



**HAL**  
open science

# Apport de la modélisation mésoscopique dans la prédiction des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré en conditions d'accident grave.

The Dung Nguyen

► **To cite this version:**

The Dung Nguyen. Apport de la modélisation mésoscopique dans la prédiction des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré en conditions d'accident grave.. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2010. Français. NNT : 2010PAUU3037 . tel-00717436

**HAL Id: tel-00717436**

**<https://theses.hal.science/tel-00717436v1>**

Submitted on 13 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

*Présentée à*

**L'UNIVERSITÉ DE PAU ET DES PAYS DE L'ADOUR**

École Doctorale des Sciences Exactes et de leurs Applications

*Par*

**THE DUNG NGUYEN**

*Pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR**

*Spécialité : Génie civil*

## **Apport de la modélisation mésoscopique dans la prédiction des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré en conditions d'accident grave**

Soutenue le 10 décembre 2010

Devant le jury composé de :

M.	Peter GRASSL	Professeur - University of Glasgow - United Kingdom	Président
M.	Arnaud DELAPLACE	Chargé de Recherche CNRS, HDR - École Normale Supérieure de Cachan	Rapporteur
M.	Frédéric DUFOUR	Professeur - Institut Polytechnique de Grenoble	Rapporteur
M.	Stéphane MOREL	Maître de conférences, HDR - Université Bordeaux 1	Examinateur
M.	Christian LA BORDERIE	Professeur - Université de Pau et des Pays de l'Adour	Directeur de thèse
Mme.	Claire LAWRENCE	Maître de conférences - Université de Pau et des Pays de l'Adour	Co-encadrante
M.	Georges NAHAS	Docteur-Ingénieur Génie Civil - Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire Professeur associé - École Normale Supérieure de Cachan	Tuteur de thèse

Laboratoire des Sciences Appliquées au Génie Civil et Côtier

Université de Pau et des Pays de l'Adour

1, Allée du Parc Montauray, 64600 ANGLET, FRANCE



*Je dédie ce mémoire à mes parents, à mon petit frère et à mon épouse*

# Remerciements

Cette thèse financée par l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (*IRSN – France*) a été réalisée au Laboratoire des Sciences Appliquées au Génie Civil et Côtier (*LaSAGeC<sup>2</sup>*) de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour (*UPPA – France*).

J'adresse tout d'abord mes remerciements les plus respectueux à Monsieur Peter GRASSL, Professeur au Département de Génie Civil de l'Université de Glasgow au Royaume-Uni qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Toute ma gratitude aux rapporteurs, Monsieur Arnaud DELAPLACE, Chargé de Recherche CNRS, HDR au *LMT – Cachan* de l'École Normale Supérieure de Cachan et Monsieur Frédéric DUFOUR, Professeur au laboratoire *3S – R* de l'École Nationale Supérieure de l'Énergie, l'Eau et l'Environnement (*ENSE3*) de l'INP de Grenoble (*INPG*) pour leur lecture et leur lourde tâche de rapporteurs. Je les remercie d'avoir trouvé le temps et la volonté de faire le déplacement pour examiner ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur Stéphane MOREL, Maître de conférences, HDR à l'Unité Sciences du Bois et des Biopolymères de l'Université Bordeaux 1 d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

J'exprime toutes mes profondes reconnaissances à Christian LA BORDERIE, professeur, Directeur du laboratoire *LaSAGeC<sup>2</sup>* de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour (*UPPA – France*), Directeur de cette thèse, pour son accueil et sa direction scientifique au sein du laboratoire *LaSAGeC<sup>2</sup>*. Christian fût au long de ce travail mon principal conseiller et interlocuteur. Il a suivi de près mon travail, m'a fait confiance pour un tel travail de recherche, a partagé avec moi sa compétence scientifique, son expérience et expertise, m'a témoigné son dévouement et m'a offert une grande disponibilité durant toute ma thèse. Sans lui, la thèse n'aurait sûrement pas vu le jour.

J'ai eu l'honneur d'être dirigé par Claire LAWRENCE, Maître de conférences au *LaSAGeC<sup>2</sup>*, qui a participé à l'encadrement de ma thèse. Je tiens à lui témoigner toute ma gratitude pour l'aide et le temps précieux qu'elle m'a apporté.

Je remercie cordialement Georges NAHAS, Docteur-Ingénieur Génie Civil de l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (*IRSN – France*), Professeur associé de l'École Normale Supérieure de Cachan qui, en tant que Tuteur de thèse, pour ses conseils, son encouragement et le soutien durant toutes ces années.

Un grand merci à tous mes collègues du *LaSAGeC*<sup>2</sup>, avec qui j'ai vécu des moments inoubliables de ma jeunesse, dans une superbe ambiance de recherche. Je remercie tout particulièrement Mohammed MATALLAH, ancien doctorant du *LaSAGeC*<sup>2</sup> et Wen CHEN pour tous les moments que nous avons traversés ensemble pendant ces trois ans de thèse.

J'exprime aussi mes remerciements à Laura ROJAS SOLANO, David GREGOIRE et Gilles PIJAUDIER-CABOT, du laboratoire *LFC* à Anglet, pour la mise à disposition de leurs résultats expérimentaux dans la partie étude de l'effet échelle.

Je tiens à exprimer tout au fond de mon cœur mes reconnaissances à mes parents et à mon petit frère qui m'offrent toujours un appui sûr par leur soutien et leur encouragement, malgré la distance. C'est grâce à leur amour éternel que je peux franchir les obstacles les plus difficiles. Mes plus vifs remerciements vont également à tous mes amis qui sont toujours disponibles pour partager avec moi les moments difficiles et heureux.

Enfin, je remercie très sincèrement mon épouse, Thi Phuong Thuy NGUYEN, pour m'avoir soutenu, aidé et encouragé toutes ces longues années. Merci pour ton soutien et tout ton amour. Je t'en serai éternellement reconnaissant.

Anglet, décembre 2010

The Dung NGUYEN

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>2</b>
<b>Table des matières</b>	<b>7</b>
<b>Table des figures</b>	<b>11</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>12</b>
<b>Résumé</b>	<b>13</b>
<b>Abstract</b>	<b>14</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>16</b>
<b>1 Etude bibliographique</b>	<b>20</b>
1.1 Introduction . . . . .	21
1.2 Comportement mécanique et fissuration du béton . . . . .	21
1.2.1 Comportement expérimental du béton en compression et en traction	21
1.2.2 Comportement intrinsèque/effet d'échelle . . . . .	26
1.3 Les modèles de comportement mécanique du béton . . . . .	27
1.3.1 Modèle de Mazars . . . . .	28
1.3.2 Modèle de Fichant . . . . .	29
1.3.3 Modèles pour reproduire les effets d'échelles . . . . .	31
1.4 Approche mésoscopique du béton . . . . .	34
1.4.1 Génération de la mésostructure . . . . .	34
1.4.2 Création d'un maillage spécifique à partir de la structure aléatoire bi-phasique . . . . .	38
1.4.2.1 Méthode des éléments discrets . . . . .	38
1.4.2.2 Modèles de treillis . . . . .	38
1.4.2.3 Méthodes par éléments finis . . . . .	41
1.4.2.4 Conclusion . . . . .	46
1.5 Ecoulements par perméabilité dans les bétons et leurs fissures . . . . .	47
1.5.1 Perméabilité des bétons . . . . .	47

1.5.1.1	Loi de Darcy et notion de perméabilité intrinsèque de matériaux poreux . . . . .	47
1.5.1.2	Appareils de mesure de la perméabilité . . . . .	49
1.5.2	Écoulements dans des milieux fissurés . . . . .	51
1.5.2.1	Débit volumique dans une fissure modèle . . . . .	51
1.5.2.2	Débit volumique dans une fissure réelle . . . . .	52
1.5.3	Perméabilité du béton sous chargements mécaniques . . . . .	53
1.5.3.1	Perméabilité au gaz de bétons sous chargement mécaniques	53
1.5.3.2	Perméabilité à l'eau sous chargement mécaniques . . . . .	53
1.5.3.3	Modèles sur l'évolution de la perméabilité de bétons sous chargements . . . . .	55
1.5.3.4	Simulations de l'écoulement à l'échelle de la fissure . . . . .	56
1.5.4	Conclusion . . . . .	57
1.6	Comportement du béton au jeune âge . . . . .	57
1.6.1	Hydratation du ciment . . . . .	58
1.6.2	Retrait et fluage du béton . . . . .	61
1.6.2.1	Retrait endogène . . . . .	61
1.6.2.2	Retrait thermique . . . . .	61
1.6.3	Conclusions . . . . .	62
1.7	Conclusions . . . . .	62
<b>2</b>	<b>Génération de la mésostructure</b>	<b>64</b>
2.1	Introduction . . . . .	65
2.2	Méthode de maillage du béton dans CAST3M . . . . .	65
2.2.1	Méthode de maillage . . . . .	66
2.2.2	Capacité des méthodes de maillages à reproduire le ratio pâte/granulat	68
2.2.2.1	Modèle de comportement pour les constituants du béton numérique . . . . .	69
2.2.2.2	Simulations numériques pour les trois méthodes de maillage	70
2.2.2.3	Erreur relative pour les trois méthodes de maillage . . . . .	72
2.2.3	Conclusions . . . . .	72
2.3	Génération du squelette granulaire . . . . .	73
2.3.1	Placement des granulats . . . . .	74
2.3.2	Maillage du béton . . . . .	78
2.4	Conclusions . . . . .	79
<b>3</b>	<b>Simulations mécaniques sous sollicitations uniaxiales</b>	<b>80</b>
3.1	Introduction . . . . .	81
3.2	Capacité du modèle à décrire le passage d'une microfissuration diffuse à la macrofissure . . . . .	81

3.3	Simulations en 2D sur le béton B1-12 . . . . .	84
3.3.1	Sollicitations et conditions aux limites . . . . .	84
3.3.2	Résultats des simulations en 2D au niveau macroscopique . . . . .	85
3.3.3	Résultats des simulations en 2D au niveau local . . . . .	85
3.3.3.1	Résultats locaux ou niveau local en traction . . . . .	87
3.3.3.2	Résultats locaux ou niveau local en compression . . . . .	87
3.3.3.3	Extraction des chemins de fissuration de la simulation 2D . . . . .	92
3.3.4	Conclusions . . . . .	96
3.4	Sensibilité du modèle aux paramètres du squelette . . . . .	96
3.4.1	Influence de la distribution aléatoire des granulats sur le comportement du béton numérique en 2D . . . . .	96
3.4.2	Influence de la finesse des plus petits granulats sur le comportement du béton numérique en 2D . . . . .	99
3.4.2.1	Influence des fines . . . . .	99
3.4.2.2	Interaction entre les plus petits granulats et les autres . . . . .	102
3.5	Résultats des simulations en 3D . . . . .	104
3.5.1	Sollicitations et conditions aux limites . . . . .	104
3.5.2	Résultats en traction . . . . .	105
3.5.3	Résultats en compression . . . . .	107
3.5.4	Conclusions . . . . .	107
3.6	Conclusions . . . . .	109
<b>4</b>	<b>Applications du modèle mésoscopique</b> . . . . .	<b>110</b>
4.1	Perméabilité du béton sous sollicitations mécaniques . . . . .	111
4.1.1	Introduction . . . . .	111
4.1.2	Perméabilité à l'eau de bétons fissurés en traction : Simulations des expériences BIPEDE de Gérard . . . . .	111
4.1.2.1	Géométrie d'éprouvette du béton . . . . .	111
4.1.2.2	Modèle de comportement pour les constituants du béton . . . . .	112
4.1.2.3	Sollicitations et conditions aux limites . . . . .	114
4.1.2.4	Résultats des simulations . . . . .	114
4.1.3	Perméabilité au gaz de bétons fissurés . . . . .	120
4.1.4	Conclusions . . . . .	121
4.2	Prise en compte des phénomènes d'hydratation du béton au jeune âge pour des calculs mécaniques . . . . .	123
4.2.1	Introduction . . . . .	123
4.2.2	Théorie fondamentale . . . . .	124
4.2.2.1	Modèle thermo-chimique . . . . .	124
4.2.2.2	Modèle de retraits endogène et thermique . . . . .	124



4.2.2.3	Evolution des paramètres mécaniques [De Schutter, 2002]	125
4.2.3	Caractéristiques mécaniques des constituants et conditions aux limites	127
4.2.4	Simulation numérique du processus d'hydratation	127
4.2.5	Simulation numérique du comportement mécanique du béton sous chargement cyclique	131
4.2.6	Conclusions	133
4.3	Calcul de structures et effets d'échelles	134
4.3.1	Description du problème modélisé	134
4.3.1.1	Dimensions	134
4.3.1.2	Composition du béton	134
4.3.1.3	Caractéristiques du béton	137
4.3.1.4	Résultats expérimentaux	137
4.3.2	Modélisation	137
4.3.2.1	Stratégie de discrétisation	138
4.3.2.2	Identification des paramètres des modèles	138
4.3.2.3	Résultats	139
4.3.3	Étude de l'effet d'échelle	141
4.3.4	Conclusion	146
	<b>Conclusions générales</b>	<b>148</b>
	<b>Perspectives</b>	<b>151</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>162</b>
	<b>Annexe A : Equation de Poiseuille</b>	<b>163</b>

# Table des figures

1.1	Evolution des caractéristiques mécaniques dans un essai de compression [Benouniche, 1979] . . . . .	22
1.2	Description des différentes phases de fissuration observées au microscope optique [Benboudjema, 2002] . . . . .	22
1.3	Comportement du béton en traction simple [Terrien, 1980] . . . . .	23
1.4	Essais de traction par fendage . . . . .	24
1.5	Essais de flexion 3 points . . . . .	25
1.6	La relation entre la charge $P$ et la flèche $V$ accompagnant les phases de comportement [Bernard, 2000] . . . . .	25
1.7	Effet d'échelle de structure d'après [L'Hermite, 1973] . . . . .	26
1.8	Modèle de Mazars [Mazars, 1984], comportement en traction et en compression . . . . .	28
1.9	Comportement uniaxial [La Borderie, 2003] . . . . .	30
1.10	Zones de relâchement des contraintes dans une éprouvette entaillée selon Bažant [Bažant, 2004] . . . . .	32
1.11	Loi d'effet d'échelle proposée par Bažant [Bažant, 1984] pour des structures entaillées (les courbes en pointillées correspondent au développements asymptotiques aux grandes et petites échelles, la courbe en trait plein correspond au raccordement asymptotique, LEFM : mécanique linéaire de la rupture) . . . . .	33
1.12	Modélisation de bétons numériques bi-phasique en 2D (a) et 3D (b) [Mounajed, 2002] et modélisation d'un squelette granulaire dans un cube (c) [Lilliu and Van Mier, 2002]	35
1.13	(a) Génération d'un échantillon 3D [Leite et al., 2003]; (b) Modèle mésoscopique géométrique 3D avec des granulats ellipsoïdaux [Hafner et al., 2006]	36
1.14	Génération aléatoire des granulats [Wang et al., 1999] . . . . .	36
1.15	Méthode des éléments discrets . . . . .	39
1.16	Modèle de treillis . . . . .	40
1.17	Modèle du béton numérique [Lilliu and Van Mier, 2002] . . . . .	41
1.18	Géométrie des granulats [La Borderie et al., 2007] . . . . .	42
1.19	Détail du maillage du modèle de Pedersen et al. [Pedersen et al., 2007] . . . . .	42

1.20	Béton numérique selon Roelfstra et al. [Roelfstra et al., 1985] . . . . .	43
1.21	Exemple d'éléments touchés par le comportement mécanique des granulats [Mounajed, 2002] . . . . .	44
1.22	Génération méso-structure de Caballero et al. [Caballero et al., 2006b] : a) distribution régulière des points, b) distribution faussée des points, c) maillage de Delaunay obtenus à partir de la distribution faussée des points, d) polyèdres de Voronoï (granulats), e) remplir l'espace entre des polyèdres (mortier), f) processus de coupe, g et h) génération de maillage et l'insertion des éléments d'interface, i) interface granulats-mortier, j et k) interface mortier-mortier . . . . .	45
1.23	Modélisation mésoscopique de Wriggers et Moftah [Wriggers and Moftah, 2006] . . . . .	45
1.24	Maillage et les 2 phases du modèle de Jerier et al. [Jerier et al., 2008] . . . . .	46
1.25	Méthode de Klinkenberg et son interprétation sur une série de résultats obtenus avec un béton ordinaire, d'après [Chatzigeorgiou, 2004] . . . . .	50
1.26	Schéma du dispositif expérimental de mesure de perméabilité au gaz : per- méamètre à charge constante [Picandet, 2001] . . . . .	50
1.27	Schéma d'une cellule du perméamètre, vue en coupe [Picandet, 2001] . . . . .	51
1.28	Fissure modélisée par 2 plans lisses parallèles infinis . . . . .	51
1.29	Evolution de la perméabilité avec le taux de chargement pour (a) un béton à granulat normal et (b) un béton à granulat léger (d'après [Sugiyama et al., 1996]) . . . . .	53
1.30	Rapport de la perméabilité mesurée sous chargement ou après décharge- ment et la perméabilité initiale en fonction du déviateur appliqué en essai triaxial confiné (d'après [Skoczylas, 1999]) . . . . .	54
1.31	Evolution du facteur de perméation en fonction de la charge de compression [Kermani, 1991] . . . . .	54
1.32	Evolution de la perméabilité à l'eau K en fonction de la déformation des éprouvettes D65. Superposition de trois essais [Gerard, 1996] . . . . .	55
1.33	Construction du profil de fissuration avec des segments de droite d'après Boussa [Boussa, 2000] . . . . .	56
1.34	Fissure réaliste obtenue après enrichissement du profil théorique d'après Boussa [Boussa, 2000] . . . . .	57
1.35	Degré d'hydratation et affinité chimique obtenu par le QAB (d'après [Briffaut, 2008]) . . . . .	60
2.1	Trois types de maillages en 2D avec un seul granulat . . . . .	66
2.2	Affectation des caractéristiques de la pâte de ciment ou des granulats sur les points de Gauss d'un élément . . . . .	67
2.3	Mailage du béton pour les trois différentes méthodes . . . . .	68
2.4	Conditions aux limites . . . . .	70
2.5	Courbe contrainte-déformation en traction . . . . .	71

2.6	Erreur relative pour les trois méthodes de maillage . . . . .	72
2.7	Courbe granulométrique du béton M75C . . . . .	73
2.8	Processus de placement des granulats . . . . .	75
2.9	La partie de granulats en dedans du domaine . . . . .	76
2.10	Limites de positions des granulats . . . . .	76
2.11	Processus de placement des granulats en 2D . . . . .	77
2.12	Exemple du maillage en 2D et en 3D . . . . .	78
3.1	Eprouvette entaillée des deux côtés . . . . .	82
3.2	Courbes effort-déplacement pour l'éprouvette entaillée . . . . .	82
3.3	Endommagement à la fin du calcul pour l'éprouvette entaillée sur deux côtés	83
3.4	Conditions aux limites en 2D . . . . .	84
3.5	Comportement macroscopique du béton B1-12 . . . . .	86
3.6	Champs d'endommagement du béton B1-12 . . . . .	88
3.7	$\delta_{kk}$ : Ouverture de fissure en traction (m) du béton B1-12 aux différents points de déformation macrosopique de la figure 3.5(a) . . . . .	89
3.8	Ouverture de fissure en traction sur maillage déformé du béton B1-12 . . . .	90
3.9	Ouverture de fissure en compression sur maillage déformé du béton B1-12 .	90
3.10	$\delta_{kk}$ : Ouverture de fissure en compression (m) du béton B1-12 aux différents points de déformation macrosopique de la figure 3.5(b) . . . . .	91
3.11	Procédure d'extraction des chemins de fissuration en traction - Exemple du béton B1-12 . . . . .	93
3.12	Procédure d'extraction des chemins de fissuration en traction - Exemple du béton B1-12 (suite 1) . . . . .	94
3.13	Procédure d'extraction des chemins de fissuration en traction - Exemple du béton B1-12 (suite 2) . . . . .	95
3.14	Position des chemins de fissuration en traction du béton B1-12 . . . . .	96
3.15	Comportement du béton B1-12 pour les trois différents maillages . . . . .	97
3.16	Courbes de comportement du béton B1-12 pour trois différents maillages 12 classes (0-25 mm) . . . . .	98
3.17	Comportement du béton B1-12, B2-11 et B3-11 . . . . .	100
3.18	Courbes de comportement du béton B1-12, B2-11 et B3-11 . . . . .	101
3.19	Identification des paramètres d'une pâte de ciment contenant des granulats	103
3.20	Conditions aux limites en 3D . . . . .	104
3.21	Courbe de comportement du béton en traction en 3D . . . . .	105
3.22	Comportement du béton en traction en 3D . . . . .	106
3.23	Courbe de comportement du béton en compression en 3D . . . . .	107
3.24	Comportement du béton en compression en 3D . . . . .	108
4.1	Dimensions d'une éprouvette BIPEDE . . . . .	113

4.2	Maillage du béton BIPÉDE . . . . .	114
4.3	Conditions aux limites pour l'essai BIPÉDE . . . . .	115
4.4	Collage des jauges . . . . .	115
4.5	Comportement global d'une éprouvette BIPÉDE en 2D. Comparaison essai- calcul . . . . .	116
4.6	Champ d'endommagement . . . . .	117
4.7	Comportement du béton de l'essai BIPÉDE en 2D . . . . .	118
4.8	Superposition des résultats numériques $K_e$ en 2D avec les résultats expéri- mentaux de Gérard . . . . .	119
4.9	Géométrie de l'éprouvette de Choinska . . . . .	120
4.10	Superposition de résultat numérique $k_V$ en 2D avec le résultat expérimental de Choinska . . . . .	121
4.11	Evolution de l'affinité chimique $\tilde{A}(\xi)$ en fonction de $\xi$ [Ulm and Coussy, 1998]	124
4.12	Evolution des paramètres mécaniques [De Schutter, 2002] . . . . .	125
4.13	Evolution du degré hydratation efficace $\bar{\xi}$ en fonction de $\xi$ . . . . .	126
4.14	Conditions aux limites . . . . .	128
4.15	Maillage et Champ d'endommagement du béton . . . . .	129
4.16	Contrainte hydrostatique $\sigma_{kk}$ . . . . .	129
4.17	Contraintes mésoscopiques le long de la ligne médiane . . . . .	130
4.18	Représentation de la ligne médiane . . . . .	131
4.19	Comportement global du béton sous chargement cyclique, basé sur le mo- dèle d'endommagement sans plasticité . . . . .	132
4.20	Dispositif expérimental . . . . .	135
4.21	Différentes tailles d'éprouvettes . . . . .	135
4.22	Courbes granulométriques . . . . .	136
4.23	Courbes ouverture d'entaille - effort d'après les résultats expérimentaux de [Rojas Solano et al., 2011] . . . . .	137
4.24	Maillage et distribution pour la poutre de rapport d'homothétie $\frac{1}{2}$ . . . . .	138
4.25	Raccordement entre les maillages macro et mésoscopique . . . . .	139
4.26	Courbes ouverture d'entaille- effort. Comparaison essai-calcul . . . . .	140
4.27	Courbes ouverture d'entaille- effort. Comparaison essai-calcul (suite) . . . . .	141
4.28	Courbes $\sigma_n(U_n)$ . . . . .	142
4.29	Représentation de l'effet d'échelle . . . . .	144
4.30	Endommagement au pic pour différents rapports d'homothétie H . . . . .	145
4.31	Longueur de la fissure au pic pour différents rapports d'homothétie H . . . . .	145
4.32	Schéma du calcul du débit volumique $Q_{Poiseuille}$ . . . . .	163

# Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques mécaniques des constituants . . . . .	69
2.2	Comparaison entre les résultats des deux types maillages (à partir de la Figure 2.5) . . . . .	71
2.3	Fraction volumique de chaque classe granulaire . . . . .	75
3.1	Comparaison entre les résultats des trois différents tirages du même béton (à partir de la Figure 3.16) . . . . .	99
3.2	Comparaison entre les résultats moyens des trois différents types du béton numériques (à partir de la Figure 3.18) . . . . .	102
4.1	Fraction volumique de chaque classe granulaire pour l'essai BIPÉDE . . . . .	112
4.2	Caractéristiques mécaniques des matériaux . . . . .	114
4.3	Caractéristiques mécaniques des constituants du béton . . . . .	127
4.4	Dimensions de la poutre de référence entaillée à 50% . . . . .	134
4.5	Composition du béton . . . . .	136
4.6	Paramètres mécaniques . . . . .	139

# Résumé

Ce mémoire de thèse a pour objectif de caractériser et de modéliser le comportement mécanique du béton à l'échelle mésoscopique. Le cadre plus général de cette étude est le développement d'un modèle mésoscopique du béton ; ce modèle consiste à représenter le béton comme un milieu hétérogène en prenant en compte la différence qui existe entre les granulats et la pâte de ciment en respectant la courbe granulométrique qui joue un rôle primordial dans le comportement du béton. Les paramètres du modèle sont ceux qui décrivent les comportements mécanique et thermique de la pâte de ciment et des granulats. Nous souhaitons ainsi nous intéresser à la compréhension du comportement du béton, celui-ci étant considéré comme une structure.

Un programme de tirage aléatoire de la structure granulaire valable en 2D et en 3D a été développé. Ce programme est interfacé avec le code de calcul Cast3M qui permet d'effectuer les simulations numériques. Une méthode de représentation numérique des inclusions du béton a été également développée et validée par projection de la géométrie sur les fonctions de forme, éliminant ainsi les problèmes de maillage qui rendaient la représentation de l'ensemble du squelette granulaire quasi-impossible lorsque on souhaite représenter des petits et des gros granulats, particulièrement en 3D.

Dans un premier temps, le modèle est utilisé en 2D et 3D pour optimiser le modèle géométrique de structure interne du béton, la stratégie de maillage et la plus petite taille des granulats à modéliser. Les résultats du modèle 2D et 3D sont analysés et comparés dans le cas de sollicitations de traction et de compression uniaxiale. Le modèle utilisé est un modèle d'endommagement isotrope unilatéral développé par Fichant [[Fichant et al., 1999](#)]. Le modèle permet de simuler à la fois le comportement macroscopique mais aussi local avec l'étude de la distribution de la fissuration et de l'ouverture des fissures. Le modèle montre des résultats intéressants sur la transition entre l'endommagement diffus et localisé et est capable de reproduire les effets de dilatance en compression. Finalement, le modèle mésoscopique a été appliqué dans les trois cas de simulations : le calcul de la perméabilité du béton fissuré ; la simulation de l'hydratation du béton au jeune âge et enfin les calculs de structures avec la mise en évidence de l'effet d'échelle sur des poutres entaillées.

*MOTS-CLÉS* : Béton, approche mésoscopique, géométrie des granulats, béton numérique, endommagement, perméabilité, hydratation, effet d'échelle.

# Abstract

This Ph.D. thesis aims at characterising and modeling the mechanical behavior of concrete at the mesoscopic scale. The more general scope of this study is the development of mesoscopic model for concrete ; this model is to represent the concrete as a heterogeneous medium, taking into account the difference between aggregate and cement paste respecting the grading curve, the model parameters describe the mechanical and thermal behavior of cement paste and aggregates. We are interested in understanding the concrete behaviour, considered one structure.

A program of random granular structure valid in 2D and 3D has been developed. This program is interfaced with the Finite Element code CAST3M in order to compute the numerical simulations. A method for numerical representation of the inclusions of concrete was also developed and validated by projection of the geometry on the shape functions, thus eliminating the problems of meshing that made the representation of all aggregates skeleton almost impossible, particularly in 3D .

Firstly, the model is studied in two-dimensional and three-dimensional in order to optimize the geometrical model of the inner structure of concrete in terms of the meshing strategy and the smallest size of the aggregate to be taken into account. The results of the 2D and 3D model are analyzed and compared in the case of uniaxial tension and uniaxial compression. The model used is an isotropic unilateral damage model from Fichant [Fichant et al., 1999]. The model allows to simulate both the macroscopic behavior but also with the local studies of the distribution of crack and crack opening. The model shows interesting results on the transition from diffuse to localized damage and is able to reproduce dilatancy in compression. Finally, the mesoscopic model is applied to three simulations : the calculation of the permeability of cracked concrete ; the simulation of the hydration of concrete at early age and finally the scale effect illustrated by bending computation on notched beams.

*KEYWORDS* : Concrete, mesoscopic approach, geometry of aggregates, numerical concrete, damage, permeability, hydration, scale effect.



# INTRODUCTION

# Introduction générale

## PROBLÉMATIQUE - CONTEXTE INDUSTRIEL :

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre le *LaSAGeC<sup>2</sup>* de l'UPPA (Laboratoire des Sciences Appliquées au Génie civil et Côtier, Université de Pau et des Pays de l'Adour) et l'*IRSN* (Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire) - plus particulièrement la Direction de Sécurité des Réacteurs (*DSR*), Service d'Analyse des Matériels et des Structures (*SAMS*) - pour étudier l'apport de la modélisation mésoscopique du béton pour la prédiction des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré, en conditions d'accidents graves, en pensant en particulier aux enceintes de confinement des réacteurs nucléaires.

L'étanchéité des enceintes de confinement des Réacteurs à Eau Pressurisée (*REP*) de types 1300 *MWe* et 1450 *MWe* est assurée par un système de confinement dynamique. Ce système comporte une enceinte interne en béton armé précontraint, une enceinte externe en béton armé et un système de collecte et de filtrage qui assure une dépression dans l'espace entre enceintes. Ce système complexe remplace la peau métallique qui assure l'étanchéité des enceintes à simple paroi des *REP* 900 *MWe*. La capacité de confinement du bâtiment réacteur qui représente la troisième barrière est évaluée par la quantification des fuites éventuelles dans l'environnement. Dans le cas des *REP* à double parois, la capacité de confinement du bâtiment réacteur doit nécessairement tenir compte de la capacité de chaque élément de ce système de confinement dynamique.

## PROBLÉMATIQUE - CONTEXTE SCIENTIFIQUE :

L'étude du confinement des ouvrages de génie civil est un problème important et très difficile. Plusieurs entreprises et organismes de recherches travaillent depuis des années sur le sujet dans le but d'évaluer d'une manière simple et fiable les fuites à travers une paroi en béton. La difficulté est liée à la complexité du phénomène et ses différents aspects notamment :

- l'aspect réalisation et mise en œuvre de l'ouvrage qui détermine, avec les effets du retrait et du fluage du béton l'état initial de contrainte dans l'ouvrage,
- l'aspect mécanique qui est à l'origine de la création et de l'évolution de fissures en fonction du chargement appliqué,

– et l’aspect écoulement qui détermine les fuites à travers l’ouvrage étudié.

Cette complexité est augmentée par les couplages entre ces différents aspects, principalement entre l’aspect mécanique et l’aspect écoulement dans le cas de l’accident grave : du fait de la simultanéité du chargement en pression et en température, plusieurs longueurs caractéristiques interviennent et une approche macroscopique peut s’avérer insuffisante. La modélisation de la structure du matériau comme un milieu hétérogène à une échelle faible apporte souvent des éléments intéressants ([Boussa et al., 2001]).

D’autre part, la difficulté vient aussi de la grande sensibilité des résultats de calculs de débits de fuite au travers de fissures dans la structure. Dans le cas d’un écoulement laminaire dans une fissure, et pour une pression différentielle constante, le débit de fuite est proportionnel au cube de l’ouverture de cette fissure. Cette sensibilité des résultats en fonction de l’état de la fissuration influence fortement la précision de calculs des débits qui peuvent donc varier de plusieurs décades. La modélisation macroscopique du béton est capable au mieux de donner une ouverture de fissure cumulée sur l’élément fini considéré. Pour une valeur déterminée de cette ouverture cumulée de fissure, s’il existe deux fissures, le débit sera le quart de celui existant pour une seule fissure. Pour trois fissures, on obtient un neuvième du débit correspondant à une fissure unique. Il est donc important d’évaluer le nombre de fissures qui se développent à l’intérieur d’un élément fini et l’ouverture de fissures. Cette grandeur dépend bien sûr de l’endommagement, mais surtout de la localisation des macrofissures, fortement influencée par l’hétérogénéité du matériau.

Après les approches de type micro-macro, les modèles mésoscopiques apportent leur contribution à la compréhension et à la modélisation de phénomènes complexes : séchage [Wittmann et al., 1988], endommagement du béton à hautes températures [Menou, 2004], réaction alkali-granulat [Comby Peyrot, 2006]. Certaines approches sont écrites pour être multi-échelles ([Roelfstra, 1989, Wittmann et al., 1988]), mais c’est souvent l’échelle intermédiaire qui est utilisée. La modélisation mésoscopique du béton consiste à représenter le béton comme un milieu hétérogène en prenant en compte la différence qui existe entre les granulats et la pâte de ciment. Chaque constituant possède sa propre géométrie mais aussi son propre comportement mécanique éventuellement non linéaire.

Partant du constat qu’au voisinage de la rupture, le comportement très contrasté de la matrice et des inclusions, résultant de leurs propriétés mécaniques différentes, est à l’origine de la naissance, la propagation et enfin la coalescence des microfissures pour former enfin des macrofissures, la modélisation à l’échelle mésoscopique, en représentant naturellement ce contraste, peut donc être à même de reproduire la complexité du comportement du béton, et cela à partir de modèles de comportement des deux phases qui soient les plus simples possibles, mais grâce à une description géométrique très précise de la structure bi-phasique du béton [La Borderie et al., 2007, Lawrence and La Borderie, 2007]. Nous poursuivons donc avec cette thèse le travail entamé au *LaSAGeC<sup>2</sup>* préalablement.

L'objectif est donc de développer un modèle de comportement du béton à une échelle mésoscopique, mais intégrable dans des calculs de structure à une échelle macroscopique. Ce modèle doit permettre en particulier de bien décrire la transition entre la fissuration diffuse et la fissuration localisée, et de donner le maximum d'informations nécessaires aux couplages.

### ORGANISATION DU MÉMOIRE :

Ce mémoire de thèse est organisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre présente une revue critique de la documentation qui a contribué à bâtir notre connaissance des problèmes à étudier et nous a aidé à choisir les grandes orientations de ce travail pour améliorer la prédiction du comportement du béton et des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré, en condition d'accident grave. Nous présenterons donc le comportement mécanique du béton et sa fissuration, d'un point de vue expérimental et modélisation, en rappelant les effets d'échelle ; une revue des modèles mésoscopiques ; la problématique de la perméabilité des bétons fissurés et celle de l'hydratation du béton.

Le chapitre 2 est un chapitre très important dans mes travaux de thèse. Il concerne la méthode de génération d'un béton numérique bi-phasique : la procédure de génération aléatoire du squelette granulaire du béton numérique et la méthode de maillage de ce béton dans le code de calcul Cast3M sont développées.

Dans le chapitre 3, le comportement mécanique du béton numérique est simulé en utilisant un modèle d'endommagement pour chacune des deux phases, pâte de ciment et granulats. Les résultats des simulations du comportement d'un échantillon de béton numérique en 2D et en 3D sont présentés sous chargement de traction uniaxiale, compression uniaxiale. La sensibilité du modèle aux paramètres du squelette en 2D est présentée dans ce chapitre pour étudier l'influence de la distribution aléatoire des granulats et l'influence de la finesse des plus petits granulats sur le comportement du béton numériques.

Enfin, le quatrième chapitre présente l'application de l'approche mésoscopique dans trois cas d'études particulièrement difficiles à simuler par d'autres modèles :

- la première étude est destinée à décrire la perméabilité du béton fissuré par diverses sollicitations mécaniques ;
- dans la deuxième étude, l'hydratation du béton au jeune âge est simulée afin de prendre en compte dans les calculs de comportement du béton l'état de contrainte initial dû à l'hydratation ;
- dans la dernière étude, l'effet d'échelle est étudié à partir de la simulation en 2D d'un essai de flexion trois points pour plusieurs éprouvettes entaillées, de tailles homothétiques. Pour cette étude, le modèle mésoscopique est intégré à un calcul de structure macroscopique.

Nous terminons ce travail par une conclusion générale qui nous amène à fournir des éléments de perspectives.

# Chapitre 1

## Etude bibliographique

## 1.1 Introduction

Le béton est un matériau paradoxalement très commun (utilisé dans de nombreuses applications aussi diverses que les bâtiments, les barrages, les ponts, les ouvrages de défense ou les enceintes de confinement des centrales nucléaires, en particulier les enceintes double paroi) mais aussi très complexe (matériau quasi-fragile, avec un comportement quasi-élastique puis viscoélastique s'endommageant, dont les propriétés évoluent aussi avec le temps ...).

Les différents usages des bétons sont la source d'une grande diversité de compositions, or les propriétés du béton dépendent des propriétés de ses composants (résistance de la pâte, nature et forme des granulats, éventuels ajouts...).

Cette étude bibliographique présentera donc le comportement mécanique du béton et sa fissuration d'un point de vue expérimental puis modélisation, en rappelant les effets d'échelle ; une revue des modèles mésoscopiques ; la problématique de la perméabilité des bétons fissurés et celle de l'hydratation du béton.

## 1.2 Comportement mécanique et fissuration du béton

### 1.2.1 Comportement expérimental du béton en compression et en traction

La fissuration du béton est fortement dépendante de la sollicitation mécanique subie par le matériau. Dans cette partie, le comportement du béton sous des sollicitations uniaxiales de traction et compression est brièvement analysé.

Le comportement du béton dépend très fortement du sens de la sollicitation appliquée (traction ou compression) puisque le béton résiste beaucoup mieux en compression qu'en traction. Si la résistance en compression simple est le paramètre clé utilisé couramment lors de la conception des structures en béton et contrôlé lors de la fabrication d'un ouvrage (contrôle de conformité), c'est surtout en raison de sa grande facilité de réalisation : les essais de compression simple, réalisés sur tous les bétons des constructions importantes sont des essais normalisés réalisés sur des éprouvettes normalisées, dont la taille n'est pas forcément représentative de l'ouvrage, et avec seulement l'enregistrement de la résistance maximum.

Plusieurs études dans la littérature comme celles de Hsu et al. [[Hsu et al., 1963](#)], Benouniche [[Benouniche, 1979](#)] et Ramtani [[Ramtani, 1990](#)] ont étudié la croissance des fissures dans des bétons soumis à une compression uniaxiale. Ils ont mis en évidence différentes phases de comportement du béton en compression uniaxiale en fonction du niveau de la contrainte appliquée, avec deux mécanismes distincts du développement de la fissuration : un mécanisme de propagation de microfissures aux interfaces pâte-granat et un

mécanisme de propagation de microfissures dans la matrice enrobant les grains les plus grossiers (figure 1.1).

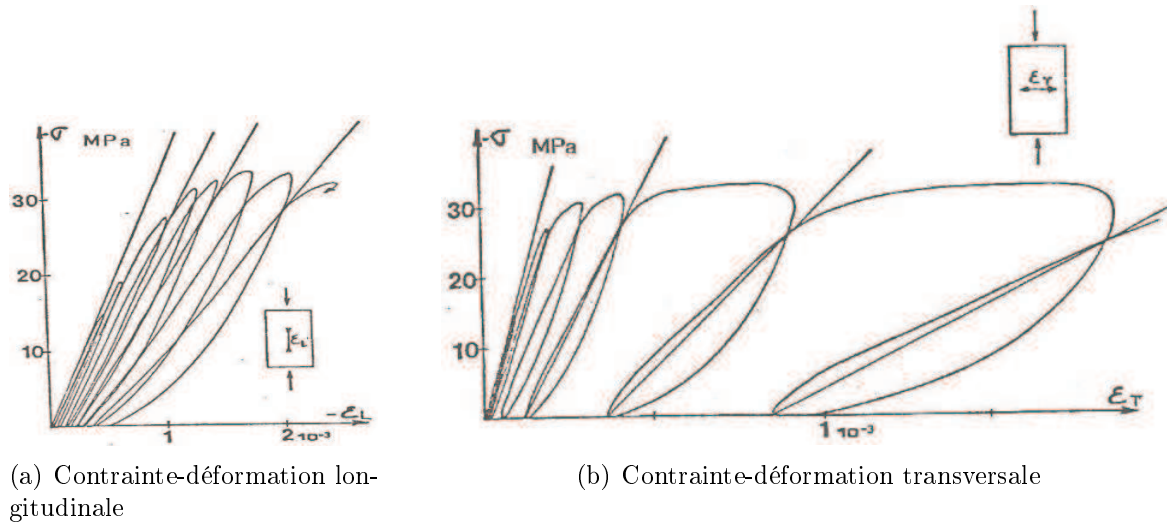


FIGURE 1.1 – Evolution des caractéristiques mécaniques dans un essai de compression [Benouniche, 1979]

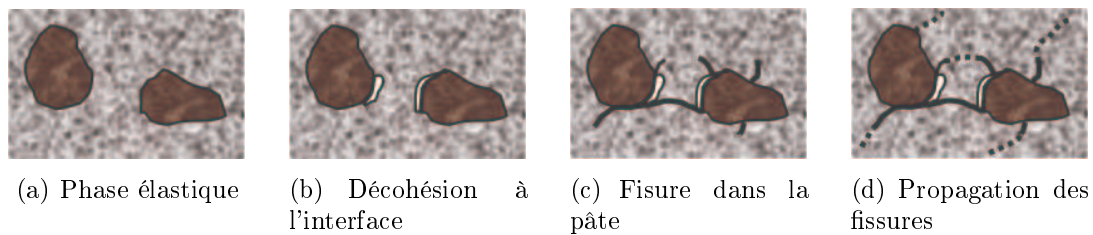


FIGURE 1.2 – Description des différentes phases de fissuration observées au microscope optique [Benboudjema, 2002]

- Avant 30% du seuil de rupture, le comportement du béton en compression est quasiment élastique linéaire isotrope (Figure 1.2(a)), caractérisé par un module d'Young  $E_0$  (dépendant de la résistance en compression) et un coefficient de poisson  $\nu_0$  (égal à 0,2) constants. Aucune fissuration n'est observée.
- À partir de 30% du seuil de rupture, le premier mécanisme s'active. Des microfissures décelables acoustiquement se propagent à partir de points singuliers. L'observation au microscope optique met en évidence la décohésion à l'interface pâte de ciment-granulat (Figure 1.2(b)). La raideur décroît sensiblement, le coefficient de Poisson reste constant. Le volume du matériau diminue.
- À partir de 70 à 90% du seuil de rupture selon les bétons, le second mécanisme devient prépondérant pour aboutir au voisinage du pic de résistance à un réseau de fissures interconnectées sous la forme de macro-fissures, jusqu'à la rupture du



matériau (Figure 1.2(d)). Le matériau devient anisotrope avec le développement de cette fissuration dont l'orientation est perpendiculaire aux extensions. La raideur décroît jusqu'à  $E_0/2$ , le coefficient de poisson croît jusqu'à la valeur 0,5. Les déformations latérales augmentent plus vite que les déformations longitudinales, le volume apparent de l'éprouvette augmente. Cette caractéristique est appelée dilatance.

En pilotant l'essai en déplacement, on observe, après le pic de contraintes, que le comportement du béton, initialement rigidifiant, devient adoucissant. Cet endommagement du matériau se traduit lors d'une décharge par une diminution sensible du module d'élasticité, ainsi que la présence de déformations anélastiques. Le comportement du béton est donc viscoélastique, caractérisé par des boucles d'hystérésis lors des phases de chargement-déchargement, qui proviennent à la fois du frottement entre les lèvres des microfissures lors de leurs ouvertures-fermetures et des mouvements de l'eau libre.

Les essais de traction directe du béton sont difficiles à réaliser vu la faible résistance en traction de ce matériau, les difficultés de pilotage de la partie post-pic dues à la grande instabilité du matériaux lorsqu'il y a localisation de la fissuration, les difficultés de préhension de l'éprouvette dans la presse -collage seulement des extrémités de l'éprouvette, ou collage de barrettes métalliques sur l'éprouvette de béton (essai PIED développé par Berthaud [Berthaud et al., 1988], essai BIPEDE développé par Gérard [Gerard, 1996]). Ils sont donc peu réalisés.

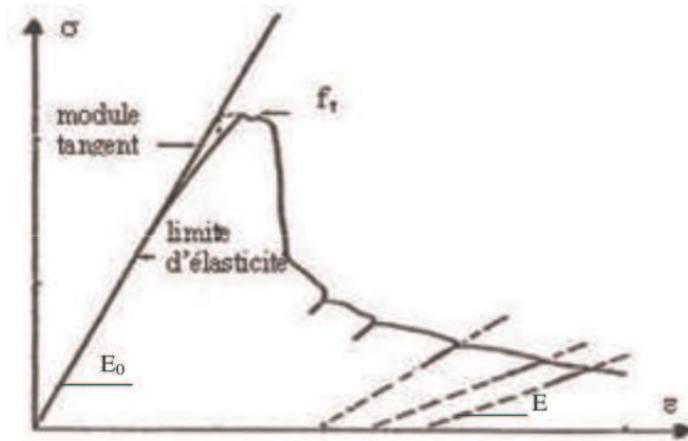


FIGURE 1.3 – Comportement du béton en traction simple [Terrien, 1980]

Les résultats d'essais réalisés par Terrien [Terrien, 1980], Berthaud [Berthaud et al., 1988], Ramtani [Ramtani, 1990] ou Gérard [Gerard, 1996] ont démontré qu'un comportement presque élastique linéaire du béton dans la phase pré-pic peut être considéré, avant une chute brutale de la contrainte dans la phase post-pic puis stabilisation et rupture brusque (Figure 1.3). En effet, des micro-fissures apparaissent dans le matériau et le comportement

du béton devient adoucissant. Le module d'élasticité diminue fortement dans cette phase post-pic, et des déformations permanentes apparaissent, signe d'irréversibilité. Les microfissures se propagent essentiellement en mode  $I$ , jusqu'à constituer une fissure traversante et localisée, avant la rupture du matériau.

Lorsqu'une éprouvette de béton est chargée en traction, jusqu'à atteindre le régime adoucissant, puis ensuite chargée en compression, on observe une restauration progressive de la raideur (Ju [Ju, 1989], Ramtani [Ramtani, 1990], La Borderie [La Borderie, 1991], Lee et Fenves [Lee and Fenves, 1998], Nechnech [Nechnech, 2000]). Cette propriété du comportement du béton est appelée effet "unilatéral". Cette propriété est liée au fait que les fissures créées en traction ne se ferment que partiellement lorsque la contrainte de traction s'annule. Lorsque le chargement de compression devient assez important, les lèvres des fissures entrent en contact. Ainsi une fermeture quasi-complète de la fissure se produit, une restauration de la raideur se produit et le comportement du matériau se rapproche de celui du matériau sain.

Cependant d'autres essais existent, qui permettent d'obtenir la résistance maximale en traction tel que l'essai de fendage - dit aussi essai brésilien - ou des essais de flexion 3 points.

L'essai de fendage (Figure 1.4) est couramment utilisé pour caractériser la traction de bétons utilisés dans le domaine des routes. Il consiste à écraser un cylindre de béton suivant deux génératrices opposées entre les plateaux d'une presse. Si  $P$  est la charge de compression maximale produisant l'éclatement du cylindre par mise en traction du diamètre vertical, la résistance en traction sera :

$$f_t = 2 \frac{P}{\pi DL} \quad (1.1)$$

où :  $L$  et  $D$  sont la hauteur et le diamètre de l'échantillon.

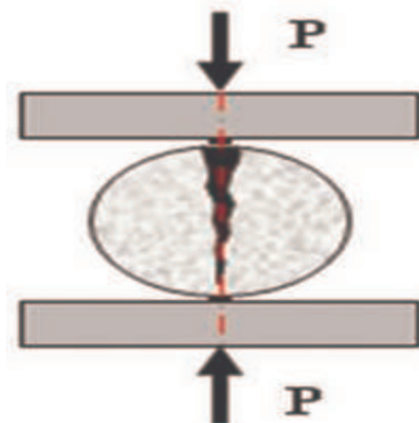


FIGURE 1.4 – Essais de traction par fendage

Les essais de traction par flexion sont utilisés très couramment au laboratoire pour déterminer la résistance en traction du béton, en raison de la simplicité de ces essais et de leur capacité à représenter presque exactement le comportement réel du béton dans des structures de génie civil. Les éprouvettes peuvent être fléchies en flexion trois ou quatre points. Les résultats d'un essai de traction par flexion 3 points sont présentés à la figure 1.6 sous la forme charge  $P$  en fonction de la flèche de l'éprouvette  $V$ .

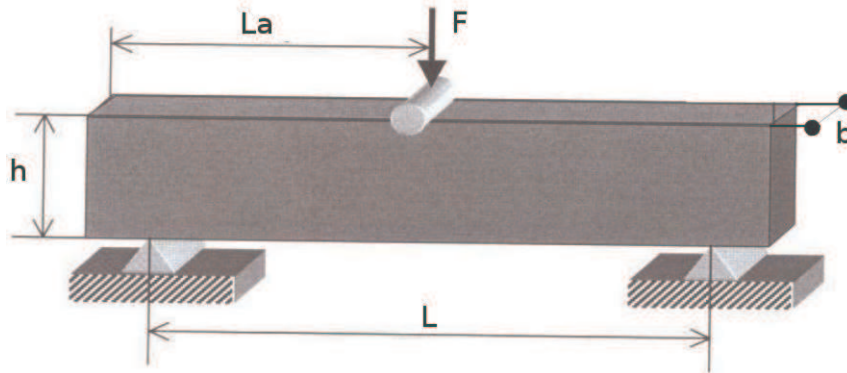
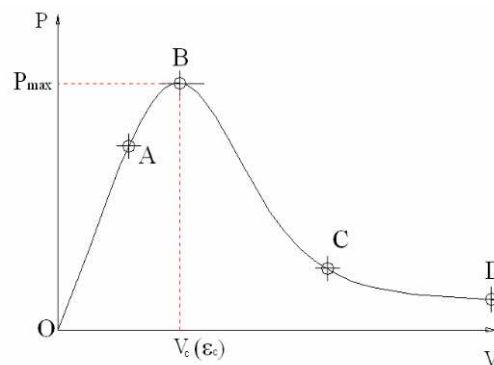


FIGURE 1.5 – Essais de flexion 3 points

FIGURE 1.6 – La relation entre la charge  $P$  et la flèche  $V$  accompagnant les phases de comportement [Bernard, 2000]

Le comportement du béton en flexion peut être décomposé en plusieurs phases comme suit [Bernard, 2000] :

- (OA) Comportement linéaire, tant que quand  $P < (0.7 - 0.8)P_{max}$ . Présence de microfissures superficielles sur l'éprouvette, mais le module d'élasticité ( $E$ ) reste constant.
- (AB) Apparition de microfissures à l'intérieur de l'éprouvette, caractérisé par un comportement non linéaire pré-pic. On considère que cette phase débute pour  $P = (0.75 - 1)P_{max}$ . La propagation des microfissures engendre un endommagement diffus du béton. Le module d'élasticité diminue légèrement et des déformations résiduelles apparaissent.

- (B) Autour du point B : accumulation de microfissures. Ces microfissures tendent vers des fissures concentrées. La localisation de la déformation provoquant un endommagement important apparaît.
- (BC) Déformation avec comportement adoucissant. Des zones de localisation de la déformation apparaissent clairement avec plusieurs microfissures concentrées. Le module d'élasticité diminue fortement. Des macrofissures sont créées par l'accumulation des microfissures, tandis que les granulats empêchent la propagation des macrofissures.
- (CD) Augmentation très rapide de la déformation d'adoucissement, tandis que la charge diminue lentement. La vitesse de propagation des fissures diminue vu la friction existant entre les granulats. Cette friction transmet une résistance entre les lèvres des fissures et empêche par conséquent la diminution de la charge.

### 1.2.2 Comportement intrinsèque/effet d'échelle

La notion d'effet d'échelle pour les matériaux à matrices cimentaires qualifiés de quasi-fragiles caractérise la dépendance de la résistance structurelle à la taille de l'échantillon sur lequel cette résistance est estimée. De nombreux résultats expérimentaux disponibles dans la littérature indiquent que la résistance nominale est dépendante de la taille des éprouvettes : on observe que la contrainte de rupture diminue lorsque on augmente la taille de la structure. L'Hermitte [L'Hermitte, 1973] en particulier, a mis en évidence ce phénomène à travers des essais de flexion 3 points sur des poutres non entaillées de dimensions homothétiques (rapport maximum d'homothétie égal à 10) (cf. figure 1.7).

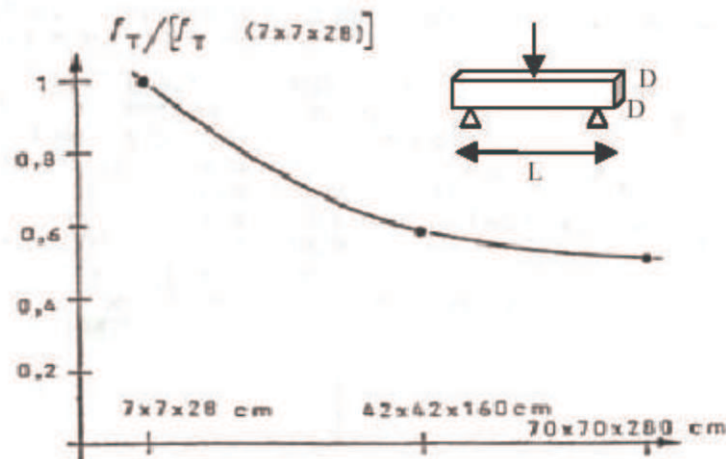


FIGURE 1.7 – Effet d'échelle de structure d'après [L'Hermitte, 1973]

Dans ces expériences, la contrainte de rupture en traction  $f_t$  est déterminée en supposant le matériau élastique fragile et en utilisant la théorie classique des poutres pour le calcul des champs de contraintes dans l'éprouvette. (Hermitte 73 [L'Hermitte, 1973],

Bažant et al. [Bažant et al., 1993], Hu and Wittmann [Hu and Wittmann, 2000]).

La rupture expérimentale des bétons n'apparaît pas dès l'amorçage de la fissuration comme c'est le cas pour les matériaux fragiles. C'est un phénomène localisé. La déformation n'est plus homogène dans les échantillons en béton. Un important gradient des déformations se concentre dans une zone localisée, dont l'épaisseur est appelée la longueur caractéristique  $l_c$ . C'est une longueur définissant la taille de la zone d'élaboration de la fissuration (dite *FPZ* pour *Fracture Process Zone*), située en fond d'entaille dans le cas d'échantillons pré-entailés. Cette longueur n'est pas liée à la taille de l'échantillon, mais est une longueur interne liée à l'échelle à partir de laquelle le matériau peut être considéré comme homogène et est fonction de la taille et de la structure des constituants du béton (type de granulat, de sable et de ciment) (Bažant et Pijaudier-Cabot [Bažant and Pijaudier Cabot, 1989], Jansen et Shah [Jansen and Shah, 1997]). Par conséquent, le comportement global d'une éprouvette (ou d'une structure) en béton n'est plus représentatif du comportement local du matériau. Néanmoins, une loi contrainte-déformation moyenne du matériau peut être déduite à partir de la mesure expérimentale de la courbe force-déplacement.

### 1.3 Les modèles de comportement mécanique du béton

De nombreux modèles de comportement du béton ont été proposés par différents auteurs dans la littérature. Les lois élastiques sont bien sûr les plus simples mais ne rendent pas compte de la complexité du comportement expérimental du béton. D'autres lois de comportement plus complexes prenant en compte des phénomènes comme la plasticité, la rupture, l'endommagement ont ensuite été successivement proposées. Chacun de ces modèles présente des avantages et des inconvénients, ainsi que des champs d'application différents pour le calcul des structures en béton.

Nous ne détaillerons pas dans ce mémoire les modèles de comportement du béton selon la mécanique de la rupture telles les approches d'élasticité linéaire de la rupture (LEFM - Linear Elastic Fracture Mechanics) et les approches non linéaires de la propagation des fissures (NFM - Nonlinear Fracture Mechanics), qui pourtant permettent une description de la propagation de la fissure et de la localisation de la déformation.

Dans la grande famille des modèles de comportement de béton élasto-endommageable, nous présenterons synthétiquement le modèle de Mazars, très utilisé et base de très nombreux autres modèles, et le modèle de Fichant, l'un des plus simple en ce sens qu'il ne nécessite qu'un faible nombre de paramètres, et qui a déjà pu être utilisé avec succès couplé à une description du béton à l'échelle mésoscopique [La Borderie et al., 2007, Lawrence and La Borderie, 2007].

### 1.3.1 Modèle de Mazars

Pour modéliser le comportement du béton, Mazars a proposé un modèle de comportement élastique endommageable isotrope [Mazars, 1984] avec une seule variable scalaire d'endommagement. Ce modèle considère que les microfissures sont provoquées par les extensions suivant les directions principales du tenseur de déformation. Le modèle prend en compte la dissymétrie du comportement du béton. Cependant, ce modèle ne permet pas de rendre compte des autres phénomènes liés au comportement du béton comme l'irréversibilité de la déformation, l'anisotropie et l'effet unilatéral.

