HAL
open science

Morphologie mathématique, systèmes dynamiques et applications au traitement des images

Laurent Najman

To cite this version:

Laurent Najman. Morphologie mathématique, systèmes dynamiques et applications au traitement des images. Mathématique discrète [cs.DM]. Université de Marne la Vallée, 2006. tel-00715406

HAL Id: tel-00715406

https://theses.hal.science/tel-00715406

Submitted on 6 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Marne-la-Vallée

Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches

Discipline : Informatique

Morphologie mathématique, systèmes dynamiques et applications au traitement des images

Présenté par **Laurent Najman**

Habilitation soutenue le 24 mai 2006 devant le jury :

Jean Serra :	président et rapporteur
Laurent Cohen :	rapporteur
Philippe Salembier :	rapporteur
Gilles Bertrand :	examinateur
Maxime Crochemore :	examinateur
Henri Maitre :	examinateur
Dominique Perrin :	examinateur
Karl Tombre :	examinateur

Remerciements

Messieurs les Professeurs Laurent COHEN, Philippe SALEMBIER et Jean SERRA ont accepté de juger ce travail, qu'ils trouvent ici l'expression de mes remerciements.

Je remercie Messieurs les Professeurs Henri MAITRE, Maxime CROCHEMORE, Dominique PERRIN et Karl TOMBRE de m'avoir fait l'honneur de participer au jury.

Je tiens à remercier tout particulièrement Gilles BERTRAND qui est à l'origine de certaines des idées développées dans ce mémoire, et qui par son dynamisme et sa gentillesse a su installer au laboratoire A^2SI de l'ESIEE une ambiance propice aux échanges et au travail. En particulier, il a su me convaincre de l'intérêt d'une approche discrète bien adaptée à l'étude mathématique des algorithmes.

J'ai une pensée particulière pour Jean-Pierre AUBIN, qui fut avec Michel SCHMITT mon directeur de thèse. Il partage avec Gilles BERTRAND un grand humanisme si rare de nos jours, et qui est pour moi une importante source d'inspiration.

Je remercie les membres du laboratoire A^2SI, en particulier Michel COUPRIE et François ROCARIES, pour les discussions enrichissantes, stimulantes et amicales qui jalonnent nos journées à l'ESIEE.

Je remercie les doctorants : Eric BOUVIER, Jean COUSTY, ainsi que les étudiants de l'ESIEE et du DEA de l'UMLV qui se sont associés à ces travaux.

Table des matières

1 Introduction **4**

1.1 Morphologie Mathématique . . . 4

1.2 Systèmes dynamiques . . . 5

1.3 Applications au traitement des images . . . 5

2 Morphologie Mathématique **6**

2.1 Arbre des composantes . . . 6

2.2 Ligne de partage des eaux d'une fonction continue . . . 7

2.3 Lignes de partage des eaux discrètes . . . 8

2.4 Algorithmes quasi-linéaires pour la ligne de partage des eaux topologique . . . 9

2.5 Ligne de partage des eaux topologique sur les arêtes d'un graphe . . . 10

2.6 Propriétés des graphes de fusion et ligne de partage des eaux binaire . . . 11

2.7 Propriétés des graphes de fusion et ligne de partage des eaux en niveau de gris . . . 12

2.8 Saillance des contours de la ligne de partage des eaux et segmentation hiérachique . . . 13

3 Systèmes dynamiques **14**

3.1 L'algorithme des montagnes russes pour l'optimisation globale . . . 14

3.2 Propriétés algébriques des opérateurs induits par des systèmes dynamiques . . . 15

3.3 Équations mutationnelles des tubes de dilatation morphologique . . . 16

3.4 Une méthode eulérienne pour les équations mutationnelles . . . 17

3.5 Les systèmes de particules : un nouveau paradigme de simulation . . . 18

4 Applications au traitement des images **19**

4.1 Segmentation et analyse d'images cardiaques IRM . . . 19

4.2 Coins géométriques et topologiques par ligne de partage des eaux . . . 20

4.3 Utilisation des contours des profils de visage pour l'identification . . . 21

4.4 Estimation morphologique de l'angle d'inclinaison d'un document . . . 22

4.5 Indexation et reconnaissance de dessins techniques . . . 23

4.6 Utilisation d'une algèbre de composants pour la création automatique de document intelligent . . . 24

4.7 Évaluation des systèmes de reconnaissance de caractères . . . 25

5 Conclusions et perspectives **26**

6 Activités complémentaires **28**

6.1 Formation doctorale . . . 28

6.2 Participation à la vie scientifique . . . 28

7 Publications **29**

8 Références **32**

1. INTRODUCTION

Ce mémoire est organisé en trois parties.

- La première partie traite de la théorie de la morphologie mathématique, une science fondée par Georges Matheron et Jean Serra il y a un peu plus de quarante ans. Un intérêt tout particulier est porté à la segmentation d'images, un des points clés du traitement des images.
- La deuxième partie du mémoire tourne autour des systèmes dynamiques. On y applique des outils issus des théories de la morphologie mathématique, de l'analyse multivoque, de la théorie de la viabilité, ou encore de la théorie des probabilités.
- Enfin, la troisième partie concerne les applications au traitement des images. On y trouvera un certain nombre de travaux dont l'intérêt industriel a été prouvé par des brevets ou des logiciels.

1.1. Morphologie Mathématique

L'interprétation d'une image et la reconnaissance de certains objets qui s'y trouvent requièrent généralement deux étapes :

- la première consiste à repérer les structures intéressantes et à les isoler, c'est ce qu'on appelle la segmentation ;
- la deuxième consiste à quantifier ces objets en leur associant des valeurs (nombres ou symboles), en vue de leur classification ou d'une utilisation ultérieure.

Bien qu'elle ne soit pas limitée au traitement des images, la *morphologie mathématique* [100, 124, 125, 89, 128, 80, 1, 123] y trouve un immense champ d'applications. Cette technique repose sur le principe consistant à comparer des structures inconnues (les images que l'on étudie) à un ensemble de formes, les *éléments structurants*, dont on maîtrise les caractéristiques. La comparaison est effectuée au travers de relations booléennes telles l'intersection ou l'inclusion.

Les ensembles de niveaux d'une image sont les ensembles de pixels au dessus d'un seuil. Les composantes connexes des ensembles de niveaux peuvent être organisées en structure d'arbre au travers de la relation d'inclusion. Un tel arbre est appelé *arbre des composantes*. L'arbre des composantes capture des caractéristiques essentielles de l'image, et permet de caractériser certaines entités topologiques. Cet arbre a été utilisé dans de nombreuses applications, parmi lesquelles nous pouvons citer : filtrage d'images [87, 86, 74, 93], segmentation d'images fixes et animées [120], recalage d'images [102, 110], compression d'images [120] et visualisation de données [71]. Nous avons proposé un algorithme quasi-linéaire pour le calcul de l'arbre des composantes.

La ligne de partage des eaux est l'outil fondamental de la morphologie pour la segmentation d'images [60, 131, 105, 116]. Cet outil est un axe majeur de recherche pour nous, et nos contributions portent aussi bien du coté théorique dans le cadre continu et discret, que du coté algorithmique et de son utilisation effective dans la pratique.

Nous avons proposé une *définition continue de la ligne de partage des eaux*, permettant par exemple une comparaison avec les détecteurs de contours de type Canny [68], ou encore de proposer des algorithmes de type *level set* [127] pour calculer une segmentation de type ligne de partage des eaux [99, 109, 98].

D'un point de vue discret et algorithmique, une approche originale, la *ligne de partage des eaux topologique* a été proposée il y a quelques années par M. Couprie et G. Bertrand [74, 73]. En nous servant du formalisme récemment introduit par G. Bertrand [57, 56], nous montrons que la plupart des algorithmes de ligne de partage des eaux existants aujourd'hui ne préservent pas certaines caractéristiques essentielles des images, comme le contraste. Seule l'approche topologique de ligne de partage des eaux garantit des contours satisfaisants.

Afin de permettre son utilisation effective dans la pratique, nous proposons des *algorithmes quasi-linéaires pour la ligne de partage des eaux topologique*, algorithmes reposant en partie sur l'arbre des composantes.

La séparation produite par une ligne de partage des eaux topologique est parfois épaisse, ce qui est gênant pour les applications. Nous étudions actuellement des lignes de partage des eaux sur les arêtes d'un graphe, qui possèdent des propriétés de minceur et préservent le contraste.

Cette étude nous a conduit à proposer des classes de graphes adaptés pour la fusion de régions, et à étudier leurs propriétés. Un de nos résultats principaux est une équivalence entre une de ces classes de graphes et la classe des graphes pour lesquels les lignes de partage des eaux binaires sont minces.
Nous avons étendu les résultats obtenus dans le cas binaire au cas des graphes valués.

Afin d'utiliser la ligne de partage des eaux dans la pratique, une étape de filtrage est toujours nécessaire [108]. Nous avons proposé des schémas hiérarchiques pour utiliser cet outil de segmentation, et en particulier, nous proposons de valuer les contours de la ligne de partage des eaux par un critère de *saillance* donnant l'importance du contour dans

la hiérarchie. On peut seuiller l'image de saillance et obtenir ainsi directement un niveau donné de segmentation dans la hiérarchie ; cette utilisation de la saillance est similaire à celle du seuillage par hystérésis utilisé pour des contours non fermés de type Canny-Deriche [68, 78]. Les principes de segmentation hiérarchique et de saillance des contours sont aujourd'hui largement adoptés par la communauté morphologique.

1.2. Systèmes dynamiques

Dans le cadre de l'analyse multivoque, les idées de bassins d'attraction ont donné naissance au premier algorithme d'optimisation fondé sur la théorie de la viabilité [51]. Dans d'autres cadres, la plupart des algorithmes qui atteignent le minimum global d'une fonction donnée reposent sur des aspects probabilistes. Nous proposons un algorithme non-déterministe, dit des "Montagnes Russes", qui permet de converger vers le minimum global d'une fonction semi-continue inférieurement, bornée inférieurement, dont on connaît l'infimum.

La théorie de la morphologie mathématique a trouvé un cadre adapté à une modélisation de ses opérateurs binaires ou en teintes de gris dans les treillis complets [90, 118, 117]. Nous avons étudié le lien entre le cadre algébrique des *treillis et les opérateurs induits par des systèmes dynamiques non déterministes*. L'association de deux techniques (algèbre et théorie des inclusions différentielles [53, 51]) nous a permis de donner des propriétés algébriques et de continuité d'applications agissant sur les ensembles fermés, comme l'ensemble atteignable ou le noyau de viabilité.

De nombreux travaux ont visé à la compréhension géométrique des *déplacements infinitésimaux de la dilatation morphologique*. Cependant, dans les résultats publiés par ailleurs, le problème est traité soit dans le cadre fonctionnel (équations différentielles [66] ou inclusions différentielles [103]), soit dans un cadre régulier [63]. Nous avons porté un regard différent sur cette question en utilisant un outil de calcul différentiel (nouveau à l'époque), le calcul mutationnel [52, 55], qui permet de dériver des tubes de déformations de formes. Nous formalisons ainsi et prouvons de manière rigoureuse et sans hypothèse de régularité sur la forme, l'intuition selon laquelle la dilatation transforme la forme dans la direction des normales à celle-ci en chacun de ses points.

Afin de permettre une utilisation pratique du cadre des *équations mutationnelles* [52, 55], nous nous sommes intéressés à des problèmes de discrétisation et de construction d'approximations de solutions de ces équations. En particulier, nous avons adapté à ce cadre le théorème d'Euler, qui permet d'approcher une solution à une équation mutationnelle par une séquence de points dans un espace métrique.

Un des grands défis pour la simulation numérique est le développement de modèles génériques permettant de simuler des comportements complexes. Nous proposons une approche générique, fondée sur les *systèmes de particules* [92, 72, 113, 112], qui a prouvé son efficacité par sa mise en œuvre en milieu industriels lors de plusieurs situations complexes, citons en particulier la synthèse d'images, la simulation de foules ou encore le déploiement d'airbags.

1.3. Applications au traitement des images

Combinées aux techniques plus classiques du traitement d'images, la morphologie mathématique permet d'obtenir d'excellents résultats dans les applications. La segmentation en imagerie cardiaque est un domaine passionnant à la fois par la richesse des problèmes rencontrés que par l'intérêt évident des applications. La theorie continue de la ligne de partage des eaux que nous avons développée nous permet de proposer des algorithmes performants de détection de coins pour des applications de suivi d'objets ou de recalage. Nous développons également plusieurs applications dans le domaine de la sécurité (identification de personnes à partir de leur profil) ou du traitement d'images de documents (estimation morphologique de l'angle d'inclinaison d'un document scanné, indexation et reconnaissance de dessins techniques, utilisation d'une algèbre de composants pour la création automatique de document intelligent, évaluation des systèmes de reconnaissance de caractères).

2. MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

2.1. Arbre des composantes

Les ensembles de niveaux d'une image sont les ensembles de pixels au dessus d'un seuil. Les composantes connexes des ensembles de niveaux peuvent être organisées en structure d'arbre au travers de la relation d'inclusion. Un tel arbre est appelé *arbre des composantes*. L'arbre des composantes capture des caractéristiques essentielles de l'image, et permet de caractériser des entités topologiques. Cet arbre a été utilisé dans de nombreuses applications, parmi lesquelles nous pouvons citer : filtrage d'images [87, 86, 74, 93], segmentation d'images fixes et animées [120], recalage d'images [102, 110], compression d'images [120] et visualisation de données [71]. Notons aussi que cet arbre est essentiel pour le calcul efficace de la ligne de partage des eaux topologique.

Plusieurs algorithmes ont été proposés dans la littérature pour calculer l'arbre des composantes. Les plus rapides [101] ont une complexité de calcul en $0(n \ln(n))$. Nous avons proposé un algorithme quasi-linéaire, simple à implémenter, basé sur le principe Union-Find développé par Tarjan, pour calculer cet arbre.

Décrivons informellement comment nous construisons l'arbre des composantes, en utilisant des références topographiques. Nous pouvons voir l'image comme la surface d'un relief dont l'altitude correspondrait au niveau de gris. Imaginons la surface complètement couverte d'eau, et le niveau d'eau décroissant lentement. Des îles (les maxima) apparaissent. Ces îles forment les feuilles de l'arbre. Au fur et à mesure que le niveau d'eau descend, les îles grandissent, construisant les branches de l'arbre. Quelquefois, à un niveau donné, plusieurs îles fusionnent en un seul morceau connexe. Ces morceaux sont les nœuds de l'arbre. Nous arrêtons quand toute l'eau a disparu. Nous pouvons nous rendre compte que nous devons garder trace à la fois des composantes connexes d'un niveau donné et de l'union de ces composantes lors de la variation d'altitude. Aussi, le cœur de notre algorithme consiste à utiliser deux implémentations de l'Union-Find de Tarjan, une pour construire les composantes connexes d'un niveau donné, et le deuxième pour construire leur union suivant l'altitude. Notre algorithme parcourt tous les pixels de l'image une seule fois, en commençant par les plus hauts, les fusionnant avec leurs voisins de même altitude, et construisant l'arbre à partir des parties construites aux niveaux précédents.

