

## Caractérisation Ultrasonore de Plaques Viscoélastiques Homogènes et Composites

Abdelhak El Mouhtadi

### ▶ To cite this version:

Abdelhak El Mouhtadi. Caractérisation Ultrasonore de Plaques Viscoélastiques Homogènes et Composites. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Havre, 2011. Français. NNT: . tel-00699973

## HAL Id: tel-00699973 https://theses.hal.science/tel-00699973

Submitted on 22 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Caractérisation Ultrasonore de Plaques Viscoélastiques Homogènes et Composites

## A. El Mountadi

Docteur en Acoustique, Université du Havre Laboratoire Ondes et Milieux Complexes Groupe Ondes Acoustiques

## Thèse de Doctorat en Acoustique dirigée par J. DUCLOS & H. DUFLO

Université du Havre Le Havre, France

12Décembre 2011

Université du Havre École doctorale n° 351 Sciences Physiques, Mathématiques & de l'Information pour l'Ingénieur

### THÈSE DE DOCTORAT DE l'UNIVERSITÉ DU HAVRE

présentée par EL MOUHTADI Abdelhak

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université du Havre

> Domaine : ACOUSTIQUE

> Sujet de la thèse :

# Caractérisation ultrasonore de plaques viscoélastiques homogènes et composites

Directeur de thèse : Jean DUCLOS Codirecteur de thèse : Hugues DUFLO

## Thèse présentée et soutenue au Havre le 12 Décembre 2011 devant le jury composé de:

Rapporteurs:	Catherine POTEL	Professeur	Université du Maine
	Marc LETHIECQ	Professeur	Université François Rabelais de Tours
Examinateurs:	Sébastien GRONDEL	Professeur	Université de Valenciennes
	Lionel GAY	Docteur Ingénieur ENSAM Paris	Safran-Composite
	Pascal PAREIGE	Professeur	Université du Havre
	Jean DUCLOS	Professeur émérite	Université du Havre
	Hugues DUFLO	Professeur	Université du Havre

Laboratoire Ondes et Milieux Complexes, groupe Ondes Acoustiques - FRE 3102 CNRS

### Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Jean Duclos pour m'avoir proposé ce sujet de thèse à caractère expérimental qui m'a énormément appris. Merci pour sa patience, pour tout le temps consacré au suivi de ces travaux et pour ses conseils sur l'orientation à suivre.

Merci à Hugues Duflo pour avoir co-encadré cette thèse et suivi avec intérêt son avancement.

Je souhaite remercier Catherine Potel et Marc Lethiecq pour avoir accepté d'être rapporteurs de la thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté au travail réalisé. Leur lecture de ce manuscrit et leurs remarques ont été très constructives.

Je remercie également le professeur Sébastien Grondel et le docteur-ingénieur Lionel Gay pour leur participation au jury.

C'est un plaisir de remercier Innocent Mutabazi pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire Ondes et Milieux Complexes afin d'effectuer ces années de thèse.

Un merci particulier à Pascal Pareige, le responsable du groupe Ondes Acoustiques (OA), pour m'avoir accueilli dans de si bonnes conditions et pour avoir toujours favorisé mon travail de laboratoire et su trouver les ressources financières indispensables à cette recherche. À lui et à chaque membre du laboratoire, j'adresse des remerciements sincères et en particulier aux membres du groupe OA, pour les réponses que chacun a apportées, un jour, aux questions que j'ai posées.

Une pensée spéciale aux autres doctorants du labo.

Enfin, je ne remercierai jamais suffisamment ma femme Élodie et mon fils Ilyès pour tout ce qu'ils m'apportent. ii

Je dédie cette thèse à la mémoire de mon père. iv

# Table des matières

Ta	able o	des fig	ures	ix
Li	ste d	les tab	leaux	xv
Li	ste d	les syn	iboles	xvii
In	trod	uction		1
1	Pro	pagati	on ultrasonore en milieu viscoélastique homogène isotrope	9
	1.1	Propa	gation en milieu infini	. 10
		1.1.1	Notions d'élasticité	. 10
		1.1.2	Équation de propagation en milieu élastique	. 10
		1.1.3	Effet de la viscosité	. 11
		1.1.4	Cas d'un matériau viscoélastique isotrope	. 11
		1.1.5	Atténuation des ondes	. 12
	1.2	Carac	téristiques générales des matériaux viscoélastiques	. 14
		1.2.1	Vitesse de phase et atténuation	. 14
		1.2.2	Relation dispersion-atténuation : les relations de Kramers-Kronig	. 14
		1.2.3	Modélisation de la relation dispersion-atténuation	. 15
			1.2.3.1 Atténuation : loi de puissance	. 15
			1.2.3.2 Modèle de O'Donnell : forme locale	. 16
			1.2.3.3 Modele de Szabo	. 17
	19	D:f	1.2.3.4 Comparation des deux modeles	. 17
	1.5	1 9 1	Compartier de la diffusction : compargation de l'atténuation géométrique	. 10
		139	Milioux séparés par une interface plane	. 19
	1 /	L.J.Z	$\frac{1}{1}$	· 21
	1.4	1 / 1	Coefficients de réflexion et de transmission aux interfaces fluide/solide et	• 44
		1.7.1	solide/fluide	23
		142	Méthodes classiques de mesure de l'atténuation et de la vitesse de phase	. 20
		1.1.2	en transmission et en réflexion : cas d'une plaque épaisse	. 25
			1.4.2.1 Étude de la transmission simple	. 26
			$1.4.2.2$ Étude de la double réflexion $\ldots$	. 28
			1.4.2.3 Limitations	. 29
		1.4.3	Coefficients de transmission et de réflexion d'une plaque viscoélatique .	. 30

			1.4.3.1	Expressions des champs en incidence normale	31
			1.4.3.2	Écriture des conditions aux interfaces	32
			1.4.3.3	Détermination des coefficients de transmission et de réflexion de	
				la plaque	32
		1.4.4	Introdu	ction de la correction de la diffraction : séries de Debye	33
			1.4.4.1	Réflexions successives	34
			1.4.4.2	Transmissions successives	35
	1.5	Résun	né et com	mentaires	36
<b>2</b>	Étu	de exp	ériment	ale de la transmission et de la réflexion en incidence normale	<b>)</b>
da	ans l'	eau			39
	2.1	Descri	iption du	protocole expérimental	40
		2.1.1	Échanti	llons étudiés	40
		2.1.2	Transdu	cteurs	40
		2.1.3	Émissio	$n: signal Chirp \ldots \ldots$	41
		2.1.4	Disposit	if expérimental	41
		2.1.5	Réglage	s en incidence normale	42
	2.2	Absen	ce d'onde	es transverses dans une plaque viscoélastique	43
	2.3	Mesur	e de la vi	tesse dans l'eau	45
		2.3.1	Principe	e de mesure	45
		2.3.2	Calcul d	lu temps de retard par intercorrélation	46
		2.3.3	Calcul d	le la vitesse à partir du rapport des spectres	47
		2.3.4	Correcti	on de l'effet de la température : modification apportée	49
		2.3.5	Résultat	es et comparaison	50
			2.3.5.1	Comparaison des deux méthodes	50
			2.3.5.2	Courbe d'évolution de la vitesse en fonction de la température $% \mathcal{L}^{(n)}$ .	51
	2.4	Mesur	e du coef	ficient de transmission	51
		2.4.1	Principe	e de mesure	51
		2.4.2	Compen	sation de l'effet de la température : correction apportée au signal	
			de référe	ence	52
		2.4.3	Résultat	s expérimentaux obtenus sur une plaque de Plexiglas d'épaisseur	
			8 mm		53
			2.4.3.1	Pré-traitements et corrections	53
			2.4.3.2	Obtention du coefficient de transmission expérimental	54
	2.5	Mesur	e du coef	ficient de réflexion	55
	2.6	Étude	expérim	entale en simple transmission et en double réflexion : cas d'une	
		plaque	e épaisse		59
	2.7	Résun	né et com	mentaires	62
3	Ide	ntificat	tion des	paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau	63
	3.1	Princi	pe d'opti	misation	63
	3.2	Étude	du probl	ème direct	65
		3.2.1	Mise en	évidence des paramètres	65
			3.2.1.1	Paramètres sans correction de la diffraction	67

			3.2.1.2 Paramètres supplémentaires avec correction de la diffraction	68
			5.2.1.5 Determination des proprietes de la plaque dans le cas de la trans-	68
			3.2.1.4 Détermination des propriétés de la plaque dans le cas de la réflexion	69
		3.2.2	Sensibilité des fonctions de transfert étudiées aux variations des paramètres	69
		3.2.3	Influence des paramètres sur le coefficient de transmission	73
		3.2.4	Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur la sensibilité du coefficient de	
			transmission à ses paramètres	74
	3.3	Problè	ème inverse	75
		3.3.1	Écriture de la fonction objectif	76
		3.3.2	Choix des paramètres initiaux	76
			3.3.2.1 Estimation du paramètre $p_2 = \frac{E}{V_{0p}}$	77
			3.3.2.2 Estimation du paramètre $p_1 = \frac{E}{V}$ par intercorrélation	79
			3.3.2.3 Estimation des paramètres $p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}$ et $p_5 = n-1$	79
			3.3.2.4 Valeurs choisies pour les paramètres $p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\sigma_e V_e}$ et $p_6 = \alpha_{0f} V_f$ .	80
			3.3.2.5 Valeurs choisies pour les paramètres $q_1 = \frac{a^2}{12}$ et $q_2 = \frac{E}{E}$	80
		3.3.3	Procédure d'optimisation des paramètres	81
		0.010	3.3.3.1 Routine "Isononlin"	81
			3.3.3.2 Intervalles de confiance et incertitudes des propriétés identifiées	83
		3.3.4	Résultats d'identification sur la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 $mm$	84
			3.3.4.1 Courbes et paramètres identifiés	84
			3.3.4.2 Vérification de l'identification à partir de la solution optimale	86
			3.3.4.3 Propriétés physiques de la plaque	87
			3.3.4.4 Courbes de dispersion et d'atténuation de 1,5 à 3,0 $MHz$	88
			3.3.4.5 Résultats de mesure et d'identification par gamme de fréquences	89
		3.3.5	Analyse des résultats d'identification pour d'autres spécimens	94
	3.4	Résun	né et commentaires	100
1	Car	actória	sation en transmission avec un système air-coupling 1	03
4	1 1	Étude	du coefficient de transmission d'une plaque dans l'air	10 <b>0</b>
	7.1	4 1 1	Comparaison avec le coefficient de transmission d'une plaque dans l'eau	104
		412	Étude de sensibilité	$104 \\ 105$
	$4\ 2$	Systèr	ne de mesure du coefficient de transmission par air-coupling	106
	1.2	4 2 1	Description	100
		422	Spécifications	107
	4.3	Mesur	res préliminaires	109
	1.0	4.3.1	Étalonnage de l'amplificateur	109
		4.3.2	Influence de la température - mesure de la vitesse des ultrasons dans l'air	110
	4.4	Résult	cats expérimentaux et numériques obtenus sur une plaque de Polvéthylène	
	. –	d'épai	sseur $6 mm$	111
	4.5	Résult	ats d'identification obtenus sur d'autres plaques viscoélastiques	$^{-}$
	4.6	Plaqu	es en carbone-époxy	118
		4.6.1	Plaque saine	118
			-	

vii

Table des	matières
-----------	----------

		4.6.2	Plaques	vieillies	119
	4.7	Résun	né et com	mentaires	123
<b>5</b>	App	olicatio	on à la c	aractérisation par immersion de plaques de matériau com	l-
po	osite	stratif	ié carboi	ne époxy	125
	5.1	Stratif	ié en carb	oone époxy	126
	5.2	Résult	ats expér	imentaux	127
		5.2.1	Plaque s	aine	127
		5.2.2	Plaques	vieillies	128
	5.3	Identit	fication av	vec un modèle de plaque homogène	129
	5.4	Descri	ption d'u	n modèle géométrique multicouche     .   .	134
		5.4.1	Coefficie	nt de transmission d'une plaque multicouche	134
			5.4.1.1	Représentation matricielle de la propagation dans une couche	
				solide	135
			5.4.1.2	Coefficient de transmission d'une plaque monocouche homogène	136
			5.4.1.3	Passage à une plaque multicouche	137
		5.4.2	Modélisa	ation géométrique d'un pli	138
			5.4.2.1	Propriétés acoustiques	138
			5.4.2.2	Matrice de transfert d'un pli	139
		5.4.3	Matrice	de transfert du multicouche périodique	140
		5.4.4	Identific	ation avec le modèle multicouche périodique $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	140
			5.4.4.1	Comparaison entre le modèle multicouche et la mesure $\ldots$ .	140
			5.4.4.2	Identification inverse des paramètres	141
	5.5	Résun	né et com	mentaires	145
C	onclu	ision			147
Bi	bliog	graphie	9		149

# Table des figures

1.1	Comparaison des coefficients de dispersion donnés par les modèles de Szabo et de	
	O'Donnell pour : (a) $0 \le n < 1$ ; (b) $1 < n \le 2$	17
1.2	Divergence du faisceau ultrasonore	19
1.3	Géométrie du problème de diffraction	20
1.4	Module de la correction de la diffraction $D$ représenté en fonction du paramètre de Fresnel $s$	21
1.5	Correction de la diffraction à travers deux milieux homogènes différents séparés	<u> </u>
1.6	Onde d'incidence normale, onde réfléchie et onde transmise à l'interface séparant	
	deux milieux acoustiques	24
1.7	Caractérisation en transmission simple et en réflexion double d'une plaque épaisse : (a) transmission dans le fluide de référence ; (b) les deux premiers échos successifs réfléchis par la face avant et arrière de la plaque et l'écho direct transmis à travers la plaque	26
1.8	Configuration théorique présentant une onde plane arrivant en incidence normale	20
1 0	sur une plaque a faces paralleles	30
1.9	Transmissions et réflexions successives à travers une plaque isotrope à faces pa- rallèles et réflexions multiples à l'intérieur de la plaque	33
2.1	Excitation de type Chirp enveloppée par une fenêtre Hanning : (a) signal tem- porel de durée 150 $\mu s$ , avec une fréquence de départ de 1 $MHz$ et une fréquence d'arrivée de 4 $MHz$ : (b) spectre fréquentiel	41
2.2	Dispositif expérimental de mesure en transmission et en réflexion, par immersion dans l'eau $s_i(t)$ : signal incident $s_r(t)$ : signal réfléchi et $s_t(t)$ : signal transmis	42
2.3	Représentation schématique des différentes rotations et translations, autorisant le réglage des transducteurs selon une direction de propagation normale à la plaque	43
2.4	Différence entre une plaque viscoélastique et une plaque métallique en matière de transmission des ondes. Impulsions successives transmises à travers une plaque	-
	de : (a) duralumin (10 $mm$ ); (b) plexiglas (4 $mm$ )	44
2.5	Principe de mesure de la vitesse dans l'eau en utilisant un émetteur et un récepteur	
	séparés	46
2.6	Calcul du temps de retard par intercorrélation. (a) signaux temporels enregistrés	
	à deux distances différentes, $d_1$ et $d_2$ entre l'émetteur et le récepteur : $d_2 - d_1 =$	
	180 $mm$ ; (b) leur intercorrélation	47
2.7	Calcul de la vitesse à partir du rapport des spectres : (a) phase; (b) vitesse de	
	phase dans l'eau calculée à 19, $423^{\circ}C$ et sa moyenne	48

2.8	(a) Mesure; (b) incertitude absolue de la vitesse des ultrasons dans l'eau en	
	fonction de la température	51
2.9	Signaux temporels et les modules de leurs FFT obtenus pour une plaque de Plexi-	
	glas d'épaisseur 8 $mm$ , en utilisant des transducteurs 2,25 $MHz$ : (a) signal de	
	référence et le module de sa FFT; (b) signal intégral transmis à travers la plaque	
	et le module de sa FFT	54
2.10	Coefficient de transmission complexe de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 $mm$ ,	
	mesuré avec les transducteurs $2,25 MHz$	55
2.11	Principe de mesure du coefficient de réflexion en incidence normale : (a) réflexion	
	par la plaque étudiée; (b) réflexion par la face avant de la plaque de référence	56
2.12	Signaux temporels et les modules de leurs FFT obtenus pour la plaque en Plexiglas	
	d'épaisseur 8 $mm$ , en utilisant des transducteurs 2,25 $MHz$ : (a) signal réfléchi	
	par la face avant de la plaque de référence et le module de sa FFT; (b) signal	
	réfléchi par la plaque de Plexiglas et le module de sa FFT	57
2.13	Coefficient de réflexion complexe de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 $mm,$	
	mesuré avec les transducteurs $2,25 MHz$	58
2.14	Signaux temporels issus de la transmission simple et de la double réflexion et les	
	modules de leurs FFT obtenus pour la plaque en Plexiglas d'épaisseur 8 $mm$ , en	
	utilisant des transducteurs $2,25 MHz$ : (a) signal de référence et signal direct	
	transmis et les modules de leurs FFT; (b) signaux réfléchis par les faces avant et	
	arrière de la plaque et les modules de leurs FFT	59
2.15	Fonction de transfert en simple transmission mesurée sur la plaque de Plexiglas	
	d'épaisseur 8 $mm$ , en utilisant les transducteurs 2,25 $MHz$	60
2.16	Fonction de transfert en double réflexion mesurée sur la plaque de Plexiglas	01
	d'epaisseur 8 $mm$ , en utilisant les transducteurs 2,25 $MHz$	01
3.1	Exemple de résultats obtenus par une analyse de sensibilité. Les paramètres avant	
	le plus d'influence sur chaque fonction sont ceux qui ont la pente la plus forte	71
3.2	Influence des paramètres sur l'allure des parties réelle et imaginaire du coefficient	
	de transmission	73
3.3	Sensibilité du coefficient de transmission $(H_1)$ à ses paramètres en fonction de	
	l'épaisseur de l'échantillon	74
3.4	Structure générale d'un processus itérative d'optimisation	75
3.5	(a) Lissage du module au carré du coefficient de transmission mesuré; (b) Re-	
	centrage du module au carré sur une valeur nulle; (c) Module de la FFT de la	
	différence entre le module au carré original et le module au carré lissé $\ldots$ .	78
3.6	Régression linéaire de la fonction $K(f)$	79
3.7	Comparaison entre coefficients de transmission complexe (parties réelle et imagi-	
	naire) mesuré et calculé avec les paramètres estimés	81
3.8	organigramme des routines principales utilisées dans le programme d'optimisation	82
3.9	Comparaison entre les coefficients de transmission complexes (parties réelle et	
	imaginaire, module et phase), mesuré et identifié dans la gamme de fréquences	
	1, 5 - 3, 0 MHz	85
3.10	Résidus entre les parties réelles (bleu) et imaginaires (noir) mesurées et identifiées	86
3.11	variations de la fonction d'erreur en fonction des balayages simultanés des para-	<u> </u>
0.10	mètres autour de la solution optimale trouvée par identification	87
3.12	Dispersion calculee avec le modèle Szabo à partir des valeurs identifiées sans et	0.0
	avec correction de diffraction. (a) vitesse de phase; (b) attenuation	88

3.1	3 Raccordement des courbes des coefficients de transmission mesurés sur la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, de 0,6 MHz à 6,0 MHz
3.1	<ul> <li>4 Comparaison entre les courbes ajustées et mesurées des parties réelles et imaginaires des coefficients de transmission complexes dans la gamme de fréquences</li> <li>0 6 - 1 4 MHz</li> </ul>
3.1	5 Comparaison entre les courbes ajustées et mesurées des parties réelles et imagi- naires des coefficients de transmission complexes dans la gamme de fréquences 3, 0 - 6, 0 MHz
3.1	6 Précision sur les propriétés de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm : (a) épais- seur et vitesse; (b) masse volumique et exposant de l'atténuation; (c) coefficient d'atténuation
3.1	7 Raccordement des courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de $0, 6 MHz$ à $6, 0 MHz$ , pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur $8 mm \dots 94$
3.1	8 Analyse de précision de l'ensemble des identifications répertoriées au <i>tableau 3.7.</i> (a) épaisseur; (b) vitesse de phase à $f_0 = 2,5 \ MHz$ ; (c) masse volumique; (d) coefficient d'atténuation; (e) exposant de l'atténuation
3.1	9 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 <i>MHz</i> , pour une plaque de Plexiglas d'épaisseur 3 <i>mm</i>
3.2	20 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de $1,5$ à $3,0$ $MHz$ , pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 4 $mm$
3.2	21 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de $1, 5$ à $3, 0$ $MHz$ , pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 26 $mm$
3.2	2 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 $MHz$ , pour la plaque de Polycarbonate d'épaisseur 5 $mm$
3.2	Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 $MHz$ , pour la plaque de Polycarbonate d'épaisseur 8 $mm$
3.2	Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 $MHz$ , pour une plaque de Polycarbonate d'épaisseur 12 $mm$
3.2	5 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1, 5 à 3,0 $MHz$ , pour une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 3 $mm$
3.2	6 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de $1, 5$ à $3, 0$ $MHz$ , pour une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 $mm$
3.2	7 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de $1,5$ à $3,0$ $MHz$ , pour une plaque de PVC d'épaisseur $10 mm \dots 99$
3.2	8 Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 $MHz$ , pour une plaque de PVC-transparent d'épaisseur 5 $mm$
4.1	Module du coefficient de transmission de la plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm : (a) immergée dans l'eau ; (b) entourée d'air
4.2	Dispositif expérimental de mesure du coefficient de transmission avec un système air-coupling
4.3	Montage électronique pour le calibrage de l'amplificateur
4.4	Évolution de l'amplification A en fonction de la tension de commande continue $V_c$ 110
4.5	(a) Points de mesure de la vitesse des ultrasons dans l'air en fonction de la tem-
	pérature et leur régression linéaire; (b) incertitude absolue 11

xi

4.6	Signaux temporels et le module de leurs FFT obtenus pour une plaque de Poly- éthylène d'épaisseur 6 $mm$ , en utilisant des transducteurs 1 $MHz$ : (a) signal de	
	référence et le module de sa F'F''I'; (b) signal intégral transmis à travers la plaque et le module de sa FFT	112
4.7	Comparaison entre les coefficients de transmission complexes (parties réelle et imaginaire, module et phase), mesurés par air-coupling et identifiés dans la gamme	
4.8	de fréquences $0, 7 - 1, 5 MHz$ Dispersion calculée avec les valeurs identifiées à partir des mesures par air-coupling	114
49	et par immersion. (a) vitesses de phase evaluees avec le modele de Szabo; (b) atténuations évaluées avec la loi en puissance de la fréquence $\dots \dots \dots$ . Précision sur les propriétés identifiées (a) épaisseur et vitesse de phase à $f_0 =$	115
1.0	$2,5 \ MHz$ ; (b) masse volumique; (c) coefficient d'atténuation; (d) exposant de l'atténuation	117
4.10	Comparaison entre les coefficients de transmission complexes mesuré dans l'air avec les transducteurs 1 $MHz$ (courbes bleues) et identifié (courbes rouges) pour	
4.11	la plaque B01 : état initial	119
4.12	air-coupling 1 MHz	120
4.13	la plaque F01 (500 heures)	121
	$ \text{vieillies}: F02 (1000 \text{ heures}); F03 (1500 \text{ heures}); F04 (2500 \text{ heures}) \text{ et } F05 (3500 \text{ heures}) \dots \dots$	122
$5.1 \\ 5.2$	Composite stratifié quasi-isotrope $[0^{\circ}, 45^{\circ}, -45^{\circ}, 90^{\circ}]_{S}$ Raccordement des courbes des coefficients de transmission mesurés sur la plaque de composite saine <i>B</i> 01 de 1,5 <i>MHz</i> à 6,0 <i>MHz</i> , en utilisant les transducteurs	126
5.3	à immersion 2,25 puis 5 $MHz$	128
5.4	à immersion 2,25 MHz	129
55	transducteurs 2,25 $MHz$ (courbes bleues) et identifiés (courbes rouges). B01 : état initial; Plaques vieillies : F01 (500 heures) et F02 (1000 heures) Comparaison entre les coefficients de transmission mesurés dans l'eau avec les	131
0.0	transducteurs 2, 25 $MHz$ (courbes bleues) et identifiés (courbes rouges). Plaques vieillies : F03 (1500 heures), F04 (2500 heures) et F05 (3500 heures) $\ldots \ldots$	132
5.6	Évolution des propriétés identifiées de l'ensemble des plaques composites vieillies, en fonction de la durée de vieillissement	133
5.7	(a) Couche de matériau d'épaisseur $E$ dans un fluide. Une onde plane incidente frappe le matériau sous un angle d'incidence zéro à gauche; (b) Quadripôle équi-	
5.8	valent à une couche de solide	135
5.9	Une onde plane est incidente à gauche sous un angle zéro	$\begin{array}{c} 137\\ 139 \end{array}$
-	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

xii

5.10	Comparaison entre les courbes des coefficients de transmission mesurées et simu-	
	lées avec le modèle multicouche, pour la plaque saine $B01$ , dans la gamme de	
	fréquences $2, 0 - 6, 0 MHz$	141
5.11	Comparaison entre les courbes des coefficients de transmission mesurées et iden-	
	tifiées avec le modèle multicouche, pour la plaque saine $B01$ , dans la gamme de	
	fréquences $2, 0 - 6, 0 MHz$	142
5.12	Comparaison entre les courbes des coefficients de transmission mesurées et iden-	
	tifiées avec le modèle multicouche, pour la plaque saine $B01$ , dans la gamme de	
	fréquences $1, 5 - 3, 0 MHz$	143
5.13	Comparaison entre les valeurs identifiées par le modèle homogène dans la gamme	
	de fréquences $1, 5-3, 0 \ MHz$ et celles identifiées avec le modèle multicouche dans	
	les gammes de fréquences $1, 5 - 3, 0 MHz$ et $2, 0 - 6, 0 MHz$ : (a) épaisseur; (b)	
	masse volumique; (c) vitesse de phase; (d) atténuation	144

Table des figures

xiv

## Liste des tableaux

2.1	Comparaison des valeurs de la vitesse des ultrasons dans l'eau obtenues par les deux méthodes à différentes températures	50
3.1	Paramètres et quantités physiques impliqués dans l'analyse de sensibilité des fonc- tions de transfert	70
3.2	Indices de sensibilité calculés pour une variation de $1\%$ sur chaque paramètre	72
3.3	Valeurs des paramètres ajustables, estimées et identifiées sans et avec correction de la diffraction pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 $mm$ , à partir des mesures réalisées avec les transducteurs 2,25 $MHz$	84
3.4	Valeurs des propriétés de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 $mm$ , identifiées sans et avec correction de la diffraction, à partir des mesures réalisées avec les transducteurs 2.25 $MHr$	00
3.5	transducteurs 2, 25 $MHz$	88
	dérées	93
3.6	Moyennes et Écart-types des identifications réalisées dans les trois domaines de fréquences étudiés	93
3.7	Valeurs identifiées des propriétés physiques des différents matériaux étudiés, à partir des mesures effectuées avec les transducteurs $2, 25 \ MHz \ \ldots \ \ldots \ \ldots$	95
4.1	Comparaison entre les propriétés acoustiques de l'eau et de l'air	104
4.2	Paramètres et quantités physiques impliqués dans l'analyse de sensibilité du co- efficient de transmission d'une plaque homogène placée dans l'air	106
4.3	Indice de sensibilité associé au coefficient de transmission avec et sans correction de diffraction calculé pour une variation de 1‰ sur chaque paramètre	106
4.4	Comparaison entre les propriétés de la plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 $mm$ , identifiées à partir des mesures dans l'air $(1~MHz)$ et dans l'eau $(2, 25~MHz)$ .	115
4.5	Valeurs identifiées des propriétés physiques des différents matériaux étudiés, à partir des mesures effectuées par air coupling à $1.0 MHz$	116
4.6	Valeurs identifiées des propriétés physiques de la plaque de composite saine $B01$	110
4.0	valeurs identifiées des proprietes physiques de la plaque de composite same Doi, dans la gamme de fréquences $0, 8 - 1, 45 \ MHz$ , à partir des mesures effectuées par air coupling à 1.0 $MHz$	110
4.7	Valeurs identifiées des propriétés physiques des plaques de composite vieillies, dans la gamme de fréquences $0.8 - 1.45$ MHz à partir des mesures effectuées	118
	par air-coupling à $1,0 MHz$	121

5.1	Valeurs identifiées des propriétés physiques de la plaque de composite saine et	
	des plaques vieillies, en utilisant le modèle de plaque homogène et le coefficient	
	de transmission mesuré, dans la gamme de fréquences $1, 5 - 3 MHz$ , avec les	
	transducteurs à immersion 2,25 $MHz$	130
5.2	Valeurs simulées obtenues par balayage sur chaque paramètre	141
5.3	Comparaison entre les valeurs simulées et identifiées des paramètres de la plaque	
	saine $B01$ , en utilisant le modèle multicouche dans la gamme de fréquences $2, 0 -$	
	6,0 MHz	142
5.4	Valeurs identifiées des paramètres de la plaque saine $B01$ , en utilisant le modèle	
	multicouche dans la gamme de fréquences $1, 5 - 3, 0 MHz$	143

xvi

# Liste des symboles

### SYMBOLES LATINS

a	Rayon du transducteur $[m]$
$C_{ijkl}$	Constantes d'élasticité
$C^*_{ijkl}$	Constantes d'élasticité complexes
$c_L$	Vitesse de propagation complexe des ondes longitudinales $[m.s^{-1}]$
$c_T$	Vitesse de propagation complexe des ondes transverses $[m.s^{-1}]$
D	Correction de la diffraction
$\mathcal{D}$	Fonction objectif
E	Épaisseur de la plaque $[m]$
f	Fréquence $[Hz]$
$f_0$	Fréquence arbitraire $[Hz]$
$H_i$	Transformée de Hilbert
Ι	Intervalle de confiance
k	Nombre d'onde $[m^{-1}]$
L	Distance entre l'émetteur et le récepteur $[m]$
n	Exposant de l'atténuation
2N	Nombre de points de fréquences
p  et  q	paramètres ajustables
$R_{12}$	Coefficient de réflexion à l'interface fluide-échantillon
$R_{21}$	Coefficient de réflexion à l'interface échantillon-fluide
$R_{th}$	Coefficient de réflexion théorique de la plaque
s	Paramètre de Fresnel
$S_{p_m}^H$	Indice de sensibilité de la fonction $H$ au paramètre $p$
t	temps $[s]$
$T_{12}$	Coefficient de transmission à l'interface fluide-échantillon
$T_{21}$	Coefficient de transmission à l'interface échantillon-fluide
$T_{exp}$	Coefficient de transmission expérimental de la plaque
$T_{th}$	Coefficient de transmission théorique de la plaque
$u_i$	Vecteur déplacement $[m]$
v	Vitesse de phase $[m.s^{-1}]$
$V_L$	Vitesse de propagation réelle des ondes longitudinales $[m.s^{-1}]$
$V_f$	Vitesse de phase dans le fluide de référence $[m.s^{-1}]$
$v_p$	Vitesse de phase dans la plaque $[m.s^{-1}]$
vp	Valeur principale de Cauchy
$V_{0p}$	Vitesse de phase dans la plaque à la fréquence $f_0 \ [m.s^{-1}]$
$x_i$	Vecteur position $[m]$
$x_F$	Distance de Fresnel $[m]$
$Z_s$	Impédance acoustique complexe d'un solide $[kg.m^{-2}s^{-1}]$
$Z_f$	Impédance acoustique complexe du fluide de référence $[kg.m^{-2}s^{-1}]$
$Z_p$	Impédance acoustique complexe de la plaque $[kg.m^{-2}s^{-1}]$

### SYMBOLES GRECS

$\alpha$	Constante d'atténuation $[Np.m^{-1}]$
$\alpha_0$	Coefficient d'atténuation $[Np.m^{-1}.Hz^{-n}]$
$\alpha_f$	Constante d'atténuation dans le fluide de référence $[Np.m^{-1}]$
$\alpha_{0f}$	Coefficient d'atténuation dans le fluide de référence $[Np.m^{-1}Hz^{-2}]$
$\alpha_p$	Constante d'atténuation dans la plaque $[Np.m^{-1}]$
$\alpha_{0p}$	Coefficient d'atténuation dans la plaque $[Np.m^{-1}Hz^{-n}]$
β	Constante de propagation réelle $[m^{-1}]$
$\gamma$	Constante de propagation complexe $[m^{-1}]$
$\gamma_s$	Constante de propagation complexe dans un solide $[m^{-1}]$
$\gamma_f$	Constante de propagation complexe dans le fluide de référence $[m^{-1}]$
$\gamma_p$	Constante de propagation complexe dans la plaque $[m^{-1}]$
$\delta i j$	Symbole de Kronecker
$\Delta p$	Incertitude sur le paramètre $p$
$arepsilon_{ij}$	Tenseur des déformations
$\eta_{ijkl}$	Constantes de viscosité
$\theta$	Température du fluide de référence $[^{\circ}C]$
$\lambda,\mu$	Coefficients de Lamé
ho	Masse volumique $[kg.m^{-3}]$
$ ho_s$	Masse volumique du solide $[kg.m^{-3}]$
$ ho_f$	Masse volumique du fluide de référence $[kg.m^{-3}]$
$\rho_p$	Masse volumique de la plaque $[kg.m^{-3}]$
$\sigma_{ij}$	Tenseur des contraintes
σ	Écart-type
w	Fréquence angulaire $[rad.s^{-1}]$

## Introduction

Les propriétés élastiques des solides jouent un rôle fondamental dans les domaines scientifiques et industriels. Leur mesure fournit des renseignements importants sur les caractéristiques mécaniques du matériau et permet ainsi de décrire son comportement mécanique qui est déterminant pour la conception structurelle et l'analyse expérimentale du matériau. En outre, la possibilité de mesurer les propriétés élastiques du matériau, de façon rapide et précise, peut aider à assurer la qualité de sa structure au cours du cycle de fabrication et à contrôler son endommagement pendant toute la durée de son utilisation. En conséquence, il existe de nombreuses méthodes pour la caractérisation des matériaux élastiques et il y a un grand intérêt à ce sujet, en particulier dans le contexte de la mise au point de nouveaux matériaux plus complexes pour lesquels les méthodes classiques de caractérisation semblent fastidieuses, coûteuses et, dans certains cas, ne conviennent pas.

Parmi les techniques de référence, les plus utilisées pour contrôler les matériaux et déterminer leurs propriétés physiques, on compte la technique d'évaluation non destructive basée sur la propagation des ondes ultrasonores. Les essais par ultrasons présentent un grand intérêt pour leur qualité d'inspection et leur facilité de mise en œuvre, car ils nécessitent des équipements relativement légers et sans danger pour les utilisateurs. Ils sont largement utilisés dans des domaines très diversifiés (aéronautique, génie civil, applications biomédicales, industries de l'automobile, de l'énergie, etc.), car ils permettent d'inspecter les matériaux sans les endommager ni interférer dans leur utilisation finale.

En contrôle "classique" des matériaux par ultrasons, les ondes ultrasonores sont générées et détectées par des transducteurs au contact ou à immersion, couplés à la pièce inspectée, par un contact physique direct ou à travers un milieu couplant. Le plus souvent la pièce est enduite de gel, ou immergée dans une cuve remplie d'eau, ce qui permet d'assurer une bonne transmission de l'énergie ultrasonore entre les transducteurs et le milieu testé. Ces méthodes, qui ont largement fait leurs preuves, souffrent cependant d'un inconvénient, le fait d'utiliser un milieu couplant réduit leur champ d'application : pour l'inspection des structures de type composite ou sandwich, il n'est souvent pas question d'employer un milieu couplant, qui pourrait polluer le matériau. De plus, en environnement industriel, il est nécessaire soit de démonter les pièces à contrôler pour les immerger dans des cuves à eau ou les placer devant des jets d'eau, soit de les enduire de gel, ce qui entraîne une perte de temps et un coût non négligeables.

Pour s'affranchir de certains de ces inconvénients, des systèmes de contrôle sans contact et sans milieu couplant voient le jour, depuis quelques années, et tentent de s'affirmer face aux techniques traditionnelles. Les développements en laboratoire se multiplient, le champ des applications potentielles s'élargit peu à peu et plusieurs variantes de la technique ont fait la preuve de leur efficacité. Le fait de travailler sans contact autorise l'inspection de pièces chaudes ou de géométrie complexe, ainsi qu'un contrôle en ligne. De plus, il est possible de contrôler des matériaux poreux sans craindre de polluer les pièces ou de créer des conditions favorables au développement de la corrosion. L'intérêt de la méthode a encouragé les industriels et les laboratoires de recherche à proposer des solutions dans ce domaine. Certains d'entre eux se sont orientés vers des systèmes dans lesquels l'émission et la détection des ondes ultrasonores sont assurées par des lasers. Le principe de la génération des ultrasons est basé sur l'effet thermo-élastique. Un faisceau laser pulsé crée une dilatation locale à la surface de la pièce. Elle génère une onde ultrasonore qui se propage dans toute la pièce et se réfléchit sur les défauts. En revenant à la surface de la pièce, l'onde provoque une micro-déformation locale, que l'on détecte par interférométrie laser. Les systèmes ultrasons laser ne manquent pas d'attraits : tout en offrant le même type de résultats qu'un contrôle par ultrasons classique, ils autorisent le contrôle des pièces à grande distance (jusqu'à environ 2 mètres) et quelle que soit leur géométrie. Ils permettent également de travailler dans une large gamme de fréquences, de quelques kHz à 20 MHz, et offrent un fort pouvoir de résolution spatio-temporel. Ces systèmes peuvent être utilisés en transmission ou, plus couramment, en émission-réception. Cependant, ces procédés sont onéreux à l'achat et à l'entretien, et assez délicats à mettre en place en raison des réglages très fins généralement requis par les systèmes optiques.

D'autres chercheurs se sont intéressés récemment aux systèmes de contrôle basés sur l'utilisation d'EMAT<sup>[1]</sup> (transducteurs magnéto-acoustiques) : un aimant générant un champ magnétique stationnaire est associé à une bobine que l'on alimente par un courant électrique impulsionnel de quelques centaines d'ampères. Celui-ci provoque l'apparition de courants de Foucault à la surface du matériau métallique. Leur interaction avec le champ magnétique crée alors des forces de Lorentz, donc des vibrations ultrasonores, qui se propagent dans le matériau. Du côté de la réception, c'est le phénomène inverse : les vibrations de la surface sont détectées à travers le courant qu'elles génèrent dans le bobinage. La méthode permet de générer aussi bien des ondes de surface que des ondes longitudinales ou transversales. Compte tenu du principe utilisé, le champ d'applications est nécessairement limité aux matériaux conducteurs électriques, du moment que l'on peut positionner le transducteur très près de la pièce (sans contact).

Depuis quelques années, les laboratoires s'intéressent à la génération et la détection d'ondes ultrasonores dans l'air. Comparée aux ultrasons laser, cette technique est bien moins coûteuse et convient à l'inspection de tous types de matériaux à faible impédance, comme les pièces sandwiches, structures à base de nids d'abeille, composite, bois, etc. La simplicité de son utilisation est également intéressante. Diverses technologies de transducteurs à couplage par air existent. On retrouve notamment les éléments piézoélectriques dont le principe de fonctionnement est relativement simple. La vibration de l'élément piézoélectrique du transducteur génère des ondes ultrasonores qui se propagent dans l'air puis dans la pièce étudiée. Afin de pallier la forte atténuation des ultrasons dans l'air et obtenir ainsi une sensibilité suffisante, ces transducteurs sont nécessairement à bande étroite et fonctionnent autour d'une fréquence de résonance précise. Ils sont placés à quelques centimètres (moins de 10 cm) de la pièce étudiée. L'utilisation d'éléments piézoélectriques avec couches d'adaptation d'impédance améliore la sensibilité. Il y a aussi les systèmes de types capacitifs<sup>[2]</sup> qui sont à large bande<sup>[3]</sup> et fonctionnent comme un haut-parleur côté émission et comme un microphone côté réception. Leur intérêt réside dans la possibilité de travailler dans une large gamme de fréquences. Comme pour le laser, qu'ils soient piézoélectriques ou capacitifs, les transducteurs à couplage par air permettent de travailler en mode transmission ou en émission-réception.

L'utilisation de l'air comme milieu couplant présente toutefois quelques difficultés<sup>[4]</sup>, notamment à cause de la très grande différence d'impédance acoustique entre l'air et la plupart des matériaux. De plus, dans une configuration de mesure en transmission ou en réflexion, l'amplitude de l'onde recueillie par le transducteur récepteur est extrêmement réduite en raison de la forte absorption des ultrasons dans l'air, surtout en haute fréquence. Une onde ultrasonore générée et reçue dans l'air qui traverse un matériau solide peut être atténuée par un facteur de l'ordre de 5000 et plus. Heureusement, les évolutions technologiques récentes permettent aujourd'hui la génération d'ondes ultrasonores dans l'air à des niveaux très élevés et leur réception avec une sensibilité suffisante pour utiliser l'air comme milieu de couplage. Enfin, des difficultés supplémentaires sont issus des propriétés de l'air, notamment la vitesse des ultrasons dans l'air, qui se trouve être considérablement dépendante de la température.

Malgré les nombreux efforts ayant été consacrés à l'étude de la propagation des ondes dans les milieux élastiques, ces études restent plus ou moins valables dans le cas des matériaux réels, c'est-à-dire les matériaux dont le comportement mécanique ne peut pas être assimilé à un comportement classique purement élastique. En l'occurrence, il s'agit des milieux solides obéissant à une loi destinée à prendre en compte les phénomènes d'absorption et de dispersion intrinsèques liés à la nature viscoélastique du matériau. En effet, si les propriétés élastiques d'un matériau sont en quelque sorte les propriétés de base, nécessaires à une modélisation du comportement mécanique d'une structure, il ne faut cependant pas oublier qu'elles permettent uniquement de modéliser le comportement purement élastique de celle-ci, sans prendre en compte d'autres paramètres. Un phénomène intéressant dans les matériaux visoélastiques est la dissipation interne d'énergie lorsqu'ils sont soumis à des déformations ou, en d'autres mots, leur amortissement interne. À cause de ce phénomène dissipatif, le signal ultrasonore se déforme, et ceci de deux manières : d'une part, il y a perte d'énergie et l'amplitude de crête décroit et d'autre part, il y a étalement du signal en raison du caractère dispersif des ondes. D'une manière générale, le comportement viscoélastique peut être représenté par des grandeurs complexes dont les parties réelles caractérisent l'élasticité du matériau tandis que les parties imaginaires caractérisent la dissipation.

La détermination des caractéristiques élastiques est bien maîtrisée dans le cas des matériaux métalliques dont les propriétés sont pratiquement indépendantes de la fréquence. En revanche, les matériaux viscoélastiques tels que les polymères, ont en général, une dépendance du comportement avec la fréquence, non seulement pour l'aspect dissipatif (atténuation) mais aussi pour l'aspect élastique (dispersion). La propagation des ondes ultrasonores est par conséquent bien différente par rapport aux métaux. Pour représenter correctement le comportement de ces matériaux, la difficulté réside essentiellement dans la modélisation des phénomènes d'atténuation et de dispersion en fonction de la fréquence.

Les mesures d'atténuation et de dispersion sont d'une importance considérable dans le domaine de caractérisation ultrasonore des matériaux. Pour déterminer ces deux propriétés, une méthode directe, basée sur l'étude de la transmission ultrasonore au travers d'une lame à faces parallèles immergée, consiste à mesurer en incidence normale, le premier signal bref transmis par la plaque ainsi que le signal reçu en absence de la plaque. La comparaison des spectres de ces deux signaux permet ensuite d'extraire l'évolution de l'atténuation et de la vitesse de phase en fonction de la fréquence. Une première limitation de cette méthode réside dans l'obligation de connaître d'une part l'épaisseur et la masse volumique de la plaque et d'autre part l'impédance acoustique du milieu de référence. De plus, l'utilisation de cette méthode est limitée à la caractérisation des plaques épaisses pour lesquelles les différents échos transmis sont séparables dans le domaine temporel, ou des matériaux très atténuants pour lesquels les réflexions multiples à l'intérieur de la plaque sont négligeables ou inexistantes.

Une alternative à cette démarche consiste à étudier le coefficient de transmission global de la plaque en mesurant l'intégralité du signal traversant l'échantillon et le signal transmis dans le fluide sans la plaque. Dans ce cas, il n'existe pas, *a priori*, de relation directe reliant la vitesse de phase et l'atténuation aux spectres de ces deux signaux. En conséquence, la recherche des paramètres constitue un problème inverse, qui nécessite une stratégie de résolution appropriée. Les principales techniques, pour résoudre ce type de problème, sont basées sur des méthodes itératives de recalage avec un modèle théorique. Elles consistent à minimiser une fonction-coût de type moindre carré entre grandeurs mesurées et valeurs correspondantes déterminées par le calcul analytique, les variables étant les paramètres recherchés.

C'est dans ce contexte que se situe mon travail de thèse dont la particularité consiste à proposer une stratégie d'identification, permettant de déterminer simultanément certains paramètres physiques d'un matériau viscoélastique. Elle utilise une procédure basée sur la comparaison des coefficients de transmission expérimental et théorique d'une plaque immergée dans un fluide. Au cours de cette étude, nous ne négligeons pas le fait que les propriétés dissipatives des matériaux viscoélastiques présentent généralement un caractère dispersif au même titre que leurs propriétés élastiques. Pour cela, nous choisissons une loi d'atténuation en puissance prenant en compte les effets dissipatifs et un modèle de dispersion décrivant la variation de la vitesse de phase avec la fréquence et nous intégrons ceux-ci au sein du coefficient de transmission. Afin de réaliser cette démarche, la procédure de comparaison est associée à un problème inverse d'identification utilisant une méthode itérative. Les développements présentés permettent d'évaluer simultanément la masse volumique et l'épaisseur de la plaque, ainsi que de retrouver les lois d'évolution de la vitesse de propagation et de l'atténuation des ondes ultrasonores en fonction de la fréquence.

La formulation théorique du modèle utilisé ici, nécessaire dans une routine d'identification doit satisfaire des critères spécifiques à ce type de démarche. Dans un premier temps, il est évident que le modèle numérique doit être capable de simuler le comportement expérimental avec une précision et un degré de réalisme suffisants pour que son utilisation dans la routine d'identification soit sensée. La qualité des résultats de l'identification sera directement influencée par la qualité du modèle théorique. Ensuite, la résolution du problème inverse devra s'effectuer suffisamment rapidement afin que le processus d'identification puisse se dérouler dans des temps raisonnables. La résolution du modèle numérique est réalisée un grand nombre de fois lors d'une identification, le temps de calcul pour exécuter cette résolution a par conséquent un impact important sur le temps d'identification total. Ensuite, le modèle théorique doit pouvoir être paramétré afin d'être intégré dans la routine d'identification. Finalement, afin de chiffrer les performances requises pour cette identification, il convient de prendre en compte l'erreur commise sur les valeurs identifiées.

Par ailleurs, pour obtenir une identification des propriétés physiques d'un matériau, il ne suffit pas d'avoir une procédure d'identification performante; il est également nécessaire d'être capable de mesurer correctement les fonctions de réponse en fréquence d'un spécimen donné, qui servent de base au processus d'identification, avec autant de précision que possible. Afin de répondre à ces besoins, nous avons mis au point deux systèmes de mesure ultrasonore, l'un utilisant une méthode en immersion, l'autre se servant d'un système air-coupling sans contact, et avons choisi une méthode de traitement des signaux, qui permet d'en extraire les fonctions de réponse en fréquence d'une manière efficace et précise.

En ce qui concerne les mesures par ondes ultrasonores, l'utilisation d'une source de dimension finie est souvent la cause de problèmes. En général, on s'arrange pour travailler à des distances de la source telles que l'onde émise soit quasiment une onde plane. L'étendue de cet intervalle de travail dépend de la taille du transducteur, de la longueur d'onde émise et de la distance du point d'émission au point d'observation. Dans la zone du champ lointain, l'onde étant quasi plane, on admet que la décroissance de son amplitude due à l'absorption du milieu est exponentielle. Par contre, lorsque la longueur d'onde devient comparable au diamètre du transducteur, l'effet de divergence peut devenir important et il devient nécessaire, pour respecter au mieux la condition d'ondes planes considérée dans la théorie, d'adapter le montage expérimental utilisé. Une solution souvent adoptée consiste à utiliser, pour la réception, un transducteur récepteur très petit par rapport au transducteur d'émission, ce qui permet d'approcher l'hypothèse d'onde plane infinie car la largeur du faisceau est grande par rapport à la taille du récepteur<sup>[5]</sup>. D'autres proposent de réaliser une mesure en double transmission<sup>[6,7]</sup>, dans laquelle le récepteur est remplacé par un réflecteur, ce qui permet de considérer que l'ensemble des rayons émis se réfléchissent sur le réflecteur pour revenir sur l'émetteur qui joue également le rôle de récepteur.

Une autre difficulté, typique des mesures par immersion dans un fluide (eau ou air), concerne le problème de variation de température qui peut participer à la modification du comportement des signaux et, de ce fait, introduire des erreurs.

Pour limiter ces problèmes, il est soit nécessaire de corriger correctement ces conditions de mesure, soit de s'en affranchir. De plus, si les mesures dans l'eau sont sensibles aux conditions expérimentales, celles dans l'air le sont plus. Par conséquent, si nous souhaitons pouvoir mesurer précisément les propriétés d'une plaque, il existe deux options :

- tenter de limiter au maximum les effets de diffraction et de variation de la température,
- caractériser ces effets afin de modéliser correctement le système réel.

Nous avons opté pour la seconde solution, en portant notre choix sur des corrections permettant de limiter au maximum les effets en question.