La fonction seuil du modèle de Mazars, s'écrit de la manière suivante :

$$f(\varepsilon, K) = \tilde{\varepsilon} - K(D) \tag{1.2}$$

où :  $\tilde{\varepsilon}$  est la déformation équivalente définie par :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \tag{1.3}$$

où :  $\varepsilon_i$  sont les déformations principales ( $\langle x \rangle_+ = x$  si  $x > 0$  et  $\langle x \rangle_+ = 0$  sinon).

L'endommagement est caractérisé par la variable d'endommagement  $D$  (variant de 0 à 1) quand le matériau évolue de l'état sain à l'état totalement endommagé. Pour pouvoir reproduire le comportement dissymétrique du béton, Mazars propose deux modes d'endommagement  $D_t$  de traction et  $D_c$  de compression. La combinaison linéaire de ces deux endommagements donne l'endommagement global isotrope :

$$D = \alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \tag{1.4}$$

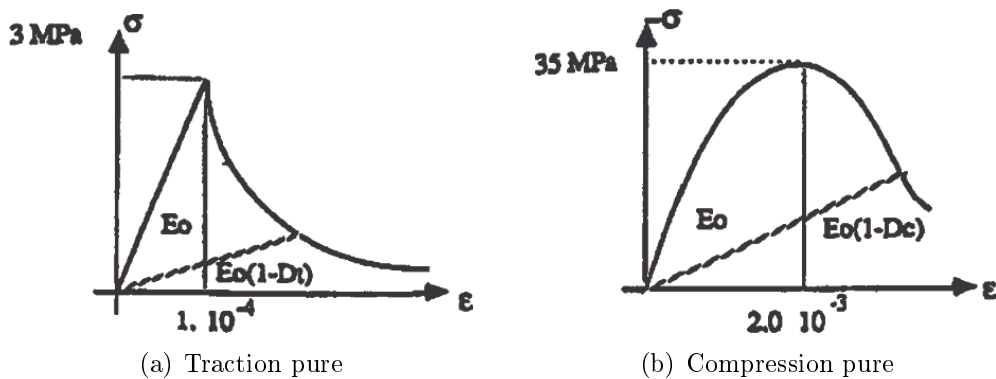


FIGURE 1.8 – Modèle de Mazars [Mazars, 1984], comportement en traction et en compression

La détermination de  $\alpha_t$  est effectuée en distinguant les extensions dues à des contraintes positives et celles dues à des contraintes négatives.

L'évolution de  $D_t$  et  $D_c$  s'écrit sous la forme :

$$D_{t,c} = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_{t,c})}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_{t,c}}{\exp(B_{t,c}(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0}))} \quad (1.5)$$

où  $A_t$ ,  $A_c$ ,  $B_t$  et  $B_c$  sont à identifier en fonction du matériau,  $\varepsilon_{d0}$  est le seuil d'endommagement.

Ce modèle basé sur la thermodynamique des processus irréversibles possède une surface seuil convexe. Malgré l'isotropie de l'endommagement, ce modèle rend correctement compte d'un endommagement différent en traction et en compression. Cependant, ce modèle ne rend pas compte des déformations permanentes ni de l'effet unilatéral. Le fait de prendre  $\alpha_t$  constant limite le domaine d'application du modèle. Il n'est donc valable que dans les cas de chargement proportionnel.

De plus, le comportement adoucissant du matériau pose des problèmes numériques de localisation des déformations qui dépendent fortement du maillage et entraînent la dépendance du résultat du calcul au maillage des éléments finis ; le phénomène "snap-back" ... Pour résoudre ces problèmes, diverses approches ont été développées depuis plusieurs années [Bažant and Pijaudier Cabot, 1987]. Parmi celles-ci, on distingue : l'approche non-locale qui consiste à moyenniser les déformations équivalentes par une fonction poids de pondération au voisinage du point de calcul, et l'approche des gradients qui consiste à introduire le gradient des déformations comme une variable supplémentaire du modèle [Fremond and Nedjar, 1995]. Ces techniques éliminent la dépendance du maillage, en augmentant toutefois les temps de calcul.

### 1.3.2 Modèle de Fichant

Fichant et al [Fichant, 1996] ont développé une famille de modèles d'endommagement : un modèle d'endommagement isotrope et un modèle orthotrope pour résoudre les problèmes des chargements plus complexes et des matériaux anisotropes. Dans les deux modèles, le couplage est réalisé avec la plasticité et les effets unilatéraux sont pris en compte (cf. figure 1.9).

L'endommagement affecte la partie élastique du comportement à partir de la relation contrainte-déformation [Fichant et al., 1999] :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{endom} \varepsilon_{kl}^e \quad (1.6)$$

où :  $C_{ijkl}^{endom}$  est la raideur du matériau endommagé.  $\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{kl}^e$  sont respectivement les composantes du tenseur des contraintes et du tenseur des déformations élastiques.

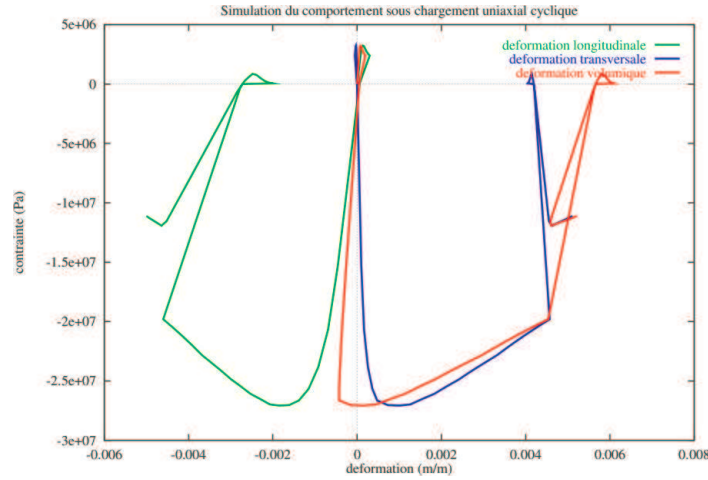


FIGURE 1.9 – Comportement uniaxial [La Borderie, 2003]

L'évolution de la déformation plastique est associée à la surface d'écoulement à partir du critère de Drucker-Prager. La variable d'écrouissage  $w$  est donnée par :

$$w = qp^{1/2} + w_0 \quad (1.7)$$

où :  $q$  est le paramètre du modèle,  $w_0$  représente le domaine initial réversible dans l'espace des contraintes,  $p$  est la contrainte effective plastique.

**Pour le modèle isotrope :** La déformation équivalente calculée à partir des déformations élastiques  $\varepsilon^e$  de Mazars :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1^e \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2^e \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3^e \rangle_+^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i^e \rangle_+^2} \quad (1.8)$$

La loi d'évolution de l'endommagement s'exprime comme suit :

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\tilde{\varepsilon}} \exp(B_t(\varepsilon_{d0} - \tilde{\varepsilon})), \quad \dot{D} > 0 \quad (1.9)$$

où :  $\varepsilon_{d0}$  est le seuil en traction. Le paramètre  $B_t$  est calculé en fonction de l'énergie de fissuration  $G_f$  et de la taille de l'élément  $h$  (pour un maillage isotrope régulier :

$h = \sqrt{\int_{\Omega_e} dx dy}$  (en 2D) et  $h = \sqrt[3]{\int_{\Omega_e} dx dy dz}$  (en 3D), où  $\Omega_e$  représente l'élément fini) par l'équation suivante :  $B_t = \frac{h f_t}{G_f}$  où  $f_t$  est la contrainte de rupture du matériau en traction.

**Pour le modèle orthotrope :** L'évolution des variables d'endommagement est contrôlée par une surface seuil :  $f$

$$f(\vec{n}) = \tilde{\varepsilon}(\vec{n}) - \varepsilon_{d0} - K(d(\vec{n})) \quad (1.10)$$



Les extensions dans la direction  $\vec{n}$  sont mesurés par :

$$\tilde{\varepsilon}(\vec{n}) = n_i \varepsilon_{ij}^e n_j \quad (1.11)$$

La loi d'évolution de l'endommagement définie par :

$$D_{ii} = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon_{ii}^e} \exp(B_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon_{ii}^e)), \quad \dot{D}_{ii} > 0, \varepsilon_{ii}^e > \varepsilon_{d0} \quad (1.12)$$

Dans le modèle de Fichant, l'endommagement est décrit avec un minimum de paramètres (une variable scalaire d'endommagement pour le modèle isotrope et trois variables scalaires d'endommagement pour le modèle orthotrope). Lorsque les chargements sont radiaux, le modèle isotrope est suffisant ; lorsque les chargements sont non-proportionnels, le modèle orthotrope donne une meilleure réponse. Dans les deux cas, le couplage est réalisé avec la plasticité et les effets unilatéraux sont pris en compte. Ce modèle montre que l'anisotropie structurelle est suffisante pour représenter correctement le comportement à l'échelle de la structure. Par contre, l'anisotropie des déformations anélastiques (ou plastiques) est essentielle, ne serait-ce que pour représenter correctement un essai de compression. L'énergie de fissuration  $G_f$  n'est couplée qu'avec l'endommagement et est par conséquent mal maîtrisée lors de l'apparition de plasticité.

C'est le modèle d'endommagement isotrope unilatéral de Fichant que nous avons utilisé pour développer un modèle mésoscopique pour le béton. Ce modèle nous permet d'effectuer les simulations sur l'échantillon de béton numérique.

### 1.3.3 Modèles pour reproduire les effets d'échelles

Plusieurs théories ont été proposées pour tenir compte de l'effet d'échelle décrit au paragraphe 1.2.2. Jusqu'aux années 1980 environ, la plupart des effets d'échelle observés expérimentalement en mécanique du solide étaient attribués aux défauts initiaux dans les matériaux, et la théorie statistique de la distribution aléatoire des résistances locales de Weibull [Weibull, 1939] était utilisée mais ne permettait pas d'expliquer les effets d'échelle de structure dans les matériaux quasi-fragiles tels que les bétons, sauf pour des échelles si grandes que la taille des hétérogénéités de ces matériaux devient négligeable devant la taille de la structure et leur rupture devient fragile - exemple d'un barrage en béton - La théorie de Carpinteri [Carpinteri, 1994] concerne le caractère fractal des surfaces de rupture mais a été très critiquée, notamment par Bažant [Bažant, 1995]. La théorie la plus largement étudiée et utilisée est celle proposée par Bažant à partir de 1984. Cette théorie, déterministe, suppose que l'effet d'échelle est dû à la propagation stable des fissures, conjuguée à une redistribution des contraintes et un relâchement de l'énergie emmagasinée engendrée par les fissures. Cette théorie fait une transition entre l'absence d'effet d'échelle en résistance des matériaux et l'effet d'échelle inhérent à la mécanique de

la rupture connu depuis plus d'un siècle. Depuis, cette théorie a connu de très nombreux raffinements.

## La théorie déterministe de Bažant

Bažant [Bažant, 1984] s'est basé sur la mécanique non linéaire de la rupture pour expliquer l'effet d'échelle de structure observé dans les matériaux bétons. L'effet d'échelle est étudié sur la contrainte nominale  $\sigma_N$ . La contrainte nominale pour une poutre de hauteur  $D$ , de portée  $S$ , d'épaisseur  $b$  pour une charge  $P$  est donnée par le calcul de la contrainte maximale dans une poutre en flexion trois points non entaillée par la théorie des poutres.

$$\sigma_N = \frac{3PS}{2bD^2} \quad (1.13)$$

Pour identifier la loi de transition entre les deux comportements asymptotiques (grandes et petites échelles), Bažant a considéré dans son raisonnement une plaque rectangulaire qui est initialement dans un état de contrainte uniforme égale à la contrainte nominale  $\sigma_N$  (Figure 1.10).

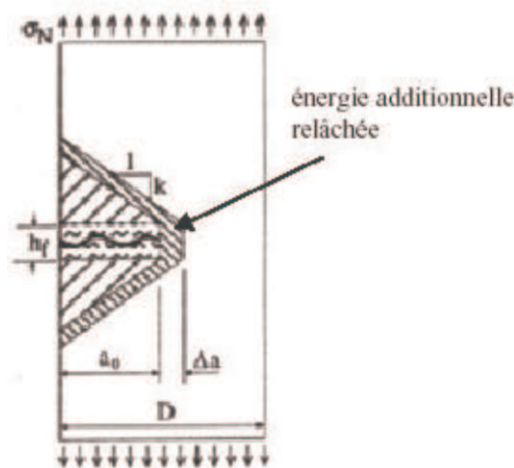


FIGURE 1.10 – Zones de relâchement des contraintes dans une éprouvette entaillée selon Bažant [Bažant, 2004]

Bažant suppose que la rupture est précédée par la formation d'une bande de fissuration d'épaisseur  $h_f$  dans la section centrale de la plaque. L'extension de cette bande d'une unité de longueur nécessite un certain taux d'énergie de fissuration  $G_f$ . La condition de conservation d'énergie consiste à écrire que l'énergie emmagasinée est égale à l'énergie nécessaire à la propagation de cette bande. Lorsque la bande de fissuration s'allonge de  $\Delta a$ , l'énergie additionnelle relâchée est causée par la partie densément hachurée. Ensuite, Bažant a considéré deux plaques homothétiques ayant des modes de rupture géométriquement similaires. Ainsi, plus la plaque est large, plus la bande de fissure est longue à la rupture. En

conséquence, plus la plaque est large, plus l'aire de la zone fortement hachurée est grande. Alors pour une même extension de la bande de fissuration, une quantité d'énergie plus importante est relâchée dans une structure de grande taille que dans une petite structure. Par conséquent, la petite structure aura une résistance plus grande, ce qui explique l'effet d'échelle de structure.

En se basant sur ce raisonnement énergétique et moyennant un raccordement asymptotique, Bažant a abouti à une loi d'effet d'échelle très simple, mais qui est valable uniquement pour le cas des structures préfissurées ou renfermant une entaille initiale. Cette loi s'écrit sous la forme suivante [Bažant, 1984] :

$$\sigma_n = \frac{Bf'_t}{\sqrt{1 + \frac{D}{D_0}}} \quad (1.14)$$

où :  $B$  est un paramètre dépendant de la géométrie de la structure,  $f'_t$  est la résistance à la traction du béton,  $D$  est la hauteur ou la longueur de l'éprouvette entaillée,  $D_0$  est une dimension caractéristique appelée "taille de transition".

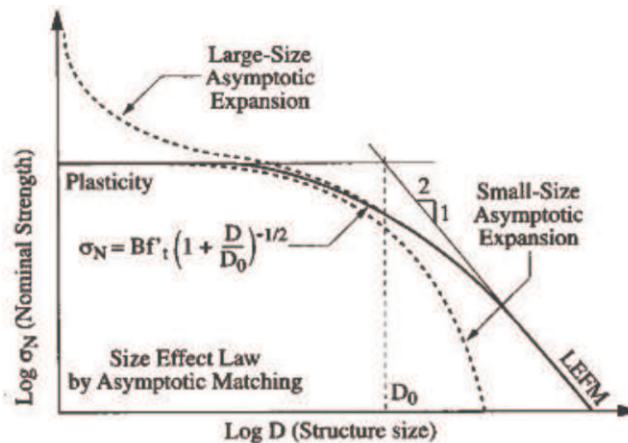


FIGURE 1.11 – Loi d'effet d'échelle proposée par Bažant [Bažant, 1984] pour des structures entaillées (les courbes en pointillées correspondent aux développements asymptotiques aux grandes et petites échelles, la courbe en trait plein correspond au raccordement asymptotique, LEFM : mécanique linéaire de la rupture)

Cette loi d'échelle représentée dans un diagramme (log-log) (Figure 1.11), met en évidence l'existence d'une asymptote quand  $\left(\frac{D}{D_0} \gg 1\right)$ . Dans ce cas, la contrainte normalisée  $\left(\frac{\sigma_N}{Bf'_t}\right)$  varie en  $\left(\frac{D}{D_0}\right)^{-1/2}$ , ce qui est représentatif des effets d'échelle décrits par la LEFM. En revanche, dans le cas où  $\left(\frac{D}{D_0} \ll 1\right)$ , la contrainte  $\sigma_N$  se rapproche de  $Bf'_t$  et l'effet d'échelle devient alors négligeable, ce qui met en évidence l'existence d'une asymptote horizontale pour des petites tailles de structures. Notons aussi que la constante  $D_0$  représente sur la figure 1.11 le point d'intersection de ces deux asymptotes.

Ensuite, Bažant [Bažant, 1996] a proposé une loi “universelle” pour expliquer les effets d’échelle de structure dans les matériaux quasi-fragiles. En effet, sa loi s’applique pour des structures avec et sans entaille initiale :

$$\sigma_N = Bf'_t \left[ 1 + \left( \frac{D}{D_0} \right)^r \right]^{-1/2r} \left[ 1 + s \frac{2l_f D_0}{(2\gamma l_f + L)(D + D_0)} \right]^{1/s} \quad (1.15)$$

où  $l_f$  est une épaisseur critique dans laquelle se développe des microfissures pour une poutre non entaillée, tandis que pour une poutre entaillée ( $l_f = 0$ ) et on retrouve la loi précédente,  $\gamma$  est une constante. Bažant a suggéré que les valeurs de ( $r = s = 1$ ) sont les plus appropriées pour caler les expériences.

Cette loi a été vérifiée pour un grand nombre de données expérimentales, pour des échantillons entaillés ou non, pour des géométries différentes (poutres, cylindres) et pour diverses sollicitations mécaniques (essais de flexion 3-points, essais de compression, essais de fendage).

## 1.4 Approche mésoscopique du béton

Une partie de la complexité du comportement du matériau réside a priori dans sa très forte hétérogénéité. Une représentation du matériau à l’échelle mésoscopique, permettant de modéliser naturellement le contraste des propriétés entre matrice et granulats, associé à un modèle de comportement simple et robuste, doit permettre de rendre compte de toute la complexité du comportement du béton.

La nature de l’hétérogénéité du béton dépend essentiellement de l’échelle d’observation. Si on se place à l’échelle du grain de sable, on peut le considérer comme un matériau bi-phasique, avec des granulats de formes complexes, de tailles différentes répartis aléatoirement dans la pâte. Nous nous intéressons dans cette partie aux différents modèles mésoscopiques décrits dans la littérature.

### 1.4.1 Génération de la mésostructure

Une méthode intéressante consiste à construire la microstructure directement à partir d’une image d’un vrai morceau de matériau (soit scannée à partir d’un échantillon de béton poli pour obtenir une représentation en 2D, ou par l’utilisation du microscope électronique à balayage d’une éprouvette de béton, ou par les techniques de tomographie pour des représentations 3D). En utilisant des techniques de traitement d’image, l’image peut être découpé en deux ou trois phases : pâte, granulats et éventuellement la zone de transition entre pâte et granulats (*ITZ*). Mais cette méthode est très limitée et coûteuse car elle nécessite une approche expérimentale avec analyse des échantillons de béton, et la technique la plus prometteuse (microtomographie) nécessite encore pour le moment

des coûts d'expérience importants, des dimensions d'échantillon très faibles et des durées d'analyse très grandes.

Il paraît alors intéressant de générer aléatoirement la mésostructure (le squelette granulaire). Les granulats de différentes tailles doivent être placés de façon aléatoire dans l'échantillon comme dans le béton réel.

Les premières générations aléatoires de béton numérique envisagent les granulats comme parfaitement sphériques. On peut citer les modèles développés dans Bažant, Schlangen et Van Mier, ou Mounajed dans le code Symphonie du CSTB - Centre Scientifique et Technique du bâtiment ([Bažant et al., 1990], [Schlangen and Van Mier, 1992], [Mounajed, 2002]).

La figure 1.12 montre quelques exemples de modélisation de bétons numériques bi-phasique pâte-granat en 2D et 3D. Les modèles en 2D échouent forcément à représenter des inclusions sphériques puisque soit on représente une fine tranche d'échantillon et les granulats sont des disques de l'épaisseur de l'échantillon, soit on veut représenter un volume, et les granulats sont alors cylindriques ou mêmes toriques si on utilise des conditions de symétrie axiale pour générer l'échantillon.

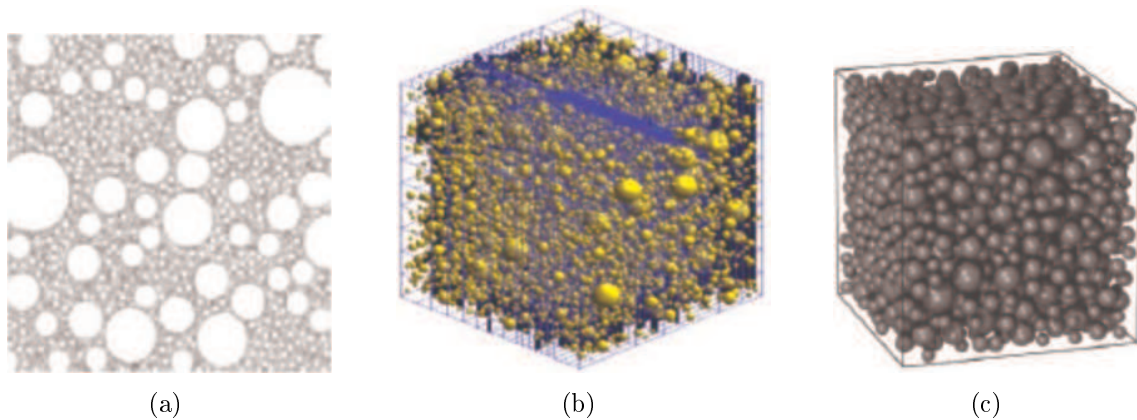


FIGURE 1.12 – Modélisation de bétons numériques bi-phasique en 2D (a) et 3D (b) [Mounajed, 2002] et modélisation d'un squelette granulaire dans un cube (c) [Lilliu and Van Mier, 2002]

D'autres modèles [Leite et al., 2003, Hafner et al., 2006] ont été développés pour des granulats sphériques ou ellipsoïdaux (Figure 1.13). Mais malgré tout, ce sont des formes idéalisées de granulats, non réalistes. Wang [Wang et al., 1999] a développé une procédure pour générer une structure aléatoire pour les granulats sphériques et angulaires (Figure 1.14).

Tous les modèles de génération aléatoire de squelette granulaire sont basés sur des algorithmes tels que la Méthode de Monte Carlo ou les générateurs de nombres aléatoires. Il existe différentes techniques pour générer ces particules. La difficulté est de réussir à placer toutes les particules. La procédure de distribution devient un problème crucial

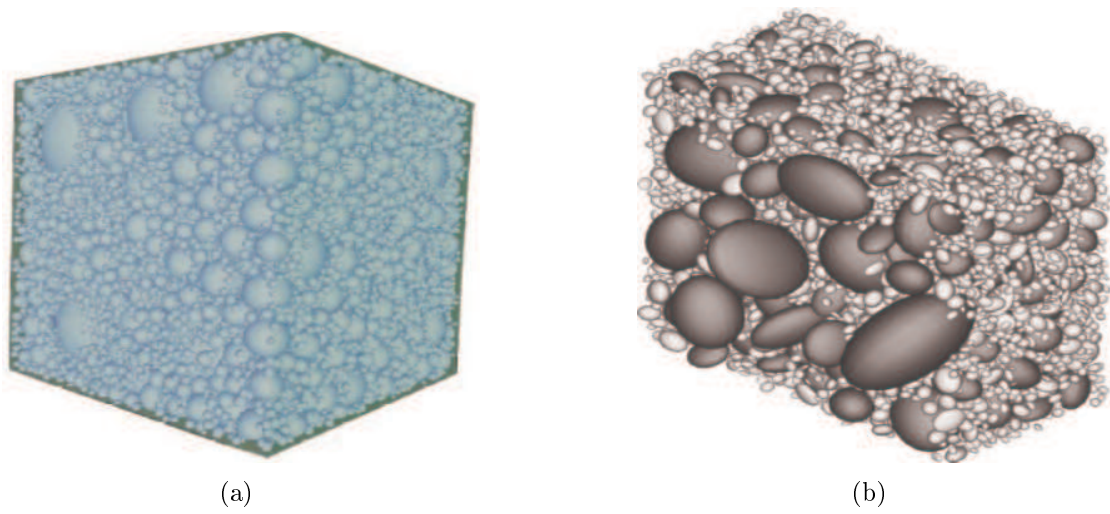


FIGURE 1.13 – (a) Génération d'un échantillon 3D [Leite et al., 2003]; (b) Modèle mésoscopique géométrique 3D avec des granulats ellipsoïdaux [Hafner et al., 2006]

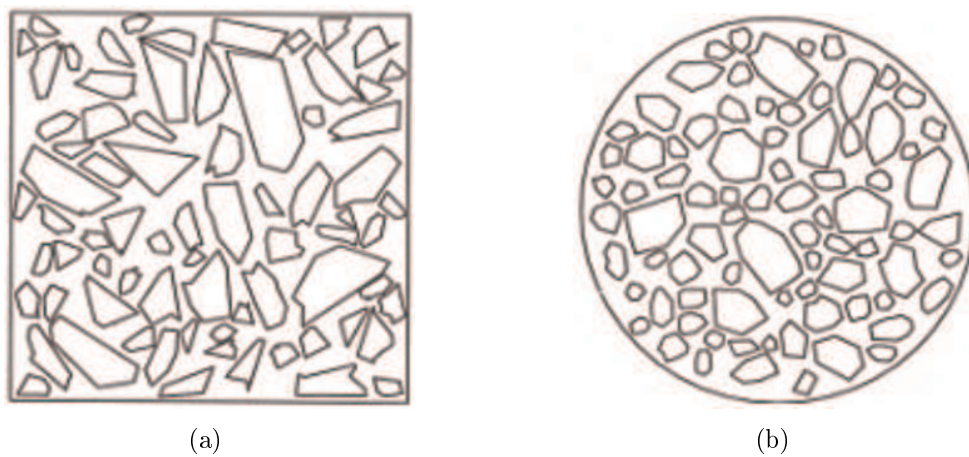


FIGURE 1.14 – Génération aléatoire des granulats [Wang et al., 1999]

lorsqu'on cherche à atteindre des taux volumiques de granulats importants (pourtant réalistes !), la difficulté étant augmentée par la large distribution des tailles des granulats.

On peut citer la méthode "take-and-place". Cette méthode est couramment utilisée ([Schlangen and Van Mier, 1992, Wittmann et al., 1993, Wang et al., 1999, Mounajed, 2002]) et consiste à placer les granulats un par un. Si un granulat en recouvre une autre, même partiellement, la méthode de placement aléatoire est utilisée pour trouver une autre place pour le granulat, et la méthode se poursuit jusqu'à ce que tous les granulats soient placés. La procédure pour générer le squelette granulaire est donc le suivant :

- production de particules : détermination de la taille et de la forme de toutes les particules afin de correspondre à la distribution de la taille des granulats ;
- répartition des particules dans l'espace 2D ou 3D.

Un algorithme stochastique-heuristique peut aussi être utilisé, comme avec le logiciel CEMHYD3D développé par le NIST pour simuler l'hydratation du béton [Bentz, 1997] ou dans [Leite et al., 2003] pour le comportement du béton. La grande différence avec la méthode de "take and place" est que la répartition des particules est effectuée successivement en commençant par les plus grands. Au départ, une position aléatoire de la particule est choisie. Si la particule est complètement à l'intérieur de l'échantillon et ne chevauche pas des particules précédemment placées, la position est fixée. Dans l'autre cas, éventuellement, la particule se déplace en translation ou en rotation afin de s'éloigner de la frontière de l'échantillon ou des particules qui se chevauchent. Si cette procédure ne résout pas le conflit, la procédure peut être répétée pour trouver un emplacement correct pour la particule. Zubelewicz et Bažant [Zubelewicz and Bažant, 1987, Bažant et al., 1990] ont aussi rajouté à ces algorithmes le concept de "Maximum Paste Thickness MPT". Cette zone d'influence représente la distance moyenne entre deux granulats, en considérant que chacun est entouré par une couche de pâte, dont l'épaisseur est proportionnelle au diamètre des granulats - cf. les travaux de De Larrard [De Larrard, 1999] sur les empilements granulaires pour les bétons.

Il faut garder à l'esprit que quelque soit la procédure utilisée, la difficulté est d'atteindre la compacité granulaire du béton à représenter. D'après Jerier et al [Jerier et al., 2008], on ne peut atteindre une compacité granulaire de l'ordre de 60% que sur des granulométries étroites, ou sur une base géométrique semi-aléatoire. De toute façon, il faut choisir un rayon minimal des granulats à représenter en tant qu'inclusion : dans les modèles bi-phasique, les granulats sont en fait les inclusions de dimension supérieure à  $d_{min}$ , les particules plus fines font partie de la matrice. Avec la seconde famille d'algorithme, on connaît parfaitement la courbe granulaire effectivement représentée en tant qu'inclusions dans le modèle mésoscopique.

Un autres algorithme remarquable est celui développé par Vervuurt [Vervuurt, 1997]. Il consiste à générer toutes les particules avec un générateur aléatoire d'abord. Ensuite, la chute des particules dans l'échantillon est simulée et chaque particule trouve une position

qui conduit normalement à un empilement compact. Malheureusement, avec cet efficace algorithme, la structure obtenue au niveau mésoscopique est tout à fait différente de celle observée dans des échantillons réels de béton.

### 1.4.2 Création d'un maillage spécifique à partir de la structure aléatoire bi-phasique

Différentes familles de méthodes sont utilisées pour modéliser le béton à l'échelle mésoscopique, à partir de la représentation géométrique du béton à cette échelle.

#### 1.4.2.1 Méthode des éléments discrets

La méthode des éléments discrets (*DEM*) a été utilisée pour étudier la propagation des fissures dans les géomatériaux en utilisant des modèles de particules formulés préalablement pour simuler l'interaction de particules rigides en contact, comme dans les sables. Dans ce type de modèle, la loi d'interaction de contact est très simple (Figure 1.15(a) et Figure 1.15(b)) et le comportement global n'est pas contrôlé par la relation force-déformation au contact, mais plutôt par des restrictions cinématiques (verrouillage des grains). La forme des particules est alors un paramètre très important. La figure 1.15(c) à 1.15(f) illustre les différentes formes envisagées, en 2D : particules circulaires, polygonales, elliptiques ou clusters (amas des particules). Si la forme elliptique des particules donne des résultats plus réaliste que des particules circulaires, l'algorithme de détection de contact n'est pas aussi efficace que ceux utilisés pour des formes plus simples [Ting et al., 1993]. En outre, le passage du 2D au 3D est beaucoup plus complexe qu'en utilisant des formes circulaires. Enfin, la réponse contrainte-déformation n'est pas suffisamment proche du comportement réel du béton.

#### 1.4.2.2 Modèles de treillis

Les modèles de treillis ont aussi été utilisés. Ils ont été développés en premier lieu par les physiciens [Herrmann et al., 1989]. Le modèle 2D treillis (Figure 1.16) avec un faisceau élément est l'un des plus populaires pour expliquer la rupture dans le béton à l'échelle mésoscopique. Un réseau de poutres est projeté sur la structure mésoscopique bi-phasique. Ces réseaux peuvent être carrés, triangulaires ou aléatoires. La rigidité des poutres et leur résistance sont choisies pour représenter les différentes phases de matériau réel, la matrice, les granulats et l'interface. La contrainte de traction est calculée dans chaque poutre. Lorsqu'elle est supérieure à la résistance en traction, l'élément de poutre est supposé cassé et est éliminé du treillis. Ces modèles sont proches du modèle treillis développé par Bažant et al. [Bažant et al., 1990] (Figure 1.16(d)) et du modèle de cadres mis au point par Schorn et Rode [Schorn and Rode, 1991].



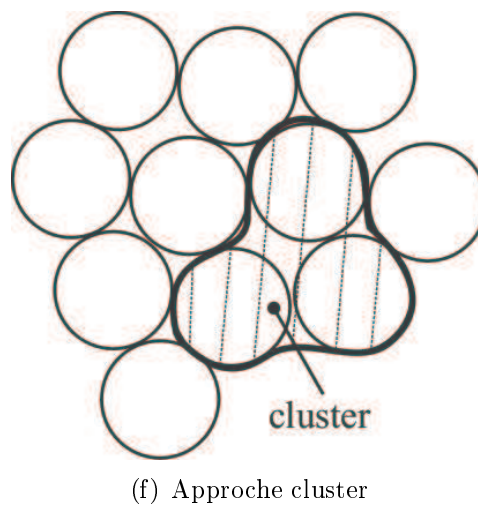
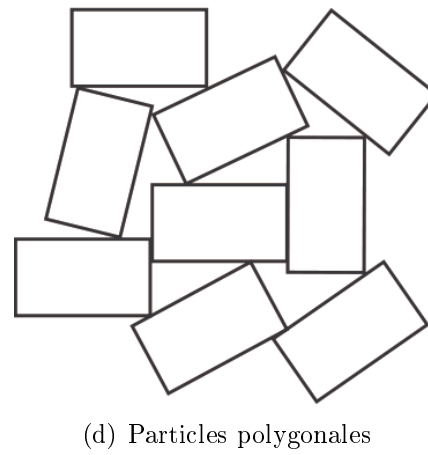
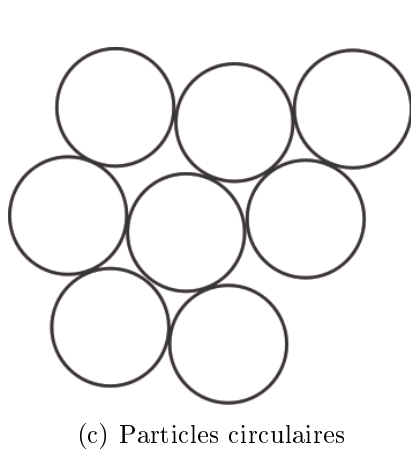
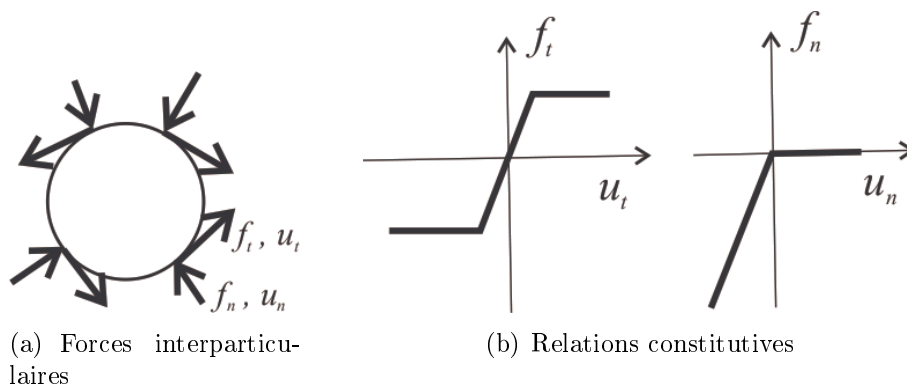
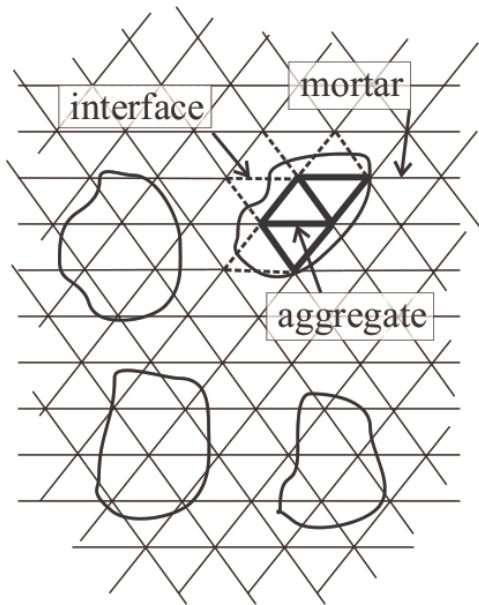
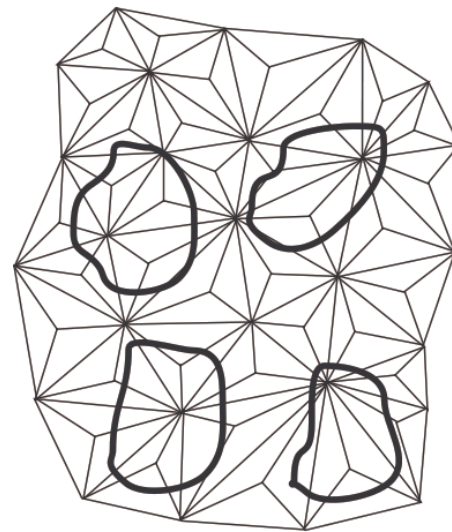


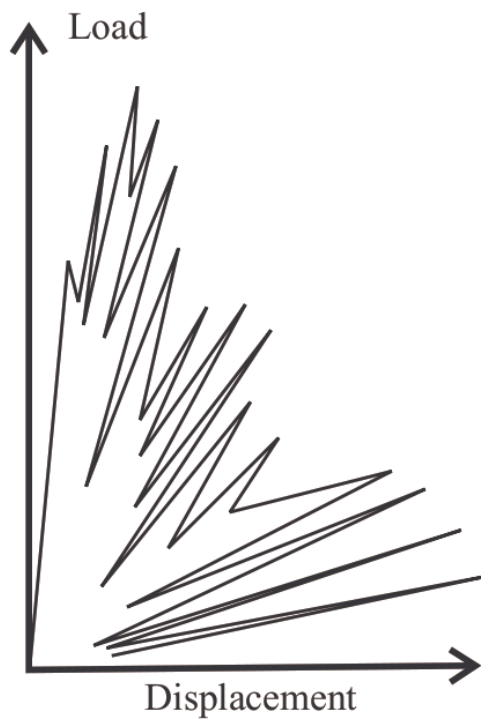
FIGURE 1.15 – Méthode des éléments discrets



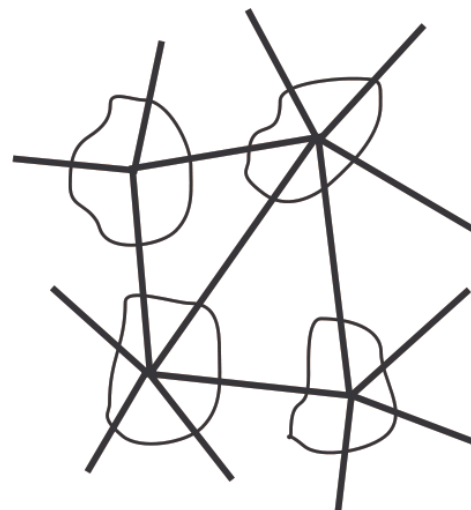
(a) Schlangen et Van Mier du treillis triangulaire régulier [Schlangen and Van Mier, 1992]



(b) Modèle de treillis aléatoire



(c) Réponse du modèle de treillis de Schlangen et Van Mier [Schlangen and Van Mier, 1992]



(d) Modèle de treillis de Bažant et Tabarra [Bažant et al., 1990]

FIGURE 1.16 – Modèle de treillis

La figure 1.17 montre qu'il est également possible de prendre en compte l'ITZ. Le module d'élasticité équivalent est évaluée en fonction du module d'élasticité de la matrice, des granulats et de l'interface ITZ et en fonction de la longueur associée  $l_a$ ,  $l_m$ ,  $l_b$ .

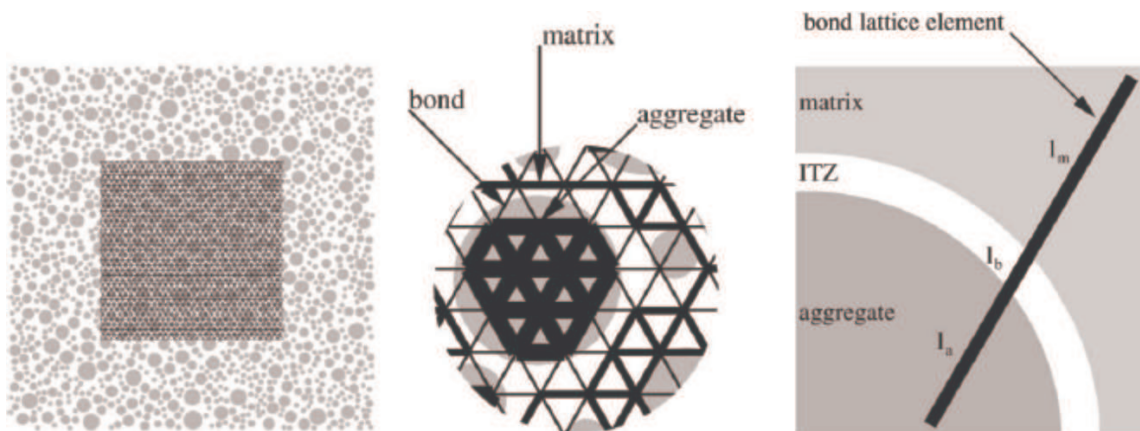


FIGURE 1.17 – Modèle du béton numérique [Lilliu and Van Mier, 2002]

#### 1.4.2.3 Méthodes par éléments finis

Des méthodes de calculs par éléments finis ont aussi été développées et sont d'un grand intérêt pour coupler approche mésoscopique et comportement visco-élastique endommageable. Elles nécessitent en premier lieu la génération d'un maillage éléments finis compatible avec la représentation géométrique du béton à l'échelle mésoscopique. Ces maillages contiennent forcément un très grand nombre d'éléments afin de modéliser correctement les granulats. En effet, la taille de la maille doit être inférieure à celle du plus petit granulat représenté.

Une méthode de construction directe du maillage consiste à partir d'une image réelle ou créée aléatoirement de la microstructure. Les coordonnées des limites (pour définir les frontières) et de l'intérieur du domaine (points intérieurs) sont obtenues en choisissant directement certains points numérisés sur l'image [Wang, 1994]. Une méthode de triangulation de Delaunay est utilisée pour lier les points intérieurs et les frontières afin de créer des éléments. Le programme OOF du [NIST, ] (National Institut of Standards and Technology), qui avait été utilisé dans La Borderie et al [La Borderie et al., 2007] pour créer le maillage à partir d'une image scannée, fait partie de cette famille de méthode (Figure 1.18).

L'interface pâte-granulat peut éventuellement être modélisée, comme dans Pedersen et al [Pedersen et al., 2007], pour des simulations 2D (figure 1.19).

Dans [Wittmann et al., 1993], une autre méthode est utilisée, qui consiste à projeter un maillage de la structure aléatoire et à affecter les différentes propriétés des matériaux, selon la position de l'élément. Dans le "béton numérique 2D" développé dans

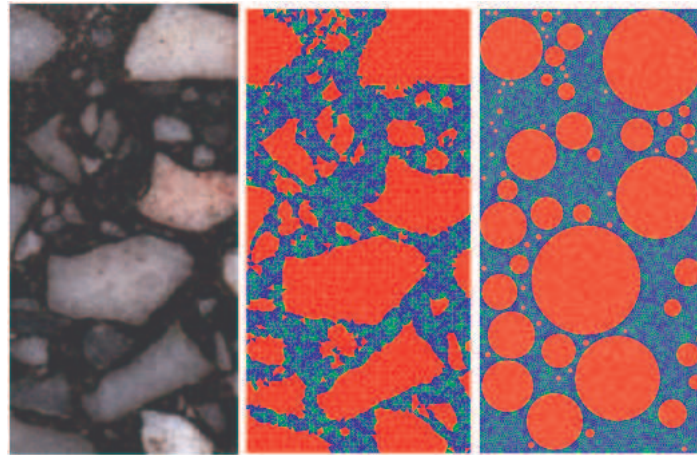


FIGURE 1.18 – Géométrie des granulats [La Borderie et al., 2007]

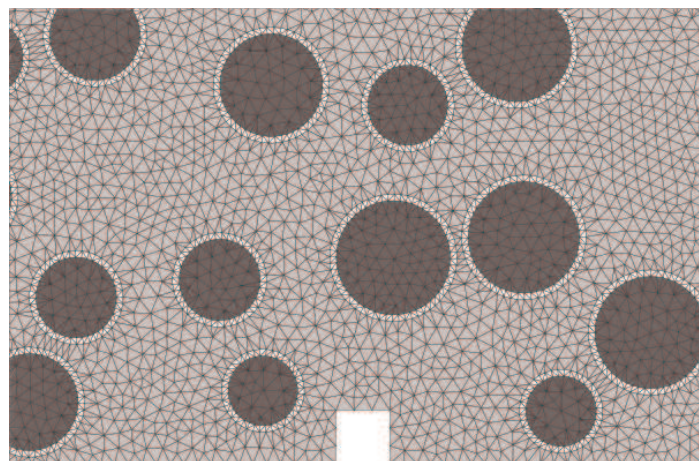


FIGURE 1.19 – Détail du maillage du modèle de Pedersen et al. [Pedersen et al., 2007]

[Sadouki and Wittmann, 1988], les inclusions suivent la distribution granulométrique et ont des formes conforme aux granulats de la vallée du Rhône. La pâte de mortier a un comportement élastique jusqu'à ce que la contrainte atteigne  $\sigma_t$ . Les paramètres du matériau ont été identifiés par des expériences et ils sont distribués statistiquement pour représenter les hétérogénéités du béton. Le modèle de fissure fictive est ensuite utilisé pour simuler la propagation des fissures dans le béton en fonction de deux modes possibles : mode I et de mode II. L'interface matrice-granulats est également prise en compte avec la création d'éléments d'interface entre les éléments appartenant à la pâte de mortier et aux granulats.

Roelfstra et al [Roelfstra et al., 1985] ont également développé cette approche en 3D comme on peut le voir dans la figure 1.20.

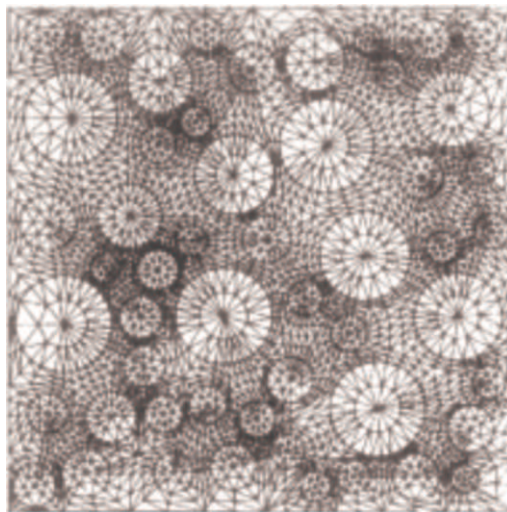


FIGURE 1.20 – Béton numérique selon Roelfstra et al. [Roelfstra et al., 1985]

Cependant, la qualité des maillages générés ainsi n'est pas très bonne parce que de nombreux éléments de mauvaise qualité (éléments trop plats en particuliers) sont alors contenus dans le maillage, et ce, d'autant plus qu'on veut représenter des petits et des gros granulats, avec des espacements entre inclusions très petits.

La décohésion possible entre pâte et granulats (dans la zone de transition ITZ réputée la plus faible dans le béton) peut également être prise en compte pour modéliser l'initiation de la fissuration : les éléments de l'interface sont des éléments isoparamétriques "sans épaisseur". Ils sont insérés entre les éléments finis standards qui assurent un continuum afin de discrétiser l'interface entre la matrice et les granulats [Lopez et al., 2001, Wang et al., 1999]. Les nœuds appartenant à la fois à la matrice et à un granulat ont les mêmes coordonnées. Ils sont, toutefois, traités comme des nœuds différents. Ainsi, ces modèles ont la capacité de simuler des initiations de fissure à l'interface entre la matrice et les granulats.

Une autre méthode consiste à réaliser une loi des mélanges des propriétés locales à

l'échelle de l'élément fini [Mounajed, 2002]. Si  $C_e$  et  $C_g$  sont les propriétés de chaque phase, et  $V_e$  et  $V_g$  les volumes associés, la nouvelle valeur de la propriété sur l'élément peut être écrite comme :

$$C_e^m = \left( \frac{C_e (V_e - V_g) + C_g V_g}{V_e} \right) \quad (1.16)$$

La figure 1.21 montre les éléments touchés par le comportement mécanique des granulats selon les équations ci-dessus.

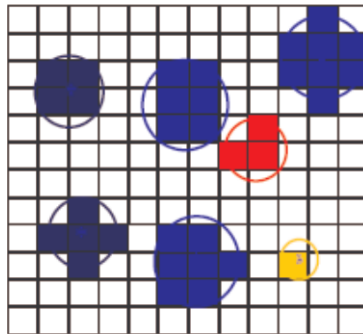


FIGURE 1.21 – Exemple d'éléments touchés par le comportement mécanique des granulats [Mounajed, 2002]

On trouve ensuite trois méthodes de maillage : la première méthode, utilisée par Caballero et al. [Caballero et al., 2006b] repose sur la décomposition de l'échantillon en polyèdres de Voronoï, répartis entre les deux phases puis maillés classiquement par des tétraèdres. Elle ne permet pas une représentation de la granulométrie réelle puisque la décomposition est réalisée en une seule fois à partir d'une grille homogène. La deuxième, choisie par Wriggers et Moftah [Wriggers and Moftah, 2006], part d'une distribution préalable de granulats sphériques et maille séparément les 2 phases avec des tétraèdres. La difficulté technique réside dans le respect des nœuds à l'interface des maillages. La troisième méthode consiste à partir d'un maillage de cubes réguliers et à reporter dessus une distribution de granulats, dont les formes seront donc approximées par des cubes. Cette méthode, qui présente l'avantage d'une grande robustesse, a été choisie par Jerier et al. [Jerier et al., 2008]. On présente figure 1.22, figure 1.23 et figure 1.24 leurs échantillons respectifs afin de mettre en évidence les différences.

Caballero et al. ont choisi de modéliser la fracturation par l'usage d'éléments d'interface sans épaisseur, placé autour de tous les granulats et selon certains plans dans la phase mortier, tout en n'utilisant qu'un modèle élastique. Cependant n'importe quel type de modèle de comportement peut être utilisé puisque le cadre théorique reste celui des éléments finis usuels. Les modèles incluant de l'endommagement sont bien adaptés car ils permettent de bien modéliser les zones de fracturation sans présupposer de leur situation ou orientation, ce qui est justement l'objectif de ces modèles. Riedel et al. utilisent un modèle bi-phasique pour des simulations de choc. Cela leur permet de mettre en évidence des

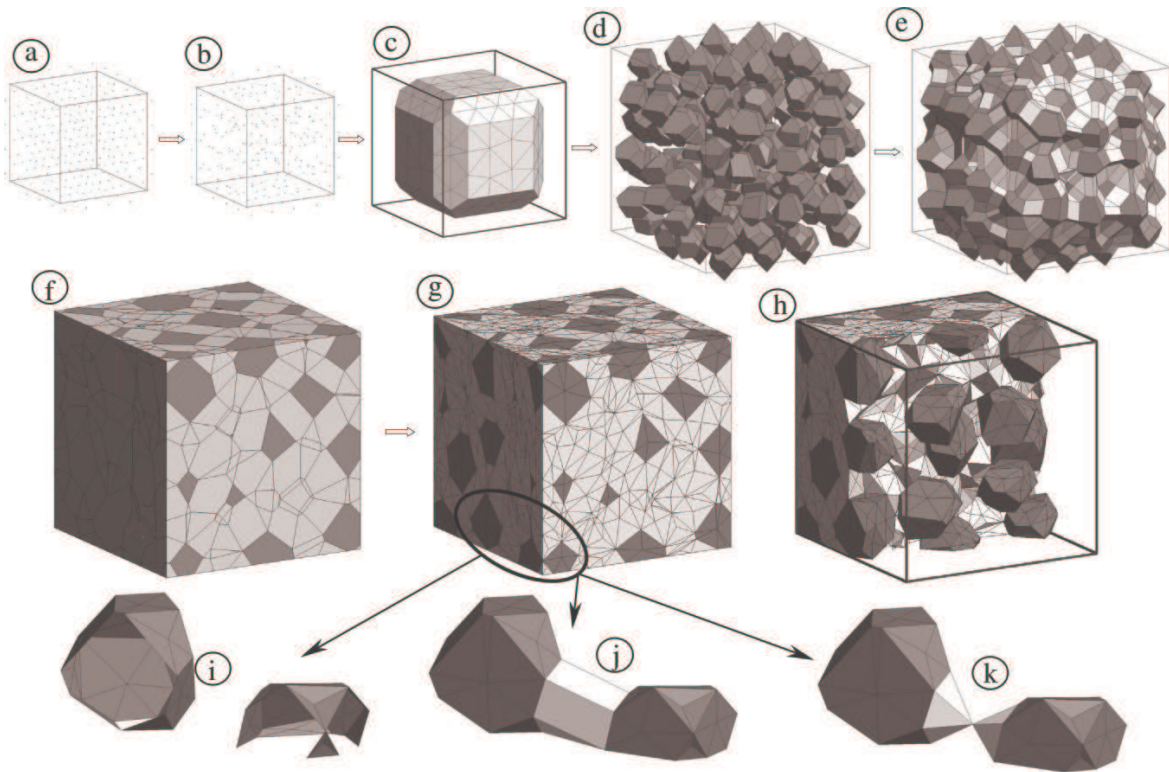


FIGURE 1.22 – Génération méso-structure de Caballero et al. [Caballero et al., 2006b] : a) distribution régulière des points, b) distribution faussée des points, c) maillage de Delaunay obtenus à partir de la distribution faussée des points, d) polyèdres de Voronoï (granulats), e) remplir l'espace entre des polyèdres (mortier), f) processus de coupe, g et h) génération de maillage et l'insertion des éléments d'interface, i) interface granulats-mortier, j et k) interface mortier-mortier

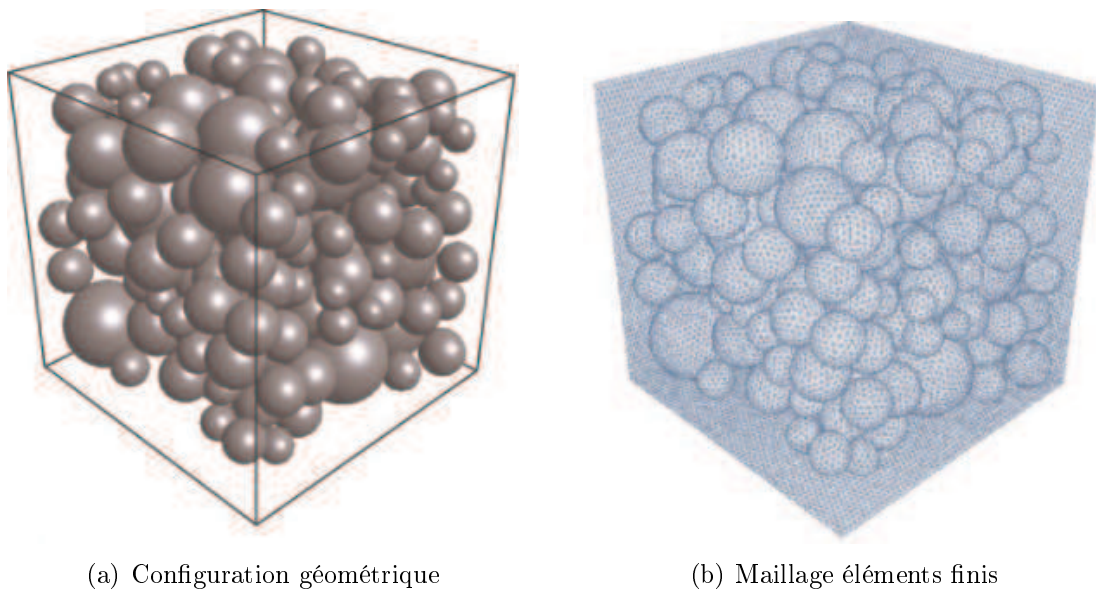


FIGURE 1.23 – Modélisation mésoscopique de Wriggers et Moftah [Wriggers and Moftah, 2006]

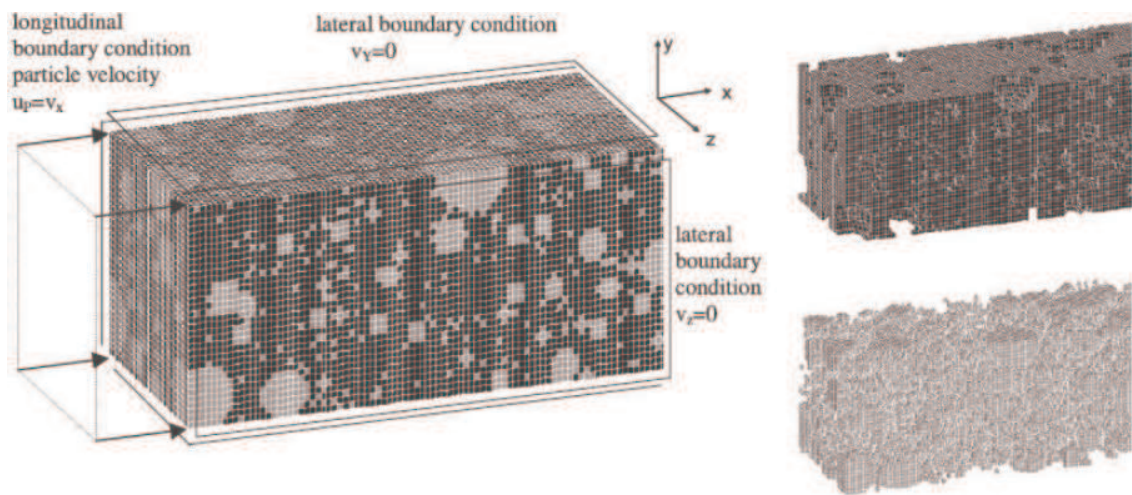


FIGURE 1.24 – Maillage et les 2 phases du modèle de Jerier et al. [Jerier et al., 2008]

réverbérations localisées entre les grains et les ruptures localisées correspondantes, tout en respectant les vitesses de propagation macroscopiques. Wriggers et Moftah simulent eux avec succès un essai de compression simple, mais ne reproduisent pas un faciès de rupture usuel.

