



**HAL**  
open science

# Modélisation des Effets de Boucles d'Immunsation dans les Navires

Fabrice Le Dorze

► **To cite this version:**

Fabrice Le Dorze. Modélisation des Effets de Boucles d'Immunsation dans les Navires. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1997. Français. NNT: . tel-00718819

**HAL Id: tel-00718819**

**<https://theses.hal.science/tel-00718819>**

Submitted on 18 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée par

***Fabrice LE DORZE***

Ingénieur E. N. S. E. E. G

pour obtenir le grade de DOCTEUR de

**L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

( Arrêté ministériel du 30 mars 1992 )

Spécialité : Génie Electrique

=====

## ***Modélisation des Effets de Boucles d'Immunsation dans les Navires***

=====

Date de soutenance : 18 novembre 1997

Composition du jury :

Président et rapporteur : B. LAPORTE

Rapporteur : L. KRÄHENBÜHL

Examineurs : J. P. BONGIRAUD  
X. BRUNOTTE  
J. L. COULOMB  
F. R. MARTIN-LAUZER  
G. MEUNIER

Thèse préparée au sein du Laboratoire du Magnétisme du Navire et du  
Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble



Je remercie vivement les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait de juger cette thèse :

Monsieur Bernard LAPORTE, Professeur à L'Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL),

Monsieur Laurent KRÄHENBÜHL, Directeur de Recherche au CNRS au sein du Centre de Génie Electrique de Lyon (CEGELY),

Monsieur Jean-Paul BONGIRAUD, Ingénieur de recherche au Laboratoire du Magnétisme du Navire (LMN),

Monsieur Xavier BRUNOTTE, Docteur Ingénieur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), responsable du développement de FLUX3D à la société CEDRAT Recherche,

Monsieur Jean - Louis COULOMB, Professeur à L'INPG, Directeur de l'équipe Modélisation au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) et Directeur du LMN,

Monsieur François - Régis MARTIN - LAUZER, Ingénieur en Chef de l'Armement, Directeur du Groupe d'Etudes Sous-Marines de l'Atlantique (GESMA),

Monsieur Gérard MEUNIER, Directeur de Recherche au CNRS et Directeur adjoint du LEG.

Merci à Jean-Claude SABONNADIERRE et Robert PERRET pour m'avoir accueilli au sein du LEG dont ils avaient la charge pendant ces trois ans.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude au personnel du LMN que j'ai côtoyé de si près pendant ces trois années :

à Jean-Paul BONGIRAUD : pour m'avoir reçu au LMN, pour son encadrement scientifique évidemment et son rôle dans nos séances régulières de "tempête du cerveau". Mais il m'a également aidé à résoudre des problèmes pratiques de tout ordre et n'ayant souvent rien à voir avec la thèse. Ses compétences multiples et son ingéniosité doublé d'un humour à tout épreuve font de lui un chef direct que beaucoup aimeraient avoir.

C'est grâce à Hervé MAGNAT et à Louis GATTUSO que j'ai évité, entre autres, d'acheter une demi-douzaine de vélos au cours de ces trois ans. Leur bonne humeur et leur exceptionnelle disponibilité sont en grande partie responsables du bonheur que j'ai eu à travailler au LMN.

Enfin, Philippe LE THIEC doit être remercié pour sa compétence en mesures sans laquelle ni les mesures de ce mémoire, ni toutes les autres ne seraient possibles. Lui aussi m'a donné quelques coups de mains qui m'ont simplifié la vie quotidienne.

Merci à Patrice LABIE, deboggeur humain et grand prêtre de FLUX3D : dieu sait que je lui ai donné du travail et sans doute a-t-il perdu quelques cheveux à cause de ma programmation quelque peu instinctive. Qu'il soit également remercié pour ses conseils, son humilité et ses invitations au café.

Xavier BRUNOTTE, auquel j'avais la lourde tâche de succéder dans la modélisation des navires a participé à l'encadrement de cette thèse. J'ai beaucoup apprécié sa participation vivace dans les séances mensuelles de "tempête du cerveau", ainsi que, dans d'autres circonstances, son humour dévastateur.

Gérard MEUNIER a également pris part à l'encadrement ce travail ; j'ai beaucoup apprécié ses qualités humaines, que ce soit dans le cadre de ce travail qu'en tant que directeur de l'équipe Modélisation du LEG.

Enfin Jean-Louis COULOMB, bien que très occupé, fût au cours de ces trois ans un directeur de thèse étonnamment disponible ; son recul scientifique et son extrême gentillesse ont été fondamentaux pour mener à bien ce travail.

Je voudrais remercier ici tous ceux qui par leurs conseils, leur aide ou simplement leur amitié et leur bonne humeur, ont participé à ces trois ans : Florence FRANÇOIS, Marie-Thérèse LOUBINOUX, Patrick GUILLOT, Etienne CALLEGHER, l'équipe technique du LEG pour sa bonne humeur, Lucas pour ses clopes, Golo pour son accent et les autres thésards de l'équipe Modélisation, Gwen, l'autre thésarde du LMN pour son sourire, enfin tous les thésards ou permanents du LEG avec lesquels j'ai eu des discussions parfois animées dans la petite K'FET du LEG.

Enfin, je dédie cette thèse à Karin, ainsi qu'aux fidèles amis sans lesquels ces années de thèse, et plus généralement ces années grenobloises auraient été bien mornes.

A ma famille

## Sommaire

<i>Introduction</i>	15
---------------------	----

### *Partie A*

## *Magnétisme et Modélisation des Navires*

### CHAPITRE I LE MAGNETISME DU NAVIRE

<b>I.3. HISTORIQUE</b>	<b>21</b>
<b>I.2. LA DISCRETION DES NAVIRES</b>	<b>21</b>
<b>I.3. ANOMALIE ET IMMUNISATION MAGNETIQUES DES NAVIRES</b>	<b>22</b>
<b>I.3.1. Introduction</b>	<b>22</b>
<b>I.3.2. Le champ magnétique terrestre</b>	<b>23</b>
I.3.2.a. Variations spatiales	23
I.3.2.b. Variations temporelles	25
I.3.2.c. Variations en fonction de la profondeur, de la proximité du fond ou de la côte	25
I.3.2.d. Variations dues aux mouvements marins	25
<b>I.3.3. Les boucles d'immunisation</b>	<b>26</b>
<b>I.3.4. Les aimantations</b>	<b>27</b>
I.3.4.a. Aimantations naturelles	27
I.3.4.b. Aimantations dues aux effets de boucles	29
I.3.4.c. Champs démagnétisants et effets de forme	29
<b>I.4. CONCLUSION</b>	<b>32</b>

## CHAPITRE II

### LA MODELISATION DES NAVIRES

<b>II. 1. INTRODUCTION</b>	<b>35</b>
<b>II. 2. LA MODELISATION PAR LES MAQUETTES TREILLIS</b>	<b>36</b>
II. 2. 1. Principe	36
II. 2. 2. Intérêts	37
II. 2. 3. Inconvénients	37
<b>II. 3. LA MODELISATION NUMERIQUE</b>	<b>38</b>
II. 3. 1. Spécificité de la géométrie d'un navire et historique du choix de la méthode numérique	38
II. 3. 2. Potentiel scalaire réduit et formulation éléments finis correspondante	39
II. 3. 2. a. Modèle physique	39
II. 3. 2. b. Formes intégrales	41
II. 3. 2. c. Approximation de $\Psi_{red}$ et maillage	42
II. 3. 2. d. Discrétisation des formes intégrales et forme matricielle	44
II. 4. Modélisation de l'infini par transformation	44
II. 4. 1. a. Principe	45
II. 4. 1. b. Transformations des équations	45
II. 4. 1. c. Transformation utilisée	46
II. 4. 2. Eléments minces sans saut de potentiel	47
II. 4. 3. Contraintes généralisées	49
II. 4. 4. Lissage par approximation diffuse	49
<b>II. 5. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES</b>	<b>52</b>
II. 5. 1. Résultats maquette treillis physique / maquette treillis numérique	52
II. 5. 1. a. Aimantations naturelles	53
II. 5. 1. b. Effets de boucles	54
II. 5. 2. Résultats maquette tôle physique / maquette tôle numérique	55
<b>II. 6. CONCLUSION ET BUT DE L'ETUDE</b>	<b>58</b>

*Partie B*  
*Analyse du Problème et Solutions*  
*proposées*

**CHAPITRE III**  
**ETUDE D'UN CAS SIMPLE**

<b>III. 1. INTRODUCTION</b>	<b>63</b>
<b>III. 2. PROBLEME 2D</b>	<b>64</b>
III. 2. 1. Géométrie	64
III. 2. 2. Maillage	65
III. 2. 3. Modèle physique	66
III. 2. 4. Résultats	67
<b>III. 3. PROBLEME 3D</b>	<b>70</b>
III. 3. 1. Géométrie	70
III. 3. 2. Maillage	71
III. 3. 3. Modèle physique	71
III. 3. 4. Résultats	72
III. 3. 5. Comparaisons des champs de signature 2D et 3D	74
<b>III. 4. ETUDE DES CAUSES D'ERREURS EVENTUELLES</b>	<b>75</b>
III. 4. 1. Etude des erreurs géométriques	75
III. 4. 2. Validation de l'hypothèse des éléments minces sans saut de potentiel	78
III. 4. 3. Influence de la finesse du maillage	80
<b>III. 5. CONCLUSION</b>	<b>82</b>

## CHAPITRE IV ETUDE DES TERMES SOURCES

<b>IV. 1. INTRODUCTION</b>	<b>85</b>
<b>IV. 2. RESOLUTION D'UN PROBLEME 1D</b>	<b>85</b>
IV. 2. 1. Problème étudié	<b>85</b>
IV. 2. 2. Solution analytique	<b>86</b>
IV. 2. 3. Equation différentielle du problème	<b>88</b>
IV. 2. 4. Formulation éléments finis	<b>89</b>
<b>IV. 3. ERREURS D'INTEGRATION</b>	<b>91</b>
IV. 3. 1. Premier ordre	<b>91</b>
IV. 3. 2. Elément du 2° ordre	<b>93</b>
<b>IV. 4. INFLUENCE DE LA DISCRETISATION ET DE L'INTEGRATION SUR LE POTENTIEL</b>	<b>96</b>
<b>IV. 5. MODIFICATION DU NOMBRE DE POINTS D'INTEGRATION DANS LA MODELISATION 3D</b>	<b>99</b>
IV. 5. 1. Modification du nombre de points de Gauss	<b>99</b>
IV. 5. 2. Intégration sur m points "rectangles"	<b>100</b>
<b>IV. 6. CONCLUSION</b>	<b>102</b>

## CHAPITRE V ADAPTATION DU MODELE

<b>V. 1. INTRODUCTION</b>	<b>105</b>
<b>V. 2. PRISE EN COMPTE DE L'EFFET LOCAL PAR UN CHAMP SOURCE SUPPLEMENTAIRE</b>	<b>106</b>
V. 2. 1. Principe	<b>106</b>
V. 2. 2. Inconvénients	<b>107</b>

<b>V. 3. PRISE EN COMPTE DE L'EFFET LOCAL PAR UNE COUPURE DE POTENTIEL</b>	<b>108</b>
<b>V. 3. 1. Principe</b>	<b>108</b>
<b>V. 3. 2. Résultats</b>	<b>109</b>
V. 3. 2. a. Application dans FLUX3D	109
V. 3. 2. c. Effet d'un noyau	115
<b>V. 4. CONCLUSION</b>	<b>118</b>

*Partie C*  
*La méthode de Coupure ou de Saut de  
Potentiel Réduit*

**CHAPITRE VI**  
**CALCUL DE LA COUPURE OU DU SAUT DE POTENTIEL**

<b>VI. 1. INTRODUCTION</b>	<b>123</b>
<b>VI. 2. METHODES UTILISEES</b>	<b>124</b>
<b>VI. 2. 1. Méthodes analytiques</b>	<b>124</b>
VI. 2. 1. a. Méthode des transformations conformes	124
VI. 2. 1. b. Méthode des images	126
<b>VI. 2. 2. Méthodes numériques</b>	<b>129</b>
VI. 2. 2. a. Méthode des tubes de flux	129
VI. 2. 2. b. Méthode intégrale	131
<b>VI. 3. RESULTATS</b>	<b>134</b>
<b>VI. 3. 1. Cas <i>plan</i></b>	<b>136</b>
<b>VI. 3. 2. Cas <i>coin</i></b>	<b>138</b>
<b>VI. 3. 3. Autres cas</b>	<b>138</b>
VI. 3. 3. a. Cas <i>croix</i>	138
VI. 3. 3. b. Cas <i>té</i>	139
<b>VI. 4. CONCLUSION</b>	<b>140</b>

**CHAPITRE VII  
IMPLANTATION DE LA COUPURE  
OU DU SAUT DE POTENTIEL**

<b>VII. 1. INTRODUCTION</b>	<b>143</b>
<b>VII. 2. LA COUPURE DE POTENTIEL</b>	<b>143</b>
<b>VII. 3. LE SAUT DE POTENTIEL</b>	<b>147</b>
<b>VII. 3. 1. Saut de potentiel sans trace</b>	<b>148</b>
VII. 3. 1. a. Principe	148
VII. 3. 1. b. Résultats	149
VII. 3. 1. c. Contraintes sur les noeuds du 2ème ordre	151
VII. 3. 1. d. Amélioration de la "verticalité" des liaisons	155
VII. 3. 1. e. Effet du maillage	157
<b>VII. 3. 2. Saut de potentiel avec trace</b>	<b>158</b>
VII. 3. 2. a. Principe	158
VII. 3. 2. b. Résultats	159
<b>VII. 3. 3. lissage des résultats par approximation diffuse</b>	<b>161</b>
<b>VII. 4. CONCLUSION</b>	<b>163</b>

# *Partie D*

## *Validations*

### CHAPITRE VIII VALIDATIONS NUMERIQUES

VIII. 1. INTRODUCTION	169
VIII. 2. MODELE ETUDIE	169
VIII. 3. RESULTATS	173
VIII. 4. TAILLE DU SYSTEME ET TEMPS DE CALCUL	184
VIII. 5. CONCLUSION	186

### CHAPITRE VIII VALIDATIONS EXPERIMENTALES

IX. 1. INTRODUCTION	189
IX. 2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL	189
IX. 2. 1. Matériau	189
IX. 2. 2. Maquette de validation	190
IX. 2. 3. Dispositif expérimental	191
IX. 3. RESULTATS ET COMPARAISONS AVEC LA MODELISATION	193
IX. 3. 1. Comparaisons des signatures	193
IX. 3. 2. Vérification de l'hypothèse linéaire	196
IX. 4. CONCLUSION	198

*Conclusion Générale* 201

*Bibliographie* 205

# *Introduction*



Le travail présenté dans ce mémoire a été entrepris à la demande de la Marine Nationale à l'initiative du GESMA (Groupe d'Etudes Sous-Marines de l'Atlantique), avec le soutien de la DRET (Direction de la Recherche et Etudes Techniques). Il a été réalisé dans le cadre suivant :

- en premier lieu, le Laboratoire du Magnétisme du Navire (LMN) étroitement lié au GESMA,
- le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG), en particulier son équipe Modélisation.

Les parties ferromagnétiques d'un bâtiment interagissent avec le champ magnétique terrestre et créent une anomalie magnétique locale. Cette anomalie rend le navire magnétiquement détectable, et donc vulnérable aux mines magnétiques par exemple. La technique habituelle pour obtenir la *discrétion magnétique* du navire consiste à compenser l'anomalie par des circuits électriques proches des coques, appelées *boucles d'immunisation*. Pour que le système d'immunisation soit le plus efficace possible, il faut au préalable déterminer le nombre, la position des boucles et les courants d'alimentation optimaux avant même la construction du navire. Jusqu'à il y a quelques années, seules les mesures sur maquettes à échelle réduite permettaient de prévoir l'anomalie d'un navire et les champs générés par son système d'immunisation avec une bonne précision. Les inconvénients de cette méthode étaient un temps de réalisation des maquettes important et un réel manque de souplesse.

Le but de la présente thèse est de remplacer ces maquettes par une modélisation numérique pour s'affranchir des inconvénients précédents. Une première étape a été franchie lors du travail de thèse de X. Brunotte, à savoir le calcul des aimantations naturelles d'un bâtiment, c'est-à-dire de son anomalie sous l'effet du champ terrestre. L'utilisation et le développement d'outils numériques d'intérêt général ont permis de modéliser ces aimantations avec une excellente précision tout en limitant le coût informatique des calculs. En revanche, les premiers essais numériques sur les effets de boucles ont révélé des erreurs importantes, comparés aux mesures sur maquette. L'objectif de ce travail est donc de modéliser ces effets de boucles avec une précision comparable à celle obtenue pour les aimantations.

Ce mémoire est constitué de 4 parties. La première (partie A), composée des chapitres I et II, consistera en des généralités sur le magnétisme des navires et leur modélisation. Le premier chapitre en décrira les aspects théoriques et soulignera l'extrême complexité des phénomènes mis en jeu dans le cadre de la discrétion magnétique. Le deuxième chapitre sera consacré à la modélisation magnétique de ces navires, que ce soit à l'aide de maquettes à échelle réduite ou de calculs numériques s'appuyant sur la méthode des éléments finis. Il sera l'occasion de présenter cette méthode ainsi que les outils numériques nécessaires à ce type de modélisation appliquée aux navires. Il fera également le bilan des résultats numériques obtenus jusqu'à ce jour et met en évidence l'objectif de notre étude.

La deuxième partie (partie B), constituée des chapitres III, IV et V, consistera en l'analyse du problème posé par les boucles d'immunisation et la recherche de solutions. Le premier chapitre présentera l'étude d'un cas simple afin de déterminer la nature des difficultés liées à la modélisation éléments finis des effets de boucles. Le deuxième chapitre proposera une analyse plus fine de ces calculs en étudiant le comportement des intégrales qui apparaissent dans la formulation éléments finis utilisée. Le troisième chapitre proposera des solutions au problème en s'appuyant sur la physique des phénomènes mis en jeu. Nous y dégagerons une méthode particulière qui permet de calculer les effets de boucles avec une bonne précision.

La troisième partie (partie C), sera entièrement consacrée à la méthode proposée précédemment, dite *de coupure ou saut de potentiel réduit*. Cette méthode requiert un calcul préalable simple et local de potentiel avant la résolution du système éléments finis, ce qui fera l'objet du chapitre VI. Le chapitre VII traitera de l'implantation de la méthode dans le logiciel éléments finis FLUX3D. Nous y décrirons les différentes possibilités d'implantation et les résultats obtenus.

Enfin, la dernière partie (partie D), sera consacrée aux différentes validations des calculs précédents. Dans le chapitre VIII, nous appliquerons la méthode particulière présentée précédemment pour le calcul des effets de boucles à une géométrie plus proche d'un navire et mettrons en évidence ses défauts et ses limitations. Dans le chapitre IX, des validations expérimentales sur une géométrie simple du même type que celles utilisées dans l'étude numérique permettront de s'assurer de la cohérence des modèles mathématiques utilisés.

*Partie A*

*Magnétisme et Modélisation des  
navires*



*CHAPITRE I*  
*LE MAGNETISME DU NAVIRE*



## I. 1. HISTORIQUE

Le magnétisme du navire, domaine quelque peu confidentiel, a suscité de l'intérêt dès la première guerre mondiale, que ce soit comme moyen de destruction par des mines magnétiques, ou comme moyen de détection. C'est cependant au cours de la deuxième guerre mondiale que, pour faire face à la menace des mines nazies, les marines commencèrent à s'intéresser à la protection magnétique de leurs bâtiments. Louis Néel fut ainsi sollicité par la marine française et protégea des navires en les désaimantant à l'aide de circuits placés à l'extérieur du bâtiment, procédé qu'on appelle le *traitement*. Les navires qui furent traités [NEEL-91] purent passer au travers des champs de mines ennemis lors du catastrophique embarquement de Dunkerque en 1940.

Toutes les marines du monde n'ont cessé depuis lors de s'intéresser au magnétisme du navire. C'est pour répondre aux besoins de la Marine Nationale dans ce domaine que fut créé par Louis Néel le Laboratoire du Magnétisme du Navire à Grenoble en 1949. A la même époque apparurent les *boucles d'immunisation*, systèmes de compensation embarqués sur le navire et permettant de réaliser une protection magnétique plus précise que le traitement.

## I. 2. LA DISCRETION DES NAVIRES

Le magnétisme du navire s'inscrit dans un cadre beaucoup plus général, à savoir la discrétion d'un bâtiment vis à vis de tout moyen de détection. En effet, la présence d'un navire dans l'océan ainsi que son déplacement s'accompagnent de nombreux phénomènes physiques différents et éventuellement dépendants les uns des autres. Chacun de ces phénomènes peut se traduire par la génération d'une source qui peut être détectée. La première qui vient sans doute à l'esprit est la source sonore, qu'elle soit active (bruit causé par la machinerie du navire ou de son sillage dans l'eau) ou passive (écho d'une onde sonore envoyée par un sonar).

Les sources électromagnétiques liées à un bâtiment sont nombreuses et complexes [POULBOT-93]. Tout d'abord, un bâtiment possède des moments magnétiques et électriques statiques, respectivement engendrés par l'aimantation des masses ferromagnétiques du navire et par les courants de

corrosion circulant entre les différentes parties de la coque. A ces effets statiques peuvent se superposer des phénomènes dynamiques liés aux mouvements des parties tournantes, aux mouvements périodiques (roulis, tangage), au rebouclage des courants du réseau électrique de bord dans l'eau de mer, ... qui modulent les anomalies statiques précédentes.

De même que les mouvements naturels de l'eau de mer, fluide conducteur, induisent des champs électriques qui interagissent avec le champ magnétique terrestre, les ondes hydrodynamiques créées par le déplacement d'un navire ou la rotation de son propulseur peuvent générer des effets électromagnétiques détectables.

Les phénomènes mis en jeu sont donc multiples et complexes ; la mesure de l'un d'entre eux est susceptible d'être polluée par les autres. Cette mesure est également perturbée par les champs, en particulier électromagnétiques, naturellement présents en milieu marin. De manière générale, la mesure et l'étude de tous ces champs font l'objet de nombreuses recherches dans un but non seulement de détection mais aussi de prospection, ou de compréhension de la géophysique, de la météorologie, de l'océanographie, ...

En fait, tous les effets électromagnétiques précédemment cités sont de faible intensité, à part les effets électrostatiques et surtout l'indiscrétion magnétique statique ou quasi statique qui nous intéresse ; ils en constituent cependant des bruits de mesure qu'il faut être capable d'identifier afin de les séparer du signal recherché.

### I. 3. ANOMALIE ET IMMUNISATION MAGNETIQUES DES NAVIRES

#### I. 3. 1. Introduction

Le phénomène à l'origine de ces préoccupations est l'interaction entre le champ magnétique terrestre et les masses ferromagnétiques du bâtiment, qu'elles soient internes et volumiques comme le moteur, les groupes électriques, ou qu'elles constituent la structure résistante (coque, poutres, ponts, raidisseurs, ...). Ces parties ferromagnétiques s'aimantent dans le *champ magnétique terrestre* et créent une *anomalie magnétique* perturbant ce champ naturel local. En fait, d'un point de vue magnétostatique, il existe deux grandes familles de bâtiments :

- les navires à coque amagnétique (par exemple en matériau composite) ; ce sont essentiellement les chasseurs de mines ; il est bien entendu quasiment impossible de n'avoir aucune pièce

ferromagnétique à l'intérieur, en particulier pour la propulsion ; ce type de navire génère donc malgré tout une anomalie magnétique non négligeable et qu'il faut donc compenser ;

- les navires à coque magnétique, ce qui est le cas de la plupart des navires, mis à part les bâtiments spécialisés précédents ; leur magnétisme est issu principalement de leur coque, qui fait écran à celui des parties internes ; l'intensité de l'anomalie est bien plus élevée que pour les bâtiments amagnétiques, atteignant plusieurs milliers de nT à profondeur standard.

Dans un but de *discrétion magnétique*, on cherche à compenser cette anomalie par des boucles de courant, appelées *boucles d'immunisation* (cf figure I.1). L'anomalie résiduelle due au navire résultera de l'effet conjugué du champ magnétique terrestre et du champ des boucles sur ses parties ferromagnétiques.

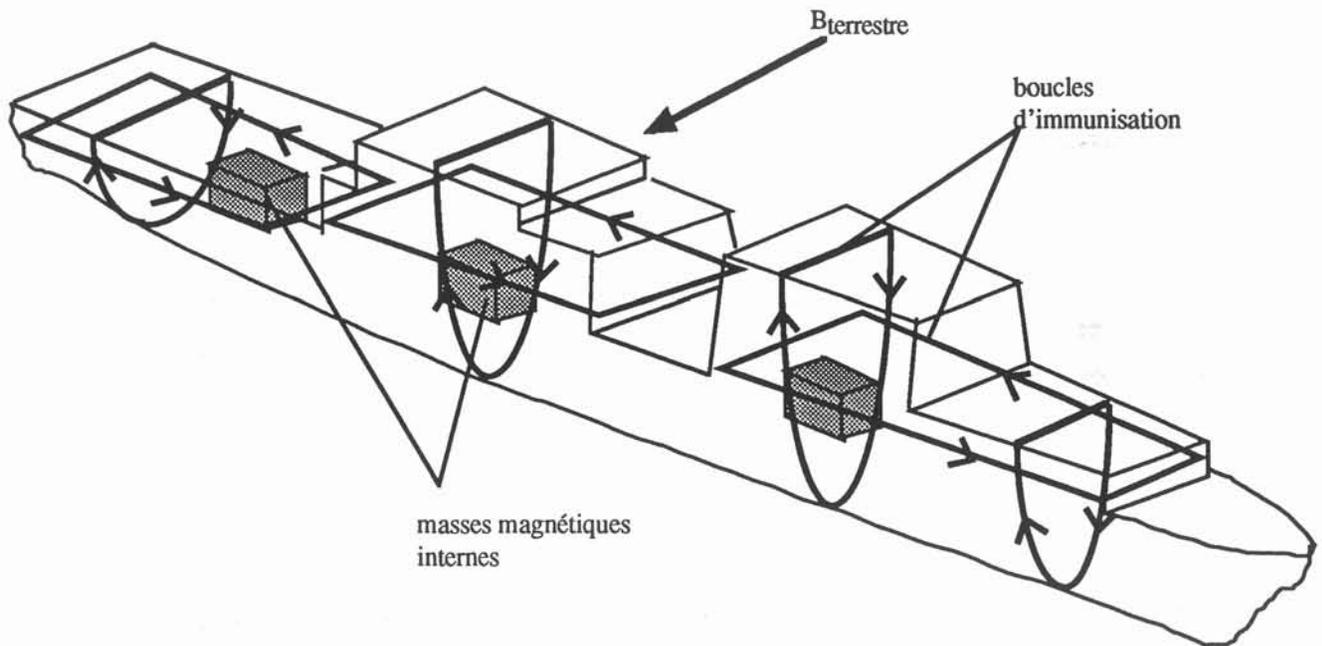


figure I.1. exemple de navire et de son système d'immunisation

### I. 3. 2. Le champ magnétique terrestre

#### I. 3. 2. a. Variations spatiales

Il n'est pas uniforme sur la surface du globe terrestre. Ses variations spatiales sont à 90% celles d'un champ quasi dipolaire (cf figure I.2) orienté de  $11^{\circ}30'$  par rapport à l'axe de rotation terrestre. Ce dipôle prend son origine dans la "géodynamo terrestre", un mécanisme magnétohydrodynamique auto-entretenu localisé dans la couche externe du noyau, entre 3000 et 5000 km de profondeur.

Ce champ dipolaire est caractérisé par (cf figure I.3) :

- son module  $B$ ,
- son inclinaison  $I$ , soit l'angle par rapport au plan horizontal,
- sa déclinaison  $D$ , soit l'angle par rapport au méridien géographique,
- sa composante horizontale  $H$ .

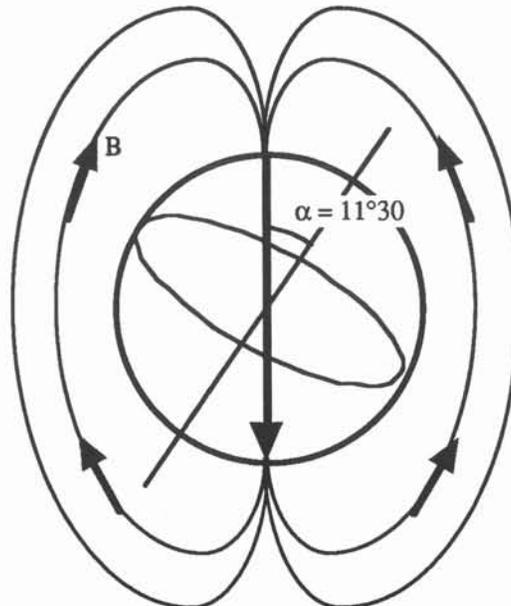


figure I.2. champ dipolaire terrestre

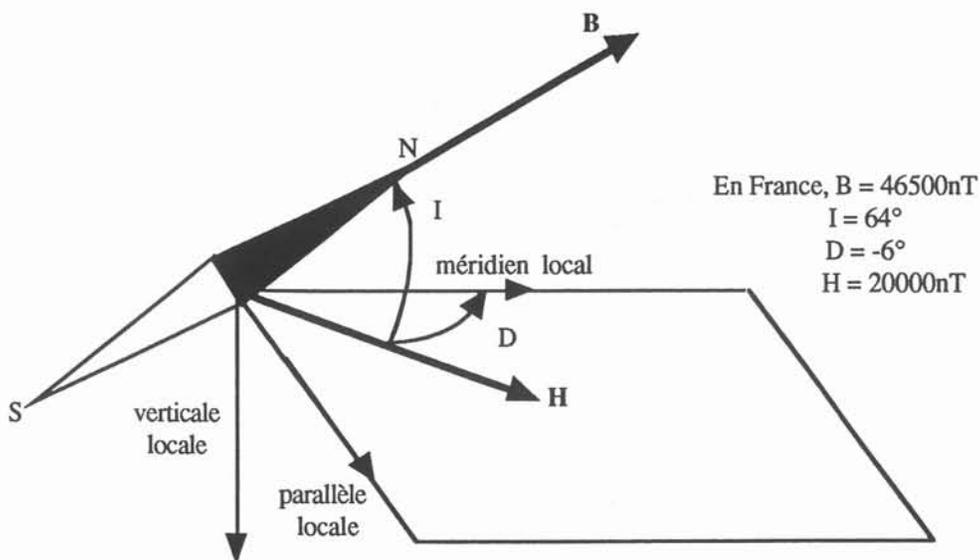


figure I.3. champ magnétique local dipolaire

Des anomalies dites mondiales, c'est-à-dire couvrant de grandes étendues (d'intensité pouvant atteindre  $15000\text{ nT}$ ) ou locales dues au magnétisme de la croûte terrestre (jusqu'à  $3000\text{ nT}$ ) se superposent au champ dipolaire précédent.

### I. 3. 2. b. Variations temporelles

Les variations dites séculaires dues à l'inversion de la polarité du dipôle et la dérive des anomalies mondiales sont de fréquence trop faible pour intervenir dans le magnétisme du navire.

En revanche, le champ géomagnétique subit fortement l'effet du vent solaire, flux de protons et d'électrons de haute énergie. Ce vent est à l'origine de la forme dissymétrique de la magnétosphère, c'est-à-dire de l'espace autour du globe où le champ terrestre est confiné. Plusieurs types d'anomalies magnétiques dues aux effets du soleil existent. Les plus irrégulières mais aussi les plus violentes sont les orages magnétiques, répercussions des éruptions solaires. Elles sont responsables de l'augmentation de la composante horizontale de 100 à 200 nT pendant une durée allant d'une heure à une semaine.

### I. 3. 2. c. Variations en fonction de la profondeur, de la proximité du fond ou de la côte

Les variations temporelles du champ géomagnétique décrites précédemment induisent dans le fluide conducteur qu'est l'eau de mer des champs électriques. L'onde électromagnétique ainsi formée est bien sûr d'autant plus atténuée en fonction de la profondeur que sa fréquence est élevée, mais aussi que le fond est proche. Enfin toute inhomogénéité de conductivité du fond ou de la zone côtière est susceptible de modifier le champ magnétique local.

### I. 3. 2. d. Variations dues aux mouvements marins

Inversement, les mouvements de l'eau de mer dans le champ géomagnétique induisent également des courants et des champs électriques. Ceux-ci donnent naissance en retour à un champ magnétique de perturbation. Les courants marins pouvant provoquer de telles perturbations sont très divers, en fréquence comme en intensité (de la houle au tsunami).

On comprend donc que le champ magnétique local subit, en plus de la perturbation propre au navire, des perturbations de diverses natures. Elles peuvent être du même ordre de grandeur ou dans la même bande de fréquence que l'anomalie du bâtiment, ce qui complique la mesure de celle-ci, faisant de la magnétométrie un domaine complexe et multidisciplinaire, au confluent de l'électromagnétisme, de l'électrotechnique, du géomagnétisme, de l'électronique et du traitement du signal.

### I. 3. 3. Les boucles d'immunisation

Comme nous l'avons dit dans l'introduction de ce chapitre, l'idée de compenser l'anomalie d'un navire par des boucles de courant installées à bord fut appliquée dès l'après-guerre 39-45 ; il s'agissait essentiellement de boucles de compensation de l'aimantation verticale rajoutées dans la structure des navires. Depuis les années 50, les plans des navires que l'on veut immuniser prennent en compte ces boucles ; c'est donc dès la conception de ces plans qu'il faut connaître les positions et le nombre optimaux des circuits d'immunisation. Nous verrons par la suite que cette obligation est l'une des raisons qui justifie le présent travail. Ces circuits d'immunisation se divisent en trois classes suivant les trois directions (cf figure I.4) :

- les boucles M pour "main" selon la convention anglo-saxonne, qui compensent la composante verticale de l'anomalie, la plus intense,
- les boucles L pour "longitudinal",
- les boucles A pour, "atwarthship", c'est-à-dire transversales.

Les courants typiques injectés sont de quelques centaines d'Ampère-tour pour les navires à coque magnétique et de quelques dizaines d'Ampère-tour pour les navires à coque amagnétique.

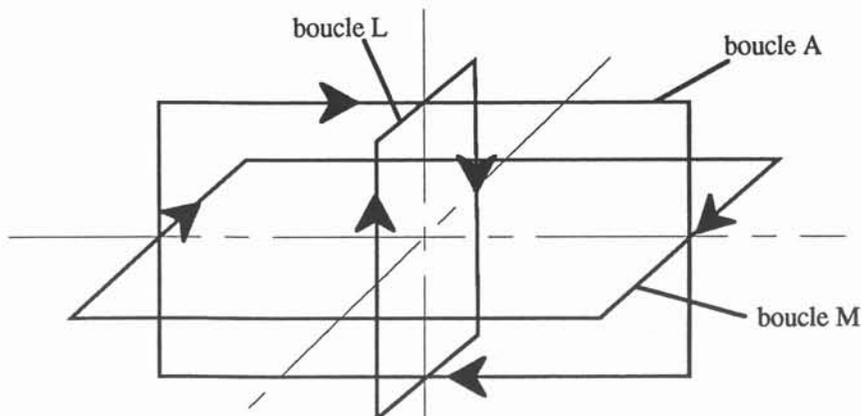


figure I.4. boucles d'immunisation M, L et A

Nous avons vu que le champ géomagnétique, et donc l'anomalie du bâtiment, varie selon la latitude. De plus, cette anomalie est sensible aux changements de cap du navire, ce qui correspond grossièrement aux changements d'orientation de son dipôle équivalent par rapport au champ terrestre. Il faut donc régler les courants d'immunisation, en général à l'aide de stations de mesure en mer. Evidemment, ce réglage va dépendre du champ géomagnétique local et devra donc être adapté à la zone d'intervention du bâtiment. Le réglage suivant le cap est actuellement réalisé grâce à des magnétomètres dans la mâture ; celui selon la latitude grâce à l'application de coefficients prédéterminés.

Les courants injectés dans un système d'immunisation idéal doivent donc tenir compte de toutes ces variations en temps réel. C'est l'idée de l'*immunisation en boucle fermée* ou IBF. Il s'agit [LEGRIS-96] de faire une mesure en champ proche de l'aimantation des objets ferromagnétiques du bâtiment à l'aide de magnétomètres embarqués. On en déduit, à l'aide d'une méthode d'inversion, un modèle de sources équivalentes à ces objets et l'anomalie qu'ils génèrent à l'extérieur. Les courants dans les boucles d'immunisation sont alors réglés automatiquement en fonction de ces anomalies. Cette méthode a été appliquée avec succès sur des navires à coque amagnétique. Cependant, tant la mesure de l'aimantation d'un objet volumique massif à l'intérieur du bâtiment et la détermination de la source équivalente semblent naturelles, tant ces mêmes opérations pour une coque magnétique autour des capteurs paraissent plus complexes.

### I. 3. 4. Les aimantations

L'interaction du champ géomagnétique et / ou du champ propre généré par les boucles d'immunisation avec le navire est régie par les équations de Maxwell en magnétostatique et les lois d'aimantation  $J=J(H)$  des matériaux qui les constituent. La résolution de ces équations permet de déterminer l'équilibre magnétique du système (navire - source), c'est-à-dire de calculer les aimantations ou, de manière équivalente, les champs démagnétisants, ou encore la réaction des matériaux à l'excitation externe.

#### I. 3. 4. a. Aimantations naturelles

Les aimantations naturelles sont issues de l'interaction du champ géomagnétique avec les parties ferromagnétiques du navire. Celles-ci sont initialement dans un état magnétique quelconque, avec une aimantation a priori non nulle.

Ce qu'on appelle *aimantation d'équilibre* est l'aimantation la plus stable, car elle réalise un minimum énergétique ; cette aimantation est différente en chaque point du bâtiment et son lieu dans l'espace H-J est la courbe anhystérétique (cf figure I.5) [BRISSONNEAU-97]. En réalité, même si l'aimantation effective du navire tend naturellement vers cette aimantation d'équilibre, elle l'atteint rarement. En particulier, si les matériaux constituant le navire ont été aimantés de manière très dure (choc thermique lors de soudure, manutention par des électroaimants, ...), ils peuvent bloquer l'évolution de l'aimantation globale vers le minimum énergétique absolu.

L'aimantation effectivement atteinte est alors appelée *aimantation permanente* qui correspond à un minimum énergétique relatif stable et peut être assez éloigné du minimum absolu.

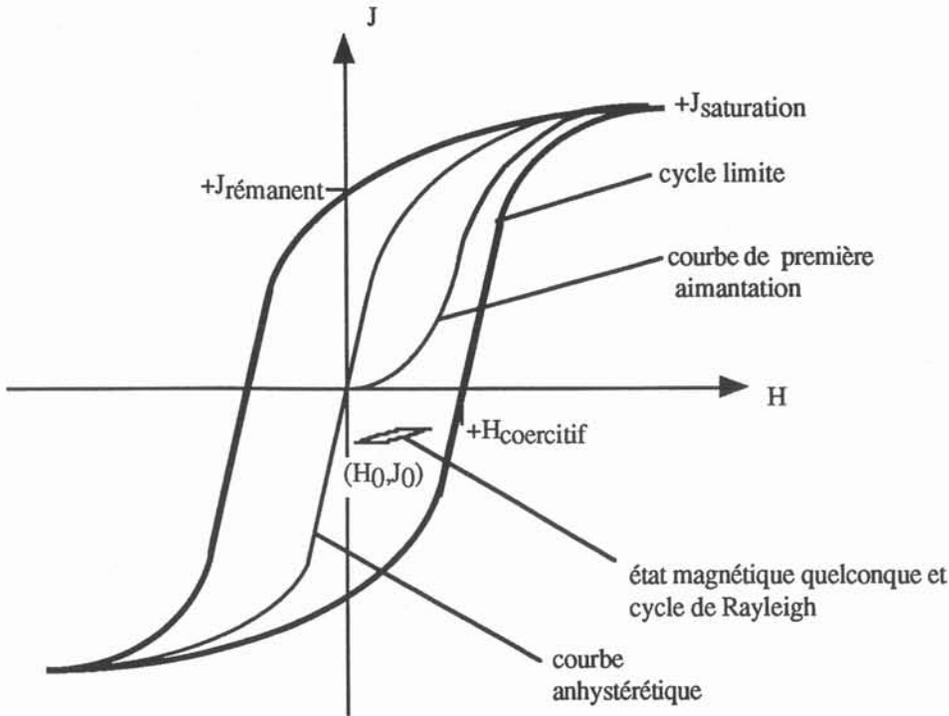


figure I.5. cycle d'hystérésis, courbe de première aimantation et courbe anhystérétique

Pour des variations du champ extérieur très inférieures au champ coercitif (le dixième) et partant d'un état initial  $(H_0, J_0)$ , les branches des cycles secondaires (cf figure I.6) obéissent à la *loi de Rayleigh* :

$$J = J_0 + \chi (H - H_0) \pm \frac{\alpha}{2} (H - H_0)^2 \quad (I.1)$$



figure I.6. cycle de Rayleigh

En pratique, le coefficient  $\alpha$  est, dans le cas des aciers utilisés, suffisamment faible et les variations de champ dues aux changements de cap suffisamment restreintes pour négliger le dernier terme de l'équation (I.1). Dans ce cas, seul le terme réversible correspondant à l'*aimantation induite* est à prendre en compte. La perméabilité à considérer est la *perméabilité réversible*  $1 + \chi$ . On considère alors que, quel que soit l'état magnétique de départ  $(H_0, J_0)$ , la perméabilité réversible est très voisine de la perméabilité réversible initiale donnée par la pente à l'origine de la courbe de première aimantation.

Si les variations de champ extérieur deviennent plus importantes, l'aimantation permanente variera de façon significative pour se fixer à un autre minimum énergétique relatif.

#### I. 3. 4. b. Aimantations dues aux effets de boucles

Tout ce qui vient d'être dit pour les aimantations est valable pour les effets de boucle. La différence essentielle est la non uniformité du champ généré par ces boucles, contrairement au champ géomagnétique, du moins à l'échelle du bateau. Les faibles distances entre ces boucles et les matériaux font que ces derniers seront localement soumis à des champs beaucoup plus élevés. A titre d'exemple, pour 100 Ampère-tour, et une distance typique conducteur - coque de 2cm, le champ maximum est de 800 A/m environs au lieu de 32 A/m (40000 nT) pour le champ terrestre. Il se peut alors que l'on soit hors du domaine de Rayleigh. Cela va dépendre de l'intensité des champs démagnétisants locaux.

#### I. 3. 4. c. Champs démagnétisants et effets de forme

A un moment donné, les parties ferromagnétiques ont, dans le cas général, une aimantation quelconque et non uniforme. Elle dépend de l'historique des matériaux via leur cycle d'hystérésis et du champ total  $\vec{H}_t$  vu par chaque point des matériaux, champ auquel elle contribue. Ce champ est constitué d'une part du champ source extérieur  $\vec{H}_e$ , c'est-à-dire du champ géomagnétique  $\vec{H}_g$  et du champ des boucles  $\vec{H}_b$ , et d'autre part du champ généré par le matériau lui-même, appelé *champ démagnétisant*  $\vec{H}_d$  :

$$\vec{H}_t = \vec{H}_e + \vec{H}_d = \vec{H}_g + \vec{H}_b + \vec{H}_d \quad (I.2)$$

Le champ magnétique créé par le navire est alors  $\vec{H}_n$  tel que

$$\vec{H}_n = \vec{H}_t - \vec{H}_g = \vec{H}_b + \vec{H}_d \quad (I.3)$$

Dans le cas très simple d'un volume matériel ellipsoïdal, le champ démagnétisant s'écrit [BRISSONNEAU-87] :

$$\vec{H}_d = - \|\mathbb{N}\| \frac{\vec{J}}{\mu_0} \quad (I.4)$$

où  $\|\mathbb{N}\|$  est le tenseur symétrique des *coefficients de champ démagnétisant* selon les trois directions de l'espace. Ces derniers caractérisent les effets de la forme du volume matériel sur le champ démagnétisant. Ils sont d'autant plus faibles que le facteur de forme ou l'allongement de l'échantillon selon l'axe auquel

ils se réfèrent est élevé. Sur la figure I.6, une portion de la coque est assimilée à un ellipsoïde très allongé selon  $z$  ( $N_z$  faible) et aplati selon  $x$  ( $N_x$  élevé).

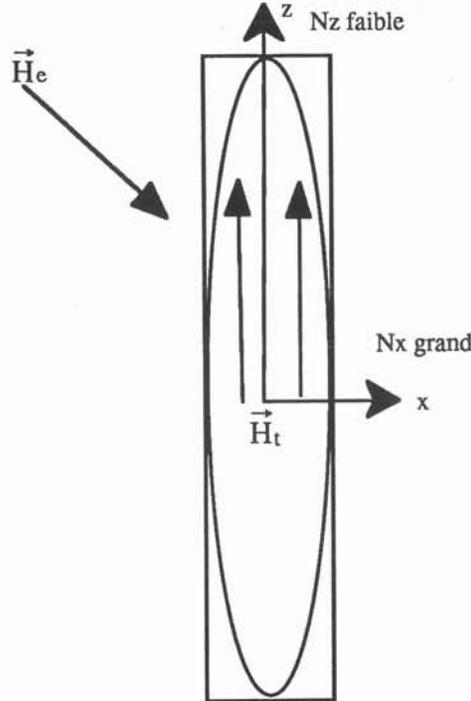


figure I.6. champ extérieur et champ démagnétisant

On a alors

$$\vec{H}_t = \vec{H}_e - \|\mathbf{N}\| \frac{\vec{J}}{\mu_0} \quad (I.5)$$

Si on suppose une loi d'aimantation linéaire du matériau, on a

$$\vec{J} = \mu_0 (\mu_r - 1) \vec{H}_t \quad (I.6)$$

En utilisant (I.5) et (I.6), il vient

$$[\mathbf{I} + \|\mathbf{N}\| (\mu_r - 1)] \vec{J} = \mu_0 (\mu_r - 1) \vec{H}_e \quad (I.7)$$

où  $\mathbf{I}$  est la matrice unité. Les composantes de l'aimantation sont donc

$$J_i = \mu_0 \frac{1}{N_i + \frac{1}{\mu_r - 1}} H_{e_i} \quad \text{avec } i=x,y \text{ ou } z \quad (I.8)$$

Celles du champ total sont alors :

$$H_{t_i} = \frac{J_i}{\mu_0(\mu_r - 1)} \quad \text{avec } i=x,y \text{ ou } z \quad (I.9)$$

On détermine ainsi le point de fonctionnement  $(\vec{H}_t, \vec{J})$  de la portion de matériau considéré. Les expressions (I.8) mettent en évidence la compétition entre effets de forme et perméabilité. Pour l'exemple précédent, on a :

- $N_z \ll \frac{1}{\mu_r - 1}$  ,  $J_z \approx \mu_0(\mu_r - 1) H_{e_z}$ , l'effet de la perméabilité sur l'aimantation selon z est prépondérante,
- $N_x \gg \frac{1}{\mu_r - 1}$  ,  $J_x \approx \frac{\mu_0}{N_x} H_{e_x}$ , c'est l'effet de forme qui devient prépondérant dans cette direction x.

Il en résulte, dans le cas où  $H_{e_x}$  et  $H_{e_z}$  sont du même ordre de grandeur, une aimantation et un champ total essentiellement selon z.

Dans le cas plus général d'une loi d'aimantation non linéaire, il faut résoudre  $\vec{J} = f(\vec{H}_t)$  et l'équation (I.5) pour déterminer le point de fonctionnement de l'échantillon. Sa détermination graphique pour une direction est illustrée sur la figure I.7.

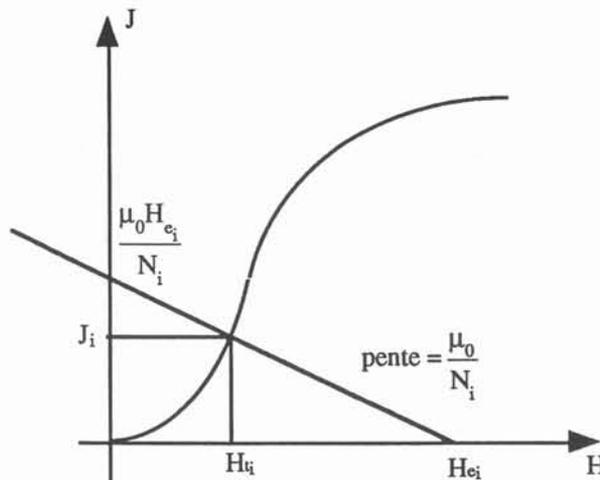


figure I.7. point de fonctionnement  $(H_i, J_i)$

Les effets de forme vont donc jouer un grand rôle dans le magnétisme du navire, notamment dans la détermination de l'anomalie due à un navire à coque magnétique où les coefficients de champ démagnétisant sont très différents entre l'axe perpendiculaire au plan de tôle et les autres axes.



***CHAPITRE II***  
***MODELISATION DES NAVIRES***



## II. 1. INTRODUCTION

La modélisation des navires est une des raisons d'être du Laboratoire du Magnétisme du Navire. Le but est de prévoir avec la meilleure précision possible quelle sera l'anomalie magnétique générée par un bâtiment et quels seront le nombre, la position des boucles d'immunisation ainsi que les courants à y injecter pour que cette anomalie soit minimale.

La première partie de ce chapitre présente le principe de la modélisation basée sur les maquettes treillis, longtemps la seule méthode pour prévoir l'anomalie magnétique d'un bâtiment. Ces modélisations donnent des résultats satisfaisants mais sont coûteuses et manquent de souplesse.

La deuxième partie est consacrée à la modélisation numérique en général et à celle du magnétisme des navires en particulier. La méthode numérique utilisée est celle des éléments finis. Le support logiciel est FLUX3D [FLUX3D-93] qui permet de résoudre des problèmes électromagnétiques par cette méthode. Une première étape fut franchie par X. Brunotte [BRUNOTTE-91], à savoir le calcul *des aimantations naturelles* d'un navire sous l'effet du champ magnétique terrestre par la méthode des éléments finis. Le présent travail s'inscrit dans la continuité logique, puisqu'il vise à modéliser les *aimantations sous l'effet des boucles d'immunisation*. Cette partie sera l'occasion de présenter le modèle physique utilisé, les formulations éléments finis, les outils numériques nécessaires à ces calculs d'aimantation ainsi que ceux que nous avons été amenés à utiliser dans ce travail.

Enfin, la troisième partie fera le point sur les résultats comparés de ces modélisations et soulèvera le problème posé par les boucles. Elle mettra alors en évidence le but de la présente étude.

## II. 2. LA MODELISATION PAR LES MAQUETTES TREILLIS

### II. 2. 1. Principe

Une telle maquette n'est pas une représentation à échelle réduite du bâtiment étudié mais son image magnétique. La coque est discrétisée en portions élémentaires suffisamment petites pour que l'aimantation puisse être considérée comme constante à travers les sections  $S_1$  et  $S_2$ . Chacun de ces éléments de tôle est remplacé dans la maquette par son équivalent magnétique, à savoir deux barreaux perpendiculaires de même section (cf figure II.1). Les masses magnétiques internes sont représentées par de simples volumes équivalents respectant les coefficients de forme et le volume de matériau ferromagnétique.

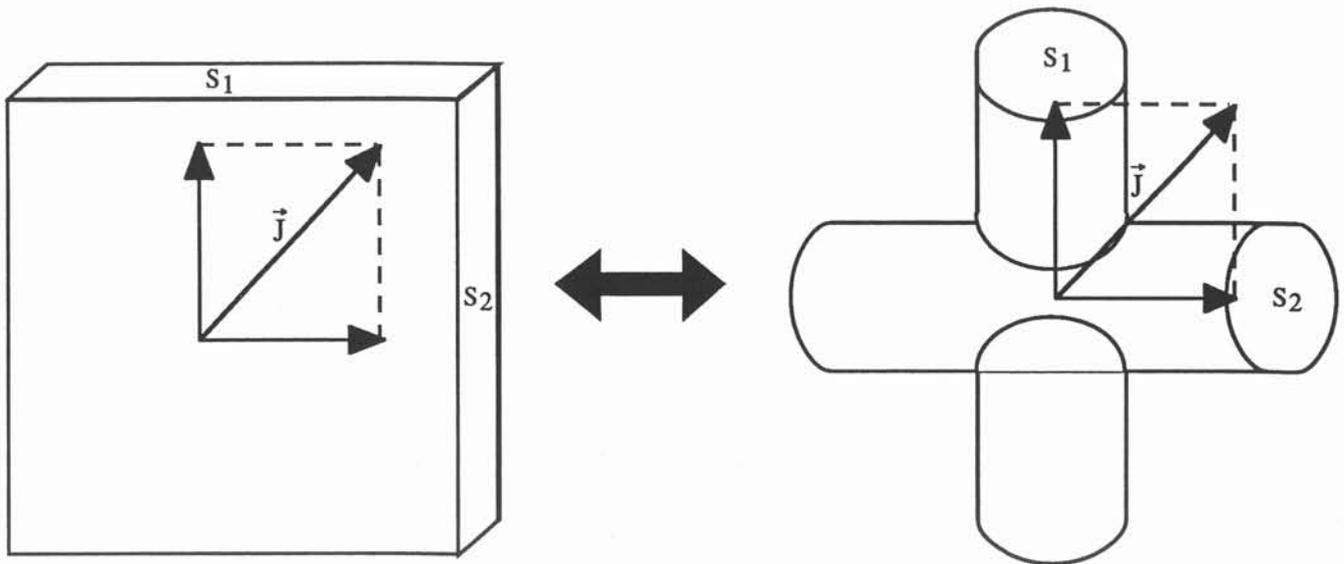


figure II.1. équivalence tôle - barreaux de treillis

La justification de cette méthode imaginée par L. Néel est que, compte tenu des coefficients de champ démagnétisant transversaux élevés, l'aimantation est essentiellement orientée selon le plan de tôle. Cette aimantation est donc décomposable en deux composantes selon les directions des deux barreaux équivalents. La figure II.2 montre un exemple de maquette obtenue par cette méthode qui, comme on peut le constater, porte bien le nom de treillis.

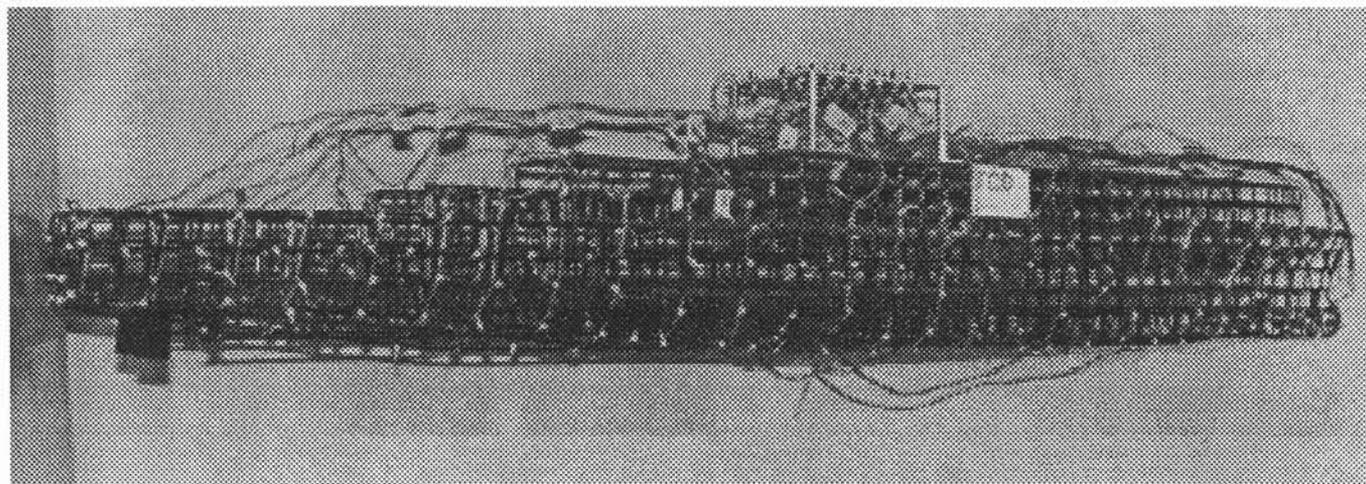


figure II.2. maquette treillis

### II. 2. 2. Intérêts

L'intérêt principal de ce type de maquette est la facilité de construction. En effet, la fabrication d'une maquette à tôles pleines typiquement au 1/100 nécessiterait l'assemblage de tôles de quelques dixièmes de millimètres, ce qui est technologiquement difficile. De plus, l'apport de matière dû aux soudures de telles tôles fausserait la masse magnétique totale. A l'opposé, les éléments constitutifs d'une maquette treillis à même échelle sont des barreaux magnétiques de rayon 1 à 3 mm. Ils sont plus facilement manipulables et les soudures d'assemblage modifient proportionnellement peu leur masse magnétique.

### II. 2. 3. Inconvénients

Ces maquettes donnent de bons résultats comparés aux mesures sur navires réels (jusqu'à 10% près). Cependant, elles présentent un certain nombre d'inconvénients qui expliquent l'intérêt grandissant pour la modélisation numérique :

- le temps nécessaire pour concevoir l'équivalent treillis du navire réel : il était loin d'être négligeable mais a été considérablement réduit grâce à un logiciel de calcul de treillis mis au point par le GESMA ;
- le temps nécessaire à la construction de la maquette, en particulier l'assemblage des barreaux les uns aux autres ;
- la difficile prise en compte de modifications géométriques dans les plans du bâtiment réel : celles-ci peuvent être nombreuses et tardives ;
- la mauvaise représentation des effets de boucle par le treillis, soupçonnée depuis longtemps d'être la raison des difficultés rencontrées lors des calages avec les mesures sur le navire réel ;

- enfin, une des voies de recherche actuelles est la détermination du système d'immunisation optimal avec, en plus du critère de signature magnétique minimal, des contraintes financières ou d'architecture navale ; on imagine difficilement l'optimisation des boucles d'immunisation en ne s'appuyant que sur des maquettes treillis.

## II. 3. LA MODELISATION NUMERIQUE

### II. 3. 1. Spécificité de la géométrie d'un navire et historique du choix de la méthode numérique

Les caractéristiques du problème à résoudre pour calculer les aimantations d'un navire sont :

- l'extrême complexité de sa géométrie tridimensionnelle,
- la frontière ouverte du domaine extérieur ou infini,
- la disproportion entre l'épaisseur des tôles constituant la coque et la longueur du bâtiment : un rapport de 1/10 000 est tout à fait possible dans un cas réel.
- la non linéarité des matériaux utilisés dont le comportement est régi par leur courbe d'hystérésis.

Si on utilise la méthode des éléments finis (MEF), les trois premières caractéristiques rendent nécessaire la création d'un maillage de taille démesurée (10 millions d'éléments) [BRUNOTTE-91]. A l'opposé, une méthode basée sur les intégrales de frontière (MIF) ne nécessite qu'un maillage surfacique et prend en compte naturellement l'infini, d'où un système à résoudre beaucoup plus petit.

Le choix de la méthode s'est malgré tout porté sur la méthode des éléments finis, pour différentes raisons :

- la taille du système matriciel MIF augmente beaucoup plus rapidement avec la complexité de la géométrie que celle du système matriciel MEF. La matrice MIF étant pleine, la méthode peut donc également devenir rapidement coûteuse.
- les intégrales de frontières ne permettent pas de prendre en compte les éventuelles non linéarité et anisotropie de la perméabilité magnétique des matériaux, contrairement aux éléments finis.
- l'expérience et l'environnement logiciel du LEG et du LMN étaient bien plus développés du côté des éléments finis que de celui des intégrales de frontière ; il y avait donc un intérêt pratique évident à choisir les éléments finis.