Le premier chapitre de ce travail est une étude bibliographique portant sur la théorie de propagation ultrasonore en milieu viscoélastique. Dans un premier temps, la modélisation de la loi de comportement pour un milieu homogène linéaire isotrope viscoélastique est présentée. Dans un tel milieu, nous écrivons cette loi linéaire à constantes de rigidité complexes entre les contraintes et les déformations. Les relations entre les constantes de viscoélasticité et les phénomènes de dispersion et d'atténuation des ondes ultrasonores se propageant dans ce milieu sont établies pour le modèle de Kelvin-Voigt. Nous nous intéressons ensuite à deux modèles destinés à prendre en compte la dispersion et l'absorption des ondes dans un matériau, pour lequel l'atténuation obéit à une loi proportionnelle à une puissance de la fréquence. Ces modèles sont développés comme une conséquence mathématique des relations de Kramers-Kronig. Nous avons comparé leurs résultats théoriques, pour finalement choisir le modèle de Szabo afin de l'intégrer dans les modèles de transmission et de réflexion théoriques étudiés. L'étude bibliographique porte également sur le problème de l'émission ultrasonore d'un transducteur de dimension finie, ceci pour les besoins de l'étude expérimentale. En effet, l'atténuation totale est due aux pertes d'absorption propre au matériau, mais aussi à une atténuation provenant de la diffraction géométrique. Nous présentons ensuite le principe des méthodes de mesure en simple transmission et en double réflexion, usuellement utilisées pour accéder directement à la vitesse de phase et à l'atténuation dans une plaque à faces parallèles. Les limites de ces deux méthodes sont alors mises en évidence que ce soit en raison d'un caractère atténuant trop important du matériau, de l'épaisseur même de l'échantillon, ou bien de la fréquence d'étude choisie. À cause de ces exigences, les méthodes basées sur le calcul de la réponse complète en transmission et en réflexion ont été proposées.

Le second chapitre présente un travail expérimental comprenant deux séries d'expériences. L'une utilisant un signal long permettant de mesurer les coefficients de transmission et de réflexion de la plaque. L'autre permet, grâce à l'utilisation d'un signal bref, de mesurer la transmission simple et la double réflexion. Ces quatre mesures sont effectuées en immersion dans l'eau et en incidence normale. Les difficultés de mesure sont discutées et les limites liées à l'épaisseur et la fréquence sont rappelées. Cela nous conduit à identifier le modèle expérimental le mieux adapté à notre étude, afin d'effectuer une comparaison avec le modèle théorique, à travers une méthode d'identification que nous développons dans le chapitre suivant. La configuration expérimentale privilégiée est la mesure du coefficient de transmission basée sur la comparaison entre le faisceau propagé dans l'eau et celui ayant traversé l'échantillon inséré entre l'émetteur et le récepteur.

Le troisième chapitre s'intéresse à la méthode d'identification développée. Tout d'abord, l'analyse du problème direct permet de valider la formulation du modèle théorique et de disposer d'informations importantes quant à sa sensibilité aux propriétés recherchées. Cette dernière conduit à identifier les paramètres les plus influents du modèle. Les formulations analytiques de la réponse de la plaque en transmission et en réflexion, sous l'hypothèse d'une propagation en ondes planes, sont rappelées faisant apparaître les paramètres dépendants des propriétés de la plaque et celles du fluide de référence, comme paramètres ajustables du problème. La prise en compte de la correction de la diffraction fait intervenir deux paramètres supplémentaires liés au rayon des transducteurs et à la distance émetteur-récepteur. Ensuite, la démarche inverse d'identification est expliquée. Après avoir défini une fonction objectif et effectué une estimation grossière permettant de commencer le processus d'identification avec des valeurs initiales proches des propriétés réelles du matériau, nous utilisons une routine d'identification développée sous Matlab® permettant de faire évoluer le modèle numérique jusqu'à obtenir une réponse simulée proche de la réponse expérimentale en recourant à un algorithme de minimisation usuel de type Gauss-Newton. Les propriétés atteintes simultanément par l'identification sont l'épaisseur de l'échantillon, la masse volumique du matériau, ainsi que les constantes associées au modèle de dispersion de Szabo (vitesse de phase) et à la loi de puissance de l'atténuation (coefficient de proportionnalité et exposant de la fréquence).

Dans le chapitre 4, une technique de mesure sans contact est présentée. La mesure du coefficient de transmission d'une plaque placée dans l'air, est réalisée à l'aide de transducteurs ultrasonores à couplage par air. Des identifications des propriétés, similaires à celles utilisées pour les mesures dans l'eau, sont effectuées sur des plaques polymères afin de démontrer la bonne maîtrise de notre procédé d'inversion, puis sur des plaques composites industrielles afin de montrer son potentiel. Une comparaison entre les résultats dans l'air et dans l'eau, permet de discuter les performances et les limites des deux mesures.

La première partie du cinquième chapitre concerne la mise en œuvre de l'ensemble de la pro-

cédure d'optimisation pour l'identification des caractéristiques de plaques composites vieillies immergées dans l'eau. Les résultats provenant de l'utilisation d'un modèle de plaque homogène sont présentés et discutés en terme d'évolution des propriétés de ces composites avec le vieillissement. La seconde partie expose le développement de la méthode des matrices de transfert pour calculer la transmission d'une plaque stratifiée constituée de couches viscoélastiques. Un modèle géométrique périodique permettant de prendre en compte la nature multicouche de la plaque stratifiée est proposé. Enfin, une simulation et une identification sont envisagées pour évaluer les propriétés des couches internes d'une plaque composite carbone-époxy dans son état initial.

Introduction

## Chapitre 1

## Propagation ultrasonore en milieu viscoélastique homogène isotrope

D'un point de vue mécanique, la viscoélasticité est la propriété d'un matériau de présenter, outre un comportement élastique, un comportement visqueux provoquant une évolution des propriétés mécaniques du matériau dépendante du temps. Le comportement purement élastique du solide décrit son aptitude à retrouver sa forme initiale après avoir été soumis à des déformations. Le comportement purement visqueux représente quant à lui la faculté du liquide à s'écouler de façon irréversible. Le matériau viscoélastique se retrouve donc dans un état mécanique particulier intermédiaire entre le solide purement élastique et le liquide purement visqueux : les comportements d'élasticité et de viscosité sont présents simultanément. C'est le cas notamment des matériaux polymères. Lorsqu'on applique une contrainte à un tel matériau, la réponse se compose généralement d'une déformation élastique instantanée et réversible, et d'une déformation non élastique qui dépend du temps.

Lorsque le comportement du matériau respecte le principe de superposition, on parle de viscoélasticité linéaire. C'est généralement le cas lorsque le matériau est soumis à des sollicitations de faibles amplitudes.

En acoustique, la viscoélasticité se traduit par une dispersion (dépendance de la vitesse de propagation avec la fréquence) et une absorption (dissipation de l'énergie sous forme de chaleur) des ondes ultrasonores. En effet, en se propageant dans un milieu dispersif absorbant, une onde, considérée comme étant la superposition de plusieurs ondes monochromatiques, voit sa forme changer et son amplitude diminuer au cours de la propagation et les caractéristiques du milieu à savoir l'atténuation et la vitesse de phase évoluent en fonction de la fréquence. La prise en compte des phénomènes de dispersion et d'atténuation dans le modèle de propagation ultrasonore, notamment lors de l'évaluation des propriétés acoustiques d'un matériau viscoélastique, s'avère nécessaire, afin de se rapprocher de la réalité physique du matériau.

Par ailleurs, dans la théorie de propagation des ondes, il est admis en général que l'onde émise est plane. En milieu infini parfaitement élastique, une onde plane se propage jusqu'à l'infini. Or, dans la réalité, les ondes ne sont jamais vraiment planes et les milieux traversés par les ondes ne sont pas parfaitement élastiques. En effet, dans le cas d'une source de dimension finie émettant des ondes de volume en milieu isotrope, à la simple propagation de l'onde et en l'absence d'autres phénomènes d'atténuation, s'ajoute un effet qui n'est pas, à proprement parler, lié aux propriétés du matériau dans lequel se propagent les ondes, mais qui est dû uniquement à l'ouverture du transducteur : l'énergie associée au faisceau borné diminue avec la distance lorsque l'on s'éloigne de la source. On parle alors de divergence ou de diffraction géométrique qui est présente même en milieu non atténuant et qui constitue une perte d'énergie supplémentaire, étrangère à la perte d'énergie due à l'absorption dans le milieu traversé.

Ce chapitre va être consacré à la description de la propagation ultrasonore en milieu viscoélastique. Nous consacrons une partie introductive aux phénomènes de dispersion et d'atténuation des ondes dans ce type de milieu en distinguant l'atténuation due au caractère viscoélastique du matériau de celle liée à l'ouverture géométrique du transducteur. Des développements y sont également proposés afin de les adapter à notre problématique. Nous présenterons ensuite les méthodes de caractérisation en transmission et en réflexion d'une plaque à faces parallèles qui ont déjà donné lieu à de nombreux travaux.

### 1.1 Propagation en milieu infini

### 1.1.1 Notions d'élasticité

Dans l'hypothèse de petites déformations, le comportement élastique d'un solide est décrit par une loi linéaire, appelée *loi de Hooke*, qui relie le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  au tenseur des déformations  $\varepsilon_{ij}$ . Pour un matériau linéaire homogène anisotrope, cette relation s'écrit en fonction des constantes élastiques du matériau, sous la forme

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad ; \quad i \ et \ j \in \{1, 2, 3\}, \tag{1.1}$$

ou, avec la convention de contraction des indices

$$\sigma_{\alpha} = C_{\alpha\beta}\varepsilon_{\beta},\tag{1.2}$$

où  $C_{ijkl}$  est un tenseur d'ordre 4, appelé *tenseur des rigidités*. L'indice  $\alpha$  (resp.  $\beta$ ) repère la paire (ij) (resp. (kl)) selon la correspondance

$$(11) \to 1, (22) \to 2, (33) \to 3, (23) = (32) \to 4, (13) = (31) \to 5, (12) = (21) \to 6.$$
 (1.3)

Dans le cas le plus général, ce tenseur comporte 21 coefficients indépendants, mais ce nombre peut être réduit en fonction des propriétés de symétries géométriques présentées par le matériau considéré.

### 1.1.2 Équation de propagation en milieu élastique

Dans un milieu élastique homogène, en l'absence de forces extérieures, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit, en notation tensorielle et en utilisant la convention de sommation sur les indices répétés, comme suit

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{im}}{\partial x_m} \quad ; \quad i \in \{1, 2, 3\} \,, \tag{1.4}$$

où  $\vec{u} = \{u_1, u_2, u_3\}$  est le champ de déplacement particulaire et  $\rho$  la masse volumique du milieu de propagation considéré. Le tenseur des déformations s'écrit en fonction des déplacements sous la forme

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad ; \quad i \ et \ j \in \{1, 2, 3\} \,. \tag{1.5}$$

#### 1.1. Propagation en milieu infini

En introduisant la loi de Hooke dans l'équation du mouvement, nous obtenons la forme générale de l'équation de propagation dans un solide anisotrope, dont les trois inconnus sont  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ 

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad ; \quad i \in \{1, 2, 3\}.$$

$$(1.6)$$

Ce système de trois équations différentielles couplées admet une solution du type onde plane qui s'écrit sous la forme

$$u_i = U_i e^{-i(k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 - \omega t)} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \tag{1.7}$$

où  $\frac{\vec{U}(U_1,U_2,U_3)}{\|\vec{U}\|}$  est la polarisation de l'onde (indiquant la direction du mouvement des particules),  $\omega$  la pulsation et  $\vec{k}(k_1,k_2,k_3)$  le vecteur d'onde (indiquant la direction de propagation de l'onde). La fréquence et la pulsation sont reliées par  $\omega = 2\pi f$ .

#### 1.1.3 Effet de la viscosité

Pour mettre en évidence le phénomène d'absorption, dû au comportement viscoélastique des matériaux, on introduit dans la loi de comportement un terme d'amortissement qui vient s'adjoindre à la loi de Hooke pour en donner une forme généralisée

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} + \eta_{ijkl}\frac{\partial\varepsilon_{kl}}{\partial t} \quad ; \quad i \ et \ j \in \{1, 2, 3\}.$$

$$(1.8)$$

Ce modèle de Kelvin-Voigt, associe un élément purement élastique (ressort) en série avec un élément purement visqueux (amortisseur). Les constantes de rigidité  $C_{ijkl}$  décrivent les relations élastiques linéaires entre les contraintes et les déformations. les coefficients de viscosité  $\eta_{ijkl}$  décrivent les propriétés dissipatives du matériau et relient les contraintes aux vitesses de déformation.

En supposant des solutions harmoniques du temps en  $e^{i\omega t}$ , cette loi introduit un terme imaginaire dépendant de la fréquence et de la viscosité pour chaque coefficient d'élasticité

$$\sigma_{ij} = (C_{ijkl} + i\omega\eta_{ijkl}) \varepsilon_{kl} \quad ; \quad i \ et \ j \in \{1, 2, 3\}, \tag{1.9}$$

ce qui revient à dire que non seulement la partie réelle - représentant les effets purement élastiques - mais aussi la partie imaginaire - représentant les effets dissipatifs - du tenseur des contraintes varient linéairement avec les déformations. On aboutit alors à la même équation de propagation que l'équation (1.6), mais faisant intervenir des coefficients d'élasticité complexes  $C_{ijkl}^* = C_{ijkl} + i\omega\eta_{ijkl}$ 

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C^*_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_k} \quad ; \quad i \in \{1, 2, 3\}.$$

$$(1.10)$$

D'un point de vue pratique, on peut donc résoudre les problèmes de viscoélasticité comme des cas générales de l'élasticité où les propriétés des matériaux sont complexes et dépendent de la fréquence.

### 1.1.4 Cas d'un matériau viscoélastique isotrope

Pour un matériau linéaire isotrope, possédant les mêmes propriétés dans toutes les directions, le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est réduit à 2, et conduit à la loi de Hooke suivante

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta ij + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i \ et \ j \in \{1, 2, 3\}.$$

$$(1.11)$$

Les constantes  $\lambda$  et  $\mu$  sont appelées coefficients de Lamé et définissent complètement le comportement élastique d'un solide isotrope.  $\delta ij$  désigne le symbole de Kronecker défini par

$$\delta ij = \begin{cases} 1 & si & i = j \\ 0 & si & i \neq j. \end{cases}$$
(1.12)

Dans le cas d'un matériau visco élastique,  $\lambda$  et  $\mu$  sont des grandeurs complexes. En introduis ant la loi de Hooke isotrope dans l'équation du mouvement, on obtient la forme isotrope de l'équation de propagation dans un solide

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial^2 u_m}{\partial x_i \partial x_m} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_m \partial x_m} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad ; \quad i \in \{1,2,3\}.$$
(1.13)

Dans cette équation, on distingue la propagation de deux types d'ondes, une onde longitudinale L dont le déplacement est parallèle à la direction de propagation et une onde transverse T dont le déplacement est dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Les ondes L se propagent dans les solides et dans les fluides. Les ondes T ne se propagent pas dans les fluides (non visqueux).

La propagation des ondes dans un solide viscoélastique homogène isotrope infini peut donc se faire selon deux modes L et T, appelés *ondes de volume*, dont les vitesses s'écrivent en fonction des constantes de Lamé du matériau

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \qquad et \qquad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$
 (1.14)

Il convient de noter qu'en raison de la nature viscoélastique de  $\lambda$  et  $\mu$ , les vitesses  $c_L$  et  $c_T$  sont complexes.

### 1.1.5 Atténuation des ondes

Pour résoudre le problème de la propagation avec des coefficients d'élasticité complexes, On définit une constante de propagation complexe  $\gamma = \alpha + i\beta$  dont la partie imaginaire est liée à la propagation et la partie réelle est liée aux propriétés d'amortissement du matériau. La solution harmonique en onde plane est alors du type

$$e^{-\gamma(\omega)x}e^{i\omega t} = e^{-\alpha x}e^{i(\omega t - \beta x)},\tag{1.15}$$

qui correspond bien à une onde plane atténué de  $e^{-\alpha x}$  au bout de la distance parcourue x.  $\alpha$  est la constante d'atténuation et  $\beta$  la constante de propagation, toutes deux réelles. Dans le cas général, il existe une constante d'atténuation par direction de propagation et par type d'onde. Pour une onde longitudinale se propageant dans la direction x, l'équation d'onde unidimensionnelle (1D) conduit à une équation complexe dont on peut séparer les parties réelle et imaginaire

$$\begin{cases} C_{11}(\alpha^2 - \beta^2) - 2\alpha\beta\omega\eta_{11} = -\rho\omega^2 \\ (\alpha^2 - \beta^2)\omega\eta_{11} + 2\alpha\beta C_{11} = 0. \end{cases}$$
(1.16)

Ces équations établissent des relations entre les propriétés des ondes acoustiques (vitesse de phase et atténuation) se propageant dans un milieu viscoélastique et les caractéristiques mécaniques (constantes de viscoélasticité) de ce milieu. Après développement, on obtient les relations

#### 1.1. Propagation en milieu infini

suivantes

$$\begin{cases}
\alpha^{2} - \beta^{2} = \frac{-\rho\omega^{2}}{C_{11}\left(1 + \left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^{2}\right)} \\
2\alpha\beta = \frac{\rho\omega^{3}\frac{\eta_{11}}{C_{11}}}{C_{11}\left(1 + \left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^{2}\right)}.
\end{cases}$$
(1.17)

L'atténuation viscoélastique ainsi introduite est dépendante de la fréquence. On peut montrer facilement que cette dépendance est de la forme suivante

$$\alpha^{2} = \frac{\rho\omega^{2}}{2C_{11}} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^{2}}} - \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^{2}} \right).$$
(1.18)

Si on suppose que les effets de viscosité sont faibles devant les effets d'élasticité, on peut écrire

$$\left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^2 << 1,\tag{1.19}$$

de sorte que l'équation (1.18) devient

$$\alpha(\omega) \approx \frac{1}{2} \frac{\eta_{11}}{C_{11}} \frac{1}{V_L} \ \omega^2,\tag{1.20}$$

où  $V_L = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$  est la vitesse de propagation des ondes longitudinales se propageant dans le milieu. Ainsi l'approximation (1.19) induit pour le modèle de Kelvin-Voigt une loi d'atténuation proportionnelle au carré de la fréquence.

On peut également exprimer la constante de propagation  $\beta$  en fonction de la fréquence, en introduisant (1.18) dans (1.17)

$$\beta^{2} = \frac{\rho\omega^{2}}{2C_{11}} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^{2}}} + \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega\eta_{11}}{C_{11}}\right)^{2}} \right).$$
(1.21)

En appliquant encore une fois l'approximation de faible viscosité (1.19), l'équation (1.21) se simplifie à

$$\beta(\omega) \approx \frac{\omega}{V_L} \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{\omega \eta_{11}}{C_{11}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$
(1.22)

Ainsi, au premier ordre, la constante de propagation varie linéairement avec la fréquence, ce qui montre que le modèle de Kelvin-Voigt combiné avec l'approximation de faible viscosité n'implique qu'une faible dispersion de la vitesse de phase définie par  $v = \omega/\beta(\omega)$ , ou au premier ordre  $v = V_L$ .

Dans un matériau viscoélastique, l'atténuation est alors liée à la viscosité, mais ce n'est pas *a priori* la seule cause. Il est donc important de considérer la dispersion et l'absorption, comme deux phénomènes dépendants l'un de l'autre, une dépendance qui établit un lien purement phénoménologique à l'aide des relations causales de Kramers-Kronig.
# 1.2 Caractéristiques générales des matériaux viscoélastiques

La propagation d'une onde ultrasonore à travers un milieu viscoélastique entraîne principalement des phénomènes de dispersion et d'atténuation dus aux caractéristiques élastiques et dissipatives du matériau. Ces deux quantités ont été beaucoup utilisées pour caractériser les milieux dispersifs car elles sont directement liées aux propriétés de la micro-structure du matériau (constantes d'élasticité, hétérogénéités, fissures, porosités)<sup>[8]</sup>. Par ailleurs, ces mêmes propriétés offrent des indications potentielles et déterminantes sur l'état du matériau, en particulier sur l'endommagement de sa structure pendant toute la durée de son utilisation. La caractérisation des matériaux viscoélastiques reste cependant un sujet très délicat à aborder en raison de la variation de leurs propriétés en fonction de la fréquence.

## 1.2.1 Vitesse de phase et atténuation

On considère une onde plane harmonique unidimensionnelle de la forme  $e^{-\gamma(\omega)x}e^{i\omega t}$ , se propageant dans un milieu viscoélastique homogène isotrope, où  $\gamma(\omega)$  représente la constante de propagation, t le temps et x la distance de propagation. Pour décrire les comportements dispersif et atténuatif du milieu de propagation, on introduit une constante de propagation complexe dépendante de la fréquence

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + i\frac{\omega}{v(\omega)}, \qquad (1.23)$$

dont la partie imaginaire correspond au terme propagatif lié à la vitesse de phase  $v(\omega)$  et la partie réelle rend compte de l'atténuation  $\alpha(\omega)$ . L'amplitude de l'onde correspondante est alors proportionnelle à  $e^{-\alpha x}$ . Dans cette expression, vitesse de phase et atténuation dépendent de la fréquence et sont reliées entre elles par les relations de Kramers-Kronig.

#### 1.2.2 Relation dispersion-atténuation : les relations de Kramers-Kronig

Soit h(t) la réponse impulsionnelle d'un système linéaire acoustique, la transformée de Fourier de h(t) peut être définie à partir de la fonction de transfert du système

$$H(\omega) = e^{-\alpha(\omega)x} e^{-i\frac{\omega}{v(\omega)}x}.$$
(1.24)

Le principe de causalité appliqué à la fonction h(t), implique des relations fréquentielles, appelées relations de Kramers-Kronig, entre l'atténuation  $\alpha(\omega)$  et la vitesse de phase  $v(\omega)$  d'une onde se propageant dans un milieu dispersif absorbant. Ces relations sont basées sur la théorie des fonctions analytiques et constituent un lien mathématique entre les parties réelle et imaginaire de la réponse fréquentielle d'un système linéaire.

Si une fonction y(t) est supposée causale, sa transformée de Fourier est analytique. Autrement dit, les parties réelle et imaginaire de la transformée de Fourier de y, notées, respectivement, Y'(w) et Y''(w) sont reliées entre elles par la relation

$$Y'(\omega) = Hi\left\{Y''\right\}(\omega) \quad \Leftrightarrow \quad Y''(\omega) = -Hi\left\{Y'\right\}(\omega), \tag{1.25}$$

où  $Hi\{g\}(t)$  représente la transformée de Hilbert d'une fonction g(t). Celle-ci est définie par

$$Hi\{g\}(t) = \frac{1}{\pi} vp\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(u)}{t-u} du\right\} = \frac{1}{\pi t} * g(t)$$
(1.26)

#### 1.2. Caractéristiques générales des matériaux viscoélastiques

où l'intégrale est prise en valeur principale de Cauchy vp, car ce produit de convolution présente des points de singularité.

Les propriétés de la transformée de Fourier  $Y(\omega)$  d'une fonction réelle y(t) imposent les relations suivantes

$$Y(\omega) = Y^{*}(-\omega) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} Y'(-\omega) = Y'(\omega) \\ Y''(-\omega) = -Y''(\omega), \end{cases}$$
(1.27)

où  $Y^*$  est la fonction conjuguée de Y.

Ainsi, en appliquant les relations (1.25) et (1.27) à la fonction réelle causale y(t), on obtient les relations de Kramers-Kronig

$$\int Y'(\omega) = \frac{2}{\pi} v p \int_0^{+\infty} \frac{\omega' Y''(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
(1.28a)

$$\left(Y^{''}(\omega) = -\frac{2}{\pi}vp\int_{0}^{+\infty}\frac{\omega Y^{'}(\omega^{'})}{\omega^{'2}-\omega^{2}}d\omega^{'}.$$
(1.28b)

L'intérêt de ces relations est plus particulièrement que les parties réelle  $\alpha$  et imaginaire  $\frac{\omega}{v}$  de la constante de propagation complexe  $\gamma$  sont liées, ce qui revient à dire qu'à toute atténuation ultrasonore est liée une variation de la vitesse de propagation.

#### 1.2.3 Modélisation de la relation dispersion-atténuation

#### 1.2.3.1 Atténuation : loi de puissance

Diverses études faites sur des matériaux ont montré que l'atténuation avait un comportement linéaire avec la fréquence<sup>[9]</sup>. Certains auteurs proposent une loi affine de la fréquence<sup>[10,11]</sup>. D'autres se sont intéressés à étudier le cas non linéaire. C'est cette dernière forme qui a été considérée dans notre étude.

Pour une large variété de matériaux (comme les matériaux viscoélastiques, liquides et tissus) et sur une bande de fréquences finie, l'atténuation peut être modélisée en fonction de la fréquence selon une loi de puissance, définie par

$$\alpha(f) = \alpha_0 f^n, \tag{1.29}$$

où  $\alpha_0$  est le coefficient d'atténuation ayant comme unité  $Np/m/Hz^n$  et n un nombre réel positif. il a été vu précédemment (§ 1.1.5) que le modèle de Kelvin-Voigt impose n = 2. Cependant, s'il est vrai que sur une bande de fréquences restreinte, atténuations quadratiques et linéaires peuvent être très proches, il semble toutefois que le modèle de Kelvin-Voigt ait tendance à surestimer l'atténuation aux hautes fréquences.

Pour un système acoustique linéaire causal, caractérisé par sa fonction de transfert  $H(\omega)$  tel que

$$H(\omega) = A(\omega) e^{i\theta(\omega)} = e^{-\alpha(\omega)x} e^{-i\frac{\omega}{v(\omega)}x},$$
(1.30)

les relations (1.28) montrent que les parties réelle et imaginaire de la constante de propagation complexe  $\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + i \frac{\omega}{v(\omega)}$  peuvent être reliées entre elles par la transformée de Hilbert.

Pour que cette transformée existe et pour respecter la causalité, il faut que l'atténuation  $\alpha(\omega)$  remplisse la condition du théorème de Paley-Wiener

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\alpha(\omega)|}{1+\omega^2} < \infty, \tag{1.31}$$

et que A soit de carré sommable<sup>[12]</sup> afin que la transformée de Fourier inverse de  $\gamma(\omega)$  soit causale. Ces conditions sont remplies pour des fonctions  $\alpha(f)$  de type  $\alpha_0 f^n$  avec  $0 \le n < 1$ . Ceci pose donc un problème lorsque  $1 \le n \le 2$ , dans la mesure où les données expérimentales montrent que de nombreux milieux de propagation, dont les polymères, présentent des atténuations en  $0 \le n \le 2^{[13]}$ , dans les bandes de fréquences ultrasonores allant jusqu'à 10 MHz. Pour pallier ce problème, plusieurs modèles, valables pour toutes les puissances de la fréquence, ont été développés pour rendre compte du phénomène de pertes par viscoélasticité et qui permettent d'obtenir la variation de la vitesse de phase connaissant l'expression de l'atténuation ou inversement.

Dans cette étude, deux modèles basés sur deux approches différentes, sont discutés. Le premier modèle a été proposé par O'Donnell, et il est désigné comme le *modèle quasi-local*. Le deuxième modèle a été développé par Szabo et est désigné comme le *modèle causal temporel*. Les deux modèles exigent seulement que le système soit linéaire et causal.

#### 1.2.3.2 Modèle de O'Donnell : forme locale

En appliquant les relations (1.28) à la constante de propagation complexe  $\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + i \frac{\omega}{v(\omega)}$  et en prenant l'hypothèse de faibles variations de l'atténuation et de la vitesse de phase dans un domaine de fréquences fini, O'Donnell *et al.*<sup>[14]</sup> proposent une formulation locale, appelée *modèle quasi-local*, reliant la dispersion et l'atténuation, sous la forme

$$\frac{1}{v(\omega_0)} - \frac{1}{v(\omega)} = \frac{2}{\pi} \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{\alpha(u)}{u^2} du, \qquad (1.32)$$

où  $v(\omega_0)$  désigne la vitesse de phase à une fréquence de référence arbitraire  $\omega_0$ . Cette relation décrit complètement la réponse fréquentielle d'un système acoustique en termes de dispersion et d'atténuation. Elle permet de trouver l'évolution de la vitesse de phase sur une plage de fréquences lorsque l'évolution de l'atténuation est connue sur cette même plage de fréquences. En se basant sur cette approximation pour caractériser les matériaux pour lesquels l'atténuation varie selon une loi proportionnelle à une puissance de la fréquence (*cf.* (1.29)), O'Donnell obtient les relations suivantes entre la vitesse de phase v(f), le coefficient d'atténuation  $\alpha_0$  et l'exposant n

$$\int \frac{1}{v(f_0)} - \frac{1}{v(f)} = \frac{\alpha_0}{\pi^2} \ln\left(\frac{f}{f_0}\right) \qquad pour \ n = 1 \qquad (1.33a)$$

$$\frac{1}{v(f_0)} - \frac{1}{v(f)} = \xi \left( f^{n-1} - f_0^{n-1} \right) \qquad pour \ n \neq 1, \tag{1.33b}$$

où  $\xi = \xi_d = \frac{\alpha_0}{\pi^2(n-1)}$  et  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ .

Ces expressions prendront tout leur intérêt lors de l'étude de la transmission et la réflexion à travers une plaque viscoélastique.

#### 1.2.3.3 Modèle de Szabo

Parallèlement à cela, en définissant un opérateur de pertes dans le domaine temporel reliée à l'atténuation par une transformée de Fourier inverse, Szabo<sup>[15,16]</sup> a développé un autre modèle fondé sur la théorie des distributions, appelée *modèle causal temporel*. Ce modèle consiste à considérer la constante de propagation complexe comme une distribution, de telle sorte que le théorème de Paley-Wiener devienne vérifiable pour toutes les puissances de la fréquence, ce qui permet de limiter les restrictions imposées sur la valeur de n.

Lorsque l'atténuation est une fonction linéaire de la fréquence (n = 1), le modèle de Szabo implique le même résultat que celui de O'Donnell (1.33a). Dans le cas  $n \neq 1$ , le modèle de Szabo prévoit une expression de la vitesse de phase identique à celle trouvée dans l'équation (1.33b), mais avec  $\xi = \xi_s = -\frac{\alpha_0}{2\pi} \tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ . Notons que ce coefficient n'est pas défini pour les lois en puissances impaires.

#### 1.2.3.4 Comparaison des deux modèles

Une comparaison des termes  $\frac{\xi_d}{\alpha_0}$  et  $\frac{\xi_s}{\alpha_0}$  présents dans les deux modèles, est représentée sur la figure 1.1 pour  $0 \le n \le 2$   $(n \ne 1)$ . Quand n est proche de 1, les deux termes convergent vers la même valeur. Lorsque n s'éloigne de 1, la différence entre les deux termes augmente jusqu'à ce que le coefficient de Szabo tend vers 0 et celui de O'Donnell tend vers une valeur finie non nulle. Pour le modèle de Szabo, les deux cas extrêmes n = 0 (modèle solide idéal) et n = 2 (modèle fluide idéal) correspondent à des milieux sans dispersion (vitesse indépendante de la fréquence), soit  $v = v(f_0)$ .

En résumé, la dispersion dans un matériau peut donc être caractérisée expérimentalement de façon similaire par une mesure de l'atténuation ou de la vitesse de phase en fonction de la fréquence. Pour les matériaux pour lesquels l'atténuation suit une loi de puissance de la fréquence, l'intérêt des modèles de Szabo et de O'Donnell est que le comportement viscoélastique des matériaux peut être décrit pour toutes les fréquences par seulement trois paramètres : la vitesse de phase v à une fréquence arbitraire  $f_0$ , le coefficient d'atténuation  $\alpha_0$  et l'exposant n. La relation liant ces grandeurs est en accord avec les relations de Kramers-Kronig qui traduisent la causalité des signaux en physique. Ces modèles essayent de décrire le comportement des ondes,



Figure 1.1 – Comparaison des coefficients de dispersion donnés par les modèles de Szabo et de O'Donnell pour : (a)  $0 \le n < 1$ ; (b)  $1 < n \le 2$ 

en termes de dispersion et d'atténuation sans expliquer leur origine. La fréquence de référence  $f_0$  doit également être indiquée, elle peut être prise arbitrairement. Les auteurs ne donnent pas plus de détails sur cette valeur de  $f_0$ . On fixe alors cette valeur à l'une des extrémités ou au milieu de la bande de fréquences étudiée.

D'autre part, s'il est vrai que pour les valeurs de n proches de 1, les comportements des modèles de Szabo et de O'Donnell sont très proches, il semble toutefois que le modèle de O'Donnell ait tendance à surestimer la dispersion lorsque n est très éloigné de 1. Pour mettre en évidence la vérification expérimentale de ces relations,  $\text{He}^{[17]}$  a mesuré l'atténuation et la dispersion dans deux matériaux ayant un degré de non-linéarité n = 1, 38 et 1,67. En comparant la dispersion donnée par les deux modèles avec la dispersion mesurée pour ces deux matériaux, il conclut que le modèle causal temporel donne un bon accord et une meilleure précision que le modèle quasi-local.

# 1.3 Diffraction dans un milieu homogène

Afin de décrire la propagation d'une onde ultrasonore dans un milieu, on a pour habitude de définir deux ondes idéales : les ondes planes et les ondes sphériques. Une onde plane se propage suivant une direction unique et les surfaces d'ondes sont des plans parallèles entre eux. Une onde plane est donc générée par une surface plane vibrante de dimension importante. Une onde sphérique se propage suivant toutes les directions de l'espace et les surfaces d'ondes sont alors des sphères concentriques. Une onde sphérique est générée par une source ponctuelle ou une sphère dont la surface vibre uniformément. L'onde engendrée est initialement divergente. Son amplitude de vibration décroît en fonction de la distance à la source car l'énergie se répartit, la distance augmentant, sur une surface plus grande. Cependant, dès lors que le point d'observation est suffisamment éloigné de la source, en pratique quand la distance les séparent est supérieure à la longueur d'onde, l'onde a le comportement d'une onde plane dont le vecteur d'onde serait dirigé du point source vers le point d'observation. La seule différence avec l'onde plane réside dans le fait que son amplitude évolue comme l'inverse de la distance parcourue, alors que celle de l'onde plane dans un milieu infini reste constante.

Dans un milieu homogène isotrope et non dispersif, un faisceau acoustique, créé par une source vibrant à la manière d'un piston, se propage en restant cantonné dans un cylindre puis diverge. On observe alors un phénomène de diffraction qui se traduit par une atténuation progressive de l'énergie acoustique au cours de la propagation. Il s'agit de l'atténuation par divergence qui représente un phénomène purement géométrique, car lié à la divergence du faisceau ultrasonore due à la dimension finie de la source, par opposition à l'atténuation par absorption qui est provoquée par la nature viscoélastique du milieu traversé. Les effets de la diffraction géométrique sont prépondérants à faible distance de la source. Les effets de l'absorption augmentent avec la fréquence et deviennent dominants à mesure que l'on s'éloigne de la source.

La zone traversée avant la divergence est appelée champ proche. L'onde qui était plane au niveau de la surface du transducteur devient progressivement sphérique. La distribution des pressions dans cette zone peut être décrite, en partie, par l'approximation de Fresnel. Au-delà de cette zone, l'onde pénètre dans le champ lointain, dans laquelle elle va rapidement tendre vers une onde sphérique. La distribution des pressions dans cette zone peut être décrite par l'approximation de Fraunhofer. La figure 1.2 met en évidence ces deux régions caractéristiques

#### 1.3. Diffraction dans un milieu homogène



Figure 1.2 – Divergence du faisceau ultrasonore

du champ ultrasonore,

- Zone de Fresnel. Cette région est caractérisée par une oscillation de l'intensité du champ acoustique le long de l'axe de la source. L'énergie acoustique est principalement concentrée dans une zone cylindrique. Son diamètre est égal à celui de la source et sa longueur  $x_F$ , appelée distance de Fresnel, est donnée par la formule

$$x_F = \frac{a^2 f}{v} - \frac{v}{4f} \approx \frac{a^2 f}{v} \qquad ; \quad a \gg \frac{v}{f}, \tag{1.34}$$

où a est le rayon de la source et f la fréquence de l'onde émise. Autrement dit, la longueur de cette zone augmente quand la fréquence ou le diamètre de la source augmentent.

- Zone de Fraunhofer. Cette région est plus éloignée de la source et sa forme est conique. Le faisceau ultrasonore se propage en s'élargissant selon un angle de divergence  $\Omega$  approximatif, qui est constant. Cette divergence est inversement proportionnelle à la fréquence et au diamètre de la source selon la formule

$$\sin\,\Omega = \frac{0,61v}{af}.\tag{1.35}$$

Deux paramètres conditionnent donc la géométrie du faisceau ultrasonore, la fréquence et le diamètre de la source, quand ils augmentent, la zone de Fresnel s'allonge et la divergence de la zone de Fraunhofer diminue, ce qui améliore la directivité du faisceau.

## 1.3.1 Correction de la diffraction : compensation de l'atténuation géométrique

Le problème de diffraction a été étudié par plusieurs auteurs<sup>[18,19]</sup> qui ont pu obtenir des expressions théoriques sous forme d'intégrales décrivant le champ acoustique rayonné dans un milieu infini par un piston circulaire de taille finie. D'une manière générale, le champ acoustique en un point quelconque de l'espace peut être prédit théoriquement en se basant sur le principe d'Huygens, qui stipule que toute source ultrasonore étendue se comporte comme un ensemble de sources ponctuelles adjacentes qui rayonnent des ondes sphériques. Le champ complet de rayonnement est calculé par la sommation, en amplitude et en phase, des contributions de toutes les sources ponctuelles situées sur la surface émettrice  $\Omega_0$  au point d'observation P. Ce champ peut être déterminé à l'aide de l'intégrale de Rayleigh, en supposant que la surface émettrice se comporte comme une source circulaire vibrant de manière uniforme en mode piston



Figure 1.3 – Géométrie du problème de diffraction

$$\hat{p}(x,y,z) = \frac{i\rho_0\omega}{2\pi} \iint_{\Omega_0} \frac{e^{-ik\left[(y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 + x^2\right]^{1/2}}}{\left[(y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 + x^2\right]^{1/2}} \hat{V}_0(y_0,z_0) \, dy_0 dz_0, \tag{1.36}$$

où  $\hat{V}_0(y_0, z_0)$  est la vitesse normale de la surface  $\Omega_0$ . La quantité  $[...]^{1/2}$  correspond à la distance entre le point d'observation (x, y, z) et le centre de la source  $(0, y_0, z_0)$ .

Toutefois, dans la pratique, les solutions exactes de ces intégrales sont difficiles à obtenir analytiquement, même pour les cas les plus simples, conduisant à un choix entre le calcul numérique ou les solutions approximatives. Cette dernière approche a été choisie par certains auteurs qui ont donné des expressions asymptotiques du champ moyen reçu par une surface circulaire centrée sur le même axe que celui d'une source de géométrie identique (*cf. figure 1.3*). Ces expressions apparaissent comme des corrections de diffraction à apporter à la propagation d'une onde plane théorique pour l'adapter à une situation réelle expérimentale<sup>[20]</sup>. Dans le cas d'une source circulaire rayonnant dans un milieu homogène, la correction de diffraction D(x) peut être définie comme le rapport de deux termes, l'un correspond au champ acoustique moyen  $\langle \phi(x) \rangle$ , exercé sur la surface d'un transducteur détecteur de même dimension, l'autre correspond au champ moyen  $\langle \phi_0(x) \rangle$ , reçu par la même surface de détection lorsque l'onde provenant de l'émetteur est supposée plane. On peut donc écrire

$$D(x) = \frac{\langle \phi(x) \rangle}{\langle \phi_0(x) \rangle} \quad avec \quad \langle \phi_0(x) \rangle = \phi_0 e^{-ikx}, \tag{1.37}$$

où x est la distance séparant le détecteur de l'émetteur, k le nombre d'onde relatif au milieu de propagation et  $\phi_0$  le champ moyen à la source, en x = 0. Ainsi, dans le cas d'un milieu dissipatif tel que  $k = \frac{\omega}{v} - i\alpha$ , le module du champ moyen s'exprime sous la forme

$$\left|\left\langle\phi(x)\right\rangle\right| = \phi_0 e^{-\alpha x} \left|D\left(x\right)\right|. \tag{1.38}$$

En simplifiant l'expression intégrale de la correction de la diffraction donnée par Lommel dans le cas où le milieu de propagation est un fluide semi-infini homogène élastique et isotrope, Rogers *et al*<sup>[21]</sup>. ont proposé une forme exacte de la correction de la diffraction D qui dépend uniquement de la variable  $s = 2\pi x/ka^2$ , appelée paramètre de Fresnel, sous la forme

$$D(s) = 1 - e^{-i\frac{2\pi}{s}} \left[ J_0\left(\frac{2\pi}{s}\right) + iJ_1\left(\frac{2\pi}{s}\right) \right], \qquad (1.39)$$



Figure 1.4 – Module de la correction de la diffraction D représenté en fonction du paramètre de Fresnel s

où  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel ordinaires d'ordre 0 et 1. Cette expression se présente sous la forme d'une différence entre un terme correspondant à la propagation d'une onde plane et un terme traduisant les effets de la diffraction, engendrés par la géométrie finie de l'ensemble émetteur-récepteur. Il faut noter que ce résultat est valide pour toutes les valeurs de x/a si  $\sqrt{ka} >> 1^{[22]}$ . L'évolution du module de D en fonction de s est représenté sur la figure 1.4.

## 1.3.2 Milieux séparés par une interface plane

Dans le cas d'une propagation en incidence normale à travers deux milieux homogènes différents séparés par une interface plane, la fonction totale de la correction de la diffraction est calculée à partir de l'équation (1.39), en modifiant la valeur de s. Celle-ci est déterminée en additionnant<sup>[23]</sup> les valeurs de s évaluées pour chaque milieu et en utilisant les valeurs appropriées de x et de k. Conformément à la *figure 1.5*, le nouveau paramètre de Fresnel s'écrit

$$\begin{cases} s = s_1 + s_2 \\ s_j = \frac{2\pi x_j}{k_j a^2} ; \quad (j = 1 \text{ ou } 2), \end{cases}$$
(1.40)

où  $k_j$  est le nombre d'onde relatif au milieu j et  $x_j$  la distance de propagation parcourue dans le milieu j.

Cette correction de la diffraction repose sur une approche purement géométrique (loi de Kepler) et ne prend pas en compte les effets sur l'amplitude de la transmission, intervenant lors du franchissement de l'interface et qui sont traduits par le coefficient de transmission d'une onde plane. On peut prendre en compte cette perte d'énergie supplémentaire de manière disjointe sous forme d'un facteur qui est le coefficient de transmission à l'interface, associé à une onde plane.



 $\label{eq:Figure 1.5} \textbf{Figure 1.5} - \textbf{Correction de la diffraction à travers deux milieux homogènes différents séparés par une interface plane$ 

Cette description a été illustrée pour le calcul de la correction de la diffraction pour le champ ultrasonore transmis à travers l'interface. Elle s'applique de la même manière pour le champ réfléchi par l'interface en remplaçant le coefficient de transmission par le coefficient de réflexion.

# 1.4 Caractérisation en transmission et en réflexion d'une plaque à faces parallèles

De nombreux auteurs ont travaillé sur la mesure de la dispersion et de l'atténuation en étudiant la transmission à travers des plaques fines ou épaisses. Une plaque est dite épaisse si les longueurs d'onde dans le signal ultrasonore sont suffisamment petites devant l'épaisseur de la plaque. Ceci implique une séparation temporelle des différents échos successifs transmis à travers la plaque. Dans le cas contraire, la plaque est considérée comme étant fine ou mince.

Dans le cadre des plaques épaisses, permettant de travailler dans le domaine temporel, une méthode simple en transmission permet de mesurer la vitesse des ondes ultrasonores à l'aide de la formule V = x/t, où x et t sont respectivement la distance parcourue et le temps de propagation dans le milieu. La technique expérimentale, utilisée pour la mesure des vitesses de propagation des ondes de volume en incidence normale, est une technique impulsionnelle en immersion dans un fluide. L'échantillon, sous forme de lame à faces parallèles, est placé dans un liquide de couplage entre un émetteur et un récepteur. Si le matériau étudié est peu dispersif, les échos obtenus après transmission à travers l'échantillon sont très peu déformés. On peut alors estimer la différence de temps de vol, par intercorrélation entre un signal mesuré en incidence normal, à travers la plaque et un signal choisi comme référence, correspondant au trajet d'une impulsion ultrasonore entre l'émetteur et le récepteur dans le fluide. Cette méthode mesure le degré de similitude de forme et de position en régime impulsionnel de deux signaux. Elle n'est cependant pas applicable aux matériaux viscoélastiques très dispersifs pour lesquels le contenu spectral entre le signal de référence et le signal de mesure devient très différent. Dans ce cas, il est préférable de mesurer un signal en incidence oblique et considérer le trajet en incidence normale, comme signal de référence. D'autres auteurs préfèrent travailler dans le domaine fréquentiel en utilisant la technique de spectroscopie<sup>[24]</sup> ultrasonore, basée sur l'exploitation de l'amplitude et de la phase des spectres fréquentiels des signaux impulsionnels. En étudiant la transmission à travers une plaque épaisse immergée dans un fluide de référence, Jeong et al.<sup>[8]</sup> analysent l'amplitude et la phase du spectre du premier signal direct traversant la plaque, pour en déduire la vitesse des ondes et leur atténuation dans un matériau pouvant être dispersif comme atténuant.

Par ailleurs, certains travaux ont été réalisés en utilisant une excitation quasi-monochromatique, souvent sous la forme d'un burst. Cette technique peut être intéressante parce qu'elle permet d'augmenter l'énergie de l'onde incidente, mais nécessite une série de mesures discrètes, fréquence par fréquence, ce qui peut allonger le temps de mise en œuvre de la mesure. Il est donc plus avantageux d'utiliser la méthode de spectroscopie si l'on veut couvrir directement une large bande de fréquences.

Dans le cadre des plaques minces, pour lesquelles les différents échos ne peuvent pas être séparés temporellement, Kinra et Dayal<sup>[25]</sup> ont été les premiers à développer une technique de mesure de la vitesse des ondes et leur atténuation, reposant sur l'exploitation de l'amplitude et la phase de la transformée de Fourier de l'intégralité du signal transmis. Cette méthode peut être appliquée aussi bien à des plaques épaisses qu'à des plaques fines<sup>[26]</sup> et pour des matériaux dispersifs ou non. Dans un autre article, Kinra & Iyer<sup>[27]</sup> utilisent une méthode d'optimisation du coefficient de transmission de la plaque afin de déterminer une des quatre propriétés du matériau (épaisseur, masse volumique, vitesse et atténuation) en supposant les trois autres connues.

Aucun de ces auteurs ne mesure la totalité de ces quatre grandeurs. Nous proposons ultérieurement (*cf. chapitre 3*) une méthode d'optimisation simple et rapide permettant de déterminer simultanément l'épaisseur et la masse volumique de l'échantillon ainsi que la vitesse et l'atténuation des ondes ultrasonores dans une plaque viscoélastique.

Deux grandes catégories de techniques sont utilisées pour caractériser les plaques à faces parallèles à savoir les méthodes d'écho et les méthodes par transmission. Les principes généraux sont les mêmes mais différentes configurations sont possibles suivant l'épaisseur de l'échantillon et les emplacements des transducteurs (émission-réception ou transmission). Nous présentons ici quatre méthodes de caractérisation en incidence normale d'une plaque viscoélastique immergée dans un fluide de référence dont les propriétés mécaniques sont connues.

- Les deux premières méthodes reposent sur l'étude de la transmission et de la réflexion<sup>[28]</sup> à travers une plaque épaisse pour laquelle les différents échos transmis et réfléchis peuvent être nettement distingués dans le domaine temporel. L'étude en transmission consiste à comparer le spectre du premier signal ayant traversé la plaque de propriétés inconnues avec le spectre du signal transmis directement dans le fluide de référence dont les propriétés sont connues. La configuration en émission-réception consiste, quant à elle, à exploiter uniquement les deux premiers échos successives réfléchis aux interfaces de l'échantillon, ce qui permet de s'affranchir de la connaissance de la vitesse de propagation dans le fluide. Cependant, pour utiliser cette méthode, la plaque ne doit pas être très épaisse ou très atténuante pour pouvoir recevoir le deuxième signal provenant de la double réflexion.
- Les deux autres méthodes consistent à étudier les coefficients de transmission<sup>[29,30]</sup> et de réflexion<sup>[31]</sup> de la plaque en considérant l'intégralité des signaux transmis et réfléchi à travers l'échantillon.

# 1.4.1 Coefficients de réflexion et de transmission aux interfaces fluide/solide et solide/fluide

Avant d'étudier les deux premières méthodes, nous nous proposons d'étudier la réflexion et la réfraction d'une onde acoustique arrivant sous incidence normale sur une interface plane fluide/solide. Soient deux milieux homogènes viscoélastiques et isotropes, l'un fluide et l'autre solide, caractérisés par leurs masses volumiques  $\rho_f$  et  $\rho_s$  et leurs constantes de propagation complexes des ondes ultrasonores  $\gamma_f$  pour le fluide et  $\gamma_s$  pour le solide. Le milieu fluide remplit le demi espace x > 0 et le matériau solide occupe la région x < 0. Considérons une onde plane harmonique se propageant dans le fluide et arrivant, sous incidence normale, sur l'interface x = 0, comme représenté sur la figure 1.6. Du fait de l'interaction avec l'interface, cette onde donne naissance à une onde réfléchie dans le milieu fluide et une onde réfractée dans le matériau solide. Conformément à l'équation de propagation en incidence normale, nous obtenons un seul mode longitudinal dans le matériau. En appliquant les conditions aux limites à l'interface fluide/solide, nous pouvons relier ces ondes réfléchie et réfractée à l'onde incidente et calculer ensuite les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude à cette interface.