#### 1.4.2.4 Conclusion

Les analyses 2D souffrent évidemment d'un certain nombre de limitations. Certains modèles peuvent être plus facilement développés en 2D et en 3D. Une bonne génération de granulats est fortement liée à sa capacité à représenter physiquement les grains, avec toujours un compromis à faire sur la taille des plus petits grains représentés. Certaines méthodes, basées sur la microtomographie, existent et se développeront sûrement dans le futur, mais sont encore limitées. Nous avons donc remarqué l'avantage de la génération aléatoire du squelette granulaire en partant des plus gros granulats, et nous utiliserons cette méthode dans notre travail.

Nous avons également présenté les méthodes pour intégrer cette distribution de la taille du grain dans un maillage : l'utilisation des éléments discrets ou des modèles de réseau est possible, mais ne peut pas décrire le comportement mécanique complexe du béton. Nous utiliserons donc une méthode éléments finis, et nous nous attacherons donc à développer une technique de maillage simple et robuste (cf. chapitre 2).

Malgré l'intérêt de représenter des granulats de forme réaliste, l'utilisation d'une géométrie idéalisée nous paraît un très bon compromis et permet plus facilement le passage au 3D.



## 1.5 Ecoulements par perméabilité dans les bétons et leurs fissures

La perméabilité définit la capacité d'un milieu poreux à être traversé par des fluides sous un gradient de pression. La perméabilité du béton sain dépend de ses constituants (nature des granulats, additions éventuelles, adjuvants ...) mais est surtout fonction :

- du rapport Eau / Ciment [Hearn and Lok, 1998], directement lié à la porosité capillaire (et à la résistance du béton).
- de la nature et de la quantité des granulats, qui peuvent respectivement créer l'aurole de transition ITZ et modifier la tortuosité.

Abbas et al. [Abbas et al., 2000] ont cependant démontré expérimentalement que les relations empiriques, qui ont pu être établies par d'autres chercheurs pour certains bétons entre la perméabilité et la résistance mécanique, ne peuvent pas être généralisées. En effet, la résistance en compression est fonction de la porosité totale du matériau, tandis que la perméabilité dépend pour l'essentiel de la porosité connectée.

La perméabilité d'un béton est fortement influencée par des paramètres du milieu poreux comme la porosité, la tortuosité et la connectivité : plus la porosité augmente ou est connectée, plus la résistance au flux est faible provoquant une augmentation de la perméabilité ; plus la tortuosité devient rectiligne et plus la perméabilité est grande.

La perméabilité dépend donc fortement de la présence de microfissures ou macrofissures, induites dès le jeune âge par le retrait, le séchage, ou créées ensuite sous les effets de sollicitations mécaniques, thermiques, environnementales (chimiques), différées, etc. subies au cours de la vie de l'ouvrage.

### 1.5.1 Perméabilité des bétons

#### 1.5.1.1 Loi de Darcy et notion de perméabilité intrinsèque de matériaux poreux

La loi d'écoulement des fluides dans le milieu poreux établie par Darcy en 1856 est une application de loi de Hagen-Poiseuille au milieu poreux. À l'origine, elle trouve son application pour l'écoulement d'eau en milieu granulaire et est basée sur les hypothèses suivantes :

- les forces d'écoulement dues à la viscosité prédominent sur les forces d'inertie ;
- les écoulements du fluide sont supposés laminaires ;
- le fluide d'infiltration est inerte vis à vis du milieu poreux, c'est à dire qu'il n'y a aucune interaction chimique ou physique entre le fluide et le matériau.

La perméabilité d'un milieu poreux est définie comme le coefficient  $k_V$  ( $m^2$ ) de la loi de Darcy :

$$\vec{v} = -\frac{k_V}{\mu} \vec{\nabla} P^* \quad (1.17)$$

avec :  $\vec{v}$  est la vitesse ou vitesse macroscopique du fluide (flux en volume par unité de surface et de temps ( $m.s^{-1}$ ));  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide ( $Pa.s$ ) et  $\vec{\nabla} P^*$  est le gradient de pression motrice  $P^*$  du fluide ( $Pa.m^{-1}$ ).

La différence entre le gradient de pression totale  $\vec{\nabla} P$  et le gradient de pression motrice ou piézométrique  $\vec{\nabla} P^*$  peut être notable pour les liquides de masse volumique  $\rho$ , selon le plan de percolation, mais est négligeable pour les gaz.

Pour un écoulement unidirectionnel :

$$k_V = \frac{Q\mu L}{S\Delta P^*} \quad (1.18)$$

avec  $Q$  le débit volumique en  $m^3.s^{-1}$  à travers la surface  $S$  normale à la direction du flux ( $Q = v.S$ );  $L$  en  $m$  la longueur du matériau dans la direction du flux.

La perméabilité  $k_v$  exprimée en  $m^2$ , représente la perméabilité intrinsèque du milieu. Selon Darcy, cette valeur est indépendante de la nature du fluide.

### Fluide incompressible

Si l'on considère la percolation d'un fluide incompressible purement visqueux (tel que l'eau) à travers un milieu poreux saturé par ce fluide, la relation 1.17 peut être appliquée directement.

Pour des raisons de commodité, la perméabilité est souvent ramenée à la conductivité hydraulique  $K_1$ , en  $m.s^{-1}$ , appelée aussi coefficient de perméabilité ou facteur de perméation.  $K_1$  est la conductivité du matériau à saturation.

Contrairement à  $k_V$ ,  $K_1$  dépend de la viscosité dynamique du fluide de percolation  $\mu_1$ , et de la masse volumique du fluide  $\rho_1$  et est définie à partir de  $k_V$  par la relation suivante :

$$K_1 = k_V \frac{\rho_1 g}{\mu_1} \quad (1.19)$$

Dans le cas de l'eau à  $20^\circ C$ , la viscosité dynamique du fluide  $\mu_1$  est d'environ  $10^{-3} Pa.s$ . Une perméabilité de  $1 m^2$  correspond donc à une conductivité hydraulique de l'ordre de  $10^7 m.s^{-1}$ .

En utilisant l'équation 1.19, le coefficient de perméabilité s'écrit :

$$K_1 = \frac{Q}{S} \frac{e}{\Delta H} \quad (1.20)$$

où :  $Q$  est le débit volumique,  $S$  est la section de matériau poreux traversé,  $\Delta H$  est la

différence de niveau piézométrique, ou perte de charge en mètres de colonne d'eau,  $e$  est l'épaisseur de matériau traversé par le flux.

### Fluide compressible

Si l'on considère la percolation d'un gaz (fluide compressible), le débit massique  $\rho v$  reste constant en tout point et il est possible de calculer la perméabilité. Par exemple, pour un perméamètre à charge constante, on obtient :

$$k_A = \frac{Q}{S} \cdot \frac{\mu \cdot e \cdot P}{\Delta P \cdot \bar{P}} \quad (1.21)$$

où  $Q$  est le débit volumique de sortie à la pression  $P$ .

Cette perméabilité est dite apparente  $k_A$  car elle est en réalité fonction de la pression moyenne  $\bar{P}$  du gaz dans l'échantillon. Elle diminue lorsque que la pression moyenne  $\bar{P}$  augmente. De plus, pour les gaz, l'écoulement n'est pas seulement visqueux.

La notion de perméabilité intrinsèque permet de s'affranchir de ces limitations.

### Perméabilité intrinsèque : approche de Klinkenberg [[Klinkenberg, 1941](#)]

À partir de l'observation selon laquelle les écarts entre la perméabilité mesurée avec un liquide et la perméabilité (apparente) mesurée avec un gaz sont de plus en plus faibles lorsque la pression augmente, Klinkenberg établit une évaluation du coefficient de perméabilité intrinsèque  $k_V$ , en fonction du coefficient de perméabilité apparente  $k_A$  et de l'inverse de la pression moyenne, valable pour les écoulements laminaires (Figure [1.25](#)).

$$k_V = k_A \left( 1 + \frac{\beta_k}{P_m} \right)^{-1} \quad (1.22)$$

avec  $\beta_k$  le coefficient de Klinkenberg ( $Pa$ ) et  $P_m$  la pression moyenne du fluide au sein de l'échantillon,  $P_m = \frac{(P_1 + P_2)}{2}$ .

Physiquement, la perméabilité intrinsèque  $k_V$  est la valeur de la perméabilité apparente  $k_A$  lorsque le gaz tend vers la phase liquide. Elle dépend de la viscosité du fluide.

#### 1.5.1.2 Appareils de mesure de la perméabilité

La méthode utilisée en laboratoire pour mesurer la perméabilité au gaz utilisent des perméamètres à charge constante avec comme échantillon soit un disque soit un cylindre creux. Il faut faire très attention aux fuites possibles sur les bords, et avoir des échantillons dans un état de saturation homogène. Un schéma de principe du perméamètre utilisé est donné en Figure [1.26](#).

La Figure [1.27](#) représente une vue en coupe d'une cellule.

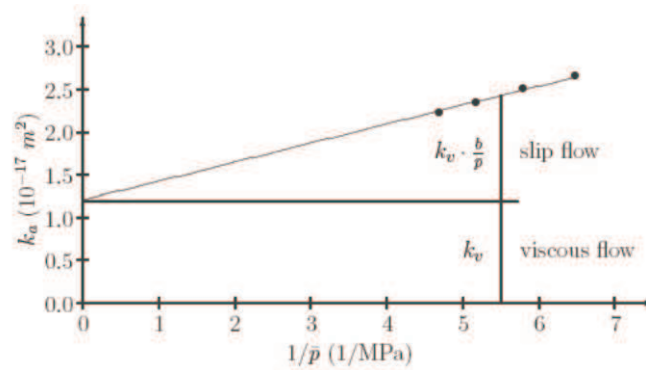


FIGURE 1.25 – Méthode de Klinkenberg et son interprétation sur une série de résultats obtenus avec un béton ordinaire, d’après [Chatzigeorgiou, 2004]

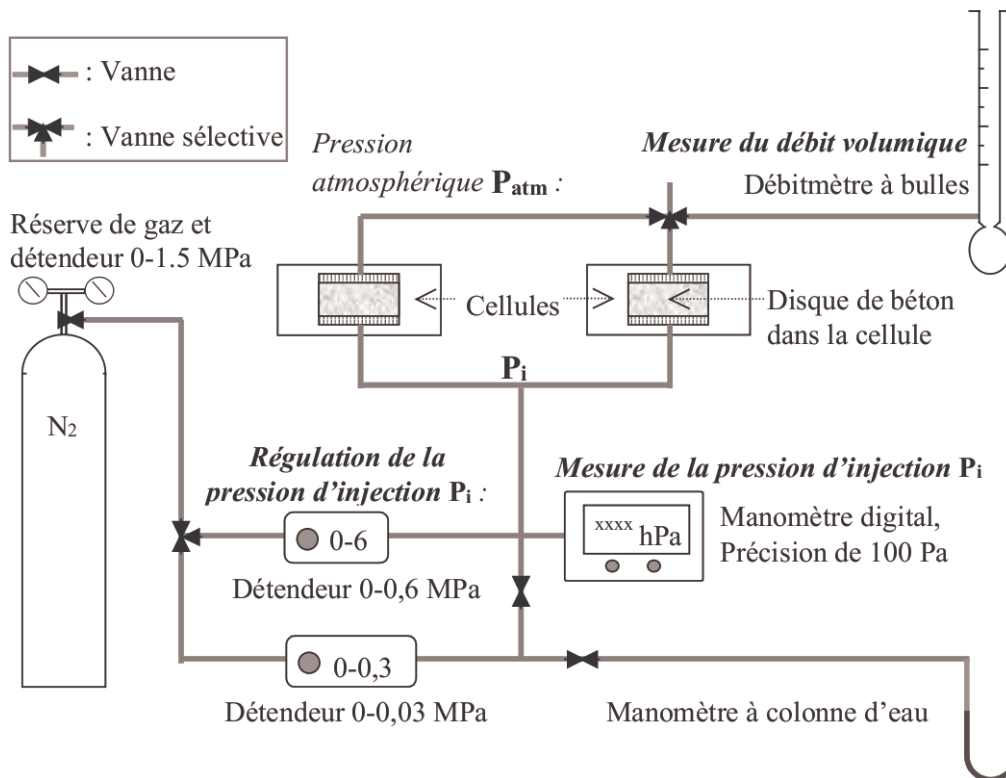


FIGURE 1.26 – Schéma du dispositif expérimental de mesure de perméabilité au gaz : perméamètre à charge constante [Picandet, 2001]

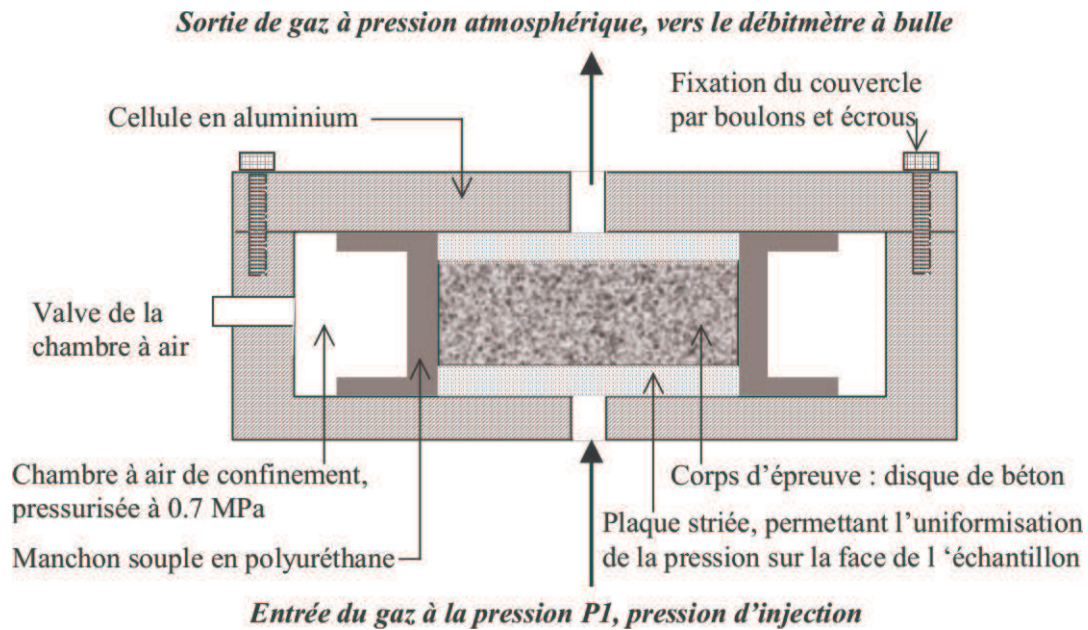


FIGURE 1.27 – Schéma d'une cellule du perméamètre, vue en coupe [Picandet, 2001]

## 1.5.2 Écoulements dans des milieux fissurés

### 1.5.2.1 Débit volumique dans une fissure modèle

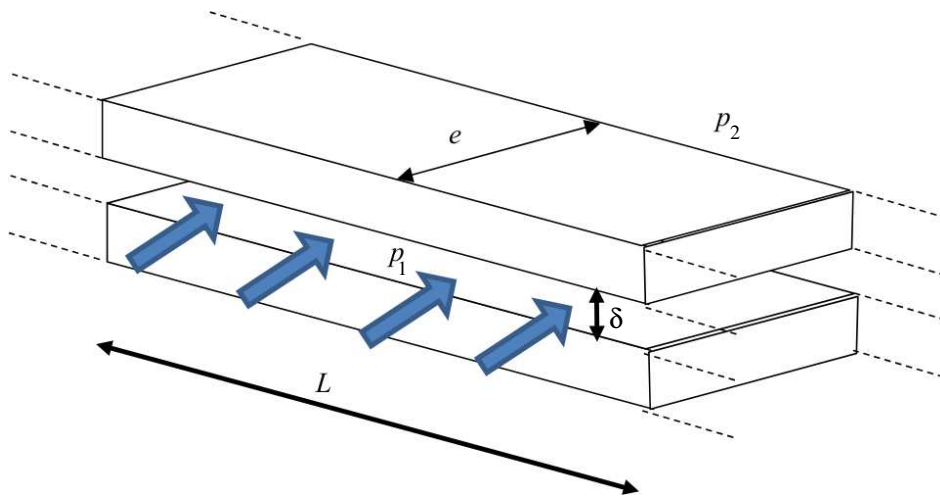


FIGURE 1.28 – Fissure modélisée par 2 plans lisses parallèles infinis

Considérons une fissure d'épaisseur  $\delta$ , assimilée à 2 plans parallèles infinis lisses (Figure 1.28). Le calcul du débit volumique  $Q_{Poiseuille}$  à travers deux plans parallèles peut être calculé analytiquement à partir des équations de Navier-Stokes, en faisant l'hypothèse que le régime d'écoulement est laminaire :

- Dans le cas d'un fluide incompressible (tel que l'eau) :

$$Q_{Poiseuille} = \frac{\delta^3 \cdot L \cdot (p_2 - p_1)}{12\mu e} = \frac{\delta^3 \cdot L \cdot \Delta P}{12\mu e} \quad (1.23)$$

- Dans le cas d'un gaz (fluide compressible) :

$$Q_{Poiseuille} = \frac{\delta^3 \cdot L \cdot (P_2^2 - P_1^2)}{24\mu e \cdot r \cdot T} \quad (1.24)$$

où :  $\delta$  est l'ouverture de fissure,  $p_1$  et  $p_2$  sont les pressions à l'entrée et à la sortie,  $L$  est la longueur de la fissure,  $r$  est la constante des gaz parfaits,  $T$  est la température moyenne du gaz.

### 1.5.2.2 Débit volumique dans une fissure réelle

Les expériences montrent que le débit du fluide sortant d'une fissure réelle  $Q_{réel}$  est plus faible que le débit attendu  $Q_{Poiseuille}$  et peut se mettre sous la forme suivante :

$$Q_{réel} = \xi \cdot Q_{Poiseuille} \quad (1.25)$$

où :  $\xi$  est le coefficient de réduction de débit.

En effet :

- les surfaces de fissures sont très rugueuses, ce qui perturbe l'écoulement du fluide ;
- les lèvres de la fissure ne sont pas horizontales, mais plutôt tortueuses. De plus, l'ouverture de fissure n'est pas constante. Il convient de raisonner avec une ouverture moyenne de fissure.

À partir des équations 1.20, 1.21, 1.23, 1.24 et 1.25, on peut déterminer

- le facteur de perméation à l'eau  $K_1$  :

$$K_1 = \xi \frac{\delta^3 \cdot L \cdot \Delta P}{12\mu \cdot S \cdot \Delta H} = \xi \frac{\delta^3 \cdot L \cdot \rho_1 \cdot g}{12\mu \cdot S} \quad (m/s) \quad (1.26)$$

- ou la perméabilité apparente dans le cas d'un gaz  $k_A$  :

$$k_A = \xi \frac{\delta^3 \cdot L \cdot P_2}{12S \cdot r \cdot T} \quad (1.27)$$

Selon les auteurs, pour les bétons,  $\xi$  varie de 0,1 à 1,0.

### 1.5.3 Perméabilité du béton sous chargements mécaniques

#### 1.5.3.1 Perméabilité au gaz de bétons sous chargement mécanique

La perméabilité au gaz est soit mesurée par l'écoulement axial dans une éprouvette de type disque, soit par l'écoulement radial dans une éprouvette cylindrique en béton. Les résultats obtenus par des auteurs comme Sugiyama [Sugiyama et al., 1996], Hearn [Hearn and Lok, 1998], Picandet [Picandet, 2001], Choinska [Choinska, 2006] ont démontré que la perméabilité du béton au gaz augmente fortement à partir d'un seuil de contrainte se trouvant entre  $0,65\sigma_{max}$  et  $0,75\sigma_{max}$  ( $\sigma_{max}$  est la contrainte au pic) (Figures 1.29). Ce seuil de contrainte dépend de la teneur en eau du béton des éprouvettes.

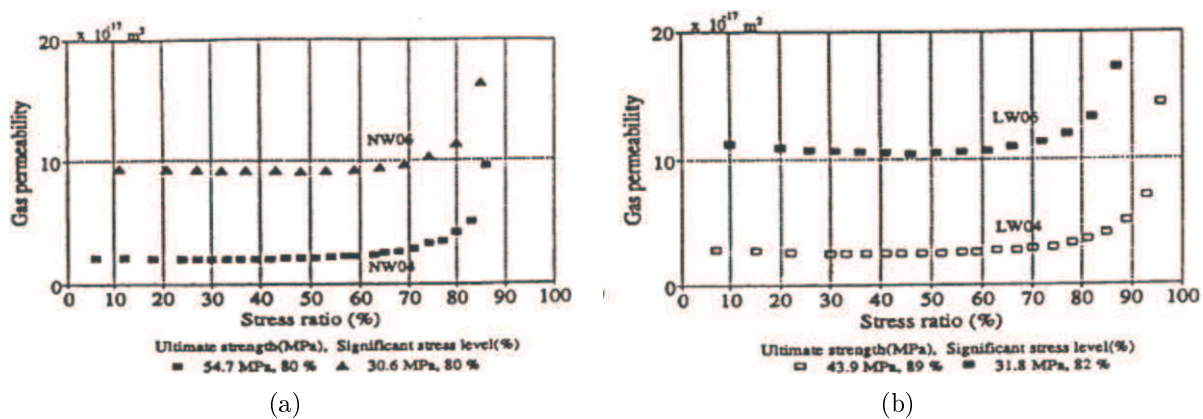


FIGURE 1.29 – Evolution de la perméabilité avec le taux de chargement pour (a) un béton à granulats normal et (b) un béton à granulats légers (d'après [Sugiyama et al., 1996])

Choinska [Choinska, 2006] a observé une diminution légère de la perméabilité par rapport à la perméabilité initiale quand la contrainte reste inférieure à  $0,70\sigma_{max}$ . Après ce seuil, la perméabilité augmente fortement en fonction du niveau de contrainte. La perméabilité sous chargement est plus faible que la valeur en déchargement. (Figure 1.30)

#### 1.5.3.2 Perméabilité à l'eau sous chargement mécanique

Kermani [Kermani, 1991] a déterminé la perméabilité résiduelle du béton sur les disques  $10 \times 20$  (cm) préalablement chargés en compression. Ses résultats pour trois types de béton montrent une augmentation rapide de la perméabilité quand la contrainte relative dépasse le seuil  $0,40\sigma_{max}$  (figure 1.31).

Gérard [Gerard, 1996] a montré avec l'essai "BIPEDE" que l'accroissement de la perméabilité à l'eau d'échantillons soumis à de la traction est une fonction des déformations de l'échantillon au cube. La valeur de la perméabilité à l'eau se trouve dans l'intervalle de  $10^{-11}$  à  $10^{-7}$  (m/s). (Figure 1.32)

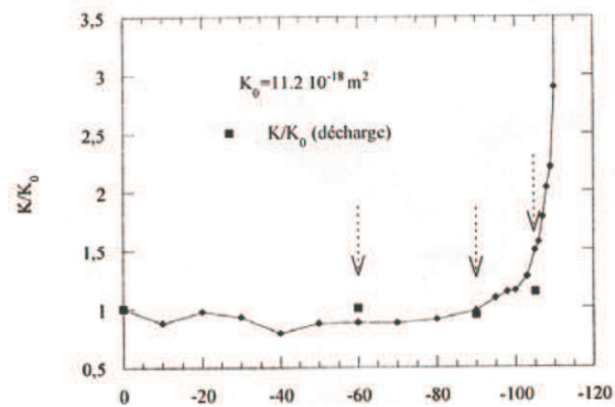


FIGURE 1.30 – Rapport de la perméabilité mesurée sous chargement ou après déchargement et la perméabilité initiale en fonction du déviateur appliqué en essai triaxial confiné (d’après [Skoczylas, 1999])

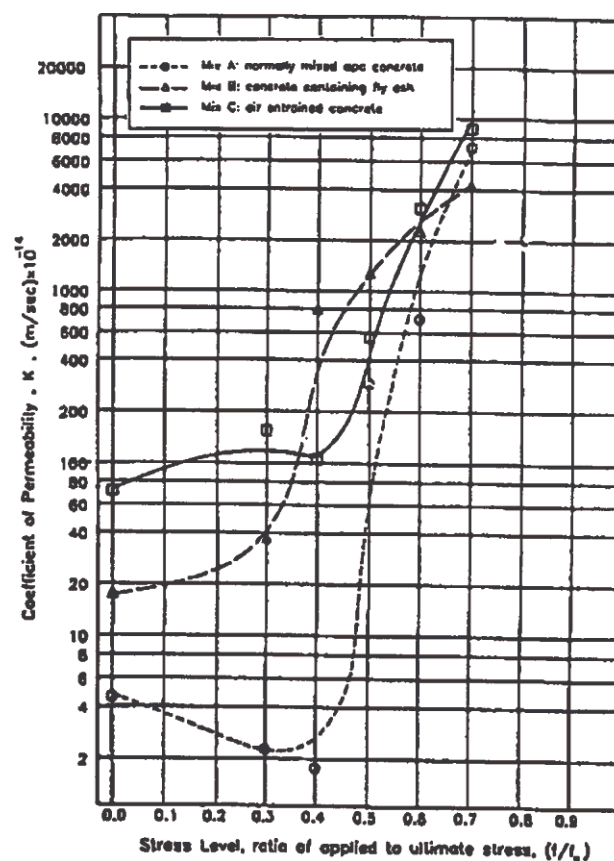


FIGURE 1.31 – Evolution du facteur de perméation en fonction de la charge de compression [Kermani, 1991]



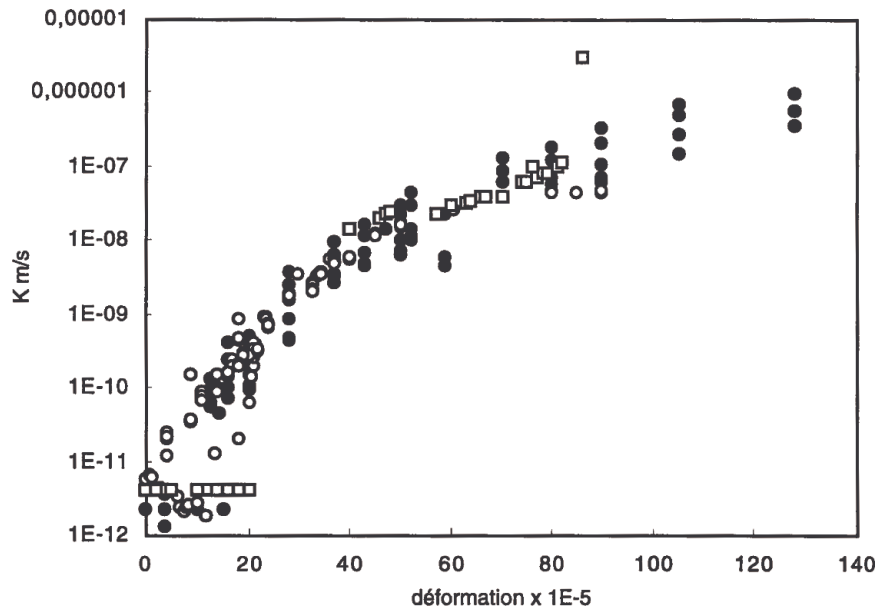


FIGURE 1.32 – Evolution de la perméabilité à l'eau  $K$  en fonction de la déformation des éprouvettes D65. Superposition de trois essais [Gerard, 1996]

D'après Gérard, la perméabilité à l'eau  $K$  est calculée par l'équation :

$$K(\varepsilon, d) = K_0 + \xi \frac{g \cdot \rho}{N^2 \pi 3 \eta} L^2 \left( \tau(d) \left( \varepsilon - \frac{\sigma}{E_0} \right)^3 \right) \quad (1.28)$$

où :  $K_0$  est la perméabilité à l'eau du matériau non fissuré ( $m/s$ ) ;  $\rho$  est la masse volumique du fluide ( $kg/m^3$ ) ;  $g$  est l'accélération de la gravité ( $m/s^2$ ) ;  $N$  est le nombre des macrofissures localisées repérées sur l'échantillon et  $\sigma$  et  $\varepsilon$  sont la contrainte et la déformation moyennes dans l'axe de l'échantillon.

Wang [Wang et al., 1997] a montré que la perméabilité à l'eau du béton via un disque en traction par fendage peut être négligée quand l'ouverture de la fissure est inférieure à  $50 \mu m$  ; par contre celle-ci devient significative au-delà d'une ouverture de  $200 \mu m$ . La perméabilité varie de  $10^{-9}$  à  $10^{-10}$  ( $m/s$ ) pour le béton sain et de  $10^{-3}$  à  $10^{-2}$  ( $m/s$ ) pour le béton fissuré avec une ouverture comprise entre  $300$  et  $400 \mu m$ .

### 1.5.3.3 Modèles sur l'évolution de la perméabilité de bétons sous charge-ments

Alors que de nombreux outils de simulation existent pour prédire l'état d'endommagement ou de fissuration de structures sollicitées mécaniquement, et ce, de façon adéquate, la prédiction de la perméabilité souffre d'un manque d'outils validés par les expériences. Les modèles discrets proposent des calculs d'écoulements dans les milieux fissurés en utilisant des modélisations extrêmement simplifiées basées sur un écoulement de Poiseuille pondéré par le coefficient de réduction de débit  $\xi$  représentant la tortuosité de la fissure,

sa rugosité ...

Les modèles phénoménologiques d'évolution de la perméabilité des bétons endommagés relient la perméabilité du matériau endommagé à l'endommagement et à la perméabilité du matériau sain, avec divers paramètres à ajuster selon les modèles, ce qui s'avère délicat. Ils ne sont par ailleurs applicables que pour l'endommagement diffus, même si Choinska [Choinska, 2006] a proposé un raccordement avec la loi discontinue de Poiseuille pour le milieu fissuré.

Les modèles théoriques de la perméabilité du béton sous chargement développés par quelques auteurs comme Dormieux et Kondo [Dormieux and Kondo, 2004] ou Chatzigeorgiou [Chatzigeorgiou et al., 2005] se basant sur la technique d'homogénéisation de la micromécanique ont aussi relié avec succès la perméabilité et l'endommagement, et démontré qu'il y a un seuil d'endommagement critique, au-delà duquel la perméabilité macroscopique augmente fortement par rapport à la perméabilité initiale. Ce seuil d'endommagement correspond à la présence des microfissures diffuses dans le béton.

#### 1.5.3.4 Simulations de l'écoulement à l'échelle de la fissure

Pour améliorer la prédiction des taux de fuite, Boussa [Boussa, 2000] a réalisé des simulations numériques d'écoulement de fluides (air et eau) dans des fissures réalistes générées statistiquement à partir des résultats (endommagement et fissuration) obtenus à partir d'un calcul éléments finis macroscopique. La position et l'ouverture des fissures est déterminée à partir de calculs mécaniques non linéaires (modèle de Fichant anisotrope [Fichant, 1996]), en utilisant la méthode d'Hillerborg pour le passage continu-discret.



FIGURE 1.33 – Construction du profil de fissuration avec des segments de droite d'après Boussa [Boussa, 2000]

Le profil réaliste de fissuration est généré aléatoirement à partir de segments de droite. Ce profil de fissuration est compatible avec l'échelle de l'écoulement et est ensuite utilisé pour calculer l'écoulement au travers des fissures considérée en résolvant par calcul éléments finis les équations de Navier-Stokes. Les résultats mettent en évidence la complexité

de l'écoulement d'un fluide à travers une fissure même pour des nombres de Reynolds relativement faibles. La géométrie de la fissure est alors un paramètre important pour l'évaluation des débits : pour une même ouverture de fissure et un même gradient de pression entre l'entrée et la sortie, l'ordre de grandeur du débit peut changer avec les différents profils de fissuration.



FIGURE 1.34 – Fissure réaliste obtenue après enrichissement du profil théorique d'après Boussa [Boussa, 2000]

### 1.5.4 Conclusion

Si les concepts de perméabilité, perméabilité apparente, perméabilité intrinsèque sont maintenant bien maîtrisés, la prédiction de la perméabilité de bétons endommagés mécaniquement reste un problème difficile. Nous pensons que l'approche mésoscopique pourra améliorer la prédiction des écoulements en milieu fissuré en permettant d'obtenir naturellement des profils de fissures réalistes, et des ouvertures de fissures. Il faudra alors coupler les résultats mécaniques à une modélisation simplifiée de type discrète, utilisant le coefficient de réduction de débit ou reprendre l'approche de Boussa [Boussa, 2000] pour le calcul des débits de fuites par une simulation à l'échelle de la fissure.

## 1.6 Comportement du béton au jeune âge

Lors de leur construction, les structures massives et plus particulièrement les enceintes de confinement des centrales nucléaires sont soumises à plusieurs types de déformations dues à l'hydratation du béton. En effet, d'une part, la réaction chimique du ciment avec l'eau est exothermique (les températures atteintes à cœur peuvent atteindre 60 °C) et thermo-activée, ce qui induit des déformations de dilatation puis de contraction. D'autre part, une dépression capillaire étant créée par la consommation d'eau due à l'hydratation du ciment (et l'apparition d'un volume gazeux), des déformations de contraction se produisent. Lorsque ces dernières sont empêchées par une partie de la structure déjà construite, ce qui est toujours le cas lors de la construction des structures, ces déformations volumiques induisent des contraintes de compression et de traction. En outre, dans les structures massives, la chaleur d'hydratation peut créer des déformations différentielles entre la peau et le cœur. Ainsi, il peut exister des fissurations au jeune âge, néfastes pour la durabilité des ouvrages (fissurations traversantes qui augmentent la perméabilité du béton et facilitent la pénétration des agents agressifs externes favorisant, entre autres

pathologies, la corrosion des armatures, et sont des zones de faiblesse en cas de sollicitation mécaniques ou thermiques ultérieures (et dans le cas des enceintes de confinement, lors des tests d'étanchéité décennaux ou lors d'incident).

Mais sans aller toujours jusqu'à une fissuration initiale, l'hydratation crée un état de contraintes initial qui peut influencer le comportement ultérieur du matériau. Au cours de la dernière décennie, des modèles numériques ont été développés pour la description du comportement mécanique du béton au jeune âge [Benboudjema and Torrenti, 2008, Lackner and Mang, 2004]. Ces modèles sont essentiellement tirés à partir des études expérimentales.

Comme la pâte de ciment est la composante essentielle de l'évolution du béton lors du processus d'hydratation, une approche mésoscopique pourra naturellement permettre de simuler l'état initial de contraintes et de quantifier son influence sur le comportement ultérieur du béton. Notre étude bibliographique du comportement au jeune âge sera donc centrée sur les modélisations de l'hydratation, du retrait et du fluage au jeune âge. On pourra se reporter aux travaux de Briffaut [Briffaut, 2010] pour une vision plus complète du comportement au jeune âge.

### 1.6.1 Hydratation du ciment

Le béton est un mélange de plusieurs composants avec au minimum du ciment, de l'eau, des granulats et du sable. Le ciment, liant hydraulique, apporte la propriété essentielle aux bétons : ils durcissent au contact de l'eau (et même sous eau). Dès que le ciment anhydre est mélangé avec de l'eau, les réactions chimiques d'hydratation avec formation des produits d'hydratation commencent et les propriétés du béton ainsi obtenu et de ses constituants (la pâte, surtout) évoluent dans le temps (module d'élasticité, résistance). Tant que cette hydratation n'est pas trop avancée le béton reste plus ou moins ouvrable (malléable), ce qui permet de le couler dans des coffrages variés dont il épouse les formes.

La structuration progressive du béton, qui passe d'une pâte fluide à une roche artificielle durcie, est liée à la formation des produits d'hydratation au cours de la réaction chimique. La réaction d'hydratation du ciment est une réaction très exothermique. Les élévations de température qui accompagnent le durcissement du béton peuvent atteindre plus de 50 °. En outre, l'hydratation du ciment est une réaction thermo-activée, ce qui implique que la vitesse de cette réaction chimique croît avec la température. Ainsi, à partir de ces considérations physiques, le degré d'hydratation (rapport de la masse de ciment ayant réagi à la masse de ciment initiale) est choisi comme paramètre fondamental pour étudier le comportement au jeune âge [De Schutter, 2002]. En effet, celui-ci permet d'intégrer la notion de température à la notion de temps créant ainsi une base commune à plusieurs caractéristiques (retrait, résistance en compression, traction, module d'élasticité,...). Par ailleurs, le béton est un matériau vieillissant, ce qui signifie que

ses propriétés mécaniques au jeune âge [De Schutter and Taerwe, 1996], mais aussi certaines de ses composantes de déformations différées comme le développement du fluage au jeune âge [De Schutter and Taerwe, 2000], évoluent en fonction du degré d'hydratation du ciment.

Sur la base d'études expérimentales, les évolutions des propriétés mécaniques qui décrivent la résistance et la rigidité de la pâte de ciment sont liées au degré d'hydratation, et seront présentées au paragraphe 4.2 puisque ce seront nos données d'entrée du modèle mésoscopique pour simuler les effets de l'hydratation.

La détermination du degré d'hydratation du béton peut se faire par un essai quasi-adiabatique (QAB) développé par le LCPC. Il consiste à mesurer la quantité de chaleur dégagée par le béton lors de son hydratation. En intégrant les échanges de chaleur entre l'environnement et l'éprouvette de béton, on obtient la quantité de chaleur dégagée elle-même proportionnelle au degré d'hydratation :

$$\xi(t) = \xi_{\infty} \times \frac{Q(t)}{Q_{\infty}}$$

avec

$$\xi_{\infty} = 1 - \exp\left(1 - 3,33\frac{E}{C}\right) \text{ ([Waller, 2000])}$$

où  $\xi(t)$  est le degré d'hydratation à l'instant  $t$ ;  $\xi_{\infty}$  le degré d'hydratation ultime;  $Q(t)$  la quantité de chaleur dégagée à l'instant  $t$  et  $Q_{\infty}$  la quantité de chaleur dégagée ultime.

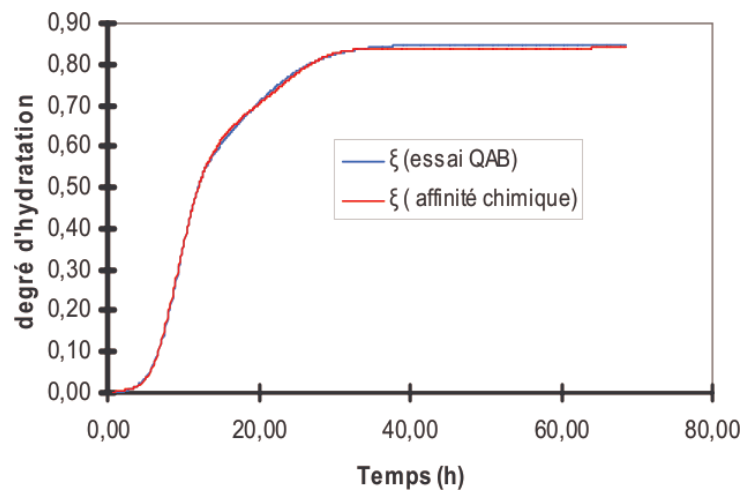
Ulm et Coussy [Ulm and Coussy, 1998] ont montré que l'utilisation de l'affinité chimique  $\tilde{A}(\xi)$  permet, en utilisant une loi d'Arrhenius, de calculer le degré d'hydratation pour tous les historiques possibles d'évolution de la température :

$$\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (1.29)$$

où  $\xi$  est le degré d'hydratation;  $\tilde{A}(\xi)$  est l'affinité chimique normalisée;  $E_a$  est l'énergie d'activation ( $Jmol^{-1}$ )(considérée comme constante);  $R$  est la constante des gaz parfaits ( $R = 8.314Jmol^{-1}K^{-1}$ ) et  $T$  est la température (Kelvin).

La description de l'évolution du degré d'hydratation est donc pilotée par l'énergie d'activation et l'affinité chimique qui nécessitent une détermination expérimentale.

L'affinité chimique peut être déterminée à partir d'essais calorimétriques adiabatiques (ou semi-adiabatiques avec correction des pertes) mais également à partir de l'évolution des résistances en compression [Ulm and Coussy, 1998]. Son évolution en fonction du degré d'hydratation est donnée sur la figure 1.35.



(a) Évolution du degré d'hydratation

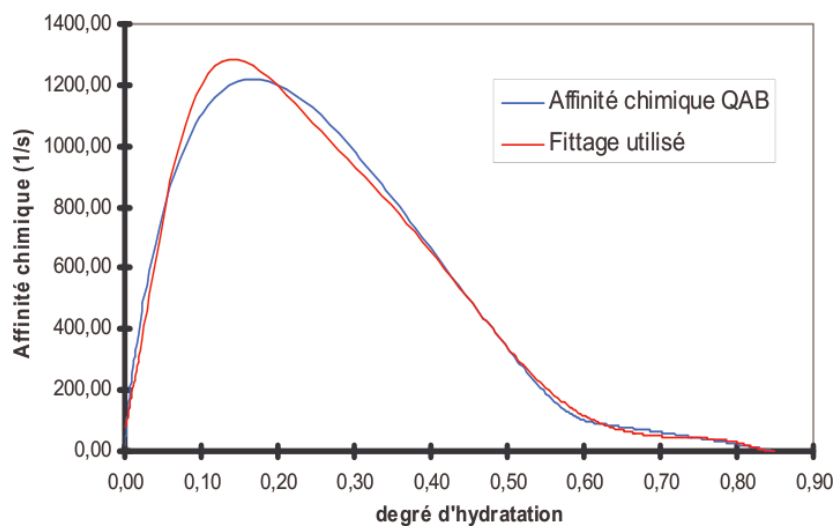
(b) Évolution de l'affinité chimique en fonction de  $\xi$ 

FIGURE 1.35 – Degré d'hydratation et affinité chimique obtenu par le QAB (d'après [Briffaut, 2008])

## 1.6.2 Retrait et fluage du béton

Le retrait est une déformation volumique en l'absence de chargement mécanique extérieur appliqué, tandis que le fluage est une déformation additionnelle du retrait, qui se produit lors de l'application d'un chargement considéré constant. Lors de l'application mécanique d'un chargement sur un élément cimentaire, une déformation instantanée a lieu, cette déformation constitue la déformation élastique, et si le chargement est maintenu, une déformation additionnelle se produit, et cette déformation visco-élastique s'appelle le fluage.

Les déformations des bétons sont conventionnellement séparées en fonction de leurs origines physico-chimiques en différentes déformations élémentaires : de retrait endogène (d'auto-dessiccation), de retrait de séchage (dessiccation), de retrait thermique, de fluage propre (endogène) et de fluage de séchage (dessiccation).

Dans notre étude, les déformations de retrait de séchage et de fluage ne seront pas prises en compte, et ne sont pas décrites dans ce mémoire.

### 1.6.2.1 Retrait endogène

Le retrait endogène se produit pendant l'hydratation même en l'absence d'échange hydrique avec le milieu ambiant (i.e. sans perte en masse) et est donc qualifié d'endogène. On retrouve ce retrait même au cœur d'une structure massive en béton.

Des résultats expérimentaux montrent que l'évolution de retrait endogène est linéaire en fonction du degré d'hydratation [Mounanga et al., 2006]. Une relation incrémentale linéaire a été proposée par [Ulm and Coussy, 1998] pour modéliser le retrait endogène :

$$\dot{\epsilon}_{au} = -k\dot{\xi}\delta_{ij} \quad \text{pour } \xi > \xi_0 \quad (1.30)$$

où  $\xi_0$  est le seuil de percolation ;  $k$  est un paramètre du matériau et  $\delta_{ij}$  est le tenseur unité.

### 1.6.2.2 Retrait thermique

Le retrait thermique est dû à un gradient thermique important entre le cœur d'une structure et la peau. Les variations de température interne sont induites soit par une source de chaleur externe (climatique) soit par une source interne (hydratation). La chaleur interne produite par l'hydratation est importante. Cette différence entre la dilatation thermique à l'intérieur et la contraction à l'extérieur entraîne des contraintes supplémentaires en traction, et si ces contraintes dépassent la résistance du béton, une fissuration se produit.

D'après [Laplante, 1993], la valeur du coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  est très élevée au tout jeune âge mais elle se stabilise très vite vers une constante. La déformation

de retrait thermique s'exprime de la manière suivante :

$$\dot{\epsilon}_{th} = \alpha \dot{T} \delta_{ij} \quad (1.31)$$

### 1.6.3 Conclusions

C'est à partir du modèle thermo-chimique d'hydratation et des modèles de retraits endogène et thermique présenté ci-dessus que nous pourrons simuler l'hydratation du béton à l'échelle mésoscopique.

## 1.7 Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre une synthèse bibliographique en relation avec notre thème d'étude sur l'apport de la modélisation mésoscopique du béton pour la prédiction de la fissuration et des écoulements en cas d'accident grave.

Nous avons d'abord rappelé les grandes caractéristiques du comportement du béton sous chargement de compression, de traction uniaxiale, de flexion afin de mettre en évidence les phénomènes physiques et les principales caractéristiques intervenant lors de la dégradation des matériaux et devant être reproduits lors des simulations. Du côté des modèles, nous avons essentiellement présenté deux modèles d'endommagement du béton, celui de Mazars et celui de Fichant. Dans la suite de ce travail, nous utiliserons dans notre modèle mésoscopique de béton bi-phasique, pour chacun des constituants (pâte et granulat) le modèle d'endommagement isotrope unilatéral de Fichant pour effectuer des simulations numériques en traction et en compression uniaxiale en 2D et en 3D (chapitre 3, chapitre 4 paragraphe 4.1 et paragraphe 4.3) et pour effectuer des simulations numériques de l'hydratation dans le chapitre 4 paragraphe 4.2. Nous avons aussi dans ce chapitre présenté les effets d'échelle observables avec le béton (la contrainte nominale au moment de la rupture varie en fonction de la taille de l'éprouvette), d'un point de vue expérimental et modélisation, avec l'approche de Bažant. Un modèle mésoscopique, en rendant compte des hétérogénéités du matériau, doit être à même de simuler ces effets d'échelles. Nous présenterons ce problème dans le chapitre 4 paragraphe 4.3 avec des essais de flexion 3 points pour plusieurs tailles d'éprouvettes entaillées, géométriquement similaires (homothétie).

Différentes approches à l'échelle mésoscopique ont été présentées ensuite et nous permettent de mieux comprendre les principes de base de représentation du béton à l'échelle mésoscopique, les différentes possibilités d'intégrer cette représentation mésoscopique dans un modèle mécanique (méthodes discrètes, méthodes des treillis ou méthodes éléments finis) et les difficultés à surmonter. Nous utiliserons par la suite une modélisation basée sur les méthodes éléments finis et nous nous attacherons à développer une technique de



maillage simple et robuste (cf. chapitre 2) permettant de représenter une importante classe granulaire (de 1 à 25 mm). Malgré l'intérêt de représenter des granulats de forme réaliste, nous utiliserons des granulats idéalisés qui facilitent à la fois la génération aléatoire du squelette granulaire, et le passage 2D-3D.

Nous avons aussi présenté une partie bibliographique sur la perméabilité du béton dans laquelle nous nous sommes particulièrement intéressés à son évolution dans le cas où le béton est sollicité mécaniquement. La perméabilité d'une structure fissurée est fonction de la géométrie des fissures (ouverture, largeur, longueur, tortuosité, rugosité, ...) et la plupart des modèles utilisent simplement un coefficient de réduction de débit à partir d'un écoulement de Poiseuille. Nous utiliserons dans le chapitre 4 paragraphe 4.1 notre modèle mésoscopique pour simuler des essais de perméabilité de béton chargés en traction et en compression et montrerons que l'utilisation du coefficient de débit devient inutile avec notre approche.

Enfin, nous avons rappelé les principes de base des mécanismes d'hydratation des matériaux à matrice cimentaire et le phénomène de retrait avec, au jeune âge, les retraits endogène et thermique. Nous proposerons au chapitre 4 paragraphe 4.2 d'utiliser le modèle mésoscopique pour simuler le comportement au jeune âge (hydratation et retrait seront pris en compte) afin d'obtenir l'état de contrainte et d'endommagement initial dans le matériau et de voir son influence sur le comportement ultérieur.

## Chapitre 2

# Génération de la mésostructure

## 2.1 Introduction

L'évaluation du comportement du béton au niveau mésoscopique nécessite la génération d'un béton numérique avec au minimum une structure bi-phasique pâte de ciment / granulats dans un tel béton numérique. Les granulats sont distribués aléatoirement dans l'échantillon pour constituer le squelette granulaire et la pâte de ciment remplit l'espace entre les particules (granulats). Dans un béton numérique, la matrice ou pâte contient les plus petits granulats, et dépend donc de la finesse de la représentation géométrique des granulats. Sa position dépend entièrement de la distribution spatiale des particules (granulats).

Le béton numérique doit pouvoir être représenté en 2D ou en 3D. Par rapport au squelette granulaire, nous savons d'expérience que le comportement du béton est fortement dépendant de la qualité de l'empilement granulaire, une des étapes essentielle de la formulation des bétons étant l'optimisation du squelette granulaire. La forme des granulats influence aussi le comportement mécanique des bétons, mais de façon plus marginale. Nous avons donc choisi de générer des bétons numériques contenant des inclusions circulaires en 2D ou sphériques en 3D, avec l'ambition de représenter la structure du béton avec la plus grande finesse possible compte tenue des moyens de calculs disponibles, ce qui exclut a priori de mailler exactement les granulats.

Nous avons donc étudié différentes méthodes de maillages d'un béton numérique dans le code de calcul élément finis Cast3M, à partir d'un cas test ne contenant qu'un seul granulat puis nous avons développé une procédure de génération aléatoire de squelettes granulaires d'un béton numérique qui satisfasse à la courbe granulométrique d'un béton réel et développé un modèle mésoscopique pour le béton, ce modèle se base sur une représentation de la structure du béton à l'échelle du millimètre en respectant la courbe granulométrique.

## 2.2 Méthode de maillage du béton dans CAST3M

Notre objectif est de pouvoir utiliser dans Cast3M un béton numérique bi-phasique généré aléatoirement à partir d'une courbe granulométrique (cf. paragraphe suivant). Ce béton contiendra donc de très nombreux granulats, des plus gros granulats du béton aux plus petits (et cette dernière dimension dépendra du maillage).

### 2.2.1 Méthode de maillage

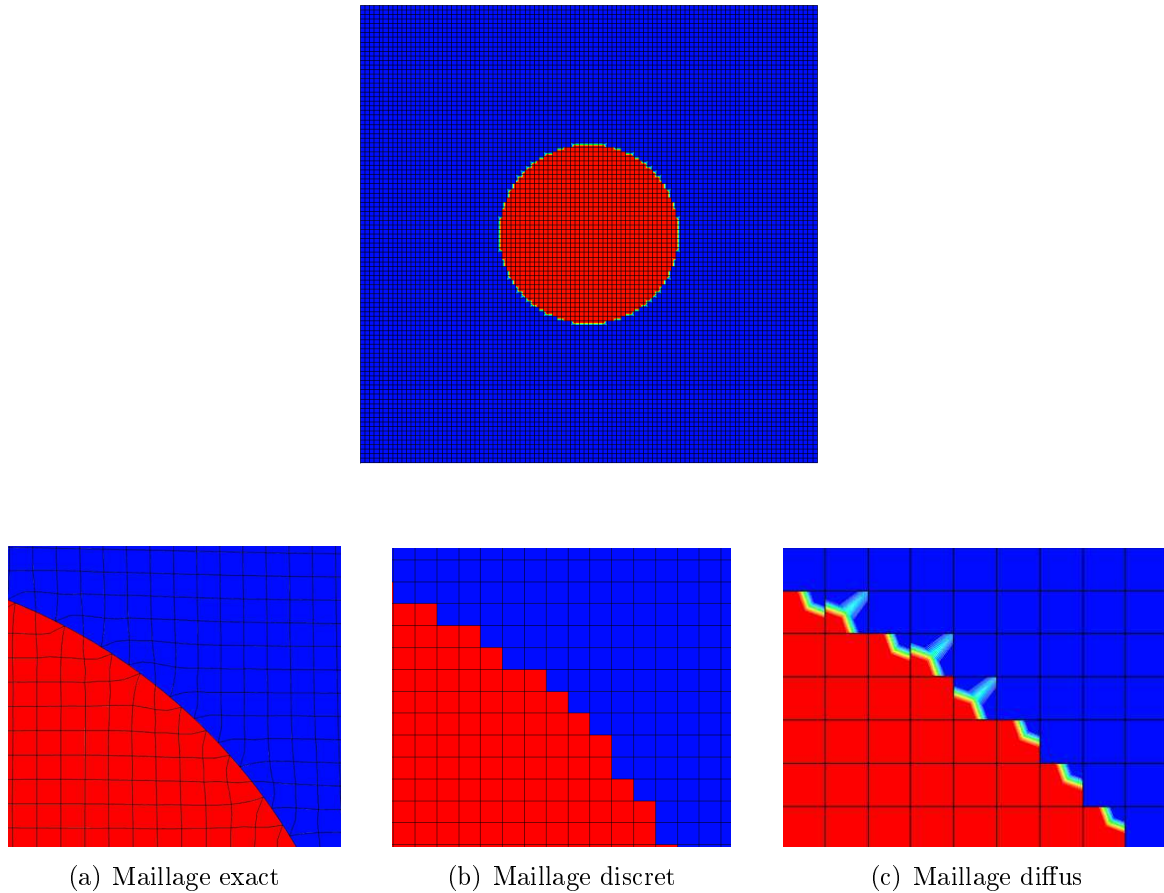


FIGURE 2.1 – Trois types de maillages en 2D avec un seul granulat

Plusieurs méthodes de maillage pouvaient être envisagées, et nous avons, dans un premier temps, testé trois méthodes de maillage sur un échantillon test comprenant un seul granulat sollicité en traction, et représenté en 2D (granulat circulaire) :

- Méthode 1 : Chaque granulat est maillé séparément en respectant les contours (arcs de cercles approchés par des segments - la finesse de représentation dépend donc du maillage), puis la matrice est générée (maillage exact) (figure 2.1(a)).
- Méthode 2 : Les granulats sont projetés sur une grille fixe dont chaque élément représente du granulat ou de la pâte (maillage discret) (figure 2.1(b)). L'élément prend donc les caractéristiques matérielles du constituant majoritaire en volume dans celui-ci.
- Méthode 3 : Les propriétés des granulats et de la pâte sont projetés sur le champ par éléments (donc sur les fonctions de forme) associé à un maillage de grille fixe, avec des quadrilatères à 4 nœuds en 2D (maillage diffus) (figure 2.1(c)) et cubiques à 8 nœuds en 3D. Chacun des points de Gauss de l'élément est affecté des caractéristiques du matériau correspondant en fonction de sa position (figure 2.2).