Cependant, il n'était pas question d'utiliser la méthode des éléments finis telle quelle. Le risque d'un nombre rédhibitoire d'éléments imposait l'utilisation voire le développement d'outils adaptés à ce type de problèmes à savoir :

- le potentiel scalaire réduit,
- la modélisation de l'infini par transformation,
- les éléments coques sans saut de potentiel.

Ces outils sont d'un intérêt très général et permettent de limiter le nombre d'inconnues du système.

Enfin, deux autres notions nous ont été particulièrement utiles dans nos propres recherches. Il s'agit

- des contraintes généralisées,
- de l'approximation diffuse.

Elles sont d'un intérêt suffisamment général pour justifier leur présentation dans ce chapitre.

### II. 3. 2. Potentiel scalaire réduit et formulation éléments finis correspondante

#### II. 3. 2. a. Modèle physique

Le modèle physique est celui de la magnétostatique avec comme variable d'état le potentiel scalaire réduit. Le premier avantage de celui-ci est évident puisqu'il ne nécessite qu'une inconnue par noeud au lieu de trois pour l'habituel potentiel vecteur. On comprend l'intérêt d'utiliser cette variable d'état dans la modélisation d'un navire. Son deuxième intérêt consiste en l'accès direct aux champs source et réaction. Mais il implique que l'on soit capable de décrire analytiquement les sources ce qui n'est pas toujours le cas.

Le principe du potentiel réduit est de scinder le champ d'excitation  $\vec{H}$  en  $\vec{H}_0$ , champ source (dérivant d'un courant de spire ou champ extérieur) et  $\vec{H}_{red}$ , champ réduit représentant la réaction du matériau ou champ démagnétisant.

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_{red} \quad (II.1)$$

Si  $\vec{H}_0$  dérive d'un courant  $I_0$ ,

$$\operatorname{div} \vec{H}_0 = 0 \quad \text{et} \quad \operatorname{rot} \vec{H}_0 = \vec{j} \quad (II.2)$$

donc

$$\operatorname{rot} \vec{H}_{\text{red}} = \vec{0} \quad (II.3)$$

il existe alors  $\Psi_{\text{red}}$  tel que

$$\vec{H}_{\text{red}} = - \overrightarrow{\operatorname{grad}} \Psi_{\text{red}} \quad (II.4)$$

Le théorème d'Ampère est ainsi vérifié :

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} \quad (II.5)$$

La deuxième équation de Maxwell est :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (II.6)$$

où  $\vec{B}$  est le champ d'induction magnétique. La loi d'aimantation du matériau est :

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} + \vec{B}_r \quad (II.7)$$

où  $\vec{B}_r$  est l'induction rémanente  
 $\mu_r$  la perméabilité relative du matériau

L'équation d'état de  $\Psi_{\text{red}}$  est donc

$$\operatorname{div} \left( \mu_r \mu_0 \left( \vec{H}_0 - \overrightarrow{\operatorname{grad}} \Psi_{\text{red}} \right) + \vec{B}_r \right) = 0 \quad (II.8)$$

Dans le cas d'un matériau homogène linéaire et isotrope, on a

$$\operatorname{div} \left( \mu_r \mu_0 \vec{H}_0 \right) = \mu_r \mu_0 \operatorname{div} \vec{H}_0 = 0 \quad (II.9)$$

d'où

$$\Delta \Psi_{\text{red}} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \text{div } \vec{B}_r \quad (II.10)$$

Aux interfaces,  $\vec{H}_{\text{red}}$  vérifie

$$\begin{cases} \vec{n} \wedge (\vec{H}_{1\text{red}} - \vec{H}_{2\text{red}}) = \vec{0} \\ \vec{n} \cdot (\mu_{r1} \vec{H}_{1\text{red}} - \mu_{r2} \vec{H}_{2\text{red}}) = \vec{n} \cdot (\mu_{r1} - \mu_{r2}) \vec{H}_0 \end{cases} \quad (II.11)$$

$\vec{H}_0$  peut être le champ créé par une distribution de courants et calculé par la formule de Biot et Savart (boucles d'immunisation) ou bien un champ extérieur uniforme (champ géomagnétique).

### II. 3. 2. b. Formes intégrales

L'application de la méthode des résidus pondérés [DHATT-84] à l'équation (II.10) conduit à la forme intégrale

$$\forall i, \quad \iiint_V W_i \cdot \text{div} (\mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}}) dV = \iiint_V W_i \cdot \text{div } \vec{B}_r dV \quad (II.12)$$

où  $W_i$  est un ensemble de fonctions tests ou de *pondération*. L'intégration par partie de l'équation précédente donne

$$\begin{aligned} \forall i, \quad \iiint_{\Omega} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} d\Omega &= \iiint_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{B}_r d\Omega - \iint_{\Gamma} W_i \cdot B_n d\Gamma \\ &+ \iint_{\Gamma} \mu_0 \mu_r W_i \cdot H_{0n} d\Gamma \end{aligned} \quad (II.13)$$

Si on applique ces mêmes résidus pondérés à l'équation (II.8), il vient

$$\begin{aligned} \forall i, \quad \iiint_V W_i \cdot \text{div} (\mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}}) dV &= \iiint_V W_i \cdot \text{div } \vec{B}_r dV \\ &+ \iiint_V W_i \cdot \text{div} (\mu_0 \mu_r \vec{H}_0) dV \end{aligned} \quad (II.14)$$

ce qui, par intégration par partie, donne

$$\forall i, \quad \iiint_{\Omega} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} d\Omega = \iiint_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{B}_r d\Omega - \iint_{\Gamma} W_i \cdot B_n d\Gamma + \iiint_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{H}_0 d\Omega \quad (II.15)$$

Les équations (II.13) et (II.15) ne diffèrent que par leur dernier terme, dit *terme source*. Celui-ci est intégré sur les frontières dans le premier cas, sur les volumes dans le deuxième. Suivant la complexité des inducteurs, les calculs de  $\vec{H}_0$  par Biot et Savart peuvent se révéler lourds et on a intérêt à limiter leur nombre en utilisant plutôt (II.13). En revanche, la non linéarité des matériaux requiert l'intégration volumique du terme source par (II.15).

### II. 3. 2. c. Approximation de $\Psi_{\text{red}}$ et maillage

L'idée de base est de rechercher une approximation  $\Psi_{\text{red}}^*$  de la fonction  $\Psi_{\text{red}}$  sous la forme

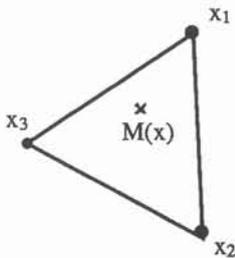
$$\Psi_{\text{red}}^*(x) = \langle N(x) \rangle \cdot \{ \Psi_{\text{red}} \} \quad (II.16)$$

avec

$$\langle N(x) \rangle = \langle N_1(x) \ N_2(x) \ \dots \ N_m(x) \rangle \quad \text{et} \quad \{ \Psi_{\text{red}} \} = \begin{pmatrix} \Psi_{\text{red}}^1 \\ \Psi_{\text{red}}^2 \\ \vdots \\ \Psi_{\text{red}}^m \end{pmatrix} \quad (II.17)$$

Dans le cas d'une méthode d'*approximation nodale*, les paramètres  $\Psi_{\text{red}}^i$  deviennent les *variables nodales* et correspondent aux valeurs exactes de  $\Psi_{\text{red}}$  en  $n$  points  $x_i$  du domaine étudié, appelés *noeuds*. Les  $N_i(x)$  sont alors les *fonctions d'interpolation*.

La méthode des éléments finis est une méthode particulière d'approximation par sous-domaines. Il s'agit de découper le domaine  $\Omega$  en un nombre fini  $n$  de sous-domaine  $\Omega_e$ , appelés *éléments finis* et de définir une fonction approchée différente  $\Psi_{red}^{*e}(x)$  sur chacun de ces sous-domaines. Le réseau d'éléments ainsi constitué s'appelle le *maillage*. Dans le cas des éléments finis nodaux, la fonction d'approximation nodale de l'élément  $\Omega_e$  ne fait intervenir que les variables nodales de cet élément. Nous verrons dans le suite de ce chapitre que ce n'est pas obligatoire (cf la méthode de l'approximation diffuse). Les fonctions d'interpolations sont aussi appelées *fonctions de forme* des éléments. Ainsi, pour chaque élément à  $m$  noeuds, on a



$$\Psi_{red}^{*e}(x) = \sum_{i=1}^m N_i^e(x) \cdot \Psi_{red}^i \quad (II.18)$$

La fonction  $N_i^e(x)$  est nulle en tous les noeuds du maillage de  $\Omega$  sauf en  $x_i$ , soit

$$N_i^e(x_j) = \delta_{ij} \quad (II.19)$$

Les fonctions d'approximation sont construites de manière à satisfaire des conditions de continuité entre les éléments finis.

Grâce à la propriété de nullité des fonctions de formes partout sauf en un seul noeud, la matrice du système est creuse, ce qui est un des principaux intérêts de la méthode.

### II. 3. 2. d. Discrétisation des formes intégrales et forme matricielle

Du choix des fonctions de pondération  $W_i$  dépend le type de méthode de discrétisation. La méthode de Galerkin, la plus utilisée, revient à choisir les fonctions d'interpolation comme fonctions tests. L'application des approximations nodales précédentes à l'équation (II.15), pour un élément à  $m$  noeuds, donne alors  $m$  équations :

$$\forall i \in [1, m], \quad \sum_{j=1}^m \Psi_{\text{red}}^j \iiint_{\Omega_e} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} W_j \, d\Omega = \iiint_{\Omega_e} \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{B}_r \, d\Omega \quad (II.20)$$

$$- \iint_{\Gamma_e} W_i \cdot B_n \, d\Gamma + \iint_{\Gamma_e} \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{H}_0 \, d\Omega$$

Ces équations peuvent être écrites sous forme matricielle pour chacun des  $n$  éléments. On aboutit alors à  $n$  matrices élémentaires d'ordre  $m$ . L'assemblage consiste à écrire un système matriciel global d'ordre  $p$  en tenant compte des noeuds communs aux différents éléments.  $p$  est alors le nombre total de noeuds du maillage. Le système à résoudre est donc :

$$[M] \{ \Psi_{\text{red}} \} = \{ S \} \quad (II.21)$$

Il est creux et symétrique ce qui permet d'utiliser des méthodes spécifiques de stockage et de résolution.

## II. 4. Modélisation de l'infini par transformation

Nous avons vu que le problème à résoudre est à frontière ouverte. Théoriquement, le potentiel scalaire réduit ne s'annule qu'à l'infini. De par sa nature, la méthode des éléments finis ne permet pas de prendre en compte cette frontière ouverte. Une méthode simple pour satisfaire au mieux cette condition est de créer un domaine suffisamment grand autour de l'objet à modéliser afin que les frontières de ce domaine ne perturbent pas trop la solution. Cette méthode est satisfaisante dans le cas de systèmes faisant intervenir des culasses extérieures, des stators par exemple. Les champs sont canalisés à l'intérieur et sont faibles à l'extérieur. Dans le cas de la signature magnétique d'un navire ou d'un moteur [LE COAT-97], ce sont les champs extérieurs, de faible intensité, qui nous intéressent. Pour obtenir une solution correcte, il faut donc générer un domaine très grand et suffisamment discrétisé autour du navire, ce qui est peu économique en nombre d'éléments.

C'est pourquoi le LEG s'est intéressé aux alternatives permettant de résoudre ce problème de frontière ouverte. Celle qui a donné les meilleurs résultats est la modélisation de l'infini par transformation. X. Brunotte [BRUNOTTE-91] fait une synthèse des transformations existantes et dégage une méthode qui lui est propre. Cette dernière donne des résultats satisfaisants pour la modélisation de l'extérieur d'un navire.

#### II. 4. 1. a. Principe

L'idée est de transformer le problème à frontières ouvertes en un problème à frontières fermées. Le domaine initial  $E_{\text{réel}}$  est considéré comme la réunion du domaine intérieur  $E_{\text{int}}$  et du domaine extérieur  $E_{\text{ext}}$  avec  $E_{\text{int}} \cap E_{\text{ext}} = \emptyset$  (cf figure II.3). Le domaine extérieur est relié à un domaine image fermé  $E_{\text{ext-image}}$  par une transformation géométrique. Ce domaine image est maillé avec des éléments finis classiques et la résolution du problème est faite sur  $E_{\text{int}} \cup E_{\text{ext-image}}$ .

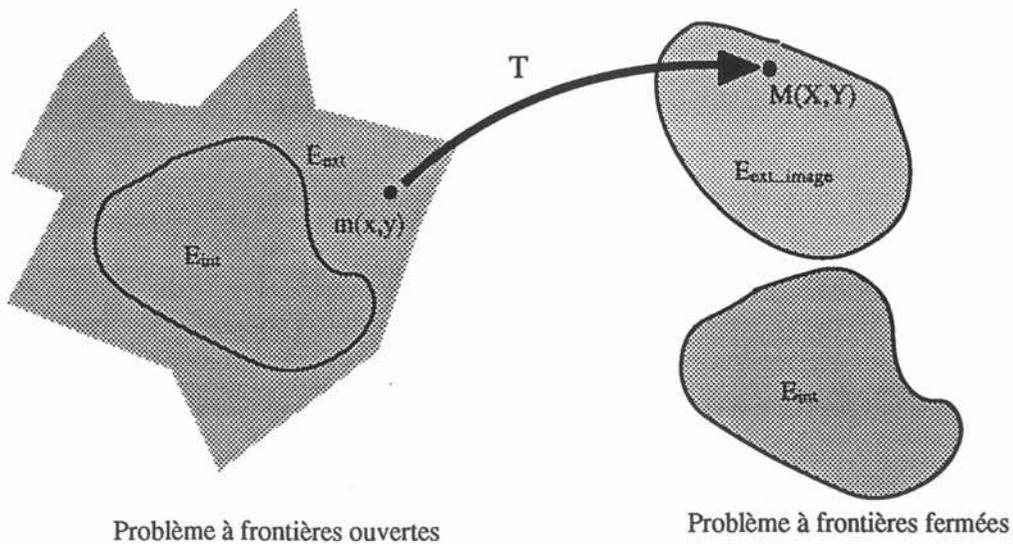


figure II.3

#### II. 4. 1. b. Transformations des équations

Les expressions mathématiques (variables d'état, équations aux dérivées partielles, formulations intégrales, ...) du domaine image fermé doivent être transformées afin de représenter les phénomènes physiques du domaine réel ouvert. Si on reprend la formulation intégrale (II.15), le premier terme s'écrit par exemple

$$\iiint_{E_{\text{ext}}} \mu \vec{\text{grad}}(W_i) \cdot \vec{\text{grad}}(\Psi_{\text{red}}) d\Omega = \iiint_{E_{\text{ext\_image}}} \mu \vec{\text{grad}}_{\text{im}}(\omega_i) J_T \cdot \vec{\text{grad}}_{\text{im}}(\Psi_{\text{red}}) J_T \det(J_T^{-1}) d\Omega_{\text{im}} \quad (\text{II.22})$$

où

- $J_T$  est la matrice jacobienne de la transformation  $T$ ,
- $\vec{\text{grad}}_{\text{im}}$  est le gradient dans le domaine image,
- $\omega_i$  sont les fonctions de pondérations de Galerkin de  $E_{\text{image}}$  ou fonctions de forme des éléments classiques servant à discrétiser  $E_{\text{image}}$ ,
- $W_i$  sont les fonctions de pondérations de Galerkin de  $E_{\text{ext}}$ , connues que par leur images  $\omega_i$ .

#### II. 4. 1. c. Transformation utilisée

Contrairement à un certain nombre de transformations plus ou moins classiques, celle proposée par Brunotte, appelée *transformation en couche parallélépipédique*, est bien adaptée à la géométrie des navires. L'idée est de ramener le domaine extérieur  $E_{\text{ext}}$  en une couche parallélépipédique  $E_{\text{ext-image}}$  autour du domaine intérieur  $E_{\text{int}}$  (cf figure II.4). Cette couche est constituée de 4 sous-domaines  $D_{x>0}$ ,  $D_{x<0}$ ,  $D_{y>0}$  et  $D_{y<0}$  pour lesquels l'expression analytique de la transformation, que nous ne développeront pas ici, est différente.

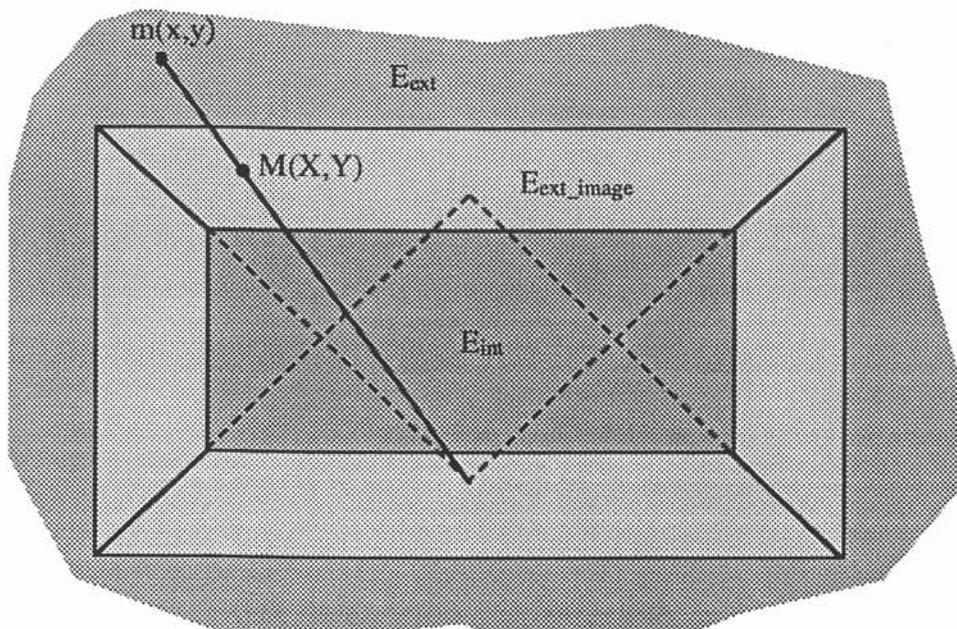


figure II.4. Transformation en couche parallélépipédique

Cette transformation a donné de bons résultats pour divers problèmes, aussi bien dans le domaine intérieur fermé que dans le domaine infini, du moins tant que les points d'exploitation ne sont pas dans les derniers éléments finis dans la direction de l'infini. De manière générale, cette méthode a constitué un progrès important dans la modélisation éléments finis de problèmes électromagnétiques et s'est concrétisée par un outil standard, la boîte infinie, dans le logiciel FLUX3D. Cette modélisation de l'infini s'est montrée particulièrement efficace pour modéliser l'extérieur d'un navire tout en limitant le nombre d'éléments.

#### II. 4. 2. Éléments minces sans saut de potentiel

Une des caractéristiques de la géométrie d'un navire est la disproportion entre sa longueur et l'épaisseur de sa coque. De même, si on veut modéliser numériquement une maquette treillis, la section des barreaux constituant le treillis est également très faible par rapport à la longueur de la maquette. C'est cette caractéristique, plus que toutes les autres, qui fait exploser le maillage.

L'idée des éléments minces est de décrire géométriquement le volume des tôles comme des surfaces, à l'aide des éléments surfaciques 3D, et celui des barreaux d'un treillis comme des lignes, à l'aide des éléments linéiques 3D. La justification de ces éléments spéciaux est que le champ magnétique, compte tenu de la perméabilité relative élevée des matériaux utilisés, est essentiellement tangentiel à la tôle ou au barreau. Le potentiel à travers la région mince est donc constant. Des fonctions d'approximation d'ordre zéro transversalement à l'épaisseur suffisent alors à approcher ce potentiel et leur gradient est constant dans cette direction. On peut alors préintégrer les termes de la formulation à travers l'épaisseur  $E_p$ . Le terme courant de la formulation intégrale (II.15) s'écrit alors

$$\iiint_{\substack{\text{tôle} \\ \text{mince}}} \mu_0 \mu_r \vec{\text{grad}} W_i \cdot \vec{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} d\Omega = \iint_{\substack{\text{éléments} \\ \text{surf. 3D}}} \mu_0 \mu_r \vec{\text{grad}} W_i \cdot \vec{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} E_p d\Gamma \quad (II.23)$$

De même, le terme source s'écrit

$$\iiint_{\substack{\text{tôle} \\ \text{mince}}} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{H}_0 \, d\Omega = \iint_{\substack{\text{éléments} \\ \text{surf. 3D}}} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{H}_0 \, Ep \, d\Gamma \quad (II.24)$$

Pour le barreau mince, les intégrales précédentes sont préintégréées selon la section Sect et ramenées à des intégrales linéiques :

$$\iiint_{\substack{\text{barreau} \\ \text{mince}}} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} \, d\Omega = \int_{\substack{\text{éléments} \\ \text{lin. 3D}}} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} \, \text{Sect} \, dl \quad (II.25)$$

$$\iiint_{\substack{\text{barreau} \\ \text{mince}}} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{H}_0 \, d\Omega = \int_{\substack{\text{éléments} \\ \text{lin. 3D}}} \mu_0 \mu_r \overrightarrow{\text{grad}} W_i \cdot \vec{H}_0 \, \text{Sect} \, dl \quad (II.26)$$

En fait, en ne décrivant pas le volume des régions minces, on augmente artificiellement le volume de l'air. Pour tenir compte de cette erreur géométrique, il faut corriger les intégrales précédentes en y remplaçant  $\mu_r$  par  $\mu_r - 1$ .

Ces éléments minces ont permis de réduire considérablement le nombre d'éléments (division par 4 pour un simple cylindre creux) tout en donnant des solutions numériques excellentes. Il faut dire que les objets que nous cherchons à modéliser, par leur perméabilité et leurs coefficients de forme, respectent parfaitement les hypothèses de ces éléments minces sans saut de potentiel.

*Remarque* : Il existe également des éléments minces avec saut de potentiel. Développés par C. Guérin [GUERIN-94], ils permettent de prendre en compte des régions minces au travers desquelles il y a physiquement une variation importante du potentiel (comme un entrefer ou une épaisseur de peau).

### II. 4. 3. Contraintes généralisées

Ce que nous appelons contraintes généralisées est précisément la généralisation des conditions aux limites habituellement utilisées. Elles se traduisent par l'écriture de relations linéaires entre différentes variables ou valeurs nodales du système du type [DHATT-84] :

$$a_i U_i + a_j U_j + a_k U_k + \dots a_n U_n = g_i \quad (II.27)$$

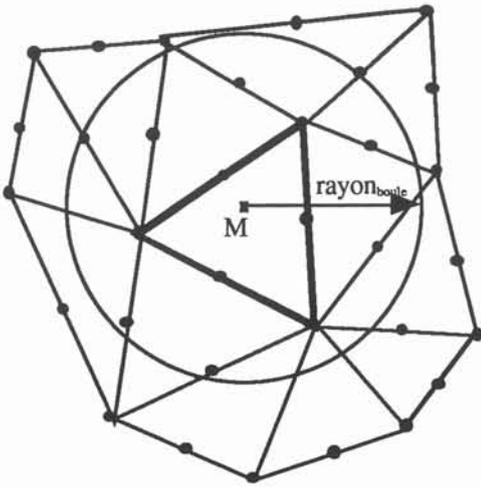
Par exemple la condition de Dirichlet  $U(x) = g(x)$  sur un domaine  $\Omega$  devient un cas particulier de l'équation précédente où  $a_i = 1$  et  $a_j = a_k = \dots = a_n = 0$  pour tout noeud  $i$  du domaine  $\Omega$ . Ce type de combinaisons linéaires peut être utilisé dans différents contextes tels que les problèmes à conditions cycliques (modélisation électromagnétique de moteurs), les couplages entre différentes formulations (par exemple potentiel réduit - potentiel total) [MARECHAL-97]. Leur utilisation s'était jusque-là résumée à des contraintes concernant l'ensemble d'un domaine (point, ligne, volume) ou d'une région. Nous en ferons une utilisation plus intensive puisqu'il s'agira d'appliquer des contraintes sur des noeuds du maillage. Cet outil est la base de la méthode particulière développée dans le chapitre VII.

### II. 4. 4. Lissage par approximation diffuse

Proposée par B. Nayrolles, G. Touzot et P. Villon [ NAYROLLES-91\_I], l'approximation diffuse, ou encore approximation par les moindres carrés mobiles [TAYLOR-95], a été appliquée au calcul des champs électromagnétiques par la méthode des éléments finis [MARECHAL-93][CHASSOULIER-93]. Nous en décrivons brièvement le principe.

La méthode habituelle pour déterminer  $\Psi_{red}$  en un point  $M$  quelconque de l'espace, dit point d'approximation, est une interpolation en utilisant les  $m$  valeurs nodales et fonctions de forme de l'élément contenant  $M$  à l'aide de l'expression (II.18). Si les valeurs nodales de l'élément sont très différentes les unes des autres, ce qui risque d'arriver dans le cas d'un maillage lâche, l'approximation va fortement dépendre de la position du point d'approximation  $M$  par rapport aux noeuds de l'élément. Une approximation en un point  $M'$  situé dans un élément voisin pourra être très différente de la précédente si la position de  $M'$  par rapport aux noeuds qui l'entourent est très différente de celle de  $M$ . On introduit ainsi une discontinuité entre les deux éléments d'une grandeur physiquement continue.

L'idée de l'approximation diffuse est de calculer la grandeur en M en faisant intervenir un plus grand nombre de valeurs nodales. Ces valeurs nodales sont contenues dans une boule dont le rayon peut être calculé de différentes manières que nous ne développerons pas ici (cf [MARECHAL-93]). On fait ainsi "diffuser" l'information contenue "dans" ces valeurs nodales d'un élément dans un autre élément, ce qui a pour effet de lisser les discontinuités décrites précédemment. Les fonctions d'interpolation ne sont plus les fonctions de forme des éléments finis mais des polynômes appelés fonctions de l'approximation diffuse. Ainsi, la nouvelle approximation s'écrit :



$$\Psi_{red}^{*M}(x_M) = \langle N^M(x_M) \rangle \cdot \{ \Psi_{red} \} \tag{II.28}$$

où  $\langle N^M(x) \rangle = \langle N_1^M(x) N_2^M(x) \dots N_{n_M}(x) \rangle$  sont les  $n_M$  fonctions de l'approximation diffuse. Pour obtenir ce résultat, on cherche un estimateur  $\Psi_{red}^*(x)$  de  $\Psi_{red}(x)$  qui s'accorde au mieux avec les  $n_M$  valeurs nodales  $\Psi_{red}^i$  de l'approximation en M sous la forme d'un développement de Taylor au voisinage de M :

$$\Psi_{red}^{*M}(x) = \langle P(x - x_M) \rangle \cdot \{ a^M \} \tag{II.29}$$

$\langle P(x) \rangle$  est une base polynomiale de p termes et

$$\{ a^M \} = \begin{pmatrix} a_1^M \\ a_2^M \\ \vdots \\ a_p^M \end{pmatrix} \text{ les p coefficients du développement, appelés variables généralisées.}$$

La recherche de ces coefficients amène à la minimisation de l'erreur quadratique entre les  $\Psi_{red}^i$  connus et les valeurs estimées  $\Psi_{red}^{*M}(x_i)$  :

$$E^M(a_M) = \sum_{i=1}^{n_N} w(x_i - x_M) \left[ \Psi_{red}^i - \Psi_{red}^{*M}(x_i) \right]^2 \quad (II.30)$$

qui est un problème classique de moindres carrés pondérés [PRESS-90].

$w(x)$  est une fonction de pondération rapidement décroissante quand on s'éloigne de  $x = 0$ , par exemple une fonction gaussienne. C'est via cette pondération qu'on donne d'autant plus d'influence à un noeud dans l'approximation diffuse que celui-ci est proche de  $M$ . La minimisation de l'équation précédente conduit alors à la génération des nouvelles fonctions de forme  $N_i^M(x)$  qui s'écrivent :

$$\langle N^M(x) \rangle = \langle P(x - x_M) \rangle \cdot [A^M]^{-1} \cdot [B^M] \quad (II.31)$$

où  $[A^M]$  et  $[B^M]$  sont des matrices dépendantes des coordonnées de  $M$  et des noeuds utilisés pour l'approximation :

$$\begin{cases} A_{ij}^M = \sum_{k=1}^p [P_i(x_k - x_M)] [P_j(x_k - x_M)] w(x_k - x_M), & 1 \leq i \leq p \text{ et } 1 \leq j \leq p \\ B_{ij}^M = [P_i(x_j - x_M)] w(x_j - x_M), & 1 \leq i \leq p \text{ et } 1 \leq j \leq n_M \end{cases} \quad (II.32)$$

L'approximation diffuse n'est pas une interpolation puisqu'on n'a pas égalité entre  $\Psi_{red_i}$  et  $\Psi_{red}^{*M}(x_i)$ . Elle garde cependant un caractère local grâce à la fonction de pondération  $w(x)$ . Elle est continue ainsi que ses dérivées. Cet avantage est aussi son principal défaut car il conduit à lisser les discontinuités qu'elles soient numériques ou physiques. En particulier, la construction de boules proches des interfaces de régions physiques différentes où la grandeur physique est théoriquement discontinue est délicate. Il n'est alors pas question de faire diffuser les éléments d'une région dans ceux de l'autre région. Ceci amène à construire des boules tronquées, sources d'erreur dans l'approximation.

Il est possible d'étendre l'idée d'approximation diffuse à la résolution de l'équation physique et non plus seulement au lissage des résultats après résolution par élément finis. On parle alors de méthode des éléments diffus [NAYROLLES-91\_II] [MARECHAL-96] qui donne des résultats prometteurs mais rencontre également les difficultés aux interfaces de régions physiques.

Nous verrons que dans le contexte du magnétisme du navire, cette méthode de lissage est parfaitement adaptée puisque les champs qui nous intéressent sont extérieurs et éloignés de toute interface.

## II. 5. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES

### II. 5. 1. Résultats maquette treillis physique / maquette treillis numérique

Les résultats présentés dans le rapport de thèse de X. Brunotte sur un modèle treillis de la frégate *La Fayette* ont été très satisfaisants pour les aimantations naturelles. Voici d'autres résultats obtenus à l'aide de FLUX3D intégré à DATASSIM, logiciel de conception et d'évaluation de systèmes d'immunisation magnétique mise au point par le CETEB (c'est-à-dire le Centre d'Essais Techniques et d'Evaluation de Brest, organisme dépendant de la DCN). Cet ensemble regroupe entre autres un module de calcul de treillis à partir des plans d'un navire et FLUX3D pour le calcul des aimantations. Les résultats présentés concernent le navire *TCD Foudre*. La figure II.5 montre le treillis numérique de ce bâtiment généré par DATASSIM à partir de la digitalisation des plans. Les calculs numériques sont comparées aux mesures effectuées sur la maquette treillis du même bâtiment.

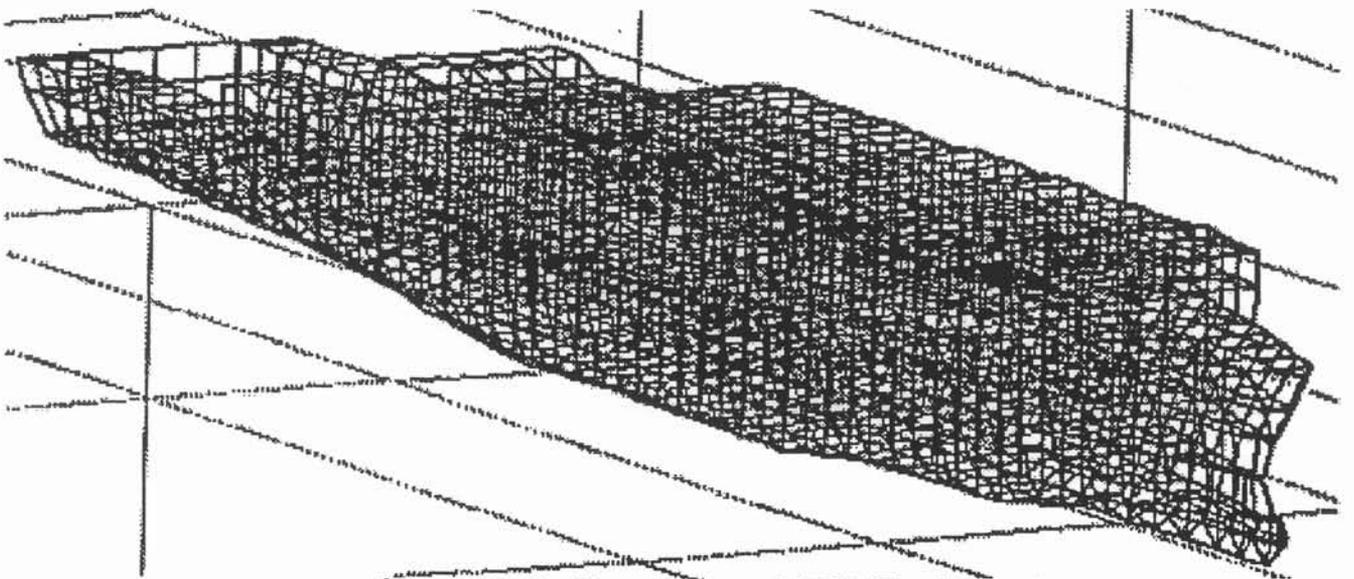


figure II.5. Treillis numérique du TCD Foudre

II. 5. 1. a. Aimantations naturelles

La figure II.6 représente les aimantations permanentes verticale et longitudinale (unités non communiquées). La figure II.7 nous montre les aimantations induites verticale et longitudinale. Les aimantations transversales ne sont pas représentées. L'écart moyen de l'ensemble des aimantations entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux n'excède pas 7%.

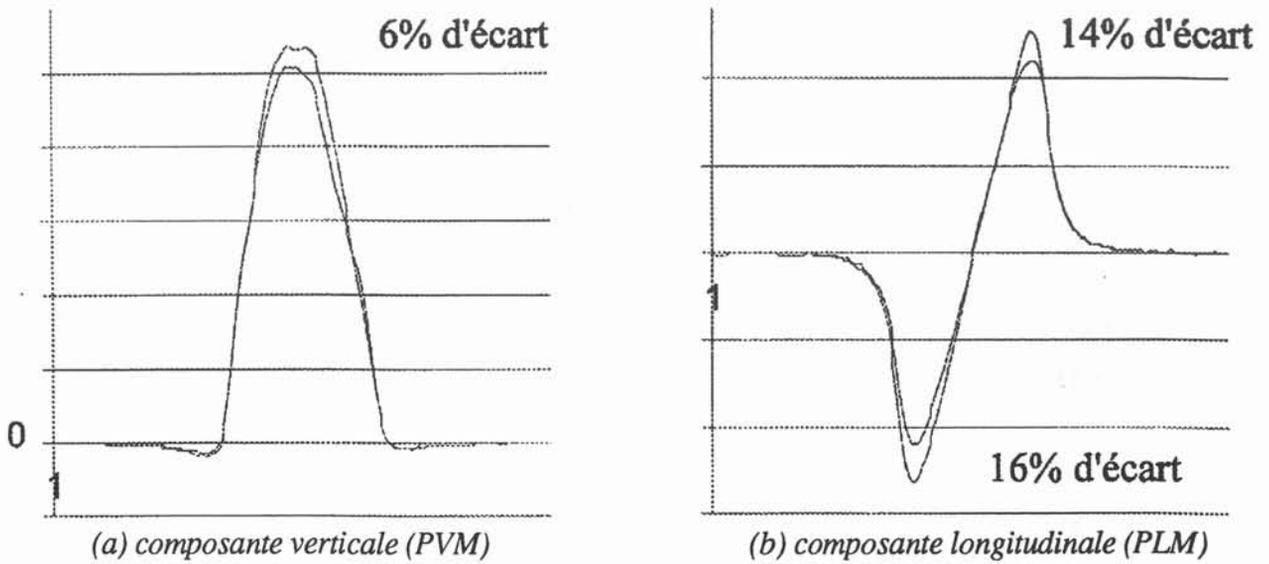


figure II.6. Aimantations permanentes

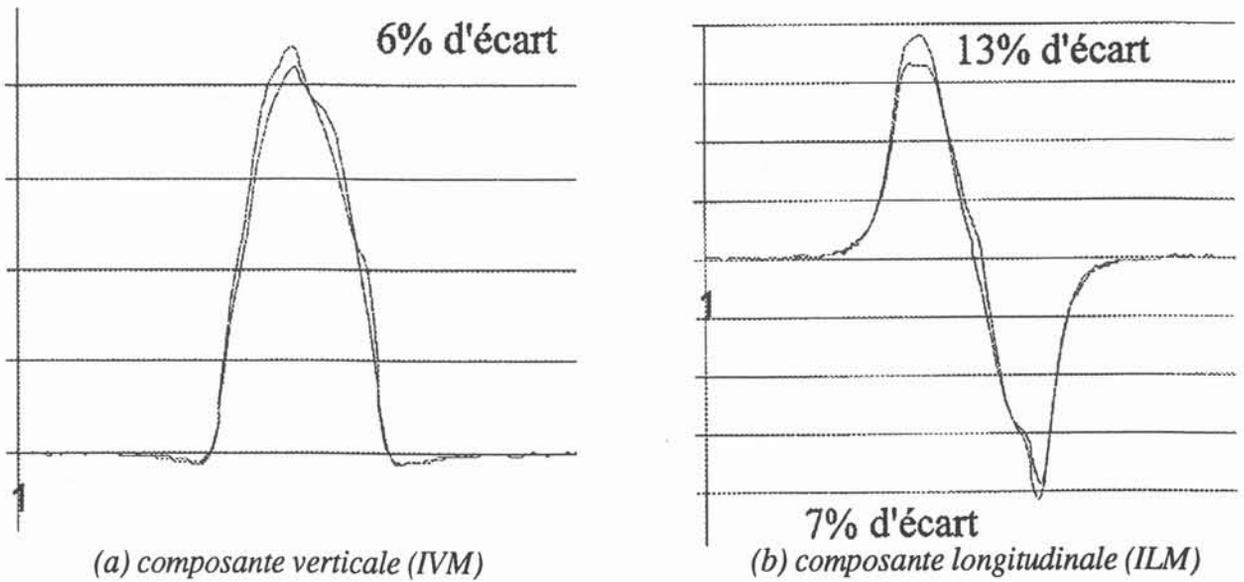
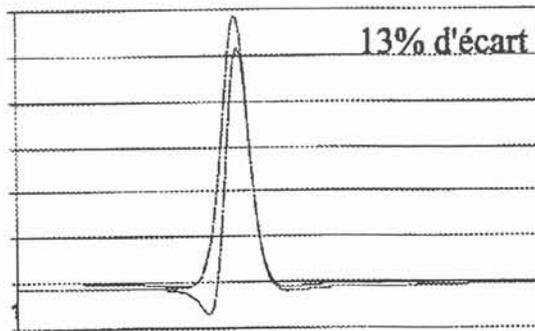


figure II.7. Aimantations induites

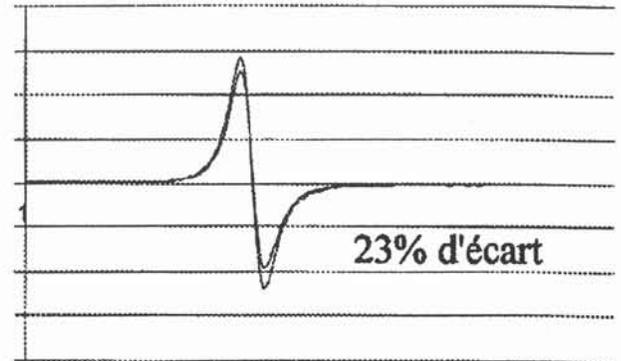
## II. 5. 1. b. Effets de boucles

De même, les résultats sur les effets de boucles sont présentés figure II.8. L'écart moyen entre les calculs et les mesures pour les effets de boucle est compris entre 6 et 12%.

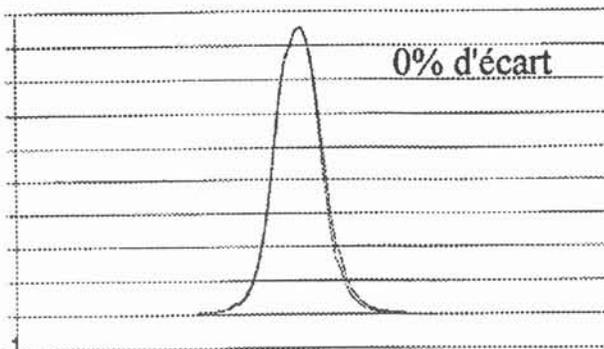
Compte tenu de l'estimation des erreurs de mesure (environ 10%), les résultats numériques sont satisfaisants pour les treillis. L'accord entre les calculs et les mesures révèle l'énorme progrès que représente la modélisation numérique. Ces calculs ont en effet été réalisés sur une station de travail de 128 mega-octets de mémoire vive et ont requis quelques heures. Le temps de réalisation et de mesure de la maquette s'évalue en jours, voire en semaines.



(a) boucle verticale (M)



(b) boucle longitudinale (L)



(c) boucle transversale (A)

figure II.8. Effets de boucles

## II. 5. 2. Résultats maquette tôle physique / maquette tôle numérique

Le modèle treillis n'est cependant qu'une approximation du navire réel. L'idée de modéliser le navire réel sans passer par l'étape du treillis est donc naturelle. Elle représenterait un gain de temps et d'énergie supplémentaire. Le CETEB avait réalisé une maquette très simplifiée de navire à tôles pleines, appelée *Ar Botez Houarn* et des mesures d'aimantations, afin de valider FLUX3D sur un tel modèle.

Les aimantations naturelles calculées sont là encore très proches des aimantations mesurées (cf figure II.10 à figure II.12). Ces résultats sont d'une importance capitale : la modélisation directe des navires sans passer par le calcul d'un treillis devient envisageable.

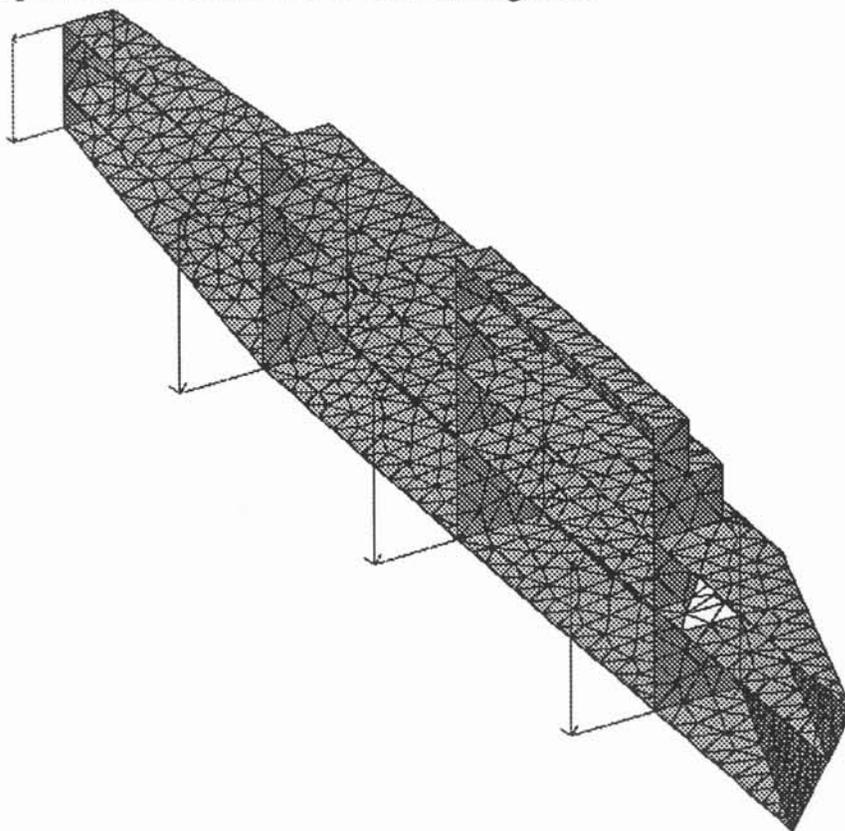


figure II.9. géométrie, maillage et boucles L de la maquette Ar Botez Houarn

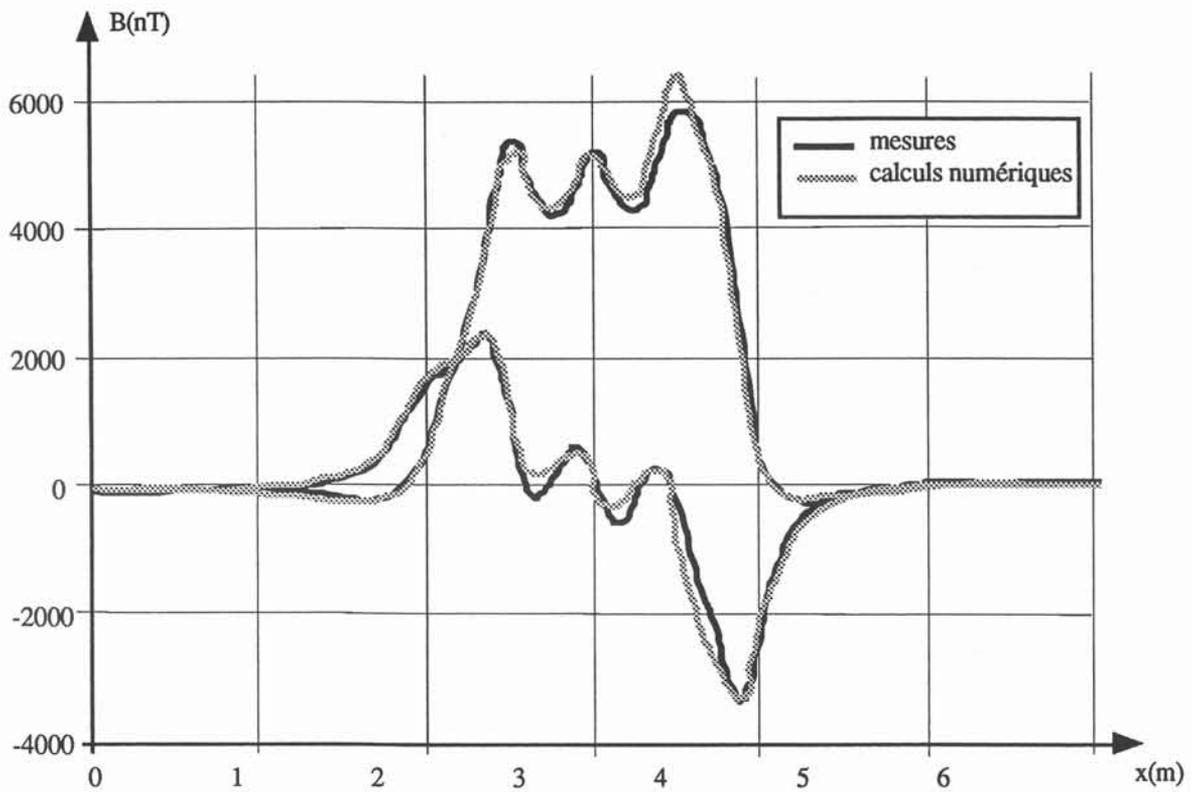


figure II.10. aimantation induite verticale (IVM)

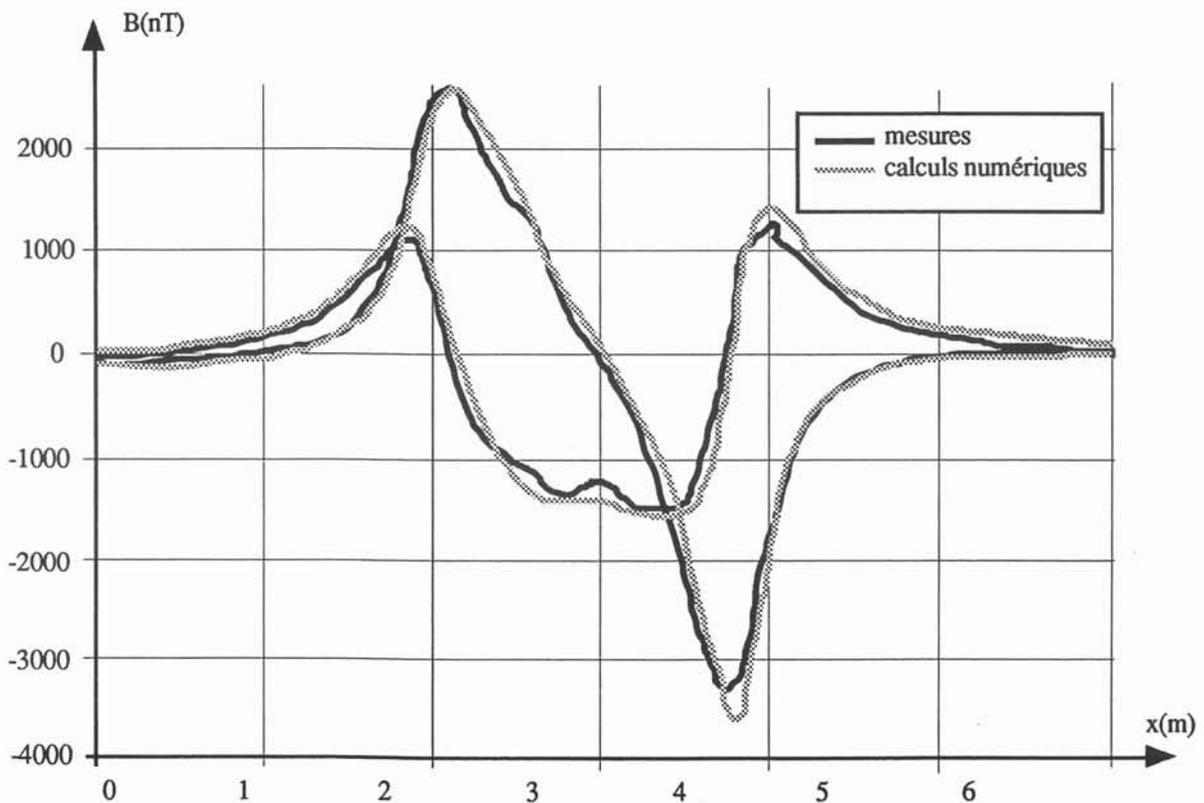


figure II.11. aimantation induite longitudinale (ILM)

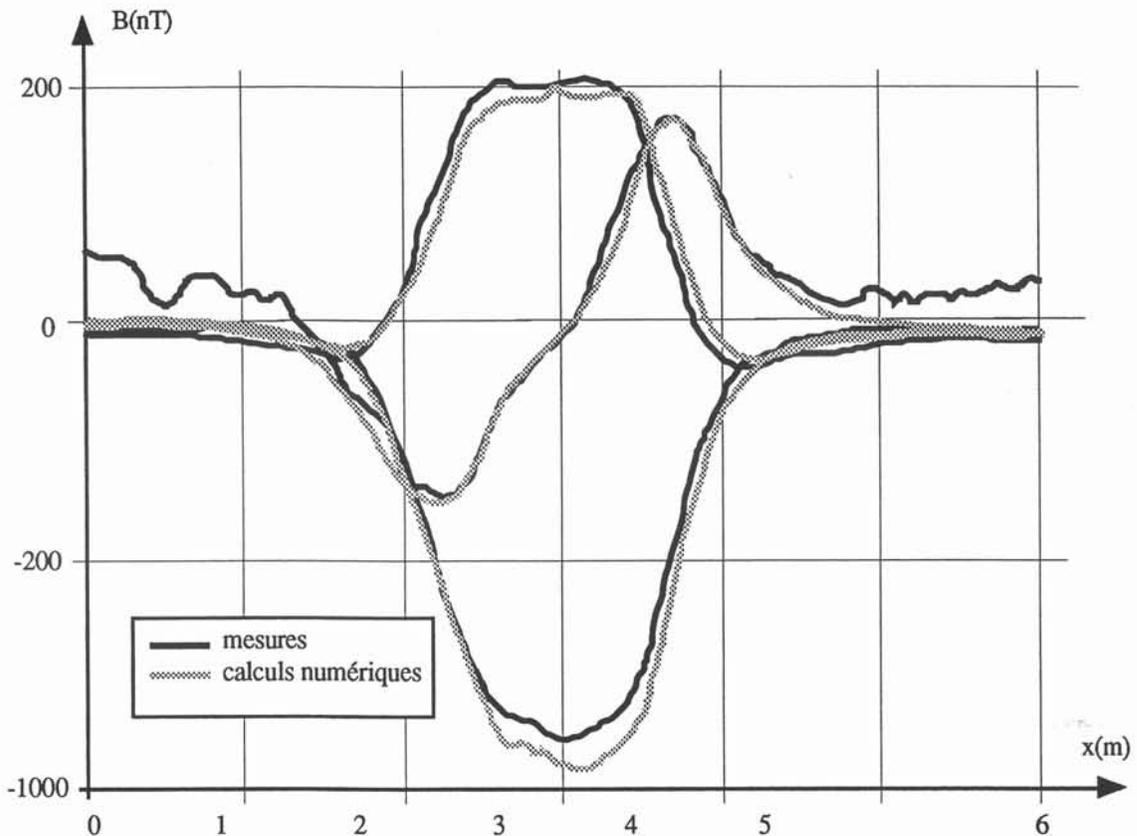


figure II.12. aimantation induite transversale (IAM)

En revanche, les écarts entre effets de boucles calculés et mesurés sont très importants (jusqu'à 100%), sans commune mesure avec les écarts observés pour les treillis. Nous mettons là en évidence les limites des treillis. Il nous semble que de tels modèles, s'ils sont largement valables pour un champ extérieur faible et quasi uniforme, ne le sont sans doute plus pour les champs de boucle, très loin d'être uniformes et faibles au voisinage des barreaux du treillis. En particulier, les effets blindage et noyau, que nous expliquerons par la suite, sont certainement très différents entre un modèle treillis et un modèle à tôle pleine. Les comparaisons entre les mesures d'effets de boucle sur une maquette treillis et celles effectuées sur le bâtiment réel correspondant révèlent en effet des écarts importants. Le fait qu'il y ait accord entre les mesures et les calculs sur treillis n'a, de ce point de vue, rien d'étonnant : les hypothèses sont équivalentes (barreaux équivalents - éléments linéiques 3D). Nous pensons que les effets de boucles ainsi obtenus ne sont pas représentatifs du comportement réel d'une tôle pleine.

## II. 6. CONCLUSION ET BUT DE L'ETUDE

La présentation des résultats expérimentaux et numériques précédents nous a semblé nécessaire pour mettre en évidence la pertinence d'une modélisation numérique des navires : grâce au développement d'outils numériques novateurs que nous avons brièvement décrits, les coûts de réalisation sont bien moindres par rapport aux maquettes physiques, la souplesse bien plus grande. Les résultats obtenus sont, pour la plupart, de même qualité.

Il reste cependant un obstacle important pour mener à bien la modélisation complète d'un navire, à savoir le calcul des effets de boucle. Les effets de boucles obtenus à l'aide des treillis, bien qu'exploitables par des calages avec ceux mesurés sur le navire réel, restent assez éloignés de la réalité. Dans l'état actuel des outils dont nous disposons, il est également impossible de calculer ces effets de boucles correctement par une méthode numérique. Or dans l'optique d'une optimisation du système d'immunisation d'un navire, ce calcul est une étape obligatoire. Le but du présent travail se révèle alors ici de façon évidente :

- Plusieurs raisons sont soupçonnées d'être à l'origine de ces résultats numériques médiocres; une enquête systématique sera alors menée pour déterminer la cause essentielle expliquant ces difficultés numériques.

- nous proposerons par la suite une méthode permettant de mener à bien ces calculs d'effets de boucle et d'envisager la modélisation d'un navire et de son système d'immunisation, et ce sans passer par l'intermédiaire du modèle treillis.

*Partie B*

*Analyse du Problème et  
Solutions proposées*



***CHAPITRE III***  
***ETUDE D'UN CAS SIMPLE***



### III. 1. INTRODUCTION

Comme nous l'avons dit précédemment, un navire et son système d'immunisation ou sa maquette, même simplifiée, sont complexes géométriquement et physiquement. Un tel ensemble est en effet caractérisé par un enchevêtrement tridimensionnel de tôles, de boucles de courant ainsi qu'une distribution des épaisseurs et des perméabilités éventuellement hétérogène. Cette complexité rendait toute analyse du problème posé, à savoir le calcul déficient des effets de boucles par FLUX3D, impossible. C'est pourquoi nous avons pris le parti d'étudier des géométries très simples afin de limiter le nombre de paramètres susceptibles d'influencer les résultats. C'est d'ailleurs la démarche qui avait été adoptée pour la modélisation des aimantations naturelles d'un navire [BRUNOTTE-91].

Cependant, à cette époque, une station de mesure avait permis de confronter des résultats expérimentaux aux résultats de modélisation. Cette station de mesure n'existait plus lors du début de notre étude car une nouvelle installation était en construction. Ceci nous a conduits à mener une étude comparative de ces géométries simples en utilisant les outils numériques 2D et 3D du LEG. Les résultats 2D servent alors de référence pour comprendre le mauvais comportement du modèle 3D concernant le calcul des effets de boucles.

### III. 2. PROBLEME 2D

#### III. 2. 1. Géométrie

Le LEG dispose d'un logiciel de calcul éléments finis FLUX2D [FLUX2D-94] qui permet de résoudre des problèmes bidimensionnels plans ou axisymétriques en magnétostatique (matériaux linéaires ou non, isotropes ou non), électrostatique, électrocinétique, magnéto ou électrodynamique, thermique ainsi que des problèmes couplés. Nous nous proposons d'utiliser ce logiciel pour étudier l'influence d'une spire de courant sur un cylindre ferromagnétique de même axe. En effet, une telle géométrie axisymétrique est facile à modéliser et de façon fiable par FLUX2D. Elle fournit donc une référence qualitative et quantitative pour les résultats 3D.

La géométrie figure III.1 représente un cylindre de longueur 2m, de rayon 0,2m et d'épaisseur 1mm, fermé par un couvercle. Une bobine de section  $1\text{mm}^2$  est située à une distance  $d$  du cylindre et une hauteur  $z_b$ , qui pourront varier. Compte tenu des symétries du système, seul un quart de la géométrie est modélisé.

