



**HAL**  
open science

# Etude des transferts d'eau à l'interface sol-atmosphère. Cas d'un sol du Burkina Faso à faible teneur en eau

Francois Ouedraogo

## ► To cite this version:

Francois Ouedraogo. Etude des transferts d'eau à l'interface sol-atmosphère. Cas d'un sol du Burkina Faso à faible teneur en eau. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2008. Français. NNT: . tel-00731139

**HAL Id: tel-00731139**

**<https://theses.hal.science/tel-00731139>**

Submitted on 12 Sep 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ MONTPELLIER 2    UNIVERSITÉ DE OUAGADOUGOU  
Sciences et Techniques du Languedoc    UFR-Sciences Exactes et appliquées

# THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER 2

**Discipline :** Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil  
**Formation Doctorale :** Mécanique des matériaux et des milieux complexes,  
des structures et des systèmes  
**Ecole Doctorale :** Information, Structures et Systèmes

Présentée et soutenue publiquement par

François OUEDRAOGO

Le 20 juin 2008

ETUDE DES TRANSFERTS D'EAU A L'INTERFACE  
SOL-ATMOSPHERE

Cas d'un sol du Burkina Faso à faible teneur en eau

JURY :

Jean-Claude BÉNET	Professeur, Université Montpellier 2	Directeur de thèse
Fabien CHERBLANC	Maître de Conférences, Université Montpellier 2	Examineur
Yézouma COULIBALY	Maître de Conférences, 2 <sup>ie</sup> Ouagadougou	Rapporteur
Guy DELA VALLE	Ingénieur de Recherche, INRA Nantes	Rapporteur
Jean KOULIDIATI	Professeur, Université de Ouagadougou	Président
Jean-Paul LUC	Professeur, Sup'Agro Montpellier	Examineur
Bétaboalé NAON	Maître Assistant, UPB (Burkina Faso)	Examineur
François ZOUGMORÉ	Maître de Conférences, Université de Ouagadougou	Co-directeur de thèse



# Remerciements

Cette thèse a été conduite en co-tutelle entre les universités Montpellier 2 et de Ouagadougou ; c'est l'occasion ici de remercier leurs plus hautes autorités. Le travail de recherche a été réalisé pour une partie très importante au sein de l'équipe Couplages en Milieux Hétérogènes (CMH) du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) à l'Université Montpellier 2, et au Laboratoire de Matériaux et Environnement (LAME) de l'Université de Ouagadougou. Il a été initié dans le cadre d'un projet CORUS. Je tiens à remercier Messieurs René MOTRO et Pierre ALART, Professeurs à l'Université Montpellier 2 et Directeurs successifs du LMG, de m'avoir accueilli au sein du laboratoire. Qu'elles soient scientifiques ou non, les discussions que j'ai eues avec eux m'ont été très enrichissantes.

En acceptant de présider le jury de soutenance de cette thèse, Monsieur Jean KOULIDIATI, Professeur à l'Université de Ouagadougou, me fait un honneur auquel je suis très sensible. Je tiens à lui exprimer ici mes remerciements les plus sincères. Les discussions que nous avons eu tout au long de ce travail (à Ouagadougou comme à Montpellier), ont été très enrichissantes.

Que Monsieur Guy DELLA VALLE, Ingénieur de Recherche à l'Institut de National de la Recherche Agronomique (INRA), site de Nantes, et Monsieur Yézouma COULIBALY, Maître de Conférence à l'Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement (2iE), trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour avoir accepté, avec enthousiasme, malgré leurs nombreuses occupations, de faire un rapport sur ce travail et de participer au jury. L'intérêt qu'ils ont bien voulu manifester pour ce mémoire mériterait qu'une passerelle durable soit établie entre les équipes de recherche. Je garde un vibrant souvenir des discussions que nous avons eues.

Je remercie très sincèrement Monsieur Jean-Paul LUC, Professeur à Sup'Agro de l'Université Montpellier, détaché à l'association ARID au Burkina Faso, pour la spontanéité et l'enthousiasme avec lesquels il a accepté de participer au jury de cette thèse et l'intérêt manifesté pour ce travail de recherche.

Travailler à Montpellier, sous la direction conjointe de Messieurs Jean-Claude BENET, Professeur des Universités et Fabien CHERBLANC, Maître de Conférences de l'Université Montpellier 2, a été un très grand plaisir pour moi et une contribution déterminante pour l'aboutissement de ce travail de recherche. Leur passion pour la mécanique et la thermodynamique dans la réflexion sur les plans théoriques et expérimentaux ainsi que le recul

nécessaire sur l'analyse des résultats obtenus ont nourri et continueront de nourrir ma construction scientifique. Les grandes qualités humaines des ces deux personnages m'ont en outre permis de travailler quotidiennement de manière stable et agréable. Je garde de merveilleux souvenirs des moments passés ensemble au Laboratoire et en dehors.

J'exprime une profonde gratitude à Monsieur François ZOUGMORE, Maître de Conférences à l'Université de Ouagadougou, pour m'avoir intégré dans le cadre de ce projet de Recherche, parrainé (pour reprendre ses termes) ce travail au LAME et pour sa participation au jury. Les discussions que nous avons toujours eues, scientifique ou non, ont été enrichissantes. Il a toujours su me donner tout le soutien nécessaire.

À Monsieur Bétaboalé NAON, Maître Assistant et Directeur de l'IUT à l'Université Polytechnique de Bobo Dioulasso (UPB) , j'exprime aussi une profonde gratitude pour avoir suivi très activement ce travail. Il m'a apporté tout le soutien nécessaire tant scientifique qu'humain ; me facilitant en outre les différentes démarches administratives et en m'apportant beaucoup de soutiens pour mes tâches pédagogiques à l'UPB entre autres.

Je tiens à remercier Monsieur Saïd EL YOUSOUFI, Maître de Conférences à l'Université Montpellier 2, qui a succédé à Jean-Claude BENET à la responsabilité de l'équipe CMH pour son soutien à la réalisation de ce travail. Je reste très sensible aux nombreuses discussions scientifiques et à ses nombreuses initiatives pour me réserver un séjour agréable. Mes vifs remerciements vont aussi à l'endroit des autres membres de l'équipe : Dominique AMBARD, Gérard BERTHOMIEU, Bruno COUSIN, Jean-Yves DELENNE, Pascal ROYER et Christian SAIX qui m'ont accueilli et soutenu tout au long de mes séjours.

Le travail expérimental de cette thèse a été réalisé avec la participation active des techniciens du laboratoire. Je tiens à remercier tout spécialement Messieurs Alain CLARY, Gilles CAMP, Yves El KAÏM et Gérard DENAYER. Je suis très sensible à toutes leurs marques d'amitié. Je tiens à dire particulièrement merci à Gérard DENAYER pour avoir réalisé des essais alors que j'étais au Burkina Faso. Mes remerciements vont aussi à l'endroit de toutes les autres personnes travaillant à la Halle de Mécatronique : Bertrand WATRISSE, Vincent HUON, Jean-Michel MURACCIOLE, Jana DLOUBA..., pour tous les moments de convivialité, en particulier le vendredi...

Je tiens à dire merci pour Madame Reine BONNET-CAUSSE pour sa sympathie et la joie de vivre qu'elle a toujours su partager.

Mes remerciements vont aussi à tous les collègues de l'UPB : J.-C. DALLAS, Dr. M. KABORE, , H. KABRE, T. SAWADOGO, Dr. A. SERE, S. SOULAMA... Mes pensées profondes vont à Mamadou TRAORE, co-doctorant décédé.

A tous les collègues doctorants du LMGC, merci à tous pour la présence, le soutien et l'amitié que vous m'avez témoigné. Je remercie tout particulièrement mes collègues de bureau Anne-Laure LOZANO et Simon SALAGER avec lesquels nous avons eu une bonne collaboration. Au reste de la petite famille SALAGER (Jennifer GASPAROUX et Pénélope), toute ma gratitude pour m'avoir adopté en votre sein. Je n'oublie pas le cercle d'amis de Montpellier et tous les fabréguois : Yves, Marine, Jean Philippe, Damiens, Gnas,

les ROUGER, Freddy, Steph...

A tous les autres membres du LAME, merci pour vos soutiens et amitiés qui m'ont été précieux : Dr. Issa ZERBO, Dr. Fabé I. BARRO, Sosthène TASSEMBEDO, Martial Zoungrana, Bernard ZOUMA, Raguilignaba SAM et toute la jeune garde...

Mes remerciements vont aussi à tous les amis doctorants de l'Université de Ouagadougou, Samuel OUOBA, Tizane DAO, Antoine DABONE, Jean-Paul KARAMA, ...

Ma profonde gratitude à ma compagne Zarata KONDABO et nos deux fils Anicet et Axel (qui vient de naître) ; je vous ai certainement manqué pendant ces longues périodes d'absence. Merci pour votre soutien. A ma grande famille qui a toujours su m'accompagner depuis tout petit, que vous dire ? Simplement merci. Je pense tout particulièrement à mon défunt père, à ma mère, mes frères, mes cousins, neveux... Je dédie ce travail à toute la famille.

Merci à tous ceux dont les noms ne figurent pas ici mais qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Modélisation thermodynamique de l'équilibre et des transferts dans un sol</b>	<b>9</b>
1.1	Thermodynamique de l'équilibre des phases fluides homogènes à composition variable . . . . .	11
1.1.1	Relation de Gibbs - définition du potentiel chimique . . . . .	11
1.1.2	Relation intégrale - relation de Gibbs-Duhem . . . . .	12
	Relation intégrale . . . . .	12
	Relation de Gibbs-Duhem . . . . .	12
1.1.3	Propriété fondamentale des potentiels chimiques . . . . .	13
1.2	Expression des potentiels chimiques . . . . .	13
1.2.1	Gaz parfait . . . . .	14
1.2.2	Fluides peu compressibles . . . . .	14
1.2.3	Solution diluée . . . . .	15
1.2.4	Mélange de gaz parfaits et solutions idéales . . . . .	15
1.2.5	Pression osmotique . . . . .	16
1.3	Thermodynamique de l'équilibre de l'eau dans les milieux complexes . . .	17
1.3.1	Mesure du potentiel chimique de l'eau en milieu complexe . . . . .	17
1.3.2	Milieux capillaires . . . . .	18
1.3.3	Milieux hygroscopiques . . . . .	20
1.3.4	Solution dans un milieu capillaire . . . . .	22
1.4	Applications à quelques milieux complexes . . . . .	23
1.5	Thermodynamique du non équilibre en milieu complexe . . . . .	24
1.5.1	Milieux hétérogènes en non équilibre thermodynamique . . . . .	24
1.5.2	Différentes approches de modélisation . . . . .	25
1.5.3	Conventions . . . . .	27
1.5.4	Variables d'état . . . . .	27
1.5.5	Masse volumique . . . . .	27
1.5.6	Teneur en eau . . . . .	28
1.5.7	Vitesse et flux de diffusion . . . . .	28
1.5.8	Tenseur des déformations linéarisées . . . . .	28
1.5.9	Température . . . . .	29
1.5.10	Forces à distance appliquées sur le milieu . . . . .	29



1.5.11	Dérivée matérielle pour l'ensemble du milieu . . . . .	29
1.5.12	Bilan de masse . . . . .	30
	Bilan de masse pour un constituant . . . . .	30
	Bilan pour une phase . . . . .	30
1.5.13	Bilan de charge électrique . . . . .	31
1.5.14	Bilan de quantité de mouvement . . . . .	31
	Bilan pour une phase . . . . .	31
	Bilan pour l'ensemble du milieu . . . . .	32
1.5.15	Bilan d'énergie cinétique . . . . .	32
1.5.16	Bilan d'énergie totale . . . . .	32
1.5.17	Bilan d'énergie interne . . . . .	33
1.5.18	Dissipations . . . . .	33
1.5.19	Autres expressions des dissipations . . . . .	35
1.5.20	Thermodynamique des processus irréversibles linéaire au voisinage de l'équilibre (TPI linéaire) . . . . .	37
	Loi de Fourier . . . . .	38
	Loi d'Ohm . . . . .	38
	Loi de Fick . . . . .	39
1.5.21	Filtration d'une phase liquide pure ou d'une phase gazeuse mono- constituant dans un milieu poreux indéformable . . . . .	39
1.5.22	Diffusion des constituants à l'intérieur de la phase gazeuse . . . . .	41
1.5.23	Transport d'un liquide et de sa vapeur . . . . .	42
1.6	Changement de phase . . . . .	44
1.6.1	Relation de changement de phase . . . . .	45
1.6.2	Potentiel chimique de l'eau . . . . .	45
1.6.3	Loi de changement de phase de non équilibre thermodynamique . . . . .	46
<b>2</b>	<b>Caractérisation du sol</b> . . . . .	<b>49</b>
2.1	Caractéristiques morphologiques . . . . .	50
2.1.1	Matière organique . . . . .	50
2.1.2	Granulométrie . . . . .	51
2.1.3	Analyse minéralogique . . . . .	52
	Analyse d'une poudre de sol . . . . .	53
	Étapes de l'analyse de la fraction argileuse . . . . .	54
	Résultats de l'analyse minéralogique . . . . .	55
2.2	Caractéristiques hydrologiques et physiques . . . . .	55
2.2.1	Pression de vapeur saturante de l'eau . . . . .	56
2.2.2	Isothermes de sorption/désorption . . . . .	56
	Activité de l'eau . . . . .	56
	Définitions . . . . .	57
	Protocole expérimental . . . . .	57
	Isotherme de désorption du sol de Nasso . . . . .	58
	Forme générale des isothermes . . . . .	59

	Modélisation des isothermes . . . . .	60
2.2.3	Mesure de la succion par la plaque de pression . . . . .	61
	Dispositif expérimental : la plaque de pression . . . . .	62
	Protocole expérimental . . . . .	63
	Résultats . . . . .	63
2.2.4	Potentiel chimique de l'eau . . . . .	63
2.2.5	Courbe caractéristique de la relation sol-eau utilisant la pression (suc- cion) . . . . .	64
	Mesure de la teneur en eau de saturation . . . . .	65
	Représentation de la courbe caractéristique . . . . .	66
	Modélisation de la courbe caractéristique . . . . .	66
2.2.6	Essai Proctor . . . . .	68
	But et principe de la manipulation . . . . .	68
	Mode opératoire . . . . .	68
	Résultats . . . . .	69
2.2.7	Coefficient de perméabilité en condition non saturée . . . . .	70
	Modélisation de la perméabilité non saturée . . . . .	70
	Perméabilité à saturation . . . . .	71
	Modélisation de la perméabilité en non saturée du sol de Nasso . . . . .	74
2.2.8	Diffusion gazeuse . . . . .	75
	Diffusion gazeuse dans les sols . . . . .	76
	Tortuosité . . . . .	77
	Modèle adopté dans l'étude . . . . .	79
2.3	Etude expérimentale du coefficient de changement de phase . . . . .	79
2.3.1	Rappels bibliographiques . . . . .	80
2.3.2	Principe de la mesure du coefficient de changement de phase . . . . .	81
2.3.3	Dispositif expérimental . . . . .	81
2.3.4	Protocole expérimental . . . . .	82
2.3.5	Modélisation du coefficient de changement de phase . . . . .	83
	Exploitation d'une expérience type . . . . .	83
	Détermination du coefficient de changement de phase d'équilibre . . . . .	88
	Domaine loin de l'équilibre . . . . .	89
<b>3</b>	<b>Etude expérimentale des transferts dans une colonne de sol</b>	<b>91</b>
3.1	Dispositif expérimental et mode opératoire . . . . .	91
3.1.1	Dispositif expérimental . . . . .	92
3.1.2	Protocole expérimental . . . . .	92
	Conditionnement de l'enceinte climatique . . . . .	92
	Préparation du sol . . . . .	93
	Confection des colonnes de sol . . . . .	93
	Démarrage de l'expérience . . . . .	95
3.2	Cinétiques de séchage . . . . .	95
3.2.1	Résultats . . . . .	95

3.2.2	Analyse . . . . .	98
3.3	Profils de teneur en eau . . . . .	98
3.3.1	Dispositif et protocole expérimental . . . . .	99
	Description du piston d'extraction du sol . . . . .	99
	Extraction et découpe du sol . . . . .	100
3.3.2	Résultats . . . . .	101
3.3.3	Analyse . . . . .	104
3.4	Etude du transfert d'eau dans une couche mince superficielle de sol . . . . .	104
3.4.1	Dispositif expérimental . . . . .	105
3.4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	105
3.4.3	Modélisation de la cinétique de couche mince . . . . .	107
3.4.4	Flux d'eau à l'interface . . . . .	110
<b>4</b>	<b>Simulation et validation du modèle</b>	<b>113</b>
4.1	Modélisation du transfert d'eau dans un sol aride . . . . .	113
4.1.1	Modèle . . . . .	113
	Phénomènes physiques pris en compte et domaine de validité . . . . .	113
	Hypothèses supplémentaires adoptées dans ce chapitre . . . . .	114
	Bilan d'eau liquide . . . . .	114
	Bilan de vapeur d'eau . . . . .	116
4.1.2	Synthèse : modèle théorique retenu . . . . .	117
4.2	Modèle d'étude . . . . .	118
4.2.1	Milieu physique . . . . .	118
4.2.2	Conditions initiales . . . . .	118
4.2.3	Conditions aux limites . . . . .	119
4.3	Discretisation des équations du modèle . . . . .	119
4.3.1	Schéma numérique . . . . .	119
4.3.2	Discretisation . . . . .	120
	Pour l'eau liquide . . . . .	120
	Pour la vapeur d'eau . . . . .	121
4.3.3	Continuité de variables et flux . . . . .	121
4.3.4	Choix pour le calcul des flux d'eau et de vapeur à l'interface . . . . .	122
	Méthode harmonique . . . . .	122
	Méthode arithmétique 1 . . . . .	123
	Méthode arithmétique 2 . . . . .	123
4.4	Méthode de résolution . . . . .	123
4.4.1	Méthode numérique . . . . .	123
4.4.2	Résolution numérique . . . . .	124
4.5	Simulation numérique . . . . .	126
4.5.1	Comparaison des trois méthodes . . . . .	126
	Méthode harmonique . . . . .	126
	Méthodes arithmétiques . . . . .	129
4.5.2	Choix du pas de temps . . . . .	129

4.5.3	Choix du pas d'espace . . . . .	129
4.6	Résultats et pré-validation . . . . .	131
4.6.1	Récapitulatif des paramètres utilisés pour la simulation . . . . .	131
4.6.2	Confrontation des résultats numériques et expérimentaux . . . . .	131
4.7	Etude de sensibilité à certains paramètres du sol . . . . .	133
4.7.1	Effet de la perméabilité relative à l'eau . . . . .	133
4.7.2	Influence de la teneur en eau résiduelle . . . . .	136
4.7.3	Effet de la perméabilité à saturation . . . . .	136
4.7.4	Influence de la tortuosité . . . . .	138
4.7.5	Influence du coefficient de changement de phase liquide-vapeur . . .	142
4.8	Validation . . . . .	144
4.8.1	Synthèse : paramètres retenus . . . . .	144
	Perméabilité à saturation . . . . .	144
	Perméabilité relative à l'eau . . . . .	144
	Teneur en eau résiduelle . . . . .	145
4.8.2	Validation dans le cas d'une teneur en eau initiale de 6% et une humidité relative de l'atmosphère de 30% . . . . .	145
4.8.3	Cas d'une teneur en eau initiale de 6% et une humidité relative de 50% . . . . .	147
4.8.4	Cinétiques et profils simulés de pression de vapeur d'eau lors d'un séchage de sol . . . . .	150
4.8.5	Etudes des mécanismes responsables du séchage : filtration de la phase liquide, diffusion de la vapeur d'eau, changement de phase . .	151
	Flux d'eau liquide . . . . .	151
	Flux de vapeur d'eau . . . . .	153
	Taux de changement de phase . . . . .	153
	Flux d'eau à l'interface sol-air . . . . .	155
	Description des transferts au voisinage de l'interface . . . . .	158
4.8.6	Comparaison des flux théoriques et expérimentaux à la surface . . .	158

<b>Bibliographie</b>	<b>165</b>
----------------------	------------

<b>Annexes</b>	<b>171</b>
----------------	------------



# Table des figures

1.1	(a)-Gel d'agar - Phase solide en nid d'abeilles (partie claire) (b)-latex coagulé (c)-Albumen de blé - Grains d'amidon liés par des protéines (d)-Tissus cotylédonaire du cacao . . . . .	10
1.2	Principe de la pression osmotique . . . . .	16
1.3	Principe de la mesure tensiométrique . . . . .	19
1.4	Principe de détermination des isothermes de désorption ou de sorption . . . . .	21
1.5	Schéma de principe de mesure du potentiel chimique de l'eau dans la solution d'un milieu capillaire . . . . .	22
1.6	Variation du potentiel chimique de l'eau dans divers milieux complexes . . . . .	24
2.1	Courbe granulométrique du sol de Nasso . . . . .	51
2.2	Schéma de principe de la relation de Bragg . . . . .	53
2.3	Schéma de principe du banc de sorption/désorption . . . . .	57
2.4	Isotherme de désorption du sol de Nasso expérimentale et par ajustement par la relation (2.10) . . . . .	58
2.5	Formes générales des isothermes . . . . .	59
2.6	Mesure de la succion à la plaque de pression (Salager, 2007) . . . . .	62
2.7	Résultats des mesures tensiométriques . . . . .	64
2.8	Variation du potentiel chimique de l'eau dans le sol de Nasso et dans d'autres milieux complexes . . . . .	65
2.9	Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes caractéristiques . . . . .	66
2.10	Courbe caractéristique du sol de Nasso . . . . .	67
2.11	Courbe PROCTOR du sol de Nasso . . . . .	69
2.12	Perméamètre à charge variable . . . . .	73
2.13	Représentation de la courbe de $K_{sat}$ et du modèle utilisé pour l'extrapolation . . . . .	75
2.14	Conductivité hydraulique du sol de Nasso en condition non saturée pour $\lambda = 3$ . . . . .	76
2.15	Variation de $K_{ns}$ en fonction de la teneur en eau pour différentes valeurs de l'exposant $\lambda$ . . . . .	77
2.16	Schéma de l'expérience de volatilisation (Lozano, 2007) . . . . .	82
2.17	Principe de l'expérience à l'échelle des pores . . . . .	84
2.18	Mesure de la température et de la pression de la phase gazeuse au cours d'un essai de changement de phase avec $w = 0,84\%$ et $T = 303,15 K$ . . . . .	85
2.19	Evolution de $P_v^*/T$ et $P_{veq}/T$ avec $w = 0,84\%$ et $T = 303,15 K$ . . . . .	86
2.20	Coefficient de changement de phase loin de l'équilibre . . . . .	87

2.21	Schématisation du coefficient de changement de phase loin de l'équilibre . . .	87
2.22	Evolution du coefficient de changement de phase d'équilibre $L_{eq}$ et sa modélisation en fonction de la teneur en eau . . . . .	88
2.23	Variation de $HR_{lim}$ en fonction de la teneur en eau du sol . . . . .	89
2.24	Variation de la pente $-k$ en fonction de la teneur en eau . . . . .	90
3.1	Schéma de principe des transferts dans les colonnes de sol . . . . .	92
3.2	Schéma du dispositif de conception des colonnes de sol . . . . .	94
3.3	Enceinte climatique "BIA" contenant des échantillons de sol . . . . .	96
3.4	Cinétiques de séchage pour $w_{initial} = 8\%$ , $HR = 30\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	96
3.5	Cinétiques de séchage pour $w_{initial} = 6\%$ , $HR = 30\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	97
3.6	Cinétiques de séchage pour $w_{initial} = 6\%$ , $HR = 50\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	97
3.7	Comparaison des cinétiques de séchage à deux humidités relatives : 30 et 50% avec $w_{initial} = 6\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	98
3.8	Schéma du piston d'extraction de sol des colonnes . . . . .	99
3.9	Schématisation de l'extraction du sol des tubes PVC . . . . .	100
3.10	Profils de teneur en eau pour $w_{initial} = 8\%$ , $HR = 30\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	101
3.11	Profils de teneur en eau pour $w_{initial} = 6\%$ , $HR = 30\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	102
3.12	Profils de teneur en eau pour $w_{initial} = 6\%$ , $HR = 50\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ . . . . .	102
3.13	Comparaison de profils ( $HR = 30\%$ , $HR = 50\%$ et $T = 30^\circ\text{C}$ ) au bout de 4 jours de séchage à partir de $w_{initial} = 6\%$ . . . . .	103
3.14	Comparaison de profils ( $HR = 30\%$ et $HR = 50\%$ ) après 38 jours de séchage à partir de $w_{initial} = 6\%$ . . . . .	103
3.15	Cinétique superficielle de couche mince avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	106
3.16	Cinétique superficielle de couche mince avec $w_{initial} = 8\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	106
3.17	Cinétique superficielle de couche mince avec $w_{initial} = 10\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	107
3.18	Evolution temporelle de la teneur en eau réduite des couches minces de sol pour $HR = 30\%$ . . . . .	108
3.19	Evolution temporelle de la teneur en eau réduite d'une couche mince de sol pour $HR = 50\%$ . . . . .	109
3.20	Comparaison des cinétiques de séchage de couches minces de sol pour $HR = 50\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	109
4.1	Phénomènes pris en compte dans l'étude . . . . .	114
4.2	Schéma d'une coupe de sol placée dans son environnement . . . . .	118
4.3	Maillage du domaine d'étude . . . . .	120
4.4	Simulation numérique du rééquilibrage d'eau, par filtration : $w(0 \leq h < 15 \text{ cm}) = 27\%$ et $w(15 \leq h \leq 30 \text{ cm}) = 0,6\%$ . . . . .	127
4.5	Simulation numérique du rééquilibrage d'eau, par filtration : $w(0 \leq h < 15 \text{ cm}) = 27\%$ et $w(15 \leq h \leq 30 \text{ cm}) = 0,6\%$ . . . . .	128
4.6	Discontinuités sur les cinétiques de séchage avec les méthodes harmonique et arithmétique : $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	128

4.7	Discontinuités sur les profils de teneur en eau avec les méthodes harmonique et arithmétique : $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	129
4.8	Effet du choix du pas de temps sur les simulations . . . . .	130
4.9	Effet du choix du pas d'espace sur les simulations . . . . .	130
4.10	Comparaison des cinétiques moyennes expérimentales et simulés avec les paramètres issus de la caractérisation à $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	132
4.11	Comparaison des profils de teneur en eau expérimentaux et simulés après 4j 21h 48mn et 10j 22h 52mn de séchage . . . . .	132
4.12	Comparaison des profils de teneur en eau expérimentaux et simulés après 22j 22h 37mn et 38j 4h 22mn de séchage . . . . .	133
4.13	Effet de $\lambda$ sur les cinétiques moyennes de teneur en eau avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	134
4.14	Effet de $\lambda$ sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	134
4.15	Effet de $\lambda$ sur les profils de teneur en eau en 16j 4h 10mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	135
4.16	Effet de $\lambda$ sur les profils de teneur en eau en 38j 4h 22mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	135
4.17	Effet de la teneur en eau résiduelle sur les cinétiques moyennes avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	136
4.18	Effet de la teneur en eau résiduelle sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	137
4.19	Effet de la teneur en eau résiduelle sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	137
4.20	Effet de perméabilité à saturation sur les cinétiques moyennes avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	138
4.21	Effet de la perméabilité à saturation sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	139
4.22	Effet de la perméabilité à saturation sur les profils de teneur en eau en 16j 4h 10mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	139
4.23	Effet de la perméabilité à saturation sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	140
4.24	Effet de la tortuosité sur les cinétiques moyennes pour $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	140
4.25	Effet de la tortuosité sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	141
4.26	Effet de la tortuosité sur les profils de teneur en eau en 16j 4h 10mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	141
4.27	Effet de la tortuosité sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	142
4.28	Effet du coefficient de changement de phase sur les cinétiques moyennes avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	143



4.29	Effet du coefficient de changement de phase sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	143
4.30	Effet du coefficient de changement de phase sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	144
4.31	Cinétiques de séchage expérimentale et simulée avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	145
4.32	Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 4j 21h 48mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	146
4.33	Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 16j 5h 10mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	146
4.34	Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 38j 4h 22mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	147
4.35	Cinétiques de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	148
4.36	Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 4j 2h 25mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	148
4.37	Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 16j 5h 40mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	149
4.38	Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 40j 5h 32mn de séchage avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	149
4.39	Cinétiques de pression de vapeur moyennes à la teneur $w_{initial} = 6\%$ et pour deux humidités relatives : $HR = 30\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	150
4.40	Profils de pression de vapeur avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	151
4.41	Profil du flux d'eau liquide pour $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	152
4.42	Profil du flux d'eau liquide pour $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	152
4.43	Profil du flux de vapeur d'eau avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	153
4.44	Profil du flux de vapeur d'eau avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	154
4.45	Cinétique du taux global de changement de phase pour une colonne de sol de 30 cm avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	154
4.46	Cinétique du taux global de changement de phase pour une colonne de sol de 30 cm avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	155
4.47	Profil du taux de changement de phase pour $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	156
4.48	Profil du taux de changement de phase pour $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 50\%$ . . . . .	156
4.49	Cinétique du flux d'eau à l'interface sol-atmosphère avec $w_{initial} = 6\%$ et $HR = 30\%$ . . . . .	157
4.50	Comparaison des flux massiques de changement de phase et à la surface . . . . .	157
4.51	Schématisation du flux de vapeur échangé avec l'atmosphère . . . . .	158
4.52	Flux d'eau à la surface du sol . . . . .	159

# Liste des tableaux

1.1	Point de flétrissement permanent de quelques espèces, d'après Gobat et al. (2003, p.55) . . . . .	18
1.2	Variation du rapport entre la pression partielle d'équilibre et la pression de vapeur saturante en fonction du rayon - cas d'une bulle d'après la relation de Kelvin (1.41) . . . . .	20
1.3	Références et caractéristiques des milieux complexes . . . . .	23
2.1	Analyse de la composition chimique . . . . .	50
2.2	Modèles des isothermes de sorption/désorption . . . . .	60
2.3	Paramètres nécessaires au calcul de la perméabilité en saturée . . . . .	74
3.1	Temps caractéristique pour les humidités relatives 30% et 50% . . . . .	108



# Nomenclature

## Indices, exposants et symboles de sommation

$k, m, n$	exposants relatifs aux composantes de l'espace
$, k$	indice de dérivation spatiale
$\alpha$	indice relatif à une phase du milieu
$i$	indice relatif à un constituant de la phase
$\sum$	sommation sur toutes les phases
$\sum_{\alpha}$	sommation sur toutes les constituants d'une phase
$\sum_i$	

## Symboles latins

$D$	Dissipation associée aux phénomènes irréversibles	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_D$	Dissipation associée à la diffusion des constituants	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_E$	Dissipation associée à la conduction électrique	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_F$	Dissipation mécanique associée aux interfaces	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_M$	Dissipation mécanique associée au comportement rhéologique des phases	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_R$	Dissipation associée aux réactions chimiques	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_T$	Dissipation thermique	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_{FD}$	Dissipation associée aux mouvements des phases	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$E$	Energie totale du milieu	$[\text{J}]$
$E^k$	Composantes du champ électrique	$[\text{V.m}^{-1}]$
$f^k$	Composantes de la densité massique de force agissant sur le milieu	$[\text{N.kg}^{-1}]$
$f_{\alpha}^k$	Composantes de la densité massique de force agissant sur une phase	$[\text{N.kg}^{-1}]$
$f_{\alpha i}^k$	Composantes de la densité massique de force agissant	

	sur un constituant	[N.kg <sup>-1</sup> ]
$g^k$	Composantes de l'accélération de la pesanteur	[m.s <sup>-2</sup> ]
$h$	Hauteur de l'échantillon de sol	[m]
$h_{\alpha i}$	Densité massique d'enthalpie d'un constituant	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$i_{\alpha}^k$	Composantes de la densité de courant électrique conducteur	[A]
$I^k$	Composantes de la densité de courant électrique	[A]
$J_{\alpha i}^k$	Composantes du flux de diffusion d'un constituant par rapport à sa phase	[kg.m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$J_q^k$	Composantes du vecteur courant de chaleur	[J.m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$K$	conductivité hydraulique	[m.s <sup>-1</sup> ]
$L_v$	Coefficient phénoménologique associé à la diffusion de la vapeur d'eau	[SI]
$L_L$	Coefficient phénoménologique associé à la filtration de la phase liquide	[SI]
$M_i$	Masse molaire d'un constituant	[kg.mol <sup>-1</sup> ]
$m_i$	Masse d'un constituant $i$	[kg]
$n_{\alpha i}$	Nombre de moles de soluté	[mol]
$\mathcal{P}$	Puissance des efforts extérieurs	[J.s <sup>-1</sup> ]
$P^k$	Composantes de la quantité de mouvement du milieu	[kg.m.s <sup>-1</sup> ]
$P_l^*$	Pression interstitielle (pression de la phase liquide à l'échelle des pores)	[Pa]
$Q$	Taux de chaleur reçue	[J.s <sup>-1</sup> ]
$r$	Densité volumique du taux de chaleur reçue	[J.m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$R$	Constante des gaz parfaits	[J.K <sup>-1</sup> .mol <sup>-1</sup> ]
$S$	Entropie du milieu	[J.K <sup>-1</sup> ]
$s$	Densité massique d'entropie du milieu	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$s_{\alpha}$	Densité massique d'entropie d'une phase	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$s_{\alpha i}$	Densité massique d'entropie d'un constituant	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$t$	Temps	[s]
$T$	Température absolue	[K]
$T_{\alpha}$	Température d'une phase	[K]
$T_{\alpha i}$	Température d'un constituant	[K]
$u_{\alpha}$	Densité massique d'énergie interne d'une phase	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$u_{\alpha i}$	Densité massique d'énergie interne du constituant	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$U$	Energie interne du milieu	[J]
$v_l$	Vitesse du liquide	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v_{\alpha}^k$	Composantes de la vitesse d'une phase	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v_{\alpha i}^k$	Composantes de la vitesse d'un constituant	[m.s <sup>-1</sup> ]

$V$	Volume élémentaire représentatif	$[m^3]$
$V_\alpha$	Volume occupé par une phase dans le VER	$[m^3]$
$V_{\alpha i}$	Volume occupé par un constituant dans le VER	$[m^3]$
$w$	Teneur en eau	$[.]$
$x_i$	Fraction molaire d'un constituant	$[.]$
$Y_{\alpha i}$	Fraction massique d'un constituant	$[.]$
$z$	Composante verticale de l'espace	$[m]$
$Z$	Charge électrique massique du milieu	$[C.kg^{-1}]$
$Z_\alpha$	Charge électrique massique d'une phase	$[C.kg^{-1}]$
$Z_{\alpha i}$	Charge électrique massique d'un constituant	$[C.kg^{-1}]$

## Symboles grecs

$\gamma_{\alpha i}^k$	Composantes de l'accélération d'un constituant	$[m.s^{-2}]$
$\delta^{km}$	Composantes du tenseur de Kronecker	$[.]$
$\varepsilon^{km}$	Composantes du tenseur des déformations de la matrice poreuse	$[.]$
$\varepsilon_\alpha^{km}$	Composantes du tenseur des déformations linéarisées	$[.]$
$\lambda_\alpha^k$	Composantes de la source de quantité de mouvement d'une phase en provenance des autres phases	$[kg.m^{-2}.s^{-2}]$
$\mu$	Viscosité dynamique de la phase liquide	$[N.s.m^{-2}]$
$\mu_{\alpha i}$	Potentiel chimique d'un constituant	$[J.kg^{-1}]$
$\mu_{\alpha i}^+$	Potentiel chimique de référence d'un constituant	$[J.kg^{-1}]$
$\Pi$	Pression osmotique	$[Pa]$
$\rho$	Masse volumique du milieu	$[kg.m^{-3}]$
$\rho_\alpha$	Masse volumique apparente d'une phase	$[kg.m^{-3}]$
$\rho_{\alpha i}$	Masse volumique apparente d'un constituant	$[kg.m^{-3}]$
$\rho_\alpha^*$	Masse volumique réelle d'une phase	$[kg.m^{-3}]$
$\hat{\rho}_\alpha$	Densité d'apport de masse à une phase en provenance des autres phases	$[kg.m^{-3}.s^{-1}]$
$\hat{\rho}_{\alpha i}$	Densité d'apport de masse à un constituant en provenance des autres constituants	$[kg.m^{-3}.s^{-1}]$
$\sigma^{km}$	Composantes du tenseur des contraintes de Cauchy du milieu	$[Pa]$
$\sigma_\alpha^k$	Composantes du tenseur des contraintes de Cauchy d'une phase	$[Pa]$
$\bar{\sigma}_\alpha^{km}$	Composantes de la partie réversible du tenseur des contraintes d'une phase	$[Pa]$
$\hat{\sigma}_\alpha^{km}$	Composantes de la partie irréversible du tenseur des contraintes d'une phase	$[Pa]$
$\phi$	Porosité du milieu poreux	$[.]$

$\eta_\alpha$	Fraction volumique occupée par une phase	[.]
$\Phi$	Potentiel électrique	[V]
$\Phi_{\alpha i}$	Flux de matière d'un constituant	[kg.m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\Phi_\alpha$	Flux de matière d'une phase	[kg.m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\chi$	Densité volumique d'entropie	[J.K <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\psi$	Densité massique d'énergie libre du milieu	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\psi_\alpha$	Densité massique d'énergie libre d'une phase	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\psi_{\alpha i}$	Densité massique d'énergie libre d'un constituant	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\Psi$	Energie libre	[J]

# Introduction générale

Un sol peut-être défini comme le produit, remanié et organisé, de l'altération de la couche superficielle de la croûte terrestre essentiellement sous l'action d'agents climatiques et biologiques. Les sols sont des milieux constitués de grains solides empilés les uns sur les autres formant ainsi un squelette solide. Ce squelette comporte des vides interstitiels qui peuvent être totalement ou partiellement remplis par une phase liquide ou gazeuse ou le mélange des deux. Si les pores sont uniquement remplis d'une seule phase fluide homogène, on est dans le cas d'un sol saturé. Dans le cas contraire on se place dans le cas non saturé qui est le cas le plus général.

L'étude des sols comporte deux grands domaines (Musy et Soutter, 1991) :

- Les disciplines orientées vers la connaissance de la structure et de la composition des sols : pédologie, physique du sol, chimie du sol, biologie du sol.
- Les disciplines centrées sur l'analyse du comportement des sols dans leur milieu dont l'agronomie, rapport avec les végétaux et l'agrométéorologie qui décrit le comportement entre un sol et l'atmosphère.

Il n'existe cependant pas de frontières rigides entre les différents domaines et l'on ne saurait étudier l'un d'eux sans faire d'incursions dans les autres. L'étude de la relation sol - plante - atmosphère en est un exemple. Le travail présenté dans ce mémoire concerne plus particulièrement la relation sol-atmosphère dans les sols à faible teneur en eau. Cette relation détermine le stock d'eau disponible dans les sols. Ce point est particulièrement important dans les zones sahéliennes. Le sahel est généralement défini comme une zone géographique s'étirant sur la frange sud du Sahara, depuis la côte atlantique de l'Afrique de l'ouest jusqu'à la Somalie, entre les parallèles 12° N et 17° N. Le sud du Sahel reçoit 600 mm de pluie l'an alors que le nord en reçoit seulement 100 mm (Kabore, 1994).

A titre d'exemple, le Burkina Faso est un pays essentiellement agropastoral où les activités occupent plus de 80% de la population active et procurent environ 60% des recettes d'exportation. Ce pays, comme les autres pays sahéliens, vit dans une insécurité alimentaire induite par les aléas climatiques. Sans une production alimentaire suffisante et bien répartie, tous les efforts dans la lutte contre la pauvreté se révéleraient sans impact significatif pour les 46,4% de la population globale vivant en dessous du seuil de pauvreté.

Cependant, le problème de l'eau dépasse ce cadre géographique. Dans les décennies à venir, l'eau risque de devenir, pour toute la planète, la ressource vitale qu'il conviendra de gérer au mieux et de protéger. Cette ressource est fortement tributaire du climat.

Dans la zone sahélienne le climat varie d'une période de l'année à l'autre et il y existe



deux types de saisons :

- une saison pluvieuse très courte : trois à cinq mois selon les parties,
- une saison sèche longue : sept à neuf mois ; elle se caractérise par l'assèchement de nombreux cours d'eau et de la partie superficielle des sols, mettant en mal d'une part, la flore et la faune s'y développant et, d'autre part, la population qui y vit ; rappelons que ce sont des populations en majorité agropastorale et le manque d'eau constitue un grand handicap.

En plus de ces deux saisons, s'ajoutent les inégales répartitions spatio-temporelles des pluies au cours d'une saison, particulièrement, pendant celle pluvieuse, qui consacre les travaux champêtres. En effet, suivant la position du front inter tropical (FIT), on peut constater des poches de sécheresse qui mettent à rude épreuve les cultures.

Il existe au Burkina Faso un programme dénommé : programme "saaga<sup>1</sup>", qui provoque les pluies, en ensemençant les nuages, quand ils sont dans des conditions favorables. Ce programme est censé résorber les problèmes de poches de sécheresse, mais il n'est applicable que lorsqu'il y a des nuages. De plus c'est un programme sur lequel, les données scientifiques sont quasi inexistantes et les apports réels sont difficiles à apprécier.

Comme indiqué plus haut, le climat n'est pas uniforme, sur l'ensemble des zones sahé-liennes. D'une zone à l'autre au Burkina Faso par exemple, on distingue une variation plus ou moins importante du climat. Le nord du pays est désertique, la partie centrale et est a un climat tropical sec, tandis que le sud-est, sud, sud-ouest et ouest a un climat tropical humide.

Le sol choisi pour notre étude provient de l'ouest du Burkina Faso ; dans la zone de Bobo Dioulasso<sup>2</sup>, à une quinzaine de kilomètres à l'ouest de la ville (Nasso). C'est une zone située sur le site de l'université de la dite ville. Ce choix peut paraître peu judicieux, au regard de sa situation géographique. En effet, elle est située dans la partie tropicale humide. Cependant le sol de Nasso présente des caractéristiques communes avec de nombreux sols du Burkina Faso. Le site présente l'avantage de se situer au voisinage de l'Université et pourra permettre par la suite de développer des programmes de recherches in situ. Un programme de recherche in situ, sous la responsabilité de M. TRAORE<sup>3</sup> avait été initialement prévu pour compléter les expériences de laboratoire présentées dans ce mémoire ; il a dû malheureusement être interrompu.

L'analyse du transport de l'eau dans les sols est un sujet particulièrement vaste. Le point de vue diffère très nettement avec le domaine de teneur en eau envisagé.

Trois états de l'eau sont communément considérés : l'eau liée à la phase solide du fait de forces d'adsorption (électrostatiques ou de Van der Waals), correspond à l'état hygroscopique ; l'eau capillaire liée à la phase solide par des ménisques courbes et l'eau libre qui s'écoule sous l'action de la pesanteur.

Au cours du siècle dernier, les mécanismes de transfert concernant les deux derniers états de l'eau ont été très bien étudiés. La loi historique de Darcy établie pour les milieux saturés a

<sup>1</sup>Mot tiré du mooré, langue des mossé (une ethnie burkinabé), signifiant pluie.

<sup>2</sup>Deuxième ville du Burkina Faso ; elle est située à l'ouest du pays précisément à 365 km de la capitale Ouagadougou.

<sup>3</sup>Co-doctorant burkinabé au LMGC, malheureusement décédé au mois de décembre 2006.

été étendue à des milieux non saturés par l'introduction du concept de perméabilité relative qui permet de prendre en compte le degré de saturation du sol.

Aux faibles teneurs en eau, lorsque l'eau est retenue par des forces d'adsorption les travaux sur les mécanismes de transfert sont moins bien avancés. Il existe une teneur en eau dite irréductible au dessous de laquelle le transfert d'eau en phase liquide est censé être inexistant. Ceci entraîne que le transfert s'effectue en tout ou partie sous forme de vapeur d'eau et qu'il existe un phénomène de changement de phase qui assure le passage de l'état liquide à l'état de vapeur. En zone aride ces mécanismes sont d'autant plus prépondérants que l'on se rapproche de la surface du sol, où même si l'eau arrive en phase liquide, elle doit s'évaporer avant d'être évacuée vers l'atmosphère.

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent l'étude théorique et expérimentale des transferts d'eau au voisinage de l'interface sol-atmosphère en se plaçant à des teneurs en eau du sol très faibles. Ce mémoire est divisé en quatre chapitres.

Le chapitre (1) expose une approche thermodynamique de l'eau dans les sols. A faible teneur en eau, le concept de pression perd son sens physique, il est en effet impossible de mesurer cette grandeur ; on le remplacera par le concept de potentiel chimique de l'eau. Ce chapitre s'appuie sur les compétences de l'équipe d'accueil<sup>4</sup> en modélisation des milieux complexes. Notre apport a été de rassembler les éléments utiles pour notre étude et à les étendre lorsque cela était nécessaire. Les modèles utilisés par la suite dans le cas des sols sont issus des équations présentées dans ce chapitre.

Le chapitre (2) concerne l'analyse du sol utilisé lors de l'étude expérimentale. Il provient de Nasso (Burkina Faso). On réalisera les isothermes de désorption et on s'attachera à analyser les coefficients nécessaires pour le modèle, soit par des études expérimentales spécifiques soit par des études bibliographiques.

Dans le chapitre (3) seront présentées des expériences sur des colonnes de sol représentatives des phénomènes mis en jeu à la surface d'un sol, placé dans une atmosphère immobile.

Le chapitre (4) présente le modèle mathématique utilisé. Une partie importante concerne son analyse numérique qui permet de simuler les mécanismes de transferts dans les colonnes de sol. Ce chapitre se terminera par la confrontation entre l'expérience et la théorie au niveau des profils de teneur en eau et des flux de matière au voisinage de l'interface.

---

<sup>4</sup>Equipe Couplage en Milieux Hétérogènes (C.M.H.) du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (L.M.G.C.) de Montpellier



# Chapitre 1

## Modélisation thermodynamique de l'équilibre et des transferts dans un sol

### Introduction

Bon nombre de milieux naturels peuvent être schématisés par un squelette solide dont les pores sont occupés par une phase liquide (en général une solution aqueuse) et une phase gazeuse, mélange de plusieurs gaz. Ces milieux sont caractérisés par des interfaces de grande extension qui modifient les propriétés thermodynamiques des différentes phases et constituants. On dénommera par la suite "milieux complexes" de tels milieux ; quelques exemples sont donnés sur la figure (1.1).

Les sols sont des milieux complexes particulièrement importants. De par leur structure triphasique, ils favorisent le transport d'eau et de nutriments vers les racines tout en autorisant la respiration de celles-ci. Les échanges entre phases contribuent à alimenter les réactions chimiques en phase liquide. Cet ensemble de phénomènes très fortement influencés par la présence d'interfaces de grande extension contribuent à la croissance des plantes.

Dans les milieux complexes, chaque phase doit être considérée comme un système ouvert échangeant de la matière avec les phases adjacentes et soumise aux interfaces à des actions mécaniques, thermiques et électriques. De plus, les différentes phases sont le siège de phénomènes dissipatifs : réactions chimiques et diffusions d'espèces ioniques ou non. La modélisation thermodynamique des milieux complexes est abordée ici sous deux aspects :

- thermodynamique de l'équilibre,
- thermodynamique de non-équilibre.

### La thermodynamique de l'équilibre

Cette approche concerne la modélisation des milieux complexes en l'absence de variation des paramètres qui décrivent les milieux et l'absence de tous flux de chaleur et

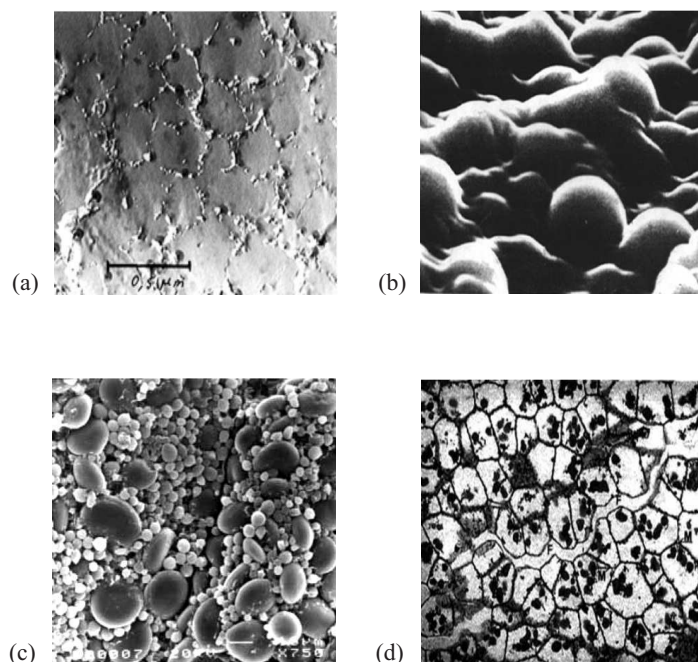


FIG. 1.1 – (a)-Gel d'agar - Phase solide en nid d'abeilles (partie claire) (b)-latex coagulé (c)-Albumen de blé - Grains d'amidon liés par des protéines (d)-Tissus cotylédonaires du cacao

de matière. Une description thermomécanique complète de tels systèmes doit prendre en compte la composition des phases par l'intermédiaire de variables pondérales telles que les teneurs des espèces chimiques. Cependant, ces variables de description sont insuffisantes ; il convient de leur associer des grandeurs thermodynamiques qui rendent compte en partie de l'organisation de la matière et de l'influence du reste du milieu sur une espèce chimique donnée.

## La thermodynamique de non-équilibre

L'application d'un flux de chaleur ou de matière aux limites d'un milieu complexe se traduit par une rupture de l'équilibre et le développement de phénomènes dissipatifs, soit sous forme de flux de matière ou de chaleur, soit sous forme de transformations ou d'échange de matière entre phases : réactions chimiques, changement de phase. Un modèle mathématique de non-équilibre est présenté par la suite.

## 1.1 Thermodynamique de l'équilibre des phases fluides homogènes à composition variable

Un milieu poreux, en l'occurrence un sol, peut être considéré comme un ensemble de phases ouvertes. La spécificité de ces phases étant que les propriétés de la matière sont modifiées par la présence des interfaces. Pour décrire les modifications des propriétés du constituant eau et ensuite, introduire les changements de phase, nous utiliserons les potentiels chimiques.

En 1875, Gibbs a introduit le concept de potentiel chimique pour décrire les systèmes à composition variable (Guggenheim, 1965). On se propose dans ce chapitre, de rassembler les éléments théoriques concernant le concept de potentiel chimique. On s'attardera sur sa définition, ses propriétés et sa mesure, plus particulièrement, dans les sols.

On privilégie par la suite les phases fluides, car la phase solide sera considérée indéformable. La présentation adoptée est en majorité tirée de l'ouvrage de Guggenheim (1965).

### 1.1.1 Relation de Gibbs - définition du potentiel chimique

Considérons un système ouvert quelconque. La différentielle de l'énergie interne s'écrit, en utilisant les variables extensives  $S$ ,  $V$  et  $m_i$  :

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, m_i} dS + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, m_i} dV + \sum_i \left( \frac{\partial U}{\partial m_i} \right)_{S, V, m_j} dm_i, i \neq j \quad (1.1)$$

On identifie :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, m_i} = T \quad (1.2)$$

la température du système ;

$$- \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, m_i} = P \quad (1.3)$$

la pression à l'intérieur de la phase ;

$$\left( \frac{\partial U}{\partial m_i} \right)_{S, V, m_j} = \mu_i \quad (1.4)$$

le potentiel chimique massique du constituant  $i$ . Il en découle la relation :

$$dU = TdS - PdV + \sum_i \mu_i dm_i \quad (1.5)$$

Cette relation (1.5) traduit la relation de Gibbs pour une phase ouverte. Le symbole  $\sum_i$  montre que la somme doit être étendue à toutes les espèces chimiques.

Le potentiel chimique traduit, d'après la relation (1.4), l'énergie qu'il faut fournir, pour enlever ou ajouter une unité de masse d'un constituant  $i$  du système ; l'entropie, le volume

et la masse des autres constituants étant maintenus constants.

Remarque : Si on utilise le nombre de mole  $n_i$  de l'espèce  $i$ , comme variable d'état, la relation de Gibbs (1.5) s'écrit alors :

$$dU = TdS - PdV + \sum_i \mu_i^m dn_i \quad (1.6)$$

Dans ce cas, le potentiel chimique molaire est défini par :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S,V,n_j} = \mu_i^m, \quad i \neq j$$

Notons que l'on établit aisément la relation entre le potentiel chimique massique et celui molaire :

$$\mu_i(\text{massique}) = \frac{1}{M_i} \mu_i^m(\text{molaire}) \quad (1.7)$$

### 1.1.2 Relation intégrale - relation de Gibbs-Duhem

#### Relation intégrale

Elle découle de la relation de Gibbs (1.5) et du caractère intensif de  $U$ ,  $S$ ,  $V$ ,  $m_i$ . L'énergie interne est une fonction homogène de degré 1 par rapport à ses variables extensives associées  $S$ ,  $V$  et  $m_i$  :

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda m_i) = \lambda \times U(S, V, m_i) \quad (1.8)$$

D'après le théorème d'Euler :

$$U = S \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V,m_i} + V \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S,m_i} + m_i \left( \frac{\partial U}{\partial m_i} \right)_{S,V,m_j}, \quad i \neq j \quad (1.9)$$

En utilisant la relation (1.9) et les relations (1.2), (1.3) et (1.4), on obtient la relation intégrale :

$$U = TS - PV + \sum_i \mu_i m_i \quad (1.10)$$

#### Relation de Gibbs-Duhem

En différentiant la relation intégrale (1.10), puis en la soustrayant de la relation de Gibbs (1.5) on obtient la relation ci-après qui est la relation de Gibbs-Duhem :

$$SdT - VdP + \sum_i m_i d\mu_i = 0 \quad (1.11)$$

Cette relation, valable pour une phase fluide, relie l'incrément de pression de la phase à l'incrément de température et les incréments de potentiel chimique des constituants.

### 1.1.3 Propriété fondamentale des potentiels chimiques

Considérons le système thermodynamique fermé constitué de deux phases fluides  $\alpha$  et  $\beta$ , occupant des volumes  $V_\alpha$  et  $V_\beta$ , séparées par une membrane semi-perméable à l'espèce  $i$ . Les pressions des phases, notées  $P_\alpha$  et  $P_\beta$  ne sont pas forcément identiques, ce qui laisse la possibilité d'une interface courbe entre  $\alpha$  et  $\beta$ . On envisage le passage isotherme d'une quantité infinitésimale de l'espèce  $dm_i$  de  $\alpha$  vers  $\beta$ . L'irréversibilité de la transformation est localisée sur l'interface entre  $\alpha$  et  $\beta$ , les transformations à l'intérieur des phases sont, elles, supposées réversibles. Pour le système étudié, le second principe de la thermodynamique conduit à la relation (Guggenheim, 1965, p.34) :

$$(\mu_{\alpha i} - \mu_{\beta i}) dm_i \geq 0 \quad (1.12)$$

Cela signifie que  $dm_i$  et  $\mu_{\alpha i} - \mu_{\beta i}$  sont du même signe dans le cas d'une transformation irréversible. Ainsi le constituant  $i$  va de la phase où son potentiel chimique est le plus fort vers la phase où son potentiel chimique est le plus faible à travers une membrane semi perméable à  $i$  lors d'une transformation isotherme et irréversible. C'est le cas d'un transport passif en l'absence de champ extérieur.

Lors d'un passage réversible et isotherme :

$$\mu_{\beta i} = \mu_{\alpha i} \quad (1.13)$$

dans le cas  $dm_j = 0$  pour  $j \neq i$ . Le potentiel chimique de l'espèce  $i$  est le même dans les deux phases le long d'une transformation isotherme et réversible.

Le potentiel chimique régit le transfert de matière des constituants. On notera l'analogie avec le transfert de chaleur (variable associée : la température) et le transfert d'une phase (variable associée : la pression). On voit que la relation (1.13) n'est applicable que pour une évolution isotherme sans changement de phase autre que le constituant considéré, en absence de réactions chimiques entre phases.

## 1.2 Expression des potentiels chimiques

Le potentiel chimique peut être calculé pour des systèmes thermodynamiques idéaux : gaz parfait, liquide pur, solution idéale. Ces potentiels serviront de référence pour évaluer le potentiel chimique dans les milieux complexes.

Pour une phase monoconstituant, la relation de Gibbs-Duhem s'écrit :

$$SdT - VdP + md\mu = 0 \quad (1.14)$$

En introduisant le volume massique ( $V_m$ ) et l'entropie massique ( $S_m$ ), la différentielle du potentiel chimique massique s'écrit :

$$d\mu = -S_m dT + V_m dP \quad (1.15)$$

Le long d'une transformation isotherme :



$$d\mu = V_m dP \quad (1.16)$$

### 1.2.1 Gaz parfait

Utilisons la relation (1.16), en considérant que l'on a un seul constituant. Pour un gaz parfait on a :

$$V_m = \frac{RT}{MP} \quad (1.17)$$

En intégrant (1.15) le long d'une transformation isotherme entre un état de référence caractérisé par une pression  $P^+$  et la pression  $P$  :

$$\mu(T, P) = \mu^+(T) + \frac{RT}{M} \ln P \quad (1.18)$$

Dans cette relation  $\mu^+(T)$  est le potentiel chimique de référence évalué à la température  $T$  et pour la pression de référence  $P^+$ .

### 1.2.2 Fluides peu compressibles

Pour un fluide incompressible, le volume massique  $V_m$  est indépendant de la pression. La différentielle du volume donne :

$$dV_m = \left( \frac{\partial V_m}{\partial P} \right)_T dP + \left( \frac{\partial V_m}{\partial T} \right)_P dT = -\chi V_m dP + \alpha V_m dT \quad (1.19)$$

où  $\chi$  et  $\alpha$  sont respectivement les coefficients de compressibilité isotherme et de dilatation isobare.

Le long d'une transformation isotherme, en intégrant la précédente relation entre une pression de référence  $P^+$  et la pression  $P$ , on a :

$$V_m(T, P) = V_m^+(T) e^{-\chi(P-P^+)} \quad (1.20)$$

Pour de nombreux fluides, le coefficient de compressibilité isotherme est de l'ordre de  $10^{-4} \text{ atm}^{-1}$  aux pressions ordinaires. Par exemple, si  $P = 10 \text{ atm}$  alors  $\chi P \approx 10^{-3}$ . Dans ce cas, la meilleure approximation de la relation (1.20) à l'ordre 1 est :

$$V_m(T, P) = V_m^+(T) (1 - \chi(P - P^+)) \quad (1.21)$$

L'intégration de la relation de Gibbs Duhem (1.15) le long d'une transformation isotherme sous l'hypothèse que le fluide soit incompressible donne :

$$\mu(T, P) - \mu^+(T) = V_m^+(T) P \left( 1 - \frac{1}{2} \chi P + \chi P^+ \right) \quad (1.22)$$

Aux pressions ordinaires, et pour un fluide pur,  $\chi P$  et  $\chi P^+$  sont négligeables devant 1 et on peut écrire :

$$\mu(T, P) = \mu^+(T) + V_m P \quad (1.23)$$

### 1.2.3 Solution diluée

Dans une solution diluée, la masse de soluté est très inférieure à la masse totale de la solution. Considérons une solution diluée contenant  $n$  moles avec :

$$n = n_o + n_s \quad (1.24)$$

où  $n_o$  est le nombre de moles de solvant et  $n_s$  le nombre de mole de soluté;  $n_s$  étant très petit devant  $n_o$ .

La thermodynamique statistique permet de montrer que les potentiels chimiques s'expriment sous la forme (Hulin et al., 1994) :

$$\mu_o(P, T) = g_o(P, T) + \frac{RT}{M_o} \ln x_o \quad (1.25)$$

pour le solvant et

$$\mu_s(P, T) = \psi_s(P, T) + \frac{RT}{M_o} \ln x_s \quad (1.26)$$

pour le soluté

Dans les deux relations précédentes,  $x_o$  et  $x_s$  sont les fractions molaires :

$$x_o = \frac{n_o}{n_o + n_s} \quad (1.27)$$

$$x_s = \frac{n_s}{n_o + n_s} \quad (1.28)$$

$g_o(P, T)$  est le potentiel chimique du solvant pur ( $x_o = 1$ ) et  $\psi_s(P, T)$  est une fonction indépendante des concentrations.

### 1.2.4 Mélange de gaz parfaits et solutions idéales

Les mélanges de gaz parfaits et les solutions idéales peuvent être définis conjointement par la propriété suivante : à température et pression constantes, l'enthalpie libre du mélange ( $G$ ) s'écrit Guggenheim (1965, p. 219) :

$$G = \sum_i \left( n_i \left( G_i(T, P) + \frac{RT}{M_i} \ln x_i \right) \right) \quad (1.29)$$

La fraction molaire du constituant  $i$  est définie par :

$$x_i = n_i / \sum_j n_j \quad (1.30)$$

où  $G_i(T, P)$  est l'enthalpie libre du constituant  $i$  à l'état pur dans les conditions  $T$  et  $P$ . Avec la relation :

$$x_i = 1 - \sum_{j \neq i} x_j \quad (1.31)$$

Il vient, à la fois, pour un constituant d'un mélange de gaz parfaits et une solution idéale :

$$\mu_i = \left( \frac{\partial G}{\partial m_i} \right)_{T, P, m_j \quad i \neq j} = G_i(T, P) + \frac{RT}{M_i} \ln x_i \quad (1.32)$$

Pour le constituant  $i$  d'un mélange de gaz parfaits d'après (1.18) :

$$\mu_i = \mu_i^+(T) + RT \ln P + \frac{RT}{M_i} \ln x_i \quad (1.33)$$

soit avec  $x_i = P_i/P$  ou  $P_i$  est la pression partielle du constituant  $i$ , la relation :

$$\mu_i = \mu_i^+(T) + \frac{RT}{M_i} \ln P_i \quad (1.34)$$

### 1.2.5 Pression osmotique

Le phénomène osmotique s'observe lorsque deux solutions de concentrations différentes sont en contact par l'intermédiaire d'une membrane semi-perméable au solvant. Il s'appuie sur le constat que tout système physique en déséquilibre évolue toujours vers un état d'équilibre, en respectant la relation (1.10). L'évolution vers l'équilibre est assurée par un flux de solvant, à travers la membrane semi-perméable, vers la phase où la concentration est plus élevée. A l'équilibre le flux de solvant est nul. Il existe alors une différence de pression  $\Pi$  entre les deux solutions que l'on nomme pression osmotique.

On considère deux compartiments, l'un contenant un solvant et l'autre une solution diluée (figure 1.2). Ces deux compartiments sont séparés par une paroi semi perméable au

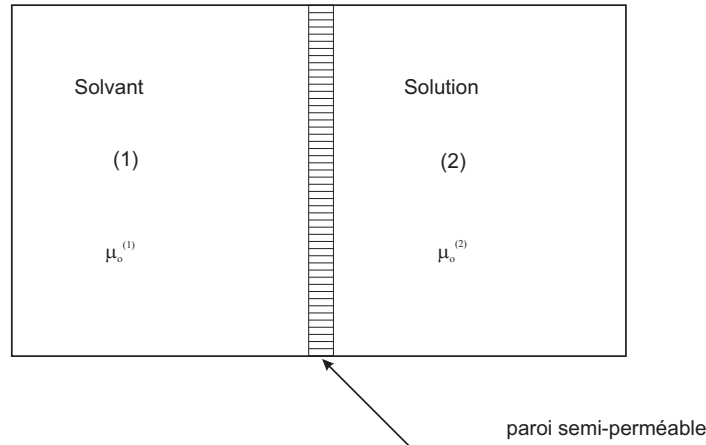


FIG. 1.2 – Principe de la pression osmotique

solvant et imperméable au soluté. La température est supposée uniforme et constante. A l'équilibre thermodynamique, il existe une différence de pression :

$$\Pi = P_2 - P_1 \quad (1.35)$$

D'après (1.13), cet équilibre entraîne pour le solvant :

$$\mu_o^{(1)} = \mu_o^{(2)}$$

On définit la molarité du soluté dans la solution par le nombre de moles de soluté par unité de volume de solution. Avec les notations (1.27) et (1.28) :

$$C_s = \frac{n_s}{v_L} \approx \frac{n_s}{n_o v_o} \approx \frac{x_s}{v_o} \quad (1.36)$$

En définitive pour une solution idéale diluée ne comportant qu'un seul constituant la pression osmotique est définie par

$$\Pi = RTC_s \quad (1.37)$$

Pour une solution idéale diluée de  $N$  constituants, la relation précédente s'écrit (Guggenheim, 1965, P. 271) :

$$\Pi = RT \sum_{i=1}^N C_i \quad (1.38)$$

### 1.3 Thermodynamique de l'équilibre de l'eau dans les milieux complexes

L'eau joue un rôle central dans les milieux complexes. Dans les produits alimentaires, sa présence détermine leur texture et les conditions de croissance des micro-organismes. A titre d'exemple, le séchage, moyen ancestral de conservation, a pour objectif de réduire la teneur en eau et donc son potentiel chimique pour la rendre inaccessible aux micro-organismes. Pour les plantes, c'est la situation opposée ; la teneur en eau du sol doit être suffisamment élevée pour que son potentiel chimique lui-même le soit. La plante est alors à même d'exercer des actions mécaniques sur l'eau pour la transférer du sol à son sommet. On donne à titre d'exemple, tableau (1.1), la valeur de la pression limite, appelée point de flétrissement, que peuvent exercer quelques plantes. En supposant l'eau pure, la déviation du potentiel chimique de cette eau par rapport au potentiel chimique de l'eau à pression atmosphérique se déduit, du point de flétrissement donné dans le tableau (1.1), par la relation (1.23).

Ces quelques exemples montrent l'intérêt de mesurer ou de calculer le potentiel chimique dans les milieux complexes.