Le calcul de la matrice de rigidité élémentaire  $\mathbf{K}_e$  prend en compte la répartition

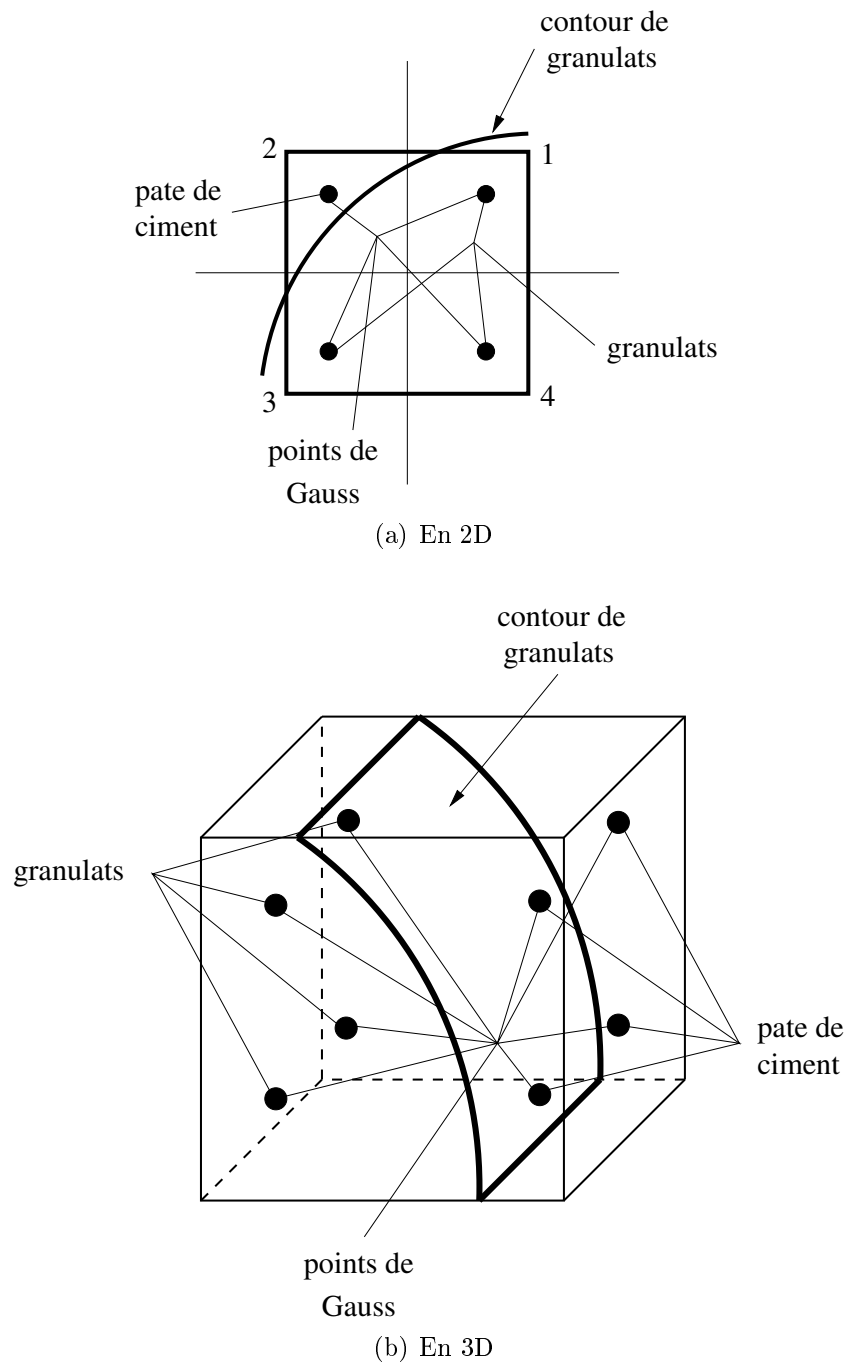


FIGURE 2.2 – Affectation des caractéristiques de la pâte de ciment ou des granulats sur les points de Gauss d'un élément

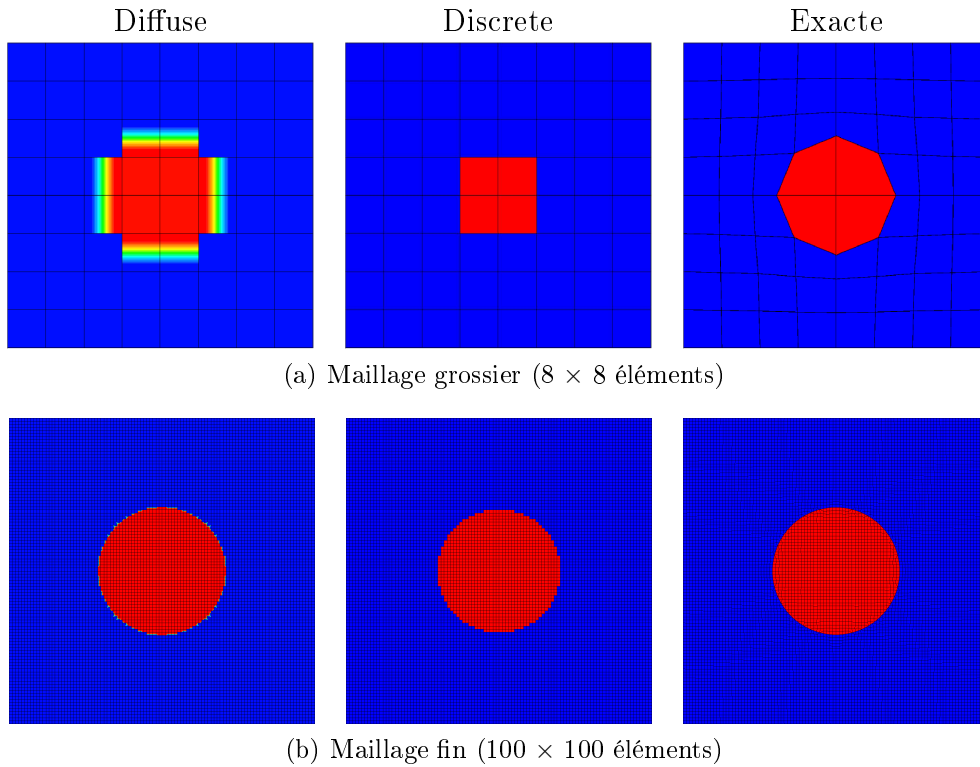


FIGURE 2.3 – Maillage du béton pour les trois différentes méthodes

des différents matériaux :

$$\mathbf{K}_e = \sum_{i=1}^N w_i \mathbf{B}^t(\xi_i, \eta_i) \mathbf{C}_i \mathbf{B}(\xi_i, \eta_i) \quad (2.1)$$

où :  $N$  est le nombre de points de Gauss,  $w_i$  sont les poids associés à chaque point de Gauss,  $\xi_i$  et  $\eta_i$  sont les coordonnées réduites des points de Gauss,  $\mathbf{B}$  est la matrice gradient des fonctions de forme,  $\mathbf{C}_i$  est la matrice de comportement du matériau au point de Gauss  $i$ .

### 2.2.2 Capacité des méthodes de maillages à reproduire le ratio pâte/granulat

Afin de valider les trois méthodes de maillage, un test sur un échantillon en 2D avec un seul granulat circulaire est effectué. Deux tailles de maillage ont été utilisées pour ce test (Figure 2.3). Pour effectuer des simulations numériques, nous allons développer un modèle mésoscopique pour le béton. Ce modèle se base sur une représentation de la structure du béton à l'échelle du millimètre en respectant la courbe granulométrique.

### 2.2.2.1 Modèle de comportement pour les constituants du béton numérique

Les modèles macroscopiques ont généralement beaucoup de paramètres qui permettent de décrire la complexité du comportement du béton. La plupart de cette complexité peut être représentée par la géométrie, aussi, nous avons choisi un modèle de comportement pour la pâte de ciment et les granulats qui soit le plus simple possible, basé sur un modèle de Mazars [Mazars, 1984]. L'interface pâte/granulats est considérée comme parfaite (pas d'éléments joints). Le modèle utilisé est le modèle isotrope de Fichant [Fichant et al., 1999] qui permet de maîtriser l'énergie de fissuration  $G_f$ . Pour ce modèle, pour tous les calculs (sauf le dernier calcul concernant l'étude de l'effet d'échelle) dans nos travaux, nous avons désactivé la plasticité et limité les effets d'endommagement en compression. Ce modèle simple représente les effets unilatéraux et fournit des résultats objectifs quelle que soit la taille du maillage [La Borderie et al., 2007]. La contrainte effective  $\bar{\sigma}$  est obtenue à partir de la déformation  $\varepsilon$  et des caractéristiques initiales du matériau  $E$  et  $\nu$  :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\varepsilon_{ij} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (2.2)$$

on calcule ensuite la contrainte  $\sigma$  à partir de la variable d'endommagement  $D$  :

$$\sigma_{ij} = (1-D)\langle\bar{\sigma}\rangle_{ij}^+ + (1-D)^{\alpha_1}\langle\bar{\sigma}\rangle_{ij}^- \quad (2.3)$$

où  $\langle X \rangle^+$  et  $\langle X \rangle^-$  désignent les parties positives et négatives du tenseur  $X$  définies par Ladevèze [Ladevèze, 1983]. L'endommagement est calculé à partir de la déformation équivalente  $\tilde{\varepsilon}$  définie par Mazars [Mazars, 1986]. Cette déformation équivalente est représentative des extensions.

$$D = 1 - \frac{f_t}{E\tilde{\varepsilon}} \exp\left(\frac{hf_t}{G_f}\left(\frac{f_t}{E} - \tilde{\varepsilon}\right)\right) \quad (2.4)$$

$$\text{avec } \tilde{\varepsilon} > \frac{f_t}{E} \text{ et } \dot{D} > 0$$

où  $f_t$  désigne la contrainte ultime en traction,  $G_f$  l'énergie de fissuration et  $h$  est la taille de l'élément fini considéré [La Borderie et al., 2007] pour un maillage isotrope régulier :  $h = \sqrt{\int_{\Omega_e} dx dy}$  (en 2D) et  $h = \sqrt[3]{\int_{\Omega_e} dx dy dz}$  (en 3D), où  $\Omega_e$  représente l'élément fini.

	$E(GPa)$	$\nu$	$f_t(MPa)$	$G_f(J/m^2)$	$\alpha_1$
Pâte	15	0.2	3	20	10
Granulats	60	0.2	6	60	30

TABLE 2.1 – Caractéristiques mécaniques des constituants

Les paramètres donnés dans le tableau 2.1 ont été utilisés pour toutes les simulations. Le coefficient  $\alpha_1$  donne une résistance en compression  $f_c = 90MPa$  pour la pâte de ciment et  $f_c = 400MPa$  pour les granulats. En effet, nous voulons prouver que le comportement

macroscopique du béton en compression est essentiellement dû à l'endommagement à cause de l'extension de déformation et de l'hétérogénéité du matériau. Pour cette raison, les paramètres mécaniques du modèle mésoscopique sont tels que la résistance en compression maximale des composants est significativement supérieure à celle du béton modélisé. De cette manière, dans nos simulations, la rupture du béton ne sera pas la conséquence de l'effondrement des constituants sous compression.

### 2.2.2.2 Simulations numériques pour les trois méthodes de maillage

#### Sollicitations et conditions aux limites

L'échantillon du béton numérique est sollicité en traction uniaxiale dans le code de calcul Cast3M. Nous avons mis en place des conditions pseudo périodiques (symétries sur les bords AB et DA) qui permettent néanmoins de conserver le bord BC libre. On impose un déplacement vertical  $\Delta$  sur le bord CD dans la direction  $Y$  (Figure 2.4).

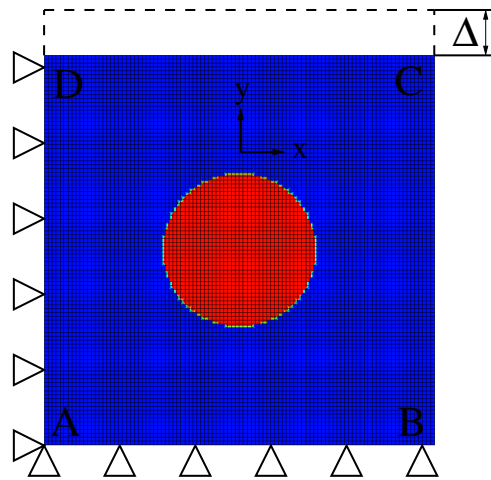


FIGURE 2.4 – Conditions aux limites

#### Résultats des simulations

Les trois méthodes donnent les mêmes résultats en traction (Figure 2.5) avec un maillage fin (100 x 100 éléments) ou même avec un maillage grossier (8x8 éléments). En effet, pour une taille de maillage donnée, de légers écarts sont observés sur la valeur  $f_t$ , sur le module d'Young  $E$  et sur la partie post-pic. Les écarts sont plus importants quand le maillage est grossier, mais restent faibles (inférieurs à 5% sur  $f_t$  et  $E$  pour le maillage le plus grossier, et presque 10 fois plus faibles sur le maillage le plus fin). Le comportement est d'autant plus raide que le maillage est grossier.



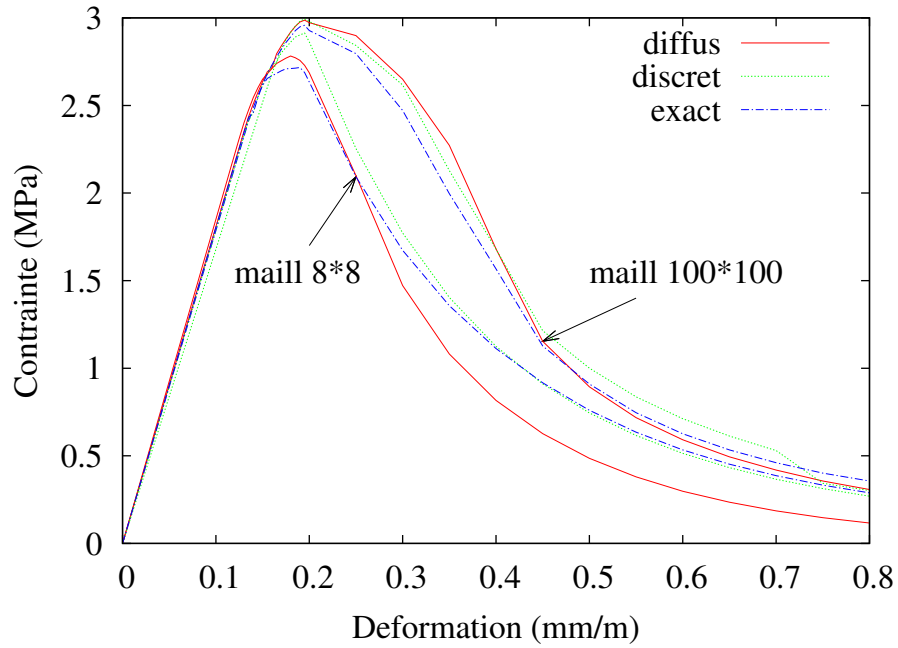


FIGURE 2.5 – Courbe contrainte-déformation en traction

(a)

Méthode	Maillage 8x8			Maillage 100x100		
	$G_f^*$ ( $J/m^2$ )	$E$ (GPa)	$f_t$ (MPa)	$G_f^*$ ( $J/m^2$ )	$E$ (GPa)	$f_t$ (MPa)
Diffuse	48.3	18.5	2.78	68.1	18.1	2.99
Discrete	55.8	16.8	2.91	69.1	17.9	2.99
Exacte	55.2	17.9	2.72	66.5	18.0	2.96
Valeur moyenne	53.1	17.7	2.80	67.9	18.0	2.98
Ecart maximum par rapport à la moyenne	9.1%	5.1%	3.8%	2.1%	0.6%	0.7%

(b)

	Méthode	Ecart par rapport au maillage 100x100 (%)		
		$\Delta G_f$	$\Delta E$	$\Delta f_t$
		Maillage 8x8	Diffuse	29.1
Discrete	19.2		6.2	2.7
Exacte	17.0		0.6	8.1

\*La valeur affichée n'est pas l'énergie de fissuration, mais l'aire sous la courbe  $\Sigma_{yy} - E_{yy}$  jusqu'à  $E_{yy} = 0,8\%$  en traction

TABLE 2.2 – Comparaison entre les résultats des deux types maillages (à partir de la Figure 2.5)

### 2.2.2.3 Erreur relative pour les trois méthodes de maillage

Nous allons montrer dans les paragraphes 3.4.2 que le rendu correct du ratio de granulats est important comme la capacité du modèle à prendre en compte les petits granulats. La figure 2.6 représente l'erreur relative de la surface du granulat  $A$  du modèle éléments finis d'un granulat circulaire de diamètre  $D$  lorsque la taille relative de la maille ( $D/h$ ) varie pour les trois approches. Les résultats donnés pour les trois méthodes lorsque  $(D/h) < 3$  sont supérieurs à 20%. Les approches exacte et diffuse donnent rapidement de bons résultats alors que la méthode projetée converge très lentement vers la solution exacte. Pour la même maille des éléments finis, les méthodes exactes et diffuses sont capables de prendre en compte des granulats plus petits que la méthode projetée. Pour placer chaque granulat dans l'échantillon du béton, la méthode exacte demande beaucoup de temps, du fait des principaux problèmes de maillage, lorsque les petits et les gros granulats sont placés proches les uns des autres. De plus, la méthode exacte est pratiquement impossible à réaliser en trois dimensions. C'est pourquoi nous allons utiliser l'approche diffuse par la suite.

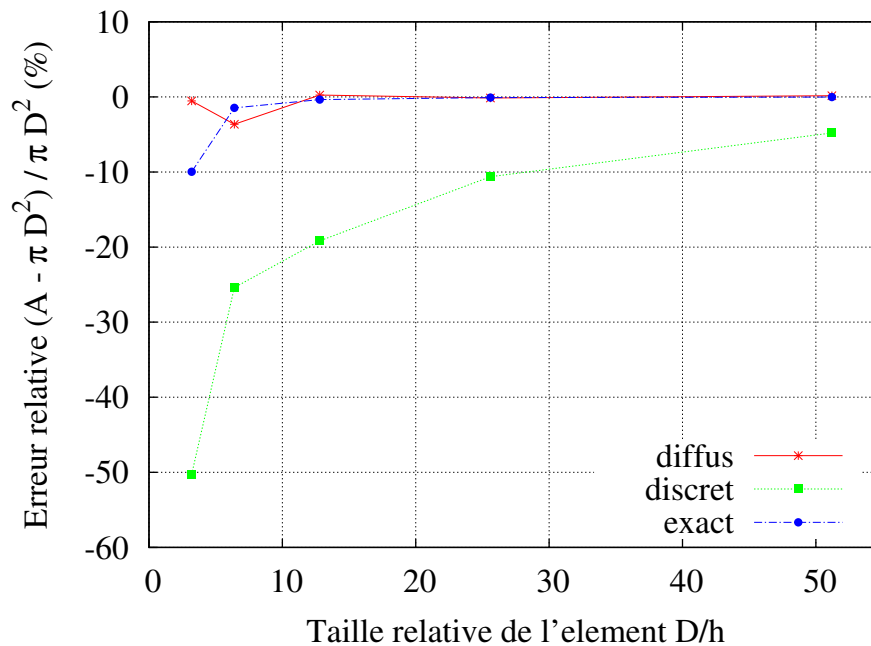


FIGURE 2.6 – Erreur relative pour les trois méthodes de maillage

### 2.2.3 Conclusions

Après avoir comparé les résultats de trois méthodes sur un échantillon test, nous allons utiliser la méthode diffuse par la suite. Avec cette méthode, qui est facile à installer, les propriétés du matériau sont définies aux points de Gauss pour la rigidité et il n'y a pas

besoin de modéliser l'interface entre la pâte et les granulats. Par contre, il n'existe aucun moyen de donner à la zone de transition interfaciale un comportement particulier avec cette méthode.

## 2.3 Génération du squelette granulaire

Le modèle du béton numérique est d'abord développé en deux dimensions avec des disques, puis en trois dimensions avec des sphères. Les disques ou les sphères sont distribuées aléatoirement en respectant une courbe granulométrique donnée (béton M75C de Hager [Hager, 2004]- béton à haute performance de granulats calcaire,  $f_{cmoyen} = 75MPa$ ) (Figure 2.7). Nous utilisons une distribution logarithmique classique de la taille des classes des granulats et choisissons 12 ou 11 classes pour décrire les granulats. Nous avons choisi d'étudier un béton dont le diamètre des gros granulats est de 25 mm, la taille de l'échantillon est de 100x100 mm afin d'avoir un volume représentatif et la taille de l'élément est de 0,4 mm (en 2D) ou 1,25 mm (en 3D).

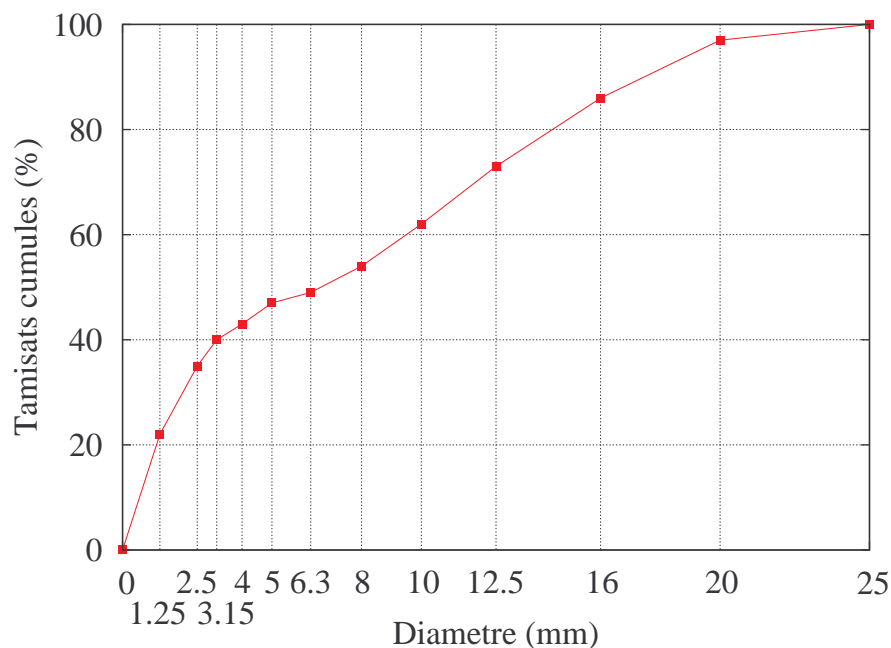


FIGURE 2.7 – Courbe granulométrique du béton M75C

La taille des granulats et leurs distributions dans le matériau affectent la distribution des endommagements pendant le processus de fissuration. Nous simulons le béton numérique M75C dont le plus gros granulats présente un diamètre de 25 mm. Afin d'avoir une description correcte de la géométrie, la plus petite taille des granulats du béton numérique est de 1,25 mm. La matrice représente alors la pâte de ciment et les granulats plus petits que cette limite.

Nous avons créé trois différents types de béton numérique :

- B1-12 contient 12 classes de granulats. La plus petite classe est de 0-1,25 mm.
- B2-11 contient 11 classes de granulats. La plus petite classe est de 0-2,5 mm.
- B3-11 contient 11 classes de granulats. La plus petite classe est de 1,25-2,5 mm (nous avons enlevé la plus petite classe (0-1,25 mm) du maillage 12 classes pour créer ce maillage 11 classes). Les plus petits granulats sont alors présents dans la matrice.

### 2.3.1 Placement des granulats

Basée sur une procédure décrite dans le logiciel CEMHYD3D distribué gratuitement par NIST [Bentz, 1997], nous avons développé une procédure en Fortran qui distribue aléatoirement des granulats dans l'échantillon du béton.

- Le tirage aléatoire de la position des granulats se fait des plus gros (Figure 2.11a) aux plus petits granulats (Figure 2.11d).
- Les coordonnées  $(X_i, Y_i)$  du centre de gravité d'une nouvelle particule ayant un diamètre  $D_i$  sont déterminées par une fonction aléatoire, sans possibilité d'interpénétration avec des particules précédemment placées. Une boucle a été programmée afin de vérifier ce critère, et éventuellement, il faut refaire un nouveau tirage des coordonnées de la particule si ce critère n'est pas satisfait (Figure 2.8).
- Pour éviter l'effet de frontière qui augmente automatiquement le volume de la matrice entre les granulats, les inclusions sont placés dans un échantillon plus large (Figure 2.8 and Figure 2.11). Les parties de granulats situées en dehors de l'échantillon du béton ne sont pas comptés (figure 2.9). Pour chaque classe granulaire, nous avons calculé la fraction volumique de la partie des granulats à l'intérieur du domaine. Cette fraction volumique est comptée avec la fraction volumique des granulats entiers de cette classe à l'intérieur du domaine pour avoir la valeur de la fraction volumique de cette classe granulaire.

Les coordonnées  $(X_i, Y_i)$  du granulat  $i$  ayant un rayon  $R_i$  sont limitées par une fonction :  $(-L - R_i) \leq X_i, Y_i \leq (L + R_i)$  (Figure 2.10) où  $L$  est la demi longueur de l'échantillon, afin que le granulat appartienne entièrement à l'échantillon.

- Pour chaque classe granulaire, on tire les granulats jusqu'à ce que la valeur de la fraction volumique soit atteinte. Le processus doit passer à la classe suivante jusqu'à ce que la fraction volumique de la plus petite classe soit atteinte. Tous les granulats doivent trouver une bonne position. Si une particule ne peut pas trouver une place dans l'échantillon, la procédure se termine et une autre commence jusqu'à ce qu'elle place tous les granulats.
- La dernière étape consiste alors à couper toutes les parties de granulats extérieures à l'échantillon de béton.

La fraction volumique de chaque classe est donnée dans le tableau 2.3.

N° de la classe	Taille granulats (mm)	Tamisats cumulés (%)	Fraction volumique de chaque classe (%)			
			B1 – 12 en 2D	B2 – 11 en 2D	B3 – 11 en 2D	B1 – 12 en 3D
12	0 - 1.25	22	22			22
11	1.25 - 2.5	35	13	35	13	13
10	2.5 - 3.15	40	5	5	5	5
9	3.15 - 4	43	3	3	3	3
8	4 - 5	47	4	4	4	4
7	5 - 6.3	49	2	2	2	2
6	6.3 - 8	54	5	5	5	5
5	8 - 10	62	8	8	8	8
4	10 - 12.5	73	11	11	11	11
3	12.5 - 16	86	13	13	13	13
2	16 - 20	97	11	11	11	11
1	20 - 25	100	3	3	3	3

TABLE 2.3 – Fraction volumique de chaque classe granulaire

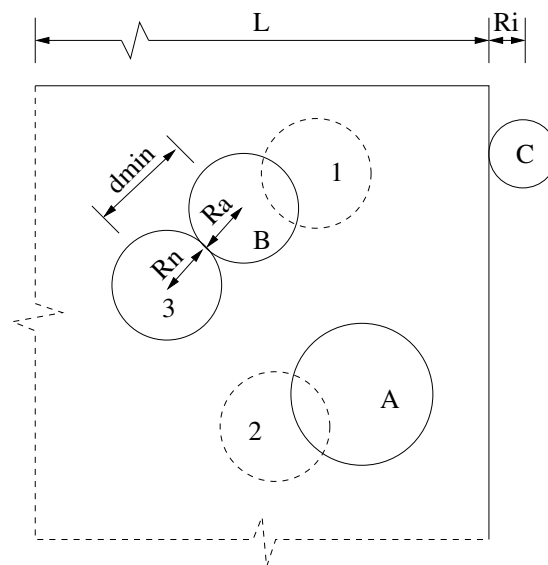


FIGURE 2.8 – Processus de placement des granulats

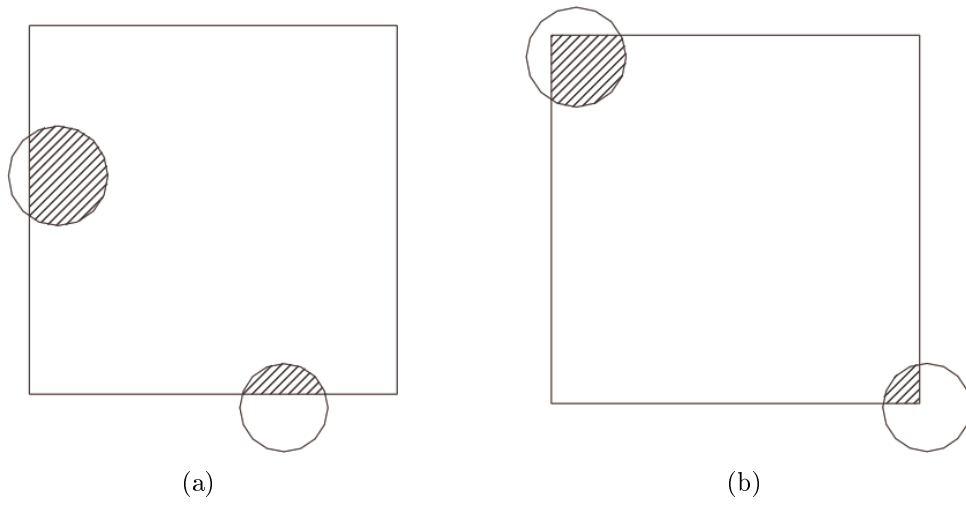


FIGURE 2.9 – La partie de granulats en dedans du domaine

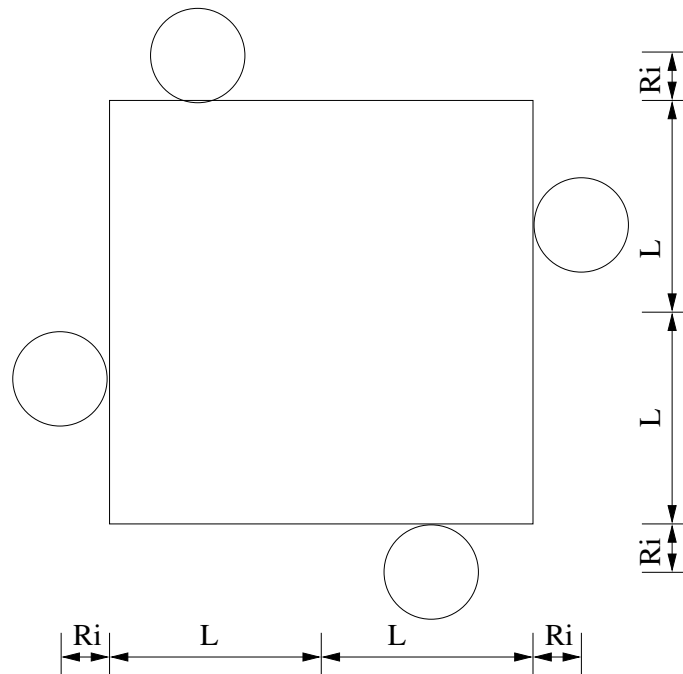


FIGURE 2.10 – Limites de positions des granulats

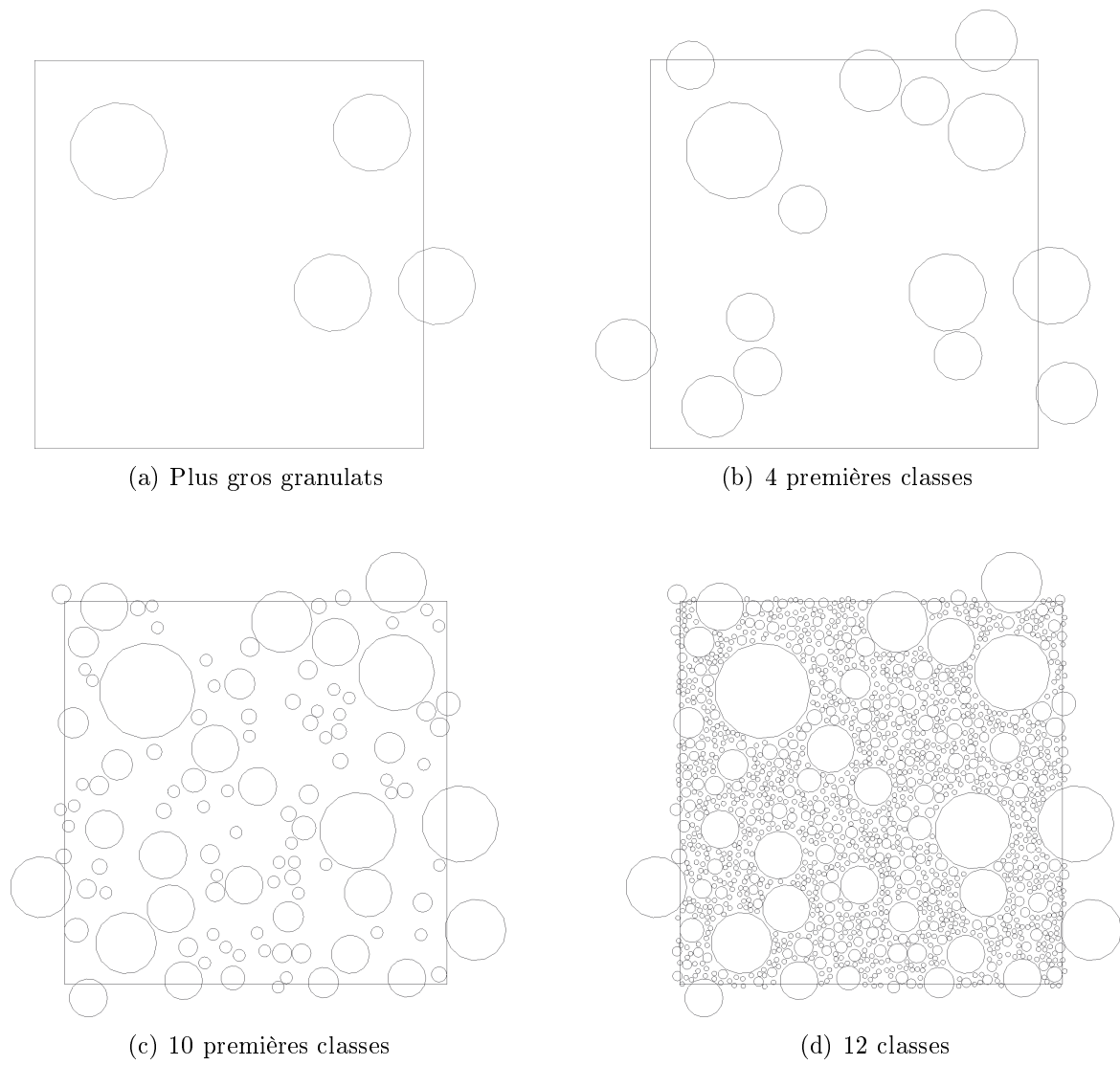


FIGURE 2.11 – Processus de placement des granulats en 2D

### 2.3.2 Maillage du béton

L'échantillon du béton numérique est implanté dans le code éléments finis Cast3M. Le maillage est obtenu en utilisant la méthode de maillage diffus : les propriétés des granulats et de la pâte sont projetées sur les points de Gauss des éléments en utilisant les fonctions de forme associées à un maillage quelconque composé de quadrilatères isoparamétriques à 4 nœuds en contraintes planes en 2D, ou de cubiques à 8 nœuds en 3D. La dimension des échantillons de béton est de 100x100 mm en 2D, avec des éléments de 0,4 mm et un cylindre de 100 mm de diamètre x 100 mm de hauteur en 3D avec des éléments de 1,25 mm (c'est-à-dire 63.001 nœuds en 2D ou 330.675 nœuds en 3D). Un exemple de la géométrie mésoscopique du béton est donné par la figure 2.12.

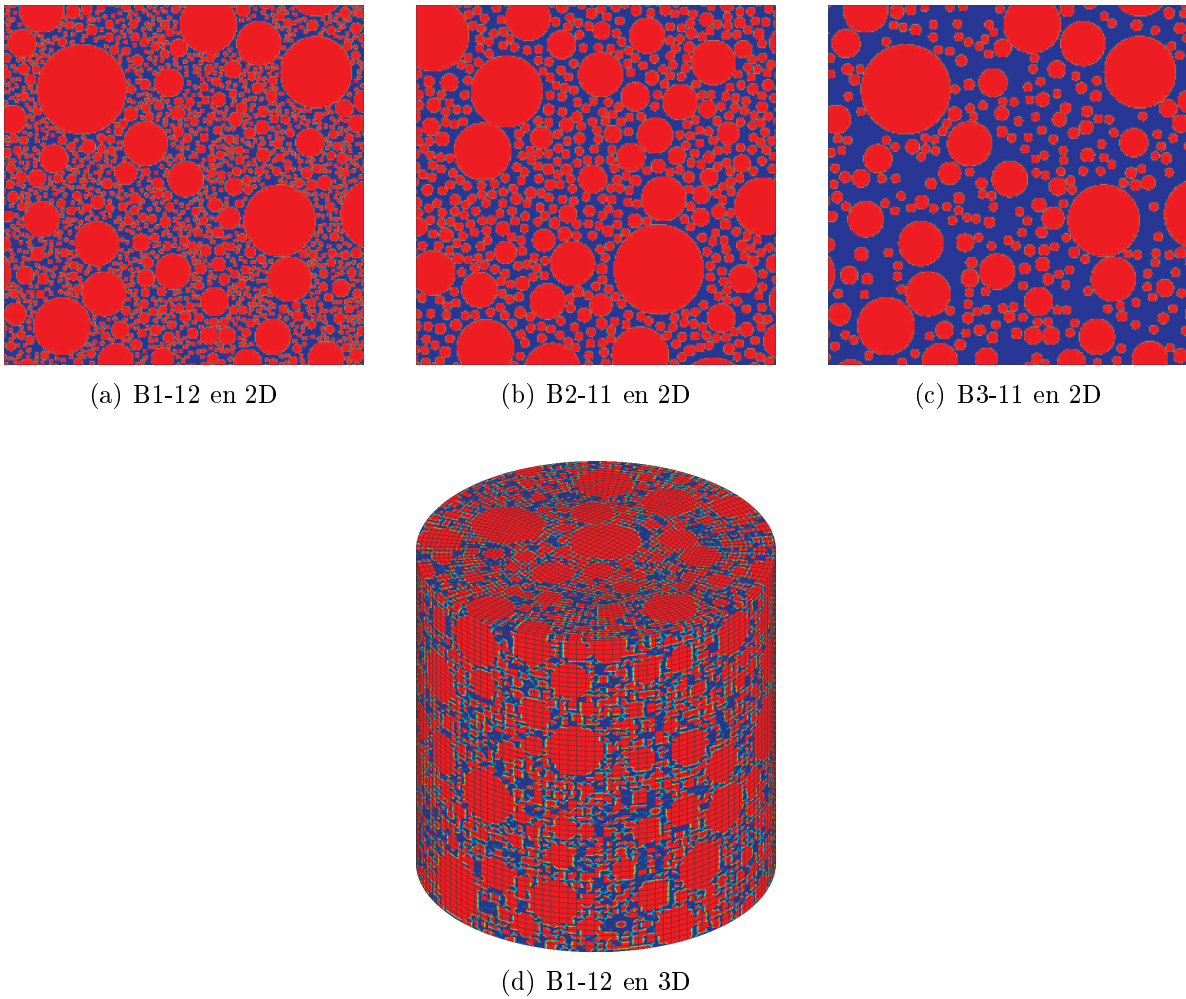


FIGURE 2.12 – Exemple du maillage en 2D et en 3D



## 2.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté trois méthodes de maillage du béton dans le code de calcul Cast3M :

- La méthode exacte est très difficile à utiliser dès que les granulats sont petits et peu espacés et n'est donc pas utilisable pour représenter un béton avec des petits éléments de l'ordre du mm.
- La méthode discrète est peu coûteuse numériquement mais introduit a priori des irrégularités dans l'interface pâte granulat, et donc des concentrations de contraintes, qui ne sont pas représentatives de la réalité. De plus, elle représente difficilement le bon ratio pâte / granulat surtout pour les petits granulats.
- La méthode diffuse est également peu coûteuse numériquement sans avoir les inconvénients de la seconde méthode, et fonctionne dès que les deux matériaux suivent le même modèle de comportement.

Après avoir comparé les résultats de trois méthodes sur un échantillon test (Opérateur FISS du code CAST3M), nous allons utiliser la méthode diffuse par la suite.

Un programme de tirage aléatoire de la structure granulaire en Fortran valable en 2D et en 3D a été développé. Ce programme est interfacé avec le code de calcul Cast3M qui permet d'effectuer les simulations numériques avec le modèle mésoscopique utilisé.

# Chapitre 3

## Simulations mécaniques sous sollicitations uniaxiales

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons développé un programme de tirage aléatoire de la structure granulaire valable en 2D et en 3D. Nous avons également développé et validé une méthode de représentation numérique des inclusions du béton par projection de la géométrie sur les fonctions de forme (méthode diffuse), éliminant ainsi les problèmes de maillage qui rendaient la représentation de l'ensemble du squelette granulaire quasi-impossible, particulièrement en 3D, et nous avons utilisé un modèle d'endommagement pour chacune des deux phases : pâte/granulat.

Les paramètres du modèle (en plus de la courbe granulométrique) sont ceux qui décrivent les comportements mécanique et thermique de la pâte de ciment et des granulats. Afin de valider notre approche, nous avons utilisé un modèle mésoscopique développé pour effectuer des simulations sur des échantillons du béton numérique en 2D et en 3D sous diverses sollicitations (en traction uniaxiale et en compression uniaxiale) dans le code de calcul Cast3M.

### 3.2 Capacité du modèle à décrire le passage d'une microfissuration diffuse à la macrofissure

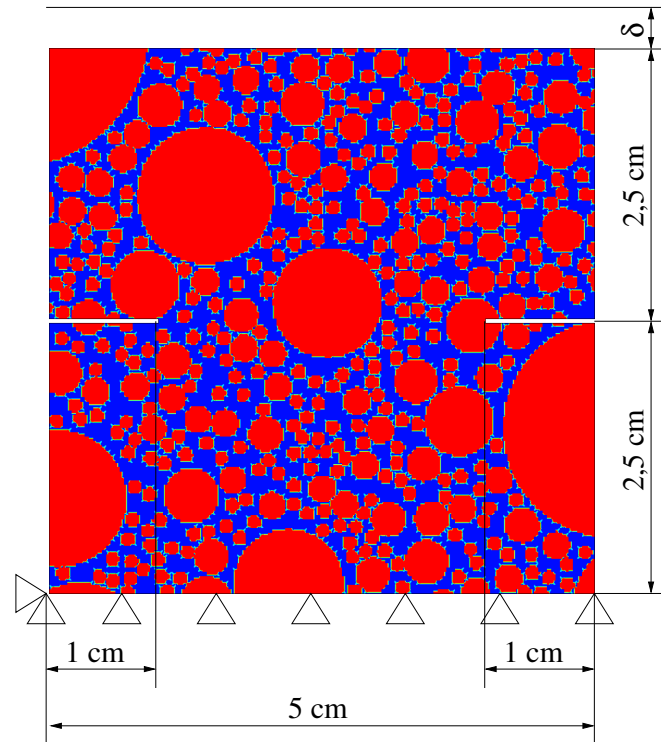
Un test simple en 2D sur une éprouvette entaillée sur deux côtés soumise à un chargement de traction (Figure 3.1) a été effectué pour montrer la capacité du modèle à simuler les endommagements diffus, même dans le cas des forts gradients de contraintes. À partir d'un même tirage aléatoire des inclusions, quatre matériaux ont été testés (Figure 3.2) avec les paramètres donnés dans le tableau 2.1. Les calculs sont effectués avec le code aux éléments finis Cast3M.

1. Le matériau est uniquement la pâte de ciment : les deux phases (matrice et inclusions) sont de la pâte de ciment.
2. Le matériau est le béton B1-12.
3. Le matériau est le béton B3-11 (les plus petites inclusions ne sont pas représentées, elles sont dans la pâte).
4. Le matériau est le béton B3-11e avec des granulats élastiques.

L'échantillon est maillé avec des éléments quadrilatères isoparamétriques de 0.4 mm. Une limite inférieure de l'énergie de fissuration peut être obtenue par

$G_{f1} = \frac{\int_0^{10^{-4}} F d\delta}{L}$  où  $L = 3cm$  est la longueur de la fissure et  $F$  est la force de réaction due au déplacement imposé  $\delta$ .

Le cas des granulats élastiques pour le béton B1-12 n'est pas présenté parce que certaines zones élastiques apparaissent le long de l'échantillon, à cause de la densité des granulats.



$\delta$  est le déplacement imposé  
 $F$  est la force de réaction due au déplacement imposé  $\delta$

FIGURE 3.1 – Eprouvette entaillée des deux côtés

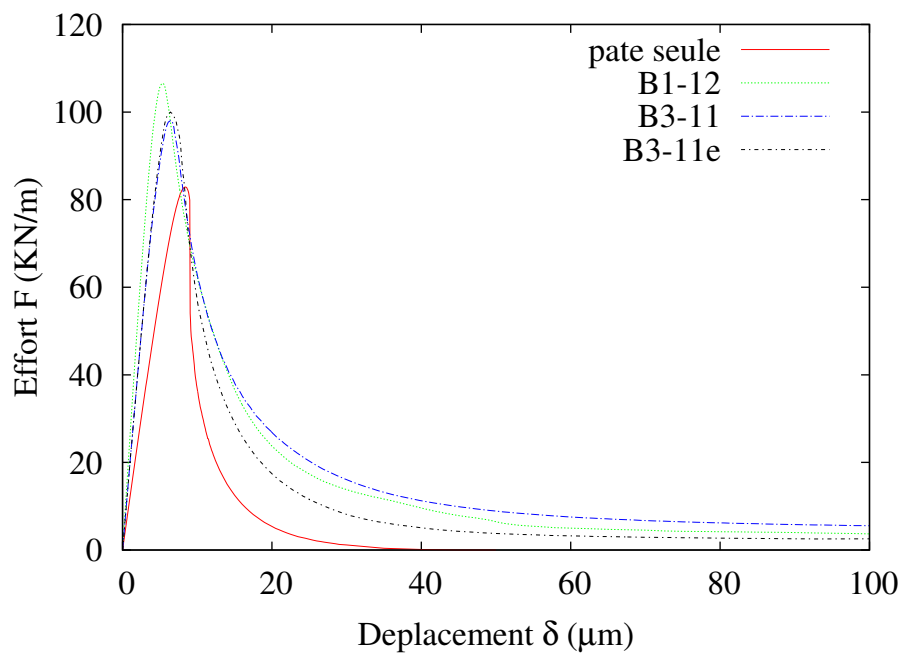
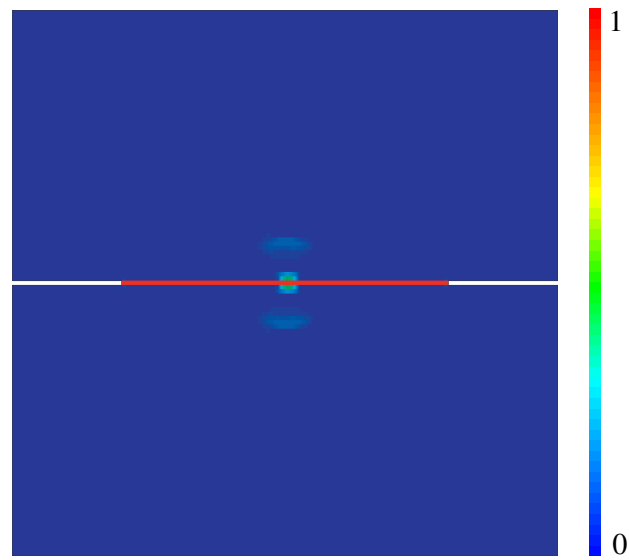
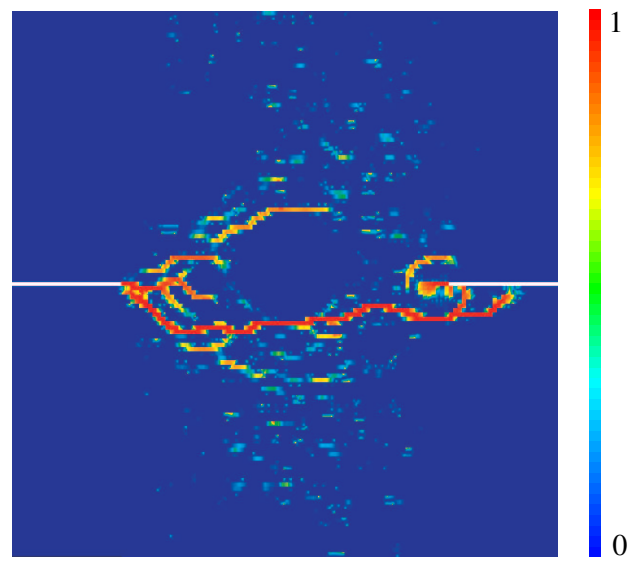


FIGURE 3.2 – Courbes effort-déplacement pour l'éprouvette entaillée



(a) Pâte de ciment



(b) Béton B1-12

FIGURE 3.3 – Endommagement à la fin du calcul pour l'éprouvette entaillée sur deux côtés

Pour la pâte de ciment (Figure 3.3(a)), une seule fissure se propage à travers l'échantillon. La réponse globale sur la figure 3.2 montre un comportement fragile et l'énergie de fissuration calculée à partir de la courbe charge-déplacement est approximativement la même que celle du matériau constitutif ( $G_{f1} = 22J/m^2$ ).

Dans les autres cas, l'hétérogénéité du matériau régit la fissuration : lorsqu'une fissure se propage jusqu'à atteindre un granulat, elle se propage autour de lui. Par conséquent, elle accroît la ductilité du matériau. La valeur de  $G_{f1}$  varie de  $45J/m^2$  pour le béton B3-11e à  $57J/m^2$  pour le béton B1-12. Certaines micro-fissures apparaissent à proximité de la macro-fissure (Figure 3.3(b)) et participent à la dissipation d'énergie. Ces micro-fissures sont examinées sur le matériau à l'échelle macro comme étant de l'endommagement diffus.

### 3.3 Simulations en 2D sur le béton B1-12

#### 3.3.1 Sollicitations et conditions aux limites

Les échantillons du béton numérique sont sollicités en traction uniaxiale et en compression uniaxiale dans le code de calcul Cast3M. Les résultats sont analysés à la fois au niveau macroscopique et au niveau local. Compte tenu de la taille réduite de l'échantillon, nous avons mis en place des conditions pseudo périodiques (symétries sur les bords AB et DA) qui permettent néanmoins de conserver le bord BC libre. On impose un déplacement vertical  $\Delta$  sur le bord CD dans la direction Y. Les sollicitations et conditions aux limites sont présentées sur la figure 3.4.

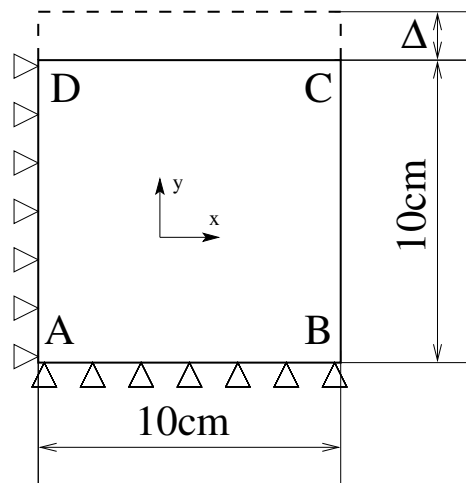


FIGURE 3.4 – Conditions aux limites en 2D

### 3.3.2 Résultats des simulations en 2D au niveau macroscopique

Les valeurs macroscopiques  $\Sigma_{ij}$  et  $E_{ij}$  de la contrainte et de la déformation sont définies par leurs moyennes respectives sur l'éprouvette  $\Omega$  :  $\Sigma_{ij} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{ij} dv$  et  $E_{ij} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \varepsilon_{ij} dv$

Les courbes contrainte-déformation  $\Sigma - E$  (figure 3.5) décrivent correctement la dégradation du béton en traction et en compression. En traction, le  $G_f$  calculé à partir de la relation constitutive  $\Sigma_{yy} - E_{yy}$  est de  $54.2 J/m^2$ . Cette valeur est très supérieure à celle indiquée pour la pâte de ciment ( $20 J/m^2$ ). Cela s'explique par la dissipation d'énergie qui se produit dans la micro-fissure. En compression, bien que le modèle ne contienne aucune information sur les déformations volumiques, il parvient à décrire les étapes successives de la déformation volumique en compression : contraction puis expansion, en raison de la description géométrique précise de la mésostructure.

### 3.3.3 Résultats des simulations en 2D au niveau local

Au niveau local, l'ouverture des fissures est étudiée avec deux hypothèses : un élément endommagé est traversé par une fissure unique et la partie du matériau non-fissurée est élastique [Boussa et al., 2001]. La déformation  $\varepsilon_{ij}$  de l'élément de taille  $h$  sollicité par une contrainte donnée par l'équation 2.3 se décompose ainsi en une déformation élastique  $\varepsilon_{o_{ij}}$  dans l'élément et un saut de déplacement  $\delta$  représenté par le tenseur d'ouverture unitaire de fissure  $\varepsilon_{ouf_{ij}}$  [Matallah and La Borderie, 2009, Ragueneau et al., 2000] (Eq. 3.1) similaire à la discontinuité forte de la déformation utilisée par d'autres auteurs [Oliver et al., 2002, Dufour et al., 2008]

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{o_{ij}} + \varepsilon_{ouf_{ij}} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{o_{ij}} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Posons  $\sigma_{an_{ij}} = \bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}$ , en inversant l'équation 2.2, on obtient :

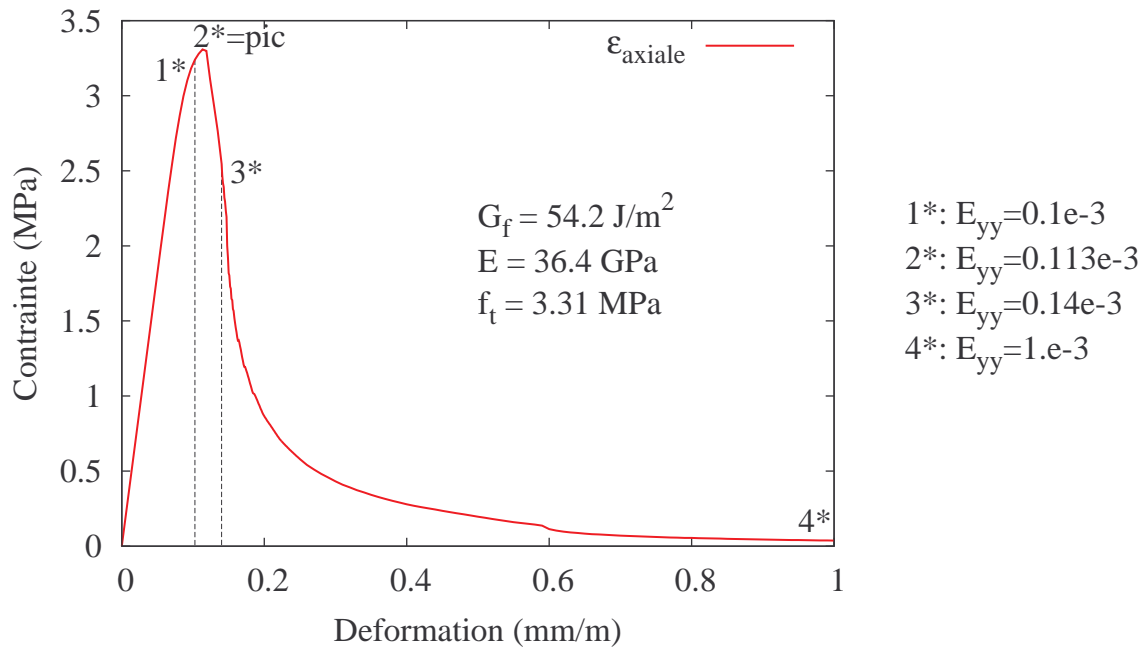
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \bar{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \bar{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \quad (3.3)$$

Ensuite, nous pouvons déduire le tenseur d'ouverture unitaire de fissure similaire au tenseur de discontinuité forte de la déformation :

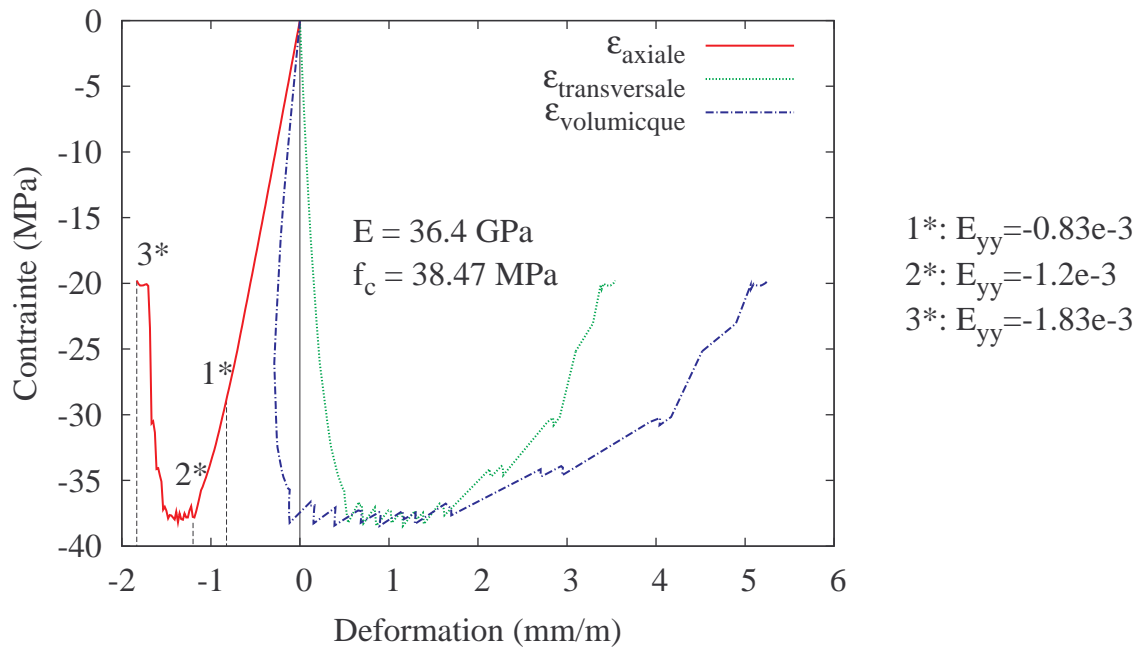
$$\varepsilon_{ouf_{ij}} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{an_{ij}} - \frac{\nu}{E} \sigma_{ankk} \delta_{ij} \quad (3.4)$$

Le tenseur d'ouverture unitaire de fissure doit être multiplié par la taille de l'élément  $h$  pour déterminer le tenseur d'ouverture de fissure :

$$\delta_{ij} = h \varepsilon_{ouf_{ij}} \quad (3.5)$$



(a) Traction



(b) Compression

FIGURE 3.5 – Comportement macroscopique du béton B1-12



L'ouverture de fissure  $\delta_n$  pour une direction  $\vec{n}$  est donnée par [Matallah et al., 2009] :

$$\delta_n = n_i \delta_{ij} n_j \quad (3.6)$$

La position de la fissure dans l'élément  $\Omega_e$  est donnée par  $X_c$  et  $Y_c$  [Boussa, 2000] :

$$X_c = \frac{\int_{\Omega_e} x * \varepsilon_{ouf} dx}{\int_{\Omega_e} \varepsilon_{ouf} dx} \quad (3.7)$$

$$Y_c = \frac{\int_{\Omega_e} y * \varepsilon_{ouf} dy}{\int_{\Omega_e} \varepsilon_{ouf} dy} \quad (3.8)$$

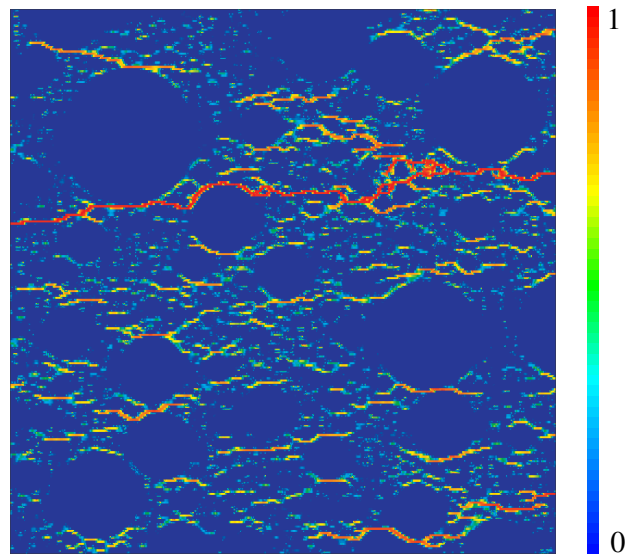
L'endommagement  $D$  permet de représenter les zones ayant participé à la dissipation d'énergie (Figure 3.6). Les zones d'endommagements actives à chaque instant sont représentées par le premier invariant  $\delta_{kk}$  du tenseur d'ouverture de fissure  $\delta_{ij}$  (Figure 3.7 and Figure 3.10) [La Borderie et al., 2007]. L'ouverture des fissures dépend de l'endommagement et de l'état local de contrainte. Lorsque la contrainte diminue, quelques fissures peuvent être fermées. La position des fissures, qui traversent certains éléments, est trouvée à partir des équations 3.7 et 3.8 et va être utilisée (avec leurs ouvertures) pour calculer la perméabilité du béton endommagé (chapitre 4) par exemple (Figure 3.8, Figure 3.7, Figure 3.9, Figure 3.6).

