



**HAL**  
open science

# Gestion des risques dans les chaînes logistiques : planification sous incertitude par la théorie des possibilités

Romain Guillaume

► **To cite this version:**

Romain Guillaume. Gestion des risques dans les chaînes logistiques : planification sous incertitude par la théorie des possibilités. Gestion et management. Université Toulouse le Mirail - Toulouse II, 2011. Français. NNT : 2011TOU20098 . tel-00700518

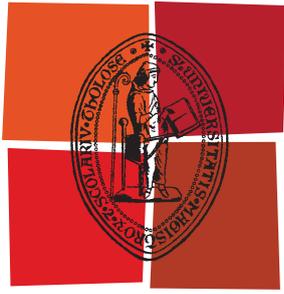
**HAL Id: tel-00700518**

**<https://theses.hal.science/tel-00700518>**

Submitted on 23 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du  
**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

**Délivré par :**  
Université Toulouse II Le Mirail (UT2 Le Mirail)

**Discipline ou spécialité :**  
Génie Industriel

---

**Présentée et soutenue par :**  
Romain GUILLAUME

**le :** vendredi 23 septembre 2011

**Titre :**

Gestion des risques dans les chaînes logistiques : planification sous incertitude  
par la théorie des possibilités

---

**Ecole doctorale :**  
Systèmes (EDSYS)

**Unité de recherche :**  
LGP, ENIT Tarbes- IRIT, Toulouse

**Directeur(s) de Thèse :**  
Caroline THIERRY, Bernard GRABOT

**Rapporteurs :**  
Alexandre DOLGUI  
Samir LAMOURI

**Membre(s) du jury :**

Lyes BENYOUCEF  
Didier DUBOIS  
Pawel ZIELINSKI



# REMERCIEMENTS

Pour avoir accepté de rapporter mes travaux de thèse, je tiens à remercier Alexandre Dolgui et Samir Lamouri, ainsi que Lyès Benyoucef, Didier Dubois et Pawel Zielinski pour leur participation à mon jury.

Je tiens à remercier tout particulièrement Caroline Thierry et Bernard Grabot pour leur disponibilité, leurs conseils, leur confiance et toutes les petites choses qui ont fait de cette thèse un véritable plaisir.

Je remercie Didier Dubois pour ses conseils précieux et pour m'avoir fait rencontrer Pawel Zielinski ce qui a permis ainsi la réalisation d'un projet Polonium en collaboration avec l'université de Wroclaw.

Je tiens évidemment à remercier Pawel Zielinski pour m'avoir accueilli chaleureusement à Wroclaw, fait découvrir les montagnes Polonaises et bien sûr pour cette collaboration très enrichissante.

Un grand merci à tous les membres de l'équipe ADRIA de l'IRIT, les membres de l'IRIT-UTM ainsi que les membres du LGP.

Cette thèse n'aurait pas vu le jour si Ela n'avait pas accepté de me suivre en France pour ces trois ans, je la remercie donc infiniment.

Je remercie bien entendu toute ma famille et plus particulièrement mes parents qui m'ont soutenu pendant toute ma scolarité.



# TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES.....	P1
FIGURES.....	P8
TABLEAUX.....	P11
INTRODUCTION.....	P13
CHAPITRE I : ETAT DE L'ART	
Introduction.....	p19
1. Planification au sein de chaînes logistiques.....	p19
1.1. Modes de gestion des flux au sein de chaînes logistiques.....	p20
1.2. Planification d'activité à la commande.....	p24
1.3. Planification en Make-To-Stock.....	p26
1.3.1. Méthode de calcul des besoins en composants.....	p28
1.3.2. Modèles d'optimisation pour la planification tactique.....	p30
1.4. Planification collaborative au sein d'une chaîne logistique.....	p32
1.4.1. Collaboration part envoi de plan d'approvisionnement.....	p34
1.4.1.1. Contrat à horizon glissant.....	p34
1.4.1.2. Contrat à engagement sur horizon.....	p35
1.4.1.3. Approvisionnement dans un contexte MTO/MTO.....	p35
1.4.2. « Vendor Management Inventory ».....	p36
1.4.3. « Collaborative Planning Forecasting and Replenishment ».....	p37
1.4.4. Planification collaborative basé sur la négociation.....	p38
1.5. Conclusion et Positionnement.....	p39
2. Incertitudes dans les chaînes logistiques.....	p40
2.1. Définitions risques/ incertitudes.....	p40
2.1.1. Risque.....	p40
2.1.2. Incertitudes.....	p41
2.2. Gestion des risques et décision sous risque/incertitude.....	p43
2.2.1. Modèle d'optimisation et risque.....	p43
2.2.2. Démarche générale de gestion des risques.....	p44
2.2.3. Classification des sources d'incertitudes.....	p46
2.3. Positionnement.....	p48

3. Modèles de représentation des incertitudes.....	p49
3.1. Ensemble aléatoire.....	p50
3.2. Possibilité.....	p50
3.3. Nuages.....	p52
3.4. Conclusion et positionnement.....	p53
4. Décision sous incertitude.....	p54
4.1. Ignorance totale.....	p56
4.1.1. Critères Maximax, Maximin et d'Hurwicz.....	p56
4.1.2. Regret.....	p59
4.1.3. Leximin et Leximax.....	p60
4.1.4. Principe de Laplace.....	p61
4.2. Connaissance incomplète.....	p61
4.2.1. Intégrale de Sugeno.....	p61
4.2.2. Intégrale de Choquet.....	p64
4.2.3. Une règle ordinale de décision sans commensurabilité.....	p65
4.3. Conclusion.....	p66
5. Planification sous incertitude dans les chaînes logistique.....	p66
5.1. Incertitudes impactant la planification au sein de chaînes logistiques.....	p66
5.1.1. Types d'incertitudes en planification au sein de chaînes logistiques...p66	
5.1.2. Impact des incertitudes.....	p67
5.2. Utilisation de la théorie des Possibilités en planification sous incertitude dans les chaînes logistiques.....	p68
5.2.1. Clarification préférence/incertitude.....	p69
5.2.2. Utilisation des fonctions de classement de nombres flous en planification.....	p70
5.2.3. Optimisation sous incertitude inspirée de l'optimisation stochastique.p72	
5.2.3.1. Modèles d'optimisation.....	p72
5.2.3.2. Utilisation en planification.....	p75
5.2.3.3. Conclusion.....	p76
5.2.4. Propagation des incertitudes et aide à la décision.....	p76
6. Conclusion.....	p78

## CHAPITRE II : FORMULATION DU PROBLEME DE PLANIFICATION

Introduction.....	p83
1. Processus collaboratif d'élaboration de plan d'approvisionnement.....	p84
1.1. Processus d'élaboration dans un contexte faiblement collaboratif.....	p84
1.2. Calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p85
1.2.1. Processus de planification des approvisionnements en MTO.....	p85
1.2.2. Formalisation.....	p86
1.3. Calcul d'un plan d'approvisionnement dans un contexte collaboratif.....	p88
1.3.1. Processus collaboratif de planification des approvisionnements.....	p88
1.3.2. Formalisation.....	p90
1.3.2.1. Modélisation des préférences du client.....	p90
1.3.2.2. Modèle des quantités livrables par le fournisseur.....	p92
1.3.2.3. Formalisation du Processus de choix d'un plan de production.....	p94
1.3.2.4. Formalisation du Processus de calcul du plan d'approvisionnement.....	p94
1.4. Conclusion.....	p96
2. Modélisation des données incertaines.....	p96
2.1. Types d'imperfections.....	p96
2.2. Modélisation des imperfections.....	p97
2.2.1. Incertitude sur le besoin en composants.....	p98
2.2.2. Modèle de représentation de l'imprécision.....	p98
2.2.2.1. Imprécision sur la quantité du besoin en composants.....	p99
2.2.2.2. Imprécision sur la date du besoin.....	p100
2.2.3. Représentation des incertitudes sur deux quantités imprécises.....	p100
2.2.4. Modèles des besoins en composants.....	p101
2.2.5. Conclusion.....	p103
2.3. Dépendances.....	p103
2.3.1. Dépendances sur les quantités.....	p104
2.3.2. Dépendances sur les dates.....	p106
2.4. Connaissance sur les besoins bruts.....	p106
2.4.1. Modèle des quantités livrables par le fournisseur.....	p107

2.4.1.1. Modèle des quantités maximales livrables par le fournisseur.....	p108
2.4.1.2. Modèle des contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur.....	p109
2.5. Formalisation du calcul d'un plan d'approvisionnement sous incertitude.....	p109
2.5.1. Formalisation du calcul des besoins bruts.....	p109
2.5.2. Formalisation du processus de choix d'un plan de production.....	p110
2.5.3. Formalisation du processus de calcul du plan d'approvisionnement..	p111
3. Conclusion.....	p111

### CHAPITRE III : CALCUL DES BESOINS BRUTS

Introduction.....	p115
1. Passage en période des besoins en composants.....	p116
1.1. Calcul de l'ensemble des périodes dans lesquelles l'ordre peut commencer....	p118
1.2. Calcul des quantités de composants c nécessaires à l'assemblage de p pour l'ordre o.....	p123
1.3. Calcul de l'ensemble besoins en composants par période.....	p123
1.4. Conclusion.....	p126
2. Construction du graphe besoin brut.....	p126
2.1. Calcul des nœuds.....	p127
2.1.1. Contraintes des dépendances de quantités.....	p130
2.1.2. Connaissance sur les besoins bruts.....	p131
2.1.3. Calcul des quantités pour chaque combinaison possible.....	p132
2.2. Construction des arcs.....	p134
2.2.1. Connexions de nœud sans dépendances sur les quantités.....	p134
2.2.2. Connexion des nœuds avec dépendances sur les quantités.....	p136
2.3. Conclusion.....	p138
3. Calcul des besoins bruts extrêmes.....	p139
3.1. Calcul des quantités de besoin brut cumulé extrêmes.....	p141
3.1.1. Calcul des niveaux de possibilités des changements de composition des quantités extrêmes.....	p141

3.1.2.	Calcul des quantités cumulées extrêmes pour un niveau de possibilité appartenant à $\{\Pi_{chang}\}$ .....	p142
3.1.2.1.	Ordres indépendants.....	p143
3.1.2.2.	Ordres dépendant en date.....	p144
3.1.2.3.	Calcul du besoin brut cumulé du scénario maximal pour un niveau de possibilité donné.....	p147
3.1.3.	Calcul du besoin brut cumulé maximal.....	p147
3.1.4.	Conclusion.....	p148
3.2.	Calcul du graphe de besoins bruts extrêmes.....	p148
4.	Conclusion.....	p149

## CHAPITRE IV : AIDE A LA DECISION POUR LE PROCESSUS DE CALCUL DU PLAN D'APPROVISIONNEMENT

Introduction.....	p153
1. Choix d'un plan de production sous incertitude.....	p154
1.1. Choix d'un plan de production utilisant l'ensemble des besoins bruts.....	p154
1.1.1. Calcul des niveaux de faisabilité d'un plan de production.....	p155
1.1.1.1. Présentation de la méthode.....	p155
1.1.1.2. Illustration sur un exemple.....	p158
1.1.2. Choix des séquences.....	p160
1.1.2.1. Présentation de la méthode.....	p161
1.1.2.2. Illustration par un exemple.....	p163
1.2. Choix d'un plan de production à partir des besoins bruts cumulatifs extrêmes.....	p165
1.3. Conclusion.....	p168
2. Aide à la décision pour le calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p168
2.1. Exploitation du graphe.....	p169
2.1.1. Calcul des scénarios extrêmes.....	p170
2.1.2. Calcul de besoins bruts possibles.....	p175
2.2. Calcul des niveaux de stock nécessaires.....	p178
2.2.1. Méthode de calcul.....	p178
2.2.2. Illustration sur un exemple.....	p184
2.3. Choix d'un plan d'approvisionnement.....	p185

2.3.1. Calcul du plan d’approvisionnement flou.....	p187
2.3.2. Calcul d’un plan d’approvisionnement.....	p189
2.3.2.1. Calcul d’un plan d’approvisionnement dans l’horizon gelé.....	p189
2.3.2.2. Calcul d’un plan d’approvisionnement dans l’horizon libre.....	p190
2.4. Illustration de la méthode de calcul d’un plan d’approvisionnement.....	p191
2.5. Calcul d’un plan d’approvisionnement à partir des besoins bruts cumulatifs extrêmes.....	p195
3. Conclusion.....	p196

## CHAPITRE V : APPROCHE PAR OPTIMISATION ROBUSTE POUR LE CALCUL D’UN PLAN DE PRODUCTION

Introduction.....	p201
1. Présentation du problème.....	p202
1.1. Problème déterministe.....	p202
1.2. Problème d’optimisation robuste avec imprécision sur la demande représentée par des intervalles.....	p204
1.3. Problème de risque minimisation dans un contexte possibiliste.....	p205
2. Evaluation d’un plan de production.....	p207
2.1. Evaluation sous imprécision modélisés par des intervalles.....	p207
2.1.1. Scénario optimiste.....	p207
2.1.2. Scénario pessimiste.....	p207
2.1.3. Evaluation d’un plan de production.....	p209
2.2. Evaluation sous imprécision modélisés par des distributions de possibilité.....	p209
2.3. Conclusion et retour au problème de plan d’approvisionnement.....	p211
3. Méthode de résolution utilisant le critère Minmax.....	p211
3.1. Sans contrainte de capacité de production.....	p211
3.2. Avec contrainte de capacité sur les quantités livrables par le fournisseur...	p213
3.2.1. Algorithme de résolution.....	p214
3.2.2. Résultat expérimentaux.....	p214
4. Calcul d’un plan d’approvisionnement utilisant le critère de risque minimisation..	p214

4.1.	Calcul d'un plan d'approvisionnement précis.....	p218
4.2.	Méthode de calcul d'un plan d'approvisionnement flou.....	p221
5.	Conclusion et perspective.....	p221

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

1.	Conclusion.....	p223
2.	Perspectives.....	p225
2.1.	Extension de l'approche à des contextes/problèmes voisins.....	p225
2.2.	Modélisation des imperfections et décision sous incertitude.....	p226
2.3.	Approche aide à la décision.....	p228
2.4.	Approfondissement de l'approche optimisation robuste.....	p227

REFERENCES.....	p229
-----------------	------

## FIGURES

<b>Fig. 1.</b> Synoptique du manuscrit de thèse.....	p16
<b>Fig. 2.</b> Facteurs conceptuels impactant le positionnement du point de découplage (Olhager 2003).....	p21
<b>Fig. 3.</b> Point de découplage (Kolisch 2001).....	p22
<b>Fig. 4.</b> Processus de planification ou sein de chaîne logistique.....	p23
<b>Fig. 5.</b> Exemple de graphique potentiel-tâche.....	p24
<b>Fig. 6.</b> Représentation graphique du problème « Dynamic lot sizing ».....	p27
<b>Fig. 7.</b> Exemple de nomenclatures.....	p28
<b>Fig. 8.</b> Chaîne logistique collaborative.....	p32
<b>Fig. 9.</b> Contrat à horizon glissant.....	p34
<b>Fig. 10.</b> Contrat à horizon d'engagement.....	p35
<b>Fig. 11.</b> Cadre de décision d'une commande (Monsarrat et al. 2004).....	p36
<b>Fig. 12.</b> Modèle CPFR.....	p38
<b>Fig. 13.</b> Vision générale du risque (Gourc 2006).....	p39
<b>Fig. 14.</b> Catégories de risques de la chaîne logistique (Ziegenbein et Nienhaus 2004).....	p47
<b>Fig. 15.</b> Exemple de distribution de possibilité.....	p51
<b>Fig. 16.</b> Exemple de nuage.....	p53
<b>Fig. 17.</b> Exemple de fonction de classement.....	p72
<b>Fig. 18.</b> Exemple de fonctions cumulatives de probabilités modélisées par une distribution de possibilités.....	p73
<b>Fig. 19.</b> Transmission d'un plan d'approvisionnement.....	p83
<b>Fig. 20.</b> Positionnement du calcul du plan d'approvisionnement dans le processus de planification.....	p85
<b>Fig. 21.</b> Processus de calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p86
<b>Fig. 22.</b> Système étudié dans un contexte collaboratif.....	p89
<b>Fig. 23.</b> Flowchart du processus collaboratif de calcul de plan d'approvisionnement.....	p90
<b>Fig. 24.</b> Représentation graphique du problème « Dynamic lot sizing with Backordering ».....	p95
<b>Fig. 25.</b> Représentation de l'incertitude sur l'existence du besoin.....	p98
<b>Fig. 26.</b> Représentation d'une distribution de possibilités ( $a ; b ; c ; d ; h$ ).....	p99
<b>Fig. 27.</b> Représentation de l'imprécision.....	p99
<b>Fig. 28.</b> Représentation de l'imprécision sur les dates.....	p100

<b>Fig. 29.</b> Quantité d'un besoin en composants $(0; 0; 0; 0; h_1) U (a; b; c; d; h_2)$ (incertain et à quantité imprécise).....	p101
<b>Fig. 30.</b> Représentation d'un besoin en composants.....	p101
<b>Fig. 31.</b> Nomenclature d'un produit A.....	p104
<b>Fig. 32.</b> Illustration des dépendances sur les quantités.....	p105
<b>Fig. 33.</b> Illustration des dépendances de précédences.....	p106
<b>Fig. 34.</b> Représentation des capacités imprécises de livraison maximale.....	p108
<b>Fig. 35.</b> Représentation des contraintes de livraisons.....	p109
<b>Fig. 36.</b> Processus du calcul des besoins bruts.....	p116
<b>Fig. 37.</b> Exemple d'ordre planifié dépendant.....	p119
<b>Fig. 38.</b> Niveaux de possibilités que le besoin appartienne à une période.....	p119
<b>Fig. 39.</b> Distribution de possibilités de l'ordre $o$ sachant qu'il appartient à la période $t$ .....	p120
<b>Fig. 40.</b> Ordres de planification indépendants.....	p121
<b>Fig. 41.</b> Illustration du calcul d'appartenance à une période.....	p121
<b>Fig. 42.</b> Ordre planifiés sachant que l'ordre 1 appartient à la période 1.....	p122
<b>Fig. 43.</b> Plan des ordres planifiés sachant que $o=1$ appartient à la période 1 et que $o=4$ appartient à la période 2.....	p123
<b>Fig. 44.</b> Représentation de la distribution de possibilités $\tilde{N}_{p,c}$ .....	p124
<b>Fig. 45.</b> Illustration de la méthode.....	p138
<b>Fig. 46.</b> Illustration de la proposition.....	p143
<b>Fig. 47.</b> Ordres de planification dépendants.....	p145
<b>Fig. 48.</b> Calcul de la quantité maximale cumulative.....	p148
<b>Fig. 49.</b> Représentation des quantités livrables maximales imprécises.....	p156
<b>Fig.50.</b> Calcul du niveau de nécessité que le stock soit supérieur à zéro.....	p158
<b>Fig. 51.</b> Représentation graphique des besoins bruts.....	p160
<b>Fig. 52.</b> Niveau de faisabilité des besoins bruts.....	p161
<b>Fig. 53.</b> Besoins bruts.....	p164
<b>Fig. 54.</b> Fonctions d'utilité $(u(x), v(x))$ .....	p165
<b>Fig. 55.</b> Besoin brut cumulatif.....	p166
<b>Fig. 56.</b> Capacité maximale cumulative.....	p167
<b>Fig. 57.</b> Niveau de rupture maximal.....	p167
<b>Fig. 58.</b> Attribution d'une valeur précise pour la date de lancement d'un ordre $o$ .....	p172
<b>Fig. 59.</b> Illustration des ordres planifiés.....	p173

<b>Fig. 60.</b> Ensemble des scénarios.....	p173
<b>Fig. 61.</b> Résultat de la fusion.....	p175
<b>Fig. 62.</b> Nombre flou $\tilde{A} = [\tilde{A}^-; \tilde{A}^+]$ .....	p177
<b>Fig. 63.</b> Construction d'une distribution de possibilités trapézoïdale.....	p182
<b>Fig. 64.</b> Approximation du minimum.....	p182
<b>Fig. 65.</b> Approximation du maximum.....	p183
<b>Fig. 66.</b> Illustration de l'approximation du minimum.....	p184
<b>Fig. 67.</b> Représentation graphique du besoin brut.....	p184
<b>Fig. 68.</b> Représentation graphique du besoin brut de l'exemple.....	p186
<b>Fig. 69.</b> Tableau de bord du décideur.....	p192
<b>Fig. 70.</b> Tableau de bord du décideur pour la période 2.....	p195

# TABLEAUX

<b>Tableau 1.</b> Calcul des besoins.....	p30
<b>Tableau 2.</b> Exemple de sources de risques (Gaonkar et Viswanadharn 2007).....	p48
<b>Tableau 3.</b> Exemple d'un problème de décision sous incertitude.....	p56
<b>Tableau 4.</b> Résultats pour les critères Minmax et Maximax.....	p58
<b>Tableau 5.</b> Résultat pour le critère MinmaxRegret.....	p59
<b>Tableau 6.</b> Niveau de possibilité de chaque scénario.....	p63
<b>Tableau 7.</b> Utilité de chaque scénario.....	p63
<b>Tableau 8.</b> Résultat pour l'espérance mathématique optimiste.....	p65
<b>Tableau 9.</b> Synthèse des modèles mathématique.....	p74
<b>Tableau 10.</b> Représentation des quantités.....	p102
<b>Tableau 11.</b> Représentation des dates.....	p102
<b>Tableau 12.</b> Besoins bruts $BB_{c,t}^{comb_i}$ .....	p159
<b>Tableau 13.</b> Poids entre les combinaisons $w_{comb_1;comb_2;1}$ .....	p159
<b>Tableau 14.</b> Poids entre les combinaisons $w_{comb_2;comb_3;2}$ .....	p159
<b>Tableau 15.</b> Poids entre les combinaisons $w_{comb_3;comb_4;3}$ .....	p159
<b>Tableau 16.</b> Poids entre les combinaisons $w_{comb_4;comb_5;4}$ .....	p159
<b>Tableau 17.</b> Quantités maximales floues livrables par le fournisseur.....	p160
<b>Tableau 18.</b> Représentation des besoins bruts $BB_{c,t}^{comb_i}$ .....	p184
<b>Tableau 19.</b> Quantité livrable par le fournisseur.....	p185
<b>Tableau 20.</b> Plan d'approvisionnement.....	p194
<b>Tableau 21.</b> Temps de calcul minimal, moyen et maximal en secondes.....	p217
<b>Tableau 22.</b> Temps moyen pour un horizon allant de 100 à 1000.....	p219



## INTRODUCTION.

Dans le contexte actuel d'instabilité des marchés, les entreprises doivent intégrer l'incertitude de la demande dans leurs méthodes de planification afin de mieux gérer leurs ressources et de préserver leurs performances. D'autre part, elles se sont de plus en plus recentrées sur leur coeur de métier, et se sont donc de plus en plus regroupées au sein de chaînes logistiques.

La gestion des chaînes logistiques (ou Supply Chain Management, SCM) s'intéresse dans ce cadre à des chaînes logistiques dont les acteurs de la chaîne sont des entités décisionnelles indépendantes. L'étude de ces chaînes logistiques passe donc souvent par la prise en compte d'une relation "point-à-point" entre le client et le fournisseur, qui constitue le "maillon" élémentaire de la chaîne logistique. L'amélioration de ces chaînes logistiques passe par la mise en place de processus coopératif entre les différents acteurs afin qu'ils puissent mieux travailler ensemble. Dans ce cadre, plusieurs types d'information peuvent être échangés comme les plans d'approvisionnement, les niveaux de stocks prévisionnels etc. Notre cadre d'étude sera donc un "maillon" d'une chaîne logistique (relation client-/fournisseur) dont les acteurs (le client et le fournisseur) sont des entités décisionnelles indépendantes qui souhaitent mettre en place des processus de planification coopératifs en présence d'incertitude.

Des chaînes logistiques comme celles du secteur aéronautique fabriquent des produits à la commande mais utilisent aussi des composants standards qui sont fabriqués sur stock (par exemple, les sondes pitots, les hublots,..). La tendance actuelle va vers des produits de plus en plus personnalisés (par exemple, l'A380 propose plus de 1000 points de configuration, soit 10 à 20 fois plus que l'A330), et ceci avec des personifications de plus en plus tardives. Cela induit des incertitudes sur les besoins en composants et rend la gestion de l'approvisionnement vitale pour respecter les délais client et limiter les stocks obsolètes.

De plus, il est connu que les incertitudes dans les chaînes logistiques ont un effet cumulatif connu sous le nom d' « effet Bullwhip ». L'enjeu au niveau tactique est de proposer, malgré les incertitudes dues à la variation du marché et à la personnalisation des produits, un processus de gestion des approvisionnements qui propage dans la chaîne logistique une information suffisamment riche (mais facilement exploitable), pour que le fournisseur ait une meilleure vision de sa demande.

Dans ce contexte, la contribution majeure visée par nos travaux est l'intégration de connaissances imparfaites sur les données (date du besoin en composants, quantité nécessaire... etc.) afin de calculer un plan d'approvisionnement plus robuste (plan minimisant l'impact de l'incertitude). L'intégration des imperfections repose sur l'utilisation de la théorie des possibilités afin de représenter au mieux l'information disponible en prenant en compte une connaissance imparfaite sur certaines données, ou leur dimension subjective. Une fois le modèle de représentation des données imparfaites réalisé, nous proposons des méthodes de calcul de plans d'approvisionnements utilisant les informations supplémentaires apportées par la représentation des imperfections.

Cette thèse est composée de 5 chapitres, dont un chapitre d'état de l'art et quatre de contributions.

Le chapitre I a pour objectif de situer notre domaine d'étude (planification des chaînes logistiques) ainsi que de présenter les éléments théoriques utilisés tout au long de la thèse. Il s'agit de cerner les méthodes de gestion des chaînes logistiques et de s'approprier les concepts d'incertitude, imperfection et imprécision ainsi que les modèles de représentation des imperfections et les critères de décision sous incertitude. Ces études débouchent sur la justification de notre approche et sont suivies par un état de l'art sur les méthodes de planification sous incertitude quand les imperfections sont modélisées par la théorie des possibilités.

Le chapitre II formalise le processus auquel nous nous intéressons. Tout d'abord, il présente le processus de collaboration entre les acteurs (client/fournisseur) ainsi que le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement dans le contexte où le client est en MTO (Make-to-order, fabrication à la commande) et le fournisseur en MTS (Make-to-stock, fabrication pour le stock). Une fois le processus présenté, nous proposons un modèle de représentation des imperfections des données utilisant la théorie des possibilités. Ce chapitre aboutit à une formalisation du problème de calcul de plan d'approvisionnement intégrant les imperfections sur les données. Il conclut sur une segmentation du problème : calcul des besoins bruts et calcul du plan d'approvisionnement.

Le chapitre III présente trois méthodes de calcul des besoins bruts. La première est une méthode exacte, qui calcule tous les besoins bruts possibles, alors que la deuxième est une méthode qui ne calcule que les besoins bruts possibles ayant des quantités minimales et maximales que nous qualifierons de « besoins bruts extrêmes ». La troisième calcule quant à elle les quantités cumulatives extrêmes (maximale et minimale). Ce chapitre propose donc trois méthodes s'appliquant :

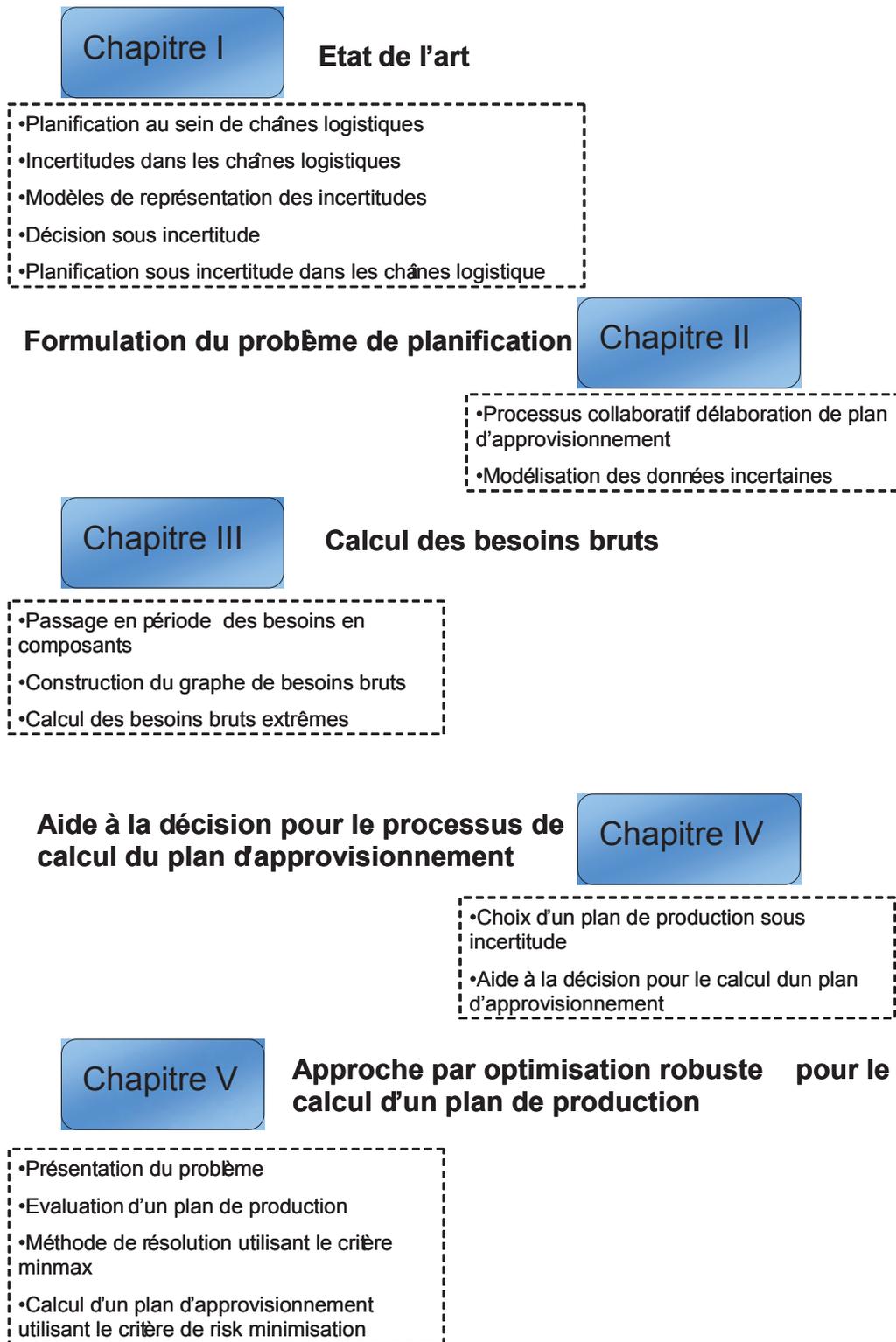
- à des problèmes de petite taille : méthode de calcul exhaustif de tous les besoins bruts possibles,
- à des problèmes de taille moyenne par une méthode de calcul des besoins bruts extrêmes,
- à des problèmes de grande taille, par une méthode de calcul des quantités cumulatives extrêmes.

Le Chapitre IV propose une méthode de choix d'un plan de production prenant en compte les contraintes du fournisseur afin de limiter les risques de rupture. Ce chapitre présente ensuite une méthode d'aide à la décision pour le choix d'un plan d'approvisionnement sous incertitude sur les besoins bruts.

Le Chapitre V traite le problème de calcul d'un plan d'approvisionnement dans un contexte incertain, ce qui correspond à un problème de planification de la production (cette correspondance sera plus longuement discutée dans le chapitre 2). Dans ce chapitre, on s'intéresse au problème d'optimisation robuste dans le cas où l'incertitude est représentée par des intervalles, puis dans celui où elle est représentée par une distribution de possibilité.

Pour conclure, un bilan est présenté, ainsi qu'un ensemble de perspectives de recherches allant du court terme (proche des résultats de la thèse) à des questions plus générales sur la planification sous incertitude au sien des chaînes logistiques.

Le synoptique présenté Figure 1 vise à faciliter la lecture du manuscrit.



**Fig. 1.** Synoptique du manuscrit de thèse

# CHAPITRE I : ÉTAT DE L'ART

Introduction.....	p19
1. Planification au sein de chaînes logistiques.....	p19
1.1. Modes de gestion des flux au sein de chaînes logistiques.....	p20
1.2. Planification d'activité à la commande.....	p24
1.3. Planification en Make-To-Stock.....	p26
1.3.1. Méthode de calcul des besoins en composants.....	p28
1.3.2. Modèles d'optimisation pour la planification tactique.....	p30
1.4. Planification collaborative au sein d'une chaîne logistique.....	p32
1.4.1. Collaboration part envoi de plan d'approvisionnement.....	p34
1.4.1.1. Contrat à horizon glissant.....	p34
1.4.1.2. Contrat à engagement sur horizon.....	p35
1.4.1.3. Approvisionnement dans un contexte MTO/MTO.....	p35
1.4.2. « Vendor Management Inventory ».....	p36
1.4.3. « Collaborative Planning Forecasting and Replenishment ».....	p37
1.4.4. Planification collaborative basé sur la négociation.....	p38
1.5. Conclusion et Positionnement.....	p39
2. Incertitudes dans les chaînes logistiques.....	p40
2.1. Définitions risques/ incertitudes.....	p40
2.1.1. Risque.....	p40
2.1.2. Incertitudes.....	p41
2.2. Gestion des risques et décision sous risque/incertitude.....	p43
2.2.1. Modèle d'optimisation et risque.....	p43
2.2.2. Démarche générale de gestion des risques.....	p44
2.2.3. Classification des sources d'incertitudes.....	p46
2.3. Positionnement.....	p48
3. Modèles de représentation des incertitudes.....	p49
3.1. Ensemble aléatoire.....	p50
3.2. Possibilité.....	p50
3.3. Nuages.....	p52
3.4. Conclusion et positionnement.....	p53
4. Décision sous incertitude.....	p54

4.1. Ignorance totale.....	p56
4.1.1. Critères Maximax, Maximin et d'Hurwicz.....	p56
4.1.2. Regret.....	p59
4.1.3. Leximin et Leximax.....	p60
4.1.4. Principe de Laplace.....	p61
4.2. Connaissance incomplète.....	p61
4.2.1. Intégrale de Sugeno.....	p61
4.2.2. Intégrale de Choquet.....	p64
4.2.3. Une règle ordinale de décision sans commensurabilité.....	p65
4.3. Conclusion.....	p66
5. Planification sous incertitude dans les chaînes logistique.....	p66
5.1. Incertitudes impactant la planification au sein de chaînes logistiques.....	p66
5.1.1. Types d'incertitudes en planification au sein de chaînes logistiques...	p66
5.1.2. Impact des incertitudes.....	p67
5.2. Utilisation de la théorie des Possibilités en planification sous incertitude dans les chaînes logistiques.....	p68
5.2.1. Clarification préférence/incertitude.....	p69
5.2.2. Utilisation des fonctions de classement de nombres flous en planification.....	p70
5.2.3. Optimisation sous incertitude inspirée de l'optimisation stochastique.p72	
5.2.3.1. Modèles d'optimisation.....	p72
5.2.3.2. Utilisation en planification.....	p75
5.2.3.3. Conclusion.....	p76
5.2.4. Propagation des incertitudes et aide à la décision.....	p76
6. Conclusion.....	p78

## *Introduction*

Comme nous l'avons vu en introduction, dans le cadre de notre thèse nous nous intéressons à un maillon (client/fournisseur) d'une chaîne logistique, dans lequel le client a une production à la commande et le fournisseur une production sur stock. Le client fabrique en différenciation retardée des produits fortement personnalisables par son propre client.

L'objectif de ce chapitre est de faire un état de l'art sur la planification de la production sous incertitude au sein de chaînes logistiques. Cet état de l'art nous permettra de situer le contexte de nos travaux par rapport aux différentes approches de gestion des incertitudes au sein de chaînes logistique.

Nous allons donc, dans un premier temps, présenter un état de l'art sur les processus de planification au sein d'une chaîne logistique.

Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons de manière générale à la gestion des incertitudes dans les chaînes logistiques, afin de nous positionner par rapport à la littérature.

Nous proposons ensuite un état de l'art portant sur les modèles de représentation des incertitudes dans un contexte de connaissances incomplètes et sur les critères de décision sous incertitude.

La dernière partie se concentre sur les incertitudes impactant la planification, et sur les modèles de planification sous incertitude utilisant la théorie des possibilités pour modéliser les incertitudes.

### *1. Planification au sein de chaînes logistiques*

L'objectif de cette partie est de faire un état de l'art sur la planification au sein des chaînes logistiques, afin de nous positionner par rapport à celui-ci. Nous pourrions ainsi montrer que le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement prenant en compte les incertitudes dans le cas où le donneur d'ordre produit à la commande et le fournisseur sur stock est un processus complexe porteur de nombreux verrous scientifiques.

En effet, au sein des chaînes logistiques, on distingue différents modes de gestion des flux qui dépendent à la fois des exigences techniques et des demandes des clients. Ces différents

modes influencent très fortement les modèles et méthodes de planification des acteurs de la chaîne logistique, ainsi que les processus de collaboration entre les acteurs de la chaîne.

Nous allons donc dans un premier temps passer en revue ces différents modes de gestion des flux. Nous focaliserons ensuite sur les modèles de planification utilisés en production à la commande (Make-to-Order) et production sur stock (Make-to-Stock) pour un acteur de la chaîne. Enfin, nous présenterons les processus de planification collaboratifs existants dans le cadre d'une chaîne logistique collaborative.

### 1.1. Modes de gestion des flux au sein de chaînes logistiques

Au sein d'une chaîne logistique, on peut identifier différents modes de gestion des flux au niveau de chaque acteur de la chaîne : conception à la commande (définition 1), fabrication à la commande (définition 2), assemblage à la commande (définition 3) et production sur stock (définition 4) sont les modes les plus souvent évoqués (Arnold et Chapman 2001).

*Définition 1.* « La conception à la commande (Engineer-to-Order, ETO) signifie que les spécifications du client requièrent une conception unique ou une particularisation importante. Habituellement, le client est fortement lié à la conception du produit. »

*Définition 2.* « Dans un mode de fabrication à la commande (Make-to-Order, MTO), l'entreprise ne commence à fabriquer un produit que quand une commande est reçue. Le produit final peut inclure des composants sur mesure mais contient en général des pièces standards, qui peuvent faire l'objet de variantes. »

*Définition 3.* « Dans le cas de l'assemblage à la commande (Assemble-to-order, ATO), le produit est fabriqué à partir de sous-ensembles standards pré-assemblés que l'entreprise peut stocker et assembler en fonction des commandes du client. »

*Définition 4.* « La production sur stock (Make-to-Stock, MTS) signifie que l'entreprise fabrique les produits en fonction du niveau de stock de produit fini. Le client est livré à partir de ces stocks. »

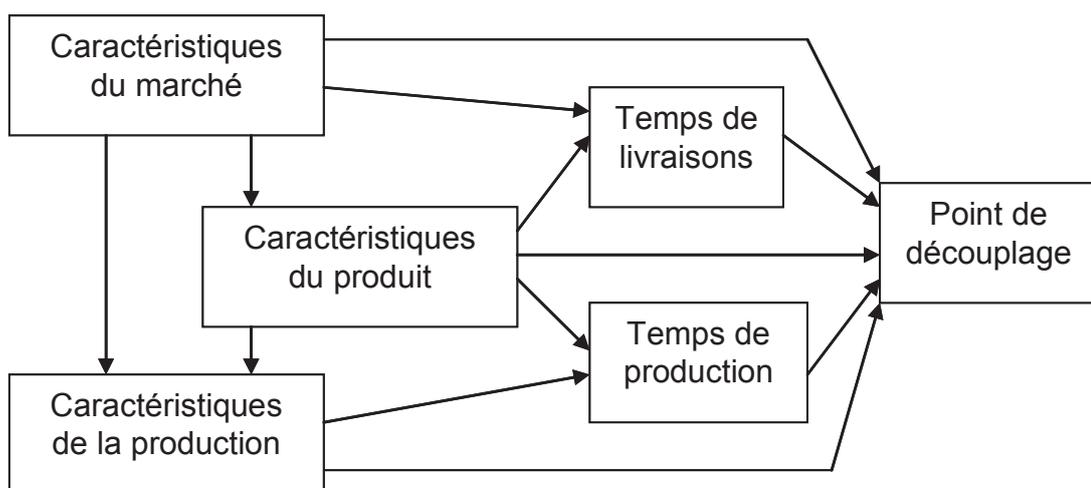
Le choix du mode de gestion des flux dépend notamment des caractéristiques du produit fabriqué : on va bien sûr privilégier une production sur stock pour les produits standard

fabriqués en grande série. L'assemblage à la commande sera plutôt dédié aux produits dont la spécificité dépend de la combinaison de variantes de composants standard (automobile par exemple). La fabrication à la commande sera plutôt pour des produits fabriqués unitairement et dédiés à un client. La conception à la commande sera, quant à elle, utilisée pour des produits très spécifiques.

On peut noter que des entreprises peuvent avoir des produits en MTS et d'autres en MTO ou ATO, en fonction des caractéristiques des produits, du marché, de l'outil de production et des temps de production et de livraison (Figure (2)). Dans la littérature, des articles proposent des méthodes de calcul du point de découplage et du choix de mode de gestion (Olhager 2003) (Adan et Wal 1998) (Soman et al. 2004) (Rapajagopalan 2002). Par point de découplage, on entend la limite entre deux politiques de production : par exemple, le niveau d'élaboration du produit à partir duquel on passe de "make-to-stock" (pour les composants) à "assemble-to-order" (pour le véhicule) dans l'automobile.

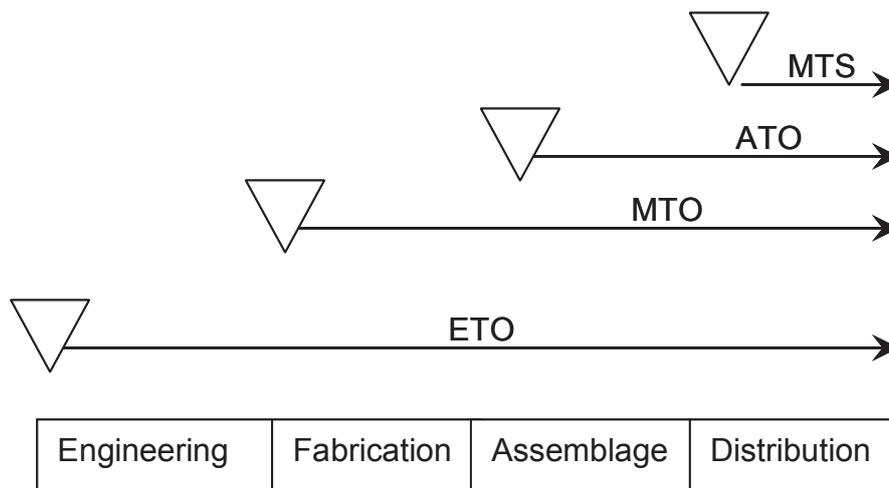
Le point de découplage peut être difficile à calculer étant donnée la quantité des facteurs impactants.

Les facteurs qui impactent directement le point de découplage sont les caractéristiques du marché (croissant décroissant), les caractéristiques de la production (machines ...) et les temps de livraison et de production. Ces temps dépendent des caractéristiques du produit. La Figure (2) illustre les relations entre ces différentes caractéristiques ainsi que leur influence sur le point de découplage.



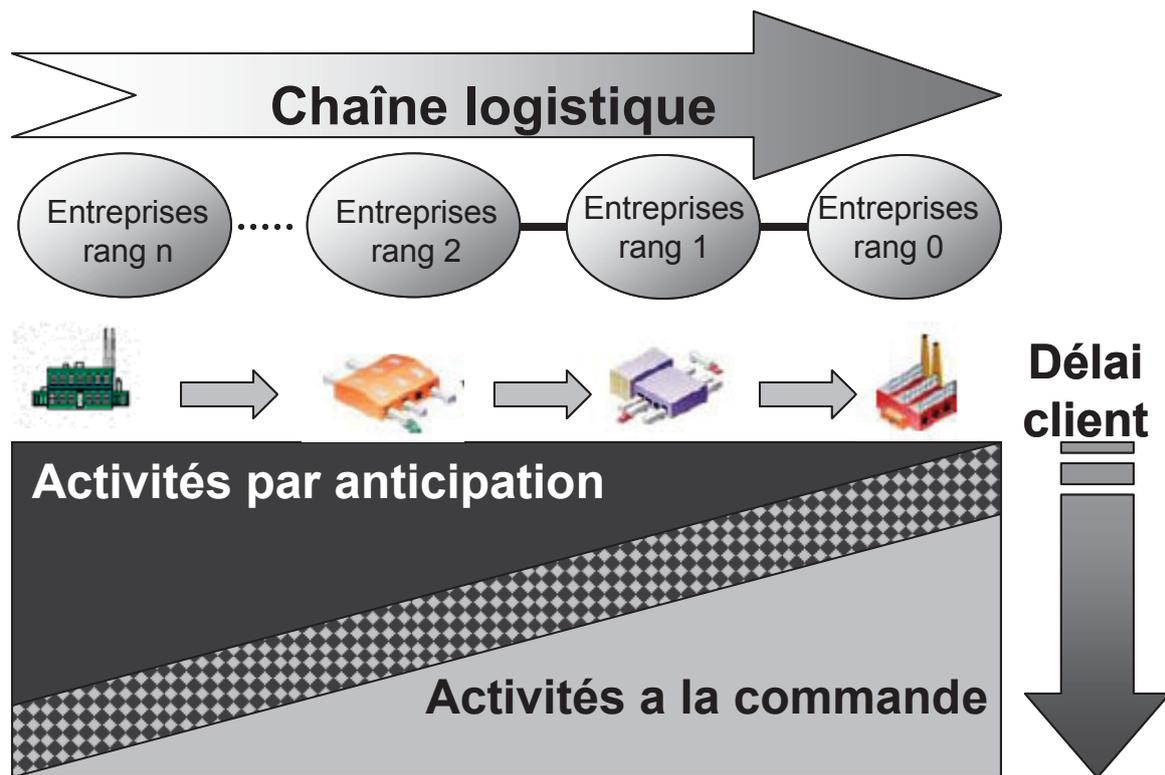
**Fig. 2.** Facteurs conceptuels impactant le positionnement du point de découplage  
(Olhager 2003)

La Figure (3) synthétise les différents modes de gestion des flux en fonction du « point de découplage », représenté par un triangle. D'un point de vue général, le point de découplage est fortement lié au rapport entre le cycle de production du produit et le cycle commercial. Par exemple, si on a besoin de 3 semaines de délai de production mais que le client vient directement au magasin (soit un délai client nul), le produit doit être fabriqué en MTS.



**Fig. 3.** Point de découplage (Kolisch 2001)

Quand le produit est élaboré par une chaîne logistique, le point de découplage peut se trouver à différents endroits de la chaîne, au sein d'une même entreprise ou à l'intersection de deux entreprises. Dans ce cas, les entreprises ont chacune un processus de planification différent en fonction de leurs modes de gestion des flux (exemple : entreprise cliente en MTO ou ATO et fournisseur de composants en MTS). La Figure (4) présente l'évolution des processus de gestion tout au long d'une chaîne logistique en fonction du délai client. Plus le client commande un produit spécifique, plus on se rapproche d'une activité à la commande qui peut être gérée en MTO ou ATO suivant que l'on fabrique tout le produit ou que l'on utilise des composants standards.



**Fig. 4.** Processus de planification au sein de la chaîne logistique

Le cas où le point de découplage est situé entre deux acteurs de la chaîne logistique peut impliquer des processus spécifiques.

Par exemple, une entreprise en MTO ou ATO planifie sa production avec un modèle par date (ou par tâches), alors que ses fournisseurs peuvent planifier en terme de quantités par période s'ils sont en MTS. Dans le premier cas, une date précise est associée à chaque commande, tandis que le deuxième cas considère des quantités de pièces à livrer par période.

Au niveau de l'approvisionnement, il faut donc passer d'un modèle par date à un modèle par quantité. Nous verrons (chapitre 2) que ce passage se fait facilement dans un cadre déterministe mais pose des problèmes quand on souhaite prendre en compte l'incertitude (Chapitres 3, 4 et 5).

Dans le cadre de ce travail, nous considérons des chaînes logistiques dans lesquelles l'acteur "client" est en MTO ou ATO et l'acteur fournisseur en MTS. Nous allons donc faire un état de l'art sur les méthodes de planification en MTO ou ATO, puis, dans la partie suivante, sur la planification en MTS. Nous finirons par présenter les processus de collaboration entre les acteurs de la chaîne logistique.

## 1.2. Planification d'activité à la commande

En MTO ou ATO, les entreprises planifient par date à partir des dates de livraison et en déduisent leur production ou assemblage en calculant des dates de lancement. Il s'agit donc de produire ou d'assembler des produits spécifiques conformes à la demande du client dans un temps le plus court possible en respectant des contraintes liées aux ressources.

La planification d'activité à la commande est similaire à une planification multi-projets dans laquelle chaque projet équivaut à un produit, la date de fin de projet étant la date de livraison client. Dans la communauté scientifique, le problème est communément appelé le *Resource-Constrained Multi Project Scheduling Problem* (RCMPSP). Dans un contexte mono-entreprise, le RCMPSP peut être transformé en un problème classique de *Resource-Constrained Project Scheduling Problem* (RCPSP) en combinant toutes les activités des projets en un "super projet" (Zhu et al. 2010). Le problème résultant est NP-difficile (Blazewicz et al. 1983).

La modélisation de projet utilise en général la représentation potentiel-tâche basée sur :

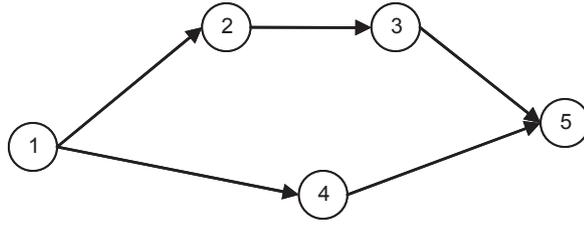
- le WBS (*Work Breakdown Structure*) qui est la structure hiérarchique des tâches du projet
- et des contraintes induites par la succession des tâches, l'utilisation des ressources, le séquençement ou le délai client.

La Figure (5) donne la représentation potentiel-tâche d'un projet à cinq tâches.

Une tâche  $i$  est caractérisée par une durée  $d_i$ , une date de début  $t_i$  et une date de fin  $T_i=t_i+d_i$ .

Les tâches du projet doivent respecter des contraintes de types suivants :

- des contraintes de précédence ( $i$  précède  $j$  :  $t_j - t_i \geq d_i$ ),
- des contraintes de délai ( $i$  doit être terminée à la date  $\bar{d}_i$  :  $t_i + d_i \leq \bar{d}_i$ ),
- des contraintes disjonctives : la tâche  $j$  peut être faite avant ou après la tâche  $i$  :  $t_j - t_i \geq d_i$  si  $v_{ijp}=1$  ;  $t_i - t_j \geq d_j$  si  $v_{ijp}=0$ , avec  $v_{ij}$  une variable booléenne représentant le choix ( $i$  avant  $j$ ),
- des contraintes de capacité : la somme des ressources utilisées pour chaque tâche doit être inférieure ou égale à la capacité maximale de la ressource :  
$$\sum_i q_{i,t,r} \leq C_{r,t} \forall r, t$$
 avec  $q_{i,t,r}$  la quantité de ressource  $r$  utilisée par la tâche  $i$  à l'instant  $t$ , et  $C_{r,t}$  la capacité maximale de la ressource  $r$  à l'instant  $t$ .



**Fig. 5.** Exemple de graphique potentiel-tâche

Le problème RCPSP peut être formulé sous la forme d'un *Mixed Integer Programming Problem*. Nous présentons à titre d'exemple un modèle qui cherche à maximiser le nombre d'ordres acceptés (c'est-à-dire le nombre de projets pouvant être finis à la bonne date), où chaque ordre représente un produit fabriqué pour un client (Kolisch 2000).

Les variables de décision binaires sont :

$y_p$  : prend la valeur de 1 si l'ordre  $p$  est accepté, sinon 0

$x_{j,t}$  : prend la valeur de 1 si la tâche  $j$  commence dans la période  $t$ , sinon 0

Données du problème :

$v_p$  : prix de vente de l'ordre  $p$

$[d_p; \overline{d}_p]$  : fenêtre de temps dans laquelle le client veut être livré

$p_j$  : durée de la tâche  $j$

$P_j$  : ensemble des prédécesseurs immédiats de la tâche  $j$

$s_p, e_p$  : respectivement date de début et de fin de l'ordre  $p$

$t_{i,j}^{\min}$  : temps minimum à attendre après avoir fini la tâche  $i$  avant de commencer la tâche  $j$

$C_{r,t}$  : capacité maximale de la ressource  $r$  à l'instant  $t$

$c_{j,\tau}$  : ressource nécessaire pour chaque période  $\tau$  ( $\tau = 1, \dots, p_j$ ) de chaque durée  $p_j$  de la tâche  $j$

$$\text{Maximiser } z = \sum_{p=1}^P v_p \times y_p \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^T t \times x_{j,t} - \sum_{t=1}^T (t + p_i) \times x_{i,t} \geq t_{i,j}^{\min} \quad \forall j \in [1; J], \forall i \in P_j \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ r_j=r}}^J \sum_{\tau=\max\{1, t-p_j+1\}}^{t-\tau+1} c_{j,t-\tau+1} \times x_{j,\tau} \leq C_{r,t} \quad \forall r \in [1; R], \forall t \in [1; T] \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{j,t} \leq 1 \quad \forall j \in [1; J] \quad (4)$$

$$\underline{d}_p \times y_p \leq \sum_{t=1}^T (t + p_{e_p} - 1) \times x_{e_p,t} \leq \overline{d}_p \times y_p \quad \forall p \in [1; P] \quad (5)$$

$$\sum_{j=s_p}^{e_p} \sum_{t=1}^T x_{j,t} = (e_p - s_p + 1) \times y_p \quad \forall p \in [1; P] \quad (6)$$

$$x_{j,t} \in \{0,1\} \quad \forall j \in [1; J], \forall t \in [1; T] \quad (7)$$

$$y_p \in \{0,1\} \quad \forall p \in [1; P] \quad (8)$$

L'équation (1) est la fonction objectif ; la contrainte (2) oblige le respect du temps minimum d'attente entre la fin d'une tâche et le début de la tâche suivante ; la contrainte (3) est la contrainte de capacité ; la contrainte (4) implique qu'une tâche n'est réalisée qu'une fois sur l'horizon ; la contrainte (5) est la contrainte de livraison au client ; la contrainte (6) garantit que toutes les tâches pour les ordres acceptés sont bien comprises entre les dates de début et de fin de l'ordre et les contraintes (7) et (8) définissent les variables de décision.

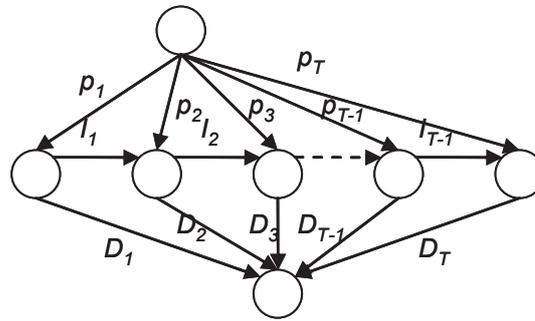
En ce qui concerne les méthodes de résolution de ces problèmes, on peut se référer à Kolisch 2001) ou (Węglarz 1999) qui présentent un état de l'art sur les algorithmes de planification de projet.

### 1.3. Planification en Make-To-Stock

Le problème de planification de la production par anticipation inclut un problème de dimensionnement de lot (*Lot Sizing Problem*) qui peut être modélisé par un graphe de flot où la source est la production et le puits est la demande (la Figure (6) montre un modèle de problème dynamique, c'est-à-dire avec un horizon de plusieurs périodes, dans le cas le plus simple : un seul produit  $p$  est fabriqué, il n'inclut pas de composants et on n'accepte pas de ne pas satisfaire totalement la demande). La production ( $p_t$ ) de la période  $t$  plus les quantités ( $I_{t-1}$ ) en stock à la fin de la période  $t-1$  permettent de satisfaire la demande ( $D_t$ ) de la période  $t$ . Si la demande ne consomme pas toutes les quantités, le surplus passe à la période  $t+1$  sous la forme d'un stock ( $I_t$ ).

On note :

$p_t$  : la quantité produite à la période  $t$ ,  
 $I_t$  : le niveau de stock à la fin de la période  $t$ ,  
 $D_t$  : la demande en produit  $p$  pour la période  $t$ .



**Fig. 6.** Représentation graphique du problème « Dynamic lot sizing »

Nous décrivons tout d'abord un algorithme de résolution très largement utilisé dans l'industrie, communément appelé « méthode de calcul des besoins » (Orlicky 1975), qui fait partie de la méthode MRP (Manufacturing Resource Planning), méthode de planification la plus utilisée en entreprise. Le Calcul des Besoins peut en effet être vu comme une heuristique pour résoudre le problème de "lot sizing" multi niveau et multi produits dans le cas à capacité infinie, afin de proposer rapidement une solution au décideur.

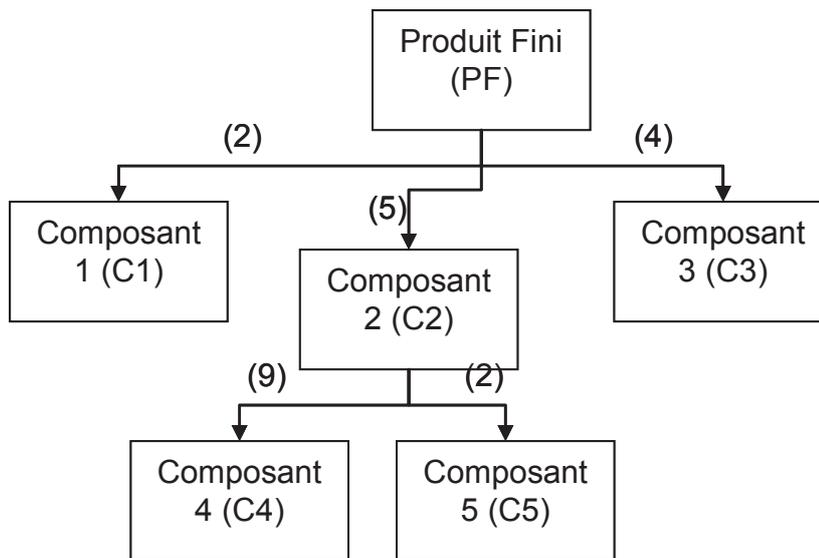
Nous présenterons ensuite des variantes du problème de lotissement prenant en compte les capacités de production, un seul ou plusieurs produits etc., par exemple le problème « *Multi Level Multi Product Capacited Lot Sizing Problem* » (MLMPCLSP) qui est un problème d'optimisation. Les méthodes de résolution de ces problèmes sont par exemple utilisées par les APS (Advanced Planning Systems) (Définition 5) et sont largement traitées par la communauté des chercheurs en recherche opérationnelle.

*Définition 5.* Les APS (Advanced Planning System) sont des logiciels destinés à la planification de l'ensemble de la chaîne logistique (demande, achats, production, stockage, transport). En fonction de la demande exprimée en aval de l'entreprise, l'APS permet d'analyser la capacité des ressources (de production, de transport et de stockage) et les diverses contraintes de planification afin de proposer un plan d'activité détaillé et adaptable pour une production optimale.

### 1.3.1. Méthode de calcul des besoins en composants

La méthode de calcul des besoins permet de propager la demande en produit final au niveau des composants des produits en prenant en compte leurs dépendances décrites dans les nomenclatures.

Le calcul des besoins est fait à partir de la demande en produits finis, des délais d'obtention (temps nécessaire à la réalisation des composants) et des nomenclatures des produits qui donnent le nombre de composants nécessaires à la fabrication de chaque produit ordonné en fonction de la séquence de fabrication (Figure (7)).



**Fig. 7.** Exemple de nomenclatures

Dans le calcul des besoins en composants, le problème est de déterminer les ordres de fabrication et les demandes d'achat (quantité de produit/composant que l'on doit fabriquer / approvisionner) afin de pouvoir satisfaire la demande du client.

Globalement, la méthode est composée de trois étapes itérées de la période 1 à T :

1. Calcul du besoin brut (Equation (9)),
2. Choix de la quantité à produire en fonction de la politique de lotissement (lot pour lot (Equation 11), taille de lot économique (Equation (12))...),
3. Calcul du niveau de stock à la fin de la période (Equation (13)).

De façon plus formalisée nous avons :

Notations :

*Indice :*

$t$  : période allant de 1 à  $T$

$p$  : produit allant de 1 à  $P$

$PC_{p,c}$  : ensemble des produits  $p$  utilisant le composant  $c$

*Données du problème :*

$D_{p,t}$  : demande d'un produit  $p$  pour la période  $t$

$N_{p,c}$  : quantité du composants  $c$  nécessaire à l'assemblage de  $p$

$Do_c$  : délai d'obtention du composant  $c$

$Tl$  : taille de lot économique

*Variables dépendantes :*

$I_{c,t}$  : stock du composant  $c$  à la fin de la période  $t$

$BB_{c,t}$  : besoin brut du composant  $c$  à la période  $t$

$BN_{c,t}$  : besoin net du composant  $c$  à la période  $t$

$x_{c,t}$  : quantité produite du composant  $c$  à la période  $t$

$$BB_{c,t} = \sum_{p \in PC_{p,c}} (N_{p,c} \times D_{c,t+Do_c}) \quad (9)$$

$$BN_{c,t} = \max(0; BB_{c,t} - I_{c,t}) \quad (10)$$

$$x_{c,t} = BN_{c,t} \quad (11)$$

$$x_{c,t} = \min_n \left( n \times Tl \mid n \times T \geq BN_{c,t} \right) \quad (12)$$

$$I_{c,t+1} = BN_{c,t} + x_{c,t} \quad (13)$$

---

Nous allons illustrer la méthode de calcul des besoins pour le composant C1 qui est utilisé pour la fabrication d'un produit final noté PF (on a besoin de 2 C1 pour assembler 1 PF) avec un délai d'obtention de C1 de 1 période. Le Tableau (1) représente le calcul du besoin en composant C1 à partir des lancements en fabrication du produit PF.

Pour le calcul du Besoin Brut de la période 1, on considère les lancements du produit fini pour la période  $2=1+ Do_{c1}=1+1$ . On multiplie la quantité de produit fini désirée par la quantité de

composants nécessaire à la fabrication d'un produit PF (2). On obtient donc  $BB=10*2=20$ .

Le besoin net est déduit du besoin brut en soustrayant le stock disponible à période 1 ( $BN=20-10=10$ ).

La quantité à produire doit respecter la contrainte de taille de lot qui est de 15. On produit donc 15 unités pour la période 1 et on calcule le stock disponible pour la période 2 ( $15-10=5$ ). On fait de même pour toutes les périodes de 1 à 4.

Période		1	2	3	4
Composant C1	Lancement du Produit PF	10	<b>10</b>	12	<b>14</b>
	Besoin Brut	$10*2=20$	$12*2=24$	$14*2=28$	$12*2=24$
	Stock : 10	$15-10=5$	$30-19=11$	$30-17=13$	$15-11=4$
	Besoin Net	$20-10=10$	$24-5=19$	$28-11=17$	$24-13=11$
	Production (taille de lot égale à 15)	15	30	30	15

**Tableau 1.** Calcul des besoins

### 1.3.2. Modèles d'optimisation pour la planification tactique

Des modèles d'optimisation sont par exemple utilisés dans les APS afin de permettre au décideur de déterminer un plan de production optimal, alors que la méthode de calcul des besoins ne donne qu'une solution faisable (du point de vue des quantités, sans que les capacités soient prises en compte puisque les délais de production utilisés ne tiennent pas compte des capacités des ressources).

Les problèmes d'optimisation de la planification tactique peuvent être écrits sous la forme de modèles linéaires ; en effet, au niveau tactique, les périodes sont suffisamment grandes pour que l'on ne considère pas les coûts de changement de production (ou coûts de "set up"). On a donc une fonction de coût ne dépendant plus que du coût de stockage, de production, de rupture (coût d'avoir un composant manquant). Suivant les caractéristiques de l'entreprise, ces problèmes peuvent devenir multi-niveaux ou pas, avec ou sans contraintes de capacité etc.