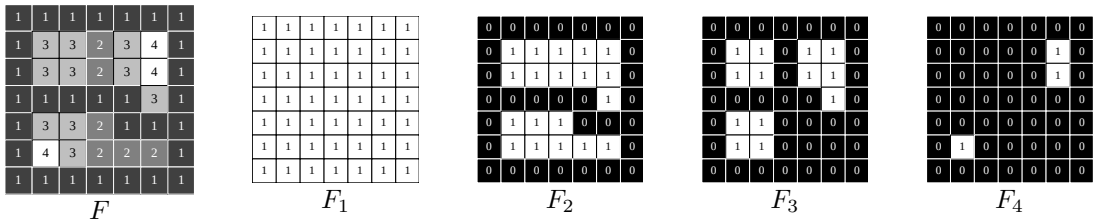


Fig. 1. Une image F et ses ensembles de niveaux aux niveaux 1,2,3,4

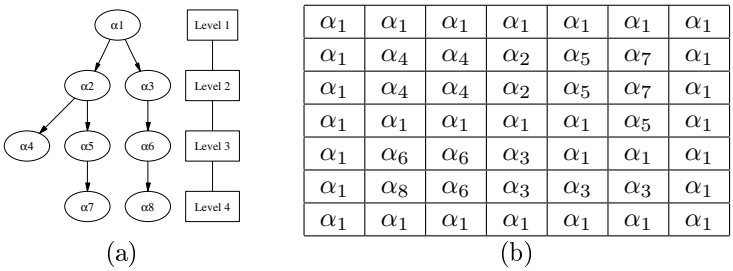


Fig. 2. L'arbre des composantes (a) de l'image F de la figure 1 et la carte de correspondance des composantes (b). Le composant au niveau 1 est appelé α_1, les deux composants au niveau 2 sont appelés α_2 et α_3 (suivant l'ordre de balayage habituel), et ainsi de suite.

Résultat : Une communication [33] et un article de revue [17].

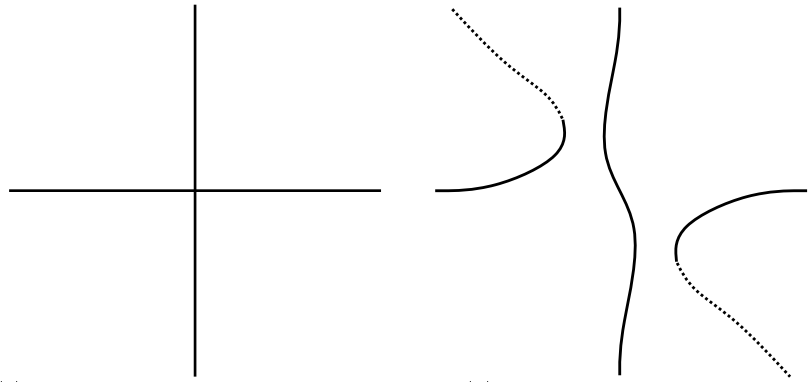
2.2. Ligne de partage des eaux d'une fonction continue

Au sens géographique du terme, la ligne de partage des eaux est le lieu d'où une goutte d'eau, s'écoulant sur la surface en suivant les lignes de plus grande pente, peut atteindre deux minima différents de la surface [77, 69, 64, 104].

Nous proposons une définition et une caractérisation de la ligne de partage des eaux pour des images régulières. Nous démontrons un théorème de convergence d'une définition constructive de ligne de partage des eaux (qui s'applique sur des images en escalier) vers cette définition sur des images régulières. Nous proposons une définition mathématique rigoureuse des lignes de plus grande pente (au travers d'équations différentielles reposant sur la notion de gradient), et montrons que la ligne de partage des eaux continue est elle-même un sous-ensemble des lignes de plus grande pente. Cette caractérisation nous permet de comparer la ligne de partage des eaux avec les extracteurs de contours différentiels largement utilisés en analyse d'images. En particulier, les extracteurs de type Canny [68] localisent mal les points multiples des contours d'une image [79], là où les objets se superposent. Nous montrons que la ligne de partage des eaux offre au contraire une localisation parfaite de ces points. Cependant, cette dernière ne propose que des contours fermés.

Nous démontrons que la caractérisation de la ligne de partage des eaux d'une image régulière peut s'écrire comme le squelette par zones d'influence pour une métrique particulière. Ce résultat nous permet de préciser les liens existant entre la ligne de partage des eaux et le squelette par zones d'influence euclidien. Si le squelette associé à la métrique de la ligne de partage des eaux possède des propriétés similaires à celles du squelette euclidien (comme la semi-continuité inférieure), la ligne de partage des eaux est une notion globale, qui n'offre aucune possibilité de caractériser de manière locale sa position. D'un point de vue algorithmique, F. Meyer a proposé une implémentation de cette métrique [106].

En utilisant la métrique précédemment définie, nous avons pu montrer les rapports entre la ligne de partage des eaux et l'équation eikonale utilisée en *Shape from Shading* [119, 67]. Ces liens ont pu être exploités afin de proposer des schémas de segmentation d'images de type "ligne de partage des eaux continue" par résolution de l'équation eikonale grâce à des équations partielles différentielles d'évolution de courbes [98, 97, 99, 109].



(a) Contours par ligne de partage des eaux continue

(b) Contours de Canny-Deriche

Fig. 3. Extraction des contours sur un exemple, une image composée de quatre quadrants de teintes de gris différentes. L'extracteur de Canny-Deriche ne trouve pas le point multiple.

Résultat : Une communication [19], deux articles de revue [7, 6] et un chapitre de livre [3].

2.3. Lignes de partage des eaux discrètes

Nous avons étudié le comportement des algorithmes de lignes de partage des eaux les plus utilisés dans la pratique : approches basées sur un principe d'inondation (algorithme de Vincent-Soille [131] et algorithme de Meyer [105]) et ligne de partage des eaux topologique [16]. Grâce à l'introduction d'un concept de hauteur de col, nous montrons que la plupart des algorithmes existants ne permettent pas de retrouver des caractéristiques importantes de l'image (en particulier, les points selles ne sont pas correctement calculés). Une conséquence importante de ce résultat est qu'il n'est pas possible de calculer des mesures correctes du volume, de l'aire ou de la hauteur des bassins en utilisant la plupart des algorithmes de ligne de partage des eaux. Un seul principe de ligne de partage des eaux, la *ligne de partage des eaux topologique* garantit des contours corrects. En modélisant les lignes de partage des eaux comme des extensions des minima, nous montrons en particulier qu'une extension des minima préserve les hauteurs de cols *si et seulement si* elle est une ligne de partage des eaux topologique.

Renversant le principe d'inondation, nous avons proposé le concept d'*émergence*. Un processus d'émergence est une transformation basée sur un critère topologique dans laquelle les points sont traités par altitude décroissante tout en préservant la connectivité des sections inférieures. Notre résultat principal affirme que toute ligne de partage des eaux par émergence est une ligne de partage des eaux topologique, et plus remarquablement, que toute ligne de partage des eaux topologique d'une image peut être obtenue par un processus d'émergence.

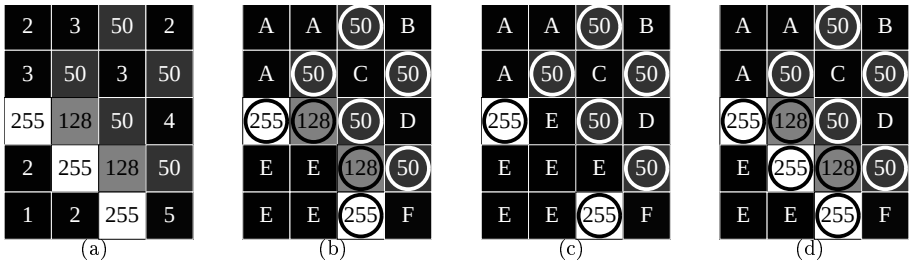


Fig. 4. Contre-exemple à la préservation des hauteurs de cols. Une image en niveau de gris (a) et quelques contours résultats d'algorithmes de ligne de partage des eaux : (b) contours produits par l'algorithme de Vincent-Soille (c) contours produits par l'algorithme de Meyer et (d) contours produits par la lignes de partage des eaux topologique. On peut voir que la hauteur du col entre E et n'importe quel autre bassin est de 50 pour (c) et de 128 pour (b). La ligne de partage des eaux topologique préserve la hauteur de col de 255.

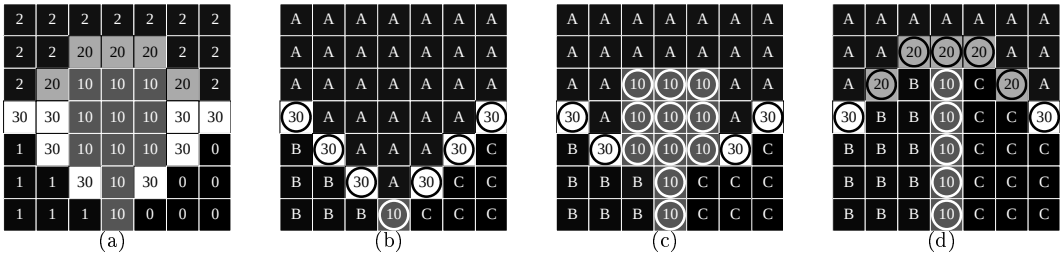


Fig. 5. Un autre contre-exemple à la préservation des hauteurs de col. (a) Image originale de type "boutonnière", (b) Les contours de la ligne de partage des eaux de Meyer, (c) ceux de l'algorithme de Vincent-Soille, et (d) les contours de la ligne de partage des eaux topologique. On peut noter que le contour d'altitude 20 n'est pas gardé ni par l'algorithme de Vicent-Soille, ni par celui de Meyer. On peut aussi noter que la ligne de partage des eaux topologique préserve les hauteurs de cols de la boutonnière (a).

Résultat : Deux communications [32, 36] et un article de revue [15].

2.4. Algorithmes quasi-linéaires pour la ligne de partage des eaux topologique

La ligne de partage des eaux a été introduite en tant qu'outil pour segmenter des images en niveaux de gris par S. Beucher et C. Lantuéjoul vers la fin des années 1970 [60]. Désormais cet opérateur intervient comme une étape fondamentale dans de nombreuses méthodes de segmentation.

La transformation nommée *ligne de partage des eaux topologique* proposée par G. Bertrand et M. Couprie [74] modifie une fonction (par exemple, une image en niveau de gris) tout en préservant certaines caractéristiques topologiques, plus précisément, les composantes connexes de chaque coupe inférieure. Cette transformation a pour effet d'étendre les minima régionaux d'une image, et d'amincir les "crêtes" séparant ces minima. De telles crêtes peuvent être considérées comme les lignes de partage des eaux de l'image originale (Fig. 6). Le cadre nouvellement développé par G. Bertrand [57] montre que la ligne de partage des eaux topologique possède des propriétés remarquables. Par ailleurs, en comparant cette transformation avec des algorithmes plus classiques, nous avons montré que ces autres algorithmes ne possèdent pas de bonnes propriétés topologiques (voir section 2.3).

Nous avons étudié l'algorithmique de la ligne de partage des eaux et ses liens étroits avec une structure de données fondamentale en analyse d'images nommée arbre des composantes. Un algorithme naïf pour calculer la ligne de partage des eaux topologique pourrait être le suivant : pour tout point p (n points), calculer le nombre de composantes connexes de la coupe inférieure au niveau de p qui sont adjacentes à p (coût : $O(n)$ pour chaque point), et abaisser la valeur de p d'une unité si ce nombre est égal à un. Ceci doit être répété jusqu'à stabilité. Au pire, la boucle externe peut s'exécuter $\max(n, g)$ fois, où g représente l'étendue des niveaux de gris, la complexité de cet algorithme est donc en $O(n^2 \times \max(n, g))$. Une telle complexité est incompatible avec des applications réelles en traitement d'images.

Nous avons proposé et démontré une caractérisation des points destructibles qui peut être vérifiée localement et en temps constant. Nous obtenons ce résultat en pré-calculant une structure de données appelée arbre des composantes. Nous avons montré que, grâce à un algorithme original (voir section 2.1), l'arbre des composantes peut être construit en temps quasi-linéaire, au sens de l'*Union-Find* de Tarjan. Nous avons proposé un algorithme quasi-linéaire pour calculer une ligne de partage des eaux topologique. Une variante plus simple a également été introduite lorsque le résultat attendu est une image binaire (l'ensemble des points de la ligne de partage des eaux) et non une fonction.

Il est remarquable que l'arbre des composantes, qui est au cœur de l'algorithmique de la ligne de partage des eaux topologique, soit aussi un outil essentiel pour analyser et filtrer une image : il permet d'implémenter simplement et efficacement des opérations comme la reconstruction géodésique, les h-minima, les ouvertures par aire, le filtrage par dynamique, les filtres connexes ... qui sont très souvent associées à la ligne de partage des eaux dans les méthodes morphologiques de segmentation d'images.

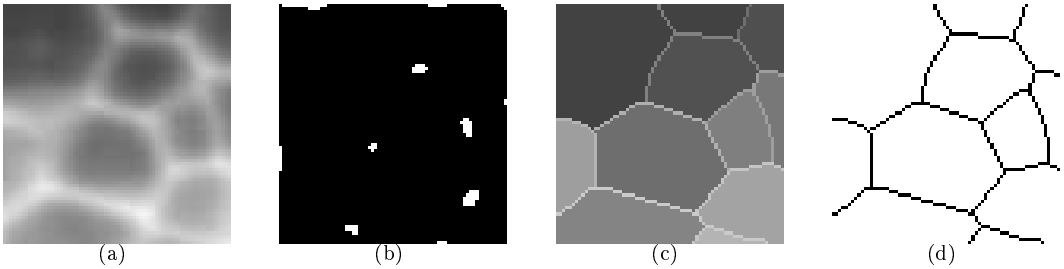


Fig. 6. (a) : image originale, (b) : en blanc : minima régionaux de (a), (c) : ligne de partage des eaux topologique de (a), (d) : en blanc : minima régionaux de (c).

Résultat : Une communication [35] et un article de revue [16].

2.5. Ligne de partage des eaux topologique sur les arêtes d'un graphe

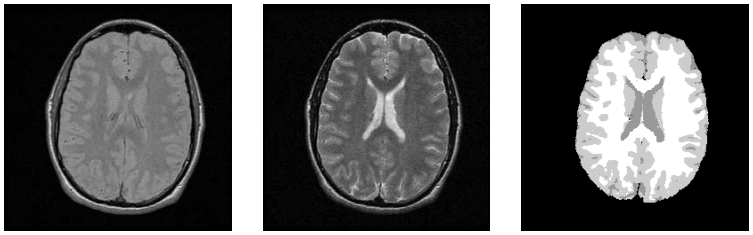
La séparation produite par une ligne de partage des eaux topologique peut être épaisse, ce qui est parfois gênant pour les applications. L'objectif du présent travail est de définir une transformation préservant le contraste et garantissant une séparation fine entre les objets. Nous étudions la ligne de partage des eaux dans le cadre des réseaux, graphes dont les arêtes sont pondérées par une fonction de coût ; le coût d'une arête peut par exemple, représenter la dissemblance de ses sommets. La relation de contiguïté entre les arêtes permet de dériver une définition de ligne de partage des eaux topologique d'un réseau, en transposant la définition sur les graphes valués : les régions et la séparation deviennent ainsi des ensembles d'arêtes. Pour revenir à la segmentation des sommets du graphe, on constitue des ensembles de pixels à partir de chaque région en associant à toute arête ses deux sommets extrémités. Dans ce cadre nous démontrons les propriétés suivantes :

1. toute ligne de partage des eaux par immersion sur les réseaux est un amincissement topologique : on garantit ainsi la préservation du contraste ;
2. toute ligne de partage des eaux par immersion partitionne les sommets du réseau : on garantit ainsi la finesse de la séparation.