### 3.3.3.1 Résultats locaux ou niveau local en traction

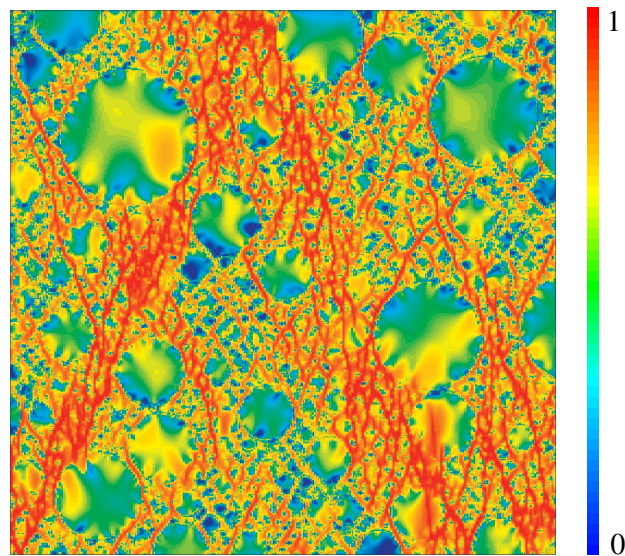
Pour le test de traction (Figure 3.6a, Figure 3.7, Figure 3.8), l'orientation de fissures est perpendiculaire à l'axe de chargement  $O_y$ . L'endommagement est dans un premier temps distribué, avec de nombreuses microfissures réparties puis il se localise finalement en une seule macro-fissure juste après le pic de contrainte. De plus, on observe que les fissures apparaissent aux interfaces pâte de ciment/granulats, et se propagent ensuite au sein de la pâte de ciment. La plupart des microfissures créées au début de l'essai sont refermées à la fin de l'essai. Ces observations sont conformes aux expériences. L'échelle de couleurs utilisé pour présenter la carte de l'ouverture des fissures (Figure 3.7) est choisie pour montrer la refermeture et les ouvertures de micro-fissures et il y a évidemment des ouvertures de fissures qui sont supérieures à  $10^{-6}$ . À la fin du calcul les ouvertures de fissure dans la macrofissure sont presque égales à la valeur du déplacement imposé.

### 3.3.3.2 Résultats locaux ou niveau local en compression

Pour le test de compression (Figure 3.6b, Figure 3.10, Figure 3.9), les fissures se développent dans une direction orientée approximativement à  $\pm 20^\circ$  de l'axe de chargement  $O_y$ . Les fissures sont complexes et mènent à la rupture de certains granulats et du côté  $[BC]$  libre de l'échantillon du béton (Figure 3.9). Ces observations sont également conformes



(a) Traction



(b) Compression

FIGURE 3.6 – Champs d'endommagement du béton B1-12

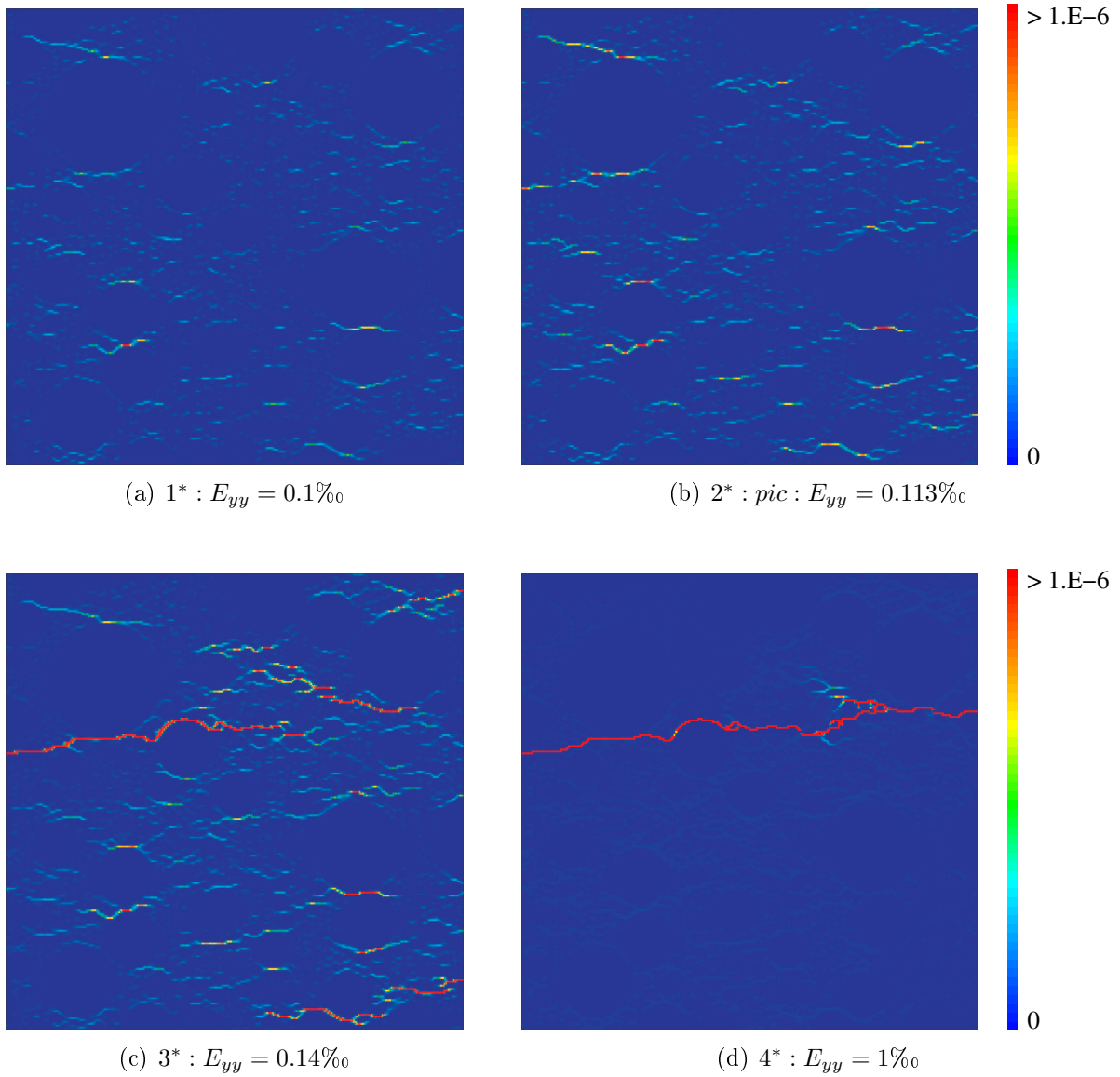


FIGURE 3.7 –  $\delta_{kk}$  : Ouverture de fissure en traction (m) du béton B1-12 aux différents points de déformation macroscopique de la figure 3.5(a)

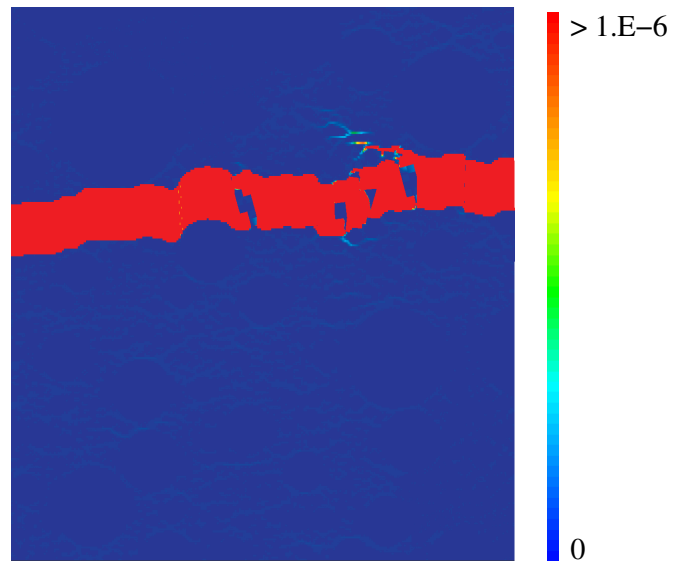


FIGURE 3.8 – Ouverture de fissure en traction sur maillage déformé du béton B1-12

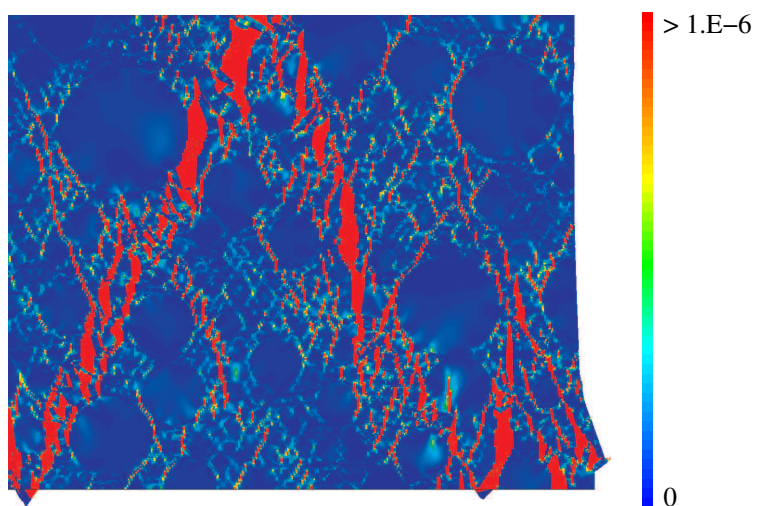


FIGURE 3.9 – Ouverture de fissure en compression sur maillage déformé du béton B1-12

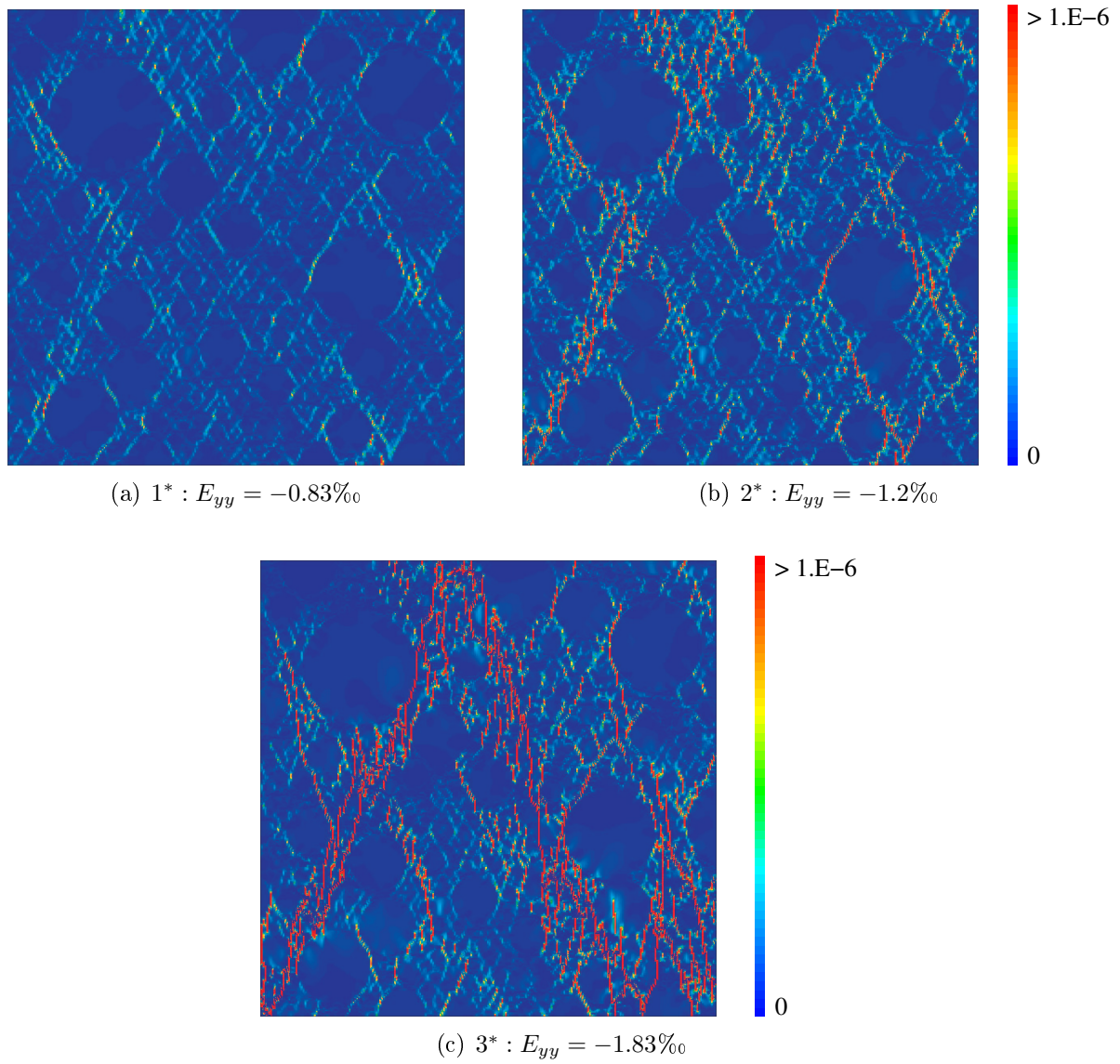


FIGURE 3.10 –  $\delta_{kk}$  : Ouverture de fissure en compression (m) du béton B1-12 aux différents points de déformation macroscopique de la figure 3.5(b)

aux expériences.

### 3.3.3.3 Extraction des chemins de fissuration de la simulation 2D

Nous avons développé une procédure dans le code de calcul Cast3M pour extraire les lignes de fissuration de la simulation afin de visualiser la position des fissures dans le béton fissuré et plus tard d'effectuer le couplage avec les écoulements à l'aide par exemple de l'opérateur 'FISS' du code de calcul Cast3M . Dans un premier temps, nous avons extrait les chemins de fissuration pour les simulations numériques en traction 2D. Plusieurs étapes pour réaliser ce travail :

- À partir des champs d'ouverture de fissure  $\delta_{kk}$  à la fin de l'essai de simulation en traction 2D (Figure 3.11(a)), nous avons extrait les lignes de champs de l'ouverture de fissure (Figure 3.11(b)), et les lignes d'éléments concernés (Figure 3.11(c) et Figure 3.11(d)).
- À partir des équations 3.5, Eq. 3.7 et Eq. 3.8, nous avons déterminé la position de la fissure dans chaque élément (Figure 3.12(a)).
- Les points de la position pour chaque élément ont été reliés par des segments (Figure 3.12(b)). Pour ce faire, pour chaque point, nous cherchons tous les points voisins d'une distance égale à la taille d'éléments, situés à proximité d'une droite passant par le point de départ et ayant une direction donnée par le vecteur propre du tenseur d'ouverture de fissure associé à sa plus grande valeur propre (Figure 3.12(c)). On peut ainsi traiter facilement les bifurcations.

Cette première procédure donne des chemins de fissurations qui sont trop influencés par le maillage et introduit une tortuosité fictive lorsque la ligne de fissuration est inclinée par rapport au directions des mailles car les points par lesquels passent les fissures se situent trop près du centre de gravité (Figure 3.12(a), Figure 3.12(b)). Nous avons donc modifié les équations Eq. 3.7 et Eq. 3.8 donnant la position de la fissure dans l'élément en introduisant un exposant  $N$  :

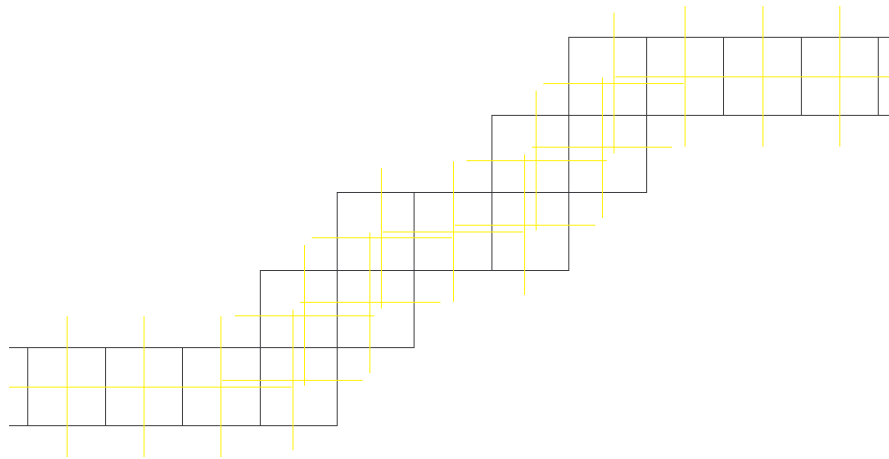
$$X_c = \frac{\int_{\Omega_e} x * \varepsilon_{ouf}^N dx}{\int_{\Omega_e} \varepsilon_{ouf}^N dx} \quad (3.9)$$

$$Y_c = \frac{\int_{\Omega_e} y * \varepsilon_{ouf}^N dy}{\int_{\Omega_e} \varepsilon_{ouf}^N dy} \quad (3.10)$$

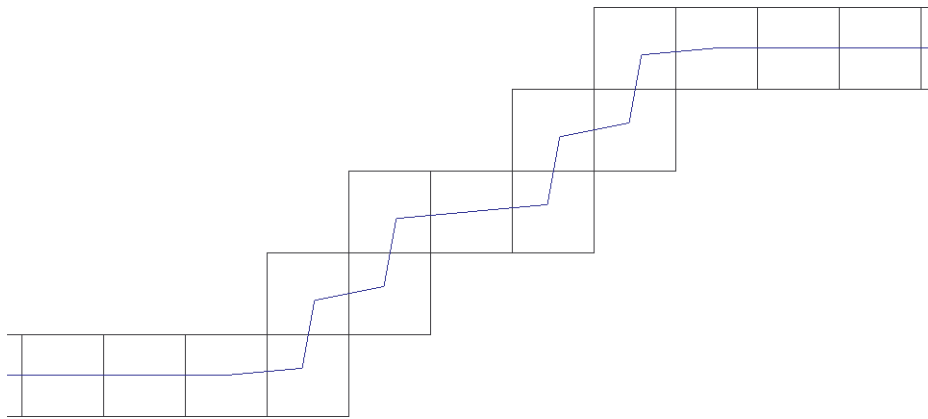
La valeur de  $N = 4$  permet d'obtenir des chemins de fissures moins perturbés par le maillage. (Figure 3.13(a), Figure 3.13(b), Figure 3.13(c)).

Les chemins de fissurations de la simulation en traction en 2D pour le béton B1-12 sont présentés sur la figure 3.14.

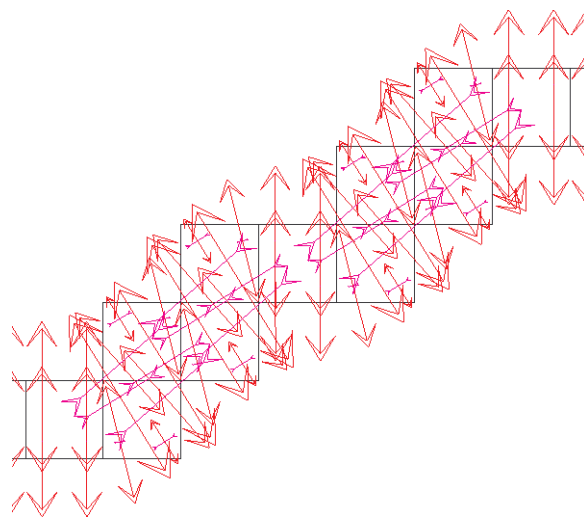




(a) Points de position de la fissure



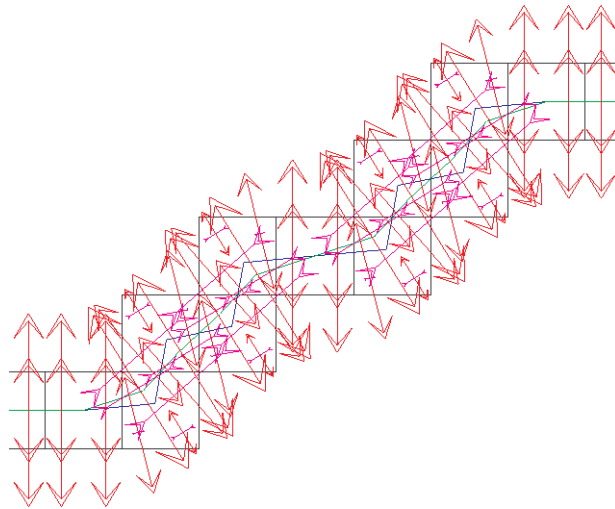
(b) Fissure obtenue en reliant les points de position de chaque éléments concernés



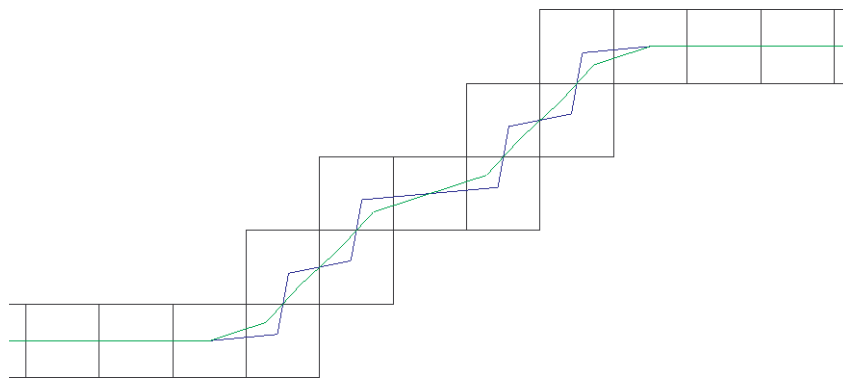
(c) Direction des déformations principales (flèche rouge)

FIGURE 3.12 – Procédure d'extraction des chemins de fissuration en traction - Exemple du béton B1-12 (suite 1)

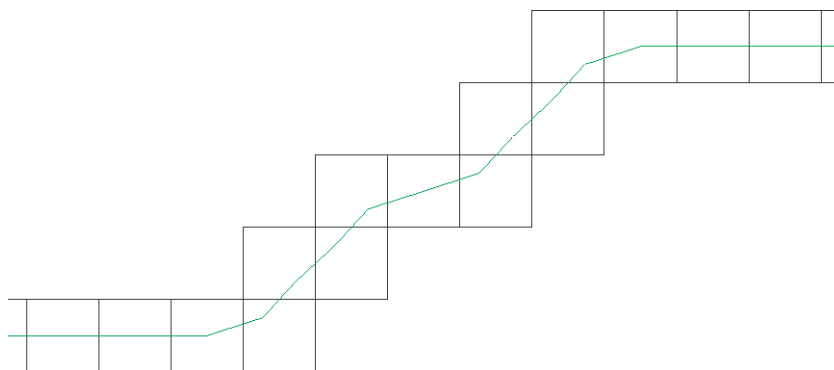




(a) Fissure obtenue avec  $N = 4$  dans les équations Eq. 3.9 et Eq. 3.10 : les nouveaux segments (verts) sont perpendiculaire à la direction des déformations principales (flèche rouge)



(b) La nouvelle ligne (verte) et l'ancienne ligne (bleue)



(c) La nouvelle ligne

FIGURE 3.13 – Procédure d'extraction des chemins de fissuration en traction - Exemple du béton B1-12 (suite 2)

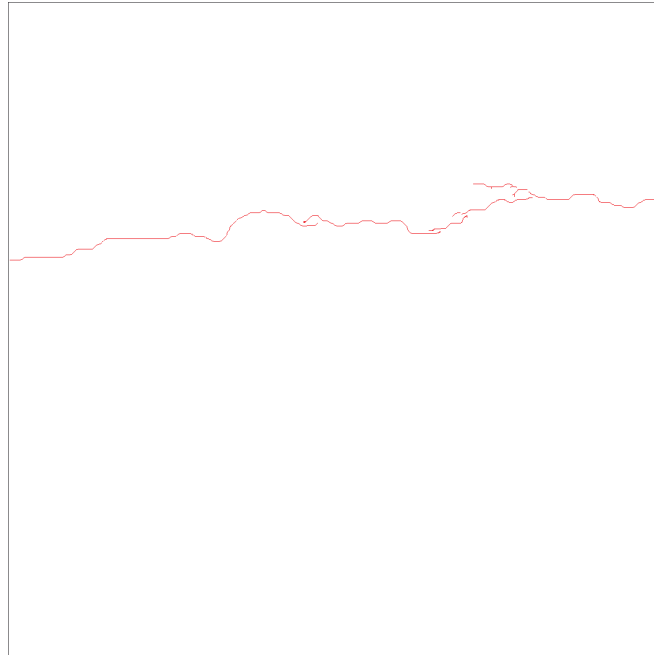


FIGURE 3.14 – Position des chemins de fissuration en traction du béton B1-12

### 3.3.4 Conclusions

Le modèle mésoscopique a été développé en deux dimensions et utilisé avec une précision géométrique d'environ 1 mm et une taille de l'élément de 0,4 mm. Les simulations du béton en traction et en compression donnent des comportements similaires à ceux observés lors d'expériences aussi bien au niveau global qu'au niveau local. La transition de l'endommagement diffus à l'endommagement localisé est décrite. Il est possible d'extraire les fissures. Nous examinerons dans les paragraphes suivants la répétabilité du modèle et nous essaierons d'utiliser cette approche avec un maillage plus grossier dans le but d'effectuer des calculs tridimensionnels.

## 3.4 Sensibilité du modèle aux paramètres du squelette

### 3.4.1 Influence de la distribution aléatoire des granulats sur le comportement du béton numérique en 2D

Nous avons comparé les résultats obtenus avec trois différents tirages aléatoires pour le béton B1-12. Ils ont les mêmes caractéristiques : granulats 0-25mm, 12 classes granulaires, la plus petite étant 0-1,25 mm. Nous avons comparé la fissuration et les courbes de comportement contrainte - déformation en traction et en compression uniaxiale (Figure 3.15, Figure 3.16 et Table 3.1).

Les résultats globaux montrent que l'influence du tirage de la distribution aléatoire des granulats sur le comportement du béton numérique est faible.

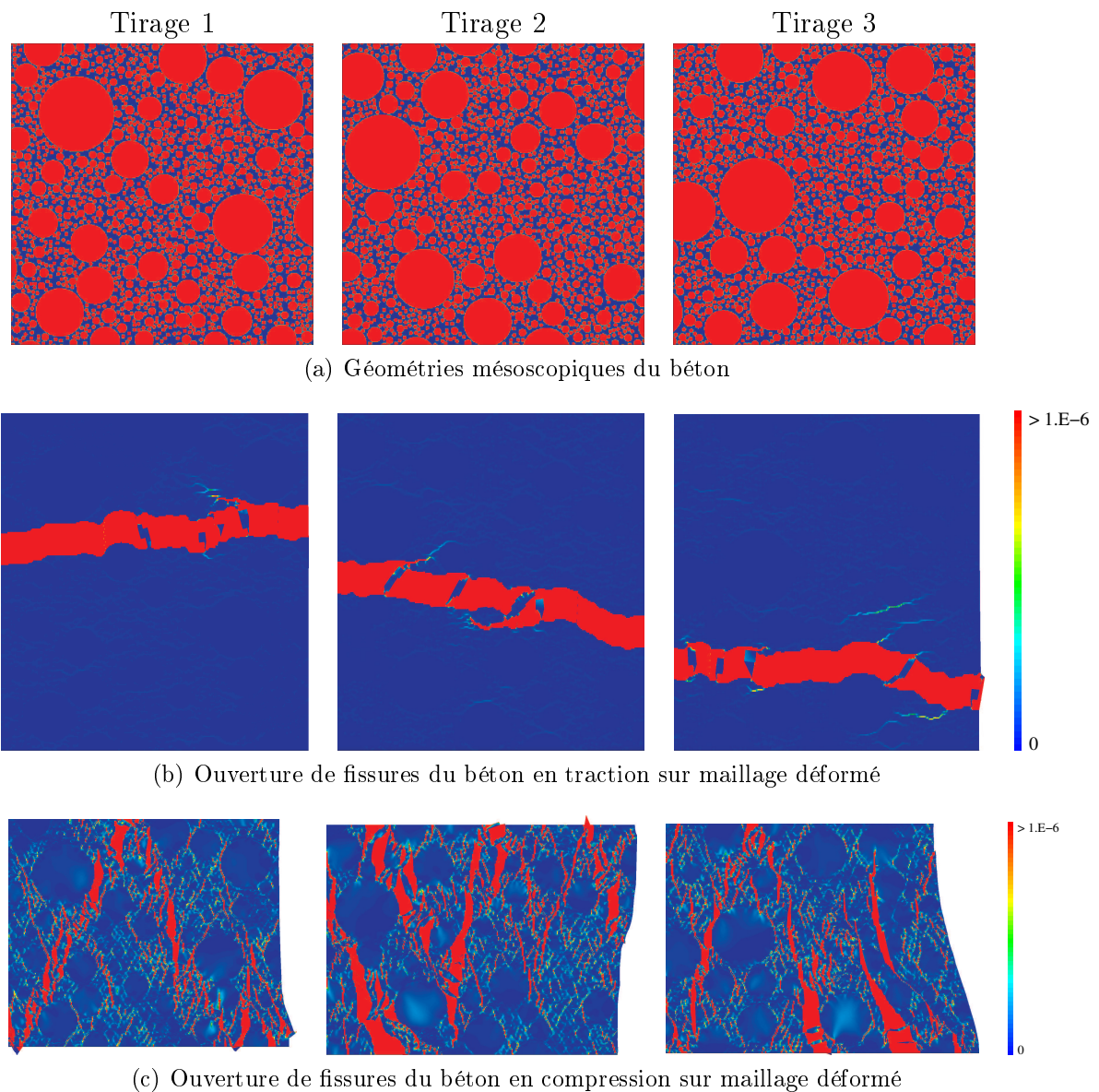
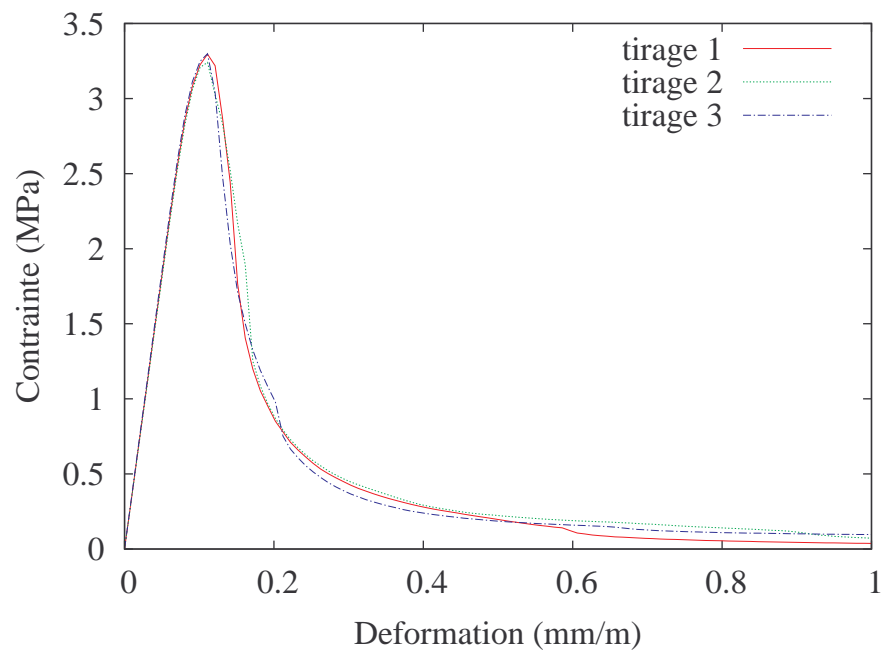
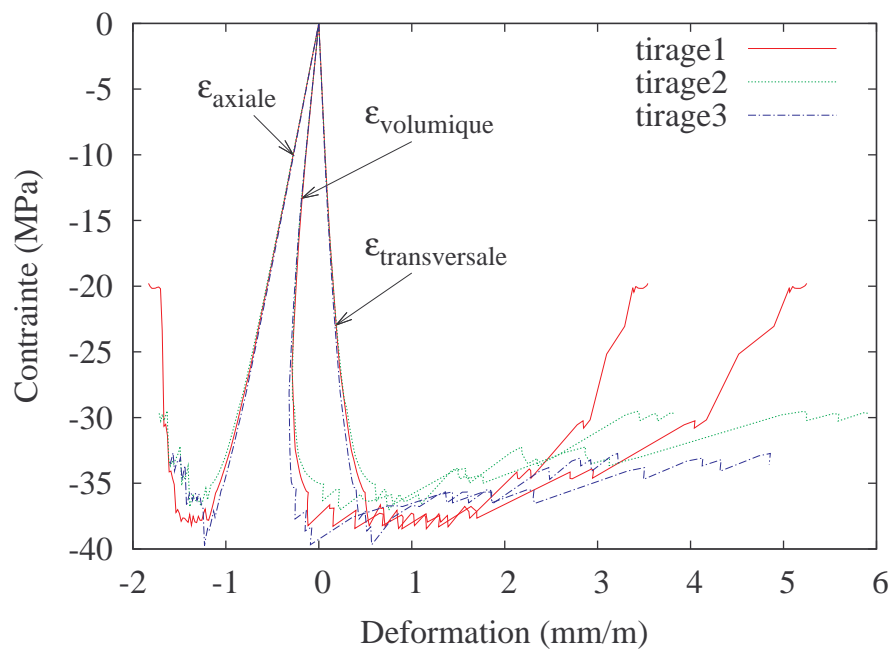


FIGURE 3.15 – Comportement du béton B1-12 pour les trois différents maillages

Les courbes sont superposées avant le pic de contrainte, puis les écarts entre les courbes restent faibles après le pic de contrainte. La valeur de  $G_f$  est similaire. Au niveau des résultats locaux, en traction, une seule macrofissure se développe quel que soit le tirage, et en compression, les fissures se développent de manière similaire quel que soit le tirage.



(a) Tension



(b) Compression

FIGURE 3.16 – Courbes de comportement du béton B1-12 pour trois différents maillages 12 classes (0-25 mm)

	Traction			Compression
	$G_f^*$ ( $J/m^2$ )	$E$ (GPa)	$f_t$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
Tirage 1	54.2	36.4	3.31	38.47
Tirage 2	58.9	36.0	3.26	37.04
Tirage 3	55.2	37.0	3.30	39.68
Valeur moyenne	56.1	36.5	3.29	38.4
Ecart maximum par rapport à la moyenne	5.0%	1.4%	0.9%	3.6%

\*La valeur affichée n'est pas l'énergie de fissuration, mais l'aire sous la courbe  $\Sigma_{yy} - E_{yy}$  jusqu'à  $E_{yy} = 1\%$  en traction

TABLE 3.1 – Comparaison entre les résultats des trois différents tirages du même béton (à partir de la Figure 3.16)

### 3.4.2 Influence de la finesse des plus petits granulats sur le comportement du béton numérique en 2D

Comme présenté dans le tableau 2.3, nous avons étudié trois types différents de béton numérique, avec une taille différente pour les plus petits granulats (1,25 mm ou 2,5 mm) ou avec des rapports volumiques granulats / pâte de ciment différents (71% pour le squelette granulaire 0-25 mm pour les béton B1-12 et B2-11, ou 55% pour le squelette granulaire 1,25-25 mm pour le béton B3-11). Ensuite, nous avons comparé la fissuration et les courbes de comportement contrainte - déformation en traction et en compression uniaxiale (Figure 3.17, 3.18 et Table 3.2). Dans cette étude, les paramètres des matériaux sont constants et conformes au tableau 2.1 quel que soit le béton numérique. Ainsi, dans cette première approche, alors que la matrice du dernier béton contient les granulats 0-1,25 mm, ses caractéristiques sont les mêmes que la matrice des autres bétons. Les caractéristiques de cette matrice pourront être identifiées à partir d'une simulation avec de la pâte de ciment et des granulats 0-1,25 mm seulement (voir le paragraphe 3.4.2.2).

#### 3.4.2.1 Influence des fines

Avec n'importe lequel des maillages, les fissures se développent de manière similaire, avec une seule macro-fissure en traction et avec les mêmes types de fissures en compression (Figure 3.17). Toutefois, les résultats globaux montrent que le rapport volumique entre la pâte et les granulats est important. S'il est constant et égal à 71%, l'influence de la finesse des plus petits granulats (1,25 mm ou 2,5 mm) est faible : les courbes de comportement sont superposées avant le pic de contrainte, puis les écarts entre les courbes restent faibles, en traction et en compression (Figure 3.18). Mais quand le rapport entre la pâte et les granulats est seulement de 55% (les plus petits granulats sont alors présents dans la

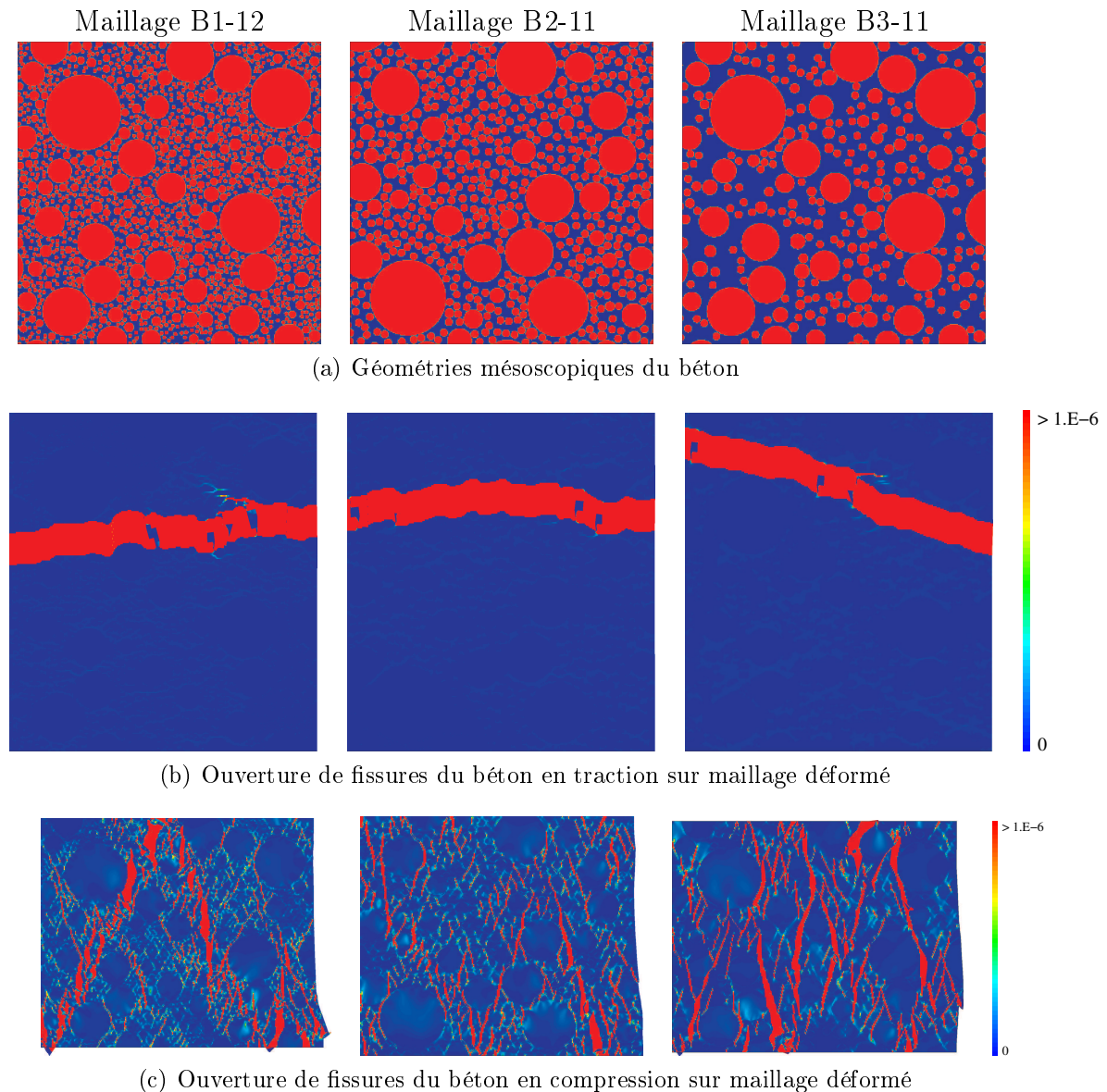
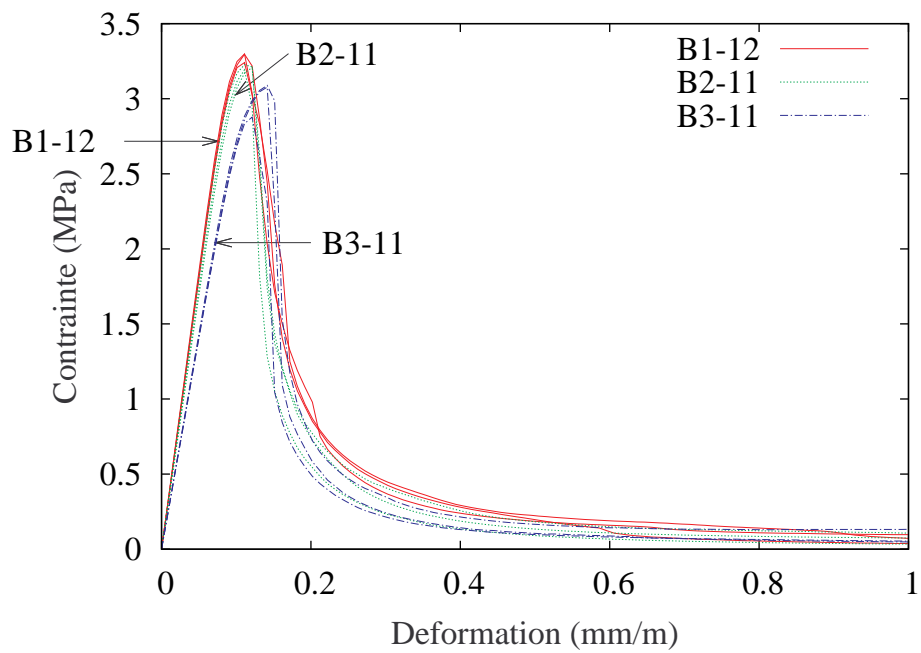
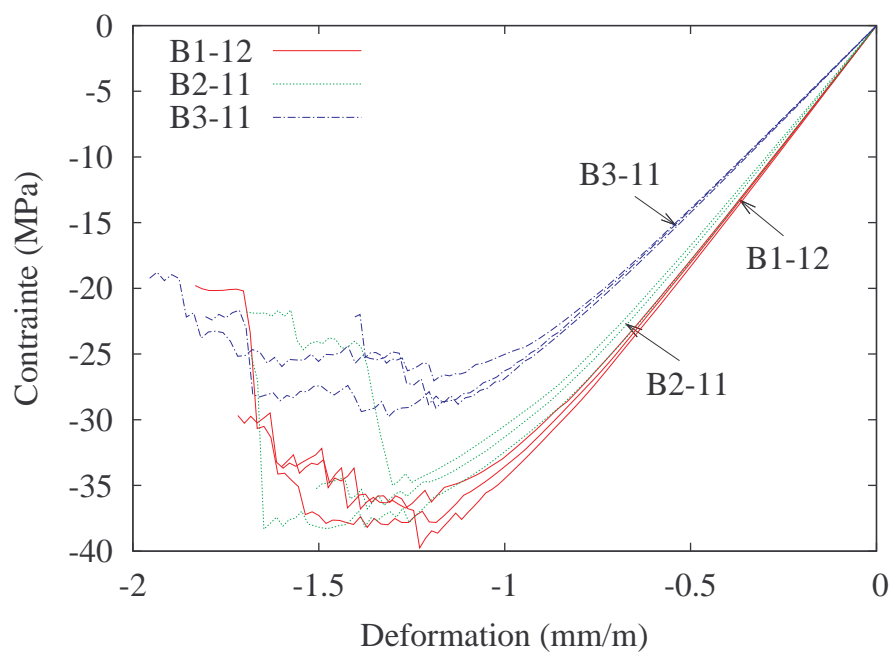


FIGURE 3.17 – Comportement du béton B1-12, B2-11 et B3-11

matrice), la courbe de comportement est décalée et donne une contrainte maximale et une énergie de fissuration plus faibles que pour les autres maillages, en traction et en compression. Ces résultats montrent l'importance du ratio pâte/granulats pour la validité des résultats quantitatifs du modèle. Cependant, pour le  $G_f$  qui caractérise la dissipation d'énergie, ce paramètre n'est pas le seul à être important. La description des particules les plus fines est très importante puisque les deux bétons (B2-11 et B3-11) pour lesquels on ne présente pas des granulats 0-1,25 mm ont un  $G_f$  significativement plus faible que le béton de référence.



(a) Tension



(b) Compression

FIGURE 3.18 – Courbes de comportement du béton B1-12, B2-11 et B3-11

(a)

	Traction			Compression
	$\bar{G}_f^*$ ( $J/m^2$ )	$\bar{E}$ (GPa)	$\bar{f}_t$ (MPa)	$\bar{f}_c$ (MPa)
B1-12	$56.1 \pm 5.0(\%)$	$36.5 \pm 1.4(\%)$	$3.29 \pm 0.9(\%)$	$38.40 \pm 3.6(\%)$
B2-11	$47.8 \pm 13.4(\%)$	$34.9 \pm 3.6(\%)$	$3.21 \pm 0.6(\%)$	$36.82 \pm 4.0(\%)$
B3-11	$45.2 \pm 12.9(\%)$	$28.4 \pm 1.1(\%)$	$3.01 \pm 4.7(\%)$	$28.62 \pm 5.3(\%)$

(b)

	Ecart par rapport à B1-12 (%)			
	Traction			Compression
	$\Delta G_f$	$\Delta E$	$\Delta f_t$	$\Delta f_c$
B2-11	14.8	4.38	2.43	4.12
B3-11	19.4	22.19	8.51	25.5

\*La valeur affichée n'est pas l'énergie de fissuration, mais l'aire sous la courbe  $\Sigma_{yy} - E_{yy}$  jusqu'à  $E_{yy} = 1\%$  en traction

TABLE 3.2 – Comparaison entre les résultats moyens des trois différents types du béton numériques (à partir de la Figure 3.18)

### 3.4.2.2 Interaction entre les plus petits granulats et les autres

Les caractéristiques de la matrice du béton B3-11 peuvent être identifiées à partir d'une simulation avec la pâte de ciment et seulement les granulats 0-1.25 mm, en utilisant toujours les mêmes paramètres des matériaux donnés dans le tableau 2.1. La figure 3.19 synthétise la démarche pour une matrice contenant les fines 0-1,25 mm. Ce calcul donne une résistance en traction  $f_t$  de 3,6MPa et une énergie de fissuration  $G_f$  de 26,3J/m<sup>2</sup>.

Un nouveau calcul avec ces paramètres pour la matrice, est réalisé pour le béton B3'-11. On peut supposer que la participation des plus petits granulats dans l'énergie de fissuration du béton est incluse dans l'augmentation des caractéristiques de la matrice. La valeur obtenue pour le béton B3'-11 est de 59,2J/m<sup>2</sup> au lieu de 56,1J/m<sup>2</sup> pour le béton B1-12.

Comme toutes les non-linéarités apparaissent uniquement dans la matrice, l'énergie de fissuration obtenue peut être divisée en une part due à la matrice, et une part due à la géométrie à cause des hétérogénéités. Entre B1-12 et B3'-11, la contribution de la matrice augmente de 20J/m<sup>2</sup> à 26,3J/m<sup>2</sup>, alors que la contribution de la géométrie diminue de 36,1J/m<sup>2</sup> jusqu'à 32,9J/m<sup>2</sup>. La différence sur le résultat global provient des interactions entre les plus petits granulats et les autres qui ne peuvent pas être prises en compte avec cette approche multi-échelle.

Ainsi, il est important de conserver le rapport surfacique entre la pâte de ciment et les granulats, soit par une représentation complète des granulats dans le maillage, soit par



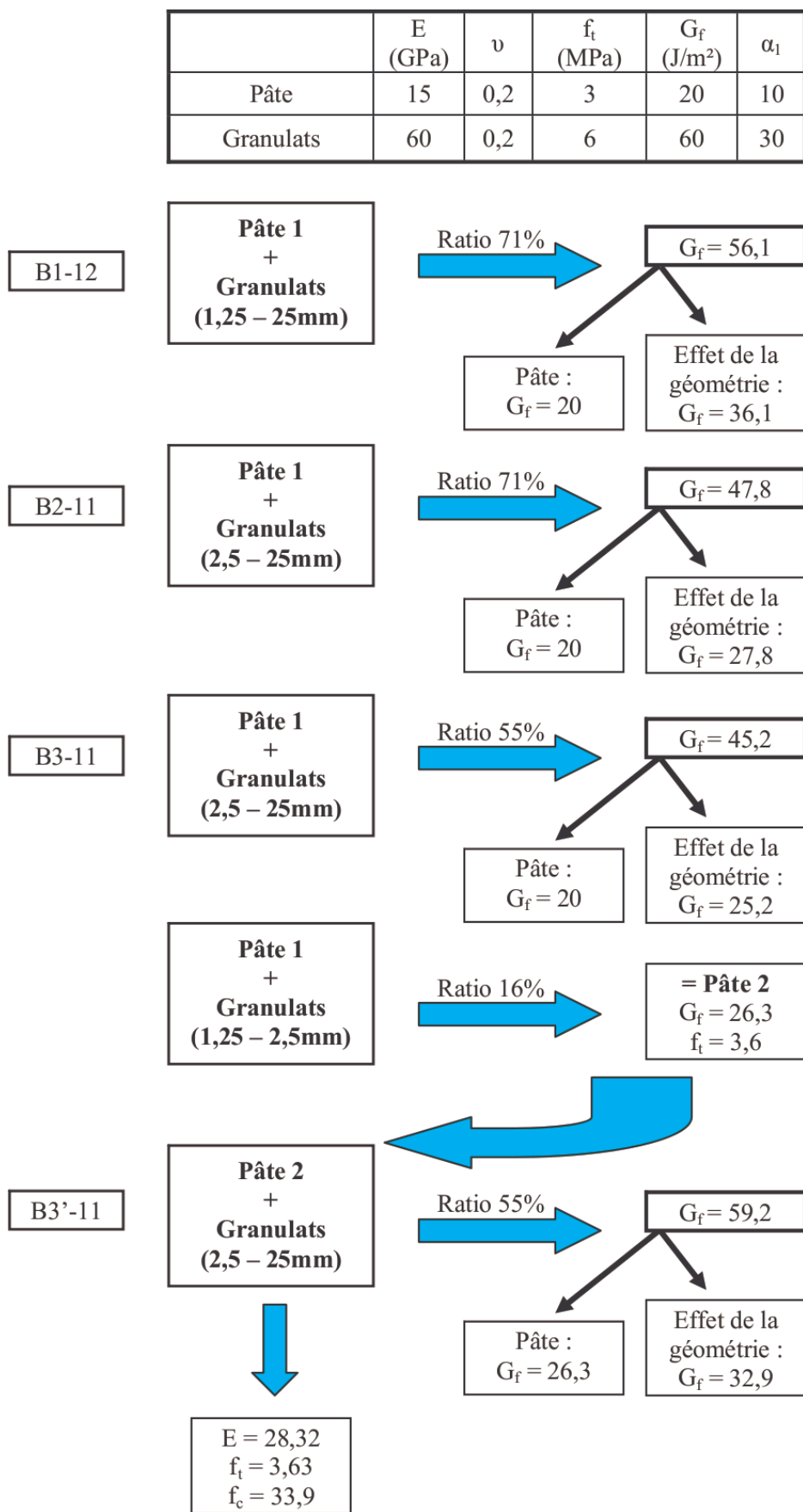


FIGURE 3.19 – Identification des paramètres d'une pâte de ciment contenant des granulats

une identification des paramètres d'une matrice qui contiendrait des granulats.

La représentation la plus fine possible (béton 12 classes - 71%) donne les résultats les plus grands en terme d'énergie de fissuration car le maillage plus complexe permet alors une plus grande dissipation d'énergie.