Nous présentons par exemple ci-dessous un modèle linéaire pour le problème multi produits multi niveaux avec ruptures et contraintes de capacité (Equations de (14) à (17)).

Notations :

$t$  : période allant de 1 à  $T$

$i$  : produit allant de 1 à  $I$

$r$  : ressource allant de 1 à  $R$

$l_i$  : temps d'obtention du produit  $i$

$Z$  : fonction de coût à minimiser

$ci_i$  : coût de stockage du produit  $i$

$cp_i$  : coût de production du produit  $i$

$cb_i$  : coût de rupture du produit  $i$

$ai,j$  : quantité de produit  $i$  nécessaire pour produire un produit  $j$

$b_{i,r}$  : ressource  $r$  nécessaire à la production d'un produit  $i$

$C_{t,r}$  : capacité de la ressource  $r$  pour la période  $t$

*Variables de décisions :*

$I_{t,i}$  : niveau de stock du produit  $i$  à la période  $t$

$p_{t,i}$  : production du produit  $i$  à la période  $t$

$B_{t,i}$  : niveau de rupture du produit  $i$  à la période  $t$

$$Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (ci_i I_{t,i} + cp_i p_{t,i} + cb_i B_{t,i}) \quad (14)$$

s.t.

$$I_{t-1,i} + p_{t-l_i,i} + B_{t,i} - I_{t,i} - B_{t-1,i} - \sum_{j=1}^I a_{i,j} p_{j,t} = D_t \forall t, i \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^I b_{i,r} p_{t,i} \leq C_{t,r} \quad \forall t, r \quad (16)$$

$$p_{t,i}, I_{t,i}, B_{t,i} \geq 0 \quad \forall t, i \quad (17)$$

Des modèles plus complets peuvent prendre en compte les coûts de lancement de la production d'un produit. Ces problèmes sont formalisés par des modèles du type *Mixed Integer Programming* (MIP). De plus, dans un contexte de chaîne logistique intégrée, ces

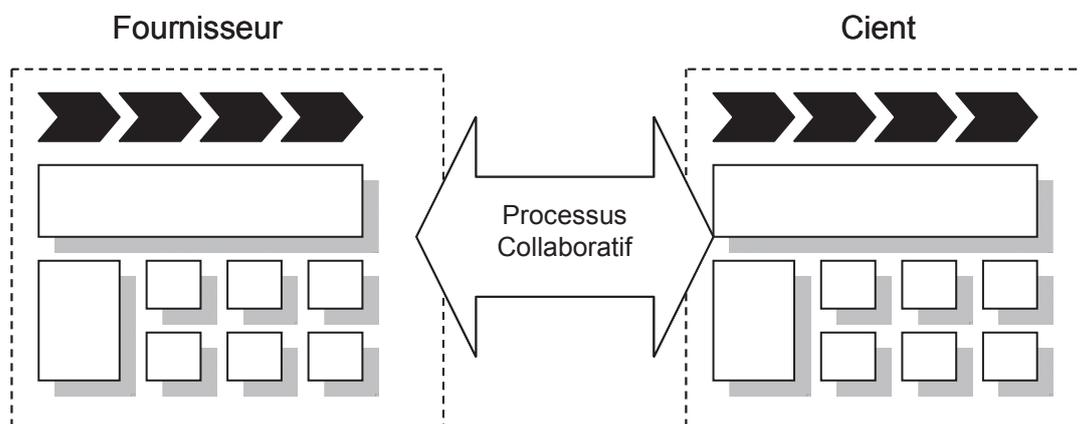
modèles ont été étendus aux problèmes de planification multi-sites prenant en compte l'approvisionnement, la production et la distribution.

Les problèmes de "lot sizing" sous contraintes de capacité sont pour la plupart des problèmes NP-difficiles ou NP-complets. Nous ne détaillerons pas ici les méthodes de résolution de ces problèmes, un état de l'art sur les algorithmes de résolution étant, par exemple, proposé par (Comelli et al. 2008).

#### 1.4. Planification collaborative au sein d'une chaîne logistique

Les entreprises ne peuvent plus être gérées avec un point de vue purement interne, c'est-à-dire sans prendre en considération qu'elles font partie d'un réseau d'entreprises reliées par des relations client-fournisseur.

Cette partie présente la notion de chaîne logistique collaborative, chaîne logistique dans laquelle les acteurs sont des entités décisionnelles indépendantes mais coopérantes. La planification de la chaîne elle-même sera le résultat d'un processus collaboratif<sup>1</sup>. La Figure (8) illustre un maillon d'une chaîne collaborative dans laquelle les processus de planification du client sont reliés aux processus de planification du fournisseur par un processus collaboratif.



**Fig. 8.** Chaîne logistique collaborative

<sup>1</sup> Le concept de processus collaboratif sera donc compris comme un synonyme des termes processus de coopération et processus de coordination, sans distinction sur l'intensité de la relation instaurée entre les acteurs. Toutes sortes d'intensités dans la coopération peuvent être envisagées, de la relation ponctuelle et limitée à l'expression d'un besoin à l'établissement de processus de synchronisation plus complexes sur le long terme.

Nous avons présenté, dans le paragraphe précédent, les processus de planification internes des acteurs d'une chaîne logistique. Nous allons maintenant nous intéresser aux processus collaboratifs pouvant exister entre deux acteurs de la chaîne.

Dans la plupart des cas, chaque maillon planifie en utilisant la méthode MRP et envoie un plan d'approvisionnement à ses fournisseurs. Cette méthode est très peu collaborative et peut être vue comme le processus "minimal" de collaboration entre les acteurs d'une chaîne logistique : des besoins sont exprimés vers l'amont de la chaîne, les modalités de réponse à ces besoins ayant été définies dans les contrats liant les entreprises. On trouve dans la littérature une approche de planification utilisant un plan de référence, le principe de cette approche est de pénaliser les changements entre le nouveau plan de production et le plan de référence (qui est lui-même un compromis entre le plan de référence précédant et le plan optimal). Cette pénalisation est réalisée grâce à des coûts de changement (Génin et al., 2008a) (Génin et al., 2008b). Cette approche accroît la stabilité du plan tout en prenant en compte les variations de la demande. Cette approche stabilise aussi le plan d'approvisionnement en donnant une forte pénalité sur les changements des quantités à approvisionner.

Afin de rendre plus collaboratif l'échange d'information qui s'effectue autour des plans d'approvisionnement, des contrats d'approvisionnement de plus en plus élaborés sont passés entre le client et le fournisseur, incluant des horizons gelés, des horizons d'engagement, etc. Ces contrats ont en particulier pour but de stabiliser les prévisions de la demande envoyée aux fournisseurs pour leur permettre de mieux gérer leur production.

Il existe aussi diverses méthodes de collaboration proposées par des associations d'industriels : ces associations ont pour but de promouvoir un ensemble de « bonnes pratiques » de gestion de la production. Dans ce chapitre, nous présenterons deux de ces méthodes de gestion visant pour l'une à partager des approvisionnements (*Vendor Management Inventory* - VMI) (Marques, 2010) et pour l'autre à mettre en place un processus de planification collaboratif (*Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment* - CPFR) (Ireland et Crum 2005).

D'un point de vue planification pure, une des méthodes les plus évoluées est de mettre en place un processus de négociation entre les acteurs. Nous présentons donc les modèles d'optimisation basés sur la négociation entre les acteurs de la chaîne logistique.

### 1.4.1. Collaboration par envoi de plan d'approvisionnement

Dans cette partie, nous allons présenter deux types de contrats d'approvisionnement très utilisés dans l'industrie dans un contexte MTS/MTS : le contrat à horizon glissant et le contrat à engagement sur horizon. Pour une étude plus détaillée des différences et des avantages de chacun de ces contrats, nous renvoyons à (Amrani-Zouggar et al. 2010).

Nous présenterons ensuite un exemple plan d'approvisionnement négocié dans le contexte MTO/MTO.

#### 1.4.1.1. Contrat à horizon glissant

Ce type de contrat engage le client à acheter des quantités précises sur un horizon court terme appelé "horizon gelé" et à donner des prévisions de commande pour les périodes plus lointaines (horizon flexible et horizon libre). Ces prévisions seront réactualisées au cours du temps en fonction de l'horizon auquel elles appartiennent (horizon flexible : les prévisions peuvent être modifiées avec un certain pourcentage par rapport aux quantités précédentes, horizon libre : les prévisions sont réactualisées sans aucune contrainte). Ce contrat permet de stabiliser le plan de production du fournisseur à court terme, les quantités de l'horizon gelé ne pouvant être modifiées. Des travaux comme ceux de Sridharan et al. (1987) étudient l'impact de la durée de l'horizon gelé sur le coût, du point de vue du client. Plus récemment, Galasso et Thierry (2009) étudient la stratégie de planification du fournisseur dans le cadre d'échange de plans d'approvisionnement à horizon gelé. La Figure (9) illustre la dynamique de ce type de contrat dans le cas où l'horizon gelé est de 3 périodes et l'horizon libre de 5 périodes, l'envoi du plan d'approvisionnement du client au fournisseur étant périodique.

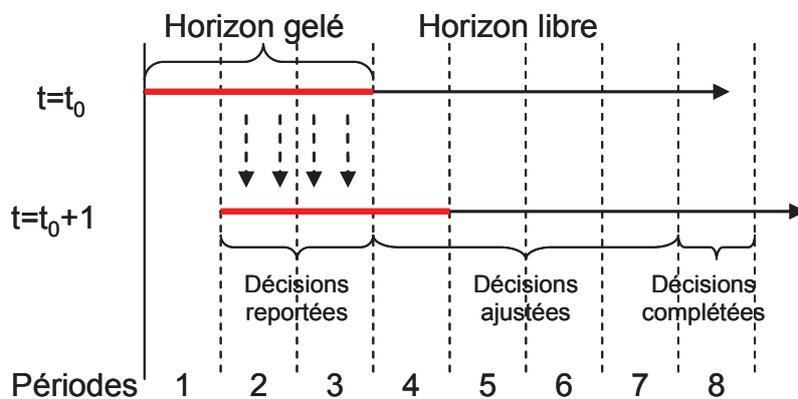


Fig. 9. Contrat à horizon glissant

L'avantage de ce type de contrat est donc d'augmenter la stabilité du plan de production (côté fournisseur). En revanche, ce contrat contraint fortement le client en cas de variabilité importante sur la demande.

#### 1.4.1.2. Contrat à engagement sur horizon

Le contrat à engagement sur horizon est caractérisé, quant à lui, par un horizon d'engagement et une quantité sur cet horizon. Le client s'engage donc à commander au moins la quantité spécifiée sur l'horizon, mais ne s'engage pas sur la répartition de cette quantité sur les périodes. La Figure (10) illustre la dynamique de ce type de contrat.

Par exemple : considérons un engagement de 10 pièces sur 4 périodes, c'est-à-dire que le client s'engage à acheter au moins 10 pièces pendant les quatre prochaines périodes.

Après 3 périodes, le client a acheté 7 pièces : 2 pièces à la période 1, 3 pièces à la période 2 et 2 pièces à la période 3. Le client doit au moins acheter 3 pièces ( $10-7=3$ ) pour la quatrième période.

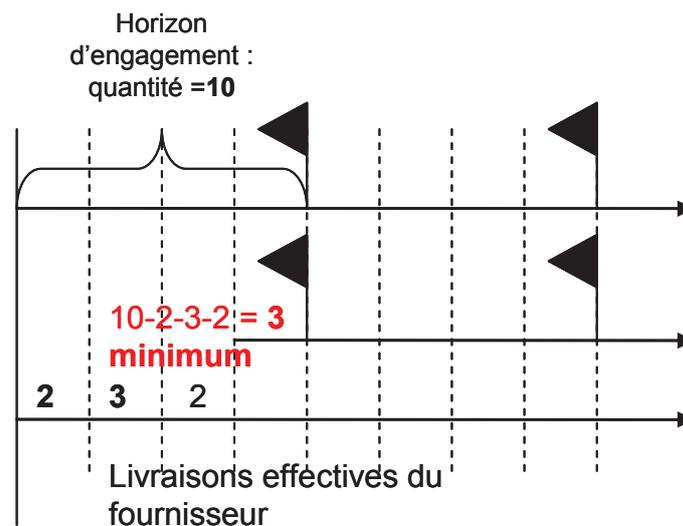


Fig. 10. Contrat à horizon d'engagement

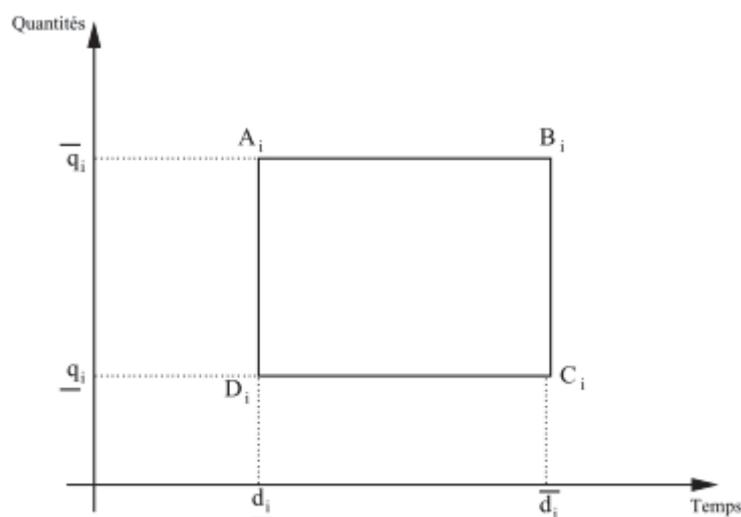
Ce contrat stabilise moins le plan de production, mais il permet une plus grande flexibilité pour le client dans le cas de demande changeante.

#### 1.4.1.3. Approvisionnement dans un contexte MTO/MTO

Dans un contexte chaîne logistique en MTO, (Monsarrat et al. 2004) propose un cadre coopératif pour l'approvisionnement par cadre de décision d'une commande (Figure (11)). Un cadre de décision est défini par les points  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$ . Le point  $A_i$  indique la quantité

maximale qui pourra être mise à disposition au délai minimum. Le point  $B_i$  indique la quantité maximale qui pourra être mise à disposition au délai maximum. Le point  $C_i$  indique la quantité minimale qui pourra être mise à disposition au délai maximum. Le point  $D_i$  indique la quantité minimale qui pourra être mise à disposition au délai minimum. Il y a alors deux possibilités :

- le fournisseur planifie en respectant les contraintes dues au cadre de décision,
- le client négocie des modifications s'il y a des impossibilités.



**Fig. 11.** Cadre de décision d'une commande (Monsarrat et al. 2004)

Cette approche, qui permet la collaboration dans un cas MTO/MTO, est intéressante du point de vue de la négociation de la date de livraison, qui va au delà de la seule négociation de la quantité en MTS. Par contre, elle n'est pas applicable à notre cas du fait de la planification par période d'un fournisseur en MTS.

#### 1.4.2. Vendor Management Inventory

Le Supply Chain Council (2008) définit le VMI comme « un concept pour planifier et contrôler les stocks, dans lequel le fournisseur a accès aux données de stock du client et est en charge de maintenir ce stock à un niveau donné ». Avec le VMI, la décision d'approvisionnement devient responsabilité du fournisseur.

Le VMI peut être vu comme un processus de collaboration à part entière (Marques, 2010) avec trois niveaux de décision :

- « Partnering Agreement » (PA) est le processus du niveau stratégique : processus devant permettre l'intégration des processus VMI dans les processus de planification des différents acteurs (conception des processus de la collaboration)
- « Logistical Agreement » (LA) est le processus du niveau tactique : processus de négociation servant principalement à définir les niveaux min et max des stocks.
- « Production & Dispatch » (P&D) : processus de gestion des flux opérationnels à la charge du fournisseur (décision sur les quantités à produire et à livrer).

#### 1.4.3. « Collaborative Planning Forecasting and Replenishment »

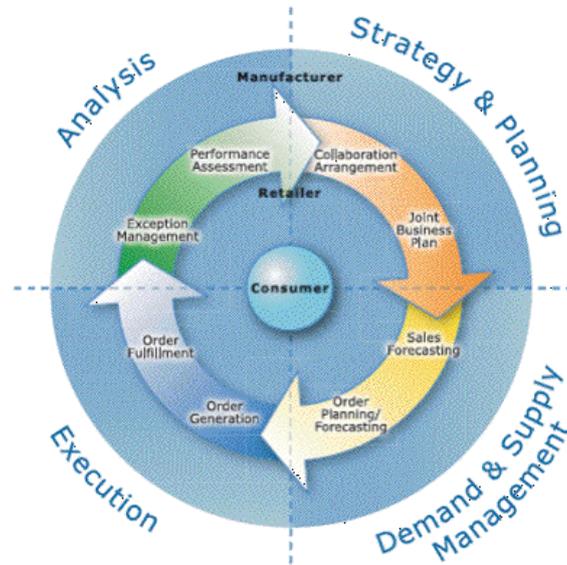
Le CPFR (Ireland et Crum 2005) est une "bonne pratique" de collaboration agissant à tous les niveaux du processus de planification (voir Figure (12)), du niveau stratégique au niveau opérationnel. Il implique en plus un processus d'analyse des performances par rapport aux objectifs prédéfinis. Le CPFR est composé en plusieurs sous-processus :

*Strategy & Planning (Stratégie et Planification)* est le processus qui planifie les objectifs de la collaboration, les rôles respectifs, les responsabilités ainsi qu'un Plan Commercial commun qui identifie les événements importants ayant un impact sur la chaîne logistique, comme les promotions, la politique de gestion des stocks, les fermetures/ouvertures de nouveaux magasins, etc.

*Demand & Supply Management (Gestion de la demande et des approvisionnements)* se découpe en deux parties : le *Sales Forecasting* qui donne les prévisions de vente et *Order Planning/Forecasting* qui détermine les futurs ordres de production et les livraisons à partir des prévisions de vente, des niveaux de stocks, des délais de livraison et d'autres facteurs.

*Execution (Exécution)* consiste à générer les ordres (*Order Generation*) ce qui permet de passer de prévisions à une demande ferme. *Order Fulfillment* est le processus de production, approvisionnement, livraison et stockage des produits pour satisfaire la demande client.

Le processus *Analysis (Analyse)* contient le sous processus *Exception Management* qui gère les activités quand on sort des bornes prévues, et le *Performance Assessment* qui calcule et évalue les performances et les réalisations des objectifs prédéfinis, et développe des alternatives si ces objectifs ne sont pas atteints.



**Fig. 12.** Modèle CPFR

#### 1.4.4. Planification collaborative basée sur la négociation

Dans le contexte industriel actuel, les acteurs des chaînes logistiques sont, dans la plupart des cas, des entités décisionnelles indépendantes qui ne planifient donc pas leur production de manière centralisée (optimisation utilisant une fonction de coût modélisant les performances de la chaîne logistique entière) mais de manière distribuée (chaque entité ayant sa fonction d'optimisation). Dans ce cadre, si on se positionne du point de vue de la chaîne logistique, on peut être très loin de l'optimum global.

Des approches dites de « planification collaborative » s'appuyant sur des modèles d'optimisation distribuée ont été proposées dans la littérature pour améliorer les performances globales de la chaîne logistique tout en respectant l'autonomie des acteurs.

Parmi les travaux dans ce domaine, (Dudek 2009), (Dudek et Stadtler 2005), (Ouyang et Daganzo 2006) proposent des modèles basés sur la négociation entre les acteurs de la chaîne.

(Forget et al. 2008) utilisent, quant à eux, une approche multi agent pour la collaboration basée sur les APS.

Le principe de ces méthodes de collaboration est de mettre en place un processus itératif où le client puis le fournisseur proposent un plan d'approvisionnement (client) et un plan de livraison (fournisseur) jusqu'à atteindre un compromis acceptable par rapport aux contraintes internes des deux partenaires.

Ces méthodes peuvent être vues comme des outils d'aide à la collaboration dans le cadre du CPFRR pour le processus *Demand & Supply Management*. Ce sont des méthodes de collaboration plus poussées que le simple envoi de plan d'approvisionnement.

### 1.5. Conclusion et Positionnement

Dans les chaînes logistiques aéronautiques, les fournisseurs ont, en général, une gestion à la commande qui est traitée dans la littérature (Monsarrat et al. 2004). Par contre, d'autres fournisseurs produisent des composants standards (par exemple, les hublots) avec une gestion de leur production par anticipation. Ceci entraîne une gestion des approvisionnements dans un contexte MTO ou ATO/MTS qui est différent du cas MTS/MTS plus classiquement étudié. Le cas MTO ou ATO/MTS a été étudié par (Kolisch 2001) dans un contexte de chaîne logistique intégrée (c'est-à-dire quand on réalise un planning de manière centralisée) mais pas dans une approche "gestion collaborative" (chaque acteur planifie sa production séparément). Comme nous l'avons vu dans l'introduction, le processus de personnalisation dans l'aéronautique est tardif par rapport au processus de production, ce qui rend problématique l'approvisionnement des composants standards à variantes, puisque soumis à l'incertitude du choix du client final.

Pour ces deux raisons, dans cette thèse, nous allons nous intéresser au problème de planification des approvisionnements dans un maillon d'une chaîne logistique où le client produit à la commande des articles personnalisables tardivement et où le fournisseur fabrique des composants standards avec une gestion de production de type MTS.

Dans un contexte où les acteurs sont des entités décisionnelles indépendantes, le management de la chaîne peut être amélioré à l'aide de processus collaboratifs qui vont de l'échange d'information à la mise en place d'un processus de négociation. Nous considérerons donc que les acteurs considérés sont dans une démarche collaborative avec échange d'information.

Nous avons vu qu'il existe des standards industriels proposant des méthodologies générales de mise en place de la collaboration au sein des chaînes logistiques (comme le CPFR), ou des méthodes basées sur le partage d'information, comme les niveaux de stocks (par exemple VMI). Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons au niveau tactique de la planification des approvisionnements. Nous nous concentrerons donc sur l'obtention d'un plan d'approvisionnement dans un contexte collaboratif.

Comme cela a été dit plus haut, la chaîne logistique considérée évolue dans un contexte incertain du à la demande et au processus de personification. Nous allons donc dans la section suivante faire un état de l'art sur la gestion des incertitudes dans les chaînes logistiques.

## 2. *Incertitudes dans les chaînes logistiques*

L'incertitude dans les chaînes logistiques est un sujet très large, nous allons donc dans un premier temps définir les concepts de risque, incertitude, gestion des risques afin de mieux positionner notre étude.

### 2.1. Définitions risques/ incertitudes

Depuis quelques années, les problématiques liées aux risques et à l'incertitude dans les chaînes logistiques sont devenues un sujet de recherche important et vaste, allant de la gestion des risques à la décision sous risque ou incertitudes. Il convient donc dans un premier temps de bien définir les concepts de risque et d'incertitude dans ce contexte.

#### 2.1.1. Risque

Parmi un ensemble de définitions, le Guide 73 de l'ISO/IEC peut être considéré comme une référence couramment utilisée. En 2002, le risque était défini comme « la combinaison de la probabilité d'un évènement et de ses conséquences ». De ce point de vue, un risque était donc caractérisé par le produit « probabilité  $\times$  impact ». Cette définition a été depuis modifiée mais nous pouvons nous appuyer sur elle et sur les travaux de recherche en théorie de la décision pour différencier (Jeantet 2010) :

1. la décision sous risque (on connaît les probabilités sur les évènements),
2. la décision sous incertitude (on ne connaît pas les probabilités sur les évènements).

Cette définition a depuis été remise à jour en tenant compte de l'évolution des outils de représentation de l'incertain. Le risque peut en effet être aussi défini comme l'« effet de l'incertitude sur l'atteinte des objectifs » (International Organization for Standardization, 2009). Le modèle de représentation de l'incertitude n'est dans ce cas plus cité. Le risque peut donc être représenté par le schéma de la Figure (13) : un évènement provoque une perturbation de l'état du système qui a un impact négatif ou positif sur sa performance (Gourc, 2006).



**Fig. 13.** Vision générale du risque (Gourc, 2006)

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons au problème de planification de l'approvisionnement dans le cas où nous ne disposons pas de mesure de probabilité pour modéliser les incertitudes.

### 2.1.2. Incertitudes

Jusqu'ici, nous avons utilisé le terme « incertitude » au sens large. Lorsque l'on cherche à intégrer les incertitudes dans le modèle de planification, il est nécessaire de bien différencier différents types d'incertitudes. Dans ce cadre, différentes notions (imperfection, incertitude, imprécision, incomplétude) ont été distinguées, par exemple dans (Bouchon-Meunier 1995) ou (Dubois et Prade 2006) :

*Définition 6.* L'incertitude dénote un doute sur la validité d'une connaissance.

*Définition 7.* L'imprécision découle de l'impossibilité d'énoncer une connaissance précise sûre.

*Définition 8.* L'incomplétude est une absence de connaissances, ou une connaissance partielle sur certaines caractéristiques du système.

*Définition 9.* L'imperfection est une notion qui englobe l'incertitude, l'imprécision et l'incomplétude.

On remarque que le terme « imperfection » peut être utilisé comme terme générique dans ces travaux, alors que c'est généralement le cas pour le terme « incertitude » dans le domaine de la gestion de la chaîne logistique.

Les imperfections mentionnées dans les définitions peuvent être la conséquence de plusieurs facteurs. Nous proposons ci-dessous une énumération non exhaustive de différentes causes d'incertitude, puis d'imprécision.

L'incertitude peut venir de :

- la fiabilité de la source de l'information (un inconnu me dit que la demande va être de 30 pièces pour le mois de janvier),
- une difficulté d'obtention ou de vérification (la dimension d'une pièce au dixième de micron près)
- la qualité d'une prévision (la demande sera de 20 pièces par mois dans 2 ans),
- sa nature aléatoire (avoir un 6 quand je lance un dé),
- une imprécision et une incomplétude (voir l'exemple ci-dessous).

Les imprécisions peuvent être dues :

- à une approximation (« environ dix pièces »),
- à une définition "floue" des bornes d'une catégorie (« vieux », « grand »),
- au passage progressif entre deux propriétés (« à côté de », « loin »).

Les incomplétudes ne sont pas prises en compte séparément, car elles conduisent à de l'incertitude et de l'imprécision. Par exemple, supposons que l'on ait une connaissance incomplète sur la configuration d'un produit. On sait qu'il est composé de quatre composants de type 1 ou 2 et qu'il a au moins un composant de type 1. On a donc une imprécision sur le nombre de composants de type 1 (entre 1 et 4) et une incertitude sur le fait que le composant de type 2 intervienne dans la composition du produit. On voit ainsi qu'une incomplétude sur la connaissance de la configuration d'un produit entraîne des incertitudes et / ou des

imprécisions sur ses attributs : nombre de composants de type 1 et utilisation du composant de type 2 par exemple.

## 2.2. Gestion des risques et décision sous risque/incertitude

Nous allons maintenant décrire des méthodes de gestion des risques dans les chaînes logistiques. Nous regarderons tout d'abord comment sont gérés les risques en "optimisation" ; nous recenserons pour cela les critères utilisés dans les modèles d'optimisation visant une minimisation du risque. De plus, ces dernières années, une démarche de gestion des risques dans les chaînes logistiques appelée *Supply Chain Risk Management* (SCRM) s'intéresse à la proposition d'un processus général de gestion des risques, allant de l'analyse du système au traitement du risque. Nous présenterons cette méthode ainsi qu'une bibliographie sur les sources de risque dans les chaînes logistiques afin de définir les sources de risques que nous aborderons dans la suite. Nous finirons cette partie en positionnant notre approche par rapport à la gestion des risques.

### 2.2.1. Modèle d'optimisation et risque

Avec une vision "optimisation", la minimisation des risques est modélisée par deux types de fonction objectif (Liu 2002):

1. l'une basée sur la minimisation de la probabilité d'apparition d'une conséquence critique,
2. l'autre sur la notion de minimisation de la moyenne des conséquences.

De façons plus formelle, la première cherche à minimiser la probabilité que la fonction coût soit supérieure à un coût jugé trop important par le décideur (Equation (18)), cette approche est appelé « risk minimization ».

La deuxième, quant à elle, cherche à minimiser l'espérance mathématique du coût (Equation (19)).

$$\begin{aligned} & \text{minimiser } \alpha \\ & \text{s.t. } \Pr\{CX \geq \beta\} \leq \alpha \end{aligned} \tag{18}$$

$$\text{minimiser } E[ CX ] \tag{19}$$

Ces deux fonctions objectif correspondent à des contextes différents :

1. il existe des conséquences redoutées par le décideur qui peuvent apparaître suite à un aléa. Le but est bien de minimiser le risque (probabilité\*conséquence) en minimisant la probabilité d'occurrence de la conséquence crainte.
2. il n'existe pas de conséquence que le décideur souhaite éviter au maximum, mais toutes les conséquences sont négatives pour le décideur qui souhaite donc minimiser en moyenne les conséquences.

En optimisation, la conséquence est modélisée par une fonction de coût, ce qui peut paraître restrictif car elle ne tient pas compte des impacts sociaux comme les rapports entre les clients et les fournisseurs. De plus, cette approche ne cherche pas à réduire les sources d'aléa, mais à réduire la ou les conséquences pour un aléa donné. Il faut noter que l'objectif « risk minimization » est minimal si la probabilité d'avoir un coût supérieur à une valeur critique est minimale. En revanche l'objectif de la minimisation de l'espérance mathématique est minimal si la conséquence moyenne sur l'ensemble des aléas est minimale.

Dans la partie suivante, nous allons voir que la gestion des risques dans les chaînes logistiques est une démarche beaucoup plus globale et "continue", c'est-à-dire répétée perpétuellement.

### 2.2.2. Démarche générale de gestion des risques

La gestion des risques et la gestion des incertitudes au sein d'une chaîne logistique sont souvent regroupées dans le concept de *Supply Chain Risk Management* (SCRM). Le SCRM est une démarche de gestion des risques appliquée à la chaîne logistique. Selon la norme ISO (*International Organization for Standardization*, 2008, 2009), le management des risques est composé d'un ensemble d'« activités coordonnées dans le but de diriger et piloter un organisme (dans ce cas la chaîne logistique) vis-à-vis du risque ». La démarche est basée sur cinq processus principaux intégrés dans une démarche continue :

- **L'établissement du contexte (*Establishing the context*)** permet de définir l'ensemble des paramètres externes ou internes au système qu'il faut prendre en compte, ainsi que les méthodes qui seront utilisées pour l'identification et l'évaluation ;

- **L'identification des risques (*Risk identification*)** est un « processus de recherche, de reconnaissance et description » des sources de risques, de leur(s) zone(s) d'impact, des événements potentiels, de leurs causes et de leurs conséquences possibles. Le but est de construire une liste des risques potentiels. L'identification des risques peut faire appel à des outils classiques tels que des données historiques, des analyses théoriques, des avis d'experts et autres personnes compétentes, des brainstormings... ;
- **L'analyse des risques (*Risk analysis*)** est un « processus mis en œuvre pour comprendre la nature d'un risque ». Il permet d'exprimer quantitativement ou qualitativement l'occurrence et les conséquences de chacun des risques préalablement identifiés. Classiquement, cette étape consiste à établir le niveau de risque, c'est-à-dire l'importance du risque « exprimée en termes de combinaison des conséquences et de leur vraisemblance » (par un produit le plus souvent) ce qui, dans le cas où la vraisemblance est exprimée par une probabilité, revient à la définition du risque comme la conséquence multipliée par la probabilité ;
- **L'évaluation des risques (*Risk evaluation*)** est un processus dont le but est de proposer un cadre permettant de comparer les risques et de distinguer ceux qui devront être traités de ceux qui ne le seront pas, sur la base de critères définis lors de l'établissement du contexte. Une matrice des risques peut également être utilisée, qui fait figurer les conséquences et la vraisemblance (croyance en l'apparition de l'aléa) sur ces deux dimensions. Elle permet d'aider à classer et à visualiser des catégories de risques. C'est aussi à ce niveau que doit être prise en compte l'attitude de l'entité face au risque : goût, tolérance, aversion. Dans la norme, ces trois attitudes sont graduelles : « importance et type d'opportunité qu'elle est prête à saisir » (goût), « disposition à supporter le risque » (tolérance) et « attitude de rejet du risque » (aversion) ;
- **Le traitement des risques (*Risk treatment*)** consiste à choisir une solution pour traiter le risque et à l'implémenter. Il est aussi défini comme un « processus destiné à modifier un risque ». La norme cite plusieurs exemples d'options possibles :

- éviter le risque : en ne s'engageant pas ou en stoppant la ou les activités associées. Il s'agit typiquement de la décision de ne pas aller à la plage avec une météo incertaine (go, no go ?) ;
- supprimer la source de risque : ne pas emmener le jouet préféré pour éviter de le perdre ;
- modifier la vraisemblance d'un évènement potentiel : tout type de maintenance préventive, telle que la vidange de la voiture ;
- modifier la conséquence : faire voter une loi qui interdit ou limite le nombre d'habitations en zone inondable ;
- partager le risque avec une autre partie : répartition consentie du risque avec d'autres parties (assurances, contrats...);
- accepter le risque : « maintien du risque fondé sur un choix argumenté ».

### 2.2.3. Classification des sources d'incertitude

Chaque processus de la chaîne logistique est source de risque, que ce soit le processus de planification ou ceux de pilotage, d'approvisionnement, de production et de prévision de la demande. A cela s'ajoutent des risques externes à la chaîne logistique. (Ziegenbein et Nienhaus, 2004) classent les risques suivant les sources précédemment énoncées (Figure (14)) :

- les risques de planification et de pilotage (*Planning and control risks*) sont issus de l'application (bonne ou mauvaise) des hypothèses, règles et procédures utilisées par l'entreprise pour planifier et piloter ses processus ;
- les risques d'approvisionnement (*Supply risks*) sont associés aux fournisseurs et fournisseurs des fournisseurs lorsqu'ils sont incapables de livrer les composants pour respecter la demande ;
- les risques de production (*Process risks*) sont liés aux interruptions des activités à valeur ajoutée effectuées par l'entreprise ;
- les risques sur la demande (*Demand risks*) sont associés à la connaissance de la demande des clients sur laquelle s'aligne la chaîne logistique ;
- les risques environnementaux (*Environmental Risk*) viennent de différentes sources externes qui sont en dehors de la sphère d'influence de l'entreprise, de ses clients et de ses fournisseurs.



**Fig. 14.** Catégories de risques de la chaîne logistique (Ziegenbein et Nienhaus, 2004)

Les sources de risque diffèrent suivant le niveau de décision (stratégique : disparition d'un acteur de la chaîne, tactique : variations des prévisions de la demande, opérationnel : pannes/rebut machines).

(Gaonkar et Viswanadharn 2007) classe les risques suivant deux axes : le premier est le niveau de décision, le second traduit l'impact du risque (rupture dans la chaîne logistique ou variation des paramètres). Il distingue :

- rupture ou perturbation : concerne une rupture de flux, telle qu'une perturbation physique dans les activités de production, stockage ou transport ;
- déviation : il s'agit d'une variation de la demande, du temps de cycle ou des coûts de transport ou de production ;
- désastre : peut être interprété comme une forme de rupture à caractère exceptionnel (« *catastrophic* ») concernant son apparition ainsi que son impact (« *temporary irrecoverable* »). Par exemple : attaque terroriste, catastrophe naturelle...

Différents exemples de croisement de ces deux dimensions sont présentés dans le Tableau (2).

	<b>Opérationnel</b>	<b>Tactique</b>	<b>Stratégique</b>
<b>Déviati</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Variation de délai d'obtention</li> <li>✓ Variation de la demande</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Variation de la demande prévue</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Variation de la capacité de production</li> <li>✓ Changement du marché</li> </ul>
<b>Rupture/ Perturbation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pannes/ Rebut Machines</li> <li>✓ Panne transport</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Grève d'un acteur</li> <li>✓ Blocage d'un port</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Disparition d'un acteur</li> </ul>

**Tableau 2.** Exemple de sources de risques (Gaonkar et Viswanadharn 2007)

A partir de ces classements, nous allons donc pouvoir recenser les types de sources de risques auxquelles nous nous intéressons dans le cadre de cette thèse.

### 2.3. Positionnement

Dans cette thèse, nous nous focalisons sur le processus de calcul de plan d'approvisionnement dans le cas où le client produit en MTO ou ATO des produits personnalisables, son fournisseur gérant sa production en MTS. Le calcul d'un plan d'approvisionnement correspond au niveau tactique de la planification (le choix des fournisseurs étant fait au niveau stratégique, et la passation de commande au niveau opérationnel).

Le contexte choisi (production en MTO ou ATO et produit personnalisable tardivement) rend difficile l'obtention de probabilités afin de quantifier les apparitions des aléas. Nous nous plaçons donc dans le cas où l'on ne dispose pas de probabilités, mais d'indications sur la vraisemblance de l'apparition des aléas. Dans le paragraphe §1.3, nous présentons des modèles de représentation des imperfections utilisables quand on ne peut pas disposer de probabilités.

Selon la classification de (Gaonkar et Viswanadharn 2007), nous nous focalisons sur la gestion des risques de type "déviati" au niveau tactique. En ce qui concerne la classification de (Ziegenbein et Nienhaus 2004), nous nous centrons sur la gestion des risques du processus de planification, afin de limiter les risques d'approvisionnement côté client et ceux de la gestion de la demande côté fournisseur.

Nous nous plaçons néanmoins dans un contexte de minimisation de coût (coût d'approvisionnement) qui pourra être formalisé (par utilisation d'un critère déterminé pour une fonction de coût donnée : chapitre 5) ou non formalisé (utilisant un ensemble

d'indicateurs proposés au décideur : chapitre 4). Nous nous situons donc dans une vision "gestion des risques" en optimisation, ce qui peut être vu comme une gestion locale des risques, et à moyen terme (on ne cherche pas à réduire les sources de risques mais les conséquences à moyen terme (le coût d'approvisionnement par exemple)).

Nous pouvons donc considérer que nous abordons un problème de gestion des risques à moyen terme de façon locale, en nous concentrant sur la minimisation des coûts d'approvisionnement dans un contexte incertain.

Nous allons donc étudier, dans le chapitre suivant, les modèles de représentation de l'incertitude, puis nous présenterons les méthodes de décision sur incertitude ; nous finirons par un état de l'art sur la planification sous incertitude dans les chaînes logistiques.

### 3. *Modèles de représentation des incertitudes*

Quand on considère les modèles proposés pour la représentation des incertitudes, on constate qu'il peut être difficile de distinguer clairement incertitude et imprécision, étant donné que les modèles peuvent représenter ces deux aspects sous des formes voisines. Dans cette partie, nous allons présenter différents modèles de représentation d'une information imparfaite. Nous insisterons aussi sur les relations entre ces différents modèles.

La représentation la plus courante de l'incertitude (au sens large : incertitude et imprécision) consiste à attribuer une valeur à un événement  $a$  de  $S$ ,  $g(a)$  dans l'intervalle unité.  $g(a)$  mesure ainsi la confiance de l'agent dans la vérité de la proposition  $v \in a$  (définition 6) (Dubois et Prade 2006).

*Définition 10.*  $g$  est une mesure de confiance si c'est une fonction monotone sur  $\{0,1\}$  satisfaisant les conditions suivantes :  $g(\emptyset) = 0$ ,  $g(S) = 1$  et la monotonie dans l'inclusion : si  $a \subseteq b$  alors  $g(a) \leq g(b)$ .

Cette mesure peut être appelée de manière générique "mesure de confiance" ; elle peut être une mesure de probabilité, de possibilité, de nécessité, de plausibilité, de croyance ... etc.

### 3.1. Ensemble aléatoire

Un ensemble aléatoire noté  $(m, F)$  est (Définition 11) un modèle général de représentation des incertitudes. Dans ce cas, on ne connaît pas les probabilités de chaque élément mais des poids de probabilités à répartir entre les éléments des sous-ensembles de  $S$ .

*Définition 11.* Une distribution de masse  $(m, F)$  est une fonction  $m : m(E) \mapsto [0,1]$  des sous-ensembles de  $S$  dans l'intervalle unité, non négative et normée  $\sum_{E \subseteq S} m(E) = 1$ . Le sous-ensemble  $E$  ayant une masse positive est appelé "ensemble focal" ;  $F$  est l'ensemble des éléments focaux.

A partir de la distribution de masse, on peut calculer les mesures de plausibilité (notées :  $Pl$ ) et de croyance (notées :  $Bel$ ) qui sont les estimations supérieures ( $Pl$ ) et inférieures ( $Bel$ ) de la croyance en l'apparition de l'évènement (Shafer 1976) (Equations (20), (21)). En effet, la mesure de plausibilité représente à quel point l'évènement est plausible, alors que la mesure de croyance représente la certitude sur l'évènement.

$$Bel(A) = \sum_{E, E \subseteq A} m(E) \quad (20)$$

$$Pl(A) = 1 - Bel(A^c) = \sum_{E, E \cap A \neq \emptyset} m(E) \quad (21)$$

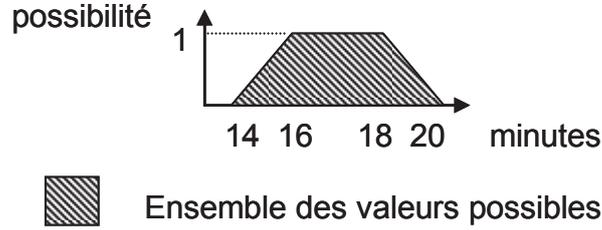
A partir de ces deux mesures, on peut définir un ensemble de probabilités tel que :

$$Bel(a) \leq P(a) \leq Pl(a) \quad (22)$$

### 3.2. Possibilité

Les distributions de possibilités sont construites à partir d'intervalles de confiance d'un expert sur une variable. Par exemple, "je suis sûr que le temps de fabrication sera entre 14 et 20 minutes, mais il sera vraisemblablement entre 16 et 18 mn". Il faut noter que plus l'information est imprécise, plus elle est sûre (si vous donnez l'ensemble des valeurs possibles de l'état du monde il est sûr que votre variable prendra une de ces valeurs). On peut donc évaluer ces ensembles par un niveau de possibilité (échelle allant de 0 à 1). Nous pouvons

donc construire une distribution de possibilités (Définition 12) : la distribution de possibilités représentant l'information de l'exemple est illustrée par la Figure (15).



**Fig. 15.** Exemple de distribution de possibilités

*Définition 12.* Une distribution de possibilités est une fonction  $\pi : S \rightarrow [0,1]$  de l'espace  $S$  dans l'intervalle unité, telle que  $\pi(v) = 1$  pour au moins un élément de  $S$ .

Une distribution de possibilités est un ensemble d'ensembles emboîtés  $s \in A_{\alpha_0} \subseteq A_{\alpha_1} \subseteq \dots A_{\alpha_M}$  avec  $\alpha_0 = 0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \dots \leq \alpha_M = 1$  et  $A_{\alpha}$  est l' $\alpha$ -coupe définie par :

$$A_{\alpha_i} = \{x \in S | \pi(x) \geq \alpha_i\} \quad (23)$$

A partir de cette distribution, on peut calculer plusieurs mesures (Dubois et Prade 2006) telles que la possibilité et la nécessité (Equation (24) et (25)) avec  $A^c$  le complément de  $A$  :

$$\Pi(A) = \sup_{x \in A} \pi(x) \quad (24)$$

$$N(A) = 1 - \Pi(A^c) \quad (25)$$

Ces mesures respectent des propriétés importantes :

$$\forall a \subseteq S, N(a) \leq \Pi(a) \quad (26)$$

$$\forall A, B \subseteq S, N(A \cap B) = \min(N(A), N(B)) \quad (27)$$

$$\forall A, B \subseteq S, \Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)) \quad (28)$$

Si  $a$  est certainement vrai,  $N(a) = 1$  donc  $\Pi(a) = 1$

Si  $a$  est certainement faux,  $\Pi(a) = 0$  donc  $N(a) = 0$

Si l'on ne sait pas,  $N(a) = 0$  donc  $\Pi(a) = 1$

Un des intérêts de ce formalisme par rapport aux probabilités est son aptitude à représenter l'ignorance, et donc l'incomplétude de l'information.

La distribution de possibilités est un cas particulier d'ensembles aléatoires et définit l'ensemble aléatoire  $(m, F)$  dont les ensembles focaux  $E_i$  de masse  $m(E_i)$  sont, pour  $i=1, \dots, M$  de telle sorte que (Dubois et Prade 1982) :

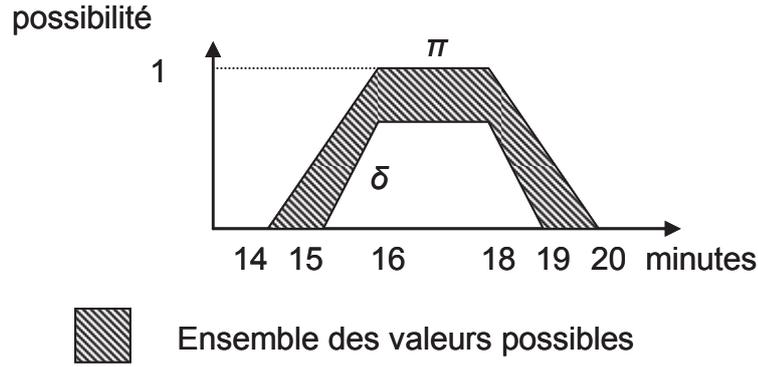
$$\begin{cases} E_i = \{x \in S \mid \pi(x) \geq \alpha_i\} = A_{\alpha_i} \\ m(E_i) = \alpha_i - \alpha_{i-1} \end{cases} \quad (29)$$

Ces mesures sont donc les bornes de la probabilité de l'évènement :

$$N(a) \leq P(a) \leq \Pi(a) \quad (30)$$

### 3.3. Nuages

En plus de la distribution de possibilités définissant l'ensemble des valeurs possibles, on peut disposer d'une information sur l'ensemble des valeurs qu'il est possible de ne pas avoir. Par exemple : il est possible que le temps de fabrication soit moins de 15 minutes et plus de 19 minutes, et il est un peu moins possible qu'il soit entre 16 et 18. La Figure (16) représente le nuage défini par l'information sur les durées de fabrication possibles  $\pi$  et les durées qu'il est possible de ne pas avoir  $1-\delta$ . Un nuage est défini dans la (Définition 13).



**Fig. 16.** Exemple de nuage

*Définition 13.* Un nuage est défini par une paire de distributions  $\delta : S \rightarrow [0,1]$  et  $\pi : S \rightarrow [0,1]$  de l'espace  $S$  vers  $[0,1]$ , telles que  $\delta$  est inférieure à  $\pi$  (i.e.  $\delta \leq \pi$ ) avec  $\pi(v) = 1$  pour au moins un élément de  $S$ , et  $\delta(v) = 0$  pour au moins un élément de  $S$ .  $\delta$  et  $\pi$  sont respectivement les distributions inférieure et supérieure du nuage.

Comme une distribution de possibilités, un nuage peut être mis sous forme d'un ensemble aléatoire  $(m, F)$  dont les ensembles focaux  $E_i$  de masse  $m(E_i)$  sont, pour  $i=1, \dots, M$  (Destercke 2008) :

$$\begin{cases} E_i = \{x \in S | (\pi(x) \geq \alpha_i) \wedge (\delta(x) < \alpha_i)\} \\ m(E_i) = \alpha_i - \alpha_{i-1} \end{cases} \quad (31)$$

Il est possible de borner l'ensemble des probabilités de  $A$  par les mesures de nécessité et possibilité (Neumaier 2004) :

$$\max(N_\pi(A), N_{1-\delta}(A)) \leq P_*(A) \leq P(A) \leq P^*(A) \leq \max(\Pi_\pi(A), \Pi_{1-\delta}(A)) \quad (32)$$

### 3.4. Conclusion et positionnement

Nous nous plaçons dans le cas d'un expert qui peut donner de l'information sous la forme d'intervalle de confiance. Le choix du modèle est donc entre les distributions de possibilités et les nuages.

Si l'on compare l'information donnée par une distribution de possibilités et un nuage, on a pour une distribution de possibilités des intervalles du type  $[\beta, 1]$  ou  $[0, \alpha]$  pour les probabilités que l'évènement  $A$  se produise. En revanche, pour les nuages, les bornes de la probabilité pour que l'évènement  $A$  se produise sont de la forme  $[\beta, \alpha] \subseteq [0, 1]$ , ce qui donne une information plus riche.

Par contre, l'addition des nuages tend vers une distribution de possibilités (Destercke 2008), ce qui rend son utilisation peu intéressante quand on envisage la propagation de l'incertitude dans un processus de planification, dans lequel les additions peuvent être nombreuses.

Nous situant dans un contexte de planification, nous utiliserons donc des distributions de possibilités pour représenter l'information imparfaite.

#### 4. *Décision sous incertitude*

La théorie de la décision est basée sur les axiomes de Savage (1972) ; sans rentrer dans le détail de ces axiomes, nous rappelons qu'un décideur rationnel respecte :

1. le principe de la chose sûre (Définition 14) : si des décisions ont la même conséquence pour un état donné, la préférence entre les deux décisions ne dépend pas de cette conséquence.
2. le principe de Pareto optimalité (Définition 15) : si une décision  $d$  est préférable ou indifférente par rapport à la décision  $b$  pour tous les états du monde possibles et qu'il existe un état où la décision  $d$  est préférée à  $b$ , alors la décision  $d$  est préférée par le décideur à la décision  $b$ .

Le respect (ou pas) de ces principes permet de classer les critères de décision.

*Définition 14.* Si les décisions  $f$  et  $g$  ont la même conséquence pour un état  $s$ , la préférence entre les deux décisions ne dépend pas de cette conséquence ; si  $(f_1, \dots, f_{n-1}, h)$  est préféré à  $(g_1, \dots, g_{n-1}, h)$ , alors  $(f_1, \dots, f_{n-1}, h')$  est préféré à  $(g_1, \dots, g_{n-1}, h')$ .

*Définition 15.* Si pour tout  $s$ ,  $u(d(s)) \geq u(b(s))$  et qu'il existe  $s^*$  tel que  $u(d(s^*)) > u(b(s^*))$ , alors  $d$  doit être préféré à  $b$ .

De plus, les critères de décision dépendent du degré d'optimisme du décideur, qui représente sa vision de l'incertitude. En d'autres termes, est-ce que la nature joue avec moi (optimiste) ou contre moi (pessimiste) ?

Dans cette partie, nous allons faire suivre un exemple afin d'illustrer chaque critère et de faire ressortir leurs caractéristiques.

---

---

Exemple : Soit un problème de choix de fournisseur pour la commande d'un produit :

4 fournisseurs sont possibles : (F1 ; F2 ; F3 ; F4)

4 états du monde sont possibles :

- ◇ s1 : pas de retard
- ◇ s2 : un jour de retard
- ◇ s3 : deux jours de retard
- ◇ s4 : trois jours de retard

Le client supporte des surcoûts dus au retard de la livraison du fournisseur. L'utilité de la décision est donc l'opposé de ce surcoût.

Le tableau (3) donne les utilités de chaque fournisseur pour les quatre états possibles.

	Etats	Utilité client
Fournisseur 1	s1	-200
	s2	-220
	s3	-220
	s4	-240
Fournisseur 2	s1	-210
	s2	-220
	s3	-210
	s4	-230
Fournisseur 3	s1	-210
	s2	-220
	s3	-220
	s4	-240
Fournisseur 4	s1	-200
	s2	-210
	s3	-220
	s4	-230

**Tableau 3.** Exemple d'un problème de décision sous incertitude

---

Nous allons dans la suite analyser plusieurs critères de la littérature par rapport aux connaissances disponibles.

#### 4.1. Ignorance totale

Dans ce cas, on ne sait rien sur l'état du monde. On considère que les états sont équipossibles c'est-à-dire qu'ils peuvent avoir une probabilité comprise entre 0 et 1.

##### 4.1.1. Critères Maximax, Maximin et d'Hurwicz

Il existe trois critères basés sur les notions de maximisation de l'utilité de la décision : le Maximax, Maximin et le critère d'Hurwicz.

Le Maximin, ou critère de Wald (1950), est très pessimiste car il choisit la décision qui maximise l'utilité minimale du décideur sur  $S$ . Il est défini par l'équation :

$$\max_{d \in D} \min_{s \in S} u(d(s)) \quad (33)$$

Le Maximax, quant à lui, est un critère optimiste car il choisit la décision qui maximise l'utilité maximale du décideur sur  $S$ . Il est défini par l'équation :

$$\max_{d \in D} \max_{s \in S} u(d(s)) \quad (34)$$

Entre les deux critères précédents, le critère d'Hurwicz propose une pondération entre le critère pessimiste et le critère optimiste. Il est défini par l'équation :

$$\max_{d \in D} \left( \alpha \times \min_{s \in S} u(d(s)) + (1 - \alpha) \times \max_{s \in S} u(d(s)) \right) \quad (35)$$

---

Exemple : Appliquons ces critères à notre exemple :

(En italique dans le tableau : les utilités optimales quand on applique le critère Maximin, et en gras les utilités optimales quand on applique le critère Maximax).

	Etats	Utilité client
Fournisseur 1	s1	<b>-200</b>
	s2	-220
	s3	-220
	s4	-240
Fournisseur 2	s1	-210
	s2	-220
	s3	-210
	s4	<i>-230</i>
Fournisseur 3	s1	-210
	s2	-220
	s3	-220
	s4	-240
Fournisseur 4	s1	<b>-200</b>
	s2	-210
	s3	-220
	s4	<i>-230</i>

**Tableau 4.** Résultats pour les critères Minmax et Maximax

Ces critères subissent ce que l'on appelle « l'effet de noyade », ce qui signifie que ces critères laissent un très grand nombre d'alternatives, pourtant très différentes, non distinguables les unes des autres, alors qu'elles le sont pour le décideur. Considérons le cas de notre exemple. Le critère Maximax ne distingue pas les choix F1 et F4 alors que leurs utilités sont les mêmes pour les états s1 et s3, mais que l'utilité de F4 est supérieure à l'utilité de F2 pour les états s2 et s4. Le fournisseur F4 est donc intuitivement meilleur que le fournisseur F1. Ces critères ne satisfont ni le principe de « Pareto optimalité » (définition 14) (justification précédente) ni le principe de la chose sûre (définition 15) car si l'on remplace l'utilité de l'état s1 pour les fournisseurs F1 et F4 (qui est -200 dans cet exemple) par -1000, le critère Maximax distinguera le choix F1 et F4 alors que leur utilité pour cet état est la même.

#### 4.1.2. Regret

Le critère de minimisation du regret signifie que l'on souhaite minimiser le regret que l'on pourrait avoir une fois que l'état du monde est connu. Ce critère calcule donc la différence entre l'utilité de la décision idéale ( $d^*$ ) dans un état  $s$  et l'utilité de la décision  $d$  (Equation (36)).

$$\min_{d \in D} \max_{s \in S} \left( \max_{d^* \in D} u(d^*(s)) - u(d(s)) \right) \quad (36)$$

---

Exemple : Nous appliquons ce critère à notre exemple :

Pour le scénario S1 du fournisseur F1, le calcul du regret consiste à chercher pour le scénario S1 le coût de la solution optimale (celle qui maximise l'utilité) et d'y enlever le coût de la décision choisie (dans notre cas, la décision F1). On a donc le coût de la solution optimale égal à -200 et le coût de la décision F1 pour le scénario S1 égal à -200. Le regret est donc de  $(-200) - (-200) = 0$ . Le tableau (5) récapitule les résultats pour le critère MinmaxRegret.

	S1	S2	S3	S4
F1	$-200+200=0$	<b><math>-210+220=10</math></b>	<b><math>-210+220=10</math></b>	<b><math>-230+240=10</math></b>
F2	<b><math>-200+210=10</math></b>	<b><math>-210+220=10</math></b>	$-210+210=0$	$-230+230=0$
F3	<b><math>-200+210=10</math></b>	<b><math>-210+220=10</math></b>	<b><math>-210+220=10</math></b>	<b><math>-230+240=10</math></b>
F4	$-200+200=0$	$-210+210=0$	<b><math>-210+220=10</math></b>	$-230+230=0$

**Tableau 5.** Résultat pour le critère MinmaxRegret

Dans cet exemple, on ne peut choisir entre aucun des fournisseurs. On voit bien que ce critère est aussi sujet au problème de noyade et ne satisfait ni le principe de la chose sûre ni le principe de « Pareto optimalité ».

---

Le regret cherche à minimiser la dégradation d'un critère due à l'incertitude sur les états du monde, ce qui est une recherche de robustesse. La minimisation de ce critère cherche donc à limiter les « risques » à impact négatif dans un contexte d'ignorance totale. Ce critère est

utilisé dans les problèmes d'optimisation sous incertitude comme critère de robustesse (Roy 2010) lorsque les incertitudes sur les variables sont des scénarios discrets ou des intervalles.

#### 4.1.3. Leximin et Leximax

Ces critères consistent à classer les utilités par ordre lexicographique (on classe les utilités par ordre croissant) d'une décision  $d$  sur  $S$  et à les comparer, en choisissant soit le min (Leximin) soit le max (Leximax).

---

Exemple : Nous appliquons le critère Leximin à notre exemple :

F1 : (-240 ; -220 ; -220 ; -200),

F2 : (-230 ; -220 ; -210 ; -210),

F3 : (-240 ; -220 ; -220 ; -210),

F4 : (-230 ; -220 ; -210 ; -200).

On compare les utilités minimales des décisions et on garde les décisions qui ont les utilités les plus élevées. Il nous reste donc :

F2 : (-230 ; -220 ; -210 ; -210) et F4 : (-230 ; -220 ; -210 ; -200)

Afin de pouvoir choisir entre les deux fournisseurs, on enlève la première utilité et on compare jusqu'à que l'on puisse les distinguer :

F2 : (~~-230~~ ; -220 ; -210 ; -210) et F4 : (~~-230~~ ; -220 ; -210 ; -200)

F2 : (~~-230~~ ; ~~-220~~ ; -210 ; -210) et F4 : (~~-230~~ ; ~~-220~~ ; -210 ; -200)

F2 : (~~-230~~ ; ~~-220~~ ; ~~-210~~ ; -210) et F4 : (~~-230~~ ; ~~-220~~ ; ~~-210~~ ; -200)

On choisit donc F4, puisque le fournisseur F2 a les mêmes utilités que F4 pour les trois plus faibles valeurs, et une utilité plus faible pour la dernière.

---

Les critères Leximin et Leximax raffinent les critères Maximin et Maximax dans le sens où une solution optimale suivant le critère Lex $X$  est optimale suivant le critère Maxi $X$  mais l'inverse n'est pas vrai. De façon plus formelle :

$$d \succ_{\text{Maxi}} b \Rightarrow d \succ_{\text{Lexi}} b \quad (37)$$

Ces critères respectent le principe de la chose sûre, contrairement aux critères précédemment présentés.

#### 4.1.4. Principe de Laplace

Ce critère vise à minimiser l'utilité moyenne du décideur S (Equation (38)), quels que soient les extrema.

$$\max_{d \in D} \left( \frac{\sum_{s \in S} u(d(s))}{|S|} \right) \quad (38)$$

---

---

Exemple : Nous appliquons le critère de Laplace à notre exemple :

F1=(-200-220-220-240)/4=-220 ; F2=217,5 ; F3=222.5 ; F4=215

On choisit donc le fournisseur 4.

---

---

Il faut noter que ce critère ne distingue pas les décisions ayant pour conséquence  $(-u, u)$  et  $(0,0)$  quelle que soit la valeur de  $u$  puisque ces deux décisions ont la même moyenne (0). Ce critère est basé sur la maximisation de la moyenne qui peut être souhaitée dans le cas de décision répétée car la moyenne pourra être finalement atteinte (on a  $-u$  puis  $u$  puis  $u$  puis  $-u$  on a donc une utilité moyenne de 0). En revanche, dans le cas d'une décision unique, ce critère n'est pas utilisable car la moyenne ne sera pas atteinte ; on aura une valeur possible, par exemple  $-u$  ou  $u$ , mais jamais 0.

#### 4.2. Connaissance incomplète

Une connaissance incomplète graduelle est telle que  $s \in E_1 \subseteq E_2 \subseteq \dots \subseteq E_n$  avec  $E_i$  plus possible que  $E_{i+1}$ , L'ensemble des  $E_i$  est donc une distribution de possibilités. On peut donc attribuer à l'état  $s$  un niveau de possibilité et un niveau de nécessité. Nous allons dans un premier temps décrire deux critères généraux, puis expliquer comment les utiliser quand on connaît des niveaux de possibilité et de nécessité sur les états du monde.

##### 4.2.1. Intégrale de Sugeno

L'intégrale de Sugeno (Sugeno 1974) nécessite une mesure de confiance  $\mu$  (définition 6) sur les états du monde et une fonction d'utilité  $u$  telle que :

$$\mu : S \mapsto L = [0,1]$$

$$u : X \mapsto L = [0,1]$$

Les informations fournies sont des informations ordinales. L'utilité est donc comprise entre 0 et 1, elle représente la satisfaction de la décision (0 pas satisfait, 1 totalement satisfait) ce qui permet de comparer la mesure d'utilité avec la mesure de confiance sur un évènement.

L'intégrale de Sugeno est définie par :

$$Sug_{\mu,u}(d) = \max_{\lambda \in L} \min(\lambda, \mu(F_\lambda)) \quad (39)$$

$$\text{avec } F_\lambda = \{s, u(d(s)) \geq \lambda\}$$

$F_\lambda$  est l'ensemble des états ayant une utilité d'au moins  $\lambda$ .

Le critère est donc de choisir la décision qui maximise l'intégrale de Sugeno. Dans le cas de connaissance incomplète, les mesures de confiance sont la mesure de possibilité et la mesure de nécessité. L'intégrale de Sugeno peut être déclinée selon deux critères : un critère optimiste avec la mesure de possibilité (Equation (40)) et un critère pessimiste avec la mesure de nécessité (Equation (41)).

$$U_{opt}(d) = \max_{\lambda \in L} \min(\lambda, \Pi(F_\lambda)) \quad (40)$$

$$U_{pes}(d) = \max_{\lambda \in L} \min(\lambda, N(F_\lambda)) \quad (41)$$

L'intégrale de Sugeno est la généralisation des critères Maximin (critère pessimiste) et Maximax (critère optimiste).

---

Exemple : Nous considérons toujours le même exemple, mais nous ajoutons une connaissance du client sur les possibilités que le fournisseur soit en retard. Nous avons donc une distribution de possibilités sur les états du monde pour chaque fournisseur, telle que :

	S1	S2	S3	S4
F1	$\Pi=0.5$	$\Pi=1$	$\Pi=0.8$	$\Pi=0.5$
F2	$\Pi=1$	$\Pi=1$	$\Pi=0.5$	$\Pi=0.2$
F3	$\Pi=1$	$\Pi=0.2$	$\Pi=0.2$	$\Pi=0.1$
F4	$\Pi=0.3$	$\Pi=1$	$\Pi=0.2$	$\Pi=0.2$

**Tableau 6.** Niveau de possibilité de chaque scénario

De plus, pour utiliser l'intégrale de Sugeno, nous devons traduire les utilités du décideur dans une échelle 0 et 1. Pour cela, considérons (dans le cas de cet exemple) une fonction d'utilité linéaire (ce qui est une normalisation des coûts) dans laquelle nous attribuons un niveau de satisfaction de 1 à l'utilité la plus grande (-200) et 0 à l'utilité la plus petite (-240).

	S1	S2	S3	S4
F1	$u=1$	$u=0.5$	$u=0.5$	$u=0$
F2	$u=0.75$	$u=0.5$	$u=0.75$	$u=0.25$
F3	$u=0.75$	$u=0.5$	$u=0.5$	$u=0$
F4	$u=1$	$u=0.75$	$u=0.5$	$u=0.25$

**Tableau 7.** Utilité de chaque scénario

Nous notons  $F_i = [(\Pi(F_{\lambda_i}), \lambda_i); \dots; (\Pi(F_{\lambda_m}), \lambda_m)]$

Avec  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_m$

Pour le critère optimiste, nous avons :

$F_1 = [(1,0); (1,0.5); (0.5,1)]$ . On prend donc le minimum entre  $\Pi(F_{\lambda_i})$  et  $\lambda_i$  pour  $i=1 \dots m$ . On obtient  $F_1 = [(0); (0.5); (0.5)]$  et on choisit le maximum : on a donc 0.5.