La notion de contraste sur les réseaux est équivalente à la force de connexion issue du cadre de la connexité floue. En nous inspirant des fonctions de coût proposées dans la littérature, nous avons segmenté de manière automatique, dans des IRM 3D multi-canaux du cerveau, les matières grise, blanche (MG, MB) et le liquide céphalo-rachidien (LCR). La ligne de partage des eaux est calculée sur ce réseau, par immersion à partir des minima significatifs étiquetés MG, MB ou LCR. Par rapport à la segmentation par connexité floue, la ligne de partage des eaux permet de diminuer l'interaction avec l'utilisateur : la sélection manuelle des marqueurs est remplacée par l'étiquetage automatique des minima pertinents.

Nous remarquons que la ligne de partage des eaux d'un réseau est équivalente à la ligne de partage des eaux de son graphe pondéré dual, ce qui montre l'existence d'une structure de graphe pondéré vérifiant les propriétés (1) et (2). L'étude des propriétés de cette structure nous a conduit à définir et à étudier les graphes de fusion (voir section 2.6 et 2.7).

Les travaux futurs ont pour objectif de proposer une définition d'une ligne de partage des eaux qui soit à la fois topologique et optimale pour un certain critère. Ceci nous conduira à de nouveaux algorithmes de lignes de partage des eaux.



(a) (b) (c)

Fig. 7. (a) et (b) : coupes issues d'IRM 3D T1 et T2 du cerveau ; (c) segmentation de $((a), (b))$.

Résultat : Une communication [37].

2.6. Propriétés des graphes de fusion et ligne de partage des eaux binaire

Les méthodes de fusion de régions consistent à améliorer une segmentation initiale en fusionnant des paires de régions voisines. Nous considérons une segmentation comme un ensemble de régions connexes séparées par une frontière. Si la frontière ne peut être réduite sans fusionner plusieurs régions, alors nous disons que c'est une ligne de partage des eaux (au sens binaire).

Dans le cadre général de la théorie des graphes, fusionner deux régions n'est pas une opération triviale. Nous définissons quatre classes de graphes pour lesquelles nous montrons, grâce à la notion de ligne de partage des eaux, que toutes ou partie des difficultés pour définir des procédures de fusion de régions sont supprimées. L'un des résultats principaux est que l'une de ces classes de graphes est la classe des graphes pour lesquels toute ligne de partage des eaux est mince.

Aucune des relations d'adjacence usuelles sur $\mathbb{Z}^2$ et $\mathbb{Z}^3$ ne permet une définition satisfaisante pour les opérations de fusion.

Nous introduisons la grille de fusion parfaite sur $\mathbb{Z}^n$, un graphe régulier dans lequel fusionner deux régions voisines peut toujours être réalisé en supprimant de l'ensemble frontière tous les points adjacents à ces deux régions.

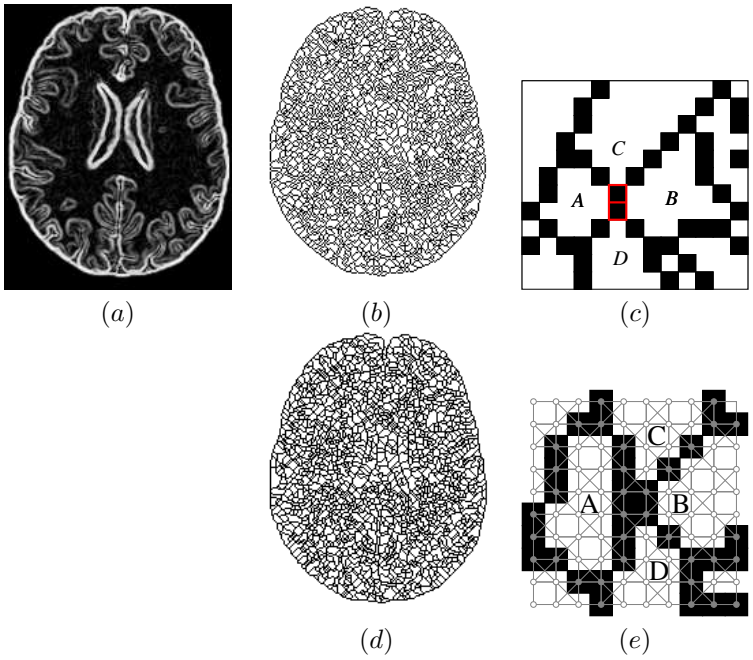


Fig. 8. (a) : Une image d'une coupe IRM de cerveau, après l'application d'un gradient. (b) : Ligne de partage des eaux de (a), en 8 connexité. (c) : Zoom sur une partie de (b) ; les régions A et B ne peuvent pas fusionner sans fusionner en même temps avec soit C soit D. (d) : Ligne de partage des eaux de (a), sur la grille de fusion. (e) : Zoom sur une partie de (d) ; tout couple de régions peut fusionner.

Résultat : Un article de revue [18].

2.7. Propriétés des graphes de fusion et ligne de partage des eaux en niveau de gris

Dans le cadre de notre étude des graphes de fusion, nous avons étendu les résultats obtenus pour les lignes de partage des eaux binaires au cas des fonctions en niveau de gris. Dans ce cadre, une ligne de partage des eaux en niveaux de gris peut être vue comme une fonction qui ne peut être "réduite" sans faire décroître le nombre de composantes connexes d'une de ses coupes inférieures. Nous étendons la notion de minceur aux fonctions, et nous étudions les classes de graphes telles que toute ligne de partage des eaux soit fine. Nous montrons un théorème d'équivalence et mettons en évidence, à travers un certains nombres de propriétés les liens profonds entre la minceur des lignes de partage des eaux en niveaux de gris et les graphes de fusions.

Nous étudions les lignes de partage des eaux en niveaux de gris sur les graphes parfaits, et nous proposons un algorithme par immersion monotone, dont nous prouvons la validité. Un tel algorithme est surprenant, puisque dans le cas général, il ne peut exister. L'intérêt fondamental d'une telle stratégie est qu'elle est optimale en complexité, et très facile à implémenter.

Dans ce cadre, nous montrons que contrairement au cas général, l'ensemble de séparation obtenu à partir d'une ligne de partage des eaux en niveaux de gris est toujours une ligne de partage des eaux mince (au sens binaire). Les graphes de fusion parfaits sont donc parfaitement adaptés pour des stratégies de fusion dont le point de départ est une ligne de partage des eaux topologique.

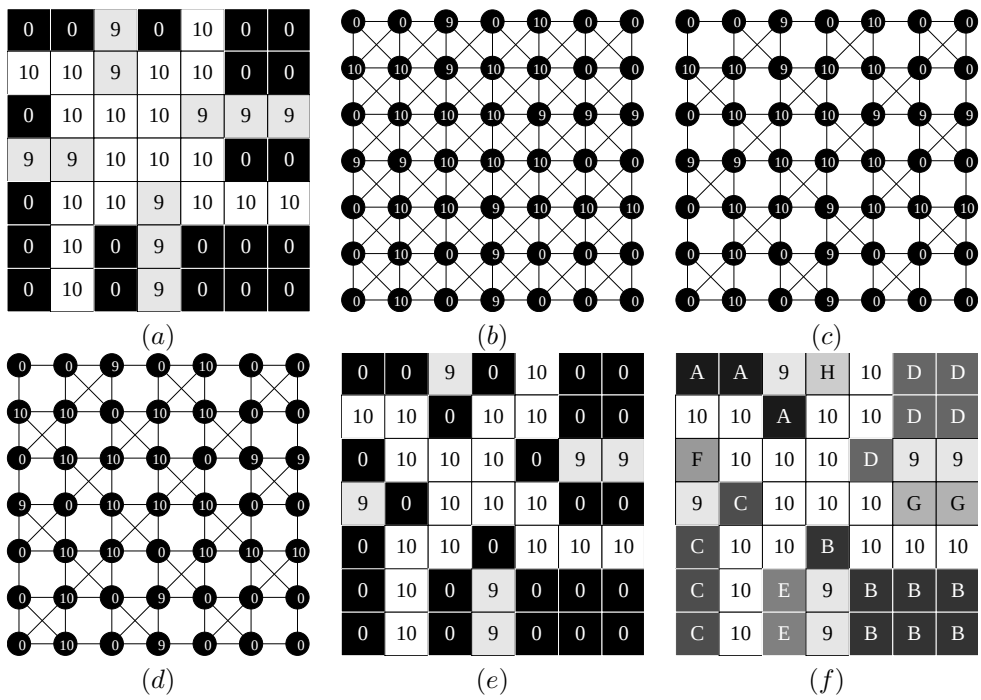


Fig. 9. (a) Une image. (b) Graphe correspondant à (a) pour la 8 connexité, on voit que (a) est une ligne de partage des eaux topologique pour la 8 connexité, et que la séparation induite est épaisse. (c) Graphe correspondant à (a) sur la grille de fusion. (d) Ligne de partage des eaux de (a) pour la grille de fusion. (e) Image correspondant à (d), (f) Les régions correspondantes à (d) (points avec un label) et l'ensemble de séparation associé (points sans labels). L'ensemble de séparation est mince, et de plus, chacun de ses points est exactement voisin de deux régions différentes.

Résultat : Une communication [40]. Un article de revue en préparation.

2.8. Saillance des contours de la ligne de partage des eaux et segmentation hiérachique

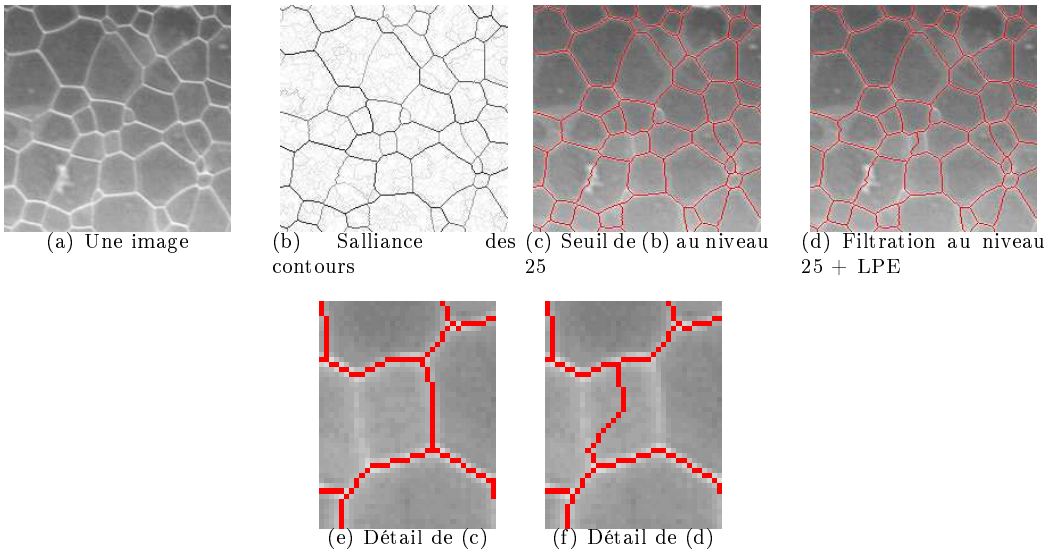
La segmentation par ligne de partage des eaux produit généralement une sur-segmentation. Plutôt que d'empêcher cette sur-segmentation [61, 108], l'idée de la segmentation hiérarchique [58, 59] est de calculer l'importance des contours par rapport à des critères donnés. Nous avons proposé un concept original de saillance des contours qui permet une description hiérarchique du résultat.

Soit une famille Φ_λ de filtres connexes, indexée par le paramètre λ. Partant d'une image F l'idée est de calculer une famille d'images (binaires) de contours W_λ, chaque W_λ étant obtenu par une segmentation par ligne de partage des eaux sur la filtration de l'image F par Φ_λ. On remarque que les contours W_λ sont inclus dans les contours $W_{\lambda-1}$. L'image de saillance S est définie par l'addition de toutes les W_λ ainsi obtenues : $S = \sum_\lambda W_\lambda$.

Outre l'intérêt visuel de la saillance, un des principaux avantages de cette technique est de calculer directement une *segmentation hiérarchique* dans laquelle tous les contours sont valués, permettant de choisir un niveau de saillance donné après le processus de segmentation. Par exemple, cet algorithme permet de répondre à la question "quels sont les n objets les plus contrastés dans l'image ?" par un simple seuillage de l'image résultante.

Par ailleurs, les filtres morphologiques ont tendance à créer des plateaux, et les algorithmes de lignes de partage des eaux se comportent de manière peu fiable sur les plateaux. Les contours obtenus par saillance sont choisis sur l'image originale, avant filtration, et ne sont donc pas sujets à ce problème. La saillance est une pièce essentielle dans le développement d'approches métriques pour la segmentation d'images [48, 49].

Plusieurs algorithmes de saillance ont été proposés dans la litérature [41, 12, 107, 95, 121], fondés soit sur des définitions continus de ligne de partage des eaux, soit sur les algorithmes de ligne de partage des eaux existants à l'époque. Or nous avons montré récemment [15, 32, 36] que seule la ligne de partage des eaux topologique permet de garantir des hauteurs de cols exactes sur les contours. Ces hauteurs des cols sont un des points clefs dans la définition de la saillance. Par ailleurs, l'épaisseur des contours obtenus est un problème dans la mise en œuvre pratique de ces algorithmes. Le cadre nouvellement développé des graphes de fusion [18] devrait apporter un nouveau regard sur la saillance des contours, et cette étude constitue un de nos prochains objectifs.



(a) Une image (b) Saliance des contours (c) Seuil de (b) au niveau 25 (d) Filtration au niveau 25 + LPE (e) Détail de (c) (f) Détail de (d)

Fig. 10. Saillance des contours et comparaison avec une filtration suivi d'une ligne de partage des eaux.

Résultat : Une communication [23] et un article de revue [12].