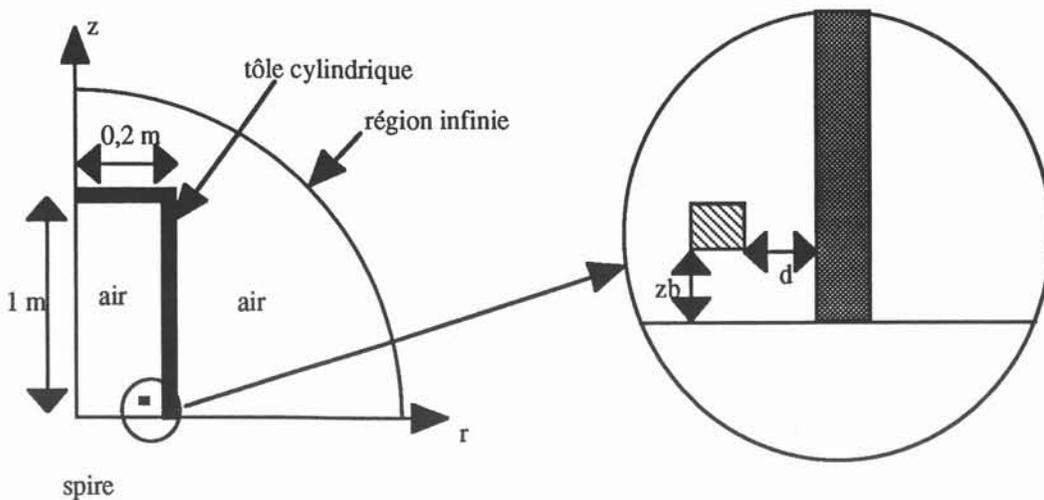


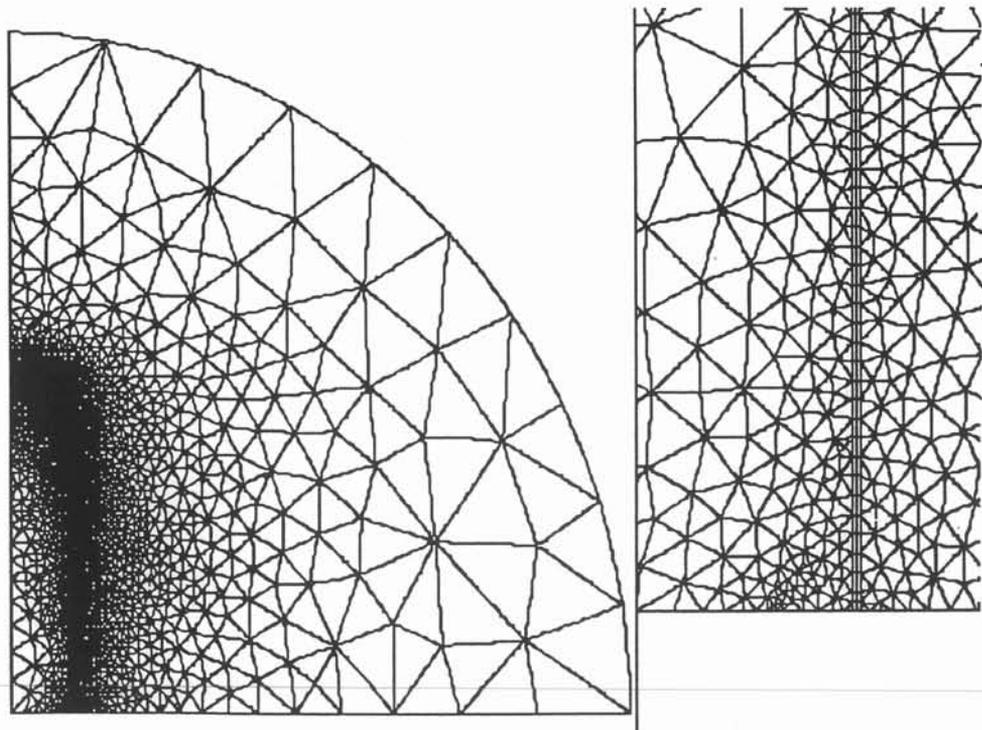
figure III.1. géométrie 2D

### III. 2. 2. Maillage

Nous avons utilisé le mailleur couplé de FLUX2D. Celui-ci permet de mailler manuellement la tôle mince du cylindre par des éléments quadrilatères et automatiquement le reste de la géométrie par des triangles par la méthode de Delaunay. L'intérêt des éléments quadrilatères réside dans le fait qu'ils supportent de forts allongements sans dégradation du résultat, contrairement aux triangles. On peut ainsi subdiviser la tôle en plusieurs éléments dans le sens de l'épaisseur pour obtenir un calcul correct du champ sans augmenter considérablement le nombre d'éléments. Le maillage utilisé (figure III.2) est cependant excessivement complexe pour une géométrie aussi simple puisqu'il comporte 20000 éléments. Cette complexité est imposée par deux caractéristiques du type de géométrie étudiée :

- la disproportion entre l'épaisseur de la tôle et sa longueur (1/1000 environs),
- la disproportion entre la distance tôle - spire et la longueur du cylindre (1/2000).

Un tel maillage est donc nécessaire pour assurer la fiabilité des résultats qui serviront de référence pour la suite. Son extrapolation en trois dimensions n'est évidemment pas envisageable.



(a) vue d'ensemble

(b) zoom (x30)

figure III.2. maillage 2D

### III. 2. 3. Modèle physique

Il s'agit d'un problème magnétostatique dont la variable d'état est le potentiel vecteur en axisymétrique. Le potentiel vecteur est la variable d'état la plus générale et est, en 2D, économique en nombre de degrés de liberté du système puisqu'il dégénère en une grandeur scalaire, à savoir sa composante normale. Les équations de Maxwell s'écrivent [DURAND-68] :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (III.1)$$

et

$$\text{div} \vec{B} = 0, \text{ il existe } \vec{A} \text{ tel } \vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A} \quad (III.2)$$

Pour un matériau linéaire, (III.1) entraîne que

$$-\vec{\text{rot}} (\vec{\text{rot}} \vec{A}) = \mu \vec{j} \quad (III.3)$$

ce qui, exprimé dans le repère cylindrique, donne

$$-\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r^2} - \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} = \mu j_\theta \quad (III.4)$$

avec, comme conditions aux limites

$$\begin{cases} A_\theta = 0 \text{ à l'infini} \\ A_\theta = 0 \text{ sur l'axe } Oz \end{cases} \quad (III.5)$$

et comme données physiques

$$\begin{cases} \mu_r = 200 \text{ pour la tôle} \\ j_\theta = 3 \text{ A/mm}^2 \end{cases} \quad (III.6)$$

(III.4) est résolu par la méthode des éléments finis décrite au chapitre II.

### III. 2. 4. Résultats

Généralement, le champ propre d'un navire, ou signature magnétique, est mesuré à une distance d'environ une fois la largeur moyenne de celui-ci à partir de son axe, appelée encore profondeur standard. Pour rester dans les mêmes proportions, nous plaçons cette ligne à deux fois le rayon du cylindre par rapport à son axe (cf la figure III.3).

Nous avons cherché à déterminer l'influence de la position de la spire par rapport à la tôle sur la signature magnétique précédente. Pour ce faire, pour chaque position de spire à été réalisé un calcul avec  $\mu_r=200$  (tôle présente) et  $\mu_r=1$  (tôle absente). Les courbes suivantes (figure III.4 et figure III.5), comparent le champ maximum à profondeur standard en présence d'une tôle avec le champ inducteur généré par la spire seule. Quand la spire est à l'extérieur du cylindre, il y a renforcement du champ extérieur ou *effet noyau*. Inversement, quand celle-ci est à l'intérieur, il y a atténuation du champ extérieur ou *effet blindage*. Ces deux effets résultent du même phénomène : la tôle s'aimante sous l'action du champ inducteur dû au courant et produit un champ démagnétisant ou champ de réaction. Celui-ci, suivant la position relative de la spire et de la tôle (figure III.6), s'ajoute au champ inducteur ou s'en retrace [DURAND-68][HERPIN-68].

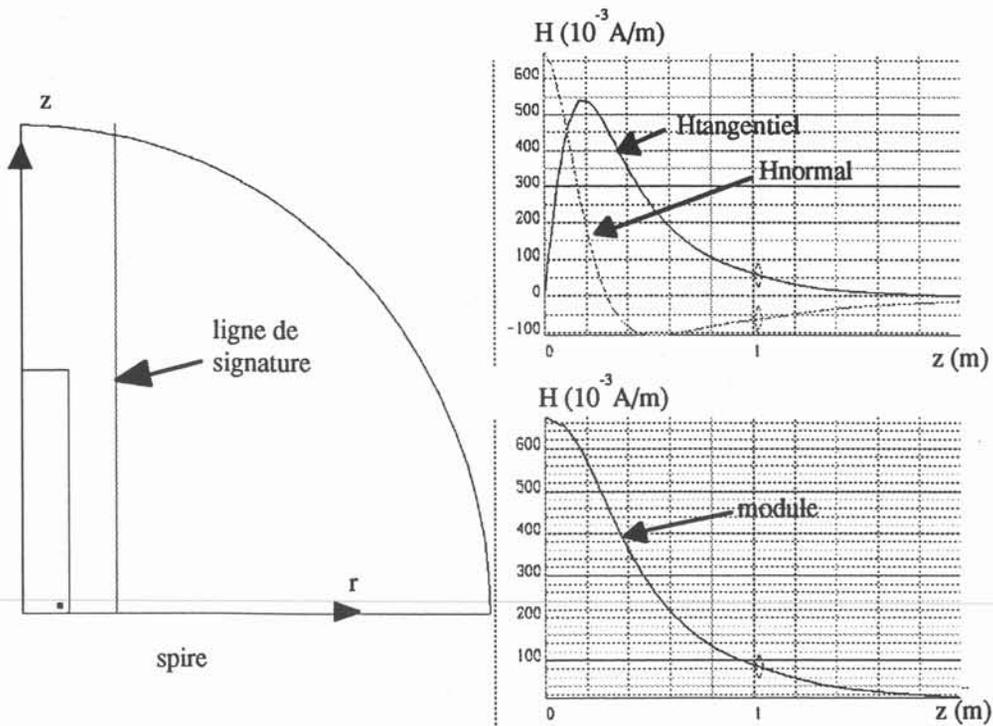


figure III.3. profil du champ ou signature à  $2r$ .

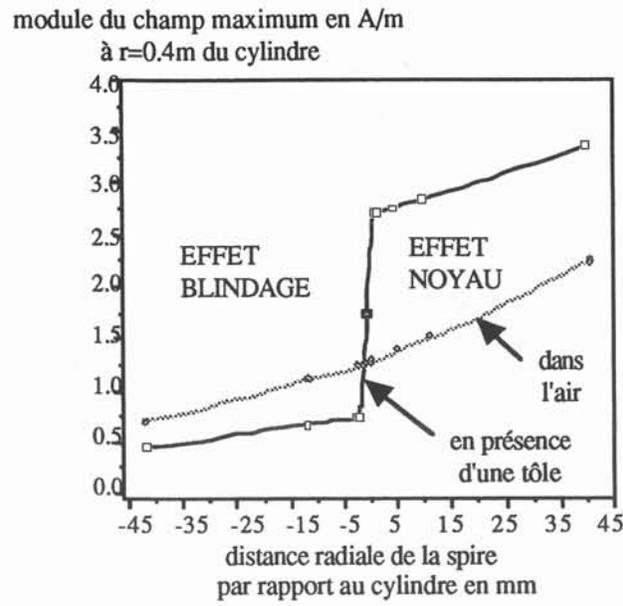


figure III.4. module du champ maximum à  $r=0,4\text{ m}$  pour la spire dans l'air ou en présence d'une tôle en fonction de  $d$

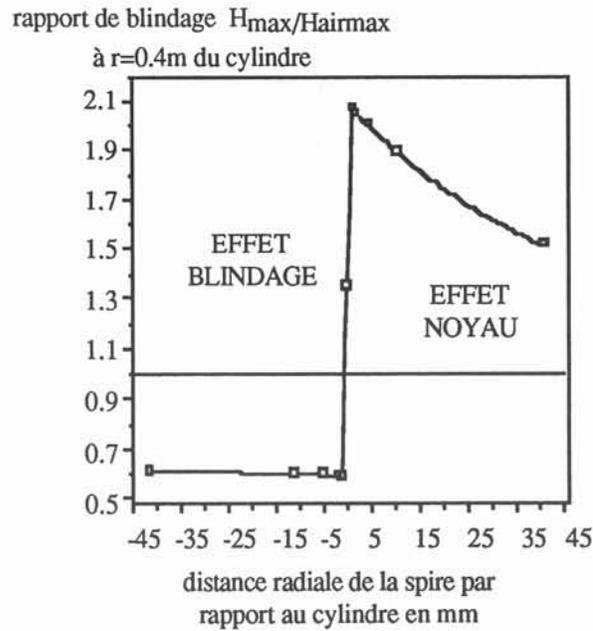
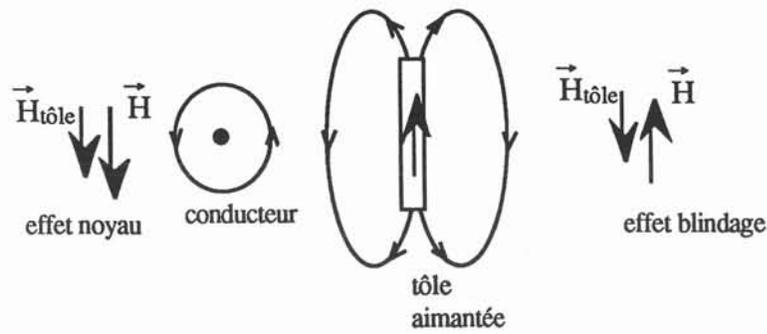


figure III.5. rapport de blindage maximum (à  $r=0,4\text{ m}$  en fonction de  $d$



*figure III.6. atténuation ou renforcement du champ dû à l'aimantation de la tôle*

Dans le cas réel, il faut rajouter le champ magnétique terrestre comme deuxième champ inducteur qui va également générer une aimantation de la tôle.

Compte tenu de cet effet de blindage, on aurait tout intérêt à placer les boucles d'immunisation à l'extérieur de la tôle pour compenser plus efficacement l'aimantation due au champ terrestre. C'est difficilement réalisable dans le cas d'un navire pour des raisons pratiques évidentes.

### III. 3. PROBLEME 3D

Il est évident que la géométrie d'un navire ne peut être étudiée en 2D. Une analyse tridimensionnelle est nécessaire. Le cadre logiciel, à savoir FLUX3D [FLUX3D-93], fut fixé par les études précédentes et sa remise en cause ne faisait pas partie des objectifs de la présente étude. Nous nous proposons donc d'étudier la géométrie 3D équivalente à celle étudiée précédemment à l'aide de FLUX3D muni des outils numériques spécifiques nécessaires au calcul des aimantations naturelles, outils qui ont été décrits dans le chapitre II.

#### III. 3. 1. Géométrie

Elle correspond à 1/8 de la géométrie totale, avec les mêmes dimensions que précédemment (cf figure III.7). La tôle est une région surfacique ainsi que les plans de symétrie. Il y a deux régions volumiques : l'air et l'infini ; la boîte infinie de FLUX3D, de même que la région infinie de FLUX2D, correspond à la modélisation de l'infini par transformation qui permet de satisfaire à la condition aux limites "potentiel ou champ nuls à l'infini".

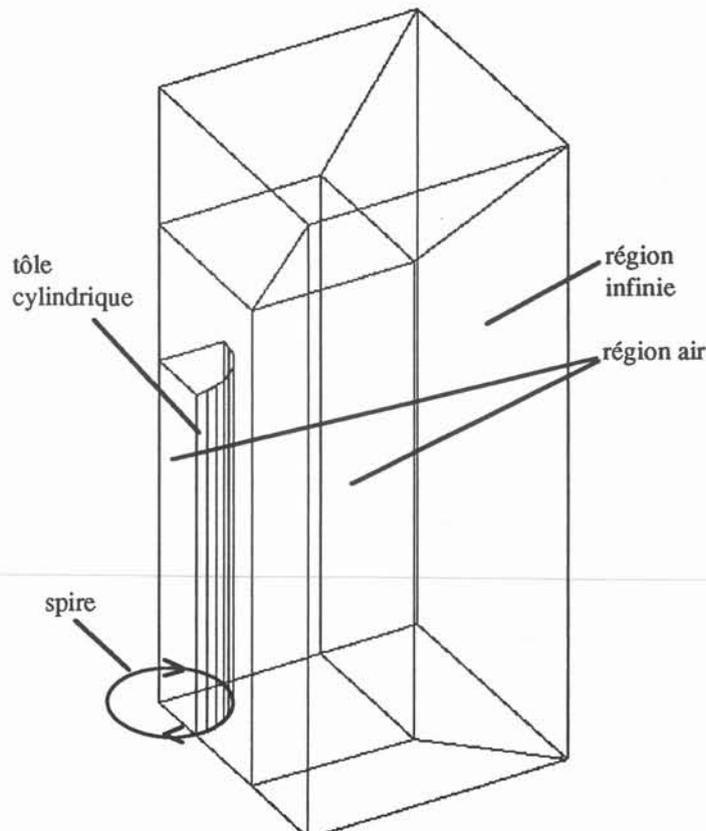
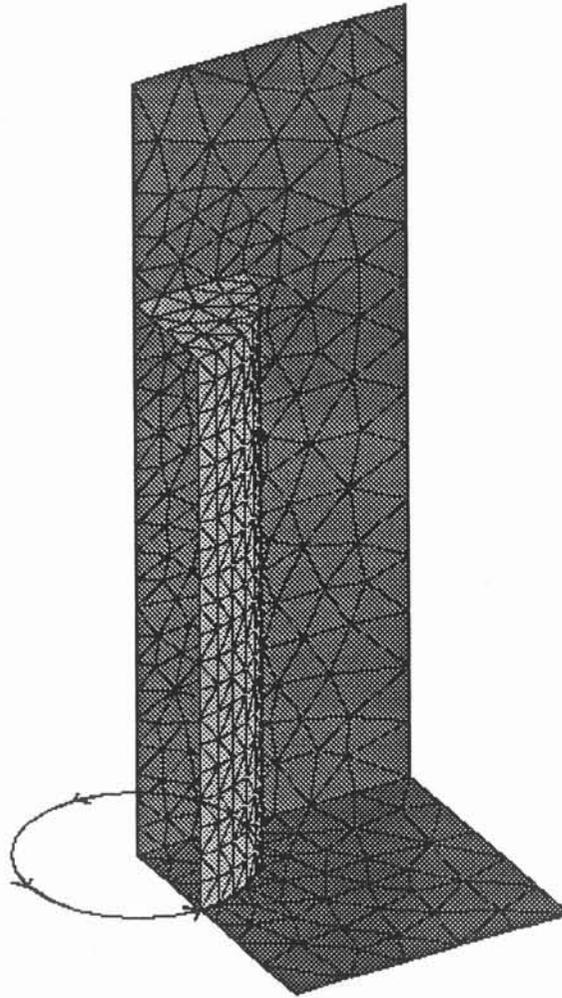


figure III.7. géométrie 3D

### III. 3. 2. Maillage

Les éléments volumiques sont des tétraédres du 2<sup>o</sup> ordre, les éléments surfaciques des triangles du 2<sup>o</sup> ordre. La tôle est maillée en tant que surface à l'aide des éléments minces sans saut de potentiel décrit dans le chapitre II (cf. figure III.8). La densité de maillage est la densité standard proposée par défaut par le logiciel.



*figure III.8. maillage 3D*

### III. 3. 3. Modèle physique

La variable d'état est ici le potentiel scalaire réduit [BRUNOTTE-91][COULOMB-81]. Il n'a pas été développé en 2D ce qui explique le choix du potentiel vecteur en 2D. Nous avons exposé le principe du potentiel réduit dans le chapitre précédent. Rappelons que le champ d'excitation  $\vec{H}$  est la somme de

$\vec{H}_0$ , champ source (dérivant d'un courant de spire ou champ extérieur) et  $\vec{H}_{red}$ , champ réduit représentant la réaction du matériau ou champ démagnétisant.

Ce champ dérive d'un potentiel  $\Psi_{red}$  dont l'équation d'état est

$$\text{div} \left( \mu_r \mu_0 \left( \vec{H}_0 - \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{red} \right) + \vec{B}_r \right) = 0 \quad (III.7)$$

où  $\vec{B}_r$  est l'induction rémanente  
 $\mu_r$  la perméabilité relative du matériau

Le champ  $\vec{H}_0$  considéré ici est celui d'une spire linéique. Le fait de prendre en compte une spire à section carrée de 1mm de côté, comme pour le modèle 2D précédent, n'a aucun effet sur les résultats. Les signatures sont exactement les mêmes. Par contre le temps de résolution est augmenté, le calcul de Biot et Savart nécessaire pour ce type de conducteur étant plus complexe. Dans tout la suite de l'étude, nous ne considérerons donc que des spires linéiques.

### III. 3. 4. Résultats

Nous avons mené une étude paramétrée du même type qu'en 2D pour  $z_b = 0$  et  $d$  (distance tôle - spire) variant, et ce pour plusieurs densités de maillages. Sur la figure figure III.9 sont représenté  $\Psi_{red}$ ,  $-\vec{H}_{red}$ ,  $\vec{H}_0$  et  $\vec{H}$  total, le long de la ligne de signature à profondeur standard. L'allure des signatures est la même que pour la modélisation 2D. La figure III.10 représente les isovaleurs de potentiel réduit sur la tôle.

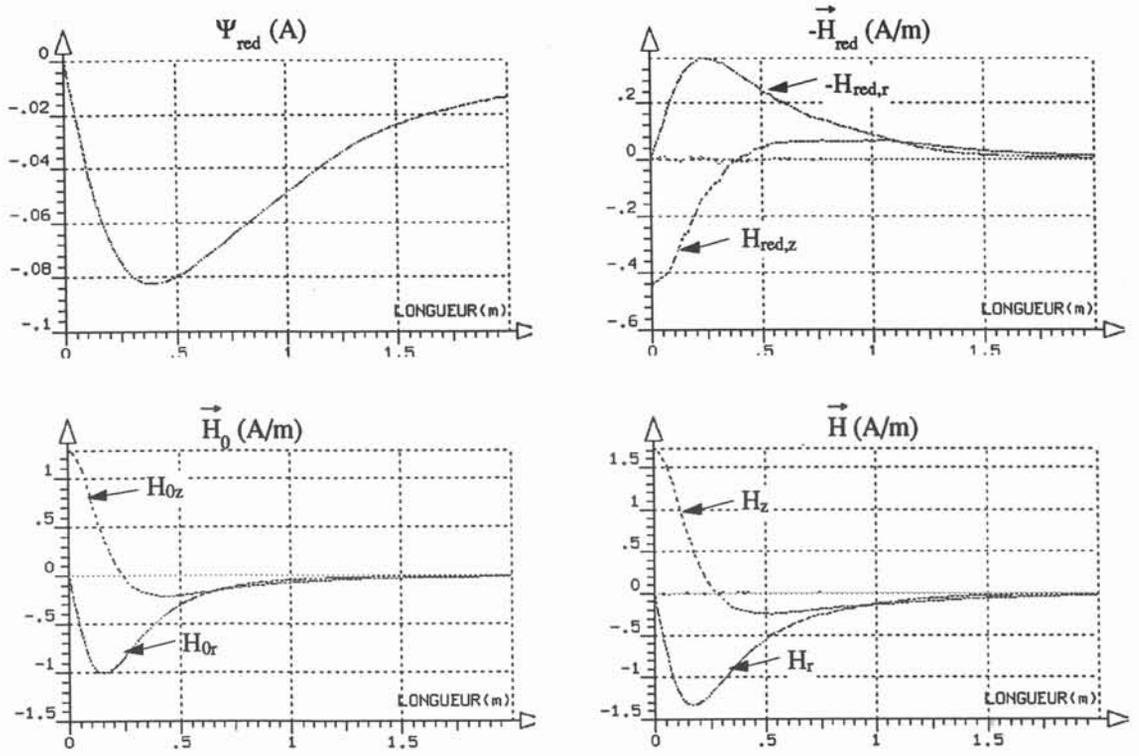


figure III.9. profils du potentiel et des champs le long de la ligne verticale  $r=0,4$  m.

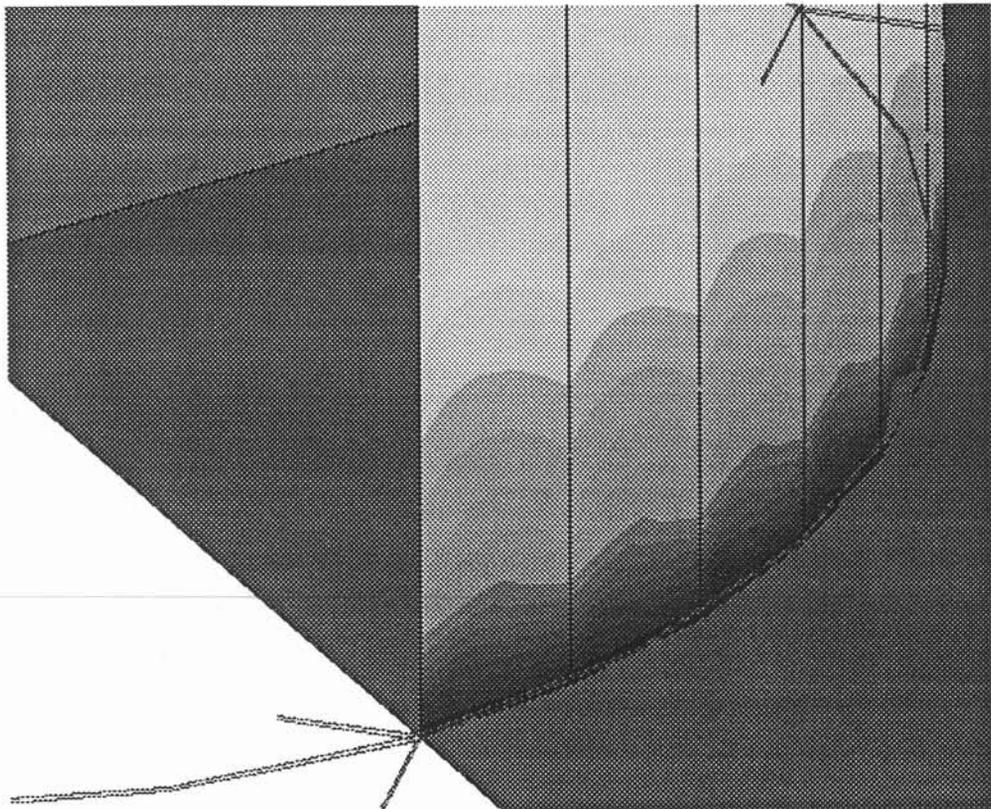


figure III.10. isovaleurs du potentiel réduit sur la tôle

### III. 3. 5. Comparaisons des champs de signature 2D et 3D

Le champ maximum à profondeur standard est porté en fonction de  $d$  pour le modèle 2D et 3D figure III.11. On remarque une forte dégradation des résultats 3D par rapport au 2D dès que la spire est proche de la tôle ( $d < 10$  mm) puisqu'on atteint des erreurs de plus de 100%.

Le modèle ne prend pas correctement en compte la réaction de la tôle représentée par le champ réduit. A cela nous voyons plusieurs causes possibles :

- des erreurs géométriques sur la position relative de la spire et de la tôle cylindrique,
- l'hypothèse des éléments minces sans saut de potentiel qui ne serait plus valide dans ce cas,
- un maillage de la tôle insuffisant.

Nous allons examiner chacune des causes précédentes afin de déterminer la part de chacune d'entre elles dans les erreurs globales.

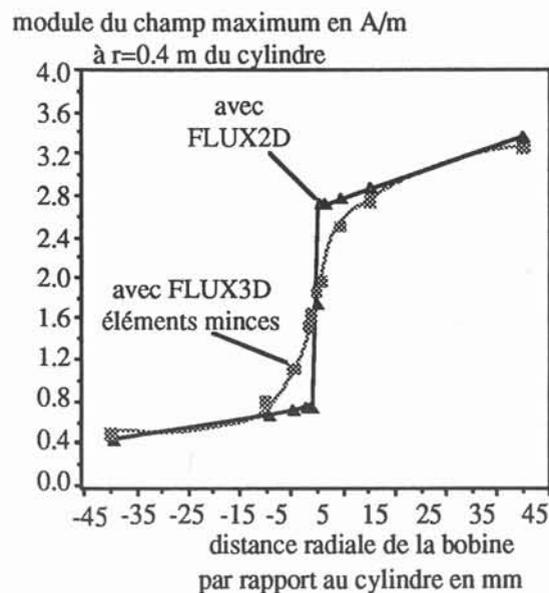


figure III.11. module du champ maximum en fonction de  $d$

### III. 4. ETUDE DES CAUSES D'ERREURS EVENTUELLES

#### III. 4. 1. Etude des erreurs géométriques

Il existe une forte imprécision sur la distance tôle - spire  $d$ . En effet, le champ source est décrit comme celui d'une spire rigoureusement circulaire à l'aide des intégrales elliptiques tandis que la tôle est discrétisée en facettes rectangulaires. Nous nous proposons de caractériser ces erreurs géométriques et leur incidence sur l'erreur du champ.

Le cylindre de rayon  $R$  théorique est facettisé en  $n$  rectangles, ce qui correspond à une portion d'angle  $\alpha$  (figure III.12) :

$$\alpha = \frac{\pi}{n} \quad (III.8)$$

Ainsi,

$$\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4n}\right) \quad \text{avec} \quad H = R \cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \quad (III.9)$$

et donc

$$\cos \alpha_1 = \frac{R}{L} \quad \text{avec} \quad L = \frac{H}{\cos \alpha_2} = \frac{H}{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2} - \alpha_3\right)} \quad (III.10)$$

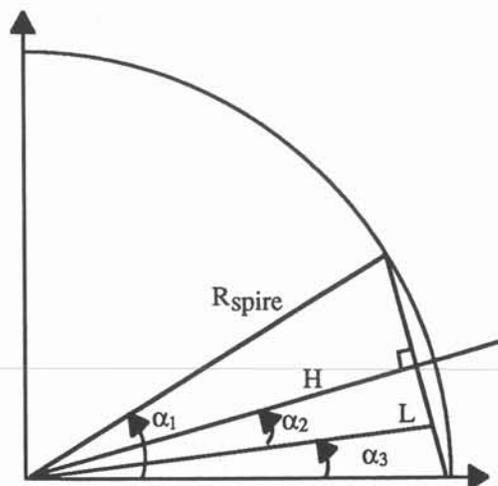


figure III.12.

Le rayon moyen du cylindre est

$$\bar{R} = \frac{1}{\alpha_1} \int_0^{\alpha_1} L d\alpha_3 = \frac{R \cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}{\alpha_1} \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha_3}{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2} - \alpha_3\right)} \quad (III.11)$$

soit

$$\bar{R} = \frac{R \cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}{\alpha_1} \ln \left| \frac{\tan\left(\frac{\pi - \alpha_1}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi + \alpha_1}{4}\right)} \right| \quad (III.12)$$

La distance théorique tôle - spire est

$$d = R - R_{\text{spire}} \quad (III.13)$$

La distance moyenne est

$$\bar{d} = \bar{R} - R_{\text{spire}} = \bar{R} - R + d \quad (III.14)$$

Ce qui en erreur relative sur la distance cylindre - spire donne :

$$\% \bar{\varepsilon} = \frac{|\bar{d} - d|}{d} = 100 \frac{R}{d} \left| 1 - \frac{\cos\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}{\alpha_1} \right| * \ln \left| \frac{\tan\left(\frac{\pi - \alpha_1}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi + \alpha_1}{4}\right)} \right| \quad (III.15)$$

Ainsi, pour  $n = 9$  segments,  $\alpha = 10^\circ$

- a)  $\% \varepsilon = 100\%$  pour  $d = 0,5$  mm
- b)  $\% \varepsilon = 50\%$  pour  $d = 1$  mm

pour  $n = 30$  segments,  $\alpha = 3^\circ$

- c)  $\% \varepsilon = 9\%$  pour  $d = 0,5$  mm
- d)  $\% \varepsilon = 4\%$  pour  $d = 1$  mm

Or pour une densité de maillage équivalente, le cas (a) donne une erreur de 129% sur le champ par rapport à FLUX2D tandis que le cas (c) donne une erreur de 102%.

L'introduction récente des cylindres dans la partie description de la géométrie de FLUX3D permet de discrétiser ceux-ci en facettes triangulaires. Le cylindre ainsi facettisé (figure III.13) est plus proche d'un cylindre réel. L'étape ultime serait l'utilisation d'éléments gauches, ce qui n'est pas encore développé. Pour nous affranchir complètement de ces erreurs géométriques, on peut effectuer le calcul sur un "cylindre carré" contenant une spire carrée cf figure III.14. Cette géométrie est plus proche de celle d'un navire dans la mesure où elle comporte des angles vifs. Le calcul donne toujours une erreur de 100% sur le champ par rapport à notre référence bidimensionnelle.

Nous pouvons en conclure que les erreurs géométriques, mêmes quand elles sont très élevées (cas (c) : 100%) participent à l'erreur sur le champ mais n'en sont pas la cause principale.

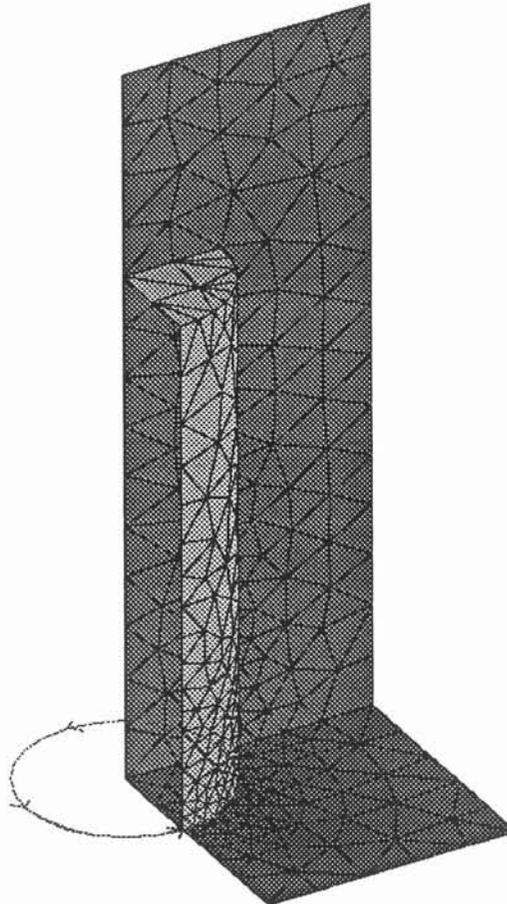


figure III.13. cylindre facettisé par des triangles

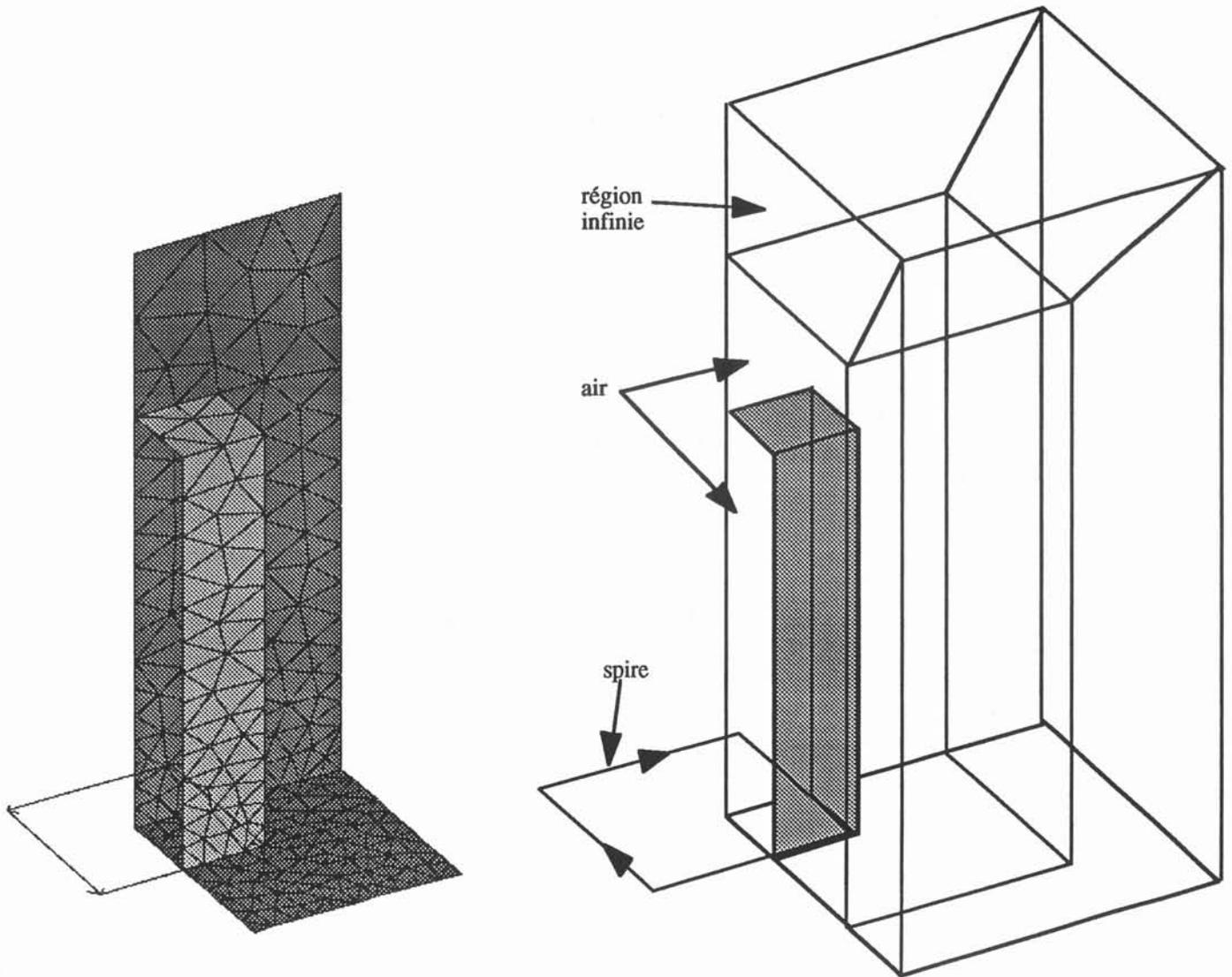


figure III.14. cylindre carré, maillage et géométrie

### III. 4. 2. Validation de l'hypothèse des éléments minces sans saut de potentiel

Le premier intérêt de ce modèle était de vérifier la validité de l'hypothèse de base des éléments minces sans saut de potentiel utilisés en 3D et présentés au chapitre II. En effet, l'avantage de ces éléments minces 3D était de s'affranchir du maillage des coques du navire dans l'épaisseur, ce qui permet de limiter considérablement le nombre d'éléments finis [BRUNOTTE-91]. Ces éléments sont basés sur l'hypothèse du champ essentiellement tangentiel dans la tôle mince. Cette hypothèse, valable pour une coque soumise au seul champ terrestre, pouvait ne pas être vérifiée pour une tôle soumise à l'effet d'une spire de courant très proche. Le tracé des équipotentielles (figure III.15) dans la tôle confirme

l'hypothèse précédente et les profils du champ le long de la tôle (figure III.16) montrent une composante normale négligeable.

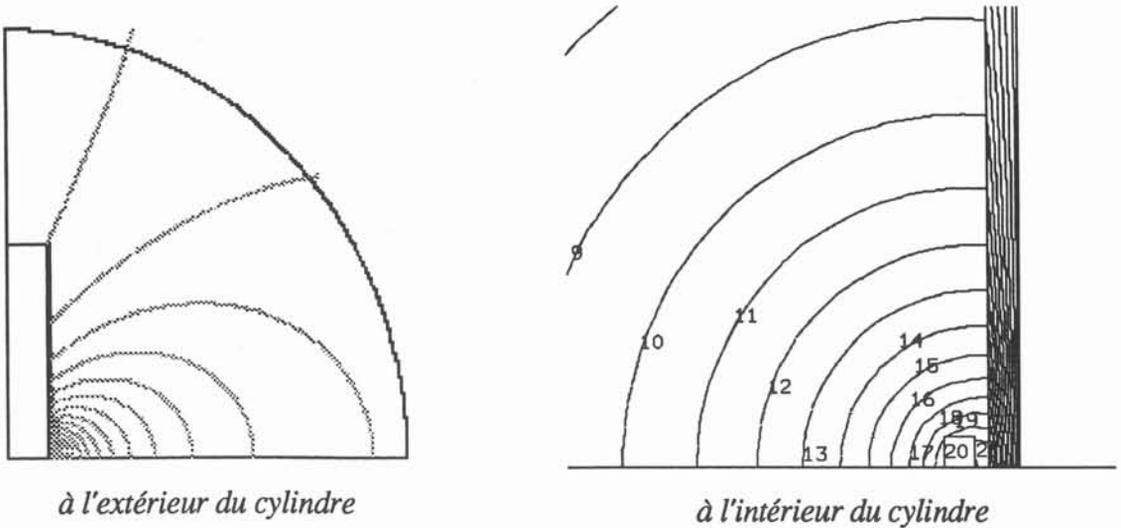


figure III.15. équipotentiels

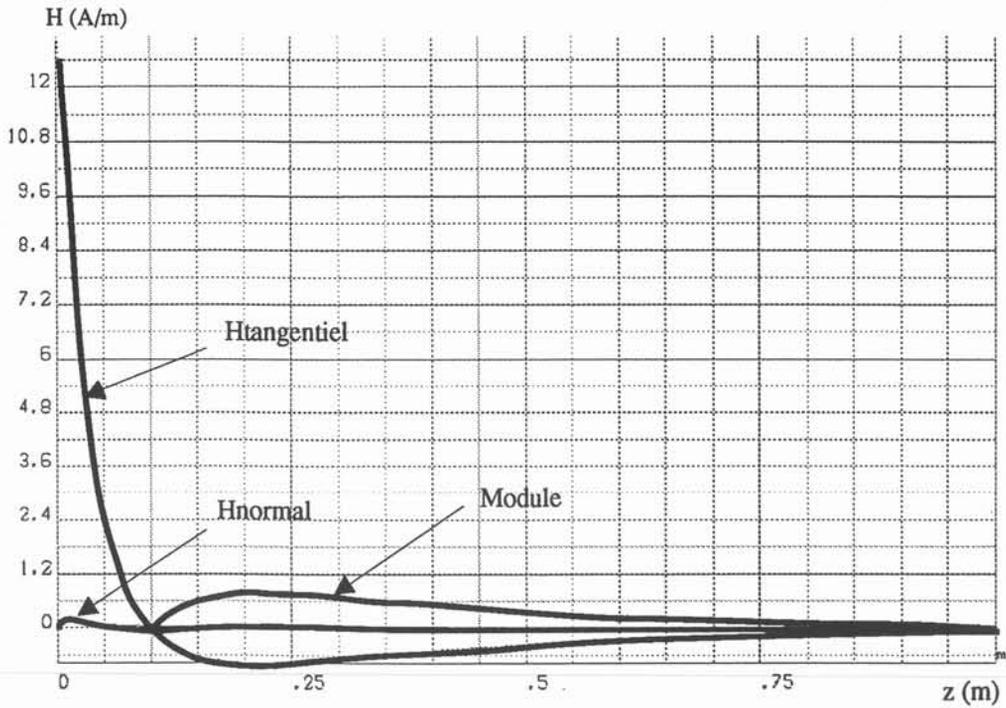


figure III.16. profils du champ dans la tôle

### III. 4. 3. Influence de la finesse du maillage

Une densification globale du maillage de 10000 à 35000 éléments améliore les calculs mais encore insuffisamment pour des valeurs de  $d$  très faibles (cf figure III.17). En effet, avec un maillage de 35 000 éléments, pour  $d = 0,5\text{mm}$  et une tôle d'épaisseur 1mm ( c'est-à-dire pour un rapport entre la distance tôle - spire et l'épaisseur de 2, ce qui est tout-à-fait courant dans les navires), le rapport  $R$  défini par  $\frac{\text{taille minimale de l'élément}}{\text{distance tôle - spire}}$  est d'environ 100!! Le rapport  $\frac{\text{champ 3D}}{\text{champ 2D}}$  reste alors éloigné de 1; les erreurs dans cette configuration sont toujours voisines de 100 % par rapport à la référence 2D.

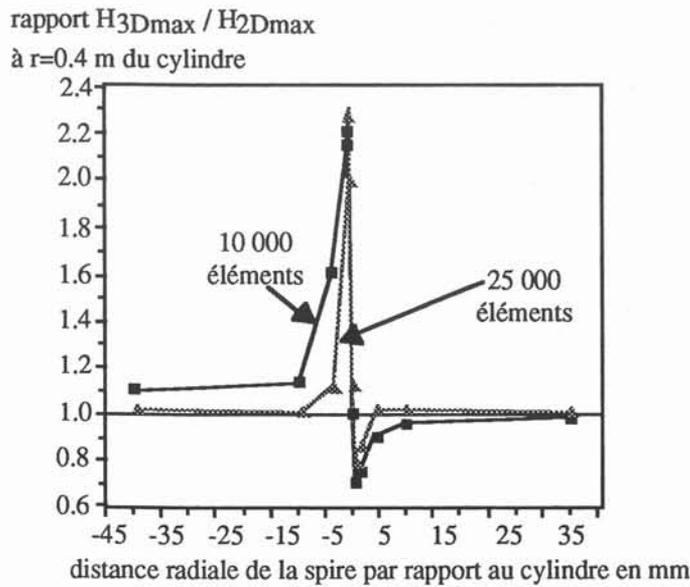
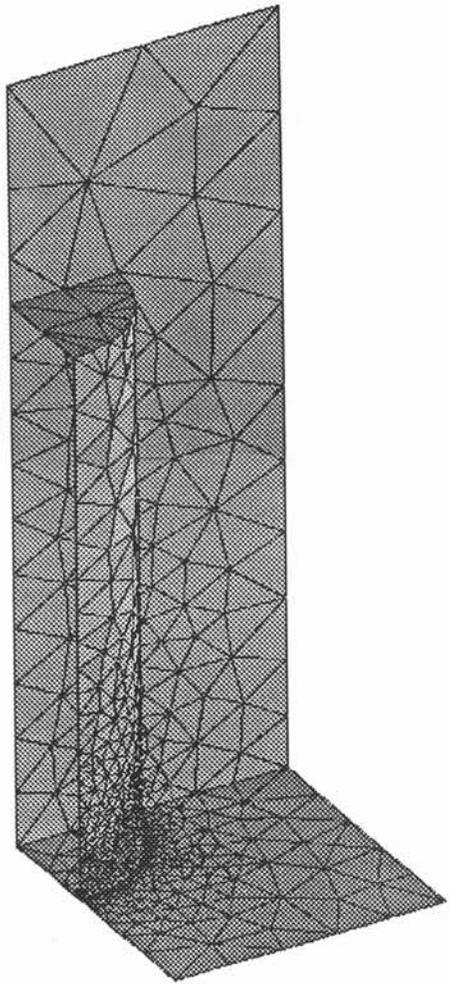
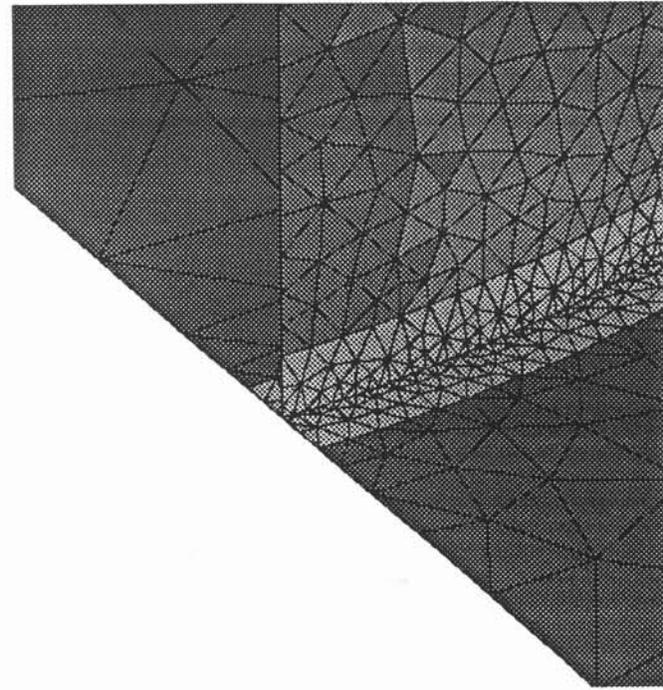


figure III.17. rapport des modules de champ 3D/2D en fonction de  $d$

En revanche, la création d'une zone de haute densité de maillage (figure III.18) de la tôle au voisinage de la spire permet de ramener le rapport  $R$  défini ci-dessus à 4. Les erreurs sur le champ de signature à profondeur standard tombent alors à 4%, à comparer avec les 120% de départ.



(a) vue d'ensemble



(b) zoom (x45)

figure III.18. zone de maillage fin

### III. 5. CONCLUSION

Il est désormais clair que la raison essentielle des mauvais résultats de modélisation 3D des effets de boucle est l'insuffisance de la densité de maillage des tôles ferromagnétiques au voisinage de ces boucles. C'était notre impression première mais nous nous devons d'éliminer toutes les autres sources d'erreur éventuelles. Cette constatation explique également pourquoi les mesures sur des maquettes treillis donne de mauvais résultats. De la même manière qu'un maillage trop lâche ne permet pas de calculer numériquement les aimantations locales de la tôle, comme si celle-ci n'était pas présente, les barreaux d'une maquette treillis ne peuvent prendre en compte correctement l'aimantation générée par un circuit dans les portions de tôle qu'ils sont censés représenter.

Le maillage surfacique qu'il a fallu décrire manuellement sur un simple cylindre et une seule spire pour obtenir un résultat correct est difficilement envisageable pour un navire complet et son système d'immunisation, tant en nombre d'éléments qu'en travail de définition de la géométrie. Il faudrait, à proximité de chaque inducteur un maillage surfacique local 625 fois plus dense. On imagine les conséquences sur le nombre d'éléments volumiques.

Le but recherché est, rappelons - le, de pouvoir modéliser un tel ensemble à moindre coût (maillage, temps de calcul) et de façon souple. Tous les outils mis en oeuvre par X. Brunotte [BRUNOTTE-91] pour calculer les aimantations naturelles visaient d'ailleurs essentiellement à réduire la taille du maillage. Nous sommes, comme lui, confrontés au risque d'augmentation très importante du nombre d'éléments que les outils précédents ne permettent pas, cette fois-ci, d'éviter. Pour proposer une alternative, il nous faut d'abord comprendre plus finement en quoi ce calcul est déficient ; c'est l'objet du chapitre suivant. Il s'agit, en se basant sur un modèle simplifié à l'extrême, d'étudier l'influence sur le potentiel réduit de la discrétisation d'une part et de la qualité des intégrations d'autre part.

**CHAPITRE IV**  
**ETUDE DES TERMES SOURCES**



## IV. 1. INTRODUCTION

Le chapitre précédent a montré que les médiocres résultats obtenus pour les effets de boucles étaient dus à l'insuffisance du maillage local de la tôle. Nous pensons que ce maillage ne permet pas de prendre en compte correctement le terme source de la formulation éléments finis, d'où un potentiel réduit nul ou faux. Physiquement, la portion de tôle concernée ne "verrait" pas la source extérieure réelle de champ et ne s'aimanterait donc pas ou incorrectement. Pour vérifier cette hypothèse, nous proposons d'étudier le comportement de ce terme source. Pour ce faire, nous résolvons un problème très simple, dont la solution analytique est connue, par une modélisation éléments finis. Les intégrations peuvent être calculées analytiquement ou numériquement. En comparant avec les résultats analytiques, nous pourrions ainsi déterminer l'effet de la discrétisation et de la qualité des intégrations numériques sur le calcul de ce terme source et en fin de compte sur le résultat final, à savoir le potentiel réduit.

## IV. 2. RESOLUTION D'UN PROBLEME 1D

### IV. 2. 1. Problème étudié

On considère l'effet d'un segment de courant de longueur infinie sur une tôle de perméabilité et de dimensions infinies. Ce problème tridimensionnel peut être alors ramené au problème bidimensionnel d'une tôle infinie soumise à une source de courant  $I_0$  rectiligne indéfinie [DURAND-68] (cf figure IV.1). Il devient monodimensionnel si on admet que les grandeurs sont invariantes selon l'épaisseur. Le potentiel ne varie alors que selon la direction  $x$ .

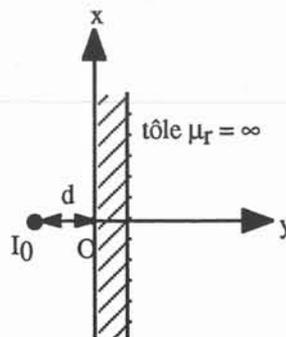
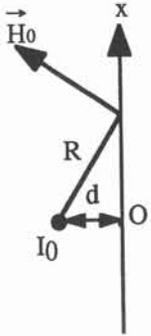


figure IV.1. conducteur infini - tôle infinie

Le champ dû au conducteur infini est donné par le théorème d'Ampère :



$$\int \vec{H}_0 \cdot d\vec{l} \Rightarrow H_0 = \frac{I}{2\pi R} \quad (IV.1)$$

figure IV.2.

Les composantes verticale et horizontale du champ sont alors :

$$\begin{cases} H_{0x} = \frac{I}{2\pi d} \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{d}\right)^2} \\ H_{0y} = \frac{I}{2\pi d} \frac{\frac{x}{d}}{1 + \left(\frac{x}{d}\right)^2} \end{cases} \quad (IV.2)$$

#### IV. 2. 2. Solution analytique

Pour  $\mu$  infinie, le champ total à l'intérieur de la tôle est nul. Le champ démagnétisant, ou champ réduit  $\vec{H}_{red}$  est alors égal à l'opposé du champ source  $\vec{H}_0$  :

$$\vec{H} = \vec{H}_{red} + \vec{H}_0 = \vec{0} \quad (IV.3)$$

La solution analytique en potentiel réduit de ce problème est alors évidente :

$$\frac{\partial \Psi_{red}}{\partial x} = H_{0x} \quad (IV.4)$$

Le potentiel réduit s'écrit alors

$$\Psi_{\text{red}}(x) - \Psi_{\text{red}}(0) = \int_0^x H_{0x} dx \text{ avec } H_{0x} = \frac{I}{2\pi d} \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{d}\right)^2} \quad (IV.5)$$

soit

$$\Psi_{\text{red}}(x) = \frac{I}{2\pi} \text{Arctg} \left( \frac{x}{d} \right) \quad (IV.6)$$

en choisissant  $\Psi_{\text{red}}(0) = 0$  puisque le potentiel est défini à une constante près. L'allure de  $\Psi_{\text{red}}$  est donnée par la figure IV.3. A l'infini,  $\Psi_{\text{red}}$  tend vers  $\frac{I}{4}$ .

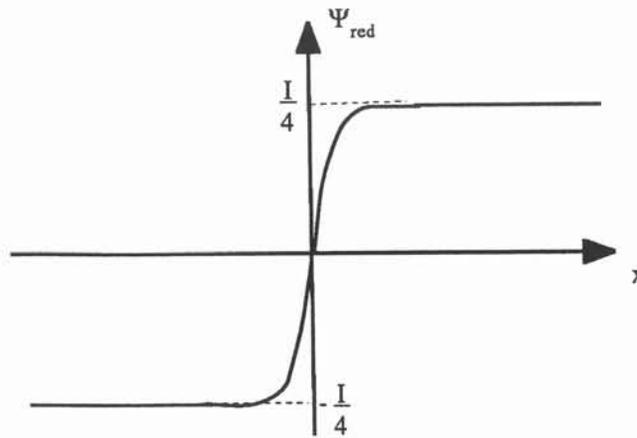


figure IV.3. allure de la solution analytique  $\Psi_{\text{red}}$ .

### IV. 2. 3. Equation différentielle du problème

Nous proposons de résoudre les équations de Maxwell pour le problème précédent par la méthode des éléments finis. Les équations de Maxwell pour la magnétostatique en utilisant le potentiel scalaire réduit donnent (cf le chapitre II) :

$$\operatorname{div} (\mu_r \mu_0 (\vec{H}_0 - \operatorname{grad} \Psi_{\text{red}}) + \vec{B}_r) = 0 \quad (\text{IV.7})$$

Compte tenu de la symétrie en O, le domaine considéré  $\Gamma$ , de longueur  $L_\infty = 1\text{m}$  grande devant  $d$ , est celui représenté sur la figure IV.4.

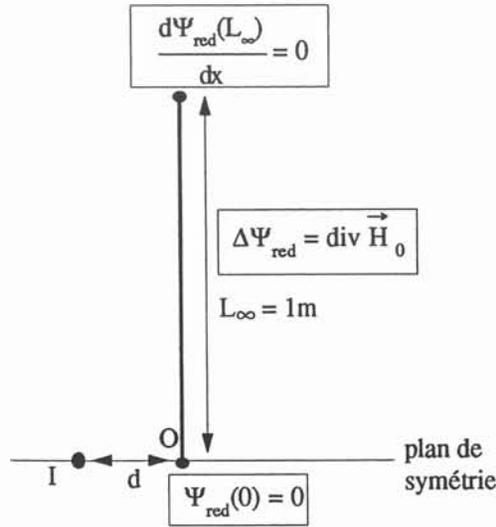


figure IV.4. domaine étudié

Pour un matériau linéaire isotrope avec  $\vec{B}_r = \vec{0}$ , (IV.7) devient :

$$\Delta \Psi_{\text{red}} = \operatorname{div} \vec{H}_0 \quad (\text{IV.8})$$

Avec les conditions aux limites :

$$\left( \begin{array}{l} \Psi_{\text{red}}(0) = 0 \\ \frac{d\Psi_{\text{red}}(L_\infty)}{dx} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{IV.9})$$

#### IV. 2. 4. Formulation éléments finis

En projetant (IV.7) sur un ensemble de fonctions test ( $W_i$ ) [COULOMB-81], [DHATT-84], on obtient dans le cas général :

$$\forall i, \int_{\Omega} \text{div} \vec{B} \cdot W_i \, d\Omega = 0 \quad (IV.10)$$

soit

$$\forall i, \int_{\Omega} \mu \vec{\text{grad}} \Psi_{\text{red}} \cdot \vec{\text{grad}} W_i \, d\Omega = \int_{\Omega} \mu \vec{H}_0 \cdot \vec{\text{grad}} W_i \, d\Omega - \int_{\Sigma} W_i \cdot B_n \, dS \quad (IV.11)$$

où

$\Omega$  est le domaine volumique

$\Sigma$  les frontières de  $\Omega$

$B_n$  la composante normale de  $\vec{B}$  aux frontières.

Pour le domaine monodimensionnel  $\Gamma$  étudié et  $\mu$  infinie, (IV.11) devient :

$$\forall i, \int_{\Gamma} \frac{\partial \Psi_{\text{red}}}{\partial x} \cdot \frac{\partial W_i}{\partial x} \, dl = \int_{\Gamma} H_{0x} \cdot \frac{\partial W_i}{\partial x} \, dl \quad (IV.12)$$

$\Gamma$  est discrétisé en  $n$  éléments linéiques  $e$  de fonctions de forme  $W_{ie}$  (figure IV.5), soit :

$$\forall i, \int_{ie} \frac{\partial \Psi_{\text{red}}}{\partial x} \cdot \frac{\partial W_{ie}}{\partial x} \, dl = \int_{ie} H_{0x} \cdot \frac{\partial W_{ie}}{\partial x} \, dl \quad (IV.13)$$

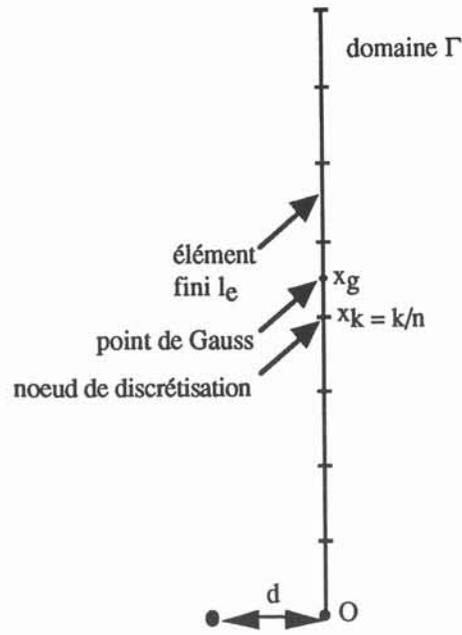


figure IV.5. domaine et discrétisation

$\Psi_{\text{red}}$  peut être interpolé sur les mêmes fonctions que les fonctions tests soit :

$$\Psi_{\text{red}}(x) = \sum_{j=1}^{n_e} W_{je}(x) \Psi_j \quad (IV.14)$$

ce qui entraîne :

$$\forall i, \sum_{j=1}^{n_e} \Psi_j \left[ \int_{l_e} \frac{\partial W_{je}}{\partial x} \cdot \frac{\partial W_{ie}}{\partial x} dl \right] = \int_{l_e} H_{0x} \cdot \frac{\partial W_{ie}}{\partial x} dl \quad (IV.15)$$

### IV. 3. ERREURS D'INTEGRATION

Nous cherchons à évaluer l'influence de la qualité de l'intégration sur les erreurs du terme source  $\int_{I_e} H_{0x} \frac{\partial W_{ie}}{\partial x} dl$ . Il s'agit alors de calculer les intégrales analytiquement d'une part et numériquement d'autre part. Les calculs numériques peuvent être effectués en utilisant des éléments finis du premier ordre ou du deuxième ordre, 1 ou 2 point de Gauss, ou encore plusieurs points d'intégration d'un autre type que les points de Gauss.

