



HAL
open science

Transferts anisotropes d'énergie en turbulence en rotation et excitation de modes d'inertie

Cyril Lamriben

► **To cite this version:**

Cyril Lamriben. Transferts anisotropes d'énergie en turbulence en rotation et excitation de modes d'inertie. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris Sud - Paris XI, 2012. Français. NNT: . tel-00734192v1

HAL Id: tel-00734192

<https://theses.hal.science/tel-00734192v1>

Submitted on 21 Sep 2012 (v1), last revised 15 Jan 2013 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS SUD

*Spécialité : MODELISATION et INSTRUMENTATION EN PHYSIQUE,
ENERGIE, GEOSCIENCES et ENVIRONNEMENT*

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de
L'UNIVERSITÉ PARIS SUD**

Présentée par

Cyril Lamriben

Sujet de la thèse :

**Transferts anisotropes d'énergie
en turbulence en rotation
et excitation de modes d'inertie**

Soutenue le 12 juillet 2012

Devant le jury composé de :

L. Danaila (Professeur, Université de Rouen, CORIA) Rapporteur
M. Le Bars (CR CNRS, IRPHE) Rapporteur
C. Nore (Professeur, Université Paris Sud, LIMSI) Examineur
F. Godefert (DR CNRS, LMFA) Examineur
P.-P. Cortet (CR CNRS, FAST) Co-directeur de Thèse
F. Moisy (MCF, Université Paris Sud, FAST) Directeur de Thèse

Remerciements

Un peu moins de trois années se sont écoulées depuis que le timide étudiant de M2 que j'étais est venu visiter le FAST pour la première fois, à la recherche de la nouvelle plateforme tournante qui venait tout juste d'être livrée. Elle était au fond de ce long couloir qui relie les deux extrémités du laboratoire¹ et elle ne portait pas encore de nom, mais ses deux mètres de diamètre ont amplement suffi pour m'impressionner. C'est avec elle que j'ai passé le plus clair de mon temps les trois années qui ont suivi, et c'est donc en priorité à elle que j'adresse mes adieux aujourd'hui.

Gyroflow, notre histoire s'arrête là! Merci de m'avoir accompagné pendant ces trois années, en acceptant de tourner sans relâche pendant toutes ces heures, avec tant de docilité et sans la moindre défaillance! Je suis persuadé que dans quelques années, le premier souvenir qui me viendra quand je penserai à ma thèse, ce sera ces longues soirées passées avec ton ronronnement et tes flashes verts. Crois-moi, j'ai été très fier de m'occuper de toi pendant ces trois ans, et très heureux de l'exploration que tu m'as permis d'entreprendre! Mais avant de te quitter définitivement, il est temps pour moi de franchir une dernière étape : écrire les remerciements de ma thèse. Il s'agit d'une étape cruciale, car les remerciements sont la partie du manuscrit la plus lue, c'est connu! Mais cette fois, je ne bénéficierai pas de l'aide précieuse (et tout aussi indéfectible que toi) de mes deux directeurs de thèse!

Je commencerais par la fin de cette aventure : un grand merci aussi à tous les membres du jury. Pour un sujet traitant de turbulence et de fluides en rotation, j'ai été très honoré que Luminita Danaila et Michael Le Bars acceptent d'être les rapporteurs de ce travail. Un grand merci également à Fabien Godeferd qui a présidé le jury, ainsi qu'à Caroline Nore, qui m'a montré au travers de ses remarques tout l'intérêt qu'elle portait à ce travail, et ce depuis le début de ma thèse.

Pour qui me connaît, il a pu paraître surprenant que le parisien que je suis² s'engage pour trois ans à venir travailler à Orsay. Cela n'a effectivement pas été une chose aisée. Le RER B a la même ponctualité que les étudiants en TP, et offre le supplice incompa-

1. le fameux couloir des posters, si long qu'on n'ose pas regarder dans les yeux la personne qui arrive en face, et qu'on ne sait pas à quel moment lui dire bonjour.

2. Oui, Jemil, j'assume entièrement : « *les pieds sur le ciment, je suis dans mon élément!* ».

rable d'entendre des versions sabotées de *Besame Mucho* parfois plusieurs fois durant un même trajet. Si je me suis laissé convaincre de venir y faire ma thèse, c'est parce que j'ai eu l'immense privilège de rencontrer des hydrodynamiciens passionnés à l'époque où j'étais étudiant à Paris 6. Je tiens donc ici à remercier mes professeurs, dont certains sont devenus des collègues. Je pense notamment à Dominique Salin, dont les cours d'hydro en M1 ont été une grande révélation, ainsi que Philippe Gondret et Jean-Pierre Hulin qui ont pris le relais en M2. En ajoutant Marc Rabaud, la liste des quatre piliers du FAST est complète. Merci d'avoir su me faire partager aussi généreusement, au fil des discussions improvisées, votre grande maîtrise de la physique et votre passion pour la mécanique des fluides.

Subir les aléas du RER a souvent été pénible, mais les désagréments du matin sont très vite oubliés quand on prend son café avec des personnes dont la bonne humeur est contagieuse. Merci à Alban, Christian, Lionel, Rafaël, qui ont par ailleurs été d'une aide précieuse en début de thèse, alors que Gyroflow venait tout juste d'être installée; j'ai conscience aussi que vous y êtes pour beaucoup si, à mon arrivée, Gyroflow était déjà installée et en état de marche. Merci aussi à Léonor, Mai, Monique, Babacar, Guy-Jean et Maryse. Il y en a, parmi vous, que j'ai très (voire trop) souvent sollicité...

Merci également à tous mes collègues docteurs, futurs docteurs ou futurs chercheurs, qui font du FAST un laboratoire où il fait bon venir travailler : Séverine, qui a remplacé Gyroflow à merveille pendant ma troisième année de thèse pour me tenir compagnie le soir³, Floriane et Anna qui partagent un enthousiasme à toute épreuve auquel notre groupe de thésards doit beaucoup, Ching, Symphony, Laurène, Antoine, Benoît, François, Francisco, Georg, Erika, et le plus discret et néanmoins très sympathique Nicolas. Une pensée chaleureuse également pour Mourad. J'espère que tout se passe bien à Rio, et je ne désespère pas un jour de te rendre visite! Une pensée émue également pour Jessica *la loqua*, elle sait pourquoi...

J'en profite également pour remercier amicalement Jemil. Notre périple sur le Golden Gate à 5h du matin reste sans doute le moment le plus fort de ma thèse. Merci pour ça, et pour le reste. Je te souhaite de t'épanouir maintenant dans ta vie batave, et dans ton spacieux appartement d'Eindhoven. Une pensée aussi pour les amis que je voyais plus souvent, en d'autres temps où j'avais plus de temps : Caroline et Fabien, Elise et Philippe, Alexis et Barbara, Yannis, Jonas, la sulfureuse Yamina. Merci également à Jean-François Laplénie. Certains m'ont fait un plaisir immense en venant à ma soutenance au milieu du mois de juillet. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance!

J'ai eu la chance, pendant ma thèse, d'être moniteur. Je tiens à exprimer ici ma gra-

3. Je te promets que je débarquerai un soir du mois de mai 2013 avec 20 perles de coco au nutella rien que pour nous!

titude à ceux avec qui j'ai eu le plaisir d'enseigner. Une des principales responsabilités qui m'a été confiée a été la prise en charge de l'enseignement de la mécanique du solide aux futurs capesiens. Merci à Yan Picard qui m'a laissé une très grande liberté dans la rédaction des textes de TD et des sujets d'examen, allant même jusqu'à me proposer de prendre en charge les cours magistraux. Je suis également redevable envers Renaud Parentani qui m'a laissé intervenir en L1 BCST. J'ai été ravi de faire partie de cette armée dynamique de chargés de TD, aux côtés de mes deux confrères Cyprien Morize et Yann Bertho. C'est aussi avec ce dernier que j'ai partagé l'encadrement des TP en L3. Merci Yann!⁴ Merci aussi à Frédérique Giorgiutti, avec qui j'ai encadré les TP en M1. Je te promets de continuer à combattre en musique, et à refaire le monde avec toi tous les mercredis soirs.

A ce propos, je tiens à remercier toute la team BC de PR, que j'ai rejointe du mieux que je pouvais dès que je quittais le labo. Je vous l'avais promis! Merci à Gossip Grégory Luguay, au professeur Pierre-Clément Plouin, à Julien Macario, Christophe Delaître, Leila Djane, Chiahui Lai, Damien Brossard⁵ et à nos parents à tous, Benoît Gaudin et Florence Djouda. Une pensée chaleureuse également pour tous les profs : Pascale Boukerrou Rousseau, Bénédicte Beaujour, Sébastien Masson, Clément Cano, Diana Rodier et enfin Tony Correia, à qui je souhaite beaucoup de bonheur dans la paternité.

Une thèse n'épuise pas le sujet. Je réalise à présent que trois pages de remerciements ne suffiront pas non plus pour être exhaustif. Il est donc temps maintenant de terminer avec ce qui me tient le plus à cœur.

Merci à Jean Boisson avec qui j'ai eu le plaisir de travailler pendant plus d'une année. Désormais en poste à l'ENSTA, je lui souhaite beaucoup de succès dans la suite de sa carrière. Merci à Leo Maas : l'apport de son travail numérique a été plus que décisif dans l'étude des modes d'inertie dans le cube. Et enfin, merci à mes directeurs de thèse. La tradition veut que le dernier paragraphe soit dédié à des remarques plus personnelles, voire intimes. Petite entorse à la coutume (encore que...), je tiens à le consacrer à eux : Pierre-Philippe Cortet et Frédéric Moisy. Beaucoup de temps m'a été accordé, sans doute beaucoup plus que ce qu'un doctorant est en droit d'exiger de ses directeurs de thèse, et même bien plus que ne le ferait des directeurs de thèse très consciencieux. J'ai conscience également d'avoir plus d'une fois forcé leur patience, et de leur avoir rendu la tâche parfois bien rude. Merci pour tout ce que vous m'avez appris. Pierre-Philippe, ton exigence en terme de rédaction et ta rigueur scientifique à toute épreuve n'auront pas toujours été faciles à satisfaire, mais le seul souvenir que j'en garderai, c'est qu'elle a été extrêmement formatrice pour moi. Merci pour cette efficacité redoutable dans ton travail, qui restera un modèle pour moi. Frédéric, merci de m'avoir fait profiter de ta grande connaissance de la turbulence, tant théorique qu'expérimentale et de tes compétences informatiques. Tes idées nous ont permis d'éviter les impasses auxquelles

4. mais bon, achète toi une machine à laver quand même...

5. ou devrais-je dire "Ohééhéooooooooo92" ??

mène inévitablement la recherche scientifique, pour systématiquement rebondir. C'est, il me semble, la plus grande qualité qu'un directeur de thèse puisse avoir. Je ne peux pas partir sans souligner ton goût prononcé pour les métaphores. « *Tout doit être préparé à l'avance quand les étudiants arrivent, comme dans une émission de cuisine* », ça m'a fait sourire ; « *tu dois savoir expliquer des choses simples car les grands restaurants se reconnaissent à la qualité de l'œuf dur-mayonnaise* », ça m'a fait franchement rire ; « *tu es en train de chercher tes clefs là où il y a de la lumière* », ça m'a fait réfléchir. Beaucoup. C'est finalement l'occupation première d'un physicien...

Paris, le 20 juillet 2012

« Je fais là un métier terrible. C'était raisonnable autrefois. J'éteignais le matin et j'allumais le soir. J'avais le reste du jour pour me reposer, et le reste de la nuit pour dormir...

– Et, depuis cette époque, la consigne a changé ?

– La consigne n'a pas changé, dit l'allumeur. C'est bien là le drame ! La planète d'année en année a tourné de plus en plus vite, et la consigne n'a pas changé !

– Alors ? dit le petit prince.

– Alors maintenant qu'elle fait un tour par minute, je n'ai plus une seconde de repos. J'allume et j'éteins une fois par minute !

– Ça c'est drôle ! les jours chez toi durent une minute !

– Ce n'est pas drôle du tout, dit l'allumeur. Ça fait déjà un mois que nous parlons ensemble.

– Un mois ?

– Oui. Trente minutes. Trente jours ! Bonsoir. »

Et il ralluma son réverbère. [...]

« Celui-là, se dit le petit prince, tandis qu'il poursuivait plus loin son voyage, celui-là serait méprisé par tous les autres, par le roi, par le vaniteux, par le buveur, par le businessman. Cependant c'est le seul qui ne me paraisse pas ridicule. C'est, peut-être, parce qu'il s'occupe d'autre chose que de soi-même. »

Antoine de Saint-Exupéry



Table des matières

1	Introduction générale	1
1	Position du problème	1
1.1	Les équations de base : adimensionnement et cas limites	1
1.2	Écoulement moyen vs. turbulence	3
2	Écoulements dominés par la rotation	5
2.1	Équilibre géostrophique et théorème de Taylor-Proudman	6
2.2	Les ondes d'inertie	7
2.3	Cas d'une cavité fermée : modes d'inertie	9
3	Turbulence homogène en l'absence de rotation	14
3.1	La turbulence homogène et isotrope	14
3.2	Fonction de corrélation et échelles de longueur	14
3.3	Cascade de Richardson et phénoménologie Kolmogorov	16
3.4	Résultats exacts	17
4	Turbulence en rotation	18
4.1	Approche théorique : l'équation de Kármán-Howarth-Monin	18
4.2	Approches expérimentales de la turbulence en rotation	20
4.3	Études numériques de la turbulence en rotation	20
4.4	Principaux résultats de la turbulence en rotation	21
2	Dispositif expérimental et méthode de mesure	27
1	Présentation du dispositif	27
1.1	Description générale du dispositif	27
1.2	La plateforme Gyroflow	29
2	Mesure de vitesse par PIV	33
2.1	Principe général de la PIV	33
2.2	Mise en œuvre expérimentale	33
2.3	Choix de l'algorithme de PIV	37
2.4	Opérations de post-traitement	37
3	Excitation de modes d'inertie en turbulence	41
1	Introduction	41
2	Existence d'un écoulement moyen	43

2.1	Méthode expérimentale	43
2.2	Mise en évidence d'un écoulement moyen	45
2.3	Décomposition de Reynolds	46
2.4	Mesure bidimensionnelle des énergies cinétiques	49
3	Excitation de modes avec la configuration simple	50
3.1	Déclin de l'énergie	50
3.2	Analyse spectrale de l'écoulement moyen	51
3.3	Reconstruction de la structure spatiale des modes d'inertie	53
4	Modification de la configuration et inhibition des modes	56
4.1	Motivations et principe général	56
4.2	Description de la nouvelle configuration	57
4.3	Analyse de turbulence générée par la grille modifiée	59
5	Discussion	61
4	Mesures des transferts anisotropes	63
1	Motivations et objectifs	64
1.1	L'équation de Kármán-Howarth-Monin	64
1.2	Démarche adoptée	65
2	Aspects expérimentaux	66
3	Convergence des données	68
3.1	Les distributions de probabilité	68
3.2	Incertitudes absolue et relative	70
4	Résultats pour la distribution d'énergie	73
4.1	En l'absence de rotation	73
4.2	En présence de rotation	75
5	La densité de flux d'énergie	78
5.1	Densité de flux en l'absence de rotation	78
5.2	Densité de flux en présence de rotation	80
5.3	Croissance en échelle de l'anisotropie	82
6	Conclusion	83
5	Excitation de modes d'inertie par libration	87
1	Principe général du forçage par libration	88
1.1	Introduction	88
1.2	Equation du mouvement en l'absence de viscosité	89
2	Aspects expérimentaux	91
2.1	Dispositif expérimental et mise en rotation modulée	91
2.2	Acquisition des images et extraction du mode d'inertie	92
2.3	Thermalisation	93
3	Écoulement de libration	94
3.1	Solution en l'absence de viscosité	94
3.2	Structure verticale de l'écoulement de libration	95

3.3	Comparaison entre la structure horizontale et la solution inviscide	97
4	Ondes de coin et mode d'inertie	99
4.1	Sélectivité de la libration	99
4.2	Etude d'un mode résonnant : le mode [4,1,+]	100
4.3	Cas non résonnant : ondes de coin	104
5	Etude de la résonance d'un mode fondamental	106
5.1	Courbe de résonance	106
5.2	Cas des modes [2, 1, +] et [2, 2, +]	109
5.3	Acuité et temps de dissipation	112
6	Conclusion	113
	Conclusion générale et perspectives	121
	Bibliographie	126

Chapitre 1

Introduction générale

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les bases nécessaires à la compréhension de la turbulence dans un fluide en rotation, qui constitue l'objet d'étude principal de ce travail de thèse. Nous commençons par écrire l'équation de Navier-Stokes en référentiel tournant, dont l'adimensionnement permettra de dégager différents régimes d'écoulement. Par la suite, nous nous proposons d'examiner séparément deux cas limites :

- lorsque la rotation domine les effets non-linéaires. Nous donnerons en particulier deux résultats importants concernant les fluides en rotation : le théorème de Taylor-Proudman, et l'existence des ondes d'inertie. Ceci nous permettra d'introduire les modes d'inertie, et de présenter les structures spatiales de ces modes dans une cavité parallélépipédique.
- lorsque les non-linéarités sont dominantes. Nous décrivons la turbulence dans le cadre théorique où elle offre le plus de résultats : quand les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie sont simultanément vérifiées. Nous ne tiendrons donc pas compte de la rotation.

Enfin, nous dressons un état de l'art des connaissances lorsque la turbulence est dominée à la fois par la rotation et les effets non-linéaires.

1 Position du problème

1.1 Les équations de base : adimensionnement et cas limites

Considérons un fluide newtonien incompressible, de masse volumique ρ et de viscosité cinématique ν . Lorsqu'il est soumis à une rotation d'ensemble uniforme, caractérisée par un vecteur $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$, l'évolution temporelle de son champ de vitesse $\vec{u}(\vec{x}, t)$ dans le référentiel en rotation est régie par l'équation de Navier-Stokes incluant la force de

Coriolis, à laquelle est associée la condition d'incompressibilité :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{u} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (1.2)$$

où la pression p inclut la pression centrifuge $\frac{1}{2}\rho(\vec{\Omega} \wedge \vec{x})^2$. Il est possible d'écrire une équation pour la vitesse sans dimension \vec{u}^* , en faisant intervenir les échelles caractéristiques de l'écoulement (de vitesse U , de longueur L , de temps T) ainsi qu'une longueur de confinement selon l'axe de rotation notée H :

$$Ro_T \frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + Ro (\vec{u}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \cdot \vec{u}^* = -\vec{\nabla}^* p^* - \vec{e}_z \wedge \vec{u}^* + Ro Re^{-1} \nabla^{*2} \vec{u}^*, \quad (1.3)$$

où la pression p^* représente la pression adimensionnée¹ par $\rho\Omega UL$ et où $t^* = t/T$. Ce faisant, nous avons introduit les nombres sans dimension suivants :

1. le nombre de Reynolds $Re = UL/\nu$,
2. le nombre de Rossby, qui compare l'effet du terme d'advection à la force de Coriolis, $Ro = U/2\Omega L$,
3. le nombre de Rossby temporel, $Ro_T = 1/2\Omega T$, qui se distingue du nombre de Rossby Ro lorsque le temps caractéristique pertinent de la dynamique T ne peut s'identifier à U/L .

Un quatrième nombre sans dimension (non indépendant des trois autres) peut être construit : il s'agit du nombre d'Ekman, $Ek = \nu/2\Omega H^2 = (L/H)^2 Ro Re^{-1}$, qui compare la force visqueuse à la force de Coriolis. Il dépend de la dimension de confinement H et intervient notamment dans les processus transitoires de mise en rotation. En effet, le temps d'Ekman $t_E = (2Ek)^{-1/2}/\Omega$ correspond au temps caractéristique du régime transitoire de mise en rotation solide [32]. Cette dernière est contrôlée par la viscosité et la force de Coriolis, et donne lieu à un mécanisme appelé pompage d'Ekman. Ce point sera davantage détaillé au chapitre 5.

Nous allons maintenant nous intéresser à trois régimes d'écoulement particuliers, selon l'importance relative de la force de Coriolis et du terme d'advection :

1. $Ro \ll 1$, $Ro_T \ll 1$, $Re \gg Ro$: l'écoulement est quasi-stationnaire, et entièrement dominé par la rotation (les effets visqueux sont dominés par les effets non-linéaires, qui sont eux-mêmes négligeables devant la force de Coriolis). Il s'agit d'un régime d'écoulement linéaire, appelé équilibre géostrophique. Sous ces hypothèses, nous verrons que la rotation impose à l'écoulement d'être bidimensionnel (écoulement à deux dimensions et trois composantes, que l'on note 2D-3C). C'est le théorème de Taylor-Proudman.

1. En réalité, le choix de la pression caractéristique n'est pas unique. On choisit $\rho\Omega UL$ qui correspond à l'ordre de grandeur obtenu en équilibrant les forces de pression avec la force de Coriolis (cas de l'équilibre géostrophique, atteint à fort taux de rotation et présenté plus loin).

2. $Ro \ll 1$, $Ro_T \simeq 1$, $Re \gg Ro_T$: l'équilibre géostrophique est perturbé par des oscillations de temps caractéristique T correspondant à des ondes d'inertie. En effet, la particularité de l'équation de Navier-Stokes dans ce régime est d'admettre des solutions de type onde ayant une géométrie et une dynamique particulières : elles sont anisotropes et dispersives, jouant un rôle clef dans la dynamique des transferts d'énergie en turbulence en rotation [80, 12, 13]. De plus, si ces ondes sont confinées et que la géométrie du milieu le permet, elles peuvent former des modes d'inertie. Ces modes d'inertie seront étudiés en géométrie cubique au chapitre 5.
3. $Ro \simeq Ro_T < 1$ ou $\simeq O(1)$, $Re \gg 1$: régime de turbulence en rotation. Le terme d'advection (non-linéaire) et la force de Coriolis (terme linéaire) ont un rôle comparable sur l'écoulement, qui est à la fois turbulent et anisotrope. Si $Ro \ll 1$, le régime est faiblement non-linéaire, et le système peut-être décrit comme une superposition d'ondes d'inertie interagissant de manière non-linéaire : c'est « la turbulence d'onde » [27, 14]. Nous nous intéresserons au cas où le nombre de Rossby reste fini, et voisin de l'unité (rotation modérée) qui correspond au régime de « turbulence en rotation », et qui constitue le sujet principal des chapitres 3 et 4 de ce mémoire.

1.2 Écoulement moyen vs. turbulence

Décomposition de Reynolds

Pour un nombre de Reynolds $Re \gg 1$, l'écoulement est turbulent : le champ de vitesse $\vec{u}(\vec{x}, t)$ solution de l'équation (1.1) présente un comportement irrégulier et imprédictible. Toutefois, l'expérience montre qu'en pratique les fluctuations de la vitesse sont superposées à une structure grande échelle ayant un comportement prévisible, appelé écoulement moyen. On doit à Reynolds [67] la décomposition qui porte son nom, et qui sépare les fluctuations turbulentes de l'écoulement moyen :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U}(\vec{x}, t) + \vec{u}'(\vec{x}, t). \quad (1.4)$$

Le terme $\vec{U}(\vec{x}, t)$ représente l'écoulement moyen, qui est reproductible d'une réalisation à l'autre, avec le même jeu de conditions aux limites. Cet écoulement moyen est défini par : $\vec{U}(\vec{x}, t) = \langle \vec{u}(\vec{x}, t) \rangle$, la notation $\langle \cdot \rangle$ désignant une moyenne sur un ensemble de réalisations indépendantes. Le terme $\vec{u}'(\vec{x}, t)$ désigne la fluctuation turbulente. Par définition, elle n'est pas reproductible d'une réalisation indépendante à une autre, et est de moyenne nulle. La turbulence est dite homogène si ses propriétés statistiques sont les mêmes en tout point \vec{x} de l'espace. Elle est dite isotrope si les propriétés statistiques sont les mêmes dans toutes les directions de l'espace.

La décomposition de Reynolds fait ainsi intervenir deux contributions différentes à l'écoulement, qui sont susceptibles d'interagir. Le terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes est en effet à l'origine d'un échange d'énergie entre l'écoulement moyen et la turbulence. Ceci est exprimé au travers des équations décrivant les variations tem-

porelles des énergies cinétiques, que l'on peut obtenir directement à partir de l'équation de Navier-Stokes (1.1) [5] :

$$\frac{1}{2} \frac{dU_i^2}{dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\frac{\langle p \rangle U_j}{\rho} + \nu U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - U_i \langle u'_i u'_j \rangle \right)}_{\text{redistribution au sein de l'écoulement moyen}} - \underbrace{\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2}_{\text{dissipation visqueuse}} + \underbrace{\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{\text{transfert vers la turbulence}}, \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d\langle u_i'^2 \rangle}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\frac{\langle p' u'_j \rangle}{\rho} + \nu \langle u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \rangle - \frac{\langle u_i'^2 u'_j \rangle}{2} \right) - \nu \left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle - \langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad (1.6)$$

où $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j}$. D'une manière importante, on constate que le terme $\langle u'_i u'_j \rangle \partial U_i / \partial x_j$ intervient dans les deux équations avec un signe opposé : il traduit l'échange d'énergie entre l'écoulement moyen et la turbulence. Il fait intervenir les gradients de vitesse de l'écoulement moyen, ainsi que le tenseur de Reynolds $\tau_{ij} = -\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ lié à l'agitation turbulente. Un écoulement moyen, pour peu qu'il présente des gradients de vitesse, injecte donc de l'énergie à la turbulence. Nous pouvons considérer deux cas limites, qui interviennent souvent dans les expériences de turbulence :

1. **l'écoulement moyen est stationnaire et homogène.** C'est, en première approximation, le cas des expériences en soufflerie, où un flux d'air est envoyé à la vitesse \vec{U} sur une grille fixe dans le référentiel du laboratoire. L'uniformité de l'écoulement moyen implique que ce dernier ne transfère pas d'énergie à la turbulence. La turbulence est dite « libre ». Si le débit est maintenu constant, elle est également stationnaire : les propriétés statistiques de la turbulence en tout point \vec{x} sont constantes. Mais dans les expériences en soufflerie, la turbulence est inhomogène : les fluctuations turbulentes sont plus fortes au voisinage de la grille, et l'énergie turbulente $\langle u_i'^2 \rangle$ se dissipe par viscosité au cours de son advection par l'écoulement moyen. Dans ce contexte, Taylor fait l'hypothèse suivante : le déclin spatial de la turbulence dans le référentiel du laboratoire est équivalent à une situation de déclin temporel vu depuis le référentiel en translation uniforme à la vitesse moyenne \vec{U} . L'hypothèse de Taylor est en pratique largement utilisée pour interpréter des mesures de fluctuations temporelles issues d'une mesure en un point en terme de fluctuations spatiales.
2. **l'écoulement moyen est stationnaire et inhomogène.** C'est le cas des expériences où la turbulence est forcée localement par les oscillations d'une grille (citons, par exemple, l'expérience de Hopfinger *et al.* [36]). La turbulence créée de cette façon peut être supposée stationnaire. La stationnarité de la turbulence permet de remplacer les moyennes d'ensemble par des moyennes temporelles, en invoquant l'ergodicité du système. L'hypothèse ergodique suppose que sur une durée assez longue, le système explore tous ses états possibles avec la même statistique que si on observait individuellement le résultat de réalisations indépendantes. Autrement dit, les fluctuations de vitesse en un point $\vec{u}'(\vec{x}_0, t)$ sont les mêmes au cours du temps que les fluctuations statistiques entre différentes réalisations de $\vec{u}'(\vec{x}_0, t_0)$

à un instant t_0 donné². L'hypothèse ergodique est d'un usage courant, car elle simplifie considérablement le travail de l'expérimentateur en lui évitant de réaliser plusieurs expériences indépendantes.

Si l'écoulement moyen est inhomogène, les gradients de vitesse moyenne $\partial U_i / \partial x_j$ ne sont pas répartis de manière uniforme dans l'écoulement, donnant lieu à un transfert d'énergie lui-même inhomogène. Dans ce cas, la turbulence n'est ni libre, ni homogène.

D'un point de vue théorique, c'est dans le cas où les hypothèses de stationnarité, d'homogénéité et d'isotropie sont toutes simultanément vérifiées qu'ont été établis les résultats les plus aboutis sur la statistique du champ turbulent. La théorie de Kolmogorov [40] est en effet construite sous l'hypothèse $\vec{U}(\vec{x}, t) = \vec{0}$, et fournit la statistique d'ensemble des incréments de vitesses $\delta \vec{u}'(\vec{x}, \vec{r}, t) = \vec{u}'(\vec{x} + \vec{r}, t) - \vec{u}'(\vec{x}, t)$ (une représentation schématique est donnée plus loin en figure 1.6), qui ne dépend plus, pour une turbulence homogène, isotrope et stationnaire, que de la norme de la séparation r . La levée de l'hypothèse d'isotropie (tout en conservant l'hypothèse d'homogénéité), n'invalide pas une telle approche : la statistique de $\delta \vec{u}'$ dépend alors de l'orientation de \vec{r} , et il faut considérer séparément les composantes de vitesse. En revanche, lever l'hypothèse d'homogénéité de la turbulence est plus délicat : la dépendance en \vec{x} rend les propriétés statistiques très fortement dépendantes de l'écoulement considéré. Des théories récentes se proposent de lever les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie sur la globalité de l'écoulement, au profit d'hypothèses locales. On peut citer les travaux de Hill [33, 34, 35] et de Danaila *et al.* [19, 20]. Malgré tout, la prise en compte de l'inhomogénéité demeure difficile dans le cas général, notamment lorsqu'elle résulte de la présence d'un écoulement moyen instationnaire.

Lors de l'étude expérimentale de la turbulence en rotation que nous avons entreprise, la présence d'un fort écoulement moyen $\vec{U}(\vec{x}, t)$ sera initialement observée. Il est dans ce contexte délicat d'isoler l'effet de l'anisotropie induite par la rotation. Notre travail expérimental consistera, dans un premier temps, à réduire autant que possible cet écoulement moyen (chapitre 3).

2 Ecoulements dominés par la rotation

Dans cette section, nous nous proposons d'étudier l'effet de la force de Coriolis sur un écoulement en l'absence de turbulence. Le cas limite $Ro \ll 1$ n'est pas pertinent pour décrire la dynamique des transferts d'énergie en turbulence, car il donne lieu à des résultats purement linéaires i.e. issus d'une linéarisation de l'équation de Navier-Stokes (1.1). Toutefois, il permet d'appréhender la tendance générale à la bidimensionalisation qui est observée pour une turbulence à Ro fini, comme nous le verrons à la section 4.3. De plus, l'effet de la rotation sur l'écoulement moyen $\vec{U}(\vec{x}, t)$ est, lui, bien décrit par une théorie linéaire si on ne s'intéresse pas à son couplage avec la turbulence.

2. Insistons ici sur le fait que la turbulence doit être stationnaire, pour ne pas que l'instant t_0 , fixé arbitrairement, ne joue un rôle particulier.

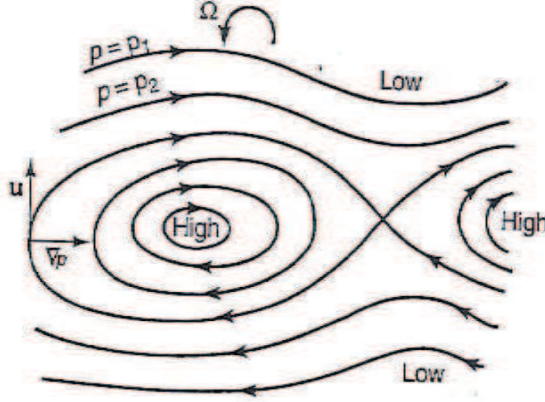


FIGURE 1.1 – Représentation des isobares dans l’hémisphère nord. Celles-ci sont confondues avec les lignes de courant, qui sont en tout point perpendiculaires au gradient de pression. L’orientation anticyclonique des lignes de courants représentées ici implique que le fluide circule avec les hautes pressions à sa droite. D’après Cushman-Roisin [17].

2.1 Équilibre géostrophique et théorème de Taylor-Proudman

Dans le cas où les effets visqueux sont dominés par les effets inertiels ($Re \gg 1$), qui sont eux-mêmes dominés par la force de Coriolis ($Ro \ll 1$), l’équation de Navier-Stokes conduit, pour un écoulement quasi-stationnaire ($Ro_T \ll 1$), à un équilibre entre le gradient de pression et la force de Coriolis :

$$2\vec{\Omega} \wedge \vec{u}(\vec{x}, t) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p. \quad (1.7)$$

On parle d’équilibre géostrophique, car il permet d’expliquer correctement les caractéristiques générales des écoulements atmosphériques lorsque l’influence de la rotation terrestre est prédominante. En particulier, l’équation (1.7) prévoit que les isobares sont confondues avec les lignes de courant, ce qui est une caractéristique classique des cartes météorologiques. Plus précisément, dans l’hémisphère nord, le fluide circule le long des isobares avec les hautes pressions à sa droite (figure 1.1). Le terme de pression dans (1.7) peut être éliminé en en prenant le rotationnel :

$$(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = 0. \quad (1.8)$$

Cette égalité constitue le théorème de Taylor-Proudman. Il en découle une invariance de l’écoulement le long de l’axe de rotation, et une absence de déformation axiale des éléments de fluide : $\partial u_x / \partial z = \partial u_y / \partial z = \partial u_z / \partial z = 0$. L’écoulement est donc bidimensionnel. Ceci est à l’origine de l’existence des colonnes de Taylor : si on imagine, par exemple, un objet que l’on déplace orthogonalement à l’axe de rotation, alors toute la

colonne de fluide au dessus et en dessous de l'objet va se déplacer à la même vitesse que lui, de façon solidaire (c'est-à-dire avec une « rigidité » apparente). En utilisant la condition d'incompressibilité $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$, on en déduit aussi :

$$-\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \quad (1.9)$$

A ce stade, la distinction entre les notions de componentalité et de dimensionnalité est cruciale, comme le soulève en particulier Cambon *et al.* [13]. Rien n'impose que la composante u_z soit nulle : seule l'invariance selon la coordonnée z est énoncée par le théorème de Taylor-Proudman. L'écoulement est dit 2D-3C (deux dimensions, trois composantes) : ses composantes $u_x(x,y)$, $u_y(x,y)$ et $u_z(x,y)$ ne dépendent pas de z . Seul l'ajout d'une condition supplémentaire, généralement imposée par la condition aux limites $u_z = 0$ aux parois, permet d'obtenir un écoulement 2C-2D (aux effets de pompage d'Ekman près sur lesquels nous reviendrons au chapitre 5). Cette remarque montre l'importance du confinement dans les expériences en rotation, que nous discuterons plus loin.