3. SYSTÈMES DYNAMIQUES

3.1. L'algorithme des montagnes russes pour l'optimisation globale

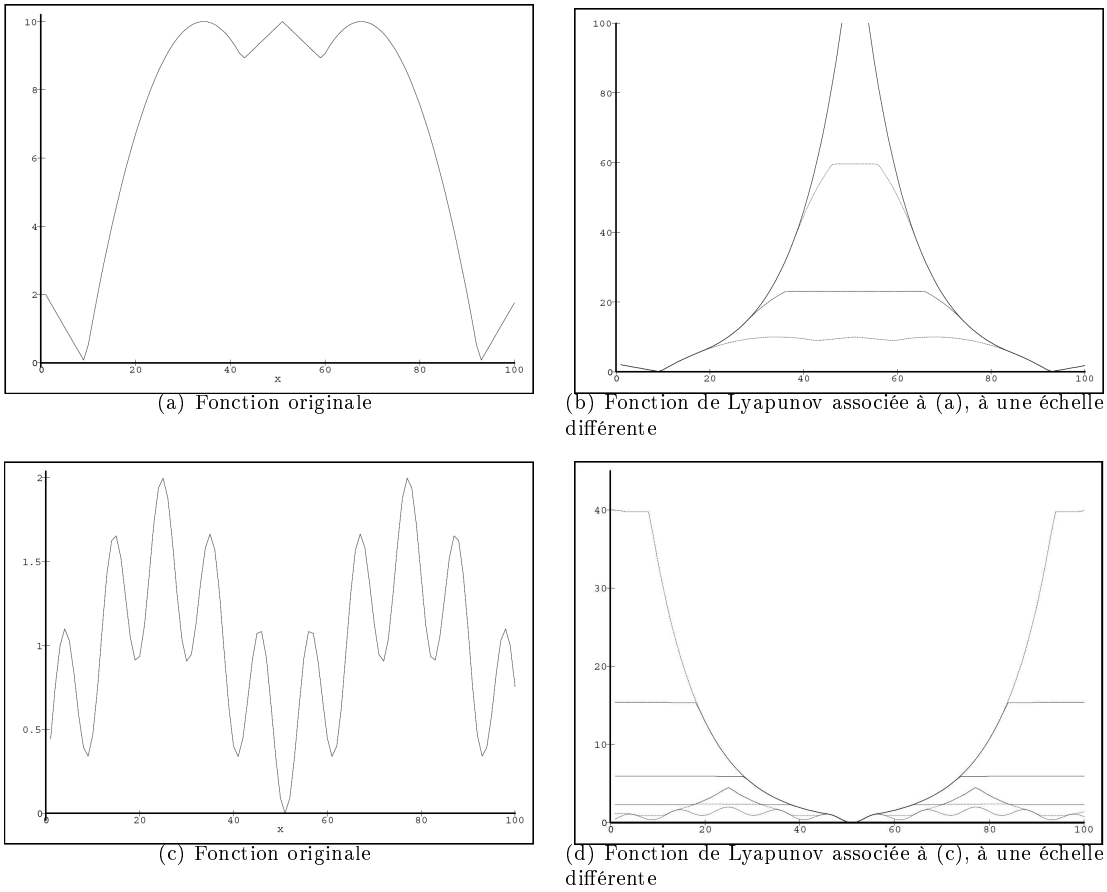
Les problèmes d'optimisation sont d'un intérêt fondamental dans de nombreuses branches des mathématiques appliquées. La plupart des algorithmes qui atteignent le minimum global d'une fonction donnée reposent sur des aspects probabilistes [94, 70, 85]. Nous donnons un algorithme non déterministe (fondé sur la théorie de la viabilité [51]), qui permet de converger vers le minimum global d'une fonction semi-continue inférieurement, bornée inférieurement, dont on connaît l'infimum.

Pour ce faire, nous associons à la fonction originale une fonction auxiliaire dont les minima locaux sont les minima globaux de la fonction à minimiser. Cette fonction auxiliaire est approchée par une suite croissante de fonctions définies localement par récurrence à partir de la fonction à minimiser.

La méthode du gradient sur la fonction originale ne peut trouver que des minima locaux. Les techniques de type recuit simulé ne convergent qu'en probabilité vers un minimum global. Dans notre cadre, l'algorithme de descente appliqué à la fonction auxiliaire garantit la convergence vers un minimum global.

Bien que cette fonction auxiliaire décroisse le long d'une de ses suites minimisantes, la fonction originale saute au dessus des maxima locaux, quitte les minima locaux, joue en quelque sorte aux "Montages Russes", mais converge vers son infimum. Cette fonction auxiliaire est approchée par une suite croissante de fonctions définies par récurrence en chaque point de la suite minimisante.

L'idée des Montagnes Russes est reprise actuellement par Jean-Pierre Aubin et Annick Lesne pour explorer des paysages énergétiques en physique [54].



(a) Fonction originale

(b) Fonction de Lyapunov associée à (a), à une échelle différente

(c) Fonction originale

(d) Fonction de Lyapunov associée à (c), à une échelle différente

Fig. 11. Deux exemples d'une fonction de Lyapunov permettant de trouver un minimum d'une fonction donnée.

Résultat : Une communication [21] et deux articles de revue [8, 14].

3.2. Propriétés algébriques des opérateurs induits par des systèmes dynamiques

De nombreux travaux ont montré que les treillis complets forment un cadre adapté (ainsi qu'une structure minimale) pour une bonne modélisation des transformations morphologiques opérant sur les images binaires ou à teintes de gris [90, 118, 117]. Nous avons étudié le lien entre le cadre algébrique des treillis et les opérateurs induits par des systèmes dynamiques non déterministes. Grâce à l'association de deux techniques (algèbre et théorie des inclusions différentielles [53, 51]), nous donnons des propriétés algébriques et des propriétés de continuité d'applications agissant sur les ensembles fermés, comme l'ensemble atteignable ou le noyau de viabilité.

Plus précisément, nous avons étudié des propriétés algébriques et des propriétés de continuité d'opérateurs $\psi : \mathcal{F}(X) \mapsto \mathcal{F}(X)$ (où $\mathcal{F}(X)$ est le treillis complet des fermés inclus dans X) définis à l'aide d'une inclusion différentielle $x'(t) \in F(x(t))$, où $F : X \rightsquigarrow X$ est une application multivoque. De manière intuitive, cette équation signifie qu'à chaque instant, un *choix* de directions est proposé à x', plutôt qu'une unique direction comme dans le cas univoque. Pour cela, nous devons utiliser des notions de convergence adaptées aux ensembles.

Pour toute suite de fermés K_n, il existe deux notions différentes de limites supérieures et inférieures :
- celles induites par la structure de treillis de $\mathcal{F}(X)$, et définies par :

$$\limsup K_n \quad := \quad \bigcap_{N\geq 1}\left(\text{fermeture}(\bigcup_{n\geq N} K_n)\right)$$

$$\liminf K_n \quad := \quad \text{fermeture}(\bigcup_{N\geq 1}\left(\bigcap_{n\geq N} K_n\right))$$

- celles introduites par l'analyse multivoque et définies par :

$$\operatorname*{Limsup}_{n\to\infty} K_n := \left\{x \in X \mid \liminf_{n\to\infty} d(x, K_n) = 0\right\}$$

est la *limite supérieure* de la suite K_n et le sous-ensemble

$$\operatorname*{Liminf}_{n\to\infty} K_n := \left\{x \in X \mid \lim_{n\to\infty} d(x, K_n) = 0\right\}$$

est sa *limite inférieure*. Un ensemble K est dit être la *limite* où l'*ensemble limite* de la suite K_n si

$$K = \operatorname*{Liminf}_{n\to\infty} K_n = \operatorname*{Limsup}_{n\to\infty} K_n =: \operatorname*{Lim}_{n\to\infty} K_n$$

A l'aide de ces limites, on peut définir des notions de continuité. Soit $\psi : \mathcal{F}(X) \mapsto \mathcal{F}(X)$ un opérateur. On dit que ψ est *semi-continu-supérieurement (s.c.s.)* si $K_n \to K$ implique $\text{Limsup}_{n\to\infty} K_n \subseteq \psi(K)$ et ψ est *semi-continu-inférieurement (s.c.i.)* si $K_n \to K$ implique $\psi(K) \subseteq \text{Liminf}_{n\to\infty} K_n$. Si ψ est à la fois s.c.s. et s.c.i. alors $K_n \to K$ implique $\psi(K_n) \to \psi(K)$, et l'on dira que ψ est *continu*. On peut alors par exemple montrer [91, 89] que toute érosion $\psi : \mathcal{F}(X) \mapsto \mathcal{F}(X)$ croissante est semi-continue supérieurement.

En étudiant de plus près les différents opérateurs construits à partir de l'inclusion $x'(t) \in F(x(t))$, nous montrons que l'application qui à un ensemble K associe :
- son ensemble atteignable $\vartheta_F(h, K)$ au temps h est une dilatation algébrique.
- son noyau de viabilité (le *noyau de viabilité* est le plus grand fermé de K tel que de tout point x_0, il existe une solution à $x'(t) \in F(x(t)),\ x(0) = x_0$ viable dans K dans le sens où $x(t) \in K,\ \forall t \geq 0$.) $\text{Viab}_F(K)$ est une ouverture algébrique qui est semi-continue supérieurement. Nous donnons une structure de l'ensemble de ses points fixes.
- son noyau d'invariance (le *noyau d'invariance* est le plus grand fermé de K tel que de tout point x_0, toute solution à $x'(t) \in F(x(t)),\ x(0) = x_0$ est viable dans K dans le sens où $x(t) \in K,\ \forall t \geq 0$.) $\text{Inv}_F(K)$ est une érosion algébrique et une ouverture algébrique qui est semi-continue supérieurement.

Résultat : Une communication [26] et un article de revue [11].

3.3. Équations mutationnelles des tubes de dilatation morphologique

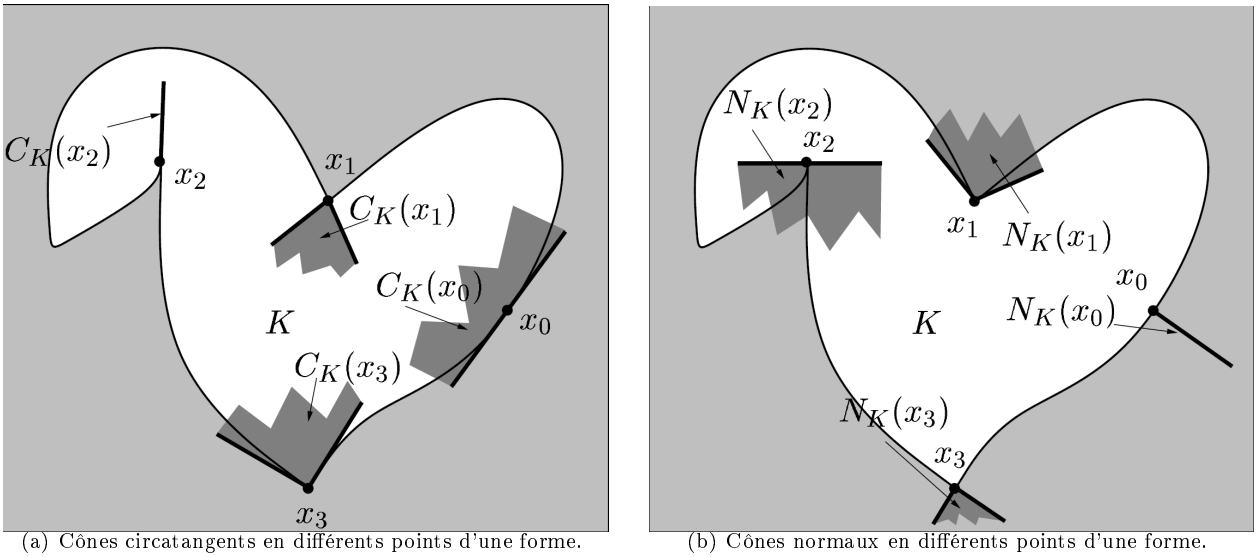
Nous nous sommes intéressés à la compréhension géométrique des déplacements infinitésimaux de la dilatation morphologique. De nombreux résultats ont été publiés par ailleurs, mais le problème est traité soit dans le cadre fonctionnel (équations différentielles [66] ou inclusions différentielles [103]), soit dans un cadre régulier [63]. Nous proposons de le regarder en utilisant un nouvel outil de calcul différentiel, le calcul mutationnel, qui permet de dériver des tubes de déformations de formes.

Nous formalisons et prouvons alors de manière rigoureuse et sans hypothèse de régularité sur la forme, l'intuition selon laquelle la dilatation transforme la forme dans la direction des normales à celle-ci en chacun de ses points. Nous prouvons également que ces déplacements sont équivalents à des déplacements dans la direction du gradient généralisé de la fonction distance à cette forme.

Plus précisément, nous prouvons que l'évolution du tube morphologique $K(t) = K \oplus tS$, qui correspond à la dilatation d'un ensemble compact K par un compact convexe symétrique d'intérieur non vide S, vérifie plusieurs équations mutationnelles, et en particulier

$$\overset{\circ}{K}(t) \ni N^S_{K(t)}(.) \bigcap S, \ K(0) = K$$

où $N^S_K(x)$ est le cône normal du compact K au point x pour la norme associée à l'élément structurant S. Ce résultat prouve, sans hypothèse de régularité sur le compact K, que la dilatation transforme en chacun de ses points le domaine initial K dans la direction des normales à l'ensemble. En effet, quand l'ensemble K est régulier, le cône normal est réduit à la demi-ligne engendrée par la normale extérieure à l'ensemble, et nous retrouvons les résultats obtenus dans le cadre régulier.



(a) Cônes circatangents en différents points d'une forme.

(b) Cônes normaux en différents points d'une forme.

Fig. 12. Quelques cônes circatangents et normaux associés avec la norme euclidienne.

Résultat : Une communication [20] et un article de revue [9].

3.4. Une méthode eulérienne pour les équations mutationnelles

Les *équations mutationnelles* [52, 55] sont une généralisation du calcul différentiel pour des applications d'un espace métrique vers un autre espace métrique. Les théorèmes de base du calcul différentiel, comme le théorème de Cauchy-Lipschitz ou celui de Peano, peuvent être adaptés à ce cadre mathématique.

Le cadre des équations mutationnelles semble un être un bon outil pour décrire la dynamique des objets qui ne vivent pas naturellement dans un espace linéaire, en particulier pour décrire la dynamique d'un ensemble. C'est un aspect important pour de nombreux domaines des mathématiques appliquées, comme les *formes optimales* [129, 82], l'*asservissement visuel* [83, 84, 81] ou encore la *morphologie mathématique* [100, 124, 125, 122]. On peut trouver des motivations plus importantes dans [52].

Ainsi, les problèmes de discrétisation et de construction d'approximations de solutions à des équations mutationnelles, qui sont le but de cette étude, sont d'un important intérêt.

Notre résultat principal est l'adaptation au cadre des équations mutationnelles du théorème d'Euler, qui permet d'approcher une solution à une équation mutationnelle par une séquence de points dans un espace métrique. Nous appliquons ce théorème pour calculer l'évolution de tubes.

