Une coordonnée articulaire en absolue ne peut pas être calculée parce que nous ne pouvons pas localiser le centre du chariot d'un moteur. Par contre, pour le chariot qui est un corps rigide muni théoriquement d'une translation, tous les points du chariot ont le même déplacement notamment la pastille et le centre. Si $\left[{}^{i}U_{j}\right]$ donne les coordonnées de la pastille collée sur le moteur M_j dans la position *i*, $\left[{}^{i}U_{j}\right]-\left[{}^{1}U_{j}\right]$ nous donne le déplacement du chariot de la position initiale (origine de l'espace articulaire) à la position *i*. et la norme de $\left[{}^{i}U_{j}\right]-\left[{}^{1}U_{j}\right]$ donne la coordonnées articulaire *j* pour la position *i*. Notre problème consiste à chercher les coordonnées articulaires et les coordonnées opérationnelles dans le même repère.

Les coordonnées opérationnelles sont données dans le repère de la caméra à la première mesure. Pour avoir les coordonnées articulaires et les coordonnées opérationnelles dans deux repères qui ont la même orientation il nous faut l'orientation relative entre les deux repères où les deux ensembles de coordonnées sont exprimés.

Pour trouver l'orientation du repère de la caméra par rapport au repère des têtes nous mesurons la rotation d'un corps rigide avec les deux systèmes. Chaque système donne la matrice de rotation dans son repère local. Si $\left[Ro_{CM}\right]$ est la matrice de rotation dans le repère de la caméra monoculaire et $\left[Ro_{ts}\right]$ est la matrice de rotation dans le repère des têtes stéréoscopiques, notre inconnue est la matrice $\left[{}^{TS}Ro_{CM}\right]$ qui vérifie l'équation :

$$\left[Ro_{CM}\right]\left[{}^{TS}Ro_{CM}\right]=\left[{}^{TS}Ro_{CM}\right]\left[Ro_{TS}\right]. \qquad (6.11)$$

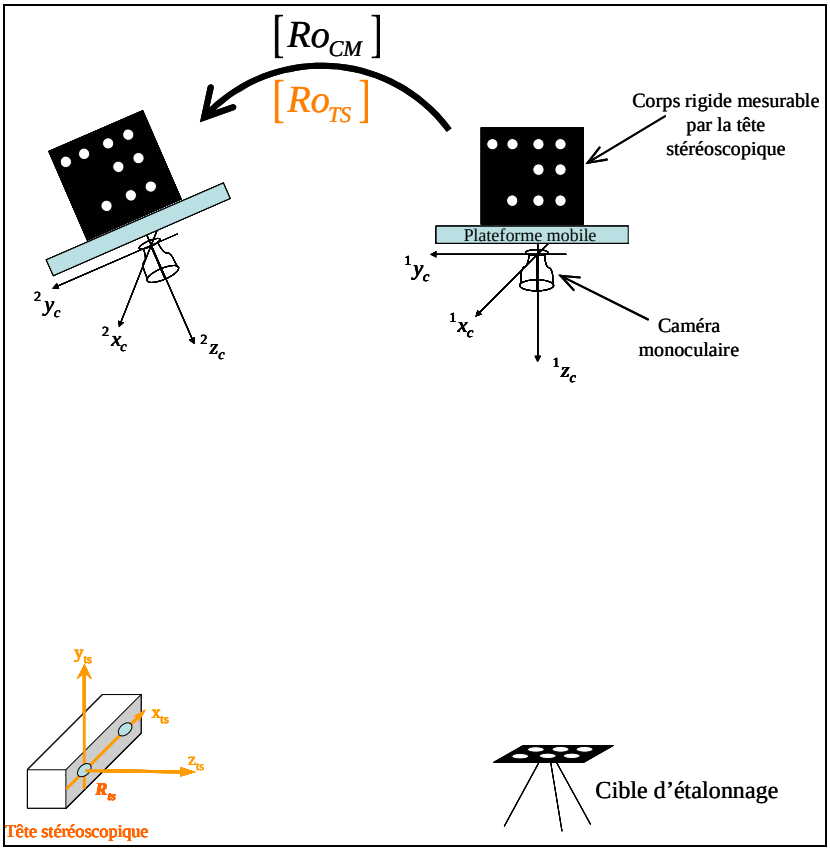


Figure 6-15 : Processus de changement de base entre la caméra monoculaire et la tête stéréoscopique.

6.4.2. Conclusion

Dans cette section nous avons présenté la mise en oeuvre de la combinaison de deux systèmes de métrologie. Cette combinaison nous permet de combiner un ensemble de mesures. La caméra monoculaire mesure les déplacements de la plate-forme mobile et les têtes sont utilisées pour mesurer les coordonnées articulaires ainsi que pour une mesure directe des défauts de fabrication et de montage du robot. La mesure de la plate-forme mobile permet d'identifier les défauts de fabrication et de montage. La comparaison des résultats de la mesure directe et de l'identification permet de valider ces résultats.

6.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la mise en œuvre des outils utilisés dans le cadre d'un problème de métrologie par vision artificielle. Nous avons présenté également le processus de mesure avec deux systèmes de mesures différents et le processus de mesure avec les deux systèmes combinés.

Une métrologie par vision artificielle nécessite trois étapes : l'étalonnage ; l'acquisition des données ; le traitement et le calcul des résultats. La mesure avec une caméra monoculaire nécessite un étalonnage de la caméra. Cet étalonnage est intrinsèque. La mesure avec une seule tête stéréoscopique nécessite un étalonnage intrinsèque en deux étapes (*xy* et *z*).Cet étalonnage intrinsèque pour la tête est en même temps intrinsèque pour chacune des deux caméras de la tête et extrinsèque pour l'ensemble des deux caméras. La mesure avec plusieurs têtes nécessite en plus un calibrage extrinsèque entre les têtes. La mesure avec deux systèmes combinés nécessite l'étalonnage complet de chaque système à part, puis une combinaison des deux systèmes. La métrologie par vision artificielle est un domaine très large. Les processus présentés dans ce chapitre sont valables pour un grand nombre de domaines applicatifs et ne sont pas spécifiques à la robotique.

Chapitre 7 : Mesures et interprétation

7.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les grands concepts de la métrologie par vision et de façon plus détaillée les deux systèmes de mesures que nous avons utilisés pour les expériences effectuées dans la thèse. Dans ce chapitre, nous présentons les mesures effectuées et les algorithmes de mesure utilisés. Le chapitre 2 a traité les effets de défauts de montage sur le modèle géométrique direct (MGD) de l'Isoglide4-T3R1. Nous avons vu que ces défauts ne conduisent pas au blocage du robot même dans l'hypothèse où les composants sont infiniment rigides.

Avant de décrire le travail scientifique, nous devons signaler que ces mesures ont été effectuées de façon concomitante avec la réalisation physique de l'Isoglide4-T3R1. Cette réalisation a rencontré beaucoup de difficultés. L'assemblage des composants est d'une grande complexité. Ceci est normal vu le grand nombre de travaux qui tournent autour du robot (réalisation, mesures, commande etc..) d'une part, et le fait que c'est une machine innovante en cours de réalisation par des académistes et non pas par des industriels professionnels. L'architecture du robot (la position relative des quatre moteurs) a été changée plusieurs fois et les mesures devaient être refaites à chaque réparation ou démontage et remontage.

Avec les têtes stéréoscopiques, nous effectuons des mesures sur les moteurs et sur les jambes. Sur les moteurs, nous mesurons la rectitude du moteur et la trajectoire du chariot, ainsi que l'orientation moyenne des axes des moteurs avant et après montage des jambes. Sur les jambes, nous avons mesuré les orientations des axes des liaisons pivots de chaque jambe. A partir des résultats des mesures, nous avons trouvé le MGD du robot en intégrant les défauts.

Dans une étape finale, nous couplons deux systèmes de mesure (têtes stéréoscopiques et caméra monoculaire). Les deux systèmes couplés ont été utilisés ensemble pour identifier les défauts géométriques du robot ainsi que pour chercher les erreurs sur sa pose.

7.2. Mesures avec les têtes stéréoscopiques

7.2.1. Mesures de la rectitude des moteurs

Le premier type de défaut traité dans le chapitre 2, a été le défaut d'orientation des moteurs. Ce défaut peut être un défaut de perpendicularité ou de parallélisme. Le moteur est linéaire la trajectoire du chariot est donc considérée comme une droite. L'orientation du moteur sera analysée à partir de l'étude de la trajectoire d'une pastille collée sur le chariot.

Les jambes du robot ont une masse totale de 80kg environ [Mar04]. Les moteurs ne sont pas infiniment rigides ni parfaitement fixés sur le bâti. La charge due au poids propre des

jambes modifie alors l'orientation des moteurs une fois que les jambes sont montées sur les moteurs. Pour cette raison les mesures doivent être faites avant et après montage des jambes. Le but est de quantifier l'influence de la charge statique sur l'orientation des moteurs. Il aurait été intéressant aussi de mesurer les défauts après fonctionnement du robot afin d'analyser l'effet de la charge dynamique sur les moteur ; Nous n'avons pas pu effectuer cette mesure parce que la commande du robot n'est pas encore prête et pour l'instant ce dernier ne travaille d'une façon autonome qu'à faible vitesse.

7.2.1.1. Mesure de la trajectoire et de l'orientation réelles du déplacement du moteur en fonction de la configuration du robot

L'axe du moteur est théoriquement une droite. La Figure 7-1 présente la trajectoire mesurée d'une pastille collée sur le chariot du moteur par le système stéréoscopique sur une amplitude de 900 mm. Cette trajectoire mesurée est légèrement courbe [CAL05]. L'erreur de courbure a été de l'ordre de 0.35 mm (Figure 7-1).

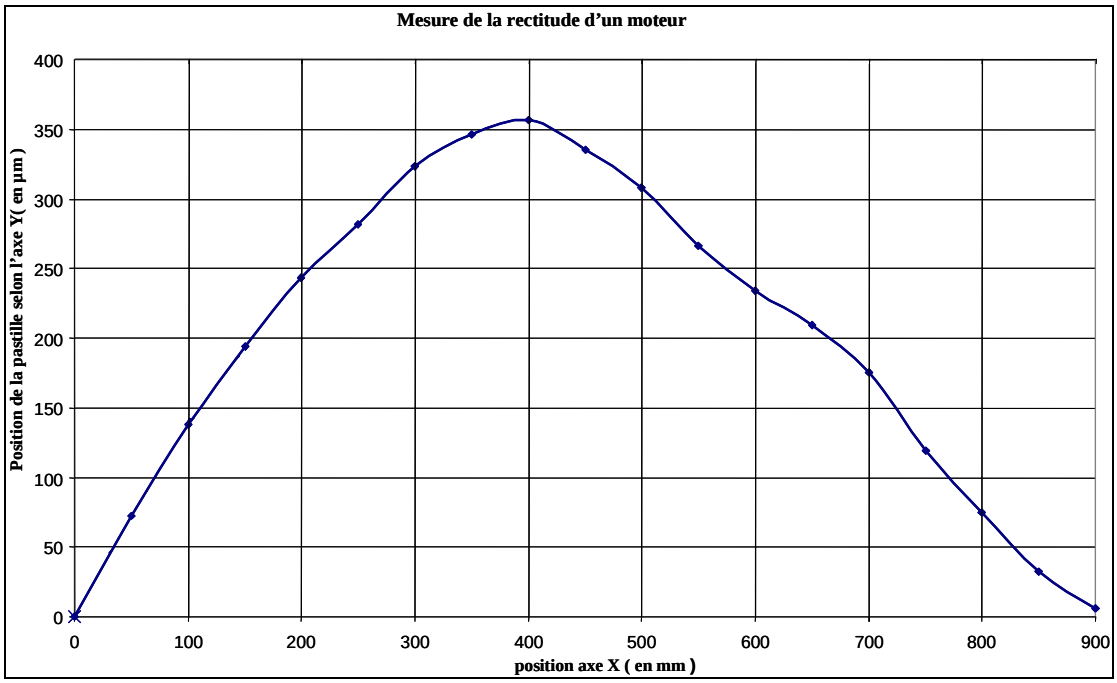


Figure 7-1 : Rectitude du moteur linéaire de l'Isoglide4-T3R1 [CAL05]

Après analyse nous avons vu que ce phénomène est probablement dû à une précharge dans le moteur. La précharge est une déformation initiale introduite dans un dispositif afin de prendre en compte les conditions réelles de fonctionnement du dispositif est s'approcher d'un fonctionnement linéaire en charge. Dans le moteur, cette préchage est introduite par une force entre le chariot et le bâti du moteur, afin que le chariot ne se coince pas sur le bâti quand le moteur est chargé d'un poids au dessus du chariot. Dans notre cas, la charge appliquée sur les moteurs est due au poids des jambes.

Suite à cette expérience deux questions se posent :

- Est-ce que le mouvement du chariot du moteur est une translation pure suivant une trajectoire courbe (Figure 7-2 b) ou le chariot subit une rotation durant son mouvement (Figure 7-2 a) ?
- Comment varie la courbure de la trajectoire quand le moteur est chargé par les jambes ?

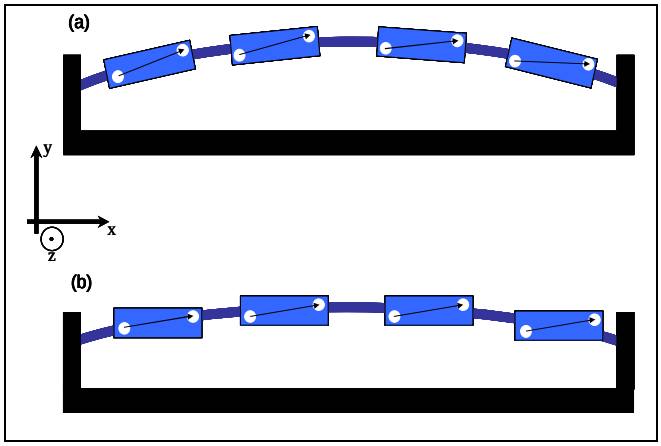


Figure 7-2 : Mouvement du chariot du moteur (a) translation +rotation, (b) translation pure

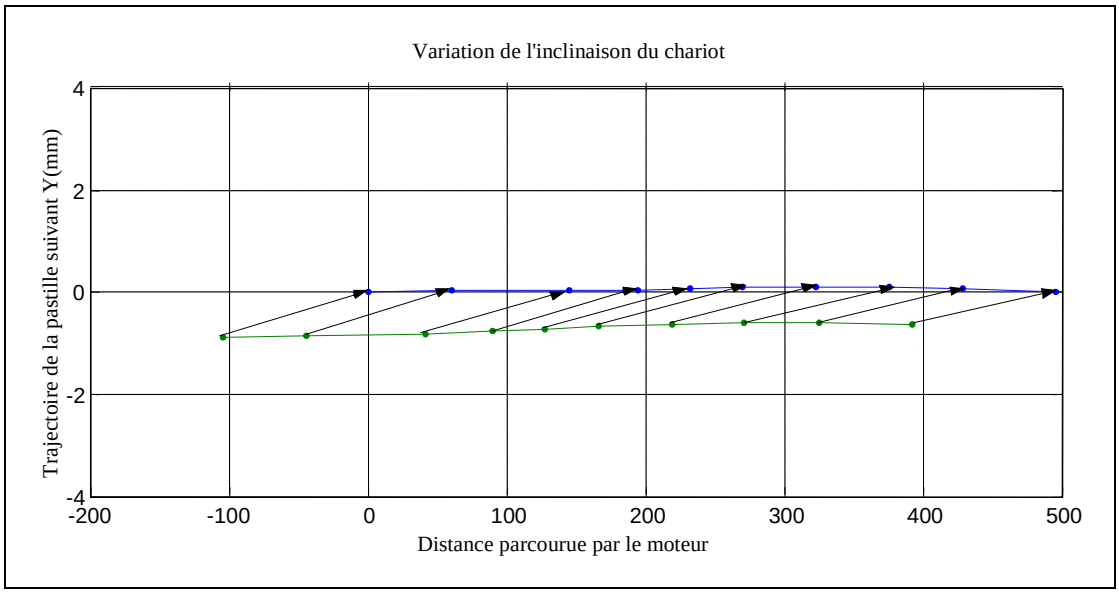


Figure 7-3 : Mouvement du chariot durant le travail d'un moteur

Pour répondre à la première question il suffit de mesurer deux points du chariot du moteur (Figure 7-2) et de surveiller la direction du vecteur formé par les deux points durant le mouvement du chariot.

Pour répondre à la deuxième question la trajectoire du même chariot a été mesurée pour plusieurs configurations du robot. Le poids propre du robot est distribué sur les quatre moteurs. La partie du poids appliquée à un moteur dépend de la configuration du robot.

La Figure 7-3 montre la trajectoire des deux pastilles collées sur le moteur et le vecteur qui joint les deux pastilles pour chaque mesure. Les trajectoires des deux pastilles ont quasiment la même courbure, mais l'inclinaison du vecteur varie légèrement. Le mouvement n'est pas donc une translation pure. La question qui se pose en conséquence est : Dans quelle mesure le mouvement du chariot est une translation ?

Le mouvement d'un corps est une translation si tout vecteur formé par deux point du corps reste équipollent à lui-même durant le mouvement du corps. La Figure 7-4 montre les variations de l'orientation du vecteur qui joint les centres des deux pastilles. Les graphes de la Figure 7-4 montrent la variation de l'inclinaison du vecteur par rapport à l'axe *y* (autour de l'axe *z* Figure 7-2) et la variation de l'inclinaison du vecteur par rapport à l'axe *z* (autour de l'axe *y*) du repère de la caméra. Les quantités montrées dans les graphes (7.4) sont :

$$\begin{aligned}\delta\varphi_y(i) &= a\tan\left(\frac{V_y(i)}{V_x(i)}\right) - a\tan\left(\frac{V_y(1)}{V_x(1)}\right)\\ \delta\varphi_z(i) &= a\tan\left(\frac{V_z(i)}{V_x(i)}\right) - a\tan\left(\frac{V_z(1)}{V_x(1)}\right)\end{aligned}. \qquad (7.1)$$

Où i est l'indice qui donne le numéro de la mesure, $\vec{V}(i)$ est le vecteur qui joint les centres des pastilles pour la mesure i. Toutes les grandeurs sont exprimées dans le repère de la tête stéréoscopique.

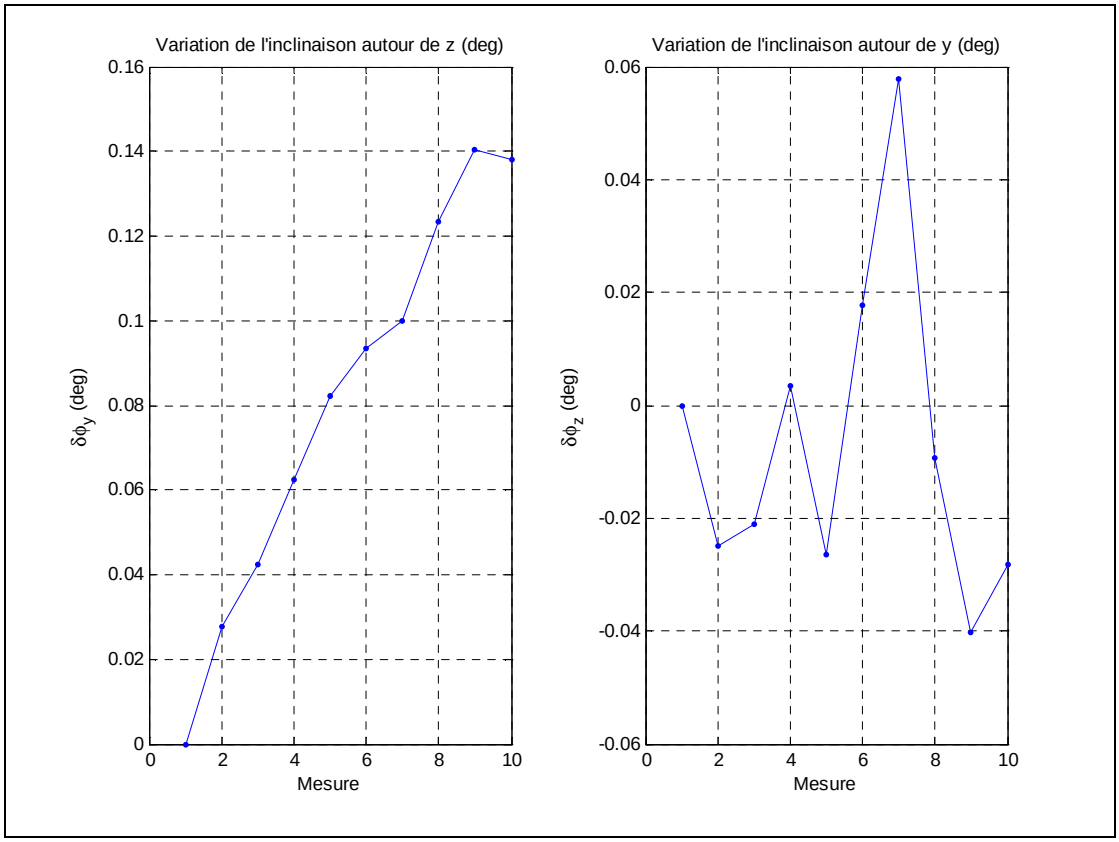


Figure 7-4 : Variations de l'inclinaison du chariot durant le mouvement

Les deux angles varient dans une étendue inférieure à 0.14°. $\delta\varphi_y$ est toujours croissante, elle est mesurée par rapport à une position qui correspond à l'extrémité de la trajectoire. La courbure de la projection de la trajectoire dans le plan (*xy*) a une concavité constante en conséquence la valeur de sa dérivé est monotone. Nous pouvons donc conclure que ce phénomène n'est pas une incertitude dans la mesure, mais l'orientation du chariot change avec la courbure de la trajectoire dans une étendue de 0.14°.

D'autre part, l'erreur maximale rectitude est une déviation de 0.35 mm pour une course de 900mm.la trajectoire peut être considéré comme une droite avec une erreur de 0.038%.

Il nous reste à répondre à la deuxième question. L'erreur 0.35mm est trouvée pour un moteur à vide sans charge. Après charger le moteur, la trajectoire d'une pastille est mesurée, les résultats sont présentés dans la (Figure 7-5)

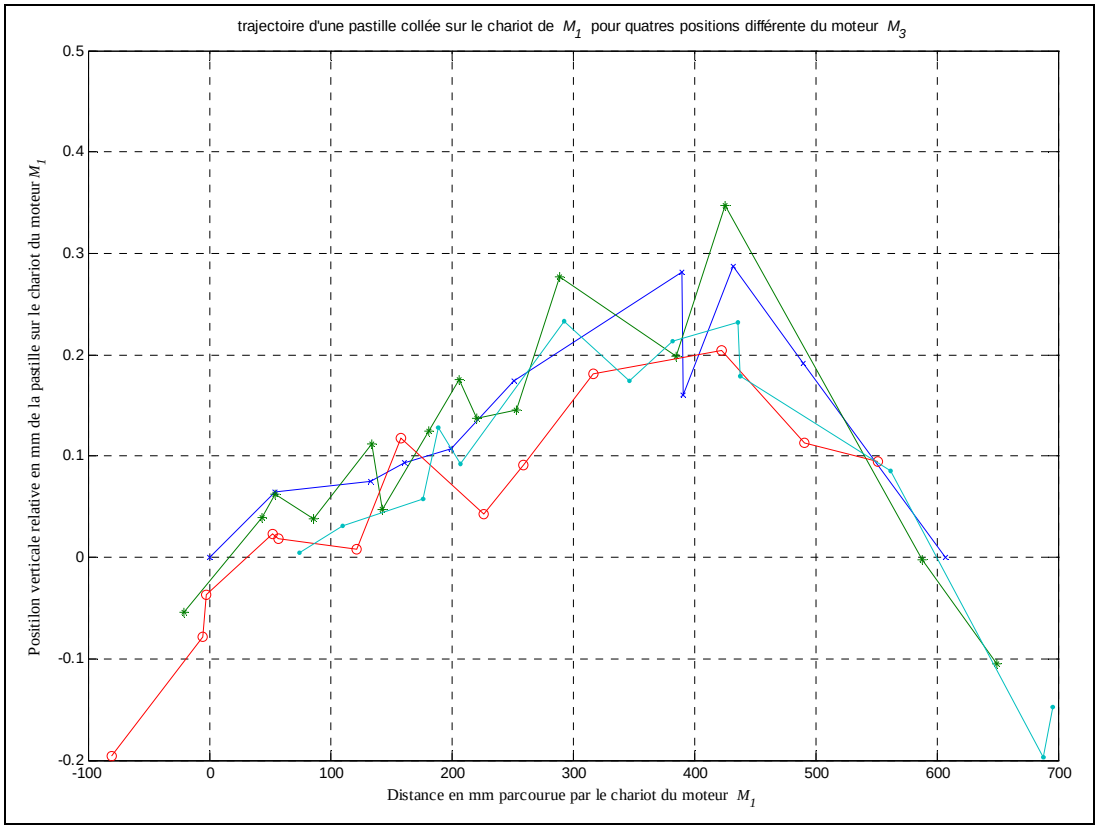


Figure 7-5 :Ttrajectoire du moteur M_1 pour plusieurs positions du moteur M_3

La Figure 7-5 montre la trajectoire d'une pastille collée sur le chariot du moteur M_1 en bloquant M_2 et M_4 pour quatre positions différentes de M_3. En fait, la variation de q_3 modifie l'inclinaison du bras de la jambe J_1 au dessus du chariot de M_1. Ce qui conduit à modifier la charge verticale appliquée sur le chariot. Nous pouvons remarquer que la courbure existe toujours, les quatre trajectoires entrent en interférence donc la charge n'a pas eu une grande influence sur la courbure ce qui signifie que la partie du poids appliquée sur le moteur est faible devant la précharge. Par contre la courbe est moins lisse donc la présence des jambes a augmenté le bruit de la mesure.

7.2.1.2. Mesure des défauts d'orientations des moteurs avant et après montage des jambes.

Dans le cas idéal (Figure 7-7), les axes des moteurs M_1, M_2 et M_3 doivent être parfaitement orthogonaux, Les axes des moteurs M_2 et M_4 parfaitement parallèles. Nous pouvons donc exprimer les angles entres les axes des moteurs, comme nous pouvons exprimé les orientations des axes des moteurs dans un repère de mesure. Les moteurs sont montés sur le bâti, leur montage n'est pas parfait. Ils sont montés avec des vis, la fixation n'est pas donc parfaite. L'orientation des moteurs doit être mesurée avant et après montage des bras. La différence entre les orientations avant et après montage des jambes donne l'effet de la charge due au poids des jambes sur les moteurs.

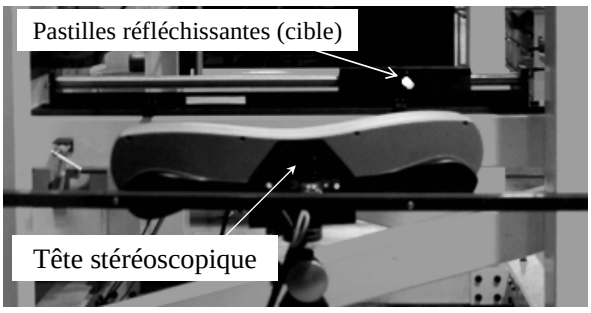


Figure 7-6 : Mesure du moteur

Les mesures sont faites avec les têtes stéréoscopiques, le calcul des résultats donne les directions des moteurs dans le repère lié à la tête 0. Ce repère pour nous est inconnu. Ce

calcul peut nous donner les erreurs de perpendicularité et de parallélisme entre les moteurs, mais le modèle géométrique direct (MGD) a été calculé dans le chapitre 2 en considérant des erreurs par rapport à un repère bien déterminé. Il faut donc ramener nos résultats de mesures à ce repère. Pour faciliter les calculs, le repère choisi a l'axe *x* parallèle à l'axe de M_1, l'axe *z* tel que l'axe du moteur M_3 soit parallèle au plan (*xz*) (Figure 7-7).

L'orientation d'un moteur est l'orientation de la droite décrite par chaque point du chariot du moteur quand il travaille. Notamment la trajectoire d'une pastille collée sur le chariot du moteur. Le problème consiste à mesurer plusieurs positions de la pastille le long du moteur (Figure 7-6). Les points idéalement doivent être distribuées sur une droite. La trajectoire réelle n'est pas une droite parfaite (comme démontré dans le § 7.2.1). Les points mesurés sur le même moteur sont interpolés par une droite au sens des moindres carrés.

Une droite est caractérisée par un vecteur directeur et un point. La position du moteur ne peut pas être calculée à partir de cette mesure. La pastille a été collée sur un point arbitraire du chariot et même pour les moteurs M_2 et M_3 la pastille a été collée sur une plaque attachée rigidement au chariot. Le but de cette mesure est de trouver les vecteurs directeurs des quatre moteurs. La position des moteurs n'est pas importante parce qu'elle n'intervient ni dans le MGD ni dans la rigidité et les déformations du robot. La rigidité du robot est influencée par les axes de translations des embases et ces axes seront calculés dans le paragraphe suivant avec la mesure des jambes.

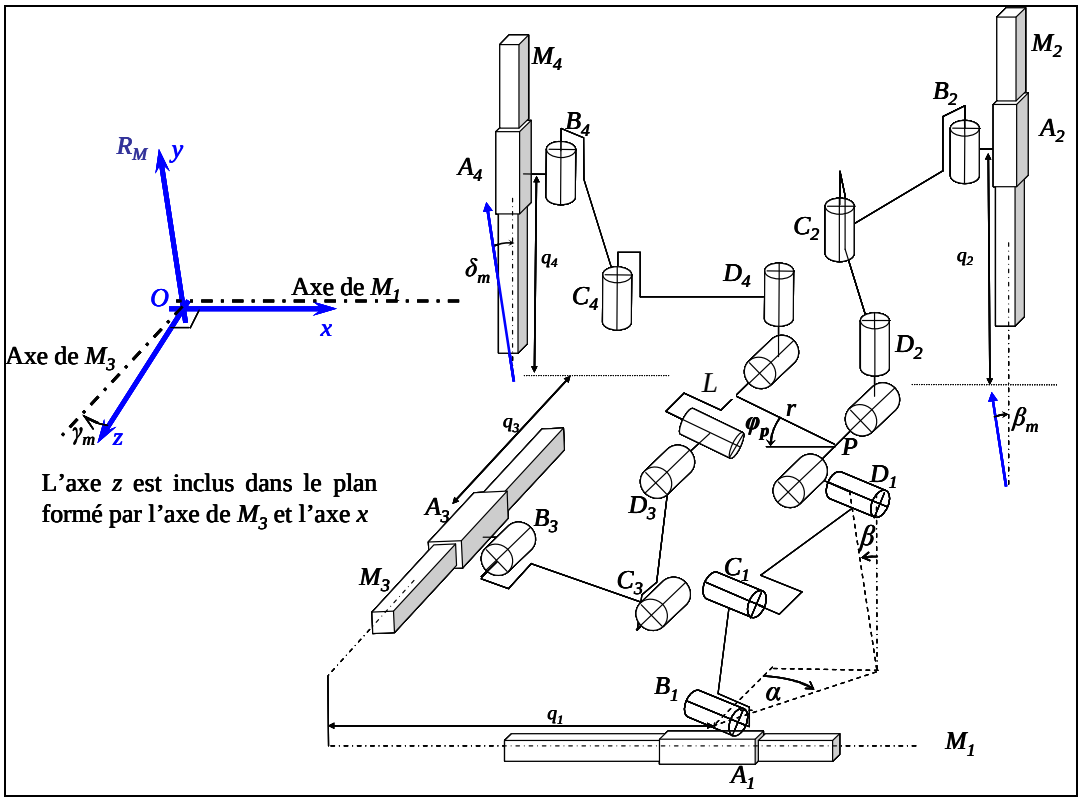


Figure 7-7 : Définition du repère R_M pour l'Isoglide4-T3R1

Notons par $\overrightarrow{VM}_i$ le vecteur directeur du moteur M_i. L'axe *x* du repère de calcul est donné dans le repère de la tête par $\overrightarrow{VM}_1$, $\overrightarrow{VM}_3$ est parallèle au plan (*xz*), donc $\overrightarrow{VM}_3$ est perpendiculaire à l'axe *y*. L'axe *y* est donnée par :

$$\vec{y} = \frac{1}{\sin(90+\gamma_m)} \overrightarrow{VM}_3 \wedge \overrightarrow{VM}_1 \tag{7.2}$$

γ_m est l'erreur de perpendicularité entre M_1 et M_3 (cf. Chapitre 2).

Les axes du repère de mesure (R_M) étant définis, nous pouvons introduire alors une matrice de passage $\left[{}^{R_t}M_{R_M} \right]$ du repère de la tête 0 à R_M. Il suffit de multiplier les résultats par $\left[{}^{R_t}M_{R_M} \right]$ pour avoir les orientation des moteurs dans R_M.

L'interpolation de n points par une droite au sens des moindres carrés consiste à chercher la droite qui minimise la S :

$$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i^2} \,, \tag{7.3}$$

où d_i représente la distance entre le point i et la droite. S peut être considérée comme un écart type pour la distribution des points autour de la droite. Si nous considérons que la distribution est Gaussienne, les points doivent être dans un cylindre d'axe la droite de rayon 3S. La droite qui décrit la trajectoire de la pastille doit être inscrite dans ce cylindre l'inclinaison de la droite peut varier donc d'une valeur maximale égale à l'angle $\delta\alpha$ égal définit par le rapport entre le diamètre du cylindre et la longueur l de son axe (la distance balayée par le moteur) :

$$\delta\alpha = \frac{6S}{l} \tag{7.4}$$

Les mesures des moteurs avant et après montages des jambes ont donné les résultats présentés dans les tableaux suivants :

Moteur	*défaut*	*valeur*	*incertitude*	*Longueur balayée*
M_1	α_m	*0*	*0.11º*	*875.95mm*
M_2	β_m	*0.36º*	*0.05º*	*887.64mm*
M_3	γ_m	*0.08º*	*0.21º*	*954.54mm*
M_4	δ_m	*0.34º*	*0.10º*	*901.22mm*

Tableau 7-1 Défauts d'orientation des moteurs avant montage des bras

Moteur	*défaut*	*valeur*	*incertitude*	*Longueur balayée*
M_1	α_m	*0*	*0.04º*	*419.97mm*
M_2	β_m	*0.29º*	*0.22º*	*427.07mm*
M_3	γ_m	*0.06º*	*0.30º*	*272.72mm*
M_4	δ_m	*0.37º*	*0.08º*	*513.22mm*

Tableau 7-2 Défauts d'orientation des moteurs après montage des bras

La comparaison des deux tableaux montre que les valeurs moyennes des défauts ont changés légèrement, notament celle de M_2, mais les intersections des intervalles de certitude ne sont pas vides. Deux causes sont probables pour ce phénomène :

- Le poids des jambes (80kg) a créé une charge sur M_2 en conséquence sur sa fixation et le moteur a légèrement glissé.
- Une incertitude dans les mesures.

A noter que ces erreurs sont faciles à compenser vu la longueur des moteurs. Un moteur a une longueur de 1m, le déplacement d'une extrémité par rapport à une autre de 1 mm ne crée qu'une variation de 0.05º dans l'orientation du moteur. Ces défauts sont alors faciles à régler. La difficulté est due à la flexibilité des moteurs, et à leur trajectoire courbe.

La trajectoire courbe comme nous avons vu, modifie l'orientation du chariot dans une étendue de 0.14º. Cette étendue est plus grande que la valeur mesurée pour γ_m. Cet effet va affecter aussi la mesure de l'orientation des liaisons pivots des jambes. La solution de ce problème consiste à armer le dispositif par des liaisons glissières rectilignes et rigides. La liaison A_i du schéma cinématique ne sera plus le chariot du moteur mais la liaison glissière montée à coté.

Par contre un point intéressant est visible : l'incertitude a augmenté dans la mesure des moteurs M_2 et M_3. L'incertitude dans la mesure de M_3 est due notamment à la limitation de la course après montage des jambes. L'augmentation de l'incertitude dans la mesure de M_2 augmente la probabilité de la supposition que la variation d'orientation est due au chargement.

7.2.1.3. Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté les mesures qui ont été faites sur les moteurs linéaires de l'Isoglide4-T3R1. Nous avons présenté la courbure du moteur et dans quelle mesure la trajectoire du chariot peut être considérée comme une droite. D'autre part, nous avons étudié comment varie cette courbure quand le moteur est chargé.

Nous avons présenté des mesures effectuées sur les moteurs avant et après montage des jambes, et nous avons défini une incertitude sur cette mesure. Nous avons vu que l'orientation des moteurs ainsi que l'incertitude sur la mesure de cette orientation a changé après montage des jambes du robot. Nous avons vu que ce changement est dû soit à une incertitude dans les mesures mais plus probablement au chargement des moteurs par le poids des jambes.

7.2.2. Mesures des défauts de montage des jambes

Les défauts d'orientation des moteurs conduisent à une perte de l'isotropie (cf. chapitre 2), les défauts d'orientations des jambes conduisent à une perte du découplage. Les défauts d'orientation des jambes ont des effets plus importants sur la précision du robot. Dans cette section, nous présentons l'algorithme de mesure des orientations des axes des liaisons pivots des jambes. Nous présentons ainsi les résultats de cette mesure pour les quatre jambes.

7.2.2.1. Algorithme de calcul des directions des axes de rotation des bras

Les directions des moteurs ont été calculées d'une façon directe, en approximant la trajectoire d'une pastille collée sur le moteur par une droite au sens des moindres carrés. Le calcul des directions des pivots des jambes ne peut pas être fait d'une façon directe.

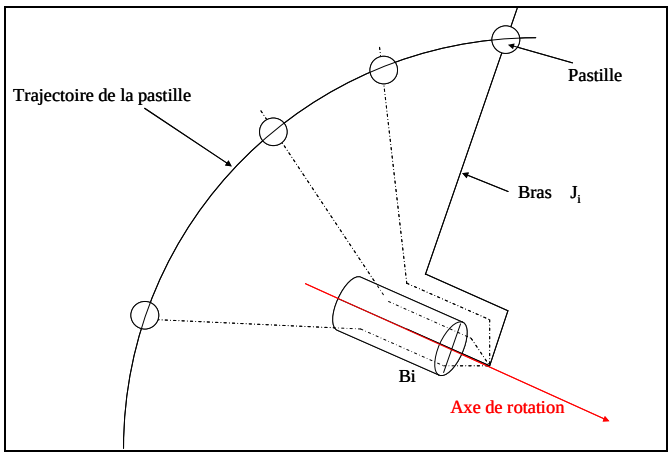


Figure 7-8 : Trajectoire d'une pastille sur un bras

Durant le travail du robot, le mouvement des bras est la combinaison d'une translation et d'une rotation. Une jambe se translate suivant l'axe du moteur qui l'entraîne. La rotation du bras est autour de l'axe de la liaison pivot entre le bras et l'embase. En bloquant un moteur M_i, le mouvement du bras de la jambe J_i est une rotation pure autour de l'axe de la liaison pivot B_i. Le bras tourne en corps rigide, la trajectoire de tout point du bras est un cercle

d'axe de B_i et de rayon la distance entre le point et l'axe de B_i. Notamment, la trajectoire d'une pastille collée sur la jambe est un cercle (Figure 7-8) d'axe de B_i qui est notre inconnu.

Deux méthodes sont possibles pour le calcul de la direction de l'axe de rotation. La première méthode consiste à considérer que le cercle est inscrit dans un plan. L'axe normal à ce plan est parallèle à l'axe de rotation de la jambe. Une optimisation linéaire simple peut nous donner la direction. Par contre nous n'aurons pas l'angle balayé par la jambe, n'y la position de l'axe de rotation.

La deuxième méthode consiste à effectuer une optimisation non-linéaire au sens des moindres carrés. Dans le cas idéal la trajectoire du centre de la pastille est un cercle parfait dans l'espace. Un cercle est caractérisé par son axe, son rayon et son centre. Le plus important pour nous est l'axe du cercle. Cet axe est caractérisé par un vecteur directeur et un point. Le point choisi a été le centre du cercle décrivant la trajectoire de la pastille. Le vecteur directeur de l'axe donne l'orientation de l'axe de B_i. De plus, le centre du cercle nous donne la position de l'axe de B_i. La position des axes des quatre liaisons B_i *(i=1..4)* avec le MGD nous donne les angles de pliage des jambes qui sont les clés pour le calcul de la matrice de souplesse condensée au point caractéristique de l'Isoglide4-T3R1 (cf. Chapitre 3). Dans ce cas il s'agit de minimiser la somme S :

$$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i^2}\ , \tag{7.5}$$

où d_i est la distance entre le cercle et le point numéro i. Le problème consiste donc à chercher 7 paramètres (les coordonnées 3D du centre, les composantes du vecteur directeur et le rayon du cercle) dont 6 sont indépendants. La somme S peut être aussi considérée comme un écart type pour la distribution autour des points. Dans le cadre de l'hypothèse que cette distribution est Gaussienne, les point doivent être distribué dans un tube courbe de rayon 3S de rayon de courbure R (le rayon du cercle). Le domaine d'incertitude :

$$\delta\alpha = \frac{3S}{R} \tag{7.6}$$

La mesure des quatre jambes a donné les résultats présentés dans le tableau suivant :

Jambe	*Défaut d'orientation*	*Valeur*	*Incertitude*	*Angle de balayage*
J1	α	*-0.16º*	*0.03º*	*35.61º*
	β	*-0.03º*		
J2	γ	*-0.01º*	*0.09º*	*44.44º*
	δ	*0.16º*		
J3	ε	*-0.43º*	*0.08º*	*54.71º*
	φ	*0.33º*		
J4	ζ	*-0.20º*	*0.05º*	*70.08º*
	η	*-0.93º*		

Tableau 7-3:Défauts d'orientation des pivots des jambes par rapports aux axes du repère de mesure

Les valeurs données par le Tableau 7-3 montrent les erreurs d'orientations des pivots des jambes. Nous rappelons que ces valeurs ont été définies telles que : les axes des pivots de J_1 ont subi des rotations α et β autour des axes y et z ; les défauts γ, δ, pour les axes des pivots de la jambe J_2 autour des axes x et z ; ε, φ, pour la jambe J_3 autour des axes x et y et enfin ζ et, η pour la jambe J_4 autour des axes x et z (Figure 7-7).

Nous remarquons que les valeurs des erreurs changent entre une jambe et une autre. Les erreurs d'orientation des jambes J_1 et J_2 sont de l'ordre de 0.1º, Les erreurs des jambes J_3

et J_4 sont plus importantes. Les erreurs α et β donnent les erreurs de parallélisme entre les axes de A_1 et B_1. L'axe de la glissière A_1 est l'axe du moteur M_1 qui a été pris parfaitement parallèle à l'axe x du repère de référence. Les défauts de la jambe J_2 sont faibles par rapport à l'axe de référence parce qu'ils sont compensés par le défaut d'orientation de M_2. En fait, le moteur n'est parfaitement rigide, le montage de la jambe J_2 sur le moteur M_2 n'est pas parfait. Le poids propre du robot a créé une charge en B_2 et cette charge a amplifié le défaut de parallélisme entre les axes de A_2 et de B_2. Le défaut d'orientation de J_2 est la somme de β_m le défaut d'orientation de M_2, de la déformation de M_2 et du défaut de parallélisme entre les axes de A_2 et B_2. Le fait que les défauts de parallélisme et la charge sont opposés au défaut d'orientation de M_2 explique la diminution de la valeur de l'erreur β_m après montage des jambes entre les tables 1 et 2.

Les défauts ε et φ sont les défauts d'orientation de l'axe de B_3 par rapport à l'axe Z du repère de référence. Cet axe a été choisi le plus proche possible à l'axe de M_3. Les défauts ε et φ sont dus à l'imperfection de montage de J_3 sur le chariot A_3. Les défauts ζ et η sont dus d'une part à l'imperfection de montage de J_4 sur M_4 et à la charge créée en A_4 d'autre part. L'erreur δ_m a augmenté après montage des bras, d'autre part la déformation du moteur n'apparaît pas dans le défaut d'orientation du moteur mais dans le défaut d'orientation de la jambe. La variation des défauts d'orientation des moteurs est due à un glissement des moteurs sur le bâti. Nous rappelons que le chariot du moteur et l'embase d'une jambe sont montés en corps rigide. La variation de l'inclinaison du chariot du moteur induit une variation pour l'inclinaison des axes des pivots des jambes.

7.2.2.2. Conclusion

Dans cette section nous avons présenté l'algorithme pour mesurer les directions des liaisons pivots des jambes ainsi que les résultats des mesures. Les résultats représentent les valeurs moyennes des défauts d'orientation des pivots de chacune des quatre jambes. La précision des mesures dépend du nombre de points mesurés pour le calcul ainsi que de l'angle de balayage du bras.

Les défauts ont été différents selon l'orientation initiale de la jambe (verticale ou horizontale) ainsi que selon le défaut d'orientation du moteur qui entraîne la jambe.

7.2.3. Estimation du MGD et de la précision à corps indéformables

Le modèle géométrique direct de l'Isoglide4-T3R1 en tenant compte des défauts de montage des moteurs et des jambes a été calculé dans l'équation (2.48)

$$\begin{bmatrix}\Delta x_p\\ \Delta y_p\\ \Delta z_p\end{bmatrix}=\frac{1}{D}\begin{bmatrix}1+\tan\varepsilon\tan\gamma & \left(-\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha\right)\cos\beta_m & \left(\tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha\right)\cos\gamma_m\\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & \left(1+\tan\alpha\tan\varphi\right)\cos\beta_m & \left(-\tan\gamma-\tan\alpha\tan\delta\right)\cos\gamma_m\\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & \left(\tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi\right)\cos\beta_m & \left(1+\tan\delta\tan\beta\right)\cos\gamma_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q_1\\ \Delta q_2\\ \Delta q_3\end{bmatrix}$$

$$\Delta\sin\varphi_p=\frac{\Delta x_p\tan\zeta-\Delta z_p\tan\eta+\Delta q_4\cos\delta_m-\Delta y_p}{r} \quad . \quad (7.7)$$

$$D=1+\tan\gamma\left(\tan\varepsilon+\tan\varphi\tan\beta\right)+\tan\delta\left(\tan\beta-\tan\delta\tan\varepsilon\right)+\tan\varphi\tan\alpha$$

En remplaçant chaque terme par sa valeur mesurée (7.7) donne :

$$\begin{bmatrix}\Delta x_p\\ \Delta y_p\\ \Delta z_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.000018 & 4.9428e-4 & 2.79635e-3\\ 2.757e-3 & 0.999997 & 2.10073e-4\\ -5.6932e-3 & -7.5575e-3 & 1.000066\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q_1\\ \Delta q_2\\ \Delta q_3\end{bmatrix} \quad (7.8)$$

$$\Delta\sin\varphi_p=\frac{-\left(3.477e-3\right)\Delta x_p+0.0163\Delta z_p+0.999\Delta q_4-\Delta y_p}{286}$$

L'équation (7.8) nous donne le MGD de l'Isoglide4-T3R1 en intégrant les défauts de montage mesurés sur le prototype réel. Le MGD donne les déplacements opérationnels du robot en fonction des déplacements articulaires. En utilisant (7.8) il suffit de mesurer les déplacements articulaires pour savoir les déplacements opérationnels, donc la pose de la plate-forme par rapport à une pose de référence. A partir de l'équation (7.8) et en utilisant le MGD du cas idéal nous pouvons calculer les erreurs de pose à corps indéformables. Elles sont données par :

$$\begin{bmatrix} e_{\Delta x_p} \\ e_{\Delta y_p} \\ e_{\Delta z_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.000018 & 4.9428e-4 & 2.79635e-3 \\ 2.757e-3 & 3e-6 & 2.10073e-4 \\ -5.6932e-3 & -7.5575e-3 & -6.6e-6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix} \quad . \tag{7.9}$$

$$e_{\Delta \sin\varphi_p} = \frac{(3.477e-3)\Delta x_p - 0.0163\Delta z_p + (1e-3)\Delta q_4 + \Delta y_p - \Delta q_2}{286}$$

L'équation (7.9) donne les erreurs de pose de la plate-forme mobile, sous l'hypothèse que les composants du robot sont infiniment rigides. L'axe de rotation de plate-forme mobile n'est pas l'axe *z* mais l'axe des pivots de la jambe J_3. En conséquence, la plate-forme mobile qui a quatre degrés de liberté, a six mouvements dont deux sont parasites. La plate-forme mobile est alors munie de deux mouvements de rotations parasite autour des axes *x* et *y*. D'autre part, l'équation (7.8) donne la variation du sinus de l'angle d'orientation de la plate-forme mobile mais non pas la variation de l'angle. La fonction sinus est bijective sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ (domaine de définition de l'inclinaison) mais elle n'est pas linéaire. La variation du sinus n'est pas suffisante pour pouvoir calculer la variation de l'angle. Pour pouvoir mesurer la rotation de la plate-forme mobile, il nous faut son orientation au moins pour une configuration du robot. L'orientation la plus simple est celle qui correspond à la première mesure. Cette orientation doit être identifiée.

7.2.4. Conclusion

Dans cette section nous avons présenté une mesure pour la rectitude des moteurs linéaire ainsi que pour le mouvement du chariot de ce moteur et de l'influence de la charge due au poids des jambes. La courbure du moteur est de l'ordre de 0.35 *mm* pour une trajectoire de 1000 mm. Le chariot du moteur ne se déplace pas avec un mouvement de translation pure mais il a un mouvement combiné de translation et de rotation suivant la courbure du moteur.

Nous avons présenté également les méthodes de mesure des orientations des moteurs et des axes des pivots des jambes de l'Isoglide4-T3R1. En utilisant les résultats de ces mesures nous avons pu déterminer le MGD à corps indéformables en tenant compte des défauts d'assemblage des moteurs et des jambes. En se basant sur ce MGD, une fois que les défauts et le modèle du prototype sont définis, il suffit soit de mesurer les déplacements de pastilles collées sur les moteurs, soit de pastilles collées sur les jambes pour prévoir la pose réelle de l'effectuer. Il nous reste à valider ce raisonnement en effectuant une mesure double, pour les déplacements articulaires et les déplacements opérationnels.

7.3. Mesures avec les têtes stéréoscopiques et la caméra monoculaire

Dans la section précédente nous avons calculé le MGD de l'Isoglide4-T3R1 après avoir tenu en compte les défauts de montage des moteurs et des jambes. Ce raisonnement est vrai du point de vu géométrique sous les hypothèses suivantes : Les éléments doivent être infiniment rigides, les liaisons pivots de la même jambe parfaitement parallèles et infiniment rigide aucun jeu ne doit exister, etc.

Ces conditions ne sont pas réalisables dans une mise en œuvre d'un robot. Le raisonnement doit être validé pour savoir dans quelles mesures ces prétentions sont valides et quelles sont les erreurs commises par ce raisonnement.

Pour valider le raisonnement, nous devons après avoir mesuré les défauts, effectuer une mesure simultanée pour la pose de l'effecteur et pour les déplacements articulaires. Un raisonnement inverse pourra nous permettre d'identifier les défauts d'orientation des moteurs et des jambes. La comparaison des défauts obtenus par identification via la mesure simultanée et des défauts mesurés répond à notre problème.

7.3.1. Estimation du changement de repère entre les mesures caméra monoculaire et les mesures stéréo

La mesure des déplacements articulaires peut se faire avec les têtes stéréoscopiques en mesurant les déplacements de pastilles collées sur les chariots des moteurs. Les déplacements opérationnels sont mesurés avec une caméra monoculaire montée en corps rigide avec l'effecteur. Les déplacements articulaires sont mesurés dans le repère des têtes stéréoscopiques. Pour pouvoir identifier les défauts, les résultats de toutes les mesures doivent être exprimés dans le même repère. Le MGD et les défauts mesurés sont exprimés dans le repère de mesures R_M définit dans le paragraphe précédent. Comme le passage du repère des têtes au repère R_M est calculé (cf § 7.2.2.1) il nous reste à trouver le passage du repère de l'effecteur ou bien de la caméra monoculaire R_C au repère des têtes.

Dans nos mesures l'identification est basée sur le MGD du robot. Nous mesurons des déplacements articulaires (amplitude de déplacement des moteurs) et des déplacements opérationnels (déplacements de la plate-forme mobile). Nous mesurons des changements de coordonnées articulaires et des changements de coordonnées opérationnelles. En conséquence nous ne sommes pas intéressés par la position relative de la caméra monoculaire par rapport au repère des têtes stéréoscopiques mais uniquement nous sommes intéressés par l'orientation de R_C par rapport au repère des têtes que nous notons R_{ts}. La seule contrainte pour avoir des mesures cohérentes est la synchronisation de la mesure par les deux systèmes.

La caméra monoculaire donne pour chaque image la position et l'orientation par rapport à une mire de calibrage. Une pose est caractérisée par un opérateur homogène qui est composé d'une matrice de rotation et d'un vecteur de translation. Nous pouvons supposer que le passage du repère ${}^{i}R_C$ de la caméra dans la pose i ($i=1..n$) au repère de la mire R_m est le composé du passage du repère ${}^{i}R_C$ au repère ${}^{1}R_C$ et du passage du repère ${}^{1}R_C$ au repère R_M. Si $\left[{}^{i}T\right]$ est la matrice de passage de ${}^{i}R_C$ à R_m il suffit de multiplier toutes les $\left[{}^{i}T\right]$ par $\left[{}^{1}T\right]^{-1}$ pour avoir les mouvements de la plate-forme mobile par rapport à sa pose initiale utilisée comme origine des mesures.

Nous cherchons l'orientation de ${}^{1}R_C$ par rapport à R_{ts}, notre inconnue est donc une matrice $[M]$ qui caractérise la rotation qu'il faut appliquer à ${}^{1}R_C$ pour qu'il ait l'orientation de R_{ts}. La pose de ${}^{i}R_C$ par rapport à ${}^{1}R_C$ est donnée par le produit $\left[T_i\right]=\left[{}^{1}T\right]^{-1}\left[{}^{i}T\right]$.

La matrice $\left[T_i\right]$ est formée d'une matrice de rotation et d'un vecteur de translation :

$$\left[T_i\right]=\begin{bmatrix} R_i & t_i \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix} \tag{7.10}$$

La matrice $[R_i]$ est une matrice de rotation. Une rotation peut être déterminée par trois rotations autour des axes d'un repère mobile, ou par un angle et un axe de rotation. De $[R_i]$ nous pouvons calculer l'axe de rotation et l'amplitude de rotation dans ${}^{1}R_C$. Un corps rigide mesurable par les têtes stéréoscopiques, monté en corps rigide avec la caméra sur la plate-

forme subit la même rotation entre la pose initiale et la pose *i*. La matrice de rotation $\left[{}^{ts}R_i\right]$ du corps rigide est exprimée dans le repère R_{ts}. $\left[{}^{ts}R_i\right]$ est aussi caractérisée par un axe et un angle de rotation. L'orientation de ${}^{i}R_C$ par rapport à ${}^{1}R_C$ est une transformation géométrique exprimée par $[R_i]$ dans la base ${}^{1}R_C$ et par $\left[{}^{ts}R_i\right]$ dans la base R_{ts}. Les matrices $[R_i]$ et $\left[{}^{ts}R_i\right]$ sont reliées donc par la formule de changement de base :

$$\left[{}^{ts}R_i\right] = [M]^T [R_i][M]. \tag{7.11}$$

La résolution de (7.11) est compliquée. Par contre, nous savons que les deux matrices de $[R_i]$ et $\left[{}^{ts}R_i\right]$ représentent la même rotation. Soit $[U_C]$ et $[U_{ts}]$ les axes de rotations des deux matrices. Nous savons que $[U_C]$ et $[U_{ts}]$ sont le même vecteur exprimé dans deux repères différents. La rotation qui transforme ${}^{1}R_C$ à R_{ts} est la rotation qui transforme dans R_{ts} le vecteur $\left[{}^{i}U_C\right]$ qui a dans R_{ts} les composantes de $[U_C]$ dans ${}^{1}R_C$ au vecteur $[U_{ts}]$. Pour trouver cette rotation il suffit de calculer le produit vectoriel de $[U_C]$ et $[U_{ts}]$. Soit :

$$[W] = [U_c] \wedge [U_{ts}], \tag{7.12}$$

l'angle de rotation est :

$$\phi = A\sin\frac{\|W\|}{\|U_c\|\|U_{ts}\|}, \tag{7.13}$$

or la fonction Asinus est définie sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$. Si ϕ est obtus l'équation (7.13) donne l'angle symétrique par rapport à l'angle droit. Pour éviter cette erreur il faut calculer aussi :

$$\phi = A\cos\frac{[U_c][U_{ts}]}{\|U_c\|\|U_{ts}\|}. \tag{7.14}$$

L'amplitude de la rotation ϕ autour de [*W*] est l'angle qui vérifie simultanément les équations (7.13) et (7.14).

La matrice de rotation est :

$$M(W,\phi) = \begin{pmatrix} w_x^2 V\phi + C\phi & w_z w_y V\phi - w_z S\phi & w_x w_z V\phi + w_y S\phi \\ w_y w_x V\phi + w_z S\phi & w_y^2 V\phi + C\phi & w_x w_z V\phi - w_x S\phi \\ w_z w_x V\phi - w_y S\phi & w_z w_y V\phi + w_x S\phi & w_z^2 V\phi + C\phi \end{pmatrix} \tag{7.15}$$

avec :

$$C\phi = \cos\phi \quad S\phi = \sin\phi \quad et \quad V\phi = 1 - \cos\phi.. \tag{7.16}$$

Le schéma de la Figure 7-9 représente le processus.

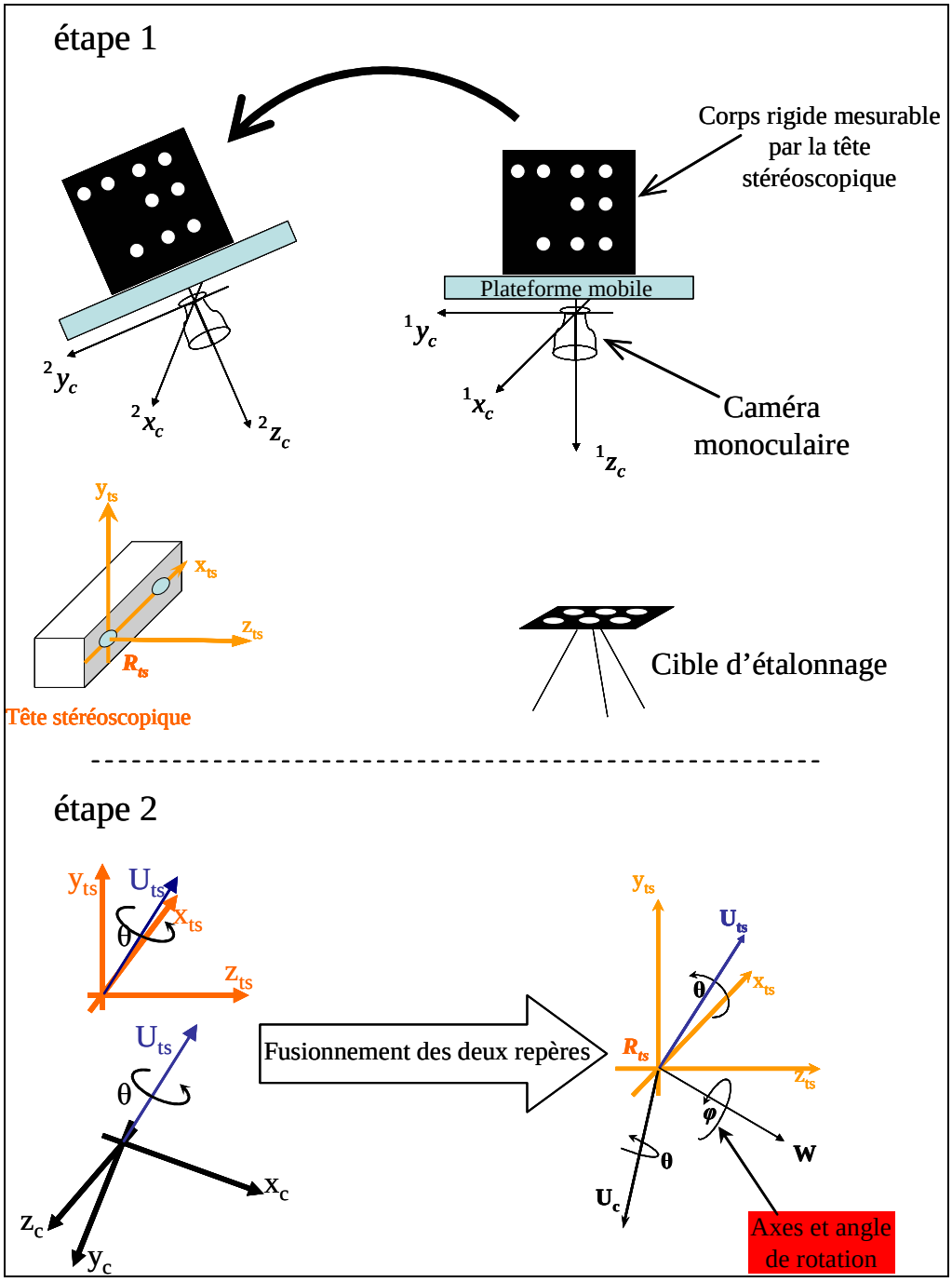


Figure 7-9 : Processus de calcul de l'orientation relative du repère de la caméra monoculaire par rapport au repère des têtes stéréoscopique.

- Dans l'étape 1 les têtes stéréoscopiques calculent la rotation (matrice ou vecteur et amplitude) dans le repère de la tête 0. La caméra mesure ses poses successives par rapport à la mire de calibre, en conséquence par rapport à sa pose à la première mesure
- Dans l'étape 2 les deux repères sont fusionnés. La matrice de rotation entre les deux repères est la matrice qui assure la rotation entre $[U_C]$ et $[U_{ts}]$ dans $R_{ts.}$

Le processus présenté dans ce paragraphe nous a permis de relier les deux repères ${}^1R_C$ et R_{ts}. Dans les mesures expérimentales, nous ne pouvons pas maintenir toujours le corps rigide sur la plate-forme parce que les deux têtes stéréoscopiques vont servir à contrôler les

moteurs du robot. Durant l'expérience, nous prenons des images pour relier les deux repères puis nous effectuons nos mesures.

7.3.2. Mesures simultanées des déplacements articulaires et de la pose de l'effecteur

Le dispositif expérimental est installé comme le montre la Figure 7-10. L'essai consiste à mesurer les déplacements articulaires avec les têtes stéréoscopiques et la pose avec la caméra monoculaire. Pour pouvoir relier les deux repères R_C et R_{ts} un corps rigide identifiable par les têtes stéréoscopiques est monté en corps rigide avec la caméra monoculaire et la plate-forme mobile du robot (Figure 7-10). L'image présentée dans la Figure 7-10 est pratiquement prise depuis le point de vue de la tête stéréoscopique. La plaque carré va servir à estimer le changement de base et nous voyons la caméra verticale orientée vers le bas qui observe une mire de calibrage qui sert à déterminer la pose de la plate-forme mobile de l'Isoglide4-T3R1.

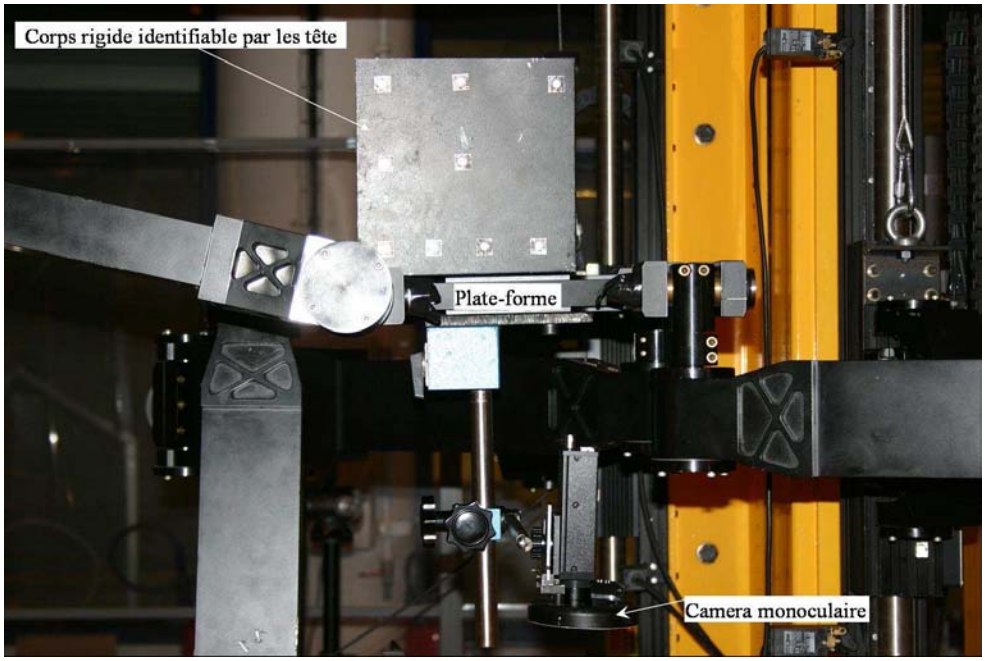


Figure 7-10 : Corps rigide identifiables par les têtes et caméra monoculaires sur la plate-forme mobile du robot

7.3.2.1. Mesures avec les têtes stéréoscopiques

Cinq mesures ont été prises. Les têtes mesurent le corps rigide et la caméra monoculaire mesure la pose de la mire. La caméra monoculaire fournit la matrice de rotation entre deux poses consécutives. Le corps rigides identifiable par les têtes stéréoscopiques est un plan. L'axe de rotation entre deux poses consécutives est l'axe de rotation de la normale au plan. Il suffit de calculer le produit vectoriel des deux normales pour avoir l'axe de rotation. Les composantes du vecteur normal au plan du corps fixé sur la plate-forme mobile du robot dans le repère des têtes stéréoscopiques sont données dans le Tableau 7-4

Pose N°	N_x	N_y	N_z
1	*0.99*	*0.05*	*0.13*
2	*0.96*	*0.23*	*0.12*
3	*0.98*	*-0.12*	*0.14*
4	*0.99*	*0.06*	*0.13*
5	*0.99*	*0.06*	*0.13*

Tableau 7-4 : Composantes du vecteur normale au corps rigide accroché sur la plate-forme mobile dans le repère R_{ts}

A partir des vecteurs normaux $N(i)$, $i \in [1,5]$ nous pouvons, en effectuant le produit vectoriel de chaque vecteur avec le premier vecteur, avoir l'orientation par rapport à la première pose. Cette orientation est caractérisée par son axe de rotation est l'amplitude de la rotation. Les axes de rotation $U_{ts}(k), k \in [1,4]$ dans le repère R_{ts} sont donnés dans le Tableau 7-5

Rotation N°	U_{ts_x}	U_{ts_y}	U_{ts_z}
1	*-0.14*	*0.07*	*0.99*
2	*0.14*	*-0.08*	*-0.99*
3	*-0.14*	*0.07*	*0.99*
4	*-0.13*	*0.04*	*0.99*

Tableau 7-5 : Composante de l'axe de rotation entre la pose initiale et les différentes poses de mesure dans le repère des têtes stéréoscopiques.

Le produit vectoriel de la normale à la pose avec la normale à la pose initiale donne aussi l'amplitude de la rotation $\varphi_P(k), k \in [1,4]$ atour de l'axe $U_{ts}(k)$. Les rotations mesurées sont données dans le Tableau 7-6

$\varphi_p(1)$	$\varphi_p(2)$	$\varphi_p(3)$	$\varphi_p(4)$
10.83°	*9.70°*	*0.89°*	*0.87°*

Tableau 7-6 : Amplitudes de rotation exprimés en degré entre la pose initiale et les différentes poses mesurées avec les têtes stéréoscopiques.

7.3.2.2. Mesures avec la caméra monoculaire

La caméra monoculaire fournit à chaque mesure sa pose par rapport à la mire. Nous pouvons déterminer en conséquence les attitudes par rapport à la pose de la caméra à la première mesure. Les poses de la caméra peuvent être également caractérisées par un axe de rotation et une amplitude de rotation.