#### IV. 3. 1. Premier ordre

L'intégration analytique du terme source au premier ordre donne

$$I_{an}^1(k) = \int_{I_{ek}} \left( H_{0x}(x) \frac{\partial W_k}{\partial x} \right) dx = -n \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} \frac{1}{2\pi d} \frac{1}{1+\left(\frac{x}{d}\right)^2} dx = \frac{-nI}{2\pi} \left[ \text{Arctg}\left(\frac{k+1}{nd}\right) - \text{Arctg}\left(\frac{k}{nd}\right) \right] \quad (IV.16)$$

Au premier ordre, les fonctions de forme 1D sont

$$\begin{cases} W_k(x) = -nx + (k+1) \\ W_{k+1}(x) = nx - k \end{cases} \quad (IV.17)$$

où  $n$  est le nombre d'éléments de discrétisation d'un domaine linéique de longueur 1,  $x_k = \frac{k}{n}$ .

- L'intégration numérique à 1 point de Gauss défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{abscisse de Gauss } x_{g1} = \frac{2k+1}{2n} \\ \text{poids de Gauss } p_{g1} = \frac{1}{n} \end{array} \right. \quad (IV.18)$$

donne

$$I_{g1}^1(k) = - \frac{I}{2\pi d} \frac{1}{1 + \left(\frac{2k+1}{2nd}\right)^2} \quad (IV.19)$$

et l'erreur relative par rapport à l'intégrale analytique  $I_{an}^1(k)$  est

$$E_{g2}^1(k,r) = \left| 1 - \frac{R}{1 + (2k+1)^2 \frac{r^2}{4}} \frac{1}{\text{Arctg}[(k+1)r] - \text{Arctg}(kr)} \right| \quad (IV.20)$$

avec  $r = \frac{1}{nd} = \frac{\text{taille de l'élément}}{\text{distance tôle - spire}}$

- L'intégration numérique à 2 points de Gauss définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{abscisse de Gauss } x_{g2} = \frac{2k+1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}}{2n} \\ \text{poids de Gauss } p_{g2} = \frac{1}{2n} \end{array} \right. \quad (IV.21)$$

donne

$$I_{g2}^1(k) = - \frac{I}{4\pi d} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{2k+1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{2nd}\right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{2k+1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{2nd}\right)^2} \right] \quad (IV.22)$$

ce qui permet de calculer une erreur  $E_{g2}^1(k,r)$  de la même façon que pour (IV.20).

- Enfin l'intégration par la méthode des rectangles à m points définis par :

$$\begin{array}{c}
 W_{k+1}(x) \quad x_{k+1} \\
 \bullet \\
 \bullet \\
 x_{\text{recm}} \quad \uparrow \\
 \bullet \\
 \bullet \\
 x_{\text{reci}} \\
 \bullet \\
 \bullet \\
 x_{\text{rec1}} \\
 W_k(x) \quad x_k
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{le} = 1/n \\
 \left\{ \begin{array}{l} \text{abscisses } x_i = x_k + \frac{2i+1}{2nm} \quad 1 \leq i \leq m \\ \text{poids : } \frac{1}{mn} \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad (IV.23)$$

donnera l'erreur  $E_{\text{recm}}^1(k,r)$ .

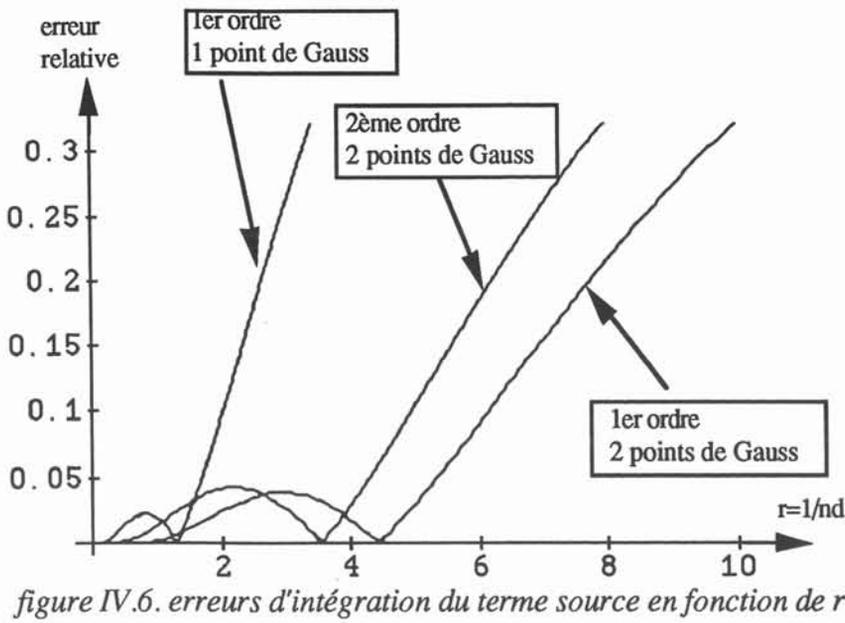
### IV. 3. 2. Élément du 2° ordre

Au deuxième ordre, les fonctions de forme 1D sont

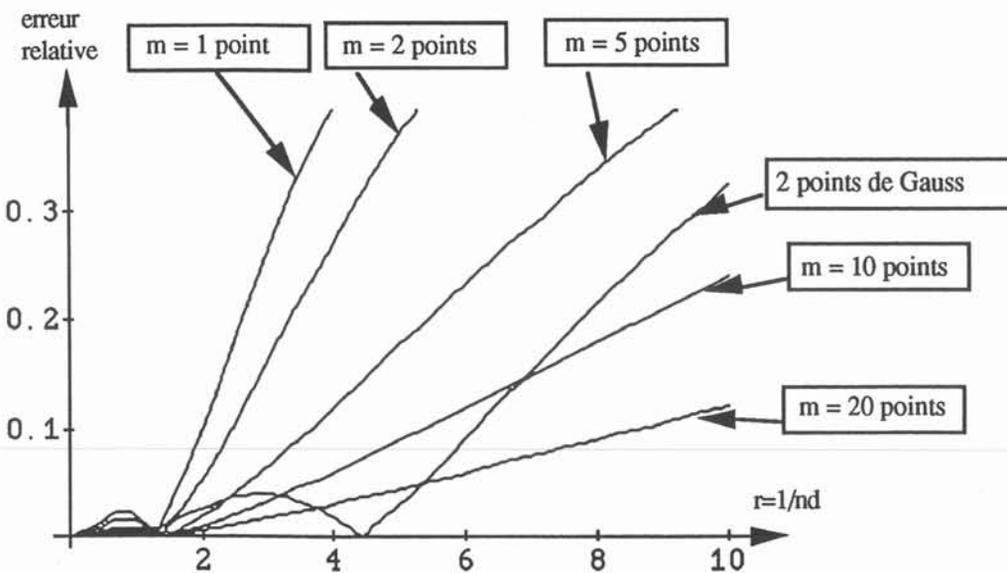
$$\begin{array}{c}
 W_{k+1}(x) \quad x_{k+1} \\
 \bullet \\
 x_{g2}^+ \\
 W_{k+1/2}(x) \quad x_{k+1/2} \\
 \bullet \\
 x_{g2}^- \\
 W_k(x) \quad x_k
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{le} = 1/n \\
 \left\{ \begin{array}{l} W_k(x) = 2n^2 \left(x - \frac{k+1}{n}\right) \left(x - \frac{2k+1}{2n}\right) \\ W_{k+1/2}(x) = 4n^2 \left(x - \frac{k+1}{n}\right) \left(x - \frac{k}{2n}\right) \\ W_{k+1}(x) = n^2 \left(x - \frac{k}{n}\right) \left(x - \frac{k+1}{2n}\right) \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad (IV.24)$$

Le nombre minimum de points de Gauss pour intégrer exactement des fonctions d'ordre 2 est 2 ; Le calcul du terme source au 2° ordre donne analytiquement  $I_{\text{an}}^2(k)$  et numériquement avec deux points de Gauss  $I_{g2}^2(k)$  soit l'erreur relative  $E_{g2}^2(k,r)$ .

L'évolution des erreurs est représentée sur les courbes figure IV.6 à figure IV.8. On constate figure IV.6 que les erreurs d'intégration augmentent rapidement quand  $r = \frac{1}{nd}$  augmente, c'est-à-dire quand la taille des éléments finis est très supérieure à la distance tôle - conducteur. L'utilisation d'éléments du 2° ordre donne des calculs moins bons que les éléments du premier ordre, ce qui semble dû au rebond numérique lié aux fonctions de forme paraboliques.



L'augmentation du nombre de points d'intégration améliore le calcul des termes sources avec une plus grande efficacité pour les points de Gauss par rapport aux points de la méthode des rectangles cf. figure IV.7. En effet, les points de Gauss sont déterminés de manière à ce qu'ils permettent d'intégrer exactement des polynômes d'ordre 1 ou 2 tandis que les points que nous avons appelé "rectangles" sont régulièrement espacés sur le segment.



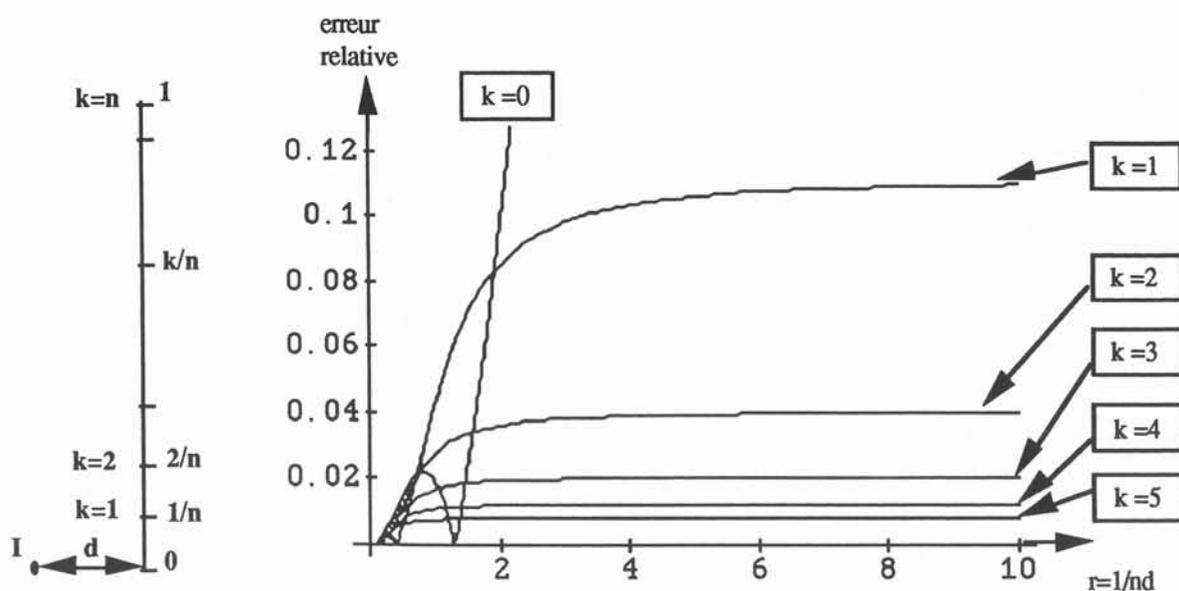


figure IV.8. erreurs d'intégration du terme source en fonction de  $r=1/nd$  pour différentes position sur la tôle. Cas premier ordre + 1 point de Gauss

Enfin, l'erreur diminue rapidement quand on s'éloigne de la spire le long du segment, c'est-à-dire quand  $k$  augmente, avec  $x_k = \frac{k}{n}$  (cf. figure IV.8). Voici quelques exemples en prenant des rapports  $r=4$  ou 100 rencontrés dans les calculs 3D.

premier ordre + 1 point de Gauss		premier ordre + 2 points de Gauss		2° ordre + 2 points de Gauss	
$r = 4$	$\epsilon = 40\%$	$r = 4$	$\epsilon = 2\%$	$r = 4$	$\epsilon = 3\%$
$r = 100$	$\epsilon = 97\%$	$r=100$	$\epsilon = 92\%$	$r=100$	$\epsilon = 95\%$

L'influence de la densité de maillage et du nombre de points d'intégration sur le calcul du terme source est révélée ici de façon flagrante. Mais il faut encore déterminer leur influence sur le calcul du potentiel, ce qui nécessite la résolution du système.

**IV. 4. INFLUENCE DE LA DISCRETISATION ET DE L'INTEGRATION SUR LE POTENTIEL**

Il s'agit de résoudre (IV.15) avec les conditions aux limites (IV.9) et de comparer la solution analytique  $\Psi_{red}$  et les solutions numériques obtenues en fonction de la discrétisation. Les expressions (IV.12) et (IV.17) donnent au premier ordre la matrice élémentaire :

$$\begin{bmatrix} n & -n \\ -n & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_k \\ \Psi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n \int_{l_{c_k}} H_{0x} dl \\ n \int_{l_{c_k}} H_{0x} dl \end{bmatrix} \tag{IV.25}$$

ce qui, après assemblage des matrices élémentaires donne :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & -1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 & 0 \\ \dots & \dots & -1 & 2 & -1 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_0 \\ \vdots \\ \Psi_k \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \int_{l_{c_0}} H_{0x} dl \\ \vdots \\ - \int_{l_{c_{k-1}}} H_{0x} dl - \int_{l_{c_k}} H_{0x} dl \\ \vdots \\ \int_{l_{c_{n-1}}} H_{0x} dl \end{bmatrix} \tag{IV.26}$$

Avec  $\Psi_0 = 0$ . L'inversion d'une telle matrice bande se fait par la méthode du double balayage de Choleski [PRESS-90] que nous ne développerons pas ici. Les valeurs particulières des éléments de la matrice permettent en fait d'écrire directement les expressions analytiques des potentiels.

La figure IV.9 montre les courbes de potentiel le long du domaine  $\Gamma$  étudié pour différentes discrétisations et une intégration des termes sources par une méthode numérique à un point de Gauss. Les erreurs entre le potentiel théorique et les potentiels obtenus numériquement sont alors de deux natures : celles dues à l'insuffisance du nombre de degré de liberté d'une part et les erreurs d'intégration numérique d'autre part. La figure IV.11 montre la diminution de l'erreur par rapport au potentiel théorique quand on augmente la densité de discrétisation. Cette erreur diminue d'autant plus rapidement que la distance tôle - spire est élevée. C'est exactement l'effet observé en 3D dans le chapitre III.

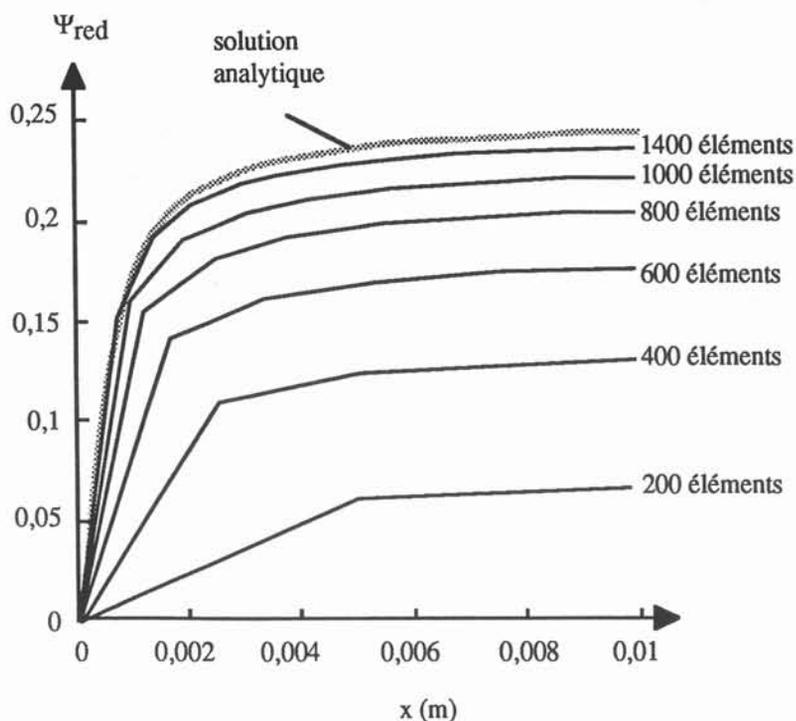


figure IV.9. potentiel réduit théorique et numérique, intégration analytique.

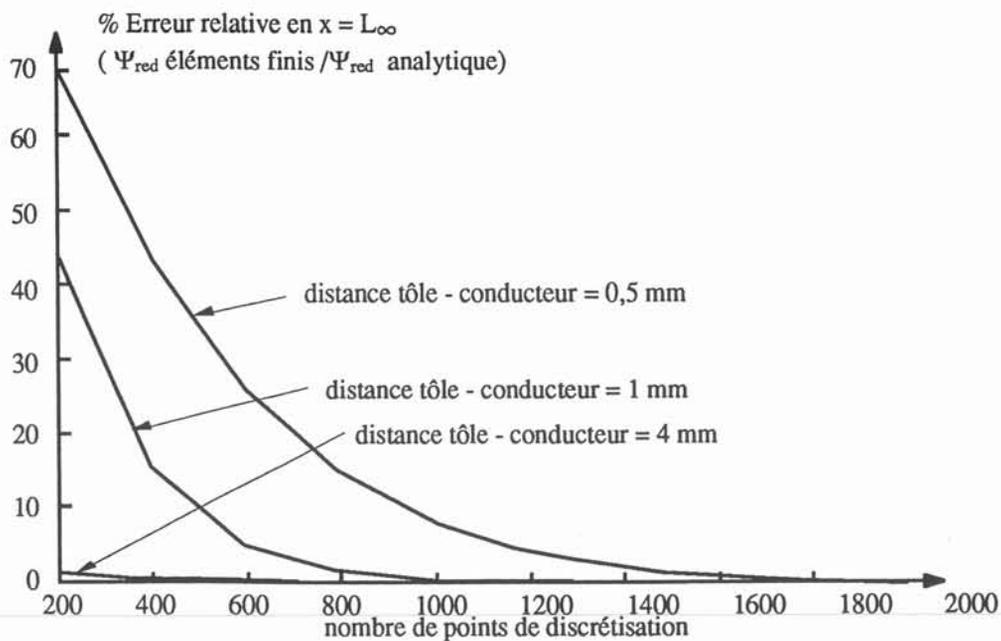


figure IV.10. erreur relative (potentiel théorique / potentiel numérique)

Si on intègre analytiquement les termes sources, les résultats sont certes nettement améliorés (cf figure IV.11). Mais les erreurs résiduelles montre qu'il est impossible de représenter correctement la variation brutale de potentiel avec une discrétisation insuffisante.

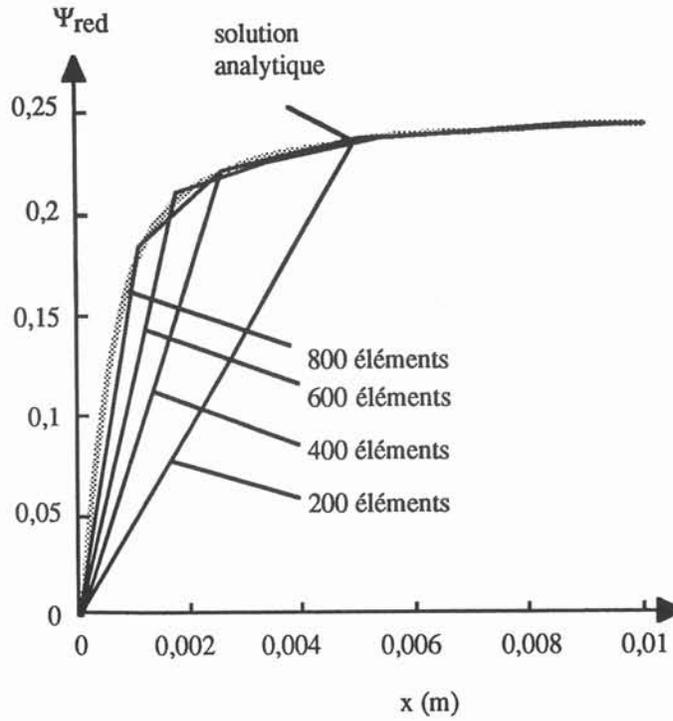


figure IV.11. potentiel réduit théorique et numérique, intégration numérique à 1 point de Gauss.

Les développements précédents mettent en évidence l'intérêt d'augmenter le nombre de points de discrétisation, ce que nous savions déjà et voulons éviter. En revanche, il semble bénéfique d'augmenter le nombre de points d'intégration dans le calcul 3D.

## IV. 5. MODIFICATION DU NOMBRE DE POINTS D'INTEGRATION DANS LA MODELISATION 3D

### IV. 5. 1. Modification du nombre de points de Gauss

Nous avons la possibilité d'augmenter assez facilement ce nombre de points de Gauss de 3 à 7 pour les triangles. Nous avons fait les calculs pour 2 problèmes 3D :

- (a) maillage lâche,  $R = 100$ , erreur = 100% / référence
- (b) maillage fin,  $R = 4$ , erreur = 4% / référence

Le passage à 7 points de Gauss ne donne pas de meilleurs résultats, ce à quoi on pouvait s'attendre. En effet, pour 3 points de Gauss et  $R = 50$ , le rapport entre  $d$  et  $y_G$ , ordonnée du point de Gauss (cf. figure IV.12) le plus proche de la spire est

$$\frac{y_G}{d} = \frac{\frac{1}{6} y}{d} = \frac{1}{6} R = 16,667 \quad (IV.27)$$

Pour 7 points, on a

$$\frac{y_G}{d} = \frac{0,101 y}{d} = 0,101 R = 10,1 \quad (IV.28)$$

Or on ne commence à obtenir de bons résultats que pour  $R = 4$ , soit

$$\frac{y_G}{d} = \frac{1}{6} R = 0,667 \quad (IV.29)$$

c'est-à-dire quand  $y_G$  est du même ordre de grandeur que la largeur du pic de champ source. Passer de 3 à 7 points est donc insuffisant pour intégrer le terme source dans le cas d'un tel maillage grossier.

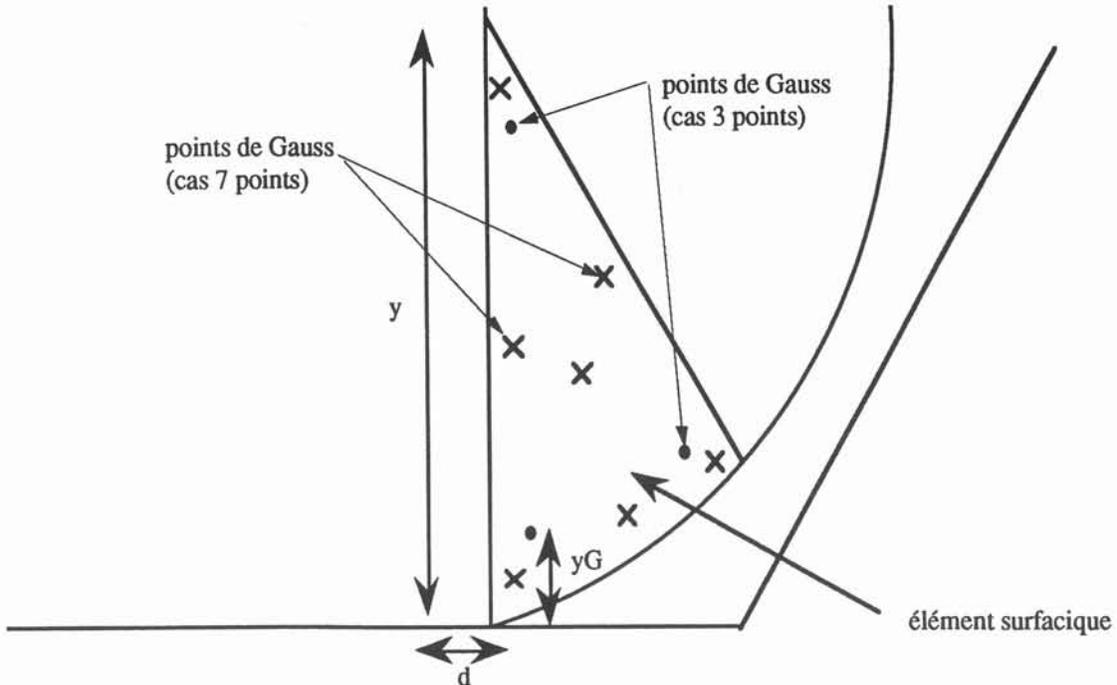


figure IV.12.

Pour le cas R = 4, 7 points de Gauss correspondent à

$$\frac{y_G}{d} = 0,101 \quad R = 0,404 \tag{IV.30}$$

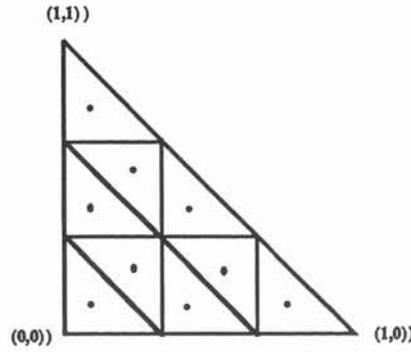
ce qui est peu différent de la valeur de ce même rapport pour 3 points de Gauss, soit 0,667, et explique la faible amélioration du résultat.

**IV. 5. 2. Intégration sur m points "rectangles"**

Augmenter indéfiniment le nombre de points de Gauss n'était pas aisé quant à la définition des abscisses et poids de Gauss dans FLUX3D. Nous avons donc décidé d'effectuer les intégrations sur les triangles à l'aide de points appelés "rectangles" et plus faciles à définir. Ces points sont les centres de gravité des n\*n triangles résultant de la subdivision des côtés du triangle de référence en n segments égaux cf figure IV.13. leurs coordonnées sont, dans le repère lié au triangle de référence :

$$\begin{aligned} x(i,j) &= \frac{1}{3n} + \frac{i}{n} \quad \text{ou} \quad x(i,j) = \frac{2}{3n} + \frac{i}{n} \\ y(i,j) &= \frac{1}{3n} + \frac{j}{n} \quad \text{ou} \quad y(i,j) = \frac{2}{3n} + \frac{j}{n} \end{aligned} \tag{IV.31}$$

figure IV.13. triangle de référence subdivisé en 3\*3 triangles égaux



Ils ne permettent pas de calculer les intégrales avec une aussi bonne précision que les points de Gauss puisqu'ils ne sont pas déterminés de telle façon qu'ils permettent l'intégration exacte de polynômes ; nous avons par contre la possibilité d'augmenter facilement leur nombre de façon importante.

Nous avons représenté figure IV.14 l'erreur relative sur le champ maximum à  $R = 0,4$  m par rapport à FLUX2D en fonction du nombre de points d'intégration et pour différentes distances tôle - spire d.

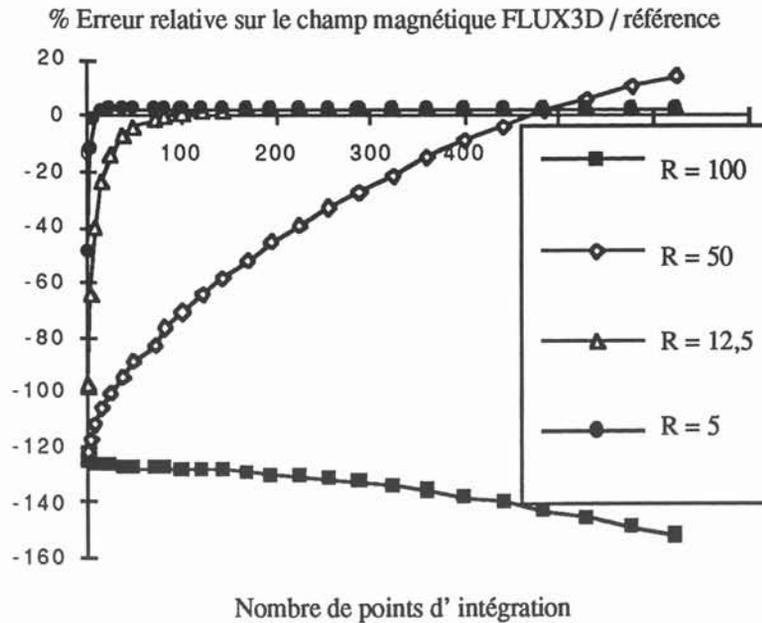


figure IV.14. erreur relative du champ 3D par rapport au champ 2D en fonction du nombre de points d'intégration rectangles

L'augmentation du nombre de points d'intégration des termes sources sur les triangles améliore le calcul du champ par rapport à FLUX2D pour des rapports  $R < 50$ . Mais au delà, cas limite qui nous intéresse, le calcul n'est pas amélioré, il est même dégradé.

## IV. 6. CONCLUSION

L'espoir de corriger les déficiences de la méthode des éléments finis pour le type de calcul qui nous intéresse par une amélioration de la qualité des intégrations est en partie déçu. Il semble obligatoire de passer par une augmentation du nombre de degrés de liberté, c'est-à-dire d'augmenter le nombre de noeuds dans les zones tôle - spire.

Si nous choisissons, pour résoudre le problème du calcul des effets de boucles, d'agir sur la qualité du maillage, il faut garder à l'esprit le caractère explosif du maillage d'un navire. Il n'est pas question d'affiner ce maillage globalement. En effet, le rapport typique entre la longueur d'un navire  $L$  et la distance entre la coque et les boucles d'immunisation  $d$  est au minimum  $\frac{L}{d} = 5000$ . De même, le rapport largeur de navire sur distance coque - boucle est  $\frac{L}{d} = 500$ . Pour obtenir un calcul correct des effets de boucles, nous avons vu qu'il faut un rapport (taille de maille / distance coque - boucle)  $R = \frac{M}{d} = 4$ . Le nombre d'éléments linéiques nécessaires dans le sens de la longueur est donc  $\frac{L}{M} = 1250$  et celui dans le sens des largeurs est  $\frac{L}{M} = 125$ . Une estimation grossière du nombre d'éléments volumiques alors nécessaire est obtenue par  $\left(\frac{1}{M}\right)^2 * \frac{L}{M}$ , soit environ 19 millions d'éléments !!!

Il est donc évident qu'il faut améliorer le maillage localement. Le faire a priori, c'est-à-dire avant toute résolution du système, est, pour ce problème particulier, tout à fait envisageable puisque nous savons pertinemment dans quelles zones un maillage plus fin est requis.

L'idée d'une amélioration adaptative du maillage a posteriori consiste à évaluer des erreurs au cours d'une première résolution et d'adapter le maillage dans les zones où l'erreur est jugée trop élevée. Un certain nombre de techniques existent, que ce soit pour l'évaluation des erreurs ou pour l'amélioration du maillage qui peut consister en l'ajout d'éléments supplémentaires ou en l'augmentation de leur ordre (éléments hiérarchiques).

Cependant, quelle que soit la méthode utilisée, elle se traduira inéluctablement par une augmentation de la taille du système et du temps nécessaire pour le résoudre, ce que nous cherchons à éviter depuis le début de la modélisation numérique des navires. De plus, cette démarche n'est scientifiquement pas satisfaisante puisqu'elle répond à la déficience d'une méthode numérique à résoudre un problème physique par une simple amélioration de la discrétisation sur laquelle s'appuie la méthode numérique. Il nous a semblé plus intéressant d'améliorer le modèle mathématique représentant le phénomène physique mis en jeu. C'est l'objet des chapitres suivants.

***CHAPITRE V***  
***ADAPTATION DU MODELE***



## V. 1. INTRODUCTION

Nous avons vu dans le chapitre précédent les avantages et les inconvénients d'une densification du maillage pour résoudre le problème des effets de boucles. Même locale, cette densification se traduira par une augmentation du nombre d'éléments et du temps de calcul. La question est donc de savoir si nous pouvons nous en passer en modifiant le modèle physique. L'idée générale des développements qui vont suivre est la suivante : la solution physique du problème présente une variation brutale du potentiel réduit, qu'un maillage trop lâche ne peut correctement représenter. Ceci peut être exprimée d'une manière plus physique en disant que l'aimantation locale des tôles sous l'effet des boucles de courant, ou les pôles magnétiques locaux (cf figure V.1), ne sont pas ou mal calculés. Si nous étions capables de calculer cette aimantation locale ou ces pôles par un autre moyen, il suffirait alors de l'introduire comme contrainte ou donnée dans le problème global et d'effectuer la résolution par la méthode des éléments finis habituelle. Ce chapitre propose deux approches de calcul de cette aimantation locale et de son application dans la résolution globale :

- une correction par un champ source supplémentaire correspondant au champ créé par la zone de tôle aimantée,
- une correction locale où la zone de tôle aimantée est décrite par un saut de potentiel réduit, ce qui traduit également la présence de pôles magnétiques.

Nous verrons que cette dernière approche est la plus rigoureuse et donne de meilleurs résultats.

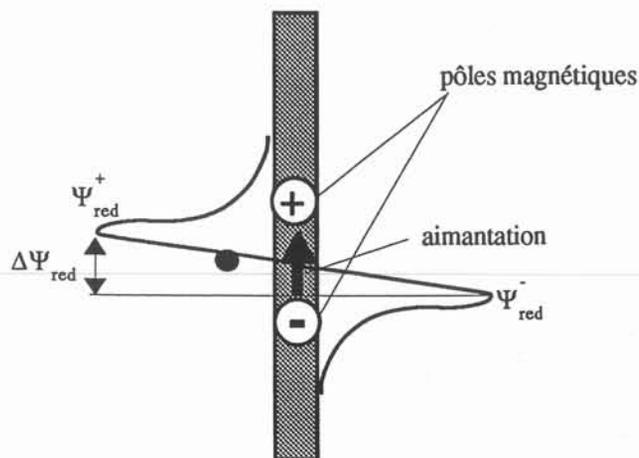


figure V.1. potentiel réduit, pôles magnétiques et aimantation dans la tôle.

V. 2. PRISE EN COMPTE DE L'EFFET LOCAL PAR UN CHAMP SOURCE SUPPLEMENTAIRE

V. 2. 1. Principe

Le modèle physique utilisé dans FLUX3D est celui de la magnétostatique et la formulation celle du potentiel réduit que nous avons exposée dans le chapitre II. Les équations de Maxwell sont ramenées à

$$\text{div} [\mu(\vec{H}_0 - \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}}) + \vec{B}_{\text{rémanent}}] = 0 \tag{V.1}$$

où

- $\vec{H}_0$  est le champ créé par l'inducteur dans l'air,
- $\Psi_{\text{red}}$  est le potentiel réduit,
- $\vec{B}_{\text{rémanent}}$  est l'induction rémanente.

L'idée est donc de rajouter un champ source supplémentaire  $\vec{H}_d$  qui représente le champ démagnétisant dû à la portion de tôle aimantée (cf figure V.2).

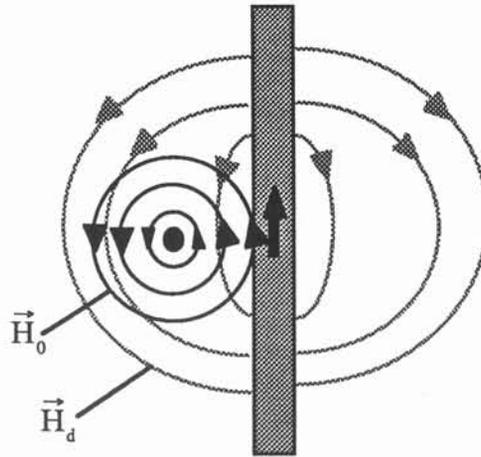


figure V.2. champ source et champ démagnétisant

Le champ total est alors :

$$\vec{H} = \vec{H}_{\text{red}}^* + \vec{H}_0 + \vec{H}_d \tag{V.2}$$

avec

$$\vec{H}_{\text{red}}^* = - \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{\text{red}}^* \tag{V.3}$$

où  $\vec{H}_{\text{red}}^*$  et  $\Psi_{\text{red}}^*$  sont respectivement le champ et le potentiel réduits par rapport à  $(\vec{H}_0 + \vec{H}_d)$  et non plus par rapport à  $\vec{H}_0$ .  $(\vec{H}_0 + \vec{H}_d)$  varie bien plus faiblement que  $\vec{H}_0$  dans la tôle à proximité du conducteur et le nouveau potentiel réduit  $\Psi_{\text{red}}^*$  n'a plus à "encaisser" de trop fortes variations.

### V. 2. 2. Inconvénients

La difficulté majeure de cette méthode est la détermination de l'expression analytique de  $\vec{H}_d$ . En effet, il dépend non seulement de l'aimantation locale à proximité du conducteur, mais aussi de la forme de la tôle, et ce à courte comme à longue distance (cf figure V.3)

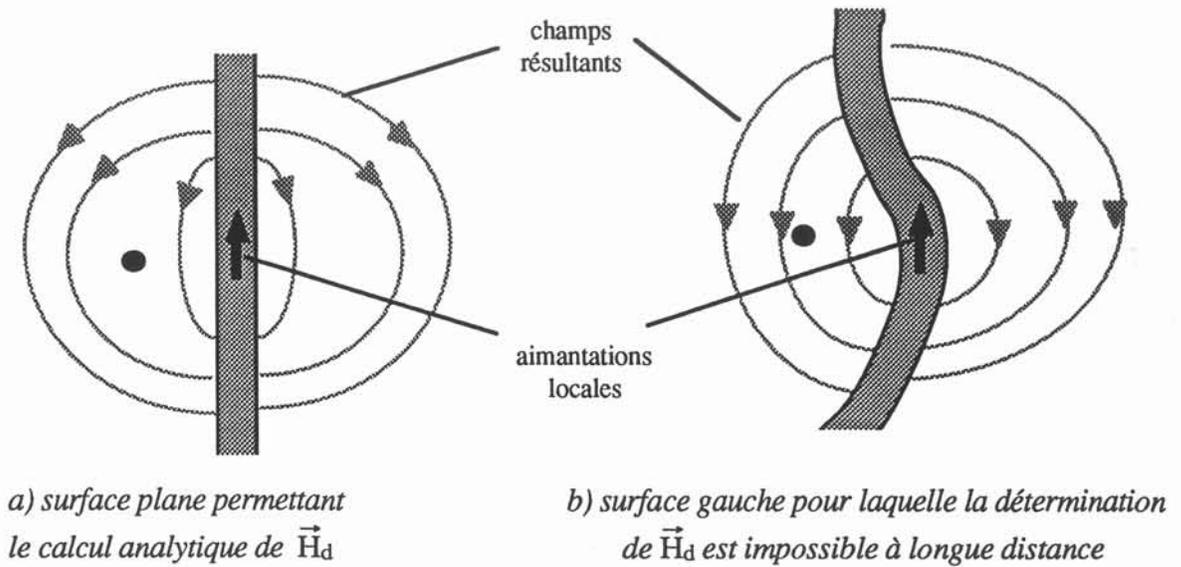


figure V.3.

### V. 3. PRISE EN COMPTE DE L'EFFET LOCAL PAR UNE COUPURE DE POTENTIEL

#### V. 3. 1. Principe

Grâce à la notion de contraintes généralisées développée dans FLUX3D, nous pouvons créer une discontinuité de potentiel en imposant sur une ligne de la tôle parallèle au segment de courant, artificiellement rajoutée pour l'expérience, un potentiel  $\Psi_{\text{red}}^+$  et un potentiel  $\Psi_{\text{red}}^-$  (cf figure V.4.a). C'est ce que nous appelons *la coupure de potentiel*.

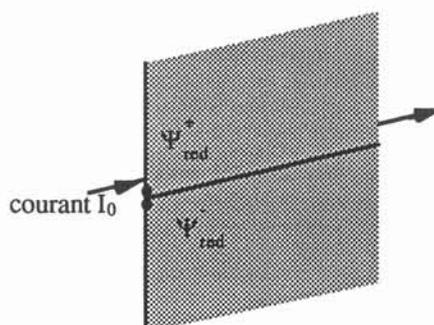


figure V.4.a. coupure de potentiel

Dans le cas où  $\mu$  est infini,  $\Delta\Psi_{\text{red}} = \Psi_{\text{red}}^- - \Psi_{\text{red}}^+ = \frac{I}{2}$ .

Par ailleurs, si nous voulons éviter une discontinuité franche difficile à implanter numériquement, nous pouvons imposer  $\Psi_{\text{red}}^+$  et  $\Psi_{\text{red}}^-$  sur deux lignes (cf figure V.4.b) à une distance  $\Delta z$  l'une de l'autre. Ce type de contraintes est appelé *saut de potentiel*.

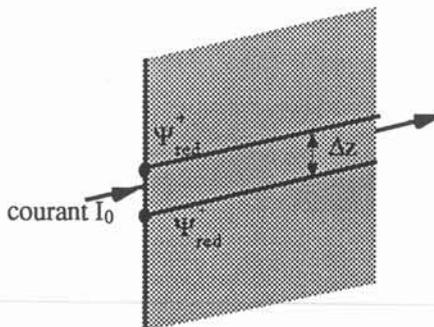


figure V.4.b. saut de potentiel

Nous verrons plus précisément dans la partie C comment peuvent être implantées automatiquement ces contraintes de potentiel réduit.

On rejoint l'idée de la correction par un champ source supplémentaire du paragraphe précédent. Cette dernière consistait à simuler deux distributions linéiques de pôles de signe opposé par le champ qu'elle crée dans l'air. Les contraintes linéiques de potentiel présentées ici, que ce soit une coupure ou un saut, permettent d'imposer réellement la présence de ces deux distributions. La coupure simule des pôles + et - confondus. Le saut simule des pôles + et - éloignés de  $\Delta z$ . La valeur réelle de  $\Delta z$  est située entre les deux valeurs précédentes, mais plus proche d'une situation de coupure.

### V. 3. 2. Résultats

#### V. 3. 2. a. Application dans FLUX3D

Nous considérons en 3 dimensions une géométrie se rapprochant de l'effet d'un conducteur infini sur une tôle infinie (cf figure V.5). Le conducteur infini est représenté par une spire carrée de très grande dimension par rapport au domaine maillé (tôle + air). Ainsi, les trois segments les plus éloignés de la tôle ont un effet négligeable. Seul le segment proche de la tôle a un effet significatif. La symétrie du problème permet de ne décrire que la moitié du domaine. Une solution de référence  $\Psi_{red}^{référence}(x,z)$  est obtenue en maillant localement très finement la zone tôle - spire ( $R = 4$ ). On applique ensuite sur un maillage grossier ( $R = 100$ ) la coupure de potentiel issue de cette référence. La demi-coupure est :

$$\Psi_{red}^{coupure+} = \Psi_{red,max}^{référence} \quad (V.4)$$

où  $\Psi_{red,max}^{référence}$  est le potentiel maximum de la solution de référence. Il est imposé sur la ligne de contrainte de la figure V.5. Grâce à la symétrie par rapport au plan  $(O_x, O_y)$ , on génère la contrainte  $\Psi_{red}^{coupure-}$ , ce qui permet de simuler la coupure de la figure V.4. Les signatures de champ réduit à 0.25 m sur la ligne Lz de la figure V.5 sont présentées figure V.6.

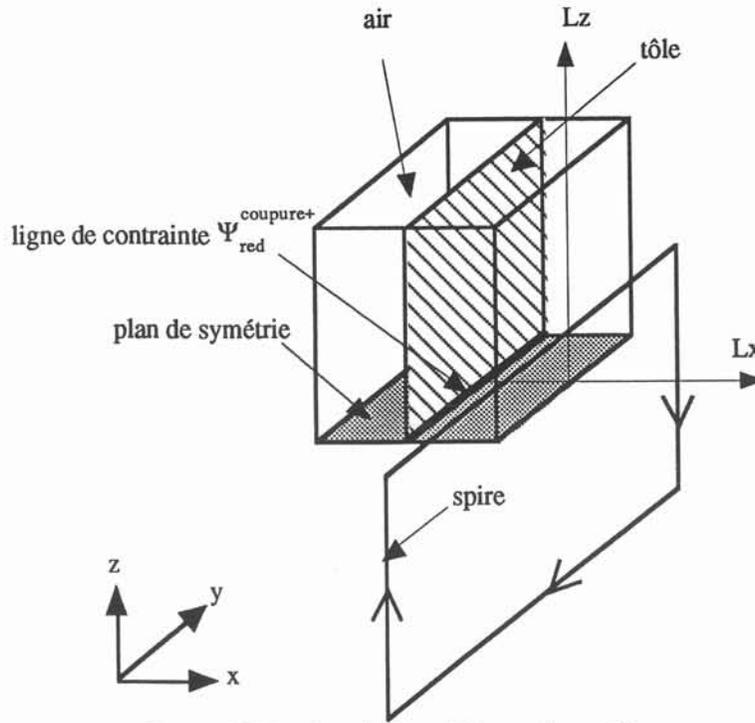


figure V.5. géométrie tridimensionnelle  
(tôle infinie - conducteur infini)

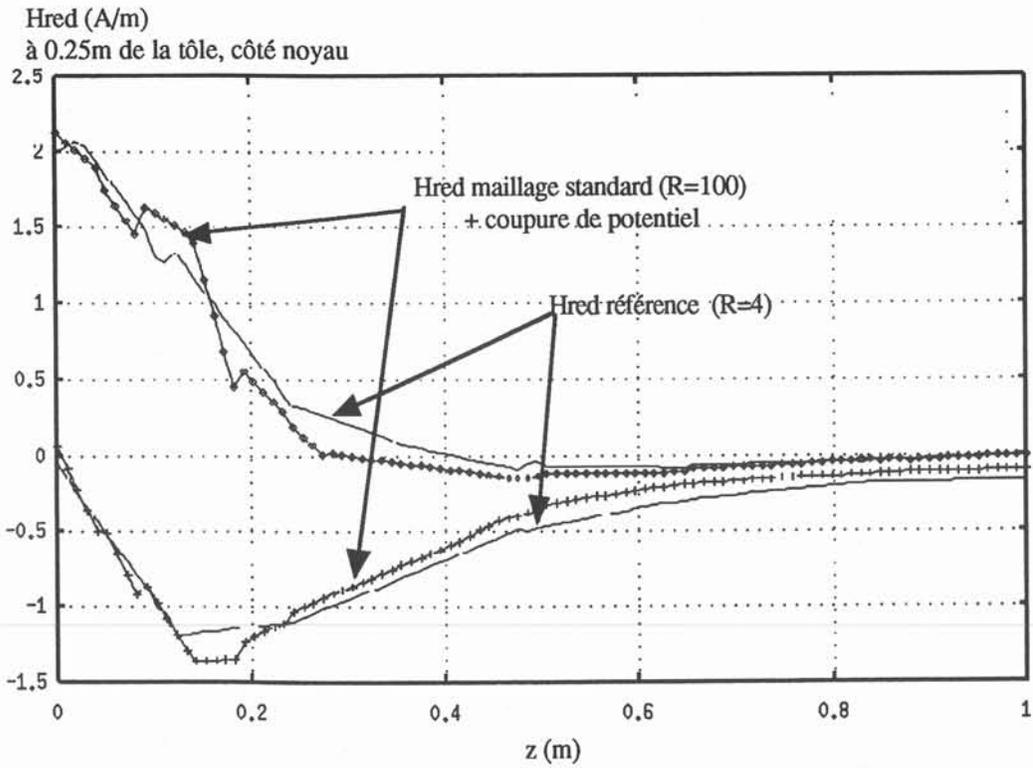


figure V.6. champ réduit sur la ligne Lz de la figure V.5  
avec maillage fin et maillage grossier + coupure de potentiel  $\Delta\Psi_{red}^{référence}$

On remarque une bonne corrélation entre les courbes de références et celles obtenue en corrigeant par une coupure de potentiel. Les champs réduits ne diffèrent fortement qu'à proximité de la tôle (cf figure V.7), c'est-à-dire dans une zone de largeur  $40 \cdot \text{épaisseur}$ , ce qui est bien en deçà des ordres de grandeurs des distances auxquelles on observe les signatures des navires.

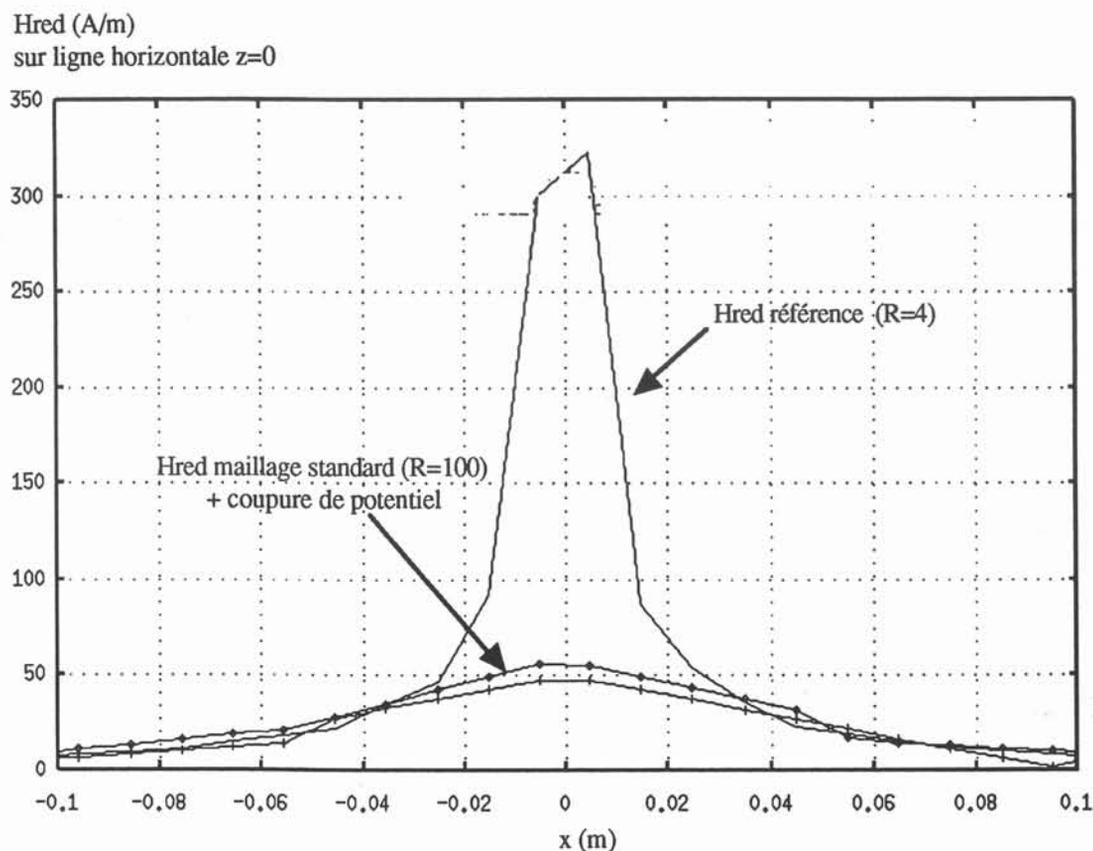


figure V.7. champ réduit sur la ligne de base  $L_x$  de la figure V.5

L'application d'une telle coupure verticale de potentiel réduit à une géométrie du type "cylindre carré" présentée au chapitre III (cf figure V.8) donne également de bons résultats.

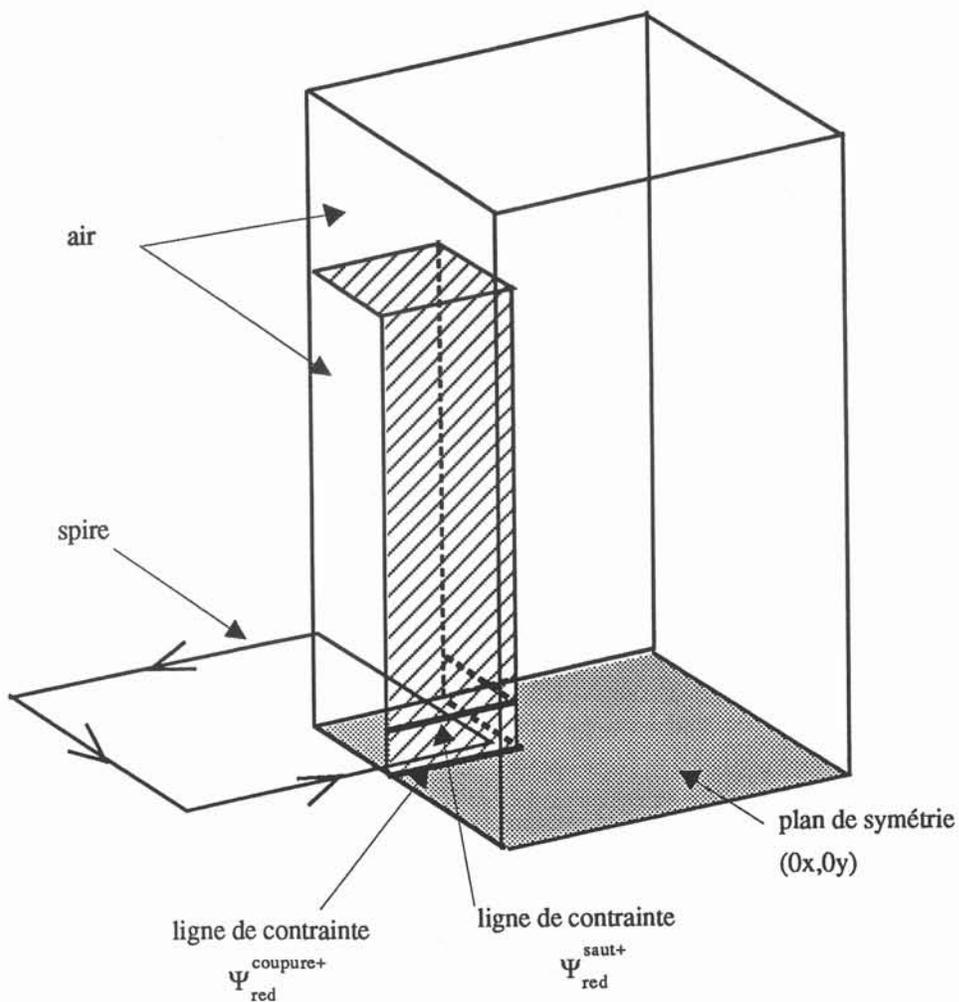


figure V.8. géométrie tridimensionnelle ("cylindre carré" - spire carrée)

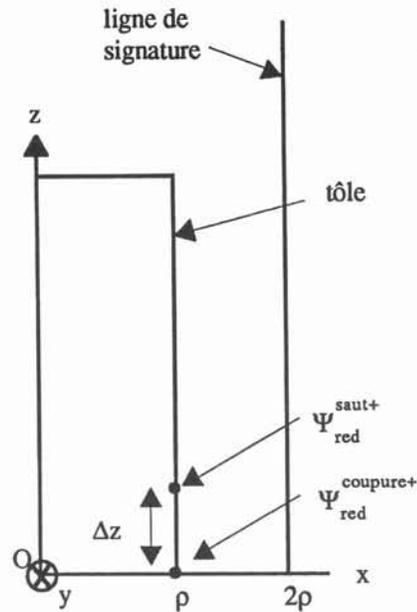


figure V.9. vue bidimensionnelle

Comme précédemment, on calcule une référence à l'aide d'un maillage localement fin ( $R = 4$ ). Le potentiel de demi - coupure est donné par l'équation (V.5) et est imposé dans le même problème avec un maillage grossier ( $R = 100$ ) sur la ligne ( $x = \rho, z = 0$ ). La symétrie par rapport à ( $O_x, O_y$ ) permet de simuler la coupure.

De même, la valeur du demi-saut est

$$\Psi_{red}^{saut+} = \Psi_{red}^{référence}(\rho, \Delta z) \quad (V.6)$$

où  $\rho$  est la largeur du cylindre et  $\Delta z$  la largeur de maille telle que

$$R = \frac{\text{taille de maille}}{\text{distance tôle - spire}} = \frac{\Delta z}{d} \quad (V.7)$$

où  $d$  est distance tôle - spire. Le potentiel  $\Psi_{red}^{saut+}$  est imposé sur la ligne géométrique ( $x = \rho, z = \Delta z$ ) (cf figure V.9). La symétrie par rapport à ( $O_x, O_y$ ) génère la contrainte  $\Psi_{red}^{saut-}$ .

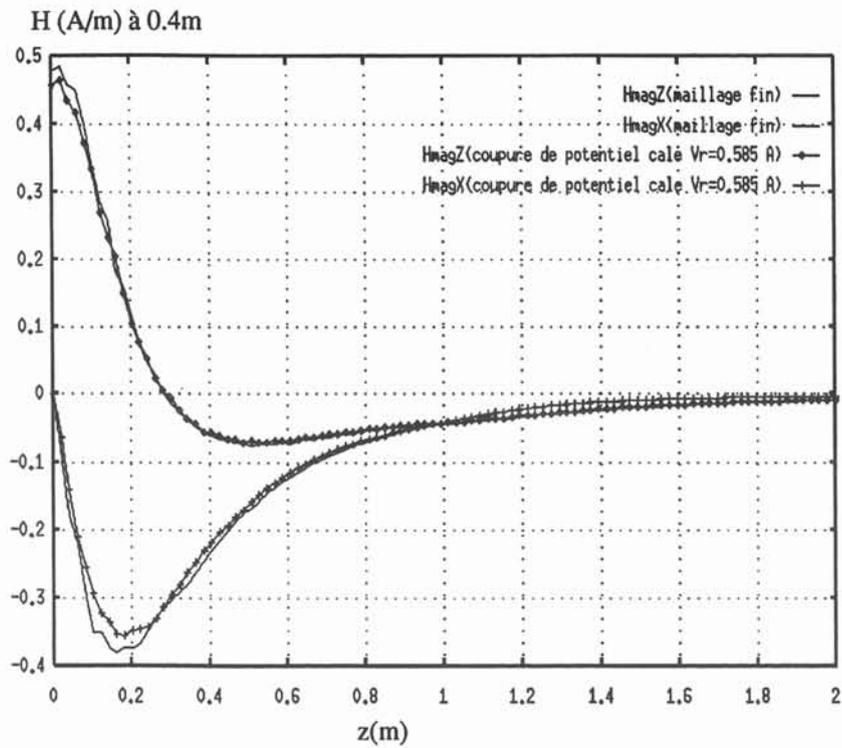


figure V.10 champ à profondeur standard pour FLUX3D référence et FLUX3D corrigé par coupe de potentiel

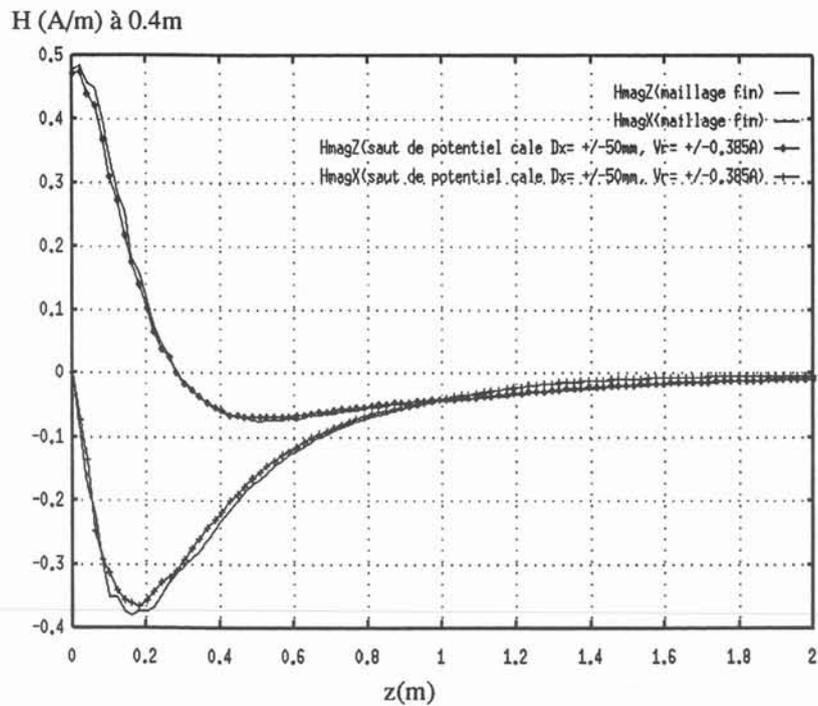


figure V.11. champ à profondeur standard pour FLUX3D référence et FLUX3D corrigé par saut de potentiel

Le champ à profondeur standard (le long de la ligne de signature de la figure V.9) est très proche de celui obtenu avec le maillage de référence, que ce soit en utilisant la coupure (figure V.10) ou le saut (figure V.11). Les erreurs par rapport à la solution de référence sont inférieures à 10 %. Elles deviennent plus importantes pour des lignes de signature plus proches du cylindre ; on entre alors dans la zone où le modèle de correction par contrainte de potentiel n'est plus valable. Pour des lignes de signature plus éloignées, les résultats s'améliorent encore avec cependant plus de bruit de maillage dû à la discrétisation grossière de la région infinie.