#### 1.3.1 Mesure du potentiel chimique de l'eau en milieu complexe

Il n'existe pas à ce jour d'appareils simples, équivalents au thermocouple ou au capteur de pression, pour mesurer facilement le potentiel chimique. La mesure s'appuie sur la restriction de la propriété fondamentale, (éq. 1.13), aux transformations réversibles. Dans ce cas, le long d'une transformation isotherme, le potentiel chimique d'une espèce a la même valeur dans toutes les parties du système où il est présent et qui sont en communication

Groupe écologique	Espèces	Point de Flétrissement permanent (MPa)
Espèces aquatiques	<i>Nymphaea alba</i>	-0,7
	<i>Nuphar luteum</i>	-1,1
Espèces mésophiles	<i>Anemone nemorosa</i>	-1,5
	<i>Achillea millefolium</i>	-1,5
	<i>Lolium perenne</i>	-1,9
Espèces mésoxérophiles	<i>Vitis vinifera</i>	-1,9
	<i>Picea abies</i>	-2,2
	<i>Prunella grandiflora</i>	-2,3
Espèces xérophiles	<i>Buxus sempervirens</i>	-3,4
	<i>Quercus coccifera</i>	-4,4
	<i>Hyppocrepis comosa</i>	-5,6
	<i>Potentilla arenaia</i>	-8,1
	<i>Aster linosyris</i>	-10,2
	<i>Artemisia herba-alba</i>	-16,3
Champignons	Moisissure de la confiture	-10,0

TAB. 1.1 – Point de flétrissement permanent de quelques espèces, d’après Gobat et al. (2003, p.55)

par des frontières perméables à l’espèce considérée. Lorsque cela est possible, l’évaluation du potentiel chimique dans une partie du système donne sa valeur dans les autres parties ; la partie du système utilisée acquiert alors le statut d’appareil de mesure. Les méthodes utilisées pour mesurer le potentiel chimique sont tout à fait comparables à celles utilisées pour les mesures de températures ou de pressions : on évalue la grandeur par la modification d’une propriété (hauteur d’eau, tension électrique...) dans un système intermédiaire en équilibre thermique, mécanique ou chimique suivant la grandeur mesurée. La difficulté vient de la réalisation de membranes semi-perméables adaptées à une espèce chimique. On donne trois méthodes de mesure du potentiel chimique de l’eau dans des milieux complexes.

### 1.3.2 Milieux capillaires

L’équilibre d’une interface liquide/gaz implique pour les molécules liquides près de l’interface, l’apparition de forces, tangentes à cette interface, plus importantes que les forces subies par une molécule au sein du liquide. Il en résulte une modification des paramètres de la phase liquide et en particulier, de son potentiel chimique par rapport à l’eau libre. Un milieu capillaire est caractérisé par des couches superficielles liquide-gaz qui de par leur courbure maintiennent une différence de pression entre les deux fluides. Avec l’hypothèse de couches superficielles de très faible épaisseur (modèle de Young), la différence de pression

est donnée par la formule de Laplace :

$$P_g^* - P_e^* = \frac{2\sigma}{r} \quad (1.39)$$

$P_g^*$  et  $P_e^*$  sont respectivement les pressions de la phase gazeuse et de l'eau,  $\sigma$  est la tension superficielle, et  $r$  le rayon du ménisque.

Dans le cas d'une eau pure et lorsque la pression de l'eau n'est pas trop basse, le tensiomètre (figure 1.3) permet d'établir la liaison entre l'eau du milieu et l'eau de son réservoir ; la pierre poreuse joue le rôle de membrane semi-perméable à l'eau. Le potentiel chimique de l'eau dans le sol, affecté par les interfaces courbes liquide-gaz, est donné par la pression de l'eau dans le réservoir du tensiomètre qui s'exprime d'après (1.23) par :

$$\mu_e = \mu^+(T) + \frac{P_e^*}{\rho_e^*} \quad (1.40)$$

où  $\mu^+$  est une fonction de la température,  $P_e^*$  est la pression de l'eau mesurée dans le réservoir du tensiomètre,  $\rho_e^*$  est la masse volumique réelle de l'eau ( $\rho_e^* = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ). Lorsque la teneur en eau d'un milieu capillaire décroît, les rayons de courbure décroissent et la mesure tensiométrique devient difficile à cause de la cavitation de l'eau et de la difficulté d'établir la liaison entre l'eau du réservoir et l'eau du milieu. D'après la relation (1.39), à  $\sigma$  et  $r$  fixés, une augmentation de  $P_g^*$  produit une augmentation identique de  $P_e^*$  ce qui a pour effet d'améliorer le domaine de mesure du tensiomètre en augmentant  $P_e^*$ . Le dispositif sera présenté par la suite.

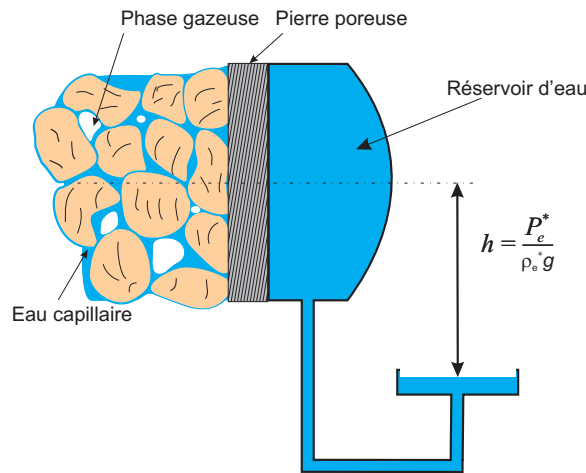


FIG. 1.3 – Principe de la mesure tensiométrique

<sup>1</sup>Par la suite, les variables étoilées sont relatives aux grandeurs définies à l'échelle des pores.

### 1.3.3 Milieux hygroscopiques

Un milieu hygroscopique est caractérisé par une déviation de la pression de vapeur d'équilibre de l'eau par rapport à la pression de vapeur saturante. Cette déviation peut être la conséquence de la courbure des surfaces de séparation liquide gaz ou de l'adsorption de l'eau en surface. Dans ce dernier cas, la phase liquide se trouve adsorbée à la surface des grains solides du squelette poreux. L'étude de l'équilibre thermodynamique d'une bulle de vapeur d'eau dans de l'eau liquide conduit à la relation de Kelvin qui donne la déviation de la pression de vapeur ( $P_v^*$ ) par rapport à la pression de vapeur saturante ( $P_{vs}$ ) en fonction du rayon de la bulle ( $r$ ) :

$$\ln \left( \frac{P_v^*}{P_{vs}} \right) = \frac{2\sigma V_m}{rRT} \quad (1.41)$$

$\sigma$  est la tension superficielle,  $V_m$  est le volume molaire de l'eau liquide et  $R$  la constante des gaz parfaits. La relation de Kelvin, établie pour une bulle, n'est valable que pour une géométrie du milieu particulière, caractérisée par la présence d'un ménisque dont la face convexe est orientée vers la phase présentant la pression la plus élevée. C'est une relation applicable dans des domaines hydriques où les rayons des interfaces sont très supérieurs à la taille des molécules.

La relation de Kelvin montre que la déviation de  $P_v^*$  par rapport à  $P_{vs}$  ne se fait sentir que pour des rayons très faibles (voir le tableau 1.2 pour l'eau)

Rayon de courbure (m)	$(P_v^*/P_{vs})$
infini	1
$10^{-6}$	0,999
$10^{-7}$	0,989
$10^{-8}$	0,897
$10^{-9}$	0,337

TAB. 1.2 – Variation du rapport entre la pression partielle d'équilibre et la pression de vapeur saturante en fonction du rayon - cas d'une bulle d'après la relation de Kelvin (1.41)

La taille de la molécule d'eau étant de  $0,3 \cdot 10^{-9}$  m, l'existence de couches superficielles ne peut se concevoir que pour des déviations faibles de  $P_v^*$  par rapport à  $P_{vs}$ . A titre d'exemple, pour des humidités relatives de 99% le rayon de courbure est de l'ordre de quelques centaines de molécules.

Lorsque la teneur en eau baisse très sensiblement, l'eau est adsorbée sous forme de couches superficielles qui enveloppent la phase solide. Dans le cas de grains, ces couches présentent une concavité tournée vers la phase solide, il n'est plus possible d'appliquer la formule Kelvin (1.41) et à plus forte raison la formule de Laplace (Hulin et al., 1994, P. 303).

Pour déterminer le potentiel chimique de l'eau dans un sol ou un milieu complexe, il est alors préférable d'utiliser la technique de l'isotherme de désorption qui consiste à établir l'équilibre thermodynamique entre l'eau contenue dans un milieu complexe et sa vapeur

(figure 1.4). Celle-ci est maintenue à une pression partielle donnée, par une solution saline. A l'équilibre, quelle que soit la géométrie de l'eau dans le milieu, le potentiel chimique de l'eau est le même dans la solution saline, la phase gazeuse et le milieu complexe. La surface du milieu et la surface du liquide jouant le rôle de membrane semi-perméable au constituant eau. A température constante, en adoptant comme pression de référence la pression de vapeur saturante à la température considérée, la déviation du potentiel chimique massique de l'eau dans le milieu  $\mu_e$  (éq. 1.34) par rapport à celui de l'eau libre à la même température  $\mu_e^+(T)$  est donnée par :

$$\mu_e - \mu_e^+(T) = \frac{RT}{M_e} \ln \left( \frac{P_v^*}{P_{vs}} \right) \quad (1.42)$$

$M_e$  est la masse molaire de l'eau,  $P_v^*$  la pression de vapeur dans la phase gazeuse. L'isotherme de désorption établit la relation entre la teneur en eau du milieu et l'humidité relative dans l'enclainte :  $HR = P_v^*/P_{vs}$ . D'après (1.42), cette courbe établit la relation entre la teneur en eau et le potentiel chimique de l'eau, la température étant constante.

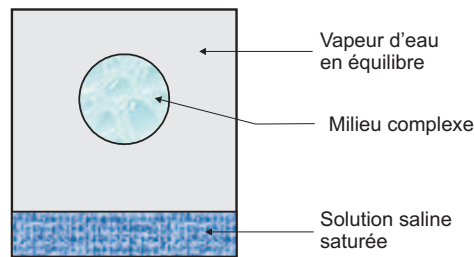


FIG. 1.4 – Principe de détermination des isothermes de désorption ou de sorption

Ces deux techniques : méthode tensiométrique et isotherme, ont leur domaine d'application spécifique. La première est limitée par la possibilité de mettre en contact le fluide à travers la pierre poreuse. La seconde ne s'applique que si la déviation de la pression partielle de la vapeur d'eau par rapport à la pression de vapeur saturante est significative c'est à dire dans le domaine hygroscopique. Pour les sols, leur combinaison permet d'établir l'évolution du potentiel chimique de l'eau avec la teneur en eau dans le domaine de validité des deux techniques de mesure. Le potentiel chimique est une grandeur thermodynamique au même titre que la température, la pression... ; cette fonction établit un pont entre la physique de l'eau dans les milieux complexes et la thermodynamique des phases ouvertes.

Dans le cas où la déviation du potentiel chimique d'un constituant dans un milieu par rapport à celui du constituant à l'état pur est la conséquence de la superposition de phénomènes : capillarité, hygroscopicité, présence de solutés, champ de contraintes, variation de température, champ électrique, il faut imaginer des procédures permettant d'atteindre sa valeur.



### 1.3.4 Solution dans un milieu capillaire

On considère un milieu poreux capillaire contenant une solution (figure 1.5). Il est en communication à travers une pierre poreuse avec le compartiment B contenant la solution du milieu capillaire. Ce compartiment est séparé du compartiment C par une membrane

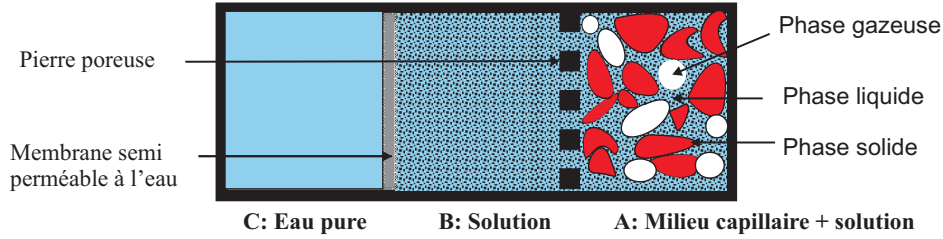


FIG. 1.5 – Schéma de principe de mesure du potentiel chimique de l'eau dans la solution d'un milieu capillaire

semi-perméable à l'eau ; C contient de l'eau pure. A l'équilibre thermodynamique, le potentiel chimique de l'eau est le même dans les compartiments A, B et C. Pour l'évaluer, on choisit le compartiment C où il s'exprime, d'après (1.23), par :

$$\mu_e = \mu_e^+(T) + \frac{P_e^C}{\rho_e^*} \quad (1.43)$$

où  $\mu_e^+$  est le potentiel chimique de référence de l'eau pure à la température  $T$ ,  $P_e^C$  est la pression dans C et  $\rho_e^*$  est la masse volumique de l'eau pure. La mesure de la pression dans le compartiment C permet de mesurer le potentiel chimique de l'eau dans le milieu poreux.

On note  $\Pi$  la pression osmotique matérialisée par la différence de pression entre C et B :

$$\Pi = P_L^B - P_e^C \quad (1.44)$$

La pierre poreuse assure la continuité de la pression soit :

$$P_L^B = P_L^* \quad (1.45)$$

où  $P_L^*$  est la pression dans le compartiment A à l'échelle des pores.

En combinant les relations (1.43), (1.44) et (1.45), on en déduit l'expression du potentiel chimique du constituant eau dans A (Ruiz et Bénét, 1998) :

$$\mu_e = \mu_e^+(T) + \frac{P_L^* - \Pi}{\rho_e^*} \quad (1.46)$$

Dans le cas d'une solution idéale de plusieurs espèces,  $\Pi$  est donnée par la relation (1.38).

$$\Pi = RT \sum_i C_{Li}^* \quad (1.47)$$

où  $C_{Li}^*$  est la molarité du constituant  $i$  dans la solution du milieu.

## 1.4 Applications à quelques milieux complexes

En utilisant les relations (1.40) et (1.42), il est possible de tracer la variation du potentiel chimique de l'eau dans divers milieux complexes en fonction de la teneur en eau (fig. 1.6). Dans tous les cas, le potentiel de référence est pris égal à zéro pour l'eau pure à surface plane et à pression atmosphérique. Le tableau (1.3) suivant, donne les références et les caractéristiques du milieu. La figure (1.6) met en évidence le fait que, malgré la

Milieux	Temp. (°C)	Structure du milieu	Méthode d'obtention	Référence
Sable	30	granulaire, triphasique	isothermes	(Lozano, 2007)
Sable limoneux argileux (SLA)	30	granulaire, triphasique, présence d'argile	tensiométrie isothermes	(Salager, 2007)
Mélange : 50% de sable et 50% de SLA	30 30	granulaire, triphasique présence d'argile	isothermes	(Lozano, 2007)
Bois amarante	60	fibres, triphasique	isothermes	(Anoua, 1986)
Pâtes alimentaires	20, 80	triphasique	isothermes	(Ponsart, 2002)
Cacao	40	diphasique	isothermes	(Augier, 1999)
Gel d'alumine	30	triphasique aux faibles teneurs en eau et diphasique aux fortes teneurs en eau	isothermes	(Pillard, 1997)
Gel d'agar	30	diphasique	isothermes	(Mrani, 1993)

TAB. 1.3 – Références et caractéristiques des milieux complexes

diversité des milieux, leur compaction et leur structure, on obtient des courbes similaires pour les différents milieux. La fonction représentative du potentiel chimique de l'eau,  $\mu_e(w)$ , présente les propriétés suivantes (Ouédraogo et al., 2007) :

1. le potentiel chimique est une fonction croissante de la teneur en eau,
2. lorsque la teneur en eau,  $w$ , tend vers 0, le potentiel chimique tend vers  $-\infty$  ; l'axe vertical est une asymptote,
3. pour les milieux à phase solide peu déformable, lorsque la teneur en eau du milieu tend vers la saturation,  $w_{sat}$ , le potentiel chimique tend vers le potentiel chimique de référence (ici,  $\mu^+ = 0$ ).

Sur la figure (1.6), on peut distinguer trois groupes de courbes :

**groupe 1** : sable, sable-limoneux-argileux (SLA), mélange de sable et de SLA.

Il est possible de déterminer le potentiel chimique de l'eau par tensiométrie lorsque les teneurs en eau sont inférieures à 5%. Les courbes correspondant à ces milieux sont

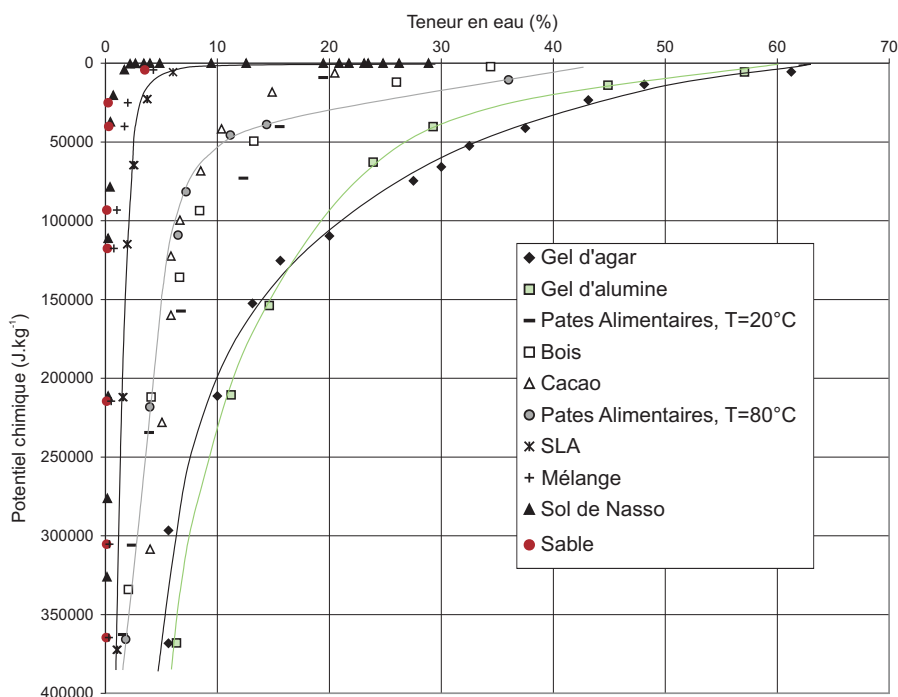


FIG. 1.6 – Variation du potentiel chimique de l'eau dans divers milieux complexes

très près de l'axe vertical. Ceci semble une caractéristique des milieux granulaires pour lesquels l'eau passe de l'état capillaire à l'état hygroscopique dans un intervalle de très faible teneur en eau.

**groupe 2 :** bois, pâtes alimentaires, cacao.

L'hygroscopicité se fait sentir dès les fortes valeurs de la teneur en eau ; ce qui rend possible la détermination de  $\mu_e(w)$  par les isothermes. Ceci dénote une forte liaison de l'eau à la phase solide.

**groupe 3 :** gel d'alumine, gel d'agar.

L'hygroscopicité se fait encore plus sentir. Pour une teneur en eau de 10% par exemple, le potentiel chimique de l'eau pour ce groupe est 4 fois plus fort, en valeur absolue que pour le groupe 2.

## 1.5 Thermodynamique du non équilibre en milieu complexe

### 1.5.1 Milieux hétérogènes en non équilibre thermodynamique

Les milieux considérés ici sont composés de plusieurs phases finement imbriquées et dont les interfaces, de grande extension, modifient les propriétés thermodynamiques des phases et constituants qui les composent. Ces milieux sont caractérisés par des possibilités

d'échange de matière, de quantité de mouvement, d'énergie entre phases. Les interfaces sont des surfaces de discontinuité pour les grandeurs intensives : température, pression, potentiel chimique, vitesse, potentiel électrique, concentration des constituants... Elles contribuent à créer de fortes hétérogénéités de comportement et, en ce sens, elles ont une part essentielle dans l'évolution du milieu.

On se limite ici au cas de trois phases, elles mêmes composées de plusieurs constituants. La phase solide est supposée chimiquement inerte. La phase liquide est une solution aqueuse. La phase gazeuse est un mélange d'air et de divers constituants. Les différentes phases seront notées  $\alpha$  avec  $\alpha = s, l, g$ , respectivement pour la phase solide, la phase liquide et la phase gazeuse ; le constituant  $i$  d'une phase  $\alpha$  est noté  $\alpha i$ . De tels milieux de par leur structure sont rarement en équilibre thermodynamique ; ils autorisent le développement de phénomènes irréversibles tels que :

- le transfert de chaleur par conduction,
- l'échange de chaleur entre phases,
- la filtration des phases fluides,
- la diffusion des constituants,
- le changement de phase,
- les réactions chimiques au sein des phases.

Ces différents phénomènes sont provoqués par l'application des conditions aux limites ; à titre d'exemple :

- le contact avec un air sec en mouvement pour le séchage,
- l'apport de chaleur par rayonnement à la surface d'un sol,
- l'introduction d'un courant d'air dans un sol lors de la dépollution par ventilation.

La thermodynamique du non équilibre ou thermodynamique des processus irréversibles a pour objectif d'établir la production d'entropie associée aux phénomènes irréversibles. L'analyse de cette production d'entropie conduit à proposer les lois régissant les différents phénomènes irréversibles.

### 1.5.2 Différentes approches de modélisation

Deux échelles différentes de modélisation sont couramment utilisées pour décrire les milieux hétérogènes. L'échelle dite "microscopique" et l'échelle dite "macroscopique".

L'**échelle microscopique** est une échelle d'espace suffisamment fine pour que les différentes phases composant le volume élémentaire représentatif (VER) du milieu hétérogène apparaissent séparées et occupent des domaines géométriques distincts. A un instant donné, un point géométrique se trouve dans une phase bien identifiée. Cette échelle est fondamentale pour la compréhension des phénomènes ; elle permet de les étudier à l'échelle des pores et des interfaces, et ainsi de mettre en évidence les mécanismes de base qui s'y développent.

Le point de vue microscopique pose très rapidement des difficultés insurmontables, soit parce qu'il n'est pas possible de connaître la géométrie détaillée de la distribution des phases

dans le milieu, soit que les méthodes mathématiques s'avèrent impuissantes à prendre en compte cette description dans tous ses détails.

Bien que les phénomènes soient entièrement déterminés par la physique à l'échelle microscopique, les expérimentateurs s'intéressent le plus souvent à leurs manifestations à une échelle beaucoup plus grande : l'échelle macroscopique.

Dès lors, la modélisation est effectuée à l'**échelle macroscopique** : les phénomènes sont décrits à l'échelle de particules dont la taille est grande devant celle des discontinuités : pores, interfaces. A cette échelle, la structure intime de la matière est ignorée et le milieu est remplacé par une superposition de milieux continus distincts en interaction. Chacun de ces milieux continus est décrit par des champs continus (masse volumique, vitesse, température, énergie interne, entropie) auxquels sont appliqués les principes de la mécanique des milieux continus et de la thermodynamique. Deux démarches permettent d'obtenir des modèles à l'échelle macroscopique : l'approche par changement d'échelle et la théorie des milieux polyphasiques.

L'**approche par changement d'échelle** consiste à construire les équations qui régissent les phénomènes à l'échelle macroscopique à partir des équations qui décrivent ces phénomènes à une échelle plus fine. Différentes méthodes - prise de moyenne volumique (Quintard et Whitaker, 1994; Fras et Bénét, 1994; Whitaker, 1999; Del Rio et Whitaker, 2001), homogénéisation (Auriault et Lewandowska, 1997; Moyne et Murad, 2003), stochastique (Gelhar et Axness, 1983; Dagan, 1989) - permettent de passer de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique.

La **théorie des mélanges**, proposée par Truesdell et Toupin (1960) et utilisée par Vidal et al. (1994), décrit le milieu comme un mélange de constituants ; il n'est pas fait de distinction entre les phases et les constituants. Les variables utilisées sont définies directement à l'échelle macroscopique sans considération des variables microscopiques. La structure du milieu hétérogène n'est pas prise en compte ; cette approche est qualifiée de phénoménologique (Truesdell et Toupin, 1960). Cette méthode conduit inévitablement à l'étude expérimentale des coefficients et fonctions thermodynamiques du modèle. La validation du modèle phénoménologique doit être recherchée dans la **confrontation avec l'expérience**.

La **théorie des milieux polyphasiques** est une extension de la théorie des mélanges à des milieux constitués de plusieurs phases. Cette approche, que nous adoptons dans ce mémoire, est issue d'une idée de (Prigogine et Mazur, 1951) développée pour décrire l'hélium liquide comme un mélange de deux fluides, chacun composé d'un isotope différent de l'hélium. Elle a ensuite été étendue aux milieux poreux (Bénét, 1981; Bowen, 1982). Il s'agit d'une approche phénoménologique qui conserve la structure polyphasique du milieu, chaque phase pouvant évidemment être composée de plusieurs constituants. Les relations fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique sont écrites pour chaque phase en suivant son mouvement.

Cette modélisation s'inscrit dans la suite de celles établies par l'équipe, depuis quelques décennies, "Couplage en Milieux Hétérogènes" du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil.

On se limitera à donner les principales équations du modèle utiles pour la suite. On se rapportera à la thèse de Boscus (2005) pour les détails de l'établissement de ce modèle.

### 1.5.3 Conventions

Une variable se présente sous la forme :  $A_{\alpha i}$ , l'indice  $\alpha$  se rapportant à la phase et l'indice  $i$  au constituant de la phase. Le symbole  $\sum_{\alpha}$  indique que la sommation doit porter sur toutes les phases du milieu ; le symbole  $\sum_i$  sur tous les constituants d'une phase déterminée.

On utilise la convention de sommation de l'indice muet répété (ou convention d'Einstein), sauf pour les indices  $\alpha$  et  $i$ , et la représentation indicelle de la dérivation spatiale. Ainsi, on définit les notations suivantes :

- $A_{\alpha i, k}$  est la  $k^{\text{ième}}$  composante du gradient de la variable scalaire  $A_{\alpha i}$  ;
- $B_{\alpha i}^k$  est la  $k^{\text{ième}}$  composante de la variable vectorielle  $B_{\alpha i}$  ;
- $B_{\alpha i, m}^k$  est la  $km^{\text{ième}}$  composante du gradient de la variable vectorielle  $B_{\alpha i}$  ;
- $B_{\alpha i, k}^k$  est la divergence de la variable vectorielle  $B_{\alpha i}$  ;
- $C_{\alpha i}^{km}$  est la  $km^{\text{ième}}$  composante de la variable tensorielle  $C_{\alpha i}$  ;
- $C_{\alpha i, m}^{km}$  est la  $k^{\text{ième}}$  composante de la divergence de la variable tensorielle  $C_{\alpha i}$  ;

### 1.5.4 Variables d'état

L'état thermodynamique d'un milieu est défini par les variables d'état suivantes :

- $\rho_{\alpha i}$  : les masses volumiques apparentes des constituants  $\alpha i$  ;
- $T$  : la température.

### 1.5.5 Masse volumique

On définit une masse volumique apparente du constituant  $i$  de la phase  $\alpha$  par :

$$\rho_{\alpha i} = \frac{m_{\alpha i}}{V} \quad (1.48)$$

où  $m_{\alpha i}$  représente la masse du constituant  $i$  de la phase  $\alpha$  et  $V$  le volume géométrique contenant la masse  $m_{\alpha i}$ . On en déduit les relations suivantes :

$$\rho_{\alpha} = \sum_i \rho_{\alpha i} \quad (1.49)$$

$\rho_{\alpha}$  représente la masse volumique apparente de la phase  $\alpha$  et :

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i \rho_{\alpha i} \quad (1.50)$$

la masse volumique apparente de l'ensemble du milieu. On définit aussi la masse volumique réelle (ou masse volumique spécifique) du constituant  $\alpha i$  par

$$\rho_{\alpha i}^* = \frac{m_{\alpha i}}{V_{\alpha}} \quad (1.51)$$

où  $V_\alpha$  est la fraction de volume  $V$  occupée par le constituant  $\alpha i$  et donc la phase  $\alpha$ . On note :

$$\eta_\alpha = \frac{V_\alpha}{V} \quad (1.52)$$

Les deux quantités, masses volumiques apparente et réelle sont reliées à la fraction volumique de la phase par la formule :

$$\eta_\alpha = \frac{\rho_\alpha}{\rho_\alpha^*} = \frac{\rho_{\alpha i}}{\rho_{\alpha i}^*} \quad (1.53)$$

### 1.5.6 Teneur en eau

La teneur en eau est une grandeur bien adaptée pour la description des transferts (Musy et Soutter, 1991) dans un milieu. La teneur en eau se définit de la façon suivante :

$$w = \frac{\rho_e}{\rho_s} \quad (1.54)$$

où  $\rho_e$  et  $\rho_s$  sont respectivement les masses volumiques apparentes de l'eau et de la phase solide. On utilisera par la suite la teneur en eau exprimée en pourcentage.

### 1.5.7 Vitesse et flux de diffusion

On note  $v_{\alpha i}^k$  la vitesse du constituant  $\alpha i$ . La densité du flux de masse pour ce constituant par rapport à un référentiel galiléen est par définition :  $\rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k$ . La vitesse de la phase  $\alpha$ ,  $v_\alpha^k$ , correspond à la vitesse barycentrique massique de ses constituants :

$$\rho_\alpha v_\alpha^k = \sum_i \rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \quad (1.55)$$

Le flux de diffusion du constituant  $i$  par rapport à la phase  $\alpha$ ,  $J_{\alpha i}^k$ , est défini par :

$$J_{\alpha i}^k = \rho_{\alpha i} (v_{\alpha i}^k - v_\alpha^k) \quad (1.56)$$

Des relations (1.49), (1.55) et (1.56) découle la condition de fermeture :

$$\sum_i J_{\alpha i}^k = 0 \quad (1.57)$$

### 1.5.8 Tenseur des déformations linéarisées

L'évolution du milieu est restreinte aux petites déformations. Le tenseur des déformations linéarisées  $\varepsilon_\alpha^{km}$  de la phase  $\alpha$  est alors lié à la vitesse de la phase par la relation :

$$\frac{d_\alpha \varepsilon_\alpha^{km}}{dt} = \frac{1}{2} (v_{\alpha, m}^k + v_{\alpha, k}^m) \quad (1.58)$$

### 1.5.9 Température

On suppose que l'équilibre thermique macro-local est réalisé à chaque instant et le champ de température  $T$  est supposé unique et commun à tous les constituants et à toutes les phases :

$$T_{\alpha i} = T_{\alpha} = T \quad (1.59)$$

### 1.5.10 Forces à distance appliquées sur le milieu

Les forces à distance appliquées sur le milieu sont de deux sortes :

- la force due au champ gravitationnel  $g^k$ ,
- la force due au champ électrique  $E^k$ .

La charge électrique étant une propriété d'un constituant d'une phase, il est possible de définir la charge électrique massique  $Z_{\alpha i}$  du constituant  $\alpha i$  (avec  $Z_{\alpha i} = 0$  si le constituant n'est pas chargé). La densité massique  $f_{\alpha i}^k$  de force totale appliquée sur un constituant  $\alpha i$  de charge électrique massique  $Z_{\alpha i}$  est alors définie par :

$$\rho_{\alpha i} f_{\alpha i}^k = \rho_{\alpha i} g^k + \rho_{\alpha i} Z_{\alpha i} E^k \quad (1.60)$$

En introduisant le potentiel électrique  $\Phi$ , relié au champ électrique  $E^k$  par :

$$\Phi_{,k} = -E^k \quad (1.61)$$

les forces appliquées sur le constituant, la phase et l'ensemble du milieu valent alors :

$$\rho_{\alpha i} f_{\alpha i}^k = \rho_{\alpha i} g^k - \rho_{\alpha i} Z_{\alpha i} \Phi_{,k} \quad (1.62)$$

$$\rho_{\alpha} f_{\alpha}^k = \sum_i \rho_{\alpha i} f_{\alpha i}^k = \rho_{\alpha} g^k + \rho_{\alpha} Z_{\alpha} E^k \quad (1.63)$$

$$\rho f^k = \sum_{\alpha} \sum_i \rho_{\alpha i} f_{\alpha i}^k = \rho g^k + \rho Z E^k \quad (1.64)$$

où  $f_{\alpha}^k$  et  $f^k$  sont respectivement les forces massiques appliquées sur la phase  $\alpha$  et l'ensemble du milieu, alors que  $Z_{\alpha}$  et  $Z$  sont les charges électriques massiques de la phase et du milieu.

### 1.5.11 Dérivée matérielle pour l'ensemble du milieu

On considère un domaine matériel  $\Omega$  d'un milieu hétérogène, dont la configuration à l'instant  $t$  est  $\Omega_t$  et la frontière  $\Sigma_t$ . Pour une grandeur  $B$  de densité volumique  $b$  telle que :

$$B = \sum_{\alpha} B_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i B_{\alpha i} \quad (1.65)$$

$$b = \sum_{\alpha} b_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i b_{\alpha i} \quad (1.66)$$



la dérivée matérielle de la grandeur  $B$ , notée  $D/Dt$ , est définie par :

$$\frac{D}{Dt}B = \sum_{\alpha} \frac{D_{\alpha}}{Dt}B_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i \frac{D_{\alpha i}}{Dt}B_{\alpha i} \quad (1.67)$$

$$= \sum_{\alpha} \sum_i \int_{\Omega_t} \left( \frac{\partial b_{\alpha i}}{\partial t} + (b_{\alpha i} v_{\alpha i}^k)_{,k} \right) d\tau \quad (1.68)$$

avec  $d\tau$  un élément de volume du milieu.

### 1.5.12 Bilan de masse

#### Bilan de masse pour un constituant

Le bilan de masse du constituant  $i$  d'une phase  $\alpha$  s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_{\alpha i}}{\partial t} = - (\rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k)_{,k} + \hat{\rho}_{\alpha i} \quad (1.69)$$

où  $\hat{\rho}_{\alpha i}$  est la production du constituant  $\alpha i$  par unité de temps et par unité de volume qui peut provenir de changement de phase ou de réactions chimiques.

En combinant les relations (1.56) et (1.69), la dernière relation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial \rho_{\alpha i}}{\partial t} = - (\rho_{\alpha i} v_{\alpha}^k)_{,k} - J_{\alpha i, k}^k + \hat{\rho}_{\alpha i} \quad (1.70)$$

#### Bilan pour une phase

En sommant (1.69) sur les constituants de la phase  $\alpha$  et en vertu de (1.49) et (1.55), le bilan de masse de la phase  $\alpha$  s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_{\alpha}}{\partial t} = - (\rho_{\alpha} v_{\alpha}^k)_{,k} + \hat{\rho}_{\alpha} \quad (1.71)$$

avec  $\hat{\rho}_{\alpha}$  l'apport de masse à la phase  $\alpha$  en provenance des autres phases défini par :

$$\hat{\rho}_{\alpha} = \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \quad (1.72)$$

La conservation de la masse totale impose la relation de fermeture suivante :

$$\sum_{\alpha} \hat{\rho}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} = 0 \quad (1.73)$$

### 1.5.13 Bilan de charge électrique

Les charges électriques volumiques  $\rho_\alpha Z_\alpha$  de la phase  $\alpha$  et  $\rho Z$  de l'ensemble du milieu, sont définies par :

$$\rho_\alpha Z_\alpha = \sum_i \rho_{\alpha i} Z_{\alpha i} \quad (1.74)$$

$$\rho Z = \sum_\alpha \rho_\alpha Z_\alpha = \sum_\alpha \sum_i \rho_{\alpha i} Z_{\alpha i} \quad (1.75)$$

La densité du courant électrique total est alors :

$$I^k = \sum_\alpha \sum_i \rho_{\alpha i} Z_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \quad (1.76)$$

$$= \sum_\alpha \sum_i \rho_{\alpha i} Z_{\alpha i} v_\alpha^k + \sum_\alpha \sum_i Z_{\alpha i} J_{\alpha i}^k \quad (1.77)$$

$$= \sum_\alpha \rho_\alpha Z_\alpha v_\alpha^k + \sum_\alpha \sum_i Z_{\alpha i} J_{\alpha i}^k \quad (1.78)$$

En définissant la densité de courant électrique conductif  $i_\alpha^k$  dû à la diffusion des constituants par rapport à la phase  $\alpha$  par :

$$i_\alpha^k = \sum_i Z_{\alpha i} J_{\alpha i}^k \quad (1.79)$$

il vient :

$$I^k = \sum_\alpha \rho_\alpha Z_\alpha v_\alpha^k + \sum_\alpha i_\alpha^k \quad (1.80)$$

où  $\sum_\alpha \rho_\alpha Z_\alpha v_\alpha^k$  représente la densité de courant électrique convectif.

### 1.5.14 Bilan de quantité de mouvement

#### Bilan pour une phase

Le bilan de quantité de mouvement de la phase  $\alpha$  est :

$$\sum_i \rho_{\alpha i} \gamma_{\alpha i}^k = \sigma_{\alpha, m}^{km} + \rho_\alpha f_\alpha^k + \lambda_\alpha^k - \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \quad (1.81)$$

où  $\gamma_{\alpha i}^k$  représente l'accélération du constituant  $i$ ,  $\sigma_\alpha^{km}$  est le tenseur des contraintes de la phase  $\alpha$  et  $\lambda_\alpha^k$  la densité volumique de force. Cette densité volumique de force peut être vue comme une source de quantité de mouvement. Elle est spécifique aux milieux hétérogènes et correspond aux actions mécaniques entre phases à l'intérieur du VER, alors que  $\sigma_\alpha^{km}$  correspond aux actions qui s'appliquent sur la frontière du VER.

### Bilan pour l'ensemble du milieu

En faisant la somme des bilans de quantité de mouvement de toutes les phases, on obtient la relation :

$$\sum_{\alpha} \sum_i \rho_{\alpha i} \gamma_{\alpha i}^k = \sigma_{,m}^{km} + \rho f^k - \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \quad (1.82)$$

avec

$$\sigma^{km} = \sum_{\alpha} \sigma_{\alpha}^{km} \quad (1.83)$$

et la relation de fermeture suivante :

$$\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}^k = 0 \quad (1.84)$$

#### 1.5.15 Bilan d'énergie cinétique

Définissons par  $K$ , la densité volumique d'énergie cinétique totale du milieu, on a :

$$\frac{DK}{Dt} = \int_{\Omega t} \left( \sum_{\alpha} \sum_i \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k v_{\alpha i}^k \right) d\tau \quad (1.85)$$

Pour l'ensemble du milieu, le bilan d'énergie cinétique donne (Boscus, 2005) :

$$\begin{aligned} \frac{DK}{Dt} = & \int_{\Omega t} \left[ \sum_{\alpha} v_{\alpha}^k (\sigma_{\alpha,m}^{km} + \rho_{\alpha} f_{\alpha}^k + \lambda_{\alpha}^k) \right] d\tau \\ & + \int_{\Omega t} \left[ \sum_{\alpha} \sum_i \left( \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_{\alpha}^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) + \gamma_{\alpha i}^k J_{\alpha i}^k \right) \right] d\tau \end{aligned} \quad (1.86)$$

#### 1.5.16 Bilan d'énergie totale

D'après le premier principe thermodynamique, l'énergie totale d'un système fermé se conserve. Pour l'ensemble d'un milieu, notons  $\mathcal{P}$  la puissance mécanique due aux efforts extérieurs appliqués,  $Q$  le taux de chaleur reçue. Le bilan d'énergie totale s'écrit :

$$\frac{DE}{Dt} = \mathcal{P} + Q \quad (1.87)$$

Pour l'ensemble du milieu, on aura (Boscus, 2005) :

$$\frac{DE}{Dt} = \int_{\Omega t} \left( \sum_{\alpha} (\sigma_{\alpha}^{km} v_{\alpha}^k)_{,m} + \sum_{\alpha} \sum_i \rho_{\alpha i} f_{\alpha i}^k v_{\alpha i}^k - J_{q,k}^k + \dot{r} \right) d\tau \quad (1.88)$$

où  $J_{q\alpha}^k$  est le flux de chaleur par conduction et  $\dot{r}_{\alpha}$  est l'apport volumique de chaleur.

### 1.5.17 Bilan d'énergie interne

Notons  $U$ , l'énergie interne du milieu et  $u$ , sa densité volumique. Le bilan d'énergie interne s'obtient grâce au bilan d'énergie totale suivant :

$$E = K + U \quad (1.89)$$

Connaissant les bilans d'énergie cinétique (1.86) et d'énergie totale (1.88), et en utilisant la relation (1.68), il est possible d'établir le bilan d'énergie interne pour l'ensemble du milieu (Boschus, 2005) :

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha} \sum_i \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{\alpha i} u_{\alpha i}) = & - \sum_{\alpha} \sum_i (\rho_{\alpha i} u_{\alpha i} v_{\alpha i}^k)_{,k} - J_{q,k}^k + \dot{r} + \sum_{\alpha} (\sigma_{\alpha}^{km} v_{\alpha,m}^k - v_{\alpha}^k \lambda_{\alpha}^k) \\ & + \sum_{\alpha} \sum_i \left( J_{\alpha i}^k (f_{\alpha i}^k - \gamma_{\alpha i}^k) + \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_{\alpha}^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) \right) \end{aligned} \quad (1.90)$$

### 1.5.18 Dissipations

Le second principe thermodynamique exprime le fait que le taux de variation de l'entropie d'un système matériel, ne peut être inférieur au taux d'apports externes d'entropie. Son application au domaine  $\Omega_t$  de frontière  $\Sigma_t$  se traduit par :

$$\frac{DS}{Dt} \geq \int_{\Sigma_t} \frac{J_q^k}{T} n^k dA + \int_{\Omega_t} \frac{\dot{r}}{T} d\tau \quad (1.91)$$

L'équation du bilan d'énergie interne permet d'obtenir l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha} \sum_i \left[ \frac{\partial (T \rho_{\alpha i} s_{\alpha i} - \rho_{\alpha i} u_{\alpha i})}{\partial t} + (T \rho_{\alpha i} s_{\alpha i} v_{\alpha i}^k - \rho_{\alpha i} u_{\alpha i} v_{\alpha i}^k)_{,k} \right] \\ - \sum_{\alpha} \sum_i \rho_{\alpha i} s_{\alpha i} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_{\alpha i}^k T_{,k} \right) - \frac{J_q^k}{T} T_{,k} + \sum_{\alpha} (\sigma_{\alpha}^{km} v_{\alpha,k}^k - v_{\alpha}^k \lambda_{\alpha}^k) \\ + \sum_{\alpha} \sum_i \left[ J_{\alpha i}^k (f_{\alpha i}^k - \gamma_{\alpha i}^k) + \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_{\alpha}^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (1.92)$$

Les termes de cette inégalité sont explicités en vue de faire apparaître les phénomènes dissipatifs. Pour les phases fluides, la relation de Gibbs s'écrit :

$$du_{\alpha} = T ds_{\alpha} - P_{\alpha} d \left( \frac{1}{\rho_{\alpha}} \right) + \sum_i \mu_{\alpha i} dY_{\alpha i} \quad (1.93)$$

où  $\mu_{\alpha i}$  est le potentiel chimique du constituant  $i$  dans la phase  $\alpha$  et

$$Y_{\alpha i} = \frac{\rho_{\alpha i}}{\rho_{\alpha}} \quad (1.94)$$

La pression thermodynamique du fluide est donnée par :

$$P_\alpha = -\frac{\partial u_\alpha}{\partial \left(\frac{1}{\rho_\alpha}\right)} \quad (1.95)$$

La relation de Gibbs-Duhem s'écrit :

$$dP_\alpha = \rho_\alpha s_\alpha dT + \sum_i \rho_{\alpha i} d\mu_{\alpha i} \quad (1.96)$$

Avec les relations (1.93) et (1.96), la dissipation volumique  $D$  liée aux phénomènes irréversibles se développant dans le milieu s'écrit (Boschus, 2005) :

$$\begin{aligned} D = & \sum_\alpha (\hat{\sigma}_\alpha^{km} v_{\alpha,k}^k - v_\alpha^k \lambda_\alpha^k) + \sum_{\alpha \neq s} \frac{P_\alpha}{\rho_\alpha} \frac{d_\alpha \rho_\alpha}{dt} - \sum_{\alpha \neq s} i_\alpha^k \Phi_{,k} - \frac{J_q^k}{T} T_{,k} \\ & + \sum_\alpha \sum_i \left[ \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_\alpha^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) - ((u_{\alpha i} - T s_{\alpha i}) J_{\alpha i}^k)_{,k} \right] \\ & + \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \left[ \mu_{\alpha i} J_{\alpha i}^k - J_{\alpha i}^k \left( [\mu_{\alpha i}]_{T,k} + \gamma_{\alpha i}^k \right) - \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (1.97)$$

où  $[\mu_{\alpha i}]_{T,k}$  signifie que le gradient de  $\mu$  doit être évalué à température constante et  $\hat{\sigma}_\alpha^{km}$  est la partie irréversible du tenseur des contraintes dans la phase :

$$\hat{\sigma}_\alpha^{km} = \sigma_\alpha^{km} - \bar{\sigma}_\alpha^{km} \quad (1.98)$$

Dans le cas d'un fluide, la pression thermodynamique peut être identifiée à la partie réversible du tenseur de contrainte (Coirier, 2001), soit :

$$\bar{\sigma}_\alpha^{km} = -P_\alpha \delta^{km} \quad \alpha \neq s \quad (1.99)$$

où  $\delta^{km}$  est le symbole de Kronecker.

Dans le cas des vitesses et accélérations faibles, on déduit les expressions des différentes dissipations associées aux différents phénomènes irréversibles :

- dissipation thermique associée au transport de chaleur par conduction thermique :

$$D_T = -\frac{J_q^k}{T} T_{,k} \quad (1.100)$$

- dissipation mécanique associée au comportement rhéologique des phases :

$$D_M = \sum_\alpha \hat{\sigma}_\alpha^{km} v_{\alpha,k}^k \quad (1.101)$$

- dissipation mécanique associée aux phénomènes d'interfaces :

$$D_F = \sum_\alpha v_\alpha^k \lambda_\alpha^k \quad (1.102)$$

– dissipation associée à la conduction électrique :

$$D_E = - \sum_{\alpha \neq s} i_{\alpha}^k \Phi_{,k} \quad (1.103)$$

– dissipation associée à la diffusion des constituants :

$$D_D = - \sum_{\alpha} \sum_i J_{\alpha i}^k \left( [\mu_{\alpha i}]_{T,k} + \gamma_{\alpha i}^k \right) \quad (1.104)$$

– dissipation associée aux réactions chimiques homogènes et hétérogènes :

$$D_R = - \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} + \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_{\alpha}^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) + \sum_{\alpha \neq s} \hat{\rho}_{\alpha} \frac{P_{\alpha}}{\rho_{\alpha}} - \hat{\rho}_s \psi_s \quad (1.105)$$

La production volumique d'entropie  $\chi$  relative aux phénomènes irréversibles est reliée à la dissipation par :

$$\chi T = D \quad (1.106)$$

### 1.5.19 Autres expressions des dissipations

D'après les relations (1.79), la dissipation  $D_E$  peut également s'écrire :

$$D_E = - \sum_{\alpha \neq s} \sum_i Z_{\alpha i} J_{\alpha i}^k \Phi_{,k} \quad (1.107)$$

Compte tenu de la définition (1.56) et de la relation :

$$\mu_{\alpha i,k} + s_{\alpha i} T_{,k} = [\mu_{\alpha i}]_{T,k} \quad (1.108)$$

l'association de cette dissipation avec la dissipation associée à la diffusion donne :

$$D_E + D_D = - \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \rho_{\alpha i} (v_{\alpha i}^k - v_s^k) (\mu_{\alpha i,k} + s_{\alpha i} T_{,k} + Z_{\alpha i} J_{\alpha i}^k \Phi_{,k}) \quad (1.109)$$

D'après la relation (1.84) écrite sous la forme :

$$\lambda_s^k = - \sum_{\alpha \neq s} \lambda_{\alpha}^k \quad (1.110)$$

et les relations (1.81) et (1.99), la dissipation relative à la filtration  $D_F$  se met sous la forme :

$$D_F = - \sum_{\alpha \neq s} (v_{\alpha}^k - v_s^k) \left( P_{\alpha,k} - \rho_{\alpha} f_{\alpha}^k + \sum_i \rho_{\alpha i} \gamma_{\alpha i}^k + \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \right) \quad (1.111)$$

On conviendra de grouper le dernier terme de cette relation avec la dissipation due aux réactions chimiques  $D_R$ .

La relation de Gibbs-Duhem (1.96) appliquées aux phases fluides conduit à une nouvelle expression de  $D_F$  :

$$D_F = - \sum_{\alpha \neq s} (v_\alpha^k - v_s^k) \left( \sum_i \rho_{\alpha i} \mu_{\alpha i, k} - \rho_\alpha f_\alpha^k + \sum_i \rho_{\alpha i} \gamma_{\alpha i}^k + \rho_\alpha s_\alpha T_{,k} \right) \quad (1.112)$$

La somme des dissipations liées aux phénomènes électriques, de diffusion et de filtration s'écrit, en utilisant les relations (1.62) et (1.74) :

$$\begin{aligned} D_E + D_D + D_F = & -v_s^k \sum_{\alpha \neq s} \left( \rho_\alpha f_\alpha^k - \rho_\alpha s_\alpha T_{,k} - \sum_i \rho_{\alpha i} (\mu_{\alpha i, k} + \gamma_{\alpha i}^k) \right) \\ & - \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k (\mu_{\alpha i, k} + s_{\alpha i} T_{,k} - g^k + \gamma_{\alpha i}^k + Z_{\alpha i} \Phi_{,k}) \end{aligned} \quad (1.113)$$

La dissipation associée aux réactions chimiques (1.105) augmentée du dernier terme de (1.111) prend la forme :

$$D_R = -\hat{\rho}_s \psi_s - \sum_\alpha \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_s^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) + \sum_{\alpha \neq s} \hat{\rho}_\alpha \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha} - \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} \quad (1.114)$$

Dans les milieux considérés, les vitesses des constituants sont très faibles, les termes faisant apparaître les vitesses au carré seront négligés.

On déduit une forme de la source d'entropie équivalente à la relation (1.106) :

$$\chi = \chi_M + \chi_T + \chi_{FD} + \chi_R \geq 0 \quad (1.115)$$

avec :

– la production d'entropie associée au comportement rhéologique des phases :

$$\chi_M = \frac{1}{T} \sum_\alpha \hat{\sigma}_\alpha^{km} v_{\alpha, m}^k \quad (1.116)$$

– la production d'entropie associée à la conduction thermique :

$$\chi_T = -\frac{J_q^k}{T^2} T_{,k} \quad (1.117)$$

– la production d'entropie associée au mouvement des phases :

$$\begin{aligned} \chi_{FD} = & -\frac{v_s^k}{T} \sum_{\alpha \neq s} \left( \rho_\alpha f_\alpha^k - \rho_\alpha s_\alpha T_{,k} - \sum_i \rho_{\alpha i} (\mu_{\alpha i, k} + \gamma_{\alpha i}^k) \right) \\ & - \frac{1}{T} \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k (\mu_{\alpha i, k} + s_{\alpha i} T_{,k} - g^k + \gamma_{\alpha i}^k + Z_{\alpha i} \Phi_{,k}) \end{aligned} \quad (1.118)$$

– la production d'entropie associée aux réactions chimiques :

$$\chi_R = -\frac{1}{T} \left( \hat{\rho}_s \psi_s + \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_s^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) \right) - \frac{1}{T} \left( - \sum_{\alpha \neq s} \hat{\rho}_{\alpha} \frac{p_{\alpha}}{\rho_{\alpha}} + \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} \right) \quad (1.119)$$

### 1.5.20 Thermodynamique des processus irréversibles linéaire au voisinage de l'équilibre (TPI linéaire)

L'étude des relations phénoménologiques qui décrivent les phénomènes irréversibles dissipatifs, peut être abordée soit de façon expérimentale, soit en utilisant l'hypothèse de linéarité entre flux et forces thermodynamiques : les dissipations apparaissent comme la somme de produits d'une force par un flux ; les lois les plus simples consistent à relier les forces aux flux par des relations linéaires (de Groot, 1969). Cette hypothèse est applicable dans un voisinage de l'équilibre, appelé domaine de linéarité, dont l'existence et l'étendue dépendent généralement du phénomène considéré.

La méthode, appelée TPI linéaire, consistant à utiliser l'hypothèse de linéarité, donne de bons résultats dans le cas des processus de conduction thermique, filtration des phases, diffusion des constituants, conduction électrique. La linéarité entre flux et forces qui interviennent dans les équations (1.100), (1.102) à (1.104) est bien vérifiée même loin de l'équilibre et les lois obtenues correspondent bien aux lois de Fourier, Darcy, Ohm et Fick. Cependant, ces lois correspondent à des milieux simples et il convient de les étendre à des cas plus complexes.

L'hypothèse de linéarité de la TPI ne permet pas, à partir de l'équation (1.101), de rendre compte de la diversité des comportements rhéologiques observés. Il est nécessaire de faire appel à l'expérience. Pour les milieux polyphasiques, une complication supplémentaire apparaît : l'interaction mécanique entre les différentes phases, qui se traduit par la dissipation  $D_F$  (éq. 1.102)

Enfin, pour les réactions chimiques, en particulier les réactions hétérogènes (changement de phase), l'expérience montre une forte non linéarité entre flux et forces thermodynamiques qui apparaissent dans la relation (1.105). Il est alors préférable de faire appel aux résultats de la cinétique chimique en ne perdant pas de vue que le passage du "bêcher" aux pores d'un milieu hétérogène ne peut se faire sans précaution. Cela est dû à la présence des interfaces et de l'exiguïté des régions concernées par les réactions chimiques. Les réactions homogènes (à l'intérieur d'une phase) sont généralement très rapides et la cinétique globale est alors gérée par les réactions hétérogènes, comme dans le cas des transferts dans les sols calcaires (Anoua et al., 1997). Le domaine de linéarité du changement de phase liquide-vapeur dans le cas d'un sol a été analysé au voisinage de l'équilibre pour de l'eau et de l'heptane (Bénet et Jouanna, 1982; Ruiz et Bénet, 2001; Chammari et al., 2003). Ces études montrent que



la teneur en liquide joue un rôle essentiel sur la cinétique de changement de phase. Des études récentes (Gasparoux, 2003; Lozano, 2007) ont montré la forte non linéarité lorsqu'on s'éloigne de l'équilibre dans le cas de la vaporisation de l'eau dans un sol.

Malgré ces limitations, la TPI linéaire constitue un cadre pertinent pour proposer des lois régissant les phénomènes irréversibles. Il ne faut pas perdre de vue, dans cette approche, que la confrontation à l'expérience est une nécessité pour valider les relations obtenues et mesurer les coefficients phénoménologiques.

La source d'entropie se présente sous la forme :

$$\chi = \sum_i F_i X_i \quad (1.120)$$

où  $F_i$  est le flux généralisé et  $X_i$  la force thermodynamique qui lui est associée. La TPI linéaire conduit à écrire les relations phénoménologiques sous la forme (de Groot, 1969) :

$$[F_i] = [L_{ij}] [X_j] \quad (1.121)$$

où  $L_{ij}$  est la matrice symétrique des coefficients phénoménologiques. Dans ces relations, apparaissent des coefficients de couplage. Les couplages sont limités par le principe de Curie, qui dans le cas d'une matrice isotrope, stipule qu'il ne peut y avoir de couplages entre flux et forces d'ordre de tensorialité différent.

Les cas les plus connus d'utilisation de la TPI linéaire concernent la conduction thermique, la conduction électrique, la diffusion des constituants.

### Loi de Fourier

La production d'entropie associée au transport de chaleur par conduction thermique (éq. 1.117) permet d'écrire le flux de chaleur sous la forme :

$$J_q^k = -\frac{L_{qq}}{T^2} T_{,k} = -\lambda T_{,k} \quad (1.122)$$

où  $\lambda$  est le coefficient de conductivité thermique.

### Loi d'Ohm

La production d'entropie associée à la conduction électrique (éq. 1.103) s'écrit :

$$\chi_E = -\sum_\alpha \frac{i_\alpha^k \Phi_{,k}}{T} \quad (1.123)$$

Le flux électrique est donné par :

$$i_\alpha^k = -\frac{L_{ee}}{T} \Phi_{,k} = -\gamma \Phi_{,k} \quad (1.124)$$

où  $\gamma$  est la conductivité électrique.

### Loi de Fick

Dans le cas d'une température uniforme, la production d'entropie associée à la diffusion des constituants est de la forme (éq. 1.104, en négligeant l'accélération des phases) :

$$\chi_D = - \sum_{\alpha} \sum_i \frac{J_{\alpha i}^k}{T} (\mu_{\alpha i})_{,k} \quad (1.125)$$

Dans le cas d'un mélange gazeux, air et vapeur d'eau occupant les pores du milieu poreux à pression totale uniforme, cette relation conduit à (Bénet, 1981) :

$$J_v^k = -DP_{v,k}^* \quad (1.126)$$

où  $J_v^k$  est le flux de diffusion de la vapeur,  $D$  est le coefficient phénoménologique de diffusion et  $P_v^*$  la pression partielle à l'échelle du pore.

Les phénomènes plus spécifiques aux milieux poreux qui mettent en jeu les actions aux interfaces :

- la filtration des phases,
- le changement de phase de l'eau

ont été peu abordés. On traite diverses situations dans la suite de ce document.

### 1.5.21 Filtration d'une phase liquide pure ou d'une phase gazeuse mono-constituant dans un milieu poreux indéformable

Il existe peu de résultats expérimentaux concernant les couplages ; les plus nombreux concernent la thermodiffusion (Vidal et al., 1994). Pour éviter d'alourdir les relations qui décrivent les filtrations des phases, on se limitera à prendre le couplage avec la température. Dans le cas d'une phase fluide, la relation de Gibbs-Duhem (1.96) se réécrit de la façon suivante :

$$\rho_{\alpha} s_{\alpha} T_{,k} - P_{\alpha,k} + \sum_i \rho_{\alpha i} \mu_{\alpha i,k} = 0 \quad (1.127)$$

$\mu_{\alpha i}$  étant le potentiel chimique massique et  $P_{\alpha}$  la pression thermodynamique de la phase  $\alpha$ . Le bilan de quantité de mouvement (1.81) prend la forme suivante :

$$\sum_i \rho_{\alpha i} \gamma_{\alpha i}^k = -P_{\alpha,k} + \rho_{\alpha} f_{\alpha}^k + \lambda_{\alpha}^k \quad (1.128)$$

Dans le cas d'un milieu poreux composé d'un solide dont les pores sont occupés par une phase liquide pure ou une phase gazeuse mono-constituant, la production d'entropie associée à la filtration des phases (éq. 1.118) s'écrit d'après les relations (1.127) et (1.128) :

$$\chi_{FD} = - \sum_{\alpha=l,g} \frac{\rho_{\alpha} v_{\alpha}^k}{T} (\mu_{\alpha,k} + s_{\alpha} T_{,k} + \gamma_{\alpha}^k - g^k + Z_{\alpha} \Phi_{,k}) \quad (1.129)$$

La force à distance se limite à la pesanteur et à la force électrique (1.63) caractérisée par le potentiel  $\Phi$ . L'hypothèse de linéarité, en prenant en compte un couplage avec la température, donne :

$$v_\alpha^k = -\frac{L_\alpha \rho_\alpha}{T} (\mu_{\alpha,k} + \gamma_\alpha^k - g^k + Z_\alpha \Phi_{,k}) - \left( L_\alpha \rho_\alpha \frac{s_\alpha}{T} + \frac{L_{T\alpha}}{T^2} \right) T_{,k} \quad (1.130)$$

où  $L_\alpha$  et  $L_{T\alpha}$  sont le coefficient propre et le coefficient de couplage.

A ce niveau intervient la nature du fluide. Pour une phase liquide, d'après (1.40), le flux du liquide s'écrit :

$$\rho_l v_l^k = -K_l \left( \left( \frac{P_l^*}{\rho_l^* g} + z + \frac{Z_l \Phi}{g} \right)_{,k} + \frac{\gamma_l^k}{g} \right) - K_{Tl} T_{,k} \quad (1.131)$$

en notant :

$$K_l = -\frac{L_l \rho_l^2 g}{T}$$

et

$$K_{Tl} = \frac{\rho_l}{T} \left( \rho_l L_l T s_l + \frac{L_{Tl}}{T} - L_l \frac{\partial \mu_l^+}{\partial T} \right)$$

On voit ici apparaître la loi de Darcy. Les deux premiers termes de la relation (1.131) représentent la charge hydraulique. Le troisième rend compte du champ électrique si la phase est chargée. Le dernier terme rend compte du champ d'accélération autre que la pesanteur ; par exemple pour des milieux placés dans un ascenseur ou dans une centrifugeuse. Enfin le dernier terme rend compte du couplage avec la température.

En science du sol, la loi (1.131) est souvent écrite en utilisant le potentiel capillaire,  $\psi$  définit par :

$$\psi = \frac{P_l^* - P_g^*}{\rho_l^* g} \quad (1.132)$$

En absence de champ électrique, de température et d'accélération externe, autre que la pesanteur, la relation (1.131) prend la forme :

$$\rho_l v_l^k = -K_l \left( \psi + \frac{P_g^*}{\rho_l^* g} + z \right)_{,k} \quad (1.133)$$

En science du sol,  $V_l^k$ , la vitesse de Darcy, est définie par :

$$\rho_l^* V_l^k = \rho_l v_l^k \quad (1.134)$$

soit :

$$\rho_l^* V_l^k = -K_l \left( \psi + \frac{P_g^*}{\rho_l^* g} + z \right)_{,k} \quad (1.135)$$

On montre en annexe (1), que cette relation peut être étendue au cas de la filtration d'une solution idéale. Les résultats concernant la mesure de la perméabilité seront présentés lors de l'analyse des propriétés du sol utilisé dans cette étude (chapitre 2).

Pour la phase gazeuse, d'après (1.34), on a :

$$\mu_g = \mu_g^+(T) + \frac{RT}{M_g} \ln P_g^* \quad (1.136)$$

L'hypothèse des gaz parfaits entraîne :

$$\frac{RT}{M_g P_g^*} = \frac{1}{\rho_g^*} \quad (1.137)$$

L'application de la relation (1.130) conduit à :

$$v_g^k = -K_g \left( \frac{P_{g,k}^*}{\rho_g^* g} + \frac{Z_g \Phi_{,k} + \gamma_\alpha^k - g^k}{g} \right) - K_{Tg} T_{,k} \quad (1.138)$$

avec :

$$K_g = \frac{L_g \rho_g g}{T}$$

et

$$K_{Tg} = \frac{1}{T} \left( L_g \rho_g s_g + \frac{L_{Tg}}{T} - L_g \frac{\partial \mu_g^+}{\partial T} \right)$$

En absence de gradient de température, dans le champ de pesanteur, on retrouve la loi de Darcy appliquée à la phase gazeuse :

$$\rho_g^* V_g^k = -\frac{K_G}{g} (P_{g,k}^* - \rho_g^* g^k) \quad (1.139)$$

avec :

$$K_G = \frac{K_g \rho_g}{\rho_g^*}$$

On montre, annexe (2), que la relation (1.138) peut être étendue au cas d'une phase gazeuse polyconstituant.

### 1.5.22 Diffusion des constituants à l'intérieur de la phase gazeuse

On se limite à deux constituants notés  $a$  et  $v$  avec :

$$J_a^k = -J_v^k \quad (1.140)$$

Avec cette relation, la source d'entropie associée à la diffusion devient :

$$\chi_D = \sum_i -\frac{J_v^k}{T} \left( [\mu_v]_{T,k} - [\mu_a]_{T,k} + (\gamma_v^k - \gamma_a^k) \right) \quad (1.141)$$

où la notation  $[\mu]_{T,k}$  signifie que le gradient de  $\mu$  est évalué à température constante. En utilisant la relation (1.34), on a :

$$\mu_{gi} = \mu_{gi}^+(T) + \frac{RT}{M_{gi}} \ln P_i^* \quad (1.142)$$

La TPI linéaire permet alors d'écrire :

$$J_v^k = -L_v \left( \frac{R}{M_v P_v^*} P_{v,k}^* - \frac{R}{M_a P_a^*} P_{a,k}^* + \frac{1}{T} (\gamma_v^k - \gamma_a^k) + \frac{1}{T} (s_v - s_a) T_{,k} \right) - \frac{1}{T} \left( \frac{L_{T_v}}{T} - L_v \left( \frac{\partial \mu_a^+}{\partial T} - \frac{\partial \mu_v^+}{\partial T} \right) \right) T_{,k} \quad (1.143)$$

soit :

$$J_v^k = -L_v R \left( \left( \frac{P_v^*}{M_v} - \frac{P_a^*}{M_a} \right)_{,k} + \frac{1}{T} (\gamma_v^k - \gamma_a^k) \right) + K_{T_v} T_{,k} \quad (1.144)$$

en posant :

$$K_{T_v} = \frac{1}{T} \left( L_v (s_v - s_a) + L_v \left( \frac{\partial \mu_a^+}{\partial T} - \frac{\partial \mu_v^+}{\partial T} \right) - \frac{L_{T_v}}{T} \right) \quad (1.145)$$

Sous les hypothèses :

- accélérations négligeables,
- pas de gradient de température,
- pression totale de la phase gazeuse uniforme :  $P_{a,k}^* = -P_{v,k}^*$

on retrouve la loi de Fick :

$$J_v^k = -D_v P_{v,k}^* \quad (1.146)$$

avec

$$D_v = L_v R \left( \frac{1}{M_v} + \frac{1}{M_a} \right) \quad (1.147)$$

### 1.5.23 Transport d'un liquide et de sa vapeur

On considère un milieu constitué d'une phase liquide supposée pure et d'une phase gazeuse composée d'air et de vapeur du liquide considéré. On suppose :

- que les accélérations sont faibles,
- que le milieu poreux est indéformable,
- que les fluides ne sont pas chargés,
- que la température est uniforme et constante,
- que les couplages engendrés par les chocs moléculaires à l'interface sont négligés devant les chocs au sein des phases,
- qu'il n'y a pas de réactions chimiques,

Les variables d'état sont  $\rho_l$ ,  $\rho_v$  et  $\rho_a$ .

