



HAL
open science

Estimation de l'état pour la surveillance des systèmes de grandes dimensions. Application aux réseaux électriques

Assem Thabet

► To cite this version:

Assem Thabet. Estimation de l'état pour la surveillance des systèmes de grandes dimensions. Application aux réseaux électriques. Automatique / Robotique. Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès, 2012. Français. NNT: . tel-00715651

HAL Id: tel-00715651

<https://theses.hal.science/tel-00715651>

Submitted on 9 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

République tunisienne
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et la recherche scientifique

Université de Gabès
École Doctorale de Gabès
École Nationale d'Ingénieurs de Gabès



Cycle de Formation Doctorale dans
la Discipline Génie Électrique

Thèse Doctorale

N° d'ordre:

THESE

Présentée à

de l'Ecole Nationale Des Ingénieurs de Gabès

en vue d'obtention de

DOCTORAT

en génie électrique par

ASSEM THABET

Estimation de l'état pour la surveillance des systèmes
de grandes dimensions. Application aux réseaux
électriques.

Soutenue le 14 Mars 2012 devant le jury composé de

| | |
|--|--------------------|
| Ridha BENABDENNOUR (Professeur, Université de Gabès) | Président |
| Lasâad SBITA (Maître de Conférence, Université de Gabès) | Rapporteurs |
| Moez FEKI (Maître de Conférence, Université de Sousse) | |
| Mohamed BOUTAYEB (Professeur, Université de Nancy) | Examineur |
| M.N ABDELKRIM (Professeur, Université de Gabès) | Examineur |
| Gaetan DIDIER (Maître de Conférence, Université de Nancy) | Examineur |

DEDICACES

En témoignage d'amour et d'affection

Je dédie ce travail

A mes parents

En signe de reconnaissance pour leurs sacrifices

A mes frères et ma fiancée Aicha

En connaissance de leur soutien moral continu

Et à tous mes amis

qu'ils trouvent dans ce travail le témoignage d'amour sincère, d'une estime profonde et d'une reconnaissance éternelle.

REMERCIEMENTS

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été menés à l'unité de Recherche Modélisation, Analyses et Commande des Systèmes (MACS) dirigée par Monsieur le Professeur **Mohamed Naceur ABDELKRIM** que je remercie pour la confiance qu'il m'a témoigné en m'accueillant dans son équipe de recherche.

Je tiens à remercier les membres du jury de thèse :

Monsieur **Ridha BENABDENNOUR**, Professeur à l'Université de Gabès et Directeur de l'unité de recherche CONPRI, d'avoir accepté de présider ce jury de thèse.

Monsieur **Lasâad SBITA**, Maître de Conférences à l'Université de Gabès, et Monsieur **Moez FKIH**, Maître de Conférences à l'Université de Sousse, pour avoir accepté de juger et d'enrichir ce travail en tant que rapporteurs.

Toute ma reconnaissance et ma gratitude vont à mes directeurs de thèse :

Monsieur **Mohamed BOUTAYEB**, Professeur à l'université de Nancy, et Monsieur **Gaetan DIDIER**, Maître de Conférences à l'Université de Nancy, pour avoir dirigé cette thèse et surtout cette thématique passionnante. La pertinence de leurs remarques, de leurs conseils, des échanges que nous avons pu avoir, a éclairé mon chemin durant ces trois ans de thèse. Je les remercie également pour leurs grandes qualités humaines.

Monsieur **Mohamed Naceur ABDELKRIM**, professeur à l'Université de Gabès, et Monsieur **Said CHNIBA**, Maître Assistant à l'Université de Gabès, pour avoir encadré ce travail de thèse. Je les remercie entre autres pour toute la rigueur qu'ils ont apporté, pour leurs conseils, pour l'enthousiasme insatiable dont ils font preuve pour la recherche.

Je remercie l'ensemble de mes collègues au MACS et à l'Institut Supérieur des Systèmes Industriels de Gabès (ISSIG), surtout : Rym, Ahmed, Anis, Messaoud, Habib, Monia, Asma, Majdi, Abdalah, .. pour leur soutien et leurs conseils. Je n'oublie pas mes amis à l'équipe de Longwy, notamment Lama, Mohamed, Ali, Arnaud, Bertrand,

Adrien, Asma, Zarrougui et Ibrahima...pour leur soutien et leurs conseils. Je remercie particulièrement Monsieur ***Kamel ABDEDAHIM, Michel ZASADZINSKI et Hugues RAFARALAHY*** pour leurs aides.

Une dernière pensée émue pour ma famille, en particulier mes parents qui me vouent une confiance inconditionnelle et qui m'ont toujours soutenus dans mes projets. Mes derniers mots iront à mes frères Khaled et Touhami et ma fiancée Aicha qui m'ont accompagné pendant cette thèse.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|-------------------------------------|-------------|
| REMERCIEMENTS | iv |
| TABLE DES MATIÈRES | vi |
| LISTE DES TABLEAUX | ix |
| LISTE DES FIGURES | x |
| LISTE DES ANNEXES | xiii |

1 : **CHAPITRE 1 : LES ASPECTS STATIQUES
ET DYNAMIQUES DANS LES RÉSEAUX
ÉLECTRIQUES** **1**

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Introduction | 1 |
| 1.2 | Modélisation des éléments constituant le réseau | 1 |
| | 1.2.1 Modèle de la ligne | 2 |
| | 1.2.2 Modèle du transformateur | 3 |
| 1.3 | Matrice d'admittance nodale | 5 |
| 1.4 | Aspect Statique | 6 |
| | 1.4.1 Notion de flux de puissance | 6 |
| | 1.4.2 Notion d'estimation d'état | 14 |
| 1.5 | Mode Dynamique | 25 |
| | 1.5.1 Modèle A | 28 |
| | 1.5.2 Modèle B | 29 |
| | 1.5.3 Modèle C | 30 |
| | 1.5.4 Diagramme de simulation dynamique | 30 |
| | 1.5.5 Exemple de simulation | 31 |
| 1.6 | Analyse de Stabilité | 34 |
| | 1.6.1 Stabilité des méthodes de calcul de flux de puissance | 34 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 1.6.2 | Stabilité des méthodes d'estimation d'état | 35 |
| 1.6.3 | Exemple d'application | 35 |
| 1.7 | Conclusion | 37 |
| 2 : | CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART SUR LES OBSERVATEURS D'ÉTAT NON LINÉAIRES | 38 |
| 2.1 | Introduction | 38 |
| 2.2 | Observabilité des systèmes non linéaires | 38 |
| 2.2.1 | Cas des systèmes continus | 39 |
| 2.2.2 | Cas des systèmes discrets | 41 |
| 2.3 | Estimation d'état : les différents types d'observateurs | 43 |
| 2.3.1 | Filtre de Kalman Etendu | 44 |
| 2.3.2 | Observateur de Thau | 45 |
| 2.3.3 | Observateur sous forme canonique | 48 |
| 2.3.4 | Observateur à Grand Gain | 51 |
| 2.3.5 | Observateur à entrée inconnue | 58 |
| 2.3.6 | Approche LMI | 60 |
| 2.4 | Conclusion | 63 |
| 3 : | CHAPITRE 3 : ESTIMATION D'ÉTAT ET DIAGNOSTIC DES RÉSEAUX ÉLEC- TRIQUES HT | 65 |
| 3.1 | Introduction | 65 |
| 3.2 | Modélisation dynamique du réseau | 65 |
| 3.2.1 | Transformation du modèle dynamique du réseau | 65 |
| 3.2.2 | Résultats de simulation du modèle dynamique | 68 |
| 3.3 | Synthèse de Filtre pour l'estimation d'état dynamique des réseaux élec- triques | 73 |
| 3.3.1 | Estimateur de Kalman Etendu (E.K.E) | 74 |
| 3.3.2 | Filtre de Kalman Etendu avec fenêtre de mesure glissante (F.K.E- MH) | 75 |

| | | |
|------------|---|------------|
| 3.3.3 | Analyse de la convergence | 79 |
| 3.3.4 | Résultats de Simulation pour l'estimation d'état | 83 |
| 3.4 | Diagnostic des réseaux électriques | 92 |
| 3.4.1 | Introduction | 92 |
| 3.4.2 | Méthodes de Diagnostic | 92 |
| 3.4.3 | Résultats de Simulation pour la détection des défauts | 95 |
| 3.4.4 | Localisation et Estimation des défauts dans les réseaux électriques | 100 |
| 3.5 | Conclusion | 119 |
| 4 : | CHAPITRE 4 : APPLICATION SUR UN | |
| | RÉSEAU TEST 5 NOEUDS | 120 |
| 4.1 | Introduction | 120 |
| 4.2 | Présentation du réseau | 120 |
| 4.3 | Modèle dynamique du réseau | 121 |
| 4.4 | Estimation d'état | 123 |
| 4.5 | Détection, Localisation et Estimation des défauts | 127 |
| 4.5.1 | Détection et Localisation | 127 |
| 4.5.2 | Estimation des défauts | 131 |
| 4.6 | Conclusion | 133 |
| | BIBLIOGRAPHIE | 137 |
| | <i>Annexe</i> | 147 |
| I.1 | Réseau test 3 noeuds | xviii |
| I.2 | Réseau test 13 noeuds | xix |
| | RÉSUMÉ | xxi |

LISTE DES TABLEAUX

| | | |
|-------|---|-----|
| 1.I | Type des noeuds dans un réseau électrique | 7 |
| 1.II | Comparaison des Performances des méthodes d'estimation d'état | 25 |
| 1.III | Valeurs des grandeurs σ , d et g des phases et leur influence sur les tensions nodales | 36 |
| 1.IV | Valeurs des grandeurs σ , d et g des tensions et leur influence sur les phases | 36 |
| 1.V | Valeurs des grandeurs σ , d et g des tensions nodales et des phases estimées | 37 |
| 3.I | erreur relative (%) et temps de calcul | 72 |
| 3.II | erreur relative (%) et temps de calcul avec des valeurs initiales aléatoires | 90 |
| 3.III | convergence (%) avec des valeurs initiales aléatoires | 91 |
| 3.IV | Erreur relative (%) avec valeurs initiales aléatoires | 92 |
| 3.V | Taux (%) de détection des défauts | 99 |
| 3.VI | convergence (%) avec des valeurs initiales aléatoires | 107 |
| 3.VII | erreur relative (%) avec variation aléatoire de l'état initial | 118 |
| 4.I | Caractéristiques des liaisons électriques entre noeuds | 121 |
| 4.II | Caractéristiques des Puissances et des Tensions des noeuds | 121 |
| I.I | Tableau de Puissances | xx |
| I.II | Données des Lignes | xx |

LISTE DES FIGURES

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Topologies des réseaux électriques | 2 |
| 1.2 | Modèle en π d'une ligne électrique | 3 |
| 1.3 | Schéma équivalent d'un transformateur : Modèle en π | 4 |
| 1.4 | Calcul de V_2 (KV) | 12 |
| 1.5 | Calcul de ΔP_2 (MW) | 12 |
| 1.6 | Calcul de ΔQ_2 (MVAR) | 13 |
| 1.7 | Variation du temps de calcul (s) | 13 |
| 1.8 | Evolution de \hat{V}_1 avec AMC, MLS et FDE | 23 |
| 1.9 | Evolution de \hat{V}_1 avec MS2 ($n_{MS2} = 1,4$) | 24 |
| 1.10 | Schéma de principe du diagramme de simulation dynamique | 31 |
| 1.11 | Réseau test 5 noeuds | 31 |
| 1.12 | Evolution de l'angle de rotation mécanique δ_2 au noeud générateur 2 | 32 |
| 1.13 | Variation de la tension nodale V_3 au noeud charge 3 | 33 |
| 1.14 | Variation de l'écart de puissance active au noeud charge 3 ΔP_3 | 33 |
| | | |
| 2.1 | Evolution de la sortie $y = \sin(x)$ | 47 |
| 2.2 | Diagramme fonctionnel d'un observateur à grand gain | 52 |
| | | |
| 3.1 | Evolution de $\det(g_{x_a})$ en OM et DM | 70 |
| 3.2 | Evolution de la vitesse angulaire mécanique du noeud générateur 3 ($x_2(k)$) | 70 |
| 3.3 | Evolution de la tension nodale au noeud charge 2 ($x_4(k)$) | 71 |
| 3.4 | Evolution de la tension au noeud 1 : $V_1(k)$ | 73 |
| 3.5 | Evolution du rang de la matrice d'observabilité : $\text{rang}(O_{3\text{noeuds}}^{(k-4,k)})$ | 83 |
| 3.6 | Evolution de l'erreur d'estimation | 84 |
| 3.7 | Evolution de la tension nodale estimée au noeud 2 : $\hat{V}_2(k) = \hat{x}_4(k)$ | 85 |
| 3.8 | Evolution de $\hat{\omega}_3(k) = \hat{x}_2(k)$ au noeud 3 | 85 |
| 3.9 | Evolution de la tension nodale estimée au noeud 2 : $\hat{V}_2(k) = \hat{x}_4(k)$ | 86 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.10 | Evolution du <i>rang</i> de la matrice d'observabilité : $\text{rang}(O_{13\text{noeuds}}^{(k-13,k)})$ | 87 |
| 3.11 | Evolution de $(\hat{V}_1(k) - V_{1\text{reelle}}(k))$ avec OM et DM | 88 |
| 3.12 | Evolution de T_1 and $T_2 + T_3$ dans OM | 89 |
| 3.13 | Variation de $\ x^{\text{rel}} - \hat{x}\ $ avec OM | 90 |
| 3.14 | Variation de $\ x^{\text{rel}} - \hat{x}\ $ avec DM | 91 |
| 3.15 | Evolution de $\hat{V}_2(k)$ | 96 |
| 3.16 | Evolution de $\hat{V}_2(k)$ | 97 |
| 3.17 | Variation de residu r_k | 97 |
| 3.18 | Variation de résidu r_k | 98 |
| 3.19 | Schéma de principe de FDI | 104 |
| 3.20 | Evolution de $r(k)$ par le F.K.E-MH | 108 |
| 3.21 | Evolution des résidus par les U.I.E.K.Fs | 108 |
| 3.22 | Evolution de $r(k)$ par le F.K.E-MH | 109 |
| 3.23 | Evolution des résidus par les U.I.E.K.Fs | 109 |
| 3.24 | Evolution de $r(k)$ par E.K.F-MH | 110 |
| 3.25 | Evolution des résidus par U.I.E.K.Fs | 110 |
| 3.26 | Evolution de $r(k)$ par le F.K.E-MH | 111 |
| 3.27 | Evolution des résidus par les U.I.E.K.Fs | 111 |
| 3.28 | Evolution du <i>rang</i> de la matrice d'observabilité : $\text{rang}(O_{3\text{noeuds}}^{(k-4,k)})$ | 114 |
| 3.29 | Evolution de $\ x^{\text{rel}} - \hat{x}^a\ $ avec l'E.K.F | 115 |
| 3.30 | Evolution de $\ x^{\text{rel}} - \hat{x}^a\ $ avec le F.K.E-MH | 115 |
| 3.31 | Evolution de $\hat{\chi}(k)$ (cas 1) | 116 |
| 3.32 | Evolution de $\hat{\chi}(k)$ (cas 2) | 117 |
| 3.33 | Evolution de $\hat{\chi}(k)$ (cas 3) | 118 |
| 4.1 | Réseau Test 5 Noeuds | 120 |
| 4.2 | Schéma Simulink du réseau test 5 noeuds | 123 |
| 4.3 | Evolution de la puissance de sortie estimée ($\hat{P}_{2,3}$ avec OM et DM) | 124 |
| 4.4 | Evolution de $\hat{P}_{2,3}$ utilisant les modèles OM et DM | 125 |
| 4.5 | Evolution de l'erreur d'estimation | 125 |

| | | |
|------|--|-------|
| 4.6 | Evolution de $\hat{\theta}_4$ | 126 |
| 4.7 | Evolution des residus générés par le F.K.E, l'E.K.E et le F.K.E-M.H | 128 |
| 4.8 | Evolution du residu généré par le F.K.E-M.H (1 ^{er} défaut) | 129 |
| 4.9 | Evolution des résidus générés par les U.I.E.K.Fs | 130 |
| 4.10 | Evolution du résidu généré par le F.K.E-M.H | 130 |
| 4.11 | Evolution des résidus générés par les U.I.E.K.Fs | 131 |
| 4.12 | Evolution de $\hat{\chi}(k)$ générés par l'E.K.E et le F.K.E-MH | 132 |
| 4.13 | Evolution de $\hat{\chi}(k)$ généré par le F.K.E-MH | 133 |
| I.1 | Schéma du réseau test 3 noeuds | xviii |
| I.2 | Schéma du réseau test 13 noeuds | xix |

LISTE DES ANNEXES

I : Annexe 1 xviii

LISTE DES ACRONYMES

| | |
|-----------|---|
| FP | Flux de puissance (en anglais Load Flow) |
| OLF | Optimal Load Flow (Flux de puissance Optimale) |
| PL | Programmation Linéaire |
| DAE | Equations Algébro-Différentielles |
| ODE | Equations Différentielles Ordinaires |
| LMI | Inégalité Matricielle Linéaire |
| OM | Modèle Ordinaire |
| DM | Modèle Découplé |
| F.K.E | Filtre de Kalman Etendu |
| E.K.E | Estimateur de Kalman Etendu |
| F.K.E-MH | Filtre de Kalman Etendu avec fenêtre de mesures glissante |
| U.I.E.K.F | Filtre de Kalman Etendu à entrées inconnues |
| U.I.K.F | Filtre de Kalman à entrées inconnues |

INTRODUCTION

En automatique moderne, l'analyse et le contrôle/diagnostic/surveillance/commande du comportement dynamique d'un procédé réel sont souvent fondés sur l'utilisation de modèles de nature non linéaire. La non linéarité est due soit à la complexité des phénomènes décrits, soit à la nature des bouclages utilisés. En effet, et même si on se contente d'un modèle linéaire, le respect de certaines contraintes pratiques (saturation, hystérésis,...) mène à des systèmes bouclés qui sont non linéaires. Actuellement, dans la littérature, plusieurs classes de systèmes ont été étudiées : les systèmes bilinéaires, les systèmes à paramètres variant par rapport au temps (LPV), les systèmes homogènes, etc. Après la phase de modélisation/identification, l'étape d'estimation de l'état du système est fondamentale pour le diagnostic et la surveillance. En effet, l'état du système n'est pas toujours complètement accessible et ceci est dû essentiellement à deux raisons. D'une part, en raison des contraintes technologiques, dont on ne dispose pas toujours de capteurs pour mesurer certaines grandeurs physiques. D'autre part, pour des contraintes économiques, dont on cherche à minimiser le coût en s'affranchissant de certains capteurs. L'estimation de la partie non mesurée de l'état s'effectue à travers un observateur. Au cours des dernières décennies, le problème de la synthèse des observateurs a suscité l'intérêt de beaucoup de chercheurs et a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. La synthèse des observateurs dépend essentiellement de la classe de systèmes considérée (systèmes bilinéaires, systèmes singuliers, LPV, etc.) et du type de l'observateur (observateurs d'ordre plein, observateurs fonctionnels, filtre de Kalman, etc.) selon l'objectif recherché.

Ce travail de thèse est une contribution au problème d'estimation d'état et de diagnostic des systèmes complexes qui se traduit par les réseaux électriques et par suite la synthèse d'observateurs ou filtre dont l'objectif est double : théorique et applicatif. En effet, malgré une littérature abondante concernant la théorie de l'estimation linéaire, on trouve peu de résultats concernant les systèmes non linéaires de grandes dimensions. Ces derniers, à travers des problématiques telles que l'analyse et la synthèse des ré-

seaux de communication, des réseaux électriques, des réseaux de transports de matière ou des systèmes énergétiques, sont devenues une préoccupation majeure et un des axes de recherche les plus explorés. Un des objectifs de ce travail est de faire la modélisation, l'analyse et la synthèse d'estimateurs d'état afin de surveiller le comportement des réseaux électriques. En effet, il est très difficile, voir impossible, (pour des raisons d'accessibilité, techniques et/ou de coût) de mesurer le nombre excessif des variables d'état dans un système de grandes dimensions. Il est donc important de développer des capteurs logiciels pouvant produire une estimation fiable des variables nécessaires pour le diagnostic mais également pour la commande.

Premièrement, nous proposons des généralisations de certains résultats, à caractère théorique, de la littérature de deux aspects fondamentaux d'un réseau électrique : statique / algébriques (flux de puissance et estimation d'état) et celui dynamique, tout en établissant dans un premier temps des extensions et des modifications des méthodes utilisées, en se basant sur la minimisation de temps de calcul, et dans un deuxième temps un nouveau modèle dynamique se basant sur les techniques de transformations des systèmes algèbro-différentiels non linéaires à des systèmes d'équations différentielles non linéaires ordinaire en vérifiant la propriété d'index 1.

Deuxièmement, et en se basant sur les résultats à caractère théorique, nous développons des nouvelles techniques de filtrage pour estimer les différentes grandeurs physiques du réseau électriques en vue du diagnostic ou de la commande. Il s'agit en particulier de diagnostiquer, localiser géographiquement et estimer quelques défauts critiques ; tel que le court-circuit, perte de puissance d'alternateur et la coupure des lignes de transport et qui sont des sources de dysfonctionnement pour le réseau avec une application pour la validation des techniques développées.

Notre travail est organisé de la façon suivante :

Dans le **premier chapitre**, on aborde le problème de modélisation des réseaux électriques. On présente les deux aspects de base des réseaux : Statique et Dynamique. La notion Statique (ou algébrique) se base sur deux problématiques, qui sont le calcul de

répartition de charges (ou load flow) et l'estimation d'état statique. L'aspect dynamique se base sur une modélisation à travers les équations algébro-différentielles non linéaires tout en validant les méthodes et les techniques déjà utilisées ainsi que des versions modifiées qu'on a développées.

Le **chapitre 2** introduit le problème d'estimation d'état et donne par suite un état de l'art sur l'estimation d'état des systèmes non-linéaires suivant une représentation d'état spécifiques. Ainsi, des méthodes concernant l'observabilité des systèmes non-linéaires sont exposées.

Le **chapitre 3** est dédié à adopter un modèle dynamique proposé des réseaux électriques en se basant sur des techniques des transformations et principalement la propriété d'index 1. Par suite la synthèse d'un filtre pour l'estimation d'état, et dans ce sens nous présentons un nouveau filtre de kalman en se basant sur l'ajout d'une fenêtre des mesures glissante pour la détection et l'estimation avec une autre version à entrées inconnues pour la localisation géographique des défauts tout en étudiant la convergence et la stabilité locale.

Dans le **chapitre 4**, on propose une application des méthodes, techniques et algorithmes développés sur un réseau Test 5 noeuds tout en utilisant l'environnement *Simulink* et la bibliothèque *SimPowerSystems* de *MATLAB*[®] pour prouver la faisabilité des méthodes étudiées pour une application temps réel en utilisant surtout les cartes DSP.

CHAPITRE 1 : LES ASPECTS STATIQUES ET DYNAMIQUES DANS LES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

1.1 Introduction

Certains auteurs qualifient le réseau électrique comme étant le circuit le plus grand jamais inventé par l'homme. Un circuit dont les éléments (centrales, lignes,...jusqu'aux appareils les plus élémentaires de consommation d'énergie électrique) se situent et s'étendent à l'échelle de continents entiers [1]. C'est cette étendue, en effet, qui pose la difficulté de pouvoir prévoir le comportement et étudier le fonctionnement d'une machine aussi gigantesque et comment l'exploiter dans les conditions les plus optimales ? C'est pourquoi il est vite apparu indispensable de développer des modèles du système en question. Modèles nécessairement réduits qui soient fidèles au comportement, statique et dynamique, du réseau réel afin de permettre son étude et son exploitation.

Dans ce chapitre, on présente, en effet, ces deux aspects. On donnera un aperçu sur le calcul de répartition de charge et l'estimation d'état pour le comportement statique et un aperçu sur la modélisation sous forme des équations algèbro-différentielles pour le comportement dynamique du réseau. La formulation de ces aspects en modèles mathématiques permet leur compréhension et leur résolution d'une façon simple. Il est évident que ces aspects dépendent du modèle global établi qui, lui même, dépend du modèle élémentaire de chaque élément constituant le réseau.

1.2 Modélisation des éléments constituant le réseau

Dans ce paragraphe on se limite à la présentation du modèle de la ligne et du transformateur car ces sont les éléments essentiels du réseau et qui posent le plus de difficulté. En effet, c'est eux qui assurent la liaison de tous les éléments du réseau et par lesquels transite la totalité de l'énergie électrique.

Cette modélisation, souvent prise en fonctionnement triphasé symétrique, repose sur plu-

sieurs hypothèses :

- Tous les éléments sont triphasés et équilibrés.
- Les influences entre les différents éléments ne sont pas prises en compte.

Ainsi le modèle du réseau triphasé se réduit à un modèle monophasé équivalent. Les lignes électriques sont représentées par des quadripôles équivalents à constantes concentrées. Les transformateurs du réseau sont modélisés par leur schéma équivalent monophasé.

Deux topologies de réseaux sont alors utilisés (Figure 1.1) :

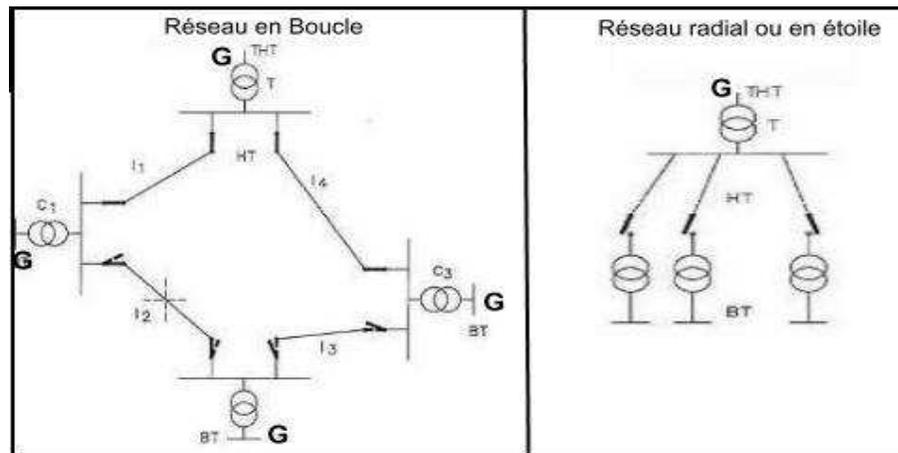


Fig. 1.1: Topologies des réseaux électriques

La topologie en boucle est la plus utilisée car la topologie radiale pose le problème de continuité d'alimentation d'énergie en cas de défaillance (coupure de la ligne).

1.2.1 Modèle de la ligne

Dans la littérature le modèle souvent évoqué (entre deux noeuds i et j) est celui d'un quadripôle en π (Figure 1.2), ayant comme éléments une impédance série ou longitudinale (z_{ij}) et une admittance en dérivation ou transversale (y_{ij0}) [1] :

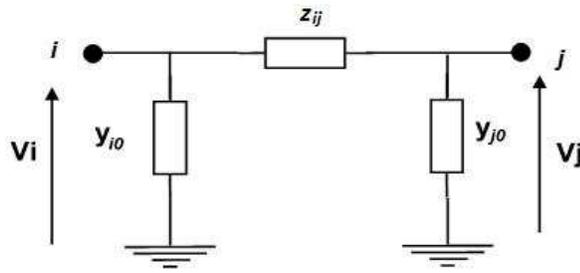


Fig. 1.2: Modèle en π d'une ligne électrique

L'expression complexe de l'impédance série est donnée par l'équation suivante :

$$\underline{z}_{ij} = r_{ij} + jx_{ij}$$

avec :

$$\frac{1}{\underline{z}_{ij}} = \underline{y}_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} - j \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} = g_{ij} + jb_{ij}$$

$$\underline{y}_{ij0} = \frac{g_{ij0} + jb_{ij0}}{2}$$

Où :

- r_{ij} est la résistance série équivalente de la ligne.
- x_{ij} est la réactance inductive équivalente de la ligne.
- g_{ij0} conductance transversale équivalente de la ligne côté noeud i .
- b_{ij0} susceptance capacitive de la ligne côté noeud i .

1.2.2 Modèle du transformateur

Le modèle souvent utilisé du transformateur entre les noeuds i et j est donné dans un système normalisé (système "per unit"). La figure 1.3 suivante donne le schéma de ce modèle :

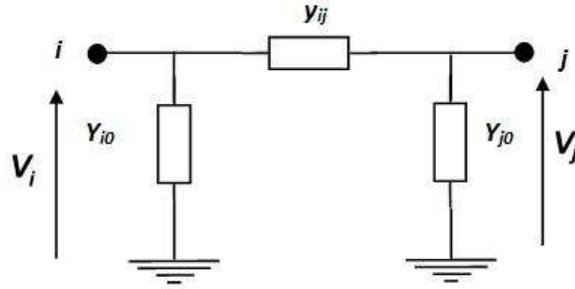


Fig. 1.3: Schéma équivalent d'un transformateur : Modèle en π

Avec :

$$\begin{aligned} \underline{y}_{ij} &= \underline{y}_t N_{ij} \\ \underline{Y}_{i0} &= \underline{y}_t (1 - N_{ij}) + \frac{\underline{y}_{ij0}}{2} \\ \underline{Y}_{j0} &= \underline{y}_t N_{ij} (N_{ij} - 1) + N_{ij}^2 \frac{\underline{y}_{ij0}}{2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Où :

- z_t est l'impédance équivalente série donnée par $z_t = r_t + jx_t$ (avec $|z_t| = \frac{v_{cc} V_{ni}^2}{100 S_n}$) et $y_t = \frac{1}{z_t}$ l'admittance série ;
- r_t : résistance équivalente du transformateur donnée par $r_t = \Delta P_c \frac{V_{ni}^2}{S_n^2} 10^{-3}$;
- x_t : réactance inductive équivalente du transformateur donnée par $x_t = \sqrt{z_t^2 - r_t^2}$;
- v_{cc} : tension de court-circuit en p.u ;
- S_n : puissance apparente nominale du transformateur ;
- V_{ni} : tension simple nominale du transformateur ;
- ΔP_c : pertes actives de puissance dans les enroulements du transformateur ;
- y_{ij0} : l'admittance en dérivation donnée par $\underline{y}_{ij0} = g_{ij0} + j b_{ij0}$ avec : $b_{ij0} = -\frac{i_0 S_n}{100 V_{ni}^2}$ et $g_{ij0} = \Delta P_f \frac{10^{-3}}{V_{ni}^2}$;
- i_0 : courant de magnétisation à vide du transformateur en p.u ;
- ΔP_f : pertes actives à vide du transformateur ;

- $N_{ij} = \frac{V_i}{V_j}$: le rapport nominale de transformation.

Cette étape de modélisation de la ligne et ses éléments est essentielle pour le calcul des équations principales du réseau particulièrement la matrice d'admittance nodale.

1.3 Matrice d'admittance nodale

Cette matrice est l'élément de base pour l'étude des différents aspects liés au fonctionnement du réseau électrique. C'est l'expression :

$$[\underline{Y}_{nn}][\underline{V}_n] = [\underline{I}_n] \quad (1.2)$$

où :

- n est le nombre des noeuds du réseau ;
- $[\underline{I}_n]$ est le vecteur courants dans les noeuds ;
- $[\underline{V}_n]$ est le vecteur tensions nodales ;
- $[\underline{Y}_{nn}]$ est la matrice d'admittance nodales ayant comme termes :

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{ii} &= \sum_{j=1}^n (y_{ij} + y_{ij_0}) = G_{ii} + jB_{ii} \\ \underline{Y}_{ij} &= -y_{ji} = G_{ij} + jB_{ij} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Les règles générales d'écriture directe de la matrice $[\underline{Y}_{nn}]$ sont :

- \underline{Y}_{ii} est l'admittance propre associée au noeud i . Elle est égale à la somme des admittances des branches incidentes à ce noeud.
- \underline{Y}_{ij} est l'admittance de transfert associée aux noeuds i et j . Elle est égale à l'admittance de la branche qui joint ces deux noeuds changée de signe.

Après la présentation des modèles et de la matrice de l'admittance nodale du réseau, il devient accessible de présenter le fonctionnement de ce dernier dans ses aspects statique et dynamique.

1.4 Aspect Statique

Dans cet aspect deux modes fondamentaux sont à évoquer :

- Calcul de répartition de charge (communément appelée "flux de puissance" ou en anglais "Load Flow").
- Estimation d'état statique.

1.4.1 Notion de flux de puissance

Une présentation de cette notion de flux de puissance [2] dans ces aspects mathématiques, algorithmiques [1] [3] et de simulation sont données dans ce paragraphe. Ceci est directement lié au topologie du réseau et au nombre de noeuds qui le constitue. Un exemple d'application sur un réseau test trois noeuds selon la standard IEEE sera présenté.

1.4.1.1 Notion de Noeuds

La gestion du réseau électrique par l'utilisation de son schéma équivalent en π passe nécessairement par la gestion du flux de puissance transitant par les noeuds. Ces derniers sont l'élément de départ de chaque étude du réseau.

L'état électrique d'un noeud est caractérisé par 4 variables : Tension et Phase (V_i, θ_i) et les puissances active et réactive (P_i, Q_i). Selon le type de noeud, deux variables sont données, les deux autres restent à déterminer [1]. On définit alors deux types de noeuds :

- **Noeuds charges** : (Noeud PQ) : Noeud pour lequel les puissances active et réactive (P, Q) sont toujours données. La tension en module et en phase (V, θ) sont à calculer.
- **Noeuds générateur** : (Noeud PV) : Noeud pour lequel la puissance active et le module de tension sont données. La puissance réactive et la phase (Q, θ) sont à déterminer.

D'autres combinaisons sont possibles. On évoque les noeuds bilan et les noeuds à tension contrôlée. Le tableau 1.I suivant présente l'ensemble des noeuds pouvant être utilisées dans un réseau électrique. Rappelons que l'usage des grandeurs nodales impose un signe

| | Grandeurs connues | Grandeurs à calculer |
|----------------------------|-------------------|----------------------|
| Noeud bilan | $ V , \theta = 0$ | P, Q |
| Noeuds charges | P, Q | $ V , \theta$ |
| Noeuds générateurs | $ V , P$ | θ, Q |
| Noeuds à tension contrôlée | $ V , P, Q$ | θ, N_{ij} |

Tab. 1.I: Type des noeuds dans un réseau électrique

positif pour les puissances actives des générateurs et négatif pour les charges.

Le traitement mathématique pour un réseau électrique de N -noeuds passe par l'établissement de $2N$ équations algébriques.

1.4.1.2 Aspects mathématiques

Selon le modèle donné par la figure 1.2 du paragraphe *Modèle de la ligne* on peut écrire :

$$\begin{aligned} \underline{V}_i &= V_i e^{j\theta_i} \\ \underline{V}_j &= V_j e^{j\theta_j} \end{aligned} \quad (1.4)$$

avec θ étant le déphasage entre la tension et le courant dans le noeud.

Les expressions des puissances active P_{ij} et réactive Q_{ij} de transit en i sur une liaison $i - j$ sont données par les relations ci-dessous [4] [5] :

$$\begin{aligned} P_{ij} &= V_i^2 G_{ij} + V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \\ Q_{ij} &= -V_i^2 B_{ij} - V_i V_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \end{aligned} \quad (1.5)$$

De même les expressions des puissances nodales active P_i et réactive Q_i sont les suivantes :

$$\begin{aligned} P_i &= V_i \sum_{j=1}^n V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \\ Q_i &= -V_i \sum_{j=1}^n V_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \end{aligned} \quad (1.6)$$

La puissance dans un noeud i doit vérifier l'expression suivante :

$$P_i - \sum_{j \in v(i)} P_{ij} = 0$$

Où $v(i)$ est le sous-ensemble des noeuds raccordés au noeud i .

De même pour la puissance réactive :

$$Q_i - \sum_{j \in v(i)} Q_{ij} = 0$$

1.4.1.3 Méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson est la plus utilisée pour la résolution d'un système de $2N$ équations établit pour le réseau. Dans le cas d'un système d'équations non linéaires, on peut appliquer la méthode de Newton-Raphson de la façon suivante [6]. Soit le système à résoudre ($n = 2N$) :

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = Y_1 \\ \dots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) = Y_n \end{cases} \quad (1.7)$$

Le principe de cette méthode consiste à supposer qu'à partir d'un ensemble de valeurs initiales x_1^0, \dots, x_n^0 , on cherche les variations dx_1, \dots, dx_n qui satisfont les relations du système ci dessus. L'application de la formule de Taylor permet de simplifier les expressions obtenues en permettant d'écrire la forme matricielle suivante :

$$[f(X^0 + dX)] = [f(X^0)] + [J(X^0)][dX] = [Y] \quad (1.8)$$

Où : $[J] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]$; $i, j = 1, \dots, n$ est la matrice Jacobienne.

Pour un réseau où en supposant P_i et Q_i sont connues, on calcul les écarts ΔV_i et $\Delta \theta_i$ permettant d'annuler les écarts des puissances active et réactive.

Soient :

$$\begin{aligned} P_i^{imp} - P_i &= \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial V_j} \Delta V_j + \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j \right) \\ Q_i^{imp} - Q_i &= \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \Delta V_j + \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Le temps de calcul peut être réduit si on exprime les inconnues par $\Delta \theta_i$ et $\frac{\Delta V_i}{V_i}$.

Les expressions des dérivées partielles se déduisent immédiatement des relations (1.10) suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} &= H_{ii} = -Q_i - B_{ii} V_i \\ \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} &= H_{ij} = V_i V_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \\ \frac{\partial P_i}{\partial V_i} V_i &= N_{ii} = G_{ii} V_i + P_i \\ \frac{\partial P_i}{\partial V_j} V_j &= N_{ij} = V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} &= J_{ii} = P_i - G_{ii} V_i \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} &= J_{ij} = -N_{ij} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} V_i &= L_{ii} = Q_i - B_{ii} V_i \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} V_j &= L_{ij} = H_{ij} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Ce qui donne le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Avec :

$$[J_1] = \left[\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \right]; [J_2] = \left[\frac{\partial P_i}{\partial V_j} V_j \right]; [J_3] = \left[\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \right]; [J_4] = \left[\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} V_j \right] \quad (1.12)$$

où : $i, j = 1, 2, \dots, N$

L'algorithme est résolu en suivant ces étapes :

1. Calcul des puissances nodales P_i , Q_i et par la suite ΔP_i , ΔQ_i d'après l'équation (1.9).
2. Calcul de la matrice jacobienne J (équation 1.11).
3. Détermination de $\Delta \theta_i$ et $\frac{\Delta V_i}{V_i}$.

4. Mise à jour des phases (θ^{i+1}) et des tensions nodales (V^{i+1}) par :

$$\begin{aligned} V^{(i+1)} &= V^{(i)} + \Delta V^{(i)} \\ \theta^{(i+1)} &= \theta^{(i)} + \Delta \theta^{(i)} \end{aligned}$$

5. Vérification de la condition de convergence de cet algorithme aboutissant à $\Delta P^{(i)}, \Delta Q^{(i)} \leq \varepsilon$, Sinon retour à l'étape 1.

1.4.1.4 Méthodes Découplées

L'objectif de cette méthode étant le même que la méthode précédente, celle ci a l'avantage de réduire le temps de calcul [7] mais l'inconvénient quelle ne soit applicable pour les réseaux hautes tension.

Dans un réseau à haute tension, il est connue que les phases régissent essentiellement la circulation des puissances actives et que les modules des tensions nodales sont principalement dépendants de la circulation des puissances réactives. Dans ces conditions, ceci conduit à l'annulation des sous matrices $[J_2]$ et $[J_3]$ dans le système 1.11, ce qui permet l'obtention de deux systèmes dont la dimension de la matrice à inverser est quatre fois plus petite :

$$\begin{aligned} [\Delta \theta] &= [J_1]^{-1} [\Delta P] \\ \left[\frac{\Delta V}{V} \right] &= [J_4]^{-1} [\Delta Q] \end{aligned} \quad (1.13)$$

Pour encore réduire d'avantage le temps de calcul, notamment dans l'étude répétée de sécurité $N - 1$ (perte d'un élément de production ou de transmission), une méthode dite "rapide" est proposée [1]. Les éléments des matrices $[J_1]$ et $[J_4]$, dans ce cas sont simplifiés en négligeant les parties réelles des admittances des lignes en assimilant le *sinus* de la différence des phases entre noeuds à zéro et la différence d'angle de *cosinus* à l'unité, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} [\Delta \theta] &= [B']^{-1} \left(\frac{\Delta P}{V} \right) \\ [\Delta V] &= [B'']^{-1} \left(\frac{\Delta Q}{V} \right) \end{aligned} \quad (1.14)$$

où : $B'_{ij} = B_{ij}$ (suceptance de la ligne ij) si $i \neq j$ et $B'_{ii} = -\sum_{j=1}^N B_{ij}$
 et, $B''_{ij} = B_{ij}$ si $i \neq j$ et $B''_{ii} = \left(-\sum_{j=1}^N B_{ij}\right) + 2B_{sii}$ (B_{sii} étant la suceptance shunt au noeud i).