Écriture des champs. Cherchons la solution sous formes d'ondes planes harmoniques, pour l'équation de propagation. Les expressions des vecteurs déplacements associés à chacune des ondes, s'écrivent

*	$u^{(i)} = e^{\gamma_f x} e^{i\omega t}$	: déplacement particulaire de l'onde incidente dans le fluide
*	$u^{(r)} = a_r e^{-\gamma_f x} e^{i\omega t}$	: déplacement particulaire de l'onde réfléchie dans le fluide
*	$u^{(t)} = a_t e^{\gamma_s x} e^{i\omega t}$	: déplacement particulaire de l'onde transmise dans le solide

où l'amplitude  $a_i$  du déplacement de l'onde incidente est égale à l'unité,  $a_r$  celle du déplacement de l'onde réfléchie et  $a_t$  celle du déplacement de l'onde transmise.

#### Conditions aux limites.

– continuité des déplacements normaux en x = 0

$$u^{(t)}(0,t) = u^{(i)}(0,t) + u^{(r)}(0,t).$$
(1.41)

– continuité des contraintes normales en x = 0

$$\sigma_{xx}^{(t)}(0,t) = \sigma_{xx}^{(i)}(0,t) + \sigma_{xx}^{(r)}(0,t).$$
(1.42)

Le développement des équations précédentes conduit à

$$\begin{cases} a_t - a_r = 1 \\ \frac{\rho_s}{\gamma_s} a_t + \frac{\rho_f}{\gamma_f} a_r = \frac{\rho_f}{\gamma_f}. \end{cases}$$

$$(1.43)$$

$$\underset{u_i}{\underset{u_i}{\underset{w_k}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{\underset{w_i}{w_k}{\underset{w_k}{\underset{w_i}{\underset{w_k}{\underset{w_k}{w_k}{w_i}{w}$$

Figure 1.6 – Onde d'incidence normale, onde réfléchie et onde transmise à l'interface séparant deux milieux acoustiques

**Transmission et réflexion à l'interface.** La résolution de ce système algébrique permet de déterminer les amplitudes de déplacement pour les différentes ondes mises en jeu. Les coefficients de transmission  $T_{12}$  et de réflexion  $R_{12}$  pour les amplitudes de déplacement à l'interface fluide/solide, s'écrivent alors

$$\begin{cases} T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{u^{(t)}(0,t)}{u^{(i)}(0,t)} = \frac{\frac{2\rho_f}{\gamma_f}}{\frac{\rho_f}{\gamma_f} + \frac{\rho_s}{\gamma_s}} \\ R_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{u^{(r)}(0,t)}{u^{(i)}(0,t)} = \frac{\frac{\rho_f}{\gamma_f} - \frac{\rho_s}{\gamma_s}}{\frac{\rho_f}{\gamma_f} + \frac{\rho_s}{\gamma_s}}. \end{cases}$$
(1.44)

On définit les impédances acoustiques complexes des deux milieux par

$$Z_f = -\frac{\sigma_{xx}^{(i)}(x,t)}{v^{(i)}(x,t)} = \frac{i\omega\rho_f}{\gamma_f}$$

$$Z_s = -\frac{\sigma_{xx}^{(t)}(x,t)}{v^{(t)}(x,t)} = \frac{i\omega\rho_s}{\gamma_s},$$
(1.45)

où  $v^{(i)}(x,t)$  et  $v^{(t)}(x,t)$  désignent les vitesses particulaires dans les milieux fluide et solide, respectivement.

Finalement, à incidence normale, les coefficients de transmission et de réflexion à l'interface fluide/solide s'expriment simplement en fonction des impédances acoustiques complexes des deux milieux situés de part et d'autre de l'interface

$$T_{12} = \frac{2Z_f}{Z_f + Z_s} \qquad et \qquad R_{12} = \frac{Z_f - Z_s}{Z_f + Z_s}.$$
(1.46)

De la même manière, on obtient les coefficients de transmission et de réflexion à l'interface solide/fluide

$$T_{21} = 2 - T_{12} = \frac{2Z_s}{Z_f + Z_s} \qquad et \qquad R_{21} = -R_{12} = \frac{Z_s - Z_f}{Z_f + Z_s}.$$
 (1.47)

## 1.4.2 Méthodes classiques de mesure de l'atténuation et de la vitesse de phase en transmission et en réflexion : cas d'une plaque épaisse

Nous nous plaçons dans le cadre des plaque épaisses, les différents échos sont séparés temporellement, et nous considérons une plaque viscoélastique, homogène et isotrope, de masse volumique  $\rho_p$ , totalement immergée dans un fluide de masse volumique  $\rho_f$ .

On s'intéresse uniquement à la transmission et la réflexion en incidence normale. On considère donc le problème à une dimension suivant l'axe Ox. La plaque est insonée par une onde plane unidimensionnelle de type longitudinale et d'amplitude unitaire. La dépendance temporelle des champs est choisie en  $e^{i\omega t}$ .

Le déplacement dans le domaine temporel u(x,t), associé à une onde longitudinale se propageant dans la direction x, peut être exprimée sous forme d'une combinaison linéaire de toutes les ondes planes harmoniques

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega) e^{-\gamma(\omega)x} e^{i\omega t} d\omega, \qquad (1.48)$$



Figure 1.7 – Caractérisation en transmission simple et en réflexion double d'une plaque épaisse : (a) transmission dans le fluide de référence ; (b) les deux premiers échos successifs réfléchis par la face avant et arrière de la plaque et l'écho direct transmis à travers la plaque.

où  $S_0(\omega)$  est la transformée de Fourier de  $s_0(t) = u(0, t)$  par rapport au temps.

Les pertes par absorption dans la plaque et dans le fluide sont traitées dans le cadre de la viscoélasticité linéaire. On introduit une partie imaginaire aux constantes de propagation complexes  $\gamma_p(\omega) = \alpha_p(\omega) + i \frac{\omega}{v_p(\omega)}$  et  $\gamma_f(\omega) = \alpha_f(\omega) + i \frac{\omega}{v_f(\omega)}$  où  $v_p(\omega)$  et  $v_f(\omega)$  sont les vitesses de phase et  $\alpha_p(\omega)$  et  $\alpha_f(\omega)$  les constantes d'atténuation relatives aux ondes longitudinales dans la plaque et dans le fluide, respectivement.

Nous faisons l'hypothèse que le fluide (eau ou air) se comporte comme un milieu atténuant et non-dispersif, autrement dit la constante de propagation dans le fluide  $\gamma_f(\omega)$  est complexe et sa vitesse de phase  $v_f(\omega)$  est une constante. Cependant, elle dépend extrêmement de la température du fluide. On pose  $v_f(\omega) = V_f(\theta)$ , où  $\theta$  désigne la température.

## 1.4.2.1 Étude de la transmission simple

Deux transducteurs identiques de rayon a, l'un servant d'émetteur et l'autre de récepteur, sont situés de part et d'autre d'une plaque à face parallèles, d'épaisseur E occupant la région  $b \leq x \leq c$  avec E = c - b. Les deux transducteurs sont séparés d'une distance L. Pour l'étude en transmission simple, seul le signal dit direct, c'est-à-dire celui n'ayant subi aucune réflexion dans la plaque, est considéré. L'onde ultrasonore transmise dans le fluide seul est considérée comme le signal de référence. En s'appuyant sur la *figure 1.7a* et en utilisant l'équation (1.23), le signal de référence  $s_f(t)$  transmis en x = L s'écrit

$$s_f(t) = u_f(L,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ S_0(\omega) D_f(\omega) e^{-\alpha_f(\omega)L} e^{-i\frac{\omega L}{V_f}} \right] e^{i\omega t} d\omega, \qquad (1.49)$$

où  $D_f(\omega)$  est la correction de la diffraction. Le terme entre les crochets désigne la transformée de Fourier  $\mathcal{TF}$  de  $s_f(t)$ 

$$\mathcal{TF}(s_f(t)) = S_f(\omega) = S_0(\omega) D_f(\omega) e^{-\alpha_f(\omega)L} e^{-i\frac{\omega L}{V_f}}.$$
(1.50)

Ensuite, la plaque est insérée entre l'émetteur et le récepteur de telle sorte qu'elle soit perpendiculaire à l'axe des transducteurs. En se référant à la figure 1.7b, la transformée de Fourier du premier signal direct  $s_t(t) = u_t(L, t)$  transmis à travers la plaque en x = L s'écrit

$$\mathcal{TF}(s_t(t)) = S_t(\omega) = S_0(\omega) T_{12}(\omega) T_{21}(\omega) D_t(\omega) e^{-\alpha_p(\omega)E} e^{-\alpha_f(\omega)(L-E)} e^{-i\omega\left(\frac{E}{v_p(\omega)} + \frac{L-E}{V_f}\right)},$$
(1.51)

où  $D_t(\omega)$  est la correction de la diffraction. Le produit  $T_{12}(\omega) T_{21}(\omega)$  représente les pertes de transmission au passage des deux interfaces eau-échantillon et échantillon-eau. Il est donné par

$$T_{12}(\omega) T_{21}(\omega) = \frac{4Z_f(\omega) Z_p(\omega)}{\left[Z_f(\omega) + Z_p(\omega)\right]^2},$$
(1.52)

où  $Z_f(\omega) = \frac{i\omega\rho_f}{\gamma_f(\omega)}$  et  $Z_p(\omega) = \frac{i\omega\rho_p}{\gamma_p(\omega)}$  sont les impédances acoustiques complexes du fluide et de la plaque, respectivement.  $T_{12}(\omega)$  et  $T_{21}(\omega)$  désignent les coefficients de transmission, en incidence normale, aux interfaces eau-échantillon et échantillon-eau.

Enfin, en utilisant les équations (1.50) à (1.51) et compte tenu de la définition de l'impédance acoustique complexe (*cf.* (1.45)), on obtient donc

$$T_{simple}\left(\omega\right) = \frac{S_{t}\left(\omega\right)}{S_{f}\left(\omega\right)} = \left[\frac{4\frac{\rho_{p}}{\rho_{f}}\frac{\alpha_{f}\left(\omega\right) + i\frac{\omega}{V_{f}}}{\alpha_{p}\left(\omega\right) + i\frac{\omega}{V_{f}}}}{\left(1 + \frac{\rho_{p}}{\rho_{f}}\frac{\alpha_{f}\left(\omega\right) + i\frac{\omega}{V_{f}}}{\alpha_{p}\left(\omega\right) + i\frac{\omega}{V_{p}\left(\omega\right)}}\right)^{2}}\frac{D_{t}\left(\omega\right)}{D_{f}\left(\omega\right)}\right]e^{-\alpha_{p}\left(\omega\right)E}e^{\alpha_{f}\left(\omega\right)E}e^{-i\omega E\left(\frac{1}{v_{p}\left(\omega\right)} - \frac{1}{V_{f}}\right)}.$$
 (1.53)

Les fonctions de correction de la diffraction  $D_f$  et  $D_t$  sont calculées à partir de l'équation (1.39), comme suit

$$\begin{pmatrix}
D_f(\omega) = D\left(\frac{2\pi V_f L}{\omega a^2}\right) \\
D_t(\omega) = D\left(\left[(L-E)V_f + Ev_p(\omega)\right]\frac{2\pi}{\omega a^2}\right).
\end{cases}$$
(1.54)

La transmission  $T_{simple}$  se ramène alors à une fonction de la variable  $\omega$ , du jeu de paramètres ajustables ( $\alpha_p(\omega), v_p(\omega), \rho_p, E$ ) et du jeu de paramètres connus ( $\alpha_f(\omega), V_f, \rho_f$ ), où  $\alpha_p, v_p$  et  $\alpha_f$ sont des propriétés qui varient avec la fréquence selon des lois connues. L'évaluation expérimentale de la fonction de transmission permet, par l'établissement du problème inverse approprié, de déterminer les propriétés de la plaque pour lesquelles un résidu donné entre les données expérimentales et la formulation théorique est minimum.

Par ailleurs, une technique maintenant classique de mesure de la dispersion en vitesse de phase et en atténuation des ondes longitudinales réside en l'utilisation des propriétés de la fonction de transmission, pour éviter le recours à une recherche inverse. La contrepartie de son utilisation est qu'elle nécessite des approximations non négligeables. En effet, si nous supposons que les termes entre les crochets dans l'expression (1.53), n'ont pas une influence significative sur les phases des signaux ultrasonores, l'équation de la fonction de transmission se ramène à une forme beaucoup plus simple. Par conséquent, il devient aisé d'établir un lien entre  $v_p(\omega)$ ,  $\alpha_p(\omega)$  et la transmission complexe mesurée. Cette méthode a fait l'objet de multiples travaux dénombrant plusieurs applications, mais le but ici n'est justement pas de l'utiliser mais bien d'en rappeler le principe. Désignant par  $\phi_f$  et  $\phi_t$  les phases de  $S_f(\omega)$  et  $S_t(\omega)$ , respectivement. La différence de phase entre  $\phi_t$  et  $\phi_f$  s'écrit

$$\Delta\phi_t(\omega) = \phi_t(\omega) - \phi_f(\omega) = \omega E\left(\frac{1}{v_p(\omega)} - \frac{1}{V_f}\right),\tag{1.55}$$

d'où l'on peut extraire la vitesse de phase du matériau en fonction de la fréquence

$$v_p(\omega) = \left(\frac{1}{V_f} + \frac{\Delta\phi_t(\omega)}{\omega E}\right)^{-1}.$$
(1.56)

La différence de phase  $\Delta \phi_t$  est généralement calculée en utilisant la méthode de déroulement de phase qui consiste à retrouver la phase absolue à partir de la phase mesurée, en prenant soin d'éliminer les déphasages de  $\pm 2m\pi$  à l'origine (*m* étant un entier), afin de recaler les phases déroulées sur zéro à l'origine des fréquences.

D'après l'équation (1.53), la phase de  $T_{simple}(\omega)$  est liée aux vitesses de propagation dans le fluide et dans le matériau, tandis que son module est directement lié aux atténuations et fait intervenir les constantes de propagation  $\gamma_f(\omega)$  et  $\gamma_p(\omega)$ . La mesure précise de la vitesse de phase est donc indispensable au calcul de l'atténuation.

La vitesse de phase étant déterminée, le terme entre les crochets dans l'expression (1.53) peut être calculé en considérant des impédances acoustiques réelles  $Z_p(\omega) = \rho_p v_p(\omega)$  et  $Z_f = \rho_f V_f$ . Finalement, on déduit l'expression de l'atténuation en fonction de la fréquence

$$\alpha_p(\omega) = \frac{1}{E} \left[ \ln\left( \left| \frac{D_t(\omega)}{D_f(\omega)} \right| \right) - \ln\left( |T_{simple}(\omega)| \right) + \ln\left( \frac{4\frac{\rho_p v_p(\omega)}{\rho_f V_f}}{\left( 1 + \frac{\rho_p v_p(\omega)}{\rho_f V_f} \right)^2} \right) \right] + \alpha_f(\omega), \quad (1.57)$$

où | | représente le module.

D'après l'équation (1.56), la précision de la mesure de la vitesse de phase dans le matériau dépend donc de la mesure de la différence de phase  $\Delta \phi_t$  et des mesures précises de l'épaisseur de l'échantillon et de la vitesse de propagation dans le fluide. De plus, l'équation (1.57) montre que la mesure de l'atténuation dans le matériau nécessite de connaître l'atténuation dans le fluide. Pour s'affranchir de la connaissance de la vitesse et de l'atténuation dans le fluide de référence, nous proposons d'étudier la double réflexion à travers la plaque.

#### 1.4.2.2 Étude de la double réflexion

Ici, un seul transducteur est utilisé en configuration émetteur-récepteur et nous considérons uniquement les deux premiers échos successivement réfléchis aux interfaces de la plaque. En s'appuyant sur la *figure 1.7b*, les transformées de Fourier des deux signaux  $s_r^{(1)}(t)$  et  $s_r^{(2)}(t)$ , reçus en x = 0 s'écrivent, respectivement

$$\mathcal{TF}\left(s_{r}^{(1)}\left(t\right)\right) = S_{r}^{(1)}\left(\omega\right) = R_{12}\left(\omega\right)S_{0}\left(\omega\right)D_{r}^{(1)}\left(\omega\right)e^{-2\alpha_{f}b}e^{-i\frac{\omega_{2b}}{V_{f}}},$$
(1.58)

$$\mathcal{TF}\left(s_{r}^{(2)}\left(t\right)\right) = S_{r}^{(2)}\left(\omega\right) = R_{21}\left(\omega\right)T_{12}\left(\omega\right)T_{21}\left(\omega\right)S_{0}\left(\omega\right)D_{r}^{(2)}\left(\omega\right)e^{-2\alpha_{f}\left(\omega\right)b}e^{-2\alpha_{p}\left(\omega\right)E}e^{-2i\omega\left(\frac{E}{v_{p}\left(\omega\right)}+\frac{b}{V_{f}}\right)}$$
(1.59)

où  $D_r^{(1)}(\omega)$  et  $D_r^{(2)}(\omega)$  sont les corrections de la diffraction.  $R_{12}(\omega)$  et  $R_{21}(\omega)$  désignent les coefficients de réflexion, en incidence normale, aux interfaces eau-échantillon et échantillon-eau.

Finalement, nous trouvons la fonction de la réflexion double

$$R_{double}\left(\omega\right) = \frac{S_r^{(2)}\left(\omega\right)}{S_r^{(1)}\left(\omega\right)} = -\left[\frac{4\frac{\rho_p}{\rho_f}\frac{\alpha_f(\omega) + i\frac{\omega}{V_f}}{\alpha_p(\omega) + i\frac{\omega}{v_p(\omega)}}}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f}\frac{\alpha_f(\omega) + i\frac{\omega}{V_f}}{\alpha_p(\omega) + i\frac{\omega}{v_p(\omega)}}\right)^2}\frac{D_r^{(2)}\left(\omega\right)}{D_r^{(1)}\left(\omega\right)}\right]e^{-2\alpha_p(\omega)E}e^{-2i\omega\frac{E}{v_p(\omega)}},\qquad(1.60)$$

avec

$$\begin{cases}
D_r^{(1)}(\omega) = D\left(\frac{2\pi V_f 2b}{\omega a^2}\right) \\
D_r^{(2)}(\omega) = D\left(\left[2bV_f + Ev_p(\omega)\right]\frac{2\pi}{\omega a^2}\right).
\end{cases}$$
(1.61)

Il devient dès lors possible de trouver le jeu de paramètre  $(\alpha_p(\omega), v_p(\omega), \rho_p, E)$  qui permet de faire mieux corréler les fonctions expérimentale et théorique de la réflexion double.

Selon une démarche analogue à celle décrite au paragraphe précédent, nous pouvons obtenir les expressions de la vitesse de phase et de l'atténuation en fonction de la fréquence, en négligeant l'argument du terme entre les crochets dans l'équation (1.60). Si on désigne par  $\phi_r^{(1)}$  et  $\phi_r^{(2)}$  les phases de  $S_r^{(1)}(\omega)$  et  $S_r^{(2)}(\omega)$ , respectivement, la différence de phase entre  $\phi_r^{(2)}$  et  $\phi_r^{(1)}$  s'écrit

$$\Delta\phi_r\left(\omega\right) = \phi_r^{(2)}\left(\omega\right) - \phi_r^{(1)}\left(\omega\right) = -\frac{2\omega E}{v_p\left(\omega\right)} + \pi,\tag{1.62}$$

d'où la vitesse de phase

$$v_p(\omega) = \frac{2E\omega}{\pi - \Delta\phi_r(\omega)}.$$
(1.63)

On remarque qu'avec la double réflexion, l'évolution en fonction de la fréquence de la vitesse de phase est indépendante de la vitesse de propagation dans le fluide de référence.

L'atténuation dans la plaque est donnée par

$$\alpha_p(\omega) = -\frac{1}{2E} \left[ \ln\left( \left| \frac{D_r^{(1)}(\omega)}{D_r^{(2)}(\omega)} \right| \right) + \ln\left( \left| R_{double}(\omega) \right| \right) - \ln\left( \frac{4\frac{\rho_p v_p(\omega)}{\rho_f V_f}}{\left( 1 + \frac{\rho_p v_p(\omega)}{\rho_f V_f} \right)^2} \right) \right].$$
(1.64)

Elle n'est pas influencée par l'atténuation dans le fluide.

#### 1.4.2.3 Limitations

Utiliser les expressions précédentes pour évaluer expérimentalement la dispersion et l'atténuation dans une plaque à faces parallèles suppose que l'on connaît, d'une part les propriétés acoustiques du fluide de référence  $v_f$ ,  $\rho_f$  et  $\alpha_f(\omega)$ , et d'autre part l'épaisseur E de la plaque et sa masse volumique  $\rho_p$ . Ces derniers propriétés ne sont malheureusement pas toujours disponibles et il devient dès lors nécessaire de disposer de méthodes permettant de les mesurer. Pour s'affranchir de la connaissance de l'épaisseur de l'échantillon et de la vitesse de propagation dans le fluide, Wang *et al.*<sup>[32]</sup> proposent une technique améliorée de mesure de la vitesse de phase et de l'atténuation en transmission, reposant sur l'acquisition de la double transmission à travers la plaque en plus de la transmission directe dans le fluide de référence. Cependant, cette méthode n'est pas applicable pour des matériaux trop atténuants ou des plaques d'épaisseurs importantes pour lesquelles le nombre d'échos transmis peut être restreint à un seul écho.

Afin de pouvoir évaluer simultanément les propriétés du matériau, il est nécessaire d'intégrer les formulations théoriques dans une boucle d'optimisation. On parle alors d'identification.

Par ailleurs, une des hypothèses des techniques d'évaluation des propriétés élastiques des matériaux est de considérer le milieu comme homogène à l'échelle des longueurs d'onde utilisées. Cependant, les deux techniques décrites précédemment, nécessitent des conditions de mesure liées à la séparation des échos transmis ou réfléchis à travers la plaque. Ces conditions imposent des limites basses à la fois sur l'épaisseur de l'échantillon et sur la fréquence centrale des transducteurs, ce qui peut parfois s'avérer trop restrictif en vue de caractériser des plaques fines notamment lorsque la longueur d'onde émise devient comparable à l'épaisseur de l'échantillon ou des matériaux hétérogènes étudiés, par souci d'homogénéisation, à des fréquences ultrasonores plus basses. Il est possible de s'affranchir de ces inconvénients en utilisant une technique de caractérisation basée sur l'exploitation de la réponse globale en transmission ou en réflexion d'une plaque à faces parallèles. La réponse de la plaque est alors considérée dans son intégralité, ce qui permet de repousser les limites basses en fréquence et en épaisseur.

### 1.4.3 Coefficients de transmission et de réflexion d'une plaque viscoélatique

Les méthodes d'évaluation ultrasonore, basées sur les mesures des coefficients de transmission et de réflexion d'une plaque à faces parallèles, sont largement utilisées pour déterminer, de façon non destructive, les propriétés acoustiques des matériaux. Ces méthodes présentent l'avantage de s'affranchir de l'hypothèse de séparabilité des échos qui s'avère parfois délicate à vérifier et permettent, également, de mieux tenir compte du caractère dispersif et atténuatif des ondes en milieu viscoélastique.

La configuration théorique du problème est représentée sur la figure 1.8. Il s'agit d'établir, sous les hypothèses d'une propagation en ondes planes, la fonction de transfert en transmission et en réflexion, d'une plaque à faces parallèles d'épaisseur E, viscoélastique, homogène et isotrope, totalement entourée d'un fluide supposé absorbant et non-dispersif. L'interface supérieure de la plaque est insonée, en incidence normale, par une onde plane monochromatique progressive de



 $\label{eq:Figure 1.8} \textbf{Figure 1.8} - \textbf{Configuration théorique présentant une onde plane arrivant en incidence normale sur une plaque à faces parallèles}$ 

type longitudinale, définie par son déplacement noté  $u_i$ . Les lois de Snell-Decartes et l'équation de propagation impliquent la génération d'un champ réfléchi  $u_r$  dans le fluide, au-dessus de la plaque, d'un champ transmis  $u_t$ , en dessous, et de deux ondes longitudinales dites partielles au sein de la plaque, une montante  $u_+$  et une descendante  $u_-$ . Le champ de déplacement dans chaque milieu s'exprime comme la superposition des champs de déplacement associés à chaque onde existante.

### 1.4.3.1 Expressions des champs en incidence normale

Dans chaque milieu, on s'intéresse aux solutions de l'équation de propagation de types ondes planes.

**Champ incident.** Le champ de déplacement associé à l'onde incidente dans le fluide peut être écrit sous la forme

$$u_i(x,t) = e^{\gamma_f(f)x}e^{i\omega t} = e^{\alpha_f(f)x}e^{i\frac{\omega}{V_f}x}e^{i\omega t} = e^{\alpha_f(f)x}e^{i\omega\left(t+\frac{x}{V_f}\right)}.$$
(1.65)

Dans le cas du problème à une dimension, la relation (1.13) conduit à une équation propagative de D'Alembert à une dimension

$$c_f^2 \frac{\partial^2 u\left(x,t\right)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u\left(x,t\right)}{\partial t^2} \quad avec \quad c_f = \sqrt{\frac{\lambda_f}{\rho_f}},\tag{1.66}$$

où  $c_f$  est la vitesse complexe relative à l'onde longitudinale dans le fluide. Pour que  $u_i(x,t)$  soit une solution de cette équation,  $c_f$  et  $\omega$  doivent être reliés par la relation de dispersion

$$c_f^2 = \frac{\omega^2}{\gamma_f^2(f)} = \frac{\omega^2}{\left[\alpha_f(f) + i\frac{\omega}{V_f}\right]^2}.$$
(1.67)

Champs réfléchi et transmis.

$$\begin{cases} u_r(x,t) = U_r e^{-\alpha_f(f)x} e^{-i\frac{\omega}{V_f}x} e^{i\omega t} \qquad pour \ x \ge \frac{E}{2} \end{cases}$$
(1.68a)

$$u_t(x,t) = U_t e^{\alpha_f(f)x} e^{i\frac{\omega}{V_f}x} e^{i\omega t} \qquad pour \ x \le -\frac{E}{2}.$$
 (1.68b)

**Dans la plaque.** En incidence normale, seules les ondes longitudinales se propagent dans la plaque. En effet, l'équation (1.13) se réduit à l'équation de propagation suivante

$$c_p^2 \frac{\partial^2 u\left(x,t\right)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u\left(x,t\right)}{\partial t^2} \quad avec \quad c_p = \sqrt{\frac{\lambda_p + 2\mu_p}{\rho_p}},\tag{1.69}$$

où  $c_p$  est la vitesse longitudinale complexe dans la plaque. Pour l'expression des champs dans la plaque, on peut écrire pour  $-\frac{E}{2} \le x \le \frac{E}{2}$ 

$$u_{+}(x,t) = U^{+}e^{-\alpha_{p}(f)x}e^{-i\frac{\omega}{v_{p}(f)}x}e^{i\omega t}$$
 (1.70a)

$$u_{-}(x,t) = U^{-}e^{\alpha_{p}(f)x}e^{i\frac{\omega}{v_{p}(f)}x}e^{i\omega t}.$$
(1.70b)

De la même manière, pour que  $u_+$  et  $u_-$  soient des solutions de l'équation (1.69),  $c_p$  et  $\omega$  doivent être reliés par la relation de dispersion

$$c_p^2 = \frac{\omega^2}{\gamma_p^2(f)} = \frac{\omega^2}{\left[\alpha_p(f) + i\frac{\omega}{v_p(f)}\right]^2}.$$
(1.71)

Les coefficients  $U_r$ ,  $U_t$ ,  $U^+$  et  $U^-$  sont les amplitudes complexes des ondes, en x = 0 et sont déterminés à partir des conditions de continuité aux interfaces. En pratique, on se contentera de déterminer les coefficients  $U_r$  et  $U_t$  qui fournissent, respectivement, les coefficients de réflexion et de transmission de la plaque.

## 1.4.3.2 Écriture des conditions aux interfaces

Aux interfaces entre la plaque et le fluide, on écrit les conditions aux interfaces correspondant à un contact parfait, continuité des déplacements normaux et continuité des contraintes normales

$$\begin{cases} u_t(x,t) = u_+(x,t) + u_-(x,t) \\ \sigma_{xx}^{(t)}(x,t) = \sigma_{xx}^{(+)}(x,t) + \sigma_{xx}^{(-)}(x,t) \end{cases} en \quad x = -\frac{E}{2},$$
(1.72)

$$\begin{cases} u_i(x,t) + u_r(x,t) &= u_+(x,t) + u_-(x,t) \\ \sigma_{xx}^{(i)}(x,t) + \sigma_{xx}^{(r)}(x,t) &= \sigma_{xx}^{(+)}(x,t) + \sigma_{xx}^{(-)}(x,t) \end{cases} en \quad x = \frac{E}{2}.$$
(1.73)

Les contraintes s'expriment en fonction des déplacements à partir de la loi de Hooke

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^{(i)}(x,t) = \rho_f \frac{\omega^2}{\gamma_f(f)} u_i(x,t) \\ \sigma_{xx}^{(r)}(x,t) = -\rho_f \frac{\omega^2}{\gamma_f(f)} u_r(x,t) \\ \sigma_{xx}^{(t)}(x,t) = \rho_f \frac{\omega^2}{\gamma_f(f)} u_t(x,t) \\ \sigma_{xx}^{(+)}(x,t) = -\rho_p \frac{\omega^2}{\gamma_p(f)} u_+(x,t) \\ \sigma_{xx}^{(-)}(x,t) = -\rho_p \frac{\omega^2}{\gamma_p(f)} u_-(x,t). \end{cases}$$
(1.74)

## 1.4.3.3 Détermination des coefficients de transmission et de réflexion de la plaque

Une fois l'écriture des conditions de continuité sur chacune des interfaces est développée analytiquement à partir des équations (1.72) et (1.73), on écrit le système d'équation ainsi obtenu sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} 0 & -e^{-\gamma_{f}\frac{E}{2}} & e^{-\gamma_{p}\frac{E}{2}} & e^{\gamma_{p}\frac{E}{2}} \\ e^{-\gamma_{f}\frac{E}{2}} & 0 & -e^{\gamma_{p}\frac{E}{2}} & -e^{-\gamma_{p}\frac{E}{2}} \\ \frac{\rho_{f}}{\gamma_{f}}e^{-\gamma_{f}\frac{E}{2}} & 0 & \frac{\rho_{p}}{\gamma_{p}}e^{\gamma_{p}\frac{E}{2}} & -\frac{\rho_{p}}{\gamma_{p}}e^{-\gamma_{p}\frac{E}{2}} \\ 0 & -\frac{\rho_{f}}{\gamma_{f}}e^{-\gamma_{f}\frac{E}{2}} & \frac{\rho_{p}}{\gamma_{p}}e^{-\gamma_{p}\frac{E}{2}} & -\frac{\rho_{p}}{\gamma_{p}}e^{\gamma_{p}\frac{E}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{t} \\ U_{r} \\ U^{+} \\ U^{+} \\ U^{-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\gamma_{1}\frac{E}{2}} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{\rho_{1}}{\gamma_{1}}e^{\gamma_{1}\frac{E}{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.75)$$

#### 1.4. Caractérisation en transmission et en réflexion d'une plaque à faces parallèles

et on résout ce système linéaire en utilisant la méthode de Cramer. Finalement, on obtient les amplitudes complexes des ondes transmise et réfléchie, en fonction de la fréquence

$$U_{t} = \frac{2e^{\gamma_{f}(f)E}}{\left[\frac{Z_{f}(f)}{Z_{p}(f)} + \frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}\right]\sinh\left[\gamma_{p}\left(f\right)E\right] + 2\cosh\left[\gamma_{p}\left(f\right)E\right]}$$
(1.76)

$$U_{r} = \frac{\left[\frac{Z_{f}(f)}{Z_{p}(f)} - \frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}\right] \sinh\left[\gamma_{p}\left(f\right)E\right]}{\left[\frac{Z_{f}(f)}{Z_{p}(f)} + \frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}\right] \sinh\left[\gamma_{p}\left(f\right)E\right] + 2\cosh\left[\gamma_{p}\left(f\right)E\right]}.$$
(1.77)

On peut alors déterminer les coefficients de transmission  $T_{th}$  et de réflexion  $R_{th}$ . Ils sont définis comme le rapport de l'amplitude de déplacement correspondant à l'onde étudiée (transmise ou réfléchie) sur celle du déplacement définissant l'onde incidente.

$$T_{th} = \frac{u_t \left(-\frac{E}{2}\right)}{u_i \left(\frac{E}{2}\right)} = U_t e^{-\gamma_f E} \quad et \quad R_{th} = \frac{u_r \left(\frac{E}{2}\right)}{u_i \left(\frac{E}{2}\right)} = U_r.$$
(1.78)

Ces deux coefficients décrivent la réponse acoustique totale, en transmission et en réflexion, de la plaque à une onde plane incidente de fréquence f. Ils dépendent des caractéristiques géométrique et viscoélastiques de la plaque et également des propriétés du fluide de référence. Remarquons que, contrairement au cas élastique, ces coefficients sont complexes du fait des phénomènes d'atténuation dus au caractère viscoélastique du matériau, atténuation qui entraîne des déphasages.

#### 1.4.4 Introduction de la correction de la diffraction : séries de Debye

Les coefficients de transmission et de réflexion d'une plaque à faces parallèles, insérée dans un fluide, peuvent être modélisés en utilisant la méthode des séries de Debye. Cette technique permet de décomposer une interaction dite globale en une suite d'interactions locales, et donc de faire apparaître explicitement les réflexions et réfractions géométriques dont la plaque est le siège. En l'occurrence, l'intérêt d'une telle méthode est de pouvoir introduire la correction de la



Figure 1.9 – Transmissions et réflexions successives à travers une plaque isotrope à faces parallèles et réflexions multiples à l'intérieur de la plaque

diffraction aux ondes géométriques multiplement réfléchies et transmises par la plaque.

Considérons donc une onde plane harmonique  $u_i$  arrivant, en incidence normale, sur une plaque à faces parallèles. Cette onde longitudinale est réfléchie et réfractée à la première interface générant ainsi une onde réfléchie  $u_r^{(0)}$  dans le fluide et une onde longitudinale transmise  $u_-^{(0)}$  dans la plaque vers la droite qui elle-même se réfléchit et se réfracte à la seconde interface engendrant une onde transmise  $u_t^{(1)}$  dans le fluide et une onde longitudinale réfléchie  $u_+^{(1)}$  dans la plaque vers la gauche. Et ainsi de suite comme illustré dans la figure 1.9.

Écrivons le champ de déplacement relatif à l'onde incidente sous la forme

$$u_i(x,t) = f_0\left(\omega t + i\gamma_f x\right) = e^{-\gamma_f x} e^{i\omega t}.$$
(1.79)

#### 1.4.4.1 Réflexions successives

En x = 0, les champs de déplacement associés aux réflexions successives décrites sur la figure 1.9, s'écrivent en fonction des coefficients de réflexion-réfraction locaux à chaque interface et des phases correspondant aux trajets acoustiques suivis par les ondes

$$\begin{cases}
 u_r^{(0)}(0,t) = R_{12}D_0f_0(\omega t + 2i\gamma_f b) \\
 u_r^{(2)}(0,t) = T_{12}R_{21}T_{21}D_2f_0(\omega t + 2i\gamma_f b + 2i\gamma_p E) \\
 u_r^{(4)}(0,t) = T_{12}R_{21}^3T_{21}D_4f_0(\omega t + 2i\gamma_f b + 4i\gamma_p E) \\
 etc.,
 \end{cases}$$
(1.80)

où  $D_0, D_2, D_4, ..., D_\infty$  sont les corrections de la diffraction données par

$$\begin{cases} D_{2m}(f) = 1 - e^{-i\frac{2\pi}{s_{2m}}} \left[ J_0\left(\frac{2\pi}{s_{2m}}\right) + iJ_1\left(\frac{2\pi}{s_{2m}}\right) \right] \\ s_{2m} = \frac{1}{fa^2} \left[ 2bV_f + m2Ev_p(f) \right] ; m \in \{0, 1, 2, \infty\}. \end{cases}$$
(1.81)

Le champ total reçu en x = 0,  $u_r = u_r^{(0)} + u_r^{(2)} + u_r^{(4)} + \dots u_r^{(\infty)}$ , peut donc s'écrire sous la forme

$$u_r(0,t) = g_r(t) = f_r(t) + T_{12}R_{21}T_{21}\sum_{m=1}^{\infty} D_{2m}R_{21}^{2(m-1)}f_0(\omega t + 2i\gamma_f b + im2\gamma_p E), \quad (1.82)$$

avec  $f_r(t) = R_{12}D_0f_0(\omega t + 2i\gamma_f b)$  et m le nombre de parcours effectués par l'onde à travers l'épaisseur de la plaque. Désignons par  $F_r(\omega)$ ,  $G_r(\omega)$  et  $F_0(\omega)$  les transformées de Fourier de  $f_r(t)$ ,  $g_r(t)$  et  $f_0(t) = u_i(0, t)$ , respectivement. La propriété de translation de la transformée de Fourier implique les relations suivantes

$$F_r(\omega) = R_{12} D_0 e^{-2\gamma_f b} F_0(\omega) , \qquad (1.83)$$

$$G_r(\omega) = F_r(\omega) + \frac{T_{12}T_{21}}{R_{21}}e^{-2\gamma_f b}F_0(\omega)\sum_{m=1}^{\infty} D_{2m}R_{21}^{2m}e^{-2m\gamma_p E}.$$
(1.84)

En utilisant les équations (1.83) et (1.84), le coefficient de réflexion avec correction de la diffraction s'écrit sous la forme

$$\frac{G_r(\omega)}{F_r(\omega)} = 1 - \frac{4Z_f(\omega) Z_p(\omega)}{[Z_p(\omega) - Z_f(\omega)]^2 D_0(\omega)} \sum_{m=1}^{\infty} D_{2m}(\omega) \left( \left[ \frac{Z_p(\omega) - Z_f(\omega)}{Z_p(\omega) + Z_f(\omega)} \right]^2 e^{-2\gamma_p(\omega)E} \right)^m.$$
(1.85)

#### 1.4.4.2 Transmissions successives

De la même manière, on écrit en x = L, les champs de déplacements associés aux transmissions successives à travers la plaque

$$\begin{cases}
 u_t^{(1)}(L,t) = T_{12}T_{21}D_1f_0(\omega t + i\gamma_f L + iE[\gamma_p - \gamma_f]) \\
 u_t^{(3)}(L,t) = T_{12}R_{21}^2T_{21}D_3f_0(\omega t + i\gamma_f L + iE[3\gamma_p - \gamma_f]) \\
 u_t^{(5)}(L,t) = T_{12}R_{21}^4T_{21}D_5f_0(\omega t + i\gamma_f L + iE[5\gamma_p - \gamma_f]) \\
 etc.,
 \end{cases}$$
(1.86)

où  $D_1, D_3, D_5, ..., D_\infty$  sont les corrections de la diffraction données par

$$\begin{cases} D_{2m+1}(f) = 1 - e^{-i\frac{2\pi}{s_{2m+1}}} \left[ J_0\left(\frac{2\pi}{s_{2m+1}}\right) + iJ_1\left(\frac{2\pi}{s_{2m+1}}\right) \right] \\ s_{2m+1} = \frac{1}{fa^2} \left[ (L-E) V_f + (2m+1) Ev_p(f) \right] ; m \in \{0,1,2,\infty\}. \end{cases}$$
(1.87)

Le champ total transmis  $u_t = u_t^{(1)} + u_t^{(3)} + u_t^{(5)} + \dots + u_t^{(\infty)}$ , s'écrit en x = L

$$u_t(L,t) = g_t(t) = T_{12}T_{21}\sum_{m=0}^{\infty} D_{2m+1}R_{21}^{2m}f_0(\omega t + i\gamma_f L + iE\left[(2m+1)\gamma_p - \gamma_f\right]).$$
(1.88)

Ici, le champ ultrasonore transmis dans le fluide seul est pris comme signal de référence

$$f_t(t) = u_i(L, t) = D_f f_0(\omega t + i\gamma_f L),$$
 (1.89)

où  $D_f$  est la correction de la diffraction dans le fluide seul, donnée par

$$\begin{cases} D_f(f) = 1 - e^{-i\frac{2\pi}{s_f}} \left[ J_0\left(\frac{2\pi}{s_f}\right) + iJ_1\left(\frac{2\pi}{s_f}\right) \right] \\ s_f = \frac{V_f L}{fa^2}. \end{cases}$$
(1.90)

Les transformées de Fourier de  $f_{t}(t)$  et  $g_{t}(t)$  s'écrivent, respectivement

$$F_t(\omega) = D_f \ e^{-\gamma_f L} F_0(\omega) , \qquad (1.91)$$

$$G_t(\omega) = T_{12}T_{21}e^{-\gamma_f L}e^{\gamma_f E}F_0(\omega)\sum_{m=0}^{\infty} D_{2m+1}R_{21}^{2m}e^{-E(2m+1)\gamma_p}.$$
(1.92)

Finalement, le coefficient de transmission avec correction de la diffraction s'écrit

$$\frac{G_t(\omega)}{F_t(\omega)} = \frac{4Z_f(\omega) Z_p(\omega) e^{\left[\gamma_f(\omega) - \gamma_p(\omega)\right]E}}{\left[Z_p(\omega) + Z_f(\omega)\right]^2 D_f(\omega)} \sum_{m=0}^{\infty} D_{2m+1}(\omega) \left( \left[\frac{Z_p(\omega) - Z_f(\omega)}{Z_p(\omega) + Z_f(\omega)}\right]^2 e^{-2\gamma_p(\omega)E} \right)^m.$$
(1.93)

Dans le cas où

$$\begin{cases}
D_f(\omega) = 1 \\
D_m(\omega) = 1 \quad \forall \quad m \in \{0, 1, 2, \infty\},
\end{cases}$$
(1.94)

nous pouvons retrouver les écritures des coefficients de transmission et de réflexion de la plaque en série de Debye sans prise en compte de la correction de la diffraction et démontrer facilement que lorsque cette série converge, alors ces coefficients calculés correspondent bien aux coefficients de transmission et de réflexion trouvés précédemment (*cf. équations* (1.76) *et* (1.77)).

## 1.5 Résumé et commentaires

**Propagation en milieu viscoélastique.** Ce chapitre présente la propagation en milieu viscoélastique du point de vue théorique. L'étude de la propagation dans de tels milieux - dispersifs et atténuatifs - passe par la définition d'une constante de propagation complexe dépendante de la fréquence, dont la partie réelle est liée à la vitesse de phase et la partie imaginaire à l'atténuation.

Des modèles analytiques ont été développés pour modéliser cette constante de propagation et ainsi évaluer la dispersion et l'atténuation du milieu viscoélastique. En l'occurrence, ces modèles ont été développés pour des milieux acoustiques pour lesquels l'absorption obéit à une loi de puissance en fréquence. Les résultats bibliographiques obtenus dans ce cadre montrent que la viscoélasticité peut être modélisée par une relation fréquentielle permettant de prendre en compte de façon simultanée les phénomènes de dispersion et d'absorption auxquels nous sommes confrontés lors de l'étude de la propagation ultrasonore dans les milieux viscoélastiques. L'avantage d'une telle expression est qu'elle décrit la dépendance fréquentielle de la vitesse de phase par l'intermédiaire d'une vitesse de référence à une fréquence arbitraire et des constantes associées à la loi de puissance de l'atténuation, une dépendance dont il faudrait tenir compte dans les méthodes d'identification des propriétés viscoélastiques du milieu dispersif.

Après avoir comparé deux modèles de dispersion basés sur deux approches différentes, nous avons constaté que, dans le cas des puissances en fréquence proches de un, ces deux modèles montrent des tendances similaires. Nous choisissons tout de même de retenir le modèle de Szabo pour son comportement proche de ce qui a été observé par certains auteurs sur divers échantillons. De plus, nous avons vu que ce modèle de dispersion respecte la causalité et conduit à une dispersion nulle de la vitesse de phase pour une loi d'atténuation proportionnelle au carré de la fréquence.

Diffraction géométrique. Lorsque l'étude concerne une propagation d'une onde plane, il n'y a aucun amortissement géométrique à corriger. Dans le cas des mesures expérimentales, Le facteur d'atténuation  $\alpha(f)$  des ondes ultrasonores dans un milieu viscoélastique contient à la fois les effets de l'absorption et les effets de l'atténuation géométrique, il convient donc de corriger cette atténuation. La correction adoptée apparaît comme une compensation à apporter à la propagation d'une onde plane théorique pour l'adapter à une situation réelle expérimentale. L'atténuation mesurée contiendra alors uniquement des informations sur l'amortissement intrinsèque du matériau.

#### 1.5. Résumé et commentaires

L'expression de correction utilisée dans cette étude est issue d'un calcul simplifié du rayonnement des transducteurs utilisés pour les mesures expérimentales en transmission d'ondes longitudinales. Le transducteur est assimilé à un piston circulaire dont tous les points vibrent en phase dans un fluide semi-infini, homogène, élastique et isotrope, bien que dans notre cas le matériau étudié n'est pas fluide et des ondes transverses peuvent exister, le matériau est absorbant, le transducteur ne vibre pas en mode piston, etc.

**Transmission et réflexion d'une plaque à faces parallèles.** Les techniques usuelles - transmission simple et réflexion double - permettant de définir les caractéristiques (vitesse de phase et atténuation) des échos directs transmis ou réfléchis à travers une plaque à faces parallèles, nécessitent des conditions qui dépendent, à la fois de l'épaisseur de l'échantillon, de ses propriétés et de la fréquence. Ainsi, le rapport longueur d'onde sur épaisseur se doit d'être petit devant l'unité. Une plaque de faible épaisseur et fortement absorbante, présente la configuration typique pour laquelle ces techniques sont difficilement applicables.

Par ailleurs, les techniques de caractérisation ultrasonore des matériaux, impose le choix d'un intervalle de fréquence appropriée, où la limite maximale permet de considérer que la plaque est homogène. Cette homogénéisation impose à la longueur d'onde minimale d'être supérieure à la taille des hétérogénéités.

La combinaison de ces conditions impose alors un cadre de travail qui peut parfois s'avérer trop restreint en vue de caractériser des matériaux. La solution ne peut être que de s'affranchir de l'hypothèse de séparabilité des échos qui fixe les limites basses en fréquence et en épaisseur. C'est précisément ce que permettent les techniques de caractérisation basées sur la fonction de transfert globale en transmission ou en réflexion d'une plaque à faces parallèles. La réponse en fréquence de la plaque est alors modélisée dans son intégrité, ce qui présente l'avantage de repousser les limites inférieures en fréquence et en épaisseur et permet aussi d'analyser correctement les effets dispersifs caractéristiques des matériaux viscoélastiques.

Le calcul des fonctions de transfert en transmission et en réflexion dans le cadre d'une plaque épaisse et d'une plaque mince a été établi sous l'hypothèse d'une propagation en ondes planes. Nous avons ensuite intégré à chaque fonction, la correction de la diffraction géométrique. Cette intégration a exigé, dans le cas des coefficients de transmission et de réflexion, l'utilisation de la décomposition en série de Debye afin d'appliquer la correction à chaque écho transmis ou réfléchi aux interfaces de la plaque. Cette décomposition entraîne que les termes de correction de la diffraction, ne sont en fait que des estimations de cette correction. Les résultats ainsi obtenus peuvent conduire à une somme de termes contenant des approximations inconnues.

**Objectifs et démarche.** Au cours de ce travail, nous allons chercher à développer une procédure permettant l'identification des propriétés des matériaux ayant la forme de plaques rectangulaires minces ou épaisses. Elle utilise une démarche traitant la mesure du coefficient de transmission d'une plaque immergée dans un fluide. La stratégie d'identification employée consiste à évaluer l'ensemble des paramètres en effectuant des identifications sur diverses plages de fréquences. Les propriétés des matériaux sont évalués itérativement dans une boucle d'optimisation en minimisant un résidu donnée entre l'analyse et l'expérience, sous réserve que chacun des paramètres influe suffisamment sur la réponse mesurée. Cette méthode se doit d'intégrer non seulement les effets dispersifs et dissipatifs du matériau, mais peut aussi se distinguer en incluant la correction de la diffraction. Une telle démarche constitue évidemment une base fondamentale nous permettant ensuite de mettre en œuvre une méthode d'évaluation des propriétés physiques de matériaux composites.

# Chapitre 2

# Étude expérimentale de la transmission et de la réflexion en incidence normale dans l'eau

Quatre méthodes de caractérisation en transmission et en réflexion d'une plaque à faces parallèles ont été présentées au chapitre précédent. L'objet de ce chapitre est l'étude expérimentale qui permet la mise en œuvre de chaque méthode et la comparaison de leur efficacité pour l'évaluation des propriétés géométrique et viscoélastiques des matériaux.

Divers moyens expérimentaux sont utilisés pour la caractérisation non destructive des matériaux avec des ondes ultrasonores. Parmi ces méthodes, on distingue la méthode par contact<sup>[33]</sup> pour laquelle un couplant doit être utilisé pour assurer un bon couplage entre le transducteur et l'échantillon à ausculter, ce qui peut dégrader la précision et la reproductibilité des mesures. Il faut également mentionner la difficulté de déterminer avec précision l'épaisseur du couplant et de tenir compte des phénomènes de réflexion et de transmission aux interfaces transducteur/couplant/matériau. Pour s'affranchir de certains de ces problèmes, des mesures sans contact ont été envisagées par différents auteurs afin d'éviter les problèmes liés aux conditions de couplage des transducteurs. Le plus souvent, l'échantillon et les transducteurs sont immergés dans une cuve remplie d'eau, ce qui permet de favoriser la propagation des ondes et de travailler ainsi à des distances plus ou moins éloignées de l'échantillon. Un dispositif similaire utilisant des transducteurs à couplage par air<sup>[34,35]</sup> évite d'immerger la pièce, le couplage avec le transducteur est obtenu grâce à l'air ambiant. Cependant, l'utilisation de ce type de transducteurs pour générer des ondes de volume nécessite une source très énergétique en raison de la forte atténuation des ultrasons dans l'air, ce qui réduit la distance de propagation entre la source et le récepteur. Une autre source de problème dans ce type de dispositif réside dans la nécessité d'utiliser un amplificateur dans la chaîne de mesure, à la réception ce qui engendre un niveau de bruit important dans les enregistrements.