Rotation N°	U_{C_x}	U_{C_y}	U_{C_z}
1	*0.52*	*0.85*	*-0.05*
2	*-0.53*	*-0.85*	*0.04*
3	*0.55*	*0.83*	*-0.06*
4	*0.59*	*0.81*	*-0.03*

Tableau 7-7 : Composante de l'axe de rotation entre la pose initiale et les différentes poses de mesure dans le repère de la caméra monoculaire à la première mesure.

$\varphi_P(1)$	$\varphi_P(2)$	$\varphi_P(3)$	$\varphi_P(4)$
10.74°	*9.82°*	*0.90°*	*0.85°*

Tableau 7-8 : Amplitudes de rotation exprimés en degré entre la pose initiale et les différentes poses mesurées avec la caméra monoculaire.

Les tableaux 7 et 8 montrent les axes et les amplitudes de rotation entre la pose à la première mesure et les autres poses de la caméra monoculaire mesuré avec la caméra. Les amplitudes de rotation entre les tableaux 6 et 8 sont quasiment les mêmes, la différence est due à la différence de précision entre les deux systèmes.

7.3.2.3. Passage stéréo-monocuclaire

Pour avoir la matrice de rotation qui donne l'orientation de la caméra monoculaire à la première mesure par rapport à l'orientation du repère des têtes stéréoscopiques il suffit d'appliquer les équations (7.11), (7.12) et (7.13).

Axe N°	w_x	w_y	w_z
1	*0.85*	*-0.51*	*0.15*
2	*0.85*	*-0.52*	*0.16*
3	*0.83*	*-0.54*	*0.15*
4	*0.80*	*-0.58*	*0.13*

Tableau 7-9 : Composantes de l'axe $[W]$ *obtenu par le produit vectoriel des axes* $[U_c]$ *et* $[U_{ts}]$.

Le Tableau 7-9 montre les composantes du vecteur [*W*] qui donne l'axe de rotation de la matrice de rotation [*M*] entre le repère R_C et le repère R_{ts}. Dans le cas idéal nous devrons avoir le même vecteur à partir des quatre mesures. La différence entre les vecteurs est due aux bruits des mesures.

Angle de transformation N°	*1*	*2*	*3*	*4*
Φ	*93.47º*	*92.86º*	*94.17º*	*94.42º*

Tableau 7-10 : Angle de transformation entre le repère R_c *et le repère* R_{ts}.

Le Tableau 7-10 donne l'amplitude de l'angle de rotation autour de l'axe [*W*] entre le repère R_C et le repère R_{ts}. Dans le cas idéal les quatre valeurs doivent être identiques. Pour optimiser la matrice de rotation entre les deux repères nous avons cherché le vecteur [*W*] et l'amplitude de rotation φ correspondant à la matrice $[M(W,\phi)]$ qui minimisent la somme *S* :

$$S = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{4}\left[{}^{k}\varepsilon_x^2 + {}^{k}\varepsilon_y^2 + {}^{k}\varepsilon_z^2\right]\right)} \tag{7.17}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} {}^{k}\varepsilon_x \\ {}^{k}\varepsilon_y \\ {}^{k}\varepsilon_z \end{bmatrix} = \left[M(W,\phi)\right]\begin{bmatrix} {}^{k}U_{C_x} \\ {}^{k}U_{C_y} \\ {}^{k}U_{C_z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^{k}U_{ts_x} \\ {}^{k}U_{ts_y} \\ {}^{k}U_{ts_z} \end{bmatrix} \tag{7.18}$$

En démarrant des moyennes des vecteurs et des angles présentés dans les tableaux 9 et 10, l'optimisation donne :

$$W = \begin{bmatrix} 0.81 \\ -0.57 \\ 0.14 \end{bmatrix} \tag{7.19}$$

et :

$$\phi = 94.42^{\circ}. \tag{7.20}$$

La matrice $M(W,\phi)$ est en conséquence :

$$M(W,\phi)] = \begin{bmatrix} 0.62 & -0.64 & -0.45 \\ -0.35 & 0.28 & -0.89 \\ 0.69 & 0.72 & -0.06 \end{bmatrix} \tag{7.21}$$

L'équation (7.21) nous donne la matrice de rotation qui assure transformation entre les deux repères, avec le minimum possible d'erreur selon la fonction définie en (7.17). Cette matrice nous permet de coupler les deux systèmes. Il suffit de multiplier par cette matrice les résultats de la caméra monoculaire (matrices de rotation et vecteurs de translation) pour les avoir dans le repère des têtes stéréoscopiques. Une fois que les résultats sont dans le même repère, nous pouvons facilement les passer au repère R_M afin d'effectuer une identification pour les défauts de fabrication et de montage ainsi que les autres paramètres nécessaires pour l'évaluation de la précision du robot.

7.3.3. Identification des défauts dans l'hypothèse des corps rigides

Dans la section précédente nous avons calculé l'orientation du repère de la caméra monoculaire par rapport au repère des têtes stéréoscopiques. Toutes les mesures peuvent être ramenées au repère des moteurs R_M. La caméra monoculaire est excentrée par rapport au point caractéristique P du robot. Le MGD donne les déplacements du point caractéristique et la variation du sinus de l'angle d'orientation de la plate-forme. Les translations du centre optique de la caméra monoculaire dépendent à la fois des translations et des rotations de la plate-forme. Notre problème consiste à identifier la position relative du centre optique de la caméra monoculaire par rapport au point caractéristique, l'orientation de la plate-forme à la première mesure, et les défauts de montage.

Nous avons donc :

- 3 défauts de montage des moteurs
- 8 défauts de montage des jambes
- 3 composantes pour le vecteur qui donne la position relative du centre optique de la caméra monoculaire par rapport au point caractéristique du robot
- 1 angle de rotation de la plate-forme à la première mesure.

En total, nous avons 15 paramètres à identifier. Chaque mesure autre que la première nous fournit 3 équations de position et une équation pour l'amplitude de la rotation donc 4 équations. Il nous faut donc un minimum 5 mesures (4 changements des coordonnées articulaires) pour pouvoir identifier nos inconnus. Nous avons effectué 11 mesures qui correspondent à 10 mouvements de la plate-forme mobile (10 variations des coordonnées articulaires). Les changements des coordonnées articulaires, les translations du centre optique de la caméra monoculaire et les amplitudes de l'angle de rotation de la plate-forme qui ont été estimées par cette expérience sont :

Mouvement N°	Δq_1	Δq_2	Δq_3	Δq_4
1	*-0.05*	*-0.36*	*27.87*	*-0.15*
2	*144.78*	*0.58*	*-20.67*	*-0.59*
3	*115.23*	*0.38*	*0.01*	*-0.50*
4	*22.24*	*-0.021*	*0.01*	*0.09*
5	*-18.26*	*-57.34*	*-6.51*	*-0.05*
6	*-0.085*	*-54.29*	*0.05*	*0.07*
7	*0.083*	*-16.04*	*-0.02*	*0.73*
8	*0.016*	*78.78*	*0.02*	*-115.40*
9	*-0.12*	*-88.19*	*0.02*	*-11.85*
10	*0.62*	*0.15*	*121.45*	*0.01*

Tableau 7-11 : Variations des coordonnées articulaires correspondant aux différentes mesures (les valeurs sont en mm)

Mouvement N°	Δx_{co}	Δy_{co}	Δz_{co}
1	*-0.06*	*-0.01*	*27.90*
2	*145.21*	*1.83*	*-20.07*
3	*115.53*	*1.58*	*0.53*
4	*22.52*	*0.37*	*0.10*
5	*7.64*	*-24.11*	*-6.00*
6	*16.03*	*-19.85*	*0.35*
7	*4.03*	*-4.94*	*0.10*
8	*-92.31*	*-34.12*	*-2.98*
9	*51.49*	*-48.62*	*1.08*
10	*0.83*	*0.96*	*121.68*

Tableau 7-12 : Translations du centres optique de la caméra monoculaire (les valeurs sont en mm).

$\Delta\varphi_P$ (1)	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
-0.04°	*-0.04°*	*-0.14°*	*-0.10°*	*-12.56°*	*-11.25°*	*-3.37°*	*59.22°*	*-36.47°*	*0.53°*

Tableau 7-13 : Variations de l'angle de rotation de la plate-forme mobile

Le MGD donne les déplacements opérationnels en fonction des déplacements articulaires. Les déplacements opérationnels sont les translations du point *P* et l'orientation de la plate-forme. Nous associons à la plate-forme un repère R_{pf} centré en *P*, ayant l'axe *z* parallèle à l'axe de rotation de la plate-forme et l'axe *x* suivant la direction *LP* (Figure 7-11). Si les coordonnées du centre optique (CO) de la caméra monoculaire dans R_{pf} sont $\left({}^{pf}x_{co},\ {}^{pf}y_{co},\ {}^{pf}z_{co}\right)$ et $\left[R(\varphi_P)\right]$ est la matrice de rotation de la plate-forme mobile dans le repère R_M, alors les translations opérationnelles $\Delta^{cal}x_p, \Delta^{cal}y_p, \Delta^{cal}z_p$ calculées à partir du modèle géométrique direct sont :

$$\begin{bmatrix}\Delta^{cal}x_p\\ \Delta^{cal}y_p\\ \Delta^{cal}z_p\end{bmatrix}=\frac{1}{D}\begin{bmatrix}1+\tan\varepsilon\tan\gamma & (-\tan\beta+\tan\varepsilon\tan\alpha)\cos\beta_m & (\tan\beta\tan\gamma+\tan\alpha)\cos\gamma_m\\ \tan\delta+\tan\varphi\tan\gamma & (1+\tan\alpha\tan\varphi)\cos\beta_m & (-\tan\gamma-\tan\alpha\tan\delta)\cos\gamma_m\\ \tan\delta\tan\varepsilon-\tan\varphi & (\tan\varepsilon+\tan\beta\tan\varphi)\cos\beta_m & (1+\tan\delta\tan\beta)\cos\gamma_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q_1\\ \Delta q_2\\ \Delta q_3\end{bmatrix}+\left[R\left({}^{cal}\varphi_p\right)\right]\begin{bmatrix}{}^{pf}x_{co}\\ {}^{pf}y_{co}\\ {}^{pf}z_{co}\end{bmatrix} \quad (7.22)$$

$$\Delta\sin{}^{cal}\varphi_p=\frac{\Delta^{cal}x_p\tan\varsigma-\Delta^{cal}z_p\tan\eta+\Delta q_4\cos\delta_m-\Delta^{cal}y_p}{r}$$

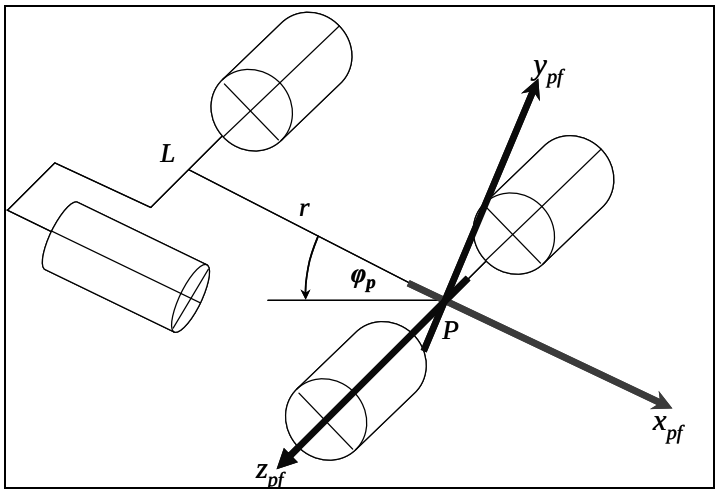


Figure 7-11 : Repère de la plate-forme mobile

avec :

$$D = 1 + \tan\gamma\left(\tan\varepsilon + \tan\varphi\tan\beta\right) + \tan\delta\left(\tan\beta - \tan\delta\tan\varepsilon\right) + \tan\varphi\tan\alpha\,. \tag{7.23}$$

Les paramètres optimaux sont ceux qui minimisent la somme S :

$$S = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{10}\left[{}^{i}\varepsilon_x^2 + {}^{i}\varepsilon_y^2 + {}^{i}\varepsilon_z^2 + {}^{i}\varepsilon_\theta^2\right]\right)} \tag{7.24}$$

avec :

$$\begin{aligned} {}^{i}\varepsilon_x &= \frac{\Delta^{cal}x_p(i) - \Delta x_p(i)}{700} \\ {}^{i}\varepsilon_y &= \frac{\Delta^{cal}y_p(i) - \Delta y_p(i)}{575} \\ {}^{i}\varepsilon_z &= \frac{\Delta^{cal}z_p(i) - \Delta z_p(i)}{450} \\ {}^{i}\varepsilon_{\varphi_p} &= \frac{\Delta^{cal}\varphi_p(i) - \Delta\varphi_p(i)}{\pi/2} \end{aligned}\,. \tag{7.25}$$

N.B. : Nous rappelons que les courses des moteurs sont 700mm pour M_1, 575mm pour M_2, 450mm pour M_3 et $\pi/2$ rad pour l'angle de rotation.

Les valeurs obtenues pour les paramètres après optimisation sont :

β_m	γ_m	δ_m
0.03°	*0.15°*	*0.93°*

Tableau 7-14 : Défaut d'orientation des moteurs

α	β	γ	δ	ε	φ	ζ	η
-0.31°	*-0.02°*	*-0.02°*	*0.64°*	*-0.23°*	*1.32°*	*-0.51°*	*-0.90°*

Tableau 7-15 : Défauts d'orientations des pivots des jambes

${}^{pf}x_{co}$	${}^{pf}y_{co}$	${}^{pf}z_{co}$
139.66mm	*-138.86mm*	*-129.34mm*

Tableau 7-16 : Pose du centre optique de la caméra monoculaire par rapport au point caractéristique P

$${}^{0}\varphi_P = 45.27^\circ \tag{7.26}$$

Les 15 paramètres sont identifiés, les erreurs moyennes calculées ont été :

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left(\Delta^{cal}\varphi_p(i) - \Delta\varphi_p(i)\right)^2} = 0.20^\circ \\ &\sqrt{\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left[\left(\Delta^{cal}x_p(i) - \Delta x_p(i)\right)^2 + \left(\Delta^{cal}y_p(i) - \Delta y_p(i)\right)^2 + \left(\Delta^{cal}z_p(i) - \Delta z_p(i)\right)^2\right]} = 1.21mm \end{aligned} \tag{7.27}$$

Ayant les paramètres nous pouvons calculer les erreurs entre la pose mesurée et la pose calculée à chaque mesure. Nous pouvons aussi faire une comparaison entre la pose calculée avec les défauts identifiés (tableaux 14, 15) et les défauts mesurés (tableaux 2 et 3).

7.3.4. Comparaison avec les défauts mesurés

Il est difficile de tirer des généralités à partir d'une série de mesures, mais la complexité expérimentale autour de l'Isoglide4-T3R1 ne nous a pas permis de multiplier les expériences. Néanmoins nous allons essayer de faire une corrélation entre théorie et mesure expérimentale. Une comparaison entre les tableaux 7-2 et 7-14 montre que pour β_m, le défaut d'orientation du moteur M_2, la valeur trouvée avec l'identification est plus petite que la valeur trouvée avec la mesure directe. Par contre, pour les défauts γ_m et δ_m les valeurs trouvées par identification sont plus grandes que les valeurs mesurées.

La comparaison entre les tableaux 3 et 15 montre que pour le défaut α la valeur trouvée avec l'identification est plus grande que la valeur mesurée (en valeur absolue). Le défaut β a eu quasiment la même valeur suivant les deux méthodes, ainsi que le défaut γ. Pour δ la valeur trouvée avec l'identification est plus grande ; pour ε la valeur mesurée est plus grande ; pour φ et ζ les valeurs identifiées sont plus grandes ; pour η nous retrouvons quasiment la même valeur.

Nous pouvons remarquer que les valeurs trouvées selon les deux méthodes (mesures directe ou optimisation non linéaire sur le MGD) sont dans la même marge (de l'ordre de 1° au maximum). Nous pouvons remarquer que pour la chaîne cinématique formée par le moteur M_2 et la jambe J_2 la valeur trouvée par identification est plus petite pour le défaut d'orientation du moteur par contre elle est plus grande pour l'orientation des pivots de la jambe, nous retrouvons le raisonnement du § 2.2.1.

L'écart moyen est :

- 0.36° pour les défauts d'orientation des moteurs.
- 0.41° pour les défauts d'orientation des jambes.

Les valeurs trouvées selon les deux méthodes sont légèrement différentes mais ne sont pas dans des domaines de certitudes disjoints. La différence entre les valeurs peut être due à une incertitude dans la mesure comme à plusieurs autres facteurs. Le premier phénomène est le couplage de deux systèmes de métrologie (caméra monoculaire et têtes stéréoscopique) qui ont des précisions différentes. Dans la mesure directe seule les têtes ont été utilisées, dans l'identification deux systèmes combinés ont été utilisés. Le couplage des systèmes résulte d'une optimisation qui minimise les erreurs, dans laquelle nous avons utilisé quatre mesures. Ce point conduit à une incertitude dans les mesures.

Un deuxième phénomène très important : dans la réalité les pivots de la même jambe ne sont pas parfaitement parallèles, la structure n'est pas parfaite, le poids propre existe et son influence est variable, ces trois points influent d'une façon considérable la pose de l'effecteur (Voir chapitre 4). L'hypothèse des corps infiniment rigides a ignoré ces points en conséquence il peut exister un changement sur les défauts d'orientation des moteurs et des jambes.

Le troisième phénomène important est la flexibilité des composants et notamment des moteurs. Dans le § 7.2.1.1 nous avons vu deux points très importants :

- La trajectoire du chariot du moteur n'est pas une droite parfaite.
- Le mouvement du chariot n'est pas une translation pure.

Les valeurs mesurées pour les orientations sont des valeurs moyennes qui ignorent ces points. La mesure de la plate-forme mobile prend en compte ces phénomènes et les deux mesures ne sont pas réalisées au même ordre (Le MGD induit des hypothèses simplificatrices et la mesure directe par la caméra appréhende le mouvement réel de la plate-forme mobile). D'autre part, la rotation du chariot du moteur induit une rotation pour l'embase de la jambe, en conséquence un changement de l'orientation des axes des pivots. La mesure directe donne

une valeur moyenne pour l'orientation du pivot dans une position déterminé du moteur. L'identification à partir de la pose de la plate-forme mobile donne une valeur moyenne pour l'orientation des pivots de la jambe J_i en plusieurs positions du moteur M_i, le changement d'orientation est pris alors en considération.

7.3.5. Erreurs de poses

Notre intérêt principal de la thèse est la précision du robot. L'évaluation de cette précision consiste à chercher les erreurs de pose entre le cas idéal (sans défauts et composants infiniment rigides) et le cas réel.

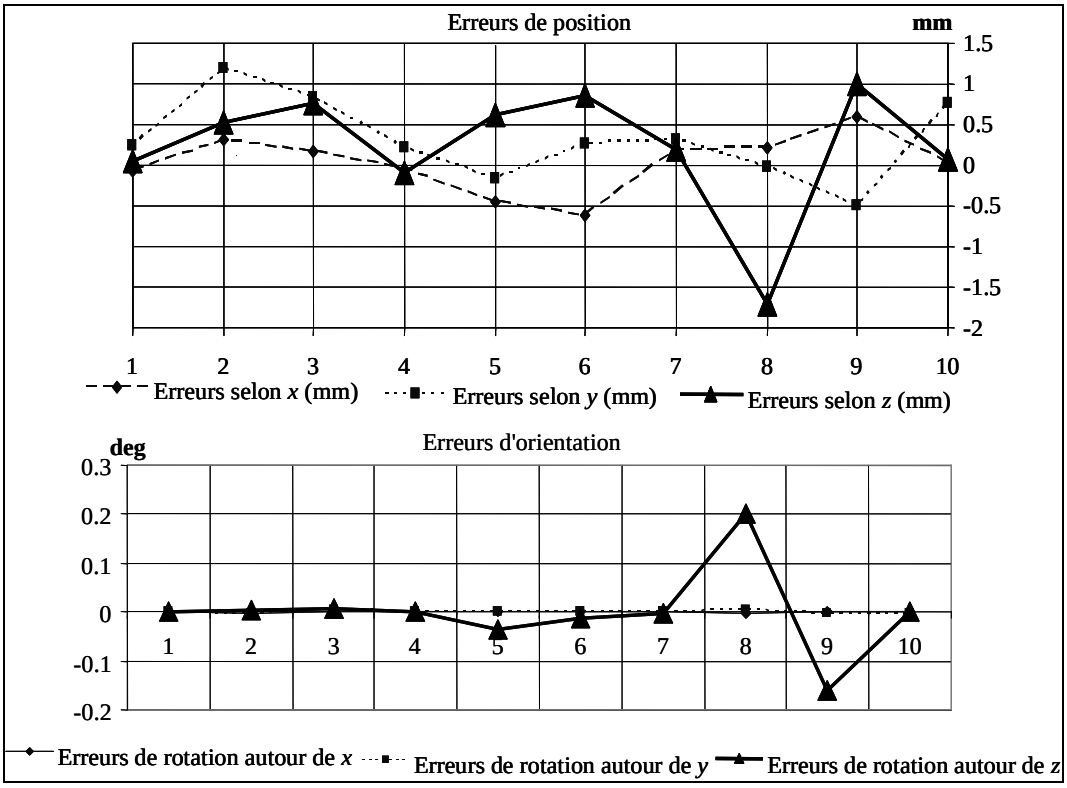


Figure 7-12 : Erreurs de variation de pose de la plate-forme mobile trouvées durant 10 mesures différentes

La Figure 7-12 montre les erreurs de variation de position et d'orientation de la plate-forme mobile par rapport à la variation idéale de la pose. Cette erreur est calculée comme étant la différence entre le déplacement idéal du centre optique de la caméra monoculaire et le déplacement mesuré. Nous pouvons remarquer que les erreurs de position sont dans une étendue de 3.5mm et les erreurs d'orientation sont dans une étendue de 0.5 degré.

Dans les erreurs de positions nous remarquons que les variations de l'erreur suivant x sont légèrement plus faible que les deux autres. Ce phénomène est expliqué par les faibles valeurs de α et β devant les autres défauts d'orientation des jambes (Tableau 7-15).

Dans les erreurs d'orientations nous pouvons aisément remarquer que les erreurs autour de l'axe z sont nettement plus importantes que les erreurs autour des axes x et y. En fait la rotation autour de z est un degré de mobilité pour le robot par opposition au deux autres rotations. La rotation autour de z est due à de variations des coordonnées articulaires, Les défauts d'orientation des jambes et des moteurs induisent une erreur de rotation autour de z. les rotations parasites autour de x et de y sont dues d'une part au défaut d'orientation de l'axe de rotation et aux déformations du robot d'autre part. Ce phénomène explique le fait que les rotations parasites sont faibles devant l'erreur de rotation autour de z.

Nous remarquons aussi que les incertitudes sont plus importantes pour les mesures où l'orientation de la plate-forme a changé. En fait, lorsque la plateforme change d'orientation

les effets de rotation et de translation se couplent (à cause de l'excentricité du centre optique par rapport au point caractéristique du robot).

7.3.6. Conclusions

Dans cette section nous avons effectué le couplage de deux systèmes de métrologie différents (têtes stéréoscopiques et caméra monoculaire). Le couplage a été fait en suivant le mouvement d'un corps solide avec deux systèmes de capteurs puis en cherchant la matrice de changement de base entre les repères de mesure des deux systèmes. Nous avons pu identifier les défauts géométriques dus aux défauts de montage des moteurs et des jambes en utilisant les deux systèmes d'une façon combinée. Nous avons comparé les défauts identifiés aux défauts mesurés directement avec les têtes et déterminé les écarts entre les valeurs obtenues suivant les deux méthodes. Les valeurs trouvées avec les deux méthodes ont été dans la même marge. Nous avons finalement présenté les erreurs de pose du robot. Ces erreurs mesurées expérimentalement ont montré dans quelle mesure les caractéristiques de découplage et d'isotropie ont été respectées, ainsi que la taille des mouvements parasites par rapport aux mouvements du robot.

7.4. Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons présenté les mesures que nous avons effectuées durant la thèse. Nous avons effectué des mesures pour la rectitude des moteurs ainsi que pour la nature du mouvement du chariot d'un moteur. Nous avons déterminé par deux méthodes différentes les défauts de montage du robot.

Nous avons pu déterminer les variables qu'il faut identifier pour pouvoir calculer le MGD du robot réel. En fait, avec la mesure directe du robot, nous avons obtenu le MGD du robot, mais ce MGD est théorique parce qu'il doit être associé à l'orientation initiale de la plate-forme mobile du robot. Avec la deuxième méthode, nous avons identifié en plus des défauts, la position relative du centre optique de la caméra monoculaire par rapport au point caractéristique *P* et à l'orientation initiale de la plate-forme mobile afin de compléter le MGD réel du robot. Avec la deuxième méthode, nous avons également pu effectuer une identification du MGD réel du robot en intégrant les défauts de fabrication et du montage. Nous pouvons, suite à cette identification, prédire avec une incertitude acceptable les déplacements opérationnels du robot en fonction des variations de ses coordonnées articulaires. Une fois que cette identification est finie, la variation de la position et l'orientation complète de la plateforme sont connues par simple surveillance des coordonnées articulaires. A noter que la manipe de mesure avec la deuxième méthode a été réalisé plusieurs fois et avec un nombre de mesures plus grand [RAF06]. Le nombre de mesure n'a pas aboutit à de conclusions supplémentaires. Le nombre de mesure présenté dans cette manipe a été le résultat d'un compromis entre les possibilité techniques (encombrements, collisions, …) nombre de paramètres à identifier, phénomènes à mettre en évidence et qualité de résultats et des conclusions tirer.

Pour compléter notre objectif initial, nous pourrions envisager une identification complète du robot. Cette identification nécessite alors l'observation simultanée des trajectoires des bras, des avants bras et de la plate-forme mobile, la localisation des axes de rotation de liaisons passives en fonction des variation des coordonnées articulaires, la reconstructions des angles des pivots passifs puis l'optimisation du modèle réel avec un modèle ANSYS contenant les défaut et tenant compte du poids propre ainsi que d'autres détails un peu plus avancés que ceux contenus dans nos modèles (frottement assemblages, etc.) afin d'identifier les défauts. Une autre perspective est envisageable : cette perspective consiste à identifier complètement le robot puis effectuer des mesures de rigidité (ou de souplesse) et d'essayer de corréler la rigidité réelle avec notre modèle théorique analytique du chapitre 3 ou du chapitre 4 afin d'identifier les matrices de rigidité des composants ainsi que des défauts de fabrication si la corrélation s'avère pertinente avec les équations du chapitre 4. Nous voyons que le couplage modélisation-mesure peut être extrêmement riche. En revanche, il est indéniable que la mise en œuvre de systèmes de mesures par vision multicapteurs est

complexe à maîtriser ; mais elle ouvre des champs importants pour la maîtrise des outils mécanique. Nous ne pouvons terminer ce chapitre sans rappeler que beaucoup de personnes ont travaillé autour de l'Isoglide4-T3R1 pour sa réalisation et pour sa mise en œuvre. Notre travail (même partiel) s'insère dans ce projet et n'aurait pu être réalisé sans le concours de tous.

Chapitre 8 : Conclusions et perspectives

8.1. Conclusions

A travers les pages de ce mémoire, nous avons abordé un sujet situé aux interfaces de deux disciplines scientifiques : la mécanique et la vision artificielle. Les aspects de modélisation et de caractérisation des structures de robots parallèles sont un champ scientifique très actif. Les machines à structures parallèles commencent à être très répandues dans l'industrie moderne.

Durant ce travail de thèse, nous avons pu élaborer une méthode pour le calcul de la matrice de rigidité condensée au point caractéristique du robot en se basant sur le principe de la sous-structuration. A noter que cette méthode est valable pour n'importe quel robot à jambes non télescopiques et non seulement pour un robot particulier. Il suffit dans ce cadre de se reporter au chapitre 4 quand nous avons intégré les défauts dans le calcul de la matrice de rigidité.

Nous avons défini les principaux défauts de fabrications et de montage et nous avons étudié leurs effets sur les caractéristiques d'isotropie et de découplage du robot parallèle dans le cadre de deux hypothèses.

Dans le cadre de l'hypothèse des corps indéformables, nous avons vu que dans la version hyperstatique, les défauts de montage des moteurs conduisent à la perte de l'isotropie, les défauts de montage des jambes conduisent à la perte du découplage et les défauts de fabrication conduisent au blocage du robot. Dans la version isostatique, aucun défaut ne cause le blocage du robot, mais les défauts de fabrication conduisent à des mouvements parasites pour la plate-forme mobile. Dans le cadre de cette hypothèse, nous avons pu quantifier également la sensibilité de la précision du robot aux différents défauts ainsi qu'aux interactions des effets de ces défauts avec la configuration du robot. Nous avons pu déterminer quels sont les défauts les plus influents.

Dans le cadre de l'hypothèse de corps déformables, nous avons abordé l'étude de la rigidité ainsi que la précision de cinq versions de l'Isoglide4-T3R1 ainsi que de l'Isoglide3-T3. Ce travail a été le résultat de 19500 simulations numériques linéaires (dont l'une dure à peu près 5-10 minutes avec une machine à 2 Go de RAM de microprocesseur PENTIUM4, 3GHz), plus que 1875 simulations non linéaires (45 -55 minutes en moyenne pour chacune voire même jusqu'à 3h) sous le logiciel ANSYS, ainsi que de 24 optimisations numériques (48-72 heures chacune) qui ont couplé Matlab avec ANSYS. Au total on aboutit à 4800 heures de travail pour une machine de 2Go de RAM, CPU 3GHz. Le fruit de ce travail a été la recherche des plages de précision de six robots parallèles (cinq versions Isoglide4-T3R1 et une Isoglide3-T3) ainsi que de la variation de leurs rigidités dans leurs espaces de travail. Nous avons présenté une méthode semi-analytique de rigidité globale, qui a été l'un des points les plus importants de ce travail de thèse. Cette méthode peut servir à l'estimation de la précision d'un robot existant, à la préconception d'un robot afin de répondre à un certain cahier de charge, ou encore à la détermination des efforts internes dans le robot quand il est

soumis à une déformation donnée. Elle peut servir également à déterminer les efforts dans les liaisons passives et sur les moteurs du robot.

Le calcul au deuxième ordre a permis de déterminer la pose d'équilibre de la plate-forme mobile du robot, sous l'effet des précontraintes dues aux défauts de fabrication et de montage dans une version hyperstatique. Il a permis également de quantifier la sensibilité de la précision du robot aux différents défauts. Le calcul a été mené avec et sans prise en compte du poids propre. Le calcul en tenant compte du poids propre a permis d'estimer la précision réelle du robot. La comparaison avec la fermeture précontrainte des boucles cinématiques sans tenir compte du poids propre a permis de quantifier l'influence du poids propre en calculant le supplément de déformation entre les deux ensembles de calculs. Le calcul en appliquant une force extérieure a permis de quantifier l'effet des défauts et des précontraintes résultantes sur la déformation sous l'effet d'une charge externe.

La comparaison des différentes versions de l'Isogide4-T3R1 a permis de caractériser l'influence du degré d'hyperstaticité sur la déformation du robot et notamment sur les écarts entre les valeurs extrémales de déformations du robot sous l'effet d'une charge extérieure.

Dans le cadre de la vision artificielle malgré toutes les difficultés que nous avons rencontrées, nous avons pu élaborer une méthodologie pour l'identification des défauts de montage en couplant deux systèmes de mesures différents. La mise en œuvre de systèmes de mesures multicapteurs impose d'une part le calibrage intrinsèque de chaque tête de mesure, puis le calibrage extrinsèque liant les organes entre eux par des transformations rigides. Pour ce travail de thèse nous avons mis en œuvre deux têtes stéréoscopiques et une caméra monoculaire, soit cinq capteurs vision.

Nos investigations métrologiques ont consisté à identifier toute une série de paramètres du MGD et à vérifier certaines hypothèses de linéarité. L'identification totale du robot n'a pas été faite mais nous avons déterminé qu'il suffit d'identifier uniquement l'orientation de la plate-forme mobile pour obtenir le MGD du robot.

Nous avons aussi mesuré le comportement des moteurs du robot et leurs rectitudes sous l'effet des charges. Nous avons trouvé plusieurs procédés qui nous ont permis de localiser les axes des liaisons passives des bras.

8.2. Perspectives

Pour la partie modélisation mécanique nous pouvons envisager l'étude des différents autres facteurs influents sur la précision.

- Les effets de la température, qui ont des effets non négligeables sur les machines parallèles en général et sur les robots parallèles en particulier.
- L'usure et la fatigue.
- Le jeu dans les liaisons.
- La tenure des assemblages avec l'âge de la machine pourront être également un axe de recherche intéressant.
- Une étude dynamique dans laquelle, deux aspects principaux sont envisageables :
    - La réponse dynamique du robot, ainsi que les efforts générés dans les composants et dans les liaisons passives et sur les moteurs durant le travail du robot.
    - L'aspect vibratoire, l'étude des fréquences propres et de l'amortissement du robot pour le dimensionnement ainsi que pour la mise en œuvre réelle.

Concernant la vision artificielle, nous pouvons envisager une identification complète du robot. Cette identification consiste à continuer le travail que nous avons commencé pour l'identification des défauts. Il s'agit de mesurer simultanément les mouvements de tous les composants (les moteurs, les bras, les avant-bras et la plate-forme). Cette mesure simultanée permet de positionner les axes des différentes liaisons passives d'une façon analogue à celle que nous avons utilisée pour la mesure directe des directions des jambes. Ce positionnement

permet d'établir une relation entre les angles des liaisons passives et les déplacements articulaires et opérationnels. En injectant ces relations dans les équations (3.3) à (3.14), une identification complète du robot sera alors possible.

Une fois que cette identification est effectuée, le couplage mécanique-vision sera faisable. En fait, il suffit d'injecter les résultats de mesures sur le prototype réel dans le modèle ANSYS. Suite à une optimisation numérique, il sera possible de déterminer les défauts dans toutes les liaisons du robot donc d'accéder aux défauts de fabrication et ne pas se contenter des défauts de montage puis dévaluer les précontraintes réelles dans le robot. D'autre part, suite à une identification complète, il sera possible de mesurer sur un prototype achevé la déformation sous l'effet d'une charge, d'injecter ces déformations dans notre modèle analytique puis de retrouver les matrices de souplesse des composants et finalement avoir un modèle analytique pour la précision du prototype.

Pour la dernière perspective, nous revenons à la définitions du robot, qui est un dispositif destiné à travailler sous contrôle automatique, La commande automatique est une perspective très importante pour notre travail surtout qu'avec notre modèle de rigidité semi-analytique, il sera possible de tenir compte de la déformation élastique du robot dans la commande. L'intégration des efforts d'inertie n'est pas trop difficile, il suffit de réduire ces efforts aux liaisons passives et de les intégrer aux conditions aux limites.

Finalement, nous avons durant ces trois ans de thèse essayé de caractériser finement la précision et la rigidité des robots à architecture parallèle à mouvements découplés. Nous avons avancé sur plusieurs routes mais nous ne sommes pas arrivés au bout dans tous nos travaux. Nous fournissons de nombreuses pistes pour aller encore plus avant dans la compréhension des phénomènes complexes qui sont mis en jeu.

Bibliographie

[AbW00] M. ABDERRAHIM, A.R. WHITTAKER. "Kinematic model identification of industrial manipulators ", Robotics and integrated manufacturing, 16,2000

[AGV96] AVILES R., GOIZALDE M.B, VICTORIA HORMOZA M., HERNANDEZ A., "A Procedure based on finite element analysis for solution of non linear problems in the kinematic analysis of mechanisms", Finite Element in analysis and design, Vol 22, p 3050327, 1996

[Act] ACTIRIS motion, syteme de métrologie stéréoscopique, manuel de l'utilisateur

[Ang87] J. ANGELES "Fundamentals of Robotic Mechanical Systems" Theory, Methods and Algorithms. Springer, New York.1987

[And06] ANDREF N., "Des droites et des robots. Modélisation, Identification et Commande référencées vision des Machines Complexes", Habilitation à la direction de recherche, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2006

[Ansys] "ANSYS10 theory reference manual", Ansys release 10.0 2006

[BaA98] BARON L., ANGELES J., "The on line direct kinematics of parallel manipulators under jopint-sensor redundancy". In advances in Robot Kinematics, pages 126-137, 1998

[Bat82] BATHE K.-J., "Finite element procedures in engineering analysis", ISBN 0-13-317305-4, Prentice-Hall, Inc.,1982

[Baz93] BAZERGUI A., "Résistance des matériaux", Bibliotheque nationale de Quebec, ISBN 2-553-001-99-1, 1993

[BFG04] BOUZGARROU B.C., FAUROUX J.C., GOGU G., HEERAH Y.. "Rigidity analysis of T3R1 parallel robot with uncoupled kinematics", International Symposium of Robotics, Paris, 2004

[BMG05] BRIOT S., MAURINE P., GUEGAN S., ARAKELIAN. V."Le PAMINSA: un nouveau manipulateur d'architecture parallèle aux mouvements découplés". Congrès Français de mécanique, Troyes, France ,2005

[Bon 02] BONEV A., "Geometric Analysis of Parallel Mechanisms", Ph.D. Thesis, Université Laval, Novembre 2002.

[Bon93] BONEV A, "The true origin of Parallel Robots", Web review, http//www.parallemic.org/Reviews/Review007.html

[BTR02] B. C. BOUZGARROU B.C. THUILOT, RAY P., GOGU G. "Modélisation des manipulateurs flexibles appliquées aux machines UTGV", Mécanique et Industries, vol. 3, no. 2, pp. 173-180, mars-avril 2002.

[CAL06] CANO T., ANDREFF N., LAVEST J.M., RAY P. "Identification of geometrical defects using a multiple stereovision system", IEEE Annual seminar on automatic control, industrial electronics and instrumentation SAAEI05, Santander, Spain, 2005

[CDR06], CHANAL H., DUC E., RAY P., "A study of machine tool structure on machining processes", International Journal of Machine Tools & Manufacture, 46, 2006, 98-106

[Cha98] CHABLAT D., "Domaines d'unicité et parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles", Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes et de l'Ecole Centrale de Nantes, Novembre 1998

[Cha04] CHARRAU N, " Conception et réalisation d'un bâti plus ébauche de la commande d'un robot T3R1", projet de fin d'étude IFMA, 2004

[Chk98] CHAKAROV D. "Optimization synthesis of parallel manipulators with desired stiffness", Journal of theoretical and applied Mechanics Vol 28 (4), 1998

[Chr98] CHRISTY S., "Localisation et modélisation tridimensionnelles par approximations du modèle perspectif de caméra". Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 1998

[ChW98] CHABLAT D., WENGER P., "Working Modes and Aspects in Fully-Parallel Manipulator", IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation, pp. 1964-1969, 1998

[CFK03] CORRADINI CH., FAUROUX J.C., KRUT S., COMPANY O., "Evaluation of a 4-Degree of Freedom Parallel Manipulator stiffness", 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, August 18-21, 2003, Tianjin, China, China Machinary press, edited by Tian Huang

[CLT06] CARBONE G., LIM H, TAKANISHI A., CECCEARELLI M., "Stiffness analysis of biped humanoid robot WABIAN-RIV", Mechanism and Machine Theory, vol 41, p. 17-40, 2006

[CoP02] COMPANY O., PIERROT F., "Modelling and Design Issues of a 3-axis Parallel Machine-Tool" , Mechanism and Machine Theory, vol. 37, pp 1325-1345, 2002.

[Dan99] DANEY D. "Self calibration on gough platform using leg mobility constraints". World congress of the theories of machine and mechanisms, pages 104-109 Oulu, 1999

[Dan00] DANEY D., "Etalonnage Géométrique des Robots Parallèles", Thèse de Doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis, Février 2000.

[DaP71] DAVIES T.H. PRIMROSE E.J.F, "An algebra for screw systems of pairs of bodies in a kinematic chain", Proc. 3rd World Congress for the Theory of Machines and Mechanisms. Kupari. Vol. D. Paper 14. pp. 199-212, 1971

[Dho03] DHOME M. "Perception visuelle par imagerie vidéo", ISBN 2-7462-0662-5 LAVOISIER, Paris, 2003

[Esp03] ESPINOSA Ch., "Introduction de calcul en dynamique rapide avec LS-DYNA", Séminaire présenté à l'ENSICA Toulouse, 2003

[FaH02] FATTAH, A., HASAN Gh. A.M., "Isotropic design of spatial parallel manipulators" Int. J. Robotics Research Vol 21 (9),p 811–824., 2002.

[FaT02] FANG Y., TSAI L.-W.. "Structural synthesis of a class of 4-dof and 5-dof parallel manipulators with identical limb structures", Int. J. of Robotics Research, vol. 21(9), pp. 799-810, 2002

[Fau93] FAUGERAS O. ," Three dimensional Computeur vision : A Geometric Viewpoint", The MIT Press, 1993. ISBN 0-262-06158-9

[GLZ02] GAO F., LI W., ZHAO X., JIN Z.and ZHAO H., "New kinematic structures for 2-, 3-, 4-, and 5-DOF parallel manipulator design", Mechanism and Machine Theory, vol. 37 (11), pp. 1395-1411, 2002.

[GoA90] GOSSELIN C., ANGELES J., "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 6(3):281 290, June 1990

[GoC96] GOGU G., COIFET Ph. "Représentation du mouvement des corps solides", Hermes, Paris, ISBN 2-86601-531-2, 1996

[Gog02] GOGU G., "Structural synthesis of parallel robotic manipulators with decoupled motions", Internal Report ROBEA MAX- CNRS, 2002.

[Gog 04] GOGU G., "Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations", European Journal of Mechanics, Vol 23,p 1021-1039, 2004

[Gog04-a] GOGU, G. "Fully-Isotropic Over-Constrained Planar Parallel Manipulators", in Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2004), Sendai, Japan, September 28- October 2, 2004, ISBN 0-7803-8464-4, pp. 3519-3524.

[Gog05] GOGU G., "Mobility and spatiality of parallel robots revisited via theory of linear transformations", European Journal of Mechanics, Vol24, p 690-711, 2005

[Gog05-a] G. GOGU., "Mobility criterion and overconstraints of parallel manipulators", Proceedings of CK2005, International Workshop on Computational Kinematics, Cassino, Italy, May 4-6, 2005

[Gog05-b] G. GOGU., "Chebychev–Grübler–Kutzbach's criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations", European Journal of Mechanics, Vol 24, p 427-441, 2005

[Gog05-c] GOGU G., "Mobility of mechanisms: a critical review", Mechanism and Machine Theory, Vol 40, p 1068-1097, 2005

[Gog05-d] GOGU, G. "Fully-isotropic T1R2-type parallel robots with three degrees of freedom", in Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE 2005), Long Beach, USA, 24-28 September 2005, ISBN 0-7918-3766-1, 8 pages (Actes sur CD-ROM).

[Gog05-e] GOGU, G. "Fully-isotropic parallel robots with four degrees of freedom T2R2-type", in Proceedings of 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2005), Edmonton, Canada, 2-6 August 2005, ISBN 0-7803-9178-0, pp. 1190-1195.

[Gog05-f] GOGU, G. "Singularity-free fully-isotropic parallel manipulators with Schönflies motions", in Proceedings of 12th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2005), Seattle, USA, July 18-20 2005, ISBN 0-7803-8913-1, pp. 194-201.

[Gog05-g] GOGU, G. "Fully-Isotropic Over-Constrained Parallel Wrists with Two Degrees of Freedom", in Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2005), Barcelona, Spain , 18-22 April 2005, ISBN 0-7803-8915-8 , pp. 4025-4030.

[Gog05-h] GOGU, G. "Fully- isotropic T3R1-type parallel manipulators". In: Lenarcic, J. and Galletti C. (Eds), On Advances In Robot Kinematics, pp. 265-272, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London, 2004, ISBN 1-4020-2248-4.

[Gog06] GOGU G. "Fully-isotropic hexapods". In: LENARCIC J. and ROTH B. (Eds) ", Advances In Robot Kinematics, Springer, Dordrecht / Boston / London, 2006.

[Gog06-a] GOGU, G. "Fully-isotropic T3R2-type parallel manipulators", in Proceedings of IEEE 2006 International Conference on Robotics, Automation and Mecatronics, Bangkok, Thailand, 7-9 June 2006.

[Gog06-b] GOGU, G. "Fully-isotropic parallel manipulators with Schönflies motions and complex legs with rhombus loops", in Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2006), Orlando, USA , 15-19 May 2006, pp. 1147-1152.

[Gog06-c] GOGU, G. "Fully-isotropic parallel manipulators with five degrees of freedom", in Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2006), Orlando, USA , 15-19 May 2006, pp. 1141-1146.

[Gog06-d] GOGU G. "Fully-isotropic redundantly-actuated parallel manipulators with five degrees of freedom", in Proceedings of EuCoMeS, the first European Conference on Mechanism Science Obergurgl, Austria, February 21–26 2006 Manfred Husty and Hans-Peter Schröcker, editors, ISBN 3-901249-85-0, 12.

[Gos90] GOSSELIN C, "Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators", ASME Journal of Mechanical Design, vol. 112, no. 3, pp. 331-336, 1990.

[Gos98] Gosselin C. M., "Mécanique des Manipulateurs", Cours donné à l'Université Laval, 1998.

[GoW62] V. E. Gough, S. G. Whitehall, "Universal tyre testing machine, Proceedings of the FISITA" 9th International Technical Congress, pp. 117-137, May 1962.

[GoZ02] GOSSELIN C., ZHANG D, "Stiffness analysis of parallel mechanisms using a lumped model", International Journal of Robotics and Automation Vol17 (1) 17–27, 2002

[GrB05] GRATSH T., BATHE K.-J., "A posteriori error estimation techniques in practical finite element analysis", Computers and Structures, 83, 2005, 235-265

[Gwi31] GWINNETT J. E., "Amusement Device", US Patent no. 1,789,680, January 20, 1931.

[HAL95] HAUGH R.J., ADKINS F.A., LUH C.M, "Domain of Operation and Interference for Bodies in Mechanisms and Manipulators", in J.P. Merlet, B. Ravani, Editors, Computational Kinematics, pp. 193-202, Kluwer, 1995.

[HuL02] HUANG Z., LI. Q. C. "General methodology for type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel manipulators and several novel manipulators", Int. J. of Robotics Research, vol. 21 (2), pp. 131-145, 2002.

[HuL03] HUANG Z., LI. Q. C. "Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using the constraint-synthesis method", Int. J. of Robotics Research, vol. 22 (1), pp. 59-79, 2003.

[Hun67] Hunt, K. H. "Screw axes and mobility in spatial mechanisms via the linear complex", Journal of Mechanisms. Vol. 3. pp. 307-327, 1967

[Hun78] K.H. Hunt, "Kinematic Geometry of Mechanisms", Oxford University Press, 1978

[JoH89] JO D.Y., HAUG E.J., "Workspace Analysis of closed-loop mechanisms with unilateral constraints", ASME Design Automation Conference, March 1989.

[KCB03] KRUT S., COMPANY O., BENOIT M., OTA H., PIERROT F. " I4: Anew parallel mechanism for scara motions", Dans proceeding of the 2003, The International Conference on Robotics and Automation, Taipei, Taiwan, 2003

[KhB99] KHALIL W., BESNARD S S, "Calibration of parallel robots using two inclinometers", Dans Proceedings of the 1999 IEEE International Conference On Robotics and Automation, pages 1758{1763, Detroit, Michigan, 1999

[KhM97] KHALIL W. et MURARECI D., "Autonomous calibration of parallel robots", Dans Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Robot Control, pages 425{428, Nantes, France, 1997.

[KHK02] KIM J., HWANG J.C.,. KIM J.S, IURASCU C.C.,. PARK F.C,. CCHO Y.M, "Eclipse II a New Parallel Mechanism Enabling Continuous 360-Degree Spinning Plus Three-Axis Translational Motions", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 18, no. 3, June 2002.

[KoG02-a] KONG X., GOSSELIN C. M. , "Kinematics and Singularity Analysis of a Novel Type of 3-CRR 3-DOF Translational Parallel Manipulator", The International Journal of Robotics Research, vol. 21, no. 9, pp. 791-798, September 2002.

[KoG02 b] KONG X., GOSSELIN C. M, A "Class of 3-DOF Translational Parallel Manipulators with Linear Input-Output Equations", Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec City, Canada, October 2002.

[KoG04] KONG X., GOSSELIN C. "M ,Type synthesis of 3T1R parallel manipulators based on screw theory", IEEE Transactions on Robotics and Automation., 2004

[Kru03] KRUT S, "Contribution à l'étude des robots pleinement parallèles légers 3T-1R et 3T-2R", Thèse de doctorat, Université de Montpellier, Novembre 2003.

[LaD98] LAVEST JM.,.VIALA M. et DHOME M.. "Do we really need an accurate calibration pattern to achieve a reliable camera calibration". Dans Proceedings of the 5th European Conference on Computer Vision, pages 158-174, Freiburg, Allemagne, juin 1998

[LaD00] LAVEST JM et DHOME M. "Comment calibrer des objectifs à très courte focale", Dans Actes de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA2000), pages 81{90, Paris, France, 2000

[Ler02] LERAY D., "Outil de dimensionnement de fixation boulonnée de couronne d'orientation", thèse de doctorat Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, décembre 2002.

[LJG00] LIU X.-J., JIN Z.-L, GAO F., "Optimum design of 3-D.O.M spherical parallel manipulators with respect to the conditioning and stiffness indices", Mechanism and Machine Theory No. 14, 2002 35 (9) (2000) 1257–1267.

[Ls-D] Crash LS-DYNA FEA for crash and non linear problem software Theoretical Manuel

[MaA91] MA O., ANGELES J., "Architecture Singularities of Platform Manipulators", Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1542-1547, Sacramento, 1991

[Maj04] MAJOUX F. "Analyse cinétostatique des machine parallèles à translations", Thèse de doctorat, Université Laval Québec, Ecole centrale de Nantes, Septembre 2004

[Mar04] MARSALEIX F., "Conception d'un démonstrateur de mécanisme parallèle à mouvements découplés de type T3R1", mémoire du diplôme ingénieur, CNAM de Clermont Ferrand, 2004

[Mat6.5] Matlab6.5, "Matlab software Help document", release 6.5

[MaW93] MASORY O., WANG J.et ZHUANG H. , "On the accuracy of a Stewart platform -Part II kinematic calibration and compensation", Dans Proceedings of the 1993 International Conference on Robotics and Automation, pages 725{731, Atlanta, Georgie, 1993.

[Mer89] MERLET J-P., "Singular configurations of parallel manipulators and Grassmann geometry", International Journal of Robotics Research, vol. 8, no.5, pp. 45-56, 1989.

[Mer00] MERLET. J.P. "Parallel robots". Dordrecht: Kluwer Academic 2000

[Neu88] NEUMANN K.E., "Robot", US Patent 4 732 525, March 22, 1988.

[MGM98] MERLET JP, GOSSELIN C. M., MOULY N., "Workspaces of Planar Parallel Manipulators", Mechanism and Machine Theory, vol. 33, no. 2, pp. 7-20, 1998.

[Mor03] MORELLEC F. "Conception d'un démonstrateur T3R1 découplé à structure parallèle pour l'UTGV" mémoire du diplôme ingénieur, CNAM de Clermont Ferrand, 2003

[NoW91]. NORRIS Ch., "Elementary structural analysis", Library of congress cataloging, ISBN 0-07-100 836-5, 1991

[PaV02] V. Parenti-Castelli, S. Venanzi, "On the Joint Clearance Effects in Serial and Parallel Manipulators", Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec City, Canada, October 2002.

[Pav06] PAVAZZA R., "Torsion of thin-walled beams of open cross-section with influence of shear", International Journal of Mechanical Sciences

[PiC99] PIERROT F., COMPANY O., H4: "a new family of 4-dof parallel robots", in 1999 Proc. IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics, pp. 508-513.

[Pop78] POPOV E.P., "MECHANICS OF MATERIALS", Library of Congress Cataloging in Publication Data, ISBN 0-13-571158-4, 1987

[RAF06] R. RIZK, N. ANDREFF, J.C. FAUROUX, J.M. LAVEST, G.GOGU "Precision study of a decoupled four degrees of freedom parallel robot including manufacturing and assembling errors", Grenoble IDMME Mai 2006

[RAL in press] RENAUD P., ANDREF N., LAVEST J.M., DHOME M., "Simplifying kinematic identification of parallel mechanism", IEEE translations on Robotics, in press

[Ren03] RENAUD P., "Apport de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles", Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2003

[RFM06] RIZK R., FAUROUX J.C., MUNTEANU M., GOGU G., "A comparative stiffness analysis of a reconfigurable parallel machine with three or four degrees of mobility", Journal of Machine Engineering, Vol. 6 No 2, 2006 P45-55

[Riv88] RIVIN E.I., " Mechanical Design of Robots", McGraw-Hill, New York, 1988

[RPC98] RYU S.J., PARK C.B., CHO H.S., LEE K.H., LEE Y.H., PARK F.C, KIM J.W., Eclipse: "an Overactuated Parallel Mechanism for Rapid Machining, Proc. ASME IMECE" Symposium on Machine Tools, pp. 681-689, 1998.

[RRF05] R. RIZK, N. RAT, J. C. FAUROUX, G. GOGU, " Influences des défauts géométriques sur le comportement cinématique d'un robot parallèle". Congrès français de mécanique, Troyes, août 2005, actes sur CD ROM.

[SaC82] SALZBURY J.K., CRAIG J.J., "Articulated hands: force and kinematic issues". Int. J. Robotics Research 1 (1), 1–17. 1982.

[Shi89] SHIGLEY E. J, "Mechanical engineering design" 5th edition, ISBN 0-07-100 607-9, 1989

[ShU80] SHIGLEY E. J., UICKER J.J., "Theory of machines and mechanisms", McGRAW HILL International book company, ISBN 0-07-056884-7

[Sic99] SICILIANO B., "The Tricept robot : inverse kinematics, manipulability analysis and closed-loop direct kinematics algorithm", Robotica, vol. 17, pp. 437-445, 1999.

[Smt03] SMT TRICET Compagny presentation 03:03 CD ROM distribué à l'EMO, Milan, 2003

[Ste65] Stewart D., "A Platform with Six Degrees of Freedom", Proceedings of the IMechE, vol. 180, no. 15, pp. 371-385, 1965.

[Suh90] SUH , "Principles of design", ISBN 0-19-504345-6 Oxford series on advanced manufacturing, 1990.

[Tro98] TROYOAMA T, "Machine Tool Having Parallel Structure", US Patent 5 715 729, February 10, 1998.

[Vis96] VISHER P. "Improve the accuracy of parallel robot", Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1996.

[VoA59] VOINEA R. ATANASIU, M., "Contributions à la théorie géométrique des vis, Bull." Polytech. Inst. Bucharest.Vol. XXI(3). pp. 69-90. 1959

[VoA60] VOINEA R. ATANASIU, M., "Contribution à l'étude de la structure des chaînes cinématiques" Bul. Inst. Politechnic Bucuresti. Vol. XXII. pp. 29-77, 1960

[WaA92] WAMPLER C. et ARAI T. "Calibration of robots having kinematic closed loops using non-linear least-squares estimation" . Dans Proceedings of the 1992 IF-TOMM World Congress in Mechanism and Machine Science, pages 153-158, Nagoya, Japon, September 1992.

[Wal66] WALDRON K. J. 1966. "The constraint analysis of mechanisms". Journal of Mechanisms. Vol. 1. pp. 101-114.

[WRF06] WU Z. RIZK R. FAUROUX J.-C. GOGU G., "numerical simulation of parallel robots with decoupled motions and complex structure in a modular

design approach", IDMME, May 17-19, 2006, Grenoble France, acts on CD-ROM

[Yos85] Yoshikawa T., "Manipulability of Robot Mechanisms", The Int. Journal of Robotics Research, no. 2, vol. 4, pp. 3-9, 1985.

[ZBG01] ZLATANOV D., BONEV I., GOSSELIN C., "Constraint singularities, Web review", www.parallemic.orgReviews/Review005.html, Laboratoire de robotique de l'Université Laval, Canada, 2001.

[ZBG02] ZLATANOV D., BONEV I., GOSSELIN C, "Constraint singularities as Con_guration Space Singularities, Web review", http://www.parallemic.org/Reviews/Review008.html, Laboratoire de robotique de l'Université Laval, Canada, 2002.

[ZFB94] ZLATANOV D. FENTON R. G.BENHABIB B., "Singularity analysis of mechanism and Robots via a Velocity Equation Model of the Instantaneous Kinematics", Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 986-991, San Diego,1994.

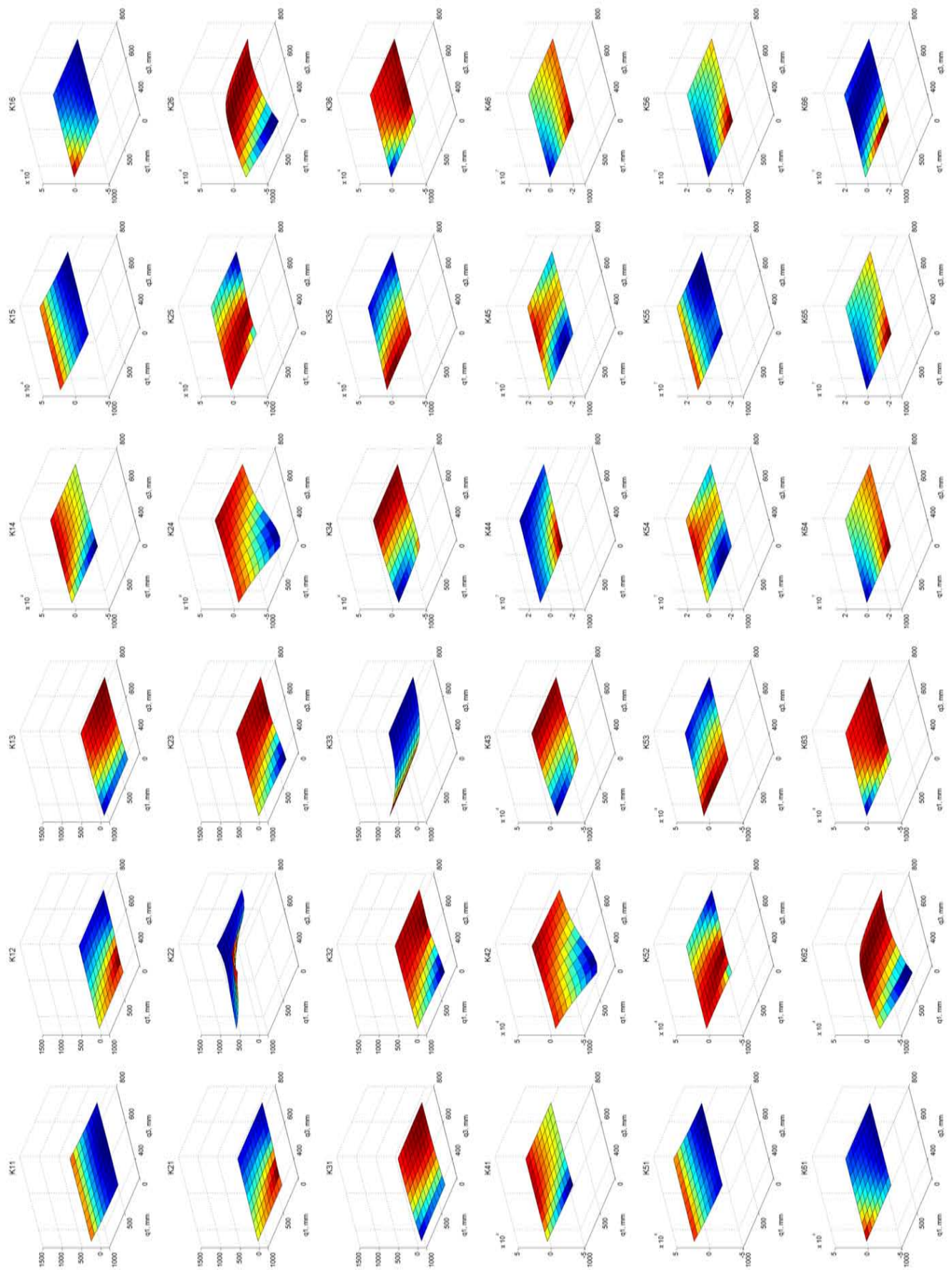
[ZhA05] ZHANG D.G, ANGELES J., "impact dynamics of flexible-joint robots", Computers & Structures, 83, 2005, 25-33

[ZWH97] H. ZHUANG J. WU, W. HUANG., "Optimal planning of robot calibration experiments by genetic algorithms", Journal of Robotic Systems, 14(10):741-752,1997.

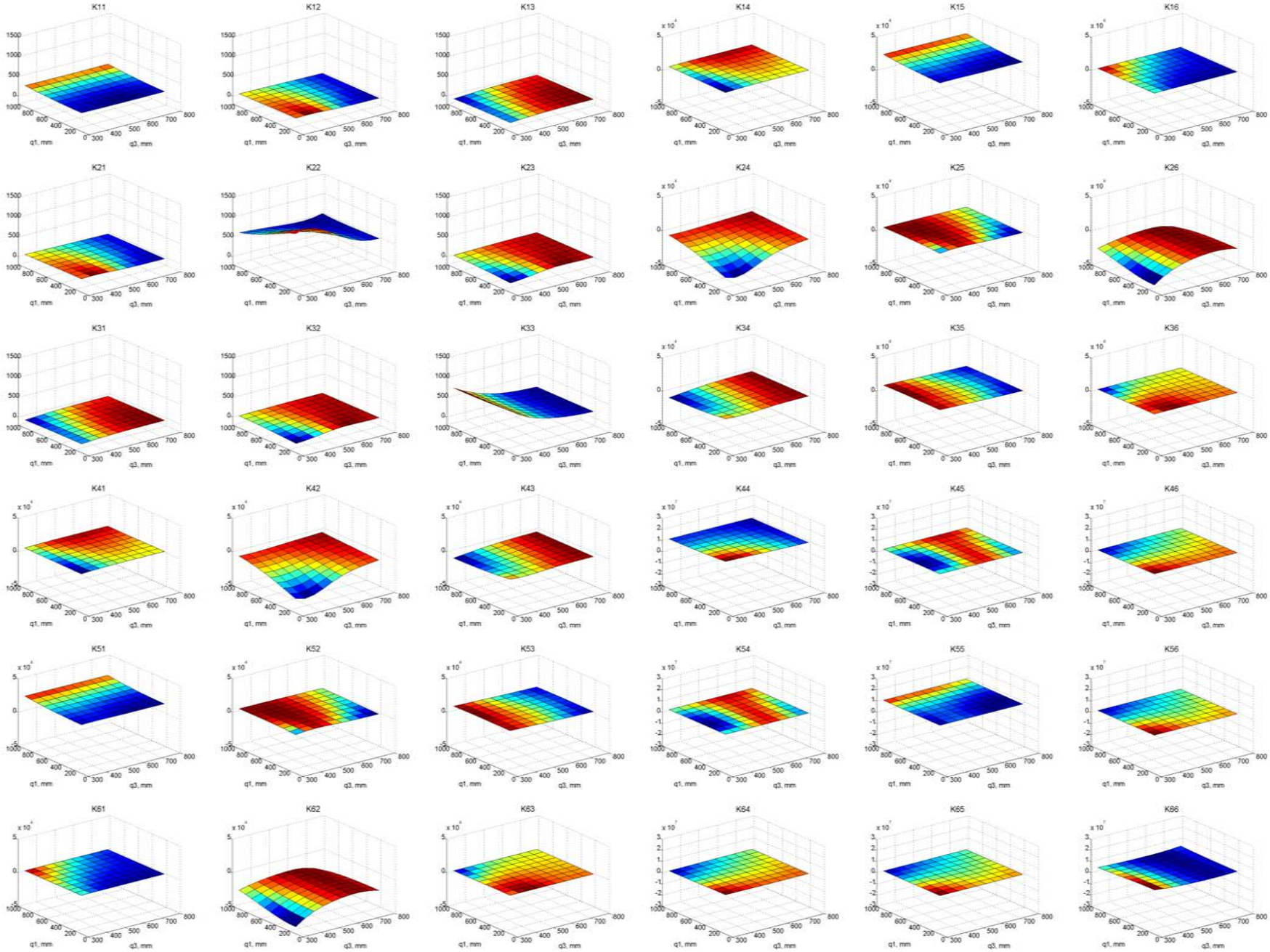
[ZhR96] ZHUANG H. ROTH Z.S. "Camera-Aided Robot Calibration. CRC Press", ISBN 0-8493-9407-4, 1996.