Les matrices $[B']$ et $[B'']$ sont réelles et symétriques.

1.4.1.5 Exemple de simulation 1

Une application des méthodes décrites précédemment sur un réseau test 3 noeuds suivant le standard IEEE (voir annexe I) est présentée dans cet exemple. Le réseau test est composé de 2 noeuds générateurs. Le noeud 1 est pris comme noeud de référence et le noeud 2 comme noeud charge.

La formulation mathématique de cet exemple avec la méthode de Newton-Raphson (N-R) est alors :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & N_{22} & H_{23} \\ J_{22} & L_{22} & J_{23} \\ H_{32} & N_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \frac{\Delta V_2}{V_2} \\ \Delta \theta_3 \end{bmatrix}$$

Pour la méthode découplée ordinaire (M-D), on extrait directement les valeurs de J_1 et J_4 du jacobéen formé par la méthode de Newton.

Pour la méthode découplée rapide (M-D-R) on procède à la formulation suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2}{V_2} \\ \frac{\Delta P_3}{V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'_{22} & B'_{23} \\ B'_{32} & B'_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\left[\frac{\Delta Q_2}{V_2} \right] = B''_{22} \cdot \Delta V_2$$

Avec : $B'_{22} = 9.80198, B'_{23} = B'_{32} = -5.4455, B'_{33} = 12.25247$ et $B''_{22} = -\text{Im}(Y_{22}) = 0.043049$.

On choisit les valeurs initiales suivantes pour les tensions nodales et les phases :

$V_1 = 230KV, \theta_1 = 0, V_2^{(0)} = 220KV, \theta_2^{(0)} = 0$, et $V_3^{(0)} = 228KV, \theta_3^{(0)} = 0$; et on applique les algorithmes jusqu'à ce que $\Delta P^{(i)}, \Delta Q^{(i)} \leq \varepsilon = 0.05$.

Dans ce qui suit, on présente quelques courbes montrant l'évolution du calcul et la rapi-

dité de convergence obtenues par l'utilisation des algorithmes présentés ci-dessus pour quelques grandeurs : V_2 (Figure 1.4), ΔP_2 (Figure 1.5) et ΔQ_2 (Figure 1.6). La Figure 1.7 donne la variation de temps de calcul pour les méthodes de résolution utilisées. Dans toutes les figures (k) présente le nombre des itérations.

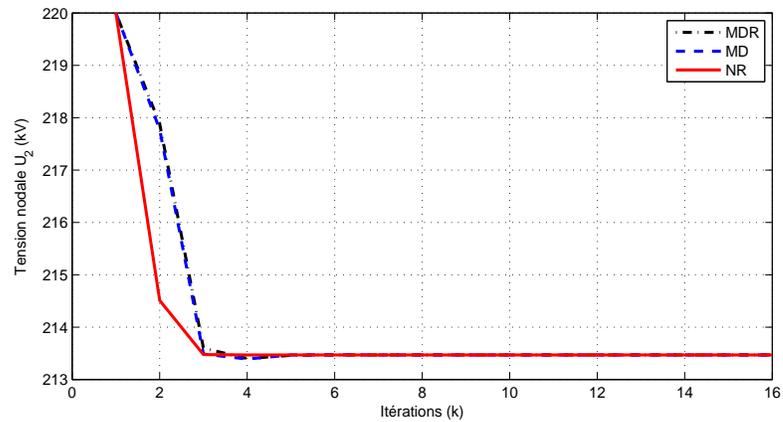


Fig. 1.4: Calcul de V_2 (KV)

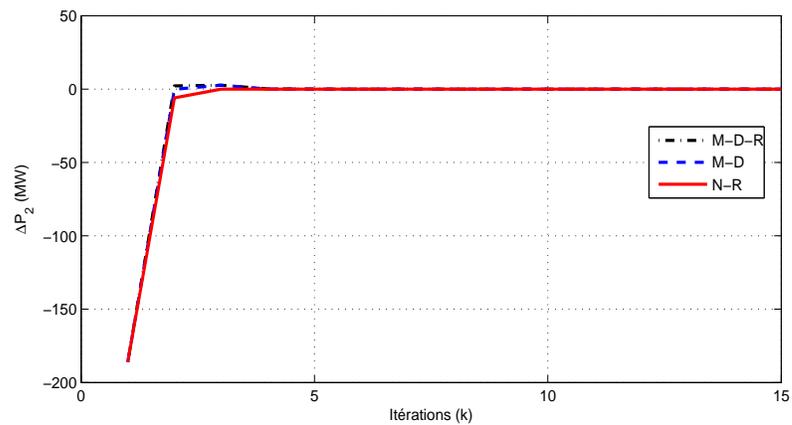


Fig. 1.5: Calcul de ΔP_2 (MW)

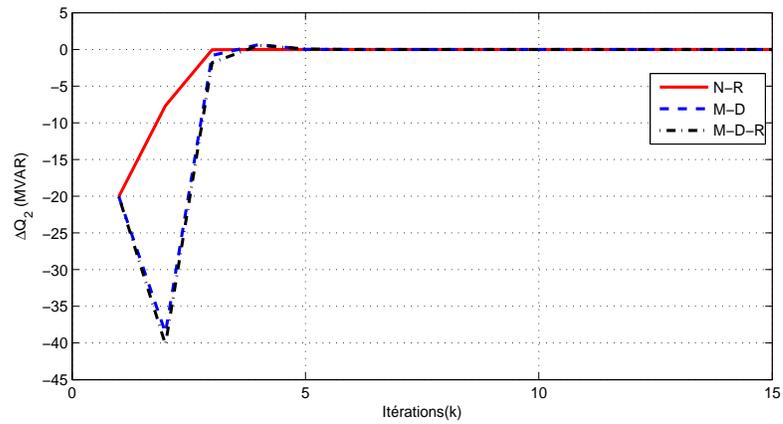


Fig. 1.6: Calcul de ΔQ_2 (MVAR)

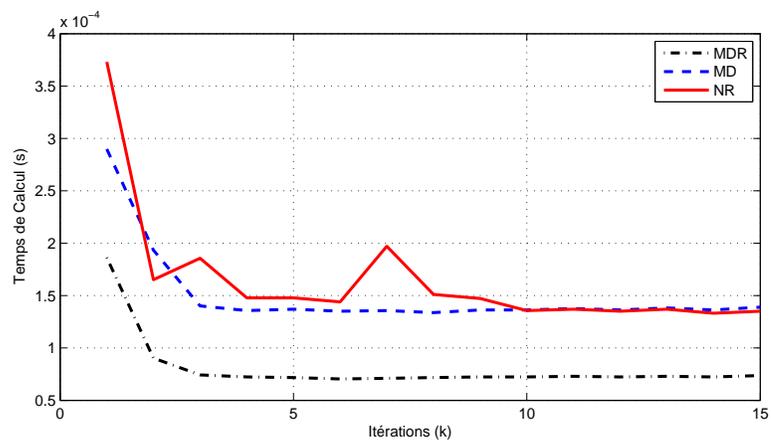


Fig. 1.7: Variation du temps de calcul (s)

Nous constatons que les trois méthodes de calcul convergent vers des valeurs stables au bout de trois itérations environ. Cependant, elles diffèrent quand à la rapidité de calcul. En effet, la courbe 1.7 montre l'avantage de l'utilisation de l'algorithme découplé-rapide (M-D-R) dont la durée est de moitié du temps comparé à la méthode N-R.

1.4.2 Notion d'estimation d'état

1.4.2.1 Introduction

Dans les centres modernes de conduite des réseaux électriques les fonctions de sécurité, sous forme de programmes exécutés en temps réel, sont destinés à aider l'opérateur à maintenir le système dans un état de fonctionnement normal quelque soient les perturbations.

Disposer d'un historique récent de l'état du réseau et de ses différents paramètres de contrôle facilite cette tâche. Un modèle d'estimation d'état joue alors un rôle central essentiel permettant de fournir une " image instantanée " fiable, cohérente et complète de la valeur de toutes ces paramètres. Dans le cas où c'est la tension nodale et sa phase qui sont les paramètres à estimer, l'estimateur d'état cherche les valeurs qui correspondent au mieux avec les valeurs mesurées et disponibles à un instant donné.

1.4.2.2 Procédure

On procède souvent en trois étapes :

- On considère le modèle de travail qui est généralement le modèle monophasé.
- L'état du réseau, dont le nombre de noeuds N est fixé par le modèle, est complètement défini par le vecteur d'état $[x]$ formé par les modules et les phases des tensions nodales :
$$[x] = [V_1, V_2, \theta_2, V_3, \dots, V_N, \theta_N]^T$$
. Le noeud 1 dans ce cas est considéré comme noeud bilan.
- On cherche le vecteur $[x]$ qui soit le plus fiable possible en dépit des erreurs qui entachent les mesures et les données à partir desquelles il a été estimé.

Différentes méthodes d'estimation d'état sont utilisées. On cite particulièrement les technique des moindres carrés pondérés complète [8] [5], les techniques se basant sur les puissances de transits en ligne [9] et les algorithmes découplés [10] [11].

1.4.2.3 Modèle mathématique

Soit n le nombre de composants du vecteur d'état et soit $m > n$ le nombre des composants du vecteur de mesure $[z]$.

Considérons que chacune des i mesures ($i : 1...m$) est entachée d'erreur ε_i . Ceci nous permet d'écrire :

$$z_i = z_{i,e} + \varepsilon_i \quad (1.15)$$

Où : z_i est la valeur mesurée ; $z_{i,e}$: valeur exacte, mais inconnue, de la grandeur mesurée ; ε_i : l'erreur de mesure qui peut être positive ou négative.

- *Hypothèses :*

- En notant E espérance mathématique, on suppose que l'erreur ε_i a une valeur moyenne nulle et un écart-type σ_i tel que $E(\varepsilon_i) = 0$ et $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$.
- On admettra qu'il n'y a pas de corrélation entre les erreurs, donc $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ pour $i \neq j$ ($j : 1...m$).

- *Modélisation :*

En exprimant z_i sous forme matricielle, nous obtenons :

$$[z] = [f[x]] + [\varepsilon] \quad (1.16)$$

$$\text{Où : } [z] = \begin{bmatrix} z_1 \\ \dots \\ z_m \end{bmatrix} ; [f[x]] = \begin{bmatrix} f_1[x] \\ \dots \\ f_m[x] \end{bmatrix} ; [x] = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \dots \\ \theta_N \\ V_1 \\ \dots \\ V_N \end{bmatrix}$$

$$\text{et : } E[\varepsilon] = [0]; E[[\varepsilon][\varepsilon]^T] = [R] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \sigma_m^2 \end{bmatrix}, [R] \text{ étant la matrice diagonale de covariance des mesures.}$$

1.4.2.4 Algorithme de moindres carrés (A.M.C)

L'état véritable $[x]$ est toujours inconnu. A partir des valeurs mesurées $[z]$, on cherche une estimation $[\hat{x}]$ de l'état du réseau tel que les fonctions $[f([\hat{x}})]$ s'ajustent au mieux avec les valeurs de $[z]$. Pour chacune des variables x_i il faut disposer d'au moins une mesure indépendante. Il est souhaitable d'obtenir un état estimé $[\hat{x}]$ qui présente une probabilité maximale de coïncidence avec l'état vrai $[x]$. On cherche donc à maximiser la probabilité permettant d'aboutir à $[f([x])] = [f([\hat{x}})]$ ou aussi à minimiser :

$$J([\hat{x}]) = \sum_{i=1}^m W_i \varepsilon_i = \sum_{i=1}^m [z_i - f_i([\hat{x}})]^2 / \sigma_i^2 = [[z] - [f([\hat{x}})]]^T [R]^{-1} [[z] - [f([\hat{x}})]] \quad (1.17)$$

W_i étant les coefficients de pondération et $[R]^{-1} = [W]$ (W étant la matrice de l'ensemble des valeurs W_i).

La minimisation de l'expression (1.17) est une estimation au sens des moindres carrés pondérés (Weighted Least Squares ou WLS). On minimise la somme des écarts entre les valeurs mesurées et valeurs calculées en pondérant chacun des termes par la variance de la mesure correspondante. L'état estimé par cette méthode possède les propriétés statistiques suivantes :

- Il n'est pas biaisé : $E([x] - [\hat{x}]) = [0]$.
- Il possède la variance minimale :
 $E([x] - [\hat{x}])([x] - [\hat{x}])^T < E([x] - [x'])([x] - [x'])^T, \forall [x'] \neq [\hat{x}]$

Un estimateur possédant ces propriétés est qualifié d'*optimal*. La minimisation de $J([x])$ se traduit encore par :

$$\nabla_x J(x) |_{x=\hat{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial J([\hat{x}])}{\partial x_1} \\ \frac{\partial J([\hat{x}])}{\partial x_2} \\ \dots\dots\dots \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

donc $[\hat{x}]$ satisfait les conditions d'optimalité :

$$\nabla_x J(x) |_{x=\hat{x}} = -2 \left\{ \begin{array}{c} [H(\hat{x})]^T [R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ \dots \end{bmatrix} \end{array} \right\} = 0 \quad (1.19)$$

Avec $H(x)$ la matrice jacobienne donnée par :

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Le système d'équations non linéaires (1.19) est résolu de manière classique par la méthode de Newton-Raphson et est linéarisé par un développement en série de Taylor au voisinage d'une solution initiale du vecteur d'état [8]. On déduit ensuite l'approximation à l'itération suivante par (schéma itératif) :

$$[\hat{x}^{k+1}] = [\hat{x}^k] + [[H(\hat{x}^k)]^T [R]^{-1} [H(\hat{x}^k)]]^{-1} [H(\hat{x}^k)]^T [R]^{-1} [[z] - [f(\hat{x}^k)]] \quad (1.21)$$

La résolution de l'équation ci-dessus est liée à l'existence de l'inverse de matrice de gain $[[H(\hat{x}^k)]^T [R]^{-1} [H(\hat{x}^k)]] = [G_k]$ et que $m > 2N - 1$.

1.4.2.5 Algorithmes Simplifiés à matrice constante

Cette méthode est une variante de la méthode A.M.C exposée ci-dessus. Elle est appliquée surtout lorsque l'observation de l'état estimé est peu éloignée de l'état initial. Par conséquent les éléments des matrices jacobienne et de gain, varient très peu d'une itération à l'autre. Deux méthodes de traitement existent [1] :

1. **La première méthode (M.S.1)**, calcule la matrice jacobienne à chaque itération mais conserve la matrice de gain constante après la première ou deuxième itération :

$$[G_k][[\hat{x}^{k+1}] - [\hat{x}^k]] = [H(\hat{x}^k)]^T [R]^{-1} [[z] - [f(\hat{x}^k)]] \quad (1.22)$$

Où : $[G_k][\Delta\hat{x}^k] = [H(\hat{x}^k)]^T [R]^{-1} [[z] - [f(\hat{x}^k)]]$, avec $[G_k]$ constante. L'avantage de cette méthode est de réduire le temps de calcul de la matrice de gain.

2. **La seconde méthode (M.S.2)**, suppose que les deux matrices, jacobienne et de gain, restent constantes à partir d'une itération n . Dès que $k > n$ (k nombre d'itérations), on aura :

$$[G_n][\Delta\hat{x}^k] = [H(\hat{x}^n)]^T [R]^{-1} [[z] - [f(\hat{x}^k)]] \quad (1.23)$$

avec : $[[H(\hat{x}^n)]^T [R]^{-1} [H(\hat{x}^n)]] = [G_n]$.

Cette méthode est particulièrement utile si $n = 1$ et $V_i = V_j = 1$ et $\theta_i = \theta_j = 0$.

1.4.2.6 Algorithmes Découplés

Ces algorithmes, comme dans le cas de calcul de répartition des charges, repose sur le découplage actif/réactif donc phase/module de tension. Ce type d'estimateur [10] convient essentiellement aux réseaux dont les branches présentent un rapport X/R élevé. En premier lieu, on réécrit le vecteur de mesures et d'état comme suit :

$$[z] = \begin{bmatrix} [z_P] \\ [z_Q] \end{bmatrix}; [x] = \begin{bmatrix} [\theta] \\ [U] \end{bmatrix} \text{ Les décompositions correspondantes de } [H] \text{ et } [G] \text{ sont :}$$

$$[H]([U], [\theta]) = \begin{pmatrix} [H_{P\theta}] & [H_{PV}] \\ [H_{Q\theta}] & [H_{QV}] \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

$$[G]([U], [\theta]) = \begin{pmatrix} [G_{\theta\theta}] & [G_{\theta V}] \\ [G_{V\theta}] & [G_{VV}] \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

L'équation de la méthode de base :

$$[G]([U], [\theta])[\Delta x] = [r] \quad (1.26)$$

Avec : $[G] = [H]^T [R]^{-1} [H]$; $[\Delta x] = \begin{bmatrix} [\Delta\theta] \\ [\Delta U] \end{bmatrix}$; $[R] = \begin{bmatrix} [R_P] & 0 \\ 0 & [R_Q] \end{bmatrix}$; et $[r] = \begin{bmatrix} [r_\theta] \\ [r_V] \end{bmatrix} = [H]^T [R]^{-1} [[z] - [f(x)]]$ devient avec ce découplage :

$$[G_{\theta\theta}][\Delta\theta] = [r_\theta] \quad (1.27)$$

$$[G_{VV}][\Delta V] = [r_V] \quad (1.28)$$

En général, on résout d'abord l'équation (1.27) pour introduire les phases améliorées dans l'équation (1.28).

Pour ce type de découplage, $[H_{PV}] \approx 0$ et $[H_{Q\theta}] \approx 0$, les matrices de gain sont les suivantes :

$$[G_{\theta\theta}] = [H_{P\theta}]^T [R_P]^{-1} [H_{P\theta}] \quad (1.29)$$

$$[G_{VV}] = [H_{QV}]^T [R_Q]^{-1} [H_{QV}] \quad (1.30)$$

1.4.2.7 Algorithme Découplé Rapide (Fast Decoupled Estimator F.D.E)

La **méthodologie** proposée [9] est basée sur les mesures des puissances actives et réactives qui transitent dans les lignes et des tensions. Les mesures de ces puissances sont combinés en utilisant des facteurs de multiplication qui permettent de découpler l'équation de base en deux équations simplifiant ainsi la résolution. Les matrices Jacobiennes résultantes sont constantes et sont calculées seulement une fois au début du processus itératif [12].

La procédure de cette méthode repose sur la connaissance des puissances actives et réactives dans une ligne l située entre les noeuds i et j . Ces puissances sont données par les équations (1.5). Elles peuvent être combinées pour former deux ensembles de mesures, réels g et imaginaires f , en utilisant les facteurs α_{ij} et β_{ij} comme suit :

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \alpha_{ij} P_{ij} + \beta_{ij} Q_{ij} \\ f_{ij} &= -\beta_{ij} P_{ij} + \alpha_{ij} Q_{ij} \end{aligned} \quad (1.31)$$

Les équations (1.5) et (1.31) sont linéarisées autour d'un point de fonctionnement défini.

Nous obtenons alors :

$$\begin{bmatrix} K & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta g \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

où :

$$\begin{aligned} \Delta g_{ij} &= (\alpha_{ij}\Delta P^m_{ij} + \beta_{ij}\Delta Q^m_{ij})/V_i V_j \\ \Delta f_{ij} &= \begin{bmatrix} (-\beta_{ij}\Delta P^m_{ij} + \alpha_{ij}\Delta Q^m_{ij})/V_j \\ \Delta V^m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.33)$$

Avec :

- ΔP^m_{ij} , ΔQ^m_{ij} et ΔV^m : les différences entre les valeurs mesurées et calculées.
- $K = \frac{\partial g}{\partial \theta}$, $N = \frac{\partial g}{\partial V}$, $M = \frac{\partial f}{\partial \theta}$ et $L = \frac{\partial f}{\partial V}$ sont les dérivés partielles des fonctions g et f .

L'état estimé est finalement donné par :

$$\begin{aligned} (L^T R_j^{-1} L) [\Delta V] &= L^T R_j^{-1} [\Delta f] \\ (K^T R_p^{-1} K) [\Delta\theta] &= K^T R_p^{-1} [\Delta g'] \end{aligned} \quad (1.34)$$

avec : $[\Delta g'] = [\Delta g] - [N][\Delta V]$.

Les facteurs de multiplication sont choisis de manière à ce que $\alpha_{ij} = B_{ij}$ et $\beta_{ij} = G_{ij}$.

1.4.2.8 Méthode des Médianes (Least Median of Squares L.M.S)

Cette méthode [5]) se base sur la minimisation du critère suivant :

$$J([\hat{x}]) = \text{median} \{ (z_i - f_i([\hat{x}]))^2 \} \quad (1.35)$$

Nous avons proposé une version modifiée de cette méthode [13] (M.L.M.S) qui repose sur la minimisation de critère :

$$J([\hat{x}]) = \text{median} \left\{ \frac{(z_i - f_i([\hat{x}]))^2}{\sigma_i^2} \right\} \quad (1.36)$$

ceci conduit à la minimisation de l'expression :

$$\min_x \left\{ \text{median}([z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)]) \right\} \quad (1.37)$$

La solution est obtenue en résolvant itérativement le problème de programmation linéaire donné par l'équation ci-dessus permettant d'avoir Δx suffisamment faible. D'autres méthodes d'estimation d'état sont proposées par la littérature tel que : la méthode WLS modifiée [14], les méthodes se basant sur les réseaux de neurones [15], la méthode non gaussienne [16]. Dans ce que nous avons exposé ci-dessus, on s'est limité aux méthodes de base et aux méthodes les plus actuelles.

1.4.2.9 Observabilité pour l'estimation d'état

La vérification de l'observabilité du système, est la première étape à réaliser avant l'application de l'estimateur. On procède de la manière suivante :

- En disposant de m mesures ($m > 2N - 1$) auxquelles sont associées m équations, l'estimateur doit résoudre un système de m équations à $2N - 1$ inconnues. Ceci n'est possible que si la matrice jacobienne du système est de rang $2N - 1$. Dans ce cas le réseau est observable.
- Si le réseau est observable l'estimateur doit être capable de détecter les mesures erronées. On définit alors un coefficient dit de redondance globale donné par le rapport du nombre de mesures au nombre de variables d'état soit : $\eta = \frac{m}{n} = \frac{m}{2N-1}$. Dans la pratique on considère qu'une redondance comprise entre 1,5 et 2,5 est suffisante pour un bon fonctionnement de l'algorithme.

Dans la littérature plusieurs méthodes de base sont proposées pour la vérification de l'observabilité. Nous présentons dans ce qui suit deux de ces méthodes.

1. Analyse par le rang de la matrice Jacobienne :

L'algorithme itératif (1.21) exige que la matrice $[G]$ soit régulière. Si de plus la matrice $[R]$ est diagonale définie positive et régulière, (alors la matrice jacobienne $[H]$ est de rang complet), un réseau de N noeuds (dont le vecteur d'état $[x]$ est de dimension $2N - 1$) est dit *algébriquement observable* si le rang de $[H]$ est $2N - 1$ pour tout x . Un réseau sera donc observable si les n colonnes de la matrice jacobienne $[H]$ sont linéairement indépendantes.

2. Analyse d'observabilité par la topologie :

La définition la plus utilisée pour l'observabilité d'un réseau est basée sur la version découplée de l'estimation par moindres carrés [17]. Dans cette hypothèse, les différentes mesures sont liées aux inconnues par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} [z_P] \\ [z_Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [H_{P\theta}] & [0] \\ [0] & [H_{QV}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [X_\theta] \\ [X_V] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\epsilon_P] \\ [\epsilon_Q] \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

Pour ce type de représentation, le réseau est algébriquement observable si :

$$\begin{aligned} \text{rang}[H_{P\theta}] &= N - 1 \\ \text{rang}[H_{QV}] &= N \end{aligned} \quad (1.39)$$

Le problème du rang revient à un **problème de connectivité** : Un réseau est observable du point de vue phases si tous les noeuds sont reliés par des mesures de puissance active de sorte que toutes les phases pourront être calculées dès qu'un noeud de référence sera fixé.

D'autres méthodes d'analyse d'observabilité sont aussi proposées dans la littérature comme : l'observabilité par PMU (Phasor Measurement Units) [18], Observabilité par signaux sinusoïdaux [19],...

1.4.2.10 Exemple de simulation 2

Afin de montrer les performances de chacune des méthodes exposées ci-dessus, nous présentons un exemple de traitement de deux réseaux test IEEE à 3 et 13 noeuds (voir annexe I).

- **Réseau test 3 noeuds :**

Nous présentons dans la figure 1.8 la variation de la tension nodale estimée (\hat{V}_1) au noeud 1 par les méthodes A.M.C, MLS, FDE. La figure 1.9 présente l'évolution de la même variable par la méthode MS2 en modifiant les valeurs de n_{MS2} :

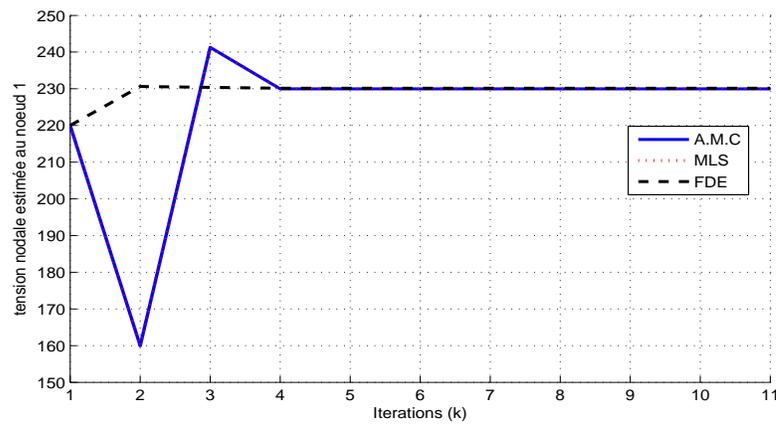


Fig. 1.8: Evolution de \hat{V}_1 avec AMC, MLS et FDE

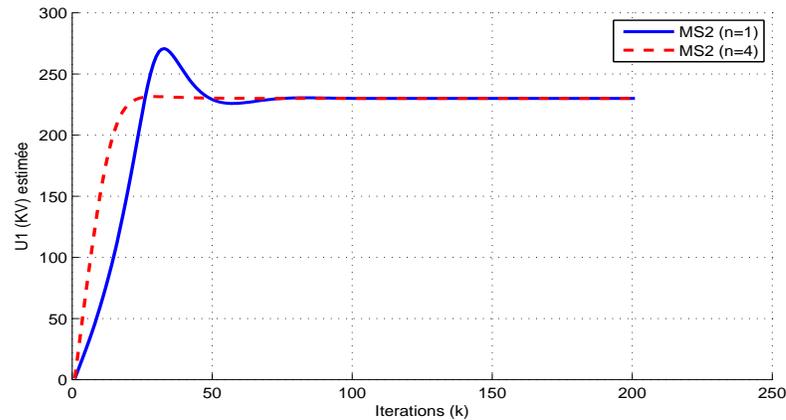


Fig. 1.9: Evolution de \hat{V}_1 avec MS2 ($n_{MS2} = 1, 4$)

D'après la figure 1.8, les trois méthodes convergent vers la valeur réelle. Cependant, la méthode FDE converge dans 2 itérations seulement alors que les méthodes A.M.C et MLS convergent au bout de 4 itérations. D'où l'intérêt de l'utilisation de la méthode FDE.

Dans la figure 1.9, nous remarquons que la variation de n_{MS2} de 1 à 4, le nombre d'itérations jusqu'à la convergence est réduit, d'où l'intérêt de la détermination d'une valeur optimale de n_{MS2} .

- **Réseau test 13 noeuds :**

Le nombre de noeuds étant augmenté, le système devient plus complexe et le traitement plus lourd. En fonction des méthodes utilisées, le nombre d'itérations devient plus important avec des temps de calcul nécessairement différents. Nous présentons dans le tableau (1.II) les résultats obtenus des performances des méthodes d'estimation d'état utilisées :

Nous constatons que la méthode F.D.E converge en un minimum de nombre d'itérations avec un minimum de temps de calcul. Ceci confirme la validité de cette méthode quelque soit le nombre de noeuds.

Un autre terme très intéressant lors de choix des méthodes d'estimation est la variation (choix) des valeurs initiales des états (vecteur d'initiation). En effet, même

| Méthode | Itérations | CPU time |
|------------------------|------------|-------------|
| A.M.C | 15 | 0.3438 (s) |
| M.S.2 avec ($n = 1$) | 270 | 0.6406 (s) |
| M.S.2 avec ($n = 4$) | 19 | 0.31094 (s) |
| M.L.M.S | 4 | 0.0313 (s) |
| F.D.E | 2 | 0.00617 (s) |

Tab. 1.II: Comparaison des Performances des méthodes d'estimation d'état

en variant ce vecteur d'état initiale (avec des valeurs acceptables de l'ordre de $\pm 15\%$), les algorithmes doivent converger toujours vers la bonne solution. Ceci met en évidence la robustesse de la méthode ou l'algorithme choisie.

1.5 Mode Dynamique

Le comportement dynamique d'un réseau électrique peut être modélisé avec une combinaison d'équations différentielles non-linéaires et d'équations algébriques non-linéaires [20], [5]. Les équations différentielles non-linéaires correspondent à la dynamique non-linéaire des générateurs et les équations algébriques non-linéaires correspondent aux contraintes algébriques des noeuds charges du réseau.

Si le réseau est à un point d'équilibre, en négligeant les équations différentielles non-linéaires, on se trouve dans le cas d'étude du flux de puissance et le calcul se concentre sur la recherche de la solution itérative des équations algébriques non-linéaires.

Pour l'analyse de la stabilité, le réseau étant toujours supposé en équilibre, les équations différentielles non-linéaires sont seules à considérer. Les équations algébriques sont supposées satisfaites.

Que le réseau soit en équilibre ou non, son modèle sous forme DAE inclut les deux ensembles d'équations différentielles et algébriques. La forme générale du modèle dans ce cas est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_d(t) &= F(x_d(t), x_a(t), u(t)) \\
 0 &= g(x_d(t), x_a(t)) \\
 y(t) &= h(x_d(t), x_a(t))
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

$x_d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$, $x_a(t) \in \mathbb{R}^{n_a}$ sont respectivement les variables d'états dynamiques et algébriques, $F(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_d}$ une fonction représentant les équations différentielles non linéaires, $g(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_a}$ représente les contraintes (équations) algébriques non linéaire, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ la commande et $y(t) \in \mathbb{R}^m$ la sortie du système.

Les modèles dynamiques existants traités sous forme de D.A.E, subissent, souvent, des transformations :

- Soit pour les simplifier et les linéariser [21].
- Soit pour les rendre sous forme d'un système singulier non linéaire en insérant des hypothèses simplificatrices sur la variation des phases ou des tensions [22]. Ceci fait disparaître certains paramètres (surtout les paramètres algébriques).

Nous présentons dans ce qui suit des nouveaux modèles (DAE) [5] prenant en compte toutes les variables régissant le comportement d'un réseau électrique quelque soit la nature des générateurs et des charges.

Cette représentation [5] prend en compte les variables et les paramètres internes de la source (alternateur) ainsi que les équations algébriques définies précédemment dans le calcul de bilan de puissance. Nous commençons cette représentation par la modélisation dynamique des différentes composantes du réseau.

Soient : n_g le nombre des générateurs ; n_{ld} nombre des charges dynamiques et n_{ls} nombre des charges statiques.

- *Modèle de la source (sans l'excitateur) :*

Le comportement du générateur, dans le domaine électromécanique peut être modélisé en utilisant l'équation classique d'oscillation [23],[24]. Cette équation modélise la dynamique du rotor du générateur en particulier la différence entre le couple mécanique et le couple électromagnétique. L'expression de l'équation, en supposant que l'angle de rotation mécanique δ est égale à l'angle de rotation électrique θ du générateur, étant :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i &= \omega_i \\ \dot{\omega}_i + \frac{D\omega_i}{M} + \frac{P_{Gi}(\delta, \theta, V)}{M} &= \frac{P_{Mi}}{M} \end{aligned} \quad (1.41)$$

ω_i est la vitesse angulaire mécanique ; D est la constante d'amortissement du générateur ; M est la constante d'inertie ; P_{Mi} est la puissance mécanique d'entrée ; V est la tension nodale et P_{Gi} est la puissance électrique du générateur donnée par l'expression :

$$P_{Gi} = \sum_{j=1}^N |V_i| |V_j| [G_{ij} \cos(\delta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \theta_j)]$$

où : $i = 1, \dots, n_g$ et N le nombre totale des noeuds du réseau.

- *Modèle de l'excitateur :*

Le modèle non linéaire de base de l'excitateur utilisé dans la littérature est le suivant [24] [5] :

$$\dot{E}'_{qi} + \frac{1}{T'_{do}} \left[\frac{X_d}{X'_d} E'_{qi} - \frac{V_i (X_d - X'_d) \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_d} \right] = \frac{E_{Fi}}{T'_{do}} \quad (1.42)$$

E'_{qi} est la f.e.m transitoire (proportionnelle au flux de l'enroulement d'excitation) ; T'_{do} est la constante de temps de l'enroulement de l'excitation ; X_d est la réactance synchrone longitudinale ; X'_d est la réactance transitoire longitudinale ; V_i est la tension nodale et E_{Fi} est la f.e.m (proportionnelle à la tension d'excitation et généralement prise comme constante).

- *Modèle de la charge :*

1. **Cas d'une charge statique :**

Les charges statiques du système sont modélisées en utilisant les équations algébriques non linéaires basées sur les puissances actives (P_j) et réactives (Q_j) consommées à chacun des noeuds charge du réseau. Soient les équations :

$$\begin{aligned} P_j - P_j(\delta, \theta, V) &= 0 \\ Q_j - Q_j(\delta, \theta, V) &= 0 \end{aligned} \quad (1.43)$$

avec $j = n_g + 1, \dots, n_g + n_{ls}$

2. **Cas d'une charge dynamique :**

Les équations du modèle employé pour représenter les charges dynamiques sont liées à la fréquence (à travers la puissance active) et à la tension (à travers la puissance réactive)[25]. Les expressions de ces équations sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_l + \frac{1}{\lambda_l} P_l(\delta, \theta, V) &= -\frac{1}{\lambda_l} P_l \\ \dot{v}_l + \frac{1}{v_l} Q_l(\delta, \theta, V) &= -\frac{1}{v_l} Q_l \end{aligned} \quad (1.44)$$

Où : v_l et λ_l sont respectivement les coefficients de dépendance de la tension et de la fréquence et P_l et Q_l sont les puissances actives et réactives données par l'équation (1.43).

- *Modèle de la sortie mesure :*

On suppose que toutes les équations de mesure ($h(\cdot)$) sont les puissances actives de transit à des endroits choisis dans le réseau et qui sont données par :

$$h(\delta, \theta, V) = P_{cd} \quad (1.45)$$

$c, d : 1 \dots N$.

P_{cd} est la puissance de transit entre les noeuds c et d considérée comme la sortie du système.

Après la modélisation de chacun des éléments du réseau, nous présentons dans ce qui suit les 3 types A, B, C du modèle dynamique [5].

1.5.1 Modèle A

C'est le modèle qui met en évidence la dynamique du rotor et des charges statiques :

$$\begin{aligned} f_i^I : \dot{\delta}_i - \omega_i &= 0 \\ f_i^{II} : \dot{\omega}_i + \frac{D\omega_i}{M} + \frac{P_{Gi}(x)}{M} &= \frac{P_{Mi}}{M} \\ g_j^{II} : P_j - P_j(x) &= 0 \\ g_j^{III} : Q_j - Q_j(x) &= 0 \\ h_q : P_{cd} & \end{aligned} \quad (1.46)$$

Avec : $i : 1 \dots n_g - 1; j : n_g + 1 \dots n_g + n_{ls}$

Ce même modèle peut être représenté sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F(\dot{x}, x, \beta) &= u \\ p &= h(x, \beta) \end{aligned} \quad (1.47)$$

Où : $u = \frac{P_{Mi}}{M}, \beta = \{Y_{bus}\}, F(\cdot) = [f_i, g_j]^T$ et $x = [\delta, \omega, \theta, V]^T$

1.5.2 Modèle B

Ce modèle met en évidence la dynamique du rotor et de l'excitateur avec des charges statiques :

$$\begin{aligned} f_i^I : \dot{\delta}_i - \omega_i &= 0 \\ f_i^{II} : \dot{\omega}_i + \frac{D\omega_i}{M} + \frac{P_{Ei}(x)}{M} &= \frac{P_{Mi}}{M} \\ f_i^{III} : \dot{E}'_{qi} + \frac{1}{T'_{do}} \left[\frac{X_d}{X'_d} E'_{qi} - \frac{V_i(X_d - X'_d) \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_d} \right] &= \frac{E_{Fi}}{T'_{do}} \\ g_j^I : P_i - P_i(x) &= 0 \\ g_j^{II} : P_j - P_j(x) &= 0 \\ g_j^{III} : Q_j - Q_j(x) &= 0 \\ h_q : P_{cd} & \end{aligned} \quad (1.48)$$

Avec : $i : 1 \dots n_g - 1; j : n_g + 1 \dots n_g + n_{ls}; c, d : 1 \dots N$ et :

$$P_{Ei} = \frac{V_i^2 \sin[2(\delta_i - \theta_i)(X'_{di} - X_{qi})]}{2} + \frac{E'_{qi} V_i}{X'_{di}} \sin(\delta_i - \theta_i)$$

De même, ce modèle peut être mis sous la forme donnée par 1.47 avec :

$$u = \left\{ \frac{P_{Mi}}{M}, \frac{E_{Fi}}{T'_{do}} \right\}, \beta = \{Y_{bus}\}, F(\cdot) = [f_i, g_i, g_j]^T$$

1.5.3 Modèle C

Ce modèle inclut la dynamique du rotor avec des charges statiques et dynamiques :

$$\begin{aligned}
 f_i^I &: \dot{\delta}_i - \omega_i = 0 \\
 f_i^{II} &: \dot{\omega}_i + \frac{D\omega_i}{M} + \frac{P_{Gi}(x)}{M} = \frac{P_{Mi}}{M} \\
 \tilde{f}_l^I &: \dot{\theta}_l + \frac{1}{\lambda_l} P_l(x) = -\frac{1}{\lambda_l} P_l \\
 \tilde{f}_l^{II} &: \dot{v}_l + \frac{1}{v_l} Q_l(x) = -\frac{1}{v_l} Q_l \\
 g_j^{II} &: P_j - P_j(x) = 0 \\
 g_j^{III} &: Q_j - Q_j(x) = 0 \\
 h_q &: P_{cd}
 \end{aligned} \tag{1.49}$$

Où : $i : 1 \dots n_g - 1$; $l : n_g + 1 \dots n_g + n_{ld}$; $j : n_g + n_{ld} + 1 \dots n_{ld} + n_g + n_{ls}$; $c, d : 1 \dots N$. De la même façon que dans les modèles *A* et *B*, ce modèle peut être mis sous la forme donnée par 1.47 avec :

$$u = \left\{ \frac{P_{Mi}}{M}, -\frac{P_l}{\lambda_l}, -\frac{Q_l}{v_l} \right\}, \beta = \{Y_{bus}\}, F(\cdot) = [f_i, \tilde{f}_l, g_j]^T$$

1.5.4 Diagramme de simulation dynamique

On propose dans cette section un simple diagramme de simulation des réseaux électriques dynamiques (Figure 1.10) sous l'environnement *SIMULINK* de *MATLAB*[®] basée sur le modèle (1.40).

Pour la résolution des équations différentielles on utilise un bloc d'intégration associé à une fonction Non Linéaire $F_d(x_d(t), x_a(t), u(t))$.

Pour la résolution des équations algébriques on fait appel à un bloc de résolution des contraintes algébriques.