Sous ces hypothèses, la production d'entropie s'écrit, d'après la relation (1.118) :

$$T\chi_{FD} = -\rho_l v_l^k (\mu_{l,k} - g^k) - \rho_v v_v^k (\mu_{v,k} - g^k) - \rho_a v_a^k (\mu_{a,k} - g^k) \geq 0 \quad (1.148)$$

L'usage de la TPI linéaire permet alors d'écrire les relations phénoménologiques ci-après :

$$\rho_l v_l^k = -L_l (\mu_{l,k} - g^k) \quad (1.149)$$

$$\rho_v v_v^k = -L_v (\mu_{v,k} - g^k) \quad (1.150)$$

$$\rho_a v_a^k = -L_a (\mu_{a,k} - g^k) \quad (1.151)$$

Ces relations correspondent à des relations de bilan de la forme :

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} = -(\rho_l v_l^k)_{,k} + \hat{\rho}_l \quad (1.152)$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = -(\rho_v v_v^k)_{,k} + \hat{\rho}_v \quad (1.153)$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = -(\rho_a v_a^k)_{,k} \quad (1.154)$$

### Hypothèse d'un équilibre thermodynamique local entre le liquide et la vapeur

D'après (1.13), cet équilibre se traduit par :

$$\mu_l = \mu_v \quad (1.155)$$

Les changements de phase existent ; ils sont très rapides pour satisfaire à tout instant la condition (1.155). Cette relation introduit une équation de liaison entre les variables d'état, de sorte que seules deux variables suffisent pour décrire l'état du système. Il suffit donc de deux équations bilan dont l'une est obtenue en additionnant les équations (1.152) et (1.153). En choisissant comme variables d'état :  $\rho_h = \rho_l + \rho_v$  et  $\rho_a$ , on a :

$$\frac{\partial \rho_h}{\partial t} = -(\rho_h v_h^k)_{,k} \quad (1.156)$$

L'autre équation bilan (1.154) étant conservée.

En sommant les équations (1.149) et (1.150), le flux du liquide et de sa vapeur s'écrit :

$$\rho_h v_h^k = -D_h (\mu_{l,k} - g^k) \quad (1.157)$$

avec :

$$D_h = L_l + L_v$$

Dans le cas d'un équilibre local liquide-vapeur, comme nous l'avons vu au paragraphe (1.4), il existe une relation entre les potentiels chimiques et les teneurs en eau  $w$  :

$$\mu_l(w) = \mu_v(w) \quad (1.158)$$

On peut dans ce cas, en négligeant l'effet de la pesanteur, écrire la loi de transport sous une forme simple :

$$\rho_h v_h^k = -D_h \frac{\partial \mu_l}{\partial w} w_{,k} \quad (1.159)$$

La connaissance de la variation de  $\mu_l$  en fonction de  $w$  permet de mettre l'équation de transport sous une forme, analogue à une équation de diffusion, pour décrire le flux total du liquide et de sa vapeur.

Le modèle devient particulièrement simple lorsqu'on choisit  $w$  comme variable d'état :

$$\frac{\partial}{\partial t} (w \rho_s) = - \left( D_h \frac{\partial \mu_l}{\partial w} w_{,k} \right)_{,k} \quad (1.160)$$

Cette équation s'apparente à une équation de diffusion d'un seul constituant. Rappelons qu'elle requiert un équilibre local liquide-vapeur. La détermination de la fonction  $\mu_l(w)$  peut être faite par les deux méthodes exposées aux paragraphes (1.3.2) et (1.3.3) : le tensiomètre et les isothermes de sorption/désorption ; les fonctions de  $\mu_l(w)$  sont du type de celles présentées sur la figure (1.6).

## 1.6 Changement de phase

Le modèle de transfert utilisé s'appuie entre autres sur l'existence d'un changement de phase liquide-vapeur aux faibles teneurs en eau. Pour les systèmes finis, quelle que soit leurs tailles, les équations d'état sont des fonctions continues et analytiques avec pour conséquences, qu'en général, les propriétés des substances (variables extensives) varient continûment lorsque varient les variables de contrôles (variables intensives). Dérogent à cette règle les transitions de phase (changements d'état, changement de comportement magnétique...). En physique, une transition de phase est une transformation du système étudié, provoquée par la variation d'un paramètre extérieur particulier (température, pression, champ magnétique...). Cette transition a lieu lorsque le paramètre atteint une valeur seuil (plancher ou plafond selon le sens de variation). La transformation est un changement des propriétés du système ; cela peut être :

- la transformation d'un système thermodynamique d'une phase à une autre : fusion, ébullition...
- le changement de comportement magnétique d'une pièce métallique ou céramique (métal ferromagnétique passant d'un comportement paramagnétique à diamagnétique au point de Curie, certaines céramiques devenant supraconductrices en dessous d'une température critique)

Nous nous intéresserons pour la suite au premier type de transition de phase : les changements d'état, plus précisément le changement de phase liquide-vapeur. Au sens thermodynamique, lors d'un changement d'état, le système se présente comme la réunion de deux sous-systèmes possédant des propriétés différentes. A l'échelle microscopique le changement de phase liquide-vapeur provient d'une différence de potentiel chimique entre le liquide et la vapeur (Philip et de Vries, 1957).

Le changement de phase est un phénomène que l'on rencontre dans plusieurs cas : restauration des sols pollués par des composés organiques volatiles (VOCs), atténuation forcée et naturelle, aération des galeries dans le cas du stockage des déchets radioactifs, transferts dans les sols, séchage dans l'agro-alimentaire...

### 1.6.1 Relation de changement de phase

En négligeant l'énergie liée au changement de volume, les sauts d'énergie cinétique et en considérant la phase solide comme étant inerte, on obtient l'expression de la dissipation liée aux **réactions chimiques hétérogènes** d'après (1.105).

$$D_R = - \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} \quad (1.161)$$

On remplace dans la suite le terme de source  $\hat{\rho}_{\alpha i}$  par  $J$  : c'est la vitesse de changement de phase liquide-vapeur de l'eau. En appliquant la TPI linéaire, la vitesse de changement de phase s'écrit :

$$J = L \frac{\mu_l - \mu_v}{T} \quad (1.162)$$

où  $L$  est le coefficient de changement de phase liquide-vapeur,  $\mu_e$  le potentiel chimique du liquide et  $\mu_v$  le potentiel chimique de la vapeur d'eau. Le coefficient  $L$  dépend des variables : teneur en liquide, température, pression de l'air, porosité et surface d'échange.

Le potentiel chimique de la vapeur est donné par l'équation (1.18) :

$$\mu_v = \mu_v^+(T) + \frac{RT}{M_l} \ln \left( \frac{P_v^*}{P^+} \right) \quad (1.163)$$

où  $P^+$  est une pression de référence.

### 1.6.2 Potentiel chimique de l'eau

Si le changement de phase est lent ou si la chaleur latente de changement de phase est faible, comme dans le cas de la dissolution d'un constituant (Massard, 1977; Mignard et Bénét, 1986), on peut admettre que la température reste constante. Dans ce cas, la propriété fondamentale des potentiels chimiques (1.13) peut être appliquée : le potentiel chimique d'un constituant est le même dans toutes les phases où ce constituant est présent (Guggenheim, 1965). Le potentiel chimique de l'eau liquide est égal au potentiel chimique de la vapeur d'eau en équilibre :

$$\mu_l = \mu_v (P_v^* = P_{veq}) = \mu_v^+(T) + \frac{RT}{M_l} \ln \left( \frac{P_{veq}}{P^+} \right) \quad (1.164)$$

Cela permet d'exprimer la relation (1.162) sous la forme :

$$J = -L \frac{R}{M_l} \ln \left( \frac{P_v^*}{P_{veq}} \right) \quad (1.165)$$



Le changement de phase de l'état liquide à celui de vapeur est un phénomène endothermique (absorbant de la chaleur). Il s'accompagne d'une chute de température localisée à l'interface liquide-vapeur et ne peut donc pas être considéré comme isotherme (Lozano, 2007); les relations ci-dessus ne peuvent être appliquées.

Dans le cas étudié, le potentiel chimique macroscopique du liquide pur dans le milieu est supposé ne dépendre que des variables internes (température, teneur en liquide, pression à l'échelle des pores,...) notées  $\chi_l \in \{T, w_l, P_l^*, \dots\}$ . Il ne dépend pas en particulier de la pression partielle de la vapeur d'eau :

$$\mu_l = \mu_l(\chi_l) \quad (1.166)$$

### 1.6.3 Loi de changement de phase de non équilibre thermodynamique

En reportant les relations (1.163) et (1.166) dans (1.162), il vient :

$$J = -L \left[ \tilde{A}_v + \frac{R}{M_l} \ln(P_v^*) - \frac{R}{M_l} \ln P^+ \right] \quad (1.167)$$

avec

$$\tilde{A}_v = \frac{1}{T} [\mu_v^+(T) - \mu_l(\chi_l)] \quad (1.168)$$

Pour déterminer la quantité  $\tilde{A}_v$ , on associe à chaque état réel un état qui ne diffère de cet état que par la pression partielle de la vapeur d'eau qui est maintenue égale à la pression d'équilibre  $P_{veq}(T)$  donnée par l'isotherme de désorption. La succession de ces états d'accompagnement constitue une transformation virtuelle. Le terme  $\tilde{A}_v$  étant indépendant de  $P_v^*$ , il est le même pour l'état réel et l'état qui lui correspond dans la transformation virtuelle d'accompagnement. Il est évalué le long de cette transformation pour laquelle le bilan de vapeur s'écrit (Bénet, 1981) :

$$\frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} = -(\rho_{veq} v_{veq}^k)_{,k} - L \left[ \tilde{A}_v + \frac{R}{M_l} \ln P_{veq} - \frac{R}{M_l} \ln P^+ \right] \quad (1.169)$$

En combinant les relations (1.169) et (1.167), la loi de changement de phase de non équilibre s'écrit :

$$J = \frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} + (\rho_{veq} v_{veq}^k)_{,k} - L \frac{R}{M_l} \ln \frac{P_v^*}{P_{veq}} \quad (1.170)$$

Cette relation fait apparaître une décomposition entre une partie réversible  $\bar{J}$  et une autre irréversible  $\hat{J}$  (Lozano, 2007).

$$J = \bar{J} + \hat{J} \quad (1.171)$$

avec :

$$\bar{J} = \frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} + (\rho_{veq} v_{veq}^k)_{,k} \quad (1.172)$$

et

$$\hat{J} = -L \frac{R}{M_l} \ln \frac{P_v^*}{P_{veq}} \quad (1.173)$$

La partie réversible  $\bar{J}$  intègre le changement de phase d'équilibre dû par exemple à :

- l'augmentation de température qui s'accompagne de l'augmentation de la pression de vapeur d'équilibre  $P_{veq}$ ,
- une réaction chimique interne à la phase liquide qui provoquerait une variation de potentiel chimique de l'eau.

Le coefficient de changement de phase  $L$  peut dépendre de plusieurs variables : la teneur en eau  $w$ , la température  $T$ , la pression de vapeur  $P_v^*$ . Si le coefficient  $L$  est indépendant de  $P_v^*$ , alors on est dans le domaine proche de l'équilibre où la TPI linéaire s'applique. S'il dépend de la pression de vapeur  $P_v^*$ , alors on se situe dans le domaine dit loin de l'équilibre.

Une étude expérimentale sera développée au chapitre (2) pour analyser le coefficient de changement de phase  $L$ .

## Conclusion

Nous avons rassemblé, dans ce chapitre, les éléments de modélisation des milieux complexes et des sols en particulier. L'approche proposée adopte un point de vue thermodynamique, que ce soit pour étudier l'équilibre ou le non équilibre. Ce choix se traduit par l'utilisation du potentiel chimique pour décrire l'état d'un constituant et plus particulièrement de l'eau dans le milieu. Cette grandeur rend compte, à l'équilibre, de l'action du reste du milieu sur le constituant considéré. Hors équilibre, sa propriété fondamentale, issue du second principe permet de décrire l'ensemble des phénomènes irréversibles : transfert de matière par diffusion et filtration, changement de phase et réactions chimiques.

A l'issue de ce chapitre, se pose le choix du modèle pour décrire les transferts à l'interface entre un sol et une atmosphère : l'hypothèse d'un équilibre local entre l'eau liquide et sa vapeur se traduisant par la relation (1.158) et par un modèle de transfert, particulièrement simple, sous la forme de l'équation (1.160). Cependant, cette hypothèse ne nous paraît pas acceptable à l'interface sol-atmosphère où l'eau change de phase avant d'être évacuée sous forme de vapeur vers l'atmosphère. Cette hypothèse ne sera pas adoptée par la suite, ce qui implique que l'on prendra en compte les trois phénomènes suivants :

- filtration de la phase liquide décrite par la loi de Darcy (1.133),
- diffusion de la vapeur d'eau suivant la relation (1.146),
- changement de phase de l'eau décrite par la relation (1.170).

La suite de l'étude va consister à se fixer un sol, à déterminer ses caractéristiques physiques et à déterminer les coefficients intervenant dans les lois décrivant les phénomènes retenus.



# Chapitre 2

## Caractérisation du sol

### Introduction

Le comportement hydrique d'un sol dépend de sa structure, de sa texture (répartition des minéraux par catégorie de taille : diamètre des particules supposées sphériques), de sa composition minéralogique et de sa composition en matière organique. En effet, ces différents éléments vont jouer sur la taille des pores du sol ainsi que sur la faculté du sol à retenir plus ou moins l'eau.

De plus, la modélisation mathématique du transfert d'eau, dans le cas des sols arides qui sera présentée au chapitre (4), nécessite, pour son exploitation numérique, la connaissance des paramètres hydrologiques et physiques du sol. Ce chapitre a ainsi pour objectif la caractérisation du sol *de Nasso* qui a été prélevé dans la zone ouest du Burkina Faso. La localisation géographique de Nasso a été faite dans l'introduction générale.

La caractérisation d'un sol se fait en pratique par des mesures de terrain qui reposent sur la détermination in situ des paramètres et par des mesures de laboratoire consistant en des analyses d'échantillons de sol prélevés sur le terrain. Les mesures in situ et de laboratoire ne s'excluent pas mutuellement mais peuvent se compléter utilement. L'objet ici n'est pas de comparer quelques méthodes que ce soit, mais d'accéder à des paramètres rendant compte (le plus possible) du comportement hydrique du sol. Les mesures qui suivent sont faites dans leur quasi totalité au laboratoire. En général les méthodes de laboratoire sont plus précises, comparées aux mesures de terrain mais leur représentativité est plus réduite. Cela est dû essentiellement au faible volume de sol prélevé et aux imperfections dans les prélèvements et dans les manipulations.

Le présent chapitre est structuré comme suit :

- caractéristiques morphologiques ;
- caractéristiques hydrologiques et physiques ;
- et enfin nous traiterons du changement de phase.

## 2.1 Caractéristiques morphologiques

### 2.1.1 Matière organique

La matière organique peut être définie comme une matière carbonée provenant de la décomposition d'êtres vivants végétaux et animaux. La matière organique d'un sol (MOS) a un rôle fondamental au niveau environnemental en retenant les micropolluants organiques et les pesticides. L'augmentation de leur temps de passage dans le sol permet d'améliorer leur dégradation par les micro-organismes. Ces derniers utilisent la matière organique comme source d'énergie et comme éléments constitutifs de leur tissu cellulaire. La matière organique joue aussi un rôle important dans la rétention et la qualité de l'eau d'un sol.

Le LMGC ne dispose pas de dispositif de mesure de la matière organique ; nous avons donc demandé l'analyse de la matière organique du sol de Nasso au laboratoire d'analyse du CIRAD<sup>1</sup> de Montpellier (laboratoire certifié ISO 9002 par l'Afaq, marque de certification, pour la détermination des teneurs en  $C_{org}$ ,  $N_{total}$ , Fe, Al, Mn, Si et les concentrations en ETM<sup>2</sup> (Cd, Cr, Cu, Hg, Ni, Pb et Zn)).

La méthode utilisée pour la détermination de la matière organique est la suivante :

- Carbone organique (d'après la norme NF ISO 10694 1999) : le dosage du carbone total a été fait par combustion sèche sur analyseur élémentaire THERMOQUEST CN 2100 (par chromatographie gazeuse). Le calcul de la matière organique se fait en multipliant le carbone par un facteur 1,724. L'étalonnage de l'analyseur se fait avec un composé organique pur (glycine) ou avec un échantillon de sol certifié selon la teneur.
- Azote total (Méthode DUMAS ; d'après la norme NF ISO 13878 1998) : La détermination est identique à celle faite pour le carbone.

Les résultats de l'analyse sont présentés dans le tableau (2.1) :

Composé organique	Unité	Composition
Matière organique	%	0,28
Carbone organique	%	0,16
Azote total	‰	0,10
C/N	/	16,83

TAB. 2.1 – Analyse de la composition chimique

Selon Pieri (1989), la teneur minimale de MOS requise pour maintenir la structure du sol dépend de la teneur en argile et limon de ce dernier, comme suit :  $\%MOS / \%(argile + limon) = 0,05$ . Pour les sols sableux, limoneux et argileux de la zone soudanienne et sahélienne de l'Afrique de l'Ouest, dont le Burkina Faso fait partie, le pourcentage de matière organique correspondant devrait être de 0,5 ; 1,0 et 3,5% (i.e. 3,0 ; 6,0 et 21,0 g C.kg<sup>-1</sup> de sol). Le sol de Nasso est constitué en grande partie de sable, comme le montre

<sup>1</sup>Centre de coopération internationale en recherche agronomique pour le développement

<sup>2</sup>Eléments-traces métalliques

l'analyse granulométrique (paragraphe 2.1.2). La teneur minimale en matière devrait être donc de 0,5. La quantité de matière organique mesurée : 0,28, est bien en deçà de la valeur 0,5.

Le taux bas de MOS de Nasso est à associer à la température élevée de ces zones qui accélère les décompositions des matières organiques.

## 2.1.2 Granulométrie

Les matériaux que l'on rencontre souvent en génie civil, géotechnique,... présentent des tailles de grains variées. L'analyse granulométrique permet de déterminer la grosseur et les pourcentages pondéraux respectifs des différentes familles de grains constituant les échantillons. La courbe granulométrique qui en résulte permet l'identification d'un sol, puisqu'elle donne la répartition des dimensions des grains qui le composent. Dans le cas du sol de Nasso, nous avons fait un tamisage à sec (on dit aussi par voie sèche) pour les grains dont la taille est supérieure à  $80\ \mu\text{m}$ . L'essai consiste à classer les différents grains constituant l'échantillon en utilisant une série de tamis, emboîtés les uns sur les autres, dont les dimensions des ouvertures sont décroissantes du haut vers le bas. Le sol est placé dans la partie supérieure des tamis et les classements des grains s'obtiennent par vibration de la colonne de tamis. La vibration est rendue possible par un vibreur automatique électrique pour plus d'efficacité. Les résultats de l'analyse granulométrique sont représentés dans le diagramme semi-logarithmique de la figure (2.1). Deux paramètres déduits de cette courbe

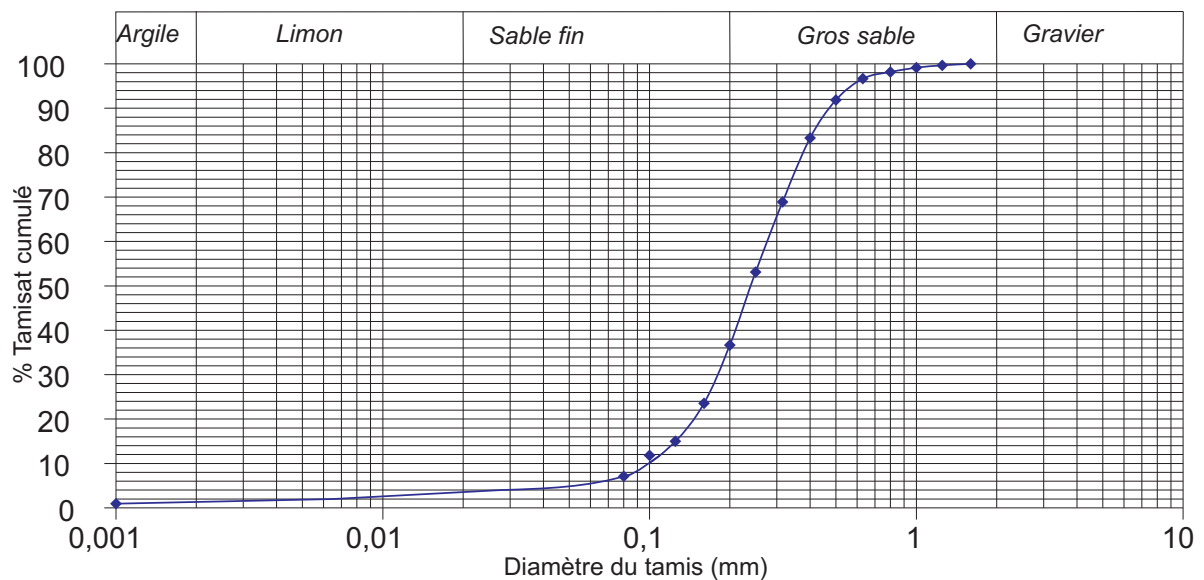


FIG. 2.1 – Courbe granulométrique du sol de Nasso

permettent de classer le sol utilisé. Il s'agit du coefficient d'uniformité et le coefficient de courbure.

Le coefficient d'uniformité ou de Hazen ( $C_U$ , nombre sans dimension) est égal au quotient :

$$C_U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (2.1)$$

avec  $d_{60}$  et  $d_{10}$ , respectivement, les dimensions des grains correspondant à 60% et 10% de tamisats cumulés (passants). Ce coefficient donne une indication quant à l'homogénéité granulométrique. Un  $C_U$  égal à 1 est représentatif d'une masse granulaire homogène. Le calcul donne pour notre sol un coefficient d'uniformité voisin de 3. D'après Caquot et Kerisel (1966) :

- si  $C_U < 2$  alors la granulométrie est dite uniforme et,
- si  $C_U > 2$  elle est dite étalée.

La granulométrie de ce sol est donc étalée, puisque  $C_U$  est très voisin de 3.

Le coefficient de courbure  $C_C$  quant à lui est défini par le rapport :

$$C_C = \frac{(d_{30})^2}{d_{10} \cdot d_{60}} \quad (2.2)$$

où  $d_{30}$  est la dimension des grains correspondant à 30% de passants. Le calcul donne approximativement un coefficient de courbure voisin de 1,26. Pour un sol, si le coefficient de courbure  $C_C$  est compris entre 1 et 3, le sol est dit bien gradué. C'est le cas pour le sol de Nasso. D'autres coefficients peuvent être déduits de la courbe granulométrique. Il s'agit des coefficients d'étalement  $C_E$  et de symétrie  $C_S$  traduits par les relations :

$$C_E = \frac{d_{90}}{d_{10}} \quad (2.3)$$

et

$$C_S = \frac{(d_{50})^2}{d_{10} \cdot d_{90}} \quad (2.4)$$

$d_{50}$  et  $d_{90}$  sont définis de la même manière que les autres paramètres  $d_{10}$ ,  $d_{30}$ ..., à l'indice près. Les valeurs approximatives de ces coefficients pour le sol de Nasso sont respectivement 5,2 et 1,3.

L'analyse granulométrique de ce sol permet de conclure que le sol de Nasso est un sol sablonneux car il est formé à plus de 90% de sable.

Pour la fraction de sol inférieure à 80  $\mu m$ , le tamisage ne permet pas l'analyse des constituants du sol; il faut alors recourir à des techniques beaucoup plus fines : l'analyse minéralogique.

### 2.1.3 Analyse minéralogique

L'analyse minéralogique a été faite au Laboratoire Sciences du Sol de l'INRA de Montpellier. Nous avons participé aux différentes étapes de cette analyse. Elle s'est déroulée en deux phases, se complétant l'une et l'autre : l'analyse par diffraction aux rayons X d'une poudre de sol, sur la fraction totale inférieure à 2 mm, et la diffraction, toujours aux rayons X, de la fraction de sol inférieure à 2  $\mu m$ .

## Analyse d'une poudre de sol

La poudre de sol a été obtenue en écrasant un échantillon de sol sec de manière à obtenir une poudre aussi fine que possible. Ensuite cette poudre a été étalée sur une lame de verre où l'on a préalablement collé un ruban adhésif en ses deux faces. Enfin on procède à l'analyse aux rayons X à l'aide d'un diffractomètre ayant une anticathode de cobalt et dont la longueur d'onde de la raie  $K\alpha$  est  $\lambda = 1,7902 \text{ \AA}$ . Les caractéristiques du diffractomètre sont présentées dans l'annexe 3. Le principe de la diffraction repose sur l'usage de la relation de Bragg (relation 2.5) :

$$2d \sin \alpha = n\lambda \quad (2.5)$$

Cette relation indique que la différence de marche entre les rayons diffractés par 2 plans réticulaires consécutifs,  $2d \sin \alpha$ , doit être un multiple entier de la longueur d'onde  $\lambda$  pour que les rayons (issus en phase de la source) restent en phase après la diffraction (condition nécessaire pour l'observation d'une intensité diffractée non nulle). Cette relation de Bragg permet de déterminer la distance interréticulaire  $d$  (en  $\text{\AA}$ ) (figure 2.2), connaissant les caractéristiques du rayonnement incident : longueur d'onde  $\lambda$  des rayons X, l'angle  $\alpha$  formé par les rayons X et la surface de l'échantillon et le nombre  $n$ , (qui vaut 1, pour tenir compte des propriétés périodiques des familles de plans réticulaires). La distance interréticulaire

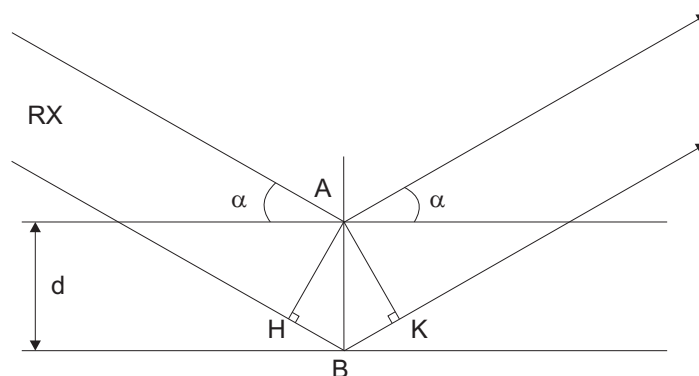


FIG. 2.2 – Schéma de principe de la relation de Bragg

caractérise les différents minéraux ayant une structure ordonnée. Le goniomètre est réglé tel que son angle de balayage varie entre  $0,35$  et  $40^\circ$ . Cet angle de balayage permet de recueillir un spectre suffisamment large pour disposer d'informations suffisantes concernant les éléments minéraux présents dans l'échantillon de sol.

L'analyse de ce diffractogramme permet de conclure que tout le cortège de pics est caractéristique du quartz. Il faut noter cependant que si le diagramme de poudre permet d'avoir une vue générale des éléments minéraux constituant le sol, la présence de matière organique et/ou de produits amorphes est un inconvénient. En effet ces derniers peuvent cacher des pics ou diminuer leur intensité. De même la présence de quartz, même en faible quantité, peut biaiser l'analyse du fait de son pouvoir réflecteur assez élevé avec son réseau



cristallin ordonné.

En vu de lever d'éventuels obstacles et d'analyser les minéraux fins, nous avons continué l'investigation en analysant la fraction inférieure à  $2 \mu m$ .

### Étapes de l'analyse de la fraction argileuse

C'est une méthode qui comporte plusieurs étapes allant de l'extraction à l'analyse par les rayons X en passant par la préparation de la fraction inférieure à deux microns pour la caractérisation (c'est le traitement standard, pour l'analyse des fines, appliqué dans le Laboratoire Science du Sol). Nous essayons au cours de cette manipulation de perturber le moins possible l'échantillon tout en le débarrassant le plus des éléments ayant des effets gênants : la matière organique, les produits amorphes (oxydes par exemple). La préparation comporte les étapes suivantes :

1. Prise d'essai : c'est en général  $20 g$  de sol qui est prélevé pour l'analyse. Nous avons prélevé le double ( $40 g$ ) pour espérer avoir une quantité de matière fine pour l'étude car le sol de Nasso comporte beaucoup de sable comme l'a montré l'analyse granulométrique (paragraphe 2.1.2).
2. Destruction de la matière organique : elle se fait avec du perhydrol (eau oxygénée) à la température ambiante puis à chaud pendant trois heures au bout de laquelle on obtient un ensemble dans un état pâteux.
3. Désaturation : On l'effectue avec l'ajout d'une solution titrée de chlorure de sodium.
4. Dispersion : On met la solution précédente dans des allonges pour sédimentation. On fait ensuite deux ajustements, le premier à l'eau et le second avec une solution titrée de soude. On agite bien l'ensemble par retournement pendant quatre heures puis manuellement et on laisse sédimenter pendant seize heures.
5. Extraction de la fraction argileuse : On effectue un premier prélèvement d'argile par siphonage à  $20 cm$ , puis l'étape de dispersion (4) est reprise pour faire un second prélèvement.  
Remarque : Un troisième (voir un quatrième prélèvement) peut être réalisé si le besoin se fait sentir (ce besoin tient compte de la quantité d'argile restant en suspension après siphonage).
6. Saturation de l'argile en ions magnésium. Après un ajustement du pH de la suspension d'argile par de l'acide chlorhydrique, on effectue la saturation avec une solution titrée de chlorure de magnésium. Le choix du magnésium se justifie par le fait que son hydratation varie très peu avec l'humidité relative. Il permet de ce fait une complexation des cations de manière homogène donc un écartement uniforme des feuillets d'argile. Ensuite on laisse l'ensemble sédimenter après agitation. On élimine le surnageant par siphonnage et on sature de nouveau.
7. Elimination de l'excès de chlorure : Après élimination des surnageants par siphonnage, on procède à des lavages successifs à l'eau par centrifugation jusqu'à remise en dispersion des suspensions.

8. Confection des dépôts orientés d'argile : On agite jusqu'à remise complète en suspension de l'argile puis on prélève un millilitre que l'on dépose sur une lame de verre. On sèche ensuite par évaporation à la température ambiante. Il y a trois dépôts par échantillon. Tous contiennent du magnésium et deux des trois lames de verre subissent des traitements particuliers : à l'un on ajoute du glycérol et l'autre est chauffé à 400 °C après le dépôt d'argile. Ces traitements permettent de différencier les argiles en modifiant l'espace inter-feuillets.
9. Chauffage des lames : Dans cette étape les lames sont chauffées à 400 °C dans un four à moufle pendant trois heures.
10. Diffraction de la fraction inférieure à 2 microns. Elle suit le même principe résumé par la relation (2.5) et présenté dans le sous-paragraphe : "analyse d'une poudre de sol".

### Résultats de l'analyse minéralogique

L'analyse du diffractogramme obtenue par l'analyse d'une poudre du sol de Nasso a montré la prédominance des pics du quartz. L'analyse du diffractogramme de la fraction fine (fraction argileuse) montre l'existence de kaolinite avec une largeur de bande dominante (précisément de la dickite), des traces de micas (biotite et illite) et des traces de hornblende. Les quantités de la fraction inférieure à 2  $\mu m$  isolée étaient très faibles. Notons que cette analyse de la fraction fine a été qualitative.

Le sol de Nasso contient donc en grande partie du sable (quartz) et une faible proportion de kaolinite (dickite).

## 2.2 Caractéristiques hydrologiques et physiques

Dans les sols non saturés, les transferts peuvent se faire de différentes manières : diffusion, filtration, changement de phase..., comme analysé au chapitre (1). Toutefois lorsque la teneur en eau diminue, la liaison entre l'eau et les grains du sol devient très forte; ce qui limite les transferts en phase liquide. Une des hypothèses de l'étude est qu'aux faibles teneurs en eau, le transfert d'eau s'opère par diffusion et par changement de phase liquide-vapeur au sein du matériau.

Dans ce paragraphe nous présenterons d'abord une des caractéristiques importantes de l'eau : la vapeur saturante. Dans un sol, la présence d'interfaces (liquide - gaz et solide - liquide) de grande extension se traduit par une déviation des propriétés thermodynamiques de l'eau par rapport à l'eau libre. Cette déviation est traduite par l'isotherme de désorption que nous étudierons. Nous analyserons également, dans le domaine capillaire, la relation sol-eau, par l'intermédiaire de la pression capillaire. Nous compléterons l'analyse des propriétés du sol par l'étude de la conductivité hydraulique, de l'aptitude au compactage par l'essai Proctor. Pour ce qui est des transferts en phase gazeuse, nous étudierons le coefficient de diffusion de la vapeur et nous analyserons le changement de phase de l'eau.

### 2.2.1 Pression de vapeur saturante de l'eau

La pression de vapeur saturante,  $P_{vs}$ , d'un fluide est une propriété qui caractérise l'état énergétique du fluide. Dans la phase liquide, les molécules sont constamment en mouvement et la vitesse des molécules dépend de leur énergie thermique (agitation moléculaire). Les collisions entre molécules sont fréquentes et il arrive à cette occasion que l'une ou l'autre puisse capter assez d'énergie pour quitter la phase liquide et passer, à l'état gazeux, dans la zone non saturée du sol ou dans l'atmosphère. Dans le même temps, le phénomène inverse peut se produire : des molécules de la phase gazeuse heurtant la surface du liquide sont absorbées par ce dernier (Musy et Soutter, 1991). Si la concentration de vapeur dans l'air est initialement faible, le phénomène de transition de la phase liquide à la phase gazeuse est plus intense que l'inverse. La concentration de vapeur augmente alors de sorte que les deux phénomènes tendent à s'équilibrer. Lorsque cet équilibre est atteint, l'air est saturé en vapeur. La pression de vapeur est alors dite pression de vapeur saturante. La valeur de la pression saturante dépend notamment de la composition du fluide mais également de sa pression et de la pression atmosphérique. De plus, elle augmente avec la température car l'énergie cinétique des molécules de la phase liquide augmente alors également, de même que le taux de vaporisation. Cette théorie suppose que l'eau soit à l'état libre. Si la quantité d'eau n'est pas suffisante pour que la pression de vapeur atteigne  $P_{vs}$ , on est dans le cas d'une vapeur sèche. La formule d'Antoine (2.6) donne la relation entre la température et la pression de vapeur saturante de l'eau pure :

$$P_{vs}(T) = 98,110^{(5,978 - \frac{2225}{T})} \quad (2.6)$$

Dans cette relation la pression  $P_{vs}$  est exprimée en  $kPa$  et la température  $T$  est en kelvins ( $K$ ).

### 2.2.2 Isothermes de sorption/désorption

#### Activité de l'eau

L'activité  $a_w$  de l'eau dans un milieu hétérogène, et particulièrement dans un sol, dépend principalement de sa teneur en eau  $w$  et de sa température  $T$ . L'activité de l'eau dans un milieu hétérogène est le rapport entre la pression de vapeur  $P_{veq}$  dans le milieu hétérogène à l'équilibre et la pression de vapeur saturante de l'eau pure  $P_{vs}(T)$  à la température  $T$  du produit.

$$a_w = \frac{P_{veq}(T, w)}{P_{vs}(T)} \quad (2.7)$$

Dans ce cas l'activité de l'eau coïncide avec l'humidité relative d'équilibre définie par :

$$HR = \frac{P_{veq}}{P_{vs}(T)} \quad (2.8)$$

Comme nous l'avons vu (éq. 1.42), le potentiel chimique massique de l'eau dans le sol peut être déduit de  $HR$  par la relation :

$$\mu_e = \mu_e^+(T) + \frac{RT}{M_e} \ln HR \quad (2.9)$$

### Définitions

Si un produit humide est placé dans une atmosphère plus sèche, il échange de l'humidité avec le milieu extérieur jusqu'à l'établissement d'un état d'équilibre ; ce phénomène est connu sous le nom de désorption. Si par contre, un produit sec de nature hygroscopique est placé dans une atmosphère contenant de la vapeur d'eau, il fixe cette dernière jusqu'à l'atteinte d'un état d'équilibre : c'est la sorption (Jannot, 2003; Mihoubi, 2004). La courbe représentant, pour une température  $T$  donnée, la teneur en eau  $w$  d'un produit en fonction de la valeur de l'activité de l'eau  $a_w$  est appelée :

- isotherme de sorption (on dit aussi d'adsorption) si elle a été déterminée expérimentalement en partant d'un produit sec.
- isotherme de désorption si elle a été déterminée expérimentalement en partant d'un produit saturé en eau.

Les deux courbes sont, en général, différentes car le séchage d'un produit (passage de  $a_w = 1$  à une activité inférieure à 0,6 par exemple) entraîne des modifications de structure et de porosité irréversibles. On observe ainsi un phénomène d'hystérésis.

### Protocole expérimental

La réalisation pratique des isothermes de sorption/désorption (ou isothermes simplement si aucune ambiguïté n'est possible) consiste à placer, dans une enceinte régulée en température, des récipients fermés hermétiquement et contenant des solutions salines saturées (figure 2.3). Dans l'espace qui surmonte les solutions salines saturées, on place les

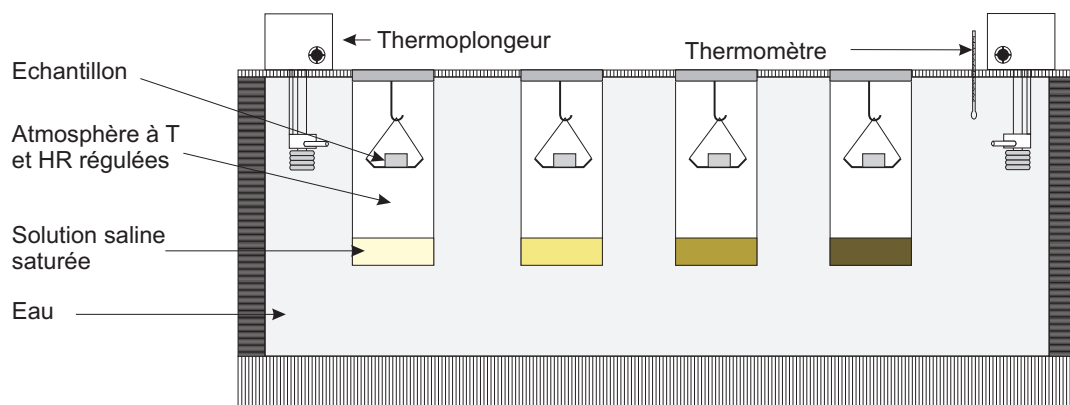


FIG. 2.3 – Schéma de principe du banc de sorption/désorption

produits dont on désire déterminer les "isothermes". Chacune des solutions salines saturées maintient une humidité relative caractéristique du sel utilisé. On laisse ensuite l'ensemble évoluer jusqu'à l'équilibre où l'on détermine le teneur en eau d'équilibre en évaluant la différence entre la masse humide et la masse sèche.

### Isotherme de désorption du sol de Nasso

La figure (2.4) donne l'isotherme de notre sol d'étude. L'isotherme de désorption de ce

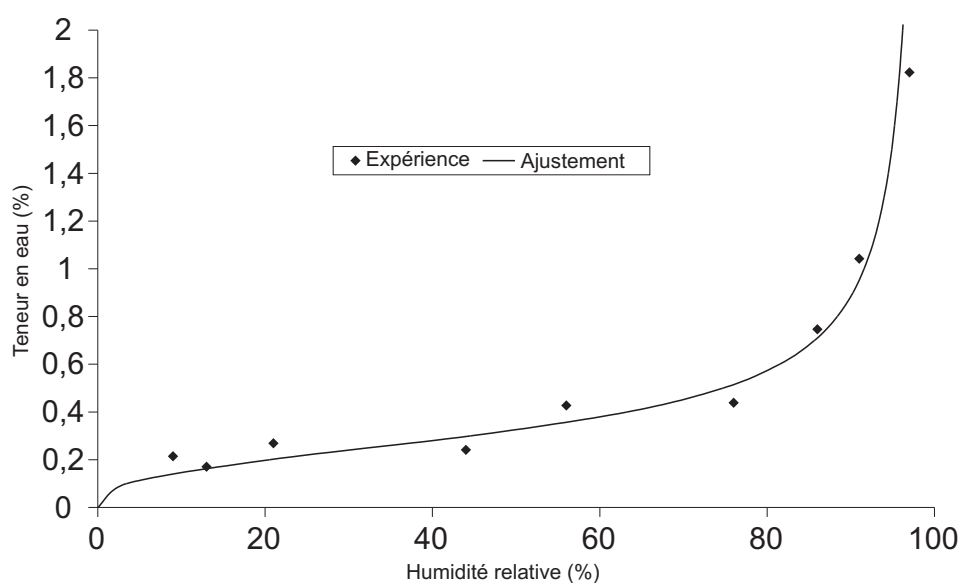


FIG. 2.4 – Isotherme de désorption du sol de Nasso expérimentale et par ajustement par la relation (2.10)

sol est très plate. En effet, pour une humidité relative voisine de 100%, la teneur en eau d'équilibre est d'environ 2%. L'intérêt des isothermes de sorption/désorption est qu'elles varient faiblement lorsque les isothermes des produits sont faites à plusieurs températures, alors que la pression de vapeur saturante varie fortement avec la température. L'isotherme de sorption/désorption est une caractéristique intéressante dans la conservation de certains produits alimentaires. A titre indicatif, pour certains produits alimentaires, la conservation est bonne en dessous d'une valeur de 60% d'humidité relative ; en dessous de ce seuil, les moisissures ne peuvent se développer. En effet, elles sont incapables de développer des actions qui leur permettraient de capter de l'eau présentant un potentiel chimique aussi bas. Le séchage des produits agricoles et alimentaires est la technique la plus ancienne pour conserver ces produits, son objectif étant d'abaisser le potentiel chimique de l'eau.

### Forme générale des isothermes

Les isothermes de sorption/désorption présentent en générale trois zones (figure 2.5). Chacune d'elles correspondant à un mode de fixation particulier de l'eau sur le milieu (Jannot, 2003).

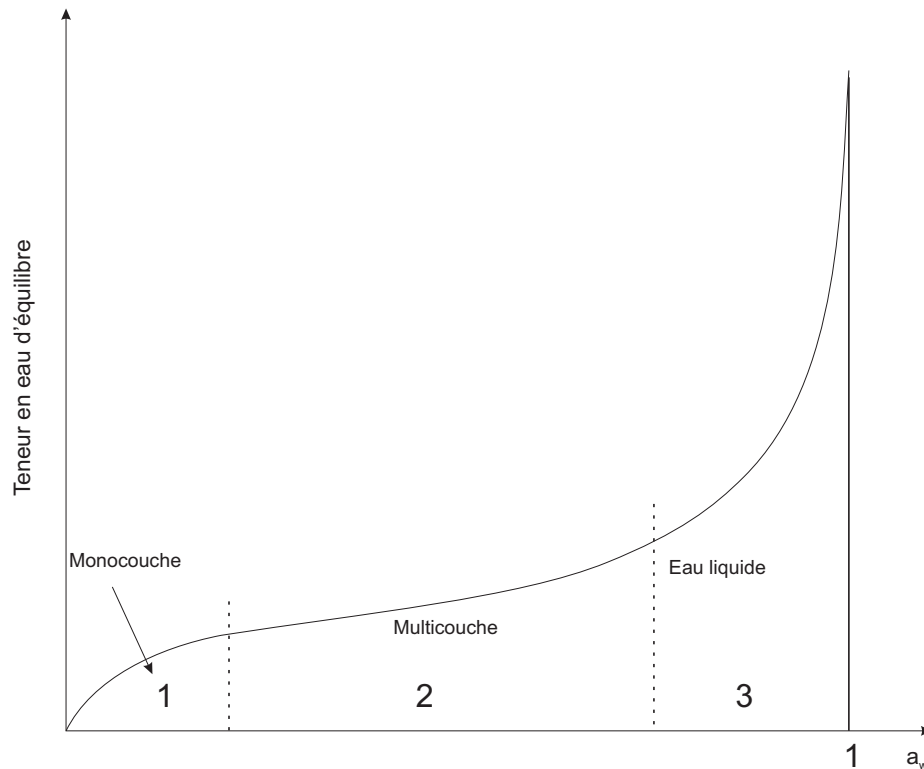


FIG. 2.5 – Formes générales des isothermes

**Zone 1** Cette zone se caractérise par la constitution d'une couche monomoléculaire à la surface du produit. Ce comportement résulte de l'action des liaisons pont hydrogène entre les groupements hydrophiles et les molécules d'eau. L'adsorption se fait jusqu'à la constitution d'une monocouche recouvrant toute la surface des pores du produit. Cette eau est fortement liée à la surface des grains du produit en raison de l'importance des forces de liaisons en jeu. Le passage à la zone suivante n'est possible que lorsque la première couche, c'est-à-dire la monocouche est saturée.

**Zone 2** Adsorption des molécules d'eau sur la monocouche initiale.

L'isotherme est linéaire dans cette zone et l'eau se trouve dans un état intermédiaire entre solide et liquide.

**Zone 3** L'épaisseur du micro-film d'eau est suffisante pour que l'eau soit présente à l'état liquide dans les pores du matériau. Cette eau est suffisante pour former des ponts capillaires. L'eau capillaire constitue une phase continue.

### Modélisation des isothermes

Plusieurs modèles ont été proposés pour la modélisation des isothermes dans la littérature (Bizot, 1983; Andrieu et al., 1985; Chen et Morey, 1989). Nous présentons à titre illustratif et de manière non exhaustive quelques modèles (tableau 2.2) que l'on trouve dans la littérature. Certains d'entre ces modèles ne caractérisent que des zones particulières des isothermes de sorption/désorption tandis que d'autres caractérisent la courbe entière. Nous

Auteurs	Modèle	Paramètres	Domaine
Langmuir	$w = w_{12} \frac{CHR}{1+CHR}$	$C$ $w_{12}$	zone 1
Brunauer Emmet et Teller (BET)	$w = w_{12} \frac{CHR}{1-HR} \frac{1-(n+1)HR^n+nHR^{n-1}}{1+(C-1)HR^n-CHR^{n-1}}$	$C$ $w_{12}$ $n$ nombre de couches	zone 2
Guggenheim Anderson Boer (GAB)	$w = \frac{w_{12}HRCK}{(1-HRK)(1+HRCK-HRK)}$	$C = C_0 \exp\left(\frac{H_1-H_m}{RT}\right)$ $K = K_0 \exp\left(\frac{H_1-H_q}{RT}\right)$ $w_{12}$	Courbe Complète
Henderson	$HR = 1 - \exp\left(- (T + B) w^C\right)$	$A$ $B$ $C$	Courbe complète
Oswin	$HR = \left[1 + \left(\frac{A+BT}{w}\right)^C\right]^{-1}$	$A$ $B$ $C$	Courbe complète
Harkings	$HR = \exp\left(k - \frac{n}{w^2}\right)$	$k$ $n$	Courbe complète
Chung	$HR = \exp\left[\frac{k}{RT} \exp(-nw)\right]$	$k$ $n$	Courbe complète
Halsey	$HR = \exp\left[-\frac{k_1}{RT} \left(\frac{w}{k_2}\right)^{k_2}\right]$	$k_1$ $k_2$	Courbe Complète

TAB. 2.2 – Modèles des isothermes de sorption/désorption

avons fait le choix, pour cette étude, d'un modèle qui caractérise la courbe complète des isothermes. C'est un modèle qui tire sa forme de celui de Fredlund et al. (1997). C'est un modèle (relation 2.10) qui nécessite trois paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

$$HR = 1 - \left[ \ln \left( e + \left( \frac{w}{A} \right)^B \right) \right]^C \quad (2.10)$$

L'utilisation d'un algorithme d'optimisation permet d'obtenir, pour ces paramètres, les valeurs suivantes :

$$A = 2,8146.10^{-3}$$

$$B = 2,8688$$

$$C = -1,8906$$

Nous présentons sur le même graphe (Fig. 2.4) les points expérimentaux et la courbe donnée par le modèle. Cette courbe montre une bonne corrélation des mesures expérimentales et théoriques.

### 2.2.3 Mesure de la succion par la plaque de pression

Dans le domaine capillaire, caractérisé par la présence d'une interface liquide-gaz courbe satisfaisant en tout point à la relation de Laplace (1.39), le potentiel chimique de l'eau est donné par la relation (1.40). A cette grandeur thermodynamique, l'usage en science du sol privilégie la notion de succion (2.11).

$$s = P_g^* - P_e^* \quad (2.11)$$

La succion dans les sols a été définie en géotechnique en 1965, dans un contexte thermodynamique, comme une énergie potentielle comparable à la charge hydraulique dans les sols saturés, lors d'un symposium consacré à l'équilibre et aux variations de l'humidité des sols dans les zones couvertes (Symposium on Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soils Beneath Covered Areas, Statement of the advisory panel) (Delage et Cui, 2000).

Cette définition ne peut être retenue que si l'on peut définir la pression de la phase liquide. Elle fait référence à un saut de pression entre le liquide et le gaz et ne peut être appliquée hors du domaine capillaire (zones 3 sur la figure 2.5). La succion apparaît comme une restriction du concept de potentiel chimique. Elle ne peut prendre en compte la modification des propriétés de l'eau sous l'action, par exemple, de la présence d'un soluté ; ce que peut faire le potentiel chimique (éq. 1.26). Le concept de potentiel chimique peut être étendu dans le cas de la présence d'ions soumis à un champ électrique. Il peut très bien s'appliquer à un milieu saturé comme le gel d'agar (photo (a) de la figure 1.1) et rend alors compte de l'effet des interfaces solide-liquide.

Le concept de potentiel chimique étant plus général que celui de succion, on définira la succion dans tout le domaine de teneur en eau par la formule :

$$s = P_g^* - \rho_e^* \mu_e \quad (2.12)$$

On utilise également en science du sol, le potentiel capillaire exprimée en mètre d'eau, défini par (1.132) :

$$\psi = -\frac{s}{\rho_e^* g} = \frac{\mu_e}{\rho_e^* g} - \frac{P_g^*}{\rho_e^* g} \quad (2.13)$$



Si on se limite au domaine capillaire, domaine pour lequel la pression de l'eau peut-être définie, on peut alors utiliser la relation (2.11).

### Dispositif expérimental : la plaque de pression

Lorsque la phase liquide d'un milieu est continue (comme c'est le cas dans le domaine capillaire), on utilise la plaque de pression comme dispositif d'application de la succion. Le principe, dans le domaine capillaire, repose sur l'exploitation de la relation (2.11) qui, lorsque la température et l'indice des vides sont constants, ne dépend que de la teneur en eau sur un chemin de chargement hydrique donné. La plaque de pression permet d'imposer la succion de deux façons, soit par surpression d'air, soit par tensiométrie. La première permet d'augmenter la gamme de pression jusqu'à 500 kPa. La figure (2.6) présente le schéma de principe de la plaque de pression.

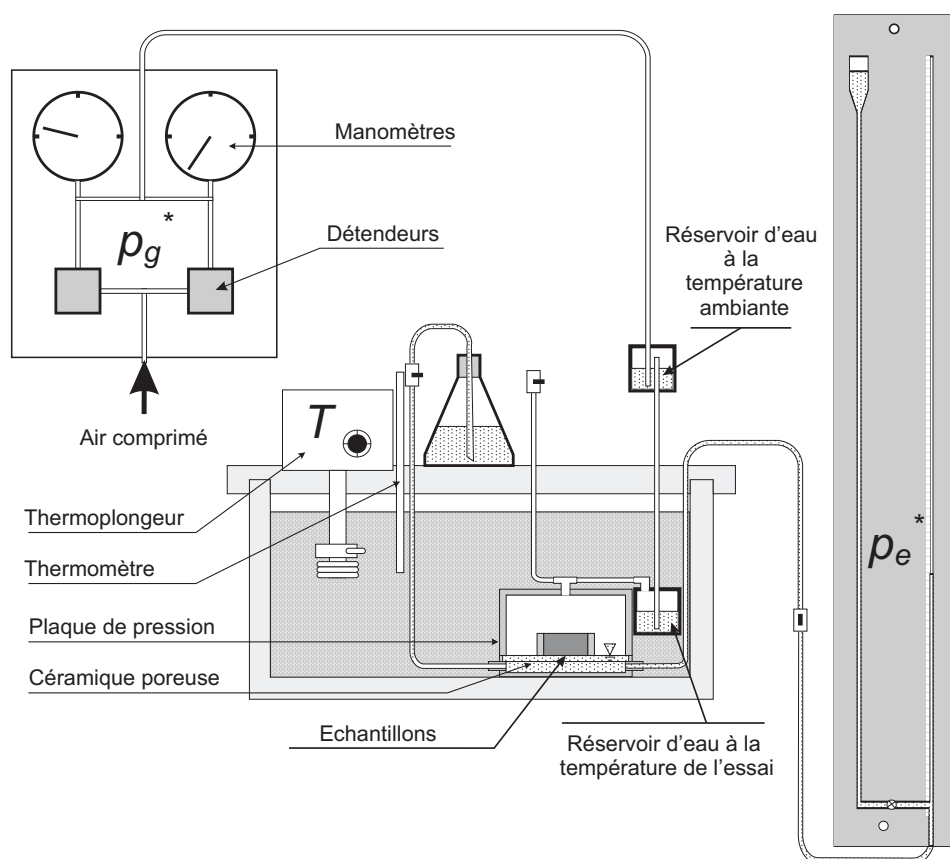


FIG. 2.6 – Mesure de la succion à la plaque de pression (Salager, 2007)

## Protocole expérimental

Un échantillon de sol est compacté dans un anneau à un indice des vides donné. Cet échantillon de sol est placé sur une céramique poreuse, saturée préalablement d'eau. La céramique doit avoir une pression d'entrée d'air élevée pour supporter des pressions élevées tout en assurant la continuité entre l'eau du réservoir et celle contenue dans l'échantillon de sol. L'échantillon de sol est initialement saturé, si on est sur un chemin de drainage (c'est le cas ici).

Deux circuits pneumatiques de plages de fonctionnement différentes (0 à 50 kPa pour l'un et 0 à 500 kPa pour l'autre) montés en parallèle, composés de détendeurs permettent de contrôler la pression de la phase gazeuse dans la cellule d'essai. L'air sec, envoyé par la pompe pour créer une surpression d'air, barbote dans deux réservoirs d'eau, afin de se charger en humidité à la température de l'essai, avant de pénétrer dans la cellule. On injecte ainsi un air saturé en équilibre thermodynamique avec l'échantillon, puisque l'on est hors du domaine où l'hygroscopicité se manifeste. L'objectif étant de ne favoriser les échanges qu'au travers de la céramique en éliminant les phénomènes physiques parasites (changement de phase dans la cellule).

Une plaque munie d'une burette millimétrique permet de mesurer la charge hydraulique. Elle permet d'imposer une pression de -10 à 10 kPa suivant la position de la plaque par rapport au niveau de la cellule d'essai. L'ensemble est maintenu à température constante par un bain thermostaté. Un deuxième circuit hydraulique permet d'évacuer le trop plein, car les échanges d'eau, suivant les succions appliquées, peuvent être plus ou moins importants au début de l'expérience.

## Résultats

Les résultats des mesures sont consignés sur la figure (2.7). On note sur ces courbes que le sol de Nasso retient moins d'eau qu'un sable-limoneux-argileux (SLA) de l'Hérault. Cela doit être étroitement lié à sa composition granulométrique et minéralogique. On remarque que dans la zone proche de la saturation, les points expérimentaux sont plus dispersés alors que dans les zones de fortes succions, ils sont plus alignés.

### 2.2.4 Potentiel chimique de l'eau

Les figures (2.4) et (2.7) permettent, en utilisant les relations (1.40) et (1.42), de tracer la variation du potentiel chimique de l'eau en fonction de la teneur en eau, en échelle logarithmique, pour mettre en évidence la zone de faible potentiel chimique (fig. 2.8). En parallèle, on a fait figurer le potentiel chimique d'un sable-limoneux-argileux (SLA) et de divers produits pour permettre une comparaison (Ouédraogo et al., 2007). D'après la définition du potentiel chimique (1.4), celui-ci représente l'énergie qu'il faut fournir le long d'une transformation réversible adiabatique, à volume constant pour extraire une unité de masse d'eau du milieu poreux et l'amener à l'état d'eau libre. On voit sur la figure (2.8) que c'est le sol de Nasso qui présente le potentiel chimique le plus faible. En pratique, ceci veut

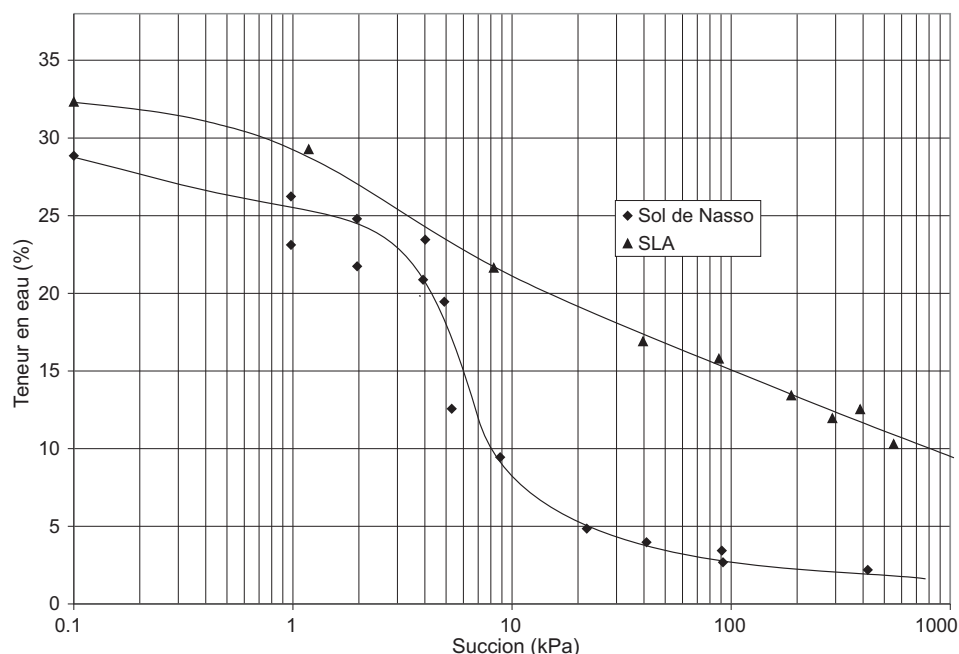


FIG. 2.7 – Résultats des mesures tensiométriques

dire que l'extraction de l'eau, qu'elle soit en phase liquide ou en phase gazeuse, demande moins d'énergie que pour le SLA : le sol de Nasso retient moins bien l'eau. Ceci est dû à la faiblesse de la fraction argileuse et organique.

### 2.2.5 Courbe caractéristique de la relation sol-eau utilisant la pression (succion)

La succion est déterminée par la relation (2.11). Dans la littérature concernant le génie civil, la représentation graphique de la succion en fonction de la teneur en eau est appelée "courbe caractéristique sol-eau" (Williams, 1982), que nous appellerons "courbe caractéristique" si aucune ambiguïté n'est possible.

Comme on l'a signalé, le concept de potentiel chimique est plus général que le concept de succion, il s'applique à des situations qui dépassent le simple équilibre capillaire dans le cas de l'eau pure. Cependant, afin d'utiliser les nombreux résultats établis pour décrire les transferts d'eau, nous continuerons à utiliser la courbe caractéristique pour décrire les transferts en phase liquide dans le domaine capillaire. On prendra soin de n'utiliser la relation (1.160) que dans le cadre de l'hypothèse d'un équilibre local eau liquide - vapeur d'eau, qui se traduit par la relation (1.155).

Comme dans le cas des isothermes de sorption/désorption, une courbe caractéristique de sorption/désorption présente une hystérésis. Le chemin parcouru lors du séchage se

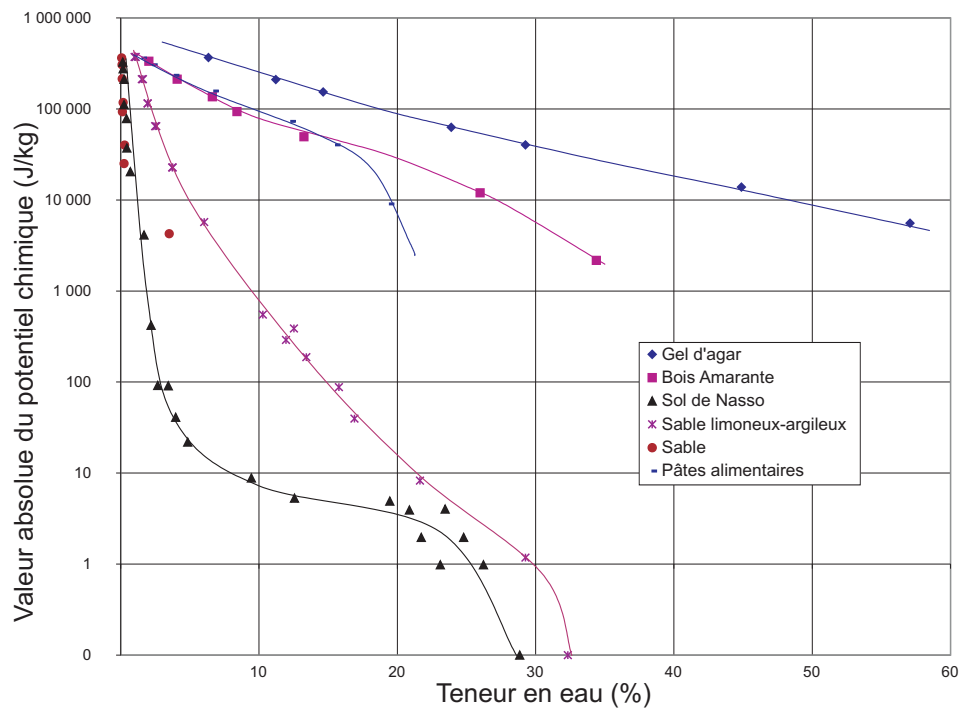


FIG. 2.8 – Variation du potentiel chimique de l'eau dans le sol de Nasso et dans d'autres milieux complexes

situé au dessus du chemin de remouillage. Il n'existe pas de relation biunivoque entre la succion et la teneur en eau, et la valeur de teneur en eau à une succion donnée dépend du chemin hydrique parcouru pour parvenir à ce point. Les mécanismes auxquels on attribue ce phénomène d'hystérésis sont (Delage et Cui, 2000) :

1. les différences de diamètres des pores connectés en parallèle qui font que pour le même chargement hydrique, lors du drainage, le pore de faible diamètre va rester saturé alors qu'il est vide à l'imbibition (schéma (a) de la figure 2.9) ;
2. les pores de diamètres variables connectés en série qui vont, pour le même niveau de succion, nécessairement avoir une hauteur  $h$  plus importante en drainage (schéma (b) de la figure 2.9) ;
3. enfin, l'angle de contact en imbibition qui est plus important qu'en drainage (schéma (c) de la figure 2.9).

### Mesure de la teneur en eau de saturation

La détermination de la courbe caractéristique nécessite la connaissance de la teneur en eau de saturation. Cette dernière est déterminée théoriquement (2.14) en supposant que tout le volume des vides est occupé par la phase liquide. Dans la pratique, la saturation à 100% ne peut être qu'approximative car l'élimination d'îlots de gaz occlus, par exemple, est

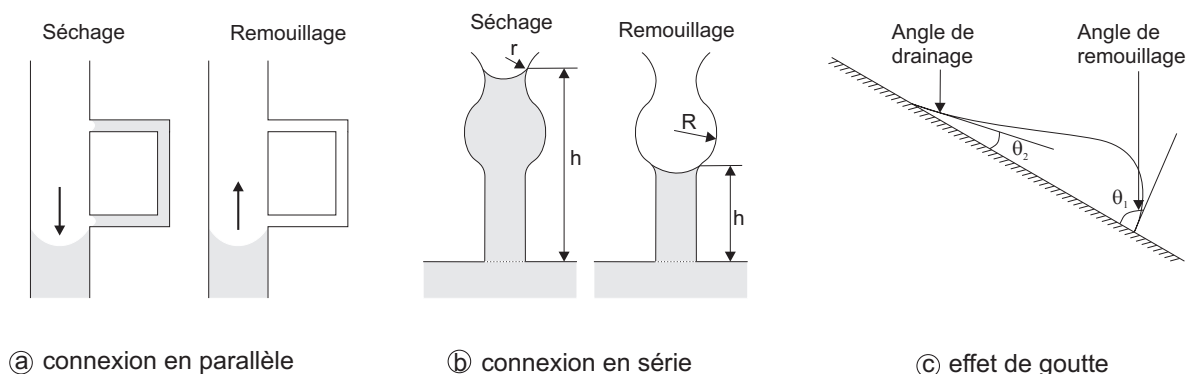


FIG. 2.9 – Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes caractéristiques

difficile (les raisons peuvent être trouvées plus généralement par les mécanismes invoqués pour l'hystérésis présentés sur la figure (2.9)).

$$w_{sat} = \rho_e^* \left( \frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho_s^*} \right) \quad (2.14)$$

Pour le sol de Nasso, on considère une masse volumique réelle de la phase solide  $\rho_s^*$  de  $2650 \text{ kg.m}^{-3}$  et une masse volumique apparente de la phase solide  $\rho_s$  de  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$ . La teneur en eau de saturation de ce sol est :  $w_{sat} = 0,289$ .

### Représentation de la courbe caractéristique

La figure (2.10) représente la courbe caractéristique sol-eau, pour le sol de Nasso. Sur cette figure (2.10), sont aussi présentés quelques points expérimentaux (points triangulaires) obtenus à la température de  $60^\circ\text{C}$ . On constate que la courbe caractéristique varie très peu avec la température aux grandes succions. Toutefois, pour les faibles succions ( $s < 10 \text{ kPa}$ ), des écarts sont visibles. Cela est lié à l'existence d'une phase liquide, en proportion plus importante, qui est plus sensible à la température, beaucoup plus que ne l'est le squelette solide.

### Modélisation de la courbe caractéristique

Plusieurs modèles ont été proposés pour la modélisation de la courbe caractéristique (Gardner, 1958; Brooks et Corey, 1964; Fredlund et Xing, 1994). Toutes ces modélisations tiennent compte du fait que la forme de la courbe caractéristique est fonction de la répartition de la taille des pores au sein du sol. Fredlund et al. (1997) montrent que si la granulométrie est uniforme, la courbe caractéristique peut être déduite de la distribution de la taille des particules. Le modèle proposé par Fredlund et Xing (1994) donne en outre une bonne représentation de la courbe caractéristique sur tout le domaine hydrique du sol.