Par ailleurs, pour toutes ces méthodes de mesure, un certain nombre de facteurs peuvent perturber à la fois la propagation et la forme du signal lui-même, le plus souvent de manières combinées. En fait de nombreux phénomènes parasites, ou plus simplement des difficultés expérimentales font que la quantité mesurée est entachée d'une erreur importante. Par exemple, les mesures de l'atténuation et de la vitesse sont très délicates. Il s'agit en effet d'extraire l'information qui nous intéresse de tout un ensemble de phénomènes parasites (diffraction, variation de température, etc.) pouvant être observés expérimentalement et dont les effets sont plus ou moins prévisibles. Les résultats de mesure sont donc difficiles à interpréter, notamment lorsqu'il s'agit d'isoler l'influence d'un seul de ces effets. Une bonne interprétation des résultats des mesures va donc passer par l'application de corrections qui ne peuvent, en général, se faire qu'empiriquement. On voit donc l'importance d'un bon choix des moyens expérimentaux permettant la mesure des propriétés des matériaux pour pouvoir appréhender fiabilité et précision des résultats et pour pouvoir comparer divers ensembles de données trouvées dans la littérature.

On doit donc réaliser une bonne mesure expérimentale et la comparer à un modèle théorique<sup>[36]</sup>.

Nous présenterons dans ce chapitre, le dispositif expérimental utilisé pour la mesure en transmission et en réflexion d'une plaque immergée dans l'eau. Différentes techniques de mesure sont possibles suivant la taille de l'échantillon (épais ou mince) et la durée du signal d'émission (courte ou longue).

## 2.1 Description du protocole expérimental

Pour réaliser les mesures de la transmission et de la réflexion, nous avons choisi une technique d'immersion<sup>[37]</sup> pour diverses raisons. Tout d'abord, La facilité de mise en œuvre de l'installation permet notamment d'obtenir un gain de temps appréciable, pour des coûts d'outillage minimum. Ensuite, la qualité de l'interface eau/plaque assure la reproductibilité des mesures, contrairement aux mesures par contact pour lesquelles l'utilisation de couplant entre le transducteur et l'échantillon introduit d'importantes incertitudes. De plus, la connaissance des caractéristiques de l'eau permet une meilleure précision de la mesure des propriétés du matériau.

## 2.1.1 Échantillons étudiés

Nous traitons ici plusieurs échantillons industriels, n'ayant pas subi de traitements complémentaires. Ils se présentent sous forme de plaques parallélépipédiques, de dimensions 200 par 300 mm et d'épaisseurs nominales variant entre 3 et 25 mm. Quatre différents matériaux sont testés : PVC, Polyéthylène, Polycarbonate et Plexiglas. Ces polymères présentent des propriétés macroscopiquement isotropes et homogènes et nous les considérons comme tels dans cette analyse.

### 2.1.2 Transducteurs

Les sources utilisées sont des transducteurs à immersion de type piézoélectrique émettant des ondes longitudinales. Nous disposons de trois paires de transducteurs de fréquences centrales différentes afin de couvrir une grande bande fréquentielle. Chaque paire est constituée de deux transducteurs quasi identiques.

- La première paire a une fréquence centrale de 1 MHz (Olympus Panametrics, NDT-V152, 1 MHz/1, 5'').
- La seconde paire a une fréquence centrale de 2,25 MHz (Olympus Panametrics, NDT-V389, 2,25 MHz/1,5'').
- La troisième paire a une fréquence centrale de 5 MHz (Olympus Panametrics, NDT-V307, 5 MHz/1'').

Ces transducteurs nous permettent d'obtenir des mesures du coefficient de transmission entre 0,6 et  $6,0\ MHz$ 

## 2.1.3 Émission : signal Chirp

Le signal imposé à l'entrée du dispositif doit permettre de mesurer la transmission et la réflexion sur une gamme de fréquence la plus large possible. Une impulsion en entrée n'est pas le meilleur signal, car elle ne fournit pas assez d'énergie. Nous choisissons donc d'alimenter le transducteur source par une excitation de type *Chirp* qui fournit une énergie plus importante dans sa gamme de fréquence que nous avons limité à un intervalle au moins égal à la largeur de bande des transducteurs. Ce chirp est enveloppé par une fenêtre de type Hanning qui permet de supprimer les discontinuités à ses extrémités en altérant le moins possible le spectre fréquentiel désiré. Il est produit par un générateur de signaux arbitraires programmable (Agilent 33220A-20MHz) qui permet de modifier sa durée et sa forme, ce qui donne le signal de la *figure 2.1a*, utilisé pour alimenter le transducteur émetteur. La *figure 2.1b* présente le spectre de ce signal.



**Figure 2.1** – Excitation de type Chirp enveloppée par une fenêtre Hanning : (a) signal temporel de durée 150  $\mu s$ , avec une fréquence de départ de 1 *MHz* et une fréquence d'arrivée de 4 *MHz* ; (b) spectre fréquentiel

## 2.1.4 Dispositif expérimental

Avant de commencer toute mesure et pour assurer un bon contact avec l'eau, les transducteurs et l'échantillon sont enduits de produit hydrophile, de façon à éliminer toutes bulles d'air à leur surface.

Toutes les mesures - en transmission ou en réflexion, sans ou avec l'échantillon - sont effectuées en incidence normale, en utilisant le même dispositif expérimental représenté schématiquement sur la figure 2.2. Deux transducteurs identiques, l'un émetteur et l'autre récepteur, sont situés de part et d'autre d'une plaque à faces parallèles, immergée dans une cuve  $(1, 0 \times 0, 8 \times 0, 5 m^3)$ remplie d'eau. Le transducteur émetteur est relié au générateur qui délivre un signal modulé en fréquence de type Chirp. La synchronisation se fait grâce au signal auxiliaire de synchronisation (sortie "Synchro" du générateur). Après propagation à travers le liquide et l'échantillon ou à travers le liquide seul, le signal transmis ou réfléchi est détecté par le transducteur récepteur puis acheminé vers un oscilloscope numérique (Yokogawa DL9240L-10GS/s 1, 5GHz) pour être numérisé sur 12 bits et moyenné afin d'améliorer le rapport signal sur bruit. Le réglage du temps



**Figure 2.2** – Dispositif expérimental de mesure en transmission et en réflexion, par immersion dans l'eau.  $s_i(t)$ : signal incident,  $s_r(t)$ : signal réfléchi et  $s_t(t)$ : signal transmis

de retard (*delay*) de l'oscilloscope est nécessaire pour le traitement ultérieur des signaux et permet la visualisation du signal reçu. Le signal enregistré à ce propos est récupéré sous format d'un fichier Excel (temps, amplitude) et stocké sur un ordinateur (PC) pour traitement ultérieur. Cet ordinateur sert non seulement pour le traitement des données mais également pour piloter le générateur au travers d'une interface IEEE.

Les mesures en transmission ou en réflexion sont réalisées au centre de la plaque, en veillant à rester à une distance suffisante des bords pour éviter les signaux parasites correspondant à des ondes réfléchies par ceux-ci. Pour chaque signal acquis, un relevé de la température de l'eau est effectué à l'aide d'un thermomètre numérique (Traçable® VWR) muni d'une sonde extérieure, sensible à un changement de  $0,001^{\circ}C$ . Celle-ci est immergée horizontalement dans la cuve afin de mesurer la température de l'eau à proximité du champ ultrasonore. Après chaque déplacement dans la cuve, nous attendons que l'eau soit stabilisée pour éviter les perturbations de température dues à l'agitation de l'eau. Le relevé de la température donne accès à la vitesse de propagation dans l'eau qui est indispensable pour identifier les paramètres de la plaque et également pour corriger l'effet de la variation de la température, qui se produit entre deux mesures. Cette correction permet alors de comparer les deux signaux acquis avec et sans la plaque à la même température. Elle sera expliquée en détail ultérieurement.

## 2.1.5 Réglages en incidence normale

La figure 2.3 présente le dispositif de réglage en incidence normale. L'émetteur et le récepteur, supportés par deux porte-transducteurs, sont maintenus horizontalement à l'aide de deux barres cylindriques parallèles. Ces dernières sont montées sur un système de telle sorte que les transducteurs puissent être immergés dans la cuve remplie d'eau. L'échantillon, immergé également, est introduit entre les deux capteurs et maintenu verticalement à l'aide d'un porteéchantillon solidaire d'une troisième barre cylindrique, fixée sur un plateau tournant. Celui-ci autorise la rotation de la plaque autour d'un axe vertical perpendiculaire à l'axe des transducteurs. Le capteur récepteur possède deux rotations (gîte et azimut) et l'émetteur, une seule



Figure 2.3 – Représentation schématique des différentes rotations et translations, autorisant le réglage des transducteurs selon une direction de propagation normale à la plaque

rotation (gîte) permettant de régler la perpendicularité de l'incidence des faisceaux par rapport à la surface de la plaque. Deux translations (horizontale et verticale) pour le capteur récepteur sont également autorisées par ce dispositif. Elles permettent de le déplacer dans les deux directions perpendiculaires au faisceau ultrasonore afin de régler la coaxialité des deux transducteurs. Les positions des deux transducteurs et de la plaque sont fixées pendant toute l'expérimentation.

La mesure de la transmission ou de la réflexion, en incidence normale, d'une plaque à faces parallèles impose un parallélisme rigoureux des faces des transducteurs et de l'échantillon, afin d'éviter la génération des ondes de Lamb à des angles différents de zéro. L'alignement des deux transducteurs avec la surface de la plaque est réalisé en utilisant une excitation mono fréquentielle. Dans un premier temps, un réglage en réflexion est effectué pour chaque transducteur, par rapport à la plaque, afin d'obtenir le maximum du signal réfléchi. Ensuite, nous réglons le transducteur récepteur en translation de manière à ce que le signal transmis soit également maximal, ce qui assure une meilleure orthogonalité entre l'axe des transducteurs et la surface de la plaque.

# 2.2 Absence d'ondes transverses dans une plaque viscoélastique

À incidence normale, la transmission d'une onde plane d'extension infinie à travers une plaque immergée, ne fait pas appel aux ondes transverses, ceci dans la mesure où seules les ondes longitudinales sont engendrées aux diverses interfaces entre milieux isotropes. Dans le cas des mesures expérimentales, du fait de la taille limitée de l'émetteur, les effets de diffraction géométrique élargissent le faisceau ultrasonore et l'onde émise n'est pas assimilable à une onde plane, mais à une onde possédant une certaine divergence. De ce fait, sous incidence normale, cette onde peut exciter une onde transverse par conversion de mode (loi de *Snell-Decartes*) à l'interface eau-plaque. Cette onde se propage dans une direction et avec une vitesse différentes de celles de l'onde longitudinale. À la seconde interface, elle est réfractée et donne naissance à une onde longitudinale qui se propagera dans l'eau jusqu'au récepteur. C'est ce que l'on observe facilement dans le cas d'une plaque en duralumin, matériau relativement peu absorbant aux fréquences de travail et par conséquent pour lequel les deux modes, longitudinal et transverse, peuvent exister simultanément, bien que l'on soit sous incidence nulle. Il est donc nécessaire de vérifier que ces ondes transverses n'apparaissent pas dans le cas de plaques viscoélastiques insonées en incidence zéro. Notons que l'excitation d'ondes transverses pouvant également résulter de la difficulté d'assurer un parallélisme rigoureux entre la plaque et l'émetteur (angle d'incidence légèrement différent de  $0^{\circ}$ ).

Afin de mettre en évidence les différences entre le comportement viscoélastique et le comportement purement élastique en matière de transmission des ondes, nous avons utilisé le dispositif précédent en configuration de transmission. Cette manipulation a pour objet la mesure et la comparaison entre les signaux transmis à travers une plaque métallique en duralumin et une plaque visocélastique en Plexiglas, afin d'évaluer l'effet de l'amortissement sur la transmission. Chaque plaque est immergée dans l'eau, en la mettant perpendiculaire à deux transducteurs de fréquence centrale 5 MHz. Une impulsion électrique de courte durée est appliquée au transducteur émetteur. Le diagramme du haut (*cf. figure 2.4a*) correspond à l'enregistrement du signal



**Figure 2.4** – Différence entre une plaque viscoélastique et une plaque métallique en matière de transmission des ondes. Impulsions successives transmisses à travers une plaque de : (a) duralumin (10 mm); (b) plexiglas (4 mm)

recueilli par transmission dans la plaque métallique (épaisseur 10 mm). On constate que le récepteur détecte une succession d'impulsions. On observe un grand nombre d'échos importants - régulièrement espacés les uns des autres - correspondant aux allers-retours successifs d'ondes longitudinales (principalement) entre les interfaces métal-eau avant et arrière. Ces ondes parcourent de longs trajets dans la plaque du fait du faible amortissement interne. L'impulsion  $L_1$ correspond à l'arrivée directe, les impulsions  $L_2$ ,  $L_3$ , etc., correspondent aux arrivées multiples (dues à des réflexions multiples à l'intérieur de l'échantillon). Entre deux échos importants, on aperçoit une impulsion qui correspond à l'arrivée d'une onde exclusivement transverse, avec une amplitude beaucoup plus faible. Cette amplitude augmente avec le nombre de trajets dans la plaque. Les ondes transverses sont repérées sur la figure 2.4a par  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ , etc.

Le digramme du bas (cf. figure 2.4b) correspond à un enregistrement effectué en transmission à travers la plaque de Plexiglas (épaisseur 4 mm). Dans ce cas, on constate que l'on a aucune trace d'onde transmise exclusivement transverse entre les deux échos principaux, comme en atteste le zoom sur la courbe des impulsions transmises. Ce résultat nous conforte dans l'utilisation des modèles utilisant une onde plane à incidence nulle. Toutefois, il est possible que des ondes transverses soient créées aux fréquences basses lorsque leur atténuation est faible.

# 2.3 Mesure de la vitesse dans l'eau

Nous avons vu au chapitre 1 que les expressions des fonctions de transfert en transmission et en réflexion étudiées, en incidence normale d'une plaque viscoélastique immergée dans un fluide considéré comme un milieu atténuant et non dispersif, fait intervenir deux grandeurs liées à la propagation dans le fluide de référence : l'impédance acoustique  $Z_f$  et la constante de propagation  $\gamma_f$  toutes deux complexes. Ces deux quantités dépendent de trois paramètres physiques du fluide :  $\rho_f$ ,  $\alpha_f$  et  $V_f$ . La masse volumique  $\rho_f$  et l'évolution de la constante d'atténuation  $\alpha_f$  avec la fréquence sont supposées connues. Quant à la vitesse de propagation dans l'eau  $V_f$ , elle dépend de la température de l'eau. Nous avons donc, dans un premier temps, effectué des mesures de la vitesse dans l'eau à différentes températures.

## 2.3.1 Principe de mesure

La vitesse est le rapport de la distance d parcourue par l'onde sur le temps de propagation t, V = d/t. Selon la procédure de la mesure de ce temps, on accédera à la vitesse de phase ou à la vitesse de groupe<sup>[38]</sup>.

- La vitesse de phase est la distance parcourue par unité de temps, par un point de phase constante de la surface d'onde (par exemple un maximum ou un minimum).
- La vitesse de groupe est la vitesse de propagation de l'enveloppe du train d'ondes.

Dans le cas d'un milieu dispersif, la dispersion s'accompagne d'une séparation de la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Cette dispersion qui se traduit par une variation de la vitesse de phase des ondes ultrasonores en fonction de la fréquence, a généralement pour effet un changement de la forme du train d'ondes avec la distance. En l'absence de dispersion, la vitesse de groupe se confond avec la vitesse de phase et un signal donné ne se déforme pas. A priori, les vitesses de phase et de groupe sont fonctions de la fréquence. Pour le milieu que nous considérons ici, l'eau, la dispersion d'origine intrinsèque est très faible et l'on peut alors confondre vitesse de groupe et vitesse de phase.



Figure 2.5 – Principe de mesure de la vitesse dans l'eau en utilisant un émetteur et un récepteur séparés

La configuration de mesure de la vitesse des ultrasons dans l'eau est représentée sur la figure 2.5. Elle est constituée d'un transducteur émetteur situé en x = 0, maintenu fixe et d'un transducteur récepteur en translation (micrométrique), piloté par un appareil Microcontrôle motorisé, permettant de le déplacer parallèlement suivant l'axe des transducteurs. Les capteurs étant immergés seuls face à face dans l'eau, la vitesse dans celui-ci peut s'obtenir par comparaison entre deux signaux transmis  $x(t) = u_i(d_1, t)$  et  $y(t) = u_i(d_2, t)$ , enregistrés à deux distances différentes  $d_1$  et  $d_2$ , parcourues entre l'émetteur et le récepteur, où  $u_i(x,t)$  est le champ de déplacement associé à une onde incidente occupant la position x = 0 à l'instant t = 0. Pour calculer les vitesses de groupe et de phase, on peut procéder

- par intercorrélation;

- par comparaison des spectres de phase.

#### 2.3.2 Calcul du temps de retard par intercorrélation

En supposant que l'eau n'est pas un milieu dispersif, une des techniques les plus fiables pour mesurer la vitesse des ultrasons dans l'eau consiste à calculer le décalage temporel de propagation entre les deux signaux considérés x(t) et y(t), en les comparant de façon globale afin de limiter les faibles effets de la dispersion. Ainsi, comme l'illustre la figure 2.5, alors que le premier signal parcourt pendant un temps  $t_1$  la distance  $d_1$  à la vitesse  $V_f$ , le second signal parcourt avec la même vitesse, la distance  $d_2$  en un temps  $t_2$ . Le décalage temporel  $\Delta t$  est le retard de propagation correspondant à la distance parcourue pour aller de la position initiale  $x = d_1$  à la position distante de  $d_2 - d_1$ , soit

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{d_2}{V_f} - \frac{d_1}{V_f} = \frac{d_2 - d_1}{V_f}.$$
(2.1)

La technique d'intercorrélation est couramment utilisée pour calculer l'écart temporel entre deux signaux, supposés de formes comparables, décalés d'un temps  $\Delta t$ . La fonction d'intercorrélation  $r_{xy}$  entre les deux signaux réels x(t) et y(t) est définie par

$$r_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(\tau+t)d\tau \quad \Leftrightarrow \quad R_{xy}(\omega) = X(\omega)Y^*(\omega), \tag{2.2}$$

où  $X(\omega)$  et  $Y(\omega)$  sont les transformées de Fourier de x(t) et y(t), respectivement, et  $R_{xy}(\omega)$  la transformée de Fourier de l'intercorrélation. Autrement dit, le produit d'intercorrélation dans le domaine temporel devient une simple multiplication dans le domaine fréquentiel. Pour des raisons de facilité de calcul, l'intercorrélation est alors réalisée en fréquence plutôt que sur les signaux temporels. Ainsi, on effectue la transformée de Fourier de chacun des signaux, puis on



**Figure 2.6** – Calcul du temps de retard par intercorrélation. (a) signaux temporels enregistrés à deux distances différentes,  $d_1$  et  $d_2$  entre l'émetteur et le récepteur :  $d_2 - d_1 = 180 mm$ ; (b) leur intercorrélation

calcule le produit de ces deux T.F., produit dont on établit ensuite la transformée de Fourier inverse  $\mathcal{TF}^{-1}$ , en utilisant l'expression suivante

$$r_{xy}(t) = \mathcal{T}\mathcal{F}^{-1}\left[X(\omega)Y^*(\omega)\right].$$
(2.3)

Dans le cas d'un retard pur entre les deux signaux tel que  $y(t) = x(t - \Delta t)$ , la fonction d'intercorrélation  $r_{xy}$  peut s'écrire

$$r_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)x(\tau + t - \Delta t)d\tau = r_{xx}(t - \Delta t), \qquad (2.4)$$

où  $r_{xx}$  est la fonction d'autocorrélation correspondant à l'intercorrélation du signal x(t) avec lui-même. Cette fonction  $r_{xx}$  étant symétrique et maximale pour un temps t nul, le maximum de  $r_{xy}$  est alors atteint pour un temps t égal à  $\Delta t$ . Cette technique permet de repérer facilement le maximum et donne une mesure précise du décalage temporel entre deux signaux de contenu spectral similaire. La figure 2.6 montre deux signaux expérimentaux transmis dans l'eau seul et leur fonction d'intercorrélation. Les deux signaux sont enregistrés à deux distances différentes  $d_1$  et  $d_2$ , parcourues entre l'émetteur et le récepteur tel que  $d_2 - d_1 = 180 mm$ .

La méthode de calcul du temps de retard par intercorrélation ne permet d'estimer la vitesse que sur une bande de fréquence et ne donne donc pas accès à la dispersion. La vitesse ainsi calculée correspond à la vitesse pour une fréquence proche de la fréquence centrale du signal. Elle représente cependant un très bon moyen de vérifier l'ordre de grandeur des résultats obtenus.

## 2.3.3 Calcul de la vitesse à partir du rapport des spectres

Une autre technique de mesure de la vitesse de propagation dans l'eau consiste à comparer les spectres de phase des signaux x(t) et y(t) pour en déduire la valeur de la vitesse de phase en fonction de la fréquence. Les transformées de Fourier de x(t) et y(t) s'écrivent, respectivement

$$\mathcal{TF}(x(t)) = X(\omega) = S_0(\omega) e^{-\alpha_f(\omega)d_1} e^{-i\frac{\omega d_1}{v_f(f)}},$$
(2.5)

$$\mathcal{TF}(y(t)) = Y(\omega) = S_0(\omega) e^{-\alpha_f(\omega)d_2} e^{-i\frac{\omega a_2}{v_f(f)}},$$
(2.6)

où  $S_0(\omega)$  est la transformée de Fourier de  $u_i(0,t)$ . Le rapport des spectres complexes pour deux distances différentes s'écrit donc

$$\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = e^{-\alpha_f(\omega)(d_2 - d_1)} e^{-i\frac{\omega}{v_f(f)}(d_2 - d_1)}.$$
(2.7)

L'argument de  $\frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$  correspond à la différence de phase entre les signaux x(t) et y(t), soit

$$Arg\left(\frac{Y(\omega)}{X(\omega)}\right) = -\frac{2\pi f}{v_f(f)} \left(d_2 - d_1\right).$$
(2.8)

L'argument d'un nombre complexe est évalué numériquement par la fonction Arctangente qui donne une variation de phase discontinue, le résultat étant obligatoirement compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ . Cette discontinuité se manifeste par le fait que lorsqu'une valeur extrême est atteinte,  $-\pi$  ou  $\pi$ , la phase saute à l'autre extrémité de l'intervalle,  $\pi$  ou  $-\pi$ , bien que la phase physiquement réelle associée à la propagation d'une onde plane soit une fonction décroissante de la distance parcourue. La reconstruction de la variation de phase physiquement continue est effectuée en utilisant la méthode de déroulement de phase, "phase unwrapping" en anglais, qui consiste à éliminer les sauts de phase par addition ou soustraction de  $2\pi$  à chaque fois qu'une discontinuité est détectée. On obtient alors une courbe qui peut être approchée par une équation d'une droite

$$\varphi = a_0 f + 2\pi m, \tag{2.9}$$

où m est un entier. Cette droite passe par  $2m\pi$  à l'origine f = 0 et sa pente est égale à  $a_0$ . Le terme  $a_0 f$ , purement linéaire par rapport à la fréquence, correspond à un retard global entre les deux signaux indépendant de la fréquence. Nous calculons ensuite par régression linéaire la valeur de  $2m\pi$ , que nous retranchons à la phase totale de telle sorte que la phase finale soit nulle à l'origine des fréquences.

$$\varphi - 2\pi m = -\frac{2\pi f}{v_f(f)}(d_2 - d_1), \qquad (2.10)$$

d'où l'on peut extraire la vitesse de phase dans l'eau en fonction de la fréquence

$$v_f(f) = -\frac{2\pi f(d_2 - d_1)}{\varphi - 2\pi m}.$$
(2.11)



**Figure 2.7** – Calcul de la vitesse à partir du rapport des spectres : (a) phase; (b) vitesse de phase dans l'eau calculée à  $19,423^{\circ}C$  et sa moyenne

La faible dispersion de la vitesse de phase avec la fréquence, mesurée à  $19,423^{\circ}C$  est visible sur la *figure 2.7b*. Sa valeur moyennée sur la gamme de fréquences considérée, est évaluée à  $1478,2 \ m/s$ .

## 2.3.4 Correction de l'effet de la température : modification apportée

Une difficulté de mesure de la variation du temps de parcours du train d'ondes lorsqu'on écarte les capteurs ultrasonores d'une distance connue, est qu'au moment de l'expérience, la température de l'eau change entre deux enregistrements. Toutefois, la vitesse des ultrasons dans l'eau est très sensible à la température. À titre indicatif, à température ambiante, une élévation de 1°C entraîne une augmentation de vitesse de 2,5 m/s (variation de  $\frac{1}{500}$ ). Par conséquent, il n'est pas possible de comparer les signaux concernés pour la même vitesse dans l'eau, c'est-à-dire à la même température, ce qui conduit à des erreurs non négligeables puisqu'elles sont systématiques.

L'objectif de ce paragraphe est de proposer une compensation permettant la correction d'éventuelles erreurs de mesure dues à une différence de température de l'eau. Dans ce but, nous avons utilisé trois signaux recueillis en configuration de transmission entre deux transducteurs immergés seuls dans l'eau, l'un  $x_1(t)$  enregistré, pour une distance  $d_1$  entre l'émetteur et le récepteur, à une température  $\theta_1$ , et les autres  $x_2(t)$  et  $x'_2(t)$  enregistrés à deux températures respectives différentes  $\theta_2$  et  $\theta'_2$ , après avoir reculé le capteur récepteur d'une distance  $d_2 - d_1$  connue. Pour chacun des signaux, sa T.F. est calculée (on se contente de l'influence de la température sur la seule valeur de la vitesse)

$$F(x_1(t)) = X_1(\omega) = S_0(\omega) e^{-\alpha_f(\omega)d_1} e^{-i\frac{\omega d_1}{V_1}}$$
(2.12a)

$$F(x_{2}(t)) = X_{2}(\omega) = S_{0}(\omega) e^{-\alpha_{f}(\omega)d_{2}} e^{-i\frac{\omega d_{2}}{V_{2}}}$$
(2.12b)

$$\left( F\left(x_{2}'\left(t\right)\right) = X_{2}'\left(\omega\right) = S_{0}\left(\omega\right)e^{-\alpha_{f}\left(\omega\right)d_{2}}e^{-i\frac{\omega d_{2}}{V_{2}}},$$
 (2.12c)

où  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V'_2$  sont les vitesses dans l'eau, correspondant aux températures relevées  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta'_2$ , respectivement.

On suppose que la vitesse des ultrasons dans l'eau varie de façon linéaire avec la température sur les échelles de température qui nous concernent. On note alors l'équation liant vitesse et température comme suit

$$V(\theta) = a\theta + b, \tag{2.13}$$

(a et b sont des constantes inconnues), de sorte que le rapport des équations (2.12c) et (2.12b) s'écrit

$$\frac{X'_2(\omega)}{X_2(\omega)} = e^{i\omega\frac{d_2a(\theta_2 - \theta_2)}{V_2V'_2}}.$$
(2.14)

Par ailleurs, pour comparer les signaux  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  efficacement, il faut les ramener, par le calcul, à la même température  $\theta = \theta_1$ . On constate alors que leur vitesse est la même  $V = V_1$ . La T.F. du nouveau signal  $y_2(t)$  associé au signal  $x_2(t)$  ramené à la température  $\theta_1$  s'écrit

$$Y_2(\omega) = S_0(\omega) e^{-\alpha_f(\omega)d_2} e^{-i\frac{\omega d_2}{V_1}} = X_2(\omega) e^{-i\omega\frac{d_2a(\theta_2 - \theta_1)}{V_1V_2}}.$$
(2.15)
Pour avancer dans le calcul, on effectue les approximations

$$V_1 \approx V_2 \approx V_2', \tag{2.16}$$

tout en conservant les températures différentes  $\theta_1 \neq \theta_2 \neq \theta'_2$ . On pose  $\tau = \frac{d_2 a(\theta'_2 - \theta_2)}{V_2^2}$  et  $\tau' = \frac{d_2 a(\theta_2 - \theta_1)}{V_2^2}$ , de sorte que les équations (2.14) et (2.15) s'écrivent

$$\frac{X'_{2}(\omega)}{X_{2}(\omega)} = e^{i\omega\tau} 
Y_{2}(\omega) = X_{2}(\omega) e^{-i\omega\tau'}.$$
(2.17)

Après avoir tracé la phase déroulée du rapport  $\frac{X'_2(\omega)}{X_2(\omega)}$  en fonction de la fréquence, on approche la courbe obtenue par une droite ( $\varphi = \omega \tau + 2m\pi$ ), en utilisant une méthode de régression linéaire, ce qui permet de calculer sa pente qui est égale à  $\tau$ , pour en déduire la valeur de  $\tau'$  à l'aide de la relation

$$\tau' = \tau \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_2' - \theta_2}.$$
(2.18)

Nous disposons maintenant de deux T.F.  $(X_2(\omega) \text{ et } X_2(\omega) e^{-i\omega\tau'})$  de signaux obtenus à la même température  $\theta_1$ , pour deux positions distantes de  $d_2 - d_1$  connue. Il nous reste donc à déterminer la vitesse dans l'eau à cette température, par les méthodes d'intercorrélation et de rapport de spectres décrites dans les deux paragraphes précédents.

#### 2.3.5 Résultats et comparaison

A différentes températures, nous avons enregistré deux signaux transmis dans l'eau à deux positions différentes, distantes de 50 mm, en utilisant les transducteurs 2,25 MHz. La dispersion de la vitesse de phase a ensuite été calculée ainsi que la vitesse résultant de la méthode d'intercorrélation.

#### 2.3.5.1 Comparaison des deux méthodes

Nous avons comparé dans un premier temps les résultats de calcul par rapport de spectres avec les valeurs données par intercorrélation. Les résultats sont présentés dans le *tableau 2.1*. Les valeurs de vitesse obtenues à une température donnée, par les deux méthodes de calcul sont très proches. L'écart relatif maximal entre les résultats des deux méthodes est de  $3,65.10^{-5}$ , ce qui est un résultat très satisfaisant.

Température [°C] Vitesse [m/s]	18,094	18,879	19,453	19,828	20,069
Rapport de spectres	1478,349	1481,028	1482,774	1484,046	1484,732
Intercorrélation	1478,319	$1480,\!974$	1482,753	1484,021	1484,702
Écart [m/s]	0,030	$0,\!054$	0,021	$0,\!025$	0,030

#### 2.3.5.2 Courbe d'évolution de la vitesse en fonction de la température

Nous nous sommes ensuite intéressés à la variation de la vitesse en fonction de la température. Nous avons tracé sur la figure 2.8a la vitesse de phase à 2,25 MHz mesuré à plusieurs températures. Une régression linéaire de ces points expérimentaux permet ensuite de connaître la loi affine suivie par la vitesse dans l'eau  $V_{eau}$  [m/s] en fonction de la température  $\theta$  [°C].

$$V_{eau}(\theta) = a \ \theta + b = 3,2246 \ \theta + 1420,017 \quad [m/s].$$
(2.19)

Cet ajustement est réalisé avec la fonction glmfit (Generalized Linear Model Fitting) disponible dans la boîte à outils Statistique de l'environnement Matlab®. Cette routine renvoie également les incertitudes des coefficients a et b, soit  $\Delta a = 1,22.10^{-2} m/s/^{\circ}C$  et  $\Delta b = 2,31.10^{-1} m/s$ .

L'incertitude associée à la vitesse dans l'eau est donc due à l'incertitude de mesure de la température, qui est de  $0,05^{\circ}$ C et aux incertitudes des coefficients a et b. Elle est exprimée par la relation

$$\Delta V_{eau} = \theta \Delta a + \Delta b + a \Delta \theta. \tag{2.20}$$

La figure 2.8b montre la variation de cette incertitude en fonction de la température. À titre d'exemple, la valeur de la vitesse des ultrasons dans l'eau, mesurée à  $20^{\circ}C$  est de  $1484, 51 \pm 0,64 \ m/s$ .



Figure 2.8 - (a) Mesure; (b) incertitude absolue de la vitesse des ultrasons dans l'eau en fonction de la température

### 2.4 Mesure du coefficient de transmission

#### 2.4.1 Principe de mesure

Le coefficient de transmission en incidence normale, est obtenu en effectuant deux mesures successives<sup>[39]</sup>, une sans et une avec l'échantillon. Dans un premier temps, l'échantillon, sous forme de lame à faces parallèles de surfaces lisses, est immergé dans l'eau et interposé entre les deux transducteurs de telle sorte qu'il soit perpendiculaire à l'onde incidente. Le signal transmis à travers la plaque, noté g(t), est alors acquis. La durée du signal émis est choisie de telle sorte que, dans le signal recueilli par le récepteur après propagation, les différents échos successifs

transmis ne puissent pas être distingués temporellement. L'intégralité du signal transmis, c'està-dire celui ayant subi toutes les réflexions multiples au sein de l'échantillon, est alors considérée. Ensuite, on retire la plaque du trajet du faisceau ultrasonore et on acquiert le signal transmis directement dans le fluide entre l'émetteur et le récepteur, en l'absence de l'échantillon, que l'on appelle signal de référence f(t). Le coefficient de transmission expérimental est obtenu par comparaison des spectres complexes entre les signaux enregistrés avec et sans l'échantillon.

Les différences entre le faisceau propagé dans le fluide seul et le faisceau ayant traversé l'échantillon, sont reliées à plusieurs phénomènes : (1) à la traversée de la plaque, le temps de vol entre l'émetteur et le récepteur est modifié par la propagation à la vitesse  $v_p$  à travers l'épaisseur E de l'échantillon. Le signal ayant traversé la plaque arrivera donc avant le signal de référence (si la vitesse  $v_p$  est supérieure à la vitesse dans l'eau); (2) l'amplitude du signal diminue en raison de la forte atténuation dans le matériau par rapport à l'atténuation dans le fluide; (3) en présence de dispersion dans le matériau, le signal voit sa forme changer au cours de la propagation et sa vitesse de phase évolue en fonction de la fréquence; (4) la différence d'impédance entre le fluide et la plaque entraîne des pertes d'énergie dues aux transmissions et aux réflexions aux interfaces. Rappelons que cette perte d'énergie doit être dissociée de l'atténuation intrinsèque du matériau que nous cherchons à mesurer. L'atténuation dans l'eau doit également être considérée afin de ne pas surestimer l'atténuation dans le matériau étudiée.

Une fois que les mesures temporelles sont effectuées, il est nécessaire de passer ces mesures dans le domaine fréquentiel afin de pouvoir définir la fonction de transmission en fréquence de la plaque. Cette opération est réalisée en utilisant une transformation de Fourier. Les signaux temporels étant échantillonnés lors de leur acquisition, nous utilisons une transformée de Fourier rapide (Fast Fourier Transform, FFT), afin d'obtenir les spectres complexes des signaux temporels. Le rapport du spectre du signal ayant transité à travers l'échantillon G(f) par le spectre du signal de référence F(f) donne le coefficient de transmission expérimental de la plaque.

$$T_{exp}(f) = \frac{G(f)}{F(f)}.$$
(2.21)

Cette division est évidemment effectuée sur la bande passante maximale utilisable de F(f). Le coefficient de transmission ainsi mesuré est à comparer à la formulation théorique du coefficient de transmission  $T_{th}$  (cf. (1.78)), multiplié par le terme  $e^{\gamma_f(f)E}$ . Ce dernier traduit la propagation à travers une couche d'eau d'épaisseur semblable à celle de l'échantillon.

# 2.4.2 Compensation de l'effet de la température : correction apportée au signal de référence

Dans l'ensemble de l'expérience décrite précédemment, la mesure du coefficient de transmission se fait par l'analyse de deux signaux enregistrés séparément, l'un correspond à la propagation dans le fluide de référence et à travers le matériau étudié tandis que l'autre correspond à la propagation dans le fluide seul. Si on admet que les propriétés physiques du milieu de référence sont indépendantes des conditions extérieures (pression, température, etc.), il est possible d'obtenir la mesure du coefficient de transmission par comparaison entre les signaux enregistrés sans et avec l'échantillon. Malheureusement, dans la réalité, les propriétés du fluide de référence, notamment la vitesse de propagation varie fortement en fonction de la température pendant le déroulement des mesures<sup>[40]</sup>. On imagine donc la difficulté de mesurer le coefficient de transmission de la plaque par acquisition du signal transmis à travers l'échantillon et de celui transmis dans l'eau seul, sans qu'il soit toujours possible de maintenir la température constante, ce qui rend l'application de la mesure difficile et il devient donc nécessaire de compenser cette différence de température pour pouvoir réellement comparer les deux signaux à la même température.

Par ailleurs, si on suppose que les conditions de température influent uniquement sur la vitesse de propagation dans le fluide sans vraiment modifier ses autres propriétés physiques (atténuation et masse volumique), on peut donc remplacer l'effet de la température par un effet sur la phase du signal transmis dans le fluide de référence. Pour chacune des mesures, une solution simple consiste à relever la température pour chaque signal enregistré (sans et avec l'échantillon), puis corriger la T.F. du signal de référence (relevé à  $\theta = \theta_2$ ), en lui donnant la phase qu'il aurait à  $\theta = \theta_1$ , de sorte que la nouvelle transmission expérimentale de la plaque devient

$$T_{exp}(f) = \frac{G(f)}{F(f)} \times e^{i2\pi f L\left(\frac{1}{V_f(\theta_1)} - \frac{1}{V_f(\theta_2)}\right)},$$
(2.22)

où  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les températures relevées correspondant aux signaux enregistrés avec et sans la plaque, respectivement, et L la distance entre l'émetteur et le récepteur. Le calcul de la vitesse dans l'eau pour chaque température est donné par l'équation (2.19).

#### 2.4.3 Résultats expérimentaux obtenus sur une plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm

Ici nous présentons des résultats expérimentaux obtenus sur une plaque de Plexiglas d'épaisseur nominale de 8 mm, en utilisant les transducteurs 2, 25 MHz. les deux capteurs sont situés d'une distance de 150 mm de part et d'autre de l'échantillon. Le signal Chirp utilisé en émission est adapté avec une fenêtre de type Hanning et couvre les fréquences entre 1 et 4 MHz. Sa durée est fixée à 150  $\mu s$ . Les signaux recueillis par le récepteur puis visualisés sur l'oscilloscope sont échantillonnés sur 125 000 points avec un pas de résolution temporel de 1,6 ns.

#### 2.4.3.1 Pré-traitements et corrections

Pour chaque mesure, les signaux bruts issus de l'oscilloscope sont d'abord recentrés temporellement autour d'une valeur moyenne nulle car il est parfois possible que cette moyenne dérive légèrement au cours du temps. Cette composante continue est relativement faible, mais nous pouvons tout de même la retirer sans difficulté de chaque signal. Ils sont ensuite complétés par des zéros pour avoir les mêmes temps de début et de fin. Les deux signaux temporels avec et sans la plaque sont enregistrés à deux températures différentes 19,552 et 19,730 °C, respectivement. Nous avons vu que la dépendance du signal de référence à la température de l'eau agit seulement comme un décalage sur le temps. Le signal de référence présente alors un décalage temporel du fait de cette variation de la température. Pour compenser ce décalage, les FFT des deux signaux sont calculées puis le résultat de leur rapport est ajusté en utilisant l'équation (2.22) et en tenant compte de la vitesse de propagation dans l'eau (connue grâce à la mesure de la température de l'eau et à l'aide de l'équation empirique (2.19) qui donne la vitesse en fonction de la température). Le pas en fréquence des FFT est de 0, 3 kHz sur la plage de 1, 5 à 3, 0 MHz.

Le signal de référence transmis directement dans l'eau seule et le signal intégral transmis à travers la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, ainsi que les modules de leurs FFT sont représentés sur la figure 2.9. Le module de la FFT du signal de référence permet d'évaluer la plage de fréquence exploitable dans laquelle notre mesure est valide. Cette FFT présente



**Figure 2.9** – Signaux temporels et les modules de leurs FFT obtenus pour une plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, en utilisant des transducteurs 2, 25 MHz: (a) signal de référence et le module de sa FFT; (b) signal intégral transmis à travers la plaque et le module de sa FFT

une fréquence centrale de 2, 19 MHz et une bande passante à  $-6 \ dB$  d'environ 1, 14 MHz. Il convient de noter que plus nous nous écartons de la bande passante des transducteurs, moins la mesure est précise.

#### 2.4.3.2 Obtention du coefficient de transmission expérimental

Une fois tous les pré-traitements et les corrections appliqués aux signaux enregistrés, nous pouvons effectuer le rapport de la FFT du signal avec la plaque et la FFT du signal de référence, rapport qui représente l'évolution du coefficient de transmission expérimental complexe de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, en fonction de la fréquence. Celle-ci est représentée sur la figure 2.10 (module, phase et parties réelle et imaginaire).

Nous pouvons, en particulier, noter que l'allure de la courbe du module du coefficient de transmission ainsi mesuré, présente des maxima locaux qui se produisent de manière périodique à des fréquences voisines de

$$f_m = \frac{m}{2E} v_p(f_m)$$
 m un entier. (2.23)

Pour des atténuations suffisamment faibles, la vitesse  $v_p(f)$  peut être considérée comme indépendante de la fréquence et l'écart fréquentiel entre deux maximas successifs n'est donc autre que  $v_p/2E$ , ce qui correspond bien à l'inverse du temps de propagation aller-retour dans la



Figure 2.10 – Coefficient de transmission complexe de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, mesuré avec les transducteurs 2, 25 MHz

plaque, de l'onde longitudinale se propageant suivant l'épaisseur de l'échantillon. Progressivement seules les fréquences correspondant à  $f_m$  contribuent significativement au signal, car elles correspondent à des interférences constructives et donnent ainsi un signal de niveau suffisamment élevé pour pouvoir se propager sans s'atténuer trop rapidement. Comme nous pouvons le voir sur le module, ce matériau présente des propriétés dissipatives, vraisemblablement à cause de sa nature viscoélastique. Visiblement, l'atténuation croit avec la fréquence.

## 2.5 Mesure du coefficient de réflexion

La configuration dans laquelle nous nous plaçons est représentée sur la *figure 2.11*. Le système de mesure fonctionne en mode émission-réception : seul le transducteur émetteur est utilisé en jouant également le rôle de récepteur. La mesure du coefficient de réflexion est effectuée grâce à l'acquisition du signal total réfléchi par la plaque étudiée. Comme dans le cas du coefficient de transmission, cette mesure nécessite un signal de référence. Pour cela, nous avons effectué une mesure du signal de référence, en utilisant une plaque, dite de référence, d'un matériau différent en Polypropylène<sup>\*</sup> de grande épaisseur. Cette plaque est alors immergé dans l'eau dans le trajet du faisceau ultrasonore et son parallélisme avec la surface du transducteur est réglé,

<sup>\*.</sup> La plaque de référence doit posséder une forte atténuation associée à une épaisseur importante permettant d'atténuer complètement l'écho réfléchi par la face arrière.



**Figure 2.11** – Principe de mesure du coefficient de réflexion en incidence normale : (a) réflexion par la plaque étudiée ; (b) réflexion par la face avant de la plaque de référence

tout en veillant à conserver la même distance par rapport à l'émetteur. Ainsi, il est possible de mesurer directement l'écho réfléchi par la première face de la plaque de référence et de le comparer au signal intégral réfléchi par l'échantillon étudié. Cette méthode nécessite cependant la connaissance du coefficient de réflexion à l'interface eau/Polypropylène pour l'intégrer dans le coefficient de réflexion théorique global de la plaque étudiée.

Le coefficient de réflexion expérimental  $R_{exp}$ , à comparer avec le coefficient théorique  $R_{th}$  (cf. (1.78)), est le rapport des T.F. du signal réfléchi par la plaque et du signal réfléchi par l'interface eau/Polypropylène dans des conditions identiques (distance et incidence). Un exemple de signaux temporels de réflexion à l'interface eau/Polypropylène et par la plaque est représenté sur la figure 2.12. Un décalage en temps pourrait être provoqué par une distance légèrement différente entre le transducteur et la plaque dans les deux cas. Ce décalage peut être évalué par intercorrélation entre les deux signaux puis compensé avant le calcul du coefficient de réflexion.

Le coefficient de réflexion complexe extrait à partir de ces signaux, est donné sur la *figure* 2.13. Les oscillations du module sont provoquées par les réflexions de l'onde longitudinale sur les deux faces de la plaque. La pseudo-périodicité est celle du module du coefficient de transmission (cf. 2.10). Le faible décalage en distance des deux plaques par rapport au transducteur, altère considérablement les parties réelle et imaginaire.

La mesure en réflexion dans le cas d'un signal long est moins précise qu'en configuration de transmission, dès lors que le coefficient de réflexion à l'interface eau/Polypropylène intervient dans le calcul du coefficient de réflexion de la plaque, ajoutant ainsi une incertitude, et étant donné que cette configuration nécessite plus de réglages que la transmission. Elle ne sera par conséquent pas utilisée par la suite.



**Figure 2.12** – Signaux temporels et les modules de leurs FFT obtenus pour la plaque en Plexiglas d'épaisseur 8 mm, en utilisant des transducteurs 2,25 MHz: (a) signal réfléchi par la face avant de la plaque de référence et le module de sa FFT; (b) signal réfléchi par la plaque de Plexiglas et le module de sa FFT



**Figure 2.13** – Coefficient de réflexion complexe de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, mesuré avec les transducteurs 2,25 MHz

## 2.6 Etude expérimentale en simple transmission et en double réflexion : cas d'une plaque épaisse

La deuxième catégorie de mesures sur une plaque à faces parallèles concerne la mesure en simple transmission et en double réflexion, à travers une plaque épaisse. Seuls certains échantillons dont nous disposons, présentent des épaisseurs suffisantes pour pouvoir séparer les échos correspondant aux réflexions et aux transmissions multiples par la plaque. Les temps d'arrivée de ces échos sont en effet très proches lorsque l'épaisseur de l'échantillon devient trop faible. Il n'est alors plus possible de mesurer précisément la transmission simple ou la réflexion double à travers ces plaques. Comme dans les expériences présentées précédemment, le signal source est un chirp, mais de durée réduite égale à 3  $\mu s$  pour que les différents échos transmis ou réfléchis puissent être nettement distinguées temporellement. Pour la mesure en simple transmission, seul le premier écho directement transmis, c'est-à-dire celui n'ayant subi aucune réflexion dans la plaque, est considéré et son spectre complexe est comparé à celui du signal transmis dans l'eau seule. Concernant la mesure en double réflexion, nous isolons les deux premiers échos successivement réfléchis par les faces avant et arrière de la plaque, en utilisant un seul transducteur en mode émission-réception. Les signaux temporels en question, mesurés sur la plaque en Plexiglas d'épaisseur 8 mm et les modules de leurs FFT sont regroupés sur la figure 2.14.



**Figure 2.14** – Signaux temporels issus de la transmission simple et de la double réflexion et les modules de leurs FFT obtenus pour la plaque en Plexiglas d'épaisseur 8 mm, en utilisant des transducteurs 2, 25 MHz: (a) signal de référence et signal direct transmis et les modules de leurs FFT; (b) signaux réfléchis par les faces avant et arrière de la plaque et les modules de leurs FFT

La transmission simple est le rapport des T.F. des signaux captés par le transducteur récepteur, avec et sans la plaque. La fonction de transfert en double réflexion est le rapport du spectre du signal réfléchi par la face arrière de la plaque, par celui du signal réfléchi par la face avant. Ces deux fonctions complexes sont montrées, respectivement, sur les *figures 2.15* et *2.16*.

La mesure de la transmission simple nécessite une correction de température comme dans le cas du coefficient de transmission ( $\S$  2.4.2). Dans les deux cas, on mesure des fonctions de transmission différentes vu que la transmission simple ne contient aucune information sur les résonances, contrairement au coefficient de transmission ( $\S$  2.4). La mesure en double réflexion a l'avantage de pouvoir effectuer l'enregistrement des deux signaux à la même température. Elle permet aussi, par rapport à la mesure du coefficient de réflexion, d'éliminer le problème de différence de distance due à l'utilisation d'une plaque de référence. Par ailleurs, le fait d'utiliser un seul transducteur en réflexion simplifie le réglage, d'autant qu'un seul accès unilatéral à la pièce est suffisant, contrairement à une mesure en transmission, qui nécessite de disposer d'un accès bilatéral et d'un dispositif permettant l'alignement et le positionnement précis des transducteurs entre eux et par rapport à la pièce.



