



**HAL**  
open science

# Etude numérique des transferts conjugués paroi-fluide d'un écoulement e fluide compressible dans une tuyère

Jing Deng

► **To cite this version:**

Jing Deng. Etude numérique des transferts conjugués paroi-fluide d'un écoulement e fluide compressible dans une tuyère. Autre [cond-mat.other]. Université de Technologie de Belfort-Montbeliard, 2011. Français. NNT : 2011BELF0162 . tel-00720654

**HAL Id: tel-00720654**

**<https://theses.hal.science/tel-00720654>**

Submitted on 25 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Technologie de Belfort -Montbéliard

**Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur et Microtechniques**

THESE

Présentée pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'Université de Technologie de Belfort – Montbéliard**  
**Spécialité : Sciences pour l'Ingénieur**

par

**Jing DENG**

**Etude numérique des transferts conjugués paroi-fluide d'un  
écoulement de fluide compressible dans une tuyère**

Soutenance le 24 Novembre 2011

devant le jury composé de :

<b>S. ABOUDI</b>	Professeur, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
<b>E. DANIEL</b>	Professeur, Université d'Aix-Marseille I
<b>M. IMBERT</b>	Professeur, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
<b>A. NEBBACHE</b>	Maître de Conférences, I.N.S.A. de Rouen
<b>B. SARH</b>	Professeur, Université d'Orléans



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire Systèmes et Transports (SET) de l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM) sous la direction de Messieurs les professeurs Michel IMBERT et Saïd ABOUDI.

Tout d'abord, j'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Aberrafiaa KOUKAM, Professeur, Directeur du Laboratoire SET, de m'avoir accueilli au laboratoire et de me donner l'opportunité de m'affirmer dans mon travail de recherche.

Ensuite je tiens à remercier Monsieur Brahim SARH, Professeur des Universités à l'Université d'Orléans de m'avoir fait l'honneur de présider le jury, et Monsieur Eric DANIEL, Professeur des Universités à l'Université d'Aix-Marseille I, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté en acceptant de rapporter sur ce travail. Je les remercie pour leurs opinions, leurs remarques et leurs suggestions. Je remercie également Monsieur Abderrahmane NEBBACHE, Maître de Conférences à l'I.N.S.A. de Rouen d'avoir accepté d'examiner mon mémoire de thèse.

Je remercie chaleureusement Messieurs Michel IMBERT et Saïd ABOUDI, Professeurs des Universités à l'UTBM pour leurs soutiens et précieux conseils tout au long de cette étude. Leur sérieuse attitude scientifique m'impressionne fortement et influencera mes futurs travaux. Elle m'a aidé non seulement dans mes travaux de recherches mais aussi dans la vie quotidienne.

Je tiens à adresser un remerciement à Monsieur Sihao DENG pour son aide et ses conseils sur mes travaux. J'associe à ces remerciements Messieurs Hui LI, Jianfei LI et Maroun NADDAF, pour leurs conseils avisés et diverses discussions techniques. J'exprime aussi ma reconnaissance à Monsieur le professeur Hanlin LIAO et Madame Hui WANG-LIAO pour leur sympathies et encouragements.

Enfin, je voudrais adresser un grand merci à ma femme et mes parents qui m'ont soutenus et encouragés tout au long de ces années.

# NOMENCLATURE

<b><i>Symbole</i></b>	<b><i>Définition</i></b>
<i>a</i>	Vitesse du son, cm/s
<i>A<sub>e</sub></i>	Aire d'entrée, cm <sup>2</sup>
<i>A<sub>s</sub></i>	Aire de sortie, cm <sup>2</sup>
<i>A<sub>col</sub></i>	Aire du col, cm <sup>2</sup>
<i>Bi</i>	Nombre de Biot, $h_1 L / k$
<i>Cd</i>	Coefficient de débit masse
<i>C<sub>p</sub></i>	Chaleur spécifique à pression constante, J/Kg.K
<i>C<sub>v</sub></i>	Chaleur spécifique à volume constant, J/Kg.K
<i>D</i>	Diamètre, cm
<i>e</i>	Energie interne massique, m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
<i>e<sub>p</sub></i>	Epaisseur de paroi, cm
<i>E</i>	Energie totale massique, m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
<i>g</i>	Accélération de la gravité, 9,8m/s <sup>2</sup>
<i>k</i>	Conductivité thermique, W / m.K
<i>k<sub>B</sub></i>	Constante de Boltzmann
<i>Kn</i>	Nombre de Knudsen,
<i>h</i>	Coefficient d'échange, W / m <sup>2</sup> .K
<i>F</i>	Force de poussée, N
<i>I</i>	Impulsion, N.s
<i>L</i>	Longueur caractéristique, cm
<i>ṁ</i>	Débit masse, g / s
<i>M</i>	Nombre de Mach
	Masse molaire du gaz, g/mol
<i>P</i>	Pression statique, Pa
<i>Pr</i>	Nombre de Prandtl,
<i>Q, q</i>	Flux thermique W, densité de flux thermique, W/m <sup>2</sup>
<i>R</i>	Constante universelle des gaz parfaits, 8,31696 J / mol.K
<i>℞</i>	Constante spécifique d'un gaz, J / g.K
<i>T</i>	Température statique, K
<i>u</i>	Vitesse axiale, cm / s
<i>v</i>	Vitesse transversale ou radiale, cm / s
<i>Re</i>	Nombre de Reynolds,
<i>V<sub>T</sub></i>	Vitesse totale, cm/s
<i>x</i>	Coordonnée axiale, cm
<i>r ou y</i>	Coordonnée radiale ou transversale, cm
<i>r<sub>ac</sub></i>	Rapport du rayon du raccordement au rayon du col.
<i>t</i>	Temps, s

## **Symboles grecs**

$\alpha$	<i>Demi angle du divergent, Diffusivité thermique, <math>m^2/s</math></i>
$\beta$	<i>Demi angle du convergent,</i>
$\xi$	<i>Coordonnée axiale adimensionnelle</i>
$\eta$	<i>Coordonnée transversale ou radiale adimensionnelle</i>
$\varepsilon_e$	<i>Rapport d'aire de l'entrée sur aire du col, <math>A_e / A_{col}</math></i>
$\varepsilon_s$	<i>Rapport d'aire de la sortie sur aire du col, <math>A_s / A_{col}</math></i>
$\varepsilon$	<i>Constante= <b>0</b> pour l'écoulement bidimensionnel = <b>1</b> pour l'écoulement axisymétrique.</i>
$\tau$	<i>Temps adimensionnel</i>
$\gamma$	<i>Rapport <math>C_p / C_v = 1,4</math></i>
$\rho$	<i>Masse volumique, <math>g / cm^3</math></i>
$\lambda, \mu$	<i>Coefficient de Viscosité, <math>Pa.s</math></i>
$\nu$	<i>Viscosité cinématique, <math>m^2 / s</math></i>
$\sigma$	<i>Diamètre de la molécule, <math>cm</math></i>
<b>Indices</b>	
<i>a</i>	<i>ambient</i>
<i>c</i>	<i>convergent</i>
<i>d</i>	<i>divergent</i>
<i>col</i>	<i>col</i>
<i>e</i>	<i>entrée</i>
<i>f</i>	<i>fluide</i>
<i>id</i>	<i>idéal</i>
<i>max</i>	<i>maximal</i>
<i>min</i>	<i>minimal</i>
<i>s</i>	<i>solide, sortie</i>
<i>sp</i>	<i>spécifique</i>
<i>sub</i>	<i>subsonique</i>
<i>T</i>	<i>total</i>
<i>w ou p</i>	<i>paroi</i>
<i>arc</i>	<i>raccordement</i>
<i>0</i>	<i>réservoir</i>
<b>Exposants</b>	
*	<i>adimensionné, normalisé</i>

# Table des matières

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>13</b>
<b>CHAPITRE 1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....</b>	<b>15</b>
1. INTRODUCTION.....	16
2. LES ETUDES SANS COUPLAGE AVEC LA PAROI.....	17
2.1 Etudes sur des tuyères de taille "classique".....	17
2.2 Etudes transitoires.....	21
2.3 Etudes dans les micro-tuyères.....	22
3. LES ETUDES AVEC COUPLAGE THERMIQUE FLUIDE-PAROI.....	25
4. LES ETUDES AVEC COUPLAGES THERMIQUE ET THERMOMECHANIQUE.....	28
5. CONCLUSION.....	29
<b>CHAPITRE 2 MODELISATION DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE COMPRESSIBLE.....</b>	<b>31</b>
1. INTRODUCTION.....	32
2. PRESENTATION DU PROBLEME PHYSIQUE.....	32
3. MODELE MATHEMATIQUE.....	34
3.1. Hypothèses.....	34
3.2. Equations de bilan.....	34
3.3. Transformation des équations.....	36
4. DOMAINE DE CALCUL.....	38
5. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES.....	39
5.1. Conditions initiales.....	39
5.2. Conditions aux limites.....	40
6. METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE.....	41
7. PERFORMANCES MECANQUES ET THERMIQUES D'UNE TUYERE.....	43
7.1. Performances mécaniques.....	43
7.2. Performances thermiques.....	44
<b>CHAPITRE 3 RESULTATS NUMERIQUES : CAS SANS COUPLAGE FLUIDE- PAROI.....</b>	<b>47</b>
1. INTRODUCTION.....	48
2. VALIDATION NUMERIQUE : INDEPENDANCE DU MAILLAGE.....	50
3. VALIDATION PHYSIQUE : DONNEES EXPERIMENTALES.....	52
4. EFFETS DE LA GEOMETRIE DE LA TUYERE.....	55
4.1. Effet de la zone située en amont de la tuyère.....	55
4.2. Effet du raccordement au niveau du col : $r_{ac} = r_{arc} / r_{col}$ .....	57
4.3. Effet de l'angle du divergent.....	59
5. EFFET DU TRANSFERT PARIETAL DE CHALEUR.....	67
5.1. Température pariétale fixée.....	67
5.2. Coefficient de transfert de chaleur.....	69
6. ANALYSE INSTATIONNAIRE.....	76
6.1. Echelons de la température génératrice.....	76
6.2. Echelon sur le coefficient d'échange.....	79
7. CONCLUSION.....	80
<b>CHAPITRE 4 MODELISATION THERMIQUE ET THERMOMECHANIQUE D'UNE TUYERE.....</b>	<b>83</b>
1. INTRODUCTION.....	84
2. PROBLEME THERMIQUE.....	84

2.1. Equations de bilan thermique.....	84
2.2. Conditions initiales et aux limites.....	85
2.3. Transformation du domaine physique solide.....	86
2.4. Méthode numérique de résolution.....	87
2.5. Méthode de couplage.....	88
2.6. Exemple de validation sur une paroi bicouche.....	89
3. PROBLEME THERMOMECHANIQUE.....	95
3.1. Equations de bilan thermomécanique.....	95
3.2. Rappel du principe de minimisation de l'énergie potentielle totale.....	97
3.3. Organigramme de calcul thermomécanique.....	100
3.4. Exemple de calcul thermomécanique.....	102
4. CONCLUSION.....	105
<b>CHAPITRE 5 COUPLAGES THERMIQUE ET THERMO-MECANIQUE FLUIDE- PAROI.....</b>	<b>107</b>
1. INTRODUCTION.....	108
2. COUPLAGE THERMIQUE FLUIDE-PAROI.....	108
2.1. Couplage stationnaire.....	109
2.2. Couplage instationnaire.....	109
3. Validation des résultats.....	110
4. ETUDE PARAMETRIQUE.....	115
4.1. Influence de l'épaisseur de la paroi.....	116
4.2. Influence de l'angle du divergent.....	120
4.3. Influence des conditions pariétales.....	123
4.4. Influence des conditions d'entrée du fluide.....	125
5. TUYERE MULTICOUCHE.....	126
5.1. Analyse transitoire.....	129
5.2. Influence de la nature du matériau.....	132
5.3. Influence de l'épaisseur des couches.....	136
5.4. Multicouche en structure stratifiée.....	143
6. COUPLAGE THERMOMECHANIQUE.....	145
6.1 Résultats thermomécaniques.....	146
7. CONCLUSIONS.....	169
<b>CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>171</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>173</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>179</b>



# Liste des tableaux

## Chapitre 1

Tableau 1. Paramètres adimensionnels influençant le coefficient de débit Cd dans une tuyère critique ISO, d'après [2]

Tableau 2: Paramètres définissant la géométrie du micro propulseur

## Chapitre 3

Tableau 1. Description des grandeurs physiques et géométriques de la tuyère, Rothe [19].

Tableau 2. Configurations étudiées de la tuyère « test ».

Tableau 3. Grandeurs physiques et géométriques de la tuyère de base.

Tableau 4. Performance de la tuyère pour différentes longueurs de la zone située en amont de la tuyère.

Tableau 5. Force de poussée et impulsion spécifique pour différentes valeurs de  $r_{ac}$ .

Tableau 6. Paramètres physiques et géométriques de la tuyère.

Tableau 7. Rapport d'aires d'expansion en fonction de l'angle du divergent  $\alpha$ .

Tableau 8. Conditions physiques et opératoires.

Tableau 9. Longueur du divergent en fonction de l'angle  $\alpha$ .

Tableau 10. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

Tableau 11. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

## Chapitre 4

Tableau 1 Propriétés physiques du matériau bicouche.

Tableau 2. Propriétés physiques du matériau bicouche.

Tableau 3. Propriétés des matériaux céramique et métallique YSZ-AISI304.

## Chapitre 5

Tableau 1. Temps de diffusion dans le solide.

Tableau 2a. Grandeurs géométriques de la tuyère étudiée par Alexeenko [45].

Tableau 2b. Conditions aux limites de la tuyère étudiée par Alexeenko [45].

Tableau 3. Propriétés de la paroi solide.

Tableau 4. Comparaison des performances de la tuyère testée.

Tableau 5. Comparaison des performances à différents instants du régime instationnaire.

Tableau 6. Caractéristiques et propriétés de la tuyère étudiée.

Tableau 7. Influence de l'épaisseur de paroi sur les grandeurs de l'écoulement.

Tableau 8. Comparaison des performances avec et sans couplage pour différents angles du divergent.

Tableau 9. Comparaison des performances avec et sans couplage.

Tableau 10. Comparaison des performances en fonction de  $P_0$ .

Tableau 11. Exemples de cas simulés.

Tableau 12. Propriétés thermiques et mécaniques des matériaux étudiés.

Tableau 13. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

Tableau 14. Influence de  $h$  sur la géométrie de la tuyère.

# Liste des figures

## Chapitre 1

Figure 1. Géométrie de la tuyère étudiée par A. N. Johnson et al. [21]

## Chapitre 2

Figure 1. Présentation du domaine physique

Figure 2. Transformation du domaine physique.

Figure 3. Maillage du domaine de calcul.

## Chapitre 3

Figure 1. Tuyère testée [19] avec un exemple de maillage  $120 \times 32$  nœuds.

Figure 2 Evolution du résidu relatif à la vitesse axiale.

Figure 3. Profil de température adimensionnelle (a) au col et (b) à la sortie.

Figure 4. Distributions des températures adimensionnelles le long de l'axe (a) et de la paroi (b).

Figure 5. Evolutions du résidu.

Figure 6. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [74]: Température (a) et pression (b) le long de l'axe.

Figure 7. Géométrie étudiée pour l'analyse des effets de la zone située en amont de la tuyère.

Figure 8. Profils de la vitesse axiale (a) à l'entrée, (b) au col et à la sortie de la tuyère.

Figure 9. Iso Mach dans le plan physique (a) :  $r_{ac} = 0,25$  et (b) :  $r_{ac} = 2$

Figure 10. Profils de pression le long de l'axe et de la paroi :  $r_{ac} = 0,25$  et (b) :  $r_{ac} = 2$

Figure 11. Profils de température le long de l'axe. (a) :  $r_{ac} = 0,25$  et (b) :  $r_{ac} = 2$

Figure 12. Iso Mach (en haut) et lignes de courant (en bas) (a)  $\alpha = 2^\circ$  et (b)  $\alpha = 45^\circ$

Figure 13. Profils des nombres de Mach, en section de sortie, pour différents angles  $\alpha$ .

Figure 14. Profils de vitesse radiale, en section de sortie, pour différents angles  $\alpha$ .

Figure 15. Force poussée normalisée (a) et efficacité (b), en fonction de  $\alpha$ .

Figures 16. Iso Mach (en haut) et lignes de courant (en bas) pour  $\alpha = 10^\circ$  (a) et  $\alpha = 45^\circ$  (b) (test 1)

Figure 17. Profils du nombre de Mach en section de sortie pour différents  $\alpha$  (test 1).

Figures 18. Iso Mach (en haut) et lignes de courant (en bas) pour  $\alpha = 10^\circ$  (a),  $\alpha = 45^\circ$  (b) et  $\alpha = 45^\circ$  agrandi (c) (test 2)

Figure 19. Profils du nombre de Mach, en section de sortie, pour différents  $\alpha$  (test 2).

Figures 20. Forces de poussée normalisées (a) et efficacités spécifiques (b), en fonction de  $\alpha$ , comparaison avec la réf [52].

Figure 21. Géométrie de la tuyère.

Figure 22. Iso-vitesses axiales dans le plan physique.

Figure 23. Isobares dans le plan physique.

Figure 24. Isothermes dans le plan physique.

Figure 25. Iso-Mach dans le plan physique.

Figure 26. Force de poussée et Impulsion spécifique normalisées en fonction de la température de paroi.

Figures 27. Isothermes adimensionnelles, pour  $\alpha=2^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figures 28. Isothermes adimensionnelles  $T/T_0$ ,  $\alpha=10^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figures 29: Iso-Mach  $\alpha=2^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figures 30: Iso-Mach  $\alpha=10^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figures 31. Isobares adimensionnelles  $p / \rho_0 a_0^2$ ,  $\alpha=2^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figures 32. Isobares adimensionnelles  $p / \rho_0 a_0^2$ ,  $\alpha=10^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figure 31. Profil de température adimensionnelle  $T/T_0$

en section de sortie, pour  $h=0, 100$  et  $1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Figure 32. Profil du nombre de Mach en section de sortie (a), zone agrandie (b)

Figure 33. Profil de la pression adimensionnelle  $p / \rho_0 a_0^2$  en section de sortie.

Figure 34. Force de poussée normalisée en fonction de :

(a) angle  $\alpha$ , (b) coefficient d'échange.

Figure 35. Impulsion spécifique normalisée en fonction de :

(a) angle  $\alpha$  et (b) coefficient d'échange.

Figure 36. Force de poussée normalisée en fonction de : (a) angle  $\alpha$ , (b) coefficient d'échange

Figure 37. Impulsion spécifique normalisée en fonction de : (a) angle  $\alpha$ , (b) coefficient d'échange  $h$ .

Figure 38. Echelons sur la température du réservoir.

Figure 39. Evolution du pas de temps au cours des itérations

Figure 40. Evolution de la vitesse axiale.

Figures 41. Evolution du nombre de mach

Figure 42. Evolution de la température.

Figures 43. Evolution de la pression.

Figure 44. Echelon du coefficient d'échange  $h$ .

Figures 45. Evolution de la vitesse axiale, du nombre de Mach, de la température et de la pression en sortie de tuyère, cas (a) et (b).

## Chapitre 4

Figure 1. Transformation du domaine physique de la paroi.

Figure 2. Grille de discrétisation.

Figure 4. Techniques de couplage, (a) Flux-Température, (b) Flux-Flux, (c) Couplage fort.

Figures 5. Isothermes ( $^\circ K$ ) : (a) Couplage (FT), (b) Couplage (FF), (c) Couplage fort et (d) Fluent.

Figure 6. Géométries et conditions thermiques du matériau bicouche.

Figure 7. Evolution de la température aux interfaces  $x=0$ ,  $x=e_1$  et  $x=e_1+e_2$

Figures 8. Isothermes dans la paroi bicouche, (a) Couplage FT, (b) Couplage FF, (c) Fluent.

Figure 9. Courbes isothermes ( $^\circ K$ ).

Figure 10. Déplacements suivants  $ox$  (mm).

Figures 11. Déplacements suivants  $oy$  (mm).

Figures 12. Contraintes de Von Mises (MPa)

Figures 13. Profil des contraintes de Von Mises sur les frontières gauche (a) et droite (b).

Figures 14. Cas d'une paroi de tuyère monocouche en molybdène : (a) Isothermes, (b) Iso-déplacements  $D_x$ , (c) Iso-déplacements  $D_y$ , (d) Iso-contraintes Von Mises  $S_{eq}$

## Chapitre 5

Figure 1. Géométrie de la micro tuyère de la référence [3, 61].

Figure 2. Maillage de la tuyère étudiée.

Figure 3. Courbes isothermes stationnaires ( $t=10,3$  s) (a) Notre code, (b) Fluent, (c) Alexeenko

Figure 4. Courbes isothermes dans la zone solide.

Figure 5. Isothermes à différents instants, (a) Alexeenko, (b) notre calcul.

Figure 6. Géométrie et maillage de la micro tuyère étudiée.

Figures 7. Courbes isothermes pour différentes épaisseurs de la paroi.

Figures 8a. Courbes isothermes dans la paroi pour différentes épaisseurs.

Figures 8b. Courbes iso-vitesses axiales pour différentes épaisseurs de paroi.

Figures 8c. Courbes isoMach pour différentes épaisseurs de paroi.

Figures 8d. Courbes isobares pour différentes épaisseurs de paroi.

Figures 9. Distributions des températures (a) et des flux de chaleur (b) le long de l'interface fluide-solide, pour différentes épaisseurs.

Figures 10. Courbes isothermes dans la paroi (a)  $\varepsilon_s=4$ , (b)  $L=0,7722$  (cm).

Figures 11. Flux de chaleur à la paroi pour différents valeurs de l'angle du divergent, (a) rapport d'aires  $\varepsilon_s=4$ , (b) longueur  $L=0,7722$  cm.

Figure 12a. Courbes isothermes dans le fluide,  $e_p=0$ .

Figure 12b. Courbes isothermes dans le fluide et la paroi,  $e_p=0,0625$  cm.

Figure 12c. Courbes isothermes dans la paroi,  $e_p=0,0625$  cm.

Figures 13. Courbes isothermes dans le fluide et dans la paroi.

Figure 14. Schéma d'une structure multicouche stratifiée.

Figure 15. Evolutions des distributions de la température le long de l'interface solide-fluide pour différentes valeurs de  $h$ , cas 1.

Figures 16. Evolutions des distributions de la température le long de la surface extérieure de la paroi, pour différentes valeurs de  $h$ , cas 1.

Figure 17. Evolution de la température interfaciale aux points  $x/L=0,2$ ,  $0,5$  et  $0,8$ , cas 1.

Figures 18. Comparaison des distributions des températures

(a) le long de l'interface, (b) à l'extérieur, cas 1, 2 et 3.

Figures 19a. Evolution de la différence de températures entre l'interface et l'extérieur de la paroi au col,  $x/L=0,5$ .

Figures 19b. Evolution de la différence de températures entre l'interface et l'extérieur de la paroi dans le divergent,  $x/L=0,8$ .

Figures 20. Evolution de la température à l'interface(1) et à l'extérieur (2), cas 3 et 4.

Figures 21. Evolution de la température (1) à l'interface (2) à l'extérieur, cas 3 et 5.

Figures 22a-d. Courbes isothermes dans la paroi : (1) cas 3, (2) cas 4, (3) cas 5

Figures 23. Profils de température en  $x/L=0,5$ , cas 3, 4 et 5

Figures 24a-c. Courbes isothermes dans la paroi, (1) cas 6, (2) cas 7.

Figures 25. Profils de température en  $x/L=0,5$ , cas 6 et 7.

Figure 26. Exemple de transfert du champ thermique dans le code ANSYS à  $t=30$  s, cas 1.

Figures 27. Isothermes obtenues pour les cas 1 à 7 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.

Figure 28. Iso-déplacements longitudinaux DX, cas 1 à 7 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.

Figure 29. Iso-déplacements transversaux DY, cas 1 à 7 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.

Figure 30. Contours de contrainte SX, cas 1, 2 et 3 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.

Figure 31. Contours de contrainte SY, cas 1, 2 et 3 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.

Figure 32. Contours de contraintes de Von Mises (SEQV) obtenus pour les cas 1, 2 et 3 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.

Figure 33a. Evolution des profils de contraintes  $S_x$  à  $t=30, 250$  et  $1000$  s,

Figure 33b. Evolution des profils de contraintes  $S_y$  à  $t=30, 250$  et  $1000$  s,

Figure 33c. Evolution des profils de contraintes de Von Mises à  $t=30, 250$  et  $1000$  s, Cas 1, (a) face gauche, (b) col.

Figure 34a. Profils de contraintes SX à  $t=1000$  s,

Figure 34b. Profils de contraintes SY à  $t=1000$  s,

Figure 34c. Profils de contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, Cas 1, 2 et 3, (a) face gauche, (b) col.

Figure 35a. Profils de contraintes SX à  $t=1000$  s

Figure 35b. Profils de contraintes SY à  $t=1000$  s,

Figure 35c. Profils de contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, Cas 3, 4 et 5, (a) face gauche, (b) col.

Figure 36a. Profils de contraintes SX à  $t=1000$  s.

Figure 36b. Profils de contraintes SY à  $t=1000$  s.

Figure 36c. Profils de contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s. Cas 6 et 7, (a) face gauche, (b) col.

Figures 37. Géométrie de la tuyère en fonction de  $h$  à  $t=1000$  s.

Figures 38. Iso valeurs des températures, des déplacements  $D_x$  et  $D_y$  et des contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, (a)  $h=100$  W/(m<sup>2</sup>.K), (b)  $h=1000$  W/(m<sup>2</sup>.K), Cas 4.

Figures 39. Iso valeurs des températures, des déplacements  $D_x$  et  $D_y$  et des contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, cas 4 avec deux extrémités fixées, adiabatique.

Figure 40. Profils des contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, aux deux extrémités et au col de la tuyère, cas 4.

# Introduction

Le travail présenté dans ce mémoire étudie essentiellement des phénomènes rencontrés dans le domaine de la propulsion, de la projection thermique, des lasers et de l'aéronautique et de l'espace en général. D'autres applications plus récentes ont fait l'objet de travaux sur des arrangements de tuyères dans le système de propulsion MEMS et sur des buses de projection thermique, par exemple de type HVOF.

Il analyse par simulations numériques les comportements dynamiques et thermiques des écoulements dans les tuyères et leur performance. La motivation principale de ce travail est de comprendre et d'analyser l'influence des différents paramètres qui gouvernent ces écoulements prenant en compte les effets de paroi de la tuyère aussi bien sur les plans thermique et thermomécaniques.

Les écoulements de fluides étudiés sont supposés gazeux compressibles à nombres de Reynolds modérés et s'affranchissant de l'hypothèse de condition adiabatique de paroi couramment utilisée afin de mieux prendre en compte les phénomènes de transfert de chaleur par convection et rayonnement avec le milieu extérieur. Le couplage thermique entre l'écoulement et le fluide est pris en compte en se plaçant dans le cadre d'une épaisseur non négligeable de la tuyère et donc des phénomènes de transferts conjugués paroi-fluide. Compte tenu des niveaux élevés de température mis en jeu dans ces écoulements, nous avons également abordé l'étude du comportement thermomécanique de la tuyère avec des parois monocouches et multicouches.

Ce mémoire est organisé en cinq chapitres :

1. Le premier chapitre présente un aperçu des travaux publiés sur le sujet classé en fonction de leur nature :
  - Etude des écoulements de fluides compressibles supersoniques dans des tuyères de type convergente – divergente,
  - Etude des couplages thermique fluide-paroi dans les tuyères,
  - Etude prenant en compte les aspects thermomécaniques.
2. Le second chapitre est consacré à la présentation du problème physique de l'écoulement étudié :
  - Présentation des équations générales de bilan de masse, quantité de mouvement et énergie pour le fluide, hypothèses et conditions aux limites utilisées,

- Présentation de la méthode numérique de résolution
3. Le troisième chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques obtenus sans couplage thermique fluide-paroi : Il comporte les points suivants :
    - Validation du code numérique : indépendance du maillage, comparaison avec la bibliographie sur des exemples de cas numériques et expérimentaux.
    - Etude paramétrique : analyse de la géométrie (influence de l'angle du divergent, raccordement, zone d'entrée, ...), des conditions d'entrée de la tuyère et des conditions de transfert pariétal de chaleur.
    - Présentation de deux exemples de calculs en régime instationnaire : échelon sur la température génératrice et sur le coefficient d'échange convectif.
  4. Le quatrième chapitre est consacré à la présentation du couplage thermique et thermomécanique
    - équations de bilan thermique dans le solide et hypothèses utilisées.
    - Présentations de la méthode de résolution, des techniques de couplage solide-solide et d'un exemple de validation.
    - Description des équations traduisant le comportement thermomécanique de la paroi en régime élastique et définition des hypothèses utilisées,
    - Rappel sur la méthode des éléments finis et présentation de deux exemples de calculs.
  5. Le cinquième chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques prenant en compte d'abord le couplage thermique fluide-paroi et ensuite le comportement thermomécanique de la paroi : Il comporte les étapes suivantes :
    - Présentation de la technique du couplage thermique fluide-paroi,
    - Validation des résultats avec la bibliographie
    - Etudes paramétriques incluant l'influence de l'épaisseur de la paroi monocouche.
    - Application aux cas de tuyères multicouches (nature des matériaux, épaisseurs et structures stratifiées)
    - Résultats numériques du couplage thermomécanique.

# **Chapitre 1**

## **Etude bibliographique**



## 1. INTRODUCTION

Les études concernant les écoulements compressibles ont fait l'objet de nombreux travaux et trouvent leurs applications dans divers domaines industriels tels que l'aéronautique, les lasers chimiques, les systèmes de projection thermique, la combustion, les systèmes catalytiques etc...

De façon générale, le comportement physique d'un fluide compressible est beaucoup plus compliqué que celui d'un fluide incompressible. Il peut être considéré comme visqueux ou non visqueux. Les fluides non visqueux sont généralement analysés à l'aide des équations d'Euler alors que les fluides visqueux sont décrits par le système des équations de bilan de masse, de quantité de mouvement (Navier-Stokes). et d'énergie La présence éventuelle d'ondes de choc dans les écoulements de fluides compressibles nécessite une attention particulière quant au choix de la méthode numérique de résolution. Pour des systèmes de tailles conventionnelles, les méthodes les plus utilisées restent les volumes finis et les différences finies avec différents schémas (Dufort-Frankel, Lax-Wendroff, Runge-Kutta, MacCormack, méthode des caractéristiques, Gudonov,...) fonctions de la nature de l'écoulement (Eulériens, visqueux. laminaire, turbulent,...)

Par la suite, nous avons focalisé ce travail bibliographique sur les études relatives aux écoulements compressibles internes dans des tuyères ou des micro-tuyères, principalement en régime laminaire que nous avons classé en trois catégories :

1. Les études portant sur l'écoulement sans couplage avec la paroi,
2. Les études avec couplage thermique fluide-paroi
3. Les études prenant en compte, en plus le couplage thermomécanique.

Les travaux relatifs à la première catégorie sont nombreux et variés et peuvent être classés selon de nombreux critères : type d'écoulement (eulérien, visqueux), régime d'écoulement (laminaire, turbulent), domaine de compressibilité, numérique (DF, VF, MC), expérimental, conditions aux limites sur le fluide et sur la paroi, transitoire, etc,... Pour cette catégorie, nous avons limité notre rappel bibliographique à des travaux relatifs aux écoulements compressibles laminaires à caractères numérique et/ou expérimental dans des tuyères.

## 2. Les études sans couplage avec la paroi

### 2.1 Etudes sur des tuyères de taille "classique"

Pierre Laval [1] présente une méthode de résolution des équations d'Euler sous forme conservative d'un écoulement compressible dans une tuyère (2D et axisymétrique). La méthode proposée, de type prédicteur-correcteur explicite, utilise un terme de pseudo viscosité. Les résultats numériques sont obtenus pour une tuyère convergente-divergente ( $45^\circ - 15^\circ$ ), étudiée expérimentalement par Cuffel et al dans [2] et une autre tuyère avec un angle du convergent égal à  $20^\circ$  en faisant varier le rapport des rayons de courbure et du col  $R_c / R_{th}$  de 0 à 0.8. Ce dernier cas a été étudié expérimentalement, en 1970, par Solignac à l'ONERA. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montrent une bonne cohérence.

W. J. Rae [3] a présenté un calcul numérique sur un écoulement à faible masse volumique dans une tuyère de type convergente-divergente, en prenant de compte les effets de viscosité. Il a résolu les équations dans des micro-tuyères (Slender-channel) avec des conditions de glissement à la paroi. Un schéma aux différences finies implicite de type Crank-Nicholson est utilisé pour déterminer les profils la pression, de vitesse et d'enthalpie le long de la tuyère. Il a également étudié l'effet de la géométrie, du nombre de Reynolds et des conditions de température pariétale.

Les résultats montrent que les enthalpies obtenues entre les cas adiabatiques et ceux à températures de paroi constantes sont pratiquement identiques alors qu'avec une température de paroi variable, une réduction d'environ 20% de l'enthalpie, est observée. L'épaisseur de la couche limite la plus faible est obtenue dans le cas d'une température de paroi variable (refroidie).

Dans une série d'articles [4-7], M. C. Cline présente des études numériques d'un écoulement de fluide compressible dans des tuyères rectangulaires et axisymétriques. La méthode utilisée pour la progression dans le temps permet de contourner les difficultés rencontrées par les méthodes d'intégration numérique des systèmes hyperboliques et elliptiques qui sont dues à la mixité des domaines des vitesses subsonique et supersonique.

Dans [4], l'auteur a validé son travail sur des écoulements Eulériens bidimensionnels, isentropiques et rotationnels dans trois types de tuyère : la première a une forme conique de type convergent-divergent, la seconde est aussi de forme conique mais avec un convergent uniquement et la dernière de forme convergente-divergente présente un raccordement à

l'entrée. La comparaison des résultats montre une bonne cohérence avec ceux obtenus expérimentalement par Cuffel et al [2].

Dans [5], le même auteur développe un nouveau code prenant en compte les effets visqueux de l'écoulement (Viscous Nozzle Analysis Program : VNAP) basé sur la même méthode que celle décrite dans [4] mais en utilisant une forme non conservative des équations. Il la compare ensuite avec une méthode de calcul séparé de la couche limite visqueuse et de la zone eulérienne. Il montre que l'hypothèse de couche limite mince risque de ne plus être valable pour des tuyères de petites dimensions et pour des nombres de Reynolds de l'ordre  $10^3$  (cas de tuyères utilisées pour les lasers).

M. Imbert [8] présente une étude numérique de l'écoulement d'un fluide compressible dans une tuyère de révolution, convergente-divergente, de petites dimensions. Il propose un schéma explicite aux différences de type Mac-Cormack [9] pour la résolution du système d'équations de Navier-Stokes bidimensionnelles instationnaires. L'auteur compare deux méthodes numériques pour l'intégration temporelle des équations de Navier-Stokes. La première utilise un opérateur aux différences unique et la seconde utilise une séquence d'opérateurs aux différences monodimensionnels. La tuyère est séparée en zones à maillage constant (convergent et divergent selon la direction longitudinale, partie centrale selon la direction radiale) et à maillage variable (près du col selon  $x$  et de la paroi selon  $r$ ). Les conditions sur la frontière amont sont basées sur une hypothèse qui privilégie les effets transversaux par rapport aux effets longitudinaux ; sur la frontière aval, toutes les grandeurs de l'écoulement sont obtenues par extrapolation. La paroi est supposée adiabatique. Les résultats présentés montrent l'évolution du coefficient de débit à différentes sections et les iso-contours des nombres de Mach, les isobares et les profils de température et de vitesses axiales dans différentes sections de la tuyère. Une comparaison des nombres de Mach avec ceux obtenus expérimentalement et numériquement dans une série de travaux publiés par L.H. Back [10-14] est également présentée. Pour un nombre de Reynolds relativement modéré de l'ordre  $10^3$ , l'étude montre une diminution sensible du nombre de Mach maximal dans chaque section et un développement important de la couche limite dans le divergent, qui a pour conséquence l'élimination de chocs obliques stationnaires.

O Key Kwon et al. [15] ont analysé l'écoulement transonique stationnaire, laminaire et visqueux dans une tuyère par la méthode d'Hopscotch qui est connue comme une méthode hybride qui combine les avantages des algorithmes explicite et implicite.

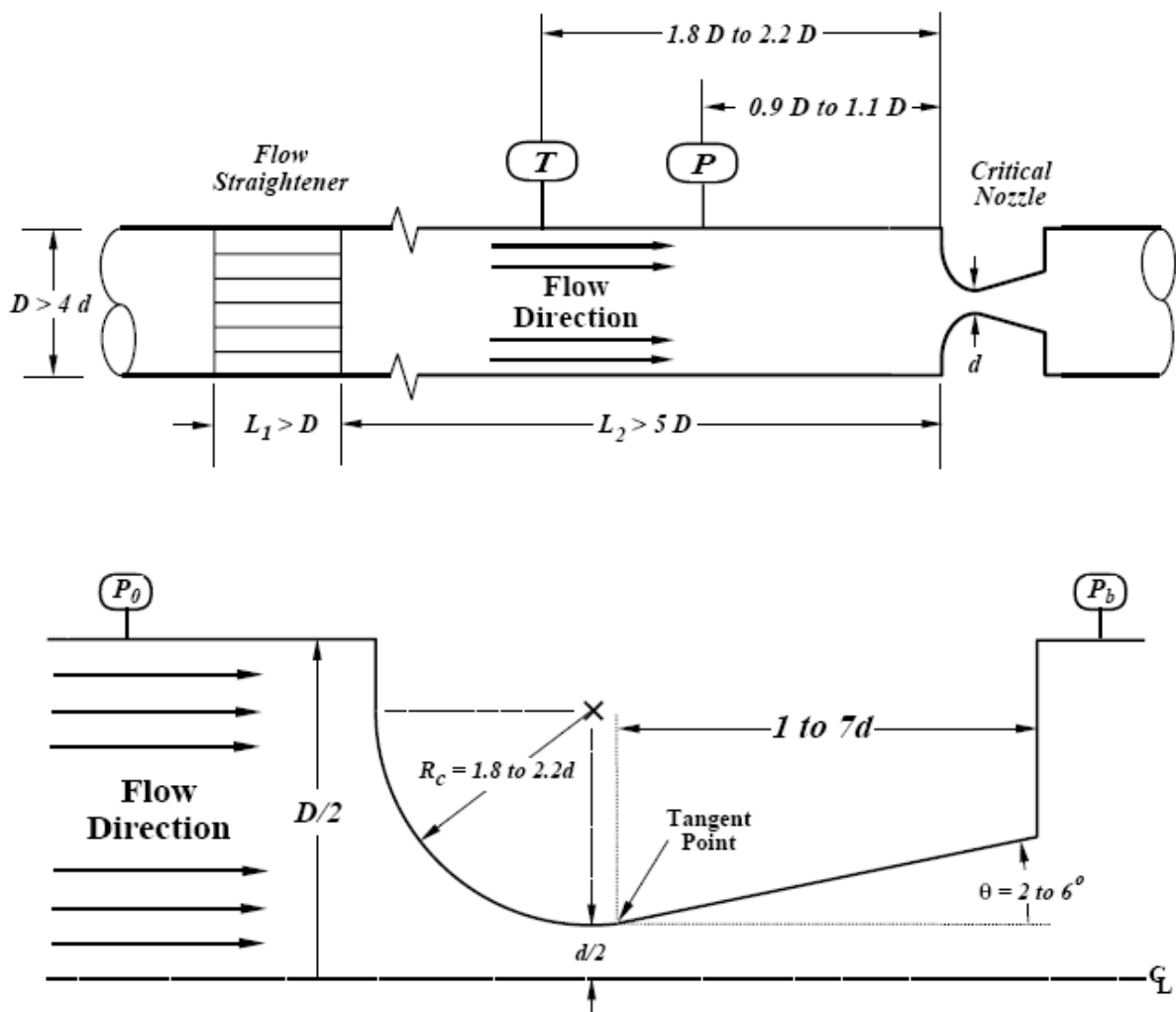
Les solutions obtenues sont en bon accord avec les travaux expérimentaux de [5,10]. Cependant la précision des résultats dans les régions à forts gradients est très sensible à la densité du maillage utilisé.

Les effets de l'angle du divergent sur l'écoulement d'hydrogène et d'azote, à faible nombre de Reynolds, dans une tuyère de forme conique, ont fait l'objet du travail expérimental proposé par M. V. Whalen [16]. Il a également utilisé le code de Rae [3], pour comparer les résultats mesurés et calculés. Il a montré les limites de la méthode de Rae dans le cas de petits angles du divergent et de faibles nombres de Reynolds.

Suk C. Kim [17] a présenté une étude numérique qui a pour but de déterminer les performances d'une tuyère d'une fusée avec une faible force de poussée. Pour résoudre les équations de Navier-Stokes axisymétrique, en régime laminaire et à Reynolds modérés, l'auteur utilise un code en volumes finis « RPLUS » basé sur un schéma LUSSOR implicite. Les résultats obtenus ont été validés avec les mesures obtenues, pour  $Re=270$ , dans le cas de la tuyère étudiée par D. E. Rothe, [18] avec de l'azote comme gaz test. Plusieurs simulations ont été présentées ensuite pour différentes formes de tuyère et avec l'hypothèse d'une paroi adiabatique. Les résultats ont montré l'existence d'un compromis entre les effets visqueux et bidimensionnels.

Dans [19], Young-Myung Yang a aussi utilisé la méthode Mac Cormack avec la technique de décomposition de l'opérateur pour déterminer l'écoulement d'un mélange de gaz (propane, oxygène et azote, constituants chimiques des produits de combustion :  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2$ ) dans une tuyère axisymétrique avec une section constante du col, sur une longueur de l'ordre de 5 à 10 fois celle du convergent, utilisée dans le système de projection thermique de type H.V.O.F. Les résultats obtenus à partir de modèles bidimensionnel et monodimensionnel, mettent en évidence les différences entre les deux approches sur la prédiction de la vitesse, du nombre de Mach, de la pression et de la température au voisinage du col et dans le divergent.

Les travaux de A. N. Johnson [20] et de A. N. Johnson et all [21], ont été consacrés à l'étude de l'écoulement d'un fluide compressible dans une tuyère axisymétrique dans le but de déterminer les caractéristiques numériques du coefficient de débit massique dans les tuyères, figure 1. La méthode des différences finies utilisée repose sur un schéma aux différences décentrées d'ordre 3 en espace pour les termes convectifs et centrés pour les termes diffusifs et d'ordre 1 en temps. Les gaz étudiés sont l'azote  $N_2$ , l'argon Ar, le dioxyde de carbone  $CO_2$  et l'hydrogène  $H_2$ , les écoulements sont laminaires avec des nombres de Reynolds variant entre 2000 et 22000. La paroi est supposée adiabatique et les conditions d'entrée du fluide sont variables: les pressions varient de 0.25 à 2 atm et les températures de 250 K à 300 K. Le tableau 1 montre un résumé des résultats obtenus pour le coefficient de débit à partir d'une analyse paramétrique. La surestimation du coefficient de débit obtenu numériquement par rapport aux résultats expérimentaux a été expliquée par la sensibilité aux conditions pariétales (adiabatique, température imposée).



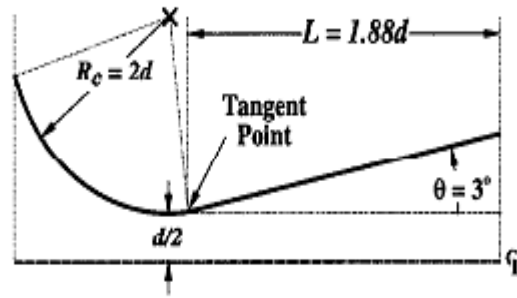


Figure 1. Géométrie de la tuyère étudiée

par A. N. Johnson et al. [21]

<i>Parameter</i>	direction of $C_d$ change	% change in $C_d$
( $Pr \approx 0.7$ ) inc $Pr$	dec $C_d$	0.01 – 0.11 %
inc $\gamma$	dec $C_d$	0.2 – 1.5 %
inc $\mu/\mu_0$	dec $C_d$	0.006 – 0.043 %
inc $k/k_0$	inc $C_d$	0.002 – 0.017 %
adiabatic wall	overpredict $C_d$	0 – 0.3 %
upstream piping	—	$\pm 0.0230$ %
diam uncertainty $\pm 1685$ %	dec or inc $C_d$	$\mp 0.337$ %

Tableau 1

Paramètres adimensionnels influençant le coefficient de débit  $C_d$  dans une tuyère critique ISO, d'après [21]

## 2.2 Etudes transitoires

L'écoulement compressible instationnaire dans une tuyère sous l'influence d'une pression variable en aval a été étudié par A. Bölcs et al. [22] et G. A Gerolymos et al. [23]. Dans ces deux travaux, les études reposent sur une approche Eulérienne bidimensionnelle. Ils ont montré que la position de l'onde de choc est fortement influencée par la fréquence et l'amplitude de la pression imposée en aval, et que la ligne sonique, située au col en régime stationnaire, se décale légèrement vers l'aval sous l'influence de la pression

L. Meister et al. [24] ont présenté un travail numérique sur l'écoulement réactif dans une tuyère sur-détendue. Le code de calcul 'CARBUR' élaboré, est basé sur un schéma de type

volume finis. Il permet de résoudre les équations de Navier Stokes, en régime instationnaire, pour des fluides compressibles et de traiter des conditions aux limites d'entrée et de sortie subsonique ou supersonique. Les résultats obtenus montrent un décollement de l'écoulement à la paroi et l'existence d'une zone de recirculation. L'effet de la température pariétale sur la position du décollement a été testé et a permis d'observer que le point de décollement avance de plus en plus à l'intérieur de la tuyère avec l'augmentation de la température de la paroi et par suite une zone de recirculation de plus en plus importante. Ils ont étudié la phase instationnaire en prenant en compte la réactivité chimique du milieu gazeux. A partir de l'état stationnaire, les auteurs ont analysé l'influence de trois vitesses d'air extérieur : 100, 200 et 300 m/s et observé une augmentation de la température pariétale avec la vitesse extérieure ainsi qu'une instabilité du jet à cause des tourbillons créés par le cisaillement proche de la couche de mélange du jet.

### **2.3 Etudes dans les micro-tuyères**

L'utilisation de micro-tuyères a récemment connu un important développement en particulier pour les MEMS "Micro-Electro-Mechanical-Systems", [26-27] qui sont utilisés dans le domaine aérospatial pour un contrôle plus précis et en temps réel des écoulements, et qui permettent une diminution considérable du poids et du volume du propulseur.

Les dimensions de ces tuyères varient de quelques dizaines de microns à quelques millimètres, les effets visqueux sont très importants de même que les échanges thermiques avec l'extérieur.

Parmi les nombreuses études, nous avons retenu, les travaux de Landrum et al [25] qui ont proposé une étude numérique par différences finies (FDNS), à faible nombres de Reynolds, pour évaluer les performances d'une tuyère de fusée thermique solaire. Le code utilisé permet de résoudre l'ensemble des équations de Navier-Stokes. Plusieurs formes de divergent ont été étudiées pour évaluer leurs effets sur les pertes visqueuses et les performances. L'influence des conditions thermiques de paroi (température imposée, adiabatique) est également étudiée. Les auteurs ont confronté leurs travaux avec ceux issus d'un autre code, quasi-monodimensionnel avec une analyse basée sur la méthode des caractéristiques (Two Dimensional Kinetics (TDK) [27]). Les résultats de cette étude indiquent que, dans l'incertitude numérique, aucun gain d'exécution n'est obtenu en diminuant l'angle du divergent de 32° à 20°. Bien que le code de FDNS ne prévoit pas un gain significatif dans l'exécution en

réduisant l'angle du divergent, le fait que la tuyère soit conique (facile à fabriquer), produit au moins une exécution comparable aux cas de tuyères en forme de cloche.

Ivanov et al. [28] ont réalisé une simulation numérique pour prédire la performance et le comportement de l'écoulement d'un gaz froid dans une micro tuyère. Le domaine de variation du nombre de Reynolds basé sur le rayon du col se situe entre 120 et 270. La résolution numérique des équations de Navier Stokes, est réalisée à l'aide des codes « GASP » basé sur les volumes finis et SMILE basé sur la méthode de Monté Carlo « DSMC ». Les auteurs ont montré que l'épaisseur de la couche limite augmente au fur et à mesure que le nombre de Reynolds baisse. La comparaison des résultats obtenus avec les deux méthodes montrent que 1) les conditions d'extrapolation appliquées dans l'approche continue conduisent à une surestimation de l'impulsion spécifique en section de sortie ; 2) Plus le nombre de Reynolds baisse, plus la zone subsonique est importante. 3) l'application de la méthode DSMC au domaine de calcul situé en aval de la tuyère permet de simuler correctement l'écoulement dans la tuyère.

Carole Rossi et al [29,30] ont présenté une étude numérique avec le logiciel Fluent, de l'influence de l'angle et de la longueur du divergent d'une micro tuyère sur les forces de poussée. Les paramètres fixés et variables de la tuyère sont présentés dans le tableau 2. L'écoulement étudié est supposé turbulent (modèle  $k \sim \varepsilon$ ). Les résultats montrent que plus la longueur du divergent est importante, plus l'angle permettant d'obtenir une poussée maximale est faible et que, pour une longueur donnée, la poussée augmente avec l'angle jusqu'à ce que celle-ci atteigne une valeur limite « optimale » puis commence à décroître au fur et à mesure que l'angle augmente.

<i>Paramètres fixes</i>	
$D_1$ : diamètre de la chambre de combustion	$D_1 = 1 \text{ mm}$
$D_2$ : diamètre du col	$D_2 = 258 \mu\text{m}$
$L_1$ : longueur du réservoir	$L_1 = 1 \text{ mm}$
$L_2$ : longueur du convergent	$L_2 = 525 \mu\text{m}$
$L_4$ : longueur de l'espace	$L_4 = 15 \text{ mm}$
$L_5$ : largeur de l'espace	$L_5 = 10 \text{ mm}$



<i>Paramètres variables</i>	
$L_3$ : longueur du divergent	$50 \mu m < L_3 < 1 mm$
$\alpha$ : demi angle de divergence	$0^\circ < \alpha < 22^\circ$

Tableau 2: Paramètres définissant la géométrie du micro propulseur

J. Kujawa et al. [31] ont analysé, à l'aide du code Fluent, pour des applications MEMS, l'effet de la géométrie d'une microtuyère en prenant compte les effets thermiques à la paroi. Des modèles 2D et 3D ont été étudiés pour des écoulements laminaires, avec des conditions de pression atmosphérique en sortie. Les auteurs analysent les cas d'une paroi adiabatique et celui d'une paroi à température fixée. Les résultats indiquent que le fait de refroidir la paroi réduit la valeur maximale du nombre de Mach en sortie de la tuyère et, de 12% la poussée totale.

Dans le cadre des MEMS, Jessy R. Jones et al. [32] ont analysé le comportement d'un écoulement compressible, en faisant varier la température réservoir de 2000 à 3000 K. Ils montrent également que pour une température fixée, l'impulsion spécifique  $I_{sp}$  augmente avec le nombre de Reynolds et que pour un même nombre Reynolds,  $I_{sp}$  décroît avec la température.

A. A. Alexeenko et al. [33-35] ont présenté une étude comparative d'une simulation 3D de l'écoulement dans une micro tuyère avec les codes GASP et SMILE. Les auteurs ont analysé l'effet de la géométrie et des conditions d'échange pour une micro tuyère avec le code SMILE dans [33], et avec le code Fluent dans [35]. Ils ont montré que la structure du champ de l'écoulement est sensible aux effets thermiques à la paroi (adiabatique ou soumise à une température constante).

W. F. Louisos et al. [36-38] ont analysé à l'aide du logiciel Fluent la performance d'une tuyère MEMS 2D dans [36] et 3D dans [37], identique à celle étudiée dans [31]. Ils ont montré que le maximum de performances est atteint pour une valeur optimale de l'angle du divergent égale à  $30^\circ$ . L'effet du rapport de surface est mis en évidence par la simulation 3D. Une analyse de l'effet des conditions thermiques pariétales est présentée dans [38] en

comparant les cas d'une paroi adiabatique et d'une paroi à température constante. Les résultats du modèle 2D montrent une meilleure performance pour le cas d'une paroi refroidie par rapport au cas adiabatique. Les auteurs concluent que la condition pariétale est un paramètre clé pour identifier la géométrie optimale d'une tuyère. Cependant, dans le modèle 3D, bien que la tendance, en termes de performance, soit similaire à celle observée en 2D, les auteurs ont montré que la perte visqueuse causée par les parois latérales est beaucoup plus importante qu'en 2D.

### **3. Les études avec couplage thermique fluide-paroi**

Dans un autre travail, A. A. Alexeenko et al. [39,41] ont étudié numériquement, pour des applications MEMS, la performance d'une tuyère en utilisant une analyse transitoire du couplage thermique fluide-structure. Deux types de conditions thermiques sur la surface extérieure de la paroi ont été envisagés: le premier correspond au cas d'une paroi supposée adiabatique, le second à celui d'un échange convectif traduisant un refroidissement de l'écoulement. La technique de couplage utilisée est de type Dirichlet-Neumann. Le flux de chaleur inter facial, calculé avec le code DSMC dans le domaine fluide, sert de conditions aux limites pour le problème thermique de la paroi. La température inter faciale calculée, par la méthode des éléments finis, à partir de la paroi, sert à son tour de condition limite pour le calcul dans le fluide. Compte tenu des différences importantes des constantes de temps dans les deux milieux, le renouvellement des grandeurs échangées entre les deux milieux ne s'effectue que lorsque la température dans le domaine solide a changé d'un certain pourcentage défini à l'avance.

Pour tous les cas étudiés ( $Re=35$  et  $175$ ,  $Pa=0,1$  et  $0,5$  atm,  $h=1000$  W/(m<sup>2</sup>.K),  $T_{ext}=300K$  et  $q=0$  adiabatique), les résultats montrent que le coefficient de débit masse et la force de poussée décroissent avec le temps pendant que la température augmente. D'une manière générale, la condition de refroidissement de la paroi permet d'améliorer les performances de la tuyère et d'éviter une dégradation éventuelle de la paroi. Enfin, les auteurs concluent à la nécessité de la prise en compte du couplage entre l'écoulement et la paroi.

F. Alhama et A.Campo [42] ont présenté une méthode basée sur l'analogie électrique pour résoudre le problème de conduction dans la paroi composite (Inox AISI 304 et ZrO<sub>2</sub>) d'une tuyère de moteur fusée. Dans cette étude, le domaine fluide est représenté par un coefficient

d'échange global prenant en compte les effets de convection et de radiation. Le cas présenté est utilisé pour estimer les temps de réponse et la rapidité de changement de la température dans le composite durant la phase de démarrage (explosion, allumage) de la fusée. Cet exemple sera utilisé comme base de validation pour notre travail dans le chapitre 4.

Q.Y. Liu et al [43, 44] ont étudié le problème du couplage conjugué dans une tuyère refroidie par l'eau dans un moteur de fusée basé sur un cycle combiné RBCC (Rocket-Based Combined Cycle). Le problème de conduction dans le solide est également couplé avec l'écoulement d'eau dans les conduites de refroidissement. Il s'agit donc de deux couplages :

- Couplage entre l'écoulement compressible dans la tuyère et la conduction dans la paroi.
- Couplage entre la conduction dans la paroi et la convection de l'écoulement incompressible dans les conduites de refroidissement.

Le couplage entre la paroi et l'écoulement dans le conduit de refroidissement est basé sur la détermination de la température moyenne pour chaque section du conduit en utilisant une approche monodimensionnelle des équations de bilans de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie avec une prise en compte des transferts de chaleur et des frottements :

Les résultats ont été validés en les comparant avec le travail expérimental publié par L.H. Back [9,10]. L'auteur montre que la prédiction de la température le long de la paroi est améliorée par la prise en compte du couplage thermique fluide-solide. La température maximale obtenue se situe au niveau du col de la tuyère.

S. Chemin et al. [45-46] ont utilisé une procédure de couplage thermique fluide-paroi, nommée MpCCI (Mesh-based parallel Code Coupling Interface) pour établir une interface entre un code CFD (nommé MSD) et un code FEM. L'étude proposée est réalisée en régime stationnaire et la procédure de couplage thermique est de type faible ou alternée. La résolution dans le domaine fluide permet de transmettre un flux de chaleur inter facial au domaine solide qui, après résolution, envoie une température vers le fluide. Ce processus est poursuivi jusqu'au régime stationnaire. Une méthode de relaxation est appliquée afin de stabiliser les calculs lors des échanges directs flux/température.

Dans [46], l'auteur a effectué une étude plus complète du couplage thermique fluide structure en régimes stationnaire et transitoire en analysant trois types de couplage : Dirichlet-Neumann, Dirichlet-Fourier et Fourier-Fourier. Il a montré que la méthode de Dirichlet-

Neumann posait quelques problèmes de convergence, causés par un mauvais conditionnement des matrices pour des flux élevés à l'interface. Pour les deux autres méthodes, l'auteur propose un coefficient de relaxation optimal, par exemple pour le modèle Dirichlet-Fourier :

$$\alpha_f^{(opt)} = \frac{2k_f}{\Delta x_f} \left( \sqrt{\left(1 + \frac{1}{Fr}\right)^2 - 1} - \frac{1}{Fr} \right) \quad (1)$$

$Fr = \frac{k_f \Delta t}{\rho C_f \Delta x_f^2}$  représente le nombre de Fourier,  $k_f$  la conductivité du fluide et  $\Delta x_f$  le pas dans le fluide.

L'auteur a montré que le coefficient qui est souvent préconisé dans la littérature  $\alpha_f^s = \frac{2k_f}{\Delta x_f}$  ne peut garantir la stabilité des calculs pour des pas de temps faibles.

Les travaux de Jianhua Zhou et al. [47] sont essentiellement consacrés au transfert thermique dans une micro tuyère à paroi épaisse. Dans cette étude, les domaines fluide et solide sont étudiés séparément puis couplés au niveau de leur interface (couplage faible). L'algorithme SIMPLE est utilisé pour résoudre les équations Navier- Stokes 2D compressible axisymétrique

Li Yu et al. [48] ont développé une procédure 2D de couplage thermique fluide- structure en régime stationnaire. Le maillage structuré dans le domaine fluide et non structuré dans le solide, nécessite une interpolation au niveau pour échanger les grandeurs thermiques entre les deux milieux. Dans cette étude, les équations de RANS transitoires sont utilisées pour décrire l'écoulement fluide et l'équation de Fourier 2D instationnaire pour suivre la conduction dans le solide. La méthode de Runge-Kutta d'ordre 5 explicite est appliquée pour avancer dans le temps dans deux milieux. La procédure de couplage faible est appliquée : au cours d'une itération, les auteurs calculent le champ dans le fluide et en déduisent le flux de chaleur à l'interface qui sert de conditions de frontières pour solide. Une ou deux itérations seront effectuées dans le solide avant de réactualiser le champ thermique du solide et utiliser ensuite la température inter faciale pour le fluide et poursuivre ce cycle jusqu'à obtenir l'égalité des températures et des flux à l'interface.

Cai et al. [49] ont étudié le changement de température dans une paroi composite d'une tuyère identique à celle décrite dans [44]. Un code commercial est utilisé pour la simulation en régime transitoire afin de prédire les temps de réponses du système après le démarrage du moteur de la fusée. Les résultats sont validés avec les résultats obtenus par F.Alhama [42]. Les résultats montrent une croissance plus rapide de la température à l'interface par rapport à celle de la surface extérieure. Les distributions de température présentent une valeur maximale au col de la tuyère, observation en accord avec les travaux de Liu [43,44] et Alexeenko [39-41].

#### **4. Les études avec couplages thermique et thermomécanique**

Les études sur les couplages thermiques et mécaniques ont fait l'objet de nombreux travaux, en particulier dans le domaine des matériaux et des nouveaux matériaux utilisés dans des applications telles que les moteurs thermiques, les barrières thermiques, les chambres de combustion et plus généralement dans tout système faisant l'objet de sollicitations thermiques importantes. La majorité de ces travaux suppose connues les conditions de frontières traduisant les interactions entre la structure solide et son environnement fluide. En revanche, les études traitant simultanément les comportements dynamiques du fluide et thermomécaniques des parois sont relativement peu nombreuses qu'il s'agisse d'écoulement incompressibles ou compressibles. Une telle étude est d'autant plus justifiée s'il s'agit d'écoulements mettant en jeu des niveaux de températures élevées.

Dans le cas où les conditions de frontières (traduisant l'interaction avec le fluide) sont supposées connues, nous avons retenu les travaux de [F. Alhama [42], Cai Guobiao [49]], qui ont analysé l'effet de transfert de chaleur par convection et rayonnement de l'écoulement (à l'aide d'un coefficient d'échange global) sur la dynamique du transfert de chaleur et les contraintes et les déformations du système.

Par ailleurs, I.A. Gorlach [50] a présenté, dans son mémoire de thèse, une étude du comportement thermomécanique pour évaluer les contraintes thermiques dans une paroi composite d'une tuyère parcourue par un écoulement turbulent d'un fluide compressible et réactif. Les effets des sollicitations thermiques et de la nature du revêtement sur les contraintes mécaniques subit par la tuyère, sont analysés dans l'objectif d'optimiser la fiabilité du système. Trois types d'alliages métalliques sont testés.

## 5. Conclusion

A travers cette étude bibliographique, nous avons pu constater l'abondance des travaux consacrés aux études des écoulements compressibles qu'ils soient visqueux ou non, laminaires ou turbulents, pour divers nombres de Mach et différentes géométries,... En revanche, si les études sur les transferts conjugués paroi-fluide ont été largement abordés dans le domaine de l'incompressible, très peu concernent les écoulements de fluides compressibles et encore moins si l'on s'intéresse aux aspects liés au comportement mécanique des structures qui sont directement en interaction avec ces écoulements.

L'objet du travail entrepris s'inscrit dans cette problématique et suit les étapes décrites dans cette approche bibliographique, avec une première partie (chapitres 2 et 3) consacrée uniquement à une étude paramétrique du comportement dynamique et thermique de l'écoulement d'un fluide compressible laminaire dans une tuyère ou microtuyère en mettant l'accent sur les conditions thermiques pariétales puis une deuxième partie (chapitres 4 et 5) consacrée à la prise en compte des transferts conjugués paroi-fluide et enfin une troisième partie (fin du chapitre 5) dédiée à la prise en compte du comportement thermomécanique de la structure de tuyère en couplant le problème thermique du fluide et de la paroi et son comportement thermomécanique.



# **Chapitre 2**

## **Modélisation de l'écoulement d'un fluide compressible**



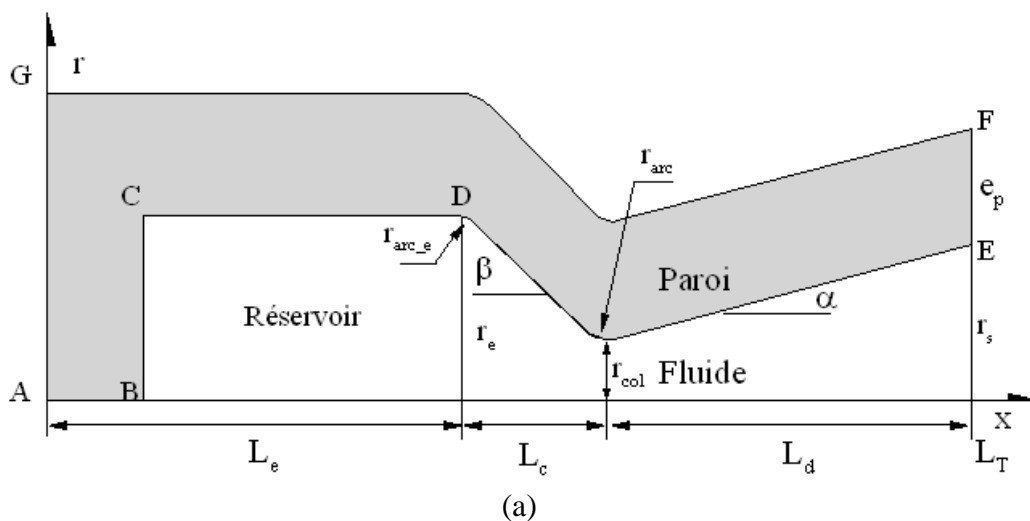
## 1. Introduction

Il existe de très nombreuses études concernant les écoulements de convection forcée ou naturelle dans des géométries de type conduite. Un grand nombre de ces travaux supposent l'écoulement établi et une masse volumique constante ou obéissent à l'hypothèse de Boussinesq. Depuis quelques années, les transferts de chaleur stationnaires ou instationnaires, entre l'écoulement et la paroi sont étudiés mais toujours dans le cadre d'écoulements incompressibles ou pseudo-incompressibles et, plus récemment, les problèmes liés aux conditions dans la zone d'entrée sont abordés.