$F_2 = [(1,0.25); (1,0.5); (1,0.75)]$  donc 0.75,

$F_3 = [(1,0); (1,0.5); (1,0.75)]$  donc 0.75,

$F_4 = [(1,0.25); (1,0.5); (1,0.75); (0.3,1)]$  donc 0.75.

Les fournisseurs 2, 3 et 4 sont donc équivalents.

Pour le critère pessimiste, nous avons :

F1=[(1,0) ; (0.5,0.5) ; (0,1)] donc 0.5,  
 F2=[(1,0.25) ; (0.8,0.5) ; (0,0.75)] donc 0.5,  
 F3=[(1,0) ; (0.9,0.5) ; (0.8,0.75) ] donc 0.75,  
 F4=[(1,0.25) ; (0.8,0.5) ; (0.8,0.75) ; (0,1)] donc 0.75.

On choisit donc F3 ou F4.

On remarque que ces critères ont la même caractéristique que le Maximin et Maximax : ils sont sujets à l'effet de noyade.

---

#### 4.2.2. Intégrale de Choquet

On construit l'ensemble  $\{\lambda_j\}_{j \in 1..m}$  à partir du classement par ordre croissant des utilités possibles tel que  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_m$

$$Ch(d) = \sum_{j=m..1} (\lambda_j - \lambda_{j-1}) \times \mu(F_{\lambda_j}) \quad (42)$$

$$\text{avec } F_{\lambda_j} = \{s, u(d(s)) \geq \lambda_j\}$$

L'intégrale de Choquet (Choquet 1955) est une généralisation de l'utilité espérée (si  $\mu$  est une probabilité) qui permet de calculer l'utilité espérée minimale et maximale en fonction de la mesure de confiance utilisée (inf=>min ; sup=>max). Dans le cadre de la théorie des possibilités, l'utilité minimale est définie pour la mesure de nécessité (Equation (43)) et la maximale pour la mesure de possibilité (Equation (44)).

$$EU_{\min}(d) = \sum_{j=m..1} (\lambda_j - \lambda_{j-1}) \times N(F_{\lambda_j}) \quad (43)$$

$$EU_{\max}(d) = \sum_{j=m..1} (\lambda_j - \lambda_{j-1}) \times \Pi(F_{\lambda_j}) \quad (44)$$

---

Exemple : Nous calculons l'espérance mathématique optimiste dans le cadre de l'exemple (Tableau (8)). Pour le fournisseur F1 on a :

$$\lambda_1 = -240(S4) < \lambda_2 = -220(S2 \text{ et } S3) < \lambda_3 = -200(S1)$$

et

$$\Pi(F_{\lambda_1}) = \Pi(S4 \vee S3 \vee S2 \vee S1) = 1$$

$$\Pi(F_{\lambda_2}) = \Pi(S3 \vee S2 \vee S1) = 1$$

$$\Pi(F_{\lambda_2}) = \Pi(S1) = 0.5$$

	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
F1=-210	(-240)*1	(-220+240)*1	(-200+220)*0.5	
F2=-215	-230*1	(-220+230)*1	(-210+220)*0.5	
F3=-210	-240*1	(-220+240)*1	(-210+220)*1	
<b>F4=-207</b>	-230*1	(-220+230)*1	(-210+220)*1	-(200+210)*0.3

**Tableau 8.** Résultat pour l'espérance mathématique optimiste

On choisit donc le fournisseur 4.

Comme le critère de Laplace dans le cas d'ignorance totale, ces critères sont basés sur l'idée de moyenne et ne sont utilisables que pour des décisions répétées et compensatoires.

#### 4.2.3. Une règle ordinale de décision sans commensurabilité

Dans l'intégrale de Sugeno, les mesures de confiance et les mesures d'utilité sont comparables, c'est-à-dire que  $\min(\mu(s), u(f(s)))$  a un sens, ce qui n'est pas toujours le cas.

Dans ce cas, le décideur dispose de relations de confiance entre les événements et d'une relation de préférence entre les conséquences, notée  $\succ_P$ . Dans le cas de la théorie des possibilités, on a donc une relation de possibilité  $\succ_{\Pi}$  telle que  $A \succ_{\Pi} B$  signifie que l'évènement  $A$  est plus possible que l'évènement  $B$ .

La règle de décision est alors de choisir la décision qui est préférée pour l'état le plus possible. En d'autres termes,  $f \succ g$  si et seulement si  $[f \succ_P g] \succ_{\Pi} [g \succ_P f]$  avec  $f \succ_P g$  étant l'abréviation de  $\forall s, f(s) \succ_P g(s)$ .

Il faut noter que cette règle de décision correspond à une prise de décision par ordre lexicographique car, si pour le niveau le plus possible  $A$  et  $B$  sont indifférents, on considère ensuite le niveau de possibilité inférieur.

Exemple : Appliquons cette méthode de décision à notre exemple :

Cette fois, nous avons des relations de possibilités entre les états du monde :

F1 :  $s_2 \succ_{\Pi} s_3 \succ_{\Pi} s_1 \succ_{\Pi} s_4$  ;

F2 :  $s_2 \succ_{\Pi} s_1 \succ_{\Pi} s_3 \succ_{\Pi} s_4$  ;

---

---

F3 :  $s1 \succ_{\pi} s2 \succ_{\pi} s3 \succ_{\pi} s4$  ;

F4 :  $s2 \succ_{\pi} s1 \succ_{\pi} s3 \succ_{\pi} s4$ .

On compare donc les utilités  $u(F1(s2))=-220$ ,  $u(F2(s2))=-220$ ,  
 $u(F3(s1))=-210$ ,  $u(F4(s2))=-210$ . Comme  $u(F3(s1)) = u(F4(s2))$ , on  
considère le niveau de possibilité inférieur :  $u(F3(s2))=-220$   
 $u(F4(s1))=-200$

On choisit donc le fournisseur 4.

---

---

#### 4.3. Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté un ensemble de critères de choix sous incertitude. Ces critères dépendent du niveau de connaissance dont nous disposons mais aussi du niveau d'incertitude du décideur. On peut classer ces critères dans deux grandes catégories :

- Critères basés sur les extremums (Maximin, intégrale de Sugeno)
- Critères basés sur la moyenne (Laplace, Intégrale de Choquet)

### 5. *Planification sous incertitude dans les chaînes logistique*

Après avoir caractérisé les incertitudes et nous être positionnés par rapport à la gestion des risques dans les chaînes logistiques, nous allons nous concentrer sur le problème de planification sous incertitudes. Dans un premier temps, nous allons étudier les incertitudes entachant la planification dans les chaînes logistiques, puis nous ferons un état de l'art sur les méthodes de gestion des incertitudes en planification au sein des chaînes logistiques.

#### 5.1. Incertitudes impactant la planification au sein de chaînes logistiques

Cette partie propose une analyse plus détaillée des variables de planification au sein d'une chaîne logistique, avec l'impact qui leur est associé (sans référence à la méthode de gestion et au modèle de représentation : probabilité ou possibilité).

##### 5.1.1. Types d'incertitudes en planification au sein de chaînes logistiques

Dans cette partie, nous allons en particulier nous appuyer sur les états de l'art de (Peidro et al. 2009 (a)) et (Dolgui et Prodhon 2007) pour lister les incertitudes prises en compte en

planification sous incertitude dans les chaînes logistiques. Nous présenterons par la suite différentes méthodes de gestion des incertitudes permettant de traiter ces incertitudes.

On peut distinguer trois grandes catégories d'incertitudes (Peidro et al. 2009 (a)) :

- l'incertitude sur la demande,
- l'incertitude sur le système de production (temps de fabrication),
- l'incertitude due à l'approvisionnement (temps d'approvisionnement).

A partir de cet état de l'art, nous pouvons faire deux analyses.

La première concerne les types d'incertitudes considérés dans la littérature. On se rend compte qu'en planification tactique, l'incertitude sur la demande est très largement prise en compte (41/47 sur articles dans (Peidro et al. 2009 (a)) et 17/25 dans (Dolgui et Prodhon 2007)), alors que la prise en compte des incertitudes sur le système de production est moindre (respectivement 10/47 articles et 12/25), et la prise en compte des incertitudes sur l'approvisionnement encore plus faible (6/47 articles).

L'autre analyse concerne la prise en compte de plusieurs sources d'incertitudes en même temps. En effet, seulement 19% des articles analysés dans (Dolgui et Prodhon 2007) prennent en compte l'incertitude sur la demande et l'incertitude sur les temps d'obtention dans la méthode MRP. En moyenne, 60% des articles traitent une source d'incertitude, 30% deux sources et seulement 10% traitent les trois sources d'incertitudes.

### 5.1.2. Impact des incertitudes

Bien que notre client soit en MTO ou ATO, ses fournisseurs perçoivent des variations de la demande dues à du retard dans l'assemblage final ou au changement tardif sur le choix des composants personnalisables. Ces variations s'amplifient tout au long de la chaîne. Ce phénomène est bien connu dans une chaîne logistique et il est appelé l'effet "coup de fouet" (« *Bullwhip effect* (BWE) ») (Lee et al. 1997). En plus des variations sur la demande, l'incertitude sur les temps d'obtention (temps de production ou temps d'approvisionnement) dans la méthode MRP a un impact important sur la performance du système et peut aussi engendrer un effet de type BWE (Agrawal et al. 2009), (So et Zheng 2003) et (Dolgui et Prodhon 2007).

Les variations des données du problème de planification résultant de l'incertitude ont habituellement pour conséquence la création de stocks obsolètes et des retards au niveau de l'approvisionnement, conséquences directes du BWE.

Après avoir identifié les variables qui sont soumises à des variations (demande, système de production, approvisionnement) et leurs impacts (stock obsolète, retard dû à un manque de composant), nous allons présenter les méthodes de gestion des incertitudes en planification dans le paragraphe suivant.

## 5.2. Utilisation de la théorie des Possibilités en planification sous incertitude dans les chaînes logistiques

Dans les parties précédentes, nous avons présenté les types d'incertitudes qui peuvent influencer le système de planification de la production ainsi que des modèles mathématiques de représentation des incertitudes.

Dans cette section, nous allons donc faire un état de l'art sur les méthodes de planification sous incertitude utilisant des distributions de possibilités pour représenter les incertitudes.

Le calcul d'un plan d'approvisionnement dans un contexte MTO ou ATO/MTS sous incertitude peut être assimilé à un problème de Lot Sizing (LSP), car à partir d'un ensemble de besoins nets possibles, on cherche une quantité précise à approvisionner, ce qui est équivalent à choisir une quantité à produire pour satisfaire une demande incertaine. Cette affirmation sera justifiée plus amplement dans le chapitre suivant.

De ce fait, nous n'aborderons pas ici les problèmes d'ordonnancement, mais les problèmes de type Lot Sizing (LSP).

Dans un premier temps, nous allons clarifier la différence entre préférence (ou flexibilité) et incertitude, puis nous présenterons des approches utilisant des distributions de possibilités pour représenter des données incertaines.

On peut classer les travaux dans ce domaine en trois grandes classes, selon la façon avec laquelle l'incertitude est traitée :

- La première approche défuzzifie (en utilisant une fonction qui attribue une valeur précise à une distribution de possibilités) a priori les distributions de possibilités suivant différents critères.

- la deuxième s'appuie sur la propriété des distributions de possibilités selon laquelle une distribution de possibilités représente un ensemble de distributions de probabilités. Dans cette approche, le décideur choisit donc a priori une distribution de probabilités parmi celles de l'ensemble des distributions de probabilités possibles, suivant différents critères.
- la troisième approche consiste à trouver une solution nécessaire optimale. Cette approche n'a pas été encore développée pour les problèmes de type LSP. Elle consiste à minimiser le coût maximal possible (critère Minmax) ou le regret maximal possible (approche MinmaxRegret) (cf : §4.1.) en considérant tous les scénarios possibles générés à partir des données incertaines.

### 5.2.1. Clarification préférence/incertitude

Dans la littérature, il est parfois difficile de distinguer ce que les ensembles flous représentent : préférence ou incertitude. Nous proposons dans cette partie de clarifier les différences fondamentales entre ces deux concepts et présentons les concepts de contraintes floues et d'objectifs flous afin d'illustrer les notions de préférence et d'incertitude.

Les ensembles flous (Zadeh 1975) peuvent être utilisés pour représenter différents concepts : flexibilité, préférence, incertitude.

Lorsqu'on veut modéliser de la flexibilité sur une contrainte ou sur la valeur prise de la fonction coût, les valeurs d'une variable ou d'un objectif sont évaluées par un niveau de préférence.

Lorsqu'on est en présence d'incertitude, les valeurs d'une donnée sont évaluées par des niveaux de possibilités. Ces types particuliers d'ensembles flous sont appelés distributions de possibilités (Dubois et Prade 1999).

La différence fondamentale entre la flexibilité et l'incertitude a été discutée dans (Dubois et al. 2003) pour les problèmes d'ordonnements en général.

Nous allons présenter deux concepts utilisés en planification de la production de type LSP :

1. Contraintes flexibles (préférences sur une variable),
2. *Fuzzy goal programming* (préférences sur les valeurs que peut prendre la fonction de coût).

L'optimisation sous contraintes flexibles permet de modéliser les degrés de liberté sur une contrainte. Par exemple, Mula et al. (2006) rendent flexible la contrainte de capacité pour un problème de planification du type MLLSP. L'objectif est donc de chercher une solution au coût minimal qui satisfasse au mieux les contraintes de capacité.

Le "*Fuzzy goal programming*" permet de modéliser de la flexibilité sur l'objectif que la fonction de coût doit atteindre ; la satisfaction est proportionnelle à la distance entre le coût de la solution et l'objectif, le but étant de maximiser le degré de satisfaction. (Selim et al. 2008) utilise cette approche pour modéliser un problème de planification (production / distribution) dans une chaîne logistique collaborative au sein de laquelle chaque acteur a un objectif personnel. Ces travaux utilisent différents critères d'agrégation des fonctions objectifs pour trouver une solution satisfaisant les objectifs de chaque acteur en fonction du niveau d'intégration de la chaîne logistique.

Dans la suite de ce travail, nous nous focaliserons sur la décision sous incertitude et donc sur l'utilisation des ensembles flous pour modéliser l'incertitude, et non sur les préférences.

#### 5.2.2. Utilisation des fonctions de classement de nombres flous en planification

Un grande partie de la littérature (Liang 2008), (Peidro et al. 2009 (b)) , (Peidro et al. 2010), (Liang et Cheng 2009), (Wang et Liang 2005) étudie des problèmes du type CLSP et considère des valeurs incertaines qui sont défuzzifiées avant optimisation. La défuzzification est effectuée en utilisant des fonctions de classement d'ensembles flous (centre de gravité (Figure (17)), rapport des surfaces...) (Yager 1981).

Le problème linéaire considère les variables dépendantes telles que le niveau de stock et le niveau de rupture comme des variables de décision.

En défuzzifiant au préalable les incertitudes sur la demande, les interactions entre les variables (demande, stock et rupture) ne sont pas prises en compte. Nous illustrons nos propos dans l'exemple suivant.

---

---

Exemple :

Soit une demande incertaine comprise entre 1 et 11. On choisit de produire 11 : le niveau de stock incertain à la fin de la période peut donc être compris entre 0 et 10.

Si on défuzzifie la demande au préalable en utilisant la moyenne (centre de gravité d'un ensemble classique), la demande est égale à 6 et le stock est dans ce cas égal à 5 (avec un coût de stockage égal à 1, le coût de la solution production égale à 11 est de 5). Pourtant, il peut être compris entre 0 et 10. La défuzzification au préalable fait donc perdre de l'information sur les coûts possibles.

Si maintenant la demande est comprise entre 5 et 7 pour une production de 11, la valeur de la fonction de coût du modèle défuzzifié est la même que pour une demande comprise entre 1 et 11, ce qui n'est pas vrai, car on a un coût compris entre 4 (si la demande est de 5) et 6 (si la demande est de 7). Le modèle défuzzifié ignore l'imprécision alors qu'au départ il utilise les distributions de possibilités pour la prendre en compte, ce qui est contradictoire.

---

---

Du point de vue de la gestion des incertitudes, cette approche ne prend pas en compte l'imprécision, puisque le coût d'une solution est le même quelque soit l'imprécision, tant que la valeur défuzzifiée reste la même.

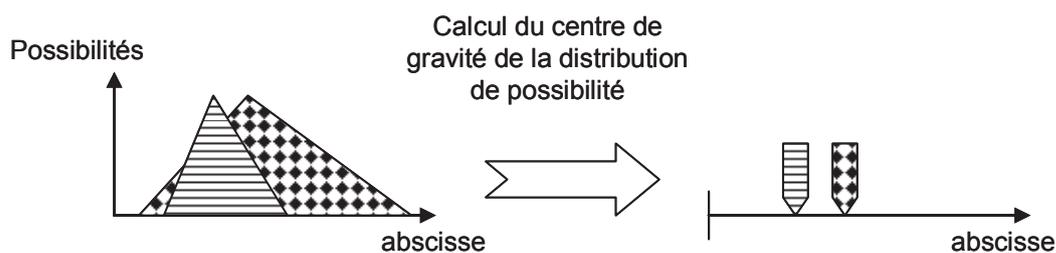
Une autre partie de la littérature propage l'incertitude et utilise une fonction de classement sur le coût pour choisir une solution.

Pai (2003) propage ainsi l'incertitude dans l'algorithme de résolution de (Floran et Klein 1971) pour résoudre le problème de « *Capacity lot sizing* » avec des capacités de production incertaines. Pour cela, il calcule dans un premier temps des tailles de lots de lancement floues avec leur coût respectif, puis choisit la solution optimale en utilisant une fonction de classement. Lorsque la solution est choisie, il défuzzifie les tailles de lots. Cette méthode est intéressante car elle propage l'incertitude dans l'algorithme de résolution et prend donc en compte les interactions entre les variables (la taille de lot devient floue).

(Kao et Hsu 2002) propose une méthode pour calculer la taille de lot économique (*Economic Order Quantity*) pour un problème de planification à une période en prenant en compte

l'incertitude sur la demande. Les auteurs propagent l'incertitude de la demande dans les coûts de stockage et de rupture puis choisissent une solution en utilisant une fonction de classement. Cette méthode est intéressante car elle garde l'incertitude jusque dans la fonction de coût et prend bien en compte les possibilités de stocks et de rupture dues au choix d'une quantité précise.

On peut noter que le résultat obtenu en utilisant une fonction de classement peut être difficile à interpréter. Prenons l'exemple illustré dans la Figure (17), où la fonction de classement est le centre de gravité de la distribution (une distribution est considérée comme supérieure à une autre si l'abscisse de son centre de gravité est supérieur à celui de l'autre). Nous avons deux distributions : D1 représentée en rayé et D2 représentée en quadrillé. Le centre de gravité D1 est inférieur à celui de D2. La distribution D1 est donc inférieure à D2 alors que pour certaines valeurs, D1 est supérieur à D2. L'utilisation de la fonction de classement ne donne aucune vision sur ces informations, il est donc difficile d'interpréter le résultat.



**Fig. 17.** Exemple de fonction de classement

### 5.2.3. Optimisation sous incertitude inspirée de l'optimisation stochastique

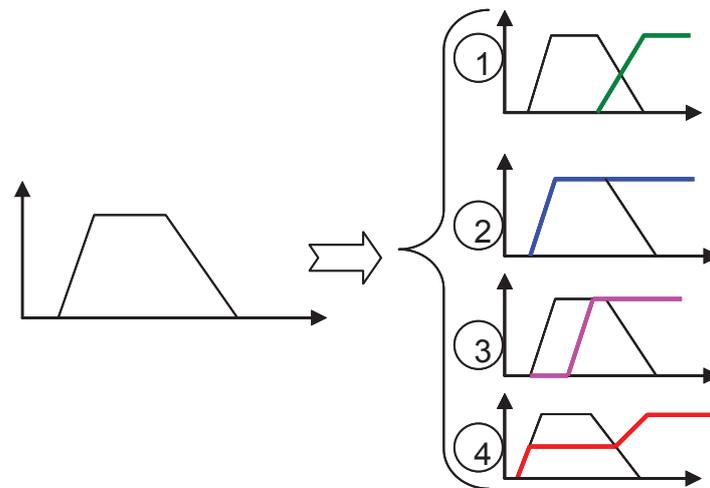
Une distribution de possibilités représentant un ensemble de distributions de probabilités (cf : §3.2), une partie de la littérature applique les modèles d'optimisation stochastique aux distributions de possibilités. Dans cette partie, nous allons faire un état de l'art sur ces modèles et sur leur application aux problèmes de planification tactique.

#### 5.2.3.1. *Modèles d'optimisation*

Une distribution de possibilités représente un ensemble de distribution de probabilités. La Figure (18) représente quelques fonctions cumulatives appartenant à la distribution de possibilités. Certaines de ces fonctions ont un nom :

- la nécessité, qui est la borne inférieure des distributions de probabilités (1),
- la possibilité, qui est la borne supérieure des distributions de probabilités (2),
- la crédibilité, qui est la distribution moyenne entre la possibilité et la nécessité (4).

D'autres n'ont pas de nom, comme celle montrée en (3) dans la Figure (18). Les fonctions cumulatives de probabilités modélisées par une distribution de possibilités sont toutes celles qui respectent les contraintes sur la probabilité ( $(N(A) \leq \Pr(A) \leq \Pi(A))$ ) induites par la distribution de possibilités sur chaque ensemble.



**Fig. 18.** Exemple de fonctions cumulatives de probabilités modélisées par une distribution de possibilités

(Liu 2002) présente un état de l'art sur les approches d'optimisation sous incertitude et identifie :

- l'approche « *chance constrained* » (Charnes et Cooper 1959),
- l'approche de l'espérance mathématique,
- et l'approche « *risk minimisation* » appliquée aux distributions de possibilités.

L'approche *chance constrained* permet de modéliser des contraintes sous incertitude pour lesquelles le décideur choisit avec quel "niveau de chance" cette contrainte doit être respectée. La fonction de chance dans la théorie des possibilités peut être la possibilité, la nécessité ou une combinaison linéaire des deux, comme la crédibilité (moyenne). L'utilisation de la possibilité signifie que l'on souhaite que la contrainte soit possiblement respectée pour un

niveau donné de probabilité. En revanche, la nécessité signifie que l'on veut être sûr que la contrainte soit respectée pour un niveau choisi de probabilité. La crédibilité s'intéresse quant à elle à la valeur moyenne.

L'approche de l'espérance mathématique cherche à minimiser (maximiser) l'espérance mathématique de la fonction objectif. Cette approche est intéressante dans le cas de décisions répétées étant donné qu'elle optimise la valeur moyenne. Dans le cas où l'incertitude est représentée par des distributions de possibilités, l'espérance mathématique devient un intervalle avec comme borne inférieure l'espérance mathématique pour la fonction de possibilité et la borne supérieure pour la fonction de nécessité. Il est possible de réduire cet intervalle en prenant la valeur moyenne. De même que pour le *chance constrained*, le choix que l'espérance mathématique utilisée change le critère de décision. Si le décideur est optimiste sur l'espérance mathématique, il choisira de minimiser l'espérance mathématique minimale, en revanche si le décideur est pessimiste, il minimisera l'espérance maximale. C'est une généralisation des critères Minmax et Maxmin à l'espérance mathématique.

L'approche *risk minimisation* cherche à minimiser le risque d'avoir une conséquence critique en minimisant la probabilité d'apparition de cette conséquence.

Cette approche peut être vue dans le cas de décisions sous incertitude comme une application du *goal programming*. L'utilisation des possibilités signifie que l'on souhaite que l'objectif soit possiblement respecté pour un niveau donné de probabilité. En revanche, la nécessité signifie que l'on veut être sûr que l'objectif soit respecté pour un niveau choisi de probabilité. La crédibilité s'intéresse quant à elle à la valeur moyenne.

Le tableau (9) synthétise les approches avec leur formalisation mathématique (pour les fonctions de possibilité et nécessité).

<i>Chance constrained</i>	Espérance mathématique	<i>Risk minimisation</i>
$\Pi\{\tilde{A}X \geq \tilde{B}\} \geq \alpha$ ou $N\{\tilde{A}X \geq \tilde{B}\} \geq \alpha$	$\min E^*[\tilde{C}X]$ ou $\min E_*[\tilde{C}X]$ avec $E[\tilde{C}X] \in [E_*[\tilde{C}X]; E^*[\tilde{C}X]]$	$\min \alpha$ $s.t. \Pi\{\tilde{C}X \geq \beta\} \leq \alpha$ ou $N\{\tilde{C}X \geq \beta\} \leq \alpha$

**Tableau 9.** Synthèse des modèles mathématiques

### 5.2.3.2. *Utilisation en planification*

Les approches précédemment présentées (*chance constrained*, espérance mathématique et *risk minimisation*) ont été utilisées en planification de la production. Dans cette partie, nous présenterons un état de l'art sur l'utilisation de ces approches pour les problèmes de type CLSP.

En ce qui concerne l'approche *chance constrained*, (Panda et al. 2008) propose une méthode de calcul de la quantité économique (*Economic Order Quantity*) pour les problèmes de planification multi-produits avec contraintes de capacité, quand la demande est stochastique et que la capacité est une distribution de possibilités triangulaire. La contrainte de capacité est soit une contrainte possible (contrainte utilisant le niveau de possibilité) soit une contrainte nécessaire (contrainte utilisant le niveau de nécessité).

Pour l'approche *risk minimisation*, nous distinguons deux cas : celui où la fonction est la possibilité et celui où la fonction est la crédibilité.

(Tavakkoli-Moghaddam et al. 2007) traite le problème de calcul de plan de production avec demande incertaine. Les auteurs calculent un plan optimal possible qui maximise la possibilité que le coût satisfasse l'objectif du décideur. Cela correspond au problème de *risk minimisation* dans lequel la fonction chance est la possibilité et l'objectif ( $\beta$ ) est flou.

Torabi et Hassini (2008) utilisent la même approche que celle de (Tavakkoli-Moghaddam et al. 2007), mais avec plusieurs objectifs pour le problème de planification de l'approvisionnement (production et distribution). Ces travaux donnent une solution optimiste au problème d'optimisation sous incertitude, mais ne garantissent pas que le coût soit inférieur à une certaine valeur. Pourtant, quand on souhaite gérer les incertitudes, il serait intéressant que cette contrainte soit prise en compte puisque lorsqu'on gère les incertitudes (vision « risque ») on cherche à minimiser les conséquences les plus néfastes.

Sun et Liu (2008) utilisent la fonction de crédibilité pour le problème de planification multi-produit en le transformant en un « *two stage optimisation problem* ». L'utilisation de la fonction de crédibilité revient à chercher une solution pour la distribution de probabilités

moyenne de l'ensemble des distributions possibles. La solution choisie est solution optimale pour la valeur moyenne. Toutefois, comme dans le cas où on utilise la possibilité comme fonction cumulative de probabilités, la solution ne garantit pas un coût inférieur à une certaine valeur, donc ne limite pas la conséquence maximale possible.

Aliev et al. (2007) traitent le problème de planification de la production et de la distribution en prenant en compte les incertitudes sur la demande, la capacité de production et la capacité de stockage. Ils cherchent un plan flou grâce à un algorithme génétique qui vise à minimiser le coût maximal multiplié par la nécessité que la production soit inférieure à la demande moins l'espérance mathématique du coût. Malgré des résultats obtenus meilleurs qu'avec l'optimisation déterministe, la forme complexe de la fonction à minimiser rend difficile l'interprétation du résultat. En particulier, il est difficile de décider si l'on a :

- un plan optimal possible,
- un plan nécessairement optimal,
- un plan minimisant l'espérance du coût,
- ou un plan qui est un compromis entre les précédents...

#### 5.2.3.3. *Conclusion*

Ces approches sont très intéressantes dans une vision "gestion des incertitudes" car elles permettent au décideur :

- de modéliser des contraintes quand les données sont incertaines (*chance constrained*),
- de maximiser la chance d'avoir une fonction objectif qui ne soit pas en dessous d'un certain seuil (*risk minimisation*),
- ou de maximiser l'espérance mathématique de la fonction objectif (espérance mathématique).

Toutefois, quand les incertitudes sont modélisées par des distributions de possibilités et que l'on souhaite gérer les incertitudes de façon robuste, c'est-à-dire minimiser les impacts maximaux que peuvent créer les incertitudes, des mesures de nécessité et des bornes supérieures de l'espérance mathématique doivent être utilisées, ce qui n'a pas été développé dans la littérature pour les problèmes de planification tactique de type CLSP.

#### 5.2.4. Propagation des incertitudes et aide à la décision

Les paragraphes précédents s'intéressaient aux problèmes d'optimisation sous incertitude modélisés par des distributions de possibilités. Etant donné qu'il est parfois difficile de connaître de façon explicite la fonction à optimiser, une autre partie de la littérature s'intéresse au problème de planification avec une approche "aide à la décision".

Dans le cadre d'une ignorance totale (ensemble de scénarios sans connaissance sur la possibilité d'apparition) (cf : §4.1), Galasso et Thierry (2009) proposent une méthode d'aide à la décision pour le choix de stratégie-fournisseur dans un contexte de coopération avec échange d'information incluant un plan d'approvisionnement avec horizon gelé et un horizon flexible (intervalle de demande) entre client et fournisseur, dans un contexte incertain. La méthode s'appuie sur la simulation de scénarios de demandes et sur les critères de décision sous ignorance totale (Maximin, Minmax, Hurwicz, Laplace, Regret) afin de choisir une stratégie de planification du fournisseur. L'intérêt est l'utilisation de plusieurs critères, c'est-à-dire la traduction de plusieurs comportements possibles du décideur, mais l'étude ne considère que les scénarios simulés, qui sont en nombre bien inférieur à l'ensemble des scénarios possibles, qui est de  $2^T$ , T étant le nombre de périodes de l'horizon.

Marques (2010) étudie la sensibilité de la décision sur la collaboration entre client et fournisseur. Il cherche donc à savoir quel processus de collaboration le client et le fournisseur choisiront, dans le cas où ils utilisent des critères différents dans la liste suivante : Maximin, Minmax, Hurwicz, Laplace, Regret. Cette étude s'appuie aussi sur de la simulation de scénarios. Les remarques sont les mêmes que celles formulées pour (Galasso et Thierry 2009) : on prend bien en compte les comportements différents des décideurs, mais il est difficile de vérifier a priori que les scénarios testés sont bien les scénarios sur lesquels les décisions doivent être prises (pour le critère Minmax, il faudrait par exemple savoir s'il existe un scénario qui est d'un coût supérieur au scénario simulé).

Thierry et Fargier (2000) intègrent des incertitudes modélisées par des distributions de possibilités dans le calcul du Plan Directeur de Production (PDP) et proposent des critères d'évaluation tels que la possibilité et la nécessité de décision de sous-traitance. Cette méthode est intéressante car elle propage l'incertitude jusqu'à la décision, toutefois, elle ne débouche

pas sur la solution optimale pour un critère donné mais sur une solution satisfaisante pour le décideur.

Grabot et al. (2005) appliquent la méthode MRP dans le cas où les ordres de fabrication sont incertains (peuvent être annulés) et imprécis (quantité floue). Une fois les incertitudes propagées dans le calcul des besoins, les auteurs proposent des critères tels que la possibilité et la nécessité pour évaluer les décisions concernant le nombre de lots de production à lancer. Cette méthode est intéressante car elle propage l'incertitude jusqu'à la décision, mais de nouveau, elle ne trouve pas la solution optimale pour un critère donné.

L'approche par propagation des incertitudes puis proposition de critères d'évaluation au décideur, permettent à ce dernier de prendre une décision en connaissant les risques encourus. En effet, il choisit les conséquences plutôt qu'il ne les subit. En revanche, cette méthode ne garantit pas que le décideur choisisse le plan optimal (plan qu'il préférerait à tous les autres) mais seulement le plan préféré parmi ce qui lui a été proposé et a été évalué.

## 6. Conclusion

La gestion des incertitudes dans les chaînes logistiques peut être abordée de façons différentes :

- soit en mettant en place des processus de collaboration (échange d'information, contrat d'approvisionnement, optimisation collaborative),
- soit en intégrant l'incertitude dans le modèle de planification.

Le cas où le point de découplage MTO ou ATO/MTS est positionné entre deux acteurs de la chaîne logistique, cas que l'on rencontre dans certains secteurs (secteur aéronautique par exemple) n'a pas encore été étudié dans une approche "chaîne logistique collaborative" avec intégration des incertitudes dans le modèle de planification. En effet, les processus de production MTO ou ATO ont été adaptés aux données incertaines, les processus de production MTS aussi, mais le passage d'un processus à l'autre ne semble pas avoir été encore étudié.

De plus, la littérature montre que, dans un contexte de gestion des incertitudes en planification, la prise en compte des incertitudes sur la demande par la théorie des possibilités

est souvent traitée alors que l'incertitude sur les délais d'obtention n'est pas prise en compte, bien qu'elle puisse créer un effet *Bullwhip* susceptible de provoquer des risques importants. Dans le cadre de cette thèse, nous étudierons donc le processus de planification des approvisionnements entre deux acteurs en prenant en compte les incertitudes sur la demande ainsi que sur les délais. Nous focalisons sur le processus de calcul de plans d'approvisionnement sous incertitude dans le cas où le client gère ses flux en MTO ou ATO et le fournisseur en MTS avec demande incertaine, cas rarement abordé dans la littérature.



# CHAPITRE II : FORMULATION DU PROBLEME DE PLANIFICATION

Introduction.....	p83
1. Processus collaboratif d'élaboration de plan d'approvisionnement.....	p84
1.1. Processus d'élaboration dans un contexte faiblement collaboratif.....	p84
1.2. Calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p85
1.2.1. Processus de planification des approvisionnements en MTO.....	p85
1.2.2. Formalisation.....	p86
1.3. Calcul d'un plan d'approvisionnement dans un contexte collaboratif.....	p88
1.3.1. Processus collaboratif de planification des approvisionnements.....	p88
1.3.2. Formalisation.....	p90
1.3.2.1. Modélisation des préférences du client.....	p90
1.3.2.2. Modèle des quantités livrables par le fournisseur.....	p92
1.3.2.3. Formalisation du Processus de choix d'un plan de production.....	p94
1.3.2.4. Formalisation du Processus de calcul du plan d'approvisionnement.....	p94
1.4. Conclusion.....	p96
2. Modélisation des données incertaines.....	p96
2.1. Types d'imperfections.....	p96
2.2. Modélisation des imperfections.....	p97
2.2.1. Incertitude sur le besoin en composants.....	p98
2.2.2. Modèle de représentation de l'imprécision.....	p98
2.2.2.1. Imprécision sur la quantité du besoin en composants.....	p99
2.2.2.2. Imprécision sur la date du besoin.....	p100
2.2.3. Représentation des incertitudes sur deux quantités imprécises.....	p100
2.2.4. Modèles des besoins en composants.....	p101
2.2.5. Conclusion.....	p103
2.3. Dépendances.....	p103
2.3.1. Dépendances sur les quantités.....	p104

2.3.2. Dépendances sur les dates.....	p106
2.4. Connaissance sur les besoins bruts.....	p106
2.4.1. Modèle des quantités livrables par le fournisseur.....	p107
2.4.1.1. Modèle des quantités maximales livrables par le fournisseur.....	p108
2.4.1.2. Modèle des contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur.....	p109
2.5. Formalisation du calcul d'un plan d'approvisionnement sous incertitude.....	p109
2.5.1. Formalisation du calcul des besoins bruts.....	p109
2.5.2. Formalisation du processus de choix d'un plan de production.....	p110
2.5.3. Formalisation du processus de calcul du plan d'approvisionnement..	p111
3. Conclusion.....	p111

## *Introduction.*

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1, nous focalisons dans le cadre de cette thèse sur une relation élémentaire client/fournisseur dans une chaîne logistique (on parle aussi de chaîne logistique dyadique).

Une grande partie des chaînes logistiques fonctionnent selon une logique de production à la commande (MTO ou ATO), cas largement abordé dans la littérature. Toutefois, nous avons signalé que certains fournisseurs pouvaient produire des composants standards (éventuellement à variantes), comme les hublots ou les sondes "pitot", qui sont fabriqués pour le stock. Dans ce cas, on a donc une problématique de liaison entre logique MTO ou ATO (pour le client) et MTS (pour le fournisseur) qui pose des problèmes originaux et complexes, en particulier au niveau du passage entre des commandes par dates (MTO ou ATO) et desancements de lots par périodes (MTS) dans un contexte incertain.

La personnalisation des produits fabriqués, qui se fait tardivement par rapport au début des opérations d'assemblage ou production, crée en effet des incertitudes sur les composants à approvisionner. L'approvisionnement est, pour les composants personnalisables, un point clé pour la satisfaction du client. Dans cette thèse, nous allons donc nous intéresser au calcul du plan d'approvisionnement dans le but de mieux gérer ces incertitudes.

Pour cela, nous allons intégrer les incertitudes dans le processus de planification. Afin de mieux gérer les risques, nous proposons de plus un processus collaboratif pour le calcul du plan d'approvisionnement.

Dans ce chapitre, nous détaillerons donc tout d'abord le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement dans le cas où le client a une gestion par date (gestion à la commande) et le fournisseur par quantité (ou période).

Dans un premier temps, nous analysons le processus de calcul de plan d'approvisionnement dans un cas classique ; une formalisation du processus de calcul de plan d'approvisionnement sera proposée.

Dans un deuxième temps, nous formalisons un processus collaboratif de calcul de plan d'approvisionnement sur le modèle d'une collaboration de type VMI (*Vendor Management Inventory*) dans lequel le fournisseur s'engage à avoir un niveau de stock compris entre deux valeurs.

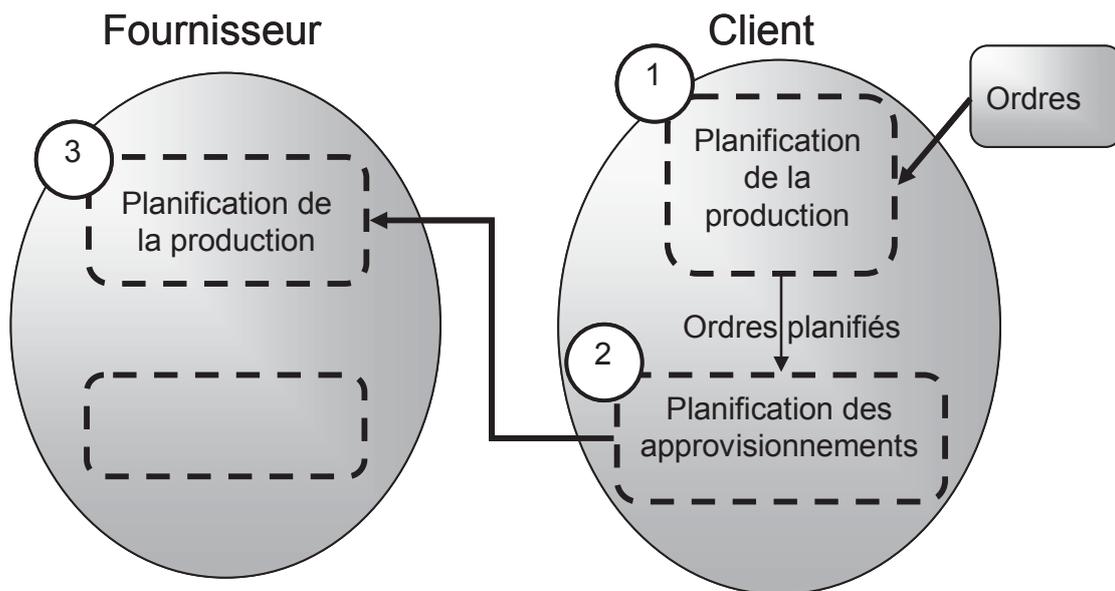
Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous étudions les types d'imperfections qui peuvent entacher les informations, et nous proposons un modèle de représentation de ces imperfections. Nous étudions les contraintes qui peuvent exister entre les données et nous les formalisons. Pour finir, nous nous intéressons aux préférences que peut avoir le client.

Nous finirons en formalisant le problème de calcul de plan d'approvisionnement dans un contexte collaboratif intégrant les incertitudes.

## 1. *Processus collaboratif d'élaboration de plan d'approvisionnement*

### 1.1. Processus d'élaboration dans un contexte faiblement collaboratif

Dans un contexte de faible collaboration, le client calcule de son côté un plan d'approvisionnement, puis le transmet à son fournisseur (Figure (19)).

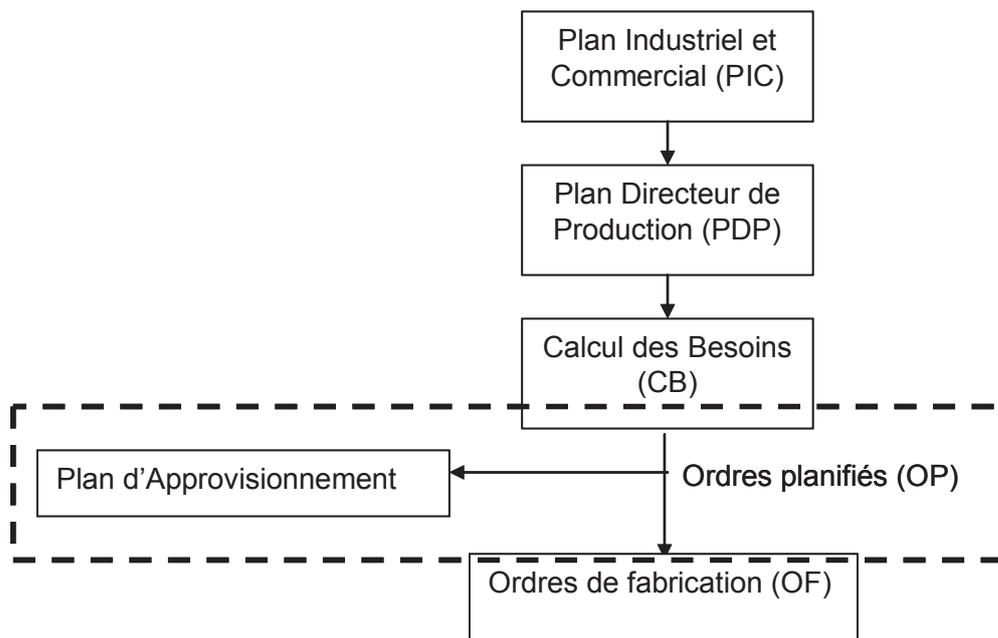


**Fig. 19.** Transmission d'un plan d'approvisionnement

Dans cette thèse, nous nous centrons sur le processus 2 de la Figure (19), qui consiste à calculer le plan d'approvisionnement à partir duquel le fournisseur pourra planifier sa production.

Dans un contexte peu collaboratif, ce processus reçoit les ordres planifiés du processus de planification de la production (côté client) et envoie un plan d'approvisionnement au

processus de planification du fournisseur. La Figure (20) localise plus précisément le sous-processus auquel nous nous intéressons.



**Fig. 20.** Positionnement du calcul du plan d'approvisionnement dans le processus de planification

Le monde dans lequel évoluent les entreprises est incertain. Afin de prendre en compte les évolutions de la demande et des niveaux de stock du client dus à cette incertitude, le plan d'approvisionnement est recalculé périodiquement, puis renvoyé au fournisseur. Le plan d'approvisionnement est donc une prédiction de la demande future, et non une demande ferme au fournisseur.

## 1.2. Calcul d'un plan d'approvisionnement

### 1.2.1. Processus de planification des approvisionnements en MTO ou ATO

Nous considérons un fournisseur dont le processus de planification de production est de type MRP2, qui est la méthode prônée dans les chaînes logistiques aéronautiques comme dans la plupart des domaines industriels. Sa production est donc planifiée en terme de nombre de produits à fabriquer par période.

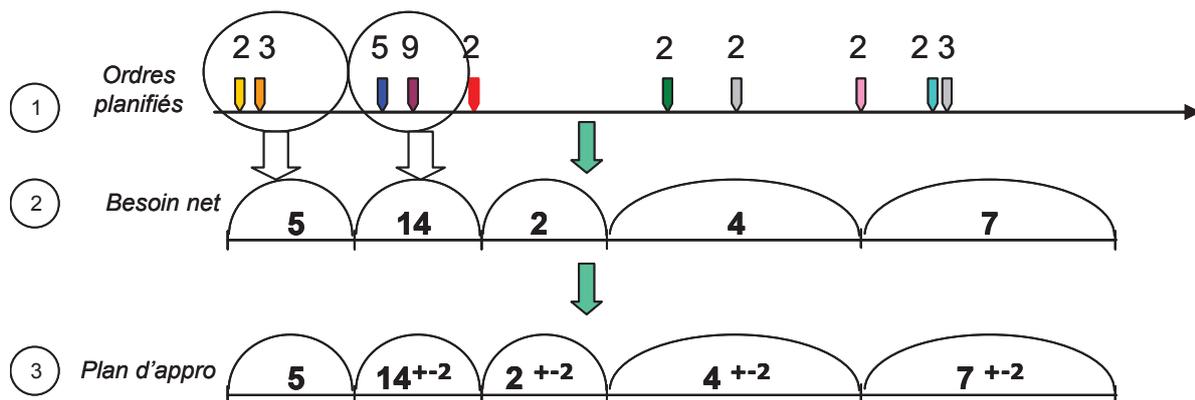
Le client est quant à lui en MTO ou ATO, et planifie donc sa production en terme de dates de début des tâches à réaliser. Le client doit donc transformer ses besoins en composants pour une date en quantités à approvisionner par période. La méthode de calcul des plans d'approvisionnement retenue dans la suite est tirée des travaux de thèse d'Olivier Telle (Telle 2003). Cette méthode est, par exemple, utilisée par Airbus.

Le calcul du plan d'approvisionnement dans ce contexte peut être décomposé en deux étapes (Figure (21)) :

- ◇ calcul des besoins bruts par périodes (1),
- ◇ calcul du plan d'approvisionnement (2).

A partir des ordres planifiés et connaissant la durée des périodes sur l'horizon de planification, on peut calculer les besoins bruts par périodes en regroupant les Besoins en Composants des différents ordres qui commencent dans une même période (1).

On calcule alors un plan d'approvisionnement (3) (Figure (21)).



**Fig. 21.** Processus de calcul d'un plan d'approvisionnement

### 1.2.2. Formalisation

Nous allons maintenant formaliser le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement d'un composant à partir d'ordres planifiés concernant plusieurs produits selon une logique de type "calcul des besoins" dans un cadre déterministe.

Le client planifie plusieurs ordres  $o$  des produits  $p$  qui nécessitent un même composant  $c$ .

Les équations de (1) à (5) représentent la méthode de calcul des besoins qui permet au client de générer un plan d'approvisionnement, sur un horizon de  $T$  périodes : ce plan

d'approvisionnement correspond à une politique de lotissement de type Lot-pour-Lot (le besoin brut est égal à la quantité à approvisionner) car le client ne souhaite demander au fournisseur que les composants dont il aura besoin pendant la période, puisqu'il produit en MTO ou ATO.

Notations :

*Indice :*

$t$  : période allant de 1 à  $T$

$o$  : ordre planifié allant de 1 à  $O$

$p$  : produit allant de 1 à  $P$

*Données du problème :*

$Or_{o,p,t}$  : Ordre planifié  $o$  d'un produit  $p$  appartenant à la période  $t$

$N_{p,c}$  : Nombre de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$

$r_{o,c,t}$  : Besoin en composants  $c$  de l'ordre planifié  $o$  appartenant à la période  $t$

*Variables dépendantes :*

$BB_{c,t}$  : Besoins bruts du composant  $c$  à la période  $t$

$Ap_{c,t}$  : Quantité à approvisionner du composant  $c$  pour la période  $t$

$$r_{o,c,t} = Or_{o,p,t} \times N_{p,c} \quad \forall o,c,t,p \quad (45)$$

$$BB_{c,t} = \sum_{o=1}^O r_{o,c,t} \quad \forall c,t \quad (46)$$

$$Ap_{c,t} = BB_{c,t} \quad \forall c,t \quad (47)$$

L'équation (45) calcule le besoin du composant  $c$  pour un ordre  $o$  à la période  $t$ .

L'équation (46) calcule le besoin brut par période d'un composant  $c$  pour la période  $t$  en sommant l'ensemble des besoins en composants  $r_{o,c,t}$  de cette période.

L'équation (47) calcule la quantité à approvisionner  $Ap_{c,t}$  à partir du besoin brut  $BB_{c,t}$ .

Dans le cas du calcul d'un plan d'approvisionnement tel qu'il est présenté ci-dessus, le client ne prend pas en compte les contraintes du fournisseur.

Cette méthode est tout à fait satisfaisante dans de nombreux cas, mais quand le fournisseur est un fournisseur critique (capacité de production limitée et nécessité de faire appel à lui), cette méthode peut déboucher sur un plan de production qui engendrera des problèmes d'approvisionnements, alors que le client pourrait potentiellement choisir un autre plan.

Pour limiter ces problèmes, nous proposons un processus de calcul de plan d'approvisionnement collaboratif qui est présenté dans la partie suivante.

### 1.3. Calcul d'un plan d'approvisionnement dans un contexte collaboratif

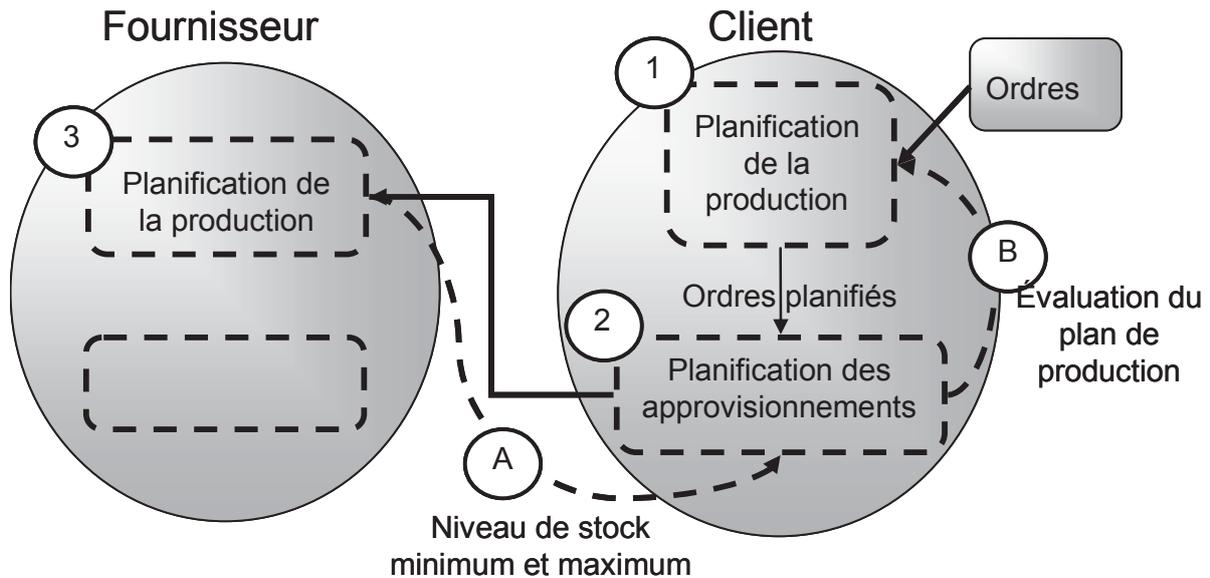
#### 1.3.1. Processus collaboratif de planification des approvisionnements

Nous proposons un processus de collaboration entre le processus d'approvisionnement et le processus de planification de la production/distribution du fournisseur. Pour permettre une collaboration efficace, le client propose plusieurs plans de production au processus de calcul des approvisionnements, satisfaisants pour lui, tandis que le fournisseur communique à ce processus des informations sur ses capacités de livraison.

Ce processus s'appuie sur des échanges d'informations similaires à ceux existant dans un contexte de collaboration de type VMI (Figure (22)) entre le client et le fournisseur. En effet, dans un contexte collaboratif de type VMI, le client et le fournisseur peuvent connaître les niveaux de stock du partenaire.

Dans cette thèse, nous utiliserons le terme de "quantité livrable par période" pour les quantités que le fournisseur peut livrer à chaque période. Nous ne tenons donc pas compte des contraintes de transport, car nous sommes en stock avancé (VMI).

Dans la figure, A représente le niveau de stock minimal et maximal du fournisseur. En effet, dans un contexte de VMI, le fournisseur et le client se mettent d'accord sur des niveaux de stocks : le niveau de stock minimal et le niveau de stock maximal que le fournisseur peut constituer. Après traitement, le processus de calcul des approvisionnements fait remonter les plans de production acceptables, c'est-à-dire ceux qui ne poseront pas de problème au niveau de l'approvisionnement, par rapport aux contraintes du fournisseur.

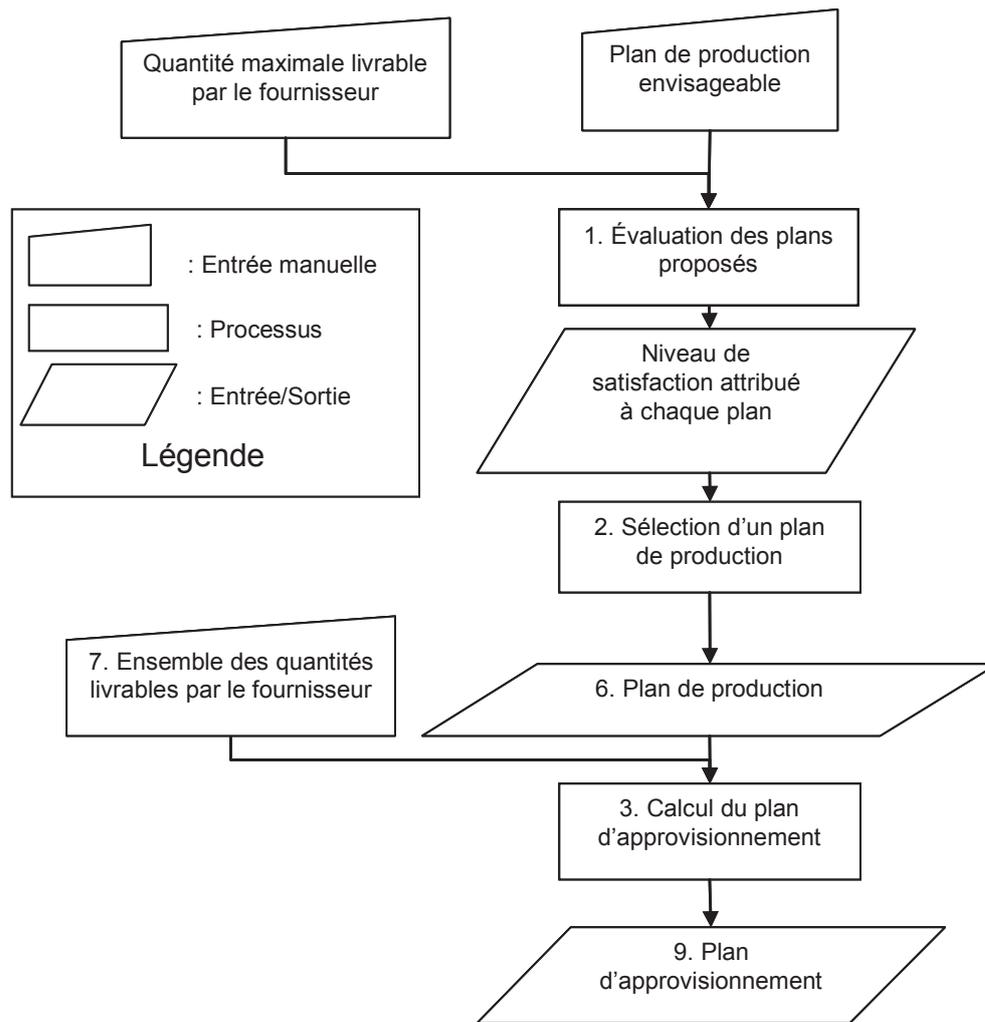


**Fig. 22.** Système étudié dans un contexte collaboratif

Nous nous sommes donc concentrés sur le client et n'avons pas abordé le calcul des niveaux de stock minimum et maximum du fournisseur pour un client donné, qui est déterminé au niveau stratégique. De même pour les quantités livrables par le fournisseur, calculées à partir de ses niveaux de stocks.

Nous synthétisons à l'aide d'un *flowchart* ce processus collaboratif (Figure (23)) :

1. Le service planification de la production propose un ensemble de plans de production envisageables. Le fournisseur envoie au client les quantités qu'il peut livrer (dépendant du niveau de stock maximal que peut garantir le fournisseur). A partir de ces deux informations, le service approvisionnement évalue si le plan de production peut être satisfait, connaissant les quantités livrables par le fournisseur, et choisit le plan de production le plus satisfaisant.
2. A partir de ces évaluations, le service production choisit le plan le moins risqué.
3. Pour le plan le moins risqué, le service approvisionnement choisit un plan d'approvisionnement.



**Fig. 23.** Flowchart du processus collaboratif de calcul de plan d'approvisionnement

### 1.3.2. Formalisation

Nous allons maintenant formaliser le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement d'un composant à partir d'ordres planifiés portant sur plusieurs produits, selon une logique de type "calcul des besoins" dans un cadre déterministe, dans un contexte collaboratif. Pour cela, nous présentons tout d'abord le modèle des plans de production alternatifs, puis celui des contraintes de livraisons dues au niveau de stock maximal.

#### 1.3.2.1. Modélisation des préférences du client

Dans le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement collaboratif, nous proposons que le service planification de la production calcule au préalable un ensemble réduit de solutions

de planification acceptables de son point de vue. En effet, des solutions différentes peuvent exister du fait des contraintes disjonctives du problème de planification en MTO ou ATO.

Les contraintes disjonctives correspondent au fait que deux tâches peuvent être réalisées dans n'importe quel ordre :  $a$  avant  $b$  ou  $b$  avant  $a$  (par exemple du fait de pouvoir faire passer un produit avant un autre). Dans le but de raffiner la connaissance sur l'ensemble des plans de production possibles, nous proposons de prendre en compte les préférences du planificateur. Avant de transmettre l'ensemble des plans de productions possibles à l'approvisionnement, le planificateur classe par ordre de préférence les différents plans. Nous considérons que l'ordre doit être strict, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de plans de production qui soient équivalents aux yeux du planificateur.

Ce classement peut être réalisé de deux façons différentes. Soit le planificateur classe les plans de production, soit il attribue un degré de préférence à chaque contrainte disjonctive. De façon automatique, nous en déduisons le classement des plans de production. Le choix de la méthode dépend de la facilité du planificateur à exprimer ses préférences.

La première méthode ne nécessite pas de calcul ; la seconde, en revanche, doit classer par préférence les plans de production à partir des états des contraintes disjonctives.

Soit  $R(i,j)$  la relation de préférence telle si  $R(i,j)=1$  et  $R(j,i)=0$  alors ( $i$  avant  $j$ ) est totalement préféré à ( $j$  avant  $i$ ), si  $R(i,j)=1$  et  $R(j,i)=1$  alors ( $i$  avant  $j$ ) est équivalent à ( $j$  avant  $i$ ).

On organise alors les contraintes dans le modèle de planification de telle sorte que si l'ordre ( $i$  avant  $j$ ) est préféré, la variable booléenne sera égale à 1 ( $v_{ij}=1$ ) dans la contrainte disjonctive<sup>1</sup>.

Cette méthode nous permet de connaître le niveau de préférence de chaque contrainte pour un plan donné, puisque l'on connaît l'état des variables  $v_{ij}$  :

- si  $v_{ij}=1$  alors le niveau de préférence est égal à 1,
- si  $v_{ij}=0$  alors le niveau de préférence est égal à  $R(j,i)$ .

Nous avons donc un ensemble de préférences pour chaque plan de production possible. Nous les classons ensuite en utilisant le critère Leximin. Nous avons choisi un critère qui classe en

---

<sup>1</sup> une contrainte disjonctive :  $t_j - t_i \geq d_i$  si  $v_{ij}=1$   $t_i - t_j \geq d_j$  si  $v_{ij}=0$ , avec  $v_{ij}$  une variable booléenne représentant le choix ( $i$  avant  $j$ ).

fonction des valeurs minimales, car la satisfaction d'un plan de production découle de la satisfaction des contraintes disjonctives 1 et 2 et... n. De plus, nous avons choisi l'ordre leximin car il raffine l'ordre induit par le maximin. S'il existe deux plans de production non-distinguables (c'est-à-dire pour lesquels tous les niveaux de satisfaction possibles des contraintes disjonctives sont les mêmes), nous demandons a posteriori au planificateur de les classer. L'exemple ci-dessous illustre la méthode.

---

Exemple : soient trois contraintes disjonctives :

A avant B ou B avant A

C avant B ou B avant C

A avant C ou C avant A

avec les degrés suivants :

A avant B=0.8

B avant C=0.2

C avant A=0.6

Nous avons donc les 6 plans suivants :

ABC ; ACB ; BAC ; CAB ; BCA ; CBA avec les degrés de préférences correspondants  $(1 ; 0.8 ; 0.2)_{ABC}$   $(1 ; 1 ; 0.8)_{ACB}$   $(1 ; 1 ; 0.2)_{BAC}$   $(1 ; 0.8 ; 0.6)_{CAB}$   $(1 ; 0.6 ; 0.2)_{BCA}$   $(1 ; 1 ; 0.6)_{CBA}$

On applique le critère Leximin et nous obtenons le classement suivant:

$ACB \succ CBA \succ CAB \succ BAC \succ ABC \succ BCA$

---

### 1.3.2.2.

#### *Modèle des quantités livrables par le fournisseur*

Les capacités maximales de livraison du fournisseur sont dues au niveau maximal de stock qu'il peut constituer. Nous considérons de plus une obligation du client de prendre une quantité minimale de composants par période, ce qui correspond aux pratiques observées. Si cet engagement n'existe pas, la quantité minimale est donc égale à zéro.

On représente l'ensemble des quantités (par période) livrables par le fournisseur par un intervalle :  $[\underline{l}_{t,c} ; \overline{l}_{t,c}]$ .

Dans un premier temps, le client utilise la quantité maximale livrable par le fournisseur afin de choisir le plan de production le plus satisfaisant, étant donné que sa satisfaction dépend du

risque de manquer de composants pour satisfaire la quantité maximale demandable au fournisseur. L'intégration de cette contrainte permet au client de décider "avec" cette contrainte plutôt que de la subir, ce qui doit donc augmenter sa visibilité et sa satisfaction.

Dans un deuxième temps, le client choisit les quantités à approvisionner dans les quantités livrables par le fournisseur  $[l_{t,c} ; \overline{l_{t,c}}]$ .

### 1.3.2.3. *Formalisation du Processus de choix d'un plan de production*

Pour chaque plan, on calcule le plan d'approvisionnement correspondant (§1.1). On vérifie que chaque plan d'approvisionnement satisfait de façon stricte les contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur (Equation (48)). S'il existe des plans satisfaisant strictement les contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur, on choisit celui qui maximise le critère de préférence de la production. S'il n'y en a pas, on vérifie si des plans sont partiellement compatibles avec les contraintes de livraison du fournisseur (Equation (49)) (en pratique, cela implique que le client accepte de changer sa politique de lot-pour-lot). On choisit ensuite le plan qui a un niveau de préférence maximal du point de vue de la production.