### 3.5 Résultats des simulations en 3D

La même procédure et les mêmes paramètres nous permettent d'effectuer des calculs en 3D. L'échantillon cylindrique de 100 mm de diamètre x 100 mm de hauteur (Figure 2.12d) est soumis à une traction et à une compression. La taille des éléments est inférieure à 1,25 mm et le maillage contient 330 675 nœuds soit approximativement 1 million de degrés de libertés. La fraction volumique de chaque classe est donnée dans le tableau 2.3 pour le béton B1-12. Les simulations 3D entraînent des temps de calculs conséquents (approximativement une semaine sur un ordinateur 8 cœurs et 64Go de mémoire). Les valeurs des paramètres identifiés en 2D ont été repris en 3D.

#### 3.5.1 Sollicitations et conditions aux limites

Les échantillons du béton numérique sont sollicités en traction uniaxiale et en compression uniaxiale en 3D dans le code de calcul Cast3M. Le déplacement de la face S1 est bloqué dans la direction  $Z$ , et on impose un déplacement vertical  $\Delta$  sur la face S2 dans la direction  $Z$ . Les sollicitations et conditions aux limites sont présentées sur la figure 3.20.

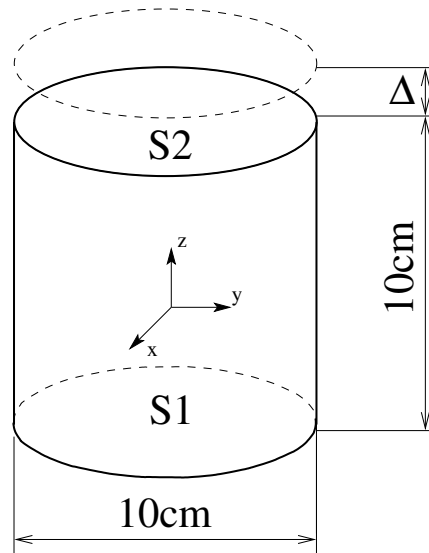


FIGURE 3.20 – Conditions aux limites en 3D

### 3.5.2 Résultats en traction

Les résultats des simulations du béton numérique en traction 3D sont présentés sur la figure 3.21 et la figure 3.22. Le chemin de fissures est perpendiculaire à l'axe de traction  $O_z$ . Les fissures commencent aux interfaces pâte de ciment/granulats, et sont d'abord distribuées dans tout l'échantillon, puis elles se localisent finalement en une seule macro-fissure juste après le pic de contrainte. On remarque que la courbe  $\Sigma_{zz} - E_{zz}$  est tout à fait représentative d'un béton en traction. La résistance à la traction et l'énergie de fissuration ( $189,7 J/m^2$ ) sont plus élevés que celles obtenues en 2D. Cela s'explique par la complexité géométrique du chemin de fissures en 3D (le matériau modélisé avec le modèle 2D mésoscopique étant en fait composé d'inclusions cylindriques). Les paramètres utilisés pour ce calcul sont les mêmes que pour les calculs 2D (remarque : l'énergie de fissuration de la pâte de ciment n'est pas facile à obtenir expérimentalement et par exemple Li et Hu en donnent des valeurs différentes (de  $10 J/m^2$  [Li and Maalej, 1996] à  $20 J/m^2$  [Hu and Wittmann, 1989])). Les résultats obtenus par le calcul 3D donnent a priori des valeurs plus proches de la réalité que ceux du calcul 2D.

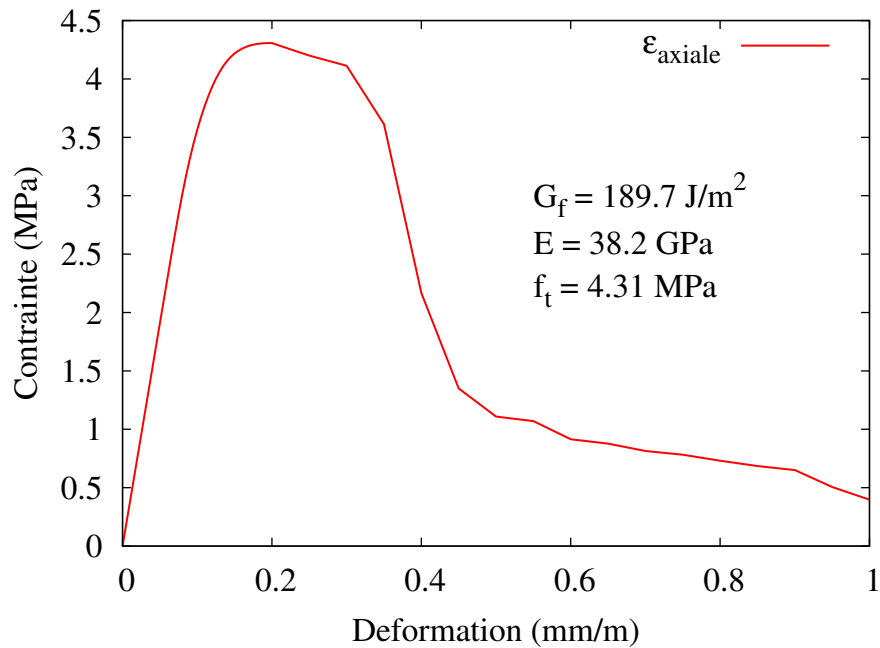


FIGURE 3.21 – Courbe de comportement du béton en traction en 3D

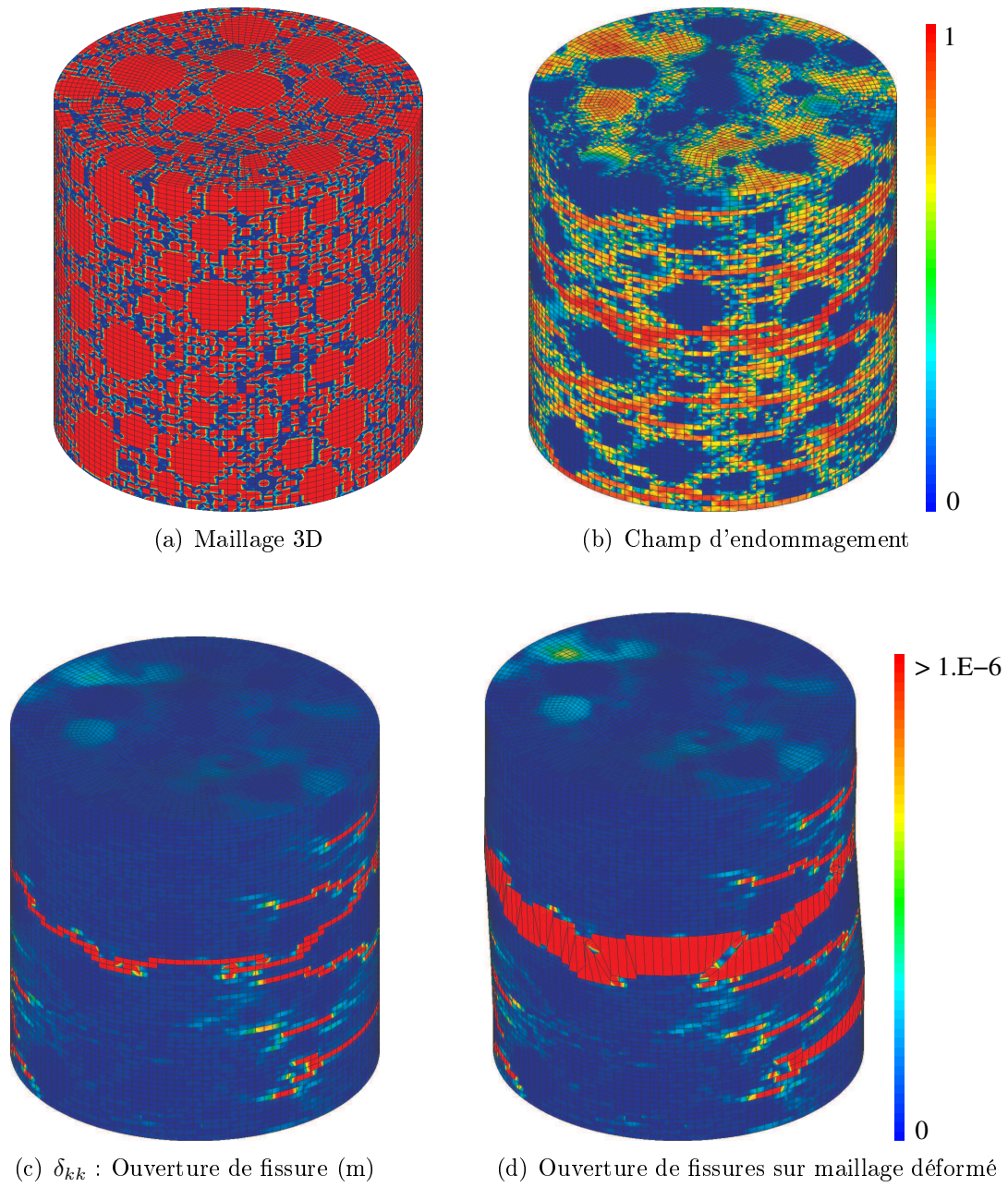


FIGURE 3.22 – Comportement du béton en traction en 3D

### 3.5.3 Résultats en compression

La contrainte à la rupture obtenue en 3D est bien supérieure à celle obtenue en 2D pour des paramètres identiques (Figure 3.23), ce qui montre que l'empilement de sphères est plus efficace que celui de cylindres. Pour obtenir un comportement similaire à celui obtenu en 2D, il faudrait diminuer les caractéristiques de la pâte de ciment et particulièrement l'énergie de fissuration. Les fissures se développent dans une direction inclinée par rapport à l'axe de chargement  $O_z$  comme en 2D. Les fissures sont complexes et mènent à la rupture de certains granulats (Figure 3.24).

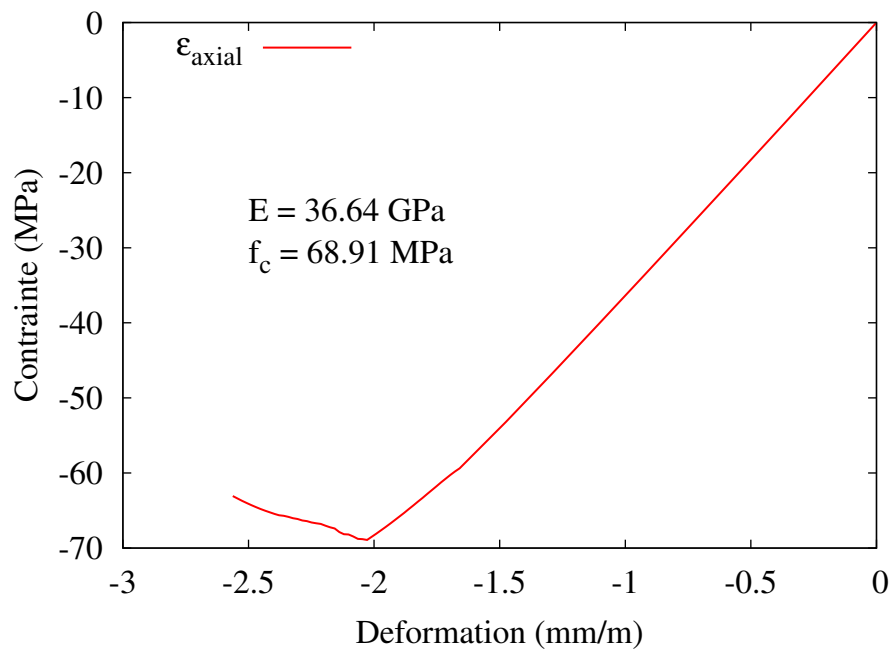


FIGURE 3.23 – Courbe de comportement du béton en compression en 3D

### 3.5.4 Conclusions

Le modèle mésoscopique a pu être utilisé en trois dimensions avec une taille des éléments inférieure à 1,25 mm. À cause de la complexité géométrique du chemin de fissures en 3D, la résistance à la traction, à la compression et l'énergie de fissuration sont plus élevées que celles obtenues en 2D. Le modèle 3D est a priori plus proche de la réalité et est opérationnel. Toutefois, les calculs 3D nécessitent encore beaucoup de temps sur les ordinateurs dont nous disposons.

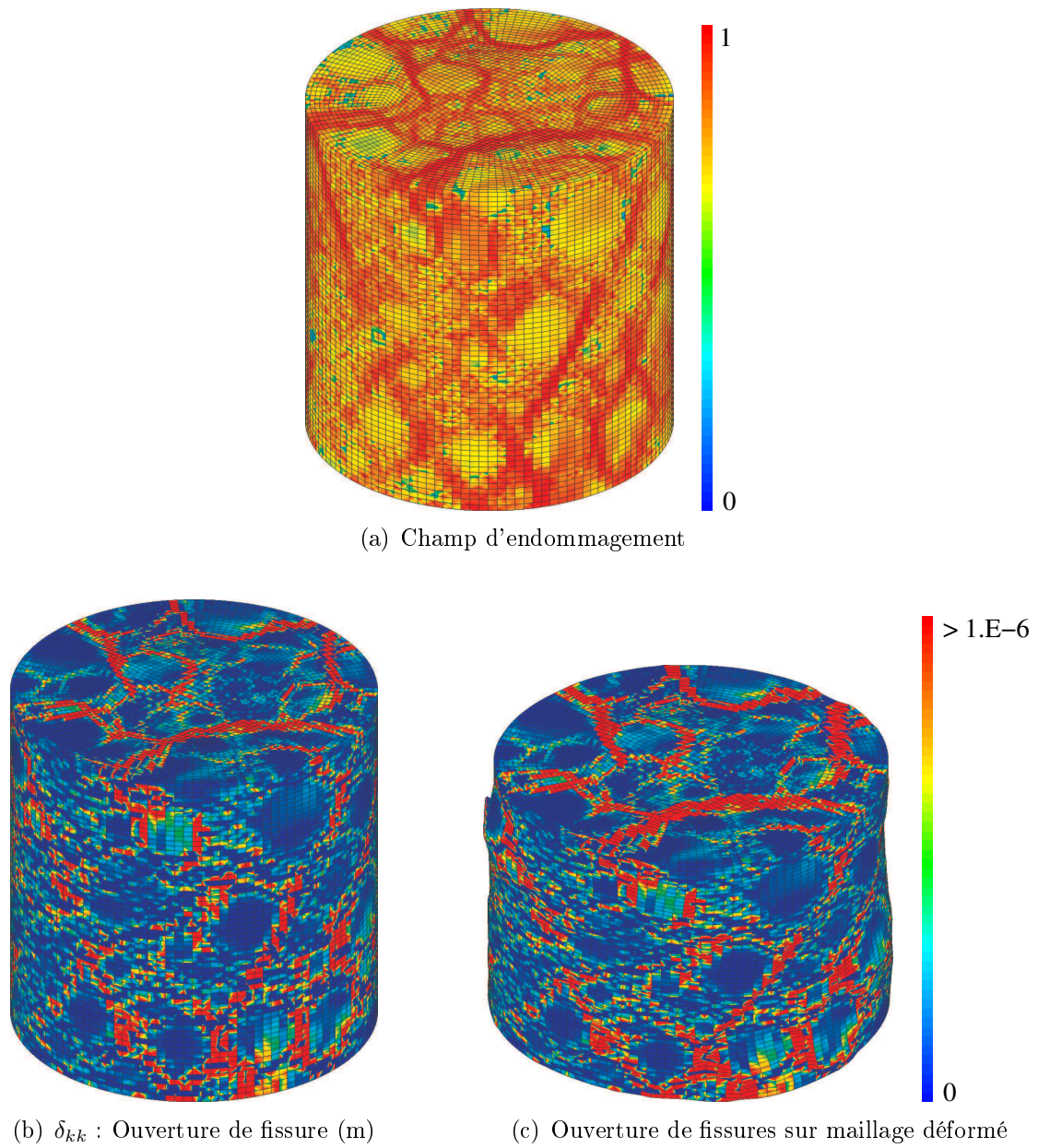


FIGURE 3.24 – Comportement du béton en compression en 3D

### 3.6 Conclusions

Les calculs sont effectués à l'échelle mésoscopique avec un modèle mécanique très simple couplé avec une description précise de l'hétérogénéité à l'échelle du grain de sable. Un béton numérique a été généré par une procédure aléatoire à partir d'une courbe granulométrique donnée. Une procédure dite de "maillage diffus" est utilisée et les simulations effectuées en traction uniaxiale et en compression uniaxiale. Les réponses macroscopiques (loi de comportement  $\Sigma_{ij} - E_{ij}$ ), les distributions des endommagements et l'ouverture de fissure sont présentées et montrent l'intérêt de cette approche mésoscopique. En particulier, deux résultats intéressants sont obtenus :

- L'endommagement en compression est correctement décrit, même en terme de déformation volumique.
- Le modèle décrit correctement le processus de rupture dans le béton. Ce processus est caractérisé par une transition progressive depuis un endommagement diffus, avec micro-fissuration jusqu'à la localisation de la déformation et la création d'une seule macro-fissure.

Ces mécanismes ne peuvent pas être décrits avec une approche classique macroscopique.

D'autre part, il a été montré que l'influence du tirage de la distribution aléatoire des granulats sur le comportement du béton numérique est faible compte tenu de la taille de l'échantillon. Par contre, le ratio pâte/granat est important pour la précision de la modélisation en terme de résultats globaux.

Par conséquent, ce modèle mésoscopique est une approche utile pour étudier l'influence de la composition du béton sur les propriétés macroscopiques. Ce modèle permet également de comprendre l'origine et la nature du comportement non linéaire du béton.

Le modèle 3D est a priori plus proche de la réalité et est opérationnel. Toutefois, les calculs 3D nécessitent beaucoup de temps.

## Chapitre 4

# Applications du modèle mésoscopique



## 4.1 Perméabilité du béton sous sollicitations mécaniques

### 4.1.1 Introduction

Il est bien connu que les causes possibles de fissuration du béton sont :

- L’hydratation du ciment, qui génère des contraintes internes qui peuvent induire localement de la fissuration.
- Essentiellement, les sollicitations externes générant des extensions.

En règle générale, la mesure de la perméabilité est utilisée afin de caractériser le comportement physico-chimique à long terme des bétons (durabilité). Mais dans le cadre de la sûreté nucléaire, les propriétés d’étanchéité sont utilisées pour qualifier l’état mécanique du matériau, et réciproquement. Dans ce paragraphe, on évaluera le couplage entre la perméation de l’eau et la sollicitation en traction, puis entre la perméation de gaz et la sollicitation en compression des bétons, en simulant des expériences réalisées par Gérard [Gerard, 1996] et Choinska [Choinska, 2006], déjà présentées dans le chapitre 1.

### 4.1.2 Perméabilité à l’eau de bétons fissurés en traction : Simulations des expériences BIPEDE de Gérard

Gérard [Gerard, 1996] a réalisé des mesures de perméabilité (essais BIPEDE - Base d’Identification de la PERméabilité et de la DEgradation) sur des éprouvettes de 4 bétons différents  $D30$ ,  $D50$ ,  $D65$ ,  $D90$  (l’indice  $D$  désigne disque et le nombre représente la résistance à la compression à 28 jours). Dans notre travail, nous effectuerons des simulations numériques pour le béton  $D65$ .

L’essai BIPEDE permet de :

- Contrôler mécaniquement un endommagement de traction dans un béton.
- Quantifier la perméabilité du béton dans le cas de fluide incompressible (l’eau) et de fluide compressible (le gaz) qui traversent le béton dans une direction perpendiculaire à la direction de traction.

Nous allons simuler cet essai et comparer les résultats obtenus avec les résultats expérimentaux de Gérard [Gerard, 1996]. Les simulations numériques sont effectuées en 2D.

#### 4.1.2.1 Géométrie d’éprouvette du béton

La figure 4.1 illustre la géométrie de l’éprouvette considérée lors des essais et des simulations : l’essai BIPEDE consiste à coller deux tôles d’acier sur une éprouvette de béton. Un trou circulaire (55 mm de diamètre) est percé au centre des tôles pour permettre le passage d’un fluide en cours de sollicitation. L’éprouvette de béton est cylindrique de 110 mm de diamètre et de 40 mm de hauteur. Une longueur de tôle d’acier de 400 mm permet de minimiser les conséquences d’un mauvais alignement des tôles. On minimise

ainsi les efforts parasites de flexion induits.

Pour le béton numérique utilisé pour les simulations de l'essai BIPEDE, nous n'avons pas pu retrouver toutes les caractéristiques du béton 0/10 mm utilisé lors des expériences. Nous avons choisi 8 classes pour décrire les granulats : les plus gros granulats présentent un diamètre de 10 mm, la plus petite taille des granulats du béton numérique est de 1,25 mm. La fraction volumique de chaque classe granulaire est basée sur une courbe granulométrique du béton M75C de Hager [Hager, 2004] -notre béton de référence jusqu'à présent - en supprimant les granulats 10 / 20 mm . La granulométrie de ce béton numérique présente donc plus de fins qu'un béton 0/10 mm classique (cf. tableau 4.1). La taille de l'élément en 2D est de 0,4 mm.

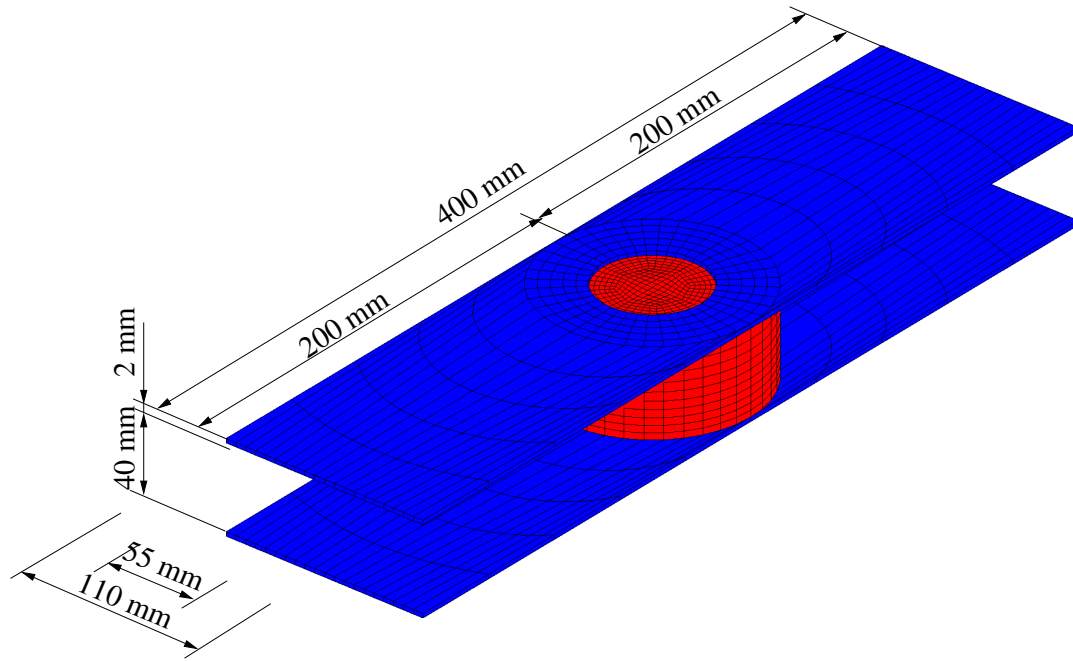
N° de la classe	Taille granulats (mm)	Tamisats cumulés courbe Hager (%)	Fraction volumique de chaque classe (%) <i>B1 – 8</i>
8	0 - 1.25	22	35.5
7	1.25 - 2.5	35	56.5
6	2.5 - 3.15	40	64.5
5	3.15 - 4	43	69.4
4	4 - 5	47	75.8
3	5 - 6.3	49	79.0
2	6.3 - 8	54	87.1
1	8 - 10	62	100

TABLE 4.1 – Fraction volumique de chaque classe granulaire pour l'essai BIPEDE

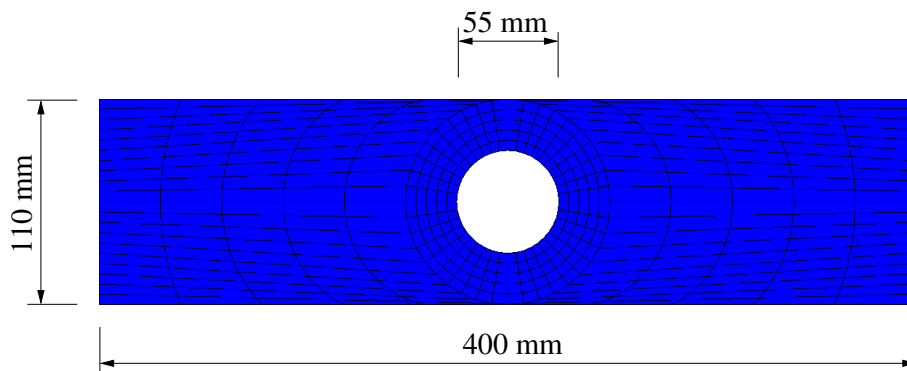
#### 4.1.2.2 Modèle de comportement pour les constituants du béton

Les calculs ont été réalisés avec le code de calcul Cast3M. Le comportement du béton est modélisé selon le modèle isotrope de Fichant [Fichant et al., 1999] (cf. chapitre 2 paragraphe 2.2.2.1) et le modèle élasto-plastique pour l'acier. Le collage est supposé parfait et modélisé comme un encastrement (pas de déplacement relatif entre éléments). Le poids propre du dispositif a été négligé. Les calculs ont été réalisés avec des éléments quadrilatères isoparamétriques à 4 nœuds en contraintes planes en 2D. Nous avons utilisé la même méthode de maillage (méthode diffuse)(voir chapitre 2) que pour nos autres calculs pour générer le béton numérique (Figure 4.2).

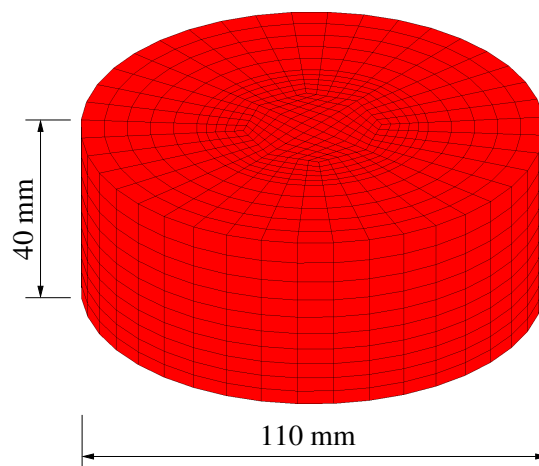
Les caractéristiques mécaniques des matériaux pour les simulations numériques sont présentées dans le tableau 4.2. Pour le béton, nous avons donc gardé les mêmes caractéristiques que précédemment.



(a) Epreuve BIPÉDE



(b) Tôle d'acier



(c) Béton

FIGURE 4.1 – Dimensions d'une éprouvette BIPÉDE

Béton						Acier	
	$E(GPa)$	$\nu$	$f_t(MPa)$	$G_f(J/m^2)$	$\alpha_1$	$E(GPa)$	$f_t(MPa)$
Pâte	15	0.2	3	20	10	210	240
Granulats	60	0.2	6	60	30		

TABLE 4.2 – Caractéristiques mécaniques des matériaux

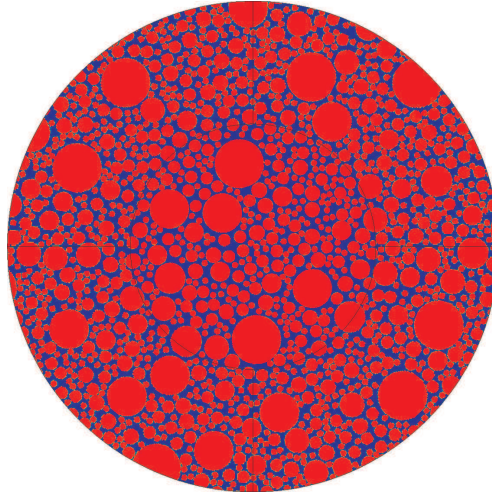


FIGURE 4.2 – Maillage du béton BIPÉDE

#### 4.1.2.3 Sollicitations et conditions aux limites

L'éprouvette BIPÉDE est sollicité en traction uniaxiale dans le code de calcul Cast3M. Le déplacement du bord  $AB$  est bloqué dans la direction  $Y$ , et on impose un déplacement vertical  $\Delta$  sur le bord  $CD$  dans la direction  $Y$ . Les sollicitations et conditions aux limites sont présentées sur la figure 4.3.

#### 4.1.2.4 Résultats des simulations

Dans l'expérience, deux jauges de déformation Vishay CEA UN 125 (120 ohms) sont collées sur les tôles (Figure 4.4). Elles sont diamétralement opposées et positionnées à 10 mm du bord extérieur des tôles. Dans nos simulations, nous mesurerons la déformation au même niveau.

#### Résultats locaux

La figure 4.5 illustre le comportement caractéristique global d'une éprouvette BIPÉDE soumise à de grandes déformations de traction. Les calculs numériques sont menés jusqu'au bout, mais les expériences ont été arrêtés à la déformation  $E_{yy} = 0.5\%$ . Les résultats obtenus sont comparables à ceux observés expérimentalement. Ces résultats sont globalement satisfaisants. On distingue deux zones de comportement :

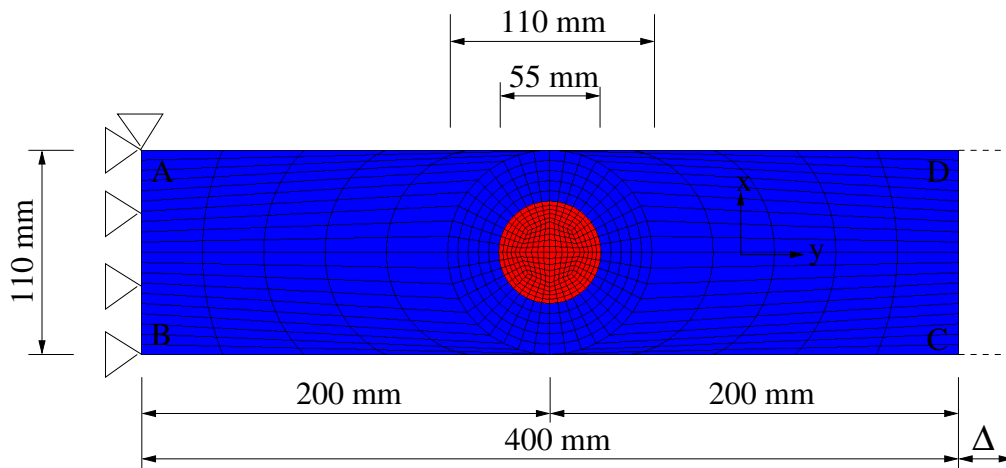


FIGURE 4.3 – Conditions aux limites pour l'essai BIPÉDE

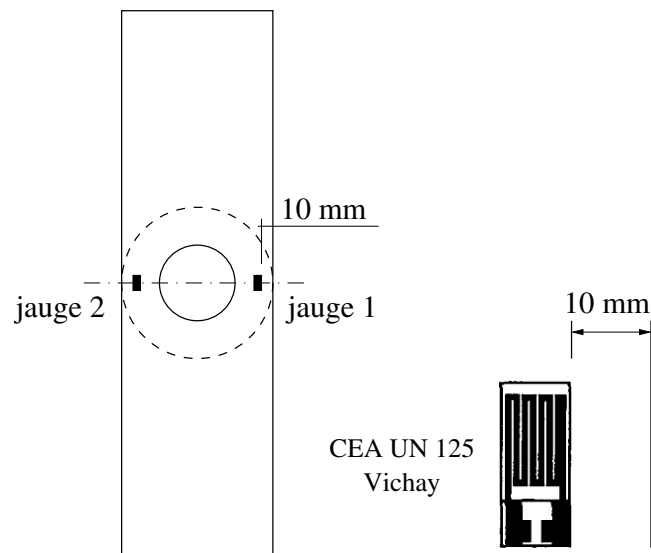


FIGURE 4.4 – Collage des jauges

- Zone 1 : L'acier a un comportement quasi-élastique (la zone proche du trou plastifie un peu) alors que le béton est élastique puis endommagé. La rigidité globale décroît pour chaque nouveau incrément de charge.
- Zone 2 : La rigidité de l'éprouvette est essentiellement attribuable à l'acier avec plastification progressive.

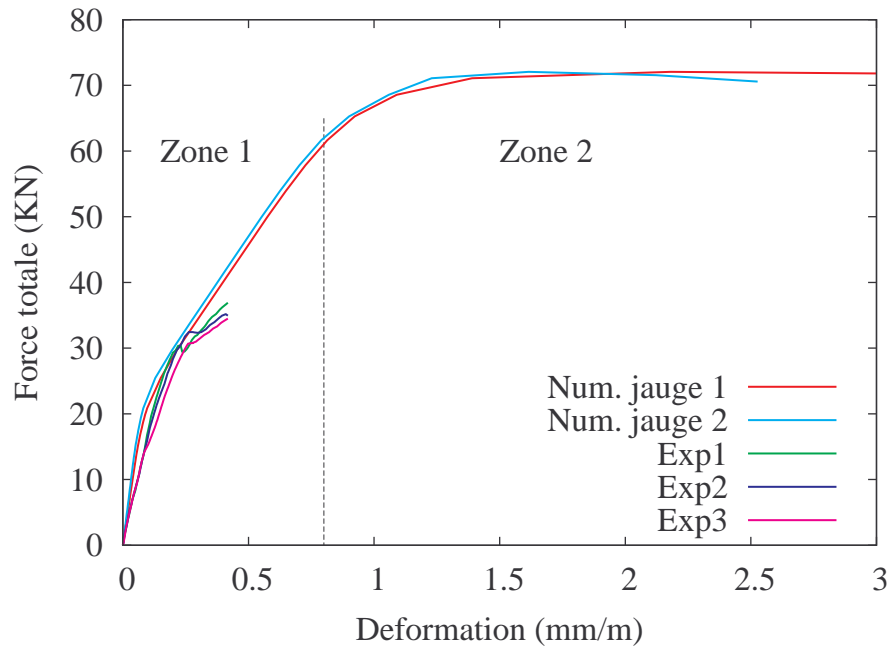


FIGURE 4.5 – Comportement global d'une éprouvette BIPEDE en 2D. Comparaison essai-calcul

La figure 4.6 montre le champ d'endommagement d'une éprouvette BIPEDE avec des tôles de 2 mm d'épaisseur. Comme on peut le constater, les simulations prédisent la création d'une zone endommagée au centre de l'éprouvette. Les fissures sont perpendiculaires à la direction de traction. Sur la figure 4.7, on peut distinguer deux populations de fissures : des macro-fissures traversantes et des micro-fissures discontinues. Les micro-fissures sont essentiellement des discontinuités d'interfaces pâte-granulats. Une macro-fissure principale est présentée sur la figure 4.7(c).

### Perméabilité à l'eau du béton

Avec la modélisation des propriétés de perméation, l'objectif est d'avoir un indicateur de la dégradation (éventuellement mécanique et chimique) en évaluant l'évolution globale de la perméation. Cette propriété est significativement influencée par la présence de fissures ou une augmentation de la porosité. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Une fissure nouvellement créée est immédiatement saturée d'eau.
- Le comportement post-pic en traction est caractérisé par l'évolution d'une fissure localisée qui se développe perpendiculairement à la direction d'extension.

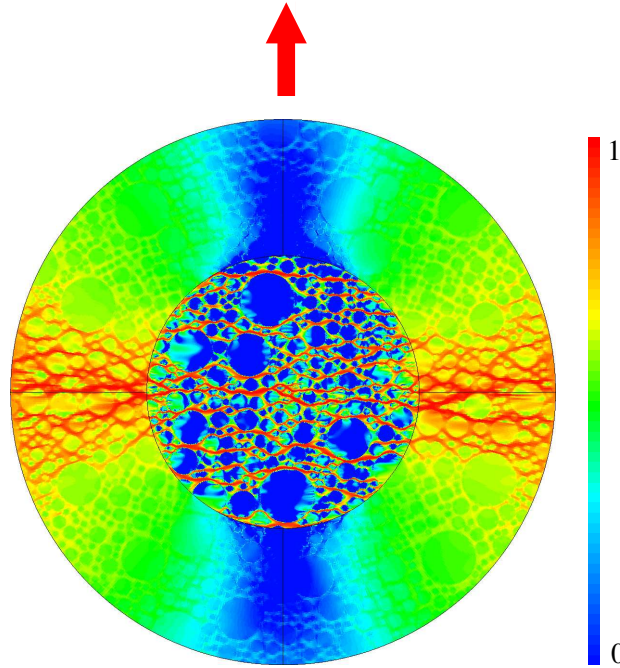


FIGURE 4.6 – Champ d'endommagement

- La déformation post-pic est la somme d'une déformation élastique et d'une ouverture de fissure  $\delta$ .
- Les écoulements du fluide sont supposés laminaires.

Dans le chapitre 1, paragraphe 1.5.2, nous avons mentionné le facteur de perméation à l'eau  $K_e$  du béton qui est donné par la formule :

$$K_e = K_0 + \xi \frac{\delta^3 \cdot L \cdot \rho_e \cdot g}{12\mu \cdot S} \quad (m/s) \quad (4.1)$$

où :

- $K_0$  est la facteur de perméation du matériau sain ( $m/s$ ) ( $K_0 = 4.E - 12$ ).
- $\xi$  est le coefficient de réduction du débit, on calcule deux cas :  $\xi = 0,1$  ou  $\xi = 1$  dans nos calculs
- $\delta$  est l'ouverture de fissure dans le trou (Figure 4.7(b)) qui est calculée par l'équation 3.6
- $L$  est la longueur de la fissure ( $L = 55 \text{ mm}$ )
- $\rho_e$  est la masse volumique de l'eau ( $\rho_{fl} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ )
- $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- $\mu$  est la viscosité dynamique de l'eau,  $\mu = 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$  à  $20^\circ C$
- $S$  est la section de béton efficace ( $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ ),  $D$  est le diamètre de la section du béton efficace ( $D = 55 \text{ mm}$ )

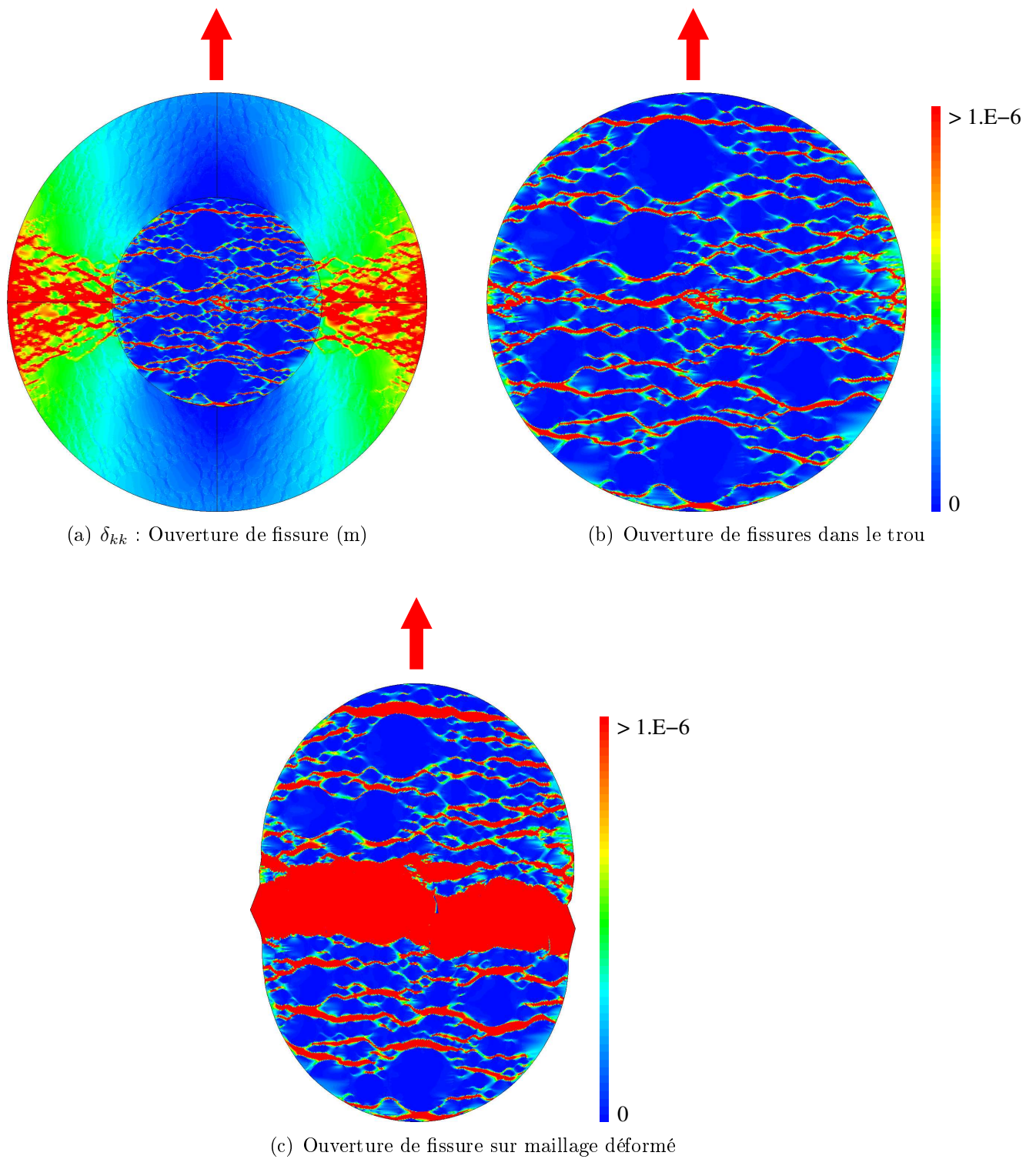


FIGURE 4.7 – Comportement du béton de l'essai BIPÉDE en 2D



La figure 4.8 représente la superposition des résultats numériques du facteur de perméation à l'eau  $K_e$  en fonction de la déformation avec trois essais expérimentaux  $D65$  de Gérard [Gerard, 1996].

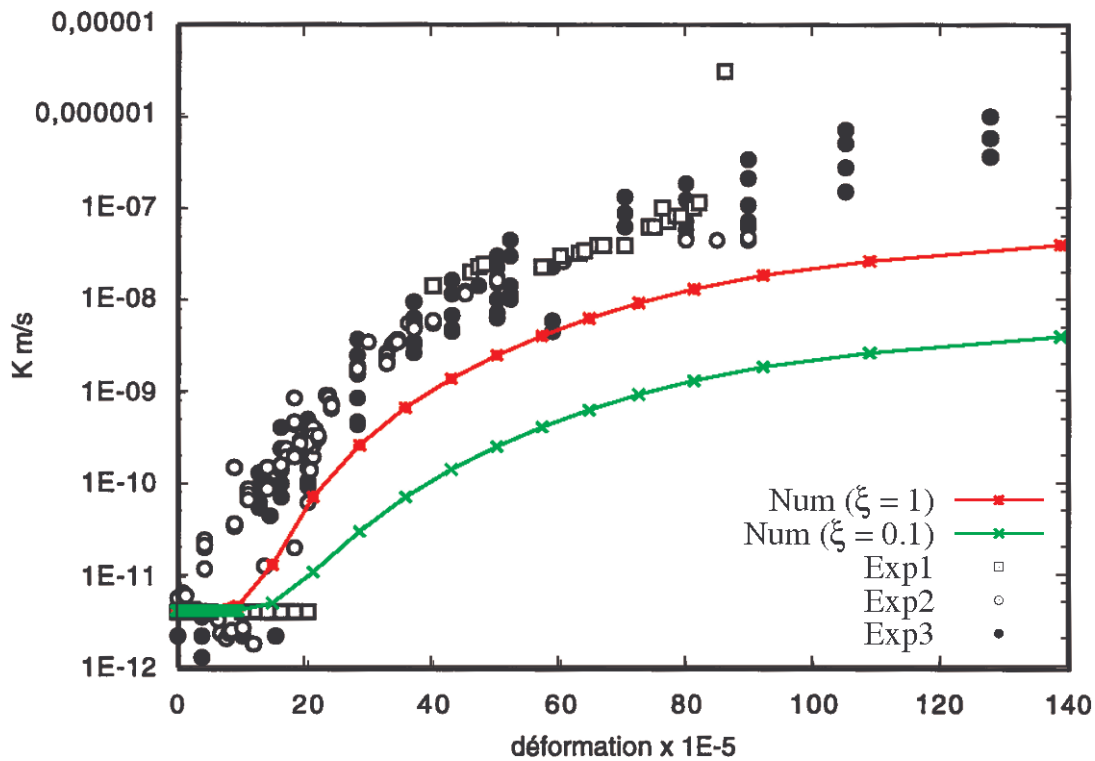


FIGURE 4.8 – Superposition des résultats numériques  $K_e$  en 2D avec les résultats expérimentaux de Gérard

On peut distinguer le comportement suivant :

- L'évolution de la perméabilité est négligeable durant la phase élastique du matériau (entre 0 et  $0,2 \cdot 10^{-3}$ ),
- L'accroissement des débits est rapide au moment de l'initiation de la localisation de la fissuration (entre  $0,2 \cdot 10^{-3}$  et  $0,25 \cdot 10^{-3}$ ).
- À partir de  $0,25 \cdot 10^{-3}$ , la perméabilité augmente avec le niveau de fissuration. Les macrofissures sont initiées et se développent dans l'échantillon du béton.
- Pour les fortes déformations, il y a plastification des tôles. Les déformations résiduelles comprennent celles du béton et celles de l'acier.

On peut constater que le cas  $\xi = 1$  (Poiseuille pur) donne des résultats plus proches de l'expérience que ceux obtenus avec un coefficient de tortuosité  $\xi = 0,1$ . Le coefficient de tortuosité qui a été introduit par de nombreux auteurs pour reproduire les résultats expérimentaux n'est donc pas utile avec notre approche. On peut supposer que derrière ce coefficient se cachent un certain nombre de phénomènes comme la présence de nombreuses microfissures qui ne peuvent pas être représentées par des approches macroscopiques. Nous remarquons également que notre approche couple la perméabilité avec l'ouverture

de fissure, alors que les approches classiques se basent sur la valeur de l'endommagement [Choinska, 2006, Jason, 2004] et ne tiennent donc pas compte de l'état réel de sollicitation de la structure.

### 4.1.3 Perméabilité au gaz de bétons fissurés

Les seuls résultats expérimentaux disponibles dans la littérature concernant la perméabilité au gaz des bétons fissurés correspondent à des essais de compression. Nous proposons ici une première approche qualitative de simulation des expériences de Choinska [Choinska, 2006]. Choinska a réalisé des essais de perméabilité au gaz sur des éprouvettes de béton cylindriques percées, soumise à de la compression, avec un transfert de gaz radial (cf, figure 4.9). Nous avons, dans cette première approche, repris nos résultats de simulation en 2D en compression du béton B1 – 12 décrits au chapitre 3 et simulé un transfert de gaz à travers l'échantillon numérique. La géométrie de l'essai et le béton utilisé (Choinska a utilisé un béton moins résistant que notre béton numérique) sont donc différents entre l'expérience et la simulation, c'est pourquoi la comparaison des résultats est seulement qualitative.

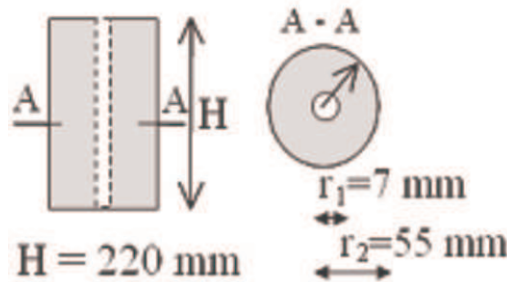


FIGURE 4.9 – Géométrie de l'éprouvette de Choinska

La perméabilité intrinsèque  $k_V$  au gaz du béton est donnée par les équations 1.22 et 1.27 :

$$k_V = K_0 + \xi \cdot \frac{\delta^3 \cdot L \cdot P_2}{12S \cdot r \cdot T} \left( 1 + \frac{\beta_k}{P_m} \right)^{-1} \quad (4.2)$$

où :

- $K_0$  est la facteur de perméation du matériau sain ( $m/s$ ) ( $K_0 = 1.E - 16$ ).
- $\xi$  est le coefficient de réduction du débit,  $\xi = 0, 1$  et  $\xi = 1$
- $\delta$  est l'ouverture de fissure dans le trou qui est calculé par l'équation 3.6.
- $L$  est la longueur de la fissure ( $L = 100 \text{ mm}$ ).
- $P_2$  est la pression du fluide à la sortie ( $P_2 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ).
- $S$  est la section de béton efficace  $S = L^2$ .
- $r$  est la constante des gaz parfaits ( $r = 8.314 \text{ Jmol}^{-1}K^{-1}$ ).
- $T$  est la température Kelvin du gaz ( $T = 20 \text{ C} = 293 \text{ K}$ ).

- $P_m$  est la pression moyenne du fluide au sein de l'échantillon,  $P_m = \frac{(P_1+P_2)}{2} = 3.10^5 Pa$
- $P_1$  est la pression du fluide à l'entrée ( $P_1 = 5 bar = 5.10^5 Pa$ ).
- $\beta_k$  est le coefficient de Klinkenberg.

La figure 4.10 représente la superposition du résultat expérimental de Choinska et de nos résultats numériques obtenus dans les deux cas :  $\xi = 1$  et  $\xi = 0,1$  (avec  $\beta = 5.10^4 Pa$  d'après les essais expérimentaux de ma collègue Wen CHEN au *LaSAGeC<sup>2</sup>* dans le cadre de sa thèse). On peut constater qu'il y a des écarts entre la courbe obtenue numériquement et les courbes obtenues dans les expériences de Choinska. Une première raison est certainement la différence de comportement des bétons. La résistance en compression du béton *B1-12* est de  $f_c = 38.47 MPa$  tandis que le béton utilisé dans les essais de Choinska donne une valeur approximative de  $30 MPa$ . Le béton utilisé par Choinska a donc une limite élastique plus faible et est certainement plus ductile. Une seconde raison tient à la géométrie différente des essais. Les tendances des résultats numériques sont malgré tout correctes compte tenu du peu de calages faits dans ces calculs, et doivent nous encourager à simuler en 3D ces essais dans le futur.

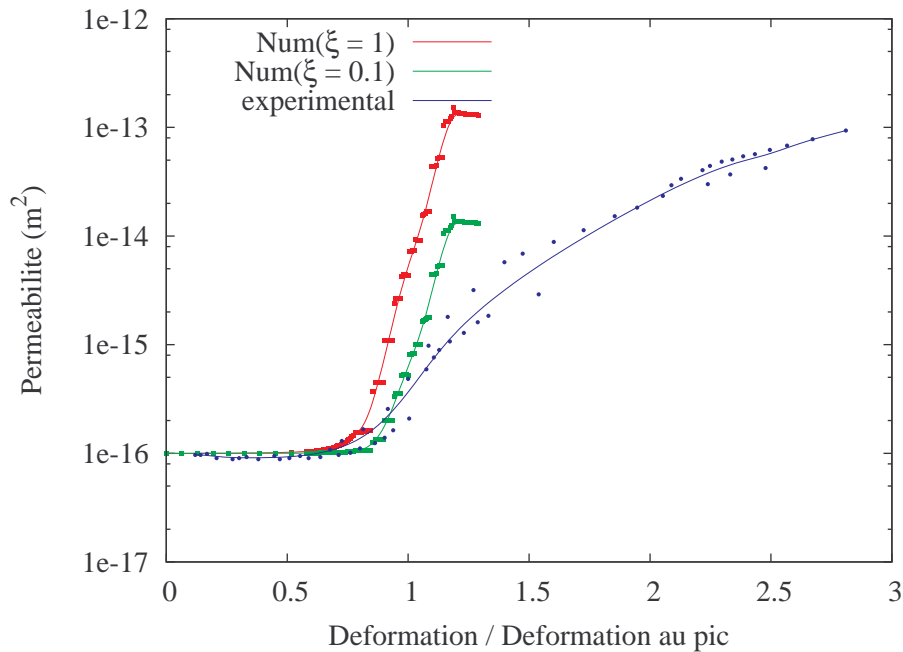


FIGURE 4.10 – Superposition de résultat numérique  $k_V$  en 2D avec le résultat expérimental de Choinska

#### 4.1.4 Conclusions

Grâce au modèle mésoscopique, l'évolution de la perméabilité peut être correctement décrite à partir du champ d'ouverture de fissure donné par les simulations. La distribution

entre les micro et macro fissures permet de lever le problème majeur lié à l'indétermination du coefficient de tortuosité  $\xi$  et permet d'utiliser directement les équations de Poiseuille. La relativement bonne description de l'évolution de la perméabilité en traction (et en compression dans une première approche qualitative) montre que l'approche proposée est raisonnable dans le cadre de l'utilisation dans un calcul prédictif. L'approche proposée se limitait dans ces travaux de thèse à des problèmes bidimensionnels et doit être généralisée aux cas de calculs tridimensionnels.

L'intégration directe de l'ouverture de fissure ne résout cependant pas les problèmes d'écoulement et nous devons par la suite utiliser des procédures d'écoulement (Opérateur FISS du code CAST3M et/ou simulation d'écoulements de type Darcy comme dans [Boussa, 2000]) qui se baseront sur les résultats fournis.

## 4.2 Prise en compte des phénomènes d'hydratation du béton au jeune âge pour des calculs mécaniques

### 4.2.1 Introduction

L'hydratation crée un état de contraintes initial qui peut influencer le comportement ultérieur du béton. Comme la pâte de ciment est la composante essentielle de l'évolution du béton lors du processus d'hydratation, une approche mésoscopique devrait naturellement permettre de simuler l'état initial de contraintes et de quantifier son influence sur le comportement ultérieur du béton. Nous montrerons en particulier que la phase d'hydratation a une influence sur les refermetures de fissures sous chargement cyclique et permet d'expliquer la présence de déformations résiduelles classiquement modélisées par la plasticité.

Dans l'étude bibliographique, nous avons décrit le modèle thermo-chimique d'hydratation basé sur le degré d'hydratation et l'affinité chimique, et les modèles de retrait endogènes et thermiques que nous allons utiliser dans notre modélisation par éléments finis à l'échelle mésoscopique.

La notion de degré d'hydratation est très utile pour le processus de modélisation numérique. Sur la base des études expérimentales, les évolutions des propriétés mécaniques qui décrivent la résistance et la rigidité de la pâte de ciment sont toutes liées au degré d'hydratation. Le comportement du béton est ici encore simulé en utilisant le modèle d'endommagement isotrope de Fichant [Fichant et al., 1999] (cf. chapitre 2 paragraphe 2.2.2.1).

Les simulations sont effectuées dans le code de calcul Cast3M sur un petit échantillon de dimension 100 x 100 mm en 2D avec des éléments de 0,4 mm. Nous proposons de calculer l'état initial de contraintes dû au processus d'hydratation. Cet état initial est à l'origine d'au moins une partie des déformations anélastiques ultérieures. Sur le comportement cyclique, l'état initial des contraintes modifie le comportement lors de la refermeture des fissures. L'objectif de ces premiers résultats est de montrer que l'hydratation influence le comportement du béton, même pour de petits échantillons. Le processus hydrique n'est pas modélisé dans ces premiers calculs et nous supposons qu'il y a assez d'eau pour hydrater le ciment. Les paramètres de retrait de la pâte de ciment sont choisis plus petits que les valeurs classiques, afin d'éviter la fissuration complète du béton.

Tout d'abord, nous rappelons les formulations théoriques. Ensuite, la simulation numérique du processus d'hydratation est présentée. Enfin, l'effet de l'état initial des contraintes au plus jeune âge sur le comportement cyclique est illustré.