L'objectif de cette étude est de s'affranchir de l'hypothèse d'incompressibilité et d'étudier les phénomènes de transport et de transfert dans une tuyère de section circulaire ou rectangulaire et un écoulement compressible soumis à des conditions dynamiques et/ou thermiques variables.

## 2. Présentation du problème physique

Le système étudié est une tuyère composée d'un convergent, d'un col et d'un divergent, à paroi supposée épaisse, figures 1a-d, parcourue par un écoulement de fluide visqueux, compressible, laminaire et instationnaire. La zone en amont de la tuyère est assimilée à un réservoir, figure 1a, qui peut être raccordé à celle-ci soit directement soit par l'intermédiaire d'une zone d'établissement intermédiaire de longueur  $L_e$ , figure 1b. Le convergent et le divergent sont raccordés au col par des arcs de cercle à fin d'assurer la continuité du profil de la tuyère. La surface extérieure de la tuyère est soumise à des conditions thermiques simulant des situations d'isolation ou de refroidissement du système.



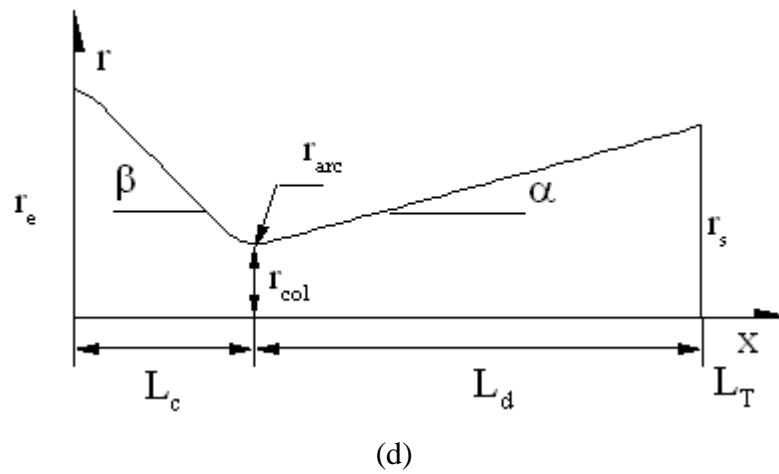
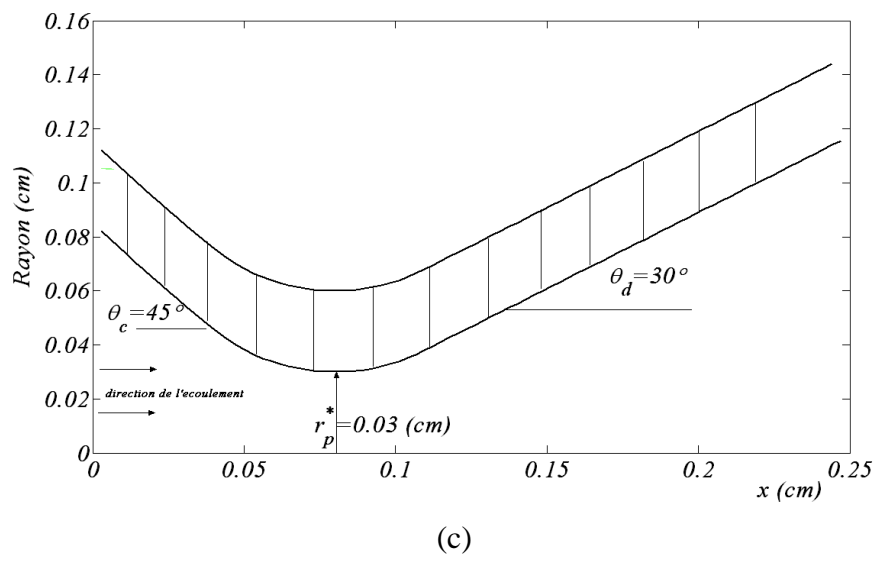
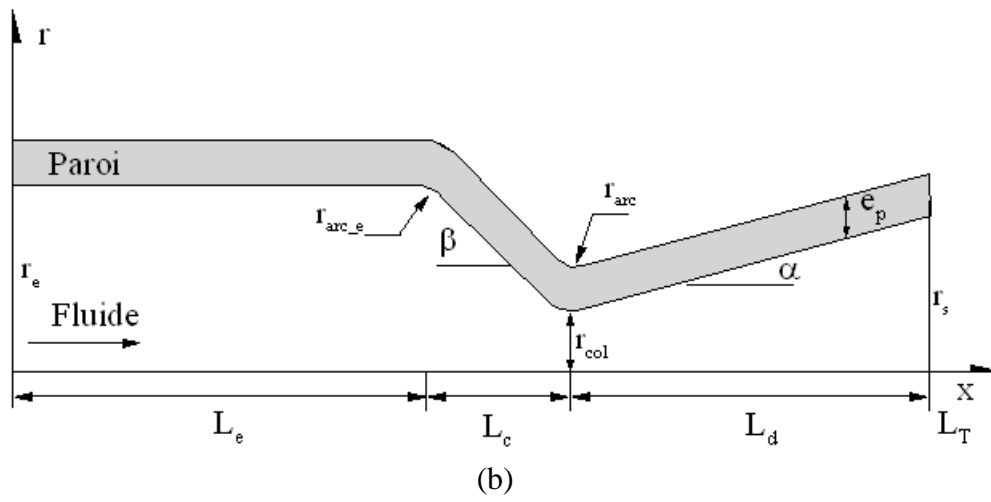


Figure 1. Présentation du domaine physique

### 3. Modèle mathématique

Dans ce chapitre, seul le modèle mathématique du domaine fluide est présenté. Celui du domaine solide sera décrit dans le chapitre 4.

#### 3.1. Hypothèses

Les hypothèses suivantes ont été prises en compte :

- Ecoulement laminaire, compressible, instationnaire,
- Ecoulement bidimensionnel rectangulaire ou axisymétrique,
- Force de pesanteur négligeable.
- Ecoulement gazeux idéal (i.e. thermiquement et calorifiquement parfait)
- Fluide visqueux, satisfaisant l'hypothèse de Stokes.

#### 3.2. Equations de bilan

En prenant en compte l'ensemble des hypothèses décrites ci-dessus, les équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour des écoulements bidimensionnels rectangulaires ( $\varepsilon = 0$ ) et/ou axisymétriques ( $\varepsilon = 1$ ) peuvent s'écrire sous la forme conservative vectorielle suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{\varepsilon}{r} H = 0 \quad (1)$$

Les vecteurs  $U$ ,  $F$ ,  $G$  et  $H$  sont définis par :

$$U = \begin{cases} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{cases} \quad F = \begin{cases} \rho u \\ \rho u^2 + P - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ (\rho E + P)u - u\tau_{xx} - v\tau_{xr} - q_x \end{cases} \quad (2)$$

$$G = \begin{cases} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ \rho v^2 + P - \tau_{rr} \\ (\rho E + P)v - u\tau_{xr} - v\tau_{rr} - q_r \end{cases} \quad H = \begin{cases} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ \rho v^2 - (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) \\ (\rho E + P)v - u\tau_{xr} - v\tau_{rr} - q_r \end{cases}$$

avec :

$$E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (3)$$

$$\tau_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) \quad (4a)$$

$$\tau_{rr} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial r} + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{r} \right) \quad (4b)$$

$$\tau_{xr} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4c)$$

$$\tau_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu) \frac{v}{r} + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (4d)$$

$$q_x = k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5a)$$

$$q_r = k \frac{\partial T}{\partial r} \quad (5b)$$

Le gaz utilisé est supposé parfait et satisfait donc aux équations d'état :

$$P = \rho \mathfrak{R} T \quad (6a)$$

$$e = C_v T \quad (6b)$$

Dans ces expressions,  $\rho$  représente la masse volumique,  $u$  et  $v$  les composantes axiale et radiale de la vitesse,  $P$  la pression,  $T$  la température,  $e$  l'énergie interne,  $E$  l'énergie totale,  $k$  la conductivité thermique,  $q_x$  et  $q_r$  les flux de chaleur dans les directions axiale et radiale,

$\mathfrak{R} = \frac{R}{M}$  la constante spécifique d'un gaz,  $R$  la constante universelle des gaz parfaits,

$8,31696 \text{ J/mol.K}$ ,  $M$  le masse molaire du gaz,  $C_v$  la chaleur spécifique à volume

constant,  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ .

Les coefficients de viscosité  $\lambda$  et  $\mu$  sont liés par la relation de Stokes :

$$3\lambda + 2\mu = 0. \quad (7)$$

Le coefficient de viscosité dynamique  $\mu$  peut varier en fonction de la température selon la relation :

$$\mu = 266.93 \cdot 10^{-7} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega_\mu(T^*)} \quad (8)$$

Où  $M$  représente la masse molaire,  $T^* = T/(\varepsilon/k_B)$  la température réduite,  $\sigma$  le diamètre de collision,  $\varepsilon/k_B$  l'énergie maximum de l'attraction et  $\Omega_\mu$  l'intégrale de collision.

Les conditions initiales et aux limites seront décrites dans le paragraphe 5 après la présentation du domaine de calcul.

### 3.3. Transformation des équations

La nature relativement complexe du domaine physique et le choix de la méthode numérique de résolution des équations décrites ci-dessus, nécessitent l'utilisation d'une transformation du domaine physique en domaine calcul de forme rectangulaire dans lequel, il est plus facile d'appliquer et de développer les techniques de discrétisation des équations de bilan.

En introduisant dans l'équation (1), le Jacobien d'une transformation quelconque ( $T$ ) définie par :

$$\xi = \xi(x, r) \text{ et } \eta = \eta(x, r) \quad (9)$$

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, r)} = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_r \\ \eta_x & \eta_r \end{vmatrix}$$

On obtient une forme conservative semblable à l'équation (1) :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(U/J)}{\partial t} + \frac{\partial((\xi_x F + \xi_r G)/J)}{\partial \xi} + \frac{\partial((\eta_x F + \eta_r G)/J)}{\partial \eta} + \frac{\varepsilon}{r} \left( \frac{H}{J} \right) \\ & - F \left[ \frac{\partial(\xi_x/J)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\eta_x/J)}{\partial \eta} \right] - G \left[ \frac{\partial(\xi_r/J)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\eta_r/J)}{\partial \eta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

avec :

$$\xi_x = Jr_\eta, \quad \xi_r = -Jx_\eta, \quad \eta_x = -Jr_\xi, \quad \eta_r = Jx_\xi \quad (11)$$

Qu'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial \eta} + \frac{\varepsilon}{r} \bar{H} = 0 \quad (12)$$

en posant :

$$\bar{U} = \frac{U}{J} ; \bar{F} = \frac{1}{J} (\xi_x F + \xi_r G); \bar{G} = \frac{1}{J} (\eta_x F + \eta_r G); \bar{H} = \frac{H}{J} \quad (13)$$

Les expressions transformées du tenseur des contraintes (4a-d) et des flux de chaleur (5a-b) s'écrivent :

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2\mu) \left( \xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \lambda \left( \xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\varepsilon v}{r} \right) \quad (14a)$$

$$\tau_{rr} = (\lambda + 2\mu) \left( \xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + \lambda \left( \xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\varepsilon v}{r} \right) \quad (14b)$$

$$\tau_{zr} = \tau_{rz} = \mu \left( \xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} + \xi_z \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \quad (14c)$$

$$\tau_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu) \frac{v}{r} + \lambda \left( \xi_z \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial u}{\partial \eta} + \xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \quad (14d)$$

$$q_x = -k \left( \xi_z \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \quad (15a)$$

$$q_r = -k \left( \xi_r \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \quad (15b)$$

Dans notre cas, le domaine d'intégration physique est rendu adimensionnel et rectangulaire par la transformation suivante, figure 2 :

$$\xi(x) = \frac{x}{L} \quad \text{et} \quad \eta(x, r) = 1 - \frac{r}{r_p(x)} \quad (16)$$

Où  $r_p(x)$  et  $L$  sont respectivement l'ordonnée de la paroi et une longueur caractéristique de la tuyère supposée ici égale au rayon du col  $r_{col}$ .

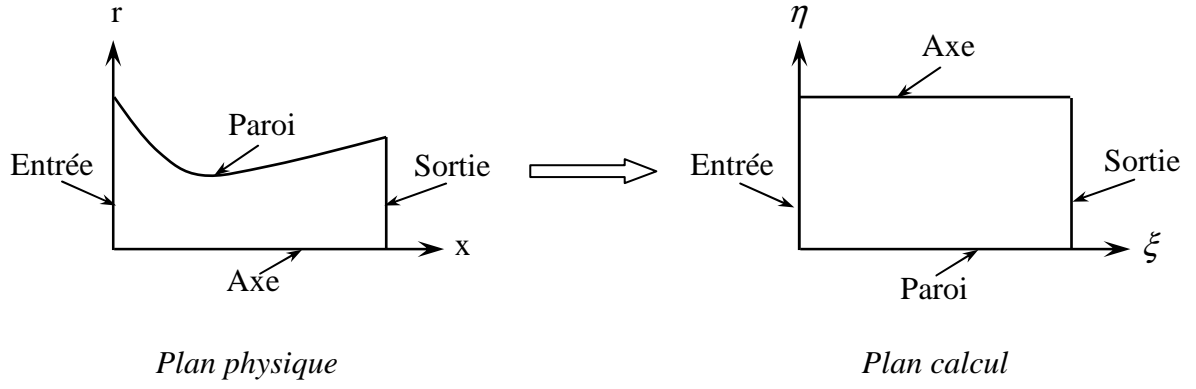


Figure 2. Transformation du domaine physique.

L'expression du Jacobien est alors réduite à :

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(z, r)} = \begin{vmatrix} 1/r_{col} & 0 \\ -r \partial(1/r_p(x))/\partial x & -1/r_p(x) \end{vmatrix} = -\frac{1}{r_{col} r_p(x)} \quad (17)$$

Et par suite les expressions de  $\bar{U}$ ,  $\bar{F}$ ,  $\bar{G}$  et  $\bar{H}$  deviennent:

$$\bar{U} = -r_{col} r_p(x) U \quad (18a)$$

$$\bar{F} = -r_p(x) F \quad (18b)$$

$$\bar{G} = -r_{col} \left[ (1-\eta) \frac{\partial r_p(x)}{\partial x} F - G \right] \quad (18c)$$

$$\bar{H} = -r_{col} r_p(x) H \quad (18d)$$

Pour la suite et dans un souci de simplification, nous avons renommé les vecteurs  $\bar{U}$ ,  $\bar{F}$ ,  $\bar{G}$  et  $\bar{H}$  respectivement par les vecteurs  $U$ ,  $F$ ,  $G$  et  $H$ .

Notons que les grandeurs de l'écoulement sont rendues adimensionnelles en utilisant comme grandeurs de références celles du réservoir ( $\rho_0, T_0, a_0$ ) ce qui conduit à choisir comme

variable temporelle :  $t^* = a_0 t / L_c$ .

#### 4. Domaine de calcul

Les limites du domaine d'intégration numérique (domaine de calcul) sont définies par :

- $\eta = 0$  : paroi de la tuyère
- $\eta = 1$  : axe de la tuyère
- $\xi = 0$  : frontière amont, normale à l'axe de la tuyère
- $\xi = \xi_{max}$  : frontière aval, normale à l'axe de la tuyère

D'un point de vue numérique, la ligne ( $\eta = 0$ ) définit la position exacte de la paroi alors que celle de l'axe est située, pour des raisons de symétrie, au milieu des deux dernières lignes du maillage.

Pour prendre en compte les effets visqueux, nous avons considéré un maillage transversal variable selon une loi exponentielle sur la zone  $\eta_f$  avec un pas minimal  $\Delta\eta_{min} = 0,02$  au voisinage de la paroi, et constant de  $\eta = \eta_f$  jusqu'à l'axe de la tuyère  $\eta = 1$ .

Dans la direction longitudinale, le maillage est constant ou variable, selon les cas, au voisinage du col (figure 3).

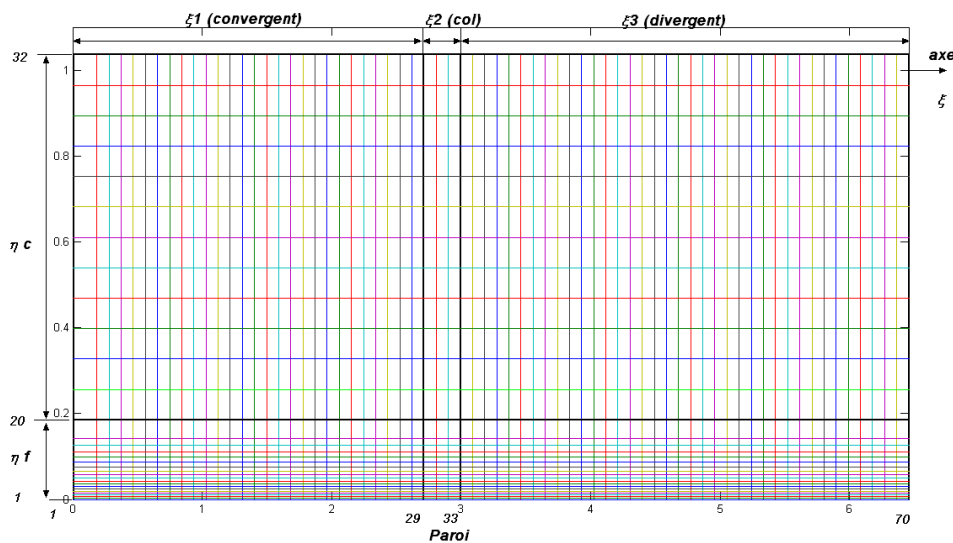


Figure 3. Maillage du domaine de calcul.

## 5. Conditions initiales et aux limites

### 5.1. Conditions initiales

Pour les nœuds intérieurs, les solutions obtenues par les relations isentropiques sont appliquées pour initialiser le calcul itératif:



$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-1}, \quad \frac{P}{P_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad (19)$$

Avec 
$$M = \frac{V_T}{a}; \quad \frac{A}{A_{col}} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

## 5.2. Conditions aux limites

- Au niveau de l'axe de la tuyère, les conditions de symétrie imposent :

$$\text{(avec } \phi = u, T, P \text{) et } v = 0 \quad (20a)$$

- Au niveau de la paroi, les conditions de non glissement impliquent :

$$u = v = 0 \quad (20b)$$

- D'un point de vue thermique, nous avons analysé, selon les cas, des conditions de :

Température imposée : 
$$T = T_w \quad (21a)$$

Flux imposé : 
$$-k \frac{dT}{dn} = q_w \quad (21b)$$

Echange par convection et/ou rayonnement : 
$$-k \frac{dT}{dn} = h(T_w - T_a) \quad (21c)$$

où  $h$  est le coefficient d'échange extérieur prenant en compte les effets convectifs et radiatifs,  $T_a$  la température du milieu ambiant et  $n$  la normale à la paroi.

La plupart des résultats numériques exposés par la suite concernent cette dernière condition qui permet de simuler différentes situations thermiques de la tuyère :

Refroidissement :  $h$  grand,  $T_a$  faible

Isolation :  $h=0$

Réchauffement :  $h$  faible,  $T_a$  élevée

- La valeur de la pression  $P$  s'obtient à partir de l'équation de quantité de mouvement par rapport à  $\eta$ , compte tenu des conditions de non glissement à la paroi [8,9].

- Au niveau de la frontière amont, la valeur de la vitesse est déterminée par extrapolation à partir des sections voisines. La composante radiale de la vitesse est liée à la composante axiale par la relation :

$$v = u(1 - \eta) \tan \theta \quad (22)$$

- La température est obtenue en écrivant la conservation de l'enthalpie totale et de la masse volumique, en supposant une évolution isentropique entre le réservoir et la section d'entrée.

- Au niveau de la frontière aval, l'écoulement étant supersonique, toutes les grandeurs de l'écoulement sont obtenues par extrapolation à partir de celles calculées dans les sections voisines.

## 6. Méthode de résolution numérique

Les méthodes aux différences finies ou aux volumes finis restent les méthodes les plus développées et les plus utilisées pour les études des écoulements de fluides compressibles ou incompressibles. Dans notre étude, nous avons utilisé un schéma explicite aux différences finies de type Mac Cormack pour résoudre le système (12), en adoptant soit :

- un schéma compact de l'opérateur de passage bidimensionnel :

$$U_{i,j}^{n+1} = L(\Delta t)U_{i,j}^n \quad (23)$$

- un schéma avec décomposition de l'opérateur de passage bidimensionnel (time splitting) en une séquence d'opérateurs monodimensionnels dans les deux directions  $\xi$  et  $\eta$ .

$$U_{i,j}^{n+1} = L_{\xi}(\Delta t_{\xi})L_{\eta}(\Delta t_{\eta})U_{i,j}^n \quad (24)$$

Seul ce dernier schéma sera décrit par la suite.

Pour conserver la précision d'ordre 2 du schéma en espace et en temps, l'opérateur de passage doit être décomposé en une séquence symétrique d'opérateurs monodimensionnels [8,9].

Compte tenu du problème envisagé, nous avons adopté la séquence suivante :

$$U_{i,j}^{n+1} = L_{\eta}(\Delta t_{\eta})L_{\xi}(\Delta t_{\xi})L_{\eta}(\Delta t_{\eta})U_{i,j}^n \quad (25)$$

En choisissant l'une des quatre variantes du schéma, l'opérateur  $L_{\xi}(\Delta t_{\xi})$  peut s'écrire :

- **Etape prédicteur :**

$$\bar{U}_{i,j}^{**} = U_{i,j}^* - \frac{\Delta t_{\xi}}{\Delta \xi} (F_{i,j}^* - F_{i-1,j}^*) \quad (26a)$$

- **Etape correcteur :**

$$U_{i,j}^{**} = \frac{1}{2} \left[ U_{i,j}^* + \bar{U}_{i,j}^{**} - \frac{\Delta t_{\xi}}{\Delta \xi} (\bar{F}_{i+1,j}^{**} - \bar{F}_{i,j}^{**}) \right] \quad (26b)$$

De la même manière, l'opérateur  $L_{\eta}(\Delta t_{\eta})$  s'écrit :

- **Etape prédicteur :**

$$\bar{U}_{i,j}^{**} = U_{i,j}^* - \frac{\Delta t_{\eta}}{\Delta \eta} (G_{i,j}^* - G_{i,j-1}^*) - \Delta t_{\eta} H_{i,j}^* \quad (27a)$$

- **Etape correcteur :**

$$U_{i,j}^{**} = \frac{1}{2} \left[ U_{i,j}^* + \bar{U}_{i,j}^{**} - \frac{\Delta t_{\eta}}{\Delta \eta} (\bar{F}_{i+1,j}^{**} - \bar{F}_{i,j}^{**}) - \Delta t_{\eta} \bar{H}_{i,j}^{**} \right] \quad (27b)$$

On remarque que  $F$  et  $G$  sont des fonctions linéaires des dérivées premières d'espace de  $u$ ,  $v$  et  $T$ . Pour conserver la précision d'ordre 2 du schéma, les dérivées par rapport à  $\xi$  (resp.  $\eta$ ) incluses dans  $F$  (resp.  $G$ ) sont approchées par des différences décentrées, opposées à celles utilisées pour discrétiser  $\partial F / \partial \xi$  (resp.  $\partial G / \partial \eta$ ), alors que les dérivées par rapport à  $\eta$  (resp.  $\xi$ ) sont approchées par des schémas aux différences centrées. Les dérivées premières incluses dans  $H$  sont traitées de la même manière que celles incluses dans  $G$ .

Dans chacune des deux directions  $\xi$  et  $\eta$ , le critère de stabilité sur les pas de temps peut s'écrire, [8,9] :

$$\Delta t_{\xi} < \frac{\Delta \xi}{|u| + a + \left(\frac{1}{\rho}\right) \left[ \left( \frac{2\gamma\mu}{P_r \Delta \xi} \right) + \frac{(-\lambda\mu)^{1/2}}{\Delta \eta} \right]} \quad (28a)$$

$$\Delta t_{\eta} < \frac{\Delta \eta}{|v| + a + \left(\frac{1}{\rho}\right) \left[ \left( \frac{2\gamma\mu}{P_r \Delta \eta} \right) + \frac{(-\lambda\mu)^{1/2}}{\Delta \xi} \right]} \quad (28b)$$

Dans ces relations :  $a$  représente la vitesse du son,  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques et  $P_r$  le nombre de Prandtl défini par :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{k} \quad (29)$$

Compte tenu de la séquence choisie, le pas de temps sera donc défini par :

$$\Delta t = 0,9 \min(\Delta t_{\xi}, 2\Delta t_{\eta}) \quad (30)$$

## 7. Performances mécaniques et thermiques d'une tuyère

La mise en œuvre de la méthode numérique décrite ci-dessus, permet de calculer l'ensemble des grandeurs de l'écoulement qui traduisent le comportement dynamique et thermique du système. Ces grandeurs peuvent ensuite être exploitées pour analyser le comportement global de la tuyère en termes de performances :

- Mécanique par le calcul des coefficients de débit, de forces de poussée et d'impulsion,
- Thermique par le calcul des coefficients d'échange et des flux aux interfaces.

### 7.1. Performances mécaniques

a) Le coefficient de débit masse est défini par :

$$Cd = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{id}} \quad (31)$$

Où  $\dot{m}$  est le débit calculé de la tuyère et  $\dot{m}_{id}$  est le débit idéal obtenu à partir de l'analyse monodimensionnelle d'un fluide non visqueux.

b) La force de poussée est définie par :

$$F = \dot{m}\overline{V}_s + \overline{P}_s A_s \quad (32)$$

Où  $\overline{V}_s$  et  $\overline{P}_s$  sont les valeurs moyennes de la vitesse et de la pression dans la section  $A_s$  de sortie de la tuyère.

c) L'impulsion spécifique  $I_{sp}$  est définie par :

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m}g} \quad (33)$$

L'efficacité de la tuyère est définie par le rapport entre l'impulsion spécifique et l'impulsion idéale  $I_{id}$  :

$$I_{sp}^* = \frac{I_{sp}}{I_{id}}$$

Avec :

$$I_{id} = \sqrt{\frac{2\gamma\mathfrak{R}T_0}{g^2(\gamma-1)} \left[ 1 - \left( \frac{P_a}{P_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]} \quad (34)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $\gamma$  est rapport des chaleurs spécifiques,  $\mathfrak{R}$  la constante spécifique du gaz,  $T_0$  la température et  $P_0$  la pression du réservoir.

## 7.2. Performances thermiques

Les performances thermiques peuvent être évaluées soit par :

a) La quantité du flux local ou global échangée entre le fluide et la paroi :

$$q_w(x) = k \frac{\partial T}{\partial n} \text{ à l'interface} \quad (35)$$

Le flux global  $\overline{q_w}$  s'obtient en faisant la moyenne de  $q_w(x)$  sur toute la longueur de la tuyère.

b) Le coefficient d'échange (ou nombre de Nusselt) traduisant le rapport entre les flux échangés par convection et conduction peut être évalué soit à partir :

- d'une équation de bilan thermique dans le fluide :

$$h(x) = \frac{\dot{m}(x) C_p \overline{V}(x) \overline{\partial T_f / \partial x}}{\overline{T_w}(x) - \overline{T_f}(x)} \quad (36)$$

avec :

$C_p$  la chaleur spécifique à pression constante,  $\dot{m}(x)$  le débit massique calculée en chaque section,  $\overline{T_w}(x)$  et  $\overline{T_f}(x)$  les températures moyennes respectives de la paroi et du fluide et  $\overline{V}(x)$  la vitesse moyenne du fluide par section  $x$ .

Ou bien à partir :

- d'une équation de bilan thermique dans la paroi :

$$h(x) = \frac{q_w(x)}{\overline{T_w}(x) - \overline{T_f}(x)} \quad (37)$$

Dans le chapitre 3, après une analyse d'indépendance du maillage, on présente d'abord une validation des résultats numériques sur un exemple traité dans la bibliographie avant de proposer une étude complètes des résultats obtenus pour un écoulement de fluide compressible laminaire dans une tuyère bidimensionnelle rectangulaire ou axisymétrique à épaisseur de paroi négligeable.



# **Chapitre 3**

## **Résultats numériques :**

### **Cas sans couplage fluide-paroi**



## 1. Introduction

Dans ce chapitre, on présente les résultats numériques obtenus pour un écoulement de fluide compressible laminaire dans une tuyère bidimensionnelle rectangulaire ou axisymétrique à épaisseur de paroi négligeable. L'objectif étant, d'analyser le comportement dynamique et thermique de l'écoulement au sein d'une tuyère ou d'une micro tuyère.

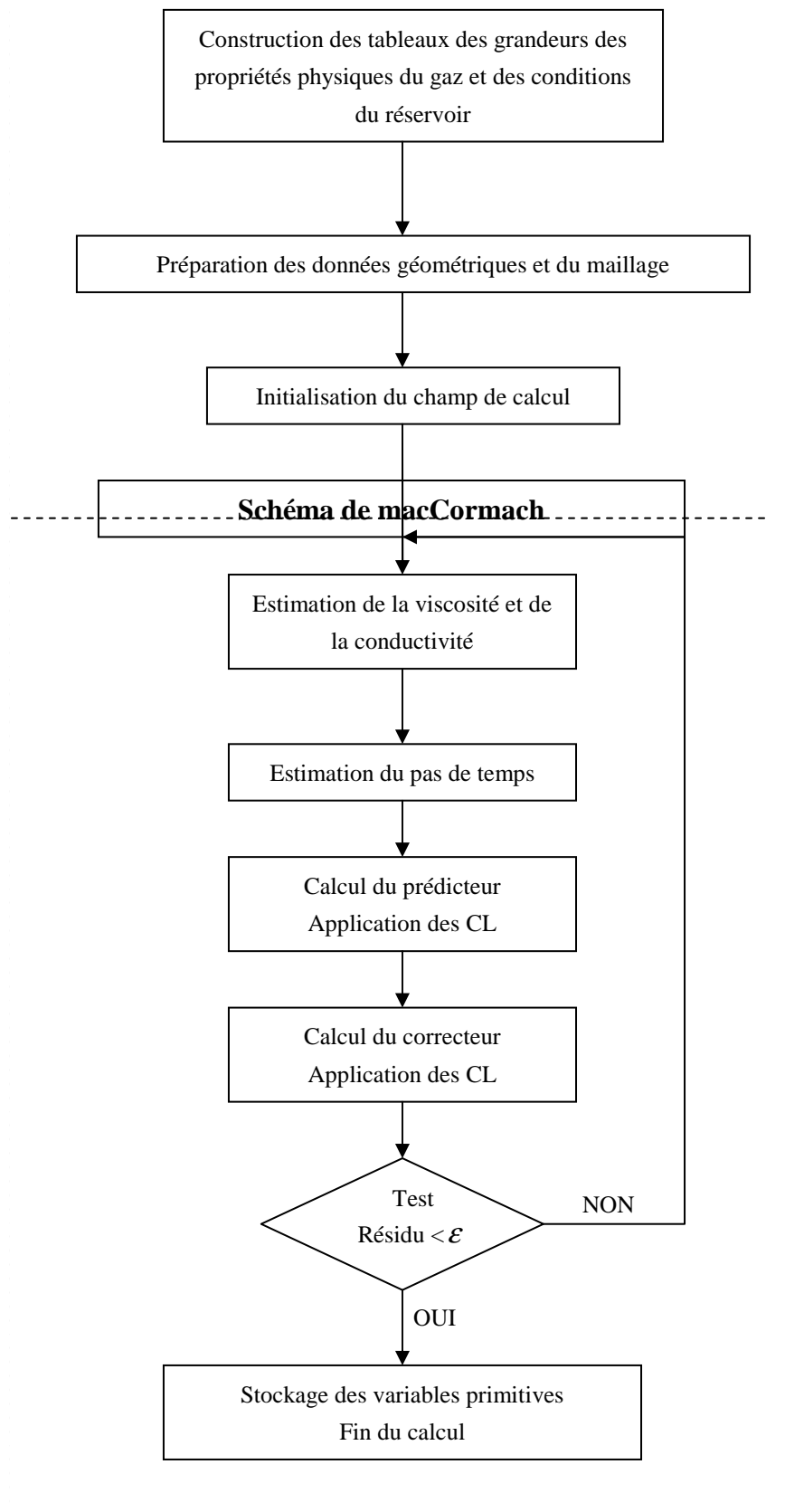
Les logiciels Matlab et Tecplot ont été utilisés pour illustrer graphiquement les résultats obtenus. Dans certains cas, l'utilisation des codes Fluent et Ansys a permis de valider ou de confirmer quelques résultats.

Les résultats présentés par la suite montrent, dans la plupart des cas, les courbes des profils et des iso-valeurs, dans le domaine physique, des vitesses, des nombres de Mach, des pressions et des températures. Ils sont décrits et classés selon les étapes suivantes :

- 1- Une première étape de validation numérique permet de s'assurer de l'indépendance du maillage sur les solutions obtenues.
- 2- Une seconde étape de validation physique permet de confronter nos résultats avec ceux obtenus numériquement et expérimentalement par divers auteurs sur des configurations précises de géométrie et de conditions génératrices.
- 3- Une troisième étape d'analyse paramétrique incluant :
  - des effets de géométrie (longueur d'entrée en amont de la tuyère, angle et longueur du divergent, rayon du col, raccordement, etc...)
  - des effets dynamiques liés à la vitesse de l'écoulement correspondant à différents nombres de Reynolds.
  - des effets thermiques dus principalement aux conditions appliquées sur la paroi.

Une étude et une analyse des performances de la tuyère sont également présentées pour quelques exemples de cas traités.

## Algorithme numérique



## 2. Validation numérique : indépendance du maillage

La tuyère de référence utilisée pour cette validation numérique est celle proposée par [18] qui l'a étudiée numériquement et expérimentalement. La tuyère est axisymétrique, les caractéristiques physiques et géométriques sont résumées dans le tableau 1.

Six grilles de maillage:  $60 \times 12$ ,  $90 \times 24$ ,  $120 \times 32$ ,  $180 \times 48$ ,  $180 \times 64$  et  $240 \times 64$ , ont été testées afin de s'assurer de l'indépendance des résultats. La figure 1 montre la forme de la tuyère testée avec un exemple de maillage avec  $120 \times 32$  nœuds.

$\beta$	$\alpha$	$D_{col} (mm)$	$\varepsilon_s$	$r_{arc} (mm)$
$30^\circ$	$20^\circ$	5,1	66	5,1/4
Gaz	$P_0 (KPa)$	$T_0 (K)$	Re	Conditions de paroi
Azote	0,474	300	590	adiabatique

Tableau 1. Description des grandeurs physiques et géométriques de la tuyère, Rothe [18].

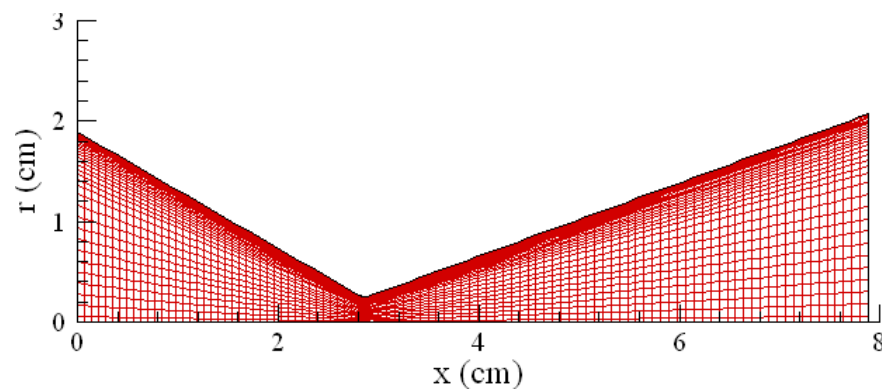


Figure 1. Tuyère testée [18] avec un exemple de maillage  $120 \times 32$  nœuds.

Les résultats des différentes simulations montrent que, dans tous les cas, les résidus sur la vitesse axiale, figure 2, atteignent une précision de l'ordre de  $10^{-7}$ . Le nombre d'itérations étant de l'ordre de  $10^4$  pour les plus faibles nombres de nœuds et un peu plus de  $10^5$  pour les plus élevés.

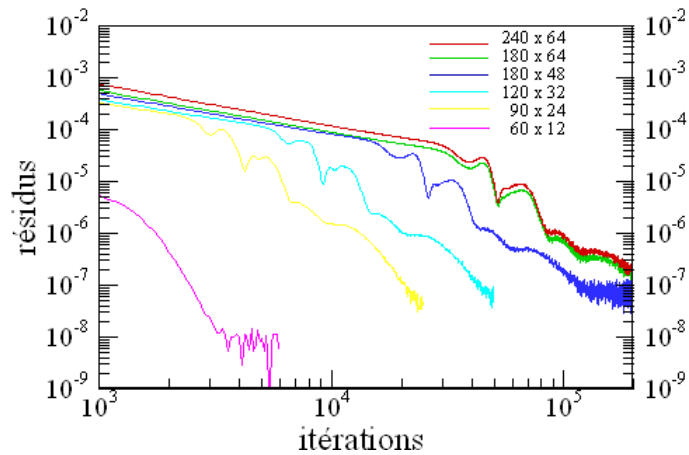


Figure 2 Evolution du résidu relatif à la vitesse axiale.

Afin de choisir une grille type de maillage, nous avons représenté les profils des températures (figures 3a et 3b), et les distributions des températures adimensionnelles le long de l'axe de la tuyère (figure 4a) et le long de la paroi (figure 4b), obtenus pour trois grilles assez représentatives (large  $60 \times 12$ , moyenne  $120 \times 32$  et fine  $240 \times 48$ ). La comparaison des courbes montre clairement une bonne cohérence des résultats sur les grilles « moyenne et fine » et un écart significatif avec ceux obtenus sur une grille « large ».

Pour la suite, nous avons retenu, dans la plupart des cas, un maillage de  $120 \times 32$  nœuds qui permet d'obtenir un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul.

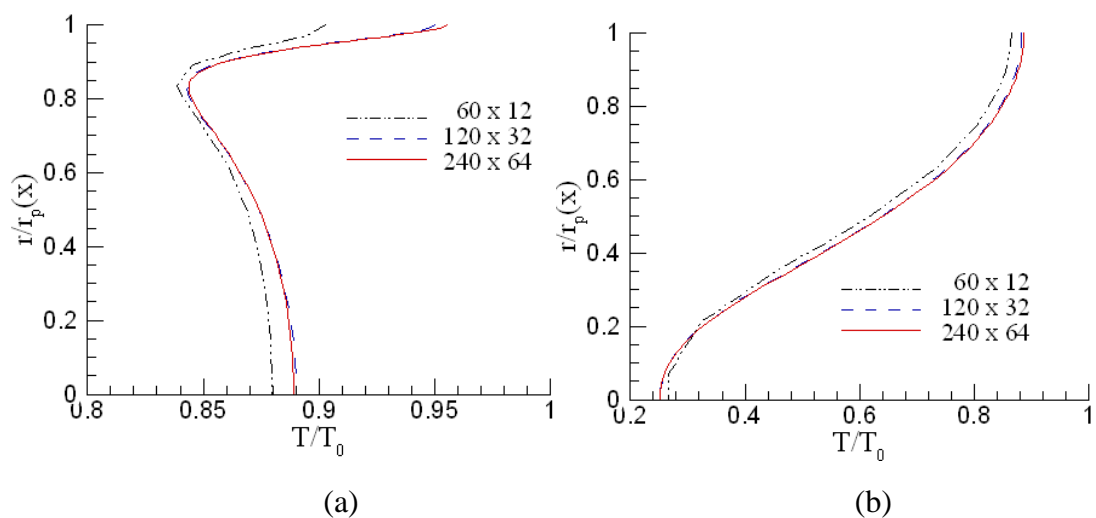


Figure 3. Profils de température adimensionnelle (a) au col et (b) à la sortie.

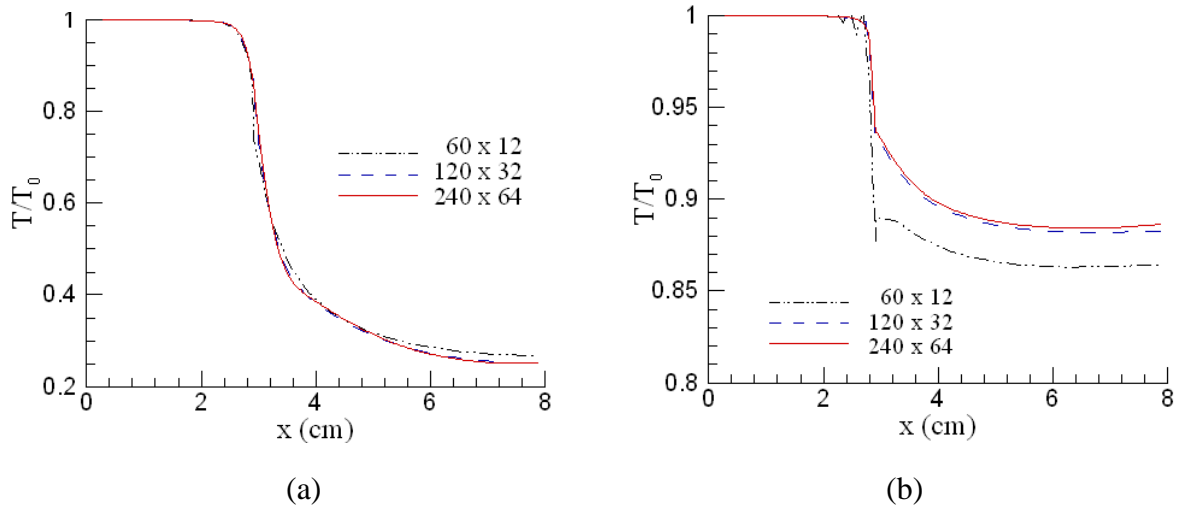


Figure 4. Distributions des températures adimensionnelles le long de l'axe (a) et de la paroi (b).

### 3. Validation physique : données expérimentales

La tuyère testée est celle décrite précédemment. Les trois conditions expérimentales étudiées par Rothe [18] sont résumées dans le tableau 2. Rappelons simplement que la paroi de la tuyère est supposée adiabatique, que l'écoulement est supersonique dans le divergent et qu'une technique d'analyse basée sur des faisceaux d'électrons a été utilisée pour mesurer la densité du gaz et la température, à des positions sélectionnées dans l'écoulement.

Les nombres de Reynolds sont évalués à partir des conditions génératrices et du rayon du col de la tuyère:

$$\text{Re} = \frac{\rho_0 a_0 r_{col}}{\mu_0} \quad (1)$$

Où  $\rho_0$ ,  $\mu_0$  et  $a_0$  sont respectivement la masse volumique, la viscosité du fluide et la vitesse du son dans les conditions du réservoir et  $r_{col}$  le rayon du col.

L'évolution du résidu, présentée sur la figure 5, montre que la convergence vers une précision de l'ordre de  $10^{-6}$ , est de plus en plus rapide quand le nombre de Reynolds augmente (Tableau 2).

Sur les figures 6a et 6b, nous avons représenté respectivement les courbes expérimentales et théoriques des températures et des pressions issues des travaux de Rothe, sur lesquelles, nous

avons superposé nos résultats numériques. La comparaison des températures montre une cohérence satisfaisante pour les nombres de Reynolds égaux à 590 et 1230, et un petit écart au voisinage du col dans le cas d'un Reynolds égal à 260. Au niveau des courbes de pressions, on constate sur la figure 6b que les courbes expérimentales sont légèrement en dessous de celles obtenues numériquement pour les deux nombres de Reynolds. Pour le cas correspondant à un nombre de Reynolds égal à 1230, l'écart est inférieur à 0,6%.

Test	1	2	3
$D_{col}$ (mm)	5,1	5,1	2,5
$P_0$ (KPa)	0,209	0,474	1,976
$T_0$ (K)	300	300	300
$Re$	260	590	1230
Nombre d'itérations	50000	21000	15000

Tableau 2. Configurations étudiées de la tuyère « test ».

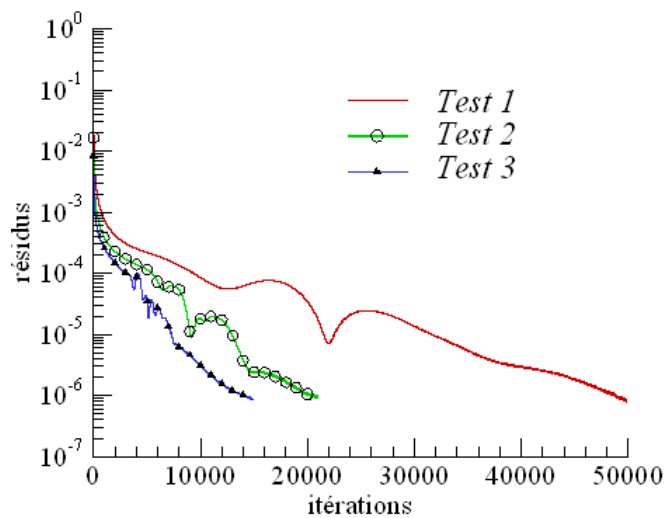


Figure 5. Evolutions du résidu.

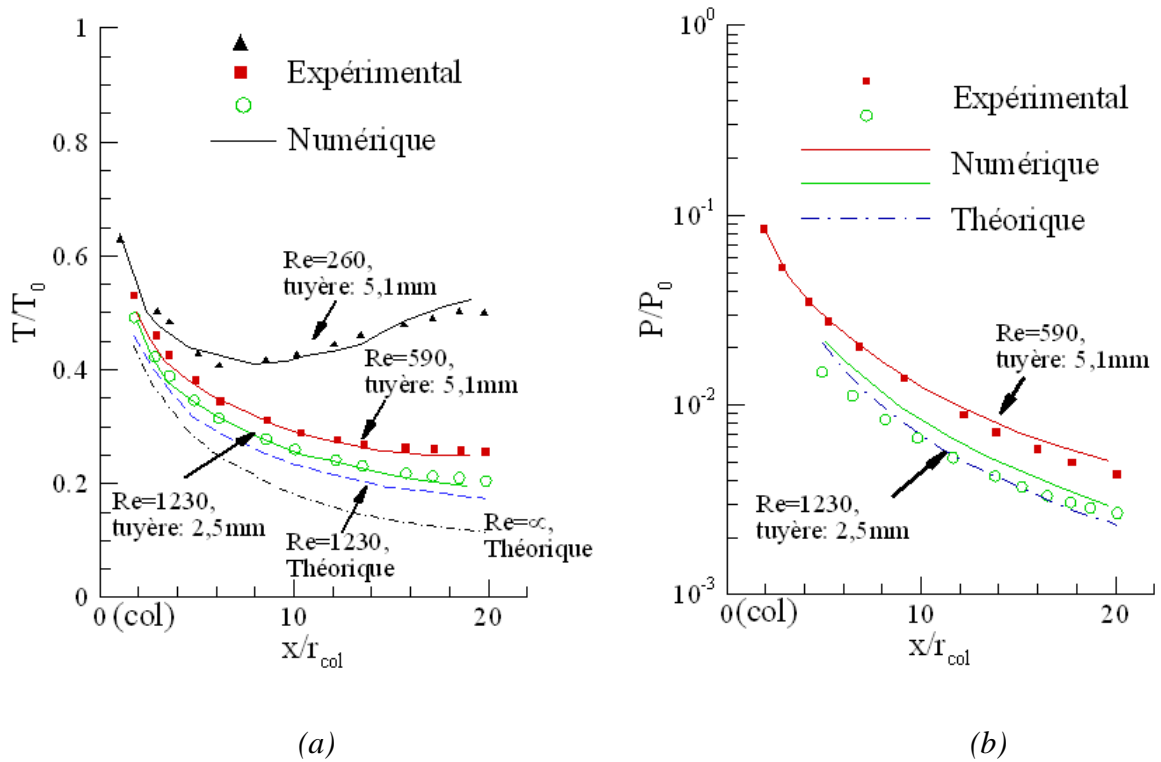


Figure 6. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [18]:

Température (a) et pression (b) le long de l'axe.

En conclusion, à travers cette validation numérique basée d'une part sur l'indépendance du maillage et d'autre part sur cette comparaison expérimentale, nous pouvons affirmer que notre code numérique permet de traduire correctement, le comportement dynamique et thermique du système.

Nous proposons, dans ce qui suit d'approfondir cette analyse, en régime stationnaire, par une étude paramétrique mettant en évidence différents effets physiques et géométriques. Quelques exemples de simulations en régime instationnaire seront également présentés dans le dernier paragraphe.

## 4. Effets de la géométrie de la tuyère

### 4.1. Effet de la zone située en amont de la tuyère

Cette zone, de forme cylindrique ou rectangulaire, de section constante, permet de raccorder le réservoir à la tuyère proprement dite. Sa longueur  $L_e$  peut a priori avoir une influence sur les valeurs des grandeurs de l'écoulement à l'entrée du convergent. Des travaux dans ce sens ont été proposés par A. N. Johnson [21] et L. H. Back *et al.* [10-14]. Le premier auteur a présenté des simulations numériques avec ( $L_e=4D_{col}$ ) et sans ( $L_e=0$ ) prise en compte de cette zone, en considérant des conditions de parois adiabatiques. Les résultats montrent que la prise en compte de cette zone permet d'obtenir une épaisseur de couche limite plus appropriée à l'entrée de la tuyère.

Afin de mieux comprendre cet effet, nous avons simulé, en plus du cas de la tuyère de base ( $L_e=0$ ), deux autres écoulements en tuyères avec des zones en amont de longueurs  $L_e=0,13335\text{ cm}$  et  $L_e=1,0668\text{ cm}$ . Les conditions géométriques et physiques sont présentées dans le tableau 3 et sur la figure 7.

$\beta$	$\alpha$	$\varepsilon_e$	$\varepsilon_s$	$r_{col}\text{ (cm)}$	$r_{arc}\text{ (cm)}$	$r_{arc}/r_{col}$
$45^\circ$	$15^\circ$	9,76	6,6	0,02032	0,0127	0,625
$r_{arc\_e}\text{ (cm)}$	Gaz	$P_0\text{ (bar)}$	$T_0\text{ (K)}$	Re (basé sur $r_{col}$ )	Conditions de paroi	
0,02032	Air	3,1	833,33	4083	Adiabatique	

Tableau 3. Grandeurs physiques et géométriques de la tuyère de base.

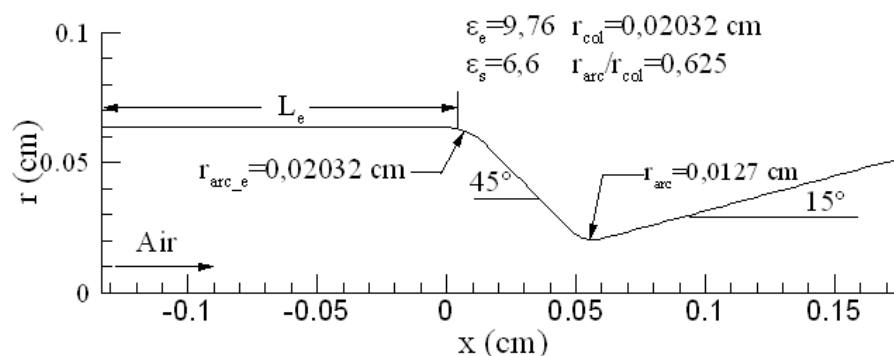




Figure 7. Géométrie étudiée pour l'analyse des effets de la zone située en amont de la tuyère.

Les profils de vitesse axiale, (figure 8), à l'entrée de la tuyère, pour les trois cas étudiés, montrent quelques modifications au niveau de la couche limite. On peut constater que, sur une faible épaisseur proche de la paroi ( $r < 0,15$ ), les gradients de vitesse sont moins importants que ceux correspondants au cas de la tuyère de base ( $L_e = 0$ ).

Ces très faibles différences s'estompent totalement par la suite (figure 8b).

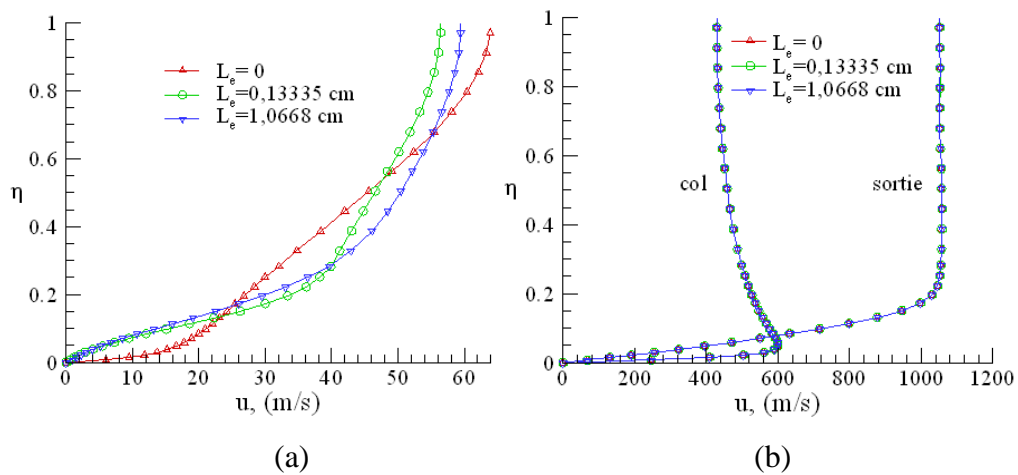


Figure 8. Profils de la vitesse axiale (a) à l'entrée, (b) au col et à la sortie de la tuyère.

Par ailleurs, en termes de performances (coefficient de débit, force de poussée et impulsion) le tableau 4 montre très peu de différences entre les trois cas étudiés.

$L_e$ (cm)	$Cd$	$F$ (mN)	$I_{sp}$ (s)
0	0,9571	60,02	111,33
0,13335	0,9578	60,07	111,36
1,0668	0,9583	60,10	111,35

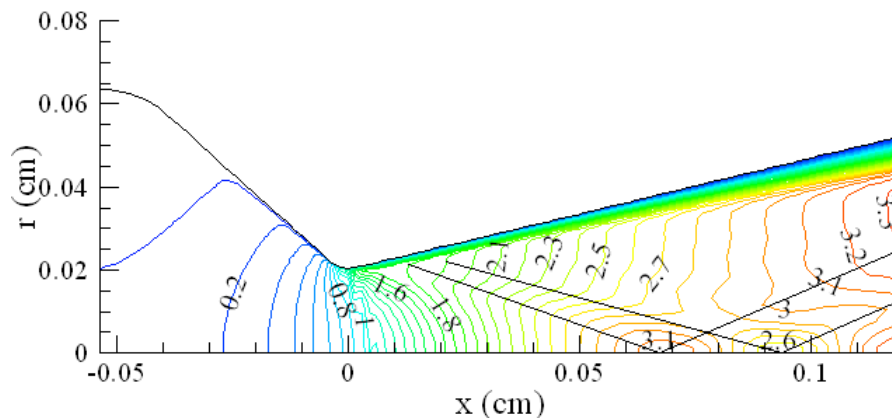
Tableau 4. Performances de la tuyère pour différentes longueurs de la zone située en amont de la tuyère.

**4.2. Effet du raccordement au niveau du col :**  $r_{ac} = r_{arc} / r_{col}$

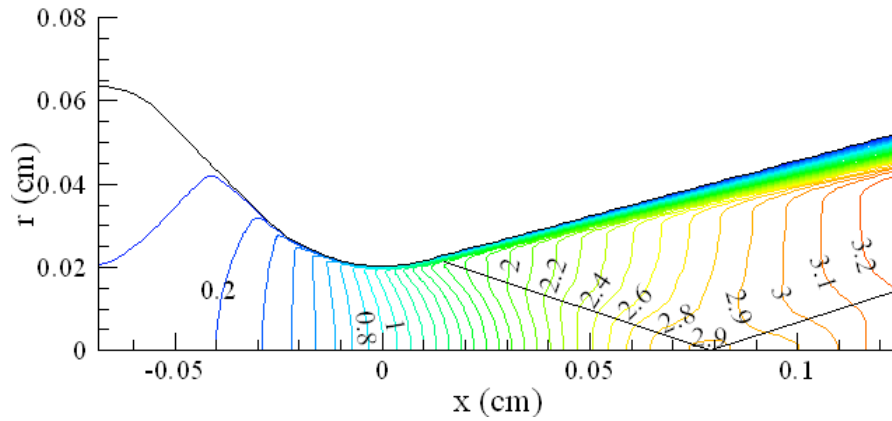
Cet effet sera analysé en faisant varier, de 0.25 à 2, le rapport du rayon de courbure du raccordement au col sur le rayon du col :  $r_{ac} = r_{arc} / r_{col}$ . Ce paramètre peut avoir une influence sur le comportement dynamique de l'écoulement dans la tuyère. Ainsi, L. H. Back et *al.* [10,14] ont présenté une étude expérimentale de ce paramètre dans une tuyère axisymétrique alors que M. L. Mason et *al.* [51] se sont intéressés à une tuyère de section rectangulaire.

Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus dans le cas de la tuyère étudiée précédemment sans prise en compte de la zone située en amont  $L_e = 0$ , avec un facteur de réduction égal à 100 de la tuyère étudiée par L. H. Back. Les conditions génératrices sont :  $P_0 = 3,1$  bars,  $T_0 = 833,33$  K, le gaz test est de l'air, la température pariétale est fixée à  $500^\circ K$ .

Les iso Mach, figures 9a et 9b, mettent clairement en évidence les différences induites par la variation de  $r_{ac}$ , en particulier sur les intensités des ondes de compression.



(a)

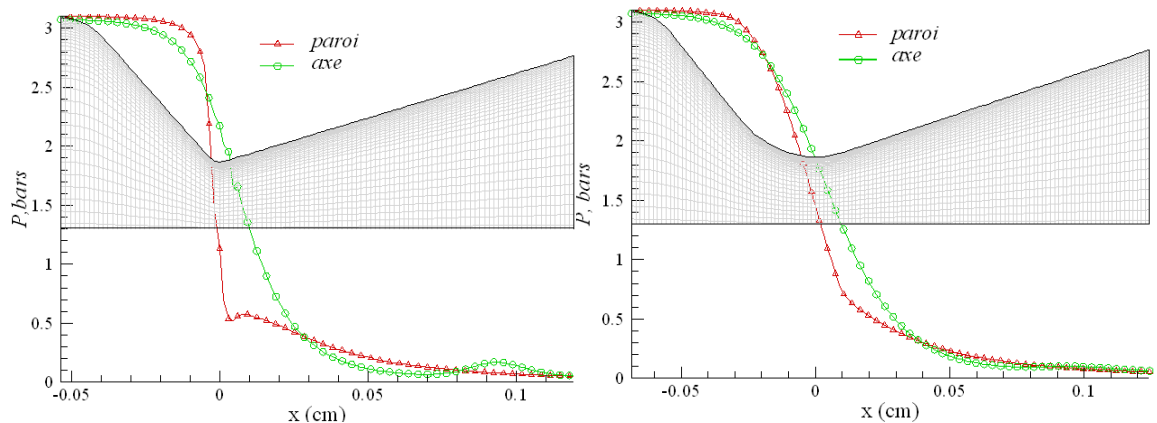


(b)

Figure 9. Iso Mach dans le plan physique

(a) :  $r_{ac} = 0,25$  et (b) :  $r_{ac} = 2$

Pour illustrer la remarque précédente, nous avons représenté, sur la figure 10, les profils de pression le long de l'axe et de la paroi, pour deux valeurs du rapport  $r_{ac}$  (0.25 et 2). Au niveau de la paroi, le gradient de pression, dans la région du col, est beaucoup plus important pour les faibles valeurs de  $r_{ac}$ . Corrélativement, on observe au niveau de l'axe que l'écoulement dans le divergent de la tuyère est moins perturbé lorsqu'on augmente la valeur de  $r_{ac}$ .



(a)

(b)

Figure 10. Profils de pression le long de l'axe et de la paroi

(a) :  $r_{ac} = 0,25$  et (b) :  $r_{ac} = 2$

Les profils de température le long de l'axe de la tuyère pour les deux valeurs du rapport  $r_{ac}$ , sont présentées sur les figures 11a et 11b. Sur l'axe, la température n'est pas influencée au niveau du col mais subit, dans le divergent, une variation importante, localisée dans la zone de réflexion des ondes de compression.

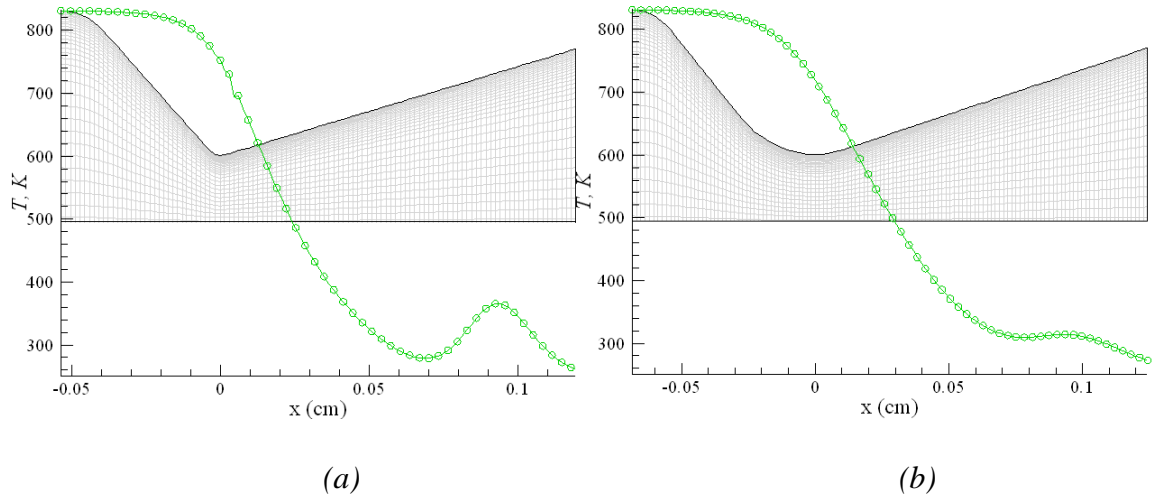


Figure 11. Profils de température le long de l'axe.

(a) :  $r_{ac} = 0,25$  et (b) :  $r_{ac} = 2$

Les résultats des calculs de la force de poussée et de l'impulsion spécifique, pour différentes valeurs de  $r_{ac}$ , sont reportés dans le tableau 5. On peut constater que l'effet de  $r_{ac}$  n'a que très peu d'influence sur ces grandeurs (environ 1,1% pour la force poussée et 0,4% pour l'impulsion spécifique).

$r_{ac}$	0,25	0,5	0,625	0,8	1	1,25	1,5	2
$F$ (dyn)	6015	6016	6048	6061	6067	6075	6079	6081
$I_{sp}$ (s)	110,2	110,1	110,01	109,9	109,9	109,9	109,8	109,8

Tableau 5. Force de poussée et impulsion spécifique pour différentes valeurs de  $r_{ac}$ .

### 4.3. Effet de l'angle du divergent

L'influence de ce paramètre peut être analysée de deux façons :

- Soit en maintenant constante la longueur du divergent et en faisant varier l'angle.
- Soit en maintenant constant le rapport d'aires et en faisant varier l'angle ce qui revient à faire varier la longueur du divergent.

Dans les deux cas, la paroi est supposée adiabatique.

#### 4.3.1 Longueur constante du divergent

On fixe la longueur du divergent à  $L_d = 1470 \mu\text{m}$  et on fait varier l'angle  $\alpha$  de  $2^\circ$  à  $45^\circ$ .

Les autres paramètres physiques et géométriques de la tuyère sont précisés dans le tableau 6. Les rapports d'aires d'expansion correspondants aux angles  $\alpha$  du divergent sont présentés dans le tableau 7.