2.2 Les ondes d'inertie

Si on reprend le cas des colonnes de Taylor, il est clair qu'un déplacement axial trop rapide de l'objet ne peut induire une réponse instantanée de la colonne de fluide. Cette limite à la propagation de l'information ne peut s'expliquer dans le cadre du théorème de Taylor-Proudman, qui est mis en défaut lorsque la dynamique de l'écoulement est associée à un temps caractéristique T tel que le nombre de Rossby temporel n'est plus négligeable devant l'unité. C'est le cas, par exemple, d'un fluide en rotation dans lequel on place un objet oscillant à une fréquence $1/T$ de l'ordre de la fréquence de rotation du fluide $\Omega/2\pi$. Le terme instationnaire de l'équation de Navier-Stokes doit alors être pris en compte, et conduit à l'équation :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla^2 \vec{u}) + 4(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla})^2 \vec{u} = 0. \quad (1.10)$$

Une particularité importante de cette équation est qu'elle admet des solutions de type onde plane :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_0 \exp \left[i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \sigma t) \right]. \quad (1.11)$$

La compatibilité avec l'équation (1.10) impose la relation de dispersion suivante :

$$\sigma(\vec{k}) = \pm 2\Omega \frac{k_z}{\|\vec{k}\|} = \pm 2\Omega \cos \theta, \quad (1.12)$$

où θ est l'angle entre la direction verticale et le vecteur d'onde \vec{k} (figure 1.2). Il s'agit des ondes d'inertie, qui jouent un rôle crucial dans les écoulements géophysiques [46,

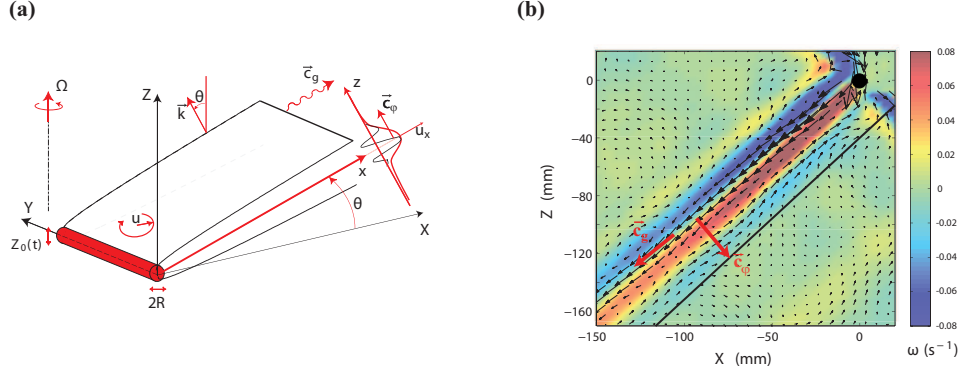


FIGURE 1.2 – (a) Représentation schématique d'un faisceau d'onde d'inertie excité par les oscillations d'un cylindre dans un fluide en rotation. (b) Champ de vitesse obtenu par PIV 2D dans un plan vertical (perpendiculaire à l'axe du cylindre), la couleur codant la vorticité. Le cylindre est repéré par le cercle noir. \vec{c}_φ et \vec{c}_g désignent respectivement la vitesse de phase et la vitesse de groupe, qui sont orthogonales. La ligne noire fournit la direction attendue par la relation de dispersion.

65]. Elles sont par ailleurs d'une importance fondamentale dans la compréhension de la dynamique anisotrope des transferts d'énergie en turbulence à $Ro \ll 1$, principalement à travers les résonances triadiques d'ondes d'inertie [72, 8].

Leur vitesse de phase \vec{c}_φ et de groupe \vec{c}_g valent respectivement :

$$\vec{c}_\varphi = 2(\vec{k} \cdot \vec{\Omega}) \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|^3} \quad (1.13)$$

$$\vec{c}_g = \vec{\nabla}_k \sigma = 2\vec{k} \wedge \frac{\vec{\Omega} \wedge \vec{k}}{\|\vec{k}\|^3}. \quad (1.14)$$

On constate que les ondes d'inertie possèdent un certain nombre de propriétés remarquables. Tout d'abord, les ondes d'inertie sont anisotropes : l'énergie se propage dans une direction qui fait un angle $\theta = \cos^{-1}(\sigma/2\Omega)$ par rapport à la direction horizontale. La relation de dispersion prévoit que cet angle tend vers $\pi/2$ pour les petites fréquences ($\sigma/2\Omega \ll 1$) : on retrouve dans cette limite les colonnes de Taylor. La relation de dispersion prévoit également que les ondes ne peuvent exister que si $\sigma/2\Omega < 1$. Les ondes d'inertie peuvent donc être observées dans un fluide en rotation en faisant osciller un objet ponctuel à une fréquence $\sigma < 2\Omega$. Cela donne lieu à deux cônes faisant chacun un angle de $\pm\theta$ avec l'horizontale. Les ondes d'inertie sont également dispersives : la vitesse de phase \vec{c}_φ ne s'identifie pas à la vitesse de groupe \vec{c}_g . \vec{c}_φ dépend de la direction de

\vec{k} , et non de sa norme. On note également que les vitesses de phase et de groupe sont perpendiculaires.

Ces propriétés sont illustrées dans la figure 1.2, tirée d'un travail expérimental réalisé conjointement à ce travail de thèse, et ayant pour objectif de caractériser l'étalement visqueux d'un faisceau d'onde d'inertie [16]. Un cylindre de diamètre $2R$ petit devant sa longueur, est maintenu en oscillation à une fréquence $\sigma < 2\Omega$ dans un fluide en rotation (figure [1.2(a)]). Ce cylindre se comporte alors comme une source de quatre faisceaux d'onde d'inertie ayant une direction $\pm\theta$ avec la direction horizontale. La figure 1.2(b) représente le champ de vitesse d'un des quatre faisceaux obtenu par PIV dans un plan vertical à un instant donné, la couleur codant la vorticité. Au cours du temps, les maxima de vorticité se déplacent perpendiculairement à la vitesse de groupe, en se rapprochant de l'axe de rotation. Ceci illustre que la vitesse de phase est perpendiculaire à la vitesse de groupe. La ligne noire donne la direction prédite par la relation de dispersion (1.12). On constate que l'accord avec la direction du faisceau d'onde expérimental est très bon.

2.3 Cas d'une cavité fermée : modes d'inertie

Consid rions maintenant le cas d'un volume de fluide fermé par des parois rigides, que nous excitons à une fréquence σ . Comme toute onde propagative en milieu confiné, les ondes inertielles subissent des réflexions aux parois et peuvent conduire à des interférences entre elles. Maas a montré en 1995 que les interférences peuvent conduire, selon la géométrie du milieu considéré, à la formation d'un mode d'inertie ou d'un attracteur [49].

Plus précisément, si le fluide est limité par des parois qui sont toutes soit parallèles, soit perpendiculaires à l'axe de rotation, alors les interférences peuvent construire un mode d'inertie : le fluide est mis en mouvement dans l'intégralité du volume. En revanche, si le fluide se réfléchit sur une paroi oblique, il se forme un attracteur : après plusieurs réflexions, l'onde se localise sur une zone limitée du fluide, en se propageant le long d'un cycle limite attracteur.

Il est à noter que l'axe de rotation constitue une direction privilégiée selon laquelle les mouvements ne sont pas affectés par la force de Coriolis (ni par la gravité car le système est fermé par des parois rigides). En l'absence de force de rappel verticale, il est possible de montrer que si des modes peuvent se former, seuls les modes stationnaires selon la verticale peuvent être envisagés.

Historiquement, ces modes d'inertie ont été étudiés pour la première fois par Kelvin en 1880, en géométrie cylindrique [39]. Kelvin obtient en particulier, pour un cylindre de longueur L , de rayon R et d'axe dirigé selon \vec{e}_z l'expression analytique des fréquences propres associées aux modes axisymétriques n,i ($L = n\frac{\pi}{k}$ où k est le nombre d'onde vertical) :

$$\sigma_{n,i} = \frac{2\Omega_0}{\sqrt{1 + \frac{x_i^2 L^2}{n^2 \pi^2 R^2}}} \quad (1.15)$$

où x_i est le i^{eme} zéro de la fonction de Bessel de première espèce $J_1(x)$. Bryan en 1889, obtient également des solutions analytiques pour l'ellipsoïde de révolution [9]. Ces deux cas sont à ce jour les seuls résolus analytiquement, car l'axisymétrie facilite le calcul théorique des fréquences propres.

Le cas d'un parallélépipède rectangle nous intéresse tout particulièrement, car dans nos expériences le fluide sera confiné dans une cuve ayant cette géométrie. Un parallélépipède rectangle rempli de fluide, auquel on impose une rotation $\vec{\Omega}_0 = \Omega_0 \vec{e}_z$ d'axe colinéaire à son axe de symétrie, remplit les conditions pour être le support de modes d'inertie, car toutes ses parois sont soit parallèles soit perpendiculaires à l'axe de rotation (figure 1.3). La structure de ces modes a été prédite numériquement par Maas en 2003 en utilisant la méthode spectrale de Proudman-Rao, qui permet de ramener la résolution de l'équation d'Euler à deux équations aux valeurs propres pour la fonction de courant et le potentiel des vitesses. Nous nous proposons de décrire brièvement les résultats obtenus par Maas dans son article de 2003 [48].

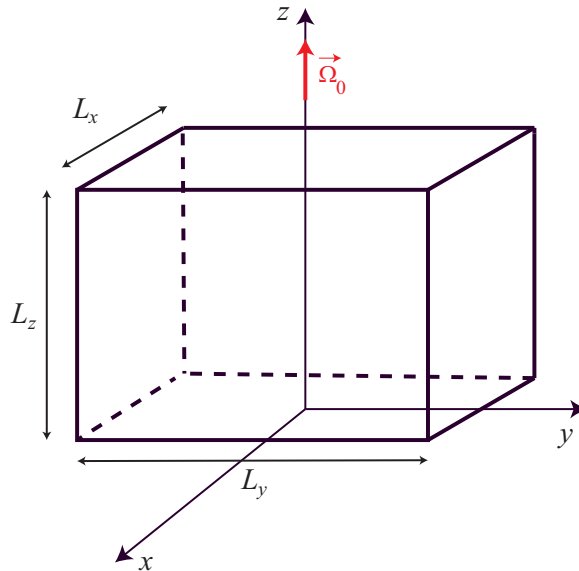


FIGURE 1.3 – Géométrie étudiée numériquement par Maas. L'axe du parallélépipède est colinéaire à l'axe de rotation. Les six parois sont rigides, le fluide à l'intérieur est supposé inviscide et homogène. La cavité est caractérisée par deux rapports d'aspect indépendants : L_z/L_x , L_z/L_y .

Structure tridimensionnelle d'un mode d'inertie dans une cavité parallélépipédique

La structure spatiale d'un mode d'inertie est déterminée par la donnée de deux entiers que nous notons n et m et d'un signe $s = \pm$, cette nomenclature ayant été introduite

dans la référence [43]. Comme il a été dit précédemment, un mode d'inertie $[n,m,s]$ est doté d'une structure stationnaire selon la verticale z . Plus précisément, le champ de vitesse dans un repère cartésien se factorise de la manière suivante :

$$\begin{cases} u_{nms,x}(x,y,z,t) = \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \tilde{u}_{nms,x}(x,y,t) \\ u_{nms,y}(x,y,z,t) = \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \tilde{u}_{nms,y}(x,y,t) \\ u_{nms,z}(x,y,z,t) = \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \tilde{u}_{nms,z}(x,y,t) \end{cases} \quad (1.16)$$

Le signe s caractérise la symétrie de rotation d'un angle π autour de l'axe de rotation : $s = +$ pour un mode symétrique, et $s = -$ pour un mode antisymétrique. Plus précisément, un mode d'inertie possède une symétrie s s'il vérifie à tout instant :

$$\begin{pmatrix} u_{nms,x} \\ u_{nms,y} \\ u_{nms,z} \end{pmatrix} (-x, -y, z, t) = s \begin{pmatrix} -u_{nms,x} \\ -u_{nms,y} \\ u_{nms,z} \end{pmatrix} (x, y, z, t). \quad (1.17)$$

On voit d'après (1.16) que n désigne le nombre d'onde vertical normalisé associé au mode. La vitesse verticale (resp. horizontale) a n (resp. $n - 1$) nœuds dans la direction verticale z . Il n'existe pas d'interprétation aussi simple pour m , qui caractérise la structure horizontale du mode, celle-ci pouvant être stationnaire ou propagative. Cet indice m est défini comme indice de numérotation des fréquences par ordre décroissant, à n et s fixés. Dans la figure 1.4, fournie par L. Maas, les prédictions numériques de l'énergie sont présentées dans le plan (x,y) pour les modes symétriques $n = 1$ et pour tous les $m = 1,2,\dots,25$. On constate que l'augmentation de m correspond à l'apparition de structures plus fines du champ de vitesse dans le plan horizontal.

Spectre des modes d'inertie

Le spectre des modes d'inertie dépend des rapports d'aspect de la cavité L_z/L_x et L_z/L_y . Par ailleurs, la fréquence propre σ_{nms} est une fonction croissante de n (à m et s fixés) car les faibles fréquences correspondent à des ondes d'inertie de faible k_z donc de faible n . Pour n et s donnés, σ_{nms} est une fonction décroissante de m (par définition de m). Le fait que l'augmentation de m soit associée à des modes d'inertie de fréquence de plus en plus basse est cohérent avec la complexification de la structure horizontale du mode. Les modes d'inertie de basse fréquence sont en effet issus d'ondes d'inertie se propageant selon une direction proche de l'axe de rotation. Elles donnent ainsi lieu à plus de réflexions sur les parois supérieure et inférieure, et par suite à des structures horizontales plus complexes, associées à des grandes valeurs de m .

L'ensemble des fréquences propres est dense dans l'intervalle $[0, 2\Omega_0]$: à toute valeur comprise dans cet intervalle peut être associé un mode $[n,m,s]$. Les résultats numériques

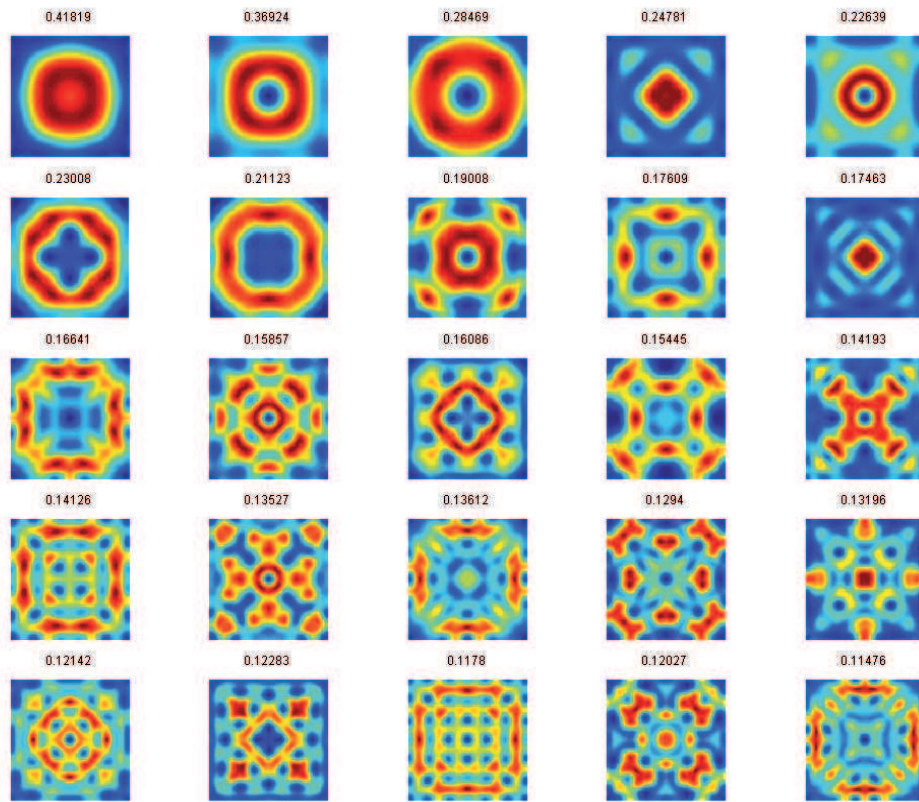


FIGURE 1.4 – Représentation dans le plan (x,y) de l'énergie $k = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$ des modes symétriques ($s = +$) de $n = 1$ d'un cube, et pour m allant de 1 à 25. La fréquence propre adimensionnée $\sigma_{nms}/2\Omega_0$ est donnée au-dessus de chaque figure. Données fournies par L. Maas.

fournissent également l'ensemble des fréquences propres $\sigma_{nms}/2\Omega_0$ associées à ces modes. D'un point de vue expérimental, tous les modes ne sont pas équivalents lorsque l'on tient compte de la viscosité. Quand n augmente, le mode d'inertie présente un cisaillement plus important lié à la complexification de sa structure verticale ; son taux de dissipation visqueuse est plus élevé, proportionnel à νn^2 . De même, l'augmentation de m est associée à un cisaillement plus grand dans le plan horizontal. Bien que nous ne disposons pas de l'expression analytique de la dépendance en (x,y) , nous pouvons définir pour chaque mode $[n,m,s]$ un facteur l'on peut appeler « excitabilité » $1/(n^2 + m^2)$ où m et n jouent un rôle symétrique. Le spectre des fréquences des modes d'inertie est donnée en figure 1.5, en représentant en ordonnée l'excitabilité. On constate que les modes les plus excitables se répartissent autour de $\sigma/2\Omega = 0,5$, et que les basses fréquences ($\sigma/2\Omega < 0,2$) correspondent à des modes d'inertie difficilement excitables. En effet, ils correspondent à des modes d'inertie de m élevé.

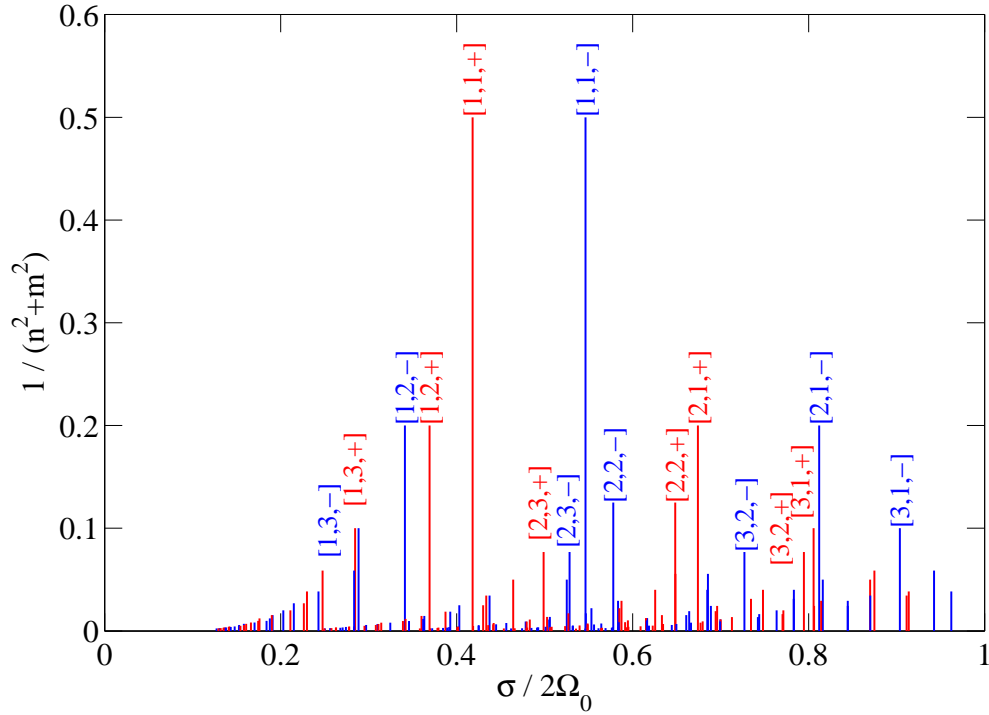


FIGURE 1.5 – Représentation de l'ensemble des fréquences propres des modes d'inerties $[nms]$ de $n \leq 5$ et $m \leq 20$. Les pics rouges (resp. bleus) sont associés aux modes symétriques (resp. antisymétriques). La hauteur de chaque pic correspond à l'excitabilité. Pour des raisons de lisibilité, seuls les modes d'excitabilité supérieure à 0,05 sont désignés.

Ces résultats seront très fréquemment utilisés dans cette thèse. Au chapitre 3, ils nous permettront de comprendre la structure de l'écoulement moyen obtenu dans les

expériences de turbulence. Au chapitre 5, nous étudierons ces modes en les excitant par libration. Les prédictions numériques de Maas seront alors confrontées aux résultats expérimentaux. Nous donnerons alors des prédictions numériques plus détaillées pour les modes [2,1,+] et [2,2,+].

3 Turbulence homogène en l'absence de rotation

Jusqu'à présent, nous nous sommes attachés à décrire l'effet de la force de Coriolis sur les écoulements en négligeant les non-linéarités. Nous nous proposons désormais d'adopter la démarche complémentaire, à savoir discuter des effets non-linéaires en l'absence de rotation.

3.1 La turbulence homogène et isotrope

Nous nous intéressons dans cette partie au champ turbulent $\vec{u}'(\vec{x},t)$ introduit dans la décomposition de Reynolds (1.4), avec pour objectif de présenter certains résultats connus pour les écoulements turbulents, homogènes, et isotropes. Le comportement imprévisible tient à la structure non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes (1.1) : le terme non-linéaire d'advection $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$, lorsqu'il est dominant, est capable de corrélérer la dynamique entre échelles. Il n'est donc pas possible a priori de considérer le comportement des grandes échelles – souvent caractérisées par une anisotropie due au forçage – comme indépendant de la dynamique à plus petites échelles. C'est d'ailleurs ce caractère multi-échelle qui confère à l'écoulement turbulent ses propriétés de mélange. Notons également qu'un écoulement turbulent est un système hors-équilibre, puisqu'il apparaît en présence d'injection d'énergie, et dissipe à tout instant l'énergie par viscosité.

Nous allons dans cette partie présenter certains outils statistiques pour décrire la turbulence, ainsi que l'approche proposée en 1941 par Kolmogorov [40]. Cette approche des écoulements turbulents s'avère extrêmement fructueuse, en particulier parce qu'elle offre un résultat exact (la loi des 4/5), mais elle manque certains effets très connus de la turbulence, comme l'intermittence. L'élaboration d'une théorie plus complète motive encore de nombreux travaux de recherche actuellement [45].

3.2 Fonction de corrélation et échelles de longueur

L'une des caractéristiques principales de la turbulence est l'interaction entre toutes les échelles de l'écoulement, qui se traduit par l'existence d'une corrélation spatiale des vitesses. Ainsi, l'outil central de la description statistique de la turbulence est la fonction de corrélation spatiale à deux points [74] :

$$R_{ij}(\vec{x},\vec{r},t) = \langle \vec{u}'_i(\vec{x},t)\vec{u}'_j(\vec{x} + \vec{r},t) \rangle. \quad (1.18)$$

Elle informe sur la portée des interactions entre échelles. En admettant l'homogénéité et la stationnarité de la turbulence, la fonction de corrélation ne dépend plus de \vec{x} et t .

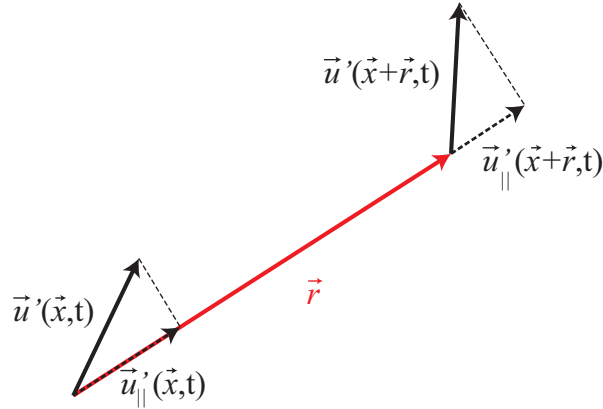


FIGURE 1.6 – Représentation de deux vecteurs vitesses séparés de \vec{r} , et des vitesses longitudinales associées (projections respectives selon \vec{r}).

Ainsi, pour une turbulence isotrope, R_{ij} ne dépend plus que de la norme r du vecteur séparation \vec{r} . L'équivalence des trois composantes de vitesse permet de montrer que seule importe la connaissance de la fonction de corrélation longitudinale $R_{||}(r)$ [57], construite sur la vitesse longitudinale $u'_{||} = \vec{u}' \cdot \vec{r}/|\vec{r}|$ (figure 1.6) :

$$R_{||}(r) = \left\langle u'_{||}(\vec{x}, t) u'_{||}(\vec{x} + \vec{r}, t) \right\rangle = \frac{1}{3} \langle u_i'^2 \rangle f(r). \quad (1.19)$$

Pour une séparation nulle, la fonction de corrélation mesure l'intensité de l'agitation turbulente : $R_{||}(r = 0) = \frac{1}{3} \langle u_i'^2 \rangle = \frac{2}{3} k_{turb}$ (i.e. $f(0) = 1$), où $k_{turb} = \langle u_i'^2 \rangle / 2$ est l'énergie cinétique turbulente par unité de masse. Lorsque r devient très grand, les vitesses ne sont plus corrélées, et on a : $R_{||}(\infty) = 0$ (i.e. $f(r)$ tend vers 0 pour les grandes séparations). La fonction f permet ainsi de définir l'échelle intégrale de l'écoulement (ou macro-échelle de la turbulence) :

$$L = \int_0^\infty f(r) dr. \quad (1.20)$$

Elle informe sur la taille des plus grandes structures présentes dans l'écoulement. Entre 1 et 0, la fonction f décroît sur une longueur caractéristique λ appelée micro-échelle de Taylor définie par :

$$\frac{1}{\lambda^2} = - \left(\frac{d^2 f}{dr^2} \right)_{r=0}, \quad (1.21)$$

sur laquelle on peut construire un nombre de Reynolds intrinsèque à la turbulence $R_\lambda = u' \lambda / \nu$ où $u' = (2/3 k_{turb})^{1/2}$ est la vitesse caractéristique des fluctuations turbulentes. Lorsque $R_\lambda \gg 1$, la turbulence est dite développée ; cette hypothèse est supposée vérifiée dans la théorie de Kolmogorov que nous présentons maintenant.

3.3 Cascade de Richardson et phénoménologie Kolmogorov

En introduisant la fonction de corrélation, nous pouvons mesurer la portée des interactions turbulentes, sans toutefois être capable de faire le lien avec la dynamique de l'écoulement qui est régie par l'équation de Navier-Stokes. Signalons ici que le lien entre l'équation de Navier-Stokes et la façon dont la corrélation spatiale R_{\parallel} varie avec r n'a pas à ce jour été complètement établi. Ceci constitue sans doute la raison fondamentale pour laquelle la turbulence est toujours considérée comme un problème ouvert [45].

Une approche phénoménologique de la dynamique turbulente peut cependant être proposée en partant de deux hypothèses : *i*) en régime stationnaire, le taux d'injection d'énergie doit être égal au taux de dissipation et *ii*) la turbulence est un phénomène irréversible, ce qui impose un sens bien déterminé aux transferts d'énergie : des grandes vers les petites échelles. Cette représentation est due à Richardson qui en 1922, a introduit l'idée d'une *cascade d'énergie vers les petites échelles*. L'idée repose sur un argument simple : le nombre de Reynolds construit sur les grandes échelles de l'écoulement est trop grand pour que la viscosité dissipe efficacement l'énergie qui y est injectée par un mécanisme de forçage. Richardson envisage donc que les structures grandes échelles cèdent leur énergie à des structures plus petites, qui elles-mêmes la transfèrent à des structures plus petites et ainsi de suite jusqu'à ce que le nombre de Reynolds local soit suffisamment petit pour que la viscosité joue son rôle dissipatif.

Cette interprétation trouve un fondement dans l'équation qui régit l'évolution temporelle de l'énergie turbulente $\langle u_i'^2 \rangle$ (équation (1.6)). Le terme en $\partial/\partial x_j$ ne fait pas intervenir U_i ; en ce sens, il exprime un mécanisme de redistribution d'énergie propre à la turbulence. Richardson l'interprète comme une cascade des échelles les plus grandes vers les plus petites, sans expliciter les mécanismes d'instabilités successives qui interviennent.

La théorie de Kolmogorov propose de déterminer la statistique des incréments de vitesse $\delta u'_{\parallel}(r)$:

$$\langle \delta u'_{\parallel}(\vec{x}, \vec{r}, t) \rangle = \langle \delta u'_{\parallel}(r) \rangle = \langle u'_{\parallel}(\vec{x} + \vec{r}, t) - u'_{\parallel}(\vec{x}, t) \rangle. \quad (1.22)$$

La théorie se fonde sur l'hypothèse d'existence d'une gamme d'échelles, plus petites que l'échelle intégrale L , pour laquelle la statistique des incréments de vitesse devient « universelle », c'est-à-dire indépendante du mécanisme d'injection de l'énergie. Pour ces échelles, l'énergie est transportée à travers les échelles tout en étant globalement conservée (cascade conservative). L'échelle à partir de laquelle la dissipation visqueuse prend effet, notée η , ne dépend que de la viscosité et du taux de dissipation de l'énergie par unité de masse ε indépendant de r . L'échelle η est appelée échelle de Kolmogorov. L'analyse dimensionnelle conduit alors à :

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}. \quad (1.23)$$

Le domaine d'échelles $\eta \ll r \ll L$ est appelée zone inertielle ; son extension augmente quand le nombre de Reynolds croît. Le caractère universel de la statistique des incréments de vitesse dans cette zone, que l'on doit à son « autonomie » vis-à-vis des grandes échelles (ce point est discuté dans la Ref. [52]), explique que le domaine inertiel joue un rôle prépondérant en théorie de la turbulence.

Une deuxième hypothèse est l'autosimilarité de la statistique de $\delta u'_{\parallel}(r)$ dans la gamme $\eta \ll r \ll L$, qui implique qu'elle ne dépende pas d'une échelle caractéristique particulière : elle est entièrement déterminée par ε et r .

L'analyse dimensionnelle fournit, en particulier, la statistique du moment d'ordre 2 des incréments de vitesse longitudinale, ou fonction de structure longitudinale d'ordre 2 $S_2(r) = \langle \delta u'_{\parallel}{}^2(r) \rangle$:

$$S_2(r) = C_2(\varepsilon r)^{2/3}. \quad (1.24)$$

Ce résultat peut aussi s'exprimer dans l'espace de Fourier. $S_2(r)$ est l'énergie par unité de masse associé à l'incrément $\delta u_{\parallel}(r)$. Son équivalent spectral $E(k)$ est la densité d'énergie associée au nombre d'onde k . L'équation (1.24) revient à la prédiction suivante pour le spectre d'énergie :

$$E(k) = C\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}. \quad (1.25)$$

C'est la célèbre loi des 5/3 qui a reçu un grand nombre de vérifications expérimentales dès les années 60 (Grant *et al.* à $R_{\lambda} \simeq 2000$ [31]). Cette loi constitue l'un des résultats les plus robustes de la turbulence.

3.4 Résultats exacts

La théorie de Kolmogorov fournit pour l'instant des résultats à partir de l'analyse dimensionnelle. Pour une turbulence homogène, isotrope et stationnaire, un résultat exact a par ailleurs été obtenu par Kármán et Howarth [21, 44]. Il fournit le lien entre les fonctions de structures longitudinales d'ordre 2 $S_2(r)$ et d'ordre 3, $S_3(r) = \langle \delta u'_{\parallel}{}^3(r) \rangle$:

$$-\frac{4}{5}\varepsilon r = S_3(r) - 6\nu \frac{\partial S_2(r)}{\partial r}. \quad (1.26)$$

Cette équation se réduit dans le domaine inertiel à la très célèbre loi des 4/5 de Kolmogorov, qui donne l'expression de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3 :

$$\langle \delta u'_{\parallel}{}^3(r) \rangle = -\frac{4}{5}\varepsilon r. \quad (1.27)$$

La distribution de $\delta u'_{\parallel}(r)$ n'est donc pas symétrique, ce qui marque l'irréversibilité temporelle de la cascade d'énergie. En effet, en inversant le cours du temps, l'incrément de vitesse deviendrait $-\delta u'_{\parallel}(r)$ pour un processus réversible, et conduirait à un signe positif pour $\langle \delta u'_{\parallel}{}^3(r) \rangle$. Ce signe traduit en réalité la direction privilégiée des transferts d'énergie : des grandes vers les petites échelles, conformément au sens de la cascade de

Richardson.

La valeur 4/5 de la constante multiplicative apparaissant dans la loi de Kolmogorov (1.27) a été confirmée pour une turbulence développée par de nombreuses études expérimentales. Les effets de R_λ fini sont en revanche plus marqués que pour la loi des 5/3 présentée plus haut. L'importance du terme visqueux dans (1.26) est en particulier discuté dans [56, 75].

L'équation de Kármán-Howarth (1.26) est en réalité bien plus qu'une simple relation entre fonctions de structure d'ordre 2 et d'ordre 3. Elle peut en effet recevoir une interprétation énergétique quant aux transferts d'énergie se produisant dans la cascade, car elle n'est rien d'autre que la formulation isotrope de l'équation de Kármán-Howarth-Monin que nous nous proposons de présenter maintenant.

4 Turbulence en rotation

4.1 Approche théorique : l'équation de Kármán-Howarth-Monin

Nous nous proposons ici de présenter le résultat fondamental de la turbulence *homogène mais non nécessairement isotrope* : l'équation de Kármán-Howarth-Monin sur laquelle est centrée toute l'étude de la turbulence en rotation que nous avons réalisée au chapitre 4 de cette thèse.

Nous pouvons dans un premier temps inclure un terme de forçage par unité de masse $\vec{\mathcal{F}}(\vec{x}, t)$ dans l'équation de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + (\vec{u}' \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}' = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p' - 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u}' + \nu \vec{\nabla}'^2 \vec{u}' + \vec{\mathcal{F}}. \quad (1.28)$$

Lorsque l'on s'intéresse à la statistique des corrélations à 2 points, la difficulté essentielle est de s'affranchir du terme de pression, qui va générer des corrélations pression-vitesse. Comme le note Galtier [28], il est possible d'obtenir une équation pour $R_{ii}(\vec{r}, t) = \langle \vec{u}(\vec{x}, t) \cdot \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}, t) \rangle = R(\vec{r}, t)$ qui ne fait plus intervenir la pression³ :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{4} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} + \nu \vec{\nabla}^2 R + \phi, \quad (1.29)$$

où $\phi(\vec{r}, t) = 1/2 \langle \vec{u}'(\vec{x}, t) \cdot \vec{\mathcal{F}}(\vec{x} + \vec{r}, t) + \vec{u}'(\vec{x} + \vec{r}, t) \cdot \vec{\mathcal{F}}(\vec{x}, t) \rangle$ et où :

$$\vec{F} = \langle \delta \vec{u} (\delta \vec{u})^2 \rangle. \quad (1.30)$$

Nous appelons cette égalité équation de Kármán-Howarth-Monin, conformément au nom donné par Frisch en 1995 [25]. Elle s'interprète comme une équation de diffusion-advection de la corrélation $R(\vec{r}, t)$ dans l'espace des séparations \vec{r} , dont le transport à

3. La méthode consiste à multiplier scalairement l'équation de Navier-Stokes par $u_j(\vec{x} + \vec{r})$, à symétriser puis à moyenner pour obtenir l'équation d'évolution de la fonction de corrélation double R_{ij} , pour finalement en prendre la trace.

travers les échelles est décrit par la densité de flux de corrélation $-\vec{F}/2$.