ANNEXES

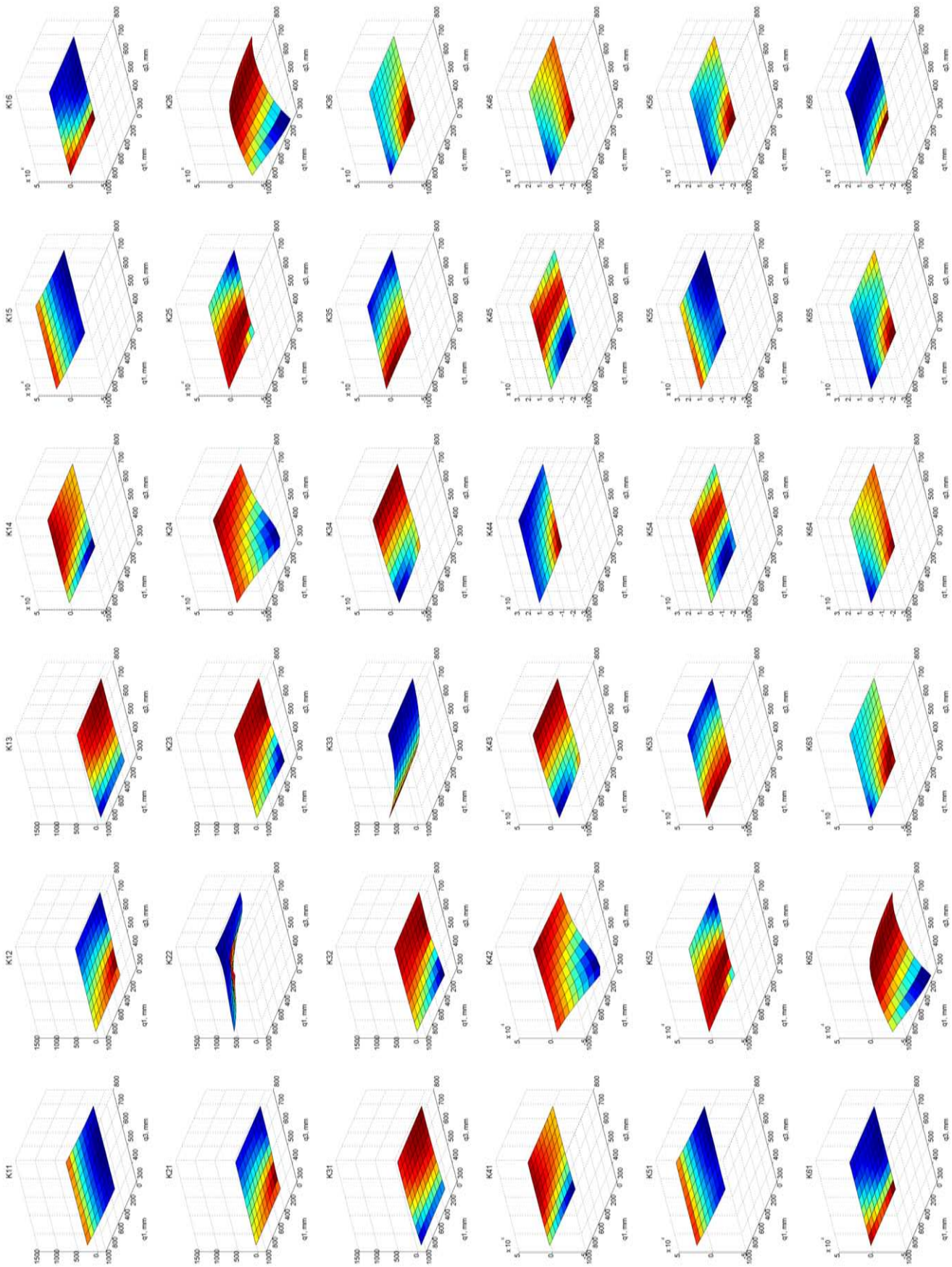
Annexe A: Cartes de rigidités de l’Isoglide4-T3R1 de degré d’hyperstaticité 4



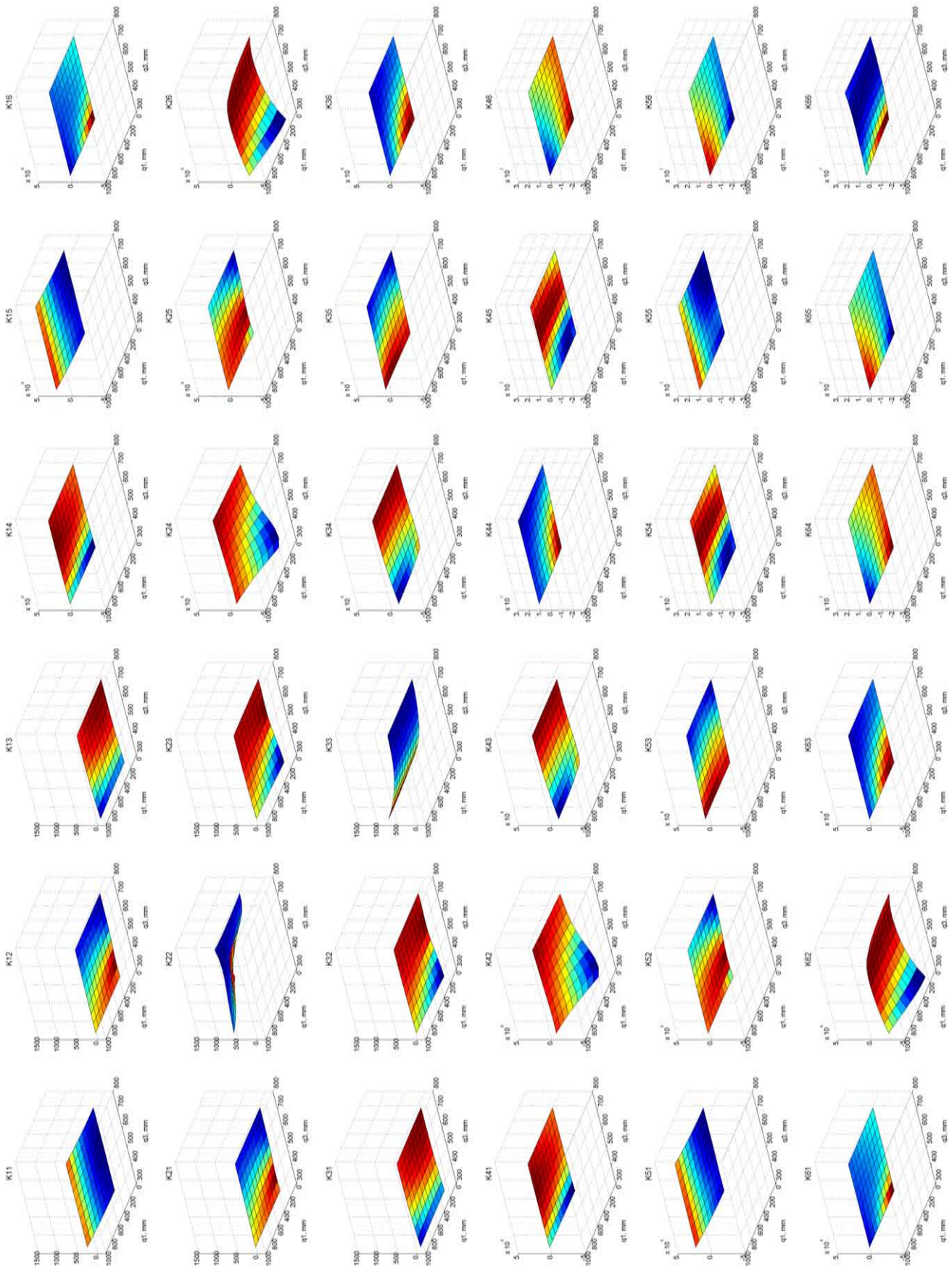
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 250 mm φ_P=-45°



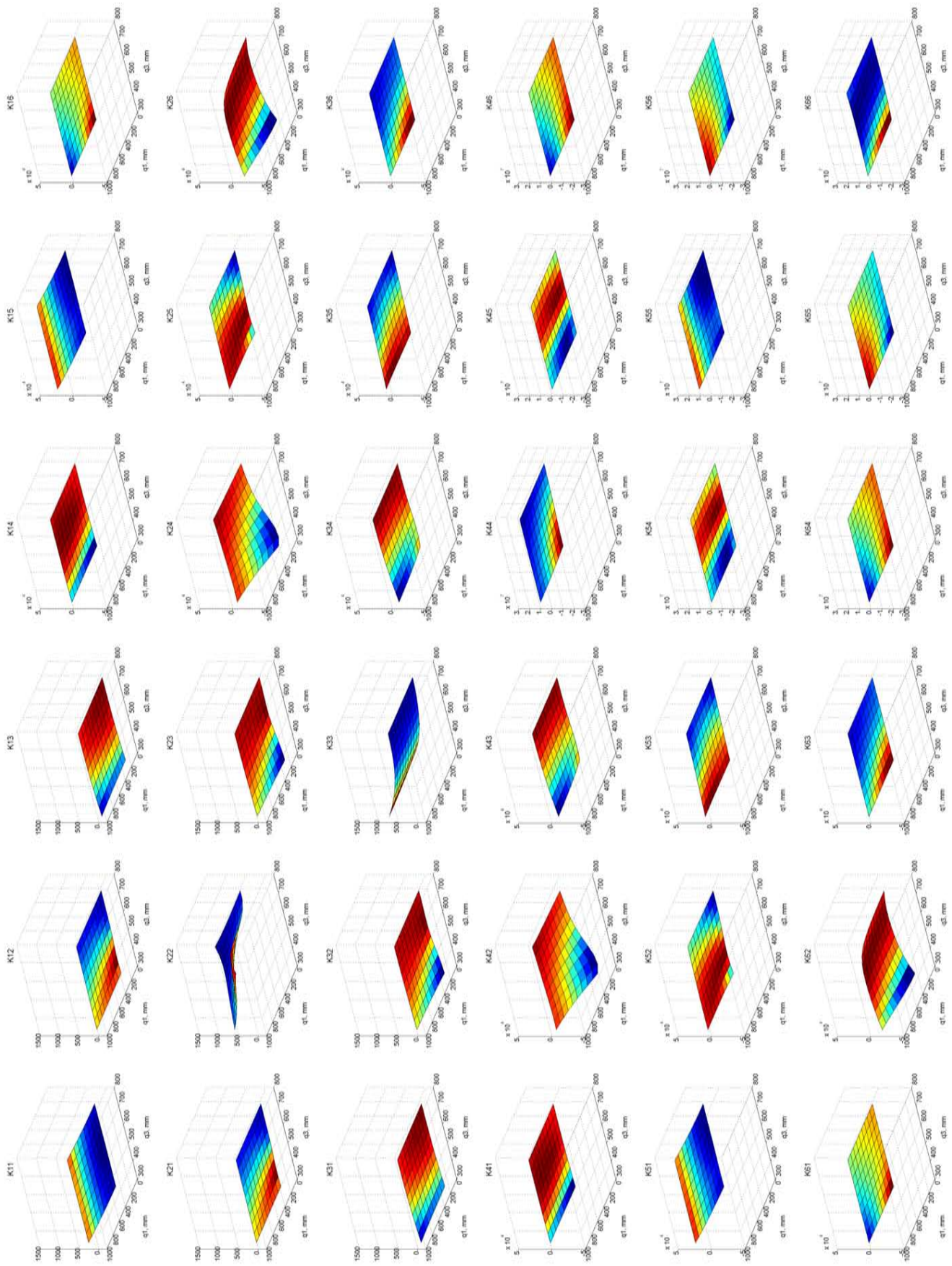
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 250 mm φ_P=-22.5º



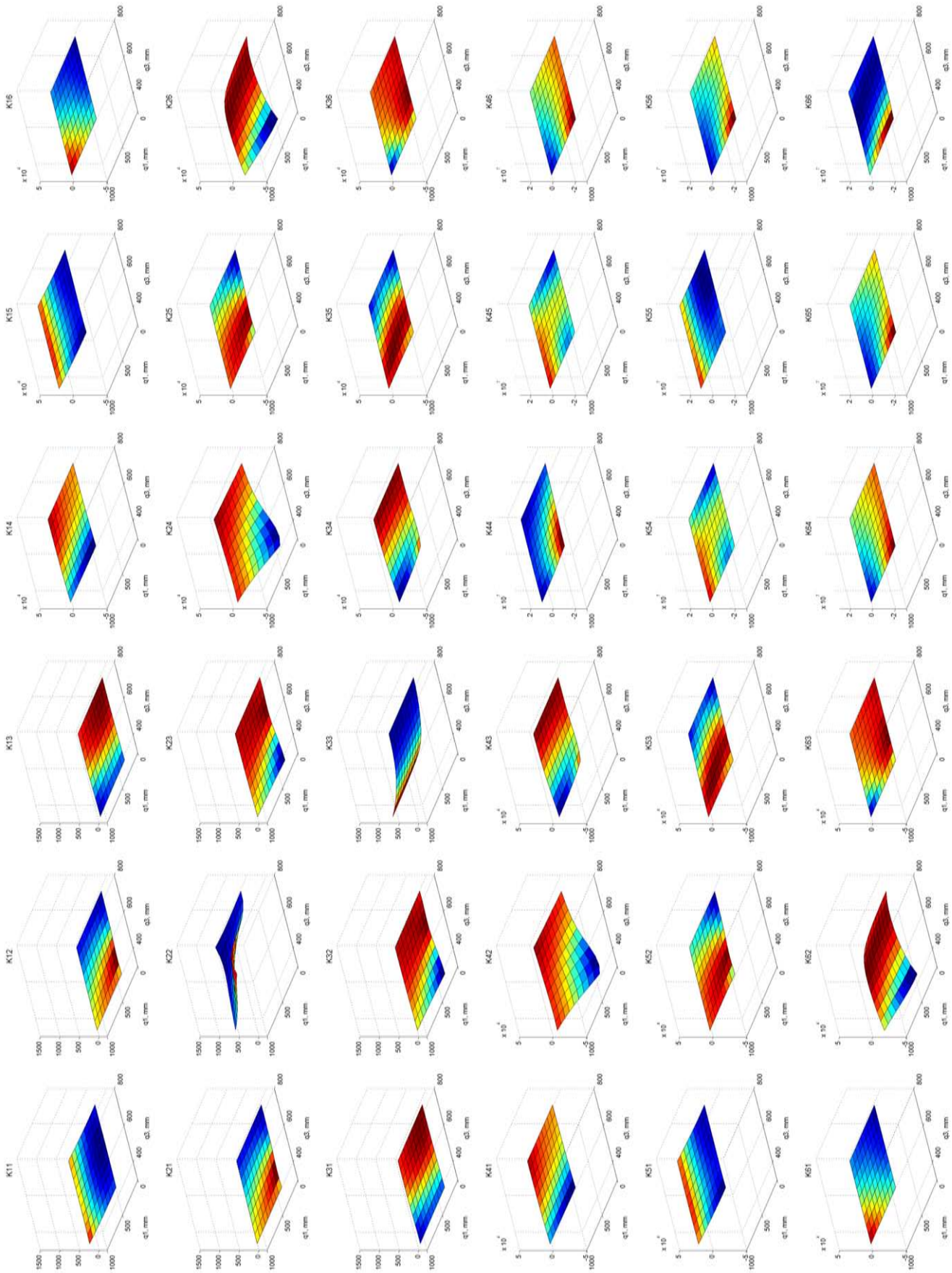
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 250 mm φ_P=0°



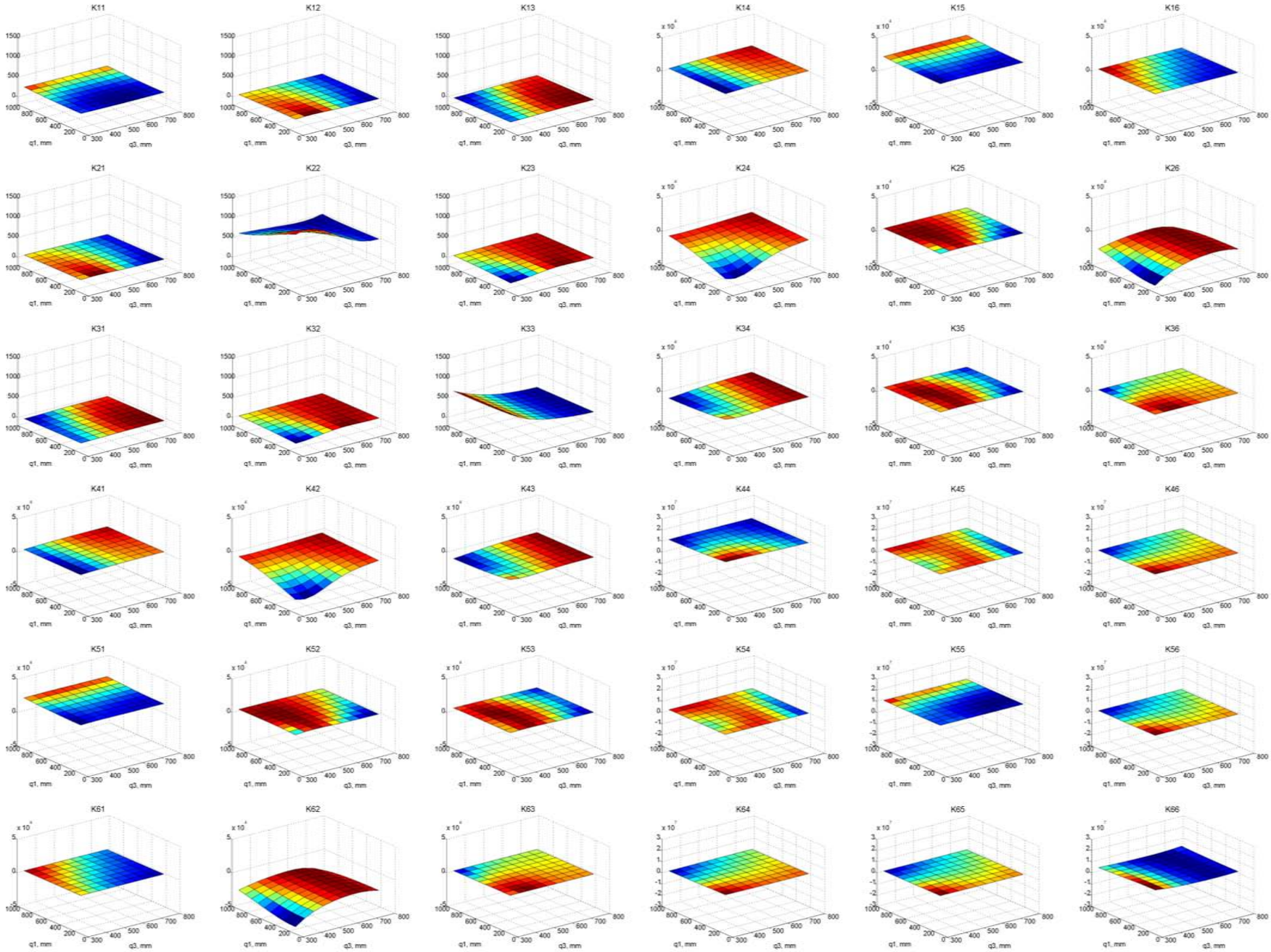
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 250 mm φ_P=22.5°



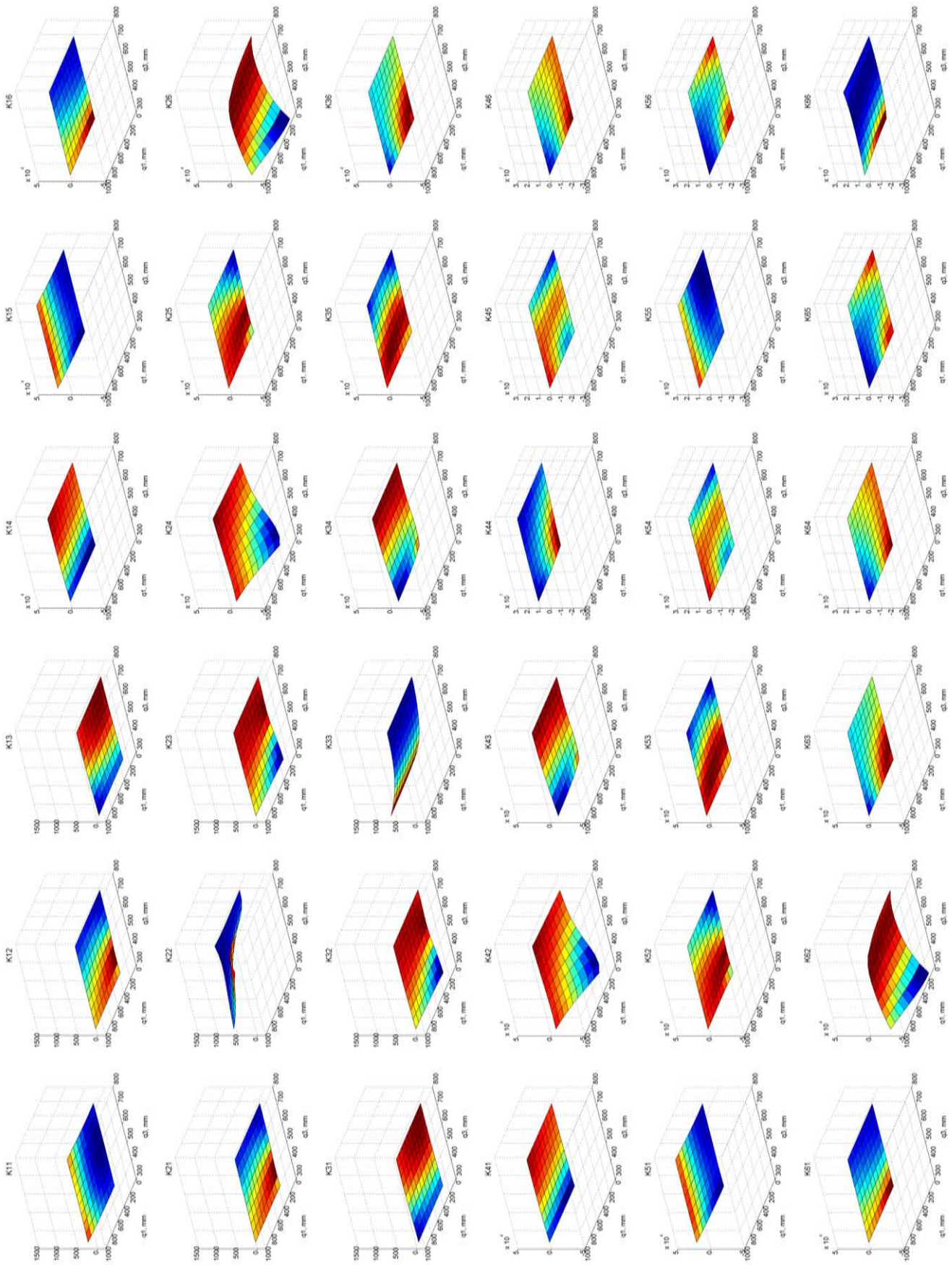
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 250 mm φ_P=45°



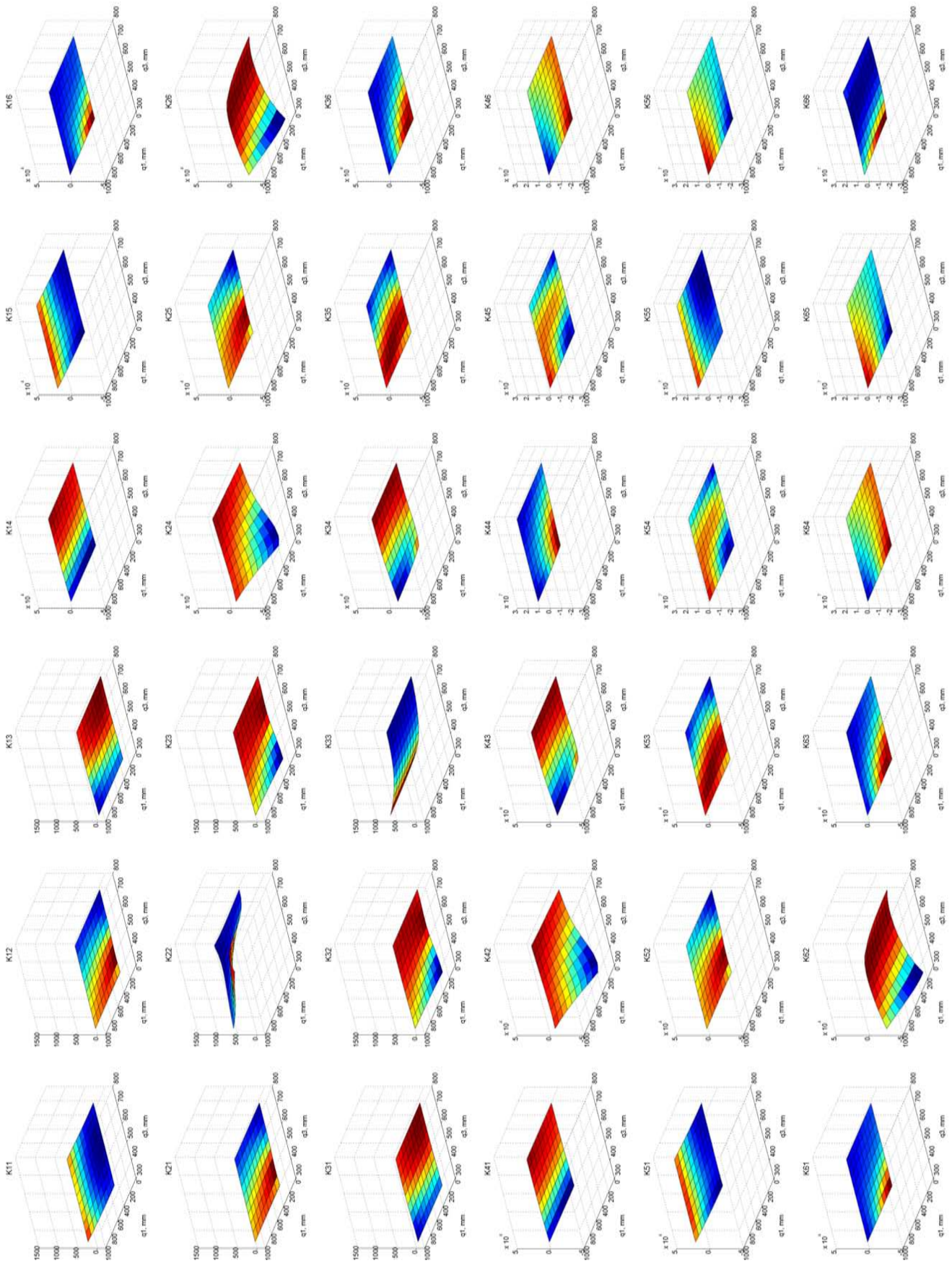
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2=400 mm φ_P=-45°



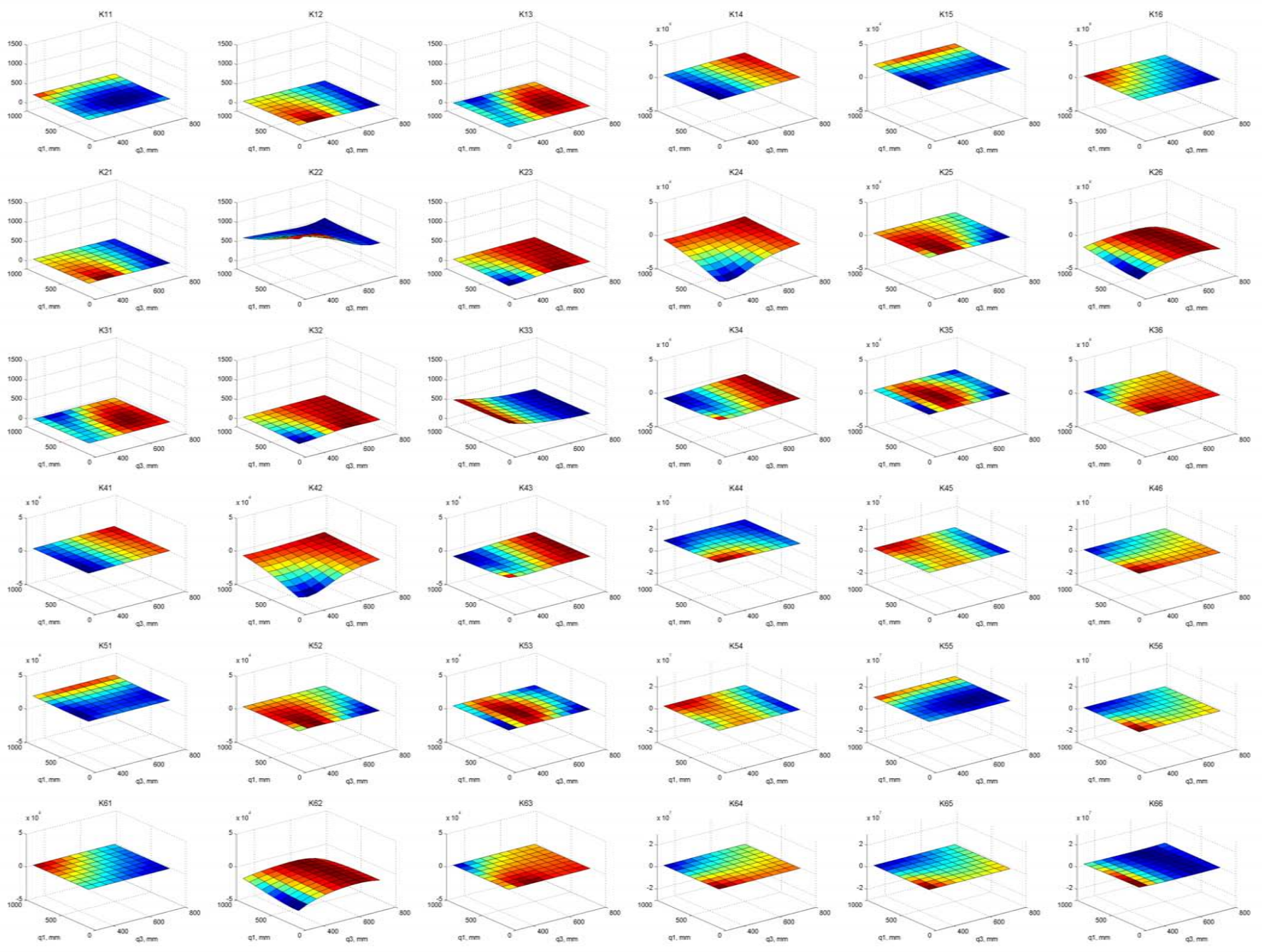
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 400 mm φ_P=-22.5º



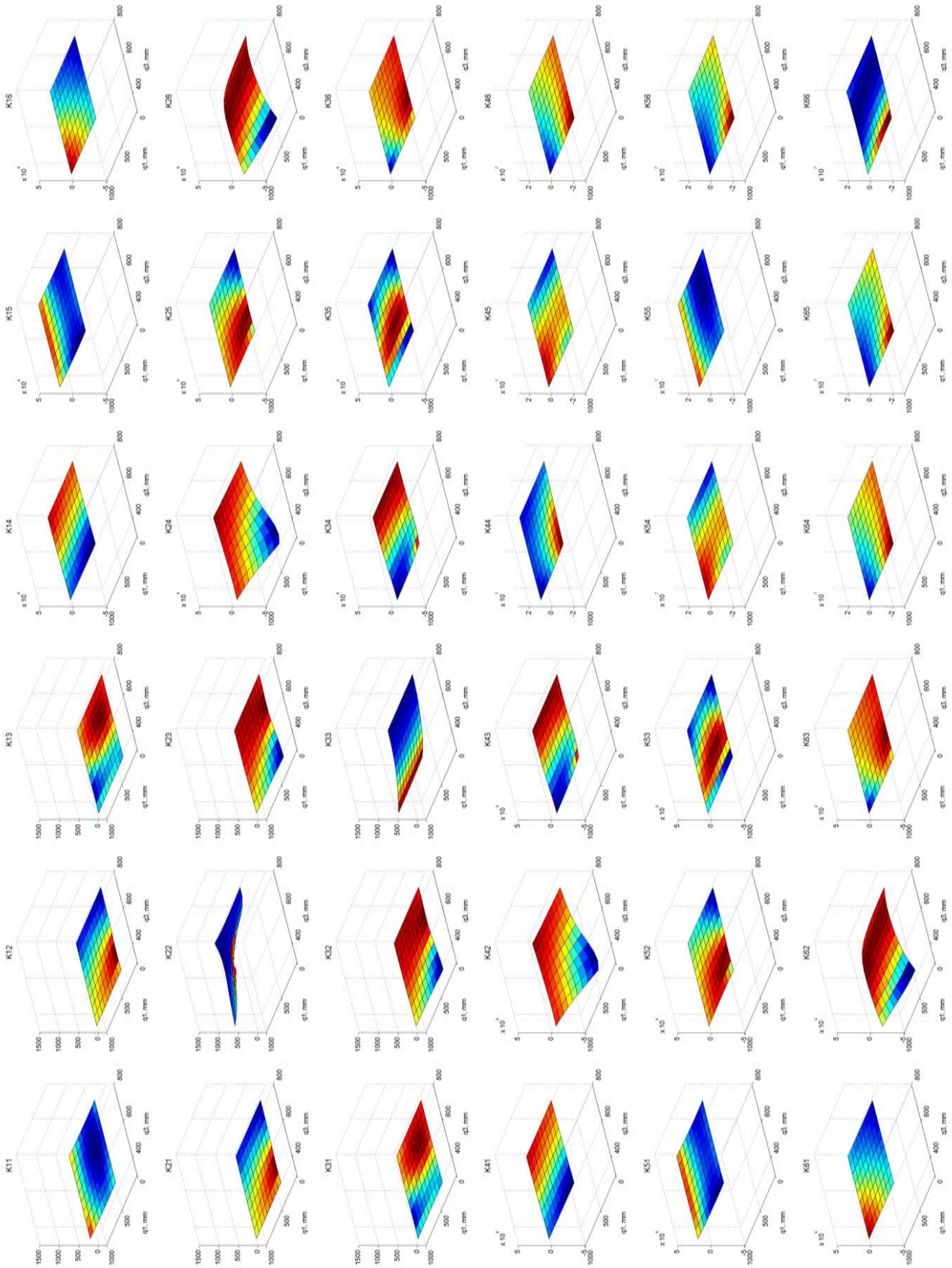
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 400 mm φ_P=0°



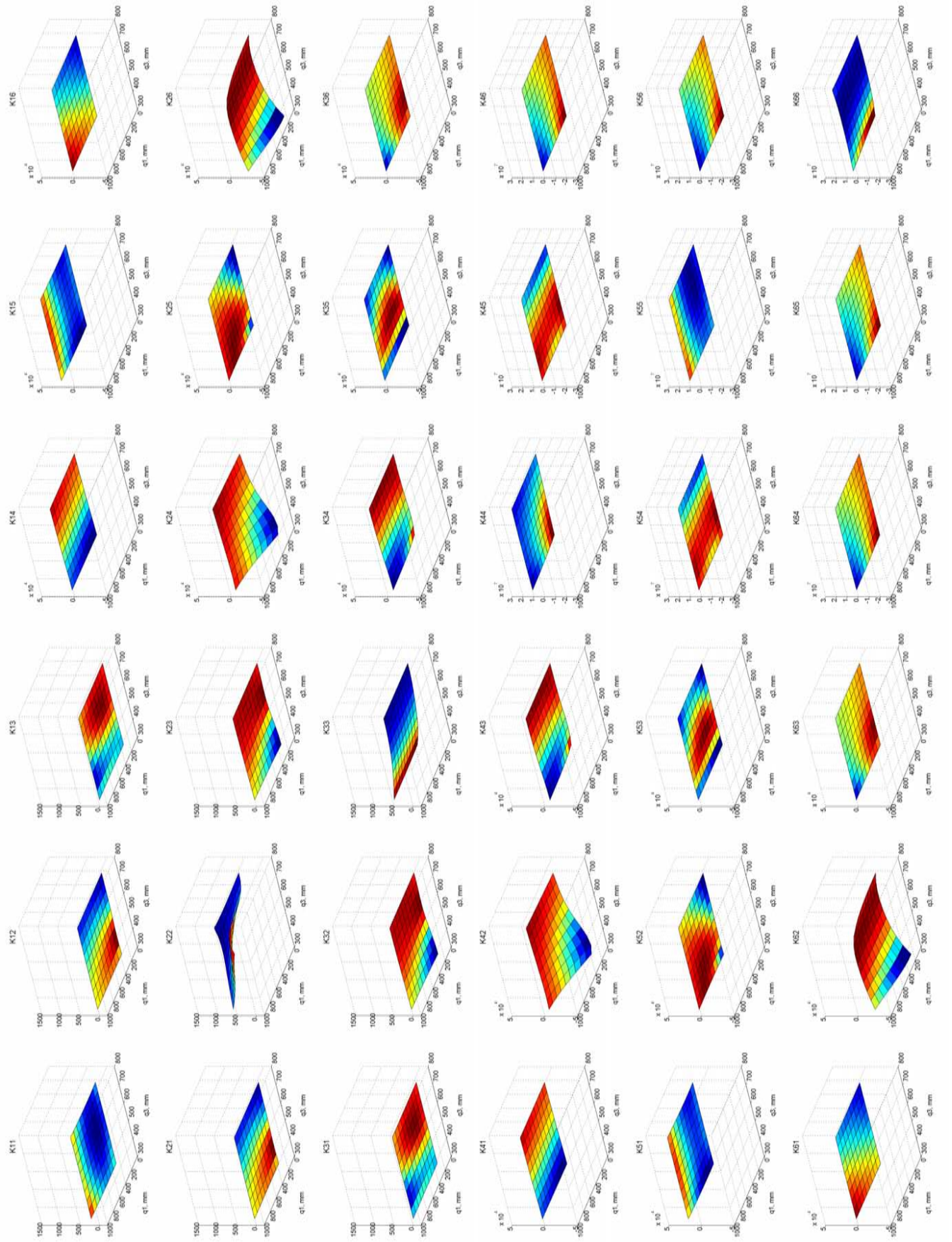
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 400 mm φ_P=22.5°



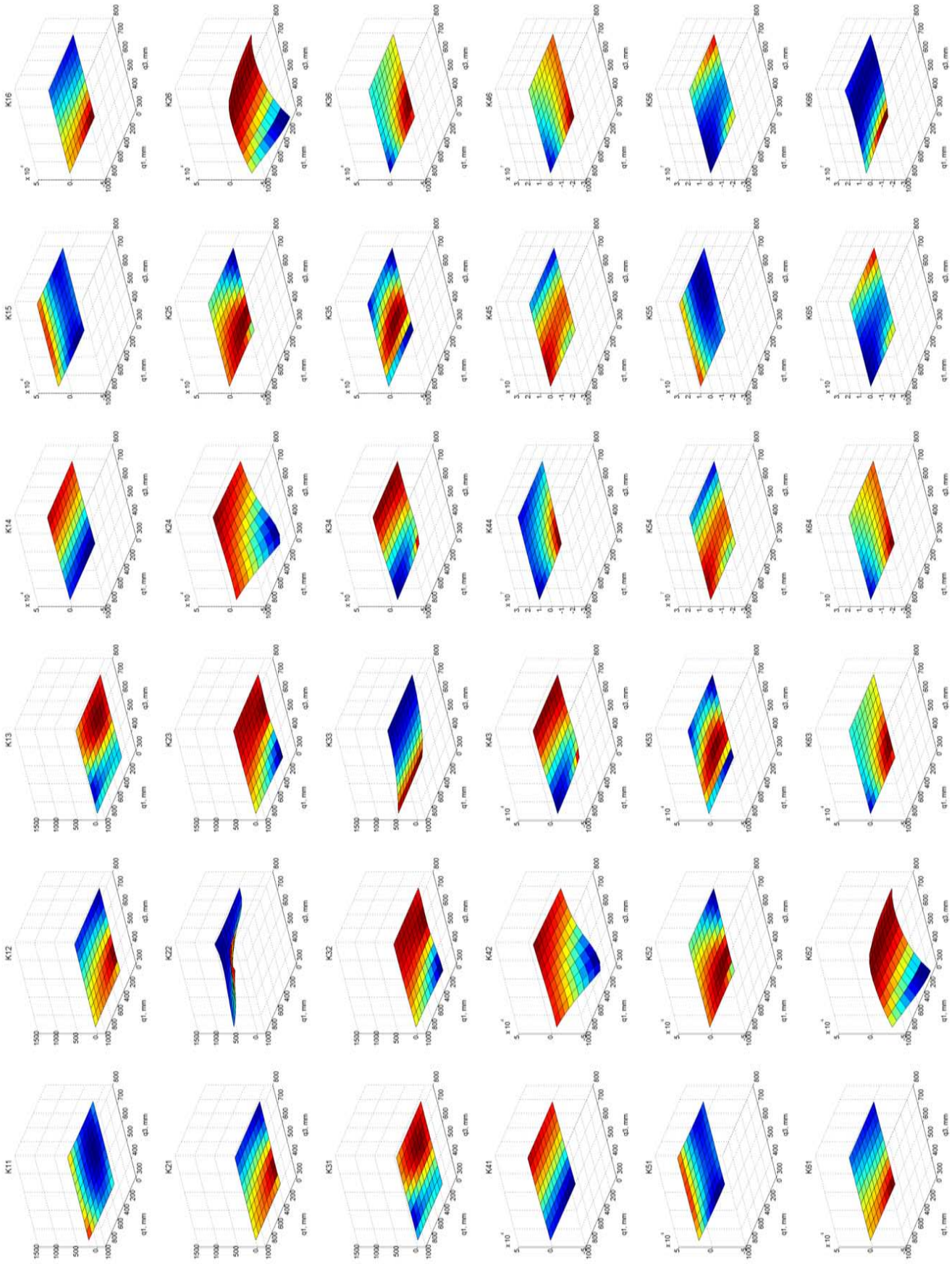
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 400 mm φ_P=45º



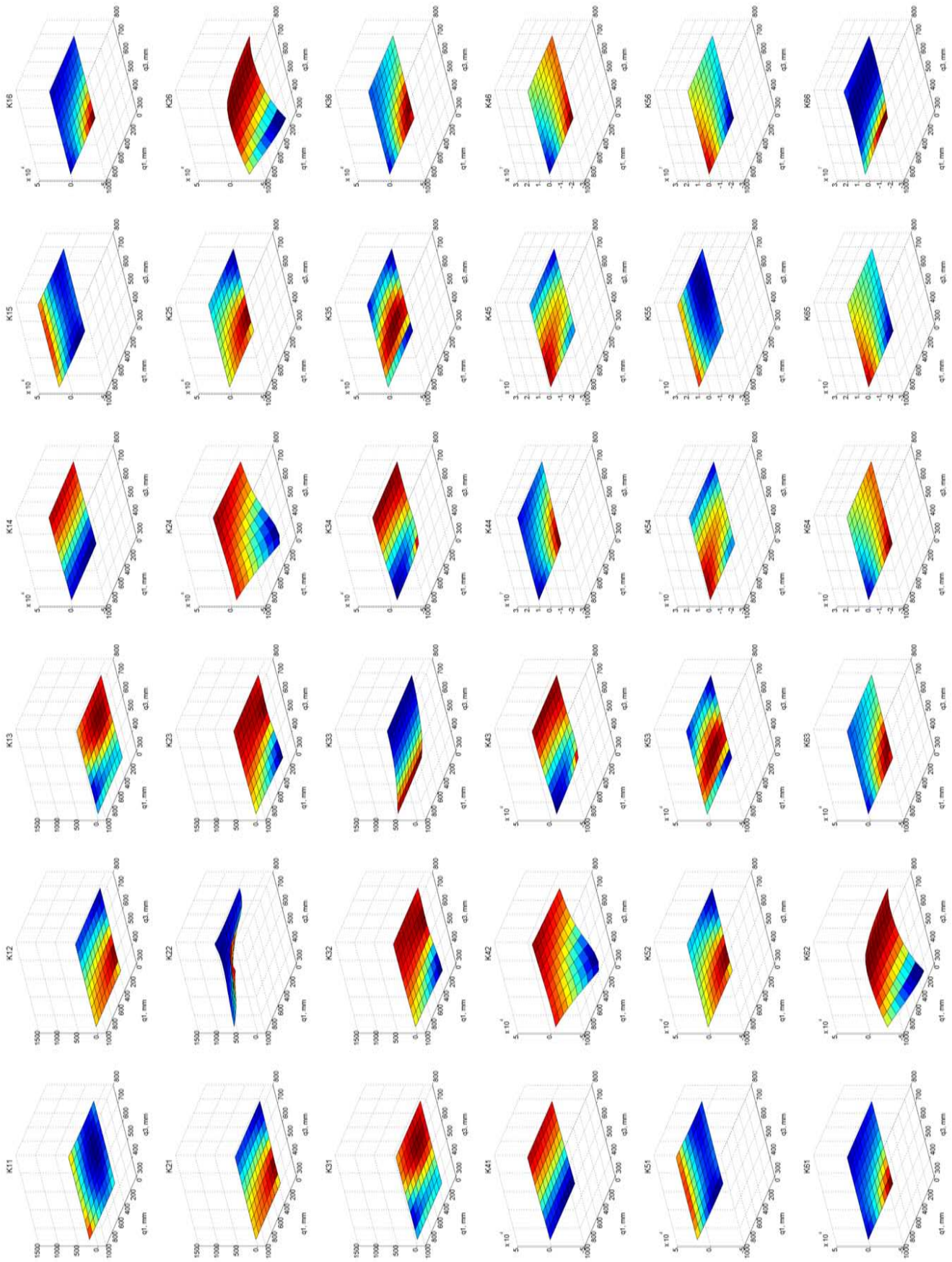
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 550 mm φ_P=-45°



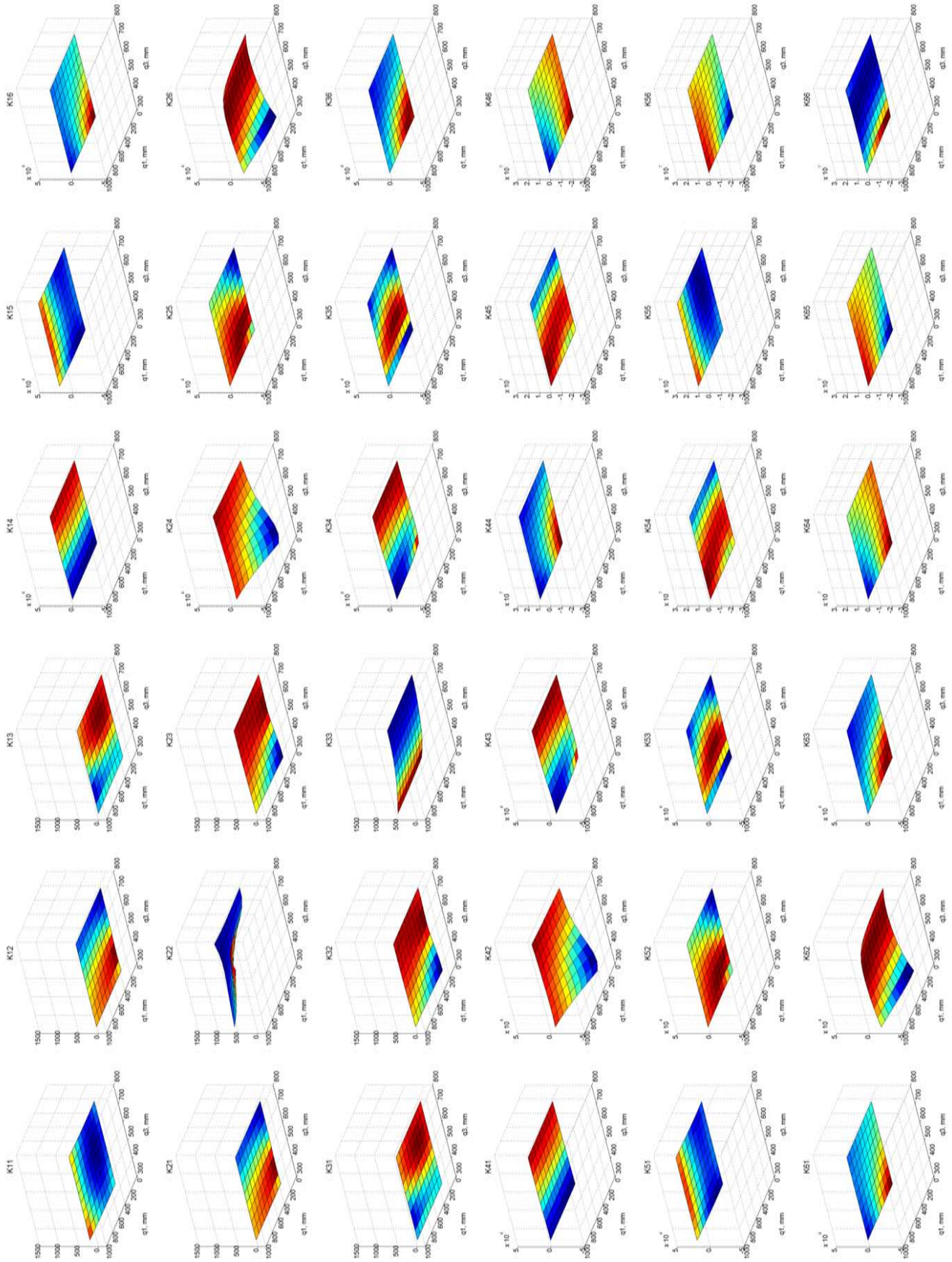
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 550 mm φ_P=-22.5°



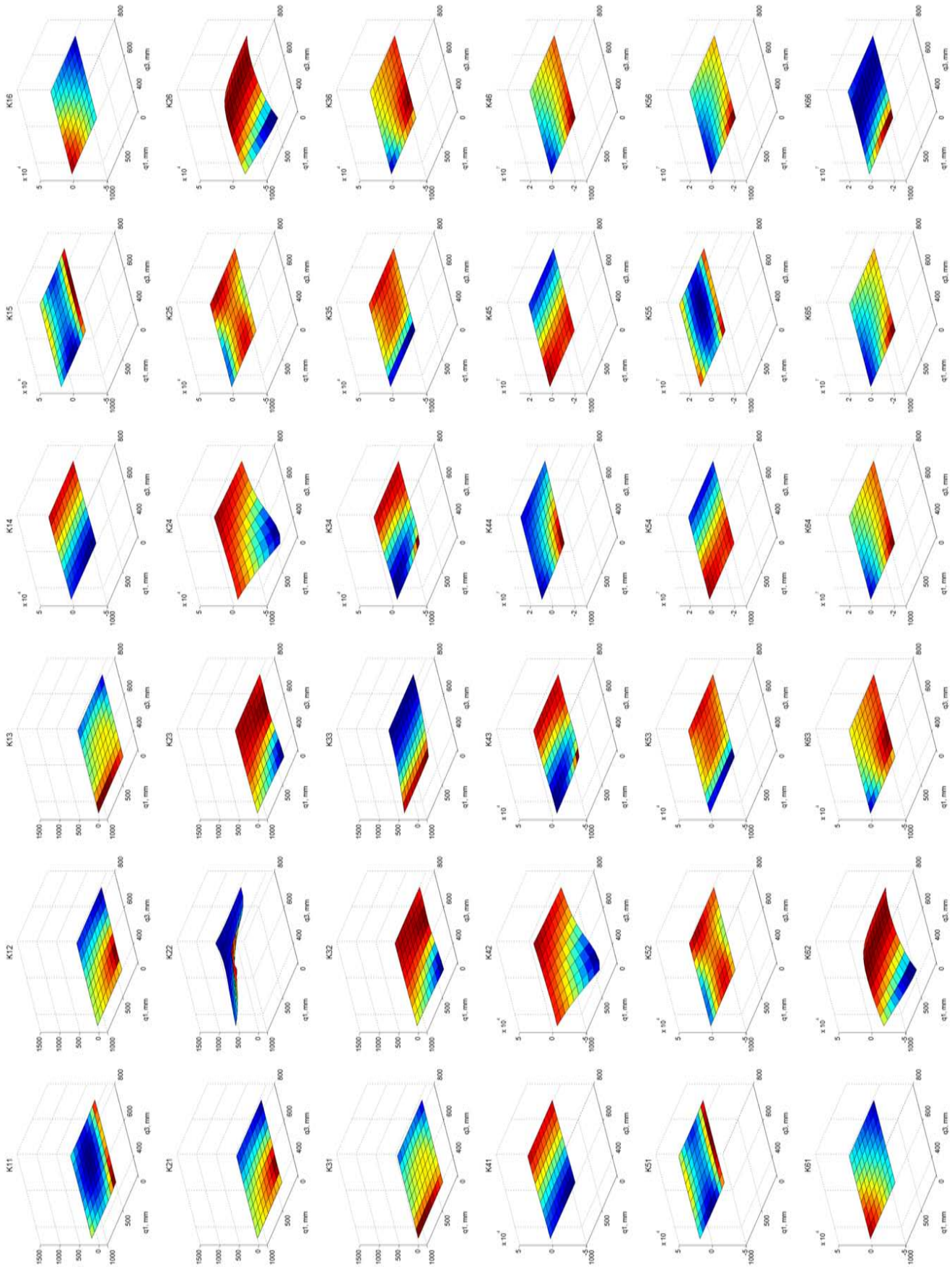
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 550 mm φ_P=0°



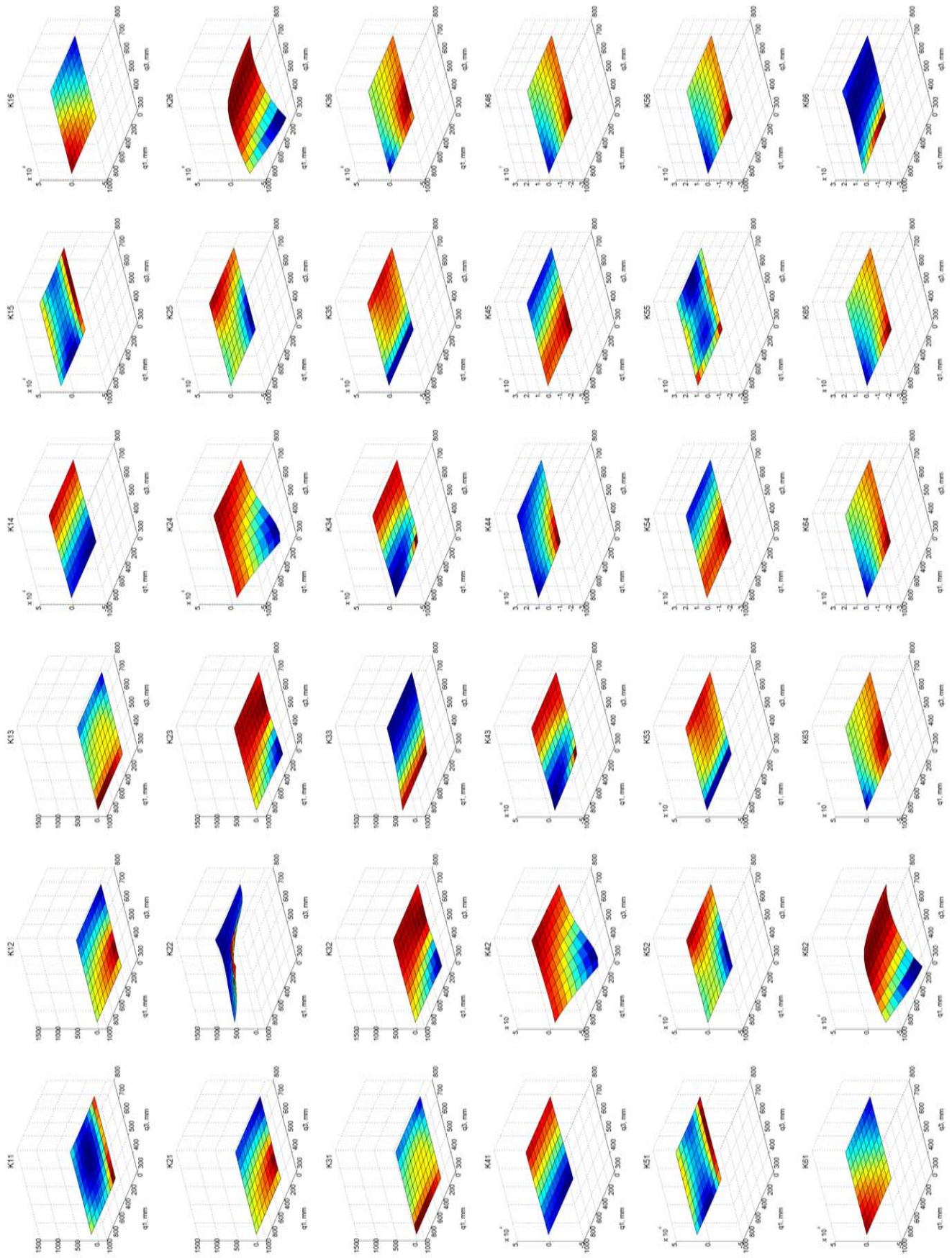
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 550 mm φ_P=22.5°



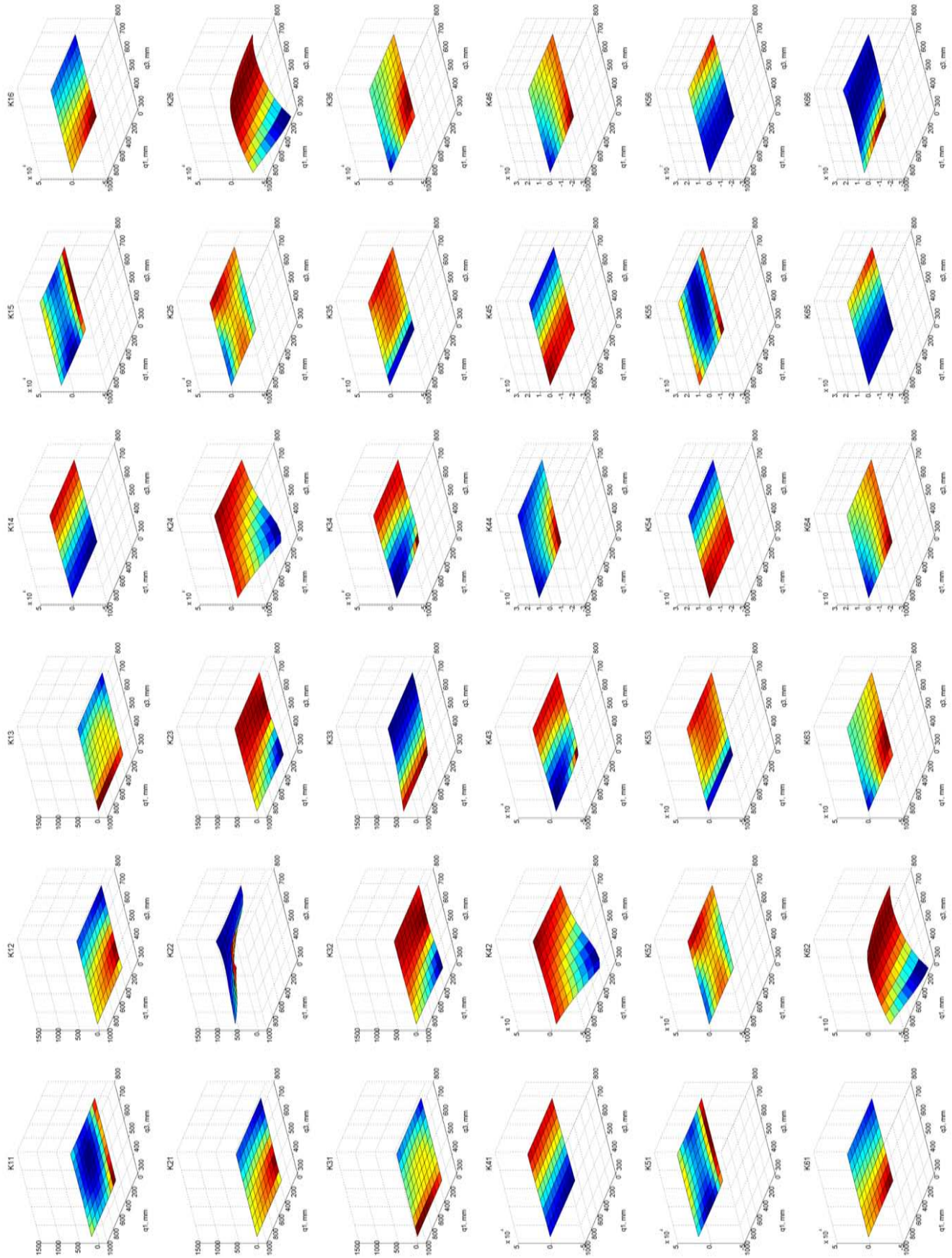
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 550 mm φ_P=45°



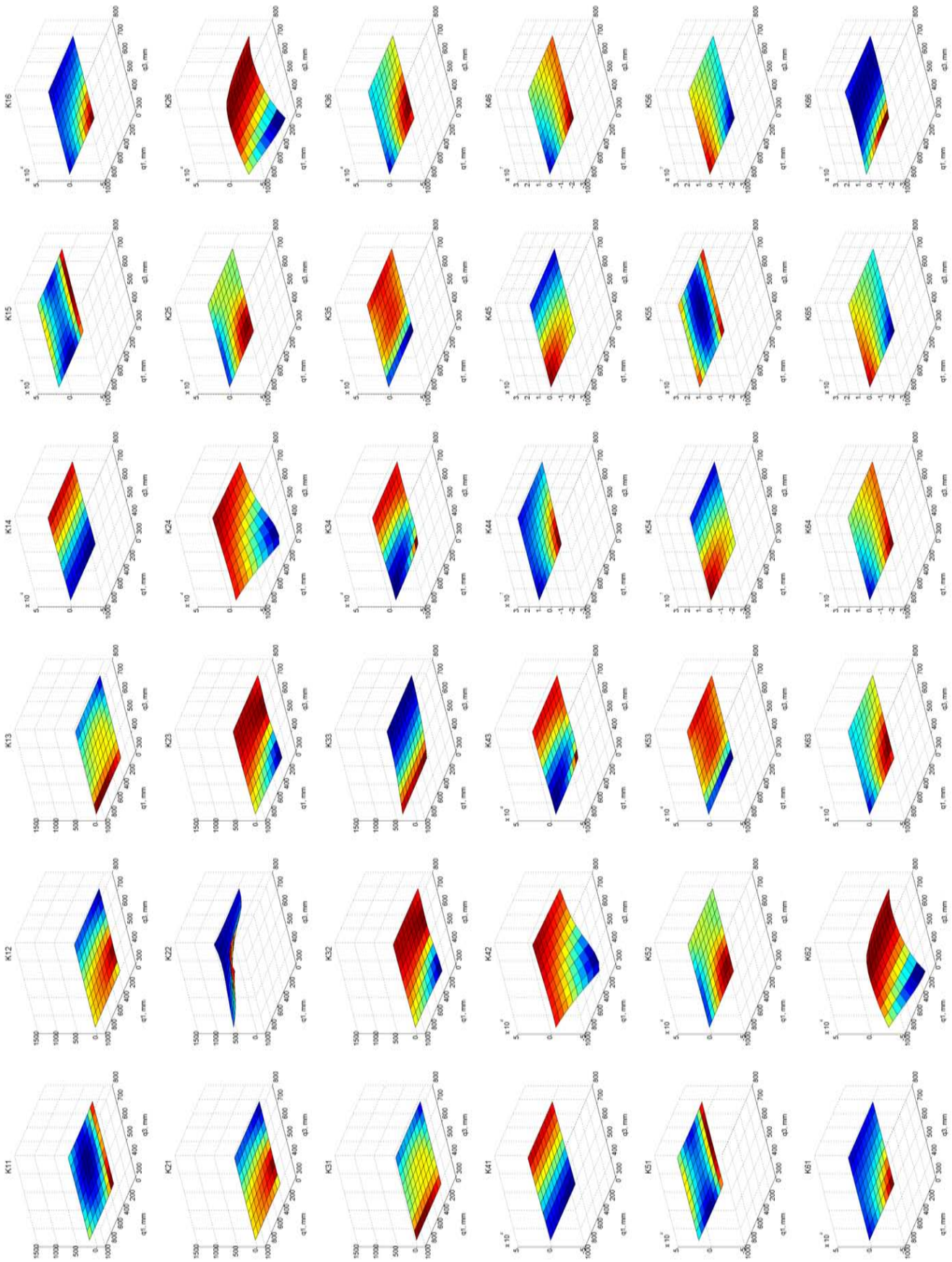
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 700 mm φ_P=-45°



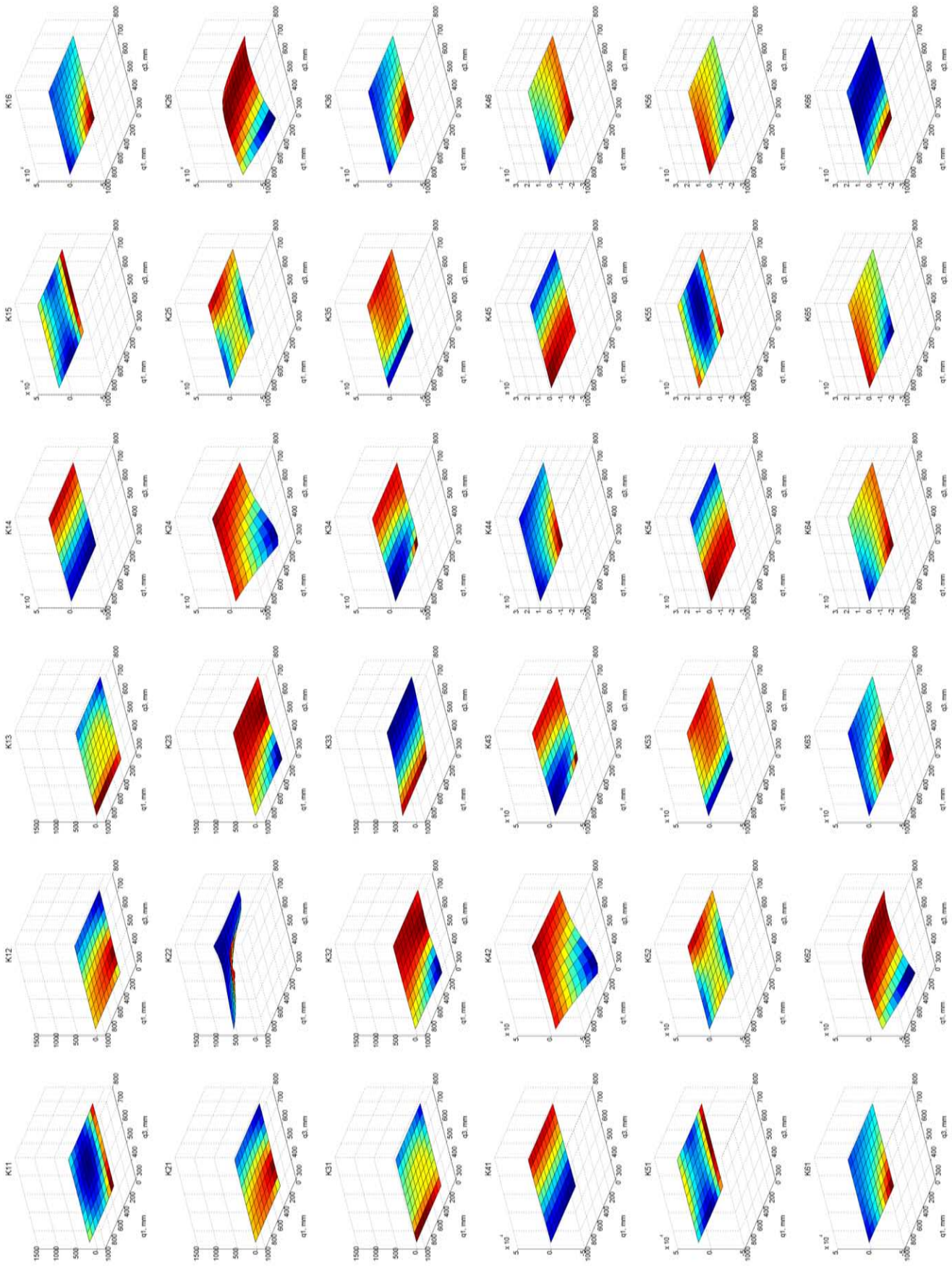
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 700 mm φ_P=-22.5°



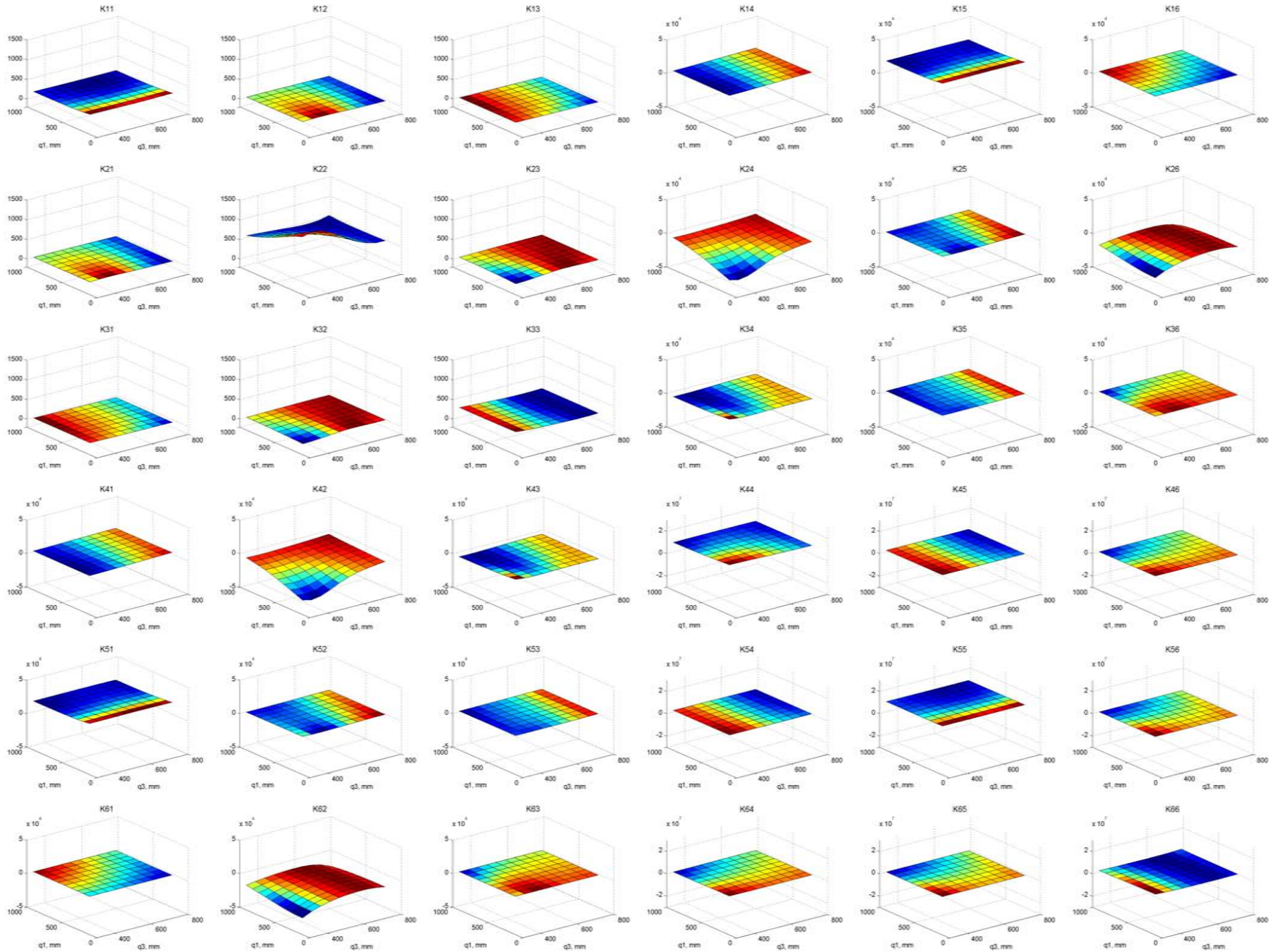
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 700 mm φ_P=0°