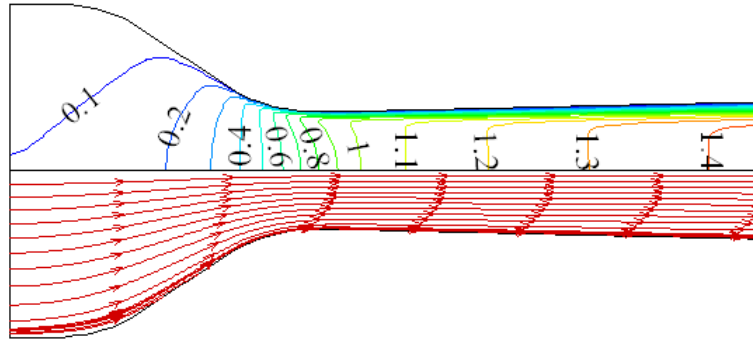
<i>Gaz</i>	$r_{col} (\mu\text{m})$	$\beta$	$\varepsilon_e$	$r_{ac}$	$P_0 (\text{bar})$	$T_0 (\text{K})$	$Re$	$F_{id} (\text{dyn})$	$I_{id} (\text{s})$
$N_2$	300	$45^\circ$	8,0467	4/3	1,2	1500	1343	6146,7	180

Tableau 6. Paramètres physiques et géométriques de la tuyère.

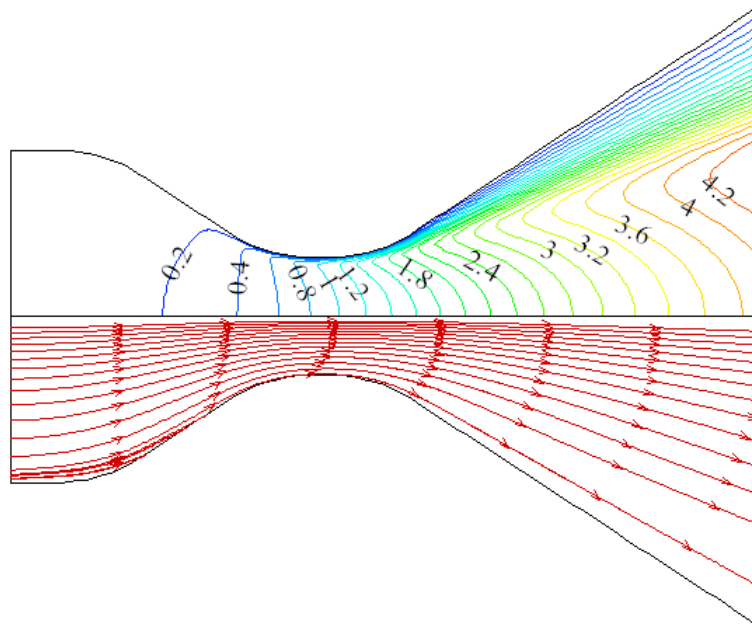
$\alpha$	$2^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$
$\varepsilon_s$	1,354	3,252	5,075	7,31	10,13	13,69	18,3	24,3	27,85

Tableau 7. Rapport d'aires d'expansion en fonction de l'angle du divergent  $\alpha$ .

Les figures 12a et 12b représentent les iso Mach et les lignes de courant pour  $\alpha=2^\circ$  et  $\alpha=45^\circ$ . Lorsque  $\alpha$  augmente, la couche limite s'épaissit de plus en plus et occupe quasiment 40% de la section de sortie pour  $\alpha=45^\circ$ . Les nombres de Mach maximum varient de 1.4 pour  $\alpha=2^\circ$  à 4.4 pour  $\alpha=45^\circ$  et les positions de ces maximum se décalent de l'axe de la tuyère vers la frontière de la couche limite (Figure 13).



(a)



(b)

Figure 12. Iso Mach (en haut) et lignes de courant (en bas)

(a)  $\alpha = 2^\circ$  et (b)  $\alpha = 45^\circ$

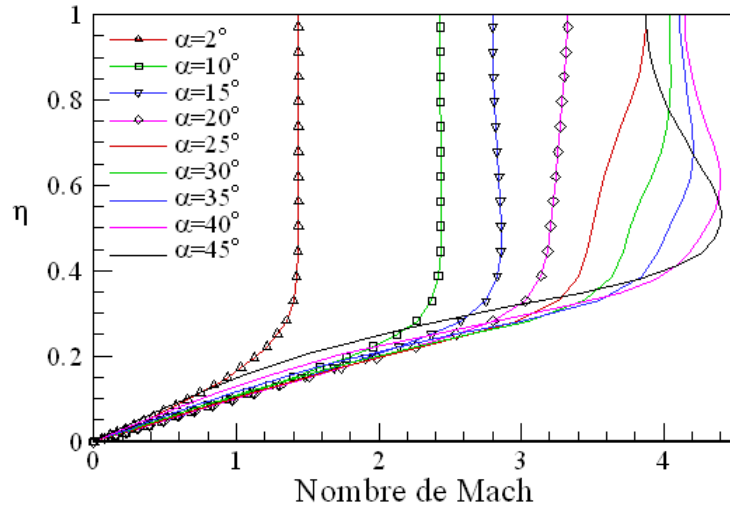


Figure 13. Profils des nombres de Mach, en section de sortie, pour différents angles  $\alpha$ .

On constate bien entendu une augmentation significative de la composante radiale de la vitesse lorsque  $\alpha$  croît (Figure 14).

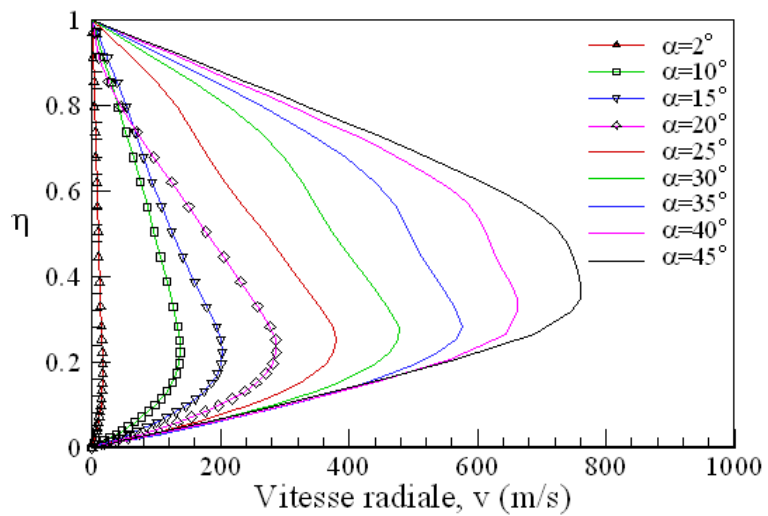


Figure 14. Profils de vitesse radiale, en section de sortie, pour différents angles  $\alpha$ .

Les figures 15 a et b montrent respectivement la force de poussée  $F^* = \frac{F}{F_{id}}$  et

l'efficacité  $I_{sp}^* = \frac{I_{sp}}{I_{id}}$ , normalisées respectivement par la force et l'impulsion idéales, en

fonction de l'angle du divergent  $\alpha$ . Les profils des deux courbes sont similaires avec un maximum au voisinage de  $\alpha = 25^\circ$ . Cette valeur correspond à un compromis entre les effets de dissipation visqueuse et l'augmentation de la composante radiale de la vitesse.

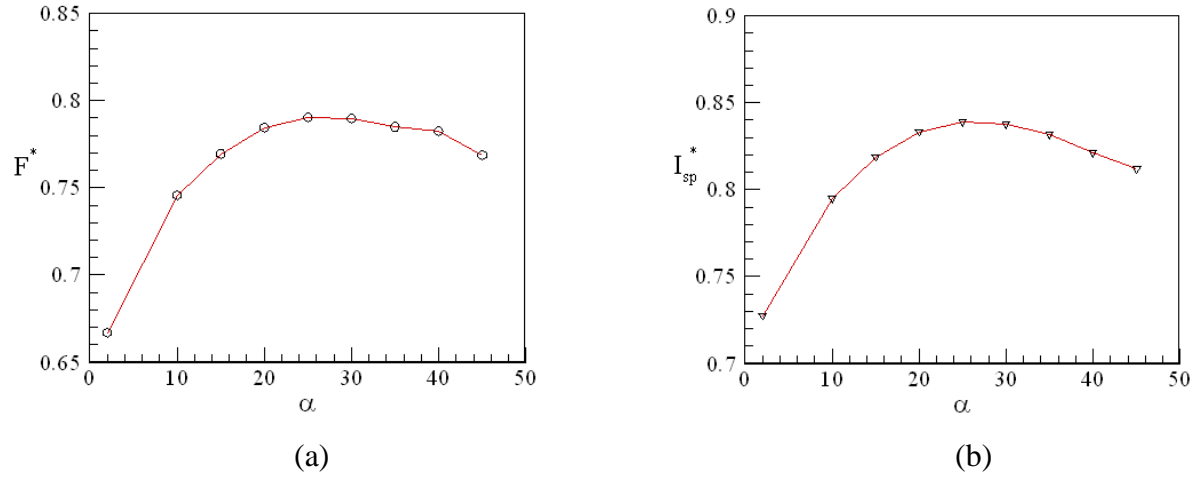


Figure 15. Force poussée normalisée (a) et efficacité (b), en fonction de  $\alpha$ .

#### 4.3.2 Rapport d'aires d'expansion constant

L'influence de l'angle  $\alpha$  est analysée en considérant deux valeurs du rapport d'aires d'expansion  $\varepsilon_s$  : 36 et 100. Les conditions physiques, géométriques et opératoires de la tuyère étudiée sont définies dans le tableau 8 et les longueurs du divergent correspondant aux différentes valeurs de  $\alpha$  pour les deux rapports d'expansion sont données dans le tableau 9.

Test	Gaz	$\varepsilon_s$	$r_{col}(\mu m)$	$\beta$	$\varepsilon_e$	$r_{ac}$	$P_0(bar)$	$T_0(K)$	Re	$F_{id}(dyn)$	$I_{id}(s)$
1	$N_2$	36	300	$45^\circ$	8,0467	4/3	1,2	1500	1343	6146,7	180
2	$N_2$	100	101,6	$45^\circ$	9,76	5/4	2,4	1033,15	1413	1410	149

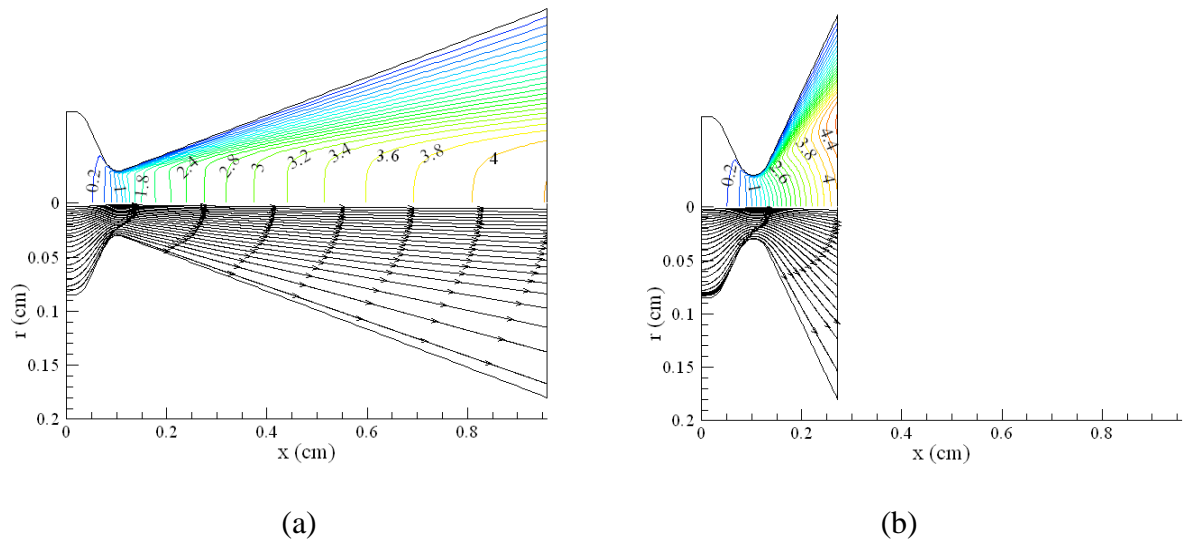
Tableau 8. Conditions physiques et opératoires.

Test	$\alpha$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$
1	$L_d(\mu m)$	8570	5680	4220	3330	2730	2290	1960	1690
2	$L_d(\mu m)$	5197	3429	2534	1989	1617	1346	1136	967



Tableau 9. Longueur du divergent en fonction de l'angle  $\alpha$ .

Les iso Mach (en haut) et les lignes de courant (en bas) sont présentées sur les figures 16a et 16b pour  $\alpha = 10^\circ$  et  $\alpha = 45^\circ$  dans le cas du test 1. Bien entendu, comme précédemment, pour  $\alpha = 10^\circ$ , la valeur maximale du nombre de mach se situe sur l'axe de la tuyère alors que pour  $\alpha = 45^\circ$ , elle se situe à mi-distance entre l'axe et la paroi où elle atteint  $M = 4,6$  (Figure 17)



Figures 16. Iso Mach (en haut) et lignes de courant (en bas)

pour  $\alpha = 10^\circ$  (a) et  $\alpha = 45^\circ$  (b) (test 1)

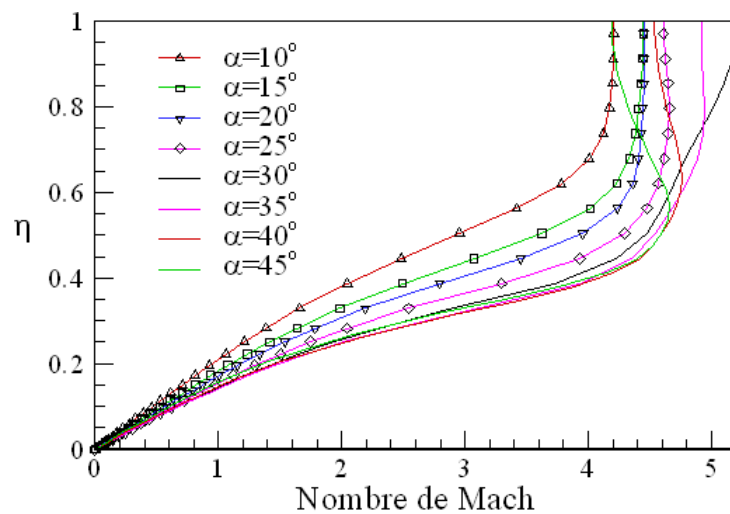
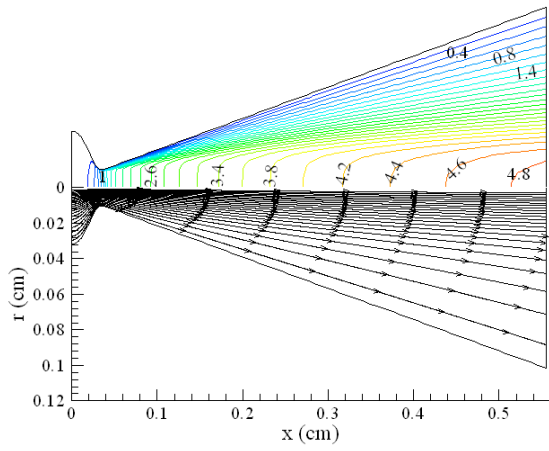
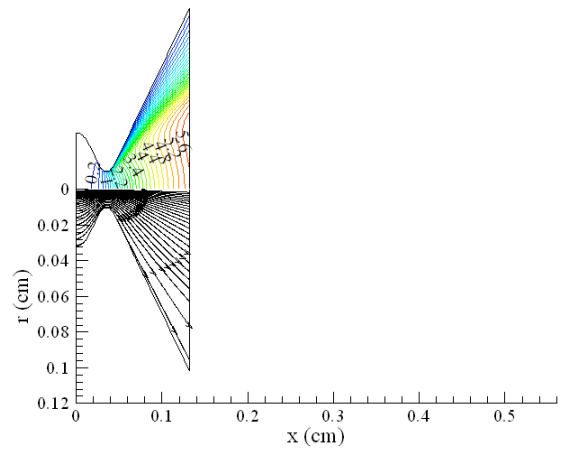


Figure 17. Profils du nombre de Mach en section de sortie pour différents  $\alpha$  (test 1).

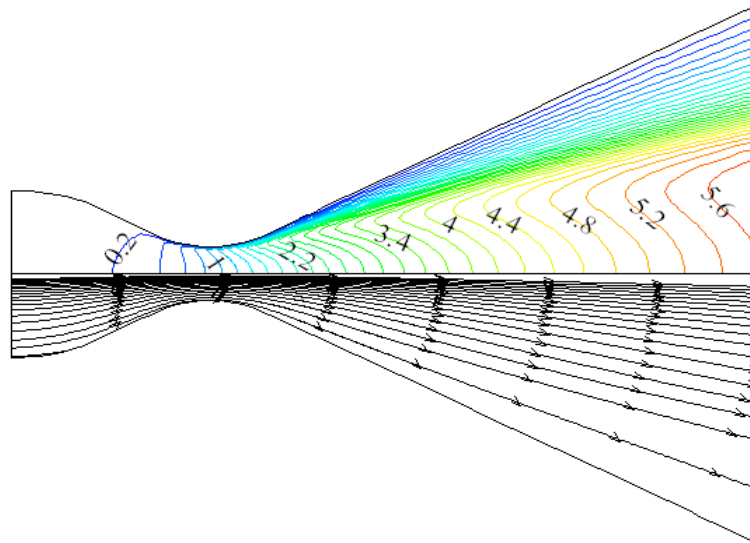
Pour un rapport d'aires plus important (test 2,  $\varepsilon_s = 100$ ), on observe bien entendu les mêmes tendances (figures 18 et 19).



(a)



(b)



(c)

Figures 18. Iso Mach (en haut) et lignes de courant (en bas) pour  $\alpha = 10^\circ$  (a),  $\alpha = 45^\circ$  (b) et  $\alpha = 45^\circ$  agrandi (c) (test 2)

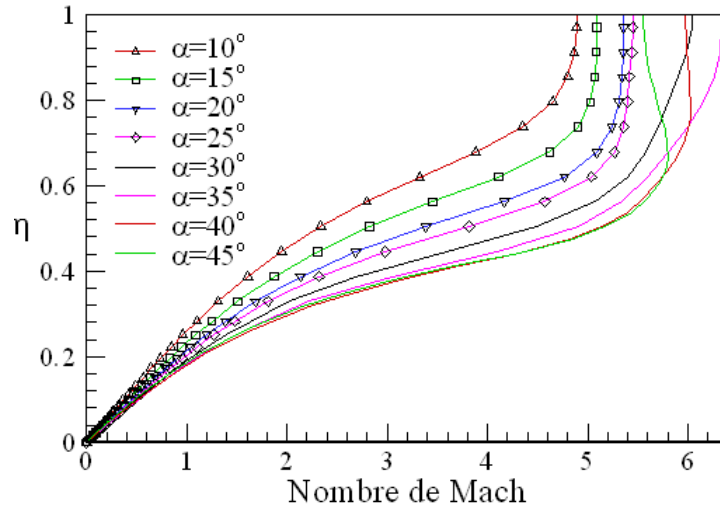
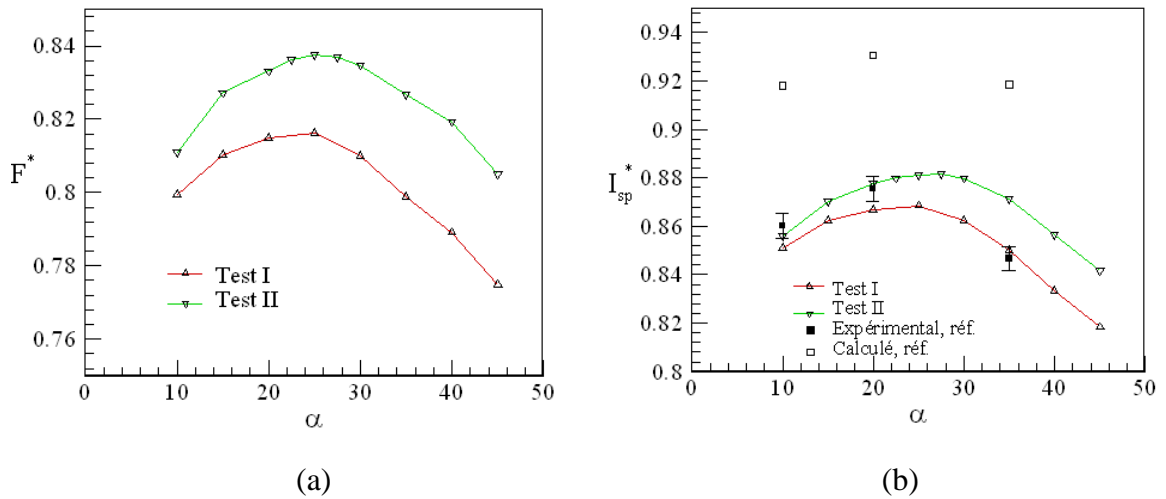


Figure 19. Profils du nombre de Mach, en section de sortie, pour différentes valeurs de  $\alpha$  (test 2).

Les forces de poussées normalisées et des efficacités sont représentées sur les figures 20a et 20b. En particulier les courbes d'efficacité, figure 20b, montrent une bonne cohérence avec celles obtenues expérimentalement et calculées par C. K. Murch [52], avec un écart d'environ 3% pour  $\alpha = 35^\circ$ .



Figures 20. Forces de poussée normalisées (a) et des efficacités (b), en fonction de  $\alpha$ , comparaison avec la réf [52].

## 5. Effet du transfert pariétal de chaleur

Nous avons également analysé les cas d'une température de paroi imposée et celui d'un échange par convection avec l'extérieur.

Pour le premier cas, on peut considérer soit une température de paroi constante, hypothèse adoptée par de nombreux auteurs, soit un profil de température de paroi établi, par exemple, à partir de données expérimentales. Ce dernier cas est celui qui se rapproche le plus des conditions réelles de fonctionnement d'une tuyère et il correspond le plus souvent à des situations de refroidissement de la paroi.

La tuyère testée est présentée sur la figure 21 et ses caractéristiques sont présentées sur le tableau 10.

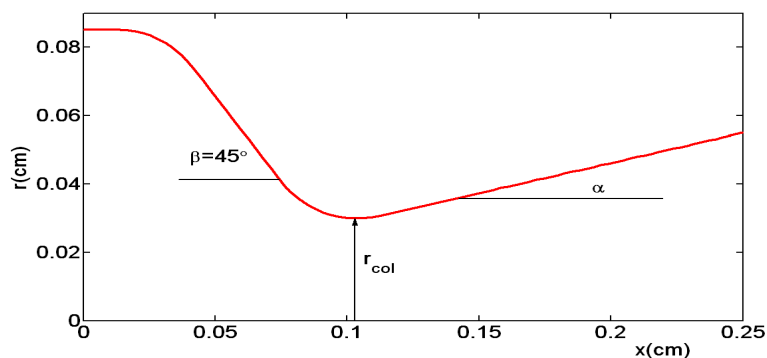


Figure 21. Géométrie de la tuyère.

Gaz	$r_{col}$ (cm)	$r_{ac}$	$\varepsilon_s$	$\alpha$	$L_i$ (cm)	$P_0$ (KPa)	$T_0$ (°K)
Azote	0,03	2	3,252	10°	0,245	120	1500

Tableau 10. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

### 5.1. Température pariétale fixée

Les iso-vitesses, isobares, isothermes et iso Mach sont représentés, sur les figures 22, 23, 24, 25 pour deux valeurs constantes (300 et 1000 K) de la température pariétale.

Le tracé des iso vitesses (figure 22) montre que les couches limites dynamiques sont peu influencées par le niveau de température pariétale. En revanche la couche limite thermique

s'épaissit lorsque la température pariétale diminue (Figure 24). Un refroidissement plus important engendre bien entendu une augmentation de la vitesse et du Mach en sortie de tuyère.

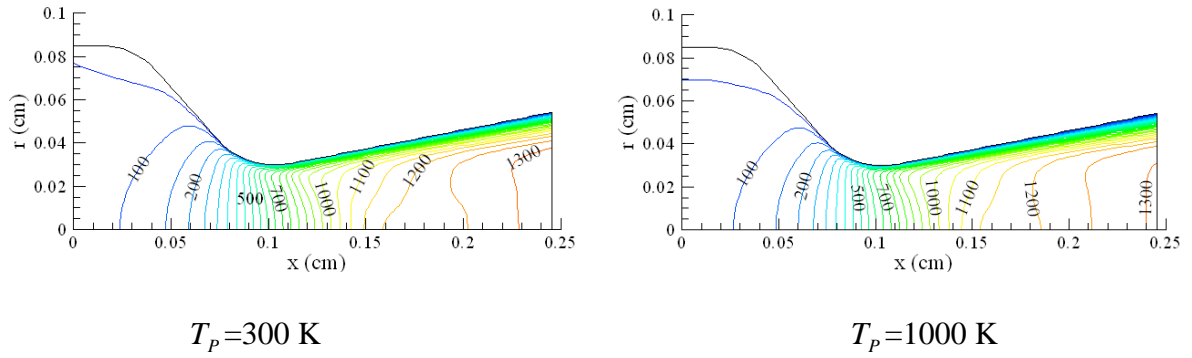


Figure 22. Iso-vitesses axiales dans le plan physique.

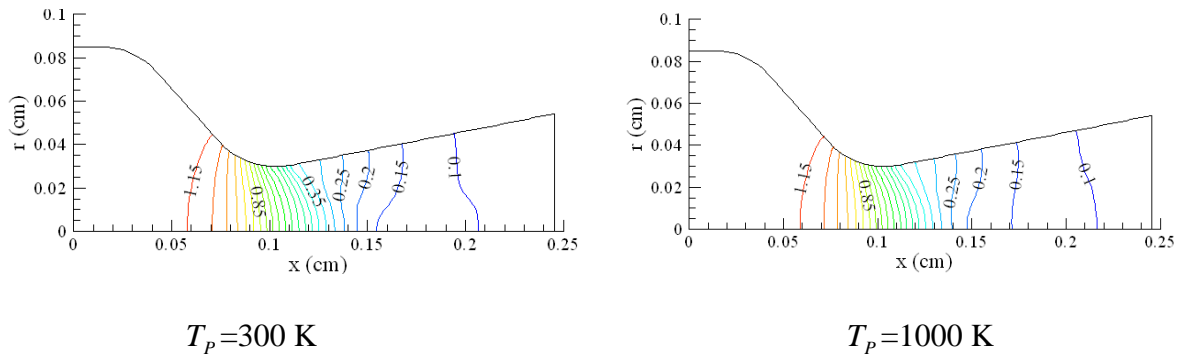


Figure 23. Isobares dans le plan physique.

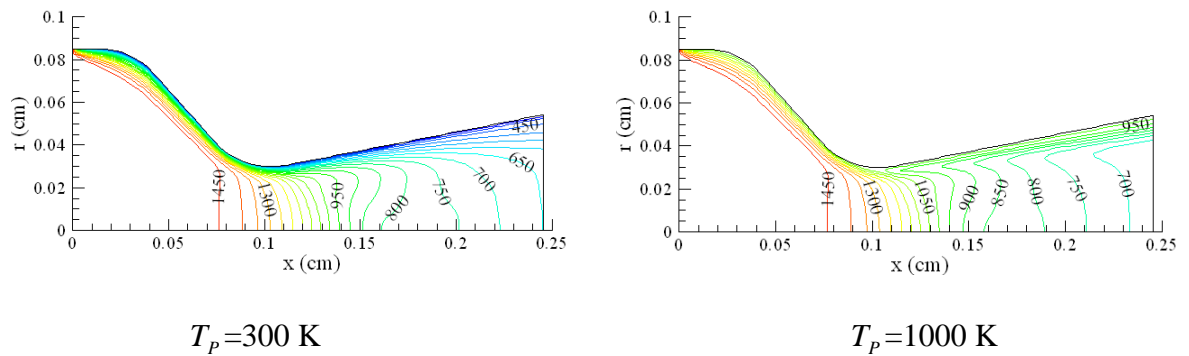


Figure 24. Isothermes dans le plan physique.

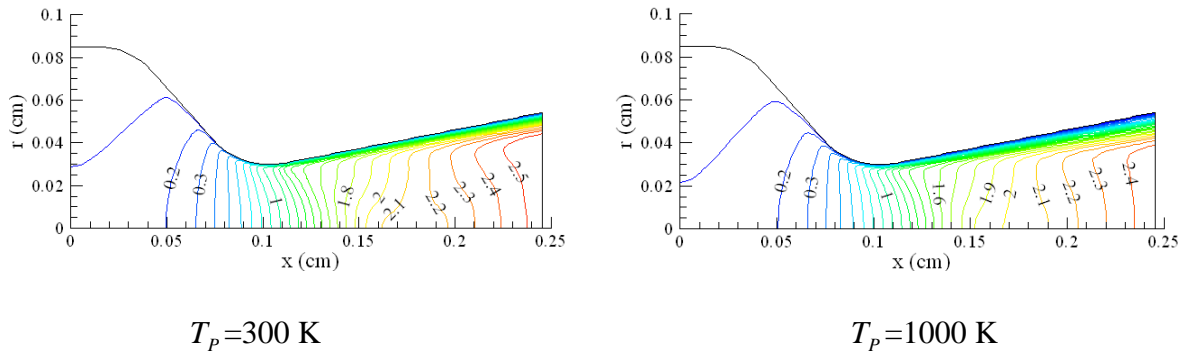


Figure 25. Iso-Mach dans le plan physique.

La force de poussée et l'impulsion spécifique normalisées sont tracées, en fonction de  $T_p$  sur les figures 26. Les performances de la tuyère décroissent de façon quasi linéaire pour la force de poussée et croissent pour l'impulsion spécifique.

Le cas adiabatique présente des écarts maximums avec le cas du refroidissement de l'ordre de 3,5% pour la force de poussée normalisée et de l'ordre de 5,5% pour l'efficacité de la tuyère.

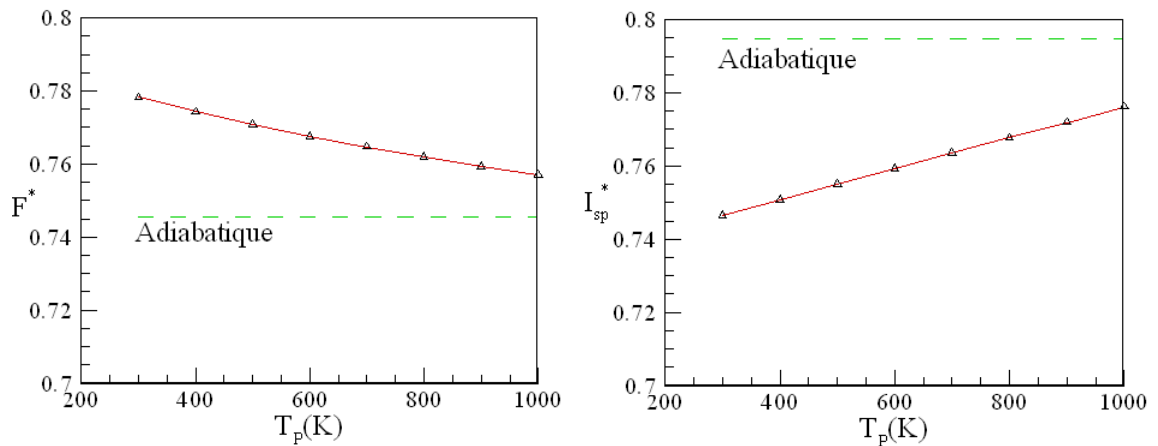


Figure 26. Force de poussée et Impulsion spécifique normalisées en fonction de la température de paroi.

## 5.2. Coefficient de transfert de chaleur

Rappelons que la condition d'échange par convection est définie par :

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_p = h(T_a - T_p) \quad (2)$$

Où  $h$  est le coefficient d'échange,  $T_a$  la température ambiante et  $T_p$  la température de la paroi.

Pour deux valeurs du coefficient d'échange  $h=0$  et  $1000 \text{ W/m}^2.K$  et pour deux angles du divergent  $\alpha=2^\circ$  et  $10^\circ$ , nous présentons, sur les figures 27 à 30, les isothermes et les iso Mach.

Pour  $h=0$ , nous observons que les effets dissipatifs sont significatifs sur environ un tiers du rayon de sortie pour les deux angles, (figures 27a et 28a), et que l'échange de chaleur diminue évidemment le niveau de température sur l'ensemble de la tuyère ainsi que l'épaisseur de la couche limite thermique dans le divergent (figures 27 et 28). Pour  $\alpha=2^\circ$ , figure 27b, la faible expansion du divergent implique que la température dans la couche limite soit inférieure à celle obtenue dans la région centrale. Pour  $\alpha=10^\circ$ , (figures 28 a et 28b) les effets dynamiques dans le divergent jouent évidemment un rôle plus important que dans le cas précédent et les isothermes dans la couche limite sont très sensibles au refroidissement pariétal.

Ces résultats se retrouvent sur les tracés des iso-Mach, (figures 29a-b, pour  $\alpha=2^\circ$ , et 30a-b, pour  $\alpha=10^\circ$ ) où les valeurs des nombres de Mach en sortie de la tuyère sont respectivement  $M=1,4$  et  $2,4$  pour les cas adiabatiques et  $M=1,5$  et  $2,5$  pour le cas avec échange de chaleur.

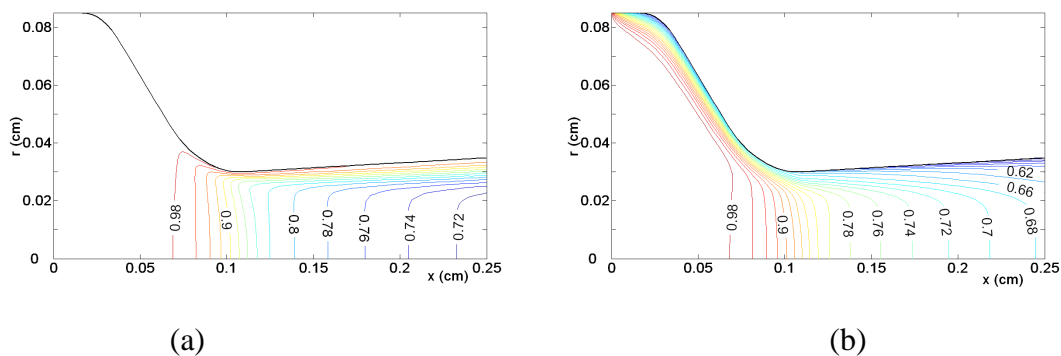
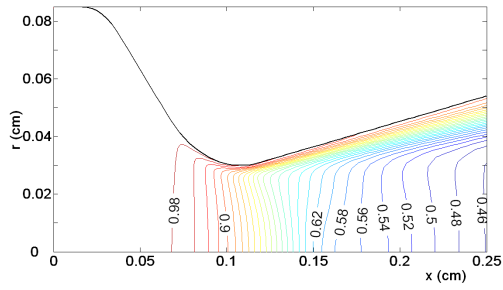
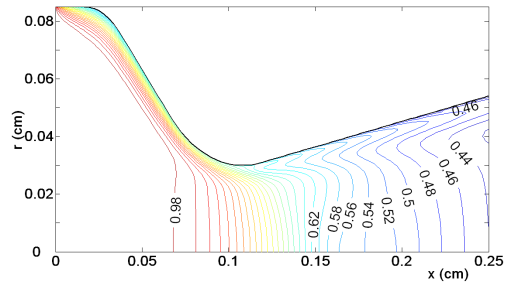


Figure 27. Isothermes adimensionnelles  $T/T_0$ , pour  $\alpha=2^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

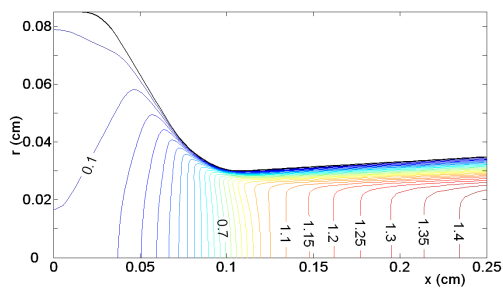


(a)

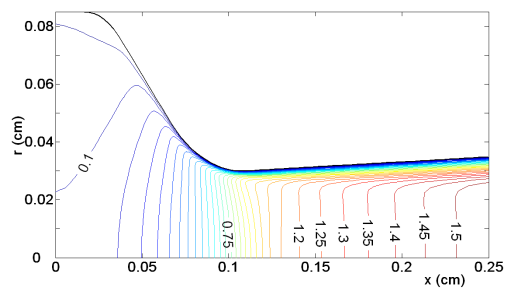


(b)

Figures 28. Isothermes adimensionnelles  $T/T_0$ ,  $\alpha=10^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .



(a)



(b)

Figures 29: Iso-Mach  $\alpha=2^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2$ .



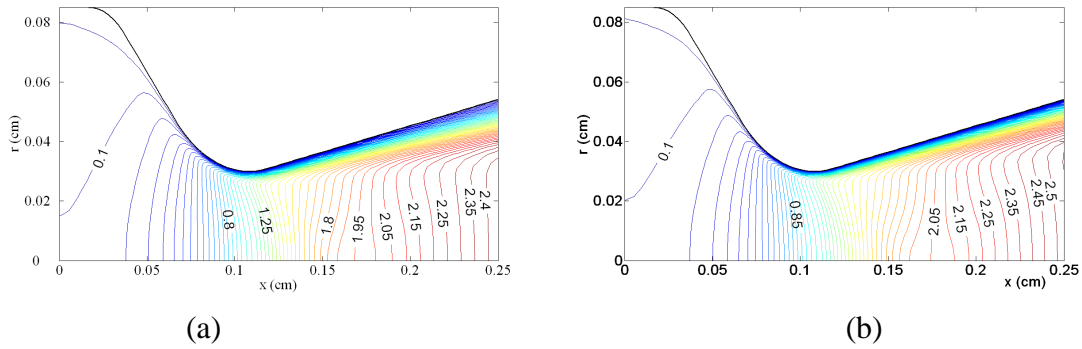


Figure 30: Iso-Mach  $\alpha=10^\circ$ , (a)  $h=0$ , (b)  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ .

Dans la section de sortie de la tuyère, l'analyse des profils de température montre qu'il y a très peu de différences entre les cas  $h=0$  et  $100 \text{ W/m}^2.K$ , dans la zone non visqueuse de l'écoulement (figure 31). Dans la couche limite, les températures, pour ces deux cas ( $h=0$  et  $100 \text{ W/m}^2.K$ ) sont évidemment modifiées, mais leurs profils gardent globalement alors que pour  $h=1000 \text{ W/m}^2.K$ , l'échange est suffisant pour que les températures pariétales soient inférieures aux températures du gaz dans le reste de l'écoulement. L'analyse des figures 32a-b, montre que le nombre de Mach augmente avec la distance à la paroi et que la valeur maximale se situe au niveau de l'axe de la tuyère. Quel que soit l'angle du divergent, lorsque la valeur du coefficient d'échange augmente, l'épaisseur de la couche limite diminue et évidemment le nombre de Mach en sortie croit. La figure 33 montre que plus l'angle du divergent augmente, plus l'influence du coefficient d'échange sur la pression est faible.

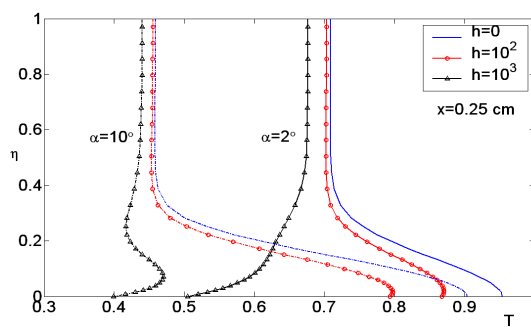


Figure 31. Profil de température adimensionnelle  $T/T_0$  en section de sortie, pour  $h=0$ ,  $100$  et  $1000 \text{ W/m}^2.K$ .

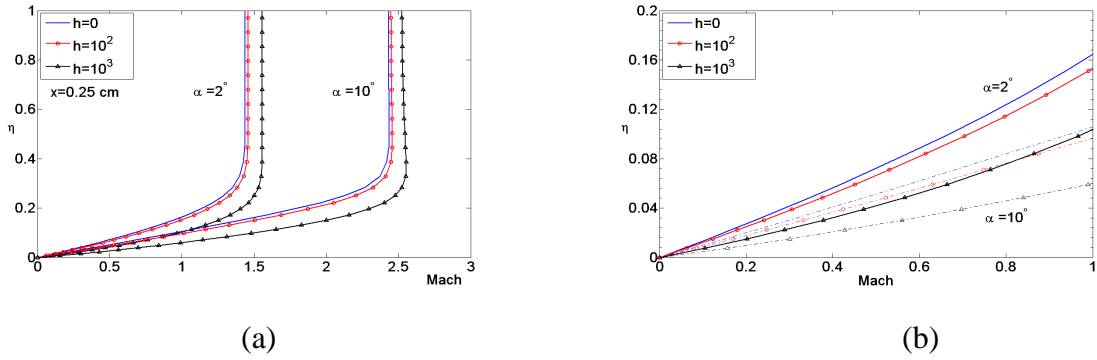


Figure 32. Profil du nombre de Mach en section de sortie (a), zone agrandie (b)

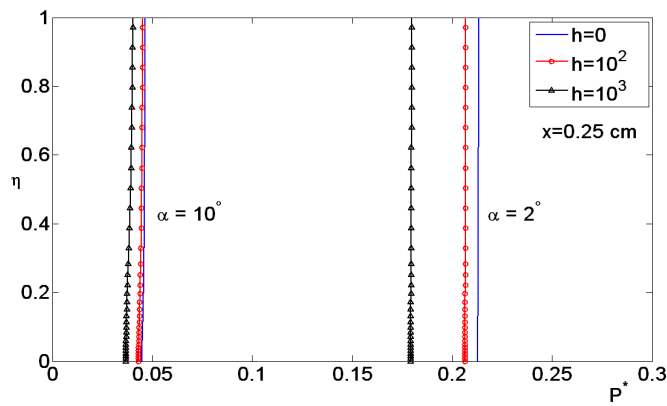


Figure 33. Profil de la pression adimensionnelle  $p / \rho_0 a_0^2$  en section de sortie.

Dans le paragraphe suivant, nous proposons une analyse des performances de la tuyère en fonction de l'angle du divergent et du coefficient d'échange en supposant d'abord une longueur du divergent constante puis un rapport d'aires d'expansion constant.

### 5.2.1 Longueur constante du divergent

La force de poussée et l'impulsion spécifique normalisées en fonction de l'angle du divergent et du coefficient d'échange sont représentées sur les figures 34a-b et 35a-b. Nous pouvons remarquer que pour les trois valeurs du coefficient d'échange étudiées ( $h=0, 1000$  et  $2000 \text{ W/m}^2.K$ ) les maxima de la force de poussée et de l'impulsion spécifique sont obtenus au voisinage de  $\alpha=25^\circ$ . Nous pouvons noter sur la figure 35a, que pour  $\alpha < 25^\circ$ , la performance croit avec le coefficient d'échange et que le cas adiabatique correspond à la force de poussée la plus faible. Au contraire, lorsque  $\alpha > 30^\circ$ , le cas adiabatique est celui qui

présente une légère augmentation de la performance. Les figures 34a et 35a révèlent donc, l'existence d'un optimum pour  $\alpha=25^\circ$ .

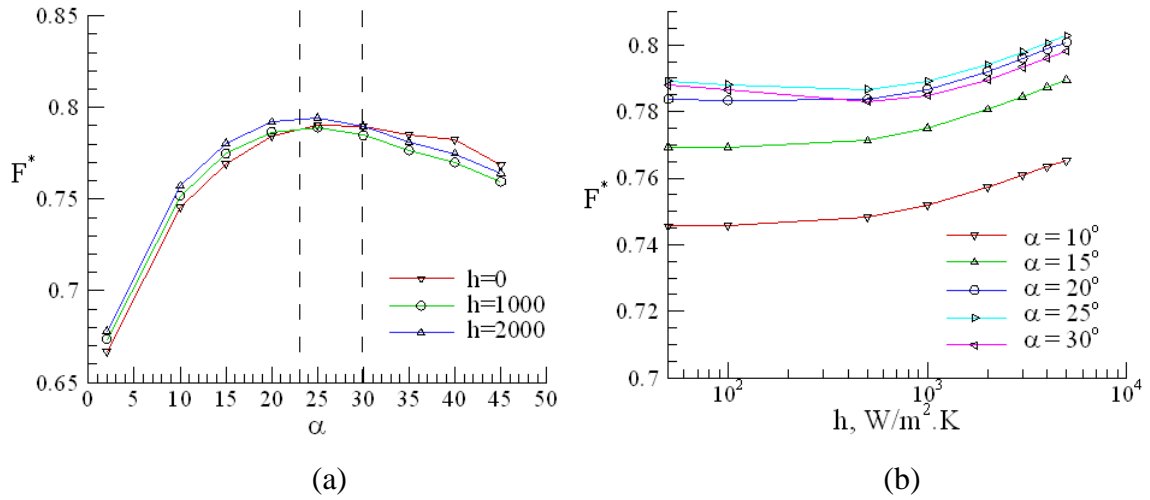


Figure 34. Force de poussée normalisée en fonction de :  
(a) angle  $\alpha$  , (b) coefficient d'échange.

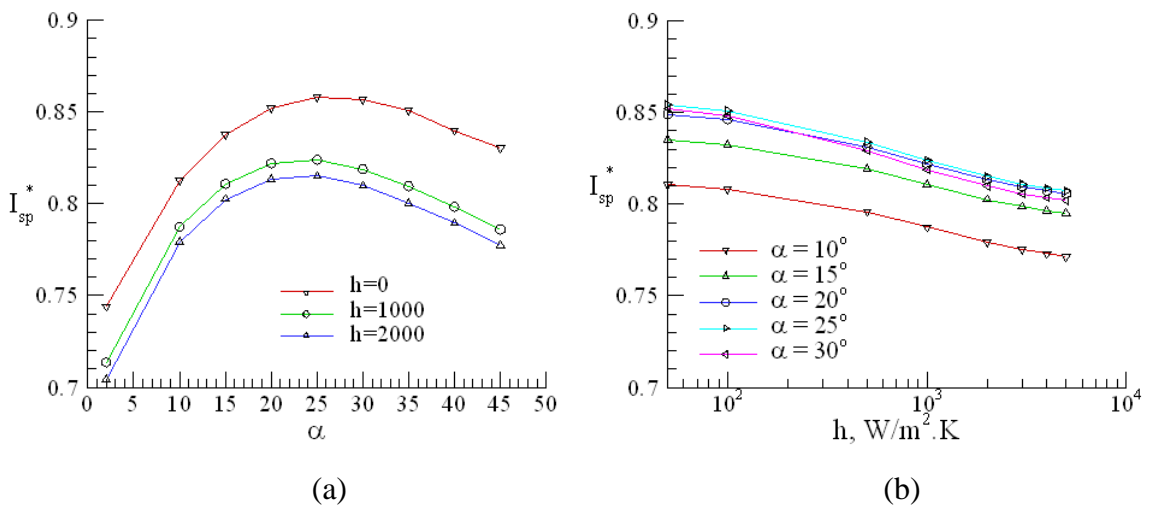


Figure 35. Impulsion spécifique normalisée en fonction de :  
(a) angle  $\alpha$  et (b) coefficient d'échange.

### 5.2.2 Rapport d'aires d'expansion constant : $\varepsilon_s = 36$

La force de poussée et l'impulsion spécifique normalisées sont respectivement représentées en fonction de l'angle du divergent et du coefficient d'échange sur les figures 36 et 37. Ces

figures sont globalement similaires à celles représentées précédemment avec une valeur optimale observée au voisinage de  $\alpha=25^\circ$ . Nous pouvons également constater que pour une micro tuyère présentant un grand rapport d'aires d'expansion, la force poussée la plus favorable est toujours obtenue sous condition adiabatique pour pratiquement tous les angles. Ceci indique que le terme de pression joue un rôle primordial sur le rendement en terme de poussée. Pour  $h=1000$  et  $2000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ , la perte importante de chaleur pariétale entraîne l'obtention de valeurs de poussée plus élevées. La figure 36b montre que la force de poussée minimale se situe au voisinage de  $h=500 \text{ (W/m}^2\cdot\text{K)}$ .

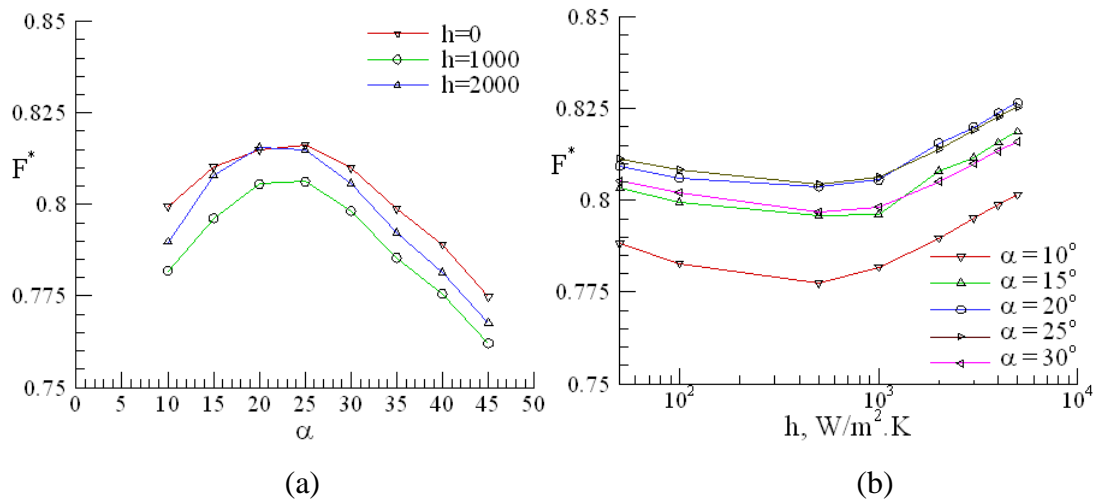


Figure 36. Force de poussée normalisée en fonction de :

(a) angle  $\alpha$ , (b) coefficient d'échange

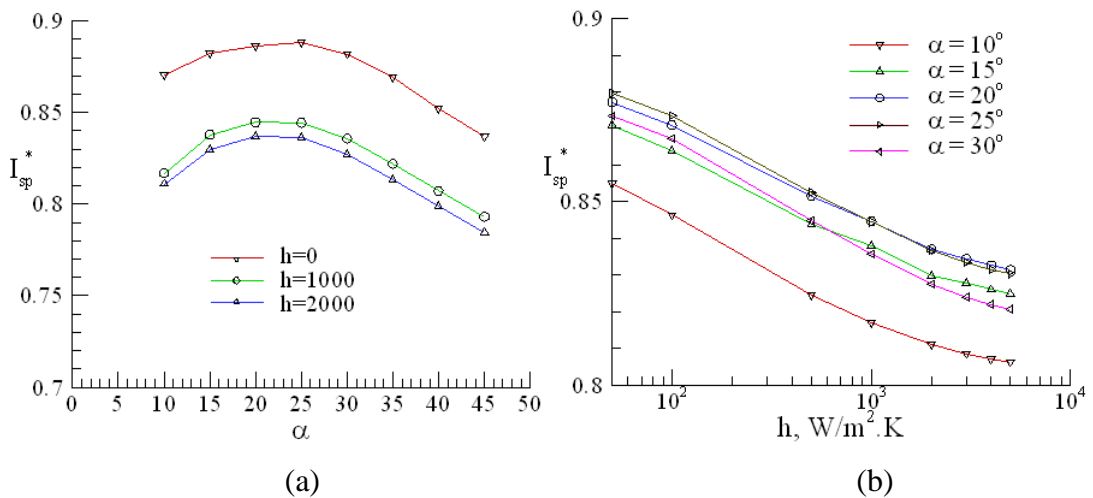


Figure 37. Impulsion spécifique normalisée en fonction de :

(a) angle  $\alpha$ , (b) coefficient d'échange h.

## 6. Analyse instationnaire

A partir d'un état stationnaire, on provoque un régime transitoire soit à partir d'une variation dans le temps, des conditions de température dans le réservoir soit à partir d'une variation du coefficient d'échange pariétal. Les caractéristiques de la tuyère sont résumées dans le tableau 11.

Gaz	$\beta$	$\alpha$	$r_{col}, cm$	$r_{arc}, cm$	$\epsilon_e$	$\epsilon_s$
Azote	45°	25°	0,03	0,03	2,8	3,25

Tableau 11. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

### 6.1. Echelons de la température génératrice

La figure 38 montre le type d'échelon appliqué :

$$T_0(t) = \begin{cases} T_0 & \text{si } t < t_0 \\ 2T_0 & \text{si } t_0 \leq t < t_1 \\ 3T_0 & \text{si } t \geq t_1 \end{cases} \quad (6)$$

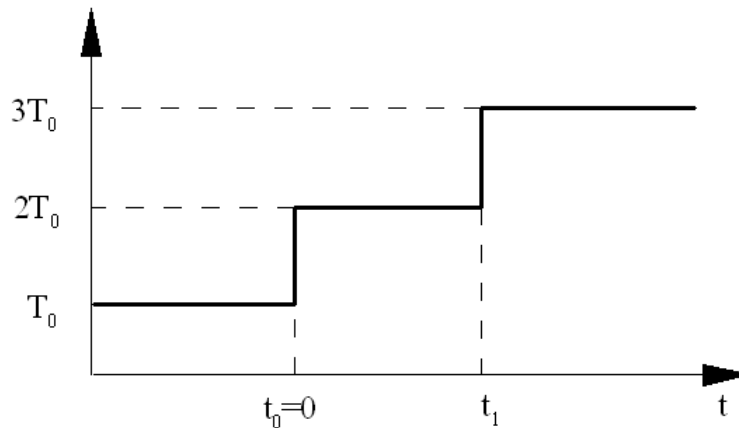


Figure 38. Echelons sur la température du réservoir.

Les résultats obtenus en régime stationnaire (avec les conditions génératrices :  $P_0 = 1.2$  bar,  $T_0 = 1200$  K, et une paroi adiabatique), sont utilisés pour initialiser le calcul en régime

transitoire. Au cours des itérations, le pas de temps (figure 39) est déterminé en respectant le critère de stabilité défini au chapitre 2.

Les évolutions des vitesses, des nombres de Mach, des températures et des pressions, en trois points situés sur l'axe de la tuyère (au col, dans le divergent et en sortie), sont représentées sur les figures 40, 41, 42 et 43.

Ces figures confirment la rapidité des phénomènes physiques mis en jeu au sein de la tuyère avec des temps de réponse de l'ordre de  $10^{-6}$ .

Par ailleurs, les réponses aux deux échelons sont presque identiques mais avec des amplitudes différentes, plus particulièrement sur les nombres de Mach et les pressions. Sur le plan numérique, on observe, pour ces mêmes grandeurs, la présence d'oscillations au niveau des échelons (discontinuité de  $T_0$ ).

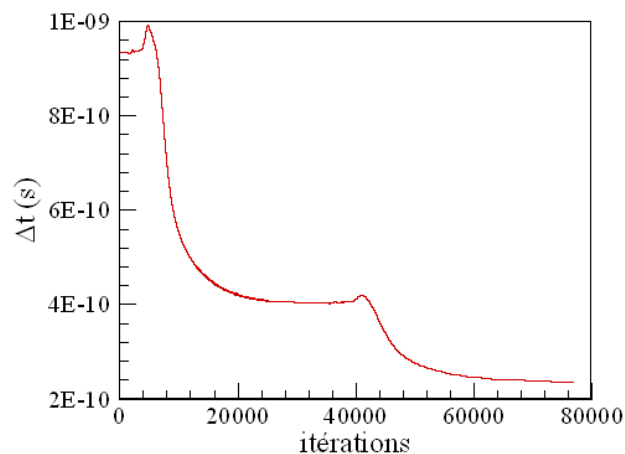


Figure 39. Evolution du pas de temps au cours des itérations

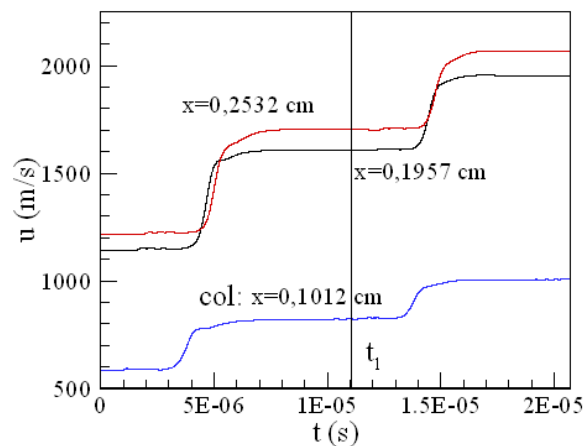
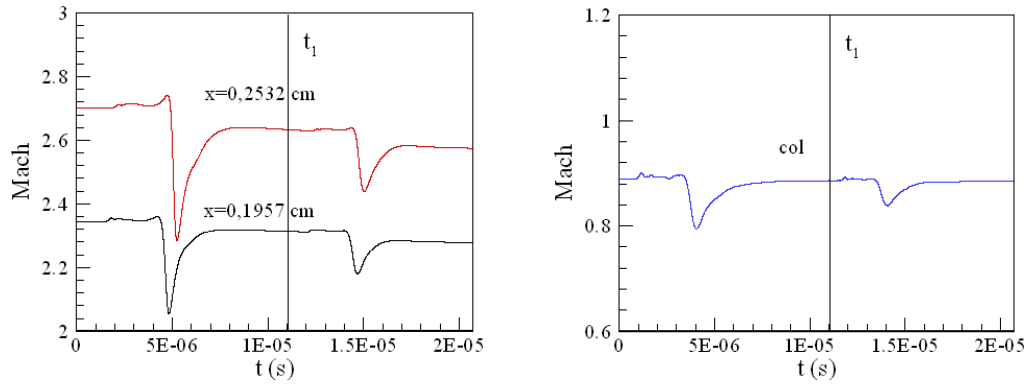


Figure 40. Evolution de la vitesse axiale.



Figures 41. Evolution du nombre de mach

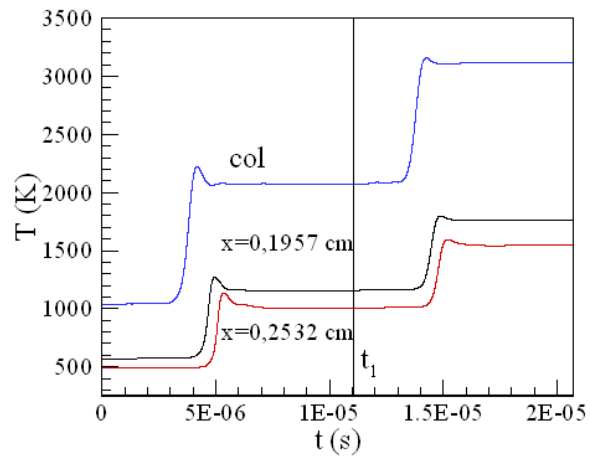
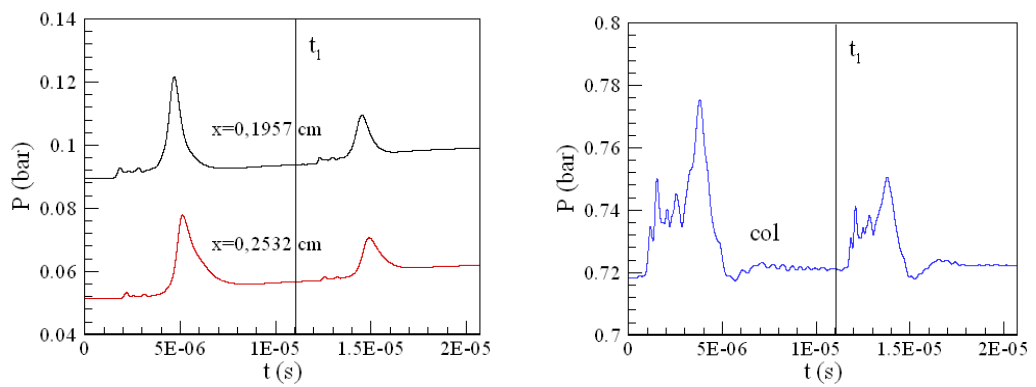


Figure 42. Evolution de la température.



Figures 43. Evolution de la pression.

## 6.2. Echelon sur le coefficient d'échange

La figure 44 représente le type d'échelon appliqué :

Le cas (a) correspond à un échelon brusque :

$$h = \begin{cases} h_0, & \text{si } t < t_0 \\ h_1, & \text{si } t_0 \leq t < t_1 \\ h_2, & \text{si } t_1 \leq t \end{cases} \quad (4)$$

Le cas (b) correspond à un échelon atténué par une variation linéaire :

$$h = \begin{cases} h_0, & \text{si } t < t_0 \\ \left(\frac{h_1 - h_0}{t_1 - t_0}\right)t + h_0, & \text{si } t_0 \leq t < t_1 \\ h_1, & \text{si } t_1 \leq t < t_2 \\ \left(\frac{h_2 - h_1}{t_3 - t_2}\right)(t - t_2) + h_1, & \text{si } t_2 \leq t < t_3 \\ h_2, & \text{si } t_3 \leq t \end{cases} \quad (5)$$

avec  $h_0 = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  et  $h_1 = 5000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ;  $t_1 = t_0 + 100 \Delta t \text{ s}$ ,  $t_2 = 0.0021 \text{ s}$  et  $t_3 = t_2 + 100 \Delta t \text{ s}$ .

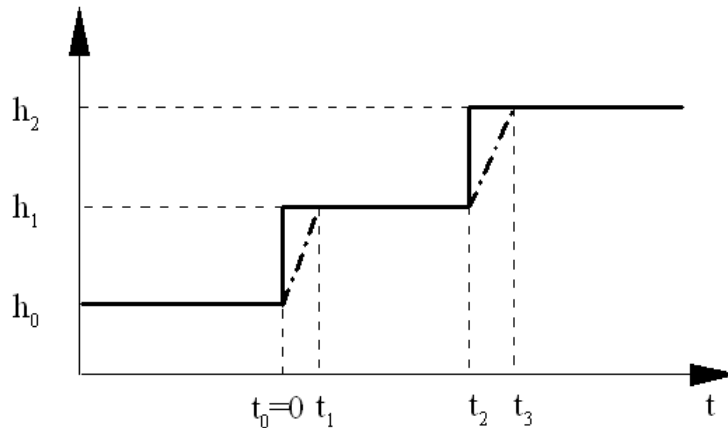


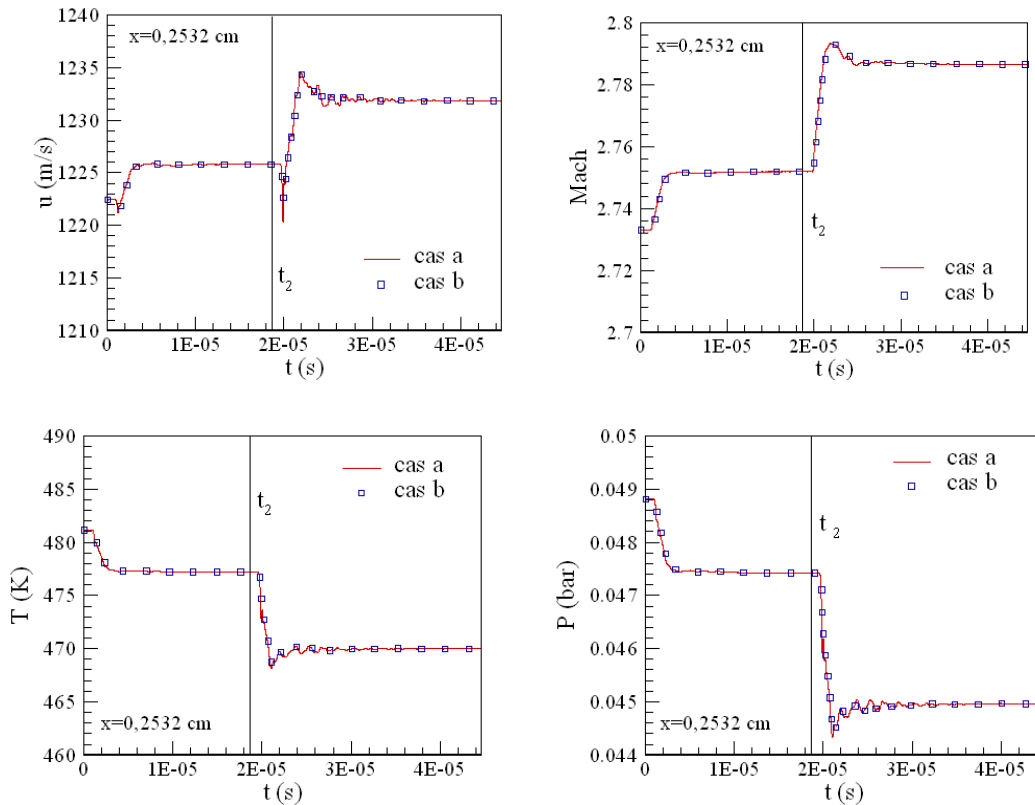
Figure 44. Echelon du coefficient d'échange h.