Pour une turbulence forcée et stationnaire, le terme instationnaire $\partial R/\partial t$ s'annule. Si nous considérons en plus un forçage opérant à grande échelle, i.e. supérieure à l'échelle intégrale L , $\phi(\vec{r})$ peut être considéré isotrope dans le domaine inertiel, et s'identifie à sa valeur en $\vec{r} = \vec{0}$ qui est le taux d'injection d'énergie : $\phi(\vec{r}, t) \simeq \phi(\vec{0}, t) = \varepsilon_{inj}$. Dans le domaine inertiel, le terme visqueux peut être négligé, ce qui conduit à :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = -4\varepsilon_{inj}. \quad (1.31)$$

Pour une turbulence isotrope, \vec{F} est dirigé selon \vec{r} , et cette équation s'intègre simplement :

$$\vec{F} = -\frac{4}{3}\varepsilon_{inj}\vec{r}. \quad (1.32)$$

Cette expression de \vec{F} constitue la loi des 4/3 [4], qui est équivalente à la loi des 4/5 de Kolmogorov (1.27) ; elle montre que pour une turbulence isotrope, la densité de flux est radiale, et dirigée des grandes vers les petites échelles. Elle apporte ainsi une information quantitative sur la cascade de Richardson.

D'une manière intéressante, la radialité de \vec{F} ne tient plus en l'absence d'isotropie, mais l'équation (1.31) prouve que sa divergence demeure isotrope dans le domaine inertiel. L'équation (1.31) ne peut cependant plus être intégrée facilement. Galtier en 2009 a proposé une approche phénoménologique pour prédire la direction du vecteur densité de flux [28]. Toutefois, la vérification expérimentale de la prédiction de Galtier s'avère en pratique difficile car l'obtention d'une turbulence forcée empêche de satisfaire simultanément l'hypothèse d'homogénéité. On peut toutefois noter que des efforts pour créer expérimentalement une turbulence stationnaire et quasi-homogène ont été récemment réalisés par les équipes de J.-F. Pinton à l'ENS Lyon et de E. Bodenschatz au Max Planck Institute for Dynamics and Self-Organization [86, 85].

Pour une turbulence en déclin, l'absence de forçage conduit à écrire l'équation de Kármán-Howarth-Monin de la manière suivante :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{4} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} + \nu \vec{\nabla}^2 R. \quad (1.33)$$

Cette fois, si la turbulence est initialement isotrope (i.e. si $R(\vec{r}, 0)$ ne dépend que de $|\vec{r}|$), seule une anisotropie du flux $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ peut donner naissance à une anisotropie de la distribution de la corrélation. Ceci contraste avec le cas de la turbulence forcée pour laquelle $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ demeure isotrope même en présence de rotation.

On note que rien dans l'équation de Kármán-Howarth-Monin ne dit comment la vitesse de rotation intervient. Ceci traduit le rôle subtil de la force de Coriolis, qui ne travaille pas, et donc n'intervient pas explicitement dans l'équation d'évolution de la corrélation double. La rotation intervient implicitement au travers de \vec{F} , qui correspond à une corrélation triple de la vitesse, mais nous ne disposons pas à ce jour d'une équation faisant un lien explicite entre $\vec{\Omega}$ et \vec{F} . L'objectif central de cette thèse est de fournir des

résultats expérimentaux sur la façon dont la rotation modifie le flux de corrélation $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ dans l'espace des séparations.

4.2 Approches expérimentales de la turbulence en rotation

Nous présentons dans cette partie des études expérimentales de la turbulence en rotation antérieures à notre travail. Ce passage en revue n'est pas exhaustif, et le lecteur est renvoyé à l'article de Van Bokhoven *et al.* [78] qui présente un panorama des expériences de turbulence en rotation. Le tableau en figure 1.7 est tiré de cette référence.

L'étude expérimentale de la turbulence en rotation a débuté en 1958 avec l'expérience de Traugott en soufflerie [77]. Traugott étudie l'écoulement généré par le passage d'un flux d'air à travers une succession de grilles localisées entre deux cylindres coaxiaux en rotation. Les comportements observés sont rétrospectivement assez délicats à interpréter car ils sont sans doute contrôlés par les fortes inhomogénéités de l'écoulement. Mais cette expérience pionnière a le mérite de soulever une difficulté majeure des expériences de turbulence en rotation : l'inhomogénéité de la turbulence, qui est souvent liée à son confinement. Nous reviendrons sur ce point un peu plus loin. Des progrès en terme d'homogénéité ont été réalisés, toujours en soufflerie, par Wigeland et Nagib [81] qui furent les premiers à utiliser un nid d'abeille dans la section d'une conduite en rotation. Cette idée fut reprise par Jacquin *et al.* [38] au début des années 90. En parallèle se sont développées les expériences en cuve fermée dans laquelle une grille est translaturée. Ces études peuvent en première approche être classées en deux catégories :

1. les expériences de turbulence en déclin, pour lesquelles la turbulence est par définition instationnaire. C'est le cas des expériences d'Ibbetson et Tritton (1975) [37], Dalziel (1992) [18], Morize *et al.* (2005) [60], Bewley *et al.* (2007) [6], Staplehurst *et al.* (2008) [73] et Moisy *et al.* (2011) [55].
2. les expériences de turbulence forcée par les oscillations d'une grille, pour lesquelles la turbulence est stationnaire mais inhomogène. On peut citer les expériences de Hopfinger *et al.* (1982) [36] et de Dickinson et Long (1983) [22], qui furent les premières à mettre en œuvre des techniques de visualisation.

4.3 Etudes numériques de la turbulence en rotation

Les études numériques ne sont pas en reste, et sont confrontées aux difficultés liées à l'étendue de la gamme d'échelle de temps et d'espace intrinsèque à la turbulence, qui impose des temps de calcul très longs. On peut classer les simulations en deux catégories : les DNS (*Direct Numerical Simulations*), qui simulent directement les équations de Navier-Stokes, et les LES (*Large Eddy Simulations*) qui ne simulent que les grandes échelles. Les DNS ont pour but de fournir des données à toutes les échelles de l'écoulement, y compris les plus fines (l'échelle de Kolmogorov). Cette approche est la plus ambitieuse, mais également la plus coûteuse en temps de calcul. Elle reste limitée à des nombres de Reynolds assez modérés. A l'inverse, les LES proposent d'isoler les grandes

Reference	Forcing	Ro_g	Re_g
Ibbetson and Tritton ^a (D)	Single grid stroke	0.3–1.9	360
Wigeland and Nagib ^b (S)	Fixed grid	6.0–492	$(0.9–5.5) \times 10^3$
Hopfinger <i>et al.</i> ^c (S)	Oscillating grid	3–33	10^3
Dickinson and Long ^d (S)	Oscillating grid	1.4–11.9	$(3.8–5.9) \times 10^3$
Jacquín <i>et al.</i> ^e (S)	Fixed grid	4.0–95.4	10–500 ^f
Baroud <i>et al.</i> ^g (S)	Jets	0.06–1.1 ^h	360 ^f
Morize <i>et al.</i> ⁱ (D)	Single grid stroke	2.4–120	$(3.1–6.2) \times 10^4$
Davidson <i>et al.</i> ^j (D)	Single oscillation	1.5–3.5 ^h	600 ^k
Staplehurst <i>et al.</i> ^l (D)	Single grid stroke	1.0–2.7 ^h	83–130 ^k

FIGURE 1.7 – Quelques expériences de turbulence en rotation. D’après Van Bokoven *et al.* [78].

échelles par filtrage spatial. Ceci permet de simuler des écoulements à plus grand nombre de Reynolds, sans toutefois résoudre les petites échelles. Celles-ci sont alors modélisées en faisant des hypothèses ad-hoc (de type viscosité turbulente).

Parmi les apports décisifs du numérique, on peut citer les résultats de Godefert et Lollini (1999) [30]. Les DNS réalisées par ces auteurs, bien que limitées en nombre de Reynolds, ont eu pour objectif de simuler l’expérience de Hopfinger *et al.* [36]. Ces auteurs ont, malgré la limitation en nombre de Reynolds, reproduit les résultats obtenus expérimentalement. On peut également citer les travaux de Cambon *et al.* [13], qui ont été motivés par les résultats expérimentaux de Jacquín *et al.*[38]. A l’aide d’un modèle EDQNM (*Eddy-Damped Quasi-Normal Markovian*), ces auteurs obtiennent un résultat important, sur lequel nous revenons dans la section qui suit : la rotation tend à inhiber les transferts d’énergie.

La confrontation entre résultats expérimentaux et numériques reste malgré tout souvent délicate. Les simulations supposent en effet souvent la turbulence homogène, et utilisent des conditions aux limites périodiques. Confronter l’hypothèse d’homogénéité à l’expérience constitue un enjeu de cette thèse.

4.4 Principaux résultats de la turbulence en rotation

Nous présentons désormais deux résultats clés (non indépendants) qui émergent de ces études : *i*) la rotation inhibe la cascade d’énergie, *ii*) la rotation bidimensionalise la turbulence. Il est à noter qu’un troisième résultat est désormais clairement avéré. Il s’agit de la brisure de symétrie cyclone-anticyclone, qui fut découverte pour la première fois lors des mesures de Hopfinger *et al.* en 1982. Nous ne reviendrons cependant pas sur ce point par la suite.

L’inhibition de la cascade d’énergie. Cette caractéristique de la turbulence en

rotation apparaît clairement dans l'expérience en soufflerie de Wigeland et Nagib [81] et Jacquin *et al.* [38]. Les premiers ont mis en évidence une inhibition des transferts d'énergie vers les petites échelles, conduisant à une diminution du taux de dissipation de l'énergie. De manière équivalente, Jacquin *et al.* observent un ralentissement du déclin spatial de l'énergie turbulente par rapport au cas où la conduite de la soufflerie n'est plus mise en rotation. Mais ces mesures en soufflerie sont limitées par l'extension spatiale de cette dernière (la longueur de la conduite est inférieure à 110 mailles de grille), qui ne permet donc pas d'avoir accès au comportement à temps long (via l'hypothèse de Taylor).

Les expériences en cuve tournante et en déclin *temporel* ont confirmé le ralentissement du déclin de l'énergie. En particulier, Morize *et al.* [59] ont réussi à explorer le déclin sur plusieurs décades temporelles, et ont montré que l'évolution au cours du temps de l'énergie cinétique turbulente suit une loi de puissance $t^{-\alpha}$ avec un exposant α plus faible que l'exposant en absence de rotation, avant l'apparition d'un régime visqueux caractérisé par un déclin exponentiel de l'énergie.

Il peut paraître étonnant que la force de Coriolis ait un effet aussi marqué sur l'énergie : en effet, cette force ne travaille pas. Le ralentissement du déclin de l'énergie ne peut donc pas être interprété comme l'apparition d'un apport nouveau d'énergie dû à la rotation. En réalité, la force de Coriolis a un effet bien plus subtil : elle rend la turbulence anisotrope, et c'est de cette anisotropisation que résulte un ralentissement global du déclin. Nous allons voir maintenant que la turbulence a effectivement tendance à devenir bidimensionnelle en présence de rotation.

La bidimensionalisation de la turbulence. L'expérience de turbulence forcée de Hopfinger *et al.* [36] a sans doute été la première à mettre en évidence une transition d'un état 3D vers un état 2D. La turbulence est générée par les oscillations d'une grille située en bas d'un cylindre en rotation. Une turbulence tridimensionnelle est observée au voisinage de la grille, tout à fait analogue à ce qui est observé en l'absence de rotation. En s'éloignant de la grille le long de l'axe de rotation, les auteurs observent un ralentissement du déclin spatial de l'énergie, accompagné d'une transition vers un état quasi-bidimensionnel. A une hauteur de 6 mailles de grille, une anisotropie importante de l'écoulement est visualisée sous la forme de structures tourbillonnaires ayant une allure de colonne.

L'introduction de la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV), dans le cadre de la turbulence en rotation, au début des années 90 par Dalziel [18] a permis d'avoir accès au champ de vitesse dans un plan donné. La structure 2D de la turbulence a été observée récemment par PIV par Moisy *et al.* [55] par des mesures 2D-2C dans un plan vertical dans des expériences de déclin. Les champs de vitesses obtenus confirment la présence de tourbillons verticaux, avec une prédominance de vorticités cycloniques, cette fois-ci grâce à des mesures dans un plan horizontal.

L'importance du confinement. L'expérience de Dalziel [18] que nous venons de mentionner constitue un apport décisif dans le domaine. Non seulement elle fut la première à introduire la PIV en référentiel tournant, mais elle souligne également la présence

d'un écoulement moyen en géométrie fermée, soulevant à cette occasion la question de l'influence de cet écoulement *reproductible* dans le déclin de la turbulence. Bewley *et al.* [6] vont plus loin, et remettent en question la possibilité de créer une turbulence libre en rotation. On peut toutefois constater que leurs expériences ont été menées à faible nombre de Rossby initial et à nombre de Reynolds assez modéré. Dans ces conditions, l'apparition des modes intervient très tôt dans le déclin, et la turbulence n'est que faiblement développée. L'écoulement généré par la grille est donc très vite dominé par un écoulement moyen.

Les effets de confinement sont en particulier analysés par Morize *et al.* [59]. L'observation d'oscillations de l'énergie faite par ces auteurs marque la présence d'un écoulement moyen oscillant à grande échelle. Ces auteurs suggèrent par ailleurs que le déclin de la turbulence fait elle-même apparaître un régime de confinement vertical à un temps contrôlé par la vitesse de propagation des ondes d'inertie.

Plan de ce mémoire

Nous allons, dans cette thèse, faire des mesures de vitesse dans un plan contenant l'axe de rotation, dans le but de caractériser les transferts se produisant dans la cascade d'énergie et voir comment ces transferts sont affectés par la rotation. Cette étude permettra de fournir un éclairage nouveau sur les deux aspects de la turbulence en rotation que nous venons d'exposer : l'inhibition de la cascade verticale et la bidimensionalisation de la turbulence. Pour cela, nous allons mener des expériences dans un fluide confiné. Le confinement, dont l'importance a été comprise récemment grâce aux travaux de Dalziel [18] et Bewley *et al.* [6], va nous mener au préalable à nous interroger sur la possibilité d'obtention d'une turbulence homogène et libre.

Le chapitre 2 est consacré à la présentation du dispositif expérimental : la plateforme tournante « Gyroflow », installée au laboratoire FAST en 2009, et tout juste opérationnelle au début de cette thèse, et le dispositif de mesure de vitesse par PIV. Le point important est que cette plateforme nous permet de faire des mesures par PIV embarquée dans un plan *vertical*, qui contient donc la direction de l'anisotropie imposée par la rotation, direction selon laquelle l'écoulement doit se bidimensionnaliser. Ceci constitue un progrès expérimental significatif par rapport à l'expérience précédente réalisée au laboratoire FAST et ayant fait l'objet de la thèse de C. Morize [58], où seules des mesures dans un plan horizontal ont pu être menées.

Le chapitre 3 est consacré à la caractérisation de l'écoulement obtenu dans une expérience de turbulence de grille en déclin soumise à une rotation. Nous verrons que l'hypothèse d'homogénéité n'est pas si facilement réalisable en laboratoire pour un volume de fluide clos : la turbulence générée expérimentalement coexiste de manière quasi-systématique avec un écoulement moyen correspondant à des modes d'inertie de la cuve. Cependant, nous serons amenés à remettre en question les conclusions des travaux de Bewley *et al.* [6], qui suggèrent que la turbulence en rotation est dominée par les modes. En proposant une solution expérimentale pour inhiber leur apparition, nous allons montrer qu'il est bien possible de s'approcher au mieux d'une situation de déclin libre pour la turbulence.

Le chapitre suivant se concentrera sur la composante turbulente en l'absence de modes d'inertie. Nous présenterons l'effet de la rotation sur les transferts d'énergie à travers les échelles pour une turbulence en déclin, c'est-à-dire sur la dynamique de l'émergence de l'anisotropie. Ces mesures ont nécessité la mobilisation de données importantes, afin d'assurer une bonne convergence des moments d'ordre 3 des incréments de vitesse, ces derniers ayant été calculés directement dans l'espace physique.

Le cinquième et dernier chapitre se focalise cette fois sur la composante moyenne identifiée au chapitre 3 : les modes d'inertie. Nous excitons ces modes d'inertie de la

cuve un à un par libration (i.e. en modulant la vitesse angulaire de rotation). Cette étude nous permettra de confronter les prédictions numériques de Maas [48] à l'écoulement obtenu expérimentalement. Cette analyse, menée en régime linéaire, nous amènera à discuter de l'excitabilité des modes d'inertie, et des mécanismes mis en jeu lors de l'excitation de ces modes.

Les résultats relatifs à cette thèse ont fait l'objet des publications suivantes :

1. **Excitation of inertial modes in a closed grid turbulence experiment under rotation**
C. Lamriben, P.-P. Cortet, F. Moisy, L. Maas, *Phys. Fluids* 23, 015102 (2011).
2. **Direct measurements of anisotropic energy transfers in a rotating turbulence experiment**
C. Lamriben, P.-P. Cortet, F. Moisy, *Phys. Rev. Lett.* 107, 024503 (2011).
3. **Inertial waves and modes excited by the libration of a rotating cube**
J. Boisson, C. Lamriben, L.R.M. Maas, P.-P. Cortet, F. Moisy, *Phys. Fluids* 24, 076602 (2012) .

Chapitre 2

Dispositif expérimental et méthode de mesure

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental. Nous présentons dans un premier temps les techniques utilisées pour générer des écoulements dans un référentiel en rotation. La rotation est assurée par la plateforme tournante Gyroflow, qui est utilisée dans les deux séries d'expériences présentées dans cette thèse :

- Expériences de turbulence en rotation et en déclin. La plateforme tourne alors à vitesse constante, et le système de forçage est une grille que nous translatons dans une cuve disposée sur la plateforme. La grille est translatée de bas en haut en début d'expérience, et nous étudions l'influence de la rotation sur l'écoulement turbulent généré par la grille. Les résultats relatifs à cette étude expérimentale sont présentés aux chapitres 3 et 4.
- Expériences d'excitation de modes d'inertie par libration. Cette fois, nous imposons une vitesse angulaire de rotation modulée pour forcer l'écoulement dans la cuve. Cette technique de forçage s'appelle la libration longitudinale ; elle est étudiée au chapitre 5.

La description du dispositif expérimental est suivie d'une présentation de la technique de mesure des vitesses, la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV), qui a été réalisée dans le référentiel tournant, et a été utilisée dans toutes les expériences présentées dans ce travail de thèse.

1 Présentation du dispositif

1.1 Description générale du dispositif

Une vue d'ensemble du dispositif expérimental est donnée en figure 2.1. Notre dispositif est constitué d'une plateforme tournante d'un diamètre de 2 m, sur laquelle repose une cuve contenant de l'eau. Cette cuve est disposée au centre de la plateforme afin d'équilibrer au mieux la masse sur la plateforme. Pour des raisons optiques évidentes,

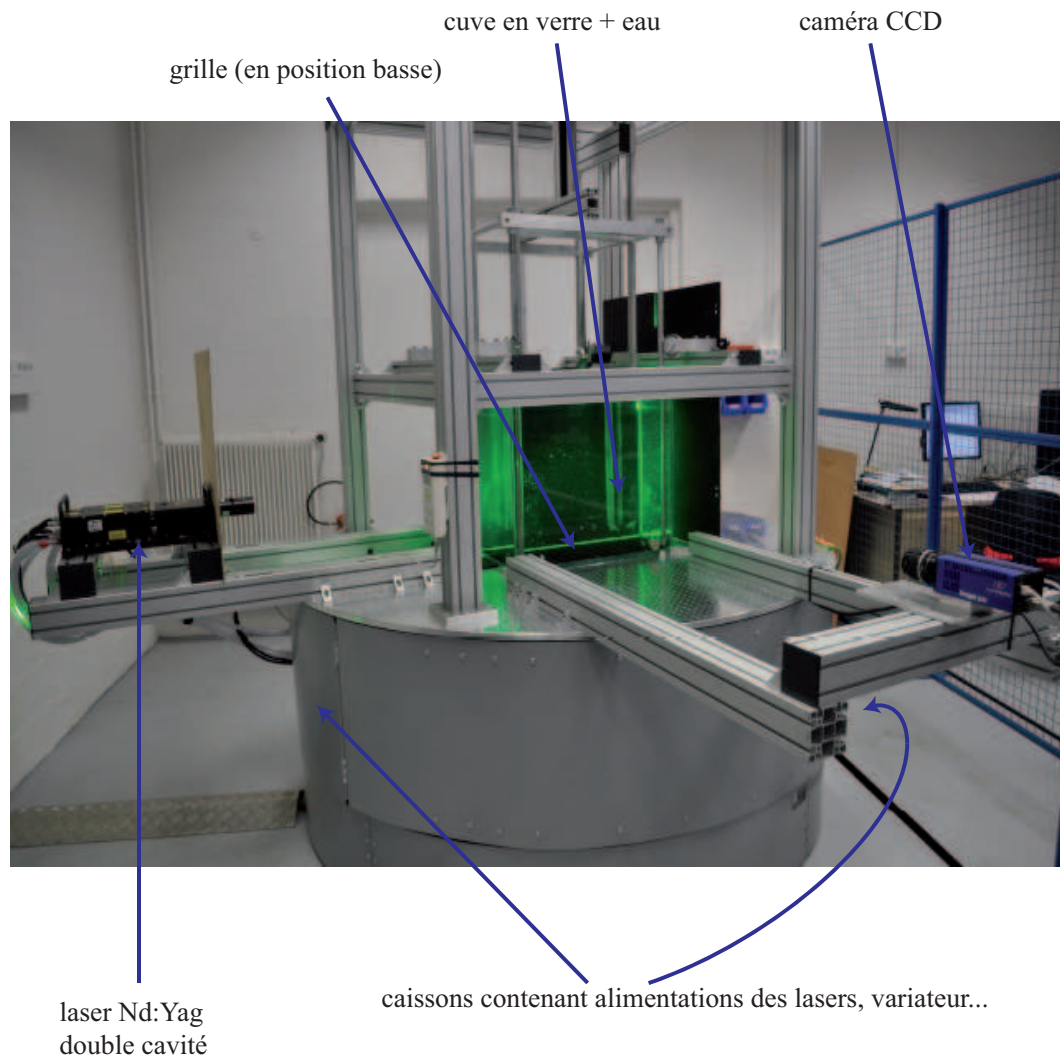


FIGURE 2.1 – Photographie de l'ensemble du dispositif expérimental.

le choix s'est porté sur une cuve parallélépipédique en verre. Aux chapitres 3 et 4, qui concernent la turbulence en rotation, nous utiliserons une cuve cubique de dimension intérieure $L = 60$ cm, remplie d'eau jusqu'à une hauteur de 52 cm. La production d'un écoulement turbulent dans cette cuve implique que la grille, le moteur qui en assure la translation, et son variateur soient également en rotation, et donc embarqués sur plateforme. Le moteur qui assure la translation de la grille est fixé au-dessus de la cuve (hors-champs sur la photographie 2.1) et le variateur est placé dans un des caissons situés sous le plateau circulaire. Dans les expériences de libration, l'écoulement sera confiné

dans une cuve dont la base a pour dimensions $30 \times 30 \text{ cm}^2$ et de hauteur 36 cm. Une paroi en verre sera disposée sur la face supérieure de la cuve, à une hauteur de 30 cm. Ainsi, lorsque la cuve est remplie, le fluide occupera un cube de 30 cm de côté.

Dans tous les cas, le matériel destiné à effectuer les mesures de vitesse est embarqué sur la plateforme. Il comporte le système de visualisation (une caméra CCD), le laser et ses alimentations, ainsi que l'ordinateur de pilotage. Cet ordinateur permet de gérer la synchronisation entre l'acquisition des images, les impulsions du laser et la translation de la grille via un appareil appelé Programmable Time Unit (PTU), placé dans un des caissons situés sous le plateau tournant. Lorsque la cuve de 60 cm est remplie d'eau, elle pèse (poids du verre inclus) environ 200 kg. Avec le laser, ses alimentations, la grille et les supports de fixation, l'ensemble représente une charge totale d'environ 250 kg. Le bon fonctionnement du dispositif tient aux performances mécaniques de la plateforme tournante qui est capable d'imposer à l'ensemble une rotation dont la vitesse est contrôlée avec une très bonne précision.

1.2 La plateforme Gyroflow

La plateforme Gyroflow a été conçue en 2008, elle est opérationnelle au laboratoire FAST depuis octobre 2009. C'est une plateforme tournante spécifiquement adaptée à la réalisation d'expériences d'hydrodynamique en référentiel tournant. Un point décisif quant à la réalisation d'expériences en rotation est la précision de la vitesse de rotation imposée par la plateforme. En effet, imaginons que la plateforme maintienne une vitesse de rotation avec des fluctuations relatives de $\Delta\Omega/\Omega = 1\%$ pour une vitesse $\Omega = 16 \text{ tr/min}$ imposée. Ces fluctuations induiraient des mouvements relatifs entre la caméra et le fluide. Dans le référentiel tournant, le mouvement apparent du fluide par rapport à la caméra correspondrait alors à des vitesses relatives de l'ordre de $L\Delta\Omega \sim 0,5 \text{ cm s}^{-1}$ pour la cuve de dimension $L = 30 \text{ cm}$. Tout écoulement dont la vitesse est inférieure à cette vitesse serait alors masqué par les défauts mécaniques de la rotation.

Caractéristiques mécaniques

Une représentation schématique de la plateforme, fournie par le constructeur, est donnée en figure 2.2. Le châssis est la partie fixe dans le référentiel du laboratoire, et repose sur des pieds de fixation au sol permettant le réglage de l'horizontalité avec une tolérance égale à 0,2 mm/m. Il inclut le moteur de la plateforme, alimenté par une tension nominale de 400 V et fournissant une puissance de 0,5 kW. Ce dernier peut mettre en rotation la plateforme jusqu'à une vitesse de rotation de 30 tr/min. Etant donné les ordres de grandeur des vitesses d'écoulement que nous exciterons, des vitesses de rotation inférieures à 16 tr/min suffiront pour créer des écoulements associés à un nombre de Rossby $Ro < 1$: la plateforme ne sera donc pas utilisée à son maximum de vitesse de rotation. Plus précisément, dans cette thèse, les expériences seront menées à des vitesses de rotation comprises entre $\Omega = 2$ et 16 tr/min.

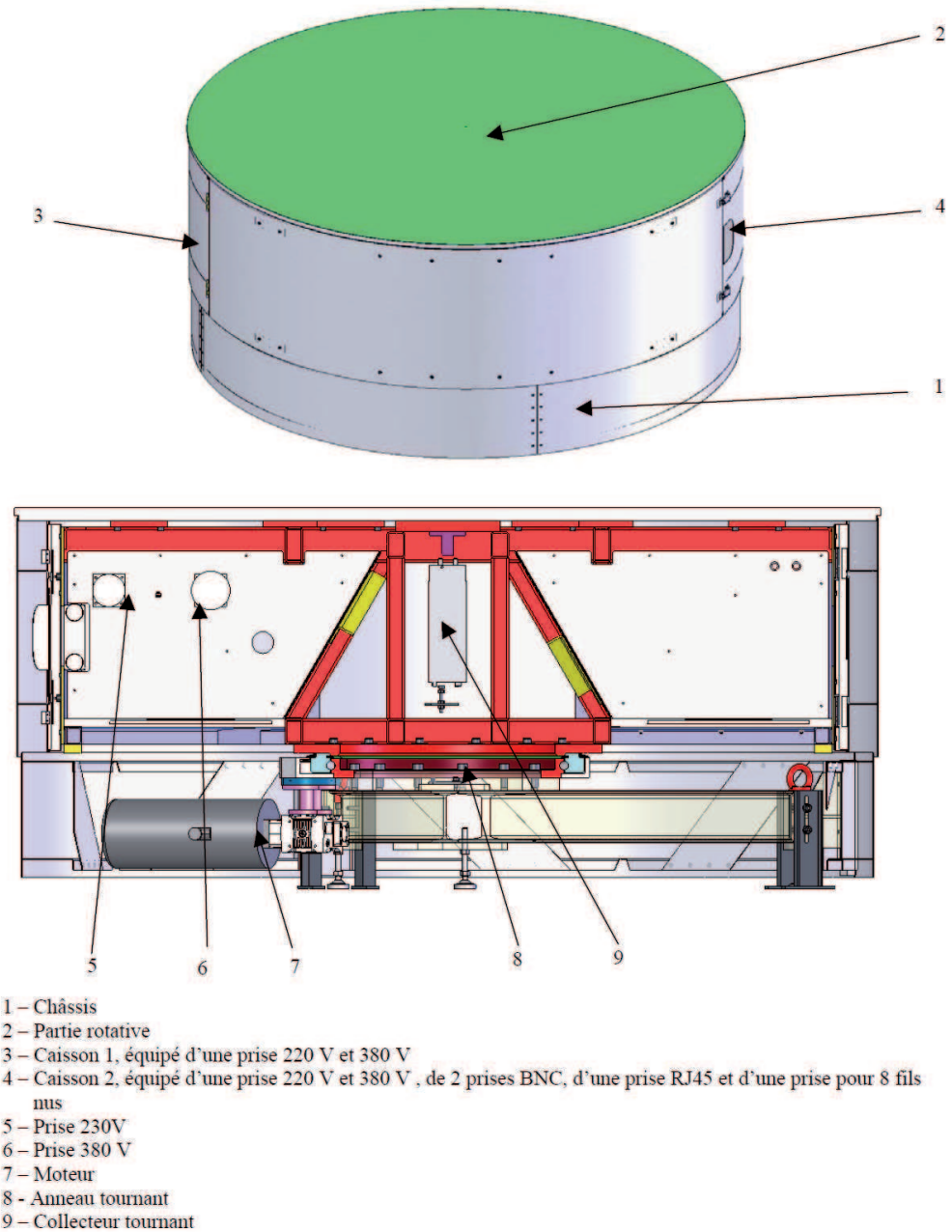


FIGURE 2.2 – Description de la plateforme tournante (schéma fourni par le bureau d'étude GP Concept). En haut : vue extérieure. En bas : coupe verticale selon un diamètre.

Le plateau tournant est situé à une hauteur du sol de 88 cm. Il consiste en un plateau percé de trous taraudés destinés à la fixation des divers éléments. Le diamètre du plateau est 2 m ; il offre ainsi la place pour fixer la cuve, le laser, la caméra et l'ordinateur de pilotage. Il s'agit là d'un intérêt majeur de cette plateforme, puisque l'embarquement du dispositif de PIV complet permet de réaliser des mesures de vitesse dans tous les plans du référentiel tournant avec un très bon rapport signal sur bruit. De plus, l'espace disponible permet de régler aisément les distances entre la caméra et la cuve, et donc de ne pas limiter la taille des champs pour des raisons de place. Le reste du matériel (alimentation des lasers, PTU, alimentation du moteur de la grille) est embarqué dans des caissons, de dimension 67×50 cm, situés sous le plateau. Un point essentiel est d'amener le courant dans le référentiel en rotation, ainsi qu'une liaison Ethernet qui permet le contrôle de l'ordinateur de pilotage embarqué sur la plateforme par un ordinateur fixe dans le référentiel du laboratoire. Ceci est réalisé grâce au collecteur tournant (voir figure 2.2), qui assure un contact entre l'installation électrique de la salle et les éléments embarqués sur la plateforme.

Il est possible d'embarquer jusqu'à une tonne de matériel, ce dernier devant être le plus équilibré possible. D'après les indications du constructeur, le balourd maximal autorisé est de 10 kg à 50 cm de l'axe afin d'assurer une stabilité optimale de l'axe de rotation. Les trois éléments posés sur la plateforme (caméra, laser, ordinateur) sont donc disposés de la manière la plus équilibrée possible, avec pour seule contrainte de disposer la caméra et le laser à angle droit.

Stabilité de la vitesse de rotation

Comme nous l'avons vu, la stabilité de la vitesse de rotation est décisive. La rotation est analysée en enregistrant le signal de l'encodeur récupéré sur un fréquencesmètre à raison de 1024 points par tour, qui fournit un signal image de la vitesse de rotation. La figure 2.3 présente un enregistrement sur une durée de 2500 s de la vitesse instantanée de rotation, pour une consigne de vitesse constante de $\Omega = 8$ tr/min ($f=0,133$ Hz). Le spectre associé est représenté en figure 2.4. Le spectre révèle un ensemble de fréquences mécaniques : une à $0,5f$, et toutes les harmoniques associées. Ces fréquences mécaniques constituent a priori un double inconvénient. D'une part, la caméra est rigidement liée à la plateforme alors que le fluide, lui, ne répond pas de manière rigide à ce forçage. Ces fluctuations périodiques induisent donc un mouvement relatif entre la caméra et le fluide, c'est-à-dire des vitesses apparentes qui se superposent à l'écoulement que nous étudions. D'autre part, ces fréquences d'oscillation de la plateforme sont susceptibles de forcer un écoulement dans le référentiel en rotation ; en particulier, les fluctuations de fréquences inférieures à $2f$ peuvent générer des ondes d'inertie.

Toutefois, les amplitudes de ces fluctuations restent très faibles. En effet, sur la figure 2.3, on remarque que les valeurs ne sont qu'assez faiblement dispersées autour de la consigne. Plus précisément, l'écart-type de l'ensemble des valeurs fournit une estimation de la précision de la rotation ; il vaut $\Delta\Omega = 4,0 \cdot 10^{-4}$ rad s⁻¹, soit une dispersion relative

de $\Delta\Omega/\Omega = 4,8 \cdot 10^{-4}$. Les vitesses parasites attendues sont alors de l'ordre de $0,2 \text{ mm s}^{-1}$. Ces vitesses sont très faibles, et ne seront pas gênantes pour les expériences de turbulence. Pour les expériences de libration, nous verrons au chapitre 5 que les vitesses induites par les gradients de température sont un ordre de grandeur au dessus, et constituent donc la limite de résolution de notre système. Nous mettrons cependant en place un post-traitement des champs de vitesse sous Matlab, qui consiste en un filtrage passe-bande des fréquences d'écoulements autour de la fréquence du mode d'inertie, et qui permettra d'exclure ces « vitesses thermiques ».

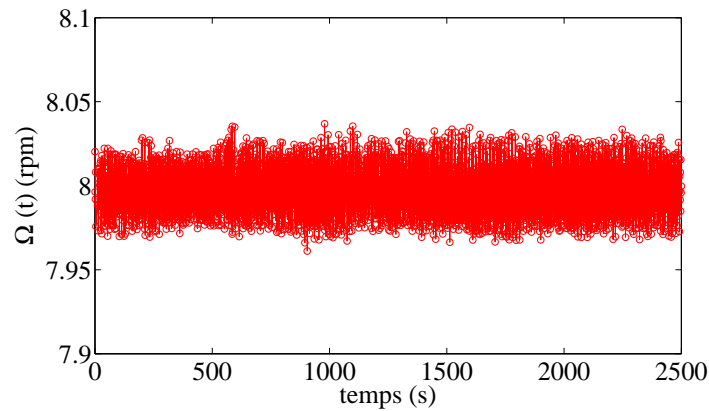


FIGURE 2.3 – Enregistrement de la vitesse de rotation instantanée de la plateforme sur une durée de 2500 s. La vitesse consigne est de 8 tr/min.