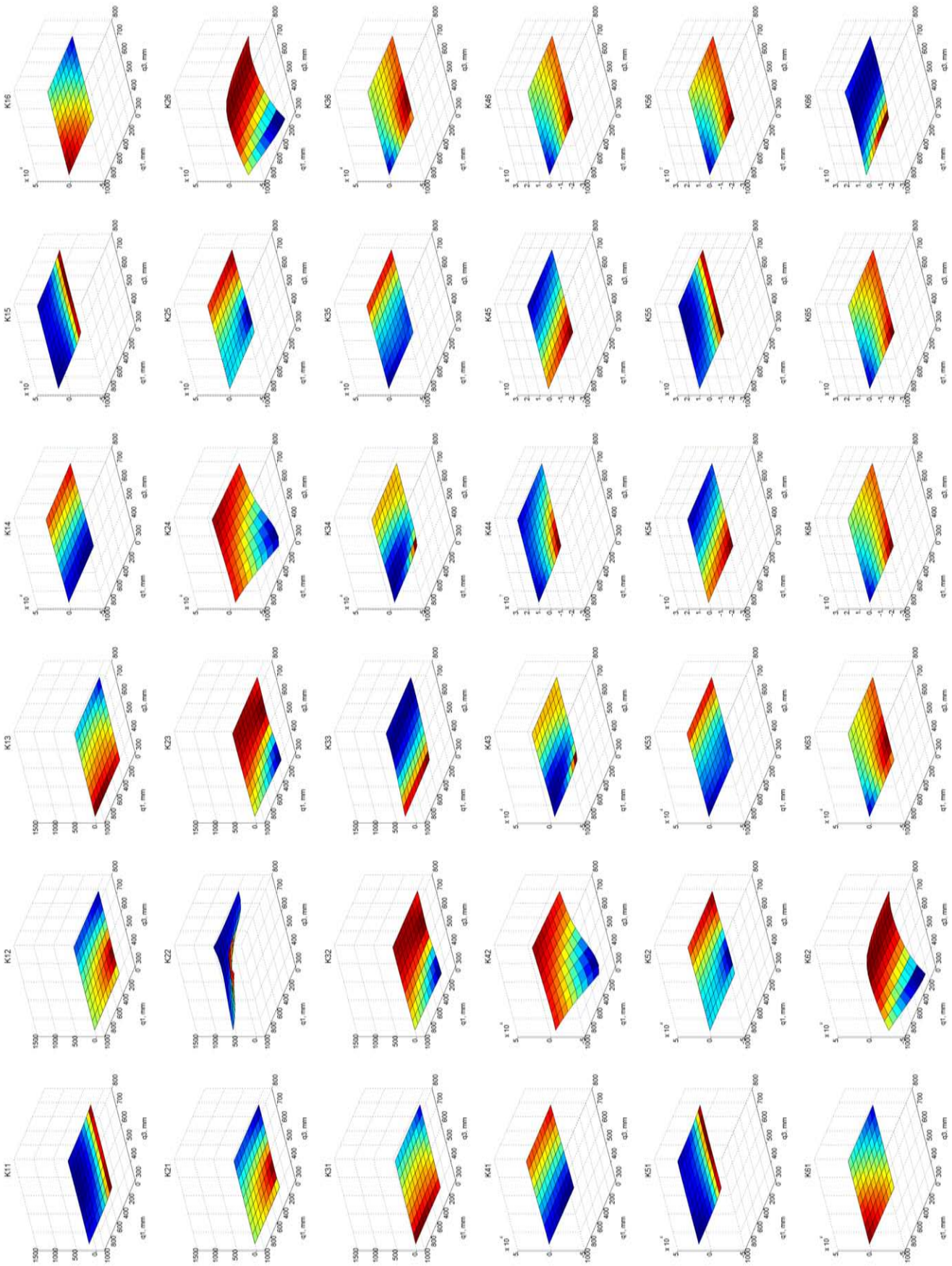
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 700 mm φ_P=22.5°



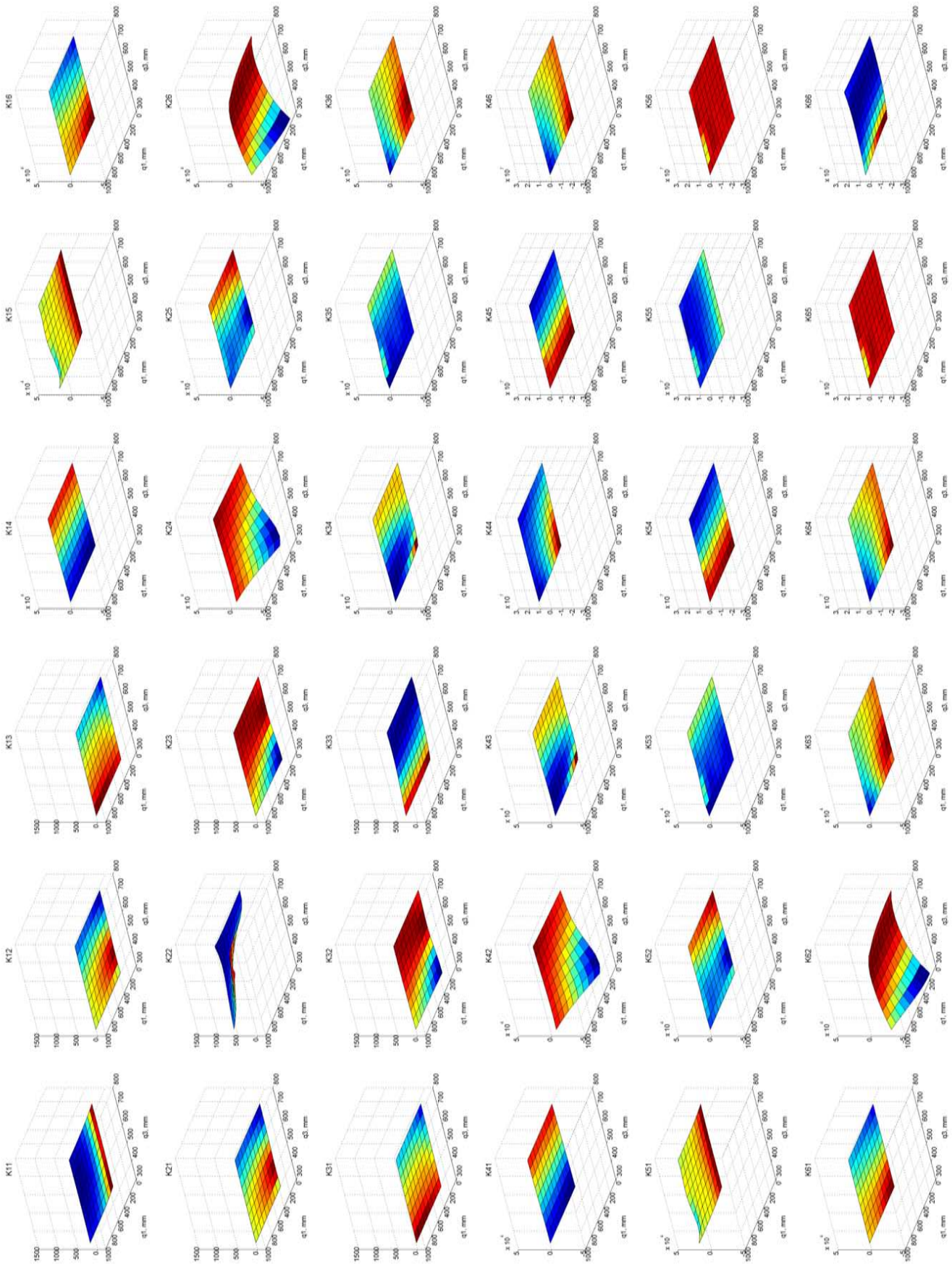
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 700 mm φ_P=45°



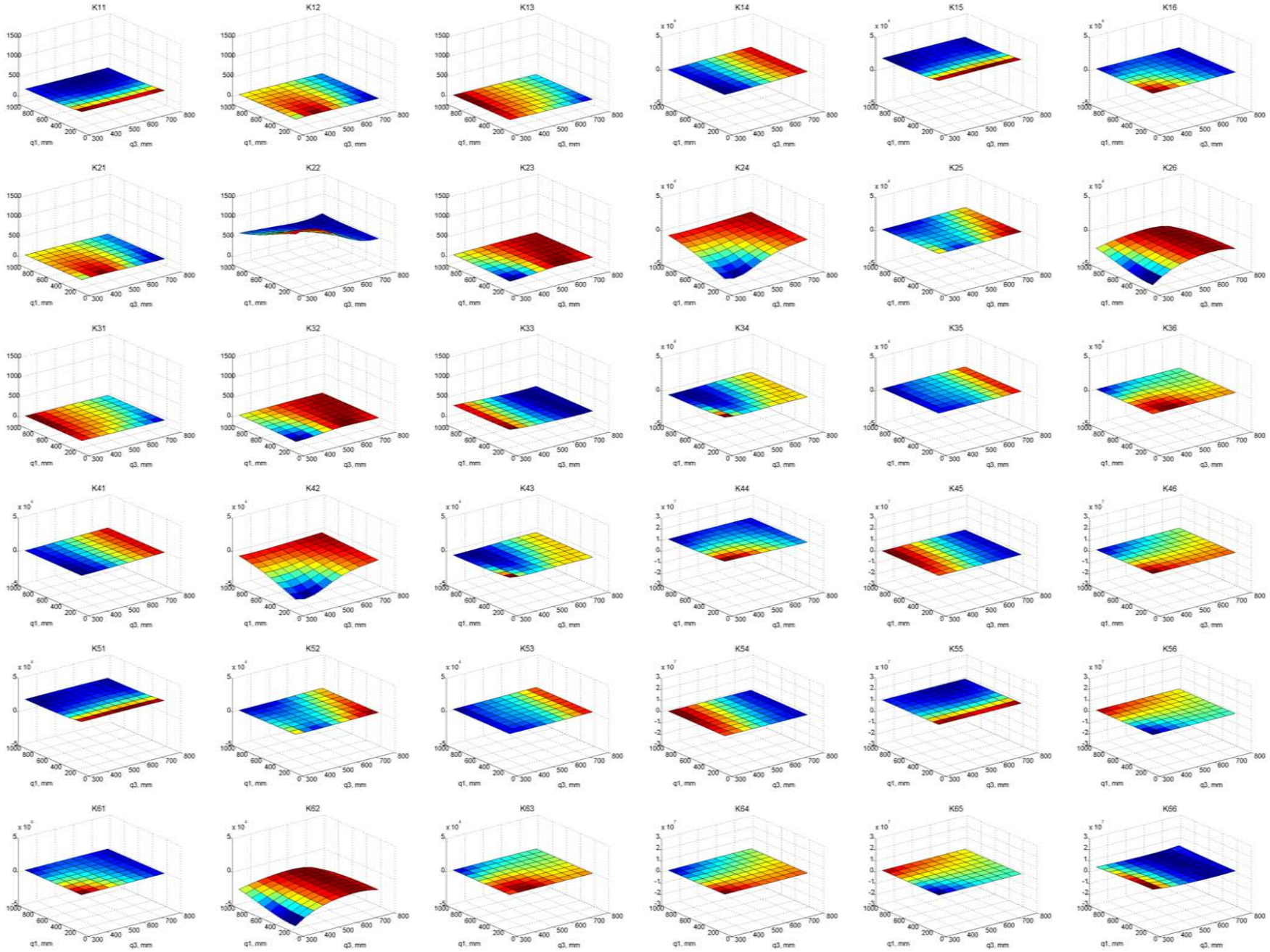
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 850 mm φ_P=-45°



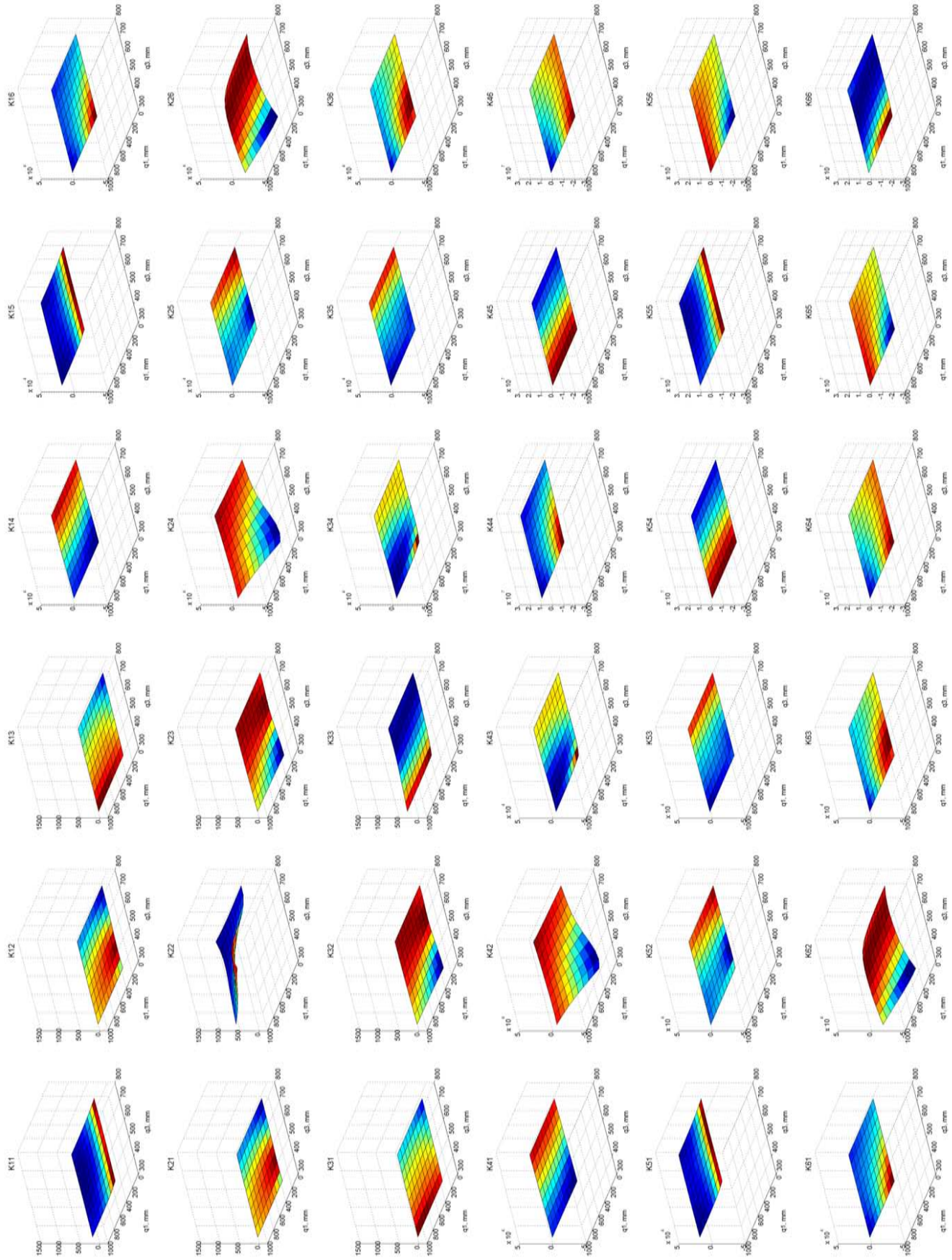
Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 850 mm φ_P=-22.5°



Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 850 mm φ_P=0°

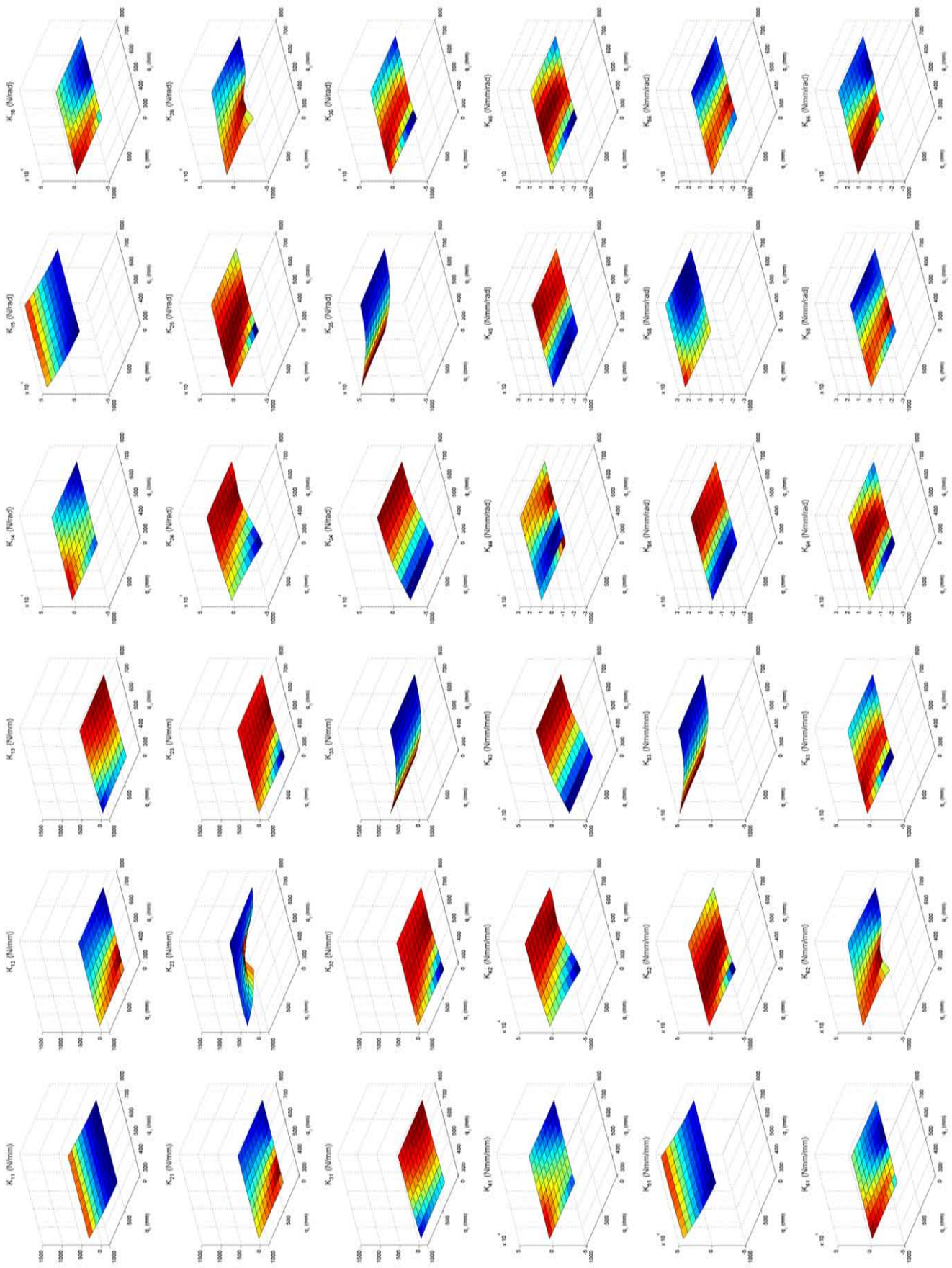


Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 850 mm φ_P=22.5º

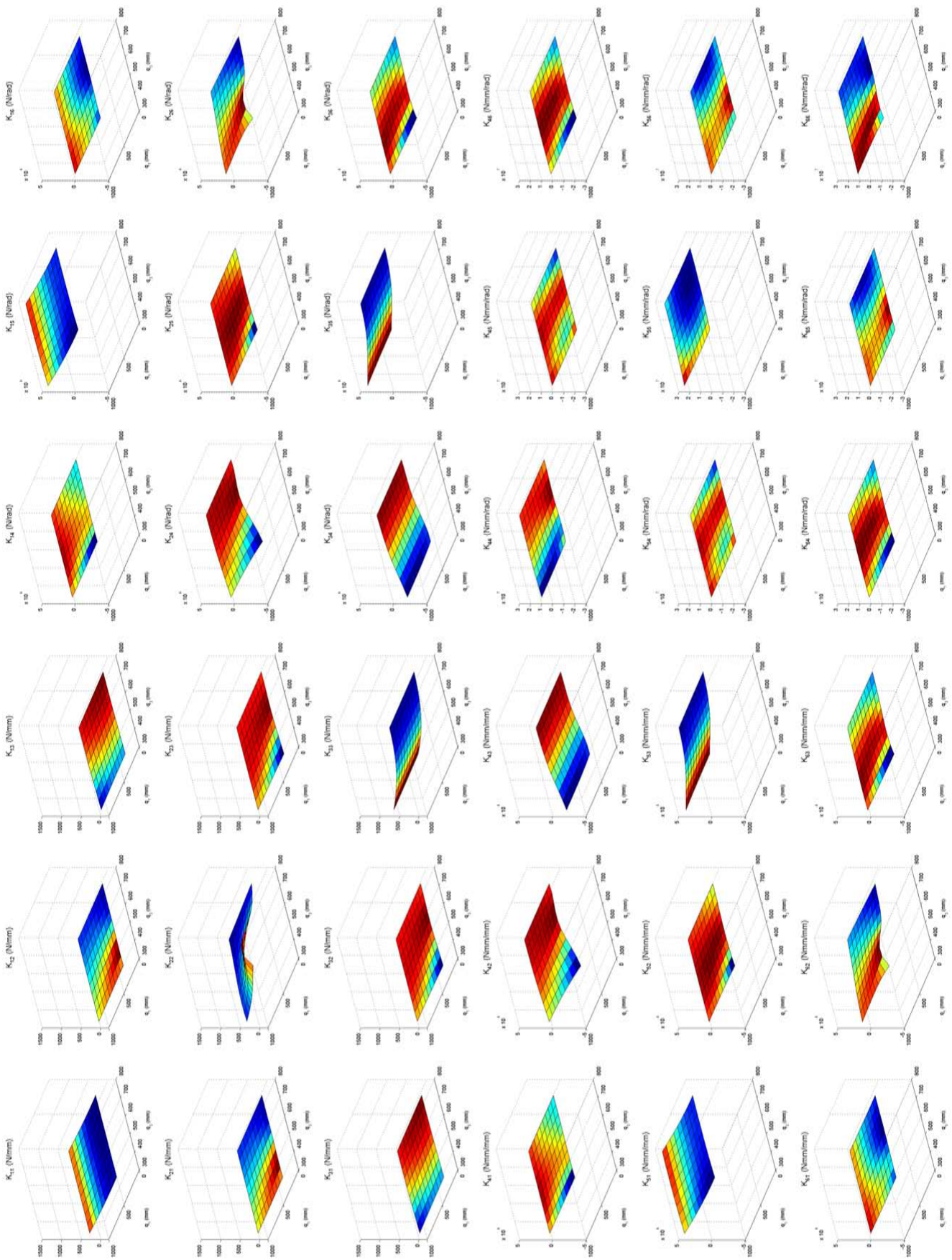


Cartes de rigidité de l'isoglide4-T3R1 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 850 mm φ_P=45°

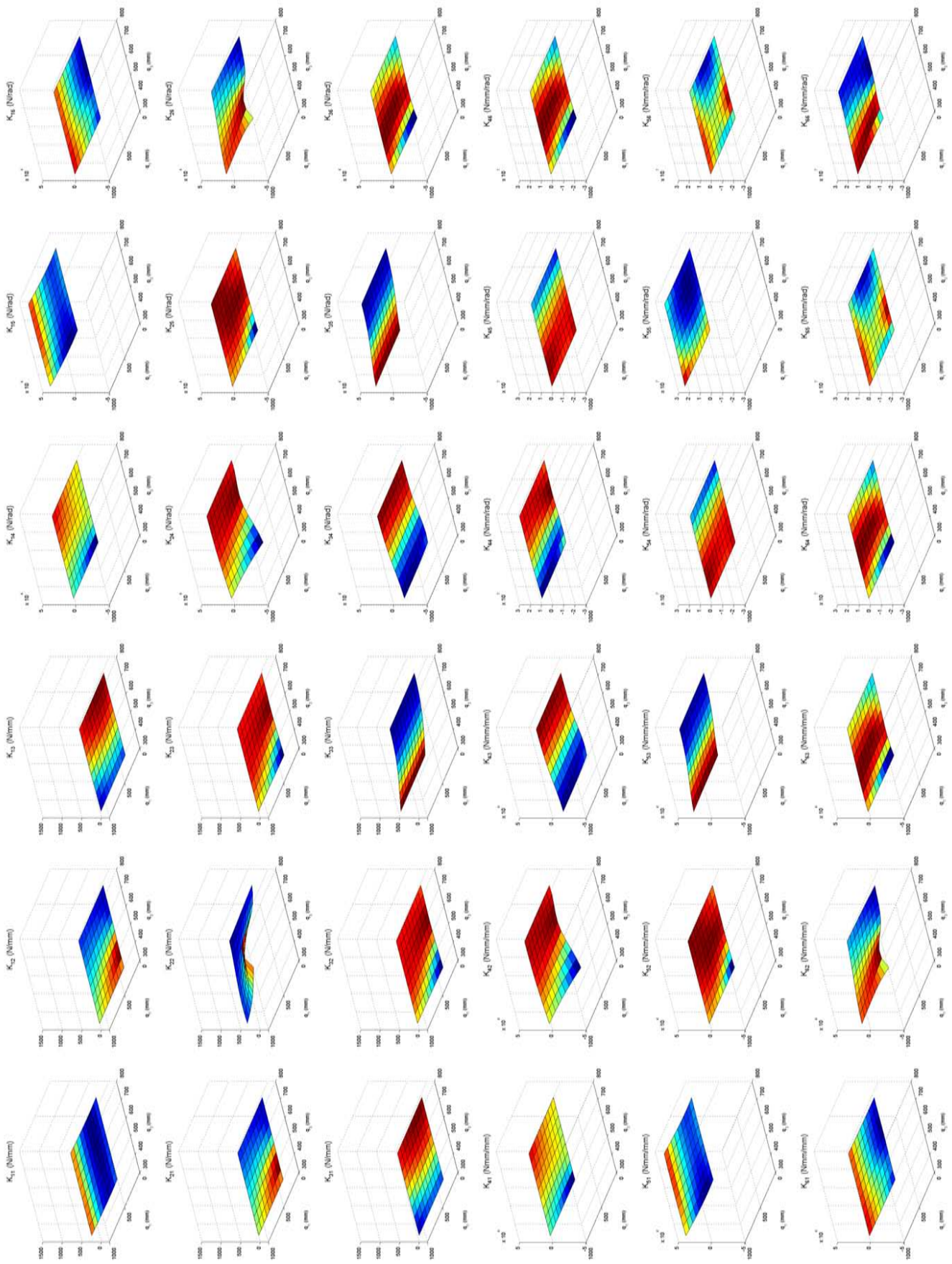
Annexe B: Cartes de rigidités de l’Isoglide3-T3



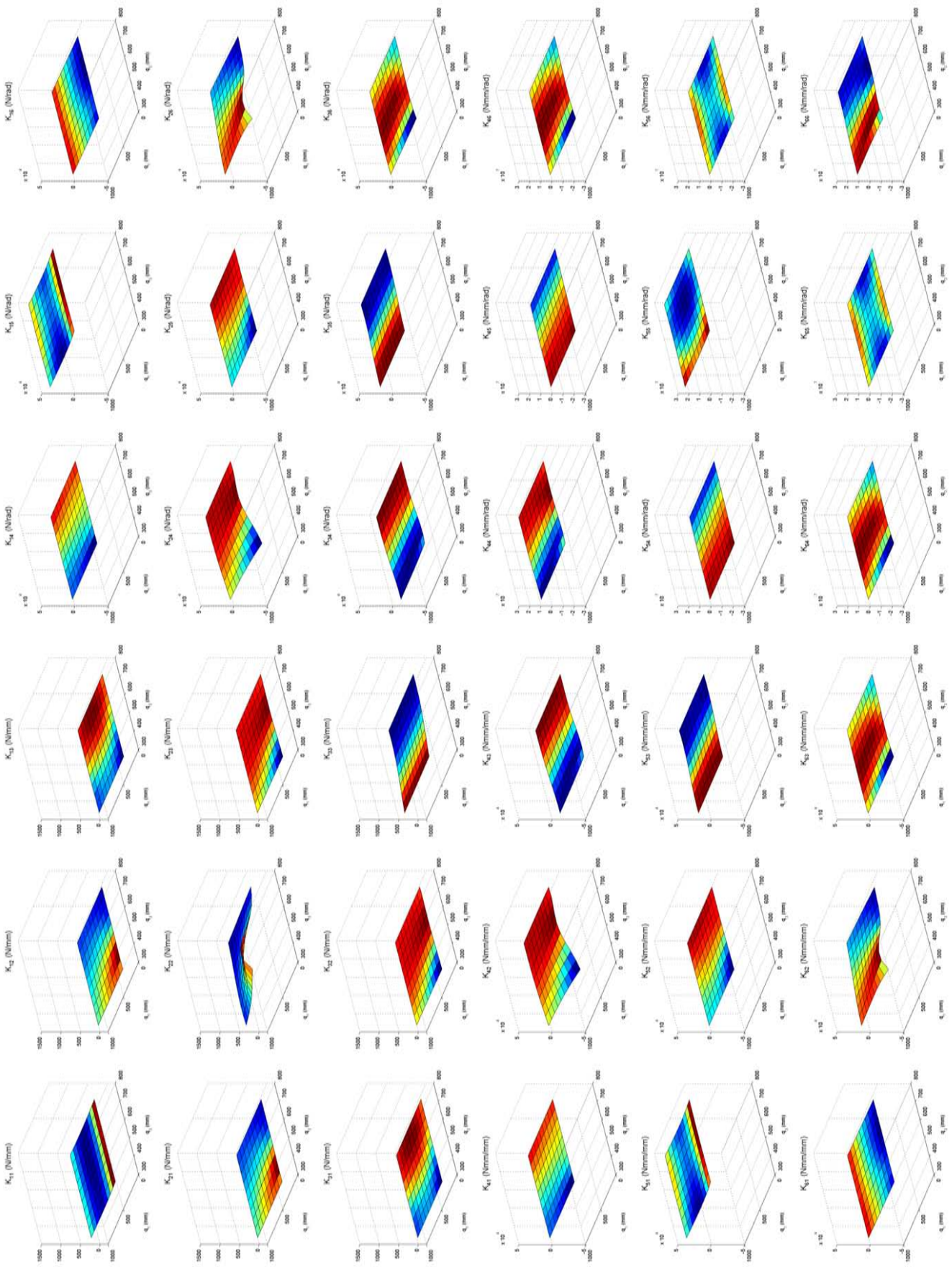
Cartes de rigidité de l'isoglide3-T3 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 250 mm



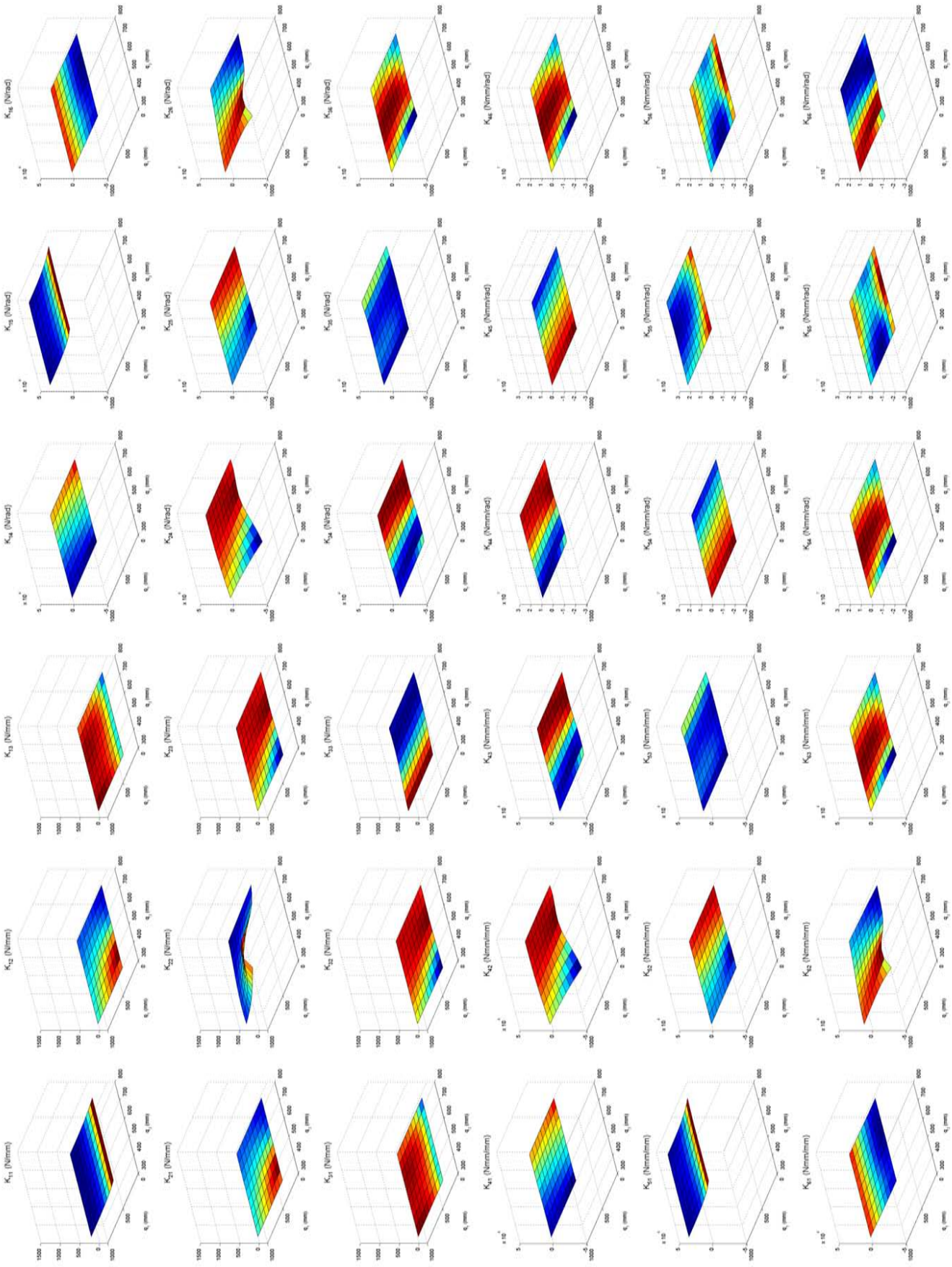
Cartes de rigidité de l'isoglide3-T3 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 400 mm



Cartes de rigidité de l'isoglide3-T3 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 550 mm



Cartes de rigidité de l'isoglide3-T3 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 700 mm



Cartes de rigidité de l'isoglide3-T3 condensée à son point caractéristique P pour q_2= 850 mm

Préface Annexe C

Dans cette annexe vous trouvez Les vecteurs de sensibilité et les matrices des interactions entre les différents paramètres influents la déformation du robot étudié dans le chapitre 4. Nous rappelons que ces paramètres ont été :

-Les défauts de montage des moteurs
-Les défauts de fabrication et de montage des jambes
-Les paramètres de la configuration du robot
-Le poids propre
-La charge extérieure

L'annexe C est divisée en trois parties :

-La fermeture précontrainte.
-La fermeture précontrainte après tenir compte du poids propre
-Le supplément de déformation du au poids propre

Dans le chapitre 4 afin de mettre en évidence les effets et les interactions des facteurs les résultats ont été interpolés par des formes quadratiques (page 114, équation 4.43). Dans cette annexe vous trouvez les résultats.

Les vecteurs de sensibilité [$^{\cdot\cdot}Se$] des six déformations sont représentés sur une page, la matrice d'interaction concernant chaque déformation est de dimension 33x33, elle s'étale sur deux pages. Chaque matrice est subdivisée en six parties selon l'interaction (position-position (jaune), angle d'orientation-position (bleu clair), défaut-position (vert), angle d'orientation-angle d'orientation (orange), angle d'orientation-défauts (cyan) et défauts-défauts (blanc)) (pour les couleurs vous pouvez voir le CD)

Annexe C:Calculs au deuxième ordre

Fermeture Précontrainte

	${}^{x}Se$	${}^{y}Se$	${}^{z}Se$	${}^{\theta_x}Se$	${}^{\theta_y}Se$	${}^{\theta_z}Se$
q_1	-2.00E-09	-9.00E-09	-3.71E-07	0.00E+00	0	-3.00E-09
q_2	4.87E-07	1.53E-07	-5.86E-07	0.00E+00	0	3.41E-10
q_3	-4.62E-07	-2.00E-09	-1.14E-06	0	0	-2.00E-09
Φ_P	1.03E-05	1.74E-05	1.34E-05	0.00E+00	0	7.30E-08
η_{M_3}	2.50E-04	1.94E-03	1.66E-03	0.00E+00	0	0
η_{M_3}	3.41E-04	1.99E-03	1.61E-03	0.00E+00	0	-5.30E-08
ξ_{M_2}	3.20E-04	1.94E-03	1.45E-03	0.00E+00	0	0.00E+00
η_{M_4}	1.00E-03	1.85E-03	1.22E-03	0.00E+00	0	7.19E-06
ξ_{M_4}	5.67E-04	1.81E-03	1.05E-03	0.00E+00	0	1.20E-05
η_{B_1}	3.12E-04	1.53E-03	1.62E-03	0.00E+00	0	2.79E-05
ξ_{B_1}	1.71E-04	1.82E-03	1.12E-03	0.00E+00	0	0.00E+00
η_{C_1}	8.22E-04	1.81E-03	1.08E-03	0.00E+00	0	-1.13E-06
ξ_{C_1}	1.25E-03	1.54E-03	1.37E-03	0.00E+00	0	2.20E-05
η_{D_1}	1.83E-03	1.53E-03	1.79E-03	0.00E+00	0	2.81E-05
ξ_{D_1}	5.17E-04	1.50E-03	1.12E-03	0.00E+00	0	2.80E-05
η_{B_2}	3.91E-04	1.56E-03	1.44E-03	0.00E+00	0	2.22E-05
ξ_{B_2}	8.45E-04	1.60E-03	1.61E-03	0.00E+00	0	2.20E-05
η_{C_2}	1.45E-03	1.81E-03	1.05E-03	0.00E+00	0	-1.64E-07
ξ_{C_2}	6.72E-04	1.47E-03	1.25E-03	0.00E+00	0	2.20E-05
η_{D_2}	6.12E-04	1.50E-03	1.39E-03	0.00E+00	0	2.18E-05
ξ_{D_2}	8.10E-04	1.53E-03	1.22E-03	0.00E+00	0	2.70E-05
η_{B_3}	1.23E-03	1.75E-03	1.13E-03	0.00E+00	0	9.21E-07
ξ_{B_3}	4.15E-04	1.78E-03	8.46E-04	0.00E+00	0	0.00E+00
η_{C_3}	3.52E-04	1.84E-03	1.48E-03	0.00E+00	0	-3.29E-06
ξ_{C_3}	3.39E-04	1.79E-03	1.11E-03	0.00E+00	0	0
η_{D_3}	1.16E-03	1.82E-03	9.23E-04	0.00E+00	0	-4.22E-07
ξ_{D_3}	-3.49E-04	1.87E-03	1.52E-03	0.00E+00	0	-1.00E-06
η_{B_4}	3.77E-06	1.52E-03	1.42E-03	0.00E+00	0	2.14E-05
ξ_{B_4}	1.76E-04	1.59E-03	1.16E-03	0.00E+00	0	2.10E-05
η_{C_4}	3.04E-04	1.82E-03	9.64E-04	0.00E+00	0	7.17E-06
ξ_{C_4}	9.98E-04	1.66E-03	1.12E-03	0.00E+00	0	6.00E-06
η_{D_4}	-7.50E-06	1.69E-03	8.68E-04	0.00E+00	0	1.36E-05
ξ_{D_4}	2.70E-05	1.57E-03	1.37E-03	0.00E+00	0	2.10E-05

Vecteurs de Sensibilités des erreurs de pose de la plate-forme mobile aux différents paramètres lors de la fermeture précontrainte

$[s\ m]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	-7.1E-09	8.0E-09	-1.5E-08	1.1E-05	-9.0E-06	-1.9E-04	-7.5E-04	3.2E-06	-3.0E-05	-7.4E-05	-7.5E-04	2.3E-05	-8.1E-04	2.3E-03	-7.1E-05	4.0E-04
q_2	8.0E-09	-3.3E-06	3.2E-06	-1.0E-05	-1.1E-02	1.2E-03	1.4E-03	-2.8E-03	1.7E-04	-1.0E-03	4.4E-03	-3.9E-03	-2.1E-03	-7.7E-03	-6.5E-03	1.9E-05
q_3	-1.5E-08	3.2E-06	-3.3E-06	7.0E-06	2.5E-03	-9.9E-04	-9.5E-04	-1.1E-04	8.4E-05	1.0E-04	-7.0E-03	4.1E-03	-2.7E-05	7.9E-03	9.0E-03	9.4E-04
Φ_P	1.1E-05	-1.0E-05	7.0E-06	4.7E-04	3.4E-02	3.1E-02	2.6E-02	-1.3E-02	-7.2E-04	4.0E-03	-5.7E-02	4.9E-02	3.1E-03	8.9E-04	9.0E-04	8.0E-03
η_{M_3}	-9.0E-06	-1.1E-02	2.5E-03	3.4E-02	2.8E+00	-1.1E+00	-2.8E+00	1.1E-01	1.9E+00	1.8E-01	-5.9E-01	-6.5E+00	8.2E-02	8.1E-02	1.5E-01	4.2E+00
η_{M_2}	-1.9E-04	1.2E-03	-9.9E-04	3.1E-02	-1.1E+00	-4.0E-01	1.1E+00	-4.5E-01	-1.5E+00	-4.0E+00	-4.2E+00	8.2E+00	-4.2E+00	-2.2E+00	3.5E+00	-6.0E-01
ξ_{M_2}	-7.5E-04	1.4E-03	-9.5E-04	2.6E-02	-2.8E+00	1.1E+00	4.3E+00	7.0E-01	1.7E+00	-4.2E+00	-2.8E-02	9.4E+00	-4.0E+00	3.5E-01	-2.8E+00	-1.1E+00
η_{M_4}	3.2E-06	-2.8E-03	-1.1E-04	-1.3E-02	1.1E-01	-4.5E-01	7.0E-01	-4.8E+00	-5.8E-01	1.5E+00	1.3E+00	1.6E+00	-1.2E+00	-2.4E-01	1.3E-01	4.0E+00
ξ_{M_4}	-3.0E-05	1.7E-04	8.4E-05	-7.2E-04	4.8E-02	-1.5E+00	1.7E+00	-5.8E-01	2.9E+00	-7.1E-02	3.2E+00	3.1E+00	-7.2E-02	-7.2E-02	-2.8E-01	-7.5E-02
η_{B_1}	-7.4E-05	-1.0E-03	1.0E-04	4.0E-03	1.8E-01	-4.0E+00	-4.2E+00	1.5E+00	-7.1E-02	3.7E-01	2.5E-01	2.7E-01	1.9E-01	1.7E-01	1.9E-01	2.0E-01
ξ_{B_1}	-7.5E-04	4.4E-03	-7.0E-03	-5.7E-02	-5.9E-01	-4.2E+00	-2.8E-02	1.3E+00	3.2E+00	2.5E-01	-6.2E-02	-4.8E-02	2.7E-01	7.3E+00	-2.1E+00	2.8E-01
η_{C_1}	2.3E-05	-3.9E-03	4.1E-03	-4.9E-02	-6.5E+00	8.2E+00	9.4E+00	1.6E+00	3.1E+00	2.7E-01	-4.8E-02	-3.1E-02	2.7E-01	2.5E-01	5.7E-01	2.7E-01
ξ_{C_1}	-8.1E-04	-2.1E-03	-2.7E-05	3.1E-03	8.2E-02	-4.2E+00	-4.0E+00	-1.2E+00	-7.2E-02	1.9E-01	2.7E-01	2.7E-01	3.4E-01	1.7E-01	1.8E-01	1.8E-01
η_{D_1}	2.3E-03	-7.7E-03	7.9E-03	8.9E-04	8.1E-02	-2.2E+00	3.5E-01	-2.4E-01	-7.2E-02	1.7E-01	7.3E+00	2.5E-01	1.7E-01	3.7E-01	1.8E-01	1.9E-01
ξ_{D_1}	-7.1E-05	-6.5E-03	9.0E-03	9.0E-04	1.5E-01	3.5E+00	-2.8E+00	1.3E-01	-2.8E-01	1.9E-01	-2.1E+00	5.7E-01	1.8E-01	1.8E-01	3.6E-01	-4.2E-01
η_{B_2}	4.0E-04	1.9E-04	7.0E-03	9.4E-04	4.2E+00	-6.0E-01	-1.1E+00	4.0E+00	-7.5E-02	2.0E-01	2.8E-01	2.7E-01	1.8E-01	1.9E-01	-4.2E-01	3.6E-01
ξ_{B_2}	-4.6E-05	-6.2E-03	2.0E-05	3.6E-04	4.8E-02	1.1E-02	8.5E-03	-7.8E-02	1.5E-02	9.7E-02	1.7E-01	2.1E-01	1.2E-01	9.8E-02	9.6E-02	1.0E-01
η_{C_2}	2.5E-05	4.2E-03	-4.7E-03	-5.1E-02	8.1E-01	-3.3E-02	-3.6E-02	-8.8E-01	-3.0E+00	2.6E-01	-3.0E-02	-2.2E-02	2.5E-01	2.5E-01	1.3E+01	2.5E-01
ξ_{C_2}	-7.3E-05	1.2E-04	2.3E-03	5.8E-03	3.9E+00	-4.3E-02	-4.5E-02	5.4E+00	-7.4E-02	1.8E-01	2.5E-01	2.5E-01	1.7E-01	1.7E-01	1.8E-01	1.9E-01
η_{D_2}	-6.8E-05	9.4E-05	9.1E-04	8.0E-04	8.0E-02	-4.7E-02	1.4E+00	-3.2E+00	-1.3E+00	1.8E-01	2.5E-01	5.1E+00	1.8E-01	-8.7E-01	-4.9E+00	1.8E-01
ξ_{D_2}	-6.8E-04	1.7E-05	-6.1E-05	7.9E-04	4.9E-01	5.1E-01	-4.5E-02	-1.9E+00	8.0E-02	1.9E-01	2.4E-01	2.4E-01	1.8E-01	1.8E-01	1.5E-01	1.6E-01
η_{B_3}	3.1E-04	-2.0E-03	-1.8E-05	-1.0E-01	3.6E-01	-1.1E+01	-9.8E+00	1.5E+00	3.2E+00	2.5E-01	-3.3E-02	-3.2E-02	2.3E-01	2.3E-01	2.4E-01	2.3E-01
ξ_{B_3}	2.8E-05	-2.1E-03	3.6E-03	-1.1E-01	-1.6E-02	1.2E+01	1.1E+01	-1.4E+00	-3.2E+00	1.8E-01	-4.3E-02	-4.2E-02	2.3E-01	7.9E-01	2.4E-01	9.1E-01
η_{C_3}	-1.1E-04	1.4E-03	9.9E-03	3.1E-02	-8.4E-03	-1.2E-02	3.9E+00	-1.1E+00	-4.1E+00	3.0E-01	-3.4E-02	-2.2E-02	-5.6E-01	-4.9E-01	3.0E-01	-5.9E-01
ξ_{C_3}	-1.9E-04	1.1E-02	-1.2E-03	6.7E-02	-1.4E-02	4.5E+00	3.5E-01	4.1E+00	4.1E+00	2.8E-01	-2.6E-03	6.5E-03	2.7E-01	2.8E-01	2.7E-01	2.7E-01
η_{D_3}	1.5E-05	-3.2E-03	3.1E-03	3.5E-02	-4.5E-03	-5.9E+00	-2.6E+00	-4.9E-01	-4.2E+00	2.8E-01	-1.1E+01	-4.0E-01	2.6E-01	2.7E-01	2.6E-01	2.6E-01
ξ_{D_3}	6.9E-04	-5.9E-03	-5.5E-03	1.1E-02	-5.1E+00	-4.5E+00	-4.3E+00	-4.2E+00	-3.1E+00	2.5E-01	-3.4E-02	-1.4E-02	2.5E-01	2.5E-01	2.4E-01	2.5E-01
η_{B_4}	3.7E-03	3.7E-04	2.2E-03	9.7E-03	-1.2E+00	3.7E-01	-1.4E-01	-7.5E-02	1.2E-02	1.1E-01	1.5E-01	1.7E-01	1.3E-01	1.3E-01	1.4E-01	1.3E-01
ξ_{B_4}	-5.4E-05	1.3E-04	2.0E-04	-1.9E-03	1.2E-01	5.0E-01	5.9E-01	-4.7E+00	4.2E+00	6.3E+00	1.5E-01	1.6E+00	9.3E+00	-4.8E+00	-4.5E+00	1.0E-01
η_{C_4}	1.1E-04	1.2E-04	1.6E-04	-2.0E-03	1.3E-02	-7.0E-02	-7.3E-02	1.1E-01	3.5E-02	-2.7E-01	-1.2E-01	-1.4E-01	-2.6E-01	-2.6E-01	-2.6E-01	-2.6E-01
ξ_{C_4}	3.6E-03	1.2E-04	2.9E-03	-2.1E-03	9.5E-03	-6.9E-02	-9.8E-02	-3.9E+00	2.5E-02	-1.8E-01	-1.3E-01	-8.9E-02	-1.9E-01	-1.9E-01	-2.8E-01	-2.6E-01
η_{D_4}	1.8E-05	1.2E-04	-1.8E-04	-2.1E-04	1.4E-02	4.6E-02	4.2E-02	3.1E-02	9.0E-01	-1.0E-01	-1.0E-02	-1.1E-02	-7.9E-02	-2.3E-01	1.5E-01	1.7E-01
ξ_{D_4}	-8.5E-05	3.0E-04	3.9E-05	-4.6E-04	-3.7E-01	2.0E+00	-1.9E+00	7.9E-02	6.6E-02	1.8E-02	-9.5E-02	-1.0E-01	1.2E-02	1.2E-02	1.8E-02	1.7E-02

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
-4.6E-05	2.5E-05	-7.3E-05	-6.8E-05	-6.8E-04	3.1E-04	2.8E-05	-1.1E-04	-1.9E-04	1.5E-05	6.9E-04	3.7E-03	-5.4E-05	1.1E-04	3.6E-03	1.8E-05	-8.5E-05
-6.2E-03	4.2E-03	1.2E-04	9.4E-05	1.7E-05	-2.0E-03	-2.1E-03	1.4E-03	1.1E-02	-3.2E-03	-5.9E-03	3.7E-04	1.3E-04	1.2E-04	1.2E-04	1.2E-04	3.0E-04
2.0E-05	-4.7E-03	2.3E-03	9.1E-04	-6.1E-05	-1.8E-05	3.6E-03	9.9E-03	-1.2E-03	3.1E-03	-5.5E-03	2.2E-03	2.0E-04	1.6E-04	2.9E-03	-1.8E-04	3.9E-05
3.6E-04	-5.1E-02	5.8E-03	8.0E-04	7.9E-04	-1.0E-01	-1.1E-01	3.1E-02	6.7E-02	3.5E-02	1.1E-02	9.7E-03	-1.9E-03	-2.0E-03	-2.1E-03	-2.1E-04	-4.6E-04
4.8E-02	8.1E-01	3.9E+00	8.0E-02	4.9E-01	3.6E-01	-1.6E-02	-8.4E-03	-1.4E-02	-4.5E-03	-5.1E+00	-1.2E+00	1.2E-01	1.3E-02	9.5E-03	1.4E-02	-3.7E-01
1.1E-02	-3.3E-02	-4.3E-02	-4.7E-02	5.1E-01	-1.1E+01	1.2E+01	-1.2E-02	4.5E+00	-5.9E+00	-4.5E+00	3.7E-01	5.0E-01	-7.0E-02	-6.9E-02	4.6E-02	2.0E+00
8.5E-03	-3.6E-02	-4.5E-02	1.4E+00	-4.5E-02	-9.8E+00	1.1E+01	3.9E+00	3.5E-01	-2.6E+00	-4.3E+00	-1.4E-01	5.9E-01	-7.3E-02	-9.8E-02	4.2E-02	-1.9E+00
-7.8E-02	-8.8E-01	5.4E+00	-3.2E+00	-1.9E+00	1.5E+00	-1.4E+00	-1.1E+00	4.1E+00	-4.9E-01	-4.2E+00	-7.5E-02	-4.7E+00	1.1E-01	-3.9E+00	3.1E-02	7.9E-02
1.5E-02	-3.0E+00	-7.4E-02	-1.3E+00	8.0E-02	3.2E+00	-3.2E+00	-4.1E+00	4.1E+00	-4.2E+00	-3.1E+00	1.2E-02	4.2E+00	3.5E-02	2.5E-02	9.0E-01	6.6E-02
9.7E-02	2.6E-01	1.8E-01	1.8E-01	1.9E-01	2.5E-01	1.8E-01	3.0E-01	2.8E-01	2.8E-01	2.5E-01	1.1E-01	6.3E+00	-2.7E-01	-1.8E-01	-1.0E-01	1.8E-02
1.7E-01	-3.0E-02	2.5E-01	2.5E-01	2.4E-01	-3.3E-02	-4.3E-02	-3.4E-02	-2.6E-03	-1.1E+01	-3.4E-02	1.5E-01	1.5E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	-1.0E-02	-9.5E-02
2.1E-01	-2.2E-02	2.5E-01	5.1E+00	2.4E-01	-3.2E-02	-4.2E-02	-2.2E-02	6.5E-03	-4.0E-01	-1.4E-02	1.7E-01	1.6E+00	-1.4E-01	-8.9E-02	-1.1E-02	-1.0E-01
1.2E-01	2.5E-01	1.7E-01	1.8E-01	1.8E-01	2.3E-01	2.3E-01	-5.6E-01	2.7E-01	2.6E-01	2.5E-01	1.3E-01	9.3E+00	-2.6E-01	-1.9E-01	-7.9E-02	1.2E-02
9.8E-02	2.5E-01	1.7E-01	-8.7E-01	1.8E-01	2.3E-01	7.9E-01	-4.9E-01	2.8E-01	2.7E-01	2.5E-01	1.3E-01	-4.8E+00	-2.6E-01	-1.9E-01	-2.3E-01	1.2E-02
9.6E-02	1.3E+01	1.8E-01	-4.9E+00	1.5E-01	2.4E-01	2.4E-01	3.0E-01	2.7E-01	2.6E-01	2.4E-01	1.4E-01	-4.5E+00	-2.6E-01	-2.8E-01	1.5E-01	1.8E-02
1.0E-01	2.5E-01	1.9E-01	1.8E-01	1.6E-01	2.3E-01	9.1E-01	-5.9E-01	2.7E-01	2.6E-01	2.5E-01	1.3E-01	1.0E-01	-2.6E-01	-2.6E-01	1.7E-01	1.7E-02
5.5E-02	1.5E-01	1.7E-01	1.2E-01	9.0E-02	2.1E-01	1.3E-01	2.4E-01	6.6E+00	2.6E-01	-5.3E+00	4.0E-02	4.0E-02	-8.5E-02	-9.5E-02	-1.3E-01	1.6E-02
1.5E-01	-6.8E-02	2.5E-01	2.5E-01	2.4E-01	-3.7E-02	-2.0E-02	-5.3E-01	-1.5E-02	-1.2E+01	-1.5E-02	1.7E-01	1.6E-01	-1.0E-01	-8.9E-02	-1.2E-01	3.9E+00
1.7E-01	2.5E-01	3.4E-01	1.9E-01	1.5E-01	2.4E-01	2.4E-01	3.0E-01	-8.9E-01	2.8E-01	2.5E-01	1.3E-01	1.4E-01	-2.8E-01	-2.6E-01	1.6E-01	7.8E-03
1.2E-01	2.5E-01	1.9E-01	3.8E-01	1.5E-01	2.3E-01	2.2E-01	3.0E-01	-1.1E+00	2.8E-01	2.5E-01	1.3E-01	1.3E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	1.3E-01	1.0E-02
9.0E-02	2.4E-01	1.5E-01	1.5E-01	2.9E-01	2.4E-01	3.2E+00	-1.5E+00	2.7E-01	2.9E-01	2.4E-01	1.2E-01	1.1E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	1.2E-01	2.2E-03
2.1E-01	-3.7E-02	2.4E-01	2.3E-01	2.4E-01	-1.4E-02	-4.6E-02	-1.3E-02	-1.2E-02	6.9E-03	-5.1E-02	1.7E-01	1.1E-01	-1.2E-01	-8.5E-02	-1.2E-01	-2.8E+00
1.3E-01	-2.0E-02	2.4E-01	2.2E-01	3.2E+00	-4.6E-02	-2.7E-02	-5.8E-01	-2.2E-02	-4.0E-02	-5.1E-02	1.7E-01	-1.1E+00	-4.3E-02	-9.6E-02	-1.3E-01	-2.8E-02
2.4E-01	-5.3E-01	3.0E-01	3.0E-01	-1.5E+00	-1.3E-02	-5.8E-01	2.7E-02	3.1E+00	2.5E-02	-4.3E-02	2.0E-01	7.3E-02	-2.4E-01	-2.0E-01	-1.9E-01	-5.2E-02
6.6E+00	-1.5E-02	-8.9E-01	-1.1E+00	2.7E-01	-1.2E-02	-2.2E-02	3.1E+00	3.3E-02	1.7E-02	2.6E+00	2.4E-01	3.7E-01	-2.2E-01	-2.0E-01	-1.2E+00	-5.4E-02
2.6E-01	-1.2E+01	2.8E-01	2.8E-01	2.9E-01	6.9E-03	-4.0E-02	2.5E-02	1.7E-02	1.6E+01	-1.2E-03	1.9E-01	1.7E-01	-2.3E-01	-2.5E-01	-1.8E-01	-2.2E-02
-5.3E+00	-1.5E-02	2.5E-01	2.5E-01	2.4E-01	-5.1E-02	-5.1E-02	-4.3E-02	2.6E+00	-1.2E-03	-3.7E-02	2.0E-01	1.8E-01	-4.6E-02	-1.6E-01	-1.3E-01	-2.1E-02
4.0E-02	1.7E-01	1.3E-01	1.3E-01	1.2E-01	1.7E-01	1.7E-01	2.0E-01	2.4E-01	1.9E-01	2.0E-01	5.5E-02	-7.1E+00	-8.8E-02	-9.6E-02	-1.3E-01	1.5E-02
4.0E-02	1.6E-01	1.4E-01	1.3E-01	1.1E-01	1.1E-01	-1.1E+00	7.3E-02	3.7E-01	1.7E-01	1.8E-01	-7.1E+00	3.3E-02	-9.3E-02	-9.9E-02	-1.2E-01	-5.6E-02
-8.5E-02	-1.0E-01	-2.8E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	-1.2E-01	-4.3E-02	-2.4E-01	-2.2E-01	-2.3E-01	-4.6E-02	-8.8E-02	-9.3E-02	3.8E-01	1.9E-01	1.3E-01	2.7E-02
-9.5E-02	-8.9E-02	-2.6E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	-8.5E-02	-9.6E-02	-2.0E-01	-2.0E-01	-2.5E-01	-1.6E-01	-9.6E-02	-9.9E-02	1.9E-01	3.7E-01	1.3E-01	6.1E-03
-1.3E-01	-1.2E-01	1.6E-01	1.3E-01	1.2E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	-1.9E-01	-1.2E+00	-1.8E-01	-1.3E-01	-1.3E-01	-1.2E-01	1.3E-01	1.3E-01	5.2E-02	2.2E-02
1.6E-02	3.9E+00	7.8E-03	1.0E-02	2.2E-03	-2.8E+00	-2.8E-02	-5.2E-02	-5.4E-02	-2.2E-02	-2.1E-02	1.5E-02	-5.6E-02	2.7E-02	6.1E-03	2.2E-02	-1.2E-01

Matrice d'interaction $\left[{}^{x}In\right]$ *entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte*