L'écoulement est initié par des conditions génératrices:  $P_0 = 1.2 \text{ bar}$  et  $T_0 = 1200 \text{ K}$ , un coefficient d'échange  $h_0 = 1200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  et une température ambiante  $T_a = 300 \text{ K}$ .

Les évolutions des vitesses, des nombres de Mach, des températures et des pressions en trois points de l'axe de la tuyère (au col, dans le divergent et en sortie), sont présentées sur les figures 45. On retrouve des temps de réponse similaires au cas précédent de l'ordre de  $10^{-6}$ .



Ces figures montrent que le cas (b) qui présente une discontinuité de premier type (échelon atténué linéairement) permet d'atténuer les fluctuations au niveau des échelons du coefficient d'échange  $h$ . Dans les deux cas, les valeurs stationnaires sont identiques.



Figures 45. Evolution de la vitesse axiale, du nombre de Mach, de la température et de la pression en sortie de tuyère, cas (a) et (b).

## 7. Conclusion

A partir de cette étude consacrée uniquement au comportement d'un écoulement de fluide compressible laminaire dans une tuyère axisymétrique, sans prise en compte du comportement thermique de la paroi et d'une analyse paramétrique, nous pouvons dégager les principales conclusions suivantes :

- Par rapport au cas d'une paroi supposée adiabatique, les effets dissipatifs obtenus en tenant compte d'un échange sont moins importants.

- Pour de petits angles d'ouverture du divergent, l'augmentation du nombre de Mach est plus évidente pour une paroi refroidie (condition d'échange par convection).
- Pour tous les angles du divergent, plus le coefficient de transfert de chaleur augmente, plus la taille de la couche limite décroît et plus le maximum du nombre de Mach sur l'axe augmente.
- L'analyse des performances en fonction de l'angle du divergent aussi bien avec une longueur du divergent constante ou avec un rapport d'aires constant, montre que la meilleure performance (efficacité maximum et poussée normalisée) correspond à une valeur de l'angle d'expansion de l'ordre de  $\alpha = 25^\circ$ .

Dans le premier cas, (divergent de longueur constante), la condition pariétale de refroidissement améliore la force de poussée pour les angles de faibles valeurs par rapport au cas adiabatique et plus la valeur du coefficient d'échange croît plus la force de poussée augmente.

Dans le deuxième cas, (angle d'expansion constant) la performance dans le cas d'une paroi adiabatique est supérieure aux cas avec refroidissement pour  $h \leq 2000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Au-delà de cette valeur, la performance s'améliore constamment et dépasse même celle du cas adiabatique.

Enfin, pour tous les cas, l'impulsion spécifique effective diminue au fur et à mesure que le coefficient de transfert de chaleur augmente.



# **Chapitre 4**

## **Modélisation thermique et thermomécanique d'une tuyère**

## **1. Introduction**

Dans ce chapitre, on étudie le problème physique du couplage du transfert thermique et mécanique, en régime élastique, dans une structure simple et/ ou multicouche. Ce type de matériau simple ou composite est souvent utilisé, par exemple dans les tuyères propulsives dans lesquelles la face interne est soumise à une température très élevée pouvant atteindre  $3000\text{ K}$ .

L'application d'un revêtement en céramique élaboré par projection plasma sur la surface exposée est donc nécessaire. A titre d'exemple, la zircone est l'un des revêtements en céramique le plus utilisé dans l'industrie aéronautique. La surface extérieure de la paroi de la tuyère est, selon les cas, soit enveloppée d'une épaisse couche d'isolant de haute performance assurant un minimum de pertes de chaleur, soit refroidie par la circulation d'un réfrigérant pour éviter tout problème d'endommagement thermique.

Dans ce chapitre, nous présentons une estimation numérique de la distribution de température dans ce type de paroi sous différentes conditions aux limites ; le couplage thermique entre les couches du matériau, est réalisé avec différentes approches qui seront détaillées ci-dessous.

La répartition de température obtenue sera utilisée pour l'analyse des contraintes et des déformations dans la structure multicouche à l'aide du code ANSYS. Les résolutions thermiques seront discutées et confrontées à celles obtenues par le code FLUENT.

## **2. Problème thermique**

### **2.1. Equations de bilan thermique**

Le transfert thermique dans une structure de type multicouche peut être décrit par l'équation de conservation de l'énergie déduite du premier principe de la thermodynamique. Les matériaux étudiés sont supposés homogènes et isotropes.

En l'absence des sources de chaleur, l'équation de bilan thermique bidimensionnelle transitoire s'écrit :

$$(\rho C_p)_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon}{r} \left( k_s \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (1)$$

Ici  $\rho$  est la masse volumique,  $C_p$  la chaleur spécifique,  $k$  la conductivité et l'indice 's' indique le numéro de la couche.

$\varepsilon = 0$  dans le cas cartésien ( $r=y$ ) et  $\varepsilon = 1$  dans le cas axisymétrique.

## 2.2. Conditions initiales et aux limites

### - Conditions initiales

Initialement, on suppose un champ de température uniforme dans la paroi :

$$T = T_0 \text{ à } t = 0 \quad (2)$$

### - Conditions aux limites

Nous avons analysé selon les cas, les conditions suivantes :

a) Température imposée  $T_\Gamma$  : condition de Dirichlet

$$T = T_\Gamma \text{ sur } \Gamma \text{ frontière de la paroi} \quad (3)$$

b) Flux de chaleur imposé  $q_{ext}$  : condition de Neumann

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial r} = q_{ext} \quad (4)$$

$q_{ext} = 0$  correspond au cas adiabatique.

c) Echange convectif : conditions de Fourier

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial r} = h_c (T_\Gamma - T_{ext}) \quad (5)$$

d) Conditions d'interface entre deux couches

Pour un contact parfait, l'égalité des flux et des températures est appliquée aux interfaces.

$$T_s = T_{s+1}$$

$$q_s = q_{s+1} \quad (6)$$

Où les indices  $s$  et  $s+1$  désignent deux couches consécutives.

### 2.3. Transformation du domaine physique solide

Le passage du domaine physique au domaine calcul est obtenu à l'aide de la transformation suivante :

$$\xi = x / L \quad (7)$$

$$\eta = \frac{r - r_p(x)}{e_t}$$

Avec  $e_t = e_1 + e_2 + e_3 + \dots$  l'épaisseur totale de la paroi et  $e_i$  l'épaisseur de la couche  $i$ .

Cette transformation appliquée à l'équation de bilan thermique (1) conduit à la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_s \left[ \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{(1 + (r_p(x))_x)^2}{e_t^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} - \frac{2r_p(x)_x}{e_t L} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\varepsilon}{r} \left( \frac{1}{e_t} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] \quad (8)$$

Avec  $\alpha_s = \frac{k_s}{\rho_s C p_s}$  la diffusivité thermique et  $r_p(x)_x = \frac{dr_p(x)}{dx}$ .

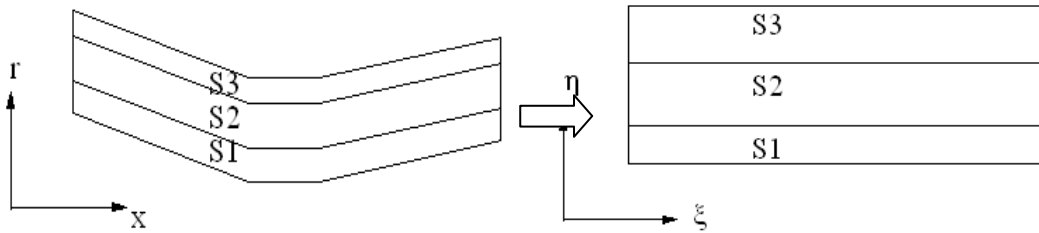


Figure 1. Transformation du domaine physique de la paroi.

Les conditions aux limites doivent subir la même transformation que l'équation (2) :

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial n} = q_{ext} + h_c (T_\Gamma - T_{ext})$$

$$-k_s \left[ \cos \theta \left( \frac{1}{L} \frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{r_p(x)_x}{e_t} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{\sin \theta}{e_t} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] = q_{ext} + h_c(T_\Gamma - T_{ext})$$

où  $\theta$  est l'angle entre la normale et l'axe horizontal.

## 2.4. Méthode numérique de résolution

### 2.4.1 Discrétisation par différences finies

Une méthode aux différences finies implicite est utilisée pour approcher, sur la grille de la figure 3, les termes de l'équation de bilan thermique (8) munie des conditions initiales (2) et aux limites (3)-(6).

Elle conduit aux équations aux différences suivantes :

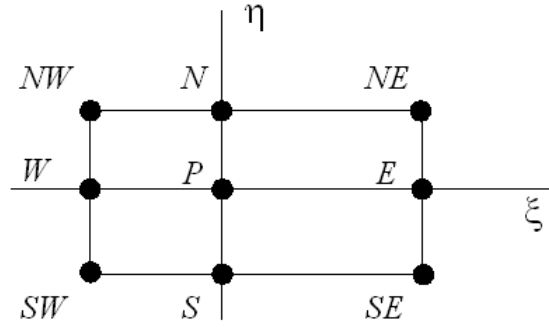


Figure 3. Grille de discrétisation.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_P = \frac{T_E - T_W}{\xi_E - \xi_W} ; \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_P = \frac{T_N - T_S}{\eta_N - \eta_S} \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} \right|_P = \frac{(\xi_P - \xi_W)T_E - (\xi_E - \xi_W)T_P + (\xi_E - \xi_P)T_W}{0.5(\xi_E - \xi_W)(\xi_E - \xi_P)(\xi_P - \xi_W)}$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right|_P = \frac{(\eta_P - \eta_S)T_N - (\eta_N - \eta_S)T_P + (\eta_N - \eta_P)T_S}{0.5(\eta_N - \eta_S)(\eta_N - \eta_P)(\eta_P - \eta_S)} \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} \right|_P = \frac{T_{NE} - T_{NW} + T_{SW} - T_{SE}}{(\xi_E - \xi_W)(\eta_N - \eta_S)} \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^t}{\Delta t} \quad (12)$$

On obtient alors la forme discrétisée de l'équation (3) :



$$[A_{SW}T_{SW} + A_S T_S + A_{SE}T_{SE} + A_W T_W + A_P T_P + A_E T_E + A_{NW}T_{NW} + A_N T_N + A_{NE}T_{NE}]^{t+\Delta t} = Q_P^t \quad (13)$$

Avec :

$$A = \frac{\alpha}{L^2} ; B = \frac{\alpha(1 + (D_x)^2)}{e_t L} ; C = \frac{-2\alpha D_x}{e_t L} ; D = \frac{\varepsilon \alpha}{r e_t} ; \alpha = \frac{k_s}{\rho_s C p_s} ; D_x = \frac{r_E - r_W}{x_E - x_W}$$

$$A_{SW} = A_{NE} = -\frac{C}{(\xi_E - \xi_W)(\eta_N - \eta_S)} , A_{SE} = A_{NW} = \frac{C}{(\xi_E - \xi_W)(\eta_N - \eta_S)}$$

$$A_S = \frac{D}{(\eta_N - \eta_S)} - \frac{B}{0.5(\eta_N - \eta_S)(\eta_P - \eta_S)} \quad A_N = -\frac{D}{(\eta_N - \eta_S)} - \frac{B}{0.5(\eta_N - \eta_S)(\eta_P - \eta_S)}$$

$$A_W = -\frac{A}{0.5(\xi_E - \xi_W)(\xi_P - \xi_W)} , A_E = -\frac{A}{0.5(\xi_E - \xi_W)(\xi_E - \xi_P)}$$

$$A_P = \frac{1}{\Delta t} + \frac{A}{0.5(\xi_E - \xi_P)(\xi_P - \xi_W)} + \frac{B}{0.5(\eta_N - \eta_P)(\eta_P - \eta_S)}$$

$$Q_P = [A_P - (A_N + A_S + A_E + A_W)]T_P^t$$

#### 2.4.2 Méthode de résolution

L'équation (13) conduit à un système matriciel composé de 9 diagonales que nous avons résolu soit par la méthode SIP modifiée (Strongly Implicit Procedure), (Annexe A), soit par la méthode de Gauss-Seidel.

#### 2.5. Méthode de couplage

Pour un contact parfait, le couplage thermique doit conserver la continuité des flux et des températures aux interfaces entre deux milieux solide-solide ou solide -fluide.

Trois techniques de couplage ont été testées, (figure 4) :

##### - Une approche Neumann-Dirichlet : Flux-Température (FT)

Dans ce cas une itération consiste à :

- calculer le champ thermique dans la première couche,
- en déduire le flux thermique à l'interface qui servira de condition aux limites pour la deuxième couche,
- calculer le champ thermique dans la deuxième couche,

- utiliser la température obtenue à l'interface comme condition aux limites pour déterminer le champ thermique dans la première couche
- recommencer le processus à l'itération suivante.

- **Une approche Neumann-Neumann : Flux-Flux (FF)**

La démarche est identique à celle décrite ci-dessus, la seule différence consiste à évaluer le flux à l'interface après calcul du champ thermique dans la deuxième couche qui va servir de conditions aux limites pour la première couche.

- **Une approche complète du problème : Couplage Fort (CF)**

Elle consiste à étudier le transfert de chaleur dans le multicouche de façon simultanée en introduisant les conditions de continuité des températures et des flux aux interfaces entre les deux couches.

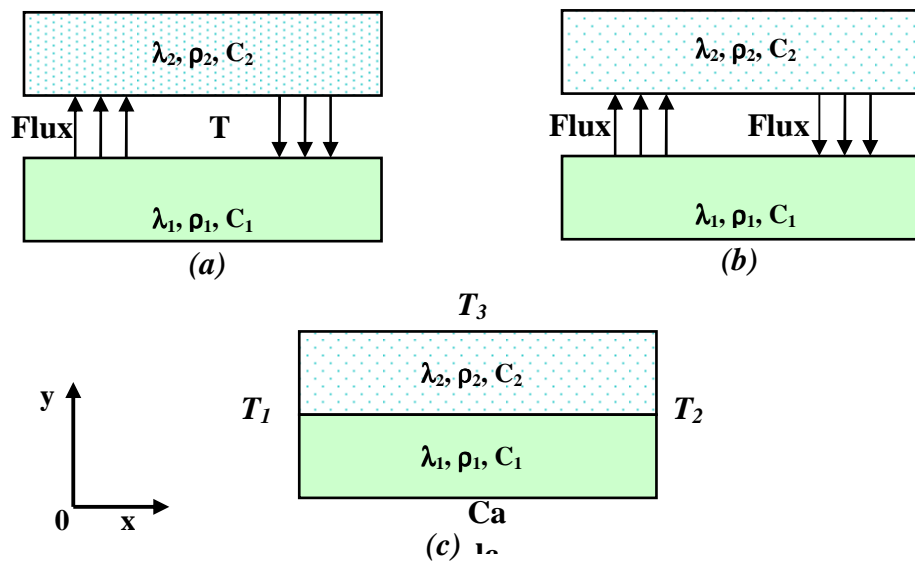


Figure 4. Techniques de couplage, (a) Flux-Température, (b) Flux-Flux, (c) Couplage fort.

**2.6. Exemple de validation sur une paroi bicouche**

Les trois techniques de couplage ont été analysées sur une structure rectangulaire bicouche. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux obtenus avec le code Fluent et validés avec le travail de F. Alhama et al. [42]. Un exemple de calcul sur une tuyère bicouche est ensuite présenté en régime stationnaire.

## 2.6.1 Plaque bicouche

### - Cas stationnaire

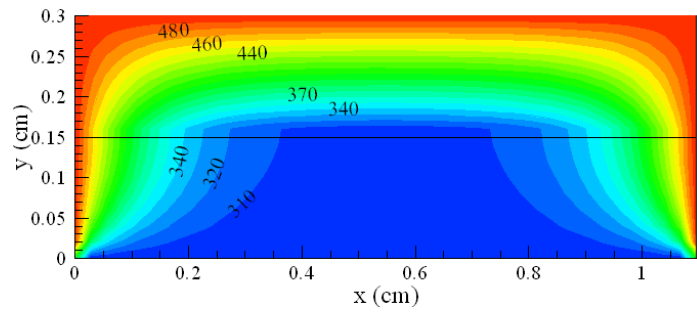
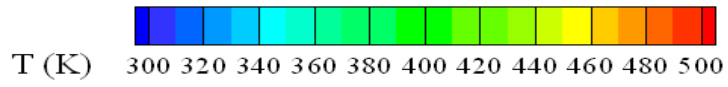
La géométrie utilisée est un bloc rectangulaire de  $1,095$  cm par  $0,3$  cm, identique à celui utilisé par F. Alhama et al. [42], composé de deux couches : la première est en Aluminium, la seconde est une céramique de type *MCrAlY*. Leurs propriétés physiques sont présentées dans le tableau 1.

Propriété	$\lambda$ (W/m.K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	C(J/kg)	$T_{fusion}$ (K)	Epaisseur (cm)
<i>McrAlY</i>	2,5~5,5	7992	473	1768	0,15
Aluminium	202.4	2719	871	933,47	0,15

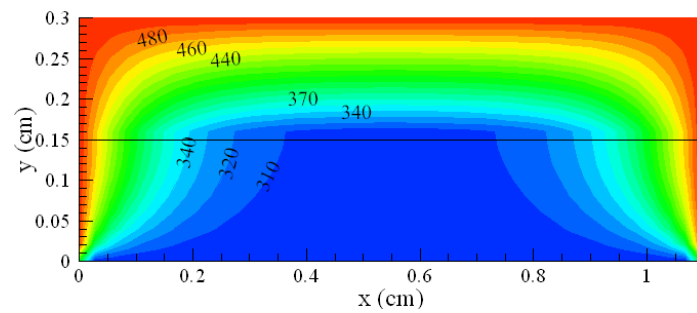
Tableau 1. Propriétés physiques du matériau bicouche.

Les faces du matériau bicouche, initialement à 300 K, sont soumises aux températures ( $T_1=T_2=T_3=500$  K et  $T_4=300$  K). Les calculs ont été réalisés en utilisant un maillage régulier avec 40 pas suivant  $ox$  et 16 pas suivant  $oy$ .

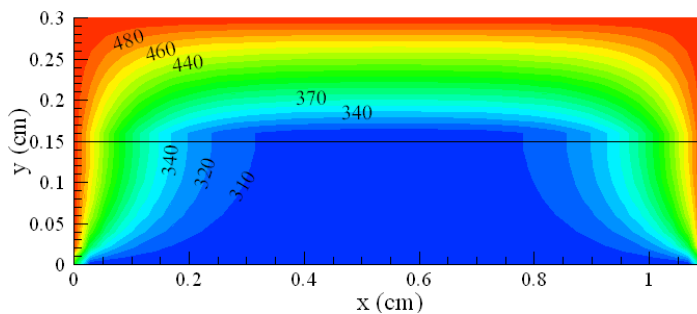
Sur les figures 5a-d, on présente les isothermes à l'état stationnaire, obtenues respectivement avec les méthodes de couplage (FT), (FF), (CF) et Fluent. On constate un parfait accord entre les différentes approches. Il faut noter cependant que les méthodes de couplage (FT) et (FF) doivent satisfaire à des critères de stabilité qui nécessitent l'utilisation de pas de temps plus faibles que ceux utilisés dans le cas du couplage (CF) et de Fluent. Ceci se traduit par un nombre d'itérations plus élevé : 40 itérations pour (CF) et Fluent et environ 200 pour (FF) et (FT).



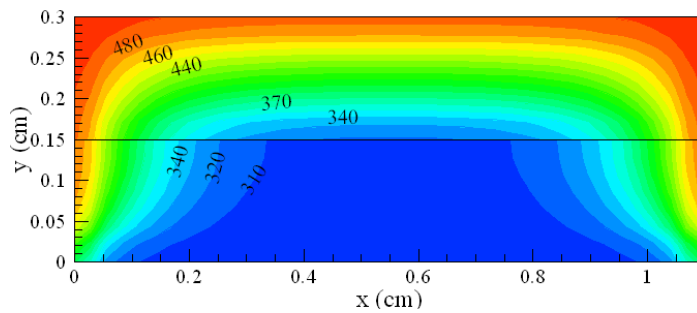
(a)



(b)



(c)



(d)

Figures 5. Isothermes ( $^{\circ}K$ ) : (a) Couplage (FT), (b) Couplage (FF), (c) Couplage fort et (d) Fluent.

### - Cas transitoire

Pour le cas transitoire, nous nous sommes basés sur les conditions reportées par F. Alhama et al. [42], qui ont utilisé une méthode NSM (Net Simulation Method) pour estimer le temps de sécurité pour un essai expérimental au sol de moteurs de fusée. La durée de l'essai doit permettre de vérifier que la température du matériau reste toujours inférieure à sa température de fusion. La géométrie utilisée et les conditions thermiques sont présentées sur la figure 6. Le matériau étudié est composé d'une couche d'acier inoxydable AISI304 et d'une autre couche de revêtement céramique en Zircon (a) ou en nano-structure YSZ (Yttria Stabilized Zirconia) (b), [63], dont les propriétés physiques sont présentées dans le tableau 2.

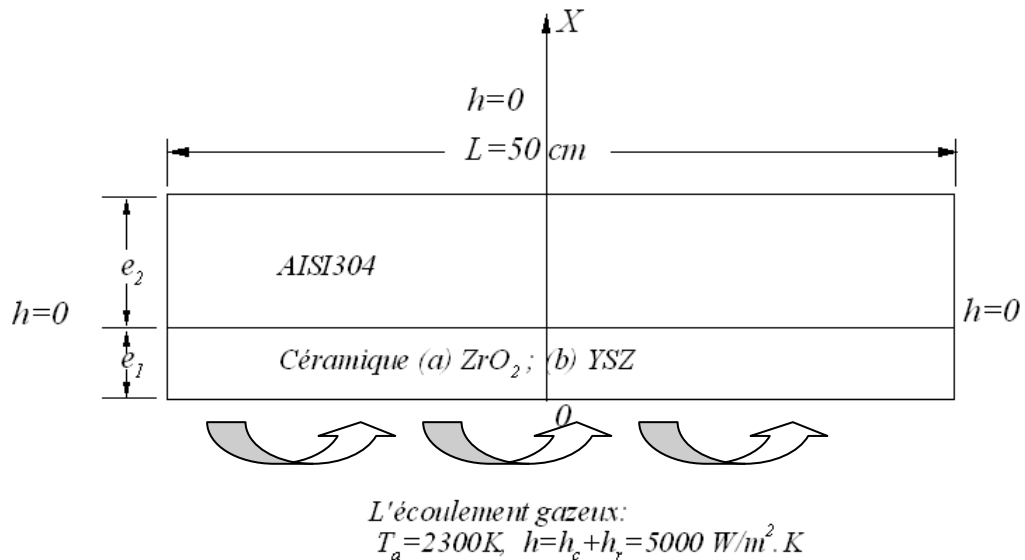


Figure 6. Géométries et conditions thermiques du matériau bicouche.

Propriétés	$\lambda$ (W/m.K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (J/kg.K)	$T_f$ (K)	Epaisseur (cm)
AISI304	16.6	7900	515	1670	2.5
ZrO <sub>2</sub> [42,49]	2.	2300	1365	2953	1
YSZ (ZrO <sub>2</sub> +Y2O3) [63]	1.12	5600	590		1

Tableau 2. Propriétés physiques du matériau bicouche.

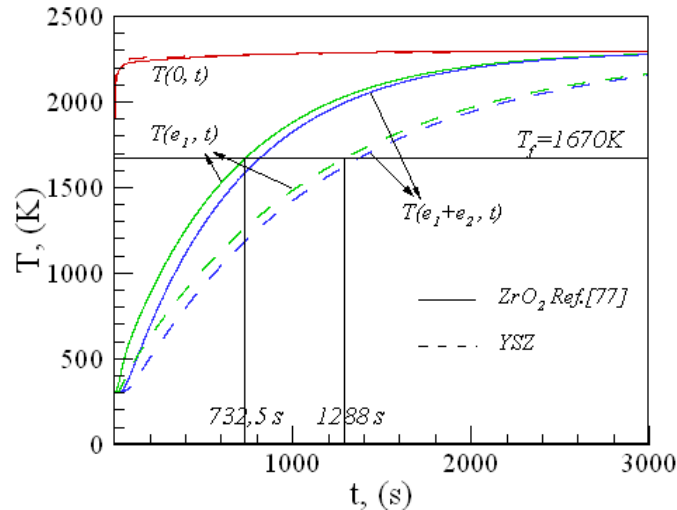


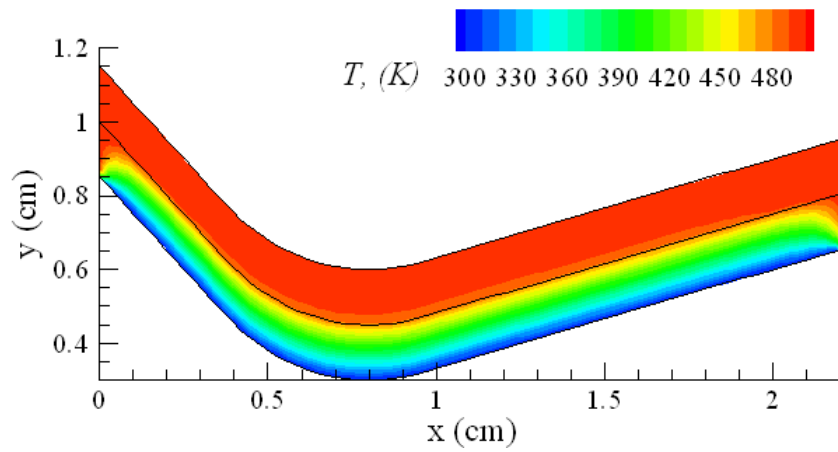
Figure 7. Evolution de la température aux interfaces  $x=0$ ,  $x=e_1$  et  $x=e_1+e_2$

Les résultats obtenus pour les deux revêtements céramiques étudiés sont présentés sur la figure 7. On peut noter la croissance rapide de la température de la face exposée directement au fluide  $T(0,t)$ . Elle atteint sa valeur stationnaire (2200 K) sur une période très courte du régime transitoire (environ 200 s). L'exemple du cas (a) montre que la température  $T(e_1,t)$  à l'interface atteint la température de fusion 1670 K, de l'acier AISI304, à  $t=732,5$  s valeur qui est en bon accord avec le résultat de la référence [42],  $t=744,5$  s. Dans le cas (b), du fait de la faible conductivité thermique de la céramique, ce temps est beaucoup plus important,  $t=1288$  s.

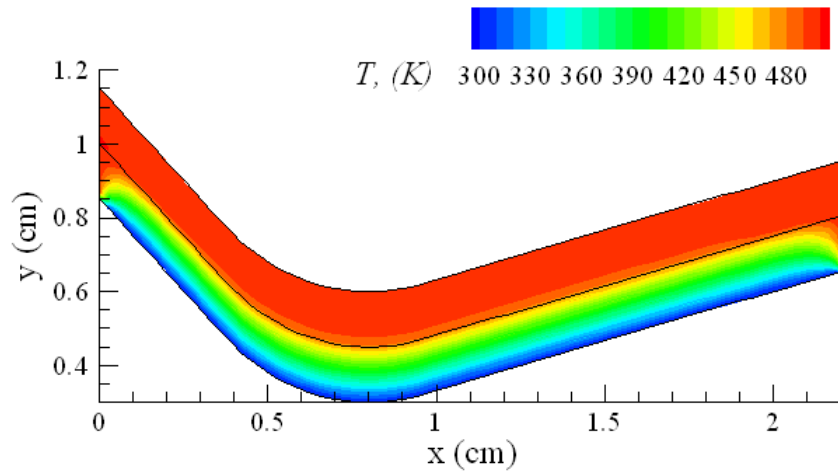
### 2.6.2 Tuyère bicouche

La géométrie utilisée est celle d'une tuyère dont la paroi est composée d'un matériau bicouche (YSZ et AISI304) de même épaisseur  $0,15$  cm et dont les propriétés sont décrites dans le tableau 2. Les faces du matériau sont soumises aux températures  $T_1=T_2=T_3=500$  K et  $T_4=300$  K.

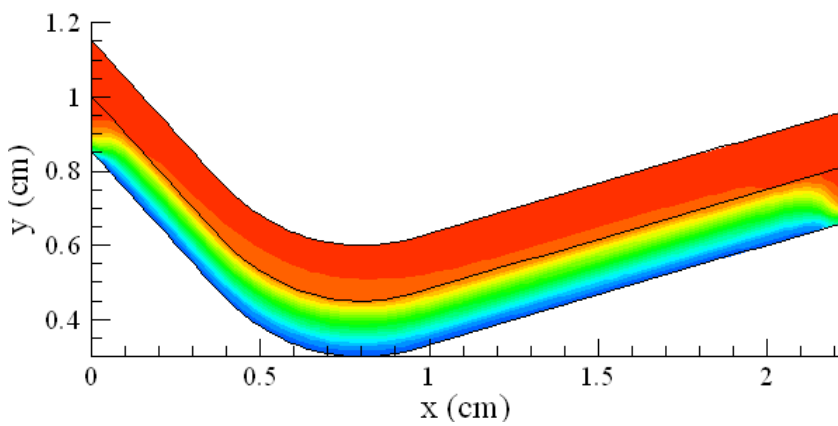
Les résultats obtenus avec les techniques de couplage (FT), (FF) et Fluent montrent un très bon accord entre les trois approches, (figures 8a-b-c).



(a) FT



(b) FF



(c) FLUENT

Figures 8. Isothermes dans la paroi bicouche d'une tuyère,  
 (a) Couplage FT, (b) Couplage FF, (c) Fluent.

### 3. Problème thermomécanique

#### 3.1. Equations de bilan thermomécanique

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'influence du champ thermique sur le comportement thermomécanique des matériaux ou des multi matériaux utilisés pour les parois des tuyères. L'étude est limitée au cas thermo-élastique bidimensionnel en contraintes planes. Seule l'extrémité gauche de la tuyère est fixée (encastrement mécanique). Les autres surfaces sont libres de se déformer.

Dans ces conditions, le problème thermique basé sur un couplage classique, [54-55] s'écrit :

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \cdot \text{grad} T) + T \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \frac{\partial \dot{\epsilon}_e}{\partial t} \quad (14)$$

Le terme  $T \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \frac{\partial \dot{\epsilon}_e}{\partial t}$  réalisant le couplage dans le sens mécanique thermique est directement proportionnel à la vitesse de déformation élastique. Le calcul de ce terme a montré qu'il est très faible dans la plupart des cas. Son effet se manifeste pour des problèmes de dynamiques rapides (choc mécanique par exemple). Dans notre cas ce terme sera négligé et on se ramène alors à l'équation de bilan thermique (1) décrite ci-dessus.

Le comportement mécanique est décrit par la relation contraintes déformations de Duhamel-Neumann, prenant en compte les effets thermiques :

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ij} (T - T_0) \quad (15)$$

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon^{th})$$

Ou encore :  $\sigma = \sigma - \sigma^{th}$

Et de Navier:

$$\rho f_i = \rho \ddot{u}_i + (D_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ij} (T - T_0))_{,j} \quad (16)$$

$$\rho f = \rho \ddot{u} + \text{div} \sigma$$

Avec



$$u = (u_x, u_y, u_z)^T$$

$$\ddot{u} = \frac{d^2 u}{dt^2} = (\ddot{u}_x, \ddot{u}_y, \ddot{u}_z)^T$$

$$\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx})^T$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx})^T$$

$$\varepsilon^{th} = (\alpha_x \Delta T, \alpha_y \Delta T, \alpha_z \Delta T, 0, 0, 0)^T$$

$$\text{et } D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

Où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé exprimés en fonction du coefficient de Poisson  $\nu$  et du module d'Young  $E$  par les relations :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (17)$$

Dans l'équation (16), les termes  $\rho \ddot{u}_i$  traduisant les effets dynamiques et  $\rho f_i$  représentant les forces de volumes sont supposés négligeables.

On obtient alors :

$$(D_{ijkl}\varepsilon_{kl} - \beta_{ij}(T - T_0))_{,j} = 0$$

$$\text{div} \sigma = 0$$

Les déformations observées seront donc uniquement d'origine thermique  $\varepsilon = \varepsilon^{th}$ .

L'hypothèse de travail en déformations planes suppose que la troisième composante  $u_z$  selon Oz et les composantes  $\varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_{yz}$  et  $\varepsilon_{zx}$  du tenseur des déformations et par suite celles du tenseur des contraintes  $\sigma_z$ ,  $\sigma_{yz}$  et  $\sigma_{zx}$  sont négligeables.

On obtient alors :

$$u = (u_x, u_y)^T$$

$$\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^T$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})^T$$

$$\varepsilon^{th} = (1 + \nu)(\alpha_x \Delta T, \alpha_y \Delta T)^T, \quad \alpha = \alpha_x = \alpha_y$$

$$\text{et} \quad D = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Rappelons que dans le cas d'une hypothèse de travail en contraintes planes, on obtient les relations suivantes :

$$u = (u_x, u_y)^T$$

$$\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^T$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})^T$$

$$\varepsilon^{th} = (\alpha_x \Delta T, \alpha_y \Delta T)^T, \quad \alpha = \alpha_x = \alpha_y$$

$$\text{et} \quad D = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec} \quad \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

### 3.2. Rappel du principe de minimisation de l'énergie potentielle totale

A tout champ cinématiquement admissible, on associe son énergie potentielle totale  $\pi_p$ , définie par la différence entre son énergie élastique  $W$  et le travail des efforts appliqués  $\Omega$ , (forces de volume et de surface et contraintes résiduelles). La solution admissible satisfaisant les conditions aux limites est obtenue en appliquant le principe de minimisation de l'énergie potentielle :

$$\pi_p = W + \Omega \quad (20)$$

Avec :

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^*)^T \boldsymbol{\sigma} dV$$

$$\Omega = - \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{b} dV - \int_S \mathbf{u}^T \mathbf{T} dS + \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}^* dV$$

$\mathbf{b}$  : représente les forces volumiques,  $\mathbf{T}$  les forces de surface,  $\boldsymbol{\sigma}^*$  les contraintes résiduelles initiales.

$$\mathbf{b}^T = (b_x \ b_y \ b_z), \mathbf{T}^T = (T_x \ T_y \ T_z), \mathbf{u}^T = (u_x \ u_y \ u_z)$$

En notant  $\pi_p^{(e)}(u_x, u_y, u_z)$ , l'énergie potentielle élémentaire, on peut alors écrire :

$$\pi_p(u_x, u_y, u_z) = \sum_{e=1}^{n_e} \pi_p^{(e)}(u_x, u_y, u_z) \quad (21)$$

Avec

$$\pi_p^{(e)}(u_x, u_y, u_z) = \frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^* dV + \frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\varepsilon}^{*T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^* dV$$

$$- \int_{V^{(e)}} \mathbf{u}^T \mathbf{b} dV - \int_{S^{(e)}} \mathbf{u}^T \mathbf{T} dS + \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}^* dV$$

$n_e$  représente le nombre d'éléments,  $V^{(e)}$  le volume de l'élément (e) et  $S^{(e)}$  la surface de l'élément (e) sur laquelle sont appliquées les forces de traction.

Les relations entre déformations et déplacements sont données par :

pour le cas 3D :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{u} \quad (22a)$$

et pour le cas 2D :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = L\mathbf{u} \quad (22b)$$

Le champ de déplacement sur chaque élément est approché par :

$$\tilde{\mathbf{u}}^{(e)} = N^{(e)T} \mathbf{U}^{(e)} \quad (23)$$

$N^{(e)T}$  représente le vecteur des fonctions de forme choisies en fonction de l'ordre d'interpolation sur chaque élément.

Et par suite le champ des déformations s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U}^{(e)} \text{ avec } \mathbf{B}^{(e)} = \mathbf{L} \mathbf{N}^{(e)T} \quad (24)$$

Ainsi, pour chaque élément, on peut écrire :

$$\pi_p^{(e)} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^{(e)T} \mathbf{k}^{(e)} \mathbf{U}^{(e)} - \mathbf{U}^{(e)T} \mathbf{p}^{(e)} + \frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\varepsilon}^{*T} D \boldsymbol{\varepsilon}^* dV \quad (25)$$

$$\mathbf{k}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)T} D \mathbf{B}^{(e)} dV$$

$$\mathbf{p}^{(e)} = p_b^{(e)} + p_T^{(e)} + p_{\varepsilon^*}^{(e)} - p_{\sigma^*}^{(e)}$$

$$p_b^{(e)} = \int_{V^{(e)}} N^{(e)} b dV$$

$$p_T^{(e)} = \int_{S^{(e)}} N^{(e)} T dS$$

$$p_{\varepsilon^*}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)T} D \boldsymbol{\varepsilon}^* dV$$

$$p_{\sigma^*}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)T} \boldsymbol{\sigma}^* dV$$

L'assemblage de tous les éléments conduit à :

$$\pi_p = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \mathbf{P} + \frac{1}{2} \sum_{e=1}^{n_e} \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\varepsilon}^{*T} D \boldsymbol{\varepsilon}^* dV \quad (26)$$

$$\text{Avec : } K = \sum_{e=1}^{n_e} k^{(e)} \text{ et } P = \sum_{e=1}^{n_e} (p_b^{(e)} + p_T^{(e)} + p_{\varepsilon^*}^{(e)} - p_{\sigma^*}^{(e)}) - P_c$$

La minimisation de cette expression par rapport au champ de déplacement :

$$\left\{ \frac{\partial \pi_p}{\partial U} \right\} = 0$$

Conduit aux équations d'équilibre du système, qu'on peut écrire sous la forme matricielle suivante :

$$KU = P \quad (27)$$

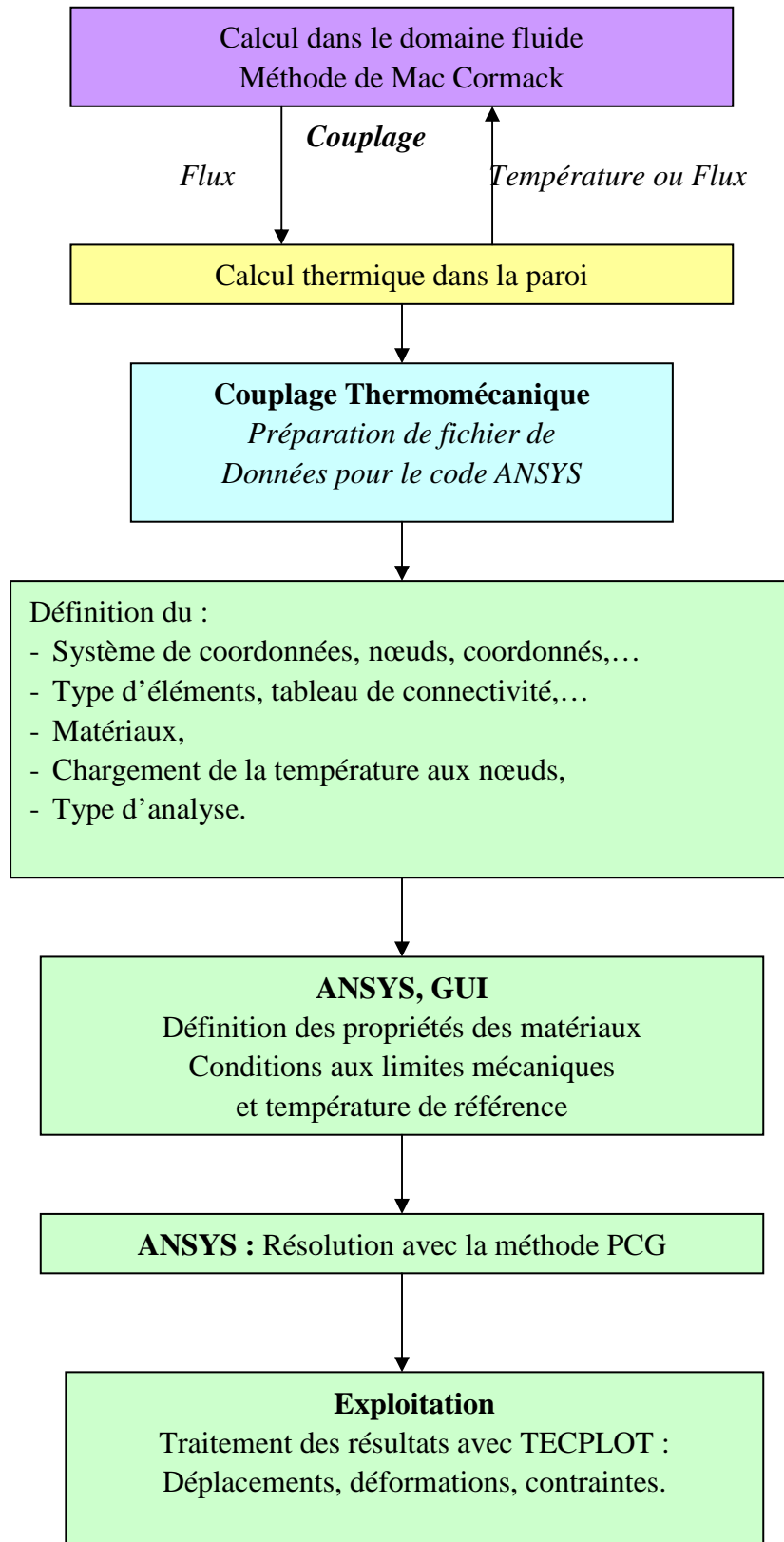
La connaissance du champ de déplacements permet le calcul des déformations et par suite celui des contraintes :

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon^*) + \sigma^* \quad (28)$$

Dans le cadre de notre étude, les termes  $p_b^{(e)}$ ,  $p_T^{(e)}$ ,  $p_{\varepsilon^*}^{(e)}$  et  $p_{\sigma^*}^{(e)}$  sont supposés négligeables. Il en est de même pour les déformations initiales  $\varepsilon^*$  et les contraintes résiduelles.  $\sigma^*$

### 3.3. Organigramme de calcul thermomécanique

Les étapes du calcul sont résumées dans l'organigramme suivant :



Dans le code ANSYS, un calcul type comporte les étapes suivantes :

- 1- Pré-processeur** : définition de la structure, du maillage, des propriétés et du type d'analyse.
- 2- Solveur** : introduction des conditions aux limites et choix de la méthode de résolution.
- 3- Post-processeur** : présentation des résultats et exploitation.

Un exemple de transfert de données vers ANSYS, écrit en langage APDL (ANSYS Parametric Design Language), est présenté dans l'annexe B.

### 3.4. Exemple de calcul thermomécanique

#### 3.4.1 Cas d'un matériau bicouche de forme rectangulaire

Le premier exemple traité est celui présenté ci-dessus sur la figure 6 avec les mêmes conditions thermiques. Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés sont rappelées dans le tableau 3. D'un point de vue mécanique, les déplacements de la face de gauche du matériau sont fixés (condition d'encastrement).

<i>Propriétés</i>	<i>Module d'Young</i>	<i>Coefficient de Poisson</i>	<i>Coefficient de dilatation <math>\alpha</math> (<math>10^{-6}/K</math>)(<math>20^{\circ}C-500^{\circ}C</math>)</i>	<i>Epaisseur (cm)</i>
<i>AISI304</i>	<i>193</i>	<i>0.29</i>	<i>17.82</i>	<i>2.5</i>
<i>YSZ (ZrO<sub>2</sub>+Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) [63]</i>	<i>32</i>	<i>0.26</i>	<i>11.5</i>	<i>1</i>

Tableau 3. Propriétés des matériaux céramique et métallique YSZ-AISI304.

Les résultats du couplage thermomécanique sont présentés, à deux instants du régime transitoire  $t=700$  s et  $t=1200$  s, sur les figures 9 pour les isothermes, figures 10 et 11 pour les déplacements suivants  $ox$  et  $oy$  et enfin sur les figures 12 pour les contraintes de Von Mises. Ces grandeurs sont présentées, pour plus de clarté, sur la structure déformée avec un facteur d'amplification égal à 4. Le premier instant  $t=700$  s donne une idée du comportement thermomécanique transitoire de la structure et le second  $t=1200$  s correspond aux limites physiques de la structure bicouche c'est à dire la température de fusion du matériau utilisé. Entre ces deux instants, on peut voir, que la couche exposée aux sollicitations thermiques emmagasine une part importante de la chaleur afin de garantir les limites physiques de la deuxième couche. Sur le plan mécanique, la courbure de la structure signifie la présence de contraintes de compression dans la couche AISI304 et de tension dans la seconde couche d'YSZ. On voit que les déplacements ont quasiment doublés sur l'extrémité libre de

la structure (de 7,5 à 12 mm pour  $Dx$  et de -15 à -26 mm pour  $Dy$  entre les deux instants). Enfin, l'analyse des contraintes de Von Mises, (figures 12 et 13) montre qu'elles sont concentrées principalement au voisinage de la face de gauche et à l'interface entre les deux couches. Les contraintes maximales passent de 3200 à 5000 MPa.

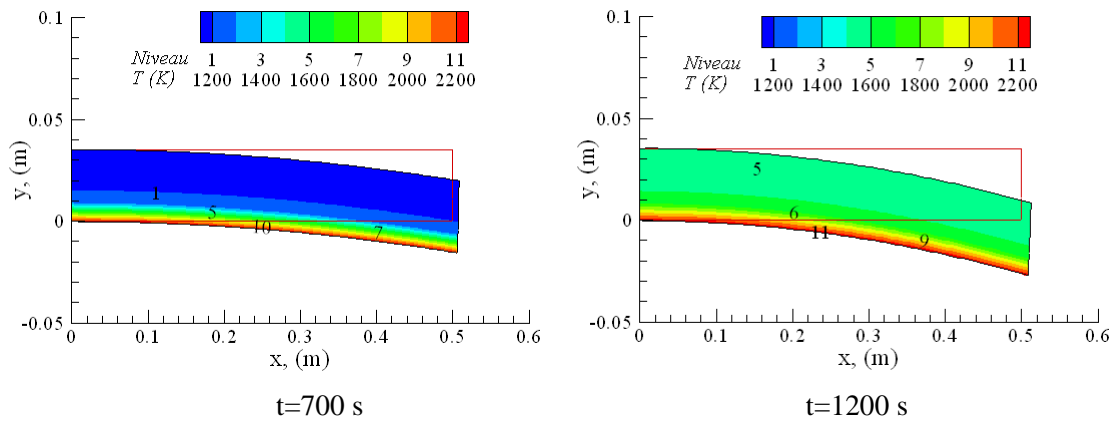


Figure 9. Courbes isothermes (°K).

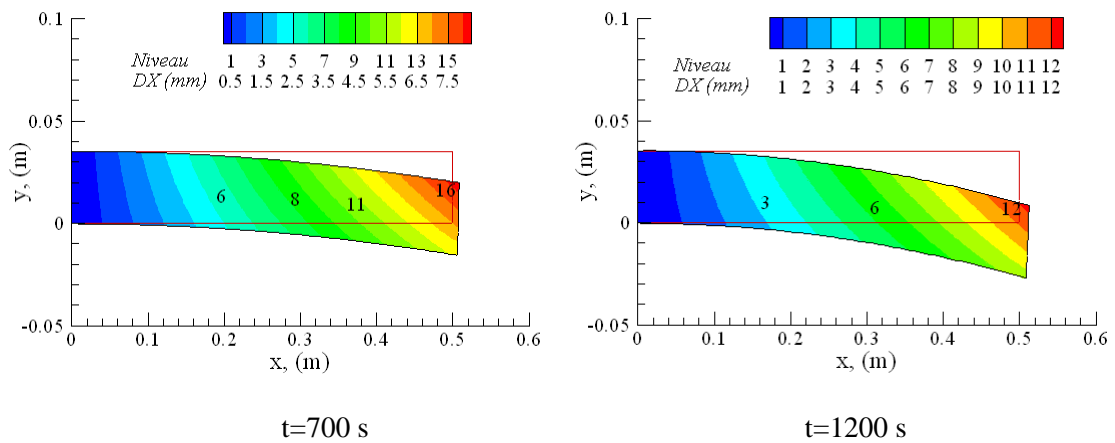
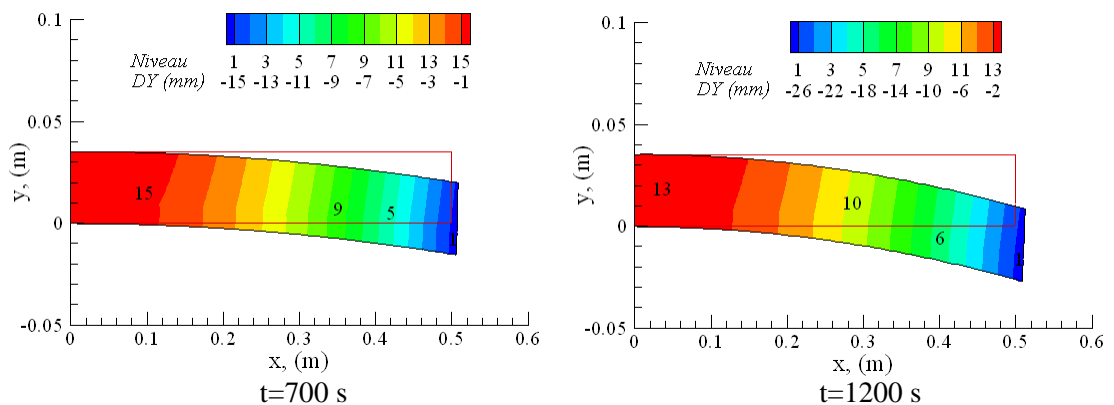
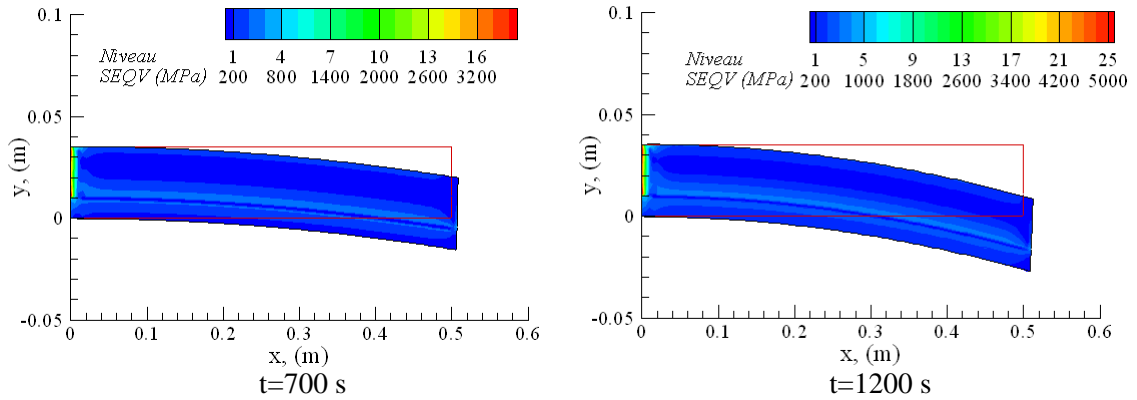


Figure 10. Déplacements suivants  $ox$  (mm).

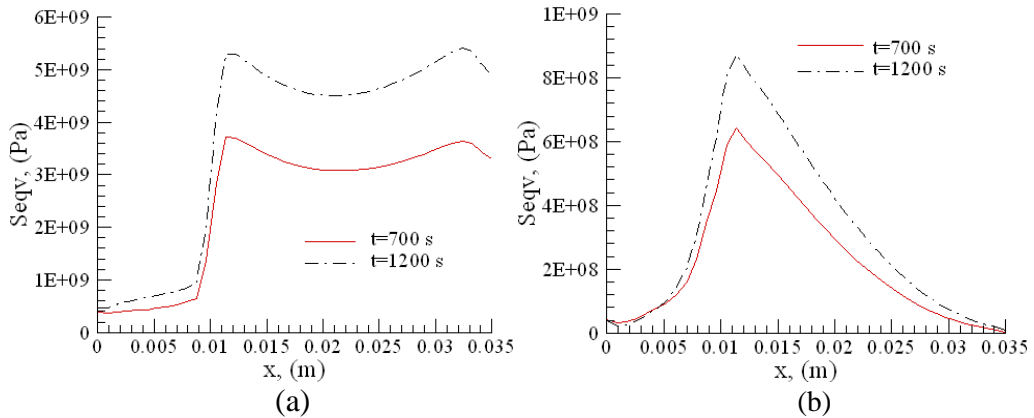




Figures 11. Déplacements suivants  $oy$  (mm).



Figures 12. Contraintes de Von Mises (MPa)

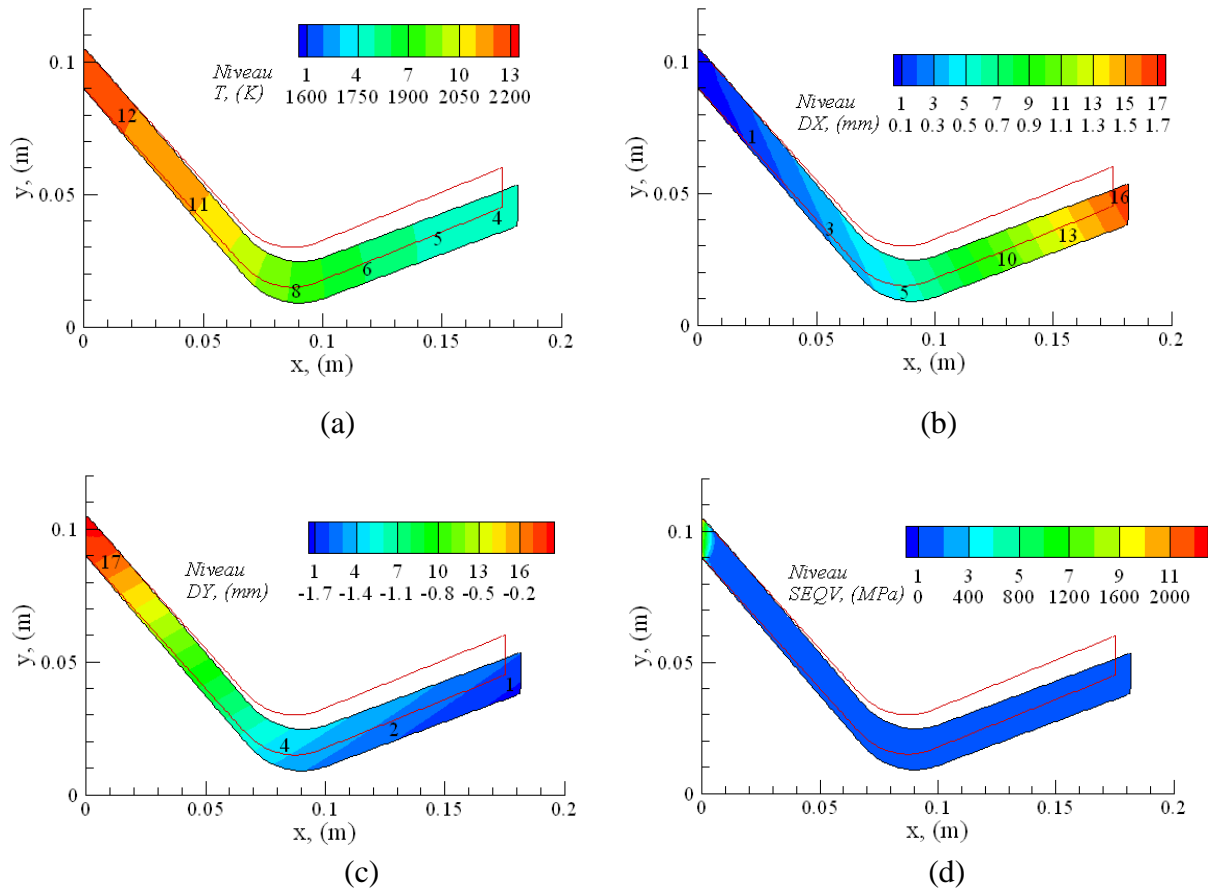


Figures 13. Profil des contraintes de Von Mises sur les frontières gauche (a) et droite (b).

### 3.4.2 Exemple de couplage fluide-paroi monocouche

Le deuxième exemple traite le cas d'une tuyère avec une paroi monocouche en molybdène. Les premières courbes présentées sur les figures 14 a, b, c et d sont le résultat d'une simulation complète prenant en compte les couplages thermique entre l'écoulement et la paroi et thermomécanique dans la paroi. Dans cet exemple, la paroi est supposée adiabatique et fixée sur le côté gauche. Les premières observations montrent une forte concentration des températures, due à l'importance des échanges avec le fluide dans le convergent, et des contraintes au voisinage de la face fixée puisque le reste de la tuyère est libre de se déformer. La forme finale de la tuyère montre qu'elle a subi des déformations négatives selon  $oy$  et positives selon  $ox$  ce qui se traduit par des changements visibles au niveau du divergent et du col.

Une étude plus complète de tuyères multicouche est présentée dans le chapitre suivant.



Figures 14. Cas d'une paroi de tuyère monocouche en molybdène : (a) Isothermes, (b) Iso-déplacements  $D_x$ , (c) Iso-déplacements  $D_y$ , (d) Iso-contraintes Von Mises  $S_{eq}$

#### 4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les équations de bilan thermique et thermomécanique pour étudier le comportement de la paroi de la tuyère. Les méthodes de discrétisation par différences finies pour le cas thermique et par éléments finis pour le cas thermomécanique sont également décrites. Les techniques de couplages thermiques sont présentées et comparées sur un exemple de parois monocouche et bicouche afin de s'assurer de la validité de la méthode de couplage (Flux-Température) utilisée pour la suite des simulations proposées. Enfin, deux exemples de comportements thermiques et thermomécaniques de parois monocouche et bicouche (avec une géométrie rectangulaire et une en forme de tuyère) sans couplage avec l'écoulement, ont été proposés en présentant les contours de températures, de déplacements et de contraintes de Von Mises.

L'étude plus complète, du couplage thermique paroi-fluide de tuyères monocouche et multicouches, en présence de l'écoulement, et du comportement thermomécanique, fera l'objet du chapitre 5.

# **Chapitre 5**

## **Couplages thermique et thermo- mécanique fluide-paroi**

## **1. Introduction**

L'étude du comportement dynamique et thermique d'un écoulement compressible ne peut être complète sans la prise en compte des effets de couplage avec la paroi. En effet, la nécessité d'utiliser des structures de paroi épaisse est justifiée par le niveau des températures mis en jeu au sein de ces écoulements. La prise en compte, d'une part du couplage thermique fluide-paroi et d'autre part du couplage thermique et mécanique au sein même de la structure de paroi, ne peut donc être négligée. Une recherche optimale des conditions d'utilisation doit être réalisée en fonction des objectifs à atteindre et des contraintes à respecter. Les objectifs peuvent s'exprimer par exemple, par des fonctions relatives au rendement de la tuyère en termes d'efficacité ou d'impulsion spécifique. Les contraintes peuvent traduire, en fonction de la nature et de la structure de la paroi et des conditions d'utilisation extérieures, soit des limites thermiques à ne pas dépasser (température de fusion par exemple), soit des limites sur les conditions d'échange (refroidissement par exemple) avec l'extérieur.

Dans ce chapitre, on présente les résultats obtenus en utilisant une technique de couplage entre le code décrit dans le chapitre 2 permettant de déterminer les grandeurs de l'écoulement dans une tuyère et le problème thermique dans la paroi décrit dans le chapitre 4. Ces résultats sont d'abord validés en comparaison avec des travaux issus de la bibliographie avant d'être exploités par une analyse paramétrique (géométrie de la tuyère et de la paroi, conditions pariétales et génératrices de l'écoulement). Par la suite, on exploite la connaissance du champ thermique de la paroi pour étudier son comportement thermomécanique sur des exemples de parois monocouches puis multicouches.

## **2. Couplage thermique fluide-paroi**

La méthode de couplage thermique fluide-structure consiste à résoudre séparément les problèmes fluide et solide et à échanger des quantités physiques au niveau de l'interface entre les deux milieux. La nature des quantités échangées détermine le type de couplage utilisé.

Dans notre étude, il s'agit principalement d'un couplage thermique entre le fluide et la paroi solide. Les techniques de raccordement utilisées dans le chapitre 4 pour des couplages solide-solide, peuvent être appliquées au système fluide-solide. Pour des raisons d'efficacité seule la condition de raccordement de type (FT : Flux-Température) est utilisée pour le couplage fluide-solide. Le flux de chaleur provenant du fluide est appliqué à la paroi solide et la température calculée dans le solide est appliquée ensuite au fluide. L'utilisation de codes basés sur des méthodes aux différences finies pour

cette technique de raccordement, présente l'avantage de faire coïncider les nœuds du maillage le long de l'interface fluide-solide, ce qui exclut tout calcul supplémentaire d'interpolation de grandeurs échangées.

### 2.1. Couplage stationnaire

Les deux codes (MacCormack explicite pour le fluide et différences finies implicites pour le solide) évoluent de façon indépendante permettant donc d'effectuer un certain nombre d'itérations  $N_f$  pour le fluide et  $N_s$  pour le solide. Ainsi, au cours d'une itération de couplage, le fluide envoie un flux de chaleur  $q$  au solide et reçoit en retour du solide, une température pariétale  $T$ . Chacun des codes utilise séquentiellement la quantité reçue comme condition aux limites sur l'interface de couplage et un nouveau processus itératif recommence.

Une itération du couplage consiste donc à :

- 1- Calculer le champ de température dans le fluide.
- 2- En déduire le flux de chaleur à l'interface.
- 3- Calculer le champ de température dans le solide.
- 4- En déduire la température à l'interface.
- 5- Tester le critère d'arrêt du processus itératif au niveau de l'interface (5.1)

$$R_T = \text{Max} \left| \frac{T^{n+1} - T^n}{T^{n+1}} \right| < \varepsilon \quad \text{et} \quad R_q = \text{Max} \left| \frac{q^{n+1} - q^n}{q^{n+1}} \right| < \varepsilon \quad (1)$$

### 2.2. Couplage instationnaire

Les constantes de temps liées à la convection et la diffusion dans le fluide sont le plus souvent beaucoup plus courtes que celles de la conduction dans le solide. A. A. Alexeenko [44-46] a donné une estimation de ces temps caractéristiques dans le cas d'une micro-tuyère et a montré que le temps caractéristique du fluide est très inférieur à celui du solide.

En effet dans le cadre de la tuyère étudiée, le calcul du temps caractéristique du fluide est de l'ordre de  $\tau_f \approx 6 \times 10^{-4}$  s. Celui du solide est donné sur le tableau 1 pour deux matériaux (Zircone et acier) :

$$\tau_s = \frac{\rho_s C p_s L_c^2}{k_s} \quad (2)$$

Où  $L_c$ ,  $\rho_s$ ,  $C p_s$  et  $k_s$  désignent respectivement la longueur caractéristique, la masse volumique, la chaleur spécifique et la conductivité du solide.

Matériau	$L_c$ (m)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Cp_s$ (J/kg.K)	$k_s$ (W/m.K)	$\tau_s$ (s)
Zircone	$3.10^{-4}$	2300	1365	2	0.14
Acier (AISI304)	$3.10^{-4}$	7900	515	16.6	0.22

Tableau 1. Temps de diffusion dans le solide.

Par conséquent une évolution significative de l'état thermique de la paroi correspond à un temps extrêmement long du point de vue du fluide.

Une itération du couplage dans le cas transitoire consiste donc à :

- 1- Calculer le champ de température stationnaire dans le fluide.
- 2- En déduire le flux de chaleur à l'interface.
- 3- Calculer le champ de température dans le solide jusqu'à ce que la température à l'interface varie de quelques pourcents de la température initiale du solide (10% dans notre cas).
- 4- En déduire la température à l'interface.
- 5- Retour vers l'étape 1.