### V. 3. 2. b. Effet d'un noyau

Le navire peut avoir des parties ferromagnétiques internes et un certain nombre de cloisons et ponts, plus ou moins éloignés de la zone tôle - spire concernée par le saut ou la coupure de potentiel. Nous avons effectué les simulations suivantes : un noyau ferromagnétique parallélépipédique dans le cylindre carré du problème de référence (maillage local fin) dont nous avons fait varier la perméabilité (de 1 à 100) et la distance par rapport à la tôle  $d_{\text{noyau}}$  (0.15 m, 0.1 m et 0.02 m).(cf figure V.12).

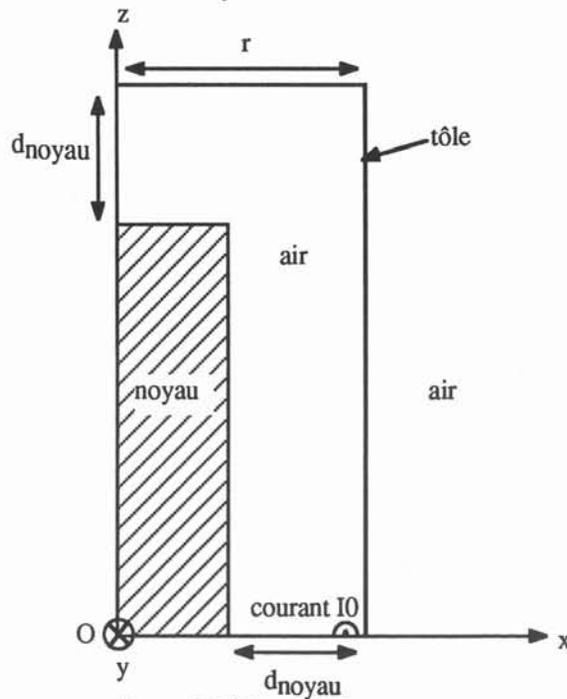


figure V.12. cylindre + noyau

La figure V.13 représente le potentiel réduit dans la tôle le long de la ligne  $(x=R, y=0)$  pour un noyau à 0.1m de la tôle. De manière générale, le noyau a d'autant plus d'influence que sa perméabilité est élevée ou qu'il est proche de la coque.

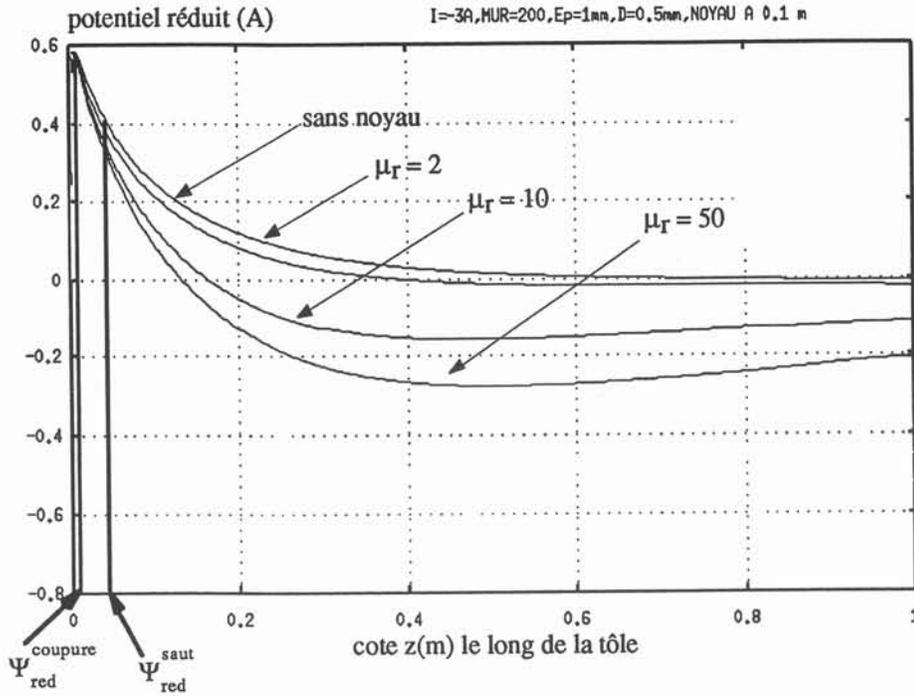


figure V.13. potentiel réduit dans la tôle

On peut distinguer 2 zones différentes selon la hauteur  $z$  (cf figure V.14) :

- pour  $z$  faible, de l'ordre de grandeur de la distance tôle - spire, le potentiel est peu modifié par la présence de noyau, car la contribution due au pôle positif (ou masse magnétique de la tôle) est prépondérante,
- dès qu'on s'éloigne de cette zone, le pôle négatif dû au noyau contribue de façon plus importante au potentiel en se soustrayant à la contribution de la tôle.

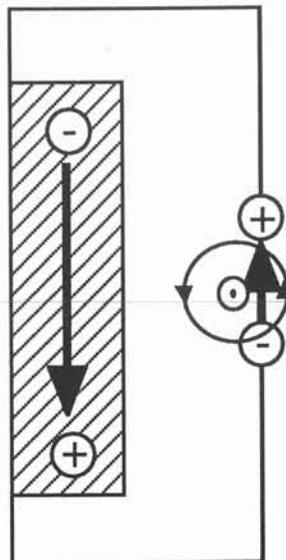


figure V.14. pôles magnétiques et aimantations du noyau et de la tôle

Nous remarquons que la valeur du saut de potentiel éventuel varie de façon importante en présence d'un noyau. Par exemple, si on décide de mailler à  $R = 100$ , il faudrait prendre le potentiel à 0,05 m sur les courbes précédentes. Ceci entraînerait des variations de  $\Psi_{red}^{saut}$  allant jusqu'à 40% selon la taille et la position du noyau par rapport au cas sans noyau. En revanche, la valeur de coupure de potentiel  $\Psi_{red}^{coupure}$  qui correspond aux maxima de  $\Psi_{red}$  des courbes précédentes n'est pas affectée par la présence d'un noyau. De ce point de vue, la méthode de coupure de potentiel semble la plus judicieuse. Il faut cependant reconnaître que les noyaux sont dans la réalité bien plus petits et plus éloignés que ceux décrits dans les expériences précédentes et que leur effets seront bien moindres.

Le problème des cloisons et ponts est quant à lui dissociable en 2 cas :

- ils sont proches du conducteur et sont donc à prendre en compte dans le calcul de la coupure ou du saut de potentiel local, cf chapitre VII,
- ils sont très éloignés et dans ce cas ne modifient pas la coupure de potentiel à appliquer. Nous l'avons vérifié par exemple en supprimant le couvercle du cylindre.

#### V. 4. CONCLUSION

Les deux méthodes proposées pour résoudre le problème des effets de boucles sont issues de la même idée : imposer la réaction locale du matériau que la méthode des éléments finis ne peut correctement calculer avec un maillage trop lâche. La méthode de correction par une contrainte (coupure ou saut) sur le potentiel est plus localisée que celle mettant en jeu le champ démagnétisant. C'est la méthode basée sur le potentiel que nous choisissons donc de développer. Son application aux géométries précédentes était réalisée dans un but expérimental en utilisant le résultat du calcul éléments finis avec un maillage localement très fin et des lignes artificielles supplémentaires dans la géométrie. Sa généralisation requiert d'une part le calcul préalable du saut ou de la coupure, ce qui fait l'objet du chapitre VI, et d'autre part sa génération automatique dans FLUX3D, exposée dans le chapitre VII. A ce stade, nous n'avons pas d'élément déterminant pour choisir entre le saut ou la coupure de potentiel. Dans une géométrie sans symétrie, la coupure aurait pour avantage de ne requérir qu'une seule ligne de contrainte au lieu de deux pour le saut. Nous savons également que les valeurs de coupure à imposer sont moins sensibles à la présence d'un noyau interne que les valeurs de saut. Le choix entre les deux méthodes sera fait lors de leur implantation dans FLUX3D.

*Partie C*

*La méthode de Coupure ou de  
Saut de Potentiel Réduit*



**CHAPITRE VI**

**CALCUL DE LA COUPURE OU DU SAUT DE  
POTENTIEL**



## VI. 1. INTRODUCTION

Nous avons précédemment dégagé une méthode qui permet de modéliser les effets de boucle sans faire exploser le maillage. Cette méthode est basée sur la génération de contraintes locales de potentiel réduit simulant la présence d'une distribution de masses magnétiques dans la zone tôle - spire. Elle requiert cependant un calcul préalable du potentiel réduit dans cette zone. Sans hypothèse supplémentaire, ce calcul ne pourrait se faire que par la résolution numérique des équations de Maxwell en magnétostatique, ce qui reviendrait à connaître la solution du problème avant de le résoudre !!

En fait, nous pouvons faire l'hypothèse suivante : l'effet local d'un segment de courant sur une tôle très proche est assimilable à celui d'un conducteur infini sur une tôle infinie, ce qui devient un problème bidimensionnel. Cette hypothèse est justifiée par le rapport très important entre l'épaisseur de la tôle et la distance tôle - spire d'une part, et les longueurs des tôles et des conducteurs d'autre part (de l'ordre de grandeur de 1000). Elle est par conséquent également valable dans le cas de conducteurs courbes près de surfaces gauches. Les principaux cas 2D rencontrés sont présentés figure VI.1. La dégénérescence du 3D en 2D permet alors d'envisager ce calcul des coupures ou des sauts de potentiel par des méthodes analytiques ou numériques simples. Le conducteur est considéré comme linéique, l'effet de la section du conducteur (cf chapitre III, section III.3.3) étant négligeable sur les champs.

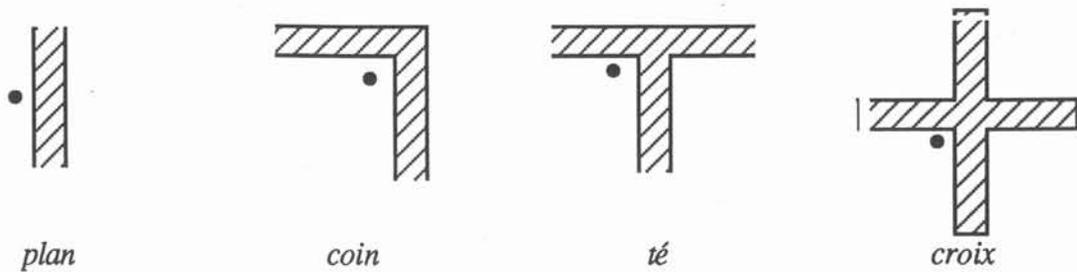


figure VI.1. approximation 2D

## VI. 2. METHODES UTILISEES

### VI. 2. 1. Méthodes analytiques

#### VI. 2. 1. a. Méthode des transformations conformes [DURAND-66\_II] [DURAND-66\_III]

Les transformations conformes sont séduisantes par leur capacité à donner, à partir de la solution du problème de Laplace ou de Poisson pour géométrie simple, la solution du même problème pour une géométrie plus complexe. Ceci vient du fait qu'elles laissent invariant l'opérateur de Laplace, ce qui n'est pas le cas de la transformation géométrique utilisée pour la modélisation de l'infini (cf chapitre II).

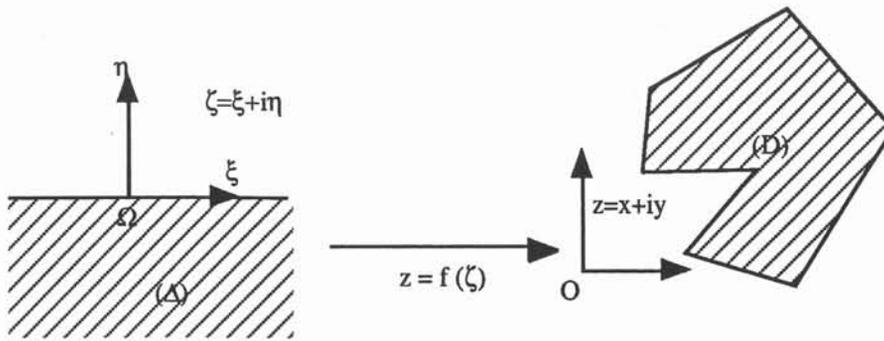


figure VI.2. transformation conforme

Supposons qu'il existe une fonction complexe  $f$  qui transforme le demi-plan infini inférieur  $(\Delta)$  dans le plan complexe  $(\Omega, \eta, \xi)$  en le domaine  $(D)$  dans le plan complexe  $(0, x, y)$  cf figure VI.2. Alors

$$\forall M \in (\Omega), \exists P \in (D) / z = f(\zeta) \quad (VI.1)$$

où

$$\begin{cases} \zeta = \xi + i \eta \\ z = x + i y \end{cases} \quad (VI.2)$$

la fonction  $f$  est dite analytique au sens de Cauchy [ANGOT-72], c'est-à-dire qu'elle vérifie l'équation de Laplace, soit

$$\Delta f = 0, \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0 \end{cases} \quad (\text{VI.3})$$

Si  $\omega$  est une fonction vérifiant l'équation de Laplace dans  $(\Delta)$ , soit

$$\Delta \omega(\zeta) = 0 \quad (\text{VI.4})$$

Alors la fonction composée  $\omega \circ f^{-1}$  est également solution de Laplace dans  $(D)$ , c'est-à-dire

$$\Delta \omega[f^{-1}(\zeta)] = 0 \quad (\text{VI.5})$$

En particulier, il nous semblait possible de passer de la solution connue de l'effet d'un conducteur infini sur un dioptré plan de perméabilité  $\mu$  à celle rendant compte de l'effet d'un fil infini sur une tôle infinie, un coin, une croix, un té, etc....

En fait, il existe des obstacles à l'application de ces transformations conformes aux problèmes qui nous intéressent :

- en premier lieu, on ne peut traiter les perméabilités non infinies ; elles sont certainement applicables dans le cas des perméabilités élevées (de l'ordre de grandeur de la perméabilité anhystérétique) ; les perméabilités à considérer dans le cas des effets de boucles vont dépendre du comportement linéaire ou non-linéaire du matériau, ce que nous déterminerons dans le chapitre IX.

- de plus, elles sont facilement utilisables dans le cas d'une source située dans le milieu magnétique ; dans notre cas, la source de courant  $I_0$  se trouve à l'extérieur de ce milieu ;

- enfin, et ce n'est pas la moindre des difficultés, la fonction inverse de  $f$  est souvent difficile à exprimer analytiquement. En effet, il est aisé d'exprimer une fonction  $f$  pour passer du demi plan supérieur à l'intérieur d'un domaine polygonal complexe en utilisant la transformation de Schwartz-Christoffel

$$z = f(\zeta) = A \int_0^{\zeta} \prod_{i=1}^n (t - \xi_i)^{\frac{\beta_i}{\pi}} dt + B \quad (\text{VI.6})$$

où  $n$  est le nombre de segments du polygone,  $\xi_i$  est l'affixe du point qui par  $f$  se transforme en le sommet  $P_i$  du polygone,  $\beta_i$  est l'angle de l'intervalle  $[\pi, -\pi]$  entre l'axe  $(\Omega, \xi)$  et le segment  $P_i P_{i+1}$  (cf figure VI.3). L'expression analytique de  $f$  devient cependant rapidement compliquée et son inversion analytique souvent impossible.

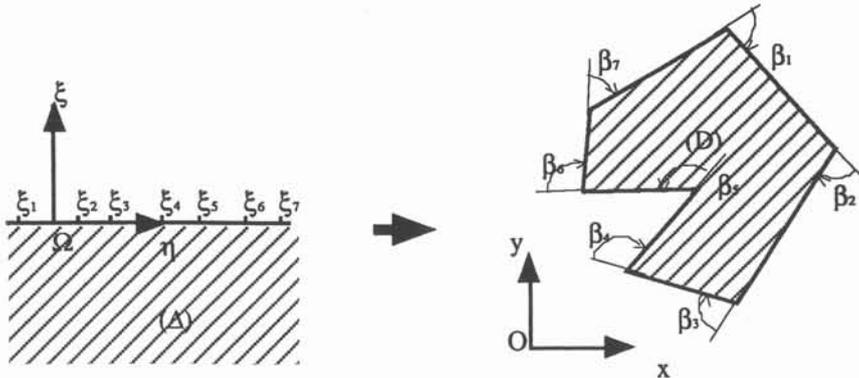


figure VI.3. transformation de Schwartz-Christoffel

VI. 2. 1. b. Méthode des images [BINNS-63] [BEWLEY-63]

L'influence d'un conducteur linéique, infini selon Oz, placé au point  $B_0(x_0, y_0)$  dans l'air et portant le courant  $I_0$  peut être décrit par un potentiel scalaire complexe  $\Omega_0$ , combinaison complexe du potentiel  $\Psi_0$  et de la fonction flux  $\Phi_0$ .

$$\Omega_0 = \Phi_0 + i \Psi_0 \tag{VI.7}$$

avec

$$\begin{cases} \Psi_0 = -\frac{I_0}{2\pi} \theta = -\frac{I_0}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{y - y_0}{x - x_0} \right) \\ \Phi_0 = -\frac{I_0}{2\pi} \ln(\rho) = -\frac{I_0}{2\pi} \ln \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \end{cases} \tag{VI.8}$$

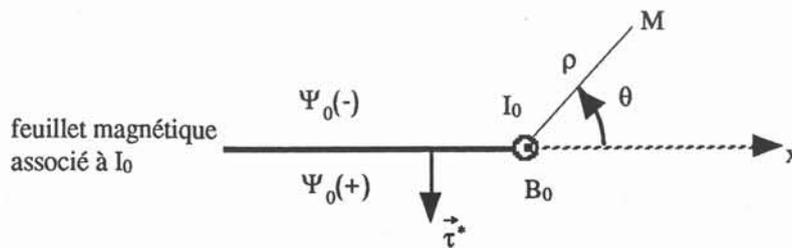


figure VI.4. courant  $I_0$  et système magnétique associé

En fait,  $\Psi_0$  est le potentiel du système magnétique fictif associé au courant  $I_0$  [DURAND-68], c'est-à-dire un *feuillelet magnétique* de densité de dipôles magnétiques normaux  $\vec{\tau}^* = \mu_0 I_0 \vec{n}$ . Le potentiel  $\Psi_0$  d'un tel système est discontinu à travers le feuillelet, soit

$$\Psi_0(+)-\Psi_0(-)=I_0 \quad (VI.9)$$

Ce système fictif permet ainsi de satisfaire le théorème d'Ampère :

$$\int_e \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_0 \overrightarrow{dl} = I_0 \quad (VI.10)$$

Avec les affixes,  $\zeta = x + iy$  et  $\zeta_0 = x_0 + i y_0$ , le potentiel complexe s'écrit :

$$\Omega_0 = -\frac{I_0}{2\pi} \ln(\zeta - \zeta_0) \quad (VI.11)$$

La notation complexe permet de manipuler plus aisément et simultanément  $\Psi_0$  et  $\Phi_0$ .

En présence de la tôle de perméabilité relative  $\mu_r$ , d'épaisseur  $e$  et située à une distance  $d$  du courant, le potentiel total à l'intérieur de la tôle est la somme de potentiels créés par une suite infinie d'images au point  $B_{2p}$  et  $B_{2p+1}$  (figure VI.5) d'affixes

$$\begin{cases} \zeta_{2p} = z_0 - 2pe \\ \zeta_{2p+1} = z_0 + 2(p+1)e \end{cases} \quad (VI.12)$$

et portant les courants

$$\begin{cases} I_{2p} = (1+a) a^{2p} I_0 \\ I_{2p+1} = (1+a) a^{2p+1} I_0 \end{cases} \quad \text{où} \quad a = \frac{1 - \mu_r}{1 + \mu_r} \quad (VI.13)$$

Ces images sont issues comme en optique des multiréflexions de la source réelle sur les interfaces de la tôle. Les facteurs  $1+a$  et  $a$  jouent les rôles de coefficients de transmission et de réflexion respectivement.

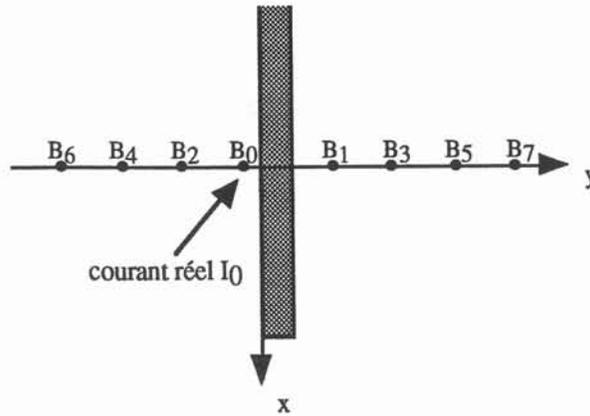


figure VI.5. Courant réel et courants images

Le potentiel total s'écrit :

$$\Omega = - \frac{1+a}{2\pi} I_0 \sum_{p=0}^{+\infty} \left\{ a^{2p} \ln (\zeta - \zeta_0 + 2pe) + a^{2p+1} \ln (\zeta - \bar{\zeta}_0 - 2(p+1)e) \right\} \tag{VI.14}$$

En revenant au potentiel réel et en soustrayant  $\Psi_0$ , on obtient le potentiel scalaire réduit dans la tôle :

$$\Psi_{red} = - \Psi_0 - \frac{1+a}{2\pi} I_0 \sum_{p=0}^{+\infty} \left\{ a^{2p} \operatorname{arctg} \left( \frac{y - y_0 + 2pe}{x} \right) + a^{2p+1} \operatorname{arctg} \left( \frac{y + y_0 - 2(p+1)e}{x} \right) \right\} \tag{VI.15}$$

La solution analytique précédente ne concerne que le cas que nous avons appelé *plan*. Pour les autres cas, le problème devient plus compliqué. Par exemple, pour un *coin* constitué de 4 interfaces non toutes parallèles, les multiréflexions décrites précédemment génèrent des images dans tout le plan au travers d'une double série infinie. Le seul cas [HAGUE-29] de ce type traité à notre connaissance dans la littérature est celui d'un conducteur infini dans un trou d'un domaine de perméabilité infinie (cf figure VI.6). L'extension de ce résultat aux configurations qui nous intéressent et aux perméabilités non infinies est loin d'être évidente. De plus, la double série de termes transcendants dont le calcul est numériquement coûteux est une raison supplémentaire qui nous a fait chercher d'autres méthodes de calcul du saut de potentiel.

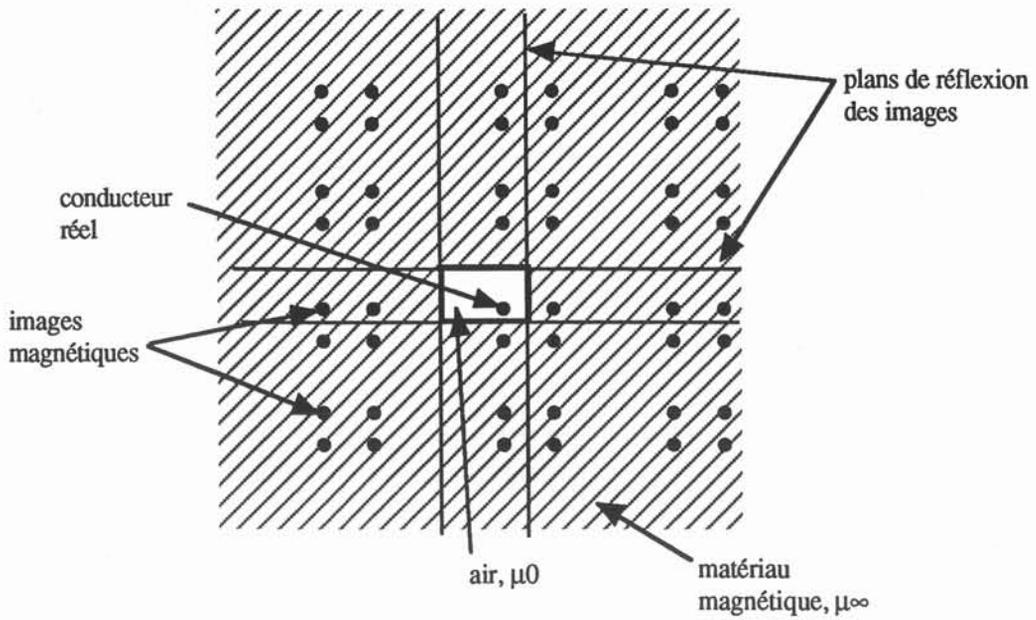


figure VI.6.

### VI. 2. 2. Méthodes numériques

#### VI. 2. 2. a. Méthode des tubes de flux [ROTERS-41] [GENTILHOMME-91]

Cette approche est basée sur le bilan des flux de champ réduit dans la tôle (cf figure VI.7).

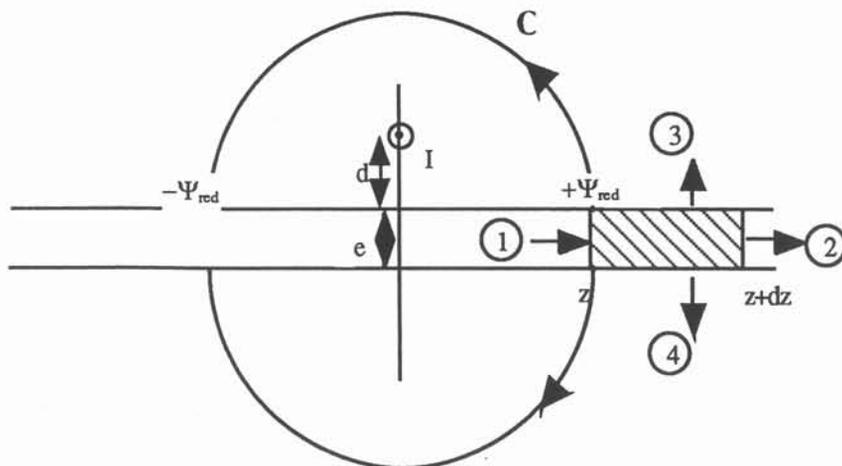


figure VI.7. bilan des flux

Le modèle de la magnéto-statique en potentiel scalaire réduit permet d'écrire :

$$\text{div} (\mu \overrightarrow{\text{grad}} \Psi_{red}) = \text{div} (\mu \vec{H}_0) \tag{VI.16}$$

si on admet que  $\vec{B}_{\text{r emanent}} = \vec{0}$

Ceci revient à faire un bilan des flux rentrant et sortant sur la portion de tôle de longueur  $dz$  soit :

$$\begin{aligned}
 \text{frontière 1: } & -\mu \frac{d\Psi_{\text{red}}(z)}{dz} e - \mu H_{0z}(z) \\
 \text{frontière 2: } & -\mu \frac{d\Psi_{\text{red}}(z+dz)}{dz} e - \mu H_{0z}(z+dz) \\
 \text{frontière 3: } & +\mu_0 H_{\text{red}}(z)dz + \mu_0 H_{0z}(z)dz \\
 \text{fronti re 4: } & +\mu_0 H_{\text{red}}(z)dz - \mu_0 H_{0z}(z)dz
 \end{aligned} \tag{VI.17}$$

ce qui donne

$$\mu e \frac{d^2\Psi_{\text{red}}}{dz^2} dz + 2\mu_0 \mu_r H_{\text{red}} dz - \mu_0 e \frac{dH_{0z}}{dz} dz = 0 \tag{VI.18}$$

en effet,  $\vec{H}_{\text{red}} = -\vec{\text{grad}}\Psi_{\text{red}}$  soit :

$$\delta\Psi_{\text{red}} = 2\Psi_{\text{red}} \int_C -H_{\text{red}} dl, \quad H_{\text{red}} = \frac{-2\Psi_{\text{red}}}{L_C} \quad \text{et} \quad H_{0z} = -\frac{I}{2\pi d} \frac{1}{1+\left(\frac{z}{d}\right)^2} \tag{VI.19}$$

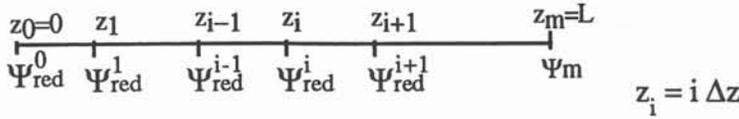
en faisant l'hypothèse que la ligne de flux C est un arc de cercle, on obtient l'équation :

$$\mu e \frac{d^2\Psi_{\text{red}}}{dz^2} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{\mu_r} \frac{1}{e} \frac{\Psi_{\text{red}}}{z} - \frac{I_0}{\pi} \frac{z^2}{(z^2+d^2)^2} \tag{VI.20}$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{\text{red}}(0) = 0 \\ \lim_{z \rightarrow \infty} \Psi_{\text{red}} = 0 \end{array} \right. \tag{VI.21}$$

Cette équation différentielle n'a pas de solution analytique évidente. Elle peut être facilement résolue par différences finies [PRESS-90] :



$$\frac{d^2\Psi_{red}}{dz^2} \approx \frac{\Psi_{red}^{i-1} - 2\Psi_{red}^i + \Psi_{red}^{i+1}}{\Delta z^2} \quad \text{avec} \quad \Delta z = \frac{L}{m} \quad (VI.22)$$

On obtient l'équation aux différences finies suivante :

$$\text{pour } 1 < i < m, \quad -\Psi_{red}^{i-1} + \left[ 2 + \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{\mu_r} \frac{1}{e} \frac{\Delta z^2}{z_i} \right] \Psi_{red}^i - \Psi_{red}^{i+1} = \frac{I_0}{\pi} \frac{\Delta z^2}{(z_i^2 + d^2)^2} \quad (VI.23)$$

avec

$$\begin{cases} \Psi_{red}(0) = 0 \\ \Psi_{red}(z_m) = 0 \end{cases} \quad (VI.24)$$

Nous verrons plus loin quels résultats donne cette modélisation 1D aux différences finies. L'inversion est effectuée par le double balayage de Choleski [PRESS-90].

### VI. 2. 2. b. Méthode intégrale

D'après [DURAND-68], le potentiel sur la surface d'un système cylindrique ou invariant par translation soumis à l'effet d'une distribution cylindrique de courants de potentiel  $\Psi_0$  (cf figure VI.8) obéit à l'équation intégrale suivante :

$$h(P) \Psi_s(P) = \Psi_0(P) + \frac{\mu_r - 1}{2\pi} \int_s \Psi_s(M) \frac{\vec{PM} \cdot \vec{n}}{PM^2} dS \quad (VI.25)$$

Cette équation s'explique physiquement par le fait que le potentiel total en P est la somme du potentiel généré par la source et celui généré par la distribution de dipôles sur la surface S. On rejoint le concept du potentiel réduit.

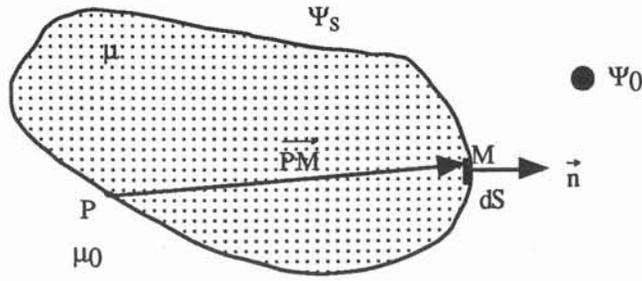


figure VI.8

avec

$$h(P) = 1 + \frac{\Omega(P)}{4\pi} (k-1), \quad k = \frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r \tag{VI.26}$$

où  $\Omega$  est l'angle solide en  $P$  décrit par le vecteur  $\vec{PM}$  quand  $M$  parcourt le contour  $S=S_1 \cup S_2$ .

Plusieurs auteurs [KRAHENBUHL-90][IGARASHI-96] ont proposé des formulations intégrales pour les coques en magnétostatique permettant, comme pour les éléments minces sans saut de potentiel, de ne considérer qu'une seule frontière (cf figure VI.9).

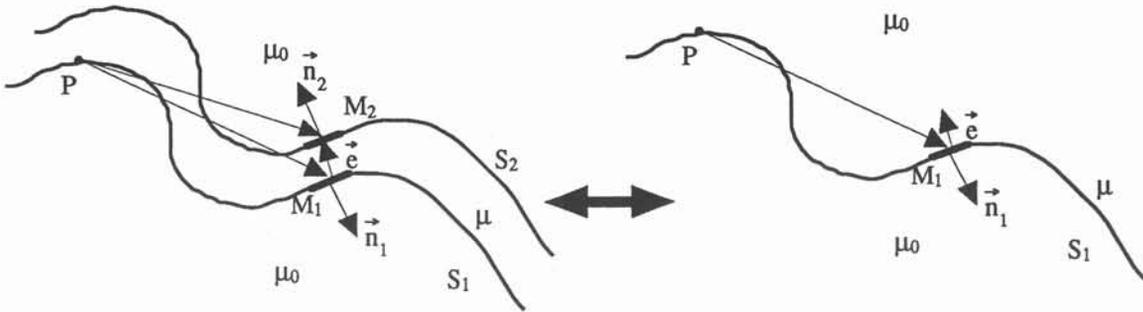


figure VI.9.

Cette méthode est bien plus générale que les méthodes précédentes. Elle permet théoriquement de prendre en compte les cas autres que le cas *plan* ainsi que les discontinuités de perméabilité ou d'épaisseur. En tant que méthode numérique, elle est moins séduisante que la méthode analytique des images. Quand à son coût, il reste à évaluer. D'un point de vu pratique, il n'est pas réaliste de calculer ainsi le potentiel réduit en chaque noeud du maillage où le saut est appliqué. Par contre, l'établissement d'abaques numériques temporaires plus générales suivi de simples interpolations est tout à fait envisageable. La méthode est bien moins coûteuse en éléments que la méthode des éléments finis puisque seule la surface est discrétisée.

VI. 3. RESULTATS

VI. 3. 1. Cas plan

Les courbes suivantes figure VI.11 montrent les potentiels réduits dans la tôle selon la méthode des images, selon la modélisation par différences finies proposées dans le paragraphe précédent et ceux donnés par la solution de référence FLUX3D du chapitre V qui simule l'effet d'un conducteur infini sur une tôle infinie pour  $\mu_r=10, 200$  et  $1500$ .

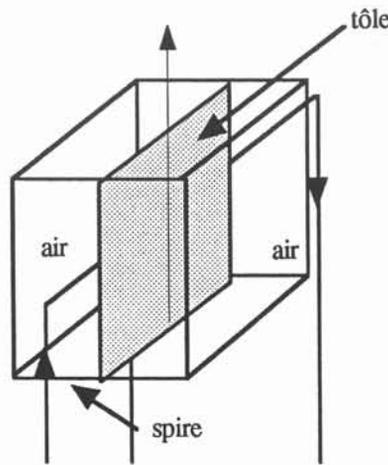


figure VI.10. problème FLUX3D conducteur infini - tôle infinie

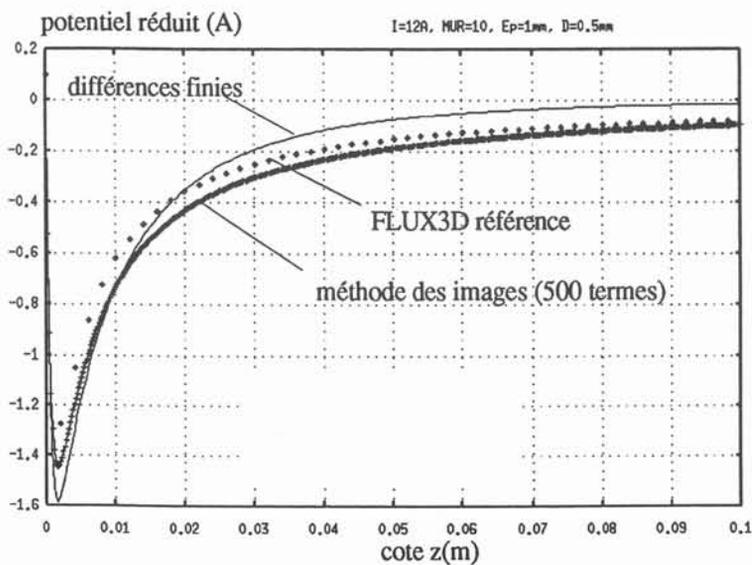


figure VI.11.a. potentiel dans la tôle,  $\mu_r = 10$

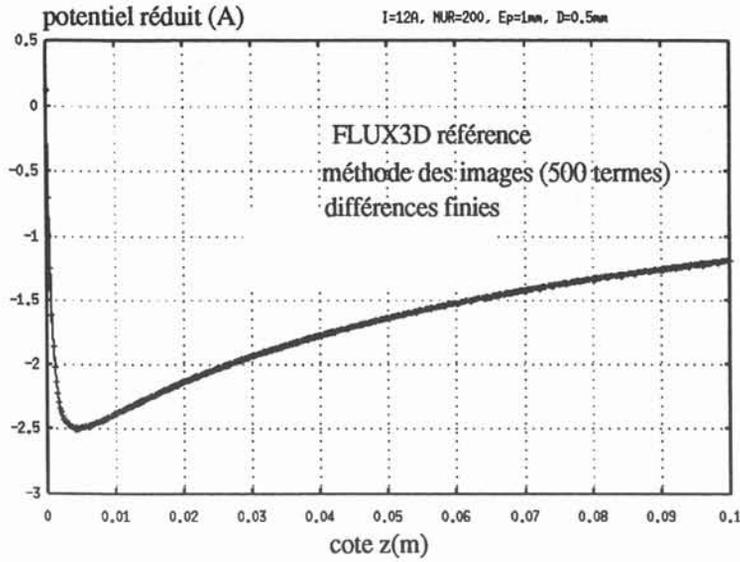


figure VI.11.b. potentiel dans la tôle,  $\mu_r = 200$

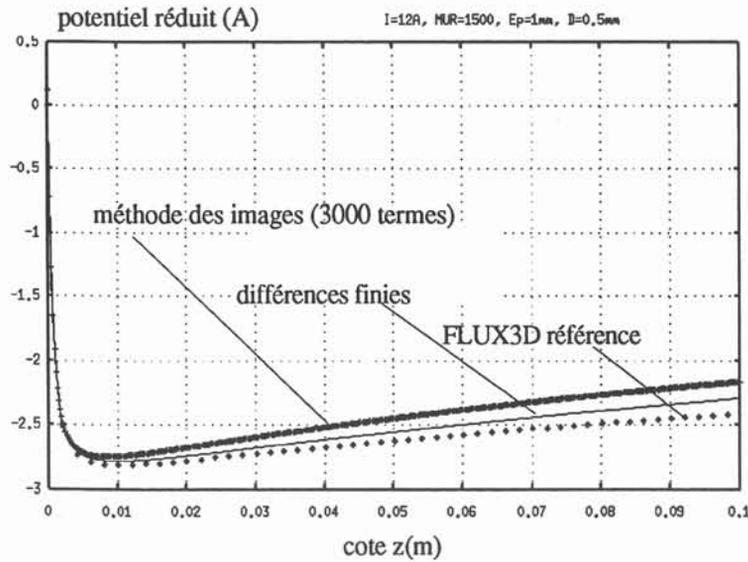


figure VI.11.c. potentiel dans la tôle,  $\mu_r = 1500$

On remarque une bonne corrélation entre les trois méthodes. La série analytique issue de la méthode des images converge d'autant moins vite que  $\mu_r$  est grand (cf figure VI.12). Sa convergence est en effet régie par  $a = -\frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0}$  qui est proche de 1 quand  $\mu$  est grand. En pratique, la convergence est atteinte à 0,1 % près pour un nombre de termes  $\approx 2 \times \mu_r$ . Cette méthode analytique est largement plus séduisante que la méthode des tubes de flux car elle permet de prendre en compte facilement les variations des différents paramètres (perméabilité, épaisseur de tôle, distance tôle - spire). Elle peut devenir cependant coûteuse dans le cas des perméabilités élevées. Nous avons fait l'hypothèse que les perméabilités à considérer dans le cas des effets de boucles sont les perméabilités réversibles comme

pour le calcul des aimantations induites. Cette hypothèse est à vérifier, ce qui est un des intérêts des validations expérimentales présentées dans la partie D.

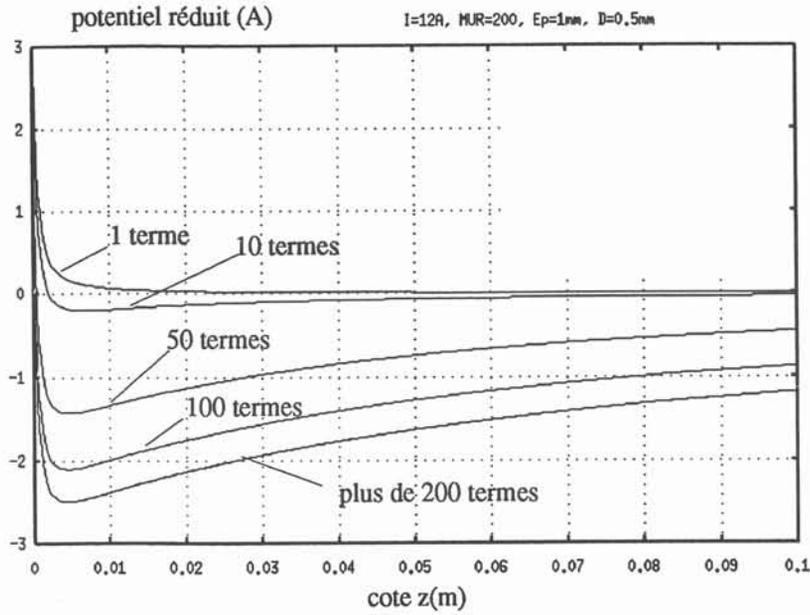


figure VI.12. potentiel dans la tôle  $\mu_r = 200$  en fonction du nombre de termes de la série

### VI. 3. 2. Cas coin

Soit  $\Psi_0$  le potentiel du feuillet magnétique fictif associé au courant  $I_0$  (cf figure VI.13) :

$$\Psi_0(\theta) = -\frac{I_0}{2\pi} \theta \tag{VI.27}$$

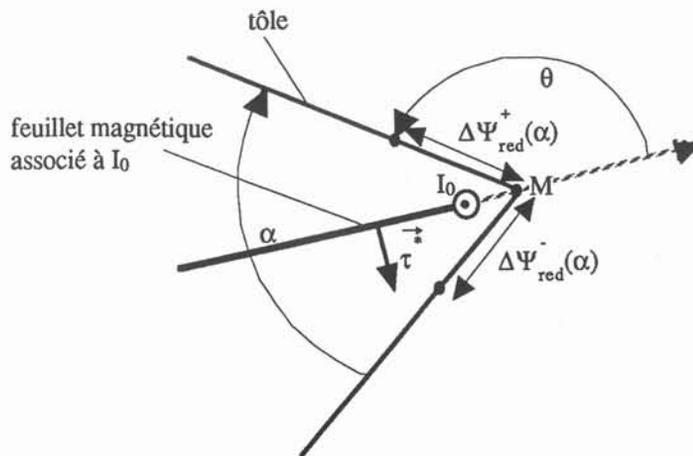


figure VI.13. cas coin

Si le conducteur est très proche du point M de la tôle et que le produit  $\mu_r$ \*épaisseur est élevé, le potentiel réduit  $\Psi_{\text{red}} \approx -\Psi_0 + \text{constante}$  et la variation de potentiel réduit sur l'une des tôles du coin est :

$$\Delta\Psi_{\text{red}}^+(\alpha) = \frac{I_0}{2\pi} \left[ \pi - \frac{\alpha}{2} \right] = \Delta\Psi_{\text{red}}^+(\pi) \left[ 2 - \frac{\alpha}{\pi} \right] \quad (\text{VI.28})$$

où  $\alpha$  est l'angle entre les deux plans de tôle, tel que  $\theta = \pi - \frac{\alpha}{2}$ . Nous avons effectué des calculs sur une géométrie simulant l'effet conducteur infini sur un "coin infini" (figure VI.14).

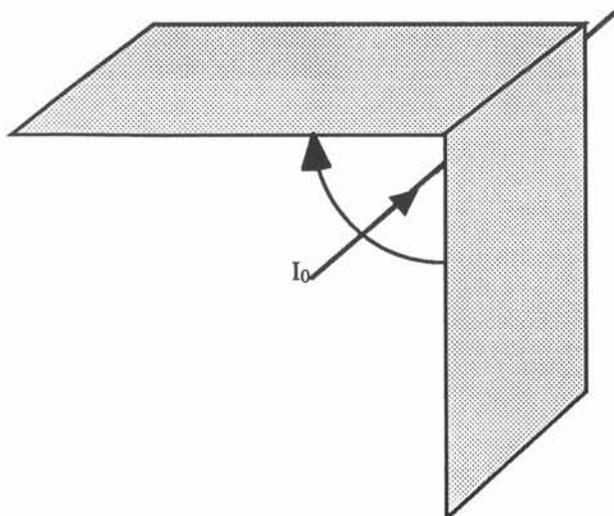


figure VI.14. simulation du coin dans FLUX3D

Ils ont permis de vérifier la validité de l'équation précédente même pour des produits  $\mu_r$ \*épaisseur faibles. Les courbes de la figure VI.15 montrent en effet une bonne linéarité du potentiel en fonction de  $\alpha$ , à part pour des valeurs de  $\alpha$  faibles qui entraînent la création d'éléments volumiques très allongés dans le coin et donc des erreurs sur le potentiel. La pente augmente en fonction de  $\mu_r$ \*épaisseur.

La coupure ou le saut  $\Delta\Psi_{\text{red}}^+(\pi)$  sont connus puisqu'il s'agit de ceux du cas *plan*, et sont donnés par la méthode des images par exemple. Ainsi, grâce à la relation (VI.28), nous pouvons calculer le potentiel réduit dans un coin d'angle quelconque.

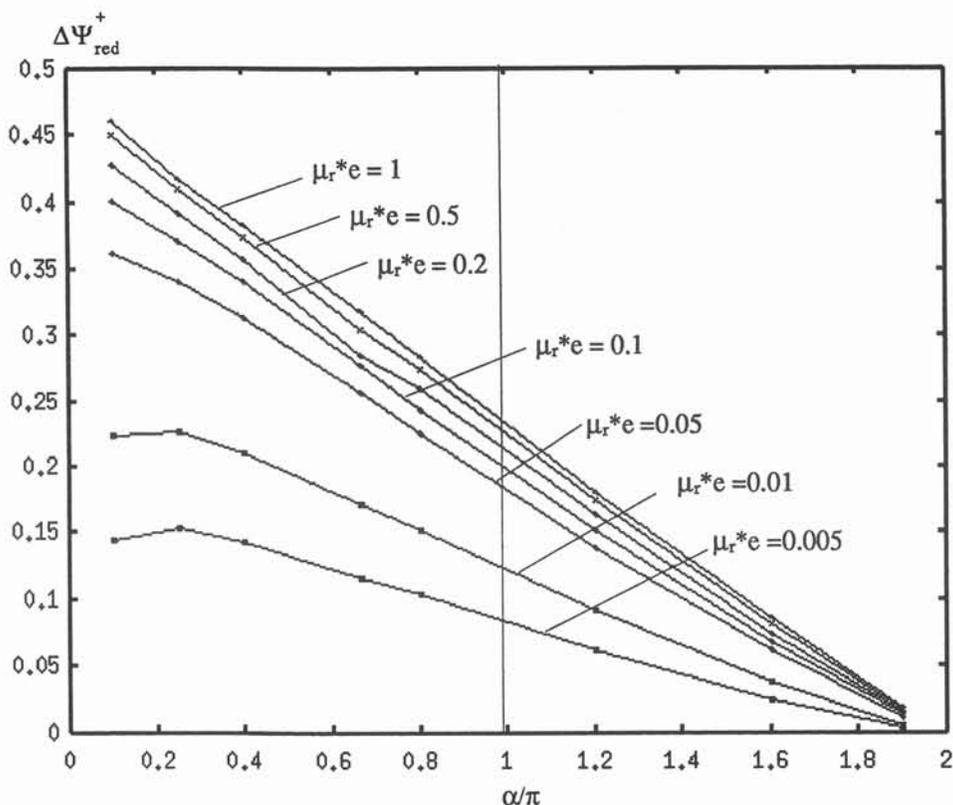


figure VI.15. potentiel réduit maximum dans la tôle en fonction de  $\alpha$  pour différents  $\mu_r * e$  épaisseur

### VI. 3. 3. Autres cas

#### VI. 3. 3. a. Cas *croix*

Des essais sur une géométrie du même type que celle de la figure VI.14 mais pour une *croix infinie* donnent des valeurs de potentiels proches de celles obtenues pour le *coin*. Les deux portions de tôle supplémentaires ont peu d'influence sur la répartition des potentiels (cf figure VI.16. équivalence) car les pôles magnétiques qui y sont créés sont de faible intensité. Cette constatation est intéressante pour deux raisons:

- d'une part, les sauts ou les coupures de potentiel de cette configuration peuvent être déduits des cas précédents sans faire beaucoup d'erreurs ;

- d'autre part, même si cette configuration est la rencontre de 4 tôles, les contraintes de potentiel à imposer dans la géométrie tridimensionnelle du navire pourront ne concerner que deux d'entre elles. Ceci aura pour avantage de limiter les calculs et les opérations sur les faces, les éléments et les noeuds, nécessaires, comme nous le verrons dans le chapitre VII, pour imposer ces contraintes.

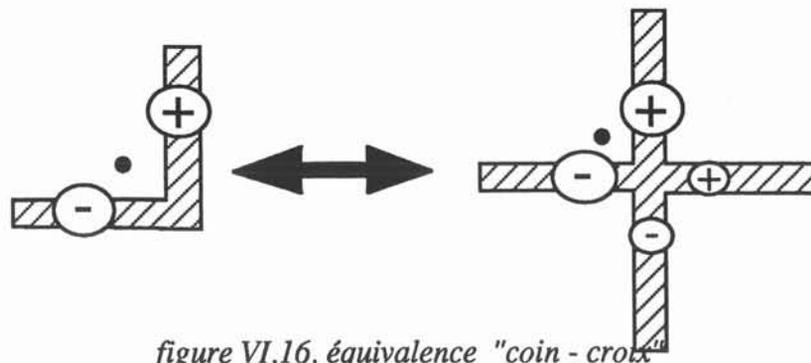


figure VI.16. équivalence "coin - croix"

### VI. 3. 3. b. Cas té

C'est paradoxalement le cas le plus difficile (3 portions de tôle au lieu de 4 pour la croix). La raison en est la dissymétrie des pôles magnétiques générés sur les 3 portions (cf figure VI.16), contrairement aux cas précédents. La seule solution envisageable est une méthode numérique 2D, comme par exemple la méthode intégrale présentée précédemment.

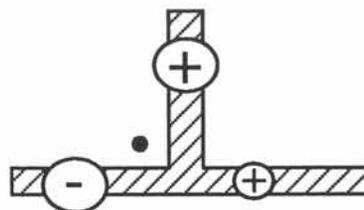


figure VI.16. pôles dissymétriques du cas té

## VI. 4. CONCLUSION

Nous avons montré que plusieurs méthodes de calcul du potentiel étaient envisageables et permettaient de traiter, nous semble-t-il, tous les cas 2D rencontrés dans un navire. Nous n'avons cependant pu, par manque de temps, les exploiter de manière complète. Il nous a semblé que, d'une manière ou d'une autre, nous serions capables de calculer correctement les coupures ou les sauts à imposer. En désespoir de cause, il resterait toujours la solution d'abaques établies numériquement à l'aide de FLUX3D par exemple. Une telle solution, bien que peu séduisante, aurait l'avantage d'être réaliste et réalisable, comparé à un maillage intensif du navire.

En revanche, il nous fallait vérifier la *faisabilité logicielle* de la méthode. En effet, nous avons montré que son principe est valable physiquement. Mais il n'était pas sûr qu'elle soit applicable dans le cadre informatique qui nous était fixé, à savoir FLUX3D, et en respectant les contraintes liées à la modélisation des navires, c'est-à-dire la limitation de la taille du système et l'automatisation des différentes étapes de la modélisation. Le chapitre suivant relate les différents essais d'implantation de la méthode proposée et les résultats qu'elle permet d'obtenir.

**CHAPITRE VII**

**IMPLANTATION DE LA COUPURE OU DU  
SAUT DE POTENTIEL**



## VII. 1. INTRODUCTION

Les chapitres précédents nous ont permis de mettre en évidence la validité de la méthode de contrainte (coupure ou saut) de potentiel réduit pour résoudre le problème du calcul des effets de boucles. Différentes méthodes de calcul de ces contraintes ont été décrites. Le présent chapitre décrit les différentes stratégies d'implantation. Celles-ci dépendent bien sûr de contingences pratiques en rapport avec le logiciel d'implantation FLUX3D. Mais elles dépendent aussi de nos exigences : accepte-t-on de remailler à chaque modification géométrique des boucles d'immunisation ? Admettons-nous que ces boucles aient une trace dans la géométrie, ce qui, dans la formulation en potentiel réduit, n'est pas nécessaire ? Nous pourrions ainsi dégager différentes méthodes d'implantation qui donnent des signatures satisfaisantes.

## VII. 2. LA COUPURE DE POTENTIEL

Nous avons vu dans les expériences précédentes que coupure et saut donnaient des signatures à profondeur standard également proches de la signature de référence. Par contre, l'étude de l'effet des noyaux internes sur le potentiel réduit dans la tôle a montré que la méthode par coupure était plus précise car la valeur de potentiel à imposer est peu dépendante de la présence de ces noyaux, contrairement aux valeurs du saut.

La coupure a pu être simulée dans le chapitre V sur des géométries présentant une symétrie selon le plan de spire. Ce n'est évidemment pas le cas d'un navire. L'implantation de la coupure dans le cas général nécessite la généralisation monodimensionnelle des éléments coques à saut de potentiel [GUERIN-94]. Dans le cas d'un segment de spire face à une tôle plane, cas que nous appelons "plan", il s'agit de créer un quadrangle dégénéré (cf figure VII.1) de même qu'en deux dimensions, on dégénère un élément prismatique (cf figure VII.2).

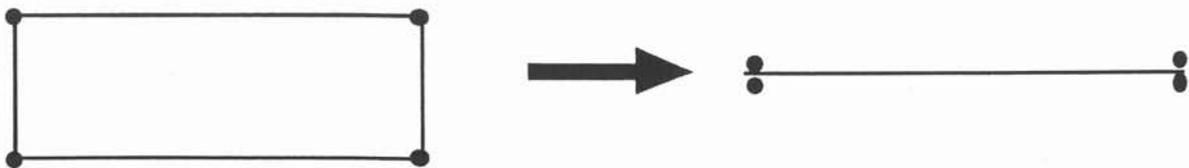


figure VII.1. éléments linéiques coques à saut de potentiel

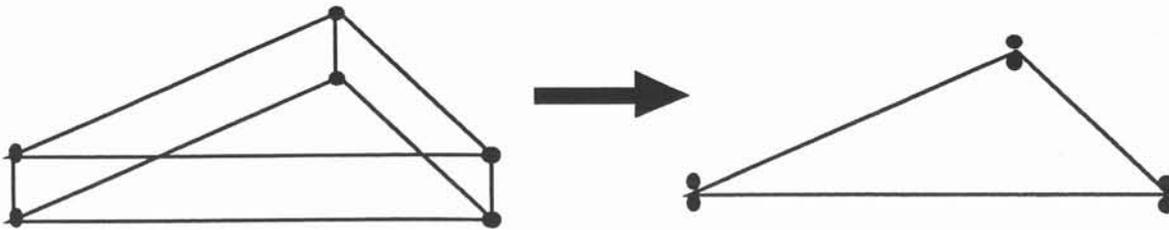


figure VII.2. éléments surfaciques coques à saut de potentiel

Une fois cet élément créé sur une ligne qui serait la trace du segment de spire dans la tôle, nous utiliserions la translation coque développée dans FLUX3D qui est un cas particulier des contraintes généralisées décrites dans le chapitre II. Il s'agit d'établir une relation de dépendance linéaire entre les variables nodales du haut dites "esclaves" et celle du bas dites "maîtres" (cf figure VII.3) du type

$$VN_{\text{esclave}} = \Delta\Psi_{\text{red}} + VN_{\text{maîtres}} \tag{VII.1}$$

Ainsi, la translation  $\Delta\Psi_{\text{red}}$  représente le saut tangentiel physique de potentiel.

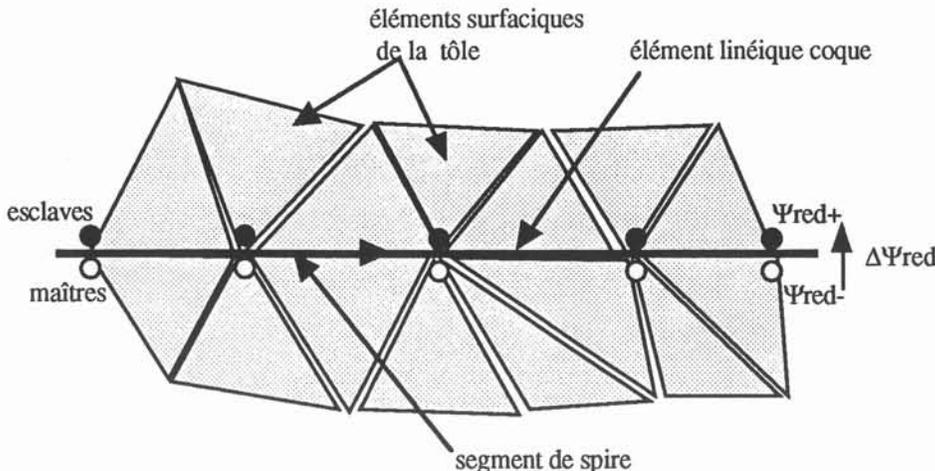


figure VII.3. relations maîtres - esclaves

Ce qui semble réalisable pour le cas *plan* semble complexe pour les autres cas pour deux raisons.

- Dans le cas d'un segment de spire dans un té par exemple (cf figure VII.4), il faut non pas 4 mais 6 variables nodales. Cette difficulté était d'ordre pratique puisqu'elle résidait dans l'obligation de remanier les bibliothèques des types d'éléments dans FLUX3D. Ceci n'était cependant pas insurmontable.

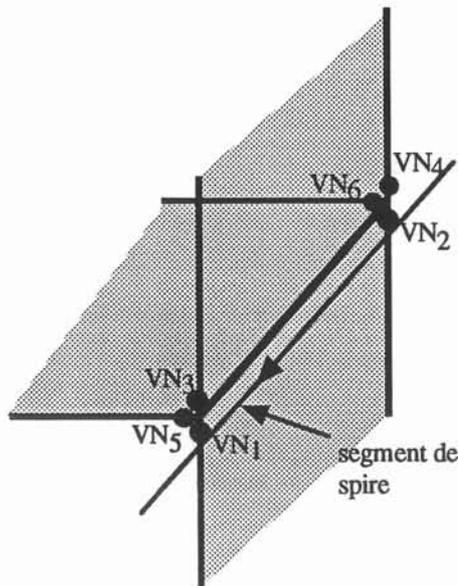


figure VII.4

- En revanche, la connexion de ces éléments linéiques coques au reste du maillage semble plus difficile à gérer. Pour simplifier, plaçons nous en 2D dans un coin.