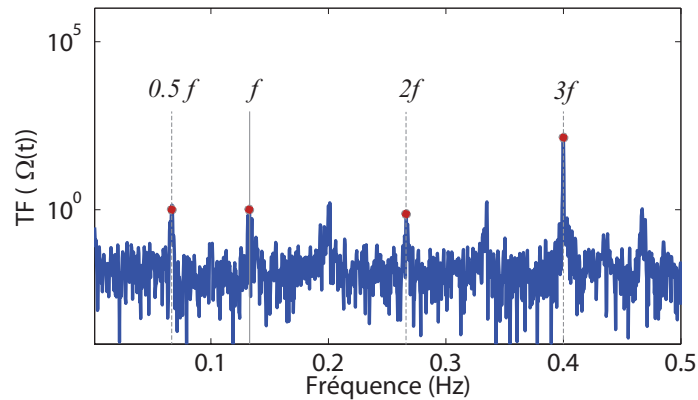


FIGURE 2.4 – Spectre temporel de la vitesse angulaire de la plateforme. $f = 0,133 \text{ Hz}$ correspond à la fréquence de rotation de la plateforme.

2 Mesure de vitesse par PIV

2.1 Principe général de la PIV

La Vélocimétrie par Images de Particules est une technique optique quantitative non intrusive, permettant la mesure de champs de vitesse dans un écoulement. Cette technique s'est considérablement développée en hydrodynamique expérimentale au cours des vingt-cinq dernières années, et a été introduite dans le contexte de la turbulence en rotation par Dalziel en 1992 [18]. Cette méthode présente l'avantage de fournir directement des informations sur la structure spatiale d'un écoulement. Elle consiste à introduire dans le fluide des traceurs qui sont illuminés par un laser et filmés à l'aide d'une ou plusieurs caméras. Contrairement à son homologue, la PTV (Particle Tracking Velocimetry), il ne s'agit pas de suivre les particules une à une (mesure lagrangienne), mais d'effectuer une corrélation entre deux images successives pour déterminer le déplacement $\vec{\delta l}$ effectué par les motifs d'intensité lumineuse formés par les particules.

Pour cela, les deux images sont découpées en fenêtres d'interrogation de même taille, et l'algorithme de PIV détermine le déplacement $\vec{\delta l}$ de chaque fenêtre entre deux images successives qui maximise la fonction de corrélation de l'intensité lumineuse. Si les deux images ont été prises à un intervalle de temps δt , la fenêtre se voit affecter un vecteur vitesse $\vec{v} = \vec{\delta l} / \delta t$ (figure 2.5).

A l'heure actuelle, des techniques de PIV stéréoscopiques existent et donnent accès aux trois composantes de la vitesse dans un plan (PIV stéréo), voire dans l'espace (PIV 3D). Dans cette thèse, nous utiliserons la technique classique de PIV 2D, plus simple à mettre en œuvre : nous aurons accès aux deux composantes de la vitesse dans un plan du cube. La restriction de la mesure à un plan constitue cependant une difficulté quant à l'interprétation des données, en particulier dans un contexte d'écoulements anisotropes où l'extrapolation de la troisième composante n'est pas possible à partir de données 2D. Ce point sera rediscuté par la suite, notamment au chapitre 4 lorsqu'il s'agira de mesurer la fonction de corrélation triple des vitesses dans les expériences de turbulence.

2.2 Mise en œuvre expérimentale

Nous utilisons un dispositif de PIV fourni par la société LaVision. Il se compose d'une caméra CCD 2048×2048 pixels, du logiciel d'acquisition et de traitement Davis, et d'un générateur de signaux gérant la synchronisation (PTU). Deux modes d'acquisition sont possibles :

- en mode « *simple image* », on fixe la fréquence d'acquisition f_{acq} , et une seule image est enregistrée tous les $T = 1/f_{acq}$,
- en mode « *double image* », une paire d'images séparées de δt est enregistrée tous les $T = 1/f_{acq}$, où f_{acq} est la fréquence d'acquisition, avec $T > \delta t$.

Les particules sont éclairées par un laser Nd :Yag double cavité, capable de générer des flashes de 130 mJ sur une durée de 8 ns. Le laser est muni d'une lentille cylindrique en sortie permettant de convertir le faisceau en une nappe. La longueur d'onde est dans le

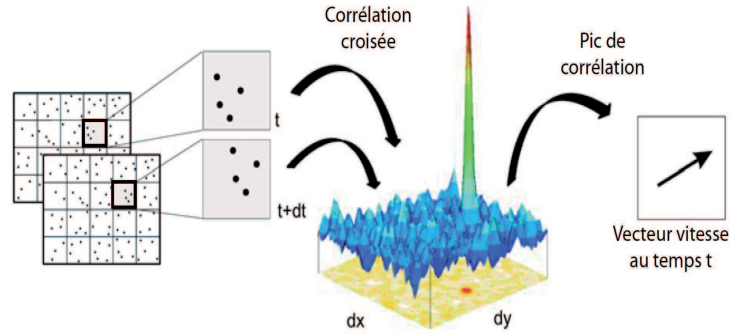


FIGURE 2.5 – Représentation schématique des trois étapes principales du calcul de PIV : *i*) découpage en fenêtre d'interrogation, *ii*) calcul des corrélations croisées de l'intensité lumineuse, *iii*) obtention du vecteur vitesse à partir du pic de corrélation. D'après La-Vision.

visible ($\lambda = 532 \text{ nm}$), ce qui facilite les réglages de la nappe laser par rapport à la cuve.

La PIV est une technique très sensible à la qualité des images, et aux choix des paramètres de calculs. Les règles suivantes doivent ainsi être observées :

- L'ensemencement doit être le plus homogène possible, et être ajusté de façon à assurer la présence de 4 à 10 particules par fenêtre d'interrogation.
- Le contraste de luminosité entre les particules et le fluide doit être suffisant : un rapport de luminosité d'au moins 100 sera systématiquement recherché avant de démarrer l'acquisition des images.
- Chaque particule doit occuper 3 ou 4 pixels sur l'image enregistrée. Ce critère est obtenu par une mise au point adéquate. Elle correspond ici en pratique à la focalisation la plus nette des particules.
- Le pas de temps δt et la taille de la fenêtre doivent être choisis de sorte que les particules se déplacent d'environ un tiers de la taille de la fenêtre d'interrogation pendant δt .

Bien entendu, tous ces réglages ne sont pas indépendants : un ensemencement peu dense ne permet pas de respecter le critère de 4 à 10 particules par fenêtre d'interrogation si ces dernières ont une taille trop petite. Notre objectif est d'obtenir la meilleure résolution spatiale, ce qui conduit à suivre la démarche suivante :

- Choix d'une fenêtre d'interrogation de 32×32 pixels.
- Ensemencement de l'eau jusqu'à obtention d'au moins 4 particules par fenêtre d'interrogation.
- Choix du pas de temps en fonction de la vitesse caractéristique de l'écoulement.

Choix de la taille de la fenêtre d'interrogation

Le choix de la fenêtre d'interrogation est guidé par la nécessité d'obtenir la meilleure résolution spatiale de l'écoulement. Or, les écoulements étudiés dans cette thèse présentent des inhomogénéités parfois très fortes du champ de vitesse. Ainsi, pour un pas de temps δt fixé, une taille donnée de la fenêtre d'interrogation n'est optimale que dans les zones d'écoulement où les vitesses permettent effectivement aux particules de se déplacer d'environ un tiers de la taille de la fenêtre (10 pixels pour notre fenêtre de 32×32 pixels). Pour pouvoir détecter des déplacements plus grands, nous commençons par choisir des fenêtres de taille 64×64 pixels, dont la corrélation permet de déterminer un mouvement moyen des particules. Chaque fenêtre est alors découpée en quatre fenêtres de 32×32 pixels pour affiner le champ de vitesse.

Il est par ailleurs possible d'imposer un recouvrement entre les fenêtres, sans toutefois modifier leur taille. Ceci permet d'augmenter la résolution spatiale de l'écoulement, si le recouvrement est choisi au maximum égal à 50%. Au-delà, le recouvrement permet effectivement d'obtenir davantage de vecteurs vitesse, sans toutefois apporter d'informations supplémentaires sur l'écoulement. La résolution spatiale de la mesure est alors la distance séparant deux fenêtres adjacentes, c'est-à-dire de 16 pixels (une calibration au préalable permet de faire la correspondance avec la distance réelle). La caméra étant dotée d'un capteur de 2048×2048 pixels, les champs de vitesses sont au final constitués de 128×128 vecteurs.

Ensemencement

Les traceurs choisis sont des billes de verre creuses Spherical 110P8 fournies par LaVision. Il s'agit de particules sphériques de rayon $r = 5,5 \mu\text{m}$ et de masse volumique $\rho = 1,1 \text{ g cm}^{-3}$. Leur vitesse de sédimentation dans l'eau est de l'ordre de 10^{-6} m s^{-1} . Cette vitesse est négligeable devant les vitesses des écoulements que nous étudierons (au minimum 10^{-4} m s^{-1} pour les expériences d'excitation de modes d'inertie présentées au chapitre 5). De plus, la taille des particules est très inférieure :

- en turbulence, à l'échelle de Kolmogorov (de l'ordre du millimètre) ;
- en libration, à la taille caractéristique des variations spatiales de vitesse des modes d'inertie (de l'ordre du centimètre).

Nous pouvons ainsi considérer que ces particules sont advectées passivement par l'écoulement, et constituent donc de bons traceurs. Toutefois, lors d'expériences prolongées, ou pendant la période d'attente entre deux expériences, la sédimentation des particules conduit au bout de quelques heures à une concentration de particules plus forte au voisinage de la paroi inférieure. Il est donc nécessaire d'homogénéiser la suspension de particules après quelques heures d'expériences, lorsque la sédimentation rend la lumière diffusée par les particules inhomogène sur l'ensemble de l'image. Par ailleurs, une concentration homogène ne suffit pas, notamment lorsque le champ d'observation est grand : la zone de fluide la plus éloignée de la source laser paraît à l'image moins lumineuse, du fait de la diffusion de la lumière le long de la marche de la nappe. Il est

donc impératif d'ensemencer le fluide sans être excessif dans le dosage, le risque étant d'altérer le contraste et de favoriser la diffusion de la lumière.

Choix du pas de temps

Le choix du pas de temps δt entre la prise de deux images consécutives constitue également un paramètre clé quant à l'obtention de champ de vitesse de qualité. En mode d'acquisition « *double image* », il peut être fixé indépendamment de la fréquence d'acquisition, mais est limité à 68 ms par la caméra.

Le critère d'un déplacement des particules d'un tiers de la fenêtre d'interrogation ne peut pas en pratique être satisfait sur l'ensemble des fenêtres d'interrogation, car les écoulements sont inhomogènes. Ce critère peut en revanche être satisfait en moyenne, c'est-à-dire à partir du déplacement quadratique moyen de l'ensemble des particules de l'image. Nous choisissons ainsi un intervalle de temps δt en fonction de la vitesse quadratique moyenne (vitesse *rms*) de l'écoulement $u(t) = \sqrt{\langle \bar{u}^2 \rangle}$, pour ne pas défavoriser les grandes ou les petites vitesses, la notation $\langle \cdot \rangle$ indiquant un moyennage spatial. Or, la vitesse *rms* décroît au cours du temps lors des expériences de turbulence en déclin. La valeur de δt doit donc augmenter durant l'acquisition, de façon à ce que le déplacement des particules entre deux images reste à peu près constant pendant le déclin. Le tableau 2.2 donne par exemple les valeurs de δt choisies pour les expériences de turbulence décrites au chapitre 3, expériences pour lesquelles la valeur du pas de temps change toutes les 30 secondes. Les pas de temps sont déterminés de manière empirique : on choisit initialement un pas de temps très court pour lequel les particules apparaissent toutes quasi-immobiles entre deux images successives. On l'augmente ensuite progressivement jusqu'à satisfaire le critère de déplacement moyen des particules.

Palier	δt (ms)
1	5
2	10
3	20
4	30
5	35
6	44
7	68

TABLE 2.1 – Evolution du pas de temps pour les expériences de turbulence en déclin où l'intégralité du plan de la cuve est filmée. La valeur de δt augmente par paliers, chacun d'entre eux durant 30 secondes.

Pour les expériences de libration où nous excitons des modes d'inertie, les vitesses mises en jeu sont suffisamment faibles pour s'affranchir d'une acquisition « double image », et se contenter d'une acquisition « simple image ». Dans ce cas, c'est la fré-

quence d'acquisition f qui fixe la valeur du pas de temps $\delta t = 1/f_{acq}$. Mais à nouveau, dans un plan donné, il existe des inhomogénéités fortes des vitesses (présence de nœuds et de ventres de vitesse). On choisit donc une fréquence d'acquisition f_{acq} de façon à respecter en moyenne un déplacement d'un tiers de la fenêtre d'acquisition entre deux images successives. En pratique, une fréquence comprise entre 1,5 Hz et 2 Hz convient, ce qui donne typiquement 12 à 24 images par période de libration. Cela suffit pour résoudre la dynamique du mode.

2.3 Choix de l'algorithme de PIV

L'expérience montre que les champs de vitesse obtenus par PIV présentent régulièrement quelques vecteurs vitesse isolés dénués de réalité physique : leur norme et/ou leur orientation ont des valeurs anormales au vu du mouvement local du fluide. En effet, un choix même optimal des paramètres de PIV ne permet pas en général l'obtention de champs de vitesse dépourvus de vecteurs aberrants : les défauts optiques résiduels (inhomogénéité de l'éclairage, réflexions parasites...) sont à l'origine de pics de corrélation de l'intensité lumineuse qui ne sont pas liées aux déplacements des particules. Par exemple, imaginons une tâche lumineuse fixe dans le référentiel en rotation et présente sur les deux images à corrélérer. Le motif d'intensité lumineuse est alors contaminé par le motif associé à cette tâche qui est immobile : la corrélation de l'intensité lumineuse présentera un pic associé à un déplacement nul, indépendamment du déplacement des particules. Par ailleurs, des coïncidences fortuites de l'intensité lumineuse peuvent également se produire. Elles se produisent de manière aléatoire et sont associées à un pic de la fonction de corrélation dû à une disposition identique d'un ensemble de particules entre t et $t + \delta t$. Le déplacement déduit d'un pic lié à une corrélation fortuite de l'intensité lumineuse fournit également un vecteur vitesse qui n'est pas physique.

Plusieurs traitements permettent l'atténuation du bruit de mesure, et la suppression d'un maximum de vecteurs aberrants. En premier lieu, nous choisissons de faire un calcul de corrélation croisée de second ordre. Cette méthode de calcul repose sur le principe suivant : les corrélations fortuites sont liées à du bruit de mesure à petites échelles, et sont donc très fluctuantes d'une fenêtre d'interrogation à l'autre. La corrélation croisée du second ordre consiste alors à multiplier deux fonctions de corrélation décalées l'une de l'autre de $1/4$ de la taille de la fenêtre d'interrogation. Le décalage réduit significativement le bruit, mais n'affecte pas la position du pic principal. La multiplication des deux fonctions de corrélations permet ainsi l'atténuation du bruit de mesure en augmentant la valeur relative du pic de corrélation (figure 2.6).

2.4 Opérations de post-traitement

Les opérations de post-traitement sur les champs de vitesses obtenus sont également très efficaces pour diminuer le nombre de vecteurs aberrants. Nous pouvons les ranger en deux catégories :

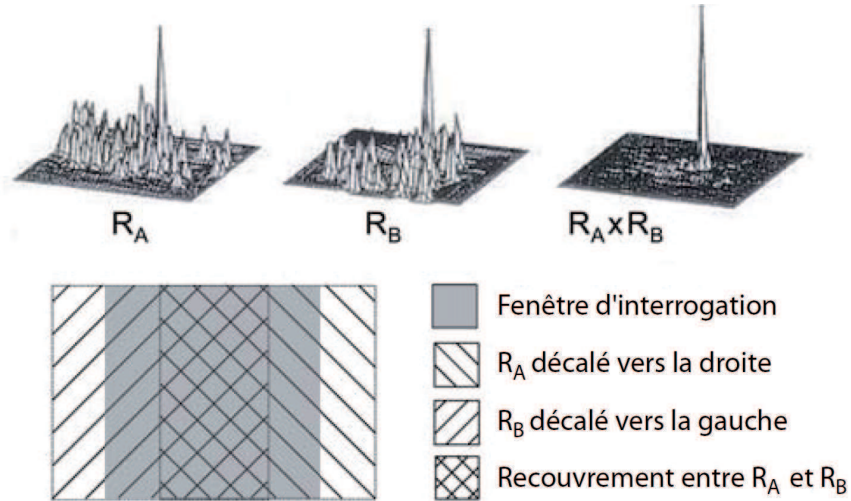


FIGURE 2.6 – Schéma de principe de la méthode de corrélation croisée de second ordre. Les fonctions de corrélation R_A et R_B sont associées à des fenêtres décalées d'un quart de la taille de la fenêtre d'interrogation. D'après LaVision.

1. la détection, fenêtre par fenêtre, des pics de corrélation de l'intensité lumineuse dont l'amplitude est jugée trop faible. Idéalement, la fonction de corrélation ne présente qu'un seul pic au milieu d'un bruit de mesure. En pratique, il existe des pics secondaires, dont la taille relative permet d'estimer la qualité de la corrélation. Plus précisément, il est possible de calculer un facteur de qualité :

$$Q = \frac{P_1 - P_{min}}{P_2 - P_{min}}$$

où P_1 et P_2 correspondent respectivement à la hauteur des premier et deuxième pics, P_{min} désignant la valeur minimale de la corrélation. Les grandes valeurs de Q correspondent à un pic bien isolé du bruit. A l'inverse, lorsque le bruit est du même ordre que le pic principal, Q est proche de 1. Nous fixons empiriquement qu'un pic principal est jugé aberrant lorsque Q est inférieur à 1,3. Lorsque le vecteur est jugé aberrant, il est remplacé par un vecteur interpolé sur les huit plus proches voisins.

2. le filtrage médian, qui vérifie la cohérence locale du champ obtenu, en s'assurant que les composantes des vecteurs vitesse de fenêtres voisines ont des valeurs assez proches. Quantitativement, un vecteur dont une composante u n'est pas comprise dans l'intervalle $[\bar{U} - n\sigma, \bar{U} + n\sigma]$ (\bar{U} et σ désignant respectivement la moyenne et l'écart-type sur les 8 plus proches voisins) est jugé aberrant, et l'algorithme considère alors le deuxième pic de corrélation, puis le troisième, si cette condition n'est pas vérifiée. Si jamais les trois itérations ne suffisent pas pour respecter ce

critère, le vecteur est remplacé par un vecteur dont chaque composante correspond à la médiane des composantes des vecteurs voisins. Le choix de la valeur de n relève d'un compromis. Si n est trop grand, le filtrage n'est pas efficace car il ne détecte qu'une minorité de vecteurs aberrants. A l'inverse, si n est trop faible, le critère est trop exigeant et agit sur un grand nombre de vecteurs vitesses, y compris ceux qui ne sont pas aberrants. Le choix de n dépend donc des variations spatiales du champ de vitesse réel. Nous choisissons $n = 1,5$ pour les expériences de turbulence, pour lesquelles les variations de vitesse à petites échelles sont plus importantes que dans les expériences de libration, pour lesquelles nous choisissons $n = 1,2$.

Combinés au choix de la corrélation du second ordre, le post-traitement donne alors en pratique de très bons résultats quant à la suppression des vecteurs aberrants, et fournit des champs de vitesse de bonne qualité à condition que le nombre de vecteurs aberrants initialement présents ne soit pas supérieur à 1% du nombre total de vecteurs vitesse.

Chapitre 3

Excitation de modes d'inertie lors d'expériences de turbulence en rotation

L'objectif de ce chapitre est de caractériser l'écoulement généré par la translation d'une grille dans un fluide confiné dans une cuve en rotation. La grille est utilisée en début d'expérience pour créer un écoulement turbulent dans un volume fermé de fluide et mis en rotation à l'aide de la plateforme. Nous souhaitons répondre à la question suivante : est-il possible de générer une turbulence libre dans un fluide confiné avec notre dispositif de turbulence de grille ?

Dans une première partie, nous revenons sur les réponses, parfois contradictoires, apportées à cette question lors d'études antérieures. Nous montrons dans une deuxième partie qu'une utilisation « naïve » du dispositif expérimental ne permet pas, en réalité, l'obtention d'une turbulence en déclin libre car elle coexiste systématiquement avec un écoulement moyen avec lequel elle est susceptible d'interagir. Cet écoulement moyen, inhomogène et instationnaire, se compose de modes d'inertie résonnants de la cuve. Nous montrons ensuite qu'il est possible d'extraire cet écoulement à partir des champs de vitesse expérimentaux, puis d'obtenir la structure spatiale de chaque mode qui compose cet écoulement moyen. Enfin, nous proposons une solution expérimentale pour inhiber l'excitation des modes d'inertie, en vue de l'étude de l'effet de la rotation d'ensemble sur le déclin libre d'une turbulence initialement homogène et isotrope, qui fera l'objet du chapitre 4.

Cette étude a fait l'objet d'une publication dans *Physics of Fluids* en 2011 [43].

1 Introduction

Les études expérimentales du déclin de la turbulence ont souvent été réalisées en générant un écoulement turbulent par translation d'une grille dans un volume clos de

fluide. Cette méthode permet effectivement de créer un écoulement turbulent, mais dont l'homogénéité et l'isotropie sont moins bonnes que pour les expériences plus classiques de turbulence de grille en soufflerie où l'écoulement n'est pas confiné dans sa direction longitudinale [15, 53]. Toutefois, créer un écoulement turbulent dans un milieu confiné est particulièrement utile lorsque l'on souhaite étudier l'influence d'une rotation d'ensemble sur la turbulence [81, 37]. D'ailleurs, à l'exception des toutes premières expériences [38], l'intégralité des études expérimentales de turbulence en rotation a consisté à créer un écoulement turbulent dans un milieu clos à l'aide d'une grille que l'on translate, ou à laquelle on impose des oscillations dans le fluide. En effet, si la rotation est imposée par une plateforme tournante, il est nécessaire de confiner le fluide dans un récipient.

D'une manière générale, le confinement favorise l'apparition d'écoulements à grande échelle, i.e. dont la taille caractéristique s'apparente à celle du volume clos et qui sont *reproductibles* d'une réalisation à l'autre [51]. Des inhomogénéités dans le sillage de la grille, ou des brisures spontanées de symétrie, sont en effet susceptibles d'initier un écoulement reproductible à grande échelle. Dans le cas de la turbulence en déclin, bien que l'énergie cinétique de ces écoulements soit souvent négligeable juste après le passage de la grille, leur relative stabilité fait qu'ils sont d'énergie comparable à la turbulence à temps plus long.

L'écoulement généré par une grille peut se décomposer, de manière générale, en une composante reproductible (accessible par moyenne d'ensemble) à laquelle se superposent des fluctuations turbulentes. Si l'ensemble est mis en rotation, ces deux composantes sont susceptibles d'exciter, au cours du déclin, des ondes d'inertie dès que le temps caractéristique de l'écoulement est de l'ordre de la période de rotation, c'est-à-dire dès que le nombre de Rossby est de l'ordre de l'unité. Ces ondes d'inertie peuvent donc elles-mêmes être soit reproductibles (avec une cohérence de phase d'une réalisation à l'autre) soit non-reproductibles (d'amplitude et de phase aléatoires d'une réalisation à l'autre, donc de moyenne d'ensemble nulle).

En milieu confiné, les ondes d'inertie sont par ailleurs susceptibles de former des modes d'inertie après réflexions sur les parois, si ces dernières sont soit parallèles soit perpendiculaires à l'axe de rotation [49], comme c'est le cas dans le travail que nous présentons dans ce chapitre. Plus précisément, nous confignons le fluide dans une cuve parallélépipédique. Cette géométrie a été étudiée numériquement par Maas en 2003 [48] qui a prédit la structure spatiale des modes d'inertie inviscides dans une cavité parallélépipédique, ainsi que l'ensemble des fréquences propres (cf. chapitre 1).

Dalziel a été le premier à identifier des modes d'inertie dans une géométrie parallélépipédique lors d'expériences de turbulence en rotation, et a discuté de leur éventuelle influence sur l'étude du déclin de la composante turbulente de l'écoulement [18]. Dans les expériences de Morize *et al.* [59] (avec une paroi rigide sur la face supérieure) et Moisy *et al.* [55] (avec une surface libre), des oscillations de l'énergie cinétique de l'écoulement sont observées; elles sont la signature de ces modes d'inertie, comme nous le verrons dans ce chapitre. Dans les expériences de Bewley *et al.* [6], où une grille est translaturée dans de l'azote liquide, les modes d'inertie sont analysés dans une géométrie

cylindrique et parallélépipédique. Dans ce dernier cas, les fréquences obtenues s'avèrent en bon accord avec les fréquences propres prédites numériquement par Maas pour différents rapports d'aspect. Les auteurs en concluent qu'il n'est pas possible de produire avec un tel dispositif une turbulence libre dans un système confiné en rotation, car les modes d'inertie stockent une partie de l'énergie initialement injectée et sont susceptibles de la redistribuer à la turbulence au cours du déclin.

Dans toutes ces expériences, le mécanisme à l'origine de la présence des modes d'inertie n'a pas été examiné, mais les modes ont été extraits par moyennage d'ensemble dans tous les cas, ils correspondent donc à une composante reproductible de l'écoulement. Ceci indique qu'ils proviennent des caractéristiques géométriques de l'écoulement et non de la composante turbulente de l'écoulement. Notre objectif est d'étudier ces modes d'inertie dans une cuve parallélépipédique ; nous allons effectuer des mesures de vitesses par PIV 2D-2C dans un plan vertical. Nous avons en effet la possibilité d'embarquer le matériel de mesure sur la plateforme, et donc de faire des mesures dans un plan contenant l'axe de rotation, qui est la direction selon laquelle l'écoulement doit se bidimensionnaliser. Nous allons mesurer les fréquences de ces modes, et voir si leurs structures spatiales sont conformes aux prédictions de Maas [48]. Enfin, nous verrons dans quelle mesure il est possible de les supprimer au profit de la turbulence, pour générer un écoulement turbulent en rotation et en déclin libre.

2 Existence d'un écoulement moyen

2.1 Méthode expérimentale

Nous présentons dans cette partie un premier dispositif expérimental utilisé pour générer un écoulement turbulent confiné dans une cuve. Ce dispositif est représenté en figure 3.1.

Nous utilisons une cuve cubique de dimension $L = 60$ cm, remplie de 52 cm d'eau et recouverte d'une paroi horizontale en verre à une hauteur de 49 cm. La présence de cette dernière assure que la surface supérieure reste horizontale. Nous évitons aussi la présence d'une surface libre qui serait le siège de vagues excitées par le passage de la grille, et par suite d'un mouvement parasite du fluide. Le fluide est donc confiné dans un volume correspondant à un parallélépipède rectangle de rapport d'aspect 1,22.

Pour toute cette série d'expériences, la vitesse angulaire est fixée à $\Omega = 8$ tr/min (soit $\Omega = 0,838$ rad s⁻¹). Le temps d'Ekman associé vaut ainsi $t_E \simeq L/\sqrt{\nu\Omega} = 660$ s = 11 min, où ν désigne la viscosité cinématique de l'eau. Avant que la turbulence ne soit générée par la translation de la grille, nous souhaitons que le fluide soit dans un état de repos dans le référentiel en rotation, c'est-à-dire en rotation solide dans le référentiel du laboratoire. Cela nécessite de mettre l'ensemble en rotation pendant une durée de l'ordre de plusieurs temps d'Ekman avant toute acquisition. La durée de mise en rotation est choisie égale à environ 30 minutes. Nous vérifions que l'état de rotation solide est effectivement atteint en faisant l'acquisition de quelques images : celles-ci doivent faire

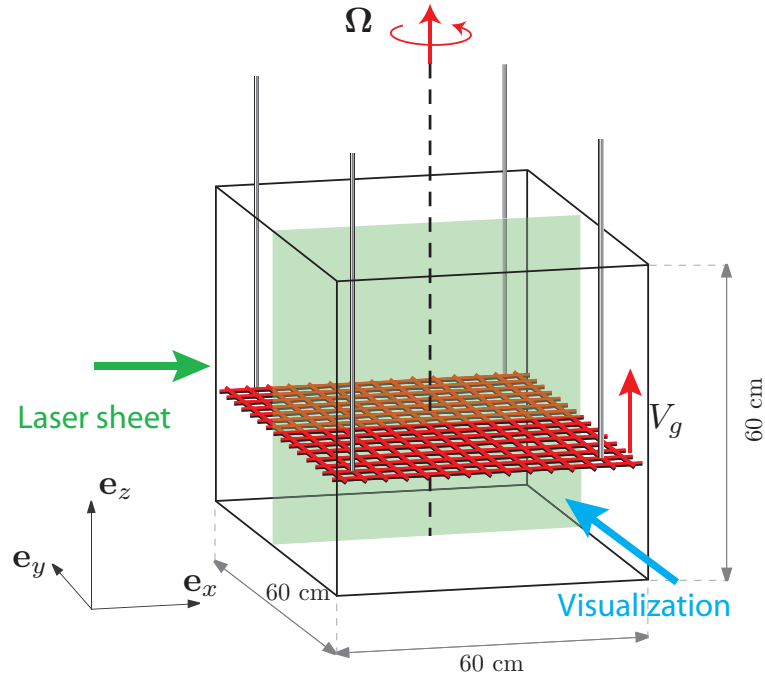


FIGURE 3.1 – Schéma du dispositif expérimental dans la configuration « simple ». La cuve cubique de dimension 60 cm est remplie de 52 cm d'eau et tourne à une vitesse de 8 tr/min. La grille, de maille $M = 40$ mm, est translattée de bas en haut à la vitesse $V_g = 0,7 \text{ m s}^{-1}$. Le laser éclaire le plan vertical médian ; la visualisation à la caméra se fait orthogonalement à ce plan.

apparaître une immobilité des particules.

La grille est pour l'instant utilisée dans sa configuration que nous qualifions de « simple ». D'une épaisseur de 8 mm, elle est caractérisée par des mailles carrées de $M = 40$ mm de côté, pour une surface solide représentant 36% de la surface totale de la grille. A l'instant initial, la grille est translattée de bas en haut à une vitesse fixée à $V_g = 0,7 \text{ m s}^{-1}$, puis est maintenue à une hauteur de 46 cm.

Les vitesses dans le plan vertical (x, z) de l'écoulement consécutif au passage de la grille sont obtenues par PIV 2D. L'acquisition des images à 2 Hz démarre après le passage de la grille, et dure 3 min 30 s. La vitesse caractéristique de l'écoulement décroît au cours du déclin. Afin de respecter le critère usuel d'un déplacement des particules d'environ un tiers de la fenêtre d'interrogation entre deux images successives d'un même doublet, il est nécessaire d'augmenter progressivement le délai entre deux images successives de 10 ms en début de déclin à 68 ms en fin de déclin (valeurs données dans le tableau 2.1).

Paramètres sans dimension

L'écoulement généré par la grille est initialement caractérisé par deux nombres sans dimension construits sur les grandeurs relatives à la grille : un nombre de Reynolds $Re_g = V_g M / \nu = 28000$ et un nombre de Rossby $Ro_g = V_g / 2\Omega M = 10,4$. La valeur élevée du nombre de Reynolds indique que le sillage de la grille génère un écoulement turbulent. La valeur relativement grande du nombre de Rossby indique quant à elle que la turbulence n'est initialement que très faiblement affectée par la rotation. Dans ces conditions, nous espérons être capable de produire une turbulence initialement isotrope. Au cours du déclin, l'écoulement est caractérisé par un nombre de Reynolds instantané :

$$Re(t) = u(t)M/\nu \quad (3.1)$$

et un nombre de Rossby instantané :

$$Ro(t) = u(t)/2\Omega M \quad (3.2)$$

où u désigne la vitesse typique des fluctuations turbulentes (classiquement, on choisit la vitesse *rms* : $u(t) = \sqrt{\langle \bar{u}^2(x,y,t) \rangle}$ où la notation $\langle \cdot \rangle$ désigne un moyennage spatial). La dissipation visqueuse tend à faire décroître la vitesse de l'écoulement, si bien que les nombres sans dimension sont simultanément décroissants au cours du temps. En particulier, la décroissance temporelle du nombre de Rossby traduit un effet croissant de la rotation sur l'écoulement, qui peut conduire à la croissance d'une anisotropie. Le choix de la vitesse de translation de la grille $V_g = 0,7 \text{ m s}^{-1}$ et de la vitesse de rotation $\Omega = 8 \text{ tr/min}$ permet ainsi d'obtenir une valeur initiale du nombre de Reynolds suffisamment grande pour explorer au cours du déclin un régime à grand Reynolds et faible Rossby, donc d'étudier un déclin de la turbulence affecté par la rotation avant l'apparition d'un régime visqueux.

2.2 Mise en évidence d'un écoulement moyen

La figure 3.2 (a) montre un champ de vitesse obtenu pour une réalisation donnée à un instant $tV_g/M = 220$ (12,5 secondes après le passage de la grille). Cette figure fait apparaître une inhomogénéité nette du champ de vitesse : la zone centrale concentre les vitesses les plus élevées, globalement dirigées vers le bas. Les fluctuations turbulentes sont ainsi superposées à une structure grande échelle et cohérente. Une première analyse de l'écoulement consiste ainsi à étudier le caractère reproductible des variations de vitesse en un point situé au centre de l'écoulement.

La figure 3.3 montre l'évolution temporelle de la vitesse verticale $u_z(x_0, z_0, t)$ au point localisé au centre du champ de vitesse ($x_0 = 30 \text{ cm}$, $z_0 = 24 \text{ cm}$) pour différentes réalisations indépendantes. Les oscillations de la vitesse verticale présentent de manière très claire un caractère reproductible d'une réalisation à l'autre : leur moyenne, en trait gras, est non nulle, et oscille autour de 0 sur une échelle de temps proche de la période de

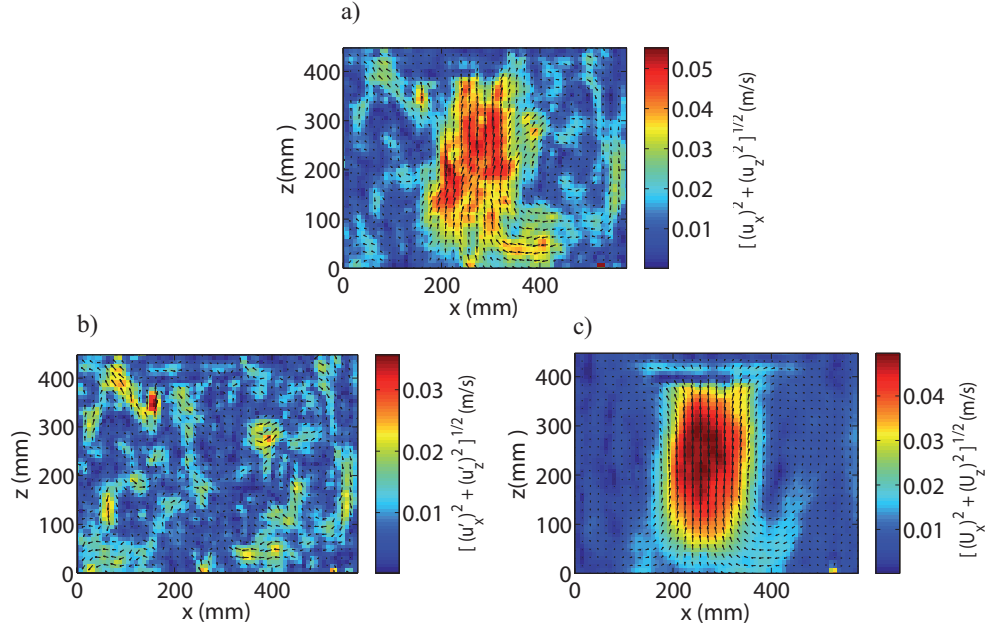


FIGURE 3.2 – Champs de vitesse expérimentaux obtenus par PIV à $\Omega = 0,838 \text{ rad s}^{-1}$ à un instant $t_0 V_g/M = 220$. (a) Champ total $\vec{u}(\vec{x}, t_0)$ pour une réalisation donnée (b) Champ turbulent $\vec{u}'(\vec{x}, t_0)$ associé à cette même réalisation. (c) Champ moyen $\vec{U}(\vec{x}, t_0)$ obtenu après moyennage d'ensemble sur 40 réalisations indépendantes. La couleur indique la norme de la vitesse.

rotation. La dispersion observée des courbes correspondant aux différentes réalisations autour de cette moyenne est la trace des fluctuations turbulentes qui sont, par définition, non reproductibles. Il est clair que la dispersion est globalement du même ordre de grandeur que la vitesse caractéristique associée à la moyenne d'ensemble.