S'il n'y a aucun plan de production tel que les besoins bruts ne peuvent être satisfaits, on choisit le plan de production préféré du point de vue de la production.

$$\overline{l_{t,c}} \geq BB_{t,c} \quad \forall t \quad (48)$$

$$\sum_{i=1}^t \overline{l_{i,c}} \geq \sum_{i=1}^t BB_{i,c} \quad \forall t \quad (49)$$

### 1.3.2.4. *Formalisation du Processus de calcul du plan d'approvisionnement*

Une fois le plan de production choisi en prenant en compte ces quantités maximales livrables, le client calcule son plan d'approvisionnement en intégrant les contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur. Cette contrainte est composée d'une quantité maximale  $\overline{l_{t,c}}$  et d'une quantité minimale  $l_{t,c}$ . La quantité maximale est due au niveau de stock maximal du fournisseur (niveau de stock maximal = quantité maximale livrable). En revanche, la quantité minimale est un engagement concernant la charge de travail minimale transmise au

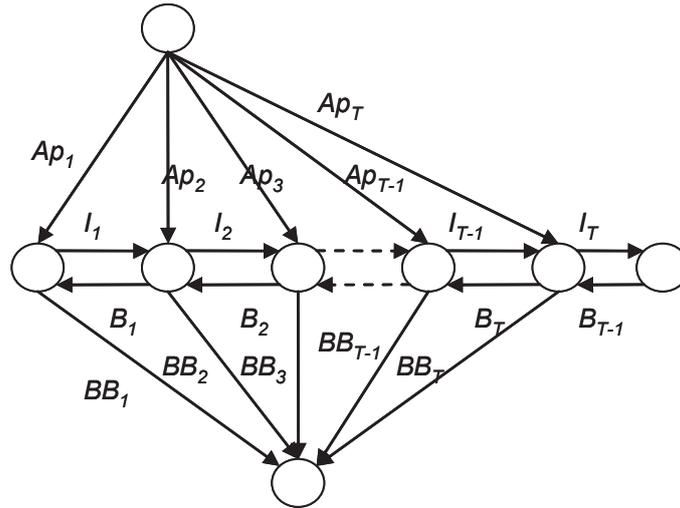
fournisseur ; c'est donc un engagement du client sur les quantités minimales qu'il s'engage à prendre. S'il n'y a pas de quantité minimale, sa valeur est égale à zéro.

Etant donné que la valeur  $Ap_{c,t}$  doit être comprise entre  $\underline{l}_{t,c}$  et  $\overline{l}_{t,c}$ , il n'est pas toujours possible de satisfaire ( $Ap_{c,t} = BB_{c,t}$ ). On doit donc trouver une valeur de  $Ap_{c,t}$  satisfaisant les contraintes de livraison. Il se peut donc que  $Ap_{c,t} < BB_{c,t}$ , ce qui rend possible la rupture en composant, ou que  $Ap_{c,t} > BB_{c,t}$  ce qui rend possible un niveau de stock à la fin de la période  $t$ .

Les contraintes du fournisseur transforment le problème du calcul du plan d'approvisionnement de façon significative, puisqu'elles transforment un calcul déterministe en un problème de décision qui consiste à choisir une valeur possible de  $Ap_{c,t}$  qui satisfasse au mieux le client. En revanche, la méthode de calcul du besoin brut reste identique à celle utilisée en l'absence de coopération. Par contre, le calcul du plan d'approvisionnement devient un problème d'optimisation.

Le problème de calcul du plan d'approvisionnement sous contraintes de livraison est modélisable par un problème classique de « *Dynamic lot sizing with Backordering* ».

En effet, le besoin brut peut être vu comme une demande (ce que le client va effectivement consommer) ; la capacité de livraison du fournisseur équivaut aux contraintes de capacité de production dans le problème de « *Dynamic lot sizing with Backordering* » et les quantités à approvisionner aux quantités à produire. La Figure (24) représente notre problème de façon graphique.



**Fig. 24.** Représentation graphique du problème « Dynamic lot sizing with Backordering »

Notre fonction objectif est de minimiser le coût d’approvisionnement. Ce coût dépend du nombre de composants en stock et du nombre de composants manquants. Le modèle linéaire est décrit par les équations de (50) à (53) où l’équation (50) est la fonction à minimiser sous les contraintes exprimées par les équations (51) à (53).

Notations :

$C_I$  : coût de stockage

$C_B$  : coût du manque d’un composant

$B_{c,t}$  : quantité manquante pour le composant  $c$  à la période  $t$

$I_{c,t}$  : quantité en stock pour le composant  $c$  à la période  $t$

$Ap_{c,t}$  : quantité approvisionnée pour le composant  $c$  à la période  $t$

$$\sum_{t=1}^T (C_I I_{c,t} + C_B B_{c,t}) \quad (50)$$

s.t.

$$I_{c,t-1} + Ap_{c,t} - I_{c,t} - B_{c,t-1} + B_{c,t} = BN_{c,t} \quad \forall t \quad (51)$$

$$\underline{l}_{t,c} \leq Ap_{c,t} \leq \overline{l}_{t,c} \quad \forall t \quad (52)$$

$$I_{c,t}, B_{c,t} \geq 0 \quad \forall t \quad (53)$$

La contrainte (51) est la contrainte de satisfaction du besoin brut et de conservation du stock ; la contrainte (52) est la contrainte de quantité livrable par le fournisseur. La contrainte (53) est la contrainte de positivité des variables.

Ce problème fait partie de la famille des problèmes de "lot sizing", mais contrairement à d'autres, il peut être résolu de façon exacte par un algorithme efficace (algorithme en temps  $O(n \log n)$ ) proposé par (Ahuja et Hochbaum 2008)).

#### 1.4. Conclusion

Le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement précis dans un contexte collaboratif peut être résolu de façon efficace. Nous situant dans un contexte incertain, nous allons nous intéresser à l'intégration des incertitudes dans ce processus de calcul de plan d'approvisionnement, afin de le rendre plus réaliste et de prendre en compte les informations (entachées d'incertitude) que l'on possède sur les besoins en composants. Nous proposons dans la prochaine partie une modélisation de l'incertitude attachée à ces données.

## 2. *Modélisation des données incertaines*

Dans cette partie, nous proposons un modèle de prise en compte des imperfections basé sur la théorie des possibilités. Dans un premier temps, nous analysons les imperfections existantes sur les besoins en composants, sachant que le client est en MTO ou ATO, puis nous considérerons les connaissances disponibles sur les besoins bruts. Nous proposerons enfin un modèle de préférences justifié par notre contexte de collaboration client-fournisseur.

#### 2.1. Types d'imperfections

Notre problème est de calculer un plan d'approvisionnement quand le client est en MTO ou ATO et le fournisseur en MTS, dans un contexte collaboratif.

Les durées des tâches sont considérées comme connues de façon imprécise ; la date de disponibilité des ordres planifiés devient donc elle aussi imprécise. Cette imprécision est propagée jusqu'aux besoins en composants, dont la date devient à son tour imprécise.

Pour aborder le problème dans toute sa complexité, le produit fabriqué par notre client est configurable (ce qui justifie sa fabrication en MTO ou ATO) et le client final peut choisir tardivement le fournisseur de certains composants (par exemple la sonde "pitot", qui peut être produite par Thales ou Goodrich). Du point de vue de l'approvisionnement, un besoin en

composants peut donc être annulé. Nous avons ainsi de l'incertitude sur le besoin en composants, reflétant le fait qu'il peut être annulé ou pas.

Les besoins en composants peuvent aussi intégrer la non-qualité au montage et les rebuts en cours de fabrication. Dans le cas général, le client a donc une connaissance imprécise sur le nombre de composants nécessaire à l'assemblage.

Le client connaît donc ses besoins en composants avec des imperfections relatives :

- ◇ à l'incertitude sur l'existence du besoin (annulé ou pas),
- ◇ à l'imprécision sur la quantité ("environ x composants"),
- ◇ à l'imprécision sur la date ("requis aux environs de la date t").

D'autre part, nous voulons prendre en compte les contraintes du fournisseur concernant ses capacités de livraison. Ces capacités interviennent deux fois dans le processus de calcul du plan d'approvisionnement : une première fois pour le choix du plan de production et une deuxième fois pour le calcul du plan d'approvisionnement. Dans un contexte industriel caractérisé par un environnement incertain (fournisseur planifiant à horizon glissant), il est difficile au fournisseur de connaître avec précision ses capacités de livraison pour un client donné. Nous considérons donc que les capacités de livraisons du fournisseur sont également imprécises.

## 2.2. Modélisation des imperfections

Nous proposons d'utiliser la théorie des possibilités pour modéliser les imperfections car, dans notre contexte, il n'est pas possible d'avoir des données statistiques fiables, du fait de la fabrication en MTO ou ATO (avec souvent peu d'historique) et du choix tardif du client concernant la configuration du produit (sur lequel on peut éventuellement avoir une connaissance experte).

Dans un premier temps, nous présenterons pour chaque imperfection un modèle de représentation. Nous proposerons donc successivement un modèle représentant l'incertitude sur le besoin en composants, un modèle représentant l'imprécision sur la quantité nécessaire et un autre représentant l'imprécision sur la date. Nous présenterons ensuite les six cas de

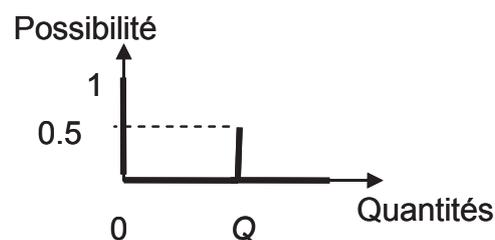
connaissance sur les besoins en composants possibles résultant de la combinaison des paramètres précédents.

### 2.2.1. Incertitude sur le besoin en composants

Si le besoin en composants est annulé, la quantité dont on aura besoin sera de zéro. Par contre, s'il ne l'est pas, sa quantité sera de  $Q$  (quantité nécessaire). Dans la théorie des possibilités, on attribue à chaque valeur possible un niveau de possibilité, sachant qu'il faut qu'il existe au moins une valeur totalement possible ( $\Pi(u)=1$ ). On représente donc l'incertitude par les valeurs  $h_i$  de tel sorte que  $\max_i(h_i) = 1$ .

---

Exemple : il est considéré comme tout à fait possible que le besoin soit annulé, mais moins possible que le besoin soit confirmé. Nous modélisons par exemple cette affirmation par  $\Pi(0) = h_1 = 1$  et  $\Pi(Q) = h_2 = 0.5$  (Figure (25)).

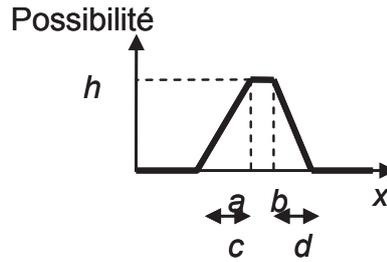


**Fig. 25.** Représentation de l'incertitude sur l'existence du besoin

---

### 2.2.2. Modèle de représentation de l'imprécision

Une distribution de possibilités représentera une quantité imprécise. Nous utiliserons pour la modéliser un quintuplé  $(a ; b ; c ; d ; h)$  illustré par la Figure (26), dans lequel  $a$  et  $b$  définissent l'intervalle le plus possible ( $\Pi=1$ ),  $c$  et  $d$  traduisant les imprécisions sur les bornes respectivement inférieure et supérieure,  $h$  étant le niveau de possibilité maximal.



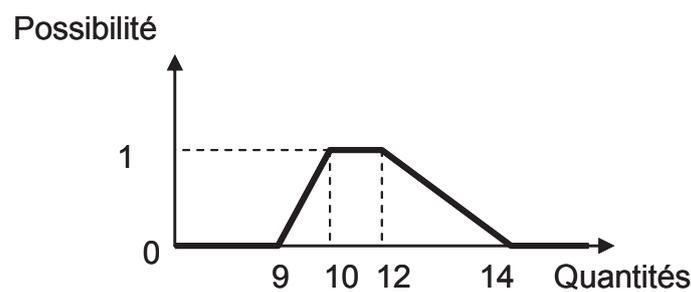
**Fig. 26.** Représentation d'une distribution de possibilités ( $a ; b ; c ; d ; h$ )

2.2.2.1. *Imprécision sur la quantité du besoin en composants*

Si la quantité nécessaire pour l'assemblage est connue avec imprécision, nous pouvons modéliser cette information grâce à une distribution de possibilités sur l'ensemble des quantités.

---

Exemple : le décideur estime que la quantité nécessaire est comprise entre 9 et 14, mais plus vraisemblablement entre 10 et 12. Cette information peut être modélisée par une distribution de possibilités trapézoïdale illustrée par la Figure (27), dans laquelle les quantités de 9 à 12 ont une possibilité égale à 1 et les quantités de 9 à 14 une possibilité égale à 0.



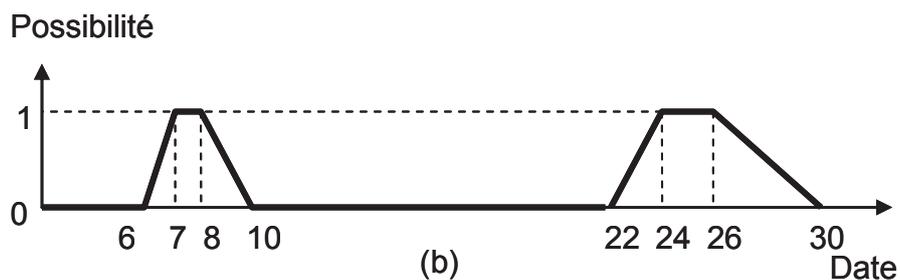
**Fig. 27.** Représentation de l'imprécision

---

L'imprécision sur la date du besoin est par exemple la conséquence de la prise en compte des imprécisions sur les dates de début des tâches dans le processus de planification de la production. Nous considérerons donc que le processus de planification transmet au service approvisionnement un plan d'ordres planifiés flous dans lequel les dates sont représentées par des distributions de possibilités trapézoïdales.

---

Exemple : La Figure (28) illustre le plan des besoins en composants du composant C. Il convient de noter que malgré la ressemblance avec la Figure (27), les distributions de possibilités ne portent pas ici sur les quantités de composants pour chaque ordre, mais sur son positionnement dans le temps (l'abscisse est la date du besoin).



**Fig. 28.** Représentation de l'imprécision sur les dates

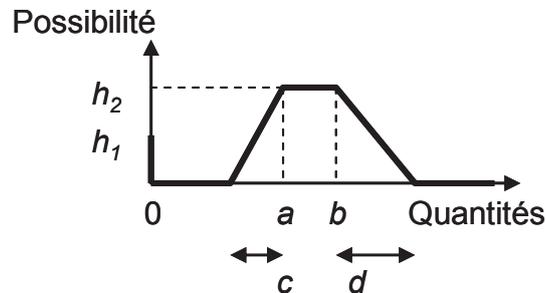
---

### 2.2.3. Représentation des incertitudes sur deux quantités imprécises

Pour définir un besoin qui soit à la fois incertain (il peut être annulé) et imprécis (sa quantité exacte n'est pas connue), nous devons donc utiliser deux distributions de possibilités. La représentation d'une incertitude sur deux quantités "imprécises" dans la théorie des possibilités est représentée par une union de distributions de possibilités :

$$\bigcup_i (a_i; b_i; c_i; d_i; h_i) \text{ tel que } \max_i (h_i) = 1$$

Un besoin incertain et imprécis en quantité sera donc représenté par une union de deux distributions de possibilités telles que la possibilité maximale de l'un des deux ensembles soit égale à 1 ( $\max(h_1 ; h_2)=1$ ), voir la Figure (29).

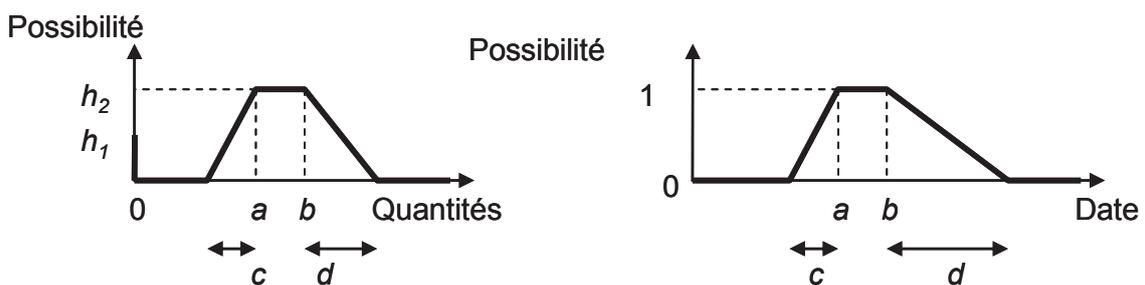


**Fig. 29.** Quantité d'un besoin en composants  $(0 ; 0 ; 0 ; 0 ; h_1) \cup (a ; b ; c ; d ; h_2)$  (incertain et à quantité imprécise)

#### 2.2.4. Modèles des besoins en composants

Un besoin en composant est caractérisé par une quantité et une date. Un besoin en composants est donc modélisé par deux sous-modèles (Figure (30)) :

- ◇ un sous-modèle représentant l'incertitude sur le besoin en composants et l'imprécision sur la quantité (cf. partie précédente),
- ◇ un sous-modèle représentant l'imprécision sur la date.



**Fig. 30.** Représentation d'un besoin en composant

Les tableaux (10) et (11) présentent un modèle de représentation général des imperfections pouvant entacher le besoin en composants, avec  $(q_a ; q_b ; q_c ; q_d ; q_h)$  représentant les quantités floues,  $(\tau_a ; \tau_b ; \tau_c ; \tau_d ; \tau_h)$  les dates floues et  $(0 ; 0 ; 0 ; 0 ; h')$  l'annulation. Ce modèle permet de représenter l'incertitude sur le besoin en composants, l'imprécision sur la

quantité et l'imprécision sur la date, ainsi que l'incertitude sur la quantité et l'incertitude sur la date.

Quantité certaine		Quantité incertaine		
	Quantité précise	Quantité imprécise	Quantité précise	Quantité imprécise
Besoin en composants certain	$(qa ; qa ; 0 ; 0 ; 1)$	$(qa ; qb ; qc ; qd ; 1)$	$\bigcup_{i=1}^n (qa_i ; qa_i ; 0 ; 0 ; qh_i)$ $\max_{j=1}^n (h_j) = 1$	$\bigcup_{i=1}^n (qa_i ; qb_i ; qc_i ; qd_i ; qh_i)$ $\max_{j=1}^n (h_j) = 1$
Besoin en composants incertain	$(qa ; qa ; 0 ; 0 ; qh)U$ $(0 ; 0 ; 0 ; 0 ; h')$ $\max(h', qh)=1$	$(qa ; qb ; qc ; qd ; qh)$ $U$ $(0 ; 0 ; 0 ; 0 ; h')$ $\max(h', qh)=1$	$\bigcup_{i=1}^n (qa_i ; qa_i ; 0 ; 0 ; qh_i)$ $\cup (0 ; 0 ; 0 ; 0 ; h')$ $\max_{j=1}^n (h_j, h') = 1$	$\bigcup_{i=1}^n (qa_i ; qb_i ; qc_i ; qd_i ; qh_i)$ $\cup (0 ; 0 ; 0 ; 0 ; h')$ $\max_{j=1}^n (h_j, h') = 1$

**Tableau 10.** Représentation des quantités

Date certaine		Date incertaine		
	Date précise	Date imprécise	Date précise	Date imprécise
Besoin en composants certain	$(\tau a ; \tau a ; 0 ; 0 ; 1)$	$(\tau a ; \tau b ; \tau c ; \tau d ; 1)$	$\bigcup_{i=1}^n (\tau a_i ; \tau a_i ; 0 ; 0 ; \tau h_i)$ $\max_{j=1}^n (\tau h_j) = 1$	$\bigcup_{i=1}^n (\tau a_i ; \tau b_i ; \tau c_i ; \tau d_i ; \tau h_i)$ $\max_{j=1}^n (\tau h_j) = 1$
Besoin en composants incertain	$(\tau a ; \tau a ; 0 ; 0 ; \tau h)$ $\max(h', \tau h)=1$	$(\tau a ; \tau b ; \tau c ; \tau d ; \tau h)$ $\max(h', \tau h)=1$	$\bigcup_{i=1}^n (\tau a_i ; \tau a_i ; 0 ; 0 ; \tau h_i)$ $\max_{j=1}^n (\tau h_j) = 1$	$\bigcup_{i=1}^n (\tau a_i ; \tau b_i ; \tau c_i ; \tau d_i ; \tau h_i)$ $\max_{j=1}^n (\tau h_j) = 1$

**Tableau 11.** Représentation des dates

Dans notre contexte d'étude, il existe de l'imprécision sur les dates due à la connaissance imparfaite des temps de fabrication et des dates de livraisons, de l'incertitude sur les besoins en composants due au processus de personnalisation, et de l'imprécision sur la date des besoin en composants due aux rebuts et aux pertes pendant le montage. Nous donc avons seulement trois imperfections : incertitude sur le besoin en composants, imprécision sur la quantité et imprécision sur la date.

Suivant que l'on considère chacun de nos trois attributs comme précis ou non, nous avons donc  $2^3=8$  types de besoins en composants :

- ◇ incertain, quantité précise et date précise,
- ◇ incertain, quantité précise et date imprécise,
- ◇ incertain, quantité imprécise et date précise,
- ◇ incertain, quantité et date imprécise,
- ◇ certain, quantité précise et date précise,
- ◇ certain, quantité précise et date imprécise,
- ◇ certain, quantité imprécise et date précise,
- ◇ certain, quantité et date imprécise.

#### 2.2.5. Conclusion

L'utilisation des distributions de possibilité pour représenter les imperfections à été proposée dans la littérature pour modéliser soit des imperfections sur les quantités soit des imperfections sur les dates. Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle général qui permet de prendre en compte toutes les imperfections possibles sur les besoins en composant. Il faut noter que dans un contexte réel, ce modèle doit être utilisé pour modéliser les seules imperfections qui posent réellement un problème. Rendre toutes les données incertaines et imprécises déboucherait en effet sur des calculs impossibles ou aux résultats peu informatifs. Autrement dit, notre postulat est que dans la réalité, seuls quelques besoins seront imprécis en quantité ou en date, quelques besoins seront incertains et d'autres seront précis et certains.

#### 2.3. Dépendances

Le client réalise différents produits sur plusieurs lignes de production ou assemblage. Ce contexte implique que, dans le cas le plus complexe, les besoins en composant ne sont pas complètement indépendants : il peut exister des dépendances entre eux dues à l'utilisation de ressources communes (lignes d'assemblages du produit par exemple).

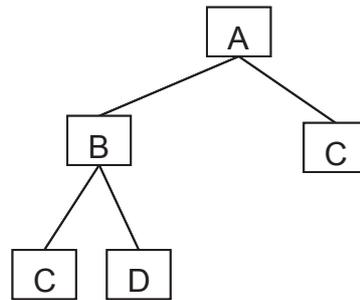
D'autres dépendances sont dues aux produits assemblés (composants intervenants à plusieurs niveaux de la nomenclature par exemple).

Nous appellerons "dépendances sur les quantités" les dépendances provenant de la nomenclature des produits, et "dépendances de précéence" celles dues aux ressources partagées (ligne d'assemblage). Dans les parties suivantes, nous allons présenter ces dépendances (dépendances sur les quantités puis dépendances de précéence) ainsi qu'un

modèle permettant leur prise en compte dans le calcul des besoins bruts dans un contexte de connaissances imparfaites.

### 2.3.1. Dépendances sur les quantités

Analysons le cas générique dans lequel la nomenclature d'un produit est celle représentée par la Figure (31).



**Fig. 31.** Nomenclature d'un produit A

Nous constatons que s'il y a un changement sur la quantité de A à produire, alors les quantités du sous-ensemble B et du composant C sont modifiées elles aussi.

Si les quantités de sous-ensemble B à fabriquer sont modifiées, alors les quantités du composant C (intervenant à la fabrication de B) et les quantités du composant D sont modifiées.

Il existe donc dans ce cas une dépendance entre les quantités du besoin en composant C pour assembler A et le besoin en composant C pour assembler B. Nous proposons ci-dessous un exemple pour illustrer cette dépendance.

---

Exemple : La demande en A est incertaine et est soit de 1 soit de 3. Il faut 10 B et 5 C pour assembler A et 4 C et 8 D pour assembler B (Figure (32)).

Dans le cas où la demande en A est de 1, on a besoin de 10 B et de 5 C. Pour la demande de 10 B, on a besoin de 4x10 C.

Dans le cas où la demande de A est de 3, on a besoin de 3x10 B et de 3x5 C. Pour la demande de 30 B, on a besoin de 30x4 C.

Pour le besoin total en composants C, on ne peut pas sommer sans précautions les besoins issus de l'assemblage de A et ceux issus de

l'assemblage de B : il faut que les besoins en composants C correspondent au même état de la demande sur A (soit 1, soit 3).

Donc, soit la demande sur A est de 1 donc celle sur C est de :  $1 \times (10 \times 4) + 1 \times (5) = 45$  soit la demande sur A est de 3 et celle sur C devient :  $3 \times (10 \times 4) + 3 \times (5) = 135$

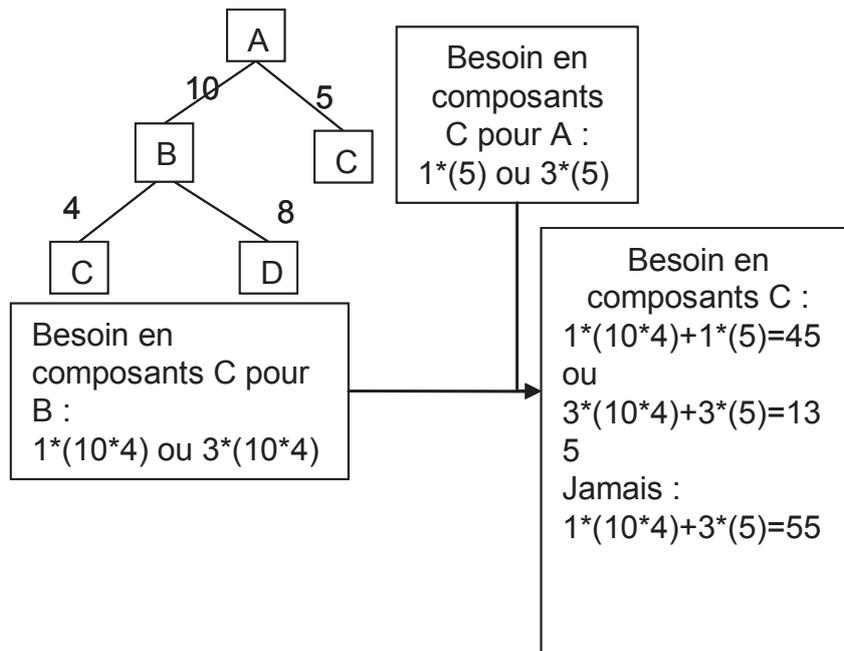


Fig. 32. Illustration des dépendances sur les quantités

Les dépendances sur les quantités induisent donc une contrainte sur les incertitudes possibles entachant un besoin en composants. Nous exprimons une dépendance sur deux besoins en composants  $r_o$  et  $r_{o'}$  de la façon suivante :

Soit  $Q_o$  et  $Q_{o'}$  les quantités des deux besoins en composants  $r_o$  et  $r_{o'}$ .

On note :

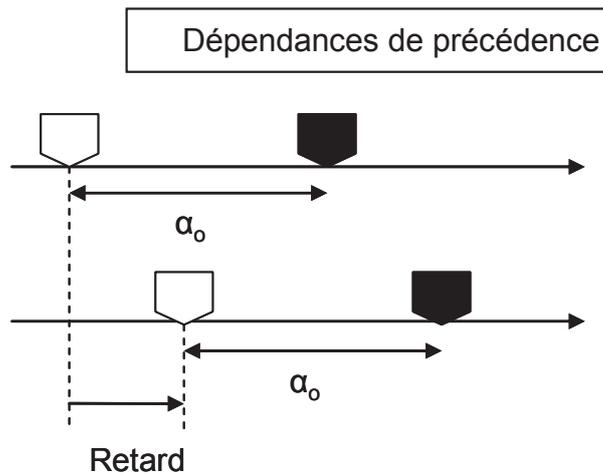
- $A_{o,j_o}$  les sous-ensembles flous des quantités possibles telles que  $Q_o = \bigcup_{j_o} A_{o,j_o}$
- $\pi_{A_{o,j_o}}$  la distribution de possibilités attribuée à l'ensemble  $A_{o,j_o}$ .

Une dépendance sur la quantité entre deux besoins en composants  $r_o$  et  $r_{o'}$  induit la contrainte suivante (Equation (31)) :

$$Q_o \in \pi_{A_{o,j_o}} \Leftrightarrow Q_{o'} \in \pi_{A_{o',j_{o'}}} \quad \forall j_o = j_{o'} \quad (31)$$

### 2.3.2. Dépendances sur les dates

Au delà des dépendances sur les quantités, le fait que deux composants soient réalisés sur la même ligne d'assemblage ou de production crée des dépendances sur les dates auxquelles on aura besoin de ces composants. S'il y a du retard sur la ligne, alors toutes les opérations suivantes auront aussi du retard (Figure (33)).



**Fig. 33.** Illustration des dépendances de précédences

Une dépendance entre les dates de deux besoins en composants  $r_o$  et  $r_{o'}$  induit la contrainte suivante (Equation (32)), où  $\tilde{\alpha}_o$  est la durée imprécise entre le besoin en composants  $r_o$  et  $r_{o'}$ ,  $\pi_{\tau_o}$  la distribution de possibilités de la date à laquelle on aura besoin du composant pour un ordre  $o$  :

$$\pi_{\tau_o} \oplus \tilde{\alpha}_o = \pi_{\tau_{o'}} \quad (32)$$

### 2.4. Connaissance su

### 2.5. r les besoins bruts

Malgré les incertitudes sur les besoins en composants, le décideur peut avoir à sa disposition une connaissance générale sur les besoins en composants qui peuvent être annulés en même temps. Ne pas prendre en compte cette connaissance peut entraîner des incohérences au

niveau du calcul des besoins bruts. Dans cette partie, nous allons proposer un modèle pour représenter cette connaissance.

Le modèle de représentation des incertitudes sur les besoins en composants peut être enrichi par une connaissance sur le nombre moyen de besoins en composants pouvant être annulés en même temps. Nous allons illustrer l'intérêt de prendre en compte les connaissances sur l'incertitude du besoin en composants et sur l'incertitude sur le nombre de besoins en composants pouvant être annulé sur un exemple.

---

Exemple : Pour une question de simplicité, l'exemple considère un horizon à une période dans le cas où les besoins en composants sont incertains (annulables), mais précis en date et en quantité.

Le client ne connaît pas avec certitude les besoins en composants pouvant être annulés ; ils sont donc tous potentiellement annulable. Il attribue ainsi à chaque besoin en composants ( $b_1=10$   $b_2=20$   $b_3=15$   $b_4=40$ ) une possibilité d'être annulé ou pas.

Par contre, il sait qu'ils ne seront pas tous annulés en même temps, que moins de la moitié pourra être annulé, et qu'au moins un sera annulé.

Si on ne prend pas en compte cette connaissance, les besoins bruts possibles sont compris entre 0 et 85.

En revanche, si l'on prend en compte cette connaissance, les besoins bruts possibles sont compris entre 25 et 75. On additionne la moitié des besoins à quantité minimale  $10+15=25$  et on additionne les besoins en composant à quantité maximale dans le cas où un seul besoin est annulé  $40+20+15=75$ .

---

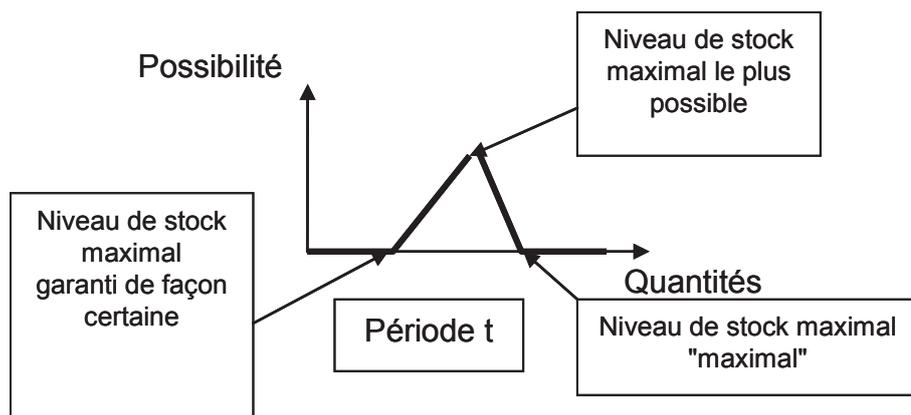
#### 2.5.1. Modèle des quantités livrables par le fournisseur

Les capacités de livraison du fournisseur interviennent dans deux étapes distinctes du processus de calcul du plan d'approvisionnement. Dans une approche par intégration des incertitudes dans la méthode de calcul du plan d'approvisionnement, nous distinguons en effet :

- le modèle de la quantité maximale livrable par le fournisseur, utilisé pour vérifier l'adéquation capacité de livraison/besoin brut et pour choisir parmi les plans proposés par le service de planification de la production le plan de production qui a les besoins bruts les plus faciles à satisfaire par le fournisseur (ce modèle prend en compte les imprécision sur la quantité maximale),
- le modèle des contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur pour calculer un plan d'approvisionnement à partir du plan de production choisi (ce modèle ne prend pas en compte les imprécisions mais prend en compte les quantités minimale et maximale livrables par le fournisseur).

#### 2.5.1.1. *Modèle des quantités maximale livrables par le fournisseur*

Nous avons posé comme hypothèse (compatible avec les pratiques observées) que le fournisseur s'engage à garder son niveau de stock entre deux valeurs extrêmes. Il peut donc livrer au maximum la quantité maximale du stock. Ceci n'est pas forcément réalisable en pratique : il se peut en effet qu'il ne puisse pas garder son stock au niveau maximal tout au long de l'horizon. Dans une approche de prise en compte des incertitudes, nous considérons que le fournisseur donne une information plus complète sur ses stocks, en ajoutant le niveau de stock maximal pouvant être garanti de façon certaine et le niveau de stock maximal le plus possible. A partir de ces trois niveaux de stocks maximaux, nous pouvons construire une distribution de possibilités sur les capacités maximales de livraisons du fournisseur sur l'ensemble de l'horizon (Figure (34)).



**Fig. 34.** Représentation des capacités imprécises de livraison maximale

### 2.5.1.2.

#### Modèle des contraintes sur les quantités livrables par le fournisseur

Une fois le plan de production choisi par le client, le fournisseur lui envoie ses contraintes sur les quantités livrables en s'engageant à pouvoir livrer ces quantités (il n'y a plus d'imprécision sur la quantité maximale : le fournisseur en a choisi une qu'il s'engage à pouvoir fournir). Ces quantités livrables sont donc représentées par un intervalle classique (Figure (35)).

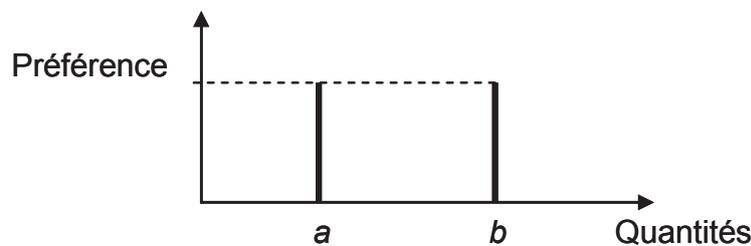


Fig. 35. Représentation des contraintes de livraisons

### 2.6. Formalisation du calcul d'un plan d'approvisionnement sous incertitude

Une fois le problème déterministe formalisé et les données incertaines modélisées, nous proposons une formalisation du problème de calcul d'un plan d'approvisionnement sous incertitude.

#### 2.6.1. Formalisation du calcul des besoins bruts

Le calcul des besoins bruts est réalisé au moyen des équations (45) et (46) (cf : §1.2.2) qui sont rappelées ci-dessous :

*Données du problème :*

$Or_{o,p,t}$  : Ordre planifié  $o$  d'un produit  $p$  appartenant à la période  $t$

$N_{p,c}$  : Nombre de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$

$r_{o,c,t}$  : Besoin en composant  $c$  de l'ordre planifié  $o$  appartenant à la période  $t$

*Variables dépendantes :*

$BB_{c,t}$  : Besoins bruts en composant  $c$  à la période  $t$

$$r_{o,c,t} = Or_{o,p,t} \times N_{p,c} \quad \forall o,c,t,p \quad (54)$$

$$BB_{c,t} = \sum_{o=1}^O r_{o,c,t} \quad \forall c,t \quad (55)$$

Etant donné que la date à laquelle on aura besoin des composants est imprécise,  $Or_{o,p,t}$  n'est plus une valeur précise. Le nombre de composants nécessaires étant lui aussi imprécis et les besoins en composants pouvant être annulés,  $N_{p,c}$  et  $r_{o,c,t}$  ne sont plus précis non plus. Notre problème est donc de calculer  $BB_{c,t}$  sachant que  $Or_{o,p,t}$ ,  $N_{p,c}$  et  $r_{o,c,t}$  sont mal connus. On notera dans la suite  $\sim$  les données mal-connues. On a donc le problème suivant :

$$\tilde{r}_{o,c,t} = \tilde{O}r_{o,p,t} \times \tilde{N}_{p,c} \quad \forall o,c,t,p \quad (56)$$

$$\tilde{B}B_{c,t} = \sum_{o=1}^O \tilde{r}_{o,c,t} \quad \forall c,t \quad (57)$$

Une méthode de résolution de ce problème est décrite dans le Chapitre 3.

### 2.6.2. Formalisation du processus de choix d'un plan de production

Etant donné que les besoins bruts sont mal connus, les équations utilisées dans le cas déterministe (Equations (45), (46) et (47), §2.1.1) doivent être adaptées à ce nouvel état de connaissance. Le client fabrique en MTO ou ATO et utilise donc une politique de lot pour lot. Cette politique de lot-pour-lot (qui est utilisée pour calculer les plans d'approvisionnements) dans le cas déterministe permet de calculer un plan d'approvisionnement à partir des besoins bruts, étant donné que le plan d'approvisionnement ne génère ni stock (quantité approvisionnée supérieure au besoin brut) ni rupture (quantité approvisionnée inférieure au besoin brut). Dans le cas où l'on prend en compte les imperfections, ceci n'est plus vrai, puisque la quantité approvisionnée est précise. La prise en compte des imperfections transforme le problème de génération du plan d'approvisionnement. Nous appelons dans la suite "besoins bruts" les besoins par période calculés à partir des ordres planifiés.

$$\overline{\tilde{l}}_{t,c} \geq \tilde{B}B_{t,c} \quad \forall t \quad (58)$$

$$\sum_{i=1}^t \overline{\tilde{l}}_{i,c} \geq \sum_{i=1}^t \tilde{B}B_{i,c} \quad \forall t \quad (69)$$

Une méthode de résolution de ce problème est décrite dans le chapitre 4.

### 2.6.3. Formalisation du processus de calcul du plan d'approvisionnement

De même que pour les processus précédents, le modèle du problème de calcul d'un plan d'approvisionnement (Equations (10), (11), (12) et (13), chapitre 1 §1.3.2) doit être adapté à la présence de données mal connues :

$$\sum_{t=1}^T (C_I \tilde{I}_{t,c} + C_B \tilde{B}_{t,c}) \quad (61)$$

s.t.

$$\tilde{I}_{t-1,c} + Ap_{c,t} - \tilde{I}_{t,c} - \tilde{B}_{t-1,c} + \tilde{B}_{t,c} = \tilde{B}B_{t,c} \quad \forall t \quad (62)$$

$$\underline{l}_{t,c} \leq Ap_{t,c} \leq \overline{l}_{t,c} \quad \forall t \quad (63)$$

$$\tilde{I}_{t,c}, \tilde{B}_{t,c} \geq 0 \quad \forall t \quad (64)$$

Nous proposons deux approches pour résoudre ce problème :

1. Approche "aide à la décision" décrite dans la première partie du chapitre 4,
2. Approche par optimisation robuste utilisant le critère Minmax et « risk minimisation » dans la deuxième partie du chapitre 5.

L'approche "aide à la décision" permet au décideur de choisir un plan d'approvisionnement sans avoir besoin de formaliser de façon précise son critère de choix ni les composants de sa fonction de coût.

L'autre approche que nous développerons est l'approche robuste qui, dans un contexte de « gestion des risques », nous paraît la mieux appropriée car son but est de minimiser le coût maximal ; en d'autres termes, elle vise à limiter l'impact négatif de l'incertitude sur le coût d'approvisionnement.

### 3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un processus de collaboration pour le calcul d'un plan d'approvisionnement considérant que le fournisseur accepte de communiquer au client des informations telles que ses livraisons maximales, et peut s'engager sur des quantités à livrer.

En échange, le client propose un plan d'approvisionnement adapté aux capacités du fournisseur. L'intégration de ces nouvelles données transforme le calcul de plan d'approvisionnement.

De plus, nous avons proposé un modèle de représentation des connaissances sur les données du problème (besoins en composants, capacité, préférence du client) tout en prenant en compte les dépendances entre les besoins en composants.

La prise en compte de ces imperfections, en plus des données du fournisseur, transforme notre problème en un problème de décision sous incertitude.

Dans les chapitres suivants, nous développerons les méthodes de calcul nécessaires à toutes les étapes du calcul d'approvisionnement en présence de données imparfaites.

## CHAPITRE III : CALCUL DES BESOINS BRUTS

Introduction.....	p115
1. Passage en période des besoins en composants.....	p116
1.1. Calcul de l'ensemble des périodes dans lesquelles l'ordre peut commencer....	p118
1.2. Calcul des quantités de composants c nécessaires à l'assemblage de p pour l'ordre o.....	p123
1.3. Calcul de l'ensemble besoins en composants par période.....	p123
1.4. Conclusion.....	p126
2. Construction du graphe besoin brut.....	p126
2.1. Calcul des nœuds.....	p127
2.1.1. Contraintes des dépendances de quantités.....	p130
2.1.2. Connaissance sur les besoins bruts.....	p131
2.1.3. Calcul des quantités pour chaque combinaison possible.....	p132
2.2. Construction des arcs.....	p134
2.2.1. Connexions de nœud sans dépendances sur les quantités.....	p134
2.2.2. Connexion des nœuds avec dépendances sur les quantités.....	p136
2.3. Conclusion.....	p138
3. Calcul des besoins bruts extrêmes.....	p139
3.1. Calcul des quantités de besoin brut cumulé extrêmes.....	p141
3.1.1. Calcul des niveaux de possibilités des changements de composition des quantités extrêmes.....	p141
3.1.2. Calcul des quantités cumulées extrêmes pour un niveau de possibilité appartenant à $\{\Pi_{chang}\}$ .....	p142
3.1.2.1. Ordres indépendants.....	p143
3.1.2.2. Ordres dépendant en date.....	p144
3.1.2.3. Calcul du besoin brut cumulé du scénario maximal pour un niveau de possibilité donné.....	p147
3.1.3. Calcul du besoin brut cumulé maximal.....	p147
3.1.4. Conclusion.....	p148
3.2. Calcul du graphe de besoins bruts extrêmes.....	p148
4. Conclusion.....	p149

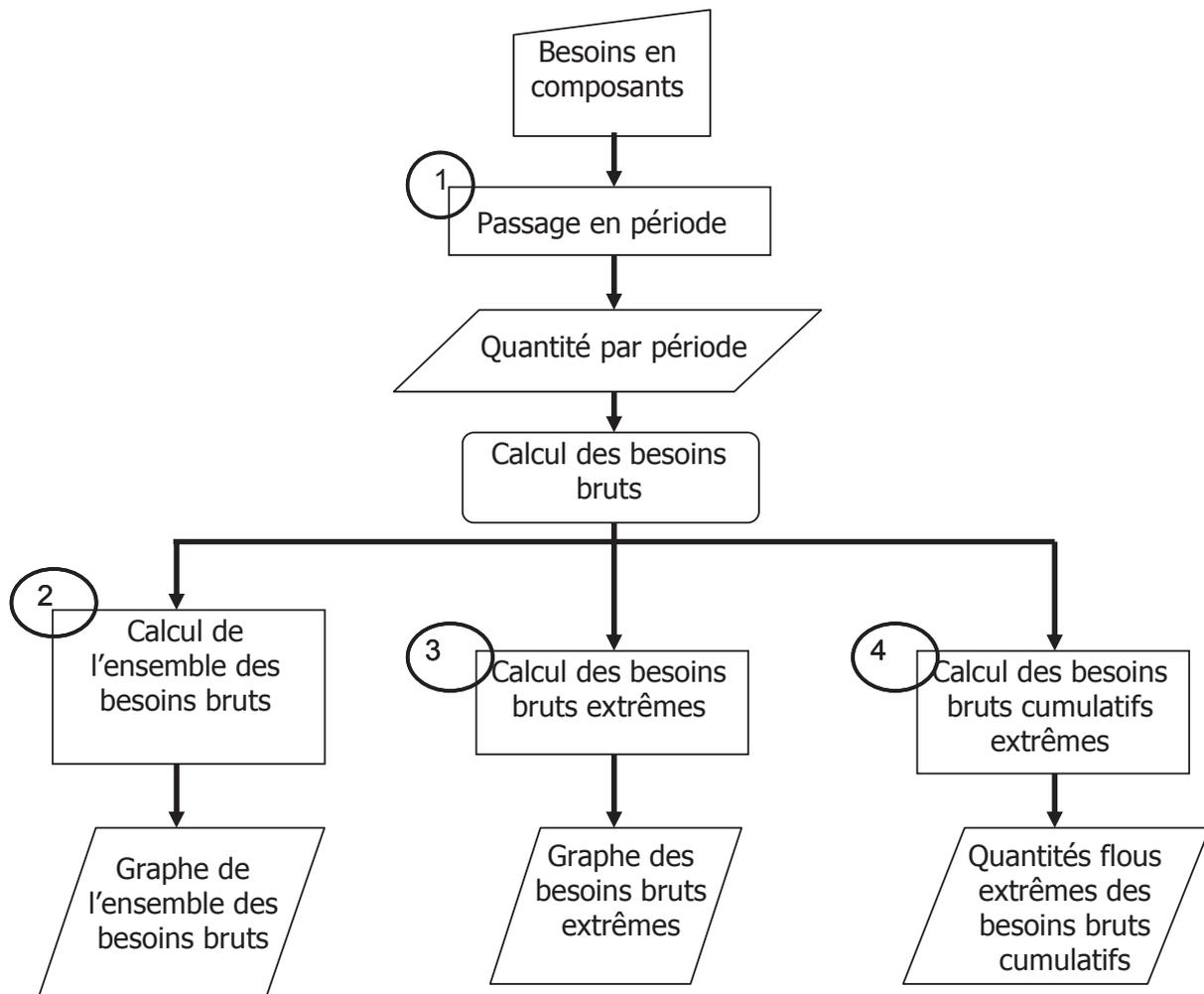


## *Introduction.*

Après avoir formalisé notre problème et modélisé les données, nous proposons dans ce chapitre une méthode de calcul des besoins bruts, première étape dans le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement (Guillaume et al. 2009) et (Guillaume et al. 2010).

Cette méthode se compose de quatre grandes parties (Figure (36)) :

1. Pour chaque besoin en composants exprimé en termes de quantité nécessaire floue pour une date donnée, il s'agit de déterminer le besoin en composants exprimé en termes de quantité nécessaire floue pour une période. Nous appellerons cette étape le "passage en période" du besoin en composant.
2. Dans une deuxième étape, il s'agit de représenter l'ensemble des besoins bruts possibles pour chaque période, ainsi que les niveaux de possibilité que ces besoins bruts soient compatibles. En d'autres termes, si le besoin brut vaut  $a$  à la période  $t$ , nous calculons avec quel niveau de possibilité il est possible que le besoin brut soit de  $b$  à la période  $t+1$ . Nous proposons une représentation sous la forme d'un graphe dans lequel une quantité floue est attribuée à chaque nœud et un niveau de possibilité à chaque arc.
3. Dans une troisième étape, nous allons présenter une méthode de calcul des besoins bruts "extrêmes" c'est-à-dire ayant la quantité maximale ou minimale pour au moins une période.
4. Dans la quatrième étape nous calculons les quantités cumulatives extrémales floues du besoin brut.



**Fig. 36.** Processus du calcul des besoins bruts

Ce chapitre est composé de trois parties qui présenteront les trois processus représentés sur la Figure (36) avec :

- tout d'abord le processus de passage en périodes qui permet de regrouper les besoins en périodes,
- ensuite, le processus de construction du graphe,
- enfin, le processus de calcul des besoins bruts cumulatifs extrêmes ainsi que la construction du graphe "extrême".

Tout au long de ce chapitre, nous illustrerons la démarche sur un exemple.

### 1. *Passage en période des besoins en composants*

En prenant en compte les imperfections sur les besoins en composants, les données ne sont plus déterministes (précises).

Les données du problème sont les suivantes :

- $\tilde{O}r_{o,p,t}$  : Ordre planifié numéro  $o$  d'un produit  $p$  commençant dans la période  $t$
- $\tilde{N}_{p,c}$  : Nombre de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage du produit  $p$  ()

Le passage en période consiste à calculer l'ensemble des  $\tilde{O}r_{o,p,t}$  pour un ordre planifié  $o$  d'un produit  $p$  commençant dans la période  $t$ , sachant que la date à laquelle on aura besoin des composants est imprécise. On attribue à chaque valeur de  $O r_{o,p,t}$  un niveau de possibilité qui correspond à la possibilité que le besoin en composants correspondant appartienne à la période  $t$  noté :  $\Pi(O r_{o,p,t})$  (section 3.1.1).

La prise en compte de l'imprécision sur les quantités attribue une quantité floue  $\tilde{N}_{p,c}$  au nombre de composants  $c$  nécessaire à la réalisation du produit  $p$ .

La prise en compte de l'incertitude sur le besoin en composant ajoute une information sur le nombre composants  $c$  nécessaires à la réalisation du produit  $p$  du fait de l'annulation possible ou pas du besoin en composant. Cette information transforme la quantité floue  $\tilde{N}_{p,c}$  en un ensemble de deux quantités : zéro pour l'annulation et  $\tilde{N}_{p,c}$  pour l'acceptation.

Etant donné que les informations sur l'annulation dépendent du besoin en composants, on calcule une nouvelle quantité à partir de  $\tilde{N}_{p,c}$  et de l'information sur l'incertitude de chaque besoin en composants. On note  $\tilde{N}_{p,c,o}$  l'ensemble des quantités de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$  sachant qu'elles sont destinées à l'ordre  $o$ .

A partir de l'ensemble des valeurs de  $\tilde{O}r_{o,p,t}$  et  $\tilde{N}_{p,c,o}$ , on calcule l'ensemble des besoins en composants  $c$  possibles de l'ordre planifié  $o$  commençant dans la période  $t$  ( $\tilde{r}_{o,c,t}$ ) (section 4.1.3). Ces besoins respectent les deux contraintes suivantes :

1. un besoin en composants ne peut appartenir qu'à une seule période,
2. un besoin en composants ne peut prendre qu'une et une seule valeur floue sur l'horizon.

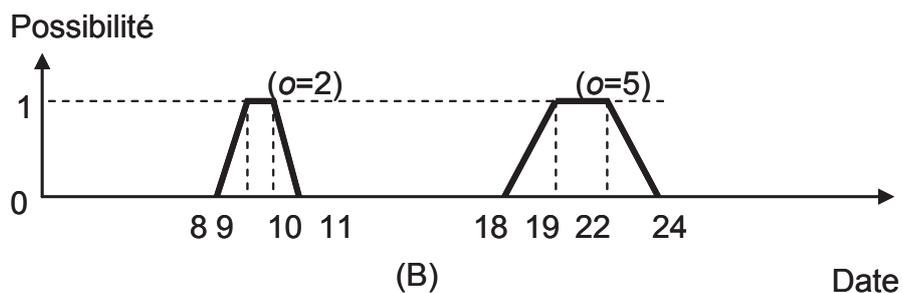
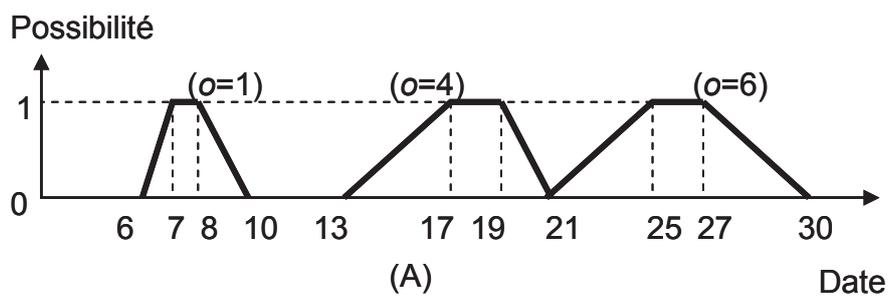
1.1. Calcul de l'ensemble des périodes dans lesquelles l'ordre peut commencer

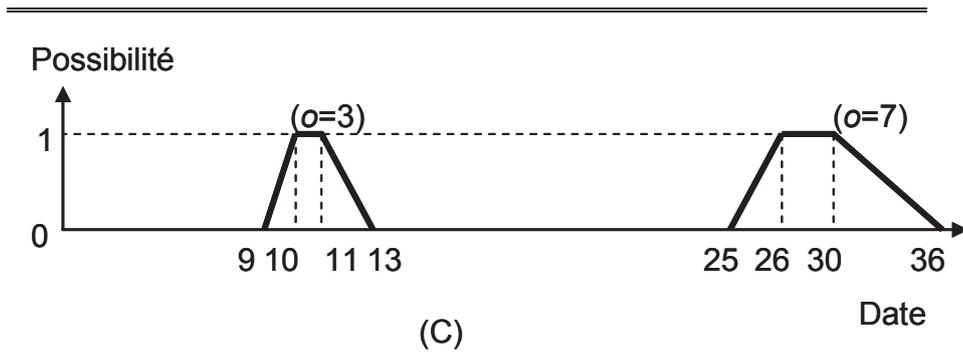
Certains ordres ont des dépendances entre eux (relations de précédence) dues notamment à l'utilisation d'une même ressource (ligne d'assemblage). D'autres sont totalement indépendants. On peut donc séparer l'ensemble des ordres planifiés en sous-ensembles indépendants d'ordres dépendants.

Le calcul de l'appartenance de la date de début des ordres aux périodes s'applique de façon indépendante à chaque ensemble de besoins indépendants. L'exemple suivant illustre le découpage de l'ensemble des ordres de fabrications en sous-ensembles indépendants.

---

Exemple : Soient trois lignes d'assemblage A, B, C et leurs plans flous respectifs concernant les ordres  $o=1$  à  $o=7$



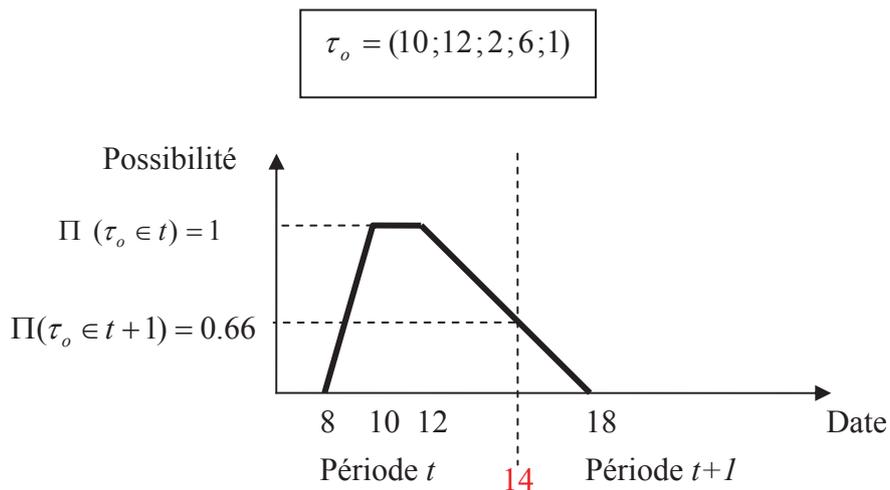


**Fig. 37.** Exemple d'ordre planifié dépendant

Les ordres planifiés 1 ; 4 ; 6 sont indépendants des ordres 2 ; 5 et des ordres 3 ; 7. On applique donc la méthode de calcul d'appartenance à une période aux ensembles d'ordres  $\{1 ; 4 ; 6\}$ ,  $\{2 ; 5\}$  et  $\{3 ; 7\}$  de façon indépendante.

Pour chacun des ensembles dépendants, nous calculons en commençant par le plus récent (celui qui a la date la plus proche) les niveaux de possibilités d'appartenir aux différentes périodes  $t$  de l'horizon (Equation (65) et Figure (38)).

$$\Pi(\tau_o \in t) = \max(\pi(\tau_o) | \tau_o \in t) \quad (65)$$

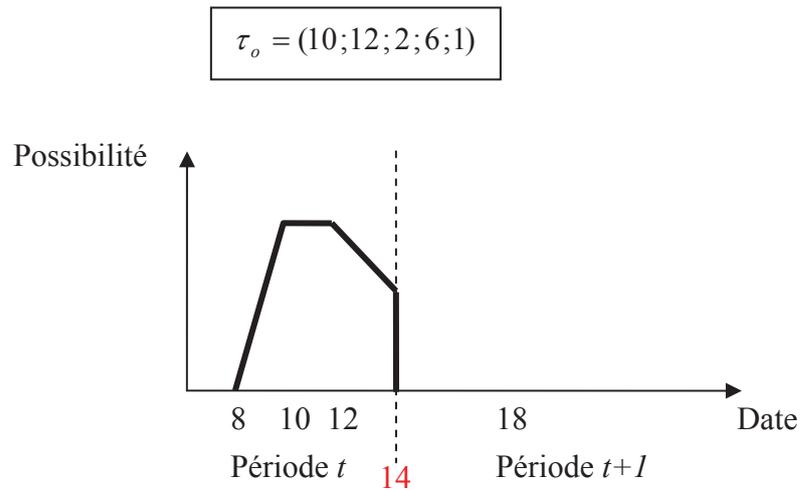


**Fig. 38.** Niveaux de possibilités que le besoin appartienne à une période

Le calcul des appartenances des ordres aux périodes doit prendre en compte les dépendances avec l'ordre précédent.

Pour cela, on calcule la distribution de possibilités de l'ordre précédent sachant qu'il appartient à une période donnée (Equation (66), Figure (39)) avec  $\mathbf{T}_o$  l'ensemble des périodes auxquelles l'ordre  $o$  peut appartenir.

$$\pi_{\tau_{o,t}} = \pi_{\tau_o | \tau_o \in t} \quad \forall t \in \mathbf{T}_o \quad (66)$$



**Fig. 39.** Distribution de possibilités de l'ordre  $o$  sachant qu'il appartient à la période  $t$

Nous calculons ensuite la distribution de possibilités de l'ordre de fabrication suivant  $o'$   $\pi_{\tau_{o',t}}$  (Equation (67)).

$$\pi_{\tau_{o',t}} = \tilde{\alpha}_o \oplus \pi_{\tau_{o,t}} \quad (67)$$

Nous représentons le niveau de possibilité  $\Pi(Or_{o,p,t,t^1,\dots,t^n})$  qu'un ordre  $o$  du produit  $p$  appartienne à une période  $t$ , sachant que les ordres précédents appartiennent aux périodes  $t^1$  (premier prédécesseur), ...,  $t^n$  (nième prédécesseur).

Nous illustrons cette méthode de calcul sur l'exemple précédant :

Exemple : Soient les trois ordres de fabrication indépendants 1 ; 4 ; 6.

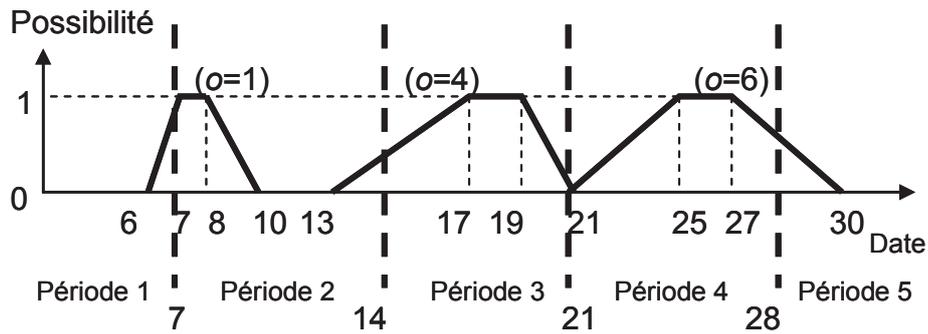


Fig. 40. Ordres de planification dépendants

Avec  $\tilde{\alpha}_1 = (7;10;11;11)$  ,  $\tilde{\alpha}_4 = (8;8;8;9)$

On calcule le niveau de possibilité que l'ordre de fabrication 1 appartienne aux périodes 1 et 2 :

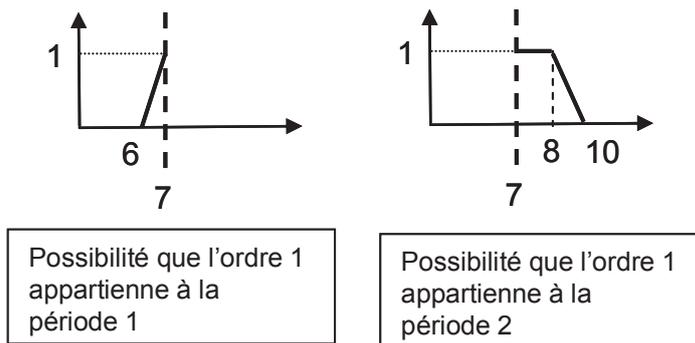
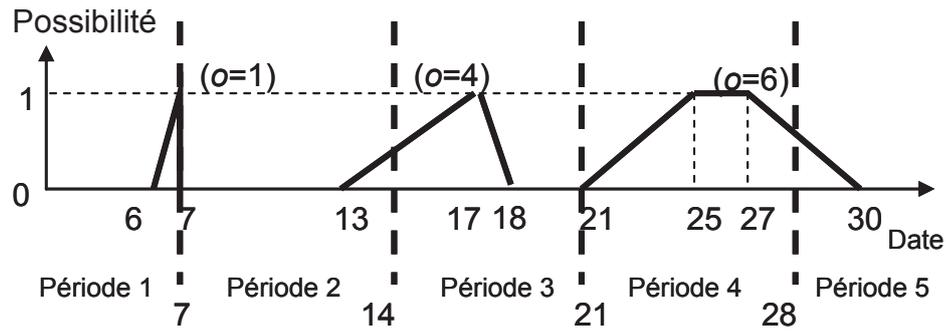


Fig. 41. Illustration du calcul d'appartenance à une période

$$\Pi (\tau_1 \in 1) = \max(\pi(\tau_1) | \tau_1 \in 1) = 1 ; \Pi (\tau_1 \in 2) = \max(\pi(\tau_1) | \tau_1 \in 2) = 1$$

On a donc  $\mathbf{T}_1 = \{1;2\}$  et  $\Pi(Or_{1,p,1}) = 1$   $\Pi(Or_{1,p,2}) = 1$

On calcule les distributions de possibilités de l'ordre suivant (ordre 4) sachant que l'ordre 1 appartient à la période 1 ( $\pi_{\tau_{4/1}}$ ) :



**Fig. 42.** Ordre planifiés sachant que l'ordre 1 appartient à la période 1

A partir de la distribution de possibilités de l'ordre 4, sachant que l'ordre 1 appartient à la période 1  $\pi_{\tau_{4/1}}$ , on calcule les niveaux de possibilités que l'ordre 4 appartienne aux différentes périodes de l'horizon :

$$\Pi(\tau_{4/1} \in 2) = \max(\pi(\tau_{4/1}) | \tau_{4/1} \in 2) = 0.25$$

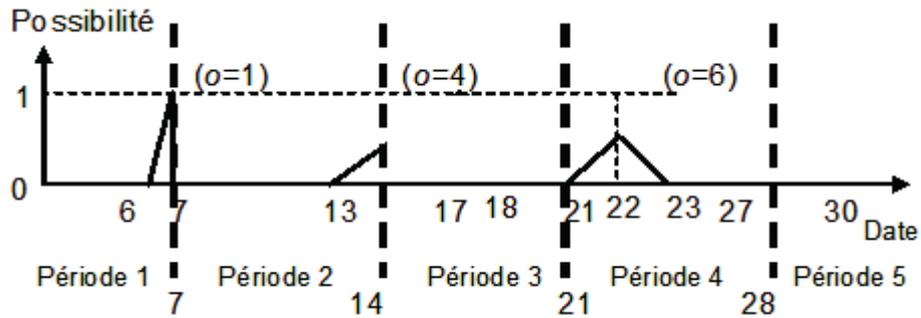
$$\Pi(\tau_{4/1} \in 3) = \max(\pi(\tau_{4/1}) | \tau_{4/1} \in 3) = 1$$

On a donc  $\mathbf{T}_{4/1} = \{2;3\}$  et  $\Pi(Or_{4,p,2,1}) = 0.25$  ;  $\Pi(Or_{4,p,3,1}) = 1$ .