### 3. Validation des résultats

La validation des résultats repose sur les travaux d'A. A. Alexeenko et al. [39-41], qui a étudié l'interaction thermique entre un écoulement fluide et une paroi solide. La tuyère étudiée est présentée sur la figure 1 et ses caractéristiques physiques et géométriques sont résumées dans les tableaux 2a et 2b pour le fluide et le tableau 3 pour le solide :

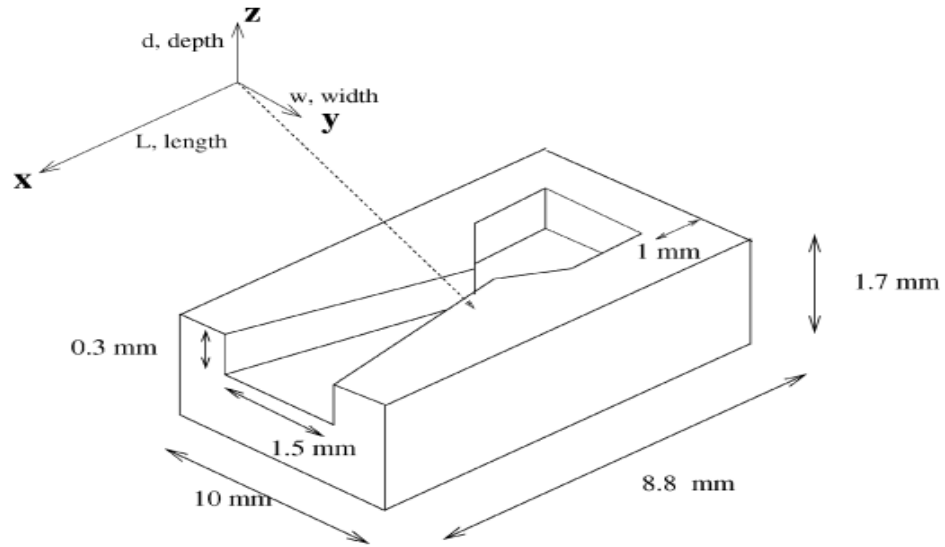


Figure 1. Géométrie de la micro tuyère de la référence [39,41].

$\beta$	$\alpha$	$r_{col} \mu m$	$\varepsilon_e$	$\varepsilon_s$	$L_e (\mu m)$	$L_{col} (\mu m)$	$L_T (\mu m)$
$30^\circ$	$15^\circ$	300	10	5	250	250	4827

Tableau 2a. Grandeurs géométriques de la tuyère étudiée par Alexeenko [39,41].

Fluide	$P_0 (atm)$	$T_0 (^\circ K)$	Conditions de paroi
Azote	0,5	2000 °K	$h=1250 W/(m^2K)$ $T_a=300 K$

Tableau 2b. Conditions aux limites de la tuyère étudiée par Alexeenko [39,41].

Solide	$\lambda (W/m.K)$	$\rho (kg/m^3)$	$C_p (J/kg.K)$	$T_{fusion} (K)$	$e(mm)$
Silicium	141,2	2333	700	1683	5

Tableau 3. Propriétés de la paroi solide.

Le maillage des domaines solide et fluide de la tuyère testée est présenté sur la figure 2. La zone notée ( $\Omega$ ) n'est pas prise en compte dans la modélisation.



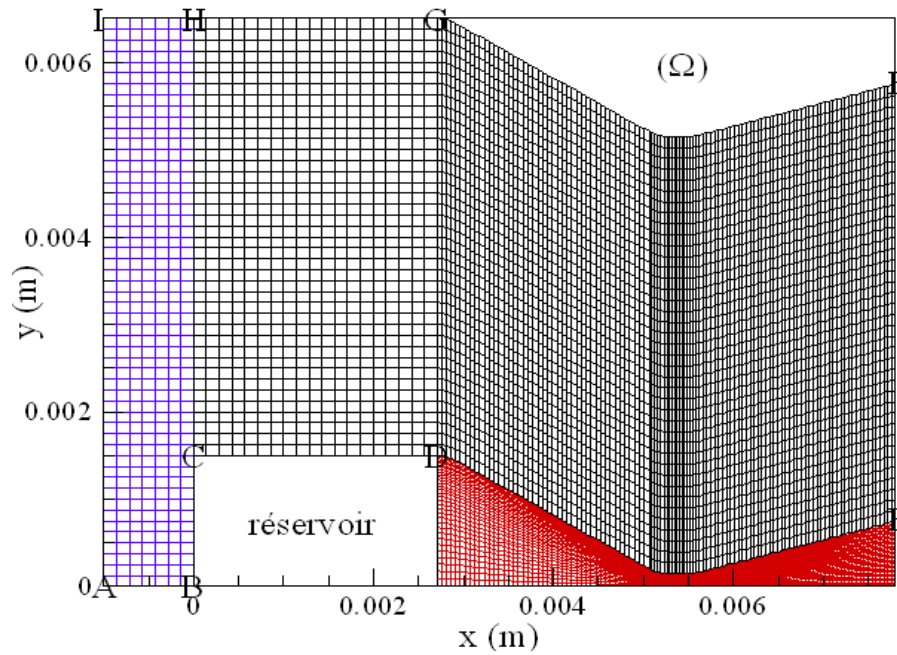


Figure 2. Maillage de la tuyère étudiée.

Sur les figures 3a, b et c, on présente les courbes isothermes dans le fluide à l'instant  $t=10,3$  s, obtenues respectivement avec notre code, Fluent et Alexeenko [39,41]. Les trois approches présentent une bonne cohérence. En régime stationnaire, le tableau 4 montre un bon accord entre notre code et Fluent alors qu'avec les travaux d'Alexeenko, on observe une différence dont le maximum est de l'ordre de  $50 K$  pour les températures de paroi et de l'ordre de  $0,5 mN$  pour les forces de poussée. Ces différences peuvent s'expliquer d'une part par la précision des méthodes numériques utilisées et d'autre part, par la méconnaissance des échanges de chaleur au sein du réservoir avec la paroi, utilisés dans la référence [40].

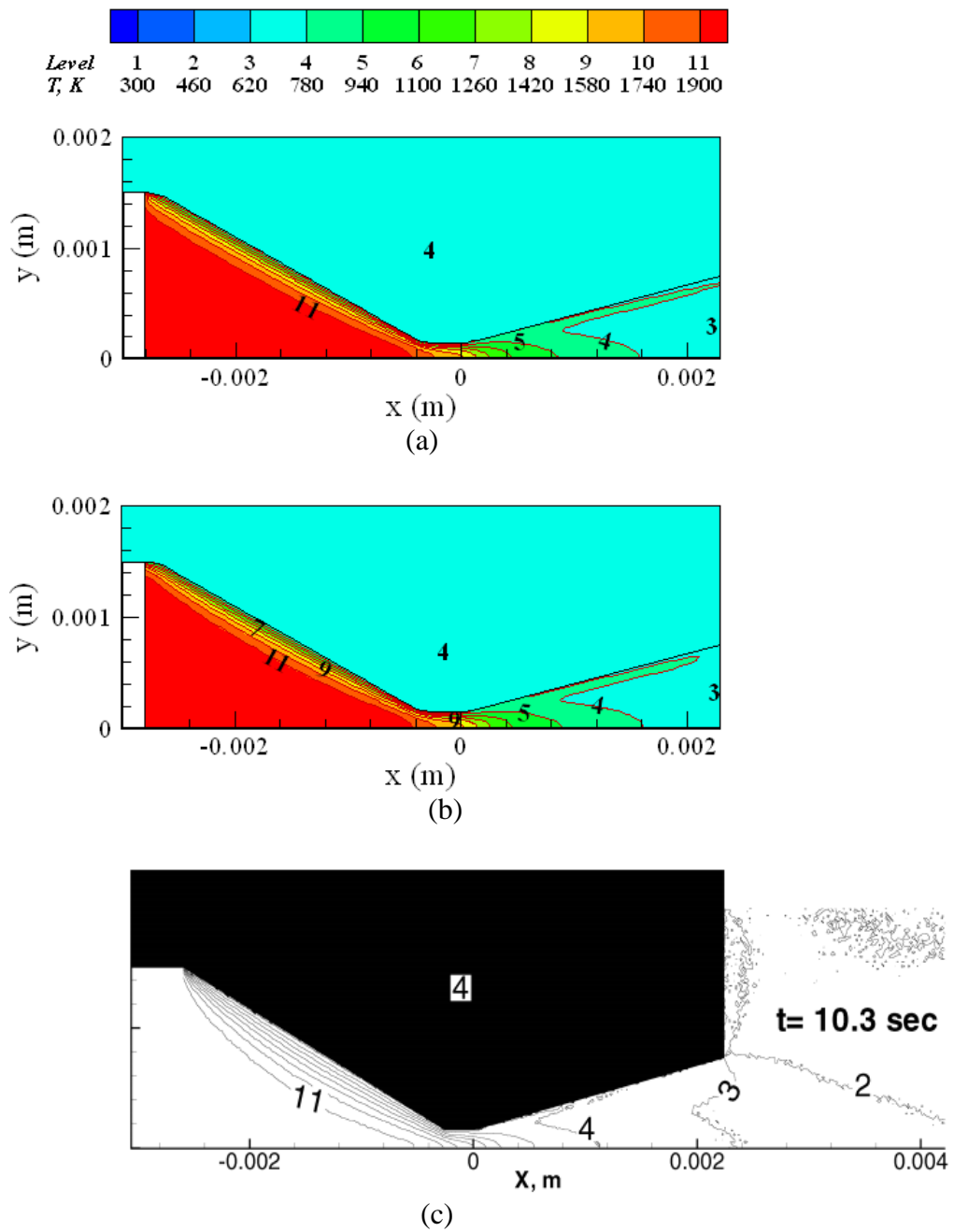


Figure 3. Courbes isothermes stationnaires ( $t=10,3 \text{ s}$ )  
(a) Notre code, (b) Fluent, (c) Alexeenko

	Alexeenko	Notre code	Fluent
$Cd$	0,90	0,9591	0,961
$F \text{ (mN)}$	12,28	11,83	11,88
$Tw \text{ (K)}$	704	755	750

Tableau 4. Comparaison des performances de la tuyère testée.

Sur la figure 4, les isothermes montrent une variation de température dans la paroi solide, de l'ordre de 45 K, écart comparable à celui obtenu par Alexeenko [39,41].

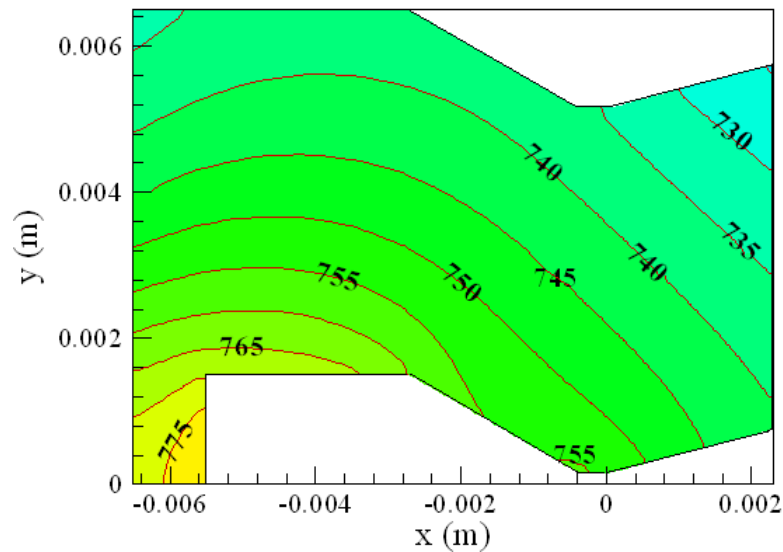


Figure 4. Isothermes dans la domaine solide.

Dans le cas du régime instationnaire, nous avons présenté et comparé sur la figure 5, les isothermes à des instants identiques à ceux sélectionnés par Alexeenko en supposant une paroi adiabatique sur sa surface extérieure. Ces figures montrent un bon accord entre les deux approches et mettent en évidence une évolution importante de la structure de l'écoulement et de la température du solide au cours du temps.

Enfin, une comparaison des performances entre les deux méthodes, est présentée dans le tableau 5. On constate une diminution de la force de poussée au cours du temps dans les deux cas avec un écart inférieur à 5% dû probablement à une méconnaissance des échanges réservoir-paroi et de la prise en compte, dans le modèle d'Alexeenko, de la zone extérieure à la sortie de la tuyère.

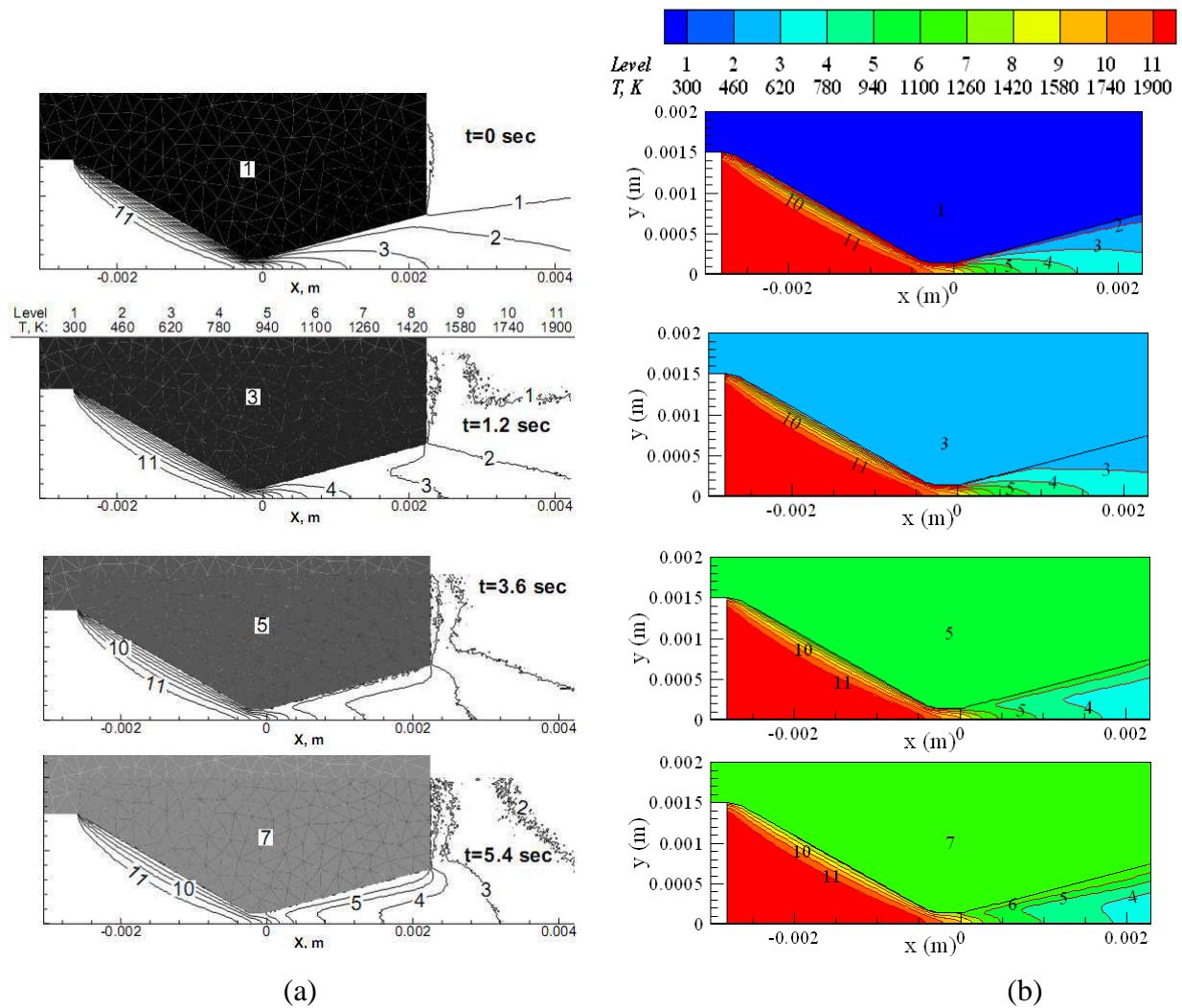


Figure 5. Isothermes à différents instants, (a) Alexeenko, (b) notre calcul.

F (mN)	$t=0\text{ s}$	$t=1,2\text{ s}$	$t=3,6\text{ s}$	$t=5,4\text{ s}$
Alexeenko	12,5	12,47	12,38	12,28
Notre code	12,40	12,25	11,94	11,84

Tableau 5. Comparaison des performances à différents instants du régime instationnaire.

#### 4. Etude paramétrique

Dans ce paragraphe, on se propose d'analyser l'influence du couplage paroi-fluide sur le comportement dynamique et thermique d'une tuyère avec une paroi monocouche épaisse. Pour cela, on présente les effets de quelques paramètres clés du système tels que l'épaisseur de la paroi, le demi-angle du divergent, les conditions de refroidissement et les conditions génératrices de l'écoulement. Une telle analyse permettra de dégager des conditions optimales de fonctionnement de

la tuyère étudiée, figure 6, dont les caractéristiques physiques et géométriques sont présentées sur le tableau 6:

$\beta$	$\alpha$	$r_{col} (\mu m)$	$\varepsilon_e$	$\varepsilon_s$	$P_0 (KPa)$	$T_0 (^\circ K)$	$h (W/(m^2 K))$	$T_a (^\circ K)$
30°	10°	300	8	4	50	2000	$h=1000$	300

Tableau 6. Caractéristiques et propriétés de la tuyère étudiée.

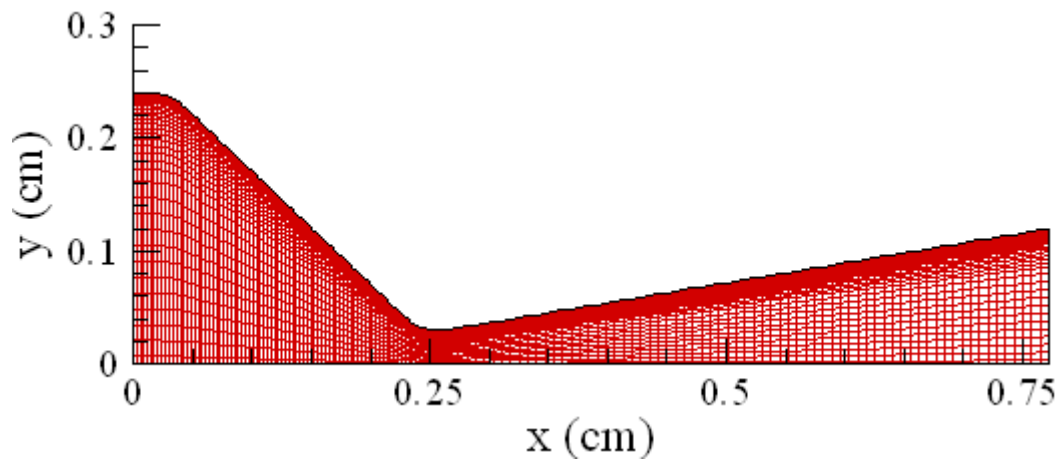
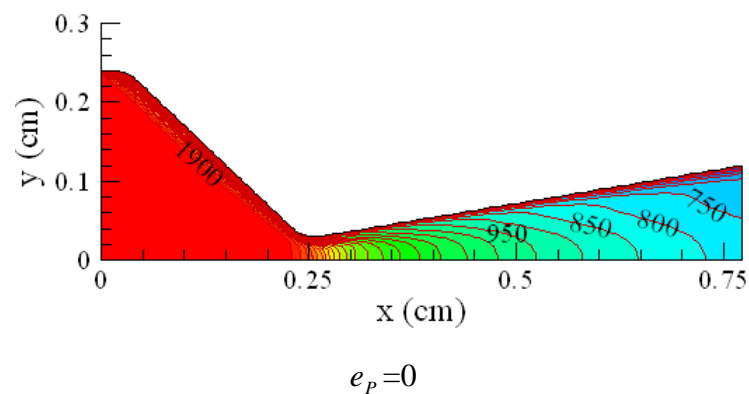
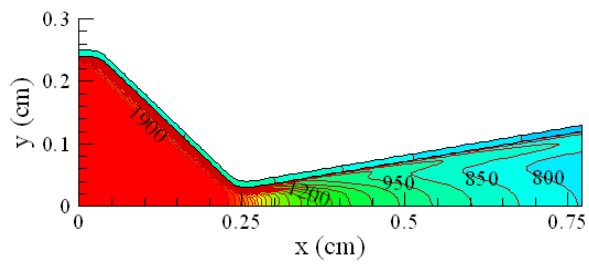


Figure 6. Géométrie et maillage de la tuyère étudiée.

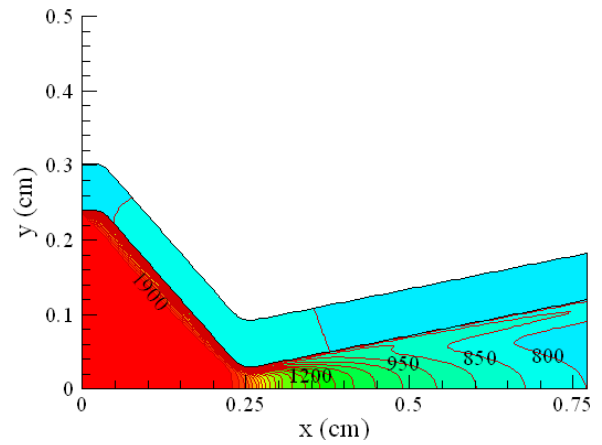
#### 4.1. Influence de l'épaisseur de la paroi

Sur les figures 7, on présente les isothermes dans la zone fluide pour différentes épaisseurs de paroi. On peut noter que l'influence de l'épaisseur sur le niveau et la forme des isothermes est extrêmement réduite et que cette influence ne se manifeste qu'au voisinage immédiat de la paroi.

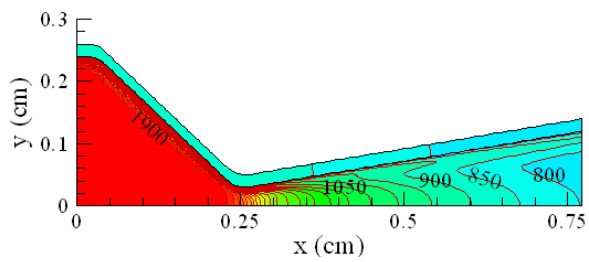




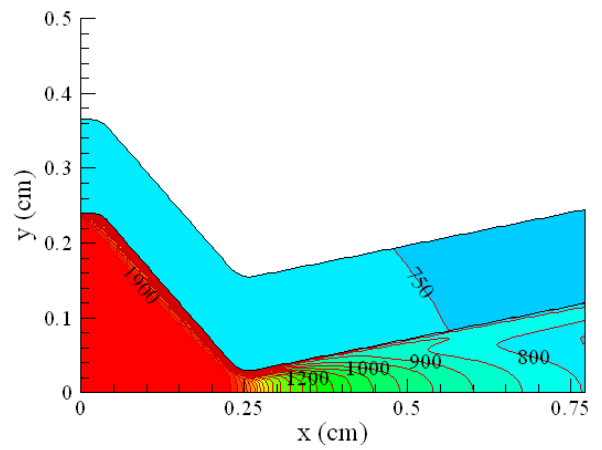
$e_p = 0,01 \text{ cm}$



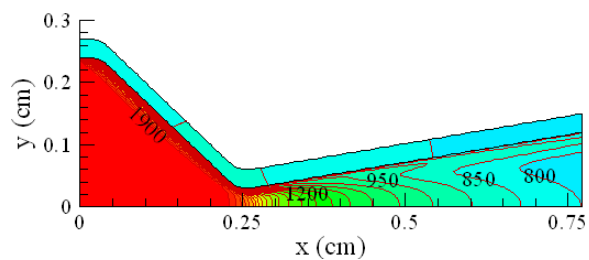
$e_p = 0,0625 \text{ cm}$



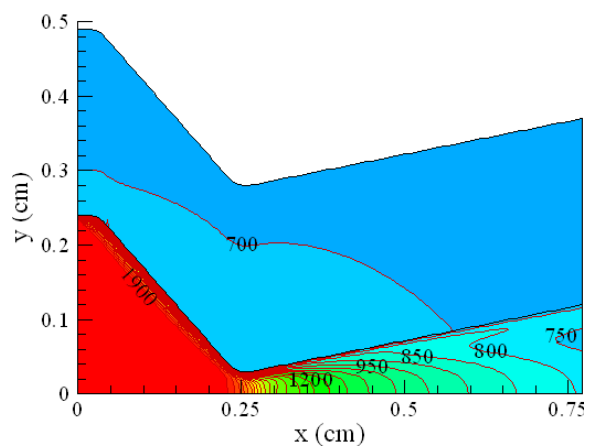
$e_p = 0,02 \text{ cm}$



$e_p = 0,125 \text{ cm}$



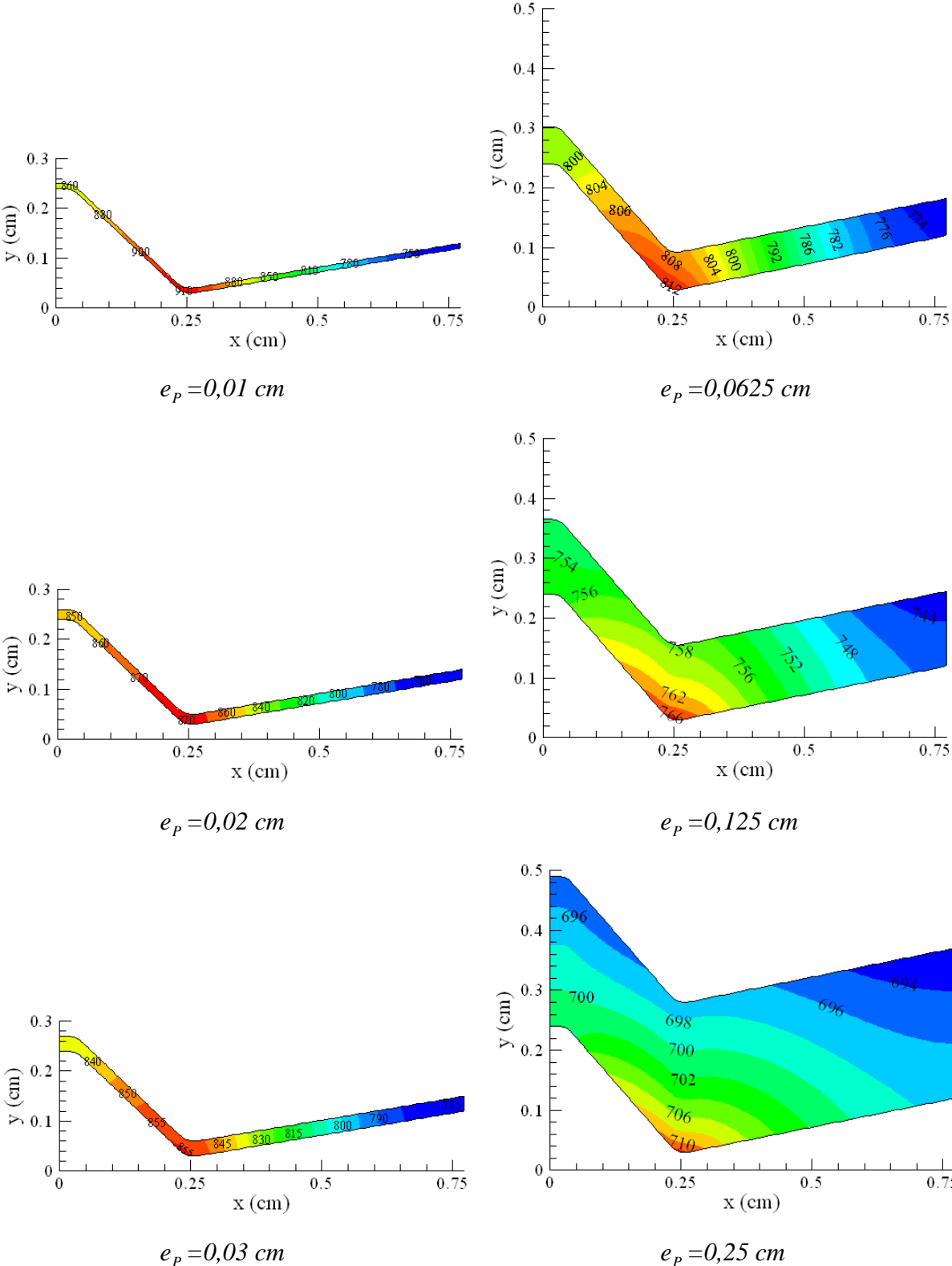
$e_p = 0,03 \text{ cm}$



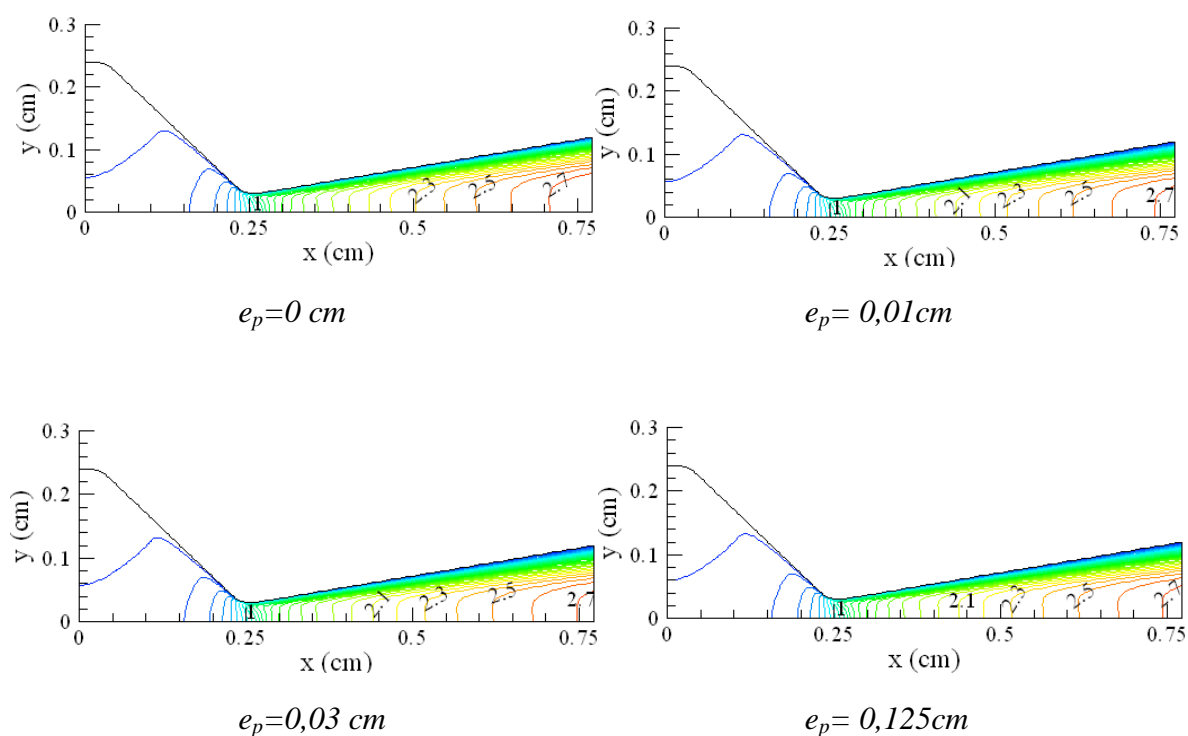
$e_p = 0,25 \text{ cm}$

Figures 7. Isothermes pour différentes épaisseurs de la paroi.

Sur les figures 8a sont représentées les isothermes dans la paroi pour différentes épaisseurs. Dans tous les cas la température maximale se situe au niveau du col de la tuyère et évidemment les températures pariétales sont d'autant plus faibles que l'épaisseur de la paroi augmente.



Figures 8a. Isothermes dans la paroi pour différentes épaisseurs.



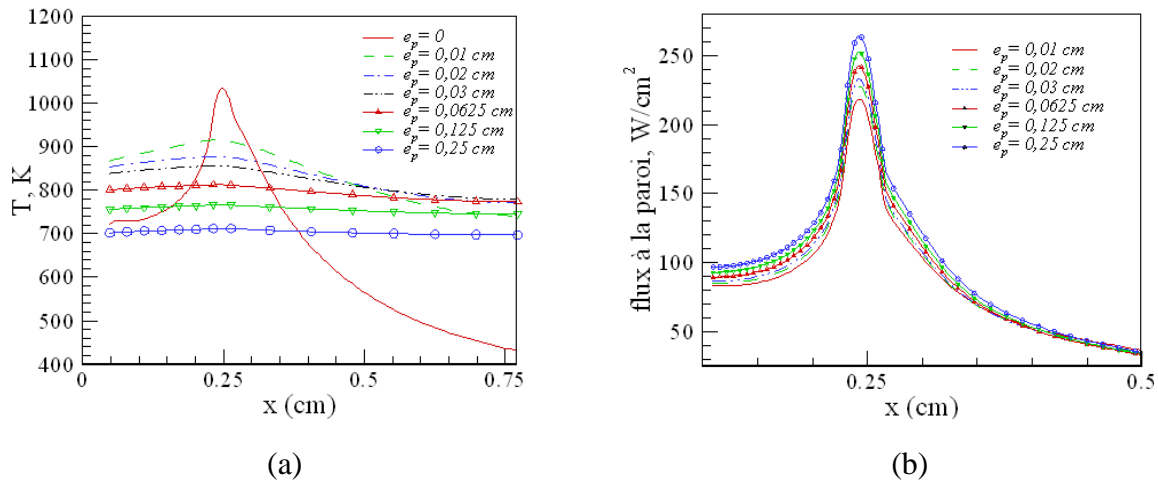
Figures 8b. Iso Mach pour différentes épaisseurs de paroi.

Sur la figure 9a, les distributions de température le long de l'interface confirment les observations décrites ci-dessus. Toutes les courbes présentent un maximum au niveau du col dont la valeur décroît avec l'augmentation de l'épaisseur de la paroi. Le cas particulier sans couplage ( $e_p=0$ ) présente une allure différente des autres cas avec une température maximale au col (ou au voisinage du col) plus élevée et une température la plus faible en sortie et sur une large zone du convergent et du divergent. Pour l'épaisseur la plus élevée, on remarque que la température est quasiment uniforme le long de l'interface, situation équivalente à celle d'une tuyère sans paroi soumise à une température imposée.

Les flux de chaleur à l'interface solide-fluide, présentés sur la figure 9b, suivent une allure similaire à celle des températures et décroissent au fur et à mesure que l'épaisseur augmente.

Les autres résultats numériques relatifs aux vitesses, nombres de Mach, températures, forces de poussée, impulsion spécifique et coefficient de débit, sont résumés dans le tableau 7, pour  $0 \leq e_p \leq 0,25$  cm. À première vue, le cas sans couplage présente des écarts plus sensibles pour toutes les grandeurs présentées, à savoir une vitesse de fluide maximale et un nombre de Mach en sortie plus élevés, température du fluide minimale, force de poussée, impulsion spécifique et coefficient de débit plus faibles. Pour les autres cas avec couplage, on remarque que le nombre de Mach présente un minimum pour le cas particulier  $e_p=0,03$  cm, valeur égale à celle de la hauteur (ou rayon) du col.





Figures 9. Distributions des températures (a) et des flux de chaleur (b) le long de l'interface fluide-solide, pour différentes épaisseurs.

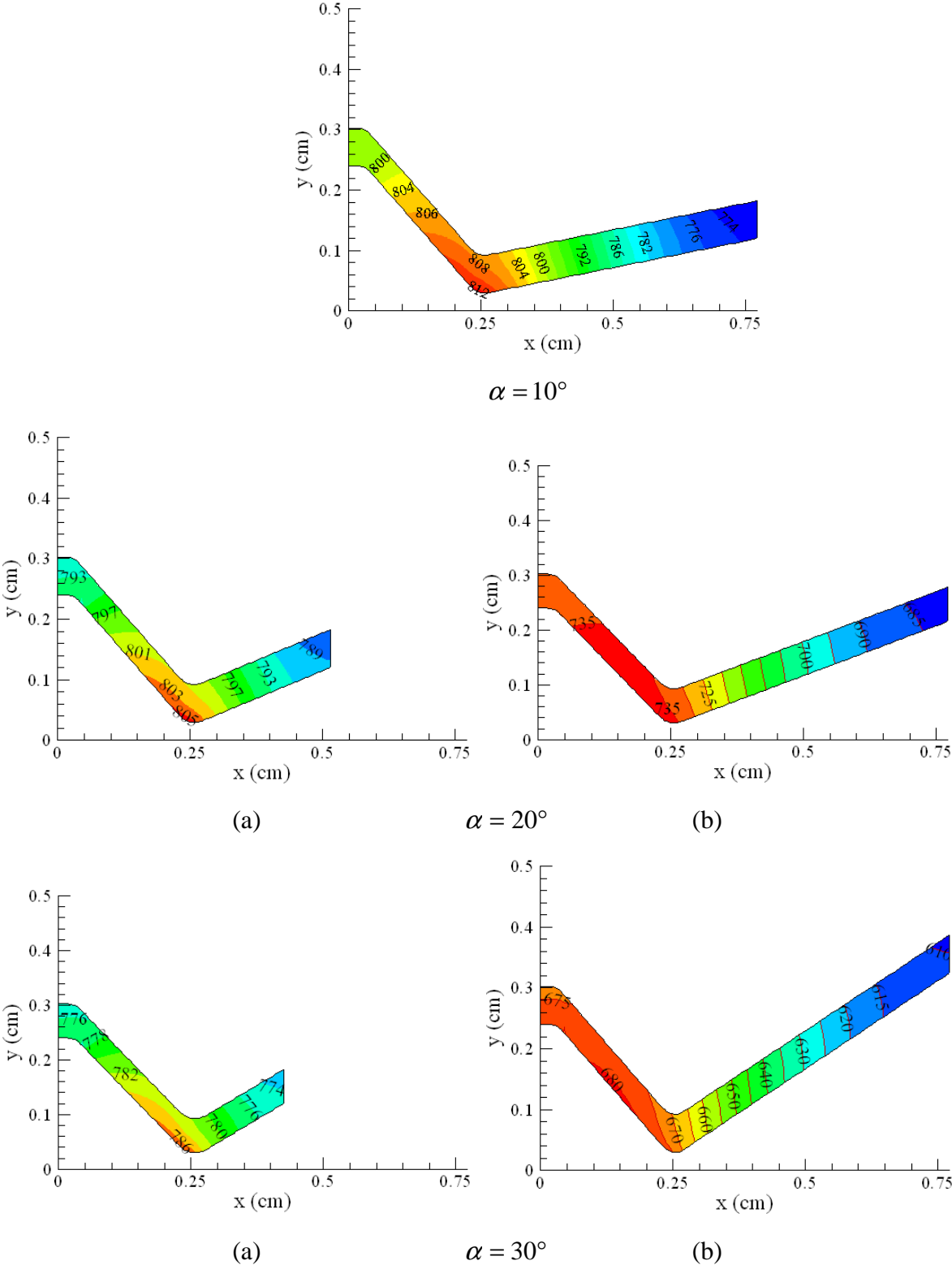
$e_p$ (cm)	0	0.01	0.02	0.03	0,0625	0,125	0,25
$u_x$ Max (m/s)	1590	1578.4	1577	1576	1577	1578	1579,8
<i>Mach en sortie</i>	2,794	2,743	2,737	2,736	2,737	2,742	2,75
$T_f$ Min(K)	437	741	762	761	760	745	697
$F$ (mN)	205,18	207,01	207,38	207,58	207,93	208,26	208,62
$I_{sp}$ (s)	158,4	159,22	159,13	159,05	158,85	158,58	158,23
Cd%	97,1	97,56	97,79	97,93	98,23	98,55	98,9
$T_s$ (K) (min-max)		741-916	770-878	778-856	772-812	742-767	692-712

Tableau7. Influence de l'épaisseur de paroi sur les grandeurs de l'écoulement.

#### 4.2. Influence de l'angle du divergent

L'influence de l'angle du divergent est étudiée pour trois valeurs de  $\alpha$  ( $10^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $30^\circ$ ), en fixant l'épaisseur de paroi à  $e_p=0.0625$  cm avec un rapport d'aires d'expansion égal à  $\varepsilon_s=4$ , figures 10 (a), et avec une longueur constante  $L=0,7722$  cm, figures 10 (b) sur lesquelles on présente les courbes des isothermes dans la paroi solide. On constate, pour le cas  $\varepsilon_s=4$ , que plus  $\alpha$  augmente (plus la longueur du divergent diminue) plus la différence de température dans la paroi est faible puisque le

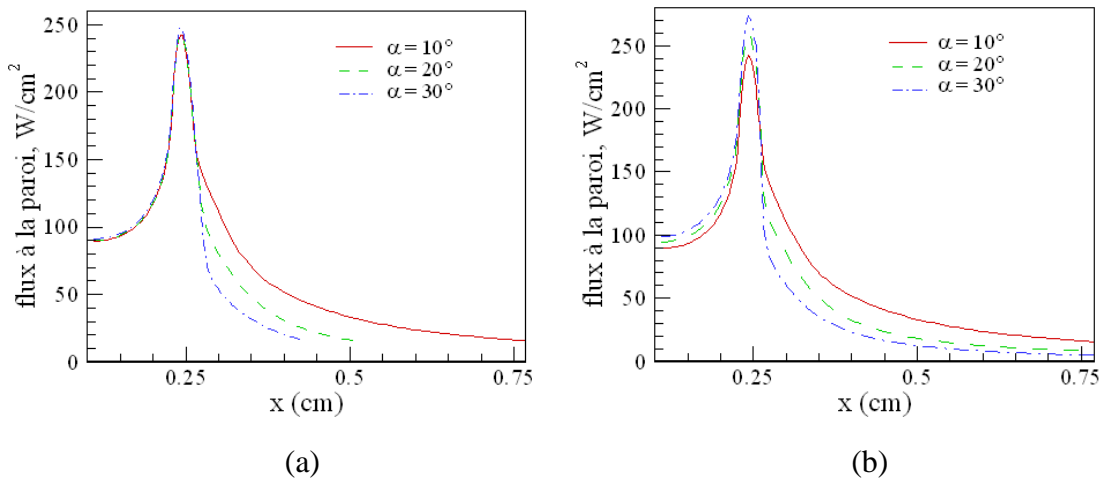
transfert de chaleur du fluide vers la paroi est moins important pour les grands angles contrairement au cas (b)  $L=0,7722\text{ cm}$ , ou ces différences de températures sont plus importantes à cause d'une surface d'échange plus grande.



Figures 10. Courbes isothermes dans la paroi (a)  $\epsilon_s=4$ , (b)  $L=0,7722\text{ cm}$ .

Avec un même rapport d'aires  $\varepsilon_s=4$ , figure 11 (a), on observe une superposition des distributions des flux dans le convergent et au col pour les trois angles étudiés, alors que dans le divergent, le flux échangé au niveau de l'interface diminue en fonction de l'angle. Pour le cas avec une même longueur  $L=0,7722\text{ cm}$ , figure 11 (b), comme le rapport d'aires augmente avec  $\alpha$ , on constate une augmentation du flux dans le convergent et au col en fonction de  $\alpha$  et une évolution presque identique au cas (a) dans le divergent. Dans tous les cas, le maximum du flux est atteint au col.

Sur le tableau 8, on présente l'influence de l'angle  $\alpha$  sur les performances pour les cas avec et sans couplage. Pour le cas  $\varepsilon_s=4$ , la meilleure performance est obtenue pour  $\alpha=20^\circ$  alors que le cas  $L=0,7722\text{ cm}$ , la performance augmente avec l'angle.



Figures 11. Flux de chaleur à la paroi pour différents valeurs de l'angle du divergent, (a) rapport d'aires  $\varepsilon_s=4$ , (b) longueur  $L=0,7722\text{ cm}$ .

Epaisseurs	Grandeurs	$\varepsilon_s=4$	$\varepsilon_s=4$		$L=0,7722\text{ cm}$	
		$L=0,7722\text{ cm}$	$\alpha = 10^\circ$	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
$e_p=0$	$F$ (mN)	205	208	206	215	218
	$I_{sp}$ (s)	158,4	160,6	158,82	165,22	167,3
$e_p=0,0625\text{ cm}$	$F$ (mN)	208	211	209	218	222
	$I_{sp}$ (s)	158,85	160,9	159,2	165,45	167,5

Tableau 8. Comparaison des performances avec et sans couplage pour différents angles du divergent.

### 4.3. Influence des conditions pariétales

La condition de refroidissement est gouvernée par l'importance du coefficient d'échange  $h$ . Dans ce paragraphe, nous avons analysé l'influence de ce coefficient sur le comportement de l'écoulement. Pour cela, trois valeurs de  $h$  (500, 1000 et 1500  $W/(m^2.K)$ ), simulant des conditions d'échange par convection forcée, ont été analysées ; la température ambiante étant fixée à  $T_a=300 K$ .

Les courbes isothermes obtenues, pour  $h=500$  et  $1500 W/(m^2.K)$ , sont présentées sur les figures 12a, b et c respectivement pour  $e_p=0$  et  $e_p=0,0625$  cm. On observe que l'augmentation du coefficient d'échange diminue logiquement les températures du fluide et de la paroi. La présence d'une paroi épaisse diminue globalement le niveau des températures en comparaison au cas sans couplage.

Le tableau 9 montre une petite amélioration (respectivement une baisse) de la force de poussée (de l'impulsion spécifique) quand le coefficient d'échange augmente. On remarque aussi que la non prise en compte du couplage sous-estime l'ensemble des performances de la tuyère.

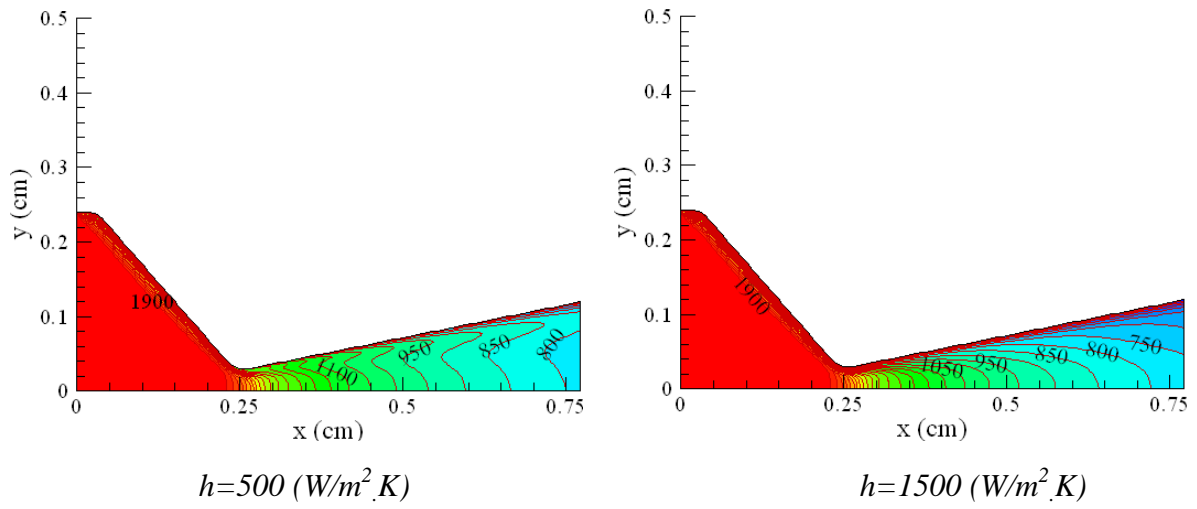


Figure 12a. Courbes isothermes dans le fluide,  $e_p=0$ .

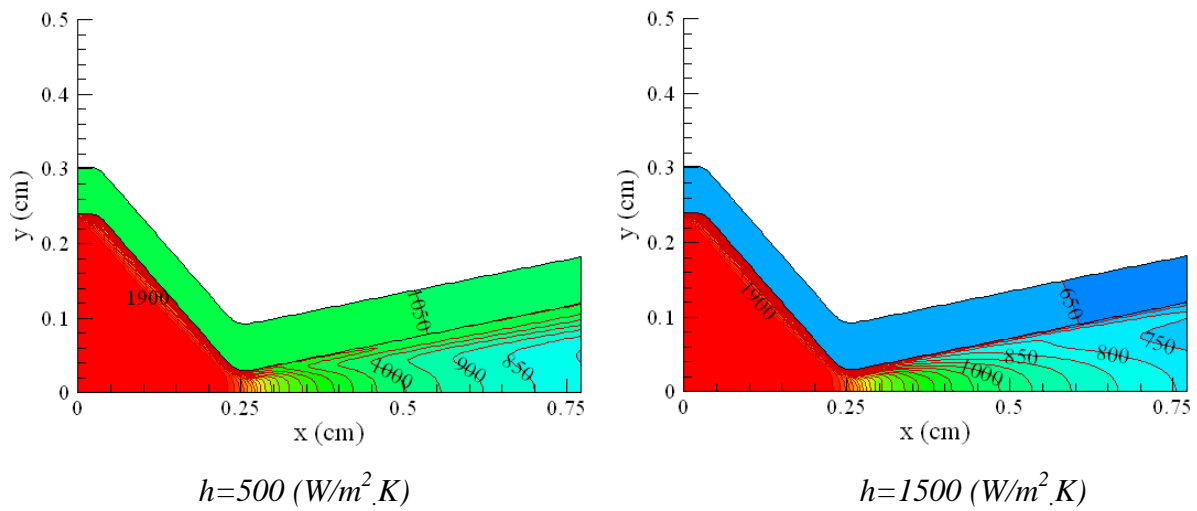


Figure 12b. Courbes isothermes dans le fluide et la paroi,  $e_p = 0.0625 \text{ cm}$ .

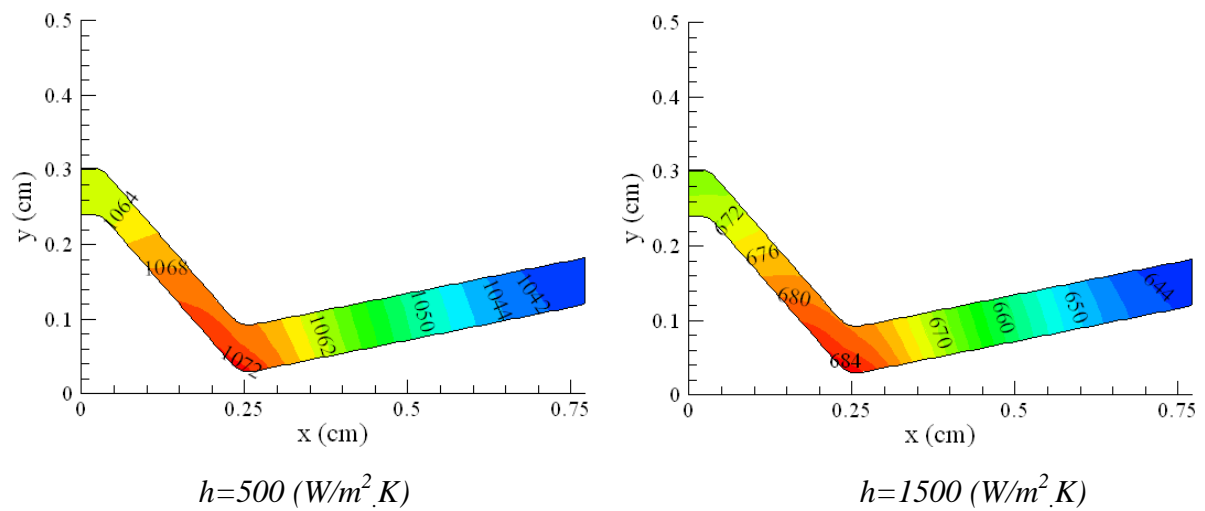


Figure 12c. Courbes isothermes dans la paroi,  $e_p = 0.0625 \text{ cm}$ .

$e_p = 0$	$h = 500$	$h = 1000$	$h = 1500$
$F$ (mN)	204	205	206,2
$I_{sp}$ (s)	160	158,4	157,6
$e_p = 0.0625$ cm	$h = 500$	$h = 1000$	$h = 1500$
$F$ (mN)	206,65	208	208,83
$I_{sp}$ (s)	160,4	158,85	157,9

Tableau 9. Comparaison des performances avec et sans couplage.

#### 4.4. Influence des conditions d'entrée du fluide

Seule l'influence de la pression de réservoir est analysée. Pour cela, les résultats obtenus pour deux valeurs  $P_0 = 0,5 \text{ bar}$  et  $P_0 = 1,2 \text{ bar}$ , sont présentés respectivement sur les figures 13 a et b, sur lesquelles nous avons représenté les isothermes dans les domaines solide et fluide.

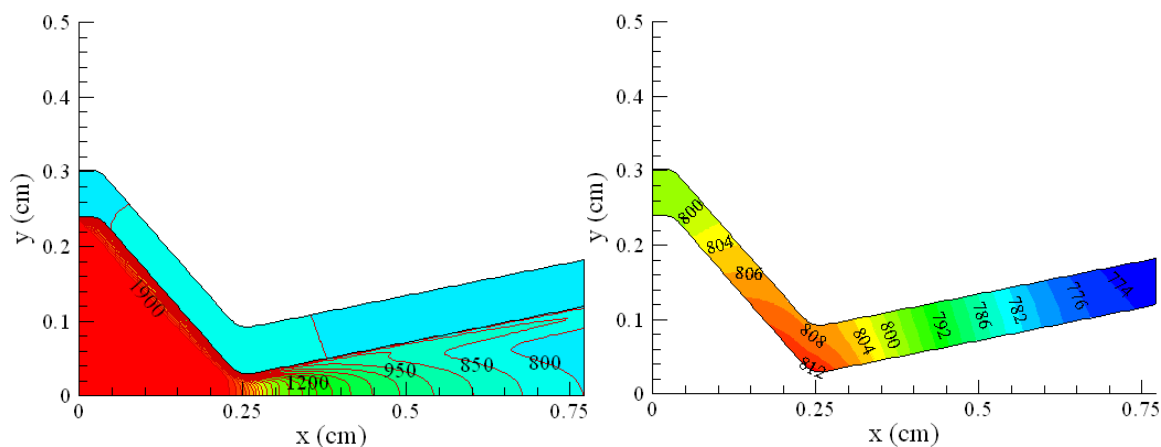
On voit que l'augmentation de la pression provoque une baisse de la température sur la zone non visqueuse du fluide, alors qu'au voisinage de la paroi, la température est plus élevée, conséquence directe des effets visqueux plus importants dans cette zone d'une part et de la rapidité de l'écoulement au cœur de la tuyère d'autre part. L'analyse des températures dans la paroi montre que l'augmentation de la pression d'entrée a des conséquences non négligeables sur le plan thermique, comparées à ce qu'on a pu observer dans le fluide. On enregistre une différence de température de l'ordre de 200 K.

Le calcul des performances de la tuyère a donné, pour les deux cas étudiés, les résultats suivants, tableau 10:

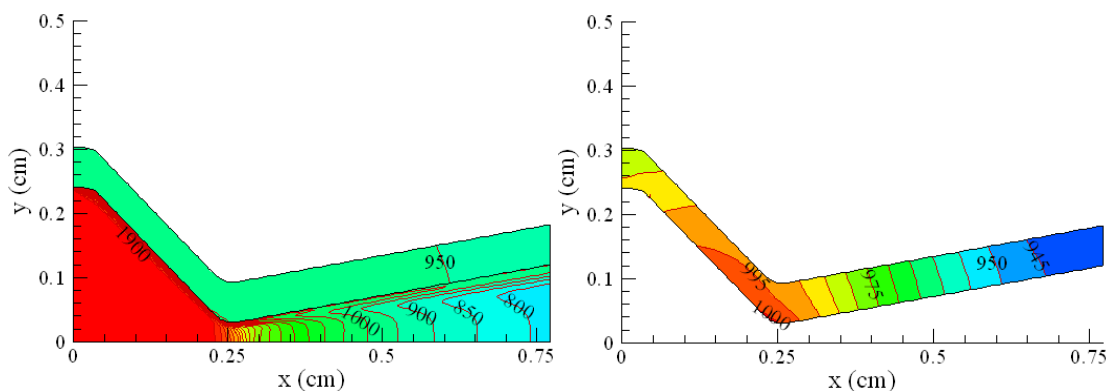
$P_0$	$P_0 = 0,5 \text{ bar}$	$P_0 = 1,2 \text{ bar}$
$F^*$	76,56 %	79,45 %
$I_{sp}^*$	78,18 %	81,55 %

Tableau 10. Comparaison des performances en fonction de  $P_0$ .

On voit bien que la performance est améliorée avec l'augmentation de la pression.



(a)  $P_0 = 0,5 \text{ bar}$



(b)  $P_0 = 1,2 \text{ bar}$

Figures 13. Courbes isothermes dans le fluide et dans la paroi.

## 5. Tuyère multicouche

Les études précédentes ont montrées que les parois des tuyères sont confrontées à de forts gradients thermiques qui sont le résultat de niveaux élevés des températures mises en jeu dans l'écoulement. L'optimisation et l'amélioration des performances de ces tuyères passent donc par une optimisation de ses parois. Ainsi, dans ce paragraphe, on propose une analyse de parois multicouches afin de répondre à ces objectifs. Ce type de paroi présente l'avantage de combiner des matériaux classiques et de nouveaux matériaux fortement isolants, barrières thermiques par exemple, permettant d'obtenir un bon compromis entre les matériaux disponibles et les objectifs à atteindre (performance, résistance, volume, etc...).

Les parois bicouches ou multicouches étudiées comporte donc un substrat en Molybdène (*Mo*) d'épaisseur *1 mm* et un revêtement de type barrière thermique (BT) constitué par une couche de liaison en Molybdène également et une couche en matériau céramique en (*Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>*, *ZrO<sub>2</sub>*, *YSZ*, (*ZrO<sub>2</sub>+Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>*)). Le tableau 12 donne les propriétés thermiques et mécaniques de ces matériaux et la tableau 13 donne les caractéristiques de la tuyère étudiée.

Propriétés	$\lambda$ (W/m.K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	C(J/kg.K)	T <sub>f</sub> (K)	$\alpha$ (10 <sup>-6</sup> /K)	$\nu$	E (GPa)
<i>Mo</i> (substrat) (6% porosité)	83.7	9588	318	2610	6.6	0.356	110
<i>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></i>	4.	3500	1000	2040	6.9	0.25	390
<i>ZrO<sub>2</sub></i> [77,79]	2.	2300	1365	2953	9	0.29	16.6
<i>YSZ</i> ( <i>ZrO<sub>2</sub>+Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub></i> )	1.12	5600	590	-	11.5	0.26	32

Tableau 12. Propriétés thermiques et mécaniques des matériaux étudiés.

$\beta$	$\alpha$	$r_{col}$ (cm)	$\epsilon_e$	$\epsilon_s$	$P_0$ (bar)	$T_0$ (°K)	$L_t$ (cm)	Conditions de paroi
20°	45°	1,5	6	3	2,5	2300	17,5	Adiabatique

Tableau 13. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

Nous proposons donc de simuler un certain nombre de cas à deux couches, cas 1 à 5 et à quatre et huit couches, cas 6 et 7, permettant d'analyser les influences de la nature des matériaux et de leurs dimensions, voir tableau 11.



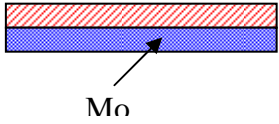
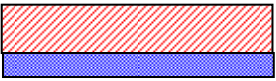
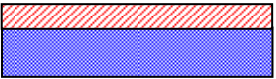


Cas	Nombre couches	Nature et dimension couches	Epaisseur totale	Schéma
1	2	Mo ( $e_1=1\text{ mm}$ ) AL <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ( $e_2=1\text{ mm}$ )	2 mm	Influence du matériau 
2	2	Mo ( $e_1=1\text{ mm}$ ) ZrO <sub>2</sub> ( $e_2=1\text{ mm}$ )	2 mm	
3	2	Mo ( $e_1=1\text{ mm}$ ) YSZ ( $e_2=1\text{ mm}$ )	2 mm	
4	2	Mo ( $e_1=1\text{ mm}$ ) YSZ ( $e_2=4\text{ mm}$ )	5 mm	Influence de l'épaisseur 
5	2	Mo ( $e_1=4\text{ mm}$ ) YSZ ( $e_2=1\text{ mm}$ )	5 mm	
6	4	2 (Mo ( $e_1=1\text{ mm}$ )) 2 (YSZ ( $e_2=1.5\text{ mm}$ ))	5 mm	Structure stratifiée 
7	8	4 (Mo ( $e_1=0.5\text{ mm}$ )) 4 (YSZ ( $e_2=0.75\text{ mm}$ ))	5 mm	

Tableau 11. Exemples de cas simulés.

Pour tous les cas, l'épaisseur du substrat (Mo) est de  $1\text{ mm}$ .

Pour les cas 1, 2 et 3, les épaisseurs des couches sont identiques, seule la nature du matériau change.

Pour les cas 4 et 5, l'épaisseur totale est identique mais on change celle des couches.

Les cas 6 et 7 correspondent à des structures stratifiées à 4 et 8 couches avec une même épaisseur totale. La figure 14 montre un schéma de cette structure pour le cas 6.

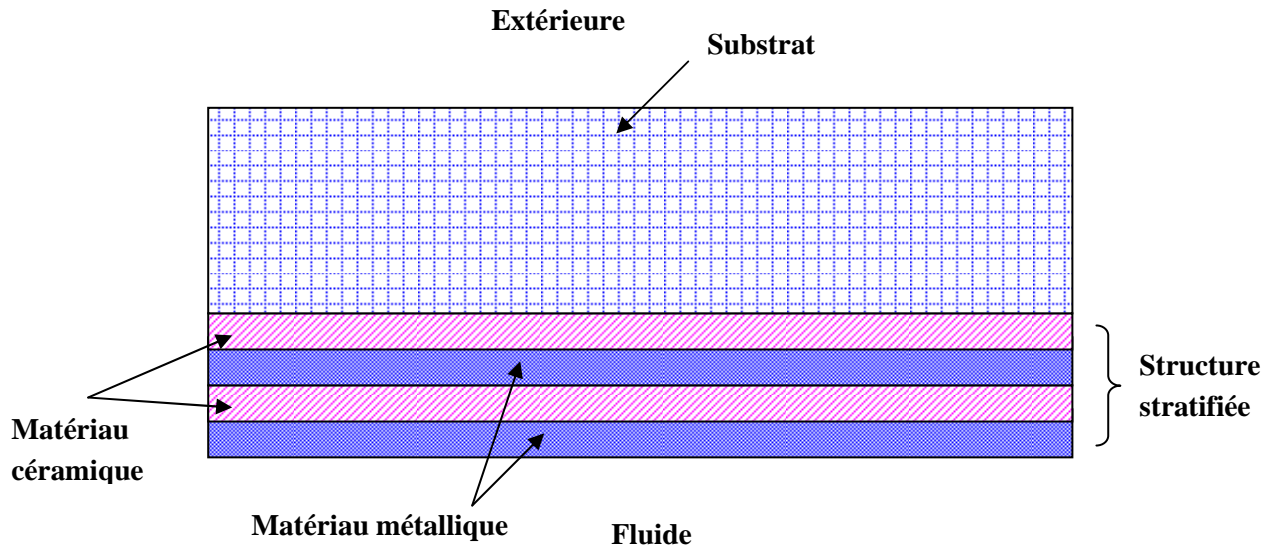
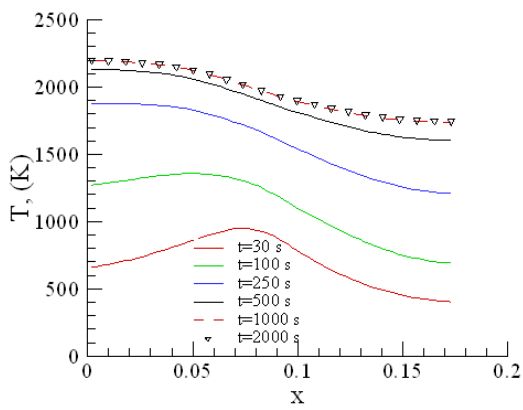


Figure 14. Schéma d'une structure multicouche stratifiée.