Le schéma de principe du diagramme de simulation est donné par la figure suivante :

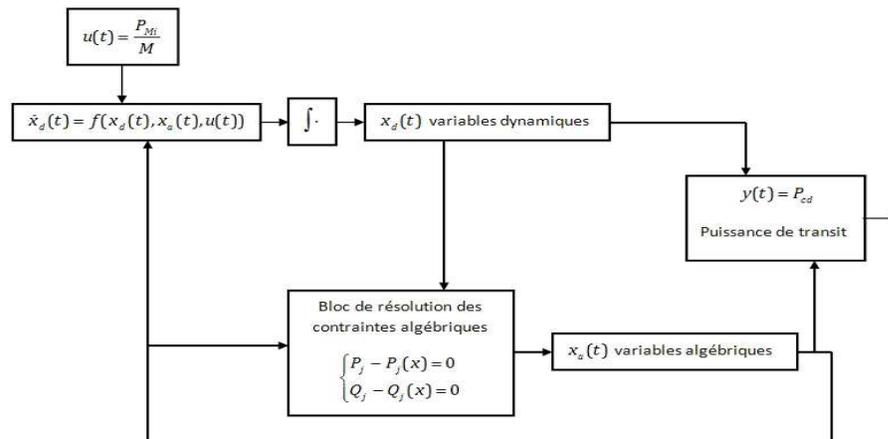


Fig. 1.10: Schéma de principe du diagramme de simulation dynamique

1.5.5 Exemple de simulation

Nous traitons dans cette exemple le réseau test 5 noeuds dont le schéma est le suivant [26] :

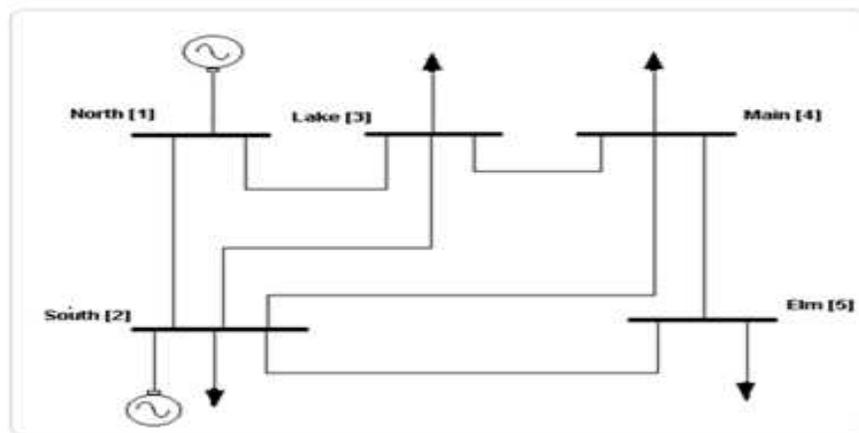


Fig. 1.11: Réseau test 5 noeuds

Le vecteur d'état est : $x = [\delta_2, \omega_2, \theta_3, V_3, \theta_4, V_4, \theta_5, V_5]$, en prenant le noeud **North[1]**

comme noeud bilan, le modèle dynamique de ce dernier est donné par :

$$\begin{aligned}
 f^I &: \dot{x}_1 = x_2 \\
 f^{II} &: \dot{x}_2 + \frac{D_2 x_2}{M_2} + \frac{P_{G2}(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)}{M_2} = \frac{P_{M2}}{M_2} \\
 g^I &: \begin{cases} P_3 - P_3(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6) = 0 \\ P_4 - P_4(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \\ P_5 - P_5(x_1, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \end{cases} \\
 g^{II} &: \begin{cases} Q_3 - Q_3(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6) = 0 \\ Q_4 - Q_4(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \\ Q_5 - Q_5(x_1, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Les mesures peuvent être des puissances nodales, des puissances de transit, des tensions ;
...

Nous présentons dans ce qui suit les courbes d'évolution de quelques grandeurs du réseau. Notant que les différentes grandeurs (puissance et paramètres des lignes se trouve dans [26]) sont données en valeurs réduites.

La figure suivante (1.12) présente l'évolution de l'angle de rotation mécanique au noeud générateur 2 :

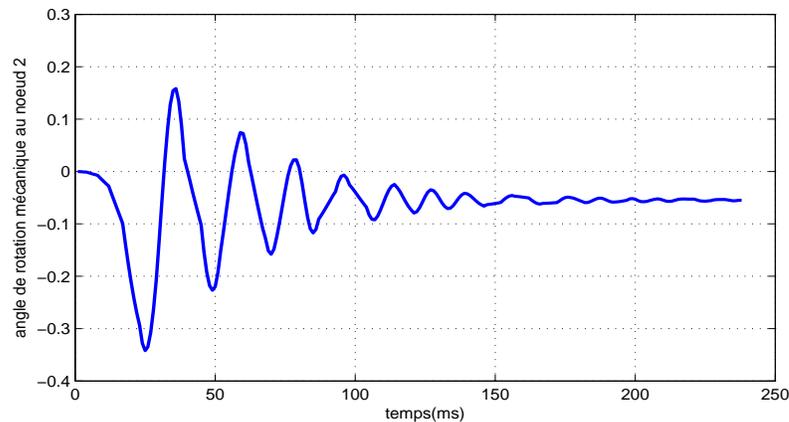


Fig. 1.12: Evolution de l'angle de rotation mécanique δ_2 au noeud générateur 2

La figure (1.13) ci-dessous représente l'évolution de la tension nodale au noeud charge 3 :

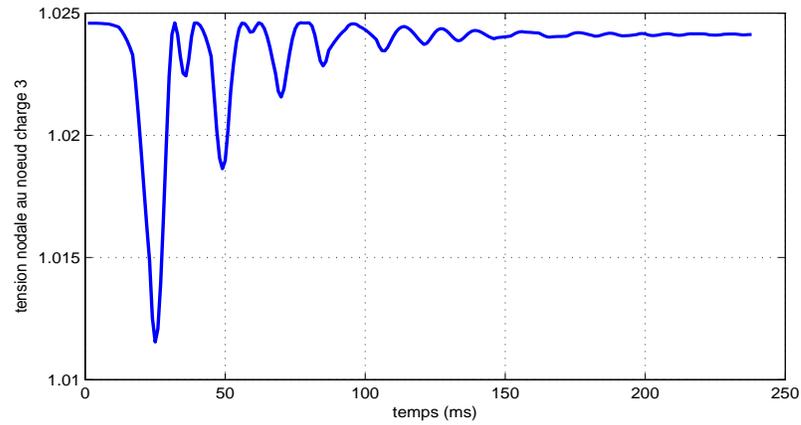


Fig. 1.13: Variation de la tension nodale V_3 au noeud charge 3

Pour vérifier que le point de fonctionnement est toujours le même que celui du mode statique (vérification des contraintes algébriques), nous présentons dans la figure (1.14) suivante l'évolution de l'écart de puissance active ΔP_3 au noeud charge 3 :

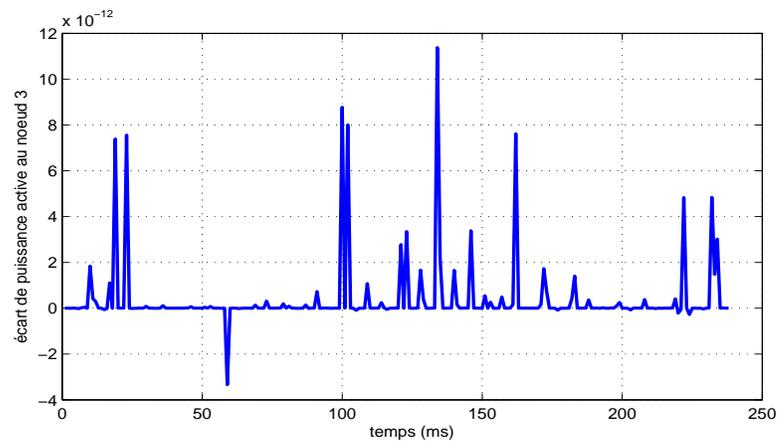


Fig. 1.14: Variation de l'écart de puissance active au noeud charge 3 ΔP_3

On constate bien que ΔP_3 converge vers zéro. Le point de fonctionnement reste alors le même. Ceci peut être également vérifié en comparant les valeurs obtenues par la simulation du modèle dynamique aux valeurs trouvées par calcul de répartition de charge (pour les variables algébriques). Les valeurs étant égales, le point de fonctionnement reste le même.

1.6 Analyse de Stabilité

Nous présentons dans cette section une méthode d'analyse de stabilité dans le calcul du flux de puissance ("*la plus petite valeur singulière (ppvs)*") avec une extension pour l'estimation d'état statique [27]. Nous ne traitons que l'aspect statique des réseaux [28]. Partant de la définition annonçant qu'un réseau d'énergie, dans des conditions d'exploitation données, soumis à une perturbation donnée, est dit stable si les valeurs de la tension/phase à un de ses noeuds se rapprochent des valeurs d'équilibre avant perturbation [1], l'état perturbé se situe dans la région d'attraction de l'équilibre stable après perturbation. L'instabilité d'angle/tension peut provoquer un effondrement des tensions conduisant à l'instabilité de l'ensemble du réseau.

En partant aussi de l'hypothèse qu'aux points critiques de fonctionnement la matrice Jacobienne s'annule, on cherche à déterminer la distance entre le point de fonctionnement et la frontière contenant les points critiques de stabilité. On utilise alors la méthode ppvs de la matrice jacobienne pour l'analyse de stabilité.

1.6.1 Stabilité des méthodes de calcul de flux de puissance

L'étude de stabilité repose sur les deux points suivants :

- Si $\dim(J) = n$ donc $[J] = [G][\Sigma][D]^T$ avec $[\Sigma] = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$, par suite si $\sigma_n = 0$ donc J est singulière alors la ppvs de la matrice Jacobienne peut constituer un indicateur de la limite de stabilité statique.
- Le vecteur singulier droit (d_n) qui correspond à σ_n indique la sensibilité des tensions et des angles (le noeud le moins stable correspond à la plus grande valeur de la

composante de (d_n) et le plus stable à la plus petite) et le vecteur singulier gauche (g_n) indique les directions le plus sensibles dans le comportement du système étudié soumis à des variations $\Delta P, \Delta Q$ [29].

- L'analyse de la matrice Jacobienne peut être réduite par l'analyse des matrices réduites seulement. Soit :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix}$$

En adoptant les simplifications utilisées pour le mode découplé, l'analyse de stabilité des angles se traduit par l'étude de la matrice $J_{P\theta}$ et celui des tensions par la matrice réduite $J_R = J_{QV} - J_{Q\theta} \cdot J_{P\theta}^{-1} \cdot J_{PV}$. On aperçoit bien que l'instabilité des angles engendre une instabilité des tensions.

- La ppvs devient alors un indicateur de la proximité d'instabilité de tension/angle.

1.6.2 Stabilité des méthodes d'estimation d'état

Le même principe des méthodes de calcul que celui de flux de puissance est appliqué sur les méthodes d'estimation d'état statique. La décomposition en valeur singulière du Jacobienne $H(\hat{x}^k)$ est appliquée pour la résolution de l'équation d'observateur. Pour l'analyse de stabilité deux approches peuvent être utilisées : soit la décomposition de $H(\hat{x}^k)$ soit la décomposition de $[H(\hat{x}^k) \cdot H(\hat{x}^k)^T]$.

1.6.3 Exemple d'application

Dans ce qui suit nous présentons une analyse de stabilité du réseau test de 13 noeuds avec la décomposition de $[H(\hat{x}^k) \cdot H(\hat{x}^k)^T]$ en SVD pour l'estimation d'état et la matrice Jacobienne J pour la répartition de charge.

1.6.3.1 Répartition de charge

- Nous commençons par l'étude de la stabilité des phases et leur influence sur les tensions (tab 1.III). Après la décomposition en svd de J , nous remarquons que la

plus grande valeur de d_n correspond à la variable θ_2 puis θ_1 et la plus faible valeur est celle de θ_{13} . Le tableau suivant illustre les variations des grandeurs décrites ci-dessus après ajout de perturbation de $\pm 4\%$ sur θ_2 entre les itérations 7 et 9 (avec SP : Sans Perturbation et AP : Avec Perturbation).

- Soient T_θ : Taux de variation des phases et T_V : Taux de variation des tensions.

| <i>phase</i> | σ_i^{SP} | d_i^{SP} | g_i^{SP} | σ_i^{AP} | d_i^{AP} | g_i^{AP} | T_θ | T_V |
|---------------|-----------------|------------|------------|-----------------|------------|------------|------------|-------|
| θ_2 | 6.8778 | 0.4736 | -0.4686 | 7.102 | 0.5674 | -0.5023 | 6.43 | 0.05 |
| θ_1 | 5.6148 | 0.0915 | -0.0856 | 6.4208 | 0.1006 | -0.0973 | 5.75 | 0 |
| θ_{13} | 0.4188 | 0.0161 | 0.00111 | 0.4206 | 0.0169 | 0.0021 | 0.1485 | 0 |

Tab. 1.III: Valeurs des grandeurs σ , d et g des phases et leur influence sur les tensions nodales

Il est claire, d'après le tableau ci-dessus, que le noeud 2 est le moins stable dans le réseau. Ces composantes σ , d et g sont les plus élevées.

- Nous présentons dans ce qui suit une étude de stabilité des tensions (variation de $+4\%$) et leur influence sur les phases. Après décomposition de J en SVD, les valeurs des grandeurs de d_n sont données par le tableau suivant (tab 1.IV) :

| <i>tension</i> | σ_i^{SP} | d_i^{SP} | g_i^{SP} | σ_i^{AP} | d_i^{AP} | g_i^{AP} | T_V | T_θ |
|----------------|-----------------|------------|------------|-----------------|------------|------------|---------|------------|
| V_1 | 6.2194 | -0.0206 | 0.0515 | 6.5623 | -0.0244 | 0.0592 | 0.018 | -2.2 |
| V_3 | 4.7079 | -0.0197 | 0.0243 | 4.9108 | -0.0203 | 0.0262 | 0.00001 | -1.28 |
| V_{13} | 0.0872 | -0.0001 | 0.0001 | 0.0878 | -0.0001 | 0.0001 | 0 | -0.04 |

Tab. 1.IV: Valeurs des grandeurs σ , d et g des tensions et leur influence sur les phases

Une augmentation de l'ordre de perturbation (jusqu'au 28%) ne modifie pas le résultat et la méthode utilisée peut toujours indiquer les noeuds les moins stables.

1.6.3.2 Estimation d'état

Nous étudions dans cette partie la stabilité des grandeurs estimées.

Après décomposition en svd de $[H(\hat{x}^k).H(\hat{x}^k)^T]$, nous remarquons que la plus grande valeur de d_n correspond à la variable θ_1 puis V_{12} et la plus faible valeur correspond à

la variable V_{13} . Le tableau (tab 1.V) suivant illustre les variations des grandeurs décrites ci-dessus après ajout de perturbation de $\pm 5\%$ sur θ_1 et sur la 1ère composante de vecteur de mesure (P_{12-1} qui est liée directement à la variable V_{12}) entre les itérations 15 et 17. Soient T_1 : Taux de variation avec perturbation sur l'état et T_2 : Taux de variation avec perturbation sur la mesure. De même, l'augmentation de l'ordre de perturbation sur les

| -- | σ_i^{SP} | d_i^{SP} | g_i^{SP} | σ_i^{AP} | d_i^{AP} | g_i^{AP} | T_1 | T_2 |
|------------|-----------------|------------|------------|-----------------|------------|------------|-------|-------|
| θ_1 | 4.8576 | -0.4778 | 0.4542 | 6.285 | -0.6131 | 0.5974 | -1.44 | -2.21 |
| V_{12} | 3.8439 | -0.146 | 0.1166 | 5.4536 | -0.4846 | 0.1446 | -0.02 | -0.36 |
| V_{13} | 0.0003 | -0.0002 | 0.0073 | 0.0003 | -0.0006 | 0.0086 0 | -0.21 | |

Tab. 1.V: Valeurs des grandeurs σ , d et g des tensions nodales et des phases estimées

états et les mesures (jusqu'au 22%) montre toujours que la méthode utilisée peut indiquer les noeuds les moins stables.

1.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce premier chapitre des notions fondamentales sur les comportements en mode statique et dynamique des réseaux électriques. Une étude du mode statique, où intervient le calcul de répartition de charge et d'estimation d'état, ainsi qu'une analyse de stabilité ont été effectuées. Des exemples de simulation et d'application ont été réalisés sur des réseaux test selon le standard IEEE.

Nous avons signalé que les méthodes de calcul de flux de puissance et d'estimation d'état se classent selon un critère majeur et très important dans l'implémentation qui est le temps de calcul.

Nous avons étudié le mode dynamique en présentant les modèles dynamiques non linéaires qui prennent en compte tous les modes de fonctionnements des réseaux électriques. Un exemple d'application et de mise en oeuvre du modèle dynamique basé sur un diagramme de simulation sous *MATLAB* a été proposé.

Comme dans le mode statique étudié dans ce chapitre, il est de grand intérêt de procéder à l'estimation d'états dynamique du réseau où les observateurs d'état non linéaire jouent un rôle important et c'est l'objectif du chapitre suivant.

CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART SUR LES OBSERVATEURS D'ÉTAT NON LINÉAIRES

2.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter d'une part quelques rappels nécessaires pour l'observabilité des systèmes non linéaires, et d'autre part un état de l'art sur les observateurs à fin de choisir un estimateur pour les réseaux électriques.

La première partie, assez générale, est consacrée à rappeler quelques définitions et conditions d'observabilité des systèmes non linéaires à temps continu et discret. Nous présenterons les conditions nécessaires et suffisantes garantissant l'observabilité.

La deuxième partie pose le problème de l'estimation de l'état des systèmes non linéaires. Il s'agit de présenter les différents types d'observateurs pour les systèmes non linéaires et de présenter une liste de techniques existantes d'estimation de l'état non linéaire. A ce titre, nous présenterons successivement, les approches basées sur une linéarisation du modèle au tour d'un point de fonctionnement, l'observateur de Thau, les approches fondées sur une transformation non-linéaire ou sous forme canonique, les observateurs à grand gain, les observateurs à entrées inconnues et l'approche LMI. Cette liste, loin d'être exhaustive, présente les principales approches qu'on peut trouver dans la littérature.

2.2 Observabilité des systèmes non linéaires

Dans cette partie, nous allons présenter quelques définitions et des conditions pour l'étude d'observabilité des systèmes non linéaires. On s'intéressera au deux aspects des systèmes à temps continu et discret.

2.2.1 Cas des systèmes continus

Soit la représentation des systèmes non linéaires suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{2.1}$$

où : $x(t) \in \mathbb{R}^{\times}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{\succ}$ et $y(t) \in \mathbb{R}^{\dagger}$. Dans ce qui suit nous allons présenter des conditions géométriques et analytiques pour l'observabilité dans le cas continu et discret basée sur les travaux de [30], [31], [32] et [33].

2.2.1.1 Conditions géométriques d'Observabilité

Le système non linéaire considéré est celui de 2.1 et soit $\chi_{U_{[0,t]}}(t, x_0)$ la solution à l'instant t du système 2.1 soumis à la commande $U_{[0,t]}$.

- **Définition 1 : (Indiscernabilité)** : Soit $y_u^0(t)$ et $y_u^1(t)$, ($t \geq 0$), deux signaux de sortie générés par l'application du signal d'entrée $u(t)$, ($t \geq 0$), au système 2.1 avec les conditions initiales x^0 et x^1 , respectivement. On dit que x^0 et x^1 sont indiscernable ssi :

$$y_u^0(t) = y_u^1(t); \forall t \geq 0$$

pour tout entrée u . Dans le cas contraire, on dit que x^0 et x^1 sont discernables.

- **Définition 2 : (Observabilité)** : Le système 2.1 est dit observable en x^0 si x^0 est discernable de tout $x \in \mathbb{R}^{\times}$. En outre, le système 2.1 est observable si $\forall x^0 \in \mathbb{R}^{\times}$, x^0 est discernable.
- **Définition 3 : (Espace d'observabilité)** : l'espace d'observation pour le système 2.1 est définie comme la plus petite espace vectorielle réelle (noté par $O(h)$) de C^∞ fonctions contenant les composants de h et en utilisant les dérivés de Lie dans la direction de $f_u := f(., u)$. (aussi pour tout $\varphi \in O(h); L_f \varphi \in O(h)$ avec $L_{f_u} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} f(x, u)$).

- **Définition 4 : (Observabilité par analyse de rang)** : le système 2.1 satisfait la condition d'observabilité par l'analyse du rang si :

$$\forall x, \dim dO(h)|_x = n$$

ou $dO(h)|_x$ est l'ensemble de $d\varphi(x)$ avec $\varphi \in O(h)$.

Une des méthodes les plus utilisées dans l'analyse d'observabilité au sens du rang est celle qui se base sur les Crochets de Lie (ou dérivés de Lie) que nous présentons dans ce qui suit :

2.2.1.2 Crochet de Lie

Soit la représentation des systèmes non linéaires suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Une des méthodes d'étude d'observabilité du système 2.2 est celle de l'utilisation des dérivés de Lie, dans ce qui suit nous présentons cette approche [34].

La dérivée de Lie d'une fonction h dans la direction de f est :

$$L_f h = \nabla h f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i \quad (2.3)$$

avec : $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{pmatrix}$. Il faut noter que $L_f h = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial h}{\partial x_n} \right) \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{pmatrix}$ est un scalaire.

Conventions :

- $L_f^0 h = h$

- $L_f^1(h) = \frac{\partial h}{\partial x} f$ et $L_f^2(h) = \frac{\partial h}{\partial x} [L_f^1(h)] f, \dots$

On définit par suite la matrice G , tel que (pour le cas où $h = [h_1, \dots, h_p]$) :

$$G = \begin{pmatrix} L_f^0 h_1 & \dots & L_f^0 h_p \\ \dots & \dots & \dots \\ L_f^{n-1} h_1 & \dots & L_f^{n-1} h_p \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Maintenant, on définit la matrice d'observabilité O qui est le gradient de G :

$$O = \begin{pmatrix} dL_f^0 h_1 & \dots & dL_f^0 h_p \\ \dots & \dots & \dots \\ dL_f^{n-1} h_1 & \dots & dL_f^{n-1} h_p \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

La matrice O doit être de plein rang n pour que le système soit observable. Ainsi qu'un autre indice d'observabilité (Ind_{obs}) peut donner et d'une façon claire le conditionnement du système ainsi qu'une idée sur l'observabilité de chacun des états par la décomposition en valeur singulière de la matrice O tel que : $Ind_{obs}(x_i) = \sigma_i(OO^T)$ avec σ_i est la valeur singulière de l'état correspondant.

2.2.1.3 Conditions Analytiques d'Observabilité

- **Définition 5 : (Entrée universelle)** : une entrée est universelle pour le système 2.1 si :

$$\forall x_0 \neq x'_0, \exists \tau \geq 0 : h(\chi(\tau, x_0)) \neq h(\chi(\tau, x'_0))$$

- **Définition 6 : (Observabilité Uniforme)** : un système est uniformément observable (UO) si chaque entrée est universelle.

2.2.2 Cas des systèmes discrets

Le concept d'observabilité cité précédemment peut être étendu directement à la classe des systèmes à temps discret. Différents types de définitions ont été abordés dans

[35]. Nous allons étendre les propriétés présentés par [36], [37] au cas continu pour le mode discret, soit le modèle suivant :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, u_k) \\ y_k &= h(x_k) \end{aligned} \quad (2.6)$$

où $x_k \in \mathbb{R}^n$, $u_k = [u_{1k}, \dots, u_{mk}]^T \in \mathbb{R}^m$ et $y_k \in \mathbb{R}^p$. Pour toute entrée $u_k \in \mathbb{R}^m$ constante : $f_u(x_k) = f(x_k, u_k)$ est un champ de vecteur C^∞ sur \mathbb{R}^n et les $h_i, i = 1, \dots, p$ composantes de h sont des fonctions C^∞ de \mathbb{R}^n sur \mathbb{R} .

Soit $\chi_{U_{[0,k-1]}}(k, 0, x_0)$ la solution à l'instant k du système 2.6 soumis à la commande $U_{[0,k-1]}$ et issue de la condition initiale à l'instant $k = 0$.

- **Définition 7 : (Indiscernabilité)** : Deux états distincts $x_0, \bar{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ sont dit discernables si, pour tout $k \in \mathbb{N}$ et toute séquence d'entrées admissibles $U_{[0,k-1]}$, les trajectoires $h(\chi_{U_{[0,k-1]}}(k, 0, x_0))$ et $h(\chi_{U_{[0,k-1]}}(k, 0, \bar{x}_0))$ sont différentes sur leur domaine de définition commun. Dans ce cas, on dit que $U_{[0,k-1]}$ distingue les points x_0 et \bar{x}_0 . Le système non linéaire 2.6 est dit observable en $x_0 \in \mathbb{R}^n$, si l'ensemble des états indiscernables de x_0 ne contient que x_0 .
- **Définition 8 : (Observabilité uniforme)** : Le système 2.6 est dit N-uniformément observable en $x_0 \in \mathbb{R}^n$ si, pour tout $\bar{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, tout $k = 0, \dots, N$ et toute séquence d'entrée admissible $U_{[0,k-1]}$, il existe un entier $N \in [n - 1, \infty]$ et une fonction $\alpha : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ tel que :

$$\sum_{k=0}^N \|h(\chi_{U_{[0,k-1]}}(k, 0, x_0)) - h(\chi_{U_{[0,k-1]}}(k, 0, \bar{x}_0))\| \geq \alpha \|x_0 - \bar{x}_0\| \quad (2.7)$$

où la fonction α est continue, croissante avec $\alpha(0) = 0$.

Le système 2.6 est N-uniformément observable s'il l'est pour tout $x_k \in \mathbb{R}^n$

- **Définition 9 : (Observabilité au sens du rang)** : Le système 2.6 est dit observable au sens du rang en $x_0 \in \mathbb{R}^n$ si :

$$\dim dO(h)(x_0) = n$$

où $dO(h)(x_0)$ est l'espace d'observabilité. Cet espace d'observabilité est défini d'une façon numérique dans les travaux de [38] et [39].

2.3 Estimation d'état : les différents types d'observateurs

Comme la plupart des processus physiques sont décrits par des modèles mathématiques non linéaires, il est nécessaire de développer des nouvelles méthodes pour la reconstruction de l'état afin d'augmenter les performances des lois de commande pour couvrir l'ensemble de la plage de fonctionnement. La synthèse d'observateur d'état des systèmes non linéaires est naturellement plus difficile que celle des systèmes linéaires. A notre connaissance il n'existe pas, à l'heure actuelle, des méthodes universelles pour la synthèse de ces observateurs. En général, on distingue trois approches pour la synthèse d'observateurs.

1. Les méthodes fondées sur une transformation non linéaire, basée sur l'algèbre de Lie, permettent de mettre le système sous une forme canonique quasi-linéaire. L'objectif est de trouver un changement de coordonnées, afin que la dynamique de l'erreur d'estimation devienne linéaire. Une telle transformation étant faite, les techniques d'observation des systèmes linéaires peuvent être utilisées pour estimer l'état du système transformé, et donc l'état du système original en utilisant le changement de coordonnées inverse. Des conditions nécessaires et suffisantes pour un système non linéaire transformé sous une forme canonique ont été établies dans [40] et [41].
2. Des méthodes sont basées sur une linéarisation du modèle autour d'un point de fonctionnement. C'est par exemple le cas du filtre de Kalman étendu et de l'observateur de Luenberger étendu. Malgré la restriction à la convergence locale de cette méthode, elle est largement utilisée dans la pratique et donne généralement des bons résultats.
3. Observateurs à grand gain : Un observateur de type grand gain est synthétisé pour une classe de systèmes non-linéaires uniformément observables [42]. Le principe

repose sur l'introduction d'un gain d'observation qui dépend d'un paramètre θ . Le nom "grand gain" est dû au fait que le gain de l'observateur est suffisamment grand pour affaiblir la non-linéarité du système. Notons cependant qu'avec l'observateur à grand gain, le choix d'un paramètre θ suffisamment grand assure une convergence sûre et rapide, avec en contre partie une grande sensibilité au bruit d'observation.

D'autres types d'observateurs ont été proposés récemment. Citons d'abord l'observateur de Luenberger généralisé [43] qui consiste à ajouter à l'observateur de Luenberger un deuxième gain à l'intérieur de la partie non linéaire du système. Citons également les techniques d'observation basées sur la théorie de la contraction comme outil d'analyse de la convergence entre l'observateur et le modèle [44], [45].

Nous allons présenter dans ce qui suit : le Filtre de Kalman Etendu, Observateur de Thau et ses généralisations, l'approche LMI et les observateurs à entrée inconnues.

2.3.1 Filtre de Kalman Etendu

Le filtre de Kalman étendu [46] est l'une des techniques d'estimation les plus utilisées et qui était largement étudiées dans le domaine d'estimation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. Le filtre de Kalman étendu est une extension directe du filtre de Kalman standard en remplaçant les matrices d'état et de sortie du système linéaire par les jacobéennes des non-linéarités du système en question.

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_t = f(x_t, u_t) + v_t \\ y_t = h(x_t, u_t) + w_t \end{cases} \quad (2.8)$$

avec : v_t et w_t sont respectivement bruit sur le système et les mesures.

les équations du filtre sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}}(t) &= f(\hat{x}(t), u(t)) + PH(\hat{x}(t), u(t))R^{-1}(y(t) - h(\hat{x}(t), u(t))) \\ \dot{P} &= F(\hat{x}(t), u(t))P + PF(\hat{x}(t), u(t))^T + Q - PH(\hat{x}(t), u(t))^T R^{-1}H(\hat{x}(t), u(t))P \end{aligned} \quad (2.9)$$

ou : $F(\hat{x}(t), u(t)) = \frac{\partial f}{\partial x}(x, u)|_{x=\hat{x}}$ et $H(\hat{x}(t), u(t)) = \frac{\partial h}{\partial x}(x, u)|_{x=\hat{x}}$

Pour le cas discret, où le système est représenté comme suit :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) + G_k v_k \\ y_k = h(x_k, u_k) + D_k w_k \end{cases} \quad (2.10)$$

le E.K.F s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} e_{k+1} \\ P_{k+1} &= (I_{n_d+n_a} - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1/k} \\ \hat{x}_{k+1/k} &= \bar{f}(\hat{x}_k) \\ P_{k+1/k} &= F_k P_k F_k^T + Q_k \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec :

$$\begin{aligned} K_{k+1} &= P_{k+1/k} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \\ e_{k+1} &= y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1/k}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.3.2 Observateur de Thau

l'Observateur de Thau [47] ou appelé encore "Observateur de Lipschitz" considère la forme spéciale suivante du système non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x) + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.13)$$

avec A , B , C et $f(\cdot)$ sont connues et (y, u) sont aussi connues.

Si la paire (A, C) est observable, donc il existe une matrice K tel que les valeurs propres de $A_0 = A - KC$ se situent dans le demi-plan gauche. L'observateur de Thau est défini

alors comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + f(\hat{x}) + Bu + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (2.14)$$

On définit ensuite l'erreur d'observateur tel que : $K(y - \hat{y}) = -KCe$ avec $e = \hat{x} - x$.

L'expression de l'équation de l'erreur dynamique est :

$$\dot{e} = (A - KC)e + f(\hat{x}) - f(x) = A_0e + f(\hat{x}) - f(x) \quad (2.15)$$

Soit A_0 est stable, donc pour toute matrice Q définie positive, il existe une matrice P définie positive et unique tel que l'équation de Lyapunov suivante est établie :

$$A_0^T P + P A_0 = -2Q \quad (2.16)$$

d'où, le choix du gain K se base sur le théorème suivant :

Théorème 2.3.1. *Si on choisit K tel que A_0 peut donner une solution de l'équation de Lyapunov et satisfaisant :*

$$\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\|P\|} > L \quad (2.17)$$

où : L est la constante de Lipschitz vérifiant : $\|f(x_1) - f(x_2)\| < L\|x_1 - x_2\|$ pour tout x_1 et x_2 , donc l'observateur de Thau est asymptotiquement stable.

Démonstration :

On définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = e^T P e$$

la dérivée de V , évaluée tout au long de la solution de l'erreur dynamique est :

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} &= e^T (A_0^T P + P A_0) e + 2e^T P [f(\hat{x}) - f(x)] \\ &= -2e^T Q e + 2e^T P [f(\hat{x}) - f(x)] \end{aligned} \quad (2.18)$$

En utilisant la condition de Lipschitz, on a :

$$\begin{aligned} &\leq -2e^T Q e + 2L\|e\|\|P\|\|e\| \\ \dot{V} &\leq -2\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 + 2L\|e\|\|P\|\|e\| \\ &\leq -2[\lambda_{\min}(Q) - L\|P\|]\|e\|^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Si $\lambda_{\min}(Q) > L\|P\|$ (donc $\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\|P\|} > L$), $\dot{V} < 0$.

$e = 0$ est un point d'équilibre asymptotiquement stable et :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$$

Exemple Numérique :

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(x_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La constante de Lipschitz pour $f(x) = \sin(x_1)$ est $L = 1$. La sortie est $y = \sin(x)$ est donnée par la figure suivante :

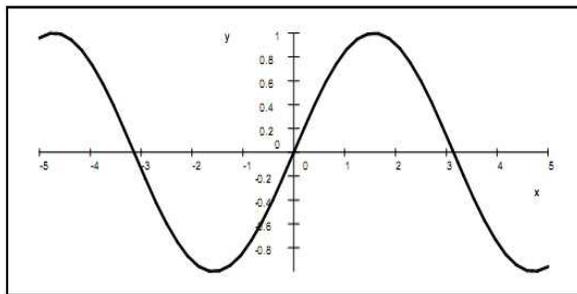


Fig. 2.1: Evolution de la sortie $y = \sin(x)$

On remarque d'après la figure 2.1 que la valeur maximale de $\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\|P\|}$ est établie lorsque

$Q = I$, donc nous allons chercher A_0 tel que :

$$A_0^T P + P A_0 = -2I$$

et $\frac{1}{\|P\|} > 1$ avec :

$$\|P\|^2 = \sum_{i,j=1}^n p_{ij}^2 = \text{tr}(P^T P)$$

On choisit $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, donc : $P = P^T > 0$ et $\|P\| = 0.68 < 1$.

et soit $A_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, ici nous avons $\lambda_{\max}(P) = 1;809 > 1$ d'où la condition n'est pas satisfaite ce qui montre la difficulté de cette approche et par suite que cette méthode n'est pas constructive.

Cette approche a été étendue par plusieurs auteurs [48] qui ont simplifié la problème en remplaçant la matrice Q par une matrice identité I_n . Une méthode basée sur des observateurs exponentiels a été proposée par [49]. Par ailleurs, une méthode constructive a été proposée par [50].

2.3.3 Observateur sous forme canonique

Cette approche est fondée sur une transformation non-linéaire, basée sur l'algèbre de Lie et qui permet de mettre le système sous une forme canonique [40],[51].

Soit le système non linéaire décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.20)$$

L'observabilité de tel système non linéaires est indépendante de l'entrée u . f et h sont des fonctions C^∞ , il existe alors une transformation non linéaire $x = T(z)$ tel que le système

2.20 peut être transformé sous forme observable suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} z - \begin{pmatrix} f_0(z_n) \\ f_1(z_n) \\ \vdots \\ f_{n-1}(z_n) \end{pmatrix} \\ y = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} z = z_n \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Donc, l'observateur a la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{z}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \hat{z} - \begin{pmatrix} f_0(z_n) \\ f_1(z_n) \\ \vdots \\ f_{n-1}(z_n) \end{pmatrix} - K(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{z} = \hat{z}_n \end{array} \right. \quad (2.22)$$

avec : $K = [k_0 \ \dots \ k_{n-1}]$

L'erreur dynamique de l'observateur ($e = \hat{z} - z$) est :

$$\dot{e} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} e - \begin{pmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \vdots \\ k_{n-1} \end{pmatrix} e_n = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & -k_1 \\ 1 & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \ddots & -k_{n-2} \\ 0 & 0 & 1 & -k_{n-1} \end{pmatrix} e \quad (2.23)$$

Donc, le polynôme caractéristique est :

$$p(s) = k_0 + k_1 s + \dots + k_{n-1} s^{n-1} + s^n \quad (2.24)$$

Le choix du gain K revient donc à que le polynôme $p(s)$ soit stable donc $e \rightarrow 0$.

Le problème maintenant est de trouver une transformation $x = T(z)$?

On rappelle tout d'abord la matrice d'observabilité Θ basée sur les dérivés de Lie :

$$\Theta = \begin{bmatrix} L_f^0(dh)(x) & L_f^1(dh)(x) & \dots & L_f^{n-1}(dh)(x) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

la dernière colonne de Θ^{-1} est $\frac{\partial T}{\partial z_1}$, ce qui donne :

$$\frac{\partial T}{\partial z_k} = \left(ad^{k-1}f, \frac{\partial T}{\partial z_1} \right) \quad (2.26)$$

avec : $(ad^k f, g) = [f, (ad^{k-1}f, g)]$ et $(ad^1 f, g) = [f, g] = \frac{\partial f}{\partial x}g - \frac{\partial g}{\partial x}f$.

Exemple Numérique :

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 + \sin(x_1) \\ x_2 + x_3 \end{bmatrix}$$

$$y = x_1$$

La matrice d'observabilité Θ est la suivante :

$$\Theta = \begin{bmatrix} L_f^0(dh)(x) \\ L_f^1(dh)(x) \\ L_f^2(dh)(x) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos(x_1) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

il est facile de déduire que : $\frac{\partial T}{\partial z_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, ce qui donne :

$$\frac{\partial T}{\partial z} = [(ad^0 f, \frac{\partial T}{\partial z_1}), (ad^1 f, \frac{\partial T}{\partial z_1}), (ad^2 f, \frac{\partial T}{\partial z_1})] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

donc on déduit la transformation tel que :

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} z$$

ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 + \sin(x_1) \\ x_2 + x_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(z_3) \\ z_3 + \sin(z_3) \\ z_3 \end{bmatrix}$$

la nouvelle forme observable est :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{bmatrix} \sin(z_3) \\ z_3 + \sin(z_3) \\ z_3 \end{bmatrix} \\ y = z_3 \end{cases}$$

L'observateur donc est :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \\ \dot{\hat{z}}_3 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \hat{z} + \begin{bmatrix} \sin(z_3) \\ z_3 + \sin(z_3) \\ z_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} (\hat{z}_3 - z_3) \\ y = \hat{z}_3 \end{cases}$$

par suite on peut déterminer le polynôme caractéristique et calculer le gain K .

2.3.4 Observateur à Grand Gain

Cet observateur non linéaire est proposé par J. P.Gauthier, H. Hammouri et S. Othman dans [42], il peut être considéré comme une généralisation de l'observateur à mode glissant, il ne nécessite pas une linéarisation autour d'un point de fonctionnement du système non linéaire et sa convergence est démontrée théoriquement.

2.3.4.1 Principe

La structure d'un observateur à grand gain pour le système d'équations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.27)$$

est présentée sur la figure (2.2).

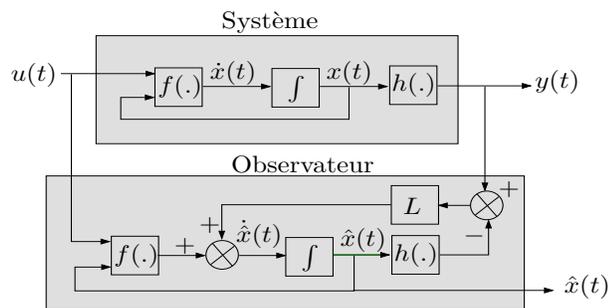


Fig. 2.2: Diagramme fonctionnel d'un observateur à grand gain

Cette structure fait apparaître d'abord la présence d'un estimateur d'état fonctionnant en boucle ouverte caractérisé par la même dynamique que celle du système. La dynamique désirée en boucle fermée par cet observateur est obtenue par l'introduction d'un vecteur (ou matrice dans le cas multi-variable) des gains L . Le vecteur des gains est choisi pour des valeurs des gains relativement grandes dans le but d'amortir l'effet d'une non linéarité non modélisée ou de contourner la variation des paramètres internes des systèmes. D'où l'appellation grand gain pour ce type d'observateurs [52].

Pour un système non linéaire défini par la relation (2.27), l'observateur à grand gain s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t), u(t)) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= h(\hat{x}(t)) \end{aligned}$$

La synthèse de l'observateur à grand gain nécessite une étude préliminaire du système non linéaire pour le mettre sous une forme exploitable pour la synthèse. Cette forme

exige que le système appartienne à la classe des systèmes non linéaires vérifiant la propriété de l'observabilité uniforme.