$\left[{}^{y}In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	-2.3E-09	-1.4E-07	1.5E-07	-9.4E-07	5.4E-04	7.8E-03	6.5E-04	-3.3E-04	-2.5E-04	1.3E-03	6.3E-04	4.2E-04	3.9E-04	-3.3E-04	1.3E-03	3.7E-03
q_2	-1.4E-07	1.5E-06	-1.3E-06	2.2E-05	5.3E-04	-8.9E-04	-8.6E-04	5.5E-03	-1.2E-04	7.7E-04	6.8E-04	-3.5E-03	9.7E-04	1.5E-02	1.5E-02	1.1E-03
q_3	1.5E-07	-1.3E-06	1.4E-06	-2.2E-05	-1.5E-03	-3.5E-03	-4.4E-03	5.2E-04	-1.9E-04	-7.7E-05	-1.2E-03	2.1E-03	8.4E-04	-1.3E-02	-1.6E-02	-3.9E-03
Φ_P	-9.4E-07	2.2E-05	-2.2E-05	9.6E-05	-6.3E-02	-8.8E-02	-7.0E-02	-8.7E-03	-2.7E-03	-8.6E-05	1.4E-01	-1.6E-01	1.3E-03	-2.2E-03	-2.5E-03	6.9E-03
η_{M_3}	5.4E-04	5.3E-04	-1.5E-03	-6.3E-02	-6.1E-01	-8.4E-01	-2.7E-01	-8.1E-02	-4.1E+00	1.3E-01	-4.3E-01	-5.1E+00	-1.3E+00	-1.2E+00	-3.5E-01	-8.2E+00
η_{M_2}	7.8E-03	-8.9E-04	-3.5E-03	-8.8E-02	-8.4E-01	-9.2E+00	-1.5E+00	2.3E+00	3.5E+00	1.1E+01	-8.7E+00	3.1E+00	1.0E+01	8.2E+00	-4.4E+00	-5.6E+00
ξ_{M_2}	6.5E-04	-8.6E-04	-4.4E-03	-7.0E-02	-2.7E-01	-1.5E+00	8.5E+00	-2.0E+00	-3.6E+00	1.1E+01	-3.2E-01	5.5E+00	1.1E+01	-2.5E-02	4.8E+00	3.8E+00
η_{M_4}	-3.3E-04	5.5E-03	5.2E-04	-8.7E-03	-8.7E-03	2.3E+00	-2.0E+00	-7.7E+00	-1.8E+00	-1.5E+00	-3.5E+00	-9.5E-01	9.7E-01	9.0E-01	-4.4E-01	1.3E+00
ξ_{M_4}	-2.5E-04	-1.2E-04	-1.9E-04	-2.7E-03	-4.1E+00	3.5E+00	-3.6E+00	-1.8E+00	1.2E+01	-5.5E-01	-7.3E+00	-5.7E+00	-3.3E-01	-5.6E-02	5.3E-01	-5.8E-01
η_{B_1}	1.3E-03	7.7E-04	-7.7E-05	-8.6E-05	1.3E-01	1.1E+01	1.1E+01	-1.5E+00	-5.5E-01	-5.0E-01	5.0E-02	8.0E-02	-2.6E-01	-3.1E-01	-2.6E-01	-4.1E-01
ξ_{B_1}	6.3E-04	6.8E-04	-1.2E-03	1.4E-01	-4.3E-01	-8.7E+00	-3.2E-01	-3.5E+00	-7.3E+00	5.0E-02	-7.3E-01	-4.5E-01	-3.7E-02	-1.9E+01	-5.4E+00	1.3E-01
η_{C_1}	4.2E-04	-3.5E-03	2.1E-03	-1.6E-01	-5.1E+00	3.1E+00	5.5E+00	-9.5E-01	-5.7E+00	8.0E-02	-4.5E-01	-1.2E+00	-3.6E-02	5.0E-02	-7.2E-01	1.4E-01
ξ_{C_1}	3.9E-04	9.7E-04	8.4E-04	1.3E-03	-1.3E+00	1.0E+01	1.1E+01	9.7E-01	-3.3E-01	-2.6E-01	-3.7E-02	-3.6E-02	-5.3E-01	-3.4E-01	-2.8E-01	-4.0E-01
η_{D_1}	-3.3E-04	1.5E-02	-1.3E-02	-2.2E-03	-1.2E+00	8.2E+00	-2.5E-02	9.0E-01	-5.6E-02	-3.1E-01	-1.9E+01	5.0E-02	-3.4E-01	-6.7E-01	-4.0E-01	-4.2E-01
ξ_{D_1}	1.3E-03	1.5E-02	-1.6E-02	-2.5E-03	-3.5E-01	-4.4E+00	4.8E+00	-4.4E-01	5.3E-01	-2.6E-01	-5.4E+00	-7.2E-01	-2.8E-01	-4.0E-01	-8.0E-01	-2.1E-01
η_{B_2}	3.7E-03	1.1E-03	-3.9E-03	6.9E-03	-8.2E+00	-5.6E+00	3.8E+00	1.3E+00	-5.8E-01	-4.1E-01	1.3E-01	1.4E-01	-4.0E-01	-4.2E-01	-2.1E-01	-8.8E-01
ξ_{B_2}	1.1E-03	1.2E-02	6.7E-04	-5.4E-03	-1.1E+00	-9.5E-01	-9.7E-01	-5.7E-01	-6.3E-01	9.4E-02	-2.1E-01	-2.2E-01	4.5E-02	1.0E-01	6.6E-02	5.5E-02
η_{C_2}	3.7E-03	5.9E-04	4.0E-03	1.8E-01	-4.9E-01	-3.5E-01	-3.1E-01	3.9E+00	6.8E+00	5.0E-02	-2.2E-01	-2.1E-01	1.2E-01	9.4E-02	-2.7E+01	7.9E-02
ξ_{C_2}	1.3E-03	4.3E-05	-7.4E-03	-9.5E-03	-8.3E+00	-7.3E-01	-6.2E-01	-7.5E+00	-5.8E-01	-1.3E-01	-4.9E-02	-5.8E-02	-1.9E-01	-1.5E-01	-1.6E-01	-1.9E-01
η_{D_2}	1.3E-03	-1.5E-06	-3.1E-03	-2.6E-03	-1.2E+00	-7.1E-01	-4.9E-01	-9.8E-01	7.5E+00	-2.1E-01	1.1E-01	-5.2E+00	-2.6E-01	1.5E+00	-1.2E+00	-9.4E-02
ξ_{D_2}	1.3E-03	1.1E-03	-6.1E-03	-2.1E-03	-1.7E-02	-8.9E+00	-6.9E-01	5.0E+00	-2.6E+00	1.4E-01	-4.8E-03	-1.5E-02	1.2E-01	7.7E-02	7.0E-02	4.6E-02
η_{B_3}	4.6E-04	2.8E-04	2.4E-04	2.5E-01	2.7E-02	-8.0E-01	-1.6E+00	-6.8E-01	-6.1E+00	-1.2E-02	-2.8E-01	-2.8E-01	-8.3E-02	-9.9E-02	-8.9E-02	-8.1E-02
ξ_{B_3}	4.2E-04	3.1E-04	9.5E-04	2.9E-01	-3.4E-01	1.5E+00	9.1E-01	9.9E-01	5.8E+00	-2.4E-02	-2.3E-01	-1.9E-01	-1.8E-02	-8.8E-01	-1.2E-01	4.2E-01
η_{C_3}	-2.3E-04	2.5E-03	-2.3E-03	-5.4E-02	-4.2E-01	-3.6E-01	-1.1E+00	2.5E+00	8.2E+00	-2.7E-01	-2.7E-01	-2.4E-01	-3.5E-01	5.7E-01	-2.7E-01	-3.8E-01
ξ_{C_3}	-7.9E-04	-3.7E-03	4.7E-03	-1.2E-01	-3.5E-01	4.1E+00	5.0E+00	-8.0E+00	-8.2E+00	-2.2E-01	-5.3E-01	-5.9E-01	-2.4E-01	-2.4E-01	-2.5E-01	-2.6E-01
η_{D_3}	4.2E-04	2.0E-03	-2.3E-03	-5.5E-02	-3.6E-01	2.2E-01	-8.1E-01	1.6E+00	8.5E+00	-2.6E-01	6.6E-01	-1.4E-01	-2.5E-01	-2.7E-01	-2.8E-01	-2.8E-01
ξ_{D_3}	-8.9E-04	-2.0E-04	4.5E-04	-9.6E-02	3.8E+00	1.0E+00	3.6E+00	4.1E+00	6.2E+00	-1.4E-01	-2.1E-01	-2.2E-01	-1.4E-01	-2.0E-01	-2.0E-01	-1.8E-01
η_{B_4}	-4.9E-03	-1.3E-03	-5.4E-03	-3.2E-03	2.5E+00	-3.9E+00	5.6E+00	-6.3E-01	-6.4E-01	3.2E-02	-1.9E-01	-2.2E-01	-8.9E-02	-2.8E-02	-1.2E-01	-2.2E-01
ξ_{B_4}	-1.8E-04	-2.2E-04	-1.3E-04	0.0E+00	-7.8E-01	8.6E-02	-1.8E-01	1.6E+00	-1.1E+00	1.5E-01	-2.4E-01	-7.2E+00	-4.3E+00	1.4E+00	1.1E+00	-1.0E-01
η_{C_4}	-2.3E-04	1.5E-04	-4.2E-05	-4.1E-03	3.8E-01	-2.2E-01	8.5E-02	-5.9E-02	-4.2E-01	6.8E-01	1.9E-01	1.8E-01	4.2E-01	4.6E-01	4.2E-01	4.1E-01
ξ_{C_4}	-4.9E-03	1.6E-04	-6.0E-03	-4.1E-03	3.7E-01	2.4E-01	2.6E-01	7.0E+00	-4.3E-01	4.5E-01	6.1E-01	6.2E-01	4.2E-01	4.1E-01	4.1E-01	4.1E-01
η_{D_4}	-4.7E-05	3.8E-04	1.1E-03	-1.9E-03	2.2E-01	1.5E-01	-1.5E-01	-2.5E-01	-1.0E+01	-2.7E-01	-1.5E-01	-1.5E-01	-2.6E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	-3.3E-01
ξ_{D_4}	2.1E-04	-2.5E-04	5.0E-04	-5.9E-03	3.4E-01	-5.2E+00	9.2E+00	-1.0E-01	-3.7E-01	1.1E-02	7.7E-02	7.6E-02	2.6E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	1.4E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
1.1E-03	3.7E-03	1.3E-03	1.3E-03	1.3E-03	4.6E-04	4.2E-04	-2.3E-04	-7.9E-04	4.2E-04	-8.9E-04	-4.9E-03	-1.8E-04	-2.3E-04	-4.9E-03	-4.7E-05	2.1E-04
1.2E-02	5.9E-04	4.3E-05	-1.5E-06	1.1E-03	2.8E-04	3.1E-04	2.5E-03	-3.7E-03	2.0E-03	-2.0E-04	-1.3E-03	-2.2E-04	1.5E-04	1.6E-04	3.8E-04	-2.5E-04
6.7E-04	4.0E-03	-7.4E-03	-3.1E-03	-6.1E-03	2.4E-04	9.5E-04	-2.3E-03	4.7E-03	-2.3E-03	4.5E-04	-5.4E-03	-1.3E-04	-4.2E-05	-6.0E-03	1.1E-03	5.0E-04
-5.4E-03	1.8E-01	-9.5E-03	-2.6E-03	-2.1E-03	2.5E-01	2.9E-01	-5.4E-02	-1.2E-01	-5.5E-02	-9.6E-02	-3.2E-03	0.0E+00	-4.1E-03	-4.1E-03	-1.9E-03	-5.9E-03
-1.1E+00	-4.9E-01	-8.3E+00	-1.2E+00	-1.7E-02	2.7E-02	-3.4E-01	-4.2E-01	-3.5E-01	-3.6E-01	3.8E+00	2.5E+00	-7.8E-01	3.8E-01	3.7E-01	2.2E-01	3.4E-01
-9.5E-01	-3.5E-01	-7.3E-01	-7.1E-01	-8.9E+00	-8.0E-01	1.5E+00	-3.6E-01	4.1E+00	2.2E-01	1.0E+00	-3.9E+00	8.6E-02	-2.2E-01	2.4E-01	1.5E-01	-5.2E+00
-9.7E-01	-3.1E-01	-6.2E-01	-4.9E-01	-6.9E-01	-1.6E+00	9.1E-01	-1.1E+00	5.0E+00	-8.1E-01	3.6E+00	5.6E+00	-1.8E-01	8.5E-02	2.6E-01	-1.5E-01	9.2E+00
-5.7E-01	3.9E+00	-7.5E+00	-9.8E-01	5.0E+00	-6.8E-01	9.9E-01	2.5E+00	-8.0E+00	1.6E+00	4.1E+00	-6.3E-01	1.6E+00	-5.9E-02	7.0E+00	-2.5E-01	-1.0E-01
-6.3E-01	6.8E+00	-5.8E-01	7.5E+00	-2.6E+00	-6.1E+00	5.8E+00	8.2E+00	-8.2E+00	8.5E+00	6.2E+00	-6.4E-01	-1.1E+00	-4.2E-01	-4.3E-01	-1.0E+01	-3.7E-01
9.4E-02	5.0E-02	-1.3E-01	-2.1E-01	1.4E-01	-1.2E-02	-2.4E-02	-2.7E-01	-2.2E-01	-2.6E-01	-1.4E-01	3.2E-02	1.5E-01	6.8E-01	4.5E-01	-2.7E-01	1.1E-02
-2.1E-01	-2.2E-01	-4.9E-02	1.1E-01	-4.8E-03	-2.8E-01	-2.3E-01	-2.7E-01	-5.3E-01	6.6E-01	-2.1E-01	-1.9E-01	-2.4E-01	1.9E-01	6.1E-01	-1.5E-01	7.7E-02
-2.2E-01	-2.1E-01	-5.8E-02	-5.2E+00	-1.5E-02	-2.8E-01	-1.9E-01	-2.4E-01	-5.9E-01	-1.4E-01	-2.2E-01	-2.2E-01	-7.2E+00	1.8E-01	6.2E-01	-1.5E-01	7.6E-02
4.5E-02	1.2E-01	-1.9E-01	-2.6E-01	1.2E-01	-8.3E-02	-1.8E-02	-3.5E-01	-2.4E-01	-2.5E-01	-1.4E-01	-8.9E-02	-4.3E+00	4.2E-01	4.2E-01	-2.6E-01	2.6E-01
1.0E-01	9.4E-02	-1.5E-01	1.5E+00	7.7E-02	-9.9E-02	-8.8E-01	5.7E-01	-2.4E-01	-2.7E-01	-2.0E-01	-2.8E-02	1.4E+00	4.6E-01	4.1E-01	-2.9E-01	-1.2E-01
6.6E-02	-2.7E+01	-1.6E-01	-1.2E+00	7.0E-02	-8.9E-02	-1.2E-01	-2.7E-01	-2.5E-01	-2.8E-01	-2.0E-01	-1.2E-01	1.1E+00	4.2E-01	4.1E-01	-2.9E-01	-1.3E-01
5.5E-02	7.9E-02	-1.9E-01	-9.4E-02	4.6E-02	-8.1E-02	4.2E-01	-3.8E-01	-2.6E-01	-2.8E-01	-1.8E-01	-2.2E-01	-1.0E-01	4.1E-01	4.1E-01	-3.3E-01	1.4E-01
-3.1E-01	-1.9E-01	-4.3E-01	-8.4E-02	-9.8E-03	-2.2E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	-1.2E+01	-1.4E-01	6.2E+00	1.1E-01	-5.5E-02	-2.5E-01	6.3E-02	-2.2E-02	1.1E-01
-1.9E-01	-3.4E-01	-6.4E-02	5.0E-03	-3.0E-02	-1.9E-01	-2.2E-01	-2.5E-02	-6.0E-01	7.2E-01	-2.0E-01	-2.2E-01	-2.4E-01	1.7E-01	6.0E-01	1.9E-01	-1.0E+01
-4.3E-01	-6.4E-02	-3.8E-01	-2.1E-01	-7.3E-02	-8.6E-02	-1.7E-01	-2.6E-01	-4.7E-01	-3.0E-01	-1.8E-01	-1.6E-02	-6.0E-02	4.4E-01	4.0E-01	-2.7E-01	4.4E-02
-8.4E-02	5.0E-03	-2.1E-01	8.3E-02	-9.0E-03	-9.3E-02	-1.3E-01	-2.8E-01	6.2E-01	-3.0E-01	-1.8E-01	1.6E-01	-3.8E-02	4.0E-01	5.2E-01	1.6E-01	6.8E-02
-9.8E-03	-3.0E-02	-7.3E-02	-9.0E-03	-3.4E-01	-1.0E-01	-2.1E+00	7.5E-01	-2.1E-01	-3.2E-01	-2.3E-01	-1.2E-01	9.8E-02	4.5E-01	1.3E-01	1.8E-01	1.4E-01
-2.2E-01	-1.9E-01	-8.6E-02	-9.3E-02	-1.0E-01	-4.1E-01	-2.4E-01	-5.3E-01	-5.6E-01	-7.7E-01	-2.3E-01	-2.4E-01	-7.2E+00	2.6E-01	5.9E-01	2.6E-01	3.1E+00
-2.9E-01	-2.2E-01	-1.7E-01	-1.3E-01	-2.1E+00	-2.4E-01	-4.9E-01	-1.7E-01	-5.8E-01	-7.7E-01	-2.0E-01	-2.5E-01	7.1E+00	7.0E-01	5.7E-01	2.4E-01	5.2E-02
-2.9E-01	-2.5E-02	-2.6E-01	-2.8E-01	7.5E-01	-5.3E-01	-1.7E-01	-1.5E+00	-7.4E-01	-6.4E-01	-2.6E-01	-2.9E-01	6.8E-01	-1.1E-01	-1.2E-01	1.8E-01	1.5E-01
-1.2E+01	-6.0E-01	-4.7E-01	6.2E-01	-2.1E-01	-5.6E-01	-5.8E-01	-7.4E-01	-6.8E-01	-7.8E-01	1.8E+01	-3.2E-01	-1.5E+00	-1.6E-01	-1.7E-01	3.1E-01	1.3E-01
-1.4E-01	7.2E-01	-3.0E-01	-3.0E-01	-3.2E-01	-7.7E-01	-7.7E-01	-6.4E-01	-7.8E-01	-1.3E+01	-2.6E-01	-2.2E-01	8.2E-01	-1.5E-01	-1.7E-01	2.6E-01	1.4E-01
6.2E+00	-2.0E-01	-1.8E-01	-1.8E-01	-2.3E-01	-2.3E-01	-2.0E-01	-2.6E-01	1.8E+01	-2.6E-01	-4.5E-01	-2.1E-01	6.8E+00	6.9E-01	5.0E-01	2.0E-01	1.3E-01
1.1E-01	-2.2E-01	-1.6E-02	1.6E-01	-1.2E-01	-2.4E-01	-2.5E-01	-2.9E-01	-3.2E-01	-2.2E-01	-2.1E-01	1.9E-01	9.7E-01	-2.5E-01	4.7E-02	-2.4E-02	-1.0E-01
-5.5E-02	-2.4E-01	-6.0E-02	-3.8E-02	9.8E-02	-7.2E+00	7.1E+00	6.8E-01	-1.5E+00	8.2E-01	6.8E+00	9.7E-01	1.4E-01	-2.6E-01	7.6E-02	5.4E-02	-1.2E-01
-2.5E-01	1.7E-01	4.4E-01	4.0E-01	4.5E-01	2.6E-01	7.0E-01	-1.1E-01	-1.6E-01	-1.5E-01	6.9E-01	-2.5E-01	-2.6E-01	-2.5E-01	-2.2E-01	-3.4E-01	-3.1E-02
6.3E-02	6.0E-01	4.0E-01	5.2E-01	1.3E-01	5.9E-01	5.7E-01	-1.2E-01	-1.7E-01	-1.7E-01	5.0E-01	4.7E-02	7.6E-02	-2.2E-01	-4.8E-01	-1.4E-01	-9.4E-02
-2.2E-02	1.9E-01	-2.7E-01	1.6E-01	1.8E-01	2.6E-01	2.4E-01	1.8E-01	3.1E-01	2.6E-01	2.0E-01	-2.4E-02	5.4E-02	-3.4E-01	-1.4E-01	-8.0E-02	-5.1E-02
1.1E-01	-1.0E+01	4.4E-02	6.8E-02	1.4E-01	3.1E+00	5.2E-02	1.5E-01	1.3E-01	1.4E-01	1.3E-01	-1.0E-01	-1.2E-01	-3.1E-02	-9.4E-02	-5.1E-02	-1.1E-01

Matrice d'interaction $\left[{}^{y}In\right]$ *entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte*

$[z_{in}]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	-5.0E-08	-3.2E-08	8.2E-08	1.5E-06	2.2E-04	-2.2E-04	6.3E-04	-3.7E-05	8.4E-05	7.3E-04	-1.7E-03	2.3E-04	-7.3E-03	-3.2E-04	7.2E-04	3.9E-04
q_2	-3.2E-08	1.8E-06	-1.7E-06	1.2E-05	-4.2E-05	-8.8E-04	-7.9E-04	2.9E-03	4.5E-06	2.6E-03	-6.2E-04	-4.9E-03	-1.9E-03	1.2E-02	1.2E-02	6.2E-04
q_3	8.2E-08	-1.7E-06	1.4E-06	-1.7E-05	-3.6E-04	5.2E-04	1.2E-03	1.3E-04	-4.0E-05	4.6E-05	-4.0E-04	-7.1E-04	5.2E-04	-1.4E-02	-1.8E-02	-2.3E-03
Φ_P	1.5E-06	1.2E-05	-1.7E-05	3.5E-04	-5.2E-02	-7.0E-02	-6.8E-02	-1.2E-02	-3.6E-04	1.1E-02	1.3E-01	-5.5E-02	-7.8E-03	-7.3E-04	-6.9E-04	-3.3E-03
η_{M_3}	2.2E-04	-4.2E-05	-3.6E-04	-5.2E-02	-1.7E+00	-8.5E-02	-2.5E-01	3.6E-01	-2.7E+00	-2.6E-01	-3.9E-01	-2.6E+00	-8.2E-01	-8.3E-01	4.7E-01	-4.4E+00
η_{M_2}	-2.2E-04	-8.8E-04	5.2E-04	-7.0E-02	-8.5E-02	-1.5E+00	-3.6E-01	1.4E-01	2.1E-01	9.1E+00	-1.9E+00	1.2E-01	8.9E+00	5.9E+00	-3.6E+00	-1.6E+00
ξ_{M_2}	6.3E-04	-7.9E-04	1.2E-03	-6.8E-02	-2.5E-01	-3.6E-01	1.0E+00	-3.3E-02	-2.3E-01	8.8E+00	-1.6E-01	-2.9E-01	9.2E+00	-2.7E-01	1.4E+00	-8.2E-01
η_{M_4}	-3.7E-05	2.9E-03	1.3E-04	-1.2E-02	3.6E-01	1.4E-01	-3.3E-02	-7.2E+00	-1.0E+00	4.2E+00	-3.1E-01	1.2E+01	-4.3E+00	-2.4E+00	2.5E+00	1.4E+00
ξ_{M_4}	8.4E-05	4.5E-06	-4.0E-05	-3.6E-04	-2.7E+00	2.1E-01	-2.3E-01	-1.0E+00	6.2E+00	7.5E-02	-5.0E-01	1.1E+01	8.3E-02	4.8E+00	-4.5E+00	1.0E-01
η_{B_1}	7.3E-04	2.6E-03	4.6E-05	1.1E-02	-2.6E-01	9.1E+00	8.8E+00	4.2E+00	7.5E-02	-5.6E-02	-2.5E-01	-2.7E-01	-4.0E-03	-7.4E-03	-3.1E-02	5.2E-02
ξ_{B_1}	-1.7E-03	-6.2E-04	-4.0E-04	1.3E-01	-3.9E-01	-1.9E+00	-1.6E-01	-3.1E-01	-5.0E-01	-2.5E-01	-5.5E-01	-3.0E-01	-2.6E-01	-1.6E+01	-1.0E+01	-2.7E-01
η_{C_1}	2.3E-04	-4.9E-03	-7.1E-04	-5.5E-02	-2.6E+00	1.2E-01	-2.9E-01	1.2E+01	1.1E+01	-2.7E-01	-3.0E-01	-6.4E-01	-3.5E-01	-1.7E-02	2.5E-02	-9.9E-02
ξ_{C_1}	-7.3E-03	-1.9E-03	5.2E-04	-7.8E-03	-8.2E-01	8.9E+00	9.2E+00	-4.3E+00	8.3E-02	-4.0E-03	-2.6E-01	-3.5E-01	1.3E-01	9.9E-02	6.6E-02	-1.1E-03
η_{D_1}	-3.2E-04	1.2E-02	-1.4E-02	-7.3E-04	-8.3E-01	5.9E+00	-2.7E-01	-2.4E+00	4.8E+00	-7.4E-03	-1.6E+01	-1.7E-02	9.9E-02	2.5E-01	9.0E-02	1.3E-02
ξ_{D_1}	7.2E-04	1.2E-02	-1.8E-02	-6.9E-04	4.7E-01	-3.6E+00	1.4E+00	2.5E+00	-4.5E+00	-3.1E-02	-1.0E+01	2.5E-02	6.6E-02	9.0E-02	2.9E-02	5.3E-01
η_{B_2}	3.9E-04	6.2E-04	-2.3E-03	-3.3E-03	-4.4E+00	-1.6E+00	-8.2E-01	1.4E+00	1.0E-01	5.2E-02	-2.7E-01	-9.9E-02	-1.1E-03	1.3E-02	5.3E-01	-5.2E-02
ξ_{B_2}	3.6E-04	6.3E-03	2.2E-04	2.0E-04	-6.2E-01	-4.7E-01	-4.8E-01	8.0E-02	9.7E-02	1.5E-02	-1.7E-01	-1.7E-01	1.2E-01	1.2E-01	2.3E-01	2.9E-01
η_{C_2}	-2.4E-03	9.1E-05	-2.0E-04	1.3E-01	-9.9E-01	-1.9E-01	-1.8E-01	5.1E-01	1.0E-01	1.8E-02	-2.1E-01	-1.9E-01	-1.2E-02	-6.6E-02	-2.3E+01	-5.4E-02
ξ_{C_2}	7.2E-04	2.1E-04	-1.1E-03	-1.2E-03	-4.3E+00	-7.6E-01	-6.6E-01	1.9E+00	8.0E-02	-1.2E-02	-8.1E-02	-2.8E-01	6.3E-02	-1.2E-02	1.6E-01	8.2E-02
η_{D_2}	8.4E-04	-2.3E-04	-5.3E-04	-6.0E-04	-8.1E-01	-7.3E-01	-1.3E+00	-8.4E-01	3.3E-01	1.7E-01	-2.9E-01	-6.1E+00	1.0E-01	2.6E+00	-3.4E+00	1.5E-02
ξ_{D_2}	1.4E-03	6.4E-04	-9.4E-04	-4.2E-04	-1.1E-01	-1.2E+00	-7.9E-01	-1.2E+00	-5.3E-01	3.5E-03	-3.1E-01	-3.2E-01	1.0E-01	1.4E-01	5.4E-02	7.5E-02
η_{B_3}	-3.2E-04	1.2E-04	7.0E-05	2.9E-01	5.7E-02	2.1E-02	2.3E-01	1.2E+01	1.1E+01	-3.6E-01	-2.1E-01	-2.1E-01	-3.3E-01	-3.5E-01	-3.7E-01	-2.4E-01
ξ_{B_3}	2.3E-04	-8.2E-05	2.7E-04	1.8E-01	-2.2E-01	2.1E-01	-2.4E-02	-1.2E+01	-1.1E+01	-1.3E-01	-2.0E-01	-2.6E-01	-1.3E-01	3.4E-02	-2.5E-02	1.2E+00
η_{C_3}	-4.2E-04	1.3E-03	-1.6E-04	-6.5E-02	-1.3E-01	-2.2E-01	3.4E-01	-1.2E+00	6.2E+00	-3.5E-01	-3.3E-01	-3.4E-01	-1.8E-01	-9.0E-01	-3.1E-01	2.1E+00
ξ_{C_3}	-1.1E-04	-1.7E-03	1.8E-03	-1.1E-01	-2.8E-01	3.0E+00	2.8E+00	-6.2E+00	-6.1E+00	-3.1E-01	-3.1E-01	-3.2E-01	-3.3E-01	-4.0E-01	-3.4E-01	-3.6E-01
η_{D_3}	2.7E-04	2.0E-03	-1.9E-03	-6.0E-02	-1.9E-01	-1.2E+00	-8.7E-01	9.5E-01	5.5E+00	-3.5E-01	-1.1E+00	-1.2E+00	-1.6E-01	-2.3E-01	-2.2E-01	-3.0E-01
ξ_{D_3}	1.7E-03	-1.6E-03	-3.4E-04	-1.4E-01	3.3E+00	7.4E-02	-1.7E-01	-8.5E+00	-1.1E+01	-2.4E-01	-2.7E-01	-2.4E-01	-2.8E-01	-3.7E-01	-3.8E-01	-2.7E-01
η_{B_4}	-1.0E-03	-1.1E-03	-3.9E-03	-2.3E-03	-1.1E+00	1.0E+00	1.8E+00	7.9E-02	1.4E-01	7.6E-02	-1.7E-01	-1.7E-01	6.5E-02	7.3E-02	9.2E-02	1.9E-01
ξ_{B_4}	8.5E-05	4.6E-04	-5.1E-04	1.4E-03	4.6E-01	-7.2E-01	-6.1E-01	-6.1E-01	1.6E+00	4.8E+00	-1.6E-01	6.7E-01	6.1E-02	-2.3E+00	-6.6E-01	2.4E-01
η_{C_4}	-1.6E-04	-2.4E-04	1.8E-05	2.0E-03	2.6E-01	2.4E-01	2.2E-01	-1.9E-02	-1.4E-01	1.9E-01	2.9E-01	1.3E-01	2.0E-01	1.1E-01	1.5E-01	1.2E-01
ξ_{C_4}	-1.2E-03	-2.1E-04	-5.2E-03	1.9E-03	2.5E-01	2.5E-01	2.3E-01	1.3E+00	-1.3E-01	1.4E-01	1.4E-01	2.0E-01	1.2E-01	8.2E-02	2.2E-02	1.2E-01
η_{D_4}	3.9E-05	1.2E-05	1.8E-04	1.8E-03	1.9E-01	-1.3E-02	1.6E-02	-1.3E-01	-2.2E+00	2.1E-01	1.1E-01	8.6E-02	1.1E-01	9.8E-02	1.2E-01	1.3E-01
ξ_{D_4}	-2.6E-04	-8.0E-05	4.6E-05	1.3E-03	1.6E-01	-1.8E+00	1.9E+00	9.1E-02	1.4E-01	1.1E-01	-8.5E-02	-2.0E-02	1.3E-01	7.7E-02	1.7E-01	2.6E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
3.6E-04	-2.4E-03	7.2E-04	8.4E-04	1.4E-03	-3.2E-04	2.3E-04	4.2E-04	-1.1E-04	2.7E-04	1.7E-03	-1.0E-03	8.5E-05	-1.6E-04	-1.2E-03	3.9E-05	-2.6E-04
6.3E-03	9.1E-05	2.1E-04	-2.3E-04	6.4E-04	1.2E-04	-8.2E-05	1.3E-03	-1.7E-03	2.0E-03	-1.6E-03	-1.1E-03	4.6E-04	-2.4E-04	-2.1E-04	1.2E-05	-8.0E-05
2.2E-04	-2.0E-04	-1.1E-03	-5.3E-04	-9.4E-04	7.0E-05	2.7E-04	-1.6E-04	1.8E-03	-1.9E-03	-3.4E-04	-3.9E-03	-5.1E-04	1.8E-05	-5.2E-03	1.8E-04	4.6E-05
2.0E-04	1.3E-01	-1.2E-03	-6.0E-04	-4.2E-04	2.9E-01	1.8E-01	-6.5E-02	-1.1E-01	-6.0E-02	-1.4E-01	-2.3E-03	1.4E-03	2.0E-03	1.9E-03	1.8E-03	1.3E-03
-6.2E-01	-9.9E-01	-4.3E+00	-8.1E-01	-1.1E-01	5.7E-02	-2.2E-01	-1.3E-01	-2.8E-01	-1.9E-01	3.3E+00	-1.1E+00	4.6E-01	2.6E-01	2.5E-01	1.9E-01	1.6E-01
-4.7E-01	-1.9E-01	-7.6E-01	-7.3E-01	-1.2E+00	2.1E-02	2.1E-01	-2.2E-01	3.0E+00	-1.2E+00	7.4E-02	1.0E+00	-7.2E-01	2.4E-01	2.5E-01	-1.3E-02	-1.8E+00
-4.8E-01	-1.8E-01	-6.6E-01	-1.3E+00	-7.9E-01	2.3E-01	-2.4E-02	3.4E-01	2.8E+00	-8.7E-01	-1.7E-01	1.8E+00	-6.1E-01	2.2E-01	2.3E-01	1.6E-02	1.9E+00
8.0E-02	5.1E-01	1.9E+00	-8.4E-01	-1.2E+00	1.2E+01	-1.2E+01	-1.2E+00	-6.2E+00	9.5E-01	-8.5E+00	7.9E-02	-6.1E-01	-1.9E-02	1.3E+00	-1.3E-01	9.1E-02
9.7E-02	1.0E-01	8.0E-02	3.3E-01	-5.3E-01	1.1E+01	-1.1E+01	6.2E+00	-6.1E+00	5.5E+00	-1.1E+01	1.4E-01	1.6E+00	-1.4E-01	-1.3E-01	-2.2E+00	1.4E-01
1.5E-02	1.8E-02	-1.2E-02	1.7E-01	3.5E-03	-3.6E-01	-1.3E-01	-3.5E-01	-3.1E-01	-3.5E-01	-2.4E-01	7.6E-02	4.8E+00	1.9E-01	1.4E-01	2.1E-01	1.1E-01
-1.7E-01	-2.1E-01	-8.1E-02	-2.9E-01	-3.1E-01	-2.1E-01	-2.0E-01	-3.3E-01	-3.1E-01	-1.1E+00	-2.7E-01	-1.7E-01	-1.6E-01	2.9E-01	1.4E-01	1.1E-01	-8.5E-02
-1.7E-01	-1.9E-01	-2.8E-01	-6.1E+00	-3.2E-01	-2.1E-01	-2.6E-01	-3.4E-01	-3.2E-01	-1.2E+00	-2.4E-01	-1.7E-01	6.7E-01	1.3E-01	2.0E-01	8.6E-02	-2.0E-02
1.2E-01	-1.2E-02	6.3E-02	1.0E-01	1.0E-01	-3.3E-01	-1.3E-01	-1.8E-01	-3.3E-01	-1.6E-01	-2.8E-01	6.5E-02	6.1E-02	2.0E-01	1.2E-01	1.1E-01	1.3E-01
1.2E-01	-6.6E-02	-1.2E-02	2.6E+00	1.4E-01	-3.5E-01	3.4E-02	-9.0E-01	-4.0E-01	-2.3E-01	-3.7E-01	7.3E-02	-2.3E+00	1.1E-01	8.2E-02	9.8E-02	7.7E-02
2.3E-01	-2.3E+01	1.6E-01	-3.4E+00	5.4E-02	-3.7E-01	-2.5E-02	-3.1E-01	-3.4E-01	-2.2E-01	-3.8E-01	9.2E-02	-6.6E-01	1.5E-01	2.2E-02	1.2E-01	1.7E-01
2.9E-01	-5.4E-02	8.2E-02	1.5E-02	7.5E-02	-2.4E-01	1.2E+00	2.1E+00	-3.6E-01	-3.0E-01	-2.7E-01	1.9E-01	2.4E-01	1.2E-01	1.2E-01	1.3E-01	2.6E-01
2.0E-01	-1.7E-01	2.6E-01	1.2E-01	1.2E-01	-2.1E-01	-1.5E-01	-2.4E-01	-1.3E+01	-3.6E-01	6.8E+00	1.4E-01	1.3E-01	1.8E-01	1.9E-01	1.8E-01	9.2E-02
-1.7E-01	-4.1E-01	-1.9E-01	-2.0E-01	-3.4E-01	-2.2E-01	-2.4E-01	2.6E-01	-3.2E-01	-1.8E+00	-2.9E-01	-1.6E-01	-1.6E-01	2.3E-01	1.1E-01	6.8E-02	-2.6E+00
2.6E-01	-1.9E-01	1.8E-01	5.9E-02	7.2E-02	-5.5E-01	-5.0E-02	-2.0E-01	2.8E+00	-4.5E-01	-2.6E-01	1.3E-01	2.1E-01	1.4E-01	-2.6E-02	1.5E-01	6.4E-02
1.2E-01	-2.0E-01	5.9E-02	5.1E-01	7.4E-02	-2.5E-01	-6.0E-02	-2.1E-01	-1.1E+00	-3.7E-01	-2.8E-01	8.7E-02	1.7E-01	1.6E-01	-2.0E-02	3.4E-02	1.3E-01
1.2E-01	-3.4E-01	7.2E-02	7.4E-02	-4.5E-02	-2.6E-01	-1.8E+00	-2.1E+00	-3.9E-01	-4.8E-01	-2.8E-01	3.1E-01	1.3E-01	1.4E-01	-8.0E-03	6.7E-02	2.6E-02
-2.1E-01	-2.2E-01	-5.5E-01	-2.5E-01	-2.6E-01	-3.8E-01	-2.6E-01	-3.0E-01	-2.1E-01	-3.9E-01	-3.0E-01	-1.8E-01	1.6E+00	2.5E-01	1.9E-01	7.1E-02	2.3E+00
-1.5E-01	-2.4E-01	-5.0E-02	-6.0E-02	-1.8E+00	-2.6E-01	-5.6E-01	-5.6E-01	-4.0E-01	-4.0E-01	-2.9E-01	-1.9E-01	-1.2E+00	2.4E-01	3.5E-01	6.7E-02	-3.9E-02
-2.4E-01	2.6E-01	-2.0E-01	-2.1E-01	-2.1E+00	-3.0E-01	-5.6E-01	-5.0E-01	-7.9E-01	-4.0E-01	-4.2E-01	-3.1E-01	1.2E+00	3.9E-01	3.7E-01	1.3E-01	-1.9E-01
-1.3E+01	-3.2E-01	2.8E+00	-1.1E+00	-3.9E-01	-2.1E-01	-4.0E-01	-7.9E-01	-4.8E-01	-4.0E-01	1.1E+01	-3.0E-01	9.5E-01	3.1E-01	3.5E-01	9.6E-02	-7.8E-02
-3.6E-01	-1.8E+00	-4.5E-01	-3.7E-01	-4.8E-01	-3.9E-01	-4.0E-01	-4.0E-01	-4.0E-01	-1.2E+01	-3.6E-01	-3.1E-01	1.2E+00	3.7E-01	1.7E-01	6.6E-02	-8.4E-02
6.8E+00	-2.9E-01	-2.6E-01	-2.8E-01	-2.8E-01	-3.0E-01	-2.9E-01	-4.2E-01	1.1E+01	-3.6E-01	-5.5E-01	-1.8E-01	-3.4E+00	2.2E-01	2.9E-01	4.6E-02	-3.1E-02
1.4E-01	-1.6E-01	1.3E-01	8.7E-02	3.1E-01	-1.8E-01	-1.9E-01	-3.1E-01	-3.0E-01	-3.1E-01	-1.8E-01	4.3E-01	-2.5E+00	1.8E-01	3.1E-01	9.7E-02	1.1E-01
1.3E-01	-1.6E-01	2.1E-01	1.7E-01	1.3E-01	1.6E+00	-1.2E+00	1.2E+00	9.5E-01	1.2E+00	-3.4E+00	-2.5E+00	3.8E-01	1.4E-01	6.0E-02	1.4E-01	2.1E-01
1.8E-01	2.3E-01	1.4E-01	1.6E-01	1.4E-01	2.5E-01	2.4E-01	3.9E-01	3.1E-01	3.7E-01	2.2E-01	1.8E-01	1.4E-01	1.4E-01	5.7E-02	1.9E-01	2.3E-01
1.9E-01	1.1E-01	-2.6E-02	-2.0E-02	-8.0E-03	1.9E-01	3.5E-01	3.7E-01	3.5E-01	1.7E-01	2.9E-01	3.1E-01	6.0E-02	5.7E-02	2.4E-01	2.2E-01	6.2E-02
1.8E-01	6.8E-02	1.5E-01	3.4E-02	6.7E-02	7.1E-02	6.7E-02	1.3E-01	9.6E-02	6.6E-02	4.6E-02	9.7E-02	1.4E-01	1.9E-01	2.2E-01	3.3E-01	3.5E-01
9.2E-02	-2.6E+00	6.4E-02	1.3E-01	2.6E-02	2.3E+00	-3.9E-02	-1.9E-01	-7.8E-02	-8.4E-02	-3.1E-02	1.1E-01	2.1E-01	2.3E-01	6.2E-02	3.5E-01	3.2E-02

Matrice d'interaction $\left[{}^{z}In\right]$ entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte

$\left[\theta_i In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	3.2E-11	0.0E+00	0.0E+00	2.2E-09	6.5E-09	0.0E+00	0.0E+00	4.0E-08	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-07	5.0E-07	0.0E+00	-2.1E-07
q_2	0.0E+00	-4.8E-10	5.1E-10	0.0E+00	0.0E+00	4.0E-07	4.0E-07	5.0E-07	0.0E+00	-1.8E-08	5.3E-07	0.0E+00	0.0E+00	9.4E-07	7.0E-07	0.0E+00
q_3	0.0E+00	5.1E-10	0.0E+00	-7.0E-11	1.1E-08	-5.0E-07	-5.0E-07	4.4E-08	5.5E-08	0.0E+00	-5.0E-07	-1.8E-07	0.0E+00	-1.0E-06	-5.0E-07	-4.5E-07
Φ_P	2.2E-09	0.0E+00	-7.0E-11	-1.0E-07	-5.0E-06	2.6E-06	4.2E-06	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-07	-7.0E-06	1.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{M_3}	6.5E-09	0.0E+00	1.1E-08	-5.0E-06	6.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.5E-06	-7.7E-05	0.0E+00	5.0E-04	-7.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	-1.1E-03
η_{M_2}	0.0E+00	4.0E-07	-5.0E-07	2.6E-06	0.0E+00	1.9E-04	1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	8.4E-05	-1.3E-04	5.0E-04	0.0E+00	-6.3E-04	-4.4E-04	5.0E-04
ξ_{M_2}	0.0E+00	4.0E-07	-5.0E-07	4.2E-06	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	-1.8E-04	-3.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	7.2E-05	-1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.3E-04
η_{M_4}	4.0E-08	5.0E-07	4.4E-08	0.0E+00	-8.5E-06	0.0E+00	-1.8E-04	1.0E-03	0.0E+00	-9.6E-04	-1.7E-04	5.0E-04	-6.4E-04	1.0E-03	-1.5E-03	
ξ_{M_4}	-1.4E-07	0.0E+00	5.5E-08	0.0E+00	-7.7E-05	0.0E+00	-3.7E-05	0.0E+00	-7.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	6.8E-04	0.0E+00	5.0E-04	-5.0E-04	0.0E+00
η_{B_1}	0.0E+00	-1.8E-08	0.0E+00	-2.6E-07	0.0E+00	8.4E-05	0.0E+00	-9.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	-7.0E-06	5.0E-04	-7.0E-06	5.0E-04	-1.3E-04	0.0E+00	-1.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.5E-03	0.0E+00
η_{C_1}	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-07	1.5E-05	-7.4E-04	5.0E-04	7.2E-05	5.0E-04	6.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-7.4E-04	0.0E+00
ξ_{C_1}	-1.3E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_1}	5.0E-07	9.4E-07	-1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-6.3E-04	0.0E+00	-6.4E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	7.0E-07	-5.0E-07	0.0E+00	-5.0E-04	-4.4E-04	0.0E+00	1.0E-03	-5.0E-04	0.0E+00	3.5E-03	-7.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.3E-04
η_{B_2}	-2.1E-07	0.0E+00	-4.5E-07	0.0E+00	-1.1E-03	5.0E-04	-2.3E-04	-1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.3E-04	0.0E+00
ξ_{B_2}	0.0E+00	1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{C_2}	0.0E+00	5.3E-07	-5.0E-07	-1.2E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	6.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00
ξ_{C_2}	0.0E+00	-3.9E-08	-5.0E-07	-3.4E-07	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_2}	0.0E+00	0.0E+00	3.9E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-06	5.0E-04	4.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	-1.0E-03	1.5E-03	0.0E+00
ξ_{D_2}	5.1E-07	0.0E+00	4.9E-08	0.0E+00	8.5E-05	5.0E-04	0.0E+00	5.0E-04	3.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	-2.2E-07	0.0E+00	-3.5E-06	0.0E+00	2.0E-04	0.0E+00	6.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_3}	0.0E+00	-2.5E-07	5.0E-07	-8.4E-06	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	-4.9E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-8.1E-04	0.0E+00	7.7E-05
η_{C_3}	-5.8E-08	-5.0E-07	4.2E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-05	5.0E-04	-7.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.5E-04	1.0E-03	0.0E+00	-5.0E-04
ξ_{C_3}	3.2E-08	-5.0E-07	6.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	2.6E-04	0.0E+00	7.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	1.9E-07	-5.0E-07	-4.7E-06	0.0E+00	-7.6E-04	-1.0E-03	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-03	-1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_3}	0.0E+00	6.4E-08	0.0E+00	1.5E-05	-5.0E-04	4.0E-04	5.0E-04	6.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_4}	6.1E-07	0.0E+00	5.3E-08	-5.0E-06	5.7E-04	0.0E+00	-4.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_4}	3.4E-08	0.0E+00	1.2E-07	0.0E+00	-4.3E-05	0.0E+00	2.1E-04	1.5E-03	-8.2E-04	-2.0E-03	0.0E+00	1.0E-03	-2.8E-03	2.0E-03	5.1E-04	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{C_4}	1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	8.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_4}	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_4}	4.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-04	5.0E-04	-2.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.1E-07	0.0E+00	0.0E+00	-5.8E-08	3.2E-08	0.0E+00	0.0E+00	6.1E-07	3.4E-08	0.0E+00	1.0E-06	0.0E+00	4.0E-07
1.0E-06	5.3E-07	-3.9E-08	0.0E+00	0.0E+00	-2.2E-07	-2.5E-07	-5.0E-07	-5.0E-07	1.9E-07	6.4E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-5.0E-07	-5.0E-07	3.9E-07	4.9E-08	0.0E+00	5.0E-07	4.2E-07	6.7E-07	-5.0E-07	0.0E+00	5.3E-08	1.2E-07	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-07	0.0E+00
0.0E+00	-1.2E-05	-3.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-06	-8.4E-06	0.0E+00	0.0E+00	-4.7E-06	1.5E-05	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	8.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	5.7E-04	-4.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	2.0E-04	-1.3E-04	0.0E+00	5.0E-04	-7.6E-04	4.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-05	2.6E-04	-1.0E-03	5.0E-04	-4.0E-04	2.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04
0.0E+00	6.5E-04	-1.3E-03	5.0E-04	5.0E-04	6.8E-04	-4.9E-04	5.0E-04	0.0E+00	-1.2E-04	6.0E-04	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	8.7E-04	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	4.4E-05	3.9E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-7.1E-04	7.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-8.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.4E-04	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.8E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	-8.1E-04	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	7.7E-05	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-03	0.0E+00	2.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-9.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-03	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
1.1E-03	0.0E+00	-5.3E-04	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	-2.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
2.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-6.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	-9.0E-04	-5.0E-04	-2.2E-04	-5.0E-04	-6.1E-04	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

Matrice d'interaction $\left[{}^{\theta_i}In\right]$ entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte

$\left[\theta_i, In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	1.9E-10	0.0E+00	-5.0E-10	-4.7E-10	1.1E-08	-5.0E-07	-5.0E-07	5.5E-08	4.7E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-07
q_2	0.0E+00	-2.8E-10	2.7E-10	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-07	1.6E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-07	1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-06	-8.4E-07	0.0E+00
q_3	-5.0E-10	2.7E-10	0.0E+00	8.0E-10	1.0E-07	5.0E-07	0.0E+00	5.8E-08	-1.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.2E-07	0.0E+00	1.0E-06	1.0E-06	-2.7E-08
Φ_P	-4.7E-10	0.0E+00	8.0E-10	-1.0E-07	0.0E+00	-4.5E-06	4.6E-06	5.0E-06	0.0E+00	-1.4E-06	7.5E-06	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{M_1}	1.1E-08	0.0E+00	1.0E-07	0.0E+00	1.2E-03	-5.0E-04	0.0E+00	1.3E-04	2.7E-04	5.0E-04	5.0E-04	-4.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.7E-04
η_{M_2}	-5.0E-07	1.3E-07	5.0E-07	-4.5E-06	-5.0E-04	-3.2E-04	-1.6E-04	5.0E-04	0.0E+00	-2.6E-04	-2.0E-04	5.0E-04	-5.0E-04	5.8E-05	8.2E-04	5.0E-04
ξ_{M_2}	-5.0E-07	1.6E-07	0.0E+00	4.6E-06	0.0E+00	-1.6E-04	0.0E+00	-6.8E-04	3.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	-3.6E-04	-4.6E-04	1.0E-03	5.0E-04	6.4E-04
η_{M_4}	5.5E-08	0.0E+00	5.8E-08	-5.0E-06	1.3E-04	5.0E-04	-6.8E-04	2.0E-03	0.0E+00	-3.9E-04	-8.0E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-1.1E-04	6.1E-04	-5.0E-04
ξ_{M_4}	4.7E-08	0.0E+00	-1.7E-07	0.0E+00	2.7E-03	0.0E+00	3.5E-04	0.0E+00	-1.2E-03	0.0E+00	0.0E+00	8.9E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_1}	0.0E+00	-1.5E-07	0.0E+00	-1.4E-06	5.0E-04	-2.6E-04	-2.6E-04	-3.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	1.4E-07	0.0E+00	7.5E-06	5.0E-04	-2.0E-04	0.0E+00	-8.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	-5.0E-04	0.0E+00
η_{C_1}	0.0E+00	0.0E+00	-1.2E-07	-5.0E-06	-4.8E-04	5.0E-04	-3.6E-04	0.0E+00	8.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.4E-04	0.0E+00
ξ_{C_1}	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	-4.6E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_1}	0.0E+00	-1.0E-06	1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	5.8E-05	1.0E-03	-1.1E-04	5.0E-04	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	-8.4E-07	1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	8.2E-04	5.0E-04	6.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	3.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.2E-04
η_{B_2}	-2.0E-07	0.0E+00	-2.7E-08	0.0E+00	-3.7E-04	5.0E-04	6.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.2E-04	0.0E+00
ξ_{B_2}	0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{C_2}	-5.0E-07	1.5E-07	5.0E-07	-6.2E-06	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00
ξ_{C_2}	0.0E+00	7.6E-08	-5.0E-07	2.8E-06	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.6E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_2}	0.0E+00	0.0E+00	4.1E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	5.0E-04	-5.8E-04	0.0E+00
ξ_{D_2}	-1.3E-07	0.0E+00	-4.4E-07	0.0E+00	-5.7E-04	-5.0E-04	0.0E+00	5.0E-04	3.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_3}	5.0E-07	1.3E-07	0.0E+00	-2.0E-06	5.0E-04	2.0E-04	5.0E-04	5.5E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_3}	0.0E+00	-9.1E-08	0.0E+00	-6.6E-06	0.0E+00	-7.3E-04	0.0E+00	8.4E-05	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.7E-04	-4.8E-04
η_{C_3}	-2.6E-07	0.0E+00	1.4E-08	5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-04	5.0E-04	-6.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-04	-5.0E-04	-1.0E-03
ξ_{C_3}	3.0E-07	-1.0E-06	7.8E-07	5.0E-06	0.0E+00	5.0E-04	8.2E-04	0.0E+00	6.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	-1.2E-07	0.0E+00	3.1E-06	0.0E+00	3.1E-04	-5.0E-04	-9.5E-05	-1.0E-03	0.0E+00	-5.0E-04	-8.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_3}	-5.0E-07	2.3E-07	0.0E+00	-1.9E-06	-5.0E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-4.7E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_4}	-6.3E-08	0.0E+00	9.6E-07	-1.0E-05	4.4E-04	-5.0E-04	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_4}	2.1E-07	0.0E+00	-1.3E-07	5.0E-06	1.2E-04	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	6.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-7.6E-04	0.0E+00	7.5E-04	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{C_4}	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-6.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_4}	0.0E+00	0.0E+00	4.9E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.2E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_4}	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	-2.9E-04	-5.0E-04	2.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-07	5.0E-07	0.0E+00	-2.6E-07	3.0E-07	0.0E+00	-5.0E-07	-6.3E-08	2.1E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-07
-5.0E-07	1.5E-07	7.6E-08	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-07	-9.1E-08	0.0E+00	-1.0E-06	-1.2E-07	2.3E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	5.0E-07	-5.0E-07	4.1E-08	-4.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-08	7.8E-07	0.0E+00	0.0E+00	9.6E-07	-1.3E-07	0.0E+00	5.0E-07	4.9E-07	0.0E+00
0.0E+00	-6.2E-06	2.8E-06	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-06	-6.6E-06	5.0E-06	5.0E-06	3.1E-06	-1.9E-06	-1.0E-05	5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	5.0E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-5.7E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	4.4E-04	1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.9E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	2.0E-04	-7.3E-04	0.0E+00	5.0E-04	3.1E-04	-1.5E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	-2.6E-04	8.2E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-1.4E-04	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.7E-04
0.0E+00	1.5E-03	-1.6E-03	0.0E+00	5.0E-04	5.5E-04	8.4E-05	5.0E-04	0.0E+00	-9.5E-05	-4.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-6.4E-04	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	1.1E-03	3.1E-04	5.0E-04	-1.0E-03	-6.7E-04	6.3E-04	-1.0E-03	5.0E-04	0.0E+00	6.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.2E-03	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-8.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-7.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.7E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	-5.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	7.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.8E-04	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	8.4E-04	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	8.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	4.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	8.0E-06	0.0E+00	-8.6E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
8.4E-04	0.0E+00	-2.1E-04	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	-4.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	5.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-7.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	4.5E-05	5.0E-04	-4.9E-04	-5.0E-04	-7.9E-04	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

Matrice d'interaction $\left[\eta_{ij}\ \xi_{ij}\right]$ entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte

$\left[\theta_z In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	1.1E-10	0.0E+00	0.0E+00	4.9E-09	-8.0E-09	-5.0E-07	0.0E+00	4.0E-07	-9.2E-07	0.0E+00	0.0E+00	-6.5E-09	-8.8E-08	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-07
q_2	0.0E+00	-2.2E-11	1.1E-11	-1.0E-08	0.0E+00	-7.1E-08	-7.2E-08	-2.5E-06	-5.0E-07	-2.3E-07	8.5E-09	-5.0E-07	-5.0E-07	-5.2E-06	-5.1E-06	0.0E+00
q_3	0.0E+00	1.1E-11	0.0E+00	9.5E-09	-1.3E-08	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-07	3.1E-07	0.0E+00	-1.0E-06	2.5E-07	-7.6E-08	5.0E-06	5.5E-06	2.0E-06
Φ_P	4.9E-09	-1.0E-08	9.5E-09	2.0E-07	2.5E-05	1.3E-05	-6.2E-06	-5.0E-06	0.0E+00	-4.8E-07	-4.1E-05	1.5E-05	0.0E+00	-3.4E-07	-1.4E-07	0.0E+00
η_{M_3}	-8.0E-09	0.0E+00	-1.3E-08	2.5E-05	3.8E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-2.8E-05	1.5E-03	0.0E+00	-5.0E-04	-1.8E-05	1.2E-04	0.0E+00	5.0E-04	3.4E-03
η_{M_2}	-5.0E-07	-7.1E-08	0.0E+00	1.3E-05	-5.0E-04	-3.3E-04	-3.7E-04	1.0E-03	4.5E-03	-3.2E-03	-7.4E-04	1.0E-03	-2.5E-03	4.5E-04	3.9E-03	2.5E-03
ξ_{M_2}	0.0E+00	-7.2E-08	0.0E+00	-6.2E-06	0.0E+00	-3.7E-04	0.0E+00	-2.4E-03	-2.2E-03	-3.0E-03	0.0E+00	7.3E-04	-3.0E-03	3.5E-03	1.5E-03	1.2E-03
η_{M_4}	4.0E-07	-2.5E-06	1.1E-07	-5.0E-06	-2.8E-05	1.0E-03	-2.4E-03	-1.0E-03	-1.0E-03	-7.9E-04	-3.4E-03	-1.0E-03	0.0E+00	-8.6E-04	1.3E-03	-5.0E-04
ξ_{M_4}	-9.2E-07	-5.0E-07	3.1E-07	0.0E+00	1.5E-03	4.5E-03	-2.2E-03	-1.0E-03	4.3E-03	0.0E+00	-7.0E-03	3.7E-03	3.4E-05	1.0E-03	0.0E+00	-1.8E-05
η_{B_1}	0.0E+00	-2.3E-07	0.0E+00	-4.8E-07	-4.0E-06	-3.2E-03	-3.0E-03	-7.9E-04	0.0E+00	-9.4E-05	-9.2E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-05	-5.5E-05	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	8.5E-09	-1.0E-06	-4.1E-05	-5.0E-04	-7.4E-04	0.0E+00	-3.4E-03	-7.0E-03	-9.2E-05	0.0E+00	-3.0E-05	-6.3E-05	5.5E-03	2.0E-03	-2.6E-05
η_{C_1}	-6.5E-09	-5.0E-07	2.5E-07	1.5E-05	-1.8E-05	1.0E-03	7.3E-04	-1.0E-03	3.7E-03	0.0E+00	-3.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.9E-05	-1.5E-03	0.0E+00
ξ_{C_1}	-8.8E-08	-5.0E-07	-7.6E-08	0.0E+00	1.2E-04	-2.5E-03	-3.0E-03	0.0E+00	3.4E-05	0.0E+00	-6.3E-05	0.0E+00	-9.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	-3.7E-05
η_{D_1}	0.0E+00	-5.2E-06	5.0E-06	-3.4E-07	0.0E+00	4.5E-04	3.5E-03	-8.6E-04	1.0E-03	-1.8E-05	5.5E-03	-2.9E-05	0.0E+00	-5.9E-05	-5.4E-05	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	-5.1E-06	5.5E-06	-1.4E-07	5.0E-04	3.9E-03	1.5E-03	1.3E-03	0.0E+00	-5.5E-05	2.0E-03	-1.5E-03	0.0E+00	-5.4E-05	0.0E+00	1.3E-05
η_{B_2}	-2.6E-07	0.0E+00	2.0E-06	0.0E+00	-3.4E-03	2.5E-03	1.2E-03	-5.0E-04	-1.8E-05	0.0E+00	-2.6E-05	0.0E+00	-3.7E-05	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00
ξ_{B_2}	2.8E-08	-5.0E-06	-7.1E-08	0.0E+00	1.4E-04	0.0E+00	1.3E-04	0.0E+00	-1.5E-05	0.0E+00	-6.4E-05	0.0E+00	-4.1E-05	0.0E+00	-9.5E-05	0.0E+00
η_{C_2}	-5.0E-07	1.0E-08	-5.0E-07	-8.2E-06	-5.0E-04	4.0E-06	0.0E+00	4.9E-03	1.0E-03	-8.9E-05	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	-1.8E-05	6.0E-03	-1.1E-04
ξ_{C_2}	0.0E+00	-3.5E-09	0.0E+00	-3.0E-06	3.5E-03	1.0E-04	0.0E+00	-3.3E-03	0.0E+00	-5.1E-05	0.0E+00	-3.7E-05	0.0E+00	-1.6E-05	0.0E+00	-5.6E-05
η_{D_2}	-3.2E-08	0.0E+00	-1.1E-06	0.0E+00	1.0E-04	0.0E+00	-6.7E-03	2.0E-03	2.6E-03	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	-5.2E-05	-1.0E-03	1.3E-03	0.0E+00
ξ_{D_2}	4.7E-07	0.0E+00	1.5E-06	0.0E+00	1.4E-04	-1.5E-03	1.4E-04	5.0E-04	-1.6E-03	0.0E+00	-4.5E-05	0.0E+00	-2.9E-05	0.0E+00	-5.1E-05	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	-8.9E-08	0.0E+00	-3.7E-05	0.0E+00	2.5E-06	0.0E+00	1.4E-03	-1.5E-03	1.3E-05	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	-1.5E-05	0.0E+00	-1.5E-05
ξ_{B_3}	0.0E+00	-1.7E-07	5.0E-07	-4.6E-05	0.0E+00	-3.8E-04	0.0E+00	4.0E-04	-2.5E-03	-1.8E-05	0.0E+00	-3.5E-05	0.0E+00	-1.8E-03	0.0E+00	-3.3E-04
η_{C_3}	-1.1E-07	-5.0E-07	4.0E-07	2.0E-05	9.0E-06	0.0E+00	7.5E-06	0.0E+00	-1.9E-03	0.0E+00	1.9E-05	0.0E+00	-2.0E-04	-5.0E-04	1.3E-05	0.0E+00
ξ_{C_3}	1.4E-07	-5.0E-07	6.0E-07	4.0E-05	4.2E-05	5.0E-04	2.9E-04	2.0E-03	1.9E-03	0.0E+00	4.5E-06	0.0E+00	1.6E-05	0.0E+00	3.5E-05	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	2.6E-07	-5.0E-07	2.3E-05	0.0E+00	-6.9E-04	-1.0E-03	2.0E-04	-2.0E-03	3.8E-05	-1.5E-03	-4.0E-04	0.0E+00	8.4E-05	0.0E+00	4.6E-05
ξ_{D_3}	0.0E+00	-3.6E-07	5.0E-07	1.1E-05	0.0E+00	9.4E-04	1.0E-03	-1.4E-03	2.5E-03	-4.9E-05	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	-5.9E-05	0.0E+00	4.8E-05
η_{B_4}	1.2E-06	0.0E+00	3.6E-06	0.0E+00	-5.2E-04	0.0E+00	-1.7E-03	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00	-1.5E-05	0.0E+00	1.1E-05	0.0E+00
ξ_{B_4}	9.1E-08	0.0E+00	-2.0E-07	0.0E+00	3.4E-04	0.0E+00	-2.7E-04	1.0E-03	-6.4E-04	-5.0E-04	-1.9E-04	0.0E+00	-2.4E-03	2.5E-03	-4.5E-04	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	-7.5E-08	0.0E+00	1.7E-07	0.0E+00	-5.8E-05	0.0E+00	2.3E-05	0.0E+00	-2.3E-05	0.0E+00	2.2E-05	0.0E+00	-2.7E-05	0.0E+00	-5.1E-05
ξ_{C_4}	2.0E-06	-5.1E-08	3.0E-06	3.7E-07	0.0E+00	-2.6E-05	0.0E+00	-3.1E-04	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	3.3E-05	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	-1.2E-04
η_{D_4}	-6.4E-08	0.0E+00	-6.8E-07	0.0E+00	-5.9E-05	0.0E+00	-4.1E-05	0.0E+00	-2.6E-03	0.0E+00	6.4E-05	0.0E+00	-4.5E-05	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00
ξ_{D_4}	2.0E-06	-5.0E-07	-2.2E-08	0.0E+00	8.5E-04	-5.0E-03	1.9E-03	0.0E+00	-3.9E-05	0.0E+00	-5.7E-05	0.0E+00	1.6E-05	0.0E+00	2.3E-05	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
2.8E-08	-5.0E-07	0.0E+00	-3.2E-08	4.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-07	1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	1.2E-06	9.1E-08	0.0E+00	2.0E-06	-6.4E-08	2.0E-06
-5.0E-06	1.0E-08	-3.5E-09	0.0E+00	0.0E+00	-8.9E-08	-1.7E-07	-5.0E-07	-5.0E-07	2.6E-07	-3.6E-07	0.0E+00	0.0E+00	-7.5E-08	-5.1E-08	0.0E+00	-5.0E-07
-7.1E-08	-5.0E-07	0.0E+00	-1.1E-06	1.5E-06	0.0E+00	5.0E-07	4.0E-07	6.0E-07	-5.0E-07	5.0E-07	3.6E-06	-2.0E-07	0.0E+00	3.0E-06	-6.8E-07	-2.2E-08
0.0E+00	-8.2E-06	-3.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-3.7E-05	-4.6E-05	2.0E-05	4.0E-05	2.3E-05	1.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.7E-07	3.7E-07	0.0E+00	0.0E+00
1.4E-04	-5.0E-04	3.5E-03	1.0E-04	1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	9.0E-06	4.2E-05	0.0E+00	0.0E+00	-5.2E-04	3.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.9E-05	8.5E-04
0.0E+00	4.0E-06	1.0E-04	0.0E+00	-1.5E-03	2.5E-06	-3.8E-04	0.0E+00	5.0E-04	-6.9E-04	9.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.8E-05	-2.6E-05	0.0E+00	-5.0E-03
1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-6.7E-03	1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	7.5E-06	2.9E-04	-1.0E-03	1.0E-03	-1.7E-03	-2.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	-4.1E-05	1.9E-03
0.0E+00	4.9E-03	-3.3E-03	2.0E-03	5.0E-04	1.4E-03	4.0E-04	0.0E+00	2.0E-03	2.0E-04	-1.4E-03	0.0E+00	1.0E-03	2.3E-05	-3.1E-04	0.0E+00	0.0E+00
-1.5E-05	1.0E-03	0.0E+00	2.6E-03	-1.6E-03	-1.5E-03	-2.5E-03	-1.9E-03	1.9E-03	-2.0E-03	2.5E-03	-2.5E-06	-6.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-03	-3.9E-05
0.0E+00	-8.9E-05	-5.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-05	-1.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.8E-05	-4.9E-05	0.0E+00	-5.0E-04	-2.3E-05	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00
-6.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-05	-4.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.9E-05	4.5E-06	-1.5E-03	0.0E+00	-2.0E-04	-1.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	6.4E-05	-5.7E-05
0.0E+00	1.3E-05	-3.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-05	-3.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	-4.0E-04	-1.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.2E-05	3.3E-05	0.0E+00	0.0E+00
-4.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	-5.2E-05	-2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04	1.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-05	-2.4E-03	0.0E+00	0.0E+00	-4.5E-05	1.6E-05
0.0E+00	-1.8E-05	-1.6E-05	-1.0E-03	0.0E+00	-1.5E-05	-1.8E-03	-5.0E-04	0.0E+00	8.4E-05	-5.9E-05	0.0E+00	2.5E-03	-2.7E-05	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00
-9.5E-05	6.0E-03	0.0E+00	1.3E-03	-5.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-05	3.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-05	-4.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	2.3E-05
0.0E+00	-1.1E-04	-5.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-05	-3.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	4.6E-05	4.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-5.1E-05	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00
-8.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-3.6E-05	-2.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	6.2E-05	3.6E-03	0.0E+00	5.0E-04	-1.7E-05	-4.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-04	3.1E-05
0.0E+00	-8.0E-06	-2.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	-7.0E-06	2.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-03	-1.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-05	9.3E-05	0.0E+00	4.5E-03
0.0E+00	-2.4E-05	0.0E+00	-3.4E-05	-5.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-05	-7.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.6E-05	6.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-05	1.1E-04
-3.6E-05	0.0E+00	-3.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.9E-05	1.2E-05	0.0E+00	-5.0E-04	2.0E-05	-1.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	-9.1E-05	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00
-2.1E-05	0.0E+00	-5.5E-06	0.0E+00	-5.5E-05	0.0E+00	-5.0E-04	-1.1E-03	3.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-4.5E-05	-5.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04	1.5E-04
0.0E+00	-7.0E-06	0.0E+00	-2.9E-05	0.0E+00	1.7E-05	1.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-4.0E-05	-1.7E-05	0.0E+00	1.0E-03	-1.3E-05	8.9E-05	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	2.5E-05	0.0E+00	1.2E-05	-5.0E-04	1.7E-05	0.0E+00	-3.9E-04	1.2E-05	0.0E+00	0.0E+00	4.1E-05	-6.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.2E-04	-1.4E-04
6.2E-05	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	-3.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.1E-05	1.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.7E-05	2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00
3.6E-03	0.0E+00	-7.7E-05	-5.0E-04	3.0E-06	0.0E+00	1.2E-05	0.0E+00	-2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	-6.4E-05	3.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-04	6.0E-05
0.0E+00	-1.4E-03	0.0E+00	2.0E-05	0.0E+00	-4.0E-05	0.0E+00	2.1E-05	0.0E+00	1.6E-03	1.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-05	-1.2E-05	0.0E+00	0.0E+00
5.0E-04	-1.9E-05	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	-1.7E-05	0.0E+00	1.4E-05	0.0E+00	1.9E-05	0.0E+00	-4.0E-05	-8.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	9.6E-05	-1.4E-04
-1.7E-05	0.0E+00	-1.6E-05	0.0E+00	-4.5E-05	0.0E+00	4.1E-05	0.0E+00	-6.4E-05	0.0E+00	-4.0E-05	0.0E+00	1.5E-03	5.0E-05	-8.1E-05	0.0E+00	0.0E+00
-4.6E-05	0.0E+00	6.5E-06	0.0E+00	-5.8E-05	1.0E-03	-6.9E-04	0.0E+00	3.6E-04	0.0E+00	-8.6E-04	1.5E-03	1.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	-7.4E-05	4.0E-06
0.0E+00	-2.0E-05	0.0E+00	-9.1E-05	0.0E+00	-1.3E-05	0.0E+00	2.7E-05	0.0E+00	1.1E-05	0.0E+00	5.0E-05	0.0E+00	-6.3E-05	-3.4E-05	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	9.3E-05	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	8.9E-05	0.0E+00	2.9E-05	0.0E+00	-1.2E-05	0.0E+00	-8.1E-05	0.0E+00	-3.4E-05	0.0E+00	-2.1E-05	6.6E-05
-1.4E-04	0.0E+00	-2.6E-05	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	1.2E-04	0.0E+00	1.3E-04	0.0E+00	9.6E-05	0.0E+00	-7.4E-05	0.0E+00	-2.1E-05	0.0E+00	0.0E+00
3.1E-05	4.5E-03	1.1E-04	0.0E+00	1.5E-04	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	6.0E-05	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	4.0E-06	0.0E+00	6.6E-05	0.0E+00	-1.4E-05

Matrice d'interaction $\left[{}^{\theta_c}In\right]$ entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte

Fermeture précontrainte après prendre en compte le poids propre

	${}^{x}Se$	${}^{y}Se$	${}^{z}Se$	${}^{\theta_x}Se$	${}^{\theta_y}Se$	${}^{\theta_z}Se$
q_1	1.11E-06	-4.66E-07	3.73E-07	2.00E-09	0	-6.00E-09
q_2	-1.71E-06	-5.25E-07	-1.62E-06	-1.18E-09	0	-3.48E-09
q_3	-3.33E-06	-4.92E-07	-1.58E-06	0	0	-4.00E-09
Φ_P	-5.16E-06	1.83E-05	1.75E-05	-1.20E-10	0	2.93E-07
η_{M_3}	1.20E-03	1.89E-03	2.01E-03	2.00E-06	0	0
η_{M_3}	1.03E-03	1.66E-03	1.68E-03	2.14E-06	0	2.33E-06
ξ_{M_2}	1.55E-03	1.69E-03	1.04E-03	2.00E-06	0	1.00E-06
η_{M_4}	-4.50E-04	1.83E-03	1.01E-03	-1.18E-06	0	3.85E-05
ξ_{M_4}	6.07E-04	1.86E-03	1.27E-03	2.00E-06	0	3.40E-05
η_{B_1}	-4.39E-06	1.65E-03	1.46E-03	-6.36E-07	0	8.31E-05
ξ_{B_1}	1.64E-03	1.83E-03	2.08E-03	3.00E-06	0	2.00E-06
η_{C_1}	1.77E-04	1.82E-03	1.39E-03	2.99E-06	0	2.35E-06
ξ_{C_1}	-1.47E-04	1.71E-03	1.51E-03	3.00E-06	0	8.20E-05
η_{D_1}	-9.63E-05	1.66E-03	2.25E-03	-9.83E-07	0	6.66E-05
ξ_{D_1}	2.81E-04	1.66E-03	1.79E-03	3.00E-06	0	6.50E-05
η_{B_2}	-3.06E-04	1.73E-03	9.09E-04	8.61E-06	0	6.82E-05
ξ_{B_2}	-9.55E-04	1.83E-03	1.83E-03	2.00E-06	0	8.10E-05
η_{C_2}	1.59E-03	1.80E-03	9.81E-04	2.15E-06	0	1.50E-06
ξ_{C_2}	2.99E-04	1.64E-03	1.77E-03	3.00E-06	0	8.30E-05
η_{D_2}	-6.75E-04	1.82E-03	1.45E-03	2.44E-06	0	8.25E-05
ξ_{D_2}	1.39E-04	1.67E-03	1.82E-03	3.00E-06	0	8.30E-05
η_{B_3}	-4.34E-04	1.83E-03	7.56E-04	2.33E-06	0	-1.07E-05
ξ_{B_3}	-4.31E-04	1.83E-03	8.24E-04	3.00E-06	0	1.00E-06
η_{C_3}	1.42E-03	1.88E-03	1.19E-03	4.37E-06	0	-4.02E-06
ξ_{C_3}	2.54E-03	1.87E-03	1.13E-03	2.00E-06	0	0
η_{D_3}	9.08E-04	1.82E-03	1.23E-03	4.23E-06	0	-6.40E-08
ξ_{D_3}	-8.70E-05	1.92E-03	1.72E-03	2.00E-06	0	2.00E-06
η_{B_4}	3.90E-04	1.75E-03	1.85E-03	2.28E-06	0	6.90E-05
ξ_{B_4}	3.56E-04	1.79E-03	1.87E-03	3.00E-06	0	8.10E-05
η_{C_4}	-5.44E-04	1.58E-03	1.53E-03	-7.76E-06	0	6.97E-05
ξ_{C_4}	-4.13E-04	1.61E-03	9.92E-04	-8.00E-06	0	5.50E-05
η_{D_4}	-1.11E-03	1.60E-03	1.26E-03	-5.59E-06	0	7.42E-05
ξ_{D_4}	-5.20E-04	1.77E-03	9.95E-04	-4.00E-06	0	7.90E-05

Vecteurs de Sensibilités des erreurs de pose de la plate-forme mobile aux différents paramètres lors de la fermeture précontrainte en prenant compte du poids propre