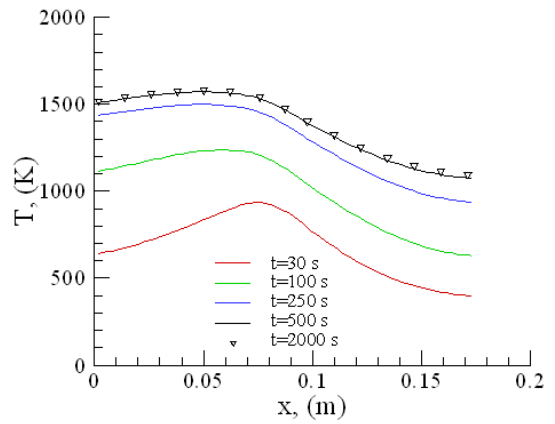
### 5.1. Analyse transitoire

Les évolutions des profils de températures, pour le cas 1, le long de l'interface solide-fluide et sur la surface extérieure de la paroi, sont respectivement présentées, sur les figures 15a, b et c et 16a, b et c, pour  $h=0, 100$  et  $1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

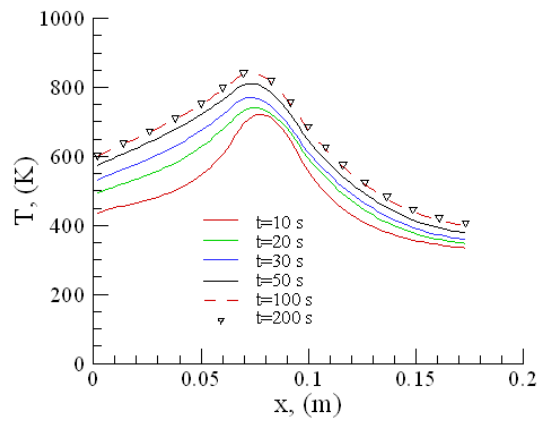
Dès les premiers instants on constate, pour les trois cas présentés, que ces profils présentent un maximum au voisinage du col de la tuyère dont la valeur décroît avec la valeur de  $h$ . Avec le temps, on remarque, pour les faibles valeurs de  $h$  ( $h < 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ) que les températures maximales sont localisées à l'entrée de la tuyère et sur une bonne partie du convergent avant de subir une baisse plus importante dans le divergent. Pour les valeurs de  $h$  élevées, ces profils gardent la même forme depuis les premiers instants et évoluent dans des proportions plus faibles comparées aux petites valeurs de  $h$ , avec un léger décalage des maxima vers l'amont du col au cours du temps sur pratiquement toute la période transitoire. L'observation des figures 15 et 16 montrent que les écarts de températures (interface-surface extérieure) augmentent en fonction du coefficient d'échange (de l'ordre de  $100 \text{ K}$  en régime stationnaire pour  $h=1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ).



(a)  $h=0$  (adiabatique)

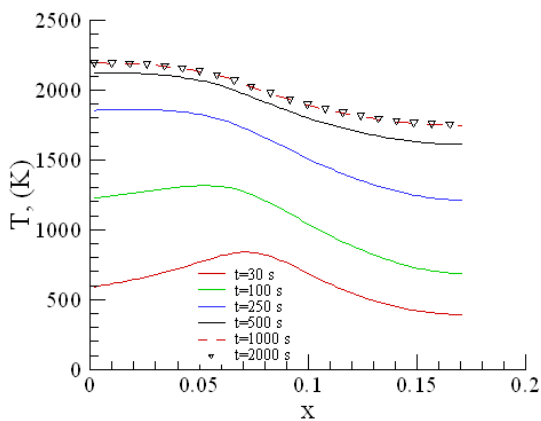


(b)  $h=100 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$

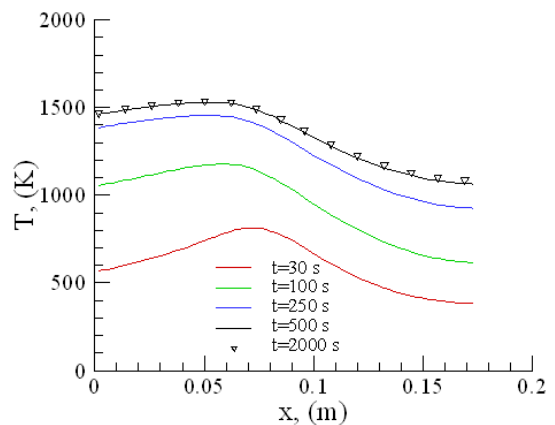


(c)  $h=1000 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$

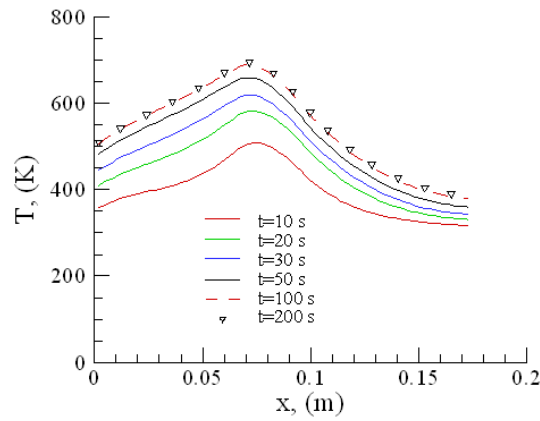
Figure 15. Evolutions des distributions de la température le long de l'interface solide-fluide pour différentes valeurs de  $h$ , cas 1.



(a)  $h=0$ , adiabatique



(b)  $h=100 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$



(c)  $h=1000 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$

Figures 16. Evolutions des distributions de la température le long de la surface extérieure de la paroi, pour différentes valeurs de  $h$ , cas 1.

L'évolution de la température interfaciale, présentée sur la figure 17, pour  $h=0$ ,  $100$  et  $1000 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$  et pour trois points localisés au convergent  $x/L=0.2$ , au col  $x/L=0.5$  et dans le divergent  $x/L=0.8$ , donne une idée sur les temps de réponse dans le solide. Ils sont d'une part, de plus en plus faibles en fonction de  $h$  et de plus en plus long au fur et à mesure que l'on avance dans la tuyère.

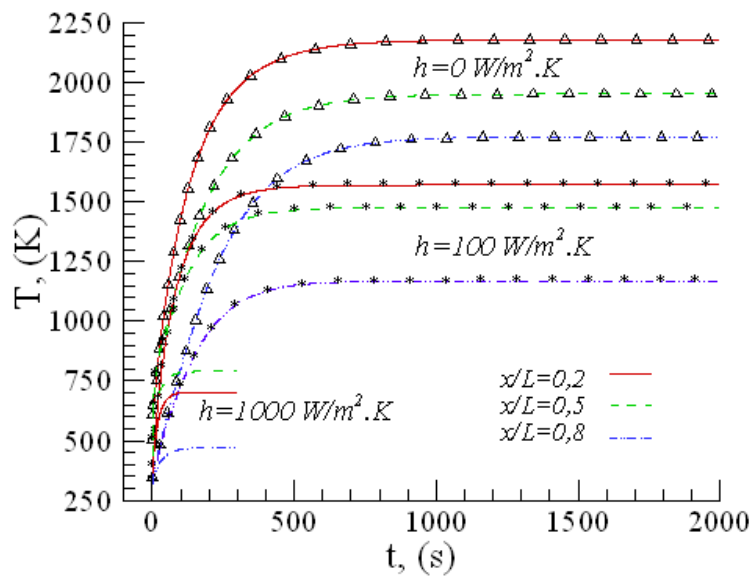
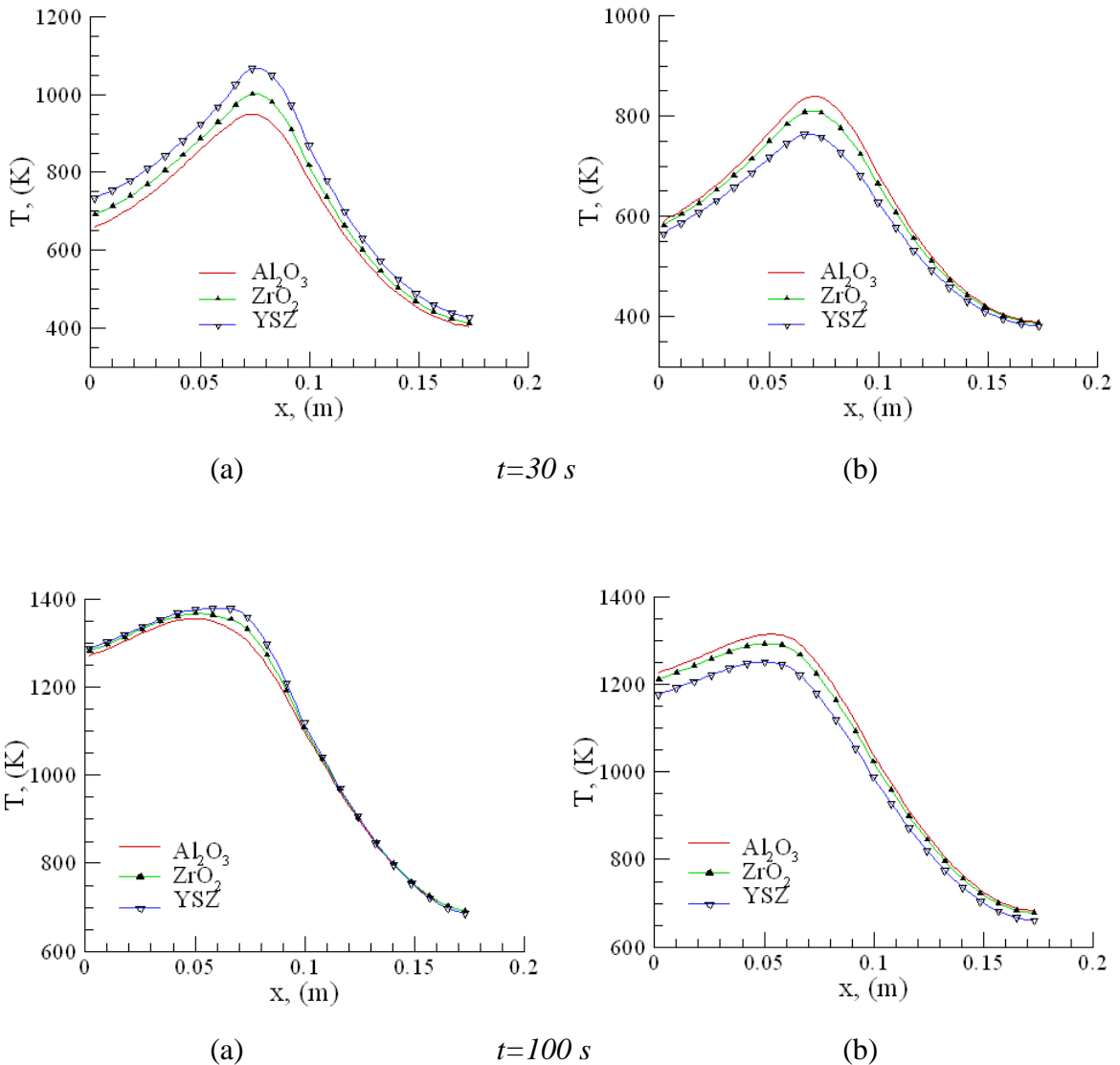


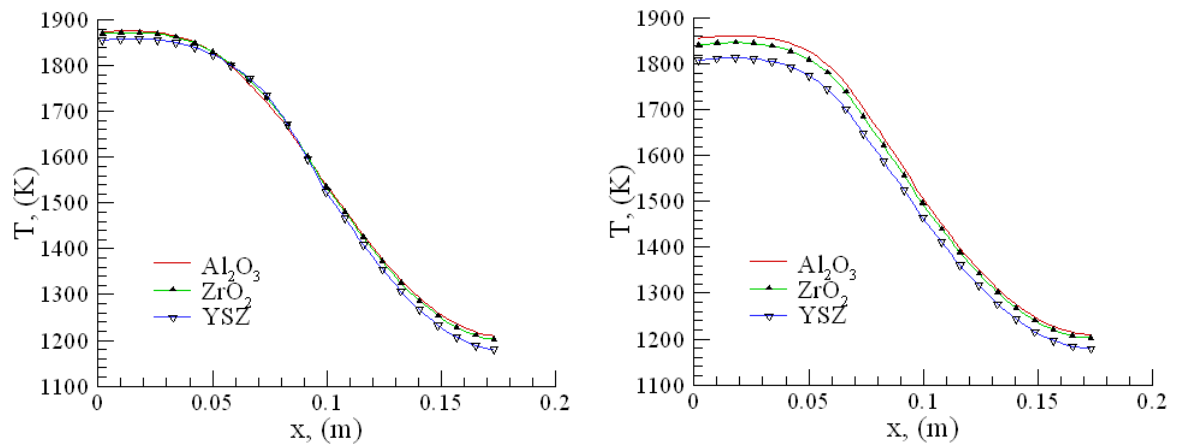
Figure 17. Evolution de la température interfaciale aux points  $x/L=0.2$ ,  $0.5$  et  $0.8$ , cas 1.

## 5.2. Influence de la nature du matériau

La comparaison des distributions de températures à l'interface et à l'extérieur, obtenues pour les cas tests (1, 2 et 3) pour trois matériaux différents ( $Al_2O_3$ ,  $ZrO_2$ , YSZ), est présentée sur les figures 18 respectivement aux instants  $t=30\text{ s}$ ,  $100\text{ s}$ ,  $250\text{ s}$ ,  $500\text{ s}$  et  $1000\text{ s}$ .

La configuration 3 en YSZ présente une température d'interface plus importante que celles obtenues dans les autres cas et en revanche une température plus faible sur la surface extérieure de la paroi durant les premiers instants du régime transitoire. Cet écart continue à décroître au cours du temps jusqu'à atteindre une valeur très faible en régime stationnaire. A cause de la faible conductivité thermique du YSZ, le cas 3 s'avère donc un bon exemple de barrière thermique et peut donc répondre aux exigences thermiques de façon plus efficace que les autres cas.

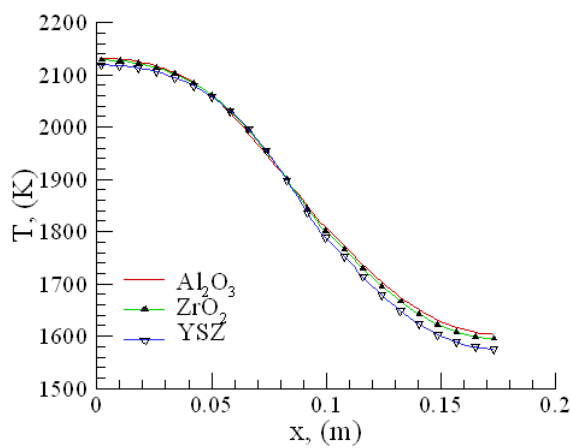




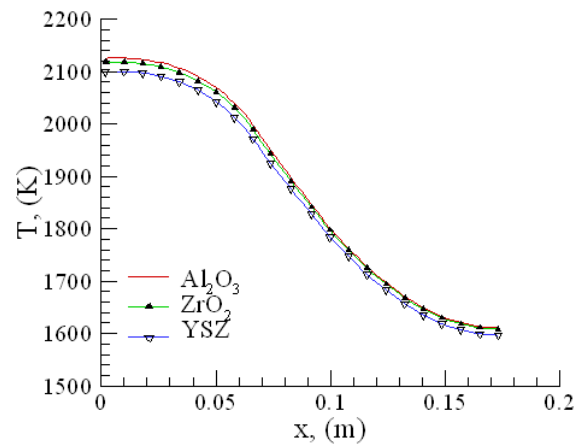
(a)

 $t=250\text{ s}$ 

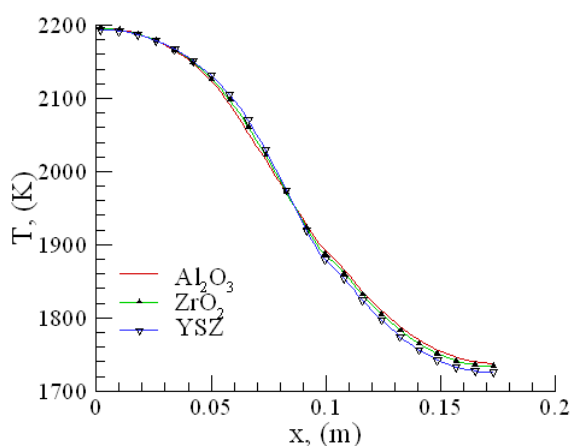
(b)



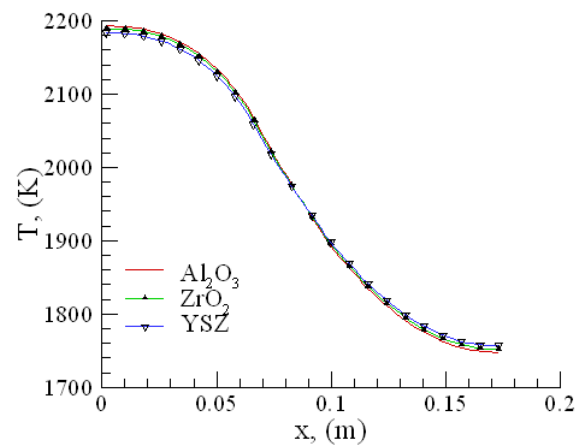
(a)

 $t=500\text{ s}$ 

(b)



(a)

 $t=1000\text{ s}$ 

(b)

Figures 18. Comparaison des distributions des températures

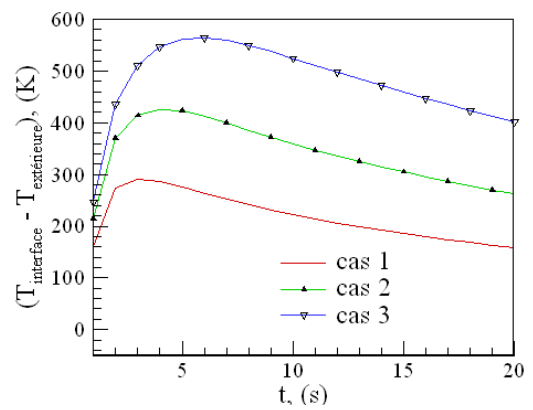
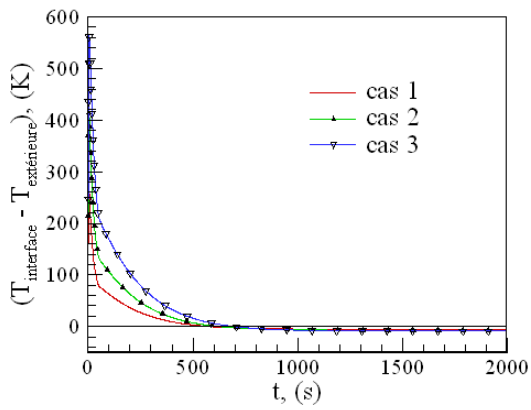
(a) le long de l'interface, (b) à l'extérieur, cas 1, 2 et 3.

Sur les figures 19 a et b, on présente respectivement les évolutions des écarts de température entre l'interface et l'extérieur de la paroi au col  $x/L=0.5$  et dans le divergent à  $x/L=0.8$ , pour trois valeurs de  $h$ . Dans les premiers instants du régime transitoire, on peut observer au niveau du col, une différence importante pour les 3 types de matériaux étudiés, qui diminue au fur et à mesure qu'on avance dans le divergent. L'écart le plus élevé est obtenu pour le matériau dont la conductivité thermique est la plus faible (cas 3, YSZ) pour toutes les valeurs de  $h$ .

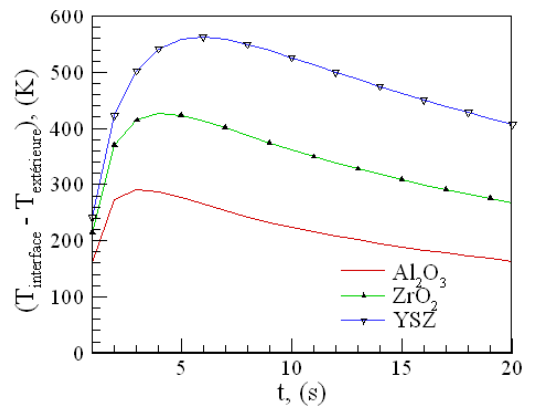
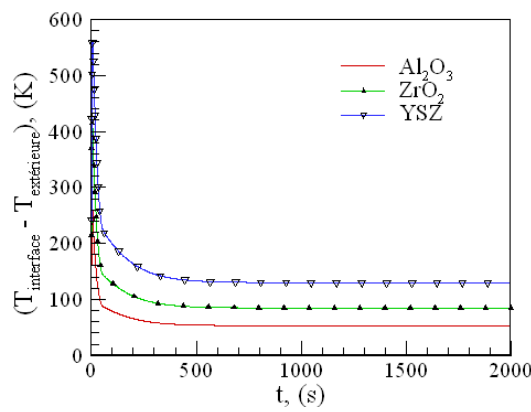
Pour le cas adiabatique, cet écart de températures au col décroît et tend pratiquement vers zéro en régime stationnaire et devient négatif au fur et à mesure qu'on avance dans le divergent.

Les effets de refroidissement se traduisent par un écart de températures, en régime permanent, qui augmente en fonction de  $h$ .

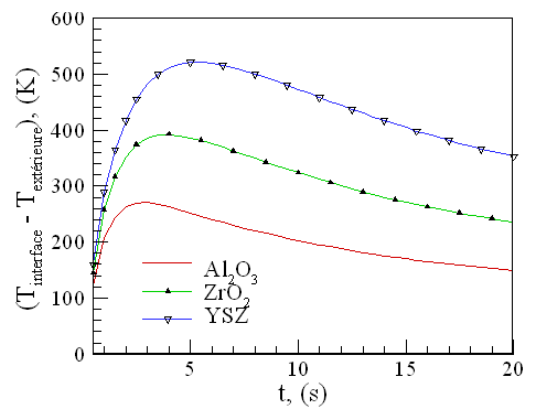
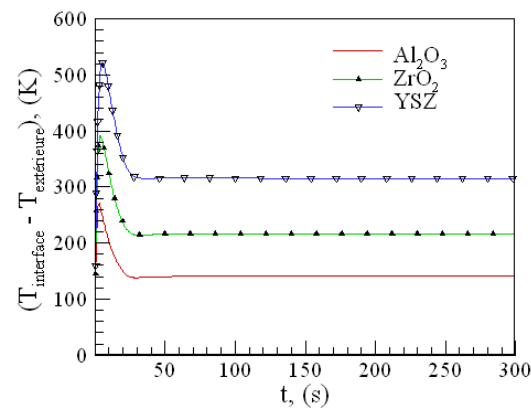
Cette analyse montre que le matériau céramique YSZ est le plus adapté et le plus apte à répondre aux variations thermiques importantes en provenance du fluide.



$h=0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$



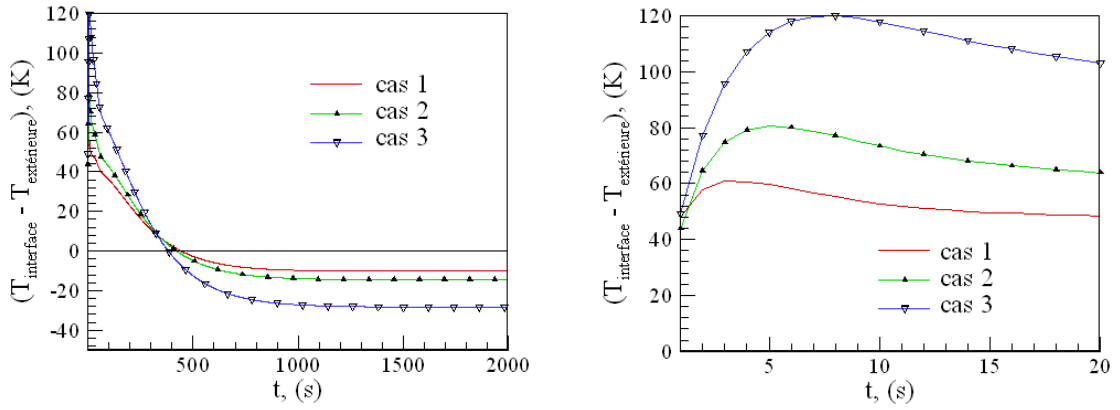
$h=100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$



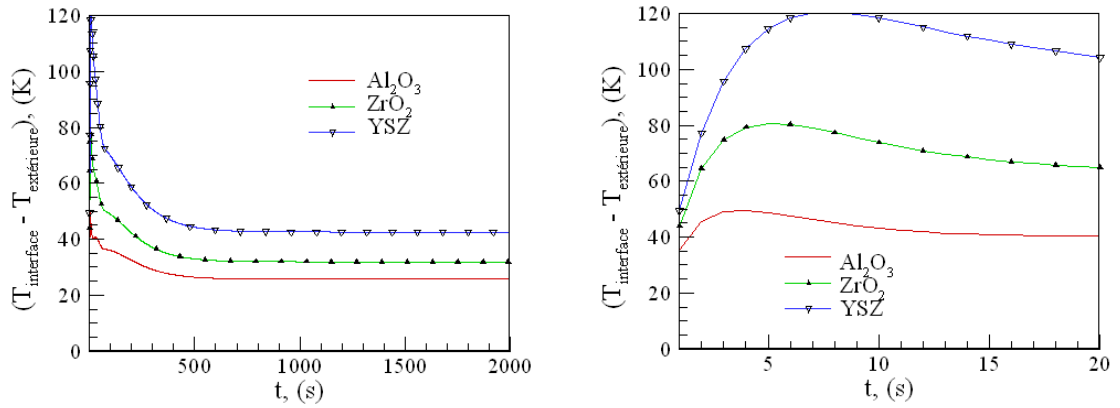
$h=1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Figures 19a. Evolution de la différence de températures entre l'interface et l'extérieur de la paroi au col,  $x/L=0.5$ .

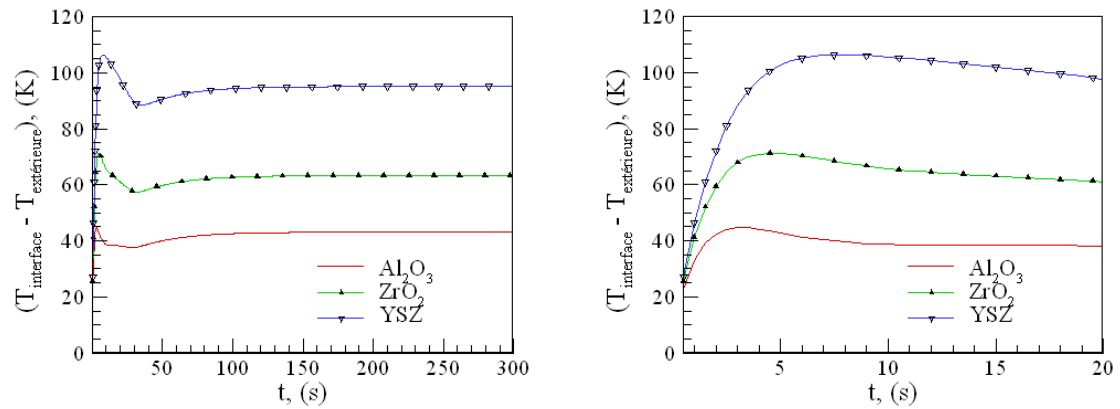




$h=0 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$



$h=100 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$



$h=1000 \text{ W}/(\text{m}^2.\text{K})$

Figures 19b. Evolution de la différence de températures entre l'interface et l'extérieur de la paroi dans le divergent,  $x/L=0,8$ .

### 5.3. Influence de l'épaisseur des couches

#### 5.3.1 Effet de l'épaisseur de la couche céramique (cas 3 et 4)

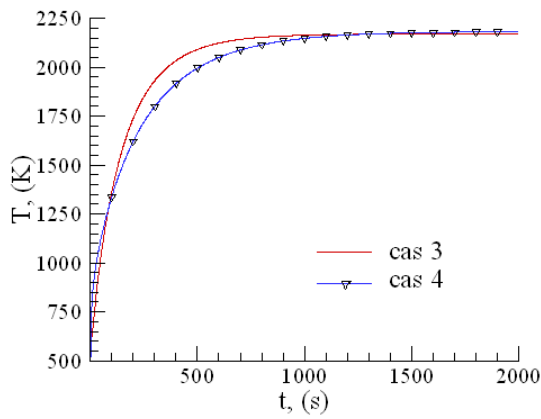
Le cas 4 diffère du cas 3 par une épaisseur plus grande de Zircone YSZ égale à 4 mm.

Une comparaison entre ces deux cas, des évolutions des températures à l'interface et à l'extérieur de la paroi, est présentée sur les figures 20a, b et c, respectivement dans le convergent,  $x/L=0,2$ , au col,  $x/L=0.5$  et dans le divergent,  $x/L=0.8$ .

Les températures obtenues dans le cas 3 se stabilisent relativement plus vite que celles obtenues dans le cas 4 à cause de l'épaisseur élevée de Zircone YSZ.

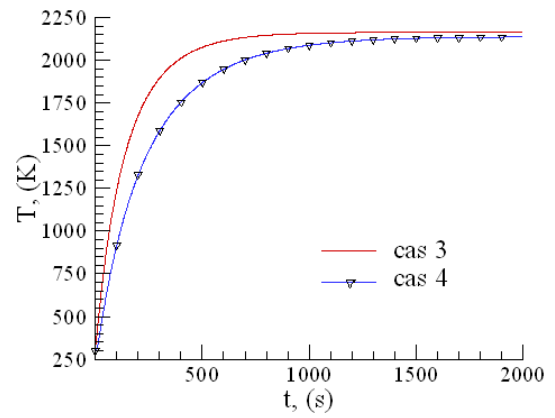
Dans le convergent et dans le col, les températures à l'interface et sur la surface extérieure se stabilisent sur une valeur identique pour les deux cas 3 et 4, alors que dans le divergent, on observe une convergence vers une valeur légèrement plus élevée pour le cas 4.

A l'interface, on remarque aussi une croissance des températures à l'instant  $t=1200$  s. La différence maximale des températures obtenues dans les deux cas est de l'ordre de  $250$  K, atteinte à  $t=400$  s.

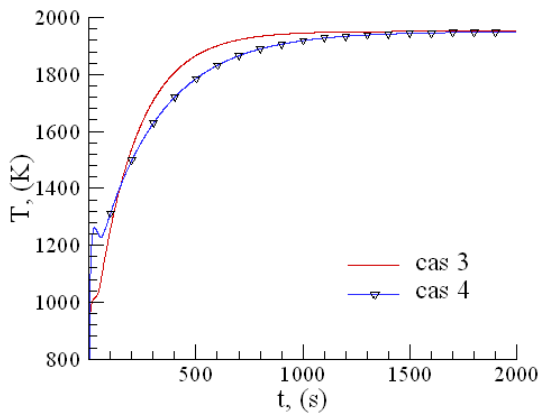


(1)

(a)  $x/L=0,2$

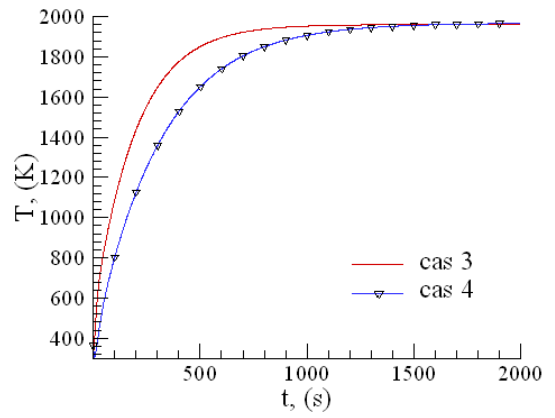


(2)

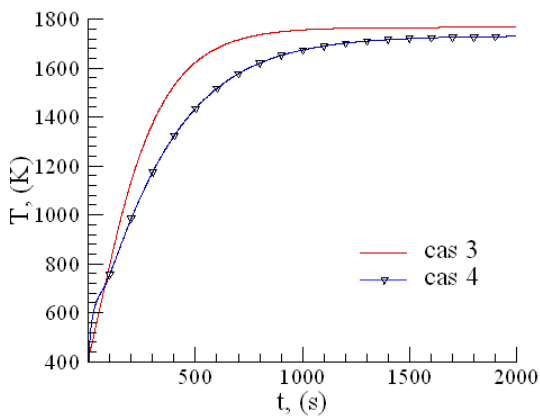


(1)

(b)  $x/L=0,5$

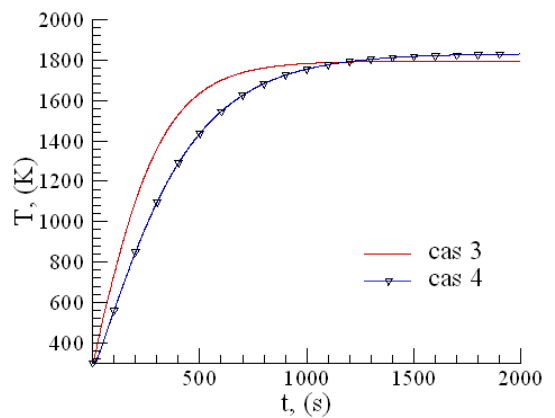


(2)



(1)

(c)  $x/L=0,8$



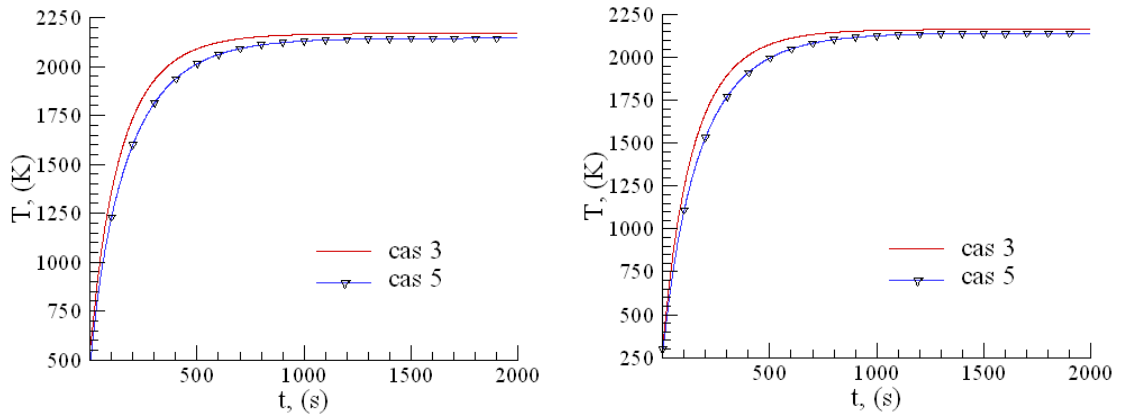
(2)

Figures 20. Evolution de la température à l'interface(1) et à l'extérieur (2), cas 3 et 4.

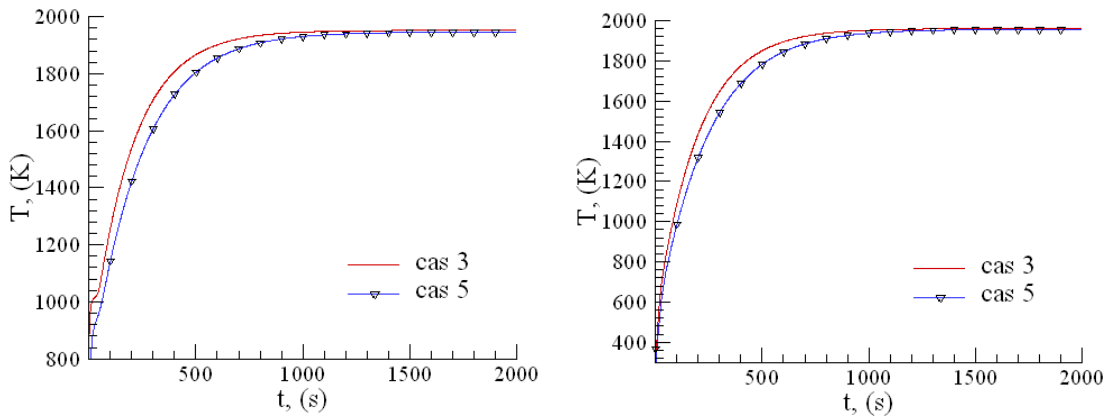
### **5.3.2 Effet de l'épaisseur de la couche liaison (cas 3 et 5)**

Le cas 5 diffère du cas 3 par une épaisseur plus grande de la couche de liaison en Molybdène *Mo*.

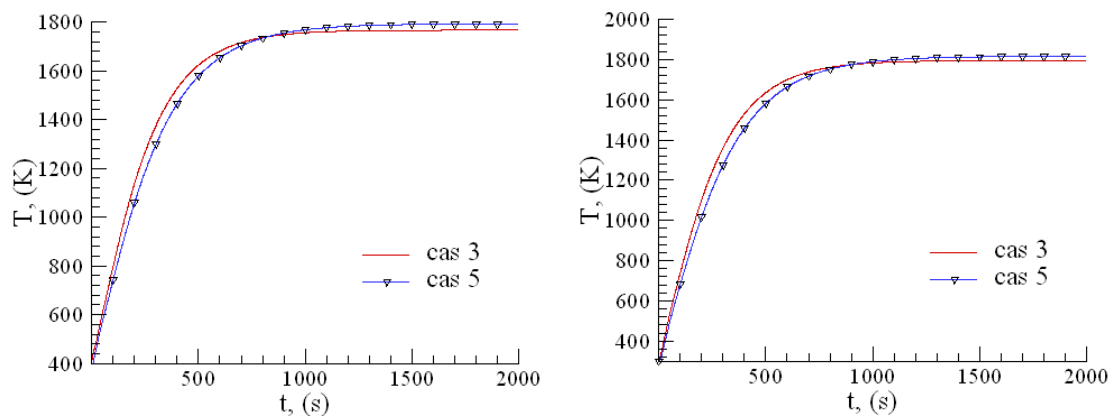
Sur les figures 21a, b et c, on présente une comparaison de l'évolution des températures de l'interface solide-fluide et de la surface extérieure dans le convergent, au col et dans le divergent aux mêmes points. On observe des tendances similaires à celles obtenues précédemment entre les cas 3 et 4 avec cependant des écarts encore plus faibles, dus principalement à une conductivité plus importante du Molybdène utilisé comme couche de liaison, comparée à celle de la céramique.



(1) (a)  $x/L=0,2$  (2)



(1) (b)  $x/L=0,5$  (2)



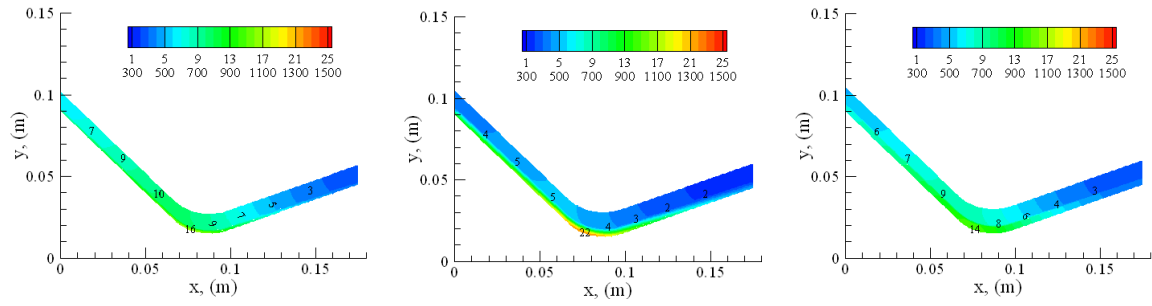
(1) (a)  $x/L=0,8$  (2)

Figures 21. Evolutions de la température (1) à l'interface (2) à l'extérieur, cas 3 et 5.

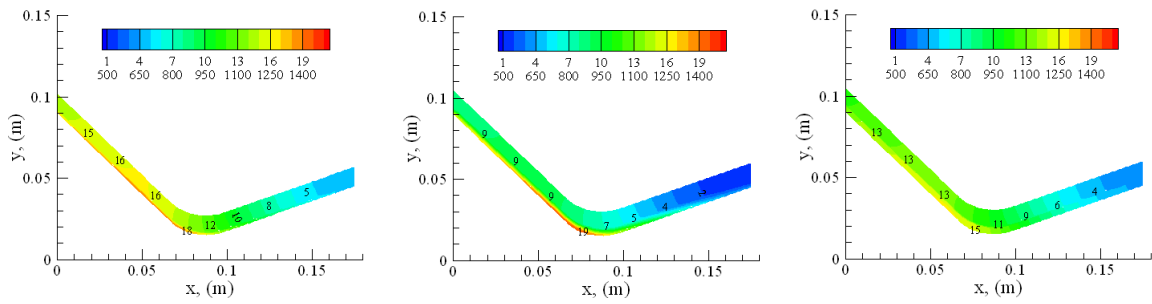
L'ensemble des remarques et analyses décrites ci-dessus peuvent à nouveau être observées sur les évolutions des courbes isothermes de la paroi, présentées sur les figures 22a-d, pour les cas 3, 4 et 5, aux instants  $t=30, 100, 500$  et  $1000$  s. Au cours du temps, on remarque que le maximum des températures se décale du col vers l'entrée de la tuyère pour tous les cas. La température la plus faible dans le substrat et la plus élevée dans la couche céramique sont obtenues pour le cas 4.

Les profils de température dans la section du col,  $x/L=0,5$ , aux instants  $t=30, 100$  et  $500$  s, sont présentés respectivement sur les figures 23 pour trois valeurs du coefficient d'échange  $h$ .

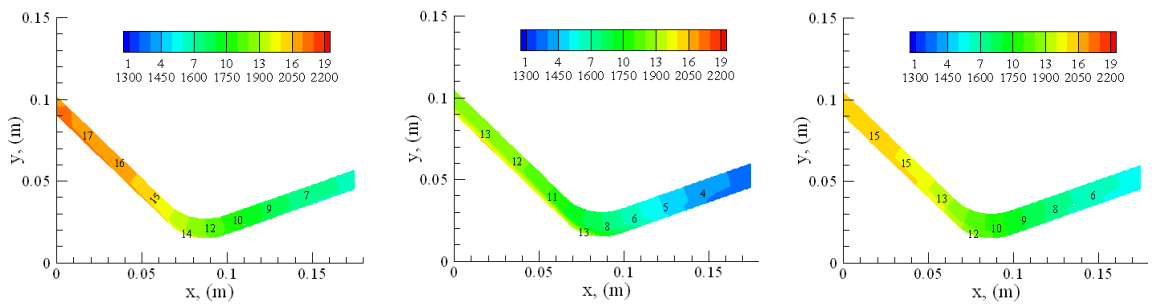
Le cas 4 qui correspond à couche de céramique (YSZ) plus épaisse que dans les cas 3 et 5, présente le plus d'écart de températures avec des températures maximales et minimales respectivement supérieures et inférieures à celles obtenues avec les autres cas, sauf pour  $h=0$  à  $t=500$  s. Le cas 3 donne, pour tous les cas présentés, des températures maximales comprises entre celles des cas 4 et 5 sauf pour  $h=0$  à  $t=500$  s et des températures minimales supérieures aux autres. Pour les valeurs élevées de  $h$ , les températures minimales (dans le substrat) pour les cas 3 et 5 deviennent quasiment identiques au cours du temps.



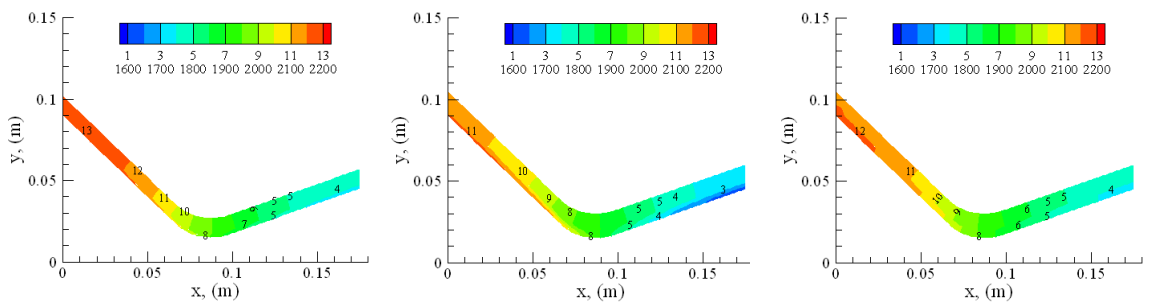
(a)  $t=30$  s



(b)  $t=100$  s



(c)  $t=500$  s



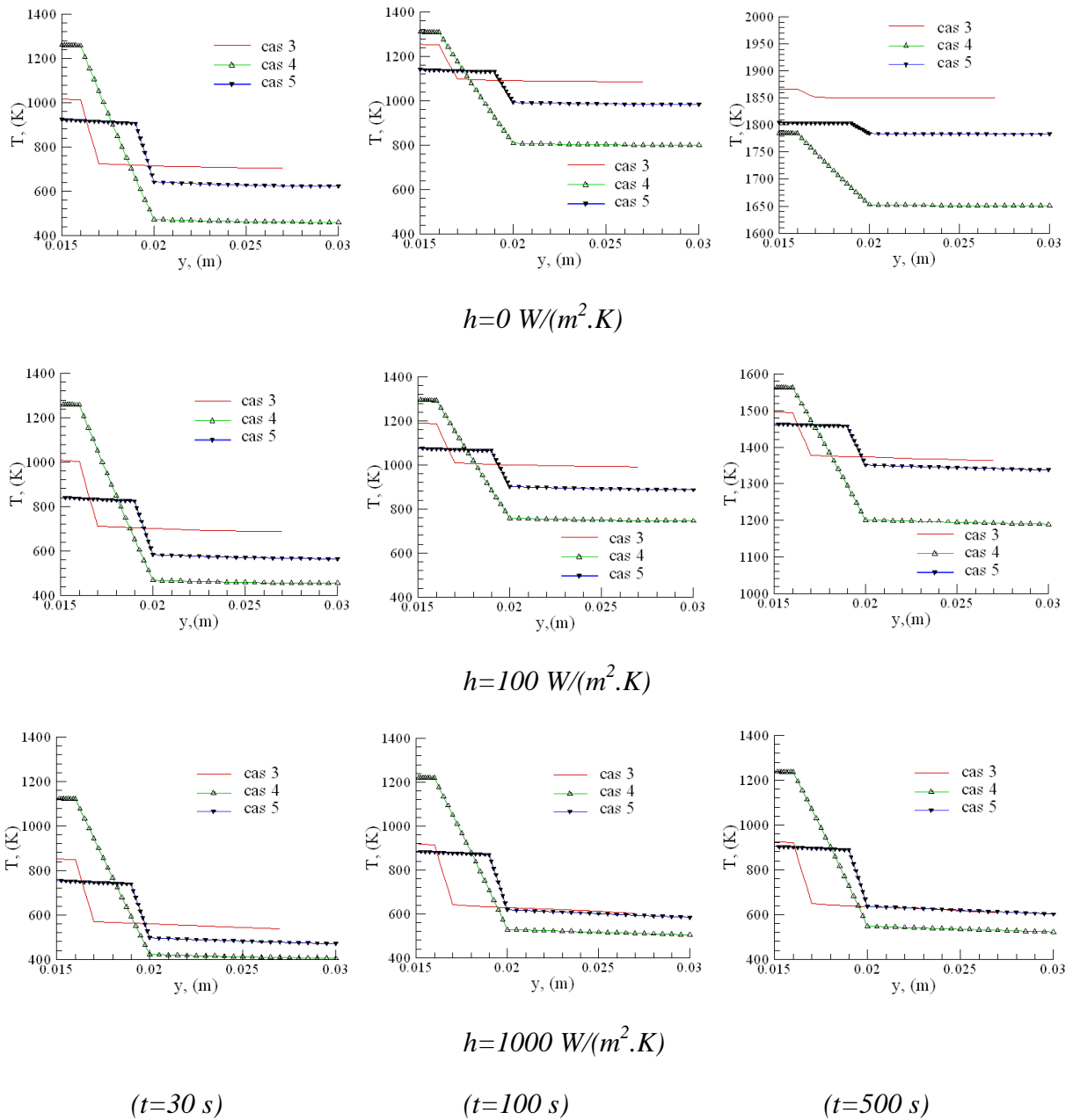
(1)

(2)

(3)

(d)  $t=1000$  s

Figures 22a-d. Courbes isothermes dans la paroi : (1) cas 3, (2) cas 4, (3) cas 5



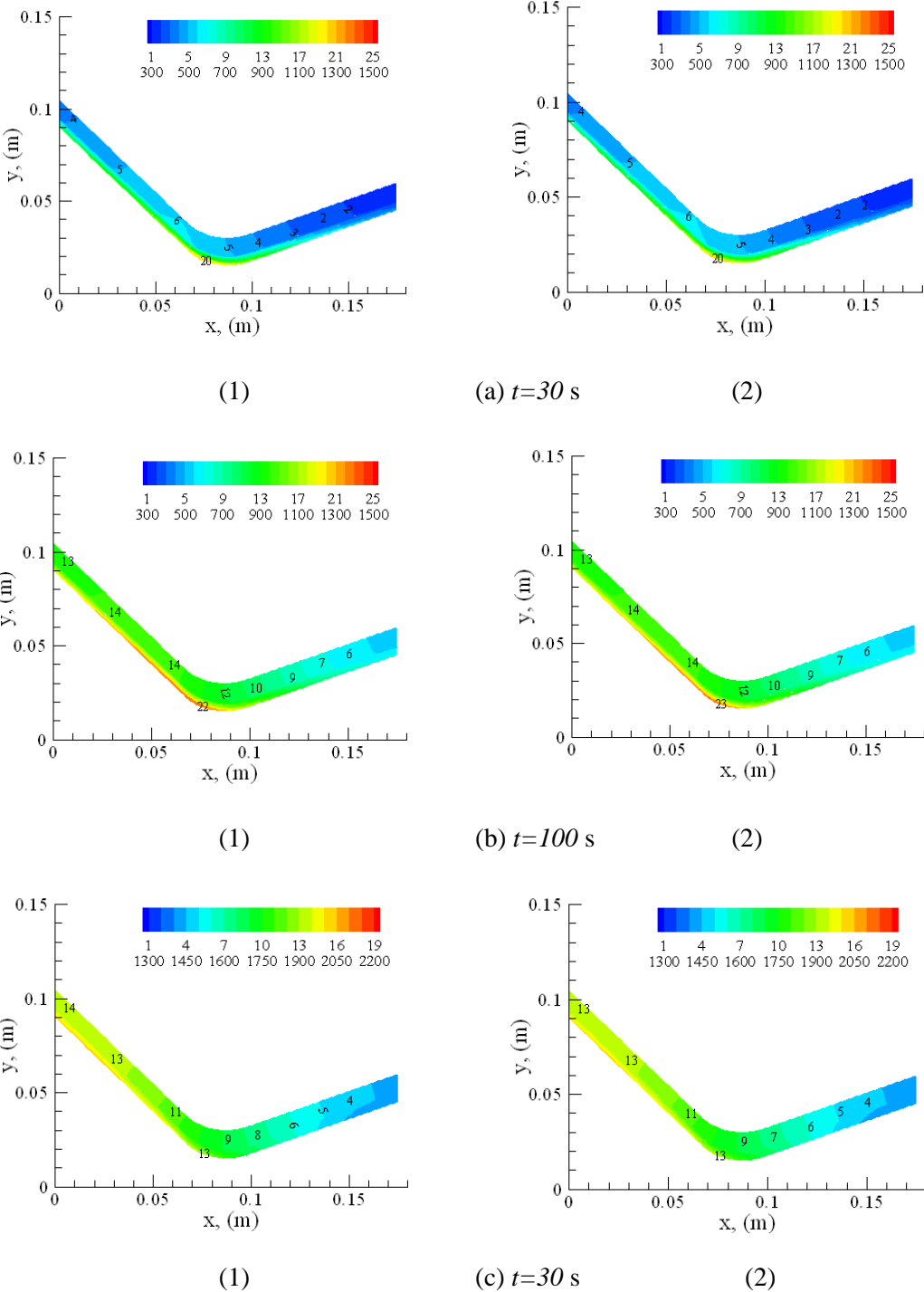
Figures 23. Profils de température en  $x/L=0,5$ , cas 3, 4 et 5

#### 5.4. Multicouche en structure stratifiée

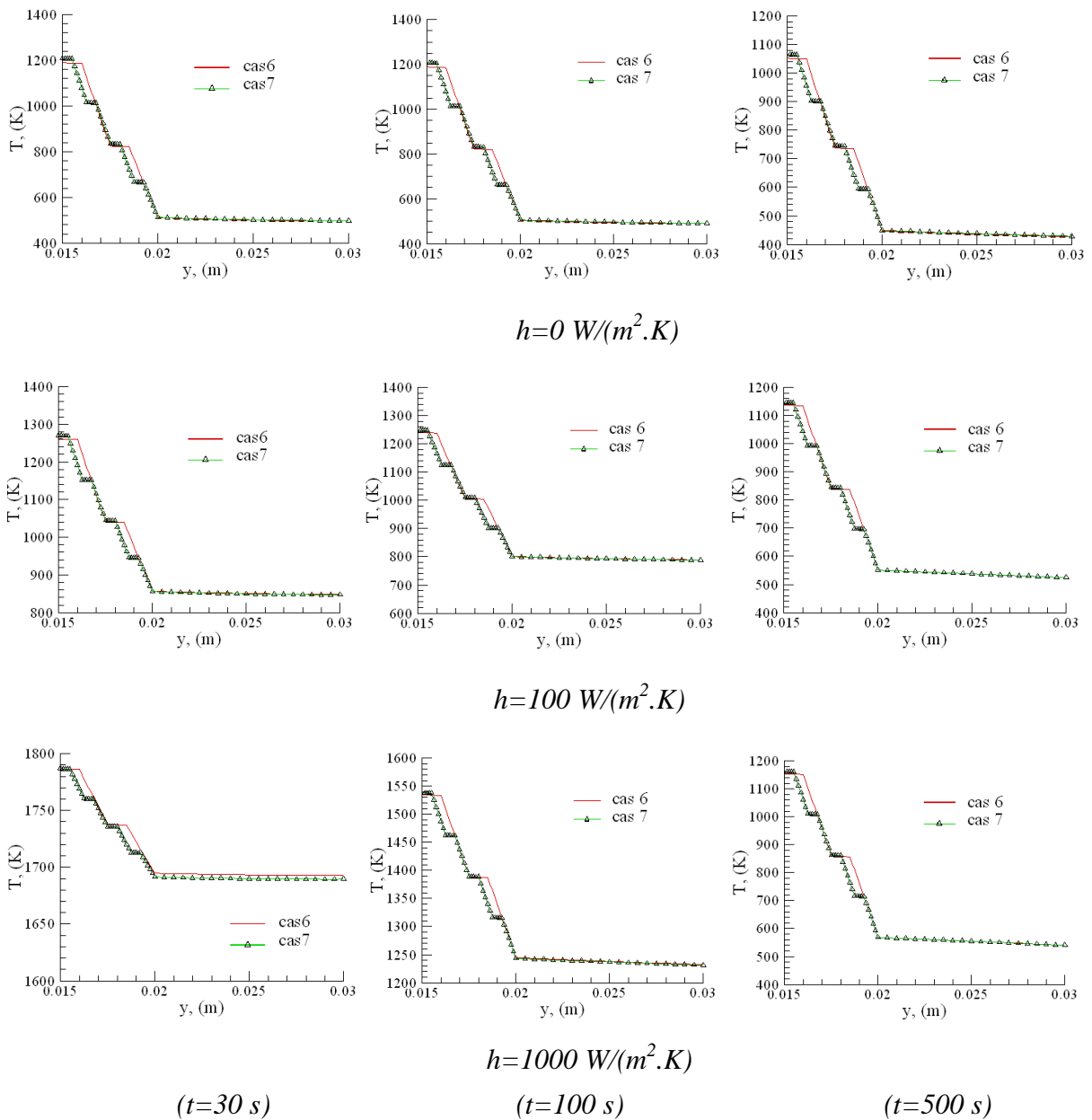
Les évolutions des courbes isothermes, présentées sur les figures 24a-c, et les profils de températures au col, figures 25, montrent que la multiplication du nombre de couches (4 couches pour le cas 6 et 8 pour le cas 8), d'épaisseurs égales, a peu d'influence sur les niveaux et les écarts de températures au sein de la paroi. En revanche, au cours du temps, on observe, (pour  $t > 100$  s), une augmentation des écarts de températures ( $T_{max}-T_{min}$ ) nettement plus élevée que celle observée pour les cas 3, 4 et 5 précédemment. En régime stationnaire, on relève des températures



maximales identiques  $T_{max}=2200\text{ K}$  et un écart de l'ordre de  $900\text{ K}$  pour les cas 6 et 7, contre  $600\text{ K}$  pour le cas 3, 4 et 5. Ce résultat permet de confirmer un domaine de fonctionnement plus adéquat pour le substrat, matériau de base pour la structure stratifiée. L'analyse des profils de températures au col, en fonction du coefficient d'échange, montre une augmentation au cours du temps, plus importante des écarts de températures (interface-extérieur) pour les valeurs élevées de  $h$ .



Figures 24a-c. Courbes isothermes dans la paroi, (1) cas 6, (2) cas 7.



Figures 25. Profils de température en  $x/L=0,5$ , cas 6 et 7.

## 6. Couplage thermomécanique

Le code ANSYS est utilisé pour résoudre le problème mécanique. Le champ thermique transitoire est introduit dans le code ANSYS pour analyser le comportement mécanique de la tuyère. Le langage APDL est utilisé pour réaliser le transfert des données thermiques entre le code développé pour le couplage paroi-fluide et ANSYS, voir figure 26. Rappelons que l'étude mécanique est

limitée uniquement au cas thermo-élastique, et que les aspects dynamiques sont supposés négligeables et que les sollicitations extérieures sont uniquement d'origine thermique.

Le calcul des champs de déplacements et de déformations est obtenu à chaque instant ; les champs de contraintes sont ensuite calculés à partir des relations déformations/contraintes.

Les propriétés thermomécaniques des matériaux étudiés précédemment dans les cas tests 1 à 7 sont présentées dans le tableau 12.

Tous les matériaux sont supposés homogènes et isotropes dans le modèle mécanique. Le contact entre les différentes couches est supposé parfait (pas de déplacement relatif à l'interface).

La structure solide de la tuyère est fixée à son extrémité gauche : déplacement nul suivant les directions  $x$  et  $y$ . La température de référence pour le calcul des déformations est supposée uniforme :  $T_0=300 K$ .

Les calculs ont été réalisés en état de contraintes planes avec des éléments rectangulaires de type PLAN42. Le choix de cette option suppose que la structure présente un comportement triaxial en déformation et bi axial en contrainte de l'élément.

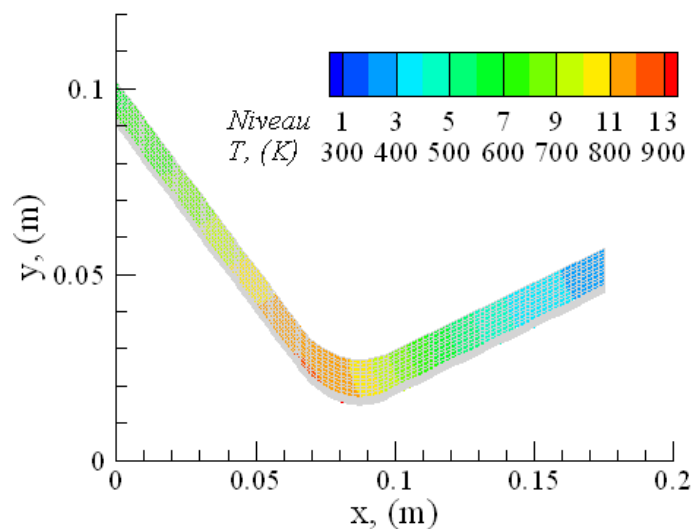


Figure 26. Exemple de transfert du champ thermique dans le code ANSYS à  $t=30$  s, cas 1.

### 6.1 Résultats thermomécaniques

Afin de mettre en évidence les effets de couplage thermique et mécanique, nous avons analysé le comportement thermomécanique de la tuyère en considérant à nouveau les cas 1 à 7 étudiés

précédemment en supposant adiabatique la surface supérieure de la paroi. L'influence de l'échange avec l'extérieur (refroidissement) sur le comportement thermomécanique sera présentée uniquement pour le cas 4. On montre enfin, sur cet exemple, cas 4, le comportement de la paroi dans le cas où l'on fixe mécaniquement ses deux extrémités gauche et droite.

Les grandeurs présentées sont : les champs thermiques, figures 27, les deux composantes des déformations ( $D_x$  et  $D_y$ ), figures 28 et 29, les deux composantes des contraintes ( $S_x$  et  $S_y$ ), figures 30 et 31 et la contrainte de Von Mises  $S_V$ , figure 32. Elles sont présentées pour deux instants du régime transitoire  $t=30$  s et  $t=1000$  s. Sur toutes les figures, nous avons superposé les configurations initiales de la tuyère, en couleur rouge, et celles déformées avec un facteur d'amplification égal à 4. Les figures 27 présentent des exemples de chargements thermiques aux instants  $t=30$  s et  $t=1000$  s, pour tous les cas tests étudiés.

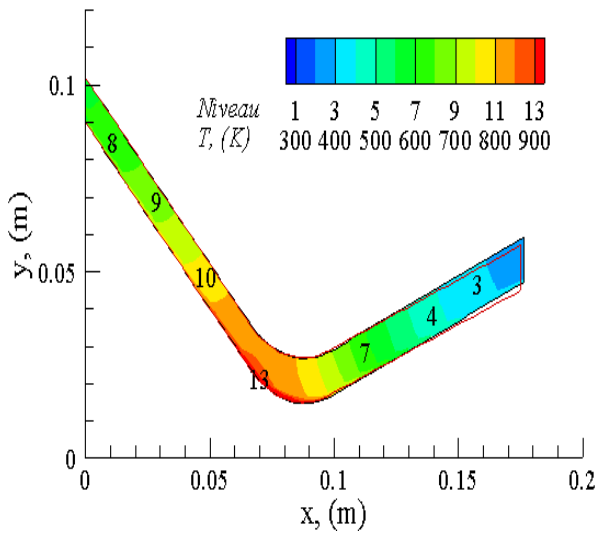
Dans les premiers instants du régime transitoire, les températures maximales se situent au col ou en amont du col pour tous les cas. Avec le temps, ces maxima continuent de croître en se décalant vers la partie amont du convergent jusqu'à atteindre l'entrée de la tuyère. On observe alors une paroi quasiment isotherme sur pratiquement la moitié de la longueur du convergent pour les cas 1, 2, et 3 du fait de leur faible épaisseur alors que pour les autres cas, ces maxima sont plutôt localisés au niveau de l'interface fluide-paroi.

L'analyse des déformations suit logiquement les tendances thermiques observées ci-dessus. Ainsi, à  $t=30$  s, on peut remarquer, que c'est au niveau du col, que l'on trouve les déplacements maximums avec des valeurs plus importantes pour les cas 4, 6 et 7. Notons que pour ces trois cas, l'existence de déplacements négatifs pour  $S_x$  à la sortie de la tuyère côté extérieur. Les déplacements transversaux les plus faibles sont observés pour les cas 1 et 2.

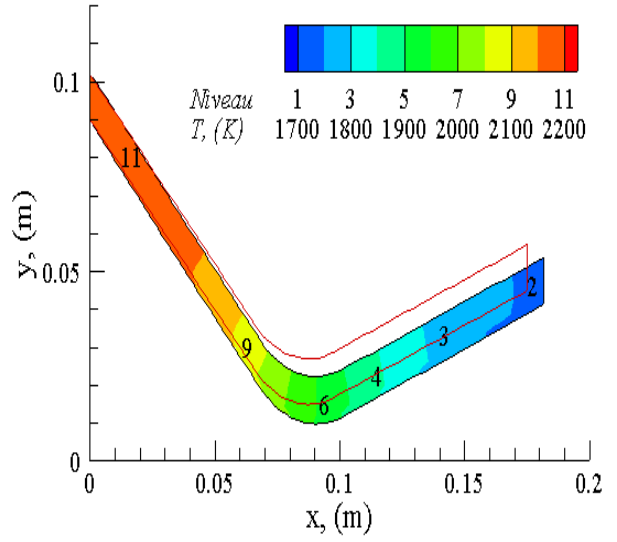
En régime stationnaire,  $t=1000$  s, les déplacements longitudinaux les plus importants se retrouvent en sortie de la tuyère pour les cas 1, 2, 3 et 5 et au col et en aval du col, côté fluide, pour les autres cas 4, 6 et 7.