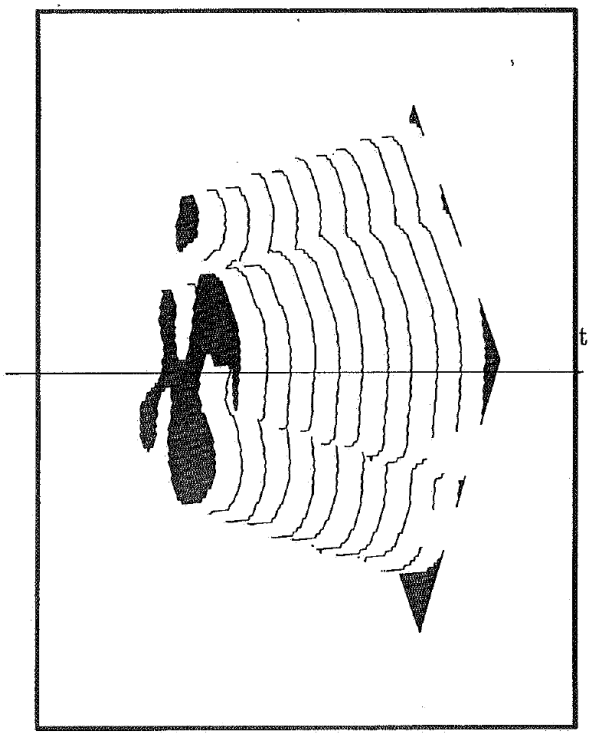


Fig. 13. Trajectoire de la dilatation par un segment dont l'orientation dépend du temps d'un compact inclus dans $\mathbb{R}^2$. L'ensemble de départ $K(0)$ est en gris.

Résultat : Un article de revue [10].

3.5. Les systèmes de particules : un nouveau paradigme de simulation

Développer des modèles génériques pour simuler des comportements complexes est un des grands défis de la simulation numérique. Nous proposons une approche générique, fondée sur les systèmes de particules [92, 72, 113, 112], qui a prouvé son efficacité dans plusieurs situations complexes, comme la simulation de foules ou le déploiement d'airbags. Nous modélisons un système complexe par une collection d'un grand nombre (typiquement de l'ordre du million) de constituants (particules). Les particules interagissent entre elles et avec l'environnement (obstacles). Elles peuvent être sujettes à des forces externes ou couplées avec le milieu environnant (comme par exemple un flot). Nous avons appliqué les systèmes de particules principalement pour deux classes d'applications : la prédiction et la visualisation de phénomènes physiques, et la synthèse d'image.

Dans la simulation de foule, chaque particule représente une personne de la foule dont le comportement est calculé selon des règles dépendantes de la classe à laquelle la personne appartient.

Dans le gonflement d'airbag, nous modélisons à la fois le mélange gazeux et le sac par des particules. Dans ce cas, les particules ne représentent pas les molécules mais des blocs abstraits choisis pour refléter le comportement macroscopique du système.

En synthèse d'image, les particules servent à obtenir des effets spéciaux tels le feu, la fumée ou les explosions. Notre logiciel est ainsi intégré à *Softimage*, l'un des logiciels leaders du marché.

D'autres applications sont à la limite de la synthèse et de la simulation. Par exemple, la simulation de la lumière par des particules est naturelle que ce soit pour obtenir des rendus de grande qualité, mais encore pour faire de la conception assistée par ordinateur (par exemple pour valider par des résultats numériques les modèles de lampes des constructeurs). Par rapport à des méthodes de type radiosité, les systèmes de particules sont particulièrement bien adaptés pour les effets dans l'espace (par exemple le brouillard, l'imagerie médicale nucléaire ou encore les lasers). Des logiciels intégrant cette technologie sont en fonctionnement chez des industriels.

Ces applications démontrent l'intérêt des systèmes de particules comme modèle générique pour la simulation de systèmes complexes comprenant des objets génériques en interaction. Cette méthode peut être appliquée à une large classe de problèmes, et est particulièrement bien adaptée à des problèmes dont le comportement microscopique est bien connu, mais dont les équations macroscopiques sont difficiles à obtenir.

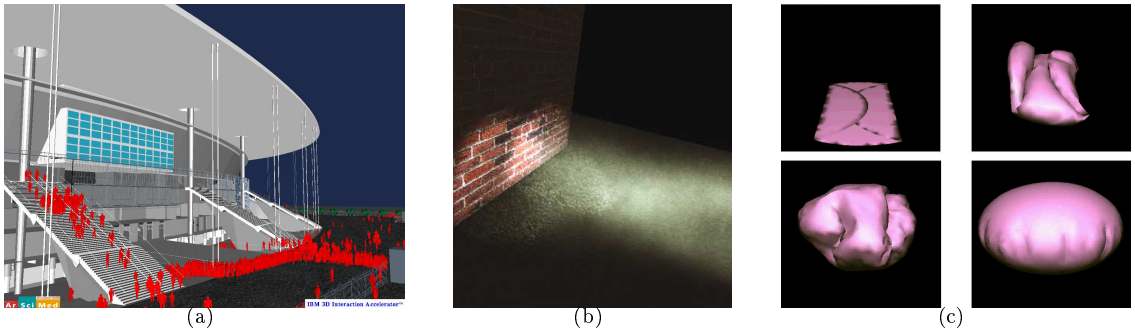


Fig. 14. (a) Simulation d'une foule à l'intérieur du Stade de France (Architectes : Macary, Zublena, Regembal, Costantini). (b) Simulation d'un mur éclairé par temps brumeux. (c) Simulation du gonflement d'un airbag.

Résultat : Un article de revue [13], une thèse [65] et des logiciels industriels.

4. APPLICATIONS AU TRAITEMENT DES IMAGES

4.1. Segmentation et analyse d'images cardiaques IRM

Nous proposons un outil entièrement automatique pour la segmentation en 4D (3D + temps) du myocarde ventriculaire gauche à partir de coupes ciné-IRM du cœur en petit axe. Cet outil utilise une méthode de segmentation morphologique qui repose en particulier sur la ligne de partage des eaux topologique. L'analyse automatique est testée par rapport à la détection manuelle des contours, prise comme référence, en évaluant la masse et la fraction d'éjection ventriculaires gauches chez dix patients consécutifs en post-infarctus. L'analyse statistique des résultats montre une excellente concordance des deux méthodes avec, respectivement pour la masse et la fraction d'éjection, un coefficient de corrélation de 0,98 et de 0,99 et, respectivement, une erreur systématique de -1,4 grammes et de 0%. Cette nouvelle approche automatisée, en 4D, est donc une méthode fiable pour estimer automatiquement les paramètres ventriculaires gauches, en post-infarctus.

Cet outil a été développé dans le cadre d'un projet en partenariat avec le département d'Enseignement et de Recherche d'Imagerie Cardio-vasculaire de la Faculté de Médecine de Créteil. À l'occasion des XVIèmes Journées Européennes de la Société Française de Cardiologie[1], le projet a reçu deux distinctions :

- Une "Dotation de Recherche Clinique", d'un montant de 80 000 Euros, a été attribuée par la Maison du Cœur (Fédération Française de Cardiologie et Société Française de Cardiologie). Il s'agit d'une des deux dotations offertes en 2006 par la Maison du Coeur destinées à "financer des projets ambitieux et transversaux, unissant si possible équipes cliniques et fondamentales".
- La deuxième place de la compétition "jeune chercheur", a été attribuée au docteur Thomas Goissen pour un article écrit en commun [38].

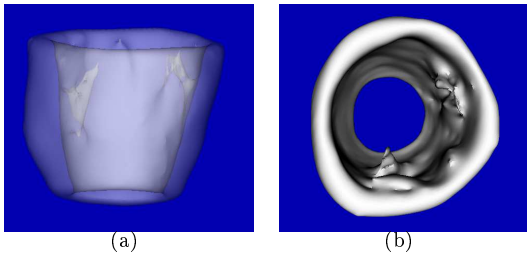


Fig. 15. (a-b) Exemples de visualisations 3D du myocarde segmenté.

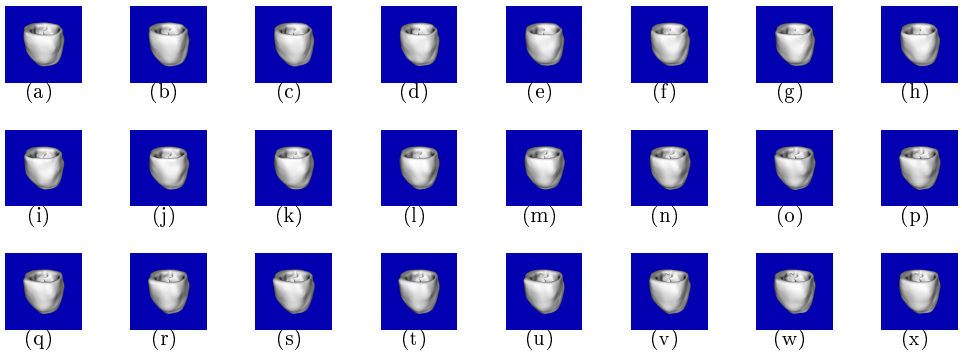


Fig. 16. (a-x) 24 images de l'évolution du cœur au cours du temps.

Résultat : Une thèse en cours, financée par l'association AREMCAR (association médicale dédiée à la cardiologie). Deux communications [38, 39].

[1] Les XVIèmes Journées Européennes de la Société Française de Cardiologie se sont tenues à Paris au Palais des Congrès du 18 au 21 janvier 2006. Avec plus de 7000 participants d'horizons très divers, il s'agit d'un évènement majeur pour le monde de la cardiologie en Europe.

4.2. Coins géométriques et topologiques par ligne de partage des eaux

Cette étude est une approche pour la détection de coins (points multiples) dans des images, qui résout quelques uns des problèmes souvent rencontrés quand les coins détectés sont utilisés pour des buts d'appariement. Les coins ou les intersections sont des caractéristiques riches d'un point de vue purement géométrique mais sont difficiles à apparier : la description des coins fournie par les extracteurs de coins classiques est réduite à la localisation d'un point dans l'image. Une localisation imprécise de ces coins est aussi reportée dans la littérature [79, 114].

Nous proposons un algorithme pour la détection de coins basée sur l'outil de segmentation de la morphologie mathématique, la ligne de partage des eaux. Notre algorithme a deux avantages : premièrement, la détection des coins est uniquement basée sur le gradient de l'image (dérivées du premier ordre), et deuxièmement, l'algorithme fournit automatiquement une description topologique et géométrique du coin (nombre et directions des contours partant du coin). Comme les dérivées du deuxième ordre ne sont pas utilisées, les coins sont mieux localisés avec notre approche qu'avec les approches classiques (ainsi que nous l'avons montré dans notre étude sur la ligne de partage des eaux continues [7, 41]). Deux exemples d'applications sont donnés : le suivi de coins, et le raffinement de position du coin en utilisant un modèle de coin [62] qui a besoin comme entrée d'une description du coin identique à celle fournie par notre algorithme.

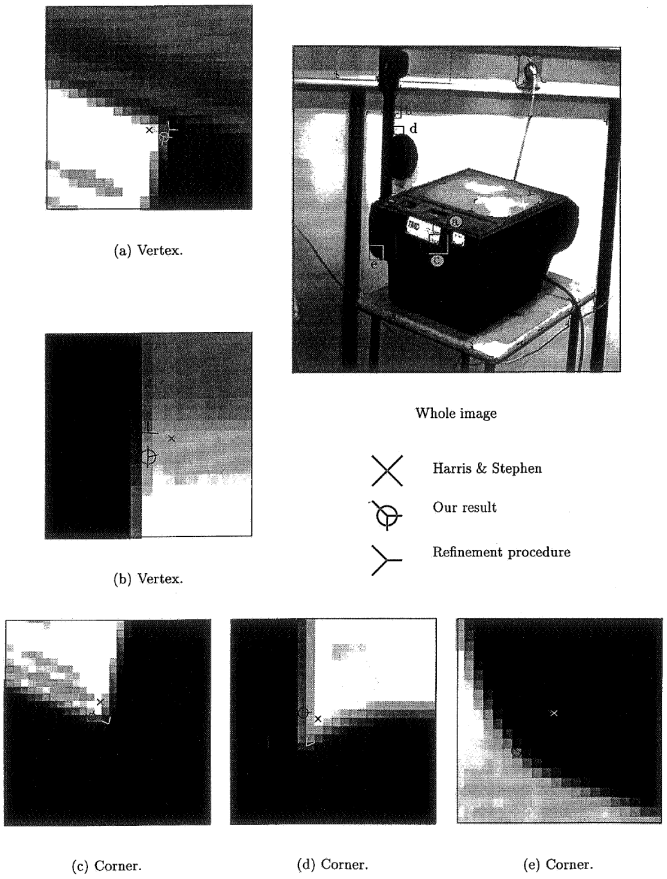
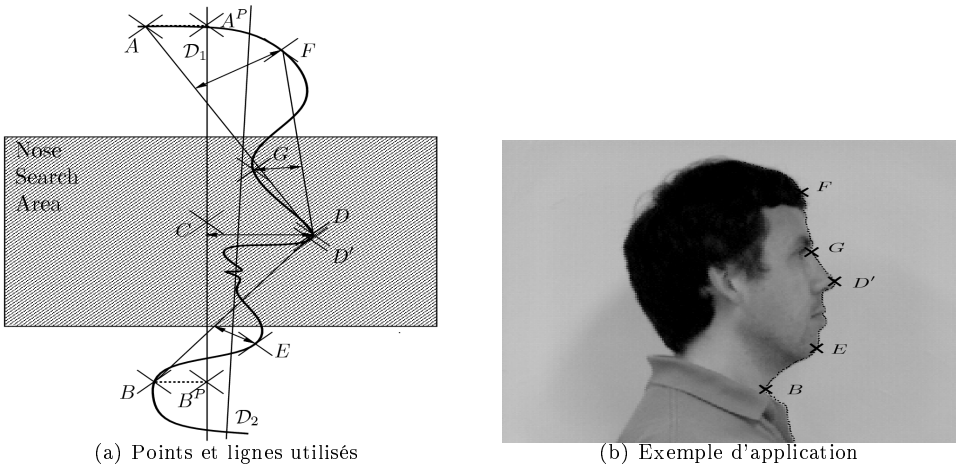


Fig. 17. Exemples de coins trouvés par notre algorithme. Nous avons extrait 5 petites images et nous avons représenté la position trouvé par notre algorithme (cerclée), la correction obtenue par la procédure d'affinement, et la position trouvée par l'algorithme de Harris et Stephen [88] (la croix). Les éléments sont dessinés en noir ou blanc suivant le fond de l'image afin d'assurer une meilleure lisibilité.

Résultat : Une communication [25].

4.3. Utilisation des contours des profils de visage pour l'identification

Nous nous intéressons au problème de l'identification de personnes à partir du profil de leur visage. Ce cas particulier est représentatif des problèmes de discrimination (classification supervisée) dans lesquels les données d'entrées sont des contours mesurés dans une image et pour lesquels les différences entre les classes sont très ténues. L'approche développée repose sur la combinaison d'un prétraitement, qui normalise les données en les rendant invariantes en translation, en rotation, et en échelle, et du choix d'un vecteur d'attributs significatifs qui fait ressortir les différences entre les courbes. Ce vecteur est établi directement à partir du contour observé. Il est donné comme entrée d'un outil de classification statistique. Cette méthode a été testée sur une base de 10 personnes et nous avons obtenu plus de 90% en taux de généralisation.



(a) Points et lignes utilisés (b) Exemple d'application

Fig. 18. Extraction des points caractéristiques servant à la classification.