$[^{v}In]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{R_1}	ξ_{R_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	2.3E-07	-6.4E-07	-4.9E-07	1.1E-06	-2.3E-04	-7.3E-04	-1.3E-03	-1.6E-05	-5.2E-05	-1.5E-06	-1.9E-03	1.7E-04	-7.8E-04	2.3E-03	-3.0E-06	3.1E-04
q_2	-6.4E-07	-1.1E-06	1.6E-06	1.8E-06	-9.7E-03	5.0E-04	6.7E-04	-1.2E-03	-1.1E-03	-1.0E-03	2.8E-03	-3.0E-03	-2.1E-03	-6.5E-03	-4.4E-03	5.3E-05
q_3	-4.9E-07	1.6E-06	-3.1E-06	-7.5E-07	1.4E-03	-2.0E-03	-7.9E-04	3.6E-03	1.1E-03	1.4E-04	-6.5E-03	2.6E-03	-9.8E-05	6.7E-03	6.9E-03	-1.8E-03
Φ_P	1.1E-06	1.8E-06	-7.5E-07	2.8E-05	2.3E-03	-5.6E-03	-3.3E-03	-8.1E-03	-8.8E-05	-2.6E-04	6.9E-03	-7.6E-03	6.4E-04	2.6E-04	2.2E-04	-7.6E-03
η_{M_3}	-2.3E-04	-9.7E-03	1.4E-03	2.3E-03	-4.8E+00	-1.9E+00	-2.4E+00	5.9E-01	8.2E-01	-8.0E+00	-4.1E+00	-2.4E+00	-8.2E+00	2.1E-01	2.4E+00	2.0E+00
η_{M_2}	-7.3E-04	5.0E-04	-2.0E-03	-5.6E-03	-1.9E+00	1.7E+00	2.0E+00	-2.8E+00	-5.1E+00	2.7E+00	-1.0E+00	6.3E+00	2.1E+00	4.4E+00	5.1E+00	-3.2E+00
ξ_{M_2}	-1.3E-03	6.7E-04	-7.9E-04	-3.3E-03	-2.4E+00	2.0E+00	4.8E+00	6.5E+00	7.0E+00	2.3E+00	-2.3E-01	8.2E+00	2.7E+00	4.3E+00	4.5E+00	-9.5E+00
η_{M_4}	-1.6E-05	-1.2E-03	3.6E-03	-8.1E-03	5.9E-01	-2.8E+00	6.5E+00	-4.0E+01	-1.5E+01	-1.8E+00	1.3E+01	8.7E-01	8.1E-01	2.7E+00	-1.9E+00	-1.9E+01
ξ_{M_4}	-5.2E-05	-1.1E-03	1.1E-03	-8.8E-03	8.2E-01	-5.1E+00	7.0E+00	-1.5E+01	4.3E+01	-8.6E-02	1.4E+01	3.1E+00	-6.9E-02	-1.0E+00	2.5E+00	-1.9E-01
η_{R_1}	-1.5E-06	-1.0E-03	1.1E-03	-2.6E-04	-8.0E+00	2.7E+00	2.3E+00	-1.8E+00	-8.6E-02	1.0E+00	1.5E-01	1.4E-01	4.3E-01	4.2E-01	3.9E-01	4.4E-01
ξ_{R_1}	-1.9E-03	2.8E-03	-6.5E-03	6.9E-03	-4.1E+00	-1.0E+00	-2.3E-01	1.3E+01	1.4E+01	1.5E-01	-5.1E-01	-3.2E-01	9.3E-02	1.4E-01	2.2E-01	-6.4E-02
η_{C_1}	1.7E-04	-3.0E-03	2.6E-03	-7.6E-03	-2.4E+00	6.3E+00	8.2E+00	8.7E-01	3.1E+00	1.4E-01	-3.2E-01	-3.4E-01	-2.6E-02	1.5E-01	6.3E-01	2.1E-02
ξ_{C_1}	-7.8E-04	-2.1E-03	-9.8E-05	6.4E-04	-8.2E+00	2.1E+00	2.7E+00	8.1E-01	-6.9E-02	4.3E-01	9.3E-02	-2.6E-02	8.5E-01	4.4E-01	3.8E-01	4.4E-01
η_{D_1}	2.3E-03	-6.5E-03	6.7E-03	2.6E-04	2.1E-01	4.4E+00	4.3E+00	2.7E+00	-1.0E+00	4.2E-01	1.4E-01	1.5E-01	4.4E-01	8.1E-01	3.6E-01	4.6E-01
ξ_{D_1}	-3.0E-06	-4.4E-03	6.9E-03	2.2E-04	2.4E+00	5.1E+00	4.5E+00	6.5E+00	2.5E+00	3.9E-01	2.2E-01	6.3E-01	3.8E-01	3.6E-01	7.1E-01	1.5E-01
η_{B_2}	3.1E-04	5.3E-05	-1.8E-03	-7.6E-03	2.0E+00	-3.2E+00	-9.5E+00	-1.9E+01	-1.9E-01	4.4E-01	-6.4E-02	2.1E-02	4.4E-01	4.6E-01	1.5E-01	9.4E-01
ξ_{B_2}	2.9E-05	2.1E-04	3.5E-03	1.3E-04	4.4E-02	3.0E-03	3.7E-02	-1.8E-01	4.0E-02	5.9E-01	-8.0E-02	-5.3E+00	5.7E-01	5.5E-01	5.9E-01	6.0E-01
η_{C_2}	-1.2E-03	2.5E-03	-6.4E-03	2.6E-03	-2.8E+00	-2.7E-01	-2.7E-01	-5.9E+00	-1.0E+01	1.1E-01	-2.6E-01	-2.3E-01	7.1E-02	6.9E-01	1.1E+00	2.4E-01
ξ_{C_2}	-1.2E-05	2.0E-04	1.9E-03	-5.7E-03	3.6E-02	2.5E-01	2.1E-02	-6.5E+00	-1.8E-01	5.4E-01	3.7E-01	4.6E-01	5.5E-01	5.0E-01	4.9E-01	5.0E-01
η_{D_2}	6.6E-06	1.0E-04	-6.5E-05	2.5E-04	2.8E-02	1.9E-01	-5.1E+00	1.4E+01	1.2E+01	4.8E-01	3.0E-01	3.4E-01	5.2E-01	-1.4E+00	-2.6E+00	5.0E-01
ξ_{D_2}	-6.5E-04	1.9E-04	9.5E-04	2.7E-04	4.9E-01	-8.3E-02	-9.2E-02	2.1E+00	2.4E+01	4.6E-01	2.2E-01	2.8E-01	5.1E-01	4.6E-01	4.5E-01	4.4E-01
η_{B_3}	2.9E-04	-2.1E-03	1.1E-04	7.3E-03	3.7E-01	-9.4E+00	-8.9E+00	3.0E+00	3.1E+00	9.3E-02	-4.1E-01	-2.4E-01	1.5E-02	1.1E-01	-2.2E-02	4.5E-02
ξ_{B_3}	1.3E-04	-2.2E-03	3.5E-03	4.7E-03	-1.3E-01	1.1E+01	1.0E+01	-2.9E+00	-3.2E+00	-3.2E-01	-2.6E-01	-4.1E-01	-2.9E-01	-2.6E-01	-7.5E-01	2.2E+00
η_{C_3}	-4.6E-04	3.0E-03	6.9E-03	7.1E-03	-9.7E-02	-1.1E-01	1.5E+00	3.2E+00	9.3E-01	3.9E-01	-4.5E-01	-4.0E-01	-6.5E-01	-3.1E-01	3.4E-01	-4.6E+00
ξ_{C_3}	-2.9E-04	1.3E-02	-3.8E-03	5.5E-03	-9.0E-02	2.4E+00	7.2E-01	-1.7E+00	-1.0E+00	3.3E-01	-2.4E-01	-4.5E-01	2.3E-01	-4.7E+00	4.8E-01	5.3E-01
η_{D_3}	1.7E-04	-9.1E-04	-1.1E-03	7.5E-03	-2.7E-01	-7.0E+00	-6.1E+00	-4.4E-01	9.2E-01	4.6E-01	-1.3E+01	-5.2E-01	-3.1E-01	5.1E-01	4.7E-01	4.4E-01
ξ_{D_3}	7.3E-04	-4.8E-03	-6.1E-03	-1.0E-02	-5.4E-01	-5.2E+00	-4.1E+00	-5.1E+00	-3.1E+00	1.5E-01	-3.2E-02	-3.0E-01	1.4E-01	3.8E-02	5.5E-02	7.8E-02
η_{B_4}	3.7E-03	-1.7E-03	1.0E-04	2.4E-04	6.5E+00	2.8E+00	2.6E+00	-7.2E-02	-7.3E-02	3.8E-01	3.2E-02	-5.0E-02	3.7E-01	3.2E-01	3.5E-01	3.7E-01
ξ_{B_4}	-2.1E-05	-6.6E-04	7.3E-04	1.9E-05	-4.7E-01	1.2E+00	1.6E+00	7.5E-01	1.0E+00	5.9E-01	-1.8E-02	3.1E+00	2.7E+00	-1.1E+00	-8.2E-01	5.8E-01
η_{C_4}	4.0E-04	6.3E-05	7.3E-05	-1.1E-04	-2.2E-01	-3.5E-01	-3.3E-01	5.7E-02	1.2E-01	9.7E-02	1.3E-01	2.0E-01	5.3E-01	5.9E-01	5.6E-01	6.0E-01
ξ_{C_4}	3.7E-03	2.8E-05	-3.0E-03	-1.0E-04	-2.1E-01	-6.1E+00	-3.2E-01	1.6E+01	9.7E-02	8.5E-02	1.1E-01	1.2E-01	5.1E-02	1.6E-01	5.6E-01	-3.5E-02
η_{D_4}	4.0E-05	5.8E-03	-2.1E-03	-1.2E-04	-6.6E+00	-4.2E-02	4.9E-02	1.4E-01	-2.2E+01	6.2E-01	2.4E-01	1.2E-01	5.5E-01	4.9E-01	5.9E-01	7.0E-01
ξ_{D_4}	-4.5E-05	3.7E-03	2.6E-04	2.4E-05	-4.0E+00	1.3E+00	-1.1E-01	1.8E-01	1.6E-01	4.6E-01	1.9E-01	2.6E-01	5.0E-01	3.9E-01	6.8E-01	5.1E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
2.9E-05	-1.2E-03	-1.2E-05	6.6E-06	-6.5E-04	2.9E-04	1.3E-04	-4.6E-04	-2.9E-04	1.7E-04	7.3E-04	3.7E-03	-2.1E-05	4.0E-04	3.7E-03	4.0E-05	-4.5E-05
2.1E-04	2.5E-03	2.0E-04	1.0E-04	1.9E-04	-2.1E-03	-2.2E-03	3.0E-03	1.3E-02	-9.1E-04	-4.8E-03	-1.7E-03	-6.6E-04	6.3E-05	2.8E-05	5.8E-03	3.7E-03
3.5E-03	-6.4E-03	1.9E-03	-6.5E-05	9.5E-04	1.1E-04	3.5E-03	6.9E-03	-3.8E-03	-1.1E-03	-6.1E-03	1.0E-04	7.3E-04	7.3E-05	-3.0E-03	-2.1E-03	2.6E-04
1.3E-04	2.6E-03	-5.7E-03	2.5E-04	2.7E-04	7.3E-03	4.7E-03	7.1E-03	5.5E-03	7.5E-03	-1.0E-02	2.4E-04	1.9E-05	-1.1E-04	-1.0E-04	-1.2E-04	2.4E-05
4.4E-02	-2.8E+00	3.6E-02	2.8E-02	4.9E-01	3.7E-01	-1.3E-01	-9.7E-02	-9.0E-02	-2.7E-01	-5.4E-01	6.5E+00	-4.7E-01	-2.2E-01	-2.1E-01	-6.6E+00	-4.0E+00
3.0E-03	-2.7E-01	2.5E-01	1.9E-01	-8.3E-02	-9.4E+00	1.1E+01	-1.1E-01	2.4E+00	-7.0E+00	-5.2E+00	2.8E+00	1.2E+00	-3.5E-01	-6.1E+00	-4.2E-02	1.3E+00
3.7E-02	-2.7E-01	2.1E-02	-5.1E+00	-9.2E-02	-8.9E+00	1.0E+01	1.5E+00	7.2E-01	-6.1E+00	-4.1E+00	2.6E+00	1.6E+00	-3.3E-01	-3.2E-01	4.9E-02	-1.1E-01
-1.8E-01	-5.9E+00	-6.5E+00	1.4E+01	2.1E+00	3.0E+00	-2.9E+00	3.2E+00	-1.7E+00	-4.4E-01	-5.1E+00	-7.2E-02	7.5E-01	5.7E-02	1.6E+01	1.4E-01	1.8E-01
4.0E-02	-1.0E+01	-1.8E-01	1.2E+01	2.4E+01	3.1E+00	-3.2E+00	9.3E-01	-1.0E+00	9.2E-01	-3.1E+00	-7.3E-02	1.0E+00	1.2E-01	9.7E-02	-2.2E+01	1.6E-01
5.9E-01	1.1E-01	5.4E-01	4.8E-01	4.6E-01	9.3E-02	-3.2E-01	3.9E-01	3.3E-01	4.6E-01	1.5E-01	3.8E-01	5.9E-01	9.7E-02	8.5E-02	6.2E-01	4.6E-01
-8.0E-02	-2.6E-01	3.7E-01	3.0E-01	2.2E-01	-4.1E-01	-2.6E-01	-4.5E-01	-2.4E-01	-1.3E+01	-3.2E-02	3.2E-02	-1.8E-02	1.3E-01	1.1E-01	2.4E-01	1.9E-01
-5.3E+00	-2.3E-01	4.6E-01	3.4E-01	2.8E-01	-2.4E-01	-4.1E-01	-4.0E-01	-4.5E-01	-5.2E-01	-3.0E-01	-5.0E-02	3.1E+00	2.0E-01	1.2E-01	1.2E-01	2.6E-01
5.7E-01	7.1E-02	5.5E-01	5.2E-01	5.1E-01	1.5E-02	-2.9E-01	-6.5E-01	2.3E-01	-3.1E-01	1.4E-01	3.7E-01	2.7E+00	5.3E-01	5.1E-02	5.5E-01	5.0E-01
5.5E-01	6.9E-01	5.0E-01	-1.4E+00	4.6E-01	1.1E-01	-2.6E-01	-3.1E-01	-4.7E+00	5.1E-01	3.8E-02	3.2E-01	-1.1E+00	5.9E-01	1.6E-01	4.9E-01	3.9E-01
5.9E-01	1.1E+00	4.9E-01	-2.6E+00	4.5E-01	-2.2E-02	-7.5E-01	3.4E-01	4.8E-01	4.7E-01	5.5E-02	3.5E-01	-8.2E-01	5.6E-01	5.6E-01	5.9E-01	6.8E-01
6.0E-01	2.4E-01	5.0E-01	5.0E-01	4.4E-01	4.5E-02	2.2E+00	-4.6E+00	5.3E-01	4.4E-01	7.8E-02	3.7E-01	5.8E-01	6.0E-01	-3.5E-02	7.0E-01	5.1E-01
5.7E-01	-1.3E-02	5.6E-01	5.4E-01	5.5E-01	-3.6E-02	-6.9E-02	2.3E-01	3.7E-01	3.6E-01	-4.1E+00	2.2E-01	2.0E-01	6.6E-01	6.1E-01	2.7E-01	6.4E-01
-1.3E-02	-4.8E-01	1.2E-01	2.7E-01	1.8E-01	-2.3E-01	-1.7E-01	-9.5E-01	-4.6E-01	-1.5E+01	-1.8E-01	2.9E-02	-1.1E-01	1.7E-01	1.4E-01	8.5E-02	1.3E+01
5.6E-01	1.2E-01	9.9E-01	4.6E-01	4.5E-01	-2.0E-02	2.6E-01	4.8E-01	-4.4E+00	4.1E+00	7.7E-02	3.6E-01	6.0E-01	6.2E-01	1.3E+00	4.8E-01	4.6E-01
5.4E-01	2.7E-01	4.6E-01	9.4E-01	4.8E-01	-1.2E-02	2.8E-01	6.0E-01	-9.2E-01	4.4E-01	6.1E-02	2.9E-01	5.3E-01	3.2E-02	3.0E-02	6.7E-01	4.3E-01
5.5E-01	1.8E-01	4.5E-01	4.8E-01	8.9E-01	2.5E-01	6.8E-01	-1.4E+00	4.5E-01	4.6E-01	1.5E-02	2.7E-01	5.9E-01	3.0E-01	1.1E-01	6.7E-01	5.5E-01
-3.6E-02	-2.3E-01	-2.0E-02	-1.2E-02	2.5E-01	-4.4E-01	-2.3E-01	-3.2E-01	-4.6E-01	-2.8E-01	-3.2E-01	2.0E-02	2.0E-01	1.5E-01	7.0E-02	1.0E-01	-1.7E-01
-6.9E-02	-1.7E-01	2.6E-01	2.8E-01	6.8E-01	-2.3E-01	-7.1E-01	-5.9E-01	-4.7E-01	-3.3E-01	-2.5E-01	-7.8E-03	-2.6E+00	1.5E-01	-4.0E-01	5.9E-02	1.7E-01
2.3E-01	-9.5E-01	4.8E-01	6.0E-01	-1.4E+00	-3.2E-01	-5.9E-01	-4.9E-01	1.0E+01	-2.4E-01	-2.6E-01	2.2E-01	-2.4E+00	-4.2E-02	-3.3E-01	1.9E-01	1.1E-01
3.7E-01	-4.6E-01	-4.4E+00	-9.2E-01	4.5E-01	-4.6E-01	-4.7E-01	1.0E+01	-8.0E-01	-4.9E-01	3.8E+00	2.8E-01	-7.9E-01	-5.2E-02	-3.2E-01	4.0E-02	1.2E-01
3.6E-01	-1.5E+01	4.1E+00	4.4E-01	4.6E-01	-2.8E-01	-3.3E-01	-2.4E-01	-4.9E-01	-1.4E+01	-2.6E-01	3.4E-01	-2.3E+00	-6.9E-02	-3.3E-01	-2.2E-01	1.6E-01
-4.1E+00	-1.8E-01	7.7E-02	6.1E-02	1.5E-02	-3.2E-01	-2.5E-01	-2.6E-01	3.8E+00	-2.6E-01	-3.4E-01	2.1E-03	7.0E-01	1.4E-01	-2.4E-01	1.1E-01	3.7E-01
2.2E-01	2.9E-02	3.6E-01	2.9E-01	2.7E-01	2.0E-02	-7.8E-03	2.2E-01	2.8E-01	3.4E-01	2.1E-03	3.4E-01	-4.0E+00	5.9E-01	6.7E-01	5.5E-01	5.6E-01
2.0E-01	-1.1E-01	6.0E-01	5.3E-01	5.9E-01	2.0E-01	-2.6E+00	-2.4E+00	-7.9E-01	-2.3E+00	7.0E-01	-4.0E+00	8.7E-01	5.0E-01	6.9E-01	6.1E-01	4.1E-01
6.6E-01	1.7E-01	6.2E-01	3.2E-02	3.0E-01	1.5E-01	1.5E-01	-4.2E-02	-5.2E-02	-6.9E-02	1.4E-01	5.9E-01	5.0E-01	1.1E+00	4.2E-01	-3.5E-03	5.5E-01
6.1E-01	1.4E-01	1.3E+00	3.0E-02	1.1E-01	7.0E-02	-4.0E-01	-3.3E-01	-3.2E-01	-3.3E-01	-2.4E-01	6.7E-01	6.9E-01	4.2E-01	8.5E-01	-4.8E-02	5.5E-01
2.7E-01	8.5E-02	4.8E-01	6.7E-01	6.7E-01	1.0E-01	5.9E-02	1.9E-01	4.0E-02	-2.2E-01	1.1E-01	5.5E-01	6.1E-01	-3.5E-03	-4.8E-02	3.2E-01	1.2E+00
6.4E-01	1.3E+01	4.6E-01	4.3E-01	5.5E-01	-1.7E-01	1.7E-01	1.1E-01	1.2E-01	1.6E-01	3.7E-01	5.6E-01	4.1E-01	5.5E-01	5.5E-01	1.2E+00	1.3E+00

Matrice d'interaction $\left[{}^{x}In\right]$ *entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte après prendre compte du poids propre*

$\left[{}^{\gamma}In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_2}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_2}
q_1	-9.4E-07	-9.9E-08	5.3E-07	-2.2E-06	5.8E-04	7.6E-03	4.3E-04	-3.6E-04	-1.7E-04	1.2E-03	3.1E-04	1.3E-05	4.4E-04	-5.3E-04	1.2E-03	3.8E-03
q_2	-9.9E-08	1.5E-06	-1.3E-06	-4.3E-05	5.8E-04	-9.9E-04	-9.6E-04	2.3E-03	3.2E-03	7.5E-04	5.3E-04	-3.5E-03	1.0E-03	1.6E-02	1.6E-02	1.2E-03
q_3	5.3E-07	-1.3E-06	-4.0E-07	-1.3E-06	-1.3E-03	-3.6E-03	-4.2E-03	-8.4E-03	-3.4E-03	-1.4E-04	-8.3E-04	2.5E-03	7.6E-04	-1.5E-02	-1.8E-02	2.0E-03
Φ_P	-2.2E-06	-4.3E-05	-1.3E-06	6.1E-05	-2.5E-02	5.9E-02	9.1E-03	5.4E-04	-3.0E-03	5.9E-03	-7.5E-02	1.2E-01	-4.1E-03	-3.7E-03	-3.0E-03	-2.7E-03
η_{M_3}	5.8E-04	5.8E-04	-1.3E-03	-2.5E-02	-4.3E-01	-8.4E-01	-6.9E-01	-2.3E+00	-3.8E+00	1.7E+01	1.4E-01	-6.3E+00	1.7E+01	-1.3E+00	3.9E-01	8.3E-01
η_{M_2}	7.6E-03	-9.9E-04	-3.6E-03	5.9E-02	-8.4E-01	-9.1E+00	-1.2E+00	4.3E+00	5.0E+00	-1.1E+00	-7.6E+00	3.5E+00	-1.3E+00	-3.2E+00	-9.4E+00	9.9E+00
ξ_{M_2}	4.3E-04	-9.6E-04	-4.2E-03	9.1E-03	-6.9E-01	-1.2E+00	7.9E+00	-7.9E+00	-1.1E+01	-1.4E+00	3.0E-03	5.8E+00	-1.2E+00	-5.8E+00	-6.1E+00	4.0E+00
η_{M_4}	-3.6E-04	2.3E-03	-8.4E-03	5.4E-04	-2.3E+00	4.3E+00	-7.9E+00	-4.7E+00	5.9E-01	1.4E+00	-1.5E+01	3.9E+00	-2.1E+00	-1.4E+00	2.0E+00	4.0E+00
ξ_{M_4}	-1.7E-04	3.2E-03	-3.4E-03	-3.0E-03	-3.8E+00	5.0E+00	-1.1E+01	5.9E-01	5.6E+00	-3.3E-01	-2.2E+01	-4.0E+00	-3.4E-01	3.3E+00	-2.6E+00	-3.3E-01
η_{B_1}	1.2E-03	7.5E-04	-1.4E-04	5.9E-03	1.7E+01	-1.1E+00	-1.4E+00	1.4E+00	-3.3E-01	-5.8E-01	4.6E-02	1.2E-01	-2.1E-01	1.5E-01	1.7E-01	1.5E-01
ξ_{B_1}	3.1E-04	5.3E-04	-8.3E-04	-7.5E-02	-7.6E+00	3.0E-03	-1.5E+01	-2.2E+01	4.6E-02	-7.4E-01	-3.0E-01	1.1E-02	1.0E-01	-2.0E-02	-2.0E-02	-9.2E-02
η_{C_1}	1.3E-05	-3.5E-03	2.5E-03	1.2E-01	-6.3E+00	3.5E+00	5.8E+00	3.9E+00	-4.0E+00	1.2E-01	-3.0E-01	-5.9E-01	8.6E-02	1.0E-01	-4.8E-01	-1.6E-01
ξ_{C_1}	4.4E-04	1.0E-03	7.6E-04	-4.1E-03	1.7E+01	-1.3E+00	-1.2E+00	-2.1E+00	-3.4E-01	-2.1E-01	1.1E-02	8.6E-02	-4.2E-01	1.7E-01	2.1E-01	1.7E-01
η_{D_3}	-5.3E-04	1.6E-02	-1.5E-02	-3.7E-03	-3.2E+00	4.3E+00	-5.8E+00	-1.4E+00	3.3E+00	1.5E-01	1.0E-01	1.0E-01	1.7E-01	-3.7E-01	1.6E-01	1.4E-01
ξ_{D_3}	1.2E-03	1.6E-02	-1.8E-02	-3.0E-03	3.9E-01	-9.4E+00	-6.1E+00	2.0E+00	-2.6E+00	1.7E-01	-2.0E-02	-4.8E-01	2.1E-01	1.6E-01	3.5E-01	-1.6E-01
η_{B_2}	3.8E-03	1.2E-03	2.0E-03	-2.7E-03	8.3E-01	9.9E+00	4.0E+00	4.0E+00	-3.3E-01	1.5E-01	-9.2E-02	-1.6E-01	1.7E-01	1.4E-01	-1.6E-01	2.6E-01
ξ_{B_2}	9.2E-04	8.7E-04	-1.4E-02	-1.1E-04	-7.5E-01	-7.8E-01	-7.7E-01	-3.2E-01	-7.4E-01	-2.4E-01	2.5E-04	8.9E+00	-3.2E-01	-3.2E-01	-3.0E-01	-3.0E-01
η_{C_2}	3.3E-03	4.5E-04	3.6E-03	2.5E-02	7.0E-03	1.3E-02	2.1E-02	8.2E+00	9.7E+00	-1.1E-01	-3.5E-01	-3.5E-01	-1.5E-01	5.1E+00	-6.9E+00	-1.5E-01
ξ_{C_2}	1.2E-03	2.1E-05	-5.7E-03	-1.2E-02	-1.3E+00	-1.0E+00	-1.1E+00	-2.9E+00	-3.1E-01	-2.6E-01	-1.8E-01	-1.4E-01	-2.2E-01	-2.3E-01	-2.1E-01	-2.0E-01
η_{D_2}	1.2E-03	3.0E-06	-5.0E-03	-3.7E-03	-1.4E+00	-1.1E+00	-5.6E+00	-1.4E+00	3.4E+00	-1.8E-01	-2.0E-01	-1.4E-01	-2.0E-01	3.9E-01	-5.5E-02	2.2E-01
ξ_{D_2}	1.0E-03	1.2E-03	-4.4E-03	-3.8E-03	-1.3E-02	-1.2E+00	-1.2E+00	7.1E-01	-6.1E+00	-2.2E-01	1.0E-01	1.4E-01	-2.3E-01	-2.5E-01	-3.1E-01	-2.6E-01
η_{B_1}	4.9E-04	5.1E-04	1.4E-04	-4.7E-02	6.4E-02	-1.4E+00	-2.1E+00	-2.8E-01	-4.1E+00	1.2E-01	-2.9E-01	-3.1E-01	1.4E-01	1.2E-01	1.3E-01	1.3E-01
ξ_{B_1}	7.0E-06	5.6E-04	5.6E-04	-1.3E-02	5.0E-03	2.1E+00	1.3E+00	4.9E-01	4.0E+00	7.1E-02	-3.2E-01	-3.3E-01	5.2E-02	6.5E-02	5.2E-01	7.5E-01
η_{C_3}	-3.0E-05	1.1E-03	-1.0E-03	-1.6E-01	1.3E-03	5.0E-03	-2.7E-01	-2.0E-01	-2.0E-01	-4.0E-03	-3.8E-01	-4.4E-01	-1.0E-01	-1.1E-01	-8.1E-03	-1.5E+00
ξ_{C_3}	-5.7E-04	-4.5E-03	5.7E-03	-1.6E-01	5.3E-03	4.6E+00	4.8E+00	9.8E-01	2.2E-01	-2.6E-01	6.3E-02	3.0E-03	-3.1E-01	-8.6E-01	-1.3E-02	-3.3E-02
η_{D_3}	2.8E-04	2.0E-03	-2.0E-03	-1.6E-01	1.1E-02	-7.8E-01	-9.6E-01	-1.6E+00	-2.2E-01	-2.2E-01	-1.4E+00	9.3E-02	-6.8E-02	-7.7E-02	-4.3E-02	-7.6E-02
ξ_{D_3}	-8.7E-04	-3.2E-04	1.6E-04	1.6E-01	2.3E+00	7.0E-01	3.1E+00	5.3E+00	4.2E+00	-1.0E-01	-2.6E-01	-2.7E-01	-1.0E-01	-1.4E-01	-1.7E-01	-1.1E-01
η_{B_4}	-5.2E-03	4.9E-03	5.8E-04	-4.9E-03	-4.2E+00	-1.1E+01	-1.0E+01	-3.0E-01	-7.5E-01	-2.1E-01	7.1E-02	7.1E-02	-2.5E-01	-2.4E-01	-2.6E-01	-2.4E-01
ξ_{B_4}	-2.2E-04	-3.6E-04	6.6E-05	6.5E-04	-1.0E+00	3.9E-01	-2.6E-03	1.8E+00	-1.1E+00	-2.8E-01	-8.7E-02	-6.8E+00	-3.8E+00	9.7E-01	1.5E+00	-3.2E-01
η_{C_4}	3.8E-04	-1.6E-04	-3.6E-04	-4.8E-03	-3.7E-02	-7.2E-02	-8.9E-02	-3.8E-01	7.4E-02	3.9E-01	2.0E-01	1.4E-01	4.8E-01	4.5E-01	3.5E-01	3.3E-01
ξ_{C_4}	-5.2E-03	1.6E-04	4.0E-03	-4.8E-03	-4.5E-03	-6.5E+00	-6.1E-02	5.8E+00	8.6E-02	4.2E-02	1.0E-01	9.9E-02	0.0E+00	-3.5E-03	-3.8E-02	9.5E-02
η_{D_4}	5.6E-05	-1.7E-02	7.3E-03	-6.8E-03	2.0E+01	-3.1E-01	-3.3E-01	9.2E-02	-6.2E+00	-1.9E-01	-5.9E-02	-8.1E-02	-1.3E-01	-2.9E-02	-7.7E-03	-8.5E-02
ξ_{D_4}	1.9E-05	-1.1E-02	2.7E-04	-6.1E-04	1.3E+01	-1.4E+01	-1.0E+00	-6.4E-01	-6.6E-01	-1.8E-01	-1.5E-02	-7.8E-02	-1.7E-01	-1.9E-01	-1.9E-01	-2.6E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
9.2E-04	3.3E-03	1.2E-03	1.2E-03	1.0E-03	4.9E-04	7.0E-06	-3.0E-05	-5.7E-04	2.8E-04	-8.7E-04	-5.2E-03	-2.2E-04	3.8E-04	-5.2E-03	5.6E-05	1.9E-05
8.7E-04	4.5E-04	2.1E-05	3.0E-06	1.2E-03	5.1E-04	5.6E-04	1.1E-03	-4.5E-03	2.0E-03	-3.2E-04	4.9E-03	-3.6E-04	-1.6E-04	1.6E-04	-1.7E-02	-1.1E-02
-1.4E-02	3.6E-03	-5.7E-03	-5.0E-03	-4.4E-03	1.4E-04	5.6E-04	-1.0E-03	5.7E-03	-2.0E-03	1.6E-04	5.8E-04	6.6E-05	-3.6E-04	4.0E-03	7.3E-03	2.7E-04
-1.1E-04	2.5E-02	-1.2E-02	-3.7E-03	-3.8E-03	-4.7E-02	-1.3E-02	-1.6E-01	-1.6E-01	-1.6E-01	1.6E-01	-4.9E-03	6.5E-04	-4.8E-03	-4.8E-03	-6.8E-03	-6.1E-04
-7.5E-01	7.0E-03	-1.3E+00	-1.4E+00	-1.3E-02	6.4E-02	5.0E-03	1.3E-03	5.3E-03	1.1E-02	2.3E+00	-4.2E+00	-1.0E+00	-3.7E-02	-4.5E-03	2.0E+01	1.3E+01
-7.8E-01	1.3E-02	-1.0E+00	-1.1E+00	-1.2E+00	-1.4E+00	2.1E+00	5.0E-03	4.6E+00	-7.8E-01	7.0E-01	-1.1E+01	3.9E-01	-7.2E-02	-6.5E+00	-3.1E-01	-1.4E+01
-7.7E-01	2.1E-02	-1.1E+00	-5.6E+00	-1.2E+00	-2.1E+00	1.3E+00	-2.7E-01	4.8E+00	-9.6E-01	3.1E+00	-1.0E+01	-2.6E-03	-8.9E-02	-6.1E-02	-3.3E-01	-1.0E+00
-3.2E-01	8.2E+00	-2.9E+00	-1.4E+00	7.1E-01	-2.8E-01	4.9E-01	-2.0E-01	9.8E-01	-1.6E+00	5.3E+00	-3.0E-01	1.8E+00	-3.8E-01	5.8E+00	9.2E-02	-6.4E-01
-7.4E-01	9.7E+00	-3.1E-01	3.4E+00	-6.1E+00	-4.1E+00	4.0E+00	-2.0E-01	2.2E-01	-2.2E-01	4.2E+00	-7.5E-01	-1.1E+00	7.4E-02	8.6E-02	-6.2E+00	-6.6E-01
-2.4E-01	-1.1E-01	-2.6E-01	-1.8E-01	-2.2E-01	1.2E-01	7.1E-02	-4.0E-03	-2.6E-01	-2.2E-01	-1.0E-01	-2.1E-01	-2.8E-01	3.9E-01	4.2E-02	-1.9E-01	-1.8E-01
2.5E-04	-3.5E-01	-1.8E-01	-2.0E-01	1.0E-01	-2.9E-01	-3.2E-01	-3.8E-01	6.3E-02	-1.4E+00	-2.6E-01	7.1E-02	-8.7E-02	2.0E-01	1.0E-01	-5.9E-02	-1.5E-02
8.9E+00	-3.5E-01	-1.4E-01	-1.4E-01	1.4E-01	-3.1E-01	-3.3E-01	-4.4E-01	3.0E-03	9.3E-02	-2.7E-01	7.1E-02	-6.8E+00	1.4E-01	9.9E-02	-8.1E-02	-7.8E-02
-3.2E-01	-1.5E-01	-2.2E-01	-2.0E-01	-2.3E-01	1.4E-01	5.2E-02	-1.0E-01	-3.1E-01	-6.8E-02	-1.0E-01	-2.5E-01	-3.8E+00	4.8E-01	0.0E+00	-1.3E-01	-1.7E-01
-3.2E-01	5.1E+00	-2.3E-01	3.9E-01	-2.5E-01	1.2E-01	6.5E-02	-1.1E-01	-8.6E-01	-7.7E-02	-1.4E-01	-2.4E-01	9.7E-01	4.5E-01	-3.5E-03	-2.9E-02	-1.9E-01
-3.0E-01	-6.9E+00	-2.1E-01	-5.5E-02	-3.1E-01	1.3E-01	5.2E-01	-8.1E-03	-1.3E-02	-4.3E-02	-1.7E-01	-2.6E-01	1.5E+00	3.5E-01	-3.8E-02	-7.7E-03	-1.9E-01
-3.0E-01	-1.5E-01	-2.0E-01	2.2E-01	-2.6E-01	1.3E-01	7.5E-01	-1.5E+00	-3.3E-02	-7.6E-02	-1.1E-01	-2.4E-01	-3.2E-01	3.3E-01	9.5E-02	-8.5E-02	-2.6E-01
-3.4E-01	9.0E-02	-3.0E-01	-2.4E-01	-2.6E-01	-1.3E-01	-1.2E-01	-2.7E-01	-3.1E-01	-3.3E-01	9.4E+00	-2.2E-01	-3.4E-01	-1.2E-01	-2.3E-02	-2.0E-01	-2.3E-01
9.0E-02	-5.7E-01	-1.6E-01	-1.7E-01	9.0E-02	-3.1E-01	-3.6E-01	1.7E-01	1.0E-03	-1.2E+00	-3.3E-01	1.5E-01	3.5E-03	1.4E-01	1.0E-01	-3.7E-02	-1.5E+01
-3.0E-01	-1.6E-01	-4.4E-01	1.8E-01	-2.4E-01	1.2E-01	-2.5E-03	1.5E-02	-1.7E+00	1.4E+00	-8.9E-02	-2.9E-01	-3.0E-01	1.6E-01	8.2E-02	-2.1E-02	-2.0E-01
-2.4E-01	-1.7E-01	1.8E-01	4.3E-01	-2.7E-01	1.1E-01	-3.2E-02	-4.5E-02	-1.4E-01	6.1E-03	-1.3E-01	-2.8E-01	-1.3E-01	9.7E-02	7.2E-02	-1.5E-01	-2.6E-01
-2.6E-01	9.0E-02	-2.4E-01	-2.7E-01	-7.8E-01	9.5E-02	1.3E-01	-1.8E-02	-2.7E-01	-2.8E-02	-1.1E-02	-3.0E-01	-1.4E-01	7.2E-02	3.7E-02	-1.5E-01	-2.3E-01
-1.3E-01	-3.1E-01	1.2E-01	1.1E-01	9.5E-02	-6.2E-01	-4.3E-01	8.4E-02	-1.7E-02	-1.6E-02	-3.3E-01	6.9E-02	-7.4E+00	1.6E-01	4.6E-02	-3.5E-02	2.5E-01
-1.2E-01	-3.6E-01	-2.5E-03	-3.2E-02	1.3E-01	-4.3E-01	1.8E-01	-1.6E-01	-1.8E-01	-3.2E-02	-3.4E-01	6.3E-02	7.0E+00	1.4E-01	5.8E-02	-4.7E-02	-9.2E-02
-2.7E-01	1.7E-01	1.5E-02	-4.5E-02	-1.8E-02	8.4E-02	-1.6E-01	7.6E-02	-1.2E+00	-6.5E-02	6.1E-02	-2.7E-01	4.7E-01	1.6E-01	1.4E-01	2.8E-02	-8.1E-02
-3.1E-01	1.0E-03	-1.7E+00	-1.4E-01	-2.7E-01	-1.7E-02	-1.8E-01	-1.2E+00	-8.1E-02	-6.4E-02	1.7E+01	-2.7E-01	-2.0E+00	1.5E-01	1.3E-01	1.7E-03	-6.0E-02
-3.3E-01	-1.2E+00	1.4E+00	6.1E-03	-2.8E-02	-1.6E-02	-3.2E-02	-6.5E-02	-6.4E-02	-1.1E+01	7.0E-02	-2.9E-01	5.9E-01	1.3E-01	1.2E-01	5.5E-03	-9.5E-02
9.4E+00	-3.3E-01	-8.9E-02	-1.3E-01	-1.1E-02	-3.3E-01	-3.4E-01	6.1E-02	1.7E+01	7.0E-02	-6.8E-01	5.8E-02	7.1E+00	1.2E-01	3.0E-02	-1.1E-02	-1.2E-01
-2.2E-01	1.5E-01	-2.9E-01	-2.8E-01	-3.0E-01	6.9E-02	6.3E-02	-2.7E-01	-2.7E-01	-2.9E-01	5.8E-02	-7.9E-01	8.1E-01	-9.4E-02	-2.3E-02	-2.3E-01	-1.5E-01
-3.4E-01	3.5E-03	-3.0E-01	-1.3E-01	-1.4E-01	-7.4E+00	7.0E+00	4.7E-01	-2.0E+00	5.9E-01	7.1E+00	8.1E-01	-5.4E-01	1.5E-01	-2.0E-01	-2.4E-01	-2.5E-01
-1.2E-01	1.4E-01	1.6E-01	9.7E-02	7.2E-02	1.6E-01	1.4E-01	1.6E-01	1.5E-01	1.3E-01	1.2E-01	-9.4E-02	1.5E-01	-8.0E-01	1.0E-01	-3.0E-01	-2.6E-01
-2.3E-02	1.0E-01	8.2E-02	7.2E-02	3.7E-02	4.6E-02	5.8E-02	1.4E-01	1.3E-01	1.2E-01	3.0E-02	-2.3E-02	-2.0E-01	1.0E-01	1.8E-01	-3.1E-01	1.6E-02
-2.0E-01	-3.7E-02	-2.1E-02	-1.5E-01	-1.5E-01	-3.5E-02	-4.7E-02	2.8E-02	1.7E-03	5.5E-03	-1.1E-02	-2.3E-01	-2.4E-01	-3.0E-01	-3.1E-01	-4.6E-01	-2.3E-01
-2.3E-01	-1.5E+01	-2.0E-01	-2.6E-01	-2.3E-01	2.5E-01	-9.2E-02	-8.1E-02	-6.0E-02	-9.5E-02	-1.2E-01	-1.5E-01	-2.5E-01	-2.6E-01	1.6E-02	-2.3E-01	-6.3E-01

Matrice d'interaction $\left[{}^{y}h\right]$ *entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte après prendre compte du poids propre*

$[z\ln]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_1}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	3.3E-08	-4.9E-08	8.7E-08	3.3E-06	1.9E-04	-4.0E-04	4.7E-04	-4.8E-06	-5.9E-05	8.0E-04	-2.1E-03	2.7E-04	-7.4E-03	2.0E-05	8.0E-04	2.2E-04
q_2	-4.9E-08	6.0E-07	-4.2E-07	-2.9E-05	7.2E-04	-4.0E-04	-2.9E-04	1.4E-03	2.0E-03	2.6E-03	-8.7E-04	-4.6E-03	-2.0E-03	1.4E-02	1.5E-02	5.8E-04
q_3	8.7E-08	-4.2E-07	1.6E-07	-5.0E-06	-7.4E-04	-6.5E-04	6.7E-04	-5.8E-03	-2.5E-03	1.5E-04	-2.8E-04	-1.3E-03	4.6E-04	-1.7E-02	-2.0E-02	8.4E-04
Φ_P	3.3E-06	-2.9E-05	-5.0E-06	5.8E-04	-2.1E-02	-2.3E-03	-1.5E-02	-1.2E-02	5.1E-04	9.6E-03	-9.7E-03	1.7E-01	-8.3E-03	-1.3E-03	-1.1E-03	-3.2E-02
η_{M_1}	1.9E-04	7.2E-04	-7.4E-04	-2.1E-02	-2.3E+00	-5.6E-01	-8.2E-01	-1.1E+00	-2.1E+00	1.1E+01	-2.6E-01	-3.6E+00	1.1E+01	-7.5E-01	7.9E-01	2.0E+00
η_{M_2}	-4.0E-04	-4.0E-04	-6.5E-04	-2.3E-03	-5.6E-01	-5.3E-02	4.2E-01	1.3E+00	-2.2E-01	2.0E+00	4.5E-01	-3.5E-01	1.2E+00	-2.6E+00	-5.6E+00	9.7E+00
ξ_{M_2}	4.7E-04	-2.9E-04	6.7E-04	-1.5E-02	-8.2E-01	4.2E-01	1.1E+00	-2.6E+00	-4.2E+00	1.2E+00	-1.9E-01	-4.2E-01	1.9E+00	-3.1E+00	-3.9E+00	-3.8E+00
η_{M_4}	-4.8E-06	1.4E-03	-5.8E-03	-1.2E-02	-1.1E+00	1.3E+00	-2.6E+00	-1.2E+01	-1.2E+00	3.6E+00	-5.4E+00	1.9E+01	-4.3E+00	-2.8E+00	3.3E+00	-2.2E+00
ξ_{M_4}	5.1E-04	-5.1E-04	2.0E-03	-2.1E-03	-2.2E-01	-2.2E+00	-4.2E+00	-1.2E+00	9.5E+00	1.1E-01	-8.4E+00	1.6E+01	1.3E-01	6.5E+00	-5.8E+00	1.7E-01
η_{B_1}	9.6E-03	-9.7E-03	2.6E-03	-2.1E-02	-2.2E+00	2.0E+00	3.6E+00	1.1E-01	1.6E-01	1.6E-01	-3.0E-01	-7.5E-03	2.2E-02	2.2E-01	1.8E-01	1.4E-02
ξ_{B_1}	-2.6E-01	4.5E-01	-1.9E-01	1.2E+00	2.0E+00	4.2E-01	1.1E+00	-2.6E+00	-4.2E+00	1.2E+00	-1.9E-01	-4.2E-01	1.9E+00	-3.1E+00	-3.9E+00	-3.8E+00
η_{C_1}	-3.6E+00	-3.5E-01	-4.2E-01	1.2E+00	1.3E+00	-2.2E-01	-4.2E+00	-1.2E+00	9.5E+00	1.1E-01	-8.4E+00	1.6E+01	1.3E-01	6.5E+00	-5.8E+00	1.7E-01
ξ_{C_1}	1.1E+01	1.2E+00	1.9E+00	-7.4E-03	1.2E+00	4.2E-01	1.1E+00	-2.6E+00	-4.2E+00	1.2E+00	-1.9E-01	-4.2E-01	1.9E+00	-3.1E+00	-3.9E+00	-3.8E+00
η_{D_1}	2.0E-05	1.4E-02	-1.7E-02	-2.8E-03	4.2E-01	-5.3E-02	-8.2E-01	4.2E-01	1.1E+00	-2.6E+00	-4.2E+00	1.2E+00	-1.9E+00	-4.2E-01	1.9E+00	-3.1E+00
ξ_{D_1}	8.0E-04	1.5E-02	-2.0E-02	-1.1E-03	-7.5E-01	-5.6E+00	7.9E-01	-2.6E+00	-5.6E+00	-5.8E+00	1.8E-01	1.4E-01	-2.6E-01	4.8E-01	2.0E-01	4.4E-01
η_{B_2}	2.2E-04	5.8E-04	8.4E-04	-3.2E-02	2.0E+00	9.7E+00	-3.8E+00	-2.2E+00	1.7E-01	-2.6E+00	-3.0E-01	-1.9E-01	7.3E-02	1.8E-01	4.8E-01	2.0E-01
η_{C_2}	7.9E-04	2.1E-04	-5.6E-04	-1.7E-02	-7.0E-01	-5.9E-01	-6.1E-01	1.5E+00	1.3E-01	3.3E-01	-1.5E-01	-4.6E-01	4.6E-02	3.8E-01	7.7E-02	1.1E-01
η_{D_2}	8.1E-04	-2.4E-04	-1.6E-03	-9.8E-04	-7.1E-01	-6.8E-01	-1.2E+01	3.9E+00	7.2E-02	1.4E-01	-2.8E-01	-2.8E-01	3.4E-02	6.9E-01	4.9E-01	9.8E-02
ξ_{D_2}	1.8E-03	5.6E-04	6.3E-04	-9.9E-04	-8.6E-02	-6.5E-01	-6.1E-01	-4.5E+00	2.1E-01	6.9E-02	-2.5E-01	-2.6E-01	5.3E-02	7.5E-03	-9.2E-03	4.4E-01
η_{B_3}	-3.3E-04	-3.0E-04	8.7E-05	1.1E-01	3.6E-02	2.4E-01	5.4E-01	1.4E+01	1.6E+01	-2.1E-01	-2.3E-01	-2.3E-01	-2.7E-01	-2.7E-01	-3.2E-01	-3.3E-01
ξ_{B_3}	3.4E-04	-4.6E-04	9.2E-04	-1.6E-02	-2.1E-01	1.9E-01	-1.0E-01	-1.4E+01	-1.6E+01	-4.4E-01	-3.1E-01	-3.0E-01	-2.1E-01	-2.1E-01	8.7E-01	3.0E+00
η_{C_3}	3.3E-04	-4.2E-04	6.1E-04	-1.4E-01	-2.4E-01	-3.1E-01	5.2E-01	8.1E-01	-5.5E-01	-3.2E-01	-3.2E-01	-3.7E-01	-5.2E-01	1.2E-01	-1.3E-01	-2.6E+00
ξ_{C_3}	-1.7E-04	-1.9E-03	2.6E-03	-1.4E-01	-2.1E-01	3.2E+00	2.9E+00	6.4E-01	5.7E-01	-2.6E-01	-3.3E-01	-3.3E-01	-2.8E-01	-1.7E+00	-2.7E-01	-3.7E-01
η_{D_3}	2.2E-04	3.3E-03	-4.2E-03	-1.4E-01	-2.5E-01	-3.7E+00	-3.2E+00	-2.5E+00	-5.6E-01	-3.1E-01	-5.5E+00	-1.7E+00	-4.2E-01	-2.5E-01	-4.3E-01	-4.9E-01
ξ_{D_3}	1.7E-03	-1.1E-03	-5.6E-04	4.0E-02	2.4E+00	7.6E-02	-3.5E-02	-9.2E+00	-1.6E+01	5.0E-02	-3.0E-01	-3.0E-01	-2.8E-01	-2.4E-01	-2.9E-01	-2.8E-01
η_{B_4}	-4.7E-04	3.2E-03	3.8E-04	-1.4E-02	3.1E-01	-9.6E+00	-1.0E+01	1.1E-01	1.6E-01	5.6E-01	1.3E-01	-1.5E-02	4.7E-01	3.2E-01	1.0E-01	4.4E-01
ξ_{B_4}	9.1E-05	-6.1E-04	5.9E-04	5.6E-03	-7.7E-01	8.1E-01	8.9E-01	4.0E+00	-2.5E-01	4.5E-01	-1.8E-01	3.9E+00	-5.3E+00	1.6E+00	1.5E+00	3.8E-01
η_{C_4}	-1.8E-04	-2.5E-04	-7.6E-05	2.4E-03	3.6E-01	2.9E-01	3.0E-01	-1.7E-01	-5.0E-04	3.0E-01	2.5E-01	-3.3E-02	3.1E-01	2.8E-01	3.3E-01	3.5E-01
ξ_{C_4}	-5.1E-04	-2.6E-04	1.2E-03	2.4E-03	3.3E-01	-1.3E+01	2.5E-01	8.4E+00	-8.0E-03	2.5E-01	2.0E-01	2.3E-01	2.6E-01	2.1E-01	3.5E-01	3.1E-01
η_{D_4}	1.0E-04	-1.1E-02	5.3E-03	2.5E-03	1.5E+01	-4.6E-01	-4.0E-01	-3.7E-02	-6.0E+00	3.3E-02	-2.8E-01	-2.8E-01	8.6E-02	1.6E-01	2.1E-01	1.6E-01
ξ_{D_4}	8.8E-05	-7.1E-03	7.4E-05	1.6E-03	1.1E+01	-1.5E+01	-7.4E-01	2.8E-01	2.6E-01	2.6E-01	-2.8E-01	-3.1E-01	1.8E-01	2.7E-01	1.1E-01	1.3E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
5.8E-04	-2.8E-03	7.9E-04	8.1E-04	1.8E-03	-3.3E-04	3.4E-04	3.3E-04	-1.7E-04	2.2E-04	1.7E-03	-4.7E-04	9.1E-05	-1.8E-04	-5.1E-04	1.0E-04	8.8E-05
4.9E-04	2.7E-04	2.1E-04	-2.4E-04	5.6E-04	-3.0E-04	-4.6E-04	-4.2E-04	-1.9E-03	3.3E-03	-1.1E-03	3.2E-03	-6.1E-04	-2.5E-04	-2.6E-04	-1.1E-02	-7.1E-03
-1.0E-02	-1.8E-03	-5.6E-04	-1.6E-03	6.3E-04	8.7E-05	9.2E-04	6.1E-04	2.6E-03	-4.2E-03	-5.6E-04	3.8E-04	5.9E-04	-7.6E-05	1.2E-03	5.3E-03	7.4E-05
2.6E-03	1.6E-02	-1.7E-02	-9.8E-04	-9.9E-04	1.1E-01	-1.6E-02	-1.4E-01	-1.4E-01	-1.4E-01	4.0E-02	-1.4E-02	5.6E-03	2.4E-03	2.4E-03	2.5E-03	1.6E-03
-6.4E-01	-1.2E+00	-7.0E-01	-7.1E-01	-8.6E-02	3.6E-02	-2.1E-01	-2.4E-01	-2.1E-01	-2.5E-01	2.4E+00	3.1E-01	-7.7E-01	3.6E-01	3.3E-01	1.5E+01	1.1E+01
-5.0E-01	-2.6E-01	-5.9E-01	-6.8E-01	-6.5E-01	2.4E-01	1.9E-01	-3.1E-01	3.2E+00	-3.7E+00	7.6E-02	-9.6E+00	8.1E-01	2.9E-01	-1.3E+01	-4.6E-01	-1.5E+01
-5.2E-01	-3.3E-01	-6.1E-01	-1.2E+01	-6.1E-01	5.4E-01	-1.0E-01	5.2E-01	2.9E+00	-3.2E+00	-3.5E-02	-1.0E+01	8.9E-01	3.0E-01	2.5E-01	-4.0E-01	-7.4E-01
9.6E-02	2.8E+00	1.5E+00	3.9E+00	-4.5E+00	1.4E+01	-1.4E+01	8.1E-01	6.4E-01	-2.5E+00	-9.2E+00	1.1E-01	4.0E+00	-1.7E-01	8.4E+00	-3.7E-02	2.8E-01
1.9E-01	-7.0E-01	1.3E-01	7.2E-02	2.1E-01	1.6E+01	-1.6E+01	-5.5E-01	5.7E-01	-5.6E-01	-1.6E+01	1.6E-01	-2.5E-01	-5.0E-04	-8.0E-03	-6.0E+00	2.6E-01
-1.5E-02	-2.7E-01	3.3E-01	1.4E-01	6.9E-02	-2.1E-01	-4.4E-01	-3.2E-01	-2.6E-01	-3.1E-01	5.0E-02	5.6E-01	4.5E-01	3.0E-01	2.5E-01	3.3E-02	2.6E-01
-1.7E-01	-2.7E-01	-1.5E-01	-2.8E-01	-2.5E-01	-2.3E-01	-3.1E-01	-3.2E-01	-3.3E-01	-5.5E+00	-3.0E-01	1.3E-01	-1.8E-01	2.5E-01	2.0E-01	-2.8E-01	-2.8E-01
8.8E+00	-2.8E-01	-4.6E-01	-2.8E-01	-2.6E-01	-2.3E-01	-3.0E-01	-3.7E-01	-3.3E-01	-1.7E+00	-3.0E-01	-1.5E-02	3.9E+00	-3.3E-02	2.3E-01	-2.8E-01	-3.1E-01
1.3E-01	-2.7E-01	4.6E-02	3.4E-02	5.3E-02	-2.7E-01	-2.1E-01	-5.2E-01	-2.8E-01	-4.2E-01	-2.8E-01	4.7E-01	-5.3E+00	3.1E-01	2.6E-01	8.6E-02	1.8E-01
8.2E-02	1.5E+00	3.8E-01	6.9E-01	7.5E-03	-2.7E-01	-2.1E-01	1.2E-01	-1.7E+00	-2.5E-01	-2.4E-01	3.2E-01	1.6E+00	2.8E-01	2.1E-01	1.6E-01	2.7E-01
-7.7E-03	-4.2E+00	7.7E-02	4.9E-01	-9.2E-03	-3.2E-01	8.7E-01	-1.3E-01	-2.7E-01	-4.3E-01	-2.9E-01	1.0E-01	1.5E+00	3.3E-01	3.5E-01	2.1E-01	1.1E-01
-4.0E-03	-3.5E-01	1.1E-01	9.8E-02	4.4E-01	-3.3E-01	3.0E+00	-2.6E+00	-3.7E-01	-4.9E-01	-2.8E-01	4.4E-01	3.8E-01	3.5E-01	3.1E-01	1.6E-01	1.3E-01
8.4E-02	-1.4E-01	3.4E-01	-1.1E-02	4.5E-01	-1.6E-01	-1.4E-01	-1.7E-01	-1.6E-01	-3.8E-01	1.0E+01	5.9E-02	4.2E-01	1.5E-01	1.2E-01	2.0E-01	7.5E-02
-1.4E-01	-6.6E-01	-6.6E-01	-3.1E-01	-2.7E-01	-3.3E-01	-2.1E-01	7.1E-01	-3.1E-01	-6.5E+00	-2.9E-01	-3.4E-02	-1.5E-01	1.9E-01	1.8E-01	-1.1E-01	-3.8E+00
3.4E-01	-6.6E-01	5.8E-01	2.7E-01	2.2E-01	-4.1E-01	-2.4E-01	-2.7E-01	-1.8E+00	4.3E+00	-2.5E-01	5.3E-02	3.8E-01	3.4E-01	3.2E-01	1.8E-01	6.7E-01
-1.1E-02	-3.1E-01	2.7E-01	1.7E-01	2.5E-01	-3.5E-01	-3.0E-01	-2.3E-01	2.0E-01	-2.6E-01	-2.9E-01	8.7E-02	4.0E-01	3.4E-01	1.8E-01	1.4E-01	5.1E-01
4.5E-01	-2.7E-01	2.2E-01	2.5E-01	3.3E-01	-3.3E-01	1.8E+00	-8.6E-01	-6.0E-02	-4.1E-01	-2.7E-01	3.5E-01	3.3E-01	2.9E-01	1.8E-01	-4.9E-03	1.8E-01
-1.6E-01	-3.3E-01	-4.1E-01	-3.5E-01	-3.3E-01	-6.6E-01	-2.6E-01	-3.7E-01	-3.4E-01	-3.5E-01	-3.2E-01	2.5E-03	1.9E+00	2.0E-01	2.0E-01	-8.8E-02	-3.8E-01
-1.4E-01	-2.1E-01	-2.4E-01	-3.0E-01	1.8E+00	-2.6E-01	-5.3E-01	-4.1E-01	-3.2E-01	-5.7E-01	-2.9E-01	5.1E-02	-3.6E+00	1.4E-01	-1.8E-01	1.8E-02	-1.2E-02
-1.7E-01	7.1E-01	-2.7E-01	-2.3E-01	-8.6E-01	-3.7E-01	-4.1E-01	-8.5E-01	8.9E-01	-4.1E-01	-4.6E-01	-2.4E-01	-1.5E+00	2.9E-01	3.4E-01	3.2E-02	-7.9E-02
-1.6E-01	-3.1E-01	-1.8E+00	2.0E-01	-6.0E-02	-3.4E-01	-3.2E-01	8.9E-01	-8.0E-01	-3.9E-01	1.2E+01	-2.0E-01	-1.5E+00	3.2E-01	3.3E-01	8.8E-02	-4.3E-01
-3.8E-01	-6.5E+00	4.3E+00	-2.6E-01	-4.1E-01	-3.5E-01	-5.7E-01	-4.1E-01	-3.9E-01	-1.2E+01	-4.9E-01	-1.4E-01	-1.5E+00	3.7E-01	3.9E-01	2.0E-01	-3.8E-01
1.0E+01	-2.9E-01	-2.5E-01	-2.9E-01	-2.7E-01	-3.2E-01	-2.9E-01	-4.6E-01	1.2E+01	-4.9E-01	-6.9E-01	-6.4E-02	-2.7E+00	1.6E-01	2.1E-01	-2.9E-02	-5.9E-01
5.9E-02	-3.4E-02	5.3E-02	8.7E-02	3.5E-01	2.5E-03	5.1E-02	-2.4E-01	-2.0E-01	-1.4E-01	-6.4E-02	4.9E-01	4.7E-01	1.4E-01	2.7E-01	3.0E-01	6.0E-01
4.2E-01	-1.5E-01	3.8E-01	4.0E-01	3.3E-01	1.9E+00	-3.6E+00	-1.5E+00	-1.5E+00	-1.5E+00	-2.7E+00	4.7E-01	8.8E-01	1.7E-01	4.4E-01	2.3E-01	9.4E-02
1.5E-01	1.9E-01	3.4E-01	3.4E-01	2.9E-01	2.0E-01	1.4E-01	2.9E-01	3.2E-01	3.7E-01	1.6E-01	1.4E-01	1.7E-01	8.3E-01	4.2E-01	4.6E-01	2.7E-01
1.2E-01	1.8E-01	3.2E-01	1.8E-01	1.8E-01	2.0E-01	-1.8E-01	3.4E-01	3.3E-01	3.9E-01	2.1E-01	2.7E-01	4.4E-01	4.2E-01	3.0E-01	4.0E-01	1.7E-01
2.0E-01	-1.1E-01	1.8E-01	1.4E-01	-4.9E-03	-8.8E-02	1.8E-02	3.2E-02	8.8E-02	2.0E-01	-2.9E-02	3.0E-01	2.3E-01	4.6E-01	4.0E-01	4.2E-01	2.5E-01
7.5E-02	-3.8E+00	6.7E-01	5.1E-01	1.8E-01	-3.8E-01	-1.2E-02	-7.9E-02	-4.3E-01	-3.8E-01	-5.9E-01	6.0E-01	9.4E-02	2.7E-01	1.7E-01	2.5E-01	3.0E-01

Matrice d'interaction $\left[{}^{z}In\right]$ *entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte après prendre compte du poids propre*

$\left[\theta_i In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	1.6E-11	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-11	5.5E-09	0.0E+00	0.0E+00	-1.7E-08	3.0E-09	0.0E+00	0.0E+00	2.0E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-08
q_2	0.0E+00	5.0E-11	-3.2E-11	0.0E+00	0.0E+00	-1.7E-08	-1.8E-08	0.0E+00	0.0E+00	3.0E-08	-6.1E-08	0.0E+00	0.0E+00	-6.2E-07	-5.9E-07	0.0E+00
q_3	0.0E+00	-3.2E-11	0.0E+00	1.5E-09	-1.5E-08	0.0E+00	0.0E+00	4.8E-07	4.9E-08	0.0E+00	0.0E+00	-1.9E-08	4.4E-08	5.0E-07	5.0E-07	-1.6E-07
Φ_P	-2.0E-11	0.0E+00	1.5E-09	0.0E+00	0.0E+00	-9.4E-07	1.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	7.8E-07	3.0E-06	-5.0E-06	0.0E+00	2.5E-07	3.3E-07	0.0E+00
η_{M_3}	5.5E-09	0.0E+00	-1.5E-08	0.0E+00	2.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-04	-8.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-04	6.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-05
η_{M_2}	0.0E+00	-1.7E-08	0.0E+00	-9.4E-07	0.0E+00	-5.2E-05	-2.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	9.7E-05	2.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.2E-04	-1.1E-04	0.0E+00
ξ_{M_2}	0.0E+00	-1.8E-08	0.0E+00	1.7E-07	0.0E+00	-2.8E-05	0.0E+00	8.8E-05	1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.3E-05	1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-6.1E-04
η_{M_4}	-1.7E-08	0.0E+00	4.8E-07	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	8.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-6.0E-06	3.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	2.0E-04	-5.0E-04
ξ_{M_4}	3.0E-09	0.0E+00	4.9E-08	0.0E+00	-8.7E-05	0.0E+00	1.6E-04	0.0E+00	-8.0E-05	0.0E+00	5.0E-04	-7.9E-05	-1.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-05
η_{B_1}	0.0E+00	3.0E-08	0.0E+00	7.8E-07	0.0E+00	9.7E-05	0.0E+00	-6.0E-06	0.0E+00	5.2E-05	-7.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.7E-05	2.4E-05	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	-6.1E-08	0.0E+00	3.0E-06	0.0E+00	2.8E-05	0.0E+00	3.4E-04	5.0E-04	-7.7E-05	0.0E+00	-1.7E-05	-2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	7.2E-05
η_{C_1}	2.0E-08	0.0E+00	-1.9E-08	-5.0E-06	-1.8E-04	0.0E+00	-8.3E-05	0.0E+00	-7.9E-05	0.0E+00	-1.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-6.3E-05	1.1E-04	0.0E+00
ξ_{C_1}	0.0E+00	0.0E+00	4.4E-08	0.0E+00	6.0E-06	0.0E+00	1.3E-04	0.0E+00	-1.6E-05	0.0E+00	-2.9E-05	0.0E+00	2.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	7.5E-06
η_{D_1}	0.0E+00	-6.2E-07	5.0E-07	2.5E-07	0.0E+00	2.2E-04	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	2.7E-05	0.0E+00	-6.3E-05	0.0E+00	8.3E-05	2.9E-05	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	-5.9E-07	5.0E-07	3.3E-07	0.0E+00	-1.1E-04	0.0E+00	2.0E-04	0.0E+00	2.4E-05	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	2.9E-05	0.0E+00	-3.7E-05
η_{B_2}	-2.6E-08	0.0E+00	-1.6E-07	0.0E+00	2.3E-05	0.0E+00	-6.1E-04	-5.0E-04	-1.1E-05	0.0E+00	7.2E-05	0.0E+00	7.5E-06	0.0E+00	-3.7E-05	0.0E+00
ξ_{B_2}	1.9E-08	0.0E+00	7.1E-07	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	-7.3E-05	0.0E+00	5.9E-05	0.0E+00	5.0E-05	0.0E+00	6.4E-05	0.0E+00	4.5E-05	0.0E+00
η_{C_2}	0.0E+00	-6.1E-08	0.0E+00	1.4E-06	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	3.5E-04	0.0E+00	9.6E-05	0.0E+00	-6.0E-06	0.0E+00	3.4E-04	-5.0E-04	3.7E-05
ξ_{C_2}	0.0E+00	-3.8E-08	0.0E+00	4.0E-07	0.0E+00	-9.8E-05	0.0E+00	-1.7E-05	0.0E+00	4.5E-05	0.0E+00	5.6E-05	0.0E+00	1.2E-05	0.0E+00	1.3E-05
η_{D_2}	6.0E-09	0.0E+00	1.6E-07	0.0E+00	-9.8E-05	0.0E+00	6.0E-05	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	2.4E-05	0.0E+00	1.7E-05	0.0E+00
ξ_{D_2}	8.8E-08	0.0E+00	-1.1E-07	0.0E+00	8.3E-05	0.0E+00	-9.4E-05	0.0E+00	2.9E-04	0.0E+00	4.3E-05	0.0E+00	8.3E-05	0.0E+00	8.4E-05	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	-1.5E-08	0.0E+00	-2.3E-06	0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	9.7E-05	0.0E+00	7.0E-05	0.0E+00	-2.1E-05	0.0E+00	6.0E-05	0.0E+00	1.0E-04
ξ_{B_3}	0.0E+00	-1.1E-08	0.0E+00	-2.6E-07	0.0E+00	3.4E-05	0.0E+00	-9.8E-05	0.0E+00	2.4E-05	0.0E+00	3.5E-06	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	-1.1E-04
η_{C_3}	-1.4E-08	0.0E+00	-5.0E-08	5.0E-06	-1.2E-05	0.0E+00	-4.2E-05	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	-2.6E-05	0.0E+00	3.7E-05	0.0E+00	2.5E-06	0.0E+00
ξ_{C_3}	-1.4E-08	0.0E+00	8.7E-08	0.0E+00	-6.5E-06	0.0E+00	1.2E-04	0.0E+00	-1.1E-04	0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	-1.0E-04	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	1.9E-08	0.0E+00	3.9E-06	0.0E+00	1.8E-05	0.0E+00	3.3E-04	0.0E+00	-8.8E-05	0.0E+00	-1.5E-05	0.0E+00	-7.5E-05	0.0E+00	-7.2E-05
ξ_{D_3}	0.0E+00	7.3E-08	0.0E+00	-5.0E-06	0.0E+00	-9.2E-05	0.0E+00	2.3E-04	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	5.0E-06	0.0E+00	1.5E-05	0.0E+00	-6.4E-05
η_{B_4}	8.9E-08	-5.0E-07	4.8E-08	0.0E+00	-3.1E-04	5.0E-04	3.5E-04	0.0E+00	5.4E-05	0.0E+00	2.5E-05	0.0E+00	4.7E-05	0.0E+00	5.7E-05	0.0E+00
ξ_{B_4}	0.0E+00	0.0E+00	-9.8E-08	0.0E+00	1.3E-04	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	-5.5E-05	0.0E+00	-2.3E-05	0.0E+00	-1.6E-04	0.0E+00	6.6E-05	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	2.8E-08	0.0E+00	2.3E-07	0.0E+00	3.8E-05	0.0E+00	-4.4E-05	0.0E+00	1.2E-04	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	1.0E-04	0.0E+00	3.9E-05
ξ_{C_4}	0.0E+00	4.3E-08	-5.0E-07	9.5E-08	0.0E+00	-6.7E-05	0.0E+00	-3.4E-04	0.0E+00	4.0E-05	0.0E+00	-4.0E-06	0.0E+00	1.1E-05	0.0E+00	1.3E-05
η_{D_4}	2.1E-08	0.0E+00	3.6E-08	0.0E+00	-8.6E-05	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	3.4E-04	0.0E+00	-6.1E-05	0.0E+00	-4.8E-05	0.0E+00	5.9E-05	0.0E+00
ξ_{D_4}	3.1E-08	5.0E-07	3.9E-08	0.0E+00	-1.4E-04	5.0E-04	-1.8E-04	0.0E+00	2.7E-05	0.0E+00	3.2E-05	0.0E+00	-1.0E-06	0.0E+00	-3.4E-05	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
1.9E-08	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-09	8.8E-08	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-08	-1.4E-08	0.0E+00	0.0E+00	8.9E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.1E-08	3.1E-08
0.0E+00	-6.1E-08	-3.8E-08	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-08	-1.1E-08	0.0E+00	0.0E+00	1.9E-08	7.3E-08	-5.0E-07	0.0E+00	2.8E-08	4.3E-08	0.0E+00	5.0E-07
7.1E-07	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-07	-1.1E-07	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-08	8.7E-08	0.0E+00	0.0E+00	4.8E-08	-9.8E-08	0.0E+00	-5.0E-07	3.6E-08	3.9E-08
0.0E+00	1.4E-06	4.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	-2.3E-06	-2.6E-07	5.0E-06	0.0E+00	3.9E-06	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-07	9.5E-08	0.0E+00	0.0E+00
-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	-9.8E-05	8.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.2E-05	-6.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-3.1E-04	1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.6E-05	-1.4E-04
0.0E+00	-1.1E-05	-9.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-07	3.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.8E-05	-9.2E-05	5.0E-04	0.0E+00	3.8E-05	-6.7E-05	0.0E+00	5.0E-04
-7.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-05	-9.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	-4.2E-05	1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.5E-04	-1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.5E-06	-1.8E-04
0.0E+00	3.5E-04	-1.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	9.7E-05	-9.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.3E-04	2.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-4.4E-05	-3.4E-04	0.0E+00	0.0E+00
5.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04	2.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-04	-1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	5.4E-05	-5.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.4E-04	2.7E-05
0.0E+00	9.6E-05	4.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	7.0E-05	2.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	-8.8E-05	-2.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.2E-04	4.0E-05	0.0E+00	0.0E+00
5.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-04	4.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-05	-5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-05	-2.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	-6.1E-05	3.2E-05
0.0E+00	-6.0E-06	5.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.1E-05	3.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-05	5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-2.5E-06	-4.0E-06	0.0E+00	0.0E+00
6.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.4E-05	8.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.7E-05	-1.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	4.7E-05	-1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	-4.8E-05	-1.0E-06
0.0E+00	3.4E-04	1.2E-05	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-05	-1.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	-7.5E-05	1.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-04	1.1E-05	0.0E+00	0.0E+00
4.5E-05	-5.0E-04	0.0E+00	1.7E-05	8.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-06	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	5.7E-05	6.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	5.9E-05	-3.4E-05
0.0E+00	3.7E-05	1.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-04	-1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-7.2E-05	-6.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.9E-05	1.3E-05	0.0E+00	0.0E+00
8.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	3.7E-05	4.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-04	-4.0E-05	0.0E+00	5.0E-04	1.3E-05	9.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	9.5E-05	1.8E-03
0.0E+00	-4.7E-05	2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-05	3.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.7E-05	-8.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	9.5E-06	-4.5E-06	0.0E+00	1.0E-03
0.0E+00	2.9E-05	0.0E+00	2.6E-05	6.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	3.7E-05	-1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	6.7E-05	4.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.9E-05	-5.0E-06
3.7E-05	0.0E+00	2.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.1E-05	9.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-8.9E-05	3.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	7.7E-05	1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00
4.7E-05	0.0E+00	6.0E-05	0.0E+00	1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	-9.2E-05	-7.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	6.6E-05	4.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	7.3E-05	-2.1E-05
0.0E+00	-1.8E-05	0.0E+00	1.1E-05	0.0E+00	-8.0E-05	2.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.6E-05	-1.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.5E-05	-3.4E-05	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	3.1E-05	0.0E+00	9.6E-05	0.0E+00	2.7E-05	0.0E+00	4.0E-06	-2.6E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-05	-7.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-04	1.5E-06
-1.1E-04	0.0E+00	3.7E-05	0.0E+00	-9.2E-05	0.0E+00	4.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-05	-2.8E-05	0.0E+00	5.0E-04	-3.0E-06	1.5E-06	0.0E+00	0.0E+00
-4.0E-05	0.0E+00	-1.1E-04	0.0E+00	-7.8E-05	0.0E+00	-2.6E-05	0.0E+00	-6.7E-05	0.0E+00	5.0E-04	1.3E-05	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-4.7E-05	4.1E-05
0.0E+00	3.7E-05	0.0E+00	-8.9E-05	0.0E+00	-1.6E-05	0.0E+00	-3.5E-05	0.0E+00	-6.2E-05	-1.1E-05	0.0E+00	5.0E-04	1.1E-05	-4.2E-05	0.0E+00	0.0E+00
5.0E-04	-8.0E-06	0.0E+00	3.4E-05	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	-2.8E-05	5.0E-04	-1.1E-05	0.0E+00	-5.4E-05	-3.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	-6.9E-05	-7.9E-05
1.3E-05	0.0E+00	6.7E-05	0.0E+00	6.6E-05	0.0E+00	-2.0E-05	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	-5.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	8.6E-05	5.8E-05	0.0E+00	0.0E+00
9.5E-06	0.0E+00	4.9E-05	0.0E+00	4.0E-05	0.0E+00	-7.7E-05	5.0E-04	2.4E-04	5.0E-04	-3.6E-04	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	5.6E-05	-3.1E-05
0.0E+00	9.5E-06	0.0E+00	7.7E-05	0.0E+00	-2.5E-05	0.0E+00	-3.0E-06	0.0E+00	1.1E-05	0.0E+00	8.6E-05	0.0E+00	1.7E-04	8.7E-05	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-4.5E-06	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	-3.4E-05	0.0E+00	1.5E-06	0.0E+00	-4.2E-05	0.0E+00	5.8E-05	0.0E+00	8.7E-05	0.0E+00	4.6E-05	-1.9E-05
9.5E-05	0.0E+00	2.9E-05	0.0E+00	7.3E-05	0.0E+00	-1.0E-04	0.0E+00	-4.7E-05	0.0E+00	-6.9E-05	0.0E+00	5.6E-05	0.0E+00	4.6E-05	0.0E+00	0.0E+00
1.8E-03	1.0E-03	-5.0E-06	0.0E+00	-2.1E-05	0.0E+00	1.5E-06	0.0E+00	4.1E-05	0.0E+00	-7.9E-05	0.0E+00	-3.1E-05	0.0E+00	-1.9E-05	0.0E+00	-8.0E-05