D'une manière générale, le fait d'avoir fixé uniquement la tuyère du côté gauche ( $x=0$ ) s'explique par des déformations importantes au niveau du col et du divergent. On constate alors un mouvement du col vers l'aval et vers le bas pour tous les cas sauf pour le cas 4. Les déplacements du col observés pour les cas 6 et 7 étant relativement faibles comparés aux autres.

Le comportement du divergent se traduit par des déformations de la face libre selon  $\theta$ , vers le haut ou vers le bas suivant les cas, voir tableau 14. Ceci montre une modification réelle de la géométrie de la tuyère avec des changements des rayons du col et de la section de sortie et par suite des rapports d'aires, voir tableau 14, ce qui peut avoir une influence non négligeable sur les performances de la tuyère.

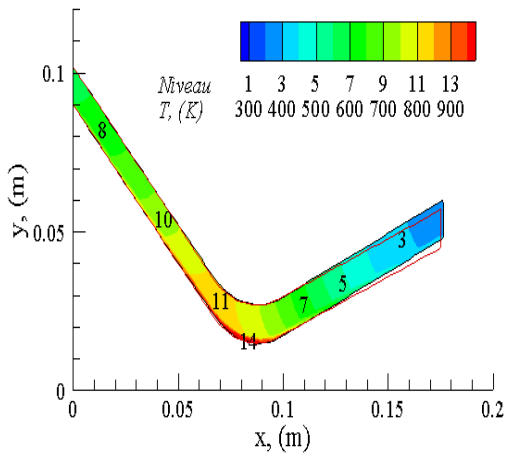


$t=30\text{ s}$

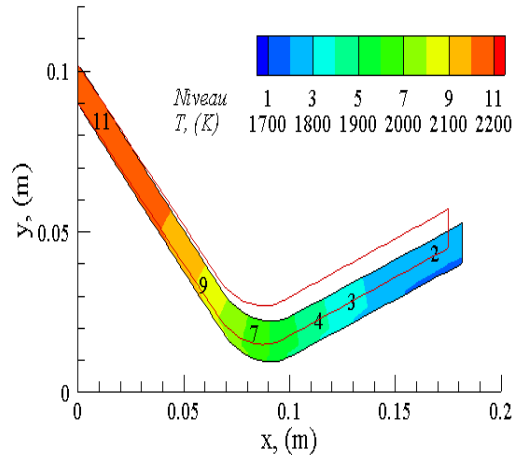


$t=1000\text{ s}$

(cas 1)

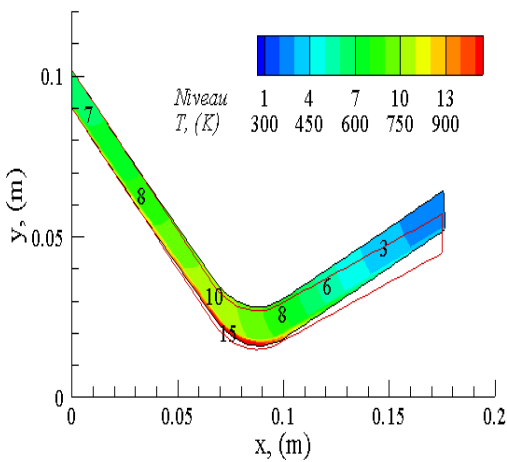


$t=30\text{ s}$

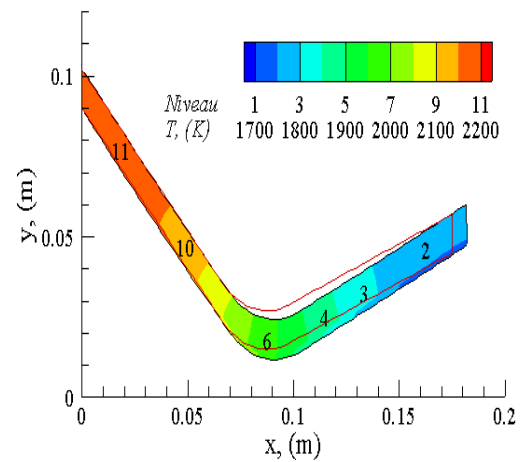


$t=1000\text{ s}$

(cas 2)

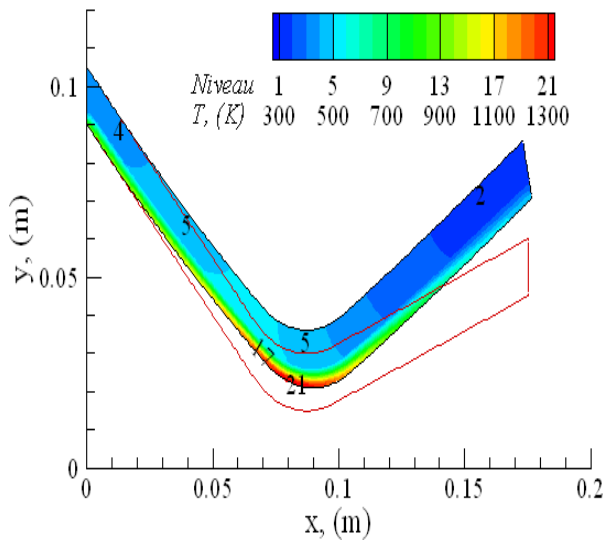


$t=30\text{ s}$



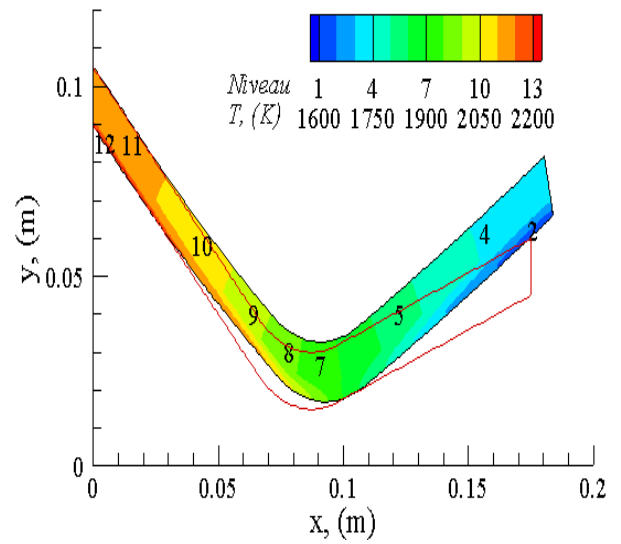
$t=1000\text{ s}$

(cas 3)

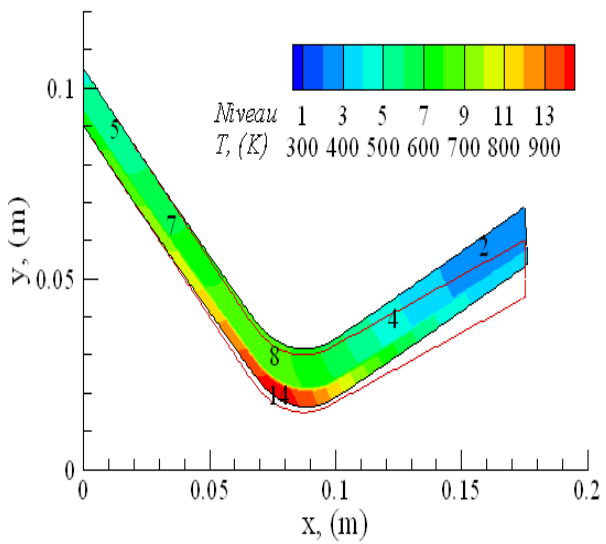


$t=30\text{ s}$

(cas 4)

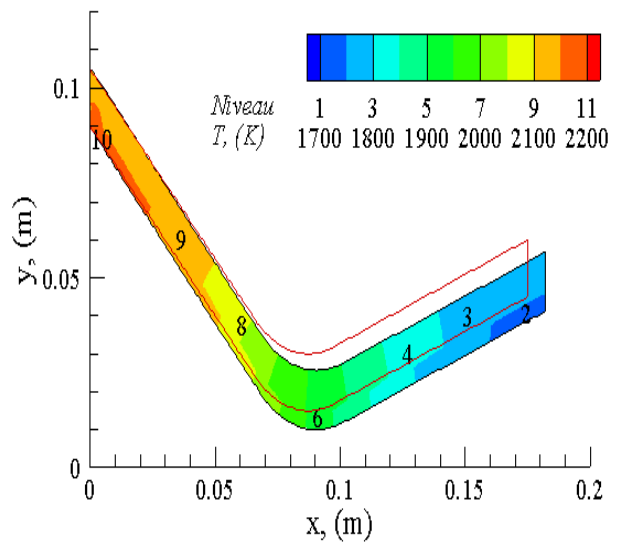


$t=1000\text{ s}$

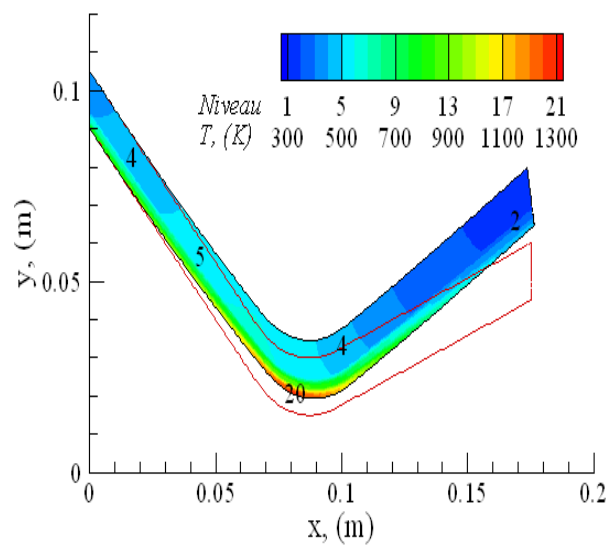


$t=30\text{ s}$

(cas 5)

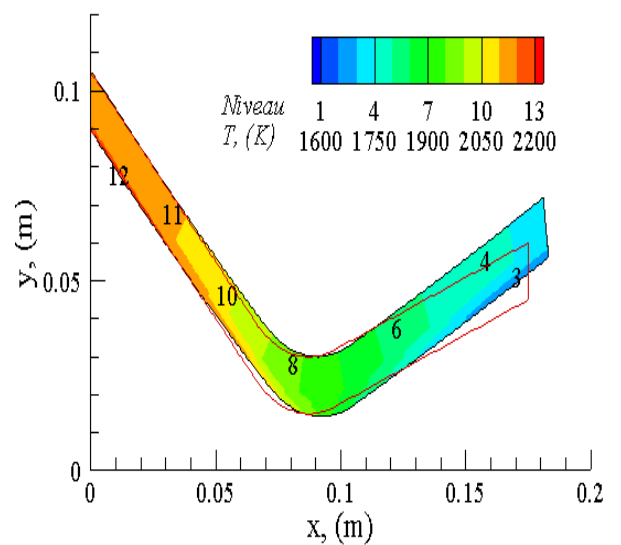


$t=1000\text{ s}$

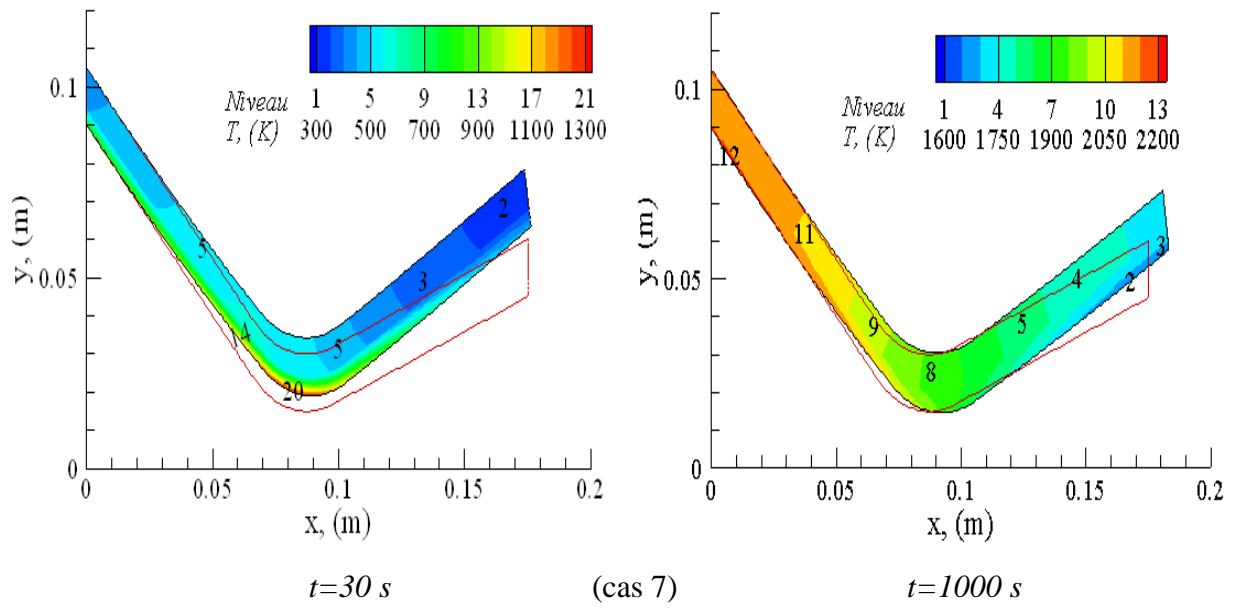


$t=30\text{ s}$

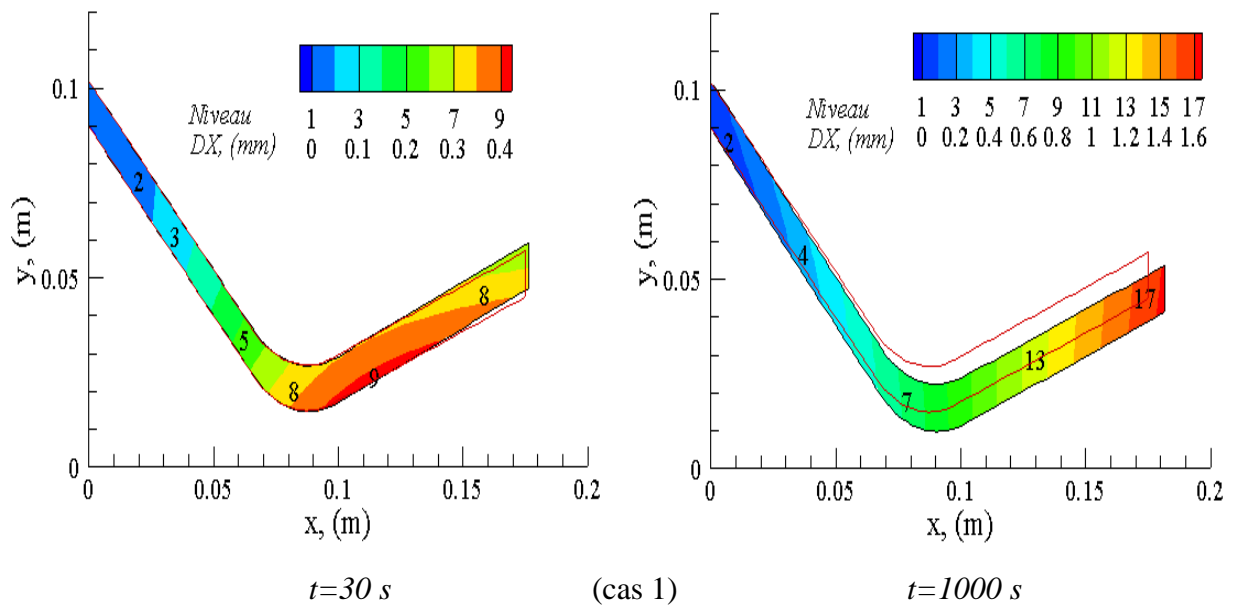
(cas 6)



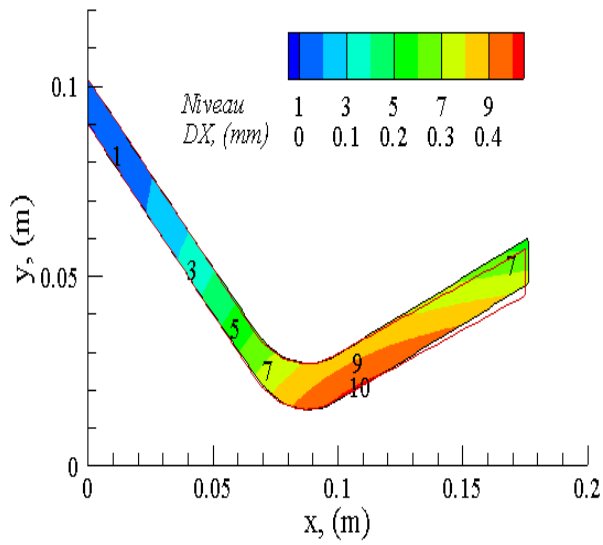
$t=1000\text{ s}$



Figures 27. Isothermes obtenues pour les cas 1 à 7 à  $t=30\text{ s}$  et  $t=1000\text{ s}$ .

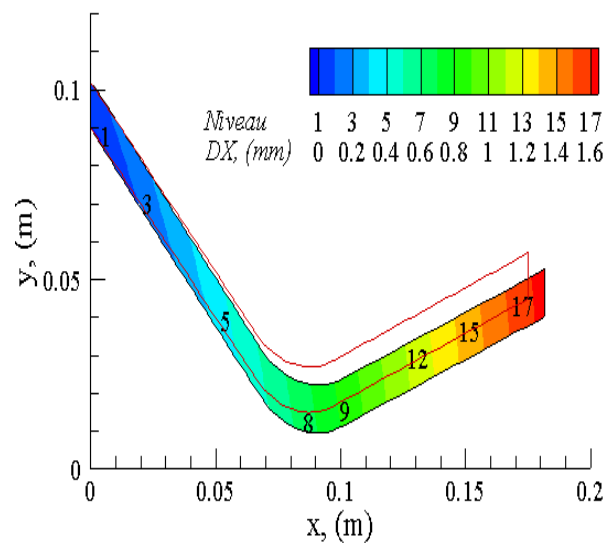




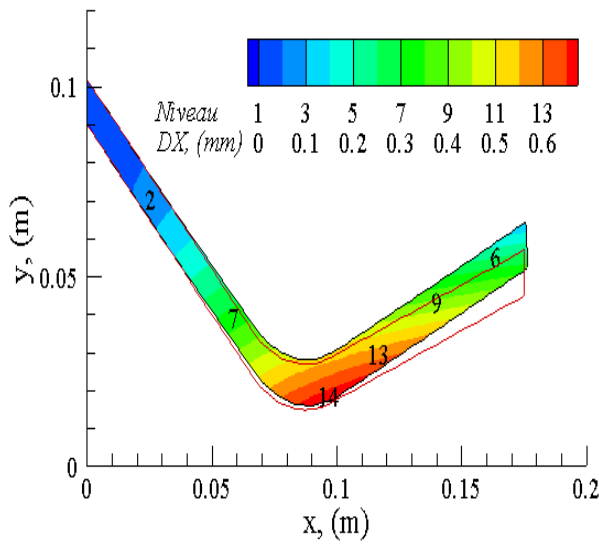


$t=30 s$

(cas 2)

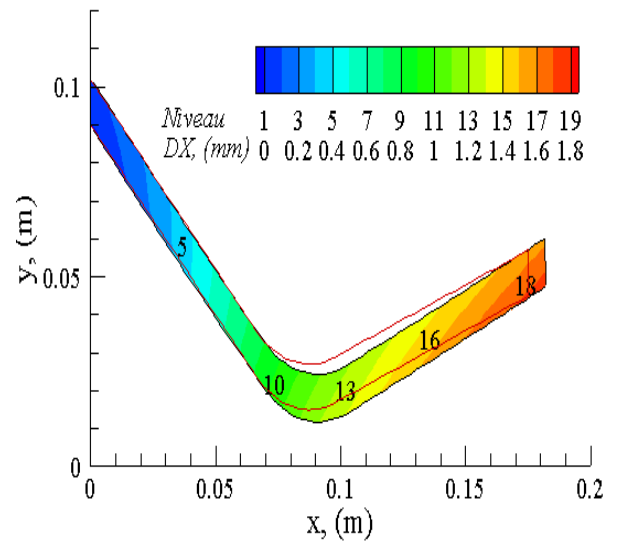


$t=1000 s$

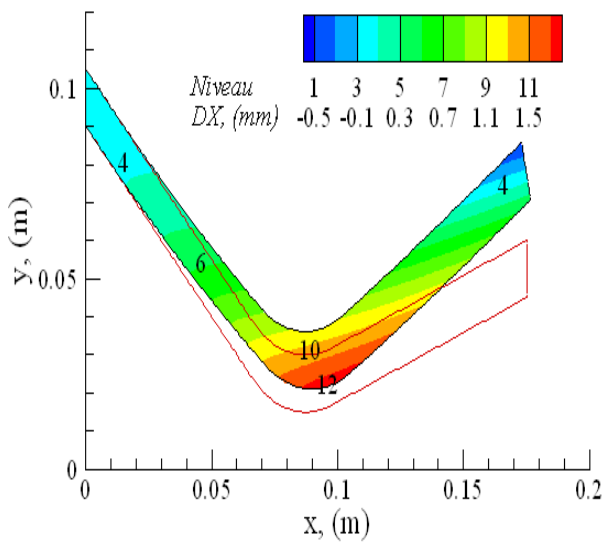


$t=30 s$

(cas 3)

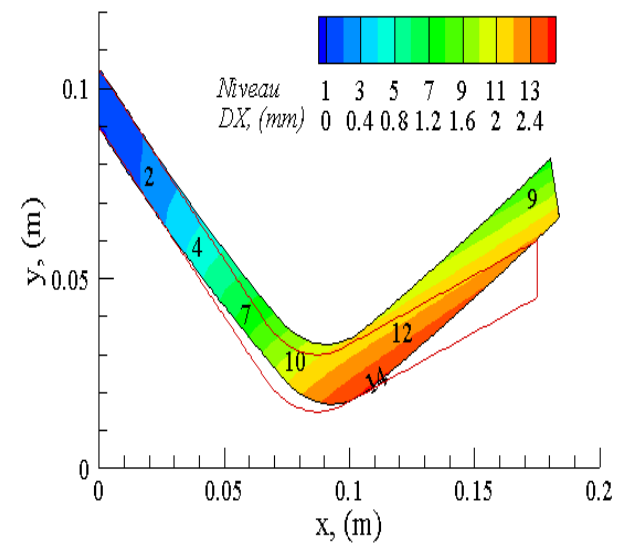


$t=1000 s$

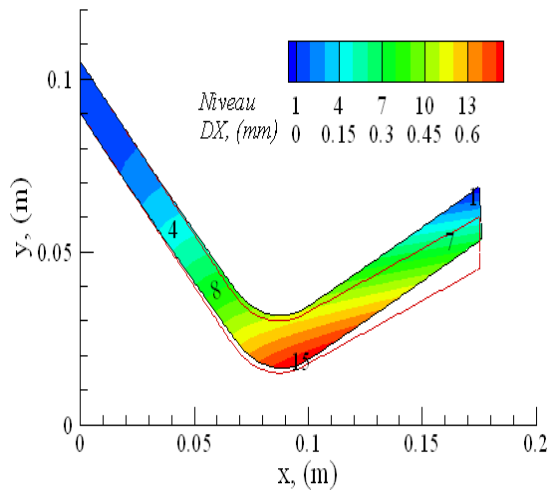


$t=30 s$

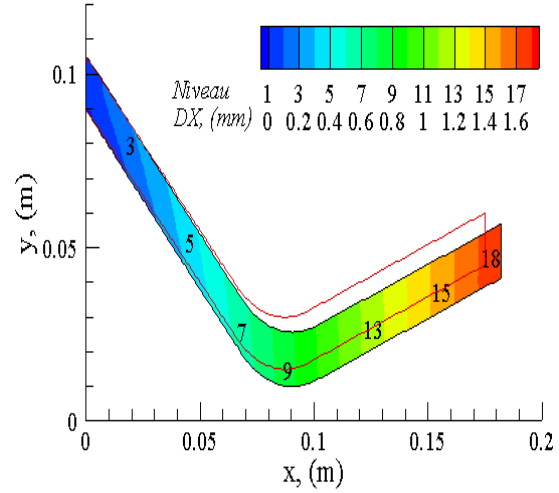
(cas 4)



$t=1000 s$

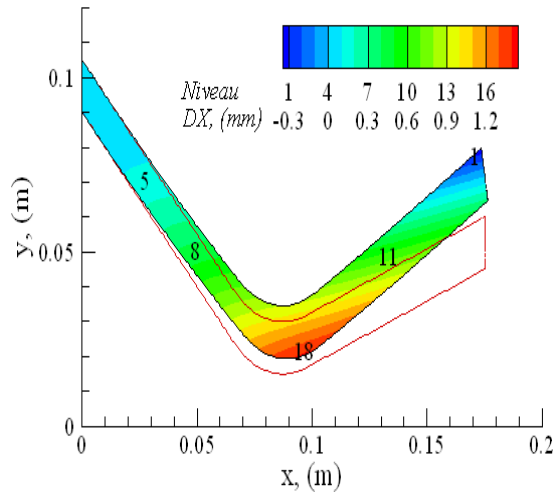


$t=30\text{ s}$

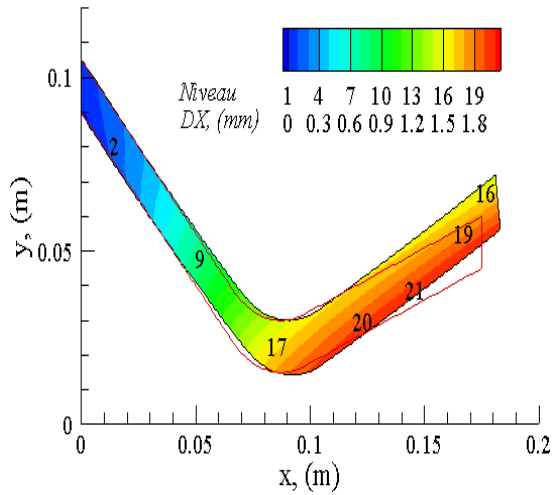


$t=1000\text{ s}$

(cas 5)

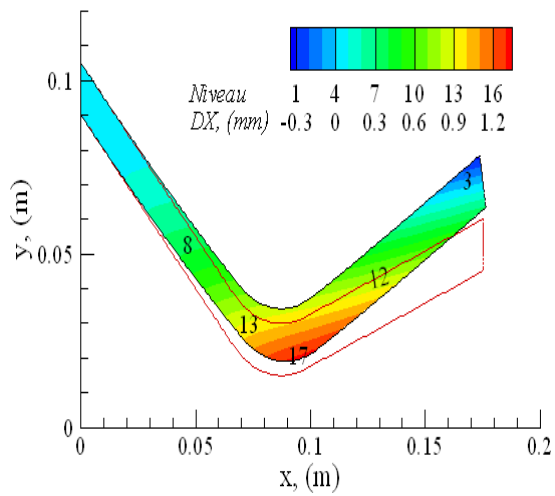


$t=30\text{ s}$

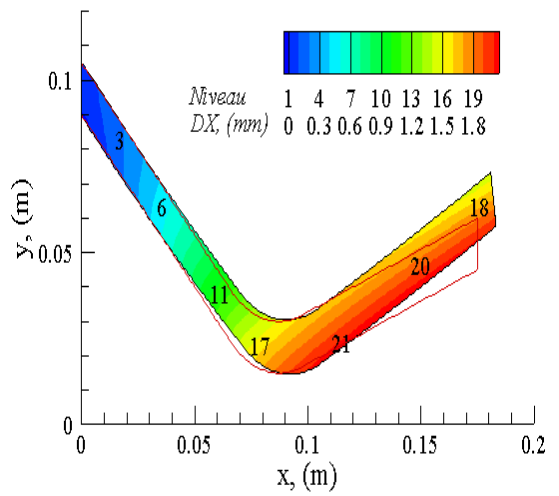


$t=1000\text{ s}$

(cas 6)



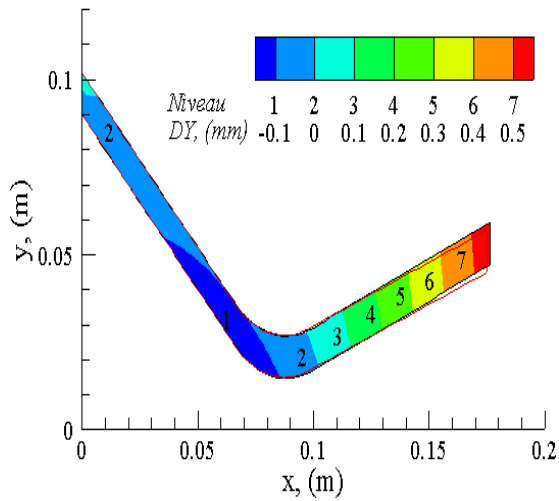
$t=30\text{ s}$



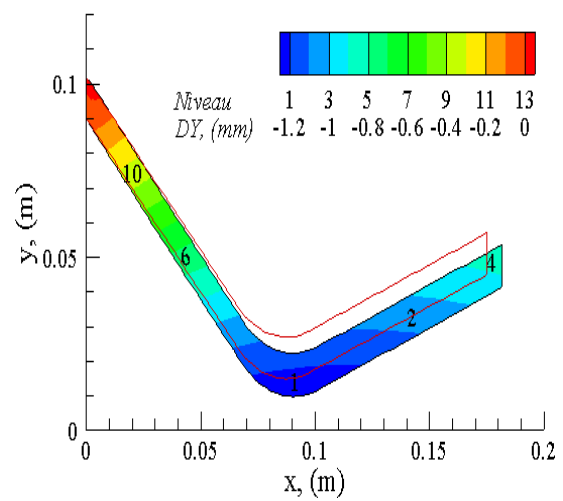
$t=1000\text{ s}$

(cas 7)

Figure 28. Iso-déplacements longitudinaux DX, cas 1 à 7 à  $t=30\text{ s}$  et  $t=1000\text{ s}$ .

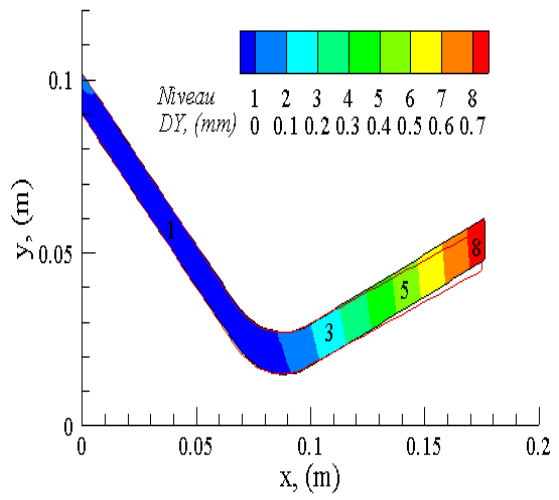


$t=30\text{ s}$

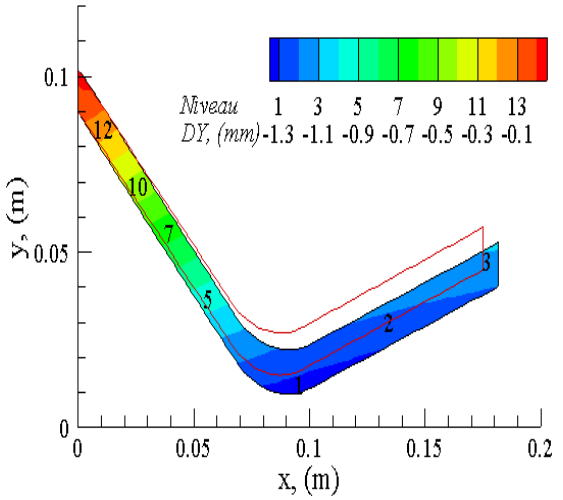


$t=1000\text{ s}$

(cas 1)

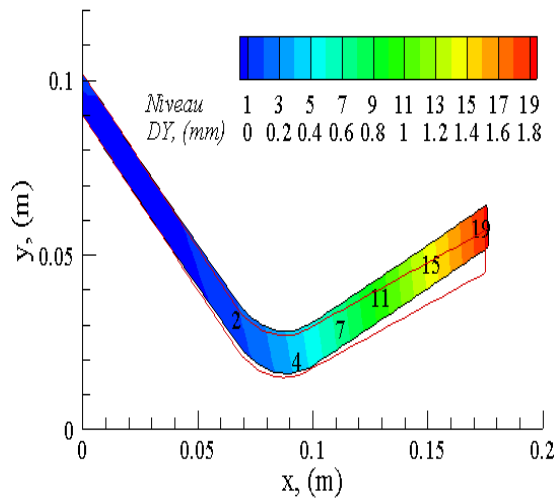


$t=30\text{ s}$

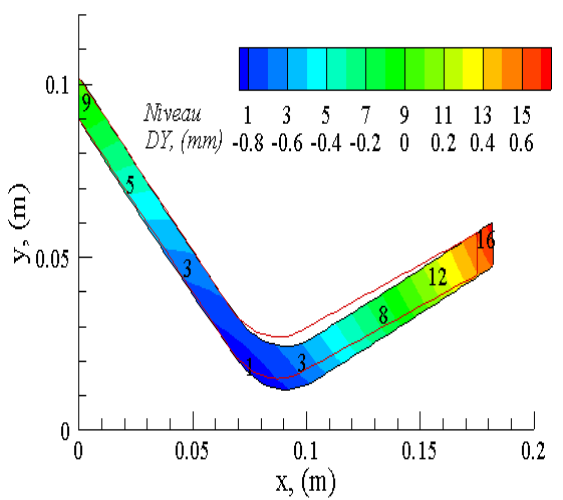


$t=1000\text{ s}$

(cas 2)

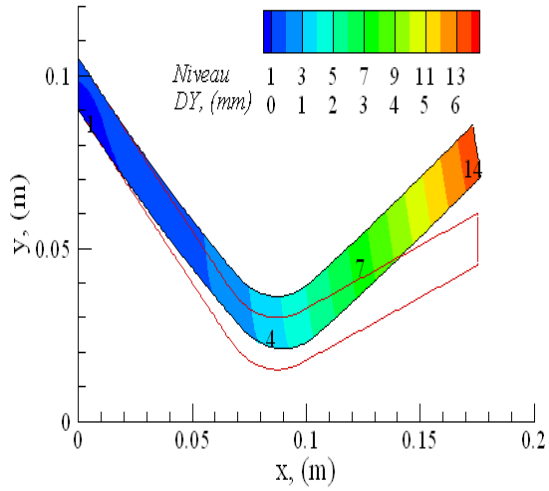


$t=30\text{ s}$



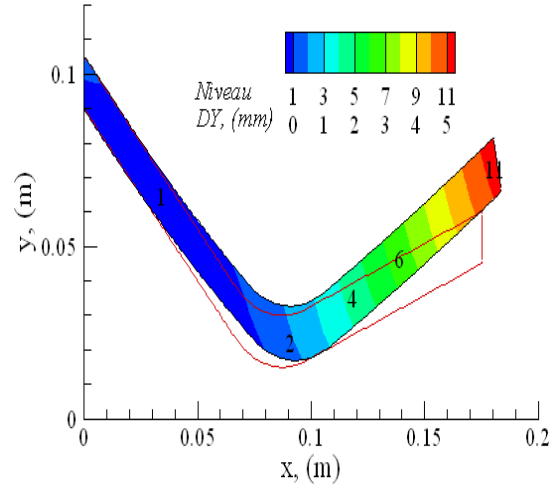
$t=1000\text{ s}$

(cas 3)

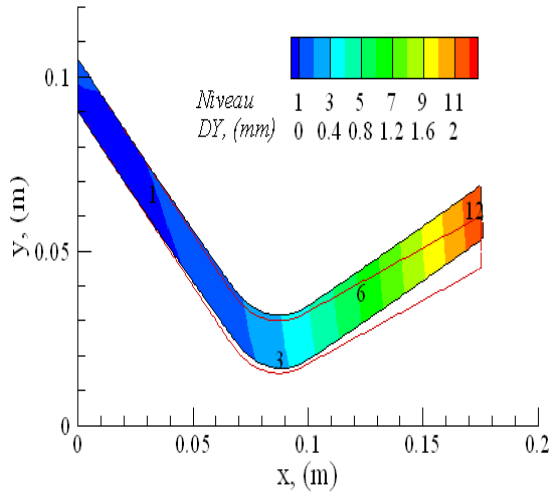


$t=30\text{ s}$

(cas 4)

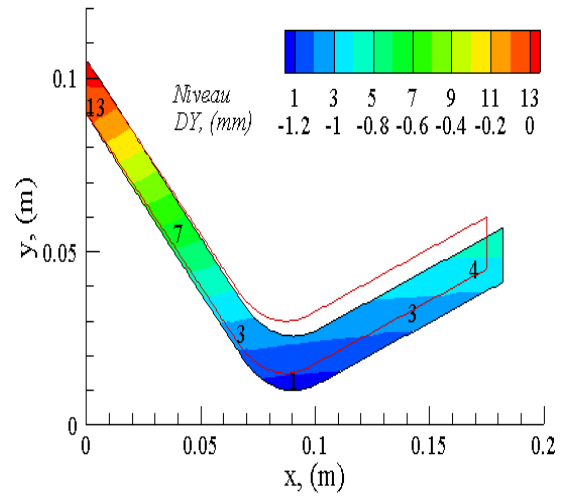


$t=1000\text{ s}$

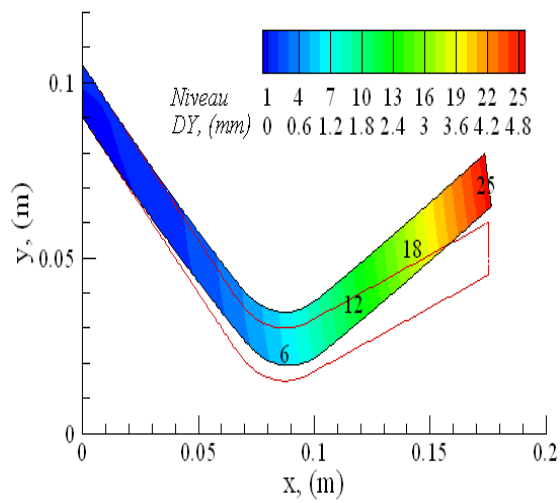


$t=30\text{ s}$

(cas 5)

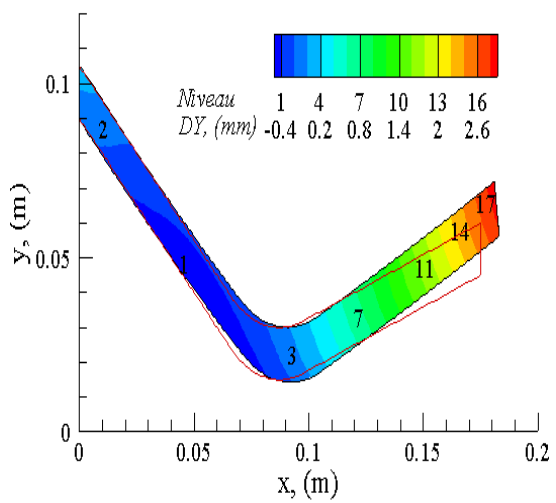


$t=1000\text{ s}$



$t=30\text{ s}$

(cas 6)



$t=1000\text{ s}$

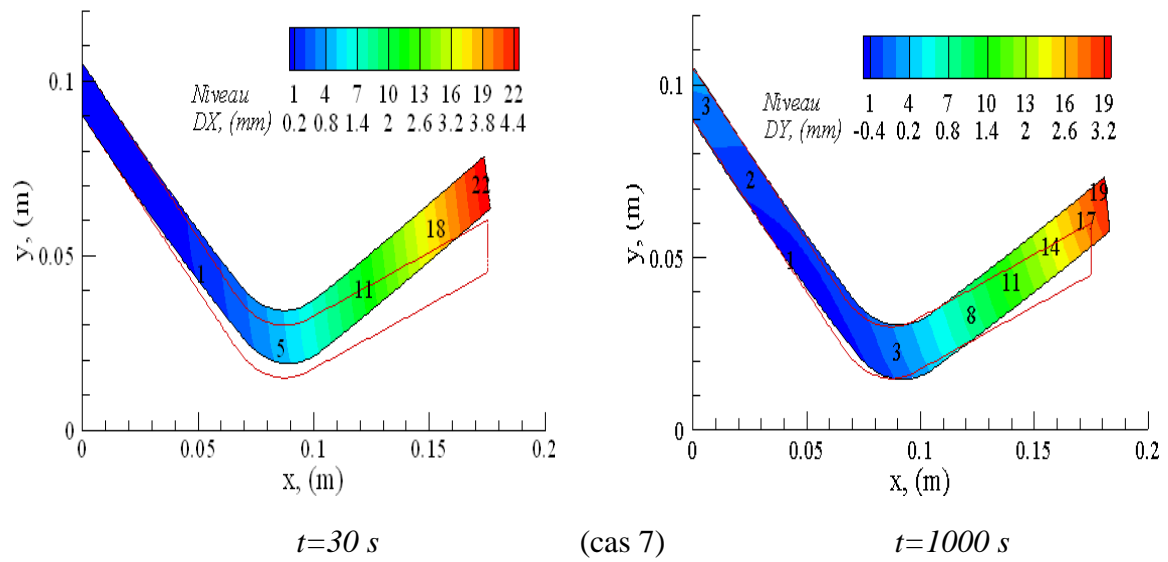
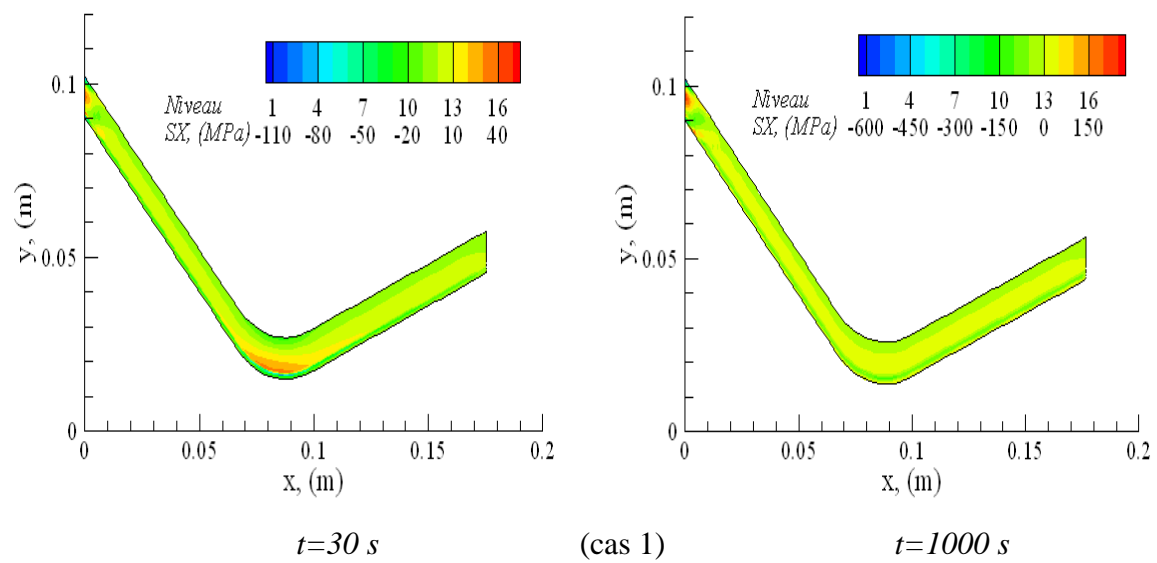
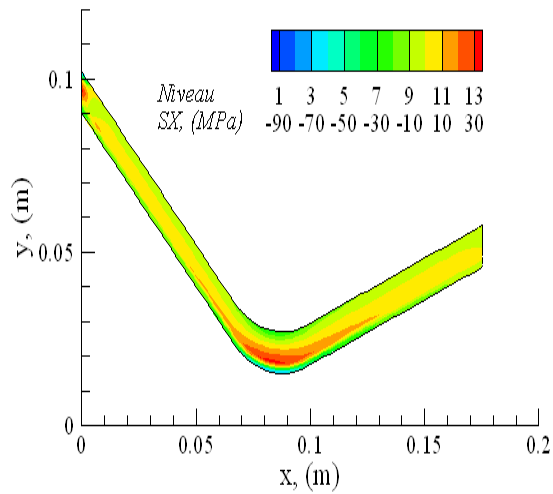
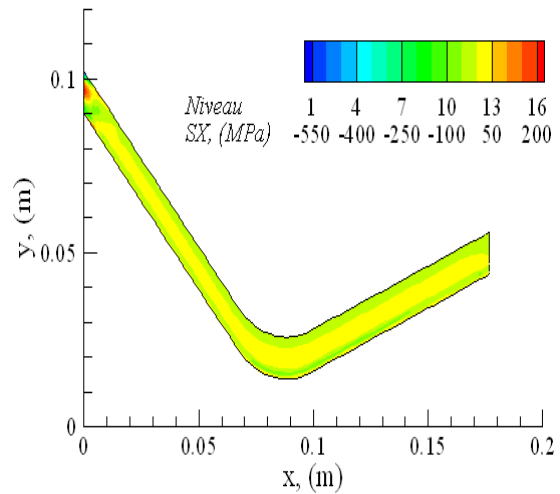


Figure 29. Iso-déplacements transversaux DY, cas 1 à 7 à  $t=30\text{ s}$  et  $t=1000\text{ s}$ .



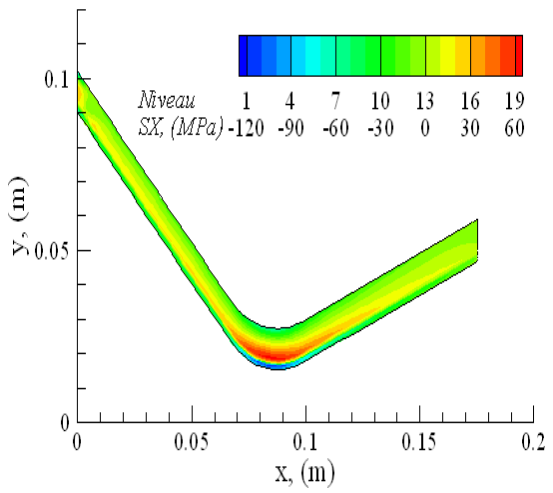


$t=30\text{ s}$



(cas 2)

$t=1000\text{ s}$



$t=30\text{ s}$

(cas 3)

$t=1000\text{ s}$

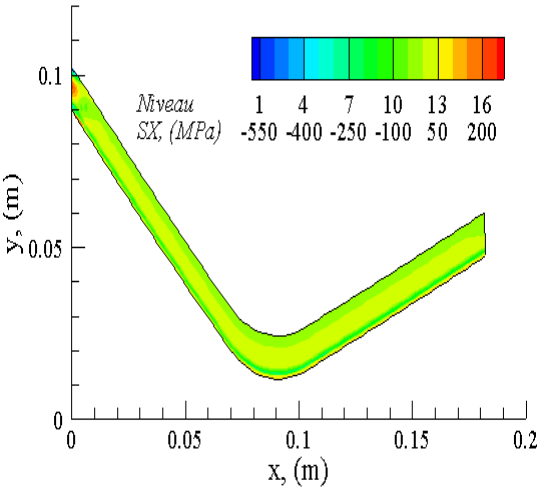
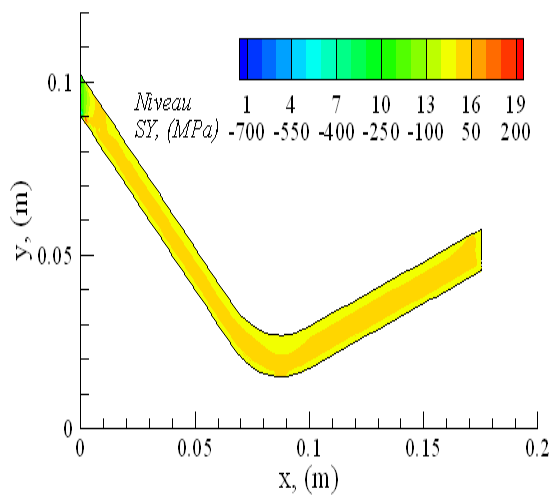


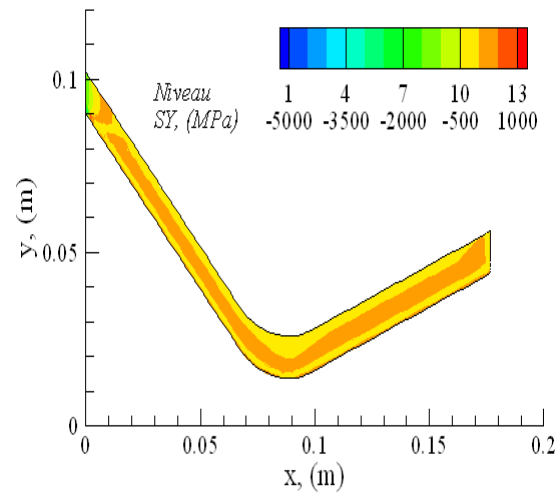
Figure 30. Contours de contrainte SX, cas 1, 2 et 3 à  $t=30\text{ s}$  et  $t=1000\text{ s}$ .



$t=30\text{ s}$

(cas 1)

$t=1000\text{ s}$



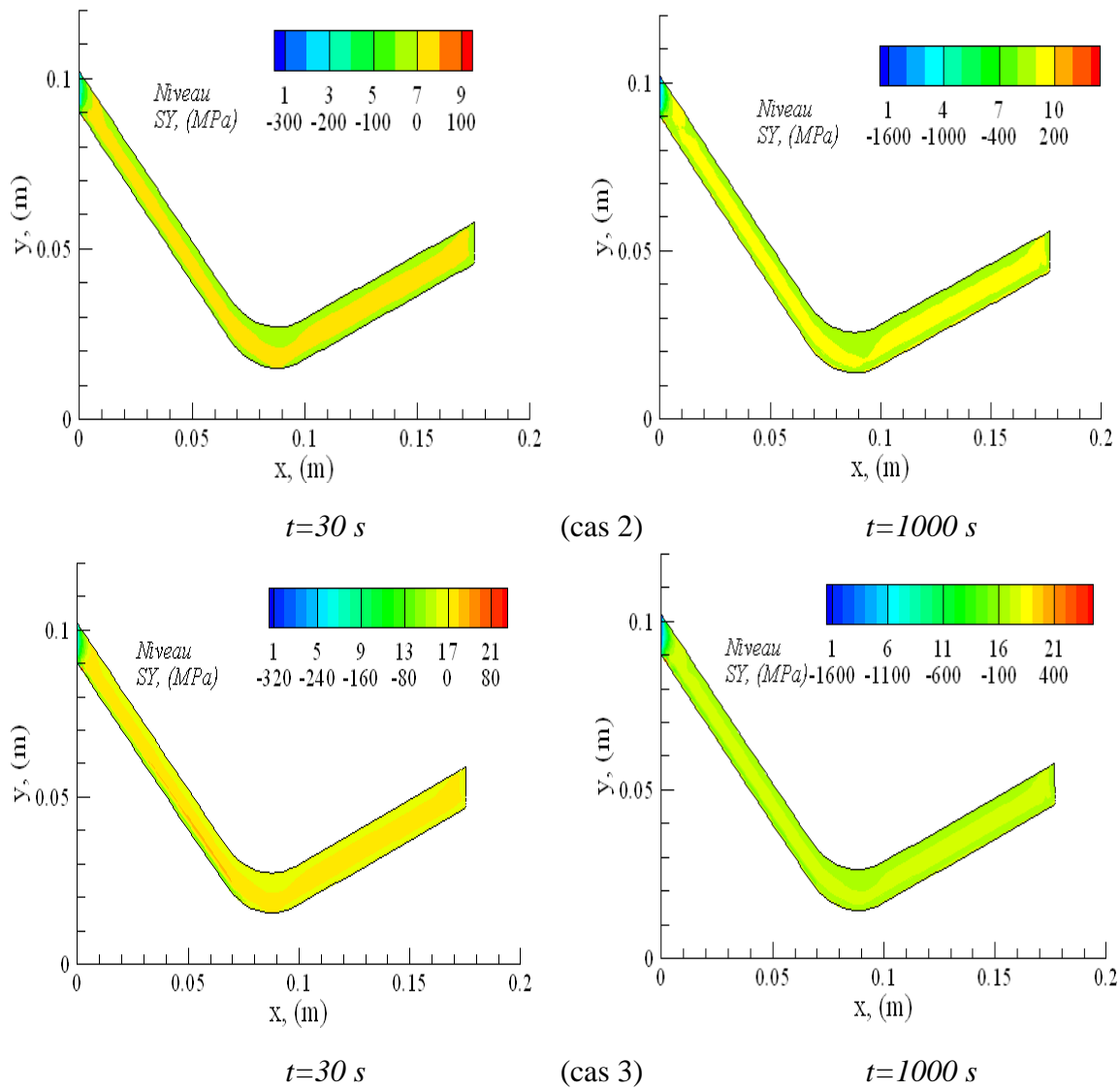
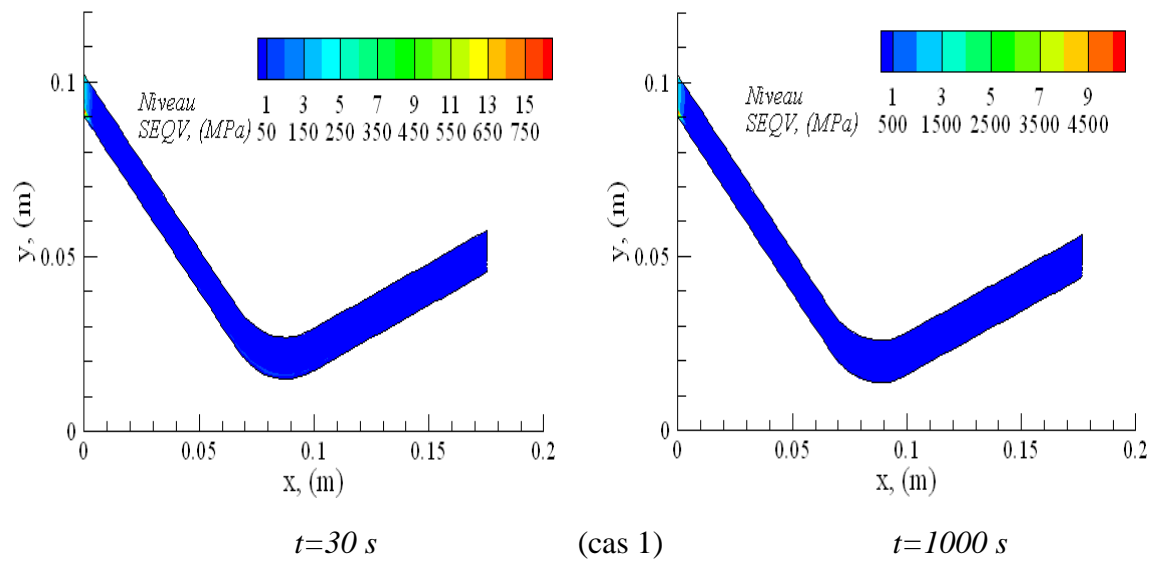


Figure 31. Contours de contrainte  $S_{Y}$ , cas 1, 2 et 3 à  $t=30$  s et  $t=1000$  s.



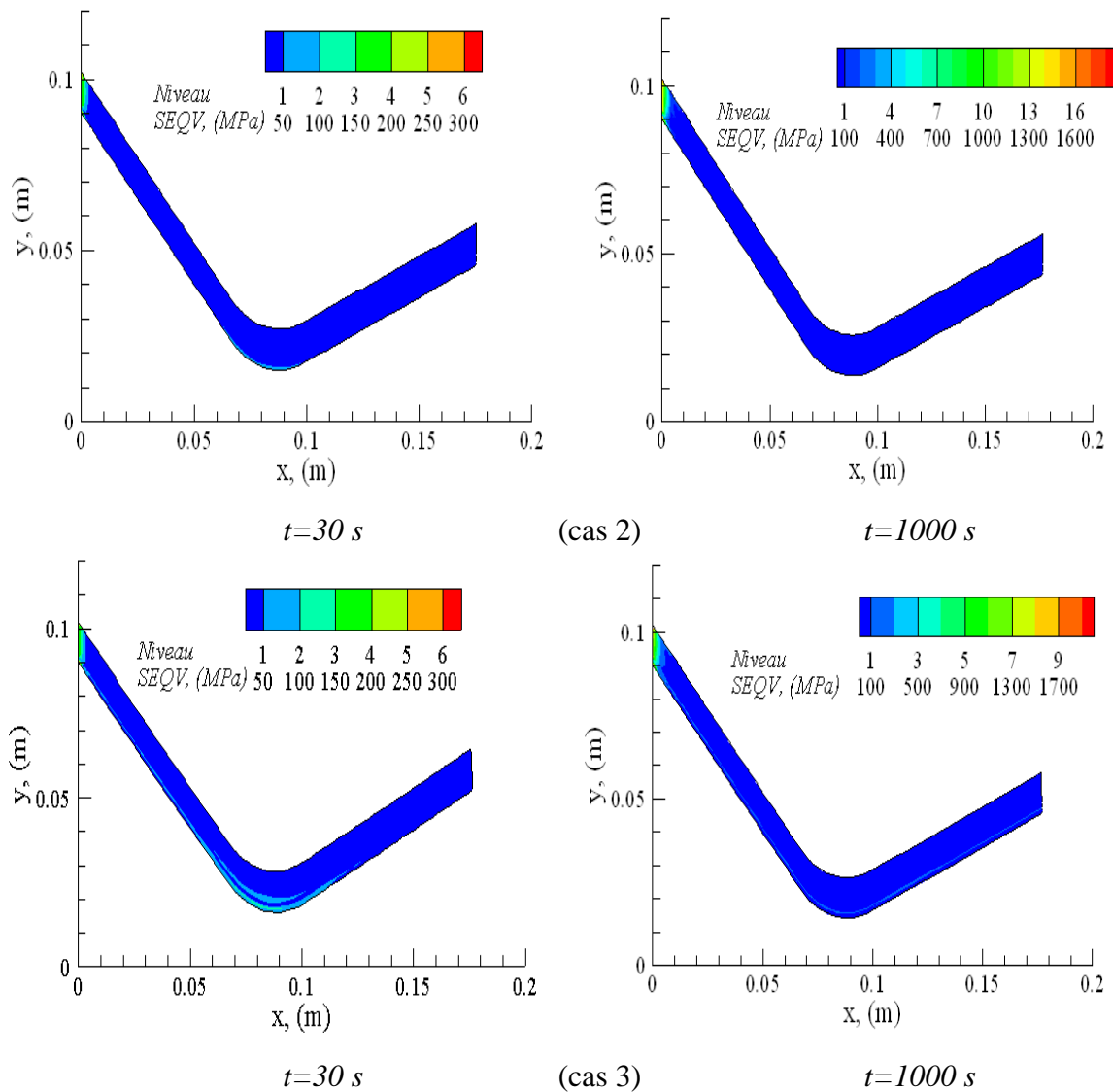


Figure 32. Contours de contraintes de Von Mises (SEQV) obtenus pour les cas 1, 2 et 3 à  $t=30\text{ s}$  et  $t=1000\text{ s}$ .

Les courbes de contours des composantes de contraintes  $S_x$  et  $S_y$  et de Von Mises, présentées respectivement sur les figures 30, 31 et 32, pour les cas 1, 2 et 3, montrent logiquement une concentration de contraintes sur la face gauche de la tuyère et aux interfaces entre les couches.

Pour le cas 1 par exemple, l'analyse des évolutions des profils de contraintes sur la face gauche, figures 33a, b et c, montre que les variations de contraintes sont plus importantes dans la couche d'oxyde d'aluminium  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , comparées à celles observées dans les couches voisines constituées de Molybdène moins rigide. Sur le plan transitoire, ces écarts augmentent avec le temps sur la face fixée de la tuyère (de 500 MPa à 5000 MPa environ) alors qu'ils sont faibles et du même ordre au niveau du col.



L'influence de la nature du matériau sur le comportement thermomécanique de la tuyère est montrée, à  $t=1000$  s sur les figures 34a, b et c, à travers une comparaison entre les cas 1, 2 et 3.

Sur la face de gauche, les contraintes les plus élevées sont observées pour le cas 1 dans la couche de  $Al_2O_3$  alors qu'avec les cas 2 avec  $ZrO_2$  et 3 avec YSZ, on retrouve des niveaux de contraintes similaires dus principalement à leur faible rigidité (ou module d'Young) ; leurs coefficients de dilatation thermique étant quasiment identiques. Au col, on remarque un comportement inverse avec des niveaux de contraintes plus faibles que ceux de la face fixée.

L'influence de l'épaisseur des couches sur le comportement thermomécanique de la tuyère est montrée, à  $t=1000$  s sur les figures 35a, b et c, à travers une comparaison entre les cas 3, 4 et 5.

On constate, entre les cas 3 et 4, que le fait d'augmenter l'épaisseur de la couche de Zircone YSZ contribue à augmenter le niveau de contraintes dans la couche de Molybdène qui est exposée au fluide sans trop le changer dans la couche de Zircone YSZ et sur une large partie du substrat constituée également de Molybdène.

Avec le cas 5, le fait d'augmenter l'épaisseur de la couche de Molybdène qui est exposée au fluide se traduit par un niveau de contrainte plus élevé dans cette couche et similaire dans la couche de Zircone YSZ et dans le substrat. Au col, c'est le cas 4 qui présente le maximum de contraintes dans les couches en Molybdène (côté fluide et substrat) alors que c'est au niveau de la couche centrale en Zircone que l'on observe ces maximums pour les cas 3 et 5.

Enfin, le fait de multiplier le nombre de couches de façon stratifiée (ou alternée), cas 6 et 7, figures 36a, b et c, n'apporte presque pas de changement en terme de contraintes sur le comportement global du multicouche si ce n'est une répartition plus ou moins dense des contraintes en fonction du nombre de couches en particulier au niveau du col.