Résultat : Une communication [24] et un article de revue [5].

4.4. Estimation morphologique de l'angle d'inclinaison d'un document

Le traitement automatique d'images de documents est maintenant très répandu et est effectué pour de nombreuses raisons, par exemple pour la reconnaissance de caractères. Il y a souvent des problèmes dans le traitement automatique si le document est incliné, et il est donc conseillé de detecter et d'estimer l'angle d'inclinaison [47], et de le corriger, avant d'appliquer d'autres traitements [111]. Nous avons développé une méthode d'estimation de l'angle basée sur la morphologie mathématique. La morphologie mathématique consiste à analyser des formes inconnues à l'aide d'une forme connue appelée *élément structurant*. Pour présenter notre méthode d'estimation d'inclinaison, nous allons commencer par rappeler les définitions des deux opérateurs de base de la morphologie.

La *dilatation* répond à la question : *L'élément structurant touche-t-il l'ensemble ?* Pour une image binaire X et un élément structurant B, nous écrivons

$$X \oplus B = \{x | B_x \cap X \neq \emptyset\} \tag{1}$$

où $B_x = \{b + x | b \in B\}$ est le translaté de B au point x. *L'érosion* est le dual de la dilatation, et répond à la question : *l'élément structurant rentre-t-il dans l'ensemble ?* Pour une image binaire X et un élément structurant B, nous écrivons

$$X \ominus B = \{x | B_x \subseteq X\} \tag{2}$$

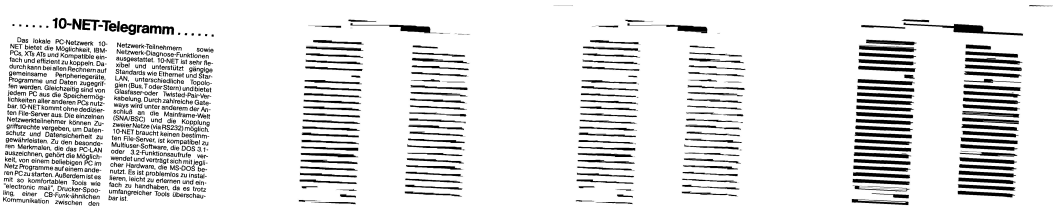
Choisissons comme élément structurant L_α un segment de longueur unité et orienté d'un angle α. En écrivant de manière morphologique un opérateur très connu du traitement de document, le Run-Length Smoothing Algorithm (RLSA) [132], nous pouvons le généraliser de la manière suivante :

$$RLSA_\alpha(A) = A \oplus \gamma L_\alpha \ominus \gamma L_\alpha \tag{3}$$

L'angle d'inclinasion du document image A est donné par :

$$\begin{aligned} skew(A) &= \arg\max_\alpha Area(RLSA_\alpha(A) \ominus \beta L_\alpha) && (4) \\ &= \arg\max_\alpha Area(A \oplus \gamma L_\alpha \ominus (\gamma + \beta) L_\alpha) && (5) \end{aligned}$$

Nous proposons plusieurs manières efficaces pour réaliser l'algorithme. Nous avons testé une des implémentations de l'estimateur morphologique sur une base d'images de documents contenant près d'un millier de pages. Sur cette base, une estimation manuelle de l'angle d'inclinaison des documents a été effectuée. Pour une taille de dilatation de 64, et pour une taille d'érosion de 512, correspondant respectivement à l'espace entre les mots et à la taille d'une ligne de texte, nous obtenons une erreur absolue moyenne de 0.2, et une erreur quadratique moyenne de 0.25. Cette erreur est tout à fait comparable à celle des meilleurs algorithmes existants aujourd'hui.



(a) Image originale (b) $RLSA_0 \ominus \beta L_0$ (c) $RLSA_1 \ominus \beta L_1$ (d) $RLSA_{-3} \ominus \beta L_{-3}$

Fig. 19. Résultat de l'opérateur $RLSA_\alpha(A) \ominus \beta L_\alpha$ pour plusieurs angles α sur un document A incliné d'un angle de -3 degrés.

Résultat : Une communication [34] et un brevet [45].

4.5. Indexation et reconnaissance de dessins techniques

L'indexation de dessins techniques est un problème important dans le contexte de la conversion d'une base de dessins existants sur papier vers un format numérique [50, 130]. L'indexation consiste a extraire l'information contenue dans le cartouche afin de permettre de retrouver le dessin dans la base de données. L'information d'indexation est généralement le numéro du dessin et son titre. Aujourd'hui, l'indexation est principalement faite manuellement, ce qui pose à la fois des problèmes de coût et de confidentialité.

Nous avons développé une application qui aide à l'indexation de dessins techniques. En décrivant la variabilité des formulaires des dessins techniques, nous avons montré que les méthodes classiques de reconnaissance de formulaires sont difficilement applicables aux dessins techniques. Nous avons présenté une application productive et ergonomique où la spécification de la zone à indexer est mélangée avec le processus de reconnaissance des données scannées, évitant une analyse à priori qui requiert un haut niveau d'expertise. La reconnaissance repose sur la structure du cartouche [96], ce qui permet de traiter la grande variabilité des dessins techniques du monde réel.

Nous avons aussi développé une méthode pour trouver automatiquement la localisation du cartouche dans les scans de dessins techniques. De nombreuses applications peuvent bénéficier d'un tel outil. Par exemple, il est utile de localiser et de zoomer sur le cartouche afin d'aider à l'indexation manuelle des dessins techniques. Comme le cartouche est normalement situé sur le coin bas-droit du dessin, la localisation permet de tourner le dessin dans le sens correct de lecture. Notre méthode de localisation du cartouche est basée sur des mesures de signaux calculées sur les morceaux du dessins où le cartouche peut être présent. Les normes de format des dessins techniques sont utilisées afin de réduire le nombre des localisations potentielles. La méthode a été validée sur une grande base de dessins techniques.

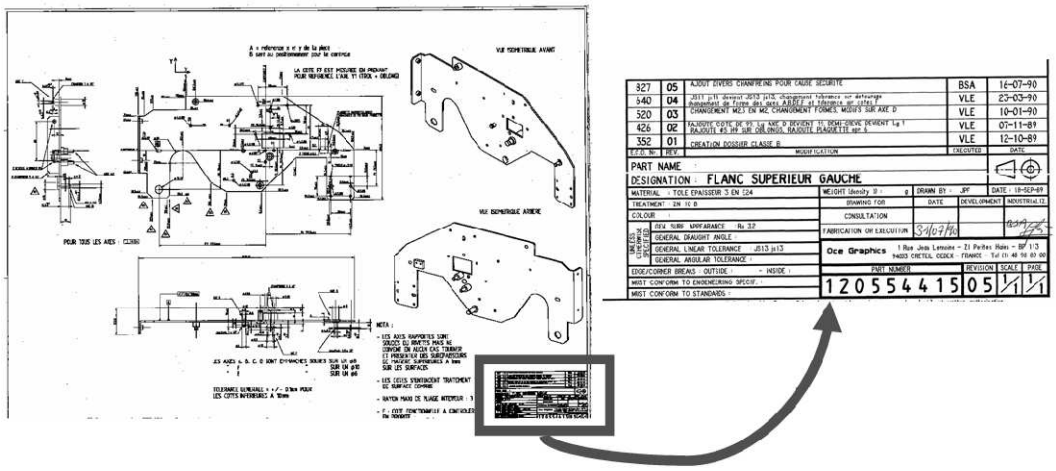


Fig. 20. Dessin technique et son cartouche.

Résultat : Deux communications [29, 27] et deux brevets [43, 44].

4.6. Utilisation d'une algèbre de composants pour la création automatique de document intelligent

Le principal objectif de cette étude, fruit d'une collaboration entre le groupe de recherche Isa du LORIA et Océ-PLT, est d'expérimenter une nouvelle approche pour développer une plate-forme générique de haut-niveau permettant la composition de composants logiciels existants issus d'une bibliothèque d'algorithmes de niveau "état de l'art". Partant de l'observation que l'analyse de document est conduite comme un pipeline en couche, prenant la syntaxe en entrée et produisant une sémantique en sortie sur chaque niveau, nous introduisons le concept d'*Algèbre de composants* comme une approche pour intégrer différents algorithmes existants d'analyse de documents, et ce d'une manière cohérente et complète. Fondé d'une part sur une représentation XML pour les données et les échanges, et d'autre part sur du scripting et des librairies compilées, notre approche pourra finalement aboutir à une représentation universelle pour les algorithmes d'analyse de documents du monde réel. Afin de valider la méthodologie, nous avons appliqué cette approche à la réalisation d'une méthode automatique permettant la génération d'un document navigable à partir d'une image scannée. Nous l'illustrons sur des diagrammes éclatés. Les éclatés présentent l'avantage de contenir une "sémantique navigable" simple, dans le sens où ils sont formés d'une légende facilement identifiable contenant des indices de référence, et d'un dessin contenant une ou plusieurs occurences des mêmes indices.

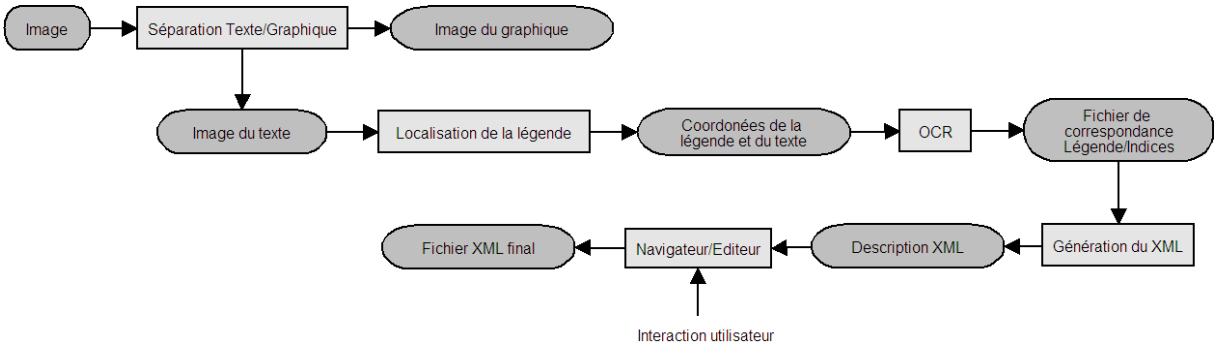


Fig. 21. Architecture logicielle générique : un pipeline modulaire avec des composants facilement interchangeables.

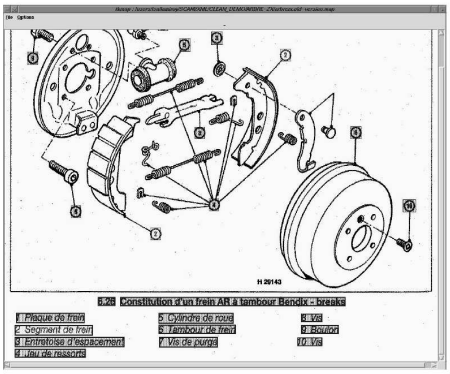


Fig. 22. Capture de l'écran du navigateur/éditeur, montrant un diagramme éclaté complètement navigable. Les zones sont "sélèctionnables". Les zones surlignées représentent le résultat de la sélection.

Résultat : Une communication [28] et un chapitre de livre [31].

4.7. Évaluation des systèmes de reconnaissance de caractères

Nous avons initié l'élaboration d'une plate-forme industrielle de numérisation de documents papier. Par plate-forme industrielle, nous entendons une architecture logicielle basée sur l'intégration générique des outils de reconnaissance de caractères du commerce (OCR). En effet, l'évolution de ces outils entrouvre une alternative sérieuse à la saisie manuelle dans un objecif de gain de productivité. Notre plate-forme nous permet d'évaluer les capacités de ces outils et leurs limites [115]. Nous avons étudié les techniques d'évaluation automatique de ces outils dans un triple objectif :

1. adaptation optimum des paramètres,
2. sélection du meilleur outil disponible à chaque instant à cause de l'évolution rapide du marché,
3. utilisation optimale de ces outils en combinaison avec une double correction humaine.

L'architecture de notre plate-forme est ouverte vers le futur, puisque qu'elle prend en compte les techniques de combinaison pour augmenter la performance globale du système.

Le choix d'un moteur commercial de reconnaissance de caractères est important en particulier pour l'indexation automatique de dessins techniques à partir du contenu de leur cartouche. Nous avons évalué les OCR commerciaux par rapport à leur inclusion dans la chaîne globale de digitalisation, depuis le scan jusqu'à la compréhension de l'information textuelle contenue dans le document. Le point crucial (le plus coûteux) est la correction manuelle des erreurs de reconnaissance OCR. Dans notre approche, par évaluation, nous entendons l'identification pour notre domaine d'application des causes d'erreurs OCR qui sont les plus coûteuses à corriger.

Pour un moteur de reconnaissance donné, nous modélisons le coût de correction par une fonction de caractéristiques de l'image. Aussi, notre méthodologie repose sur les deux considérations suivantes :

- d'un côté, la conception d'un coût de correction, représentant la difficulté pour un opérateur humain de corriger le texte reconnu par le moteur OCR.
- de l'autre côté, la classification des caractéristiques de l'image pouvant amener des erreurs de reconnaissance du moteur OCR.

Nous avons choisi d'analyser le comportement du coût de correction par analyse en composantes principales (ACP), en comparant deux par deux les moteurs d'OCR, afin de découvrir leur complémentarité. Cette approche nous a permis d'obtenir une liste de problèmes des moteurs d'OCR pour le domaine d'application. Ces problèmes sont classifiés en fonction de leur importance par rapport au coût de correction. La liste peut être utilisée pour choisir le moteur d'OCR adapté, ou pour améliorer l'exécution du moteur OCR, en se focalisant sur les problèmes les plus importants.

Cette méthodologie est générique et peut être implémentée pour toutes les classes de documents. Nous l'avons appliquée au domaine des dessins techniques. Notre principal résultat est la non-adaptation des moteurs OCR commerciaux existants pour cette classe de documents en l'absence d'apprentissage des polices de caractères spécifiques à ce domaine.

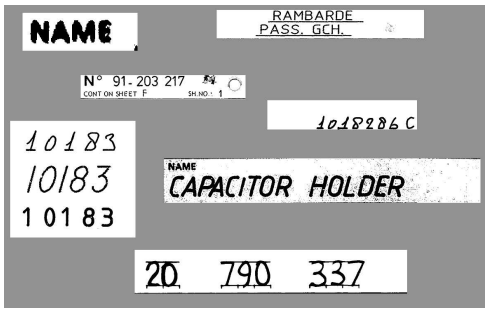


Fig. 23. Causes d'erreurs potentielles pour un moteur OCR dans le domaine du dessin technique.

Résultat : Une communication [30] et un chapitre de livre [4].

5. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce mémoire, assez court, résume une quinzaine d'années de recherche dans le monde industriel et universitaire. De fait, si dans ces pages l'accent est mis sur le coté théorique et principalement sur la morphologie mathématique, une part non négligeable de nos travaux sont consacrés à des applications. En guise de conclusion, et sans prétendre ni à l'exhaustivité, ni à une quelconque prescience sur ce que l'avenir nous réserve, nous allons développer ici quelques éléments de réflexion.