2.3 Décomposition de Reynolds

Un écoulement est donc excité de manière systématique au passage de la grille, si bien que la moyenne d'ensemble du champ total $\vec{u}(r, t)$ est non nulle. La moyenne des champs $\vec{u}_\alpha(\vec{x}, t)$ obtenus pour N réalisations indépendantes fournit l'écoulement moyen :

$$\vec{U}(\vec{x}, t) = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \vec{u}_\alpha(\vec{x}, t). \quad (3.3)$$

Nous pouvons ainsi introduire la décomposition de Reynolds du champ total $\vec{u}(\vec{x}, t)$ qui sépare les contributions de la turbulence $\vec{u}'(\vec{x}, t)$ et de l'écoulement moyen $\vec{U}(\vec{x}, t)$. Le

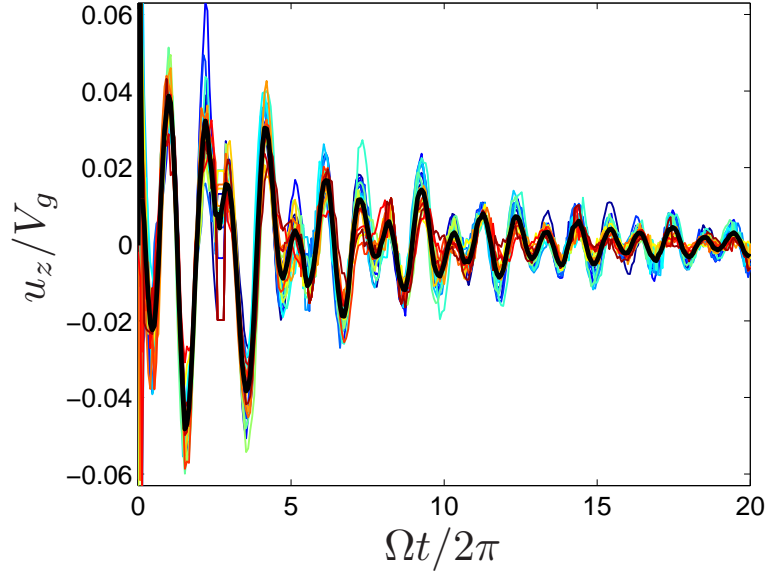


FIGURE 3.3 – Evolution temporelle de la vitesse verticale au point situé en $x_0 = 30$ cm, $z_0 = 24$ cm. Les différentes couleurs représentent les résultats de 20 réalisations indépendantes. La moyenne d'ensemble est en trait gras.

champ total $\vec{u}(\vec{x}, t)$ peut s'écrire ainsi, à chaque instant :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U}(\vec{x}, t) + \vec{u}'(\vec{x}, t). \quad (3.4)$$

Il est important de noter que contrairement aux expériences de turbulence de grille en soufflerie, le champ total n'est pas stationnaire (au sens statistique). L'utilisation d'une propriété d'équivalence entre moyenne d'ensemble et moyenne temporelle (en invoquant l'hypothèse d'ergodicité) n'est donc pas possible ici. Il est nécessaire d'effectuer de « vraies » moyennes d'ensemble, donc de répéter l'expérience plusieurs fois indépendamment pour pouvoir extraire l'écoulement moyen correctement.

Expérimentalement, il est important de noter que le déclenchement de l'acquisition est, pour chacune des réalisations effectuées, synchronisé avec l'arrivée de la grille en haut de la cuve. Effectivement, le calcul d'une moyenne d'ensemble nécessite impérativement d'obtenir des champs de vitesses en phase. Par ailleurs, le nombre N de réalisations indépendantes nécessaires à l'extraction de l'écoulement moyen doit être suffisamment grand pour assurer une convergence satisfaisante de la moyenne. Afin d'estimer la vitesse de convergence de la moyenne d'ensemble, nous effectuons 20 réalisations indépendantes et nous regardons la dispersion des valeurs des vitesses obtenues individuellement pour chaque réalisation et l'évolution de la moyenne cumulée :

$$\vec{U}^{(n)}(\vec{x}, t) = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n \vec{u}_{\alpha}(\vec{x}, t) \quad (3.5)$$

en fonction du nombre n de réalisations prises en compte dans le calcul de la moyenne 3.5. Les résultats sont représentés en figure 3.4.

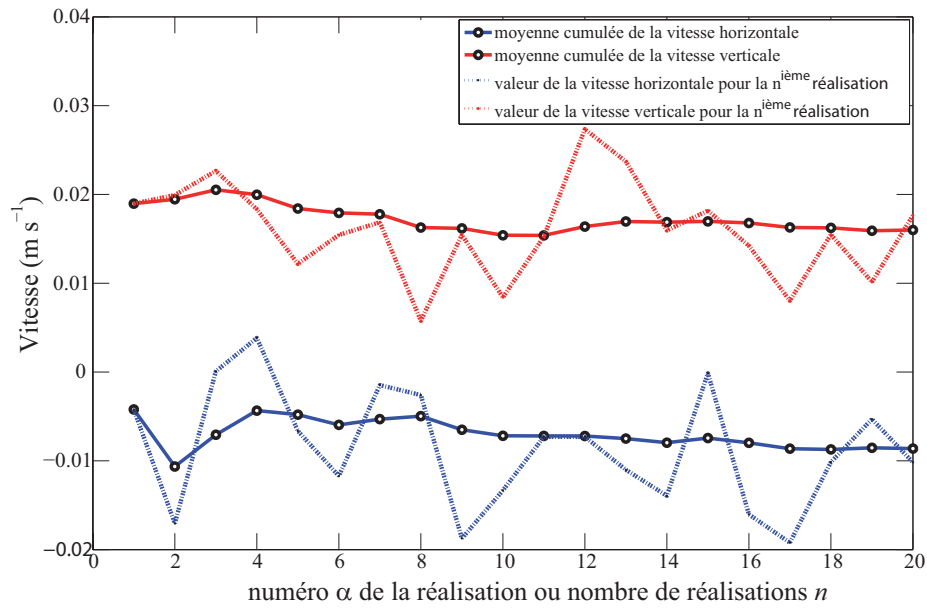


FIGURE 3.4 – Dispersion de la vitesse totale et convergence de la vitesse moyenne en un point situé en $x_1 = 30$ cm et $z_1 = 6$ cm.

Nous choisissons le point ($x_1 = 30$ cm, $z_1 = 6$ cm) pour lequel les composantes U_x et U_z sont comparables en valeur absolue. A un instant tel que l'écoulement moyen atteint un maximum d'amplitude, on constate une dispersion des valeurs obtenues à chaque réalisation. L'écart type représente respectivement 30% et 70% de la valeur moyenne pour les vitesses verticale et horizontale. On remarque cependant que la courbe des moyennes cumulées est nettement plus lisse : après 15 réalisations environ, la moyenne atteint un plateau (l'écart relatif entre $U^{(16)}$ et $U^{(20)}$ est d'environ 7% pour la vitesse horizontale, et 5% pour la vitesse verticale), suggérant que notre échantillon de 20 réalisations suffit pour réaliser l'extraction du champ moyen par moyennage d'ensemble, l'incertitude sur la vitesse moyenne restant inférieure à 5%. Dans toute la suite, nous prenons un peu de marge en effectuant $N = 40$ réalisations indépendantes.

2.4 Mesure bidimensionnelle des énergies cinétiques

A chaque terme de l'équation (3.4) est associée une énergie cinétique par unité de masse : l'énergie cinétique totale k_{tot} , l'énergie cinétique de l'écoulement moyen k_{mean} et l'énergie cinétique turbulente k_{turb} , définies respectivement par :

$$\begin{aligned} k_{tot}(t) &= \langle \overline{u^2}(\vec{x}, t) \rangle \\ k_{mean}(t) &= \langle \overline{U^2}(\vec{x}, t) \rangle \\ k_{turb}(t) &= \langle \overline{u'^2}(\vec{x}, t) \rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

où les notations $\langle \cdot \rangle$ et $\overline{\cdot}$ désignent respectivement une moyenne spatiale et une moyenne d'ensemble. Il est aisé de montrer que la décomposition de Reynolds (3.4) implique l'égalité suivante sur les énergies :

$$k_{tot}(t) = k_{mean}(t) + k_{turb}(t). \quad (3.7)$$

Rappelons que nous ne mesurons que deux composantes du champ total $u_x(x, z, t)$ et $u_z(x, z, t)$ dans la mesure où nous observons un plan vertical (x, z) donné, et que nous n'avons accès qu'au déplacement selon x et z . Les énergies ne sont donc mesurées que partiellement, et doivent à ce titre être considérées comme des approximations de l'énergie cinétique de l'écoulement dans la globalité de la cuve. S'il est simple d'obtenir l'énergie turbulente totale à partir de l'énergie turbulente mesurée pour une turbulence homogène et isotrope en écrivant $k_{turb} = 3k_{turb}^{mes}/2$, nous ne disposons pas d'une telle relation pour l'écoulement moyen. En effet, nous verrons que l'écoulement moyen est une superposition de modes d'inertie pour lesquels l'énergie est périodiquement échangée entre les trois composantes de la vitesse. Rien ne justifie qu'en moyenne la contribution des trois composantes soit équivalente. En effet, l'énergie apparente dans un plan vertical donné dépend fortement du plan d'observation et des modes considérés (le plan $y = 0$ pourrait par exemple s'avérer être un nœud pour l'une des composantes).

Notons également que l'hypothèse d'homogénéité n'est pas satisfaite a priori pour la composante turbulente du fait de la présence simultanée de l'écoulement moyen qui est inhomogène. Pour ces raisons, nous n'appliquons pas de coefficients correcteurs, et nous nous contentons d'un moyennage sur les deux directions mesurées :

$$\begin{aligned} k_{tot}(t) &= \langle \overline{u_x^2}(\vec{x}, t) \rangle_{x,z} + \langle \overline{u_z^2}(\vec{x}, t) \rangle_{x,z} \\ k_{mean}(t) &= \langle \overline{U_x^2}(\vec{x}, t) \rangle_{x,z} + \langle \overline{U_z^2}(\vec{x}, t) \rangle_{x,z} \\ k_{turb}(t) &= \langle \overline{u_x'^2}(\vec{x}, t) \rangle_{x,z} + \langle \overline{u_z'^2}(\vec{x}, t) \rangle_{x,z}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

la relation (3.7) restant valable pour cette définition modifiée.

3 Excitation de modes avec la configuration simple

3.1 Déclin de l'énergie

L'analyse de l'évolution temporelle de la vitesse verticale au centre du plan de mesure (figure 3.3) suggère que les fluctuations turbulentes sont du même ordre que la vitesse de l'écoulement moyen. Plus quantitativement, l'évolution temporelle des trois énergies cinétiques est représentée en figure 3.5, où les moyennes ont été calculées sur 40 expériences indépendantes.

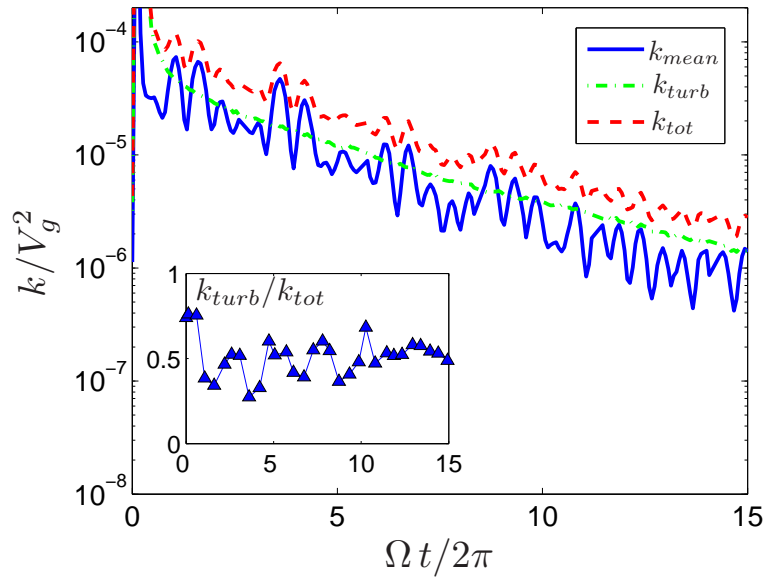


FIGURE 3.5 – Evolution des énergies totale, turbulente et moyenne en fonction du nombre de tours de la cuve, dans le cas de la configuration de grille « simple ». 40 réalisations ont été prises en compte pour effectuer la décomposition de Reynolds. Insert : Evolution temporelle du rapport α entre l'énergie turbulente et l'énergie totale de l'écoulement.

Les oscillations au cours du temps de l'énergie totale et de l'énergie moyenne illustrent l'échange périodique de l'énergie entre les deux composantes mesurées et la troisième non mesurée, comme évoqué plus haut. Ces oscillations sont présentes dans l'évolution de l'énergie totale et de l'énergie moyenne, mais absentes lorsqu'on considère l'énergie turbulente, dont le déclin est monotone. Ceci est un signe que la décomposition de Reynolds a séparé efficacement la contribution de l'écoulement moyen et de la turbulence, et confirme que le nombre de réalisations indépendantes effectuées est satisfaisant pour assurer une statistique suffisante lors du moyennage des champs. Les oscillations de l'énergie moyenne apparaissant très tôt, environ après un tour de cuve, nous supposons un peu plus loin que l'écoulement moyen est effectivement composé de modes d'inertie dès l'instant $t = 2\pi/\Omega$, soit un tour de cuve.

Ces oscillations résultent de l'effet de la restriction de la mesure à un plan ; on s'attend en effet à ce qu'un moyennage spatial sur tout le volume conduise à des déclin monotones pour les trois énergies. Pour l'énergie k_{tot} et l'énergie k_{mean} , une meilleure estimation de l'énergie intégrée sur tout le volume peut être obtenue en considérant les maxima temporels de l'énergie. Pour quantifier la proportion de l'énergie turbulente dans l'énergie totale, on peut alors définir le rapport :

$$\alpha(t_n) = \frac{k_{turb}(t_n)}{k_{tot}(t_n)} \quad (3.9)$$

où t_n sont les temps pour lesquels k_{tot} atteint un maximum local. La courbe insérée en figure 3.5 montre que ce rapport vaut $50\% \pm 10\%$. Nous pouvons conclure que l'utilisation de la grille dans sa configuration simple génère environ 50% de turbulence, et que 50% de l'énergie sert à exciter des modes d'inertie. Si notre objectif final est de générer un écoulement turbulent, on remarque que le rendement d'un tel dispositif est relativement décevant. Mais surtout, la turbulence obtenue coexiste avec un écoulement moyen avec lequel elle est susceptible d'interagir. En effet, l'énergie stockée dans les modes peut être transférée continûment à la turbulence, ce qui interdit de considérer que le déclin de la turbulence est un déclin *libre*. Les modes d'inerties présentent effectivement des inhomogénéités qui sont localement des sources d'énergie pour la turbulence. De ce fait, la turbulence ne peut par ailleurs pas non plus être considérée comme homogène, ce qui complique considérablement l'étude de l'effet de la rotation sur la turbulence que nous souhaitons entreprendre.

3.2 Analyse spectrale de l'écoulement moyen

Nous allons maintenant décrire plus en détail la composante reproductible $\vec{U}(\vec{x}, t)$ issue de la décomposition de Reynolds (3.4). Nous admettons par la suite que cet écoulement moyen est *exclusivement* constitué de modes d'inertie. Nous pouvons ainsi décomposer $\vec{U}(\vec{x}, t)$ en une superposition de modes :

$$\vec{U}(\vec{x}, t) = \Re \left(\sum_{n,m,s} a_{nms}(t) \vec{v}_{nms}(\vec{x}) e^{i\sigma_{nms}t} \right) \quad (3.10)$$

où $\vec{v}_{nms}(\vec{x})$ est le champ de vitesse du mode $[n, m, s]$, σ_{nms} sa pulsation propre (comprise dans l'intervalle $[0, 2\Omega]$) et $a_{nms}(t)$ son amplitude, \Re désignant la partie réelle. La transformée de Fourier est obtenue expérimentalement par intégration temporelle entre les deux instants $T_{min} = 2\pi/\Omega$ (pour lequel le nombre de Rossby instantané est de l'ordre de l'unité) et $T_{max} = 15 \times 2\pi/\Omega$:

$$\hat{U}_\sigma(x, z) = \int_{T_{min}}^{T_{max}} \vec{U}(x, z, t) e^{-i\sigma t} dt. \quad (3.11)$$

L'énergie spectrale associée $|\hat{U}_\sigma(x,z)|^2/2\pi$ est définie en chaque point (x,z) du plan. Afin de définir un spectre global pour un écoulement donné, nous définissons donc le spectre temporel de l'énergie après un moyennage spatial :

$$E_{mean}(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \langle |\hat{U}_\sigma(x,z)|^2 \rangle_{x,z}. \quad (3.12)$$

Il est également possible de définir un spectre temporel pour l'énergie totale et pour l'énergie turbulente à partir des transformées de Fourier correspondantes, respectivement $\hat{u}_\sigma(x,z)$ et $\hat{u}'_\sigma(x,z)$, de manière analogue à l'équation (3.12) :

$$E_{tot}(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \langle \overline{|\hat{u}_\sigma(x,z)|^2} \rangle_{x,z} \quad (3.13)$$

$$E_{turb}(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \langle \overline{|\hat{u}'_\sigma(x,z)|^2} \rangle_{x,z}. \quad (3.14)$$

Il est à noter que les densités spectrales d'énergie moyennées dans l'espace jouissent d'une propriété d'additivité analogue à celle des énergies cinétiques :

$$E_{tot}(\sigma) = E_{mean}(\sigma) + E_{turb}(\sigma). \quad (3.15)$$

Les spectres temporels sont représentés en figure 3.6. En ce qui concerne l'énergie moyenne, le spectre temporel $E_{mean}(\sigma)$ présente un ensemble de pics dont les fréquences ont été reportées dans le tableau 3.1. Les fréquences de ces pics sont en excellent accord avec les prédictions numériques des fréquences de certains modes d'inertie dans une cavité ayant un rapport d'aspect de 1,22 [48]. Ceci permet d'identifier les modes d'inertie que la grille a excités à son passage. En particulier, les pics de plus grande amplitude dans le spectre sont associés aux modes $[1,4,+]$ et $[1,1,+]$ qui apparaissent donc comme les modes les plus facilement excitables, sans doute car leurs structures spatiales, particulièrement simples, sont compatibles avec le profil de vitesses du sillage de la grille. Notons également que seuls des modes de bas n et m sont observés. Des modes d'ordre plus élevés ont des taux de cisaillement plus grands du fait de leur structure spatiale plus fine, et sont donc dissipés par viscosité plus rapidement, ce qui explique que nous ne les observons pas ici.

Pour ce qui concerne le spectre associé à la turbulence, aucun pic n'est visible. Cela justifie que les modes d'inertie excités par la grille ne sont pas assimilables à une composante turbulente de l'écoulement. En effet, des pics dans le spectre de l'énergie turbulente qui seraient absents du spectre de l'énergie moyenne marqueraient la présence de modes d'inertie sans cohérence de phase vis-à-vis des différentes réalisations. Enfin, rappelons que les modes d'inertie n'existent que pour des fréquences comprises entre 0 et 2Ω , alors que la turbulence possède une dynamique rapide aux petites échelles. On constate que l'intervalle $[0,2\Omega]$ contient 97% de l'énergie associée à l'écoulement moyen ; ceci indique que les modes d'inertie constituent la grande majorité de l'énergie de l'écoulement moyen. Pour la turbulence, une part plus importante de l'énergie turbulente

est localisée aux grandes fréquences. La dynamique rapide de l'écoulement est donc majoritairement associée à la composante turbulente de l'écoulement.

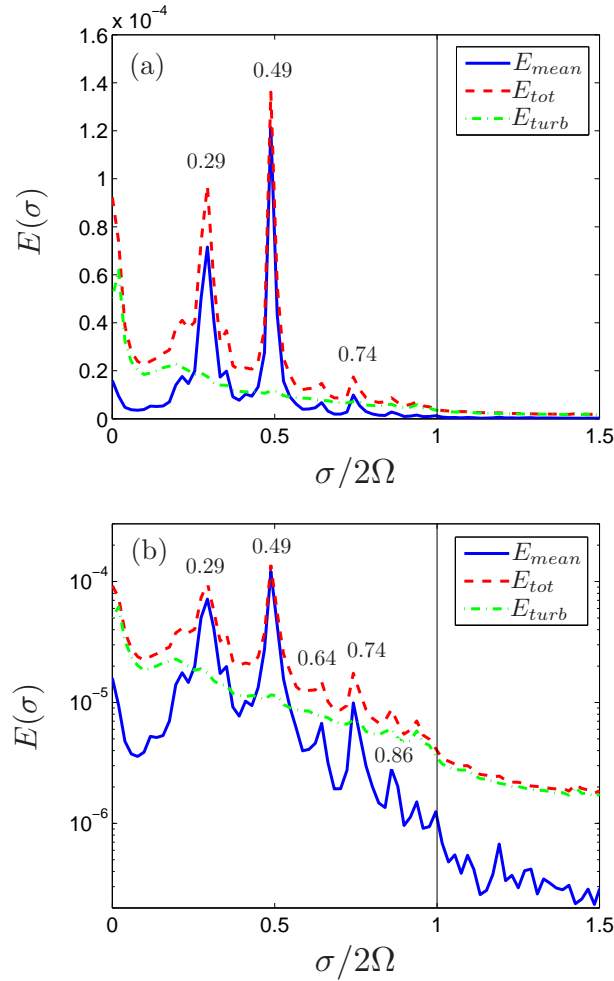


FIGURE 3.6 – Spectres temporels de l'énergie des écoulements total, turbulent et moyen : (a) en échelle linéaire ; (b) en échelle semi-logarithmique.

3.3 Reconstruction de la structure spatiale des modes d'inertie

Nous avons vu que les fréquences des pics du spectre $E_{mean}(\sigma)$ sont en bon accord avec quelques fréquences propres prédites numériquement. Nous nous proposons désormais d'aller plus loin dans la comparaison avec les résultats numériques en effectuant l'extraction de la structure spatiale de chaque mode à partir du champ moyen expérimental $\vec{U}(\vec{x}, t)$. Pour cela, nous devons procéder à un filtrage passe-bande en chaque point du plan, et ce pour chaque fréquence propre identifiée dans le spectre $E_{mean}(\sigma)$. La

mode [n,m,s]	$\sigma/2\Omega$	
	num.	exp.
[1,4,+]	0,2992	0,29
[1,1,+]	0,4890	0,49
[1,1,-]	0,6328	0,64
[2,1,+]	0,7429	0,74
[3,1,+]	0,8557	0,86

TABLE 3.1 – Comparaison entre les fréquences correspondants aux cinq principaux pics du spectre de l'énergie moyenne, et les fréquences propres calculées numériquement certains modes propres d'inertie dans un parallélépipède de rapport d'aspect 1,22.

largeur du filtre est choisie de manière à laisser passer toute l'énergie du mode. Notons bien que l'amplitude d'un mode $a_{nms}(t)$ n'est pas constante au cours du temps, ce qui se traduit par un pic de largeur non nulle dans le spectre. En injectant la décomposition (3.10) dans la relation (3.11), il vient :

$$\hat{U}_\sigma(\vec{x}) = \sum_{n,m,s} \int_{T_{min}}^{T_{max}} a_{nms}(t) \vec{v}_{nms}(\vec{x}) e^{i(\sigma_{nms}-\sigma)t} dt. \quad (3.16)$$

Le choix d'une fréquence σ égale à une fréquence propre σ_{nms} associée à un pic du spectre permet d'extraire le mode \vec{v}_{nms} à un facteur de pondération près égal à son amplitude moyenne au cours de l'expérience :

$$\hat{U}_{\sigma_{nms}}(x,z) = \vec{v}_{nms}(x,z) \int_{T_{min}}^{T_{max}} a_{nms}(t) dt. \quad (3.17)$$

Le champ de vitesse obtenu $\hat{U}_{\sigma_{nms}}(x,z)$ est un champ complexe, dont les parties imaginaire et réelle contiennent les quatre informations géométriques de la trajectoire elliptique du champ de vitesse réel : son amplitude, sa phase, son ellipticité et son orientation [66]. Les trajectoires des vecteurs vitesses sont accessibles en traçant les vecteurs réels $\Re(\hat{U}_{\sigma_{nms}} e^{i\sigma_{nms}t})$ pendant une période de l'oscillation $2\pi/\sigma_{nms}$. Les trajectoires elliptiques des vecteurs vitesses associés aux cinq modes d'inertie dominants (et dont les fréquences sont celles données dans le tableau 3.1) sont représentées en figure 3.7. Les vecteurs vitesses sont également représentés, à une phase arbitraire donnée. Les structures spatiales sont en bon accord qualitatif avec les valeurs du nombre d'onde vertical n . Les modes d'inertie de plus grande énergie sont des modes $n = 1$: [1,4,+], [1,1,+] et [1,1,-]. Les vitesses horizontales (resp. verticales) ont toutes bien 1 nœud (resp. aucun nœud) selon z . Par ailleurs, le mode [1,1,-] est le seul mode antisymétrique obtenu. Il résulte d'une brisure de symétrie créée de manière systématique au passage de la grille, sans doute imputable à un léger défaut de l'horizontalité de la grille. Deux modes d'ordre plus élevés sont également excités : [2,1,+] et [3,1,+]. Ce dernier possède une forme as-

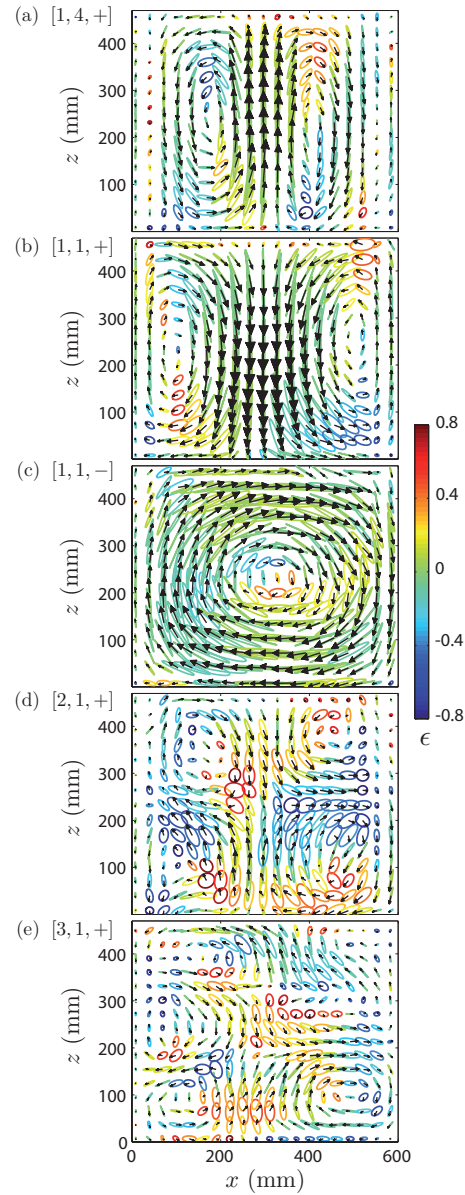


FIGURE 3.7 – Représentation des cinq modes dominants qui constituent l'écoulement moyen : (a)[1,4,+] (b)[1,1,+] (c)[1,1,-] (d)[2,1,+] (e)[3,1,+]. Ces champs sont obtenus par filtrage passe-bande autour des fréquences propres identifiées grâce au spectre. Les ellipses représentent la trajectoire des vecteurs vitesses dont la couleur indique l'ellipticité $-1 \leq \varepsilon \leq 1$. Les flèches sont les vecteurs vitesses choisis à une phase arbitraire de leur oscillation.

sez irrégulière, bien que grossièrement compatible avec la valeur $n = 3$. Toutefois, son énergie est assez faible, si bien que le bruit de PIV nuit à son extraction.

Il est remarquable que les deux modes les plus énergétiques ($[1,4,+]$ et $[1,1,+]$) présentent des structures spatiales assez similaires : les vitesses les plus élevées sont localisées dans la région centrale. Ceci suggère que le sillage de la grille favorise les grandes vitesses au centre. Les résultats de mesure des champs de vitesse dans le sillage de la grille pendant sa translation sont donnés en figure 3.8(a), et le profil de vitesse en figure 3.8(c) (courbe en trait plein). On constate qu'effectivement, au voisinage des parois de la cuve, les jets ont des vitesses légèrement plus faibles qu'au centre, sans doute à cause des frottements aux parois. Cette inhomogénéité du sillage est compatible avec l'excitation préférentielle de modes d'inertie reproductibles dont la structure spatiale s'accorde avec des vitesses plus faibles au voisinage des parois.

4 Modification de la configuration et inhibition des modes

4.1 Motivations et principe général

L'étude précédente montre que le dispositif expérimental excite à la fois des modes d'inertie et un écoulement turbulent, qui se partagent équitablement l'énergie totale de l'écoulement. Cet écoulement, dans son ensemble, est un sujet d'étude intéressant en soi, car il conduit à considérer la turbulence telle qu'elle apparaît souvent dans la nature, à savoir couplée avec un écoulement moyen inhomogène et instationnaire. Dans un tel contexte, deux paramètres entrent en compte lors de l'étude de la turbulence : l'effet de l'anisotropie induite par la rotation, et celui de l'inhomogénéité induite par l'écoulement moyen. Dans une première approche, il est nettement préférable d'isoler l'effet de la rotation sur la turbulence, c'est-à-dire de supprimer l'effet de l'écoulement moyen sur la turbulence, d'autant que la grande majorité des études théoriques et numériques sur la turbulence en rotation s'appuient sur l'hypothèse d'homogénéité [68]. Réussir à créer expérimentalement une turbulence en déclin libre est donc particulièrement souhaitable.

Pour cela, nous nous proposons de modifier la géométrie de l'excitation. A l'origine, la problématique de la suppression expérimentale des écoulements moyens a été abordée par Staplehurst *et al.* [73], et résolue par l'ajout d'un assemblage de parois verticales solidaires de la grille, fixé au dessus de celle-ci. La grille était translaturée de haut en bas, dans une cuve de 45 cm de côté, de sorte que le fluide était alors confiné à l'intérieur des parois et occupait un cube de 35 cm de côté. Il a alors été montré qu'en l'absence de rotation, les recirculations moyennes sont réduites d'un facteur 5. Les parois verticales ont été disposées sur la grille dans l'objectif de bloquer les écoulements transverses.

Nous nous inspirons de cette méthode en ajoutant des parois verticales au dessus de la grille, notre objectif étant que, lorsque la grille monte, le débit à travers la grille soit le plus homogène possible et inhibe l'excitation des modes d'inertie. La grille se déplaçant de bas en haut, le volume de fluide reste le même qu'en l'absence de ces parois verticales. Plusieurs configurations différentes ont été testées, avec des nombres

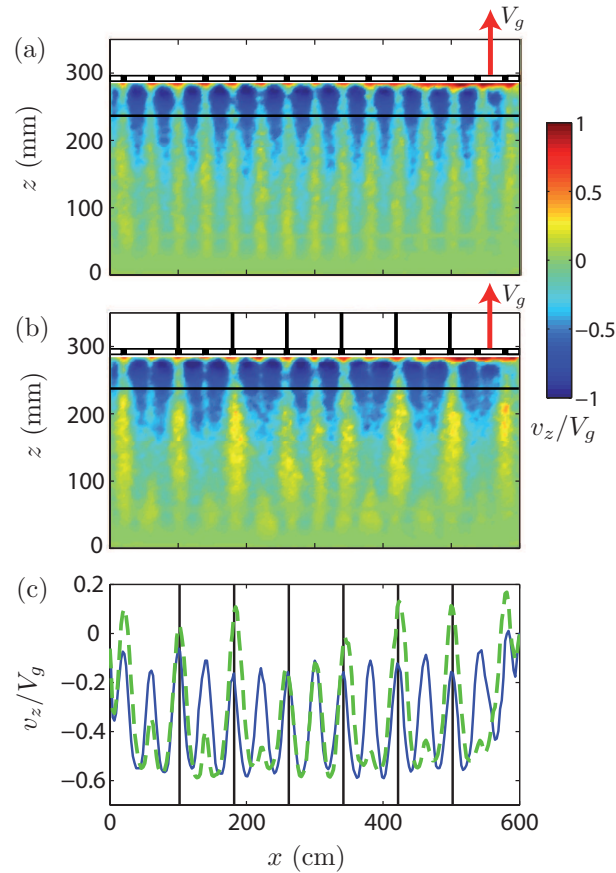


FIGURE 3.8 – Vitesse verticale dans le sillage de la grille pendant sa montée : (a) dans la configuration « simple », (b) après ajout des parois verticales. (c) Profil horizontal de la vitesse verticale le long de la ligne noire représentée dans (a) et (b) (5 cm sous la grille). Courbe continue : pour la configuration « simple ». Courbe en pointillés : pour la configuration de grille modifiée.

différents de parois, et différentes hauteurs pour ces dernières. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec trois assemblages de hauteurs différentes. C'est cette configuration, qui permet une inhibition efficace des modes d'inertie, que nous décrivons par la suite.