## 4.2.2 Théorie fondamentale

### 4.2.2.1 Modèle thermo-chimique

Ce modèle a été décrit au chapitre 1 et nous rappelons ici seulement la loi d'évolution du degré d'hydratation  $\xi$  en fonction de l'affinité chimique  $\tilde{A}(\xi)$  et sa représentation graphique.

$$\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (4.3)$$

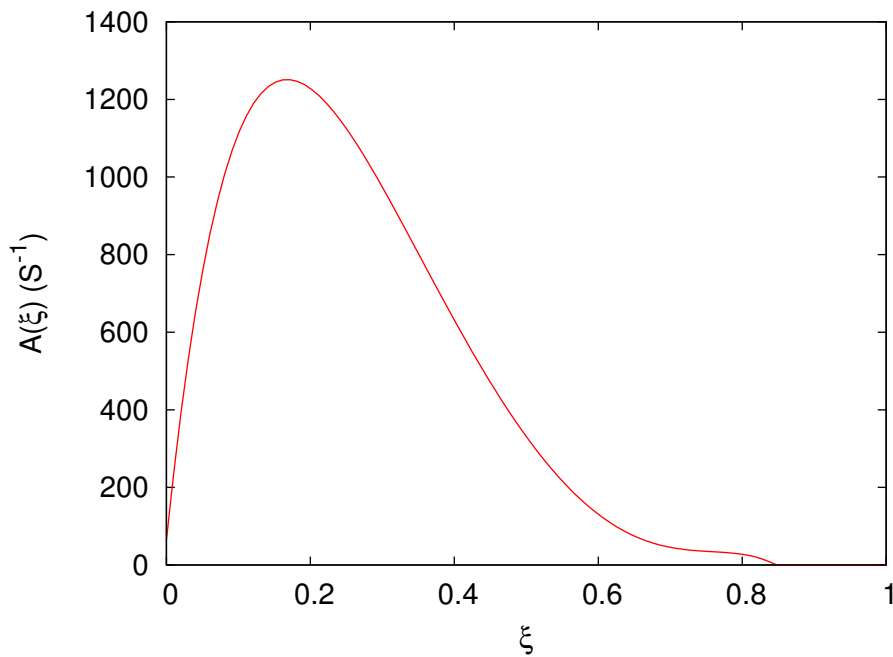


FIGURE 4.11 – Evolution de l'affinité chimique  $\tilde{A}(\xi)$  en fonction de  $\xi$  [Ulm and Coussy, 1998]

L'évolution de la température est obtenue à partir de l'équation de l'énergie, qui comprend le dégagement de chaleur dû à la réaction d'hydratation :

$$C\dot{T} = \nabla(k\nabla T) + L\dot{\xi} \quad (4.4)$$

où :  $C$  est la capacité thermique volumétrique ;  $k$  est la conductivité thermique ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ) et  $L$  est la chaleur totale dégagée ( $Jm^{-3}$ ).

### 4.2.2.2 Modèle de retraits endogène et thermique

Le retrait endogène se développe en même temps que durcit le béton. Il est donc lié à l'évolution de l'hydratation.

Nous rappelons ici la loi d'évolution du retrait endogène par rapport au degré d'hydratation :

$$\dot{\varepsilon}_{au} = -k\dot{\xi}\delta_{ij} \quad \text{pour } \xi > \xi_0 \quad (4.5)$$

où :  $k$  est un paramètre constant,  $\xi_0$  est un seuil et  $\delta_{ij}$  est le tenseur unité.

La déformation thermique  $\varepsilon_{th}$  est liée à la variation de température, due au dégagement de chaleur par l'hydratation, et au coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  (considéré comme constant) :

$$\dot{\varepsilon}_{th} = \alpha\dot{T}\delta_{ij} \quad (4.6)$$

#### 4.2.2.3 Evolution des paramètres mécaniques [De Schutter, 2002]

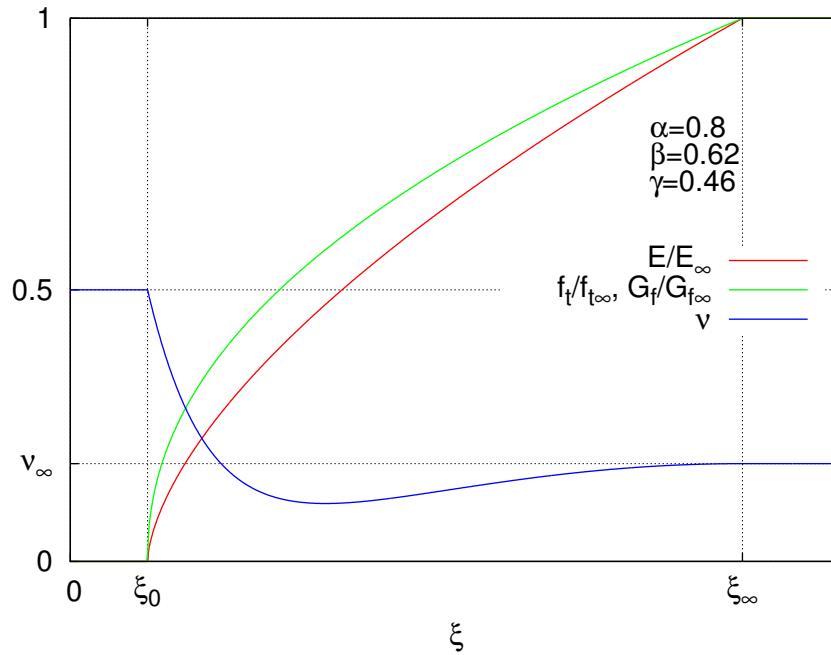


FIGURE 4.12 – Evolution des paramètres mécaniques [De Schutter, 2002]

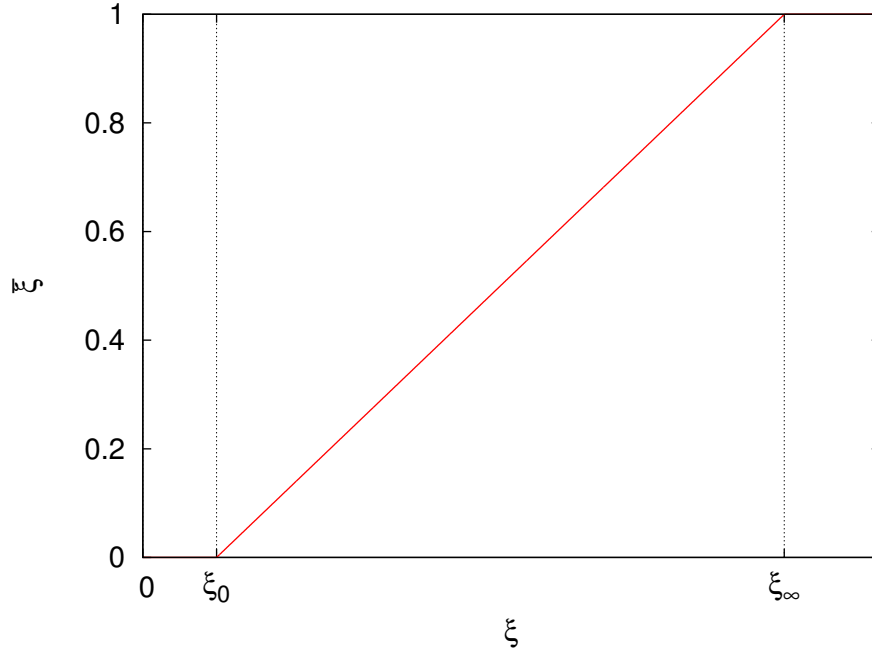
#### Module d'Young

$$E(\xi) = E_\infty \bar{\xi}^\beta \quad (4.7)$$

avec  $\bar{\xi} = \langle \frac{\xi - \xi_0}{\xi_\infty - \xi_0} \rangle_+$  dans lequel  $\xi_0$  est le seuil de percolation mécanique. Il est maintenu constant et égal à 0.1.

$\xi_\infty$  est le degré d'hydratation final.  $E_\infty$  est le module d'Young final,  $\beta$  est constant et égal à 0.62.

$\langle \rangle_+$  est la partie positive de l'opérateur.

FIGURE 4.13 – Evolution du degré hydratation efficace  $\bar{\xi}$  en fonction de  $\xi$ 

### Coefficient de Poisson

$$\nu = (0.18 \cdot ((\sin(\pi \cdot \xi) / 2)) + (0.5 \cdot (\exp(-10\xi)))) \quad (4.8)$$

### Résistance à la traction

$$f_t(\xi) = f_{t\infty} \bar{\xi}^\gamma \quad (4.9)$$

où  $f_{t\infty}$  est la résistance à la traction finale.  $\gamma$  est pris égal à 0,46.

L'évolution du seuil de la déformation en traction est calculée à partir de l'évolution de  $f_t$  et  $E$ .

$$\varepsilon_{d0}(\xi) = \frac{f_t(\xi)}{E(\xi)} = \frac{f_{t\infty}}{E_\infty} \bar{\xi}^{\gamma-\beta} = \varepsilon_{d0\infty} \bar{\xi}^{\gamma-\beta} \quad (4.10)$$

### Énergie de fissuration

L'énergie de fissuration est représentée par la courbe contrainte-déplacement de l'ouverture de fissure sous traction. Nous utilisons les formulations de l'endommagement plastique, l'énergie de fissuration est donnée par :

$$G_f = h \frac{f_t}{B(1 - \mathcal{H})} \quad (4.11)$$

avec



$$\mathcal{H} = \frac{E}{E + \frac{q}{dF_t/d\bar{\sigma}}} \quad (4.12)$$

L'échelle de longueur qui est introduite dans le modèle est la taille de l'élément  $h$ . Pour la simulation numérique, le paramètre d'endommagement  $B$  est fonction de  $h$  et contrôle la pente de la courbe d'adoucissement. Le paramètre  $B$  est donné par :

$$B = h \frac{f_t}{G_f(1 - \mathcal{H})} \quad (4.13)$$

En utilisant l'évolution de l'équation de  $f_t$  et  $G_f$ , nous proposons l'évolution de  $B$  comme :

$$B(\xi) = B_\infty \bar{\xi}^{\gamma - \alpha} \quad (4.14)$$

avec  $B_\infty = h \frac{f_{t\infty}}{G_{f\infty}(1 - \mathcal{H})}$ , et  $\alpha = 0.8$ .

### 4.2.3 Caractéristiques mécaniques des constituants et conditions aux limites

Nous avons utilisé pour toutes les simulations de ce paragraphe les mêmes paramètres que dans le chapitre 3 et nous les rappelons dans le tableau 4.3 .

	$E(GPa)$	$\nu$	$f_t(MPa)$	$G_f(J/m^2)$	$\alpha_1$
Pâte	15	0.2	3	20	10
Granulats	60	0.2	6	60	30

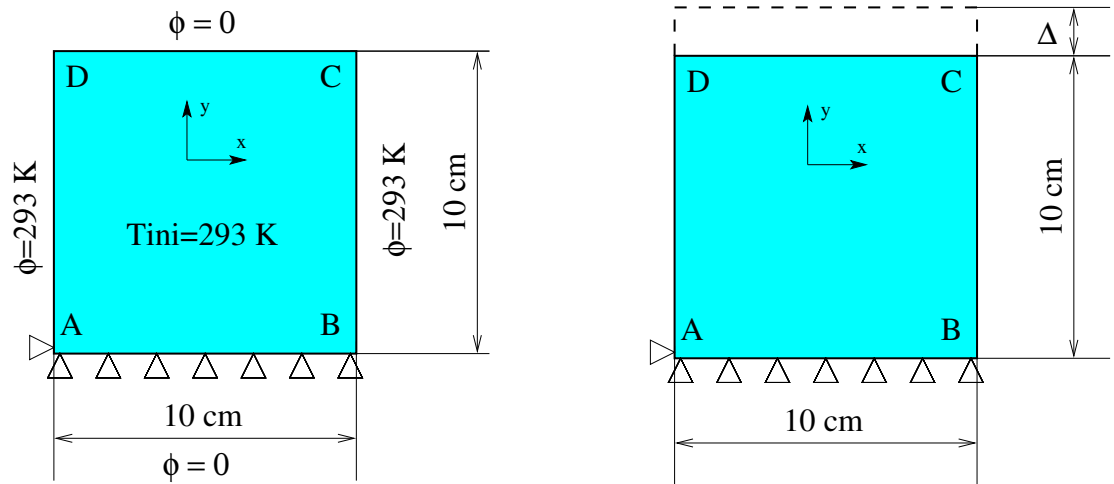
TABLE 4.3 – Caractéristiques mécaniques des constituants du béton

L'échantillon du béton numérique est testé dans 3 cas : processus d'hydratation, chargement cyclique sans prise en compte du phénomène d'hydratation, chargement cyclique avec prise en compte du phénomène d'hydratation. Les sollicitations et conditions aux limites sont présentées sur la figure 4.14.

### 4.2.4 Simulation numérique du processus d'hydratation

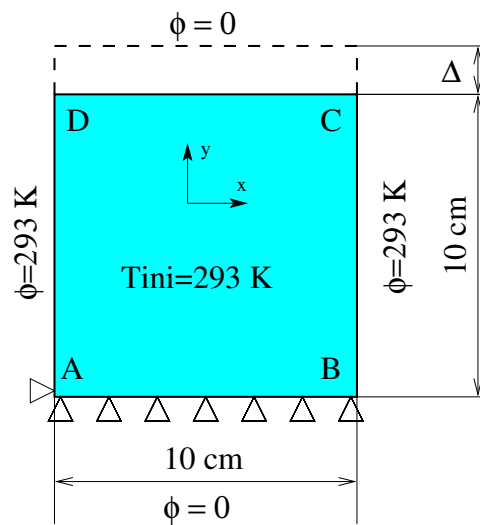
La formulation proposée a été implantée dans le code de calcul Cast3M. Un test élémentaire est proposé pour la valider. La méthode de maillage dite diffuse (cf. chapitre 2) a été utilisée pour créer l'échantillon de béton numérique à l'échelle mésoscopique. Le test est effectué sur un échantillon de dimensions  $(100 * 100) mm^2$  en contraintes planes 2D (Figure 4.15(a)). Sur la figure 4.14, on a schématisé les conditions aux limites.

La figure 4.15(b) montre le champ d'endommagement. Comme le comportement en fluage n'a pas été pris en compte, nous choisissons une petite valeur pour le retrait avec



(a) Processus d'hydratation

(b) Chargement cyclique sans pris en compte le phénomène d'hydratation



(c) Chargement cyclique avec pris en compte le phénomène d'hydratation

FIGURE 4.14 – Conditions aux limites

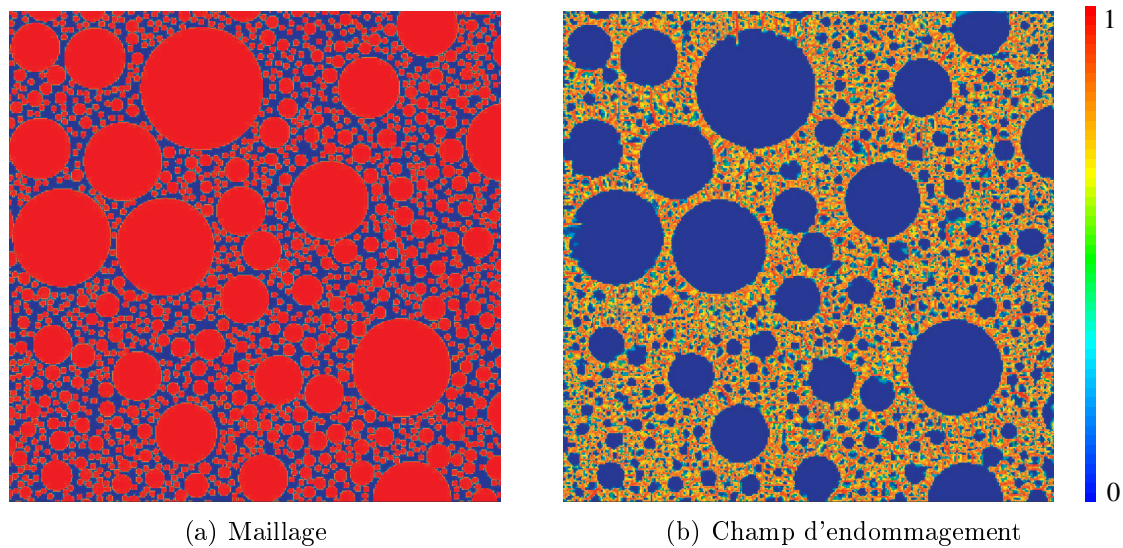
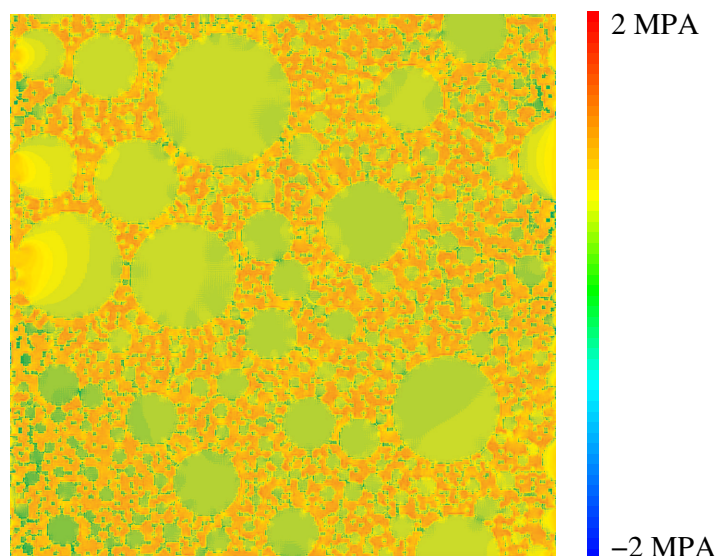


FIGURE 4.15 – Maillage et Champ d'endommagement du béton

un paramètre  $k = 3.10^{-3}$  (par rapport à celui donné par l'expérimentation  $k = 6.10^{-3}$  [Jaouadi, 2008]).

À titre d'exemple, nous avons tracé, le long de la ligne médiane de l'échantillon du béton (Figure 4.18) les contraintes mésoscopiques  $\sigma_{xx}$  (Figure 4.17(a)) et  $\sigma_{yy}$  (Figure 4.17(b)). On observe de très forts contrastes de contraintes aux interfaces pâte-granulats, avec des granulats en compression et la pâte en traction. (on observe aussi sur  $\sigma_{yy}$  un effet de bord dû aux conditions aux limites représentées sur la figure 4.14). Il existe donc bien un état de contrainte initial dans le béton.

FIGURE 4.16 – Contrainte hydrostatique  $\sigma_{kk}$

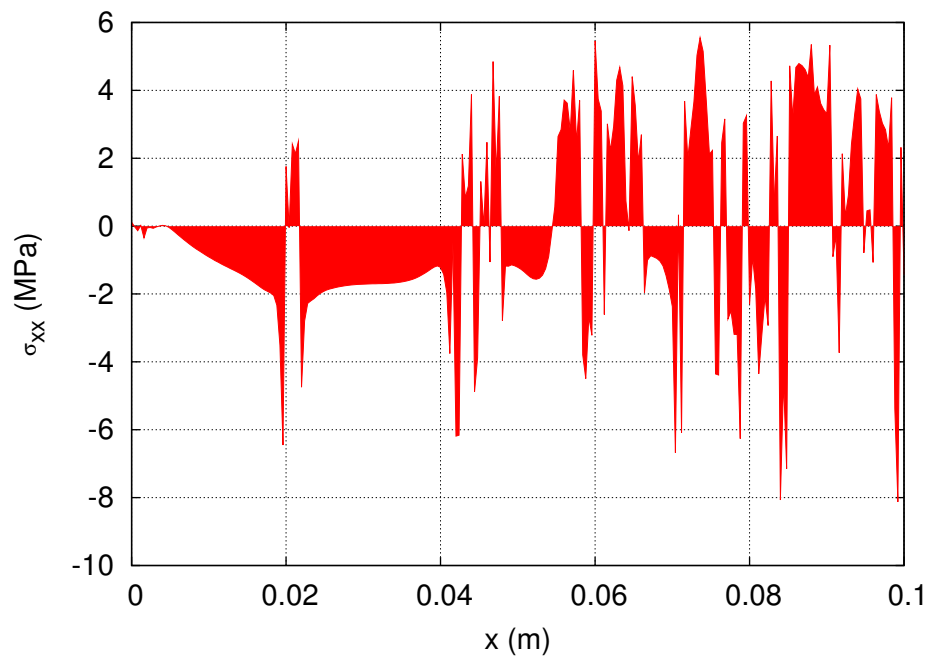
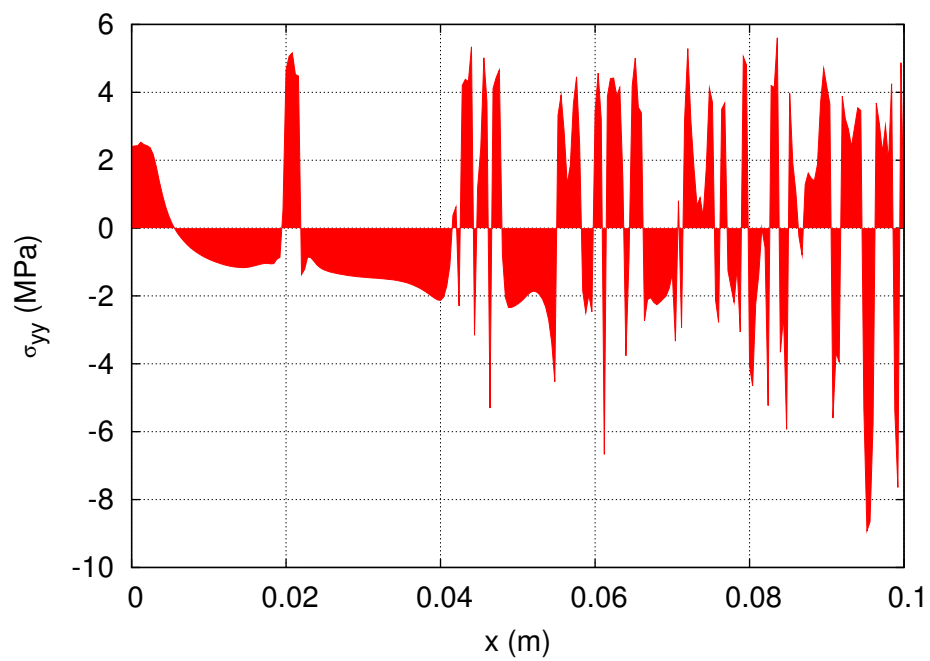
(a)  $\sigma_{xx}$ (b)  $\sigma_{yy}$ 

FIGURE 4.17 – Contraintes mésoscopiques le long de la ligne médiane

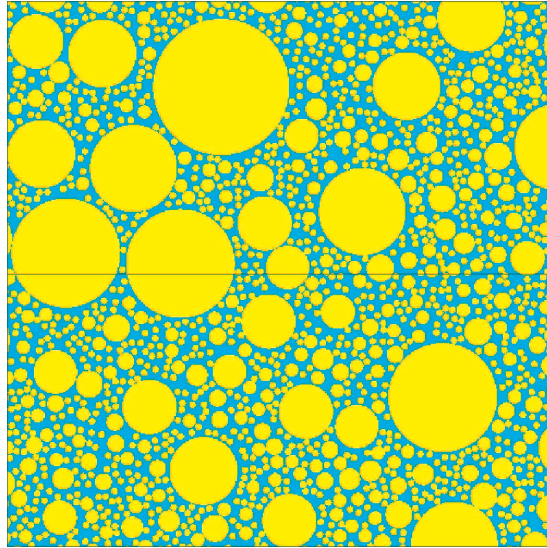


FIGURE 4.18 – Représentation de la ligne médiane

#### 4.2.5 Simulation numérique du comportement mécanique du béton sous chargement cyclique

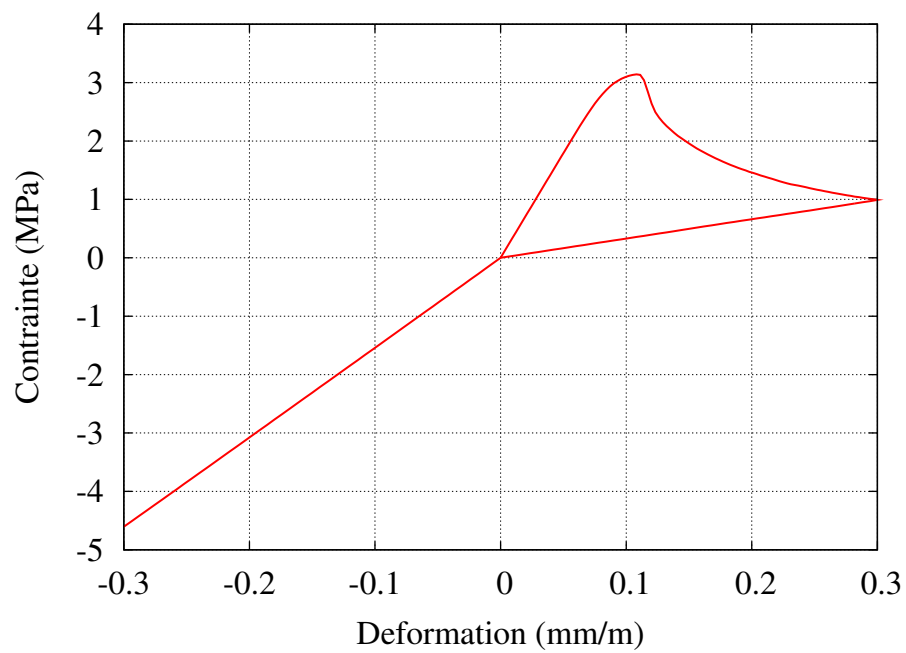
Dans le cas d'un chargement cyclique, les micro-fissures se referment progressivement et la raideur tangente de l'échantillon devrait augmenter. Dans le modèle d'endommagement proposé à la section 2.2.2.1, la condition unilatérale est prise en compte par une séparation du tenseur des contraintes dans les parties positives et négatives. En cas de chargements cycliques, la contrainte est donnée par :

$$\sigma = (1 - d)\tilde{\sigma}_+ + (1 - d)^\alpha \tilde{\sigma}_- \quad (4.15)$$

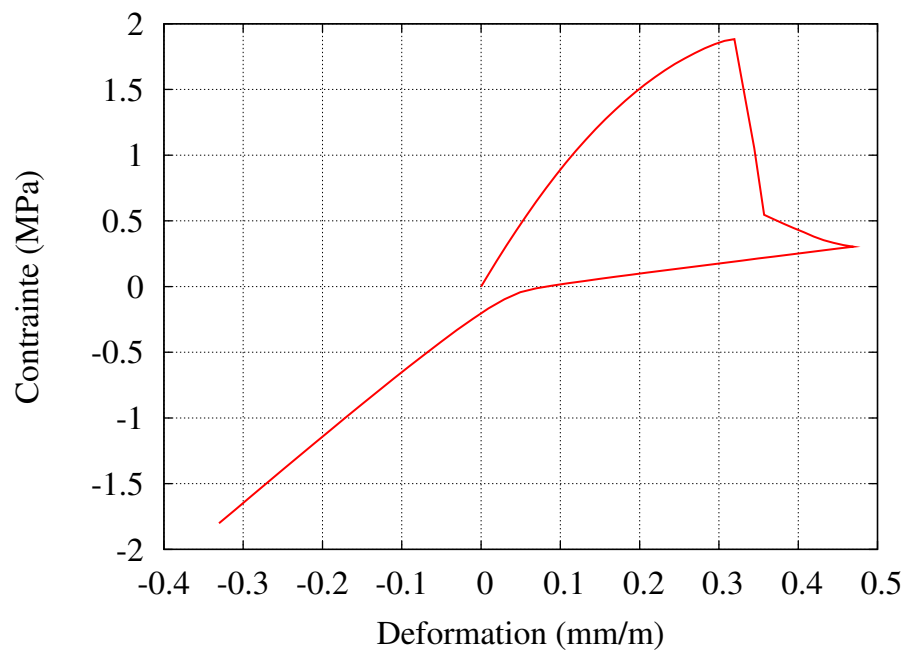
où  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  sont les parties positives et négatives du tenseur des contraintes.  $\alpha$  est un paramètre constant et  $d$  est la variable d'endommagement.

Si on ne considère que ce modèle d'endommagement sans plasticité, sans tenir compte d'un état de contrainte initial, le processus de refermeture de fissure étant conduit par le signe du tenseur des contraintes, la contrainte de refermeture de fissure est égale à  $\sigma_c = 0$  (Figure 4.19(a)).

Si on considère maintenant l'état dans le béton au jeune âge calculé par le modèle d'hydratation ci-dessus comme un état initial (contraintes, variables internes, déplacements) et que l'on soumet l'échantillon à un chargement cyclique (cycle de traction-compression), la figure 4.19(b) montre le comportement global du béton. Celui-ci est beaucoup plus conforme au comportement réel. En effet, à cause de la présence à l'état initial de contraintes (Figure 4.16), la contrainte de refermeture de fissure est modifiée et prend une valeur négative, différente de celle imposée normalement par le modèle d'endommagement sans plasticité ( $\sigma=0$ ) (Figure 4.19(b)).



(a) Sans prise en compte du phénomène d'hydratation



(b) Avec prise en compte du phénomène d'hydratation

FIGURE 4.19 – Comportement global du béton sous chargement cyclique, basé sur le modèle d'endommagement sans plasticité

### 4.2.6 Conclusions

Une procédure numérique Thermo-Hydro-Mécanique a été présentée dans ce paragraphe. Basées sur des observations expérimentales, le comportement du béton au jeune âge est conduit par le degré d'hydratation  $\xi$ . Implanté dans le code de calcul Cast3M, la procédure donne l'état initial du béton (contraintes, déformations, variables internes). L'état de contraintes du béton hydraté est très perturbé par la présence d'inclusions et se traduit par une contrainte hydrostatique positive dans la matrice et une contrainte hydrostatique négative dans les inclusions. En ce qui concerne le comportement cyclique, l'état initial des contraintes dû au processus d'hydratation semble jouer un rôle important. La valeur de la contrainte de refermeture de fissure est modifiée. Une valeur négative est obtenue au lieu de la valeur classique imposée par le modèle d'endommagement ( $\sigma = 0$ ). Expérimentalement, le matériau retrouve sa rigidité complètement pour un état de contrainte de compression. Ainsi, tenir compte du comportement au jeune âge dû au processus d'hydratation et donc de l'état initial du béton (contraintes, déformations, variables internes) semble être une bonne solution pour reproduire correctement les essais cycliques et le phénomène de refermeture de fissure.

### 4.3 Calcul de structures et effets d'échelles

L'objectif de ce chapitre est double : il s'agit de montrer la capacité du modèle à être intégré dans un calcul de structures complet et à décrire au moins partiellement les effets d'échelle.

Comme nos simulations l'ont montré, la transition entre l'endommagement diffus et l'endommagement localisé est une des conséquences de l'hétérogénéité du matériau. Cette transition, aussi largement étudiée sous son acronyme Anglais FPZ (Fracture Process Zone) [Bažant, 2005], est également une cause des effets d'échelle [Bažant, 1976]. Ces effets pourraient donc naturellement être simulés à l'échelle mésoscopique, dans un modèle qui intègre le modèle mésoscopique dans un calcul de structure complet.

#### 4.3.1 Description du problème modélisé

Les expériences ont été réalisées à l'UPPA par L. Rojas Solano, D. Grégoire et G. Pijaudier-Cabot [Rojas Solano et al., 2011] sur des poutres en béton de dimensions homothétiques dans le cadre du projet européen Failflow.

##### 4.3.1.1 Dimensions

Des poutres en béton de dimensions homothétiques ont été sollicitées en flexion trois points (Figure 4.20) pour trois profondeurs relatives d'entaille : 0 ; 0,3  $D$  ; 0,5  $D$ . Nous avons choisi d'étudier uniquement les poutres ayant une profondeur relative d'entaille de 0,5  $D$ , car ce sont celles qui sont les plus stables mécaniquement. Les dimensions de la poutre de référence sont reportées dans le tableau 4.4, les rapports d'homothétie sont de 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  (Figure 4.21).

Épaisseur ( $m$ )	Longueur totale $L_2$ ( $m$ )	Longueur entre appuis $L$ ( $m$ )	Hauteur $D$ ( $m$ )	Hauteur d'entaille ( $m$ )
0,05	1,4	1	0,4	0,2

TABLE 4.4 – Dimensions de la poutre de référence entaillée à 50%

##### 4.3.1.2 Composition du béton

La formulation du béton (Table 4.5) correspond à celle d'un fournisseur local de béton prêt à l'emploi. Les courbes granulométriques du sable et des graviers sont présentées à la figure 4.22. Le béton a été fabriqué au laboratoire à partir des mêmes granulats et composants.



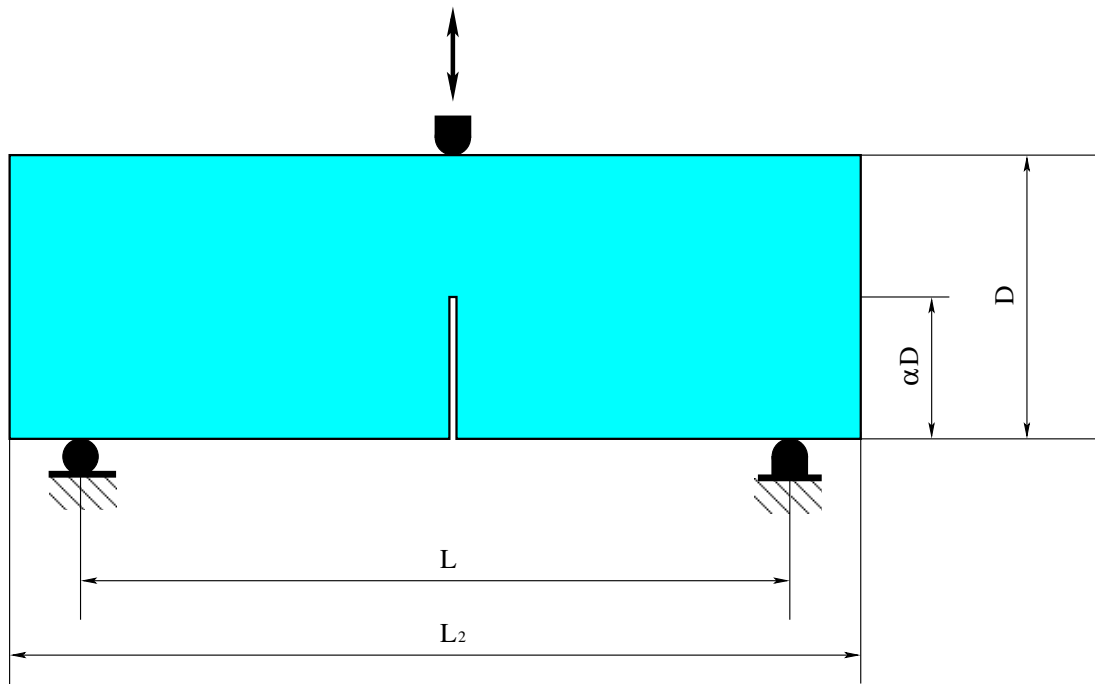


FIGURE 4.20 – Dispositif expérimental

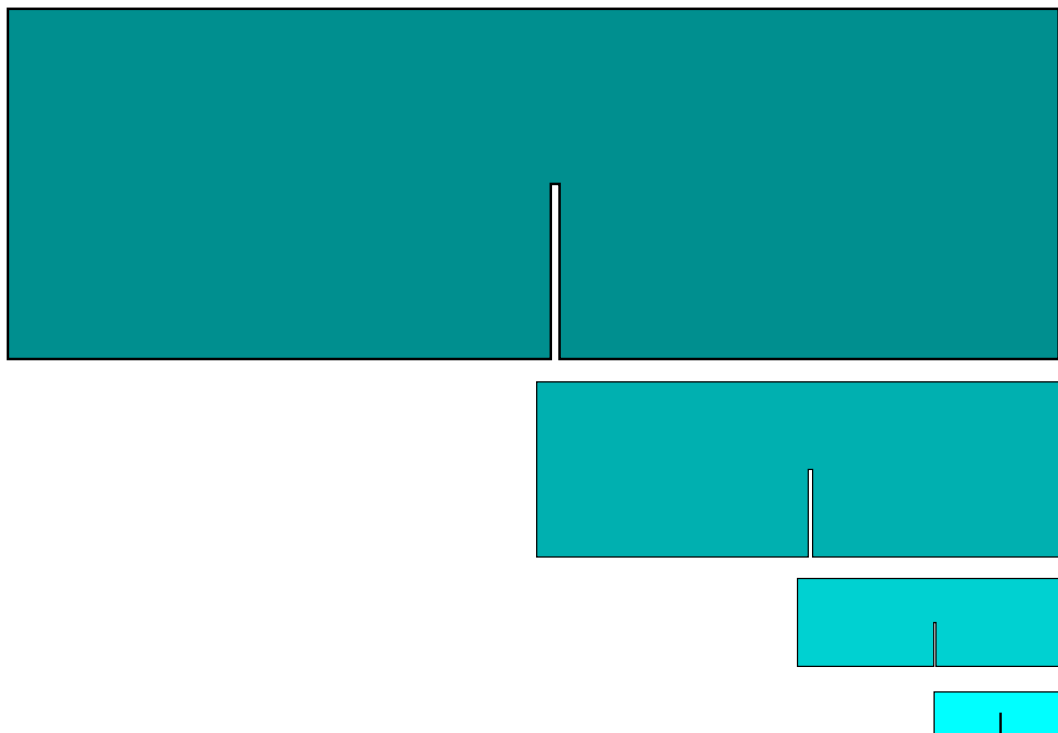


FIGURE 4.21 – Différentes tailles d'éprouvettes

Formulation	Masse (kg)
Sables 0 - 4	740
Gravier 4 - 10	1140
Ciment cem II/A 42.5	286
Adjuvant Cimplast 115	1 (0,35%)
Eau	179
Total	2346

TABLE 4.5 – Composition du béton

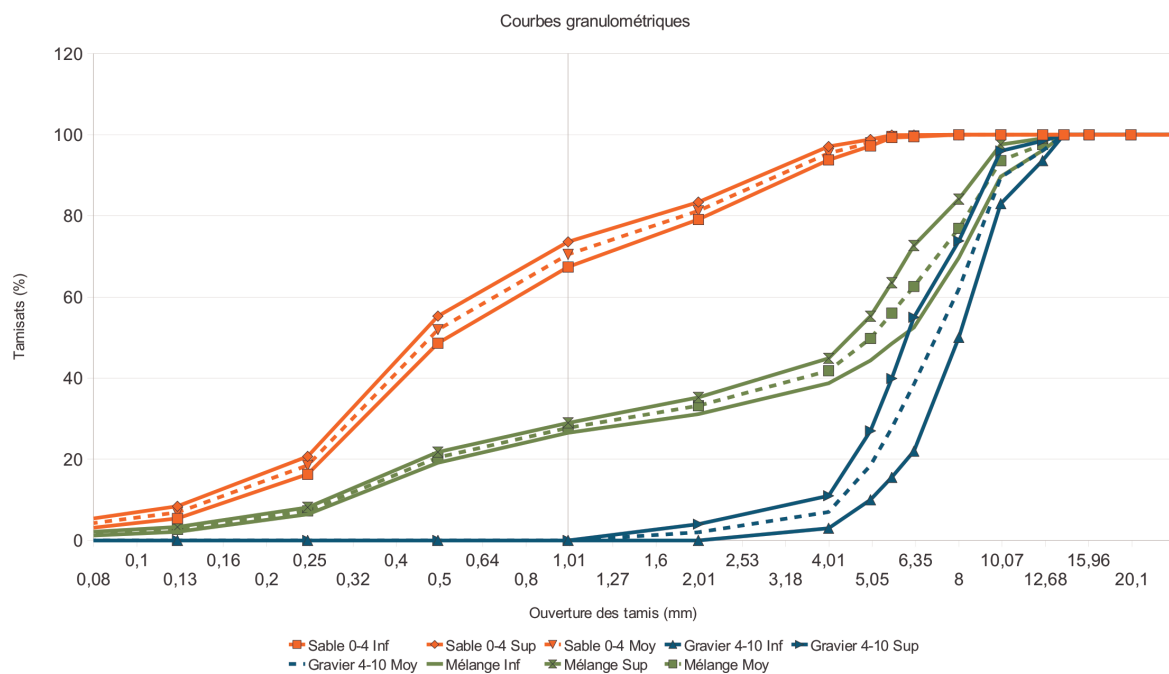


FIGURE 4.22 – Courbes granulométriques

### 4.3.1.3 Caractéristiques du béton

Le béton a été testé à une centaine de jours en compression et en fendage.

### 4.3.1.4 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux de Rojas Solano et al [Rojas Solano et al., 2011] sont présentés sur la figure 4.23.

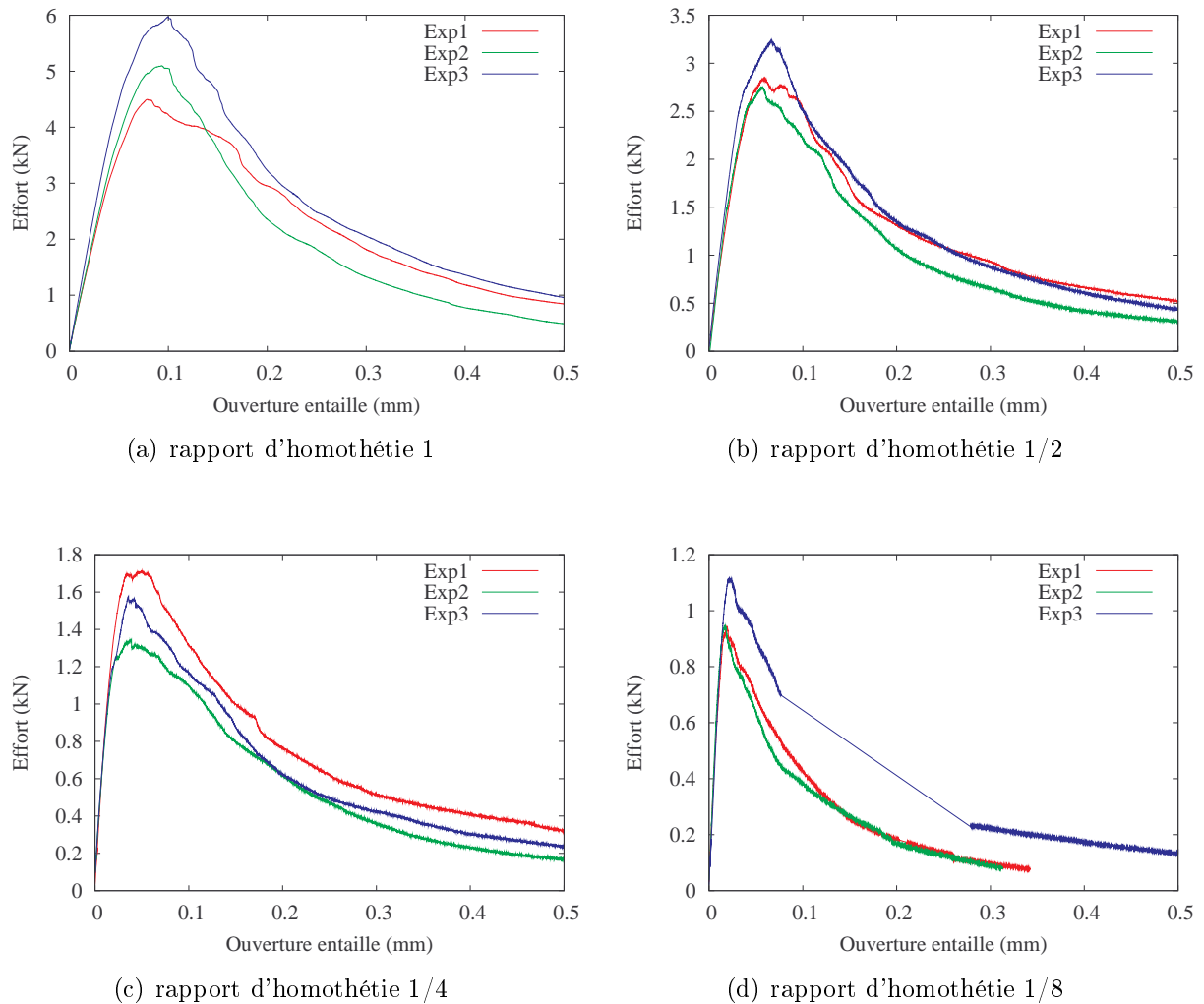
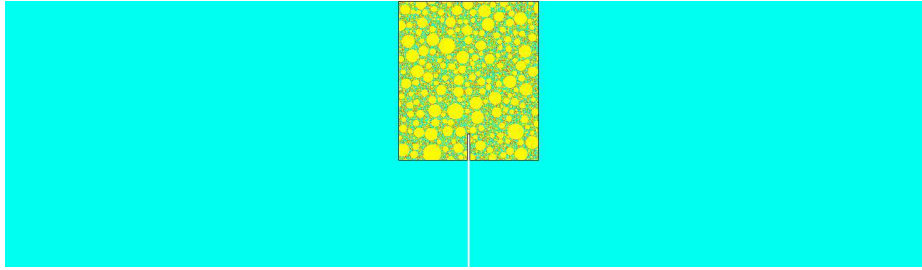


FIGURE 4.23 – Courbes ouverture d’entaille - effort d’après les résultats expérimentaux de [Rojas Solano et al., 2011]

### 4.3.2 Modélisation

Nous avons modélisé les poutres entaillées de rapport d’homothétie  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{8}$ , le comportement des plus grandes poutres est instable (snap-back sur la courbe flèche - effort) et nous n’avons pas jugé utile d’ajouter cette difficulté pour la démonstration de la capacité du modèle à reproduire les effets d’échelle.

FIGURE 4.24 – Maillage et distribution pour la poutre de rapport d’homothétie  $\frac{1}{2}$ 

#### 4.3.2.1 Stratégie de discrétisation

La partie proche de l’entaille est modélisé avec le modèle mésoscopique, le reste de la poutre est élastique et possède les caractéristiques homogénéisées du modèle mésoscopique.

Un exemple de maillage pour la poutre de rapport d’homothétie  $\frac{1}{2}$  est présenté sur la figure 4.24. La zone décrite par le modèle mésoscopique est celle de la propagation probable de la fissuration y compris la “fracture process zone (FPZ)”. Si au cours du calcul, l’endommagement devient proche des frontières du modèle macroscopique, alors la zone mésoscopique est augmentée afin que la totalité de la dissipation d’énergie due à la fissuration se produise dans celle-ci.

Dans la zone de raccordement entre le maillage macro et le maillage mésoscopique, les nœuds des deux maillages sont situés sur une ligne commune mais ne correspondent pas forcément (Figure 4.25). Le couplage se fait en imposant aux nœuds du maillage mésoscopique des déplacements compatibles avec ceux donnés par les fonctions de forme du modèle macroscopique.

Trois tirages mésoscopiques ont été utilisés pour chacune des poutres.

#### 4.3.2.2 Identification des paramètres des modèles

Les paramètres (Table 4.6) ont été identifiés à partir des résultats d’essais disponibles pour l’éprouvette de rapport d’homothétie  $\frac{1}{4}$ . Il est important de noter ici que plusieurs jeux de paramètres peuvent donner des résultats semblables : dans l’idéal, il faudrait donc disposer des valeurs expérimentales sur au moins un des constituants. Pour le type de béton utilisé ici, la majorité de la fissuration se produisant dans la pâte, les valeurs pour le comportement non linéaire des granulats n’a pas beaucoup d’importance du moment que la limite élastique est suffisamment élevée. À noter que dans ce chapitre, nous avons utilisé une version modifiée par Matallah et La Borderie du modèle de Fichant qui permet de prendre en compte la plasticité tout en maîtrisant l’énergie de fissuration (ce qui n’était pas le cas pour le modèle initial). Pour cette version du modèle, les courbes d’écrouissage restent identiques à celles du modèle initial, la part de l’énergie de fissuration dépensée

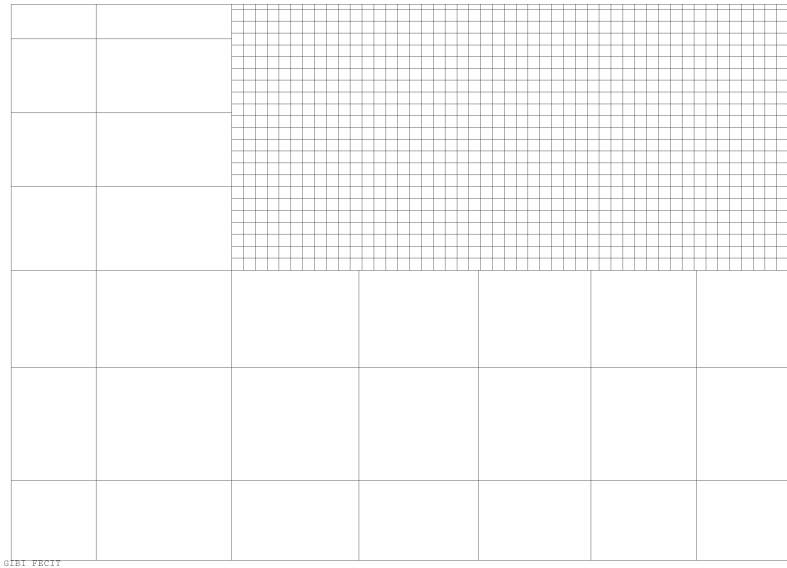


FIGURE 4.25 – Raccordement entre les maillages macro et mésoscopique

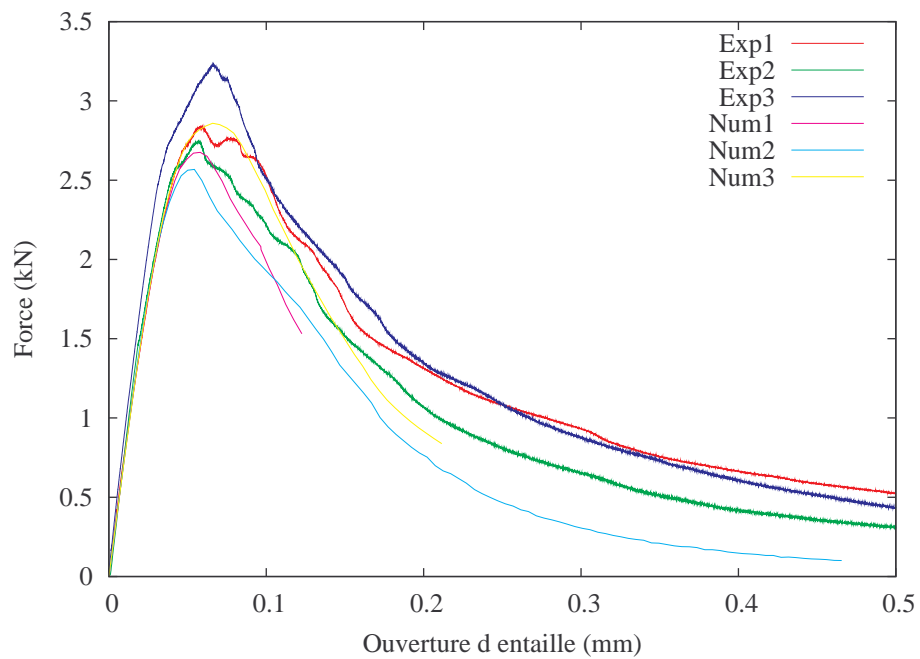
par les phénomènes de plasticité et d'endommagement est spécifié par le ratio  $\alpha_p$  entre le module d'élasticité et le module d'écroutissage plastique.

	Module d'élasticité $E$ (GPa)	Coefficient de Poisson $\nu$	Limite en traction $f_t$ (MPa)	Énergie de fissuration $G_f$ ( $J/m^2$ )	Paramètre plastique $\alpha_p$
pâte	25	0,2	3	20	$\frac{1}{10}$
granulats	35	0,2	6	60	$\frac{1}{10}$
homogénéisé	39,61	0,2	-	-	-

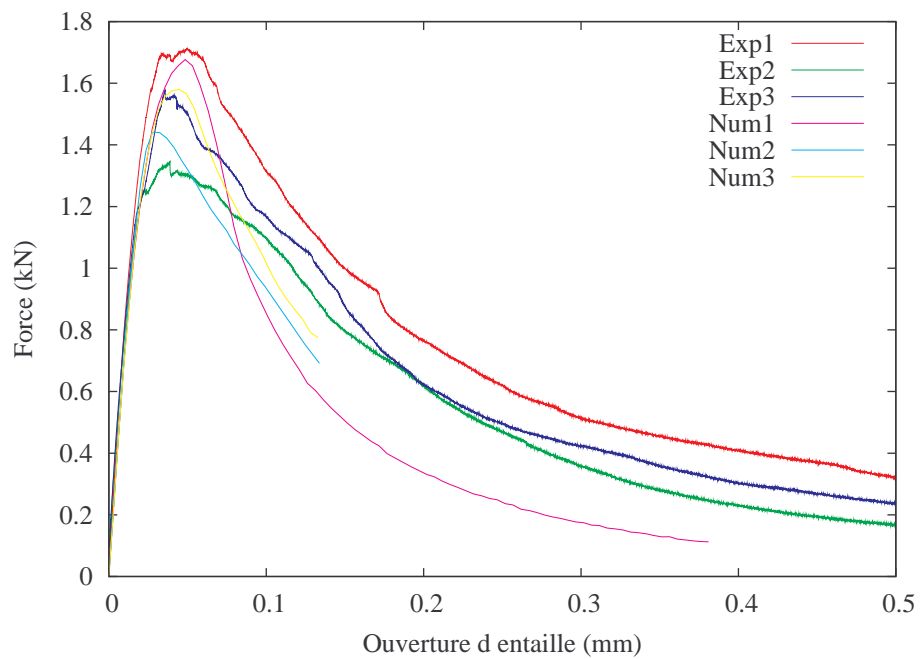
TABLE 4.6 – Paramètres mécaniques

### 4.3.2.3 Résultats

Nous présentons les courbes effort - ouverture d'entaille pour l'ensemble des poutres calculées. Pour chaque poutre calculée, le calcul correspondant au premier tirage est mené jusqu'au bout, les deux autres ont été arrêtés volontairement après dépassement du pic car nous n'avons besoin que de la charge ultime pour calculer les effets d'échelle. Ces résultats sont globalement satisfaisants. Les valeurs des efforts et ouvertures de fissures au pic sont tout à fait comparables, les dispersions obtenues entre plusieurs tirages sont également comparables à celles observées expérimentalement (Figure 4.26 et Figure 4.27), mais il faudrait un nombre de tirages et d'expériences plus importants pour confirmer cette dernière remarque.

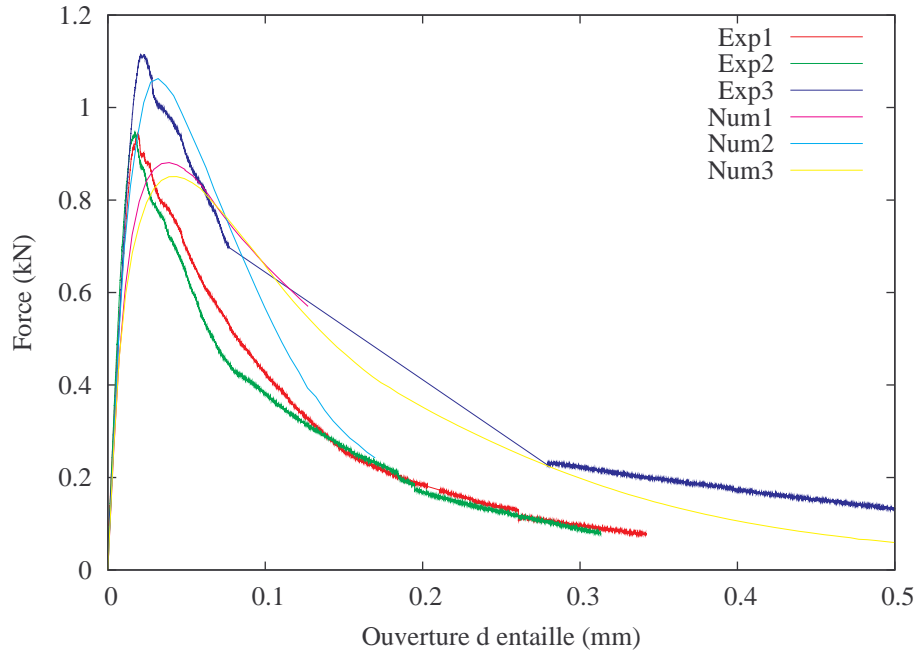


(a) rapport d'homothétie 1/2



(b) rapport d'homothétie 1/4

FIGURE 4.26 – Courbes ouverture d'entaille- effort. Comparaison essai-calcul



(a) rapport d'homothétie 1/8

FIGURE 4.27 – Courbes ouverture d'entaille- effort. Comparaison essai-calcul (suite)

### 4.3.3 Étude de l'effet d'échelle

L'effet d'échelle se traduit par une contrainte nominale au moment de la rupture qui varie en fonction de la taille de l'éprouvette.