En morphologie mathématique, le filtrage et la segmentation d'images, (et en particulier la ligne de partage des eaux) sont parmi nos points d'intérêt principaux. Ainsi que nous l'avons montré dans ce mémoire, plusieurs pistes de recherche récemment ouvertes vont donner lieu à de nouvelles études. Nous souhaitons ici à la fois en souligner certaines et en suggérer quelques autres.

- La ligne de partage des eaux topologique, proposée par Michel Couprie et Gilles Bertrand [74], a donné l'occasion à Gilles Bertrand de développer un cadre mathématique riche [57] permettant de démontrer des propriétés fortes [15], et de créer des algorithmes et d'en prouver la pertinence [35]. En particulier, les liens extrêmement fort entre la ligne de partage des eaux topologiques et l'arbre des composantes [35, 17] donnent une cohérence à la segmentation morphologique, cohérence qui n'avait pas été exprimée de manière aussi claire jusqu'à présent. La poursuite de la mise en évidence de ces liens est une piste prometteuse pour l'avenir.
- Les progrès constants dans le matériel offrent une rapidité d'exécution toujours plus importante ; cependant, les besoins des praticiens en vitesse de calcul augmentent de manière plus impressionnante encore. Afin de pouvoir traiter des volumes de plus en plus important de données, l'étude du parallélisme des algorithmes reste indispensable. Entre autres idées, le concept d'émergence proposé pour la ligne de partage des eaux topologique peut donner lieu à une étude d'un algorithme pouvant être implémenté sur rétine artificielle.
- La saillance des contours [12] apparaît aujourd'hui comme un concept dont la richesse commence seulement à être explorée. Les graphes [18] de fusion que nous proposons en collaboration avec Jean Cousty, Gilles Bertrand et Michel Couprie vont y trouver une de leurs premières applications.
- Un graphe complet est toujours un graphe parfait, et un ensemble de points isolés forme également un graphe parfait. Il y a donc (au moins) un moyen de définir un supremum et un infimum entre deux graphes, et nous pouvons donc munir la classe des graphes parfaits d'une structure de treillis. Il serait intéressant d'étendre cette remarque, par exemple en faisant le lien avec les partitions maximales étudiées par J. Serra dans son étude des treillis pour la segmentation [126].
- Trouver une ligne de partage des eaux "optimale" pour un certain critère est un objectif de choix pour un mathématicien. On peut penser que le cadre des graphes de fusion permet de poser cette question de manière à pouvoir lui donner une réponse.
- Les liens entre les contours produits par une ligne de partage des eaux et les surfaces discrètes [76, 75] nécessitent une étude approfondie. Un cadre approprié pour ce faire est peut-être celui des complexes simpliciaux, qui permettent de disposer d'une véritable topologie (au sens de P.S. Alexandroff [46]). En particulier, nous aimerions trouver des conditions pour lesquelles une ligne de partage des eaux topologique est une surface discrète optimale.
- Nous avions proposé dans notre thèse une définition continue de ligne de partage des eaux [7, 41], sans pour autant réussir à poser une telle définition dans un cadre suffisament large à notre goût. On peut penser revoir cette question en cherchant à rendre continue la définition de la ligne de partage des eaux topologique, et à utiliser pour ce faire, les outils de l'analyse multivoque et de la théorie de la viabilité.

Nous pensons que de bonnes études théoriques aident à réaliser des applications de qualité. Inversement, de bons problèmes théoriques peuvent trouver une source dans de bons problèmes applicatifs. Bien que n'étant pas fondamentalement spécialistes d'un domaine applicatif particulier, notre carrière industrielle nous a permis de participer à un

certain nombre de projets dans différents domaines du traitement et de la synthèse d'images. Au sein du laboratoire A2SI, nous collaborons avec des équipes qui utilisent les outils que nous développons. Nous aimerions conclure ces perspectives en citant deux exemples en cours :

- la thèse de Jean Cousty, actuellement en cours, est consacrée à la quantification par analyse d'image de paramètres caractéristiques de la fonction cardiaque en lien avec les thèmes de recherche de l'équipe du Département d'Imagerie et de la Fédération de Cardiologie de l'hôpital H. Mondor. En particulier, nous explorons la quantification des nécroses (parties du muscle cardiaque ayant subi des dommages à la suite d'un infarctus), l'étude du mouvement des parois musculaires et de l'influence des nécroses sur ce mouvement, et l'étude de l'irrigation du muscle cardiaque via les vaisseaux coronaires. Bien que cette thèse soit consacrée au développement et à la mise en œuvre de logiciels applicatifs dédiés, utilisés par les médecins dans le cadre de leur travail journalier, la résolution pratique de certains problèmes a permis à Jean Cousty de proposer les graphes de fusion [18].
- la question de la recherche d'images dans de très grandes bases non structurées (comme le *World-Wide-Web* est au centre de la thèse que commence David Menoti (thèse en co-tutelle avec Arnaldo de Albuquerque Araújo, Universidade Federal de Minas Gerais, Brésil). Nous espérons qu'une approche de la segmentation d'image en région par ligne de partage des eaux topologique, en utilisant de manière adaptée des attributs ou des signatures directement extraits de l'arbre des composantes, peut permettre une indexation d'images pertinente, fondée sur le contenu.

Sans négliger la dynamique propre à la recherche purement théorique, nos futurs travaux théoriques seront inspirés par les questions pratiques que soulèveront ces applications.

6. ACTIVITÉS COMPLÉMENTAIRES

6.1. Formation doctorale

- Co-encadrement de la thèse d'Eric Bouvier, soutenue en avril 1997 à l'université Paul Sabatier [65].
- Encadrement de la thèse de Jean Cousty, commencée en septembre 2004 à l'université de Marne-la-Vallée.
- Co-encadrement de la thèse de David Menoti, commencée en septembre 2005 à l'université de Marne-la-Vallée, et à l'université Fédérale de Minas Gerais (Brésil).
- Depuis 2004, dans la filière *traitement et analyse d'images* du DEA (M2) IFA de Marne-la-vallée, L. Najman assure avec Jean Serra un cours d'initiation à la morphologie mathématique.

6.2. Participation à la vie scientifique

- Conférences
  - Co-organisateur (avec Ch. Ronse et E. Decencière) de ISMM 2005 (International Symposium on Mathematical Morphology) [1, 2] (avril 2005, Paris, France)
  - Membre du comité de pilotage de la conférence internationale sur l'analyse multivoque, le contrôle, la viabilité et les applications, en l'honneur de Jean-Pierre Aubin (21-25 juin 2004, Roscoff, France)
  - Membre du comité de programme de CIFED 2002
  - Membre du comité de pilotage de la Première Conférence Fédérative sur le Document en Langue Française CFD'02 Hammamet-Tunisie 20-23 octobre 2002
- Journaux scientifiques.
  Nous participons à l'évaluation d'articles dans le domaine de la morphologie mathématique et de l'analyse d'images :
  - IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence
  - IEEE Transactions on Image Processing
  - Computer Vision and Image Understanding
  - Journal of Mathematical Imaging and Vision
  - Image and Vision Computing
  - Optical Engineering
  - Conférences : SIBGRAPI 2003, Cifed 2002, 15th ICPR.
- Membre du GRCE (Groupe de Recherche en Communication Ecrite)

7. PUBLICATIONS

Livres et éditions spéciales

[1] C. Ronse, L. Najman et E. Decencière, editeurs. *Mathematical Morphology : 40 Years On*, volume 30 of *Computational Imaging and Vision*. Springer, 2005. Proceedings of the 7th Internation Symposium on Mathematical Morphology.

[2] C. Ronse, L. Najman et E. Decencière, editeurs. *Special issue on ISMM05*. Image and Vision Computing Journal. Elsevier, 2006. to appear.

Chapitres d'ouvrages collectifs

[3] L. Najman et M. Schmitt. *Morphologie Mathématique*, chapitre 7 - Ligne de Partage des Eaux, pages 121–140. Masson, 1994. M. Schmitt and J. Mattioli (eds).

[4] A.Belaid, L.Pierron, L. Najman et D. Reyren. *Bibliothèques numériques*, chapitre 2 - La numérisation de documents : le point de vue de l'informaticien face à l'industriel, pages 53–98. ADBS editions, 2000.

Articles de revues

[5] L. Najman, R. Vaillant et E. Pernot. From Face Sideviews to Identification. *Revue Technique Thomson*, 24(4) :1037–1054, Decembre 1992.

[6] L. Najman et M. Schmitt. La Ligne de Partage des Eaux : Applications d'une Approche Continue. *Revue Technique Thomson*, 25(4) :261–280, March 1993.

[7] L. Najman et M. Schmitt. Watershed of a Continuous Function. *Signal Processing*, 38 :99–112, 1994. Special issue on Mathematical Morphology.

[8] J.-P. Aubin et L. Najman. L'Algorithme des Montagnes Russes pour l'Optimisation Globale. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, I(319) :631–636, 1994.

[9] L. Doyen, L. Najman et J. Mattioli. Mutational Equations of Morphological Dilation Tubes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 1995.

[10] L. Najman. Euler Method for Mutational Equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 196 :814–822, 1995.

[11] J. Mattioli, L. Doyen et L. Najman. Lattice Operators Underlying Dynamic Systems. *Set Valued Analysis*, 4(2) :119–134, 1996.

[12] L. Najman et M. Schmitt. Geodesic Saliency of Watershed Contours and Hierarchical Segmentation. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(12) :1163–1173, December 1996.

[13] E. Bouvier, E. Cohen et L. Najman. From Crowd Simulation to Airbag Deployment : Particle Systems, a New Paradigm of Simulation. *Journal of Electronic Imaging*, 6(1) :94–107, January 1997. Special issue on Random Model in Imaging.

[14] J. Aubin et L. Najman. The Montagnes Russes Algorithm for Global Optimization. *Mathematical Methods of Operations Research*, 48 :153–168, 1998. Special issue on 'Set-valued optimization'.

[15] L. Najman, M. Couprie et G. Bertrand. Watersheds, mosaics and the emergence paradigm. *Discrete Applied Mathematics*, 147(2-3) :301–324, April 2005. Special issue on DGCI.

[16] M. Couprie, L. Najman et G. Bertrand. Quasi-linear algorithms for the topological watershed. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 22(2-3) :231–249, May 2005. Special issue on Mathematical Morphology.

[17] L. Najman et M. Couprie. Building the component tree in quasi-linear time. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2006. À paraître.

Articles de revues soumis

[18] J. Cousty, G. Bertrand, M. Couprie et L. Najman. Fusion graphs : merging properties and watershed. *Computer Vision and Image Understanding*, 2006. soumis, Special Issue commemorating the career of Prof. Azriel Rosenfeld.

Conférences avec actes

[19] L. Najman et M. Schmitt. Definition and some properties of the watershed of a continuous function. Dans *Mathematical Morphology and its applications to Signal Processing*, pages 76–81, Barcelona, Spain, 1993.

[20] L. Doyen, L. Najman et J. Mattioli. Mutational Equations of Morphological Dilation Tubes. Dans J. Serra et P. Soille, editeurs, *Mathematical Morphology and its Application to Signal Processing*, pages 13–20. Kluwer Academic Publishers, 1994.

[21] J. Aubin et L. Najman. The Montagnes Russes Algorithm for Global Optimization. Dans *7ème colloque franco-allemand d'optimisation*, Dijon, France, 1994.

[22] L. Najman et M. Schmitt. Definitions and some properties of the watershed of a continuous function. Dans G. Vemezza, editeur, *Image Processing : Theory and Applications*, pages 151–153. Elsevier, 1994.

[23] L. Najman et M. Schmitt. A dynamic hierarchical segmentation algorithm. Dans *Mathematical Morphology and its applications to Signal Processing II*, Fontainebleau, France, 1994. poster session.

[24] L. Najman, R. Vaillant et E. Pernot. From Face Sideviews to Identification. Dans G. Vemezza, editeur, *Image Processing : Theory and Applications*, pages 151–153. Elsevier, 1994.

[25] L. Najman et R. Vaillant. Topological and geometrical corners by watershed. Dans *CAIP'95 Proceedings*, volume 970 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 262–269, 1995.

[26] J. Mattioli, L. Doyen et L. Najman. Lattice Operators Underlying Dynamic Systems. Dans *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing*, pages 23–30. Kluwer Academic Publishers, 1996.

[27] L. Najman, O. Gibot et M. Barbey. Automatic Title Block Location in Technical Drawings. Dans *GREC 2001*, Kingston, Ontario, Canada, 2001.

[28] B. Lamiroy, L. Najman, R. Ehrhard, C. Louis, F. Quelain, N. Rouyer et N. Zegache. Scan-to-XML for Vector Graphics : an Experimental Setup for Intelligent Browsable Document Generation. Dans *GREC 2001*, Kingston, Ontario, Canada, 2001.

[29] L. Najman, O. Gibot et S. Berche. Indexing Technical Drawings using Title Block Structure Recognition. Dans *Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR)*, pages 587–591, Seattle, Washington, USA, 2001.

[30] J. Lecoq, L. Najman, O. Gibot et E. Trupin. Benchmarking Commercial OCR engines. Dans *Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR)*, pages 138–142, Seattle, Washington, USA, 2001.

[31] B. Lamiroy et L. Najman. Scan-to-XML : Using Software Component Algebra for Intelligent Document Generation. Dans *selected paper from GREC 2001*, volume 2390 of *Lecture Notes in Computer Sciences*, pages 211–221. Springer Verlag, 2002.

[32] L. Najman et M. Couprie. Watershed algorithms and contrast preservation. Dans *Discrete Geometry for Computer Imagerie 2003 (DGCI'03)*, volume 2886 of *Lecture Notes in Computer Sciences*, pages 62–71. Springer Verlag, 2003.

[33] L. Najman et M. Couprie. Quasi-linear algorithm for the component tree. Dans *IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging 2004*, volume Vision Geometry XII - 5300, pages 98–107, San-Jose, CA, USA, Jan. 2004.

[34] L. Najman. Using mathematical morphology for document skew estimation. Dans *IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging 2004*, volume 5296 - Document Recognition and Retrieval XI, pages 182–191, San-Jose, CA, USA, Jan. 2004.

[35] M. Couprie, L. Najman et G. Bertrand. Algorithms for the Topological Watershed. Dans E. Andres, G. Damiand et P. Lienhardt, editeurs, *Discrete Geometry for Computer Imagery : 12th International Conference*, volume 3429 of *LNCS*, pages 172–181, Poitiers, France, April 2005. Springer.

[36] L. Najman, M. Couprie et G. Bertrand. Mosaics and Watersheds. Dans C. Ronse, L. Najman et E. Decencière, editeurs, *Mathematical Morphology : 40 Years On*, volume 30, pages 187–196. Springer, 2005.

[37] J. Cousty, G. Bertrand, M. Couprie et L. Najman. Ligne de partage des eaux topologique sur les arêtes d'un graphe. Dans *Journée ISS 2005*, Ecole des Mines de Paris, 2005.