2.3.4.2 Etude préliminaire

Pour ce faire, on considère le système non linéaire mono-variable suivant :

$$\Sigma_0 : \begin{cases} \dot{z}(t) = f(z(t), u(t)) \\ y(t) = h(z(t)) \end{cases} \quad (2.28)$$

avec :

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n; u(t) \in \mathbb{R}; y(t) \in \mathbb{R}$$

Dans le but de faciliter la reconstruction du vecteur d'état, on procède à un changement des coordonnées qui permet d'exprimer la sortie mesurée du système en fonction seulement de la première composante du vecteur d'état. La construction de la totalité du vecteur d'état peut être réalisée par des dérivées successives de la sortie. La représentation résultante est dite forme canonique d'observabilité uniforme.

Donc, pour obtenir ceci, on pose :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t) = h(z(t)) \\ x_2(t) &= \dot{x}_1(t) = \dot{y}(t) = L_f h(z(t)) \\ x_3(t) &= L_f^2 h(z(t)) \\ &\vdots \\ x_n(t) &= \dot{x}_{n-1}(t) = L_f^{n-1} h(z(t)) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Par le changement des coordonnées considéré, la dynamique du système Σ_0 se réécrit dans les nouvelles coordonnées comme suit :

$$\Sigma_t : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \varphi(x(t), u(t)) \\ y(t) = Cx(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (2.30)$$

avec :

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}; \varphi(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ L_f^n h(z(t)) \end{bmatrix}$$

Remarque :

La représentation sous la forme canonique d'observabilité exige les conditions suivantes :

1. Le changement des coordonnées, Φ , réalise une bijection afin de pouvoir reconstruire le vecteur d'état initial, avec Φ est telle que :

$$\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$z(t) \mapsto x(t) = \Phi(z(t), u(t)) = \begin{bmatrix} h(z(t)) \\ L_f h(z(t)) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(z(t)) \end{bmatrix}$$

2. La sortie $y(t)$ doit être $(n - 1)$ dérivable.

Par conséquent, l'observation du système Σ_0 est conditionnée par l'hypothèse globale, (*l'hypothèse 1*), suivante :

Hypothèse 1

La fonction $\Phi(z(t), u(t))$ doit être un difféomorphisme.

2.3.4.3 Equation de l'Observateur

Si le système Σ_0 vérifie l'hypothèse (*hypothèse 1*), un observateur relatif au système Σ_r est de la forme [42],[52] :

$$\hat{\hat{x}}(t) = A\hat{\hat{x}}(t) + \varphi(\hat{\hat{x}}, u) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C(\hat{\hat{x}} - x) \quad (2.31)$$

avec :

description

•

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left[1 \quad \frac{1}{\theta} \quad \dots \quad \frac{1}{\theta^{n-1}} \right]; \theta \geq 1;$$

- la matrice S est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation algébrique de Lyapunov :

$$S + A^T S + SA - C^T C = 0 \quad (2.32)$$

La structure de l'observateur ainsi adoptée est un observateur à grand gain à convergence exponentielle c'est à dire :

$\exists t_0 \geq 0$ tel que $\forall t \geq t_0; \forall \hat{x}(0) \in \mathbb{R}^n; \exists \lambda, \mu_\theta > 0$ tel que :

$$\|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq \lambda e^{-\mu_\theta t} \|\hat{x}(0) - x(0)\|$$

Remarques

- L'expression du vecteur gain, $\theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T$, est obtenue à partir de l'article d'origine de l'observateur à grand gain [42] où Gauthier a énoncé le premier observateur à grand gain ayant la structure suivante :

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + \varphi(\hat{z}(t), u(t)) - S_\infty^{-1} C^T C(\hat{z}(t) - z(t))$$

avec S_∞ est la matrice définie positive solution de l'équation :

$$\theta S_\infty + S_\infty A + A^T S_\infty - C^T C = 0 \quad (2.33)$$

Donc, en comparant les deux équations de l'observateur, on peut remarquer que le vecteur gain de l'observateur à grand gain a été décomposé où on a considéré :

$$S_\infty = \frac{1}{\theta} \Delta_\theta S \Delta_\theta$$

avec S est la solution de l'équation (2.33) pour $\theta = 1$. Ceci peut être facilement vérifier.

- Dans le théorème précédent, $\Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T$ peut être remplacée par

$$\begin{bmatrix} L_1 \theta \\ \vdots \\ L_n \theta^n \end{bmatrix}$$

où L_1, \dots, L_n sont tels que les valeurs propres de la matrice $A - LC$ sont à parties réelles négatives.

Démonstration :

On note par \tilde{x} , le vecteur d'erreurs entre les deux vecteurs d'état estimé et réel, telle que $\tilde{x} = \hat{x}(t) - x(t)$.

On a :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \tilde{x}(t) + \varphi(\hat{x}(t), u(t)) - \varphi(x(t), u(t))$$

On peut facilement vérifier que : $\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \theta A$ et $C \Delta_\theta = C$. En effet, on a :

$$\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\theta^{n-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta^{n-1} \end{bmatrix} = \theta A$$

En posant $\bar{x}(t) = \Delta_\theta \tilde{x}(t)$, alors on obtient :

$$\dot{\bar{x}}(t) = \theta A \bar{x}(t) - \theta S^{-1} C^T C \bar{x}(t) + \Delta_\theta (\varphi(\hat{x}(t), u(t)) - \varphi(x(t), u(t)))$$

On définit une fonction candidate de Lyapunov $V(\bar{x}, t) = \bar{x}^T(t) S \bar{x}(t)$, sa dérivée par

rapport au temps $\dot{V}(\bar{x}, t)$ peut être obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{x}, t) = & 2\bar{x}^T S \dot{\bar{x}} \\ & 2\theta \bar{x}^T S A \bar{x} - 2\theta \bar{x}^T C^T C \bar{x} + 2\bar{x}^T S \Delta_\theta (\varphi(\hat{x}, u) - \varphi(x, u)) \\ & - \theta V + \theta \bar{x}^T C^T C \bar{x} + 2\bar{x}^T S \Delta_\theta (\varphi(\hat{x}, u) - \varphi(x, u)) - 2\theta \bar{x}^T C^T C \bar{x} \end{aligned}$$

En utilisant (2.32), la dérivée $\dot{V}(\bar{x}, t)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{x}, t) = & -\theta V + 2\theta \left(\frac{1}{2} \bar{x}^T C^T C \bar{x} - \bar{x}^T C^T C \bar{x} \right) + 2\bar{x}^T S \Delta_\theta (\varphi(\hat{x}, u) - \varphi(x, u)) \\ \leq & -\theta V + 2\bar{x}^T S \Delta_\theta (\varphi(\hat{x}, u) - \varphi(x, u)) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Le signe $\dot{V}(\bar{x}, t)$ dépendra de celui de :

$$\bar{x}^T S \Delta_\theta (\varphi(\hat{x}, u) - \varphi(x, u))$$

Si on considère l'hypothèse (*Assumption 2*) suivante :

Hypothèse

La fonction $\varphi(x(t), u(t))$ est lipschitzienne en x c'est à dire : $\exists c > 0; \forall (m, n) \in (\mathbb{R}^n)^2; \|\varphi(m) - \varphi(n)\| \leq c \|m - n\|$.

Pour $\theta \geq 1$, on déduit :

$$\|\Delta_\theta (\varphi(\hat{x}, u) - \varphi(x, u))\| \leq \xi_0 \|\bar{x}\| \quad (2.35)$$

où ξ_0 est une constante positive indépendante de θ . D'après l'inégalité (2.35), l'inégalité (2.34) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq -\theta V + 2\lambda_{\max}(S) \|\bar{x}\| \xi_0 \|\bar{x}\| \\ & \leq -(\theta - c_1) V \end{aligned}$$

où $c_1 = 2 \frac{\xi_0}{\lambda_{\min}}$ avec λ_{\min} représente la plus petite valeur propre de S . Maintenant, si on prend $\theta_0 = \max 1, c_1$ et en remarquant que pour $\theta \geq 1$ on a $\|\bar{x}(t)\| \leq \|z(t)\| \leq \theta^{n-1} \|\bar{x}(t)\|$, alors, on peut déduire :

$$\|\tilde{x}(t)\| \leq \theta^{n-1} e^{[-(\frac{\theta - c_1}{2})t]} \|\tilde{x}(0)\|$$

C'est facile de remarquer que $\lambda = \theta^{n-1}$, $\mu_\theta = \frac{\theta - c_1}{2}$. Ce qui prouve la convergence exponentielle de l'observateur à grand gain.

2.3.4.4 Equations de l'observateur dans les coordonnées originales

Puisque Φ est un difféomorphisme, les coordonnées originales $z(t)$ sont obtenues par :

$$z(t) = \Phi^{-1}(x(t))$$

D'après [53], l'observateur (2.31) s'écrit dans les coordonnées originales $z(t)$ de la façon suivante :

$$\dot{\hat{z}}(t) = f(\hat{z}, u) - \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial (u, \hat{z})} \right)^{-1} \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C \tilde{z}(t) \quad (2.36)$$

avec $\hat{z}(t)$ est l'état estimé et $\tilde{z}(t) = \hat{z}(t) - z(t)$ est l'erreur d'estimation.

Des nombreuses approches proposées dans la littérature utilisent les observateurs à grand gain : on cite [54] qui ont étendu les résultats précédents aux observateurs d'ordre réduit et [55] qui ont synthétisé un observateur à grand gain adaptatif pour les systèmes non linéaires à paramètres inconnus.

2.3.5 Observateur à entrée inconnue

Peu de travaux ont été réalisés pour étendre les méthodes des observateurs des systèmes non linéaires aux systèmes singuliers qui permettent généralement de décrire les systèmes non linéaires à entrées inconnues. Boutayeb et al. [56] ont proposé une méthode de synthèse d'observateur d'ordre plein pour un système non linéaire singulier. Les conditions d'existence de l'observateur assurant la stabilité locale y sont données. Cette approche n'utilise pas de transformation particulière et généralise les résultats proposés dans [57] et [47].

Nous détaillons dans ce qui suit cette approche.

Soit le système singulier suivant :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = f(x(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.37)$$

où : $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^m$, f une fonction de $\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ et E une matrice de $\mathbb{R}^{q \times n}$.

On introduit la structure générale d'observateur suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = g(z(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Qy(t) \end{cases} \quad (2.38)$$

où : $z(t) \in \mathbb{R}^n$, $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^n$ et $Q \in \mathbb{R}^{n \times p}$.

Les conditions de convergence de l'erreur d'observation $e = \hat{x} - x$ vers zéro sont présentées dans le théorème ci-dessous [56].

Théorème 2.3.2. *Soit la classe de systèmes 2.37 et l'observateur 2.38. Si les hypothèses suivantes sont vérifiées :*

- $\text{rang} \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = n$ où $H = \frac{\partial h}{\partial x}(0)$.
- la paire (PF, H) est détectable où $F = \frac{\partial f}{\partial x}(0)$.

Alors l'observateur 2.38 garantit que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}(t) - x(t)) = 0$$

avec :

$$\begin{aligned} g(z, y) &= Pf(\hat{x}) + L(\hat{x}, y) \\ L(\hat{x}, h(\hat{x})) &= 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Démonstration :

Comme la matrice $\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}$ est de plein rang colonne, il existe une matrice non-singulière

$\begin{pmatrix} P & Q \\ a & b \end{pmatrix}$ telle que :

$$\begin{pmatrix} P & Q \\ a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_n \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

D'après l'approximation locale $y = Hx$ et l'expression $PE + QH = I_n$ donnée par 2.40, on obtient :

$$e = z - Qy - x = z - PEx$$

la dynamique de l'erreur a pour expression :

$$\dot{e} = \dot{z} - PE\dot{x} = Pf(\hat{x}) - Pf(x) + L(\hat{x}, h(x)) = Pf(e+x) - Pf(x) + L(e+x, h(x)) \quad (2.41)$$

En utilisant 2.40, l'équation 2.41 se réécrit :

$$\dot{e} = Pf(e+x) - Pf(x) + L(e+x, h(x)) - L(e+x, h(x+e)) \quad (2.42)$$

ou encore :

$$\dot{e} = (PF - KH)e \quad (2.43)$$

avec : $F = \frac{\partial f}{\partial x}(0)$, $H = \frac{\partial h}{\partial x}(0)$, $K = \frac{\partial L(e+x, h(x))}{\partial h(x)}|_{x=0, e=0}$. Il apparait maintenant que si la deuxième condition du théorème est satisfaite, alors on peut trouver une matrice K telle que le vecteur d'erreur d'estimation converge vers zéro.

2.3.6 Approche LMI

Malgré l'intérêt porté, durant ces dernières années, au problème d'observation de l'état des systèmes non linéaires, peu d'attention a été prêtée aux systèmes à temps discret. Dans cette section, nous abordons le problème de synthèse d'observateurs d'état des systèmes non linéaires lipschitziens à temps discret qui est basé sur la résolution des LMIs garantissant la stabilité et la convergence d'observateur [36].

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + f(x_k, u_k) \\ y_k = Cx_k \end{cases} \quad (2.44)$$

où : $x_k \in \mathbb{R}^n, u_k \in \mathbb{R}^m, y_k \in \mathbb{R}^p$, A et C sont deux matrices d'ordre approprié.

$f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ est lipschitzienne :

$$\|f(x_1, u) - f(x_2, u)\| \leq \gamma \|x_1 - x_2\| \quad (2.45)$$

avec : $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n, \gamma > 0$.

L'observateur de Luenberg s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{x}^{k+1} = A\hat{x}_k + f(\hat{x}_k, u_k) + L(y_k - C\hat{x}_k) \\ \hat{y}_k = C\hat{x}_k \end{cases} \quad (2.46)$$

Soit l'erreur d'estimation : $\varepsilon_k = x_k - \hat{x}_k$, en utilisant 2.44 et 2.46 nous avons :

$$\varepsilon_{k+1} = (A - LC)\varepsilon_k + \Delta f_k \quad (2.47)$$

avec $\Delta f_k = f(x_k, u_k) - f(\hat{x}_k, u_k)$.

Le problème revient à déterminer le gain L assurant la convergence asymptotique de ε vers 0. La synthèse de l'observateur (détermination du gain) est donnée par le théorème suivant [58] :

Théorème 2.3.3. *L'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers l'origine s'il existe deux matrices $P = P^T > 0$ et R de dimensions appropriées et un scalaire positif τ tel que la LMI suivante soit satisfaite :*

$$\begin{pmatrix} -P + \tau\gamma^2 I_n & A^T P - C^T R & A^T P - C^T R \\ (\star) & P - \tau I_n & 0 \\ (\star) & (\star) & -P \end{pmatrix} < 0 \quad (2.48)$$

le gain L est donné par $L = P^{-1}R^T$

Démonstration :

On considère la fonction de Lyapunov quadratique suivante : $V(\varepsilon_k) = \varepsilon_k^T P \varepsilon_k$. La variation de cette fonction est :

$$\Delta V = \varepsilon_k^T [(A - LC)^T P (A - LC)] \varepsilon_k + 2\varepsilon_k^T (A - LC)^T P \Delta f_k + \Delta f_k^T P \Delta f_k$$

ou : $\Delta V = V(\varepsilon_{k+1}) - V(\varepsilon_k)$

La fonction de Lyapunov proposée garantit la stabilité asymptotique de ε vers 0, si :

1. $V(\varepsilon_k) > 0$ pour tout $\varepsilon_k \neq 0$.
2. $\Delta V < 0$ pour toute trajectoire possible de 2.47.

Vérification des conditions :

1. Pour la première condition $V(\varepsilon_k) > 0$, elle est vérifiée puisque P est définie positive.

2. $\Delta V < 0$:

Nous avons : $\Delta V = [\varepsilon_k^T \Delta f_k^T] \Omega \begin{bmatrix} \varepsilon_k \\ \Delta f_k \end{bmatrix}$ avec :

$$\Omega = \begin{pmatrix} (A - LC)^T P (A - LC) - P & (A - LC)^T P \\ P(A - LC) & P \end{pmatrix}$$

D'autre part, d'après la condition de Lipschitz 2.45, nous déduisons : $\Delta f_k^T \Delta f_k < \gamma^2 \varepsilon_k^T \varepsilon_k$, ce qui est équivalent à :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \varepsilon_k^T & \Delta f_k^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma^2 I_n & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_k \\ \Delta f_k \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.49)$$

et comme le scalaire Γ est négatif ou nul, alors :

$$\Delta V \leq \Delta V - \tau \Gamma = \begin{bmatrix} \varepsilon_k^T & \Delta f_k^T \end{bmatrix} \left\{ \Omega - \tau \begin{pmatrix} -\gamma^2 I_n & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \varepsilon_k \\ \Delta f_k \end{bmatrix}$$

explicitement, on a :

$$\Omega_\tau = \Omega - \tau \begin{pmatrix} -\gamma^2 I_n & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (A - LC)^T P (A - LC) - P + \tau \gamma^2 I_n & (A - LC)^T P \\ P(A - LC) & P - \tau I_n \end{pmatrix}$$

Finalement en utilisant le complément de Schur et la notation $PL = R^T$, l'inégalité $\Omega_\tau < 0$ est équivalente à 2.48.

Une amélioration de cette synthèse d'observateur est donné par [36], qui se base sur la définition de deux nouvelles fonctions de Lyapunov, dont nous présentons le théorème qui fourni des conditions de synthèse d'observateur moins restrictive que celui 2.48.

Théorème 2.3.4. *ε converge asymptotiquement vers l'origine, s'il existe des scalaires $\varepsilon > 0, \alpha > 0$ et $\beta \in \mathbb{R}$ et des matrices $P = P^T > 0, Q = Q^T$ et R de dimension appropriées tel que les inégalités suivantes soient satisfaites :*

$$\begin{pmatrix} -P + \beta Q + (1 + \varepsilon) \alpha \gamma^2 I_n < 0 \\ \left(\begin{array}{ccc} \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} P - \frac{\beta}{1 + \varepsilon} Q & A^T P - C^T R & A^T P - C^T R \\ PA - R^T C & P - \alpha I_n & 0 \\ PA - R^T C & 0 & -P \end{array} \right) < 0 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

2.4 Conclusion

Ce deuxième chapitre présente des notions fondamentales sur l'observabilité et les observateurs non linéaires. En prenant en considération le rôle central joué par les observateurs non linéaires dans la suite de nos travaux de recherche servant de choisir l'une des techniques présentées pour l'estimation d'état des réseaux électriques (utilisation du Filtre de Kalman Etendu). Nous avons tout d'abord présenté un état de l'art

sur les différentes techniques d'estimation de l'état. Un état de l'art regroupe la plupart des techniques de conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires à temps continu et discret. Pour cette classe générale de systèmes, nous avons vu qu'il n'existe pas, à l'heure actuelle, de méthode universelle pour la synthèse d'observateurs. Les approches développées à ce jour sont soit une approximation des algorithmes linéaires, soit des algorithmes non linéaires spécifiques pour certaines classes de systèmes.

CHAPITRE 3 : ESTIMATION D'ÉTAT ET DIAGNOSTIC DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES HT

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous traitons deux problèmes : l'estimation d'état et le diagnostic des réseaux électriques. L'estimation d'état sera assurée par l'application de filtre du Kalman étendu (utilisé comme estimateur E.K.E) sur un modèle dynamique transformé des réseaux que nous détaillerons dans une première partie. Dans une deuxième partie, la détection, la localisation et l'estimation des défauts est assurée à travers une nouvelle approche que nous proposons basée sur l'ajout d'une fenêtre des mesures au F.K.E ainsi qu'une version améliorée avec des entrées inconnues pour l'isolation et l'estimation des défauts. Un algorithme regroupant les différentes étapes sera proposé.

3.2 Modélisation dynamique du réseau

3.2.1 Transformation du modèle dynamique du réseau

Dans le chapitre 1, nous avons présenté le modèle dynamique d'un réseau électrique sous forme DAE, dans ce qui suit nous allons proposer quelques transformations afin de le rendre sous forme ODE de base. La forme générale du modèle de DAE est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= F(x_d(t), x_a(t), u(t)) \\ 0 &= g(x_d(t), x_a(t)) \\ y(t) &= h(x_d(t), x_a(t)) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Avec : $x_d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$, $x_a(t) \in \mathbb{R}^{n_a}$ sont respectivement les variables d'états dynamiques et algébriques, $F(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_d}$ une fonction représentant les équations différentielles non linéaires, $g(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_a}$ représente les contraintes (équations) algébriques non linéaires, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ la commande et $y(t) \in \mathbb{R}^m$ la sortie du système. Le problème posé par le

système (3.1) est que $\dot{x}_a(t)$ n'apparaît pas explicitement. Pour le faire apparaître, on différencie les contraintes $g(x_d(t), x_a(t))$ par rapport au temps :

$$\begin{aligned} 0 &= g_{x_d}(x_d(t), x_a(t))\dot{x}_d(t) + g_{x_a}(x_d(t), x_a(t))\dot{x}_a(t) \\ 0 &= g_{x_d}(x_d(t), x_a(t))F(x_d(t), x_a(t), u(t)) + g_{x_a}(x_d(t), x_a(t))\dot{x}_a(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Où $g_{x_d}(x_d(t), x_a(t)) = \frac{\partial g(x_d(t), x_a(t))}{\partial x_d(t)}$ et $g_{x_a}(x_d(t), x_a(t)) = \frac{\partial g(x_d(t), x_a(t))}{\partial x_a(t)}$ sont deux matrices d'ordre approprié.

3.2.1.1 Modèle Dynamique Ordinaire (O.M)

Si autour d'un point de fonctionnement $g_{x_a}(x_d(t), x_a(t))$ est inversible [59], alors le système algébro-différentiel 3.1 peut s'écrire sous la forme explicite (Modèle Ordinaire O.M) :

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= F(x_d(t), x_a(t), u(t)) \\ \dot{x}_a(t) &= -g_{x_a}^{-1}(x_d(t), x_a(t))g_{x_d}(x_d(t), x_a(t))F(x_d(t), x_a(t), u(t)) \end{aligned} \quad (3.3)$$

En conclusion, on a différencié une fois le système algébro-différentiel 3.1 pour obtenir un système explicite : on dit que le système algébro-différentiel est d'indice 1 [60]. Une étude de la nature et de la stabilité de ce type de système est donnée par [61]. Il faut noter que :

$$g_{x_a}(x_d, x_a) = \frac{\partial g(x_d, x_a)}{\partial x_a} = \begin{pmatrix} g_{x_a1} & g_{x_a2} \\ g_{x_a3} & g_{x_a4} \end{pmatrix} \simeq [J] = \begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ j_3 & j_4 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

où $[J]$ est la matrice Jacobienne utilisée dans le calcul du Load Flow.

3.2.1.2 Modèle Dynamique Découplé (D.M)

Dans le modèle dynamique 3.3 la matrice $g_{x_a}(x_d, x_a)$ est multipliée : par la matrice $g_{x_d}(x_d, x_a)$ qui comprend tous les termes manquant des noeuds générateurs ainsi que la fonction $F(\cdot)$ qui contient l'expression des différentes puissances des générateurs, donc

on se retrouve presque dans la même formation du problème de calcul du load flow avec toutes les composantes de la matrice Jacobienne, dans cette contribution, nous avons appliqué un changement sur la matrice $g_{x_a}(x_d, x_a)$ de façon similaire à celui du mode découplé lors du calcul du load flow : faire l'Hypothèse du découplage des variables : " Dans un réseau à haute tension, on sait que les phases θ réagissent essentiellement la circulation des puissances actives et que les modules des tensions nodales U sont principalement dépendants de la circulation des puissances réactives". Dans ces conditions, on peut annuler les sous matrices $[j_2]$ et $[j_3]$ ", [1]. Donc on écrit cette matrice, sans perte de généralité, sous la forme simplifiée suivante (Modèle Découplé D.M) :

$$g_{x_a}(x_d, x_a)|_{Dec} = \frac{\partial g(x_d, x_a)|_{Dec}}{\partial x_a} = \begin{pmatrix} g_{x_a1} & 0 \\ 0 & g_{x_a4} \end{pmatrix} \simeq [J] = \begin{pmatrix} j_1 & 0 \\ 0 & j_4 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Pour la suite de la thèse, le modèle que nous allons considérer (comme modèle 3.1 et sans transformations) est sous la forme suivante (Modèle qui met en évidence la dynamique du rotor et des charges statiques [5]) :

$$\begin{cases} f_i^I : & \dot{\delta} - \omega_i + \omega_s & = 0 \\ f_i^{II} : & \dot{\omega}_i = & \frac{\omega_s}{2M}(P_{M_i} - P_{G_i}(\delta, \theta, V) - D\omega_i) \\ g_i^I : & P_j & -P_j(\delta, \theta, V) \\ g_i^{II} : & Q_j & -Q_j(\delta, \theta, V) \\ y_q : & P_{c,d} & P_{c,d}(\delta, \theta, V) \end{cases} \quad (3.6)$$

Avec $i : 1 \dots n_g - 1$; $j : n_g + 1 \dots n_g + n_l$; $q : 1 \dots m$; $c, d : 1 \dots N$ et $u = \frac{P_{M_i}}{M}$, $\beta = \{Y_{bus}\}$, $F(\cdot) = [f_i, g_j]^T$ ou u et $P_{c,d}$ seront la commande et la sortie dans le modèle 1.7.

A noter que les hypothèses et les propositions données peuvent se généraliser pour les autres formes des modèles qui prennent en compte d'autres caractéristiques des charges [20] et des générateurs [5].

Finalement le modèle complet sous forme O.D.E est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{x}_a \end{pmatrix} = \bar{f}(x_d, x_a, u) \\ = \begin{pmatrix} F_d(x_d, x_a, u) \\ -g_{x_a}^{-1}(x_d, x_a) g_{x_d}(x_d, x_a) F(x_d, x_a, u) \end{pmatrix} \\ \bar{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} = \bar{h}(x_d, x_a) = \begin{pmatrix} g(x_d, x_a) \\ h(x_d, x_a) \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

3.2.2 Résultats de simulation du modèle dynamique

Nous allons présenter dans cette partie les résultats de simulation des deux modèles dynamiques discrétisés (O.M et D.M) sur les réseaux test IEEE 3 et 13 noeuds. Dans un premier temps, nous allons présenter le modèle dynamique complet (O.M) du réseau test 3 noeuds ainsi que les transformations et les approximations faites.

Le modèle DAE du réseau test 3 noeuds est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} f^I : \quad \quad \quad \dot{x}_1 = x_2 - \omega_s \\ f^{II} : \quad \dot{x}_2 = \frac{\omega_s}{2M} (P_{M_3} - P_{G_3}(x_1, x_3, x_4) - D x_2) \\ g^I : \quad \quad \quad P_2 - P_2(x_1, x_3, x_4) = 0 \\ g^{II} : \quad \quad Q_2 - Q_2(x_1, x_3, x_4) = 0 \\ y_1 : \quad \quad \quad P_{3,2}(x_1, x_3, x_4) \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Avec : $P_{G_3}(x_1, x_3, x_4)$ est la puissance électrique du noeud générateur 3, $P_{3,2}(x_1, x_3, x_4)$ est la puissance qui transite entre les noeuds 3 et 2 et :

$x_1 = \delta_3$: l'angle de rotation mécanique du noeud générateur 3

$x_2 = \omega_3$: la vitesse angulaire mécanique du noeud 3

$x_3 = \theta_2$: la phase du noeud charge 2

$x_4 = V_2$: la tension au noeud 2

tout en notant que x_1, x_2 représentent les variables dynamiques et x_3, x_4 les variables algébriques. Donc pour transformer ce système 3.8 sous forme O.D.E, on fait la trans-

formation 3.3 tel que :

$$g_{x_a}(x_a, x_d) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_3} & \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_3} & \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_4} \end{pmatrix}$$

$$g_{x_d}(x_a, x_d) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_1} & \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_1} & \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

On se retrouve avec les mêmes expressions que celles calculées pour la détermination des éléments de la diagonale de la matrice Jacobienne utilisée dans le calcul de flux de puissance flow où les éléments de $g_{x_a}(x_a, x_d)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_3} = -Q_2(x_1, x_3, x_4) - B_{22}x_4^2 \\ \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_4} = G_{22}x_4 + \frac{P_2(x_1, x_3, x_4)}{x_4} \\ \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_3} = P_2(x_1, x_3, x_4) - G_{22}x_4^2 \\ \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_4} = \frac{Q_2(x_1, x_3, x_4)}{x_4} - B_{22}x_4 \end{cases}$$

et $g_{x_d}(x_a, x_d)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_1} = x_4 V_3 [G_{23} \sin(x_3 - x_1) - B_{23} \cos(x_3 - x_1)] \\ \frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_1} = -x_4 V_3 [G_{23} \cos(x_3 - x_1) + B_{23} \sin(x_3 - x_1)] \\ \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_2} = 0 \end{cases}$$

(avec : V_3 est la tension imposée par le noeud générateur 3)

- Pour le modèle découplé (comme celui du calcul du Load Flow) on approxime dans la matrice $g_{x_a}(x_a, x_d)$: $\frac{\partial P_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_4} \approx \frac{\partial Q_2(x_1, x_3, x_4)}{\partial x_3} \approx 0$. Où $g_{x_a}^{-1}$ et g_{x_d} sont calculées numériquement.

Dans un premier temps, nous présentons la variation de $\det(g_{x_a})$ pour les deux modèles (O.M et D.M) :

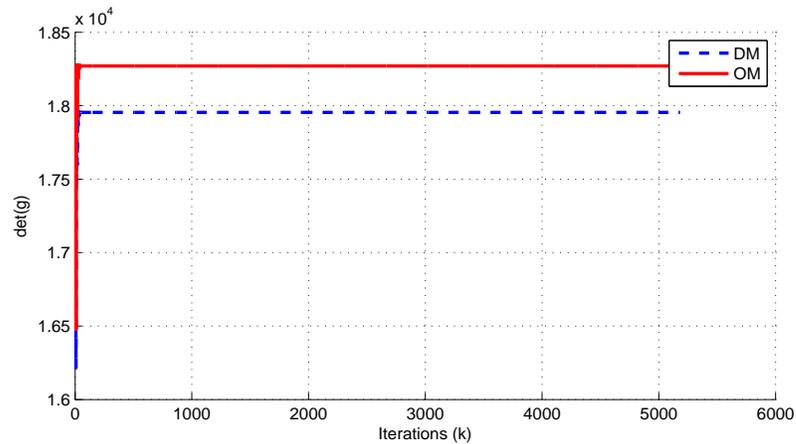


Fig. 3.1: Evolution de $\det(g_{x_a})$ en OM et DM

La figure 3.1, montre que pour les deux modèles la matrice g_{x_a} est inversible, donc les transformations faites sont correctes. Dans un deuxième temps, nous allons présenter quelques figures de variation de quelques états pour le réseau 3 noeuds avec le modèle ordinaire (O.M). On commence par la variation de la vitesse angulaire mécanique du noeud générateur 3 :

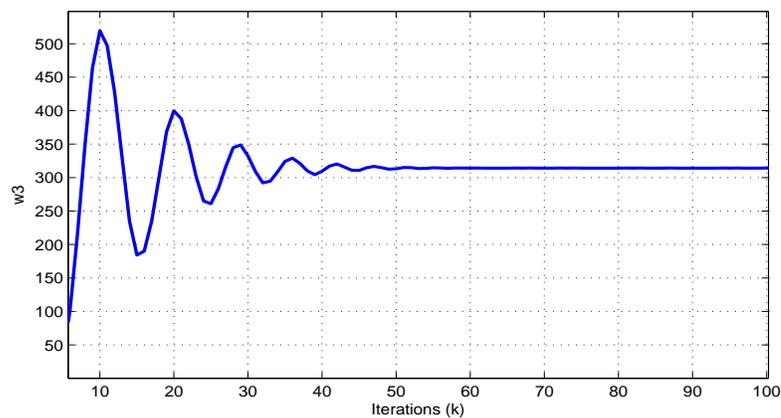


Fig. 3.2: Evolution de la vitesse angulaire mécanique du noeud générateur 3 ($x_2(k)$)

et l'évolution de la tension au noeud charge 2 :

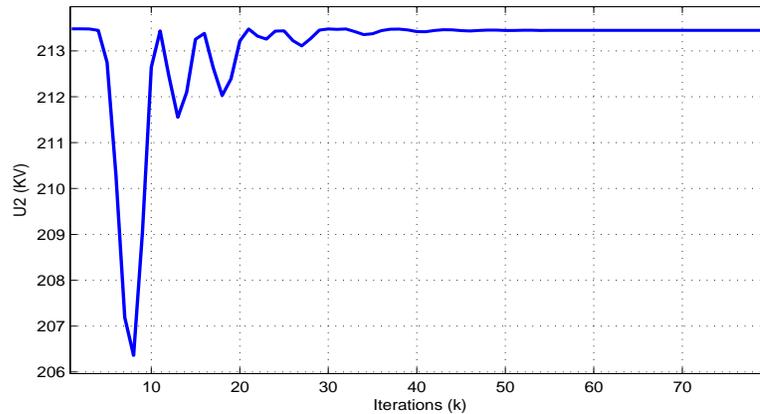


Fig. 3.3: Evolution de la tension nodale au noeud charge 2 ($x_4(k)$)

La figure (3.2) montre bien que la vitesse angulaire du noeud générateur 3 converge bien vers celle électrique (cas du réseau locale $2\pi f = 314.159$). La figure (3.3) montre la variation de la tension au noeud charge 2 qui converge vers la même solution trouvée dans le calcul du Load Flow ce qui montre d'une façon claire que le modèle dynamique utilisé converge bien vers les bonnes solutions autour du même point de fonctionnement. En conclusion, nous pouvons dire, d'une façon concrète, que les valeurs trouvées des différents états de ce réseau sont identiques à celles trouvées lors du calcul du load flow (pour les grandeurs du noeud charge 2 et noeud générateur 3).

Pour mieux montrer l'apport du modèle proposé (D.M) par rapport à l'O.M, on présente dans le tableau suivant 3.I l'évolution de l'erreur relative ainsi que le temps de calcul. Ceci pour 100 simulations en variant les valeurs initiales d'une façon aléatoire (variation de $\pm 20\%$). L'erreur relative est donné par l'expression (3.9) où x_{rel} , x_{OM} et x_{DM} représentent respectivement les états générés par : le diagramme de simulation dynamique sous *Simulink* de *MATLAB*, le modèle OM et DM.

$$\frac{\|x_{rel} - x_{OM/DM}\|}{\|x_{rel}\|} \quad (3.9)$$

Tab. 3.I: erreur relative (%) et temps de calcul

| | OM | DM |
|-----------------|--------|--------|
| Erreur relative | 4.133% | 2.679% |
| Temps de Calcul | 1.72s | 1.24s |

On voit bien, d'après la deuxième ligne du Tableau 3.I, que le modèle découplé proposé converge avec une meilleure précision par rapport au modèle OM. De plus, le résultat montre que le temps de calcul est plus faible avec le DM ce qui permet l'implémentation et l'application en temps réel. Pour le calcul de \dot{x}_a , l'expression mathématique est donnée par (3.10) pour DM et (3.11) pour l'OM.

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -P_{\theta_j}^{-1} P_{\delta_i} & 0 \\ -Q_{V_j}^{-1} Q_{\delta_i} & 0 \end{pmatrix} F_d(x_d, x_a, u) \quad (3.10)$$

avec $P_{\delta_i} = \frac{\partial P_j}{\partial \delta_i}$ et $Q_{\delta_i} = \frac{\partial Q_j}{\partial \delta_i}$.

$$\dot{x}_a = \begin{pmatrix} -P_{\theta_j}^{-1} P_{\delta_i} - T_1 (P_{\delta_i} + Q_{\delta_i}) & 0 \\ -Q_{V_j}^{-1} Q_{\delta_i} + T_2 + T_3 & 0 \end{pmatrix} F_d(x_d, x_a, u) \quad (3.11)$$

ou :

$$\begin{aligned} T_1 &= -P_{\theta_j}^{-1} P_{V_j} (Q_{V_j} - Q_{\theta_j} P_{\theta_j}^{-1} P_{V_j})^{-1} \\ T_2 &= Q_{V_j}^{-1} Q_{\theta_j} P_{\theta_j}^{-1} P_{\delta_i} \\ T_3 &= (I_{n_a/2} + Q_{V_j}^{-1} Q_{\theta_j} P_{\theta_j}^{-1} P_{V_j})^{-1} Q_{V_j}^{-1} Q_{\theta_j} P_{\theta_j}^{-1} \cdot \\ &\quad \cdot P_{V_j} Q_{V_j}^{-1} (Q_{\theta_j} P_{\theta_j}^{-1} P_{\delta_i} - Q_{\delta_i}) \end{aligned}$$

et : $\frac{\partial P}{\partial \theta} = P_{\theta}$, $\frac{\partial P}{\partial V} = P_V$, $\frac{\partial Q}{\partial \theta} = Q_{\theta}$ et $\frac{\partial Q}{\partial V} = Q_V$.

On note, en utilisant les équations 3.10 et 3.11, que le DM néglige les termes (T_1 , T_2 et T_3) utilisées avec l'OM (ce qui réduit le temps de calcul). Ces termes négligés peuvent mener le système (dans le régime transitoire) à des valeurs importantes ce qui réduit le temps de réponse ainsi que la stabilité (ces termes peuvent engendrer des instabilités numériques). Dans ce qui suit nous présentons la variation de la tension nodale au noeud

1 ($V_1(k)$) du réseau test 13 noeuds par les deux modèles pour voir l'intérêt du modèle découplé proposé (avec comme valeur réelle ou exacte celle générée par le diagramme de simulation donné au Chap. 1).

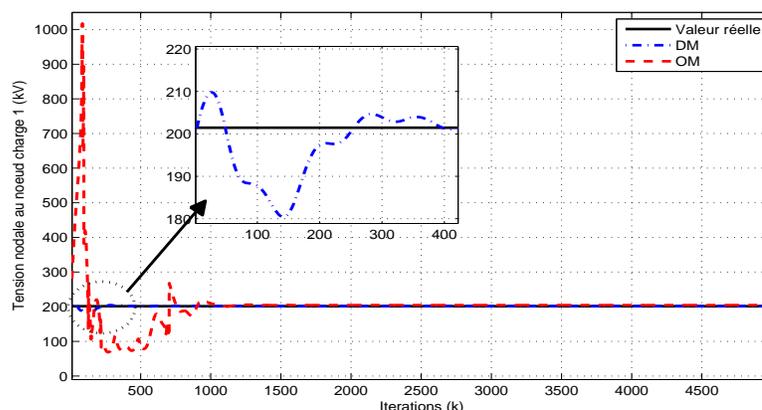


Fig. 3.4: Evolution de la tension au noeud 1 : $V_1(k)$

La figure (3.4) montre qu'avec les deux modèles OM et DM on garde les mêmes propriétés et les états convergents vers les mêmes solutions tout en notant que le modèle découplé présente un gain de temps remarquable (pour le modèle OM 1000 itérations pour atteindre la convergence et 400 pour le modèle DM).

Nous notons ici, que l'un des principaux critères de choix de modèle ou de méthode est le critère du temps (temps de calcul, CPU time, nombre d'itérations pour la convergence) ainsi que la précision du modèle, ce qui est bien montré par l'utilisation de notre modèle dynamique découplé proposé.

3.3 Synthèse de Filtre pour l'estimation d'état dynamique des réseaux électriques

Le principal problème dans le cas du système associé au réseau électrique réside dans le fait que peu de méthodes sont applicables. En effet, les nombreux et forts non linéarités en présence conduisent généralement à utiliser le Filtre de Kalman Etendu (F.K.E) pour résoudre le problème d'estimation. Nous proposons ici l'Estimateur de Kalman Etendu (E.K.E) et un F.K.E qui prend en compte une fenêtre de mesures glissante (F.K.E-MH)

afin d'augmenter la précision ainsi que la robustesse d'estimation. Une étude de convergence d'E.K.E sera traitée avec une extension pour le F.K.E-MH dans la suite.