4.2 Description de la nouvelle configuration

La nouvelle configuration est présentée en figure 3.9. Dans cette nouvelle configuration, un jeu de trois assemblages de parois en PVC de largeur 40, 24, 8 cm et de hauteurs respectives 50, 40 et 40 cm est fixé au dessus de la grille. Chacun est constitué de quatre parois verticales formant des parallélépipèdes centrés autour de l'axe de la cuve, de sorte que deux assemblages sont séparés d'une distance égale à deux mailles de la grille (8

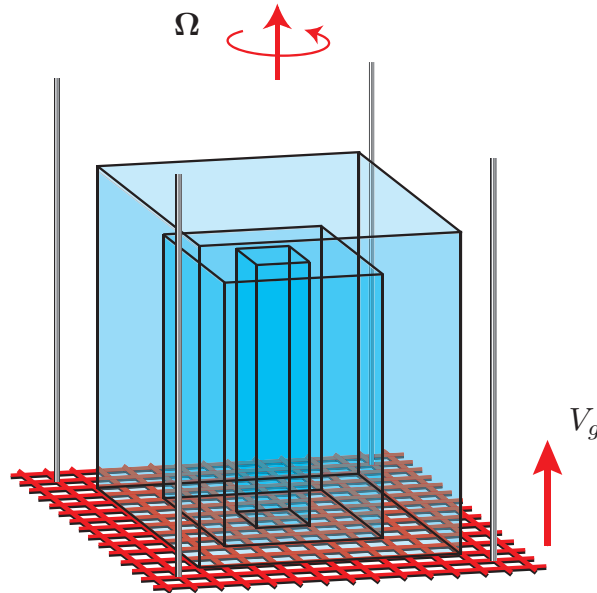


FIGURE 3.9 – Schéma de la nouvelle configuration. Trois assemblages de quatre parois verticales sont attachés sur la partie supérieure de la grille. L'ensemble est toujours translaté de bas en haut en début d'expérience.

cm). Mise à part la présence de ces aquariums secondaires, toutes les expériences sont menées dans les mêmes conditions expérimentales : la vitesse angulaire de rotation est toujours fixée à $\Omega = 0,838 \text{ rad s}^{-1}$ et la grille est translatée de bas en haut à une vitesse $V_g = 0,7 \text{ m s}^{-1}$. Les nombres de Reynolds et de Rossby initiaux sont donc inchangés. Une différence supplémentaire est introduite, conséquence de la présence des parois verticales : il n'est pas possible de fixer une paroi horizontale en haut de la cuve. Toutefois, lorsque la grille a terminé sa course et reste en haut à une hauteur de 46 cm du fond, elle peut être considérée comme équivalente à une paroi dans la mesure où les parois verticales bloquent les écoulements transverses dans la région située entre la grille et la surface libre.

La figure 3.8(b) montre le champ de vitesse dans le sillage de la grille munie des parois verticales. Le profil de vitesse dans cette nouvelle configuration correspond à la courbe en pointillés en figure 3.8(c) . Nous constatons des différences nettes, notamment la coalescence des jets qui passent entre deux parois verticales adjacentes, à l'origine d'un écoulement de vitesse verticale descendante plus élevée comparée au cas où la grille est dans sa configuration « simple ». Autre différence majeure : un écoulement vertical dirigé vers le haut apparaît derrière les barres de la grille où sont fixées les parois verticales. Ces différences de profils montrent clairement que la présence de ces parois verticales affectent la géométrie de l'excitation. En revanche, la raison pour laquelle la deuxième configuration permet, comme nous allons le voir, de réaliser l'inhibition des

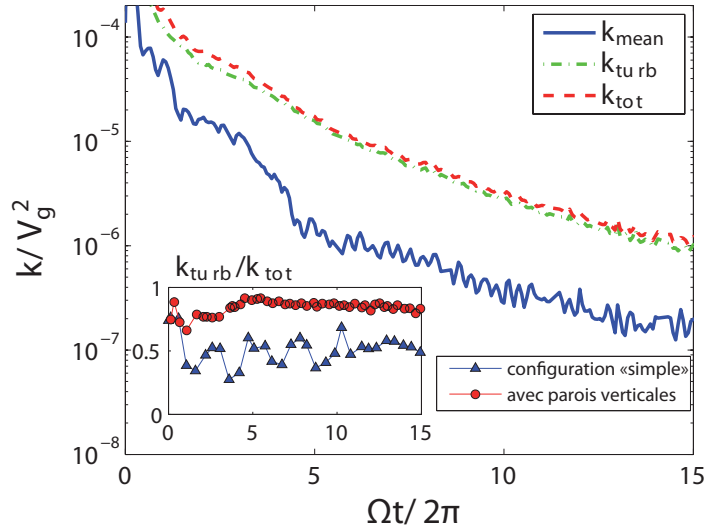


FIGURE 3.10 – Evolution des énergies totale, turbulente et moyenne en fonction du nombre de tours de la cuve, dans le cas de la configuration modifiée par l’ajout des parois verticales. 40 réalisations ont été prises en compte pour effectuer la décomposition de Reynolds. Insert : Evolution temporelle du rapport α (en rouge) comparée à celle de α dans la configuration « simple » (rappelée en bleu).

modes d’inertie n’apparaît pas clairement au vu de ces profils de vitesse.

4.3 Analyse de turbulence générée par la grille avec l’assemblage de parois verticales

Nous reprenons point par point l’étude menée dans les paragraphes 3.1 et 3.2 avec cette nouvelle configuration, réalisée à nouveau avec 40 réalisations indépendantes.

Le déclin des énergies totale, moyenne et turbulente est représenté en figure 3.10. A la section 2.1, nous avons vu que les oscillations de l’énergie totale et de l’énergie moyenne étaient la signature des modes d’inertie. On remarque que l’amplitude des oscillations est diminuée de manière considérable (d’un facteur 5 environ) à la fois pour l’énergie totale et l’énergie moyenne. En comparaison avec la figure 3.5, l’énergie cinétique associée à l’écoulement moyen se situe cette fois près d’une décade en dessous de l’énergie totale. Plus précisément, la proportion de l’énergie turbulente est évaluée en calculant le rapport α défini par la relation (3.9), dont l’évolution au cours du temps est tracée dans la figure insérée à la figure 3.10. La valeur de α est de $85\% \pm 5\%$, ce qui démontre que la turbulence contient cette fois une grande majorité de l’énergie totale de l’écoulement. Ainsi, il est clair que l’énergie de la turbulence domine celle des modes.

Les spectres confirment cette observation. La figure 3.11 présente les spectres $E_{tot}(\sigma)$,

$E_{mean}(\sigma)$ et $E_{turb}(\sigma)$. Le spectre $E_{mean}(\sigma)$ obtenu avec l'ancienne configuration est également rappelé. Les deux pics qui dominaient précédemment ($\sigma/2\Omega = 0,29$ et $0,49$) ont maintenant une amplitude dix fois plus faible. L'inhibition de ces deux modes, qui contenaient la grande majorité de l'énergie moyenne, est responsable de la réduction considérable de l'énergie moyenne observée à la figure 3.10. On constate cependant que le pic correspondant au mode $n = 2$, attendu à $\sigma/2\Omega = 0,74$, est toujours présent mais avec une amplitude plus faible. Le pic est également légèrement décalé par rapport à sa position dans le spectre de la figure 3.6. Le décalage en fréquence s'explique sans doute par une modification légère des conditions aux limites due à la suppression de la paroi horizontale supérieure, qui induit une modification du rapport d'aspect, et pourrait causer, par suite, une légère modification des fréquences propres des modes.

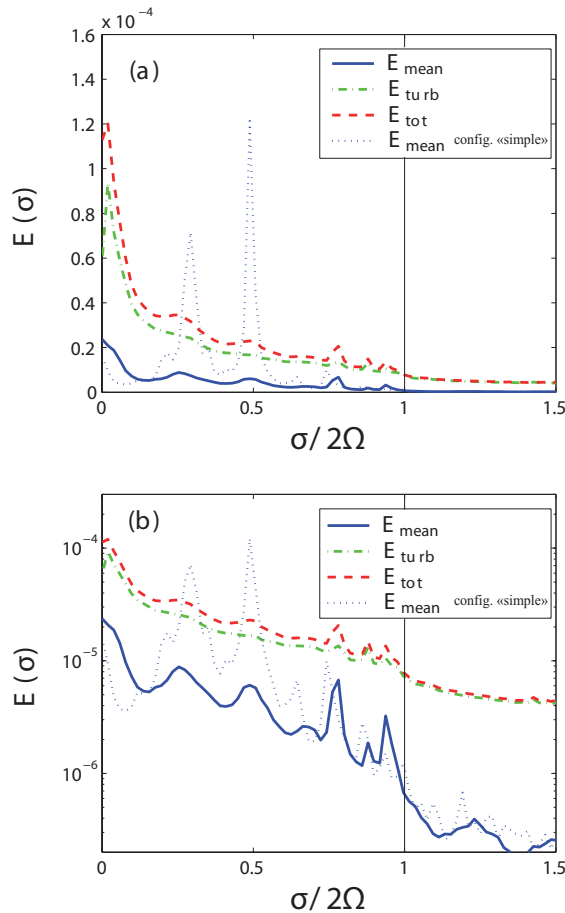


FIGURE 3.11 – En trait plein : spectres temporels de l'énergie des écoulements total, turbulent et moyen ; (a) en échelle linéaire ; (b) en échelle semi-logarithmique. Le spectre de l'écoulement moyen obtenu avec la configuration « simple » est rappelé en traits pointillés.

Il est important de noter que le spectre temporel de la turbulence ne présente toujours pas de pics. L'ajout des parois verticales a bel et bien permis d'éviter d'exciter les modes au profit d'une turbulence que nous pouvons maintenant considérer comme étant en déclin libre. La raison pour laquelle la modification géométrique de la grille a permis d'inhiber l'excitation de ces modes n'est cependant pas complètement comprise. La figure 3.8(c) montre certes une différence claire dans le profil de vitesse du sillage de la grille, à l'origine d'une réponse très différente du fluide, mais ceci ne démontre qu'une forte sensibilité à la géométrie de l'excitation, et le lien entre l'excitation et la réponse induite ne peut, à ce stade, être éclairci.

5 Discussion

Notre étude de la turbulence en rotation en milieu confiné a été guidée par la volonté d'obtenir une turbulence à la fois *libre* et *homogène*. Ces deux notions ne sont pas indépendantes. En effet, une turbulence est libre si la décroissance temporelle de l'énergie turbulente k_{turb} est contrôlée par la dissipation visqueuse (i.e. par la dynamique à petites échelles) ce qui exclut la présence d'un écoulement moyen capable de transférer de l'énergie à la turbulence. Plus précisément, l'interaction écoulement moyen-turbulence peut être décrite par le système d'équations suivant, obtenu par intégration sur tout le volume de fluide des équations (1.5) et (1.6) introduites au chapitre 1 :

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{dk_{mean}}{dt} = D_{mean} - T \\ \frac{1}{2} \frac{dk_{turb}}{dt} = D_{turb} + T, \end{cases} \quad (3.18)$$

les facteurs 1/2 étant liés ici à la définition de l'énergie cinétique utilisée dans ce chapitre. Les termes D_{mean} et D_{turb} sont des termes de dissipation visqueuse (tous deux négatifs) et T le transfert d'énergie entre l'écoulement moyen et la turbulence, qui est positif pour un transfert des modes vers la turbulence :

$$T = -\overline{\langle u'_i u'_j \rangle} \left\langle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right\rangle. \quad (3.19)$$

Rappelons que les notations $\bar{\cdot}$ et $\langle \cdot \rangle$ désignent respectivement un moyennage d'ensemble et un moyennage spatial. Dans notre expérience, l'écoulement moyen s'identifie à une superposition de modes d'inertie. On s'attend ainsi à un transfert d'énergie inhomogène, plus intense dans les zones où les modes d'inertie présentent de forts gradients de vitesses. De ce fait, la turbulence, alimentée en énergie de manière inhomogène, sera elle-même inhomogène.

Pour analyser quantitativement l'effet de la suppression des modes d'inertie sur l'homogénéité de la turbulence, on peut être tenté en première approche d'étudier l'énergie cinétique turbulente définie en chaque point $\overline{u'^2}(x,z,t)$, dont la moyenne spatiale corres-

pond à l'énergie cinétique turbulente globale $k_{turb}(t)$. On pourrait alors comparer entre les deux configurations la dispersion dans l'espace de $\overline{u'^2}(x,z,t)$. Une telle étude a été envisagée, mais dans le cas de la configuration « simple », l'inhomogénéité de l'énergie cinétique turbulente dans le plan de mesure dépend très fortement de l'instant t considéré. Il s'agit sans doute d'un effet de restriction 2C de la mesure, qui ne permet pas d'accéder à l'énergie turbulente associée à la composante selon y .

Une étude plus fine du couplage consisterait à mesurer le terme de transfert (3.19). Or, mesurer ce terme nécessiterait l'utilisation d'un système de vélocimétrie 3D-3C. Notre système ne permet de mesurer que les termes faisant intervenir les composantes selon x et z , et les gradients selon ces mêmes directions, c'est-à-dire quatre termes sur neuf dans (3.19). Cette restriction 2D risque à nouveau d'être très limitante pour une étude expérimentale du couplage, notamment à cause des oscillations observées pour les énergies et qui changent artificiellement le signe des dérivées temporelles dans l'équation (3.18).

Toutefois, nous pouvons donner un argument dimensionnel sur le terme de transfert. En effet, nous pouvons évaluer ce terme de la manière suivante :

$$T \simeq k_{turb} \frac{\sqrt{k_{mean}}}{L}.$$

Expérimentalement, la modification de la géométrie de l'excitation n'a pas modifié significativement la valeur de l'énergie turbulente, mais a réduit considérablement l'énergie associée à l'écoulement moyen. On s'attend donc à une réduction du transfert, et donc à une amélioration significative de l'homogénéité de la turbulence au cours du déclin. Nous considérons donc dans la suite que ce nouveau dispositif nous permet d'obtenir une turbulence en déclin libre dans un milieu confiné, ce qui s'avèrera particulièrement utile pour l'étude des transferts anisotropes d'énergie, que nous présentons au chapitre suivant.

Chapitre 4

Mesures des transferts anisotropes d'énergie en turbulence en rotation

L'objectif du présent chapitre est de caractériser expérimentalement la dynamique de la croissance de l'anisotropie dans une expérience de turbulence en déclin soumise à une rotation d'ensemble. Partant d'une turbulence homogène et isotrope 3D-3C, la rotation induit au cours du déclin une anisotropie des flux d'énergie à travers les échelles. Nous savons par ailleurs qu'à temps long, le nombre de Rossby de l'écoulement est petit devant l'unité : on s'attend donc à une bidimensionalisation progressive de l'écoulement. La question est de savoir comment, à nombre de Rossby fini, la rotation rend les transferts d'énergie anisotropes et comment ces transferts sont compatibles avec la bidimensionalisation de l'écoulement.

Pour une turbulence homogène, ces transferts sont liés à la statistique des incréments de vitesses $\delta\vec{u}(\vec{r}) = \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}) - \vec{u}(\vec{x})$ au travers de la densité de flux d'énergie dans l'espace des séparations \vec{r} : $\vec{F}(\vec{r}, t) = \langle \delta\vec{u}(\delta\vec{u})^2 \rangle$. Nous nous proposons ici de mesurer directement dans l'espace physique des séparations cette grandeur, responsable de l'anisotropie attendue à temps longs de l'énergie $E(\vec{r}, t) = \langle [\delta\vec{u}(\vec{r}, t)]^2 \rangle$ associée à l'incrément de vitesse.

D'un point de vue expérimental, cette étude se heurte aux difficultés suivantes :

i) une mesure des incréments de vitesse n'a d'intérêt que si l'hypothèse d'homogénéité est vérifiée. Cette hypothèse a déjà été confrontée aux expériences présentées dans le chapitre précédent où des modes d'inertie, reproductibles d'une réalisation à l'autre, ont été étudiés et inhibés à l'aide de parois verticales disposées sur la grille. Nous utiliserons ici ce même dispositif (grille munie d'un assemblage de parois verticales).

ii) la densité de flux d'énergie s'apparente à un moment d'ordre trois d'une quantité de moyenne nulle. Une bonne convergence de \vec{F} est donc délicate à obtenir et requiert un nombre important de réalisations indépendantes.

Dans ce chapitre, nous proposons une mesure de $E(\vec{r}, t)$ et $\vec{F}(\vec{r}, t)$ à partir des données de PIV, c'est-à-dire des incréments de vitesse calculés directement dans l'espace physique. Nous verrons comment la rotation agit sur la distribution d'énergie, et comment les transferts d'énergie dans l'espace des échelles expliquent les résultats observés. Nous discutons en particulier la croissance de l'anisotropie en fonction de la taille de la séparation r .

Ce chapitre reprend des résultats publiés dans *Physical Review Letters* en 2011 [42].

1 Motivations et objectifs

Nous présentons dans un premier temps les grandeurs statistiques que nous allons mesurer et la réalité physique qu'elles décrivent, notamment en rappelant l'équation-clef de la turbulence homogène mais anisotrope dans l'espace physique sur laquelle toute cette étude repose : l'équation de Kármán-Howarth-Monin.

1.1 L'équation de Kármán-Howarth-Monin

La cascade d'énergie et la loi des 4/5, présentées au chapitre 1, constituent sans doute le résultat le plus abouti de la turbulence homogène et isotrope. Bien entendu, l'hypothèse d'isotropie ne tient plus si une rotation d'ensemble $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ est imposée à l'écoulement turbulent, puisque l'axe de rotation constitue une direction privilégiée. A très faible nombre de Rossby, le théorème de Taylor-Proudman prévoit même que l'écoulement solution des équations de Navier-Stokes est bidimensionnel : les trois composantes de la vitesse sont alors indépendantes de z . Mais ce résultat est issu d'une linéarisation des équations de Navier-Stokes, et ne peut donc en aucun cas être invoqué pour décrire comment un écoulement turbulent et initialement 3D ($Re \gg 1$, $Ro \gg 1$) va être affecté par la rotation. A nombre de Rossby fini, l'effet de la rotation sur la turbulence est en réalité un effet intrinsèquement non-linéaire.

Comme discuté au chapitre 1, l'idée de la cascade d'énergie peut être formulée en terme de transferts d'énergie dans l'espace des séparations \vec{r} , cette approche ayant l'avantage d'être toujours valable en l'absence d'isotropie. Le transfert à travers les échelles est décrit par l'équation de Kármán-Howarth-Monin [25], qui s'interprète simplement comme une équation de transport de la corrélation double $R(\vec{r}, t) = \langle \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}) \cdot \vec{u}(\vec{x}) \rangle$ dans l'espace des séparations :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{4} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} + \nu \vec{\nabla}^2 R, \quad (4.1)$$

où $-1/2\vec{F}$ est la densité de flux de corrélation dans l'espace des séparations. Notre étude est centrée sur l'équation de Kármán-Howarth-Monin car il s'agit du seul résultat exact pour la turbulence homogène et anisotrope exprimé dans l'espace physique. Son équivalent spectral est l'équation de Lin qui est d'un usage plus délicat pour l'expérimentateur. L'approche spectrale, où les transferts sont décrits comme des interactions

entre nombres d'onde, est en revanche très adaptée aux calculs numériques [68, 29] : la pression n'intervient pas dans les calculs (elle s'exprime comme simple condition géométrique), et l'usage de conditions aux limites périodiques dans les DNS est aisé dans l'espace spectral. Mais à partir de vitesses mesurées dans l'espace physique, la discrétisation spatiale (effets d'échantillonnage) et la présence de vecteurs aberrants compliquent le passage à l'espace spectral.

Il est intéressant de noter que la rotation n'intervient pas directement dans cette équation. En effet, la force de Coriolis ne travaille pas, $\vec{\Omega}$ ne peut donc apparaître explicitement dans une équation décrivant l'évolution temporelle d'une grandeur quadratique en vitesse. En réalité, la rotation intervient de manière implicite en modifiant la densité de flux $\vec{F}(\vec{r}, t)$ qui correspond, elle, à une corrélation triple de la vitesse. Toutefois, nous ne disposons pas de relation liant l'évolution de la densité de flux au vecteur rotation $\vec{\Omega}$. En d'autres termes, l'équation de Kármán-Howarth-Monin fournit directement dans l'espace physique une contrainte sur la façon dont l'énergie est transférée à travers les échelles, mais elle ne dit pas *comment* se fait ce transfert et quel est son lien avec la rotation imposée.

1.2 Démarche adoptée

Nous nous proposons donc de mesurer directement dans l'espace physique :

i) l'énergie :

$$E(\vec{r}, t) = \langle [\delta \vec{u}(\vec{r}, t)]^2 \rangle,$$

qui est liée à la corrélation double $R(\vec{r}, t)$ par $E(\vec{r}, t) = 2[\langle \vec{u}^2 \rangle(t) - R(\vec{r}, t)]$,

ii) la densité de flux :

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \langle \delta \vec{u}(\delta \vec{u})^2 \rangle.$$

L'étude de la turbulence en régime forcé est tentante, car l'équation de Kármán-Howarth-Monin se réduirait dans le domaine inertiel à $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = -4\varepsilon$, où ε est le taux d'injection de l'énergie. Surtout, l'hypothèse d'ergodicité nous permettrait de remplacer les moyennes d'ensemble par des moyennes temporelles. Bien que des prédictions existent dans ce cas pour l'anisotropie de la densité de flux en présence de rotation [28], il n'est pas aisé de générer avec notre dispositif une turbulence à la fois forcée et homogène, libre de tout écoulement moyen.

Nous préférons donc conserver, comme au chapitre précédent, une situation de déclin pour la turbulence : malgré le fait que la turbulence est instationnaire, il est nettement plus simple de produire une turbulence libre grâce au dispositif présenté au chapitre 2. On remarque que dans ce cas, en partant d'une distribution isotrope de la corrélation double $R(\vec{r}, t = 0)$ (en choisissant, comme au chapitre précédent, un nombre de Rossby basé sur la grille suffisamment grand), une anisotropie ne peut naître que si la force de Coriolis rend le flux $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ anisotrope. Notre objectif est donc de mesurer la distribution d'énergie, et son évolution au cours du temps. Nous allons également mesurer indépendamment la densité de flux $\vec{F}(\vec{r}, t)$, et voir dans quelle mesure \vec{F} est compatible avec

la croissance de l'anisotropie de la distribution d'énergie. Pour cela, nous allons mettre en œuvre un dispositif de mesure 2D-2C de vitesse. Il faut ici noter que $\vec{F}(\vec{r}, t)$ est une fonction de structure vectorielle ayant trois composantes, et qu'il faudrait pour la mesurer complètement, un dispositif de PIV stéréoscopique 2D-3C permettant de mesurer les trois composantes des incréments de vitesses. Ce point est discuté dans la section suivante, mais notons ici que malgré cette limitation 2D-2C, nous faisons une avancée importante en terme de caractérisation expérimentale des transferts d'énergie. Dans un contexte isotrope, les résultats précédents ont été obtenus à l'aide d'anémomètres à fil chaud, qui ne fournissent qu'une seule composante de la vitesse le long d'une seule direction de l'espace [3, 56, 82, 26]. Nous n'aurons pas la même résolution spatiale qu'autorise l'anémométrie à fil chaud (via l'hypothèse de Taylor), mais la PIV 2D permet d'avoir accès à la structure complète de l'écoulement dans le plan vertical (x, z) , et, de fait, à une mesure directe des incréments de vitesse permettant de caractériser l'anisotropie des transferts d'énergie.

2 Aspects expérimentaux

Le protocole et le dispositif sont similaires aux expériences présentées dans le chapitre 3, mais différent toutefois par le nombre de réalisations indépendantes effectuées (600), et par le champ de visualisation, réduit à $16 \times 16 \text{ cm}^2$ (4 mailles de grille) afin d'optimiser la résolution à petite échelle. La résolution spatiale est alors $\Delta x = 1,3 \text{ mm}$: elle est insuffisante pour résoudre les échelles dissipatives, dont la taille caractéristique est l'échelle de Kolmogorov η qui vaut $0,2 \text{ mm}$ en début d'expérience. Nous pourrions toutefois résoudre confortablement le domaine inertiel.

Nous faisons des expériences pour quatre vitesses de rotation différentes $\Omega = 0 ; 0,42 ; 0,84$ et $1,68 \text{ rad s}^{-1}$ (0, 4, 8 et 16 tours par minute). Une fois le régime de rotation solide atteint, la grille est translatée de bas en haut dans la cuve, à une vitesse $V_g = 1,0 \text{ m s}^{-1}$. Nous enregistrons ensuite 60 paires d'images de l'écoulement consécutif au passage de la grille à une fréquence de 1 Hz et dans un plan vertical (figure 4.1).

Le nombre de Reynolds initial est $Re_g = V_g M / \nu = 40000$. Le nombre de Rossby basé sur la grille $Ro_g = V_g / 2\Omega M$ varie selon la vitesse de rotation imposée ; leurs valeurs sont données dans le tableau 4.1.

$\Omega \text{ (rad s}^{-1}\text{)}$	0	0,42	0,84	1,68
Ro_g	∞	29,8	14,9	7,4

TABLE 4.1 – Valeurs du nombre de Rossby basé sur la grille en fonction de la valeur de la vitesse angulaire de rotation de la plateforme.

Ces valeurs indiquent que l'écoulement est initialement turbulent et insensible à la rotation imposée. Si les écoulements moyens ne sont pas dominants, notre point de départ sera donc une turbulence isotrope en tout début de déclin, comme cela a été vu

au chapitre 3. Le nombre de Rossby instantané décroît au cours du temps, et atteint 10^{-2} en fin de déclin. Dans ces conditions, on s'attend à ce que la rotation ait un effet croissant sur la turbulence au cours du temps et donne naissance à une anisotropie de plus en plus marquée.

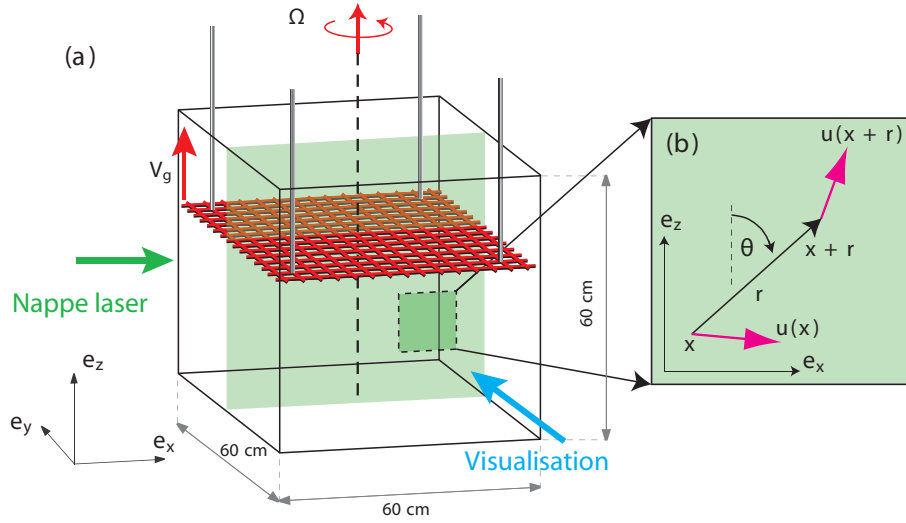


FIGURE 4.1 – (a) Schéma du dispositif expérimental. Par souci de clarté, les parois verticales placées au dessus de la grille ne sont pas représentées. (b) Définition de l'incrément de vitesse $\delta\vec{u}(\vec{r}) = \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}) - \vec{u}(\vec{x})$.

A chaque instant, nous disposons d'un champ de vitesse obtenu par PIV 2D-2C. Nous mesurons les deux composantes de la vitesse u_x et u_z ainsi que leurs structures dans le plan (x, z) : $\vec{u}(\vec{x}, t) = (u_x(x, z, t), u_z(x, z, t))$. A partir de ce champ, nous calculons les incréments de vitesse $\delta\vec{u}(\vec{r}) = \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}) - \vec{u}(\vec{x})$. Ces incréments de vitesse ont également deux composantes, et donnent accès à l'énergie et à la densité de flux calculées sur les deux dimensions (x, z) :

$$E_{2D}(\vec{r}) = \langle \delta u_x^2 + \delta u_z^2 \rangle_{x,z} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{2D}(\vec{r}) = \langle \delta\vec{u}(\delta u_x^2 + \delta u_z^2) \rangle_{x,z}, \quad (4.2)$$

où $\vec{r} = r_x \vec{e}_x + r_z \vec{e}_z$. Cette mesure 2D-2C des vitesses ne permet d'accéder qu'à une mesure partielle de l'énergie et de la densité de flux. Dans le cas isotrope, il existe des relations générales entre les grandeurs définies à partir des trois composantes de vitesse, et les grandeurs évaluées sur deux composantes de vitesse E_{2D} et \vec{F}_{2D} . En revanche, il n'existe pas de relation simple dans le cas anisotrope. C'est pourquoi dans la suite nous conservons telles quelles les grandeurs obtenues à partir de mesures 2D de la vitesse, sans affecter de coefficients correcteurs aux composantes selon x ou z ; et nous abandonnons les indices $2D$.

3 Convergence des données

Les grandeurs $E(\vec{r},t)$ et $\vec{F}(\vec{r},t)$ sont définies comme des moyennes sur un ensemble de réalisations indépendantes de grandeurs construites à partir de l'incrément de vitesse $\delta\vec{u}(\vec{x},\vec{r},t)$, dont la moyenne d'ensemble est nulle en chaque point \vec{x} pour une turbulence homogène.

Comme pour l'extraction du champ moyen à partir des champs de vitesses expérimentaux, la question du nombre N de réalisations indépendantes à prendre en compte pour mesurer ces grandeurs avec une bonne précision se pose. Alors que, pour l'évaluation du champ moyen, $N = 40$ suffisait amplement pour obtenir une incertitude inférieure à 5% sur le champ moyen \vec{U} , on s'attend ici à ce que $\vec{F}(\vec{r},t)$ soit une grandeur nécessitant un nombre de réalisations bien plus important pour être mesurée avec précision. Elle s'identifie en effet à un moment d'ordre 3 de l'incrément de vitesse : elle peut donc être positive ou négative au gré des réalisations, ce qui ralentit la convergence du moyennage d'ensemble avec le nombre N de réalisations. Nous avons ainsi réalisé $N = 600$ réalisations indépendantes, ce qui représente 24 h d'acquisition en continu, durée à laquelle s'ajoutent les temps de calculs de PIV et des calculs statistiques des fonctions de structure sous Matlab (de l'ordre d'une semaine par expérience).

Nous nous proposons dans toute la suite d'évaluer les incertitudes sur nos mesures de $E(r,\theta,t)$ et de la composante radiale de $\vec{F}(r,\theta,t)$ à un instant fixé à $tV_g/M = 400$, dans la direction $\theta = \pi/4$ choisie arbitrairement, et à $\Omega = 16$ tr/min, les résultats obtenus s'avérant robustes en changeant t , θ ou Ω .

Pour alléger les notations, nous notons dans la suite $X(r)$ la grandeur que nous souhaitons mesurer ($X(r) = E(r)$ ou $F_r(r)$). Nous notons $x_\alpha(r)$ la valeur obtenue à la réalisation numéro α et $x(r)$ la variable aléatoire associée. Théoriquement, il faut moyennner les valeurs $x_\alpha(r)$ sur un nombre infini de réalisations indépendantes pour obtenir $X(r)$:

$$X(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N x_\alpha(r).$$

Pour estimer $X(r)$, nous allons effectuer un moyennage des $N = 600$ valeurs obtenues à chaque réalisation :

$$\langle x_\alpha \rangle_N = \frac{1}{600} \sum_{\alpha=1}^{N=600} x_\alpha(r).$$

Notre objectif est de déterminer l'erreur commise en assimilant $X(r)$ à $\langle x_\alpha \rangle_N$.

3.1 Les distributions de probabilité

Nous disposons d'un échantillon $\{x_\alpha(r)\}$ de $N = 600$ valeurs, correspondant à l'ensemble des valeurs calculées pour chacune des réalisations. Rappelons ici que $x_\alpha(r)$ correspond déjà à une moyenne spatiale sur l'ensemble des positions \vec{x} . Ce point sera rediscuté un peu plus loin. L'ensemble des valeurs $\{x_\alpha(r)\}$ permet d'obtenir la distri-

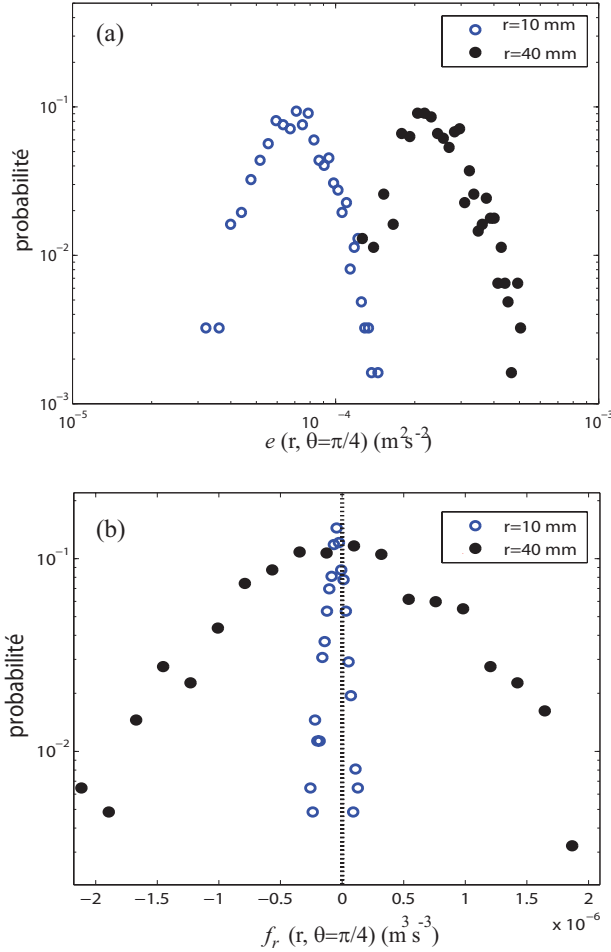


FIGURE 4.2 – (a) Distribution de probabilité de $e(r)$ en $r = 10$ mm et $r = 40$ mm obtenue à partir d'un échantillon de $N = 600$ réalisations indépendantes. (b) Distribution de probabilité de $f_r(r)$ en $r = 10$ mm et $r = 40$ mm obtenue à partir du même échantillon. Les mesures sont faites à $tV_g/M = 400$, dans la direction $\theta = \pi/4$ et à $\Omega = 16$ tr/min.

bution de probabilité de la variable aléatoire $x(r)$. Ces distributions sont données à la figure 4.2 pour l'énergie et la composante radiale F_r de la densité de flux d'énergie, pour $r = 10$ mm et $r = 40$ mm.

Pour l'énergie, nous représentons la distribution de probabilité en échelle logarithmique en figure 4.2(a). Ces distributions apparaissent en première approche assez pointues. Cela suggère que la moyenne d'ensemble $\langle e_\alpha(r) \rangle$ est une estimation précise de l'énergie $E(r)$. L'incertitude obtenue en assimilant $E(r)$ à la moyenne $\langle e_\alpha(r) \rangle$ dépend bien entendu de la largeur de la distribution de probabilité de $e(r)$; elle sera évaluée dans la section suivante. On constate que cette incertitude est ici assez faible pour pouvoir distinguer les valeurs de l'énergie $E(r)$ en $r = 10$ mm et en $r = 40$ mm.

Pour la variable aléatoire $f_r(r)$, la valeur obtenue pouvant être positive ou négative, nous représentons la distribution de probabilité en échelle semi-logarithmique en figure 4.2(b). On constate que pour $r = 10$ mm, la distribution de probabilité est assez fine, et montre que la valeur la plus fréquemment obtenue est négative. En revanche, pour $r = 40$ mm, la distribution est nettement plus large, attestant d'une augmentation des fluctuations avec la norme de la séparation. Avec une telle distribution de probabilité pour $f_r(r)$, on devine que la moyenne $\langle f_{r\alpha}(r) \rangle$ reste voisine de zéro, mais qu'il sera difficile d'avoir une incertitude faible sur $F_r(r)$ (et sur son signe), en l'estimant par la moyenne d'ensemble $\langle f_{r\alpha}(r) \rangle$.