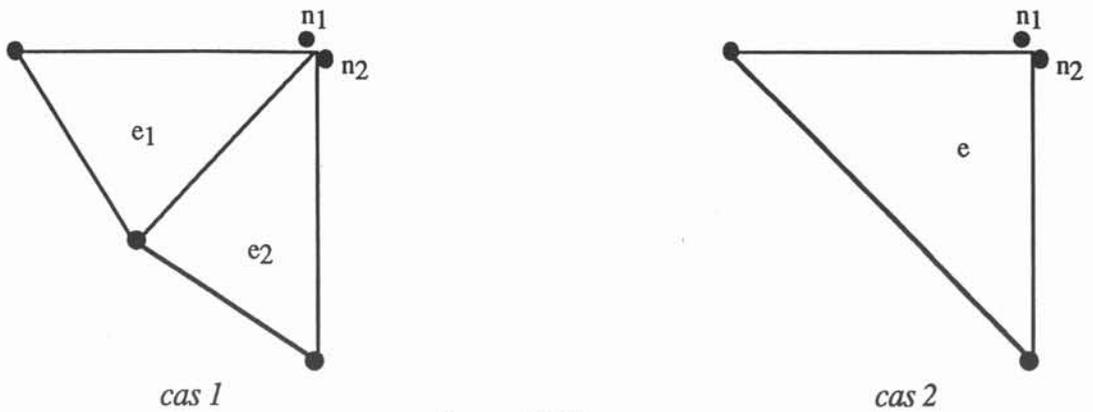


figure VII.5

Dans le cas 1 de la figure VII.5, le maillage est tel qu'on peut facilement raccorder les noeuds  $n_1$  et  $n_2$  aux éléments ( $e_1$ ) et ( $e_2$ ) respectivement. Dans le cas 2, c'est impossible. On se retrouve avec 4 noeuds pour un triangle.

Une idée pour résoudre ce type de problème serait d'utiliser des types d'éléments classiques (ou non) dont des arêtes seraient dégénérées comme pour les éléments prismatiques décrits précédemment. Par exemple, le problème du cas 2 pourrait être résolu par un quadrangle dégénéré comme sur la figure VII.6.

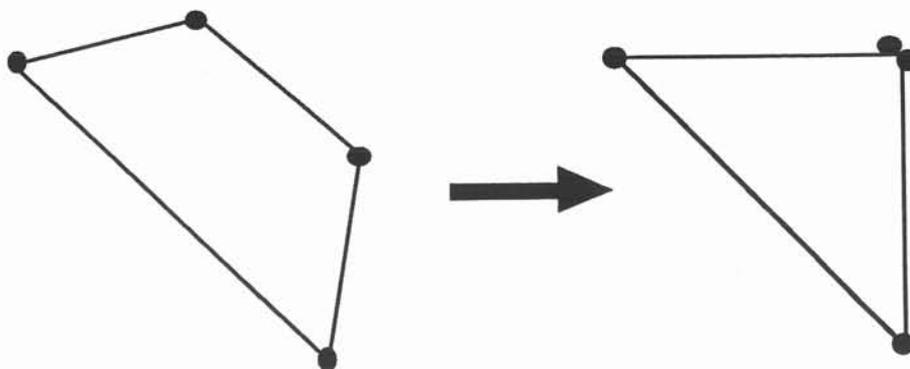


figure VII.6

Dans l'espace, nous pourrions utiliser des dégénérescences de prismes cf figure VII.7. Ceci imposerait d'utiliser un maillage prismatique au moins partiel, donc réglé.

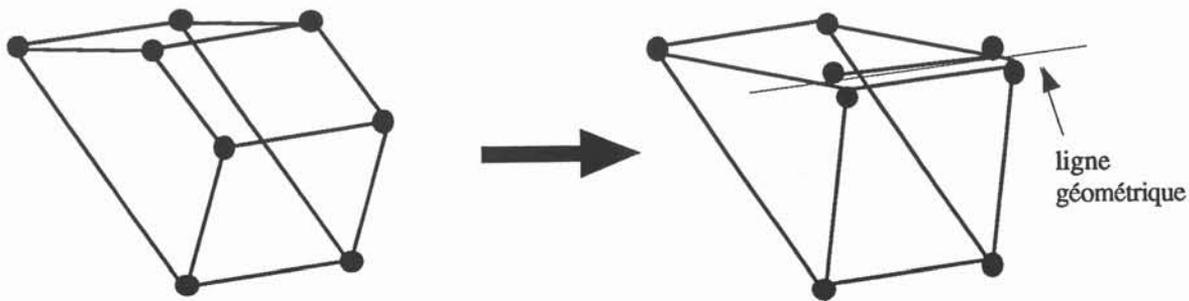


figure VII.7

Si on veut utiliser un maillage libre avec uniquement des tétraèdres, les dégénérescences ne sont pas simples. Dans le cas représenté figure VII.8 où l'intersection du tétraèdre avec la ligne géométrique est une arête, il faut créer un nouveau type d'élément plutôt exotique.

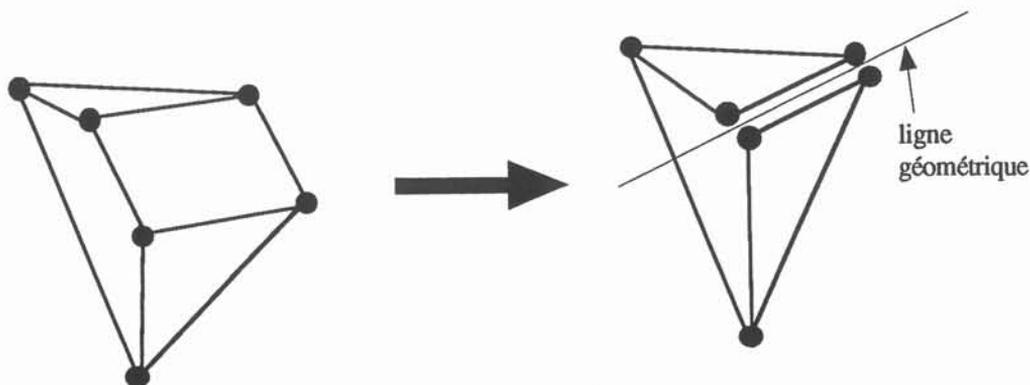


figure VII.8.

Enfin, si l'intersection du tétraèdre avec la ligne est un seul noeud comme sur la figure VII.9, l'élément dont le "tétraèdre à un doublet de noeuds" est la dégénérescence n'existe pas !!

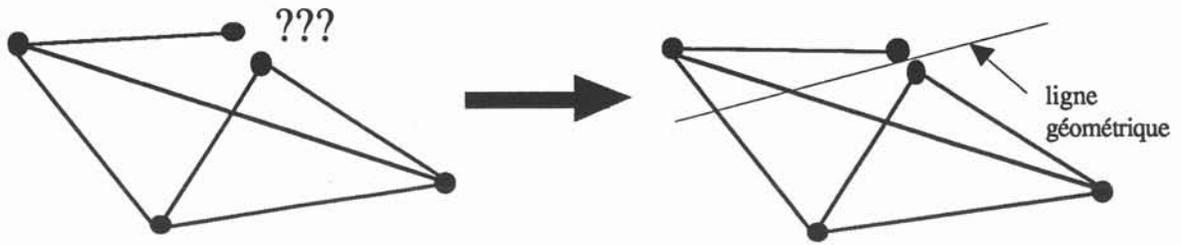


figure VII.9.

Toutes ces considérations sur les raccordements de maillage nous amènent à penser que la méthode de coupure basée sur des éléments linéiques à saut de potentiel est difficile à mettre en oeuvre. Il nous a semblé judicieux d'opter dans un premier temps pour la méthode du saut afin de vérifier la validité de l'idée commune aux deux méthodes d'implantation, à savoir la génération de contraintes de potentiel réduit sur les noeuds de la tôle voisins des segments de spire. Ceci ne veut pas dire que nous abandonnons définitivement la méthode de coupure.

### VII. 3. LE SAUT DE POTENTIEL

Nous avons exposé son principe dans le chapitre V. Il existe cependant plusieurs stratégies qui dépendent des contraintes que nous nous fixons. Dans les expériences précédentes, le saut s'appuyait sur deux lignes géométriques à une distance relative de l'ordre de grandeur de la taille de maille de la tôle. A partir de ce fait, nous pouvons dégager deux philosophies d'implantation :

- soit nous générons ces lignes dans la géométrie ou au moins dans le maillage cf figure VII.10. Ceci signifie que l'on modifie le maillage à chaque fois que le segment de spire change de position.

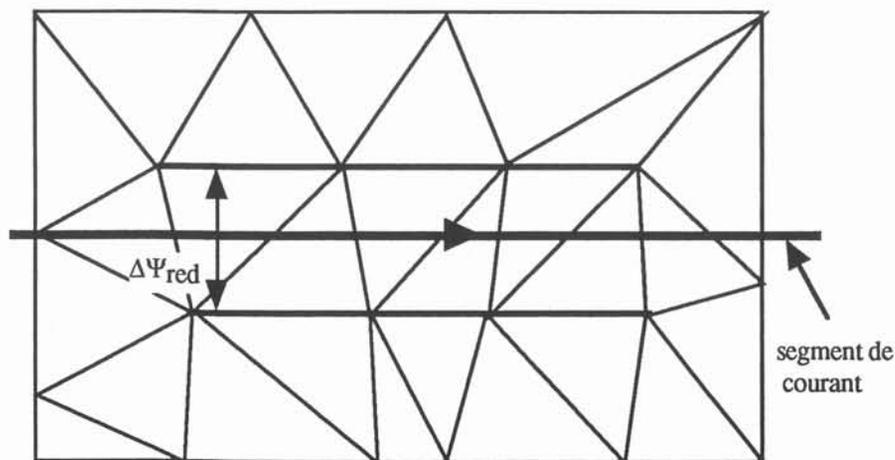


figure VII.10.

- soit nous utilisons le maillage brut et sélectionnons les éléments dont les arêtes forment deux lignes brisées de part et d'autre du segment de spire cf figure VII.11. C'est la contrainte la plus forte puisqu'on ne modifie ni la géométrie ni le maillage. Nous avons testé cette méthode en premier lieu pour les raisons évoquées précédemment. C'est une solution plus simple à mettre en oeuvre.

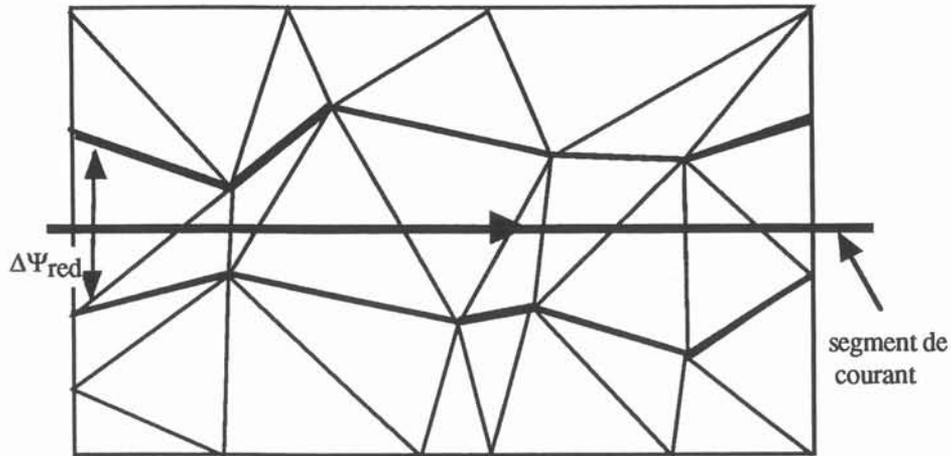


figure VII.11.

### VII. 3. 1. Saut de potentiel sans trace

#### VII. 3. 1. a. Principe

Le principe est de repérer les éléments volumiques traversés par le segment de spire, puis les éléments surfaciques voisins. A partir de ces éléments surfaciques, on trie les arêtes de manière à générer des relations dites "maîtres - esclaves" qui relient en fait les noeuds de ces éléments surfaciques situés au-dessus du segment de spire aux noeuds situés au-dessous cf figure VII.12. Le calcul des potentiels aux noeuds de ces relations permet d'en déduire un saut de potentiel  $\Delta\Psi_{red}$  pour chaque relation. La dernière étape est, en s'appuyant sur la notion de contraintes généralisées présentée au chapitre II, l'écriture de combinaisons linéaires entre les variables nodales esclaves et maîtres du type

$$VN_{esclave} = \Delta\Psi_{red} + \sum_{i=1}^{nb_{maîtres}} poids_i \cdot VN_{maître\ i} \quad (VII.2)$$

Les pondérations font intervenir les longueurs et les angles relatifs des liaisons  $VN_{esclave} - VN_{maître(i)}$ .  $\Delta\Psi_{red}$  est une combinaison linéaire des sauts de potentiel des différentes liaisons impliquées, et ce en utilisant les mêmes pondérations. On tient compte de ces relations de dépendance entre variables nodales lors de l'écriture du système linéaire, au même titre que les conditions aux limites habituelles.

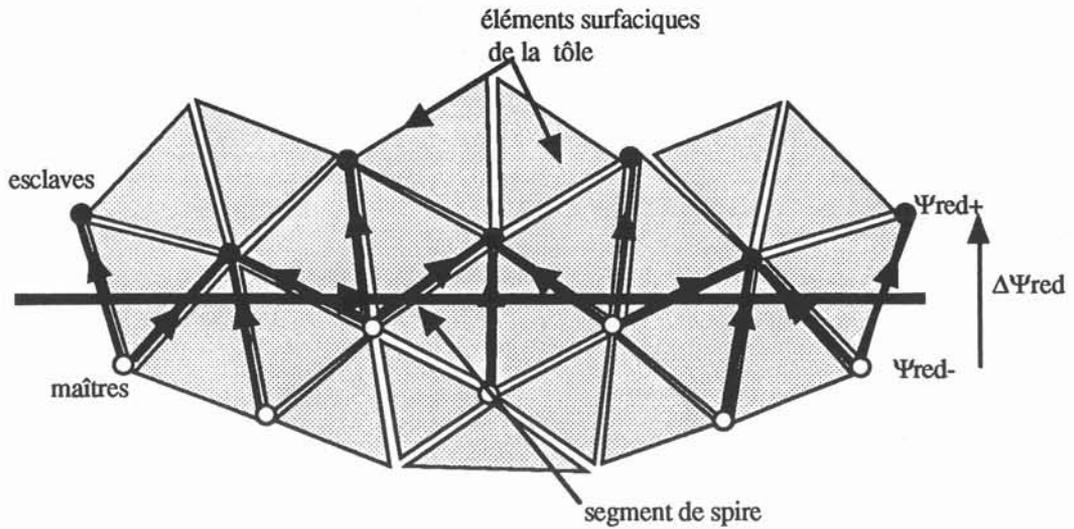


figure VII.12.

## VII. 3. 1. b. Résultats

La figure VII.13 représente la signature à profondeur standard obtenue sur le cylindre carré :

- pour  $R = \frac{\text{taille de maille}}{\text{distance tôle - spire}} = 4$ , c'est-à-dire la référence, où une zone très finement maillée a

été décrite,

- pour  $R = 100$ , c'est-à-dire un maillage standard très lâche,

- enfin avec le même maillage que précédemment en appliquant le saut de potentiel.

On remarque une excellente corrélation entre la référence et la solution avec saut de potentiel et ce malgré l'irrégularité des lignes ou du maillage sur lesquelles s'appuie le saut. La figure VII.14 représente les isovalues de potentiel réduit sur la tôle. On y voit cependant nettement l'effet de l'irrégularité du maillage qui entraîne une irrégularité des sauts de potentiel des liaisons. Si on trace le champ sur une ligne de signature horizontale (cf figure VII.15) pour se rendre compte de la dispersion des signatures verticales habituelles, on peut noter que les composantes autres que la composante principale, théoriquement nulles, sont fortement entachées d'erreur et bruitées.

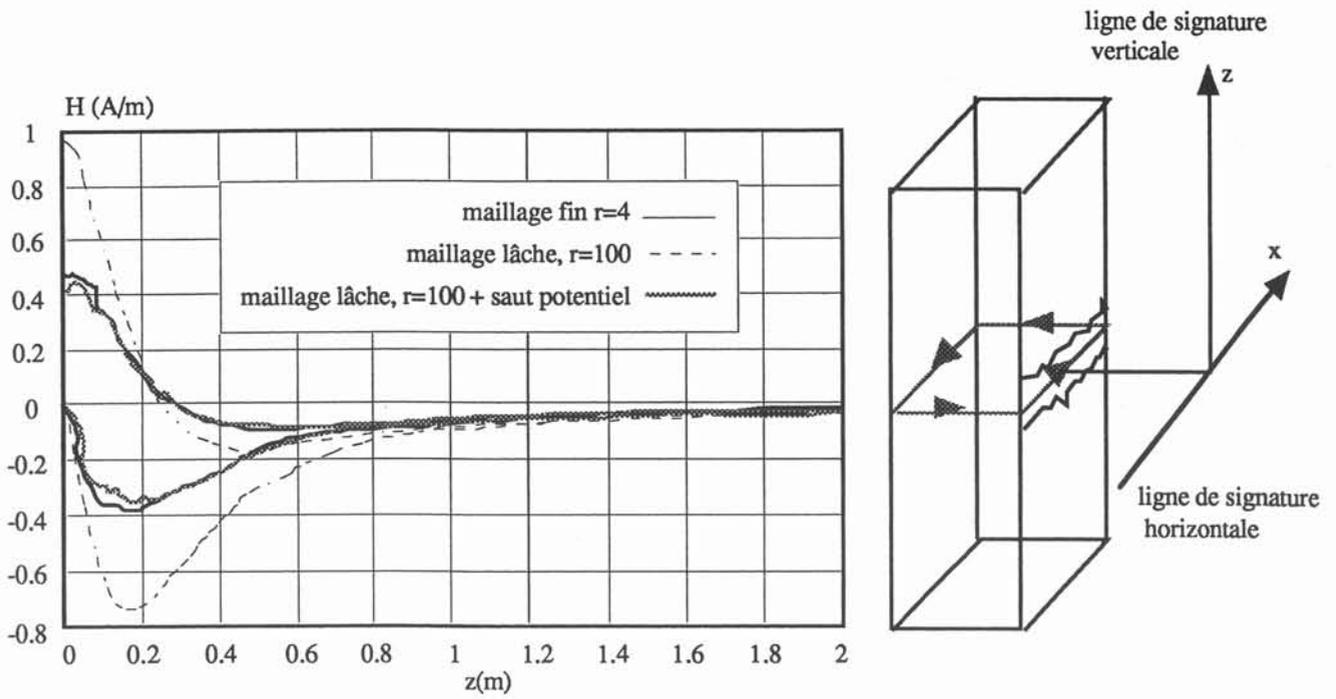


figure VII.13. champ à profondeur standard

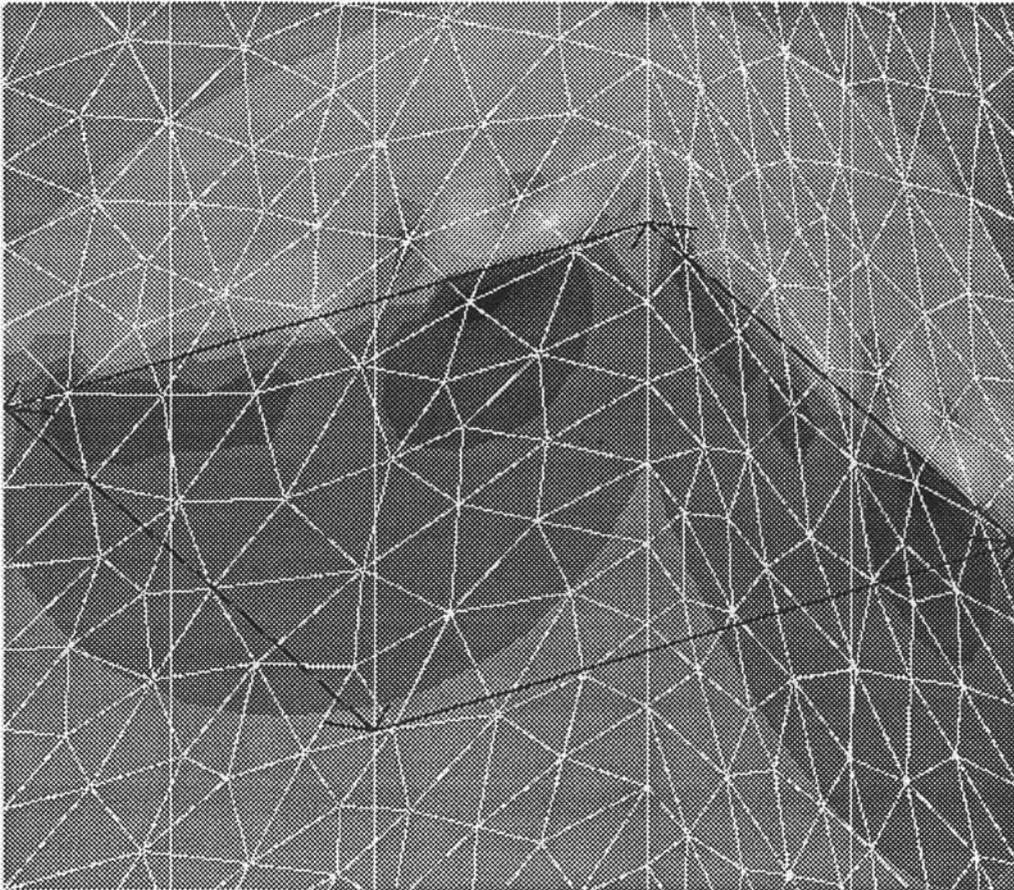


figure VII.14. isovaleurs de potentiel réduit sur la tôle, maillage libre

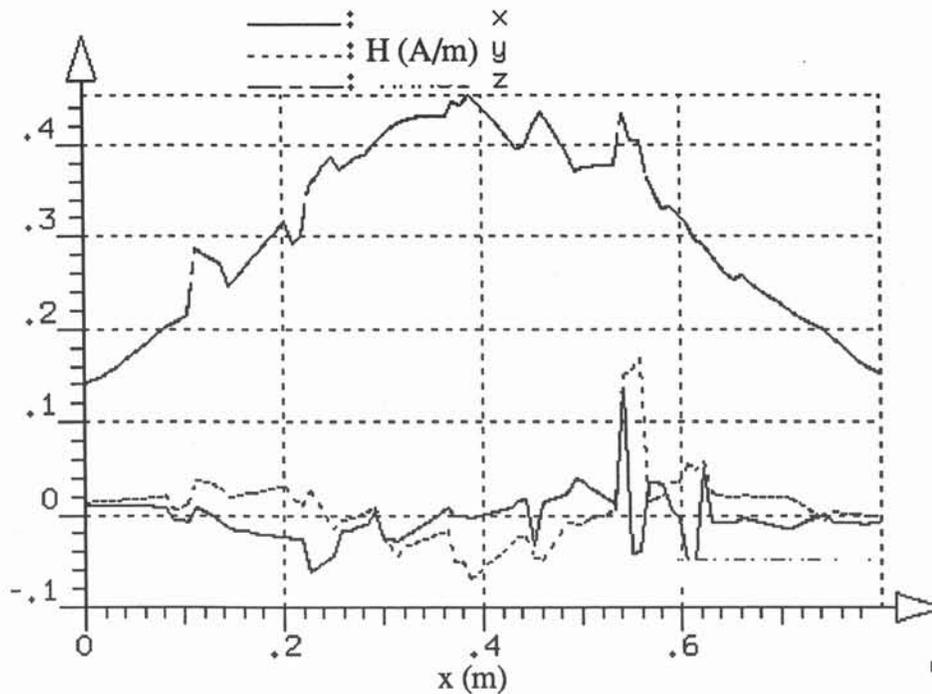


figure VII.15. signature horizontale à profondeur standard

L'ordre de grandeur des erreurs relatives par rapport à la référence est de 20% ce qui est une nette amélioration par rapport aux 120% de départ. Cependant, pour un cas d'école aussi simple, elles nous semblaient encore trop fortes d'autant plus que nous ignorons le sens d'évolution des erreurs avec la complexité de la géométrie. Nous avons interprété ces erreurs comme résultant de 3 causes éventuelles :

- l'irrégularité des liaisons maîtres - esclaves en particulier l'angle qu'elles forment avec le segment de spire,
- le fait que les noeuds de deuxième ordre, situés sur les milieux d'arêtes, ne soient pas contraints afin de limiter le nombre de relations à calculer : nous pensions que les variables nodales de ces noeuds prendraient naturellement les valeurs moyennes des variables nodales des extrémités des liaisons, ce qui ne semble pas être le cas ;
- l'insuffisance du maillage extérieur, problème intrinsèque à la méthode des éléments finis et que nous traiterons ultérieurement.

### VII. 3. 1. c. Contraintes sur les noeuds du 2ème ordre

FLUX3D permet de discrétiser la région surfacique par des triangles réguliers en ne réglant que la surface de la tôle. Nous appellerons ce type de maillage semi-réglé pour le différencier du maillage véritablement réglé où le volume intérieur du cylindre serait discrétisé par des hexaèdres réguliers. Ceci nous affranchit des erreurs générées par les irrégularités du maillage de la tôle. Les isolaveurs de la figure VII.16 ont été obtenue avec des contraintes de saut de potentiel du même type que précédemment. On observe des "point chauds" répartis régulièrement.

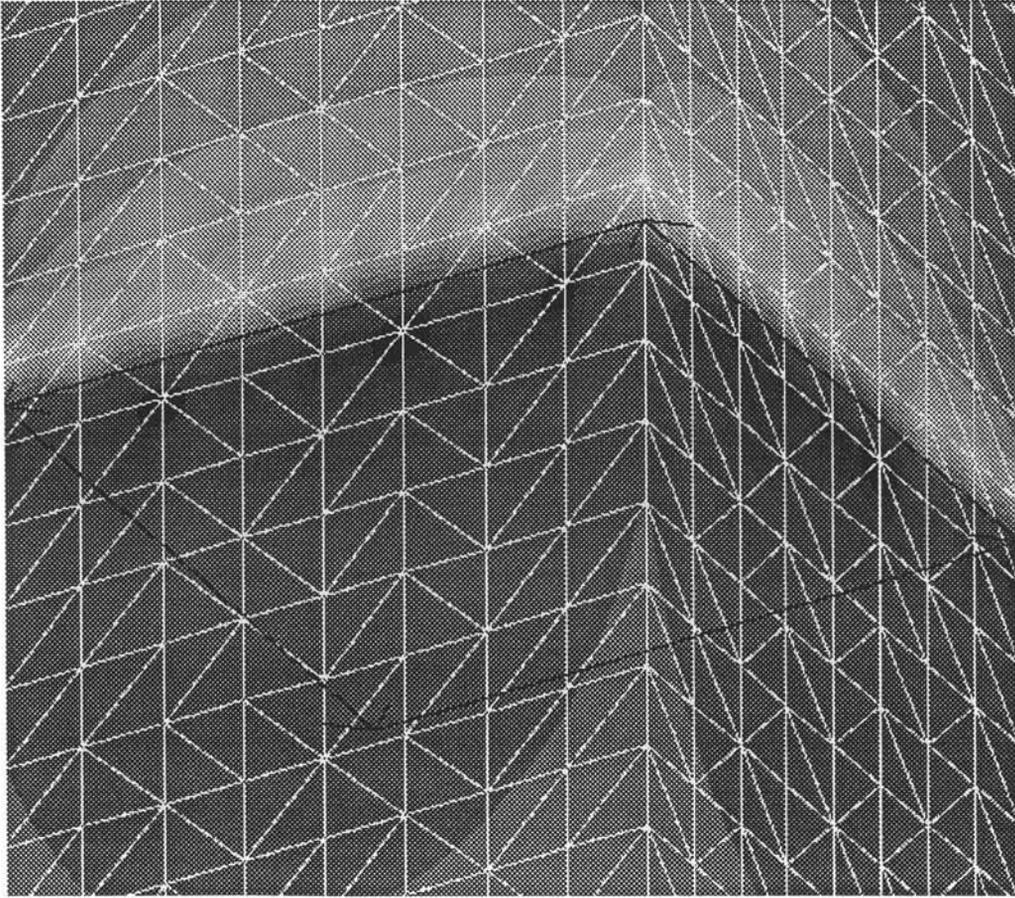
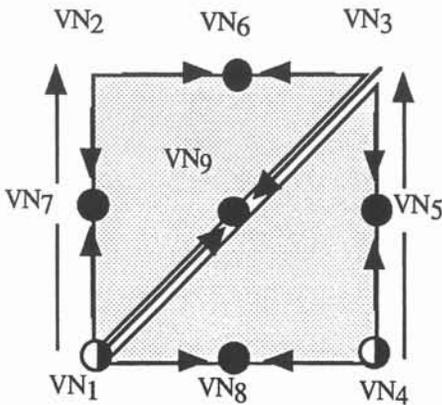


figure VII.16. isovalues de potentiel réduit, maillage semi-réglé

Si nous faisons maintenant intervenir les noeuds du second ordre dans les contraintes en écrivant les combinaisons linéaires de variables nodales suivantes :



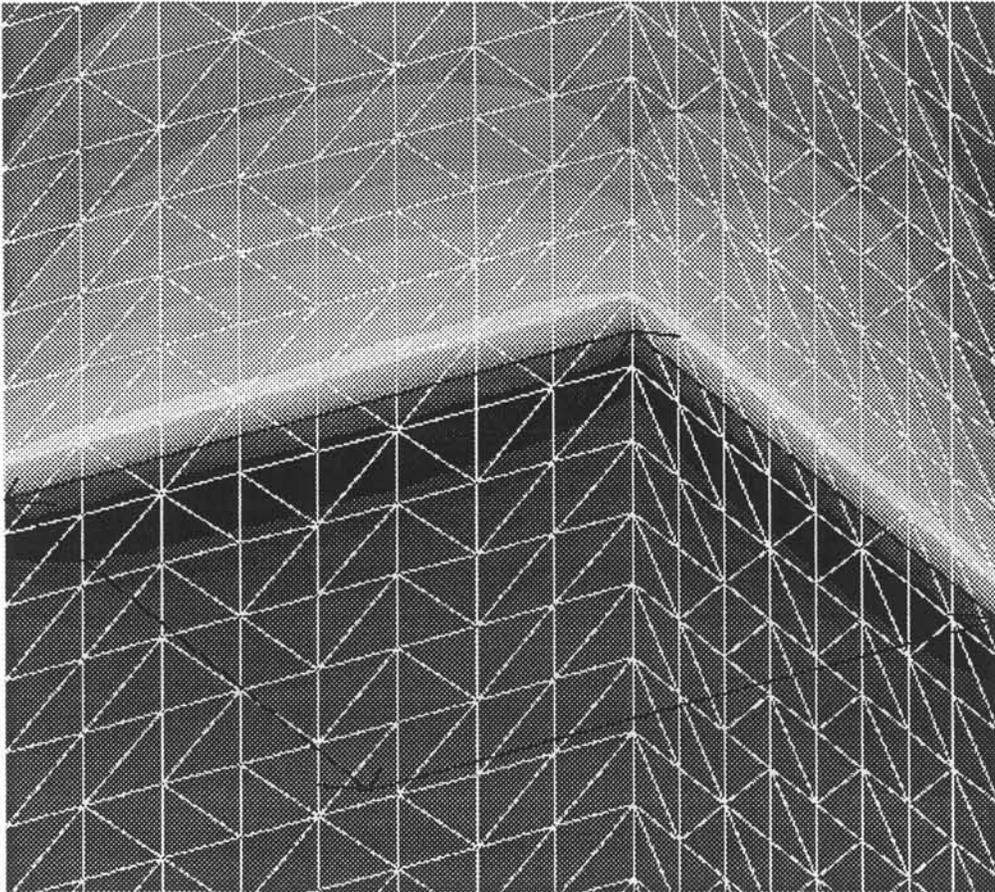
$$\begin{aligned}
 &1^{\text{er}} \text{ ordre} \left\{ \begin{aligned} &VN_2 = \Delta\Psi_{\text{red}}^{2-1} + VN_1 \\ &VN_3 = \Delta\Psi_{\text{red}}^{3-4} + VN_4 \end{aligned} \right. \\
 &2^{\text{ème}} \text{ ordre} \left\{ \begin{aligned} &VN_5 = \frac{VN_3 + VN_4}{2} \\ &VN_6 = \frac{VN_2 + VN_3}{2} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Les isovalues de potentiel réduit sur la tôle deviennent régulières (cf figure VII.17). Les signatures horizontales sont beaucoup plus proches du comportement théorique (cf figure VII.18). Un tel maillage

régulier est séduisant mais n'est pas sérieusement envisageable pour une structure complexe telle que celle d'un navire pour deux raisons essentielles :

- d'une part elle requiert l'intervention de l'opérateur lors de la description de ce maillage semi-réglé. Il y a peu de chance qu'on puisse traiter l'ensemble de la géométrie en utilisant les mêmes paramètres de maillage pour toutes les faces. Ceci signifie qu'il faudra intervenir manuellement sur toutes les faces ce qui complique le travail de description et entre en contradiction avec nos exigences initiales.

- le peu de symétrie et la présence de faces non quadrilatères dans la géométrie d'un navire sont des obstacles supplémentaires à l'utilisation du maillage semi-réglé. Ces expériences nous ont cependant permis de mettre en évidence la nécessité de contraindre les noeuds du 2ème ordre.



*figure VII.17. isovaleurs de potentiel réduit, maillage semi-réglé*

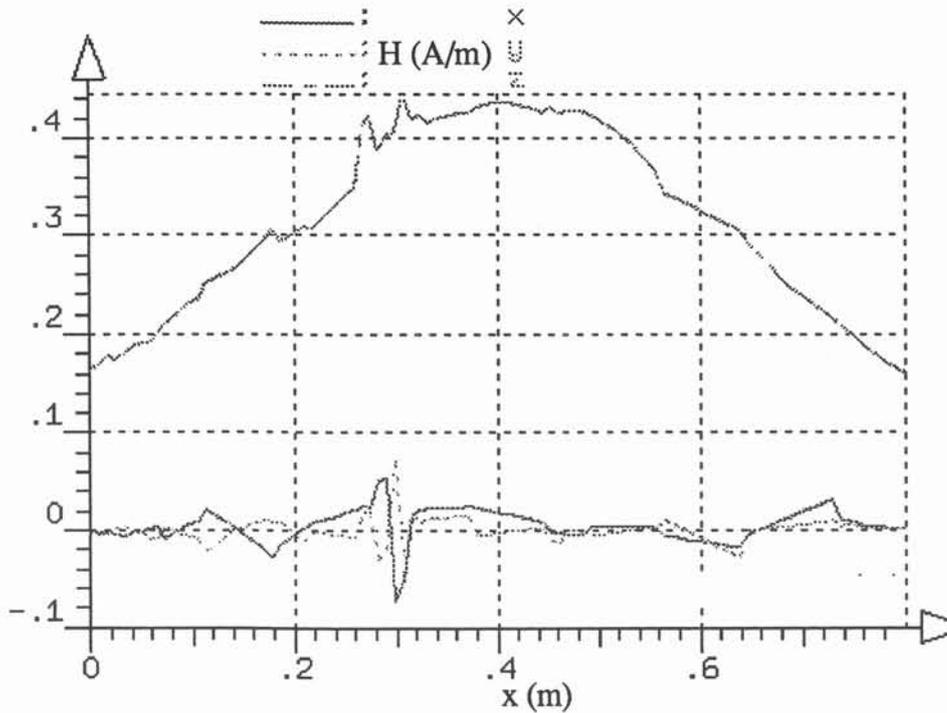


figure VII.18. signature horizontale à profondeur standard

Si nous revenons au maillage libre en appliquant les contraintes supplémentaires sur les noeuds du 2ème ordre, on obtient cependant des résultats encore moins bons que sans ces contraintes. A l'effet d'irrégularité de maillage s'ajoute l'effet de la position du zéro de potentiel : théoriquement, l'isovaleur "zéro" devrait être dans le plan de la spire. Or la façon de contraindre les variables nodales du 2ème ordre en les reliant aux variables nodales du 1er ordre sans appliquer une translation de potentiel a pour effet de fixer ce zéro aux noeuds du 2ème ordre, même s'ils ne sont pas exactement dans le plan de spire. Ceci revient à simuler une spire ondulée. En fait, ce problème est facilement soluble en considérant les noeuds du 2ème ordre comme ceux du 1er ordre d'un point de vue contrainte, à savoir qu'il faut y calculer le potentiel réduit par la méthode des images par exemple afin de ramener l'isovaleur "zéro" à une position correct.

## VII. 3. 1. d. Amélioration de la "verticalité" des liaisons

Jusqu'à présent, les liaisons "maîtres - esclaves" consistaient en des combinaisons linéaires entre variables nodales d'arêtes réelles. Mais ce n'est pas obligatoire. En particulier, il nous a semblé intéressant de créer des liaisons "noeud du 1er ordre  $\leftrightarrow$  noeud du 2ème ordre sur arête opposée" cf figure VII.19. En effet, statistiquement, ces liaisons sont plus verticales que les liaisons "noeud 1er ordre  $\leftrightarrow$  noeud 1er ordre d'une même arête". Les noeuds du 2ème ordre qui n'interviennent pas dans une liaison du nouveau type décrit précédemment sont contraints par les noeuds extrémités de l'arête à laquelle ils appartiennent.

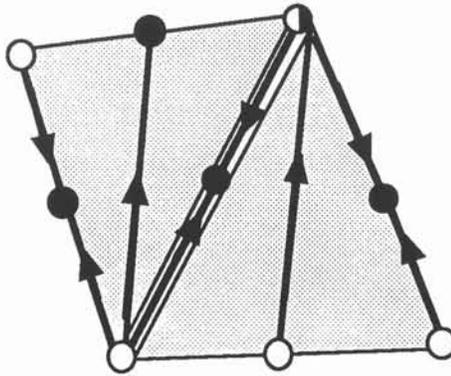


figure VII.19

Toutes ces modifications nous permettent de nous rapprocher, sans modifier le maillage, du cas idéal du maillage semi-réglé. Les figures suivantes (figure VII.20 et figure VII.21) révèlent cependant une faible amélioration de la signature horizontale et des isovaleurs de potentiel.

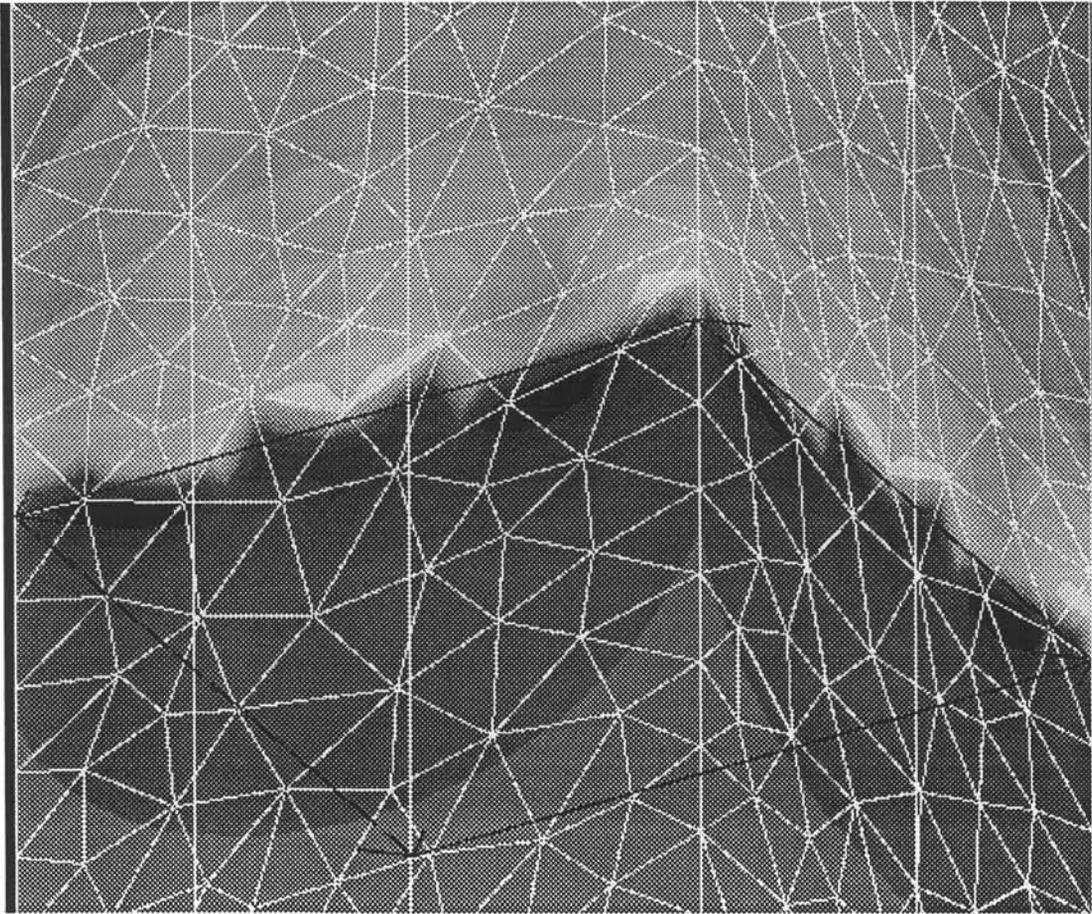


figure VII.20. isovaleurs de potentiel réduit sur la tôle

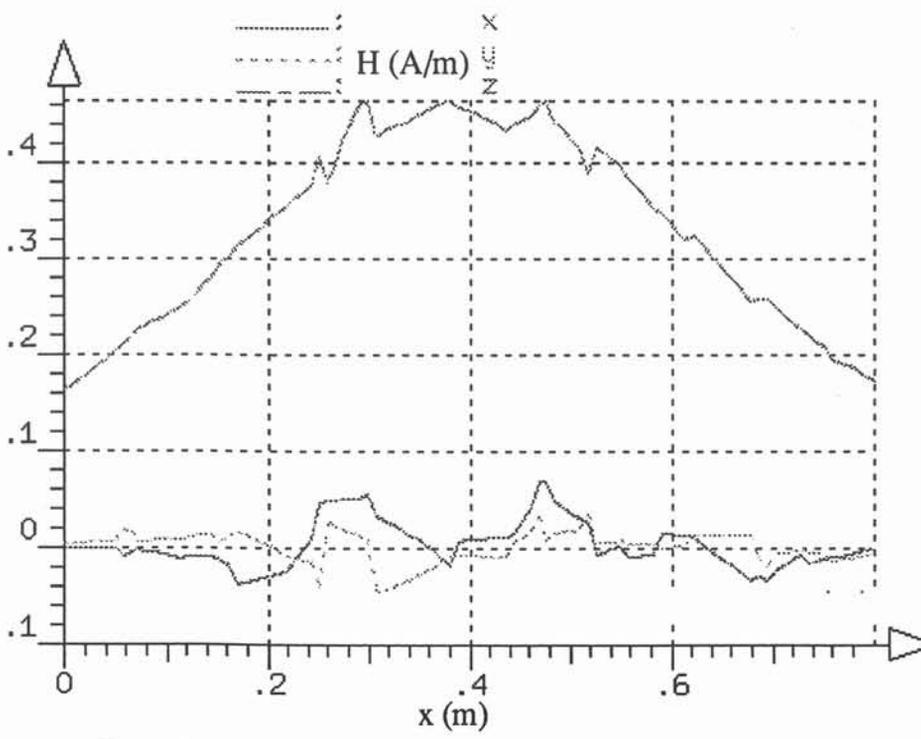


figure VII.21. signature horizontale à profondeur standard

## VII. 3. 1. e. Effet du maillage

Si on affine le maillage, les résultats sont légèrement meilleurs. Sans doute qu'en décrivant un maillage encore plus précis, les résultats seraient nettement améliorés. Une telle démarche était cependant en contradiction avec l'une de nos exigences initiales, la limitation de nombre d'éléments.

Tous les résultats précédents révèlent des erreurs faibles sur la signature verticale à l'aplomb de la médiane des faces du cylindre carré ; elles sont inférieures à 10% par rapport à la signature de référence. Les erreurs sur les signatures horizontales expriment le fait que pour d'autres lignes de signatures verticales que la ligne médiane, le champ pourra être moins précis. Nous sommes confronté à un choix cornélien :

- soit nous maintenons cette stratégie d'implantation et acceptons les erreurs décrites précédemment, qui peuvent atteindre 20% par rapport à la référence,

- soit nous changeons de stratégie, en renonçant à l'une des exigences initiales, à savoir, la limitation du travail de description de la géométrie. En effet, la méthode d'implantation présentée ci-dessous requiert dans certains cas des lignes géométriques supplémentaires, à savoir les traces de segments de spire dans la tôle. Nous allons décrire cette nouvelle méthode, dite du *saut de potentiel avec trace* et les conséquences de l'obligation précédente.

## VII. 3. 2. Saut de potentiel avec trace

## VII. 3. 2. a. Principe

Le principe est le suivant : on admet ici que la trace de la spire sur la tôle est dans la géométrie. Il faut rappeler que nous utilisons une formulation en potentiel scalaire réduit où les inducteurs ne sont pas décrits dans la géométrie ni dans le maillage. Ils n'existent que par le champ qu'ils créent et leur trace n'est donc pas nécessaire. En fait, dans les cas autres que les cas *plan*, cette trace existe naturellement puisqu'il s'agit de la ligne d'intersection des deux faces du *coin* (cf figure VII.22) par exemple.

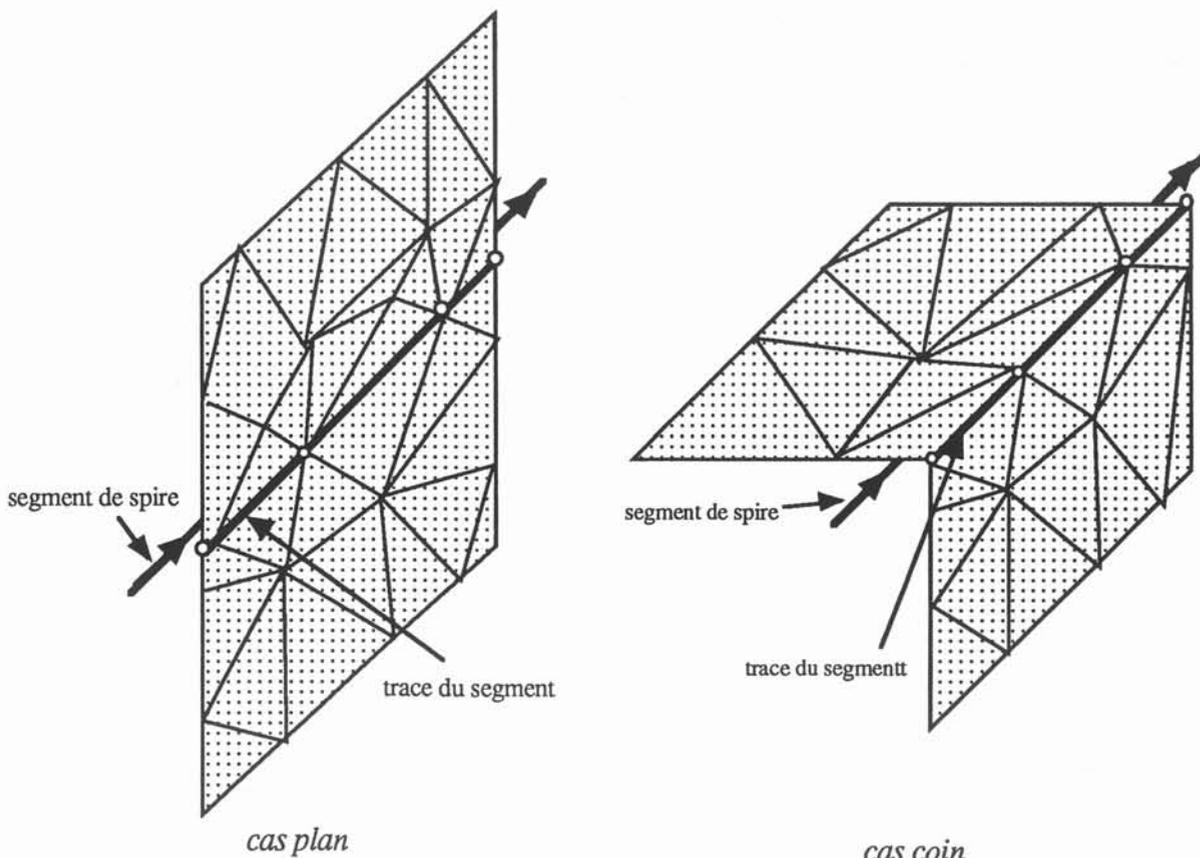


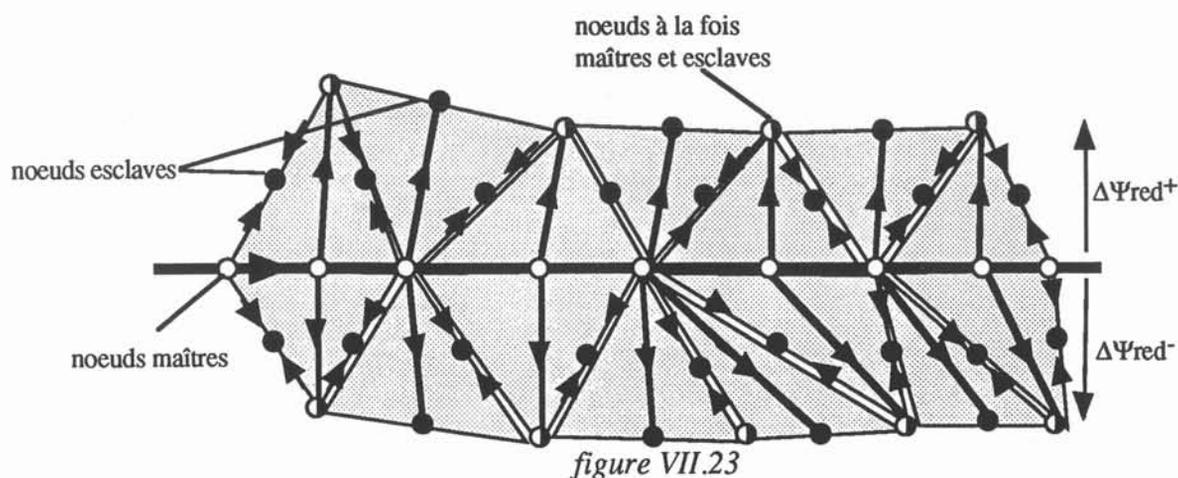
figure VII.22

Les noeuds de cette trace géométrique deviennent les noeuds maîtres qui "pilotent" des noeuds esclaves sur les faces de part et d'autre de la ligne trace cf figure VII.23. L'avantage de cette méthode est sa généralité. D'un point de vue algorithmique, tous les cas (plan, coin, té, etc...) sont traités de la même façon, seul le calcul des sauts changeant. Ce n'était pas le cas pour la méthode du "saut de potentiel sans trace". En effet, bien que la trace géométrique du segment de spire n'était pas nécessaire pour le cas *plan*, il était prévu pour les autres cas de considérer la ligne d'intersection des faces comme ligne trace du segment et de s'y appuyer pour décrire les relations "maîtres - esclaves". Ceci conduisait à un algorithme mixte quant à la recherche des éléments surfaciques concernés. En effet, sans trace, il faut, pour accéder

à ces éléments surfaciques, effectuer un repérage initial des éléments volumiques traversés par le segment de spire. Au contraire, quand on dispose d'une trace, l'accès aux éléments surfaciques est immédiat.

Pour la description des liaisons "maîtres - esclaves", on utilise les enseignements du paragraphe précédent, à savoir :

- l'utilisation de liaisons les plus verticales possibles, en général "noeuds 1er ordre <--> noeud 2ème ordre sur arête opposée",
- les contraintes sur tous les noeuds des éléments surfaciques.



### VII. 3. 2. b. Résultats

Les isovaleurs de potentiel figure VII.24 sont plus régulières et l'isovaleur "zéro" est plus proche de sa position théorique, effet direct de ce pilotage à partir des noeuds de la ligne trace, que nous appelons pilotage central. Les signatures verticales sur la ligne médiane sont d'aussi bonne qualité que pour le saut de potentiel sans trace. En revanche, les signatures horizontales figure VII.25 révèlent une plus faible dispersion des résultats. Les composantes non principales, bien qu'encore fortement bruitées, sont en moyenne plus proche de leur valeur théorique, à savoir zéro.

Les avantages de cette méthode sont donc les suivants :

- elle donne de meilleurs résultats : erreurs d'environ 10 % ;
- elle est plus générale : tous les cas sont traités de la même manière ;
- le fait de s'appuyer sur une ligne géométrique offre la possibilité de régler le maillage local plus facilement.

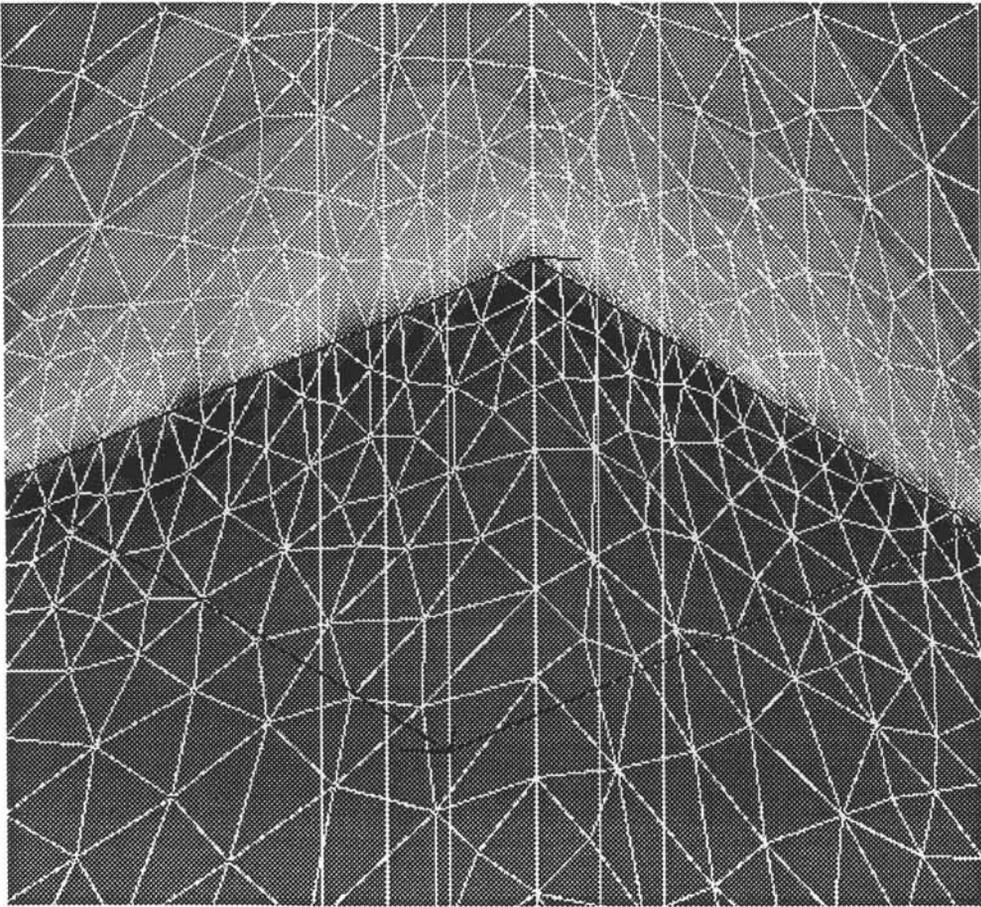


figure VII.24. isovaleurs de potentiel réduit sur la tôle

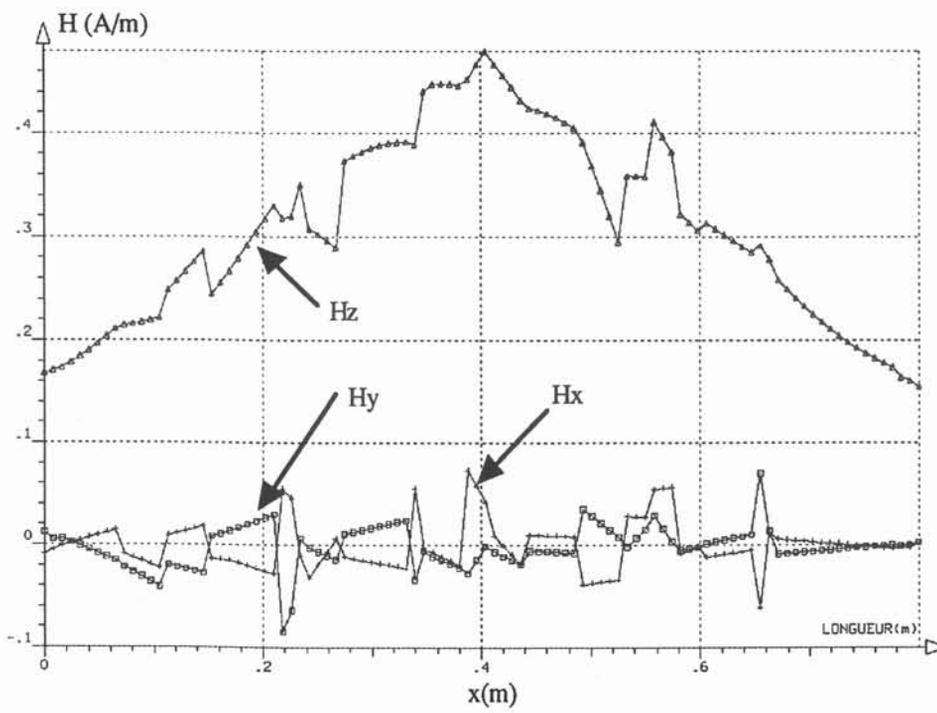


figure VII.25. signature horizontale à profondeur standard

Ses inconvénients sont :

- la nécessité de décrire un nombre de liaisons " maîtres - esclaves" environs deux fois plus important ce qui augmente d'autant le nombre de calcul de saut de potentiel. Dans le cas d'un calcul par images magnétiques qui utilise des séries de fonctions transcendantes avec un nombre de termes élevé, ces calculs peuvent se révéler coûteux. Cependant, le temps perdu à effectuer ces calculs supplémentaires est en partie compensé par le fait qu'on ne passe plus par un repérage d'éléments volumiques qui peut être également coûteux. Il faudra cependant envisager dans l'avenir de simplifier ces calculs par des développement limités ou des interpolations.

- la nécessité d'une trace de chaque spire dans la géométrie. Il se trouve que dans les navires, les boucles d'immunisation sont le plus souvent proches de cloisons ou de ponts, c'est-à-dire que leurs segments sont dans des configurations autres que le cas *plan*. Nous avons vu alors que dans ces cas, la trace du segment de spire est naturellement déjà dans la géométrie puisqu'il s'agit par exemple pour le coin, de la ligne d'intersection des faces qui le constituent. Le problème ne se pose donc que pour le cas *plan*.

On peut cependant admettre que la trace soit présente dans la géométrie lors de la conception du navire, c'est-à-dire bien en aval du traitement éléments finis. A court terme, nous pourrions nous satisfaire d'une telle solution. Mais dans une optique plus lointaine d'optimisation, il faudra nécessairement pouvoir faire bouger les boucles et leur trace dans la géométrie. Il sera alors nécessaire d'effectuer une modification du maillage au moins localement. Les solutions à mettre en jeu différeront selon l'importance des déplacements que l'on veut appliquer aux spires. Pour de faibles déplacements, ce qui est le plus probable, l'utilisation d'un maillage élastique ou des méthodes de paramétrisation pourrait suffire. En revanche, dans le cas de déplacements importants, le remaillage sera vraisemblablement nécessaire. Quoiqu'il en soit, ces projections dans l'avenir ne remettent pas en cause la validité de la méthode générale du saut de potentiel, tout au plus la manière de l'imposer.