3.3.1 Estimateur de Kalman Étendu (E.K.E)

Le filtre de Kalman étendu est un estimateur récursif. Cela signifie que pour estimer l'état courant, seuls l'état précédent et les mesures actuelles sont nécessaires. L'historique des observations et des estimations n'est ainsi pas requis. Dans le filtre de Kalman étendu (F.K.E) [36], les modèles d'évolution et d'observation n'ont pas besoin d'être des fonctions linéaires de l'état mais peuvent à la place être des fonctions différentiables. Notre système discret à considérer (nous utilisons la méthode d'Euler avec une période d'échantillonnage T_e , $x_{k+1} = x_k + T_e \tilde{f}(x_k, u_k)$ pour discrétiser le modèle continu (3.7)) est de la forme discrète suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \\ y_k = h(x_k, u_k) + v_k \end{cases} \quad (3.12)$$

avec : v_k et w_k sont respectivement bruit sur le système et les mesures à l'instant kT_e . La fonction f peut être utilisée pour calculer l'état estimé précédent et, également, la fonction h peut être employée pour calculer l'observation de l'état estimé. Cependant, f et h ne peuvent pas être appliqués directement au calcul de la covariance : une matrice des dérivées partielles (la Jacobienne) est calculée à chaque instant et évaluée avec les états estimés courants. Ces matrices peuvent être employées dans les équations du filtre de Kalman. Ce processus linéarise essentiellement la fonction non linéaire autour de l'estimation courante. Ceci donne les équations d'estimateur de Kalman étendu suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= f(\hat{x}_k, u_k) + K_k e_k \\ K_k &= F_k P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} \\ P_{k+1} &= (F_k - K_k H_k) P_k F_k^T + Q_k \\ e_k &= y_k - h(\hat{x}_k, u_k) \end{aligned} \quad (3.13)$$

ou : $F_k = F(\hat{x}_k, u_k) = \frac{\partial(x_k + T_e \bar{f}(x_k, u_k))}{\partial x_k} \Big|_{x_k = \hat{x}_k}$ et $H_k = H(\hat{x}_k, u_k) = \frac{\partial \bar{h}(x_k, u_k)}{\partial x_k} \Big|_{x_k = \hat{x}_k}$.

Dans la littérature, il existe quelques méthodes utilisant le F.K.E sur un système modélisé sous forme D.A.E linéarisé tel que [62], mais nous allons dans ce qui suit l'appliquer sous sa forme générale avec quelques approximations numériques que nous proposons pour le calcul de la matrice Jacobienne.

Dans un premier temps, il faut noter que suite à la difficulté (voir impossible) de construire la matrice F_k suite à la transformation des variables algébriques du réseau électrique, nous allons faire l'approximation numérique suivante :

$$F_k = F(\hat{x}_k, u_k) = \frac{\partial(x_k + T_e \bar{f}(x_k, u_k))}{\partial x_k} \Big|_{x_k = \hat{x}_k} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial(x_d + T_e F_d(x_{d_k}, x_{a_k}, u_k))}{\partial(x_{d_k}, x_{a_k})} \\ \frac{\partial(x_a + T_e(-g_{x_a}^{-1}(x_{d_k}, x_{a_k})g_{x_d}(x_{d_k}, x_{a_k})F_d(x_{d_k}, x_{a_k}, u_k)))}{\partial(x_{d_k}, x_{a_k})} \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

L'approximation numérique faite sur le deuxième terme de F_k , vue qu'il est très difficile à déterminer, est calculé comme suit :

$$\frac{\partial(x_a + T_e(-g_{x_a}^{-1}(x_{d_k}, x_{a_k})g_{x_d}(x_{d_k}, x_{a_k})F_d(x_{d_k}, x_{a_k}, u_k)))}{\partial(x_{d_k}, x_{a_k})} \approx (I_{n_a} + T_e(-g_{x_a}^{-1}(x_{d_k}, x_{a_k})g_{x_d}(x_{d_k}, x_{a_k}) \frac{\partial F_d(x_{d_k}, x_{a_k}, u_k)}{\partial(x_{d_k}, x_{a_k})})) \quad (3.15)$$

pour : $x_{d_k} = \hat{x}_{d_k}$; $x_{a_k} = \hat{x}_{a_k}$ et $g_{x_a}^{-1}$; g_{x_d} sont calculées numériquement.

3.3.2 Filtre de Kalman Etendu avec fenêtre de mesure glissante (F.K.E-MH)

Nous étudions dans cette partie le Filtre de Kalman Etendu qui prend en compte une fenêtre de mesures glissante (F.K.E-MH) afin d'augmenter la précision ainsi que la robustesse d'estimation. Nous présentons dans cette section la synthèse de cet estimateur. Nous considérons le système 3.12, avec f et h sont continues et dérivables, l'estimateur proposé est donné par :

$$\hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k) + K_k \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-M+1} - h(\hat{x}_{k-M+1}) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

avec : M est la taille de la fenêtre glissante ; \hat{x}_{k+1} est l'estimé de x_{k+1} en utilisant les informations y_k, \dots, y_{k-M} et K_k est le gain du filtre qui est déterminé de façon qu'il minimise la trace de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation. Dans ce qui suit nous calculons les différents paramètres du filtre.

Nous définissons :

$$\begin{aligned} P_k^k &= E(\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T) \\ \tilde{x}_{k+1} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \end{aligned} \quad (3.17)$$

et :

- $P_{k-j}^k = E(\tilde{x}_k \tilde{x}_{k-j}^T)$, avec $j = 1, \dots, M$
- $\tilde{x}_{k-j} = x_{k-j} - \hat{x}_{k-j}$
- $C_k = \text{diag}[H_k(\hat{x}_k) \dots H_k(\hat{x}_{k-M+1})]$.

où : $\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}$.

Considérant les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} f(x_k) - f(\hat{x}_k) &= F_k \tilde{x}_k \\ h(x_k) - h(\hat{x}_k) &= H_k \tilde{x}_k \end{aligned} \quad (3.18)$$

et : $E(w_k) = E(v_k) = 0$ (avec F_k et H_k sont calculés de la même façon que dans E.K.E).

Nous pouvons développer $P_{k+1}^{k+1} = E(\tilde{x}_{k+1} \tilde{x}_{k+1}^T)$ pour obtenir :

$$\begin{aligned} P_{k+1}^{k+1} &= F_k P_k^k F_k^T + K_k C_k \bar{P}_k C_k^T K_k^T - F_k [P_k^k \ P_k^{k-1} \ \dots \ P_k^{k-M+1}] C_k^T K_k^T \\ &\quad - K_k C_k \begin{pmatrix} P_k^k \\ P_{k-1}^k \\ \vdots \\ P_{k-M+1}^k \end{pmatrix} F_k^T + K_k R_k K_k^T + Q_k \end{aligned} \quad (3.19)$$

Dans l'expression de 3.19, intervient la matrice de covariance d'erreur d'estimation globale \bar{P}_k . Cette matrice est calculée à l'instant suivant comme suit :

$$\bar{P}_{k+1} = \begin{pmatrix} P_{k+1}^{k+1} & P_{k+1}^k & \dots & P_{k+1}^{k-M+2} \\ P_k^{k+1} & & & \\ \vdots & & \ddots & \\ P_{k-M+2}^{k+1} & & \dots & P_{k-M+2}^{k-M+2} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Où d'une itération à l'autre, seule la première ligne de \bar{P}_{k+1} est inconnue et peut être calculée par 3.19 pour le premier élément, les autres sont définis par :

$$P_{k+1}^{k-i} = E(\tilde{x}_{k+1} \tilde{x}_{k-i}^T) \quad (3.21)$$

Nous rappelons à ce stade que : $P_{k-j}^{k-i} = (P_{k-i}^{k-j})^T$.

$$P_{k+1}^{k-i} = F_k P_k^{k-i} - K_k C_k \begin{pmatrix} P_k^{k-i} \\ P_{k-1}^{k-i} \\ \vdots \\ P_{k-M+1}^{k-i} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Le gain K_k doit être calculé d'une façon à minimiser la trace de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation ($P_{k+1}^{k+1} = E(\tilde{x}_{k+1} \tilde{x}_{k+1}^T)$) :

$$\frac{\partial \text{trace}(P_{k+1}^{k+1})}{\partial K_k} = 0 \quad (3.23)$$

Ainsi, nous obtenons K_k satisfaisant 3.23 :

$$K_k = F_k [P_k^k \ P_k^{k-1} \ \dots \ P_k^{k-M+1}] C_k^T (C_k \bar{P}_k C_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.24)$$

Démonstration :

Dans un premier temps, P_{k+1}^{k+1} peut être exprimé sous la forme (3.25) en définissant :

$$V_k = \begin{bmatrix} v_k \\ v_{k-1} \\ \vdots \\ v_{k-M+1} \end{bmatrix}$$

$$P_{k+1}^{k+1} = E \left[\left\{ f(x_k, u_k) + w_k - f(\hat{x}_k) + K_k \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-M+1} - h(\hat{x}_{k-M+1}) \end{pmatrix} \right\} \right. \quad (3.25)$$

$$\left. \left\{ f(x_k, u_k) + w_k - f(\hat{x}_k) + K_k \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-M+1} - h(\hat{x}_{k-M+1}) \end{pmatrix} \right\}^T \right]$$

donc :

$$P_{k+1}^{k+1} = E \left[\left\{ F_k \tilde{x}_k + w_k - K_k C_k \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{x}_{k-1} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{k-M+1} \end{bmatrix} - K_k V_k \right\} \left\{ F_k \tilde{x}_k + w_k - K_k C_k \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{x}_{k-1} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{k-M+1} \end{bmatrix} - K_k V_k \right\}^T \right] \quad (3.26)$$

En supposant maintenant qu'il n'y a pas de dépendance entre les bruits et l'erreur d'estimation, nous pouvons facilement déduire en posant $\bar{P}_k^1 = \begin{bmatrix} P_k^k & P_k^{k-1} & \dots & P_k^{k-M+1} \end{bmatrix}$:

$$P_{k+1}^{k+1} = F_k P_k^k F_k^T + Q_k + K_k C_k \bar{P}_k^1 C_k^T K_k^T - F_k \bar{P}_k^1 C_k^T K_k^T - K_k C_k (\bar{P}_k^1)^T F_k^T + K_k R_k K_k^T \quad (3.27)$$

à ce stade, il nous reste juste de chercher le gain K_k qui minimise la trace de P_{k+1}^{k+1} :

$$\frac{\partial \text{trace}(P_{k+1}^{k+1})}{\partial K_k} = 0$$

ceci nous mène à :

$$2K_k(R_k + C_k\bar{P}_kC_k^T) - 2F_k\bar{P}_k^1C_k^T = 0 \quad (3.28)$$

ou :

$$K_k = F_k\bar{P}_k^1C_k^T(C_k\bar{P}_kC_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.29)$$

Fin démonstration

Le fait d'utiliser une fenêtre glissante sur les mesures introduit une matrice \bar{P}_{k+1} et ses éléments, le calcul de K_k tient alors compte des mesures précédentes et diffère en ce sens du F.K.E classique. L'initialisation du filtre est donnée par E.K.E dans sa formulation classique :

$$\bar{P}_0 = \text{diag}[P_M^{E.K.E} \quad P_{M-1}^{E.K.E} \quad \dots \quad P_0^{E.K.E}] \quad (3.30)$$

3.3.3 Analyse de la convergence

Dans cette section, nous présentons une étude de convergence pour l'Estimateur de Kalman Etendu [63], nous étendrons les résultats pour le Filtre de Kalman Etendu avec une fenêtre de mesure glissante, basée sur les travaux de [64], [39] et [38] en incluant une matrice diagonale inconnue pour la linéarisation des erreurs et une fonction de Lyapunov qui mène à résoudre une LMI qui dépend du choix des matrices R_k et Q_k .

Premièrement, soit le vecteur d'erreur défini comme suit : $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$

et soit une fonction de Lyapunov candidate :

$$V_{k+1} = \tilde{x}_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} \tilde{x}_{k+1}$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} = \alpha_k(F_k - K_k H_k)\tilde{x}_k = \alpha_k \tilde{F}_k \tilde{x}_k \\ P_{k+1}^{-1} = (\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)^{-1} \\ \alpha_k = \text{diag}(\alpha_{1k}, \dots, \alpha_{(n_d+n_a)k}) \end{cases}$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} V_{k+1} &= (\alpha_k \tilde{F}_k \tilde{x}_k)^T P_{k+1}^{-1} (\alpha_k \tilde{F}_k \tilde{x}_k) \\ &= \tilde{x}_k^T \tilde{F}_k^T \alpha_k (\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)^{-1} \alpha_k \tilde{F}_k \tilde{x}_k \end{aligned} \quad (3.31)$$

Une séquence décroissante $\{V_k\}_{k=1, \dots}$ nous permet de dire qu'il existe un scalaire positif $0 < \xi < 1$ tel que :

$$V_{k+1} - (1 - \xi)V_k \leq 0$$

Ce qui est traduit par la formulation de cette LMI :

$$\tilde{F}_k^T \alpha_k (\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)^{-1} \alpha_k \tilde{F}_k - (1 - \xi)P_k^{-1} \leq 0 \quad (3.32)$$

Avec le même raisonnement que celui utilisé par [64] nous déterminons les domaines où (3.32) est satisfaite.

Avec l'hypothèse suivante :

$$|\alpha_{jk}| \leq \bar{\alpha}_k = \sup_j |\alpha_{jk}| \leq \left(\frac{(1 - \xi) \underline{\sigma}(\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)}{\bar{\sigma}(F_k^T) \bar{\sigma}(P_k) \bar{\sigma}(\tilde{F}_k)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.33)$$

il est clair que $\{V_k\}_{k=1, \dots}$ est une séquence décroissante. Avec $\underline{\sigma}$ et $\bar{\sigma}$ sont respectivement la valeur singulière maximale et minimale. Nous définissons dès le début que la matrice α_k est une matrice diagonale, donc nous avons :

$$[\bar{\sigma}(\alpha_k)]^2 \leq \frac{(1 - \xi) \underline{\sigma}(\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)}{\bar{\sigma}(F_k^T) \bar{\sigma}(P_k) \bar{\sigma}(\tilde{F}_k)} \leq \frac{(1 - \xi) \underline{\sigma}(P_k^{-1})}{\bar{\sigma}(F_k^T) \bar{\sigma}((\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)^{-1}) \bar{\sigma}(\tilde{F}_k)} \quad (3.34)$$

par la suite :

$$\bar{\sigma}(\tilde{F}_k^T \alpha_k (\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)^{-1} \alpha_k \tilde{F}_k) \leq [\bar{\sigma}(\alpha_k)]^2 \bar{\sigma}(\tilde{F}_k^T) \bar{\sigma}((\tilde{F}_k P_k F_k^T + Q_k)^{-1}) \bar{\sigma}(\tilde{F}_k) \leq (1 - \xi) \underline{\sigma}(P_k^{-1}) \quad (3.35)$$

Si (3.35) est satisfaite, consécutivement V_k est une séquence strictement décroissante. Cette dernière équation nous donne une idée sur le choix de Q_k et R_k , nous procédons

comme suit :

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(\tilde{F}_k) &= \bar{\sigma}(F_k - K_k H_k) = \bar{\sigma}(F_k - F_k P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} H_k) \\ &= \bar{\sigma}[F_k (I_{n_a+n_d} - P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} H_k)]\end{aligned}\quad (3.36)$$

en utilisant : $A_k = P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} H_k$, nous avons donc :

$$\bar{\sigma}(\tilde{F}_k) \leq \bar{\sigma}(F_k) \bar{\sigma}[A_k (A_k^{-1} + I_{n_a+n_d})] \leq \bar{\sigma}(F_k) \bar{\sigma}(A_k) \bar{\sigma}(A_k^{-1} + I_{n_a+n_d}) \quad (3.37)$$

et :

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(A_k) &\leq \bar{\sigma}(P_k H_k^T) \bar{\sigma}((H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} H_k) \\ &\leq \bar{\sigma}(P_k H_k^T) \bar{\sigma}((H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1}) \bar{\sigma}(H_k) \leq \frac{\bar{\sigma}(P_k H_k^T) \bar{\sigma}(H_k)}{\underline{\sigma}(H_k P_k H_k^T + R_k)}\end{aligned}\quad (3.38)$$

finalemt, nous avons :

$$\bar{\sigma}(\tilde{F}_k) \leq \frac{\bar{\sigma}(F_k) \bar{\sigma}(P_k H_k^T) \bar{\sigma}(H_k) \bar{\sigma}(A_k^{-1} + I_{n_a+n_d})}{\underline{\sigma}(H_k P_k H_k^T + R_k)} \quad (3.39)$$

Par exemple nous pouvons choisir Q_k suffisamment large et R_k tel que (3.35) est satisfaite, donc α_k doit être large et pas nécessairement très proche de la matrice identité.

Afin d'assurer que $\lim_{k \rightarrow \infty} (x_k - \hat{x}_k) = 0$ et puisque V_k est une séquence strictement décroissante avec P_k est une matrice bornée , on a donc :

$$\begin{aligned}0 &\leq \mu \tilde{x}_k^T \tilde{x}_k \leq V_k \leq (1 - \xi)^k V_0 \\ \Rightarrow 0 &\leq \mu \lim_{k \rightarrow \infty} (\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} (V_k) \leq V_0 \lim_{k \rightarrow \infty} ((1 - \xi)^k) = 0\end{aligned}$$

avec $0 \leq \mu I_{n_d+n_a} \leq P_k^{-1}$.

Consécutivement, et toujours avec les mêmes étapes que dans [64] et [38], pour que le F.K.E ,E.K.E et le F.K.E-MH assurent la convergence asymptotique locale, ils doivent vérifier ce théorème (extension du théorème de [64]) :

Théorème 3.3.1. *1. le système (3.12) est A-Uniformément et localement observable au sens du rang, donc il existe $k \geq A - 1$ tel que le rang de la matrice d'observa-*

bilité est :

$$\text{rank}(O(k-A+1, k)) = \begin{bmatrix} H_{k-A+1} \\ H_{k-A+2}F_{k-A+1} \\ \dots \\ H_k F_{k-1} \dots F_{k-A+1} \end{bmatrix} = (n_d + n_a) \quad (3.40)$$

dans la pratique, on utilise un test numérique pour le calcul du rang de $O(k-A+1, k)$.

2. F_k, H_k sont des matrices uniformément bornées et F_k^{-1} existe.
3. Les matrices Q_k et R_k sont choisies tel que :

(a) Pour le F.K.E :

$$\begin{aligned} Q_k &= \gamma e_k^T e_k I_{n_d+n_a} + \lambda I_{n_d+n_a} \\ R_k &= \zeta H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + \tau I_m \end{aligned} \quad (3.41)$$

où : γ doit être choisies suffisamment large et positive, λ un scalaire positif mais de très petite valeur et ζ et τ des scalaires positifs fixé par l'utilisateur.

(b) Pour E.K.E :

$$\begin{aligned} Q_k &= \eta e_k^T e_k I_{n_d+n_a} + \nu I_{n_d+n_a} \\ R_k &= \varepsilon H_k P_k H_k^T + \mu I_m \end{aligned} \quad (3.42)$$

avec : η et ν doivent être choisies larges (grande valeur) et positives et ε et τ des scalaires positifs fixé par l'utilisateur.

(c) Pour F.K.E-MH :

$$\begin{aligned} Q_k &= \sigma e f_k^T e f_k I_{n_d+n_a} + \chi I_{n_d+n_a} \\ R_k &= \rho C_k \bar{P}_k C_k^T + \rho I_M \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\text{avec } ef_k = \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-M+1} - h(\hat{x}_{k-M+1}) \end{pmatrix} \text{ et : } \sigma \text{ et } \rho \text{ sont choisies de petites} \\ \text{valeurs et positives et } \chi \text{ et } \rho \text{ des scalaires positifs.}$$

3.3.4 Résultats de Simulation pour l'estimation d'état

Nous traitons dans cette partie de simulation les réseaux test 3 et 13 noeuds. La période d'échantillonnage est choisie égale à $10^{-4}s$ et les données ou le vecteur de mesures est généré par le diagramme de simulation du modèle dynamique (proposé dans le premier chapitre, section Aspect dynamique) en utilisant *Simulink* de *MATLAB*[®]. Nous notons que dans cette partie nous allons appliquer seulement le F.K.E pour l'estimation d'état.

3.3.4.1 Réseau 3 noeuds

Dans un premier temps, et avant l'application de l'Estimateur de Kalman Etendu, nous devons vérifier le rang de la matrice d'observabilité (c-à-d l'observabilité de notre système) qui est illustré dans cette figure 3.5 avec $A = 4$:

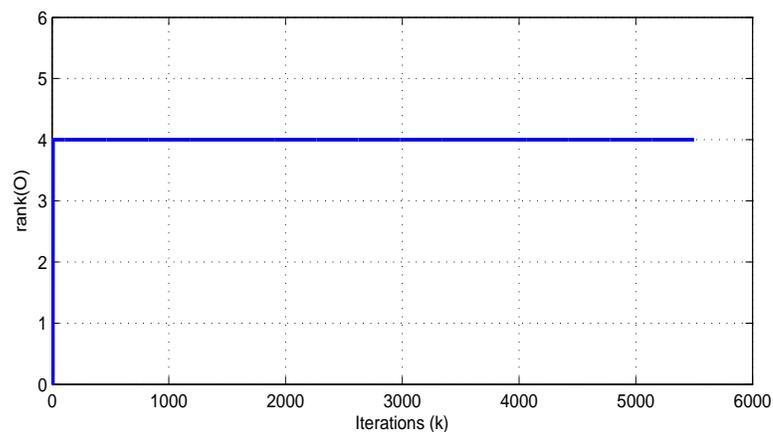


Fig. 3.5: Evolution du rang de la matrice d'observabilité : $\text{rang}(O_{3\text{noeuds}}^{(k-4,k)})$

Après avoir vérifié la condition d'observabilité ($\text{rang}(O_{3\text{noeuds}}^{(k-4,k)}) = 4$), nous présentons la variation de quelques états estimés. Dans un premier temps, nous avons ajouté aux mesures (puissance de transit $P_{3,2}$) un bruit de faible valeur (de l'ordre de $\pm 5\%$ de la valeur réelle) avec :

$$Q_k^{E.K.F} = 0.964I_4$$

$$R_k^{E.K.E} = 0.021$$

La figure suivante 3.6 montre la variation de l'erreur d'estimation du réseau test 3 noeuds :

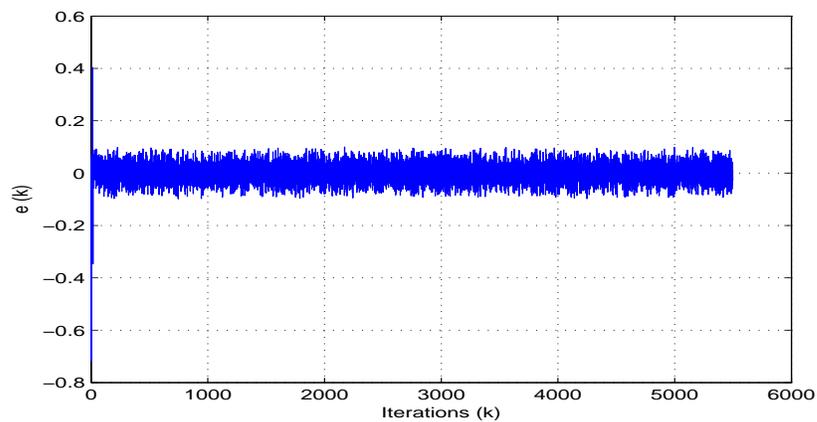


Fig. 3.6: Evolution de l'erreur d'estimation

Il est clair d'après la figure ci-dessus, que les états estimés convergent bien vers ceux réels puisque $e_k \approx 0$ (faible variation). Nous présentons maintenant l'évolution des états estimés : tension nodale au noeud charge 2 ($\hat{x}_4(k)$) dans la figure 3.7 et la vitesse angulaire mécanique au noeud générateur 3 ($\hat{x}_2(k)$) dans la figure 3.8 tout en variant la commande du système (puissance mécanique au noeud 3) à partir de l'itération 2750 :

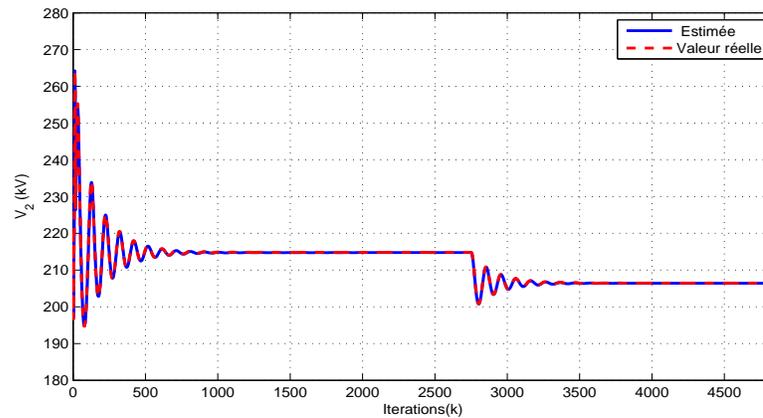


Fig. 3.7: Evolution de la tension nodale estimée au noeud 2 : $\hat{V}_2(k) = \hat{x}_4(k)$

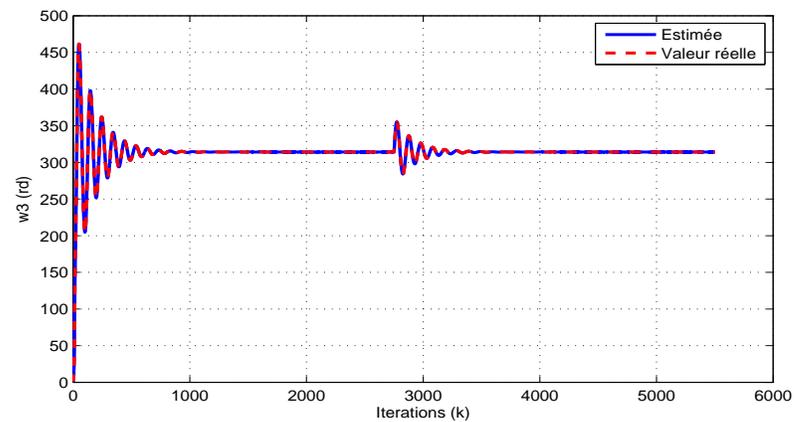


Fig. 3.8: Evolution de $\hat{\omega}_3(k) = \hat{x}_2(k)$ au noeud 3

La figure (3.7) montre bien que la tension nodale estimée au noeud 2 converge vers la valeur réelle (même valeur trouvée dans le calcul du load flow)) et (3.8) montre que la vitesse angulaire mécanique au noeud 3 converge bien vers celle électrique ($\omega_s = 2\pi f = 314.1593$ avec $f = 50Hz$), globalement les deux figures donne une idée claire sur la robustesse et la bonne qualité d'estimation offerte par F.K.E durant la variation de la commande (puissance mécanique).

Dans un deuxième temps, on ajoute aux mesures un bruit de grand valeur (de l'ordre de

$\pm 15\%$ de la mesure réelle) et nous présentons la variation de $\hat{x}_4(k) = \hat{V}_2$ dans la figure 3.9 avec les valeurs précédentes de Q_k et R_k (sans correction ou version standard) et ces nouvelles valeurs (avec correction ou version modifié) :

$$Q_k^{E.K.F} = 10^{10} e_k^T e_k I_4 + 10^{-3} I_4$$

$$R_k^{E.K.E} = 10 H_k P_k H_k^T + 10^{-3}$$

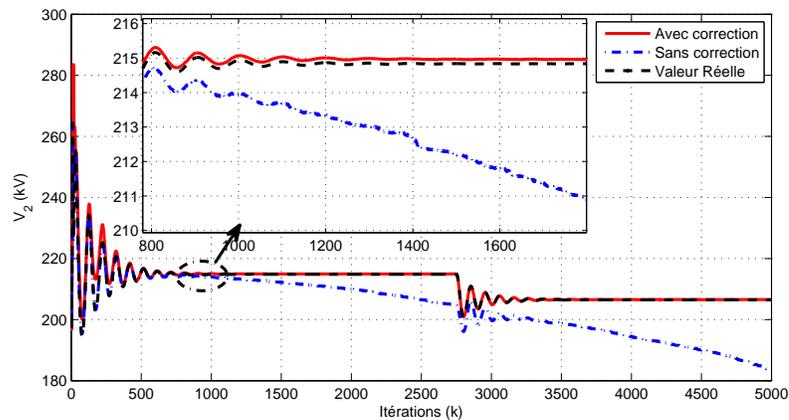


Fig. 3.9: Evolution de la tension nodale estimée au noeud 2 : $\hat{V}_2(k) = \hat{x}_4(k)$

La figure 3.9 montre bien le bon choix des matrices Q_k et R_k suivant le théorème, cité précédemment, assure la convergence des états estimés vers les bonnes valeurs (valeurs réelles).

3.3.4.2 Résultats de simulation du réseau test 13 noeuds

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'estimation d'état du réseau 13 noeuds en utilisant les deux modèles OM et DM. Le réseau contient :

- 5 noeuds générateurs : 2, 5, 7, 11 et 12 (avec le noeud 12 est pris comme noeud de référence) et 8 noeuds charges : 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10 et 13.
- Les sorties du système sont les puissances de transit ($P_{7,6}$) et ($P_{12,1}$) avec un vecteur

d'état composé de 24 variables ($[x] = [\delta_i \ \omega_i \ \theta_j \ V_j]^T$ avec $i = 2, 5, 7, 11$ et $j = 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 13$).

Dans un premier temps, et de même que pour le réseau 3 noeuds, nous présentons la variation du rang de la matrice d'observabilité dans la figure (3.10).

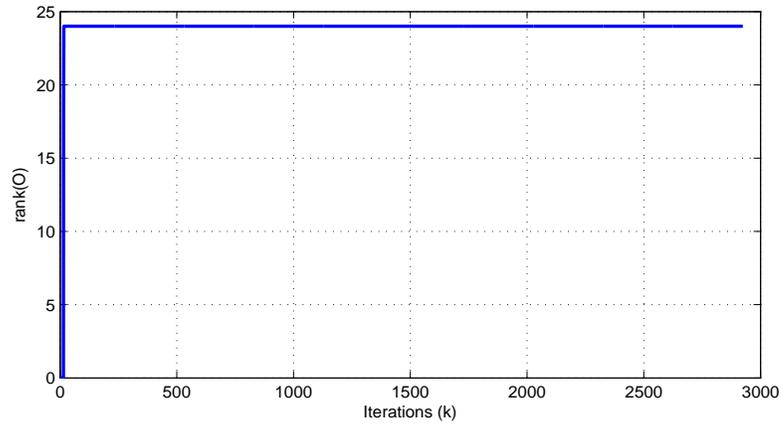


Fig. 3.10: Evolution du *rang* de la matrice d'observabilité : $\text{rang}(O_{13\text{noeuds}}^{(k-13,k)})$

Après la vérification de l'observabilité du réseau, $\text{rang}(O_{13\text{noeuds}}^{(k-13,k)}) = 24$, on s'intéresse à l'estimation d'état. De même les mesures sont générées par le diagramme de simulation dynamique (diagramme proposé dans le Chapitre 1, section Aspect dynamique) tout en ajoutant un bruit de faible valeur (de $\pm 5\%$ de valeur réelle) et avec :

$$Q_k^{E.K.F} = 2.753 * 10^{-5} I_{24}$$

$$R_k^{E.K.E} = \begin{pmatrix} 0.015664 & 0 \\ 0 & 0.014307 \end{pmatrix}$$

Nous présentons, avec les deux modèles OM et DM, l'évolution de $\hat{V}_1(k) - V_{1\text{relle}}(k)$ (figure (3.11)) :

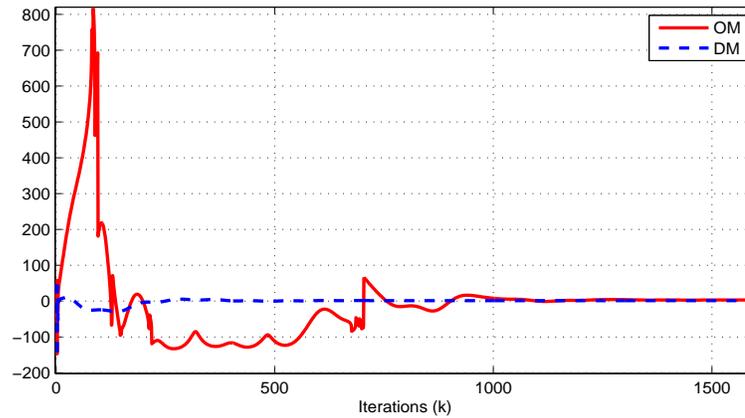


Fig. 3.11: Evolution de $(\hat{V}_1(k) - V_{1_{reelle}}(k))$ avec OM et DM

Il est clair, d'après la figure 3.11, que l'état estimé converge vers celui réel (avec une petite erreur). En notant qu'avec le DM, la variation est plus stable dans le régime transitoire suite à l'élimination des termes P_V et Q_θ qui sont utilisés avec le modèle OM. Ceci est validé par :

Premièrement, la variation de Conditionnement des termes T_1 et $T_2 + T_3$ dans OM, lors de l'injection d'un bruit entre les itérations 2500 et 2510 (remise à zéro des phases θ_j).

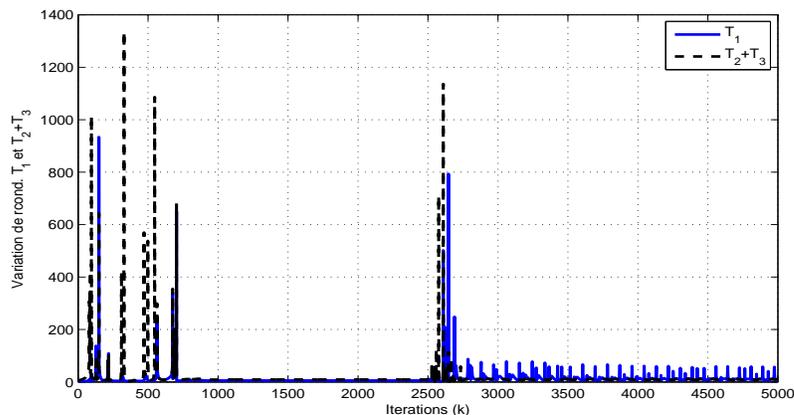


Fig. 3.12: Evolution de T_1 and $T_2 + T_3$ dans OM

Le résultat obtenu à la Figure 3.12 montre que, lors des premières itérations (régime transitoire), une large valeur de conditionnement des ces termes, ce qui indique que la matrice est singulière, surtout quand une perturbation est injecté. L'existence d'une matrice singulière pourrait conduire le système à diverger.

Deuxièmement, par :

- La variation de $\hat{V}_1(k)$ avec OM (variation de l'ordre de 395% de la valeur réelle) et DM (juste une petite variation de 7.42%) .
- Le nombre des itérations jusqu'à la convergence : avec OM après 1000 itérations et seulement 400 itérations avec DM

Concernant le dernier point, il est dû au fait qu'avec le DM, on inverse seulement 2 matrices de dimension 8×8 (chaque matrice est formée par 12 éléments) mais avec OM une matrice de dim 16×16 (matrice formée par 48 éléments) pour calculer seulement $g_{x_a}(x_d, x_a)^{-1}$.

Troisièmement, par l'évolution de l'erreur relative (en utilisant les mêmes conditions qu'au Tableau 3.I) avec OM et DM.

Tab. 3.II: erreur relative (%) et temps de calcul avec des valeurs initiales aléatoires

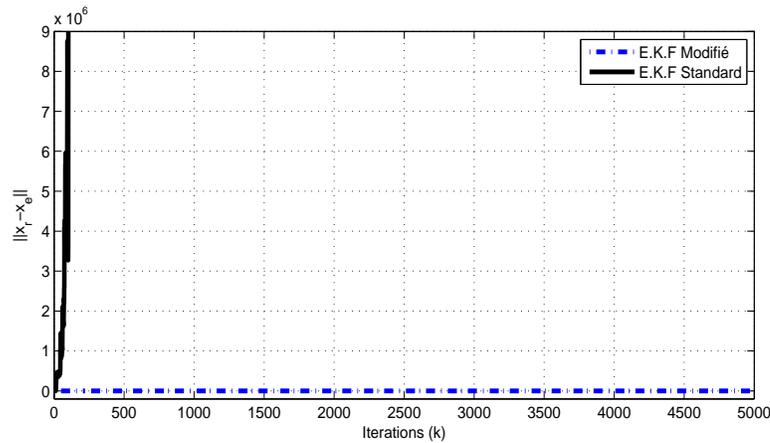
| | OM | DM |
|-----------------|--------|---------|
| Erreur relative | 6.857% | 3.819% |
| Temps de calcul | 121.2s | 98.016s |

Le Tableau 3.II montre que le DM proposé converge avec une meilleure précision qu'avec l'OM (avec DM 3.819% et OM 6.857%). On note aussi, que le temps de calcul utilisé par DM (98.016s) donne une indication sur la faisabilité ainsi que la possibilité d'une implémentation pratique.

Dans la deuxième simulation, les mesures sont générées en ajoutant un bruit de grande variance ($\pm 15\%$ de la valeur réelle). On présente l'évolution de la norme d'erreur d'estimation par OM et DM : $\|x^{rel} - \hat{x}\|$ (respectivement Fig. 3.13 et Fig. 3.14) avec les valeurs précédentes de Q_k et R_k (F.K.E Standard) et celles proposées dans le F.K.E modifié :

$$Q_k^{E.K.F} = 10^{10} e_k^T e_k I_{24} + 10^{-3} I_{24}$$

$$R_k^{E.K.E} = 10 H_k P_k H_k^T + 10^{-3} I_2$$

Fig. 3.13: Variation de $\|x^{rel} - \hat{x}\|$ avec OM

Concernant l'évolution de l'erreur d'estimation, les résultats montrent que le choix proposé des matrices Q_k et R_k assure la convergence des états estimés vers les valeurs réelles. Un autre problème, lié à la stabilité des méthodes utilisées pour l'estimation de l'état,

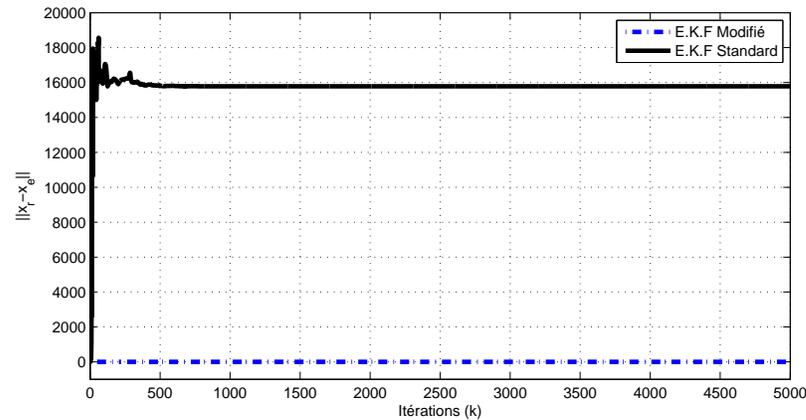


Fig. 3.14: Variation de $\|x^{rel} - \hat{x}\|$ avec DM

est le choix des valeurs initiales des différents états. Pour cela on teste la version Standard et Modifiée du F.K.E (respectivement S-F.K.E et M-F.K.E) pour 100 simulations en variant les valeurs initiales d'une manière aléatoire (variation de l'ordre de $\pm 20\%$ par rapport aux valeurs réelles) avec OM et DM. Le tableau suivant (3.III) présente le % de convergence avec les deux cas suivants (perturbations sur le système) :

- *Cas 1* : On ajoute un bruit de faible variance au système (variation de $\pm 5\%$ appliquée aux termes de la matrice d'admittance nodale G_{ij} et B_{ij}).
- *Cas 2* : On ajoute un bruit de grande variance au système (variation de $\pm 15\%$ appliquée aux termes G_{ij} et B_{ij}).

Tab. 3.III: convergence (%) avec des valeurs initiales aléatoires

| Estimateur | OM(Cas1) | DM(Cas1) | OM(Cas2) | DM(Cas2) |
|------------|----------|----------|----------|----------|
| S-F.K.E | 47% | 52% | 45% | 48% |
| M-F.K.E | 90% | 94% | 88% | 91% |

Dans le cas générale, les algorithmes étudiés convergent vers les bonnes valeurs seulement lorsqu'on initialise les états proches des valeurs réelles (les tensions nodales sont choisies proches des tensions générateurs et les phases égales à 0). Tableau 3.III montre bien que le M-F.K.E converge dans la majorité des cas par rapport à la version Standard

(S-F.K.E) et spécialement avec le DM proposé.