3.2 Incertitudes absolue et relative

Dans cette section, nous nous intéressons à l'évaluation de l'incertitude sur $X(r)$, dont l'estimation est obtenue par moyennage d'ensemble des valeurs $x_\alpha(r)$. Pour une valeur de r donnée, nous ne disposons que d'une seule estimation de $X(r)$. Or, il est clair que si nous réalisons 600 autres réalisations indépendantes, nous obtiendrons une deuxième estimation de $X(r)$. Pour obtenir l'incertitude sur notre estimation de $X(r)$, il faudrait ainsi disposer d'un échantillon suffisamment grand de valeurs indépendantes de $\langle x_\alpha(r) \rangle$, chacune étant elle-même évaluée sur $N = 600$ réalisations indépendantes, et considérer chaque estimation comme valeur associée à une variable aléatoire $\langle x \rangle_N(r)$. La distribution de probabilité de $\langle x \rangle_N(r)$ permettrait alors de connaître l'incertitude sur notre estimation de $X(r)$.

Toutefois, en première approche, les distributions de probabilité obtenues précédemment apparaissent suffisamment étroites pour que l'on puisse considérer que $N = 600$ réalisations est un nombre suffisamment grand pour appliquer le théorème central limite. Celui-ci prévoit que la distribution de probabilité de $\langle x \rangle_N(r)$ peut être considérée gaussienne, indépendamment du type de loi de probabilité suivie par $x(r)$. L'écart-type de la distribution de $\langle x \rangle_N(r)$ peut alors être estimé à partir de l'écart-type de la distribution de $x(r)$ ¹ noté $\sigma \{x_\alpha(r)\}$ de la manière suivante :

$$\bar{\sigma}_X(r) = \frac{\sigma \{x_\alpha(r)\}}{\sqrt{N}}. \quad (4.3)$$

La définition de l'incertitude absolue dépend du degré de confiance que nous souhaitons accorder à nos mesures. Pour avoir une définition exigeante, nous choisissons dans la suite $2\bar{\sigma}_X(r)$ car l'intervalle $[\langle x_\alpha(r) \rangle - 2\bar{\sigma}_X(r); \langle x_\alpha(r) \rangle + 2\bar{\sigma}_X(r)]$ définit un intervalle de confiance à 95%. Ceci conduit à la définition suivante de l'incertitude relative :

$$\varepsilon_X(r) = \frac{2\bar{\sigma}_X(r)}{|\langle x_\alpha(r) \rangle|}. \quad (4.4)$$

1. dont l'estimateur est $\sigma \{x_\alpha(r)\} = \left(\frac{1}{N-1} \sum_{\alpha=1}^N (x_\alpha^2 - \langle x_\alpha \rangle^2) \right)^{1/2}$.

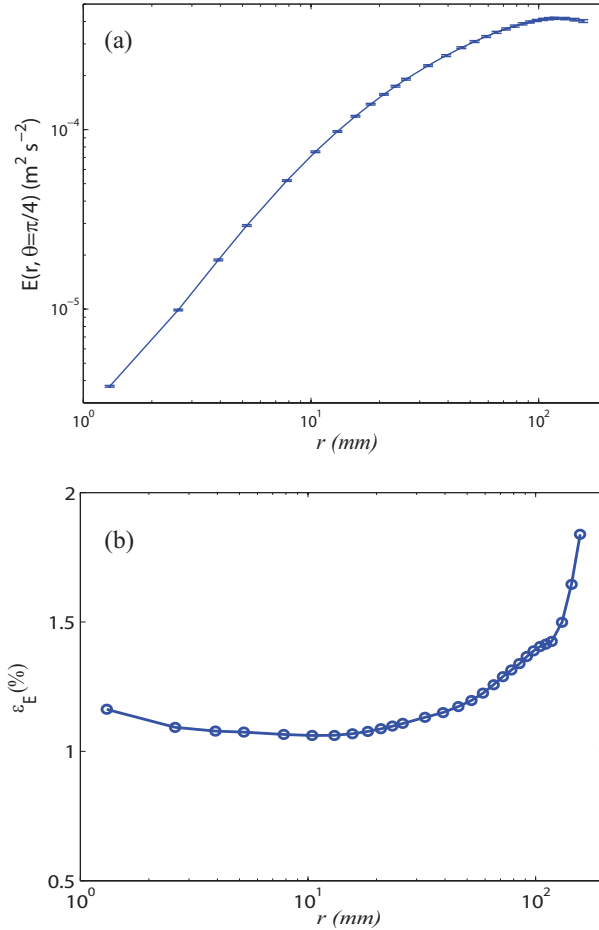


FIGURE 4.3 – (a) Evolution de l'énergie $E(r, \theta = \pi/4)$ calculée à l'aide de $N = 600$ réalisations indépendantes, en fonction de la norme de la séparation r . Les barres d'erreurs représentées correspondent à l'intervalle de $\langle e_\alpha(r) \rangle \pm 2\overline{\sigma}_E(r)$. (b) Incertitude relative $\varepsilon_E(r)$ en fonction de r . Les mesures sont faites à $tV_g/M = 400$, dans la direction $\theta = \pi/4$ et à $\Omega = 16$ tr/min.

La figure 4.3(a) présente l'évolution de E avec la séparation r avec les barres d'erreurs $\pm 2\overline{\sigma}_X(r)$ associées. On constate que les barres d'erreurs ont une amplitude très faibles en comparaison de l'échelle de variation de E avec r , y compris pour les séparations proches de la taille du champ de vitesse. Cela prouve que nos mesures de l'énergie sont très précises dans toute la gamme de séparations disponibles. Plus quantitativement, nous représentons à la figure 4.3(b) l'évolution de l'incertitude relative (4.4) en fonction de r . On constate que sur l'ensemble des séparations r , l'incertitude relative $\varepsilon_E(r)$ est inférieure à 2%. L'augmentation de l'incertitude aux grandes séparations peut s'expliquer en partie par le fait que $x_\alpha(r)$ correspond déjà à une moyenne spatiale sur l'ensemble des

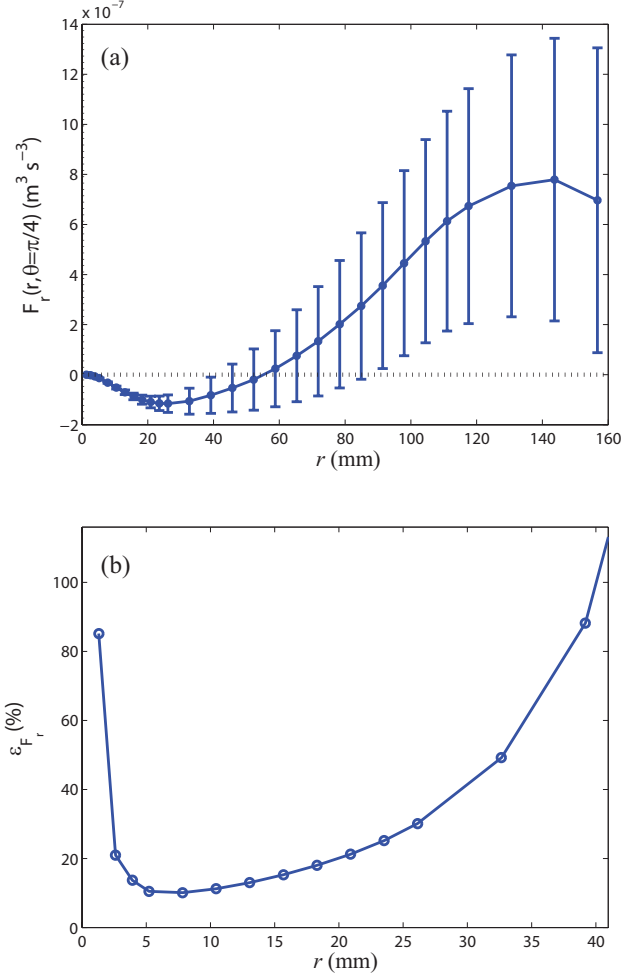


FIGURE 4.4 – (a) Evolution de la composante radiale de la densité de flux $F_r(r, \theta = \pi/4)$, calculée à l’aide de $N = 600$ réalisations indépendantes, en fonction de la norme de la séparation r . Les barres d’erreurs correspondent à $\langle f_\alpha(r) \rangle \pm 2\sigma_{F_r}(r)$. (b) Incertitude relative $\varepsilon_{F_r}(r)$ en fonction de r . Les mesures sont faites à $tV_g/M = 400$, dans la direction $\theta = \pi/4$ et à $\Omega = 16$ tr/min.

séparations \vec{r} disponibles dans un champ de vitesse. En effet, la taille du champ étant finie (4 mailles de grille), le nombre de séparations \vec{r} disponibles dans le champ diminue avec la norme de séparation r , et chute lorsque la norme avoisine la taille du champ de vitesse. Il en résulte que $x_\alpha(r)$ correspond à une moyenne sur un nombre plus petit de séparations lorsque r est grand, ce qui conduit à une évaluation moins précise de $x_\alpha(r)$. L’écart-type $\sigma\{x_\alpha(r)\}$ est alors plus grand aux grandes séparations.

En ce qui concerne la composante radiale de la densité de flux, on remarque à la figure 4.4(a) que les valeurs inférieures à $r = M = 40$ mm sont négatives, et que les barres

d'erreur sont suffisamment faibles pour considérer ces valeurs fiables. En revanche, l'augmentation de l'incertitude absolue avec r nous incite à considérer les valeurs supérieures à M avec une grande précaution. En particulier, il est difficile de se convaincre de l'inversion du signe de F_r quand r augmente.

Dans notre étude, nous allons en particulier nous intéresser à l'orientation de \vec{F} par rapport à la direction radiale donnée par \vec{r} . En admettant que les incertitudes des composantes radiales et azimutales de \vec{F} soient comparables, il est clair qu'une telle imprécision sur chaque composante de \vec{F} se propage de manière dramatique sur l'orientation du vecteur \vec{F} . C'est pourquoi dans toute la suite de ce chapitre, nous nous restreindrons aux échelles inférieures à une maille de grille ; les échelles $r > M$ étant de toute façon plus sensibles aux éventuelles inhomogénéités résiduelles dans l'écoulement. Dans cet intervalle de séparations, l'incertitude relative est de l'ordre de 20%, comme le montre la figure 4.4(b), sauf à petite échelle et pour r proche de M . L'augmentation de l'incertitude relative pour $r \simeq M$ est uniquement liée à la normalisation, $F_r(r)$ tendant vers zéro.

4 Résultats pour la distribution d'énergie

4.1 En l'absence de rotation

La figure 4.5 représente les distributions de corrélation $R(\vec{r})$ et d'énergie $E(\vec{r})$ pour des séparations $\vec{r} = (r_x, r_z)$ dans le plan vertical, à des instants $tV_g/M = 50$ et $tV_g/M = 400$ (respectivement 2 et 16 s après le passage de la grille). La forme quasi-circulaire des courbes de niveau atteste d'un bon niveau global d'isotropie, en particulier à $tV_g/M = 400$. A $tV_g/M = 50$, on remarque toutefois que ces courbes présentent effectivement un aspect circulaire pour des séparations telles que $r < 20$ mm, mais que des irrégularités apparaissent à plus grande échelle. L'écart à l'isotropie est visible pour des normes de séparations proches de la maille de la grille, où on constate une concavité des courbes au voisinage des axes qui marque un léger excès d'énergie dans les directions $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$. Cet écart à l'isotropie trouve son origine dans le défaut d'homogénéité de la turbulence générée par la grille, encore visible à temps courts. En effet, nous savons que l'usage d'une grille ne permet pas l'obtention immédiate d'une turbulence isotrope dans la mesure où le sillage immédiat de la grille provoque un écoulement cohérent à grande échelle.

Dans les expériences en soufflerie, il a été montré que la turbulence ne pouvait être considérée comme isotrope qu'à partir d'une distance minimale de $40M$ en aval de la grille [53]. Ce résultat empirique peut être extrapolé à notre situation de déclin en utilisant l'hypothèse de Taylor : on s'attend à trouver une durée de relaxation des inhomogénéités de l'ordre de $tV_g/M = 40$. Ainsi, l'anisotropie que nous observons à $tV_g/M = 50$ montre que l'écoulement est encore légèrement affecté par l'anisotropie du sillage de la grille. En revanche, à $tV_g/M = 400$, l'invariance de l'énergie selon θ est vérifiée à toutes les échelles, y compris pour les séparations de l'ordre de la maille de la grille.

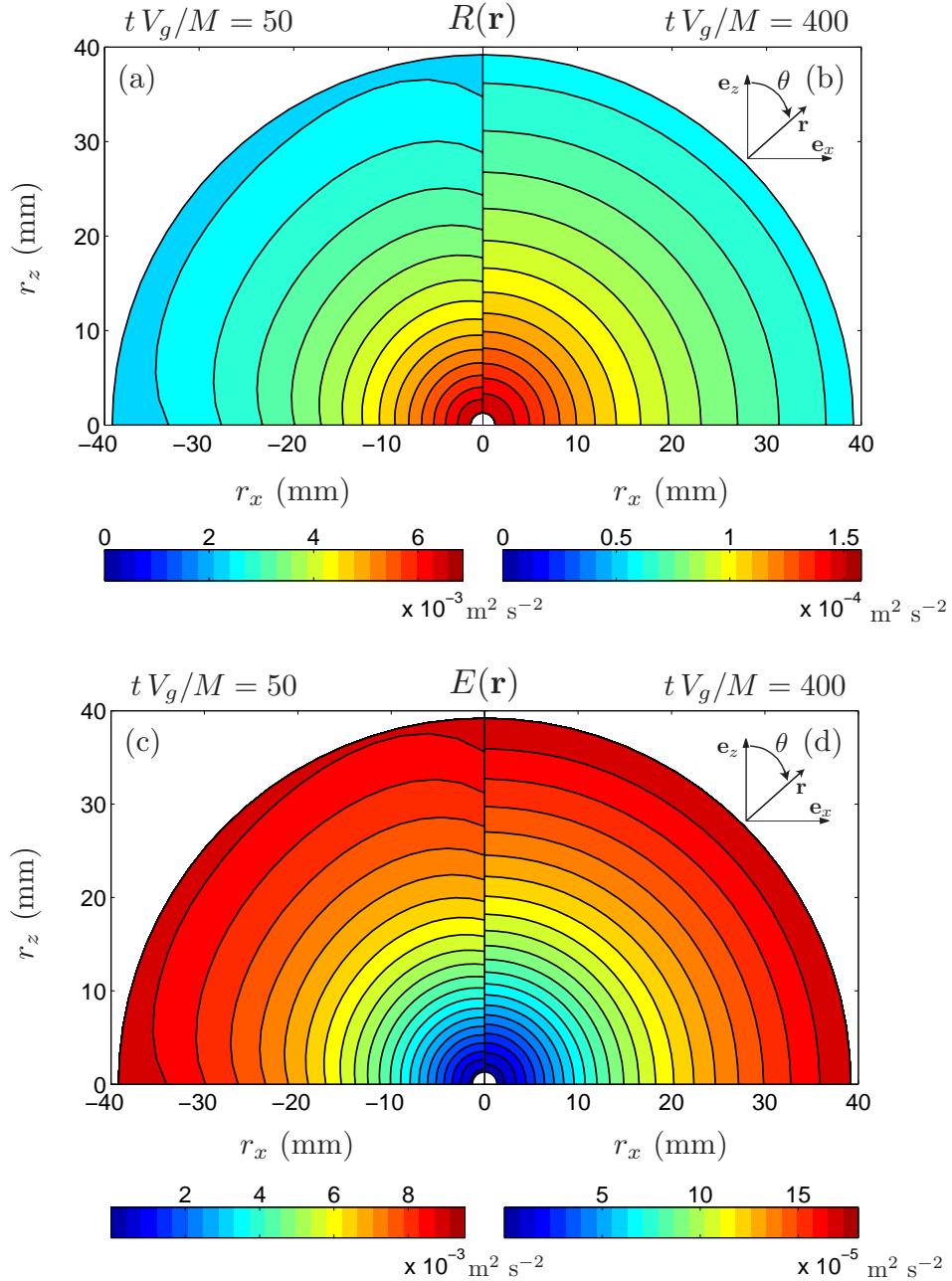


FIGURE 4.5 – Carte de la corrélation $R(\vec{r})$ [(a) et (b)] et de la distribution d'énergie $E(\vec{r})$ [(c) et (d)] à des instants $tV_g/M = 50$ [(a) et (c)] et $tV_g/M = 400$ [(b) et (d)] après le passage de la grille pour l'expérience à $\Omega = 0$.

Nous pouvons conclure sur deux points importants : l'expérience sans rotation révèle une répartition isotrope de l'énergie, une fois passés les effets d'anisotropie liés au sillage de grille. La présence d'éventuels écoulements moyens en l'absence de rotation est donc

sans conséquence sur la distribution d'énergie, du moins pour des séparations $|\vec{r}| < M$. De cette manière, lorsqu'une rotation d'ensemble sera appliquée au système, tout écart à l'isotropie pourra être directement imputable à la rotation elle-même.

4.2 En présence de rotation

La même expérience est réalisée en présence de rotation imposant une vitesse angulaire $\Omega = 16$ tr/min. Nous représentons à la figure 4.6 les distributions d'énergie aux mêmes instants que pour l'expérience sans rotation. Pour $tV_g/M = 50$, on remarque que la distribution d'énergie est très similaire au cas où $\Omega = 0$: isotropie aux petites échelles et mêmes légers défauts à grande échelle. Ceci indique que la rotation n'a aucun effet sur la distribution d'énergie à temps courts, confirmant que le nombre de Rossby instantané en début de déclin est trop élevé pour que la rotation ait un effet notable sur l'écoulement généré par la grille. Plus précisément, le nombre de Rossby instantané (défini au chapitre 3) est : $Ro(tV_g/M = 50) = 1,1 \sim Ro_g/10$. Le choix, au préalable, d'une valeur élevée du nombre de Rossby Ro_g basé sur la grille permet donc de générer une turbulence sur laquelle la rotation n'a pas d'effet en tout début de déclin, y compris pour la vitesse de rotation la plus élevée $\Omega = 16$ tr/min où $Ro_g = 7,4$.

A $tV_g/M = 400$, la figure 4.6 montre une anisotropie nette de la distribution d'énergie, qui contraste cette fois avec la distribution d'énergie isotrope obtenue au même instant dans le cas où $\Omega = 0$. Les courbes de niveau affichent une élongation verticale prononcée, résultant d'une diminution de l'énergie associée aux séparations le long de l'axe de rotation $\vec{r} = r\vec{e}_z$, ou de manière équivalente, d'une augmentation de la corrélation verticale des vitesses $R(\vec{r}) = \langle \vec{u}^2 \rangle - E(\vec{r})/2$. Ceci traduit une évolution vers un écoulement 2D-3C, comme prédit dans la limite asymptotique où $Ro \ll 1$ par le théorème de Taylor-Proudman. En effet, ce théorème prévoit l'invariance de l'écoulement le long de l'axe de rotation, autrement dit : $\vec{u}(\vec{x} + r\vec{e}_z) - \vec{u}(\vec{x}) = \vec{0}$, ce qui conduit à une distribution d'énergie $\langle [\delta\vec{u}]^2 \rangle$ invariante par translation le long de l'axe de rotation. Ceci se traduirait par des courbes de niveau strictement verticales dans l'espace des séparations. La figure 4.6 illustre donc la bidimensionalisation progressive de l'écoulement, qui apparaît pour un nombre de Rossby faible mais fini.

En faisant varier la vitesse de rotation Ω , on constate que ces observations restent valables, en particulier l'isotropie de la distribution d'énergie à temps court, et une élongation progressive le long de l'axe de rotation pendant le déclin. L'effet essentiel d'une augmentation de la vitesse de rotation Ω est d'augmenter la vitesse à laquelle l'anisotropie s'installe. Par exemple, nous pouvons choisir comme indicateur instantané d'anisotropie le rapport :

$$A_E(r,t) = \frac{E(r,\theta = \pi/2,t)}{E(r,\theta = 0,t)} \quad (4.5)$$

que l'on peut, dans un premier temps, évaluer pour une séparation $r = 10$ mm dans le domaine inertiel. La figure 4.7(a) montre l'évolution de ce rapport pour $\Omega = 0,4,8$ et 16 tr/min. On constate qu'en l'absence de rotation $A_E(r = 10 \text{ mm},t)$ est remarquable-

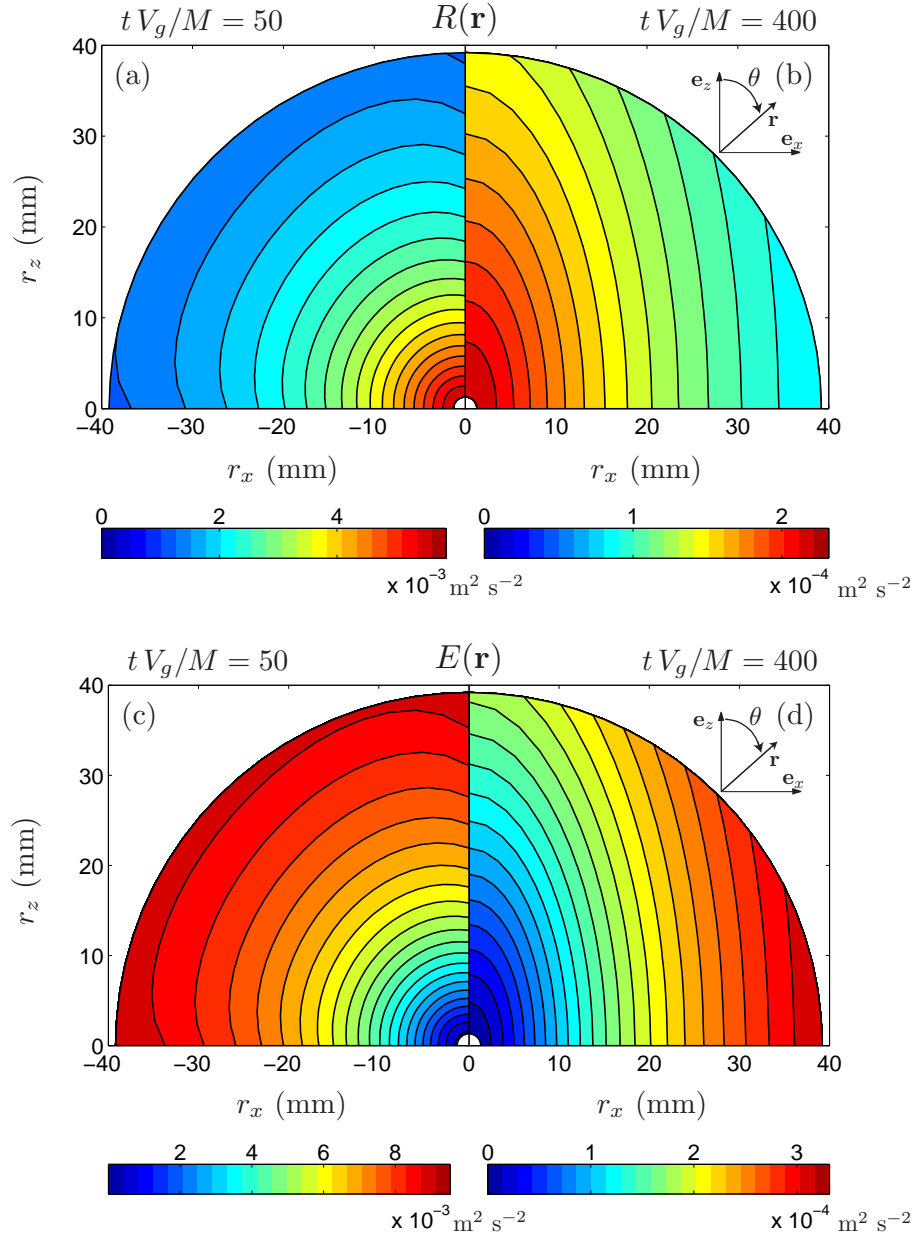


FIGURE 4.6 – Carte de la corrélation $R(\vec{r})$ [(a) et (b)] et de la distribution d'énergie $E(\vec{r})$ [(c) et (d)] à des instants $tV_g/M = 50$ [(a) et (c)] et $tV_g/M = 400$ [(b) et (d)] après le passage de la grille pour l'expérience à $\Omega = 16 \text{ tr/min}$.

ment stable et égal à 1 pendant toute l'expérience, confirmant l'isotropie de l'écoulement à $\Omega = 0$, y compris à temps court dans le domaine inertiel. Pour $\Omega \neq 0$, A_E part systématiquement d'une valeur voisine de 1, et augmente d'autant plus rapidement que la rotation imposée est importante. Cela nous incite à adimensionner le temps t à l'aide

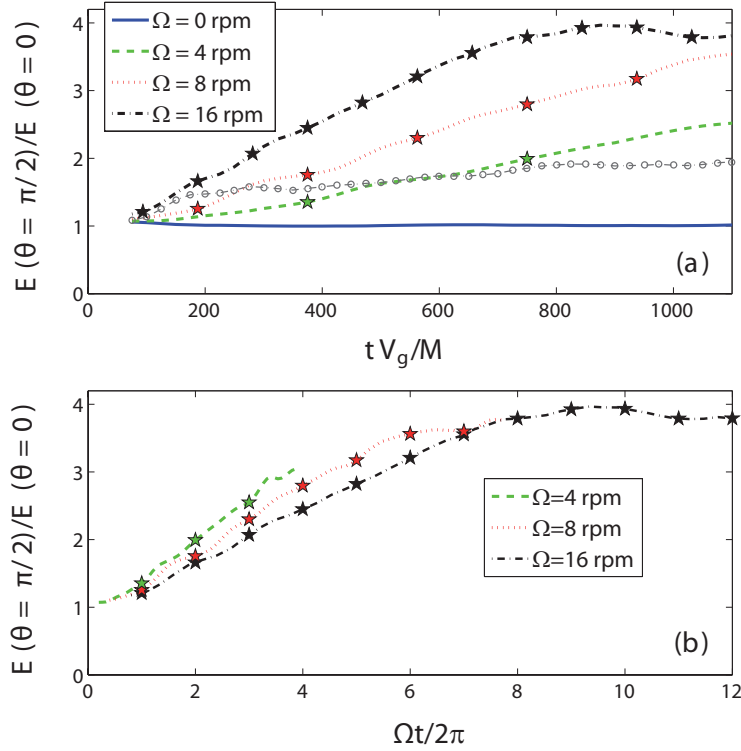


FIGURE 4.7 – Evolution temporelle de l'indice d'anisotropie $E(\theta = \pi/2)/E(\theta = 0)$ pour une séparation $r = 10$ mm et à différentes fréquences de rotation Ω . Le temps normalisé est $t V_g/M$ dans (a) et $\Omega t/2\pi$ dans (b). Dans (a), la courbe \circ correspond à l'évolution de ce même indice, mais calculé à l'échelle $r = 30$ mm pour $\Omega = 16$ tr/min. Les étoiles indiquent un nombre entier de tours de cuve.

du temps caractéristique de rotation $1/\Omega$. La figure 4.7(b) présente ainsi l'évolution de l'indice d'anisotropie en fonction du temps adimensionné Ωt pour les trois expériences en rotation. Cet adimensionnement conduit à un regroupement raisonnable des trois courbes, suggérant que la vitesse de croissance de l'anisotropie est en première approximation linéaire en Ω .

Croissance de l'anisotropie en fonction de l'échelle

On s'intéresse désormais à la croissance de l'anisotropie en fonction de l'échelle considérée. Le rapport (4.5) a été jusqu'à présent calculé en $r = 10$ mm. Sur la figure 4.7(a), on reporte aussi l'évolution temporelle de $A_E(r,t)$ évalué en $r = 30$ mm pour $\Omega = 16$ tr/min. La croissance plus lente que pour $r = 10$ mm suggère que l'anisotropie affecte prioritairement les petites échelles. Ce résultat est contraire à l'intuition : on s'attendrait en effet à ce que les grandes échelles, de dynamique plus lente, soient prioritairement affectées par la force de Coriolis.

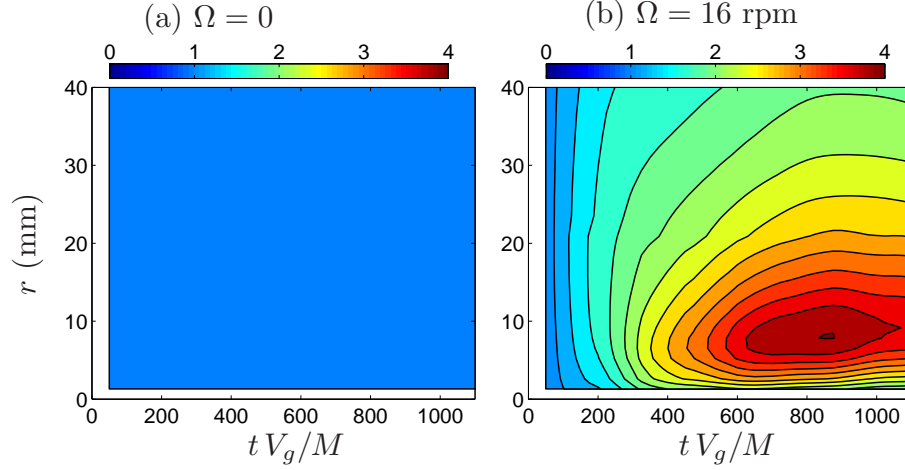


FIGURE 4.8 – Diagramme spatio-temporel du rapport $E(\theta = \pi/2)/E(\theta = 0)$, pour une fréquence de rotation de $\Omega = 0$ (a) et 16 tr/min (b).

Pour explorer plus finement cet effet, nous traçons les diagrammes spatio-temporels de $A_E(r,t)$ en fonction du temps tV_g/M et de l'échelle r (figure 4.8). Pour l'expérience à $\Omega = 0$, l'indice d'anisotropie est égal à $1 \pm 2\%$ à toutes les échelles et à tout instant, ce qui confirme une fois de plus l'isotropie remarquable de la distribution d'énergie déjà observée à la figure 4.5. A l'inverse, pour l'expérience où la rotation imposée est la plus élevée ($\Omega = 16$ rpm), l'indice d'anisotropie varie en temps et en espace de manière non triviale : l'anisotropie est plus marquée pour une séparation $r \sim 8$ mm située dans le domaine inertiel, puis se propage progressivement vers le domaine inertiel et le domaine dissipatif.

5 La densité de flux d'énergie

On se propose désormais d'examiner l'effet de la rotation sur les transferts d'énergie. L'anisotropie de la distribution d'énergie $E(\vec{r})$ obtenue dans les expériences en rotation, alors que l'énergie était dans tous les cas isotrope en début de déclin, peut s'interpréter comme le résultat cumulé d'un transfert d'énergie à travers les échelles lui-même anisotrope. Plus précisément, le vecteur $\vec{F}(\vec{r})$ doit être de divergence anisotrope pour être responsable de l'émergence de l'anisotropie d'une distribution d'énergie initialement isotrope comme le prévoit l'équation de Kármán-Howarth-Monin (4.1).

5.1 Densité de flux en l'absence de rotation

La figure 4.9 présente les mesures de la densité de flux $\vec{F}(\vec{r},t)$ en l'absence de rotation à un instant $tV_g/M = 400$. Le champ de vecteur est remarquablement radial à toute échelle et pointe vers l'origine, ce qui fournit une illustration saisissante de la cascade

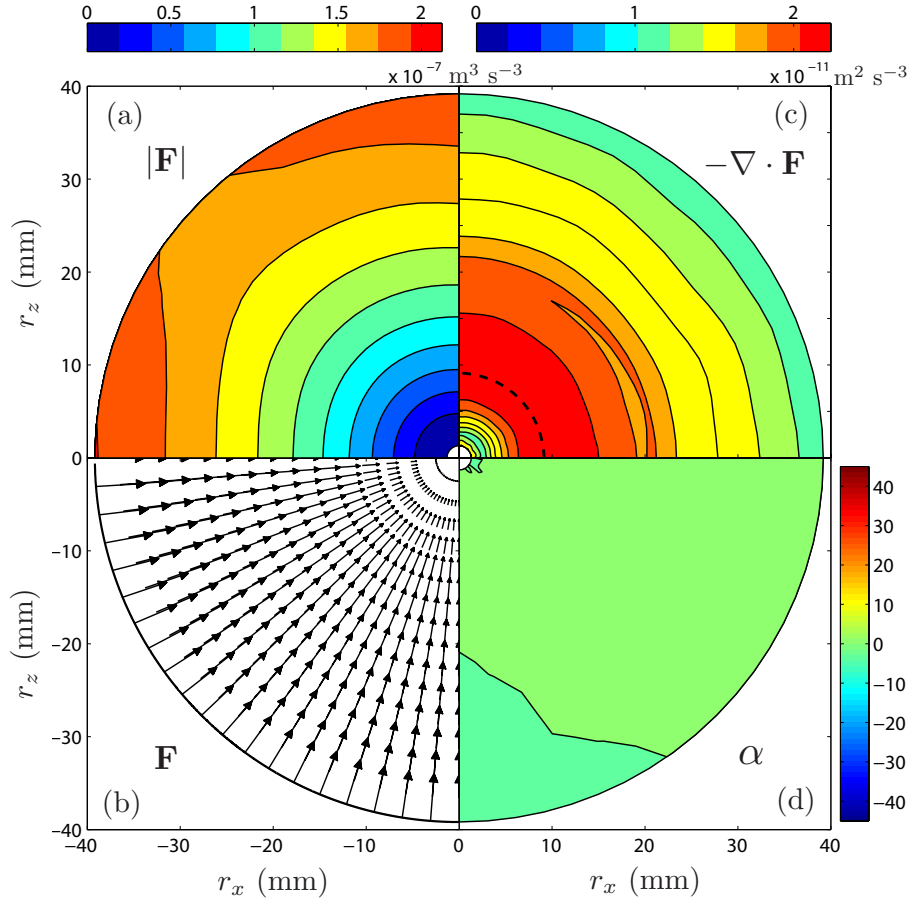


FIGURE 4.9 – Densité de flux $\vec{F}(\vec{r})$ à un temps $t V_g/M = 400$ après la translation de la grille en l'absence de rotation. (a) Amplitude de la densité de flux $|\vec{F}|$. (b) Champ de vecteur \vec{F} . (c) Flux d'énergie $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$. (d) Angle $\alpha = \sin^{-1}(\vec{e}_y \cdot (\vec{e}_r \times \vec{F}/|\vec{F}|))$; les lignes iso- α sont réparties tous les 5° . La courbe en pointillés dans (c) est une ligne de crête.

d'énergie isotrope des grandes vers les petites échelles. Plus précisément, le champ de la densité de flux est caractérisé à l'aide de deux champs scalaires : l'angle formé par \vec{F} par rapport à la direction radiale $\alpha = \sin^{-1}(\vec{e}_y \cdot (\vec{e}_r \times \vec{F}/|\vec{F}|))$ et l'amplitude de la densité de flux : $|\vec{F}|$. Les transferts d'énergie sont isotropes si $\vec{F}(\vec{r}) = F(r)\vec{e}_r$, ce qui revient aux deux conditions suivantes : α est nul pour tout \vec{r} et l'amplitude $|\vec{F}|$ est invariante selon θ .