Figure 2.15 – Fonction de transfert en simple transmission mesurée sur la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, en utilisant les transducteurs 2,25 MHz



Figure 2.16 – Fonction de transfert en double réflexion mesurée sur la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, en utilisant les transducteurs 2,25 MHz

### 2.7 Résumé et commentaires

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre dispositif de mesure expérimental. Nous avons choisi un système de mesure en immersion. Les mesures en transmission et en réflexion sont réalisées à partir d'une seule configuration expérimentale simplifiée, permettant d'effectuer des enregistrements successifs en une même zone de la pièce analysée. Deux types de mesure sont réalisés, en utilisant soit un signal long, soit un signal court. Nous avons mesuré en fonction de la fréquence, la transmission simple, la réflexion double et les coefficients de transmission et de réflexion de plusieurs plaques formées de différents matériaux, dont le Plexiglas. Les deux premières techniques, nécessitant un signal d'émission de courte durée, sont utilisées couramment avant tout pour mesurer directement la vitesse et l'atténuation des ondes de volume se propageant dans la plaque. Elles sont adaptées à des rapports épaisseur sur longueur d'onde élevés. Cependant, lorsqu'il s'agit de mesurer des plaques de faibles épaisseurs, les deux méthodes montrent leurs limites, en raison de la fréquence d'étude choisie. La méthode en double réflexion pose un problème supplémentaire : il est difficile d'effectuer des mesures sur des échantillons très atténuants, pour lesquels toute l'énergie est absorbée dans le parcours à l'intérieur de l'échantillon. Pour s'affranchir de ces restrictions, la mesure des coefficients de transmission et de réflexion s'impose. Le souci majeur que présente le coefficient de réflexion provient de la différence de distance entre les deux mesures, qui dégrade la qualité du résultat, puisque cette différence empêche la comparaison entre les deux signaux dans les mêmes conditions de distance et doit donc être prise en compte lors de l'analyse du résultat. Aussi, pour comparer correctement les coefficients de réflexion théorique et expérimental de la plaque testée, il est indispensable de connaître le coefficient de réflexion à l'interface eau/plaque de référence, ce qui complique encore quelque peu la tâche.

À cause des exigences de séparabilité des échos et des difficultés liées au calcul et à la mesure du coefficient de réflexion, nous recommandons de privilégier le coefficient de transmission pour appliquer la stratégie d'identification développée dans ce travail. La contrepartie de l'utilisation de ce coefficient est que sa mesure, comparée à la mesure en double réflexion, nécessite une correction de température afin de comparer les deux signaux mesurés avec et sans plaque, dans les mêmes conditions. Cependant, En effectuant plusieurs mesures de la vitesse des ultrasons dans l'eau en fonction de la température, nous avons pu mettre en place une compensation qui permet de prendre en compte l'influence de la température. Rappelons tout de même, que la mesure de la transmission simple et du coefficient de réflexion nécessite également une correction de température (toutes les mesures sont réalisées à température ambiante).

## Chapitre 3

# Identification des paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau

Tout problème de caractérisation est traditionnellement divisé en deux grandes parties indissociables. La première, le problème direct, permet à partir des données physiques du problème, de formaliser, avec différentes hypothèses, la fonction de transfert du système à caractériser en fonction des paramètres la modélisant. La résolution de ce problème consiste à pratiquer sur le modèle, des simulations pour lesquelles les propriétés du système sont connues de manière exacte. La seconde, le problème inverse associé, réside en la recherche des valeurs inconnues des propriétés du système, appelées paramètres, à partir de sa fonction de transfert. Le problème est résolu de manière à identifier les paramètres qui permettent de simuler les résultats expérimentaux. On parle alors d'ajustement du modèle ou de procédure d'identification des paramètres.

Jusqu'à présent, nous avons introduit un certain nombre d'outils théoriques (*chapitre 1*) et expérimentaux (*chapitre 2*) nous permettant de modéliser la propagation en milieu viscoélastique et de mesurer, en incidence normale, la transmission et la réflexion à travers une plaque à faces parallèles. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la résolution du problème inverse qui permet d'extraire les propriétés d'une plaque viscoélastique à partir de la minimisation d'une fonction erreur, combinant les parties réelle et imaginaire de la mesure expérimentale et du modèle théorique du coefficient de transmission. Nous visons particulièrement à développer une stratégie de recherche itérative permettant d'évaluer simultanément l'épaisseur et la masse volumique de la plaque, ainsi que les évolutions fréquentielles de la vitesse de propagation et de l'atténuation des ondes ultrasonores dans le matériau. Nous appliquerons cette procédure dans différentes gammes de fréquences et pour plusieurs matériaux.

## 3.1 Principe d'optimisation

Toutes les méthodes inverses existantes ont la même structure. Elles consistent principalement à réaliser une estimation d'un ensemble de paramètres, tel que l'écart entre les données expérimentales réellement observées et celles obtenues après résolution du problème théorique direct, soit minimal. Le problème inverse est généralement non-linéaire, les champs observés ne dépendant pas linéairement des paramètres recherchés. C'est pourquoi la résolution de ce type de problèmes se fait à l'aide d'un schéma itératif d'optimisation. La différence entre les méthodes inverses provient de la règle adoptée pour définir l'algorithme utilisé à chaque itération.

Le problème inverse est également mal posé en ce sens que sa solution n'est pas unique et qu'elle est instable. Ceci limite souvent l'utilisation de l'identification inverse et peut rendre très difficile la résolution du problème. On parle de non-unicité lorsque plus d'une solution existe, c'est-à-dire lorsque différentes combinaisons de valeurs des paramètres permettent un ajustement optimum sur les mesures, et d'instabilité lorsque de faibles perturbations des données conduisent à de larges variations des paramètres reconstruits et modifient de manière importante les résultats du modèle. On parle également d'insensibilité lorsque le modèle n'est pas assez sensible à ses paramètres pour garantir leur estimation avec une précision suffisante. Afin d'améliorer la formulation du problème inverse, différentes mesures peuvent être prises telles que la réduction du nombre de paramètres à estimer et la prise en considération de leur influence sur le modèle. Il est bon de noter que pour certains paramètres, la convergence du problème inverse peut être améliorée en exploitant les observations mesurées afin d'obtenir des valeurs de départ pour ces paramètres. Par ailleurs, d'autres difficultés plus classiques, liées aux imperfections des données expérimentales et des modèles théoriques eux-mêmes, compliquent encore plus la résolution du problème.

La résolution des problèmes inverses est généralement réalisée par des méthodes d'optimisation non-linéaires qui sont des variantes de la méthode de Newton-Raphson. Celles-ci sont utilisées itérativement afin de trouver, dans un espace de recherche décrit par l'ensemble des solutions possibles, celle qui est telle que le critère d'adéquation aux données, soit minimal. Ce critère dépend bien entendu de la solution recherchée et de l'application envisagée. Parmi les fonctions objectif utilisées dans les algorithmes d'optimisation non-linéaire, celle définie au sens des moindres carrés est l'une des plus connues et des plus utilisées. Dans le cas général, cette fonction est exprimée par

$$f(p) = \sum_{i=1}^{N} r_i^2(p) \quad ; \quad p \in \mathbb{R}^m,$$
 (3.1)

où  $r_i$  sont appelés les résidus aux N points de mesure. Si on considère une séquence de mesures  $y_i^{mes}$  et une séquence de données théoriques  $y_i^{th}$  associées toutes deux à un jeu de N variables  $x_i$ , les résidus  $r_i$  sont données par

$$r_i = y_i^{mes} - y_i^{th}(p) \quad ; \quad i = 1, 2, ..., N,$$

$$(3.2)$$

où la fonction  $y_i^{th} = f(x_i, p)$  dépend non seulement de la variable x, mais aussi du vecteur paramètre  $p = (p_1, p_2, ..., p_m)$ .

Pour résoudre ce type de problème, une méthode possible est de parcourir l'ensemble du domaine de recherche, de calculer manuellement pour chaque solution possible la fonction objectif correspondante, ce qui nécessite la résolution du problème direct à chaque fois, puis de ne retenir que la solution donnant la fonction objectif la plus faible. Il devient vite évident que cette méthode est coûteuse du point de vue du temps de calcul et devient compliquée dans le cas de problèmes de grandes tailles ou d'espaces de paramètres de dimension élevée.

C'est pourquoi des techniques d'optimisation automatiques ont été développées pour contourner cette difficulté. Dans le cas de problèmes non-linéaires, ces techniques sont basées sur l'analyse de la convergence des méthodes itératives, qui peut être divisée en deux parties, la convergence globale et la convergence locale. En général, les méthodes itératives ne sont que localement convergentes, c'est-à-dire que leurs solutions finales sont limitées dans le choix des valeurs initiales. C'est pourquoi il est très difficile de trouver le minimum absolu, à moins que les fonctions considérées possèdent des propriétés de convexité et de linéarité qui ne sont généralement pas satisfaites dans les problèmes que nous considérons.

Autrement, les preuves de convergence, qu'elles soient globales ou locales, procèdent de la même logique, partant d'une solution initiale bien choisie, une direction de déplacement dans l'espace des solutions est déterminée selon une règle fixe, un déplacement est effectué le long de cette direction jusqu'à un minimum relatif. À cette nouvelle solution, une nouvelle direction de déplacement est déterminée et le processus est répété jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit satisfait. La seule différence est que ce déplacement a lieu sur tout le domaine de recherche dans le cas global, et seulement sur une région plus réduite entourant la solution optimale dans le cas local.

Les différentes étapes du processus d'inversion peuvent alors être résumées de la façon suivante

- (i) choisir un ensemble de paramètres de départ et résoudre le problème direct en calculant pour chaque valeur mesurée, la valeur théorique associée.
- (ii) mesurer l'écart entre les données expérimentales et la solution du problème direct, sachant que si cet écart est jugé suffisamment petit au regard d'un critère choisi, le processus s'arrête et la solution optimale correspondante est obtenue, tandis que, dans le cas contraire, le processus se poursuit.
- (iii) lancer le processus d'optimisation dans lequel une modification est effectuée sur l'ensemble des paramètres de sorte que l'écart diminue. À ce stade du processus, des contraintes sur les modifications peuvent être incorporées de façon à privilégier certains intervalles de recherche. Puis le processus revient à l'étape (ii) et se répète jusqu'à ce que l'écart entre les mesures et la solution théorique soit minimal.

## 3.2 Étude du problème direct

La résolution du problème direct correspondant est une première étape indispensable pour toute étude de caractérisation. Elle consiste en

- une validation de la formulation du modèle théorique choisi par comparaison avec des résultats expérimentaux.
- une mise en évidence des paramètres clés dont on peut s'attendre à ce qu'ils soient identifiables par inversion.
- une analyse de la sensibilité du modèle théorique aux paramètres, qui vise à déterminer parmi les paramètres à identifier, ceux qui ont le plus d'influence sur le modèle.

#### 3.2.1 Mise en évidence des paramètres

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe 1.2.3, l'atténuation peut être modélisée en fonction de la fréquence, à l'aide d'une loi de puissance. On suppose donc que les atténuations

dans la plaque et dans le fluide augmentent avec la fréquence selon les lois suivantes

$$\int \alpha_f(f) = \alpha_{0f} f^2 \qquad \text{dans le fluide} \qquad (3.3a)$$

$$\int \alpha_p(f) = \alpha_{0p} f^n$$
 dans la plaque, (3.3b)

où  $\alpha_{0f}$  et  $\alpha_{0p}$  sont les coefficients d'atténuation dans le fluide et dans la plaque, respectivement et n un nombre réel tel que  $0 \leq n \leq 2$ . Initialement, il avait été envisagé que l'exposant npuisse prendre une valeur égale à 1, indépendamment du matériau considéré<sup>[41]</sup>. En fait, il est rapidement apparu que d'un matériau à l'autre, ce coefficient peut prendre des valeurs distinctes comprises entre 0, 7 et 1, 3. En ce qui concerne la modélisation de la dispersion, nous choisissons de travailler avec le modèle développé par Szabo. Ce modèle permet de prendre en compte la viscoélasticité dans la plaque et prévoit en même temps une dispersion nulle dans le cas n = 2. Ceci est intéressant dans la mesure où on a supposé que le fluide se comporte comme un milieu non-dispersif  $v_f(f) = V_f$ . Selon ce modèle, la dispersion dans la plaque est donnée par

$$\frac{1}{v_p(f_0)} - \frac{1}{v_p(f)} = -\frac{\alpha_{0p}}{2\pi} \tan\left(\frac{n\pi}{2}\right) \left(f^{n-1} - f_0^{n-1}\right).$$
(3.4)

Nous rappelons d'abord les écritures des fonctions de transfert en transmission et en réflexion trouvées précédemment. Pour des raisons de clarté de l'étude, nous allons prendre en compte la correction de la diffraction uniquement dans le cas du coefficient de transmission.

#### – Transmission sans correction de la diffraction

$$H_{1}(f) = T_{th}(f) = \frac{2e^{\gamma_{f}(f)E}}{\left[\frac{Z_{f}(f)}{Z_{p}(f)} + \frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}\right]\sinh\left[\gamma_{p}(f)E\right] + 2\cosh\left[\gamma_{p}(f)E\right]}.$$
(3.5)

– Transmission avec correction de la diffraction

$$H_{2}(f) = \frac{G_{t}(\omega)}{F_{t}(\omega)} = \frac{4\frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}}{\left[\frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)} + 1\right]^{2}} e^{\left[\gamma_{f}(\omega) - \gamma_{p}(\omega)\right]E} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{D_{2m+1}(\omega)}{D_{f}(\omega)} \left(\frac{\left[\frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)} - 1\right]^{2}}{\left[\frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)} + 1\right]^{2}} e^{-2\gamma_{p}(\omega)E}\right)^{m}.$$
 (3.6)

– Transmission simple (plaque épaisse)

$$H_{3}(f) = \frac{S_{t}(f)}{S_{f}(f)} = \frac{4\frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}}{\left[1 + \frac{Z_{p}(f)}{Z_{f}(f)}\right]^{2}} \times e^{-E\left(\gamma_{p}(f) - \gamma_{f}(f)\right)}.$$
(3.7)

- Coefficient de réflexion

$$H_4(f) = R_{th}(f) = \frac{\left[\frac{Z_f(f)}{Z_p(f)} - \frac{Z_p(f)}{Z_f(f)}\right] \sinh\left[\gamma_p\left(f\right)E\right]}{\left[\frac{Z_f(f)}{Z_p(f)} + \frac{Z_p(f)}{Z_f(f)}\right] \sinh\left[\gamma_p\left(f\right)E\right] + 2\cosh\left[\gamma_p\left(f\right)E\right]}.$$
(3.8)

– Réflexion double (plaque épaisse)

$$H_5(f) = \frac{S_r^{(2)}(f)}{S_r^{(1)}(f)} = \frac{-4\frac{Z_p(f)}{Z_f(f)}}{\left[1 + \frac{Z_p(f)}{Z_f(f)}\right]^2} \times e^{-2E\gamma_p(f)}.$$
(3.9)

avec, rappelons-le,

$$\begin{cases} D_{2m+1}(f) = 1 - e^{-i\frac{2\pi}{s_{2m+1}}} \left[ J_0\left(\frac{2\pi}{s_{2m+1}}\right) + iJ_1\left(\frac{2\pi}{s_{2m+1}}\right) \right] \\ s_{2m+1} = \frac{1}{fa^2} \left[ (L-E) V_f + (2m+1) Ev_p(f) \right] ; m \in \{0,1,2,\infty\} \\ D_f(f) = 1 - e^{-i\frac{2\pi}{s_f}} \left[ J_0\left(\frac{2\pi}{s_f}\right) + iJ_1\left(\frac{2\pi}{s_f}\right) \right] \\ s_f = \frac{V_f L}{fa^2}. \end{cases}$$
(3.10)

#### 3.2.1.1 Paramètres sans correction de la diffraction

Si nous introduisons les expressions des vitesses et des atténuations, données par les équations (3.3) et (3.4), dans les termes

$$\gamma_p(f) \ E = \alpha_p(f) \ E + i \frac{\omega}{v_p(f)} E$$
(3.11a)

$$\begin{cases} \gamma_f(f) \ E = \alpha_f(f) \ E + i \frac{\omega}{V_f} E \end{cases}$$
(3.11b)

$$\left(\begin{array}{cc} \frac{Z_f(f)}{Z_p(f)} &= \frac{\rho_f}{\rho_p} \times \frac{\alpha_p(f) \ E + i \frac{\omega}{v_p(f)} E}{\alpha_f(f) \ E + i \frac{\omega}{V_f} E}, \end{array}\right)$$
(3.11c)

intervenant dans les écritures des fonctions de transfert, nous pouvons développer ces termes sous les formes

$$\gamma_p(f) \ E = \frac{E}{V_{0p}} f\left\{ \alpha_{0p} V_{0p} \left[ f^{n-1} - i \left( f_0^{n-1} - f^{n-1} \right) \tan\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] + i2\pi \right\}$$
(3.12a)

$$\gamma_f(f) \quad E = \frac{E}{V_f} f\left(\alpha_{0f} V_f + i2\pi\right) \tag{3.12b}$$

$$\left(\frac{Z_f(f)}{Z_p(f)}\right) = \frac{\rho_f V_f}{\rho_p V_{0p}} \times \frac{\alpha_{0p} V_{0p} \left[f^{n-1} - i\left(f_0^{n-1} - f^{n-1}\right) \tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right] + i2\pi}{\alpha_{0f} V_f f + i2\pi}, \quad (3.12c)$$

avec  $V_{0p} = v_p(f_0)$ . Nous constatons que ces termes font apparaître les propriétés de la plaque  $(V_{0p}, \alpha_{0p}, E, \rho_p, n)$  et celles du fluide  $(V_f, \alpha_{0f}, \rho_f)$  sous forme d'un produit ou d'un quotient. Il nous apparaît donc pratique de poser

$$p_1 = \frac{E}{V_f}, \ p_2 = \frac{E}{V_{0p}}, \ p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}, \ p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}, \ p_5 = n - 1 \ et \ p_6 = \alpha_{0f}V_f,$$
(3.13)

#### 68 Chapitre 3. Identification des paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau

de sorte que les équations (3.12) prennent les formes

$$\gamma_p(f) \ E = p_2 f\left\{ p_3 \left[ f^{p_5} - i \left( f_0^{p_5} - f^{p_5} \right) \tan \left( \frac{(p_5 + 1)\pi}{2} \right) \right] + i2\pi \right\}$$
(3.14a)

$$\gamma_f(f) \ E = p_1 f(p_6 + i2\pi)$$
 (3.14b)

$$\frac{Z_f(f)}{Z_p(f)} = \frac{1}{p_4} \times \frac{p_3 \left[ f^{p_5} - i \left( f_0^{p_5} - f^{p_5} \right) \tan \left( \frac{(p_5+1)\pi}{2} \right) \right] + i2\pi}{p_6 f + i2\pi}.$$
 (3.14c)

Dans ces équations la variable est la fréquence f et  $p_m$  ( $m = 1 \ge 6$ ) sont les paramètres  $\ge$  estimer.

#### **3.2.1.2** Paramètres supplémentaires avec correction de la diffraction

Contrairement au coefficient de transmission établi sous les hypothèses d'une propagation en ondes planes (cf. (3.5)), le coefficient de transmission développé avec prise en compte de la diffraction (cf. (3.6)) fait intervenir une infinité de termes supplémentaires  $D_{2m+1}$  (m = 1 à  $\infty$ ), correspondant aux corrections de la diffraction, apportées aux échos successifs transmis à travers la plaque et un terme supplémentaire  $D_f$ , associé à la correction de la diffraction appliquée au signal de référence transmis dans le fluide seul. D'après les équations (3.10), ces termes sont liés au rayon a des transducteurs et à la distance émetteur-récepteur L. En posant

$$q_1 = \frac{a^2}{(L-E)V_f} \quad et \quad q_2 = \frac{E}{L-E},$$
(3.15)

les paramètres de Fresnel associés à la correction de la diffraction avec et sans la plaque peuvent s'écrire respectivement

$$\left( s_{2m+1} = \frac{1}{fq_1} \left[ 1 + \frac{2\pi q_2 p_1(2m+1)}{p_2 \left[ 2\pi - p_3 \left( f_0^{p_5} - f^{p_5} \right) \tan \left( \frac{(p_5+1)\pi}{2} \right) \right]} \right]; \ m \in \{0, 1, 2, \infty\}$$
(3.16a)

$$s_f = \frac{1+q_2}{fq_1},$$
 (3.16b)

où  $q_m$  (m = 1 à 2) sont deux paramètres supplémentaires à identifier en plus des paramètres  $p_m$  (m = 1 à 6).

Un point important pour le calcul du coefficient de transmission avec correction de la diffraction est le nombre de termes à considérer dans la série qui contient une infinité de termes. Ce nombre dépend des paramètres  $p_m$  du matériau et des paramètres  $q_m$  liés à la correction de la diffraction. Une vérification systématique de convergence est réalisée pour différentes valeurs de ces paramètres, correspondant aux cas étudiés expérimentalement. En général, la somme ne change plus à partir de cinq termes dans la série.

#### 3.2.1.3 Détermination des propriétés de la plaque dans le cas de la transmission

Dans le cas de la transmission, une fois tous les paramètres p estimés par un calcul inverse et en connaissant la vitesse dans le fluide et sa masse volumique, il est possible de remonter aux propriétés recherchées de la plaque

$$E = p_1 V_f, \ V_{0p} = \frac{p_1}{p_2} V_f, \ \alpha_{0p} = \frac{p_3 p_2}{p_1 V_f}, \ \rho_p = \frac{p_4 p_2 \rho_f}{p_1} \ et \ n = p_5 + 1,$$
(3.17)

ainsi qu'au coefficient d'atténuation dans le fluide

$$\alpha_{0f} = \frac{p_6}{V_f}.\tag{3.18}$$

Les paramètres  $q_1$  et  $q_2$  étant également des paramètres de la transmission avec correction de la diffraction, ils peuvent également être identifiés à partir des courbes expérimentale et théorique, afin de déterminer la distance émetteur-récepteur L et le rayon a des transducteurs, bien que ces grandeurs soient indépendantes des propriétés du matériau.

$$L = \left(\frac{1}{q_2} + 1\right) p_1 V_f \ et \ a = \sqrt{\frac{q_1 p_1}{q_2}} V_f.$$
(3.19)

Ces équations montrent la nécessité d'obtenir la vitesse  $V_f$  dans l'eau avec une très grande précision afin d'évaluer les caractéristiques recherchées de la plaque avec une précision suffisante.

#### 3.2.1.4 Détermination des propriétés de la plaque dans le cas de la réflexion

Il est important de souligner que ni le coefficient de réflexion, ni la double réflexion ne fait intervenir le paramètre  $p_1$ , du fait que le terme  $\gamma_f(f) E$  n'intervient pas dans leurs expressions (*cf.* (3.8) et (3.9)). Il est de ce fait nécessaire, lors de la détermination des propriétés du matériau, de connaître l'épaisseur de l'échantillon

$$V_{0p} = \frac{E}{p_2}, \ \alpha_{0p} = \frac{p_3 p_2}{E}, \ \rho_p = \frac{p_4 p_2 \rho_f V_f}{E} \ et \ n = p_5 + 1.$$
(3.20)

La connaissance de la vitesse dans l'eau reste nécessaire, seulement pour remonter à la masse volumique de la plaque. Toutefois, comme il est très difficile de connaître précisément l'épaisseur de la plaque à l'endroit où les mesures ultrasonores sont effectuées et vu que l'évaluation simultanée des caractéristiques de la plaque est notre objectif, nous choisirons ultérieurement d'identifier les paramètres de la plaque en s'intéressant uniquement au coefficient de transmission.

#### 3.2.2 Sensibilité des fonctions de transfert étudiées aux variations des paramètres

Le développement d'une nouvelle démarche d'identification nécessite toujours une étude préalable, qui permet de comprendre comment réagit le modèle théorique par rapport aux différents paramètres. En effet, les paramètres dans un modèle mathématique complexe sont parfois très nombreux et tous n'ont pas le même niveau d'influence sur le modèle. Il y en a qui sont beaucoup plus influents que d'autres. Ainsi, une analyse de sensibilité peut aider à prédire l'effet de chaque paramètre sur les résultats du modèle et à les classer suivant leur degré de sensibilité. La connaissance de cette information est très importante, car elle renseigne sur le niveau de précision que doit avoir chaque paramètre et l'attention qu'on doit lui accorder lors de sa détermination par identification.

Dans la littérature scientifique, on ne trouve pas vraiment une définition standard de la sensibilité. D'une manière générale, une analyse de sensibilité s'effectue en faisant augmenter ou diminuer un paramètre du modèle d'un certain pourcentage de variation, tout en gardant fixes les autres paramètres au cours de la simulation. Le but de cette démarche est d'arriver à identifier les paramètres les plus sensibles, c'est-à-dire ceux pour lesquels une simple variation peut entraîner des changements considérables dans le modèle. Généralement, quand on applique

#### 70 Chapitre 3. Identification des paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau

cette méthode, l'effet de la relative variation du modèle, en faisant varier un paramètre autour de sa valeur de base peut être signifié, par le calcul d'une fonction appelée *indice* ou *coefficient de sensibilité*, qui exprime le pourcentage de variation du modèle, engendré par chaque % de variation du paramètre considéré. Cet indice peut s'exprimer sous la forme

$$S_{p_m}^{H} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{n=1}^{N} \left[ \Re H^{(1)}\left(f_n, p_m\right) - \Re H^{(2)}\left(f_n, p_m\right) \right]^2 + \sum\limits_{n=1}^{N} \left[ \Im H^{(1)}\left(f_n, p\right) - \Im H^{(2)}\left(f_n, p_m\right) \right]^2}{\sum\limits_{n=1}^{N} \left[ \Re H^{(1)}\left(f_n, p_m\right)^2 + \Im H^{(1)}\left(f_n, p_m\right)^2 \right]},$$
(3.21)

où N est le nombre total de points de fréquences pris en compte dans la simulation.  $\Re H^{(1)}(f_n, p_m)$  et  $\Im H^{(1)}(f_n, p_m)$  sont les parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert théorique calculée pour toutes les fréquences  $f_n$  et pour une valeur de base d'un paramètre  $p_m$  donné et  $\Re H^{(2)}(f_n, p_m)$  et  $\Im H^{(2)}(f_n, p_m)$  sont les parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert théorique réactualisée après avoir modifié la valeur de base du paramètre p d'un certain pourcentage de variation. Les autres paramètres étant fixés à leur valeur de référence.

L'indice de sensibilité  $S_p^H$  permet alors de comparer la sensibilité du modèle à chacun de ses paramètres analysés. Cette sensibilité sera d'autant plus forte que l'indice  $S_p^H$  sera élevé. Cependant cet indice ne tient pas compte de l'interaction entre les paramètres et suppose que ceux-ci sont, *a priori*, indépendants.

Les modèles des fonctions de transfert étudiées ont été calculés dans la bande de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz avec un pas de 0, 1 kHz et les données du tableau 3.1 ont été utilisées pour analyser leur sensibilité aux paramètres. Ce tableau donne les valeurs de base des paramètres nécessaires au calcul de l'indice de sensibilité ainsi que les quantités physiques correspondantes, en séparant celles qui sont propres au matériau de celles relatives au fluide de référence et à la correction de la diffraction. Ces valeurs sont basées sur des propriétés proches d'une plaque en Plexiglas.

Paramètre	Quantités physiques	Valeur de base
$p_1 = \frac{E}{V_f}$	$E = 20 \ mm \ \text{et} \ V_f = v_f(\theta_0) = 1485 \ m/s; \ (\theta_0 = 20 \ ^\circ C)$	$1,347.10^{-5} \ s$
$p_2 = \frac{E}{V_{0p}}$	$E = 20 mm$ et $V_{0p} = v_p(f_0) = 2700 m/s$ ; $(f_0 = 2, 5 MHz)$	$7,407.10^{-6}\ s$
$p_3 = \alpha_{0p} V_{0p}$	$\alpha_{0p} = 7,5.10^{-5} Np/m/Hz^n$ et $V_{0p} = 2700 m/s$	$0,2025 \ Np/Hz^{n-1}$
$p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$	$\rho_p=1200~kg/m^3;V_{0p}=2700~m/s;\rho_f=998~kg/m^3$ et $V_f=1485~m/s$	2,186
$p_5 = n - 1$	n = 0,85	-0, 15
$p_6 = \alpha_{0f} V_f$	$\alpha_{0f} = 3,0.10^{-14} Np/m/Hz^2$ et $V_f = 1485 m/s$	$4,455.10^{-11} Np/Hz$
$q_1 = \frac{a^2}{(L-E)V_f}$	$a = 19,05 mm$ ; $L = 320 mm$ ; $E = 20 mm$ et $V_f = 1485 m/s$	$8,146.10^{-7} \ s$
$q_2 = \frac{E}{L-E}$	E = 20 mm et $L = 320 mm$	$6,667.10^{-2}$

Table 3.1 – Paramètres et quantités physiques impliqués dans l'analyse de sensibilité des fonctions de transfert.



Figure 3.1 - Exemple de résultats obtenus par une analyse de sensibilité. Les paramètres ayant le plus d'influence sur chaque fonction sont ceux qui ont la pente la plus forte

#### 72 Chapitre 3. Identification des paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau

L'analyse de sensibilité a été pratiquée en simulant des variations de 0 à 1‰ par rapport à la valeur de base de chaque paramètre, et en conservant la même valeur de référence pour tous les autres paramètres. Ainsi, pour chaque fonction, nous avons obtenu une courbe mettant en relation la variation du paramètre et du coefficient de sensibilité correspondant (*cf. figure 3.1*). En fonction de la pente de cette courbe, nous avons pu quantifier la sensibilité de chaque fonction aux différents paramètres. Une pente nulle ou faible correspond à une influence faible de ces paramètres sur la fonction tandis qu'une pente forte, au contraire, indique que la fonction est très sensible à ce paramètre. À titre récapitulatif, les variations des indices de sensibilité provoqués par une variation de 1‰ de chacun des paramètres sont regroupées dans le *tableau 3.2*. Sur la base de ces résultats, il nous a été possible de classer les différents paramètres en fonction de leur influence sur chaque fonction.

Quelle que soit la fonction considérée, les indices de sensibilité montrent une très forte sensibilité au paramètre  $p_2$ . Le paramètre  $p_1$ , quant à lui, n'apparaît que dans les fonctions en transmission  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$ . Il influe fortement et de façon similaire sur ces trois fonctions. Les paramètres  $p_3$ ,  $p_4$  et  $p_5$  exercent également des influences relativement importantes. Quant au paramètre  $p_6$ , il agit très peu sur les cinq fonctions. Concernant les paramètres  $q_1$  et  $q_2$  associés à la correction de la diffraction, leur influence est relativement faible sur le coefficient de transmission avec un ordre de grandeur plus faible d'un facteur environ 10 pour le paramètre  $q_2$ . Il est à noter que l'introduction de la correction de la diffraction modifie peu la sensibilité du coefficient de transmission aux paramètres p. Notons également que, pour chaque paramètre, les indices de sensibilité associés aux cinq fonctions sont globalement comparables entre eux, avec tout de même une sensibilité plus forte de la réflexion double ( $H_5$ ) aux paramètres  $p_2$ ,  $p_3$ et  $p_5$ , ce qui laisse présumer une bonne identification de ces paramètres en utilisant ce modèle. Cependant, rappelons que la méthode de la double réflexion n'est adaptée qu'à des signaux acquis pour des rapports épaisseur sur longueur d'onde élevés et à des matériaux peu atténuants. Par conséquent, nous ne considérons, par la suite, que le coefficient de transmission avec et sans

	Indice de sensibilité (‰)					
Paramètre $(1\%)$	$S^{H_1}$	$S^{H_2}$	$S^{H_3}$	$S^{H_4}$	$S^{H_5}$	
$p_1 = \frac{E}{V_f}$	189, 3	189, 4	189, 2	_	-	
$p_2 = \frac{E}{V_{0p}}$	105, 9	105, 9	104, 2	77,92	203, 0	
$p_3 = \alpha_{0p} V_{0p}$	$3,821.10^{-1}$	$3,821.10^{-1}$	$3,758.10^{-1}$	$2,829.10^{-1}$	$7,369.10^{-1}$	
$p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$	$3,952.10^{-1}$	$3,946.10^{-1}$	$3,721.10^{-1}$	1,112	$3,720.10^{-1}$	
$p_5 = n - 1$	$8,394.10^{-1}$	$8,346.10^{-1}$	$8,208.10^{-1}$	$6, 167.10^{-1}$	1,607	
$p_6 = \alpha_{0f} V_f$	$3,226.10^{-3}$	$3,230.10^{-3}$	$3,225.10^{-3}$	$1,799.10^{-5}$	$5,768.10^{-6}$	
$q_1 = \frac{a^2}{(L-E)V_f}$	_	$1,438.10^{-1}$	—	—	_	
$q_2 = \frac{E}{L-E}$	_	$1,557.10^{-2}$	_	_	-	

 $^{H_1}$  Transmission (signal long)

 $H_2$  Transmission avec correction de la diffraction

 $H_3$  Transmission simple (signal bref)

 $^{H_4}$  Réflexion (signal long)

 $^{H_5}$  Réflexion double (signal bref)

Table 3.2 – Indices de sensibilité calculés pour une variation de 1‰ sur chaque paramètre

correction de la diffraction pour nos simulations et nos identifications.

D'après cette analyse et en se référant au *tableau 3.2*, nous pouvons affirmer que les paramètres  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $p_5$ ,  $q_1$  et surtout  $p_6$  et  $q_2$  ne peuvent pas être déterminés avec le même degré de précision que les paramètres  $p_1$  et  $p_2$ . Il n'est en toute logique pas possible d'identifier un paramètre lorsque celui-ci n'a pas d'influence dans le comportement du modèle utilisé pour l'identification. Par conséquent, dans le cas où seules les propriétés de la plaque nous intéressent et afin de réduire les difficultés de convergence, les paramètres les moins influents  $p_6$  et  $q_2$  ne seront pas identifiés, ce qui rendra le problème inverse plus stable. On se trouve alors avec cinq ou six paramètres à identifier selon la prise en compte ou non de la correction de la diffraction.

#### 3.2.3 Influence des paramètres sur le coefficient de transmission

Une autre manière d'étudier la sensibilité aux paramètres est d'analyser l'influence de chacun de ces paramètres sur l'allure générale des courbes des parties réelle et imaginaire du coefficient de transmission. À travers cette analyse, nous pouvons comprendre l'effet de chaque paramètre sur le comportement du modèle. Les variations des parties réelle et imaginaire engendrées par des modifications de chacun des paramètres sont présentées sur la *figure 3.2*. La courbe de référence a été tracée avec les mêmes valeurs données au *tableau 3.1*. Nous en avons cependant modifié l'épaisseur (E = 5 mm) afin de diminuer le nombre de maxima observés et faciliter ainsi



Figure 3.2 – Influence des paramètres sur l'allure des parties réelle et imaginaire du coefficient de transmission

l'analyse des résultats.

Nous pouvons en particulier voir l'influence des paramètres sur la position et l'amplitude des maxima observés. Les paramètres  $p_1$  et  $p_2$  modifient considérablement à la fois la fréquence et l'amplitude des maxima. Les parties réelle et imaginaire sont très sensibles aux variations (+1%) de ces paramètres. Nous constatons que lorsque ces paramètres augmentent, les pics se décalent vers la gauche pour  $p_1$  et vers la droite pour  $p_2$ . Les paramètres  $p_3$ ,  $p_4$  et  $p_5$ , quant à eux, modifient essentiellement les amplitudes. Leurs variations sont choisies volontairement larges afin d'observer leurs influences sur l'allure des courbes. La sensibilité à ces paramètres est relativement peu importante puisque de très fortes variations de  $p_4$  (+10%),  $p_3$  et  $p_5$  (+100%) ne produisent que de faibles modifications de l'allure de la courbe. Ces paramètres sont donc assez peu influents et plus difficiles à identifier. Par ailleurs, la simulation a montré que de très grandes variations de la valeur du paramètre  $q_1$  n'induisent presque aucune modification de l'allure des courbes, si bien qu'il semble hasardeux de vouloir l'identifier à l'aide de notre méthode. Ces conclusions confirment bien les résultats de sensibilité obtenus au paragraphe précédent.

# 3.2.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur la sensibilité du coefficient de transmission à ses paramètres

Une analyse de sensibilité permet d'observer quelles propriétés du matériau ont une influence sur le modèle et peuvent de ce fait être identifiées avec notre méthode. La sensibilité aux paramètres du matériau, considérées comme les paramètres ajustables du modèle, dépend non seulement des propriétés en question, mais aussi de l'épaisseur du spécimen utilisé pour la mesure et l'identification. Afin d'analyser l'influence de l'épaisseur sur la sensibilité du coefficient de transmission à ses paramètres, nous avons considéré le cas d'une plaque dont les paramètres sont ceux donnés dans le *tableau 3.1*, déjà utilisé à titre d'analyse de sensibilité au paragraphe 3.2.2. Nous avons modifié chaque paramètre de 1‰ par rapport à sa valeur de base et calculé l'indice de sensibilité (*cf.* (3.21)) associé au coefficient de transmission ( $H_1$ ) pour plusieurs épaisseurs distinctes : de 0 à 40 *mm*. La simulation étant toujours réalisée dans la bande de fréquences 1, 5 - 3 MHz.

La *figure 3.3* permet de remarquer à quel point la sensibilité aux paramètres et par conséquent la qualité de leurs identifications varie avec l'épaisseur du spécimen. Cette sensibilité augmente



**Figure 3.3** – Sensibilité du coefficient de transmission  $(H_1)$  à ses paramètres en fonction de l'épaisseur de l'échantillon

#### 3.3. Problème inverse

clairement avec l'augmentation de l'épaisseur. Cela signifie que l'épaisseur de l'échantillon utilisé est de prime importance, puisqu'à propriétés de matériau figées, elle sera seule à pouvoir influencer la sensibilité du modèle à ses paramètres. La précision des paramètres identifiés sera ainsi excellente pour les plaques les plus épaisses et très bonne pour les plaques d'épaisseurs moyennes, ceci pour tous les paramètres du matériau à l'exception du paramètre  $p_4$ , lié à la masse volumique, puisque la sensibilité du modèle à ce paramètre reste constante quelle que soit l'épaisseur de l'échantillon. Il est intéressant de relever que plus le spécimen est épais, moins ce paramètre a un rôle dans le comportement du modèle. Ainsi, il est difficile d'identifier la masse volumique sur un spécimen d'épaisseur importante.

### 3.3 Problème inverse

La procédure d'identification peut être considérée comme le point central de la démarche d'évaluation des propriétés physiques recherchées. À partir des données expérimentales, cette méthode fait évoluer le modèle théorique paramétrable (*cf. figure 3.4*) en modifiant son jeu de paramètres à identifier  $x_k$  à chaque itération k jusqu'à obtenir une solution  $y_k^{th}$  aussi proche que voulue des mesures  $y^{exp}$ . Il est important de noter ici que les prédictions théoriques  $y^{th}$  sont fonctions du vecteur de paramètres p et qu'elles sont mises à jour à chaque itération du processus d'optimisation. La convergence des données théoriques vers les données expérimentales est obtenue en minimisant une fonction d'erreur  $\mathcal{D}$  qui est représentative de l'écart entre les deux données. Ainsi, nous considérons le processus d'identification terminé lorsque cette fonction d'erreur - appelée également fonction objectif - passe en dessous d'un seuil fixe  $\delta$ . Lors de cette dernière itération, les paramètres  $x_k$  sont les paramètres identifiés  $x_{ident}$ . Le test d'arrêt peut aussi être  $|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$  ( $\epsilon$  donné). On peut également exiger que l'un de ces tests soit vérifié sur plusieurs itérations ou que plusieurs tests soient satisfaits simultanément.

Le problème qui se pose à nous peut être présenté de la façon suivante. Considérons le coefficient de transmission complexe expérimentale  $T_{exp}^{(n)} = \Re T_{exp}^{(n)} + i\Im T_{exp}^{(n)}$ , n = 1, ..., N, associé à un vecteur de fréquence  $f = (f^{(1)}, ..., f^{(N)})$ , et le coefficient de transmission complexe théorique  $T_{th}^{(n)}(p_m) = \Re T_{th}^{(n)} + i\Im T_{th}^{(n)}$ , calculé à l'aide du modèle aux mêmes fréquences que les données expérimentales avec les paramètres  $p_m$ , où  $\Re$  et  $\Im$  désignent les parties réelle et imaginaire. Afin



Figure 3.4 – Structure générale d'un processus itérative d'optimisation

d'effectuer une recherche sur une fonction réelle, nous créons deux vecteurs réels de taille 2N, réunissant les parties réelles et imaginaires des données théoriques et expérimentales

$$y^{th} = (\Re T_{th}^{(1)}, \dots, \Re T_{th}^{(N)}, \Im T_{th}^{(1)}, \dots, \Im T_{th}^{(N)}) \in \mathbb{R}^{2N}$$
(3.22a)

$$\begin{cases} y^{exp} = (\Re T_{exp}^{(1)}, \dots, \Re T_{exp}^{(N)}, \Im T_{exp}^{(1)}, \dots, \Im T_{exp}^{(N)}) \in \mathbb{R}^{2N}. \end{cases}$$
(3.22b)

#### 3.3.1 Écriture de la fonction objectif

Afin de déterminer l'ensemble des paramètres optimaux qui donnent le meilleur accord entre les mesures et le modèle théorique, il est nécessaire de former une distance qui quantifie les résidus entre les données expérimentales et théoriques. Cette distance est fondamentale et d'elle dépend la sensibilité de l'identification. La distance choisie ici n'est autre que la somme des écarts quadratiques entre les coefficients de transmission complexes qui est définie par

$$\begin{pmatrix}
\mathcal{D}(p) &= \sum_{i=1}^{2N} \left( y^{th}(f_i, p) - y^{exp}(f_i) \right)^2 \\
f_{n+N} &= f_n \quad \forall \quad 1 \le n \le N \\
p &= (p_1, ..., p_M),
\end{cases}$$
(3.23)

où  $f = (f^{(1)}, ..., f^{(N)}, f^{(1)}, ..., f^{(N)})$  est le nouveau vecteur de fréquence, 2N le nombre total de points de fréquences pris en compte dans le calcul inverse et M le nombre de paramètres à optimiser.

Si les paramètres définissant le modèle interviennent de façon linéaire dans l'expression du coefficient de transmission complexe  $T_{th}(f)$ , ce problème de minimisation conduit à un système linéaire par rapport à ces paramètres et il y a alors une solution unique. Dans notre cas où les paramètres interviennent de façon non linéaire, il faut utiliser une recherche itérative et pour que cette méthode ait des chances de converger vers les valeurs espérées, il faut initialiser l'itération avec un jeu de paramètres assez proche du jeu de paramètres optimaux. Il est alors nécessaire de se servir des propriétés du modèle pour trouver des valeurs initiales raisonnables, ce qui sera fait dans le prochain paragraphe.

#### 3.3.2 Choix des paramètres initiaux

Le choix des paramètres de départ est une des difficultés majeures de la résolution des problèmes inverses. Ce choix repose sur un équilibre entre la rapidité espérée des algorithmes, la complexité du modèle utilisé et la précision souhaitée pour la solution. L'objectif de ce paragraphe est de décrire comment sont choisies ces valeurs initiales.

Nous allons utiliser les résultats expérimentaux concernant le module du coefficient de transmission mesuré  $|T_{exp}(f)|$  (cf. figure 2.10), pour obtenir des estimations des paramètres  $\frac{E}{V_{0p}}$ ,  $\alpha_{0p}$ et n et appliquer la technique d'intercorrélation pour estimer le paramètre  $\frac{E}{V_f}$ . Pour des raisons de simplicité, nous n'allons pas prendre en compte la dispersion dans la plaque  $v_p(f) = V_{0p}$  et nous considérons que son impédance acoustique est réelle  $Z_p = \rho_p V_{0p}$ . Nous faisons aussi l'hypothèse que le fluide de référence est un milieu non dispersif et non atténuant. Ses caractéristiques  $(V_f \text{ et } \rho_f)$  ainsi que la masse volumique de la plaque  $\rho_p$  sont supposées connues. Pour faciliter

#### 3.3. Problème inverse

les calculs, nous choisissons également d'utiliser les carrés des modules  $|T_{exp}(f)|^2$  et  $|T_{th}(f)|^2$ plutôt que les modules. Avec ces hypothèses, il est aisé d'établir des estimations pour certains paramètres à identifier.

Nous rappelons que le coefficient de transmission complexe sans correction de la diffraction s'écrit

$$T_{th}(f) = \frac{e^{\gamma_f(f)E}}{\frac{1}{2} \left[ \frac{Z_f(f)}{Z_p(f)} + \frac{Z_p(f)}{Z_f(f)} \right] \sinh\left[\gamma_p\left(f\right)E\right] + \cosh\left[\gamma_p\left(f\right)E\right]}.$$
(3.24)

Pour simplifier les écritures, nous posons

$$z = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f} \qquad ; \qquad h = \frac{1}{2} (z + \frac{1}{z})$$
  

$$\gamma_p = \alpha_{0p} f^n + i\beta_p \qquad et \qquad \gamma_f = i\beta_f.$$
(3.25)

Le module au carré de  $T_{th}$  est donné par

$$|T_{th}(f)|^2 = \frac{1}{A^2 \cos^2 \beta_p E + B^2 \sin^2 \beta_p E},$$
(3.26)

avec

$$A = \cosh \alpha_p E + h \sinh \alpha_p E$$
  

$$B = \sinh \alpha_n E + h \cosh \alpha_n E.$$
(3.27)

En prenant la moyenne de  $\cos^2 \beta_p E$  et  $\sin^2 \beta_p E$  qui est égale à 1/2, on obtient la forme lissée de  $|T_{th}(f)|^2$ , que l'on peut écrire sous la forme

$$|T_{th}(f)|_{liss\acute{e}}^2 = \frac{2}{A^2 + B^2},\tag{3.28}$$

ce qui conduit à

$$|T_{th}(f)|^2 - |T_{th}(f)|^2_{liss\acute{e}} = \frac{1}{A^2 \cos^2 \beta_p E + B^2 \sin^2 \beta_p E} - \frac{2}{A^2 + B^2}.$$
 (3.29)

Cette différence correspond bien à une fonction périodique en fréquence de période  $\Delta f$  telle que  $\beta_p E = \pi$ .

## **3.3.2.1** Estimation du paramètre $p_2 = \frac{E}{V_{0n}}$

Le paramètre  $p_2 = \frac{E}{V_{0p}}$ , homogène à un temps, représente le temps de parcours entre les deux faces de l'échantillon d'épaisseur E à la vitesse  $V_{0p}$ . D'après l'équation (3.26), ce temps est relié de manière simple à la période des maxima entre deux pics successifs du module au carré du coefficient de transmission mesuré,  $\Delta f = V_{0p}/2E = 1/2p_2$ . L'évolution de celui-ci avec la fréquence est visible sur la figure 3.5a. Nous y observons les multiples pics qui sont dus à la répétition régulière des échos transmis dans le domaine temporel. En s'appuyant sur la relation (3.29), la périodicité de cette répétition peut être évaluée à partir de la différence entre le module au carré original  $|T_{exp}(f)|^2$  et le module au carré lissé  $|T_{exp}(f)|^2_{lissé}$  du coefficient de transmission espérimental. Cette évaluation est réalisée en deux étapes :

#### 78 Chapitre 3. Identification des paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau

– La courbe de  $|T_{exp}(f)|^2$  est d'abord lissée en utilisant un filtre non-causal. Il s'agit d'un filtrage qui annule le déphasage entre une entrée x(n) et une sortie y(n) et qui double l'ordre du filtre; tout se passe comme si on filtrait la fonction deux fois par le même filtre, une fois dans une direction et une fois dans l'autre direction. Ce filtrage est réalisé par la fonction *filtfilt* de Matlab® et est décrit par une équation de différences :

$$y(n) = b(1)x(n) + b(2)x(n-1) + \dots + b(nb+1)x(n-nb) - a(2)y(n-1) - \dots - a(na+1)y(n-na),$$
(3.30)

où les a(n) et les b(n) sont des coefficients du filtre. Il convient de préciser qu'il faut utiliser pour le lissage une bande fréquentielle plus large que celle considérée dans l'identification, de manière à minimiser l'effet des erreurs aux bords de la bande. L'effet du lissage sur le module au carré est illustré sur la *figure 3.5a*.

– Nous calculons ensuite la différence entre le module au carré original et le module au carré lissé (cf. figure 3.5b), différence dont on calcule la Transformée de Fourier afin d'extraire la période de répétition des échos transmis dans le temps. On obtient finalement un pic dont on relève la position temporel qui correspond au temps nécessaire pour que l'onde effectue un aller-retour dans le plaque,  $V_{0p}/2E = 1/2p_2$  (cf. figure 3.5c).



Figure 3.5 - (a) Lissage du module au carré du coefficient de transmission mesuré; (b) Recentrage du module au carré sur une valeur nulle; (c) Module de la FFT de la différence entre le module au carré original et le module au carré lissé

#### 3.3. Problème inverse

## **3.3.2.2** Estimation du paramètre $p_1 = \frac{E}{V_f}$ par intercorrélation

Le paramètre  $p_1 = \frac{E}{V_f}$ , également homogène à un temps, correspond au temps de vol à travers une couche d'eau d'épaisseur E à la vitesse  $V_f$ . Le problème de l'estimation de ce paramètre peut être traiter de façon analogue à celui de la mesure de la vitesse dans l'eau par intercorrélation. À présent, ce temps de vol est calculé à partir de la mesure du décalage temporel de propagation  $\Delta \tau$ entre le signal de référence et la partie du signal transmis à travers l'échantillon, correspondant à l'écho direct ayant traversé l'épaisseur E une seule fois. Ainsi, tandis que le signal de référence parcourt pendant un temps  $\tau_r$  la distance E à la vitesse  $V_f$  dans le fluide, le signal direct parcourt en un temps  $\tau_d$  la même distance E dans la plaque, avec une vitesse  $V_{0p}$ . L'expression du décalage temporel s'écrit donc

$$\Delta \tau = \tau_r - \tau_d = \frac{E}{V_f} - \frac{E}{V_{0p}}.$$
(3.31)

La mesure de ce temps étant effectuée par intercorrélation entre les signaux transmis sans et avec l'échantillon, nous pouvons ensuite déduire une estimation du paramètre  $p_1 = \Delta \tau + p_2$ .