On présente maintenant dans le Tableau 3.IV l'erreur relative donné par (3.78) lorsqu'on ajoute un bruit de grande variance aux mesures ($\pm 15\%$ de la valeur réelle) avec les mêmes conditions pour les valeurs initiales.

$$\frac{\|x_{rel} - \hat{x}_{OM/DM}\|}{\|x_{rel}\|} \quad (3.44)$$

Tab. 3.IV: Erreur relative (%) avec valeurs initiales aléatoires

| Erreur relative | OM | DM |
|-----------------|--------|--------|
| S-F.K.E | 43.43% | 28.73% |
| M-F.K.E | 8.99% | 4.86% |

Les valeurs obtenues dans le Tableau 3.IV confirment bien que le M-F.K.E améliore la qualité d'estimation. De plus, le fait d'utiliser le M-F.K.E avec le DM, l'erreur relative est réduite de 5.91 fois par rapport à S-F.K.E.

3.4 Diagnostic des réseaux électriques

3.4.1 Introduction

Dans cette section nous rappelons les méthodes de base utilisées pour le diagnostic avant d'entamer la partie de détection des défauts dans les réseaux électriques. En effet, il existe une littérature abondante traitons le diagnostic des systèmes linéaires [65], [66] et [67], [68]; cependant peu de résultats concernent les systèmes non linéaires de grandes dimensions dont nous citons principalement les travaux de [69], [70], [71] dont ils exigent dans chacun une représentation particulière des systèmes non linéaires et non pas sa forme ordinaire.

3.4.2 Méthodes de Diagnostic

Les méthodes de diagnostic des défaillances utilisées dans les différents secteurs industriels sont très variées. Leur principe général consiste à confronter les données re-

levées au cours du fonctionnement réel du système avec la connaissance que l'on a de son fonctionnement nominal ou de ses fonctionnements défectueux [72]. La forme, sous laquelle se présente la connaissance sur le système, conditionne les différentes méthodes utilisées pour le diagnostic. Elles peuvent être groupées en trois grandes familles [73], [74], [75] : les méthodes de diagnostic par modélisation fonctionnelle et matérielle ou méthodes basées sur le mode de raisonnement (définir des liens entre les causes et leurs effets mesurables), les méthodes de diagnostic par modélisation physique ou méthodes base modèles et enfin les méthodes de diagnostic par analyse des signatures externes (dans le cas où la modélisation des mécanismes reliant les causes de défaillances n'est pas techniquement possible : [reconnaissances des formes, réseau de neurones, systèmes experts]).

Nous nous intéressons aux méthodes qui s'articulent sur la modélisation physique qui se dérivent dans deux approches principales qui se basent sur la redondance matérielle et analytique.

Nous rappelons que l'un des objectifs de ce travail est de faire l'analyse et la synthèse d'estimateurs d'état afin de surveiller le comportement des réseaux électriques puisqu'il est très difficile voir impossible (pour des raisons d'accessibilité, techniques et/ou de coût) de mesurer le nombre excessif des variables d'état dans un système de grandes dimensions. Il est donc important de développer des capteurs logiciels pouvant produire une estimation fiable des variables nécessaires pour le diagnostic.

Les approches de base utilisant la redondance analytique pour la détection des défauts sont :

- *Approche basée sur les observateurs*

La génération des résidus à l'aide d'estimateur d'état consiste à reconstruire l'état et par conséquent déduire la sortie estimée du processus à l'aide d'observateurs ou des Filtres en utilisant par exemple l'observateur de Luenberger généralisé ou le Filtre de Kalman Étendu. On définit alors l'erreur d'estimation de sortie comme résidu. Un observateur est un modèle dynamique construit à partir des équations du modèle du système réel. Il permet d'estimer un sous-ensemble de grandeurs généralement non mesurables. Les observateurs considèrent l'erreur d'estimation

donnée par la différence entre la grandeur de sortie du modèle et celle du système [76],[77].

- *Approche basée sur l'espace de parité*

Cette méthodologie est essentiellement basée sur l'hypothèse qu'un défaut se traduit par la variation de l'état paramétrique du processus. Le suivi de l'évolution de ses paramètres caractéristiques est donc un excellent moyen pour réaliser sa surveillance. Le résidu est cette fois engendré par la différence entre les estimations en ligne des paramètres du modèle d'un procédé et les paramètres nominaux du procédé définis pour un fonctionnement normal. Cette méthode est très intéressante car le pouvoir explicatif des estimations est très grand. Dans le cas de l'estimation de paramètres ayant un sens physique, l'évolution des estimations permet d'obtenir directement un diagnostic sur l'origine des défauts. Malheureusement, les conditions d'estimation des paramètres sont très contraignantes, et le retour aux paramètres physiques n'est pas toujours possible [78].

- *Approche basée sur l'estimation des paramètres*

Les méthodes d'estimation paramétrique supposent l'existence d'un modèle paramétrique décrivant le comportement du système, mais il faut que les valeurs de ces paramètres en fonctionnement nominal soient connues. Elles consistent alors à identifier les paramètres caractérisant le fonctionnement réel, à partir de mesures des entrées et des sorties du système. On dispose ainsi d'une estimation des paramètres du modèle, effectuée à partir des mesures prises sur le système et sur leurs valeurs théoriques. Pour détecter l'apparition de défaillances dans le système, il faut effectuer la comparaison entre les paramètres estimés et les paramètres théoriques. Comme pour les méthodes de redondance analytique, la théorie de la décision sert alors à déterminer si l'écart observé est dû à des aléas normaux du fonctionnement ou à des défaillances. La différence entre les méthodes de redondance analytique et les méthodes d'estimation paramétrique est qu'on effectue, pour les premières, la comparaison entre l'état estimé et l'état théorique du système, alors

que pour les secondes, on compare les paramètres estimés aux paramètres théoriques du système [79].

Dans la suite de notre thèse nous nous intéressons au diagnostic des réseaux électriques à base d'estimateur ou Observateur (tout en intégrant le filtre de Kalman Etendu [80]).

3.4.3 Résultats de Simulation pour la détection des défauts

Nous traitons dans ce qui suit la détection des défauts [81] avec une application sur le réseau test 3 noeuds. Les résidus sont générés par :

- 1 Le Filtre de Kalman Etendu (F.K.E)
- 2 Le Filtre de Kalman Etendu utilisé comme estimateur (E.K.E), où on s'intéresse seulement aux équations d'estimation et pas d'étape de prédiction.
- 3 La nouvelle version du filtre avec une fenêtre de mesures glissante (F.K.E-MH)

La détection est assurée par un simple test logique sur les résidus (comparaison avec 0). Nous rappelons que le résidu est généré comme suit :

- Pour le F.K.E : $r_k^{F.K.E} = y_k - y_k^e$
- Pour le E.K.E : $r_k^{E.K.E} = y_k - y_k^e$
- Pour le F.K.E-MH : $r_k^{F.K.E-MH} = y_{k-M+1} - y_{k-M+1}^e$

Avec y_k les mesures réelles et y_k^e celles estimées.

Nous présentons dans un premier temps l'évolution de $\hat{V}_2(k)$ (Figure 3.15) en injectant un défaut (défaut système) au noeud générateur 3, $P_{G_3} = 0$ (perte totale de production d'énergie électrique) entre les itérations 1550 et 1600 avec un choix standard des matrices Q_k et R_k :

$$\begin{aligned}
 Q_k^{F.K.E} &= Q_k^{E.K.E} = Q_k^{F.K.E-MH} = 10^{-5} I_4 \\
 R_k^{F.K.E} &= R_k^{E.K.E} = 10^{-3} \\
 R_k^{F.K.E-MH} &= 10^{-3} I_4
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

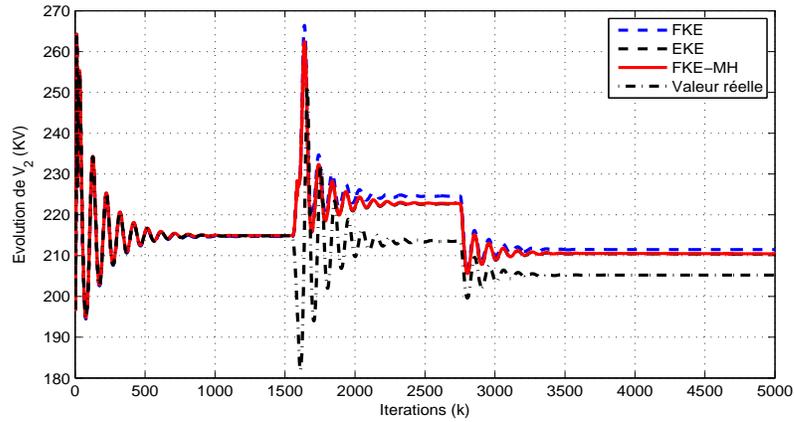


Fig. 3.15: Evolution de $\hat{V}_2(k)$

La figure 3.15 montre bien qu'avec le choix classique (choix standard) des matrices R_k et Q_k les états estimés ne convergent pas vers les valeurs réels, donc le résidu résultant est faux. Nous choisissons dans ce qui suit les valeurs suivantes des matrices de covariance de bruit sur le système et les mesures (choix basé sur les résultats développés dans la section de l'analyse de convergence) :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_k^{F.K.E} = 100e_k^T e_k I_4 + 50I_4 \\ R_k^{F.K.E} = 10H_k P_k H_k^T + 1 \\ Q_k^{E.K.E} = 10e_k^T e_k I_4 + 5I_4 \\ R_k^{E.K.E} = 10H_k P_k H_k^T + 1 \\ Q_k^{F.K.E-MH} = 0.001e f_k^T e f_k I_4 + 0.005I_4 \\ R_k^{F.K.E-MH} = 0.001C_k \bar{P}_k C_k^T + 0.005I_4 \end{array} \right. \quad (3.46)$$

et nous présentons de nouveau la variation de $\hat{V}_2(k)$:

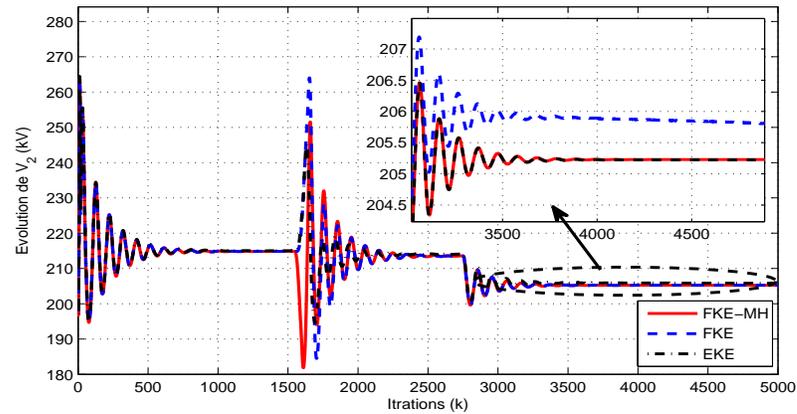


Fig. 3.16: Evolution de $\hat{V}_2(k)$

La figure ci dessus montre, et d'une façon claire, que le bon choix des matrices R_k et Q_k que nous proposons assure la convergence des états estimés vers les valeurs réelles. De plus, avec l'E.K.E et le F.K.E-MH (dont les courbes sont confondues) convergent d'une façon plus précise que le F.K.E. Nous présentons dans ce qui suit la variation du signal résiduel en injectant différents types des défauts dans le réseau.

En premier lieu, on injecte le même défaut $P_{G_3} = 0$ entre les itérations 1550 et 1700 et on observe la variation du résidu dans la figure suivante :

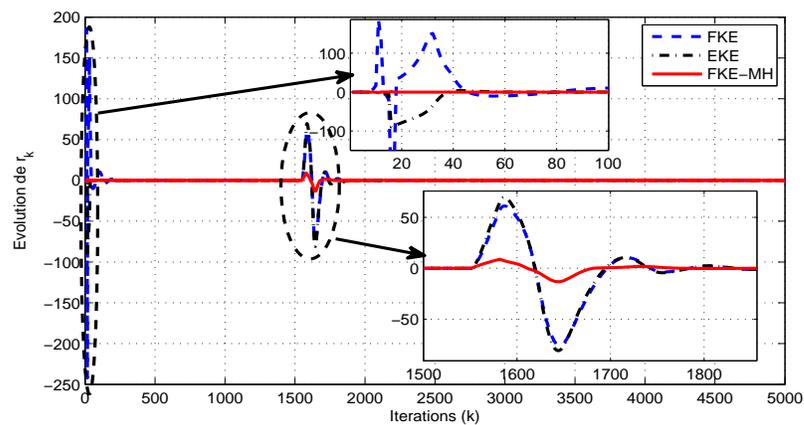


Fig. 3.17: Variation de residu r_k

La figure 3.17 montre que les 3 versions du filtre de kalman assure la détection de défaut par la variation des ces résidus par rapport à 0 ($r^{F.K.E} \neq 0$, $r^{E.K.E} \neq 0$ et $r^{F.K.E-MH} \neq 0$). De plus, le résidu généré par le F.K.E-MH présente une indication juste de défaut que celui offert par l'E.K.E et le F.K.E (la plage de variation de résidu est limité juste à l'intervalle d'injection de défaut et pas en dehors comme indiqué par les résidus du F.K.E et E.K.E), et surtout lors des premières itérations qui peut donner naissance à une fausse alarme et par suite une fausse indication du défaut.

Dans un deuxième lieu, nous nous intéressons à l'évolution du résidu lors de l'injection des défauts au régime transitoire. La figure suivante présente l'évolution du signal résiduel lors de l'occurrence d'un défaut (court circuit) entre les itérations 200 et 300 :

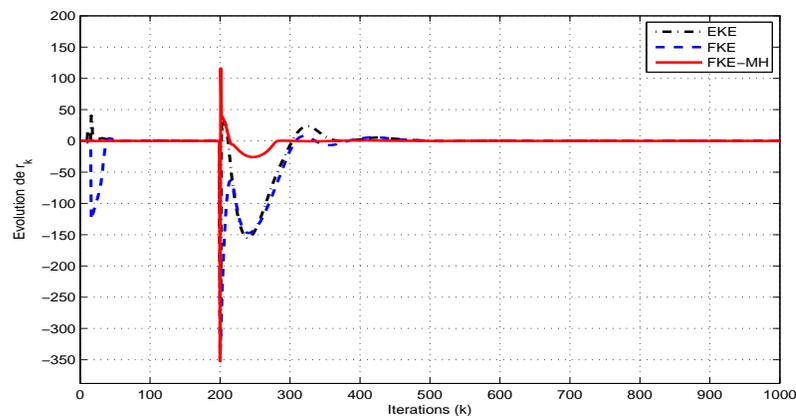


Fig. 3.18: Variation de résidu r_k

La figure 3.18 montre bien que l'évolution de r_k donné par le F.K.E-MH est limitée dans sa variation à l'intervalle de l'injection de défaut, ce qui n'est pas offert par le F.K.E et l'E.K.E, ce qui valide bien et d'une façon claire la qualité du signal de défaut offert par le F.K.E-MH.

Dans un troisième lieu, nous présentons dans le tableau suivant le taux de détection des défauts par les 3 versions du filtre de kalman avec un choix standard (S) et modifié (M) des matrices Q_k et R_k . Nous proposons de tester les 3 versions sur 100 simulations et nous considérons pour cela 2 cas :

- Pour le premier cas, nous appliquons un faible bruit sur les mesures ($\pm 5\%$ de la valeur réelle) et par la suite nous considérons 2 autres cas : Cas 1.1 pour les défauts systèmes et Cas1.2 pour les défauts capteurs.
- Pour le deuxième, nous appliquons un bruit de grande valeur sur les mesures ($\pm 15\%$ de la valeur réelle) et par la suite nous considérons 2 autres cas : Cas 2.1 pour les défauts systèmes et Cas 2.2 pour les défauts capteurs.

Tab. 3.V: Taux (%) de détection des défauts

| | Cas 1.1 | Cas 1.2 | Cas 2.1 | Cas 2.2 |
|------------|---------|---------|---------|---------|
| S-F.K.E | 51% | 50% | 44% | 41% |
| M-F.K.E | 90% | 90% | 78% | 76% |
| S-E.K.E | 53% | 53% | 42% | 41% |
| M-E.K.E | 92% | 90% | 83% | 83% |
| S-F.K.E-MH | 64% | 65% | 51% | 49% |
| M-F.K.E-MH | 98% | 98% | 96% | 94% |

Le tableau 3.V montre qu'avec l'utilisation des versions modifiées du filtre de kalman on assure une meilleure détection des différentes natures des défauts (système et capteur), ce qui est montré par l'évolution de taux de convergence lors de l'application des matrices Q_k et R_k avec le choix proposé. En effet, le taux est élevé de : 1.76 fois pour le F.K.E, 1.73 fois pour le E.K.E et 1.88 fois pour le F.K.E-MH. De plus, la version du filtre avec une fenêtre des mesures glissante présente le plus grand taux de détection par rapport aux deux autres versions pour les différents cas considérés.

Dans cette simulation, les figures (3.17) et (3.18) ainsi que le tableau 3.V montrent que le meilleur signal résiduel est celui généré par le F.K.E-MH en terme de taux de détection et aussi sa variation limitée juste à l'intervalle d'injection de défaut.

La première étape de détection dans un schéma de diagnostic est assurée par la génération des résidus offert par le F.K.E-MH vue sa robustesse. Dans la partie qui suit nous nous intéressons à la deuxième étape qui est la localisation et l'estimation des défauts.

3.4.4 Localisation et Estimation des défauts dans les réseaux électriques

Dans cette partie, on s'intéresse non pas seulement à la détection (ce qui est été validé précédemment) mais aussi à la localisation et l'estimation des défauts [82]. L'isolement des défauts se traduit par la connaissance, pas seulement la présence d'un dysfonctionnement suite à un défaut, mais de plus : quel est le noeud en défaut ?

Le schéma le plus adopté dans la littérature (qu'il soit le cas linéaire ou non linéaire) est d'appliquer un banc d'observateurs dont chacun est sensible à un défaut bien approprié. Dans la suite, nous proposons un schéma FDI qui contient un banc des F.K.E-MH pour la détection et l'estimation des défauts ainsi qu'un banc de filtres de Kalman étendus à entrées inconnues pour la localisation des noeuds en défauts.

3.4.4.1 Filtre de Kalman Etendu à Entrées Inconnues (U.I.E.K.F)

Dans cette partie nous proposons tout d'abord le Filtre de Kalman à Entrées Inconnues (U.I.K.F) dans le cas linéaire [83] puis on généralise pour le cas non linéaires. Considérons le système linéaire discret suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = F_k x_k + B_k u_k + E_k d_k + w_k \\ y_{k+1} = H_{k+1} x_{k+1} + v_{k+1} \end{cases} \quad (3.47)$$

avec : $x_k \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur d'état ; $y_k \in \mathbb{R}^m$ le vecteur de sortie ; $u_k \in \mathbb{R}^r$ le vecteur des entrées connues ; $d_k \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des entrées inconnues représentant les distributions inconnues ou les incertitudes du modèle.

w_k et v_k sont les bruits sur le système et les mesure et F_k , B_k , E_k et H_k sont des matrices connues et d'ordre approprié. L'équation du filtre, en minimisant la variance d'erreur, est :

$$\hat{x}_{k+1} = F_k \hat{x}_{k|k} + B_k u_k + L_{k+1} (y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1|k}) \quad (3.48)$$

Dans le U.I.K.F, le gain L_{k+1} doit satisfaire la condition de découplage suivante (la même condition que celle pour les observateurs à entrées inconnues [79]) :

$$L_{k+1}H_{k+1}E_k = E_k \quad (3.49)$$

d'après [79], l'équation 3.49 admet une solution si et seulement si :

$$\text{rank}(H_{k+1}E_k) = \text{rank}(E_k) = q \quad (3.50)$$

La condition (3.50) signifie que les distributions peuvent être découplées si leur dimension est inférieure à celle des mesures. En se basant sur l'équation 3.49, le gain optimale du filtre L_{k+1} peut être obtenu en résolvant un problème d'optimisation avec contraintes. D'autres formulations [84] ainsi qu'une version améliorée [85] existent.

Dans ce qui suit, nous présentons une extension de UIKF en s'inspirant de F.K.E pour le cas non linéaire [86].

Soit le système non linéaire à temps discret avec des distributions inconnues suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) + E(x_k)d_k + w_k \\ y_{k+1} = h(x_{k+1}, u_{k+1}) + v_{k+1} \end{cases} \quad (3.51)$$

avec : f , h et E sont des fonctions connues. Donc d'une façon similaire au F.K.E, on fait l'extension de l'U.I.K.F au système 3.51 comme suit :

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k) \quad (3.52)$$

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k|k} F_k^T + Q_k \quad (3.53)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = f(\hat{x}_{k+1|k}, u_k) + L_{k+1}(y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k}, u_{k+1})) \quad (3.54)$$

$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})P_{k+1|k} + \eta_{k+1}\Pi_{k+1}V_{k+1}\Pi_{k+1}^T\eta_{k+1}^T \quad (3.55)$$

Avec :

$$L_{k+1} = K_{k+1} + \eta_{k+1}\Pi_{k+1} \quad (3.56)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1 \setminus k} H_{k+1}^T V_{k+1}^{-1} \quad (3.57)$$

$$\eta_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) \hat{E}_k \quad (3.58)$$

$$\Pi_{k+1} = [(H_{k+1} \hat{E}_k)^T V_{k+1}^{-1} (H_{k+1} \hat{E}_k)]^{-1} (H_{k+1} \hat{E}_k)^T V_{k+1}^{-1} \quad (3.59)$$

$$V_{k+1} = H_{k+1} P_{k+1 \setminus k} H_{k+1}^T + R_{k+1} \quad (3.60)$$

Où :

$$F_k = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_{k \setminus k}, u_k} \quad (3.61)$$

$$H_{k+1} = \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_{k+1 \setminus k}, u_{k+1}} \quad (3.62)$$

$$\hat{E}_k = E(\hat{x}_{k \setminus k}) \quad (3.63)$$

En faisant une comparaison au cas linéaire, le U.I.E.K.F est différent en terme de calcul des matrices F_k et H_{k+1} (comme celle du F.K.E) et $E(x_k)$ est substitué par l'estimé \hat{E}_k .

Analyse de Convergence de U.I.E.K.F :

Les mêmes conditions que nous venons de proposer pour le F.K.E, E.K.E et le F.K.E-MH, se généralisent pour l'U.I.E.K.F. On pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}_{k \setminus k} = x_k - \hat{x}_{k \setminus k} \\ \tilde{x}_{k+1 \setminus k} = \beta_k F_k \tilde{x}_{k \setminus k} \\ \alpha_{k+1} e_{k+1} = H_{k+1} \tilde{x}_{k+1 \setminus k} \\ \beta_k = \text{diag}(\beta_{1k}, \dots, \beta_{(n_d+n_a)k}) \\ \alpha_{k+1} = \text{diag}(\alpha_{1k+1}, \dots, \alpha_{mk+1}) \end{array} \right. \quad (3.64)$$

Ce qui conduit à l'extension suivante du théorème proposé précédemment :

Théorème 3.4.1. 1. le système (3.47) est A-Uniformément et localement observable au sens du rang, donc il existe $k \geq A - 1$ tel que le rang de la matrice d'observa-

bilité est :

$$\text{rank}(O(k-A+1, k)) = \begin{bmatrix} H_{k-A+1} \\ H_{k-A+2}F_{k-A+1} \\ \dots \\ H_k F_{k-1} \dots F_{k-A+1} \end{bmatrix} = (n_d + n_a) \quad (3.65)$$

dans la pratique, on utilise un test numérique pour le calcul du rang de $O(k-A+1, k)$.

2. F_k, H_k sont des matrices uniformément bornées et F_k^{-1} existe.
3. les matrices Q_k et R_k sont choisies tel que :

- Pour le U.I.E.K.F :

$$\begin{aligned} Q_k &= \gamma e_k^T e_k I_{n_d+n_a} + \lambda I_{n_d+n_a} \\ R_k &= \zeta H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + \tau I_m \end{aligned} \quad (3.66)$$

où : γ doit être choisies suffisamment large et positive, λ un scalaire positif mais de très petite valeur et ζ et τ des scalaires positifs fixé par l'utilisateur.

Pour les matrices R_k et Q_k , leur choix est basé sur la résolution (ou détermination des conditions satisfaisantes) de :

$$\gamma'_{k+1} N_{k+1} \gamma'_{k+1} < 0$$

avec :

$$\begin{cases} N_{k+1} = V_{k+1}^{-1} [\Pi_{k+1} - I_{n_d+n_a}] \\ \gamma'_{k+1} = \alpha_{k+1} H_{k+1} F_k \tilde{x}_{k/k} \end{cases}$$

et la vérification de :

$$\text{rank}(H_{k+1} T_k) = \text{rank}(T_k) = q$$

3.4.4.2 Schéma FDI

Le schéma FDI de principe proposé est le suivant (Figure 3.19) :

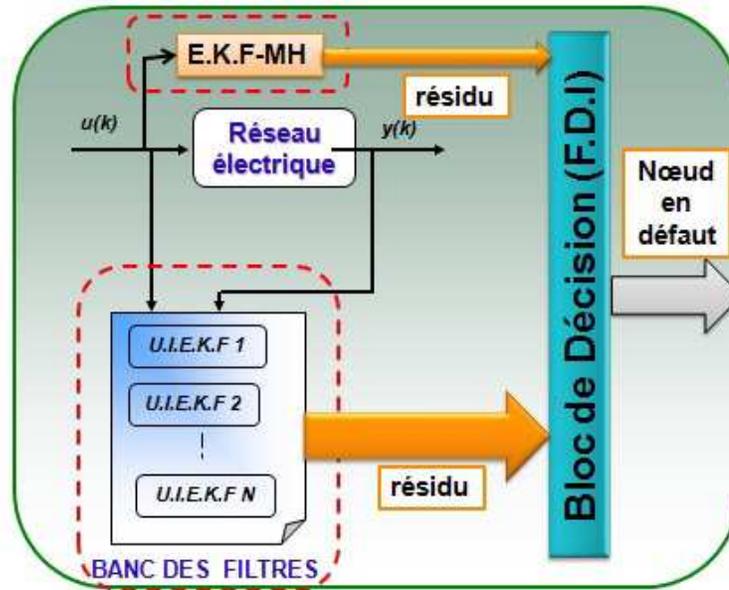


Fig. 3.19: Schéma de principe de FDI

Où les F.K.E-MH sont insérés pour la détection et l'estimation des défauts et un banc des U.I.E.K.F pour la localisation et l'isolement des noeuds en défauts.

A ce stade on fait l'hypothèse que pour la détection du noeud en défaut, on remplace dans l'équation 3.51 la quantité $E(x_k)d_k$ par $T\phi_k$ ou T est la matrice de distribution des défauts (supposée constante et connue) tel que pour le U.I.E.K.F (1) T vaut par exemple pour le cas du réseau 3 noeuds dont le vecteur d'état est $x = [\delta_3, \omega_3, \theta_2, V_2]^T$: $T = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ (pour le noeud générateur 3) et ϕ_k est l'amplitude ou la valeur du défaut.

Puisque chaque noeud est représentée par deux variables (le noeud générateur 3 est présentée par les variables δ_3, ω_3 et le noeud charge 2 par θ_2, V_2 . Et par suite on généralise

pour un réseau de n noeuds dont le vecteur d'état est comme suit :

$$x = [\delta_i, \omega_i, \theta_i, V_i]^T$$

et pour localiser les défauts au noeud i , T est choisie :

- **Pour les noeuds générateurs :**

$$\begin{aligned} x &= [\delta_i \quad \omega_i \quad \theta_i \quad V_i]^T \\ T &= [1 \quad 1 \quad 0 \quad \dots 0]^T \end{aligned} \quad (3.67)$$

puisque chaque noeud générateur est représenté par : δ_i et ω_i

- **Pour les noeuds charges :**

$$\begin{aligned} x &= [\delta_i \quad \omega_i \quad \theta_i \quad V_i]^T \\ T &= [0 \quad \dots 0 \quad 1 \quad 1]^T \end{aligned} \quad (3.68)$$

puisque chaque noeud charge est représenté par : θ_i et V_i

Il faut noter qu'on s'intéresse à la localisation des défauts dans un noeud bien approprié et pas aux paramètres. De plus, le choix spécifique de T que nous proposons est dû principalement à la vérification de la condition : $\text{rang}(H_{k+1}T_k) = \text{rank}(T_k) = q$.

Ensuite, en considérant que e_i est le résidu généré par le U.I.E.K.Fⁱ, le test logique pour localiser le noeud en défaut est le suivant :

1. Si $\|e_i\| > \|e_j\|$ donc le noeud i est en défaut.
2. Si $\|e_i\| < \|e_j\|$ donc le noeud j est en défaut.
3. Si $\|e_i\| = \|e_r\|$ donc c'est un défaut entre les noeuds i et r (avec r présente les noeuds en liaison électrique direct avec le noeud i).

3.4.4.3 Résultats de Simulation pour la localisation des défauts

Notre étude est appliquée sur le réseau test 3 noeuds. On dispose donc, d'un seul F.K.E-MH (puisque'on a une seule sortie) de deux étages de U.I.E.K.F et par suite on

définit : $T_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0]$ pour le noeud 3 et $T_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 1]$ pour le noeud 2.

Nous considérons 3 types des défauts dans cette simulation :

- Perte de puissance électrique délivré par l'alternateur : $\phi_k^2 = -P_{G_3}(k)$ et appliquée dans l'expression de $x_2(k)$.
- Court-circuit dans le noeud charge 2 : $\phi_k^3 = -0.8V_2(k)$ appliqué dans l'expression de $x_4(k)$.
- Coupure (perte) de ligne entre les noeuds 3 et 2 : ϕ_k^4 . Ce défaut est formé en admettant que la partie réelle et imaginaire de la matrice d'admittance nodale entre les noeuds 3 et 2 sont égales à 0 ($G_{3,2} = B_{3,2} = G_{2,3} = B_{2,3} = 0$ dans les expressions de $x_2(k)$, $x_3(k)$ et $x_4(k)$).

Pour simplifier, nous ne considérons aucune autre distribution inconnue ($d_k = 0$ et nous remplaçons Ek dans les équations 3.58, 3.59 et 3.63 par T^i). La localisation sera assurée par la vérification du test logique déjà présenté.

En premier lieu on s'intéresse à la stabilité et la convergence des deux version du Filtre de Kalman (U.I.E.K.F et le F.K.E-MH), pour cela on prend :

$$\begin{aligned} Q_k^{U.I.E.K.F} &= Q_k^{E.K.F-MH} = 10^{-5}I_4 \\ R_k^{U.I.E.K.E} &= 10^{-3} \\ R_k^{E.K.F-MH} &= 10^{-3}I_4 \end{aligned} \quad (3.69)$$

en les considérant comme constantes ou sans correction (version standard : S-U.I.E.K.F / S-F.K.E-M.H), et les valeurs avec corrections (version modifiée : M-U.I.E.K.F / M-F.K.E-M.H) suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_k^{U.I.E.K.F} = 100e_k^T e_k I_4 + 0.5I_4 \\ R_k^{U.I.E.K.F} = 0.01H_k P_k H_k^T + 0.05 \\ Q_k^{F.K.E-MH} = 0.001ef_k^T ef_k I_4 + 0.005I_4 \\ R_k^{F.K.E-MH} = 0.001C_k \bar{P}_k C_k^T + 0.005I_4 \end{array} \right. \quad (3.70)$$

Ensuite, on fait un test pour 100 simulations, en variant les valeurs initiales (de l'ordre de $\pm 20\%$ des valeurs finales) et en ajoutant un bruit de grande variance sur les mesures ($\pm 20\%$ de la valeur réelle). On présente dans le Tableau 3.VI le taux de convergence des deux versions des filtres utilisés (Standard et Modifiée) :

Tab. 3.VI: convergence (%) avec des valeurs initiales aléatoires

| Observateur | taux de convergence (%) |
|-------------|-------------------------|
| S-U.I.E.K.F | 50% |
| S-F.K.E-M.H | 51% |
| M-U.I.E.K.F | 94% |
| M-F.K.E-M.H | 96% |

Il est clair, d'après le tableau 3.VI, que le choix proposé des matrices Q_k et R_k suivant les conditions présentées, dans la section Analyse de Convergence, assure bien la convergence (la version modifiée améliore presque 2 fois le taux de convergence que celle standard). Dans un deuxième lieu, on s'intéresse à la localisation des défauts suivant le test logique déjà présenté tout en injectant un bruit sur les mesures et le système de l'ordre de $\pm 5\%$.

Dans un premier temps, on injecte le deuxième défaut (ϕ_k^2) dans le noeud 3 en posant $P_{G_3} = 0$ entre les itérations 1450 et 2150, et on visualise l'évolution des différents résidus :

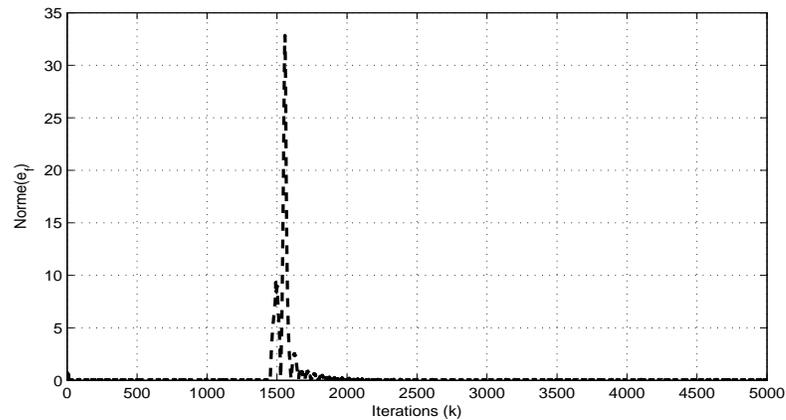


Fig. 3.20: Evolution de $r(k)$ par le F.K.E-MH

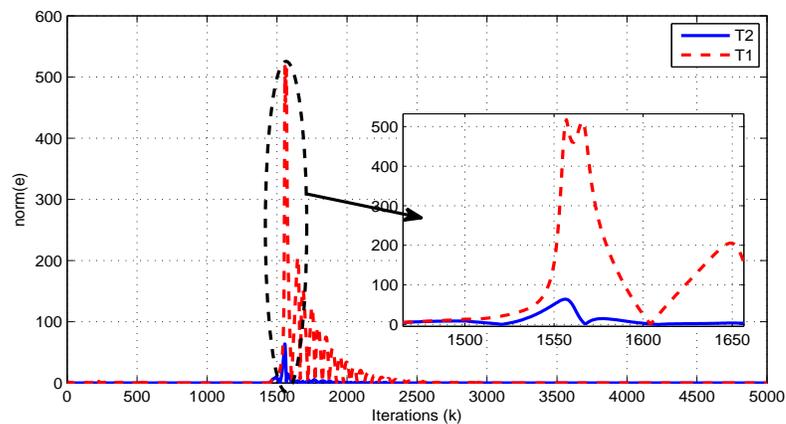


Fig. 3.21: Evolution des résidus par les U.I.E.K.Fs

La figure 3.20 montre bien la présence d'un défaut qui se traduit par la variation du résidu ($\|e_f(k+1)\| \neq 0$) généré par le F.K.E-MH. Pour la localisation, la figure et 3.21 montre que le résidu généré par le premier U.I.E.K.F avec $T1$ est très supérieur à celui qu'avec $T2$: $\|e_{T1}(k+1)\| \gg \|e_{T2}(k+1)\|$, donc le test logique dans ce cas indique (d'après la condition 1) que le noeud 3 est en défaut.

Ensuite, le défaut injecté précédemment (ϕ_k^2) sera permanent à partir de l'itération 1450, et on montre de même la variation de tous les résidus :

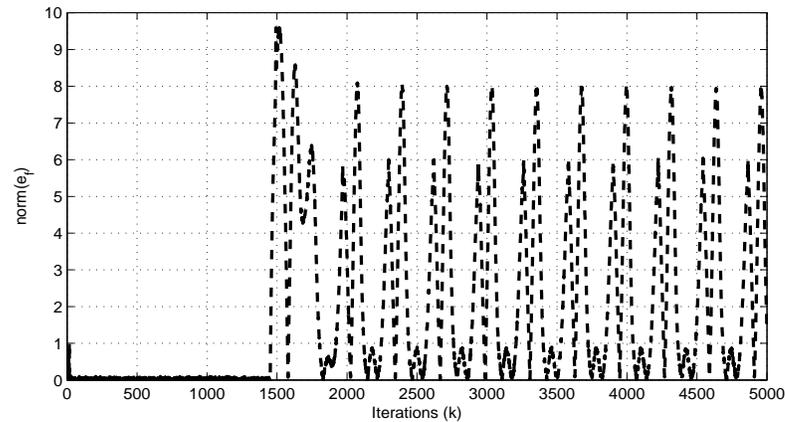


Fig. 3.22: Evolution de $r(k)$ par le F.K.E-MH

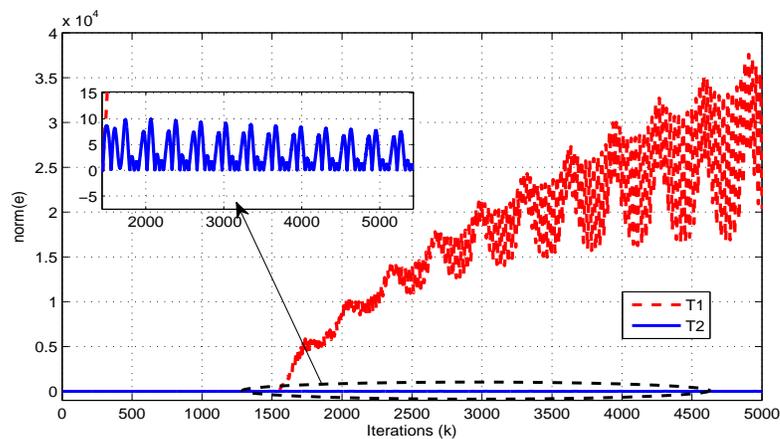


Fig. 3.23: Evolution des résidus par les U.I.E.K.Fs

De même, les figures 3.22 et 3.23 montrent bien que le résidu donné par le F.K.E-MH indique bien la présence d'un défaut et que celui fourni par le premier U.I.E.K.F $\|e_{T1}(k+1)\| \gg \|e_{T2}(k+1)\|$ donne une idée claire que le noeud 3 est toujours en défaut en vérifiant de nouveau la première condition du test logique.

Dans un deuxième temps, on injecte un court-circuit (ϕ_k^3) au noeud charge 2 (ce qui est traduit par une diminution de la valeur de la tension nodale au noeud 2 de l'ordre de -80%) et on observe l'évolution des différents résidus :

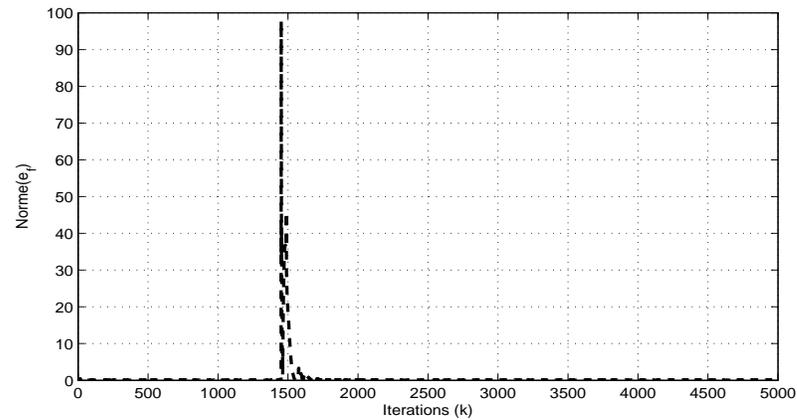


Fig. 3.24: Evolution de $r(k)$ par E.K.F-MH

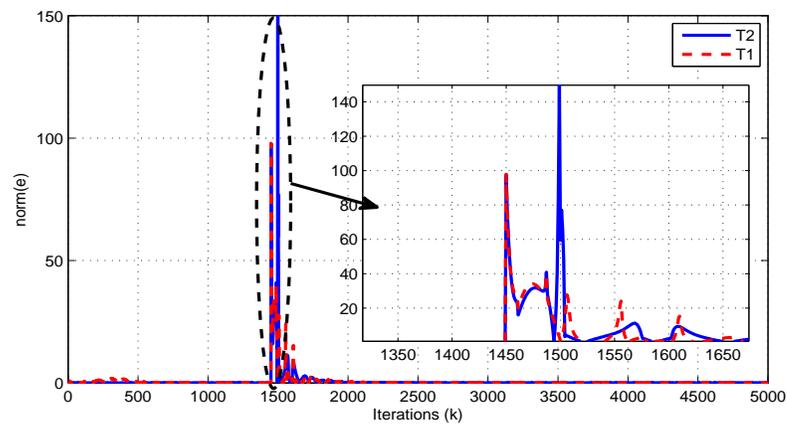


Fig. 3.25: Evolution des résidus par U.I.E.K.Fs

Les figures 3.24 et 3.25 présentent d'une façon très claire, que le bloc FDI indique bien non seulement la présence d'un défaut mais aussi que c'est un défaut au noeud 2(d'après la condition 2) puisque la valeur du résidu relatif au T^2 est largement supérieure à celle relatif au T^1 : $\|e_{T^2}(k+1)\| \gg \|e_{T^1}(k+1)\|$.