De la même façon, nous calculons les niveaux de possibilités que l'ordre 4 appartienne aux différentes périodes de l'horizon pour le cas où l'ordre 1 appartient à la période 2 :

On a  $\mathbf{T}_{4/2} = \{3\}$  et  $\Pi(Or_{4,p,3,2}) = 1$ .

On calcule la distribution de possibilités de l'ordre suivant (ordre 6) sachant que l'ordre 1 appartient à la période 1 et l'ordre 4 appartient à la période 2 :



**Fig. 43.** Plan des ordres planifiés sachant que  $o=1$  appartient à la période 1 et que  $o=4$  appartient à la période 2

On a  $\mathbf{T}_{6/1,2} = \{4\}$  et  $\Pi(Or_{6,p,4,1,2}) = 0.25$ .

Nous calculons de même:

$\mathbf{T}_{6/1,3} = \{4\}$  et  $\Pi(Or_{6,p,4,1,3}) = 1$

$\mathbf{T}_{6/2,3} = \{4;5\}$  et  $\Pi(Or_{6,p,4,2,3}) = 1$  ;  $\Pi(Or_{6,p,5,2,3}) = 0.667$

## 1.2. Calcul des quantités de composants $c$ nécessaires à l'assemblage de $p$ pour l'ordre $o$

Après avoir effectué le « passage en période », nous allons modifier l'ensemble des quantités de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$  ( $\tilde{N}_{p,c}$ ) afin de prendre en compte l'information sur l'incertitude du besoin en composants. Nous noterons  $\tilde{N}_{p,c,o}$  l'ensemble des quantités de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$  pour l'ordre  $o$  et  $\{an_o; ac_o\}$  les niveaux de possibilités respectifs que l'ordre soit annulé ou pas.  $\tilde{N}_{p,c,o}$  est défini par l'équation (68).

$$\tilde{N}_{p,c,o} = \{(0;0;0;0;an_o);(qa_{p,c};qb_{p,c};qc_{p,c};qd_{p,c};ac_o)\} \quad (68)$$

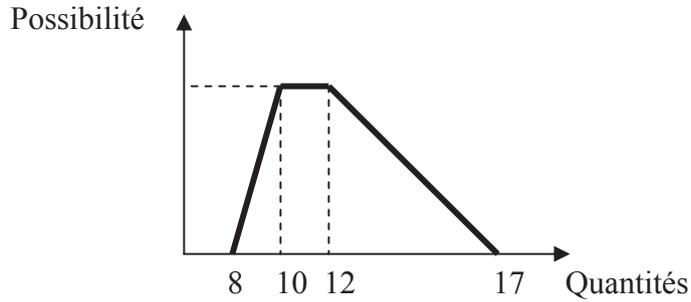
Exemple : Les besoins en composants liés aux ordres de fabrication 4 et 6 sont incertains avec les degrés d'incertitude suivants :

- Ordre 4 :  $\{0.8 ; 1\}$

---

- Ordre 6 : {1 ; 0.6}

$\tilde{N}_{p,c}$  est égal à (10 ; 12 ; 2 ; 5) et est représenté dans la Figure 45.



**Fig. 44.** Représentation de la distribution de possibilités  $\tilde{N}_{p,c}$

A partir de ces données, on calcule l'ensemble des quantités de composant  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$  pour l'ordre 4 et 6 :

$$\tilde{N}_{p,c,4} = \{(0; 0; 0; 0; 0.8); (10; 12; 2; 5; 1)\}$$

$$\tilde{N}_{p,c,6} = \{(0; 0; 0; 0; 1); (10; 12; 2; 5; 0.6)\}$$


---

### 1.3. Calcul de l'ensemble besoins en composants par période

Après avoir calculé les quantités  $\tilde{N}_{p,c,o}$  de composants  $c$  nécessaires à l'assemblage de  $p$  pour l'ordre  $o$  et le « passage en période » effectué, on calcule l'ensemble des besoins en composants  $r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}$  d'un composant  $c$  de l'ordre  $o$  du produit  $p$  pour lequel il est possible qu'il appartienne à une période  $t$ , sachant que les ordres précédents appartiennent aux périodes  $t^1$  (premier prédécesseur), ...,  $t^n$  (nième prédécesseur). On distingue deux cas :

1. le besoin en composant appartient à la période  $t$ , c'est-à-dire que  $t$  est égal à  $t^*$ . Sa quantité est donc égale à  $\tilde{N}_{p,c}$ ,
2. le besoin en composant n'appartient pas à la période  $t$ , c'est-à-dire que  $t$  est différent de  $t^*$ . Sa quantité est donc égale à (0 ; 0 ; 0 ; 0).

Pour calculer le niveau de possibilité, on multiplie les niveaux de possibilités que le besoin soit annulé ou confirmé par la possibilité d'appartenir à la période considérée (Equation (69) pour le cas 1 et (70) pour le cas 2).

$$\left\{ r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n} \right\} = \left\{ (0;0;0;0;an_o \times \Pi(Or_{o,p,t^*,t^1,\dots,t^n})) ; (qa_{p,c} ; qb_{p,c} ; qc_{p,c} ; qd_{p,c} ; ac_o \times \Pi(Or_{o,p,t^*,t^1,\dots,t^n})) \right\} \quad (69)$$

$$\forall o \in O, p \in P, t \in \mathbf{T}_o, t^* \in \mathbf{T}_o, t^1 \in \mathbf{T}_{o^1}, \dots, t^n \in \mathbf{T}_{o^n}$$

$$\left\{ r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n} \right\} = \left\{ (0;0;0;0;an_o \times \Pi(Or_{o,p,t^*,t^1,\dots,t^n})) ; (0;0;0;0;ac_o \times \Pi(Or_{o,p,t^*,t^1,\dots,t^n})) \right\} \quad (70)$$

$$\forall o \in O, p \in P, t \in \mathbf{T}_o, t^* \in \mathbf{T}_o, t^1 \in \mathbf{T}_{o^1}, \dots, t^n \in \mathbf{T}_{o^n}$$

---

Exemple : Reprenons notre exemple avec les ordres de fabrication 1 ;

4 ; 6. Nous avons donc les données suivantes :

$$\Pi(Or_{1,p,1}) = 1 ; \Pi(Or_{1,p,2}) = 1$$

$$\Pi(Or_{4,p,2,1}) = 0.25 ; \Pi(Or_{4,p,3,1}) = 1 ; \Pi(Or_{4,p,3,2}) = 1$$

$$\Pi(Or_{6,p,5,2,3}) = 0.667 ; \Pi(Or_{6,p,4,2,3}) = 1 ; \Pi(Or_{6,p,4,1,3}) = 1$$

$$\Pi(Or_{6,p,4,1,2}) = 0.25$$

et

$$\tilde{N}_{p,c,1} = \{(10; 12; 2; 5; 1)\} ; \tilde{N}_{p,c,4} = \{(0; 0; 0; 0; 0.8); (10; 12; 2; 5; 1)\}$$

$$\tilde{N}_{p,c,6} = \{(0; 0; 0; 0; 1); (10; 12; 2; 5; 0.6)\}$$

A partir de ces données, on calcule les besoins en composants en appliquant l'équation (69) pour les besoins dont la quantité est différente de zéro (cas où le besoin n'est pas annulé) :

$$r_{1,c,1,1} = \{(10; 12; 2; 5; \Pi(Or_{1,p,1}) \times ac_1)\} = \{(10; 12; 2; 5; 1 \times 1 = 1)\}$$

$$r_{1,c,2,2} = \{(0; 0; 0; 0; 1 \times 1 = 1); (10; 12; 2; 5; 1 \times 1 = 1)\}$$

$$r_{4,c,2,2,1} = \{(0; 0; 0; 0; 0.25 \times 0.8 = 0.2); (10; 12; 2; 5; 0.25 \times 1 = 0.25)\}$$

$$r_{4,c,3,3,1} = r_{4,c,3,3,1} = \{(0; 0; 0; 0; 1 \times 0.8 = 0.8); (10; 12; 2; 5; 1 \times 1 = 1)\}$$

$$r_{6,c,5,5,2,3} = \{(0; 0; 0; 0; 0.667 \times 1 = 0.667); (10; 12; 2; 5; 0.667 \times 0.8 = 0.4)\}$$

$$r_{6,c,4,4,2,3} = r_{6,c,4,4,1,3} = \{(0; 0; 0; 0; 1 \times 1 = 1); (10; 12; 2; 5; 1 \times 0.6 = 1)\}$$

$$r_{6,c,4,4,1,2} = \{(0; 0; 0; 0; 0.25 \times 1 = 0.5); (10; 12; 2; 5; 0.25 \times 0.6 = 0.15)\}$$


---

---

On utilise l'équation (70) pour modifier les besoins en composants dont la quantité, dans le cas où ils ne sont pas annulés, est égale à zéro:

$$r_{1,c,1,2} = \{(0;0;0;0;0;\Pi(Or_{1,p,2}) \times ac_1)\} = \{(0;0;0;0;0;1)\}$$

$$r_{1,c,2,1} = \{(0;0;0;0;0;1)\}$$

$$r_{4,c,2,3,1} = \{(0;0;0;0;0;0.2);(0;0;0;0;0;0.25)\}$$

$$r_{4,c,3,2,1} = r_{4,c,3,2,1} = \{(0;0;0;0;0;0.8);(0;0;0;0;0;1)\}$$

$$r_{6,c,5,4,2,3} = \{(0;0;0;0;0;0.667);(0;0;0;0;0;0.4)\}$$

$$r_{6,c,4,5,2,3} = r_{6,c,4,5,1,3} = \{(0;0;0;0;0;1);(0;0;0;0;0;0.6)\}$$

$$r_{6,c,4,5,1,2} = \{(0;0;0;0;0;0.25);(0;0;0;0;0;0.15)\}$$


---

#### 1.4. Conclusion

Prendre en compte les imperfections sur la connaissance portant sur les besoins en composants a un impact important sur la taille du problème à traiter. En effet, le nombre de besoins en composants possibles dépend du niveau de connaissance, et plus précisément du rapport entre l'imprécision sur la date et la durée des périodes. Cette approche fait apparaître un lien fort entre la durée des périodes et la connaissance des dates de lancement. Prendre des périodes trop courtes par rapport aux imprécisions sur les dates rend le calcul impossible. Mais, y a-t-il un sens à vouloir décrire avec précision (période réduite) des informations imprécises ?

Prendre en compte l'imprécision sur les dates peut donc permettre de vérifier l'adéquation entre la durée des périodes et la précision de la connaissance sur les dates de lancement. Cela pourrait même servir à dimensionner la taille des périodes de manière à trouver un compromis entre la richesse de l'information et sa possibilité d'exploitation en termes de calcul.

Après avoir calculé les besoins en composants exprimés pour une période, nous allons calculer, dans la section suivante, les besoins bruts à partir de ces besoins en composants.

## 2. *Construction du graphe besoin brut*

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les besoins en composants sont exprimés en termes de quantités par période et représentés par un ensemble de valeurs possibles. Nous

allons maintenant proposer une méthode de calcul des besoins bruts qui prenne en compte les besoins en composants possibles ainsi que la connaissance sur les besoins bruts, qui est une vision agrégée des incertitudes (incertitude au niveau de la période et non pas au niveau du besoin en composant).

Le besoin brut est représenté par un graphe. Nous décomposons donc le calcul des besoins bruts en deux grandes parties :

1. la méthode de calcul des nœuds du graphe,
2. la méthode de calcul des arcs du graphe.

### 2.1. Calcul des nœuds

Le calcul des nœuds correspond au calcul des besoins bruts par période. Un nœud est désigné par :

- la période à laquelle il appartient,
- l'indice de sa combinaison (qui sera détaillé plus tard) qui est composé de l'ensemble des attributs des besoins en composants (annulés ou acceptés, appartenant à la période  $t$ ) considérés pour le calcul du besoin brut.

Reprenons l'équation de calcul des besoins bruts à partir des besoins en composants (Equation (46), chapitre 2 §1.2.2)

$$BB_{c,t} = \sum_{o=1}^O r_{o,c,t} \quad \forall c,t \quad (46)$$

Après intégration des imperfections, le besoin en composants exprimé pour une période est un ensemble de besoins en composants possibles  $\{r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}\}$ .

Le besoin brut devient donc un ensemble de besoins bruts possibles.

On note :

- $r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}^{an}$  : la quantité annulée du besoin en composants de l'ordre  $o$  du composant  $c$  à la période  $t$  sachant :
  - qu'il appartient à la période  $t^*$ ,
  - que les ordres précédents appartiennent aux périodes  $t^l$  (premier prédécesseur), ...,  $t^n$  (nième prédécesseur).
- $r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}^{ac}$  : la quantité acceptée du besoin en composants de l'ordre  $o$  du composant  $c$  à la période  $t$  sachant :
  - qu'il appartient à la période  $t^*$ ,

- que les ordres précédents appartiennent aux périodes  $t^l$  (premier prédécesseur), ...,  $t^n$  (nième prédécesseur).
- On a donc  $\left\{ r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n} \right\} = \left\{ r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}^{an} ; r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}^{ac} \right\}$

Pour chaque période, nous construisons toutes les combinaisons possibles des besoins en composants en respectant les contraintes dues aux dépendances sur les quantités (cf. : §2.1.1) et celles dues à la connaissance sur les besoins bruts (cf. : §2.1.2). Chaque combinaison correspond à un ensemble d'indices des besoins en composants, dans lequel chaque scénario des besoins en composants est séparé par un point virgule. Les attributs des besoins en composants sont codifiés de la manière suivante :

- $an$  ou  $ac$  : signifient respectivement que le besoin est annulé ou accepté,
- $o$  : le numéro de l'ordre du besoin en composant,
- $c$  : le composant concerné,
- $t$  : la période de la combinaison,
- $t^*$  : la période à laquelle appartient l'ordre,
- $t^1, \dots, t^n$  : les périodes auxquelles appartiennent les ordres précédents.

$$\left\{ an, o, c, t, t^*, t^1, \dots, t^n ; an, o', c, t, t^*, t^{1'}, \dots, t^{n'} ; ac, o'', c, t, t^{**}, t^{1''}, \dots, t^{n''} ; \dots ; ac, o''', c, t, t^{***}, t^{1'''}, \dots, t^{n'''} \right\}$$

Afin de simplifier la notation de l'ensemble des indices des besoins en composants, nous indexons les combinaisons possibles des besoins en composants de chaque période  $t$  avec un indice  $comb_t$  tel que  $comb_t \in [1; COMB_t]$ .

---

Exemple : Soient trois besoins en composant  $c$  provenant de trois ordres de fabrication  $o=1$ ,  $o=2$  et  $o=3$ . Ces ordres n'ont pas de dépendances sur les quantités et le décideur n'a aucune connaissance sur le besoin brut. Nous allons calculer les combinaisons de ces trois besoins en composants pour la période 2 :

Soit les trois ensembles de besoins en composants :

$\left\{ r_{1,c,2,1} ; r_{1,c,2,2} \right\}$  : le besoin en composant de l'ordre 1 peut appartenir :

- à la période 1,
- ou à la période 2;

---

$\{r_{2,c,2,1,1}; r_{2,c,2,2,1}; r_{2,c,2,2,2}\}$  : le besoin en composant de l'ordre 2 peut appartenir :

- à la période 1 et 2 si l'ordre précédent appartient à la période 1,
- à la période 2 seulement si le l'ordre précédent appartient à la période 2 ;

$\{r_{3,c,2,2}\}$  : le besoin en composant de l'ordre 3 peut seulement appartenir à la période 2.

De plus, nous savons que les besoins en composants des ordres 1 et 3 sont annulables, alors que le besoin en composants de l'ordre 2 ne l'est pas. Cela se traduit par :

$$\{r_{1,c,2,1}; r_{1,c,2,2}\} = \{r_{1,c,2,1}^{an}; r_{1,c,2,1}^{ac}; r_{1,c,2,2}^{an}; r_{1,c,2,2}^{ac}\}$$

$$\{r_{2,c,2,1,1}; r_{2,c,2,2,1}; r_{2,c,2,2,2}\} = \{r_{2,c,2,1,1}^{ac}; r_{2,c,2,2,1}^{ac}; r_{2,c,2,2,2}^{ac}\}$$

$$\{r_{3,c,2,2}\} = \{r_{3,c,2,2}^{an}; r_{3,c,2,2}^{ac}\}$$

Nous donnons ci-dessous l'ensemble des combinaisons pour les trois besoins en composants présentés précédemment. La première combinaison de la période 2 est par exemple :

$(an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2)$  correspondant au cas où :

- le besoin en composant 1 est annulé (*an*) et il appartient à la période 1,
  - le besoin en composant 2 est accepté (*ac*) et il appartient à la période 1 sachant que l'ordre précédant appartient à la période 1,
  - le besoin en composant 3 est accepté (*ac*) et il appartient à la période 2.
-

$$\begin{array}{l}
(an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2) \\
(an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\
(an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2) \\
(ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2) \\
(ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\
(ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2) \\
(an,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2) \\
(an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\
(an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2) \\
(ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2) \\
(ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\
(ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2)
\end{array}$$

### 2.1.1. Contraintes des dépendances de quantités

Les dépendances de quantités impliquent une cohérence entre les états des besoins en composants (annulés ou accepté). Si un besoin en composant est annulé (resp. accepté) tous les besoins en composants dépendants doivent aussi être annulés (resp. acceptés). Cela se traduit par les contraintes suivantes (contrainte 1 et contrainte 2) :

*Contrainte 1 : Si  $r_{o,c,t,t^1,t^2,\dots,t^n} = r_{o,c,t,t^1,t^2,\dots,t^n}^{an}$  alors  $r_{o',c,t,t^1,t^2,\dots,t^m} = r_{o',c,t,t^1,t^2,\dots,t^m}^{an}$  pour tout  $o'$  ayant une dépendance de quantité avec  $o$*

*Contrainte 2 : Si  $r_{o,c,t,t^1,t^2,\dots,t^n} = r_{o,c,t,t^1,t^2,\dots,t^n}^{ac}$  alors  $r_{o',c,t,t^1,t^2,\dots,t^m} = r_{o',c,t,t^1,t^2,\dots,t^m}^{ac}$  pour tout  $o'$  ayant une dépendance de quantité avec  $o$*

Exemple : Reprenons l'exemple ci-dessus avec une dépendance en quantités entre les ordres 1 et 3.

Si le besoin en composants provenant de l'ordre 1 est annulé (resp. accepté) alors celui de l'ordre 3 est annulé (resp. accepté) lui aussi.

On a donc  $COMB_r = 2*3*1 + 2*3*1 = 12$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2) \\ (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2) \\ (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2) \end{array} \right\}$$

### 2.1.2. Connaissance sur les besoins bruts

Le décideur a une connaissance globale sur le nombre de besoins en composants qui peuvent être annulés en même temps. Cette connaissance se traduit par une contrainte dans le calcul des combinaisons possibles de besoins en composants.

On note :

$\alpha_t$  : le pourcentage minimal de besoins en composants incertains pouvant être annulés en même temps à la période  $t$ .

$\beta_t$  : le pourcentage maximal de besoins en composants incertains pouvant être annulés en même temps à la période  $t$ .

$n_t$  : le nombre de besoins en composants indépendants pouvant appartenir à la période  $t$ .

$nan_{t,comb_t}$  : le nombre de besoins en composants indépendants annulé pour la combinaison  $comb_t$  appartenant à la période  $t$ .

$$\alpha_t \leq \frac{nan_{t,comb_t}}{n_t} \times 100 \leq \beta_t \quad \forall t, comb \quad (71)$$

Exemple : Reprenons l'exemple sans dépendance sur les quantités.

Cette fois, le décideur a une nouvelle connaissance sur le besoin brut :

au moins 50% des besoins en composants sont annulés.

On a donc :  $\alpha_2 = 50\%$   $\beta_2 = 100\%$

Il ne reste donc que les combinaisons ayant au moins un besoin en composant annulé (18 combinaisons) :

$$\left. \begin{array}{l} (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2) \\ (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2) \\ (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \end{array} \right\}$$

### 2.1.3. Calcul des quantités pour chaque combinaisons possible

Après avoir déterminé l'ensemble des combinaisons, nous calculons maintenant les quantités correspondantes avec l'équation (72).

$$BB_{c,t}^{comb_t} = \bigoplus_{o=1}^O \left( r_{o,c,t,t^*,t^1,\dots,t^n}^x \mid (x, o, c, t, t^*, t^1, \dots, t^n) \in comb_t \right) \quad \forall c, t, \quad (72)$$

L'équation (73) rappelle comment additionner des distributions de possibilité trapézoïdales représentées par des quintuplés.

$$A_i \oplus A_j = (a ; b ; c ; d ; h) \quad (73)$$

avec :

$$\begin{aligned} h &= \min(h_i, h_j) \\ c &= h \cdot \left( \frac{c_i}{h_i} + \frac{c_j}{h_j} \right) \\ d &= h \cdot \left( \frac{d_i}{h_i} + \frac{d_j}{h_j} \right) \\ a &= a_i + a_j - c_i - c_j + c \\ b &= b_i + b_j + d_i + d_j - d \end{aligned}$$

Exemple : Prenons l'exemple avec dépendance sur les quantités :

$$\left. \begin{array}{l} (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2); (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2) \\ (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2); (ac,1,c,2,1; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; an,3,c,2,2); (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; an,3,c,2,2) \\ (an,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; an,3,c,2,2); (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,1,1; ac,3,c,2,2) \\ *(ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2)*; (ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,2; ac,3,c,2,2) \end{array} \right\}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{1,c,2,1} = \{(0;0;0;0;0.5); (0;0;0;0;1)\}; \\ r_{1,c,2,2} = \{(0;0;0;0;0.25); (10;12;2;5;0.5)\} \end{array} \right\};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{2,c,2,1,1} = \{(0;0;0;0;0.8)\}; \\ r_{2,c,2,2,1} = \{(24;26;5;8;1)\}; \\ r_{2,c,2,2,2} = \{(24;26;5;8;0.2)\} \end{array} \right\}$$

$$\{r_{3,c,2,2} = \{(0;0;0;0;0.5); (10;12;2;5;0.5)\}\}$$

Illustrons le calcul pour la combinaison encadrée par des astérisques :

$$(ac,1,c,2,2; ac,2,c,2,2,1; ac,3,c,2,2)$$

On a :

- le besoin en composants 1 pour le cas  $ac,1,c,2,2$  qui est égal à

$$r_{1,c,2,2}^{ac} = (10;12;2;5;0.5)$$

- le besoin en composants 2 pour le cas  $ac,2,c,2,2,1$  qui est égal à

$$r_{2,c,2,2,1}^{ac} = (24;26;5;8;1)$$

- le besoin en composants 3 pour le cas  $ac,3,c,2,2$  qui est égal à

$$r_{3,c,2,2}^{ac} (10;12;2;5;0.5) .$$

Le besoin brut correspondant à cette combinaison est :

$$(10;12;2;5;0.5) \oplus (24;26;5;8;1) \oplus (10;12;2;5;0.5) = (41.5; 54;6.5;14;0.5)$$

$$h = \min(h_i, h_j) = \min(0.5;1;0.5) = 0.5$$

$$c = h \times \left( \frac{c_i}{h_i} + \frac{c_j}{h_j} \right) = 0.5 \times \left( \frac{2}{0.5} + \frac{5}{1} + \frac{2}{0.5} \right) = 6.5$$

$$d = h \times \left( \frac{d_i}{h_i} + \frac{d_j}{h_j} \right) = 0.5 \times \left( \frac{5}{0.5} + \frac{8}{1} + \frac{5}{0.5} \right) = 14$$

---


$$a = a_i + a_j - c_i - c_j + c = 10 + 24 + 10 - 2 - 5 - 2 + 6.5 = 41.5$$

$$b = b_i + b_j + d_i + d_j - d = 12 + 26 + 12 + 5 + 8 + 5 - 14 = 54$$


---

Une fois les nœuds calculés, nous allons les connecter par des arcs représentant la possibilité d'avoir besoin d'une quantité à la période suivante, connaissant la quantité de période précédente.

## 2.2. Construction des arcs

Pour calculer les arcs, nous vérifions si deux nœuds appartenant à des périodes consécutives sont connectables ou pas, et à quel niveau de possibilité ils le sont. De plus, nous prenons en compte les dépendances sur les quantités, car deux besoins en composants ayant une dépendance sur les quantités ne sont pas forcément lancés à la même période.

Nous appliquons la méthode décrite dans la section 2.2.1 pour créer les arcs des nœuds pour les combinaisons sans dépendances sur les quantités, et nous appliquons la méthode décrite dans la section 2.2.2 pour ceux avec dépendances sur les quantités.

### 2.2.1. Connexions de nœud sans dépendances sur les quantités

Nous connectons chaque nœud de chaque période avec un nœud de la période suivante s'ils sont compatibles. Deux nœuds sont compatibles si tous les attributs des besoins en composants provenant d'un même ordre et appartenant aux deux nœuds sont identiques.

On note :

- $(comb_t; comb_{t+1}; t)$  : l'arc connectant le nœud  $(comb_t; t)$  au nœud  $(comb_{t+1}; t+1)$
- $W_{comb_t; comb_{t+1}; t}$  : le niveau de possibilité de l'arc  $(comb_t; comb_{t+1}; t)$ .

Deux nœuds  $(comb_t; t)$  et  $(comb_{t+1}; t+1)$  sont compatibles si  $\forall o \in (comb_t; t) \& (comb_{t+1}; t+1)$  alors les attributs de  $(x, o, c, t, t^*, t^1, \dots, t^n) \in comb_t$  sont égaux aux attributs de  $(x, o, c, t+1, t^*, t^1, \dots, t^n) \in comb_{t+1}$   $\forall x \in \{an_o; ac_o\}, t \in \mathbf{T}_o, t^* \in \mathbf{T}_o, t^1 \in \mathbf{T}_{o^1}, \dots, t^n \in \mathbf{T}_{o^n}$ .

Si deux nœuds sont compatibles, on attribue le niveau de possibilité du besoin en composants de la période  $t+1$  à l'arc (Equation (74)).

$$h_{BB_{c,t+1}^{comb_{t+1}}} = W_{comb_t; comb_{t+1}; t} \quad (74)$$

Exemple : Soit deux nœuds appartenant à des périodes successives :

$$(3,t) = \{(an,1,c,t,t; ac,2,c,t,t+1,1; an,3,c,t,t)\}$$

$$(8,t+1) = \{(ac,2,c,t+1,t+1,1; an,3,c,t+1,t; an,4,c,t+1,t+1)\}$$

Les besoins en composants provenant des ordres 2 et 3 appartiennent aux périodes  $t$  et  $t+1$ .

Nous vérifions s'ils sont compatibles, c'est-à-dire si leurs attributs  $(x, o, c, t, t^*, t^1, \dots, t^n)$  sont identiques :

Soient :

- $ac,2,c,t,t+1,1$  les attributs de l'ordre 2 du nœud  $(3,t)$ ,
- $ac,2,c,t+1,t+1,1$  les attributs de l'ordre 2 du nœud  $(8,t+1)$ .

On note l'attribut indicé avec les indices du nœud pour signifier que c'est l'attribut de ce nœud. Par exemple,  $t^*_{(3,t)}$  est l'attribut  $t^*$  du nœud  $(3,t)$  et il vaut  $t+1$ .

Nous commençons par comparer les valeurs de l'attribut  $x$  pour les deux nœuds.

On compare successivement :

-  $x_{(3,t)}$  avec  $x_{(8,t+1)}$  :  $x_{(3,t)} = ac$  et  $x_{(8,t+1)} = ac$  donc  $x_{(3,t)} = x_{(8,t+1)}$ . Ils sont donc compatibles pour l'attribut  $x$

- puis, les valeurs de l'attribut  $t^*$  pour les deux nœuds :  $t^*_{(3,t)} = t+1$  et  $t^*_{(8,t+1)} = t+1$  donc  $t^*_{(3,t)} = t^*_{(8,t+1)}$

- enfin, nous comparons les valeurs de l'attribut  $t^l$  pour les deux nœuds :  $t^l_{(3,t)} = t^l_{(8,t+1)} = 1$

Etant donné que tous les attributs sont compatibles, les nœuds  $(3,t)$  et  $(8,t+1)$  sont compatibles.

Comme  $BB_{c,t+1}^8 = (25;30;6;8;0.8)$ , on attribue le niveau de possibilité

$$w_{3;8;t} = h_{BB_{c,t+1}^8} = 0.8 \text{ à l'arc.}$$

### 2.2.2. Connexion des nœuds avec dépendances sur les quantités

Nous ajoutons les contraintes suivantes à la contrainte de compatibilité utilisée pour connecter les nœuds sans dépendances sur les quantités :

*Contrainte 3 : Si  $(an, o, c, t, t^*, t^1, \dots, t) \in comb^t$  alors  $(an, o', c, t', t'^*, t'^1, \dots, t'^n) \in comb^{t'}$  pour tout  $o'$  ayant une dépendance de quantité avec  $o$  quelque soit  $t'$ .*

*Contrainte 4 : Si  $(ac, o, c, t, t^*, t^1, \dots, t) \in comb^t$  alors  $(ac, o', c, t', t'^*, t'^1, \dots, t'^n) \in comb^{t'}$  pour tout  $o'$  ayant une dépendance de quantité avec  $o$  quelque soit  $t'$ .*

Nous distinguons deux cas:

1. il existe un besoin en composant pouvant appartenir à la période  $t+1$  qui est dépendant d'un besoin en composant du nœud  $(comb_i; t)$ ,
2. il existe un besoin en composant pouvant appartenir aux périodes  $[t+2 ; T]$  qui est dépendant d'un besoin en composant du nœud  $(comb_i; t)$ .

Dans le premier cas, on connecte les nœuds qui sont compatibles et qui respectent les contraintes 3 et 4, puis on évalue leur niveau de possibilité comme dans le cas de nœud sans dépendances sur les quantités (Equation (74)).

Dans le cas où il existe un besoin en composant dépendant pouvant appartenir aux périodes  $[t+2 ; T]$ , il faut prendre en compte le fait que l'on est passé par un nœud dans lequel il existait un besoin en composants dépendant avec un besoin en composant appartenant aux périodes  $[t+2 ; T]$ . Il faut alors mémoriser de l'état du besoin en composant dépendant (« annulé » ou « accepté »). Ceci veut dire que l'on doit conserver l'information dans les nœuds intermédiaires, donc dans l'ensemble des chemins possibles entre les deux nœuds. Etant donné que d'autres nœuds sur lesquels le besoin en composant ayant une dépendance est différent (annulé alors que dans l'autre il est accepté) peuvent être connectés avec un même nœud du chemin intermédiaire, nous devons dédoubler ce nœud. Nous obtenons donc un nœud pour le cas « annulé » et un nœud pour le cas « accepté ».

Pour cela, on crée un nouveau nœud ayant la même combinaison pour chaque nœud pouvant être connecté, sans tenir compte de cette contrainte. On ajoute à la combinaison du nouveau nœud les caractéristiques du besoin en composants ayant une dépendance sur sa quantité, et on connecte ce nouveau nœud avec un arc valué par un niveau de possibilité (Equation (39)).

---

Exemple : Soient deux nœuds compatibles  $(comb_t; t)$  et  $(comb_{t+1}; t+1)$  tels que :

$$comb_t = \{(an,1,c,t,t-1);(an,2,c,t,t+1);(ac,3,c,t,t);(ac,4,c,t,t)\}$$

$$comb_{t+1} = \left\{ \begin{array}{l} (an,2,c,t+1,t+1);(ac,3,c,t+1,t); \\ (ac,4,c,t+1,t);(ac,5,c,t+1,t+2) \end{array} \right\}$$

Le besoin en composants o=1 a une dépendance sur la quantité avec un besoin en composants o=4 pouvant appartenir aux périodes :  $\{t+2; t+3\}$

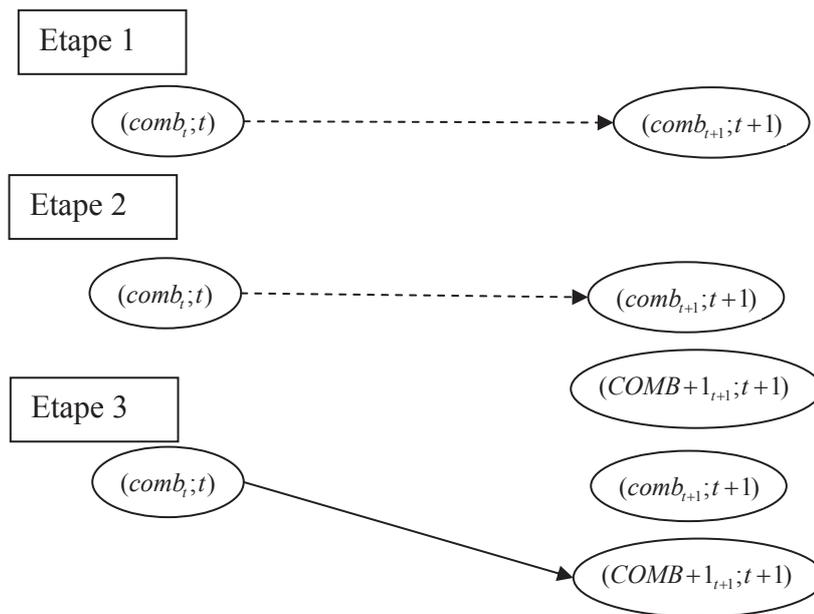
Nous créons donc un nœud  $(COMB+1_{t+1}; t+1)$  tel que :

$$COMB_{t+1} = \left\{ \begin{array}{l} (an,1,c,t,t-1);(an,2,c,t+1,t+1);(ac,3,c,t+1,t); \\ (ac,4,c,t+1,t);(ac,5,c,t+1,t+2) \end{array} \right\}$$

Nous connectons ensuite les nœuds  $(comb_t; t)$  et  $(COMB+1_{t+1}; t+1)$  par un arc de possibilité  $w_{comb_t; COMB+1_{t+1}; t}$

La Figure (45) illustre les différentes étapes de la méthode :

1. on connecte les nœuds compatibles si on ne tient pas compte de la dépendance sur les quantités,
  2. on crée un nœud qui est identique pour les besoins en composants non interdépendants, et on modifie les autres de telle sorte qu'ils respectent les dépendances sur les quantités,
  3. on connecte les nœuds totalement compatibles.
-



**Fig. 45.** Illustration de la méthode

### 2.3. Conclusion

Le calcul exhaustif des besoins bruts peut devenir un problème quand l'incertitude sur les besoins en composants est importante et que le nombre de besoins grandit. Cette méthode peut donc s'appliquer à des problèmes de petite taille, étant donné l'explosion combinatoire en fonction des incertitudes sur les besoins en composants et aussi du rapport période imprécision / date. De façon plus formelle, le nombre de nœud par période est égal à  $2^{n_t} \times 2^{m_t}$  dans le cas où un ordre peut appartenir au plus à deux périodes et sans connaissance sur le besoin brut, avec  $n_t$  le nombre de besoins en composants incertain et  $m_t$  le nombre de besoins en composants pouvant appartenir à deux périodes. Cette situation est donc réaliste pour des productions en petite série (MTO ou ATO) avec des incertitudes et imprécision raisonnable, mais pas une situation de grande série.

Dans la partie suivante (§3), nous allons proposer des approches pour le calcul de l'ensemble des besoins bruts extrémaux qui permettent de réduire considérablement le nombre de calculs. Nous choisissons de réduire notre calcul des besoins bruts aux besoins bruts maximaux car dans la gestion des risques comme dans la gestion des incertitudes, les valeurs extrémales sont des valeurs influençant fortement le décideur. La décision sous incertitude propose en effet de

retenir des critères comme le Maximin et Maximax, qui sont des critères n'utilisant que les valeurs extrêmes.

### 3. *Calcul des besoins bruts extrêmes*

Dans une approche "gestion des risques", le décideur s'intéresse aux scénarios qui sont les plus risqués en termes de niveau de stock et de niveau de rupture (critères de performance de l'approvisionnement). Il ne veut pas savoir si en moyenne le plan est bon, mais s'il existe des cas pour lesquels les conséquences peuvent être maximales. Il cherche ensuite à minimiser ces conséquences. En effet, en gestion des risques, on cherche à évaluer la situation critique, puis à diminuer son impact (cf. chapitre 1 §2). En décision sous incertitude, on utilise les mesures de possibilité ou de nécessité, qui sont les mesures extrêmes des probabilités (voir §3 et 4 du chapitre 1). De plus, on montre que l'être humain choisit plus généralement en regardant les satisfactions extrêmes positives et négatives : « Un humain choisit souvent en se basant sur un ordre ordinal des pour et des contre, et se focalise sur l'argument le plus saillant »<sup>1</sup> (Bonfont et al. 2008 (a)). Dans notre contexte de planification de l'approvisionnement, les niveaux de stocks et de ruptures sont des arguments qui peuvent être pour ou contre une solution. Par exemple, le plan 1 a moins de ruptures que le plan 2, mais le plan 1 a plus de stock le plan 2 ; le décideur peut donc peser le pour et le contre de ces deux arguments. Plus formellement on peut supposer qu'un décideur compare les niveaux maximaux de stocks de chaque période  $I_t$  avec les niveaux maximaux de ruptures de chaque période  $B_t$ . Il n'a donc besoin que des niveaux maximaux de stock et de rupture. On peut montrer que :

*Proposition 1.* Le niveau de stock (respectivement : de rupture) pour une période  $t$  est maximal pour la quantité minimale (resp. maximale) du besoin brut cumulatif (somme des besoins bruts de la période 1 à  $t$ ).

*Preuve :* on note  $x_t$  la quantité approvisionnée à la période  $t$ . La fonction de calcul du niveau de stock à la période  $k$  pour des quantités approvisionnées données s'écrit de la manière suivante :

---

<sup>1</sup> "Human agents often decide on the basis of an ordinal ranking of the pros and the cons, and by focusing on the most salient arguments"

$I_k(BB_i) = \max\left(\sum_{i=1}^a x_i - \sum_{i=1}^a BB_i ; 0\right)$ . Cette fonction est décroissante, elle atteint donc le maximum pour la quantité minimale de  $\sum_{i=1}^a BB_i$ . La fonction de calcul du niveau de rupture à la période  $k$  pour des quantités approvisionnées données s'écrit de la manière suivante :

$B_k(BB_i) = \max\left(\sum_{i=1}^a BB_i - \sum_{i=1}^a x_i ; 0\right)$ . Cette fonction est croissante, elle atteint donc le maximum pour la quantité maximale de  $\sum_{i=1}^a BB_i$ .

Comme on l'a vu dans la section précédente, le calcul de l'ensemble des besoins bruts explose en fonction du rapport imprécision sur les dates / taille des périodes et incertitude sur les besoins en composants.

A partir de la *proposition 1*, on déduit qu'un décideur ne regardant que les niveaux maximaux de stocks et de ruptures choisit la même solution qu'il ait à sa disposition tous les besoins bruts possibles ou seulement les quantités cumulatives maximale et minimale du besoin brut pour chaque niveau de possibilité.

Dans les cas où le calcul de l'ensemble des besoins bruts n'est pas possible, il est donc intéressant de proposer cette option au décideur qui, s'il l'accepte, permet de réduire considérablement le calcul, puisqu'il suffit de calculer les quantités cumulées floues extrêmes du besoin brut pour chaque période.

Notons que le décideur qui respecte cette hypothèse ne regarde pas si les niveaux maximaux de stock et de rupture peuvent apparaître consécutivement ou pas, ce qui pour un décideur peut être gênant. Afin de combler cette lacune, il faut calculer les scénarios de stock maximal (resp. rupture maximale) pour tous les besoins bruts cumulés de quantité maximale (resp. besoins bruts cumulés de quantité minimale). Un décideur regardant les niveaux maximaux de stocks et de ruptures ainsi que l'apparition consécutive de ces niveaux choisit alors le même plan d'approvisionnement, qu'il ait à sa disposition le graphe des besoins bruts ou le graphe extrême des besoins bruts.

Afin de simplifier le problème, nous considérons que nous n'avons pas de connaissance sur le nombre d'ordres planifiés pouvant être annulés en même temps dans une période. Nous proposons donc deux méthodes de calcul des besoins bruts maximaux et minimaux, c'est-à-dire ne calculant pas l'ensemble des besoins bruts possibles mais seulement les extrêmes. La

première méthode ne donne que les quantités extrêmes cumulées pour chaque période de l'horizon. La méthode calcule l'ensemble des scénarios dont le besoin brut cumulé est extrême pour une période de l'horizon. La première méthode pourra être utilisée pour des problèmes de toutes tailles, mais perd l'information sur l'apparition successive d'avoir plusieurs besoins bruts extrêmes dans un même scénario. Quant à la deuxième, elle est utilisable pour des problèmes de taille beaucoup plus grande que la méthode de calcul exhaustif des scénarios de besoins bruts, et garde une information plus riche que la méthode précédente.

### 3.1. Calcul des quantités de besoins bruts cumulés extrêmes

La méthode de calcul des quantités de besoins bruts cumulés extrêmes est composée de trois grandes étapes :

- décomposition du problème en fonction des niveaux de possibilité,
- calcul des scénarios donnant les quantités de besoins bruts cumulés extrêmes pour un niveau de possibilité,
- calcul des quantités de besoins bruts cumulés extrêmes à partir des scénarios de chaque niveau de possibilité.

#### 3.1.1. Calcul des niveaux de possibilités des changements de composition des quantités extrêmes

Tout d'abord, on calcule les niveaux de possibilités pour lesquels la composition du besoin brut (ensemble des besoins en composants et leurs caractéristiques : « annulé » ou « accepté », appartient à la période  $t$  ou  $t'$ ...etc.) de quantité maximale possible change (noté  $\{\Pi_{chang}\}$ ). Ces possibilités correspondent aux niveaux de possibilités pouvant être attribués aux arcs dans la méthode précédente.

Ces niveaux de possibilités dépendent des niveaux de possibilités pour lesquels les combinaisons extrêmes changent :

Si un besoin en composant 1 peut être annulé avec un niveau de possibilité égal à 0.6, on a un changement au niveau de possibilité 0.6 : pour  $0 \leq \pi \leq 0.6$ , on a les cas « annulés » ou « acceptés » tandis que pour  $0.6 < \pi \leq 1$ , on n'a que le cas « accepté ». Le besoin en composants de quantité minimale sera annulé pour  $0 \leq \pi \leq 0.6$  et pas annulé pour  $0.6 < \pi \leq 1$ .

Nous construisons pour tout  $\pi \in \{\Pi_{chang}\}$  un graphe extrême.

---

Exemple : Soient les besoins en composant c suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{1,c,2,1} = \{(0;0;0;0;0.5);(0;0;0;0;1)\}; \\ r_{1,c,2,2} = \{(0;0;0;0;0.25);(10;12;2;5;0.5)\} \end{array} \right\};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{2,c,2,1,1} = \{(0;0;0;0;0.8)\}; \\ r_{2,c,2,2,1} = \{(24;26;5;8;1)\}; \\ r_{2,c,2,2,2} = \{(24;26;5;8;0.2)\} \end{array} \right\}$$

$$; \{r_{3,c,2,2} = \{(0;0;0;0;0.5);(10;12;2;5;0.5)\}\}$$

On a donc les niveaux de possibilités que chaque besoin en composant apparaisse égaux 1 à : 0.5 ; 1 ; 0.25 ; 0.5 ; 0.8 ; 1 ; 0.2 ; 0.5 ; 0.5.

Nous construisons l'ensemble des possibilités de changement tel que tout niveau de possibilité que le besoin en composant apparaisse ( $h_{BB_{c,t}^{comb}}$ ) existe dans l'ensemble des possibilités de changement, mais qu'il n'y soit qu'une fois (Etape 1) et nous ajoutons le degré de possibilité zéro (Etape 2) :

$$\text{Etape 1 : } 1 ; \cancel{1} ; 0.8 ; 0.5 ; \cancel{0.5} ; \cancel{0.5} ; \cancel{0.5} ; 0.25 ; 0.2$$

$$\text{Etape 2 : } 1 ; 0.8 ; 0.5 ; 0.25 ; 0.2 ; 0$$

$$\text{On a donc } \{\Pi_{chang}\} = \{1;0.8;0.5;0.25;0.2;0\}$$


---

### 3.1.2. Calcul des quantités cumulées extrêmes pour un niveau de possibilité

appartenant à  $\{\Pi_{chang}\}$

Nous allons présenter dans un premier temps le calcul de la quantité cumulée maximale, puis celle des quantités cumulées minimales. On considère que le décideur n'a pas de connaissance sur le nombre d'ordres pouvant être annulés à la fois. Etant donné que l'on s'intéresse à la quantité maximale, on considère que tous les ordres pouvant être acceptés le sont ; les dépendances sur les quantités sont donc satisfaites. Le principe est de trouver la répartition dans le temps des ordres planifiés qui maximise la quantité cumulée. Pour cela, on doit résoudre le problème suivant : trouver, pour le cas où tous les ordres planifiés sont acceptés,

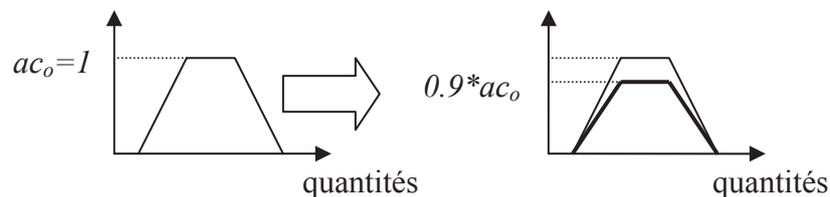
pour un niveau de possibilité donné et un horizon donné, la répartition de ces ordres telle que la somme des besoins bruts sur cet horizon est maximale.

Nous distinguons deux calculs selon :

- que les ordres sont indépendants,
- que les ordres appartiennent à un ensemble d'ordres dépendants.

### 3.1.2.1. *Ordres indépendants*

Dans ce cas, la quantité maximale (comme la minimale) pour les ordres appartenant certainement à l'horizon  $[1 ; k]$  (ne pouvant pas appartenir à une période  $t > k$ ) correspond au cas où le besoin en composants appartient à la période avec une possibilité de 1. En effet, le niveau de possibilité que notre besoin en composant appartienne à une période multiplie la possibilité d'être accepté (§1.3 Equation (69)). Cette multiplication diminue la quantité maximale (augmente la quantité minimale) du besoin en composant quelque soit son niveau de possibilité si  $\Pi(Or_{o,p,t}) < 1$ . La Figure 46 illustre par un exemple ce propos.



**Fig. 46.** Illustration de la proposition

En ce qui concerne les ordres indépendants pouvant appartenir à une période  $t > k$  (avec un niveau de possibilité inférieur ou égal au niveau de possibilité considéré), la quantité maximale sur l'horizon  $[1 ; k]$  correspond au cas où tous ces ordres appartiennent à la période  $k$ .

Dans le cas de la quantité minimale, le cas considéré est celui dans lequel aucun ordre n'appartient à la période  $k$ .

### 3.1.2.2. Ordres dépendants en date

On doit dans un premier temps faire le calcul d'appartenance possible d'un ordre planifié à une période (§1) afin de pouvoir calculer les scénarios de besoins en composants dépendants en date pour chaque ensemble d'ordres dépendants  $E = \{o_0, \dots, o_n\}$ , avec  $o_i$  l'indice de l'ordre tel que  $o_i$  est le prédécesseur de  $o_{i+1}$ .

Nous définissons un scénario de besoins en composants dépendants en date de l'ensemble d'ordres dépendant  $E$  comme un vecteur  $s^E = (t^0, t^1, \dots, t^n)$  avec  $s^E \in \Gamma^E$ , où  $t^0$  est la période à laquelle appartient le dernier ordre dépendant,  $t^1$  la période à laquelle appartient l'avant dernier, et ainsi de suite jusqu'à  $t^n$  la période à laquelle le premier ordre dépendant appartient. On a donc  $t^0 \leq t^1 \leq \dots \leq t^n$ .

Pour chaque horizon  $[1; k]$  avec  $k \in [1; T]$  et l'ensemble  $E$  d'ordres dépendants, on définit un ensemble de scénario  $s^{E,k} = (t^i, t^{i+1}, \dots, t^n)$   $s^{E,k} \in \Gamma^{E,k}$  tel que  $s^E = (t, t^1, \dots, s^{E,k})$  avec  $t^i \leq k$ . On a donc  $s^{E,T} = s^E$ .

Si pour tout  $s^{E,k} \in \Gamma^{E,k}$  le vecteur  $s^{E,k}$  a la même dimension, alors on prend le scénario  $s^{E,k}$  tel que  $\Pi(Or_{o^i, p, s^{E,k}}) = \max_{s^{E,k} \in \Gamma^{E,k}} (\Pi(Or_{o^i, p, s^{E,k}}))$ .

En effet, si le vecteur  $s^{E,k}$  a la même dimension pour tout  $s^{E,k} \in \Gamma^{E,k}$ , cela signifie qu'il n'existe pas d'ordre planifié  $o \in E$  pouvant appartenir à l'horizon  $[1; k]$  et à l'horizon  $[1; k+1]$ , puisque la dimension est fonction du nombre d'ordres tels que  $t^i \leq k$ . Pour les mêmes raisons que pour les ordres indépendants (Figure (46)), on prend le scénario de possibilité maximale.

S'il existe des scénarios  $s^{E,k}$  tels que leurs dimensions sont différentes, on prend le scénario le plus possible de chaque dimension, puis on calcule leur quantité maximale sur l'horizon (Equation (75)). On choisit le scénario qui a la quantité la plus importante.

On note  $Q_{s^{E,k}}^{\max, \alpha}$  la quantité maximale sur l'horizon de possibilité  $\alpha$  avec  $\alpha \in \{\Pi_{chang}\}$  du scénario  $s^{E,k}$ ; on la calcule en utilisant la formule suivante :

$$Q_{s^{E,k}}^{\max, \alpha} = \sum_{t=1}^k r_{s^{E,t}}^{\max, \alpha} \quad (75)$$

avec  $r_{s^E,t}^{\max,\alpha}$  la quantité maximale de possibilité  $\alpha$  du besoin en composant  $r_{o,c,t,t^1,\dots,t^n}^{\max,\alpha}$  tel que les indices des périodes d'appartenance soient égaux aux composantes du scénario :  $t, t^1, \dots, t^n = t^i, t^{i+1}, \dots, t^n$  et que l'ordre  $o$  appartienne à l'ensemble des ordres dépendant :  $o \in E$ .

Dans le cas du calcul du scénario de quantité minimale, on fait la même chose à ceci près que l'on prend le scénario à quantité minimale.

---

Exemple : Soient les ordres dépendants utilisés dans le §1.1 de ce chapitre :

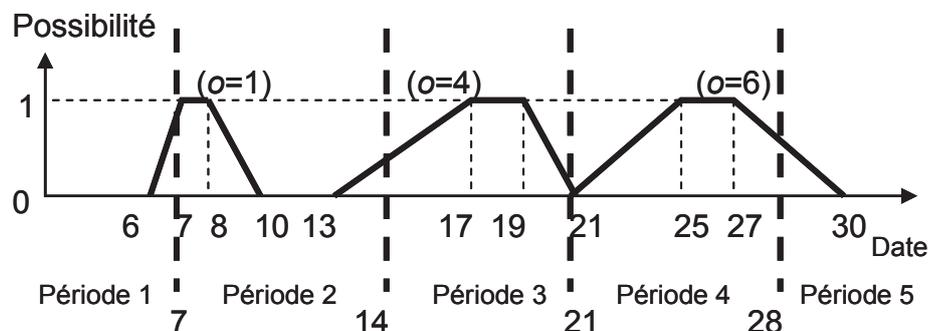


Fig. 47. Ordres de planification dépendants

Nous connaissons les scénarios  $s^E$  (cf. exemple §1.1 de ce chapitre) :

$\{(3,2,1); (4,3,1); (4,3,2); (5,3,2)\}$  avec :

$$\Pi(Or_{1,p,1}) = 1, \quad \Pi(Or_{1,p,2}) = 1, \quad \Pi(Or_{4,p,2,1}) = 0.25, \quad \Pi(Or_{4,p,3,1}) = 1,$$

$$\Pi(Or_{4,p,3,2}) = 1, \quad \Pi(Or_{6,p,4,2,1}) = 0.25, \quad \Pi(Or_{6,p,4,3,1}) = 1,$$

$$\Pi(Or_{6,p,4,3,2}) = 1, \quad \Pi(Or_{6,p,5,3,2}) = 0.667.$$

On connaît les quantités imparfaites des quatre ordres (1, 4 et 6) :

Besoin en composant de l'ordre 1 pour la période 1 appartenant à la

période 1 :  $r_{1,c,1,1} = \{(0;0;0;0;0.5); (10;20;5;5;1)\}$

Besoin en composant de l'ordre 1 pour la période 1 appartenant à la

période 2 :  $r_{1,c,1,2} = \{(0;0;0;0;0.5); (0;0;0;0;1)\}$

---

---


$$r_{1,c,2,2} = \{(0;0;0;0;0.5);(10;20;5;5;1)\},$$

$$r_{1,c,2,1} = \{(0;0;0;0;0.5);(0;0;0;0;1)\},$$

$$r_{4,c,2,2,1} = \{(0;0;0;0;0.125);(12;25;5;5;0.25)\},$$

$$r_{4,c,3,2,1} = \{(0;0;0;0;0.125);(0;0;0;0;0.25)\},$$

$$r_{4,c,3,3,2} = \{(0;0;0;0;0.5);(12;25;5;5;1)\},$$

$$r_{6,c,4,4,2,1} = \{(0;0;0;0;0);(20;25;2;2;0.25)\},$$

$$r_{6,c,4,4,3,1} = \{(0;0;0;0;0);(20;25;2;2;1)\},$$

$$r_{6,c,4,4,3,2} = \{(0;0;0;0;0);(20;25;2;2;1)\},$$

$$r_{6,c,4,5,3,1} = \{(0;0;0;0;0);(0;0;0;0;0.667)\},$$

$$\text{on a } \{\Pi_{chang}\} = \{1;0.667;0.5;0.25;0.125;0\}$$

A partir de ces données, on sélectionne les scénarios donnant la quantité cumulative maximale pour  $k=1$  à 5 pour  $\alpha=1$ . On a donc  $\Gamma^E = \{(4,3,1);(4,3,2)\}$ .

Premièrement, on considère que tous les besoins en composants sont acceptés. Puis, on regarde la taille des vecteurs des scénarios pour  $k=1$  :

$\Gamma^{E,1} = \{(1); (\emptyset)\}$ , on a donc des tailles différentes. On compare donc les quantités maximales des deux scénarios (1) et ( $\emptyset$ ) : la quantité maximale pour le scénario (1) est 20 (la valeur maximale pour l'  $\alpha$ -coupe avec  $\alpha=1$ , la quantité maximale pour le scénario ( $\emptyset$ ) étant 0. Le scénario donnant la quantité maximale de besoins bruts cumulatifs est donc (1).

Pour  $k=2$  :

$\Gamma^{E,2} = \{(1);(2)\}$  les scénarios ont la même taille et leurs possibilités sont égales  $\Pi(Or_{1,p,1}) = 1 = \Pi(Or_{1,p,2}) = 1$ . On choisit donc un des deux indifféremment (leurs quantités maximales sont égales, et valent 20).

Pour  $k=3$  :

---

---

---

$\Gamma^{E,3} = \{(3,1);(3,2)\}$  les scénarios (3,1) et (3,2) sont tous les deux des scénarios donnant la quantité de besoin brut cumulatif maximal sur l'horizon 3 :  $20+25=45$

Pour  $k=3$  :

$\Gamma^{E,3} = \{(4,3,1);(4,3,2)\}$  les scénarios (4,3,1) et (4,3,2) sont tous les deux des scénarios donnant la quantité de besoin brut cumulatif maximal sur l'horizon 3 :  $20+25+25=45$

---

---

### 3.1.2.3. *Calcul du besoin brut cumulé du scénario maximal pour un niveau de possibilité donné*

Le scénario maximal est l'union des scénarios maximisant la quantité pour les ordres indépendants et les ordres dépendants. A partir de ce scénario, on calcule la quantité du besoin brut cumulé flou pour le scénario maximal. Par analogie, le scénario minimal est l'union des scénarios minimisant la quantité pour les ordres indépendants et les ordres dépendants.

### 3.1.3. Calcul du besoin brut cumulé maximal

Une fois calculée la quantité du besoin brut cumulé flou pour tous les niveaux de possibilité appartenant à  $\{\Pi_{chang}\}$ , on calcule le besoin brut cumulé flou maximal en faisant l'union sur l'ensemble des besoins bruts cumulés maximaux possibles.

Dans le cas de la quantité du besoin brut cumulé flou minimal, on fait l'union sur l'ensemble des besoins bruts cumulés minimaux possibles.

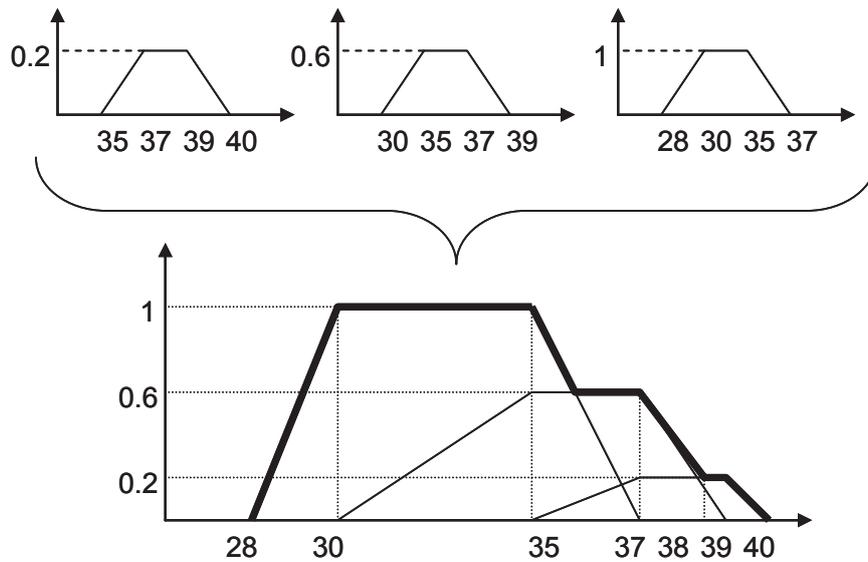
---

---

Exemple : Soient trois quantités de besoin brut flou pour les niveaux de possibilité 0.2 : (35 ; 37 ; 39 ; 40), 0.6 : (30 ; 35 ; 37 ; 39), 1 : (28 ; 30 ; 35 ; 37). Le calcul de la quantité maximale flou cumulative pour cette période est l'union de ces trois quantités, (voir Figure (48) ).

---

---



**Fig. 48.** Calcul de la quantité maximale cumulative

#### 3.1.4. Conclusion

L'utilisation des besoins bruts cumulatifs extrêmes ou du graphe des besoins bruts donne le même plan d'approvisionnement si le décideur compare période par période les niveaux maximaux de stocks et de ruptures afin d'évaluer la qualité d'un plan d'approvisionnement. Un décideur comparant la somme maximale des niveaux de stocks et la somme maximale des niveaux de ruptures sur l'horizon, on peut noter qu'il suffit de calculer les besoins bruts tels que le besoin brut cumulé de la période T soit extrême.

#### 3.2. Calcul du graphe de besoins bruts extrêmes

Cette méthode de calcul des besoins bruts a pour but d'être applicable à des problèmes de plus grande taille que le calcul exhaustif des besoins bruts, tout en gardant plus d'information que la méthode précédente. Nous cherchons donc à calculer tous les nœuds pouvant appartenir au scénario extrême de chaque période de l'horizon (scénario calculé par la méthode précédente). Pour garantir que tous les nœuds appartiennent à un scénario de besoin brut (scénario sur tout l'horizon) que nous calculons sachant que l'on est dans le scénario extrême pour la période t, on calcule le scénario de la période t à T tel que la quantité est extrême pour la période T (en utilisant la méthode précédente). Cette méthode permet de limiter au maximum le nombre de nœuds. On calcule donc dans le pire des cas  $2 \times \text{card}(\{\Pi_{chang}\}) \times T^2$  nœuds sur tout l'horizon,

avec  $\text{card}(\{\Pi_{chang}\})$  la cardinalité de l'ensemble  $\{\Pi_{chang}\}$ . On note que le nombre de nœuds ne dépend plus que de la cardinalité de  $\{\Pi_{chang}\}$  et de la taille de l'horizon. Une fois les nœuds calculés, on les relie en utilisant la méthode présentée dans ce chapitre, §2.2.

#### 4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé plusieurs méthodes de calcul des besoins bruts en prenant en compte les imperfections sur les besoins en composants. La prise en compte de ces imperfections complexifie le calcul des besoins bruts, puisque dans le cas déterministe cela se fait simplement à l'aide d'une multiplication et de deux additions, alors que dans notre cas, une méthode algorithmique plus complexe est nécessaire.

En revanche, l'intégration des imperfections nous a fait pointer du doigt le problème de dimensionnement des périodes, qui est souvent ignoré en calcul déterministe.

Malgré la forte combinatoire du calcul des besoins bruts, il reste possible de les calculer exhaustivement pour des problèmes de petite taille mais réalistes, avec des connaissances fortement imparfaites (incertitude importante, imprécision sur les dates importantes). Bien sûr, il y a une forte corrélation entre le nombre de combinaisons et le volume des besoins bruts, la précision de l'information et le nombre d'ordres planifiés. En effet, si l'information est précise, on retombe sur le problème déterministe et il n'y a plus d'explosion combinatoire. Pour permettre l'utilisation de l'approche par intégration des imperfections sur des problèmes plus grands ou plus imparfaits, nous avons proposé deux méthodes de calcul : une calculant les besoins bruts cumulatifs extrêmes, l'autre un graphe des besoins bruts extrêmes. Pour certaines conditions sur les critères utilisés par le décideur pour évaluer un plan d'approvisionnement, le calcul des besoins cumulatifs extrêmes est équivalent au graphe complet (décideur qui compare les niveaux de stocks et de ruptures de chaque période), de même que le calcul des scénarios pour lequel le besoin brut cumulatif est extrême pour la dernière période de l'horizon (décideur qui compare la somme sur l'horizon des niveaux maximal de stocks et de ruptures).

Dans le chapitre suivant, nous proposons donc une méthode d'évaluation des plans de production en prenant en compte les imperfections. Nous proposons ensuite une méthode de calcul d'un plan d'approvisionnement dans une approche orientée "aide à la décision".



# CHAPITRE IV : AIDE A LA DECISION POUR LE PROCESSUS DE CALCUL DU PLAN D'APPROVISIONNEMENT

Introduction.....	p153
1. Choix d'un plan de production sous incertitude.....	p154
1.1. Choix d'un plan de production utilisant l'ensemble des besoins bruts.....	p154
1.1.1. Calcul des niveaux de faisabilité d'un plan de production.....	p155
1.1.1.1. Présentation de la méthode.....	p155
1.1.1.2. Illustration sur un exemple.....	p158
1.1.2. Choix des séquences.....	p160
1.1.2.1. Présentation de la méthode.....	p161
1.1.2.2. Illustration par un exemple.....	p163
1.2. Choix d'un plan de production à partir des besoins bruts cumulatifs extrêmes.....	p165
1.3. Conclusion.....	p168
2. Aide à la décision pour le calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p168
2.1. Exploitation du graphe.....	p169
2.1.1. Calcul des scénarios extrêmes.....	p170
2.1.2. Calcul de besoins bruts possibles.....	p175
2.2. Calcul des niveaux de stock nécessaires.....	p178
2.2.1. Méthode de calcul.....	p178
2.2.2. Illustration sur un exemple.....	p184
2.3. Choix d'un plan d'approvisionnement.....	p185
2.3.1. Calcul du plan d'approvisionnement flou.....	p187
2.3.2. Calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p189
2.3.2.1. Calcul d'un plan d'approvisionnement dans l'horizon gelé.....	p189
2.3.2.2. Calcul d'un plan d'approvisionnement dans l'horizon libre.....	p190
2.4. Illustration de la méthode de calcul d'un plan d'approvisionnement.....	p191

2.5. Calcul d'un plan d'approvisionnement à partir des besoins bruts cumulatifs extrêmes.....	p195
3. Conclusion.....	p196

## *Introduction*

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté et formalisé le problème de calcul de plan d'approvisionnement dans un contexte collaboratif (Chapitre 2) puis nous avons présenté des méthodes de calcul des besoins bruts à partir de connaissances imparfaites sur les besoins en composants (Chapitre 3).