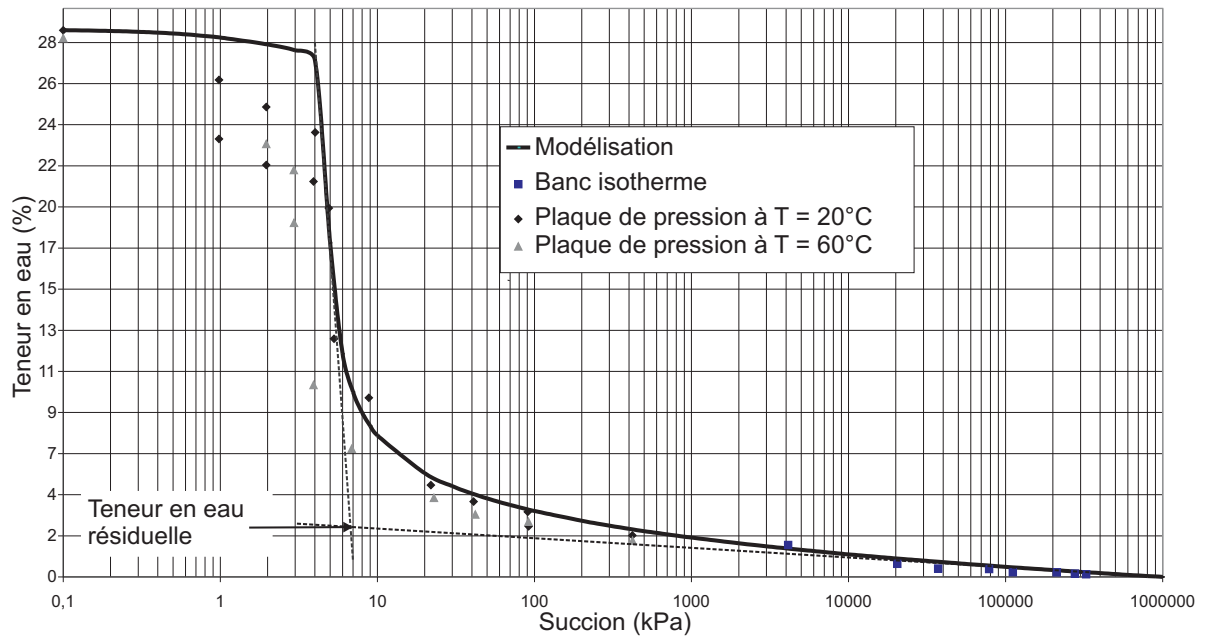


FIG. 2.10 – Courbe caractéristique du sol de Nasso

En utilisant le modèle de Fredlund et Xing (1994), nous obtenons l'expression suivante, représentant la courbe caractéristique de la relation sol-eau dans tout le domaine capillaire :

$$w = \frac{c(s) w_{sat}}{\left[ \text{Log} \left( e + \left( \frac{s}{s_i} \right)^n \right) \right]^m} \quad (2.15)$$

avec  $w_{sat}$  la teneur en eau de saturation,  $s_i$  la succion d'entrée d'air (succion au premier point d'inflexion),  $s_{res}$  la succion résiduelle et  $c(s)$  une fonction de correction, qui permet à la teneur en eau,  $w$ , de s'annuler lorsque l'on a une succion,  $s$ , de  $10^6$  kPa. Elle est donnée par la relation :

$$c(s) = 1 - \frac{\text{Log} \left( 1 + \frac{s}{s_{res}} \right)}{\text{Log} \left( 1 + \frac{10^6}{s_{res}} \right)} \quad (2.16)$$

On suppose (Fredlund et Xing, 1994) que la valeur maximale de succion d'un sol pour laquelle la teneur en eau dans le sol est nulle est approximativement  $10^6$  kPa. Aux faibles succions, la courbe caractéristique est très peu affectée par la fonction de correction qui tend alors vers l'unité.

Les différents paramètres,  $w_{sat}$ ,  $s_i$ ,  $s_{res}$ ,  $m$ , et  $n$  peuvent être déduits de la courbe carac-

téristique. Dans le cas du sol de Nasso, ces différents paramètres ont les valeurs suivantes :

$$w_{sat} = 0,289$$

$$s_i = 4,5kPa$$

$$s_{res} = 5kPa$$

$$m = 0,4206$$

$$n = 25,038$$

Nous rappelons que tous les paramètres, sauf  $w_{sat}$ , peuvent être déterminés par la méthode des moindres carrés ou simplement en utilisant quelques points particuliers de la courbe (Fredlund et Xing, 1994; Jamin, 2003). Nous avons utilisé la dernière méthode. Nous pouvons noter que si le modèle de Fredlund représente assez bien les courbes expérimentales, en choisissant convenablement les paramètres du modèle, le fait que ceux-ci dérivent, conceptuellement (Fredlund et al., 1997) de l'analyse granulométrique et de la répartition de la taille des pores du sol posent des interrogations sur la physique des phénomènes qu'il est censé refléter. En effet, pour une granulométrie uniforme identique de deux matériaux différents (silice, poudre d'alumine par exemple) aurions-nous la même courbe expérimentale? La réponse est sans doute non, tant les comportements physico-chimiques des différents matériaux, vis-à-vis de l'eau, peuvent varier énormément suivant leurs propriétés hydrophiles ou hydrophobes.

## 2.2.6 Essai Proctor

Cet essai a pour but de mieux maîtriser la mise en place et le compactage des échantillons par la suite.

### But et principe de la manipulation

Lorsque plusieurs échantillons d'un même sol sont soumis à la même énergie de compaction, à des teneurs en eau différentes, on constate que les densités sèches varient avec les teneurs en eau des échantillons au moment du compactage. La densité sèche croît avec la teneur en eau pour atteindre un maximum puis décroît. La teneur en eau correspondant à la valeur maximale de la densité sèche est appelé la "teneur en eau optimale" ou la "teneur en eau optimum Proctor".

L'essai Proctor a pour but de déterminer, pour une intensité de compactage donnée, cette teneur en eau optimum Proctor.

### Mode opératoire

Un échantillon de sol est mélangé à une certaine quantité d'eau puis placé dans un moule cylindrique de 101 mm de diamètre. Il est compacté par la chute d'une dame de 2,5 kg selon des conditions normalisées, connue sous le nom de dame PROCTOR normalisée.

A la fin de l'essai on mesure la densité du sol humide après avoir déterminé le volume :  $V_a$  du moule et la masse humide  $M_h$ . On sèche ensuite le sol humide contenu dans le moule à  $105\text{ }^\circ\text{C}$  dans une étuve pour déterminer la teneur en eau  $w$ . La densité sèche  $\rho_d$  est obtenue par la relation suivante :

$$\rho_d = \frac{M_h}{(1 + w) V_a} \quad (2.17)$$

Cette densité sèche permet d'évaluer le taux de compaction. On recommence l'expérience avec des quantités d'eau différentes pour connaître finalement le mélange subissant la plus forte compaction. A la forte compaction est associée une masse volumique qui est la masse volumique correspondant à l'Optimum PROCTOR Normalisé (OPN)  $\rho_{OPM}$ .

### Résultats

La figure 2.11 qui donne la représentation graphique de la relation entre la masse volumique sèche du sol et sa teneur en eau constitue la courbe Proctor du sol de Nasso.

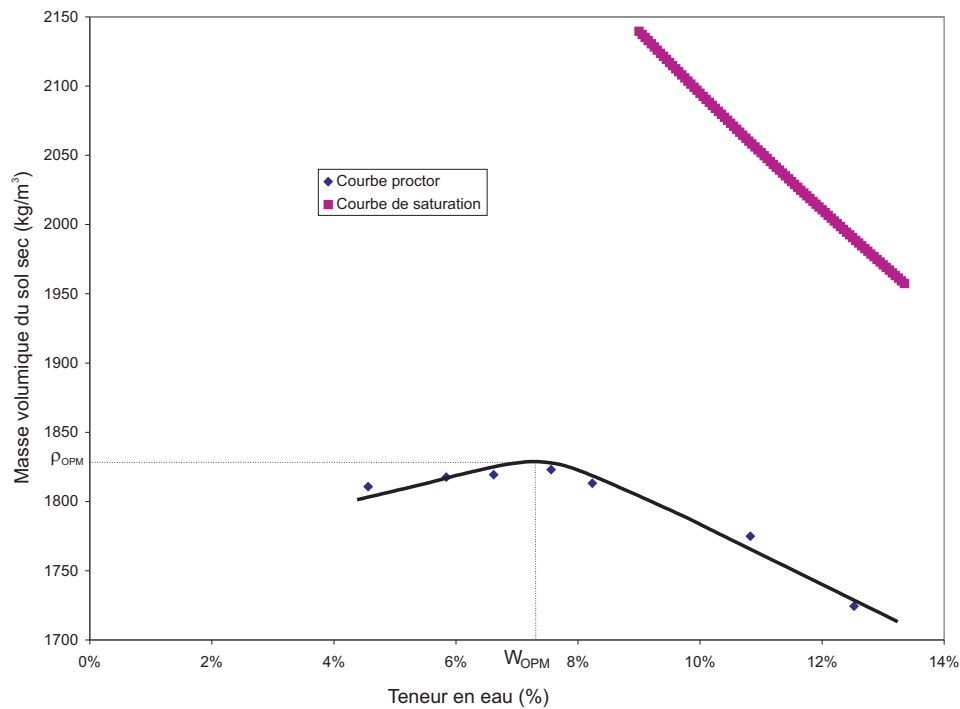


FIG. 2.11 – Courbe PROCTOR du sol de Nasso

Sur la figure (2.11) se trouve aussi représentée la courbe de saturation qui est la courbe théorique donnant la masse volumique du sol correspondant à la saturation (le degré de saturation est pris égale à 1). Elle est donnée par la formule suivante :

$$\rho_s = \frac{\rho_s^*}{1 + \frac{\rho_s^*}{\rho_w} w} \quad (2.18)$$



La courbe de saturation permet de définir la teneur en eau de saturation correspondant à l'optimum.

### 2.2.7 Coefficient de perméabilité en condition non saturée

La modélisation des transferts dans les milieux poreux saturés ou non nécessite la connaissance de leur perméabilité. La perméabilité d'un milieu poreux traduit son aptitude à laisser circuler un fluide (liquide ou gaz) au sein de son espace poral, suivant les relations (1.133) et (1.146). Elle dépend du volume des pores (densité et degré de saturation), de sa structure interne et particulièrement de la connectivité des différents pores (Larive, 2002). Elle résulte d'une relation entre une force (gradient de pression, gravité...) et un flux (vitesse de filtration). La perméabilité peut être mesurée au laboratoire ou in situ ; elle peut-être aussi évaluée théoriquement.

Pour les sols saturés, les techniques de mesures de la conductivité sont bien maîtrisées. Dans le cas des sols non saturés, la mesure de la conductivité hydraulique est très complexe et peut nécessiter des temps de mesures plus ou moins long. Sa mesure peut se faire par deux méthodes (Fleureau et Taibi, 1995) :

- en régime transitoire dans lequel un flux d'air et d'eau est imposé sur une extrémité de l'échantillon et l'on mesure les changements d'état de l'échantillon à mesure que le front de fluide progresse ; la méthode comporte des difficultés importantes : la mesure des paramètres le long de l'écoulement des fluides à travers l'échantillon et l'interprétation des résultats ; ce genre de mesure peut se faire dans une cellule oedométrique usuelle ;
- en régime permanent, on injecte simultanément les deux fluides aux deux extrémités de l'échantillon de telle manière que l'état de l'échantillon ne soit pas modifié par l'écoulement. La perméabilité est déduite directement des mesures, du moins pour les matériaux très peu déformables afin que les paramètres restent constants au cours de l'essai.

Pour contourner ces difficultés de nombreux auteurs (Romero, 1999) proposent une détermination de la conductivité hydraulique par des mesures indirectes : on découple les différents effets intervenant dans son expression et on détermine, soit à partir de la littérature, soit à partir de mesures expérimentales chacune des composantes de la conductivité hydraulique.

#### Modélisation de la perméabilité non saturée

La relation générale utilisée par Romero (1999) et Salager (2007) est la relation (2.19) où les effets de température, indice des vides et teneur en eau sont découplés. Si  $K_{ns}$  représente la perméabilité pour le sol non saturé et  $K_{sat}$  la perméabilité à saturation, on a :

$$\frac{K_{ns}(T, e, w)}{K_{sat}(T_{ref}, e_{ref})} = k_T(T) k_e(e) k_w(w) \quad (2.19)$$

avec  $k_T(T)$ ,  $k_e(e)$  et  $k_w(w)$  les fonctions relatives à la température, à l'indice des vides et à l'état de saturation. L'indice des vides d'un milieu poreux est donné par la relation :

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{\rho_s^* - \rho_s}{\rho_s} \quad (2.20)$$

Romero (1999) a montré que le découplage des effets thermique, mécanique et hydrique n'est pas total pour l'argile de Boom. Pour approfondir sur les effets découplés, le lecteur pourra se référer aux travaux de Salager (2007) et Romero (1999).

Dans la présente étude nous nous plaçons à température constante et nous faisons l'hypothèse d'une phase solide indéformable, c'est-à-dire une masse volumique apparente de la phase solide  $\rho_s$ , constante (cette dernière hypothèse étant synonyme de l'indice des vides constant) ; les fonctions  $k_T$  et  $k_e$  sont alors des constantes. Nous proposons ici la méthode de détermination de la perméabilité en condition non saturée,  $K_{ns}$ , basée sur la relation (Romero, 1999) :

$$k_r = \frac{K_{ns}}{K_{sat}} \Big|_{e,T} = S_e^\lambda \quad (2.21)$$

où  $S_e$  le degré de saturation effectif :

$$S_e = \frac{w - w_{res}}{w_{sat} - w_{res}} \quad (2.22)$$

$w_{res}$  est la teneur en eau résiduelle, c'est-à-dire la teneur en eau en dessous de laquelle la perméabilité est nulle,  $w_{sat}$  la teneur en eau de saturation et  $\lambda$  une constante déterminée empiriquement qui rend compte de la taille des pores. D'après Romero (1999), les études de plusieurs auteurs montrent que les valeurs de  $\lambda$  sont comprises entre 2.5 et 24.5. Pour le sol de l'Hérault (SLA), sol sur lequel beaucoup d'essais ont été réalisés, Saix (1987) a utilisé la valeur 3 pour  $\lambda$ . Pour les sols présentant une granulométrie uniforme la valeur 3 de l'exposant  $\lambda$  est proposée par Fredlund et Rahardjo (1993). Le coefficient  $\lambda$  est la pente de la relation  $\log(K_{ns})$  en fonction de  $\log(S_e)$ . L'exploitation de la relation (2.21) nécessite la détermination de  $w_{res}$  et  $K_{sat}$ . La teneur en eau résiduelle,  $w_{res}$ , est la teneur en eau à partir de laquelle un incrément de succion (ou pression capillaire) ne la modifie pas de façon significative. Sa détermination peut se faire soit sur la courbe caractéristique (figure 2.10) (Fredlund et al., 1997) soit expérimentalement par l'expérience à la boîte de Richard ;  $w_{res}$  correspond à la succion au dessus de laquelle la teneur en eau est pratiquement constante. A la boîte de Richard, la valeur limite que nous avons obtenue, en augmentant la succion est voisine de 2%. Sur la courbe caractéristique, c'est la teneur en eau correspondant à l'intersection des deux lignes tangentes tracées à partir du point d'inflexion vers les faibles et fortes succions (figure 2.10).

Le seul paramètre qu'il nous reste à déterminer pour avoir une relation explicite de la perméabilité en condition non saturée du sol est la perméabilité à saturation.

### Perméabilité à saturation

La détermination de la conductivité hydraulique à saturation peut se faire par une évaluation théorique ou par des mesures expérimentales.

### 1. Détermination théorique

Beaucoup de modèles ont été proposés pour la prédiction de la perméabilité en condition saturée d'un milieu poreux. Selon la littérature, citée par Chapuis et Aubertin (2003), la valeur de la conductivité hydraulique en saturée peut être prédite en utilisant des relations empiriques, des modèles capillaires, des modèles statistiques et des théories du rayon hydraulique. Les meilleurs modèles nécessitent au moins trois paramètres pour prendre en compte la relation entre le flux d'eau et l'espace poral telles que la taille des pores, la tortuosité et la connectivité des pores.

Dans la littérature plusieurs équations sont utilisées : la méthode de Hazen, de NAVFAC ("Naval Facilities Engineering Command") (Chapuis, 2004), l'équation de Kozeny-Carman... Cette dernière équation a été développée en considérant le milieu poreux comme un ensemble de tubes capillaires pour lesquels l'équation de Navier Stokes peut être utilisée. Cette équation donne  $K_{sat}$  comme une fonction de la porosité  $\phi$  (ou de l'indice des vides  $e$ ), de la surface spécifique  $S$  et d'un facteur  $C$  qui tient compte de la forme et de la tortuosité du milieu poreux. L'équation communément employée est la suivante :

$$K_{sat} = C \frac{g}{\mu_e \rho_e^*} \frac{e^3}{S^2 D_R^2 (1 + e)} \quad (2.23)$$

où  $g$  est l'intensité de la pesanteur,  $\mu_e$  la viscosité dynamique de l'eau,  $D_R = \rho_s^*/\rho_e^*$  la densité du solide. Selon la littérature en géotechnique, il existe un large consensus au fait que l'équation de Kozeny-Carman est valable pour les sols sablonneux et pas pour ceux argileux (Chapuis et Aubertin, 2003). Selon cet auteur, l'équation de Kozeny-Carman prédit assez bien la conductivité hydraulique saturée de la plus part des sols. Les différentes divergences constatées sont liées à des raisons pratiques (valeur imprécise de la surface spécifique, régime permanent non établi, échantillons non saturés...) soit à des raisons théoriques (une partie de l'eau est immobile et l'équation de prédiction est isotrope alors que la conductivité hydraulique est anisotrope).

### 2. Détermination expérimentale

La courbe Proctor donne la relation entre la teneur en eau et la masse volumique sèche du sol. Si l'on veut déterminer la conductivité hydraulique à une masse volumique donnée, on se sert de la courbe Proctor pour le choix de la teneur en eau de préparation du sol. Le sol, à la teneur en eau voulue, est compacté dans le moule du perméamètre. Le moule est ensuite monté sur le perméamètre ou l'on commence par saturer l'échantillon avec de l'eau distillée. L'échantillon de sol est soumis à une charge hydraulique connue, constante ou variable : on parle alors respectivement de perméamètre à "charge constante" et à "charge variable". On mesure la quantité d'eau distillée qui traverse l'échantillon entre deux instants donnés et la charge hydraulique correspondant à ces instants. Dans le cas d'espèce, nous imposons une charge hydraulique variable. Le dispositif expérimental est celui de la figure (2.12). Nous avons effectué les différents essais avec le perméamètre du laboratoire de géotechnique du département de Génie Civil de l'IUT de Nîmes.

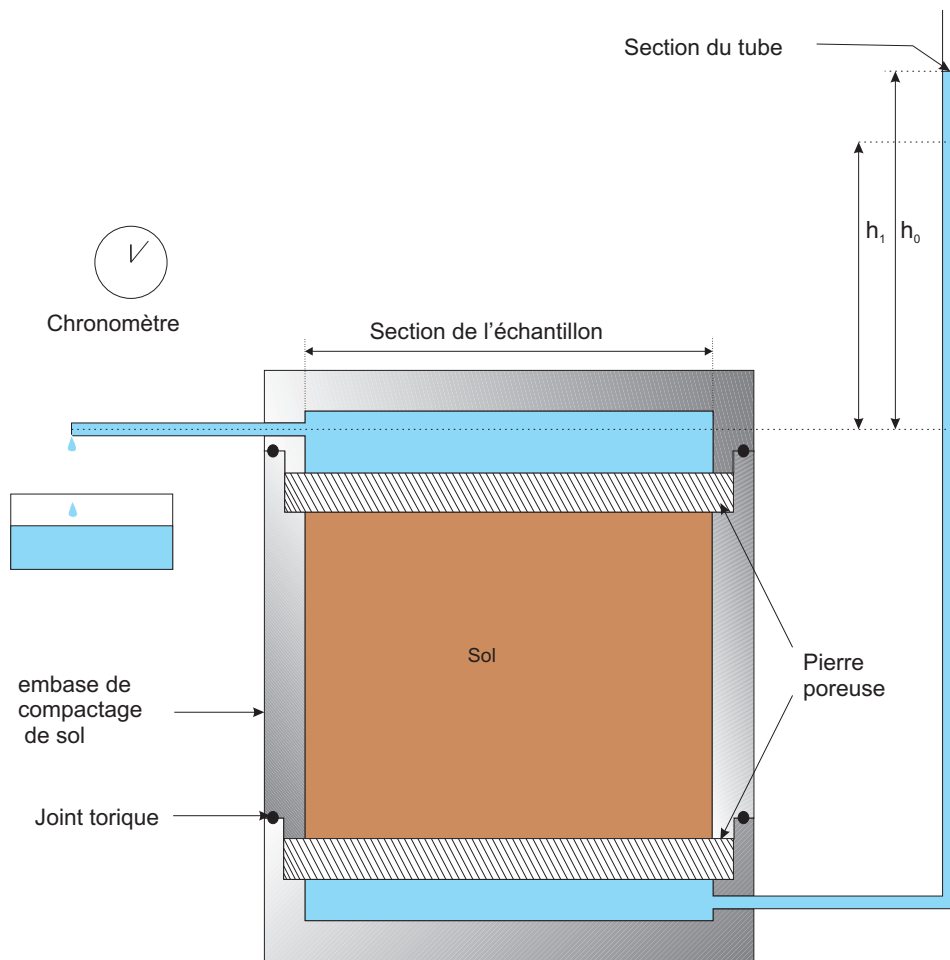


FIG. 2.12 – Perméamètre à charge variable

Au cours d'un essai on détermine les paramètres suivants (tableau 2.3) qui servent ensuite au calcul de la perméabilité en condition saturée.

Le calcul se fait suivant la relation :

$$K_{sat} = \frac{L}{t} \frac{s}{S} \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \quad (2.24)$$

Il faut noter que, bien que travaillant avec une masse volumique de  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$ , expérimentalement il nous est apparu difficile de déterminer la perméabilité à saturation du sol de Nasso à cette densité. A la densité de  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$ , on constate effectivement un effondrement significatif du sol après saturation rendant la mesure difficile voire impossible ; au risque de dénaturer le sol en le débarrassant de ses particules fines. Cela nous a amenés, dans le but de disposer de mesures assez représentatives, à effectuer plusieurs mesures de  $K_{sat}$  à des densités accessibles puis, par extrapolation à l'aide d'un modèle, à déterminer  $K_{sat}$  à la densité voulue c'est-à-dire  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$  (2.13). De plus, pour un sol contenant

$h_1$	niveau initial de l'eau dans le tube (ou charge hydraulique initiale)
$h_2$	niveau final de l'eau dans le tube (ou charge hydraulique finale)
$t$	temps pour passer de $h_1$ à $h_2$
$s$	section du tube piézométrique ( $cm^2$ )
$S$	section de l'échantillon ( $cm^2$ )
$L$	longueur de l'échantillon
$K_{sat}$	Coefficient de perméabilité ( $m/s$ )

TAB. 2.3 – Paramètres nécessaires au calcul de la perméabilité en saturée

de l'argile, quand le compactage est effectué à une teneur en eau inférieure à la teneur en eau correspondant à l'optimum proctor, les mottes d'argile sont difficiles à modeler et les pores inter-mottes sont relativement grands. Ceci entraîne des perméabilités plus fortes que celles des échantillons compactés à des teneurs en eau supérieures à l'optimum, pour lesquels les mottes sont plus déformables. D'une manière générale, la perméabilité diminue quand la teneur en eau de compactage augmente (Aid Saadi, 2003). Nous avons fait ce constat lors de nos expériences, bien que le sol de Nasso contienne peu d'argile. Cela a concerné deux mesures aux environs de 12% où nous avons obtenu des valeurs beaucoup plus faibles (de l'ordre de  $10^{-9}$ ) que nous n'avons pas représentées sur nos figures. L'étude de ce comportement particulier pourra faire l'objet d'autres investigations.

Deux modèles ont été proposés par Taylor (1948) décrivant l'évolution de la perméabilité en fonction de l'indice des vides.

$$K_{sat}(e) = C_1 \times \frac{e^3}{1+e} \quad (2.25)$$

$$K_{sat}(e) = C_2 \times \exp(c_2 \times e) \quad (2.26)$$

où  $C_1$ ,  $C_2$  et  $c_2$  sont des paramètres dépendant du matériau. L'expression (2.25), développée par Taylor (1948), est la plus utilisée dans la littérature (Chapuis, 2004; Romero, 1999; Huang et al., 1998; Salager, 2007). La seconde expression (2.26) est issue d'une démarche empirique; Lambe et Whitman (1969) ont montré sa capacité à décrire l'évolution de la perméabilité en fonction de l'indice des vides. Nous avons utilisé un modèle semblable au second, en fonction de la masse volumique, pour décrire l'évolution de la conductivité hydraulique en condition saturée (Fig. 2.13). Ce modèle nous permet de prédire une valeur de  $1,34.10^{-4} m.s^{-1}$  pour le sol de Nasso à une masse volumique sèche de  $1500 kg.m^{-3}$ .

Nous disposons maintenant de tous les éléments pour représenter la perméabilité du sol de Nasso en condition non saturée.

### Modélisation de la perméabilité en non saturée du sol de Nasso

La relation (2.21) permet de déterminer la conductivité hydraulique en condition non saturée  $K_{ns}$ . Nous présentons sur la figure (2.14) la conductivité hydraulique du sol de Nasso en condition non saturée en fonction de la teneur en eau. Nous avons pris ici conformément

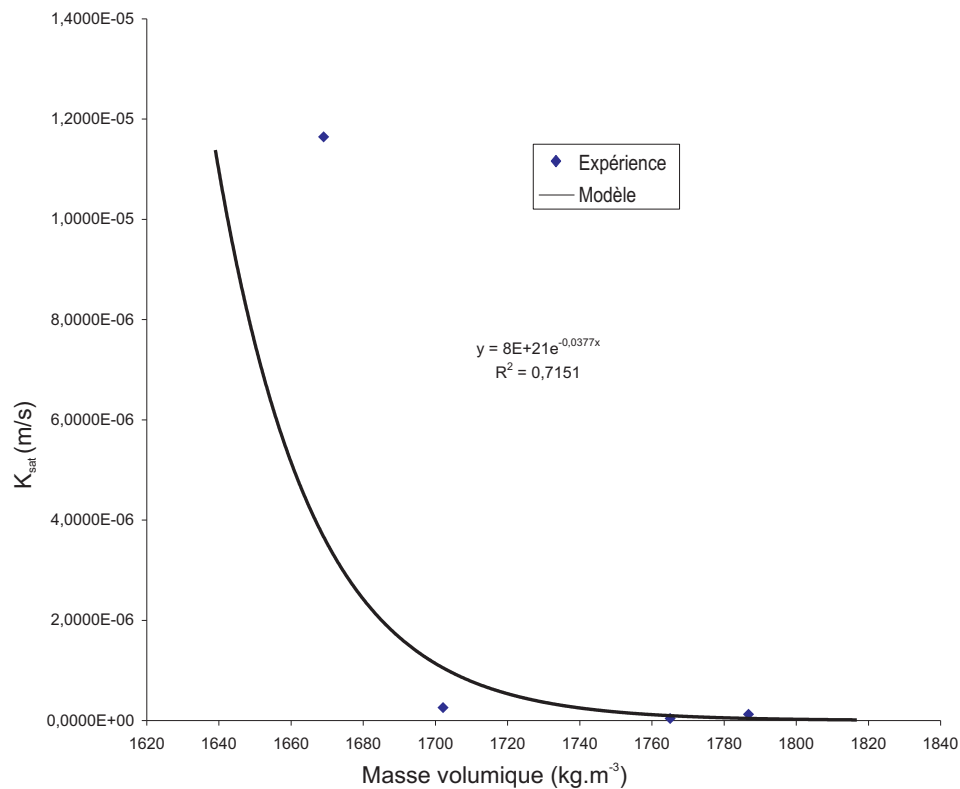


FIG. 2.13 – Représentation de la courbe de  $K_{sat}$  et du modèle utilisé pour l'extrapolation

à la littérature l'exposant 3 pour  $\lambda$ . Les variations de  $K_{ns}$  suivant quatre valeurs entières différentes de  $\lambda$  sont présentées sur la figure (2.15). Des écarts importants existent aux grandes valeurs de la teneur en eau pour ces trois courbes. Ceci n'est pas d'une importance capitale car l'étude concerne les sols à faibles teneurs en eau.

## 2.2.8 Diffusion gazeuse

Le coefficient de diffusion de la phase gazeuse dans le sol et sa dépendance avec les caractéristiques physiques du sol gouverne le transport diffusif des gaz (oxygène, polluants organiques volatils, gaz à effet de serre...) dans les sols agricoles, forêts, sols urbains (Moldrup, Olesen, Schjønning, Yamaguchi et Rolston, 2000). Dans un système insaturé, l'eau est la phase mouillante et le gaz est celle non mouillante. La phase liquide est en contact direct avec la phase solide ; la phase gazeuse est généralement séparée du solide par la phase liquide. L'eau liquide occupe les minuscules pores tandis que la vapeur d'eau se limite aux pores plus larges (Scanlon et al., 1999). Le modèle de transfert d'eau que nous adopterons dans la partie modélisation est un modèle couplé de transfert de matière prenant en compte l'eau liquide et l'eau vapeur. La détermination du coefficient de diffusion est donc nécessaire.

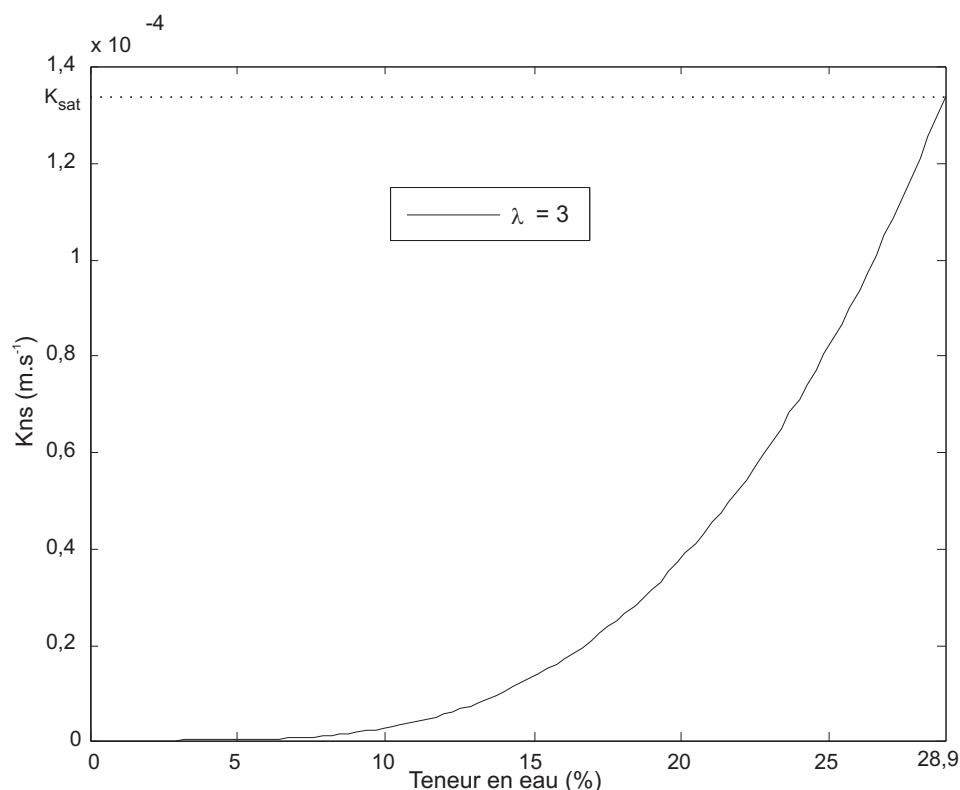


FIG. 2.14 – Conductivité hydraulique du sol de Nasso en condition non saturée pour  $\lambda = 3$

### Diffusion gazeuse dans les sols

Le coefficient de diffusion intervient dans l'équation spatio-temporelle traduisant le bilan de vapeur d'eau dans le sol. Dans de nombreux travaux (Mihoubi, 2004) et dans le but d'avoir des solutions analytiques aux problèmes de diffusion dans des produits, le coefficient de diffusion a souvent été pris constant. Un exemple est le modèle de Crank pour les géométries planes où la solution à l'équation (2.27) de diffusion est donnée par la série (2.28) :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_0 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.27)$$

avec :

$$\frac{\bar{w} - \bar{w}_{eq}}{\bar{w}_0 - \bar{w}_{eq}} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left( -\frac{2n+1}{4} \pi^2 \frac{D_0 t}{e^2} \right) \quad (2.28)$$

où  $D_0$  est le coefficient de diffusion,  $x$  la direction des transferts,  $\bar{w}$  la teneur en eau moyenne dans la plaque,  $\bar{w}_0$  la teneur en eau initiale,  $\bar{w}_{eq}$  la teneur en eau au temps infini,  $e$  est l'épaisseur dans le cas d'une plaque. Ce modèle n'est applicable que pour une épaisseur  $e$  constante et pour un transport isotherme. En se limitant, au premier terme de la série (2.28), la représentation du logarithme du premier membre en fonction du temps donne

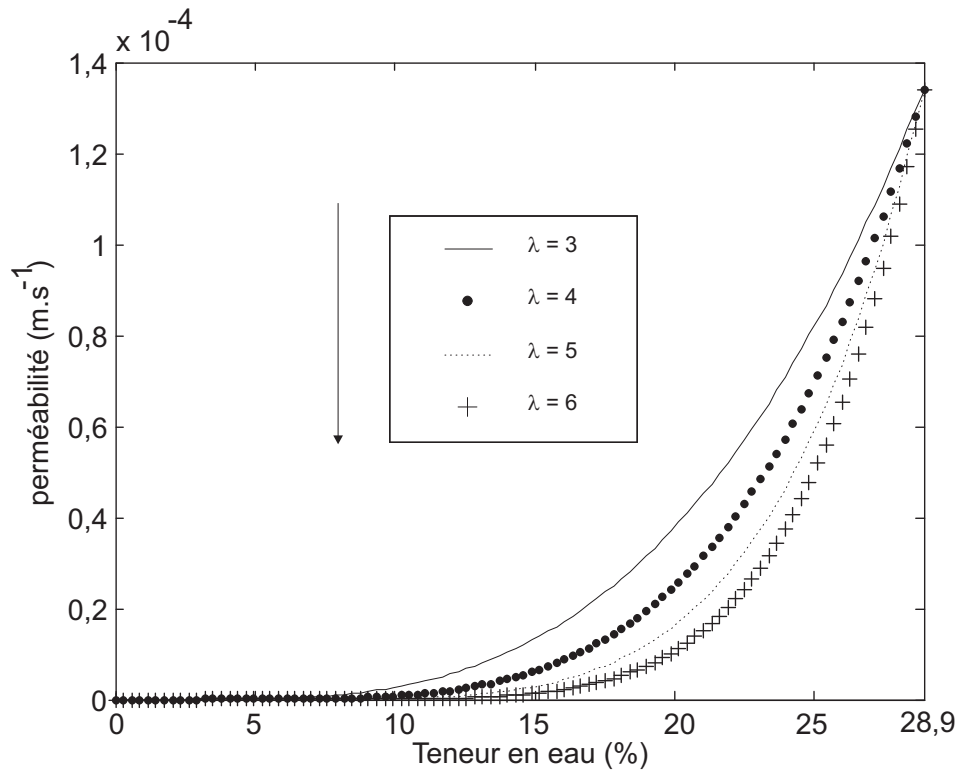


FIG. 2.15 – Variation de  $Kns$  en fonction de la teneur en eau pour différentes valeurs de l'exposant  $\lambda$

une droite dont la pente permet de déterminer  $D_0$ . Avec des algorithmes d'optimisation on peut, en utilisant quelques un des premiers termes de la série (2.28), obtenir une meilleure approximation de  $D_0$ .

L'influence de la température est souvent prise en compte par une loi de type Arrhenius :

$$D(T) = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (2.29)$$

avec  $E_a$  une énergie d'activation. L'énergie d'activation étant une énergie permettant d'initier la diffusion. Il s'agit ici de l'autodiffusion dont l'origine est l'agitation thermique. Certains auteurs proposent (Mihoubi, 2004), grâce aux algorithmes d'optimisation, des évolutions paraboliques ou exponentielles suivant la teneur en eau et de type Arrhenius avec la température. Le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air est bien déterminée et donnée dans la littérature :  $D_{va} = 2.57 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  à 20 °C.

### Tortuosité

Dans un milieu poreux, plusieurs paramètres entrent en jeu dans la détermination du coefficient de diffusion du gaz dans le milieu  $D_{vs}$ . Il s'agit de la valeur du coefficient à l'air



libre  $D_{va}$ , du trajet parcouru, de la géométrie du milieu traversé donc de sa porosité  $\phi$  et de sa tortuosité. La tortuosité influence le transport de l'eau, des solutés et des gaz dans les sols. Il existe dans la littérature plusieurs expressions de la tortuosité pouvant contribuer à une confusion générale (Moldrup et al., 2001). D'après Baver et al. (1972) et Scanlon et al. (1999) :

$$D_{vs} = D_{va} \eta_g \tau \quad (2.30)$$

où  $\eta_g$  est la fraction volumique de la phase gazeuse, et  $\tau$  la tortuosité définie comme suit :

$$\tau = \frac{l_e}{l} \quad (2.31)$$

avec  $l$  la longueur du milieu poreux et  $l_e$  la longueur effectivement parcourue par l'espèce gazeuse étudiée. Il est évident que l'accès à ce dernier paramètre, par l'expérience, n'est pas aisé. Certains auteurs arrivent à s'affranchir de cette difficulté en recherchant des relations entre le rapport des coefficients de diffusion  $D_{vs}/D_{va}$  et la fraction volumique  $\eta_g$  et/ou la porosité  $\phi$ . Il ressort ainsi des travaux effectués par Troeh et al. (1982) que l'on rencontre trois formes possibles de relations entre  $D_{vs}/D_{va}$  et  $\eta_g$  (Mignard, 1984) :

- une relation de type linéaire

$$D_{vs}/D_{va} = a (\eta_g - b) \quad (2.32)$$

- et deux relations non linéaires

$$D_{vs}/D_{va} = k (\eta_g - b')^m \quad (2.33)$$

et

$$D_{vs}/D_{va} = k' e^{m \eta_g} \quad (2.34)$$

où  $a$ ,  $b$ ,  $b'$ ,  $k$ ,  $k'$  et  $m$  sont tous des coefficients déterminés empiriquement. Les expressions les plus citées (Scanlon et al., 1999) sont celles de :

- Penman (1940) (expérimental) :

$$D_{vs}/D_{va} = 0,66 \eta_g \quad (2.35)$$

- Buckingham :

$$D_{vs}/D_{va} = 1,2 (\eta_g - 0,1)^{1,7} \quad (2.36)$$

- Millington (1959) (pseudothéorique) :

$$D_{vs}/D_{va} = \eta_g^{4/3} \quad (2.37)$$

- Millington and Quirk (1961) (théorique) :

$$D_{vs}/D_{va} = \frac{\eta_g^{10/3}}{\phi^2} \quad (2.38)$$

– Marshall (pseudothéorique) :

$$D_{vs}/D_{va} = \eta_g^{3/2} \quad (2.39)$$

– Lai et al. (1976) (expérimental) :

$$D_{vs}/D_{va} = \eta_g^{7/3} \quad (2.40)$$

– Abu-El-Sha'r and Abriola (1997) (expérimental) :

$$D_{vs}/D_{va} = 0,435 \eta_g \quad (2.41)$$

Certains auteurs proposent (Moldrup, Olesen, Gamst, Schjønning, Yamaguchi et Rolston, 2000) l'ajout d'un facteur multiplicatif dans les modèles pour les sols mouillés pour tenir compte des changements de formes des pores induites par l'eau liquide. Ce facteur serait le rapport :

$$\frac{\eta_g}{\phi}$$

Ainsi la relation de Penman sera par exemple :

$$D_{vs}/D_{va} = 0,66 \frac{\eta_g^2}{\phi} \quad (2.42)$$

### Modèle adopté dans l'étude

Les équations couramment utilisées sont celles de Penman et Millington and Quirk selon Scanlon et al. (1999). On remarque que le coefficient de diffusion effectif décroît avec la teneur en eau dans les milieux non saturés. Le taux de décroissance est faible aux basses teneurs en eau car la phase gazeuse est plus majoritaire que le liquide dans l'espace poral. Nous adoptons pour la suite de cette étude l'expression proposée par Penman. Ainsi, le coefficient de diffusion dans le sol s'écrira :

$$D_{vs}/D_{va} = 0.66 \eta_g \quad (2.43)$$

avec  $D_{va} = 2.57 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$  le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air (de Vries et Kruger, 1967).

## 2.3 Etude expérimentale du coefficient de changement de phase

Une étude théorique du coefficient de changement de phase a été présentée au paragraphe (1.6). Il s'agit, dans ce paragraphe, de déterminer expérimentalement le coefficient de changement de phase du sol de Nasso dont les précédentes campagnes ont montré la validité (Bénet (1981), Chammari (2002), Ruiz (1998), Lozano (2007)...). Nous rappelons le principe du protocole expérimental original développé au LMGC.

### 2.3.1 Rappels bibliographiques

L'étude bibliographique, s'appuie sur les travaux récents de Lozano (2007). A l'échelle d'une interface liquide-gaz, le phénomène de changement de phase est un phénomène généralement représenté par la relation de Knudsen. Cette relation, développée à partir de la théorie cinétique pour les gaz idéaux, définit le taux maximal d'évaporation théorique à travers une unité de surface dans le vide. Beaucoup de travaux expérimentaux ont mis en exergue le fait que cette relation surestime le taux d'évaporation. Ainsi un coefficient correctif  $\epsilon$  a été introduit. C'est le rapport entre le taux d'évaporation expérimental et le taux maximal d'évaporation théorique sous les mêmes conditions. Quand un liquide est évaporé sous une pression inférieure à sa propre pression de vapeur, un terme additionnel de pression est introduit pour prendre en compte la nouvelle pression de vapeur dans l'atmosphère au dessus du liquide. C'est l'équation de Hertz-Knudsen :

$$J_{\text{inter}} = \epsilon (P_v - P_{vs}) \left( \frac{M_e}{2\pi RT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.44)$$

où  $J_{\text{inter}}$  est le flux de masse interfacial (en  $kg.m^{-2}.s^{-1}$ ),  $P_v$  la pression de vapeur dans la phase gazeuse,  $T$  la température à la surface du liquide. Les différentes recherches théoriques et expérimentales se sont focalisées sur la détermination du coefficient d'évaporation  $\epsilon$ . Les valeurs du coefficient d'évaporation pour l'eau trouvées empiriques sont comprises entre 0,001 à 1 et il est, par conséquent compréhensible que ce coefficient ait été l'objet de nombreuses spéculations ces 60 dernières années.

Quand on l'applique aux milieux poreux naturels (sols, produits alimentaires, bois, ...), cette relation est affectée par les changements de propriétés tels les interfaces liquide-gaz courbes qui peuvent réduire considérablement le taux de changement de phase. De plus, la nature hygroscopique de certains milieux se manifeste à l'échelle microscopique par l'adsorption de l'eau sur les particules solides. Cela signifie que l'eau ne plus être considérée comme étant à l'état libre et le processus d'évaporation nécessite des échanges d'énergie beaucoup plus élevée.

Plusieurs travaux portant sur le changement de phase ont été menés au LMGC. Bénét (1981) a établi une loi de changement de phase, faisant apparaître un coefficient phénoménologique. Il a fait des essais dans l'objectif de mesurer expérimentalement le coefficient phénoménologique de l'eau sur un limon. Il a ainsi pu établir des courbes représentant le coefficient de changement de phase  $L$  en fonction de la teneur en eau pour une température donnée. Plusieurs autres travaux ont eu pour but l'évaluation de ce coefficient pour différents matériaux et avec différents fluides. On peut citer les travaux de Mignard et Bénét (1986) (dissolution du bromure de méthyle dans l'eau d'une céramique poreuse), Ruiz (1998) et Chamhari (2002) (volatilisation de l'eau et l'heptane dans un sable-limoneux-argileux), Gasparoux (2003) (volatilisation de l'eau dans un sable-limoneux-argileux), Angellier (2004) (volatilisation de l'eau dans la vermiculite) et récemment Lozano (2007) (volatilisation de l'eau dans des sols de textures différentes). Dans cette étude, (Lozano, 2007) a fait ressortir l'absence de symétrie entre la condensation et l'évaporation. Elle a aussi étudié le changement de phase qu'est la dissolution du  $CO_2$  dans les sols. Les résultats

montrent que cette dissolution est couplée avec des réactions chimiques et que la vitesse de changement de phase dépend de l'alcalinité du sol.

### 2.3.2 Principe de la mesure du coefficient de changement de phase

On cherche à créer des conditions expérimentales telles que le phénomène de changement de phase soit prépondérant (les gradients des autres grandeurs thermodynamiques seront minimisés). En somme, on limitera le plus possible les phénomènes de filtration, de diffusion... Dans ce cas, le bilan de vapeur s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = J \quad (2.45)$$

$\hat{J}$  est donnée par l'expression (1.173) et  $\bar{J}$  s'écrit d'après (1.172) :

$$\bar{J} = \frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} \quad (2.46)$$

En considérant que la phase gazeuse se comporte comme un mélange de gaz parfaits, on a :

$$\rho_v = \eta_g \frac{M_e P_v^*}{RT} \quad (2.47)$$

On obtient l'équation bilan :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{P_v^* - P_{veq}}{T} \right) = -L \frac{R^2}{\eta_g M_e^2} \ln \left( \frac{P_v^*}{P_{veq}} \right) \quad (2.48)$$

Le but de l'expérience sera d'exploiter la relation (2.48) afin de déterminer le coefficient de changement de phase  $L$ .

### 2.3.3 Dispositif expérimental

La schématisation du dispositif expérimental de mise en œuvre du changement de phase est représentée figure (2.16). Ce dispositif est formé :

- de la cellule de volatilisation, plongée dans le bain thermostaté, comprenant l'échantillon ① et le dispositif autonome d'acquisition de la température et de la pression ② ;
- de la pompe à vide reliée à la cellule par un tube ⑤, l'ensemble permettant de créer le vide dans la cellule ;
- du dessiccateur relié à la cellule par un tube ⑥ pour assurer l'injection d'air sec.

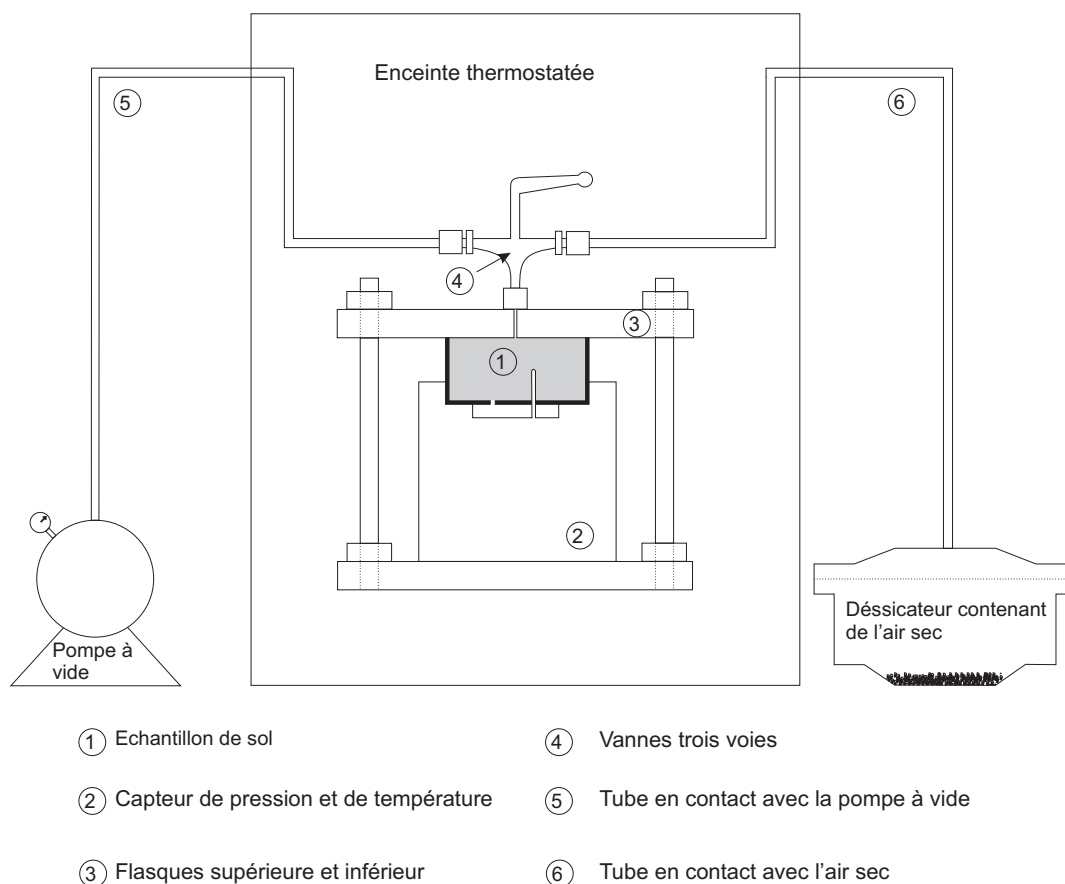


FIG. 2.16 – Schéma de l'expérience de volatilisation (Lozano, 2007)

### 2.3.4 Protocole expérimental

Le protocole expérimental comporte les étapes suivantes :

1. réglage de la température du bain-marie (30 °C) et de la pression de la cuve de la pompe à vide (300 mbar) ;
2. programmation du capteur Orion ; les différentes séquences de mesures sont introduites à travers le temps de retard, temps pendant lequel l'échantillon de sol pour la mesure est préparé, et des périodes et fréquences des interventions pendant les expériences ;
3. réalisation des échantillons : du sol, préalablement séché à l'étuve à 105 °C pendant au moins 24 heures est préparé à la teneur en eau souhaitée puis compacté sur un porte échantillon ; la teneur en eau est évaluée a priori avec une partie du sol compacté, préparé en excès ;
4. placement de l'échantillon de sol dans le porte échantillon au dessus du capteur Orion, en prenant soin d'interposer une fine membrane en téflon soigneusement percé

- de minuscule trous à l'endroit où émergent les sondes de température et de pression pour ne pas endommager le capteur ;
5. placement de l'ensemble échantillon-capteur Orion entre les deux flasques que l'on serre ensuite ; un joint torique assure l'étanchéité ;
  6. immersion de l'ensemble solidaire dans le bain thermostaté ; une attente de 10 mn pour la mise en température est observée ;
  7. la partie mesure proprement dite comporte les étapes allant de l'extraction de la phase gazeuse jusqu'au rééquilibrage ; elle est illustrée par la schématisation de la figure (2.17) donnant les phénomènes physiques recherchés à l'échelle des pores pour les 5 étapes de la mesure ; la vanne trois voies (③ sur la figure 2.16) sert à l'extraction de la phase gazeuse, l'injection de l'air sec et l'isolement de la cellule de volatilisation jusqu'à la fin de la mesure ;
  8. à la fin de la mesure, on évalue a posteriori la teneur en eau de l'échantillon, puis on récupère les données enregistrées par le capteur, c'est-à-dire la pression en fonction du temps ;
  9. l'exploitation des variations de température et de pression de la phase gazeuse lors du rétablissement de l'équilibre.

### 2.3.5 Modélisation du coefficient de changement de phase

#### Exploitation d'une expérience type

Au cours de l'expérience, le capteur Orion mesure la température  $T$  de l'échantillon et la pression totale  $P_g^*$  de la phase gazeuse (Fig. 2.18).

Les essais sont exploités en utilisant la relation (2.48). La pression mesurée étant celle de la phase gazeuse (Fig. 2.18), il est nécessaire d'en déduire celle de la vapeur. Cela est effectué en fin d'expérience. A la fermeture de la vanne trois voies, la cellule étant un système fermé à température constante et en supposant l'air chimiquement inerte, la quantité d'air représentée par le rapport de la pression d'air sur la température  $P_a^*/T$  peut être supposée constante au cours de l'essai. Elle peut être évaluée lorsque l'équilibre complet est atteint au temps  $t_{eq}$ . En ce moment :  $P_v^*/T = P_{veq}/T$ . Au delà de  $t_{eq}$ , on a :

$$\frac{P_a^*}{T} = \left( \frac{P_g^* - P_{veq}}{T} \right)_{t \geq t_{eq}} \quad (2.49)$$

La pression de vapeur d'équilibre est obtenue à partir de la pression de vapeur saturante et de l'activité de l'eau donnée par l'isotherme de désorption (éq. 2.10). La dernière relation permet alors de déterminer la pression de vapeur à tout moment de l'expérience :

$$\frac{P_v^*}{T} = \frac{P_g^* - P_a^*}{T} \quad (2.50)$$

A partir des courbes d'évolution de la pression de la phase gazeuse et de la température au cours du temps (Fig. 2.18) et en utilisant l'équation (2.50), il est possible de déterminer

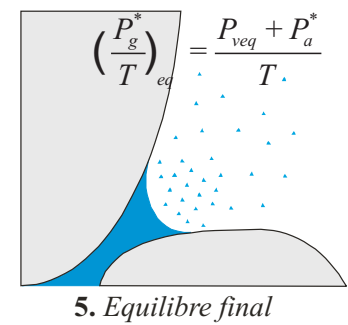
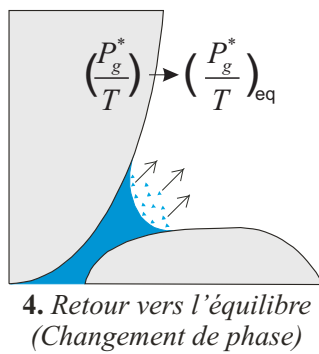
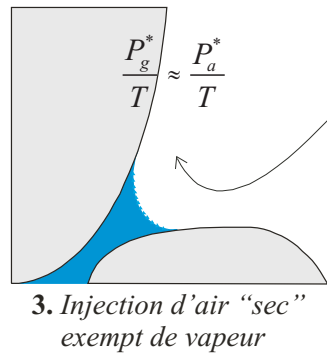
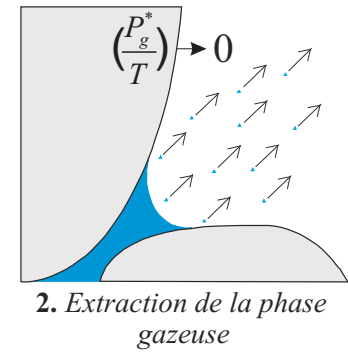
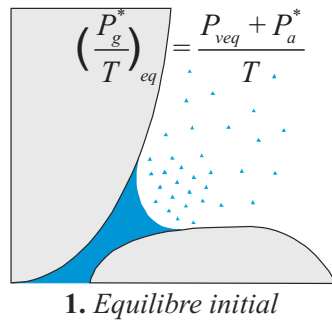


FIG. 2.17 – Principe de l'expérience à l'échelle des pores

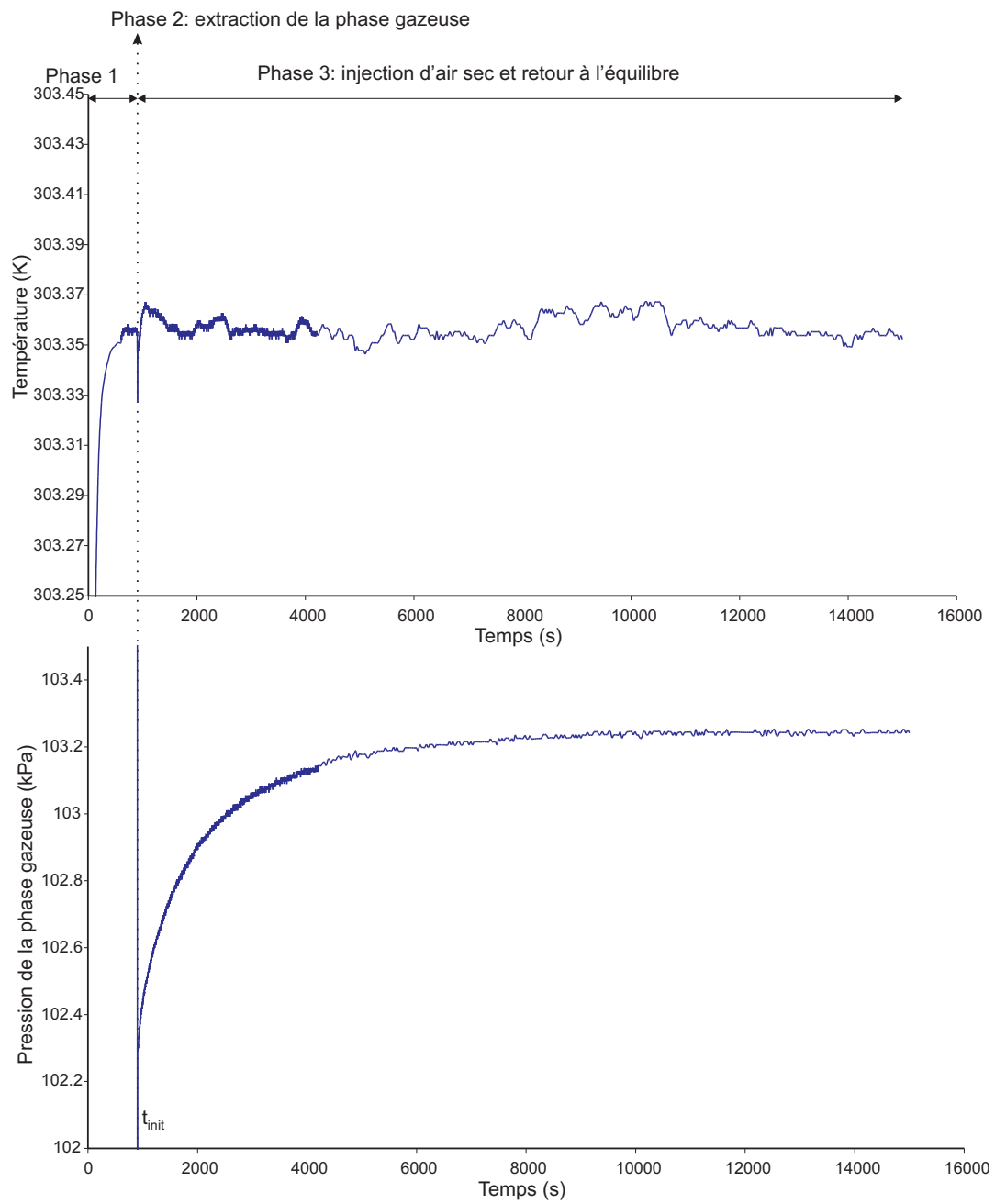


FIG. 2.18 – Mesure de la température et de la pression de la phase gazeuse au cours d'un essai de changement de phase avec  $w = 0,84\%$  et  $T = 303,15\text{ K}$



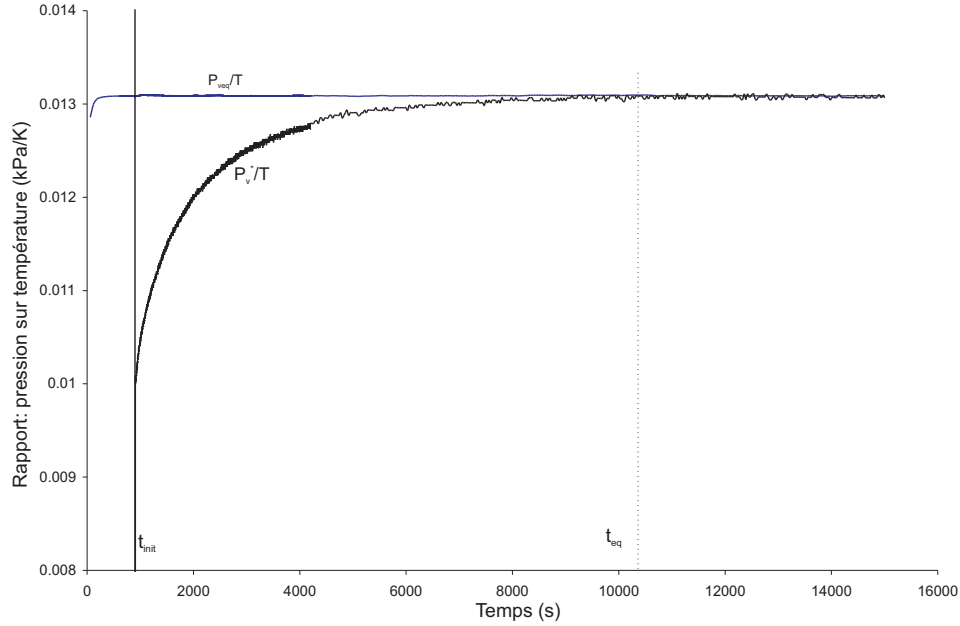


FIG. 2.19 – Evolution de  $P_v^*/T$  et  $P_{veq}/T$  avec  $w = 0,84\%$  et  $T = 303,15 K$

l'évolution des rapports  $P_v^*/T$  et  $P_{veq}/T$  (Fig. 2.19). Le coefficient de changement de phase  $L$  est directement calculé par la relation (2.48). Deux méthodes sont utilisées : une par intégration et l'autre par dérivation. L'opération de dérivation ayant pour effet d'amplifier les oscillations expérimentales, la courbe de  $(P_v^* - P_{veq})/T$  doit être préalablement lissée. L'algorithme de lissage utilisé est celui de Stavitsky-Golay (Press et al., 1992).

Il s'agit d'un filtrage par moyenne glissante. L'algorithme consiste à calculer en chaque point de mesure du signal un polynôme d'ordre  $p$  fixé reproduisant au mieux un ensemble de  $n$  mesures centrées autour de la mesure considérée et de remplacer alors la mesure centrale par la valeur du polynôme en ce point. Il permet d'obtenir un signal qui subit des variations lentes par rapport à la fréquence d'échantillonnage et qui est peu sujet aux bruits de mesure. L'ordre du polynôme de lissage le plus adapté est 4.

Une fois les fonctions lissées, on calcule la dérivée de  $(P_v^* - P_{veq})/T$  et  $\ln(P_v^*/P_{veq})$  et on en déduit le coefficient  $L$ . Le résultat obtenu dans le cas du sol de Nasso est présenté sur la figure (2.20) pour diverses teneurs en eau.

Les courbes de la figure (2.20) montrent que la variation de  $L$  en fonction du rapport  $P_v^*/P_{veq}$  présente une allure qui a été déjà mise en évidence dans le cas du SLA (Chammari, 2002; Lozano, 2007). Cette allure est schématisée sur la figure (2.21). Au voisinage de l'équilibre, pour  $P_v^*/P_{veq}$  supérieur à une valeur limite appelée  $HR_{lim}$ , le coefficient de changement de phase, appelé  $L_{eq}$ , est pratiquement constant. Pour  $P_v^*/P_{veq}$  inférieur à  $HR_{lim}$ , il varie linéairement en fonction de  $P_v^*/P_{veq}$  avec une pente  $k$ .

Le coefficient de changement de phase  $L$  est modélisé par les quantités  $HR_{lim}$ ,  $L_{eq}$  et  $k$

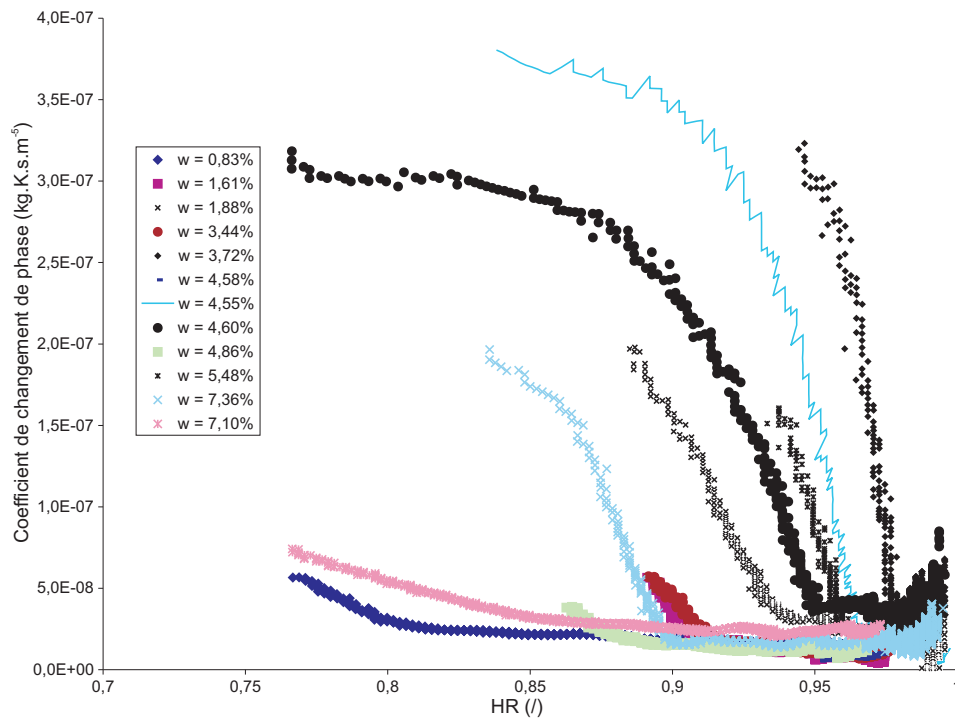


FIG. 2.20 – Coefficient de changement de phase loin de l'équilibre

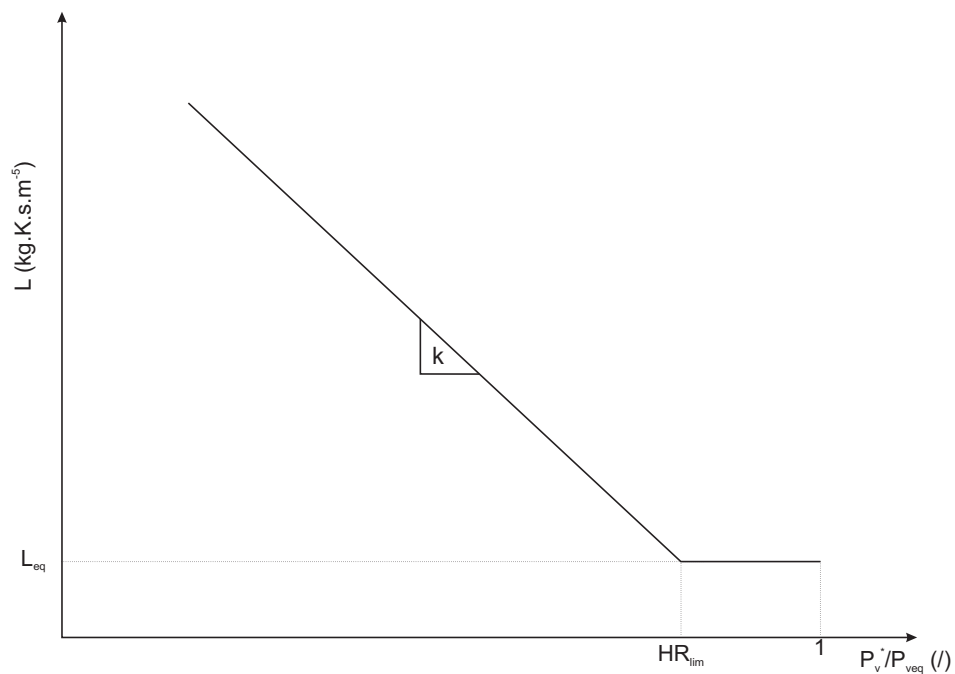


FIG. 2.21 – Schématisation du coefficient de changement de phase loin de l'équilibre

qui sont des fonctions de  $T$  et  $w$  et, pour le dernier, de  $P_v^*/P_{veq}$ .