#### **3.3.2.3** Estimation des paramètres $p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}$ et $p_5 = n - 1$

l'expression (3.28), du module au carré lissé du coefficient de transmission théorique, peut encore être mise sous la forme

$$|T_{th}(f)|^2_{liss\acute{e}} = \frac{4}{(h^2 + 1)(e^{2\alpha_p E} + e^{-2\alpha_p E}) + 2h(e^{2\alpha_p E} - e^{-2\alpha_p E})}.$$
(3.32)

Ce lissage théorique peut être approché par le filtrage numérique réalisé précédemment avec la fonction *filtfilt* sur le module au carré du coefficient de transmission mesuré. On peut donc écrire

$$|T_{th}(f)|_{liss\acute{e}}^2 \approx |T_{exp}(f)|_{liss\acute{e}}^2.$$
(3.33)

L'équation (3.32) peut s'écrire ensuite sous la forme d'une équation du second degré en  $e^{2\alpha_p E}$ 

$$(h+1)^2 (e^{2\alpha_p E})^2 - \frac{4}{|T_{exp}(f)|^2_{liss\acute{e}}} (e^{2\alpha_p E}) + (h-1)^2 = 0.$$
(3.34)



**Figure 3.6** – Régression linéaire de la fonction K(f)

#### Chapitre 3. Identification des paramètres d'une plaque homogène immergée dans l'eau

Il est d'usage de poser

$$a_1 = (h+1)^2$$
;  $b_1 = -\frac{4}{|T_{exp}(f)|^2_{liss\acute{e}}}$   $et$   $c_1 = (h-1)^2$ . (3.35)

Le discriminant  $\Delta$  de l'équation (3.34) est

$$\Delta = b_1^2 - 4a_1c_1 = \frac{16}{|T_{exp}(f)|_{liss\acute{e}}^4} - 4(h+1)^2(h-1)^2, \qquad (3.36)$$

et la solution choisie est donnée par

$$e^{2\alpha_{0p}f^{n}E} = \frac{-b_{1} + \sqrt{\Delta}}{2a_{1}}.$$
(3.37)

En posant  $K(f) = \ln(\frac{-b_1 + \sqrt{\Delta}}{2a_1})/2E$ , les valeurs des coefficients  $\alpha_{0p}$  et n peuvent être estimées en ajustant, par régression linéaire, une droite sur le logarithme népérien de cette fonction comme le montre la figure 3.6

$$\ln K(f) = n \ln f + \ln \alpha_{0p}, \qquad (3.38)$$

la valeur de la pente est égale à n et l'ordonné à l'origine à  $\ln \alpha_{0p}$ . Finalement, connaissant déjà  $V_{0p}$  à partir de l'estimation des paramètres  $p_1$  et  $p_2 : V_{0p} = \frac{p_1}{p_2}V_f$ , on en déduit une estimation des paramètres  $p_4 = \alpha_{0p}V_{0p}$  et  $p_5 = n - 1$ . La valeur de l'épaisseur E apparaissant dans l'expression de K(f) est calculé à partir de la valeur estimée du paramètre  $p_1$ , soit  $E = p_1 V_f$ .

Toutes ces estimations restent approximatives, étant donné qu'elles ne tiennent pas compte de la dispersion dans la plaque. Les paramètres  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  et  $p_5$  sont ainsi estimés au voisinage de la fréquence  $f_0$  de la bande fréquentielle étudiée. Elles représentent cependant un outil très intéressant pour initialiser le processus d'optimisation.

#### Valeurs choisies pour les paramètres $p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$ et $p_6 = \alpha_{0f} V_f$ 3.3.2.4

Pour mémoire, les propriétés de l'eau sont supposées connues. La vitesse de propagation dans l'eau dépend de la température, elle est de 1483 m/s à 19,552 °C (température relevée). Le coefficient d'atténuation dans l'eau est pris égal à  $3,0.10^{-14} Np/m/Hz^2$  et sa masse volumique valant 998  $kq/m^3$ . De plus, l'estimation précédente de l'épaisseur de la plaque, associée à une mesure de ses dimensions ( $\mathcal{L}$ ongueur  $\times largeur$ ) et de sa masse permet d'évaluer la masse volumique du matériau. À travers ces données, nous obtenons des estimations pour les paramètres  $p_4$  et  $p_6$ .

#### Valeurs choisies pour les paramètres $q_1 = \frac{a^2}{(L-E)V_f}$ et $q_2 = \frac{E}{L-E}$ 3.3.2.5

La correction de diffraction fait intervenir les paramètres  $q_1$  et  $q_2$ . Les mesures étant effectuées à 150 mm de part et d'autre de la plaque et l'épaisseur de l'échantillon étant déjà identifiée, nous pouvons alors estimer les deux paramètres  $q_1$  et  $q_2$ . Le rayon des transducteurs  $(2, 25 \ MHz/1, 5'')$  est estimé à 19,05 mm.

En traçant sur un même graphe (cf. figure 3.7) les parties réelle et imaginaire du coefficient de transmission mesuré ainsi que celles obtenues ensuite grâce aux paramètres estimés, nous observons que l'identification pourrait être améliorée, en particulier la position des maxima.

80



Figure 3.7 – Comparaison entre coefficients de transmission complexe (parties réelle et imaginaire) mesuré et calculé avec les paramètres estimés

#### 3.3.3 Procédure d'optimisation des paramètres

L'organigramme présenté dans la figure 3.8 montre les routines principales utilisées. Le programme d'optimisation est implémenté sous l'environnement Matlab®. Pour l'identification des paramètres, nous utilisons la boîte à outils d'optimisation (*Optimization Toolbox*), plus particulièrement la fonction *lsqnonlin*, qui utilise un algorithme non-linéaire (*Non Linear Least Squares*) pour minimiser l'écart quadratique entre les valeurs, calculées et mesurées, des parties réelles et imaginaires du coefficient de transmission, c'est-à-dire, entre les vecteurs  $y^{th}$  et  $y^{exp}$ . Cette fonction prend en argument nos valeurs initiales et l'équation du modèle ainsi qu'une option concernant l'algorithme à utiliser. Elle peut en effet identifier les paramètres en utilisant une des méthodes au choix de minimisation non-linéaire dont les algorithmes de Gauss-Newton et de Levenberg-Marquardt. En ce qui concerne l'initialisation, les paramètres estimés précédemment sont utilisés pour démarrer la procédure. Pour chaque paramètre, des bornes inférieure et supérieure peuvent être indiquées à l'algorithme pour limiter la recherche des paramètres dans une gamme de valeurs réaliste.

#### 3.3.3.1 Routine "lsqnonlin"

La fonction *lsqnonlin* conduit l'optimisation des paramètres par itérations successives en exécutant plusieurs fois le modèle à chaque itération jusqu'à la convergence de l'algorithme. Elle



Figure 3.8 – organigramme des routines principales utilisées dans le programme d'optimisation

résout tout d'abord le problème direct avec les paramètres initiaux définis par l'utilisateur. La fonction objectif  $\mathcal{D}$  associée est alors calculée. Si la valeur de  $\mathcal{D}$  est proche de zéro, le processus s'arrête. Dans le cas contraire, le programme entame la première itération d'optimisation. Chaque itération débute par le calcul de la matrice jacobienne J. Ensuite, le jeu de paramètres initial est modifié et le nouveau vecteur des paramètres obtenus est introduit dans le modèle. La fonction objectif correspondante est ensuite évaluée. Une série de sous-itérations est alors entamée en utilisant l'algorithme choisi. On tente ainsi de minimiser la fonction objectif pour la même matrice jacobienne, c'est-à-dire au sein de la même itération d'optimisation. L'itération suivante débute par le calcul du jacobien en utilisant, comme nouveau vecteur des paramètres initiaux, le vecteur des paramètres estimés à l'itération précédente. Les valeurs des paramètres sont ainsi optimisées par itérations successives.

La procédure d'identification étant itérative, plusieurs critères d'arrêt de l'ensemble du processus d'optimisation, basés sur l'analyse de l'évolution de la fonction objectif et sur le comportement des paramètres ajustables, existent. Le processus d'estimation s'arrête lorsque :

- *lsqnonlin* converge vers une solution optimale;
- les paramètres ajustables ne sont que très faiblement modifiés par rapport à la tolérance spécifiée;
- la variation de l'écart résiduel pour deux vecteurs paramètres consécutifs est inférieure à un seuil prédéfini  $\delta$ ;
- le nombre maximum d'itérations du processus d'optimisation ou d'évaluations de la fonction objectif est atteint, indépendamment de la valeur de la fonction objectif et l'estimation des paramètres;
- la limite inférieure ou supérieure d'un des paramètres est atteinte;
- la fonction objectif ne diminue pas ou très peu le long de la direction de recherche actuelle.

#### **3.3.3.2** Intervalles de confiance et incertitudes des propriétés identifiées

Toute identification d'une grandeur physique quelconque est nécessairement entachée d'erreurs. Deux types d'erreurs sont associés au problème inverse : l'erreur de l'identification et l'erreur associée à l'incertitude des paramètres. En supposant que le modèle choisi est bien adapté, les incertitudes des paramètres identifiés dépendent essentiellement de la qualité des mesures. Notre premier objectif étant de disposer d'une méthode fiable de mesure de ces paramètres, il apparaît primordial d'évaluer aussi les incertitudes associées à chacun des paramètres obtenus par identification. Cependant, le caractère itératif de l'optimisation ne permet pas de se faire une idée de la qualité des paramètres identifiés obtenus par analyse inverse. Même si les courbes ajustées correspondent bien aux fonctions de transfert et que la complexité du modèle est faible, nous pouvons difficilement quantifier la précision des résultats obtenus. L'estimation de ces incertitudes fait appel à des outils statistiques développés pour la régression linéaire et adaptés à la régression non-linéaire. Une analyse statistique du résultat de ces identifications permet alors d'attribuer une incertitude  $\Delta p_i$  à chacun des paramètres  $p_i$ .

La routine lsqnonlin permet de conduire des calculs itératifs jusqu'à la bonne concordance entre mesure et résultat théorique. Pour nos identifications, la différence relative entre les courbes identifiées et mesurées est souvent de l'ordre de quelques  $10^{-3}$ . Une fois le processus itératif terminé, nous réinjectons le jeu de paramètres final dans la routine de minimisation *nlinfit*. cette fonction, associée à la routine *nlparci* de la boîte à outils Statistique, permet de donner une première indication sur l'incertitude de chaque paramètre pour le jeu de paramètres optimal fourni par l'algorithme d'optimisation. Les calculs d'incertitude sont basés sur la méthode de calcul par matrice de covariance et les résultats sont fournis sous forme d'un intervalle de confiance de 95 %, qui traduit la précision statistique de chacune des valeurs identifiées. L'intervalle de confiance associé à chaque paramètre  $p_i$  définit la probabilité que la valeur réelle de ce paramètre soit contenue dans l'intervalle

$$I(p_i) = \left[p_i^{opt} \pm 1,96\frac{\sigma(p_i)}{\sqrt{2N}}\right],\tag{3.39}$$

pour un niveau de confiance de 95%, où  $p_i^{opt}$  est la valeur du paramètre  $p_i$  déterminée par le procédé d'optimisation,  $\sigma(p_i)$  l'écart-type associé à l'estimation du paramètre  $p_i$  et 2N le nombre de points de fréquences utilisés dans le calcul inverse (N points pour la partie réelle et N points pour la partie imaginaire). Le coefficient 1,96 est appelé le fractile d'ordre 0,975 de la loi de Student à (2N - M) degrés de liberté, avec M le nombre de paramètres optimisés. Il est calculé pour un niveau de confiance de 95% et est valable pour un nombre 2N - M supposé infini (2N >> M). Pour un niveau de confiance de 99%, la valeur de ce coefficient d'ordre 0,995 est égale à 2,58. Ainsi l'on voit que pour augmenter la confiance, il faut élargir l'intervalle  $I(p_i)$  et pour obtenir un intervalle plus fin avec le même degré de confiance, il faut augmenter le nombre de points de fréquences pris en compte dans l'optimisation. Ce qui revient à dire que ce nombre de points a donc également une influence dans le jugement de la précision de nos identifications. Par conséquent, dans tous les résultats présentés par la suite, la précision sur les propriétés identifiées est jugée en considérant l'écart-type  $\sigma(p_i)$ , puisque celui-ci ne dépend ni du nombre de points de fréquences considérás, ni du degré de confiance souhaité.

Finalement, connaissant les incertitudes commises sur les mesures de la vitesse dans l'eau en fonction de la température, il est possible d'estimer les précisions sur les paramètres physiques du matériau, en utilisant les relations suivantes

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta p_1}{p_1} + \frac{\Delta V_f}{V_f}$$

$$\frac{\Delta \rho_p}{\rho_p} = \frac{\Delta p_1}{p_1} + \frac{\Delta p_2}{p_2} + \frac{\Delta p_4}{p_4} + \frac{\Delta \rho_f}{\rho_f}$$

$$\frac{\Delta V_{0p}}{V_{0p}} = \frac{\Delta p_1}{p_1} + \frac{\Delta p_2}{p_2} + \frac{\Delta V_f}{V_f}$$

$$\frac{\Delta \alpha_{0p}}{\alpha_{0p}} = \frac{\Delta p_1}{p_1} + \frac{\Delta p_2}{p_2} + \frac{\Delta p_3}{p_3} + \frac{\Delta V_f}{V_f}$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta p_5}{p_5+1}.$$
(3.40)

#### Résultats d'identification sur la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm 3.3.4

#### 3.3.4.1Courbes et paramètres identifiés

Pour démarrer la boucle d'optimisation, nous avons introduit dans le programme, les valeurs des paramètres issues de la démarche d'estimation. Nous avons choisi, dans un premier temps, une valeur de  $10^{-2}$  comme tolérance sur les paramètres et sur la fonction d'erreur pour contrôler le processus d'identification itératif. Les valeurs extraites de l'itération finale, sont ensuite réinjectées dans le programme et la valeur du seuil de tolérance est diminuée à une valeur inférieure. Cette opération est répétée jusqu'à la bonne convergence de tous les paramètres. L'objectif de cette procédure est l'amélioration de la convergence de la méthode pour l'identification des paramètres  $p_3$ ,  $p_4$  et  $p_5$  qui convergent lentement alors que les paramètres  $p_1$  et  $p_2$  ont déjà atteint leur valeur finale. Cette convergence tardive a une explication puisque nous savons à partir des études de sensibilité que les paramètres  $p_3$ ,  $p_4$  et  $p_5$  ont une influence négligeable sur le modèle. Bien qu'ils soient évalués précisément à la fin de la première étape de l'identification, les paramètres  $p_1$  et  $p_2$  peuvent tout de même être légèrement affectés par les valeurs initiales données aux paramètres  $p_3$ ,  $p_4$  et  $p_5$  au début de la première étape, car il ne faut pas oublier que si ces derniers n'ont que peu d'influence sur le modèle, leurs impacts sur les autres paramètres ne peuvent pas être considérés comme strictement nuls.

Nous présentons en figure 3.9 le résultat d'identification concernant le coefficient de transmission de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm. Ce résultat est représenté en fonction de la fréquence sous quatre formes : les parties réelle et imaginaire, le module et la phase des

Sans correction	Avec correction	Valeurs estimées
$5,094183.10^{-6}$	$5,094183.10^{-6}$	$5,012798.10^{-6}$
$2,749672.10^{-6}$	$2,749873.10^{-6}$	$2,740796.10^{-6}$
0,403897	0,293972	0,289691
2,203690	2,205571	2,174040
-0,166	-0,144	-0,1395
_	$8,2202.10^{-7}$	$8,1566.10^{-7}$
	$\begin{array}{c} \text{Sans correction} \\ 5,094183.10^{-6} \\ 2,749672.10^{-6} \\ 0,403897 \\ 2,203690 \\ -0,166 \end{array}$	Sans correctionAvec correction $5,094183.10^{-6}$ $5,094183.10^{-6}$ $2,749672.10^{-6}$ $2,749873.10^{-6}$ $0,403897$ $0,293972$ $2,203690$ $2,205571$ $-0,166$ $-0,144$ $ 8,2202.10^{-7}$

 $V_{0p} = v_p(f_0)$  avec  $f_0 = 2,5 MHz$ Paramètres imposés :  $p_6 = 4,4492.10^{-11} Np/Hz$ 

$$q_2 = 2,428271.10^{-2}$$

Table 3.3 – Valeurs des paramètres ajustables, estimées et identifiées sans et avec correction de la diffraction pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, à partir des mesures réalisées avec les transducteurs 2,25 MHz



**Figure 3.9** – Comparaison entre les coefficients de transmission complexes (parties réelle et imaginaire, module et phase), mesuré et identifié dans la gamme de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz


Figure 3.10 – Résidus entre les parties réelles (bleu) et imaginaires (noir) mesurées et identifiées

coefficients de transmission complexes mesuré et identifié, bien que l'optimisation soit réalisée seulement avec les parties réelle et imaginaire. La solution optimale trouvée décrit convenablement l'évolution du coefficient de transmission expérimental et l'allure de ses parties réelle et imaginaire sont bien reconstruites avec un écart relatif entre les deux courbes de 2,  $4.10^{-3}$ . Les erreurs résiduelles entre les parties réelle et imaginaire du coefficient de transmission mesuré et celles du coefficient de transmission ajusté, calculées à la fin du processus de l'identification sont montrées sur la *figure 3.10*. Ces erreurs apparaissent très faibles sur toute la gamme de fréquences considérée. Il ne subsiste que du bruit, a priori de niveaux identiques pour toutes les fréquences.

Les prédictions pour les paramètres identifiés selon les deux modèles (avec et sans correction) sont données dans le *tableau 3.3*, où les valeurs des paramètres issues des estimations sont reportées afin d'avoir une meilleure vue d'ensemble des résultats. Il est visible que la première étape d'estimation (§ 3.3.2) permet d'évaluer approximativement les paramètres inconnus. Les valeurs estimées sont ensuite identifiées précisément par optimisation. Notons que les paramètres p identifiés sans correction de la diffraction ont été utilisés pour initialiser le coefficient de transmission avec correction de la diffraction.

### 3.3.4.2 Vérification de l'identification à partir de la solution optimale

Avant de remonter aux propriétés physiques du matériau, nous allons analyser la convergence de notre méthode afin de vérifier la validité des résultats de l'optimisation et de nous assurer ainsi de la fiabilité de la procédure d'identification. Pour cela nous définissons une fonction d'erreur qui quantifie la différence relative entre les courbes issues de l'identification et celles mesurées. Nous pouvons alors nous assurer que l'algorithme a convergé vers un minimum de cette fonction, en faisant varier les paramètres considérés dans un espace à six dimensions autour de la solution optimale trouvée. La *figure 3.11* nous donne les variations de la fonction d'erreur en fonction des variations des paramètres. Sur cette figure sont également indiquées les valeurs estimées pour les comparer aux valeurs identifiées.

Sur ces plages de variation des paramètres, nous constatons que le minimum de la fonction d'erreur est bien marqué pour les six paramètres. Les valeurs des paramètres  $p_1$  et  $p_2$  correspondant au minimum, sont retrouvées avec une très bonne précision, mais les incertitudes resteront

### 3.3. Problème inverse



grandes sur les valeurs des paramètres  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $p_5$  et  $q_1$ , les courbures correspondant au minimum étant plus plates.

Figure 3.11 – variations de la fonction d'erreur en fonction des balayages simultanés des paramètres autour de la solution optimale trouvée par identification

### 3.3.4.3 Propriétés physiques de la plaque

À partir des paramètres ajustables identifiés, il est possible de déterminer simultanément l'épaisseur de la plaque, la masse volumique du matériau ainsi que les constantes associées à la vitesse de propagation et à l'atténuation des ondes longitudinales dans le matériau. Le *tableau 3.4* compare les valeurs de ces grandeurs physiques pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, obtenues par les deux modèles (sans et avec correction de la diffraction). Dans ce tableau sont également notées les valeurs obtenues par estimation à titre indicatif. Nous pouvons observer que les paramètres de l'atténuation ( $\alpha_{0p}$  et n) ne sont pas identifiées précisément, ce qui est certainement dû à la faible sensibilité des modèles à ces paramètres. Nous pouvons également voir que les valeurs identifiées de ces deux propriétés varient fortement suivant le modèle d'identification. En effet, l'atténuation est la grandeur la plus liée à la correction de la diffraction, elle est par conséquent plus sensible aux deux identifications, ce qui permet d'expliquer sa stabilité moindre. L'épaisseur E, la vitesse  $V_{0p}$  et la masse volumique  $\rho_p$  sont quant à elles peu influencées par le modèle. Les valeurs de ces propriétés diffèrent quelque peu pour les deux identifications.

	Sans correction	Sans correction Avec correction	
Propriétés du Plexiglas $(8 mm)$	(incertitudes)	(incertitudes)	
E  [mm]	$7,555\ (0,006)$	$7,555\ (0,005)$	7,4343
$ ho_p \; [kg/m^3]$	1187, 4 (19)	1188, 5 (15)	1186, 6
${V_{0p}}^{*}[m/s]$	2747, 6 (3, 5)	2747, 4 (3)	2712, 46
$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	$1,47.10^{-4} \ (1,98.10^{-4})$	$1,07.10^{-4} (1,13.10^{-4})$	$1,068.10^{-4}$
n	$0,834\ (0,091)$	$0,856\ (0,072)$	0,8605
a [mm]	_	19, 1	19,05

 $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

Valeurs connues des propriétés de l'eau :  $\rho_f = 998,252 \ kg/m^3$  à 19,552°C  $\alpha_{0f} = 3.10^{-14} \ Np/m/Hz^2$ 

 $V_f = 1483,064 \ m/s \ a \ 19,552^{\circ}C$ 

Table 3.4 – Valeurs des propriétés de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, identifiées sans et avec correction de la diffraction, à partir des mesures réalisées avec les transducteurs 2, 25 MHz

#### 3.3.4.4Courbes de dispersion et d'atténuation de 1,5 à 3,0 MHz

Après évaluation des propriétés de la plaque de Plexiglas par identification, nous pouvons maintenant estimer les courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation, dans la



Figure 3.12 – Dispersion calculée avec le modèle Szabo à partir des valeurs identifiées sans et avec correction de diffraction. (a) vitesse de phase; (b) atténuation

gamme de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz, en utilisant les formules (3.3b) et (3.4). Les variations de ces deux grandeurs en fonction de la fréquence sont tracées sur la *figure 3.12*, pour les deux modèles d'identification, avec et sans correction de la diffraction.

### 3.3.4.5 Résultats de mesure et d'identification par gamme de fréquences

Deux autres séries de mesures ont été réalisées. Nous avons effectué des mesures identiques aux précédentes en remplaçant les deux transducteurs de fréquence centrale 2,25 MHz par une paire de transducteurs de fréquence centrale 1,0 puis 5,0 MHz. Les mesures sont toujours effectuées au centre de la plaque, mais les trois zones de mesures ne sont pas identiques. Le même traitement des signaux mesurés nous a permis de calculer le coefficient de transmission de la plaque de Plexiglas, d'épaisseur 8 mm, sur les gammes de fréquences 0, 6 – 1,4 MHz et 3,0-6,0 MHz. Les raccordements des courbes sur les trois bandes de fréquences sont tracés sur la figure  $3.13^{\dagger}$ . En outre, II est important de noter que, bien que l'on soit en incidence normale, les effets de diffraction liés à la surface finie du transducteur émetteur peuvent exciter quelques ondes transverses dans le cas de la mesure effectuée avec les transducteurs 1  $MHz^{\ddagger}$ . Cependant, nous n'observons, dans ce cas, aucune altération indiquant la présence de ces ondes.

En appliquant la même procédure d'inversion, nous obtenons les résultats d'optimisation tracés sur les figures 3.14 et 3.15, correspondant aux gammes de fréquences 0, 6 - 1, 4 MHz et 3,0-6,0 MHz, respectivement. Les courbes ajustées sont en très bon accord avec le modèle expérimental. Les propriétés identifiées de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, ainsi que leurs incertitudes sont regroupées dans le tableau 3.5. La figure 3.16 compare de manière graphique les précisions de chacune des propriétés identifiées dans les trois gammes de fréquences. Cette comparaison nous montre que l'épaisseur et la vitesse sont facilement identifiées avec moins de 0,3% de précision. La masse volumique est également identifiée avec une très bonne précision (moins de 2%), ce qui est tout de même surprenant connaissant la sensibilité faible du coefficient de transmission au paramètre  $p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$ . Du côté de l'identification des paramètres de l'atténuation, seul l'exposant n converge vers des valeurs relativement stables. Le coefficient d'atténuation  $\alpha_{0p}$  est, quant à lui, entaché une erreur plus importante, avec une précision allant jusqu'à 250%. Cela correspond bien à l'étude de sensibilité qui a permis de voir que le coefficient de transmission avait quasiment aucune sensibilité au paramètre  $p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}$ . La conséquence de cette sensibilité très faible à ce paramètre est que les précisions des valeurs identifiées du coefficient d'atténuation  $\alpha_{0p}$  sont aberrantes.

Afin de fournir une vision plus synthétique de ces résultats, nous avons indiqué au *tableau 3.5* les moyennes et écarts-types de chaque propriété sur l'ensemble des trois identifications répertoriées au *tableau 3.6*. Cela permet de voir que le coefficient d'atténuation est mal identifié, avec un écart-type supérieur à la moyenne. Cela peut se remarquer au fait que les valeurs identifiées pour ce paramètre varient suivant le domaine de fréquences considéré. La valeur de l'exposant n est quant à elle peu influencée par la gamme de fréquences, avec un écart-type de 14, 27% de

<sup>†.</sup> Les courbes de phase ne se raccordent pas. Ceci s'explique par le déroulement de la phase, réalisé séparément dans chaque domaine de fréquences. Les écarts visibles sur les phases à 1,5 et 3 MHz sont en fait  $4\pi$  et  $8\pi$ , respectivement. Il est donc possible de raccorder exactement les trois phases.

<sup>&</sup>lt;sup>‡</sup>. Pour certaines plaques et dans des conditions où le faisceau incident présente une divergence plus importante (fréquences basses), nous avons observé un dédoublement des pics de résonance, ce qui ne permettait plus de mener l'ajustement des hauteurs des pics du coefficient de transmission par identification. Dans ces conditions, l'hypothèse d'onde plane ne tient plus.



**Figure 3.13** – Raccordement des courbes des coefficients de transmission mesurés sur la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm, de 0,6 MHz à 6,0 MHz

la moyenne. Pour les autres propriétés identifiées, les écarts-types sont inférieurs à 0,2% de la moyenne, ce qui est très intéressant.

Pour terminer, nous avons tracé sur la *figure 3.17* le raccordement des courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation pour la plaque étudiée. Nous pouvons remarquer la bonne concordance des résultats (en particulier pour l'atténuation), bien que les mesures et les identifications ne soient pas réalisées dans les mêmes gammes de fréquences.



**Figure 3.14** – Comparaison entre les courbes ajustées et mesurées des parties réelles et imaginaires des coefficients de transmission complexes dans la gamme de fréquences 0, 6 - 1, 4 MHz



**Figure 3.15** – Comparaison entre les courbes ajustées et mesurées des parties réelles et imaginaires des coefficients de transmission complexes dans la gamme de fréquences 3, 0 - 6, 0 MHz

### 3.3. Problème inverse

Gamme de fréquences [MHz]	0, 6 - 1, 4	1, 5 - 3, 0	3, 0-6, 0
Transducteurs	$1~MHz/1,5^{\prime\prime\dagger}$	$2,25~MHz/1,5''^{\dagger}$	$5~MHz/1^{\prime\prime\dagger}$
Propriétés du Plexiglas (8 $mm$ )	valeur (incertitude)	valeur (incertitude)	valeur (incertitude)
$E \ [mm]$	$7,558 \ (0,009)$	$7,555\ (0,005)$	$7,556\ (0,005)$
$ ho_p \; [kg/m^3]$	1188, 2 (20, 4)	1188, 5 (15)	1192, 4 (21, 1)
${V_{0p}}^{*}[m/s]$	$2741, 6 \ (6, 6)$	2747, 4 (3)	$2745, 6 \ (2, 6)$
$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	$2,47.10^{-4} \ (6,32.10^{-4})$	$1,07.10^{-4} (1,13.10^{-4})$	$9,2.10^{-5} (6,1.10^{-5})$
n	$0, 8 \ (0, 18)$	$0,856\ (0,072)$	$0,867\ (0,043)$
$a \ [mm]$	17, 8	19, 1	12, 6
~ []	1.,0	10,1	; 0

 $^{\dagger} 1'' = 25, 4 mm$ 

\*  $f_0 = 2, 5 MHz$ 



**Figure 3.16** – Précision sur les propriétés de la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm : (a) épaisseur et vitesse ; (b) masse volumique et exposant de l'atténuation ; (c) coefficient d'atténuation

Propriétés du Plexiglas $(8 mm)$	Moyenne	Écart-type
$E \ [mm]$	7,556	0,007
$ ho_p \; [kg/m^3]$	1189, 7	19, 1
${V_{0p}}^{*}[m/s]$	2744, 9	5, 1
$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	$1,49.10^{-4}$	$3, 8.10^{-4}$
n	0,841	0, 12
* $f_0 = 2,5 \ MHz$		

Table 3.6 – Moyennes et Écart-types des identifications réalisées dans les trois domaines de fréquences étudiés



**Figure 3.17** – Raccordement des courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 0,6 MHz à 6,0 MHz, pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 8 mm

### 3.3.5 Analyse des résultats d'identification pour d'autres spécimens

Nous avons mesuré et identifié le coefficient de transmission pour différents types de matériaux - PVC, Polyéthylène, Polycarbonate et Plexiglas - avec pour chaque matériau plusieurs plaques d'épaisseurs différentes. Cette démarche a été entreprise dans le but de pouvoir valider notre méthode de mesure et d'identification et de relever les tendances de variation de la vitesse de phase et de l'atténuation avec la fréquence, pour chaque plaque étudiée. Les résultats des identifications sont présentés dans le *tableau 3.7* pour la gamme de fréquences 1, 5 - 3 MHz, où sont également notées les incertitudes de chaque propriété.

Ces résultats permettent de remarquer que les valeurs des propriétés diffèrent quelque peu d'une plaque à l'autre pour le même type de matériau, ce qui peut laisser penser qu'elles sont sensibles aux conditions et à la procédure de fabrication de ces échantillons. Afin de juger de la qualité de ces résultats, nous avons dessiné sur la *figure 3.18* les précisions de chaque propriété sur l'ensemble des identifications répertoriées au *tableau 3.7*. Cela permet de voir que les paramètres de l'atténuation ( $\alpha_{0p}$  et n) ainsi que la masse volumique  $\rho_p$  ne sont pas identifiés précisément, ce qui est certainement dû à la faible sensibilité du coefficient de transmission aux paramètres  $p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}, p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$  et  $p_5 = n-1$ . C'est le coefficient d'atténuation qui est clairement le plus mal identifié avec une précision allant jusqu'à 450%. Viennent ensuite la masse volumique et l'exposant de l'atténuation dont les précisions sont inférieures à 30% et 20%, respectivement, ce qui est pourtant déjà satisfaisant. L'épaisseur E et la vitesse  $V_{0p}$  sont, quant à elles, identifiées avec des précisions excellentes.

En analysant la *figure 3.18*, nous avons pu noter - à quelques exceptions - à quel point la qualité de l'identification des paramètres de l'atténuation, varie avec l'épaisseur du spécimen. Alors qu'avec une épaisseur de 26 mm (voir Plexiglas-26), la précision sur  $\alpha_{0p}$  et n est inférieure à 50% et 5%, respectivement, l'épaisseur de 3 mm (voir Plexiglas-3), rend délicat l'identification de ces paramètres, la précision sur ceux-ci s'envolant à plus de 400% et 25%, respectivement. À l'opposée, nous avons remarqué que l'incertitude sur la masse volumique augmente lorsque l'épaisseur devient importante (voir Polycarbonate-12). Cela a une explication puisque, comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2.4, plus le spécimen est épais, moins le paramètre  $p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$  a un rôle dans la sensibilité. De leur côté, les précisions sur l'épaisseur et la vitesse montrent des

### 3.3. Problème inverse

tendances plus aléatoires avec l'épaisseur.

Finalement, pour relever les variations de l'atténuation et de la vitesse de phase avec la fréquence, nous avons représenté aux *figures 3.19* à *3.27*, les courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1, 5 à 3 MHz, pour chaque matériau.

Propriétés	$E \ [mm]$	$ ho_p \; [kg/m^3]$	$V_{0p}^{*}[m/s]$	$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	n
Matériaux	(incertitudes)	(incertitudes)	(incertitudes)	(incertitudes)	(incertitudes)
Pleviglas_3	3,034	1173	2746, 5	$1, 6.10^{-6}$	1, 13
T lexigias-5	(0,003)	(15)	(5, 4)	$(7.10^{-6})$	(0, 30)
Pleviglas_1	3,888	1178	2751, 8	$1, 1.10^{-4}$	0,853
	(0,003)	(14)	(4, 2)	$(2, 4.10^{-4})$	(0, 154)
Plexiclas-8	7,554	1189	2747	$1,07.10^{-4}$	0,856
	(0,005)	(15)	(3)	$(1, 13.10^{-4})$	(0,072)
Plexiclas-26	25,983	1188	2750, 1	$7,55.10^{-5}$	0,8836
T lexigias-20	(0,018)	(47)	(3, 4)	$(3, 50.10^{-5})$	(0, 035)
Polycarbonate-5	4,861	1189	2242	$1,08.10^{-5}$	1,102
	(0,012)	(59)	(13)	$(0, 94.10^{-5})$	(0, 058)
Polycarbonate-8	7,973	1125	2239	$1, 7.10^{-5}$	1,073
	(0,044)	(167)	(29)	$(1, 7.10^{-5})$	(0,066)
Polycarbonate-12	11,752	1055	2230	$2, 6.10^{-5}$	1,046
	(0, 083)	(196)	(38)	$(1, 6.10^{-5})$	(0, 038)
Polvéthylène-3	2,9956	944, 0	2459	$5, 4.10^{-8}$	1,38
	(0,0067)	(25, 4)	(12, 7)	$(16, 9.10^{-8})$	(0, 213)
Polvéthylène-6	6,024	943,7	2343, 9	$1, 9.10^{-6}$	1,164
	(0,011)	(30)	(9,2)	$(1, 9.10^{-6})$	(0,066)
PVC-10	10,004	1456	2349, 4	$1,41.10^{-4}$	0,884
1 10-10	(0,009)	(40)	(3,6)	$(0, 78.10^{-4})$	(0,042)
PVC-	4,936	1368	2335, 4	$7,09.10^{-5}$	0,916
transparent-5	(0,0035)	(14, 4)	(2,7)	$(5, 6.10^{-5})$	(0,054)

\*  $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

**Table 3.7** – Valeurs identifiées des propriétés physiques des différents matériaux étudiés, à partir des mesures effectuées avec les transducteurs 2,25 MHz



Figure 3.18 – Analyse (b) vitesse de phase à l'atténuation



**Figure 3.19** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour une plaque de Plexiglas d'épaisseur 3 mm



**Figure 3.20** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 4 mm



**Figure 3.21** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1, 5 à 3,0 MHz, pour la plaque de Plexiglas d'épaisseur 26 mm



**Figure 3.22** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour la plaque de Polycarbonate d'épaisseur 5 mm



**Figure 3.23** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour la plaque de Polycarbonate d'épaisseur 8 mm



**Figure 3.24** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour une plaque de Polycarbonate d'épaisseur 12 mm



**Figure 3.25** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 3 mm



**Figure 3.26** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm



**Figure 3.27** – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour une plaque de PVC d'épaisseur 10 mm



Figure 3.28 – Courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation de 1,5 à 3,0 MHz, pour une plaque de PVC-transparent d'épaisseur 5 mm

# 3.4 Résumé et commentaires

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode d'identification apte à identifier simultanément les propriétés acoustiques et géométrique d'une plaque viscoélatique homogène immergée dans l'eau. Cette méthode est basée sur une configuration de mesure du coefficient de transmission en incidence normale, associée à un processus numérique d'optimisation, utilisant une méthode de moindres carrés non-linéaire. Nous avons débuté la démarche d'identification en conduisant une étude de sensibilité du modèle à ses paramètres. Cette étude a montré que ce sont les rapports  $\frac{E}{V_{0p}}$  et  $\frac{E}{V_f}$  qui ont clairement le plus d'effet sur le comportement du modèle. Nous avons pu mettre en évidence que l'épaisseur du spécimen joue un rôle important dans la sensibilité. Suivant l'épaisseur de l'échantillon, les sensibilités aux paramètres liés à l'atténuation, à savoir  $p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}$  et  $p_5 = n - 1$  peuvent être maximisées, sans toutefois que celles-ci ne deviennent suffisamment importantes relativement aux sensibilités dominantes.

Un inconvénient de la méthode est le fait de devoir fixer des valeurs initiales des paramètres à estimer qui soient suffisamment réalistes pour que la méthode converge correctement. Nous avons donc proposé une estimation initiale des paramètres en utilisant les propriétés du module du coefficient de transmission complexe, puis les valeurs issues de cette estimation ont servi à initialiser la procédure d'identification. Cette démarche améliore la convergence de la méthode et est efficace lorsque les propriétés du matériau ne sont pas connues. Le rôle de la première étape consistant à trouver pour le jeu complet de paramètres ajustables des valeurs initiales admissibles pour la seconde étape. Une estimation grossière des paramètres est alors adoptée pour la première étape, suivie ensuite d'une identification usuelle avec un programme d'optimisation standard. Celui-ci permet d'affiner les résultats obtenus par estimation pour converger sur des valeurs précises des propriétés recherchées.

De manière à assurer la fiabilité de la méthode d'identification, les développements de la démarche inverse ont été basés sur l'ensemble des routines de la « optimization toolbox » du logiciel de calcul Matlab®. La procédure ainsi mise au point a été appliquée à plusieurs matériaux de type plaque. Nous avons vérifié que les quatre propriétés E,  $V_{0p}$ ,  $\rho_p$  et n s'identifient correctement, avec une précision maximale variant de 1% à 30% suivant le paramètre en question. En ce qui concerne la propriété  $\alpha_{0p}$ , nous avons pu mettre en évidence son estimation plus

### 3.4. Résumé et commentaires

délicate. Cette difficulté provient avant tout de la faible sensibilité du coefficient de transmission à ce paramètre. Cependant, nous obtenons des résultats concluants pour l'identification de  $\alpha_{0p}$ et *n* lorsque l'échantillon est suffisamment épais pour que le modèle soit plus influencé par ces deux propriétés.

Par ailleurs, nous avons pu constater une bonne concordance entre la mesure expérimentale et le modèle identifié. Dans tous les cas, les erreurs résiduelles entre les courbes mesurées et identifiées étaient de l'ordre de 0, 5%.

Pour terminer, nous avons établi les courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation des ondes longitudinales pour les différents matériaux afin de mettre en évidence l'évolution de ces deux grandeurs avec la fréquence. Il a été possible à l'aide de ces courbes d'effectuer une classification des échantillons selon leur atténuation.

# Chapitre 4

# Caractérisation en transmission avec un système air-coupling

Les techniques de caractérisation ultrasonores par contact ou par immersion ont largement fait leurs preuves, mais elles souffrent d'un inconvénient qui réduit leur champ d'application : un milieu couplant est nécessaire entre les transducteurs à ultrasons et la pièce à contrôler. Bien que ce couplant permette d'assurer une bonne transmission de l'énergie ultrasonore entre les transducteurs et le milieu testé, son utilisation est cependant parfois très contraignante : on ne peut pas contrôler des matériaux poreux par jets d'eau ou par immersion sans risquer de modifier les caractéristiques des pièces. De même, l'inspection de structures de type sandwich ou composite est problématique : vu les difficultés d'immersion et de séchage, il n'est souvent pas question d'employer un milieu couplant, qui pourrait polluer le matériau. Enfin, la mise en œuvre de ce type de contrôle devient très vite lourde, en environnement industriel, lors de l'inspection de pièces encombrantes ou de géométrie complexe, et n'est pas facilement transposable sur site.

La génération et la détection d'ultrasons par des transducteurs à couplage par air permettent de contourner ces contraintes. Ces transducteurs présentent un grand avantage, surtout en raison de leur capacité à effectuer des mesures directement dans l'air atmosphérique et sans qu'aucun milieu couplant (autre que l'air) ne soit nécessaire, simplifiant ainsi considérablement les applications de contrôle et d'évaluation. De même, ils conviennent à l'inspection de tous types de solides constitués de matériaux métalliques, polymères ou composites vieillies (poreuses) et autorisent l'inspection de pièces chaudes ou inaccessibles. Leur principal défaut est d'être très peu énergétiques, ce qui limite, au vu de la forte atténuation des ultrasons dans l'air, les distances étudiées. Ils souffrent également d'un niveau de bruit élevé perturbant les signaux mesurés. Les progrès accomplis en électronique ont permis cependant de réduire considérablement ces niveaux de bruit, rendant ainsi possible l'exploitation de signaux ultrasonores détectés par des récepteurs à couplage par air.

L'utilisation de l'air comme milieu couplant présente également quelques inconvénients : toute la difficulté réside dans la très grande différence d'impédance acoustique entre l'air et les matériaux couramment utilisés. Dans ce type de configuration, l'amplitude d'une onde ultrasonore - générée et reçue dans l'air - qui traverse un matériau solide, est réduite d'un facteur très important par rapport à un couplant classique. Cette amplitude est également réduite par la forte absorption des ultrasons dans l'air, ce qui conduit souvent à travailler à des basses fréquences (< 1 MHz). Enfin, des difficultés supplémentaires tels les mouvements d'air, le vent et le bruit peuvent influer sur la propagation des ondes ultrasonores dans l'air. Les grandeurs d'influence sur les propriétés de l'air, en particulier, sur la vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans l'air sont principalement la température, la pression, l'humidité et éventuellement les fumées, le brouillard, et les poussières.

Dans ce chapitre, nous allons présenter un autre dispositif expérimental, utilisant un système de mesure air-coupling. La présentation des mesures concerne uniquement la mesure du coefficient de transmission total d'une plaque placée dans l'air ambiant, avec des transducteurs à couplage par air, qui permettent d'effectuer des mesures sans contact avec la pièce analysée. Après avoir présenté la différence entre le coefficient de transmission dans l'air et dans l'eau et décrit les difficultés liées à l'utilisation de l'air comme milieu couplant, nous allons tenter de mesurer correctement ce coefficient de transmission sur divers échantillons. La stratégie d'identification, développée dans ce travail, est ensuite appliquée pour identifier les propriétés de chaque matériau.

# 4.1 Étude du coefficient de transmission d'une plaque dans l'air

### 4.1.1 Comparaison avec le coefficient de transmission d'une plaque dans l'eau

Afin de mettre en évidence les différences entre le coefficient de transmission d'une plaque immergée dans l'eau et celui de la même plaque placée dans l'air<sup>[42]</sup>, nous avons reporté sur la figure 4.1, le module de ces coefficients calculés en fonction de la fréquence, pour une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm, dont les propriétés de matériau sont celles du tableau 3.7, déjà identifiées par immersion. Les propriétés de l'eau et de l'air sont données au tableau 4.1. Comme pour le cas de l'eau, nous supposons que l'atténuation des ondes ultrasonores dans l'air est proportionnelle au carré de la fréquence,  $\alpha_{air} = \alpha_{0f} f^2$  (n = 2 pour la plupart des fluides : liquides ou gaz). À partir de ce tableau plusieurs conclusions peuvent déjà être tirées :

- À une fréquence donnée, l'absorption est beaucoup plus grande dans l'air que dans l'eau. À titre d'exemple, dans l'eau  $\alpha_{eau} = 0,03 \ Np/m$  à 1 MHz tandis que dans l'air  $\alpha_{air} = 19,74 \ Np/m$ . Pour notre application, on a donc intérêt à limiter le parcours de l'onde à quelques centimètres si l'on veut éviter une atténuation importante.
- L'impédance acoustique réelle de l'air, contrairement à celle de l'eau, est extrêmement faible par rapport aux impédances de milieux solides

$$\frac{Z_{poly\acute{e}thyl\grave{e}ne}}{Z_{air}} = 5445, 8 >> \frac{Z_{poly\acute{e}thyl\grave{e}ne}}{Z_{eau}} = 1, 49.$$

$$(4.1)$$

Milieu	Coefficient d'atténuation	Vitesse à 20° $C$	Masse volumique	Impédance acoustique réelle
	$\alpha_{0f} \ [Np/m/Hz^2]$	$V_f  [m/s]$	$ ho_f \; [kg/m^3]$	$Z_f = \rho_f V_f \ [kg/m^2/s]$
Air	$\alpha_{air}/f^2 = 1,974.10^{-11}$	$V_{air} = 344$	$\rho_{air} = 1, 18$	$Z_{air} = 4,06.10^2$
Eau	$\alpha_{eau}/f^2 = 0,003.10^{-11}$	$V_{eau} = 1485$	$ \rho_{eau} = 998 $	$Z_{eau} = 1,48.10^6$

Table 4.1 – Comparaison entre les propriétés acoustiques de l'eau et de l'air



**Figure 4.1** – Module du coefficient de transmission de la plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm: (a) immergée dans l'eau; (b) entourée d'air

La majeure partie de l'onde incidente est donc réfléchie à l'interface air-échantillon.

En se référant à la figure 4.1, nous pouvons observer que le minimum du coefficient de transmission en amplitude de la plaque étudiée, est de 0,87 à 0,68 MHz dans l'eau alors que sa valeur dans l'air est plus de 2000 fois plus petite, si bien que seulement une faible partie de l'énergie ultrasonore est transmise de l'air au milieu testé puis retransmise dans l'air. Par contre, une onde se propageant dans l'eau se transmet de manière non négligeable dans un solide tel que le Polyéthylène. Avec l'eau comme milieu de référence, la courbe de transmission est beaucoup plus douce et sinusoïdale que pour l'air. Avec l'air comme milieu de référence, la transmission ultrasonore laisse apparaître des pics extrêmement aigus. L'allure de cette fonction ressemble à la résonance classique en transmission de type Fabry-Pérot.

### 4.1.2 Étude de sensibilité

Similairement au cas de la plaque homogène immergée dans l'eau, nous commençons par présenter une analyse de sensibilité du coefficient de transmission à ses paramètres, dans le cas d'une plaque placée dans l'air. À partir des valeurs du *tableau 4.2* représentant le cas nominal, nous avons conduit une étude de sensibilité en perturbant chacun des paramètres d'une valeur de 1‰. Chaque paramètre est perturbé séparément et nous avons utilisé l'indice de sensibilité défini au paragraphe (3.21). Le calcul a été effectué sur le coefficient de transmission avec et sans correction de la diffraction, dans la bande de fréquences 0, 5 - 1, 5 *MHz*. Les résultats de cette étude sont présentés au *tableau 4.3*. Dans ce tableau, l'analyse de sensibilité réalisée dans l'eau, dans la gamme de fréquences 1, 5 - 3 *MHz* et pour une plaque de mêmes propriétés, est rappelée à titre comparatif.

D'abord, si nous comparons l'étude de sensibilité réalisée dans l'air avec celle réalisée dans l'eau, nous observons une certaine similitude : nous avons une forte sensibilité aux paramètres  $p_1$  et  $p_2$  et une sensibilité réduite pour  $p_3$ ,  $p_4$  et  $p_5$ , voire faible pour les paramètres  $p_6$ ,  $q_1$  et  $q_2$ . Ensuite, la sensibilité dans l'air aux paramètres  $p_6$  et  $q_2$  est du même ordre de grandeur que celle au paramètre  $q_1$ , si bien qu'il semble possible de pouvoir les identifier à l'aide des mesures réalisées dans l'air. Enfin, la sensibilité dans l'air, au paramètre  $p_6$  est plus de 140 fois plus élevée que celle dans l'eau, ce qui laisse penser que la sensibilité du coefficient de transmission est plus

Paramètre	Quantités physiques	Valeur de base
$p_1 = \frac{E}{V_f}$	$E = 6 mm$ et $V_f = 344 m/s$ à $\theta = 20 \ ^\circ C$	$1,744.10^{-5} \ s$
$p_2 = \frac{E}{V_{0p}}$	$E = 6 mm$ et $V_{0p} = v_p(f_0) = 2700 m/s$ ; $(f_0 = 2, 5 MHz)$	$2,222.10^{-6} s$
$p_3 = \alpha_{0p} V_{0p}$	$\alpha_{0p} = 7,5.10^{-5} Np/m/Hz^n$ et $V_{0p} = 2700 m/s$	$0,2025 \ Np/Hz^{n-1}$
$p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$	$\rho_p = 1200 \ kg/m^3$ ; $V_{0p} = 2700 \ m/s$ ; $\rho_f = 1, 18 \ kg/m^3$ et $V_f = 344 \ m/s$	7981, 9
$p_5 = n - 1$	n = 0,85	-0, 15
$p_6 = \alpha_{0f} V_f$	$\alpha_{0f} = 1,974.10^{-11} Np/m/Hz^2$ et $V_f = 344 m/s$	$6,791.10^{-9} \ Np/Hz$
$q_1 = \frac{a^2}{(L-E)V_f}$	$a = 12,7 mm; L = 80 mm; E = 6 mm \text{ et } V_f = 344 m/s$	$8,146.10^{-7} s$
$q_2 = \frac{E}{L-E}$	E = 6 mm et $L = 80 mm$	$6,667.10^{-2}$

influencée par les propriétés (en particulier l'atténuation) du fluide dans le cas où celui-ci est l'air.