Dans l'approche collaborative, le calcul d'un plan d'approvisionnement est composé de deux processus :

- processus de choix d'un plan de production prenant en compte les imperfections les besoins bruts,
- processus de calcul d'un plan d'approvisionnement prenant en compte les imperfections sur les besoins bruts.

Le premier processus est présenté dans la section 1. Pour plus de clarté, nous utiliserons le terme de « approvisionneur » pour qualifier le décideur chargé des décisions d'approvisionnement, et le terme de « planificateur » pour le décideur chargé des décisions sur la production.

La prise en compte des imperfections pose des problèmes de choix de plan d'approvisionnement à partir des besoins bruts, et donc de critères de choix, ce qui n'est pas le cas dans le cas déterministe. Etant donnée l'analogie entre ce problème et celui de lotissement, nous gardons les critères utilisés pour l'estimation de la qualité de la solution :

- quantité en stock,
- nombre des ruptures.

Le deuxième processus peut être réalisé de deux façons différentes en fonction du niveau de formalisation des objectifs de l'approvisionneur. Dans ce chapitre, nous présentons le cas où l'approvisionneur ne peut pas donner un critère de choix sous incertitude (minimisation du coût max, minimisation du regret max ou minimisation du coût min ou minimisation du coût moyen...), ni les valeurs des coefficients de la fonction de coût (coût de rupture, de stockage). L'approche par optimisation n'est donc pas envisageable. Dans ce contexte de formalisation faible, l'approche "aide à la décision" est intéressante car il suffit de connaître les indicateurs influençant le choix de l'approvisionneur sans savoir de quelle façon ils l'influencent.

Les indicateurs influençant ces choix sont donc les variables prises en compte dans la fonction de coût déjà évoquée :

- les niveaux de stocks,
- les niveaux de rupture.

L'approche "aide à la décision" pour le calcul d'un plan d'approvisionnement est présentée dans la section 4.2.

### *1. Choix d'un plan de production sous incertitude*

Un plan de production est évaluable en fonction des quantités livrables par le fournisseur. Cette évaluation est utilisée afin de choisir un plan de production faisable, c'est-à-dire un plan de production dont les besoins en approvisionnement seront satisfaits.

Afin de choisir un plan de production, il faut dans un premier temps évaluer la faisabilité des besoins bruts pour chaque plan de production. Une fois ce calcul réalisé, des critères de choix sont proposés afin de choisir un plan de production satisfaisant le planificateur.

Afin de pouvoir choisir le plan de production le plus satisfaisant, le planificateur a à sa disposition :

- un ensemble de séquences d'ordres planifiés évalués par un niveau de préférence,
- l'ensemble des besoins bruts pour chaque séquence,
- les quantités maximales livrables par le fournisseur.

A partir de ces informations, il peut évaluer la faisabilité de chaque séquence.

Nous distinguons deux façons d'évaluer la faisabilité :

- de façon globale, en calculant le niveau de faisabilité pour l'ensemble des besoins bruts possibles (chapitre 4 §1.1),
- de façon extrême, en calculant les niveaux de faisabilité maximums de chaque période à partir des ordres de fabrication (chapitre 4 §1.2).

#### 1.1. Choix d'un plan de production utilisant l'ensemble des besoins bruts

Dans cette partie, nous allons présenter le calcul de faisabilité des besoins bruts qui correspond au niveau de nécessité de pouvoir satisfaire le besoin brut. Le niveau de faisabilité permet de calculer des niveaux de risque de rupture (définition 17) différents en fonction de la

vision du planificateur. Comme nous l'avons vu, en décision sous risque/incertitude, il existe deux grands types de vision du risque :

- vision basée sur les extremums (maximum et minimum),
- vision basée sur la notion de moyenne.

Une fois le calcul de faisabilité réalisé, nous proposons des évaluations des risques de rupture pour les deux visions du risque rappelées ci-dessus.

*Définition 16.* Le risque de rupture est un critère qui dépend du niveau de possibilité maximal que l'on soit en rupture de stock quand le fournisseur fournit au client le maximum possible à chaque période.

Ce calcul est effectué pour chaque séquence, donc pour chaque graphe représentant les besoins bruts.

#### 1.1.1. Calcul des niveaux de faisabilité d'un plan de production

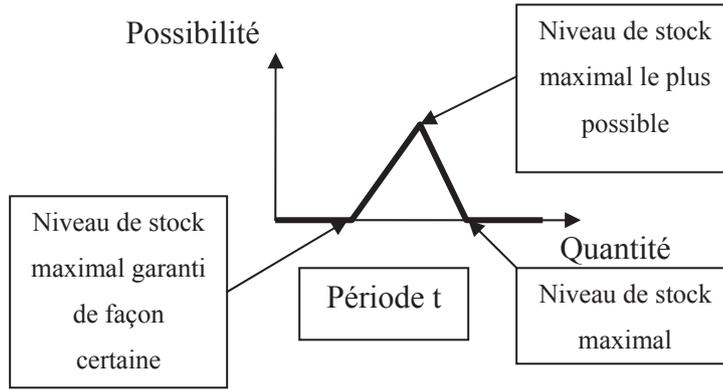
Dans ce paragraphe, nous présentons dans un premier temps la méthode de calcul du niveau de faisabilité, puis nous illustrons cette méthode sur un exemple (Guillaume et al. 2010).

##### *1.1.1.1. Présentation de la méthode*

La notion de faisabilité d'un besoin brut signifie qu'il y aura nécessairement suffisamment de pièces en stock pour satisfaire le besoin brut. Nous allons donc calculer les niveaux de stocks possibles sous la contrainte de livraison du fournisseur. Cette valeur peut être transmise directement par le fournisseur ou avoir été négociée dans un processus de collaboration.

Quelque soit la source de l'information, la quantité maximale de composants livrables par le fournisseur n'est pas précise, du fait des incertitudes liées à son outil de production. Cette quantité est modélisée par une distribution de possibilités triangulaire (cf. chapitre 2 §2.4.1.1).

La figure correspondante est rappelée ci-dessous (Figure (49)).



**Fig. 49.** Représentation des quantités livrables maximales imprécises

Notations:

*Données d'entrées:*

$\tilde{C}_t$  : quantités maximales floues livrables par le fournisseur pour la période  $t$

$BB_{c,t}^{comb_t}$  : besoin brut du nœud ( $comb_t, t$ )

$w_{comb_t; comb_{t+1}; t}$  : niveau de possibilité de l'arc ( $comb_t; comb_{t+1}; t$ )

*Données dépendantes:*

$\tilde{I}'_{t, comb_t}$  : niveau de stock possible qui peut être positif ou négatif, pour le nœud ( $comb_t, t$ )

$\tilde{I}_{t, comb_t}$  : stock du nœud ( $comb_t, t$ )

$\tilde{B}_{t, comb_t}$  : nombre de composants manquants du nœud ( $comb_t, t$ )

*Donnée de sorties:*

$\Phi_{t, comb_t}$  : niveau de faisabilité du besoin brut du nœud ( $comb_t, t$ )

Le niveau de faisabilité d'un nœud (possibilité que le stock soit supérieur à zéro) est le complément du niveau de nécessité. Si l'on est sûr (s'il est nécessaire) que le stock est supérieur à zéro, alors la quantité du besoin brut est réalisable. A l'inverse, si l'on n'est pas sûr que le stock soit supérieur à zéro, alors le nœud est infaisable.

Nous calculons donc dans un premier temps le niveau de stock flou du nœud dans le cas où le fournisseur livre le maximum ( $\tilde{C}_t$ ). Puis, on évalue le niveau de faisabilité à partir de ce niveau de stock  $\tilde{I}'_{t, comb_t}$ . On propage ensuite le stock  $\tilde{I}_{t, comb_t}$  s'il est positif, sinon on propage

les ruptures  $\tilde{B}_{t,comb_t}$  si une partie du stock est négative. L'algorithme 1 est utilisé pour calculer le niveau de faisabilité.

---

**Algorithme 1:** Calcul du niveau de faisabilité

---

**Entrées:** Graphe des besoins bruts  $\langle BB_{c,t}^{comb_t}, w_{comb_t;comb_{t+1};t} \rangle$ ,

quantité maximale floue livrable par le fournisseur pour la période  $t$   $\tilde{C}_t$ ;

**Sortie:** Niveau de faisabilité de chaque nœud  $\Phi_{t,comb_t}$ ;

**Pour tout  $t$  faire**

**Pour tout nœud ( $comb_t, t$ ) faire**

**Pour tout  $comb_{t-1} | w_{comb_{t-1};comb_t;t-1} \neq 0$  faire**

*//calcul du niveau de stock possible des nœuds précédents//*

**Si**  $\tilde{B}_{t,comb_t} = 0$

**Alors**  $\tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}} = \tilde{I}'_{t-1,comb_{t-1}} (+)\tilde{C}_t (-)BB_{c,t}^{comb_t}$

**Si non**  $\tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}} = \tilde{C}_t (-)BB_{c,t}^{comb_t} (-)\tilde{B}_{t-1,comb_{t-1}}$

**Fin**

**Fin**

*//calcul du niveau de faisabilité du nœud//*

$$\begin{aligned} \Phi_{t,comb_t} &= \min_{comb_{t-1}} (\Phi_{t,comb_t,comb_{t-1}}) \\ &= \min_{comb_{t-1} | w_{comb_{t-1};comb_t;t} \neq 0} \left( \frac{N(\tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}} \geq 0)}{\max_{comb_{t-1}} (w_{comb_{t-1};comb_t;t})} \right) \end{aligned}$$

*//calcul du niveau de stock critique//*

$$\tilde{I}'_{t,comb_t} = \tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}} | \Phi_{t,comb_t} = \Phi_{t,comb_t,comb_{t-1}}$$

*//calcul des niveaux de stock possibles et des niveaux de rupture possibles//*

$$\tilde{I}_{t,comb_t} = \left\{ \begin{array}{l} a_{\tilde{I}_{t,comb_t}} = \max(0; a_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}); b_{\tilde{I}_{t,comb_t}} = \max(0; b_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}) \\ c_{\tilde{I}_{t,comb_t}} = \max(0; a_{\tilde{I}'_{t,comb_t}} - c_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}) - a_{\tilde{I}_{t,comb_t}} \\ d_{\tilde{I}_{t,comb_t}} = \max(0; b_{\tilde{I}'_{t,comb_t}} + d_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}) - b_{\tilde{I}_{t,comb_t}} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{B}_{t,comb_t} = \left\{ \begin{array}{l} a_{\tilde{B}_{t,comb_t}} = \max(0; -b_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}); b_{\tilde{B}_{t,comb_t}} = \max(0; -a_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}) \\ c_{\tilde{B}_{t,comb_t}} = a_{\tilde{B}_{t,comb_t}} - \max(0; -a_{\tilde{I}'_{t,comb_t}} + c_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}) \\ d_{\tilde{B}_{t,comb_t}} = b_{\tilde{B}_{t,comb_t}} + \max(0; -b_{\tilde{I}'_{t,comb_t}} + d_{\tilde{I}'_{t,comb_t}}) \end{array} \right\}$$

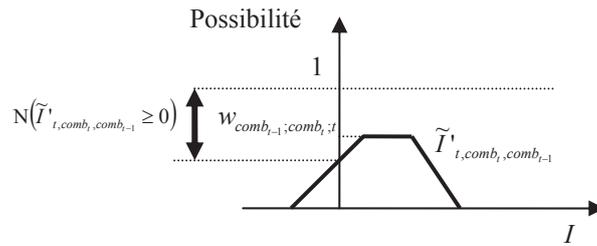
**Fin**

**Fin**

**Retourner**  $\Phi_{t,comb_t}$

Le calcul du niveau de nécessité  $N(\tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}} \geq 0)$ , qui est égal à 1 moins le niveau de possibilité d'avoir un niveau de stock inférieure à zéro (Equation (76)), est illustré dans la Figure (50).

$$N(\tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}} \geq 0) = 1 - \max(\pi_{\tilde{I}'_{t,comb_t,comb_{t-1}}} (I) | I < 0) \quad (76)$$



**Fig. 50.** Calcul du niveau de nécessité que le stock soit supérieur à zéro

#### 1.1.1.2. Illustration sur un exemple

Nous allons appliquer cet algorithme aux données générées à partir d'un plan comportant environs 3 ordres par semaine sur un horizon de 7 semaines, décomposé en 5 périodes (3 périodes d'une semaine et 2 de 2 semaines). Nous considérons que l'incertitude est croissante sur l'ensemble de l'horizon, allant de 0 à 20% (le client final a fait son choix définitif sur les commandes des premières périodes, mais n'en a fait que 80% sur les dernières périodes de l'horizon). On a également des imprécisions sur les dates allant de 2 à 8 jours. Pour l'exemple, nous avons pris  $\tilde{N}_{p,c} = (10 ; 12 ; 2 ; 4)$  pour tous les ordres.

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
$Comb_{\bar{t}=1}$	(50 ; 60 ; 10 ; 20)	(50 ; 60 ; 10 ; 20)	(40 ; 48 ; 8 ; 16)	(90 ; 108 ; 18 ; 36)	(90 ; 108 ; 18 ; 36)
$Comb_{\bar{t}=2}$		(40 ; 48 ; 8 ; 16)	(30 ; 36 ; 6 ; 12)	(80 ; 96 ; 26 ; 32)	(80 ; 96 ; 26 ; 32)
$Comb_{\bar{t}=3}$			(20 ; 24 ; 4 ; 8)	(70 ; 84 ; 14 ; 28)	(70 ; 84 ; 14 ; 28)
$Comb_{\bar{t}=4}$				(60 ; 72 ; 12 ; 24)	(60 ; 72 ; 12 ; 24)
$Comb_{\bar{t}=5}$				(50 ; 60 ; 10 ; 20)	

**Tableau 12.** Besoins bruts  $BB_{c,t}^{comb_t}$

	$Comb_{\bar{t}=1}$	$Comb_{\bar{t}=2}$
$Comb_{\bar{t}=1}$	$w_{1;1;1} = 1$	$w_{1;2;1} = 1$

**Tableau 13.** Poids entre les combinaisons  $w_{comb_1;comb_2;1}$

	$Comb_{\bar{t}=1}$	$Comb_{\bar{t}=2}$	$Comb_{\bar{t}=3}$
$Comb_{\bar{t}=1}$	1	1	0.8
$Comb_{\bar{t}=2}$	1	1	0.8

**Tableau 14.** Poids entre les combinaisons  $w_{comb_2;comb_3;2}$

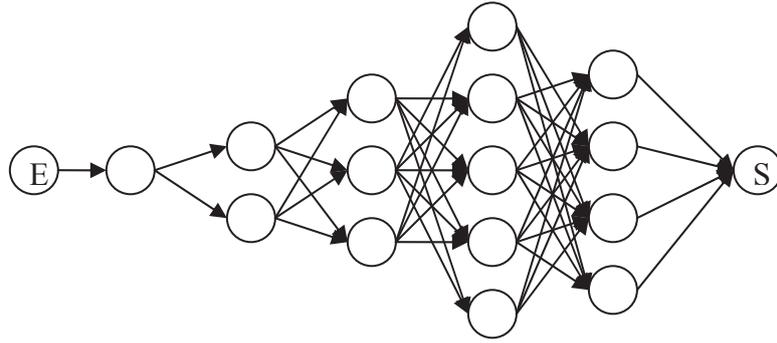
	$Comb_{\bar{t}=1}$	$Comb_{\bar{t}=2}$	$Comb_{\bar{t}=3}$	$Comb_{\bar{t}=4}$	$Comb_{\bar{t}=5}$
$Comb_{\bar{t}=1}$	0	0.5	1	1	0.5
$Comb_{\bar{t}=2}$	0.5	1	1	1	0.5
$Comb_{\bar{t}=3}$	0.5	1	1	0.5	0

**Tableau 15.** Poids entre les combinaisons  $w_{comb_3;comb_4;3}$

	$Comb_{\bar{t}=1}$	$Comb_{\bar{t}=2}$	$Comb_{\bar{t}=3}$	$Comb_{\bar{t}=4}$
$Comb_{\bar{t}=1}$	0	0.8	1	0.5
$Comb_{\bar{t}=2}$	0.8	1	1	0.5
$Comb_{\bar{t}=3}$	0.8	1	1	0.5
$Comb_{\bar{t}=4}$	0.8	1	1	0.5
$Comb_{\bar{t}=5}$	0.8	1	0.5	0

**Tableau 16.** Poids entre les combinaisons  $w_{comb_4;comb_5;4}$

A partir des Tableaux de (12) à (16), on peut construire le graphe de la Figure (51) qui représente l'ensemble des besoins bruts possibles de notre exemple.



**Fig. 51.** Représentation graphique des besoins bruts

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
(80 ; 80 ; 85)	(60 ; 70 ; 85)	(70 ; 80 ; 85)	(120 ; 140 ; 170)	(150 ; 160 ; 170)

**Tableau 17.** Quantités maximales floues livrables par le fournisseur

Nous appliquons l’algorithme 1 à ces besoins bruts avec les contraintes de livraison du Tableau (17).

Pour la période 1 :

$$\text{On calcule : } \tilde{I}'_{1,1,E} = \tilde{I}_{0,E} (+)\tilde{C}_1 (-)BB_{c,1}^1$$

$$\text{On obtient : } \tilde{I}'_{1,1,E} = (20;30;20;15)$$

$N(\tilde{I}'_{1,1,E} \geq 0) = 1$  puisque quelque soit la valeur du besoin brut, le stock sera positif.

On a donc  $\Phi_{1,1} = \frac{1}{\max(w_{E;1,1})} = \frac{1}{1} = 1$ , et comme  $\tilde{I}'_{1,1,E} > 0$ , on propage le stock à la période

$$\text{suivante : } \tilde{I}_{1,1} = (20;30;20;15)$$

On passe à la combinaison 1 de la période 2.

$$\tilde{I}'_{2,1,1} = (30;50;50;40)$$

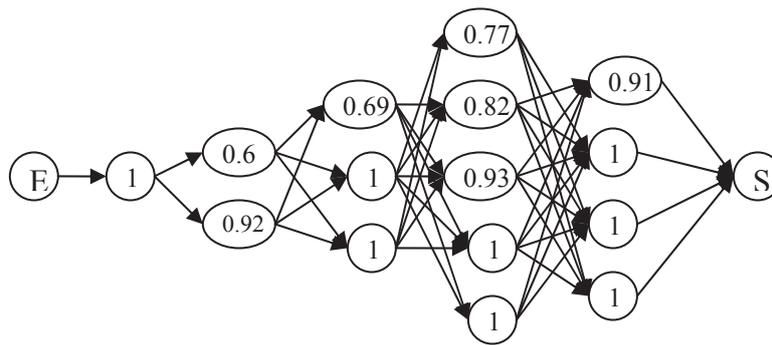
Comme  $N(\tilde{I}'_{2,1,1} \geq 0) = 0.6$  on a  $\Phi_{2,1} = \frac{0.6}{\max(w_{1,1,1})} = \frac{0.6}{1} = 0.6$

Comme  $\tilde{I}'_{2,1,1}$  n’est pas strictement supérieur à zéro, on propage le niveau de rupture

$$\tilde{B}_{2,1} = (0(0.4);0;20;0).$$

On passe ensuite à la combinaison 2 de la période 2 et ainsi de suite jusqu’à la combinaison 4 de la période 5.

Le résultat est présenté dans la Figure (52).



**Fig. 52.** Niveaux de faisabilité des besoins bruts

Une fois les niveaux de faisabilité évalués pour tous les besoins bruts calculés à partir de différents plans d’approvisionnements, le planificateur doit choisir un plan parmi ces plans. La section suivante présente des critères ainsi que le processus de choix de plan d’approvisionnement à partir des mesures de faisabilité.

### 1.1.2. Choix des séquences

Dans cette partie, nous allons proposer des critères permettant au planificateur de choisir le plan de production qui génère le moins de risque du côté de l’approvisionnement. Nous utiliserons le terme de "besoin brut risqué" pour un besoin brut qui n’est pas totalement faisable. Nous allons donc proposer différentes mesures de risque (risque maximal et risque moyen) que le planificateur pourra considérer afin d’évaluer le risque du plan de production. Nous considérons dans cette section que le planificateur donne au système de décision sa vision des critères de risques, ainsi que ses préférences sur les plans de production proposés. Le système de décision lui retourne le plan d’approvisionnement qui est préféré parmi les plans les moins risqués selon la vision du planificateur exprimée au préalable.

#### 1.1.2.1. Présentation de la méthode

A partir des niveaux de faisabilité de chaque nœud et des quantités en rupture découlant du graphe représentant les besoins bruts de la séquence  $s$ , on peut évaluer le “risque”  $r_s^1$  de la séquence  $s$  (Equation (77)), qui est le niveau de risque maximal que le stock soit inférieur à zéro pour tous les besoins bruts possibles pour un ordre donné.

$$r_s^1 = \max_{t, comb_t} \left( (1 - \Phi_{s,t,comb_t}) \right) \quad (77)$$

On peut aussi mesurer le risque  $r_s^2$  de la séquence  $s$  (Equation (78)), qui est la proportion de besoins bruts pouvant ne pas être satisfaite pour une séquence donnée. Cette mesure de risque ne peut être utilisée que si l'on applique l'algorithme 1 sur le graphe entier, car c'est une mesure de type "moyenne" et non "extrême" comme la mesure  $r_s^1$  (qui, elle, peut être utilisée sur le graphe extrême). Si la mesure  $r_s^2$  est utilisée, elle doit être traduite comme la "proportion de besoins bruts maximaux comportant un risque".

On note :

$nb_s$  : le nombre de nœuds du graphe de la séquence  $s$

$nb_s^+$  : le nombre de nœuds du graphe de la séquence  $s$  sachant que  $(1 - \Phi_{s,t,comb_t}) \geq 0$

$$r_s^2 = \frac{nb_s^+}{nb_s} \quad (78)$$

Ces deux mesures sont complémentaires car l'une ( $r_s^1$ ) reflète le risque maximal d'être au moins une fois en rupture de stock, mais ne donne aucune information sur le nombre de fois où l'on risque d'être en rupture, tandis que la deuxième ( $r_s^2$ ) donne une information sur le nombre de scénarios qui seront en rupture de stock, mais ne donne aucune indication sur le niveau de possibilité d'être en rupture de stock.

---

Exemple : Pour une séquence  $a$  on a les deux mesures de risque :

$r_a^1 = 1$ ,  $r_a^2 = 0.1$ . Il existe donc au moins un besoin brut avec un niveau de risque égal à 1, mais seulement 10% de besoins bruts risqués.

Pour la séquence  $b$ , on a :  $r_b^1 = 0.1$ ,  $r_b^2 = 1$ . Il existe donc au moins un besoin brut de niveau de « risque » égal à 0.1 mais 100% des besoins bruts sont risqués.

Un décideur préférant limiter les risques maximums (décideur pessimiste) se basera sur le pire cas pour décider et choisira la séquence  $b$ . Par contre, un décideur ayant une vision moyenne considérera la "chance" de ne pas être risqué (critère  $r^2$ ) : il choisira la séquence  $a$ .

---

Comme nous l'avons montré dans l'exemple, la décision dépend de la vision du planificateur sur ces deux niveaux de « risque ».

Nous considérons que le planificateur exprime au système son intérêt pour chacune des mesures de risque ( $r_s^1$  et  $r_s^2$ ), cet intérêt étant modélisé par une fonction. A partir des deux mesures de risque ( $r_s^1$  et  $r_s^2$ ) et des fonctions d'utilité ( $u(x)$ ,  $v(x)$ ) du planificateur, le système de décision peut choisir la séquence la moins « risquée » du point de vue du planificateur.

Pour cela, nous utiliserons le critère Leximin (Equation (79)) car c'est un critère de maximisation du minimum, qui choisit donc une solution dans laquelle les pires critères ont une valeur maximale. Il a un pouvoir discriminant supérieur au Maximin et laisse moins de solutions équivalentes.

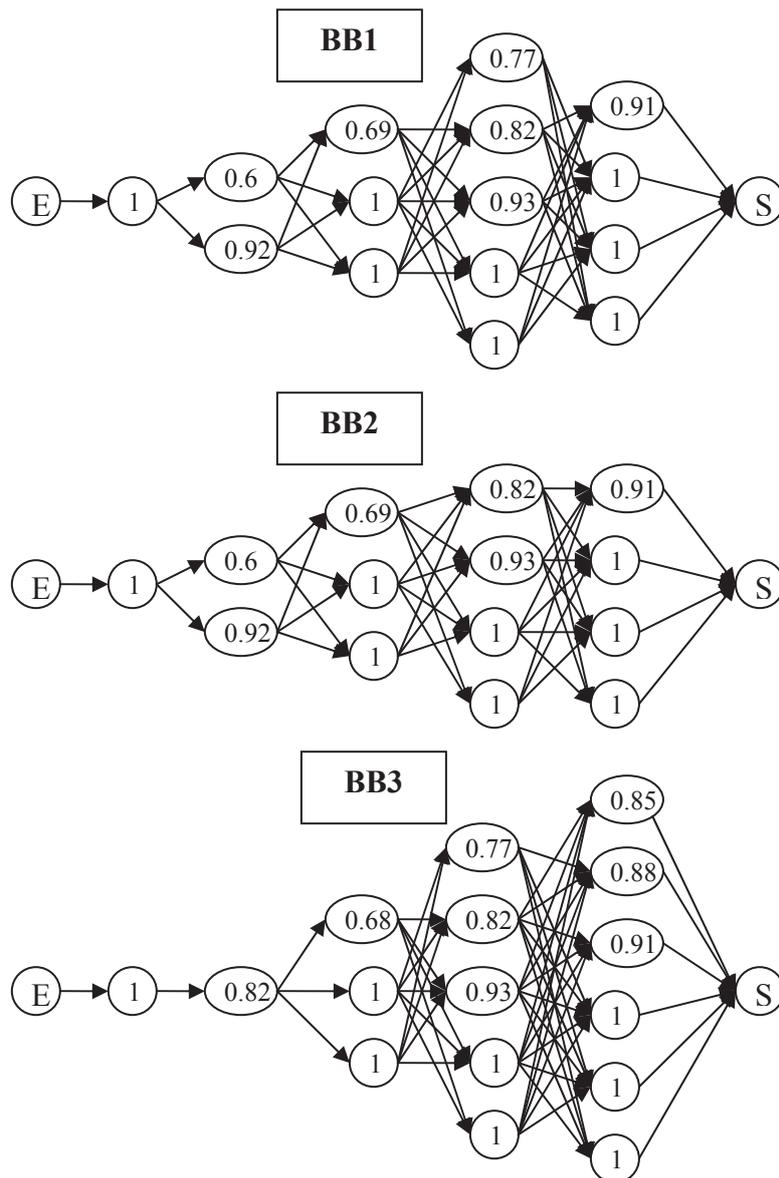
Malgré le pouvoir discriminant du critère Leximin, il est possible que deux séquences ne puissent pas être distinguables. Par exemple, si on a  $u(r_c^1)=1$ ,  $v(r_c^2)=0.8$  et  $u(r_d^1)=0.8$ ,  $v(r_d^2)=1$  alors ces séquences sont équivalentes suivant le critère Leximin. Dans ce cas, on raffine la décision en utilisant l'ordre des préférences entre les plans de production du planificateur. Par exemple, si  $c \succ d$  nous choisissons la séquence  $d$ .

$$Lexi \min_s(u(r_s^1), v(r_s^2)) \quad (79)$$

La décision est ensuite affinée en utilisant les relations de préférence entre les séquences les moins risquées. On choisit donc dans l'ensemble des séquences les moins « risquées » celles qui ont le meilleur niveau de satisfaction.

#### 1.1.2.2. *Illustration par un exemple*

Nous considérons les besoins bruts utilisés dans la partie 5.1.2 (BB1), plus deux autres besoins bruts calculés à partir d'alternatives de planification : BB2 et BB3 (Figure (53)).



**Fig. 53.** Besoins bruts

Pour chacun des besoins bruts, nous calculons les niveaux de risques :

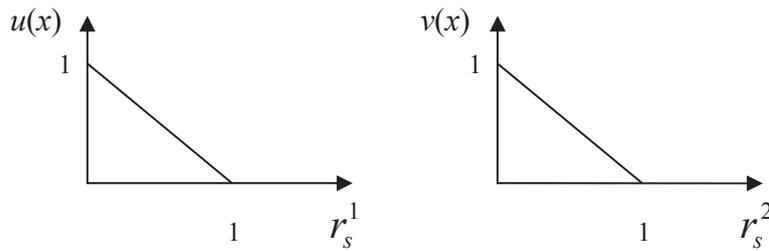
$$\text{BB1} : r_1^1 = \max_{t, \text{comb}_t} \left( (1 - \Phi_{1,t, \text{comb}_t}) \right) = 0.4 \quad r_1^2 = \frac{6}{15} = 0.4$$

$$\text{BB2} : r_2^1 = 0.4 \quad r_2^2 = \frac{6}{14} = 0.43$$

$$\text{BB3} : r_3^1 = 0.32 \quad r_3^2 = \frac{8}{16} = 0.5$$

Les préférences entre les plans de production sont :  $\text{BB2} \succ \text{BB1} \succ \text{BB3}$

Les fonctions d'utilité ( $u(x)$ ,  $v(x)$ ) du planificateur sont décrites dans la Figure (54).



**Fig. 54.** Fonctions d'utilité  $(u(x), v(x))$

On constate que le planificateur accorde un peu plus d'importance au risque maximal qu'au risque moyen.

On note les évaluations des besoins bruts  $\langle a; b \rangle$  où  $a$  et  $b$  sont les évaluations des besoins bruts avec  $a \leq b$  (ordre lexicographique).

Ceci donne les évaluations suivantes :

- BB1 :  $\langle 0.6 ; 0.6 \rangle$
- BB2 :  $\langle 0.57 ; 0.6 \rangle$
- BB3 :  $\langle 0.5 ; 0.68 \rangle$

Le critère Leximin nous donne BB1 meilleurs que BB2 indifférents et BB3. Le décideur choisit donc le plan de production qui correspond au besoin brut BB1.

## 1.2. Choix d'un plan de production à partir des besoins bruts cumulatifs maximaux

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, le niveau de faisabilité dépend de la possibilité maximale d'avoir une rupture. Nous proposons dans cette partie une méthode applicable à des problème de grande taille en nous basant sur deux hypothèses : le décideur utilise le critère de risque maximal et il n'a pas de connaissance sur le nombre d'ordres pouvant être annulés en même temps. Comme nous l'avons montré dans le chapitre 3 §3 (théorème 1), le niveau maximal de rupture pour une période est dans le cas où le besoin brut cumulatif est maximal. Pour évaluer le niveau de faisabilité de chaque période, il suffit donc de calculer les quantités maximales du besoin brut cumulatif pour chaque période (chapitre 3 §3), puis de soustraire la capacité maximale cumulative afin de calculer le niveau de rupture

possible (Equation (80)). On calcule ensuite le niveau de faisabilité maximal pour chaque période (Equation (81)).

$$\tilde{B}_{t,s} = \max\left(\sum_{i=1}^t \tilde{B}B_{i,s}(-)\sum_{i=1}^t \tilde{C}_i; 0\right) \quad (80)$$

$$\Phi_{t,s} = \Pi(\tilde{B}_{t,s} \leq 0) \quad (81)$$

Afin de donner toutes les informations disponibles au planificateur, nous proposons deux critères :

- un critère basé sur le risque maximal  $r_s^1$  (le même que dans la méthode précédente (Equation (82)),
- un critère  $r_s^2$  sur l'occurrence d'un risque (Equation (83)).

$$r_s^1 = \max_t (1 - \Phi_{t,s}) \quad (82)$$

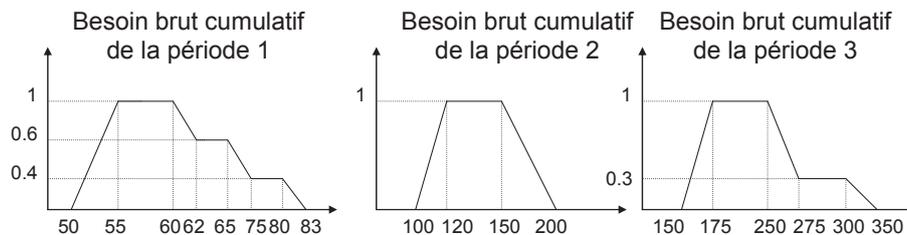
$$r_s^2 = \frac{nb_s^+}{T} \quad (83)$$

Avec  $nb_s^+$  : le nombre de périodes, sachant que  $(1 - \Phi_{s,t}) \geq 0$

A partir de ces deux mesures, la méthode de choix d'un plan de production est la même que pour le cas précédent : le planificateur donne au système de décision l'importance de chaque critère ainsi que ses préférences sur les plan de production, puis l'on choisit le plan préféré parmi les plans de production les moins risqués.

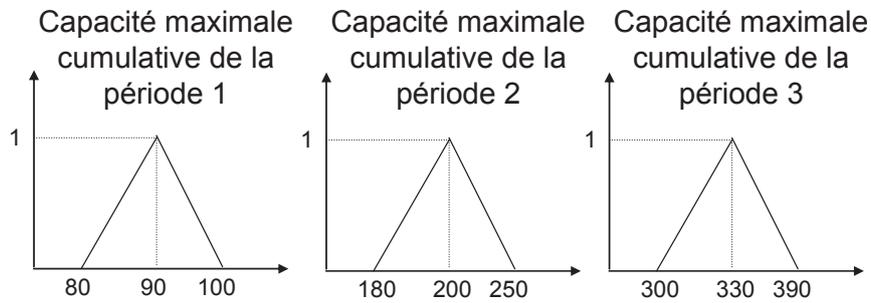
---

Exemple : la méthode de calcul des besoins bruts cumulatifs maximaux (méthode du chapitre 3 §3) nous donne les besoins bruts suivants (Figure (55)) :



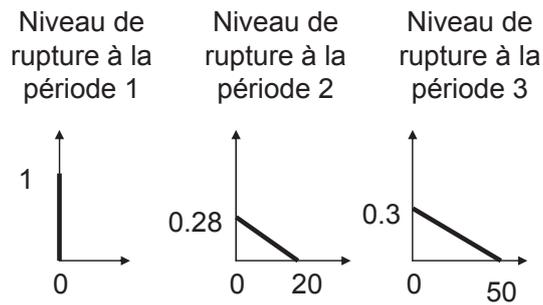
**Fig. 55.** Besoin brut cumulatif

Nous calculons les capacités maximales de livraisons cumulatives à partir des capacités maximales de chaque période données par le fournisseur (Figure (56)) :



**Fig. 56.** Capacité maximale cumulative

A partir de ces données, on calcule les niveaux de rupture possibles pour chaque période (Equation (79), Figure (57)) :



**Fig. 57.** Niveau de rupture maximal

A partir des niveaux de rupture, on évalue la faisabilité :

$$\Phi_{1,s} = 1, \Phi_{2,s} = 0.28, \Phi_{3,s} = 0.3.$$

A partir de ces niveaux de faisabilité, on évalue les niveaux de risque :

$$r_s^1 = \max(1-1; 1-0.28; 1-0.3) = 0.72$$

$$r_s^2 = \frac{nb_s^+}{3} = \frac{2}{3}$$

### 1.3. Conclusion

Nous avons proposé une méthode de calcul de la faisabilité des plans de production envisageables sous incertitudes et nous avons proposé des critères permettant de choisir le plan de production le plus satisfaisant aux yeux du décideur. Nous avons distingué deux méthodes de calcul des niveaux de faisabilité et d'évaluation du risque.

La première est beaucoup plus lourde que dans le cas sans prise en compte des incertitudes (cf. chapitre 2) mais permet de prendre en compte de manière précise les risques fournisseur liés aux plans de production, et de les évaluer plus finement.

La deuxième est réalisable sur des problèmes de taille plus importante mais ne considère que les valeurs extrêmes du risque, ce qui limite la vision du risque mais est adapté lorsque le décideur souhaite minimiser la valeur maximale du risque.

Nous constatons encore une fois que l'intégration des incertitudes rend le problème plus lourd à résoudre, mais qu'il peut être allégé suivant les critères de décision retenus par le décideur.

En d'autres termes, certains critères ne sont utilisables que sur des problèmes de petite taille (peu d'ordre de fabrication ou peu d'imperfection) tandis que d'autres tendent à simplifier la résolution du problème.

## 2. *Aide à la décision pour le calcul d'un plan d'approvisionnement*

Une fois le plan de production fixé, il faut calculer un plan d'approvisionnement (Guillaume et al. 2011) :

- prenant en compte les quantités maximales livrables par le fournisseur,
- et étant le plus satisfaisant possible pour le client.

Etant donnée la complexité du modèle de représentation des besoins bruts et la difficulté qui existe souvent pour évaluer les coûts de stockage et de rupture, nous proposons dans un premier temps une approche de type "aide à la décision" pour résoudre le problème du calcul du plan d'approvisionnement en contexte incertain.

Une approche par optimisation sera néanmoins proposée dans le chapitre suivant.

L'approche "aide à la décision" consiste dans un premier temps à donner au fournisseur une visibilité sur les besoins bruts, puis à trouver, parmi les quantités que le fournisseur peut livrer, l'ensemble des quantités à livrer avec leur niveau de possibilité d'être optimales.

Dans la partie suivante, nous proposons :

1. dans un premier temps, deux méthodes d'exploitation du graphe :
  - un processus d'extraction d'un ensemble de scénarios des besoins bruts possibles (rappelons qu'un scénario est un cas possible de répartition des ordres de fabrications dû aux imprécisions sur la date à la possibilité d'annulation des besoins en composants)
  - un processus de calcul permettant d'évaluer la possibilité moyenne de besoins bruts proposés par le décideur.
2. dans un deuxième temps, une méthode de calcul des quantités que l'on doit avoir en stock à chaque période pour satisfaire les besoins bruts de la période suivante, sachant que notre fournisseur est soumis à des contraintes de capacité :
  - pour les besoins bruts à quantité maximale, ce niveau de stock permet de garantir la faisabilité de tous les besoins bruts possibles,
  - pour les besoins bruts à quantité minimale, ce niveau de stock est requis pour garantir qu'au moins un scénario de besoin brut est faisable
3. dans un troisième temps, et à partir des niveaux de stocks nécessaires (calculés en 2), on calcule (parmi les quantités livrables par le fournisseur) le niveau de possibilité que la quantité soit la quantité à se procurer :
  - pour les besoins bruts à quantité maximale,
  - pour les besoins bruts à quantité minimale.
4. enfin, nous décrivons le processus de prise de décision utilisant notre outil.
5. nous proposons une méthode d'aide à la décision utilisant les besoins bruts cumulatifs extrêmes.

#### 2.1. Exploitation du graphe

Quelle que soit la méthode utilisée pour le calcul des besoins bruts (calcul de l'ensemble des besoins bruts ou de l'ensemble des besoins bruts extrêmes), l'exploitation des résultats est nécessaire car il n'est pas possible et/ou pas exploitable de donner au décideur le graphe complet sans pré-traitement.

Dans une approche "aide à la décision", nous devons proposer des méthodes d'exploitation du graphe (graphe complet ou graphe extrême) pour aider le décideur à choisir un plan d'approvisionnement sans lui proposer une solution précise.

Dans cette section, nous proposons deux méthodes complémentaires d'exploitation du graphe, s'appuyant sur les deux types d'information que l'on peut utiliser pour décider sous incertitude, pour que le décideur puisse avoir une information lisible et riche, c'est-à-dire qui prend en compte les imperfections.

En décision sous incertitude, un décideur utilise des critères utilisant principalement les extremums, mais aussi des critères utilisant les moyennes.

Le décideur peut donc être intéressé par deux types d'informations :

1. les valeurs extrêmes (maximales ; minimales),
2. la valeur moyenne.

Nous proposons donc, dans la section 2.1.1, une méthode de calcul de scénarios qui donne des scénarios extrêmes au décideur suivant les différents attributs. Dans la section 2.1.3, les niveaux moyens de possibilité d'apparition de besoins bruts seront calculés.

#### 2.1.1. Calcul des scénarios extrêmes

Nous proposons dans cette section une méthode de calcul de scénarios ayant des caractéristiques particulières afin de les proposer au décideur. Nous considérons trois grandes caractéristiques :

1. le niveau d'annulation des besoins en composants,
2. le niveau de retard des ordres planifiés,
3. le niveau de possibilité d'apparition des événements.

La première caractéristique nous donne deux cas extrêmes :

- tous les besoins incertains sont annulés,
- tous les besoins incertains sont acceptés.

La deuxième caractéristique nous donne deux cas extrêmes :

- tous les ordres sont au plus tôt, c'est-à-dire sont requis pour leur date minimale possible,
- tous les ordres sont au plus tard, c'est-à-dire sont requis pour leur date maximale.

La troisième caractéristique nous donne elle aussi deux cas extrêmes :

- l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$ , c'est-à-dire l'ensemble des valeurs les plus possibles,
- l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$ , c'est-à-dire l'ensemble des valeurs possibles.

A partir de ces trois caractéristiques, nous construisons donc huit scénarios extrêmes. Ces scénarios sont les suivants :

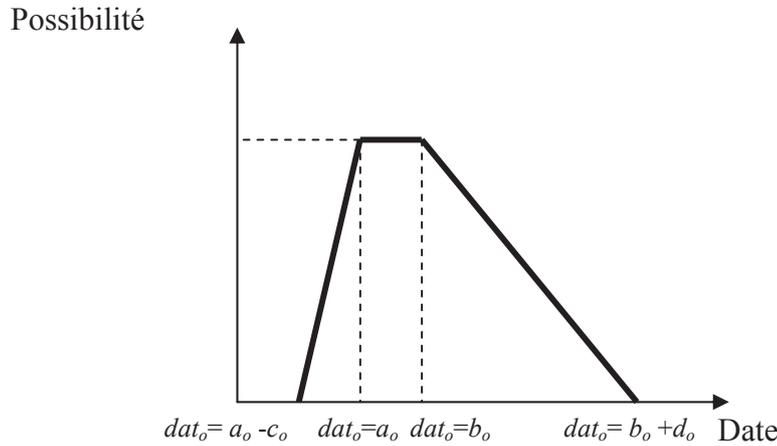
1. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$  ; tous les ordres sont au plus tôt ; tous les besoins incertains sont annulés,
2. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$  ; tous les ordres sont au plus tôt ; tous les besoins incertains sont annulés,
3. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$  ; tous les ordres sont au plus tard; tous les besoins incertains sont annulés,
4. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$  ; tous les ordres sont au plus tard; tous les besoins incertains sont annulés,
5. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$  ; tous les ordres sont au plus tôt ; tous les besoins incertains sont acceptés,
6. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$  ; tous les ordres sont au plus tôt ; tous les besoins incertains sont acceptés,
7. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$  ; tous les ordres sont au plus tard; tous les besoins incertains sont acceptés,
8. l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$  ; tous les ordres sont au plus tard; tous les besoins incertains sont acceptés,

Cette méthode donne un nombre réduit de scénarios (8 scénarios) traduisant des configurations extrêmes, ce qui permet d'aider le décideur dans son choix d'un plan d'approvisionnement.

Nous calculons les besoins bruts pour les deux valeurs extrêmes de la base et du noyau des ensembles flous représentant les dates du besoin  $dat_o$  concernant l'ordre  $o$  (Figure (58)) :

- pour  $dat_o=a_o$ , on a les scénarios : l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$ , au plus tôt, pour les quantités min et max respectivement (tous les ordres incertains annulés et tous les ordres incertains acceptés),
- pour  $dat_o=b_o$  on a les scénarios : l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$ , au plus tard pour les quantités min et max,

- pour  $dat_o = a_o - c_o$  on a les scénarios : l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$ , au plus tôt, pour les quantités min et max,
- pour  $dat_o = b_o + d_o$  on a les scénarios : l' $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$ , au plus tard pour les quantités min et max,



**Fig. 58.** Attribution d'une valeur précise pour la date de lancement d'un ordre  $o$

Une fois affectées les valeurs de  $dat_o$ , nous calculons les combinaisons de quantités maximales et minimales possibles (pour les quatre affectations de  $dat_o$ , ce qui nous donne huit scénarios) :

- pour les scénarios de possibilité 1 de quantité maximale (puis minimale), nous appliquons la méthode de calcul des combinaisons (cf. : chapitre 3 §2.1) ayant un degré de possibilité 1 d'être annulées et un degré de possibilité 1 d'être acceptées.
- pour les scénarios de possibilité supérieure ou égale à 0 de quantité maximale (puis minimale) nous appliquons la méthode de calcul des combinaisons (cf. : chapitre 3 §2.1) sur l'ensemble des besoins en composants.

---

Exemple : Dans cet exemple, nous utiliserons les notations suivantes afin de synthétiser l'expression des huit scénarios tout en donnant les caractéristiques de chacun d'eux :

- A : tous les ordres sont au plus tôt,
  - R : tous les ordres sont au plus tard,
  - 1 :  $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=1$ ,
-

---

---

0 :  $\alpha$ -coupe pour  $\alpha=0$ ,

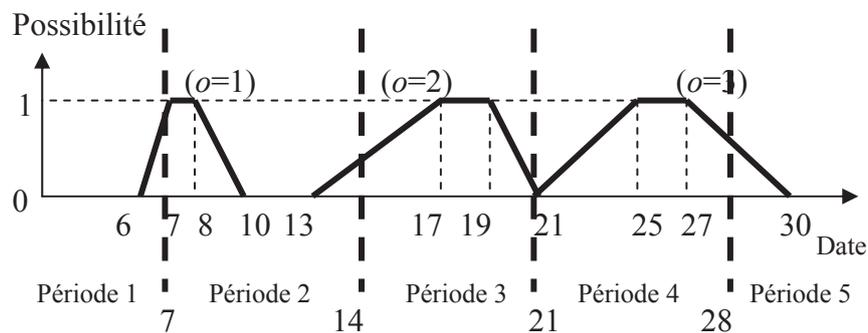
M : quantités maximales, c'est-à-dire pour lesquelles tous les besoins en composant sont acceptés,

m : quantités minimales, c'est-à-dire pour lesquelles tous les besoins en composant sont annulés.

On peut donc écrire les scénarios extrêmes :

A1M (pour tout en avance de possibilité égale à 1 de quantité maximale) A1m, A0M, A0m, R1M, R1m, R0M et R0m.

Soient les ordres planifiés suivants :



**Fig. 59.** Illustration des ordres planifiés

On a les données suivantes : les ordres 2 et 3 peuvent donc être annulés  $an_2=0.8$ ,  $ac_2=1$  ;  $an_3=1$ ,  $ac_3=0.8$  et  $N_{p,c}=(10 ; 12 ; 2 ; 5)$  pour  $\sigma=1,2,3$ .

On calcule le scénario (A1M) "tous les ordres sont au plus tôt" (A) pour l' $\alpha$ -coupe  $\alpha=1$  (1) de quantité maximale (M) :

On affecte la date minimale pour l' $\alpha$ -coupe  $\alpha=1$  à tous les ordres, ce qui nous donne :

Pour l'ordre 1 :  $dat_1=7$ , pour l'ordre 2  $dat_2=17$  et pour l'ordre 3  $dat_3=25$ .

On considère que tous les ordres pouvant être acceptés avec un degré de possibilité 1 le sont, donc l'ordre 1 et l'ordre 2 sont acceptés et l'ordre 3 est annulé.

L'ordre 1 appartient à la période 1 et est accepté, ce qui fait que le besoin brut de la période 1 est égal à  $(10 ; 12 ; 2 ; 5)$ ,

---

L'ordre 2 appartient à la période 3 et est accepté, ce qui fait que le besoin brut de la période 3 est égal à (10 ; 12 ; 2 ; 5),

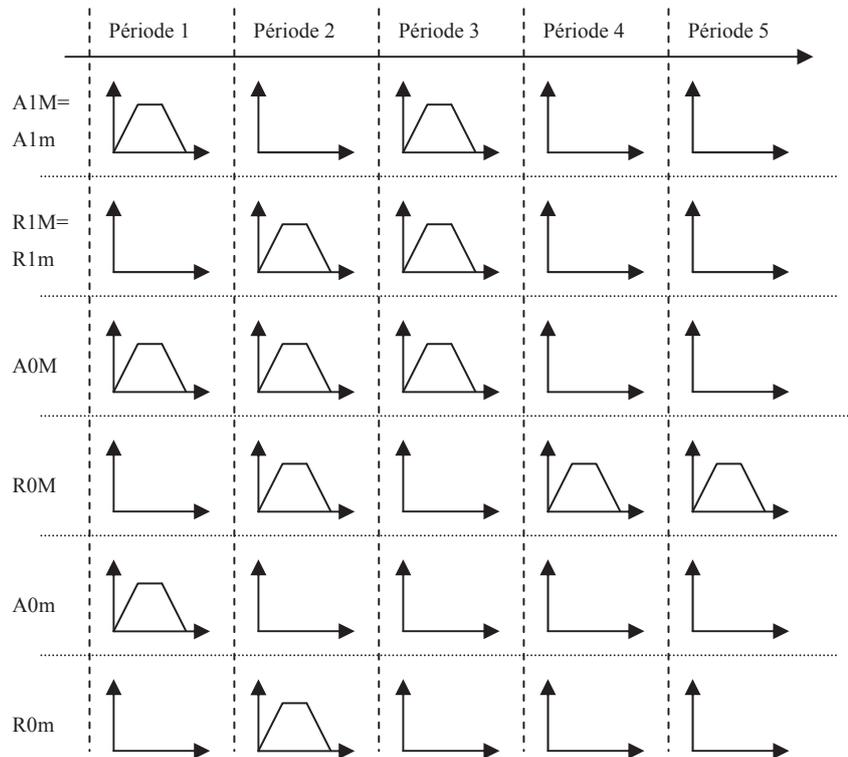
L'ordre 3 appartient à la période 4 et est annulé, ce qui fait que le besoin brut de la période 4 est égal à (0 ; 0 ; 0 ; 0)

Toutes les autres périodes (période 2 et 5) ont une besoin brut nul égal à (0 ; 0 ; 0 ; 0).

On obtient le scénario suivant (A1M) :

P1 : (10 ; 12 ; 2 ; 5) / P2 : (0 ; 0 ; 0 ; 0) / P3 : (10 ; 12 ; 2 ; 5) / P4 : (0 ; 0 ; 0 ; 0) / P5 : (0 ; 0 ; 0 ; 0).

La figure (60) présente tous les scénarios : les trapèzes représentent la quantité (10 ; 12 ; 2 ; 5) et les autres schémas la quantité (0 ; 0 ; 0 ; 0).



**Fig. 60.** Ensemble des scénarios

Cette méthode, en plus de donner les besoins bruts des configurations extrêmes, permet un calcul très rapide puisqu'elle consiste à calculer seulement huit scénarios. Elle permet donc de réduire considérablement la combinatoire du calcul des besoins bruts.

Toutefois, à l'inverse de la méthode de calcul du graphe des besoins bruts extrêmes, elle ne nous donne pas forcément la configuration qui sera la plus critique ("tous les ordres en avance" et "tous les ordres en retard" ne sont pas forcément les configurations les plus critiques, même si on les choisit dans le graphe des besoins bruts extrême, cf. : chapitre 3 §4). On ne peut donc pas utiliser ces huit scénarios pour choisir un plan d'approvisionnement qui minimise le risque maximum (minimisation des niveaux de stocks et ruptures maximaux ou critère minmax).

En revanche, la méthode donne au décideur une information sur les quantités maximales (minimales) à approvisionner au plus tôt et au plus tard. En plus d'une information extrême, nous proposons de donner au décideur un niveau de possibilité moyen d'avoir un besoin brut donné. Cette méthode est expliquée dans la section suivante.

### 2.1.2. Calcul de besoins bruts possibles

Nous proposons ici une autre méthode de calcul des besoins bruts (Guillaume et al. 2009), qui ne raisonne pas sur les extrêmes comme la méthode précédente mais sur la notion de moyenne (qui est l'autre information pouvant être utilisée par un décideur décidant sous incertitude). Cette approche ne réduit pas l'explosion combinatoire mais permet au décideur de pouvoir avoir une information agrégée sur l'ensemble du graphe, et plus précisément sur la possibilité moyenne d'apparition de besoins bruts proposés par l'approvisionneur. De plus, il faut noter que la méthode ne prend pas en compte les dépendances entre les périodes.

Cette méthode est intéressante dans une phase de "proposition" du processus d'aide à la décision, en complément des scénarios proposés par la première méthode. En effet, elle donne une vision "moyenne" de l'information alors que la méthode décrite dans la partie 5.1 en donne une vision "extrémale".

Cette approche calcule le niveau de possibilité moyen des valeurs des besoins. Pour toutes les périodes de 1 à T :

1. on calcule l'ensemble des nœuds de la période t (cf. : chapitre 3 §1 et §2),
2. pour un ensemble de valeurs choisies par le décideur, on calcule dans chaque nœud les degrés de possibilité qu'elles puissent être demandées (Equation (84)),
3. on calcule la possibilité moyenne (Equation (85)).

On note :

$\{v_{i,t}\}$  : ensemble des valeurs choisies par le décideur pour la période  $t$

$\Pi(v_{i,t,comb_t})$  : niveau de possibilité que la valeur  $v_{i,t}$  existe dans la combinaison  $comb_t$  de la période  $t$

$\Pi(v_{i,t,comb_t})$  : niveau de possibilité moyen que la valeur  $v_{i,t}$  existe pour la période  $t$

$$\Pi(v_{i,t,comb_t}) = \pi_{BB_{c,t}^{comb_t}}(v_{i,t}) \quad \forall i, comb_t \quad (84)$$

$$\Pi(v_{i,t}) = \frac{\sum_{comb_t=1}^{COMB_t} \Pi(v_{i,t,comb_t})}{\sum_{comb_t=1}^{COMB_t} h_{BB_{c,t}^{comb_t}}} \quad (85)$$

Exemple : Soient quatre nœuds pour la période  $t=1$  :

(1,1) avec  $BB_{c,t}^1 = (41;45;6;5;0.8)$

(2,1) avec  $BB_{c,t}^2 = (48;58;10;5;1)$

(3,1) avec  $BB_{c,t}^3 = (35;45;8;2;0.2)$

(4,1) avec  $BB_{c,t}^4 = (50;55;6;8;1)$

Le décideur donne l'ensemble de valeurs à partir des scénarios extrêmes calculés, résultat de la méthode précédente, qui serait dans ce cas :

$A1m = A1M = (48;58;10;5)$ ,  $R1M = R1m = (50;55;6;8)$

$A0m = (35;45;8;2;0.2)$   $A0M = (48;58;10;5)$

$R0M = R0m = (50;55;6;8)$ .

A partir de ces scénarios, le décideur propose les valeurs suivantes, qui correspondent à un ensemble de valeurs qui couvre l'étendue des valeurs possibles (entre 30 et 60) avec une granularité de 5 (précision jugée suffisante par le décideur) :

$\{v_{i,1}\} = \{30;35;40;45;50;55;60\}$

$\Pi(30_1) = \pi_{BB_{c,1}^1}(30) = 0$  ;  $\Pi(30_2) = 0$  ;  $\Pi(30_3) = 0.075$  ;  $\Pi(30_4) = 0$

$\Pi(35_1) = 0$  ;  $\Pi(35_2) = 0$  ;  $\Pi(35_3) = 0.2$  ;  $\Pi(35_4) = 0$

$\Pi(40_1) = 0.666$  ;  $\Pi(40_2) = 0.2$  ;  $\Pi(40_3) = 0.2$  ;  $\Pi(40_4) = 0$

$\Pi(45_1) = 0.8$  ;  $\Pi(45_2) = 0.7$  ;  $\Pi(45_3) = 0.2$  ;  $\Pi(45_4) = 0.166$

---

---

$$\Pi(50_1) = 0.3 ; \Pi(50_2) = 1 ; \Pi(50_3) = 0 ; \Pi(50_4) = 1$$

$$\Pi(55_1) = 0 ; \Pi(55_2) = 1 ; \Pi(55_3) = 0 ; \Pi(55_4) = 1$$

$$\Pi(60_1) = 0 ; \Pi(60_2) = 0.6 ; \Pi(60_3) = 0 ; \Pi(60_4) = 0.375$$

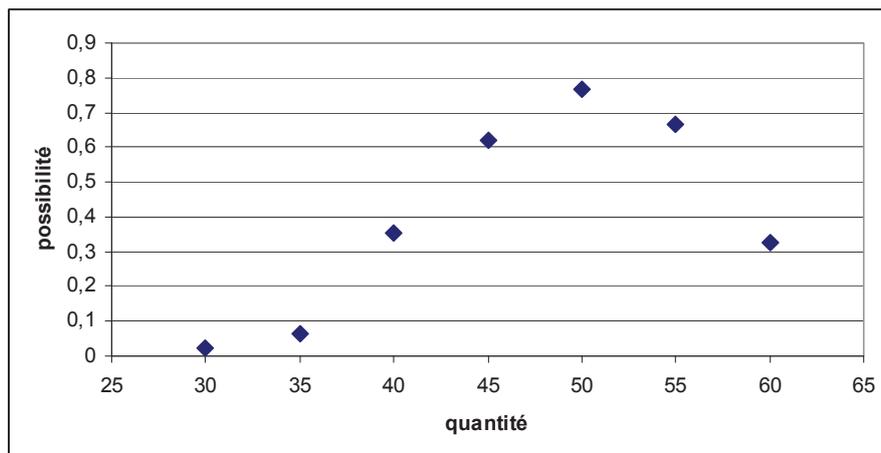
On calcule la possibilité moyenne de chaque valeur proposée par le décideur :

$$\Pi(30) = \frac{0 + 0 + 0.075 + 0}{0.8 + 1 + 0.2 + 1} = 0.025 ; \Pi(35) = \frac{0 + 0 + 0.2 + 0}{0.8 + 1 + 0.2 + 1} = 0.066$$

$$\Pi(40) = \frac{0.666 + 0.2 + 0.2 + 0}{0.8 + 1 + 0.2 + 1} = 0.355 ; \Pi(45) = \frac{1.866}{3} = 0.622$$

$$\Pi(50) = \frac{2.3}{3} = 0.766 ; \Pi(55) = \frac{2}{3} = 0.666 ; \Pi(60) = \frac{0.975}{3} = 0.325$$

On obtient la distribution de possibilité (non normalisée, c'est-à-dire que la valeur maximale n'est pas forcément égale à 1) moyenne discrète suivante de la Figure (61).



**Fig. 61.** Résultat de la fusion

D'après les résultats, on voit que les quantités de besoins bruts sont autour de 50, à plus ou moins 10 près. La quantité "50" est dans ce cas la seule quantité à avoir une possibilité moyenne de 0.766, ce qui représente un niveau relativement élevé. A partir de ce résultat, le décideur pourrait dans un premier temps proposer 50.

---

---

## 2.2. Calcul des niveaux de stock nécessaires

La première étape consiste à calculer les niveaux de stocks nécessaires (Définition 17).

*Définition 17.* Le niveau de stock nécessaire est le niveau de stock que l'on doit avoir pour satisfaire les besoins bruts sous contrainte de livraison du fournisseur.

### 2.2.1. Méthode de calcul

Pour cela, on utilise un algorithme récursif allant de la période  $T$  à la période 1.

Nous distinguons deux niveaux flous de stock nécessaire :

- celui qui permet de satisfaire les besoins bruts maximums, qui permet donc d'avoir un stock suffisant afin de satisfaire n'importe quel besoin brut,
- celui qui permet de satisfaire les besoins bruts minimums, qui permet donc de satisfaire au moins un besoin brut.

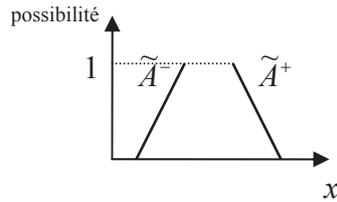
Nous calculons les deux bornes floues du niveau de stock nécessaire. Cette approche est donc applicable au graphe des besoins bruts extrêmes comme au graphe complet. On peut ainsi appliquer cette méthode sur des cas réels de taille moyenne à grande (pour une production MTO ou ATO), étant donné que le graphe extrême a un nombre réduit de nœuds ne dépendant pas du nombre d'ordres de fabrication, mais des dépendances entre les ordres planifiés. De plus, seuls quelques ordres planifiés sont dépendant entre eux (cf. § 3.2).

Dans cette partie, nous utilisons un intervalle dans lequel les bornes sont des nombres graduels pour modéliser un nombre flou  $\tilde{F} = [\tilde{a}; \tilde{b}]$ .

*Définition 18*(Fortin 2006): Un nombre réel graduel  $\tilde{r}$  est défini par son profil  $A_{\tilde{r}}$  qui est une fonction  $(0,1]$  (intervalle unité privé de 0) dans  $\mathbf{R}$ . On note  $\mathbf{G}$  l'ensemble des nombres réels graduels.

Dans ces travaux, nous utilisons des nombres graduels monotones, linéaires, croissants sur le profil inférieur et décroissants sur le profil supérieur (Figure (62)), c'est-à-dire des nombres graduels définissant une distribution de possibilité trapézoïdale. On note :

$$\tilde{A} = [\tilde{A}^-; \tilde{A}^+] = \left[ \left( \tilde{A}^-(0), \tilde{A}^-(1) \right); \left( \tilde{A}^+(1), \tilde{A}^+(0) \right) \right].$$



**Fig. 62.** Nombre flou  $\tilde{A} = [\tilde{A}^-; \tilde{A}^+]$

Les variables sont notées:

$\tilde{I}r_t^* = [\tilde{I}r_t^{*-}; \tilde{I}r_t^{*+}]$ : niveau flou de stock nécessaire pour la période  $t$  qui satisfait tous les besoins bruts,

$\tilde{I}r_{*t} = [\tilde{I}r_{*t}^-; \tilde{I}r_{*t}^+]$ : niveau flou de stock nécessaire pour la période  $t$  qui satisfait au moins un besoin but,

$\tilde{I}r_{t,comb_t}^* = [\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*-}; \tilde{I}r_{t,comb_t}^{*+}]$ : niveau flou de stock nécessaire pour le nœud  $(comb_t, t)$  qui satisfait tous les besoins bruts,

$\tilde{I}r_{*t,comb_t} = [\tilde{I}r_{*t,comb_t}^-; \tilde{I}r_{*t,comb_t}^+]$ : niveau flou de stock nécessaire pour le nœud  $(comb_t, t)$  qui satisfait au moins un besoin brut.

$L_t = [l_t^-; l_t^+]$ : ensemble des quantités livrables par le fournisseur  $l_t$  à la  $t$

L'algorithme commence par la période  $T$  puis fait remonter les niveaux de stock nécessaires au début de la période  $T$  pour satisfaire les besoins bruts, comme niveau de stock à la fin de la période précédente  $(T-1)$ , et ainsi de suite jusqu'à la période 1. Nous rétro-propageons donc le stock de la période  $T$  à la période 1. Les niveaux de stocks nécessaires pour la période  $T$  sont fusionnés afin d'être rétro-propagés à la période précédente. Il existe plusieurs opérateurs de fusion tels que l'union, l'intersection... etc.. Etant donné que l'on s'intéresse aux niveaux extrêmes (maximal et minimal) des stocks nécessaires, nous utilisons les opérateurs max et min pour rétro-propager le stock nécessaire de la période  $t$  à la période  $t-1$ . L'opérateur utilisé pour la rétro-propagation dépend du type de niveau flou de stock nécessaire que l'on souhaite calculer :

- minimum : pour calculer le niveau flou de stock nécessaire qui satisfait au moins un besoin brut,
- maximum : pour calculer le niveau flou de stock nécessaire qui satisfait tous les besoins bruts.

Nous considérons que le niveau de stock de la période  $T+1$  est égal à 0. Pour calculer un niveau de stock nécessaire (par exemple : celui qui satisfait tous les besoins bruts  $\tilde{I}r_{t,c_t}^*$ ), le problème d'optimisation (Equations (86) à (88)) est résolu :

- pour tous les nœuds  $(comb_b, t)$  (de  $(COMB_T, T)$  à  $(1,1)$ ),
- et pour les quatre valeurs du niveau de stock nécessaire.