### Détermination du coefficient de changement de phase d'équilibre

La variation du coefficient de changement de phase en fonction de la teneur en eau est consignée sur la figure (2.22). On note une grande incertitude sur le coefficient  $L_{eq}$ . Ceci

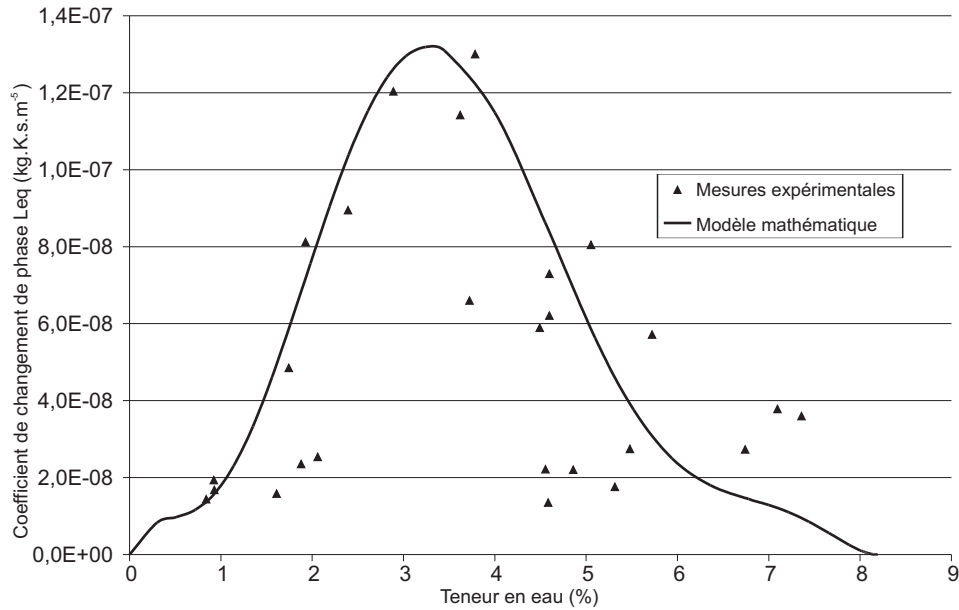


FIG. 2.22 – Evolution du coefficient de changement de phase d'équilibre  $L_{eq}$  et sa modélisation en fonction de la teneur en eau

est dû au fait que la relation (2.48) se présente sous une forme indéterminée, 0/0 lorsqu'on se rapproche de l'équilibre, ce qui amplifie les imprécisions (Fig. 2.20). De plus, le choix de la masse volumique apparente de  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$  constitue une limite pour le sol de Nasso pour laquelle la texture du sol est très variable.

L'allure de la courbe de variation du coefficient de changement de phase,  $L_{eq}$ , dans le domaine proche de l'équilibre en fonction de la teneur en eau est semblable à celle obtenue par Lozano (2007) pour des sols reconstitués dont la texture est voisine de celle du sol de Nasso. L'expression de  $L_{eq}$  est donnée par la relation (2.51) ; c'est une fonction polynomiale de degré 8.

$$\begin{aligned}
 L_{eq} = & -11274,38322w^8 + 5884,813541w^7 - 1147,817575w^6 \\
 & + 109,5810347w^5 - 5,407196772w^4 + 0,1290527662w^3 \\
 & - 0,12034229.10^{-2}w^2 + 0,53366.10^{-5}w
 \end{aligned}
 \tag{2.51}$$

Cette fonction approxime assez bien les points expérimentaux. L'observation des résultats expérimentaux montre une variation semblable à celle obtenue pour d'autres sols lors

des précédentes campagnes (Chammari (2002), Lozano (2007)). Nous constatons que le coefficient de changement de phase atteint son maximum  $L_{max}$  au voisinage 3%.

### Domaine loin de l'équilibre

Nous présentons sur la figure (2.23) la variation de  $HR_{lim}$  suivant les valeurs de  $w$  d'une part et sur la figure (2.24), l'opposé de la pente  $k$  en fonction de la teneur en eau d'autre part. La modélisation de la pente  $k$  du coefficient de changement de phase, loin de

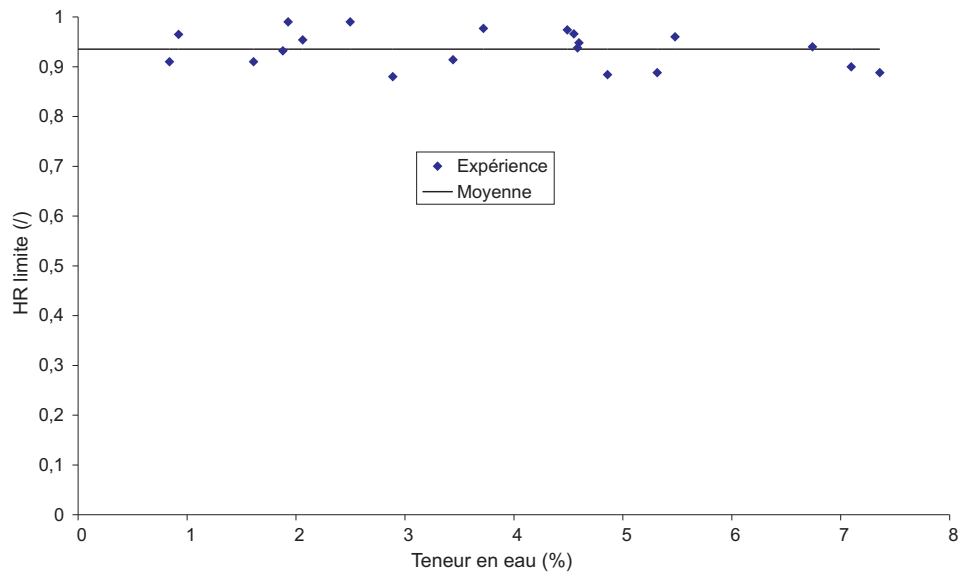


FIG. 2.23 – Variation de  $HR_{lim}$  en fonction de la teneur en eau du sol

l'équilibre, par approximation, est donnée par la fonction parabolique :

$$k = 5,5125 \cdot 10^{-3} w^2 - 4,4481 \cdot 10^{-4} w \quad (2.52)$$

On constate que la limite entre le domaine proche de l'équilibre et celui loin de l'équilibre est constante et voisine de 0,9354. La pente  $k$ , elle, a une forme parabolique dont la concavité est tournée vers le haut. Ceci rejoint les résultats obtenus sur le SLA.

On note au niveau de  $k$ , une incertitude importante qu'il faut attribuer aux mêmes sources d'erreurs que pour le coefficient  $L_{eq}$ .

## Conclusion

La caractérisation du sol de Nasso est rendue nécessaire par la volonté de construire un modèle numérique prédictif de l'évolution de l'eau dans la rhizosphère, précisément dans notre sol d'étude. Ainsi une caractérisation du sol de Nasso par des mesures expérimentales (granulométrie, composition chimique et minéralogique, courbe Proctor, coefficient

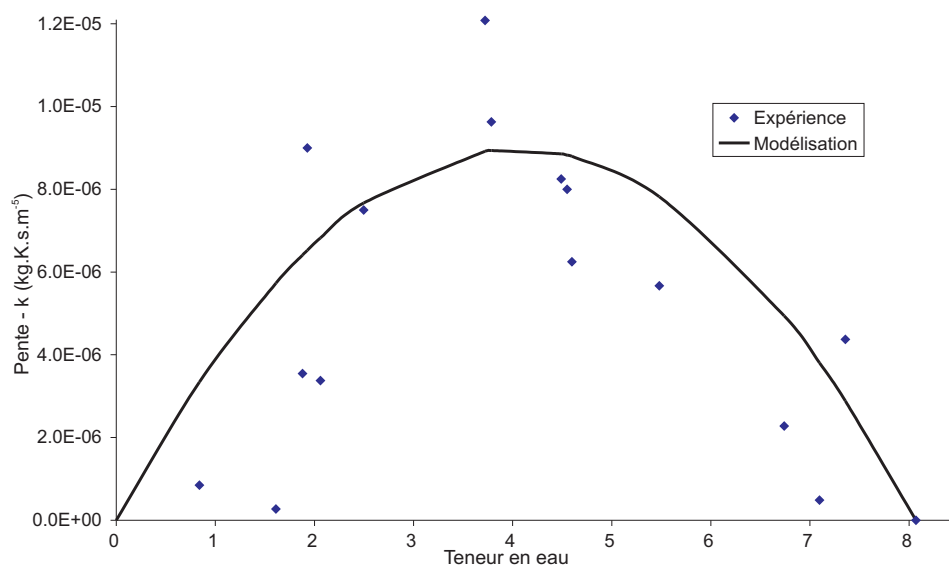


FIG. 2.24 – Variation de la pente  $-k$  en fonction de la teneur en eau

de changement de phase, perméabilité à saturation, isothermes de désorption, courbe de rétention). On s'est ensuite attaché à proposer pour le sol de Nasso des expressions concernant :

- la perméabilité qui intervient dans la loi de filtration de la phase liquide,
- le coefficient de diffusion de la vapeur qui intervient dans la loi de diffusion de la vapeur,
- le coefficient de changement de phase

Ces coefficients dépendent des variables d'état du sol et il est difficile d'en faire un étude complète. Pour cela, nous avons proposé des expressions qui utilisent à la fois des valeurs expérimentales et des résultats tirés de la littérature.

Les sols étant des milieux naturels de composition très variable, il faut s'attendre à ce que les corrélations utilisées pour les fonctions  $D_{vs}$  et  $K_r$ , très souvent établies pour des sols qui diffère notablement du sol de Nasso, ne rendent pas parfaitement compte du comportement de celui-ci. De plus, le choix d'une masse volumique apparente de la phase solide de  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$ , qui a été choisie pour pouvoir comparer le sol de Nasso à un limon prélevé en France, n'est pas judicieux. En effet pour cette masse volumique, la réalisation des échantillons destinés aux essais, a mis en lumière des difficultés de mises en place des échantillons, se traduisant par une variabilité de la texture du sol. Malgré ces problèmes, les expressions proposées dans ce chapitre constituent une bonne base de départ pour une modélisation numérique.

# Chapitre 3

## Etude expérimentale des transferts dans une colonne de sol

### Introduction

Nous disposons d'une part d'un modèle de transfert couplé d'eau en phase liquide et en phase vapeur et, d'autre part, nous avons caractérisé le sol qui fait l'objet de l'étude. L'objectif du présent travail est de prédire l'évolution spatio-temporelle de l'humidité dans la couche superficielle d'un sol, à travers une simulation numérique des transferts. Pour la validation d'une telle simulation, une étude expérimentale des transferts dans des colonnes de sol s'impose. Cette étude doit faire ressortir l'évolution spatio-temporelle de la teneur en eau. La variation de la teneur en eau moyenne dans la colonne de sol en fonction du temps sera traduite par les cinétiques de séchage de colonnes de sol. L'évolution de la teneur en eau en fonction de la hauteur de la colonne, à un instant donné, est traduite par les profils de teneur en eau.

La résolution des équations de transfert d'eau qui se fera dans le chapitre 4, nécessite la prise en compte des conditions aux limites. Aux temps longs, la condition à l'interface sol-air résulte de l'équilibre eau-vapeur donné par les isothermes de désorption. Cependant un sol à une certaine teneur placée dans une atmosphère à une humidité relative donnée ne passe pas spontanément à la teneur en eau d'équilibre. Cela fera l'objet d'une étude particulière pour modéliser les mécanismes de transfert dans une couche mince superficielle de sol.

### 3.1 Dispositif expérimental et mode opératoire

Comme mentionné dans l'introduction du chapitre, l'objectif final est la prédiction de l'évolution spatio-temporelle de l'eau dans la couche superficielle d'un sol. Les expériences sont menées de telle manière que les formes géométriques des échantillons soient simples et donc faciles à prendre en compte dans la partie simulation. Pour cela, les échantillons confectionnés ont une forme cylindrique. Nous imposons des transferts unidirectionnels en confectionnant les échantillons de sol dans des tubes PVC dont la base inférieure est

rendue imperméable au fluide. Les échantillons de sol ainsi préparés seront placés dans une enceinte climatique régulée en humidité relative et en température.

### 3.1.1 Dispositif expérimental

Nous voulons dans cette partie étudier les transferts unidirectionnels dans des colonnes de sol. On conçoit des colonnes de sols où on empêche les transferts à la base et sur la surface latérale. Ne sont donc significatifs que les transferts suivant la verticale. La figure (3.1) donne le schéma de principe des expériences de transferts d'eau dans les colonnes. Le dispositif expérimental est donc formé des colonnes de sol et de l'enceinte climatique

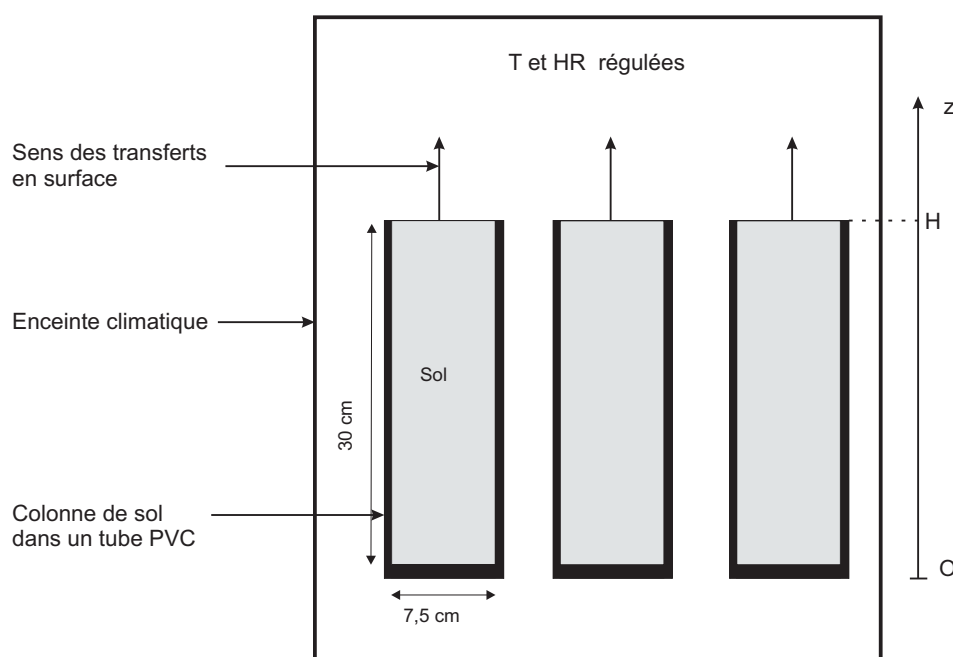


FIG. 3.1 – Schéma de principe des transferts dans les colonnes de sol

permettant de réguler la température et l'humidité de l'air à l'interface sol-air. Dans l'étude concernant les transferts au voisinage de la surface du sol, la hauteur sera limitée à 30 cm. Comme la détermination des profils fera appel à une méthode destructive, nous placerons plusieurs colonnes dans l'enceinte.

### 3.1.2 Protocole expérimental

#### Conditionnement de l'enceinte climatique

Pour idéaliser les conditions, dans le but d'une exploitation numérique, la température et l'humidité relative de l'enceinte climatique, lors d'un essai, seront maintenues fixes. Nous

mettons l'enceinte climatique en marche 24 heures, au moins, avant le début de l'essai pour son conditionnement. Cela nous permet de vérifier la stabilité du dispositif.

### Préparation du sol

L'objectif est de préparer le sol de Nasso à une teneur en eau massique,  $w$ , donnée. Le matériel nécessaire est le suivant : 15 kg de sol environ, deux litres d'eau distillée, une spatule, une balance, des récipients étanches et une étuve. On procède comme suit :

1. placer le sol dans l'étuve à 105 °C pendant environ 48h avant la manipulation,
2. refroidir le sol pendant une trentaine de minutes ; cette durée est variable selon la quantité de sol nécessaire pour l'opération mais il faut que la durée soit assez courte pour limiter une réhydratation par absorption de l'eau de l'atmosphère,
3. prélever 2,5 kg de sol sec que l'on place dans un récipient étanche,
4. ajouter la quantité d'eau distillée nécessaire pour atteindre la teneur en eau souhaitée,
5. refermer hermétiquement le plus rapidement possible afin d'éviter les échanges avec l'atmosphère,
6. laisser reposer pendant 2 à 3 heures en agitant de temps en temps pour avoir un mélange le plus homogène possible.

Cette étape terminée, on peut maintenant confectionner les échantillons à placer dans l'enceinte climatique.

### Confection des colonnes de sol

**Matériel** : plusieurs tubes PVC (cylindre intérieur de hauteur  $h = 30$  cm, de diamètre extérieur  $D_{ext} = 8$  cm et de diamètre intérieur  $D_{int} \approx 7,5$  cm), un tube PVC (cylindre extérieur :  $h > 30$  cm ;  $D_{int} = 8$  cm ;  $D_{ext} > 8$  cm) pouvant s'emboîter sur les premiers tubes PVC ; une dame Proctor Normal, une embase métallique, une tige métallique, une règle métallique et un entonnoir.

La confection des colonnes de sol comporte plusieurs phases :

1. mesurer la masse du tube PVC à vide,
2. mettre le tube PVC de diamètre  $D_{ext} = 8$  cm (cylindre intérieur), qui contiendra le sol, sur l'embase métallique (figure 3.2) ; emboîter le tube PVC de diamètre intérieur 8 cm (cylindre extérieur) environ mais dont la hauteur surmonte le tube de 30 cm. L'idée étant de compacter le sol au dessus du tube de 30 cm puis à couper avec une règle le trop plein de sorte à avoir le tube PVC intérieur rempli à ras bord et présentant une surface assez régulière ; le tube PVC contenant le sol est donc rempli à ras bord sur les deux bases à la fin de la confection des colonnes de sol,
3. dans cette phase, on compacte le sol en appliquant l'énergie de compactage qui correspond à une masse volumique sèche de  $1500 \text{ kg.m}^{-3}$ . Diviser pour ce faire, la quantité de sol en quatre parties approximativement égales. Mettre un quart du sol humide



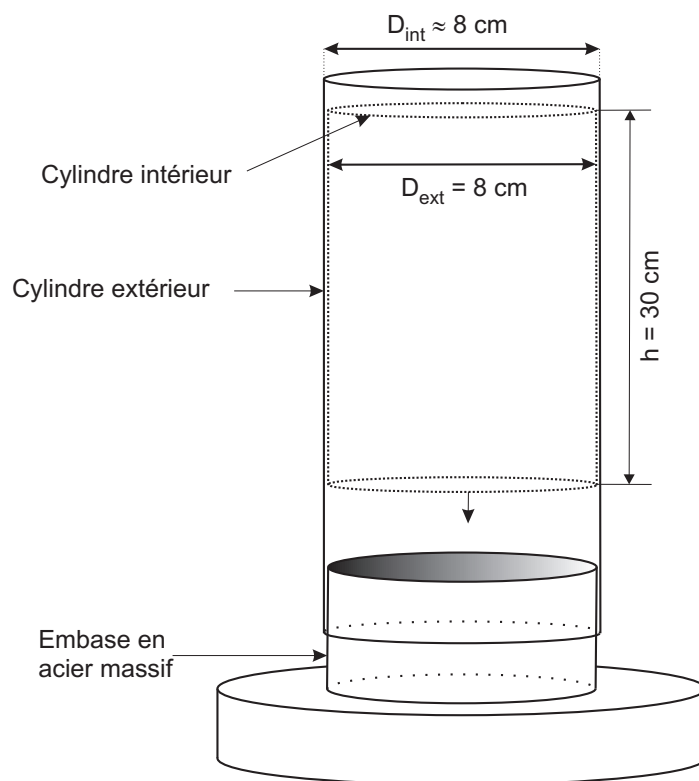


FIG. 3.2 – Schéma du dispositif de conception des colonnes de sol

dans le tube PVC et donner trois coups de dame Proctor normalisé. Scarifier la surface supérieure, avec la tige métallique, avant l'ajout d'un autre quart du sol dans l'espoir d'une bonne homogénéité du compactage. Répéter jusqu'au dernier quart. Pour la dernière partie donner un quatrième coup de dame Proctor au centre,

4. désolidariser les deux tubes PVC emboîtés, dont l'un contient le sol nouvellement compacté, de l'embase ; puis, à l'aide d'un tube PVC de 8 cm de diamètre extérieur, pousser le tube PVC intérieur, dans lequel le sol est compacté, par la partie qui était en contact avec l'embase, jusqu'à le désolidariser du tube PVC extérieur,
5. découper à la règle le trop plein de sol jusqu'à ras bord. On mesurera de nouveau la masse du tube avec le sol pour en déduire la masse volumique apparente,
6. recouvrir une des bases (dans notre cas c'est la base supérieure au moment du compactage) avec du papier aluminium adhésif précédé d'un film de matière plastique afin d'empêcher les transferts d'eau à cette base,
7. fermer l'autre partie en contact avec l'atmosphère avec un film de plastique pour empêcher les échanges de matière avec l'extérieur jusqu'à l'introduction de la colonne dans l'enceinte climatique,
8. prélever une petite quantité de sol restant après la confection pour en déterminer la

teneur en eau. Pour cela on mesurera la masse de sol humide et la masse sèche après étuvage à 105 °C.

### Démarrage de l'expérience

L'enceinte climatique fonctionne déjà depuis 24 heures avec la température et l'humidité relative de consigne. La température de consigne sera  $T = 30\text{ °C}$  et l'humidité relative sera pour certaines expériences de 30% et pour d'autres de 50%. Avant le début du séchage des colonnes de sol, on procède à la dernière phase expérimentale qui suit :

1. mesurer une dernière fois la masse des différentes colonnes de sol avant leurs placements dans l'enceinte climatique ;
2. numéroter les colonnes de sol ;
3. placer les colonnes de sol, à peu près en même temps, dans l'enceinte climatique ;
4. on re-initialisera les paramètres de l'affichage numérique de l'enceinte pour que le décompte du temps se fasse sans décalage. Ainsi le suivi de l'expérience dans le temps se fait aisément vu que l'affichage numérique de l'enceinte nous permet d'accéder entre autres aux valeurs de température et d'humidité relative de consignes et mesurées et au temps depuis l'initialisation des paramètres d'affichage.

La photographie (3.3) donne une vue de l'enceinte climatique contenant des échantillons de sol. On remarquera sur cette figure que les tubes PVC sont fermés sur une base.

## 3.2 Cinétiques de séchage

Les cinétiques moyennes de séchage sont obtenues par pesées successives des colonnes de sol. On relève à chaque pesée le temps correspondant sur l'affichage de l'enceinte climatique. La teneur en eau moyenne initiale est déterminée expérimentalement à priori par l'évaluation de la teneur en eau dans le sol restant après la préparation de la colonne de sol. Toutefois la teneur en eau finale est déterminée a posteriori pour validation.

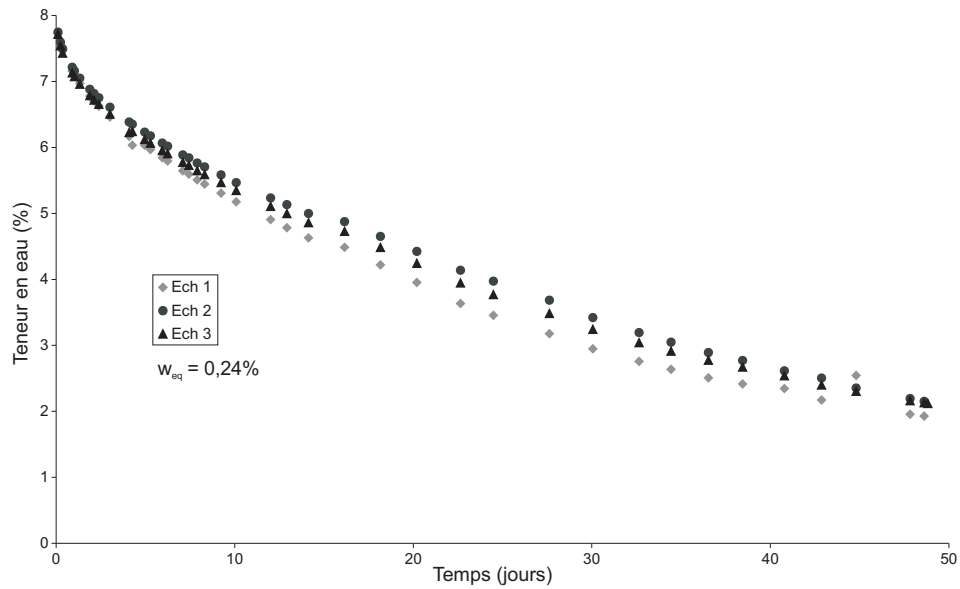
### 3.2.1 Résultats

La température et l'humidité relative de consigne sont respectivement de 30 °C et 30%, pour la première série, puis de 30 °C et 50% pour la seconde série. Quelques cinétiques de séchage sont présentées sur les figures (3.4) et (3.5) pour une humidité relative de 30% et sur la figure (3.6) pour l'humidité relative 50%.

Pour mieux observer l'effet de l'humidité relative sur les différentes courbes, la figure (3.7) donne les cinétiques de séchage de colonnes de sols à  $w_{initial} = 6\%$  et  $T = 30\text{ °C}$  pour deux humidités relatives  $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$



FIG. 3.3 – Enceinte climatique "BIA" contenant des échantillons de sol

FIG. 3.4 – Cinétiques de séchage pour  $w_{initial} = 8\%$ ,  $HR = 30\%$  et  $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$

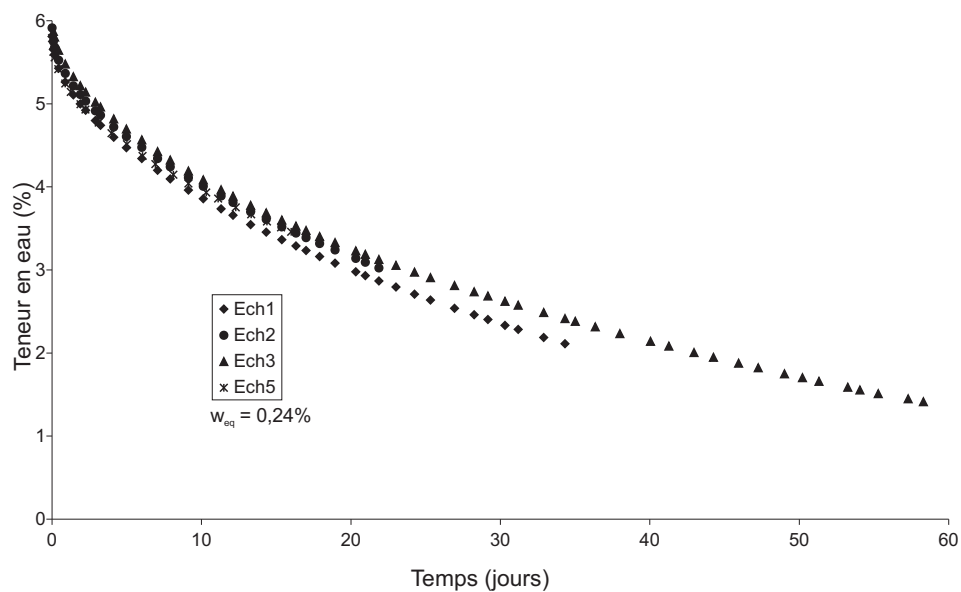


FIG. 3.5 – Cinétiques de séchage pour  $w_{initial} = 6\%$ ,  $HR = 30\%$  et  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$

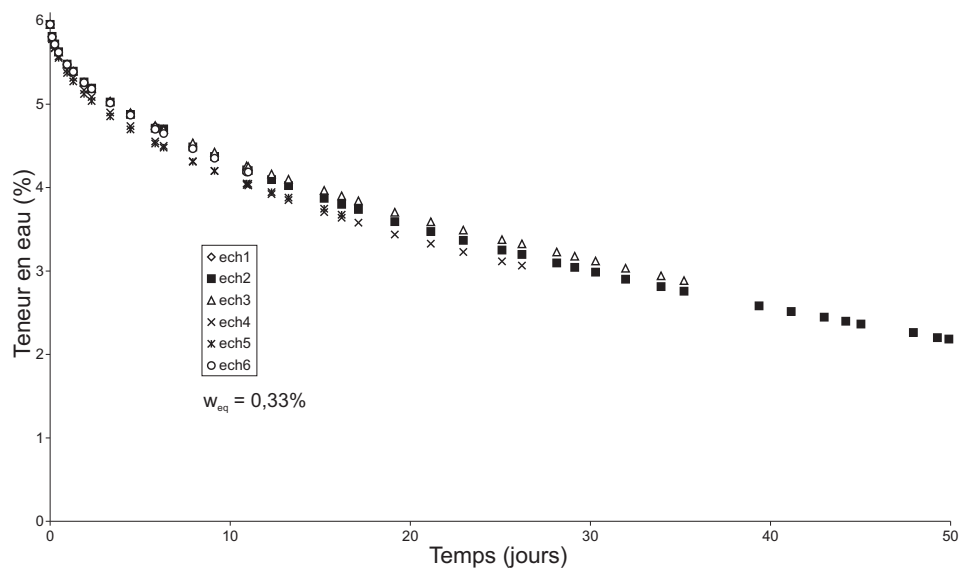


FIG. 3.6 – Cinétiques de séchage pour  $w_{initial} = 6\%$ ,  $HR = 50\%$  et  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$

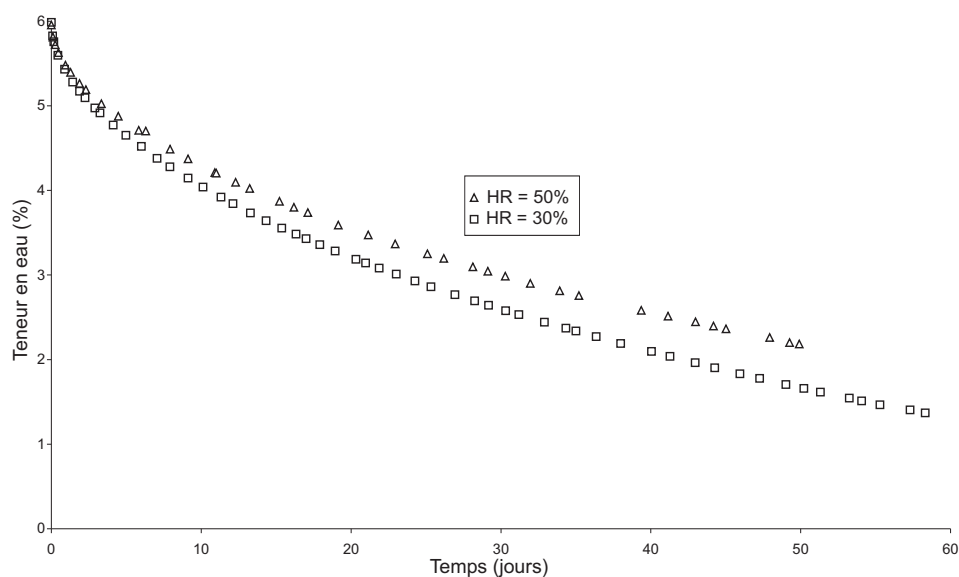


FIG. 3.7 – Comparaison des cinétiques de séchage à deux humidités relatives : 30 et 50% avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $T = 30^\circ\text{C}$

### 3.2.2 Analyse

Les courbes montrent que la teneur en eau de l'échantillon de sol diminue progressivement en fonction du temps. On note que le séchage du sol dure plusieurs jours : au bout de 50 jours de séchage, on a dans les colonnes une teneur en eau moyenne voisine de 2% quels que soient la teneur en eau initiale et l'humidité relative. Les cinétiques montrent aussi une bonne répétabilité des mesures quels que soient les échantillons et l'humidité relative ; on observe tout de même de légers écarts sur chacune des cinétiques de séchage. Ces écarts sont dus au fait que l'homogénéité initiale de masse volumique apparente et de teneur en eau des colonnes de sol, n'est certainement pas parfaite.

La comparaison des deux cinétiques de la figure (3.7) montre, comme on s'y attend, que les cinétiques sont plus rapides avec des humidités relatives faibles, mais la différence est cependant peu importante.

Les cinétiques donnent une information globale. Nous nous proposons alors d'analyser l'évolution de la distribution de teneur en eau à travers l'étude des profils de teneur en eau.

## 3.3 Profils de teneur en eau

On se propose dans ce paragraphe d'étudier la distribution de la teneur en eau dans une colonne de sol à un instant donné. L'évaluation de la distribution de la teneur en eau se fera par découpe des colonnes de sol pour des mesures locales de teneur en eau. Nous présenterons dans ce paragraphe le dispositif servant à cette mesure, puis le protocole et enfin nous donnerons des résultats suivis de l'analyse de ces derniers.

### 3.3.1 Dispositif et protocole expérimental

Le dispositif expérimental est le même que celui décrit aux paragraphes (3.1.1). La différence réside dans l'évaluation de la distribution de la teneur en eau par découpe de la colonne de sol pour les mesures locales en lieu et place des pesées successives des colonnes dans le cas des cinétiques moyennes. C'est une méthode destructive.

Nous avons confectionné un dispositif pour l'extraction du sol sans découper les tubes PVC. Nous n'ajouterons dans ce paragraphe que la présentation du dispositif d'extraction du sol suivi de la phase de découpe des colonnes de sol.

#### Description du piston d'extraction du sol

Dans les essais réalisés par Chamhari (2002), les tubes PVC étaient prédécoupés avant la confection des colonnes. La fente laissée était rebouchée avec du papier aluminium adhésif. Des transferts, fussent-ils faibles, pouvaient se faire le long de cette fente. De plus, au moment de la découpe, toute la surface de l'échantillon était en contact avec l'atmosphère environnante pendant la durée totale de découpe et pouvait perturber les mesures. Enfin, le sol de Nasso contient beaucoup de sable au regard de la granulométrie et est donc peu cohésif. Cela risquait d'entraîner des éboulements au moment des coupes ; toutes choses qui accroîtraient les échanges avec l'air ambiant et rendraient les mesures de l'humidité du sol et des côtes correspondantes imprécises. La figure (3.8) donne une représentation schématisée d'un extracteur, que nous avons réalisé. Son fonctionnement est schématisé

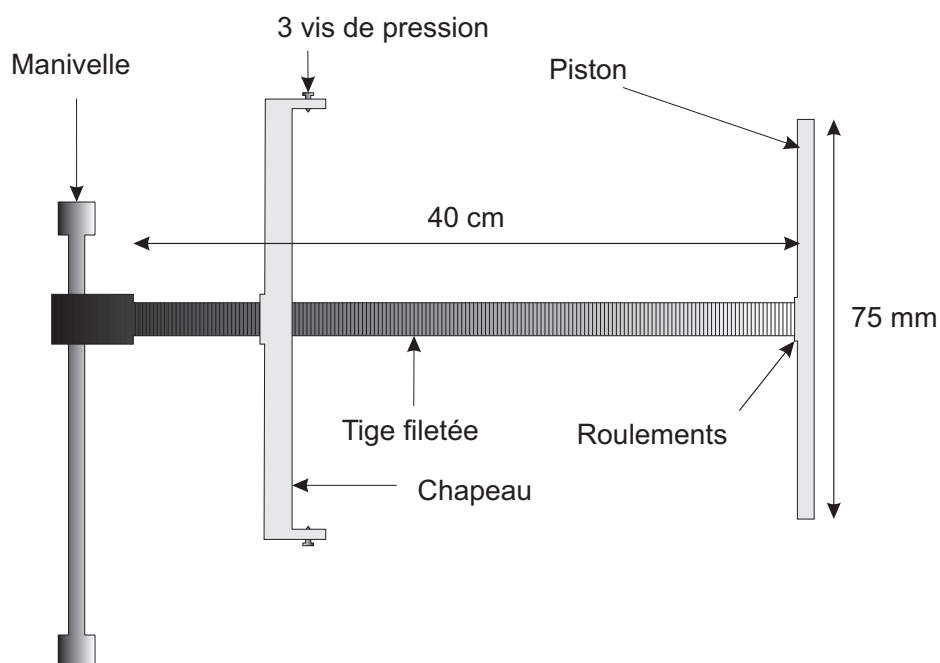


FIG. 3.8 – Schéma du piston d'extraction de sol des colonnes

sur la figure (3.9). Les roulements présents sur le piston (figure 3.8) évitent la rotation du

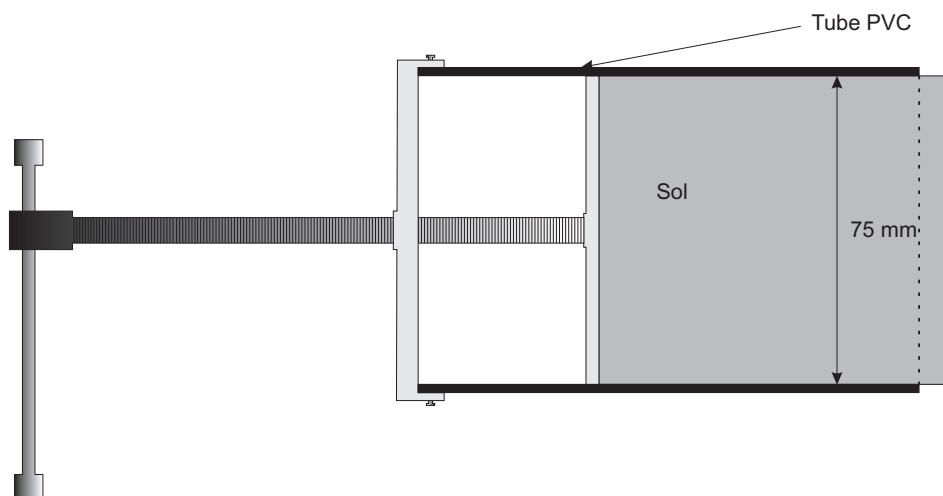


FIG. 3.9 – Schématisation de l'extraction du sol des tubes PVC

piston lors de l'extraction de l'échantillon et donc suppriment les efforts de cisaillement.

### Extraction et découpe du sol

**Matériel** : balance, spatule, règle graduée, des coupelles, piston d'extraction de sol, dispositif de solidarisation avec la table d'essai (serre-joint ou étau).

Nous avons les étapes suivantes :

1. prendre une vingtaine de coupelles numérotées. Mesurer leur masse correspondante et les ranger dans un ordre donné ;
2. sortir la colonne de sol de l'enceinte climatique ;
3. sans enlever le papier aluminium, curer avec la spatule, 2 cm de hauteur de sol de l'interface en descendant (côte 30-28 cm) ; on relève la côte correspondante, puis on place la coupelle avec son sol dans l'étuve pour le sécher.
4. insérer le dispositif d'extraction de sol tel qu'indiqué sur la figure (3.9) ; à l'aide des trois vis de pression, solidariser le tube PVC contenant le sol avec le piston d'extraction ;
5. taper légèrement sur toute la surface du cylindre de PVC avec un marteau en vue de décoller légèrement le sol du tube afin que l'extraction se fasse par la suite sans trop de frottements ;
6. enlever le papier aluminium recouvrant la partie basse du tube ;
7. placer l'ensemble sur un support que l'on dispose sur une table horizontale et, à l'aide d'une attache (serre-joint), solidariser l'ensemble {tube + le dispositif d'extraction}, sur support, avec la table ;

8. tourner pour enfoncer, progressivement le piston de l'extracteur afin de sortir le sol ; découper environ 3 cm de sol. Mesurer la masse humide du sol nouvellement découpé et placé dans une coupelle avant de faire une autre découpe afin de minimiser les échanges d'eau avec l'air environnant ; placer la coupelle à l'étuve ;
9. répéter l'étape précédente jusqu'à l'extraction totale du sol.

Après séchage à l'étuve des échantillons de sol placés dans les coupelles, on détermine les masses sèche,  $m_s$  et humide,  $m_h$  du sol après déduction des masses des coupelles et on évalue la teneur en eau par la relation :

$$w = \frac{m_h - m_s}{m_s} \times 100 \quad (\%) \quad (3.1)$$

### 3.3.2 Résultats

Pour mieux suivre l'évolution des profils de teneur en eau en fonction du temps, nous présenterons sur une même figure tous les profils mesurés à partir d'un échantillon préparé à la teneur initiale donnée. Un profil à la teneur en eau initiale de 8% et une humidité relative de 30% d'une part (figure 3.10) et à la teneur en eau initiale de 6% avec des humidités relatives de 30% (Fig. 3.11) et 50% (Fig. 3.12) de l'autre.

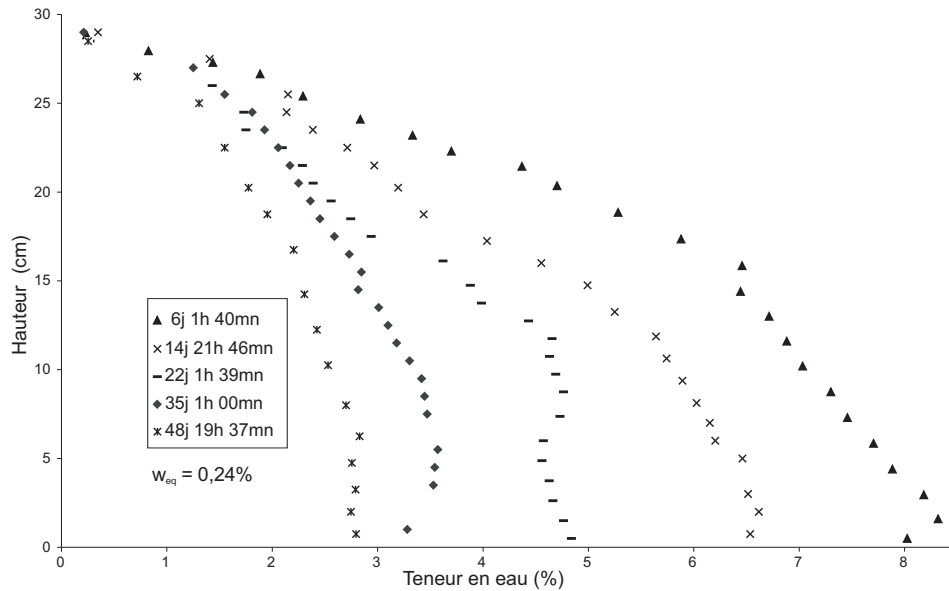


FIG. 3.10 – Profils de teneur en eau pour  $w_{initial} = 8\%$ ,  $HR = 30\%$  et  $T = 30^\circ\text{C}$

A titre comparatif, reportons sur les mêmes graphes (figure 3.13 et 3.14), deux profils de teneurs eau au début et en fin de séchage, pour deux humidités relatives : 50% et 30%.



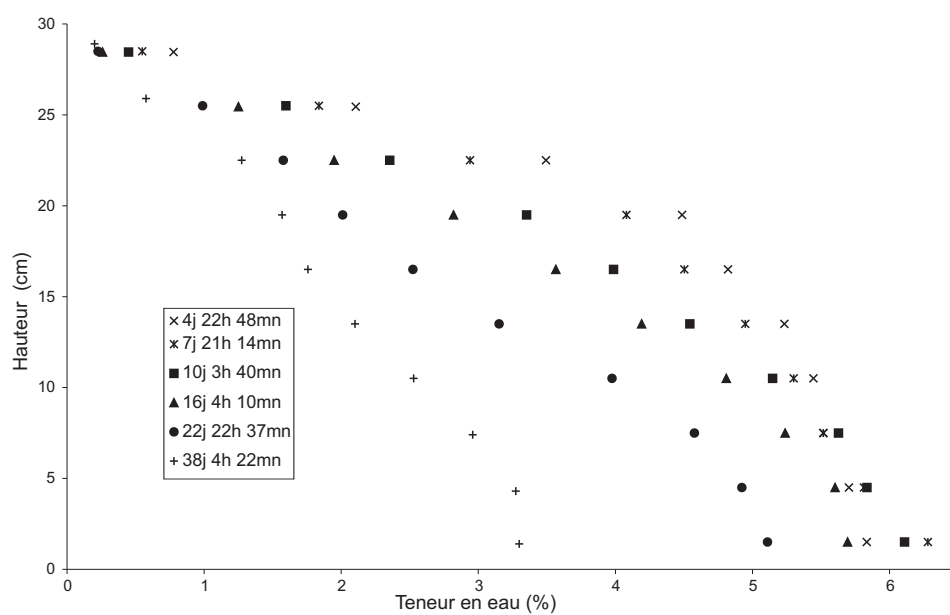


FIG. 3.11 – Profils de teneur en eau pour  $w_{initial} = 6\%$ ,  $HR = 30\%$  et  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$

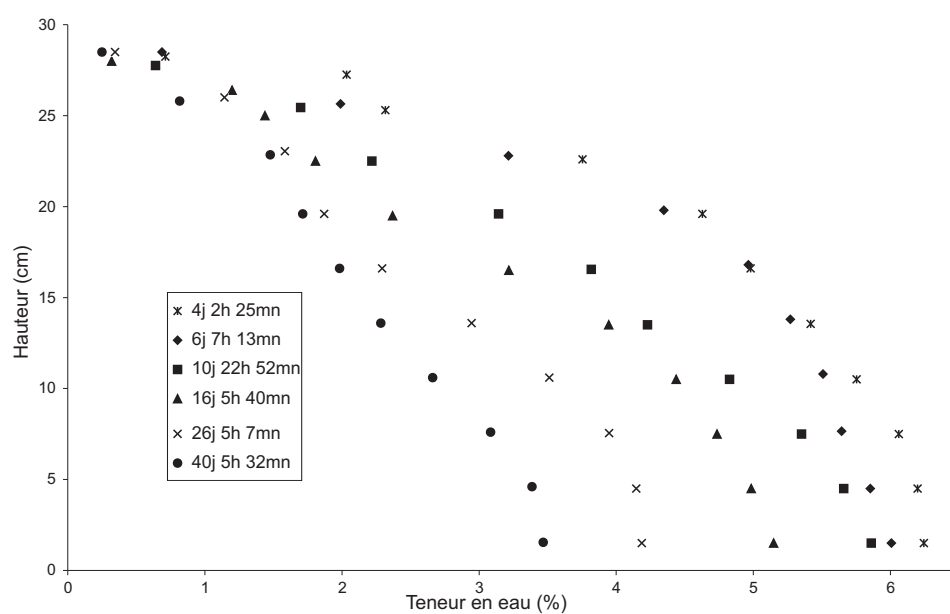


FIG. 3.12 – Profils de teneur en eau pour  $w_{initial} = 6\%$ ,  $HR = 50\%$  et  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$

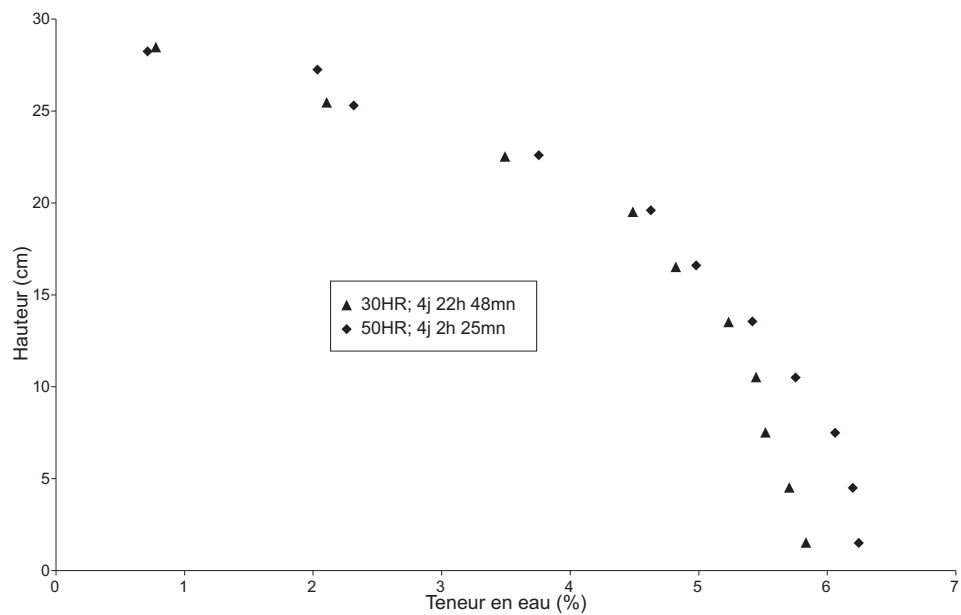


FIG. 3.13 – Comparaison de profils ( $HR = 30\%$ ,  $HR = 50\%$  et  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$ ) au bout de 4 jours de séchage à partir de  $w_{initial} = 6\%$

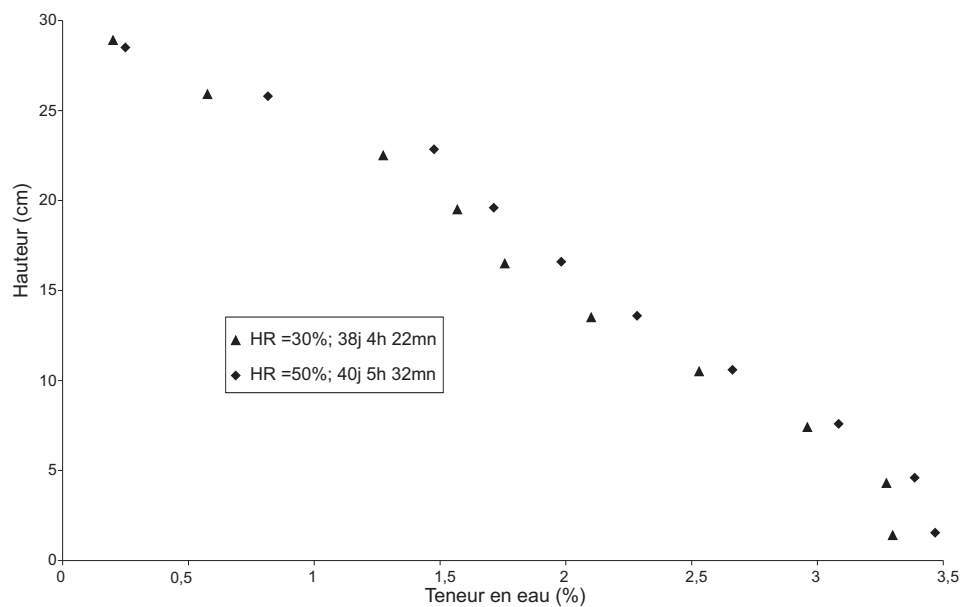


FIG. 3.14 – Comparaison de profils ( $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$ ) après 38 jours de séchage à partir de  $w_{initial} = 6\%$

### 3.3.3 Analyse

Les profils à 8% de teneur en eau et 30% d'humidité relative (figure 3.10) montrent que les transferts d'eau sont très importants dans la partie superficielle des colonnes de sol. La teneur en eau à la surface tend rapidement vers celle donnée par les isothermes de désorption. Le front de séchage progresse ensuite vers les parties plus profondes. On constate au bout de 6 jours que la teneur en eau au fond du tube PVC dépasse la teneur en eau de préparation des colonnes de sol qui est de l'ordre de 8 % : l'eau percole à travers la matrice solide. Nous venons ainsi de mettre en évidence un transfert d'eau par filtration sous l'action de la pesanteur. La même observation peut être faite sur les profils à la teneur en eau de 6% et différentes humidités relatives (figures 3.11 et 3.12). Cependant cet effet ne perturbe pas la forme générale des profils lorsque la teneur en eau baisse.

Les profils à 8% de teneur en eau et 30% d'humidité relative (figure 3.10) ont été réalisés les premiers. Dans cette expérience, l'épaisseur des colonnes de sol découpées était petite (1 à 1,5 cm). De plus, seule une partie du sol découpée servait à l'évaluation de la teneur en eau. Cela induisait des erreurs dans les manipulations et dans les calculs de l'humidité du sol comme l'illustre la répartition des points expérimentaux de la figure (3.10). Pour la suite des essais, et dans le but de lisser les courbes, nous avons utilisé des coupelles plus grandes pour récupérer tout le sol découpé. Nous avons porté les épaisseurs des tranches de sol découpées à 3 cm. Cela a permis d'avoir des meilleures mesures et des courbes plus lisses comme le montre les courbes des figures (3.11) et (3.12).

Les comparaisons, faites sur les graphes (3.13) et (3.14), confirment, à l'image des cinétiques (figure 3.7), le fait que les transferts d'eau diminuent quand l'humidité relative de l'atmosphère au dessus du sol augmente, mais l'ampleur de ce phénomène reste limitée. Le séchage de la partie superficielle des colonnes mis en évidence par les profils de teneur en eau montre que les transferts en surface sont importants dans la compréhension du phénomène de séchage dans son ensemble. Dans le paragraphe qui suit, nous présentons une étude des transferts en surface.

## 3.4 Etude du transfert d'eau dans une couche mince superficielle de sol

Dans les travaux de Chammari (2002), la simulation numérique ne rendait pas compte de la baisse assez rapide des teneurs en eau des échantillons dans les premières heures qui suivent le début des expériences de cinétique de séchage. La loi de changement de phase, analysée au paragraphe (1.6) ne semble pas applicable au voisinage de l'interface sol-atmosphère. Il faut en fait distinguer, pour ce phénomène, un VER au sein du sol et un VER situé au voisinage de l'interface.

Dans le premier cas, le flux de diffusion de la vapeur est faible, ce qui se traduit par un gradient de pression partielle de la vapeur d'eau faible. On se retrouve dans les conditions de l'expérience de changement de phase exposée au paragraphe (1.6), pour laquelle la pression partielle est supposée uniforme dans tout l'échantillon.

Dans le deuxième cas, le VER étant près de la surface où la pression partielle de la vapeur d'eau est imposée, il existe de forts gradients de pression partielle de vapeur d'eau, ce qui ne correspond pas aux conditions de l'expérience présentées au paragraphe (1.6).

Lors de nos expériences de séchage de colonnes de sols, nous avons observé, dans la première journée, que la teneur en eau baisse d'environ 1% pour les expériences (figure 3.4, par exemple). Cela semble dire que les transferts à l'interface sol-air déterminent cette baisse. Pour un sol à une teneur uniforme donnée, l'interface en contact avec l'atmosphère, voit sa teneur en eau évoluer pour atteindre l'équilibre, à la teneur en eau fixée par les isothermes de désorption. Ce passage de la teneur en eau initiale à celle d'équilibre n'est pas instantané. Il suit une cinétique, caractéristique du sol (compacité, texture...) et de l'air environnant (humidité relative, température...).

Dans le but de mieux modéliser les phénomènes de surface, nous allons étudier expérimentalement les cinétiques superficielles de couches minces de sol. Une modélisation de cette cinétique sera faite en vue de sa prise en compte comme condition à l'interface sol-air dans le chapitre (4) relatif à la simulation numérique.

### **3.4.1 Dispositif expérimental**

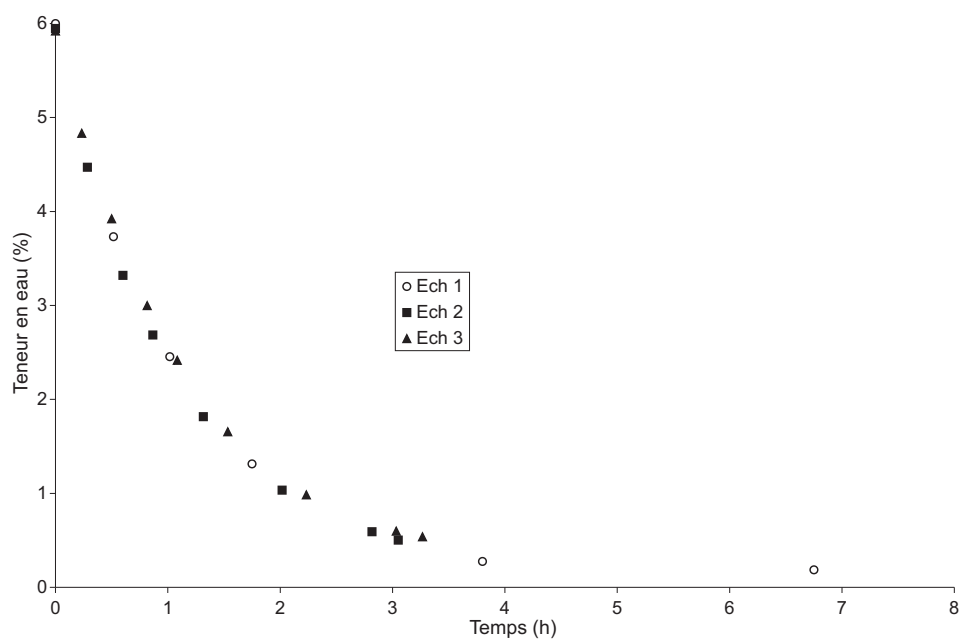
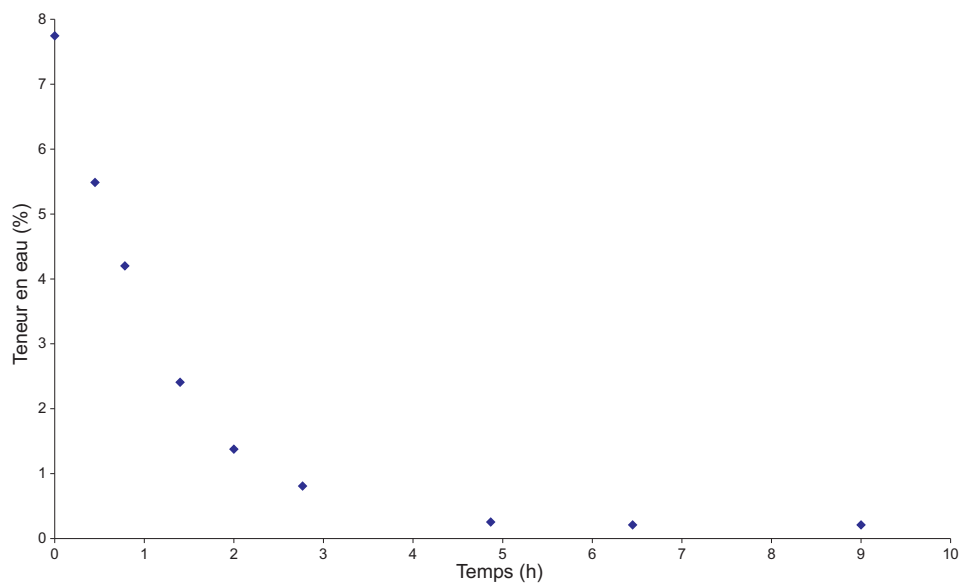
Le dispositif expérimental est le même que pour l'étude des cinétiques de séchage et des profils, seule diffère l'épaisseur des échantillons. En effet, nous considérons une couche de sol cylindrique dont le diamètre est le même que celui des colonnes de sol utilisées dans l'étude des transferts dans les colonnes de sol. Les hauteurs de ces cylindres doivent être les plus petites possibles (pour des raisons d'ordre pratique, afin de rendre le compactage possible, nous les avons fixées à 2 cm) d'où l'appellation "couches minces" de sol que nous utiliserons. On isole la base des cylindres de sol ainsi que les parties latérales de sorte à avoir un transfert unidirectionnel et surtout avoir un transfert localisé à l'interface sol-air.

Les couches minces sont placées dans l'enceinte climatique régulée en température et en humidité relative. Les cinétiques de séchage de ces couches de sol sont obtenues par pesées successives jusqu'à l'équilibre. A l'équilibre, on mesure la teneur en eau finale par déshydratation complète de l'échantillon de sol.

### **3.4.2 Résultats expérimentaux**

Nous représentons sur les figures (3.15, 3.16 et 3.17) les variations des teneurs en eau en fonction du temps pour un échantillon préparé avec une teneur en eau initiale de 6%, 8% et 10% respectivement.

Les courbes décroissent très rapidement comparées aux cinétiques de séchage des colonnes qui durent plusieurs jours. Les équilibres sont atteints au bout de 25000s ( $\approx 7$ h) en moyenne. On note aussi que les courbes de cinétiques superficielles ont une allure exponentielle. Pour mieux observer les temps de décroissance pour une humidité relative donnée (30% par exemple), nous allons représenter les cinétiques de séchage que nous avons effectuées sur une même figure. A cet effet, nous représentons la teneur en eau réduite (teneur

FIG. 3.15 – Cinétique superficielle de couche mince avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$ FIG. 3.16 – Cinétique superficielle de couche mince avec  $w_{initial} = 8\%$  et  $HR = 30\%$

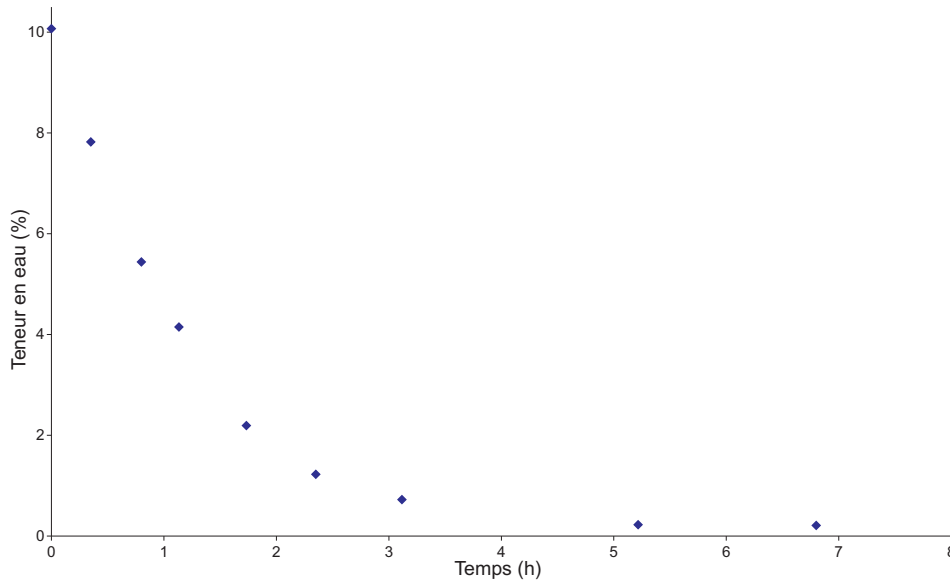


FIG. 3.17 – Cinétique superficielle de couche mince avec  $w_{initial} = 10\%$  et  $HR = 30\%$

en eau normée), définie comme suit :

$$\frac{w(t) - w_{eq}}{w_0 - w_{eq}} \quad (3.2)$$

$w(t)$  est la teneur en eau à un instant  $t$  donné,  $w_0$  est la teneur en eau initiale et  $w_{eq}$  la teneur en eau d'équilibre correspondant à l'humidité relative imposée. Cette évolution est présentée sur la figure (3.18). On note que ces teneurs en eau réduites évoluent presque identiquement en fonction du temps. Elles décroissent toutes exponentiellement. Nous nous proposons de modéliser ces cinétiques de couches minces.

### 3.4.3 Modélisation de la cinétique de couche mince

Pour une température et humidité relative fixées, les courbes de teneur en eau réduite des couches minces ont une allure exponentielle. Aussi ajustons-nous ces courbes sous la forme exponentielle suivante :

$$\frac{w(t) - w_{eq}}{w_0 - w_{eq}} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.3)$$

où  $\tau$  est le temps caractéristique. Le paramètre  $\tau$  renferme l'information concernant les conditions de séchage de la couche superficielle de sol : humidité relative, température... Nous avons opéré à température et épaisseur constantes de sorte que le seul paramètre qui varie ici soit la teneur en eau pour une humidité relative fixée. Le paramètre  $\tau$  contient donc l'information sur la quantité d'eau qui traverse une section donnée de sol par unité de temps.

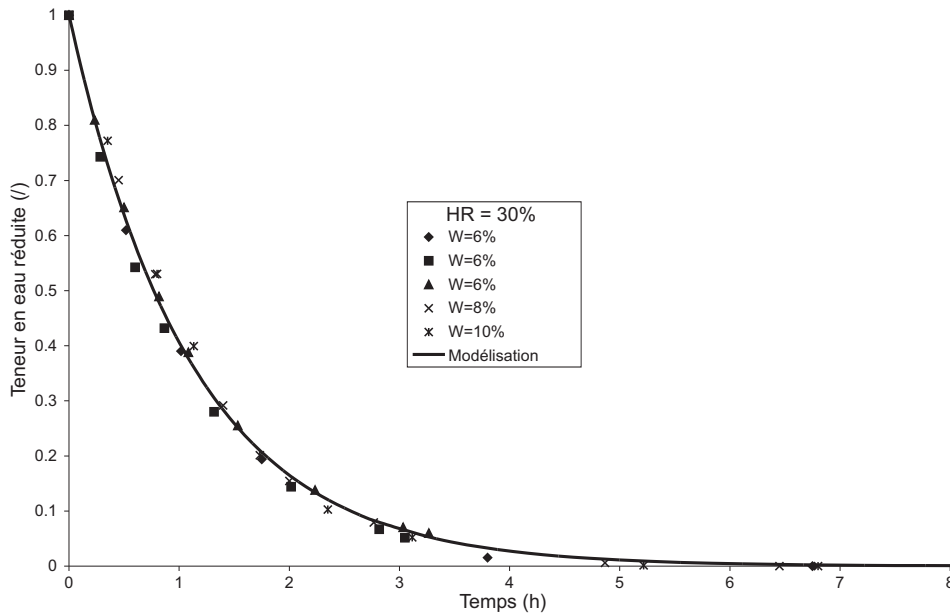


FIG. 3.18 – Evolution temporelle de la teneur en eau réduite des couches minces de sol pour  $HR = 30\%$

Sur la figure (3.18) est aussi représentée la modélisation des cinétiques de couches minces pour une humidité relative de 30%. On remarque que les écarts entre, d'une part, les valeurs expérimentales pour les différents essais à différentes teneurs en eau, et, d'autre part, la modélisation sont négligeables. Cela nous permet de ne faire qu'une expérience pour l'humidité relative 50%. La figure (3.19) présente la cinétique (teneur en eau réduite) d'une couche mince de sol pour une humidité relative de 50% obtenue expérimentalement et la modélisation. Sur cette figure on note aussi un bon accord entre modèle et valeurs expérimentales.