	Indice de sensibilité (‰)					
Fluide de référence	А	ir	Ea	au		
Paramètre $(1\%)$	$S^{H_1}$	$S^{H_2}$	$S^{H_1}$	$S^{H_2}$		
$p_1 = \frac{E}{V_f}$	111, 5	113, 39	57,75	57,78		
$p_2 = \frac{E}{V_{0p}}$	170, 9	146, 29	33, 54	33, 54		
$p_3 = \alpha_{0p} V_{0p}$	$8,095.10^{-1}$	$6,763.10^{-1}$	$1,207.10^{-1}$	$1,206.10^{-1}$		
$p_4 = \frac{\rho_p V_{0p}}{\rho_f V_f}$	$9,967.10^{-1}$	$9,971.10^{-1}$	$4,227.10^{-1}$	$4,221.10^{-1}$		
$p_5 = n - 1$	1,694	1,419	$2,653.10^{-1}$	$2,652.10^{-1}$		
$p_6 = \alpha_{0f} V_f$	$1,373.10^{-1}$	$1,409.10^{-1}$	$9,967.10^{-4}$	$9,970.10^{-4}$		
$q_1 = \frac{a^2}{(L-E)V_f}$	_	$2,901.10^{-1}$	_	$5,211.10^{-2}$		
$q_2 = \frac{E}{L-E}$	_	$2,899.10^{-1}$	_	$3,794.10^{-3}$		

 ${}^{H_1}$  Coefficient de transmission

 $^{H_2}$  Coefficient de transmission avec correction de la diffraction

Table 4.3 – Indice de sensibilité associé au coefficient de transmission avec et sans correction de diffractioncalculé pour une variation de 1% sur chaque paramètre

# 4.2 Système de mesure du coefficient de transmission par aircoupling

# 4.2.1 Description

Afin de mesurer le coefficient de transmission d'une plaque dans l'air<sup>[43,44]</sup>, un système de mesure sans contact est utilisé. L'émetteur et le récepteur sont deux transducteurs ultrasonores

#### 4.2. Système de mesure du coefficient de transmission par air-coupling

à couplage par air (Ultran NCT105), circulaires, possédant une face active de 50 mm de diamètre et une fréquence d'émission centrale à 1,0 MHz. Bien que le domaine en fréquence de ces capteurs soit assez bas  $(0, 5 \le f \le 1, 5 \ MHz)$  comparativement aux fréquences usuellement choisies pour le la caractérisation des matériaux (quelques MHz), la faible vitesse des ondes ultrasonores générées dans l'air ( $V_{air} \approx 345$ ) entraîne des longueurs d'onde  $\lambda = V_{air}/f$  relativement faibles (0, 23  $mm \le \lambda \le 0, 69 \ mm$ ) par rapport au diamètre des capteurs ( $2a = 50 \ mm$ ), a étant le rayon. Le champ proche (zone de Fresnel), partie très directive des faisceaux, a alors une étendue assez importante ( $0, 91 \ m \le a^2/\lambda \le 2, 7 \ m$ ). En disposant les deux transducteurs systématiquement à quelques centimètres (entre 4 et 8 cm environ) des plaques testées, les faisceaux ultrasonores transitant de l'émetteur à la plaque puis de la plaque au récepteur sont donc toujours très directifs.

Le coefficient de transmission expérimental présenté dans ce chapitre est obtenu de manière analogue à celui mesuré dans l'eau. Pendant toute la durée de l'expérimentation, les deux transducteurs sont réglés face à face à une distance fixe de part et d'autre de la plaque et leurs axes sont orientés parallèlement à sa normale. Pour chaque mesure en transmission, un signal de référence en l'absence de la plaque et un signal en présence de la plaque sont acquis. Pour obtenir le coefficient de transmission complexe en fonction de la fréquence, la FFT de chacun des signaux mesurés est calculée et leur rapport est évalué.

### 4.2.2 Spécifications

Le dispositif de mesure comprenant le système air-coupling est illustrée à la figure 4.2. Il est semblable à celui utilisé pour les mesures dans l'eau. Le transducteur émetteur est excité par un générateur/analyseur SIA-7 (VN Instruments)<sup>[45]</sup>. Cet instrument délivre un signal *Chirp* modulé en amplitude dont la forme est ajustée par le logiciel, en utilisant les paramètres suivants :

 $- f_c \ [kHz]$  la fréquence centrale du chirp de sortie ;

 $- \ B \ [kHz]$  la bande passante correspondant à la gamme de fréquences des transducteurs ;



Figure 4.2 – Dispositif expérimental de mesure du coefficient de transmission avec un système air-coupling

- $-D \left[\mu s\right]$  la durée du signal de sortie;
- -A [%] le pourcentage d'amplitude du signal par rapport à l'amplitude maximum;
- CSa et CSb [%] les pourcentages de montée et de descente du signal permettant de modifier son début et sa fin.

L'analyseur SIA-7 est configuré pour fonctionner simultanément selon quatre modes, en utilisant deux transducteurs séparés, dont chacun est relié à deux "chemins" (entrées); deux modes en émission-réception, où chaque capteur transmet et reçoit de façon indépendante et deux modes en transmission où un capteur transmet et l'autre reçoit. Cet appareil, d'une résolution de 8 bits et d'une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz, est capable de générer trois types de signaux ultrasonores : impulsion, burst ou chirp. Il possède également un processeur FFT embarqué permettant d'établir des spectres. À la réception, le traitement du signal dans le SIA-7 est basé sur la déconvolution du signal reçu, permettant la séparation des échos multiples successivement transmis ou réfléchis par un échantillon placé entre l'émetteur et le récepteur.

Bien que le système d'excitation par le SIA-7 présente quelques qualités, son utilisation en réception n'est pas adaptée à notre travail où nous désirons mesurer et comparer deux signaux transmis (avec et sans échantillon). Le désavantage majeur que représente le système de réception par le SIA-7 est la difficulté d'utilisation des signaux reçus. Le signal provenant du SIA-7 étant un vecteur (amplitude), il ne contient aucune référence temporelle, alors que celle-ci doit être prise en compte lors du traitement des signaux. Par ailleurs, la chaîne de mesure dans le SIA-7 comporte une partie de traitement du signal qui comprend des filtres et un pré-amplificateur. Le signal provenant de la mesure passe également dans cette partie. La connaissance approximative de l'amplification et du type de filtrage réalisé par l'ensemble des filtres, modifie le spectre du signal transmis et, de ce fait, introduit des erreurs. Pour ces raisons, nous avons voulu limiter autant que possible les défauts rencontrés en réception avec le SIA-7. Nous avons ainsi choisi d'utiliser un oscilloscope numérique permettant d'atteindre une vitesse d'acquisition de 10Géch/sec avec une résolution de 12 bits, ce qui limite les erreurs dues au traitement des signaux.

Pour le réglage de chacun des transducteurs, en incidence normale, l'échantillon est monté sur un plateau tournant et placé dans l'air ambiant entre l'émetteur et le récepteur. Ces derniers, séparés d'une distance de 8 mm, sont connectés à l'analyseur SIA-7, qui est configuré en mode réflexion (émission-réception). Nous faisons alors varier les deux angles d'incidence jusqu'à obtenir les maximums des signaux réfléchis par les deux faces de la plaque. L'utilisation d'un signal d'excitation mono-fréquentielle permet de vérifier la décroissance régulière des échos successifs pour chaque signal réfléchi, ce qui permet d'assurer une bonne orthogonalité entre l'axe des faisceaux ultrasonores et la surface de la plaque.

Le signal recueilli par le transducteur récepteur est très atténué à cause de la forte atténuation dans l'air. Une fois que le réglage est effectué, nous connectons le récepteur à un amplificateur (AD8332-EVALZ, Analog Devices), situé entre le capteur et l'oscilloscope numérique. Du fait de la forte réflexion à l'interface air/plaque et en raison des pertes d'énergie subies lors des passages d'interfaces et de l'absorption dans la plaque, les deux acquisitions (sans et avec plaque) ne peuvent pas se faire avec la même amplification. En effet, le signal transmis à travers la plaque est beaucoup plus faible que le signal de référence et nécessite donc une amplification plus importante pour pouvoir être observé. Par ailleurs, les signaux enregistrés à ce propos sont amplifiés en utilisant des gains appropriés pour chaque signal de manière à éviter la saturation des signaux pour les forts niveaux d'amplitude.

La section d'amplification débute avec l'amplification du signal reçu par un pré-amplificateur à faible bruit (LNA du AD8332). Cet étage présente un gain fixe de 19 dB pour une bande passante de 130 MHz. Ensuite, deux étages d'amplificateur à gain variable (deux VGA du AD8332) possédant une bande passante de 110 MHz permettent d'obtenir une amplification maximum jusqu'à 80 dB.

# 4.3 Mesures préliminaires

### 4.3.1 Étalonnage de l'amplificateur

Comme mentionné précédemment, le signal ultrasonore reçu est amplifié par un amplificateur à gain réglable, utilisé à deux positions de gain différentes. Pour utiliser cet amplificateur dans les meilleures conditions, il convient de pratiquer un étalonnage, de manière à obtenir la réponse en gain de celui-ci. Pour cela, nous avons utilisé le montage décrit sur la *figure 4.3*. Le générateur délivre un signal sinusoïdal d'amplitude et de fréquence connues. Nous commençons par l'atténuer à l'aide d'un atténuateur afin d'obtenir un signal d'amplitude raisonnable à la sortie de l'amplificateur. Le signal atténué est ensuite injecté à l'entrée de l'amplificateur dans sa plage de fonctionnement linéaire (sans saturation). Les valeurs maximales de tension pouvant être appliquée sont fixées par la limite de saturation de l'amplificateur. En effet, lors des mesures, la tension maximale à la sortie ne dépasse pas 200 mV en crête, au-delà l'amplificateur sature. Le gain est commandé par une tension continue  $V_c$  comprise entre 0 et 1 V, réglable à l'aide d'un potentiomètre rotatif et mesurée avec un voltmètre. Nous mesurons la tension en entrée et en sortie et nous en déduisons le gain grâce à la formule

$$Gain = 20 \log\left(\frac{xV_s}{V_e}\right) \quad [dB], \tag{4.2}$$

où  $V_s$  est l'amplitude de la tension de sortie,  $V_e$  celle de la tension d'entrée, lues sur l'oscilloscope et x le facteur d'atténuation.

Des mesures ont été effectuées pour différentes positions du potentiomètre en fixant l'atténuation à 40 dB (x = 100). Elles consistaient à relever les tensions à l'entrée de l'atténuateur et à la sortie de l'amplificateur pour une vingtaine de valeurs de la tension de commande  $V_c$ , répartie entre le minimum et le maximum. Le gain est calculé pour toutes les valeurs et reporté en fonction de la tension  $V_c$ . Le graphique obtenu, appelé courbe de gain, montre que l'amplification



Figure 4.3 – Montage électronique pour le calibrage de l'amplificateur



**Figure 4.4** – Évolution de l'amplification A en fonction de la tension de commande continue  $V_c$ 

A est proportionnel à l'exponentielle de la tension de commande

$$A = ae^{bV_c},\tag{4.3}$$

*a* et *b* étant des constantes. Afin d'observer une droite sur le graphique, l'axe des ordonnées a une échelle logarithmique (*cf. figure 4.4*). Une régression linéaire,  $\ln(A) = \ln(a) + bV_c$ , a été réalisée pour approcher cette droite et son équation est indiquée sur le graphique (a = 0,055 et  $b = 11,523 V^{-1}$ ).

# 4.3.2 Influence de la température - mesure de la vitesse des ultrasons dans l'air

De part les difficultés liées à l'utilisation d'un amplificateur dans la chaîne de mesure, l'étude de la propagation des ondes ultrasonores en utilisant un système à couplage par air est très délicate. Un grand nombre de conditions extérieures (courant d'air, ventilation, fluctuations de température, etc.) peuvent influer sur la propagation, le plus souvent de manières combinées, ce qui peut réduire la justesse et la répétabilité des mesures. Ces facteurs d'environnement sont aussi capables dans les cas extrêmes de rendre la mesure impossible en générant des signaux parasites trop importants. Une autre difficulté concerne les problèmes de bruit de natures électriques ou magnétiques que le détecteur peut capter du fait de sa grande sensibilité et de son environnement. Pour s'affranchir de certains de ces problèmes, le système air-coupling est installé dans une salle protégée des courants d'air, ce qui assure la stabilité de l'air ambiant et réduit ainsi les fluctuations de la température.

D'autre part, nous avons observé expérimentalement que les conditions atmosphériques (température, pression et humidité) de l'air ambiant, influent fortement sur la propagation des ondes. La température est le facteur ayant le plus d'influence sur la vitesse des ondes ultrasonores. Il sera donc nécessaire lors des mesures expérimentales, de tenir compte des variations de température et de mettre en œuvre une compensation en température, si l'on a besoin d'une mesure plus précise. Cette compensation peut être réalisée, de manière analogue à celle dans l'eau, en mesurant la température de l'air et en apportant les corrections nécessaires.

#### 4.3. Résultats expérimentaux et numériques obtenus sur une plaque de Polyéthylène ... 111

L'étude précédente, réalisée dans l'eau, montre la nécessité de connaître la vitesse de propagation dans le milieu de référence entourant la plaque, avec une très grande précision pour déterminer les propriétés du matériau. Pour mesurer cette vitesse dans l'air, nous avons utilisé une configuration similaire à celle développée pour la mesure de la vitesse dans l'eau, mais la distance de déplacement du transducteur récepteur est ici petite (quelques centimètres). Les points expérimentaux de variation de la vitesse dans l'air en fonction de la température et leur régression linéaire sont visibles sur la figure 4.5a, où sont également indiquées l'équation de la droite,  $V_{air} = a\theta + b$  et les incertitudes  $\Delta a$  et  $\Delta b$  sur les coefficients de régression évaluées à l'aide de la routine glmfit. On obtient  $a = 0,48593 \pm 2.10^{-3} m/s/^{\circ}C$  et  $b = 334,625 \pm 4.10^{-2} m/s$ . L'incertitude de mesure de la vitesse dans l'air, calculée avec la relation (2.20) est tracée en fonction de la température sur la figure 4.5b. Ces mesures de la vitesse des ultrasons dans l'air peuvent être comparées aux valeurs tabulées dans le Handbook of Chemistry and Physics<sup>[46]</sup>, qui donne pour la vitesse dans l'air sec :  $V_{airsec}^{table} = 0,586\theta + 331, 6$ , ce qui est en bon accord avec notre mesure.



Figure 4.5 - (a) Points de mesure de la vitesse des ultrasons dans l'air en fonction de la température et leur régression linéaire; (b) incertitude absolue

# 4.4 Résultats expérimentaux et numériques obtenus sur une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm

Nous décrivons ici les résultats de mesure et d'identification obtenus sur une plaque en Polyéthylène d'épaisseur 6 mm, dont les propriétés ont déjà été identifiées dans l'eau (*cf. tableau* 3.7). Le signal Chirp utilisé en émission, a une fréquence centrale de 1,0 MHz et couvre les fréquences entre 0,5 et 1,5 MHz. Sa durée est fixée à 100  $\mu s$ . Le signal mesuré à travers l'échantillon est amplifié, numérisé sur 12 bits avec une fréquence d'échantillonnage de 50 MHz puis moyenné avant son acquisition et son stockage sur un ordinateur. Ce moyennage permet d'atteindre un rapport signal sur bruit très appréciable (30 dB de gain). Au cours des expériences avec le système air-coupling, il est apparu que le rapport signal sur bruit et la linéarité de l'amplificateur sont des paramètres importants, dans la mesure où les signaux mesurés sont très faibles, contrairement à ceux mesurés dans l'eau. Le signal de référence est acquis dans l'air, en suivant le même protocole.

Les deux signaux temporels, enregistrés sans et avec échantillon pour une mesure du coeffi-



**Figure 4.6** – Signaux temporels et le module de leurs FFT obtenus pour une plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm, en utilisant des transducteurs 1 MHz: (a) signal de référence et le module de sa FFT; (b) signal intégral transmis à travers la plaque et le module de sa FFT.

cient de transmission, sont représentés sur la figure 4.6. Nous pouvons en particulier remarquer la forte différence d'amplitude entre les deux signaux. En raison de la grande différence entre la vitesse de propagation des ultrasons dans l'air et dans la plaque, le signal ultrasonore ayant traversé l'échantillon arrive avant son homologue ayant traversé une couche d'air de même épaisseur. Le signal transmis à travers la plaque laisse apparaître aux temps longs, des échos semblables à un battement de fréquences. Ces signaux, qui correspondent à des ondes ayant séjourné longtemps dans la plaque, en effectuant de multiples allers-retours, sont donc responsables de l'apparition des résonances. Ces dernières sont mises en évidence en analysant le module de la FFT du signal transmis par l'échantillon, tracé sur la figure 4.6b. Ce module fait apparaître des pics de résonance à des fréquences régulièrement espacées. L'écart entre deux maximas successifs, correspond à un trajet aller-retour dans la plaque d'épaisseur 6 mm. Le module de la FFT du signal de référence (cf. figure 4.6a) présente une amplitude maximale à environ 1, 2 MHz et une bande passante à -6 dB d'environ  $262 \ kHz$ .

En ce qui concerne la stratégie d'identification, nous avons choisi, comme pour le cas en immersion, d'ajuster les parties réelle et imaginaire du coefficient de transmission avec correction de la diffraction. Les paramètres du modèle sont les mêmes que ceux définis dans l'étude par immersion (*cf. chapitre 3*), à savoir les paramètres p liés aux propriétés de la plaque et de l'air et les paramètres q liés à la correction de la diffraction. Les valeurs initiales des paramètres sont celles identifiées précédemment, dans l'eau, en remplaçant les propriétés connues de l'eau par celles de l'air. Notons que pour ces dernières, nous gardons le coefficient d'atténuation dans l'air fixe, avec une valeur de 1,974.10<sup>-11</sup> Np/m/Hz<sup>2</sup><sup>[47]</sup>. En revanche, étant donné que la vitesse dans l'air et sa masse volumique dépendent de la température, nous utilisons la relation empirique  $V_{air} = 0,486 \ \theta + 334,63 \ (cf. figure 4.5a)$  pour évaluer cette vitesse à la température relevée pendant la mesure. La masse volumique est, quant à elle, tirée de tables du Handbook of Chemistry and Physics. Nous estimons que cette masse volumique évolue en fonction de la température selon une loi affine  $\rho_{air} = a\theta + b$ , avec  $a = -4,361.10^{-3} \pm 1,227.10^{-5} \ kg/m^3/^{\circ}C$  et  $b = 1,28736 \pm 2,564.10^{-4} \ kg/m^3$ .

Les courbes d'identification obtenues pour la plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm sont présentées sur la figure 4.7. Elles sont en très bon accord bien qu'une légère différence soit visible au niveau des résonances. L'écart relatif entre la mesure et la prédiction s'élève à 2,5%. Les valeurs correspondantes des propriétés identifiées sont données dans le tableau 4.4, où sont également notées les valeurs obtenues par immersion à titre comparatif. Les propriétés identifiées avec la meilleure précision sont sans doute celles dont l'incertitude est faible tout en ayant une valeur identifiée proche pour les deux mesures, comme par exemple l'épaisseur et la masse volumique, qui diffèrent de moins de 0,1% et 0,6%, respectivement. Cette comparaison nous montre que les paramètres de l'atténuation ( $\alpha_{0p}$  et n), identifiés avec les mesures air-coupling, souffrent d'une erreur plus importante puisque nous avons un coefficient d'atténuation dont la précision est plus de 7 fois plus élevée que celle de ce même paramètre identifié à partir des mesures par immersion. Nous pouvons cependant voir que d'autres propriétés présentent des incertitudes très faibles, de l'ordre de quelques millièmes : les identifications de l'épaisseur et de la vitesse se montrent très précises, avec des précisions en-dessous de 1% pour les deux mesures.

Les courbes de dispersion en vitesse de phase et en atténuation, calculées pour la plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm, à partir des résultats obtenus dans l'air et dans l'eau, sont montrées sur la figure 4.8.



**Figure 4.7** – Comparaison entre les coefficients de transmission complexes (parties réelle et imaginaire, module et phase), mesurés par air-coupling et identifiés dans la gamme de fréquences 0, 7 - 1, 5 MHz

Propriétés	$E \ [mm]$	$ ho_p \; [kg/m^3]$	${V_{0p}}^*[m/s]$	$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	n
Polyéthylène-6	(incertitudes)	(incertitudes $)$	(incertitudes $)$	(incertitudes)	(incertitudes $)$
Air-coupling	6,029	955, 7	2331, 9	$4, 3.10^{-6}$	1, 11
1,0 <i>MHz</i>	(0,004)	(44)	(3,1)	$(13, 5.10^{-6})$	(0, 23)
Immersion	6,024	943, 7	2343, 9	$1, 9.10^{-6}$	1,164
2,25 MHz	(0,011)	(30)	(9, 2)	$(1, 9.10^{-6})$	(0, 066)
$f_0 = 2,5 \ MHz$					

**Table 4.4** – Comparaison entre les propriétés de la plaque de Polyéthylène d'épaisseur 6 mm, identifiées à partir des mesures dans l'air (1 MHz) et dans l'eau (2, 25 MHz)



**Figure 4.8** – Dispersion calculée avec les valeurs identifiées à partir des mesures par air-coupling et par immersion. (a) vitesses de phase évaluées avec le modèle de Szabo; (b) atténuations évaluées avec la loi en puissance de la fréquence

# 4.5 Résultats d'identification obtenus sur d'autres plaques viscoélastiques

Des mesures semblables ont été effectuées sur quatre autres plaques. Les identifications entreprises sur ces échantillons de matériaux viscoélastiques sont consignées dans le tableau 4.5. L'analyse de précision est présentée sur la figure 4.9, avec des barres de précision sur les propriétés de chaque plaque, permettant de se rendre compte de l'ordre de grandeur de précision d'identification de celles-ci. Nous pouvons remarquer que la précision se situe entre 300% et 930% pour le coefficient d'atténuation  $\alpha_{0p}$  et entre 5% et 70% pour l'exposant n. Cette valeur est dans tous les cas nettement supérieure à celle obtenue avec les mesures dans l'eau, qui ne dépasse quant à elle jamais 450% pour  $\alpha_{0p}$  et 28% pour n (cf. figure 3.18). Pour ces deux propriétés ainsi que pour la masse volumique, nous n'obtenons que des valeurs assimilables à des ordres de grandeur. Nous pouvons cependant voir que l'épaisseur et la vitesse sont facilement identifiées avec moins de 0,5% de précision. Elles sont les seules propriétés dont les valeurs varient peu selon les deux mesures, avec moins de 2% d'écart. Les autres propriétés montrent un écart relatif allant jusqu'à 12% ( $\rho_p$ ), 100% ( $\alpha_{0p}$ ) et 33% (n). Malgré cela, nous observons tout de même une très bonne cohérence entre les valeurs identifiées à partir des deux mesures, puisque les incertitudes des unes sont contenues dans celles des autres.

Par ailleurs, comme nous avons pu le remarquer lors des identifications des propriétés des plaques avec les mesures dans l'eau, l'incertitude relative sur les paramètres de l'atténuation diminue clairement avec l'épaisseur de l'échantillon, ce à quoi nous pouvions nous attendre puisque moins le spécimen est épais, moins le modèle du coefficient de transmission est influencé par les paramètres  $p_3 = \alpha_{0p}V_{0p}$  et  $p_5 = n - 1$ .

Propriétés	$E \ [mm]$	$ ho_p \; [kg/m^3]$	$V_{0p}^{*}[m/s]$	$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	n
Matériaux	(incertitudes)	(incertitudes)	(incertitudes $)$	(incertitudes)	(incertitudes)
Playighes 3	3,023	1174	2741, 0	$2, 1.10^{-6}$	1,143
T lexigias-5	(0,007)	(145)	(10, 5)	$(19, 5.10^{-6})$	(0, 66)
Polyáthylàna 3	2,949	1035	2411	$3, 6.10^{-5}$	0,928
i oryetnytene-5	(0,007)	(116)	(8,9)	$(30, 7.10^{-5})$	(0, 615)
Polyáthylàna 6	6,029	955,7	2331, 9	$4, 3.10^{-6}$	1, 11
r olyethylene-o	(0,004)	(44)	(3,1)	$(13, 5.10^{-6})$	(0, 23)
PVC 10	9,992	1291	2329, 5	$8, 7.10^{-4}$	0,755
1 10-10	(0,006)	(67)	(4, 3)	$(28.10^{-4})$	(0, 226)
PVC-	4,856	1407	2294	$9.10^{-4}$	0,738
transparent-5	(0,004)	(76)	(4, 4)	$(25, 6.10^{-4})$	(0, 204)

Pour terminer, il est intéressant de relever que lorsque les parties réelles et imaginaires

 $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

Table 4.5 – Valeurs identifiées des propriétés physiques des différents matériaux étudiés, à partir des mesureseffectuées par air-coupling à 1,0 MHz

des coefficients de transmission identifiés sont comparées à celles des mesures expérimentales dans l'air, nous observons une erreur résiduelle allant jusqu'à 5%, alors que nous avons vu au chapitre précédent que cette erreur est inférieure à 0,5% pour les mesures dans l'eau, ce qui peut expliquer, en partie, pourquoi certains paramètres, en particulier l'atténuation sont mal identifiés.



**Figure 4.9** – Précision sur les propriétés identifiées. (a) épaisseur et vitesse de phase à  $f_0 = 2,5 MHz$ ; (b) masse volumique; (c) coefficient d'atténuation; (d) exposant de l'atténuation

# 4.6 Plaques en carbone-époxy

Une deuxième série de mesures et d'identifications, présenté dans ce chapitre, consiste en des plaques composites avec des fibres de carbone dans une matrice en époxy. Ces plaques d'épaisseur moyenne de 2, 35 mm, sont composées de huit plis. La description de ce matériau sera présentée au chapitre 5. Nous nous contentons ici de considérer l'ensemble des échantillons testés comme visocélastiques et homogènes. En effet, les transducteurs air-coupling utilisés dans notre cas, ont un spectre centré sur 1 MHz. Pour un domaine de fréquences de travail compris entre 0,5 et 1,5 MHz et pour une vitesse de propagation dans les composites carbone-époxy d'environ 3000 m/s, la longueur d'onde varie entre 2 et 6 mm. Ainsi, pour une épaisseur d'échantillon égale à 2,35 mm, l'hypothèse d'homogénéité est respectée.

Nous disposons de plusieurs échantillons parallélépipédiques, de dimensions  $200 \times 300 \times 2,35 m^3$ . L'épaisseur originale de 2,35 mm de ces plaques est faible par rapport à la longueur d'onde, ce qui laisse présager une identification de l'ensemble des paramètres délicate. Nous avons réalisé des mesures sur une plaque saine B01 et sur cinq plaques F01, F02, F03, F04 et F05 vieillies thermiquement à  $180^{\circ}C$  dans l'air. Ces dernières ont été cuites au cours d'un même cycle de fabrication afin de limiter, dans la mesure du possible, les différences à l'état initial. Elles se distinguent par la durée de vieillissement que chacune d'elle a subie, qui est de 500, 1000, 1500, 2500 et 3500 heures, respectivement. La mesure du coefficient de transmission dans l'air de chaque plaque a été effectuée dans la bande de fréquences 0, 8 - 1, 45 MHz, en utilisant les transducteurs air-coupling 1 MHz.

### 4.6.1 Plaque saine

Nous avons dans un premier temps testé la plaque composite saine B01, destinée à l'état initial. Nous avons procédé à l'identification des paramètres de cette plaque afin d'obtenir un aperçu des propriétés acoustiques de l'ensemble des plaques composites testées, dans leur état initial avant vieillissement thermique. La figure 4.10 permet de visualiser la comparaison entre l'expérience et le modèle du coefficient de transmission identifié. La qualité de mesure trouvée pour cette plaque composite est inférieure à celle obtenue sur les plaques en polymère, ce qui se remarquerait par ailleurs au rapport signal/bruit des parties réelle et imaginaire du coefficient de transmission mesuré. Pour cette raison, nous avons effectué des identifications sur une plage de fréquences plus limitée :  $0, 8-1, 45 \ MHz$ . Malgré cela, le modèle théorique identifié reproduit correctement la courbe mesurée, notamment dans la zone proche du pic de résonance comportant le moins de bruit. Les valeurs des propriétés issues du modèle identifié sont présentées dans le tableau 4.6. Les incertitudes qui leur sont associées sont également fournies. Ce tableau met en

Propriétés	$E \ [mm]$	$ ho_p \; [kg/m^3]$	$V_{0p}^{*}[m/s]$	$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	n
Carbone époxy	(incertitudes)	(incertitudes $)$	(incertitudes $)$	(incertitudes)	(incertitudes)
Plaque saine	2,264	1390	3013	$1.10^{-5}$	1
<i>B</i> 01	(0,005)	(88)	(42)	$(160.10^{-5})$	(9, 2)

 $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

**Table 4.6** – Valeurs identifiées des propriétés physiques de la plaque de composite saine B01, dans la gamme de fréquences  $0, 8 - 1, 45 \ MHz$ , à partir des mesures effectuées par air-coupling à  $1, 0 \ MHz$ 



**Figure 4.10** – Comparaison entre les coefficients de transmission complexes mesuré dans l'air avec les transducteurs 1 MHz (courbes bleues) et identifié (courbes rouges) pour la plaque B01 : état initial

évidence l'impossibilité d'identifier les paramètres de l'atténuation ( $\alpha_{0p}$  et n). Une incertitude aberrante, notamment sur le coefficient d'atténuation, est signe d'une mauvaise identification de celui-ci.

### 4.6.2 Plaques vieillies

Cinq échantillons ont été utilisés pour l'analyse de l'état vieilli. Les modules des coefficients de transmission mesurés pour ces plaques sont regroupés dans la fiqure 4.11. Nous observons que la fréquence à laquelle se produit le maximum du module du coefficient de transmission, diminue avec l'augmentation de la durée de vieillissement. Une diminution importante de la position en fréquence de ce maximum est produite entre l'état initial (voir module figure 4.10) et l'état le moins vieilli (500 heures). Ce phénomène peut avoir deux origines : il peut être attribué à la dégradation due au vieillissement, mais également à une différence de fabrication entre les plaques destinées au vieillissement qui sont issues du même cycle de polymérisation et la plaque réservée à l'état initial qui, quant à elle, provient d'un cycle différent. L'augmentation de la durée de vieillissement a également pour effet de diminuer l'amplitude du pic observé du module du coefficient de transmission. Il apparaît toutefois que l'amplitude et la position de ce pic ont augmenté pour les états vieillis 2500 et 3500 heures. En tout cas, il est difficile de conclure à partir d'une si courte durée de vieillissement, mais il semblerait que cette chute d'amplitude et cette diminution de la position en fréquence du maximum ne vont pas à l'encontre de l'effet de vieillissement, observé sur le coefficient de transmission mesuré dans l'air, dans une étude menée dans la référence [42], sur des plaques vieillies pendant des durées plus longues (jusqu'à 11000 heures).



**Figure 4.11** – Modules des coefficients de transmission des plaques vieillies - F01 (cyan), F02 (bleu), F03 (rouge), F04 (vert) et F05 (magenta) - mesurés avec les transducteurs air-coupling 1 MHz

Dans le tableau 4.7 sont regroupées les valeurs des propriétés identifiées obtenus pour les cinq plaques vieillies ainsi que les incertitudes qui y sont associées. Ces identifications ont été entreprises dans le but de pouvoir relever les tendances d'évolution des propriétés acoustiques (en particulier l'atténuation et la vitesse) de ces plaques composites avec la durée de vieillissement. Cependant, la mauvaise qualité des mesures n'autorise pas de tirer de conclusion sur cette évolution et entraîne que seules l'épaisseur et la vitesse sont identifiables. Ces deux propriétés montrent tout de même une tendance à décroître avec le vieillissement. Les courbes mesurées et identifiées sont visibles sur la figure 4.12 pour la plaque F01 et sur la figure 4.13 pour les plaques F02 à F05. Nous remarquons que les parties réelles et imaginaires sont entachées de bruit plus important que dans le cas des mesures sur les plaques polymères. Le rapport signal/bruit de la mesure diminue lorsque l'on s'éloigne de la zone autour du pic de résonance où la qualité de la mesure est encore très bonne. La conséquence de ce bruit est que les précisions sur les valeurs identifiées du coefficient d'atténuation  $\alpha_{0p}$  et de l'exposant n sont aberrantes. En revanche, l'épaisseur et la vitesse ainsi que la masse volumique convergent correctement et nous constatons que les courbes ajustées sont proches de l'expérience.

D'après cette étude de cas, nous pouvons affirmer que la fine épaisseur de ces échantillons composites entraîne que l'erreur d'identification commise sur les paramètres de l'atténuation est importante et il s'agit certainement d'un point qui nécessite d'être amélioré par la suite. Il serait intéressant d'analyser d'autres spécimens, notamment avec une épaisseur plus importante afin de voir s'il est possible d'améliorer les résultats dans ces conditions.

Propriétés	$E \ [mm]$	$ ho_p \; [kg/m^3]$	$V_{0p}^{*}[m/s]$	$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	n
Carbone époxy	(incertitudes)	(incertitudes)	(incertitudes $)$	(incertitudes)	(incertitudes)
Plaque vieillie F01	2,444	1506	3093	$7.10^{-6}$	1
500 heures	(0,007)	(108)	(58)	$(1270.10^{-6})$	(13)
Plaque vieillie F02 1000 heures	2,408	1424	3049	$1.10^{-5}$	1
	(0,006)	(119)	(53)	$(149.10^{-5})$	(10)
Plaque vieillie F03	2,400	1713	3016	$9.10^{-6}$	1
$1500 \ heures$	(0,008)	(124)	(67)	$(1739.10^{-6})$	(13)
Plaque vieillie F04	2,400	1649	3023	$8.10^{-6}$	1
$2500\ heures$	(0,008)	(128)	(65)	$(1696.10^{-6})$	(14, 7)
Plaque vieillie $F05$	2,329	1576	2931	$7.10^{-6}$	1
3500 heures	(0,008)	(120)	(65)	$(1471.10^{-6})$	(13, 8)

 $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

**Table 4.7** – Valeurs identifiées des propriétés physiques des plaques de composite vieillies, dans la gamme de fréquences 0, 8 - 1, 45 MHz, à partir des mesures effectuées par air-coupling à 1, 0 MHz



**Figure 4.12** – Comparaison entre les coefficients de transmission complexes mesuré dans l'air avec les transducteurs 1 MHz (courbes bleues) et identifié (courbes rouges) pour la plaque F01 (500 heures)


**Figure 4.13** – Comparaison entre les coefficients de transmission mesurés dans l'air avec les transducteurs 1 MHz (courbes bleues) et identifiés (courbes rouges). Plaques vieillies : F02 (1000 heures) ; F03 (1500 heures) ; F04 (2500 heures) et F05 (3500 heures)

## 4.7 Résumé et commentaires

Bien que le système de mesure par immersion présente de nombreuses qualités, nous avons également utilisé un système de mesure employant des transducteurs à couplage par air. Une mesure sans contact dans l'air permet d'éliminer certains défauts rencontrés avec une mesure dans l'eau : les conditions de couplage et le risque d'endommager certains matériaux (structures poreuses).

En confrontant les résultats d'identification obtenus à partir des mesures air-coupling avec les valeurs identifiées à partir des mesures par immersion, nous avons remarqué une bonne correspondance des épaisseurs obtenues avec les deux méthodes. Nous avons pu noter qu'il est délicat d'aboutir à de bonnes identifications de l'atténuation lorsque les courbes mesurées sont entachées de bruit trop important, puisque l'incertitude d'identification tend à devenir du même ordre de grandeur que la valeur identifiée. La limitation est ici plutôt due aux mesures expérimentales qu'à la procédure d'identification à proprement parler. La vitesse et la masse volumique sont généralement bien identifiées et leurs valeurs sont un peu différentes de celles identifiées à partir des mesures dans l'eau, qui sont connues avec des précisions très bonnes.

Pour des échantillons en polymère, aux propriétés viscoélastiques, nous avons pu constater que les paramètres de l'atténuation ne sont pas identifiés précisément dans les cas étudiés, d'épaisseurs modestes. L'incertitude de ces paramètres augmente considérablement lorsque l'épaisseur devient faible. Finalement, l'erreur sur les paramètres de l'atténuation pour des matériaux composites carbone-époxy est si importante que ces propriétés ne peuvent pas être considérées comme identifiables avec nos mesures.

Étant donné que la qualité des résultats d'identification trouvés par air-coupling est inférieure à celle obtenue par immersion, nous pouvons admettre que les mesures dans l'air sont moins précises que celles réalisées dans l'eau. La raison principale expliquant une erreur plus importante, lors de la détermination des propriétés recherchées des plaques, est le niveau de bruit des coefficients de transmission mesurés par air-coupling. L'utilisation d'un amplificateur exponentiel dans la chaîne de mesure explique en majeure partie la présence de ce bruit. C'est par conséquent ce dernier point qu'il convient d'optimiser si nous désirons obtenir des résultats d'identification aussi précis que ceux obtenus avec les coefficients de transmission des plaques, mesurés par immersion.

## Chapitre 5

# Application à la caractérisation par immersion de plaques de matériau composite stratifié carbone époxy

Les matériaux composites appartiennent sans doute à l'une des classes de matériaux les plus étudiées de nos jours. Le cas des matériaux composites est représentatif des problèmes auxquels nous pouvons être confrontés lorsqu'il s'agit d'identifier leurs propriétés physiques. Cette classe de matériaux porte son nom du fait de leur constitution, les composites étant une association de deux ou plusieurs matériaux. La combinaison de différents matériaux permet d'obtenir des propriétés mécaniques globales qui tirent parti des avantages de chaque constituant. Un exemple connu de matériau composite à hautes performances est l'association de fibres en carbone, jouant le rôle de renforts, avec une matrice en époxy. Les fibres disposent d'une rigidité et d'une résistance élevées, en partie grâce à leur faible diamètre qui limite le nombre de défauts présents en leur sein. Associées à une matrice époxy, qui permet de lier les fibres entre elles tout en disposant d'une masse volumique faible, elles forment un composite qui possède d'excellentes propriétés mécaniques dans leur direction tout en gardant une masse réduite. Cet exemple de composite met en évidence la grande différence avec les matériaux isotropes conventionnels : les propriétés varient selon la direction de chargement. Avec des fibres disposées dans une seule direction, le matériau composite présentera une rigidité élevée dans cette direction, qui peut être de l'ordre de celle d'un métal, mais bien plus faible dans les directions transverses.

L'avantage majeur des composites est qu'ils peuvent être choisis et réalisés sur mesure de manière à fournir un matériau optimal pour une application donnée. Le rapport entre leurs différents constituants peut être modifié et leurs renforts disposés de manière à offrir les propriétés voulues dans une direction privilégiée de l'espace. Cela permet d'obtenir des structures avec des performances avantageuses pour une masse faible, ce qui - malgré un coût plus important que pour les matériaux plus conventionnels - justifie leur emploi abondant majoritairement dans les domaines de haute technologie ou du sport et une utilisation croissante dans le domaine des transports.

Les matériaux composites sont, par définition des milieux hétérogènes. Cependant, pour des longueurs d'ondes suffisamment grandes par rapport aux hétérogénéités, le matériau constitue un milieu quasi homogène pour l'onde qui se propage. Dans ces conditions, la théorie de propagation, développée pour les milieux élastiques, peut être utilisée. Les limites de cette approche sont bien sûr les limites d'homogénéisation du matériau par la longueur d'onde.

Pour affiner la description de la propagation dans le composite, il est indispensable de tenir compte de sa structure multicouche, car la seule assimilation du matériau à un milieu homogène n'est valable que pour des fréquences basses. En incidence normale et pour une onde incidente longitudinale, la vitesse de propagation est la même dans chaque pli, indépendamment de l'orientation des fibres. Pourtant, on observe un phénomène qui est provoqué par la présence d'interfaces entre chaque pli. Entre deux plis d'orientation différente, il existe une fine couche de résine qui joue un rôle de réflecteur et marque la nature multicouche. Ces interfaces périodiques engendrent une fréquence de résonance qui correspond à une période déterminée par un aller-retour dans l'épaisseur du pli.

Ce chapitre est consacré à l'évaluation des propriétés de plaques composites carbone-époxy et à l'étude de leur vieillissement thermique. Après une brève présentation de ces plaques composites, nous mesurons leurs coefficients de transmission dans l'eau, avec des transducteurs à immersion 2,25 MHz puis 5 MHz. Ces données expérimentales sont ensuite confrontées, par calcul inverse, aux prédictions du coefficient de transmission théorique en recourant à un modèle de plaque homogène viscoélastique. Nous déterminons les propriétés d'une plaque composite saine dans son état initial, ainsi que celles de plaque composites, dont les propriétés ont été dégradées, suite à un vieillissement thermique à  $180^{\circ}C$  dans l'air. Nous comparons ces plaques en terme d'évolution de leurs propriétés avec la durée de vieillissement. Enfin, à partir des mesures effectuées sur la plaque saine, avec les transducteurs 5 MHz, nous déterminons la limite du domaine de fréquences qui permet de considérer cette plaque comme un milieu homogène. Une étude comparative, en utilisant un modèle multicouche périodique permettant de simuler la réponse de cette plaque à hautes fréquences, est alors réalisée.

## 5.1 Stratifié en carbone époxy

L'étude réalisée ici porte sur un matériau composite stratifié carbone/époxy appelé G803/914. Il s'agit d'un stratifié à base de résine époxyde (914) renforcé par un tissu de fibres longues de carbone (G803). Ce matériau a fait l'objet d'une thèse de doctorat effectuée par Gélébart<sup>[48]</sup>. Il a été élaboré à partir de plis préimprégnés selon le procédé classique en autoclave décrit dans cette même thèse. Les échantillons considérés prennent la forme de plaques rectangulaires de dimensions  $200 \times 300 \ mm^2$ , avec une masse volumique moyenne mesurée d'environ 1500  $kg/m^3$ .



**Figure 5.1** – Composite stratifié quasi-isotrope  $[0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ]_S$ 

Chacune de ces plaques, mises à la disposition de notre laboratoire par la société Aircelle (groupe Safran), est constituée de huit plis préimprégnés, disposés suivant une séquence d'empilement dite quasi-isotrope  $[0^{\circ}, 45^{\circ}, -45^{\circ}, 90^{\circ}]_{S}$ , avec une épaisseur totale d'environ 2, 35 mm. Dans la figure 5.1, le repère (1,2,3) indiqué est celui du matériau. Cette configuration crée une symétrie par rapport au plan moyen du stratifié. De plus, grâce à la répartition équilibrée des fibres dans les directions 1 et 2, il y a équivalence entre ces deux directions. Le stratifié ainsi constitué peut donc être considéré comme homogène selon la direction de propagation normale au plan de la plaque. On attribue au milieu des caractéristiques de matériau homogène qui a une transmission théorique se rapprochant de la transmission réelle du stratifié.

Par ailleurs, dans les composites carbone/époxy, la vitesse des ondes longitudinales se situe généralement aux alentours de 3000 m/s (en incidence normale). Pour une fréquence de 3 MHz, par exemple, la longueur d'onde correspondante est de l'ordre de 1 mm. Or, l'épaisseur d'un pli dans la plaque de composite étudiée est légèrement inférieure à 0,3 mm. Ainsi, nous sommes dans le domaine de validité de l'homogénéisation.

## 5.2 Résultats expérimentaux

### 5.2.1 Plaque saine

Ce paragraphe est consacré aux mesures réalisées sur la plaque composite B01, réservée à la caractérisation de l'état initial sans vieillissement thermique. Nous avons mesuré par immersion, le coefficient de transmission de cette plaque saine, en utilisant deux paires de transducteurs 2,25 puis 5 MHz. La figure 5.2 représente, en fonction de la fréquence, les courbes de variation de ce coefficient complexe, dans les deux bandes de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz et 3, 0 - 6, 0 MHz<sup>§</sup>. L'examen de ces courbes, en particulier celles des modules, montrent qu'il existe une zone basse fréquence (jusqu'à 5 MHz), pour laquelle la plaque peut être considérée comme homogène. Notons que la périodicité du module du coefficient de transmission de la plaque mesurée avec les transducteurs 2,25 MHz (courbe noire) correspond à des résonances de cette même plaque. L'écart fréquentiel  $\Delta f$  entre les résonances est égal à environ 0,667 MHz, ce qui correspond à l'inverse du temps de propagation aller-retour dans la plaque. Nous retrouvons d'ailleurs cette périodicité sur le module du coefficient de transmission mesurée avec les transducteurs 5,0 MHz (courbe rouge) :  $\Delta f = 0,67$  MHz. Nous observons également sur ce même module des fluctuations qui se produisent à partir de 5,0 MHz. Il aurait été préférable d'obtenir des résultats expérimentaux à des fréquences plus élevées afin de pouvoir plus aisément observer les résonances correspondant aux allers-retours dans l'épaisseur d'un pli, mais nous ne disposons pas de transducteurs permettant d'effectuer des mesures au-dessus de ces fréquences. Pour des fréquences plus élevées, les effets des interfaces deviennent plus importants et le matériau est considéré inhomogène. Il en résulte l'impossibilité de caractériser la plaque avec un modèle homogène à haute fréquence.

<sup>.</sup> La discontinuité des phases à 3 MHz est due au déroulement de la phase, réalisé avec la fonction "unwrap" de Matlab®.



**Figure 5.2** – Raccordement des courbes des coefficients de transmission mesurés sur la plaque de composite saine B01 de 1, 5 MHz à 6, 0 MHz, en utilisant les transducteurs à immersion 2, 25 puis 5 MHz

#### 5.2.2 Plaques vieillies

Nous décrivons ici les résultats expérimentaux pour les plaques carbone-époxy vieillies. Les mesures ont été menées sur cinq échantillons, ayant subis un vieillissement isotherme à  $180^{\circ}C$  dans l'air, avec des durées de vieillissement de 500, 1000, 1500, 2500 et 3500 heures. Nous disposons en effet de plaques vieillies jusqu'à 11000 heures, mais elles sont poreuses : l'eau les traverse et, de ce fait, le signal transmis évolue dans le temps. Les essais ont été réalisés en utilisant les transducteurs à immersion 2, 25 MHz. La figure 5.3 présente les modules des coefficients de transmission dans l'eau, mesurés pour ces cinq échantillons. Nous remarquons à nouveau - à quelques exceptions près - que les amplitudes et les positions en fréquence des pics observés, diminuent avec la durée de vieillissement, ce qui est en accord avec la tendance trouvée pour les mesures réalisées dans l'air.



**Figure 5.3** – Modules des coefficients de transmission des plaques vieillies - F01 (cyan), F02 (bleu), F03 (rouge), F04 (vert) et F05 (magenta) - mesurés avec les transducteurs à immersion 2, 25 MHz

## 5.3 Identification avec un modèle de plaque homogène

Pour le moment, nous considérons les échantillons de composite étudiés comme des plaques homogènes. Les propriétés physiques de chaque plaque sont identiques en tout point. Nous allons chercher ces propriétés par identification, en utilisant le modèle du coefficient de transmission d'une plaque immergée, constituée d'une simple couche viscoélastique, avec des propriétés isotropes et homogènes. La couche résultant de cette homogénéisation constituera une configuration géométrique de référence. Rappelons qu'une telle homogénéisation n'est justifiée qu'à basse fréquence.

En appliquant, pour la plaque saine et pour les cinq plaques vieillies étudiées, la procédure inverse détaillée au chapitre 3, nous avons effectué une identification de l'ensemble des paramètres p et q, du modèle du coefficient de transmission avec correction de la diffraction. Les résultats d'identification des propriétés recherchées de chacune des plaques, sont répertoriés dans le tableau 5.1. Dans celui-ci, l'incertitude absolue sur chaque propriété, est incluse. Elle permet de se rendre compte des propriétés identifiées de manière stable et donne ainsi une indication sur leur précision. On voit dès lors que l'identification des épaisseurs et des vitesses converge mieux que celle des autres paramètres. Nous pouvions nous y attendre au vu des analyses de sensibilité présentées antérieurement. Ces résultats peuvent être confrontés aux valeurs identifiées avec les mesures par air-coupling (cf. tableaux 4.6 et 4.7). Cette confrontation montre que les deux méthodes de mesure donnent des résultats proches pour l'épaisseur et la vitesse, qui diffèrent de moins de 4%. Il se dégage une tendance selon laquelle les valeurs des épaisseurs et des vitesses identifiées à partir des mesures dans l'eau, sont à chaque fois 1 à 4% inférieures aux valeurs identifiées avec les mesures air-coupling, à l'exception de la plaque saine pour laquelle la tendance est inverse. Pour les trois autres propriétés, la comparaison est beaucoup moins probante, ce qui laisse deviner une identification plus floue de ces propriétés. Malgré cela, il faut tout de même remarquer que les mesures dans l'eau aboutissent à des résultats d'identification encourageants pour les paramètres d'atténuation qui semblent converger vers des valeurs plus stables et qui présentent des incertitudes plus faibles comparées aux identifications effectuées à partir des mesures dans l'air. Les précisions sur le coefficient d'atténuation  $\alpha_{0p}$  et l'exposant n sont en-dessous de 500% et 28%, respectivement, pour l'ensemble des plaques.

Les courbes des parties réelles et imaginaires des coefficients de transmission mesuré et identifié sont illustrées sur les figures 5.4 et 5.5. À l'état initial ainsi que pour les plaques vieillies, cette représentation montre un bon ajustement entre les coefficients de transmission mesurés et identifiés, sur l'ensemble du domaine de fréquences considéré. Nous pouvons y apercevoir la différence de qualité des mesures et des identifications obtenues avec les deux mesures (*cf. figures 4.10, 4.12* et *4.13*). Les courbes correspondant aux mesures dans l'eau étant d'excellentes qualités et présentent un bruit très faible.

Les tendances de l'évolution des propriétés du matériau avec la durée de vieillissement peuvent être mises en évidence en observant la figure 5.6. La constante d'élasticité diagonale  $C_{33} = \rho_p V_{op}^2$ , extraite de la vitesse de propagation dans la direction principale normale au plan de la plaque, montre une tendance à décroître avec le temps de vieillissement. Le saut de cette propriété entre 500 et 1000 heures de vieillissement ne peut être strictement attribué au vieillissement, il peut s'agir d'une différence déjà présente à l'état initial. La constante d'élasticité semble également avoir une incertitude qui augmente lorsque la durée de vieillissement augmente. Du côté de l'atténuation, la tendance est inverse avec une augmentation de l'atténuation selon la durée du vieillissement.