### VII. 3. 3. lissage des résultats par approximation diffuse

Nous avons vu que malgré une nette amélioration des résultats en moyenne, les signatures, en particulier horizontales, restaient fortement bruitées. Ce bruit est également présent sur les signatures de référence, ce qui nous fait dire qu'il n'est pas complètement dû au saut de potentiel appliqué sur un maillage de tôle irrégulier. Il semble également être la conséquence de l'imprécision du maillage extérieur sur lequel s'appuie le tracé des signatures. Les électrotechniciens s'intéressent habituellement aux champs proches, internes, aux saturations de culasses, de stators. Les éléments finis utilisés pour le calcul des grandeurs qui dérivent de la variable d'état utilisée dans la formulation sont alors ceux du

domaine intérieur, à savoir les parties ferromagnétiques, les inducteurs. La qualité de la discrétisation du domaine extérieur n'a dans ce cas que peu d'importance. Il suffit d'avoir un maillage du domaine intérieur suffisamment précis, ce qui n'est pas toujours si simple.

Le type de problème que nous traitons, comme tous les problèmes traités au Laboratoire du Magnétisme du Navire, requiert le calcul ou la mesure de champs extérieurs très faibles et loin de structures ferromagnétiques tels qu'un navires (ou sa maquette), ou un moteur [LE COAT-97].

Ceci revient à dire qu'il faudrait mailler de manière précise le domaine intérieur et le domaine extérieur. Nous avons vu comment limiter la discrétisation du domaine intérieur, dans notre cas, la tôle ferromagnétique. La méthode de l'approximation diffuse présentée dans le chapitre II est un moyen de limiter la discrétisation du domaine extérieur tout en améliorant le calcul du champ extérieur. Elle nous permet également de séparer deux sources d'erreur :

- l'erreur générée par la méthode du saut de potentiel réduit elle même,
- l'erreur générée par l'imprécision du maillage extérieur.

Si on prend l'une des signatures horizontales précédentes obtenues par la méthode du saut de potentiel avec trace et qu'on superpose la même signature lissée par approximation diffuse que nous avons présentée dans le chapitre II, on remarque (cf figure VII.26) une nette amélioration.

Dans l'algorithme proposé par Y. Maréchal, nous avons la possibilité de fixer le nombre approximatif de noeuds à utiliser. Nous avons utilisé des nombres de noeuds très grands afin d'observer l'évolution de la qualité du lissage. Le risque était de lisser de façon exagérée la solution. Or, au delà de 50 noeuds, la courbe n'évolue plus ce qui nous fait dire que le lissage a entièrement gommé le bruit dû au maillage extérieur. Le résidu sur les composantes non principales, s'il existe, n'est alors uniquement dû qu'à l'effet du maillage irrégulier de la tôle sur les sauts de potentiel.

Dans notre chasse aux erreurs, le lissage représente donc un grand progrès. Il nous permet de quantifier l'erreur minimale sur le champ extérieur par rapport à la référence (entre 5% et 10%) directement générée par la méthode du saut de potentiel réduit.

Mais l'approximation diffuse, comme certainement d'autres méthodes de lissage, présente un intérêt général évident dans le calcul des champs extérieurs. L'infini par transformation [BRUNOTTE-91] permettait de satisfaire rigoureusement aux conditions aux limites liées au potentiel scalaire réduit, à savoir "potentiel nul à l'infini" sans pour autant décrire un domaine extérieur très grand. Nous avons ainsi accès au potentiel et aux champs extérieurs aussi loin que l'on veut à faible coût de maillage. Cependant, le champ lointain était largement soumis au bruit dû au maillage extérieur. L'approximation diffuse est un complément avantageux à la boîte infinie en lissant ce bruit. De plus, dans la mesure où il

n'y pas d'interface dans le domaine infini, il n'y aucun risque de mettre l'approximation diffuse en défaut.

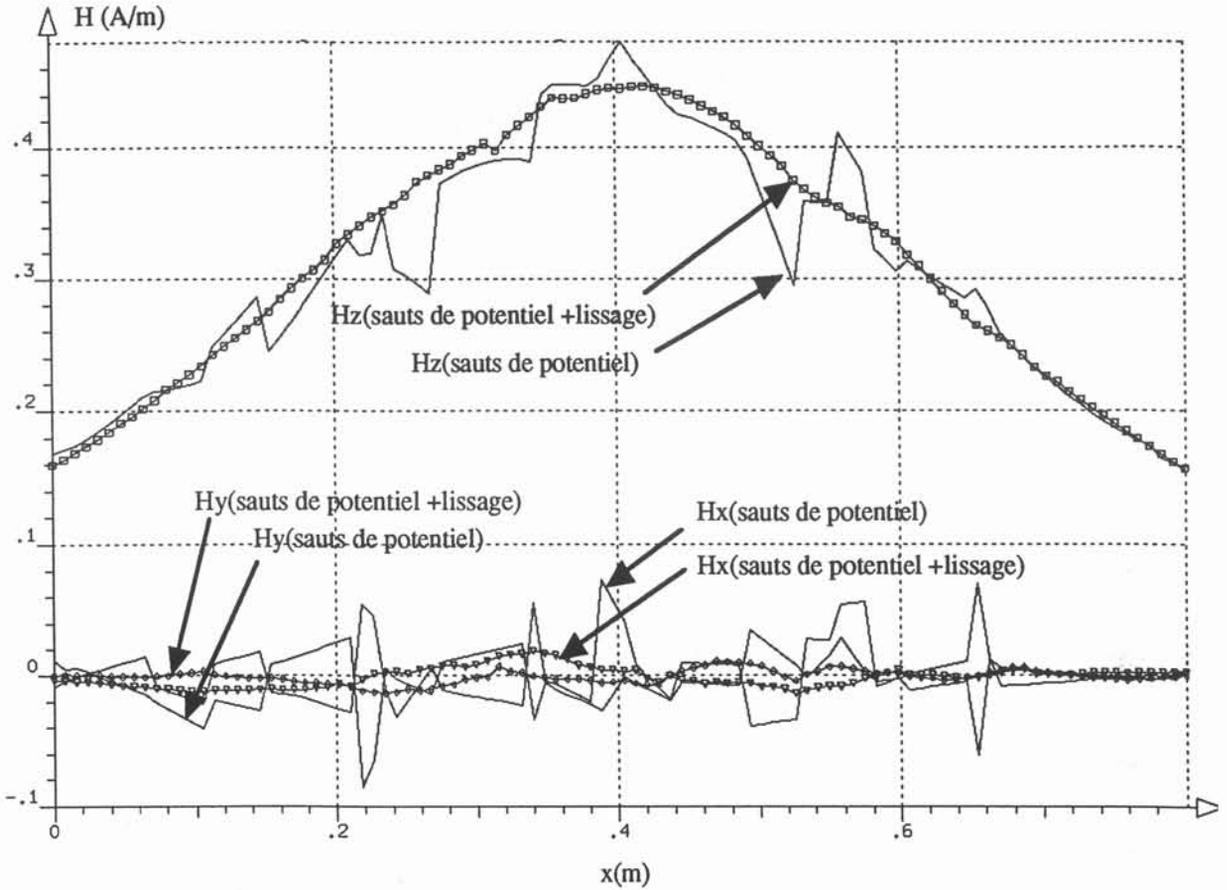


figure VII.26. signature horizontale sans et avec lissage

#### VII. 4. CONCLUSION

Ce chapitre a été l'occasion de montrer que le saut de potentiel était techniquement utilisable dans un logiciel tel que FLUX3D. Nous avons dégagé deux philosophies d'implantation (avec trace ou sans trace des conducteurs dans la géométrie), chacune comportant des avantages et des inconvénients que l'on peut résumer ainsi :

- le saut de potentiel sans trace ne requiert aucune adaptation de la géométrie initiale mais donne des erreurs pouvant atteindre 20% par rapport à la référence ;
- le saut de potentiel avec trace requiert des lignes géométriques supplémentaires dans certains cas ; il est cependant plus général et donne des erreurs inférieures ou égales à 10%.

Nous avons mis en évidence l'intérêt du lissage par éléments diffus qui permet d'améliorer très nettement les signatures obtenues par ces différentes méthodes de contraintes en potentiel réduit. Ce

lissage, s'il est d'un usage délicat dans le cas général, s'est révélé un outil puissant et particulièrement bien adapté au calcul de la signature magnétique d'un navire. Nous sommes, rappelons-le, toujours dans un contexte de chasse aux éléments, suivant la formule de X. Brunotte. L'approximation diffuse est un moyen supplémentaire d'obtenir des signatures de qualité tout en limitant le maillage extérieur.

Quant à la coupure, elle nous semble la plus prometteuse en terme de qualité de la solution pour plusieurs raisons :

- elle simule de manière plus réaliste le phénomène physique local, à savoir deux distributions de masses magnétiques de signe opposé et très proche l'une de l'autre (cf chapitre V),
- elle n'est pas soumise à l'irrégularité du maillage surfacique des coques.
- elle requiert certes la trace des conducteurs dans la tôle, comme le saut de potentiel avec trace que nous avons implanté à titre expérimental, mais nécessite des calculs de contraintes de potentiel beaucoup moins nombreux et beaucoup moins lourds.

Nous n'avons pas implanté la coupure pour des raisons pratiques. La difficulté soulevée, c'est-à-dire la nécessité de générer dans certaines situations des éléments volumiques exotiques pour assurer la connexion avec les éléments linéiques à doubles noeuds (ou triples, ou quadruples,...) peut cependant être atténuée par la remarque suivante : il y a des chances pour que ces éléments volumiques n'interviennent pas sur le calcul du champ extérieur. Nous avons fait l'expérience de retirer des processus d'intégration les éléments volumiques contenant la spire pour un problème utilisant le saut sans trace. Cette opération s'est révélée sans aucun effet sur le résultat. Nous pensons qu'il en serait de même dans un problème utilisant la coupure. La zone locale volumique autour de la spire se comporterait comme une zone morte, sans effet sur le reste du problème, à part les contraintes de potentiel qu'on y impose. L'autre alternative est de développer un outil de maillage spécifique qui évite systématiquement les situations pour lesquelles le raccordement entre les éléments linéiques spéciaux nécessaires à la coupure et les éléments volumiques est délicat.

*Partie D*

*Validations*



***CHAPITRE VIII***  
***VALIDATIONS NUMERIQUES***



## VIII. 1. INTRODUCTION

Tous les calculs précédents ont, pour des raisons pratiques, été réalisés sur un modèle très simple, encore bien éloigné de la géométrie complexe d'un navire. Il nous semblait intéressant d'essayer d'appliquer la méthode développée précédemment à une géométrie plus compliquée afin d'en déterminer les limites et les améliorations nécessaires. De plus, il nous fallait une estimation du gain apporté par la méthode proposée en temps et en taille de système à traiter, comparée au maillage local intensif. Cette estimation ne pouvait se faire sérieusement que sur une géométrie plus réaliste.

## VIII. 2. MODELE ETUDIE

Le modèle plus complexe en tôles pleines dont nous disposons est celui de l'*Ar Botez Houarn* déjà mentionné au chapitre II. Les mesures d'aimantations naturelles avait confirmé les calculs éléments finis. En revanche, les effets de boucles étaient très différents entre calcul et expérience. Nous avons cependant une confiance limitée en ces résultats expérimentaux dont les erreurs de mesures étaient estimées à 20 %. La seule alternative était donc de générer une référence pour cette géométrie, c'est-à-dire un maillage localement très fin proche des boucles afin de prendre en compte correctement leurs effets. C'est précisément ce type de maillage que nous voulons à tout prix éviter dans le cas général. Pour limiter la taille du maillage, nous n'étudions qu'un type de boucles d'immunisation à la fois, par exemple ici les boucles L (qui créent un champ longitudinal).

La maquette a les caractéristiques suivantes :

- longueur : 1,85m,
- largeur : 0,125m,
- hauteur : 0,41m,
- épaisseur des tôles : 0,8mm,
- perméabilité réversible : 200,
- distance entre les segments des boucles et les tôles de la maquette : 0,4mm,
- courant circulant dans les boucles : 20A.

Les caractéristiques de la machine dont nous disposons, une station de travail HP C160 sont :

- 256 Mo de mémoire vive,
- 160 MHz de vitesse d'horloge,
- 700 Mo d'espace de pagination sur les disques durs.

Comme pour les géométries simples précédentes, nous allons donc étudier 3 cas :

- un calcul standard avec un maillage lâche ( rapport  $R = \frac{\text{taille de maille}}{\text{distance tôle - spire}} = 100$ )
- un calcul avec le même maillage lâche ( $R = 100$ ) et les sauts de potentiel réduit,
- un calcul standard avec un maillage localement très fin près des boucles ( $R = 4$ ), ce qui constitue notre référence.

Le maillage lâche de l'Ar *Botez* est représenté figure VIII.1 ainsi que les 4 boucles L. Il est constitué de 53 774 tétraèdres du deuxième ordre, soit 73865 noeuds. La construction de ce maillage prend environ 6 minutes. La résolution requiert également 6 minutes pour le calcul standard. Le calcul avec saut de potentiel requiert quelques dizaines de secondes supplémentaires.

Le maillage localement fin de cette même géométrie est représenté figure VIII.2. Il est constitué de 278 815 éléments volumiques, soit 370148 noeuds. Sa réalisation requiert une heure sur la machine précédente. La résolution du problème a demandé une heure et dix minutes. A cela, il faut rajouter de nombreuses heures de travail pour décrire les zones finement maillées dans la géométrie.

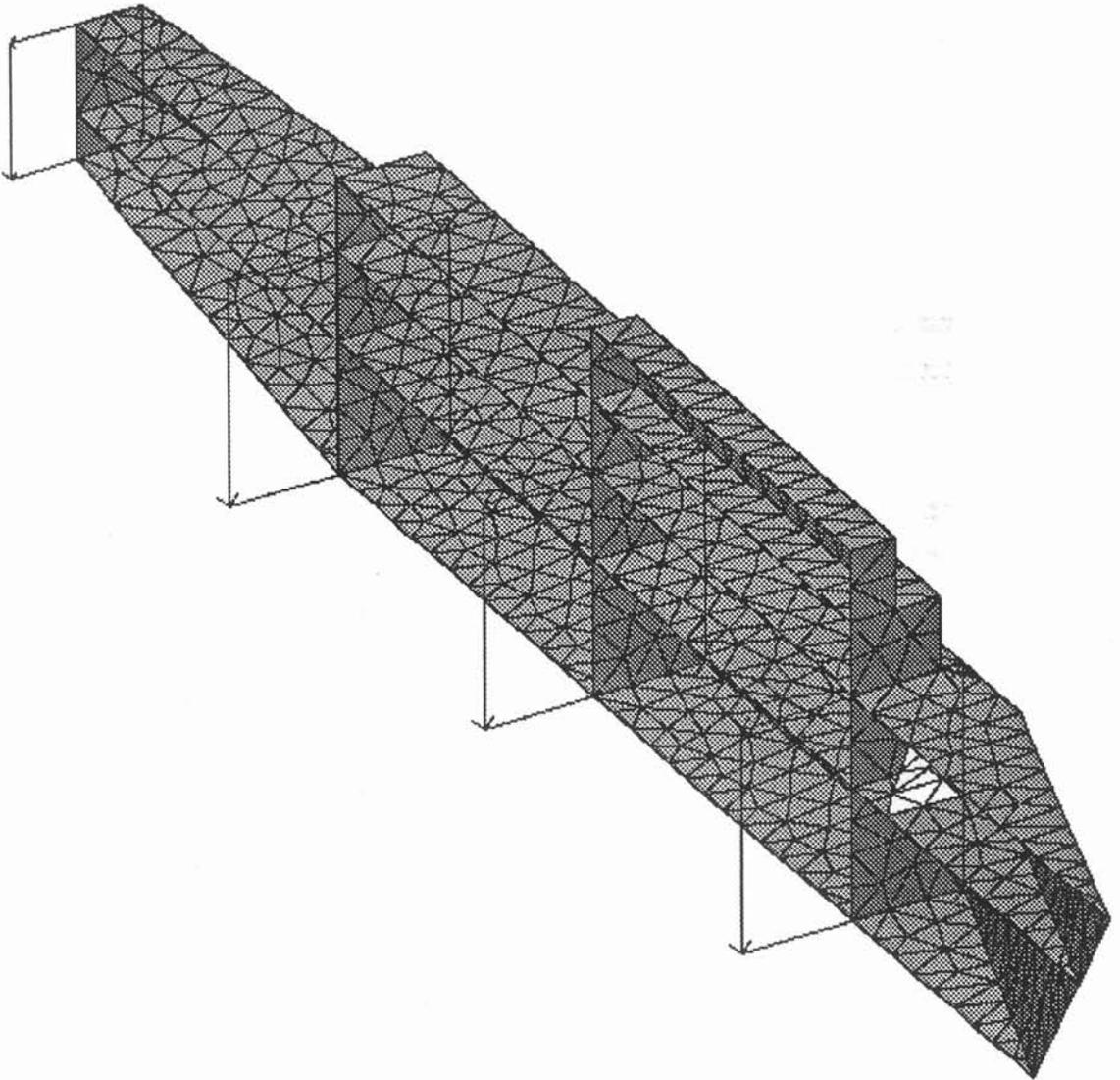
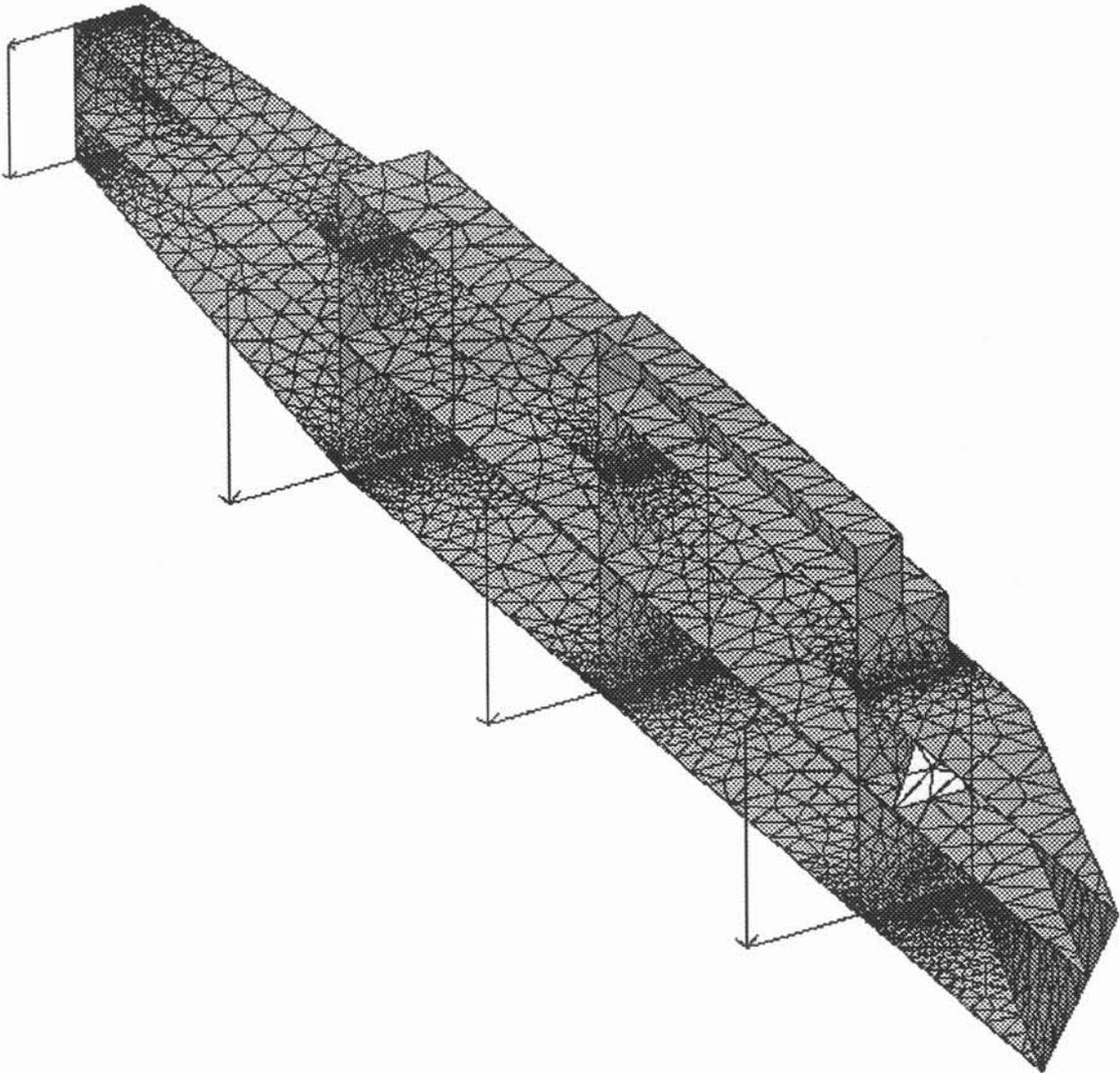


figure VIII.1. maillage standard et boucles L de la maquette Ar Botez Houarn



*figure VIII.2. maillage localement fin et boucles L de la maquette Ar Botez Houarn*

### VIII. 3. RESULTATS

De la figure VIII.3 à la figure VIII.8 sont représentées les isovaleurs de potentiel réduit sur les tôles de la maquette et sur des plans fictifs à l'extérieur. On peut déjà remarquer que l'allure de ces isovaleurs pour le problème utilisant un maillage grossier ( $R = 100$ ) est bien plus proche de celle obtenue pour le problème de référence ( $R = 4$ ) quand on utilise les sauts de potentiel réduit. Les ordres de grandeur des potentiels suivent également la même tendance.

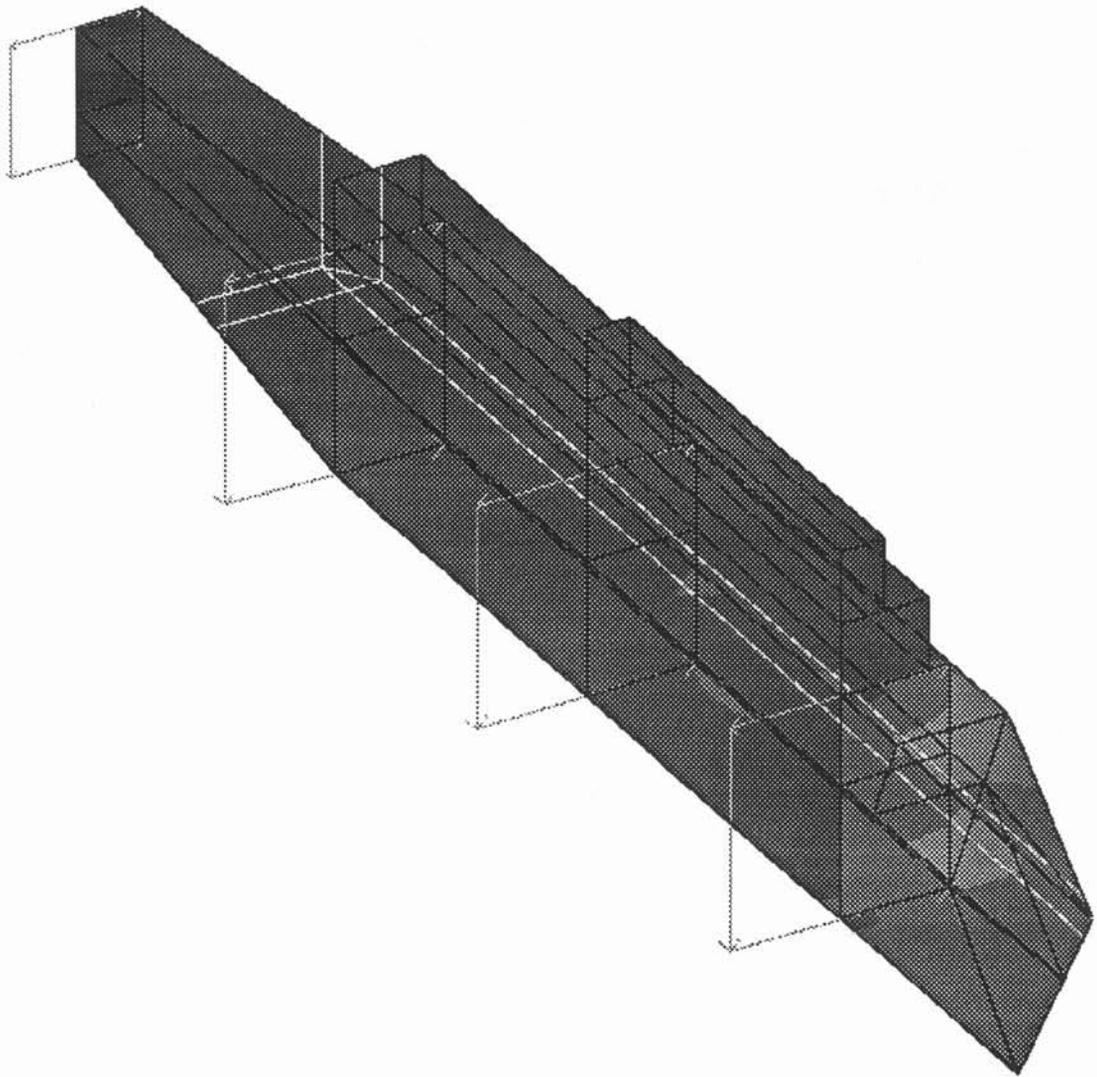


figure VIII.3. équipotentiels sur les tôles, ( $R = 100$ )

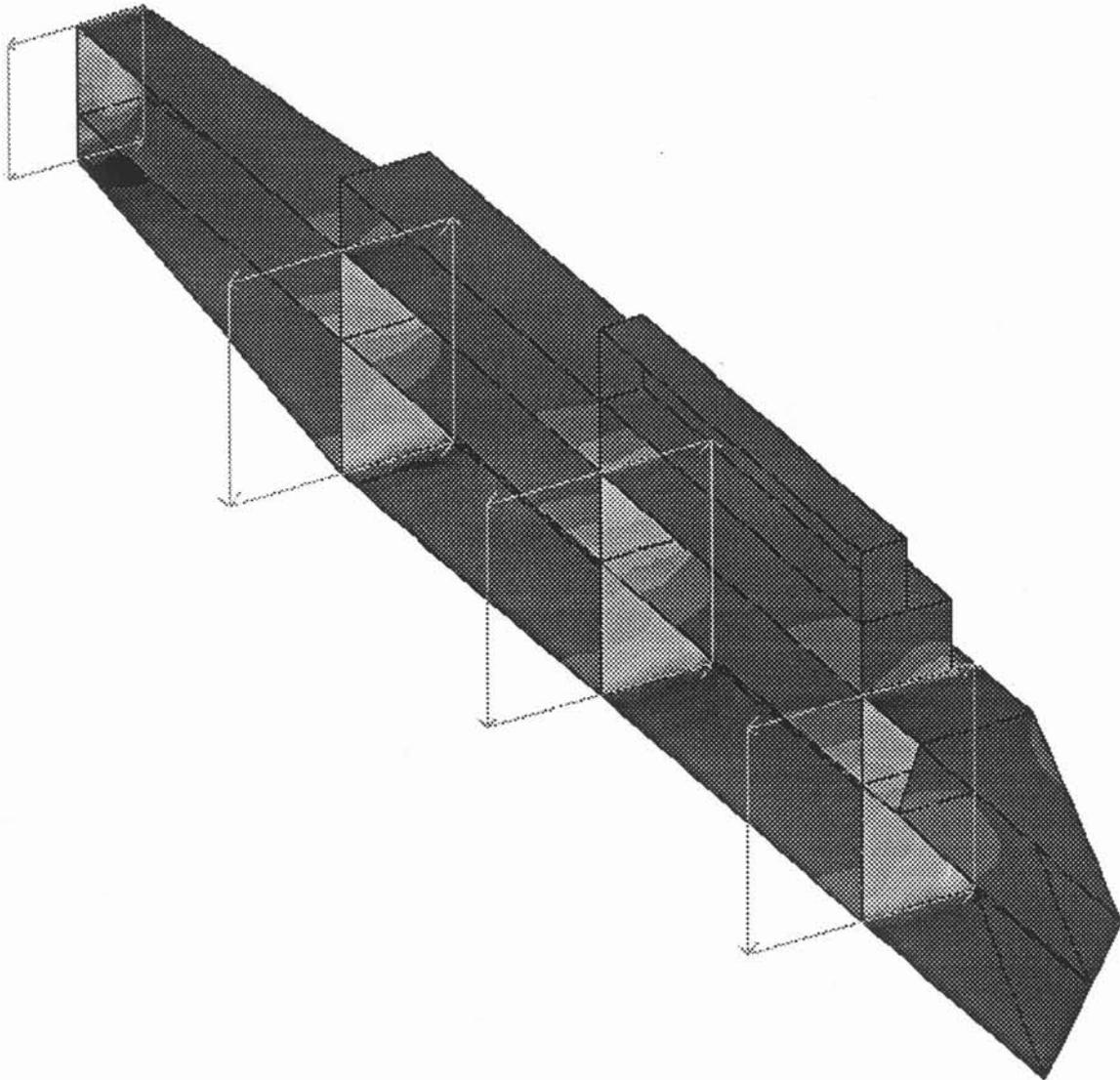


figure VIII.4. équipotentiels sur le tôles, ( $R = 100 + \text{sauts de } \Psi_{\text{red}}$ )

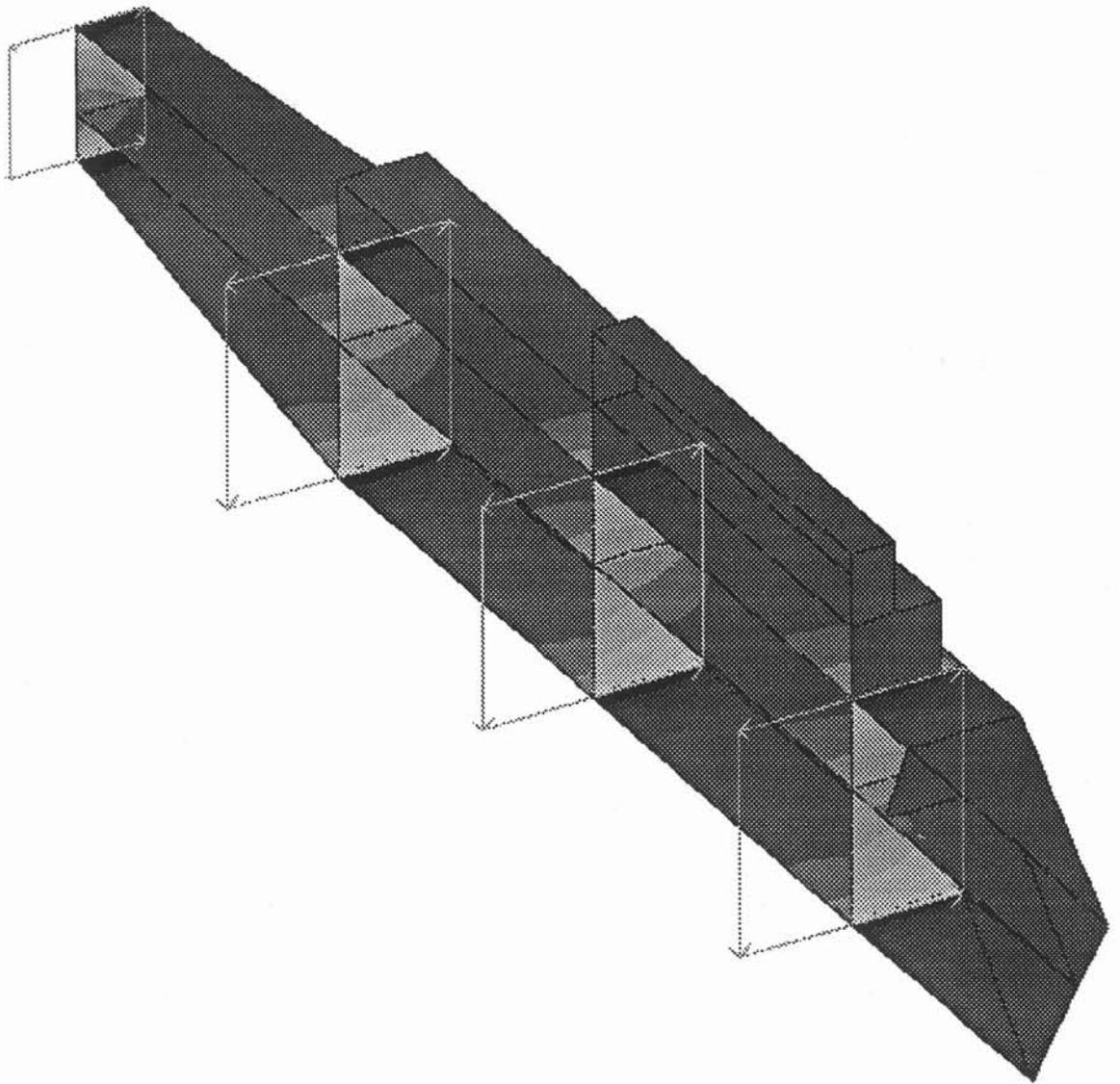


figure VIII.5. équipotentiels sur le tôles, ( $R = 4$ )

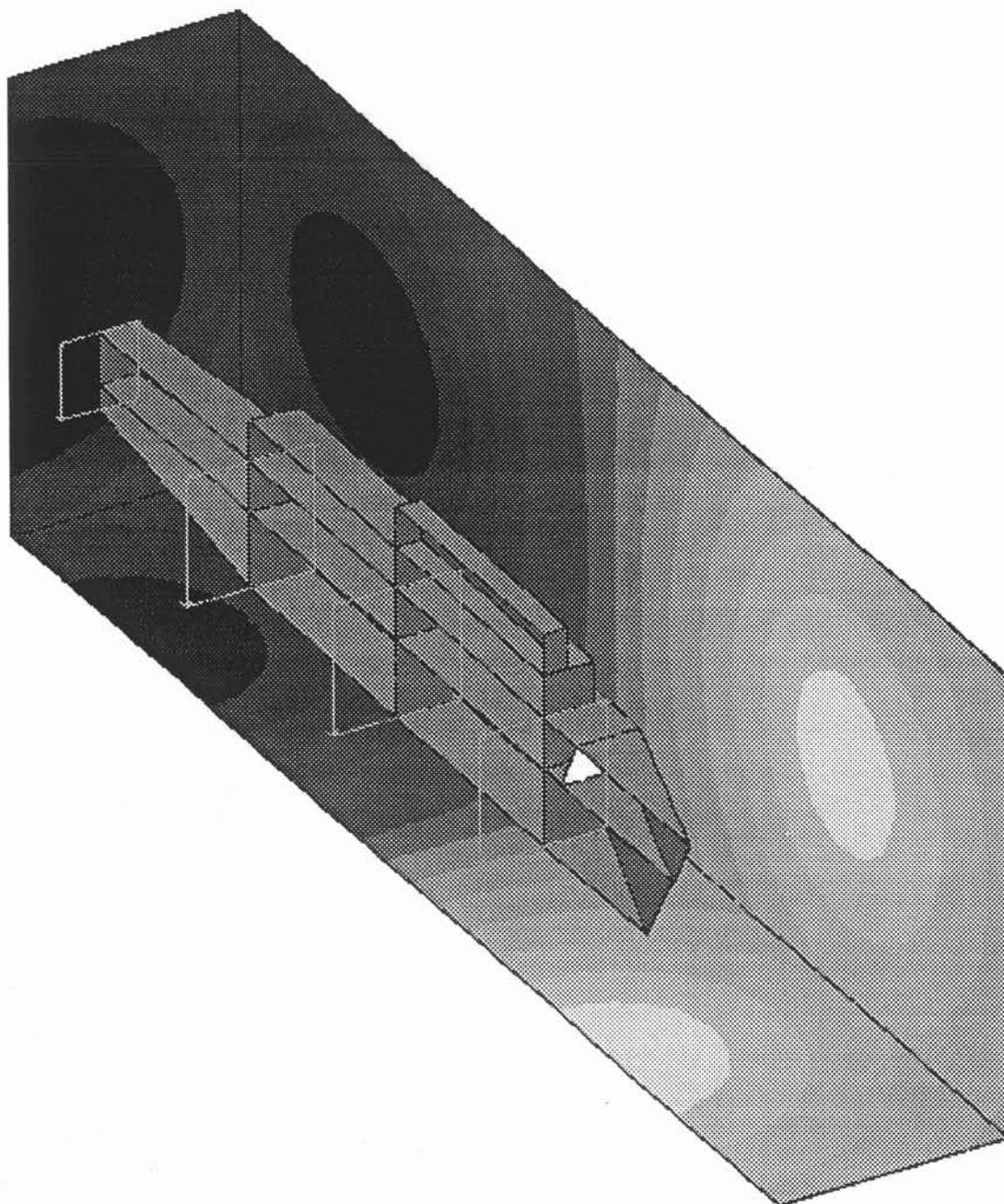


figure VIII.6. équipotentiels à l'extérieur, ( $R = 100$ )

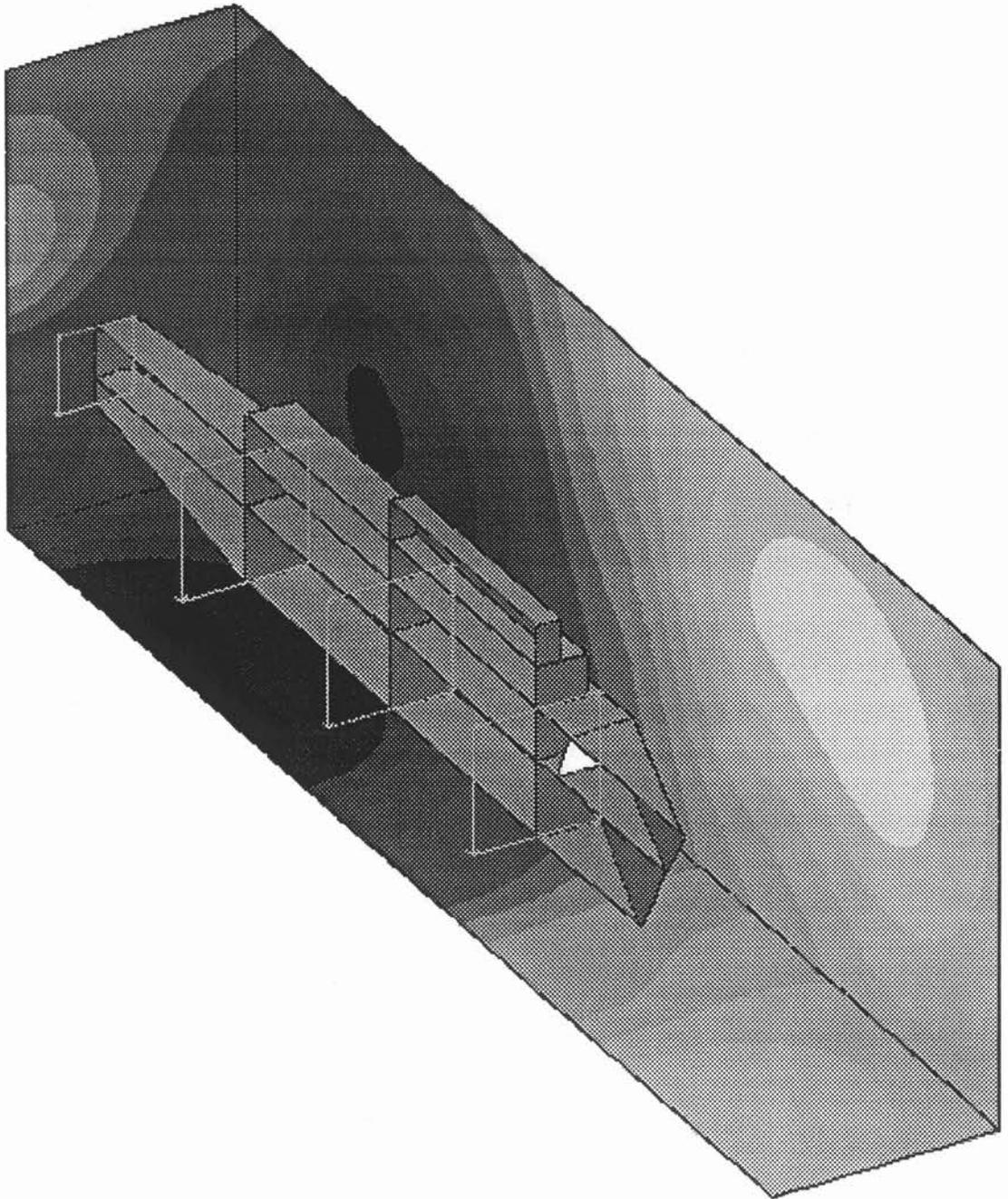


figure VIII.7. équipotentiels à l'extérieur, ( $R = 100 + \text{sauts de } \Psi_{\text{red}}$ )

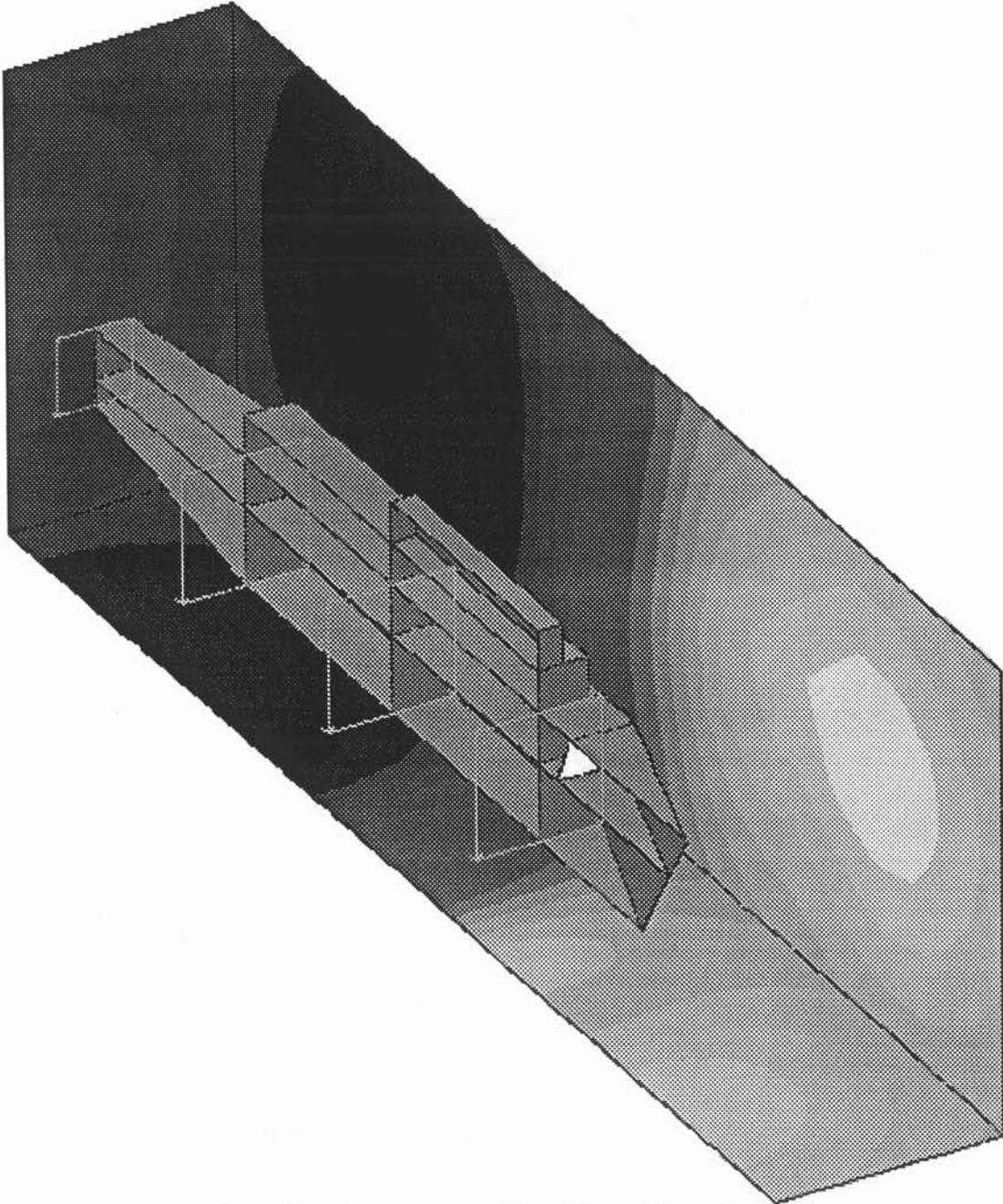


figure VIII.8. équipotentiels à l'extérieur, ( $R = 4$ )

La figure VIII.9 représente la composante verticale du champ le long d'une ligne de signature horizontale à 0,15 m de la quille. La composante longitudinale est représentée figure VIII.10. La composante transversale est nulle. La solution à saut de potentiel se rapproche de la solution de référence. Les erreurs restent importantes (30 à 40% au maximum) sur les extrema de champ entre la solution à sauts de potentiel réduit et la référence. Mais elles sont sans commune mesure avec les erreurs observées entre la solution sans saut et cette même référence, erreurs qui peuvent atteindre 130 % sur les extrema de champ. De plus, les extrema précédents sont en valeur absolue supérieurs aux extrema du champ des boucles dans l'air (non représentés ici). Autrement dit, il y a un effet noyau, ce qui est contraire à la physique puisque l'effet théorique est un blindage. En revanche, la méthode du saut de potentiel donne effectivement un effet blindage.

Nous avons mené la même étude sur les boucles M (qui créent un champ vertical) et obtenu des résultats similaires, résumés sur signatures figure VIII.11 et figure VIII.12.

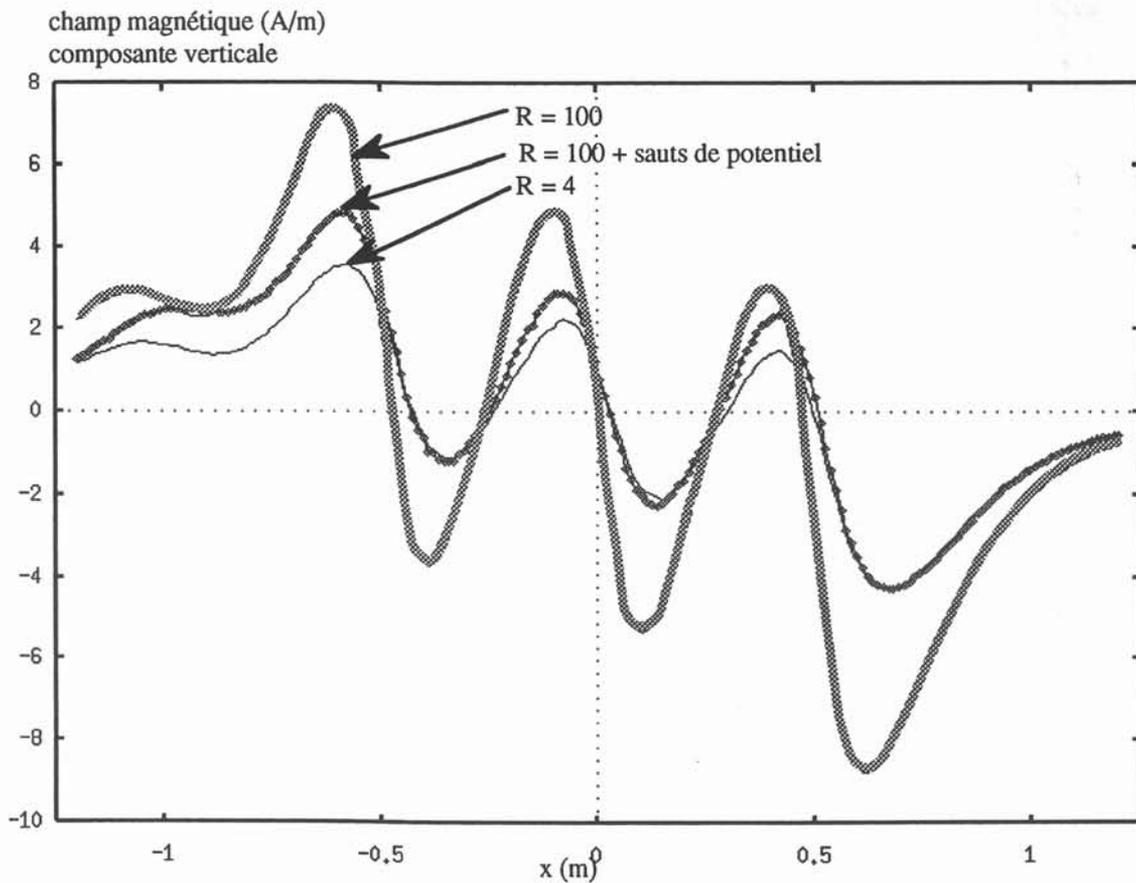


figure VIII.9. champ vertical sous quille (boucles L)

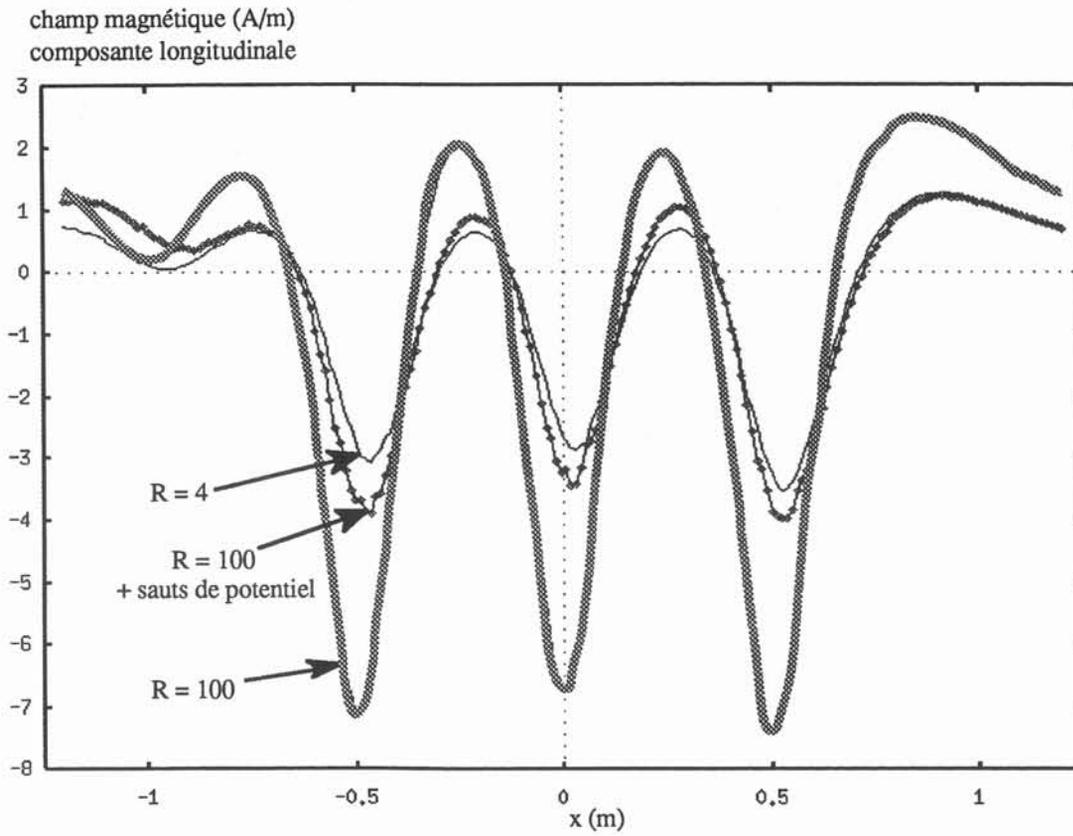


figure VIII.10. . champ horizontal sous quille (boucles L)

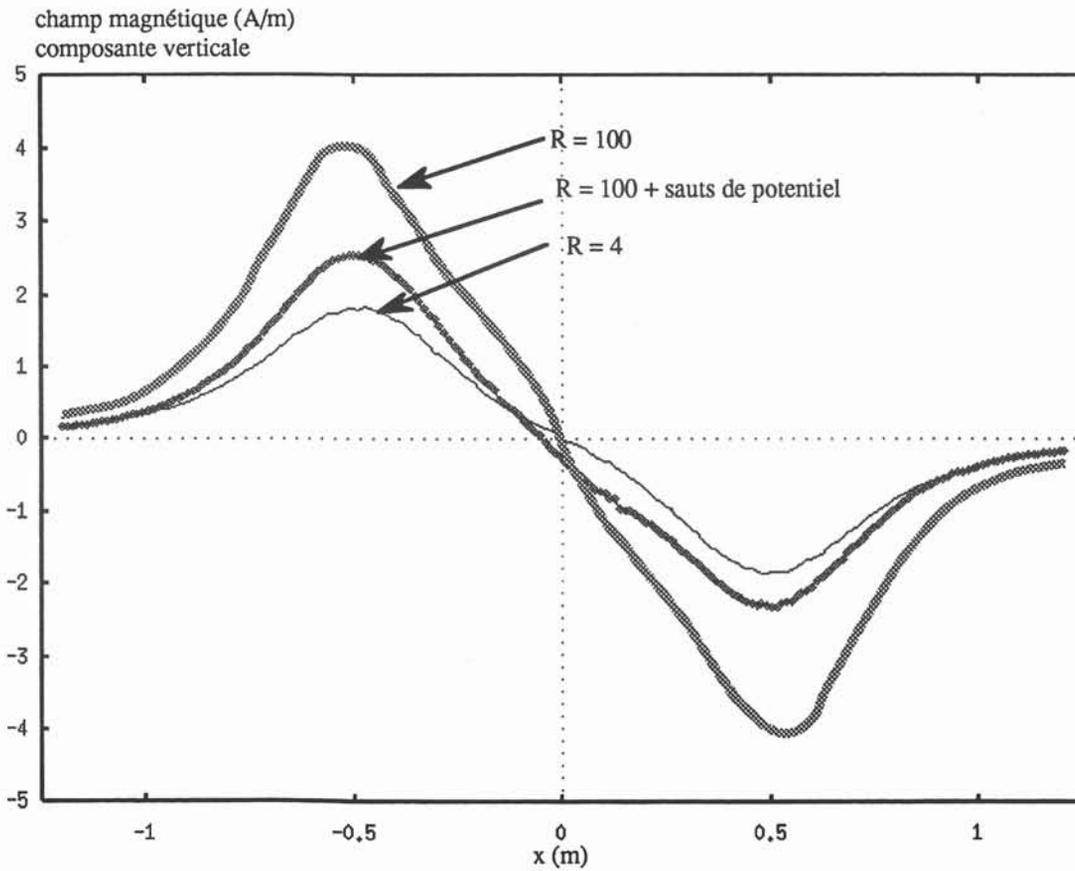


figure VIII.11. champ vertical sous quille (boucles M)

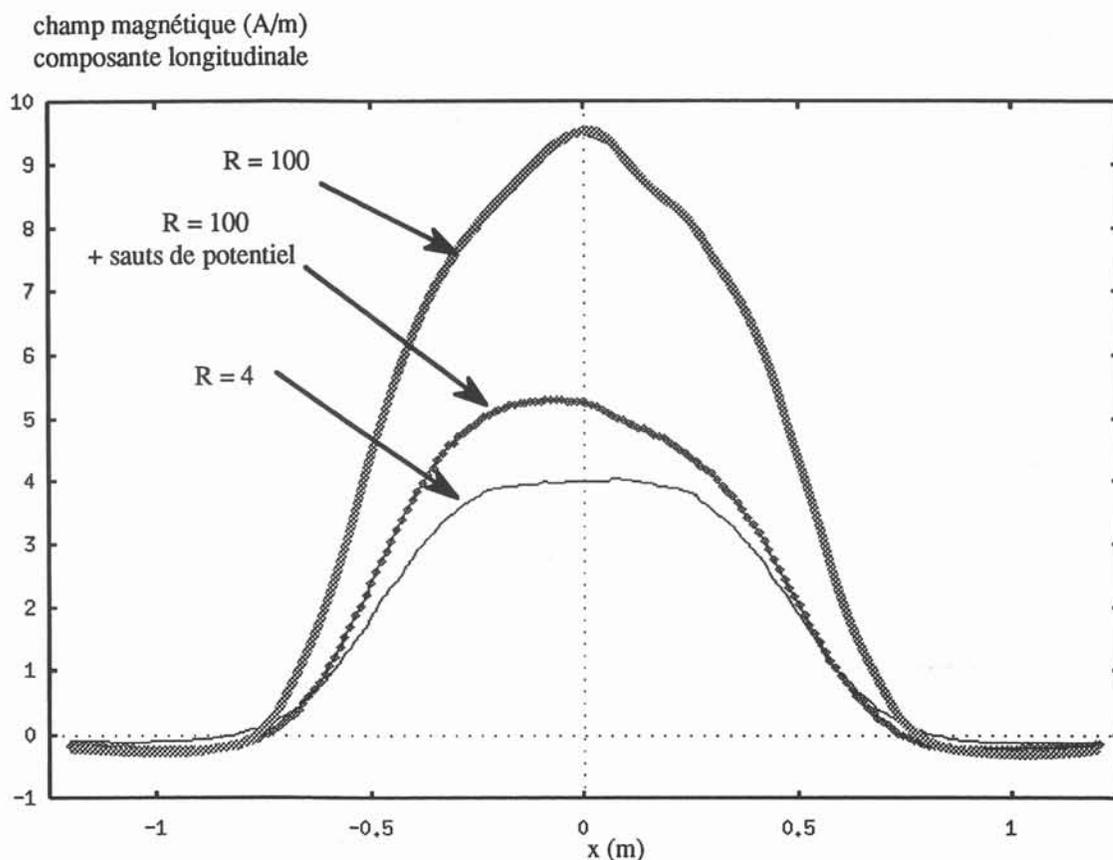


figure VIII.12. champ longitudinal sous quille (boucles M)

Ces expériences montrent que la méthode développée précédemment donne des résultats prometteurs sur une géométrie relativement complexe, bien plus proche de celle d'un navire que les cylindres étudiés dans le reste de cette étude. Les erreurs malgré tout observées ont deux causes.

La première réside dans le calcul des sauts de potentiel. Si on se réfère au chapitre VII sur le calcul préalable des sauts de potentiel réduit, nous utilisons les très faibles distances entre les segments des spires et les tôles par rapport aux autres dimensions pour dégénérer le problème 3D local en différents cas bidimensionnels : *plan*, *coin*, *té* et *croix*, selon le nombre de faces proches du segment de spire. Or, la géométrie de l'*Ar Botez Houarn* présente essentiellement des cas *té* et, dans une moindre mesure des cas *croix*. Le calcul des sauts de potentiel pour un *té* est plus complexe car il nécessite une méthode numérique qui n'a pas encore été développée par manque de temps. Le calcul se fait donc en considérant le cas du *té* comme un cas *coin*, ce qui n'est pas rigoureux et donne un champ supérieur à celui de la référence. Si nous faisons le calcul en considérant les *tés* comme des cas *plans*, on obtient un champ de signature plus faible que celui de la référence. La signature de référence se trouve donc encadrée entre les signatures des résolutions à saut de potentiels *coins* et *plans* (cf figure VIII.13 et figure

VIII.14). Ceci s'explique très bien par la figure VIII.15 : traiter le problème comme un cas *coin* revient à négliger le pôle positif de la portion de tôle horizontale du *té* représenté. Il en résultera un champ démagnétisant plus faible à l'extérieur, donc un champ total plus élevé. Ce même pôle est surévalué quand on traite le problème comme un cas *plan*, d'où l'effet inverse au précédent sur le champ.