La dernière étape est d'appliquer une coupure de ligne (ϕ_k^4) entre les noeuds 3 et 2 de l'instant 2900 à 3100, afin de vérifier la condition 3 :

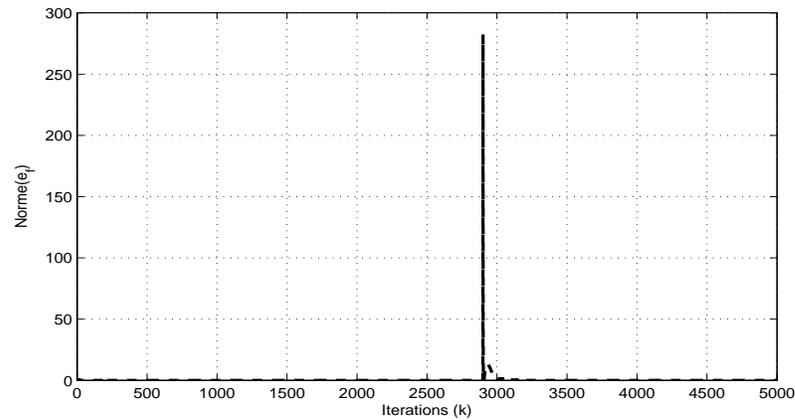


Fig. 3.26: Evolution de $r(k)$ par le F.K.E-MH

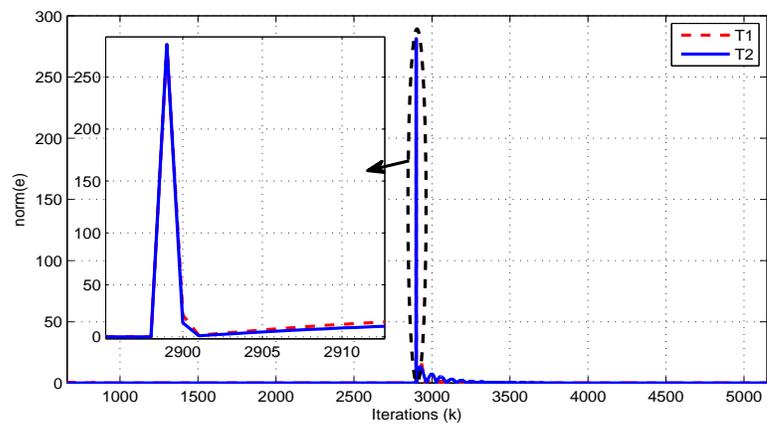


Fig. 3.27: Evolution des résidus par les U.I.E.K.Fs

Les figures 3.26 et 3.27 présentées montrent bien qu'on a la même valeur du résidu généré par le premier et le second U.I.E.K.F (dans cette figure les courbes sont confondues), donc on aperçoit bien qu'un défaut survient entre deux noeuds électriquement liés se traduit par une égalité des résidus : $\|e_{T2}(k+1)\| = \|e_{T1}(k+1)\|$ (validation de la condition 3), d'où, une autre fois la bonne configuration de notre logique de décision et l'efficacité du schéma FDI proposé. La dernière étape restante est celle d'estimation des défauts.

3.4.4.4 Estimation de défauts dans les réseaux électriques

Pour l'estimation des défauts basée sur la connaissance du modèle, il existe quelques travaux dont on cite principalement : observateur à mode glissant [87], neuro-floue approximation [88] ou des observateurs adaptatifs pour le diagnostic des défauts (A.F.D.O) [89]. Mais, la plus part des méthodes sont basées sur le Filtre de Kalman [90] [91] [92]. Dans ce qui suit, on se focalise sur l'estimation des chutes de tension et celles des courts-circuits [93]. Soit le modèle dynamique suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k, \chi_k) + v_k \\ y_k = h(x_k, u_k) + w_k \end{cases} \quad (3.71)$$

avec $\chi_k \in \mathbb{R}^{n_\chi}$ présente la valeur du défaut à estimer ($\chi_k^i = 1$ en mode normale et $\chi_k^i \neq 1$ en présence d'un dysfonctionnement). Le modèle dynamique augmenté du réseau électrique avec χ_k est :

$$x_{k+1}^a = \begin{bmatrix} \delta_{k+1} \\ \omega_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ V_{k+1} \\ \chi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_k + T_e \bar{f}_1(\delta_k, \omega_k, \theta_k, V_k, u_k) \\ \omega_k + T_e \bar{f}_2(\delta_k, \omega_k, \theta_k, V_k, u_k) \\ \theta_k + T_e \bar{f}_3(\delta_k, \omega_k, \theta_k, V_k, u_k) \\ \chi_k (V_k + T_e \bar{f}_4(\delta_k, \omega_k, \theta_k, V_k, u_k)) \\ \chi_k \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

avec $\bar{f}(x_d, x_a, u) = [\bar{f}_1 \quad \bar{f}_2 \quad \bar{f}_3 \quad \bar{f}_4]$ donnée par l'expression 3.7 et la matrice Jacobienne augmentée est donnée par :

$$F_k^a = F^a(\hat{x}_k^a, u_k) = \begin{bmatrix} F_k & V_k + T_e \bar{f}_4(\delta_k, \omega_k, \theta_k, V_k, u_k) \\ 0 & I_{n_\chi} \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

Après cette formulation, on applique une version du Filtre de Kalman Etendu (E.K.E ou l'E.K.F-M.H). Pour l'analyse de convergence, on procède de la même façon.

Théorème 3.4.2. 1. *Le système (3.47) est A-Uniformément et localement observable au sens du rang, donc il existe $k \geq A - 1$ tel que le rang de la matrice d'observa-*

bilité est :

$$\text{rank}(O(k-A+1, k)) = \begin{bmatrix} H_{k-A+1} \\ H_{k-A+2}F_{k-A+1}^a \\ \dots \\ H_k F_{k-1}^a \dots F_{k-A+1}^a \end{bmatrix} = (n_d + n_a + n_\chi) \quad (3.74)$$

dans la pratique, on utilise un test numérique pour le calcul du rang de $O(k-A+1, k)$.

2. F_k^a , H_k sont des matrices uniformément bornées et F_k^{a-1} existe.
3. Les matrices Q_k et R_k sont choisies tel que :

$$\begin{aligned} Q_k &= \gamma e_k^T e_k I_{n_d+n_a+n_\chi} + \lambda I_{n_d+n_a+n_\chi} \\ R_k &= \zeta H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + \tau I_m \end{aligned} \quad (3.75)$$

où : γ doit être choisies suffisamment large et positive, λ un scalaire positif mais de très petite valeur et ζ et τ des scalaires positifs fixé par l'utilisateur.

De même pour le F.K.E-M.H.

3.4.4.5 Résultats de Simulation pour l'Estimation des défauts

On traite de nouveau le réseau test IEEE 3 noeuds avec l'E.K.E et le F.K.E-M.H (étude comparative). Les mesures sont générées en ajoutant un bruit de faible valeur ($\pm 5\%$ de la valeur réelle). De la même manière que dans les exemples précédents, la figure 3.28 montre l'évolution du rang de la matrice d'observabilité (calcul numérique avec $A = 4$).

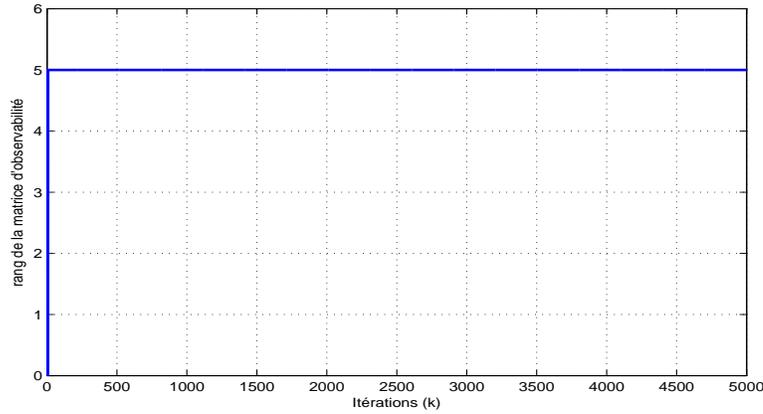


Fig. 3.28: Evolution du rang de la matrice d'observabilité : $\text{rang}(O_{3\text{noeuds}}^{(k-4,k)})$

On remarque que $\text{rang}(O_{3\text{noeuds}}^{(k-4,k)}) = 5$ ce qui est égale au nombre des états à estimer, donc l'observabilité de notre système est vérifiée. On s'intéresse maintenant à l'estimation des défauts : chutes des tensions où des courts-circuits sont introduits à la tension nodale au noeud 2.

Dans un premier temps, on s'intéresse à la convergence des deux versions (F.K.E-MH et l'E.K.E). Les mesures sont générées en ajoutant un bruit de grande valeur ($\pm 15\%$ de la valeur réelle). On présente l'évolution de la norme d'erreur d'estimation par l'E.K.E et le F.K.E-MH avec : $\|x^{\text{rel}} - \hat{x}^a\|$ (respectivement figure 3.29 et figure 3.30) avec un choix classique de Q_k et R_k donné par (3.76) (versions Standard) et celui proposé dans (3.77) (versions modifiées).

$$\begin{cases} Q_k^{E.K.E} = Q_k^{F.K.E-MH} = 10^{-5}I_5 \\ R_k^{E.K.E} = 10^{-3} \\ R_k^{F.K.E-MH} = 10^{-3}I_4 \end{cases} \quad (3.76)$$

$$\begin{cases} Q_k^{E.K.E} = 100e_k^T e_k I_5 + 5I_5 \\ R_k^{E.K.E} = 10H_k P_k H_k^T + 1 \\ Q_k^{F.K.E-MH} = 0.1ef_k^T ef_k I_5 + 0.05I_5 \\ R_k^{F.K.E-MH} = 0.01C_k \bar{P}_k C_k^T + 0.05I_4 \end{cases} \quad (3.77)$$

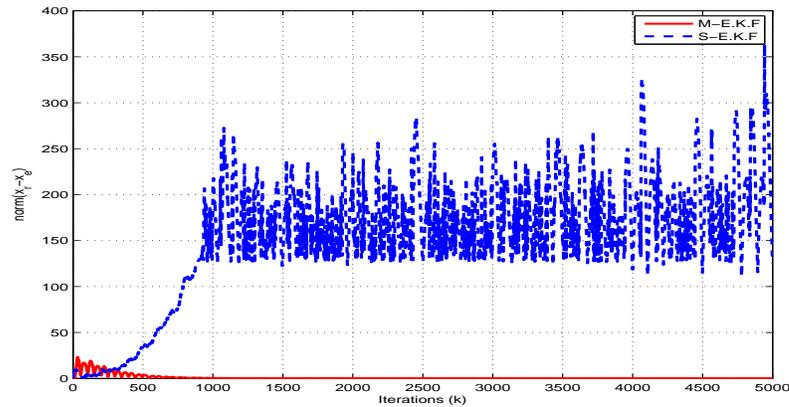


Fig. 3.29: Evolution de $\|x^{rel} - \hat{x}^a\|$ avec l'E.K.F

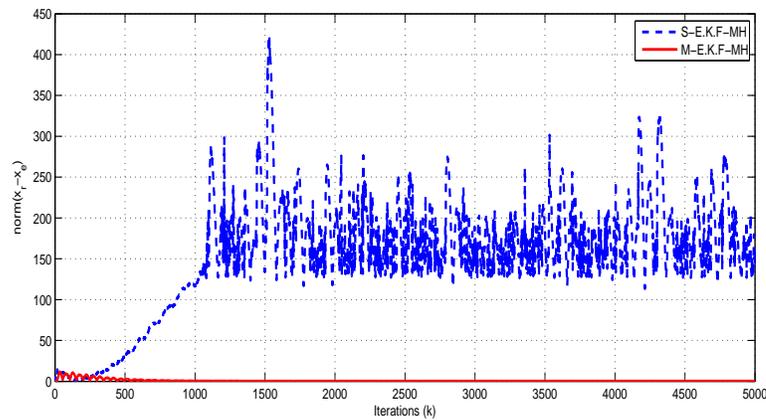


Fig. 3.30: Evolution de $\|x^{rel} - \hat{x}^a\|$ avec le F.K.E-MH

Les résultats donnés par les figures 3.29 et 3.30 montrent qu'avec un choix classique (ou standard) des matrices R_k et Q_k , les deux estimateurs ne convergent pas vers les bonnes valeurs. Cependant, avec les versions modifiées, on remarque d'une façon très claire l'importance du choix proposé pour ces matrices à travers la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro. On note aussi que, lors des premières itérations, la variation de M-F.K.E-MH est très petite par rapport à M-E.K.E. Dans ce qui suit, nous considérons 3 types des défauts :

- Un court-circuit au noeud 2 entre les itérations 2500 et 2850 qui introduit une chute de tension égale à 12% de celle nominale (Cas 1).
- Un court-circuit au noeud 2 dès l'itération 2500 qui introduit une chute de tension égale à 35% de celle nominale (Cas 2).
- Une baisse de puissance électrique du générateur G_3 ($P_{G_3} = 0$) entre les itérations 1500 et 1800 poursuivie par un court-circuit au noeud 2 dès l'itération 2500 qui introduit une chute de tension égale à 45% de celle nominale (Cas 3).

Les résultats concernant le 1^{er} cas sont donnés à la figure 3.31 avec l'utilisation de l'E.K.E et le F.K.E-MH. On remarque qu'avec un E.K.E, $\hat{\chi}(k)$ diverge. Concernant les résultats avec E.K.F-MH, $\hat{\chi}(k)$ converge vers la valeur correcte (0.88) sans une fausse variation lors de l'injection du court-circuit. En plus, on peut noter que lors de la suppression du défaut $\hat{\chi}(k)$ converge vers sa valeur initiale (valeur sans défaut $\hat{\chi}(k) = 1$).

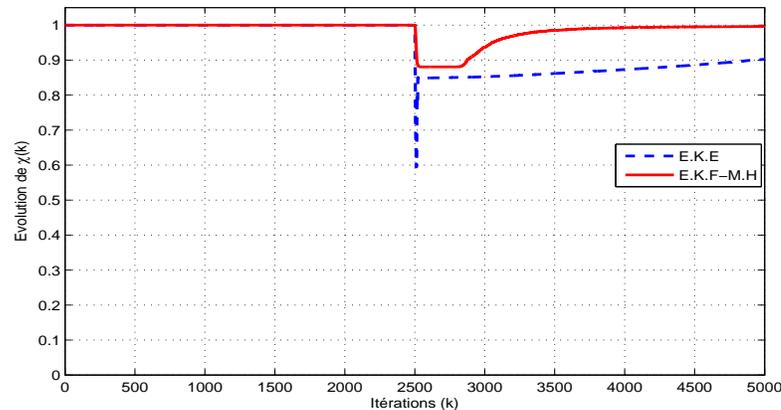


Fig. 3.31: Evolution de $\hat{\chi}(k)$ (cas 1)

Pour le 2^{me} cas, lorsqu'un défaut plus important est introduit, on peut voir que la variation de $\hat{\chi}(k)$, donnée à la figure 3.32 pour les deux estimateurs, converge vers la vraie valeur (0.65) en utilisant le F.K.E-MH proposé qui n'est pas le cas avec l'E.K.E classique. En outre, au moment où on injecte le court-circuit (itération 2500), on peut remarquer que la variation de $\hat{\chi}(k)$ avec l'E.K.E indique une fausse valeur (> 1).

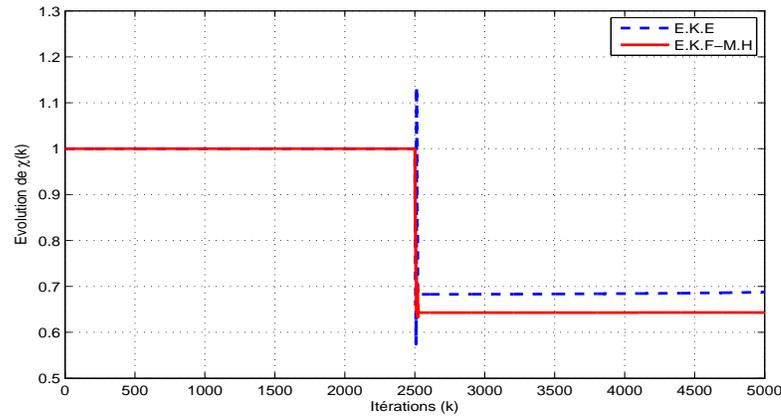


Fig. 3.32: Evolution de $\hat{\chi}(k)$ (cas 2)

Pour le 3^{me} et dernier cas, l'évolution de $\hat{\chi}(k)$ est donnée par la figure 3.33. Au moment d'injection du premier défaut, on remarque que $\hat{\chi}(k)$ varie avec une large valeur (130% de celle réelle) avec l'E.K.E. Ce n'est pas le cas avec le F.K.E-M.H ou la variation de $\hat{\chi}(k)$ est limitée à 14.7% (très proche de celle réelle 16%). Dans un deuxième temps, et durant l'occurrence du deuxième défaut, on note que le défaut estimé converge bien vers celui désiré (0.55) avec la version proposé du F.K.E-MH contrairement à la version classique d'E.K.E qui converge vers (0.63). En le comparant avec la méthode classique d'E.K.E, les résultats montrent une meilleur qualité d'estimation des valeurs des défauts offert par le F.K.E-MH en termes de convergence (basé sur le choix proposé des matrices Q_k et R_k) et robustesse en présence des défauts multiples.

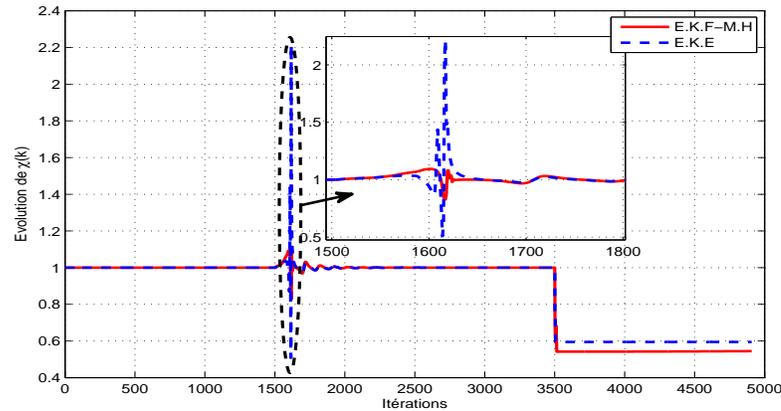


Fig. 3.33: Evolution de $\hat{\chi}(k)$ (cas 3)

De même que pour les autres applications, on présente dans le Tableau 3.VII des statistiques concernant l'erreur relative donné par l'expression (3.78). On teste de la même façon les deux versions Standard et Modifiée du l'E.K.E et du F.K.E-MH (respectivement S-E.K.E, S-F.K.E-MH, M-E.K.E et M-F.K.E-MH) pour 100 simulations en variant l'état initiale.

$$\frac{\|x_{rel} - \hat{x}^a\|}{\|x_{rel}\|} \quad (3.78)$$

Tab. 3.VII: erreur relative (%) avec variation aléatoire de l'état initial

| Estimateur | erreur relatif |
|------------|----------------|
| S-E.K.E | 57.432% |
| S-F.K.E-MH | 26.318% |
| M-E.K.E | 31.711% |
| M-F.K.E-MH | 5.822% |

Les valeurs obtenues dans le tableau 3.VII confirment que la version proposé du filtre de kalman étendu avec une fenêtre de mesures améliore clairement la qualité d'estimation. En effet, avec S-F.K.E-MH, l'erreur relative est réduite de l'ordre de 2.18 fois par rapport au S-E.K.E. Concernant le M-F.K.E-MH, la réduction est égale à 5.46 fois par rapport à M-E.K.E.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé des nouvelles techniques, méthodes et algorithmes pour :

- La modélisation, en se basant sur des techniques de transformation (ou de réduction d'index des systèmes algébro-différentiels non linéaires) pour rendre la représentation d'état d'un réseau électriques sous forme d'équations différentielles non linéaires ordinaires et par suite le développement d'un nouveau modèle dynamique découplé.
- L'estimation d'état, en utilisant l'estimateur de Kalman étendu comme filtre pour estimer les états tout en introduisant des nouvelles approximations numériques pour le calcul de la matrice Jacobienne suivie par un nouveau théorème pour la convergence et la stabilité locale tout en minimisant le temps de calcul.
- La détection, localisation et estimation des défauts, en introduisant un schéma FDI : un filtre de Kalman étendue qui prend en compte une fenêtre de mesures glissantes pour assurer la tâche de détection et Estimation des défauts, et une combinaison des observateurs à entrées inconnues pour développer un banc des U.I.E.K.Fs assurant la localisation.

Les résultats sont validés par des simulations numériques sur des réseaux test selon le standard IEEE, de plus ils ont montrés des bonnes performances en termes de conditions de faisabilité, robustesse et temps de calcul.

Nous nous intéressons à l'application des différentes techniques et méthodes proposées sur un réseau test 5 noeuds tout en utilisant la bibliothèque *SimPowerSystems* de *MATLAB*[®] pour simuler les réseaux électriques, dont le but principale est de montrer l'intérêt des approches développées et étudier la possibilité et la faisabilité pratique.

CHAPITRE 4 : APPLICATION SUR UN RÉSEAU TEST 5 NOEUDS

4.1 Introduction

Nous avons exposé dans le chapitre 3 les différentes méthodes et techniques d'estimation d'état et de diagnostique pour le réseau électrique. D'ordinaire, dans tout travail scientifique orienté vers des applications technologiques il est nécessaire de valider ces méthodes et techniques par leurs applications sur des systèmes réels ou proches du réel. Sachant qu'un réseau électrique est un système très grand et très compliqué, nous nous limitons alors à l'application sur un réseau test 5 noeuds et c'est l'objectif de ce chapitre.

4.2 Présentation du réseau

Nous donnons dans ce qui suit le schéma de principe du réseau utilisé ainsi que ses caractéristiques dressés dans les tableaux 4.I et 4.II. La figure 4.1 suivante représente le schéma de principe du réseau test 5 noeuds utilisé.

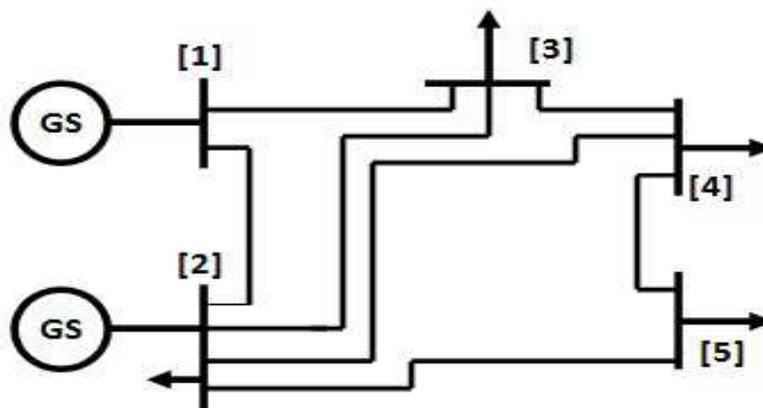


Fig. 4.1: Réseau Test 5 Noeuds

Ce réseau comporte 2 noeuds générateurs (noeuds 1 et 2) et 3 noeuds charges (noeuds 3, 4 et 5).

Les différentes caractéristiques du réseau sont les suivantes :

Tab. 4.I: Caractéristiques des liaisons électriques entre noeuds

| Liaison | $r + jx$ | $\frac{B}{2}$ |
|---------|------------|---------------|
| 1-2 | 0.02+j0.06 | 0.03 |
| 1-3 | 0.08+j0.24 | 0.025 |
| 2-3 | 0.06+j0.18 | 0.02 |
| 2-4 | 0.06+j0.18 | 0.02 |
| 2-5 | 0.04+j0.12 | 0.015 |
| 3-4 | 0.01+j0.03 | 0.01 |
| 4-5 | 0.08+j0.24 | 0.025 |

Toutes les grandeurs sont en valeur réduite (en anglais : per unit (p.u)).

Tab. 4.II: Caractéristiques des Puissances et des Tensions des noeuds

| Noeud | Tension | P_G | Q_G | P_L | Q_L |
|-------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 1.06 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1.426 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 45 | 15 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 40 | 5 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 60 | 10 |

Les puissances sont en $MW/MVAR$.

4.3 Modèle dynamique du réseau

Le vecteur d'état utilisé est : $x = [\delta_2, \omega_2, \theta_3, V_3, \theta_4, V_4, \theta_5, V_5]$.

En prenant le noeud [1] comme noeud bilan, le modèle dynamique algébro-différentiel

du réseau sera alors :

$$\begin{aligned}
 f^I &: \dot{x}_1 = x_2 \\
 f^{II} &: \dot{x}_2 + \frac{D_2 x_2}{M_2} + \frac{P_{G2}(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)}{M_2} = \frac{P_{M2}}{M_2} \\
 g^I &: \begin{cases} P_3 - P_3(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6) = 0 \\ P_4 - P_4(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \\ P_5 - P_5(x_1, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \end{cases} \\
 g^{II} &: \begin{cases} Q_3 - Q_3(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6) = 0 \\ Q_4 - Q_4(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \\ Q_5 - Q_5(x_1, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Nous mesurons la puissance de transit entre le noeud 2 et 3 ($P_{2,3}$).

Les résultats de simulation du modèle dynamique ont été déjà donnés dans le *chapitre 1*.

On ne s'intéresse dans ce qui suit alors qu'à l'estimation d'état et le diagnostic (détection, localisation et estimation des défauts) du réseau.

La bibliothèque *SimPowerSystems* est utilisée pour la modélisation du réseau en question.

Les Fonctions *Embedded MATLAB Function*, qui sont les seules fonctions pouvant être compilées et utilisées directement par des cartes DSP, sont utilisées pour l'implémentation des observateurs [94].

Le schéma Simulink utilisé est le suivant :

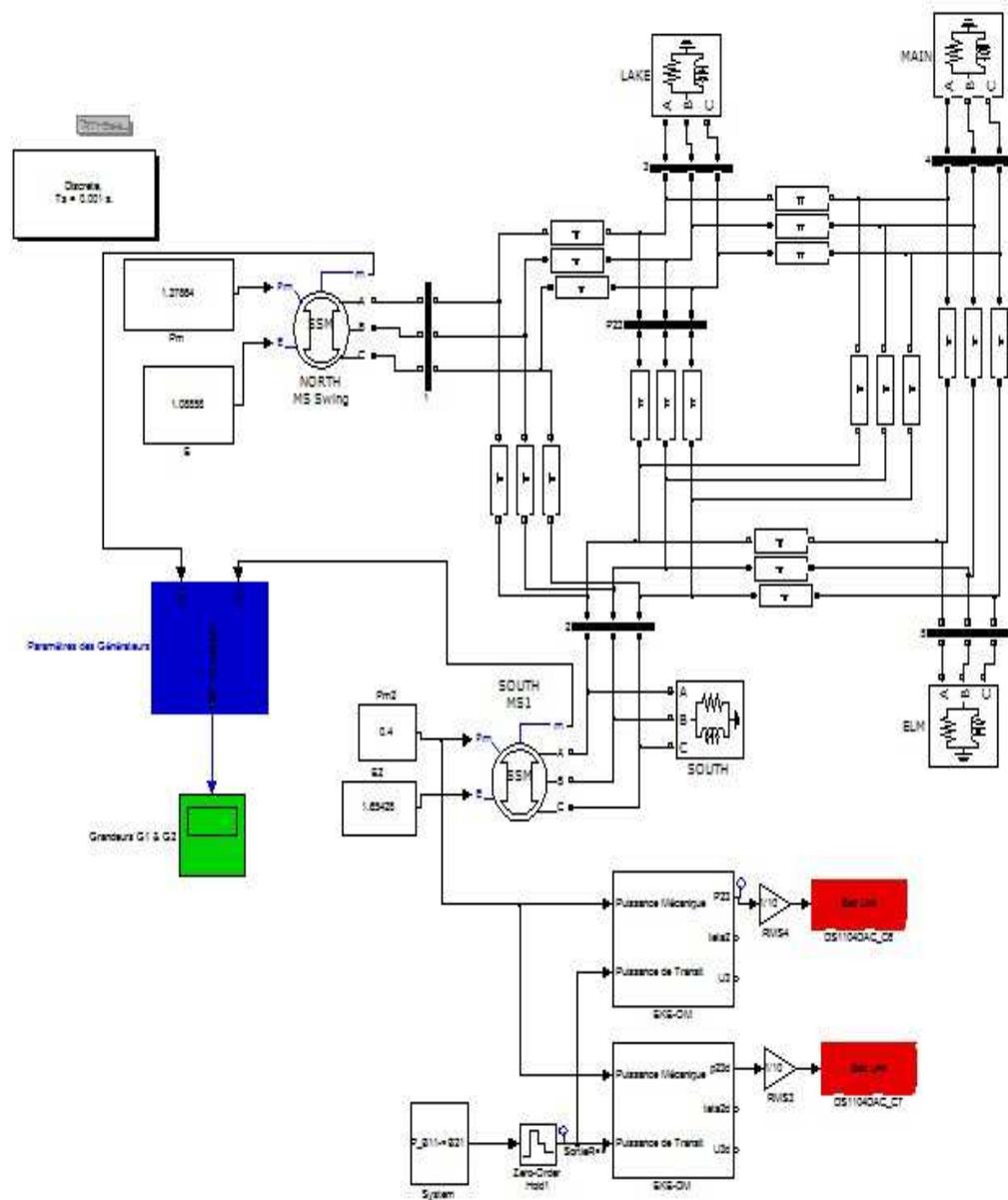


Fig. 4.2: Schéma Simulink du réseau test 5 noeuds

4.4 Estimation d'état

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats de simulation obtenus des deux modèles dynamiques (OM et DM) développés dans le chapitre 3 par l'application de l'E.K.E et le F.K.E-MH.

La figure (4.3) donne l'évolution de la puissance de transit estimée (considérée comme sortie du système) entre les noeuds 2 et 3 par l'application de l'E.K.E.

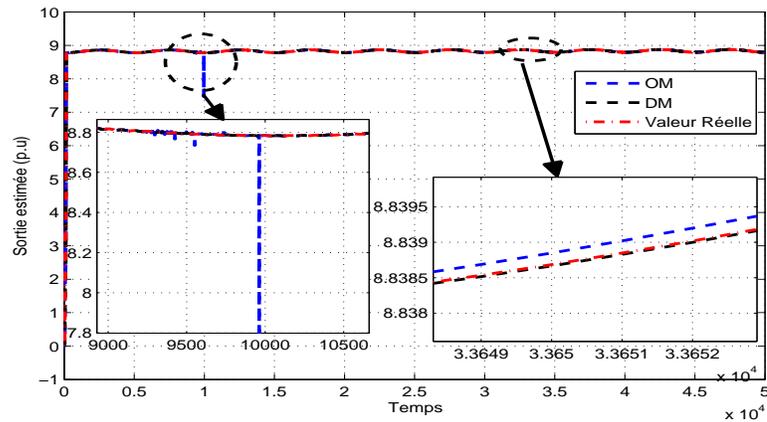


Fig. 4.3: Evolution de la puissance de sortie estimée ($\hat{P}_{2,3}$ avec OM et DM)

On observe que les valeurs de la puissance estimée, obtenue par les deux modèles, convergent vers la valeur réelle. On constate qu'avec l'utilisation du modèle OM, la sortie estimée présente des pics (zoom 1) contrairement au modèle DM qui semble plus précis. Les causes de ces pics ont été évoquées dans le chapitre précédent (paragraphe *Résultats de simulation du modèle dynamique*).

La figure 4.4 présente les résultats obtenus par l'utilisation de l'E.K.E et le F.K.E-MH (longueur de fenêtre égale 10) de la puissance estimée avec une variation de la charge au noeud 3 à l'instant 5s.

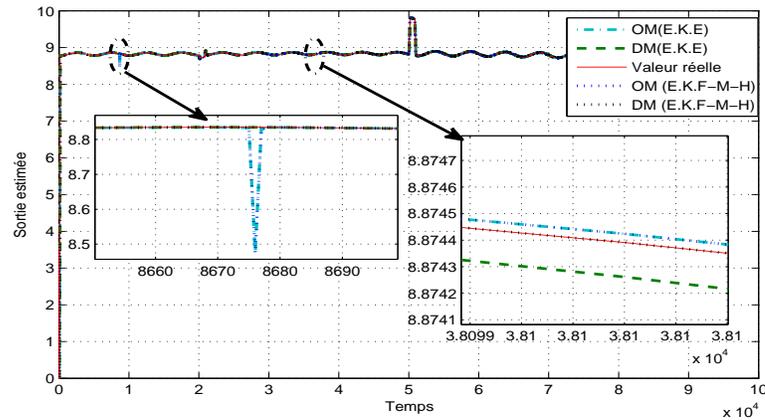


Fig. 4.4: Evolution de $\hat{P}_{2,3}$ utilisant les modèles OM et DM

Comme pour les résultats donnés par la figure 4.3, la figure 4.4 montre bien l'intérêt de l'utilisation de F.K.E-MH avec le DM : amélioration de la convergence (même lors de la variation de charge), l'élimination des pics et la rapidité (la sortie estimée pour le F.K.E-MH avec le DM est confondue avec la sortie réelle). Ceci offre une meilleure qualité d'estimation dont l'intérêt est évident pour l'étude du diagnostic. L'évolution de l'erreur d'estimation (figure 4.5) valide bien ce résultat.

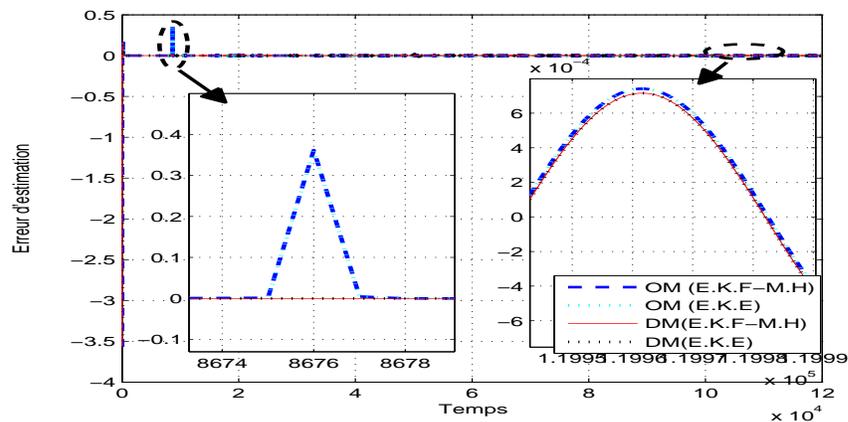


Fig. 4.5: Evolution de l'erreur d'estimation

Ces résultats montre également que :

- L'erreur d'estimation est nulle et sans variation.
- L'utilisation du DM donne une convergence plus rapide (de l'ordre de 4 itérations par rapport à l'utilisation du OM).
- Amélioration de stabilité.

L'utilisation du modèle OM, avec E.K.E ou F.KE-MH, présente toujours des pics ce qui constitue un handicap pour l'étude de détection des défauts.

Les mêmes conclusions peuvent être établies pour l'étude d'évolution de l'un des variables d'état. Nous donnons dans la figure 4.6 un exemple d'évolution de la variable de $\hat{\theta}_4(k)$ (angle électrique au noeud charge 4).

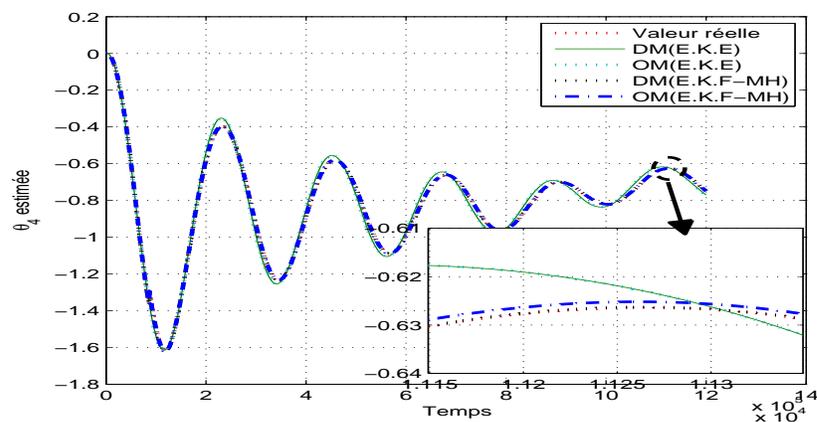


Fig. 4.6: Evolution de $\hat{\theta}_4$

En conclusion, tous les résultats présentés ci-dessus indiquent d'une façon très claire l'importance :

- De l'utilisation du DM en termes de rapidité et stabilité.
- De l'application du F.K.E-MH l'estimation d'état des réseaux électriques en termes d'étude de convergence, de précision et de stabilité.

4.5 Détection, Localisation et Estimation des défauts

4.5.1 Détection et Localisation

4.5.1.1 Détection des défauts

On procède, dans ce paragraphe, à la validation des algorithmes et du schéma FDI donnés dans le *chapitre 3*.

La détection des défauts est assurée par un simple test logique des résidus. Nous considérons les deux cas Standard et Modifié pour vérifier l'analyse de convergence basée sur le choix des matrices de covariance R_k et Q_k .

Pour montrer l'apport du choix de R_k et Q_k , on fait une comparaison des résidus générés par le F.K.E, l'E.K.E et le F.K.E-MH (avec une fenêtre de 10 mesures) et on considère :

- Les versions Standard : (S-F.K.E / S-E.K.E / S-F.K.E-MH)

$$\begin{aligned} Q_k^{E.K.E} &= Q_k^{F.K.E} = Q_k^{F.K.E-MH} = 9.615 * 10^{-5} I_8 \\ R_k^{E.K.E} &= R_k^{F.K.E} = 2.7 * 10^{-3} \\ R_k^{F.K.E-MH} &= 2.7 * 10^{-3} * I_{10} \end{aligned}$$

- Les versions Modifiées : (M-F.K.F / M-E.K.E / M-F.K.E-MH)

$$\begin{aligned} Q_k^{E.K.E} &= Q_k^{F.K.E} = 100 e_k^T e_k I_8 + 10^{-3} I_8 \\ Q_k^{F.K.E-MH} &= 0.1 e f_k^T e f_k I_8 + 10^{-3} I_8 \\ R_k^{E.K.E} &= R_k^{F.K.E} = 10 * H_k P_k H_k^T + 10^{-3} \\ R_k^{F.K.E-MH} &= 0.01 C_k \bar{P}_k C_k^T + 10^{-3} I_{10} \end{aligned}$$

L'établissement d'un défaut (ouverture de ligne entre les noeuds 2 et 3) entre les instants 3s et 3.1s, nous a permis de suivre l'évolution des différents résidus. Les résultats obtenus sont donnés par la figure 4.7.

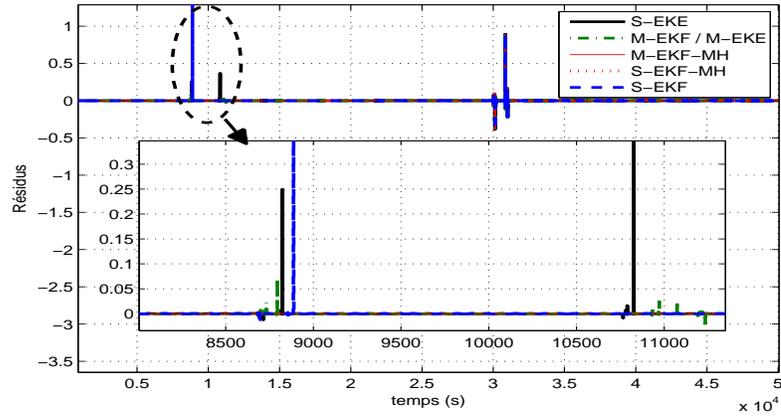


Fig. 4.7: Evolution des résidus générés par le F.K.E, l'E.K.E et le F.K.E-M.H

On remarque, d'après la figure ci-dessus, que seule la version modifiée du F.K.E-MH indique l'occurrence d'un défaut sans fausse alarme (que ce soit en régime transitoire ou en régime permanent). Les versions standard du F.K.E et E.K.E, par contre, présentent des fausses alarmes lors des premières itérations (zoom : 1s à 1.2s).