Matrice d'interaction $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ *entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte après prendre compte du poids propre*

$\left[\theta_e In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_1}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	5.2E-11	0.0E+00	0.0E+00	5.4E-09	-1.3E-08	0.0E+00	0.0E+00	4.1E-07	-1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.9E-08	-1.6E-07	5.0E-07	0.0E+00	-1.5E-07
q_2	0.0E+00	4.0E-10	-4.0E-10	5.0E-09	0.0E+00	-3.8E-07	-3.8E-07	-5.0E-07	-5.0E-07	-1.9E-07	-5.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	-4.8E-06	-4.6E-06	0.0E+00
q_3	0.0E+00	-4.0E-10	0.0E+00	8.4E-09	-3.1E-08	5.0E-07	0.0E+00	3.6E-06	7.5E-07	0.0E+00	-5.0E-07	2.0E-07	-2.2E-07	4.5E-06	5.0E-06	-1.3E-07
Φ_P	5.4E-09	5.0E-09	8.4E-09	2.0E-07	5.0E-06	1.4E-05	-2.4E-05	-5.0E-06	0.0E+00	8.3E-07	-6.7E-06	-3.5E-05	0.0E+00	-4.5E-08	-1.9E-07	0.0E+00
η_{M_1}	-1.3E-08	0.0E+00	-3.1E-08	5.0E-06	2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	6.6E-04	8.8E-04	-5.0E-04	-5.0E-04	3.3E-04	-4.6E-04	0.0E+00	5.0E-04	-1.5E-03
η_{M_2}	0.0E+00	-3.8E-07	5.0E-07	1.4E-05	0.0E+00	-5.0E-04	-4.8E-04	5.0E-04	4.5E-03	-1.1E-03	-6.5E-04	5.0E-04	-5.0E-04	1.6E-03	3.2E-03	0.0E+00
ξ_{M_2}	0.0E+00	-3.8E-07	0.0E+00	-2.4E-05	0.0E+00	-4.8E-04	0.0E+00	-9.5E-04	-1.2E-03	-5.0E-04	0.0E+00	6.3E-04	-8.5E-04	3.5E-03	2.0E-03	-1.3E-03
η_{M_4}	4.1E-07	-5.0E-07	3.6E-06	-5.0E-06	6.6E-04	5.0E-04	-9.5E-04	1.0E-03	-2.5E-03	-3.5E-04	-8.8E-04	-2.0E-03	5.0E-04	-1.3E-03	1.3E-03	-1.0E-03
ξ_{M_4}	-1.0E-06	-5.0E-07	7.5E-07	0.0E+00	8.8E-04	4.5E-03	-1.2E-03	-2.5E-03	1.0E-03	0.0E+00	-4.0E-03	3.1E-03	4.5E-05	5.0E-04	-5.0E-04	5.5E-05
η_{B_1}	0.0E+00	-1.9E-07	0.0E+00	8.3E-07	-5.0E-04	-1.1E-03	-5.0E-04	-3.5E-04	0.0E+00	-5.1E-04	1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.1E-04	-1.4E-04	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	-5.7E-07	-5.0E-07	-6.7E-06	-5.0E-04	-6.5E-04	0.0E+00	-8.8E-04	-4.0E-03	1.1E-04	0.0E+00	-1.2E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-3.2E-05
η_{C_1}	-1.9E-08	0.0E+00	2.0E-07	-3.5E-05	3.3E-04	5.0E-04	6.3E-04	-2.0E-03	3.1E-03	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	4.5E-06	-2.7E-03	0.0E+00
ξ_{C_1}	-1.6E-07	0.0E+00	-2.2E-07	0.0E+00	-4.6E-04	-5.0E-04	-8.5E-04	5.0E-04	4.5E-05	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	-2.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04
η_{D_1}	5.0E-07	-4.8E-06	4.5E-06	-4.5E-08	0.0E+00	1.6E-03	3.5E-03	-1.3E-03	5.0E-04	-2.1E-04	0.0E+00	4.5E-06	0.0E+00	-3.4E-04	-1.5E-04	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	-4.6E-06	5.0E-06	-1.9E-07	5.0E-04	3.2E-03	2.0E-03	1.3E-03	-5.0E-04	-1.4E-04	-5.0E-04	-2.7E-03	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	9.1E-05
η_{B_2}	-1.5E-07	0.0E+00	-1.3E-07	0.0E+00	-1.5E-03	0.0E+00	-1.3E-03	-1.0E-03	5.5E-05	0.0E+00	-3.2E-05	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	9.1E-05	0.0E+00
ξ_{B_2}	-1.4E-07	0.0E+00	5.5E-06	0.0E+00	1.9E-04	5.0E-04	3.3E-04	0.0E+00	-2.2E-05	0.0E+00	-8.1E-05	5.0E-04	-8.5E-05	0.0E+00	-7.7E-05	0.0E+00
η_{C_2}	-5.0E-07	-5.6E-07	0.0E+00	4.9E-05	-5.0E-04	1.1E-05	0.0E+00	3.9E-03	2.0E-03	-9.2E-05	0.0E+00	1.3E-04	0.0E+00	-2.3E-03	1.5E-03	-8.4E-05
ξ_{C_2}	0.0E+00	-3.2E-08	-1.0E-06	-1.5E-06	0.0E+00	3.3E-04	5.0E-04	-2.4E-03	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00	-5.5E-06	0.0E+00	-2.5E-04	0.0E+00	-1.8E-04
η_{D_2}	-9.9E-08	0.0E+00	-3.8E-07	0.0E+00	1.8E-04	5.0E-04	-3.6E-03	3.0E-03	1.9E-03	0.0E+00	-2.7E-04	0.0E+00	-7.0E-05	-1.0E-03	1.5E-03	0.0E+00
ξ_{D_2}	4.9E-07	0.0E+00	1.0E-06	0.0E+00	1.3E-04	5.0E-04	3.0E-04	1.0E-03	3.2E-04	0.0E+00	-9.0E-05	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	-6.7E-08	0.0E+00	1.6E-06	0.0E+00	-5.4E-05	0.0E+00	-1.1E-04	-2.0E-03	1.7E-04	0.0E+00	2.0E-05	-5.0E-04	-1.7E-04	5.0E-04	2.3E-04
ξ_{B_3}	0.0E+00	-7.2E-08	0.0E+00	6.8E-06	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	1.9E-03	-2.0E-03	2.8E-04	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	-3.9E-04	3.0E-03	-1.4E-03
η_{C_3}	7.5E-09	0.0E+00	1.9E-07	2.5E-05	1.6E-05	0.0E+00	6.9E-05	-1.5E-03	-7.4E-04	0.0E+00	1.6E-05	0.0E+00	4.4E-05	0.0E+00	2.2E-05	3.0E-03
ξ_{C_3}	1.0E-09	0.0E+00	3.6E-08	3.0E-05	2.7E-05	0.0E+00	-1.2E-04	-5.0E-04	7.3E-04	0.0E+00	-1.8E-04	0.0E+00	-2.3E-05	-1.0E-03	2.4E-04	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	8.2E-08	0.0E+00	2.7E-05	0.0E+00	-2.8E-04	0.0E+00	2.1E-03	-5.0E-04	-5.0E-06	-5.0E-04	-1.3E-05	0.0E+00	-2.8E-04	0.0E+00	1.1E-04
ξ_{D_3}	0.0E+00	-3.2E-07	5.0E-07	-3.2E-05	0.0E+00	7.6E-04	1.0E-03	-6.5E-04	3.0E-03	2.4E-04	0.0E+00	-1.8E-05	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	-1.4E-04
η_{B_4}	1.4E-06	-2.0E-06	-4.5E-08	2.5E-05	-1.8E-03	4.5E-03	1.4E-03	0.0E+00	-7.4E-05	0.0E+00	-2.2E-04	-5.0E-04	-2.6E-04	0.0E+00	-2.5E-04	-5.0E-04
ξ_{B_4}	6.5E-09	5.0E-07	-8.0E-07	-5.0E-06	1.1E-03	-1.0E-03	-1.1E-03	0.0E+00	-1.2E-03	0.0E+00	-1.6E-04	-2.0E-03	-1.6E-03	2.0E-03	-1.3E-03	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	-8.6E-08	0.0E+00	4.5E-08	0.0E+00	-2.1E-04	0.0E+00	5.6E-05	0.0E+00	3.9E-05	0.0E+00	5.4E-05	-5.0E-04	-2.4E-04	5.0E-04	2.0E-04
ξ_{C_4}	2.0E-06	-1.2E-07	-2.5E-06	1.7E-06	0.0E+00	1.6E-03	0.0E+00	-3.3E-03	0.0E+00	-1.1E-04	0.0E+00	4.2E-04	-5.0E-04	-4.3E-04	-5.0E-04	-3.6E-04
η_{D_4}	4.4E-08	3.0E-06	-1.5E-06	0.0E+00	-3.6E-03	0.0E+00	-6.3E-05	0.0E+00	-2.6E-04	-5.0E-04	2.6E-04	5.0E-04	6.2E-05	-5.0E-04	-4.3E-04	0.0E+00
ξ_{D_4}	2.1E-06	2.5E-06	-1.0E-07	0.0E+00	-2.6E-03	5.0E-04	-3.2E-04	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	-3.5E-04	-5.0E-04	-5.5E-06	0.0E+00	2.3E-04	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
-1.4E-07	-5.0E-07	0.0E+00	-9.9E-08	4.9E-07	0.0E+00	0.0E+00	7.5E-09	1.0E-09	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-06	6.5E-09	0.0E+00	2.0E-06	4.4E-08	2.1E-06
0.0E+00	-5.6E-07	-3.2E-08	0.0E+00	0.0E+00	-6.7E-08	-7.2E-08	0.0E+00	0.0E+00	8.2E-08	-3.2E-07	-2.0E-06	5.0E-07	-8.6E-08	-1.2E-07	3.0E-06	2.5E-06
5.5E-06	0.0E+00	-1.0E-06	-3.8E-07	1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.9E-07	3.6E-08	0.0E+00	5.0E-07	-4.5E-08	-8.0E-07	0.0E+00	-2.5E-06	-1.5E-06	-1.0E-07
0.0E+00	4.9E-05	-1.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-06	6.8E-06	2.5E-05	3.0E-05	2.7E-05	-3.2E-05	2.5E-05	-5.0E-06	4.5E-08	1.7E-06	0.0E+00	0.0E+00
1.9E-04	-5.0E-04	0.0E+00	1.8E-04	1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-05	2.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-03	1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	-3.6E-03	-2.6E-03
5.0E-04	1.1E-05	3.3E-04	5.0E-04	5.0E-04	-5.4E-05	-1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.8E-04	7.6E-04	4.5E-03	-1.0E-03	-2.1E-04	1.6E-03	0.0E+00	5.0E-04
3.3E-04	0.0E+00	5.0E-04	-3.6E-03	3.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	6.9E-05	-1.2E-04	0.0E+00	1.0E-03	1.4E-03	-1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	-6.3E-05	-3.2E-04
0.0E+00	3.9E-03	-2.4E-03	3.0E-03	1.0E-03	-1.1E-04	1.9E-03	-1.5E-03	-5.0E-04	2.1E-03	-6.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	5.6E-05	-3.3E-03	0.0E+00	0.0E+00
-2.2E-05	2.0E-03	0.0E+00	1.9E-03	3.2E-04	-2.0E-03	-2.0E-03	-7.4E-04	7.3E-04	-5.0E-04	3.0E-03	-7.4E-05	-1.2E-03	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-04	-1.5E-04
0.0E+00	-9.2E-05	-2.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.7E-04	2.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-06	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.9E-05	-1.1E-04	-5.0E-04	0.0E+00
-8.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.7E-04	-9.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-05	-1.8E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-2.2E-04	-1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.6E-04	-3.5E-04
5.0E-04	1.3E-04	-5.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	2.0E-05	-2.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-05	-1.8E-05	-5.0E-04	-2.0E-03	5.4E-05	4.2E-04	5.0E-04	-5.0E-04
-8.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	-7.0E-05	-1.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	4.4E-05	-2.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-04	-1.6E-03	-5.0E-04	-5.0E-04	6.2E-05	-5.5E-06
0.0E+00	-2.3E-03	-2.5E-04	-1.0E-03	0.0E+00	-1.7E-04	-3.9E-04	0.0E+00	-1.0E-03	-2.8E-04	-1.2E-04	0.0E+00	2.0E-03	-2.4E-04	-4.3E-04	-5.0E-04	0.0E+00
-7.7E-05	1.5E-03	0.0E+00	1.5E-03	-1.5E-04	5.0E-04	3.0E-03	2.2E-05	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.5E-04	-1.3E-03	5.0E-04	-5.0E-04	-4.3E-04	2.3E-04
0.0E+00	-8.4E-05	-1.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-04	-1.4E-03	3.0E-03	0.0E+00	1.1E-04	-1.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	2.0E-04	-3.6E-04	0.0E+00	0.0E+00
-1.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-2.9E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-1.0E-03	3.2E-05	4.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-6.4E-04	1.7E-04
0.0E+00	2.0E-04	1.1E-04	0.0E+00	-5.0E-04	1.4E-04	2.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-5.4E-04	-4.5E-05	-5.0E-04	0.0E+00	-7.1E-05	2.9E-04	5.0E-04	1.1E-02
0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	-2.1E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	8.3E-05	3.0E-03	-3.0E-03	0.0E+00	-2.6E-04	5.5E-05	-5.0E-04	0.0E+00	-6.2E-04	1.1E-05
-1.5E-04	0.0E+00	-2.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04	2.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	-3.3E-05	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	-3.1E-04	3.5E-04	-5.0E-04	0.0E+00
-1.5E-04	-5.0E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-1.5E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-6.2E-04	-1.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.3E-05	5.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.2E-04	2.0E-04
0.0E+00	1.4E-04	0.0E+00	-1.3E-04	-5.0E-04	-1.4E-05	-2.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	5.9E-05	-3.6E-05	0.0E+00	5.0E-04	-1.4E-05	3.0E-04	5.0E-04	5.0E-04
-5.0E-04	2.8E-05	-5.0E-04	2.7E-04	0.0E+00	-2.4E-05	0.0E+00	-1.5E-06	9.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-04	6.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.9E-04	-4.2E-04
-2.9E-04	0.0E+00	8.3E-05	0.0E+00	-6.2E-04	0.0E+00	-1.5E-06	0.0E+00	-1.5E-03	4.0E-06	1.5E-04	0.0E+00	1.0E-03	3.2E-05	-1.5E-06	0.0E+00	-5.0E-04
-1.5E-04	0.0E+00	3.0E-03	0.0E+00	-1.8E-04	0.0E+00	9.0E-06	-1.5E-03	2.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-2.8E-05	2.2E-03	5.0E-04	5.0E-04	1.8E-04	-9.1E-05
0.0E+00	-5.4E-04	-3.0E-03	-3.3E-05	0.0E+00	5.9E-05	0.0E+00	4.0E-06	0.0E+00	5.5E-04	3.0E-05	0.0E+00	1.0E-03	8.5E-06	2.7E-04	0.0E+00	0.0E+00
-1.0E-03	-4.5E-05	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	-3.6E-05	0.0E+00	1.5E-04	-5.0E-04	3.0E-05	0.0E+00	-3.0E-04	-9.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.8E-04	-2.0E-04
3.2E-05	-5.0E-04	-2.6E-04	0.0E+00	3.3E-05	0.0E+00	-3.5E-04	0.0E+00	-2.8E-05	0.0E+00	-3.0E-04	0.0E+00	5.0E-04	-6.8E-04	-3.0E-06	-5.0E-04	0.0E+00
4.4E-04	0.0E+00	5.5E-05	0.0E+00	5.8E-05	5.0E-04	6.9E-04	1.0E-03	2.2E-03	1.0E-03	-9.2E-04	5.0E-04	2.1E-05	0.0E+00	-5.0E-04	-7.3E-04	2.5E-04
0.0E+00	-7.1E-05	-5.0E-04	-3.1E-04	0.0E+00	-1.4E-05	0.0E+00	3.2E-05	5.0E-04	8.5E-06	0.0E+00	-6.8E-04	0.0E+00	-2.0E-04	-1.0E-04	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	2.9E-04	0.0E+00	3.5E-04	0.0E+00	3.0E-04	0.0E+00	-1.5E-06	5.0E-04	2.7E-04	0.0E+00	-3.0E-06	-5.0E-04	-1.0E-04	0.0E+00	-6.5E-06	9.3E-05
-6.4E-04	5.0E-04	-6.2E-04	-5.0E-04	-2.2E-04	5.0E-04	2.9E-04	0.0E+00	1.8E-04	0.0E+00	2.8E-04	-5.0E-04	-7.3E-04	0.0E+00	-6.5E-06	1.0E-03	5.0E-04
1.7E-04	1.1E-02	1.1E-05	0.0E+00	2.0E-04	5.0E-04	-4.2E-04	-5.0E-04	-9.1E-05	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00	2.5E-04	0.0E+00	9.3E-05	5.0E-04	5.7E-04

Matrice d'interaction $\left[{}^{\theta_i}In\right]$ *entre les différentes paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte*

$\left[\frac{\theta_2}{\theta_1} In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_1}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	5.2E-11	0.0E+00	0.0E+00	5.4E-09	-1.3E-08	0.0E+00	0.0E+00	4.1E-07	-1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.9E-08	-1.6E-07	5.0E-07	0.0E+00	-1.5E-07
q_2	0.0E+00	4.0E-10	-4.0E-10	5.0E-09	0.0E+00	-3.8E-07	-3.8E-07	-5.0E-07	-5.0E-07	-1.9E-07	-5.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	-4.8E-06	-4.6E-06	0.0E+00
q_3	0.0E+00	-4.0E-10	0.0E+00	8.4E-09	-3.1E-08	5.0E-07	0.0E+00	3.6E-06	7.5E-07	0.0E+00	-5.0E-07	2.0E-07	-2.2E-07	4.5E-06	5.0E-06	-1.3E-07
Φ_P	5.4E-09	5.0E-09	8.4E-09	2.0E-07	5.0E-06	1.4E-05	-2.4E-05	-5.0E-06	0.0E+00	8.3E-07	-6.7E-06	-3.5E-05	0.0E+00	-4.5E-08	-1.9E-07	0.0E+00
η_{M_1}	-1.3E-08	0.0E+00	-3.1E-08	5.0E-06	2.9E-05	0.0E+00	0.0E+00	6.6E-04	8.8E-04	-5.0E-04	-5.0E-04	3.3E-04	-4.6E-04	0.0E+00	5.0E-04	-1.5E-03
η_{M_2}	0.0E+00	-3.8E-07	5.0E-07	1.4E-05	0.0E+00	-5.0E-04	-4.8E-04	5.0E-04	4.5E-03	-1.1E-03	-6.5E-04	5.0E-04	-5.0E-04	1.6E-03	3.2E-03	0.0E+00
ξ_{M_2}	0.0E+00	-3.8E-07	0.0E+00	-2.4E-05	0.0E+00	-4.8E-04	0.0E+00	-9.5E-04	-1.2E-03	-5.0E-04	0.0E+00	6.3E-04	-8.5E-04	3.5E-03	2.0E-03	-1.3E-03
η_{M_4}	4.1E-07	-5.0E-07	3.6E-06	-5.0E-06	6.6E-04	5.0E-04	-9.5E-04	1.0E-03	-2.5E-03	-3.5E-04	-8.8E-04	-2.0E-03	5.0E-04	-1.3E-03	1.3E-03	-1.0E-03
ξ_{M_4}	-1.0E-06	-5.0E-07	7.5E-07	0.0E+00	8.8E-04	4.5E-03	-1.2E-03	-2.5E-03	1.0E-03	0.0E+00	-4.0E-03	3.1E-03	4.5E-05	5.0E-04	-5.0E-04	5.5E-05
η_{B_1}	0.0E+00	-1.9E-07	0.0E+00	8.3E-07	-5.0E-04	-1.1E-03	-5.0E-04	-3.5E-04	0.0E+00	-5.1E-04	1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.1E-04	-1.4E-04	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	-5.7E-07	-5.0E-07	-6.7E-06	-5.0E-04	-6.5E-04	0.0E+00	-8.8E-04	-4.0E-03	1.1E-04	0.0E+00	-1.2E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-3.2E-05
η_{C_1}	-1.9E-08	0.0E+00	2.0E-07	-3.5E-05	3.3E-04	5.0E-04	6.3E-04	-2.0E-03	3.1E-03	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	4.5E-06	-2.7E-03	0.0E+00
ξ_{C_1}	-1.6E-07	0.0E+00	-2.2E-07	0.0E+00	-4.6E-04	-5.0E-04	-8.5E-04	5.0E-04	4.5E-05	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	-2.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04
η_{D_1}	5.0E-07	-4.8E-06	4.5E-06	-4.5E-08	0.0E+00	1.6E-03	3.5E-03	-1.3E-03	5.0E-04	-2.1E-04	0.0E+00	4.5E-06	0.0E+00	-3.4E-04	-1.5E-04	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	-4.6E-06	5.0E-06	-1.9E-07	5.0E-04	3.2E-03	2.0E-03	1.3E-03	-5.0E-04	-1.4E-04	-5.0E-04	-2.7E-03	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	9.1E-05
η_{B_2}	-1.5E-07	0.0E+00	-1.3E-07	0.0E+00	-1.5E-03	0.0E+00	-1.3E-03	-1.0E-03	5.5E-05	0.0E+00	-3.2E-05	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	9.1E-05	0.0E+00
ξ_{B_2}	-1.4E-07	0.0E+00	5.5E-06	0.0E+00	1.9E-04	5.0E-04	3.3E-04	0.0E+00	-2.2E-05	0.0E+00	-8.1E-05	5.0E-04	-8.5E-05	0.0E+00	-7.7E-05	0.0E+00
η_{C_2}	-5.0E-07	-5.6E-07	0.0E+00	4.9E-05	-5.0E-04	1.1E-05	0.0E+00	3.9E-03	2.0E-03	-9.2E-05	0.0E+00	1.3E-04	0.0E+00	-2.3E-03	1.5E-03	-8.4E-05
ξ_{C_2}	0.0E+00	-3.2E-08	-1.0E-06	-1.5E-06	0.0E+00	3.3E-04	5.0E-04	-2.4E-03	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00	-5.5E-06	0.0E+00	-2.5E-04	0.0E+00	-1.8E-04
η_{D_2}	-9.9E-08	0.0E+00	-3.8E-07	0.0E+00	1.8E-04	5.0E-04	-3.6E-03	3.0E-03	1.9E-03	0.0E+00	-2.7E-04	0.0E+00	-7.0E-05	-1.0E-03	1.5E-03	0.0E+00
ξ_{D_2}	4.9E-07	0.0E+00	1.0E-06	0.0E+00	1.3E-04	5.0E-04	3.0E-04	1.0E-03	3.2E-04	0.0E+00	-9.0E-05	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	-6.7E-08	0.0E+00	1.6E-06	0.0E+00	-5.4E-05	0.0E+00	-1.1E-04	-2.0E-03	1.7E-04	0.0E+00	2.0E-05	-5.0E-04	-1.7E-04	5.0E-04	2.3E-04
ξ_{B_3}	0.0E+00	-7.2E-08	0.0E+00	6.8E-06	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	1.9E-03	-2.0E-03	2.8E-04	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	-3.9E-04	3.0E-03	-1.4E-03
η_{C_3}	7.5E-09	0.0E+00	1.9E-07	2.5E-05	1.6E-05	0.0E+00	6.9E-05	-1.5E-03	-7.4E-04	0.0E+00	1.6E-05	0.0E+00	4.4E-05	0.0E+00	2.2E-05	3.0E-03
ξ_{C_3}	1.0E-09	0.0E+00	3.6E-08	3.0E-05	2.7E-05	0.0E+00	-1.2E-04	-5.0E-04	7.3E-04	0.0E+00	-1.8E-04	0.0E+00	-2.3E-05	-1.0E-03	2.4E-04	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	8.2E-08	0.0E+00	2.7E-05	0.0E+00	-2.8E-04	0.0E+00	2.1E-03	-5.0E-04	-5.0E-06	-5.0E-04	-1.3E-05	0.0E+00	-2.8E-04	0.0E+00	1.1E-04
ξ_{D_3}	0.0E+00	-3.2E-07	5.0E-07	-3.2E-05	0.0E+00	7.6E-04	1.0E-03	-6.5E-04	3.0E-03	2.4E-04	0.0E+00	-1.8E-05	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	-1.4E-04
η_{B_4}	1.4E-06	-2.0E-06	-4.5E-08	2.5E-05	-1.8E-03	4.5E-03	1.4E-03	0.0E+00	-7.4E-05	0.0E+00	-2.2E-04	-5.0E-04	-2.6E-04	0.0E+00	-2.5E-04	-5.0E-04
ξ_{B_4}	6.5E-09	5.0E-07	-8.0E-07	-5.0E-06	1.1E-03	-1.0E-03	-1.1E-03	0.0E+00	-1.2E-03	0.0E+00	-1.6E-04	-2.0E-03	-1.6E-03	2.0E-03	-1.3E-03	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	-8.6E-08	0.0E+00	4.5E-08	0.0E+00	-2.1E-04	0.0E+00	5.6E-05	0.0E+00	3.9E-05	0.0E+00	5.4E-05	-5.0E-04	-2.4E-04	5.0E-04	2.0E-04
ξ_{C_4}	2.0E-06	-1.2E-07	-2.5E-06	1.7E-06	0.0E+00	1.6E-03	0.0E+00	-3.3E-03	0.0E+00	-1.1E-04	0.0E+00	4.2E-04	-5.0E-04	-4.3E-04	-5.0E-04	-3.6E-04
η_{D_4}	4.4E-08	3.0E-06	-1.5E-06	0.0E+00	-3.6E-03	0.0E+00	-6.3E-05	0.0E+00	-2.6E-04	-5.0E-04	2.6E-04	5.0E-04	6.2E-05	-5.0E-04	-4.3E-04	0.0E+00
ξ_{D_4}	2.1E-06	2.5E-06	-1.0E-07	0.0E+00	-2.6E-03	5.0E-04	-3.2E-04	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	-3.5E-04	-5.0E-04	-5.5E-06	0.0E+00	2.3E-04	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
-1.4E-07	-5.0E-07	0.0E+00	-9.9E-08	4.9E-07	0.0E+00	0.0E+00	7.5E-09	1.0E-09	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-06	6.5E-09	0.0E+00	2.0E-06	4.4E-08	2.1E-06
0.0E+00	-5.6E-07	-3.2E-08	0.0E+00	0.0E+00	-6.7E-08	-7.2E-08	0.0E+00	0.0E+00	8.2E-08	-3.2E-07	-2.0E-06	5.0E-07	-8.6E-08	-1.2E-07	3.0E-06	2.5E-06
5.5E-06	0.0E+00	-1.0E-06	-3.8E-07	1.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.9E-07	3.6E-08	0.0E+00	5.0E-07	-4.5E-08	-8.0E-07	0.0E+00	-2.5E-06	-1.5E-06	-1.0E-07
0.0E+00	4.9E-05	-1.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-06	6.8E-06	2.5E-05	3.0E-05	2.7E-05	-3.2E-05	2.5E-05	-5.0E-06	4.5E-08	1.7E-06	0.0E+00	0.0E+00
1.9E-04	-5.0E-04	0.0E+00	1.8E-04	1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-05	2.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-03	1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	-3.6E-03	-2.6E-03
5.0E-04	1.1E-05	3.3E-04	5.0E-04	5.0E-04	-5.4E-05	-1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.8E-04	7.6E-04	4.5E-03	-1.0E-03	-2.1E-04	1.6E-03	0.0E+00	5.0E-04
3.3E-04	0.0E+00	5.0E-04	-3.6E-03	3.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	6.9E-05	-1.2E-04	0.0E+00	1.0E-03	1.4E-03	-1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	-6.3E-05	-3.2E-04
0.0E+00	3.9E-03	-2.4E-03	3.0E-03	1.0E-03	-1.1E-04	1.9E-03	-1.5E-03	-5.0E-04	2.1E-03	-6.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	5.6E-05	-3.3E-03	0.0E+00	0.0E+00
-2.2E-05	2.0E-03	0.0E+00	1.9E-03	3.2E-04	-2.0E-03	-2.0E-03	-7.4E-04	7.3E-04	-5.0E-04	3.0E-03	-7.4E-05	-1.2E-03	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-04	-1.5E-04
0.0E+00	-9.2E-05	-2.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.7E-04	2.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-06	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.9E-05	-1.1E-04	-5.0E-04	0.0E+00
-8.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.7E-04	-9.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-05	-1.8E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-2.2E-04	-1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.6E-04	-3.5E-04
5.0E-04	1.3E-04	-5.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	2.0E-05	-2.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-05	-1.8E-05	-5.0E-04	-2.0E-03	5.4E-05	4.2E-04	5.0E-04	-5.0E-04
-8.5E-05	0.0E+00	0.0E+00	-7.0E-05	-1.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	4.4E-05	-2.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.6E-04	-1.6E-03	-5.0E-04	-5.0E-04	6.2E-05	-5.5E-06
0.0E+00	-2.3E-03	-2.5E-04	-1.0E-03	0.0E+00	-1.7E-04	-3.9E-04	0.0E+00	-1.0E-03	-2.8E-04	-1.2E-04	0.0E+00	2.0E-03	-2.4E-04	-4.3E-04	-5.0E-04	0.0E+00
-7.7E-05	1.5E-03	0.0E+00	1.5E-03	-1.5E-04	5.0E-04	3.0E-03	2.2E-05	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.5E-04	-1.3E-03	5.0E-04	-5.0E-04	-4.3E-04	2.3E-04
0.0E+00	-8.4E-05	-1.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-04	-1.4E-03	3.0E-03	0.0E+00	1.1E-04	-1.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	2.0E-04	-3.6E-04	0.0E+00	0.0E+00
-1.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-2.9E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-1.0E-03	3.2E-05	4.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-6.4E-04	1.7E-04
0.0E+00	2.0E-04	1.1E-04	0.0E+00	-5.0E-04	1.4E-04	2.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-5.4E-04	-4.5E-05	-5.0E-04	0.0E+00	-7.1E-05	2.9E-04	5.0E-04	1.1E-02
0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	-2.1E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	8.3E-05	3.0E-03	-3.0E-03	0.0E+00	-2.6E-04	5.5E-05	-5.0E-04	0.0E+00	-6.2E-04	1.1E-05
-1.5E-04	0.0E+00	-2.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04	2.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	-3.3E-05	-1.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	-3.1E-04	3.5E-04	-5.0E-04	0.0E+00
-1.5E-04	-5.0E-04	-1.5E-04	0.0E+00	-1.5E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-6.2E-04	-1.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.3E-05	5.8E-05	0.0E+00	0.0E+00	-2.2E-04	2.0E-04
0.0E+00	1.4E-04	0.0E+00	-1.3E-04	-5.0E-04	-1.4E-05	-2.4E-05	0.0E+00	0.0E+00	5.9E-05	-3.6E-05	0.0E+00	5.0E-04	-1.4E-05	3.0E-04	5.0E-04	5.0E-04
-5.0E-04	2.8E-05	-5.0E-04	2.7E-04	0.0E+00	-2.4E-05	0.0E+00	-1.5E-06	9.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-04	6.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.9E-04	-4.2E-04
-2.9E-04	0.0E+00	8.3E-05	0.0E+00	-6.2E-04	0.0E+00	-1.5E-06	0.0E+00	-1.5E-03	4.0E-06	1.5E-04	0.0E+00	1.0E-03	3.2E-05	-1.5E-06	0.0E+00	-5.0E-04
-1.5E-04	0.0E+00	3.0E-03	0.0E+00	-1.8E-04	0.0E+00	9.0E-06	-1.5E-03	2.5E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-2.8E-05	2.2E-03	5.0E-04	5.0E-04	1.8E-04	-9.1E-05
0.0E+00	-5.4E-04	-3.0E-03	-3.3E-05	0.0E+00	5.9E-05	0.0E+00	4.0E-06	0.0E+00	5.5E-04	3.0E-05	0.0E+00	1.0E-03	8.5E-06	2.7E-04	0.0E+00	0.0E+00
-1.0E-03	-4.5E-05	0.0E+00	-1.2E-04	0.0E+00	-3.6E-05	0.0E+00	1.5E-04	-5.0E-04	3.0E-05	0.0E+00	-3.0E-04	-9.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	2.8E-04	-2.0E-04
3.2E-05	-5.0E-04	-2.6E-04	0.0E+00	3.3E-05	0.0E+00	-3.5E-04	0.0E+00	-2.8E-05	0.0E+00	-3.0E-04	0.0E+00	5.0E-04	-6.8E-04	-3.0E-06	-5.0E-04	0.0E+00
4.4E-04	0.0E+00	5.5E-05	0.0E+00	5.8E-05	5.0E-04	6.9E-04	1.0E-03	2.2E-03	1.0E-03	-9.2E-04	5.0E-04	2.1E-05	0.0E+00	-5.0E-04	-7.3E-04	2.5E-04
0.0E+00	-7.1E-05	-5.0E-04	-3.1E-04	0.0E+00	-1.4E-05	0.0E+00	3.2E-05	5.0E-04	8.5E-06	0.0E+00	-6.8E-04	0.0E+00	-2.0E-04	-1.0E-04	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	2.9E-04	0.0E+00	3.5E-04	0.0E+00	3.0E-04	0.0E+00	-1.5E-06	5.0E-04	2.7E-04	0.0E+00	-3.0E-06	-5.0E-04	-1.0E-04	0.0E+00	-6.5E-06	9.3E-05
-6.4E-04	5.0E-04	-6.2E-04	-5.0E-04	-2.2E-04	5.0E-04	2.9E-04	0.0E+00	1.8E-04	0.0E+00	2.8E-04	-5.0E-04	-7.3E-04	0.0E+00	-6.5E-06	1.0E-03	5.0E-04
1.7E-04	1.1E-02	1.1E-05	0.0E+00	2.0E-04	5.0E-04	-4.2E-04	-5.0E-04	-9.1E-05	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00	2.5E-04	0.0E+00	9.3E-05	5.0E-04	5.7E-04

Matrice d'interaction $\left[{}^{\theta_2}In\right]$ *entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) lors de la fermeture précontrainte après prendre compte du poids propre*

Supplément de déformations dû au poids propre

	${}^{x}Se$	${}^{y}Se$	${}^{z}Se$	${}^{\theta_x}Se$	${}^{\theta_y}Se$	${}^{\theta_z}Se$
q_1	-1.02E-06	5.78E-07	2.55E-07	0.00E+00	0.00E+00	2.00E-09
q_2	1.20E-06	3.13E-07	4.21E-07	0.00E+00	0.00E+00	8.90E-10
q_3	8.31E-07	4.16E-07	4.19E-07	0.00E+00	0.00E+00	-2.00E-09
Φ_P	2.47E-05	1.31E-05	5.62E-06	0.00E+00	0.00E+00	-4.41E-08
η_{M_3}	-2.67E-03	1.77E-03	-1.68E-04	0.00E+00	0.00E+00	-2.00E-06
η_{M_3}	-1.96E-03	2.38E-03	-1.32E-04	0.00E+00	0.00E+00	-2.22E-06
ξ_{M_2}	-1.93E-03	2.51E-03	-1.44E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.00E-06
η_{M_4}	1.28E-03	1.91E-03	4.08E-03	0.00E+00	0.00E+00	-1.02E-05
ξ_{M_4}	2.27E-03	1.57E-03	4.36E-03	0.00E+00	0.00E+00	-2.00E-06
η_{B_1}	1.89E-03	1.18E-03	7.95E-04	0.00E+00	0.00E+00	-5.40E-06
ξ_{B_1}	1.73E-03	1.17E-03	-3.98E-04	0.00E+00	0.00E+00	-4.00E-06
η_{C_1}	6.27E-04	1.32E-03	-3.60E-04	0.00E+00	0.00E+00	-4.31E-06
ξ_{C_1}	2.04E-03	1.12E-03	4.97E-04	0.00E+00	0.00E+00	-6.00E-06
η_{D_1}	2.26E-03	1.37E-03	8.91E-04	0.00E+00	0.00E+00	-5.28E-06
ξ_{D_1}	1.34E-03	1.37E-03	8.91E-04	0.00E+00	0.00E+00	-5.00E-06
η_{B_2}	1.65E-03	1.43E-03	4.55E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.82E-06
ξ_{B_2}	2.31E-03	1.38E-03	9.70E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.00E-06
η_{C_2}	1.40E-03	1.28E-03	-3.30E-04	0.00E+00	0.00E+00	-4.12E-06
ξ_{C_2}	1.33E-03	1.52E-03	7.30E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.00E-06
η_{D_2}	1.40E-03	1.45E-03	7.39E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.07E-06
ξ_{D_2}	1.26E-03	1.54E-03	2.61E-04	0.00E+00	0.00E+00	-7.00E-06
η_{B_3}	1.59E-03	1.32E-03	-3.82E-04	0.00E+00	0.00E+00	-4.14E-06
ξ_{B_3}	1.91E-03	1.58E-03	-3.50E-04	0.00E+00	0.00E+00	-4.00E-06
η_{C_3}	8.50E-04	1.62E-03	-5.16E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.71E-06
ξ_{C_3}	8.57E-04	1.28E-03	-4.26E-04	0.00E+00	0.00E+00	1.16E-04
η_{D_3}	5.60E-04	1.26E-03	-4.67E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.06E-06
ξ_{D_3}	9.01E-04	1.59E-03	-2.99E-04	0.00E+00	0.00E+00	-3.00E-06
η_{B_4}	1.64E-03	1.10E-03	4.69E-04	0.00E+00	0.00E+00	-4.07E-06
ξ_{B_4}	1.87E-03	1.87E-03	4.24E-04	0.00E+00	0.00E+00	-7.00E-06
η_{C_4}	1.47E-03	1.36E-03	2.03E-03	0.00E+00	0.00E+00	-1.80E-05
ξ_{C_4}	1.65E-03	1.33E-03	2.00E-03	0.00E+00	0.00E+00	-1.80E-05
η_{D_4}	1.74E-03	1.35E-03	1.67E-03	0.00E+00	0.00E+00	-1.32E-05
ξ_{D_4}	1.74E-03	1.97E-03	6.27E-02	0.00E+00	0.00E+00	-1.30E-05

Vecteurs de Sensibilités des suppléments des erreurs de pose de la plate-forme mobile (différence entre fermeture sans prendre compte et après prendre compte du poids propre) aux différents paramètre

$\left[{}^{x}In\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	-2.4E-07	6.4E-07	4.8E-07	1.7E-07	2.2E-04	5.4E-04	5.1E-04	2.8E-05	-5.9E-06	2.7E-04	1.1E-03	-1.4E-04	-5.1E-05	4.5E-05	3.2E-04	6.5E-05
q_2	6.4E-07	-3.5E-06	2.9E-06	-9.3E-06	-7.0E-04	1.9E-03	1.9E-03	-1.6E-03	-4.3E-04	1.3E-05	3.2E-03	-7.7E-04	4.6E-05	-3.0E-03	-3.0E-03	2.3E-04
q_3	4.8E-07	2.9E-06	-1.6E-06	5.8E-06	1.0E-03	-2.4E-04	-1.3E-03	-3.6E-04	-2.3E-04	-1.8E-05	-2.0E-03	8.1E-04	1.3E-04	2.8E-03	3.2E-03	5.2E-04
Φ_P	1.7E-07	-9.3E-06	5.8E-06	-2.5E-03	1.5E-02	-1.7E-02	2.5E-02	6.9E-02	-2.4E-03	-1.1E-03	-2.1E-02	1.4E-02	1.7E-03	-8.1E-04	-4.3E-04	7.8E-02
η_{M_3}	2.2E-04	-7.0E-04	1.0E-03	1.5E-02	8.2E+00	2.9E-01	-8.9E-01	5.7E-01	1.2E+00	1.2E-02	3.5E+00	-5.1E+00	-1.8E-01	-1.2E-01	-3.9E-02	1.8E+00
η_{M_2}	5.4E-04	1.9E-03	-2.4E-04	-1.7E-02	2.9E-01	-1.1E+00	-3.8E-01	1.1E+00	2.0E+00	-1.0E+00	-2.9E+00	2.1E+00	-1.1E+00	-4.0E-01	1.8E+00	-3.9E+00
ξ_{M_2}	5.1E-04	1.9E-03	-1.3E-03	2.5E-02	-8.9E-01	-3.8E-01	4.1E-01	-1.8E+00	-2.4E+00	-1.2E+00	2.5E-01	1.4E+00	-1.2E+00	1.5E+00	-2.7E-02	6.3E+00
η_{M_4}	2.8E-05	-1.6E-03	-3.6E-04	6.9E-02	5.7E-01	1.1E+00	-1.8E+00	3.1E+01	1.4E+01	-3.0E-01	-3.5E+00	-1.1E-01	8.2E-01	4.4E-02	-4.8E-01	2.0E+01
ξ_{M_4}	-5.9E-06	-4.3E-04	-2.3E-04	-2.5E-03	2.4E-03	-2.0E+00	-2.4E+00	1.4E+01	-3.5E+01	-6.0E-01	-4.7E+00	6.3E-01	-5.3E-01	-1.1E+00	1.2E-01	-5.5E-01
η_{B_1}	2.7E-04	1.3E-05	-1.8E-05	-1.1E-03	1.2E-02	-1.0E+00	-1.2E+00	-3.0E-01	-6.0E-01	-2.7E-01	2.6E-01	1.9E-01	-1.1E-01	-1.6E-01	-1.7E-01	-1.7E-01
ξ_{B_1}	1.1E-03	3.2E-03	-2.0E-03	-2.1E-02	3.5E+00	-2.9E+00	2.5E-01	-3.5E+00	-4.7E+00	2.6E-01	4.9E-01	1.1E-01	2.5E-01	4.6E+00	6.8E-01	-1.2E-01
η_{C_1}	-1.4E-04	-7.7E-04	8.1E-04	1.4E-02	-5.1E+00	2.1E+00	1.4E+00	-1.1E-01	6.3E-01	1.9E-01	1.1E-01	4.4E-01	2.4E-01	8.7E-02	2.1E-01	5.0E-03
ξ_{C_1}	-5.1E-05	4.6E-05	1.3E-04	1.7E-03	-1.8E-01	-1.1E+00	-1.2E+00	8.2E-01	-5.3E-01	-1.1E-01	2.5E-01	2.4E-01	-2.7E-01	-1.5E-01	-1.2E-01	-2.0E-01
η_{D_1}	4.5E-05	-3.0E-03	2.8E-03	-8.1E-04	-1.2E-01	-4.0E-01	1.5E+00	4.4E-02	-1.1E+00	-1.6E-01	4.6E+00	8.7E-02	-1.5E-01	-3.1E-01	-1.8E-01	-3.5E-01
ξ_{D_1}	3.2E-04	-3.0E-03	3.2E-03	-4.3E-04	-3.9E-02	1.8E+00	-2.7E-02	-4.8E-01	1.2E-01	-1.7E-01	6.8E-01	2.1E-01	-1.2E-01	-1.8E-01	6.1E-01	-6.1E-01
η_{B_2}	6.5E-05	2.3E-04	5.2E-04	7.8E-02	1.8E+00	-3.9E+00	6.3E+00	2.0E+01	-5.5E-01	-1.7E-01	-1.2E-01	5.0E-03	-2.0E-01	-3.5E-01	-6.1E-01	-2.6E-01
ξ_{B_2}	1.4E-04	-2.5E-03	1.5E-04	-2.1E-03	-1.4E-01	3.5E-02	-9.8E-04	-4.8E-01	-3.9E-01	-2.9E-01	2.7E-01	1.7E-01	-2.7E-01	-2.9E-01	-9.7E-01	-3.4E-01
η_{C_2}	1.2E-03	3.2E-03	-2.1E-05	-2.3E-02	3.7E+00	8.0E-02	2.5E-01	2.6E+00	4.1E+00	1.3E-01	2.9E-01	3.5E-01	1.2E-01	1.3E-01	5.3E+00	1.5E-01
ξ_{C_2}	2.3E-04	-8.1E-05	4.0E-04	5.8E-02	1.5E+00	4.2E-02	1.8E-02	7.7E+00	-5.0E-01	-1.4E-01	7.1E-02	1.2E-01	-1.4E-01	-1.5E-01	-1.8E-01	-1.4E-01
η_{D_2}	2.5E-04	-3.8E-05	1.5E-03	-7.7E-04	-1.8E-01	-2.5E-02	4.6E-01	-1.4E+01	-1.1E+01	-1.6E-01	2.0E-01	1.8E+00	-1.4E-01	4.8E-01	5.9E-01	-1.5E-01
ξ_{D_2}	4.9E-05	2.3E-04	-1.4E-03	-5.0E-04	7.5E-02	-9.9E+00	3.9E-02	-3.4E+00	-2.4E+01	-1.1E-01	1.7E-01	1.8E-01	-1.3E-01	-1.5E-01	-1.4E-01	-1.5E-01
η_{B_3}	1.8E-05	-5.9E-04	-4.5E-06	-2.7E-02	-4.0E-03	-5.7E-01	-6.1E-02	2.2E-01	7.0E-01	1.0E-01	2.6E-01	2.8E-01	1.3E-01	1.2E-01	1.2E-01	9.7E-02
ξ_{B_3}	-1.2E-04	-5.7E-04	1.5E-03	-2.8E-02	7.1E-02	8.3E-01	3.8E-01	-2.2E-01	-7.1E-01	1.7E-01	2.6E-01	2.7E-01	1.4E-01	-1.1E-01	1.3E-01	3.2E-01
η_{C_3}	3.5E-04	-3.3E-03	4.0E-03	1.1E-02	1.9E-01	7.5E-02	2.4E+00	7.5E-02	-1.5E+00	-1.5E-01	2.2E-01	1.3E-01	1.8E-02	3.7E-02	-1.0E-01	-1.4E-01
ξ_{C_3}	9.7E-05	-2.4E-03	3.7E-03	2.3E-02	6.5E-02	2.1E+00	-2.8E-01	1.9E+00	1.4E+00	1.1E-02	4.7E-01	4.6E-01	8.5E-04	2.2E-02	-2.3E-01	-1.7E-01
η_{D_3}	-9.4E-05	-1.6E-03	2.9E-03	1.1E-02	2.0E-01	-9.4E-01	1.5E+00	1.5E-01	-1.3E+00	-7.6E-02	-2.1E+00	1.2E-01	-7.4E-02	-1.1E-01	-1.4E-02	-9.3E-03
ξ_{D_3}	-4.4E-05	-9.7E-04	1.1E-03	4.5E-03	-5.5E+00	2.1E+00	1.2E+00	-1.2E+00	-7.8E-01	1.7E-01	2.1E-01	2.6E-01	2.5E-01	2.6E-01	3.0E-01	2.1E-01
η_{B_4}	6.7E-05	-7.7E-04	1.3E-03	-4.7E-03	8.7E-01	-6.8E+00	3.4E+00	-5.4E-01	-4.0E-01	-4.7E-02	1.4E-01	1.7E-01	-1.3E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	-9.4E-02
ξ_{B_4}	-3.3E-05	-9.0E-05	3.8E-04	1.4E-03	-4.4E-01	5.4E-01	2.3E-01	-4.4E-01	3.1E-01	1.9E-01	1.4E-01	1.0E+00	3.2E-01	3.2E-01	-2.9E-01	-2.5E-01
η_{C_4}	1.9E-04	1.9E-04	1.0E-04	-2.6E-03	-2.1E-01	-6.1E-02	-8.3E-02	-1.0E-01	-2.5E-01	-2.7E-02	-1.4E-01	-1.2E-01	-6.8E-02	-1.6E-01	-7.5E-02	-1.6E-01
ξ_{C_4}	1.2E-04	1.2E-04	2.8E-03	-2.6E-03	-2.1E-01	-1.4E-02	-3.2E-02	-1.2E+01	-1.3E-01	-1.9E-01	-1.7E-01	-1.1E-01	-1.4E-01	-1.1E-01	-1.9E-01	-1.7E-01
η_{D_4}	1.8E-04	8.8E-05	4.8E-04	-3.8E-03	-8.7E-02	-2.4E-01	-2.4E-01	-1.9E-01	1.6E+01	-3.0E-01	-6.1E-02	-4.7E-02	-2.8E-01	-3.5E-01	-2.4E-01	-2.7E-01
ξ_{D_4}	3.3E-05	-8.7E-04	9.9E-06	-2.2E-03	8.3E-01	-5.3E+00	9.5E+00	-3.1E-01	-2.7E-01	-3.0E-02	1.7E-01	2.0E-01	-2.7E-01	-2.8E-01	-1.5E-01	-2.4E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
1.4E-04	1.2E-03	2.3E-04	2.5E-04	4.9E-05	1.8E-05	-1.2E-04	3.5E-04	9.7E-05	-9.4E-05	-4.4E-05	6.7E-05	-3.3E-05	1.9E-04	1.2E-04	1.8E-04	3.3E-05
-2.5E-03	3.2E-03	-8.1E-05	-3.8E-05	2.3E-04	-5.9E-04	-5.7E-04	-3.3E-03	-2.4E-03	-1.6E-03	-9.7E-04	-7.7E-04	-9.0E-05	1.9E-04	1.2E-04	8.8E-05	-8.7E-04
1.5E-04	-2.1E-05	4.0E-04	1.5E-03	-1.4E-03	-4.5E-06	1.5E-03	4.0E-03	3.7E-03	2.9E-03	1.1E-03	1.3E-03	3.8E-04	1.0E-04	2.8E-03	4.8E-04	9.9E-06
-2.1E-03	-2.3E-02	5.8E-02	-7.7E-04	-5.0E-04	-2.7E-02	-2.8E-02	1.1E-02	2.3E-02	1.1E-02	4.5E-03	-4.7E-03	1.4E-03	-2.6E-03	-2.6E-03	-3.8E-03	-2.2E-03
-1.4E-01	3.7E+00	1.5E+00	-1.8E-01	7.5E-02	-4.0E-03	7.1E-02	1.9E-01	6.5E-02	2.0E-01	-5.5E+00	8.7E-01	-4.4E-01	-2.1E-01	-2.1E-01	-8.7E-02	8.3E-01
3.5E-02	8.0E-02	4.2E-02	-2.5E-02	-9.9E+00	-5.7E-01	8.3E-01	7.5E-02	2.1E+00	-9.4E-01	2.1E+00	-6.8E+00	5.4E-01	-6.1E-02	-1.4E-02	-2.4E-01	-5.3E+00
-9.8E-04	2.5E-01	1.8E-02	4.6E-01	3.9E-02	-6.1E-02	3.8E-01	2.4E+00	-2.8E-01	1.5E+00	1.2E+00	3.4E+00	2.3E-01	-8.3E-02	-3.2E-02	-2.4E-01	9.5E+00
-4.8E-01	2.6E+00	7.7E+00	-1.4E+01	-3.4E+00	2.2E-01	-2.2E-01	7.5E-02	1.9E+00	1.5E-01	-1.2E+00	-5.4E-01	-4.4E-01	-1.0E-01	-1.2E+01	-1.9E-01	-3.1E-01
-3.9E-01	4.1E+00	-5.0E-01	-1.1E+01	-2.4E+01	7.0E-01	-7.1E-01	-1.5E+00	1.4E+00	-1.3E+00	-7.8E-01	-4.0E-01	3.1E-01	-2.5E-01	-1.3E-01	1.6E+01	-2.7E-01
-2.9E-01	1.3E-01	-1.4E-01	-1.6E-01	-1.1E-01	1.0E-01	1.7E-01	-1.5E-01	1.1E-02	-7.6E-02	1.7E-01	-4.7E-02	1.9E-01	-2.7E-02	-1.9E-01	-3.0E-01	-3.0E-02
2.7E-01	2.9E-01	7.1E-02	2.0E-01	1.7E-01	2.6E-01	2.6E-01	2.2E-01	4.7E-01	-2.1E+00	2.1E-01	1.4E-01	1.4E-01	-1.4E-01	-1.7E-01	-6.1E-02	1.7E-01
1.7E-01	3.5E-01	1.2E-01	1.8E+00	1.8E-01	2.8E-01	2.7E-01	1.3E-01	4.6E-01	1.2E-01	2.6E-01	1.7E-01	1.0E+00	-1.2E-01	-1.1E-01	-4.7E-02	2.0E-01
-2.7E-01	1.2E-01	-1.4E-01	-1.4E-01	-1.3E-01	1.3E-01	1.4E-01	1.8E-02	8.5E-04	-7.4E-02	2.5E-01	-1.3E-01	3.2E-01	-6.8E-02	-1.4E-01	-2.8E-01	-2.7E-01
-2.9E-01	1.3E-01	-1.5E-01	4.8E-01	-1.5E-01	1.2E-01	-1.1E-01	3.7E-02	2.2E-02	-1.1E-01	2.6E-01	-1.2E-01	3.2E-01	-1.6E-01	-1.1E-01	-3.5E-01	-2.8E-01
-9.7E-01	5.3E+00	-1.8E-01	5.9E-01	-1.4E-01	1.2E-01	1.3E-01	-1.0E-01	-2.3E-01	-1.4E-02	3.0E-01	-1.3E-01	-2.9E-01	-7.5E-02	-1.9E-01	-2.4E-01	-1.5E-01
-3.4E-01	1.5E-01	-1.4E-01	-1.5E-01	-1.5E-01	9.7E-02	3.2E-01	-1.4E-01	-1.7E-01	-9.3E-03	2.1E-01	-9.4E-02	-2.5E-01	-1.6E-01	-1.7E-01	-2.7E-01	-2.4E-01
-3.3E-01	1.7E-01	-3.5E-01	-2.5E-01	-9.7E-01	5.0E-02	3.1E-02	-2.4E-01	3.5E+00	-2.3E-01	-1.8E+00	-2.3E-01	-1.9E-01	-4.5E-01	-4.4E-01	-8.4E-02	-3.0E-01
1.7E-01	9.1E-01	1.8E-01	1.4E-01	1.2E-01	2.7E-01	2.8E-01	3.2E-01	1.4E-01	-1.4E+00	2.5E-01	1.6E-01	1.1E-01	-7.9E-02	-7.9E-02	-9.4E-02	-1.0E+01
-3.5E-01	1.8E-01	-2.1E-01	-1.4E-01	-1.7E-01	3.8E-01	4.1E-01	-1.4E-01	-6.3E-01	-1.4E-02	2.3E-01	-1.7E-01	-2.5E-01	-1.3E-01	-2.3E-01	-1.3E-01	-1.1E-01
-2.5E-01	1.4E-01	-1.4E-01	-2.5E-01	-2.0E-01	4.1E-01	4.0E-01	-1.4E-01	-8.4E-02	-1.9E-01	2.5E-01	-1.6E-01	-2.4E-01	-7.4E-02	-2.3E-01	-1.2E-01	-1.1E-01
-9.7E-01	1.2E-01	-1.7E-01	-2.0E-01	-3.7E-01	4.5E-01	1.1E+00	1.5E-01	-1.4E-01	-7.4E-02	1.8E-01	-1.5E-01	-2.8E-01	-2.5E-01	-2.3E-01	-3.2E-01	-1.6E-01
5.0E-02	2.7E-01	3.8E-01	4.1E-01	4.5E-01	4.2E-01	2.6E-01	1.2E-01	9.1E-02	2.4E-01	2.6E-01	1.6E-01	-5.9E-02	-1.6E-01	-1.4E-01	-8.2E-02	-1.1E+00
3.1E-02	2.8E-01	4.1E-01	4.0E-01	1.1E+00	2.6E-01	6.0E-01	9.5E-03	1.3E-01	4.6E-01	1.9E-01	1.8E-01	-2.0E-01	-1.5E-01	-1.1E-01	-8.6E-02	-1.3E-01
-2.4E-01	3.2E-01	-1.4E-01	-1.4E-01	1.5E-01	1.2E-01	9.5E-03	3.4E-01	-4.9E+00	1.2E-01	1.4E-01	-3.0E-01	3.9E-01	-8.0E-02	-1.4E-01	-1.1E-01	1.5E-01
3.5E+00	1.4E-01	-6.3E-01	-8.4E-02	-1.4E-01	9.1E-02	1.3E-01	-4.9E+00	3.9E-01	1.7E-01	-8.6E-01	-2.9E-01	-9.0E-01	-8.9E-02	-1.3E-01	-4.5E-02	9.1E-03
-2.3E-01	-1.4E+00	-1.4E-02	-1.9E-01	-7.4E-02	2.4E-01	4.6E-01	1.2E-01	1.7E-01	3.4E+01	2.4E-01	-2.3E-01	3.8E-01	-1.2E-01	-1.4E-01	-1.1E-01	8.9E-02
-1.8E+00	2.5E-01	2.3E-01	2.5E-01	1.8E-01	2.6E-01	1.9E-01	1.4E-01	-8.6E-01	2.4E-01	4.2E-01	2.4E-01	1.7E-01	-1.0E-01	-1.6E-01	-1.2E-01	9.9E-02
-2.3E-01	1.6E-01	-1.7E-01	-1.6E-01	-1.5E-01	1.6E-01	1.8E-01	-3.0E-01	-2.9E-01	-2.3E-01	2.4E-01	-4.6E-01	9.8E-01	-3.0E-01	-4.2E-01	-1.3E-01	-1.8E-01
-1.9E-01	1.1E-01	-2.5E-01	-2.4E-01	-2.8E-01	-5.9E-02	-2.0E-01	3.9E-01	-9.0E-01	3.8E-01	1.7E-01	9.8E-01	-4.5E-01	-4.2E-01	-4.2E-01	-1.4E-01	-1.2E-01
-4.5E-01	-7.9E-02	-1.3E-01	-7.4E-02	-2.5E-01	-1.6E-01	-1.5E-01	-8.0E-02	-8.9E-02	-1.2E-01	-1.0E-01	-3.0E-01	-4.2E-01	-2.9E-01	-1.3E-01	-1.7E-01	-1.4E-01
-4.4E-01	-7.9E-02	-2.3E-01	-2.3E-01	-2.3E-01	-1.4E-01	-1.1E-01	-1.4E-01	-1.3E-01	-1.4E-01	-1.6E-01	-4.2E-01	-4.2E-01	-1.3E-01	-1.9E-01	-1.5E-01	-2.2E-01
-8.4E-02	-9.4E-02	-1.3E-01	-1.2E-01	-3.2E-01	-8.2E-02	-8.6E-02	-1.1E-01	-4.5E-02	-1.1E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	-1.4E-01	-1.7E-01	-1.5E-01	-4.9E-01	-2.5E-01
-3.0E-01	-1.0E+01	-1.1E-01	-1.1E-01	-1.6E-01	-1.1E+00	-1.3E-01	1.5E-01	9.1E-03	8.9E-02	9.9E-02	-1.8E-01	-1.2E-01	-1.4E-01	-2.2E-01	-2.5E-01	-5.3E-01

Matrice des interactions $\left[{}^{x}In\right]$ entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) influents sur les suppléments des erreurs de position selon x de la plate-forme mobile (différence entre fermeture sans prendre compte et après prendre compte du poids propre)