Propriétés	$E \ [mm]$	$ ho_p \ [kg/m^3]$	$V_{0p}^{*}[m/s]$	$\alpha_{0p} \left[ Np/m/Hz^n \right]$	n
Carbone époxy	(incertitudes)	(incertitudes)	(incertitudes $)$	(incertitudes)	(incertitudes)
Plaque saine	2,294	1547	3031, 5	$1, 2.10^{-6}$	1,206
<i>B</i> 01	(0,005)	(42)	(18, 5)	$(6.10^{-6})$	(0, 337)
Plaque vieillie F01	2,365	1565	2968, 3	$1,06.10^{-7}$	1,374
500 Heures	(0,003)	(35,7)	(8,7)	$(4, 12.10^{-7})$	(0, 262)
Plaque vieillie F02 1000 Heures	2,391	1558	3007	$1,70.10^{-7}$	1,346
	(0,003)	(35, 5)	(9)	$(4, 86.10^{-7})$	(0, 194)
Plaque vieillie F03	2,340	1590	2943	$3, 4.10^{-8}$	1,458
1500 Heures	(0,004)	(52)	(11, 4)	$(16, 8.10^{-8})$	(0, 341)
Plaque vieillie F04	2,342	1591	2931	$2, 4.10^{-9}$	1,646
2500 Heures	(0,007)	(58)	(24)	$(11, 7.10^{-9})$	(0, 329)
Plaque vieillie F05 3500 Heures	2,300	1587	2905, 0	$8, 7.10^{-9}$	1,579
	(0,008)	(73)	(27, 2)	$(34, 4.10^{-9})$	(0, 268)

 $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

**Table 5.1** – Valeurs identifiées des propriétés physiques de la plaque de composite saine et des plaques vieillies, en utilisant le modèle de plaque homogène et le coefficient de transmission mesuré, dans la gamme de fréquences 1, 5 - 3 MHz, avec les transducteurs à immersion 2, 25 MHz

130



**Figure 5.4** – Comparaison entre les coefficients de transmission mesurés dans l'eau avec les transducteurs 2,25 MHz (courbes bleues) et identifiés (courbes rouges). B01 : état initial; Plaques vieillies : F01 (500 heures) et F02 (1000 heures)



**Figure 5.5** – Comparaison entre les coefficients de transmission mesurés dans l'eau avec les transducteurs 2, 25 MHz (courbes bleues) et identifiés (courbes rouges). Plaques vieillies : F03 (1500 heures), F04 (2500 heures) et F05 (3500 heures)



Figure 5.6 – Évolution des propriétés identifiées de l'ensemble des plaques composites vieillies, en fonction de la durée de vieillissement

## 5.4 Description d'un modèle géométrique multicouche

134

L'un des objectifs de cette étude est d'expliquer, à l'aide de la modélisation de la propagation ultrasonore dans un composite stratifié, les fluctuations observées expérimentalement à haute fréquence, sur la fonction de transfert en transmission de la plaque. Intuitivement, nous pouvons supposer que ces variations sont liées à des variations micro-structurales du composite, ou plus exactement à des variations géométriques de sa micro-structure. Nous espérons donc pouvoir reproduire de telles variations à partir d'un modèle géométrique simplifié.

Rappelons que la plaque objet de ce travail est un matériau composite carbone/époxy, d'épaisseur 2, 35 mm, constituée d'un ensemble de huit plis élémentaires à base de fibres longues de carbone et de résine époxy. Afin d'établir un modèle géométrique multi-plis idéal, représentatif de cette plaque, nous avons convenu de la modéliser par un multicouche à structure périodique, composé d'une succession de huit plis identiques et de même épaisseur. Cette périodicité géométrique et mécanique permet de définir entièrement la plaque à partir de la connaissance d'une période appelée cellule motif ou cellule de base.

Le problème auquel nous sommes maintenant confrontés est celui de l'étude de la propagation ultrasonore dans un matériau multicouche. L'approche adoptée ici s'appuie sur la modélisation préalable réalisée sur une cellule de base, c'est-à-dire sur l'empilement qui est répété de façon périodique. L'objectif étant de prendre en compte la non-homogénéité d'un pli. L'extension au cas multicouche sera ensuite analysée pour une configuration périodique selon la direction perpendiculaire aux plis.

Nous allons, dans un premier temps, décrire de façon détaillée les développements théoriques permettant d'aboutir à l'expression du coefficient de transmission d'un multicouche quelconque.

#### 5.4.1 Coefficient de transmission d'une plaque multicouche

De nombreuses études des propriétés acoustiques des milieux stratifiés ont été réalisées. Le point de départ de ces recherches est l'étude de la propagation des ondes ultrasonores dans une couche de matériau, puis le problème est généralisé à l'association de plusieurs de ces couches. Nous nous intéressons plus particulièrement dans cette partie de la thèse aux milieux stratifiés comportant plusieurs couches de deux matériaux différents supposés viscoélastiques et isotropes.

La modélisation de la propagation dans une couche de matériau peut s'effectuer à l'aide de matrices de transfert<sup>[49,50]</sup> reliant les contraintes et les vitesses sur une face de la couche aux contraintes et vitesses sur l'autre face. La prédiction numérique des fonctions de réponse des milieux stratifiés est très simple lorsque les strates sont composés du même type de matériau (fluide ou solide) : il suffit de multiplier des matrices entre elles. Par contre, lorsque les couches sont de nature différente, il est nécessaire d'utiliser une méthode générale de prédiction de la réponse acoustique d'un multicouche. Cette méthode est fondée sur l'emploi des matrices d'interface qui servent à relier les matrices de transfert définies ci-dessus de deux couches successives.

Dans ce paragraphe, nous présenterons la modélisation de la propagation en onde plane dans une couche de matériau viscoélastique en utilisant la matrice de transfert, puis nous nous intéresserons par la suite à l'étude de l'association de plusieurs couches différentes pour aboutir à la caractérisation acoustique complète d'un multicouche. Notre étude de la propagation ultrasonore se limitera à des ondes en incidence normale. C'est pourquoi nous avons décidé de nous intéresser à une propagation mono-dimensionnelle, pour laquelle les développements théoriques de cette méthode des matrices de transfert sont assez simples. Le prochain paragraphe est consacré au principe de cette méthode.

#### 5.4.1.1 Représentation matricielle de la propagation dans une couche solide

Une couche de matériau solide est représentée entre deux couches semi-infinies d'un fluide de masse volumique  $\rho_f$  sur la figure 5.7a. Elle est caractérisée par son épaisseur E et sa masse volumique  $\rho_p$ . Une onde plane dans le fluide frappe cette couche à gauche sous un angle d'incidence zéro. La direction d'incidence est (0x). Le matériau est considéré isotrope et homogène parallèlement à sa surface. Le cas où le matériau n'est pas homogène suivant l'axe (0x) peut être traité en subdivisant la couche en un nombre suffisant de sous-couches homogènes. Les propriétés de ces sous-couches varient d'une sous-couche à l'autre.

La convention de temps utilisée est  $e^{i\omega t}$ . Soit  $u_i$  le déplacement suivant l'axe (0x), associé à l'onde plane incidente d'amplitude unité

$$u_i = e^{-\gamma_f x} e^{i\omega t}.$$
(5.1)

Dans cette expression,  $\gamma_f$  est la constante de propagation des ondes ultrasonores dans le fluide qui est considérée complexe.

À l'onde plane incidente correspond une onde plane réfléchie  $u_r$  en x = 0 d'amplitude complexe P

$$u_r = P \ e^{\gamma_f x} e^{i\omega t},\tag{5.2}$$

et une onde plane transmise  $u_t$  en x = E d'amplitude complexe Q

$$u_t = Q \ e^{-\gamma_f x} e^{i\omega t}.$$
(5.3)

Dans la couche, il y a une superposition d'ondes se propageant dans la direction (0x) et la direction opposée. En incidence normale, un seul type d'onde peut se propager dans le solide, il



**Figure 5.7** – (a) Couche de matériau d'épaisseur E dans un fluide. Une onde plane incidente frappe le matériau sous un angle d'incidence zéro à gauche; (b) Quadripôle équivalent à une couche de solide

s'agit des ondes longitudinales.

La couche peut être représentée par le quadripôle de la *figure 5.7b*. La propagation des ondes longitudinales dans la couche de matériau peut s'écrire sous la forme matricielle bien connue suivante

$$\begin{pmatrix} -\sigma_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma_p E) & Z_p \sinh(\gamma_p E) \\ \frac{1}{Z_p} \sinh(\gamma_p E) & \cosh(\gamma_p E) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = [T_s] \begin{pmatrix} \sigma_2 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

où  $\gamma_p$  est la constante de propagation complexe dans la couche et  $Z_p = \frac{i\rho_p\omega}{\gamma_p}$  son impédance acoustique. La matrice  $[T_s] = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$  est la matrice de transfert de la couche de solide, décrivant la propagation entre les deux faces de cette couche. Les quantités  $v_1$  et  $v_2$  sont les vitesses acoustiques suivant l'ave (0x) à chaque côté de la couche on x = 0 et x = F (dans la plaque)

acoustiques suivant l'axe (0x) à chaque côté de la couche, en x = 0 et x = E (dans la plaque), respectivement. Les termes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  désignent les contraintes normales s'exerçant sur les deux faces du solide.

La matrice  $[T_s]$  est pratique quand il s'agit de modéliser des multicouches, puisqu'elles caractérisent la propagation au travers de chaque couche. Elle permet ainsi de prendre en compte tout assemblage de couches successives à l'aide d'une seule matrice qui sera la matrice produit des matrices de transfert des différentes sous-couches. En effet, si nous pouvons relier les champs acoustiques de part et d'autre d'une seule couche, nous pouvons exprimer ces vecteurs acoustiques à chaque interface d'un empilement de façon à caractériser les champs de proche en proche. Ainsi, le multicouche peut toujours être modélisé par une matrice  $(2 \times 2)$  telle que

$$\begin{pmatrix} -\sigma_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 \\ v_2 \end{pmatrix}.$$
 (5.5)

Cette matrice aura la même forme que celle correspondant à une seule couche.

#### 5.4.1.2 Coefficient de transmission d'une plaque monocouche homogène

Les vitesses de déplacement et les contraintes à chaque côté de la plaque, sont reliées aux déplacements comme suit

$$\begin{cases} v_j(x,t) = i\omega u_j(x,t) \\ \sigma_j(x,t) = -\frac{i\omega Z}{\gamma} \frac{\partial u_j(x,t)}{\partial x} \end{cases} \qquad j = 1 \text{ ou } 2, \tag{5.6}$$

avec  $u_1 = u_i + u_r$  et  $u_2 = u_t$ . Si nous insérons ces équations dans la relation matricielle (5.4), nous aboutissons au système d'équations suivant

$$\begin{cases} Qe^{-\gamma_f E}(T_{11}Z_f + T_{12}) = Z_f(1+P) \\ Qe^{-\gamma_f E}(T_{21}Z_f + T_{22}) = 1+P, \end{cases}$$
(5.7)

où  $Z_f = \frac{i\rho_f \omega}{\gamma_f}$  est l'impédance acoustique complexe du fluide. Après résolution de ce système d'équations, nous pouvons extraire les amplitudes complexes P et Q. Le coefficient de transmission  $T_{th}$  de la couche est défini à partir des déplacements tels que

$$T_{th} = \frac{u_t(E)}{u_i(0)} = Q e^{-\gamma_f E} = \frac{2Z_f}{T_{21}Z_f^2 + (T_{11} + T_{22})Z_f + T_{12}}.$$
(5.8)

Cette expression est à multiplier par le terme  $e^{\gamma_f E}$  pour être comparée au coefficient de transmission mesuré  $T_{exp}$ .

#### 5.4.1.3 Passage à une plaque multicouche

Nous nous intéressons maintenant à la transmission d'une onde plane longitudinale en incidence normale à travers une plaque multicouche. Nous considérons une plaque d'épaisseur E, constituée de N couches i d'épaisseur  $E_i$ , avec  $E = \sum_{i=1}^{N} E_i$ , représentée schématiquement sur la figure 5.8. Désignons par  $\sigma_1$ ,  $v_1$  et  $\sigma_2$ ,  $v_2$  les contraintes et les vitesses, respectivement, à l'entrée (à gauche) et à la sortie (à droite) de la plaque multicouche. Nous supposons chaque couche isotrope et homogène avec des paramètres acoustiques  $\rho_i$ ,  $\gamma_i$  et  $Z_i$ . Chaque couche est

caractérisée par sa matrice de transfert  $\begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix}$  dont les éléments sont donnés par

$$\begin{cases}
a_i = d_i = \cosh(\gamma_i E_i) \\
b_i = Z_i \sinh(\gamma_i E_i) \\
c_i = \frac{1}{Z_i} \sinh(\gamma_i E_i).
\end{cases}$$
(5.9)

Si  $\sigma_{1,i}$  et  $v_{1,i}$  sont, respectivement, la contrainte et la vitesse à l'entrée de la couche i et  $\sigma_{2,i}$  et  $v_{2,i}$  celles à la sortie, nous avons alors la relation matricielle suivante

$$\begin{pmatrix} -\sigma_{1,i} \\ v_{1,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_{2,i} \\ v_{2,i} \end{pmatrix} \quad pour \ i = 1 \dots N,$$
(5.10)

avec

$$\begin{pmatrix} -\sigma_{1,1} \\ v_{1,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \qquad et \qquad \begin{pmatrix} -\sigma_{2,N} \\ v_{2,N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma_2 \\ v_2 \end{pmatrix}. \tag{5.11}$$



 $\mathbf{Figure} \ \mathbf{5.8}$  – Schéma d'une plaque multicouche entourée de deux couches de fluide semi-infinies. Une onde plane est incidente à gauche sous un angle zéro

Sachant que

$$\begin{cases} \sigma_{2,i-1} = \sigma_{1,i} \\ v_{2,i-1} = v_{1,i} \end{cases} \quad pour \ i = 2 \dots N.$$
(5.12)

La relation matricielle liant les conditions d'entrée de la plaque multicouche à celles de sortie est la suivante

$$\begin{pmatrix} -\sigma_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^N \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sigma_2 \\ v_2 \end{pmatrix},$$
(5.13)

où  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  est la matrice de transfert globale de la plaque. Ainsi la plaque multicouche, tout

comme la plaque monocouche, est caractérisée par une matrice  $(2 \times 2)$  obtenue par la multiplication des matrices représentatives des différentes couches. Une difficulté pour le calcul de ce produit, provient du nombre important de matrices correspondant au nombre de couches considérées. Finalement, il est important de noter que dans cette méthode, toutes les réflexions internes mises en jeu entre les différentes interfaces du multicouche sont prises en compte.

### 5.4.2 Modélisation géométrique d'un pli

Nous allons maintenant nous intéresser à un cas particulier des multicouches : l'empilement périodique. On appelle système multicouche périodique, un empilement dans lequel des couches de deux types différents sont alternées. Dans ce cas, la matrice de transfert globale, pour la totalité de l'échantillon, ne dépend que de la matrice de transfert de la cellule de base (période).

#### 5.4.2.1 Propriétés acoustiques

Nous considérons la configuration multicouche périodique de la *figure 5.9.* La première étape nécessaire à l'étude d'une structure multicouche périodique est l'établissement d'un modèle géométrique pour une période (pli). Nous choisissons ici une cellule motif qui est symétrique et formée d'un empilement de trois couches parallèles. Les deux couches externes sont identiques et simulent des couches de résine d'époxy pure alors que la couche interne simule une couche de résine contenant des fibres de carbone. Chacune de ces couches est considérée homogène, isotrope et viscoélastique.

Le pli est décrit par sa masse volumique  $\rho_p$ , correspondant au cas homogène et son épaisseur  $\frac{E}{8}$ , avec E l'épaisseur totale du multicouche. Nous désignons par  $y_1, y_2$  et  $y_3$  la fraction volumique occupée par chacune des couches par rapport au volume total du pli. L'indice 1 correspond à la couche située à gauche de l'empilement. Ces proportions sont telles que leur somme est égale à  $1 : \sum_{i=1}^{3} y_i = 1$ . Chaque couche est caractérisée par son épaisseur  $E_i$  et sa masse volumique  $\rho_i$  (i = 1, 2 ou 3). La somme des épaisseurs des trois couches est égale à l'épaisseur du pli :  $\sum_{i=1}^{3} E_i = \frac{E}{8}$ . Nous désignons également par  $y'_1, y'_2$  et  $y'_3$  les proportions respectives en masse volumique des trois couches par rapport à la masse volumique homogénéisé du pli. Vu que l'empilement considéré est symétrique par rapport à son plan médian, les couches 1 et 3 sont

138



Figure 5.9 – Schéma d'une plaque multicouche périodique

identiques. Ceci se traduit par les relations suivantes

$$\begin{cases} E_1 = E_3 ; y_1 = y_3 \\ \rho_1 = \rho_3 & et y'_1 = y'_3. \end{cases}$$
(5.14)

L'objet de la modélisation géométrique d'un pli est de définir la masse volumique et l'épaisseur de chaque couche, à partir de leurs proportions en volume et en masse volumique par rapport à l'épaisseur et la masse volumique du pli. Avec les notations précédentes, ces quantités sont données par

$$E_{2} = \frac{E}{8}y_{2} \quad ; \quad E_{1} = \frac{E}{16}(1 - y_{2})$$
  

$$\rho_{2} = \rho_{p}y_{2}' \quad ; \quad \rho_{1} = \rho_{p}\frac{1 - y_{2}y_{2}'}{1 - y_{2}}.$$
(5.15)

Ainsi, nous nous donnons la possibilité de modifier très simplement les fractions volumiques des différentes couches.

En outre, Les pertes par absorption dans les trois couches du pli sont prises en compte par l'intermédiaire de constantes de propagation complexes  $\gamma_j = \alpha_j + i \frac{\omega}{v_j}$ . La vitesse de phase  $v_i$  et l'atténuation  $\alpha_i$  de chaque couche sont définis en considérant le modèle de Szabo et une loi en puissance tels que

$$\begin{cases} \alpha_i(f) = \alpha_{0i} f^{n_i} \\ \frac{1}{v_i(f)} = \frac{1}{V_{0i}} + \frac{\alpha_{0i}}{2\pi} \tan\left(\frac{n_i\pi}{2}\right) \left(f^{n_i-1} - f_0^{n_i-1}\right). \end{cases} \qquad i = 1, 2, 3 \tag{5.16}$$

avec  $v_1 = v_3$  et  $\alpha_1 = \alpha_3$ .

#### 5.4.2.2 Matrice de transfert d'un pli

Comme nous l'avons vu plus haut, pour un système multicouche, la matrice de transfert  $[T_{pli}]$  du pli tricouche 1 - 2 - 3, s'écrit comme le produit des matrices de transfert des couches

1, 2 et 3, qui le composent

$$[T_{pli}] = [T_1][T_2][T_1] = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix},$$
(5.17)

où les éléments  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  et  $d_i$  (i = 1 ou 2) de chaque matrice sont donnés par le système d'équations (5.9).

#### 5.4.3 Matrice de transfert du multicouche périodique

La matrice de transfert globale du multicouche périodique est alors le produit de toutes les matrices de transfert des plis (identiques)

$$[T_{8plis}] = [T_{pli}]^8. (5.18)$$

Cette multiplication est effectuée en utilisant le calcul symbolique de Matlab®.

#### 5.4.4 Identification avec le modèle multicouche périodique

Les considérations précédentes nous mènent à définir huit paramètres à identifier. Ils sont regroupés dans le vecteur suivant

$$p = (y_2, y'_2, V_{01}, V_{02}, \alpha_{01}, \alpha_{02}, n_1, n_2).$$
 (5.19)

#### 5.4.4.1 Comparaison entre le modèle multicouche et la mesure

Dans un premier temps, à l'aide du modèle multicouche périodique présenté ci-dessus, nous allons essayer de trouver le vecteur paramètres p qui peut simuler correctement les variations du coefficient de transmission observées à haute fréquence. Pour cela, nous pouvons, par exemple, effectuer un balayage des propriétés acoustiques des couches et de leurs fractions volumiques jusqu'à obtenir un résultat simulé équivalent au résultat expérimental obtenu pour la plaque saine B01.

A partir des valeurs du *tableau 5.1*, représentant le cas homogène, nous avons ajusté manuellement le modèle théorique multicouche, en modifiant les caractéristiques de chaque couche. Les valeurs de référence suivantes ont été trouvées

•	$y_2 = 0,45$	$V_{01} = 3020$	$\alpha_{01} = \alpha_{02} = 1,22.10^{-6}$
•	$y_{2}^{'} = 1,01$	$V_{02} = 3055$	$n_1 = n_2 = 1,206.$

Ensuite, nous avons conduit une étude paramétrique en perturbant chacune des huit propriétés du multicouche d'une valeur allant jusqu'à  $\pm 50\%$ , autour de sa valeur de référence. Chaque paramètre est perturbé séparément. L'ajustement du modèle théorique au modèle expérimental, dans la gamme de fréquences 2-6~MHz, est obtenu en minimisant une fonction d'erreur qui est représentative de l'écart entre les deux modèles. Nous avons abouti aux valeurs données dans le tableau 5.2. Les courbes simulées et mesurées sont tracées sur la figure 5.10.

Cette simulation nous montre donc que notre modélisation, bien que simplifiée, est capable de simuler correctement les effets des interfaces observés expérimentalement. Il serait cependant possible d'améliorer ces résultats en identifiant les propriétés du matériau par une procédure inverse adaptée.

140



**Figure 5.10** – Comparaison entre les courbes des coefficients de transmission mesurées et simulées avec le modèle multicouche, pour la plaque saine B01, dans la gamme de fréquences 2, 0 - 6, 0 MHz

Carbone époxy B01 $[m/s]$ $[m/s]$ $[Np/m/Hz^{n_1}]$ $[Np/m/Hz^{n_2}]$ Modèle multi- couche simulé       0,4875       1,00831       3020       3055,61       1,1987.10^{-6}       1,22.10^{-6}       1,2043	ropriétés	$y_2$	$y_{2}^{\prime}$	$V_{01}^{*}$	$V_{02}^{*}$	$lpha_{01}$	$lpha_{02}$	$n_1$	$n_2$
Modèle multi- couche simulé $0,4875$ 1,00831 3020 3055,61 1,1987.10 <sup>-6</sup> 1,22.10 <sup>-6</sup> 1,2043	arbone poxy <i>B</i> 01			[m/s]	[m/s]	$[Np/m/Hz^{n_1}]$	$[Np/m/Hz^{n_2}]$		
5,0 <i>MHz</i>	fodèle multi- ouche simulé ,0 <i>MHz</i>	0,4875	1,00831	3020	3055, 61	$1,1987.10^{-6}$	$1,22.10^{-6}$	1,2043	1,2002

 $f_0 = 2,5 \ MHz$ 

Table 5.2 – Valeurs simulées obtenues par balayage sur chaque paramètre

#### 5.4.4.2 Identification inverse des paramètres

Similairement au cas d'identification utilisant un modèle de plaque homogène, nous avons réalisé une identification des paramètres du modèle multicouche, selon un programme inverse analogue à celui développé au *chapitre 2*. Les points de départ injectés dans le programme d'optimisation sont ceux du *tableau 5.2*. Nous observons que, les courbes obtenues par identification (*cf. figure 5.11*) sont légèrement améliorées par rapport à celles obtenues par simulation (*cf. figure 5.10*), bien que la qualité d'ajustement devienne moins bonne pour les fréquences élevées. L'écart relatif entre la courbe mesuré et identifiée passe de 5, 13% à 1,67%. Les valeurs simulées



**Figure 5.11** – Comparaison entre les courbes des coefficients de transmission mesurées et identifiées avec le modèle multicouche, pour la plaque saine B01, dans la gamme de fréquences 2, 0 - 6, 0 MHz

Propriétés	$y_2$	$y_2^{\prime}$	$V_{01}^{*}$	$V_{02}^{*}$	$\alpha_{01}$	$lpha_{02}$	$n_1$	$n_2$
Carbone époxy B01			[m/s]	[m/s]	$[Np/m/Hz^{n_1}]$	$[Np/m/Hz^{n_2}]$		
$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	0,4875	1,008	3020	3055, 6	$1,199.10^{-6}$	$1,22.10^{-6}$	1,2043	1,2002
$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	0,5029	1,012	3037,71	3036, 5	$2,872.10^{-6}$	$3,088.10^{-6}$	1,1394	1,1454
$f_0 = 2,5 \ MHz$								

**Table 5.3** – Comparaison entre les valeurs simulées et identifiées des paramètres de la plaque saine B01, en utilisant le modèle multicouche dans la gamme de fréquences 2, 0 - 6, 0 MHz

et identifiées sont résumées dans le tableau 5.3.

Afin de valider notre modèle multicouche, nous avons également accompli une identification des propriétés de cette plaque en partant des mesures effectuées avec les transducteurs  $2,25 \ MHz$ , mais en recourant au modèle nonhomogène multicouche. Cette identification, bien que réalisée sur une gamme de fréquences sur laquelle la plaque peut être supposée homogène,



**Figure 5.12** – Comparaison entre les courbes des coefficients de transmission mesurées et identifiées avec le modèle multicouche, pour la plaque saine B01, dans la gamme de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz

constitue tout de même un moyen de comparaison intéressant. Le but est de pouvoir confronter les résultats obtenus au travers des deux modèles dans la même gamme de fréquences.

Bien que les résultats numériques d'identification des paramètres (*cf. tableaux 5.1 (B01)* et 5.4) pour les modèles homogène et multicouche soient légèrement différents, les résultats graphiques (*cf. figures 5.4 (B01)* et 5.12) sont pratiquement semblables et nous pouvons remarquer que les deux modèles suivent parfaitement les données expérimentales sur toute la plage de fréquences considérée.

Propriétés	$y_2$	$y_{2}^{\prime}$	$V_{01}^{*}$	$V_{02}^{*}$	$\alpha_{01}$	$\alpha_{02}$	$n_1$	$n_2$
Carbone époxy $B01$			[m/s]	[m/s]	$[Np/m/Hz^{n_1}]$	$[Np/m/Hz^{n_2}]$		
$\begin{array}{ccc} \text{Modèle multi-} \\ \text{couche identifié} \\ 2,25 \ MHz \end{array}$	0,6866	1,013	3028,05	3034,95	$1,054.10^{-6}$	$2,362.10^{-6}$	1,1891	1,1700
$f_0 = 2,5 \ MHz$								

**Table 5.4** – Valeurs identifiées des paramètres de la plaque saine B01, en utilisant le modèle multicouche dans la gamme de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz

Pour comparer les trois résultats d'identification obtenus par les modèles de la plaque homogène et la plaque multicouche dans les deux gammes de fréquences concernées, nous avons représenté sur la *figure 5.13* la superposition de trois résultats : le premier (en bleu) correspond aux valeurs identifiées avec le modèle homogène sur la gamme de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz et les deux autres correspondent aux valeurs identifiées avec le modèle multicouche sur les gammes de fréquences 1, 5 - 3, 0 MHz et 2, 0 - 6, 0 MHz, pour l'ensemble des couches de résine d'époxy pure et des couches de résine avec des fibres de carbone.



**Figure 5.13** – Comparaison entre les valeurs identifiées par le modèle homogène dans la gamme de fréquences  $1, 5-3, 0 \ MHz$  et celles identifiées avec le modèle multicouche dans les gammes de fréquences  $1, 5-3, 0 \ MHz$  et  $2, 0-6, 0 \ MHz$ : (a) épaisseur; (b) masse volumique; (c) vitesse de phase; (d) atténuation

### 5.5 Résumé et commentaires

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la stratégie d'identification développée dans ce travail à une plaque de composite carbone/époxy saine. En confrontant notre procédure d'identification basée sur un modèle homogène avec la mesure du coefficient de transmission de la plaque dans la gamme de fréquences  $1, 5 - 3, 0 \ MHz$ , nous avons remarqué une bonne correspondance entre les modèles expérimental et théorique, ce qui montre que le matériau peut être homogénéisé dans cette gamme de fréquences. Dans le cas de plaques vieillies, des mesures ultrasonores et des identifications ont été réalisées sur des échantillons différents provenant du même cycle de fabrication, ce qui a permis de caractériser leurs propriétés d'élasticité et d'atténuation après 500, 1000, 1500, 2500 et 3500 heures de vieillissement.

La mesure du coefficient de transmission de la plaque saine dans la gamme de fréquences  $2, 0 - 6, 0 \ MHz$  a permis de mettre en évidence la limite de la zone d'homogénéisation du matériau. En effet, la courbe du module du coefficient de transmission présente des variations similaires à celles d'un matériau homogène pour une fréquence inférieure à  $5 \ MHz$ , ce qui montre que le matériau peut toujours être considéré comme homogène en dessous de cette fréquence, en incidence normale. Au-delà de cette fréquence, l'évolution du module fait apparaître des fluctuations qui se traduisent par un écart entre la courbe expérimentale et la prédiction issue du modèle homogène. Le matériau composite révèle donc un caractère différent de celui d'un matériau homogène. Ce désaccord montre la nature multicouche de la plaque et nous amène à dire qu'elle n'est pas homogène dans son épaisseur.

Nous avons donc mis au point un modèle géométrique de propagation des ultrasons dans un matériau multicouche périodique pour mieux comprendre les phénomènes observés expérimentalement. Une simulation suivie d'une identification des paramètres (vitesses de propagation, atténuations, masses volumiques et épaisseurs des couches) permettent d'ajuster le modèle à l'expérience. Ce modèle géométrique, bien que simplifié, donne des résultats satisfaisants, sans pour autant permettre une bonne estimation de tous les paramètres. Une identification du coefficient de transmission mesuré avec les transducteurs 2, 25 MHz a également été accompli en recourant au modèle nonhomogène, à titre de validation de celui-ci. Dans les deux cas, nous avons pu constater une bonne concordance entre les modèles expérimental et identifié.

146

# Conclusion

Synthèse. Mon travail de thèse a été une contribution à la détermination de certaines propriétés mécaniques de matériaux viscoélastiques sous forme de plaques, en utilisant des méthodes ultrasonores sans contact. Les matériaux sont des plaques industrielles de PVC, polyéthylène, plexiglas et polycarbonate auxquelles s'ajoutent des plaques composites dont certaines sont vieillies par thermo-oxydation. Ce travail est le premier réalisé au laboratoire. Après avoir essayé quelques méthodes diverses (en particulier d'ondes de Lamb excitées par air-coupling), nous avons décidé de nous concentrer sur la transmission d'ondes normalement à la plaque.

Cette méthode a été maintes fois utilisée par le passé, mais à chaque fois la détermination des constantes n'a été que partielle. Dans certains cas, on a déterminé la vitesse des ondes longitudinales en supposant connue l'épaisseur de la plaque (ce qui n'est guère possible au centre de celle-ci). On a aussi négligé des phénomènes comme la dispersion (en ne donnant qu'une vitesse pour le matériau).

L'idée directrice a été de réaliser successivement la mesure de la transmission et d'en déduire les différents paramètres de la plaque. Pour la décrire, nous avons introduit le phénomène de dispersion et son lien entre vitesse et atténuation (modèle de Szabo). De ce fait, la plaque est caractérisée par son épaisseur E, sa masse volumique  $\rho_p$ , sa vitesse  $V_{0p}$  (donnée à une fréquence constante de 2,5 MHz) et les deux paramètres  $\alpha_{0p}$  et n définissant son atténuation. Pour améliorer la précision, nous avons tenu compte de la diffraction des ondes incidentes et introduit une correction.

L'expérimentation a été réalisée dans l'eau et dans l'air avec des équipements différents. Elle s'est révélée plus aisée dans l'eau que dans l'air (le dispositif air-coupling a connu quelques pannes). Ces dispositifs ont été réalisés avec le souci constant de les rendre aussi stables que possible, tout en assurant le plus possible de réglages. Le domaine de fréquences utilisé dans les deux cas se trouve imposé par le matériel disponible au laboratoire. Il est clair que les mesures dans l'eau gagneraient à être réalisées à des fréquences plus élevées. De nombreuses mesures complémentaires ont été réalisées permettant de mesurer avec précision la vitesse du son dans l'air et dans l'eau en fonction de la température.

L'étape suivante a été le traitement du signal, principalement l'identification des cinq paramètres de la plaque. Pour cela, nous avons utilisé la grandeur complexe T (plutôt que son module, souvent utilisé, qui est moins riche en informations). Nous avons adapté des routines classiques (telle lsqnonlin) et confirmées de Matlab® afin d'obtenir les paramètres assez rapidement. Pour faciliter la recherche du point de départ de l'identification, nous avons mis au point une méthode utilisable uniquement dans le cas d'une plaque immergée (dans le cas de l'air, la transmission possède une toute autre allure). Par ailleurs, nous nous sommes intéressés à la validité des résultats et avons tenté d'estimer l'incertitude attachée à chaque paramètre. Les routines nlinfit et lnparci ont permis de trouver un ordre de grandeur pour chaque incertitude. Elles ont surtout montré que les paramètres ne peuvent pas être tous obtenus avec la même précision, étant donné la présence de bruit de mesure. C'est d'ailleurs ce bruit qui limite la méthode air-coupling.

Dans le cas des mesures dans l'eau, l'essentiel des résultats est satisfaisant. L'épaisseur et la vitesse sont obtenues avec de très bonnes précisions (quelques  $10^{-3}$ ). Les masses volumiques sont obtenues à quelques % près. En revanche, les paramètres de l'atténuation sont plus incertains, en particulier le coefficient d'atténuation  $\alpha_{0p}$ . Dans le domaine de fréquences utilisé, les résultats sont d'autant plus précis que l'épaisseur des plaques est grande (ils sont nettement meilleurs à 10 mm qu'à 3 mm). Nous pouvons également s'interroger sur la moins bonne qualité des résultats obtenus avec les plaques en polycarbonate.

Les plaques composites donnent aussi de bons résultats (et pourtant, leurs états de surfaces ne sont pas aussi bons que ceux des plaques viscoélastiques utilisées et diffèrent selon la face). Dans le cas des plaques vieillies, nous avons pu montrer l'évolution décroissante de la constante d'élasticité  $C_{33}$  lorsque la durée de vieillissement augmente.

Ajoutons que les résidus d'identification sont très faibles (au niveau du bruit), ce qui montre que la dispersion et la correction de la diffraction doivent bien être prises en compte. Nos mesures justifient indirectement les hypothèses de Szabo et la méthode de correction géométrique de la diffraction.

Nous avons aussi abordé la description des plaques composites saines (non vieillies). Nous avons donné un modèle multicouche particulièrement simple qui s'accorde bien avec la transmission mesurée en fonction de la fréquence, mais qui, du fait de sa simplicité, n'est pas très précis.

**Perspectives.** Cette première étude donne des résultats encourageants et son amélioration autorise des perspectives nouvelles en considérant les points suivants :

- Dans un premier temps, il est souhaitable de travailler à des fréquences plus élevées, ce qui augmente la sensibilité de la transmission à de nombreux paramètres. Par contre, le montage mécanique devra être plus soigné (longueurs d'onde plus faibles donc influence d'un manque de parallélisme ou de planéité des plaques);
- Pour les composites, il convient de travailler la modélisation multicouche et de l'expérimenter à des fréquences dépassant 10 MHz;
- Il est prévu de réaliser un nouveau montage comprenant un seul transducteur (émetteur et récepteur) et d'un réflecteur autorisant la mesure d'une double transmission (ce qui simplifie les réglages du dispositif);
- Le procédé à couplage par air ne s'est pas montré sous son meilleur jour. Un nouveau montage, plus adapté, pourrait permettre d'en obtenir de meilleurs résultats (fiabilité mécanique, diminution du bruit, etc.);
- L'étude réalisée ne concerne que les ondes longitudinales (si la fréquence n'est pas trop basse). Nous aimerions impliquer les ondes transversales en travaillant sous incidence oblique. Dans ce cas, nous devrions abandonner les transmissions et utiliser la propagation d'ondes de Lamb.

# Bibliographie

- J. R. BRENSTEIN et J. B. SPICER : Hybrid laser/broadband emat ultrasonic system for characterization cracks in metals. J. Acoust. Soc. Am, 111 (4):1685–1691, 2002.
- [2] D. W. SCHINDEL et D. A. HUTCHINS : Through-thickness characterization of solids by wideband air-coupled ultrasound. *Ultrasonics*, 33 (1):11–17, 1995.
- [3] T. H. GAN, D. A. HUTCHINS, D. R. BILLSON et D. W. SCHINDEL : The use of broadband acoustic transducers and pulse-compression techniques for air-coupled ultrasonic imaging. *Ultrasonics*, 39:181–194, 2001.
- [4] D. K. HSU: Nondestructive testing using air-borne ultrasound. Ultrasonics, 44:e1019-e1024, 2006.
- [5] W. CHEN et J. WU: Reflectometry using longitudinal, shear and Rayleigh waves. *Ultrasonics*, 38:909–913, 2000.
- [6] S. I. ROKHLIN et W. WANG : Double through-transision bulk wave method for ultrasonic phase velocity measurement and determination of elastic constants of composite materials. J. Acoust. Soc. Am, 91 (6):3303–3312, 1992.
- [7] S. S. S. REDDY, K. BALASUBRAMANIAM, Krishnamurthy C. V. et M. SHANKAR : Ultrasonic goniometry immersion techniques for the measurement of elastic moduli. *Composites Structures*, 67:3–17, 2005.
- [8] H. JEONG et D. K. HSU: Experimental analysis of porosity-induced ultrasonic attenuation and velocity change in carbone composites. *Ultrasonics*, 33 (3):195–203, 1994.
- [9] P. HE : Direct measurement of ultrasonic dispersion using a broadband transmission technique. *Ultrasonics*, 37:67–70, 1999.
- [10] P. HE : Determination of ultrasonic parameters based on attenuation and dispersion measurements. Ultrasonic Imaging, 20:275–287, 1998.
- [11] P. HE : Simulation of ultrasound pulse propagation in lossy media obeying a frequency power law. *IEEE Trans. Ultrason.*, *Ferroelect.*, *Freq. Contr.*, 45 (1):114–125, 1998.
- [12] A. PAPOULIS : The Fourier integral and its application. New York, McGraw-Hill, pages 192–217, 1962.
- [13] P. HE : Acoustic parameter estimation based on attenuation and dispersion measurements. In 20th Annual International Conference - IEEE/EMBS, Hong Kong, October. 29 - November. 1, 1998.

- [14] M. O'DONNELL, E. T. JAYNES et J. G. MILLER : Kramers-Kronig relationship between ultrasonic attenuation and phase velocity. J. Acoust. Soc. Am, 69 (3):696–701, 1981.
- [15] T. L. SZABO : Causal theories data for acoustic attenuation obeying a frequency power law. J. Acoust. Soc. Am, 97 (1):14–24, 1995.
- [16] T. L. SZABO : A model for longitudinal and shear wave propagation in viscoelastic media. J. Acoust. Soc. Am, 107 (5):2437–2446, 2000.
- [17] P. HE: Experimental verification of models for determining dispersion from attenuation. IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr., 46 (3):706–714, 1999.
- [18] S. HAJIME, A. GRANATO et R. TRUELL : Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source and their importance in the accurate measurement of attenuation. J. Acoust. Soc. Am, 28 (2):230–238, 1956.
- [19] E. P. PAPADAKIS : Correction for diffraction losses in the ultrasonic field of a piston source. J. Acoust. Soc. Am, 31 (2):150–152, 1959.
- [20] G. LÉVÊQUE, E. ROSENKRANTZ et D. LAUX : Correction of diffraction effects in sound velocity and absorption measurements. *IOP Publishing Meas. Sci. Technol.*, 18:3458–3462, 2007.
- [21] P. H. ROGERS : An exact expression for the Lommel diffraction correction integral. J. Acoust. Soc. Am, 55 (4):724–728, 1974.
- [22] L. ALLIÈS, D. KOURTICHE et M. NADI : Fonctions de correction de la diffraction et solutions analytiques dans les mesures en acoustique non linéaire.
- [23] J. J. KAUFMAN, W. XU, A. E. CHIABRERA et R. S. SIFFERT : Diffraction effects in insertion mode estimation of ultrasonic group velocity. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 42 (2):232–242, 1995.
- [24] R. A. KLINE : Measurement of attenuation and dispersion using an ultrasonic spectroscopy technique. J. Acoust. Soc. Am, 76 (2):498–504, 1984.
- [25] V. K. KINRA et V. DAYAL : A new technique for ultrasonic-nondestructive evaluation of thin specimens. *Experimental Mechanics*, 33 (2):288–297, 1988.
- [26] M. CASTAINGS et B. HOSTEN : Air-coupled measurement pf plane wave, ultrasonic palte transmission for characterising anisotropic, viscoelastic materials. *Ultrasonics*, 38:781–786, 2000.
- [27] V. K. KINRA et V. R. IYER : Ultrasonic measurement of the thickness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. part I : the forward problem. *Ultrasonics*, 33 (2):95–109, 1995.
- [28] P. HE : Measurement of acoustic dispersion using both transmitted and reflected pulses. J. Acoust. Soc. Am, 107 (2):801–807, 2000.
- [29] P. CAWLEY et B. HOSTEN : The use of large ultrasonic transducers to improve transmission coefficient measurements on viscoelastic anisotropic plates. J. Acoust. Soc. Am, 101 (3): 1373–1379, 1997.

- [30] G. GUIDARELLI, A. MARINI et PALMIERI : Experimental method for investigating the acoustic transmissivity of fluid loaded elastic plates. *Acoustics Letters*, 15 (1):1–7, 1991.
- [31] C. C. H. GUYOTT et P CAWLEY : The measurement of through thokness plate vibration using a pulsed ultrasonic transducer. J. Acoust. Soc. Am, 83 (2):623–632, 1988.
- [32] H. WANG et W. CAO : Improved ultrasonic spectroscopy methods for characterization of dispersive materials. *IEEE Trans. Ultrason.*, *Ferroelect.*, *Freq. Contr.*, 48 (4):1060–1064, 2001.
- [33] M. TREIBER, J. KIM, L. J. JACOBS et J. QU : Correction for partial reflection in ultrasonic attenuation measurements using contact transducers. J. Appl. Phys., 49 (8):4320–4327, 1978.
- [34] A. SAFAEINILI, O. I. LOBKIS et D. E. CHIMENTI : Quantitative materials characterization using air-coupled leaky lamb waves. *Ultrasonics*, 34:393–396, 1996.
- [35] M. CASTAINGS et P. CAWLEY : The generation, propagation, and detection of Lamb waves in paltes using air-coupled ultrasonic transducers. J. Acoust. Soc. Am, 100 (5):3070–3077, 1996.
- [36] V. K. KINRA et V. R. IYER : Ultrasonic measurement of the thickeness, phase velocity, density or attenuation of a thin-viscoelastic plate. part II : the inverse problem. *Ultrasonics*, 33 (2):111–122, 1995.
- [37] H. J. MCSKIMIN et P. JR. ANDREATCH : A water immersion technique for measuring attenuation and phase velocity of longitudinal waves in plastics. J. Acoust. Soc. Am, 49 (3) Part 2:713–722, 1971.
- [38] W. SACHSE et Y. PAO : On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids. J. Appl. Phys., 49 (8):4320–4327, 1978.
- [39] G. GUIDARELLI et A. MARINI : Ultrasonic method for determining attenuation coefficient in plate-shaped materials. J. Acoust. Soc. Am, 94 (3):1476–1481, 1993.
- [40] Y. C. CHU et S. I. ROKHLIN : Comparative analysis of through-transmission ultrasonic bulk wave methods for phase velocity measurements in anisotropic materials. J. Acoust. Soc. Am, 95 (6):3204–3212, 1994.
- [41] A. EL MOUHTADI, J. DUCLOS et H. DUFLO : Simultaneous determination of physical and acoustical properties of a homogeneous plate in air. In Proc. IEEE International Ultrasonics Symposium, pages 909–913, Roma, Italy, 20th-23rd September 2009.
- [42] W. M. D WRIGHT et D. A. HUTCHINS : Air-coupled ultrasonic testing of metals using broadband pulses in through-transmission. *Ultrasonics*, 37:19–22, 1999.
- [43] T. E. GÓMEZ ÁLVAREZ-ARENAS : Simultaneous determination of the ultrasound velocity and the thickness of solid plates from the analysis of thickness resonances using air-coupled ultrasound. *Ultrasonics*, 50:104–109, 2010.
- [44] B. HOSTEN, D. A. HUTCHINS et D. W. SCHINDEL : Measurement of elastic constants in composite materials using air-coupled ultrasonic bulk waves. J. Acoust. Soc. Am, 99 (4):2116–2123, 1996.

- [45] E. BLOMME, D. BULCAEN et F. DECLERCQ : Air-coupled ultrasonic NDE : experiments in the frequency range 750 kHz-2 MHz. *NDTE International*, 35:417–426, 2002.
- [46] CRC Handbook of Chemistry and Physics 67<sup>th</sup> Edition. CRC PRESS, 1986.
- [47] SIA-7 User Manual Ver 4.0. VN Instruments.
- [48] Y. GÉLÉBART : Evaluation non destructive par ultrasons du vieillissement thermique d'une structure composite. Thèse de doctorat, Université du Havre, 2007.
- [49] H. KUO, Y.and Lin et C. WANG : Sound transmission across orthotropic laminates with 3D model. *Applied Acoustics*, 69:951–959, 2008.
- [50] B. HOSTEN et M. CASTAINGS : Transfert matrix of multilayered absorbing and anisotropic media. Measurements and simulations of ultrasonics wave propagation through composite materials. J. Acoust. Soc. Am, 94 (3):1488–1495, 1993.

## Caractérisation ultrasonore de plaques viscoélastiques homogènes et composites

Résumé. Nous proposons de développer une méthode expérimentale et numérique qui soit capable d'évaluer simultanément les propriétés acoustiques et géométriques de plaques viscoélastiques homogènes. Au cours de cette étude, nous ne négligeons pas le fait que l'atténuation des ondes ultrasonores dans ce type de matériaux présente généralement un caractère dispersif au même titre que la vitesse de propagation. Afin de réaliser cette démarche, nous avons choisi d'étudier le coefficient de transmission d'une plaque immergée dans un fluide (eau ou air), en prenant en compte les effets dispersifs (modèle de Szabo) et dissipatifs (loi de puissance) des ondes dans la plaque et en intégrant ceux-ci au sein du modèle théorique. Nous avons inclus une correction de la diffraction sous forme d'une approximation pour tenir compte de la dimension finie de la source. Le modèle théorique ainsi choisi représente un des éléments clés nécessaires à la création d'une méthode d'identification des propriétés élastiques et dissipatives de matériaux viscoélastiques. Les autres points fondamentaux de cette méthode sont la mesure, en incidence normale, du coefficient de transmission de la plaque, ainsi que la routine d'optimisation. Nous avons mis au point deux techniques de mesure par immersion ou par air-coupling afin d'extraire la fonction de transmission en fréquence de la plaque. La routine d'optimisation développée sous Matlab® permet ensuite de faire évoluer les paramètres ajustables du modèle numérique jusqu'à obtenir une réponse identifiée proche de la réponse expérimentale, en recourant à un algorithme de minimisation de moindres carrés non-linéaire. Les propriétés extraites simultanément sont : l'épaisseur et la masse volumique de la plaque, ainsi que la vitesse et l'atténuation des ondes longitudinales dans la plaque. La procédure ainsi mise au point a été appliquée à plusieurs matériaux polymères, puis à des plaques composites (vieillies ou non). Nous avons vérifié que pour l'ensemble de ces plaques, l'épaisseur et la vitesse s'identifient correctement. La masse volumique est identifiée avec une précision moindre. En ce qui concerne l'atténuation, nous avons pu mettre en évidence son estimation plus délicate, en particulier pour le coefficient d'atténuation. Cependant, nous obtenons des résultats concluants pour l'identification de l'exposant de l'atténuation. Nous avons pu observer que les erreurs résiduelles entre les courbes expérimentales et identifiées étaient de l'ordre de 0,5% et 5% pour les mesures dans l'eau et dans l'air, respectivement.

Mots-clés: viscoélasticité, dispersion, transmission, immersion, air-coupling, identification, matériaux composites.

## Ultrasonic characterization of viscoelastic homogeneous and composite plates

Abstract. We propose to develop an experimental and numerical method capable of evaluating simultaneously the acoustic and geometrical properties of homogeneous viscoelastic plates. In this study, we take into account the fact that the attenuation of ultrasonic waves in this type of materials presents a dispersive character as propagation velocity. To realize this, we selected to study the transmission coefficient of a plate immersed in a fluid (water or air), by taking into account the dispersive (Szabo's model) and dissipative (power law) effects of waves in the plate and implementing them within the theoretical model. We included a correction of diffraction as an approximation to account for the finite size effects of the source. The theoretical model selected represents one of the key elements necessary for the creation of an inverse method devoted to the identification of the elastic and dissipative properties of viscoelastic materials. The other fundamental features of this method are the normally incident measurement transmission coefficient of the plate, as well as the optimization routine. We developed two measurement techniques which are based upon an immersion method or an air-coupled system to measure the frequency response transmission of the plate under investigation. The identification routine developed under Matlab® modifies the input parameters of the numerical model until a response close to the experimental data is obtained, by using a minimization algorithm for nonlinear least squares. The properties extracted simultaneously are : thickness and density, as well as the velocity and attenuation of longitudinal waves in the plate. The procedure has been applied to several polymer materials, then to composite plates (aged or not). We verified that for all of these plates, the thickness and velocity are generally correctly identified. Density is identified with a lower accuracy. Regarding attenuation, we highlighted that it estimation is more difficult, in particular for the attenuation coefficient. However, we obtained accurate results for the identified attenuation exponent. We could observe that the residual error between the experimental and identified models was of the order of 0.5% and 5%, for measurements in water and air, respectively.

Keywords: viscoelasticity, dispersion, transmission, immersion, air-coupled, identification, composite materials.