En utilisant un algorithme d'optimisation, on obtient les valeurs du temps caractéristique  $\tau$  données dans le tableau (3.1) :

Humidité relative (%)	Temps caractéristique $\tau$ (s)
30	3960,7
50	5251,8

TAB. 3.1 – Temps caractéristique pour les humidités relatives 30% et 50%

Nous présentons sur la même figure (figure 3.20), à titre comparatif, les ajustements obtenus pour les humidités relatives 30% et 50% et quelques points expérimentaux pour les deux humidités relatives. On note sur ces deux figures des écarts pour les deux humidités relatives. Cela montre bien que le paramètre  $\tau$  porte l'information des conditions expérimentales.

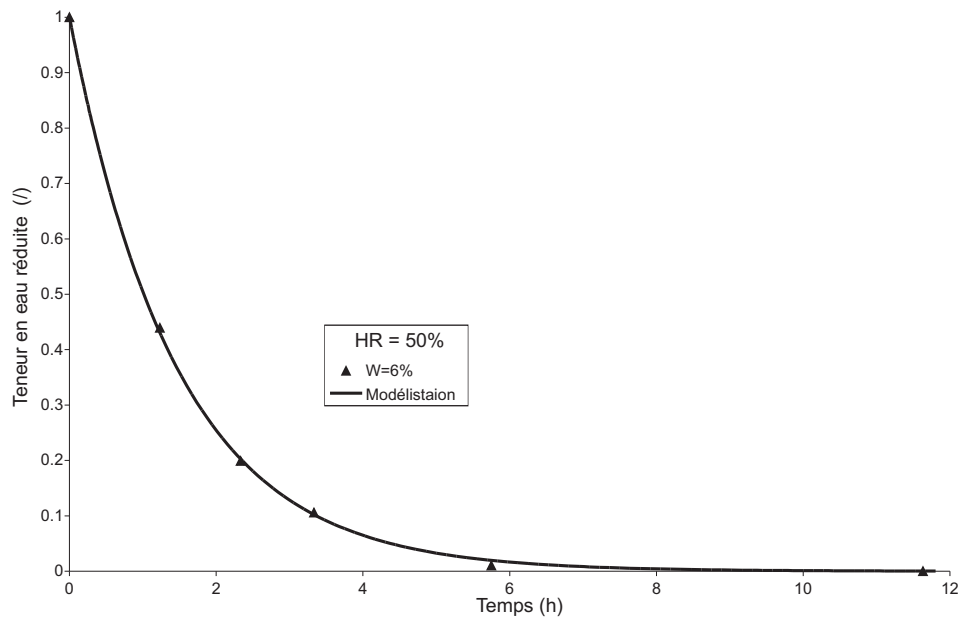


FIG. 3.19 – Evolution temporelle de la teneur en eau réduite d’une couche mince de sol pour  $HR = 50\%$

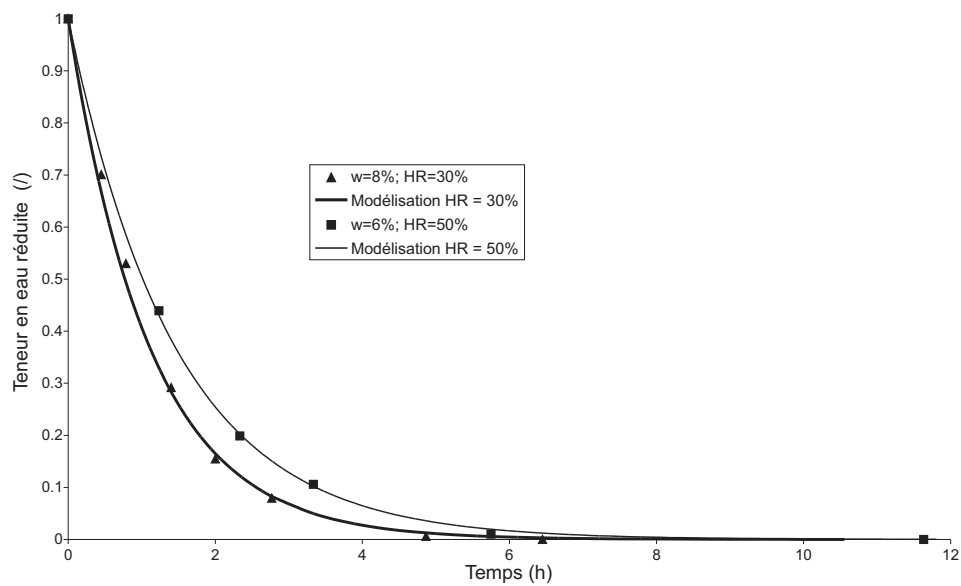


FIG. 3.20 – Comparaison des cinétiques de séchage de couches minces de sol pour  $HR = 50\%$  et  $HR = 30\%$



### 3.4.4 Flux d'eau à l'interface

On se propose de traduire le flux d'eau à la surface à partir des cinétiques réduites de la figure (3.20). Les courbes des figures (3.15) à (3.17) montrent que toutes les teneurs en eau décroissent exponentiellement. Cela est vérifié par la distribution des points expérimentaux de la figure (3.18), pour une humidité relative de 30% et différentes teneurs en eau initiales. De plus la modélisation par une fonction exponentielle montre une bonne adéquation avec les points expérimentaux (figure 3.18). En nous servant de l'équation (3.3), utilisée pour la modélisation, nous pouvons écrire que la variation de teneur en eau, dans la couche superficielle, peut-être décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} (w - w_{eq}) \quad (3.4)$$

A partir de cette variation, quantifions le flux d'eau échangé dans la couche superficielle de sol. Nous savons que le flux d'eau,  $\Phi_e$  est lié à la variation de la masse d'eau par la relation ci-après :

$$\frac{dM_e}{dt} = \Phi_e S \quad (3.5)$$

avec  $\Phi_e$ , le flux d'eau échangé à travers une section  $S$  de sol et  $M_e$ , la masse d'eau entre un instant  $t + dt$ . Sachant que la masse  $M_e$  est liée à la teneur en eau par la relation :

$$M_e = \rho_s V w = \rho_s S h w \quad (3.6)$$

on déduit l'expression du flux d'eau suivante :

$$\Phi_e = -\frac{h\rho_s}{\tau} (w - w_{eq}) \quad (3.7)$$

Sous cette forme, nous imposons une condition à la limite sol-air qui dépend de la teneur en eau du sol à la surface. Pour une humidité relative fixée, il suffit maintenant d'évaluer, pour des "couches minces" de sol, le flux d'eau pour accéder à la condition à l'interface sol-air.

Cette relation mériterait d'être confortée en faisant tendre l'épaisseur des couches minces vers zéro. Mais on se heurte là à des difficultés de mise en place des échantillons.

## Conclusion

Une étude des transferts d'eau dans des colonnes de sols est présentée dans ce chapitre. Cette étude montre la répartition de l'eau dans les colonnes en fonction du temps à travers les cinétiques de séchage et les profils de teneur en eau. L'analyse des cinétiques de séchage a montré que le séchage des colonnes de sol dure plus de 50 jours. L'analyse des profils permet d'observer la distribution de la teneur en eau au cours du séchage et donc la disponibilité spatio-temporelle de la ressource eau dans les colonnes.

Une étude expérimentale du séchage dans une couche mince de sol a aussi été faite. Elle

met en évidence un séchage rapide comparé aux temps de séchage des colonnes de 30 *cm* : équilibre atteint pour les couches minces en quelques 5 à 7 heures selon la teneur en eau initiale. L'exploitation des cinétiques de couches minces permet de déterminer les flux d'eau pour deux valeurs d'humidité relative (30% et 50%) à l'interface sol-air des colonnes de sol quelle que soit la teneur en eau initiale.

Les résultats expérimentaux obtenus dans ce chapitre permettront de valider la simulation numérique qui fera l'objet du chapitre suivant.



# Chapitre 4

## Simulation et validation du modèle

---

### Introduction

Il s'agit dans ce chapitre de modéliser les mécanismes de transfert de l'eau dans un sol à faible teneur en eau. L'étude expérimentale du transfert d'eau dans un sol présente l'avantage de porter sur des milieux réels. Toutefois sa réalisation demande une multiplication des essais. D'où la nécessité de développer des outils de simulation numérique qui présentent des atouts complémentaires. En effet, la simulation numérique peut permettre, connaissant les caractéristiques d'un sol, les conditions initiales et aux limites, de prévoir l'évolution de l'humidité dans une couche de sol.

Nous proposons par la suite une simulation numérique du transfert d'eau en prenant en compte les phénomènes de filtration de l'eau, de diffusion de la vapeur et de changement de phase. Afin de valider l'étude de simulation, une confrontation avec les résultats expérimentaux sera faite. Une étude de sensibilité sera effectuée afin de suivre, d'une part, l'influence des paramètres du sol sur les transferts et, d'autre part, déterminer les valeurs optimales des paramètres permettant de décrire au mieux les transferts dans le cas du séchage du sol. On terminera ce chapitre par une étude des flux d'eau dans la couche de sol et plus particulièrement à la surface.

## 4.1 Modélisation du transfert d'eau dans un sol aride

### 4.1.1 Modèle

#### Phénomènes physiques pris en compte et domaine de validité

Dans la présente étude, nous prenons en compte les phénomènes suivants :

- la filtration de la phase liquide ;
- la diffusion des constituants gazeux ;
- le changement de phase ;

Toutefois, ces phénomènes peuvent, pour certains domaines hydriques, coexister concomitamment ou pas. Pour notre étude, nous donnons schématiquement (Fig. figure 4.1), en se limitant à des teneurs en eau inférieures à 8%, les domaines de teneur en eau dans lesquels les différents phénomènes pris en compte s'appliquent.

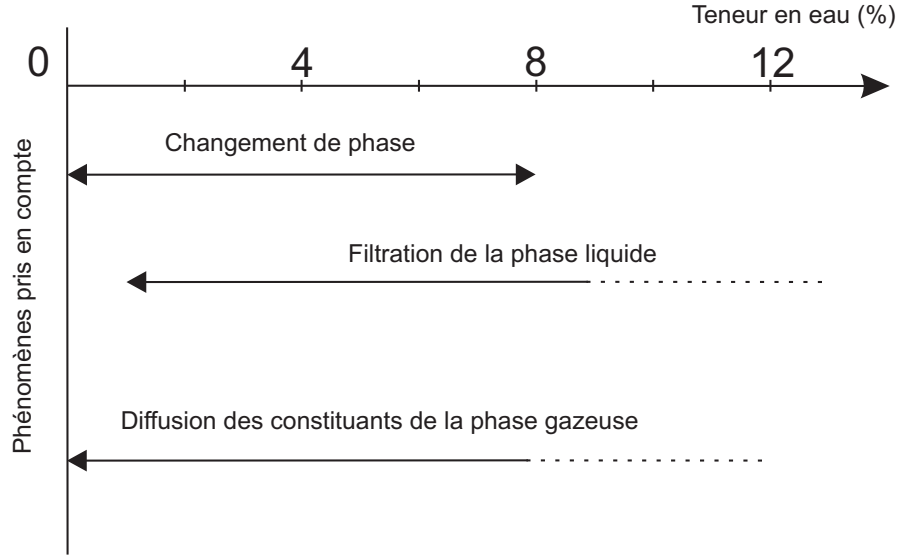


FIG. 4.1 – Phénomènes pris en compte dans l'étude

### Hypothèses supplémentaires adoptées dans ce chapitre

- H1** La phase liquide est supposée pure ; elle est constituée d'un seul constituant.
- H2** La température est supposée constante et uniforme.
- H3** La pression de la phase gazeuse est constante et uniforme. En effet, la pression totale de la phase gazeuse est supposée égale à la pression atmosphérique. Ce qui implique que l'on néglige la filtration de la phase gazeuse. De même, la pression réelle de la vapeur d'eau est très faible devant celle de la phase gazeuse. Pour la température adoptée dans cette étude,  $T = 30\text{ °C}$ , on admettra que :

$$\frac{P_g^*}{P_g^* - P_v^*} \approx 1 \quad (4.1)$$

### Bilan d'eau liquide

D'après (1.71), le bilan d'eau liquide se met sous la forme :

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = - (\rho_e v_e^k)_{,k} + \hat{\rho}_e \quad (4.2)$$

où  $\rho_e$  est la masse volumique apparente de l'eau dans le sol. Le flux d'eau,  $\rho_e v_e^k$ , est donné par la loi de Darcy généralisée ; ce qui est conforme à la TPI linéaire (1.133).

$$\rho_e v_e^k = -\frac{K_{ns}}{g} (P_{e,k}^* - \rho_e^* g^k) \quad (4.3)$$

Dans cette loi,  $K_{ns}$  est la conductivité hydraulique en condition non saturée (en  $m.s^{-1}$ ). La loi de Darcy est souvent exprimée en fonction de la perméabilité intrinsèque,  $k$  (en  $m^2$ ). Le passage est rendu possible par la relation reliant la perméabilité intrinsèque à la conductivité hydraulique à saturation  $K_{sat}$  (en  $m.s^{-1}$ ) :

$$K_{sat} = \frac{k \rho_e^* g}{\mu_e} \quad (4.4)$$

où  $\mu_e$  est la viscosité dynamique de l'eau.

Dans le domaine capillaire, la courbe caractéristique donne la relation entre la teneur en eau et la succion (figure 2.10). Dans l'hypothèse où la pression de la phase gazeuse est constante et uniforme, on peut écrire, d'après l'équation (2.11) :

$$s_{,k} = -P_{e,k}^* \quad (4.5)$$

Lors des expériences de séchage, nous n'avons pas constaté de déformations sensibles des colonnes de sols. Cela nous conduit à l'hypothèse que les transferts se font à indice des vides constant. Sous cette hypothèse, il existe une relation biunivoque entre la succion et la teneur en eau. On peut alors écrire :

$$s_{,k} = \frac{ds}{dw} w_{,k} \quad (4.6)$$

Dans ce cas, la loi de Darcy (éq. 4.3) permet d'exprimer le flux d'eau par :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_s} \rho_e v_e^k &= F(w) w_{,k} + \frac{\rho_e^*}{\rho_s g} g^k K_{ns}(w) \\ &= F(w) w_{,k} - \frac{\rho_e^*}{\rho_s} K_{ns}(w) z_{,k} \end{aligned} \quad (4.7)$$

où la fonction  $F(w)$  est donnée par :

$$F(w) = \frac{K_{ns}(w)}{\rho_s g} \frac{ds}{dw}(w) \quad (4.8)$$

La masse volumique apparente,  $\rho_e$  de l'eau dans le sol est reliée à la teneur en eau par la relation (1.54) ; cela permet d'écrire le bilan de masse d'eau (éq. 4.2) sous la forme :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \left( F(w) w_{,k} - \frac{\rho_e^*}{\rho_s} K_{ns}(w) \right)_{,k} - \frac{J}{\rho_s} \quad (4.9)$$

où, d'après (1.170) :

$$J = -L \frac{R}{\rho_s M_e} \ln \frac{P_v^*}{P_{veq}^*} \quad (4.10)$$

est le taux de changement de phase liquide-gaz : il représente la quantité d'eau qui passe de la phase liquide à la phase gazeuse par unité de volume et par unité de temps. Dans cette relation, le coefficient  $L$  est le coefficient phénoménologique de changement de phase qui a été déterminé expérimentalement au chapitre (2).

### Bilan de vapeur d'eau

L'équation traduisant le bilan de vapeur d'eau est donnée par la relation ci-après :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = -(\rho_v v_v^k)_{,k} + J \quad (4.11)$$

L'équation précédente peut aussi s'écrire, en introduisant le flux de diffusion de la vapeur d'eau relativement à la phase gazeuse,  $J_v^k$  :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = -(\rho_v v_g^k)_{,k} - J_{v,k}^k + J \quad (4.12)$$

En utilisant l'hypothèse  $H3$ , stipulant que la vitesse de filtration de la phase gazeuse est négligeable, on déduit l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = -J_{v,k}^k + J \quad (4.13)$$

La TPI linéaire permet d'exprimer le flux de diffusion par la relation suivante :

$$J_v^k = -\frac{RL_{vv}M_g}{M_a M_v P_v^*} \frac{P_g^*}{P_g^* - P_v^*} P_{v,k}^* \quad (4.14)$$

où la grandeur  $L_{vv}$  représente le coefficient phénoménologique de diffusion de la phase gazeuse. On retrouve la loi de Fick. L'usage toujours de l'hypothèse  $H3$  (éq. 4.1) nous permet de simplifier l'équation précédente sous la forme :

$$J_v^k = -D P_{v,k}^* \quad (4.15)$$

en posant :

$$D = \frac{RL_{vv}M_g}{M_a M_v P_v^*} \quad (4.16)$$

$D$  est le coefficient phénoménologique de diffusion exprimé en  $s$ . En considérant la vapeur d'eau comme un gaz parfait, on a :

$$\rho_v = \eta_g \frac{M_v P_v^*}{RT} \quad (4.17)$$

où  $\eta_g$  est la fraction volumique de la phase gazeuse.

En négligeant  $\frac{\partial \eta_g}{\partial t}$  et le gradient  $\eta_{g,k}$  devant les autres termes dans l'équation (4.13), cette dernière équation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial P_v^*}{\partial t} = \left( \frac{D_{vs}}{\eta_g} P_{v,k}^* \right)_{,k} + \frac{RT}{\eta_g M_v} J \quad (4.18)$$

où :

$$D = \frac{M_v}{RT} D_{vs} \quad (4.19)$$

Le coefficient  $D_{vs} [m^2.s^{-1}]$  représente le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans le sol ; il a été exprimé sous la forme (2.35).

$$D_{vs} = 0,66 D_{va} \eta_g$$

$D_{va}$  étant le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air :  $D_{va} = 2,57.10^{-5} m^2.s^{-1}$   
Sachant que  $M_e = M_v$ , l'équation bilan de vapeur (4.18) peut s'écrire de nouveau :

$$\frac{\partial P_v^*}{\partial t} = \left( H(w) P_{v,k}^* \right)_{,k} + \frac{RT}{\eta_g M_e} J \quad (4.20)$$

en posant

$$H(w) = \frac{D_{vs}}{\eta_g}$$

### 4.1.2 Synthèse : modèle théorique retenu

Nous résumons dans ce paragraphe, le modèle qui est le système d'équations aux dérivées partielles couplées que nous devons résoudre. Il s'agit du système formé des équations traduisant les bilans de masse d'eau et de vapeur d'eau, dans l'élément de volume que constitue le sol :

– Pour l'eau liquide :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \left( F(w) w_{,k} + \frac{\rho_e^* g^k}{\rho_s g} K_{ns} \right)_{,k} - \frac{J}{\rho_s} \quad (4.21)$$

– Pour la vapeur d'eau :

$$\frac{\partial P_v^*}{\partial t} = \left( H(w) P_{v,k}^* \right)_{,k} + \frac{RT}{\eta_g M_e} J \quad (4.22)$$

Certains paramètres du sol, entrant dans le modèle ont été déterminés dans le chapitre (2) : activité de l'eau, perméabilité à saturation, coefficient de changement de phase..., tandis que d'autres sont issus de la littérature : perméabilité relative de la phase liquide, coefficient de tortuosité du sol...

Nous avons un système de deux équations aux dérivées partielles (éq. 4.21 et 4.22) qui sont couplées par un terme de source : la vitesse de changement de phase. La résolution de ce système nécessite la prise en compte des conditions initiales et aux limites.



## 4.2 Modèle d'étude

### 4.2.1 Milieu physique

Considérons les colonnes de sols compactées à une teneur en eau uniforme pour les expériences de séchage dans la section (3.1.1). Ces colonnes de sol sont fermées sur la base inférieure et sur les parties latérales de sorte à imposer un transfert unidirectionnel. Elles ont été placées dans une atmosphère à la température  $T = 30\text{ °C}$  et à deux humidités relatives :  $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$ . Ces conditions expérimentales imposent des conditions initiales et aux limites pour la simulation numérique. Bien que les expériences de séchage des colonnes soient sensées représenter un milieu naturel dont la figure (4.2) donne une schématisation, les conditions initiales et aux limites appliquées aux colonnes servent à valider le modèle numérique. Elles ne sont pas totalement représentatives des conditions naturelles ; en particulier le mouvement de l'atmosphère n'est pas pris en compte.

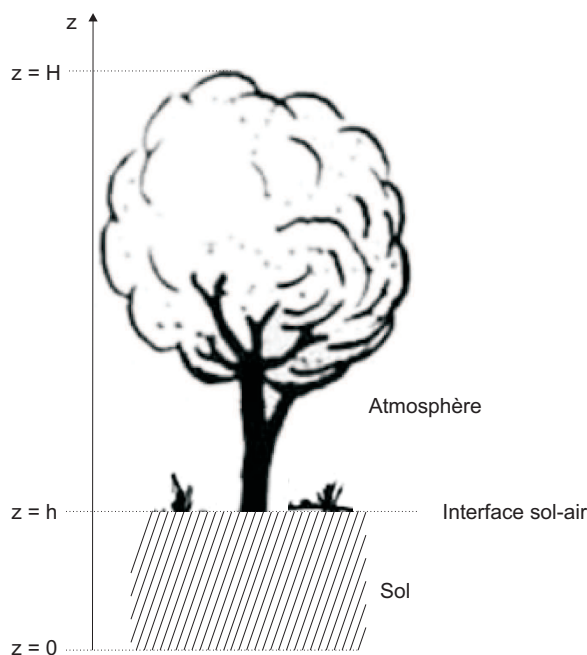


FIG. 4.2 – Schéma d'une coupe de sol placée dans son environnement

### 4.2.2 Conditions initiales

- Nous considérons un sol présentant une teneur en eau initiale uniforme. Pour les simulations, cette teneur en eau sera prise égale à 6%.
- Dans ces conditions, nous admettons que la pression de vapeur d'eau, à l'état initial, est égale à la pression de vapeur d'équilibre de l'eau à la température  $T$ . Cela signifie

qu'au temps initial :

$$P_v^* = P_{veq}^* \quad (4.23)$$

sur toute la colonne de sol.

### 4.2.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées pour notre problème sont :

– à la côte  $z = 0$  :

À cette côte, c'est-à-dire à la base inférieure, on admettra que les flux  $\Phi_e$  et  $\Phi_v$  sont nuls :

$$\Phi_e|_{z=0} = \rho_e v_e^k = 0 \quad (4.24)$$

Cette condition (4.24) traduit l'imperméabilité à la phase liquide, à la côte  $z = 0$ , pour les colonnes de sol.

$$\Phi_v|_{z=0} = \rho_v v_v^k = 0 \quad (4.25)$$

Cette dernière condition signifie que le flux de diffusion de la vapeur d'eau  $J_v^k$  est nul à cette côte.

– À l'interface sol-air  $z = h$  :

À l'équilibre, atteint au bout d'un certain temps de séchage, la teneur en eau devient :  $w_{eq}$ , donnée par les isothermes de désorption. Toutefois, cet équilibre n'est pas instantané. Pour mieux prendre en compte ce phénomène, nous avons fait au paragraphe (3.4), une étude de séchage de couches minces de sol. Cette étude a permis de modéliser le flux surfacique de la façon suivante (éq. 3.7) :

$$\Phi_e = \rho_s h \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\rho_s h}{\tau} (w - w_{eq}) \quad (4.26)$$

où  $w$  est la teneur en eau à la surface de l'échantillon et  $\tau$  le temps caractéristique. Cette relation n'a d'effet, pour notre étude, que pendant les premières heures du séchage.

– Au dessus de la côte  $z = h$  :

La pression réelle de vapeur est fixée par l'humidité relative,  $HR$ , de l'air ambiant :

$$P_v^* = HR \times P_{vs}(T) \quad (4.27)$$

## 4.3 Discrétisation des équations du modèle

### 4.3.1 Schéma numérique

Le schéma numérique choisi est la méthode des volumes finis en espace et un schéma d'Euler implicite en temps. La méthode des volumes finis est une méthode de choix pour les équations de conservation. Le maillage choisi est régulier en temps et en espace. C'est un maillage unidimensionnel. Nous adopterons le maillage du domaine d'étude présenté sur la figure (4.3).

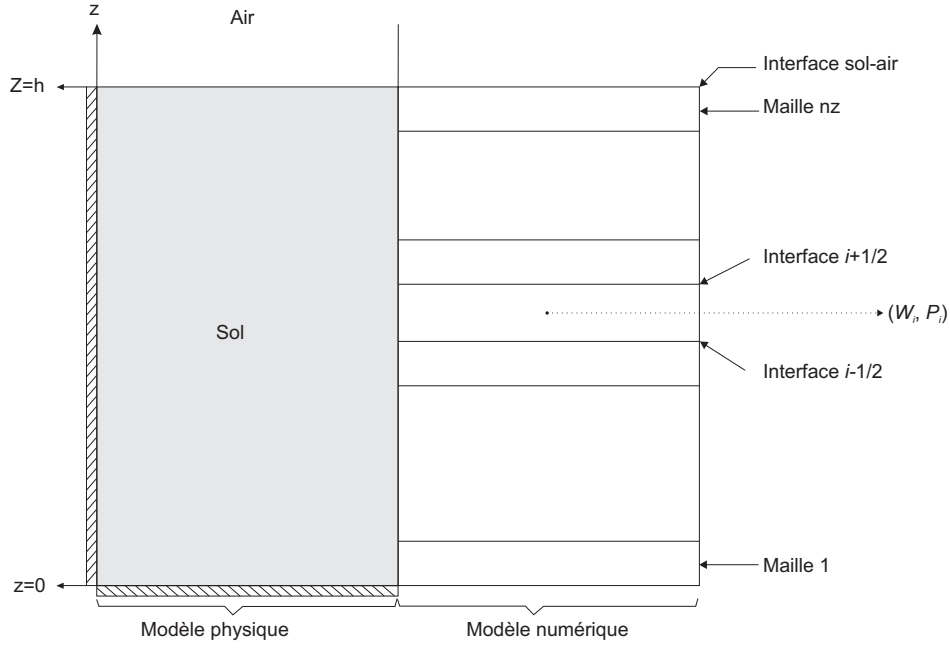


FIG. 4.3 – Maillage du domaine d'étude

### 4.3.2 Discrétisation

#### Pour l'eau liquide

Excepté aux limites du domaine d'étude (Fig. 4.3), la discrétisation de l'équation bilan d'eau liquide (4.21) donne :

$$\frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{dt} = -\frac{1}{dz} \left[ \frac{1}{\rho_s} \left( \rho_e v_e^k \Big|_{i+\frac{1}{2}} - \rho_e v_e^k \Big|_{i-\frac{1}{2}} \right) \right] - \frac{J}{\rho_s} \quad (4.28)$$

où  $\rho_e v_e^k$  représente le flux d'eau liquide.

A la limite  $z = 0$ , c'est-à-dire au nœud  $i = 1$ , la condition (4.23) permet d'écrire :

$$\frac{w_1^{n+1} - w_1^n}{dt} = -\frac{1}{dz} \left[ \frac{1}{\rho_s} \left( \rho_e v_e^k \Big|_{1+\frac{1}{2}} - \rho_e v_e^k \Big|_{z=0} \right) \right] - \frac{J}{\rho_s} \quad (4.29)$$

A la limite  $z = h$ , c'est-à-dire au nœud  $nz$  la condition (4.26), obtenue par suite de l'étude des transferts dans les couches minces de sol du paragraphe (3.4), permet d'écrire :

$$\frac{w_{nz}^{n+1} - w_{nz}^n}{dt} = -\frac{1}{dz} \left[ \frac{h}{\tau} (w - w_{eq}) \right]_{z=h} + \frac{1}{dz} \left[ \frac{1}{\rho_s} \rho_e v_e^k \right]_{nz-\frac{1}{2}} - \frac{J}{\rho_s} \quad (4.30)$$

où  $\tau$  est le temps caractéristique.

### Pour la vapeur d'eau

L'équation bilan de vapeur d'eau (4.22) se discrétise de la manière suivante, exception faite des limites du domaine d'étude (Fig. 4.3) :

$$\frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{dt} = \frac{1}{dz} \left[ \left( H(w) \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left( H(w) \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right] + \frac{RT}{\eta_g M_v} J \quad (4.31)$$

où  $-H(w) \frac{\partial P}{\partial z}$  est le flux de diffusion de la vapeur. Le modèle de Penman donne  $H(w) = 0,66 D_{va}$ , mais dans le but d'avoir une équation générale, nous garderons  $H(w)$  pour la suite.

La condition au nœud  $i = 1$  ( $z = 0$ ) appliquée à l'équation (4.22) donne la discrétisation

$$\frac{P_1^{n+1} - P_1^n}{dt} = \frac{1}{dz} \left[ \left( H(w) \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{1+\frac{1}{2}} - \left( H(w) \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=0} \right] + \frac{RT}{\eta_g M_e} J \quad (4.32)$$

La condition à la limite au nœud  $i = n_z$ , relative au transfert de masse de vapeur d'eau (4.27) donne la discrétisation suivante :

$$\frac{P_{n_z}^{n+1} - P_{n_z}^n}{dt} = \frac{1}{dz} \left[ \left( H(w) \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=h} - \left( H(w) \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{n_z-\frac{1}{2}} \right] + \frac{RT}{\eta_g M_e} J \quad (4.33)$$

La discrétisation des équations nécessite les déterminations des flux aux interfaces. On admettra globalement au niveau des interfaces la continuité des flux d'eau liquide et de vapeur et des variables. Nous présenterons par la suite la méthode choisie pour le calcul des flux aux interfaces.

### 4.3.3 Continuité de variables et flux

Les continuités de la variable teneur en eau et du flux d'eau liquide se traduisent par

$$w_{i\pm\frac{1}{2}} = w_{i\pm\frac{1}{2}-\varepsilon} = w_{i\pm\frac{1}{2}+\varepsilon} \quad (4.34)$$

et

$$\rho_e v_e^k \Big|_{i\pm\frac{1}{2}} = \rho_e v_e^k \Big|_{i\pm\frac{1}{2}-\varepsilon} = \rho_e v_e^k \Big|_{i\pm\frac{1}{2}+\varepsilon} \quad (4.35)$$

où  $\varepsilon$  est un nombre aussi petit que l'on veut.

Pour la vapeur d'eau, les continuités conduisent à :

$$P_{i\pm\frac{1}{2}} = P_{i\pm\frac{1}{2}-\varepsilon} = P_{i\pm\frac{1}{2}+\varepsilon} \quad (4.36)$$

et

$$J_v^k \Big|_{i\pm\frac{1}{2}} = J_v^k \Big|_{i\pm\frac{1}{2}-\varepsilon} = J_v^k \Big|_{i\pm\frac{1}{2}+\varepsilon} \quad (4.37)$$

En utilisant le développement limité au premier ordre (on néglige les termes d'ordre supérieur), on a pour la teneur en eau,  $w$  : on a :

$$w_{i+\frac{1}{2}} = w_i + \frac{\Delta z}{2} \left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{z_{i+\frac{1}{2}-\varepsilon}} \quad (4.38)$$

et

$$w_{i+\frac{1}{2}} = w_{i+1} - \frac{\Delta z}{2} \left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{z_{i+\frac{1}{2}+\varepsilon}} \quad (4.39)$$

Idem pour l'autre variable.

#### 4.3.4 Choix pour le calcul des flux d'eau et de vapeur à l'interface

Plusieurs méthodes de calcul des flux aux interfaces peuvent être adoptées. Il s'agit :

##### Méthode harmonique

On se base sur l'idée que les caractéristiques du sol (perméabilité, coefficient de diffusion, dérivée de la succion par rapport à la teneur en eau...) sont constantes dans chaque maille. Dans ce cas, l'utilisation des développements limités (4.38) et (4.39) pour la teneur en eau permet d'exprimer le flux d'eau à l'interface  $i + \frac{1}{2}$  par :

$$\begin{aligned} \rho_e v_e^k \Big|_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{2}{dz} \frac{\rho_s F(w_i) F(w_{i+1})}{F(w_i) + F(w_{i+1})} (w_{i+1} - w_i) \\ &\quad - \frac{\rho_e^*}{[F(w_i) + F(w_{i+1})]} [F(w_i) K_{ns}(w_{i+1}) + F(w_{i+1}) K_{ns}(w_i)] \end{aligned} \quad (4.40)$$

L'équation précédente peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \rho_e v_e^k \Big|_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{2}{dz} F\left(w_{i+\frac{1}{2}}\right) (w_{i+1} - w_i) - \\ &\quad \frac{\rho_e^*}{F(w_i) + F(w_{i+1})} [F(w_i) K_{ns}(w_{i+1}) + F(w_{i+1}) K_{ns}(w_i)] \end{aligned} \quad (4.41)$$

avec :

$$\frac{1}{F\left(w_{i+\frac{1}{2}}\right)} = \frac{1}{F(w_i)} + \frac{1}{F(w_{i+1})} \quad (4.42)$$

On obtient que les propriétés interfaciales sont les moyennes harmoniques des propriétés des mailles mitoyennes formant chaque interface, comme le montre par exemple la relation (4.42).

### Méthode arithmétique 1

On considère ici que les caractéristiques ne sont plus constantes par maille, mais variables. Il est possible dans ce cas d'estimer les caractéristiques à l'interface, en disant que la teneur en eau interfaciale est la moyenne arithmétique des teneurs en eau de chaque maille formant les interfaces. Pour la fonction  $F$ , on aura par exemple :

$$F(w)|_{i+\frac{1}{2}} = F\left(\frac{w_i + w_{i+1}}{2}\right) \quad (4.43)$$

### Méthode arithmétique 2

Tout comme dans la méthode précédente, les caractéristiques sont variables par maille. On considère ici que les caractéristiques interfaciales sont les moyennes arithmétiques des caractéristiques de chaque maille composant les interfaces. Par exemple, pour la fonction  $F$ , on aura :

$$F(w)|_{i+\frac{1}{2}} = \frac{F(w_i) + F(w_{i+1})}{2} \quad (4.44)$$

## 4.4 Méthode de résolution

### 4.4.1 Méthode numérique

Le système à résoudre est fortement non linéaire par certains des paramètres mis en jeu : perméabilité, succion ou vitesse de changement de phase. L'usage des méthodes linéaires pour la résolution du système pose donc un problème de convergence. Il faudra choisir les paramètres de la simulation tels que la méthode converge ; en particulier, il faudra prendre des pas de temps fins, pour s'approcher de la solution. Or dans le but de confronter les résultats de la simulation aux résultats des expériences, qui durent près d'une cinquantaine de jours, il faudra faire plusieurs millions d'itérations, qui deviennent très coûteuses en temps, sans avoir l'assurance que l'on a une solution exacte.

Pour contourner cette difficulté nous prenons le parti d'utiliser la méthode de Newton-Raphson, qui s'adapte au système non linéaire. C'est une méthode coûteuse en calcul certes, en ce sens qu'elle demande la connaissance des fonctions et de leurs dérivées, mais qui reste une méthode de choix.

On cherche à résoudre un système de plusieurs équations à plusieurs inconnus ( $2 \times nz$  équations, par exemple), que nous mettons sous la forme :

$$\mathbf{G}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (4.45)$$

où  $\mathbf{X}$  est le vecteur inconnu et  $\mathbf{G}$  la fonction vectorielle de dimension  $2 \times nz$  à annuler.  $\mathbf{X}$

et  $\mathbf{G}$  s'écrivent :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_{nz} \\ P_1 \\ \vdots \\ P_{nz} \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

et

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_i \\ \vdots \\ G_{2nz} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

$G_1, G_{nz}, G_{nz+1}, G_{2nz}$  dépendent des conditions aux limites.

L'équation (4.45) est une équation non linéaire. La méthode de Newton-Raphson consiste à construire une suite  $\mathbf{X}^{(n)}$  qui converge vers la solution  $\bar{\mathbf{X}}$ . L'algorithme de construction de cette suite est :

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{(0)} \in \mathbf{R}^n \\ DG(\mathbf{X}^{(n)}) (\mathbf{X}^{(n+1)} - \mathbf{X}^{(n)}) = -\mathbf{G}(\mathbf{X}^{(n)}), \forall n \geq 0 \end{cases} \quad (4.48)$$

où  $DG(\mathbf{X}^{(n)})$  est une matrice carré d'ordre  $2 \times nz$  qui représente la différentielle de  $\mathbf{G}$  en  $\mathbf{X}^{(n)}$  connue sous le nom de matrice jacobienne de  $\mathbf{G}$  en  $\mathbf{X}^{(n)}$  (notée parfois  $\mathbf{J}$ ).

Pour chaque  $n$  on a les opérations suivantes :

1. calcul de  $DG(\mathbf{X}^{(n)})$ ,
2. Résolution du système linéaire  $DG(\mathbf{X}^{(n)}) (\mathbf{X}^{(n+1)} - \mathbf{X}^{(n)}) = -\mathbf{G}(\mathbf{X}^{(n)})$

On peut construire, pour  $DG(\mathbf{X}^{(n)}) \neq 0$ ,  $\mathbf{X}$  aussi proche de  $\bar{\mathbf{X}}$  comme l'on veut.

#### 4.4.2 Résolution numérique

Nous allons dans la suite, écrire les différentes équations discrétisées sous la forme de l'équation (4.45).

D'après les équations discrétisées, relatives au bilan d'eau liquide, (4.28) à (4.30), on obtient, en posant :

$$r = \frac{dt}{dz^2} \quad (4.49)$$

– Pour le nœud 1

$$\begin{aligned} G_1 = & w_1 \left[ 1 - \frac{r}{2} (F(w_1) + F(w_2)) \right] + w_2 \frac{r}{2} (F(w_1) + F(w_2)) \\ & - \frac{\rho_e^* dt}{2\rho_s dz} (K_{ns}(w_1) + K_{ns}(w_2)) - w_1^n + \frac{J(w_1, P_1) dt}{\rho_s} \end{aligned} \quad (4.50)$$

– Pour  $i$  allant des nœuds 2 à  $nz - 1$

$$\begin{aligned}
G_i = & w_{i-1} \frac{r}{2} (F(w_{i-1}) + F(w_i)) + w_i \left[ 1 - \frac{r}{2} (F(w_{i-1}) + 2F(w_i) + F(w_{i+1})) \right] \\
& + w_{i+1} \frac{r}{2} (F(w_i) + F(w_{i+1})) - \frac{\rho_e^* dt}{2\rho_s dz} (K_{ns}(w_{i+1}) - K_{ns}(w_{i-1})) \\
& - w_i^n + \frac{J(w_i, P_i) dt}{\rho_s}
\end{aligned} \tag{4.51}$$

– Pour le nœud  $nz$

$$\begin{aligned}
G_{nz} = & w_{nz-1} \frac{r}{2} (F(w_{nz-1}) + F(w_{nz})) + w_{nz} \left[ 1 + \frac{h dt}{\tau dz} - \frac{r}{2} (F(w_{nz-1}) + F(w_{nz})) \right] \\
& - \frac{\rho_e^* dt}{2\rho_s dz} (K_{ns}(w_{nz-1}) - K_{ns}(w_{nz})) - \frac{h dt}{\tau dz} w_{eq} \\
& - w_{nz}^n + \frac{J(w_{nz}, P_{nz}) dt}{\rho_s}
\end{aligned} \tag{4.52}$$

D'après les équations discrétisées, relatives au bilan de vapeur d'eau, (4.31) à (4.33), on obtient :

– Pour le nœud 1

$$\begin{aligned}
G_{nz+1} = & P_1 \left[ 1 + \frac{r}{2} (H(w_1) + H(w_2)) \right] - P_2 \frac{r}{2} (H(w_1) + H(w_2)) \\
& - P_1^n + \frac{RT dt J(w_1, P_1)}{\eta_g(w_1) M_e}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

– Pour les nœuds  $i$  allant de 2 à  $nz - 1$

$$\begin{aligned}
G_{nz+i} = & - P_{i-1} \frac{r}{2} (H(w_{i-1}) + H(w_i)) + P_i \left[ 1 + \frac{r}{2} (H(w_{i-1}) + 2H(w_i) + H(w_{i+1})) \right] \\
& - P_{i+1} \frac{r}{2} (H(w_i) + H(w_{i+1})) - P_i^n + \frac{RT dt J(w_i, P_i)}{\eta_g(w_i) M_e}
\end{aligned} \tag{4.54}$$

– Pour le nœud  $nz$

$$\begin{aligned}
G_{2nz} = & - P_{nz-1} \frac{r}{2} (H(w_{nz-1}) + H(w_{nz})) \\
& + P_{nz} \left[ 1 + \frac{r}{2} (H(w_{nz-1}) + 2H(w_{nz}) + H(w_{nz+1})) \right] \\
& - P_{nz+1} \frac{r}{2} (H(w_{nz}) + H(w_{nz+1})) - P_{nz}^n + \frac{RT dt J(w_{nz}, P_{nz})}{\eta_g(w_{nz}) M_e}
\end{aligned} \tag{4.55}$$



En posant  $N = nz$ , la matrice jacobienne  $J$  s'écrit :

$$J = \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{\partial G_i}{\partial w_{i-1}} & \frac{\partial G_i}{\partial w_i} & \frac{\partial G_i}{\partial w_{i+1}} \\ & & & \ddots & \\ & & & & \ddots \end{array} & \begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{\partial G_i}{\partial P_i} \\ & & & \ddots \\ & & & & \ddots \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{\partial G_{N+i}}{\partial w_{i-1}} & \frac{\partial G_{N+i}}{\partial w_i} & \frac{\partial G_{N+i}}{\partial w_{i+1}} \\ & & & \ddots & \\ & & & & \ddots \end{array} & \begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{\partial G_{N+i}}{\partial P_{i-1}} & \frac{\partial G_{N+i}}{\partial P_i} & \frac{\partial G_{N+i}}{\partial P_{i+1}} \\ & & & \ddots & \\ & & & & \ddots \end{array} \end{array} \right] \quad (4.56)$$

Connaissant le vecteur  $\mathbf{G}$  et la matrice jacobienne, on résout le système (4.48) pour obtenir la solution  $\bar{\mathbf{X}}$  à chaque pas de temps.

## 4.5 Simulation numérique

### 4.5.1 Comparaison des trois méthodes

#### Méthode harmonique

Cette méthode peut empêcher le flux d'eau, à la surface, d'un point de vue numérique ; créant ainsi un "effet bouchon". Soit une fonction  $F$ , nulle en deçà d'une teneur en eau limite, par exemple  $w_{res}$ . Lorsque les teneurs en eau  $w_i$  et  $w_{i+1}$  sont telles que  $F(w_{i+1})$  est nulle alors que  $F(w_i)$  ne l'est pas par exemple, le produit :  $F(w_{i+1}) \times F(w_{i+1}) = 0$  ; on obtient un flux d'eau nul.

Cela peut être le cas à l'interface sol-air où la condition à la limite impose, au bout d'un certain temps de séchage, une teneur en eau,  $w_{nz}$ , telle que  $F(w_{nz}) = 0$ . Si par exemple  $F(w_{nz-1}) \neq 0$ , alors le flux d'eau liquide au nœud  $nz$  est nul. Il n'y a pas de remontée capillaire dans ce cas, d'un point de vue numérique ; pourtant une remontée capillaire est autorisée par les mécanismes physiques.

S'il s'agit d'un rééquilibrage de l'eau, par **filtration uniquement**, dans un échantillon de sol isolé (aucun transfert de matière n'est possible), un bon choix de la "valeur test"  $\mathbf{X}^{(0)}$ , dans l'algorithme de Newton-Raphson (éq. 4.48), peut permettre de trouver la solution (figures 4.4 et 4.5 : "Méthode 1 : harm").

Appliquée au problème global, cette méthode montre des insuffisances par l'apparition de discontinuités sur des cinétiques et des profils (figures 4.6 et 4.7). Ce constat nous a amenés à développer une méthode arithmétique.

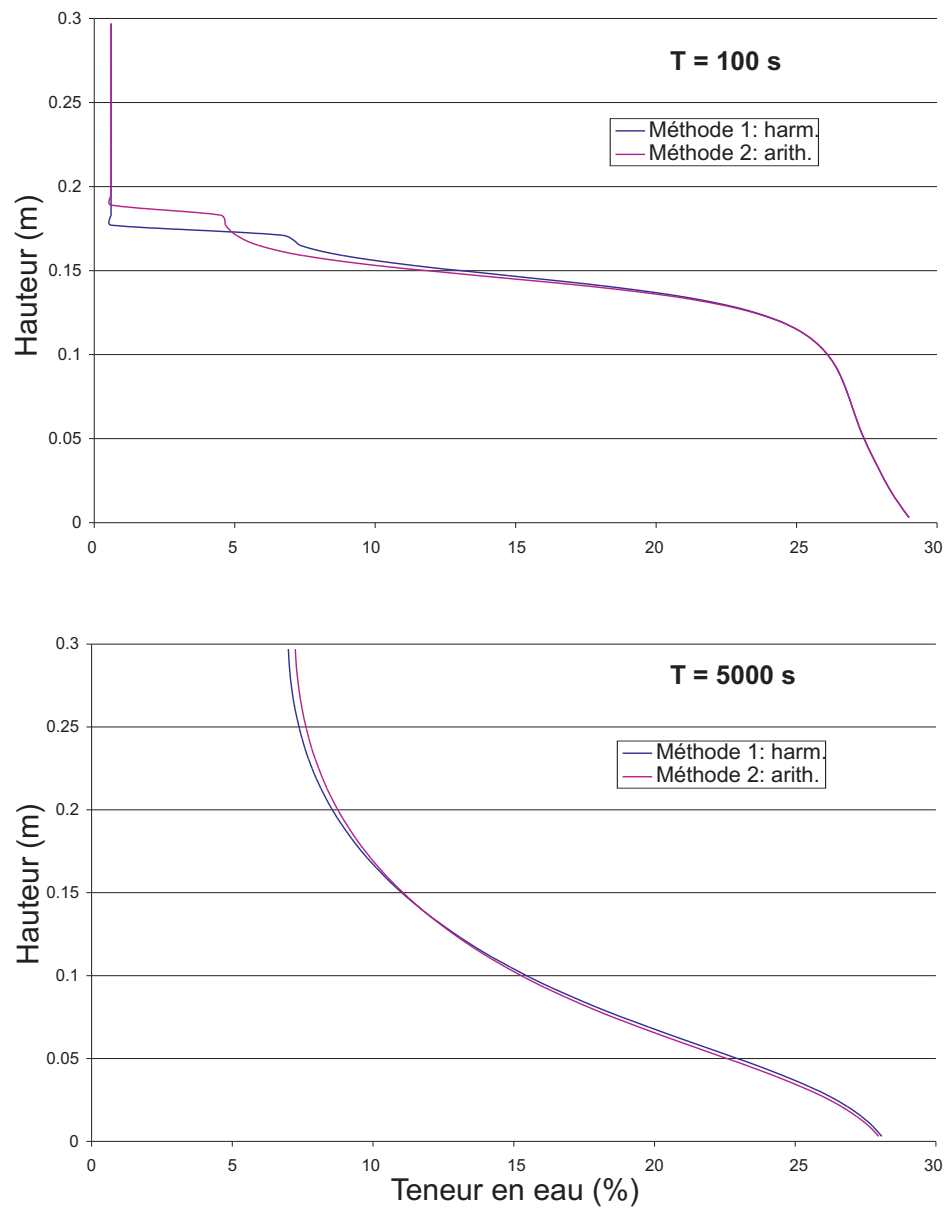


FIG. 4.4 – Simulation numérique du rééquilibrage d'eau, par filtration :  $w(0 \leq h < 15 \text{ cm}) = 27\%$  et  $w(15 \leq h \leq 30 \text{ cm}) = 0,6\%$

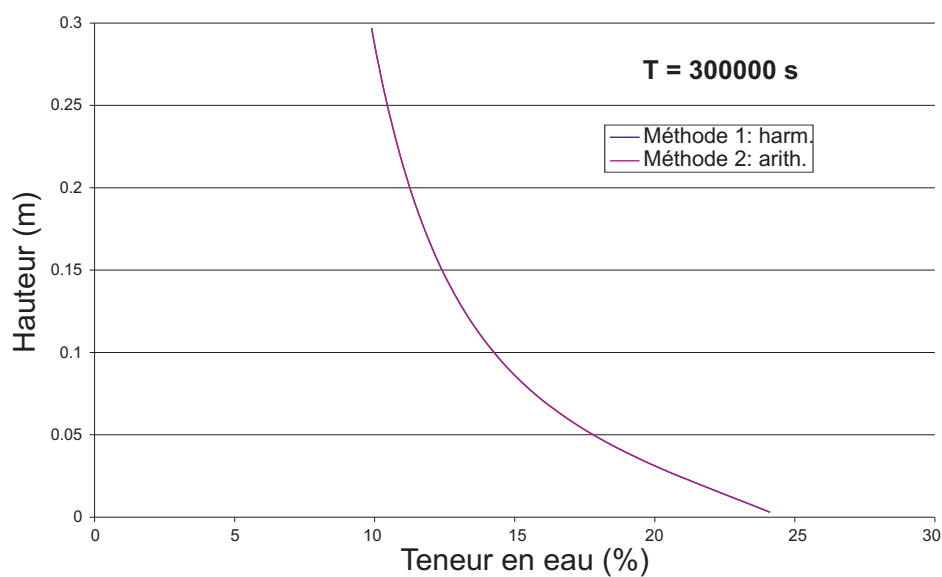


FIG. 4.5 – Simulation numérique du rééquilibrage d'eau, par filtration :  $w(0 \leq h < 15 \text{ cm}) = 27\%$  et  $w(15 \leq h \leq 30 \text{ cm}) = 0,6\%$

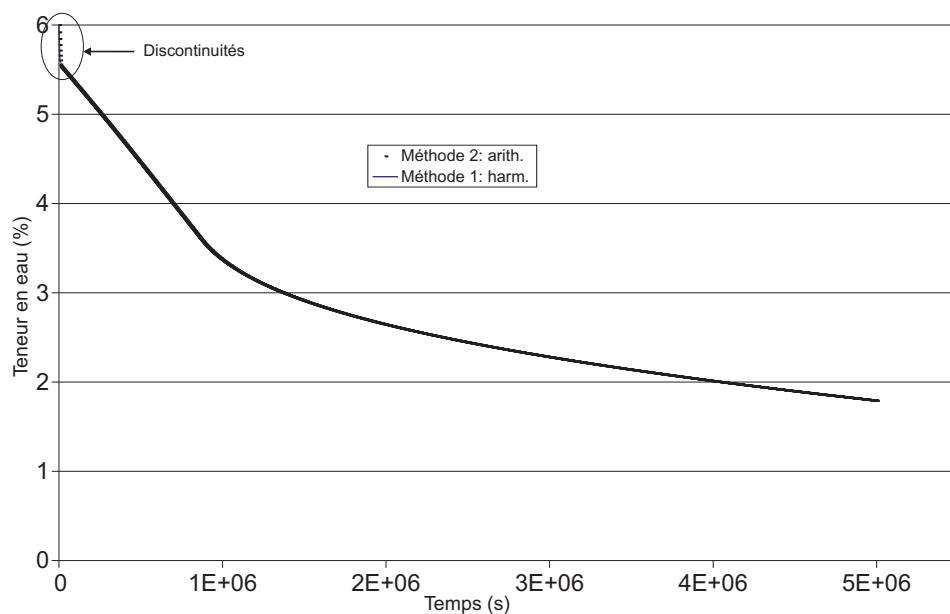


FIG. 4.6 – Discontinuités sur les cinétiques de séchage avec les méthodes harmonique et arithmétique :  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

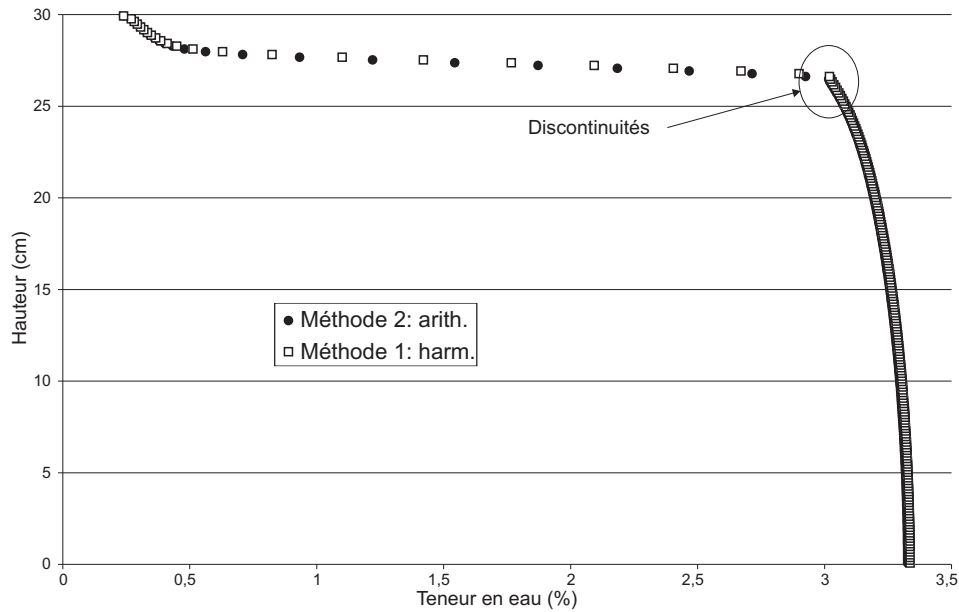


FIG. 4.7 – Discontinuités sur les profils de teneur en eau avec les méthodes harmonique et arithmétique :  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

### Méthodes arithmétiques

La méthode que nous avons nommée : méthode arithmétique 1, donne avec un bon accord, les mêmes résultats que la méthode harmonique pour le rééquilibrage de l'eau par **filtration uniquement** : figures (4.4) et (4.5 : "Méthode 2 : arith"). Cette méthode présente aussi les mêmes insuffisances que la méthode harmonique.

Ces insuffisances nous ont amenés à adopter, pour la suite, la dernière méthode arithmétique (méthode arithmétique 2), présentée au paragraphe (4.3.4).

### 4.5.2 Choix du pas de temps

Il s'agit ici de faire des tests de stabilité de la résolution pour différents pas de temps. La figure (4.8) présente une comparaison des cinétiques pour trois pas de temps :  $dt = 10^2 s$ ,  $dt = 10^3 s$  et  $dt = 10^4 s$ . Les courbes se superposent parfaitement, montrant ainsi une stabilité de la simulation pour des pas de temps assez grand :  $10^4 s$ . Nous retiendrons dans la suite un pas de temps de  $10^4 s$  pour les différentes simulations ; au dessus de cette échelle de temps, les phénomènes à l'interface, visibles les 7 premières heures, ne seraient pas pris en compte.

### 4.5.3 Choix du pas d'espace

La figure (4.9) présente une comparaison des cinétiques pour quatre pas d'espace :  $nz = 50$ ,  $nz = 100$ ,  $nz = 200$  et  $nz = 500$ . Les courbes se superposent parfaitement sauf

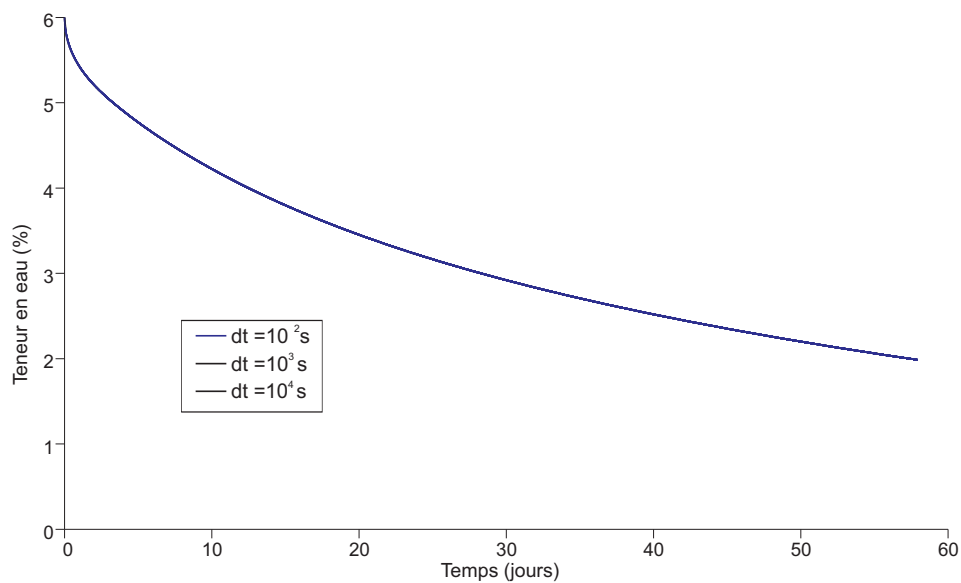


FIG. 4.8 – Effet du choix du pas de temps sur les simulations

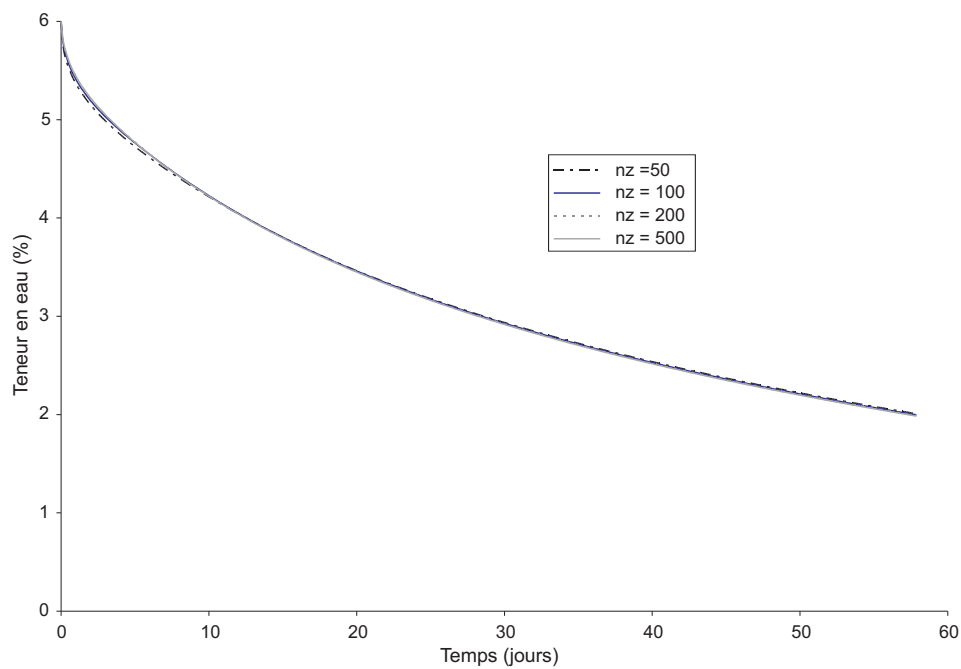


FIG. 4.9 – Effet du choix du pas d'espace sur les simulations

pour  $nz = 50$  où de faibles écarts sont perceptibles au début du séchage. Nous retiendrons dans la suite un pas d'espace de  $nz = 200$  pour les différentes simulations.

## 4.6 Résultats et pré-validation

Il s'agira dans ce paragraphe de donner ou rappeler les valeurs des paramètres utilisés pour la pré-validation, puis de confronter les résultats des simulations numériques à ceux de l'expérience.

### 4.6.1 Récapitulatif des paramètres utilisés pour la simulation

Les modélisations des paramètres : conductivité hydraulique en condition non saturée, coefficient de diffusion effectif, coefficient de changement de phase, activité de l'eau, pression de vapeur saturante sont celles présentées dans le chapitre (2). Nous présenterons ci-dessous quelques valeurs de coefficients rentrant dans ces modélisations et d'autres paramètres issus de la discrétisation des équations bilan de transferts d'eau.

- Perméabilité relative : Elle a été définie par la relation (2.21). L'exposant  $\lambda$  est le paramètre clé. La valeur 3 est généralement retenue dans la littérature pour les sols pour décrire les transferts à forte teneur en eau. Or nous nous plaçons à des teneurs en eau très faibles. Tous les autres paramètres étant égaux par ailleurs, la valeur 3 de cet exposant ne convient plus. L'utilisation de cette valeur surestime beaucoup les quantités d'eau transférées, par filtration, lors du séchage des colonnes de sol. Pour toutes ces raisons, nous prendrons la valeur 5 pour  $\lambda$  afin de réduire l'effet de la filtration aux faibles teneurs en eau.
- Conductivité hydraulique à saturation :  $K_{sat} = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$ .
- Tortuosité : Nous prenons la tortuosité donnée par le modèle de Penman :  $\tau = 0,66$ .
- Teneur en eau résiduelle :  $w_{res} = 3\%$ .
- Hauteur des colonnes :  $H = 0,3 \text{ m}$ .
- Humidité relative imposée à la surface :  $HR = 30\%$ .

### 4.6.2 Confrontation des résultats numériques et expérimentaux

Nous présentons sur la figure (4.10) les cinétiques de séchage expérimentale et simulée. L'allure générale de la cinétique expérimentale est suivie par la cinétique simulée, mais les valeurs s'écartent de près de 0,5% de teneur en eau le long du séchage. Les courbes des figures (4.11) et (4.12) donnent, respectivement, les comparaisons des profils de teneur en eau simulés et expérimentaux dans les colonnes de sol correspondant à 4j 21h 48mn et 10j 22h 52mn et, 22j 22h 37mn et 38j 4h 22mn de séchage. Ceux-ci montrent que les simulations surestiment les échanges d'eau dans la moitié inférieure ( $h < 15 \text{ cm}$ ) des colonnes et les sous-estiment dans l'autre moitié ( $h > 15 \text{ cm}$ ). L'allure générale est suivie mais on observe des profils verticaux dès que l'on approche de la teneur en eau de 3% qui est la teneur en eau résiduelle. Une étude de sensibilité s'impose pour comprendre l'influence

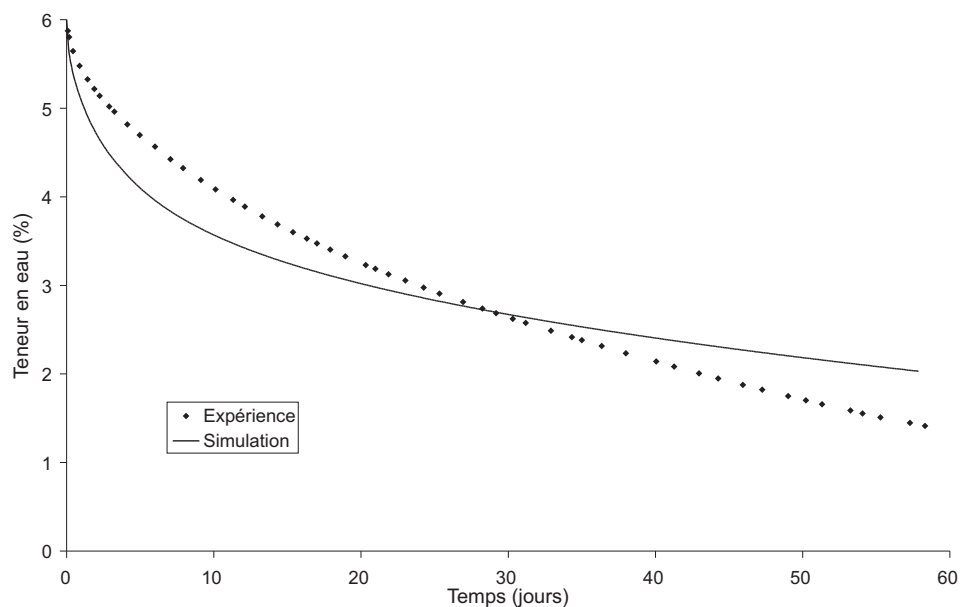


FIG. 4.10 – Comparaison des cinétiques moyennes expérimentales et simulés avec les paramètres issus de la caractérisation à  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

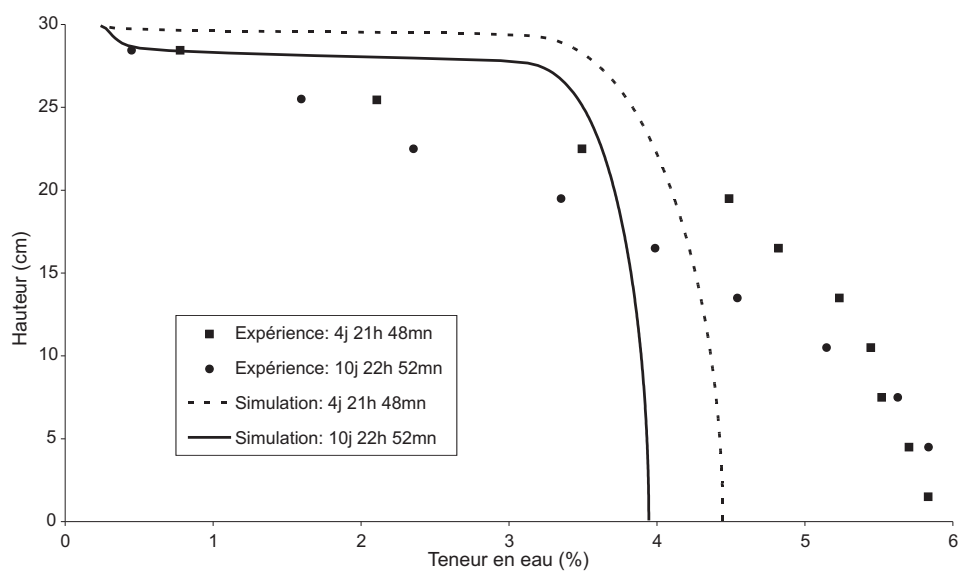


FIG. 4.11 – Comparaison des profils de teneur en eau expérimentaux et simulés après 4j 21h 48mn et 10j 22h 52mn de séchage

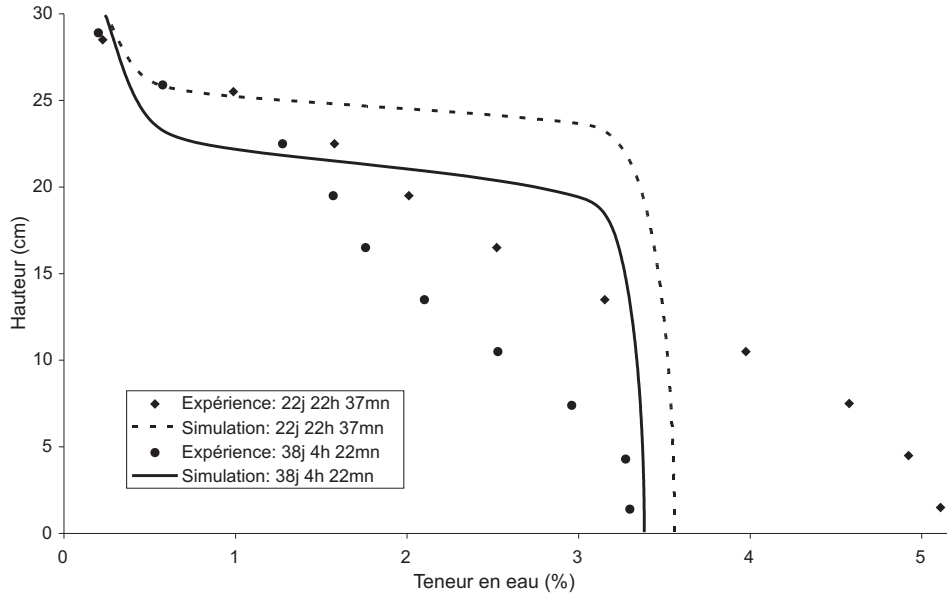


FIG. 4.12 – Comparaison des profils de teneur en eau expérimentaux et simulés après 22j 22h 37mn et 38j 4h 22mn de séchage

de certains paramètres du sol sur les transferts d'eau. Cela nous permettra aussi de corriger certains paramètres issus de la bibliographie.