Par exemple :  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*-}(0)$ ;  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*-}(1)$ ;  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*+}(1)$ ;  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*+}(0)$  pour celui qui satisfait tous les besoins bruts.

$$\text{minimiser } (\tilde{I}r_{t,comb_t}^*) \quad (86).$$

*s.t.*

$$\tilde{I}r_{t,comb_t}^* - \tilde{B}B_{c,t}^{comb_t} + l_t^+ \geq \tilde{I}r_{t+1}^* \quad (87)$$

$$\tilde{I}r_{t,comb_t}^* \geq 0 \quad (88)$$

Notons que l'équation (87) n'est pas une équation floue: on note les opérateurs + et - et non pas (+) et (-), car on cherche les bornes floues (optimiste =  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*-}$ ; pessimiste =  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*+}$ ) qui correspondent aux cas extrêmes du besoin brut pour la période suivante (donc  $\tilde{I}r_{t+1}^{*-}$  et  $\tilde{I}r_{t+1}^{*+}$ ) pour les bornes extrêmes du besoin brut pour le nœud  $(comb_b, t)$  ( $BB_{c,t}^{comb_t}$ ). On a donc  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*-}$  pour  $BB_{c,t}^{comb_t^-}$  et  $\tilde{I}r_{t+1}^{*-}$ ; et  $\tilde{I}r_{t,comb_t}^{*+}$  pour  $BB_{c,t}^{comb_t^+}$  et  $\tilde{I}r_{t+1}^{*+}$ .

De plus, le niveau de stock nécessaire est le niveau de stock minimal quelle que soit la quantité approvisionnée. On choisit donc la valeur supérieure  $l_t^+$ .

Nous appliquons la même méthode pour le calcul du niveau de stock satisfaisant au moins un besoin brut en remplaçant  $I^*$  par  $I^*$ .

---

Exemple : Soit le niveau de stock  $\tilde{I}r_2^* = [(0,5);(10,15)]$ ,

$BB_{c,1}^1 = [(20,22);(25,30)]$ ,  $L_1 = [12;40]$ .

On cherche les quatre valeurs de  $\tilde{I}r_{1,1}^*$  :

---

---

On applique la méthode décrite précédemment.  $\tilde{I}r_{1,1}^{*-}(0)$  doit garantir que le stock à la fin de la période  $(-20+33)$  est supérieur à zéro tout en étant minimal et strictement positif. Comme  $-20+33=13$ , la valeur optimale est  $\tilde{I}r_{1,1}^{*-}(0) = 0$ . Nous faisons de même pour les trois autres valeurs. Ci-dessous un récapitulatif des calculs des quatre valeurs :

$$\text{valeur minimale de possibilité 0 : } \tilde{I}r_{1,1}^{*-}(0) - 20 + 33 \geq 0 \Rightarrow \tilde{I}r_{1,1}^{*-}(0) = 0$$

$$\text{valeur minimale de possibilité 1 : } \tilde{I}r_{1,1}^{*-}(1) - 22 + 33 \geq 5 \Rightarrow \tilde{I}r_{1,1}^{*-}(1) = 0$$

$$\text{valeur maximale de possibilité 1 : } \tilde{I}r_{1,1}^{*+}(1) - 25 + 33 \geq 10 \Rightarrow \tilde{I}r_{1,1}^{*+}(1) = 2$$

$$\text{valeur maximale de possibilité 0 : } \tilde{I}r_{1,1}^{*+}(0) - 30 + 33 \geq 15 \Rightarrow$$

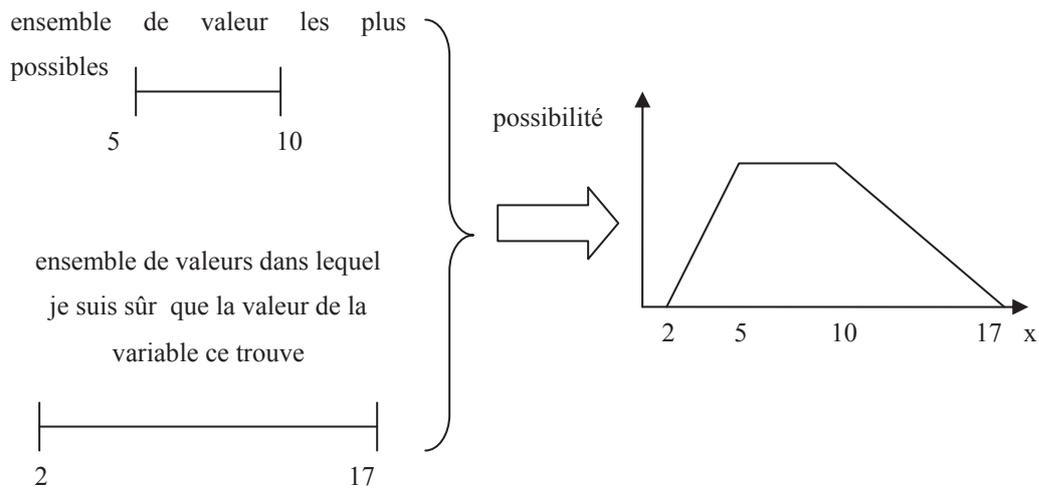
$$\tilde{I}r_{1,1}^{*+}(0) = 18$$

A partir des quatre valeurs on construit  $\tilde{I}r_{1,1}^* = [(0,0);(2,18)]$ .

---

La rétro-propagation du maximum (resp. minimum) des niveaux de stocks nécessaires rend impossible la conservation de la représentation de la distribution de possibilité par quatre valeur (la Figure (64) montre un exemple ou il faudrait utiliser 3 valeurs pour la borne inférieure). Afin de remédier à ce problème, nous proposons une méthode approximative qui nous permettra de déboucher sur des ensembles trapézoïdaux. Un ensemble linéaire par morceaux est plus lourd à calculer et n'apporte en fait pas beaucoup d'information supplémentaire à l'approvisionneur.

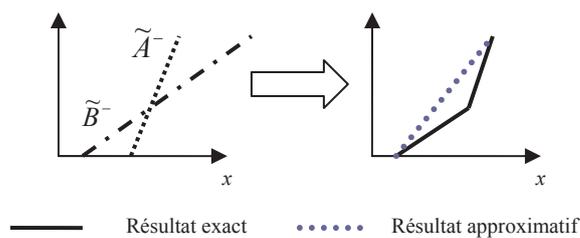
Dans le cadre de cette thèse, les distributions de possibilités trapézoïdales sont en effet construites à partir d'une expertise exprimée par deux intervalles de confiance (ensemble de valeurs les plus possibles et ensemble de valeurs auquel on est sûr que la variable incertaine va appartenir), puis d'une linéarisation entre les deux intervalles extrêmes (Figure (63)). Etant donnée la subjectivité de la représentation de la connaissance entre les deux intervalles extrêmes, une linéarisation des opérateurs min et max est tout à fait cohérente avec la construction de la distribution de possibilités trapézoïdale. Afin d'être sûr que toutes les quantités possibles seront propagées (pour ne pas oublier des cas possibles qui pourraient être critiques), nous souhaitons trouver la distribution de possibilités trapézoïdale qui inclut toutes les valeurs possibles et minimise l'ajout de valeurs qui ne sont pas possible.



**Fig. 63.** Construction d'une distribution de possibilités trapézoïdale

Cette méthode dite "approximative" est décrite :

- pour le minimum de la borne inférieure par les équations ((89), (90), (91)) et la Figure (64),
- pour la borne supérieure, par l'équation (95),
- pour la borne inférieure du maximum par l'équation (96) et la Figure (65),
- pour la borne supérieure par les équations ((92), (93), (94)).



**Fig. 64.** Approximation du minimum

$$\tilde{I}r_t^{*-}(0) = \min_{w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \neq 0} (\tilde{I}r_{t, comb_t}^{*-}(0)) \quad (89)$$

$$\tilde{I}r_{t, comb_t}^{*-}(1) \Leftarrow \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*-}(1) + \frac{1 - w_{comb_t, comb_{t+1}, t}}{w_{comb_t, comb_{t+1}, t}} \times (\tilde{I}r_{t, comb_t}^{*-}(1) - \tilde{I}r_t^{*-}(0)) \quad (90)$$

$$\forall w_{comb_t, comb_{t+1}, t} | 0 < w_{comb_t, comb_{t+1}, t} < 1$$

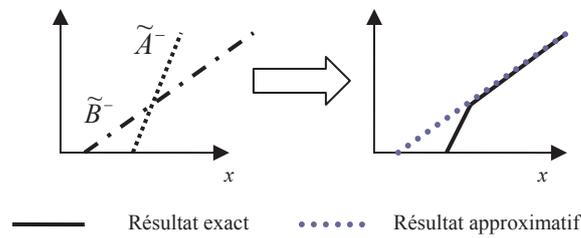
$$\tilde{I}r_t^{*-}(1) = \min_{w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \neq 0} \left( \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*-}(1) \right) \quad (91)$$

$$\tilde{I}r_t^{*+}(0) = \max_{w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \neq 0} \left( \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*+}(0) \right) \quad (92)$$

$$\tilde{I}r_{t, comb_t}^{*+}(1) \Leftarrow \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*+}(1) - \frac{1 - w_{comb_t, comb_{t+1}, t}}{w_{comb_t, comb_{t+1}, t}} \times \left( \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*+}(1) - \tilde{I}r_t^{*+}(0) \right) \quad (93)$$

$$\forall w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \mid 0 < w_{comb_t, comb_{t+1}, t} < 1$$

$$\tilde{I}r_t^{*+}(1) = \max_{w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \neq 0} \left( \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*+}(1) \right) \quad (94)$$

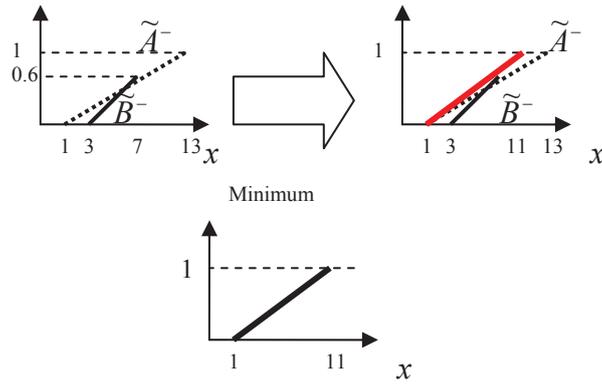


**Fig. 65.** Approximation du maximum

$$\tilde{I}r_t^{*+} = \tilde{I}r_{t', comb_t}^{*+} \mid \tilde{I}r_{t', comb_t}^{*+}(1) = \min_{w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \neq 0} \left( \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*+}(1) \right) \quad (95)$$

$$\tilde{I}r_t^{*-} = \tilde{I}r_{t', comb_t}^{*-} \mid \tilde{I}r_{t', comb_t}^{*-}(1) = \max_{w_{comb_t, comb_{t+1}, t} \neq 0} \left( \tilde{I}r_{t, comb_t}^{*-}(1) \right) \quad (96)$$

La Figure (65) illustre les équations qui définissent le minimum entre deux nombres graduels  $\tilde{A}^-$  et  $\tilde{B}^-$ . Le principe est de faire passer la droite qui approxime le minimum par deux points de valeur  $x$  minimale pour un degré de possibilité. La droite est telle que tous ses points sont inférieurs aux points de la droite définie par les deux nombres graduels  $\tilde{A}^-$  et  $\tilde{B}^-$ . Dans le cas de la Figure (66), le point de possibilité zéro du nombre  $\tilde{A}^-$  est le point de possibilité 0.6 du nombre  $\tilde{B}^-$ .



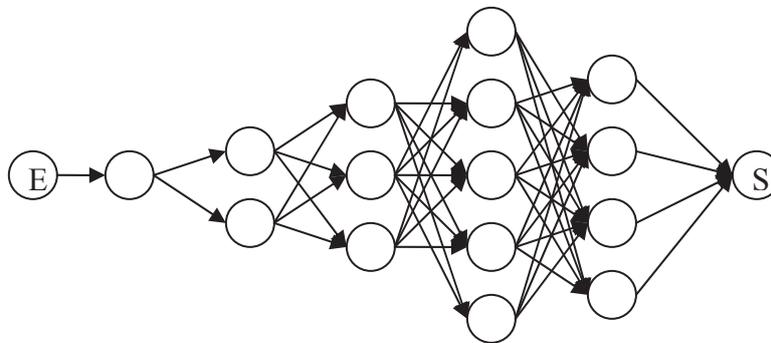
**Fig. 66.** Illustration de l'approximation du minimum

### 2.2.2. Illustration sur un exemple

Nous reprenons ici le besoin brut BB1 qui a été choisi dans le chapitre 4 §1.2.2. Nous rappelons les quantités concernées (Tableau (18)) ainsi que sa structure (Figure (67)).

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
$Comb_{\bar{r}=1}$	(50 ; 60 ; 10 ; 20)	(50 ; 60 ; 10 ; 20)	(40 ; 48 ; 8 ; 16)	(90 ; 108 ; 18 ; 36)	(90 ; 108 ; 18 ; 36)
$Comb_{\bar{r}=2}$		(40 ; 48 ; 8 ; 16)	(30 ; 36 ; 6 ; 12)	(80 ; 96 ; 16 ; 32)	(80 ; 96 ; 16 ; 32)
$Comb_{\bar{r}=3}$			(20 ; 24 ; 4 ; 8)	(70 ; 84 ; 14 ; 28)	(70 ; 84 ; 14 ; 28)
$Comb_{\bar{r}=4}$				(60 ; 72 ; 12 ; 24)	(60 ; 72 ; 12 ; 24)
$Comb_{\bar{r}=5}$				(50 ; 60 ; 10 ; 20)	

**Tableau 18.** Représentation des besoins bruts  $BB_{c,t}^{comb}$



**Fig. 67.** Représentation graphique des besoins bruts

Les quantités maximales livrables par le fournisseur sont données dans le Tableau (19).

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
[40 ; 82]	[40 ; 70]	[40 ; 85]	[50 ; 140]	[50 ; 170]

**Tableau 19.** Quantités livrables par le fournisseur

Nous appliquons la méthode aux quatre nœuds de la période 5 :

$$BB_{c,5}^1 = [(72,90);(108,144)], \quad BB_{c,5}^2 = [(64,80);(96,128)], \quad BB_{c,5}^3 = [(56,70);(84,112)],$$

$$BB_{c,5}^4 = [(48,60);(72,96)]$$

$$\text{avec } \tilde{I}r_6^* = [(0,0);(0,0)]$$

On calcule le niveau de stock nécessaire de chaque nœud de la période 5 :

Etant donné que quelque soit la quantité du besoin brut  $BB_{c,5}^1$ , les quantités livrables par le fournisseur sont supérieures au besoin brut ( $170 > 144$ ), aucun stock n'est nécessaire pour satisfaire le besoin brut. De même pour les autres nœuds de la période 5 :

$$\tilde{I}r_{5,1}^* = \tilde{I}r_{5,2}^* = \tilde{I}r_{5,3}^* = \tilde{I}r_{5,4}^* = \tilde{I}r_{*5,1} = \tilde{I}r_{*5,2} = \tilde{I}r_{*5,3} = \tilde{I}r_{*5,4} = [(0,0);(0,0)]$$

Comme tous les niveaux de stocks sont nuls, tous les stocks nécessaires à la fin de chaque nœud de la période précédente sont égaux à zéro.

Nous passons ensuite à la période 4 :

$$BB_{c,4}^1 = [(72,90);(108,144)], \quad BB_{c,4}^2 = [(64,80);(96,128)], \quad BB_{c,4}^3 = [(56,70);(84,112)],$$

$$BB_{c,4}^4 = [(48,60);(72,96)], \quad BB_{c,4}^5 = [(40,50);(60,80)]$$

On calcule le niveau de stock nécessaire de chaque nœud de la période 4 :

$$\tilde{I}r_{4,1}^{*-}(0) - 72 + 140 \geq 0 \Rightarrow \tilde{I}r_{4,1}^{*-}(0) = 0, \quad \tilde{I}r_{4,1}^{*-}(1) - 90 + 140 \geq 0 \Rightarrow \tilde{I}r_{4,1}^{*-}(1) = 0$$

$$\tilde{I}r_{4,1}^{*+}(1) - 108 + 140 \geq 0 \Rightarrow \tilde{I}r_{4,1}^{*+}(1) = 0, \quad \tilde{I}r_{4,1}^{*+}(0) - 144 + 140 \geq 0 \Rightarrow \tilde{I}r_{4,1}^{*+}(0) = 4$$

$$\text{on a donc } \tilde{I}r_{4,1}^* = [(0,0);(0,4)], \quad \tilde{I}r_{*4,1} = [(0,0);(0,4)]$$

$$\tilde{I}r_{4,2}^* = \tilde{I}r_{4,3}^* = \tilde{I}r_{4,4}^* = \tilde{I}r_{*4,2} = \tilde{I}r_{*4,3} = \tilde{I}r_{*4,4} = [(0,0);(0,0)]$$

On calcule pour chaque nœud de la période précédente le stock qu'il doit avoir en sortie :

$$(1,3) \tilde{I}r_4^* = \tilde{I}r_{*4} = [(0,0);(0,0)]$$

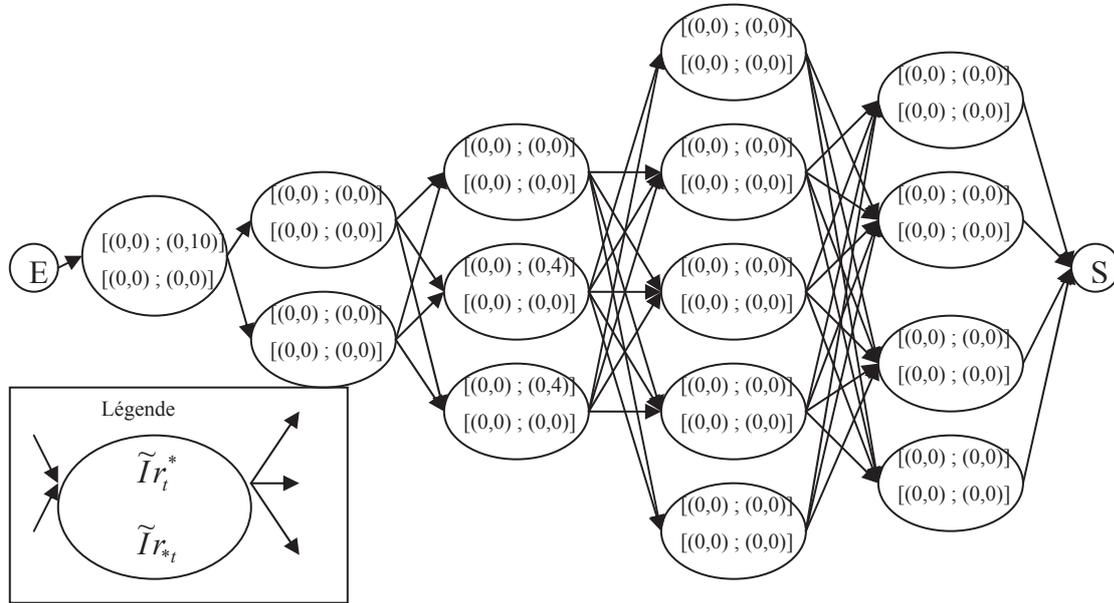
$$(2,3) \tilde{I}r_4^* = \max([(0,0);(0,0)];[(0,0);(0,4)]) = [(0,0);(0,4)]$$

$$(2,3) \tilde{I}r_{*4} = \min([(0,0);(0,0)];[(0,0);(0,4)]) = [(0,0);(0,0)]$$

$$(3,3) \tilde{I}r_4^* = \max([(0,0);(0,0)];[(0,0);(0,4)]) = [(0,0);(0,4)]$$

$$(3,3) \tilde{I}r_{*4} = \min([(0,0);(0,0)];[(0,0);(0,4)]) = [(0,0);(0,0)]$$

On calcule de la même façon les niveaux de stock nécessaires pour les périodes 1, 2 et 3. La Figure (68) représente le résultat.



**Fig. 68.** Représentation graphique de l'exemple

### 2.3. Choix d'un plan d'approvisionnement

Les étapes deux et trois de la méthode, respectivement le calcul de l'ensemble des quantités à approvisionner et l'évaluation des niveaux des stocks et de rupture, sont décrits dans cette partie. Ces deux étapes sont exécutées de façon itérative, de la période 1 à  $T$ .

Le processus du choix de quantités à approvisionner est basé sur un processus itératif dans lequel l'approvisionneur propose des quantités à approvisionner, puis évalue les conséquences en termes de niveau de stock et de rupture, puis modifie cette quantité jusqu'à satisfaction.

Soient :

$\tilde{P}_{t,c_i}^* = [\tilde{P}_{t,c_i}^{*-}; \tilde{P}_{t,c_i}^{*+}]$  : la quantité approvisionnée floue pour le nœud  $(comb_b, t)$  qui satisfait tous les besoins bruts,

$\tilde{P}_{*t,c_i} = [\tilde{P}_{*t,c_i}^-; \tilde{P}_{*t,c_i}^+]$  : la quantité approvisionnée floue pour le nœud  $(comb_b, t)$  qui satisfait au moins un besoin brut,

$\tilde{P}_t^* = [\tilde{P}_t^{*-}; \tilde{P}_t^{*+}]$ : la quantité approvisionnée floue pour la période  $t$  qui satisfait tous les besoins bruts,

$\tilde{P}_{*t} = [\tilde{P}_{*t}^-; \tilde{P}_{*t}^+]$ : la quantité approvisionnée floue pour la période  $t$  qui satisfait au moins un besoin brut,

$\tilde{I}_t^*$ : le niveau de stock flou à la fin de la période  $t$  dans le cas de la satisfaction de tous les besoins bruts possibles,

$\tilde{I}_{*t}$ : le niveau de stock flou à la fin de la période  $t$  dans le cas de la satisfaction d'au moins un besoin brut,

$\tilde{B}_t^*$ : le niveau de rupture flou à la fin de la période  $t$  dans le cas de la satisfaction de tous les besoins bruts possibles,

$\tilde{B}_{*t}$ : le niveau de rupture flou à la fin de la période  $t$  dans le cas de la satisfaction d'au moins un besoin brut,

$x_t$ : la valeur proposée par le décideur pour la période  $t$

$\delta$ : la différence entre le niveau de stock nécessaire de la période  $t$  et le niveau de stock à la période  $t$ .

### 2.3.1. Calcul du plan d'approvisionnement flou

Nous appliquons cette méthode au deux cas extrêmes :

- satisfaction de tous les besoins bruts,
- satisfaction d'au moins un besoin brut.

Le système donne à l'approvisionneur deux ensembles flous qui correspondent aux deux cas extrêmes. Pour trouver ces ensembles flous, on calcule les quantités optimales que l'approvisionneur doit approvisionner pour que le niveau de stock à la fin de la période soit égal au niveau de stock nécessaire pour la période suivante. On cherche donc la solution optimale pour les quatre quantités (min possibilité 0, min possibilité 1, max possibilité 1, max possibilité 0).

De façon plus formelle, on doit résoudre le modèle d'optimisation (Equations (97) à (99)) pour les quatre valeurs du plan d'approvisionnement flou (de  $\tilde{P}_{t,comb_t}^{*-}(0)$  à  $\tilde{P}_{t,comb_t}^{*+}(0)$ ).

L'équation (98) est la fonction à optimiser. Elle représente l'écart entre la solution optimale et la solution choisie respectant les contraintes des quantités livrable par le fournisseur (Equation (99)).

$$\text{minimiser } (\delta) \tag{97}$$

*s.t.*

$$\delta = \left| \tilde{P}_{t,comb_t}^{*-}(0) + \tilde{I}_{t-1}^{*-}(0) - \tilde{B}_{t-1}^{*-}(0) - BB_{c,t}^{comb_t-}(0) - \tilde{I}_t^{*-}(0) \right| \tag{98}$$

$$l_t^- \leq \tilde{P}_{t,comb_t}^{*-}(0) \leq l_t^+ \tag{99}$$

---

Exemple : Reprenons l'exemple précédent :

soient  $\tilde{I}_1^* = [(2,4);(4,5)]$ ,  $BB_{c,1}^1 = [(35,40);(40,45)]$ ,  $L_1 = [12;52]$ ,

$\tilde{I}_{t-1}^* = [(4,4);(4,4)]$ .

On calcule les quatre valeurs possibles à approvisionner :

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*-}(0) + 4 - 35 - 2 \right| \text{ et } 12 \leq \tilde{P}_{1,1}^{*-}(0) \leq 52$$

$$\tilde{P}_{1,1}^{*-}(0) = 33$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*-}(1) + 4 - 40 - 4 \right| \text{ et } 12 \leq \tilde{P}_{1,1}^{*-}(1) \leq 52$$

$$\tilde{P}_{1,1}^{*-}(1) = \tilde{P}_{1,1}^{*+}(1) = 40$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*+}(0) + 4 - 45 - 5 \right| \text{ et } 12 \leq \tilde{P}_{1,1}^{*+}(0) \leq 52$$

$$\tilde{P}_{1,1}^{*+}(0) = 46.$$

On a donc la quantité floue à approvisionner :

$\tilde{P}_{1,1}^* = [(30,40);(40,46)]$  est l'ensemble des quantités à approvisionner "possiblement optimale" pour le nœud 1 de la période 1. Dans cet exemple, on peut constater que les quantités livrables par le fournisseur peuvent satisfaire le client ( $\delta = 0$  quelle que soit la quantité de  $\tilde{P}_{1,1}^*$ ).

---

Une fois le calcul des plans d'approvisionnement flous effectué pour chaque nœud, on fusionne les quantités afin de ne donner que deux ensembles flous extrêmes, ce qui rend le résultat exploitable par l'approvisionneur.

Comme pour la rétro-propagation du stock nécessaire, l'opérateur de fusion dépend du cas que l'on souhaite calculer :

- maximum pour le plan d'approvisionnement qui satisfait tous les besoins bruts maximaux (Equation (100)),
- minimum pour le plan d'approvisionnement qui satisfait au moins un besoin brut (Equation (101)).

$$\tilde{P}_t^* = \max_{comb_t}(\tilde{P}_{t,comb_t}^*) \quad (100)$$

$$\tilde{P}_{*t} = \min_{comb_t}(\tilde{P}_{*t,comb_t}) \quad (101)$$

### 2.3.2. Calcul d'un plan d'approvisionnement

Cette étape se décompose en deux parties :

- le calcul d'un plan d'approvisionnement dans l'horizon gelé,
- le calcul d'un plan d'approvisionnement dans l'horizon flexible ou libre.

#### 2.3.2.1. Calcul d'un plan d'approvisionnement dans l'horizon gelé

On défuzzifie les quantités d'approvisionnement floues afin de proposer une quantité précise à l'approvisionneur.

Nous choisissons de défuzzifier en utilisant l'espérance mathématique moyenne ( $E[\pi] = (E^*[\pi] + E_*[\pi])/2$ ) (chapitre 1 §5.2.2). Nous utilisons donc cet opérateur pour défuzzifier les quantités d'approvisionnement floues qui satisfont au moins un besoin brut, ainsi que les quantités d'approvisionnement floues qui satisfont au moins un besoin brut. Afin de prendre en compte la préférence de l'approvisionneur, nous lui demandons d'exprimer celle-ci par une mesure de capacité (par exemple : une probabilité subjective), entre "satisfaire tous les besoins bruts possibles" et "au moins un". En effet, s'il choisit de satisfaire tous les besoins bruts, sa décision peut entraîner un stock énorme. S'il choisit de satisfaire au moins un besoin brut, elle peut entraîner des ruptures importantes. Nous proposons d'équilibrer risque de rupture et risque de sur-stock par l'utilisation de la mesure de capacité. Une fois les

préférences de l'approvisionneur exprimées, on calcule la moyenne des centres de gravité des deux quantités floues pondérées par ces préférences.

A partir des niveaux de stock (niveau minimal flou et niveau maximal flou) et du niveau de rupture (niveau minimal flou et niveau maximal flou) générés par la défuzzification, le décideur peut modifier la quantité proposée automatiquement jusqu'à satisfaction la valeur initiale.

Nous présentons dans cette partie comment calculer les deux niveaux de stocks et les deux niveaux de rupture.

Les équations (102), (103), (104) et (105) permettent de calculer les niveaux de stocks et/ou ruptures dans le cas où l'on satisfait tous les besoins bruts.

$$x_t(+)\tilde{I}_{t-1}^*(-)BB_{c,t}^{comb_t} = \tilde{I}_{t,c_t}^* \quad \forall comb_t \quad (102)$$

$$\tilde{I}_t^* = \min_{comb_t}(\tilde{I}_{t,comb_t}^*) \quad (103)$$

$$\tilde{I}_t^* = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{I}_t^{*-} (0) = \max(0; \tilde{I}_t^{*-} (0)); \tilde{I}_t^{*-} (1) = \max(0; \tilde{I}_t^{*-} (1)) \\ \tilde{I}_t^{*+} (1) = \max(0; \tilde{I}_t^{*+} (1)); \tilde{I}_t^{*+} (0) = \max(0; \tilde{I}_t^{*+} (0)) \end{array} \right\} \quad (104)$$

$$\tilde{B}_t^* = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{B}_t^{*-} (0) = \max(0; \tilde{I}_t^{*-} (0)); \tilde{B}_t^{*-} (1) = \max(0; \tilde{I}_t^{*-} (1)) \\ \tilde{B}_t^{*+} (1) = \max(0; \tilde{I}_t^{*+} (1)); \tilde{B}_t^{*+} (0) = \max(0; \tilde{I}_t^{*+} (0)) \end{array} \right\} \quad (105)$$

Une fois la valeur de la période 1 choisie, on recommence pour la période suivante en propageant aux périodes suivantes, dans le cas où l'on satisfait tout les besoins bruts :

- le niveau de stock s'il existe, sinon les ruptures pour le cas de la satisfaction d'au moins un besoin brut (scénario "besoins bruts minimums"),
- le niveau de rupture s'il existe, sinon le stock pour le cas de la satisfaction de tous les besoins bruts possibles (scénario "besoins bruts maximal").

En d'autres termes, on propage la situation la plus extrême afin de toujours donner à l'approvisionneur les conséquences extrêmes en termes de niveau de stock et de rupture.

### 2.3.2.2. *Calcul d'un plan d'approvisionnement dans l'horizon libre*

Dans cet horizon, l'approvisionneur choisit trois valeurs :

1. la valeur qu'il choisirait s'il devait envoyer un plan d'approvisionnement déterministe sur tout l'horizon,
2. la valeur qu'il choisirait s'il calculait à partir de la première période de l'horizon flexible, sachant que le besoin brut a été maximal sur tout l'horizon gelé,
3. la valeur qu'il choisirait s'il calculait à partir de la première période de l'horizon flexible, sachant que le besoin brut a été minimal sur tout l'horizon gelé.

Le scénario maximal (resp. minimal) est le scénario dans lequel durant tout l'horizon gelé le besoin brut a été maximal (resp. minimal).

Concernant le calcul de la première valeur, la méthode est la même que dans l'horizon gelé.

Tout au long de l'horizon gelé, l'approvisionneur doit choisir une valeur précise quelles que soient les incertitudes sur les besoins bruts. A la fin de cet horizon, les niveaux de stocks et de ruptures dépendent des besoins bruts qui ont été effectivement satisfaits. Etant donné que l'on ne sait pas quel besoin brut sera effectivement satisfait, nous calculons les niveaux maximaux de stocks et de ruptures que les incertitudes sur l'horizon gelé ont générées pour l'horizon libre. Nous plaçons donc l'approvisionneur dans les deux scénarios ayant des conséquences maximales en termes de niveaux de stock et de rupture. Pour chacun de ces scénarios, nous lui demandons de choisir une quantité pour cette période (de la première à la dernière période de l'horizon libre) comme si le besoin brut de l'horizon ferme était le scénario maximal (resp. minimal).

Pour le niveau maximal de rupture, nous considérons que le scénario maximal est survenu sur l'horizon gelé. Nous appliquons alors la même méthode que dans l'horizon gelé à partir de la première période de l'horizon libre, avec comme niveau de stock de la période précédente le niveau minimal possible, et comme niveau de rupture le niveau maximal possible.

Le calcul de la troisième méthode est le même que dans le cas de la deuxième, à part que dans ce cas c'est le scénario minimal sur l'horizon gelé qui est considéré.

#### 2.4. Illustration de la méthode de calcul d'un plan d'approvisionnement

Reprenons l'exemple du chapitre 4 §2.1.1 pour lequel nous avons calculé les niveaux de stocks nécessaires dans ce même paragraphe.

Nous considérons que les périodes 1 et 2 sont dans l'horizon gelé et que les périodes 3 à 5 sont dans l'horizon libre.

On calcule le niveau de possibilité pour la période 1 que les quantités proposées par le fournisseur soient nécessaire pour satisfaire le besoin.

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*-}(0) + 0 - 40 - 0 \right| \text{ et } 40 \leq \tilde{P}_{1,1}^{*-}(0) \leq 82 \text{ donc } \tilde{P}_{1,1}^{*-}(0) = 40$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*-}(1) + 0 - 50 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,1}^{*-}(1) = 50, \quad \delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*+}(1) + 0 - 60 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,1}^{*+}(1) = 60$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,1}^{*+}(0) + 0 - 80 - 10 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,1}^{*+}(0) = 82.$$

On a donc la quantité floue à approvisionner  $\tilde{P}_{1,1}^* = [(40,50);(60,82)] = \tilde{P}_1^*$ .

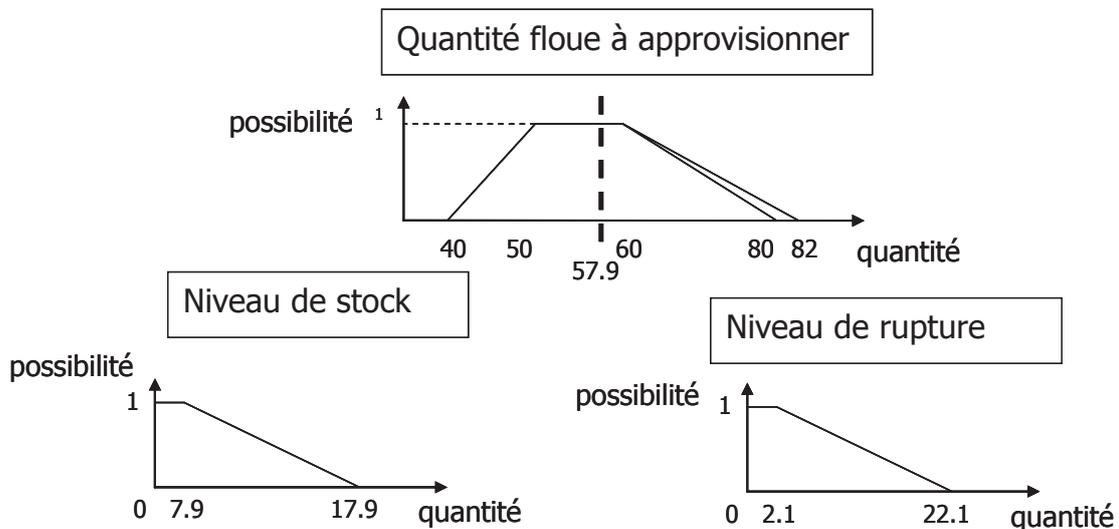
On fait de même pour le cas où on souhaite satisfaire au moins un besoin brut : on obtient

$$\tilde{P}_{*1,1} = [(40,50);(60,80)] = \tilde{P}_{*1}$$

Une fois ces deux quantités floues calculées, on propose une valeur non floue égale à la moyenne des deux quantités. Dans cet exemple on a :

$$x_1 = \frac{0.8 \times (40 + 50 + 60 + 82) + 0.2 \times (40 + 50 + 60 + 80)}{4} = 57.9$$

Le tableau de bord du décideur est représenté par la Figure (69).



**Fig. 69.** Tableau de bord du décideur

On considère que le client n'est pas satisfait par cette quantité et préfère la quantité 60 afin de limiter les ruptures. Il a donc à la fin de la période un niveau de stock  $[(0,0) ; (10,20)]$  et un niveau de rupture égal à  $[(0,0) ; (0,20)]$  pour les deux cas extrêmes.

On passe ensuite à la période suivante pour le nœud (1,2), avec  $40 \leq \tilde{P}_{1,2}^* \leq 70$  et  $40 \leq \tilde{P}_{*1,2} \leq 70$ .

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,2}^{*-}(0) + 0 - 40 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,2}^{*-}(0) = 40$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,2}^{*-}(1) + 0 - 50 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,2}^{*-}(1) = 50, \quad \delta = \left| \tilde{P}_{1,2}^{*+}(1) + 0 - 60 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,2}^{*+}(1) = 60$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{1,2}^{*+}(0) - 20 - 80 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{1,2}^{*+}(0) = 70.$$

On a donc  $\tilde{P}_{1,2}^* = [(40,50); (60,70)]$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{*1,2}^-(0) + 0 - 40 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{*1,2}^-(0) = 40$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{*1,2}^-(1) + 0 - 50 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{*1,2}^-(1) = 50, \quad \delta = \left| \tilde{P}_{*1,2}^+(1) + 10 - 60 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{*1,2}^+(1) = 50$$

$$\delta = \left| \tilde{P}_{*1,2}^+(0) + 20 - 80 - 0 \right| \text{ donc } \tilde{P}_{*1,2}^+(0) = 60.$$

On a donc  $\tilde{P}_{*1,2} = [(40,50); (50,60)]$

Nous réalisons le même calcul pour le nœud (2,2) :

$$\tilde{P}_{1,2}^* = [(40,40); (48,70)], \quad \tilde{P}_{*2,2} = [(40,40); (40,44)]$$

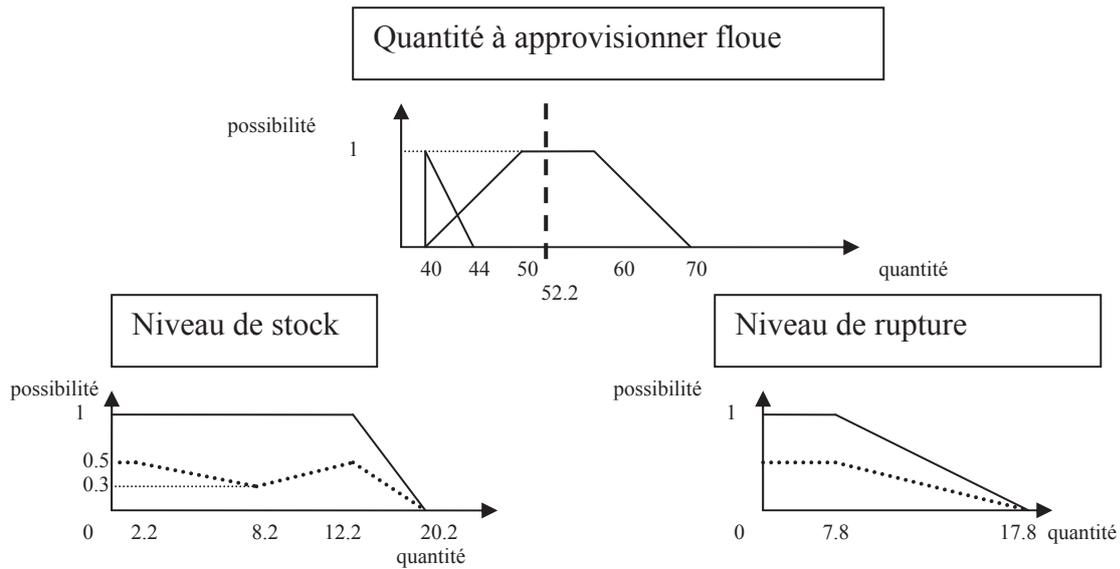
A partir de ces quatre quantités, on calcule les quantités floues :

$$\tilde{P}_2^* = [(40,50); (60,70)], \quad \tilde{P}_{*2} = [(40,40); (40,44)]$$

Une fois ces deux quantités floues calculées, on propose une valeur non floue égale à la moyenne pondérée des deux quantités. Dans cet exemple, on a :

$$x_1 = \frac{0.8 \times (40 + 50 + 60 + 70) + 0.2 \times (40 + 40 + 40 + 44)}{4} = 52.2$$

Le nouveau tableau de bord du décideur est représenté dans la Figure (70), dans laquelle les courbes en pointillés sont les niveaux de possibilités moyens de stocks et de ruptures. Ils sont calculés de la même manière que les possibilités moyennes d'avoir un besoin brut (§4.2.1).



**Fig. 70.** Tableau de bord du décideur pour la période 2

L'approvisionneur choisit une quantité de 53 pour l'approvisionnement de la période 2. Etant donné que la période 3 fait partie de l'horizon libre, nous avons trois paires de quantités floues à approvisionner :

- Quantité moyenne :  $\tilde{P}_3^* = [(40,40);(55,81)]$ ,  $\tilde{P}_{*3} = [(40,40);(40,40)]$
- Quantité minimale :  $\tilde{P}_3^* = [(40,40);(40,63)]$ ,  $\tilde{P}_{*3} = [(40,40);(40,40)]$
- Quantité maximale :  $\tilde{P}_3^* = [(40,40);(55,81)]$ ,  $\tilde{P}_{*3} = [(40,40);(40,49)]$

A partir de ces quantités, le système d'aide à la décision propose trois quantités, avec les niveaux de stocks et de ruptures correspondants. Le décideur choisit 3 valeurs (Quantité moyenne = 43 ; Quantité minimale = 40 et Quantité maximale = 54). Nous passons ensuite à la période 4 pour chacun des cas.

Le plan d'approvisionnement choisi par le décideur est représenté par le Tableau (20).

	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Quantité moyenne	60	53	43	70	140
Quantité minimale	60	53	40	50	50
Quantité maximale	60	53	54	85	160

**Tableau 20.** Plan d'approvisionnement

Nous constatons que plus la période est éloignée dans l'horizon, plus l'intervalle de quantité est important :

- période 3 : on a  $54-40=14$
- période 4 : on a  $85-50=35$
- période 5 : on a  $160-50=110$

En effet, les incertitudes de chaque période s'accumulent tout au long de l'horizon.

Le client gère entièrement les incertitudes sur l'horizon ferme, étant donné que quelles que soient les incertitudes, il doit choisir une quantité précise. En revanche, dans l'horizon libre, le client transmet une partie de l'incertitude à son fournisseur, qui devra la gérer. Dans l'horizon libre, la gestion des incertitudes est répartie entre le client et le fournisseur. Le client gère une partie de l'incertitude puisqu'il ne donne pas le graphe au fournisseur, mais donne les décisions fermes dans des scénarios extrêmes (maximal, minimal). Quant au fournisseur, il n'a plus une quantité précise mais un ensemble de quantités possibles.

## 2.5. Calcul d'un plan d'approvisionnement à partir des besoins bruts cumulatifs extrêmes

Le calcul d'un plan d'approvisionnement dans le cas où l'approvisionneur dispose des besoins bruts cumulatifs extrêmes consiste à calculer les niveaux de stocks et de ruptures sur tout l'horizon à partir d'un plan d'approvisionnement utilisant les équations (106) et (107).

$$\tilde{I}_t = \max\left(\sum_{i=1}^t x_i^{\min} - \sum_{i=1}^t \tilde{B}B_i ; 0\right) \quad (106)$$

$$\tilde{B}_t = \max\left(\sum_{i=1}^t \tilde{B}B_i - \sum_{i=1}^t x_i^{\max} ; 0\right) \quad (107)$$

Avec  $x_i^{\min}$  la quantité minimale approvisionnée à la période  $i$  et  $x_i^{\max}$  la quantité maximale approvisionnée à la période  $i$ .

Le premier plan d'approvisionnement est calculé à partir des besoins bruts cumulatifs défuzzifiés et des contraintes fournisseur :

- on défuzzifie les besoins bruts cumulatifs : le maximal et le minimal,

- l'approvisionnement donne ses préférences entre "avoir du stock ( $PI$ )" et "avoir des ruptures ( $PB$ )",
- on calcule la quantité cumulée à approvisionner idéale (Equation (108)),
- on calcule la quantité cumulée à approvisionner respectant les contraintes du fournisseur (Equation (109) et (110)),
- On calcule les quantités par période à approvisionner (Equation (111))

$$Q_t = \frac{PI \times BB_{t,\min} + PB \times BB_{t,\max}}{2} \quad (108)$$

Avec  $PI+PB=1$ ,  $BB_{t,\min}$  le besoin brut cumulatif minimal de la période  $t$  défuzzifié et  $BB_{t,\max}$  le besoin brut cumulatif maximal de la période  $t$  défuzzifié.

$$\min(Q_t - Q_t^f) \quad (109)$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^t l_i \leq Q_t^f \leq \sum_{i=1}^t \bar{l}_i \quad (110)$$

Avec  $Q_t$  la quantité cumulée approvisionnée idéale et  $Q_t^f$  la quantité cumulée approvisionnée faisable.

$$x_t^{\min} = x_t^{\max} = Q_t^f - Q_{t-1}^f \quad (111)$$

L'approvisionnement modifie le plan d'approvisionnement proposé jusqu'à ce qu'il soit satisfait. Le plan est composé de valeurs précises sur l'horizon gelée ( $x_t^{\min} = x_t^{\max}$ ) et de trois valeurs dans l'horizon flexible (même logique que la méthode précédente) :

- valeur que l'approvisionnement choisirait maintenant,
- valeur maximale qu'il choisirait,
- valeur minimale.

### 3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé des méthodes d'évaluation de plans de production du client compatibles avec la taille du problème. De plus, nous avons proposé deux méthodes d'aide à la décision pour le calcul d'un plan d'approvisionnement, méthodes qui donnent une

valeur sur l'horizon gelé et un ensemble de trois valeurs sur l'horizon libre. Ceci permet au fournisseur d'avoir une vision des incertitudes sur l'horizon libre, c'est-à-dire de savoir de combien les prévisions peuvent varier. Cette visibilité sur les incertitudes permet au fournisseur de prendre sa décision en fonction des variations possibles, contrairement au cas où l'on donne des valeurs précises sur l'horizon libre. Le fournisseur est donc bien conscient de ce que le client pourrait lui demander et ne risque pas de prendre la quantité donnée sur l'horizon libre comme quantité sûre. Cette erreur peut être commise si l'on envoie une valeur précise sur l'horizon libre. De plus, une méthode a été définie pour le graphe extrême, ce qui permet de traiter des problèmes de tailles supérieures à qui est possible avec le graphe complet sans changer la décision (si l'on ne regarde que les niveaux de possibilité maximaux et pas les possibilités moyennes). La méthode utilisant les besoins bruts cumulatifs est applicable à n'importe quelle taille de problème mais donne moins d'information à l'approvisionneur.

L'avantage de ces méthodes de calcul de plan d'approvisionnement est qu'elles ne nécessitent pas que l'approvisionneur exprime de façon formelle les valeurs de coûts (coût de stockage et coût de rupture). Pour autant, elles permettent aux décideurs de prendre leurs décisions en fonction des conséquences en termes de niveau de stockage et niveau de rupture.

L'application de la méthode au graphe complet permet en plus au décideur d'utiliser les niveaux de possibilités moyennes d'avoir un certain niveau de stocks ou de ruptures. En d'autres termes, l'approvisionneur peut baser sa décision sur un critère de type "moyenne" en plus des critères "extremums". La méthode de calcul des niveaux de possibilités "moyens" d'avoir un certain niveau de stocks ou de ruptures est la même que celle proposée pour calculer les niveaux de possibilités moyens qu'une quantité soit nécessaire (chapitre 4 §2.1), sauf qu'on l'applique soit au niveau de stock flou soit au niveau de rupture flou.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier le problème de calcul de plan d'approvisionnement dans une approche "optimisation", c'est-à-dire dans le cas où on connaît les coefficients de coût de stockage et de rupture.



# CHAPITRE V : APPROCHE PAR OPTIMISATION ROBUSTE POUR LE CALCUL D'UN PLAN DE PRODUCTION<sup>1</sup>

Introduction.....	p201
1. Présentation du problème.....	p202
1.1. Problème déterministe.....	p202
1.2. Problème d'optimisation robuste avec imprécision sur la demande représentée par des intervalles.....	p204
1.3. Problème de risque minimisation dans un contexte possibiliste.....	p205
2. Evaluation d'un plan de production.....	p207
2.1. Evaluation sous imprécision modélisés par des intervalles.....	p207
2.1.1. Scénario optimiste.....	p207
2.1.2. Scénario pessimiste.....	p207
2.1.3. Evaluation d'un plan de production.....	p209
2.2. Evaluation sous imprécision modélisés par des distributions de possibilité.....	p209
2.3. Conclusion et retour au problème de plan d'approvisionnement.....	p211
3. Méthode de résolution utilisant le critère Minmax.....	p211
3.1. Sans contrainte de capacité de production.....	p211
3.2. Avec contrainte de capacité sur les quantités livrables par le fournisseur.....	p213
3.2.1. Algorithme de résolution.....	p214
3.2.2. Résultat expérimentaux.....	p214
4. Calcul d'un plan d'approvisionnement utilisant le critère de risque minimisation.....	p214
4.1. Calcul d'un plan d'approvisionnement précis.....	p218
4.2. Méthode de calcul d'un plan d'approvisionnement flou.....	p221
5. Conclusion et perspective.....	p221

---

<sup>1</sup> Les travaux présentés dans ce chapitre ont été réalisés dans le cadre d'un projet Polonium en collaboration avec Pawel Zielinski



## *Introduction*

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé un outil d'aide à la décision pour le calcul d'un plan d'approvisionnement sous incertitude. L'approvisionneur ne formalisait pas son critère de sélection, ni même les coûts attachés aux niveaux de stocks et de ruptures. Dans ce chapitre, nous proposons de calculer un plan d'approvisionnement dans un contexte où les besoins bruts sont imprécis. Cette imprécision peut être représentée par un intervalle ou par des distributions de possibilités. Nous allons dans ce chapitre utiliser les critères "robustes", tels que le critère Minmax dans le cas des intervalles et le critère de "risk minimisation" utilisant la mesure de nécessité dans le cas des distributions de possibilités. Ces critères ont été appliqués à différents problèmes combinatoires (chemin le plus court, choix d'item,...etc.) (Kasperski et Zieliński, 2010), (Kasperski et Zieliński, 2011). Notons que le critère "risk minimisation" est utilisé pour les problèmes d'optimisation dans l'incertain afin de garantir que la chance (probabilité, nécessité ou possibilité) que le coût soit supérieur à une valeur critique soit minimale. Dans le cadre possibiliste, si l'on veut garantir avec certitude que la probabilité que le coût soit supérieur à une valeur critique soit minimale, nous devons utiliser la mesure de nécessité.

Dans ce chapitre nous allons :

1. présenter le problème déterministe, avec imprécision modélisée par des intervalles et avec imprécision modélisée par des distributions de possibilités,
2. proposer une méthode de calcul des coûts minimal et maximal quand l'imprécision sur la demande est représentée par un intervalle, avec imprécision modélisée par des distributions de possibilités,
3. proposer des méthodes de calcul des plans d'approvisionnement minimisant le coût maximal quand l'imprécision sur la demande est représentée par un intervalle,
4. résoudre le problème de minimisation du risque utilisant la mesure de nécessité quand l'imprécision sur la demande est représentée par des distributions de possibilités,
5. proposer une méthode de calcul de plan d'approvisionnement dans lequel les quantités de l'horizon libre sont des distributions de possibilités.

## 1. *Présentation du problème*

Dans cette partie, nous présentons le problème auquel nous nous intéressons dans le cas déterministe, puis nous présentons le problème robuste quand l'imprécision sur la demande est un intervalle ; nous finirons par présenter le problème de *risk minimisation* utilisant la mesure de nécessité.

### 1.1. Problème déterministe

Le problème de calcul d'un plan d'approvisionnement est équivalent à un problème de lot-sizing (§2.1). En effet il existe une analogie directe entre :

- les besoins bruts de chaque période et les demandes de chaque période,
- les quantités à approvisionner et les quantités à produire,
- les quantités livrables par le fournisseur et les contraintes de production.

Etant donné que dans notre cas d'étude, nous nous concentrons sur le calcul d'un plan d'approvisionnement d'un composant, nous nous intéressons au problème de lot-sizing mono produit, mono niveau, multi période.

Afin de garantir qu'il existe toujours une solution à notre problème (un plan de production) nous considérons les ruptures possibles.

On note :

$t$  : indice de la période avec  $t$  allant de 1 à  $T$

$x_t$  : la production à la période  $t$

$d_t$  : la demande à la période  $t$

$\underline{l}_t$  : la quantité minimale fabricable à la période  $t$

$\bar{l}_t$  : la quantité maximale fabricable à la période  $t$

$D_t$  : la demande cumulative de la période  $t$  tel que  $D_t = \sum_{i=1}^t d_i$

$X_t$  : la production cumulative de la période  $t$  tel que  $X_t = \sum_{i=1}^t x_i$

Nous considérons les coûts de stockage et de rupture constants tout au long de l'horizon.

On note :

$cI$  : coût de stockage quelque soit la période  $t$

$cB$  : coût de rupture quelque soit la période  $t$

Nous avons un stock positif à la période  $t$  si la demande jusqu'à la période  $t$  est inférieure à la production jusqu'à la période  $t$ , donc si  $X_t - D_t \geq 0$  et nous avons de la rupture si la demande jusqu'à la période  $t$  est supérieure à la production jusqu'à la période  $t$ , donc si  $D_t - X_t \geq 0$ . Notre fonction de coût pour une période  $t$  (Equation (112)) peut s'écrire sous la forme :

$$L(X_t, D_t) = \max(cI(X_t - D_t); cB(D_t - X_t)) \quad (112)$$

Le problème est donc de trouver un plan de production faisable ( $L_t \leq x_t \leq \bar{l}_t \forall t$  ou  $x \in \mathbf{X}$ ) qui minimise le coût total de stockage et de rupture (Equation (113)) :

$$\min_{x \in \mathbf{X}} F(x) = \min_{x \in \mathbf{X}} \sum_{t=1}^T L(X_t, D_t) \quad (113)$$

Tout au long de ce chapitre nous distinguerons deux cas :

- sans contraintes de capacité,
- avec contrainte de capacité.

Le cas « sans contraintes » de capacité correspond au cas où il existe pour chaque période une quantité livrable par le fournisseur égale à la demande (Equation (114)). De façon plus formelle, elle correspond au cas où :

$$\sum_{i=1}^t L_i \leq D_t \leq \sum_{i=1}^t \bar{l}_i \quad \forall i \in [1; \dots; T] \quad (114)$$

Dans ce cas, nous avons une solution triviale qui consiste à attribuer la valeur  $d_t$  à chaque variable de décision  $x_t$ .

Dans le cas avec capacité limitée, le problème (Equation (115)) peut être formulé comme un problème de flot à coût minimal (voir (Ahuja et al. 1993)) :

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{t=1}^T (I_t \cdot cI + B_t \cdot cB) \\
s.t. \quad & B_t - I_t = \sum_{j=1}^t (d_j - x_j), \quad t = 1, \dots, T \\
& L_t \leq x_t \leq \bar{L}_t, \quad t = 1, \dots, T \\
& B_t, I_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T
\end{aligned} \tag{115}$$

Ce problème peut être résolu de façon efficace, par exemple, avec un algorithme présenté dans (Ahuja et Hochbaum 2008) qui prend en compte la structure spéciale du réseau.

## 1.2. Problème d'optimisation robuste avec imprécision sur la demande représentée par des intervalles

Dans cette partie, nous supposons que les demandes de toutes les périodes  $t$  :  $d_t$  sont imprécises et appartiennent à des intervalles  $dd_t = [d_t^-; d_t^+]$ .

Un vecteur  $s = (d_1, \dots, d_T)$ ,  $d_t \in dd_t$ , représentant une affectation des demandes  $d_t$  pour chaque période  $t=1, \dots, T$ , est appelé un scénario. Donc, un scénario exprime une réalisation de la demande au cours de l'horizon. On note  $\Gamma$  l'ensemble des scénarios, avec  $\Gamma = [d_1^-, d_1^+] \times \dots \times [d_T^-, d_T^+]$ . On peut distinguer les scénarios extrêmes, notés  $\Gamma_{ext}$ , les scénarios appartenant à  $\Gamma_{ext} = \{d_1^-, d_1^+\} \times \dots \times \{d_T^-, d_T^+\}$ .

On note  $s^+$  (respectivement  $s^-$ ), le scénario où toutes les demandes sont égales à la borne maximale (respectivement minimale) des intervalles.

Les demandes et les demandes cumulatives de la période  $t$  pour un scénario sont notées :

$$\begin{aligned}
- \quad & d_t(s) \in dd_t \\
- \quad & D_t(s) = \sum_{i=1}^t d_i(s)
\end{aligned}$$

On a donc  $D_t(s) \in [D_t(s^-), D_t(s^+)]$ .

La fonction de coût  $L(X_t, D_t)$  devient :

$$L(X_t, D_t(s)) = \max(cI(X_t - D_t(s)); cB(D_t(s) - X_t))$$

De même, la fonction de coût sur l'horizon  $T$   $F(x)$  devient (Equation (116)) :

$$F(x, s) = \sum_{t=1}^T L(X_t, D_t(s)) \tag{116}$$

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au calcul d'un plan robuste. Un des critères couramment utilisé en optimisation robuste est le critère Minmax. La version Minmax du problème (117) consiste à trouver un plan faisable qui minimise le coût maximal sur l'ensemble des scénarios ; on peut l'écrire :

$$\begin{aligned}
 ROB : x^r &= \arg \min_{x \in \mathbf{X}} A(x) = \min_{x \in \mathbf{X}} \max_{s \in \Gamma} F(x, s) \\
 &= \min_{x \in \mathbf{X}} \max_{s \in \Gamma} \sum_{t=1}^T L(X_t, D_t(s))
 \end{aligned} \tag{117}$$

Si l'on considère un plan de production  $x \in \mathbf{X}$ , on appelle scénario optimiste  $s^o \in \Gamma$  le scénario qui minimise  $F(x, s)$  dans le problème *ROB*. On appelle scénario pessimiste  $s^w \in \Gamma$  le scénario qui maximise  $F(x, s)$  dans le problème *ROB*. Les coûts de ces deux scénarios seront utilisés pour évaluer les un plan dans la section §5.2.1.

### 1.3. Problème de risk minimisation dans un contexte possibiliste

Dans cette section, nous considérons que l'imprécision sur la demande est modélisée par des distributions de possibilités. Une affectation  $d_t = s_t$  telle qu'un scénario  $s = (s_t)_{t=1}^T$  est caractérisé par un niveau de possibilité (Equation (118)):

$$\Pi(s) = \pi(s) = \Pi(d_1 = s_1 \wedge \dots \wedge d_T = s_T) = \min_{t=1, \dots, T} \Pi(d_t = s_t) \tag{118}$$

Nous avons donc un ensemble flou de scénario  $\tilde{\Gamma}$  défini par une distribution de possibilités  $\pi(s), \forall s \in \mathbf{R}^T$ . Nous pouvons définir une  $\alpha$ -coupe de l'ensemble des scénarios  $\tilde{\Gamma}$  pour chaque valeur de  $\alpha \in (0,1]$  qui satisfait l'égalité suivante (Equation (119)) :

$$\tilde{\Gamma}^{[\alpha]} = \{s : \pi(s) \geq \alpha\} = [d_1^{-[\alpha]}, d_1^{+[\alpha]}] \times \dots \times [d_T^{-[\alpha]}, d_T^{+[\alpha]}] \tag{119}$$

$\tilde{\Gamma}^{[\alpha]}$  est un ensemble classique de scénarios contenant tout les scénarios de possibilité supérieure ou égale à  $\alpha$ .

## 2. Evaluation d'un plan

Dans cette partie, nous proposons des méthodes d'évaluation des plans de production dans le cas où l'imprécision est représentée par des intervalles et dans celui où l'imprécision est représentée par des distributions de possibilités.

### 2.1. Evaluation sous imprécision (modélisée par des intervalles)

Dans cette section, nous montrons comment évaluer un plan de production donné  $x^* \in \mathbf{X}$ . Nous présentons des méthodes pour évaluer les scénarios optimiste et pessimiste pour un plan donné qui nous permettent de calculer les coûts possibles et nécessaires, qui sont les coûts minimal et maximal.

#### 2.1.1. Scénario optimiste

Nous considérons premièrement le problème du calcul de scénario optimiste pour un plan donné  $x^* \in \mathbf{X}$ , qui est le problème suivant :

$$F(x^*, s^o) = \min_{s \in \Gamma} F(x^*, s) \quad (120)$$

Le minimum est atteint pour un scénario  $s, s \in \Gamma$ , puisque  $F(x, s)$  est une fonction continue sur un ensemble borné clos  $\Gamma$ . Le problème (120) peut être formulé comme un problème de programmation linéaire (problème (121)) :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^T (I_t cI + B_t cB) \\ \text{s.t.} \quad & B_t - I_t = \sum_{j=1}^t (s_j - x_j^*), \quad t = 1, \dots, T, \\ & s_t \in [d_t^-, d_t^+], \quad t = 1, \dots, T, \\ & B_t, I_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \end{aligned} \quad (121)$$

Si  $s_t^o, B_t^o$  et  $I_t^o, t=1, \dots, T$ , est une solution optimale du problème X, alors  $s^o = (s_1^o, \dots, s_T^o)$  est un scénario optimiste pour  $x^*$  (une réalisation optimiste de la demande incertaine) et  $I_t^o$  (respectivement  $B_t^o$ ) est le niveau de stock (resp. rupture) de la période  $t$  à la période  $t+1$  pour un scénario optimiste  $s^o = (s_1^o, \dots, s_T^o)$ .

Le problème (121) peut être réduit à un problème de flot à minimisation de coût et peut être résolu de façon efficace en prenant en compte la structure du réseau (voir (Ahuja et Hochbaum 2008)). Du fait que  $cI$  et  $cB > 0$ , nous avons pour  $t=1, \dots, T$  une des deux quantités  $B_t^o$  ou  $I_t^o$  égale à zéro.

### 2.1.2. Scénario pessimiste

Nous considérons maintenant le problème de calcul du scénario pessimiste pour un plan donné  $x^* \in \mathbf{X}$  (Equation (122)), qui est le problème suivant :

$$A(x^*) = F(x^*, s^w) = \max_{s \in \Gamma} F(x^*, s) \quad (122)$$

Le maximum est atteint pour un scénario  $s, s \in \Gamma$ , puisque  $F(x, s)$  est une fonction continue sur un ensemble borné clos  $\Gamma$ . De plus, la recherche du scénario  $s$  peut être réduite à l'ensemble des scénarios extrêmes  $\Gamma_{ext}$ . Nous prouvons ci-dessous la convexité de la fonction de coût sur  $\Gamma$ .

*Proposition 1.* La fonction  $F(x^*, s)$  est convexe sur  $\Gamma$  pour n'importe quel plan  $x^* \in \mathbf{X}$ .

*Preuve :* Les fonctions  $cI(X_t^* - D_t(s))$  et  $cB(D_t(s) - X_t^*)$  sont convexes sur  $\Gamma$ . Nous en déduisons que  $\max(cI(X_t^* - D_t(s)); cB(D_t(s) - X_t^*))$  est convexe sur  $\Gamma$  et donc  $\sum_{t=1}^T \max(cI(X_t^* - D_t(s)); cB(D_t(s) - X_t^*))$  est convexe sur  $\Gamma$ .

Le résultat précédent nous permet de réduire l'ensemble des scénarios  $\Gamma$  à l'ensemble des scénarios extrêmes  $\Gamma_{ext}$ .

*Proposition 2.* Un scénario optimal pour le problème (122) est un scénario extrême.

*Preuve :* La fonction  $F(x^*, s)$  atteint ses maxima dans  $\Gamma$ . Comme  $F(x^*, s)$  est convexe (Proposition 1) et  $\Gamma$  est un hyper rectangle, un scénario optimal pour le problème (122) est un scénario extrême (voir (Martos 1975)).

Le problème (122) peut être formulé comme un problème linéaire à nombre entier (Problème (123)) :

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t=1}^T (I_t cI + B_t cB) \\
s.t. \quad & B_t - I_t = \sum_{j=1}^t (s_j - x_j^*), \quad t = 1, \dots, T, \\
& s_t \in [d_t^-, d_t^+], \quad t = 1, \dots, T, \\
& B_t, I_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \\
& I_t \leq (1 - \delta_t) \sum_{j=1}^t (x_j^* - d_t^-), \quad t = 1, \dots, T, \\
& B_t \leq \delta_t \sum_{j=1}^t (d_t^+ - x_j^*), \quad t = 1, \dots, T, \\
& \delta_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.
\end{aligned} \tag{123}$$

Les contraintes du problème (121) et (123) ne diffèrent que pour les deux dernières contraintes et l'ajout de la variable binaire  $\delta_t$ . Ces variables binaires garantissent le fait qu'il est impossible d'avoir un niveau de stock différent de zéro ( $I_t > 0$ ) avec un niveau de rupture différent de zéro ( $B_t > 0$ ) à la même période. Si  $\delta_t = 1$  alors  $B_t > 0$  ; à l'inverse si  $\delta_t = 0$  alors  $I_t > 0$ .