[38] T. Goissen, S. Clément-Guinaudeau, J. Cousty, L. Najman, J. Dubois-Randé, A. Rahmouni, P. Guéret et J. Garot. Accurate Assessment of Left Ventricular Function in Infarct Patients with Fully Automated 4D Segmentation of Complete Short-Axis Cine-MRI Dataset. Dans *Journées Européennes de la Société Française de Cardiologie*, Jan. 2006.

[39] S. Clément-Guinaudeau, T. Goissen, J. Cousty, J. Dubois-Randé, A. Rahmouni, P. Guéret, J. Garot et L. Najman. Fully Automated Segmentation of 4D Cardiac Cine-MRI Dataset in Humans. Dans *Journées Européennes de la Société Française de Cardiologie*, Jan. 2006. Poster session.

[40] J. Cousty, L. Najman, M. Couprie et G. Bertrand. Weighted fusion graphs : merging properties and watershed. Dans R. Reulke, K. Polthier, U. Eckardt et B. Flach, editeurs, *11th International Workshp on Combinatorial Image Analysis*, Berlin, June 2006. soumis.

Thèses

[41] L. Najman. *Morphologie Mathématique : de la Segmentation d'Images à l'Analyse Multivoque.* Thèse de doctorat, Université Paris Dauphine, April 1994.

Rapports techniques

[42] L. Najman. Champs de Markov et réseaux neuromimétiques : synthèse de textures par des méthodes neuronales. Technical report, Université Paris-Dauphine - Télécom Paris - Mines de Paris, 1991. Rapport de DEA.

Brevets

[43] S. Berche et L. Najman. A method for recognizing and indexing documents. European Patent Application EP 1 136 938 A1, Sept. 2001. Application number 01200872.8.

[44] L. Najman et M. Barbey. Automatic table location in documents. European Patent Application EP 1 237 115 A2, Sept. 2002. Application number 02075780.3.

[45] L. Najman. Skew detection. European Patent, March 2003. European Patent Application EP 1 394 725.

8. RÉFÉRENCES

[46] P.S. Alexandroff. *Combinatorial topology.* Dover Publications, 1947.

[47] A. Amin, S. Fisher, A.F. Parkinson, and R. Shiu. Comparative study of skew detection algorithms. *Journal of Electronic Imaging*, 5(4) :443–451, October 1996.

[48] P. A. Arbeláez Escalante. *Une approche métrique pour la segmentation d'images.* PhD thesis, Université Paris-Dauphine, 2005.

[49] P. A. Arbeláez Escalante and L. D. Cohen. Segmentation d'images couleur par partitions de voronoi. *Traitement du Signal*, 21(5) :20–40, Feb. 2005. Numéro spécial : l'image numérique en couleur.

[50] J.F. Arias, A. Chhabra, and V. Misra. A practical application of graphics recognition : Helping with the extraction of information from telephonic company drawings. In *Proc. of GREC 97*, pages 273–279, 1997.

[51] J.-P. Aubin. *Viability theory.* Birkhäuser, 1991.

[52] J.-P. Aubin. *Mutational and morphological analysis : tools for shape regulation and morphogenesis.* Birkhäuser, 2000.

[53] J.-P. Aubin and H. Frankowska H. (1990). *Set-valued analysis.* Birkhäuser, 1990.

[54] J.-P. Aubin and A. Lesne. Constructing and exploring wells of energy landscapes. *J. Math. Phys.*, 46 :1–16, 2005.

[55] J.P. Aubin. Mutational Equations in Metric Spaces. *Set-Valued Analysis*, 1 :3–46, 1993.

[56] G. Bertrand. Some properties of topological greyscale watersheds. In *IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging 2004*, volume Vision Geometry XII, San-Jose, CA, USA, Jan. 2004.

[57] G. Bertrand. On topological watersheds. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 22(2-3) :217–230, May 2005. Special issue on Mathematical Morphology.

[58] S. Beucher. *Segmentation d'images et morphologie mathématique.* Thèse, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, June 1990.

[59] S. Beucher. Watershed, hierarchical segmentation and waterfall algorithm. In J. Serra and P. Soille, editors, *Proc. Mathematical Morphology and its Applications to Image Processing*, pages 69–76, Fontainebleau, France, 1994. Kluwer.

[60] S. Beucher and C. Lantuéjoul. Use of watersheds in contour detection. In *Proc. Int. Workshop on Image Processing, Real-Time Edge and Motion Detection/Estimation*, Rennes, France, 1979.

[61] S. Beucher and F. Meyer. The morphological approach to segmentation : the watershed transformation. In E. Dougherty, editor, *Mathematical Morphology in Image Processing*, pages 433–481. Marcel Decker, 1993.

[62] Thierry Blaszka and Rachid Deriche. A model based method for characterization and location of curved image features. In *ICIAP*, pages 77–82, 1995.

[63] R. van den Boomgaard. *Mathematical Morphology : Extensions towards Computer Vision.* PhD thesis, Amsterdam University, The Netherlands, Mars 1992.

[64] J. Boussisnesq. Essai sur la théorie des eaux courantes. In *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences*, chapter Disgression sur les thalwegs et les faites à la surface du sol et sur leur rapports avec les lignes des déclivités minima, pages 162–178. Institut de France, 1872.

[65] Eric Bouvier. *Application des systèmes de particules à l'animation des mouvements de foules.* PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, avril 1997.

[66] R. W. Brockett and P. Maragos. Evolution equations for continuous-scale morphological filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(12) :3377–3386, 1994.

[67] Anna R. Bruss. *Shape from shading*, chapter The Eikonal equation : some results applicable to computer vision, pages 69–87. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1989.

[68] J. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 8(No. 6) :679–698, November 1986.

[69] A. Cayley. On contour and slope lines. *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and J. of Science*, 18(120) :264–268, 1859.

[70] R. Cerf. Asymptotic convergence of genetic algorithm. *Adv. in Appl. Probab.*, 30(2) :521–550, 1998.

[71] Y.-J. Chiang, T. Lenz, X. Lu, and G. Rote. Simple and optimal output-sensitive construction of contour trees using monotone paths. *Computational Geometry : Theory and Applications*, 30(2) :165–195, 2005. Special Issue for EuroCG '03.

[72] E. Cohen. Computer animations of quantum field theories. *Computer Physics Communications*, 70 :441–446, 1992.

[73] M. Couprie. Notions et opérateurs topologiques pour le traitement d'images. Mémoire d'habilitation à diriger les recherches, Université Marne-la-vallée, juin 2004.

[74] M. Couprie and G. Bertrand. Topological grayscale watershed transform. In *SPIE Vision Geometry V Proceedings*, volume 3168, pages 136–146, 1997.

[75] X. Daragon, M. Couprie, and G. Bertrand. Derived neighborhoods and frontier orders. *Discrete Applied Mathematics*, 147(2-3) :227–243, 2005. Special issue on DGCI.

[76] X. Daragon, M. Couprie, and G. Bertrand. Discrete surfaces and frontier orders. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 23 :379–399, 2005.

[77] M. de Saint-Venant. Surfaces à plus grande pente constituées sur des lignes courbes. *Bulletin de la soc. philomath. de Paris*, pages 24–30, Mar. 1852.

[78] R. Deriche. Using canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, 1(2) :167–187, Jun 1987.

[79] Rachid Deriche and Gerard Giraudon. A computational approach for corner and vertex detection. *Int. J. Comput. Vision*, 10(2) :101–124, 1993.

[80] E.R. Dougherty and R.A. Lotufo. *Hands-on Morphological Image Processing.* SPIE Press, 2003.

[81] L. Doyen. Filippov and invariance theorems for mutational inclusions of tubes. *Set-Valued Analysis*, 1 :289–303, 1993.

[82] L. Doyen. Inverse functions theorems and shape optimisation. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 32(6) :1621–1642, November 1994.

[83] L. Doyen. Shape lyapunov functions and stabilization of reachable tubes of control problems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 184(2), June 1994.

[84] L. Doyen. Vision based control and mutational inclusions for tubes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 5 :99–109, 1995.

[85] D. Goldberg. *Genetic algorithm in search, optimisation and machine learning.* Addison-Wesley, 1989.

[86] P. Guillataud. *Contribution à l'analyse dendroniques des images.* PhD thesis, Université de Bordeaux I, 1992.

[87] P. Hanusse and P. Guillataud. Sémantique des images par analyse dendronique. In *8th Conf. Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle*, volume 2, pages 577–588, Lyon, 1992. AFCET.

[88] C. Harris and M. Stephens. A combined corner and edge detector. In *Proc. of 4th Alvey Vision Conf.*, pages 147–151, 1988.

[89] H.J.A.M Heijmans. *Morphological Image Operators.* Academic Press, 1994.

[90] H.J.A.M. Heijmans and C. Ronse. The algebraic basis of mathematical morphology I : dilations and erosions. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 50(3) :245–295, 1990.

[91] H.J.A.M. Heijmans and J. Serra. Convergence, continuity and iteration in mathematical morphology. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 3(1) :84–102, March 1992.

[92] R.W. Hockney and J.W. Eastwood. *Computer Simulation Using Particles.* IOP Publishing Ltd., 1988.

[93] R. Jones. Component trees for image filtering and segmentation. In *NSIP'97*, 1997.

[94] S. Kirkpatrick, S.D. Gelatt, and M.P. Vecchi. Optimisation by simulated annealing. *Science*, pages 671–680, 1983.

[95] C. Lemaréchal, R. Fjørtoft, P. Marthon, and E. Cubero-Castan. Comments on 'geodesic saliency of watershed contours and hierarchical segmentation'. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(7) :762–763, July 1998.

[96] D. Lopresty and G. Nagy. A tabular survey of automated table processing. In A.K. Chhabra and D. Dori, editors, *Graphics Recognition - Recent Advances*, Lecture Notes in Computer Sciences, pages 93–108. Springer, 2000.

[97] P. Maragos. Differential morphology and image processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(6) :922–937, 1996.

[98] P. Maragos and M. A. Butt. Curve evolution, differential morphology, and distance transforms applied to multiscale and eikonal problems. *Fundamenta Informaticae*, 41(1-2) :91–129, 2000.

[99] P. Maragos, M. A. Butt, and L. F.C. Pessoa. Two frontiers in morphological image analysis : Differential evolution models and hybrid morphological/linear neural networks. In *Proc. IntŠl Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision (SIBGRAPI-98)*, pages 10–17, Rio de Janeiro, Brazil, oct. 1998. Invited talk.

[100] G. Matheron. *Random Sets and Integal Geometry.* Wiley, New York, 1975.

[101] J. Mattes and J. Demongeot. Efficient algorithms to implement the confinement tree. In *9th Conf. on D.G.C.I.*, volume 1953 of *LNCS*, pages 392–405. Springer Verlag, 2000.

[102] J. Mattes, M. Richard, and J. Demongeot. Tree representation for image matching and object recognition. In G. Bertrand, M. Couprie, and L. Perroton, editors, *DGCI 99*, LNCS, pages 298–309, 1999.

[103] J. Mattioli. *Problèmes Inverses et Relations Différentielles en Morphologie Mathématique.* PhD thesis, Université Paris Dauphine, Paris, 1993.

[104] J.C. Maxwell. On hills and dales. *Philosophical Magazine*, December 1870.

[105] F. Meyer. Un algorithme optimal de ligne de partage des eaux. In *Actes du 8ème Congrès AFCET*, pages 847–859, Lyon-Villeurbanne, France, 1991.

[106] F. Meyer. Topographic distance and watershed lines. *Signal Processing*, 38(1) :113–126, July 1994. Special issue on Mathematical Morphology.

[107] F. Meyer. The dynamics of minima and contours. In R.W. Schafer P. Maragos and M.A. Butt, editors, *ISMM 3rd*, Computational Imaging and Vision, pages 329–336. Kluwer Academic Publishers, 1996.

[108] F. Meyer and S. Beucher. Morphological segmentation. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 1(1) :21–46, 1990.

[109] F. Meyer and P. Maragos. Multiscale morphological segmentations based on watershed, flooding, and eikonal pde. In Springer-Verlag, editor, *Proc. IntŠl Conf. on Scale-Space Theories in Computer Vision (SCALE-SPACE'99)*, volume 1682, pages 351–362, Corfu, Greece, 1999.

[110] P. Monasse. *Morphological representation of digital images and application to registration.* PhD thesis, Paris-Dauphine University, June 2000.

[111] L. O'Gorman and R. Kasturi. *Executive briefing : document image analysis.* IEEE Computer Society Press, 1997. ISBN 0-8186-7802-X.

[112] S.B. Pope. Pdf methods for turbulent reactive flows. *Progess in Energy and Combustion Sciences*, 11 :119–192, 1985.

[113] W.T. Reeves. Particle systems - a technique for modelling a class of fuzzy objects. *Computer Graphics*, 17(3) :359–376, 1983.

[114] K. Rhor. Properties of direct corner detectors. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 4 :139–150, 1994.

[115] S.V. Rice, G. Nagy, and T.A. Nartker. *Optical character recognition : an illustrated guide to the frontier.* International Series in Engineering and Computer Science. Kluwer Academic Publishers, 1999.

[116] J.B.T.M. Roerdink and A. Meijster. The watershed transform : Definitions, algorithms and parallelization strategies. *Fundamenta Informaticae*, 41 :187–228, 2000.

[117] C. Ronse. Why mathematical morphology needs complete lattices. *Signal Processing*, 21(2) :129–154, 1990.

[118] C. Ronse and H.J.A.M. Heijmans. The algebraic basis of mathematical morphology II : openings and closings. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing : Image Understanding*, 54(1) :74–97, 1991.

[119] Elisabeth Rouy and Agnès Tourin. A viscosity solutions approach to shape-from-shading. *SIAM J. Numer. Anal.*, 29(3) :867–884, 1992.

[120] P. Salembier, A. Oliveras, and L. Garrido. Anti-extensive connected operators for image and sequence processing. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 7(4) :555–570, April 1998.

[121] M. Schmitt. Response to the comment "geodesic saliency of watershed contours and hierarchical segmentation". *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(7) :764–767, July 1998.

[122] M. Schmitt and J. Mattioli. *Morphologie Mathématique*. Masson, Paris, 1994.

[123] M. Schmitt and L. Vincent. *Morphological image analysis : a practical and algorithmic handbook*. Cambridge University Press, 2006. To appear.

[124] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, London, 1982.

[125] J. Serra, editor. *Image Analysis and Mathematical Morphology. II : Theoretical Advances*. Academic Press, London, 1988.

[126] J. Serra. A lattice approach to image segmentation. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2006. to appear.

[127] J.A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge Monograph on Applied and Computational Mathematics. Cambridge University Press, 1999.

[128] P. Soille. *Morphological Image Analysis*. Springer-Verlag, 1999.

[129] J. Sokolowski and J.-P. Zolesio. *Introduction to shape optimization*. Springer-Verlag, 1992.

[130] T. Syeda-Mahmood. Extracting indexing keywords from image structures in engineering drawings. In *Proc. of ICDAR 99*, pages 471–474, 1999.

[131] L. Vincent and P. Soille. Watersheds in digital spaces : An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6) :583–598, June 1991.

[132] K.Y. Wong, R.G. Casey, and F.M. Wahl. Document analysis system. *IBM J. Res. Develop.*, 26(2) :647–656, 1982.