La contrainte nominale pour une poutre de hauteur  $D$ , de portée  $L$ , d'épaisseur  $e$  pour une charge  $P$  est donnée par le calcul de la contrainte maximale dans une poutre en flexion trois points non entaillée par la théorie des poutres.

$$\sigma_n = \frac{3PL}{2eD^2} \quad (4.16)$$

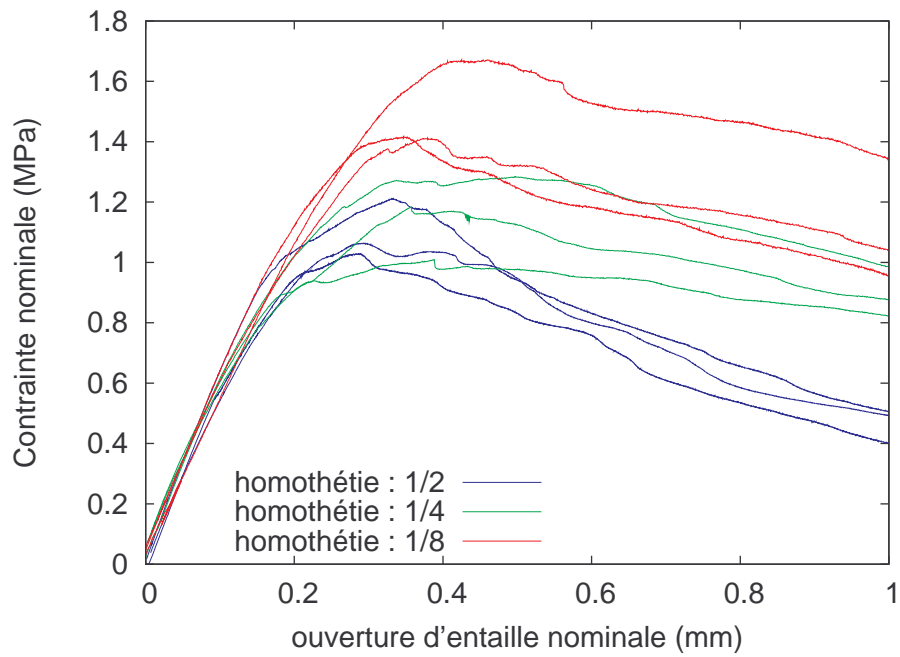
On peut de la même manière définir une ouverture d'entaille nominale  $U_n$  en fonction de l'ouverture d'entaille  $U$

$$U_n = \frac{U}{D}$$

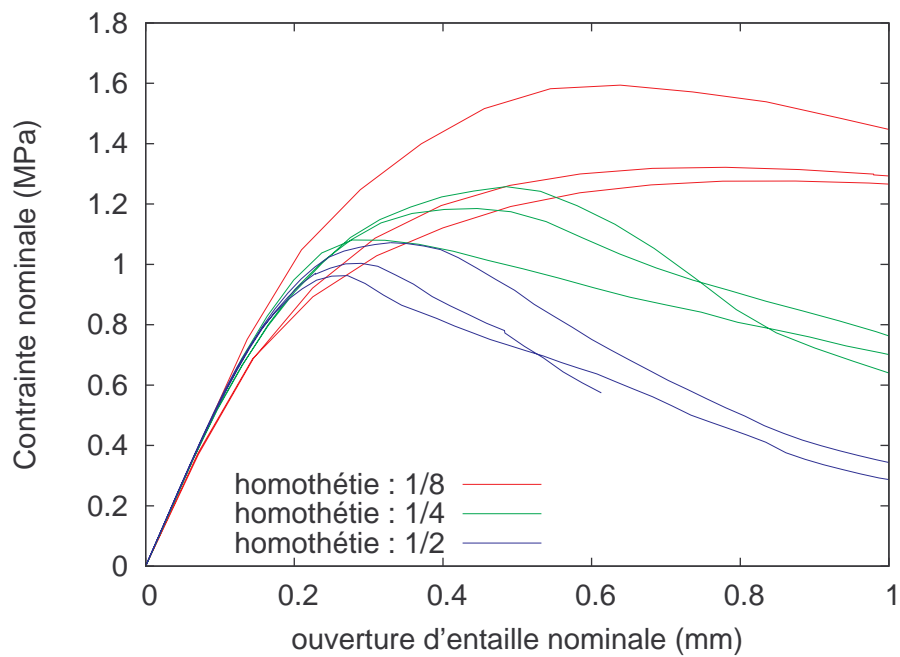
Sans effet d'échelle, les courbes  $\sigma_n(U_n)$  doivent se superposer. L'effet d'échelle se traduit expérimentalement (figure 4.28(a)) et dans les simulations numériques (figure 4.28(b)) par une valeur maximale  $\sigma_{nu}$  de la contrainte nominale qui dépend de la taille de la structure.

Les valeurs obtenues pour  $\sigma_n$  ne peuvent pas être comparées à d'autres types de structures, en particulier nous devons prendre en compte la présence de l'entaille initiale.

La représentation de l'effet d'échelle nécessite la définition d'une taille intrinsèque  $\bar{D}$  et d'une contrainte nominale intrinsèque  $\bar{\sigma}_n$  prenant en compte tous les deux la forme de



(a) Expériences



(b) Simulations numériques

FIGURE 4.28 – Courbes  $\sigma_n(U_n)$



la structure.

La prise en compte de l'entaille peut être obtenue à partir du facteur d'intensité des contraintes en mode I :  $K_I = \sigma_n \sqrt{D} k(\alpha)$  où  $\alpha$  est la longueur relative d'entaille et  $k(\alpha)$  est une fonction adimensionnelle dépendant de la forme de l'éprouvette et plus particulièrement du rapport  $\frac{L}{D}$  (égal à 2,5 pour nous) . Pastor ([Pastor et al., 1995] cité par [Bažant and Planas, 1998]) a approximé le facteur de forme par un polynôme de degré 4, on obtient pour  $\frac{L}{D} = \frac{5}{2}$ .

$$k_{2,5}(\alpha) = \sqrt{\alpha} \frac{1.847 - \alpha [-0.1424 + 0.6960(1 - \alpha) - 0.4308(1 - \alpha)^2 + 1.221(1 - \alpha)^3]}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}$$

Pour prendre en compte le fait que la fissure se développe progressivement et la présence d'un écoulement dans le matériau, il faut introduire l'extension de longueur de fissuration critique  $c_f$  qui est supposée tendre vers une valeur constante qui ne dépend que du matériau. La longueur relative d'entaille devient alors  $\alpha_{ec} = \alpha_0 + \frac{c_f}{D}$ .

La contrainte nominale au pic d'effort peut donc s'écrire :

$$\sigma_{nu} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{D} k(\alpha_0 + \frac{c_f}{D})} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{D k^2(\alpha_0 + \frac{c_f}{D})}}$$

Si  $\frac{c_f}{D} \ll \alpha_0$ , on peut développer  $k^2(\alpha_0 + \frac{c_f}{D}) \approx k^2(\alpha_0) + 2k(\alpha_0)k'(\alpha_0)\frac{c_f}{D}$  ou encore en posant  $k_0 = k(\alpha_0)$  et  $k'_0 = k'(\alpha_0)$

$$\sigma_{nu} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{D k_0^2 + 2k_0 k'_0 c_f}} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2k_0 k'_0 (c_f + \bar{D})}}$$

Avec  $\bar{D} = D \frac{k_0}{2k'_0}$  la dimension intrinsèque de la structure.

La contrainte nominale intrinsèque peut alors être introduite :

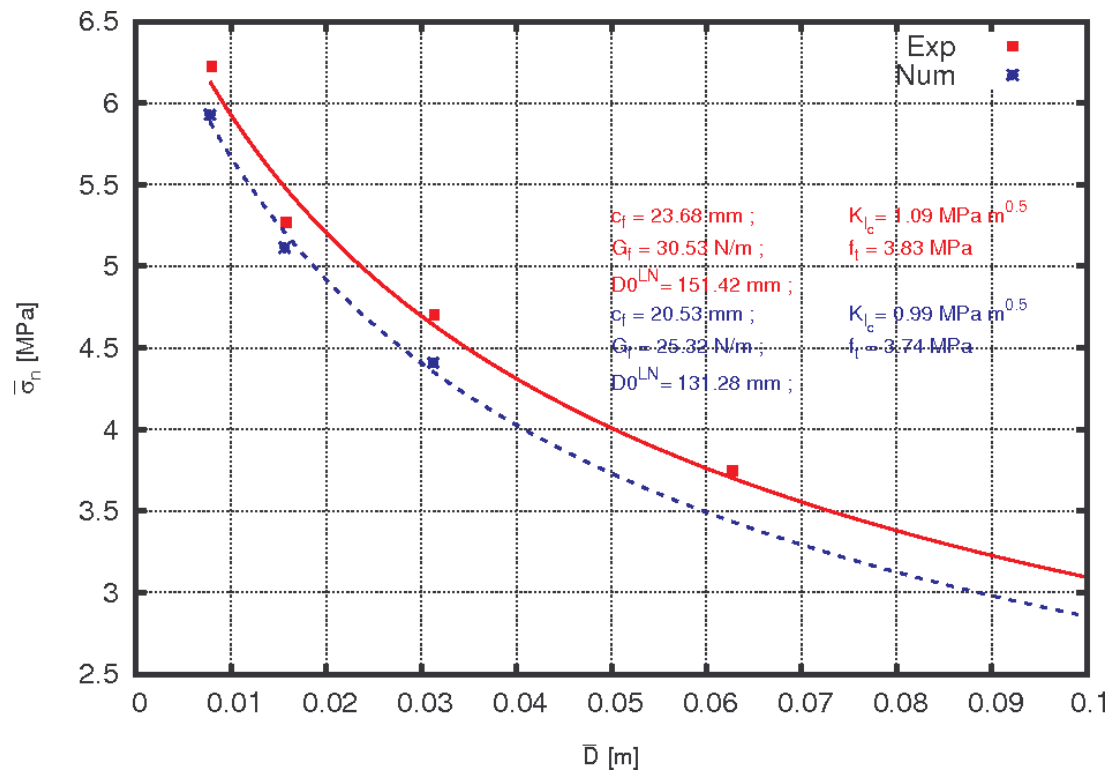
$$\bar{\sigma}_{nu} = \sigma_{nu} \sqrt{2k_0 k'_0} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{c_f + \bar{D}}}$$

Pour notre géométrie de poutre, nous trouvons ainsi :

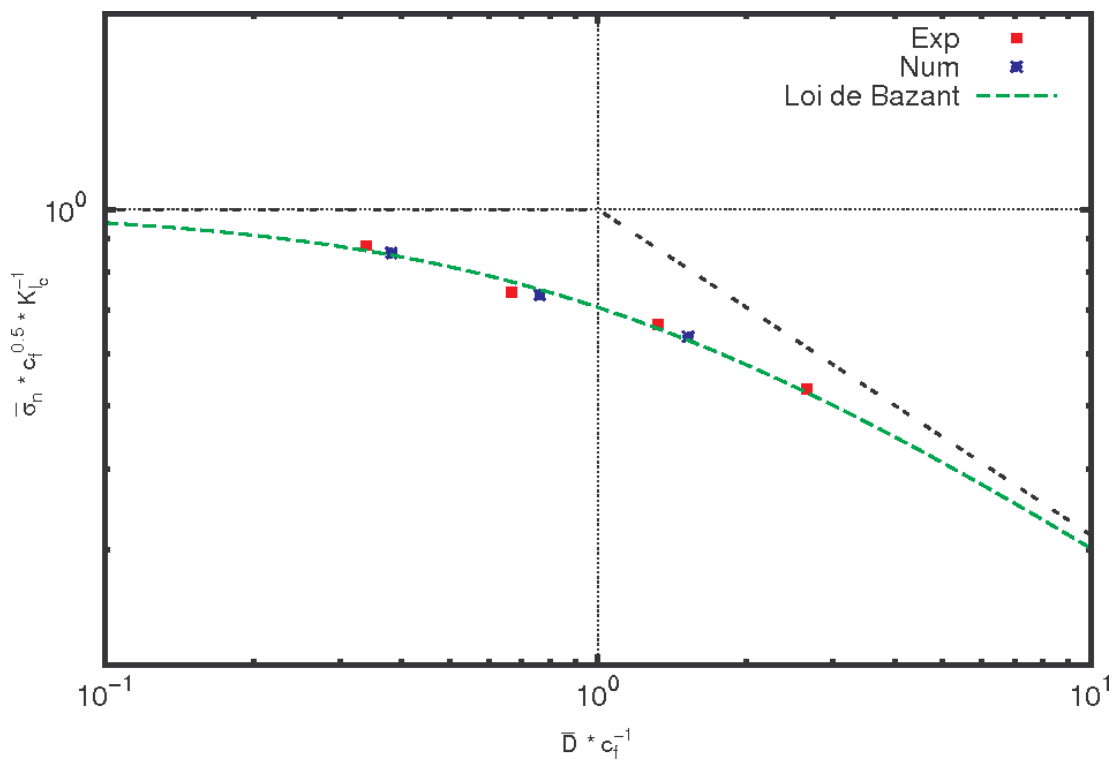
$$\bar{D} = 0.15637481182436 * D \text{ et } \bar{\sigma}_{nu} = 4.35395101484703 * \sigma_{nu}.$$

Cela nous permet de représenter le graphique représentant l'effet d'échelle et d'identifier les paramètres  $K_{Ic}$  et  $C_f$  qui correspondent. Nous pouvons également déterminer les valeurs des caractéristiques matérielles  $f_t$  et  $G_f$  et superposer les valeurs obtenues à la loi de Bažant identifiée (Figure 4.29).

On remarque que les résultats numériques et expérimentaux sont très proches, ce qui nous permet d'affirmer que dans la gamme de dimensions étudiée, le modèle mésoscopique est capable de représenter correctement l'effet d'échelle.



(a) Courbe contrainte nominale intrinsèque en fonction de la dimension intrinsèque



(b) Représentation de la loi d'échelle de Bazant

FIGURE 4.29 – Représentation de l'effet d'échelle

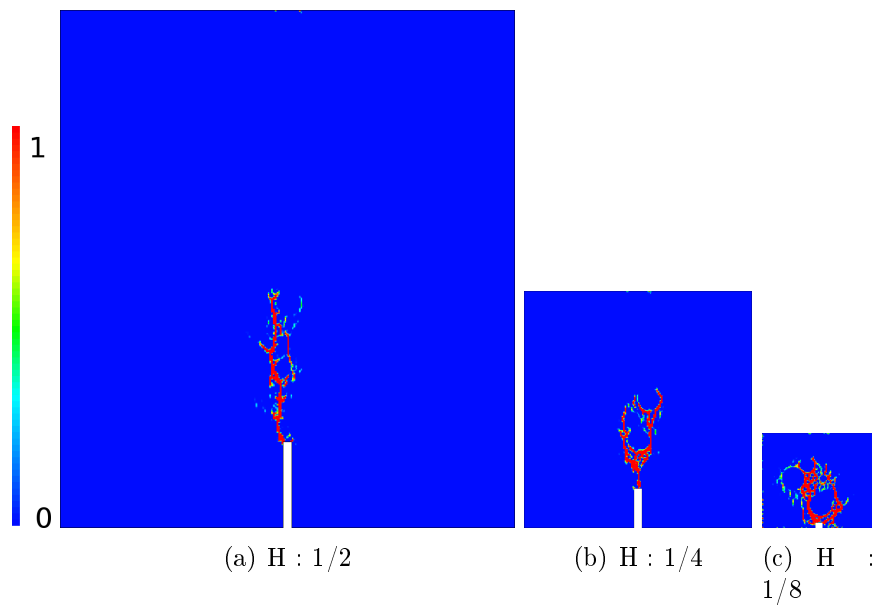
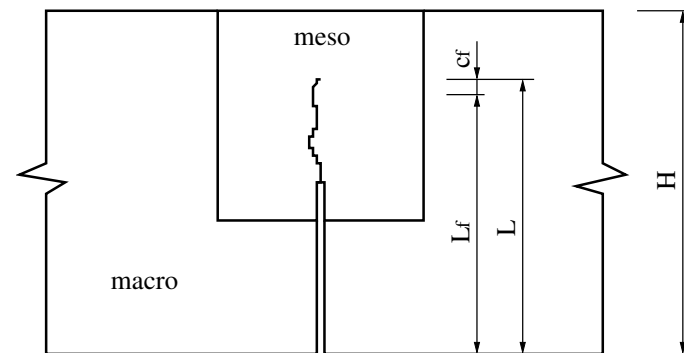


FIGURE 4.30 – Endommagement au pic pour différents rapports d’homothétie  $H$



	$L$ (mm)	$c_f$ (mm)	$L_f = L - c_f$ (mm)	$H$ (mm)	$\frac{L_f}{H}$
$H : 1/2$	135,44	20,53	114,91	200	0,5746
$H : 1/4$	75,46	20,53	54,93	100	0,5493
$H : 1/8$	43,64	20,53	23,11	50	0,4622

FIGURE 4.31 – Longueur de la fissure au pic pour différents rapports d’homothétie  $H$

#### 4.3.4 Conclusion

Les zones d'endommagement et la longueur de la fissure au pic d'effort sont représentées sur la figure 4.30 et figure 4.31 pour le premier tirage issu de chacune des tailles d'éprouvette.

L'endommagement représente les parties de la structure ayant participé à l'énergie de fissuration, et on voit bien sur cette figure que compte tenu des tailles relatives entre les granulats et la structure, la zone endommagée est proportionnellement plus importante pour les petites éprouvettes que pour les grandes ; ce qui explique la capacité du modèle à représenter les effets d'échelle. Des résultats peuvent également être obtenus avec des modélisations macroscopiques en utilisant des méthodes non locales qui introduisent une longueur caractéristique, mais ces méthodes ne sont pas encore abouties lorsque la zone d'endommagement s'approche des discontinuités (frontières ou macro-fissures).

# CONCLUSIONS & PERSPECTIVES

# Conclusions générales

Le travail dont les résultats ont été présentés dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre d'une coopération entre le Laboratoire des Sciences Appliquées au Génie Civil et Côtier (*LaSAGeC<sup>2</sup>*) de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour (*UPPA–France*) et l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (*IRSN–France*). Il concerne le développement d'un modèle mésoscopique pour le béton. Ce modèle consiste à représenter le béton comme un milieu hétérogène en prenant en compte la différence qui existe entre les granulats et la pâte de ciment en respectant la courbe granulométrique.

Un programme de tirage aléatoire de la structure granulaire en Fortran valable en 2D et en 3D a été développé. Ce programme est interfacé avec le code de calcul Cast3M qui permet d'effectuer les simulations numériques. Une "méthode diffuse" de représentation numérique des inclusions du béton a été également développée et validée par projection de la géométrie sur les fonctions de forme, éliminant ainsi les problèmes de maillage qui rendaient la représentation de l'ensemble du squelette granulaire quasi-impossible, particulièrement en 3D.

Dans un premier temps, le modèle est utilisé en deux dimensions puis trois dimensions dans le cas de sollicitations de traction uniaxiale et de compression uniaxiale. Les réponses macroscopiques, les distributions des endommagements et l'ouverture de fissure sont présentées et montrent l'intérêt de cette approche mésoscopique. Ainsi, on peut noter que :

- Pour le test de traction, l'orientation de fissures est perpendiculaire à l'axe de chargement. L'endommagement est dans un premier temps distribué, avec de nombreuses microfissures réparties puis il se localise finalement en une seule macro-fissure juste après le pic de contrainte. De plus, on observe que les fissures apparaissent aux interfaces pâte de ciment/granulats, et se propagent ensuite au sein de la pâte de ciment. La plupart des microfissures créées au début de l'essai sont refermées à la fin de l'essai.
- Les courbes contrainte-déformation  $\Sigma_{ij} - E_{ij}$  décrivent correctement la dégradation du béton en traction et en compression. En traction, l'énergie de fissuration  $G_f$  calculé à partir de la relation constitutive  $\Sigma_{ij} - E_{ij}$  est très supérieure à celle indiquée pour la pâte de ciment ( $20 J/m^2$ ). Cela s'explique par la dissipation d'énergie qui se produit dans les micro-fissures. La résistance à la traction et l'énergie de fissuration

en 3D sont plus élevés que celles obtenues en 2D. Cela s'explique par la complexité géométrique plus importante du chemin de fissures en 3D.

- Pour le test de compression, les fissures se développent dans une direction orientée approximativement à  $\pm 20^\circ$  de l'axe de chargement. Les fissures sont complexes et mènent à la rupture de certains granulats.

Une approche classique macroscopique ne peut pas décrire ainsi la fissuration du béton.

De plus, les calculs numériques ont montré que l'influence du tirage de la distribution aléatoire des granulats sur le comportement du béton numérique est faible. Le rapport pâte/granulats est important pour la précision de la modélisation en terme de résultats globaux. D'autre part, le modèle 3D est a priori plus proche de la réalité et est opérationnel. Toutefois, les calculs 3D nécessitent beaucoup de temps.

Le couplage entre la perméabilité du béton et la sollicitation en traction (l'essai BIPEDE) et en compression a été effectué et validé à partir de notre modèle mésoscopique. Les fissures sont toujours perpendiculaires à l'axe de chargement. Les résultats de simulation de l'essai BIPEDE sont représentatifs des expériences avec une utilisation directe de l'écoulement de Poiseuille. La donnée de l'ouverture de fissures résultant de la modélisation mésoscopique semble donc être un bon indicateur pour les calculs de perméabilité.

La simulation de l'hydratation du béton au jeune âge a montré que le rôle de l'état initial des contraintes dû au processus d'hydratation est important sous chargement cyclique pour le comportement global du béton. Le comportement du béton au jeune âge est conduit par le degré d'hydratation  $\xi$  et sa simulation montre la présence d'un état de contraintes initial dans la matériau. Les résultats des simulations numériques d'essais cycliques en prenant en compte cet état initial des contraintes ont montré que la valeur de la contrainte de refermeture de fissure est modifiée et prend une valeur négative, différente de celle obtenue ( $\sigma = 0$ ) par le test de chargement cyclique sans prise en compte du phénomène d'hydratation. Ainsi, on peut observer la déformation anélastique dans le test de chargement cyclique avec prise en compte du phénomène d'hydratation.

Le modèle mésoscopique a enfin été appliqué dans des calculs de structures pour décrire les effets d'échelle. Les essais sur poutres en béton de rapport d'homothétie  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  ayant une profondeur relative d'entaille de  $0,5 D$ , sollicitées en flexion trois points, ont été simulés avec trois tirages mésoscopiques pour chacune des poutres. La partie proche de l'entaille est modélisée avec le modèle mésoscopique, le reste de la poutre est élastique et possède les caractéristiques homogénéisées du modèle mésoscopique. La zone décrite par le modèle mésoscopique est celle de la propagation probable de la fissuration y compris la "fracture process zone". Lorsque l'endommagement devient proche des frontières du modèle macroscopique, alors la zone mésoscopique est augmentée afin que la totalité de la dissipation d'énergie due à la fissuration se produise dans celle-ci. Les résultats sont globalement satisfaisants. Les valeurs des efforts et ouvertures de fissures au pic sont tout à fait comparables entre expériences et simulations, les dispersions obtenues

entre plusieurs tirages sont également comparables à celles observées expérimentalement. L'étude de l'effet d'échelle a ainsi montré que les résultats numériques et expérimentaux sont très proches, ce qui nous permet d'affirmer que dans la gamme de dimensions étudiée, le modèle mésoscopique est capable de représenter correctement l'effet d'échelle.



# Perspectives

En premier lieu, nous devrions travailler sur le modèle lui-même. Nous devrions effectuer des études paramétriques du modèle pour quantifier l'influence des caractéristiques de la pâte et des granulats, de la taille des plus gros granulats..., mais aussi étudier la rugosité des fissures en 2D, utiliser l'optimisation granulaire vue en 2D pour les calculs 3D, étudier l'influence de la taille du plus petit granulat dans les calculs 3D, utiliser le modèle avec plasticité et quantifier les effets sur les différents applications en 2D et 3D. Nous devons aussi encore réaliser une procédure d'extraction des chemins de fissuration en 3D.

En second lieu, nous devrions continuer d'utiliser le modèle pour différents problèmes de simulation des structures de génie civil. Le modèle d'hydratation devra évoluer pour prendre en compte les phénomènes de fluage du béton qui interviennent au jeune âge. Les calculs de perméabilité devront faire intervenir une notion d'écoulement : à cet effet, nous avons déjà extrait d'un calcul bidimensionnel les lignes moyennes de fissurations accompagnées de leurs ouvertures pour les introduire dans l'opérateur d'écoulement FISS du code Cast3M. Cette procédure devra également évoluer pour prendre en compte correctement les bifurcations de fissuration, et pouvoir être utilisée en 3D. Les simulations sur les effets d'échelle sont prometteuses et permettent de penser que le modèle mésoscopique peut servir de champ d'expériences pour le développement de modèles macroscopiques non locaux.

Plus généralement l'approche proposée sera certainement d'une grande utilité pour décrire les couplages avec des phénomènes physiques qui ont des longueurs internes plus faibles que celles de la mécanique ainsi que pour ceux qui sont liés à la présence de fissuration.

# Bibliographie

- [Abbas et al., 2000] Abbas, A., Carcasses, M., and Ollivier, J. P. 2000. The importance of gas permeability in addition to the compressive strength of concrete. *Magazine of concrete Research*, 52 :1–6.
- [Agioutantis et al., 2000] Agioutantis, Z., Chatzopoulou, E., and Stavroulaki, M. 2000. A numerical investigation of the effect of the interfacial zone in concrete mixtures under uniaxial compression : the case of the dilute limit. *Cem Concr Res*, 30 :715–723.
- [Akers and Phillips, 2004] Akers, S. A. and Phillips, B. R. 2004. Concrete modeled as an inhomogeneous material : Numerical simulations of contact detonations charges. In : 18th International Symposium on Military Aspects of Blast and Shock, Bad Reichenhall, Germany. pages 21, 51, 53, 124, 186, 188.
- [Bažant, 1984] Bažant, Z. 1984. Size effect in blunt fracture : Concrete, rock, metal. *asce. J. Eng. Mech.*, 110 :518–535.
- [Bažant, 1995] Bažant, Z. 1995. Scaling of quasibrittle fracture and the fractal question. *ASME J. Mater. Technology*, 117 :361–376.
- [Bažant, 1996] Bažant, Z. 1996. Size effect aspects of measurement of fracture characteristics of quasibrittle material. *Advanced Cement Based Materials*, 4 :128–137.
- [Bažant, 2004] Bažant, Z. 2004. Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des matériaux, chapter Hermes Science Publications, Lavoisier, France.
- [Bažant, 1976] Bažant, Z. P. 1976. Instability, ductility, and size effect in strain-softening concrete. *ASCE J Eng Mech Div*, 102(2) :331–344. cited By (since 1996) 127.
- [Bažant, 2005] Bažant, Z. P. 2005. Randomness and disorder. In : *Scaling of Structural Strength (Second Edition)*, pages 53 – 76. Butterworth-Heinemann, Oxford, second edition edition.
- [Bažant et al., 1993] Bažant, Z. P., Bai, S. P., and Gettu, R. 1993. Fracture of rock : effect of loading rate. *Engineering Fracture Mechanics*, 45(3) :393–398.
- [Bažant and Cedolin, 1991] Bažant, Z. P. and Cedolin, L. 1991. *Stability of Structures : Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories*. Oxford University Press.
- [Bažant and Pijaudier Cabot, 1987] Bažant, Z. P. and Pijaudier Cabot, G. 1987. Measurement of characteristic length of nonlocal continuum. In : *Rep. N. 87-12/498m*, Center of concrete and geomaterials, Evanston, USA.

- [Bažant and Pijaudier Cabot, 1989] Bažant, Z. P. and Pijaudier Cabot, G. 1989. Measurement of characteristic length of non local continuum. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 115 :755–767.
- [Bažant and Planas, 1998] Bažant, Z. P. and Planas, J. 1998. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press.
- [Bažant et al., 1990] Bažant, Z. P., Tabbara, M. R., Kazemi, M. T., and Pijaudier-Cabot, G. 1990. Random particle model for fracture of aggregate or fiber composites. *J. Engng. Mech*, 116(8) :1686–1705.
- [Benboudjema, 2002] Benboudjema, F. 2002. *Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales. Application aux enceintes de confinement de bâtiment réacteurs des centrales nucléaires*. Phd thesis, Université de Marne la Vallée.
- [Benboudjema and Torrenti, 2008] Benboudjema, F. and Torrenti, J. M. 2008. Early-age behavior of concrete nuclear containment. *Nuclear Engineering and Design*, 238 :2495–2506.
- [Benouniche, 1979] Benouniche, S. 1979. *Modélisation de l’endommagement du béton par microfissuration en compression*. Thèse de doctorat, Université de Paris 6, France.
- [Bentz, 1997] Bentz, D. 1997. Three-dimensional computer simulation of portland cement hydration and microstructure development. *Journal of the American Ceramic Society*, 80(1) :3–21. cited By (since 1996) 111.
- [Bernard, 2000] Bernard, O. 2000. *Comportement à long terme des éléments de structure formés de bétons d’âges différents*. Thèse de doctorat, EPFL, Lausanne, Suisse.
- [Berthaud et al., 1988] Berthaud, Y., Mazars, J., and Ramtani, S. 1988. The unilateral behavior of damaged concrete. In : *Proc. Int. Conf. on FDCR*, Vienna, Austria.
- [Bolander and Saito, 1998] Bolander, J. E. and Saito, S. 1998. Fracture analysis using spring network with random geometry. *Engng. Fracture Mech.*, 61(5-6) :569–591.
- [Bolander et al., 1999] Bolander, J. E., Yoshitake, K., and Thomure, J. 1999. Stress analysis using elastically uniform rigid-body-spring networks. *J. Struct. Mech. Earthquake Rngng.*, 633 :25–32.
- [Boussa, 2000] Boussa, H. 2000. *Structures en Béton Soumises à des Sollicitations Sévères. Évolution des Dommages et des Perméabilités*. Phd thesis, École Normale Supérieure de Cachan, LaSAGeC, UPPA.
- [Boussa et al., 2001] Boussa, H., Lawrence, C., and Borderie, C. L. 2001. A model for computation of leakage through damaged concrete structures. *Cement and Concrete Composites*, 23 :279–287.
- [Briffaut, 2008] Briffaut, M. 2008. *Etude du comportement au jeune âge du béton et design d’un nouvel essai de fissuration transfert*. Journées des Thèses de l’IRSN, Vogue.

- [Briffaut, 2010] Briffaut, M. 2010. Étude des transferts d'air sec à travers le béton. Effet de la fissuration au jeune âge, des armatures et des reprises de bétonnage. Phd thesis, École Normale Supérieure de Cachan.
- [Burlion, 1998] Burlion, N. 1998. Conpaction des Bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale. PhD thesis, E.N.S. Cachan.
- [Caballero et al., 2006a] Caballero, A., Lopez, C., and Carol, I. 2006a. 3d meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension. *Computer Methods Applied Mechanics and Engineering*, 195(52) :7182–7195.
- [Caballero et al., 2006b] Caballero, A., Lopez, C. M., and Carol, I. 2006b. A meso-level approach to the 3d numerical analysis of cracking and fracture of concrete materials. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 29(12) :979–991.
- [Carpinteri, 1994] Carpinteri, A. 1994. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties, chapter *Mech. Mater.*
- [Chatzigeorgiou, 2004] Chatzigeorgiou, G. 2004. Coupling between Damage, Temperature and Permeability of Concrete : Experimental and Numerical study, chapter *Rapport interne*, Ecole Centrale de Nantes.
- [Chatzigeorgiou et al., 2005] Chatzigeorgiou, G., Picandet, V., Khelidj, A., and Pijaudier-Cabot, G. 2005. Coupling between progressive damage and permeability of concrete : analysis with a discrete model. *Int. J. Anal. Meth. Geomech.*, 29 :1005–1018.
- [Choinska, 2006] Choinska, M. 2006. Effets de la température, du chargement mécanique et de leurs interactions sur la perméabilité du béton de structure. Thèse de doctorat, Université de Nantes.
- [Comby Peyrot, 2006] Comby Peyrot, I. 2006. Development and validation of a 3D computational tool to describe damage and fracture due to alkali silica reaction in concrete structures. Phd thesis, Ecole des Mines de Paris.
- [Cundall, 1971] Cundall, P. A. 1971. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. *Proc. Int. Symp. Rock Fracture*.
- [Cusatis, 2001] Cusatis, G. 2001. Tridimensional random particle model for concrete. Phd thesis, Graduate School in Structural Engineering.
- [Cusatis and Daniele, 2006] Cusatis, G. and Daniele, P. 2006. Mesolevel simulation of reinforced concrete structures under impact loadings. In : *Proceedings of the EURO-C 2006 Conference on Computational Modelling of Concrete Structures*, Mayrhofen, Tyrol, Austria. pages 63–70.
- [De Larrard, 1999] De Larrard, F. 1999. Concrete mixture-proportioning-a scientific approach. In : *Modern Concrete Technology series*, No. 9, E-FN SPON, Londres.

- [De Sa, 2007] De Sa, C. 2007. Étude Hydro-Mécanique et Thermo-mécanique du Béton - Influence des gradients et des incompatibilités de déformation. Phd thesis, École Normale Supérieure de Cachan.
- [De Schutter, 2002] De Schutter, G. 2002. Finite element simulation of thermal cracking in massive hardening concrete elements using degree of hydration based material laws. *Computers and Structures*, 80 :2035–2042.
- [De Schutter and Taerwe, 1996] De Schutter, G. and Taerwe, L. 1996. Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete. *Materials and Structures*, 29 :335–344.
- [De Schutter and Taerwe, 2000] De Schutter, G. and Taerwe, L. 2000. Fictitious degree of hydration method for the basic creep of early age concrete. *Materials and Structures*, 33 :370–380.
- [Dormieux and Kondo, 2004] Dormieux, L. and Kondo, D. 2004. Approche micromécanique du couplage perméabilité-endommagement. *C.R. Mecanique*, 332 :135–140.
- [Dufour et al., 2008] Dufour, F., Pijaudier-Cabot, G., Choinska, M., and Huerta, A. 2008. Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models. *Computers and Concrete*, 5(4) :375–388.
- [Fichant, 1996] Fichant, S. 1996. Endommagement et Anisotropie Induite du Béton de Structures. Modélisations Approchées. Phd thesis, École Normale Supérieure de Cachan.
- [Fichant et al., 1999] Fichant, S., La Borderie, C., and Pijaudier-Cabot, G. 1999. Isotropic and anisotropic descriptions of damage in concrete structures. *Mechanics of Cohesive-Frictional Material*, 4(4) :339–359.
- [Fremond and Nedjar, 1995] Fremond, M. and Nedjar, B. 1995. Damage in concrete : the unilateral phenomenon. *Nuclear Engineering and Design*, 156 :323–335.
- [Gerard, 1996] Gerard, B. 1996. Contribution des couplages mécanique-chimie-transfert dans la tenue à long terme des ouvrages de stockage de déchets radioactifs. Phd thesis, École Normale Supérieure de Cachan, France et Université Laval Québec, Canada.
- [Grondin, 2005] Grondin, F. A. 2005. Modélisation Multi-Échelles du Comportement Thermo-Hydro-Mécanique des Matériaux Hétérogènes. Applications aux Matériaux Cimentaires sous Sollicitations Sévères. Phd thesis, Université Pierre et Marie Curie.
- [Hafner et al., 2006] Hafner, S., Eckardt, S., Luther, T., and Konke, C. 2006. Mesoscale modeling of concrete : Geometry and numerics. *Comp. and Struc.*, 84 :450–461.
- [Hager, 2004] Hager, I. G. 2004. Comportement à haute température des bétons à haute performance - évolution des principales propriétés mécaniques. Phd thesis, l'École Nationale des Ponts et Chaussées et l'École Polytechnique de Cracovie.

- [Hearn and Lok, 1998] Hearn, N. and Lok, G. 1998. Measurement of permeability under uniaxial compression - a test method. *ACI Materials Journal*, 95 :691–694.
- [Herrmann et al., 1989] Herrmann, H. J., Hansen, A., and Roux, S. 1989. Fracture of disordered elastic lattices in two dimensions. *Physical Rev. B*, 39 :637–647.
- [Hillerborg, 1983] Hillerborg, A. 1983. *Fracture Mechanics of Concrete*, chapter Analysis of a Single Crack, pages 223–251. Elsevier Science.
- [Hrennikoff, 1941] Hrennikoff, A. 1941. Solution of problems of elasticity by the framework method. *J. Appl. Mech.*, 12 :169–175.
- [Hsu et al., 1963] Hsu, T. C., Slate, F. O., Sturman, G. M., and Winter, G. 1963. Microcracking of plain concrete and the shape of the stress strain curve. *Journal of the American Concrete Institute*, pages 209–224.
- [Hu and Wittmann, 2000] Hu, X. and Wittmann, F. 2000. Size effect on toughness induced by crack close to free surface. *Engineering Fracture Mechanics*, 65 :209–221.
- [Hu and Wittmann, 1989] Hu, X. F. and Wittmann, F. H. 1989. Fracture process zone and Kr-curve of hardened cement paste and mortar, chapter Surendra P. Shah and Stuart E. Swartz and B. Barr, chapter Fracture of concrete and rock : recent developments, pages 307–316.
- [Issa and Nelson, 1992] Issa, J. A. and Nelson, R. B. 1992. Numerical analysis of micromechanical behaviour of granular materials. *Engng. Comput.*, 9 :211–223.
- [Jansen and Shah, 1997] Jansen, D. C. and Shah, S. P. 1997. Effects of length on compressive strain softening in concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 123 :25–35.
- [Jaouadi, 2008] Jaouadi, I. 2008. Étude numérique et expérimentale du retrait endogène de la pâte de ciment au jeune âge. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [Jason, 2004] Jason, L. 2004. Relation endommagement perméabilité pour les bétons. Application aux calculs de structures. Phd thesis, Université de Nantes.
- [Jensen et al., 1999] Jensen, R. P., Bosscher, P. J., Plesha, M. E., and Edil, T. B. 1999. Dem simulation of granular media—structure interface : effects of surface roughness and particle shape. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 23 :531–547.
- [Jerier et al., 2008] Jerier, J.-F., Imbault, D., Donzé, F.-V., and Doremus, P. 2008. A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter Press*.
- [Ju, 1989] Ju, J. W. 1989. On energy-based coupled elasto-plastic damage theories : Constitutive modelling and computational aspects. *International Journal of Solids and structures*, 25(7) :803–833.
- [Kawai, 1978] Kawai, T. 1978. New discrete models and their application to seismic response analysis of structures. *Nuclear Engrg. Design*, 48 :207–229.

- [Kermani, 1991] Kermani, A. 1991. Stressed concrete. permeability of stressed concrete. *Building Research and Information*, 19 :360–366.
- [Klinkenberg, 1941] Klinkenberg, L. J. 1941. The permeability of porous media to liquid and gases. American Petroleum Institute, *Drilling and Production Practice*.
- [La Borderie, 1991] La Borderie, C. 1991. Phénomènes Unilatéraux dans un Matériau Endommageable : Modélisation et Application à l'Analyse de Structures en Béton. Thèse de doctorat, Université Paris 6, École Normale Supérieure de Cachan.
- [La Borderie, 2003] La Borderie, C. 2003. Stratégies et Modèles de Calculs pour les Structures en Béton. Habilitation à diriger les recherches, Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- [La Borderie, 2007] La Borderie, C. 2006-2007. Introduction à la méthode des éléments finis. Cours de 5ème année, ISA-BTP, UPPA.
- [La Borderie et al., 2007] La Borderie, C., Lawrence, C., and Menou, A. 2007. Approche mésoscopique du comportement : Apport de la représentation géométrique. *Revue Européenne de Génie Civil*, 11(4) :407–421.
- [La Borderie et al., 2010a] La Borderie, C., Lawrence, C., Nguyen, T. D., and Nahas, G. 23-28 May 2010a. A mesoscopic approach for a better understanding of the transition from diffuse damage to localized damage. In : *Fracture Mechanics on Concrete and Concrete Structures*, Jeju, KOREA. FraMCoS'7.
- [La Borderie et al., 2010b] La Borderie, C., Mathallah, M., Nguyen, T. D., Briffaut, M., Benboudjema, F., and Torrenti, J. 10-12 May 2010b. Hydration induced meso-stresses in concrete and their consequences on the cyclic behavior. In : *Euro Mediterranean Symposium On Advances in Geomaterial and Structures*, Djerba, Tunisia. AGS.
- [La Borderie et al., 2009] La Borderie, C., Nguyen, T. D., and Lawrence, C. 2009. A mesoscopic model for describing the transition from diffuse to localized damage in concrete. In : *Modelling of natural hazard and vulnerability of structures in geomechanics*, Aussois, France. ALERT Workshop.
- [Lackner and Mang, 2004] Lackner, R. and Mang, H. A. 2004. Chemoplastic material model for the simulation of early-age cracking : from the constitutive law to numerical analysis of massive concrete structures. *Cement Concrete Compos.*, 26 :251–262.
- [Ladevèze, 1983] Ladevèze, P. 1983. Sur une théorie de l'endommagement anisotrope. Technical Report 34, Laboratoire de Mécanique et Technologie, École Normale Supérieure de Cachan.
- [Laplante, 1993] Laplante, P. 1993. Propriétés mécaniques des bétons durcissants : Analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

- [Lawrence and La Borderie, 2007] Lawrence, C. and La Borderie, C. 2007. A mesoscopic approach to simulate the mechanical behavior of concrete. In : 18th Engineering Mechanics Division Conference. EMD2007.
- [Lee and Fenves, 1998] Lee, J. and Fenves, G. L. 1998. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 124(8) :892–900.
- [Leite et al., 2003] Leite, J. P. B., Slowik, V., and Mihashi, H. 2003. Computer simulation of fracture processes of concrete using mesolevels models of lattices structures. *Cement and Concrete Research*, 34(6) :1025–1033.
- [Lemaitre and Chaboche, 1978] Lemaitre, J. and Chaboche, J. L. 1978. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *Journal de Mécanique Appliquée*, 2 :317–365.
- [L’Hermite, 1973] L’Hermite, R. 1973. Influence de la dimension absolue sur la résistance à la flexion, volume 309, chapter *Annales de l’ITBTP*, pages 39–41.
- [Li and Maalej, 1996] Li, V. C. and Maalej, M. 1996. Toughening in cement based composite. part i : cement, mortar and concrete. *Cement and Concrete Composite*, 18 :223–237.
- [Lilliu and Van Mier, 2002] Lilliu, G. and Van Mier, J. G. M. 2002. 3d lattice type fracture model for concrete. *Engng Fr. Mech.*, 70 :927–941.
- [Lopez et al., 2000] Lopez, C. M., Carol, I., and Aguado, A. 2000. Microstructural analysis of concrete fracure using interface elements. In : *Computational Methods in Applied Sciences and Eng.*, Barcelona. pages 1–18.
- [Lopez et al., 2001] Lopez, C. M., Murcia, J., Mestre, X., and Carol, I. 2001. Microstructural modeling of concrete using fracture and diffusion-based interface elements. *Fr. Mech. of Concr. Struct.*, pages 809–815.
- [Matallah and La Borderie, 2009] Matallah, M. and La Borderie, C. 2009. Inelasticity-damage based model to numerical modeling of concrete cracking. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(8) :1087–1108.
- [Matallah et al., 2009] Matallah, M., La Borderie, C., and Maurel, O. 2009. A practical method to estimate crack openings in concrete structures. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*.
- [Mazars, 1984] Mazars, J. 1984. Application de la Mécanique de l’Endommagement au Comportement Non-Linéaire et à la Rupture du Béton de Structures. Doctorat d’état, Université Paris 6.
- [Mazars, 1986] Mazars, J. 1986. A description of micro and micro scale damage of concrete structure. *Journal of Engineering Fracture of Mechanics*, 25(5–6) :729–737.



- [Mazars and Pijaudier-Cabot, 1996] Mazars, J. and Pijaudier-Cabot, G. 1996. From damage to fracture mechanics and conversely : A combined approach. *International Journal of Solids and Structures*, 33(20-22) :3327 – 3342.
- [Menou, 2004] Menou, A. 2004. Étude du comportement thermomécanique des bétons à haute température : approche multi échelles de l'endommagement thermique. Phd thesis, Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- [Mivelaz, 1996] Mivelaz, P. 1996. Etanchéité des structures en béton armé—fuite au travers d'un élément fissuré. Thèse de doctorat, EPF Lausanne.
- [Mounajed, 2002] Mounajed, G. 2002. Exploitation du nouveau modèle Béton numérique dans Symphonie, Concept, homogénéisation du comportement thermomécanique des BHP et simulation de l'endommagement thermique, chapter Cahiers du CSTB.
- [Mounajed et al., 2004] Mounajed, G., Menou, A., Boussa, H., La Borderie, C., and Carré, H. 2004. Multi-scale approach of thermal damage : application to concrete at high temperature. In : *International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Vail Colorado, USA. 1 :513–520.
- [Mounanga et al., 2006] Mounanga, P., Baroghel-Bouny, V., Khelidj, A., and Loukili, A. 2006. Autogenous deformations of cement pastes. part i : Temperature effects at early age and micro-macro correlations. *Cement Concrete Res.*, 36 :110–122.
- [Nechnech, 2000] Nechnech, W. 2000. Contribution à l'étude numérique du comportement du béton et des structures en béton armé soumises à des sollicitations thermiques et mécaniques couplées : Une approche thermo-élastoplastique endommageable. Phd thesis, INSA de Lyon.
- [Nguyen et al., 2010a] Nguyen, T. D., La Borderie, C., Lawrence, C., and Nahas, G. 2 au 4 juin, 2010a. Modélisation mésoscopique du comportement du béton. application à la transition fissuration diffuse-localisée en 2d et 3d. In : *28ème Rencontres Universitaires de Génie Civil*, La Bourboule, France. AUGC.
- [Nguyen et al., 2010b] Nguyen, T. D., Lawrence, C., La Borderie, C., Matallah, M., and Nahas, G. 2010b. A mesoscopic approach for a better understanding of the transition from diffused damage to localized damage. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, EJECE, 14(6–7) :751–776.
- [NIST, ] NIST. chapter National Institute of Standards and Technology (NIST), OOF : Analysis of Real Material Microstructures.
- [NIST, 1998] NIST 1998. Object oriented finite element analysis of real material microstructure working group.
- [Oliver et al., 2002] Oliver, J., Huespe, A. E., Pulido, M. D. G., and Chaves, E. 2002. From continuum mechanics to fracture mechanics : the strong discontinuity approach. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(2) :113–136.

- [Padet, 1990] Padet, J. 1990. Fluides en Écoulement, Méthodes et Modèles. Masson.
- [Pastor et al., 1995] Pastor, J., Guinea, G., Planas, J., and Elices, M. 1995. Nueva expresión del factor de intensidad de tensiones para la probeta de flexión en tres puntos. *Annales de Mecánica de la Fractura*, 12 :85–90.
- [Pedersen et al., 2007] Pedersen, R. R., Simone, A., Stroeve, M., and Sluys, L. J. 2007. Mesoscopic modelling of concrete under impact. In : *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures : Proceedings of FraMCoS-6, Catania, Italy*. pages 51, 52, 186.
- [Picandet, 2001] Picandet, V. 2001. Influence d'un endommagement mécanique sur la perméabilité et sur la diffusivité hydrique des bétons. Phd thesis, Université de Nantes.
- [Plesha and Aifantis, 1983] Plesha, M. E. and Aifantis, E. C. 1983. On the modelling of rocks with microstructure. *Proc. 24th U.S. Symp. Rock Mech.*
- [Ragueneau et al., 2000] Ragueneau, F., La Borderie, C., and Mazars, J. 2000. Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping : first uniaxial applications. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 5(8) :607–625.
- [Ramtani, 1990] Ramtani, S. 1990. Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral. Phd thesis, Université de Paris VI, ENS de Cachan.
- [Rodriguez-Ortiz, 1974] Rodriguez-Ortiz, J. M. 1974. Study of behavior of granular heterogeneous media by means of analogical and mathematical discontinuous models. Ph. d. thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 28040-Madrid Spain.
- [Roelfstra, 1989] Roelfstra, P. E. 1989. A numerical approach to investigate the properties of concrete. *Numerical concrete*. Phd thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [Roelfstra et al., 1985] Roelfstra, P. E., Sadouki, H., and Wittmann, F. H. 1985. Le béton numérique. *Mater. Struct.*, 18 :327–335.
- [Rojas Solano et al., 2011] Rojas Solano, L., Grégoire, D., and Pijaudier-Cabot, G. 2011. Experimental investigation on fracture and size effect on concrete beams. to be published, 1 :1–21.
- [Sadouki and Wittmann, 1988] Sadouki, H. and Wittmann, F. H. 1988. On the analysis of the failure process in composite materials by numerical simulation. *Mat. Sc. Engng*, 104 :9–20.
- [Schlangen, 1995] Schlangen, E. 1995. Computational aspects of fracture simulations with lattice models. In : *Fracture mechanics of concrete structures, Freiburg, Germany*. pages 913–928.
- [Schlangen and Van Mier, 1992] Schlangen, E. and Van Mier, J. G. M. 1992. Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures. *Mater. Struct*, 25(153) :534–542.

- [Schorn and Rode, 1991] Schorn, H. and Rode, U. 1991. Numerical simulation of crack propagation from microcracking to fracture. *Cem. and Concr. Composites*, 13 :87–94.
- [Serrano and Rodriguez-Ortiz, 1973] Serrano, A. A. and Rodriguez-Ortiz, J. M. 1973. A contribution to the mechanics of heterogeneous granular media. *Proc. Symp. Plasticity and Soil Mech.*
- [Skarzynski and Tejchman, 2010] Skarzynski, L. and Tejchman, J. 2010. Calculations of fracture process zones on meso-scale in notched concrete beams subjected to three-point bending. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 29(4) :746 – 760.
- [Skoczylas, 1999] Skoczylas, F. 1999. Variations de la perméabilité et comportement sous chargement déviatorique, dans *La dégradation des bétons, couplage fissuration-dégradation chimique*, chapter (Ed.) Torrenti J.M., Didry O., Ollivier J.P., Plas F., *Communications en mécanique*, Edition Hermes.
- [Sugiyama et al., 1996] Sugiyama, T., Bremner, T. W., and Holm, T. A. 1996. Effect of stress on gas permeability in concrete. *ACI Materials Journal*, 93 :443–450.
- [Terrien, 1980] Terrien, M. 1980. Emission acoustique et comportement mécanique post critique d'un béton sollicité en traction. *Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées*.
- [Ting et al., 1993] Ting, J. M., Khwaja, M., Meachum, L. R., and Rowell, J. D. 1993. An ellipse based discrete element method for granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 17 :603–623.
- [Ting et al., 1995] Ting, J. M., Meachum, L. R., and Rowell, J. D. 1995. Effect of particle shape on the strength and deformation mechanics of ellipse-shaped granular assemblage. *Engng. Comput.*, 12 :99–108.
- [Tognazzi, 1998] Tognazzi, C. 1998. Couplage fissuration-dégradation chimique dans les matériaux cimentaires : Caractéristion et Modélisation. Phd thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse.
- [Tognazzi et al., 1996] Tognazzi, C., Genin, P., and Torrenti, J. M. 1996. Influence de la fissuration et de l'hygrométrie du béton sur sa perméabilité, chapter *Séminaire EDF Durabilité des Ouvrages*, Moret.
- [Ulm and Coussy, 1998] Ulm, F. J. and Coussy, O. 1998. Couplings in early age concrete : from material modeling to structural design. *Int. J. Solids Struct*, 35(31/32) :4295–4311.
- [Van Mier and Van Vliet, 2002] Van Mier, J. G. M. and Van Vliet, M. R. A. 2002. Uniaxial tension test for the determination of fracture parameters of concrete : state of the art. *Engineering Fracture Mechanics*, 69 :235–247.
- [Vervuurt, 1997] Vervuurt, A. 1997. Interface Fracture in Concrete. Phd thesis, TU Delft.
- [Waller, 2000] Waller, V. 2000. Relations entre composition des bétons, exothermie en cours e prise et résistance en compression. Paris, *Collection Etudes et Recherches des laboratoires des Ponts et Chaussées*, série *Ouvrages d'Art OA35*, LCPC.

- [Walton, 1982] Walton, O. R. 1982. Particle-dynamics calculations of shear flow. In : T. J. Jenkins and M. Satake ed., Amsterdam. pages 327–338.
- [Wang, 1994] Wang, J. 1994. Development and application of a micromechanics-based numerical approach for the study of crack propagation in concrete. Phd thesis, EPFL, Lausanne (Suisse).
- [Wang et al., 1997] Wang, K., Jansen, D. C., Shah, S. P., and Karr, A. F. 1997. Permeability study of cracked concrete. *Cement and Concrete Research*, 27 :381–393.
- [Wang et al., 1999] Wang, Z. M., Kwan, A. K. H., and Chan, H. C. 1999. Mesoscopic study of concrete i : generation of random aggregate structure and finite element mesh. *Computers and Structures*, 70 :533–544.
- [Weibull, 1939] Weibull, W. 1939. A statistical theory of the strength of materials. In : *Proceedings Royal Swedish academy of engineering sciences*. 151.
- [Wittmann et al., 1988] Wittmann, F. H., Roelfstra, P. E., and L., K. C. 1988. Drying of concrete : An application of the 3l-approach. *Nuclear Engineering and Design*, 105(2) :185–198.
- [Wittmann et al., 1993] Wittmann, F. H., Sadouki, H., and Steiger, T. 1993. Experimental and numerical study of effective properties of composite materials. In : Huet C, editor. *Micromech. of Concr. and cementitious composites*, Universitaires Romandes Lausanne.
- [Wriggers and Moftah, 2006] Wriggers, P. and Moftah, S. O. 2006. Mesoscale models for concrete : Homogenisation and damage behaviour. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42 :623–636.
- [Zubelewicz, 1980] Zubelewicz, A. 1980. Contact element method. Ph. d. thesis, Thecnical University of Varsaw, Varsaw, Poland.
- [Zubelewicz and Bažant, 1987] Zubelewicz, A. and Bažant, Z. P. 1987. Interface element nodeling of fracture in aggregate composites. *J. Engrg. Mech.*, 113(11) :1619–1630.

# Annexe A : Equation de Poiseuille

Considérons une fissure d'ouverture  $\delta$ , de longueur  $e$  et de largeur  $L$ . On a en entrée  $p(z = 0) = p_e$  et en sortie  $p(z = e) = p_s$

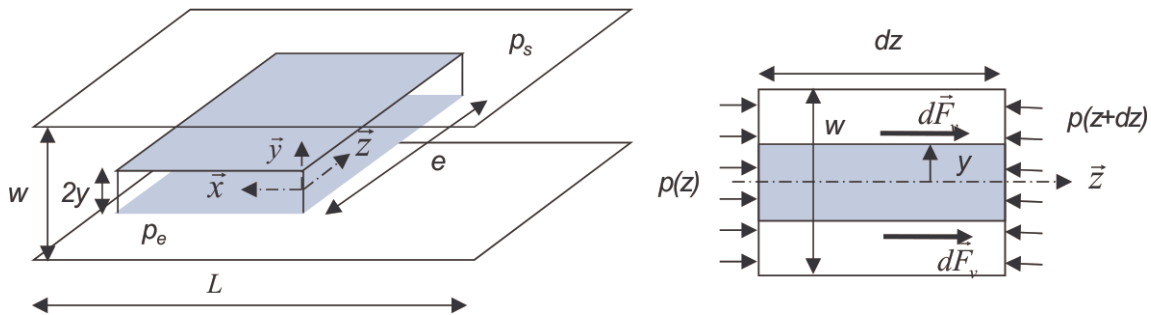


FIGURE 4.32 – Schéma du calcul du débit volumique  $Q_{Poiseuille}$

L'écoulement du fluide incompressible est unidirectionnel suivant l'axe  $\vec{z}$ . Sa vitesse est donc égale à :

$$\vec{v} = v_z(x, y, z)\vec{z} \quad (4.17)$$

En utilisant l'équation de conservation de la masse, et en supposant que  $L$  est beaucoup plus grand que  $\delta$  et  $e$ , la vitesse peut s'écrire :

$$v_z(x, y, z) = v_z(y) \quad (4.18)$$

Les forces de viscosité peuvent s'écrire :

$$d\vec{F}_v = Ldz\mu \frac{dv_z}{dy} \vec{z} \quad (4.19)$$

En supposant le régime d'écoulement permanent et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient, en projetant sur les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ , que la pression ne dépend que  $z$ . En projetant sur l'axe  $\vec{z}$ , on obtient l'équation suivante :

$$2(y)L(p(z) - p(z + dz)) + 2d\vec{F}_v = 0 \quad (4.20)$$

$$\implies \frac{dp(z)}{dz} = \frac{\mu}{y} \frac{dv_z(y)}{dy} \quad (4.21)$$

En intégrant l'équation précédente et en supposant que la vitesse au contact des parois est nulle, on obtient l'expression suivante pour la vitesse d'écoulement :

$$v_z(y) = \frac{p_e - p_s}{2e\mu} \left[ \left( \frac{\delta}{2} \right)^2 - y^2 \right] \quad (4.22)$$

Enfin, le débit volumique (loi de Poiseuille) s'obtient en intégrant l'expression de la vitesse sur la section  $L \times w$  :

$$Q_s = \frac{\delta^3 L (p_e - p_s)}{12\mu e} \quad (4.23)$$