## 4.7 Etude de sensibilité à certains paramètres du sol

Pour cette étude de sensibilité, nous traitons le cas :  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$ .

### 4.7.1 Effet de la perméabilité relative à l'eau

Les figures (4.13) d'une part et (4.14 et 4.16) de l'autre, montrent respectivement, l'influence de l'exposant  $\lambda$ , et donc indirectement l'effet de la perméabilité relative  $k_r$ , sur les cinétiques moyennes et les profils de teneur en eau simulés. Ces courbes montrent que les flux d'eau augmentent lorsque  $\lambda$  diminue. Cela s'explique par le fait que le degré de saturation effectif,  $S_e$ , défini dans (2.22), est tel que :

$$0 \leq S_e \leq 1 \quad (4.57)$$

Pour deux valeurs différentes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  données, si  $\lambda_1 > \lambda_2$ , alors  $S_e^{\lambda_1} < S_e^{\lambda_2}$ . Cela implique, d'après (2.22) :

$$k_r(\lambda_1) < k_r(\lambda_2) \quad (4.58)$$

Donc un  $\lambda$  plus faible entraîne des transferts par filtration plus importantes. On constate qu'après le début du séchage, les cinétiques deviennent très lentes lorsque la teneur en eau tend vers  $w_{res}$ .



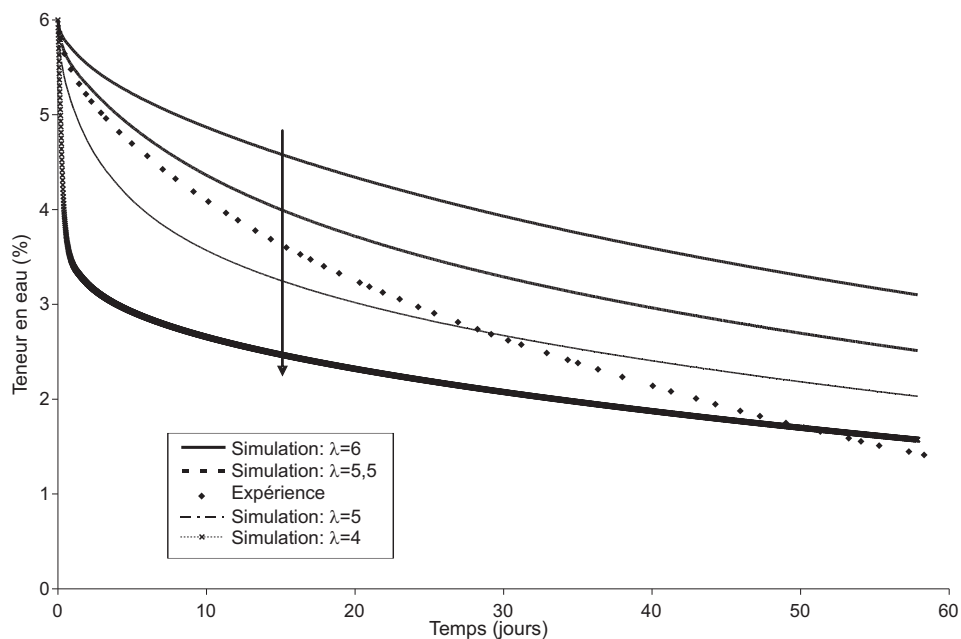


FIG. 4.13 – Effet de  $\lambda$  sur les cinétiques moyennes de teneur en eau avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

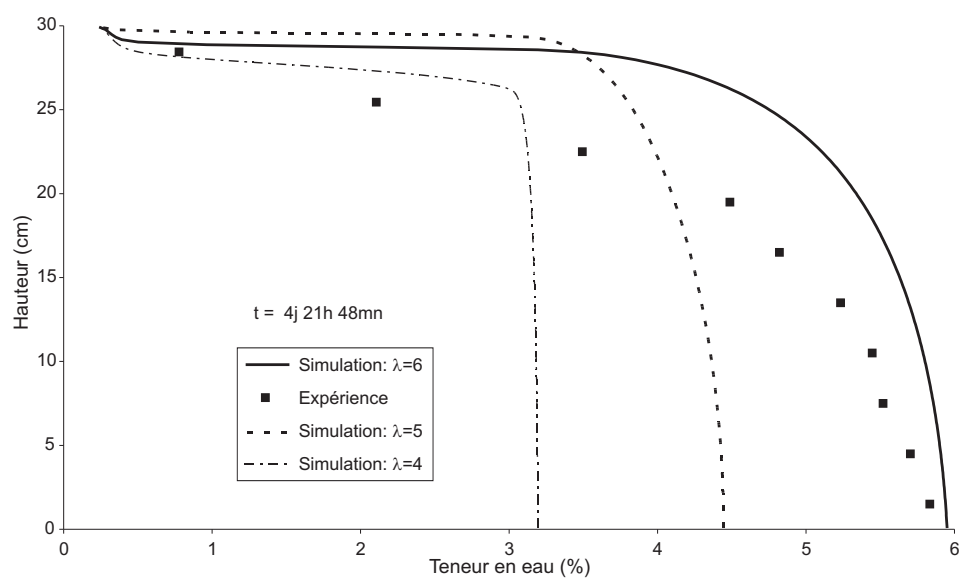


FIG. 4.14 – Effet de  $\lambda$  sur les profils de teneur en eau en  $4j\ 21h\ 48mn$  de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

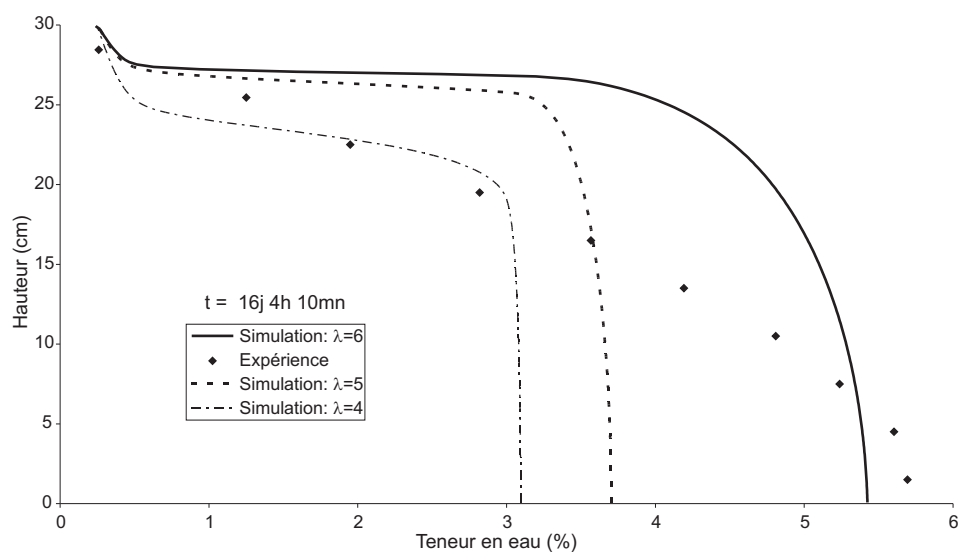


FIG. 4.15 – Effet de  $\lambda$  sur les profils de teneur en eau en 16j 4h 10mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

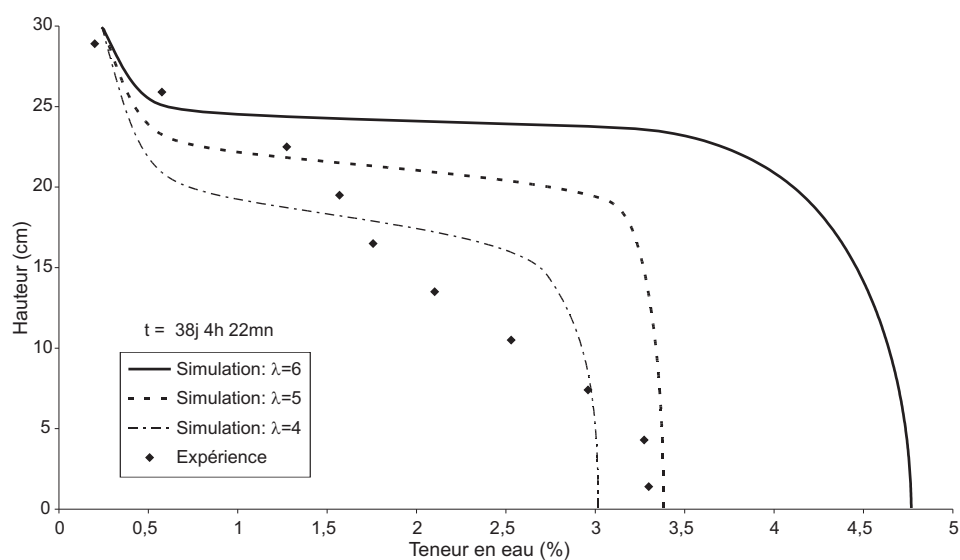


FIG. 4.16 – Effet de  $\lambda$  sur les profils de teneur en eau en 38j 4h 22mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

On constate que la valeur  $\lambda = 6$  donne une allure des profils simulés plus proche des profils expérimentaux jusqu'à 16 jours de séchage (figures 4.14 et 4.15). La courbe de la figure (4.16) montre en revanche que cette valeur de  $\lambda$  sous-estime les transferts d'eau en fin de séchage.

#### 4.7.2 Influence de la teneur en eau résiduelle

La figure (4.17) donne l'évolution des cinétiques de séchage simulées en fonction de la teneur en eau résiduelle,  $w_{res}$ , et les figures (4.18) et (4.19) montrent son influence sur des profils simulés de teneur en eau, au bout de 4j 21h 48mn et 38j 4h 22mn de séchage. Ces

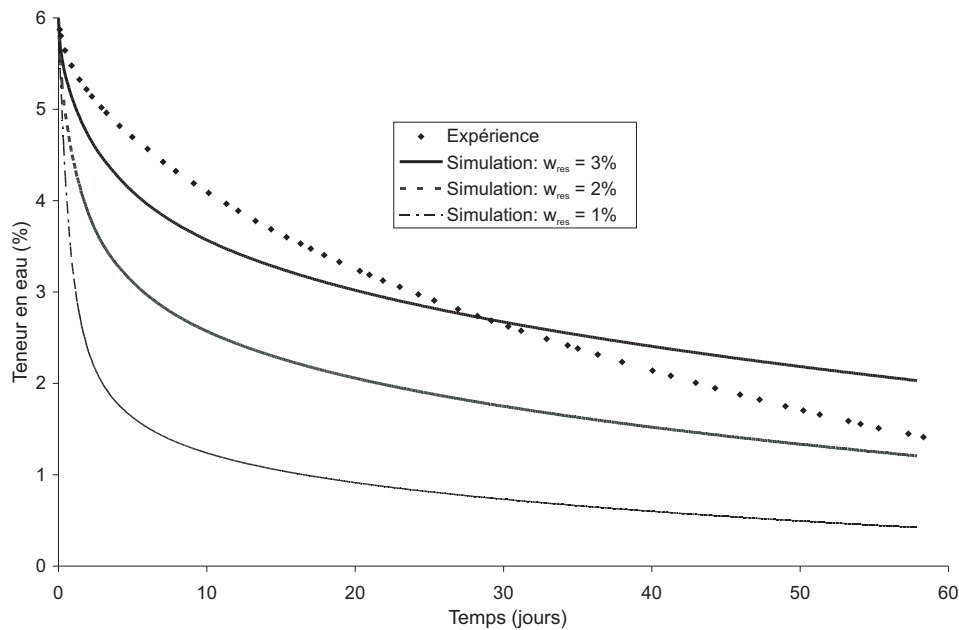


FIG. 4.17 – Effet de la teneur en eau résiduelle sur les cinétiques moyennes avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

courbes montrent que plus la teneur en eau résiduelle baisse, plus le séchage des colonnes de sol est rapide. En effet, plus  $w_{res}$  est faible, plus le modèle numérique autorise des transferts par filtration (capillarité et gravité) jusqu'à cette valeur  $w_{res}$ , donc plus d'eau est échangée avec l'atmosphère. Passée cette valeur limite, les phénomènes qui permettent au séchage de se poursuivre restent la diffusion de la vapeur et le changement de phase.

Avec les différents paramètres utilisés, les courbes correspondant à  $w_{res} = 1\%$ , donnent les meilleures approximations des points expérimentaux.

#### 4.7.3 Effet de la perméabilité à saturation

Les courbes de la figure (4.20) présentent une étude de l'effet de la perméabilité à saturation,  $K_{sat}$ , sur des cinétiques de séchage simulées. Les figures (4.21 à 4.23) présentent

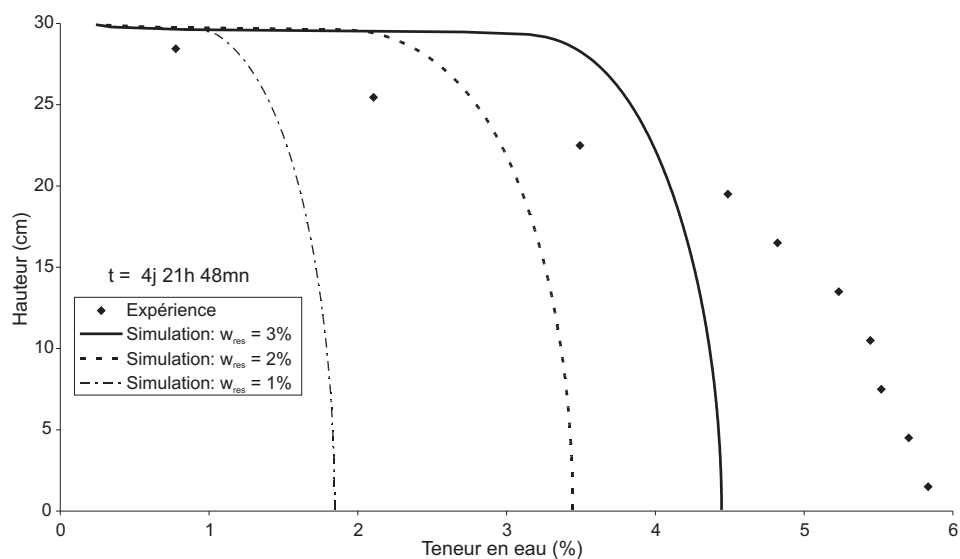


FIG. 4.18 – Effet de la teneur en eau résiduelle sur les profils de teneur en eau en  $4j\ 21h\ 48mn$  de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

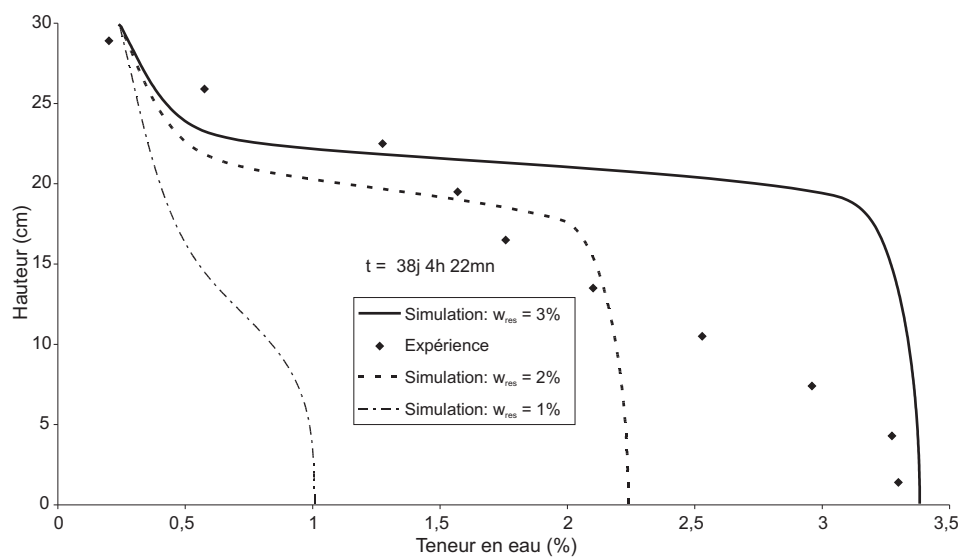


FIG. 4.19 – Effet de la teneur en eau résiduelle sur les profils en  $38j\ 4h\ 22mn$  de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

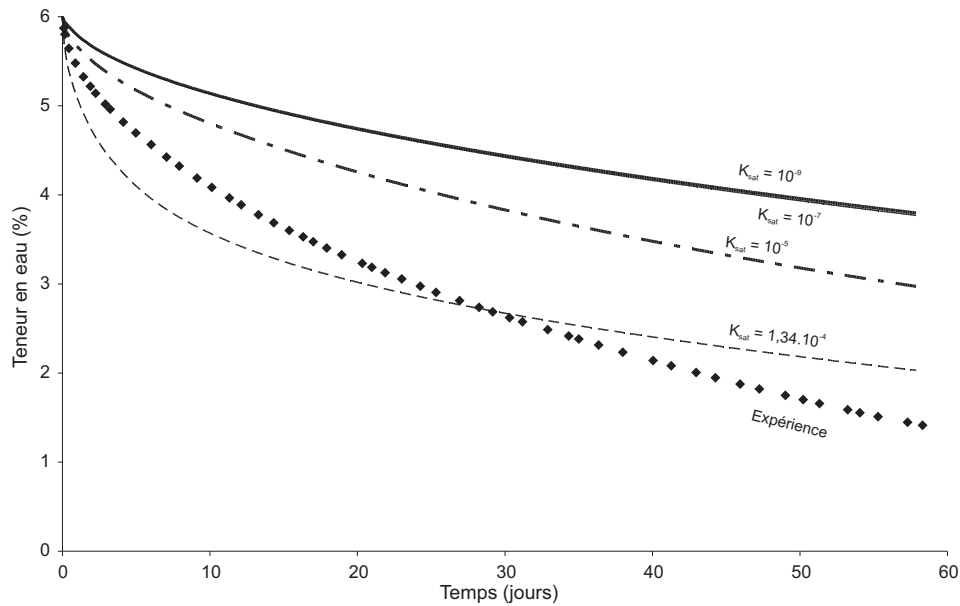


FIG. 4.20 – Effet de perméabilité à saturation sur les cinétiques moyennes avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

l'influence de  $K_{sat}$  sur des profils simulés de teneur en eau au bout de 4j 21h 48mn, 16j 4h 10mn et 38j 4h 22mn de séchage.

Les différentes courbes (figures 4.20 à 4.23) montrent que les transferts d'eau sont plus faibles lorsque la perméabilité baisse. Si  $K_{sat}$  diminue beaucoup ( $K_{sat} = 10^{-7} m.s^{-1}$  : cas d'un sol argileux par exemple), les cinétiques de séchage varient très peu. Dans ce cas, les seuls mécanismes qui gouvernent les transferts sont les échanges gazeux ; tous les autres paramètres restant égales par ailleurs. On note à partir de l'allure des profils simulés correspondant à  $K_{sat} = 1,34.10^{-4} m.s^{-1}$  comparés aux profils expérimentaux, que les transferts d'eau sont exagérés par la simulation. Les profils simulés de teneur en eau après 4j 21h 48mn et 16j 4h 10mn de séchage montrent que les profils simulés correspondant à  $K_{sat} = 10^{-5} m.s^{-1}$  donnent des allures un peu plus semblables aux profils expérimentaux, exception faite de la figure (4.20) où on constate que c'est la courbe correspondant à  $K_{sat} = 10^{-5} m.s^{-1}$  qui approche mieux les points expérimentaux. Pour les sols très peu perméables,  $K_{sat} < 10^{-7} m.s^{-1}$  par exemple, les profils sont verticaux en dessous d'une hauteur de 17 cm sur la figure (4.23).

#### 4.7.4 Influence de la tortuosité

Les courbes de la figure (4.24) montrent l'influence de la tortuosité  $\tau$ , d'un sol sur les cinétiques moyennes de séchage. Les figures (4.25 à 4.27) présentent l'effet de  $\tau$  sur des profils simulés de teneur en eau au bout de 4j 21h 48mn, 16j 4h 10mn et 38j 4h 22mn de séchage.

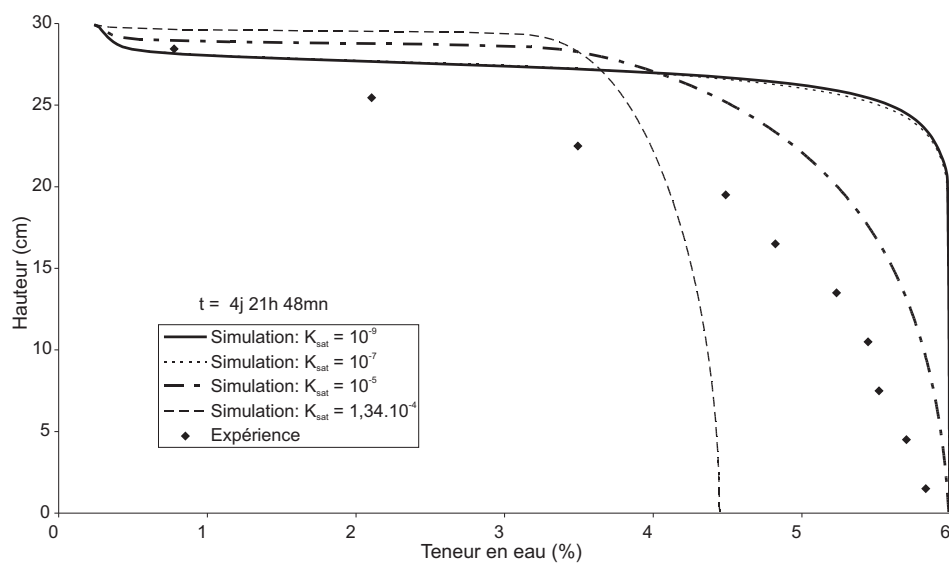


FIG. 4.21 – Effet de la perméabilité à saturation sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

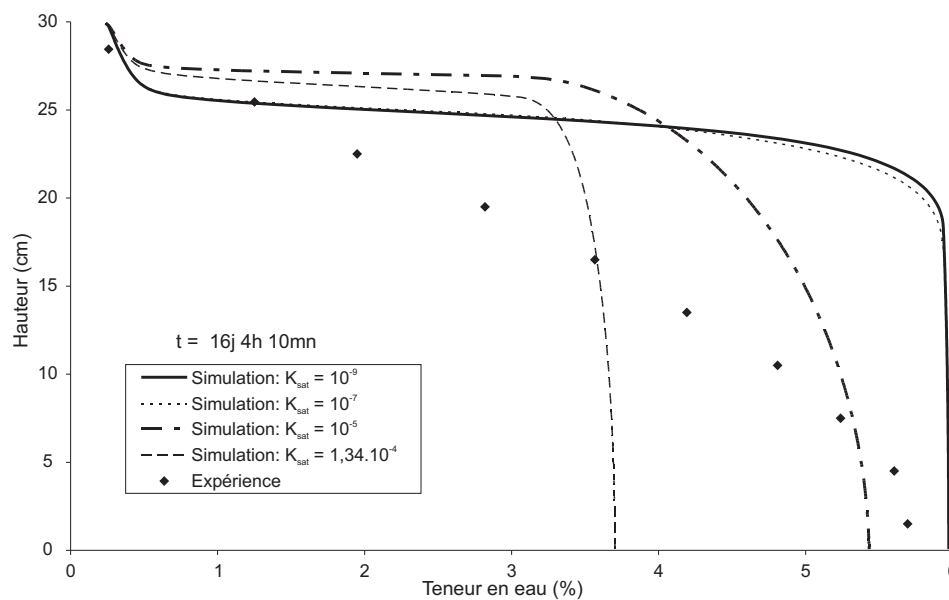


FIG. 4.22 – Effet de la perméabilité à saturation sur les profils de teneur en eau en 16j 4h 10mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

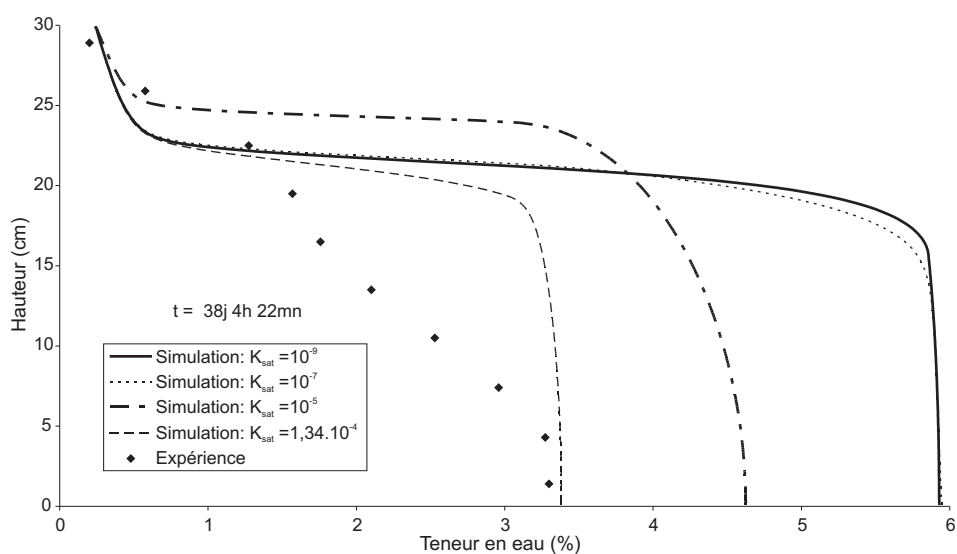


FIG. 4.23 – Effet de la perméabilité à saturation sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

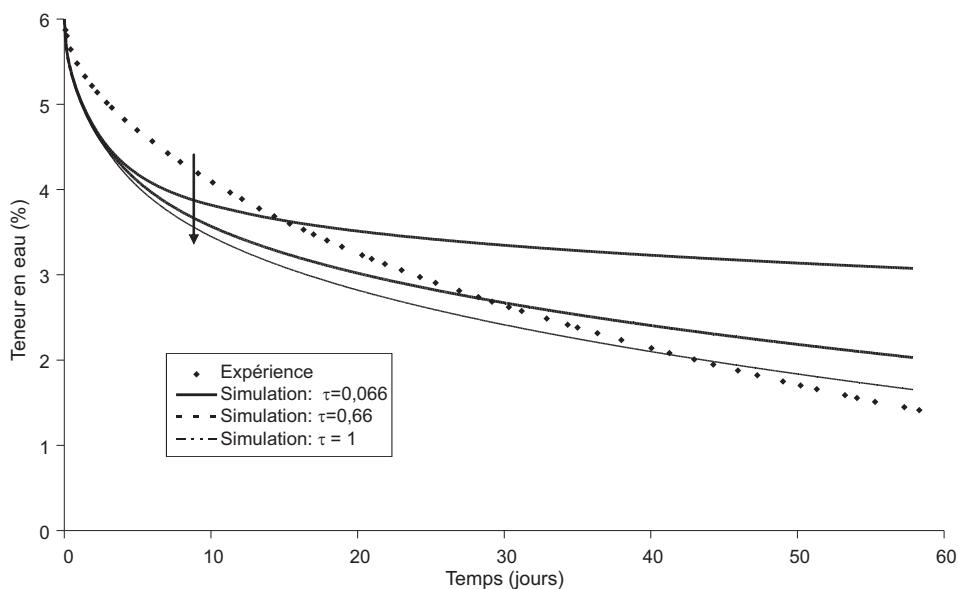


FIG. 4.24 – Effet de la tortuosité sur les cinétiques moyennes pour  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

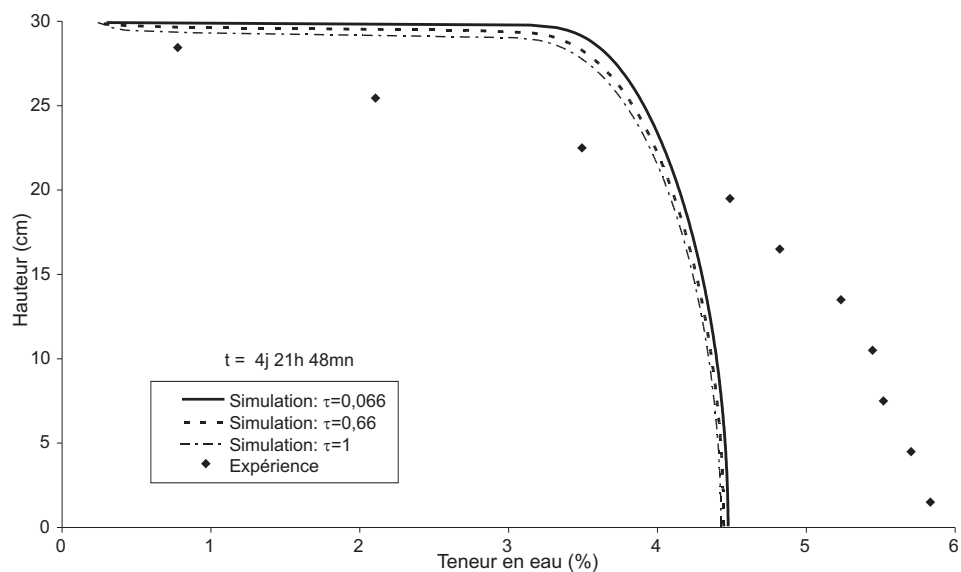


FIG. 4.25 – Effet de la tortuosité sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

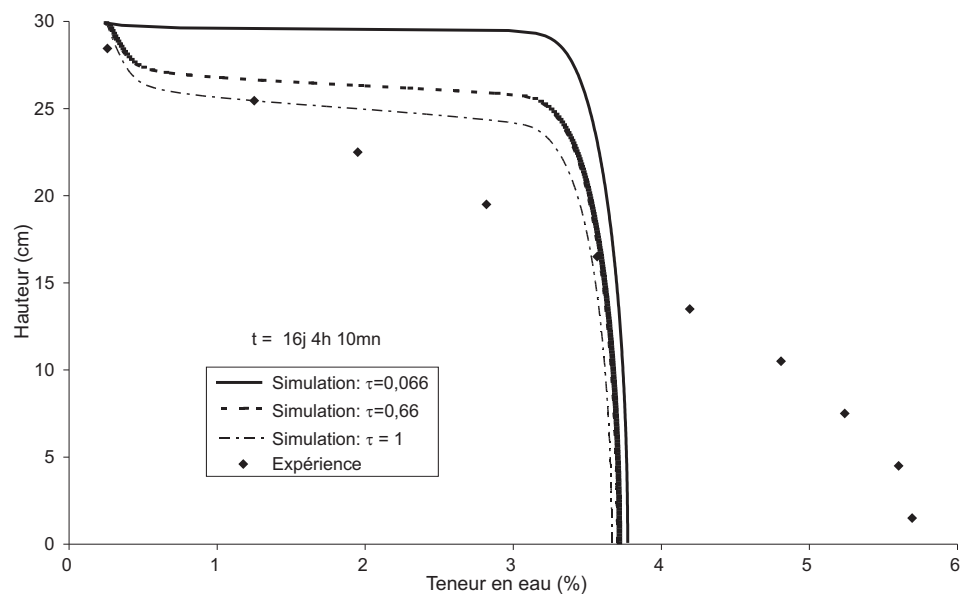


FIG. 4.26 – Effet de la tortuosité sur les profils de teneur en eau en 16j 4h 10mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$



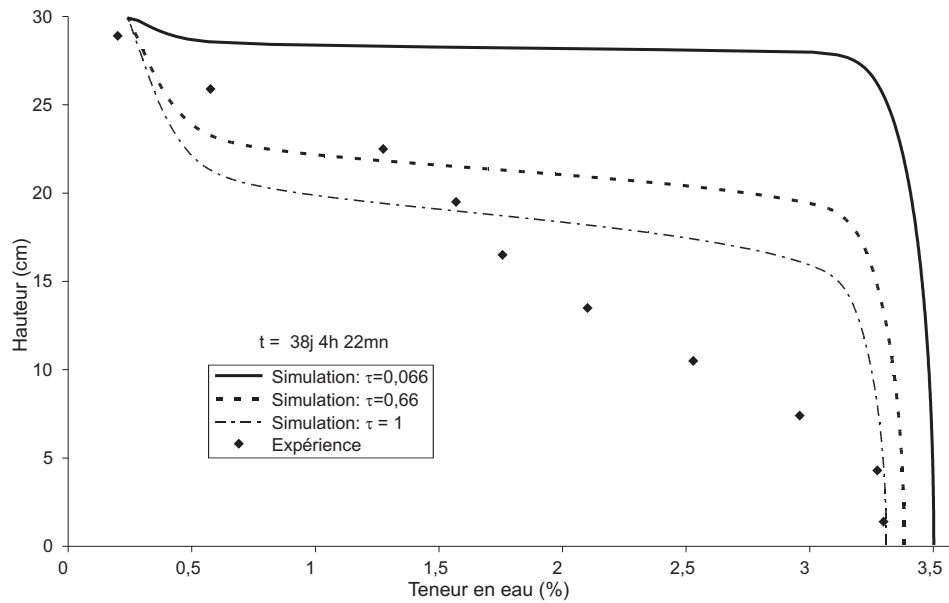


FIG. 4.27 – Effet de la tortuosité sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

L'effet de  $\tau$ , n'est perceptible qu'en dessous d'une certaine teneur en eau (de l'ordre de 4,5%) sur les cinétiques de séchage (figure 4.24). La tortuosité n'influence le séchage que lorsque les transferts en phase gazeuse sont prédominants. Dans le domaine de teneur en eau 4,5 à 6%, ce sont les transferts en phase liquide qui l'emportent sur la diffusion et le changement de phase. Toutes les courbes (figures 4.24 à 4.27) montrent que le séchage des colonnes augmente avec  $\tau$ . Une tortuosité plus grande accroît les transferts par diffusion puisque c'est le paramètre qui influence directement le coefficient de diffusion dans la modélisation (paragraphe 2.2.8).

On constate que si  $\tau \geq 0,66$ , l'allure des profils de teneur en eau, dans la couche superficielle des colonnes, se rapproche le mieux des points expérimentaux.  $\tau = 0,66$  est le coefficient proposé par Penman.

#### 4.7.5 Influence du coefficient de changement de phase liquide-vapeur

Nous présentons sur la figure (4.28), l'effet du coefficient de changement de phase,  $L$ , sur les cinétiques de séchage simulées. Les figures (4.29) et (4.30) montrent l'influence de  $L$  sur des profils simulés de teneur en eau au bout de 4j 21h 48mn et 38j 4h 22mn de séchage. Tout comme la tortuosité, l'influence du coefficient de changement de phase, n'est visible qu'à partir de  $w < 4,5\%$  sur les cinétiques simulées (figure 4.28). Son influence reste cependant faible, (de l'ordre de 0,2%), sur les cinétiques de séchage.

L'effet de  $L$  se fait sentir dans la couche superficielle des colonnes (figures 4.29) et

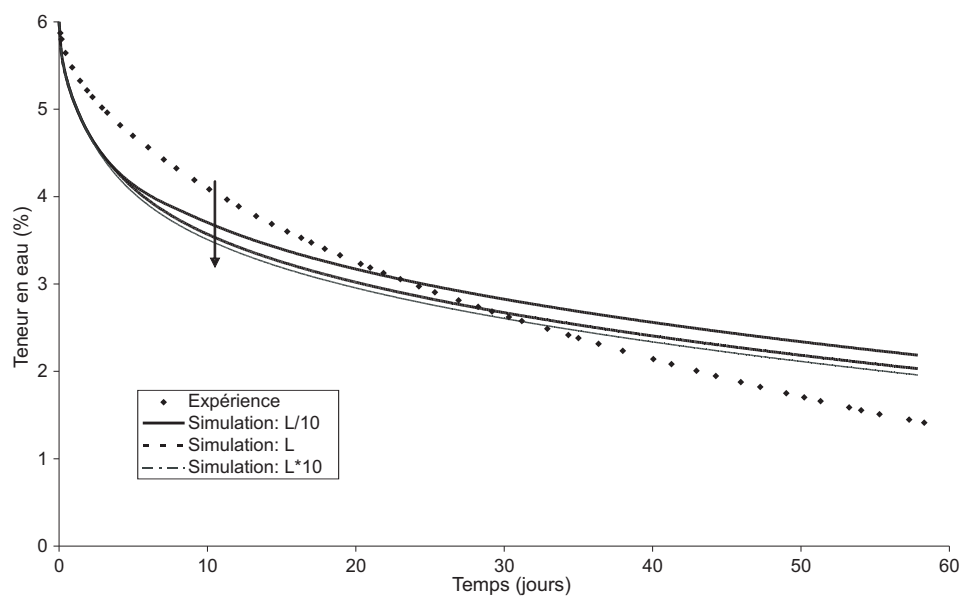


FIG. 4.28 – Effet du coefficient de changement de phase sur les cinétiques moyennes avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

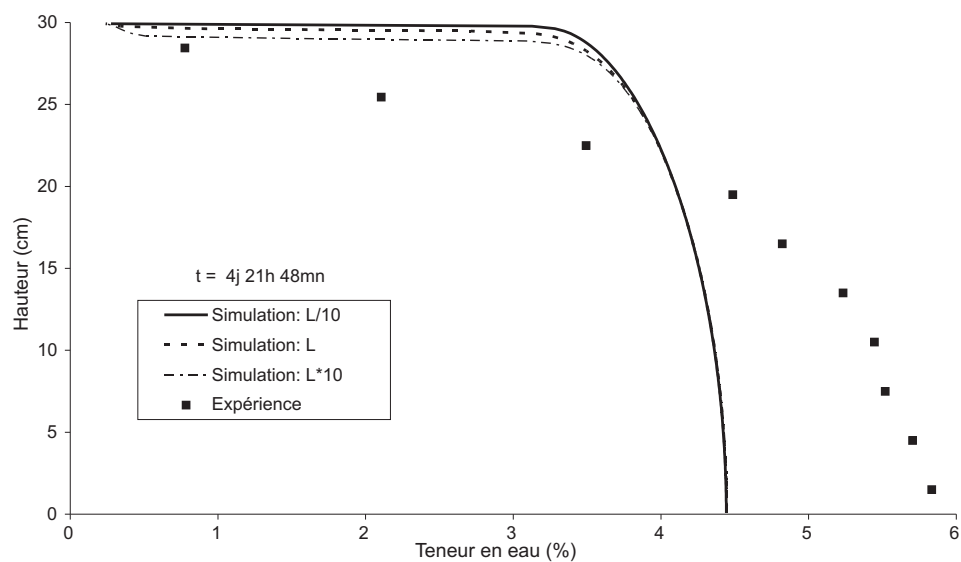


FIG. 4.29 – Effet du coefficient de changement de phase sur les profils de teneur en eau en 4j 21h 48mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

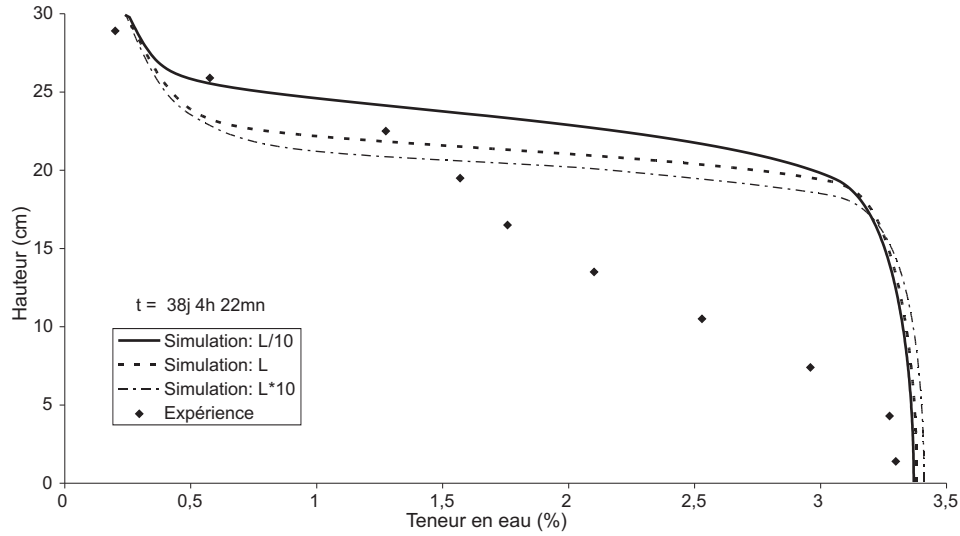


FIG. 4.30 – Effet du coefficient de changement de phase sur les profils en 38j 4h 22mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

(4.30), où la teneur en eau est inférieure à  $w_{res}$ . On note cependant sur la figure (4.30) que le changement de phase semble influencer la forme des profils au voisinage de la surface.

## 4.8 Validation

Suite à cette étude de sensibilité, nous retiendrons un certain nombre de paramètres qui seront utilisés par la suite. En fait, les paramètres modifiés concernent les transferts en phase liquide. Rappelons que les valeurs adoptées ont été tirées de la littérature et que la valeur de  $K_{sat}$  a posé des problèmes expérimentaux.

### 4.8.1 Synthèse : paramètres retenus

Nous allons estimer trois paramètres relatifs au séchage en phase liquide. Les autres paramètres restent inchangés : coefficient de changement de phase, tortuosité...

#### Perméabilité à saturation

Nous avons observé qu'une valeur de  $K_{sat}$  de  $3 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$  donnait une meilleure approximation des points expérimentaux. Nous adopterons cette valeur.

#### Perméabilité relative à l'eau

Nous retiendrons la valeur  $\lambda = 6$ , pour l'exposant dans la relation (2.21) de la perméabilité relative, car les allures des cinétiques et profils simulés qui lui correspondent sont les

plus proches de l'expérience.

### Teneur en eau résiduelle

Nous avons observé (figure 4.18 et 4.19) que les profils simulés sont des droites verticales, dès que la teneur en eau dans la colonne est proche de  $w_{res}$ . Cet effet n'est pas mis en évidence par les profils expérimentaux. Ceci nous a conduit à adopter  $w_{res} = 1\%$ .

## 4.8.2 Validation dans le cas d'une teneur en eau initiale de 6% et une humidité relative de l'atmosphère de 30%

Nous reprenons les calculs des cinétiques et des profils avec les nouveaux paramètres de  $K_{sat}$ ,  $\lambda$  et  $w_{res}$ . Les courbes de la figure (4.31) permettent de comparer les cinétiques de séchage expérimentale et simulée. Il y a une bonne concordance jusqu'à 10 jours de

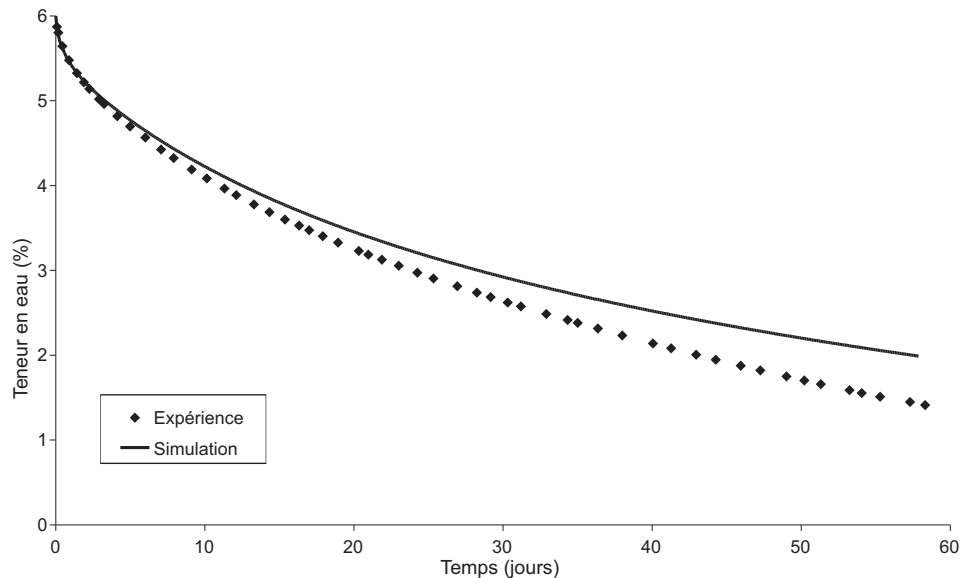


FIG. 4.31 – Cinétiques de séchage expérimentale et simulée avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

séchage. Bien que le modèle sous-estime les quantités d'eau échangées globalement avec l'atmosphère, il se révèle satisfaisant pour décrire les cinétiques dans leur ensemble dans un but prédictif. Les figures (4.32 à 4.34) montrent les comparaisons des profils de teneur en eau simulés et expérimentaux, aux temps  $4j\ 21h\ 48mn$ ,  $16j\ 5h\ 10mn$  et  $38j\ 4h\ 22mn$  de séchage. La simulation est satisfaisante au bout de  $4j\ 21h\ 48mn$ . Malgré une erreur de l'ordre de 15% à des hauteurs comprises entre 20 et 28 cm, elles reproduisent bien l'allure générale du profil. En revanche les figures (4.33) et (4.34) montrent des erreurs plus importantes. A  $t = 16j\ 5h\ 10mn$  (Fig. 4.33), les valeurs moyennes des teneurs en eau expérimentales sont identiques, cependant les profils ne correspondent pas. Entre 0 et 15

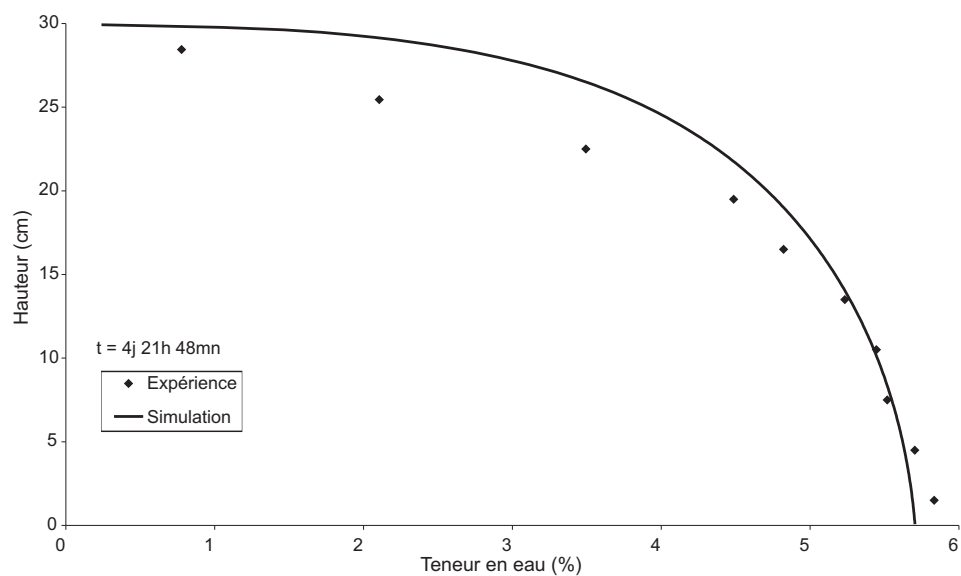


FIG. 4.32 – Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 4j 21h 48mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

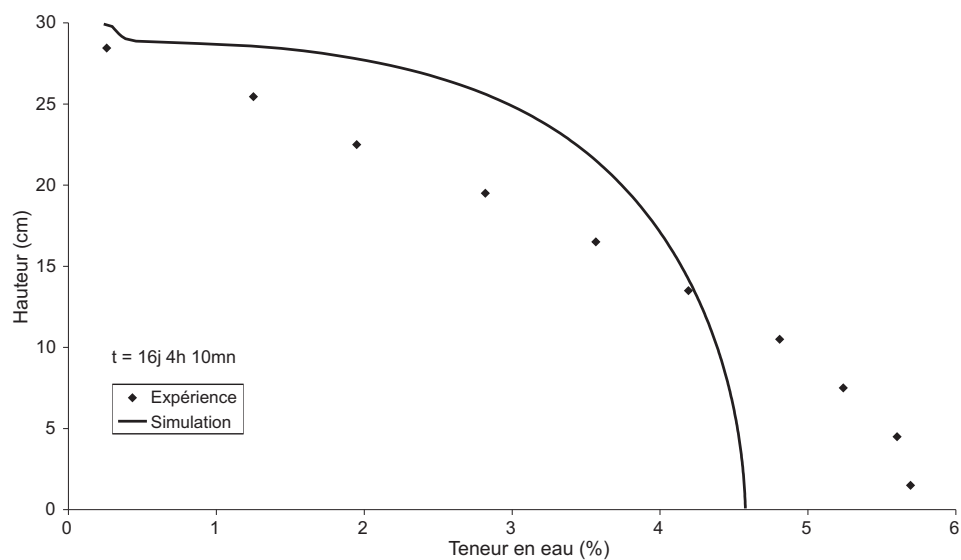


FIG. 4.33 – Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 16j 5h 10mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

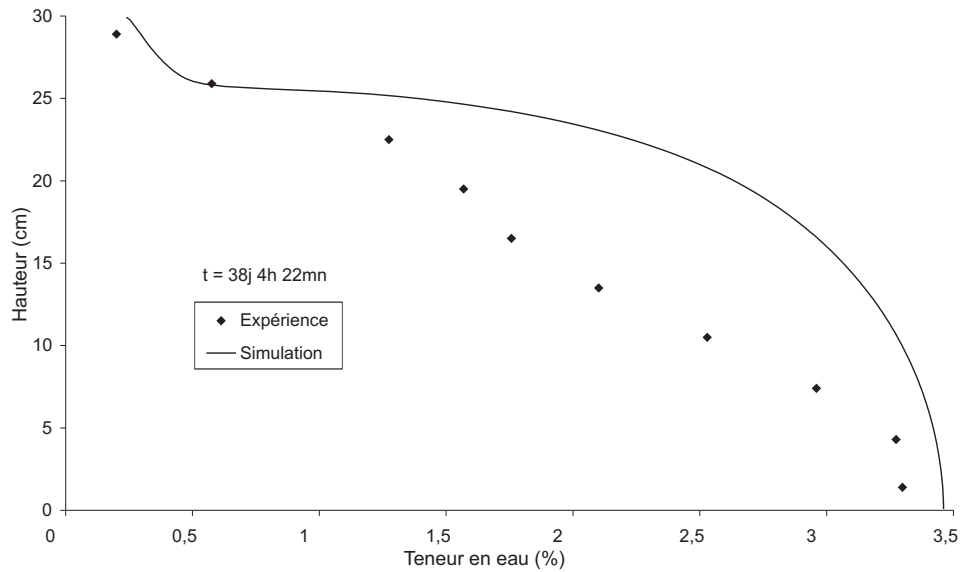


FIG. 4.34 – Profils de teneur en eau expérimental et simulé à 38j 4h 22mn de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

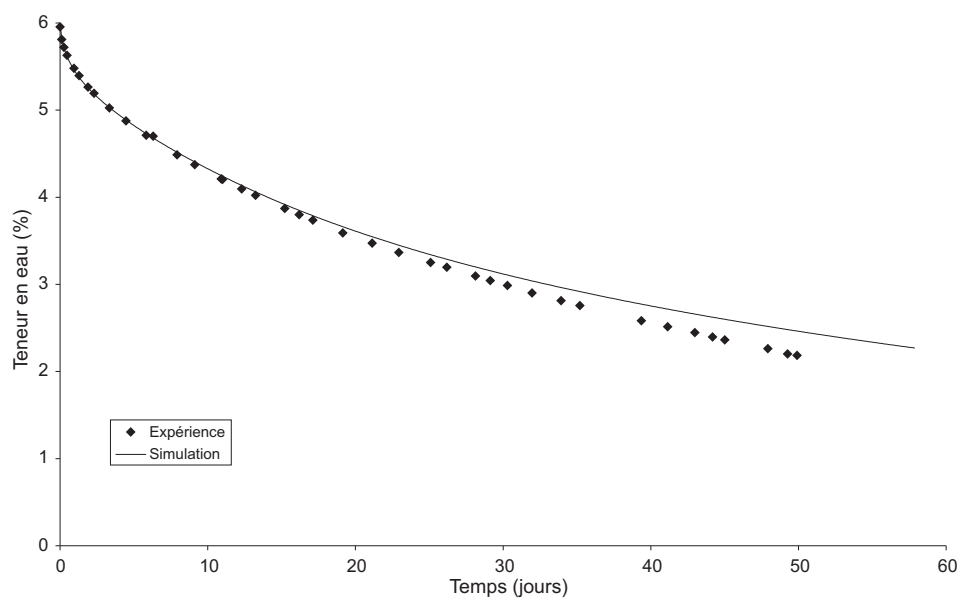
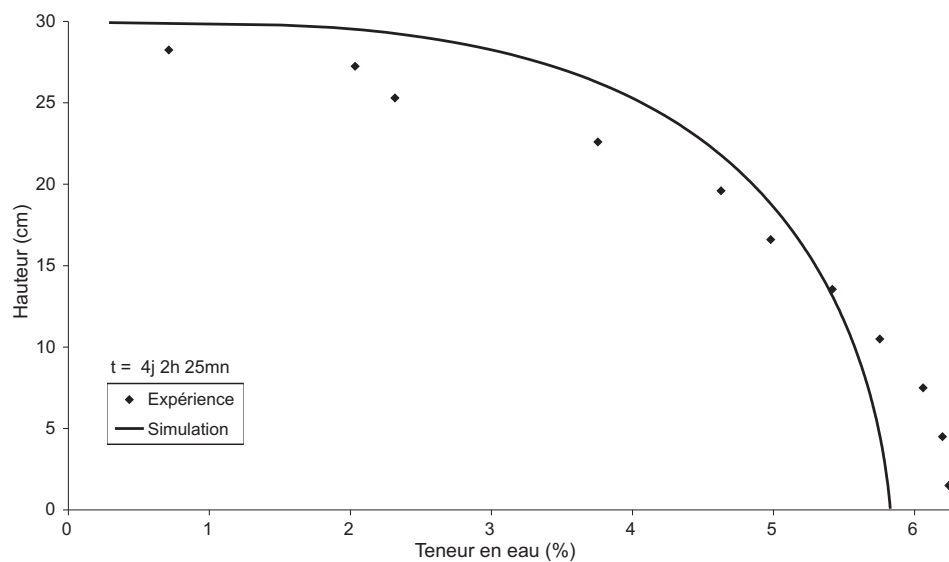
$cm$  d'altitude, le modèle surestime les transferts vers le haut alors qu'entre 15 et 30  $cm$ , il les sous-estime. Nous ne pouvons pas dans l'état actuel des recherches, identifier la cause de la divergence. Il est possible que le profil expérimental, à cet instant, soit erroné à cause d'une mauvaise maîtrise des conditions de compactage.

Pour  $t = 38j 4h 22mn$  (Fig. 4.34), le modèle reproduit bien le profil de teneur en eau en bas de la colonne et à la surface du sol. Ce dernier point semble montrer que les transferts en phase gazeuse sont bien décrits par le modèle.

### 4.8.3 Cas d'une teneur en eau initiale de 6% et une humidité relative de 50%

A titre de vérification, le modèle a été appliqué au cas d'un air atmosphérique à 50% d'humidité relative. Nous présentons sur la figure (4.35), les cinétiques dans ce cas. Les paramètres retenus dans la précédente section ont été conservés. On note une très bonne concordance entre simulation et expérience jusqu'à 30 jours de séchage. Au delà de 30 jours on note quelques écarts. Les figures (4.36 à 4.38) montrent les comparaisons de profils issus des simulations et des expériences au bout de 4j 2h 25mn, 16j 5h 40mn et 40j 5h 32mn jours de séchage.

La figure (4.36) met en évidence une bonne concordance entre les profils expérimentaux et théoriques, aussi bien dans l'allure générale que pour les valeurs de  $w$  en  $z = 0$ . Aux temps plus élevés, 16j 5h 40mn et 40j 5h 32mn (Fig. 4.37 et 4.38), le modèle reproduit toujours aussi bien les valeurs en  $z = 0$ , mais on constate une divergence importante du profil dans la zone où il est géré par les transferts d'eau liquide. Ceci met encore en évidence

FIG. 4.35 – Cinétiques de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$ FIG. 4.36 – Profils de teneur en eau expérimental et simulé à  $4j 2h 25mn$  de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

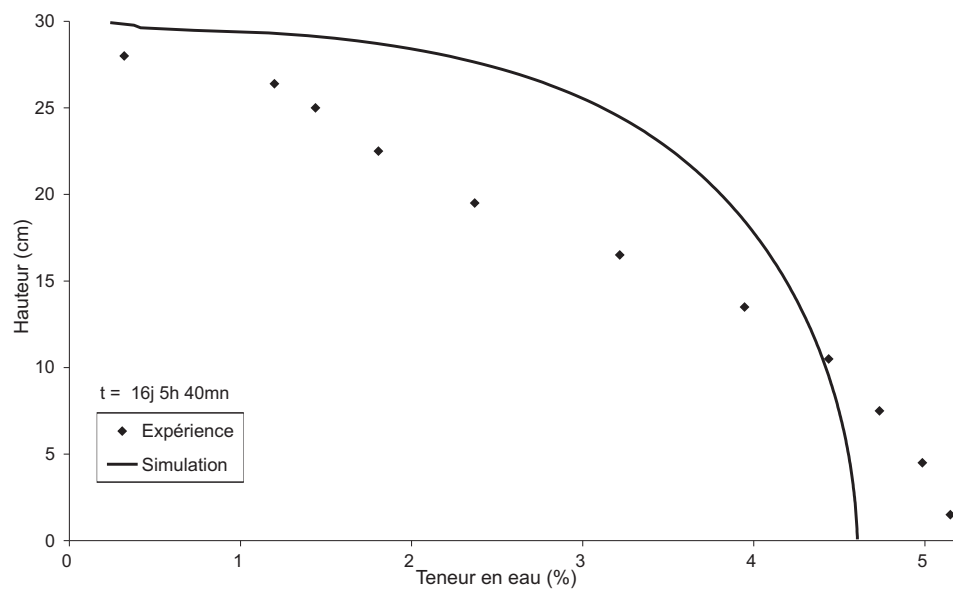


FIG. 4.37 – Profils de teneur en eau expérimental et simulé à  $16j\ 5h\ 40mn$  de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

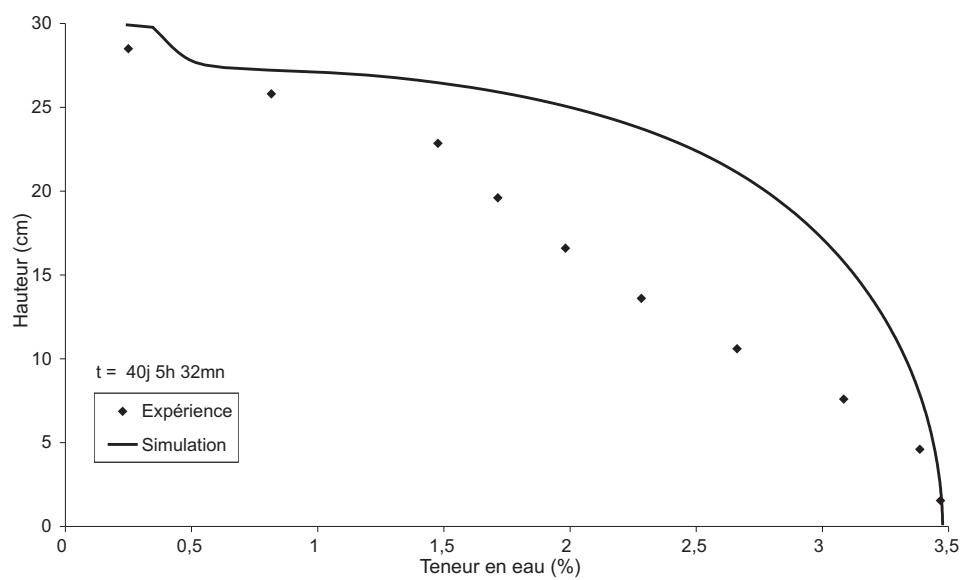


FIG. 4.38 – Profils de teneur en eau expérimental et simulé à  $40j\ 5h\ 32mn$  de séchage avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$



la difficulté de traduire les transferts à partir des données générales tirées de la littérature.

A la surface, pour  $w < w_{res}$  où les transferts s'effectuent en phase gazeuse, le modèle reproduit bien les profils avec, en particulier sur les figures (4.37) et (4.38), une inversion de concavité du profil à la surface qui coïncide avec l'expérience.

#### 4.8.4 Cinétiques et profils simulés de pression de vapeur d'eau lors d'un séchage de sol

Nous présentons sur la figure (4.39), les cinétiques simulées de pression de vapeur moyenne pour deux humidités relatives :  $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$ , lors du séchage d'une colonne de sol. Les deux courbes présentent la même allure. On constate que le pres-

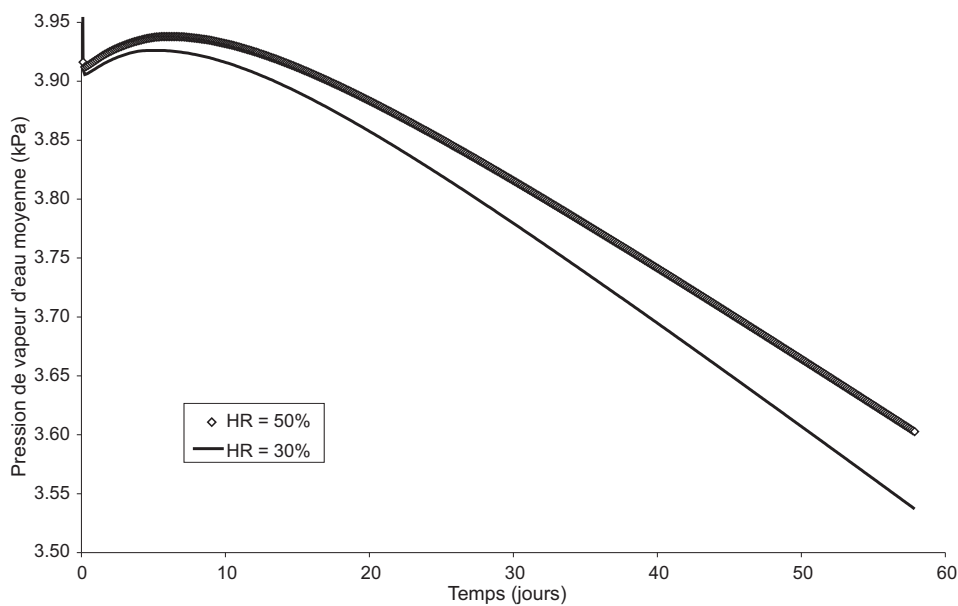


FIG. 4.39 – Cinétiques de pression de vapeur moyennes à la teneur  $w_{initial} = 6\%$  et pour deux humidités relatives :  $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$

sion de vapeur moyenne dans la colonne de sol croît pour atteindre un maximum autour de 6 jours de séchage avant de décroître. La valeur moyenne de la pression partielle de la vapeur dans le sol se situe pour les temps étudiés entre 3,5 et 3,9  $kPa$ , ce qui reste peu éloigné de la pression de vapeur saturante : 4,23  $kPa$ . On constate également qu'à temps égaux, la pression de vapeur moyenne pour  $HR = 30\%$  est plus petite que  $HR = 50\%$ . Le maximum de pression de vapeur moyenne est atteint plutôt lorsque l'humidité relative est plus asséchante (plus faible). Cela suggère des flux de vapeurs plus importants pour  $HR = 30\%$ .

La figure (4.40) montre des profils de pression de vapeur simulés, lors du séchage d'une colonne de sol. On constate une forte variation de la pression partielle de vapeur depuis la base où elle reste voisine de la pression de vapeur saturante à 30 °C : 4,23  $kPa$ , jusqu'à

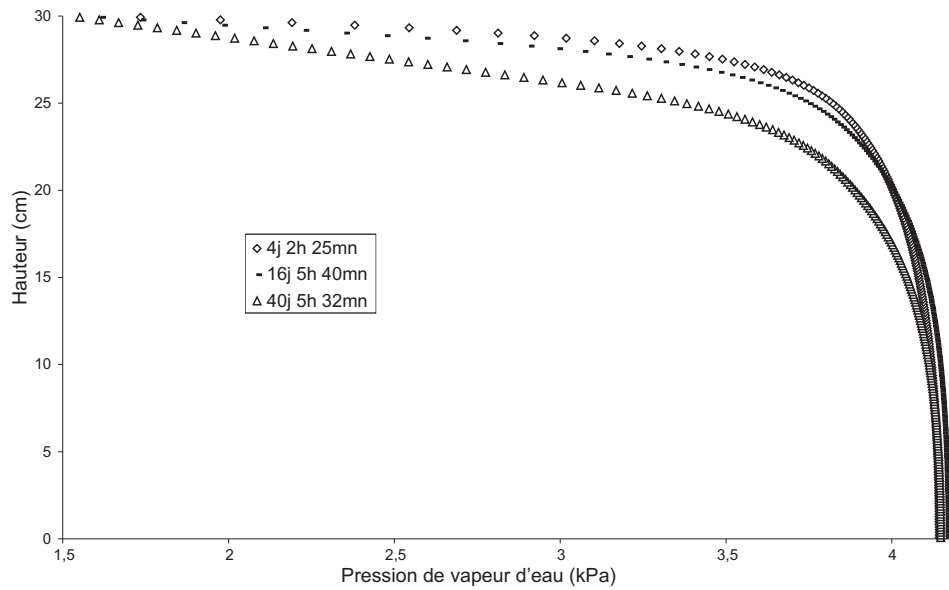


FIG. 4.40 – Profils de pression de vapeur avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

la surface du sol où elle se stabilise à la pression de vapeur imposée par l'air extérieur à  $HR = 50\%$ . Ces courbes montrent que le changement de phase se développe dans une couche d'environ  $10\text{ cm}$  à la surface du sol.