Soient  $s_t^w, B_t^w$  et  $I_t^w$  et  $\delta_t, t=1, \dots, T$ , une solution optimale pour le problème (123). Alors  $s^w = (s_1^w, \dots, s_T^w)$  est le scénario pessimiste pour  $x^*$  (une réalisation pessimiste de la demande incertaine) et  $I_t^w$  (respectivement  $B_t^w$ ) est le niveau de stock (resp. rupture) de la période  $t$  à la période  $t+1$  pour un scénario pessimiste  $s^w = (s_1^w, \dots, s_T^w)$ .

A partir des propositions (1) et (2) on peut donner un algorithme basé sur la programmation dynamique. Soit  $\mathbf{D}_t$  l'ensemble des demandes cumulatives pour la période  $t$ , avec  $\mathbf{D}_t = \{D_t(S^-), D_t(S^-) + 1, \dots, D_t(S^+)\}$ , soit  $LL_{t-1}(dd)$  le coût maximal d'un plan  $x^*$ , quand la demande cumulative de la période  $t-1$  est égale à  $dd$ ,  $dd \in \mathbf{D}_{t-1}$ ,  $LL_{t-1} : \mathbf{D}_{t-1} \rightarrow \mathbf{R}_+$ . On a  $\mathbf{D}_0 = \{0\}$ ,  $LL_T(dd) = 0 \forall dd \in \mathbf{D}_T$  et :

$$LL_{t-1}(dd) = \max \left\{ \begin{aligned} & L(X_t^*, dd + d_t^-) + LL_t(dd + d_t^-) \\ & L(X_t^*, dd + d_t^+) + LL_t(dd + d_t^+) \end{aligned} \right\} \quad \forall dd \in \mathbf{D}_{t-1}, t = T, \dots, 1 \tag{124}$$

Le coût maximal d'un plan  $x^*$  est égal à  $LL_0(0)$ ,  $LL_0(0) = f_{x^*}^+$ , qui est calculé à partir de la rétro propagation (Equation (124)). On peut construire le scénario pessimiste correspondant  $S^w$  en prenant la demande  $d_t \in \{d_t^-, d_t^+\}$  telle que  $LL_{t-1}(dd)$  était maximale.

Le temps de calcul de cet algorithme est  $O(T \cdot \mathbf{D}_T)$ , qui est un temps pseudo polynomial. Ce temps peut être réduit si  $d_t^+ - d_t^- = \Delta \forall t$ . Alors on ne cherche plus que dans l'ensemble des demandes cumulatives possibles :  $\mathbf{D}_t = \{D_t(S^-), D_t(S^-) + \Delta, \dots, D_t(S^+)\}$  ce qui nous donne un temps de calcul polynomial  $O(T^2)$ .

### 2.1.3. Evaluation d'un plan

Afin d'évaluer la *possibilité* qu'un plan  $x^* \in \mathbf{X}$  n'excède pas un certain seuil  $g$  (répondant à la question : est-ce qu'il existe un scénario  $s \in \Gamma$  tel que  $F(x^*, s) \leq g$  ?) il suffit de déterminer le scénario optimiste  $s^o$  en résolvant le problème (121) et de regarder si  $F(x^*, s^o) \leq g$ .

Similairement, évaluer la *nécessité* qu'un plan de production  $x^* \in \mathbf{X}$  n'excède pas un certain seuil  $g$  ("est-ce que pour tout scénario  $s \in \Gamma$   $F(x^*, s) \leq g$  ?), il suffit de déterminer le scénario pessimiste  $s^w$  en résolvant le problème (123) et de regarder si  $F(x^*, s^w) \leq g$ .

De plus, à partir des scénarios optimiste  $s^o$  et pessimiste  $s^w$ , on peut évaluer l'intervalle de coût  $F_{x^*} = [f_{x^*}^-, f_{x^*}^+]$  d'un plan de production  $x^* \in \mathbf{X}$  tel que (Equation (125)) :

$$F_{x^*} = [f_{x^*}^-, f_{x^*}^+] = [F(x^*, s^o), F(x^*, s^w)] \quad (125)$$

## 2.2. Evaluation sous imprécision (modélisée par des distributions de possibilités)

Nous allons dans cette partie présenter des méthodes d'évaluation d'un plan donné  $x^* \in \mathbf{X}$  quand l'imprécision de la demande est modélisée par des distributions de possibilités.

Rappelons que le coût d'un plan est une quantité mal connue, notée  $F_{x^*}$  (cf. section précédente). Quand on modélise l'imprécision sur la demande avec une distribution de possibilités, le coût imprécis devient une distribution de possibilités  $\tilde{F}_{x^*}$ , appelée "coût flou".

On peut donc évaluer la possibilité d'avoir un coût  $\nu$  de production grâce à l'équation suivante (Equation (126)) :

$$\Pi(F_{x^*} = \nu) = \sup_{\{s:F(x^*,s)=\nu\}} \pi(s), \nu \in \mathbf{R} \quad (126)$$

A partir de cette équation, on peut définir les degrés de possibilité (Equation (127)) et de nécessité (Equation (128)) que le coût d'un plan de production  $x^* \in \mathbf{X}$  n'excède pas un certain seuil  $g$  :

$$\Pi(F_{x^*} \leq g) = \sup_{\nu \leq g} \pi_{\tilde{F}_{x^*}}(\nu) = \sup_{\{s:F(x^*,s) \leq g\}} \pi(s) \quad (127)$$

$$\begin{aligned} N(F_{x^*} \leq g) &= 1 - \Pi(F_{x^*} > g) = \sup_{\nu > g} \pi_{\tilde{F}_{x^*}}(\nu) \\ &= 1 - \sup_{\{s:F(x^*,s) > g\}} \pi(s) \end{aligned} \quad (128)$$

Nous remarquons que  $\Pi(F_{x^*} \leq g) = \alpha$  signifie qu'il existe un scénario  $s$  tel que  $\pi(s) = \alpha$  pour lequel le coût du plan de production  $x^*$  n'excède pas le seuil  $g$ ,  $F(x^*, s) \leq g$ . De même,  $N(F_{x^*} \leq g) = 1 - \alpha$  signifie que pour n'importe quel scénario  $s$ , tel que  $\pi(s) = \alpha$ , le coût du plan de production  $x^*$  n'excède pas le seuil  $g$ ,  $F(x^*, s) \leq g$ .

Nous considérons maintenant le problème du calcul des degrés de possibilité (Equation (127)) et de nécessité (Equation (128)) pour un plan donné  $x^* \in \mathbf{X}$ . On écrit  $\tilde{F}_{x^*}^{[\alpha]} = [f_{x^*}^{-[\alpha]}, f_{x^*}^{+[\alpha]}]$  l'intervalle des coûts possibles pour un degré de possibilité  $\alpha$  ( $\alpha$  coupe du coût flou) du plan de production  $x^*$ . L'intervalle des coûts  $[f_{x^*}^{-[\alpha]}, f_{x^*}^{+[\alpha]}]$  correspond à la résolution des problèmes (121) et (123) (cas avec intervalle) pour les scénarios  $\tilde{\Gamma}^{[\alpha]}$ . Il existe donc un lien entre le problème avec intervalle et avec distribution de possibilités :

$$\Pi(f_{x^*} \leq g) = \sup\{\alpha \in [0,1]: f_{x^*}^{-[\alpha]} \leq g\} \quad (129)$$

$$N(f_{x^*} \leq g) = 1 - \inf\{\alpha \in [0,1]: f_{x^*}^{+[\alpha]} \leq g\} \quad (130)$$

A partir des équations (129) et (130), on obtient une méthode de calcul des différents degrés (possibilité et nécessité). Donc, pour calculer  $\Pi(f_{x^*} \leq g)$  (resp. :  $N(f_{x^*} \leq g)$ ) nous devons trouver la valeur de  $\alpha$  la plus grande (resp. : la plus petite) telle qu'il existe un scénario  $s \in \tilde{\Gamma}^{[\alpha]}$  pour lequel  $F(x^*, s) \leq g$  (resp. : pour tout scénarios  $s \in \tilde{\Gamma}^{[\alpha]}$  telle que la contrainte  $F(x^*, s) \leq g$  soit respectée) pour  $x^*$  en résolvant (121) (resp. : (123)) et évaluer  $F(x^*, s^o) \leq g$  (resp. :  $F(x^*, s^w) \leq g$ ). Tant que  $f_{x^*}^{-[\alpha]}$  (resp. :  $f_{x^*}^{+[\alpha]}$ ) est une fonction croissante (resp. : décroissante) de  $\alpha$ , nous pouvons utiliser une recherche binaire sur  $\alpha \in [0,1]$ .

### 2.3. Conclusion

Dans cette partie nous avons présenté des méthodes d'évaluation de plan de production dans deux contextes d'imprécision (intervalle et distribution de possibilités). Il faut noter que ces méthodes pourront être utilisées pour aider le décideur à évaluer un plan d'approvisionnement pour le problème avec imprécision et incertitude pour des scénarios flous particuliers, en échange d'une formalisation des coût de stockage et de rupture.

## 3. *Méthode de résolution utilisant le critère Minmax*

Dans cette partie, nous allons distinguer le problème avec et sans contrainte de capacité. Premièrement, nous proposons une méthode de résolution dans le cas sans contraintes de production, puis nous résoudrons le problème avec contrainte de capacité.

### 3.1. Sans contrainte de capacité

Nous considérons ici le problème ROB sans contrainte de capacité, c'est-à-dire le problème avec un ensemble  $\mathbf{X} = \{(x_1, \dots, x_T) : x_t \geq 0, t = 1, \dots, T\}$ . Notons que la fonction  $F(x, s)$  est continue sur  $\mathbf{X}$  et  $\Gamma$ ,  $\Gamma$  est un ensemble borné clos, et que donc la fonction  $A(x)$  est bien définie continue sur  $\mathbf{X}$  (voir (Meyer 1970), théorème 1.4).

Un plan optimal de production  $\hat{x} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_T)$ , avec  $\hat{x} = \arg \min_{x \in \mathbf{X}} A(x)$ , peut être calculé par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \hat{X}_1 &= \frac{cB \cdot D_1(s^+) + cI \cdot D_1(s^-)}{cB + cI}, & \hat{x}_1 &= \hat{X}_1 \\ \hat{X}_t &= \frac{cB \cdot D_t(s^+) + cI \cdot D_t(s^-)}{cB + cI}, & \hat{x}_t &= \hat{X}_t - \hat{X}_{t-1}, \forall t \geq 2 \end{aligned} \quad (131)$$

Un algorithme pour déterminer un plan optimal  $\hat{x}$  avec les formules (131) peut être implémenté en un temps  $O(n)$ . Avant de prouver que le plan  $\hat{x}$  est optimal pour le problème ROB sans contrainte de capacité, nous devons prouver la proposition suivante.

*Proposition 3* : Soit  $\hat{x}$  un plan calculé avec les formules (131). Alors  $\hat{x}$  est faisable et  $s^-$  et  $s^+$  sont les scénarios pessimistes du plan  $\hat{x}$ ,  $A(\hat{x}) = F(\hat{x}, s^-) = F(\hat{x}, s^+)$ .

*Preuve* : Il est facile de voir que  $\hat{X}_t \in [D_t(s^-), D_t(s^+)]$ ,  $cI(\hat{X}_t - D_t(s^-)) = cB(D_t(s^+) - \hat{X}_t)$ ,  $t=1 \dots T$ , et  $\hat{x}_1 \geq 0$ . Vu que  $D_{t-1}(s^-) \leq D_t(s^-)$  et  $D_{t-1}(s^+) \leq D_t(s^+)$ ,  $t \geq 2$ , on montre que  $\hat{x}_t \geq 0$  pour  $t \geq 2$ .

Par conséquent  $L(\hat{X}_t, D_t(s^-)) = cI(\hat{X}_t - D_t(s^-))$  et  $L(\hat{X}_t, D_t(s^+)) = cB(D_t(s^+) - \hat{X}_t)$ ,  $t=1 \dots T$ , donc  $F(\hat{x}, s^-) = F(\hat{x}, s^+)$ . Soit  $s$  un scénario quelconque,  $s \in \Gamma$ . Nous pouvons déduire que :

$$F(\hat{x}, s) = \sum_{t=1}^T \max(cI(\hat{X}_t - D_t(s)); cB(D_t(s) - \hat{X}_t)) \leq \sum_{t=1}^T \max(cI(\hat{X}_t - D_t(s^-)); cB(D_t(s^+) - \hat{X}_t)) = F(\hat{x}, s^-) = F(\hat{x}, s^+).$$

On peut maintenant prouver l'optimalité du plan  $\hat{x}$ .

*Théorème 1*. Un plan déterminé par la formule (131) est un plan optimal pour le problème ROB sans contrainte de capacité.

*Preuve*. On montre que  $A(x) \geq A(\hat{x})$  pour tout  $x \in \mathbf{X}$ . Considérons un plan  $x' \in \mathbf{X}$ . Nous modifions ce plan en utilisant la formule suivante (Equation (132)) :

$$X''_t = \begin{cases} D_t(s^-) & \text{if } X'_t < D_t(s^-), \\ X'_t & \text{if } X'_t = D_t(s^+), t = 1, \dots, T \\ D_t(s^+) & \text{if } X'_t > D_t(s^+), \end{cases} \quad (132)$$

Maintenant,  $X''_t \in [D_t(s^-), D_t(s^+)]$ . A partir de la faisabilité de  $x'$ , il suit que  $X'_{t-1} \leq X'_t$ ,  $t \geq 2$ , et aussi  $D_{t-1}(s^-) \leq D_t(s^-)$  et  $D_{t-1}(s^+) \leq D_t(s^+)$ ,  $t \geq 2$ ; par conséquent  $X''_{t-1} \leq X''_t$ ,  $t \geq 2$ , on a

bien  $x'' \in \mathbf{X}$ . De plus, il est facile de vérifier que  $A(x') \geq A(x'')$ . D'après la définition de  $A(x'')$ , nous avons  $A(x'') \geq \max\{F(x'', s^-); F(x'', s^+)\}$ . On a seulement besoin de montrer que  $\max\{F(x'', s^-); F(x'', s^+)\} \geq F(\hat{x}, s^-) = F(\hat{x}, s^+)$ .

Nous nous focalisons sur le plan  $x$  (déterminé à partir de la formule (131)). Notons que la fonction  $F(x, s^-) = \sum_{t=1}^T cI(X_t - D_t(s^-))$  est linéaire et croissante (respectivement  $F(x, s^+) = \sum_{t=1}^T cB(D_t(s^+) - X_t)$  est linéaire et décroissante) par rapport à  $\sum_{t=1}^T X_t$ , où  $X_t \in [D_t(s^-), D_t(s^+)]$ ,  $t=1, \dots, T$ . A partir de cela et du fait que  $F(\hat{x}, s^-) = \sum_{t=1}^T cI(\hat{X}_t - D_t(s^-)) = F(\hat{x}, s^+) = \sum_{t=1}^T cB(D_t(s^+) - \hat{X}_t)$ ,  $\hat{X}_t \in [D_t(s^-), D_t(s^+)]$ ,  $t=1, \dots, T$  (voir proposition 3) : le point  $\sum_{t=1}^T \hat{X}_t$  est le point d'intersection,  $t=1, \dots, T$ . On conclut que  $\max\{F(x'', s^-); F(x'', s^+)\} \geq F(\hat{x}, s^-) = F(\hat{x}, s^+)$ . La proposition 3 montre que  $F(\hat{x}, s^-) = F(\hat{x}, s^+) = A(\hat{x})$  et finalement que  $A(x') \geq A(x'') \geq A(\hat{x})$ .

Il faut noter que s'il y a un niveau de rupture initial supérieur à zéro  $B_0 > 0$ , on modifie la demande de la période 1 de la manière suivante :  $dd_1 = [d_1^- + B_0, d_1^+ + B_0]$  ; si le niveau de stock initial  $I_0$  est tel que :  $0 < I_0 \leq d_1^-$ , on modifie la demande de la période 1 de la manière suivante :  $dd_1 = [d_1^- - I_0, d_1^+ - I_0]$ , et on applique la formule (131) afin de déterminer le plan robuste optimal du problème ROB avec les demandes modifiées. Si  $I_0 > d_1^-$ , nous devons utiliser l'Algorithme 2 pour résoudre le problème (voir section suivante) avec comme contrainte de capacité  $\underline{l}_t = 0 \leq x_t \leq \bar{l}_t = M \forall t$  avec  $M$  un nombre très grand.

### 3.2. Avec contrainte de capacité sur les quantités livrables par le fournisseur

Nous considérons maintenant le problème ROB avec les contraintes de capacité. Il faut noter que  $\Gamma$  est un ensemble borné clos, et que la fonction  $F(x, s)$  est continue sur  $\mathbf{X}$  et  $\Gamma$  donc  $A(x)$  est continue sur  $\mathbf{X}$  (voir (Meyer 1970), théorème 1.4). A partir de ces hypothèses et du fait que  $\mathbf{X}$  est un ensemble borné clos, on sait que  $A(x)$  atteint son minimum sur  $\mathbf{X}$ .

Nous construisons maintenant un algorithme pour résoudre le problème ROB basé sur une relaxation itérative pour les problèmes Minmax proposée dans (Shimizu et Aiyoshi, 1980). Des approches similaires ont été développées pour les problèmes de programmation linéaire

avec critère Minmax Regret pour des coûts définis par des intervalles (Inuiguchi et Sakawa 1995), (Mausser et Laguna 1999). Nous considérons le problème (RX-ROB) (Equation (133)) qui est la relaxation du problème ROB ; il consiste à remplacer l'ensemble des scénarios  $\Gamma$  par un ensemble de scénarios discrets  $\Gamma_{dis} = \{s^1, \dots, s^k\}$  :

$$\begin{aligned} \text{RX-ROB: } a^* &= \min a \\ \text{s.t. } a &\geq F(x, s^k) \quad \forall s^k \in \Gamma_{dis}, \\ x &\in \mathbf{X}, \end{aligned} \quad (133)$$

avec  $s^k = (s_t^k)_{t=1}^T$ . La contrainte  $a \geq F(x, s^k)$  appelée *scenario cut*, est associée à un scénario exact tel que  $s^k \in \Gamma_{dis}$ . Nous avons donc le coût maximal  $a^*$  sur l'ensemble des scénarios  $s^k \in \Gamma_{dis}$  de la solution optimale.  $x^*$  est la borne minimale du coût maximal du plan robuste optimal  $x^r$  pour le problème ROB. On a donc  $a^* \leq A(x^r)$ . Il faut noter que la contrainte  $a \geq F(x, s^k)$  associée au scénario  $s^k$  n'est pas une contrainte linéaire. On peut la linéariser en la remplaçant dans le problème RX-ROB par  $T+1$  contraintes et  $2T$  nouvelles variable de décisions :

$$\begin{aligned} a &\geq \sum_{t=1}^T (I_t^{s^k} cI + B_t^{s^k} cB), \\ B_t^{s^k} - I_t^{s^k} &= \sum_{j=1}^T (s_j^k - x_j), \quad t = 1, \dots, T, \\ B_t^{s^k}, I_t^{s^k} &\geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \end{aligned} \quad (134)$$

### 3.2.1. Algorithme de résolution

Notre algorithme (Algorithme 2) nécessite :

- une borne inférieure du coût maximal du plan optimale robuste  $x^r$ ,  $LB=0$ ,
- un candidat  $x^* \in \mathbf{X}$  pour la solution optimale du problème ROB et
- un ensemble vide de scénarios discret,  $\Gamma_{dis} = \emptyset$ .

A chaque itération, l'algorithme calcule le scénario pessimiste  $s^w$  pour  $x^*$  utilisant la méthode (123) présentée dans la section 2.1.2. Il faut noter que c'est l'étape qui consomme le plus de temps.

Clairement,  $A(x^*) = F(x^*, s^w)$  est la borne supérieure de  $A(x^r)$ ,  $A(x^r) \leq A(x^*)$ . Si le critère d'arrêt de l'algorithme est atteint ( $A(x^*) \leq LB + \varepsilon, \varepsilon > 0$ ), alors l'algorithme s'arrête et nous donne en sortie le plan de production robuste optimal  $x^*$ . Dans le cas contraire, on ajoute le scénario pessimiste  $s^w = (s_t^w)_{t=1}^T$  à l'ensemble des scénarios discrets  $\Gamma_{dis}$ ; on ajoute aussi la *scenario cut*  $a \geq F(x, s^w)$  au problème RX-ROB. On résout ensuite le problème linéaire actualisé RX-ROB et on obtient le meilleur candidat  $x^*$  pour la solution optimale au problème ROB et une nouvelle borne inférieure  $LB = a^*$ . Une fois la borne inférieure calculée, l'algorithme fait une nouvelle itération.

---

**Algorithme 2** : Trouver un plan de production robuste optimal

---

**Entrées** : Intervalle de demandes  $dd_t = [d_t^-, d_t^+], t = 1, \dots, T$ , les coûts  $cI$  et  $cB$ , le plan  $x^* \in \mathbf{X}$ , le paramètre de tolérance de convergence  $\varepsilon > 0$

**Sorties** : un plan de production robuste optimal  $x^r$  et le scénario pessimiste correspondant  $s^w$ .

**Etape 0.**  $k=0, LB=0, \Gamma_{dis} = \emptyset$

**Etape 1.**  $x^k = x^*$

**Etape 2.** calculer le scénario pessimiste  $s^w$  pour  $x^k$  en appliquant la méthode (123) de la section 2.1.2

**Etape 3.** Si  $F(x^k, s^w) \leq LB + \varepsilon$  alors les sorties sont  $x^k$  et  $s^w$  et STOP

**Etape 4.**  $k=k+1$

**Etape 5.**  $s^k = s^w, \Gamma_{dis} = \Gamma_{dis} \cup \{s^k\}$  ajouter la contrainte  $a \geq F(x, s^k)$  au problème RX-ROB

**Etape 6.** Calculer un plan optimal  $(x^*, a^*)$  pour le problème RX-ROB,  $LB = a^*$ , et retourner à l'Etape 1

---

Afin de choisir un bon plan initial  $x^* \in \mathbf{X}$  pour l'algorithme 2, nous proposons de résoudre le problème déterministe de planification avec contrainte de capacité (modèle (121)) avec comme scénario de demande le scénario moyen  $s^m$ , avec  $d_t(s^m) = (d_t^- + d_t^+)/2, t=1 \dots T$ , et de prendre le plan optimal pour ce scénario comme plan initial.

*Théorème 2.* L'algorithme 2 se termine en un nombre fini d'étapes pour un  $\varepsilon > 0$  donné.

*Preuve :* La preuve est à peu près la même que celle donnée dans ((Geoffrion 1972), Théorème 2.5) et ((Shimizu et Aiyoshi 1980), Théorème 3). On note par  $\{(x^k, a^k)\}$  la séquence des solutions optimales  $(x^k, a^k)$  calculées consécutivement à chaque itération à l'Etape 6.  $k$  représente la  $k^{ième}$  itération de l'algorithme. La séquence  $\{(x^k, a^k)\}$  converge vers le point  $(\hat{x}, \hat{a}), \hat{x} \in \mathbf{X}$ , ce qui vient du fait que la séquence  $\{x^k\}$  appartient à un ensemble borné clos  $\mathbf{X}$  ( $\mathbf{X}$  est un ensemble compact) et que  $\{a^k\}$  est une séquence bornée non dégressive. Des considérations similaires s'appliquent à la séquence  $\{s^k\}$  des scénarios déterminés à l'Etape 2. L'ensemble  $\Gamma$  est un ensemble borné clos (compact) et donc  $\{s^k\}$  converge vers  $\hat{s} \in \Gamma$ . Etant donné que la contrainte (*scenario cut*) est rajoutée au problème RX-ROB, l'inégalité  $a^{k+1} \geq F(x^{k+1}, s^k)$  est respectée. Par continuité de la fonction  $F$ , nous avons :

$$\hat{a} \geq F(\hat{x}, \hat{s}) \quad (135)$$

Nous définissons l'ensemble des  $s^w(x)$ , l'ensemble des scénarios pessimistes pour  $x \in \mathbf{X}$ , avec  $s^w(x) = \{s^w \mid s^w = \arg \max_{s \in \Gamma} F(x, s)\}$ . L'ensemble  $s^w(x)$  est non vide pour chaque  $x \in \mathbf{X}$ . A partir du ((Meyer 1970), Théorème 1.5),  $s^w$  est semi continue supérieure à la valeur  $\hat{x}$  et donc  $\hat{s} \in s^w(\hat{x})$ . Par conséquent :

$$A(\hat{x}) = \max_{s \in \Gamma} F(\hat{x}, s) = F(\hat{x}, \hat{s}) \quad (136)$$

En combinant (136) et (135) on obtient  $\hat{a} \geq A(\hat{x})$ . Par le ((Meyer 1970), Lemme 1.2)  $A$  est semi continue supérieure, on a donc  $A(x^k) = F(x^k, s^k) \leq a^k + \varepsilon$ , pour un  $k$  suffisamment important.

Ceci implique que le critère de terminaison de l'Etape 3 sera satisfait dans un nombre fini d'itérations.

### 3.2.2. Résultat expérimentaux

Afin de vérifier l'efficacité de l'Algorithme 1, nous avons réalisé un ensemble de tests. Nous avons pris des tailles d'horizon  $T$  allant de 100 à 1000 périodes. Dix instances du problème ROB avec contraintes de capacité pour chaque taille de l'horizon ont été générées. Pour chaque instance le coût de stockage  $cI=1$  et le coût de rupture  $cB=10$  ; ces valeurs ont été choisies au hasard, puisqu'elles n'ont aucun impact sur les temps de calcul.

Les intervalles  $[X, Y]$  des demandes et des capacités ont été générées de façon aléatoire, où  $X$  est un entier tiré aléatoirement dans l'ensemble de probabilités uniformes  $\{0, 1, \dots, 99\}$  et  $Y$  est un entier tiré aléatoirement dans l'ensemble de probabilités uniformes  $\{100, 101, \dots, 199\}$ .

T	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
MIN	0.22	0.44	1.23	3.91	5.73	9.22	43.22	7.70	35.13	33.94
MOY	0.42	2.29	7.88	13.28	41.96	104.07	203.86	155.97	335.56	581.95
MAX	0.90	4.76	25.04	37.38	96.62	396.30	358.20	398.78	580.79	1152.54

**Tableau 21.** Temps de calcul minimal, moyen et maximal en secondes

Pour résoudre les instances générées, nous avons utilisé la librairie IBM ILOG CPLEX 12.2 avec un ordinateur équipé avec un processeur Intel Core 2 Duo 2.5 GHz. Le Tableau 21 donne les temps de calcul minimum, moyen et maximum en secondes. Tous les calculs finissent après quelque itérations et environ 98% du temps total est utilisé pour calculer les scénarios pessimistes du modèle (117). Comme on peut le voir à partir des résultats, l'Algorithme 2 peut résoudre des problèmes de grande taille, jusqu'à 1000 périodes, dans un temps raisonnable.

#### 4. *Calcul d'un plan d'approvisionnement utilisant le critère de "risk minimisation"*

Dans cette partie, nous proposons deux critères pour choisir un plan de production robuste quand l'imprécision est modélisée par des distributions de possibilités :

- maximiser la nécessité que le coût soit supérieur à un seuil certain,
- maximiser la nécessité que le coût soit supérieur à un seuil flou.

#### 4.1. Calcul d'un plan d'approvisionnement non flou

Le premier critère est le suivant : nous avons un seuil  $g$  est nous souhaitons maximiser la nécessité que le coût de notre plan soit supérieur à ce seuil  $g$ . Notre problème est donc le suivant (Equation (137)) :

$$\max_{x \in \mathbf{X}} N(f_x \leq g) \quad (137)$$

Ceci correspond à calculer un plan de production robuste pour un niveau de possibilité minimal dont le coût n'est pas supérieur à  $g$ . On peut facilement vérifier que le problème (137) est équivalent au problème suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \\ \text{s.t.} \quad & f_x^{+[\alpha]} \leq g, \\ & \alpha \in [0,1], \\ & x \in \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (138)$$

Si  $\alpha^*$  est l'objectif optimal et  $x^*$  est la solution optimale du problème (138) alors  $N(f_{x^*} \leq g) = 1 - \alpha^*$ . Si le problème (138) est infaisable, alors  $N(f_x \leq g) = 0$  quelque soit  $x \in \mathbf{X}$ .

Le deuxième critère correspond au cas où le décideur connaît ses préférences sur le coût du plan de façon floue. Il les exprime donc avec un seuil flou que l'on appellera *fuzzy goal*  $\tilde{G}$ .  $\tilde{G}$  est un ensemble flou dans  $\mathbf{R}$  avec un support compact. La fonction d'appartenance du *fuzzy goal*  $\mu_{\tilde{G}}$  est une fonction décroissante sur  $[0, \infty)$  sur  $[0,1]$  telle que  $\mu_{\tilde{G}}(v) = 1$  pour  $v \in [0, g]$ . La valeur de  $\mu_{\tilde{G}}(f_x)$  est le niveau de satisfaction du décideur pour le coût  $f_x$ . Nous remplaçons donc la contrainte " $f_x \leq g$ " par une contrainte floue " $f_x \in \tilde{G}$ ". Nous pouvons donc exprimer la nécessité que " $f_x \in \tilde{G}$ " par l'équation suivante (Equation (139)) :

$$\begin{aligned}
N(f_x \in \tilde{G}) &= 1 - \Pi(f_x \notin \tilde{G}) \\
&= 1 - \sup_{v \in \mathbf{R}} \min \{ \pi_{f_x}(v), 1 - \mu_{\tilde{G}}(v) \} \\
&= 1 - \sup_{s \in \Gamma} \min \{ \pi(s), 1 - \mu_{\tilde{G}}(F(x, s)) \}
\end{aligned} \tag{139}$$

Si  $N(f_x \in \tilde{G}) = 1 - \alpha$  cela signifie que pour tout scénario  $s$  tel que  $\pi(s) > \alpha$ , le degré que le coût du plan  $x$  appartient au *fuzzy goal*  $\tilde{G}$ , n'est pas inférieur à  $1 - \alpha$ . Remarquons que  $N(f_x \in \tilde{G})$  est une généralisation du critère  $N(f_x \leq g)$  car si  $\mu_{\tilde{G}}(v) = 0$  pour  $v \in [g, \infty)$  on a  $N(f_x \in \tilde{G}) = N(f_x \leq g)$ . De plus, on a dans le cas général  $N(f_x \in \tilde{G}) \geq N(f_x \leq g)$ .

A partir de ce critère, nous pouvons donc choisir le plan qui maximise la nécessité que le coût de plan de production appartienne au *fuzzy goal*, ce qui correspond au problème d'optimisation suivant :

$$\max_{x \in \mathbf{X}} N(f_x \in \tilde{G}) \tag{140}$$

On peut facilement vérifier que le problème (140) est équivalent au problème suivant :

$$\begin{aligned}
\min \quad & \alpha \\
s.t. \quad & f_x^{+[\alpha]} \leq g^{+[1-\alpha]}, \\
& \alpha \in [0, 1], \\
& x \in \mathbf{X}.
\end{aligned} \tag{141}$$

Si  $(x^*, \alpha^*)$  est une solution optimale pour le problème (141), alors  $N(f_{x^*} \in \tilde{G}) = 1 - \alpha^*$ . Si le problème (140) est infaisable alors  $N(f_{x^*} \in \tilde{G}) = 0 \forall x \in \mathbf{X}$ .

Un algorithme pour résoudre le problème (141) (resp. : (138)) est basé sur la méthode de recherche binaire dans  $[0, 1]$  (l'intervalle des valeurs possibles de  $\alpha$ ) ; cet algorithme est utilisable car la fonction  $f_x^{+[\alpha]}$  est décroissante et  $g^{+[1-\alpha]}$  (respectivement  $g$ ) est croissante sur  $\alpha$ .

Nous appelons cet algorithme : algorithme basé sur la recherche binaire. Pour trouver un plan optimal  $(x^*, \alpha^*)$  avec  $x^* \in \mathbf{X}, \alpha^* \in [0, 1]$ , avec une erreur donnée  $\zeta > 0$ , nous vérifions s'il existe, pour un  $\alpha$  fixé, un plan  $x \in \mathbf{X}$  tel que  $f_x^{+[\alpha]} \leq g^{+[1-\alpha]}$  (resp :  $f_x^{+[\alpha]} \leq g$ ) dont nous

récupérons le plan robuste  $x^r$  avec son scénario pessimiste appartenant à  $\tilde{\Gamma}^{[\alpha]}$ . Nous résolvons donc à chaque itération le problème ROB. Si l'ensemble des valeurs de  $\alpha$  est inférieur à  $\zeta$ , lors le plan robuste  $x^r$  pour un  $\alpha$  fixé est la solution optimale du problème (141) (resp. : (138)).

Afin de vérifier l'efficacité de l'Algorithme basé sur la recherche binaire, nous avons réalisé un ensemble de tests. Nous avons pris des tailles d'horizon  $T$  allant de 100 à 1000 périodes. Dix instances du problème ROB avec contraintes de capacité pour chaque taille de l'horizon ont été générées. Pour chaque instance, le coût de stockage  $cI=1$  et le coût de rupture  $cB=10$ . Les intervalles  $[X, Y]$  des capacités ont été générées de façon aléatoire, où  $X$  est un entier tiré aléatoirement dans l'ensemble de probabilités uniformes  $\{0, 1, \dots, 99\}$  et  $Y$  est un entier tiré aléatoirement dans l'ensemble de probabilités uniformes  $\{100, 101, \dots, 199\}$ . Les demandes sont des distributions de possibilité triangulaire avec un support  $[0, 199]$  et la valeur modale est égale à  $Z$ , avec  $Z$  un entier tiré aléatoirement dans l'ensemble de probabilités uniforme  $\{0, 1, \dots, 199\}$ , le *fuzzy goal* est modélisé par un nombre flou trapézoïdal  $(0 ; 0 ; g ; g\beta)$ . Nous choisissons la valeur  $g$  de telle sorte que  $g$  est égal au coût du problème ROB pour  $\alpha=0$  sans contrainte de capacité, ce qui correspond au cas où le fournisseur est parfait. En d'autres termes, nous choisissons un plan totalement robuste si le fournisseur est parfait et nous acceptons une prise de risque si le fournisseur nous contraint. Les valeurs de  $\beta$  testées sont 0, 0.25, 0.5, 0.75 et 1.

<b>T</b>	<b>0</b>	<b>0.25</b>	<b>0.5</b>	<b>0.75</b>	<b>1</b>
100	0.75	0.76	0.74	0.73	0.70
200	3.47	3.47	3.40	3.38	3.37
300	14.03	13.96	13.95	13.93	13.93
400	25.64	25.60	25.64	25.60	25.61
500	34.70	34.68	34.64	34.66	34.56
600	86.74	86.73	86.90	86.78	86.87
700	141.40	141.41	141.05	141.08	141.31
800	210.70	210.81	210.68	210.79	207.91
900	338.86	338.49	338.65	338.86	338.36
1000	668.77	672.50	672.18	672.61	671.49

**Tableau 22.** Temps moyen pour un horizon allant de 100 à 1000 périodes

Pour résoudre les instances générées, nous avons utilisé la librairie IBM ILOG CPLEX 12.2 avec un ordinateur équipé avec un processeur Intel Core 2 Duo 2.5 GHz. Le Tableau (22) donne les temps de calcul moyen en secondes. Comme on peut le voir à partir des résultats obtenus, l'algorithme basé sur la recherche binaire, qui appelle l'algorithme 2 à chaque itération, peut résoudre le problème de façon efficace jusqu'à des horizons de 1000 périodes.

#### 4.2. Méthode de calcul d'un plan d'approvisionnement flou

Dans la partie précédente, nous avons vu que le calcul d'un plan d'approvisionnement quand les besoins bruts sont représentés par des distributions de possibilité est rapide. Nous allons donc proposer une méthode itérative de calcul de plan d'approvisionnement flou. Pour les périodes appartenant à l'horizon libre, nous allons propager les conséquences du choix des périodes appartenant à l'horizon gelé.

Il existe pour chaque  $\alpha$ -coupe un nombre très important de conséquences possibles (égal au nombre de demandes possibles sur l'horizon gelé), ce qui rend impossible de les considérer toutes. Nous allons donc en choisir certaines :

- les conséquences donnant un niveau de stock maximal,
- les conséquences donnant un niveau de rupture maximal.

De plus, il est impossible de réaliser ce calcul pour toutes les  $\alpha$ -coupes ; l'approvisionneur doit donc donner un ensemble de  $\alpha$  pour lesquels les calculs de plan d'approvisionnement seront réalisés.

Le client calcule donc un plan d'approvisionnement non flou sur tout l'horizon et un ensemble de plans d'approvisionnement évalués par un niveau de possibilité sur l'horizon glissant qui correspond aux plans d'approvisionnements que l'on choisirait si la demande était maximale ou minimale sur tout l'horizon gelé.

### 5. *Conclusion et perspectives*

Dans ce chapitre, nous avons proposé des méthodes d'évaluation et de résolution pour les problèmes de planification sous imprécision en utilisant des critères de robustesse (Minmax pour le cas "intervalle" et "risk minimisation" dans le cas possibiliste). Les campagnes de test nous ont montré que le problème de planification pouvait être résolu de façon exacte dans des temps raisonnables.

De plus, nous avons proposé une méthode de construction d'un plan d'approvisionnement flou basé sur l'optimisation robuste afin de propager une partie des imprécisions au fournisseur.

Comme perspective, nous souhaitons appliquer dans un premier temps le critère de minimisation de l'espérance mathématique maximale possible. En effet, la planification est un processus de décision répété, d'où l'intérêt de l'espérance mathématique. De plus, cela évite au décideur de donner une valeur de seuil, tout en garantissant une certaine robustesse si l'on minimise l'espérance mathématique maximale. A plus long terme, nous voulons résoudre le problème de calcul de plan de production robuste dans un contexte où l'incertitude de la demande est modélisée par un graphe (comme dans notre cas).

# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

## 1. Conclusion

Les chaînes logistiques sont confrontées à une augmentation des incertitudes sur la demande du marché et à une personnalisation de plus en plus tardive des produits. La gestion des incertitudes est donc devenue une nécessité, depuis quelques années, afin de garantir un bon niveau de performance et de robustesse des chaînes logistiques. Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à la gestion des incertitudes dans un contexte de chaîne logistique collaborative.

Nous nous sommes concentrés sur le calcul des plans d'approvisionnement d'un maillon de la chaîne composé de deux acteurs (le client et le fournisseur), où le client gère sa production à la commande et le fournisseur par anticipation.

Notre approche consiste à intégrer les imperfections sur les connaissances du système dans le processus de planification des approvisionnements en utilisant la théorie des possibilités.

En nous appuyant sur la théorie des possibilités et sur des travaux déjà réalisés sur la modélisation des imperfections en planification, nous avons proposé un modèle général permettant de modéliser tous les types d'imperfections possibles sur les besoins en composants. La modélisation explicite de ces imperfections permet notamment de vérifier si la durée des périodes du plan d'approvisionnement est cohérente avec le niveau de connaissance du client.

A partir de ce modèle nous avons suggéré différentes méthodes de calcul des besoins bruts intégrant de manière plus ou moins complète ces imperfections (graphe des besoins bruts, graphe des besoins bruts extrêmes et besoins bruts cumulatifs extrêmes). D'un point de vue pratique, si on traite des problèmes de petite taille, par exemple lorsque on focalise sur des produits, ou ressources critiques, on peut faire appel à des méthodes qui utilisent toute la connaissance sur ces imperfections : ces méthodes seront basées sur un graphe de tous les besoins bruts possibles. Par contre, si on souhaite traiter des problèmes de plus grande taille, on ne conservera que la partie de cette connaissance qui a le plus gros impact sur la décision. Dans ce cadre, nous avons proposé une approche qui permet de garantir une décision conforme aux pratiques de prise de décision sous incertitude identifiées en théorie de la décision. Cette approche s'appuie sur un graphe des besoins bruts extrêmes ou des besoins bruts cumulatifs extrêmes.

Dans un contexte collaboratif, nous avons proposé une méthode permettant au client, en fonction de ses préférences, d'adapter son plan de production aux contraintes de son fournisseur dans le but de limiter les risques de rupture.

Nous proposons ensuite une méthode de calcul de plan d'approvisionnement dans une approche « aide à la décision » adaptée aux différents modèles de besoins bruts.

Enfin, sur un problème plus précis, celui du calcul d'un plan d'approvisionnement avec besoins bruts imprécis, nous avons proposé une approche par optimisation robuste qui s'appuie sur le critère « Minmax ».

L'intégration des imperfections dans le processus de calcul d'un plan d'approvisionnement permet aux deux acteurs du maillon de partager les risques tout en « optimisant » les coûts. Le client pourra ainsi évaluer les impacts possibles de ses décisions et ainsi mieux utiliser ses degrés de liberté. Par ailleurs il pourra transmettre les incertitudes qu'il n'est pas en mesure de gérer à son fournisseur. Ainsi le fournisseur pourra gérer les incertitudes plutôt que les subir.

De manière plus générale, l'intégration de l'imperfection nous amène à considérer deux points de vue : celui de la minimisation des risques et celui de la minimisation des coûts. Les approches déterministes se concentrent sur la minimisation des coûts. A l'inverse, nos approches se focalisent sur la minimisation des risques. Notre approche aide à la décision a pour objectif d'équilibrer les risques de ruptures et de stock. Notre approche optimisation robuste, quant à elle, a une vision agrégée du risque traduite par une fonction de coût.

## 2. *Perspectives*

### 2.1. Extension de l'approche à des contextes/problèmes voisins

Le premier type de perspectives consiste à étendre l'approche proposée à des contextes et des problèmes voisins.

Les méthodes de calcul besoins bruts avec imperfection peuvent être adaptées au problème de calcul de MRP qui prend en compte l'imprécision sur les délais de fabrication/de livraisons et l'imprécision sur la demande. Ce problème est modélisable par un graphe des besoins bruts particulier avec un seul ordre planifié par période (la demande) imprécis en date (délai de fabrication imprécis). On peut donc calculer le graphe des besoins bruts pour des problèmes de grande taille et utiliser la méthode de calcul de plan d'approvisionnement pour calculer les lancements dans le MRP (Guillaume et al. 2011a, Guillaume et al. 2011b).

L'approche proposée pour un produit peut être généralisée au problème multi produit. L'idée générale reste la même. Dans l'approche optimisation robuste, il faut mener une étude expérimentale sur le temps de calcul pour trouver le scénario pessimiste pour chaque produit. En effet, dans la résolution du problème à un produit, la recherche de ce scénario prenait 98% du temps.

La construction d'un plan d'approvisionnement flou est réalisée sachant que l'on a déjà choisi les durées des horizons gelés et flexibles. Nous pouvons proposer un modèle de calcul de plan d'approvisionnement qui calcule dynamiquement les tailles des horizons gelés et flexibles à partir du modèle précédent. Pour cela, il faudra d'abord ajouter dans le modèle des contraintes représentant le risque accepté par le décideur en termes de niveaux de stock et de rupture maximaux.

## 2.2. Modélisation des imperfections et décision sous incertitude

Dans le problème d'optimisation nous avons choisi de représenter les imprécisions sur la demande au niveau de chaque période. Ce choix est justifié par le fait qu'en pratique les décideurs raisonnent en terme de quantités par période sur un horizon et par le fait que dans notre cas nous ne disposons pas d'historique sur les demandes. En choisissant d'utiliser la théorie des possibilités pour modéliser ces imprécisions, les imprécisions sur les demandes cumulatives augmentent tout au long de l'horizon. En effet, l'utilisation de l'addition en théorie des possibilités propage les imprécisions. Or, ceci est contraire à l'intuition.

Un des moyens pour modéliser des phénomènes avec une forte imprécision à chaque période mais une précision relative sur un horizon serait d'acquérir des informations sur les demandes cumulatives (déterministes, possibilistes ou probabilistes). Cette acquisition d'information peut être envisagée par dire d'expert ou par calcul.

Par ailleurs, plus généralement, les degrés de pessimisme et d'optimisme du décideur sont modélisés par une composition linéaire des coûts maximaux et minimaux sur l'horizon. Dans la théorie des jeux, on considère que quelqu'un est pessimiste s'il joue comme si la nature est contre lui et à l'inverse, optimiste si la nature joue avec lui. Une personne ni pessimiste ni optimiste peut donc être vue comme quelqu'un pour qui la nature joue de temps en temps contre lui et de temps en temps avec lui. Dans notre cas, cela reviendrait à ne pas avoir constamment la demande la plus pessimiste ou la plus optimiste sur l'horizon, ce qui est différent de la pondération entre le coût maximal et minimal proposé dans la littérature

(critère d'Hurwicz). En d'autres termes cela revient à étudier la notion d' « optimiste pessimiste » dans un processus de décision séquentiel.

### 2.3. Approche aide à la décision

L'utilisation du graphe extrême est basée sur l'hypothèse que le décideur s'appuie sur une comparaison des niveaux de stock et de rupture maximaux. Pour aller plus loin dans l'aide à la décision il serait intéressant de proposer un ensemble de solutions au-delà des indicateurs de performances. Pour cela, le décideur pourrait proposer un ensemble de règles de transformation des niveaux maximaux de stock et de rupture en des pous et des contres (par exemple plus de 7 pièces en stock est un contre moins de 5 pièces en stock est un pour). A partir de ces règles, on pourrait lui proposer des solutions utilisant des heuristiques de comparaison (Bonfont et al. 2008 (b)) des pous et des contres. On pourrait également construire les règles à partir de choix de solutions du décideur.

De manière plus générale, ces travaux de thèse induisent un certain nombre de questions sur l'approche aide à la décision. En effet l'aide à la décision a pour objectif de mener le décideur à « sa solution optimale » (solution qui mènera aux meilleurs conséquences à ses yeux) de la manière la plus rapide possible. Le décideur étant au centre de ce processus, il est important d'analyser les critères plus ou moins formalisables qui influencent sa décision pour les intégrer au processus de décision.

### 2.4. Approfondissement de l'approche optimisation robuste

A partir de l'algorithme de calcul du coût maximal possible, on peut proposer différents critères possibilistes qui n'ont pas encore été développés dans la littérature : la minimisation de l'espérance mathématique maximale et le critère d'Hurwicz. Pour cela, on peut résoudre le problème approximativement en discrétisant l'ensemble flou en  $\alpha$ -coupes. L'objectif devient donc de minimiser la somme des coûts maximaux de chacune des  $\alpha$ -coupes pour l'espérance mathématique et la pondération des coûts maximaux et minimaux pour le critère d'Hurwicz.

Dans notre approche optimisation robuste nous avons proposé un algorithme pseudo-polynomial. Pour aller plus loin il est nécessaire d'évaluer la complexité du problème pour soit prouver que le problème est NP-hard soit trouver un algorithme polynomial.

Plus globalement, il me paraît nécessaire de mieux cerner le sens de la « fonction objectif », de se poser des questions sur sa nature (fonction de coût, ensemble de règle de préférence, niveau de satisfaction des contraintes).



## REFERENCES

Adam, I., Wal, J. 1998. Combining make to order and make to stock. *OR Spektrum* 20,no.2, pp73-81.

Agrawal, S., R.N. Sengupta, et K. Shanker. 2009. Impact of information sharing and lead time on bullwhip effect and on-hand inventory. *European Journal of Operational Research* 192, no. 2 (Janvier 16) : 576-593. doi:10.1016/j.ejor.2007.09.015.

Ahuja, R. K., T. L. Magnanti, et J. B. Orlin. 1993. *Network Flows: theory, algorithms, and applications*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Ahuja R. K. and D. S. Hochbaum. 2008. Solving Linear Cost Dynamic Lot Sizing Problems in  $O(n \log n)$  Time, *Operations Research*, Vol. 56, pp. 255–261.

Aliev, R.A., B. Fazlollahi, B.G. Guirimov, et R.R. Aliev. 2007. Fuzzy-genetic approach to aggregate production-distribution planning in supply chain management. *Information Sciences* 177, no. 20 (Octobre 15) : 4241-4255. doi :10.1016/j.ins.2007.04.012.

Amrani-Zouggar, A., J.C. Deschamps, et J.P. Bourrières. 2010. *Advances in Production Management Systems. New Challenges, New Approaches*. IFIP Advances in Information and Communication Technology 338: 179-186. doi :10.1007/978-3-642-16358-6\_23.

Arnold, T. et Chapman , S. 2001. *Introduction to materials management*, 4<sup>th</sup> edition, Prentice Hall.

Blazewicz, J., J. K. Lenstra, et A. H. G. Rinnooy Kan. 1983. Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete Applied Mathematics* 5, no. 1 (Janvier) : 11-24. doi :10.1016/0166-218X(83)90012-4.

Bonnefon, J.F., D. Dubois, H. Fargier, 2008 (a). “On the qualitative comparison of decisions having positive and negative features.” *JAIR*, Vol. 32, p. 385-417.

Bonnefon, J.F. D. Dubois, H. Fargier, S. Leblois, 2008 (b). "Qualitative heuristics for balancing the pros and the cons." *Theory and Decision*, Vol. 65, p. 71-95.

Bouchon-Meunier, B. 1995. *La logique floue et ses applications*. Addison-Wesley France.

Charnes, A., et W. W. Cooper. 1959. *Chance-Constrained Programming*. *Management Science* 6, no. 1 (Octobre) : 73-79.

Chen, C.T., et S.F. Huang. 2006. *Order-fulfillment ability analysis in the supply-chain system with fuzzy operation times*. *International Journal of Production Economics* 101, no. 1 (Mai): 185-193. doi :10.1016/j.ijpe.2005.05.003.

Choquet G., *Theory of capacities*, *Ann. Inst. Fourier* (1953-54), 131-295.

Comelli, M., M. Gourgand, et D. Lemoine. 2008. *A review of tactical planning models*. *Journal of Systems Science and Systems Engineering* 17, no. 2 (6) : 204-229. doi : 10.1007/s11518-008-5076-8.

Destercke, S. 2008. *Représentation et combinaison d'informations incertaines : nouveaux résultats avec applications aux études de sûreté nucléaires*. Université Paul Sabatier, Toulouse.

Dolgui, A., et C. Prodhon. 2007. *Supply planning under uncertainties in MRP environments : A state of the art*. *Annual Reviews in Control* 31, no. 2 : 269-279. doi :10.1016/j.arcontrol.2007.02.007.

Dubois, D., H. Fargier, et P. Fortemps. 2003. *Fuzzy scheduling: Modelling flexible constraints vs. coping with incomplete knowledge*. *European Journal of Operational Research* 147, no. 2 (Juin 1) : 231-252. doi :10.1016/S0377-2217(02)00558-1.

Dubois, D., et H. Prade. 1982. *On several representations of uncertain body of evidence*. Dans *Fuzzy Information and Decision Processes*. North Holland. M. Gupta E. Sanchez.

Dubois, D., et H. Prade. 1999. Possibility Theory. Dans *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, éd. John G. Webster. Hoboken, NJ, USA : John Wiley & Sons.

Dubois, D., et H. Prade. 2006. Représentations formelles de l'incertain et de l'imprécis. Dans *Concepts et méthodes pour l'aide à la décision. : vol 1, Outils de modélisation*. Hermès Science Publications.

Dudek, G., et H. Stadtler. 2005. Negotiation-based collaborative planning between supply chains partners. *European Journal of Operational Research* 163, no. 3 (Juin 16) : 668-687. doi : 10.1016/j.ejor.2004.01.014.

Dudek, G. 2009. *Collaborative Planning in Supply Chains: A Negotiation-Based Approach*. Springer 2009.

Florian, M., et M. Klein. 1971. Deterministic Production Planning with Concave Costs and Capacity Constraints. *Management Science* 18, no. 1 (Septembre) : 12-20.

Forget, P., S. D'Amours, et J.M. Frayret. 2008. Multi-behavior agent model for planning in supply chains: An application to the lumber industry. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 24, no. 5 (Octobre) : 664-679. doi : 10.1016/j.rcim.2007.09.004.

Fortin, J. 2006. *Analyse d'intervalles flous, application à l'ordonnance dans l'incertain*. Université Paul Sabatier, Toulouse.

Galasso, F., et C. Thierry. 2009. Design of cooperative processes in a customer-supplier relationship: An approach based on simulation and decision theory. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 22, no. 6 (Septembre) : 865-881. doi : 10.1016/j.engappai.2008.10.008.

Gaonkar, R. et N. Viswanadharn. 2007. Analytical framework for the management of risk in supply chains, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 4(2), 265 - 273.

Génin P., S. Lamouri, A. Thomas. 2008 (a). Improving the robustness of a supply chain tactical plan. *Supply Chain Forum: an International Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 24-35, 2008.

Génin P., S. Lamouri, A. Thomas. 2008 (b). Mathematical programming approaches for stable tactical and operational planning in the context of Supply Chain and Advanced Planning System (APS) *Journal of Decision Systems*, vol. 17/3, pp. 425-455, 2008.

Geoffrion, A. M., 1972. "Generalized Benders Decomposition," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 10, pp. 237–260.

Gourc, D. 2006. Vers un modèle général du risque pour le pilotage et la conduite des activités de biens et de services, Habilitation à Diriger les Recherches.

Grabot, B., L. Geneste, G. Reynoso-Castillo, et S. Vérot. 2005. Integration of uncertain and imprecise orders in the MRP method. *Journal of Intelligent Manufacturing* 16, no. 2 (4) : 215-234. doi : 10.1007/s10845-004-5890-x.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2009 (a). "Integration de besoins en composants mal connus dans un plan", 8 ème Congrès International de Génie Industriel, Tarbes, Juin.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2009 (b). "Integration of ill-known requirements in production planning". 39th International Conference on Computer and Industrial Engineering (Troyes), Juillet.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2010 (a). "Modelling of ill-known requirements and integration in production planning", *Production Planning & Control*, (Juillet): doi : 10.1080/09537281003800900.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2010 (b). "Integration of ill-known requirements with dependencies into a gross requirement plan", 8ème ENIM IFAC Conférence Internationale de Modélisation et Simulation, Hammamet, Tunisia, 10-12 Mai.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2010 (c). “Integration of the supplier capacity for choosing the less risky schedule within an uncertain environment”. 11th IFIP Working Conference on VIRTUAL ENTERPRISES, Saint-Etienne, France, 11-13 Octobre.

Guillaume, R., P. Kobylanski, P. Zielinski, 2011. “Production Planning with Uncertain Demands”, IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Taiwan.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2011. “A decision support tool for procurement planning process under uncertainty”, 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control, Milan, 28-2 September.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2011. “Utilisation de la théorie des possibilités en planification sous incertitude au sein de chaînes logistiques”, 12ème congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Saint Etienne, Mars.

Guillaume, R., C. Thierry, B. Grabot, 2011 “MRP with imprecise demand and uncertain lead time”, 7th conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, Aix-les-Bains, juillet.

International Organization for Standardization: Risk management - Principles and guidelines on implementation, Draft International Standard, 2008.

International Organization for Standardization: Risk Management - Vocabulary, Draft International Standard, 2009.

Inuiguchi, M. et M. Sakawa. 1995. “Minimax regret solution to linear programming problems with an interval objective function,” *European Journal of Operational Research*, vol. 86, pp. 526–536.

Ireland, R., et C. Crum. 2005. *Supply chain collaboration: how to implement CPFR and other best collaborative practices*. J. Ross Publishing.

Ivo, A., et J. Wal. 1998. Combining make to order and make to stock. *OR Spektrum* 20, no. 2 (6): 73-81. doi :10.1007/BF01539854.

Jeanet, G. 2010. Algorithmes pour la décision séquentielle dans l'incertain : optimisation de l'utilité espérée dépendant du rang et du critère de Hurwicz. Université Paris VI.

Kao, C., et W.K. Hsu. 2002. A single-period inventory model with fuzzy demand. *Computers & Mathematics with Applications* 43, no. 6-7 : 841-848. doi : 10.1016/S0898-1221(01)00325-X.

Kasperski A., P. Zieliński. 2010. Minmax regret approach and optimality evaluation in combinatorial optimization problems with interval and fuzzy weights, *European Journal of Operational Research*, 200 (2010) 680-687.

Kasperski A., P. Zieliński. 2011. On the approximability of robust spanning tree problems, *Theoretical Computer Science*, 412 (2011) 365-374.

Kolisch, R. 2000. Integration of assembly and fabrication for make-to-order production. *International Journal of Production Economics* 68, no. 3 (Décembre 20) : 287-306. doi :10.1016/S0925-5273(99)00011-0.

Kolisch, R. 2001. *Make-to-order assembly management*. Springer.

Lee, L., V. Padmanabhan, S. Whang. 1997. Information Distortion in a Supply Chain: The Bullwhip Effect. *Management science* 43, no. 4 : pp 546-558.

Liang, T.F. 2008. Fuzzy multi-objective production/distribution planning decisions with multi-product and multi-time period in a supply chain. *Computers & Industrial Engineering* 55, no. 3 (Octobre) : 676-694. doi : 10.1016/j.cie.2008.02.008.

Liu, B. 2002. *Theory and practice of uncertain programming*. Springer.

Marques, G. 2010. Management des risques pour l'aide la gestion de la coopération au sein d'une chaîne logistique : une approche par simulation. Institut national polytechnique de Toulouse.

Martos, B. 1975. Nonlinear programming theory and methods. Budapest: Akadémiai Kiadó.

Mausser, H. E. et M. Laguna, 1999. "A heuristic to minimax absolute regret for linear programs with interval objective function coefficients," *European Journal of Operational Research*, vol. 117, pp. 157-174.

Mesiar R., C

Meyer, R. 1970. "The Validity of a Family of Optimization Methods," *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 8, pp. 41-54.

Monsarrat, E., C. Briand, et P. Esquirol. 2004. Une aide à la coopération interentreprises pour la production à la commande. *Document numérique* 8, no. 1 (6) : 23-36. doi : 10.3166/dn.8.1.23-36.

Mula, J., R. Poler, et J.P. Garcia. 2006. MRP with flexible constraints: A fuzzy mathematical programming approach. *Fuzzy Sets and Systems* 157, no. 1 (Janvier 1) : 74-97. doi : 10.1016/j.fss.2005.05.045.

Neumaier, A. 2004. Clouds, Fuzzy Sets, and Probability Intervals. *Reliable Computing* 10, no. 4 (8) : 249-272. doi : 10.1023/B:REOM.0000032114.08705.cd.

Olhager, J. 2003. Strategic positioning of the order penetration point. *International Journal of Production Economics* 85, no. 3 (Septembre 11) : 319-329. doi : 10.1016/S0925-5273(03)00119-1.

Orlicky, J. 1975. *Material Requirements Planning*. McGraw Hill.

Ouyang, Y., et C. Daganzo. 2006. Counteracting the bullwhip effect with decentralized negotiations and advance demand information. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 363, no. 1 (Avril 15) : 14-23. doi : 10.1016/j.physa.2006.01.044.

Pai, P.F. 2003. Capacitated Lot size problems with fuzzy capacity. *Mathematical and Computer Modelling* 38, no. 5-6 (Septembre) : 661-669. doi : 10.1016/S0895-7177(03)90034-3.

Panda, D., S. Kar, K. Maity, et M. Maiti. 2008. A single period inventory model with imperfect production and stochastic demand under chance and imprecise constraints. *European Journal of Operational Research* 188, no. 1 (Juillet 1) : 121-139. doi : 10.1016/j.ejor.2007.04.009.

Peidro, D., J. Mula, R. Poler, et F.C. Lario. 2009 (a). Quantitative models for supply chain planning under uncertainty : a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 43, no. 3-4: 400-420. doi :10.1007/s00170-008-1715-y.

Peidro, D., J. Mula, R. Poler, et J.L. Verdegay. 2009 (b). Fuzzy optimization for supply chain planning under supply, demand and process uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems* 160, no. 18 (Septembre 16) : 2640-2657. doi :10.1016/j.fss.2009.02.021.

Peidro, D., J. Mula, M. Jiménez, et M. Botella. 2010. A fuzzy linear programming based approach for tactical supply chain planning in an uncertainty environment. *European Journal of Operational Research* 205, no. 1 (Août 16) : 65-80. doi :10.1016/j.ejor.2009.11.031.

Rajagopalan, S. 2002. Make to Order or Make to Stock: Model and Application. *Management Science* 48, no. 2 (Février) : 241-256.

Roy, B. 2010. Robustness in operational research and decision aiding: A multi-faceted issue. *European Journal of Operational Research* 200, no. 3 (Février 1) : 629-638. doi :10.1016/j.ejor.2008.12.036.

Savage, L. J. 1972. The foundations of statistics. Courier Dover Publications, Juin 1.

Selim, H., C. Araz, et I. Ozkarahan. 2008. Collaborative production-distribution planning in supply chain: A fuzzy goal programming approach. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 44, no. 3 (Mai) : 396-419. doi : 10.1016/j.tre.2006.11.001.

Shafer, G. 1976. A Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press.

Shimizu, K. et E. Aiyoshi. 1980. "Necessary Conditions for Min-Max Problems and Algorithms by a Relaxation Procedure," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 25, pp. 62–66.

So, C., et X. Zheng. 2003. Impact of supplier's lead time and forecast demand updating on retailer's order quantity variability in a two-level supply chain. *International Journal of Production Economics* 86, no. 2 (Novembre 11) : 169-179. doi : 10.1016/S0925-5273(03)00050-1.

Soman, C.A., D. Pieter van Donk, et G. Gaalman. 2004. Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system. *International Journal of Production Economics* 90, no. 2 (Juillet 28) : 223-235. doi : 10.1016/S0925-5273(02)00376-6.

Sridharan, V., William L. Berry, et V. Udayabhanu. 1987. Freezing the Master Production Schedule under Rolling Planning Horizons. *Management Science* 33, no. 9 (Septembre) : 1137-1149.

Sugeno M., Theory of fuzzy integrals and its applications, PhD. Thesis, Thesis, Institute of Technology, Tokyo, 1974.

Sun, et Liu. 2008. Fuzzy Minimum-Risk Material Procurement Planning Problem. 2008. ICNC '08. Fourth International Conference on, 7:629-633. doi : 10.1109/ICNC.2008.285.

Supply Chain Council: SCOR: Supply Chain Operations Reference Model, 2008.

Tavakkoli-Moghaddam, R., M. Rabbani, A.H. Gharehgozli, et N. Zaerpour. 2007. A fuzzy aggregate production planning model for make-to-stock environments. Dans *Industrial Engineering and Engineering Management*, 2007 IEEE International Conference on, 1609-1613. doi : 10.1109/IEEM.2007.4419464.

Telle, O. 2003. Gestion de chaînes logistiques dans le domaine aéronautique : aide à la coopération au sein d'une relation donneur d'ordres - fournisseur. L'école nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace.

Thierry, C., et H. Fargier. 2000. The Use of Possibilistic Decision Theory in Manufacturing Planning and Control : Recent Results in Fuzzy Master Production Scheduling. Dans *Scheduling under fuzziness*. Physica-Verlag.

Torabi, S.A., et E. Hassini. 2008. An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems* 159, no. 2 (Janvier 16) : 193-214. doi : 10.1016/j.fss.2007.08.010.

Wald, A. 1950. *Statistical decision functions*,, Wiley, New York.

Wang, J., et T.F. Liang. 2005. Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning. *International Journal of Production Economics* 98, no. 3 (Décembre 18) : 328-341. doi : 10.1016/j.ijpe.2004.09.011.

Węglarz, J. 1999. *Project scheduling: recent models, algorithms, and applications*. Springer.

Yager, R. 1981. A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Sciences* 24, no. 2 (Juillet) : 143-161. doi : 10.1016/0020-0255(81)90017-7.

Zadeh, L. A. 1975. Fuzzy logic and approximate reasoning. *Synthese* 30, no. 3-4 : 407-428. doi : 10.1007/BF00485052.

Zhu, J., X Li, Q Hao, et W Shen. 2010. A new approach for resource-constrained multi-project scheduling. 1. Banff, Alberta.

Ziegenbein, A. et J. Nienhaus. 2004. Coping with supply chain risks on strategic, tactical and operationallevel, in Proceedings of the Global Project and Manufacturing Management Symposium, pp. 165 - 180, 2004.