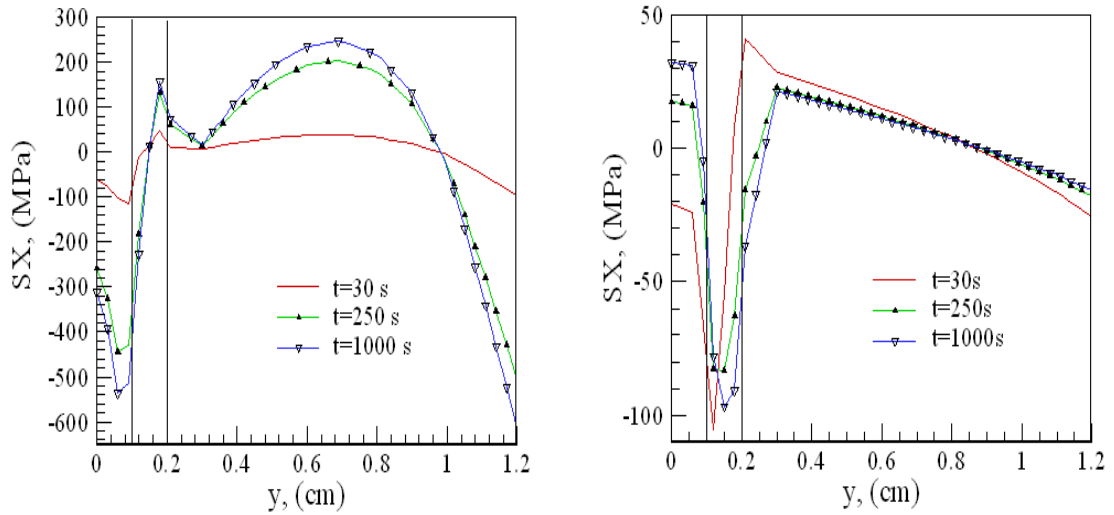


Figure 33a. Evolution des profils de contraintes  $S_X$  à  $t=30, 250$  et  $1000$  s,

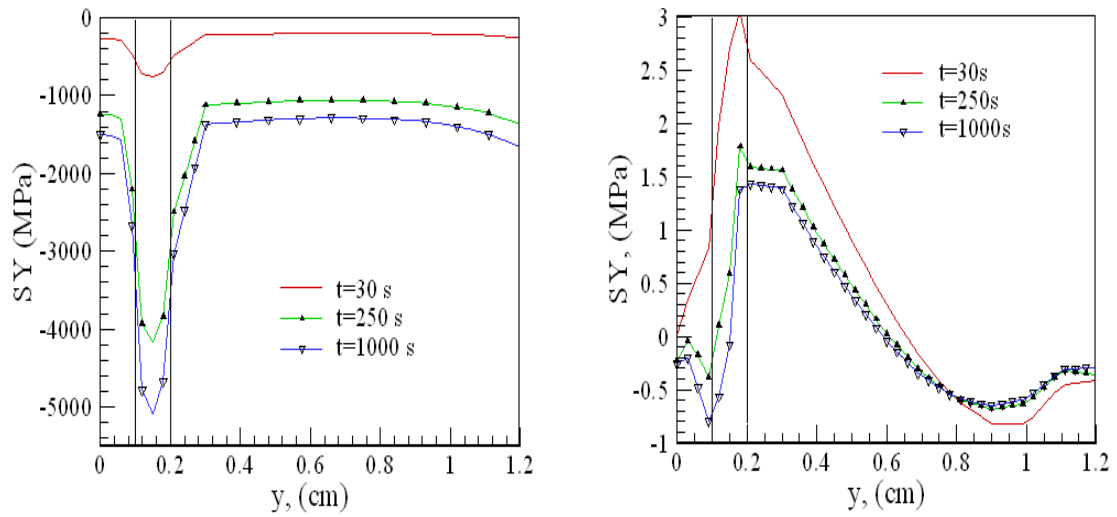


Figure 33b. Evolution des profils de contraintes  $S_Y$  à  $t=30, 250$  et  $1000$  s,

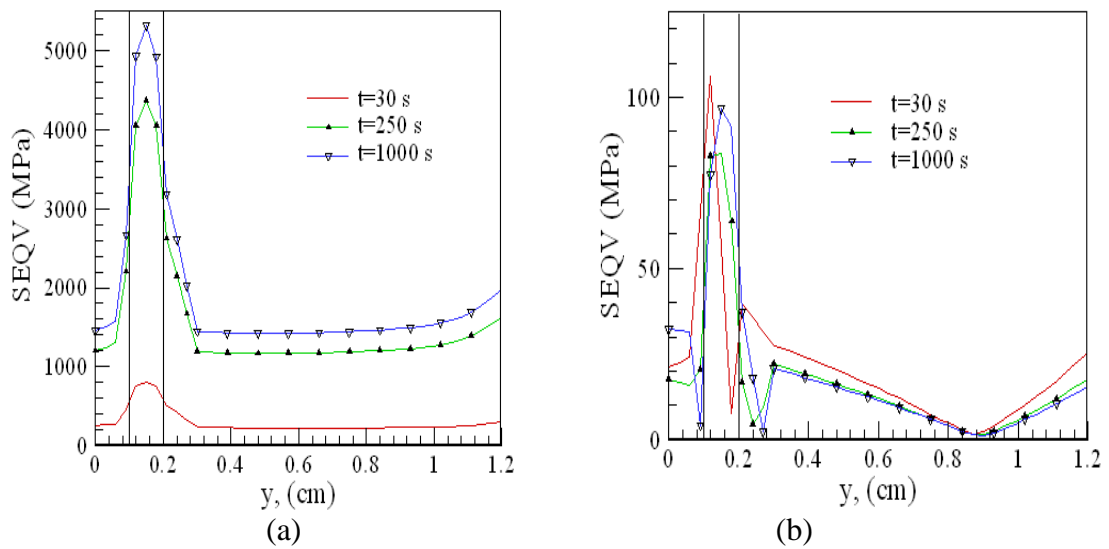


Figure 33c. Evolution des profils de contraintes de Von Mises à  $t=30, 250$  et  $1000$  s,

Cas 1, (a) face gauche, (b) col.

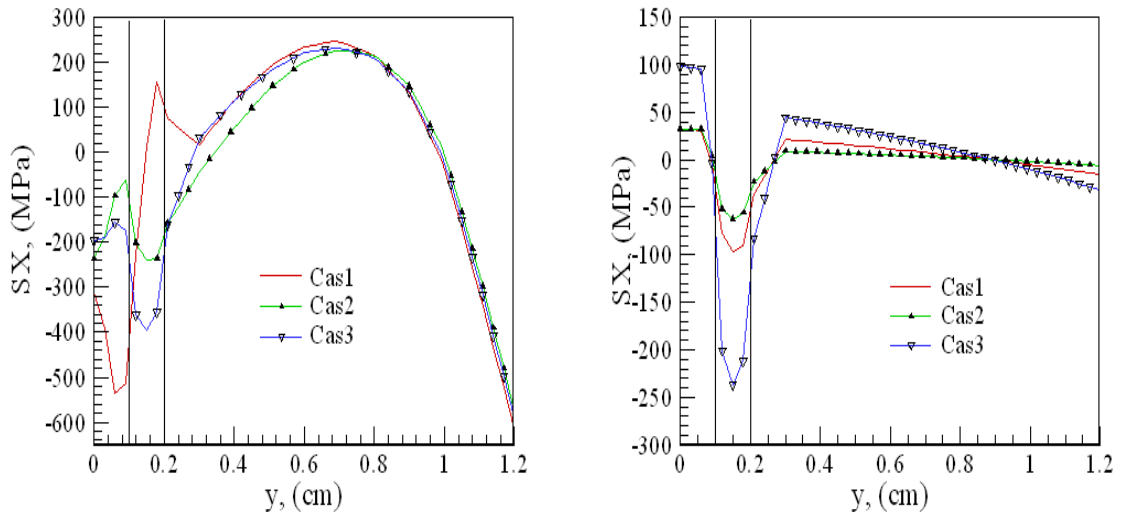


Figure 34a. Profils de contraintes  $SX$  à  $t=1000$  s,

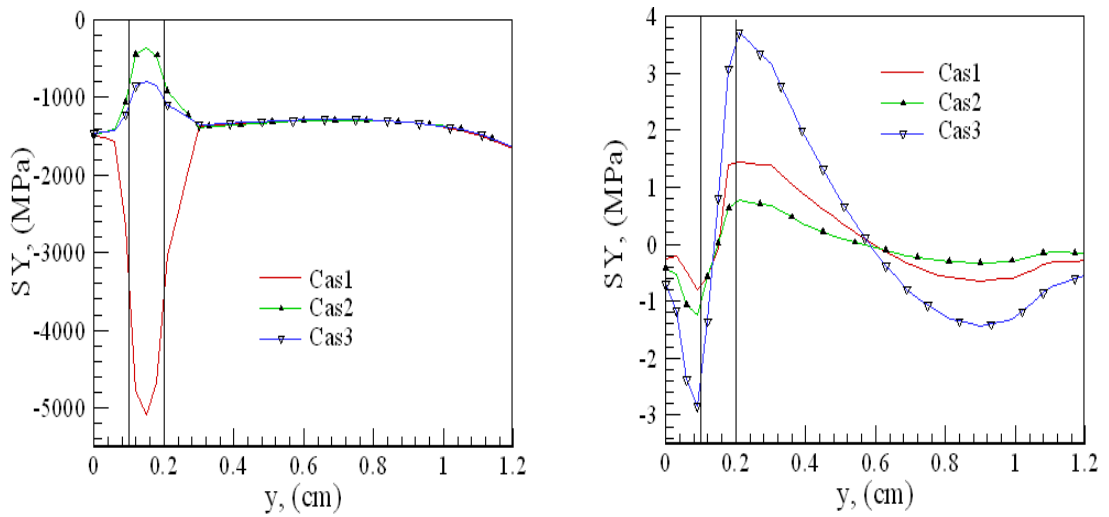


Figure 34b. Profils de contraintes  $SY$  à  $t=1000$  s,

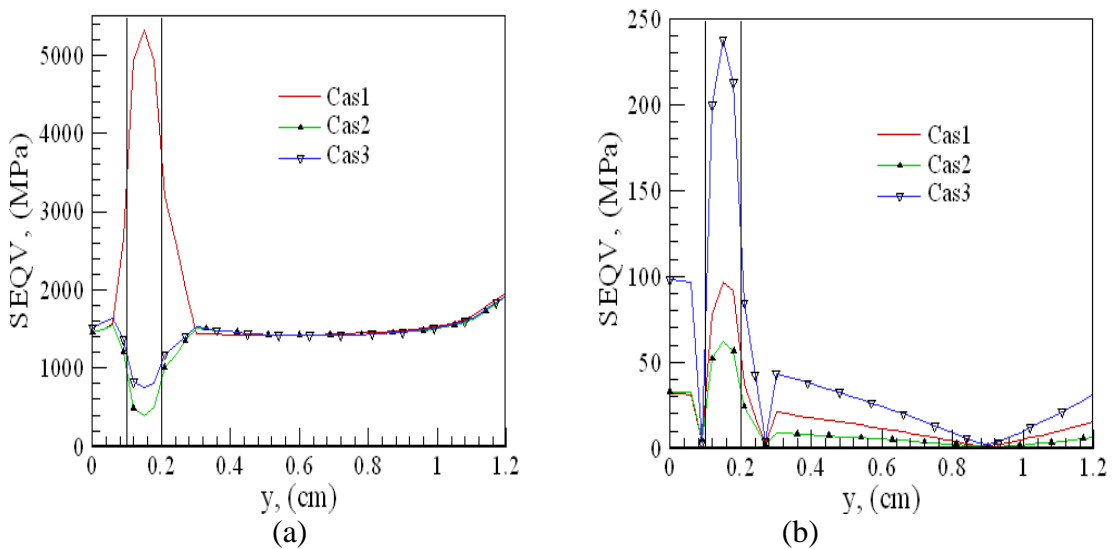


Figure 34c. Profils de contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s,  
Cas 1, 2 et 3, (a) face gauche, (b) col.

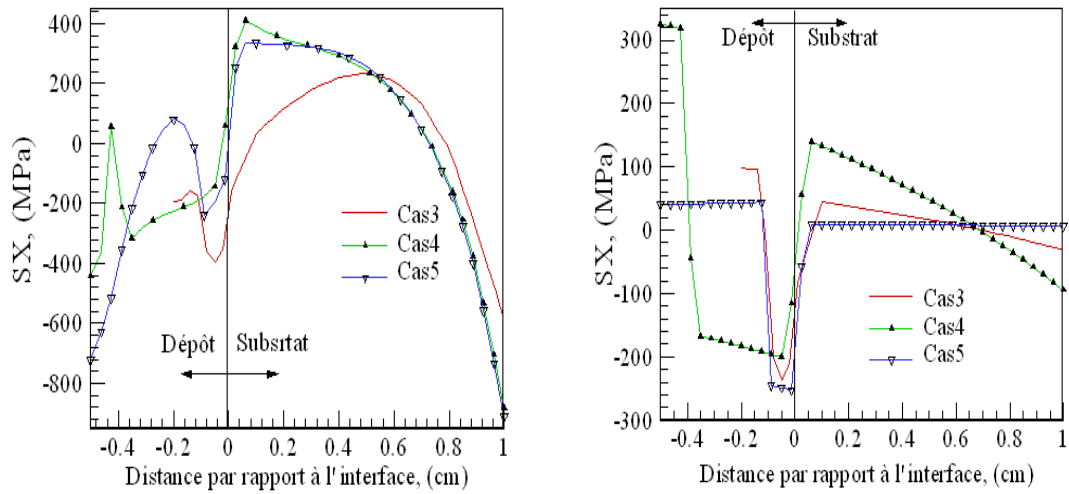


Figure 35a. Profils de contraintes  $SX$  à  $t=1000$  s

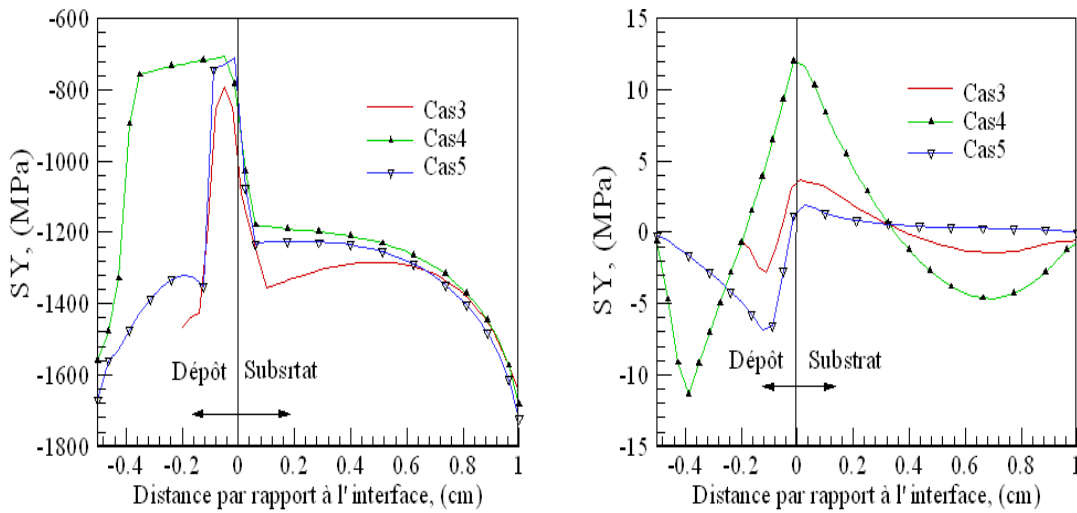
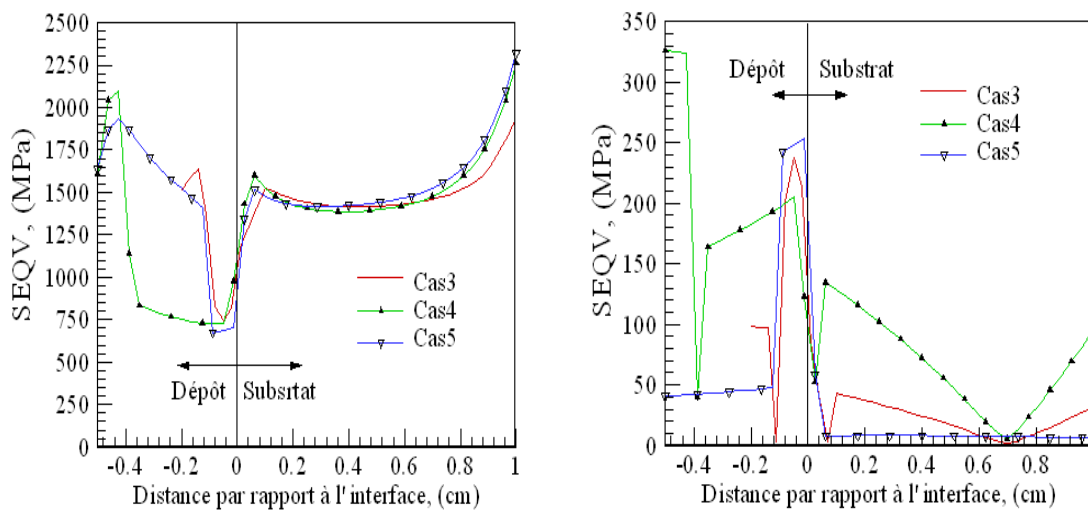


Figure 35b. Profils de contraintes  $SY$  à  $t=1000$  s,



(a)

(b)

Figure 35c. Profils de contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s,

Cas 3, 4 et 5, (a) face gauche, (b) col.

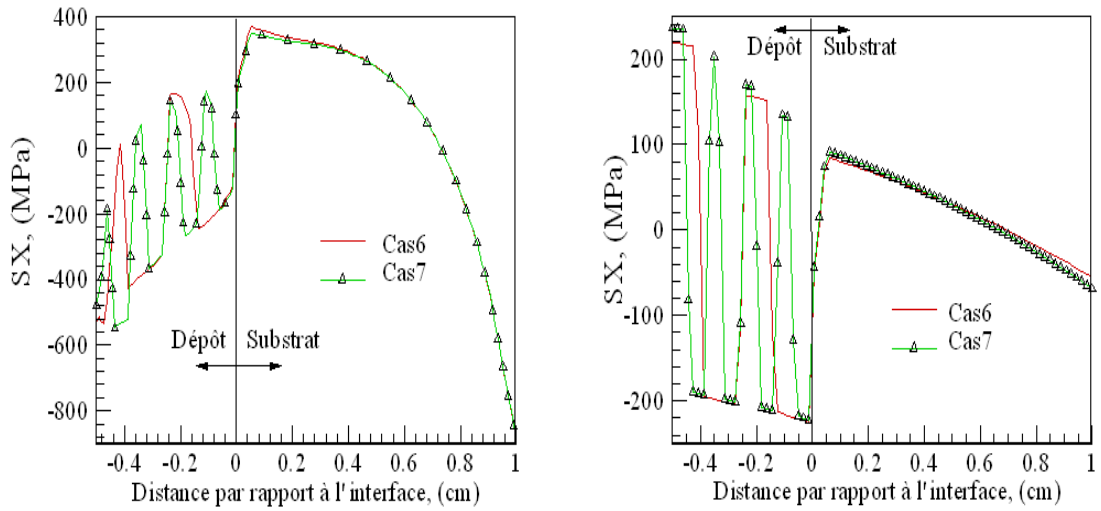


Figure 36a. Profils de contraintes  $SX$  à  $t=1000$  s.

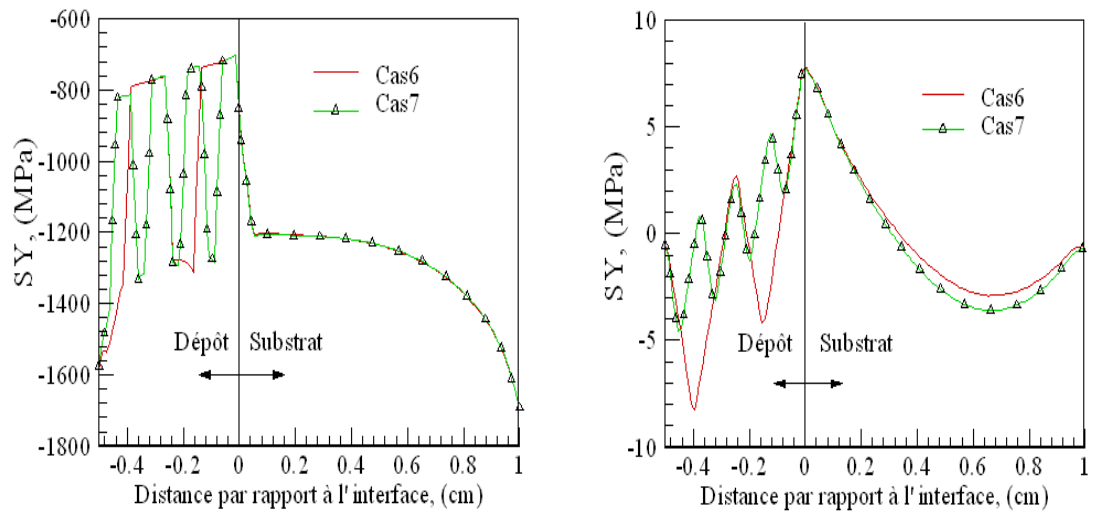


Figure 36b. Profils de contraintes  $SY$  à  $t=1000$  s.

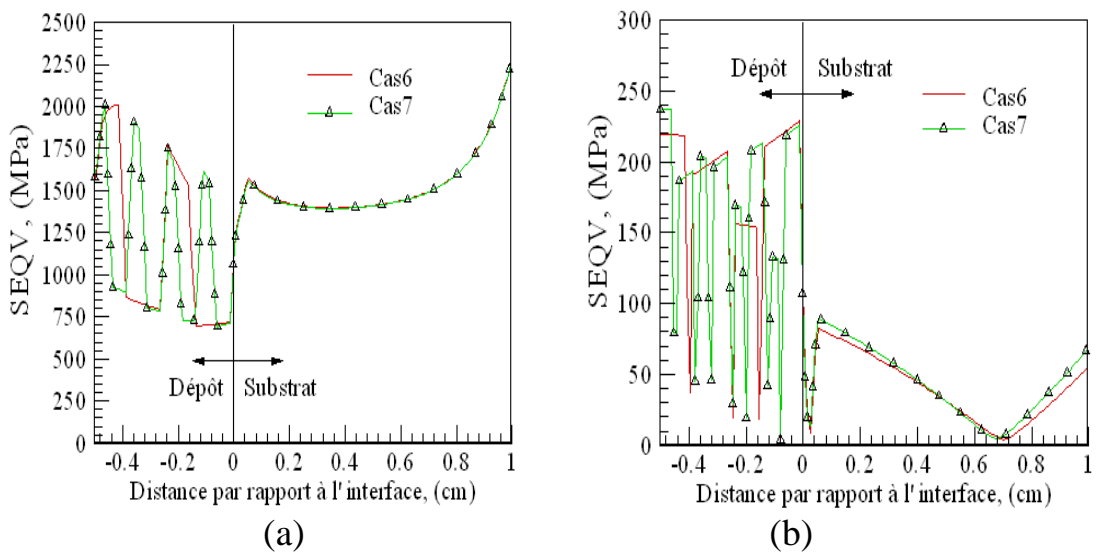
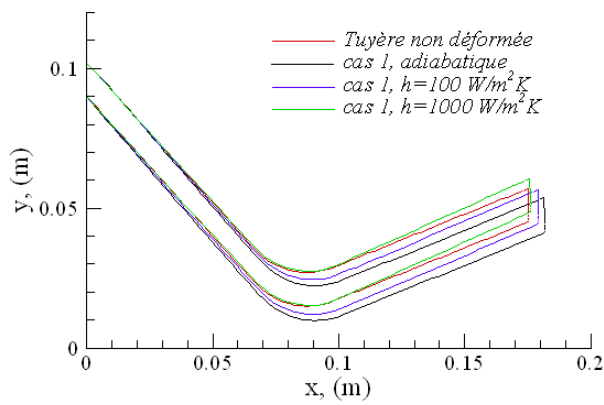


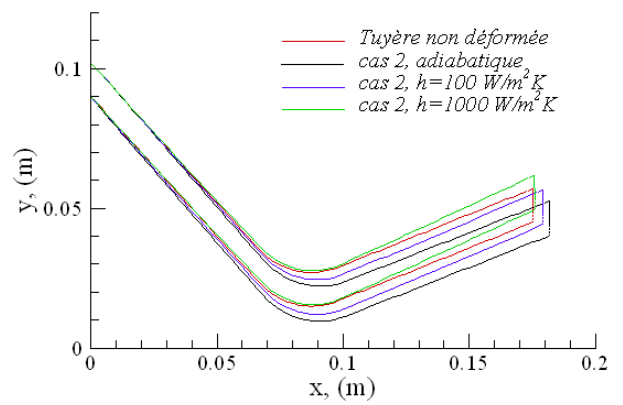
Figure 36c. Profils de contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s.

Cas 6 et 7, (a) face gauche, (b) col.

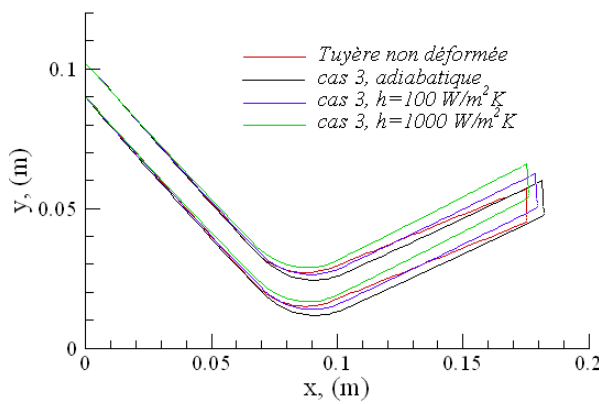
Les effets du refroidissement de la surface extérieure de la paroi multicouche s'expliquent par une augmentation des déplacements transversaux  $Dy$  et une diminution des déplacements longitudinaux  $Dx$  en fonction du coefficient d'échange, figure 37. Si on compare ces résultats avec la structure d'origine, on constate que les déplacements (pour  $Dy$ ) les plus importants sont observés pour les cas 4, 5 et 6 qui contiennent une part importante de Zircone  $ZrO_2$  beaucoup moins rigide que le Molybdène (voir en particulier la figure 38 pour le cas 4 qui est le plus déformé). Pour les autres cas, on remarque que la tuyère se déforme vers l'avant avec des déplacements  $Dy$  qui peuvent être négatifs pour des faibles valeurs de  $h$  (cas 1, 2 pour  $h \leq 100 \text{ W}/(m^2.K)$ ). Ces courbes montrent des modifications visibles de la géométrie de la tuyère, s'étendant sur une large zone du convergent en amont du col jusqu'à la sortie, qui se traduisent par des déplacements simultanés du col vers l'avant et vers le haut et par une augmentation de l'ouverture du divergent en fonction de  $h$ . Le tableau 14 récapitule les variations des rayons du col et, de la section de sortie et le rapport d'expansion de la tuyère en fonction de  $h$  pour les différents cas étudiés.



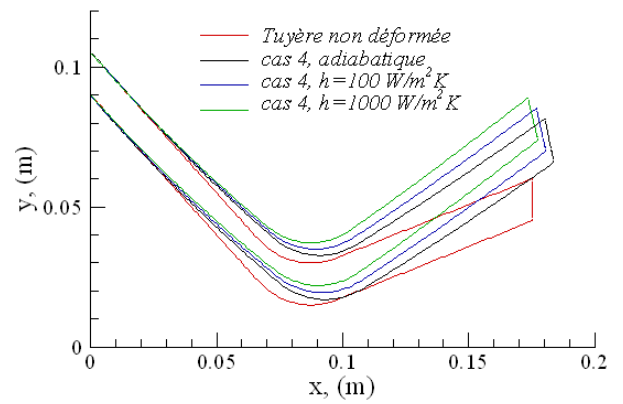
Cas 1



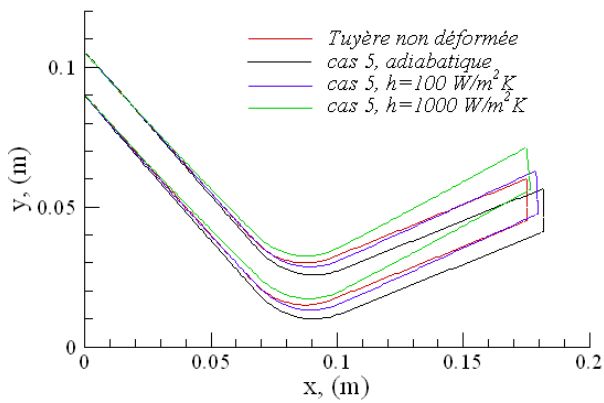
Cas 2



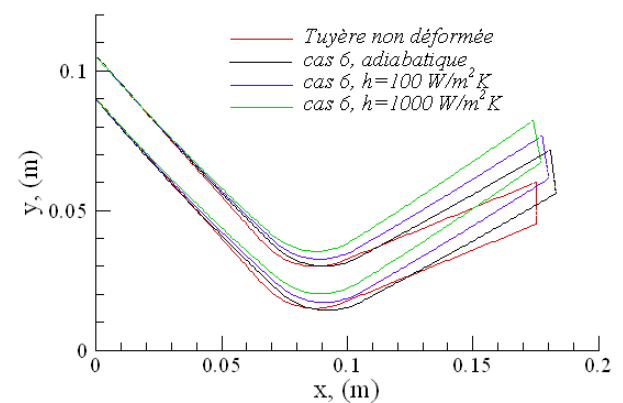
Cas 3



Cas 4

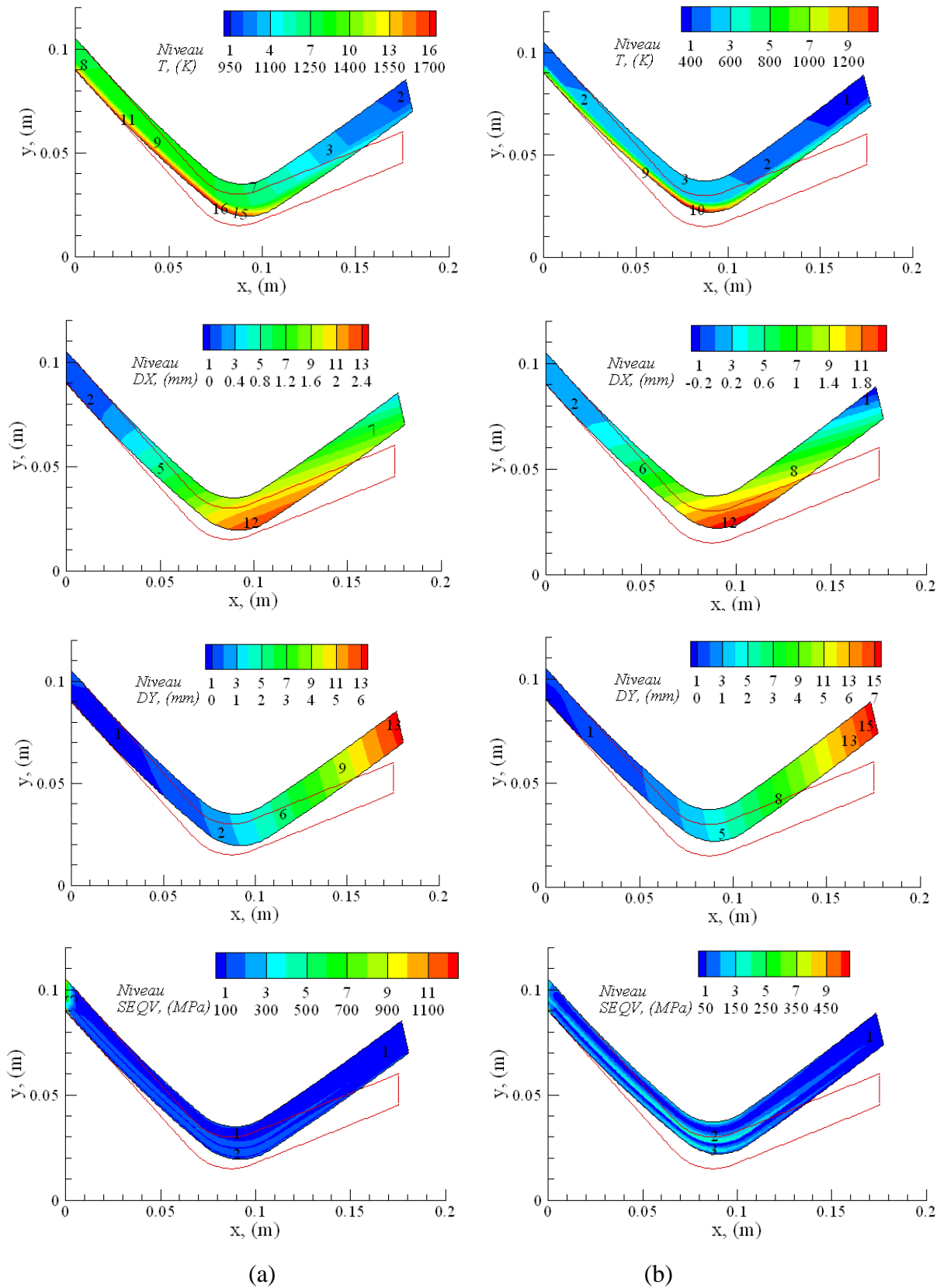


Cas 5



Cas 6

Figures 37. Géométrie de la tuyère en fonction de  $h$  à  $t=1000$  s.



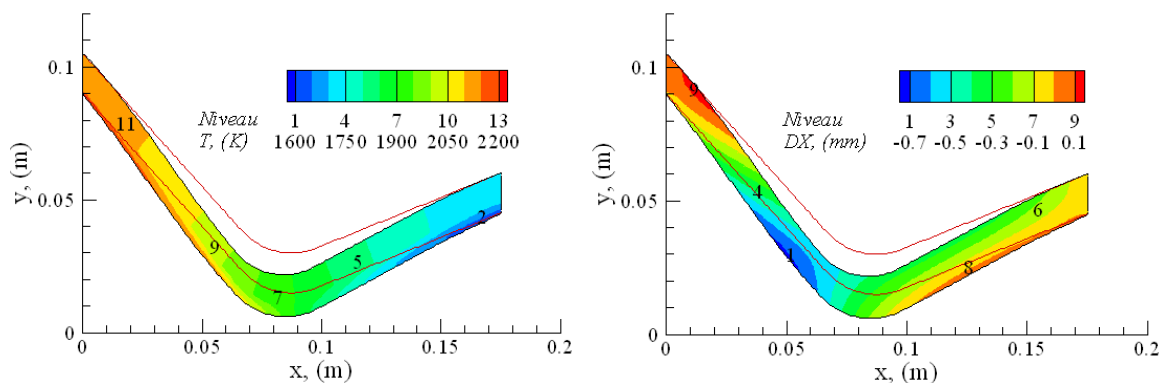
Figures 38. Isovaleurs des températures, des déplacements  $Dx$  et  $Dy$  et des contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, (a)  $h=100$  W/(m<sup>2</sup>.K), (b)  $h=1000$  W/(m<sup>2</sup>.K), Cas 4.

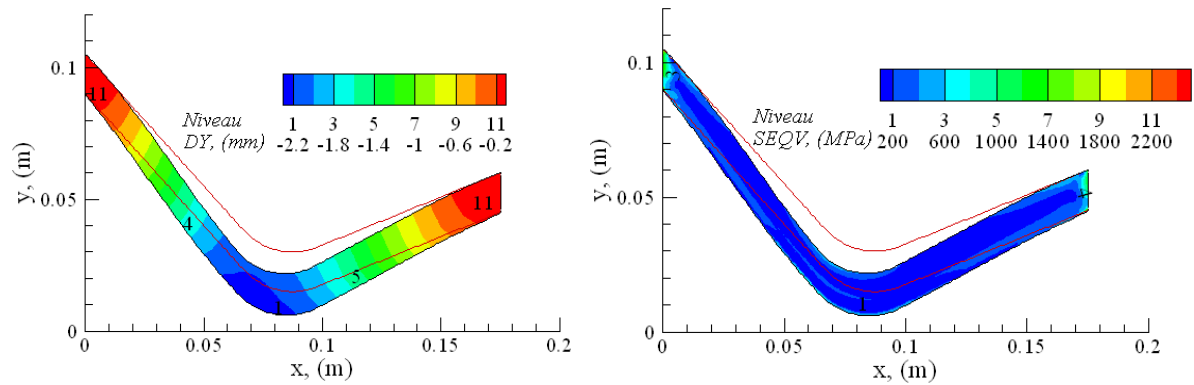


$h$ ( $W/m^2.K$ )	0			100			1000		
$r$ (mm)	Col	sortie	$\epsilon_s$	col	sortie	$\epsilon_s$	col	sortie	$\epsilon_s$
Cas 1	13,8	44,1	3,195	14,28	44,85	3,14	14,93	45,9	3,07
Cas 2	13,7	43,9	3,204	14,28	44,85	3,14	15,8	46,2	2,92
Cas 3	14,2	45,6	3,211	14,6	46,4	3,178	15,5	47,2	3,045
Cas 4	16	50	3,125	16,2	51,3	3,166	16,6	52,2	3,145
Cas 5	13,8	44,1	3,195	14,5	45,75	3,155	15,6	47,8	3,064
Cas 6	14,8	47,8	3,229	15,75	49,1	3,117	16,2	50,5	3,117
Cas 7	14,9	48,2	3,234	15,76	49,2	3,121	16,2	50,2	3,098

Tableau 14. Influence de  $h$  sur la géométrie de la tuyère.

Nous présentons enfin un exemple de tuyère adiabatique, fixée mécaniquement à l'entrée et à la sortie, figures 39. On observe logiquement que la zone déformée de la tuyère se situe principalement au col et à son voisinage avec des déplacements transversaux plus importants que ceux obtenus dans la direction longitudinale. Ceci explique encore une fois la variation importante que subit le rayon du col dans ce cas. L'analyse des contraintes montre qu'elles sont principalement concentrées sur les extrémités fixées et également, dans une faible proportion, au niveau du col côté fluide, figure 40.





Figures 39. Isovaleurs des températures, des déplacements  $Dx$  et  $Dy$  et des contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, cas 4 avec deux extrémités fixées, cas adiabatique.

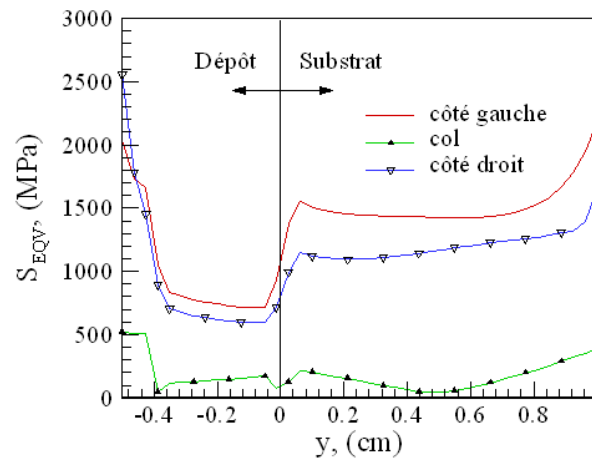


Figure 40. Profils des contraintes de Von Mises à  $t=1000$  s, aux deux extrémités et au col de la tuyère, cas 4.

## 7. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude du transfert de chaleur conjugué paroi-fluide sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement de fluide compressible laminaire dans une tuyère. L'analyse des résultats montre des différences nettes entre les cas avec et sans couplage plus particulièrement au niveau du champ thermique dans le fluide. Par ailleurs, nous avons observé que les effets de paroi affectent très peu le champ dynamique mais en revanche, ils influencent le champ thermique aussi bien dans les domaines fluide que solide. Les influences de nombreux paramètres aussi bien géométriques que physiques sur le comportement thermique de la tuyère ont été analysées et largement discutées en régimes stationnaire et instationnaire.

On a pu observer que l'augmentation du coefficient d'échange à l'extérieur et de l'épaisseur de la paroi diminue globalement les températures du fluide et du solide ce qui peut se traduire par une sous estimation des performances de la tuyère.

Enfin, l'étude du couplage thermomécanique sur les différents cas tests a permis de mettre en évidence des variations plus ou moins importantes, selon les cas, de la géométrie de la tuyère qui peuvent avoir des conséquences non négligeables sur l'écoulement et de façon plus générale sur le comportement dynamique et thermique de la tuyère et par suite sur ses nouvelles performances.

## Conclusions générales et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons présenté une étude numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur conjugué paroi-fluide sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement de fluide compressible laminaire dans une tuyère de type convergent-divergent à paroi épaisse. La méthode numérique utilisée pour l'étude de l'écoulement fluide repose sur un schéma aux différences finies explicite de type prédicteur-correcteur (Mac-Cormack) avec décomposition de l'opérateur bidimensionnel en une séquence d'opérateurs monodimensionnels. Dans le domaine solide, le champ thermique est obtenu également par différences finies à l'aide d'un schéma implicite. Trois types de couplages thermiques entre l'écoulement fluide et la paroi de la tuyère, ont été testés. Les résultats obtenus ont été présentés de façon progressive en traitant d'abord le cas d'une épaisseur de paroi négligeable puis le cas d'une paroi épaisse. Pour chaque cas, en plus de l'analyse des effets géométriques de la tuyère, l'influence des conditions thermiques appliquées à la paroi est largement discutée.

D'une manière générale, dans le cas sans couplage, les résultats montrent que les effets dissipatifs sont moins significatifs dans le cas d'une paroi refroidie comparée au cas adiabatique. Ils deviennent de plus en plus importants en chauffant la paroi. Sur l'exemple de la tuyère étudiée, l'influence du coefficient d'échange de chaleur externe ne se manifeste qu'à partir de valeurs de  $h$  supérieures à  $100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

Dans le cas d'une paroi épaisse, l'analyse des résultats montre des différences nettes entre les cas avec et sans couplage plus particulièrement au niveau du champ thermique dans le fluide. Par ailleurs, nous avons observé que les effets de paroi affectent très peu le champ dynamique mais en revanche, ils influencent de manière significative le champ thermique aussi bien dans les domaines fluide que solide ce qui explique une sous estimation des performances de la tuyère.

Enfin, compte tenu du niveau des températures mises en jeu dans ces tuyères, nous avons complété ce travail par une étude du comportement thermomécanique de la paroi en régime élastique. Les résultats ont été présentés pour de nombreux exemples de matériaux et de multi matériaux sous forme de multicouche et ont montré que le comportement

thermomécanique de la paroi ne peut être négligé. En effet, des changements plus au moins importants de la structure de la paroi ont pu être observés, en particulier au niveau du col et dans le divergent. Ces changements dépendent évidemment de la nature des matériaux utilisés et de leurs dimensions.

Enfin, parmi les quelques perspectives pouvant être envisagées, nous avons retenu les points suivants :

- Poursuite de l'exploitation des couplages thermiques fluide-paroi et thermomécaniques de la tuyère.
- Prise en compte du domaine situé en aval de la tuyère à fin de s'affranchir des effets de bord en sortie de la tuyère.
- Etudes d'écoulements subsoniques dans la totalité de la tuyère.
- Passage du régime laminaire au régime turbulent.
- Etude des écoulements réactifs dans la tuyère.

## Références bibliographiques

1. Pierre Laval. Time dependent calculation method for transonic nozzle flows. Lecture Notes in Physics, Flow field calculations, Session IV, pp. 187 -192, 1971.
2. Cuffel R. F., Back L. H. et Masser P. F., Transonic flow in a supersonic nozzle with small throat radius of curvature, AIAA Journal, vol. 7, 1969, p. 1364-1366.
3. William J. Rae. Some numerical results on viscous low density nozzle flows in the slender channel approximation. AIAA Journal, Vol. 9, No. 5, pp. 811-820, 1971.
4. M. C. Cline. Computation of steady nozzle flow by a time dependent method. AIAA Journal, Vol. 12, No. 4, pp. 419-429, 1974.
5. M. C. Cline. Computation of two-dimensional viscous nozzle flow. AIAA Journal, Vol. 14, No. 3, pp. 295-296, 1976.
6. M. C. Cline, Richard G. Wilmothf. Computation of High Reynolds Number Internal/External Flows. AIAA Journal, Vol. 21, No. 2, pp. 172-173, 1982.
7. M. C. Cline. VNAP2: A computer program for computation of two-dimensional, time-dependent compressible turbulent flow. Rapport, Los Alamos National Laboratory, 1981.
8. M. Imbert et D. Zeitoun. Etude numérique d'un écoulement à nombre de Reynolds modéré dans une tuyère. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, Vol. 1, No. 4, pp. 595-609, 1982.
9. R. W. Mac-Cormack and B. S. Baldwin. A numerical method for solving the Navier-Stokes equations with application to shock-boundary layer interactions. AIAA Paper 75-1, 1975.
10. L. H Back., R. F Cuffel., Detection of oblique shocks in a conical nozzle with a circular-arc-throat, AIAA Journal, vol. 4, 1966, p. 2219-2221.
11. L. H. Back and R. F. Cuffel. Flow coefficients for supersonic nozzles with comparatively small radius of curvature throats. Journal of Spacecraft, Vol. 8, No. 2, pp. 196 -198, 1971.
12. L.H. Back, P. F. Massier and H. L. Gier. Comparisons of experimental with predicted wall static – pressure distributions in conical supersonic nozzles. Technical Report No. 32-654, JPL, 1964.
13. L. H. Back, P. F. Massier and R. F. Cuffel. Flow phenomena and convective heat transfer in a conical supersonic nozzle. Journal of Spacecraft, Vol. 4, No. 8, pp. 1040-1047, 1966.

14. L. H. Back, P. F. Massier and R. F. Cuffuel. Effect of inlet boundary – layer thickness and structure on heat transfer in a supersonic nozzle. *Engineering Notes, Journal of Spacecraft*, Vol. 5, No1. pp. 121-123, 1968.
15. O. K. Kwon and R. A. Delaney. A Navier Stokes solution procedure for analysis of steady two-dimensional transonic nozzle flow. *AIAA 18<sup>th</sup> Fluid Dynamics and Plasma-dynamics and Lasers Conference*, July 16-18, 1985/Cincinnati Ohio.
16. Margaret V. Whalen. Low Reynolds number nozzle flow study. M. S. Thesis (NASA TM 100130) 45 P. July 1987.
17. S. Kim. Calculations of low Reynolds number rocket nozzles. *31<sup>st</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, January 11-14, 1993/Reno, NV.
18. Dietmar E. Rothe, Electrom – Beam studies of viscous flow in supersonic nozzles. *AIAA Journal*, Vol. 9, No. 5, 1970.
19. Young-Myung YANG. Modélisation mathématique d'un système de projection thermique à la flamme de type H.V.O.F.: application à l'élaboration de revêtements protecteurs. Thèse de Doctorat soutenue à l'UTBM, 1996.
20. A. N. Johnson. Numerical characterization of the discharge coefficient in critical nozzles. Thesis for the Degree of Doctor, Pennsylvania State University, 2000.
21. A. N. Johnson, P. I. Espina, G. E. Mattingly and J. D. Wright. Numerical characterization of the discharge coefficient in critical nozzles. *NCSL Workshop & Symposium*, 1998.
22. A. Bölcs, T. H. Fransson and M .F. Platzer. Numerical simulation of inviscid transonic flow through nozzles with fluctuating back pressure. *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 111, pp. 169-190, 1989.
23. G. A. Gerolymos and J. P. Bréus. Computation of unsteady nozzle flow resulting from fluctuating back pressure using Euler equations. *Aerospace Science and Technology*, No. 2, pp. 91-105, 1998.
24. L. Meister, Y. Burtschell et D. E. Zeitoun. Etude numérique d'un écoulement réactif dans une tuyère sur détendue: influence de la température de paroi et de l'altitude. *Mécanique & Industries*, Vol. 4, pp. 339-346, 2003.
25. D. B. Landrum, R. M. Beard, J. B. Pearson and C. W. Hawk. Computational assessment of solar thermal rocket nozzle performance. *31<sup>st</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, July 10-12, 1995/San Diego, CA.

26. Nickerson, G. R., Berker, D. R., Coats, D. E., and Dun, S. S., "Two-Dimensional Kinetics (TDK) Nozzle Performance Computer Program, Vol. 1-111," NASAR- 39048, 1993.
27. Stanley P. Grisnik and Tamara A. Smith. Experimental study of low Reynolds number nozzles. 19<sup>th</sup> International Electric Propulsion Conference, Colorado, May 11-13, 1987.
28. M. S. Ivanov, G. N. Markelov, A. D. Ketsdever and D. C. Wadsworth. Numerical study of cold gas micronozzle flows. 37<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, January 11-14, 1999/Reno, NV.
29. C. Rossi, M.D. Rouhani and D. Estève. Prediction of the performance of a Si-micro-machined microthruster by computing the subsonic gas flow inside the thruster. Sensors and Actuators, Vol. 87, pp. 96-104, 2000.
30. C. Rossi. Simulation d'un micro propulseur sous FLUENT : Etude de l'influence du divergent sur la poussée. LAAS-CNRS, 2000.
31. J. Kujawa, D. L. Hitt and G. Cretu. Numerical simulation of supersonic flow in realistic MEMS nozzle geometries with heat loss. 33<sup>rd</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, 23-26 June 2003/Orlando, Florida.
32. J. R. Jones and A. T. Mattick. MEMS Micronozzle flow analysis of a high – temperature chemical propulsion system. AIAA Space 2003 Conference and Exposition, 23-25 September 2003/Long Beach, California.
33. A. A. Alexeenko, S. F. Gimelshein, D. A. Levin and R. J. Colins. Numerical modeling of axisymmetric and three-dimensional flows in MEMS nozzles. 36<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 16-19 July 2000 / Huntsville, AL.
34. A. A. Alexeenko, D. A. Levin, S. F. Gimelshein, R. J. Collins and G. N. Markelov. Numerical simulation of high temperature gas flows in a millimeter scale thruster. 39<sup>th</sup> Aerospace Science Meeting & Exhibit, January 8-11, 2001/Reno, NV.
35. A. A. Alexeenko, D. A. Levin, S. F. Gimelshein, R. J. Collins and G. N. Markelov. Numerical simulation of high temperature gas flows in a millimeter scale thruster. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 16, No. 1, pp. 10-16, 2002.
36. W. F. Louisos and D. L. Hitt. Heat transfer & viscous effects in 2D & 3D supersonic micronozzle flows. 37<sup>th</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, 25-28, June 2007/Miami, FL.



37. W. F. Louissos and Darren L. Hitt. Viscous effects on performance of two – dimensional supersonic linear micronozzles. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 45, No. 4, pp. 706-715, 2008.
38. W. F. Louissos and D. L. Hitt. Performance characteristics of 3D supersonic micronozzles. 38<sup>th</sup> Fluid Dynamics Conference and Exhibit, 23-26, June 2008/Seattle, Washington.
39. A.A. Alexeenko, D.A. Levin, D.A. Fedosov and S.F. Gimelshein and R.J. Collins. Performance analysis of microthrusters based on coupled thermal-fluid modeling and simulation. *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 21, No.1, pp. 95- 101, 2005.
40. A.A.Alexeenko. Modeling of microscale gas flows using the direct simulation Monte Carlo method. Ph.D thesis, Pennsylvania State University, 2003.
41. Alina A. Alexeenko, D.A. Fedosov, S. F. Gimelshein, Deborah A. Levin and R.J. Collins. Transient heat transfer and gas flow in a MEMS-Based Thruster. *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 15, No. 1, 2006
42. F. Alhama et A. Campo. Network simulation of the rapid temperature changes in the composite nozzle wall of an experimental rocket engine during a ground firing test. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 23, pp. 37-47, 2003.
43. Q.Y. Liu. Coupling heat transfer and fluid flow solvers for multi-disciplinary simulations. PhD thesis, Mississippi State University, 2003.
44. Q.Y. Liu, E.A. Luke and P. Cinnella. Coupling heat transfer and fluid flow solvers for multi-disciplinary simulations. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 19, No. 4, pp. 417-427, 2005.
45. S. Chemin, M. P. Errera, F. Feyel, G. Chaineray et M. Lachi. Couplage de codes de calcul scientifique: Etude des interactions fluide/structure par l'intermédiaire d'un couplage thermique. Colloque sur les régimes transitoires en convection (Groupe "Modes de Transfert – Convection"), Paris, 4 Décembre 2003.
46. Sébastien Chemin. Etude des interactions thermiques fluide – structure par un couplage de codes de calcul. Thèse de Doctorat soutenue à l'Université de Reims Champagne – Ardennes, 2006.
47. Jiahua Zhou, Yuwen Zhang and J. K. Chen. Numerical simulation of compressible gas flow and heat transfer in a microchannel surrounded by solid media. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 1484 – 1491, 2007

48. LI Yu, Zou Zheng-ping, YE Jian, LI Wei, Zhou Zhi-xiang and Qin Dai-bin. Two-dimensional conjugate heat transfer procedure and method study. *Gas Turbine Experiment and Research*, Vol. 20, No. 2, pp. 18 – 26, 2007.
49. Cai Guobiao, Zhu Dingqiang and Zhang Xiaoying. Coupling simulation of heat transfer and temperature of the composite walled nozzle of rocket. *Aerospace Conference, IEEE*, 3-10 March 2007.
50. I.A. Gorlach, Thermal stress evaluation of thermo-blast jet nozzle materials. PhD thesis, North-West University, Potchefstroom, 2004.
51. Mary L. Mason, Lawrence E. Putnam & Richard J. Re. The effect of throat contouring on two – dimensional converging – diverging nozzle at static conditions. *NASA Technical Paper 1704*, 1980.
52. C. K. Murch, J.E. Broadwell, A.H. Silver and T.J. Marcisz. Low-thrust nozzle performance. *AIAA 6<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting*, 22-24, 1968, NY.
53. Zhang Jin and Wu Hulin, Design and simulation for thermal barrier coatings on high temperature engine nozzles. *ACTA ARMAMENTARII*, Vol. 23, No.2, pp. 209-211, 2002.
54. Hetnarski R. B., *Thermal Stresses*, volume 1, ed. Elsevier Science Publishers, 1986.
55. Hetnarski R. B., *Thermal Stresses*, volume 4, ed. Elsevier Science Publishers, 1996.
56. R. Bayt and K. Breuer. Systems design and performance of hot and cold supersonic microjets. *39<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 8-11 January 2001/Reno, Nevada.
57. Peng-Fei Hao, Ying-Tao Ding, Zhao-Hui Yao, Feng He and Ke-Qin Zhu. Size effect on gas flow in micro nozzles. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 15, pp. 2069-2073, 2005.
58. W. A. Engblom, M. O’Gara, A. Richards and D. J. Sypeck. Investigation of microthruster nozzle performance for nanosatellite applications. *37<sup>th</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 25-28 June 2007/Miami, FL.
59. Omer San and Ilhan Bayraktar. Numerical modeling of gas flow in converging–diverging micronozzles. *37<sup>th</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 25-28 June 2007/Miami, FL.
60. Fan Bing, Study on temperature field and stress field of engine nozzle. M. S. Thesis, Chongqing University, 2003.

61. Kazuo Ogawa, Dean Deng, Shoichi Kiyoshima, Nobuyoshi Yanagida et Koichi Saito. Investigations on welding residual stresses in penetration nozzles by means of 3D thermal elastic plastic FEM and experiment. *Computational Materials Science*, Vol. 45, pp. 1031 – 1042, 2009.
62. I. M. Hall. Transonic flow in two – dimensional and axially – symmetric nozzles. *Quart. Journ. Mech. And Applied Math.*, Vol. XV, pp.487 – 508, 1962.
63. Chungen Zhou, Na Wang and Huibin Xu, Compraison of thermal cycling behaviour of plasma-sprayed nanostructured and traditional thermal barrier coatings. *Materials Science and Engineering A* 452-453, pp. 569-574, 2007.

## ANNEXE A

### MÉTHODE S.I.P. MODIFIÉE

La méthode S.I.P. modifiée a été présentée par Schneider et Zedan (1981) pour résoudre une classe des EDPs elliptiques de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = q(x, y) \quad (\text{A-1a})$$

Le passage du domaine physique au domaine calcul est obtenu à l'aide de la transformation

$$\text{suiivante : } \xi = x/L, \eta = \frac{r - r_p(x)}{e_t}$$

Avec  $e_t = e_1 + e_2 + e_3 + \dots$  l'épaisseur totale de la paroi et  $e_i$  l'épaisseur de la couche  $i$ .

Cette transformation appliquée à l'équation de bilan thermique (A.1) conduit à la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_s \left[ \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{(1 + (r_p(x))_x)^2}{e_t^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} - \frac{2r_p(x)_x}{e_t L} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\varepsilon}{r} \left( \frac{1}{e_t} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right] \quad (\text{A-1b})$$

Avec  $\alpha_s = \frac{k_s}{\rho_s C p_s}$  la diffusivité thermique et  $r_p(x)_x = \frac{dr_p(x)}{dx}$ .

Les conditions aux limites doivent subir la même transformation que l'équation :

$$\begin{aligned} -k_s \frac{\partial T}{\partial n} &= q_{ext} + h_c (T_\Gamma - T_{ext}) \\ -k_s \left[ \cos \theta \left( \frac{1}{L} \frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{r_p(x)_x}{e_t} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{\sin \theta}{e_t} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] &= q_{ext} + h_c (T_\Gamma - T_{ext}) \quad (\text{A-1c}) \end{aligned}$$

où  $\theta$  est l'angle entre la normale et l'axe horizontal.

La discrétisation de cette équation par différences finies sur la grille ci-dessous, conduit à un système matriciel à 9 diagonales.







$$\begin{aligned}
& A_{SW}T_{SW} + A_S T_S + A_{SE}T_{SE} + A_W T_W + A_P T_P + A_E T_E \\
& + A_{NW}T_{NW} + A_N T_N + A_{NE}T_{NE} + \phi^1 [T_{i+2,j-1} - \alpha(-2T_P + 2T_E + T_S)] \\
& + \phi^2 [T_{i-2,j} - \alpha(-T_P + 2T_W)] + \phi^3 [T_{i+2,j} - \alpha(-T_P + 2T_E)] \\
& + \phi^4 [T_{i-2,j+1} - \alpha(-2T_P + 2T_W + T_N)] = Q_P
\end{aligned} \tag{A-6}$$

Où  $\alpha$  est un paramètre utilisé pour mettre en œuvre l'annulation partielle de l'influence des termes  $\phi$  de la matrice  $\mathbf{B}$ .

Les éléments des matrices  $\mathbf{L}$  et  $\mathbf{U}$  sont donnés par les relations :

$$a_{i,j} = A_{SW} \tag{A-7a}$$

$$b_{i,j} = \frac{A_S - a_{i,j}f_{i-1,j-1} - \alpha A_{SE}f_{i+1,j-1}}{1 - \alpha f_{i,j-1}f_{i+1,j-1}} \tag{A-7b}$$

$$c_{i,j} = A_{SE} - b_{i,j}f_{i,j-1} \tag{A-7c}$$

$$d_{i,j} = \frac{A_W - a_{i,j}h_{i-1,j-1} - b_{i,j}g_{i,j-1} - 2\alpha a_{i,j}g_{i-1,j-1}}{1 + 2\alpha g_{i-1,j}} \tag{A-7d}$$

$$\begin{aligned}
e_{i,j} &= A_P - a_{i,j}s_{i-1,j-1} - b_{i,j}h_{i,j-1} - c_{i,j}g_{i+1,j-1} - d_{i,j}f_{i-1,j} \\
&+ \alpha(2\phi^1 + \phi^2 + \phi^3 + 2\phi^4)
\end{aligned} \tag{A-7e}$$

$$f_{i,j} = \frac{A_E - b_{i,j}s_{i,j-1} - c_{i,j}h_{i+1,j-1} - 2\alpha(\phi^1 + \phi^3)}{e_{i,j}} \tag{A-7f}$$

$$g_{i,j} = \frac{A_{NW} - d_{i,j}h_{i-1,j}}{e_{i,j}} \tag{A-7g}$$

$$h_{i,j} = \frac{A_N - d_{i,j}s_{i-1,j} - \alpha\phi^4}{e_{i,j}} \tag{A-7h}$$

$$s_{i,j} = \frac{A_{NE}}{e_{i,j}} \tag{A-7i}$$

Les termes de  $\phi$  ci-dessus sont évalués comme indiqué dans les équations (A-4) en utilisant les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $g$  et  $s$  obtenues à partir des équations (A-7). On remarque que les termes de  $\phi$  sont nécessaires dans l'équation (A-7) et doivent être évalués dès que l'évaluation de  $d$  est complétée. Les résultats obtenus par Schneider



et Zedan (1981) montrent que cette procédure n'est pas très sensible au choix du paramètre  $\alpha$ . Le choix de la valeur de  $\alpha$  entre 0,3 et 0,6 donne de bons résultats.

Cas d'un système penta- diagonal : 5-points

$$A_{SW} = A_{SE} = A_{NW} = A_{NE} = 0 \quad (\text{A-8})$$

$$a_{i,j} = s_{i,j} = \phi^2 = \phi^3 = 0 \quad (\text{A-9})$$

La séquence itérative est développée comme suit :

On ajoute  $P.T$  aux deux membres de l'équation (A-3) :

$$A.T + P.T = C + P.T \quad (\text{A-10})$$

A l'itération n, on a :

$$(A + P).T^{n+1} = C + P.T^n \quad (\text{A-11})$$

En décomposant  $A+P$  sous forme du produit  $L$  et  $U$ , on peut écrire :

$$(L.U).T^{n+1} = C + P.T^n \quad (\text{A-12})$$

En définissant un vecteur intermédiaire  $V^{n+1}$  par :

$$V^{n+1} = U.T^n \quad (\text{A-13})$$

Nous pouvons utiliser un processus en deux étapes :

$$\text{Étape 1 : } L.V^{n+1} = C + P.T^n \quad (\text{A-14a})$$

$$\text{Étape 2 : } U.T^{n+1} = V^{n+1} \quad (\text{A-14b})$$

Les coefficients  $\phi^1$ ,  $\phi^2$ ,  $\phi^3$  et  $\phi^4$  de  $P$  sont déterminées par les équations (A-4).

$$\text{Si on définit l'écart : } \delta^{n+1} = T^{n+1} - T^n \quad (\text{A-15})$$

$$\text{et un vecteur résidu : } R^n = C - A.T^n \quad (\text{A-16})$$

l'équation (A-11) devient :

$$(A+P).\delta^{n+1} = R^n \quad (\text{A-17})$$

Et en remplaçant  $A+P$  par le produit  $L.U$ , on peut écrire :

$$L.U.\mathcal{J}^{n+1}=R^n$$

En définissant un vecteur intermédiaire  $W^{n+1}$  par :

$$W^{n+1}=U.\mathcal{J}^{n+1} \tag{A-18}$$

La solution peut être obtenue encore une fois en deux étapes

$$\text{Étape 1 : } L.W^{n+1}=R^n \tag{A-19a}$$

$$\text{Étape 2 : } U.\mathcal{J}^{n+1}=W^{n+1} \tag{A-19b}$$

Les processus représentés par les équations (A-14) et (A-19) consistent en une substitution vers l'avant pour déterminer  $V^{n+1}$  ou  $W^{n+1}$  suivie par une substitution vers l'arrière pour déterminer  $T^{n+1}$  ou  $\mathcal{J}^{n+1}$ . Les coefficients restent inchangés pour le processus itératif. Le membre droit de l'équation de l'étape 1 est alors mis à jour et le processus est répété.



## ANNEXE B

### EXEMPLE DE FICHER DE DONNEES POUR ANSYS

*/COM, EXEMPLE DE FICHER DES DONNEES*

*C\*\*\* Entrer la procédure de création du modèle*

**/PREP7**

*C\*\*\* Système de coordonnées*

**CSYS,0**

*C\*\*\* Définition des nœuds et leurs coordonnées*

*C\*\*\* Nmax: nombre total des nœuds*

*C\*\*\* N (Numéro des Nœuds) (X) (Y) (Z)*

**N,1, 1.003227250E-003, 1.039967704E-001, 0.000000000E+000**

**N,2, 0.000000000E+000,1.049999977E-001, 0.000000000E+000**

**N,3, 2.006454501E-003, 1.029935431E-001, 0.000000000E+000**

**\* \* \* \***

**\* \* \* \***

**\* \* \* \***

**N,Nmax-1,1.751409961E-001,4.512499899E-002,0.000000000E+000**

**N,Nmax ,1.751409961E-001,4.524999899E-002,0.000000000E+000**

*C\*\*\* Définition des propriétés des matériaux*

*C\*\*\* MP, Lab, MAT, C0,*

*C\*\*\* EX: Modules élastiques;*

*C\*\*\* MAT: Numéro de référence du matériau*

*C\*\*\* C0: Valeur des propriétés des matériaux*

**MP,EX,3,1.**

**MP,EX,2,1.**

**MP,EX,4,1.**

*C\*\*\* Définition du type d'éléments à partir de la bibliothèque des éléments*

*C\*\*\* Valeur des KeyOptions par défaut*

*C\*\*\* ET, ITYPE, Ename, ...*

*C\*\*\* ITYPE: numéro de type d'élément local arbitraire*

*C\*\*\* Ename: nom de l'élément*

**ET,1,PLANE42**

*C\*\*\* Activer un certain nombre de type d'éléments à affecter*

*C\*\*\* ----- à des éléments définis ultérieurement*

**TYPE,1**

*C\*\*\* Tableau de connectivité et de groupement de matériau*

**MAT,2**  
**EN,1,174,175,385,347**  
\* \* \* \* \*  
**EN,10,356,355,393,394**  
\* \* \* \* \*  
**EN,20,411,392,391,410**

**MAT,3**  
**EN,21,175,176,404,385**  
\* \* \* \* \*  
**EN,30,413,394,393,412**  
\* \* \* \* \*  
**EN,40,176,177,423,404**

**MAT,4**  
**EN,41,175,176,404,385**  
\* \* \* \* \*  
**EN,50,432,413,412,431**  
\* \* \* \* \*  
**EN,61,176,177,423,404**

*C\*\*\* Chargement et affectation des températures nodales*  
*C\*\*\* BF,(Numéro des Nœuds), (TEMP), Valeur*

**BF,1,TEMP,2111.45**  
**BF,2,TEMP,2111.43**  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
**BF,74,TEMP,1965.80**  
**BF,75,TEMP,1961.25**  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
**BF,Nmax-1,TEMP,1729.49**  
**BF,Nmax, TEMP,1729.41**

*C\*\*\* Entrer le processeur de résolution*

**/SOLU**

*C\*\*\* Indiquer le type d'analyse*  
*C\*\*\* STATIC: Effectuer une analyse statique*

**ANTYPE,STATIC**

*C\*\*\* Indiquer la méthode de résolution et la tolérance*

**EQSLV,PCG,1.e-5**

*C\*\*\* Fin de calcul*  
**FINISH**