#### 4.8.5 Etudes des mécanismes responsables du séchage : filtration de la phase liquide, diffusion de la vapeur d'eau, changement de phase

Pour analyser, l'importance relative des mécanismes mis en jeu, lors du séchage, on se base sur les flux d'eau liquide et de vapeur d'eau, le taux de changement de phase et les transferts liquides à la limite supérieure.

##### Flux d'eau liquide

Les figures (4.41) et (4.42) représentent le profil du flux d'eau sous forme liquide à différents instants pour  $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$ . On note sur ces figures deux zones : une première zone, sur une altitude de  $25\text{ cm}$ , où les transferts en phase liquide s'accroissent pour atteindre un maximum et une seconde zone, jusqu'à une altitude comprise entre  $25$  et  $30\text{ cm}$  où les transferts diminuent pour s'annuler à l'interface. Sur la figure (4.42), le flux d'eau liquide correspondant à  $4j\ 2h\ 25mn$  est non nul : les transferts liquides imposés par la condition à l'interface (4.26), permettent ce flux d'eau liquide avec l'atmosphère.

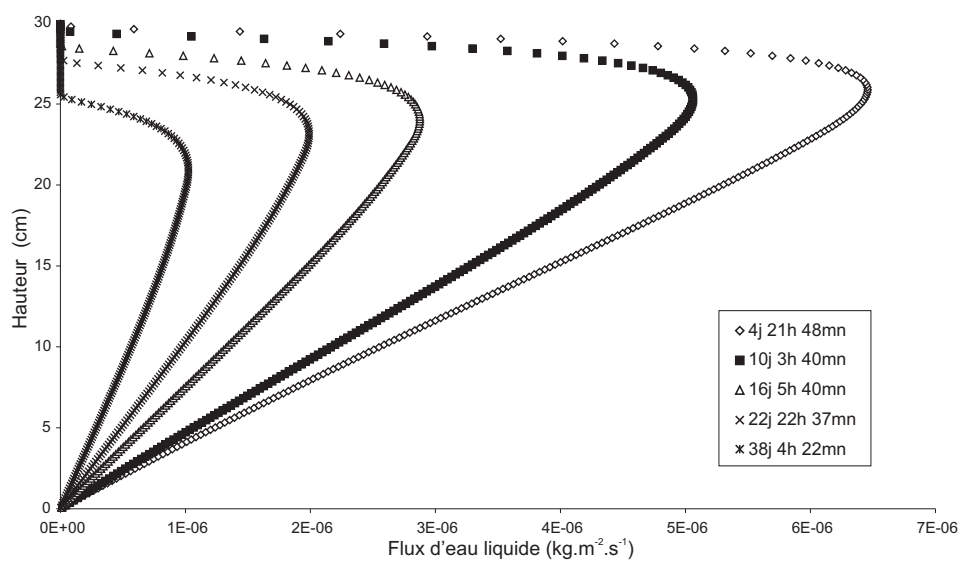


FIG. 4.41 – Profil du flux d'eau liquide pour  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

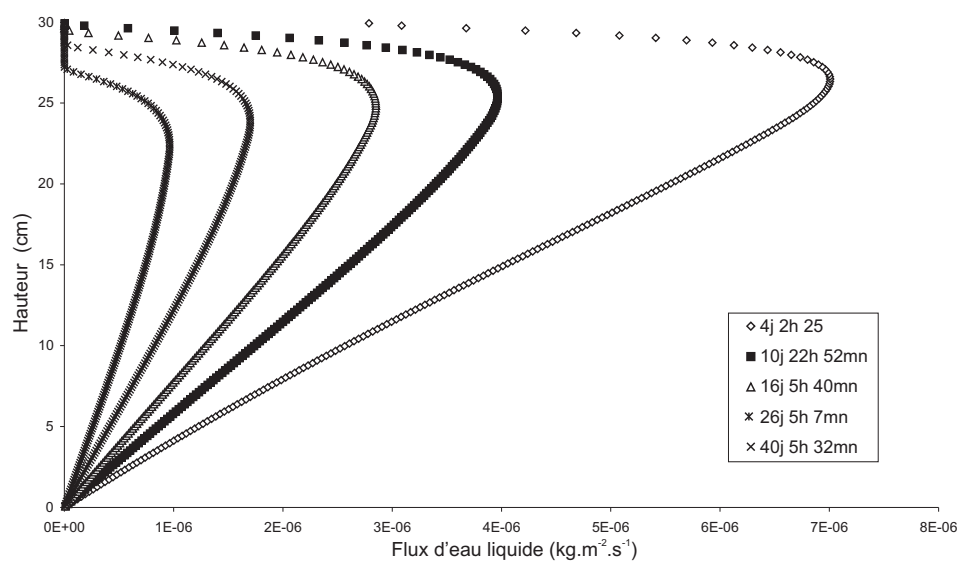


FIG. 4.42 – Profil du flux d'eau liquide pour  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

### Flux de vapeur d'eau

Les figures (4.43) et (4.44) donnent les profils du flux de vapeur d'eau à différents instants pour  $HR = 30\%$  et  $HR = 50\%$ . On peut décomposer ce flux en trois zones.

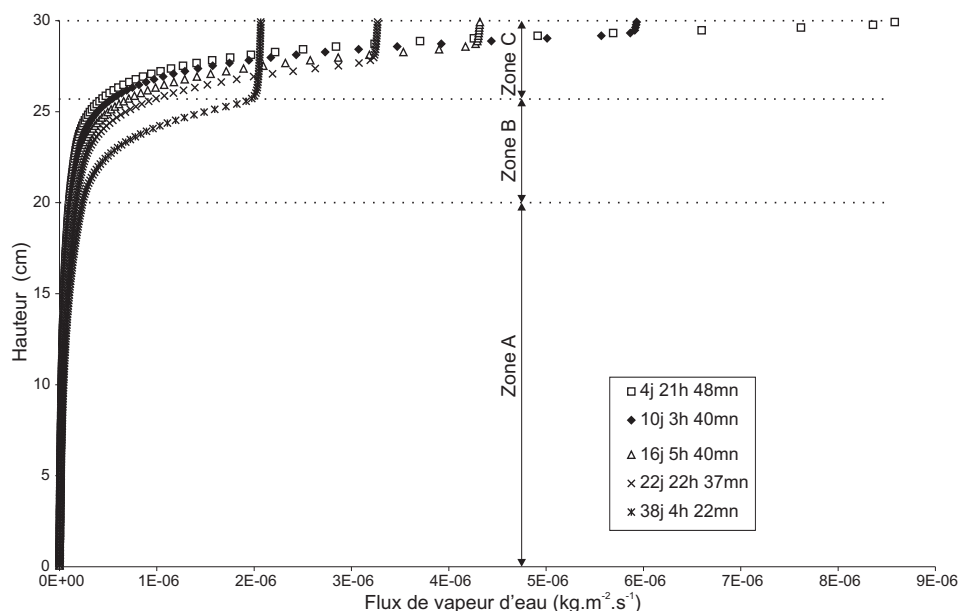


FIG. 4.43 – Profil du flux de vapeur d'eau avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

En partant du bas, on trouve une zone où le flux de vapeur est faible, ceci correspond à la zone où les transferts s'opèrent en phase liquide (zone A). On trouve ensuite une zone où le flux varie fortement avec l'altitude : ceci correspond à la forte variation de la pression de vapeur, constatée sur la figure (4.40), qui active la diffusion (zone B). On trouve au dessus, une zone où le flux de vapeur est constant (zone C).

Ceci indique qu'un gradient de pression de vapeur est établi et se maintient pour évacuer la vapeur vers l'atmosphère.

### Taux de changement de phase

Les figures (4.45) et (4.46) représentent le taux global de changement de phase pour l'ensemble de la colonne de sol à  $30\%$  et  $50\%$  d'humidité de l'air à la limite. On note que cette quantité décroît au cours du temps. Une rupture de la pente apparaît aux temps courts sur les deux figures. Pour  $HR = 30\%$ , cette rupture se produit pour un temps d'environ 4 jours, alors que pour  $HR = 50\%$ , ce temps correspond à 10 jours. D'après les figures (3.5) et (3.6), ceci correspond à des teneurs en eau moyenne de l'ordre de respectivement de  $5\%$  et  $4,5\%$ . Cette anomalie n'est pas expliquée ; elle se situe cependant à des teneurs en eau pour lesquelles les transferts en phase gazeuse sont peu importants relativement aux transferts en phase liquide (Fig. 4.41 et 4.42) et de ce fait semble peu affecter la cinétique globale théorique qui, quant à elle, est bien lissée (Fig. 4.31 et 4.35).

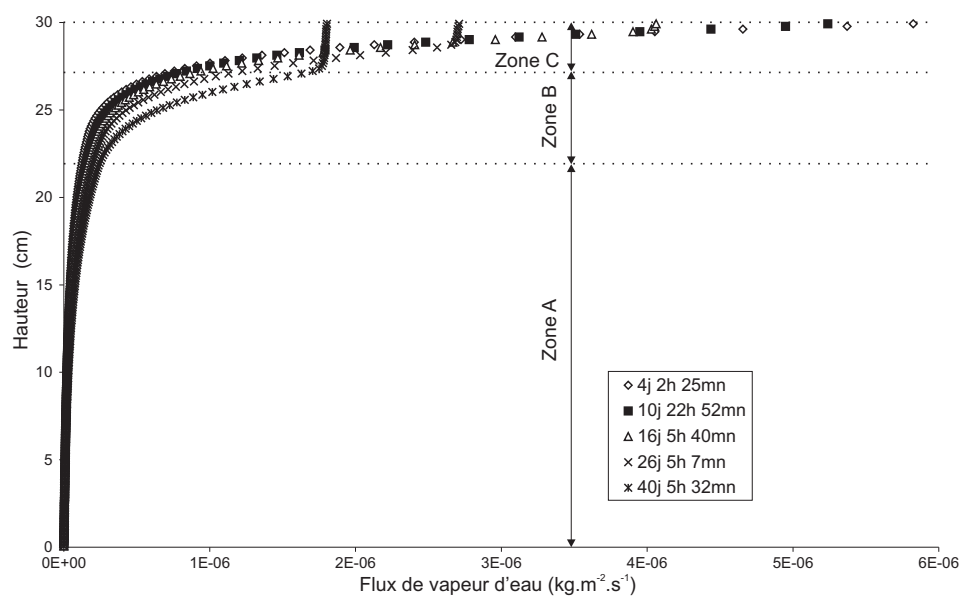


FIG. 4.44 – Profil du flux de vapeur d'eau avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

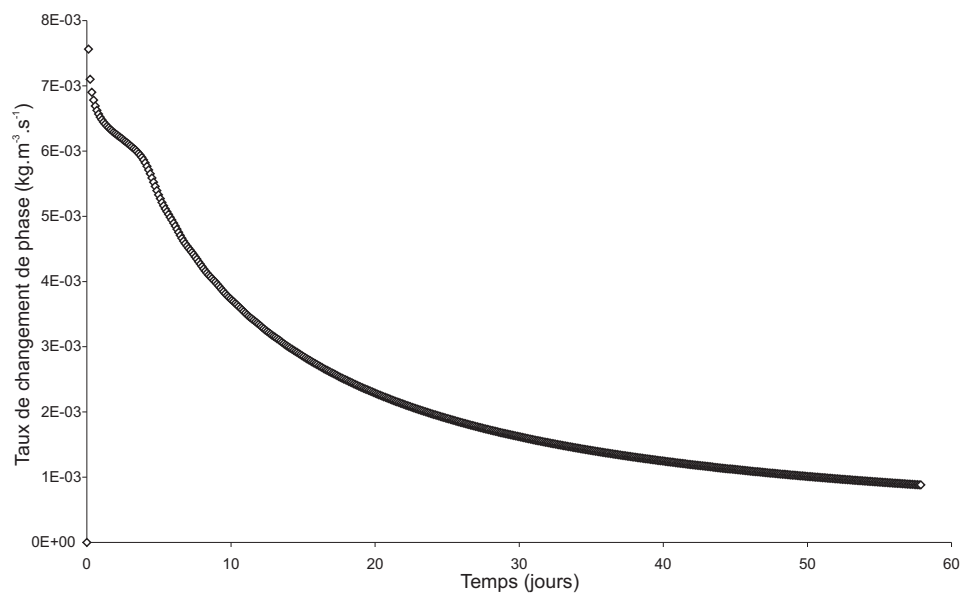


FIG. 4.45 – Cinétique du taux global de changement de phase pour une colonne de sol de 30 cm avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

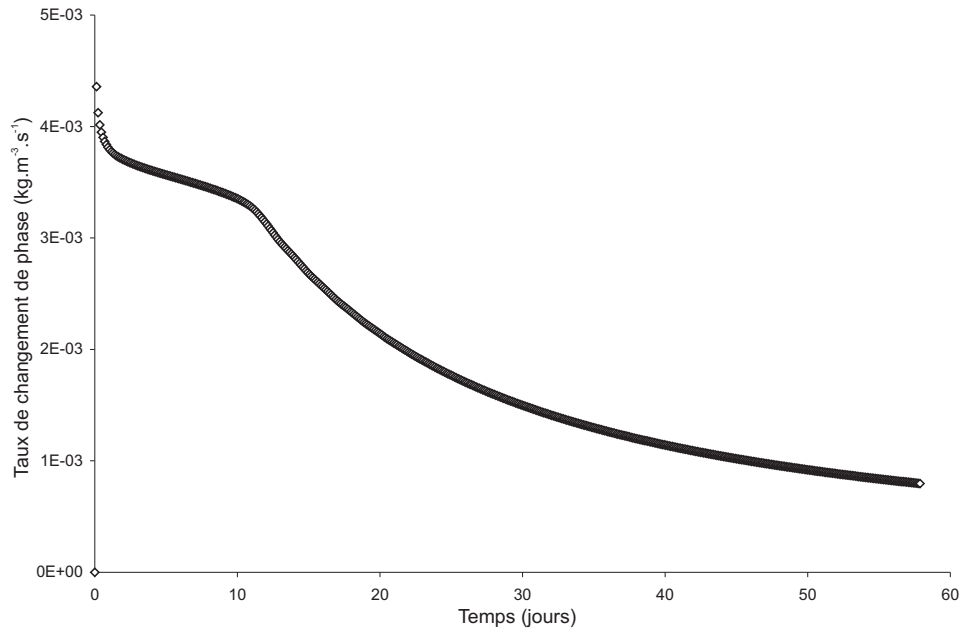


FIG. 4.46 – Cinétique du taux global de changement de phase pour une colonne de sol de 30 cm avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

Les figures (4.47) et (4.48) représentent le profil du taux de changement de phase pour les deux humidités envisagées. Au début ( $t < 10$  jours), on constate une croissance du taux de changement de phase avec la hauteur, puis dans une zone correspondant à la zone B des figures (4.43) et (4.44), on constate que le taux passe par un maximum. Il tend ensuite vers zéro, ce qui indique que la zone superficielle constitue une zone de diffusion, avec un changement de phase réduit.

### Flux d'eau à l'interface sol-air

La figure (4.49) montre les transferts d'eau liquide imposés à l'interface sol-air (section 3.4) pour l'humidité relative 30%. On note sur cette figure que le flux, à l'interface, est plus important les vingt quatre premières heures du séchage ; le flux s'annule pratiquement dès que la teneur en eau de surface est proche de la teneur en eau d'équilibre. A cette teneur, les transferts avec l'atmosphère ne se font plus qu'en phase gazeuse. La figure (4.50) montre une comparaison des flux massiques transférés à la surface du sol et par changement de phase liquide-vapeur dans le volume de sol. Ces courbes montrent que le taux de changement de phase dans le volume est plus important que le flux massique échangé à la surface. Cela signifie que même si le changement de phase n'influence pas beaucoup l'allure des cinétiques et des profils de teneur en eau, il assure la continuité des transferts par le changement d'état liquide-vapeur dans le volume.

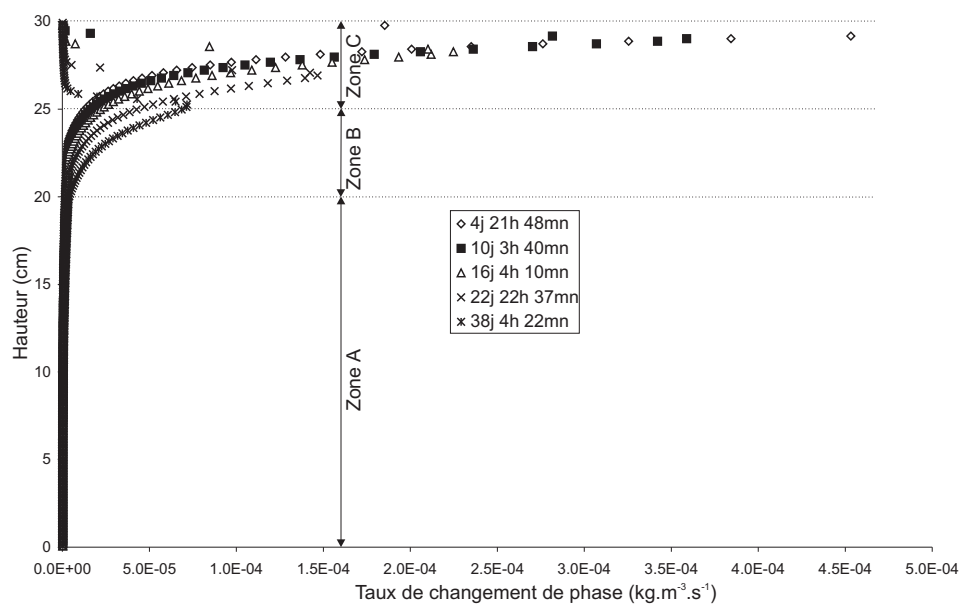


FIG. 4.47 – Profil du taux de changement de phase pour  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

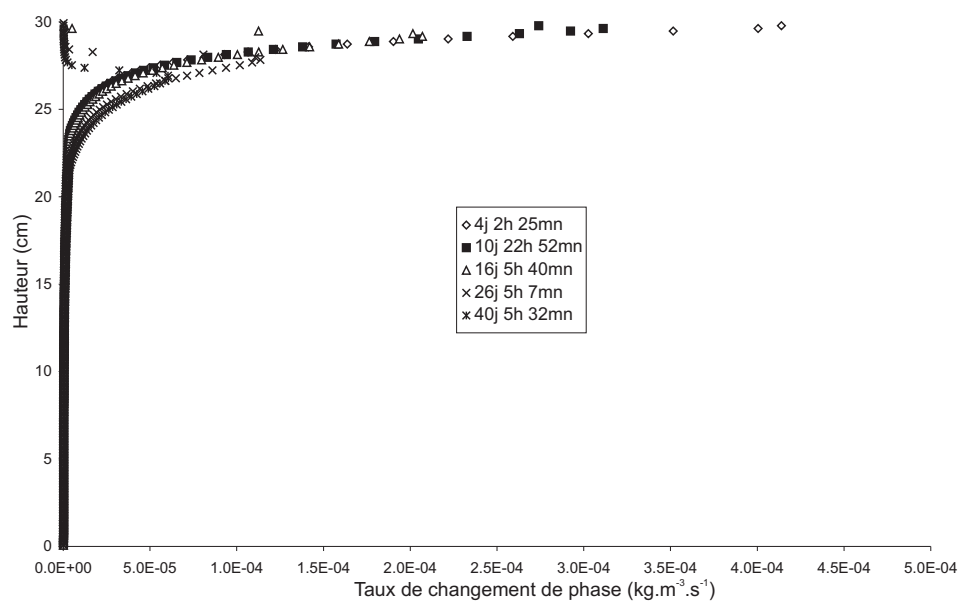


FIG. 4.48 – Profil du taux de changement de phase pour  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 50\%$

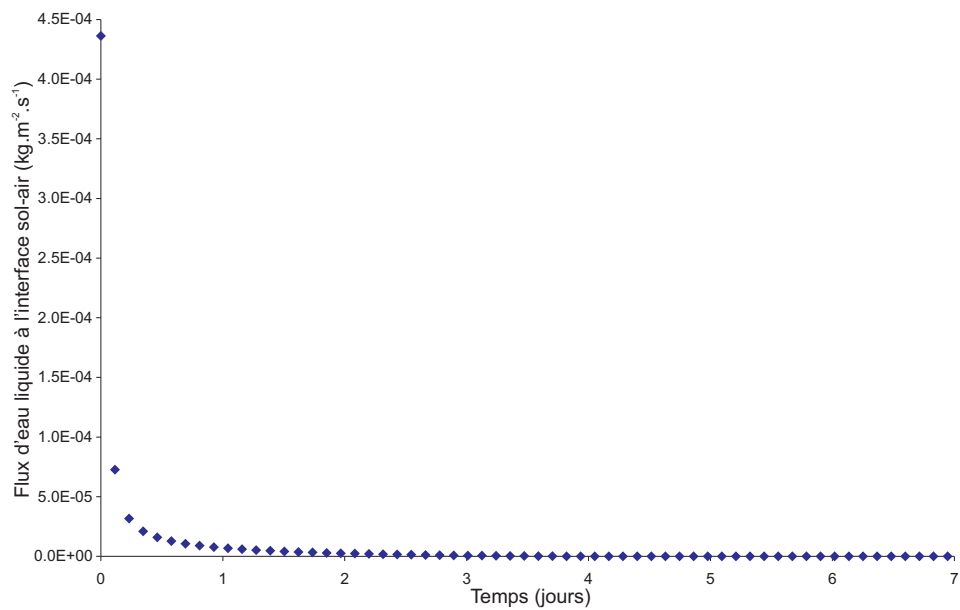


FIG. 4.49 – Cinétique du flux d'eau à l'interface sol-atmosphère avec  $w_{initial} = 6\%$  et  $HR = 30\%$

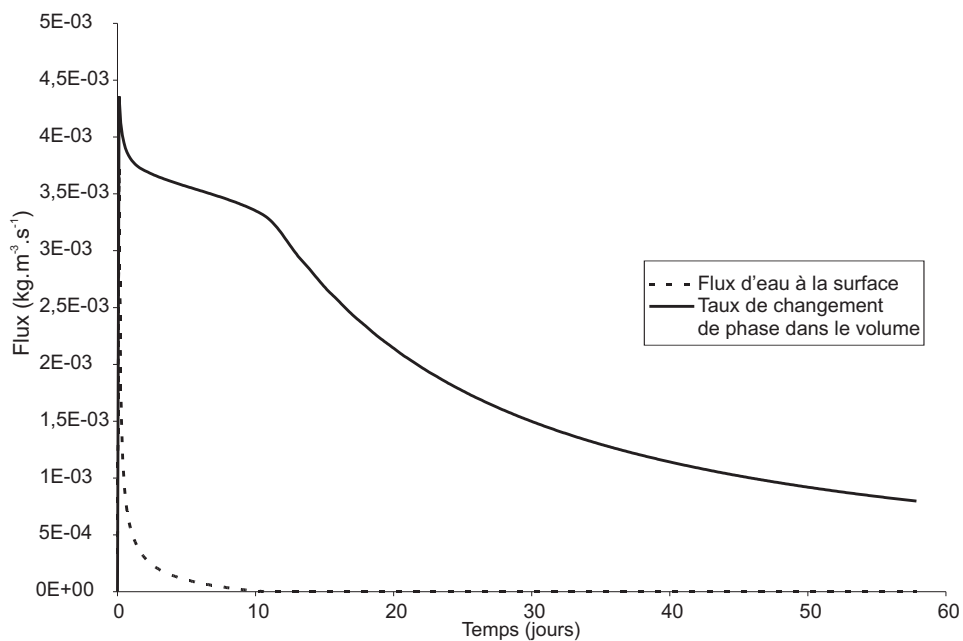


FIG. 4.50 – Comparaison des flux massiques de changement de phase et à la surface



### Description des transferts au voisinage de l'interface

La confrontation des figures (4.47) et (4.48) avec les figures (4.43) et (4.44) permettent de proposer un scénario des phénomènes mis en jeu :

- l'eau se déplace par filtration dans la zone A,
- dans la zone B, se développent les phénomènes de changement de phase et de diffusion,
- dans la zone C, le changement de phase est ralenti car le coefficient de changement de phase tend vers zéro avec la teneur en eau ; cette zone est le siège d'une diffusion de la vapeur qui évacue l'eau vers l'atmosphère.

### 4.8.6 Comparaison des flux théoriques et expérimentaux à la surface

Si on considère une couche de sol de 30 cm d'épaisseur et si l'on note  $\bar{w}$ , la teneur en eau moyenne de la couche et  $\Phi_e$ , le flux d'eau à la surface du sol (Fig. 4.51). On a la relation :

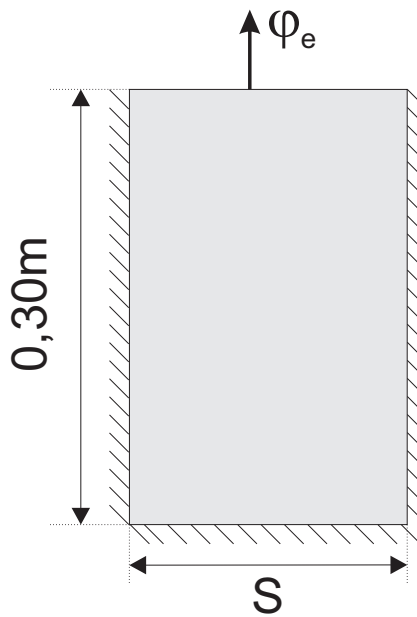


FIG. 4.51 – Schématisation du flux de vapeur échangé avec l'atmosphère

$$\frac{dM_e}{dt} = h S \rho_s \frac{d\bar{w}}{dt} = \Phi_e S \quad (4.59)$$

La condition (3.7) a été utilisée, mais elle n'a d'effet que dans les premières heures du séchage. Au delà, la condition imposée, qui assure le transfert d'eau avec l'atmosphère, est donnée par la relation (4.27) :

$$P_v^* = HR \times P_{vs}(T)$$

La relation (4.59) peut être utilisée pour compléter la validation du modèle. Le flux  $\varphi_e$  est déduit des profils des figures (4.43) et (4.44), c'est la valeur du flux pour  $z = 30 \text{ cm}$ . La dérivée de  $w$ ,  $d\bar{w}/dt$  peut être déduite des cinétiques expérimentales des figures (3.5) et (3.6).

La figure (4.52) représente le flux à la surface en fonction du temps pour les deux humidités relatives, calculé à partir des profils et des cinétiques. Ces figures montrent,

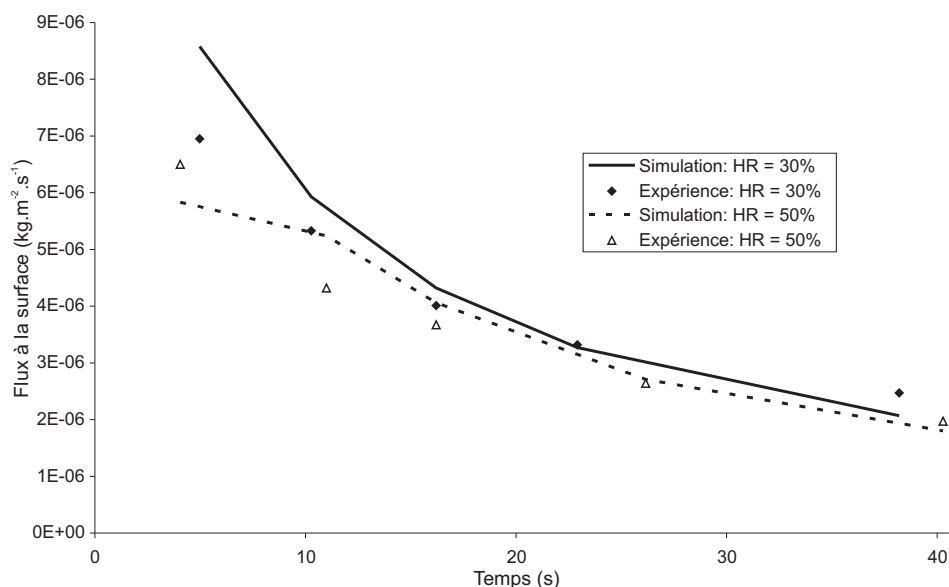


FIG. 4.52 – Flux d'eau à la surface du sol

comme on s'y attendait, que les flux d'eau pour  $HR = 30\%$  sont supérieurs aux flux d'eau pour  $HR = 50\%$ .

On constate enfin que ces flux sont voisins. Cette constatation valide les calculs numériques de l'étude.

## Conclusion

Un modèle de transfert de l'eau dans un sol a été présenté dans ce chapitre. Ce modèle nécessite la connaissance des paramètres physiques caractérisant ce sol. Certains de ces paramètres ont été déterminés expérimentalement et d'autres ont été tirés de la littérature. L'étude de ces paramètres a été l'objet du chapitre (2).

Une simulation numérique du modèle a ensuite été présentée et les résultats confrontés aux résultats issus de l'étude expérimentale du séchage des colonnes de sol. Des écarts entre les résultats de la simulation et de l'expérience ont été observés. Pour cela une étude de sensibilité a été entreprise. Cette étude a montré l'influence des paramètres du sol sur le séchage. L'étude de sensibilité a aussi permis de retenir les valeurs optimales, pour les paramètres issus de la littérature, qui approximent au mieux les résultats expérimentaux.

Nous avons aussi fait une confrontation des résultats simulés avec une autre expérience à  $HR = 50\%$ . Les résultats, malgré quelques écarts, reproduisent les allures des courbes expérimentales avec un bon accord.

Nous avons enfin étudié les mécanismes qui gouvernent les transferts dans les sols : filtration de l'eau liquide, diffusion de la vapeur d'eau, le changement de phase et les transferts à l'interface. Cette étude a permis de proposer un scénario des mécanismes mis en jeu lors du séchage. La comparaison des flux de vapeurs d'eau à la surface des colonnes de sol issus de la simulation et des flux d'eau déduits des cinétiques expérimentales a montré de bons accords, validant de ce fait la simulation numérique.

Nous avons observé que le changement de phase influence peu les cinétiques et les profils de teneur en eau. Une des hypothèses des études de transferts dans les sols, était entre autres, de considérer le changement de phase comme un phénomène limitant les transferts. Ceci ne semble pas être le cas pour le sol de Nasso, où l'effet du changement de phase n'est visible que dans les couches superficielles où les transferts gazeux sont prépondérants. Ce constat semble être la conséquence du caractère très peu hygroscopique du sol de Nasso. On notera cependant que la prise en compte du phénomène de changement de phase est indispensable pour modéliser les transferts au voisinage de la surface.

# Conclusion générale et perspectives

Rappelons l'objectif principal de cette étude : analyser et modéliser les transferts d'eau au voisinage de l'interface sol-atmosphère dans le cas des sols à faible teneur en eau. Les sols relativement secs diffèrent notablement des sols humides pour ce qui concerne à la fois la liaison de l'eau à la phase solide et les mécanismes de transport d'eau ; au transport classique en phase liquide se superpose un transfert par diffusion sous forme de vapeur d'eau alimenté par l'évaporation de l'eau dans les pores.

Il apparaît que la fonction thermodynamique clé, qui donne une unité à la description des trois phénomènes mis en jeu est le potentiel chimique de l'eau. L'activation du modèle passe par la mesure des coefficients qui apparaissent au niveau de l'équilibre thermodynamique et des lois de transfert de matière. Une des caractéristiques des sols est la très grande variation de leur composition, de leur morphologie, de leur texture, de leur structure ; de sorte qu'il n'existe pas pour l'instant de méthodes simples pour déterminer leurs propriétés. Les recours à la bibliographie et à l'expérience se sont révélés indispensables. Les valeurs déduites de la bibliographie ne peuvent qu'être approximatives. Dans le cas de la filtration de l'eau liquide, par exemple, il existe une grande incertitude liée au fait que les relations établies dans la bibliographie concernent des teneurs en eau plus élevées que celles explorées ici. Il en résulte que l'exposant qui intervient dans la perméabilité relative, pris généralement égal à 3, a dû être modifié. En ce qui concerne le changement de phase, les expériences effectuées pour le sol de Nasso confirment les expériences effectuées sur un limon de l'Hérault. Malgré ces remarques, les expressions proposées peuvent être considérées comme une bonne base de départ pour activer un modèle.

Les études sur une colonne de sol avaient pour objectif de représenter la partie du sol située juste au dessous de l'interface sol-atmosphère. Mis à part le compactage du sol, qui s'est révélé délicat pour la compacité choisie, les techniques expérimentales ont été très bien maîtrisées. Les résultats sont cohérents et donnent des profils de teneur en eau qui semblent bien représentatifs de ce qui se passe à l'interface. Certains résultats ont été utilisés pour valider le modèle.

La phase de passage du modèle physique au modèle mathématique présentait des difficultés quant à la convergence et à la représentativité des résultats. Une attention particulière a été apportée sur ce point et des méthodes de discrétisation ont été testées.

Dans un souci de clarté, la confrontation entre expérience et théorie a adopté la démarche suivante :

- simulation avec les paramètres directement issus de la bibliographie et de l'expérience ;

- étude de sensibilité aux paramètres du modèle ;
- modification des paramètres les plus sensibles pour se rapprocher de l'expérience.

Il apparaît que la simulation est très sensible aux paramètres relatifs au transport en phase liquide. Rappelons qu'ils sont issus d'études bibliographiques qui concernent des teneurs en eau plus élevées. Si le modèle décrit bien la valeur moyenne de la teneur en eau, en revanche, il est mis en défaut au niveau des profils avec toutefois des valeurs très acceptables à la base de la colonne et à la surface du sol.

L'analyse des flux d'eau permet une description cohérente des transferts au voisinage de l'interface. Au dessous d'environ 25 *cm*, le transfert d'eau s'opère en phase liquide alors qu'au dessus, on voit apparaître le changement de phase et le transfert en phase vapeur par diffusion. Ces valeurs sont évidemment valables pour le sol considéré en absence de mouvement de l'atmosphère. La connaissance parfaite de l'amplitude de cette zone et des coefficients qui la caractérisent pourra conduire à des procédés pour conserver le maximum d'eau dans le sol.

Au delà du problème étudié, ici l'approche thermodynamique présentée permet d'aborder d'autres problèmes liés à la science du sol tels que l'alimentation et la respiration racinaire. On peut également envisager d'utiliser le modèle pour analyser des problèmes environnementaux et tels que la pollution et la dépollution des sols.

A l'issue de cette étude, nous sommes conscients des progrès à réaliser au niveau de l'évaluation des coefficients du modèle. Il semblerait que l'effort le plus important doive concerner l'étude des transferts en phase liquide aux faibles teneurs en eau. Cette étude pourrait s'effectuer sur des colonnes de sol sur lesquelles on aurait préalablement créé un gradient de teneur en eau. Pour bloquer les transferts gazeux, il conviendra de les placer dans une atmosphère fermée. On pourrait alors en déterminant l'évolution des profils de teneur en eau, en utilisant la même technique que celle utilisée ici, étudier les deux paramètres clés : l'exposant  $\lambda$  intervenant dans la perméabilité relative et la teneur en eau résiduelle.

L'outil théorique développé ici doit être complété par des expériences *in situ*. Il serait alors possible d'introduire dans le modèle les mesures de surface comme les conditions à la limite. Des sondages pourraient permettre de confronter les profils de teneur en eau aux simulations numériques. De plus, on dispose pour un limon prélevé dans l'Hérault de l'ensemble des coefficients du modèle. Une confrontation entre le sol de Nasso et le limon de l'Hérault placés dans les mêmes conditions apporterait certainement des éléments nouveaux. Les deux sols diffèrent par le taux de matière organique et le pourcentage d'argile. La présence de ces deux composants dans le sol entraîne une modification importante du potentiel chimique de l'eau à la même teneur en eau. L'analyse des transferts à l'interface donnerait des informations quantitatives importantes sur l'influence de ces deux composants.

Comme on l'a vu précédemment, le changement de phase de l'eau se développe dans une couche très mince. Il serait intéressant de confronter ce résultat aux connaissances traditionnelles. On pourrait alors rechercher, en fonction des conditions climatiques, les meilleurs procédés pour maintenir l'eau. De plus, la simulation des techniques tradition-

nelles (cordons pierreux, "zaï"<sup>1</sup>, "demi-lune"<sup>2</sup>...), donneraient des informations quantitatives pour optimiser les procédés.

---

<sup>1</sup>Au Sahel, le "zaï" est un système traditionnel de réhabilitation de la productivité des terres pauvres et encroûtées qui consiste à creuser manuellement des trous pour y concentrer les eaux de ruissellement et les matières organiques (Barro et al., 2005)

<sup>2</sup>Ce sont des ouvrages (trous larges) en forme de demi cercle (d'où leur nom) creusés perpendiculairement à la pente. Ils sont le plus souvent placés sur des pentes douces (<3%), pour faciliter l'infiltration des eaux et rendre le sol plus meuble en enlevant la partie dure (croûte). Le sol ainsi enlevé est mis en bordure de l'ouvrage et permet aussi de freiner l'érosion hydrique.



# Bibliographie

- Aid Saadi, L. : 2003, *Méthodologie de contrôle de l'homogénéité et de la perméabilité des barrières argileuses*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Andrieu, J., Stamatopoulos, A. et Zafiroopoulos, M. : 1985, Equation for filling desorption isotherm of durum wheat pasta, *Journal of food technology* **20**, 651–658.
- Angellier, N. : 2004, *Mise en évidence de l'effet des biofilms sur le changement de phase de l'eau en milieu poreux*, Master's thesis, Université Montpellier 2.
- Anoua, M. : 1986, *Reconnaissance de coefficients de transferts en milieux poreux : diffusion (bois) et conduction (sol)*., Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Anoua, M., Jaillard, B., Ruiz, T., Bénét, J. C. et Cousin, B. : 1997, Couplage entre transfert de matière et réactions chimiques dans un sol, partie 2 : application à la modélisation des transferts de matière dans la rhizosphère, *Entropie* **33**, 13–24.
- Augier, F. : 1999, *Transport d'eau et d'acide en milieu complexe - Application au séchage de la fève de cacao*., Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Auriault, J.-L. et Lewandowska, J. : 1997, Effective diffusion coefficient : from homogenization to experiment, *Transport in Porous Media* **27**, 205–223.
- Barro, A., Zougmore, R. et Taonda, J.-B. S. : 2005, Mécanisation de la technique du zaï manuelle en zone semi-aride, *Cahiers Agricultures* **14**, n<sup>o</sup> 6(6), 549–559.
- Baver, L. D., Gardner, W. H. et Gardner, W. R. : 1972, *Soil Physics*, John Wiley and Sons, New York.
- Bénét, J. C. : 1981, *Contribution à l'étude thermodynamique des milieux poreux non saturés avec changement de phase*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Bénét, J. C. et Jouanna, P. : 1982, Phenomenological relation of phase change of water in a porous media : experimental verification and measurement of the phenomenological coefficient, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **31** (11), 1747–1754.



- Bizot, H. : 1983, Using the GAB model to construct sorption isotherms in physical properties of foods, *Applied Sciences Publisher* p. 43.
- Bolt, G. H. et Miller, R. D. : 1958, Calculation of total component potentials of water in soil, *Transactions American Geophysical Union* **39** (5), 917–928.
- Bosch, J. : 2005, *Transfert électro-osmotique en milieu poreux déformable - Application au gel d'agar-agar*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Bowen, R. M. : 1982, Compressible porous media models by use of the theory of mixtures, *International Journal of Engineering Science* **20**, 697–735.
- Brooks, R. et Corey, A. : 1964, *Hydraulic properties of porous medium*, Hydrology Papers.
- Caquot, A. et Kerisel, J. : 1966, *Traité de mécanique des sols*, Gauthier-Villars.
- Chammari, A. : 2002, *Transfert gazeux dans les sols avec changement de phase. Application à quelques aspects de géotechnique environnementale*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier II.
- Chammari, A., Naon, B., Cherblanc, F. et Bénét, J.-C. : 2003, Transfert d'eau en sol aride avec changement de phase, *C. R. Mécanique* **331**, 759–765.
- Chapuis, P. : 2004, Predicting the saturated hydraulic conductivity of sand and gravel using effective diameter and void ratio, *Canadian Geotechnical Journal* **41**, 787–795.
- Chapuis, R. P. et Aubertin, M. : 2003, On the use of kozeny-carman equation to predict the hydraulic conductivity of soils, *Can. Geotech. J.* **40**, 616–628.
- Chen, C. et Morey, R. : 1989, Comparison of four EMC/ERH equations, *Transaction of the american society for agricultural* **32**, 983–1006.
- Coirier, J. : 2001, *Mécanique des milieux continus*, Dunod.
- Corey, A. T. et Kemper, W. D. : 1961, Concept of total potentiel in water and its limitations, *Soil Sci.* **91**(5), 299–302.
- Corey, A. T. et Klute, A. : 1985, Application of the potential concept to soil water equilibrium and transport, *American Journal of Soil Science Society* **49** (3), 3–11.
- Dagan, G. : 1989, *Flow and transport in porous formations*, Springer-Verlag, New-York, NY.
- de Groot, S. R. : 1969, *Non equilibrium thermodynamics*, North Holland Publishing Company, Amsterdam.
- de Vries, D. A. et Kruger, A. J. : 1967, On the value of the diffusion coefficient of water vapor in air, *Col. Int. du CNRS n°160 : Phénomènes de transport avec changement de phase dans les milieux poreux ou colloïdaux* **Paris 18-20 Avril**, 61–72.

- Del Rio, J. A. et Whitaker, S. : 2001, Electrodynamics in porous media, *Transport in Porous Media* **44**, 385–405.
- Delage, P. et Cui, Y.-J. : 2000, L'eau dans les sols non saturés, *Techniques de l'Ingénieur* **C301-20**.
- Fleureau, J. et Taibi, S. : 1995, *Water-air permeabilities of unsaturated soils*, Vol. 2, Proc. 1st Int. Conf. on Unsaturated Soils (UNSAT 95), Paris, France.
- Fras, G. et Bénét, J.-C. : 1994, Physical approach to averaging theorems on phase interfaces in a dispersed multiphase medium, *Transport in Porous Media* **15**, 209–227.
- Fredlund, D. et Rahardjo, H. : 1993, *Soil mechanics for unsaturated soils*.
- Fredlund, D. et Xing, A. : 1994, Equations for the soil water characteristic curve, *Canadian Geotechnical Journal* **31**, 521–532.
- Fredlund, M., Fredlund, D. et Wilson, G. : 1997, Prediction of the soil-water characteristic curve from grain-size distribution and volume-mass properties, *3rd Brazilian Symposium on Unsaturated soils*, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 1–12.
- Gardner, W. : 1958, Some steady state solutions of unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from water table, *Soil Science* **vol. 85**, 228–232.
- Gasparoux, J. : 2003, *Changement de phase liquide-vapeur de l'eau dans un sol. étude expérimentale loin de l'équilibre.*, Master's thesis, Université Montpellier 2.
- Gelhar, L. et Axness, C. L. : 1983, Three dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers, *Water Resources Research* **19**, 161–180.
- Gobat, J., Aragno, M. et Matthey, W. : 2003, *Le sol vivant*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- Guggenheim, E. A. : 1965, *Thermodynamique*, Dunod, Paris.
- Huang, S., Barbour, S. et Fredlund, D. : 1998, Development and verification of a coefficient of permeability function for a deformable unsaturated soil, *Canadian Geotechnical Journal* **35**, 411–425.
- Hulin, M., Hulin, N. et Veyssié, M. : 1994, *Thermodynamique*, Dunod, Paris.
- Jamin, F. : 2003, *Contribution à l'étude du transport de matière et de la rhéologie dans les sols non saturés à différentes températures*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier II.
- Jannot, Y. : 2003, Isothermes de sorption : modèle et détermination, *Technical report*. Cours, 2003.

- Kabore, V. S. : 1994, *Amélioration de la production végétale des sols dégradés (zipellés) du Burkina Faso par la techniques des poquets("Zai")*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, EPFL.
- Lambe, T. et Whitman, S. : 1969, *Soil mechanics*.
- Larive, E. : 2002, *Etude expérimentale des roches à très faible perméabilité par la mise en œuvre d'un perméamètre de précision*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier II.
- Lozano, A.-L. : 2007, *Etude expérimentale du changement de phase liquide/gaz dans un sol hygroscopique. Evaporation et condensation de l'eau. Dissolution du CO<sub>2</sub>*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Marshall, T. J., Holmes, J. W. et Rose, C. W. : 1996, *Soil physics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Massard, P. : 1977, Approche thermodynamique des phénomènes de dissolution : Aspect cinétique en système fermé et comparaison système ouvert-système fermé dans le cas de l'albite, *Bul. de la Soc. Française de Minéralogie* **104**, 25–35.
- Mignard, E. : 1984, *Contribution à l'étude des transferts en milieux poreux par la thermodynamique du non équilibre - cas de la dissolution des gaz dans les sols*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, INSA Toulouse.
- Mignard, E. et Bénét, J. C. : 1986, Vérification expérimentale de la relation phénoménologique de dissolution d'un gaz dans l'eau d'un milieu poreux non saturé - modèle de relation entre la phase gazeuse et la solution dans un sol non saturé, *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II b*.
- Mihoubi, D. : 2004, *Déshydratation d'argiles par compression et séchage. Aspects de modélisation et de simulation.*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université de Pau et des pays de l'Adour.
- Moldrup, P., Olesen, T., Gamst, J., Schjønning, P., Yamaguchi, T. et Rolston, D. : 2000, Predicting the gas diffusion coefficient in repacked soil : Water-induced linear reduction model, *Soil Sci. Soc. Am. J.* **64**, 1588–1594.
- Moldrup, P., Olesen, T., Komatsu, T., Schjønning, P. et Rolston, D. : 2001, Tortuosity, diffusivity, and permeability in the soil liquid and gaseous phases, *Soil Sci. Soc. Am. J.* **65**, 613–623.
- Moldrup, P., Olesen, T., Schjønning, P., Yamaguchi, T. et Rolston, D. : 2000, Predicting the gas diffusion coefficient in undisturbed soil from soil water characteristics, *Soil Sci. Soc. Am. J.* **64**, 94–100.
- Moyne, C. et Murad, M. : 2003, Macroscopic behavior of swelling porous media derivated from micromechanical analysis, *Transport in Porus Media* **50**, 127–151.

- Mrani, I. : 1993, *Transport de matière en milieu biconstituant élastique, application au séchage du gel d'agar*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Mulder, M. : 1991, *Membrane technology*, Kluwer Academic Publishers.
- Musy, A. et Soutter, M. : 1991, *Physique du sol*, Gérer l'environnement, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- Nitao, J. J. et Bear, J. : 1996, Potentials and their role in transport in porous media, *Water Resources Research* **32** (2), 225–250.
- Ouédraogo, F., Lozano, A.-L., Cherblanc, F. et Bénét, J.-C. : 2007, Utilisation des potentiels chimiques en mécanique des milieux complexes. cas du transport de matière sous contraintes en milieu biphasique, élastique, hygroscopique., *18e Congrès Français de Mécanique, Grenoble, Grenoble*.
- Philip, J. R. et de Vries, A. D. : 1957, Moisture movement in porous materials under temperature gradient, *Trans. Am. Geophys. Un.* **38**, 222–232.
- Pieri, C. : 1989, *Fertilité des terres de savane. Bilan de trente ans de recherche et de développement agricole au sud du Sahara.*, Paris : Ministère de la coopération et du développement ; CIRAD, France.
- Pillard, D. : 1997, *Evolution des propriétés hydriques et rhéologiques d'un gel d'alumine au cours d'un processus de séchage isotherme*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Ponsart, G. : 2002, *Caractérisation expérimentale d'un matériau alimentaire et modélisation des contraintes au cours du séchage. Application aux pâtes spaghetti*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Ecole Nationale des Industries Agricoles et Alimentaires.
- Press, W., Teukolsky, S. et Vetterling, W. : 1992, *Numerical Recipes in C. The art of scientific computing*, Cambridge University Press.
- Prigogine, I. et Mazur, P. : 1951, Sur deux formulations de l'hydrodynamique et le problème de l'hélium liquide II, *Physica* **17**(7), 661–679.
- Quintard, M. et Whitaker, S. : 1994, Transport in ordered and disordered porous media II : Generalized volume averaging, *Transport in porous media* **14** (2), 179–206.
- Romero, E. : 1999, *Characterisation and thermo-hydro-mechanical behaviour of unsaturated boom clay : experimental study*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Ruiz, T. : 1998, *Éléments de modélisation et contribution expérimentale à l'étude du transport réactif dans un sol non saturé*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.

- Ruiz, T. et Bénet, J. : 1998, Potentiels de transport d'une solution diluée en milieu poreux, *C. R. Acad. Sci. Paris Série II b.* **326 (7)**, 415–421.
- Ruiz, T. et Bénet, J. C. : 2001, Phase change in a heterogeneous medium : comparison between the vaporization of water and heptane in an unsaturated soil at two temperatures, *Transport in Porous Media* **44**, 337–353.
- Saix, C. : 1987, *Contribution à l'étude des sols non saturés en température : application à l'exploitation thermique du sous-sol*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Salager, S. : 2007, *Etude de la rétention d'eau et de la consolidation de sols dans un cadre thermo-hydro-mécanique*, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Montpellier 2.
- Scanlon, R. B., Nicot, J.-P. et Massman, J. M. : 1999, *Soil gas movement in unsaturated systems*, summer, m. e. édition, CRC Press, pp. A277–A319.
- Taylor, D. W. : 1948, *Fundamentals of soil mechanics*.
- Troeh, F. R., Jabro, J. D. et Kirkham, D. : 1982, Gaseous diffusion equations for porous materials, *Geoderma* **27**, 239–253.
- Truesdell, C. et Toupin, R. : 1960, *The classical field theories - handbuch der physik*, Vol. Band III/1, Springer-Verlag, Berlin.
- Vidal, C., Dewel, G. et Boreckmans, P. : 1994, *Au-delà de l'équilibre*, Hermann.
- Whitaker, S. : 1999, The method of volume averaging, *Kluwer Academic Publishers* **13**.
- Williams, P. : 1982, *The surface of the earth : an introduction to geotechnical science.*, Longman Inc., New York.

# Annexes



# Annexe 1 : Transport isotherme d'une solution idéale et d'un solvant en milieu poreux

## Transport isotherme d'une solution idéale en milieu poreux

On se propose d'analyser l'hydrodynamique d'une phase liquide contenant des espèces chimiques en solution (Ruiz et Bénét, 1998).

La généralisation du concept de potentiel de transport au cas d'une solution aqueuse proposée par Bolt et Miller (1958) a fait l'objet de critiques de la part de Corey et Kemper (1961), puis de Corey et Klute (1985). Ces auteurs font remarquer que les phénomènes regroupés au même niveau dans un potentiel total sont de natures différentes : potentiel gravitaire, de pression et capillaire sont associés au mouvement de la solution alors que le potentiel osmotique rend compte de la diffusion du constituant eau. Récemment, Nitao et Bear (1996) remarquent que la loi de Darcy continue à être écrite en terme de potentiel total sans "justification théorique"; d'après ces auteurs, le problème est en partie dû au manque de distinction entre le flux de diffusion du constituant eau et le flux de filtration de la phase liquide. Le concept de potentiel total est encore utilisé dans des ouvrages récents pour décrire le mouvement de la phase liquide (Marshall et al., 1996).

Parallèlement aux travaux sur les sols, les approches expérimentales du transport d'eau dans les membranes introduisent un coefficient appelé coefficient de Staverman pour pondérer le gradient de pression osmotique (Mulder, 1991). Les mesures de ce coefficient montrent qu'il est compris entre 0 et 1 pour les solutions non électrolytiques. Vidal et al. (1994) donne une justification théorique de ce coefficient à partir de la TPI linéaire; ce coefficient serait dû aux termes de couplage introduit par cette théorie. Nous allons montrer ici que ce coefficient peut se déduire des coefficients propres.

L'objet de cette annexe est de montrer que l'utilisation des potentiels chimiques du constituant eau et des solutés et la distinction entre le solvant (eau) et la solution permettent, en utilisant la TPI linéaire, de clarifier les lois régissant le transport des différents constituants d'une solution dans un milieu poreux. Le système considéré est un milieu



poreux isotrope et indéformable dont les vides sont occupés par une phase liquide et une phase gazeuse. On admettra les hypothèses suivantes :

- la phase liquide est dans un état capillaire; ce qui suppose l'existence d'interface liquide/gaz;
- la température est uniforme et constante;
- on ne tiendra compte ni du caractère ionique des solutés, ni des réactions chimiques susceptibles de les impliquer;
- la solution sera supposée incompressible, idéale et diluée;
- il n'y a pas de changement de phase.

Avec ces hypothèses et en posant :

$$d_i^k = \gamma_i^k - g^k \quad (4.8.60)$$

la production d'entropie associée aux phénomènes de filtration et diffusion (1.118) en phase liquide permet d'écrire la dissipation correspondante :

$$D_{FD} = - \sum_i \rho_i v_i^k (\mu_{i,k} + d_i^k) \quad (4.8.61)$$

En utilisant la définition (1.56) du flux de diffusion, ceci peut s'écrire :

$$D_{FD} = -v_l^k \sum_i \rho_i (\mu_{i,k} + d_i^k) - \sum_i J_i^k (\mu_{i,k} + d_i^k) \quad (4.8.62)$$

On néglige les termes de couplage entre force thermodynamique de diffusion et de filtration. En distinguant le constituant eau,  $l$ , des autres constituants,  $i$ , on a :

$$v_l^k = -L_l \left( \rho_e (\mu_{e,k} + d_l^k) + \sum_{i \neq l} \rho_i (\mu_{i,k} + d_i^k) \right) \quad (4.8.63)$$

D'après la relation (1.32), pour une solution idéale, on a :

$$\mu_i = g_i(T, P_l^*) + \frac{RT}{M_i} \ln x_i^* \quad i \neq e \quad (4.8.64)$$

où  $g_i(T, P_l^*)$  est l'enthalpie libre massique du constituant  $i$  à l'état pur dans les conditions  $T$  et  $P_l^*$  du mélange. Ici  $g_i$  ne dépend que de  $P_l^*$ ;  $x_i^*$  est la fraction molaire de  $i$  dans la solution.

Pour le constituant eau d'après (1.46) :

$$\mu_e = \mu_e^+(T) + \frac{P_L^* - \Pi}{\rho_e^*} \quad (4.8.65)$$

En reportant (1.46) et (4.8.64) dans 4.8.63, on obtient la relation suivante :

$$v_l^k = -L_l \left[ \left( \frac{\rho_e}{\rho_e^*} (P_l^* - \Pi)_{,k} + d_e^k \right) - \sum_{i \neq e} \rho_i \left( \frac{\partial g_i}{\partial P_l^*} P_{l,k}^* + \frac{RT}{M_i} \frac{x_{i,k}^*}{x_i^*} + d_i^k \right) \right] \quad (4.8.66)$$

Cette relation peut s'écrire :

$$v_l^k = -L_l \left( \left( \frac{\rho_e}{\rho_e^*} + \sum_{i \neq e} \rho_i \frac{\partial g_i}{\partial P_l^*} \right) P_{l,k}^* + \sum_{i \neq e} \rho_i d_i^k \right) + L_l \left( -\frac{\rho_e}{\rho_e^*} \Pi_{l,k} + \sum_{i \neq e} \frac{RT \rho_i}{M_i} \frac{x_{i,k}^*}{x_i^*} \right) \quad (4.8.67)$$

Pour une solution diluée idéale, on a la relation (1.47) :

$$\Pi = RT \sum_{i \neq e} C_i^* \quad (4.8.68)$$

où  $C_i^*$  est la molarité réelle de la solution ; elle est définie comme suit :

$$C_i^* = \frac{n_i}{V_L} = \frac{\rho_i^*}{M_i} \quad (4.8.69)$$

où  $n_i$  est le nombre de moles contenu dans le volume  $V_L$  de la solution.

Limitons-nous aux solutions diluées et négligeons la compressibilité du fluide ; en reportant (4.8.68) dans (4.8.67), cette relation se réduit à (Ruiz et Bénét, 1998) :

$$v_l^k = -L_l \left( \frac{\rho_e}{\rho_e^*} P_{l,k}^* + \sum_i \rho_i (\gamma_i^k - g^k) \right) \quad (4.8.70)$$

En admettant qu'il n'existe pas d'accélération externe,

$$\rho_e \approx \rho_l$$

on a :

$$v_l^k = -K_e \left( \frac{P_{l,k}^*}{\rho_e^* g} + z_{l,k} \right) \quad (4.8.71)$$

On voit ici que la présence de constituant en solution conserve la loi de darcy pour une solution idéale.

## Transport de solvant

Le flux du solvant est donné par :

$$\rho_e v_e^k = \rho_e v_L^k + J_e^k \quad (4.8.72)$$

Lorsque les seules forces à distance sont les forces de pesanteur et en absence de gradient de température, avec la relation (1.57), la dissipation due à la diffusion (1.118) s'écrit :

$$D_D = - \sum_i J_i^k \mu_{i,k} \quad (4.8.73)$$

L'application de la TPI linéaire, en absence de couplage, conduit à :

$$J_e^k = -\frac{D_e}{g}\mu_{e,k} \quad (4.8.74)$$

Soit d'après (1.46) :

$$J_e^k = -D_e \left( \frac{P_l^* - \Pi}{\rho_e^* g} \right)_{,k} \quad (4.8.75)$$

En utilisant (4.8.71) et (4.8.75), le flux de diffusion de solvant s'écrit alors :

$$\rho_e v_e^k = -(\rho_e K_e + D_e) \frac{P_{l,k}^*}{\rho_e^* g} - \rho_e K_e z_{,k} + D_e \frac{\Pi_{,k}}{\rho_e^* g} \quad (4.8.76)$$

Cette dernière relation peut se mettre sous la forme :

$$\rho_e v_e^k = -\rho_e K_e (1 + R_e) \left( \frac{P_{e,k}^*}{\rho_e^* g} - \sigma_e \frac{\Pi_{,k}}{\rho_e^* g} + G_e z_{,k} \right) \quad (4.8.77)$$

en posant :

$$R_e = \frac{D_e}{\rho_e K_e} \quad (4.8.78)$$

$$G_e = \frac{\rho_e K_e}{\rho_e K_e + D_e} = \frac{1}{1 + R_e} \quad (4.8.79)$$

$$\sigma_e = \frac{D_e}{\rho_e K_e + D_e} = \frac{R_e}{1 + R_e} \quad (4.8.80)$$

On voit ici que la pression osmotique intervient dans le transport de solvant. Elle est pondérée par un coefficient compris entre 0 et 1. Ce coefficient peut être relié au coefficient de staverman (Ruiz et Bénét, 1998).

## Annexe 2 : Filtration et diffusion en phase gazeuse multi-constituants

On se propose de vérifier que la loi de Darcy appliquée à une phase gazeuse (éq. 1.139) reste applicable à un mélange de gaz parfaits. On considère le système formé par un mélange de gaz  $i$  dans un milieu poreux. La phase solide est supposée indéformable. On admet qu'il n'y a pas de couplage entre les phénomènes en phase liquide et gazeuse. On suppose de plus qu'il n'y a ni réactions chimiques à l'intérieur des phases, ni changement de phase.

On suppose qu'il y a découplage entre les phénomènes de filtration et de diffusion. La TPI linéaire permet d'écrire la loi suivante :

$$v_g^k = -L_g \frac{\lambda_g^k}{T} - L_{Tg} \frac{T_{,k}}{T^2} \quad (4.8.81)$$

L'application du bilan de quantité de mouvement (1.128) conduit à :

$$\sum_i \rho_{gi} \gamma_{gi}^k = -P_{g,k} + \rho_g f_g^k + \lambda_g^k \quad (4.8.82)$$

En supposant tous les constituants soumis à une même accélération extérieure  $\gamma_{gi}^k$  et en décomposant la force à distance (1.63), il vient :

$$v_g^k = -L_g (P_{g,k}^* - \rho_g g^k + \rho_g \gamma_g^k + \rho_g Z_g \Phi_{,k}) - L_{Tg} \frac{T_{,k}}{T^2} \quad (4.8.83)$$

La relation de Gibbs-Duhem (1.127) entraîne :

$$P_{g,k} = \sum_i \rho_{gi} \mu_{gi,k} + \rho_g s_g T_{,k} \quad (4.8.84)$$

En utilisant la relation (1.142), on a :

$$P_{g,k} = \sum_i \frac{\rho_{gi} RT}{M_{gi} P_i^*} P_{i,k}^* + \left( \frac{P_{gi}^* R}{M_{gi}} \ln P_i^* + \frac{\partial \mu_{gi}^+}{\partial T} \right) T_{,k} \quad (4.8.85)$$

La relation (4.8.83) devient :

$$v_g^k = -L_g \left( \sum_i \frac{\rho_{gi}RT}{M_{gi}P_i^*} P_{i,k}^* - \rho_g g^k + \rho_g \gamma_g^k + \rho_g Z_g \Phi_{,k} \right) - \left( \frac{L_{Tg}}{T^2} + \frac{P_{gi}R}{M_{gi}} \ln P_i^* + \frac{\partial \mu_{gi}^+}{\partial T} \right) T_{,k} \quad (4.8.86)$$

Si tous les constituants occupent le même volume caractérisé par la fraction volumique  $\eta_g$ , on a :

$$\rho_{gi} = \eta_g \rho_{gi}^* \quad (4.8.87)$$

et d'après la loi des gaz parfaits (1.137), la relation (4.8.86) permet d'écrire :

$$\rho_g v_g^k = -\frac{K_G}{g} (P_{g,k}^* + \rho_g^* (\gamma_g^k - g^k + Z_g \Phi_{,k})) - K_{TG} T_{,k} \quad (4.8.88)$$

avec :

$$K_G = \eta_g \rho_g L_g g \quad (4.8.89)$$

et

$$K_{TG} = \rho_g \left( \frac{L_{Tg}}{T^2} + \frac{P_{gi}^* R}{M_{gi}} \ln P_i^* + \frac{\partial \mu_{gi}^+}{\partial T} \right) \quad (4.8.90)$$

En absence de gradient de température dans un gaz non chargé et d'accélération nulle, on retrouve la loi de Darcy appliquée à la phase gazeuse (1.139) :

$$\rho_g^* V_g^k = \rho_g v_g^k = -\frac{K_G}{g} (P_{g,k}^* - \rho_g^* g^k) \quad (4.8.91)$$

Il est à noter que bien que la phase gazeuse soit composée de constituants gazeux, qui peuvent diffuser, la loi de Darcy est conservée pour décrire la filtration de la phase.

## Annexe 3 : Caractéristiques du diffractomètre

- Caractéristiques du diffractomètre :
  - Générateur Rigaku. Type CN 4012A2.
  - Tube radiogène CGR. Type GC 346-1. Anticathode de cobalt :  $K\alpha = 1,7902 \text{ \AA}$ .
  - Monochromateur CGR. Type C.
  - Compteur proportionnel Rigaku. Type CN 5757A2.
  - électronique de comptage Rigaku Geigerflex. Type CN 5071.
  - Enregistreur Rigaku. Modèle R 130-3-B2.
- Réglages du diffractomètre :
  - Générateur : 40 kV. 20 mA. Goniomètre : Fente d'analyse : 0.50 mm.
  - Vitesse de balayage de  $1^\circ / 2 \text{ min}$  (ou  $1^\circ / 4 \text{ min}$ ).
  - Balayage de  $0.35$  à  $18^\circ$  pour Mg, de  $0.35$  à  $8^\circ$  pour Mg G et Mg  $400^\circ\text{C}$  (ou de  $0,35$  à  $40^\circ$  pour les diagrammes de poudre).
  - Comptage : S = 200 (ou 100) coups / sec. C = 2 (ou 5) sec.
  - Vitesse du papier enregistreur : 10 (ou 5) mm / min.



---

**RESUME**

Le transfert d'eau à l'interface sol-atmosphère est abordée par une approche de thermodynamique qui constitue un cadre général pour décrire à la fois l'état thermodynamique de l'eau dans le sol et les mécanismes de transfert mis en jeu : filtration de la phase liquide, diffusion de la vapeur d'eau, changement de phase liquide vapeur de l'eau. Une caractérisation expérimentale d'un sol a été réalisée puis complétée par des données bibliographiques. Des essais expérimentaux de transfert d'eau dans des colonnes du même sol, placées dans une atmosphère asséchante a permis d'établir la cinétique globale de perte d'eau ainsi que l'évolution des profils de teneur en eau au cours du temps. Une simulation numérique du transfert d'eau au voisinage de l'interface est proposée. Une étude de sensibilité aux paramètres physiques du sol est présentée. Les résultats du modèle numérique sont ensuite confrontés aux essais de transfert sur colonnes. La correspondance est bonne moyennant un ajustement des paramètres hydrologiques issus de la littérature. L'évolution des flux d'eau liquide et de vapeur permettent de décrire les mécanismes au voisinage de l'interface dans le cas d'un sol à faible teneur en eau. On montre que le changement de phase qui assure la continuité des transferts entre le sol et l'atmosphère concerne quelques centimètres du sol sous cette interface.

---

**TITLE**

**Study of water transfer at the soil-atmosphere interface - Case of a low moisture soil in Burkina Faso**

---

**ABSTRACT**

The transfer of water at the soil-atmosphere interface is addressed through a thermo dynamical approach which constitutes a general framework for describing both the thermodynamical status of the water in the soil and the transfer mechanisms at stake : liquid phase filtration, water vapor diffusion, liquid-vapor phase change. An experimental characterization of a soil has been carried out and completed with bibliographical data. Experimental tests of water transfer in columns of the same soil, placed in drying atmosphere enabled the establishment of the global kinetic of water loss and the evolution of the profiles of the water content through time. A numerical simulation of the water transfer in the neighborhood of the interface is proposed. A study about the sensitiveness to the physical parameters of the soil is presented. The results of the numerical model are then compared with the tests of the transfer on the columns. The correspondence is good on the basis of an adjustment of the hydrologic parameters as mentioned in the literature. Water and vapor fluxes evolutions in low water content soils allow the description of transfer mechanisms near the interface. It is shown that the phase change which ensures the continuity of the transfers between the soil and the atmosphere relates to a few centimeters of the soil under that interface.

---

**DISCIPLINE**

Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil

---

**MOTS-CLES** Transfert / Potentiel chimique / Changement de phase / Hygroscopicité

---

**INTITULE ET ADRESSE DU LABORATOIRE**

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, UMR UM2-CNRS 5508  
cc048 Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5