Les résultats obtenus montrent bien l'intérêt de l'utilisation du F.K.E-MH et surtout l'importance du choix des matrices Q_k et R_k pour assurer la convergence.

4.5.1.2 Localisation des défauts

Pour ce réseau, on construit un banc composé de 4 Filtres de Kalman Etendu à Entrées Inconnues. Chacun de ses filtres localise les défauts à un noeud approprié. Pour le bon fonctionnement du schéma de localisation nous rajoutons une mesure de puissance de transit entre les noeuds 4 et 5 ($P_{4,5}$).

Les Filtres sont choisis de la façon suivante :

- Pour le noeud générateur 2, on considère $U.I.E.K.F_1$ avec $T^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- Pour le noeud charge 3, on considère $U.I.E.K.F_2$ avec $T^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- Pour le noeud charge 4, on considère $U.I.E.K.F_3$ avec $T^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Pour le noeud charge 5, on considère $U.I.E.K.F_4$ avec $T^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

On considère deux défauts :

- Un premier défaut consiste à une ouverture de ligne au noeud charge 5 entre les instants 3s et 3.2s conduisant à une perte de charge à ce noeud $P_{L_5} = 0$.
- Un deuxième défaut consiste à un court-circuit entre les noeuds 2 et 3 entre les instants 2s et 2.2s.

L'évolution du résidu généré par le F.K.E-MH pour le premier défaut est donné par la figure 4.8 suivante :

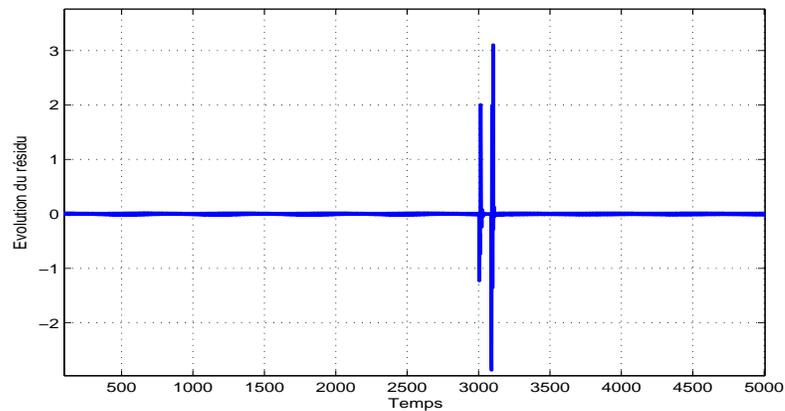


Fig. 4.8: Evolution du residu généré par le F.K.E-M.H (1^{er} défaut)

La figure ci-dessus montre bien la présence d'un défaut ($\|e^f\| \neq 0$) entre les instants choisis. La localisation de ce défaut sera assurée par l'application du test logique sur les valeurs des différents résidus générés par le banc des U.I.E.K.Fs présenté dans le chapitre 3. La figure 4.9 donne l'évolution des résidus.

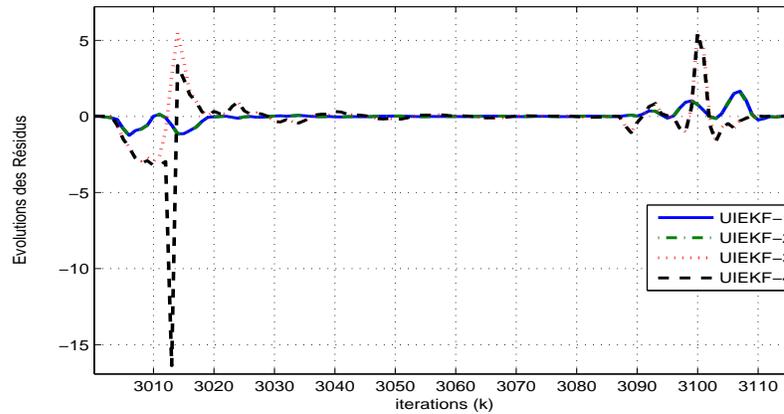


Fig. 4.9: Evolution des résidus générés par les U.I.E.K.Fs

La figure 4.9 présente l'évolution des différents résidus. On constate bien que le plus grand résidu est celui de $U.I.E.K.F_4$ ($\|e_{T_4}(k)\|$) permettant de localiser les défauts au noeud charge 5. Le test logique (dans la partie FDI) montre qu'effectivement le noeud 5 est en défaut.

L'évolution des résidus générés par le F.K.E-MH et le band de U.I.E.K.F, pour le deuxième défaut, est donné par les figures 4.10 et 4.11 suivantes :

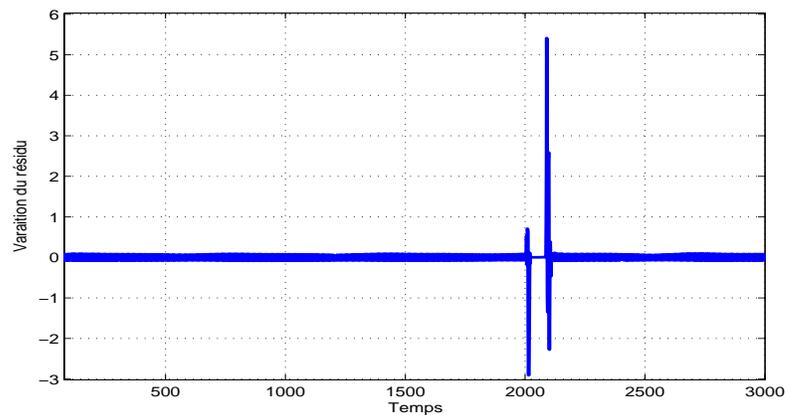


Fig. 4.10: Evolution du résidu généré par le F.K.E-M.H

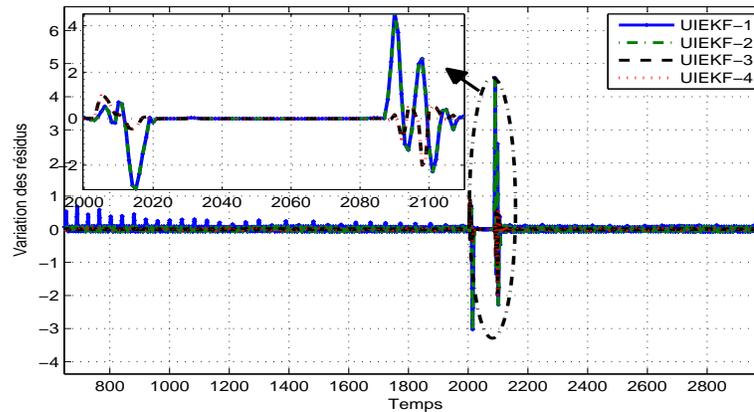


Fig. 4.11: Evolution des résidus générés par les U.I.E.K.Fs

La figure (4.10) montre clairement la présence d'un défaut entre les instants 2s et 2.2s ($\|e_f\| \neq 0$). Dont la localisation est facilitée par l'évolution des résidus générés par le banc de filtres présentée dans la figure 4.11. On remarque que les résidus générés par $U.I.E.K.F_1$ et $U.I.E.K.F_2$ sont égaux ($\|e_{T_2}(k)\| = \|e_{T_1}(k)\|$) et supérieur à ceux générés par $U.I.E.K.F_3$ et $U.I.E.K.F_4$, ce qui montre bien l'existence d'un défaut entre les noeuds 2 et 3. Ceci est également vérifié par la validation de la 3^{me} condition du test logique qui indique bien la présence d'un défaut entre 2 noeuds électriquement connectés.

4.5.2 Estimation des défauts

Après l'étude effectuée ci-dessus de la détection et la localisation des défauts, on s'intéresse dans cette partie à l'estimation de ces défauts. Pour le type de défaut choisit, ceci se traduit par une estimation des chutes de tensions et des tensions des courts-circuits. On se limitera à ceux du noeud charge 3.

Sachant que $\chi(k) = \frac{V-\Delta V}{V}$, l'évolution, par application d'E.K.E et le F.K.E-MH, de $\hat{\chi}(k)$ est donnée par la figure 4.12.

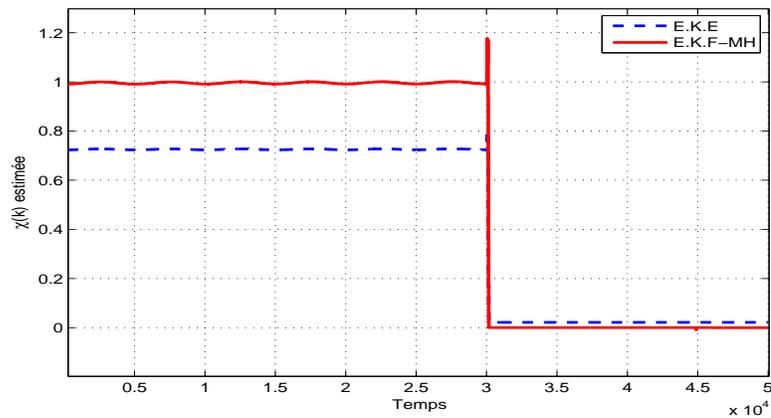


Fig. 4.12: Evolution de $\hat{\chi}(k)$ générés par l'E.K.E et le F.K.E-MH

En un premier cas, un court-circuit triphasé (entre phases) au noeud 3 a été établi à l'instant 3s. L'utilisation de l'E.K.E et E.K.F-MH permettent les déductions suivantes :

- 1 La variation de $\hat{\chi}(k)$ estimée par le F.K.E-MH est plus précise (instants 0-3s). L'E.K.E donne une valeur estimée bien au dessous de la valeur réelle malgré l'absence du défaut.
- En présence du défaut, le F.K.E-MH converge d'une façon plus claire et plus nette à la valeur réelle que l'E.K.E.

En un deuxième cas, trois courts-circuits monophasés sont établis de la façon suivante :

- **D 1** : court circuit entre la phase A et le neutre entre les instants 2s et 2.2s.
- **D 2** : court circuit entre la phase B et le neutre entre les instants 3s et 3.2s.
- **D 3** : court circuit entre la phase C et le neutre entre les instants 4s et 4.2s.

L'E.K.E ayant montré son imprécision, on se limite à la visualisation de l'évolution de $\hat{\chi}(k)$ en utilisant seulement le F.K.E-MH. La figure 4.13 donne cette évolution.

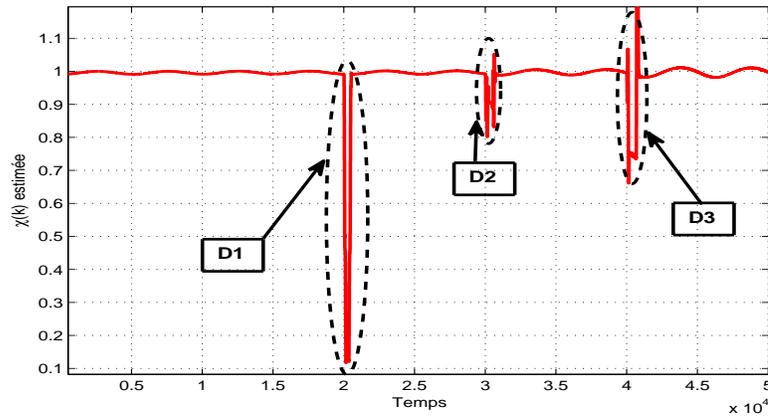


Fig. 4.13: Evolution de $\hat{\chi}(k)$ généré par le F.K.E-MH

Dans la figure ci-dessus, nous constatons que les courts-circuits provoquent des chutes de tension différentes pour les 3 courts-circuits (**D 1** , **D 2** et **D 3**). Cependant, $\hat{\chi}(k)$ converge dans les 3 cas. Ceci montre la précision de l'estimation donnée par le F.K.E-MH.

4.6 Conclusion

Une étude de modélisation, d'estimation d'état, de détection, localisation et d'estimation de défauts a été présentée dans ce chapitre. Les techniques et les méthodes exposés dans le chapitre 3 ont été appliqué sur un réseau test 5 noeuds. L'environnement *Simulink* et la bibliothèque *SimPowerSystems* de *MATLAB*[®] ont été utilisées pour la modélisation et la surveillance du réseau. Les résultats obtenus montrent la validité et la faisabilité des techniques proposées ce qui rend favorable une implémentation temps réel par l'utilisation des cartes DSP par exemple.

CONCLUSION

Durant ces travaux de recherche, nous avons tout d'abord proposé une nouvelle méthode de synthèse d'observateur d'état des systèmes non linéaires sous forme DAE. Ce qui permet, dans un premier temps, d'améliorer les résultats disponibles dans la littérature sur l'estimation d'état et dans un deuxième temps de concevoir un nouveau schéma robuste pour le diagnostic des réseaux électriques. Nous avons, en particulier, développé des techniques spécifiques pour la modélisation dynamique des réseaux électriques en s'inspirant des algorithmes découplés. Enfin, nous avons appliqué les résultats obtenus pour l'estimation des principales variables du réseau électrique HT ainsi que sa Supervision/Diagnostic.

Afin de situer au mieux notre contribution par rapport aux travaux existants, un état de l'art a été proposé dans le premier chapitre. Nous avons d'abord rappelé les résultats principaux de la théorie concernant les deux aspects fondamentaux des réseaux électriques Algébrique (flux de puissance / Estimation d'état) et Dynamique (les modèles DAEs). Nous avons proposé dans ce chapitre quelques extensions d'approches proposées dans la littérature pour mieux améliorer la rapidité (temps de calcul) et la stabilité ce qui permet leurs faisabilités dans une implémentation pratique.

le chapitre 2 a été consacré à l'état de l'art (classer et étudier) des approches et des techniques utilisées pour la synthèse des observateurs non-linéaires. Ce chapitre comprend aussi une étude permettant de donner des conditions suffisantes de stabilité, Observabilité et Commandabilité pour les deux cas des systèmes continus et discrets.

Nos contributions ont été proposées dans le troisième chapitre qui s'articule autour de trois thèmes principaux. Dans le premier thème, un nouveau modèle dynamique basé sur les techniques de dé-couplement et de transformation des systèmes DAEs en ODEs non-linéaires. L'apport de ce modèle dynamique en termes de stabilité, convergence et temps de calcul est prouvé par quelques applications sur des réseaux test selon le standard

IEEE. Le deuxième thème est consacré à l'estimation de l'état des réseaux électriques HT décrits par des ODEs non linéaires.

Ce problème revêt une grande importance dans la pratique. En effet, dans de nombreux cas, la linéarisation du modèle dynamique ou la réduction de l'ordre du système (en considérant quelques états de valeur fixe) est nécessaire pour réaliser des objectifs d'estimation ou de diagnostic. Techniquement, le problème est résolu grâce aux transformations des DAEs en ODEs et par l'application de l'Estimateur de Kalman Etendu avec une analyse de stabilité et de convergence locale. Une version plus évoluée et robuste du Filtre de Kalman Etendu est décrite dans le thème qui suit.

Le problème de Diagnostic / Supervision est développé dans le troisième thème. Il s'agit d'étudier les trois étapes de base pour former un module de diagnostic et qui sont : la détection, la localisation et l'estimation des défauts. La première étape est validée après le développement d'un nouveau filtre de Kalman Etendu qui prend en compte une fenêtre de mesures glissantes (E.K.F-MH) suivie par une étude de convergence locale. Le nouveau filtre montre une meilleure robustesse pour la détection des défauts. La deuxième étape (ou la localisation) est fondée sur l'utilisation d'un banc des Filtres de Kalman Etendu à Entrées Inconnues. Nous avons développé un schéma FDI robuste qui combine ces derniers avec un E.K.F-MH tout en optant pour un Test logique proposé pour assurer les tâches de détection et de localisation des défauts dans un réseau électrique HT. La dernière étape est celle d'estimation des défauts. Pour ce faire, nous avons développé un système augmenté où les nouvelles variables ajoutées au vecteur d'état assurent la tâche d'estimation des chutes des tensions et les tensions des courts-circuits. Les méthodes et les algorithmes développés sont basés sur le filtre de Kalman. Le F.K.E est adapté pour des applications en temps réel à l'échelle industrielle avec le développement des cartes DSP.

Dans le dernier chapitre (chapitre 4), nous avons appliqué les méthodes et les algorithmes d'estimation et de diagnostic à un réseau test 5 noeuds. Ce chapitre présente des résultats de simulation. Dans un premier temps, on rappelle le modèle dynamique sous forme des DAEs non-linéaires. La première application concerne l'estimation robuste de

l'état du système avec le modèle dynamique ordinaire et celui proposé. En exploitant ce résultat sur l'estimation, on applique le schéma FDI en proposant une stratégie permettant de détecter et estimer les défauts par le même E.K.F-MH. Les validations ont été faites par simulation numérique du modèle physique dans l'environnement *Simulink* et la bibliothèque *SimPowerSystems* de *MATLAB*[®] pour mieux gérer le réseau.

Ce travail ouvre la voie à d'autres développements, en particulier la recherche de nouvelles structures d'observateurs permettant l'extension de nos résultats à des réseaux électriques HT plus larges tout en réduisant le temps de calcul. Une autre alternative peut être l'exploration de nouvelles stratégies de commande non-linéaire fondées sur les modèles issus du réseau électrique dans le but de concevoir un schéma complet pour une commande tolérante aux défauts. Enfin, une mise en oeuvre sur processus réel (avec des cartes DSP) des différentes stratégies d'estimation et de diagnostic permettrait une validation plus complète de nos travaux.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. Eremia, J. Trecat, and A. Germond. *Reseau electriques : Aspects Actuels*. Editura Tehnica, Bucuresti, 2nd edition, 2000.
- [2] R.A. Jabr. Optimal power flow using an extended conic quadratic formulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23 :1000–1008, 2008.
- [3] H.D. Chiang. A decoupled load flow method for distribution power networks : algorithms, analysis and convergence study. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 13 :130–138, 1991.
- [4] V.V. Thong, J. Driesen, and R. Belmans. Power quality and voltage stability of distribution system with distributed energy resources. *International Journal of Distributed Energy Resources*, 1 :227–240, 2005.
- [5] C. J. Dafis. *An observability formulation for nonlinear power systems modeled as differential algebraic systems*. PhD thesis, Drexel university, PA, USA, 2005.
- [6] Nesmat Abu-Tabak. *Stabilité dynamique des systèmes électriques multima-chines :modélisation, commande, observation et simulation*. PhD thesis, L'école centrale de LYON, FRANCE, 2008.
- [7] Inigo Cobelo. *Active control of Distribution Networks*. PhD thesis, Faculty of Engineering and Physical Sciences , University of Manchester. U.K, 2005.
- [8] F.C. Schweppe and J. Wildes. Power system static state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems*, 89 :130–135, 1970.
- [9] R. Neela and P. Aravindhababu. A new decoupling strategy for power system state estimation. *International Journal of Electric Power Systems Research*, 50 :2047–2051, 2009.
- [10] A. Monticelli and A. Garcia. Fast decoupled state estimators. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5 :556–564, 1990.

-
- [11] J.J. Allemong, L. Radu, and A.M. Sasson. A fast and reliable state estimation algorithm for aep's new control center. *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems*, 4 :933–944, 1982.
- [12] A. Thabet, M. Boutayeb, G. Didier, S. Chniba, and M.N. Abdelkrim. Power system static state estimation and stability analysis. In *11th International conference on Sciences and Techniques of Automatic control and computer engineering*, pages 1–13, December 19-21, Monastir, TUNISIA, 2010.
- [13] A. Thabet, S. Chniba, D. Gaetan, M. Boutayeb, and M.N. Abdelkrim. Power systems load flow and state estimation : Modified methods and evaluation of stability and speeds computing. *International Review of Electrical Engineering*, 5 :1110–1118, 2010.
- [14] M.N. Nursyarizal. Wls modification power systems state estimation embedded with facts devices. In *Proceedings of the International Conference on Electrical Engineering and Informatics*, pages 244–248, Institut Teknologi Bandung, Indonesia, 2007.
- [15] Mahta Boozari. *State estimation and Transient stability analysis in power system using artificial neural networks*. PhD thesis, Scholl of Engineering Science, SIMON FRASER University, CANADA, 2004.
- [16] M. Roberto. Non gaussian state estimation in power systems. In *International Conference on Mathematical and Statistical Modeling*, pages 1–23, Castillo, 2006.
- [17] E.D. Crainic, X.D. DO, and D.F. Mukhedkar. Power system observability : guidelines for measurement system designer. In *IFAC Symp on Power System Modelling and Control Appl*, pages 1–8, Brussels, 1998.
- [18] Jiangnan Peng. Optimal pmu placement for full network observability using tabu search algorithm. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 28 :223–231, 2006.

-
- [19] T. Pierre and H. Nicolas. Observability and state estimation of electrical power networks (sinusoidal signals). *Computers and Electrical Engineering*, 28 :391–416, 2002.
- [20] D. Karlsson and D.J. Hill. Modelling and identification of nonlinear dynamic loads in power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9 :157–166, 1994.
- [21] M. A. Pai, P. W. Sauer, B. C. Lesieutre, and R. Adapa. Structural stability in power systems-effect of load models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10 :609–615, 1995.
- [22] Ernst Scholtz. *Observer based monitors and distributed wave controllers for electromechanical disturbances in power systems*. PhD thesis, Massachusetts Institute Technology, USA, 2004.
- [23] P.M. Anderson and A.A. Fouad. Power system control and stability. In *IEEE Press*, pages –, New York, 1994.
- [24] P.W. Sauer and M. A. Pai. Power system dynamics and stability. In *Prentice Hall, Upper Saddle River*, pages –, New Jersey, 1998.
- [25] C. O. Nwankpa and R. M. Hassan. A stochastic based voltage collapse indicator. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8 :1187–1194, 1993.
- [26] Jr William D. Stevenson. 5 bus sample system. 2008.
- [27] C. Madtharad, S. Premrudeepreechacharn, and N.R. Watson. Power system state estimation using singular value decomposition. *International Journal of Electric Power Systems Research*, 67 :99–107, 2003.
- [28] A. Pandian, K. Parthasarathy, D. Thukaram, and S.A. Soman. A numerically stable decomposition based power system state estimation algorithm. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 20 :17–23, 1998.
- [29] P.A. Lof, G. Anderson, and D.J. Hill. Voltage stability indices for stressed power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8 :326–335, 1993.

-
- [30] Gildas Besançon. *Nonlinear Observers and Application*. Springer, Berlin Heidelberg New York, 0170-8643 edition, 2007.
- [31] R. Herman and J. Krener. Nonlinear controlability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22 :728–740, 1977.
- [32] E.D Sontag. A concept of local observability. *Systems and Control Letters*, 5 :41–47, 1984.
- [33] J. Marquez. *Nonlinear control systems analysis and design*. JOHN WILEY and SONS, INC., Hoboken, New Jersey, – edition, 2003.
- [34] J. K. Hedrick and A. Girard. Control of nonlinear dynamic systems : Theory and applications. 2008.
- [35] H. Nijmeijer. Observability of autonomous discret-time nonlinear systems : a geometric approach. *International Journal Control*, 36 :862–874, 1982.
- [36] Ali Zemouch. *Sur l’observation de l’état des systèmes dynamiques non linéaires*. PhD thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, France, 2007.
- [37] B. Boulkroune. *Estimation de l’état des systèmes non linéaires à temps discret. Application à une station d’épuration*. PhD thesis, Université Henri Poincaré Nancy 1, France, 2008.
- [38] Y. Song and J.W. Grizzle. The extended kalman filter as a local asymptotic observer for nonlinear discrete-time systems. *Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control*, 5 :59–78, 1995.
- [39] M. Boutayeb. Identification of nonlinear systems in the presence of unknown but bounded disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45 :1503–1507, 2000.
- [40] A. Krener and A. Isidori. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems and Control Letters*, 3 :47–52, 1983.

-
- [41] A. Krener and W. Respondek. Nonlinear observer with linearizable error dynamics. *SIAM on Control and Optimization*, 23 :197–216, 1985.
- [42] J. P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems - application to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37 :875–880, 1992.
- [43] M. Arcak and P. Kokotovic. Non linear observers : A circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, 12 :1923–1930, 2001.
- [44] J. Jouroy and J.J. Slotine. Methodological remarks on contraction theory. In *Cong. on Desing and Control*, pages 2537–2543, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, 2004.
- [45] M. Benallouch, E. Laroche, M. Boutayeb, and J.J. Slotine. Methodological remarks on contraction theory. In *European Control Conference*, pages –, Kos, Greece, 2007.
- [46] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Trans. ASME, J. Basic Engineering*, 82 :34–45, 1960.
- [47] F.E. Thau. Observing the state of nonlinear dynamic systems. *International Journal Control*, 17 :471–479, 1973.
- [48] R.V. Patel and M. Toda. Quantitative measures of robustness in multivariable systems. In *Proc. American Control Conference*, pages –, San.Francisco, USA, 1980.
- [49] S.R. Kou, D.L. Elliott, and T.J. Tarn. Exponential observers for nonlinear dynamic systems. *Information and Control*, 29 :204–216, 1975.
- [50] R. Rajamani. Observer for lipschitz nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43 :397–401, 1998.
- [51] D. Bestle and M. Zeitz. Canonical form observer design for nonlinear time-variable systems. *International Journal Control*, 38 :419–431, 1983.

-
- [52] M. Nadri. *Observation et commande des systèmes non-linéaires et application aux bioprocédés*. PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon 1, France, 2001.
- [53] M. Farza, M. MSaad, and L. Rossignol. Observer design for a class of mimo nonlinear systems. *Automatica*, 40 :135–143, 2004.
- [54] F. Zhu and Z. Han. A note on observers for lipschitz non linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47 :1751–1754, 2002.
- [55] G. Besançon, Q. Zhang, and H. Hammouri. High-gain observer based state and parameter estimation in nonlinear systems. pages –, Stuttgart,Germany, 2004.
- [56] M. Boutayeb and M. Darouach. Observers design for non linear descriptor systems. In *Cong. on Desing and Control*, pages 2369–2374, New Orleans, LA, USA, 1995.
- [57] S. Kaprielian and J. Turi. An observer for a nonlinear descriptor system. In *Cong. on Desing and Control*, pages 975–976, Tucson, Arizona, 1992.
- [58] G.I. Bara, A. Zemouche, and M. Boutayeb. Observer synthesis for lipschitz discrete-time systems. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pages –, Kobe,Japan, 2005.
- [59] B.W. Gordon. Dynamic sliding manifolds for realization of high index differential-algebraic systems. *Asian Journal of Control*, 5 :454–466, 2003.
- [60] T. Wichmann. Simplification of nonlinear dae systems with inexact tracking. In *European Conference on Circuit Theory and Design*, pages 173–176, Espoo, Finland, 2001.
- [61] D.C. Tarraf and H.H. Asada. On the nature and stability of differential-algebraic systems. In *Proc. American Control Conference*, pages 3546–3551, Anchorage, Al USA, 2002.
- [62] V.M. Becerra, P.D. Roberts, and G.W. Griffiths. Applying the extended kalman filter to systems described by nonlinear differential-algebraic equations. *Control Engineering Practice*, 9 :267–281, 2001.

-
- [63] L.Z Guo and Q.M Zhu. A fast convergent extended kalman observer for non linear discrete-time systems. *Int. J. Sys. Sci.*, 33 :1051–1058, 2002.
- [64] M. Boutayeb and C. Aubry. A strong tracking extended kalman observer for non-linear discrete-time systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44 :1550–1556, 1999.
- [65] R. Iserman. Process fault detection based on modeling and estimation methods- a survey. *Automatica*, 20 :387–404, 1984.
- [66] R. Iserman. Supervision, fault detection and fault diagnosis methods : an introduction. *Control Engineering Practice*, 5 :639–652, 1997.
- [67] R. Iserman. On the applicability of model based fault detection for technical processes. In *IFAC*, pages 195–200, Sydney, Australie, 1993.
- [68] A. Thabet, R. Hamdaoui, and M. N. Abdelkrim. Fault tolerant control : Application of gimc structure to a pll identifier module. *Int. J. Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, 3 :406–410, 2009.
- [69] Alexey Shumsky. Robust analytical redundancy relations for fault diagnosis in nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 4 :159–170, 2002.
- [70] D.F.Leite, M.B.Hell, and P.Costa Jr.and F. Gomide. Real-time fault diagnosis of nonlinear systems. *Int. Multidisciplinary J. on Nonlinear Analysis*, 71 :2665–2673, 2009.
- [71] X. Zhang, T. Parisini, and M.M. Polycarpou. Sensor bias fault isolation in a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50 :370–376, 2005.
- [72] J. Stoustrup and H. Niemann. Fault detection for nonlinear systems - a standard problem approach. In *Cong. on Desing and Control*, pages 96–101, Tampa, Florida, USA, 1998.

-
- [73] Wen Chen. *Robust fault diagnosis and compensation in nonlinear systems via sliding mode and iterative learning observers*. PhD thesis, Scholl of Engineering Science, SIMON FRASER University, CANADA, 2004.
- [74] Cédric Join. *Diagnostic des systèmes non linéaires : Contribution aux méthodes de découplage*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, Nancy, FRANCE, 2004.
- [75] V. Venkat, R. Raghunathan, Y. Kewen, and N.K. Surya. A review of process fault detection and diagnosis. part i : Quantitative model-based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27 :293–311, 2003.
- [76] P.M Frank. Advances in observer-based fault detection. *International Journal Control*, 59 :955–981, 1994.
- [77] B. Jiang, M. Staroswiecki, and C. Cocquempot. Robust observer based fault diagnosis for a class of nonlinear systems with uncertainty. In *Cong. on Desing and Control*, pages 161–166, Orlando, Florida, USA, 2001.
- [78] P.M Frank. Analytical and qualitative model-based fault daignosis- a survey and some new result. *European Journal of Control*, 2 :6–28, 1996.
- [79] J. Chen and R.J. Patton. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kulwer Academic Publishers, –, – edition, 1999.
- [80] V. Fathabadi, M. Shahbazian, K. Salahshour, and L. Jargani. Comparison of adaptive kalman filter methods in state estimation of a nonlinear system using asynchronous measurements. In *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*, pages 1–8, October 20-22, San Francisco, USA, 2009.
- [81] A. Thabet, M. Boutayeb, G. Didier, S. Chniba, and M.N.Abdelkrim. Fault diagnosis for dynamic power systems. In *8th International Multi-Conference on Syst.,Signals and Devices, Conference on Systems, Analysis and Automatic Control*, pages 1–7, Mach 22-25,Sousse, TUNISIA, 2011.

-
- [82] A. Thabet, M. Boutayeb, G. Didier, S. Chniba, and M.N. Abdelkrim. Fault detection and isolation for nonlinear dynamic power system. *Int. Rev. of Automatic Control*, 4 :610–619, 2011.
- [83] P. K. Kitandis. Unbiased minimum variance linear state estimation. *Automatica*, 23 :775–778, 1987.
- [84] M. Darouach, M. Zasadzinski, A.B Onana, and S. Nowakowski. Kalman filtering with unknown inputs via optimal state estimation of singular systems. *Int. J. Sys. Sci.*, 26 :2015–2028, 1995.
- [85] J.Y Keller, M. Darouach, and L. Caramelle. Kalman filter with unknown inputs and robust two-stage filter. *Int. J. Sys. Sci.*, 29 :41–47, 1998.
- [86] L. Lingali, Z. Donghua, W. Youqing, and S. Dehui. Unknown input extended kalman filter and applications in nonlinear fault diagnosis. *Chinese Journal Chem. Eng.*, 13 :783–790, 2005.
- [87] Jiang Bin, Shi Peng, and Mao Zehui. Sliding mode observer-based fault estimation for nonlinear networked control systems. *Circuits, systems, and signal processing*, 30 :1–16, 2011.
- [88] Y. Wang, C.W. Chan, K.C. Cheung, and W.C. Chan. Fault estimation for a class of nonlinear dynamical systems. In *Cong. on Design and Control*, pages 3128–3129, Phoenix, Arizona USA, 1999.
- [89] Ke Zhang, Bin Jiang, and Vincent Cocquempot. Fast adaptive fault estimation and accommodation for nonlinear time-varying delay systems. *Asian Journal of Control*, 11 :643–652, 2009.
- [90] G. Valverde and V. Terzija. Unscented kalman filter for power system dynamic state estimation. *IET Gener. Transm. Distrib.*, 5 :29–37, 2011.

- [91] H. K. Kwang, J. G. Lee, and C. G. Park. Adaptive two-stage ekf for ins-gps loosely coupled system with unknown fault bias. *J. of Global Positioning Syst.*, 5 :62–69, 2006.
- [92] Chien Shu Hsieh. On the optimality of two-stage kalman filtering for systems with unknown inputs. *Asian Journal of Control*, 12 :510–523, 2010.
- [93] A. Thabet, M. Boutayeb, G. Didier, S. Chniba, and M.N.Abdelkrim. Applying extended kalman filter with moving horizon to fault estimation in power system. In *12th International conference on Sciences and Techniques of Automatic control and computer engineering*, pages 608–623, December 18-20, Sousse, TUNISIA, 2011.
- [94] A. Thabet, M. Boutayeb, and M.N. Abdelkrim. Real time dynamic state estimation for power system. *Int. J. of Computer Applicatons*, 38 :11–18, 2012.

ANNEXE

I

Annexe 1

I.1 Réseau test 3 noeuds

Le schéma du réseau test 3 noeuds est le suivant :

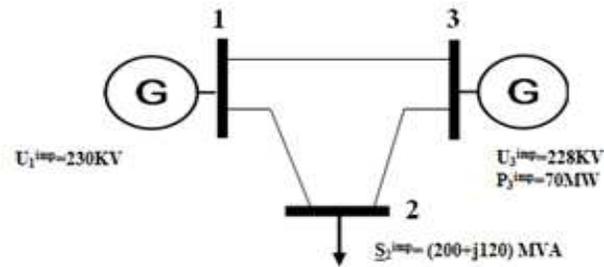


Fig. I.1: Schéma du réseau test 3 noeuds

La matrice d'admittance nodale est la suivante :

$$[Y_{NN}] = \begin{pmatrix} 0.00819 - j0.049099 & -0.003196 + j0.019272 & -0.004994 + j0.030112 \\ -0.003196 + j0.019272 & 0.007191 - j0.043049 & -0.003993 + j0.02409 \\ -0.004994 + j0.030112 & -0.003993 + j0.02409 & 0.008989 - j0.053952 \end{pmatrix} \quad (I.1)$$

I.2 Réseau test 13 noeuds

Le schéma du réseau est le suivant :

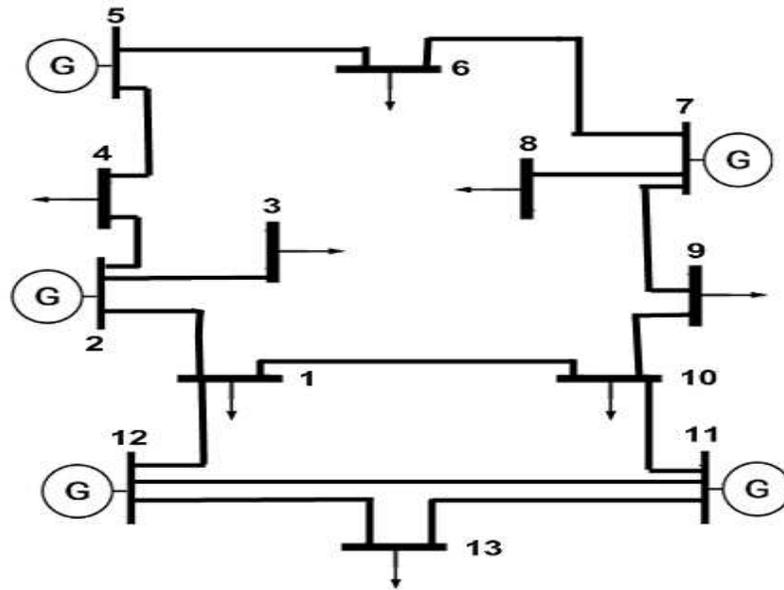


Fig. I.2: Schéma du réseau test 13 noeuds

-Le tableau des puissances est donné par :

Tab. I.I: Tableau de Puissances

| Noeud | Type | P_G (MW) | Q_G (MVAR) | P_C (MW) | Q_C (MVAR) | U^{imp} (KV) |
|-------|------|------------|--------------|------------|--------------|----------------|
| 1 | C | 0 | 0 | 250 | 155 | - |
| 2 | G | 255 | - | 0 | 0 | 230 |
| 3 | C | 0 | 0 | 90 | 35 | - |
| 4 | C | 0 | 0 | 190 | 130 | - |
| 5 | G | 240 | - | 0 | 0 | 225 |
| 6 | C | 0 | 0 | 220 | 135 | - |
| 7 | G | 240 | - | 0 | 0 | 225 |
| 8 | C | 0 | 0 | 60 | 35 | - |
| 9 | C | 0 | 0 | 130 | 70 | - |
| 10 | C | 0 | 0 | 200 | 140 | - |
| 11 | G | 165 | - | 0 | 0 | 233 |
| 12 | NE | - | - | 0 | 0 | 235 |
| 13 | C | 0 | 0 | 150 | 90 | - |

et les données des lignes :

Tab. I.II: Données des Lignes

| Noeud i | Noeud j | R[Ω] | X[Ω] | Y_{cap} [μS] |
|---------|---------|---------------|---------------|-----------------------|
| 1 | 2 | 9.9 | 60.6 | 416 |
| 1 | 10 | 5.5 | 31.5 | 202 |
| 1 | 12 | 9.8 | 62.8 | 406 |
| 2 | 3 | 5.3 | 32.3 | 222 |
| 2 | 4 | 7.4 | 54.2 | 311 |
| 4 | 5 | 4 | 24.2 | 167 |
| 5 | 6 | 6.6 | 41.8 | 272 |
| 6 | 7 | 6.65 | 37.9 | 243 |
| 7 | 8 | 4.6 | 28.3 | 195 |
| 7 | 9 | 4 | 24.2 | 167 |
| 9 | 10 | 5.3 | 32.3 | 222 |
| 10 | 11 | 7.9 | 48.5 | 333 |
| 11 | 13 | 5.3 | 32.3 | 222 |
| 11 | 12 | 3.6 | 22.2 | 153 |
| 12 | 13 | 5.3 | 33.5 | 230 |

RÉSUMÉ

Ce travail traite l'estimation de l'état et la surveillance des systèmes non linéaires de grandes dimensions avec une application sur des réseaux électriques. La modélisation dynamique est effectuée en utilisant la propriété d'index 1 et les techniques de découplage. Des nouvelles méthodes d'estimation d'état, basées sur le Filtre de Kalman Etendu en incluant une fenêtre de mesures glissante, sont proposées pour améliorer la robustesse et la précision. Une nouvelle étude de convergence au sens de Lyapunov et de conditionnement de la matrice d'observabilité est proposée pour assurer la convergence des observateurs. Une combinaison de Filtre de Kalman Etendu avec fenêtre de mesures glissantes et la version à entrées inconnues est considérée pour assurer la tâche de surveillance. L'apport en performances des approches développées est évalué par des simulations numériques sur des réseaux électriques test selon le standard IEEE.

Mots clés: Systèmes non linéaires, Réseaux électriques, Techniques de Découplage, Diagnostic, Filtre de Kalman, Convergence.

Abstract

This work deals with the state estimation and diagnosis of nonlinear systems with application to power systems. Dynamic modeling is performed using an index 1 property and decoupling techniques. New methods of state estimation, based on Extended Kalman Filter including a sliding window of measurements, are proposed to improve the robustness and accuracy. A new convergence study based on Lyapunov function and conditioning of the observability matrix is proposed to ensure the convergence of the observers. A combination of extended Kalman filter with moving horizon and the version with unknown input is considered to ensure the monitoring task. Performances of the proposed approaches were evaluated by numerical simulations of IEEE power system test.

Key words: Non linear systems, Power system, Decoupling techniques, Diagnosis, Kalman Filter, Convergence.