La seconde source d'erreur résulte de l'implantation de la méthode via un saut de potentiel plutôt qu'une coupure de potentiel. Nous avons vu dans le chapitre VII que le saut introduit des erreurs liées à l'irrégularité du maillage des tôles. Le saut est aussi physiquement plus éloigné de la discontinuité réellement observée dans la tôle que la coupure. Nous avons pu réduire ces erreurs sans toutefois les éliminer.

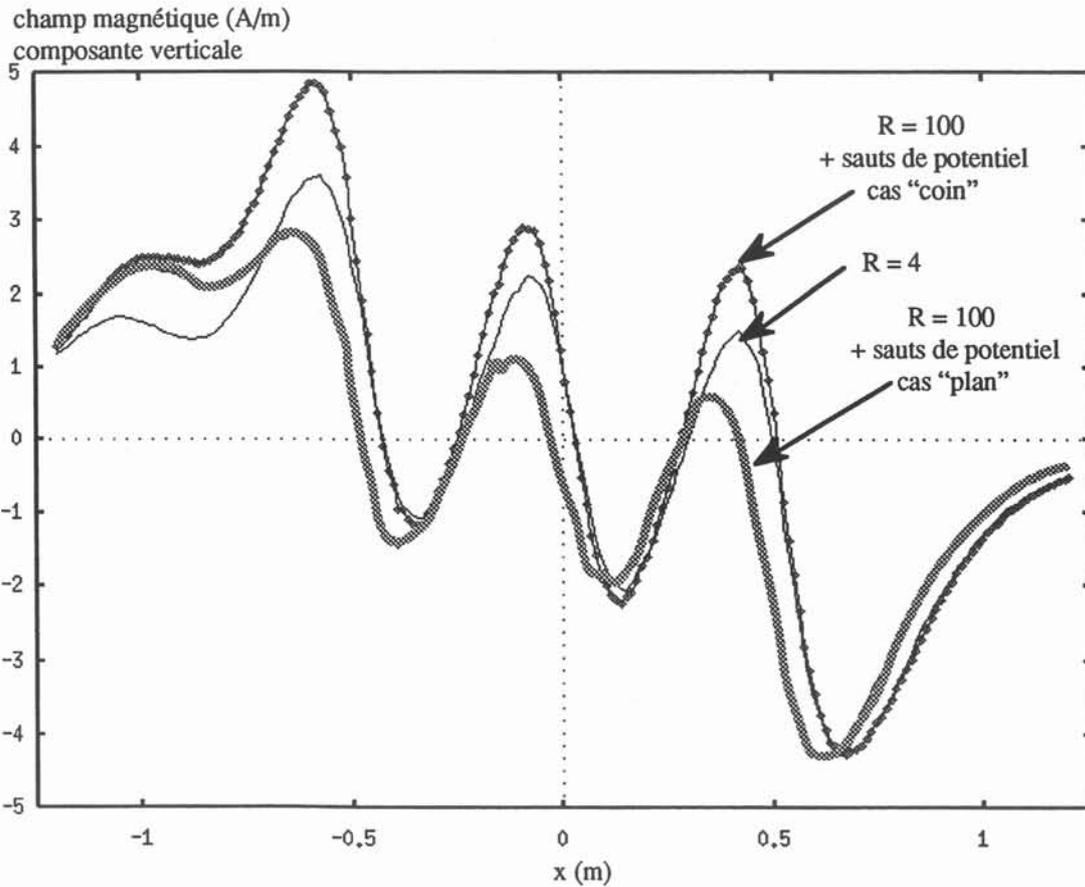


figure VIII.13. champ vertical sous quille (boucles L)  
référence, saut de potentiel plan et coin

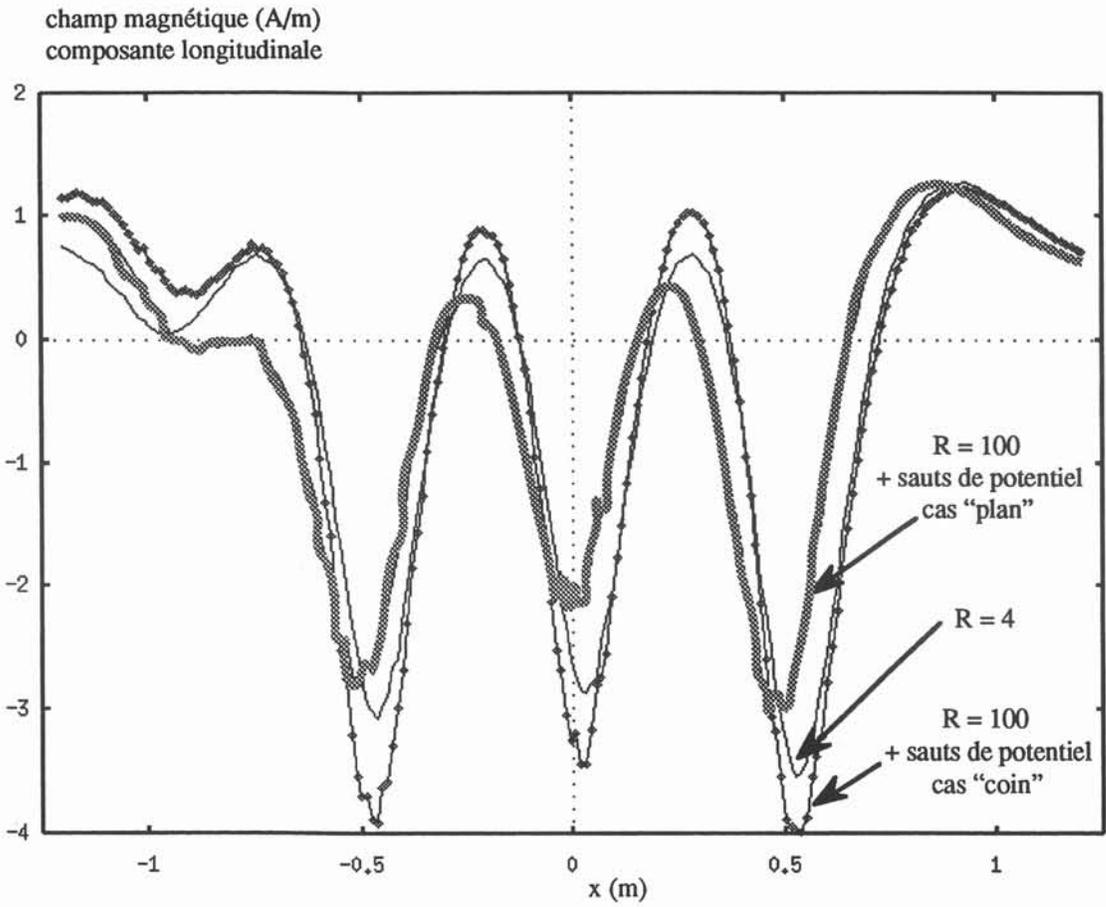


figure VIII.14. champ longitudinal sous quille (boucles L)  
référence, saut de potentiel plan et coin

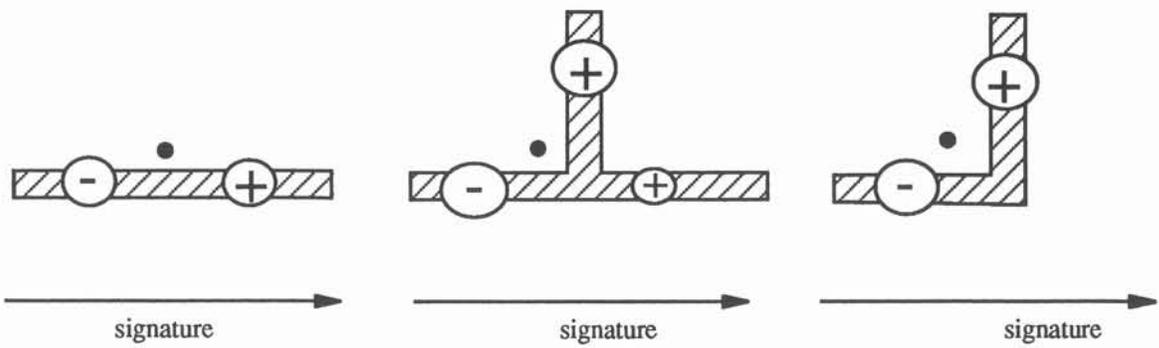


figure VIII.15. pôles magnétiques dans les cas plan, té et coin

### VIII. 4. TAILLE DU SYSTEME ET TEMPS DE CALCUL

Sans les solutions qu'a proposées X. Brunotte dans son travail de thèse, la taille des systèmes nécessaires au calcul des aimantations naturelles - plusieurs millions d'éléments - aurait rendu impossible leur résolution. Nous voulons ici nous rendre compte de l'évolution de la taille du système et des temps de traitement nécessaires au calcul des effets de boucles.

Si on veut traiter l'ensemble des boucles L simultanément en affinant localement le maillage, le problème de référence requiert autant de zones finement maillées que de boucles alimentées. Les graphiques figure VIII.16. et figure VIII.17. montrent l'évolution de la taille du système à résoudre et des temps de maillage et de résolution en fonction du nombre de ces zones finement maillées. Chaque boucle entraîne la création de 40000 à 80000 éléments supplémentaires. Dans le cas d'un navire réel, le nombre de boucles L varie entre 10 et 15. Si nous voulions 15 boucles L sur l'*Ar Botez Houarn*, on peut s'attendre à une augmentation du maillage de 0,6 à 1,2 millions d'éléments par rapport au maillage initial, c'est-à-dire celui utilisé pour le calcul avec saut de potentiel. Le temps de résolution évolue approximativement en puissance de 1,5 en fonction du nombre d'éléments volumiques. Les maillages précédents requerraient entre 5 et 13 heures de traitement (maillage + résolution).

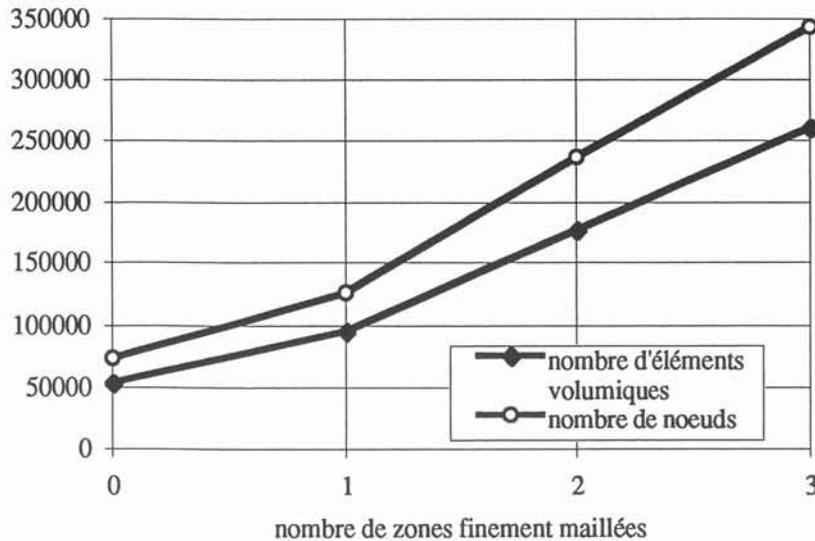


figure VIII.16.

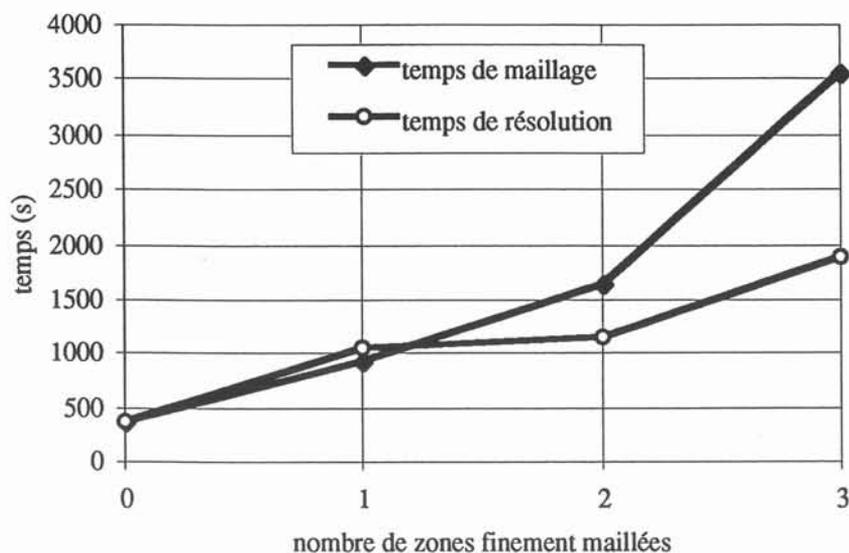


figure VIII.17.

Si on veut garder la démarche d'affinage local du maillage, on peut cependant envisager de traiter les boucles une par une et de superposer leurs effets. Ceci n'est valable que si la zone d'influence d'une boucle sur la tôle ne recouvre pas celle d'une autre boucle. Or nous avons vu que l'effet des boucles d'immunisation se manifestait par la génération de pôles magnétiques très localisés sur la tôle. Dans ce cas, nous n'aurions qu'une zone finement maillée à chaque résolution et nous ne serions plus confrontés à une forte augmentation de la taille du système. En revanche, le calcul devrait se répéter autant de fois qu'il y a de boucles. En reprenant notre exemple de l'*Ar Botez Houarn*, il faudrait traiter un problème de 100000 à 130000 éléments, qui demande environs 30 à 40 minutes de traitement, soit pour 15 boucles 7 à 10 heures.

Toutes ces estimations ne tiennent pas compte de la description géométrique des zones finement maillées. Elle s'effectue pour l'instant manuellement et requiert à peu près une heure de fastidieux travail pour chaque zone. A long terme, une telle solution ne serait pas acceptable sans un développement supplémentaire pour automatiser la génération de ces zones. Ceci n'a à notre avis rien de simple. La description d'une zone finement maillée et des points qu'il faut rajouter pour relaxer au maximum le maillage dans les régions éloignées des boucles se fait en grande partie au jugé ; les critères objectifs qu'il faudrait dégager pour automatiser ces opérations ne sont pas évidents.

Dans le cas du calcul avec un maillage lâche et les sauts de potentiel, le taille et le temps de génération du maillage sont insensibles au nombre de boucles considérées, soit les 53744 éléments et les 6 minutes du problème initial. Seul le temps de résolution augmente un peu avec le nombre de boucles, à raison d'une dizaine de secondes par boucles. L'ensemble du traitement prend moins de 20 minutes.

### VIII. 5. CONCLUSION

Les résultats précédents sont, pour nous, d'une importance capitale. Ils permettent d'évacuer le doute concernant l'application de la méthode proposée sur une géométrie autrement plus complexe qu'un simple cylindre. Les résultats obtenus, bien qu'entachés d'erreurs non négligeables, confirment la validité de l'idée d'imposer des contraintes locales de potentiel réduit pour calculer les effets de boucle. Les causes des erreurs résiduelles nous sont connues et peuvent à notre avis être réduites. D'une part, nous pensons qu'un calcul plus juste de ces sauts de potentiel permettrait d'améliorer nettement la précision des résultats. D'autre part, l'implantation d'une *coupure*, plus proche de la discontinuité physique de potentiel réduit dans la tôle, permettra de s'affranchir des irrégularités du maillage de la tôle, également source d'erreurs.

La méthode proposée permet de calculer les effets de boucles avec un maillage et un temps de calcul qui resteront raisonnables pour la géométrie réelle d'un navire. Nos extrapolations sur les nombres d'éléments volumiques et les temps de calcul, bien que grossières, ont montré que se passer des sauts de potentiel sera inéluctablement très coûteux. Dans un cadre d'optimisation du système d'immunisation d'un navire, la résolution du problème devra être réalisée de nombreuses fois pour déterminer les paramètres optimaux permettant d'obtenir la meilleure discrétion magnétique. L'apport de la méthode proposée est d'autant plus important qu'elle permet de traiter les trois systèmes d'immunisation (M, L, A) simultanément, limitant ainsi le nombre de résolutions nécessaire. Ce n'est pas le cas du maillage intensif local qui ne permet pas de traiter l'ensemble du système simultanément sans générer une taille de système très importante (certainement plusieurs millions d'éléments volumiques) ; l'autre alternative est de traiter les systèmes M, L et A séparément, comme nous l'avons fait pour l'*Ar Botez Houarn*, ce qui requiert alors 3 traitements au lieu d'un.

**CHAPITRE IX**  
**VALIDATIONS EXPERIMENTALES**



## IX. 1. INTRODUCTION

Nous nous sommes jusqu'à présent toujours appuyés sur des résultats numériques. Il s'agissait de comparer des calculs éléments finis sur des géométries très simples et des maillages localement très fins, pris comme référence, avec des calculs sur ces mêmes géométries en n'utilisant que des maillages lâches et des sauts de potentiel réduit. Bien que nous avons une certaine confiance dans l'outil numérique FLUX3D pour des géométries aussi simples, il nous semblait important de comparer les calculs jusqu'ici considérés comme référence avec des mesures expérimentales.

De plus, dans les calculs éléments finis, nous avons toujours considéré une perméabilité linéaire du matériau, en faisant l'hypothèse de faibles variations de champ au voisinage de la tôle. La perméabilité alors à prendre en compte est la perméabilité réversible. Nous avons vu dans le chapitre II que cette hypothèse est largement justifiée dans le cas des aimantations sous l'effet du champ géomagnétique, mais ne l'est pas forcément sous l'effet des boucles. Cette campagne de mesure est donc également l'occasion de déterminer dans quelle mesure il faut prendre en compte la non linéarité de la loi  $J=J(H)$ .

## IX. 2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### IX. 2. 1. Matériau

La caractérisation magnétique des matériaux utilisés est une étape fondamentale dans la modélisation d'un objet. La caractérisation de l'acier 355 FP écroui, communément utilisé par la Marine Nationale pour la construction de ses bâtiments, ont été réalisées à l'aide d'un cadre Epstein de l'équipe Matériaux du LEG. Les caractéristiques du matériau sont :

- perméabilité réversible initiale: 94 ( $\pm 5\%$ ) à partir de la courbe de première aimantation,
- champ coercitif : 736 A/m
- induction de saturation : 1,72T

### IX. 2. 2. Maquette de validation

La maquette de validation choisie est là encore une géométrie simple puisqu'il s'agit d'un long U dans lequel on peut disposer une cloison métallique (cf figure IX.1). L'épaisseur des tôles est de 1,4mm. Un support plastique contient 4 boucles permettant de tester 4 distances tôle - conducteur différentes (0.6, 2.7, 6.2 et 20.2 mm). Le diamètre du conducteur constituant les boucles est 1,55mm. Quatre consignes de courant sont utilisées (2.5, 5, 7.5 et 10 A). Le champ extérieur ainsi généré près du matériau est de l'ordre de grandeur de celui vu par la coque d'un navire réel, autour de 500 A/m pour un courant de 10A injecté dans la boucle la plus proche des tôles.

Suivant la position de la cloison mobile, nous pouvons étudier les cas *plan*, *coin* et *té* définis dans les chapitre précédents.

Malgré sa simplicité, cette géométrie, quelque peu différente de celles étudiées précédemment avec FLUX3D, a occasionné beaucoup de difficultés technologiques, essentiellement dues aux fortes contraintes mécaniques internes de l'acier utilisé. La planéité des plans de tôle était alors très imprécise. Il n'était pas question de relaxer ces contraintes par un traitement thermique, au risque de modifier les propriétés magnétiques. Il a fallu fabriquer un ensemble d'entretoises et de raidisseurs en aluminium serrés autour des plans de la maquette pour améliorer leur définition, surtout au voisinage des spires. Ceci a énormément compliqué le dispositif expérimental. L'orientation du U est telle que sa base soit face à la batterie de magnétomètres.

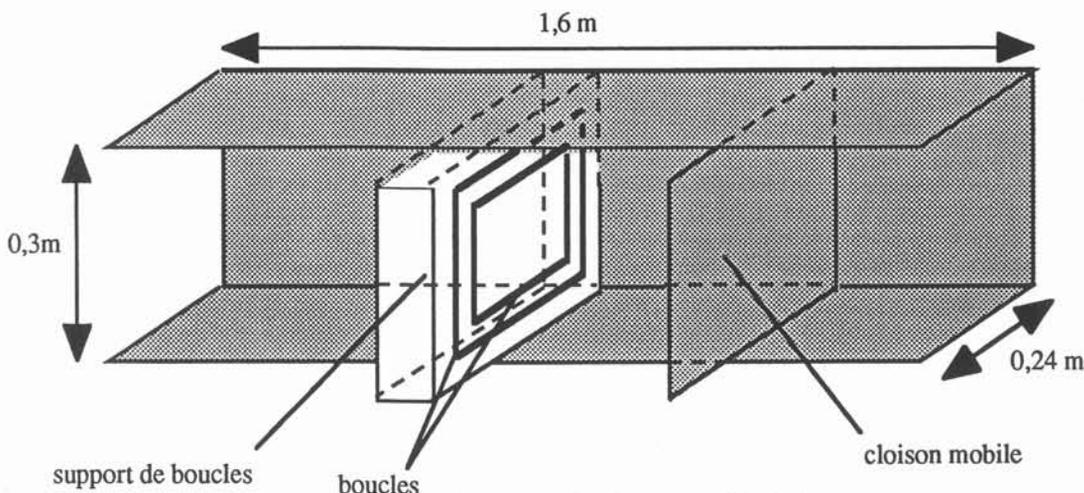


figure IX.1. Maquette étudiée

La même géométrie est simulée avec le logiciel de calcul éléments finis FLUX3D. Comme dans le chapitre III, nous utilisons la formulation en potentiel scalaire réduit, les éléments minces sans saut de potentiel et la modélisation de l'infini par transformation. Il s'agit ici de tester la solution que nous avons

toujours pris comme référence, c'est-à-dire celle donnée par un maillage localement très fin au voisinage de la spire.

### IX. 2. 3. dispositif expérimental

Le LMN vient de terminer son laboratoire de mesures situé à Herbeys et appelé *LMMCF* (*Laboratoire de Métrologie Magnétique en Champ Faible*) qui nous a permis de réaliser des mesures sur la maquette précédente. Il comprend un simulateur de champ (cf figure IX.2) permettant de fixer de manière très précise le champ en son sein avec une grande précision, en particulier d'annuler le champ terrestre. Il est constitué de trois familles de boucle de courants :

- les boucles M créant un champ vertical,
- les boucles A créant le champ transversal,
- les boucles L créant le champ longitudinal.

Au centre du simulateur, un chemin de roulement permet de faire défiler des objets à caractériser devant les magnétomètres et de mesurer ainsi leur signature magnétique.

L'ensemble de l'installation requiert le fonctionnement simultané d'une cinquantaine d'appareils électriques, multipliant ainsi les sources de complication et de perturbation des mesures. C'est le lot habituel des mesures magnétiques en champ faible. Le moindre objet magnétique indésirable perturbe la mesure de signature de l'objet que l'on cherche à caractériser. De plus, un objet communément réputé amagnétique ne l'est pas forcément à notre échelle. Ce fait a posé d'énormes problèmes lors du choix des matériaux de construction du simulateur par exemple. Il faut veiller sans cesse à éloigner toute source magnétique de l'objet à caractériser.

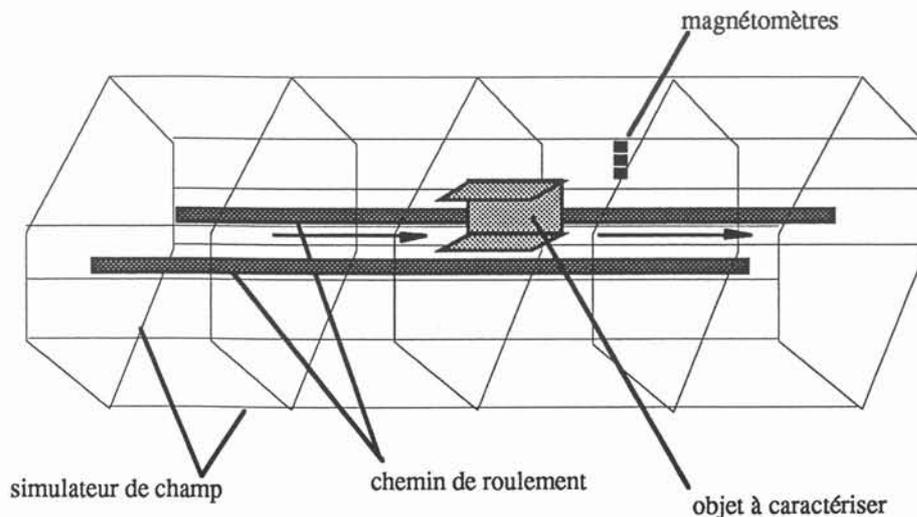


figure IX.2. Simulateur de champ du LMMCF (Herbeys)

Nous utilisons 5 capteurs (cf figure IX.3) :

- à 75mm du plan de tôle vertical, centré,
- à 75mm du plan de tôle vertical, décentré,
- à 300mm du plan de tôle vertical, centré,
- à 300mm du plan de tôle vertical, décentré,
- éloigné de la tôle, utilisé comme référence de champ.

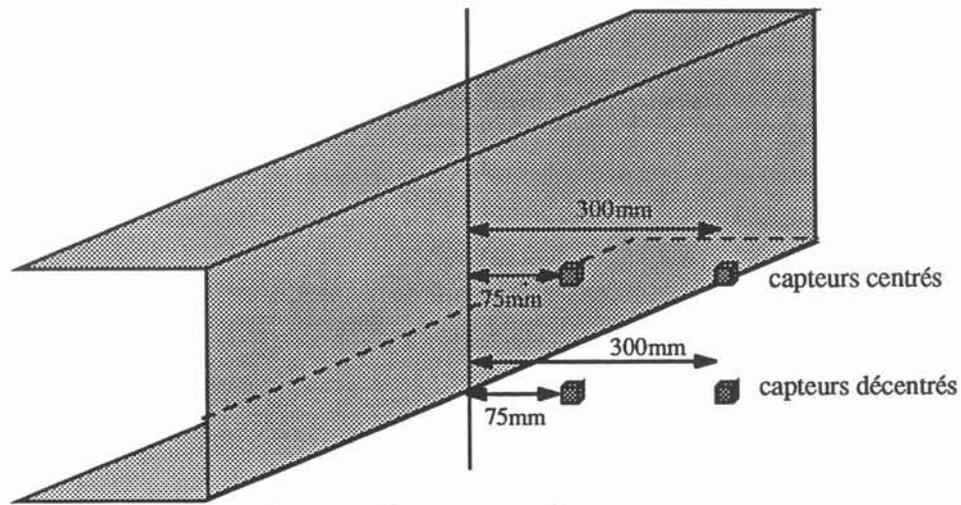


figure IX.3. positions des capteurs

### IX. 3. RESULTATS ET COMPARAISONS AVEC LA MODELISATION

#### IX. 3. 1. Comparaisons des signatures

Les figures suivantes représentent les signatures enregistrées par les 4 capteurs décrits ci-dessus et celles calculées par éléments finis avec un maillage localement fin au voisinage de la spire. C'est précisément ce type de calcul que nous avons pris comme référence dans les études précédentes. Sur la figure IX.4 est également représenté la signature obtenue numériquement en utilisant un maillage lâche et la méthode du saut de potentiel présentée dans la partie C de ce mémoire. On remarque que les deux types de calculs donnent des résultats très proches, au bruit de maillage près, puisque nous n'avons pas appliqué de lissage sur les résultats. Si l'allure des courbes expérimentales et numériques sont similaires, les calculs donnent des champs en moyenne inférieurs de 15 à 20% aux champs mesurés. Les capteurs sont sensés donner le champ à 2 % près. La vérification des différents paramètres de mesure n'a pas permis de dégager de source d'erreur permettant d'expliquer des écarts aussi importants. Il semble que les calculs surestiment systématiquement les champs démagnétisants.

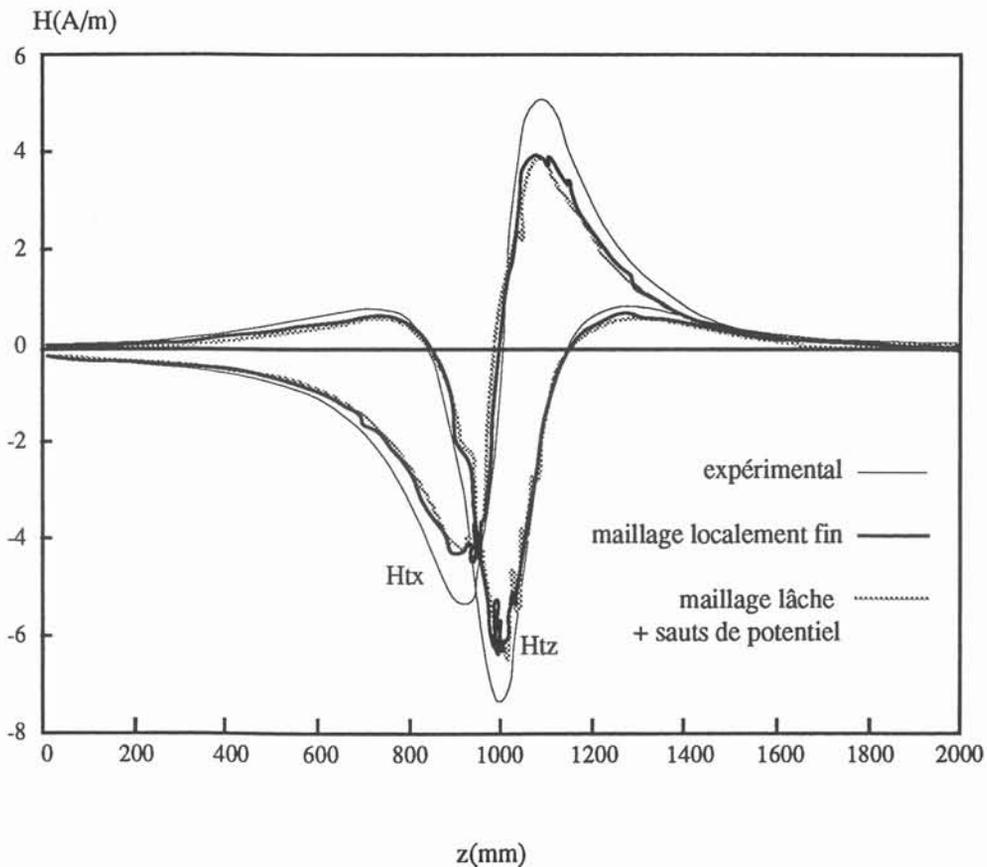


figure IX.4. signature à 75mm, centré

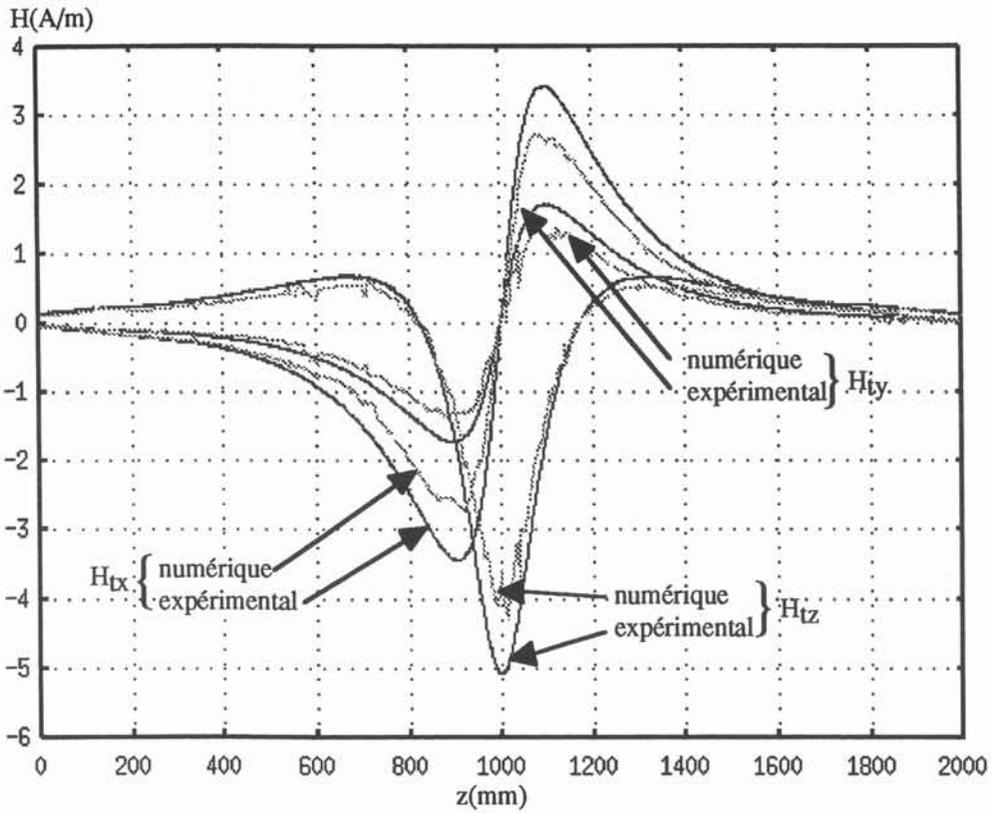


figure IX.5. signature à 75mm, décentré

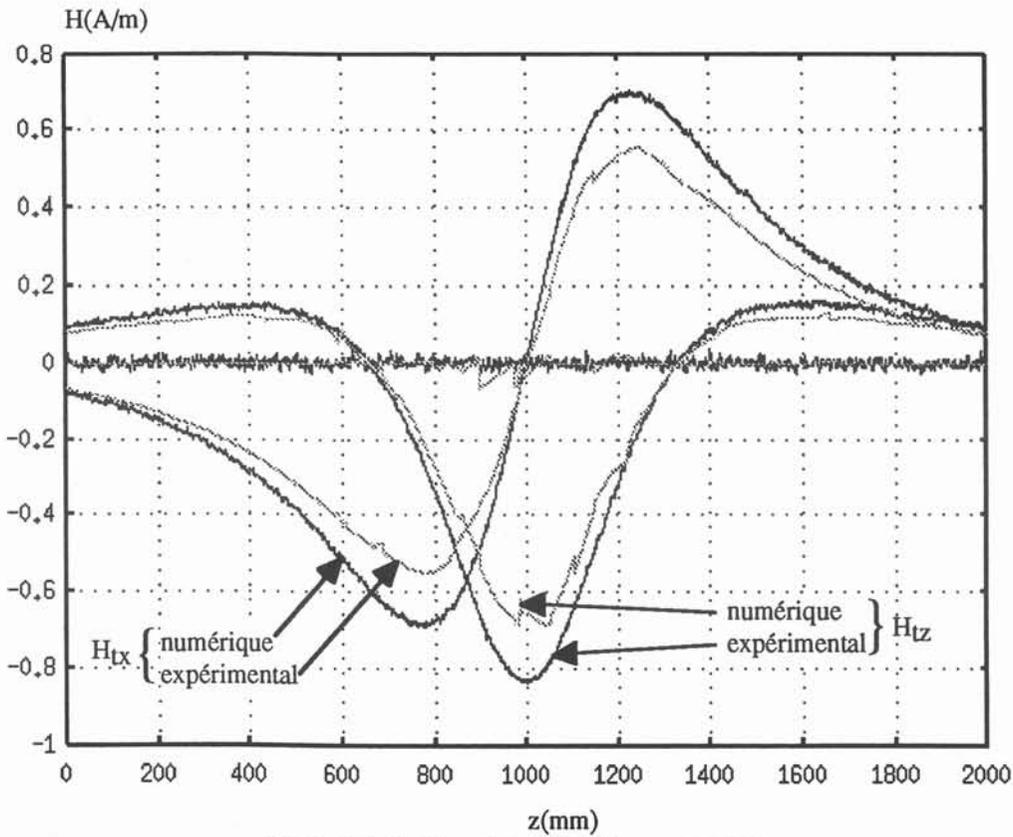


figure IX.6. signature à 300mm, centré

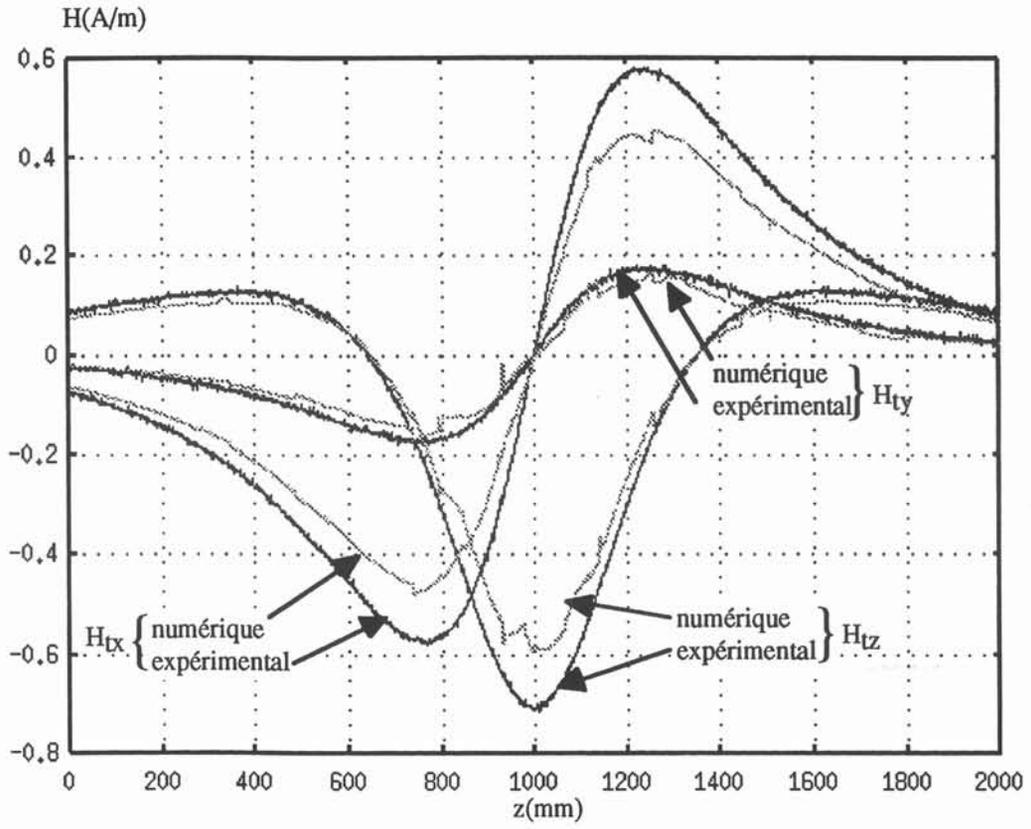


figure IX.7. signature à 300mm, décentré

### IX. 3. 2. Vérification de l'hypothèse linéaire

Comme nous l'avons dit précédemment, compte tenu des faibles valeurs du champ géomagnétique, l'hypothèse de linéarité du matériau est tout à fait justifiée dans le cas du calculs des aimantations naturelles ; la perméabilité à considérer est la perméabilité réversible initiale, pente à l'origine de la courbe de première aimantation.

Dans le cas des effets de boucle, le matériau voit un champ source beaucoup plus élevé. Or les courbes figure IX.8 représentant l'évolution du champ total extérieur en fonction du courant révèlent une très nette linéarité entre les deux paramètres.

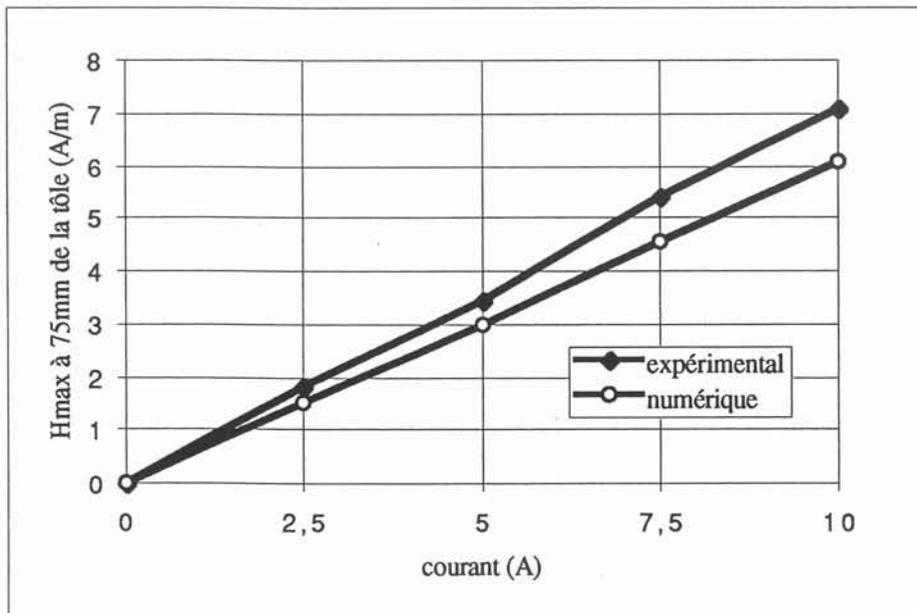


figure IX.8. champ total maximum en fonction du courant

Cette linéarité malgré un champ source localement très élevé ( $H_e = 1124$  A/m pour  $I=10$ A injecté dans la boucle la plus proche de la tôle) s'explique par un champ total effectif auquel est soumise la tôle beaucoup plus faible. En effet, le calcul du champ total dans la tôle donne  $H_t = 83$  A/m, soit à peu près le dixième du champ coercitif et 3 fois le champ géomagnétique. Les variations de champ reste donc dans le domaine des champs faibles, c'est-à-dire la partie linéaire de la courbe de première aimantation (cf figure IX.9).

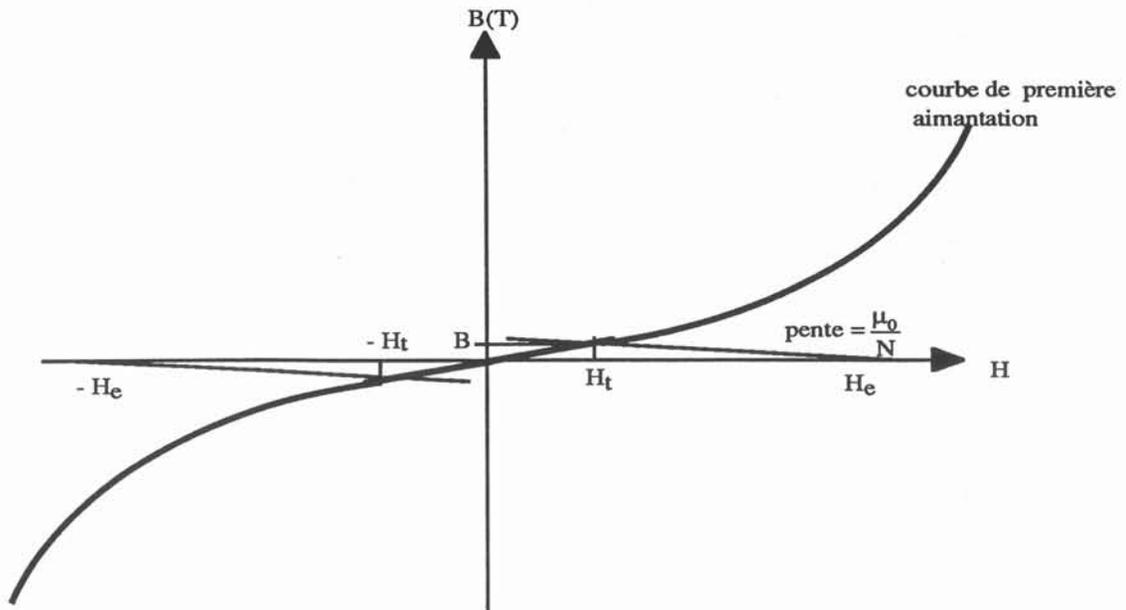


figure IX.9. variation de champ effectivement subie par la tôle

Nous pouvons graphiquement remonter au coefficient de champ démagnétisant en traçant la droite reliant le point de fonctionnement  $(H_t, B)$  au point  $(H_e, 0)$ . La pente de cette droite est inversement proportionnelle au coefficient de champ démagnétisant  $N$  qui est alors voisin de 0,13 ; si on le compare avec le rapport  $\frac{1}{\mu_r - 1}$  voisin de  $10^{-2}$ , on constate que l'effet de forme est prépondérant sur l'effet de la perméabilité. Le champ démagnétisant est alors très élevé dans la direction de la tôle et explique le faible champ total.

Nous avons vu dans le chapitre I que le coefficient de champ démagnétisant est élevé dans une direction si l'allongement dans cette direction est faible. Cette remarque semble en contradiction avec le calcul précédent car l'allongement de la tôle de la maquette est très élevé (environ 1140). En fait, l'effet du circuit est très localisé et une faible portion de la tôle est concernée par l'aimantation. La coupure de potentiel générée par des masses magnétiques très proches et décrite dans les chapitres précédents est une bonne représentation de cet effet local.

#### IX. 4. CONCLUSIONS

Les résultats précédents montrent un bon accord entre les calculs éléments finis tridimensionnels et les mesures expérimentales. Les écarts, compris entre 15 et 20%, sont très inférieurs à ceux observés (100%) lors des calculs d'effets de boucles antérieurs à la présente étude. Ils restent cependant plus importants que ceux attendus. Les incertitudes expérimentales sont d'ordre de grandeur trop faible pour les expliquer. Nous n'avons par manque de temps pu étudier les aimantations naturelles ; il serait intéressant de déterminer les écarts entre mesures et calculs dans ce cas et de les comparer aux écarts précédents.

Le comportement de la tôle se révèle très différent selon que le champ source extérieur est uniforme et de faible intensité (le champ terrestre) ou non uniforme et de forte intensité (le champ créé par les boucles) :

- dans le premier cas, l'ensemble de la tôle est concernée par l'excitation externe ; l'allongement à considérer est donc très élevé et il en résulte un champ démagnétisant faible dans direction du plan de tôle. Le champ source étant cependant faible, le champ total l'est également et on reste dans le domaine de perméabilité linéaire ;

- dans le second cas que nous avons étudié ici, seule une portion de tôle est concernée par l'excitation externe ; l'allongement à prendre en compte est alors bien plus faible et le champ démagnétisant est très élevé, du même ordre de grandeur que le champ source ; il en résulte un champ total faible et un comportement du matériau également linéaire.

## *Conclusion Générale*



Nos travaux de recherches ont porté sur la modélisation des effets de boucles d'immunisation magnétique des navires. Il s'était en effet avéré dans le passé que la modélisation par une méthode éléments finis des aimantations dues aux circuits d'immunisation donnait de très mauvais résultats, contrairement à la modélisation des aimantations dues au champ géomagnétique. Une étude systématique des erreurs possibles nous a permis de dégager la raison essentielle de ces résultats médiocres. Pour des raisons technologiques, les boucles d'immunisation sont dans la réalité très proches de la coque du bâtiment : le rapport entre la distance boucle - coque et les dimensions de la coque peut atteindre  $5 \cdot 10^{-4}$ . L'aimantation (ou les pôles magnétiques) que génèrent les boucles dans le matériau est alors très localisée. Le maillage en éléments finis devient rapidement insuffisant pour calculer correctement l'aimantation des matériaux dans cette zone. Il faut l'affiner considérablement localement pour calculer ces aimantations. Si cette solution est envisageable pour des géométries simples, elle se révèle très rapidement coûteuse pour la géométrie complexe d'un navire.

Dans un souci d'économie de taille de système et de temps de calcul, nous avons donc proposer une méthode appelée "*saut de potentiel réduit*". Il s'agit d'imposer comme contraintes le saut de potentiel dû aux pôles magnétiques physiquement générés dans la tôle par les circuits d'immunisation. Précisément en s'appuyant sur la forte localisation de ces pôles et la disproportion entre la distance tôle - spire et les dimensions des tôles, on peut considérer le problème local comme bidimensionnel et calculer le potentiel dû aux pôles par une méthode analytique ou une méthode numérique simple. Cette solution a pour avantage de pouvoir être appliquée sans affinage particulier du maillage tout en donnant de bons résultats sur les géométries simples étudiées. L'application de la méthode, bien qu'incomplète, à une géométrie plus proche d'un bâtiment réel nous a donné des résultats prometteurs. Nous avons pu mettre en évidence l'économie qu'elle permet de réaliser par rapport au maillage intensif du navire, même local.

Les confrontations de mesures expérimentales sur une maquette simple avec les résultats de modélisation ont révélé des écarts entre résultats expérimentaux et numériques compris entre 15 et 20%, ce qui est bien inférieur aux erreurs initialement observées concernant les effets de boucles. Nous avons également pu mettre en évidence le comportement linéaire de la tôle. L'effet très localisé des circuits d'immunisation sur les tôles a pour conséquence des champs démagnétisants très élevés et finalement un champ total vu par la tôle faible, du même ordre de grandeur que le champ magnétique terrestre. Ce résultat est d'une importance capitale pour tous les développement concernant la modélisation des aimantations des navires. Il semble en effet inutile de décrire une loi de comportement magnétique non linéaire qui risque de compliquer la modélisation en générale, et le calcul des sauts de potentiel réduit en particulier.

Nous voyons la suite de ce travail selon deux axes principaux.

Le premier concerne la modélisation numérique. La méthode du saut de potentiel réduit génère des erreurs et du bruit sur les signatures, qui se révèlent incompressibles malgré l'utilisation d'un puissant outil de lissage, à savoir l'approximation diffuse. D'une part, physiquement, le saut vertical de potentiel réduit est plus proche d'une discontinuité que du saut réellement implanté. De plus, le support de ce saut est le maillage irrégulier des tôles. La coupure de potentiel, même si elle est, d'un point de vue logiciel, plus difficile à implanter, devrait permettre d'atténuer ces imprécisions. Elle devrait également permettre de réduire le nombre de contraintes à appliquer. Il est également nécessaire d'implanter une méthode numérique simple pour calculer ces contraintes dans toutes les situations rencontrées dans un navire.

Le deuxième axe est expérimental. Les écarts résiduels observés entre mesures et modélisation sur la maquette simple ne sont pour le moment pas explicables par les incertitudes expérimentales. Une étude plus approfondie de ce problème doit être menée, en particulier l'étude des aimantations naturelles afin de savoir si les mêmes écarts entre mesures et calculs apparaissent. Enfin, une maquette de navire en tôles pleines munis de boucles d'immunisation est en construction au LMN. Elle permettra d'effectuer des mesures sur un modèle plus représentatif d'un navire réel que ne l'est une maquette treillis. Ces mesures seront très précieuses pour toutes les validations des calculs numériques futurs.

# *Bibliographie*

1  
2  
3  
4  
5



- [ANGOT-72] ANGOT A.  
*Compléments de mathématiques*  
Masson et C<sup>ie</sup>, Paris, 1972
- [BEWLEY-63] BEWLEY L.V  
*Two-dimensional fields in electrical engineering*  
Dover Publications, Inc., New York, 1963
- [BINNS-63] BINNS K.J., LAWRENSON P.J.  
*Electric and magnetic fields problems*  
Mdc Millan, New York, 1963
- [BRISSONNEAU-87] BRISSONNEAU P.  
*Magnétisme classique et matériaux magnétiques pour le génie électrique*  
Notes de cours, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1987
- [BRISSONNEAU-97] BRISSONNEAU P.  
*Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique*  
Edition Hermès, Paris, 1997
- [BRUNOTTE-91] BRUNOTTE X.  
*Modélisation de l'infini et prise en compte de régions magnétiques minces*  
*Application à la modélisation des aimantations de navires*  
Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, décembre 1991
- [CHASSOULIER-93] *La méthode des éléments diffus*  
DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble, septembre 1993
- [COULOMB-81] COULOMB J.L.  
*Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la*  
*méthode des éléments finis*  
Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, juin 1981
- [DHATT-84] DHATT G., TOUZOT G.  
*Une présentation de la méthode des éléments finis*  
Collection université de Compiègne, deuxième édition  
Maloine S.A. Editeur, Paris, 1984

- [DURAND-66\_II] DURAND E.  
*Electrostatique, tome II*  
*problèmes généraux - Conducteurs*  
Masson et C<sup>ie</sup>, Paris, 1966
- [DURAND-66\_III] DURAND E.  
*Electrostatique, tome III*  
*méthodes de calcul - Diélectriques*  
Masson et C<sup>ie</sup>, Paris, 1966
- [DURAND-68] DURAND E.  
*Magnétostatique*  
Masson et C<sup>ie</sup>, Paris, 1968
- [FLUX2D-94] *Flux2D, version 7.1, Notice d'utilisation*  
Cedrat SA (France),Magsoft Co (USA), août 1994
- [FLUX3D-93] *Flux3D, version 2.1, Notice d'utilisation*  
Cedrat SA (France),Magsoft Co (USA), novembre 1993
- [GENTILHOMME-91] GENTILHOMME A.  
*C. O. C. A. S. E, un système expert d'aide à la conception d'appareillages électriques*  
Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, mai 1991
- [GUERIN-94] GUERIN C.  
*Détermination des pertes par courants de Foucault dans les cuves de transformateurs - Modélisation de régions minces et prise en compte de la saturation des matériaux magnétiques en régime harmonique*  
Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, septembre 1994
- [HAGUE-29] HAGUE B.  
*Electromagnetic problems in electrical engineering*  
Oxford University Press, Londres, 1929
- [HERPIN-68] HERPIN A.  
*Théorie du magnétisme*  
Presses Universitaires de France, Paris, 1968

- [IGARASHI-96] IGARASHI H., HONMA T.  
*An analysis of thin magnetic materials using hypersingular integral equations*  
IEEE Trans. Mag., vol.32, n°3, mai 1996
- [KRAHENBUHL-90] KRAHENBUHL L.  
*A theory of thin layers in electrical engineering ; application to eddy-current calculation inside a shell using the BIE software PHI3D*  
IGTE Symposium, Graz, Autriche, octobre 1990
- [LE COAT-97] LE COAT G.  
*Discrétion électromagnétique des machines électriques tournantes*  
Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, septembre 1997
- [LEGRIS-96] LEGRIS M.  
*Identification de l'état magnétique d'un système ferromagnétique à partir de mesures du champ proche*  
Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, novembre 1996
- [MARECHAL-93] MARECHAL Y., COULOMB J.L., MEUNIER G., G. TOUZOT  
*Use of the diffuse element method for electromagnetic field computation*  
IEEE Trans. Mag., vol.29, n°2, mars 1993
- [MARECHAL-96] MARECHAL Y.  
*A meshless method for electromagnetic field computation*  
Acte de conférence CB, Duo Preto, Brésil, 1996
- [MARECHAL-97] MARECHAL Y., LUONG H.T., MEUNIER G.  
*Robust generation of complex set of boundary conditions for modelling 3D electromagnetic fields*  
Soumis à Compumag, Rio de Janeiro, Brésil, 1997
- [NEEL-91] NEEL L.  
*Un siècle de physique*  
Edition Odile Jacob, Paris, 1991

- [NAYROLLES-91\_I] NAYROLLES B., TOUZOT G., VILLON P.  
*L'approximation diffuse*  
Compte rendu à l'Académie des Sciences, 313, Série II, 293-296,  
Paris, 1991
- [NAYROLLES-91\_II] NAYROLLES B., TOUZOT G., VILLON P.  
*La méthode des éléments diffus*  
Compte rendu à l'Académie des Sciences, 313, Série II, 133-138,  
Paris, 1991
- [PRESS-90] PRESS W.H., FLANNERY B.P., TEUKOLSKY S.A.,  
VETTEERLING T.  
*Numerical recipes - The art of scientific computing (Fortran version)*  
Cambridge University Press, Cambridge, 1990
- [ROTTERS-41] ROTTERS H. C.  
*Electromagnetic devices*  
John Wiley and Sons Inc, New York, 1941
- [TAYLOR-95] TAYLOR R.L., ZIENKIEWICZ O.C., ONATE E., IDELSOHN S.  
*Moving least square approximation for solution of differential equations*  
Publication CIMNE, International Center for Numerical Methods in  
Engineering, N°74, décembre 1995
- [YONNET-96] YONNET J. P.  
*Rare earth permanent magnets*  
Oxford University Press, chap 9, 1996

## Résumé

Ce mémoire présente le calcul des effets de boucles d'immunisation dans les navires par la méthode des éléments finis. Le système d'immunisation est constitué de circuits électriques intérieurs au navire et destinés à compenser l'anomalie magnétique générée par le bâtiment sous l'effet du champ terrestre. La difficulté rencontrée réside dans la proximité entre les circuits électriques et les tôles ferromagnétiques. Il en résulte une aimantation très localisée de ces tôles, qui ne peut être correctement calculée qu'en utilisant un maillage extrêmement fin. Sans outil numérique adapté, cette modélisation se révèle donc coûteuse, voire irréalisable dans un cas réel. Une nouvelle technique, *la méthode de saut ou de coupure de potentiel*, est proposée pour résoudre le problème. Physiquement, l'effet d'un circuit sur une tôle se traduit par une quasi-discontinuité du potentiel scalaire réduit, inconnue principale du système et représentant la réaction du matériau ferromagnétique. Cet effet local, compte tenu de la disproportion entre les dimensions des tôles et les distances tôles - circuits, peut être ramené à un problème bidimensionnel et calculé par une méthode analytique ou numérique simple. Le saut de potentiel réduit ainsi calculé est imposé dans la modélisation tridimensionnelle globale comme contrainte sur les noeuds des éléments finis de la tôle proches de la boucle. Les différentes validations numériques effectuées révèlent des résultats très satisfaisants sur des géométries simplifiées et prometteurs sur une géométrie complexe proche de celle d'un navire réel. Le gain en temps de calcul et en nombre d'inconnues du système est très important par rapport à une résolution s'appuyant sur un maillage très fin. Les validations expérimentales mettent en évidence la cohérence des modèles mathématiques utilisés et le comportement linéaire des matériaux sous l'effets des boucles, rendant inutile la prise en compte de l'hystérésis dans leur modélisation en général et dans le calcul des sauts de potentiel en particulier.

## Mots clés

Magnétisme du navire, Effets de boucles d'immunisation, Electromagnétisme, Modélisation tridimensionnelle, Eléments finis, Saut de potentiel réduit, Contraintes généralisées, Hystérésis, Champ démagnétisant

## Abstract

This thesis presents the computation of degaussing coils effects in ships by the finite elements method. The degaussing system is composed of electrical circuits near the hull to compensate the magnetic anomaly generated by the vessel in the earth's magnetic field. The difficulty is the short distance between the coils and the ferromagnetic sheets. The magnetization of these sheets is so localized that it can be correctly calculated only by using an extreme fine mesh. Without special numerical tool, this modelling is expensive, and may be unrealizable in a real case. A new technique, called *the reduced scalar potential jump method*, is proposed to solve the problem. Physically, the coil effect on a sheet generates a quasi discontinuity of the reduced scalar potential which is the mean unknown of the system and represents the reaction of the ferromagnetic material. Taking into account the disproportion between the sheet dimensions and the distances coil-sheet, this local effect can be considered as a bidimensional problem and calculated by a simple analytical or numerical method. The potential jump so computed is imposed in the whole three-dimensional modelling as a constraint on the nodes of the sheet near the coil. The different numerical validations reveal very satisfying results on simple geometries, and promising results on a complex geometry, nearer to a real ship. The gain in terms of computation time and nodes number is significant, compared to the modelling using a very fine mesh. The experimental results reveal the reliability of the used mathematical models and the linear behaviour of the ferromagnetic materials under the coils effect. So it is useless to take the hysteresis into account in the general modelling of degaussing coils, and especially in the calculus of the potential jumps.

## Keywords

Ship magnetism, Degaussing coils effects, Electromagnetism, Three-dimensional modelling, Finite elements, Reduced potential jump, Generalized constraints, Hysteresis, Demagnetizing field.