$[y\ln]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	9.3E-07	-3.6E-08	-3.8E-07	-4.2E-07	-3.7E-05	2.2E-04	2.2E-04	-1.3E-05	4.5E-05	3.3E-04	3.2E-04	1.7E-04	5.1E-05	-9.5E-05	3.4E-04	3.5E-05
q_2	-3.6E-08	2.8E-07	-3.1E-07	-6.6E-06	-4.9E-04	-1.4E-04	-1.4E-04	-1.3E-03	-2.2E-04	-9.4E-05	-6.9E-04	7.9E-04	-1.0E-04	-2.4E-03	-2.4E-03	3.1E-04
q_3	-3.8E-07	-3.1E-07	2.4E-06	2.7E-06	2.1E-05	5.7E-04	4.2E-04	4.6E-04	1.8E-04	-2.2E-05	1.3E-03	-6.4E-04	1.8E-04	2.1E-03	2.9E-03	-1.8E-03
Φ_P	-4.2E-07	-6.6E-06	2.7E-06	-2.0E-06	3.5E-05	-4.5E-02	2.8E-03	-5.5E-03	-1.2E-03	8.8E-04	7.8E-02	-7.2E-02	3.2E-03	4.9E-04	4.6E-04	1.3E-02
η_{M_3}	-3.7E-05	-4.9E-04	2.1E-05	3.5E-05	-7.7E-01	4.7E-01	7.2E-01	9.9E-01	-1.4E+00	-6.1E-02	3.9E-01	1.5E+00	-2.3E-01	-2.3E-01	1.5E-01	-3.2E+00
η_{M_2}	2.2E-04	-1.4E-04	5.7E-04	-4.5E-02	4.7E-01	1.0E-01	-3.4E-01	-1.4E+00	-2.0E+00	1.9E+00	6.1E-01	-1.6E+00	2.6E+00	3.0E+00	1.6E+00	-6.6E+00
ξ_{M_2}	2.2E-04	-1.4E-04	4.2E-04	2.8E-03	7.2E-01	-3.4E-01	-4.2E-01	2.2E+00	2.3E+00	2.3E+00	-1.6E-01	-8.6E-01	1.7E+00	-4.1E-01	2.9E+00	1.9E+00
η_{M_4}	-1.3E-05	-1.3E-03	4.6E-04	-5.5E-03	9.9E-01	-1.4E+00	2.2E+00	-2.8E+00	-1.9E-01	-6.4E-01	4.3E+00	7.0E-01	-1.7E+00	2.2E+00	-5.9E-01	4.0E+00
ξ_{M_4}	4.5E-05	-2.2E-04	1.8E-04	-1.2E-03	-1.4E-01	-2.0E-01	2.3E+00	-1.9E-01	4.8E+00	-1.2E-01	5.6E+00	7.5E-01	-9.1E-02	1.4E+00	6.7E-01	-1.2E-01
η_{B_1}	3.3E-04	-1.4E-03	4.0E-04	1.3E-02	1.1E+00	1.7E+00	2.3E+00	-6.4E-02	-1.2E-01	-1.3E-01	1.6E-01	2.0E-01	9.1E-02	1.9E-01	-7.0E-02	6.1E-02
ξ_{B_1}	-1.3E-04	1.4E-03	1.1E-03	-1.1E-02	-1.1E+00	-1.6E+00	-1.6E+00	1.6E+00	5.6E+00	1.6E-01	-5.8E-01	-2.9E-01	1.9E-01	-7.5E+00	-4.6E+00	1.5E-01
η_{C_1}	1.7E-04	-1.0E-03	1.1E-03	-1.2E-03	1.5E+00	1.6E+00	1.6E+00	-1.7E+00	7.5E-01	2.0E-01	-2.9E-01	-5.4E-01	1.6E-01	1.9E-01	5.5E+00	1.8E-01
ξ_{C_1}	5.1E-05	-1.0E-04	1.8E-04	8.8E-04	1.6E+00	2.6E+00	1.7E+00	-1.7E+00	-9.1E-02	9.1E-02	1.9E-01	1.6E-01	1.9E-01	2.4E-02	1.0E-03	9.9E-02
η_{D_1}	-9.5E-05	-2.4E-03	2.1E-03	4.9E-04	3.0E+00	3.0E+00	-4.1E-01	2.2E+00	1.4E+00	1.9E-01	-7.5E+00	1.9E-01	2.4E-02	1.6E-02	-1.1E-01	1.3E-01
ξ_{D_1}	3.4E-04	-2.4E-03	2.9E-03	4.6E-04	1.5E-01	1.6E+00	2.9E+00	-5.9E-01	6.7E-01	-7.0E-02	-4.6E+00	5.5E+00	1.0E-03	-1.1E-01	2.3E-01	-6.9E-02
η_{B_2}	3.5E-05	3.1E-04	-1.8E-03	1.3E-02	-3.2E+00	-6.6E+00	1.9E+00	4.0E+00	-1.2E-01	6.1E-02	1.5E-01	1.8E-01	9.9E-02	1.3E-01	-6.9E-02	2.6E-01
ξ_{B_2}	2.6E-04	-5.1E-04	3.8E-05	-1.2E-03	-1.7E-01	-1.5E-01	-1.8E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	1.5E-01	2.6E-01	2.5E-01	1.2E-01	1.4E-01	1.9E-01	2.1E-01
η_{C_2}	3.7E-04	-5.3E-04	1.2E-03	4.0E-02	4.7E-01	-1.8E-01	-1.6E-01	-4.2E+00	-2.6E+00	1.7E-01	-2.7E-01	-2.7E-01	1.8E-01	1.4E-01	-6.1E+00	1.8E-01
ξ_{C_2}	3.3E-04	2.1E-04	-8.4E-05	9.2E-03	-2.7E+00	-1.4E-01	-1.4E-01	2.8E+00	-8.7E-02	-5.7E-02	1.4E-01	1.9E-01	-7.2E-02	-6.9E-02	-7.2E-02	-5.4E-02
η_{D_2}	3.4E-04	-3.3E-04	4.0E-04	1.0E-04	-2.6E-01	-1.4E-01	2.0E+00	-3.7E+00	-6.4E-01	-5.9E-02	2.2E-01	3.3E-01	-5.5E-02	2.1E+00	-5.4E+00	-6.5E-02
ξ_{D_2}	-1.1E-04	3.1E-04	-1.1E-03	3.1E-04	7.9E-01	-5.2E+00	-1.4E-01	-3.3E-01	-2.2E+00	-7.6E-02	1.6E-01	2.0E-01	-6.6E-02	-7.1E-02	-1.2E-01	-2.0E-03
η_{B_3}	-2.4E-05	5.4E-05	1.0E-04	5.4E-02	-3.7E-02	3.5E-01	4.4E-01	4.5E-01	2.0E+00	1.5E-01	-2.6E-01	-2.6E-01	1.4E-01	1.7E-01	1.6E-01	2.1E-01
ξ_{B_3}	1.3E-04	4.3E-05	-1.7E-04	5.1E-02	-1.8E-01	-5.2E-01	-4.0E-01	-4.8E-01	-1.9E+00	1.8E-01	-2.9E-01	-2.7E-01	2.6E-01	8.3E-01	2.5E-01	-2.5E+00
η_{C_3}	-2.0E-04	2.2E-03	-1.5E-03	1.8E-02	-1.7E-01	-1.6E-01	-4.8E-01	4.6E-01	1.3E+00	-1.6E-01	-3.2E-01	-3.3E-01	6.1E-02	-2.6E-01	-1.3E-01	1.2E-01
ξ_{C_3}	-2.2E-04	1.4E-03	-2.1E-03	-2.4E-03	-1.8E-01	-9.8E-01	-5.0E-01	-2.4E+00	-3.1E+00	-8.8E-02	-2.9E-01	-3.0E-01	-1.4E-01	-1.5E-01	-1.4E-01	-1.2E-01
η_{D_3}	1.7E-04	-8.2E-04	1.1E-03	2.6E-02	-1.7E-01	2.5E+00	2.0E+00	2.3E+00	2.7E+00	-1.4E-01	5.0E+00	-2.3E-01	-1.6E-01	-1.8E-01	-1.3E-01	-1.4E-01
ξ_{D_3}	-2.1E-05	4.6E-04	-3.3E-04	-1.0E-01	7.7E-01	-1.1E+00	-4.6E-01	-3.7E+00	-3.2E+00	1.7E-01	-2.7E-01	-2.8E-01	2.6E-01	2.5E-01	2.6E-01	1.4E-01
η_{B_4}	-2.0E-04	-2.7E-03	3.5E-03	-2.3E-03	1.1E+00	-1.3E+00	7.2E+00	-1.4E-01	-1.3E-01	-5.0E-02	1.1E-01	9.7E-02	-7.1E-02	-1.1E-01	7.7E-02	1.1E-01
ξ_{B_4}	3.2E-05	5.7E-04	-7.5E-04	1.6E-03	2.3E-01	-7.7E-01	-2.0E+00	-3.6E+00	3.2E+00	5.8E+00	2.7E-01	-3.4E+00	4.5E+00	-1.4E+00	-4.2E+00	6.0E-03
η_{C_4}	6.7E-05	-1.9E-04	8.5E-06	4.5E-04	5.7E-02	4.8E-02	4.6E-02	-3.4E-02	-2.4E-02	3.0E-01	1.0E-02	2.6E-02	7.8E-01	2.9E-01	2.8E-01	2.7E-01
ξ_{C_4}	-2.5E-04	-1.9E-04	1.8E-03	1.9E-04	5.0E-02	4.5E-02	3.7E-02	-7.8E-01	1.4E-02	2.7E-01	2.1E-01	2.6E-01	2.6E-01	3.0E-01	2.9E-01	3.0E-01
η_{D_4}	2.1E-04	-6.6E-05	-5.5E-04	-1.1E-03	-1.3E-01	-6.3E-02	-6.6E-02	1.8E-02	-3.3E+00	1.8E-01	1.7E-02	1.6E-01	2.1E-01	2.1E-01	1.7E-01	3.4E-01
ξ_{D_4}	-1.2E-04	-3.7E-04	1.3E-05	-5.5E-04	-1.5E+00	-1.6E+00	6.5E+00	-1.6E-01	-1.8E-01	2.3E-01	2.2E-01	2.2E-01	-4.0E-02	-5.7E-02	7.9E-02	1.1E-01

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
2.6E-04	3.7E-04	3.3E-04	3.4E-04	-1.1E-04	-2.4E-05	1.3E-04	-2.0E-04	-2.2E-04	1.7E-04	-2.1E-05	-2.0E-04	3.2E-05	6.7E-05	-2.5E-04	2.1E-04	-1.2E-04
-5.1E-04	-5.3E-04	2.1E-04	-3.3E-04	3.1E-04	5.4E-05	4.3E-05	2.2E-03	1.4E-03	-8.2E-04	4.6E-04	-2.7E-03	5.7E-04	-1.9E-04	-1.9E-04	-6.6E-05	-3.7E-04
3.8E-05	1.2E-03	-8.4E-05	4.0E-04	-1.1E-03	1.0E-04	-1.7E-04	-1.5E-03	-2.1E-03	1.1E-03	-3.3E-04	3.5E-03	-7.5E-04	8.5E-06	1.8E-03	-5.5E-04	1.3E-05
-1.2E-03	4.0E-02	9.2E-03	1.0E-04	3.1E-04	5.4E-02	5.1E-02	1.8E-02	-2.4E-03	2.6E-02	-1.0E-01	-2.3E-03	1.6E-03	4.5E-04	1.9E-04	-1.1E-03	-5.5E-04
-1.7E-01	4.7E-01	-2.7E+00	-2.6E-01	7.9E-01	-3.7E-02	-1.8E-01	-1.7E-01	-1.8E-01	-1.7E-01	7.7E-01	1.1E+00	2.3E-01	5.7E-02	5.0E-02	-1.3E-01	-1.5E+00
-1.5E-01	-1.8E-01	-1.4E-01	-1.4E-01	-5.2E+00	3.5E-01	-5.2E-01	-1.6E-01	-9.8E-01	2.5E+00	-1.1E+00	-1.3E+00	-7.7E-01	4.8E-02	4.5E-02	-6.3E-02	-1.6E+00
-1.8E-01	-1.6E-01	-1.4E-01	2.0E+00	-1.4E-01	4.4E-01	-4.0E-01	-4.8E-01	-5.0E-01	2.0E+00	-4.6E-01	7.2E+00	-2.0E+00	4.6E-02	3.7E-02	-6.6E-02	6.5E+00
-1.2E-01	-4.2E+00	2.8E+00	-3.7E+00	-3.3E-01	4.5E-01	-4.8E-01	4.6E-01	-2.4E+00	2.3E+00	-3.7E+00	-1.4E-01	-3.6E+00	-3.4E-02	-7.8E-01	1.8E-02	-1.6E-01
-1.3E-01	-2.6E+00	-8.7E-02	-6.4E-01	-2.2E+00	2.0E+00	-1.9E+00	1.3E+00	-3.1E+00	2.7E+00	-3.2E+00	-1.3E-01	3.2E+00	-2.4E-02	1.4E-02	-3.3E+00	-1.8E-01
1.5E-01	1.7E-01	-5.7E-02	-5.9E-02	-7.6E-02	1.5E-01	1.8E-01	-1.6E-01	-8.8E-02	-1.4E-01	1.7E-01	-5.0E-02	5.8E+00	3.0E-01	2.7E-01	1.8E-01	2.3E-01
2.6E-01	-2.7E-01	1.4E-01	2.2E-01	1.6E-01	-2.6E-01	-2.9E-01	-3.2E-01	-2.9E-01	5.0E+00	-2.7E-01	1.1E-01	2.7E-01	1.0E-02	2.1E-01	1.7E-02	2.2E-01
2.5E-01	-2.7E-01	1.9E-01	3.3E-01	2.0E-01	-2.6E-01	-2.7E-01	-3.3E-01	-3.0E-01	-2.3E-01	-2.8E-01	9.7E-02	-3.4E+00	2.6E-02	2.6E-01	1.6E-01	2.2E-01
1.2E-01	1.8E-01	-7.2E-02	-5.5E-02	-6.6E-02	1.4E-01	2.6E-01	6.1E-02	-1.4E-01	-1.6E-01	2.6E-01	-7.1E-02	4.5E+00	7.8E-01	2.6E-01	2.1E-01	-4.0E-02
1.4E-01	1.4E-01	-6.9E-02	2.1E+00	-7.1E-02	1.7E-01	8.3E-01	-2.6E-01	-1.5E-01	-1.8E-01	2.5E-01	-1.1E-01	-1.4E+00	2.9E-01	3.0E-01	2.1E-01	-5.7E-02
1.9E-01	-6.1E+00	-7.2E-02	-5.4E+00	-1.2E-01	1.6E-01	2.5E-01	-1.3E-01	-1.4E-01	-1.3E-01	2.6E-01	7.7E-02	-4.2E+00	2.8E-01	2.9E-01	1.7E-01	7.9E-02
2.1E-01	1.8E-01	-5.4E-02	-6.5E-02	-2.0E-03	2.1E-01	-2.5E+00	1.2E-01	-1.2E-01	-1.4E-01	1.4E-01	1.1E-01	6.0E-03	2.7E-01	3.0E-01	3.4E-01	1.1E-01
3.3E-01	9.5E-02	-7.5E-02	1.2E-01	1.9E-01	9.2E-02	8.0E-02	1.0E-01	-3.2E+00	2.9E-02	-9.3E+00	1.0E-01	1.6E-01	1.2E-01	9.4E-02	2.0E-01	3.5E-02
9.5E-02	-5.7E-01	2.4E-01	1.6E-01	1.7E-01	-2.7E-01	-2.8E-01	6.1E-01	-2.8E-01	5.7E+00	-3.0E-01	6.1E-02	2.7E-01	2.3E-02	2.5E-01	2.0E-01	-4.9E+00
-7.5E-02	2.4E-01	-1.1E-01	-6.7E-02	-8.8E-02	1.8E-01	1.9E-01	-1.2E-01	1.1E+00	-1.7E-01	1.6E-01	8.7E-02	1.0E-01	2.9E-01	3.0E-01	2.1E-01	1.1E-01
1.2E-01	1.6E-01	-6.7E-02	-1.3E-01	2.5E-01	1.7E-01	2.0E-01	-1.3E-01	-2.0E+00	-1.2E-01	1.6E-01	8.4E-02	2.7E-02	3.0E-01	3.0E-01	2.0E-01	-6.2E-02
1.9E-01	1.7E-01	-8.8E-02	2.5E-01	3.8E-01	1.6E-01	2.5E+00	-3.9E-01	-1.3E-01	-1.1E-01	1.8E-01	-8.4E-02	9.3E-02	2.8E-01	3.0E-01	1.9E-01	8.1E-02
9.2E-02	-2.7E-01	1.8E-01	1.7E-01	1.6E-01	-5.2E-01	-2.8E-01	-3.0E-01	-3.1E-01	-3.5E-01	-2.9E-01	4.1E-02	3.0E-01	2.0E-02	2.4E-01	1.9E-01	-2.7E+00
8.0E-02	-2.8E-01	1.9E-01	2.0E-01	2.5E+00	-2.8E-01	-6.0E-01	-1.6E-02	-3.2E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	6.6E-02	2.5E+00	1.2E-01	2.4E-01	2.4E-01	3.6E-01
1.0E-01	6.1E-01	-1.2E-01	-1.3E-01	-3.9E-01	-3.0E-01	-1.6E-02	-6.4E-01	3.7E-01	-3.4E-01	-3.1E-01	7.6E-02	2.3E+00	2.3E-01	2.8E-01	2.8E-01	2.5E-01
-3.2E+00	-2.8E-01	1.1E+00	-2.0E+00	-1.3E-01	-3.1E-01	-3.2E-01	3.7E-01	-6.6E-01	-3.5E-01	-1.4E+00	1.7E-02	4.7E-01	2.7E-01	2.8E-01	3.8E-01	2.8E-01
2.9E-02	5.7E+00	-1.7E-01	-1.2E-01	-1.1E-01	-3.5E-01	-2.9E-01	-3.4E-01	-3.5E-01	-3.9E+00	-2.7E-01	8.0E-02	2.3E+00	2.8E-01	4.1E-01	4.1E-01	2.0E-01
-9.3E+00	-3.0E-01	1.6E-01	1.6E-01	1.8E-01	-2.9E-01	-2.9E-01	-3.1E-01	-1.4E+00	-2.7E-01	-4.3E-01	6.4E-02	6.5E-01	1.9E-01	3.9E-01	2.3E-01	2.2E-01
1.0E-01	6.1E-02	8.7E-02	8.4E-02	-8.4E-02	4.1E-02	6.6E-02	7.6E-02	1.7E-02	8.0E-02	6.4E-02	2.3E-01	-2.5E+00	1.1E-01	1.0E-01	2.2E-01	1.5E-01
1.6E-01	2.7E-01	1.0E-01	2.7E-02	9.3E-02	3.0E-01	2.5E+00	2.3E+00	4.7E-01	2.3E+00	6.5E-01	-2.5E+00	3.4E-01	1.0E-01	9.8E-02	1.7E-01	9.0E-02
1.2E-01	2.3E-02	2.9E-01	3.0E-01	2.8E-01	2.0E-02	1.2E-01	2.3E-01	2.7E-01	2.8E-01	1.9E-01	1.1E-01	1.0E-01	3.2E-01	1.2E-01	3.6E-02	1.9E-01
9.4E-02	2.5E-01	3.0E-01	3.0E-01	3.0E-01	2.4E-01	2.4E-01	2.8E-01	2.8E-01	4.1E-01	3.9E-01	1.0E-01	9.8E-02	1.2E-01	3.3E-01	1.0E-01	1.7E-01
2.0E-01	2.0E-01	2.1E-01	2.0E-01	1.9E-01	1.9E-01	2.4E-01	2.8E-01	3.8E-01	4.1E-01	2.3E-01	2.2E-01	1.7E-01	3.6E-02	1.0E-01	3.3E-01	1.5E-01
3.5E-02	-4.9E+00	1.1E-01	-6.2E-02	8.1E-02	-2.7E+00	3.6E-01	2.5E-01	2.8E-01	2.0E-01	2.2E-01	1.5E-01	9.0E-02	1.9E-01	1.7E-01	1.5E-01	3.7E-01

Matrice des interactions $\left[{}^{y}In\right]$ entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) influents sur les suppléments des erreurs de position selon y de la plate-forme mobile (différence entre fermeture sans prendre compte et après prendre compte du poids propre)

$\left[\begin{smallmatrix} \cdot & In \\ Out & \cdot \end{smallmatrix}\right]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	-8.3E-08	1.7E-08	-5.0E-09	7.1E-07	3.3E-05	1.7E-04	1.6E-04	2.9E-05	-3.9E-05	2.0E-05	3.9E-04	2.1E-06	-4.5E-05	1.0E-04	1.6E-05	-1.1E-05
q_2	1.7E-08	4.6E-07	-5.8E-07	1.4E-07	-2.3E-04	8.1E-05	6.2E-05	1.1E-04	-4.8E-05	-1.5E-05	1.2E-03	-6.8E-04	-3.6E-05	4.3E-04	3.7E-04	1.2E-05
q_3	-5.0E-09	-5.8E-07	3.0E-07	-2.3E-07	1.8E-04	6.8E-05	1.4E-05	1.1E-04	1.1E-04	2.9E-05	-9.7E-04	4.4E-04	8.0E-06	-5.4E-04	-2.2E-04	-4.0E-04
Φ_P	7.1E-07	1.4E-07	-2.3E-07	-6.7E-05	-2.6E-03	-2.4E-03	2.7E-03	8.7E-04	-2.4E-04	-1.4E-03	6.0E-03	-9.3E-04	-3.5E-04	-3.5E-05	-3.4E-05	3.2E-03
η_{M_3}	3.3E-05	-2.3E-04	1.8E-04	-2.6E-03	7.8E-01	-6.5E-03	1.7E-01	1.8E-01	-9.1E-02	4.7E-02	-5.2E-01	-2.9E-03	1.4E-03	-5.0E-04	-1.7E-01	-7.6E-01
η_{M_2}	1.7E-04	8.1E-05	6.8E-05	-2.4E-03	-6.5E-03	-5.6E-01	-2.3E-01	1.8E-01	1.7E-01	2.3E-01	-1.5E+00	9.6E-01	1.0E-01	1.0E-02	2.3E-01	-6.6E-01
ξ_{M_2}	1.6E-04	6.2E-05	1.4E-05	2.7E-03	1.7E-01	-2.3E-01	3.9E-01	8.1E-03	4.1E-03	1.6E-01	-1.0E-03	1.3E-01	1.9E-01	-9.7E-02	5.0E-02	2.0E-01
η_{M_4}	2.9E-05	1.1E-04	1.1E-04	8.7E-04	1.8E-01	1.8E-01	8.1E-03	5.1E-01	2.5E-01	-1.6E-01	-8.2E-02	3.7E-02	8.5E-03	-8.1E-02	1.2E-01	8.7E-01
ξ_{M_4}	-3.9E-05	-4.8E-05	1.1E-04	-2.4E-04	-9.1E-02	1.7E-01	4.1E-03	2.5E-01	-3.1E-01	-3.2E-02	3.4E-01	2.7E-02	-3.2E-02	2.7E-01	-1.8E-01	-2.6E-02
η_{B_1}	2.0E-05	-1.5E-05	2.9E-05	-1.4E-03	4.7E-02	2.3E-01	1.6E-01	-1.6E-01	-3.2E-02	2.8E-02	6.6E-03	6.5E-03	1.5E-02	1.4E-02	1.2E-02	1.6E-02
ξ_{B_1}	3.9E-04	1.2E-03	-9.7E-04	6.0E-03	-5.2E-01	-1.5E+00	-1.0E-03	-8.2E-02	3.4E-01	6.6E-03	7.0E-03	-1.9E-04	-2.6E-02	-5.2E-01	-3.5E-01	7.1E-04
η_{C_1}	2.1E-06	-6.8E-04	4.4E-04	-9.3E-04	-2.9E-03	9.6E-01	1.3E-01	3.7E-02	2.7E-02	6.5E-03	-1.9E-04	8.0E-03	-1.8E-02	8.4E-03	1.6E+00	7.5E-03
ξ_{C_1}	-4.5E-05	-3.6E-05	8.0E-06	-3.5E-04	1.4E-03	1.0E-01	1.9E-01	8.5E-03	-3.2E-02	1.5E-02	-2.6E-02	-1.8E-02	2.4E-02	1.3E-02	1.5E-02	1.5E-02
η_{D_1}	1.0E-04	4.3E-04	-5.4E-04	-3.5E-05	-5.0E-04	1.0E-02	-9.7E-02	-8.1E-02	2.7E-01	1.4E-02	-5.2E-01	8.4E-03	1.3E-02	2.8E-02	1.5E-02	1.6E-02
ξ_{D_1}	1.6E-05	3.7E-04	-2.2E-04	-3.4E-05	-1.7E-01	2.3E-01	5.0E-02	1.2E-01	-1.8E-01	1.2E-02	-3.5E-01	1.6E+00	1.5E-02	1.5E-02	7.0E-03	-1.3E-01
η_{B_2}	-1.1E-05	1.2E-05	-4.0E-04	3.2E-03	-7.6E-01	-6.6E-01	2.0E-01	8.7E-01	-2.6E-02	1.6E-02	7.1E-04	7.5E-03	1.5E-02	1.6E-02	-1.3E-01	3.1E-02
ξ_{B_2}	1.3E-05	5.5E-04	1.7E-05	-1.6E-04	-2.3E-02	-2.5E-02	-2.5E-02	-2.8E-02	-1.5E-02	6.0E-03	-4.2E-03	-7.5E-03	2.6E-03	3.0E-03	2.6E-03	2.5E-03
η_{C_2}	3.6E-04	6.6E-04	-5.8E-05	5.4E-03	-2.0E-01	1.4E-03	2.0E-03	7.9E-01	8.2E-01	5.2E-03	1.3E-02	1.2E-02	-1.2E-02	1.1E-02	-3.2E-01	-1.9E-03
ξ_{C_2}	2.0E-05	-2.5E-05	-4.3E-04	2.5E-03	-8.4E-01	-1.8E-02	-2.0E-02	2.4E-01	-2.7E-02	1.4E-02	1.5E-03	-3.3E-03	1.2E-02	1.3E-02	1.4E-02	1.3E-02
η_{D_2}	1.9E-05	-1.1E-04	1.9E-04	6.5E-05	1.7E-03	-2.0E-02	2.6E-01	-6.8E-01	-2.0E-01	2.0E-03	1.1E-02	-3.4E-01	-6.7E-03	4.0E-01	-6.8E-01	3.0E-03
ξ_{D_2}	1.4E-04	9.0E-06	4.8E-05	5.5E-05	2.8E-01	-7.1E-01	-2.1E-02	-7.0E-02	-6.7E-01	1.2E-02	1.2E-02	1.1E-02	7.9E-03	8.5E-03	7.7E-03	9.0E-03
η_{B_3}	9.0E-06	1.1E-04	-4.5E-06	3.7E-03	2.1E-02	3.4E-02	-1.4E-01	1.6E-01	3.0E-01	1.2E-03	9.5E-03	1.0E-02	-4.0E-03	-5.5E-03	9.5E-03	1.4E-02
ξ_{B_3}	2.5E-06	7.3E-05	-5.2E-05	3.6E-03	3.5E-03	-5.2E-02	8.9E-02	-9.1E-02	-4.6E-01	1.2E-02	8.5E-03	9.2E-03	5.5E-03	-9.8E-02	-2.0E-03	3.2E-01
η_{C_3}	8.9E-05	4.7E-04	-3.0E-04	-3.3E-03	4.4E-03	2.0E-03	-3.6E-01	-1.4E-01	-7.3E-01	1.3E-02	9.0E-03	9.5E-03	-1.3E-01	3.8E-01	1.0E-02	-1.8E-01
ξ_{C_3}	6.1E-05	-3.4E-04	3.5E-04	-2.4E-03	1.5E-03	1.9E-01	5.3E-01	-1.5E-01	9.5E-02	1.5E-03	8.7E-03	9.0E-03	7.1E-04	-9.5E-03	5.9E-03	-5.0E-04
η_{D_3}	-3.0E-06	-3.4E-04	5.6E-04	-2.0E-03	4.5E-03	5.9E-01	2.6E-01	-3.0E-02	7.8E-02	-2.2E-02	6.3E-01	4.8E-01	5.0E-03	5.4E-03	-1.5E-03	-2.7E-03
ξ_{D_3}	1.9E-05	-4.7E-04	4.7E-04	-6.5E-03	8.2E-01	7.5E-01	2.9E-01	-5.6E-01	-7.1E-01	2.1E-02	4.0E-03	4.1E-03	2.3E-02	1.4E-02	9.0E-03	6.6E-03
η_{B_4}	1.7E-04	-3.0E-04	6.3E-05	-1.9E-03	1.6E-01	-3.0E-01	5.5E-01	-2.6E-02	-1.2E-02	-4.0E-03	-3.8E-03	1.0E-03	-3.4E-03	-1.2E-02	-3.0E-03	-6.5E-03
ξ_{B_4}	-6.7E-06	3.5E-06	1.1E-04	1.4E-03	1.0E-01	1.1E-01	2.9E-01	-6.1E-01	8.0E-01	9.5E-01	-2.2E-02	8.0E-01	2.8E-01	6.1E-01	-1.3E+00	5.5E-03
η_{C_4}	2.6E-05	2.1E-05	1.7E-05	-2.6E-04	-1.5E-02	-1.4E-02	-1.5E-02	-7.4E-03	-1.1E-02	-2.4E-02	-1.0E-02	-1.3E-02	-2.4E-02	-1.4E-02	-3.5E-03	-1.7E-02
ξ_{C_4}	2.2E-04	2.1E-05	-1.0E-04	-2.7E-04	-1.8E-02	-1.3E-02	-1.4E-02	-3.6E-01	-4.5E-03	-3.1E-02	-9.5E-03	-9.9E-03	-2.8E-02	-2.9E-02	-2.9E-02	-2.5E-02
η_{D_4}	2.0E-05	3.0E-05	-1.6E-04	-2.5E-04	-2.1E-02	-1.9E-02	-2.0E-02	-4.5E-03	4.6E-02	-9.0E-03	-3.8E-02	-2.3E-02	-1.3E-02	-3.3E-02	-1.2E-02	-7.5E-03
ξ_{D_4}	1.3E-04	-6.4E-05	1.3E-05	-9.0E-05	-6.6E-01	-1.5E-01	1.3E+00	-6.0E-03	-9.1E-03	-2.4E-02	-2.7E-02	-2.5E-02	-2.9E-02	-3.0E-02	-2.0E-02	-5.5E-03

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
1.3E-05	3.6E-04	2.0E-05	1.9E-05	1.4E-04	9.0E-06	2.5E-06	8.9E-05	6.1E-05	-3.0E-06	1.9E-05	1.7E-04	-6.7E-06	2.6E-05	2.2E-04	2.0E-05	1.3E-04
5.5E-04	6.6E-04	-2.5E-05	-1.1E-04	9.0E-06	1.1E-04	7.3E-05	4.7E-04	-3.4E-04	-3.4E-04	-4.7E-04	-3.0E-04	3.5E-06	2.1E-05	2.1E-05	3.0E-05	-6.4E-05
1.7E-05	-5.8E-05	-4.3E-04	1.9E-04	4.8E-05	-4.5E-06	-5.2E-05	-3.0E-04	3.5E-04	5.6E-04	4.7E-04	6.3E-05	1.1E-04	1.7E-05	-1.0E-04	-1.6E-04	1.3E-05
-1.6E-04	5.4E-03	2.5E-03	6.5E-05	5.5E-05	3.7E-03	3.6E-03	-3.3E-03	-2.4E-03	-2.0E-03	-6.5E-03	-1.9E-03	1.4E-03	-2.6E-04	-2.7E-04	-2.5E-04	-9.0E-05
-2.3E-02	-2.0E-01	-8.4E-01	1.7E-03	2.8E-01	2.1E-02	3.5E-03	4.4E-03	1.5E-03	4.5E-03	8.2E-01	1.6E-01	1.0E-01	-1.5E-02	-1.8E-02	-2.1E-02	-6.6E-01
-2.5E-02	1.4E-03	-1.8E-02	-2.0E-02	-7.1E-01	3.4E-02	-5.2E-02	2.0E-03	1.9E-01	5.9E-01	7.5E-01	-3.0E-01	1.1E-01	-1.4E-02	-1.3E-02	-1.9E-02	-1.5E-01
-2.5E-02	2.0E-03	-2.0E-02	2.6E-01	-2.1E-02	-1.4E-01	8.9E-02	-3.6E-01	5.3E-01	2.6E-01	2.9E-01	5.5E-01	2.9E-01	-1.5E-02	-1.4E-02	-2.0E-02	1.3E+00
-2.8E-02	7.9E-01	2.4E-01	-6.8E-01	-7.0E-02	1.6E-01	-9.1E-02	-1.4E-01	-1.5E-01	-3.0E-02	-5.6E-01	-2.6E-02	-6.1E-01	-7.4E-03	-3.6E-01	-4.5E-03	-6.0E-03
-1.5E-02	8.2E-01	-2.7E-02	-2.0E-01	-6.7E-01	3.0E-01	-4.6E-01	-7.3E-01	9.5E-02	7.8E-02	-7.1E-01	-1.2E-02	8.0E-01	-1.1E-02	-4.5E-03	4.6E-02	-9.1E-03
6.0E-03	5.2E-03	1.4E-02	2.0E-03	1.2E-02	1.2E-03	1.2E-02	1.3E-02	1.5E-03	-2.2E-02	2.1E-02	-4.0E-03	9.5E-01	-2.4E-02	-3.1E-02	-9.0E-03	-2.4E-02
-4.2E-03	1.3E-02	1.5E-03	1.1E-02	1.2E-02	9.5E-03	8.5E-03	9.0E-03	8.7E-03	6.3E-01	4.0E-03	-3.8E-03	-2.2E-02	-1.0E-02	-9.5E-03	-3.8E-02	-2.7E-02
-7.5E-03	1.2E-02	-3.3E-03	-3.4E-01	1.1E-02	1.0E-02	9.2E-03	9.5E-03	9.0E-03	4.8E-01	4.1E-03	1.0E-03	8.0E-01	-1.3E-02	-9.9E-03	-2.3E-02	-2.5E-02
2.6E-03	-1.2E-02	1.2E-02	-6.7E-03	7.9E-03	-4.0E-03	5.5E-03	-1.3E-01	7.1E-04	5.0E-03	2.3E-02	-3.4E-03	2.8E-01	-2.4E-02	-2.8E-02	-1.3E-02	-2.9E-02
3.0E-03	1.1E-02	1.3E-02	4.0E-01	8.5E-03	-5.5E-03	-9.8E-02	3.8E-01	-9.5E-03	5.4E-03	1.4E-02	-1.2E-02	6.1E-01	-1.4E-02	-2.9E-02	-3.3E-02	-3.0E-02
2.6E-03	-3.2E-01	1.4E-02	-6.8E-01	7.7E-03	9.5E-03	-2.0E-03	1.0E-02	5.9E-03	-1.5E-03	9.0E-03	-3.0E-03	-1.3E+00	-3.5E-03	-2.9E-02	-1.2E-02	-2.0E-02
2.5E-03	-1.9E-03	1.3E-02	3.0E-03	9.0E-03	1.4E-02	3.2E-01	-1.8E-01	-5.0E-04	-2.7E-03	6.6E-03	-6.5E-03	5.5E-03	-1.7E-02	-2.5E-02	-7.5E-03	-5.5E-03
-2.9E-03	-9.0E-03	3.0E-03	2.9E-03	3.3E-03	-8.5E-03	-2.3E-02	-9.5E-03	-2.0E-01	-2.0E-02	-2.4E-01	-2.2E-02	-7.8E-03	-1.2E-02	-1.6E-02	-1.3E-02	-5.9E-03
-9.0E-03	7.5E-03	-2.0E-03	9.5E-03	1.0E-02	9.4E-03	1.2E-02	-1.1E+00	9.0E-03	1.5E-01	1.0E-02	-1.5E-03	-1.5E-02	-1.3E-02	-1.8E-02	-2.1E-02	-2.6E-01
3.0E-03	-2.0E-03	3.0E-02	1.1E-03	1.4E-02	1.7E-02	5.0E-03	-5.7E-03	-3.2E-01	1.5E-03	9.5E-03	-4.8E-03	5.9E-03	-3.0E-02	-4.2E-02	-9.4E-03	-2.3E-02
2.9E-03	9.5E-03	1.1E-03	-1.4E-02	8.0E-03	3.7E-02	2.2E-02	1.4E-02	-1.7E-01	-6.7E-03	-3.8E-03	-8.5E-03	4.5E-03	-4.0E-02	-3.3E-02	-1.1E-02	-2.2E-02
3.3E-03	1.0E-02	1.4E-02	8.0E-03	3.1E-02	1.9E-02	8.4E-01	4.7E-01	1.5E-02	-4.0E-03	7.5E-03	5.9E-03	3.8E-03	-3.5E-02	-3.7E-02	-1.7E-02	-2.8E-02
-8.5E-03	9.4E-03	1.7E-02	3.7E-02	1.9E-02	1.8E-02	9.9E-03	1.0E-02	5.0E-03	7.0E-03	1.0E-02	2.5E-03	-1.7E-01	-1.0E-02	-1.9E-02	-2.2E-02	-5.6E-01
-2.3E-02	1.2E-02	5.0E-03	2.2E-02	8.4E-01	9.9E-03	1.8E-02	-1.5E-01	4.7E-03	1.0E-03	5.0E-04	5.0E-04	-1.7E-01	-1.4E-02	-1.9E-02	-2.0E-02	-9.4E-03
-9.5E-03	-1.1E+00	-5.7E-03	1.4E-02	4.7E-01	1.0E-02	-1.5E-01	2.1E-02	-3.4E-02	8.9E-03	9.4E-03	-2.0E-02	-1.8E-01	-2.3E-02	-2.4E-02	-2.8E-02	-1.3E-02
-2.0E-01	9.0E-03	-3.2E-01	-1.7E-01	1.5E-02	5.0E-03	4.7E-03	-3.4E-02	1.8E-02	5.0E-03	1.1E+00	7.6E-03	1.8E-01	-2.7E-02	-3.2E-02	-3.3E-02	-1.7E-02
-2.0E-02	1.5E-01	1.5E-03	-6.7E-03	-4.0E-03	7.0E-03	1.0E-03	8.9E-03	5.0E-03	1.8E+00	9.5E-03	3.0E-03	-1.8E-01	-3.0E-02	-3.2E-02	-3.5E-02	-1.8E-02
-2.4E-01	1.0E-02	9.5E-03	-3.8E-03	7.5E-03	1.0E-02	5.0E-04	9.4E-03	1.1E+00	9.5E-03	1.8E-02	-1.0E-02	-4.1E-01	-9.0E-03	-2.3E-02	-2.1E-02	-1.7E-02
-2.2E-02	-1.5E-03	-4.8E-03	-8.5E-03	5.9E-03	2.5E-03	5.0E-04	-2.0E-02	7.6E-03	3.0E-03	-1.0E-02	-1.4E-02	1.1E-01	-1.1E-02	-9.4E-03	-1.4E-02	-1.4E-02
-7.8E-03	-1.5E-02	5.9E-03	4.5E-03	3.8E-03	-1.7E-01	-1.7E-01	-1.8E-01	1.8E-01	-1.8E-01	-4.1E-01	1.1E-01	-1.4E-02	-1.5E-02	-1.7E-02	-1.3E-02	-2.2E-02
-1.2E-02	-1.3E-02	-3.0E-02	-4.0E-02	-3.5E-02	-1.0E-02	-1.4E-02	-2.3E-02	-2.7E-02	-3.0E-02	-9.0E-03	-1.1E-02	-1.5E-02	4.3E-02	1.4E-02	4.5E-03	-7.0E-03
-1.6E-02	-1.8E-02	-4.2E-02	-3.3E-02	-3.7E-02	-1.9E-02	-1.9E-02	-2.4E-02	-3.2E-02	-3.2E-02	-2.3E-02	-9.4E-03	-1.7E-02	1.4E-02	3.3E-02	5.9E-03	-7.6E-03
-1.3E-02	-2.1E-02	-9.4E-03	-1.1E-02	-1.7E-02	-2.2E-02	-2.0E-02	-2.8E-02	-3.3E-02	-3.5E-02	-2.1E-02	-1.4E-02	-1.3E-02	4.5E-03	5.9E-03	-4.0E-03	-1.5E-02
-5.9E-03	-2.6E-01	-2.3E-02	-2.2E-02	-2.8E-02	-5.6E-01	-9.4E-03	-1.3E-02	-1.7E-02	-1.8E-02	-1.7E-02	-1.4E-02	-2.2E-02	-7.0E-03	-7.6E-03	-1.5E-02	-1.5E-02

Matrice des interactions $\left[{}^{z}In\right]$ *entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) influents sur les suppléments des erreurs de position selon z de la plate-forme mobile (différence entre fermeture sans prendre compte et après prendre compte du poids propre)*

$[\theta_i In]$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_2}
q_1	1.6E-11	0.0E+00	0.0E+00	2.2E-09	1.0E-09	0.0E+00	0.0E+00	5.7E-08	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-07	5.0E-07	0.0E+00	-1.8E-07
q_2	0.0E+00	-5.7E-10	5.6E-10	5.0E-09	0.0E+00	4.6E-07	4.6E-07	5.0E-07	0.0E+00	-4.9E-08	6.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	1.7E-06	1.4E-06	0.0E+00
q_3	0.0E+00	5.6E-10	-1.0E-09	-1.8E-09	2.4E-08	-5.0E-07	-5.0E-07	-4.7E-08	2.8E-08	0.0E+00	-5.0E-07	-1.8E-07	0.0E+00	-2.0E-06	-1.0E-06	-4.0E-07
Φ_P	2.2E-09	5.0E-09	-1.8E-09	-1.0E-07	-5.0E-06	2.0E-06	4.3E-06	0.0E+00	0.0E+00	-1.2E-06	-7.9E-06	2.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{M_3}	1.0E-09	0.0E+00	2.4E-08	-5.0E-06	6.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.8E-05	-2.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	-5.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	-1.2E-03
η_{M_2}	0.0E+00	4.6E-07	-5.0E-07	2.0E-06	0.0E+00	2.7E-04	1.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	7.9E-05	-1.6E-04	5.0E-04	0.0E+00	-6.9E-04	-3.3E-04	5.0E-04
ξ_{M_2}	0.0E+00	4.6E-07	-5.0E-07	4.3E-06	0.0E+00	1.5E-04	0.0E+00	-1.6E-04	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.6E-04	-1.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.8E-04
η_{M_4}	5.7E-08	5.0E-07	-4.7E-08	0.0E+00	-8.8E-05	0.0E+00	-1.6E-04	1.0E-03	0.0E+00	-1.1E-03	-2.9E-04	5.0E-04	5.0E-04	-3.9E-04	7.5E-04	-1.0E-03
ξ_{M_4}	-1.4E-07	0.0E+00	2.8E-08	0.0E+00	-2.5E-06	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	-4.8E-04	0.0E+00	-5.0E-04	7.0E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_1}	0.0E+00	-4.9E-08	0.0E+00	-1.2E-06	7.9E-05	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	6.4E-07	-5.0E-07	-7.9E-06	-1.6E-04	0.0E+00	-2.9E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.5E-03	0.0E+00
η_{C_1}	0.0E+00	0.0E+00	-1.8E-07	2.0E-05	5.0E-04	1.6E-04	5.0E-04	7.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-7.7E-04	0.0E+00
ξ_{C_1}	-1.3E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_1}	5.0E-07	1.7E-06	-2.0E-06	0.0E+00	-6.9E-04	0.0E+00	-3.9E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	1.4E-06	-1.0E-06	0.0E+00	-5.0E-04	-3.3E-04	0.0E+00	7.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	3.5E-03	-7.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04
η_{B_2}	-1.8E-07	0.0E+00	-4.0E-07	0.0E+00	-1.2E-03	5.0E-04	3.8E-04	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00
ξ_{B_2}	0.0E+00	1.5E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{C_2}	0.0E+00	6.4E-07	-5.0E-07	-1.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.2E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00
ξ_{C_2}	0.0E+00	1.0E-09	-5.0E-07	-8.6E-07	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_2}	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.7E-04	5.0E-04	2.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	-1.0E-03	1.6E-03	0.0E+00
ξ_{D_2}	4.2E-07	0.0E+00	1.6E-07	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	7.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	-2.3E-07	0.0E+00	1.4E-06	0.0E+00	2.3E-04	5.0E-04	6.5E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_3}	0.0E+00	-2.6E-07	5.0E-07	-6.0E-06	0.0E+00	-1.7E-04	0.0E+00	-4.5E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-8.5E-04	0.0E+00	2.2E-04
η_{C_3}	-4.4E-08	-1.0E-06	5.0E-07	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-05	1.0E-03	-7.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.9E-04	1.0E-03	0.0E+00	-5.0E-04
ξ_{C_3}	4.5E-08	-5.0E-07	6.1E-07	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-04	0.0E+00	6.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	1.9E-07	-5.0E-07	-8.8E-06	0.0E+00	-8.4E-04	-1.0E-03	-4.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-03	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_3}	0.0E+00	-7.5E-09	0.0E+00	2.0E-05	-5.0E-04	5.4E-04	5.0E-04	3.9E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_4}	5.2E-07	5.0E-07	-6.9E-07	-5.0E-06	1.1E-03	-5.0E-04	-5.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_4}	3.4E-08	0.0E+00	2.4E-07	0.0E+00	-2.0E-04	5.0E-04	3.6E-04	1.5E-03	-8.6E-04	-2.0E-03	0.0E+00	1.0E-03	-2.8E-03	2.5E-03	5.4E-04	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{C_4}	5.0E-07	0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_4}	0.0E+00	0.0E+00	1.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_4}	3.7E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.8E-05	0.0E+00	3.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	4.2E-07	0.0E+00	0.0E+00	-4.4E-08	4.5E-08	0.0E+00	0.0E+00	5.2E-07	3.4E-08	0.0E+00	5.0E-07	0.0E+00	3.7E-07
1.5E-06	6.4E-07	1.0E-09	0.0E+00	0.0E+00	-2.3E-07	-2.6E-07	-1.0E-06	-5.0E-07	1.9E-07	-7.5E-09	5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-5.0E-07	-5.0E-07	2.3E-07	1.6E-07	0.0E+00	5.0E-07	5.0E-07	6.1E-07	-5.0E-07	0.0E+00	-6.9E-07	2.4E-07	0.0E+00	-5.0E-07	1.7E-07	0.0E+00
0.0E+00	-1.3E-05	-8.6E-07	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-06	-6.0E-06	-5.0E-06	-5.0E-06	-8.8E-06	2.0E-05	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	1.1E-03	-2.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.8E-05
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-04	-1.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.4E-04	5.4E-04	-5.0E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.7E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	6.0E-05	1.4E-04	-1.0E-03	5.0E-04	-5.6E-04	3.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.3E-04
0.0E+00	2.2E-04	-1.4E-03	5.0E-04	5.0E-04	6.5E-04	-4.5E-04	1.0E-03	0.0E+00	-4.4E-04	3.9E-04	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	2.4E-04	7.3E-05	5.0E-04	-5.0E-04	-7.2E-04	6.9E-04	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	-8.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	-3.5E-04	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.8E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	-8.5E-04	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	1.6E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.2E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	9.8E-04	0.0E+00	2.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.7E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-8.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-03	0.0E+00	-1.5E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
9.8E-04	0.0E+00	-5.6E-04	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-1.7E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	3.2E-03	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
2.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	-8.5E-04	-5.0E-04	-5.3E-04	-1.0E-03	-2.1E-04	1.5E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

Matrice des interactions $\left[{}^{\theta_x}In\right]$ entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) influents sur les suppléments des erreurs de rotation autour de x de la plate-forme mobile (différence entre fermeture sans prendre compte et après prendre compte du poids propre)

θ_i / In	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_5}	ξ_{B_5}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	1.6E-10	0.0E+00	0.0E+00	-3.2E-10	3.5E-09	-5.0E-07	-5.0E-07	6.5E-08	3.0E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.9E-07
q_2	0.0E+00	-1.1E-10	1.1E-10	0.0E+00	0.0E+00	6.4E-08	6.3E-08	0.0E+00	0.0E+00	-3.0E-09	-3.4E-08	0.0E+00	0.0E+00	2.5E-07	2.9E-07	0.0E+00
q_3	0.0E+00	1.1E-10	0.0E+00	-9.9E-10	8.8E-08	0.0E+00	0.0E+00	-7.1E-08	-1.2E-08	0.0E+00	0.0E+00	-9.9E-08	0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	-1.6E-07
Φ_P	-3.2E-10	0.0E+00	-9.9E-10	1.0E-07	0.0E+00	-1.0E-06	3.7E-06	-5.0E-06	0.0E+00	-1.3E-06	-2.1E-07	1.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{M_3}	3.5E-09	0.0E+00	8.8E-08	0.0E+00	4.9E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-1.0E-05	3.2E-04	5.0E-04	5.0E-04	-3.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-9.1E-05
η_{M_2}	-5.0E-07	6.4E-08	0.0E+00	-1.0E-06	-5.0E-04	-1.9E-04	-7.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.2E-05	-1.3E-04	5.0E-04	0.0E+00	-5.6E-04	4.7E-04	0.0E+00
ξ_{M_2}	-5.0E-07	6.3E-08	0.0E+00	3.7E-06	0.0E+00	-7.3E-05	0.0E+00	8.7E-05	1.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.5E-04	-1.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-04
η_{M_4}	6.5E-08	0.0E+00	-7.1E-08	-5.0E-06	-1.0E-05	0.0E+00	8.7E-05	-2.0E-03	-1.0E-03	-9.0E-04	2.0E-04	5.0E-04	-1.0E-03	1.9E-04	9.5E-04	-5.0E-04
ξ_{M_4}	3.0E-08	0.0E+00	-1.2E-08	0.0E+00	3.2E-04	0.0E+00	1.6E-04	-1.0E-03	2.4E-03	0.0E+00	5.0E-04	1.0E-03	0.0E+00	1.5E-03	5.0E-04	0.0E+00
η_{B_5}	0.0E+00	-3.0E-09	0.0E+00	-1.3E-06	5.0E-04	1.2E-05	0.0E+00	-9.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_5}	0.0E+00	-3.4E-08	0.0E+00	-2.1E-07	5.0E-04	-1.3E-04	0.0E+00	2.0E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	1.0E-03	0.0E+00
η_{C_1}	0.0E+00	0.0E+00	-9.9E-08	1.0E-05	-3.1E-04	5.0E-04	-2.5E-04	5.0E-04	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	6.0E-05	0.0E+00
ξ_{C_1}	-1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.9E-04	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_1}	0.0E+00	2.5E-07	-5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	-5.6E-04	0.0E+00	1.9E-04	1.5E-03	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	2.9E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	4.7E-04	0.0E+00	9.5E-04	5.0E-04	0.0E+00	1.0E-03	6.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04
η_{B_5}	-1.9E-07	0.0E+00	-1.6E-07	-9.1E-05	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00
ξ_{B_2}	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{C_2}	-5.0E-07	-2.6E-08	0.0E+00	-7.7E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.8E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00
ξ_{C_2}	0.0E+00	4.9E-08	0.0E+00	-1.4E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_2}	0.0E+00	0.0E+00	-1.6E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.3E-04	5.0E-04	1.9E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	-4.1E-04	0.0E+00
ξ_{D_2}	-1.5E-07	0.0E+00	6.5E-08	0.0E+00	-1.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.3E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_5}	5.0E-07	3.9E-08	0.0E+00	1.9E-06	5.0E-04	1.5E-04	5.0E-04	7.9E-04	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_5}	0.0E+00	-1.4E-07	0.0E+00	-7.9E-06	0.0E+00	-6.4E-04	0.0E+00	-6.0E-04	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-04	0.0E+00	-3.1E-04
η_{C_3}	-2.7E-07	0.0E+00	-3.4E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.6E-04	5.0E-04	-3.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-6.7E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-5.0E-04
ξ_{C_3}	2.9E-07	-1.0E-06	6.8E-07	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	8.7E-04	0.0E+00	3.2E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	6.7E-08	0.0E+00	-3.3E-06	0.0E+00	1.3E-04	-5.0E-04	-3.2E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-9.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_3}	-5.0E-07	1.5E-07	0.0E+00	1.8E-06	-5.0E-04	-1.4E-04	0.0E+00	-5.1E-04	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{B_4}	-7.2E-08	0.0E+00	-1.2E-07	-5.0E-06	4.3E-04	0.0E+00	-2.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{B_4}	2.1E-07	0.0E+00	-6.1E-08	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	-1.7E-05	5.0E-04	3.8E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	7.8E-04	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{C_4}	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.3E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
η_{D_4}	0.0E+00	0.0E+00	-4.4E-08	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
ξ_{D_4}	-1.2E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-04	-5.0E-04	4.5E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

ξ_{B_2}	η_{C_2}	ξ_{C_2}	η_{D_2}	ξ_{D_2}	η_{B_3}	ξ_{B_3}	η_{C_3}	ξ_{C_3}	η_{D_3}	ξ_{D_3}	η_{B_4}	ξ_{B_4}	η_{C_4}	ξ_{C_4}	η_{D_4}	ξ_{D_4}
0.0E+00	-5.0E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.5E-07	5.0E-07	0.0E+00	-2.7E-07	2.9E-07	0.0E+00	-5.0E-07	-7.2E-08	2.1E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.2E-07
0.0E+00	-2.6E-08	4.9E-08	0.0E+00	0.0E+00	3.9E-08	-1.4E-07	0.0E+00	-1.0E-06	6.7E-08	1.5E-07	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.6E-07	6.5E-08	0.0E+00	0.0E+00	-3.4E-08	6.8E-07	0.0E+00	0.0E+00	-1.2E-07	-6.1E-08	0.0E+00	0.0E+00	-4.4E-08	0.0E+00
0.0E+00	-7.7E-06	-1.4E-06	0.0E+00	0.0E+00	1.9E-06	-7.9E-06	0.0E+00	0.0E+00	-3.3E-06	1.8E-06	-5.0E-06	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.3E-04	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	4.3E-04	1.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.5E-04	-6.4E-04	0.0E+00	5.0E-04	1.3E-04	-1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.3E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	-3.6E-04	8.7E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-2.0E-05	-1.7E-05	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	4.5E-04
0.0E+00	-3.8E-04	-5.4E-04	5.0E-04	0.0E+00	7.9E-04	-6.0E-04	5.0E-04	0.0E+00	-3.2E-04	-5.1E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	1.3E-03	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	1.9E-04	2.3E-04	1.0E-03	-1.0E-03	-3.0E-04	3.2E-04	-5.0E-04	-1.0E-03	0.0E+00	3.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-9.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-6.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.1E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	1.5E-03	0.0E+00	-4.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	7.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-3.1E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.8E-04	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	2.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-1.0E-03
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-6.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	-2.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	-8.8E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-4.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-2.0E-04	0.0E+00	-8.8E-04	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
2.8E-04	0.0E+00	-6.4E-04	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	-5.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	2.6E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.4E-04	0.0E+00	0.0E+00	-5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	-9.1E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	1.0E-03	-4.0E-04	0.0E+00	-5.1E-04	-5.0E-04	-9.1E-04	1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
0.0E+00	-1.0E-03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5.0E-04	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00

Matrice des interactions $\left[{}^{\theta_y}In\right]$ entre les différents paramètres (défauts et coordonnés) influents sur les suppléments des erreurs de rotation de la plate-forme mobile autour de y (différence entre fermeture sans prendre compte et après prendre compte du poids propre)

$\theta_2 In$	q_1	q_2	q_3	Φ_P	η_{M_3}	η_{M_2}	ξ_{M_2}	η_{M_4}	ξ_{M_4}	η_{B_1}	ξ_{B_1}	η_{C_1}	ξ_{C_1}	η_{D_1}	ξ_{D_1}	η_{B_2}
q_1	9.4E-11	0.0E+00	0.0E+00	-7.5E-10	6.5E-09	-5.0E-07	0.0E+00	-4.5E-09	1.4E-07	0.0E+00	0.0E+00	-3.0E-09	4.5E-08	-5.0E-07	0.0E+00	-1.5E-07
q_2	0.0E+00	4.6E-10	-4.7E-10	-1.0E-08	0.0E+00	-4.2E-07	-4.2E-07	-1.5E-06	-5.0E-07	-1.3E-08	-3.2E-07	-5.0E-07	0.0E+00	-2.4E-06	-2.2E-06	0.0E+00
q_3	0.0E+00	-4.7E-10	0.0E+00	3.3E-09	-4.4E-08	5.0E-07	5.0E-07	-3.6E-07	1.9E-07	0.0E+00	0.0E+00	3.8E-07	3.3E-08	2.5E-06	2.5E-06	1.1E-06
Φ_P	-7.5E-10	-1.0E-08	3.3E-09	1.0E-07	1.5E-05	-1.4E-05	1.8E-05	-5.0E-06	0.0E+00	-9.0E-07	1.0E-05	0.0E+00	-5.0E-06	9.0E-08	8.5E-08	-5.0E-06
η_{M_3}	6.5E-09	0.0E+00	-4.4E-08	1.5E-05	1.7E-04	0.0E+00	0.0E+00	-2.8E-05	1.3E-03	0.0E+00	-5.0E-04	2.5E-04	-8.2E-05	0.0E+00	5.0E-04	2.8E-03
η_{M_2}	-5.0E-07	-4.2E-07	5.0E-07	-1.4E-05	0.0E+00	-7.0E-04	-3.0E-04	-5.0E-04	-5.0E-04	-7.0E-04	-9.2E-04	1.0E-03	-1.0E-03	-7.1E-04	1.8E-03	-1.5E-03
ξ_{M_2}	0.0E+00	-4.2E-07	5.0E-07	1.8E-05	0.0E+00	-3.0E-04	0.0E+00	2.1E-04	6.6E-04	-5.0E-04	0.0E+00	-1.2E-04	-7.6E-04	1.0E-03	-5.0E-04	2.0E-03
η_{M_4}	-4.5E-09	-1.5E-06	-3.6E-07	-5.0E-06	-2.8E-05	-5.0E-04	2.1E-04	-4.0E-03	-5.0E-04	-1.5E-05	6.9E-04	0.0E+00	-5.0E-04	-4.5E-04	7.7E-04	-5.0E-04
ξ_{M_4}	1.4E-07	-5.0E-07	1.9E-07	0.0E+00	1.3E-03	-5.0E-04	6.6E-04	-5.0E-04	7.6E-03	0.0E+00	5.0E-04	7.6E-04	-6.4E-05	5.0E-04	0.0E+00	-6.9E-05
η_{B_1}	0.0E+00	-1.3E-08	0.0E+00	-9.0E-07	0.0E+00	-7.0E-04	-5.0E-04	-1.5E-05	0.0E+00	1.3E-04	4.3E-05	0.0E+00	0.0E+00	4.2E-05	5.7E-05	0.0E+00
ξ_{B_1}	0.0E+00	-3.2E-07	0.0E+00	1.0E-05	-5.0E-04	-9.2E-04	0.0E+00	6.9E-04	5.0E-04	4.3E-05	0.0E+00	-1.2E-05	-1.2E-04	3.5E-03	-2.0E-03	-3.5E-05
η_{C_1}	-3.0E-09	-5.0E-07	3.8E-07	0.0E+00	2.5E-04	1.0E-03	-1.2E-04	0.0E+00	7.6E-04	0.0E+00	-1.2E-05	0.0E+00	0.0E+00	2.9E-05	2.5E-03	0.0E+00
ξ_{C_1}	4.5E-08	0.0E+00	3.3E-08	-5.0E-06	-8.2E-05	-1.0E-03	-7.6E-04	-5.0E-04	-6.4E-05	0.0E+00	-1.4E-05	0.0E+00	8.0E-05	0.0E+00	0.0E+00	4.6E-05
η_{D_1}	-5.0E-07	-2.4E-06	2.5E-06	9.0E-08	0.0E+00	-7.1E-04	1.0E-03	-4.5E-04	5.0E-04	4.2E-05	3.5E-03	2.9E-05	0.0E+00	1.2E-04	6.4E-05	0.0E+00
ξ_{D_1}	0.0E+00	-2.2E-06	2.5E-06	8.5E-08	5.0E-04	1.8E-03	-5.0E-04	7.7E-04	0.0E+00	5.7E-05	-2.0E-03	2.5E-03	0.0E+00	6.4E-05	0.0E+00	-1.0E-04
η_{B_2}	-1.5E-07	0.0E+00	1.1E-06	-5.0E-06	2.8E-03	-1.5E-03	2.0E-03	-5.0E-04	-6.9E-05	0.0E+00	-3.5E-05	0.0E+00	4.6E-05	0.0E+00	-1.0E-04	0.0E+00
ξ_{B_2}	2.2E-08	-3.5E-06	2.0E-08	0.0E+00	-5.9E-05	0.0E+00	-5.3E-05	0.0E+00	-5.2E-05	0.0E+00	1.0E-04	0.0E+00	5.3E-05	0.0E+00	-4.4E-05	0.0E+00
η_{C_2}	0.0E+00	-4.2E-07	5.0E-07	-2.2E-05	-5.0E-04	2.5E-06	0.0E+00	-7.0E-04	-2.0E-03	3.0E-06	0.0E+00	-3.8E-05	0.0E+00	1.4E-05	2.5E-03	2.5E-05
ξ_{C_2}	0.0E+00	7.0E-09	1.0E-06	-3.4E-06	3.0E-03	-6.3E-05	0.0E+00	-2.1E-03	0.0E+00	4.0E-05	0.0E+00	-4.0E-05	0.0E+00	3.8E-05	0.0E+00	3.6E-05
η_{D_2}	5.8E-08	0.0E+00	-4.3E-07	0.0E+00	-8.3E-05	0.0E+00	-2.1E-03	0.0E+00	2.4E-03	0.0E+00	-5.6E-05	0.0E+00	3.5E-05	0.0E+00	-7.2E-04	0.0E+00
ξ_{D_2}	-1.0E-07	0.0E+00	2.4E-07	0.0E+00	2.1E-04	-3.5E-03	-4.6E-05	5.0E-04	3.5E-04	0.0E+00	-5.3E-05	0.0E+00	4.9E-05	0.0E+00	2.0E-05	0.0E+00
η_{B_3}	0.0E+00	2.3E-07	0.0E+00	-1.9E-05	5.0E-04	-9.9E-05	0.0E+00	2.5E-04	1.0E-03	-5.1E-05	0.0E+00	-1.4E-05	0.0E+00	-4.6E-05	0.0E+00	4.0E-06
ξ_{B_3}	0.0E+00	9.9E-08	-5.0E-07	-2.2E-05	0.0E+00	-3.6E-04	0.0E+00	-1.2E-04	-1.0E-03	3.7E-05	0.0E+00	-3.4E-05	0.0E+00	1.4E-03	0.0E+00	-3.6E-05
η_{C_3}	-1.8E-07	5.0E-07	-5.4E-07	5.0E-06	-2.6E-05	0.0E+00	-5.7E-04	-5.0E-04	-1.4E-03	0.0E+00	-1.1E-05	0.0E+00	-3.7E-04	-5.0E-04	2.8E-05	-5.0E-04
ξ_{C_3}	2.1E-07	-1.0E-06	4.7E-07	1.5E-05	-3.5E-06	5.0E-04	1.1E-03	1.0E-03	9.6E-04	0.0E+00	-1.0E-05	0.0E+00	5.5E-05	0.0E+00	1.2E-05	0.0E+00
η_{D_3}	0.0E+00	2.3E-07	0.0E+00	8.1E-06	0.0E+00	4.7E-04	-5.0E-04	-3.3E-04	-1.5E-03	5.5E-05	5.0E-04	-6.2E-04	0.0E+00	7.7E-05	0.0E+00	4.0E-05
ξ_{D_3}	0.0E+00	-1.0E-07	0.0E+00	-1.2E-05	1.0E-03	-7.2E-05	-5.0E-04	-1.3E-03	-1.0E-03	-5.8E-05	0.0E+00	-3.6E-05	0.0E+00	-2.6E-05	0.0E+00	7.1E-05
η_{B_4}	-2.2E-07	5.0E-07	6.0E-07	-2.0E-05	-8.8E-04	-2.0E-03	1.1E-03	0.0E+00	-8.0E-06	0.0E+00	1.0E-04	0.0E+00	1.3E-05	0.0E+00	-1.3E-05	0.0E+00
ξ_{B_4}	1.4E-07	0.0E+00	-8.6E-08	0.0E+00	1.6E-04	0.0E+00	3.8E-05	-5.0E-04	9.6E-04	1.0E-03	9.9E-05	5.0E-04	4.3E-04	-5.0E-04	-3.3E-04	0.0E+00
η_{C_4}	0.0E+00	-6.5E-09	0.0E+00	-2.8E-07	0.0E+00	4.9E-05	0.0E+00	3.7E-05	0.0E+00	3.3E-05	0.0E+00	-6.6E-05	0.0E+00	2.1E-05	0.0E+00	1.3E-05
ξ_{C_4}	0.0E+00	1.4E-08	1.0E-06	-4.4E-07	0.0E+00	8.0E-06	0.0E+00	2.7E-03	0.0E+00	9.5E-05	0.0E+00	-1.9E-05	0.0E+00	4.9E-05	0.0E+00	6.2E-05
η_{D_4}	1.7E-08	0.0E+00	-4.7E-07	0.0E+00	7.5E-06	0.0E+00	3.1E-05	0.0E+00	-4.7E-03	0.0E+00	1.6E-05	0.0E+00	1.1E-04	0.0E+00	8.8E-05	0.0E+00
ξ_{D_4}	-1.9E-07	-1.0E-06	3.3E-08	0.0E+00	8.3E-04	-4.0E-03	4.3E-03	0.0E+00	4.2E-05	0.0E+00	9.7E-05	0.0E+00	6.0E-06	0.0E+00	5.0E-07	0.0E+00

ANNEXE D: CD ROM

Sur le CD vous trouvez:
Une copie PDF (couleur) du manuscrit
Un dossier Vidéos réels il contient cinq vidéos prises sur le démonstrateur réel
Un dossier « déformations T3R1 » il contient 12 vidéos :

DéplacementxT3R1	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à un déplacement imposé selon l'axe *x* en son point caractéristique *P*
DéplacementyT3R1	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à un déplacement imposé selon l'axe *y* en son point caractéristique *P*
DéplacementzT3R1	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à un déplacement imposé selon l'axe *z* en son point caractéristique *P*
rotationxT3R1	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à une rotation imposée autour de l'axe *x* en son point caractéristique *P*
rotationyT3R1	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à une rotation imposée autour de l'axe *y* en son point caractéristique *P*
rotationzT3R1	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à une rotation imposée autour de l'axe *z* en son point caractéristique *P*
T3R1Fx	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à une force selon l'axe *x* en son point caractéristique *P*
T3R1Fy	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à une force selon l'axe *y* en son point caractéristique *P*
T3R1Fz	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à une force selon l'axe *z* en son point caractéristique *P*

T3R1Mx	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à un couple autour de l'axe *x* en son point caractéristique *P*
T3R1My	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à un couple autour de l'axe *y* en son point caractéristique *P*
T3R1Mz	présente une animation pour la déformation de l'Isoglide4-T3R1 quand il est soumis à un couple autour de l'axe *z* en son point caractéristique *P*

Un dossier "diagrammes de chargement" il contient deux présentations PowerPoint dont l'une présente les diagrammes qui contiennent le schéma cinématique du robot avec un effort (force ou moment imposé) l'autre avec un déplacement (translation ou rotation imposé).

En plus le CD contient Les fichiers :

forçage de fermeture.avi	présente une animation pour le forçage de la fermeture en présence des défauts
defautJ1.avi	représente l'effet de la déviation de la jambe J_1 sur le couplage (Chapitre 2)
defautM1.avi	représente l'effet du défaut de montage du moteur M_1
defautM2.avi	représente l'effet du défaut de montage du moteur M_2 sur l'orientation de la plate-forme.
defautM2M4.avi	présente la compensation entre les défauts de montage des moteurs M_2 et M_4 sur l'orientation de la plate-forme

Etude de la précision et de la rigidité des robots parallèles à mouvements découplés.

Résumé :

Les robots parallèles connaissent un récent développement dans l'industrie. Ils présentent des avantages certains (rigidité, caractéristiques dynamiques…), même si leur cinématique est souvent complexe, notamment à cause du couplage de leurs mouvements. C'est pourquoi les robots à mouvements découplés s'avèrent intéressants et seront étudiés dans le cadre de cette thèse, notamment du point de vue de leur précision. Nous proposons une démarche en deux étapes. Dans un premier temps nous adopterons l'hypothèse des corps indéformables et nous chercherons à intégrer les défauts de fabrication et de montage dans le modèle géométrique du robot. L'étude analyse les effets de ces défauts sur les caractéristiques de découplage du robot, ainsi que sur la précision de la pose de la plateforme mobile. Dans un second temps, avec l'hypothèse des corps déformables, il s'agit de calculer la rigidité du robot avec la méthode des éléments finis, puis de proposer une approche analytique plus rapide basée sur le principe de la sous-structuration. L'intégration des défauts de fabrication et de montage dans le modèle des corps déformables a l'intérêt de visualiser l'effet des précontraintes sur la précision et sur la rigidité du robot. Ces travaux ont porté sur des robots de la famille Isoglide développés au LaMI avec la collaboration du LASMEA. La modélisation de plusieurs versions avec des degrés d'hyperstaticité différents permet de montrer l'effet de l'hyperstaticité.

L'analyse du comportement, tant statique que dynamique, d'un robot à structure parallèle est une tâche complexe. Il faut être capable de suivre simultanément plusieurs organes et de mesurer avec une grande précision la pose spatiale complète de la plate-forme mobile. Les travaux présentés mettent en œuvre un système de métrologie par vision multi-capteurs, permettant l'analyse du comportement d'organes indépendants, puis de la structure complète du robot. Une étude de corrélation entre le comportement attendus par simulation et les mesures, dégage des perspectives sur le couplage mécanique et vison.

Mots clés : Robots parallèles, Isoglide, Précision, Rigidité, Métrologie par vision, Système multi-capteurs

Abstract:

Parallel robots know a recent development in industry. They have several advantages (stiffness, dynamic characteristics…), however their kinematics is complicated in particular because the coupling of their motions. This is why the robots with decoupled motions represent interesting solutions and will be studied within the framework of this thesis, in particular from the point of view of their accuracy. We propose a methodology in two stages. Initially, we will adopt the assumption of the non-deformable bodies and we will seek to integrate the assembly and manufacturing defects in the forward kinamtic model of the robot. The study analyzes the effects of these defects on the decoupling characteristics of the robot, as on the accuracy of the pose of the moving platform. In the second time, with the assumption of the deformable bodies it is matter of calculating the stiffness of the robot with the finite element method, then to propose a faster analytical approach based on the principle of the sub-structuring. The integration of the assembly and manufacturing defects in the model of the deformable bodies may find it beneficial to visualize the effect of prestressing on the accuracy and the stiffness of the robot. This work concerned robots of the Isoglide family developed in LaMI with the collaboration of the LASMEA. The modeling of several versions with different degrees of over-constraints show the effect of the "hyperstaticity".

Analysis of the behavior, as well static as dynamic, of a robot with parallel structure is a complex task. It is necessary to be able to follow several bodies simultaneously and to measure with a high degree of accuracy the complete space pose of the moving platform. Work presented implements a system of metrology by vision multi-sensors, allowing the analysis of the behavior of independent bodies, then of the complete structure of the robot. A study of correlation between the behavior expected by simulation and measurements, releases from the prospects on the coupling mechanics and vision.

Key words: Parallel Robots, Isoglide, Accuracy, Stiffness, Metrology by vision, Multi-sensor system