L'angle α est effectivement remarquablement faible pour toutes les séparations \vec{r} : $\alpha(\vec{r}) = 2 \pm 2\%$. Ceci confirme quantitativement le caractère radial du champ $\vec{F}(\vec{r}, t)$ observé à la figure 4.9. Pour ce qui concerne la dépendance angulaire de l'amplitude des transferts, l'isotropie n'est pas aussi bien vérifiée. Les courbes iso- $|\vec{F}|$ sont circulaires pour $r < 30$ mm, mais la courbe de niveau correspondant à des échelles supérieures montre un léger écart à l'isotropie. Cela suggère que l'amplitude de la densité de flux est

une grandeur sensible aux inhomogénéités résiduelles de l'écoulement à grande échelle. Cependant, cette anisotropie ne semble pas affecter fortement l'isotropie de la divergence $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$, dont la distribution est également représentée en figure 4.9. $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ tend vers zéro à grande et à petite échelle, mais atteint un minimum négatif dans une couronne s'étendant de $r = 5$ à 20 mm. Sachant que le domaine inertiel est caractérisé par une divergence uniforme [84, 4, 62], la couronne visualisée dans le champ de divergence donne une bonne indication de l'emplacement du domaine inertiel.

5.2 Densité de flux en présence de rotation

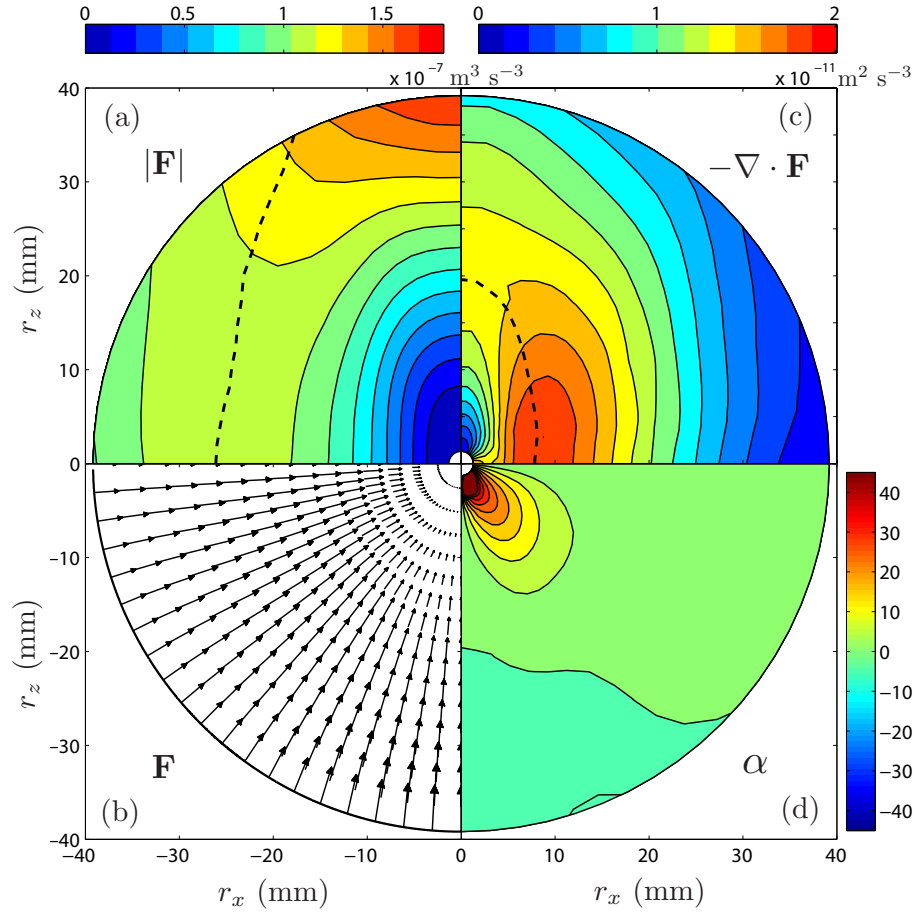


FIGURE 4.10 – Densité de flux $\vec{F}(\vec{r})$ à un temps $tV_g/M = 400$ après la translation de la grille pour une rotation de $\Omega = 16$ rpm. Les conventions de représentations sont les mêmes que dans la figure 4.9. Les courbes en pointillés dans (a) et (c) sont des lignes de crête, respectivement de l'amplitude $|\vec{F}|$ et de $-\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$.

Pour l'expérience en rotation à $\Omega = 16$ rpm, et à l'instant $tV_g/M = 400$, nous représentons en figure 4.10 le champ de densité de flux $\vec{F}(\vec{r}, t)$, ainsi que les champs scalaires

associés : l'angle α , l'amplitude $|\vec{F}(\vec{r},t)|$, la divergence $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$. En ce qui concerne la carte de $\vec{F}(\vec{r},t)$, il est remarquable de noter que la rotation n'a pas d'effet majeur sur l'orientation du champ, le flux d'énergie allant toujours des grandes vers les petites échelles. Effectivement, $\vec{F}(\vec{r},t)$ reste essentiellement radial, excepté à petite échelle. La carte des angles confirme que l'écart à la direction radiale est négligeable partout, sauf dans la région où $r \leq 8$ mm dans laquelle les vecteurs \vec{F} voient leurs composantes selon x dominer la composante selon y ($\alpha > 0$). Cette inclinaison de $\vec{F}(\vec{r},t)$ est cohérente avec une tendance à la bidimensionalisation de l'écoulement, déjà observée dans les cartes de l'énergie (élongation verticale des courbes de niveau). En effet, pour un écoulement strictement 3D-2C, toute séparation le long de l'axe de rotation $\vec{r} = r_z \vec{e}_z$ doit laisser la vitesse invariante, de sorte que \vec{F} doit être lui-même invariant par translation verticale : $\vec{F}(\vec{r} + r_z \vec{e}_z) = \vec{F}(\vec{r})$. Ainsi, $\vec{F}(\vec{r})$ s'identifie en chaque point (r_x, r_z) de l'espace des séparations au vecteur $\vec{F}(r_x, r_z = 0)$, ce dernier étant de composante nulle selon z par symétrie par rapport à l'axe z . En d'autres termes, pour une turbulence bidimensionnelle, les transferts d'énergie se font dans le plan normal à la direction d'invariance.

Nous observons bien dans la région où $r \leq 8$ mm un affaiblissement de la composante selon z , synonyme de déviation du champ par rapport à la direction radiale. L'axisymétrie impose à la densité de flux d'être strictement radiale sur les axes ($\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$) (i.e dirigés respectivement selon l'axe de rotation et sa normale). Ceci explique que la déflexion du champ \vec{F} par rapport à la direction radiale ne soit observée que pour des angles θ intermédiaires. Elle atteint jusqu'à $25^\circ \pm 5^\circ$ lorsque r devient très petit. L'anisotropie engendrée par la rotation est donc assez limitée lorsque l'on s'intéresse à la direction de la cascade d'énergie : elle ne concerne que les échelles inférieures à environ 8 mm (soit $M/5$).

En revanche, l'amplitude de la densité de flux $|\vec{F}(\vec{r},t)|$ (dominée à tout instant par la composante radiale de \vec{F}) présente, elle, une très forte anisotropie à toutes les échelles. Cela indique que la forte anisotropie induite par la rotation observée pour l'énergie est davantage la conséquence de l'apparition d'une dépendance angulaire de l'amplitude de $\vec{F}(\vec{r},t)$, que de l'apparition d'une composante orthoradiale $F_\theta = \vec{F} \cdot \vec{e}_\theta$. Le maximum de l'amplitude est systématiquement rencontré au voisinage de l'axe de rotation, et correspond à des séparations \vec{r} de norme comprise entre 50 et 80 mm, selon la vitesse de rotation. Au voisinage de l'axe horizontal, le maximum de l'amplitude est rencontré à plus petite échelle $r \simeq 20$ mm, comme le montre la ligne de crête en figure 4.10(a). Cette élongation de la ligne de crête est d'ailleurs assez analogue à l'élongation le long de l'axe de rotation de la distribution d'énergie que nous avons observée précédemment. L'élongation des courbes d'iso-amplitude est en revanche plus délicate à visualiser. En effet, l'anisotropie est masquée par le fait que l'amplitude de $\vec{F}(r,\theta)$ suit (à θ fixé) une évolution non monotone vis-à-vis de r . Ainsi, $|\vec{F}(\vec{r},t)|$ atteint un maximum pour une échelle intermédiaire qui dépend de l'angle θ de sorte que l'élongation caractéristique est directement visible uniquement pour des séparations $r \leq 20$ mm.

C'est donc principalement la dépendance angulaire de l'amplitude de la densité de flux qui aboutit à un flux $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ anisotrope, avec à nouveau une allure d'élongation le long

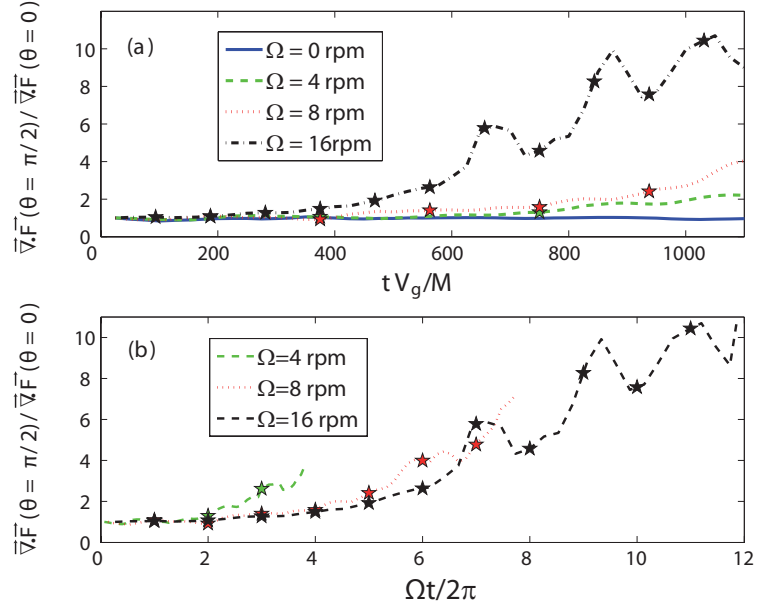


FIGURE 4.11 – Evolution temporelle de l'indice d'anisotropie du flux $A_{\nabla \cdot \vec{F}}(\vec{r}, t)$ calculé à l'échelle $r = 10$ mm, montrant l'affaiblissement au cours du temps de la cascade d'énergie dans la direction verticale. Le temps normalisé est tV_g/M dans (a) et $\Omega t / 2\pi$ dans (b).

de l'axe des courbes iso-flux, tout à fait similaire à celle observée pour $|\vec{F}(\vec{r}, t)|$. Dans le domaine inertiel en particulier, où $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} < 0$ et peut être considéré comme uniforme selon r , l'allongement des courbes le long de l'axe de rotation s'accroît au cours du temps. On constate que le flux est minimal au voisinage de l'axe de rotation, ce qui traduit un affaiblissement de la cascade verticale d'énergie. A nouveau, cela va dans le sens d'une transition vers un état 2D pour lequel le flux d'énergie le long de l'axe de rotation est inhibé. Notons également que l'abaissement du flux d'énergie n'est finalement pas lié à l'abaissement de l'amplitude de la densité de flux (dont le maximum, rappelons-le, est localisé au voisinage de l'axe) : la zone de forte amplitude est plus étendue au voisinage de l'axe, et conduit, après dérivation, à un affaiblissement du flux $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ le long de l'axe des z .

5.3 Croissance en échelle de l'anisotropie

Nous pouvons avoir une visualisation de l'évolution temporelle de cet affaiblissement du flux en représentant un indicateur d'anisotropie en fonction de tV_g/M , indicateur

construit cette fois sur la divergence du flux :

$$A_{\vec{\nabla} \cdot \vec{F}}(r,t) = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(r,\theta = \pi/2,t)}{\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(r,\theta = 0,t)} \quad (4.6)$$

en fixant $r = 10$ mm (figure 4.11). Comme pour $E(\vec{r})$, on constate qu'en l'absence de rotation, l'isotropie est particulièrement robuste au cours du temps, le rapport valant $1 \pm 3\%$ durant toute la durée de l'expérience. On constate également que $A_{\vec{\nabla} \cdot \vec{F}}(r = 10 \text{ mm}, t)$ croît d'autant plus vite que la vitesse de rotation imposée est élevée. La figure 4.11 suggère que l'on peut effectivement considérer que l'abaissement du flux vertical est un effet dont la croissance au cours du temps est, en première approximation, linéaire en Ω .

Il a été vu pour l'énergie et la corrélation que l'anisotropie affectait en premier lieu les échelles du domaine inertiel voisines du domaine dissipatif, avant de se propager vers les plus grandes échelles. Pour ce qui concerne le flux, nous traçons dans la figure 4.12 les diagrammes spatio-temporels du rapport (4.6), avec et sans rotation. Ces diagrammes illustrent clairement l'isotropie, à tout instant et à toutes les échelles, du flux en l'absence de rotation, à l'exception du début du déclin ($tV_g/M < 100$). Cette anisotropie initiale est à rapprocher de l'anisotropie observée pour l'énergie à temps courts, qui était due à la présence d'inhomogénéités liées au sillage de la grille. Il s'agit donc d'un artefact expérimental et non d'un effet imputable à la rotation.

En présence de rotation, la figure 4.12 permet de constater que ce sont les petites échelles qui sont prioritairement les plus anisotropes pour le flux d'énergie, avant que l'anisotropie ne gagne les plus grandes échelles. Contrairement à l'anisotropie de l'énergie, ce sont les plus petites échelles mesurées qui sont les plus anisotropes pour la densité de flux. Si on considère une anisotropie caractérisée par un indice A_0 , alors l'échelle telle que $A(r(t), t) = A_0$ est telle que $r(t)$ suit une évolution approximativement linéaire en temps.

6 Conclusion

Les mesures des distributions d'énergie confirment la bidimensionalisation de l'écoulement, qui apparaît de manière systématique sous la forme d'une élongation des courbes iso-énergie le long de l'axe de rotation. Conformément à l'intuition, la croissance de l'anisotropie est plus rapide quand la vitesse de rotation augmente. Ce résultat est tout à fait conforme à ceux obtenus pour des expériences similaires [60], et confirmé par les simulations numériques [13]. Mais la bidimensionalisation est caractérisée cette fois directement à partir des mesures des incréments de vitesses verticales pour toutes les séparations \vec{r} , grâce à notre dispositif de PIV corotatif.

Nous avons également mesuré la densité de flux d'énergie. Pour la première fois, la mesure des fonctions de structures anisotropes révèle l'effet de la rotation sur la densité de flux d'énergie \vec{F} . La mesure de \vec{F} a ainsi permis d'affiner la connaissance de

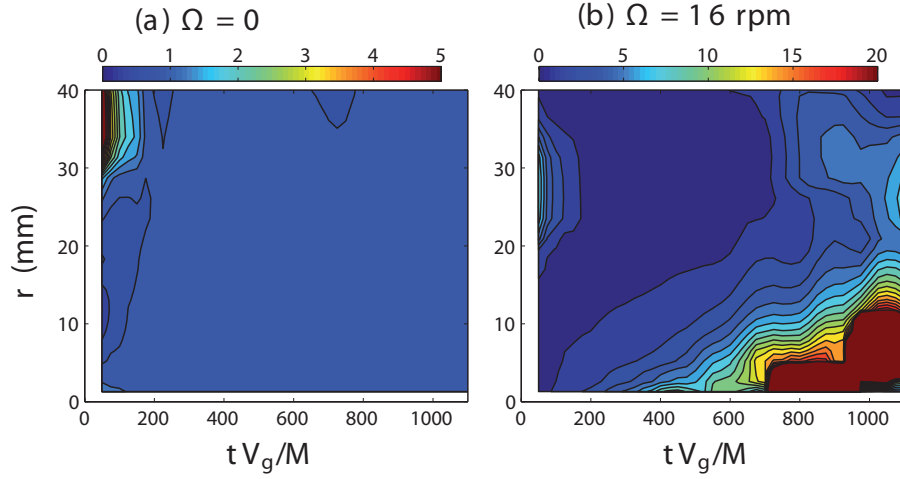


FIGURE 4.12 – Diagramme spatio-temporel du rapport $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(r, \theta = \pi/2) / \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(r, \theta = 0)$, pour une fréquence de rotation de $\Omega = 0$ (a) et 16 rpm (b).

l'anisotropie induite par la rotation, qui peut se résumer en trois points importants :

1. la cascade d'énergie reste essentiellement radiale, des grandes vers les petites échelles. Aucune direction n'est privilégiée, sauf à petite échelle où \vec{F} est dirigé vers l'axe de rotation. Ce dernier point est compatible avec la tendance à la bidimensionalisation de l'écoulement.
2. l'anisotropie est plus marquée pour l'amplitude de la densité de flux, et rend compte d'un affaiblissement du flux le long de l'axe de rotation. Ceci va dans le sens d'une inhibition de la cascade d'énergie dans la direction verticale.
3. de manière surprenante, ce sont les petites échelles qui sont les premières à être affectées par la rotation. Ceci est contraire à la phénoménologie classique. En effet, pour déterminer si la force de Coriolis est ressentie à une échelle r , on peut définir un nombre de Rossby local :

$$Ro(r) = \frac{1}{2\Omega\tau(r)} \quad (4.7)$$

où $\tau(r)$ est un temps caractéristique associé à la dynamique non-linéaire à l'échelle r . Classiquement, on construit le temps sur la vitesse *rms* à l'échelle r notée u'_r : $\tau(r) = r/u'_r$. On peut alors, en première approximation, exploiter les lois d'échelles isotropes fournies par la phénoménologie Kolmogorov qui donnent : $\tau(r) \sim \epsilon^{-1/3} r^{2/3}$ et par suite :

$$Ro(r) \sim \left(\frac{r}{l}\right)^{-\frac{2}{3}}.$$

où $l = (\Omega^3/\epsilon)^{1/2}$ est l'échelle de Zeeman, nommée ainsi par Sen *et al.* en 2012 [71].

Le nombre de Rossby local ainsi défini est plus grand à petite échelle. Il ne permet donc pas d'expliquer l'anisotropie plus marquée des petites échelles.

Ce dernier point conduit à s'interroger sur le choix d'un temps caractéristique pertinent pour décrire les interactions non-linéaires à l'échelle r .

Perspectives

Dans notre étude, nous avons fait le choix de mesurer la densité de flux $\vec{F}(\vec{r}, t) = \langle \delta \vec{u} (\delta \vec{u})^2 \rangle$. Il est important de noter que nous aurions pu avoir accès au flux $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ indirectement via l'équation de Kármán-Howarth-Monin, en ne mesurant que des fonctions de structure d'ordre 2 :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 2 \frac{\partial R}{\partial t} - 4\nu \nabla^2 R.$$

L'intérêt d'avoir effectué une mesure indépendante de $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ est que nous pouvons désormais envisager d'évaluer tous les termes de l'équation de Kármán-Howarth-Monin, et donc de s'assurer que cette équation est bien vérifiée, ce qui, à notre connaissance, n'a pas été encore réalisé.

Enfin, une autre perspective consisterait à éclaircir un point controversé de la turbulence en rotation, à savoir l'existence d'une cascade inverse d'énergie propre à la turbulence 2D, des petites vers les grandes échelles. A partir des mesures dans le plan vertical, l'extraction du mode 2D peut se faire par un moyennage vertical d'extension L_z :

$$\vec{u}_{2D} = \frac{1}{L_z} \int_0^{L_z} \vec{u} dz \quad (4.8)$$

pour lequel la théorie de la turbulence 2D prévoit un signe positif de la fonction de structure d'ordre 3 longitudinale [41] :

$$\langle \delta u_{2D\parallel}^3(r) \rangle = +\frac{3}{2} \varepsilon r.$$

La fonction de structure d'ordre 3 du mode 2D n'a pas été mesurée. Nous pourrions la calculer à partir de nos données dans le plan vertical, et vérifier si une inversion de signe se produit pour une échelle assez grande, comme cela a été observé lors d'études antérieures dans le plan horizontal [54].

Chapitre 5

Excitation de modes d'inertie par libration

Au chapitre 3, nous avons vu que la translation de la grille dans la cuve lors des expériences de turbulence en rotation en déclin générait en plus de la turbulence un écoulement reproductible d'une réalisation à l'autre, correspondant à une superposition de modes d'inertie. L'analyse spectrale et la reconstruction spatiale de chaque mode détecté se sont révélées en très bon accord avec les prédictions numériques de Maas [48]. Dans cette série d'expériences, les modes excités apparaissent *simultanément* et de manière non contrôlée. La superposition de ces modes formait alors un écoulement instationnaire et inhomogène, gênant pour l'étude de la turbulence dans la mesure où le déclin de la turbulence ne pouvait plus être considéré comme libre. C'est pourquoi nous avons cherché à inhiber son apparition en modifiant la géométrie de l'excitation.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier ces modes plus en détail en contrôlant leur excitation, ce qui permettra de les générer *indépendamment* tout en maîtrisant leur amplitude. Expérimentalement, les modes d'inertie sont ici excités en modulant l'amplitude de la vitesse de rotation de la plateforme : ce forçage existe dans la nature, en particulier dans les systèmes planétaires. On le nomme *libration* ; il est fréquemment simulé en laboratoire pour exciter des écoulements. Dans un premier temps, nous verrons le principe général de cette technique et les spécificités liées au choix de cette méthode d'excitation des modes d'inertie dans une cavité cubique, avant de voir comment nous la mettons en œuvre expérimentalement. Nous verrons ensuite que la libration est sélective : elle ne permet d'exciter que certains modes parmi tous les modes propres calculés par Maas. Dans une troisième partie, nous adoptons le point de vue consistant à décrire l'écoulement comme un résonateur en effectuant une étude expérimentale de la réponse fréquentielle du système, ce qui aboutira à une caractérisation de l'acuité de la résonance provoquée par libration.

Ces résultats font l'objet d'un article à paraître dans *Physics of Fluids* [7].

1 Principe général du forçage par libration

1.1 Introduction

La libration longitudinale consiste à soumettre un fluide à un vecteur rotation modulé selon :

$$\vec{\Omega}(t) = \Omega_0 (1 + \varepsilon \cos(\sigma_0 t)) \vec{e}_z \quad (5.1)$$

où ε est le taux de modulation, Ω_0 le taux de rotation moyen et σ_0 la fréquence de libration. L'existence de la libration dans les systèmes planétaires justifie l'intérêt que suscite le sujet. En effet, Murray et Dermott [61] ont donné les conditions nécessaires à l'observation de la libration d'une planète, en particulier la nécessité d'une répartition de masse non symétrique par rapport au plan équatorial générant de fait un couple gravitationnel à l'origine d'oscillations. Ces oscillations, juxtaposées à la rotation propre de la planète, forment alors un mouvement de libration. Ce dernier est ainsi observé pour Mercure, la Lune, les satellites de Jupiter et certains satellites de Saturne. Citons en particulier Europe, Callisto, Ganymède, Enceladus et Titan dont on sait qu'ils sont animés d'un mouvement de libration. Par ailleurs, ces satellites étant dotés d'océans, la libration peut forcer des écoulements, et ces derniers créent des déplacements de masse à l'origine de nouveaux couples gravitationnels. L'étude de l'effet de la libration sur les écoulements planétaires est donc un problème complexe, où le forçage est couplé à l'écoulement.

Les études dans ce domaine se sont attachées à analyser la libration et les écoulements sans rendre compte du couplage entre les deux. D'un côté, il est possible d'analyser les caractéristiques de la libration (amplitude, fréquence) pour déduire des informations quant à la structure des planètes [64]. Van Hoolst a ainsi proposé en 2008 un modèle pour déduire indirectement, à partir des caractéristiques de la libration, des informations sur la répartition des masses d'eau sous la croûte de glace d'Europe [79]. Ce type de modèle fournit des informations précieuses à la planétologie mais ne prétend pas expliquer l'effet de la libration sur la dynamique de l'écoulement. En effet, ce type de modèle suppose que le fluide, en dehors des couches limites, est animé d'une rotation solide. Il est également possible d'aborder l'effet du forçage par libration sur les écoulements planétaires en occultant encore le couplage entre les deux : on ne s'intéresse qu'à l'écoulement que génère une libration donnée, sans rendre compte de la rétroaction de l'écoulement sur la libration.

La libration existant à l'état naturel pour les planètes, on comprend que les premières études expérimentales des écoulements forcés par libration aient été menées en géométrie sphérique. Aldridge [1], en étudiant l'effet de la libration sur un écoulement confiné dans une cavité sphérique, a montré qu'à faible amplitude de forçage ($\varepsilon \ll 1$) et à certaines fréquences d'excitation, l'écoulement était dominé par des modes d'inertie, dont les fréquences propres sont en accord avec les calculs de Greenspan [32]. Par des mesures de pression en deux points de l'axe de rotation – qui ne permettent donc pas la visualisation de l'écoulement –, un premier régime non-linéaire (présence de rou-

leaux dans la direction azimutale) a pu être observé à plus forte amplitude de forçage [1, 2]. Pour reproduire au mieux la géométrie d'une planète, l'écoulement induit par libration dans une coquille sphérique (simulant ainsi la présence d'un noyau interne) a été exploré numériquement par Tilgner [76]. Les résultats ont permis de conclure que la présence d'un noyau n'affecte que très peu les fréquences propres des modes d'inerties dans le régime linéaire. Plus récemment, la visualisation directe de l'écoulement par Noir [63] a confirmé la présence de rouleaux azimutaux confinés dans la couche limite – identifiés comme résultant de l'instabilité centrifuge de Taylor-Görtler – dans le régime non-linéaire, et a permis de constater l'apparition d'un régime turbulent au voisinage de la paroi extérieure à plus grand nombre de Reynolds.

L'étude des régimes non-linéaires associés à la libration suscite actuellement de nombreux efforts tant expérimentaux que numériques, notamment au sein de l'équipe dans laquelle j'ai réalisé cette thèse. La raison est sans doute que la libration semble être une méthode efficace pour reproduire en laboratoire les vents zonaux, ces écoulements moyens très stables observés sur les planètes du système solaire dotées d'une atmosphère (Jupiter par exemple). Les travaux de Calkins suggèrent à partir de simulations numériques que les tourbillons de Taylor-Görtler et les modes d'inertie ne sont pas responsables de la création de vents zonaux, dont l'origine se trouverait dans les non-linéarités de la couche d'Ekman [11]. Des études plus récentes se sont attachées à analyser ces courants moyens, en l'absence de modes d'inertie. Expérimentalement, la vélocimétrie par images de particules a été utilisée par Sauret [70] en 2010 pour obtenir les champs de vitesse des vents zonaux. Des mesures quantitatives à basses fréquences ($\sigma_0 \ll 2\Omega_0$) – afin de ne pas exciter de modes d'inertie – dégagent des caractéristiques importantes de l'amplitude du vent zonal : elle varie en ε^2 et est indépendante de la fréquence de forçage et du nombre d'Ekman. Ces résultats se sont avérés être en bon accord avec la théorie faiblement non-linéaire ($\varepsilon \ll 1$) de Busse [10], valable dans cette limite basse fréquence $\sigma_0 \ll 2\Omega_0$.

L'étude des écoulements forcés par libration en géométrie axisymétrique est désormais avancée aux régimes non-linéaires. En revanche, les écoulements en géométrie cubique, que nous allons explorer dans ce chapitre, n'ont pour l'instant pas été étudiés expérimentalement. La motivation de ce travail est double. Les travaux numériques de Maas [48] n'ont pour l'heure pas été confrontés à des résultats expérimentaux. Ces résultats, obtenus pour un fluide sans viscosité, prévoient l'existence d'une infinité de modes présentant des structures variées. Nous souhaitons savoir si de tels modes sont effectivement observables dans un fluide réel en excitant le système par libration. L'effet de la viscosité et la compréhension de son rôle dans le forçage des écoulements constituent également un enjeu de cette étude.

1.2 Equation du mouvement en l'absence de viscosité

Nous choisissons de forcer l'écoulement en imposant à la plateforme tournante un mouvement de rotation modulée. La caméra étant solidaire de la plateforme, nous allons

effectuer des mesures de vitesses dans le référentiel en libration, qui oscille autour du référentiel en rotation uniforme. On se propose dans cette partie d'explicitier la dynamique du forçage inviscide en écrivant les équations du mouvement dans le référentiel en libration, sans tenir compte de la viscosité.

L'équation d'Euler dans le référentiel en libration s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{\Omega}(t) \wedge (\vec{\Omega}(t) \wedge \vec{r}) - 2\vec{\Omega}(t) \wedge \vec{u} - \frac{d\vec{\Omega}(t)}{dt} \wedge \vec{r}. \quad (5.2)$$

Notons que la dépendance temporelle de $\vec{\Omega}$ n'interdit pas le traitement habituel du terme centrifuge, $\vec{\Omega}(t) \wedge (\vec{\Omega}(t) \wedge \vec{r}) = \vec{\nabla}(\vec{\Omega}(t) \wedge \vec{r})^2/2$ qui consiste à l'inclure dans le terme de pression. Ainsi, en notant $P = p + \rho(\vec{\Omega}(t) \wedge \vec{r})^2/2$ la pression corrigée par la pression centrifuge, et $\vec{\Delta\Omega}(t) = \varepsilon\Omega_0 \cos(\sigma_0 t)\vec{e}_z$, l'équation du mouvement peut se réécrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \underbrace{2\vec{\Omega}_0 \wedge \vec{u}}_{\text{Coriolis stationnaire}} = \underbrace{-\left(2\vec{\Delta\Omega} \wedge \vec{u}\right)}_{\text{Coriolis instationnaire}} - \underbrace{\frac{d\vec{\Delta\Omega}}{dt} \wedge \vec{r}}_{\text{force d'Euler}}. \quad (5.3)$$

La force de Coriolis se décompose en une force en $-2\vec{\Omega}_0 \wedge \vec{u}$, qui est la force de rappel permettant l'existence des modes d'inertie, et une force instationnaire $-2\vec{\Delta\Omega} \wedge \vec{u}$ correspondant à un forçage à la fréquence d'excitation σ_0 . Le membre de gauche correspond aux termes de l'équation d'Euler dans un référentiel tournant à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_0$ constante au cours du temps et accepte des solutions de type modes d'inertie inviscides. A droite figurent deux termes de forçage : la force de Coriolis instationnaire et la force d'Euler. Ces deux forces ont un effet assez différent au sein du fluide : la force d'Euler est proportionnelle à la distance à l'axe r , paramètre auquel la force de Coriolis est insensible. De cette manière, contrairement aux expériences de turbulence (réalisées à vitesse de rotation constante) où seul le gradient de pression centrifuge dépendait de la distance à l'axe, la position de la cuve sur la plateforme a un effet direct sur la dynamique de l'écoulement. Ainsi, si nous choisissons de fixer la cuve au centre de la plateforme, r peut être en ordre de grandeur assimilé à la taille de la cuve L . Il est alors possible de comparer la force de Coriolis instationnaire à la force d'Euler :

$$\frac{\|2\vec{\Delta\Omega} \wedge \vec{u}\|}{\left\|\frac{d\vec{\Delta\Omega}}{dt} \wedge \vec{r}\right\|} \sim \frac{\Delta\Omega u}{\sigma_0 \Delta\Omega L} = \frac{u}{\sigma_0 L}, \quad (5.4)$$

où u est la vitesse caractéristique du fluide dans le référentiel en libration. Nous pouvons estimer cette vitesse en fonction des paramètres de libration et de la taille L de la cuve :

$u \sim \varepsilon \Omega_0 L$. On a ainsi :

$$\frac{\|2\overrightarrow{\Delta\Omega} \wedge \vec{u}\|}{\left\|\frac{d\overrightarrow{\Delta\Omega}}{dt} \wedge \vec{r}\right\|} \sim \frac{\varepsilon \Omega_0}{\sigma_0}. \quad (5.5)$$

Nos paramètres expérimentaux seront tels que : $\varepsilon \ll 1$ et $\sigma_0 \simeq \Omega_0$, ce qui conduit à : $\varepsilon \Omega_0 / \sigma_0 \ll 1$. En l'absence de viscosité, c'est donc la force d'Euler qui force principalement l'écoulement. Ceci a deux conséquences importantes. D'un point de vue énergétique d'abord : alors que la force de Coriolis ne travaille pas et agit à la fois sur les vitesses radiales et azimutales, la force d'Euler injecte directement de l'énergie au fluide, mais uniquement sur la vitesse azimutale. Plus précisément, cet apport d'énergie se fait de manière inhomogène, puisqu'il est plus intense pour les particules de fluide éloignées de l'axe de rotation. Notons par ailleurs que ce forçage n'a pas *a priori* les mêmes symétries que le mode à exciter. Nous verrons qu'en réalité, la viscosité joue un rôle décisif pour exciter les modes d'inertie. Le forçage inviscide par la force d'Euler est notamment à l'origine de l'écoulement solution de (5.3) dans le cas où $\vec{\Omega}_0 = \vec{0}$, c'est-à-dire sans ondes d'inertie, et résulte des oscillations des parois de la cuve. En libration, la rotation moyenne est non-nulle, mais cet écoulement sera toujours observé : il sera appelé par la suite écoulement de libration dans le sens où il est intrinsèque à notre méthode de forçage. Cet écoulement fait l'objet de la section 3.

2 Aspects expérimentaux

2.1 Dispositif expérimental et mise en rotation modulée

Nous étudions un fluide confiné dans une cavité cubique en verre de dimension $2L = 30$ cm, schématisée en figure 5.1, que l'on soumet à une libration. Les vitesses seront repérées en coordonnées cartésiennes (x, y, z) , l'axe des z étant confondu avec l'axe de rotation, et l'origine O avec le centre de la face inférieure du cube.

Contrairement au chapitre précédent, la rotation de la plateforme n'est plus contrôlée par le système de pilotage interne du constructeur, mais par une tension sinusoïdale $V(t) = V_0 + \Delta V \cos(\sigma_0 t)$ imposée par un générateur de signaux, autorisant la modification de l'offset V_0 , de l'amplitude des oscillations ΔV et de leur fréquence σ_0 . La vitesse de rotation instantanée de la plateforme prend donc la forme souhaitée, $\Omega(t) = \Omega_0 + \Delta\Omega \cos(\sigma_0 t)$, et nous disposons des trois paramètres de contrôle : Ω_0 , $\Delta\Omega$ et σ_0 . Nous pouvons donc faire varier les trois paramètres sans dimension suivants :

- le nombre d'Ekman $E = \nu / 2\Omega_0 L^2$
- le taux de modulation $\varepsilon = \Delta\Omega / \Omega_0$
- la fréquence normalisée $\sigma_0 / 2\Omega_0$.

Dans tout ce qui suit, nous fixons la vitesse de rotation à $\Omega_0 = 2$ tr/min ou $\Omega_0 = 4$ tr/min (resp. 0,209 et 0,419 rad/s). Pour un choix de la rotation moyenne Ω_0 et de fréquence d'excitation σ_0 , l'amplitude de modulation $\Delta\Omega$ accessible est limitée par le moteur de la plateforme. Par exemple, pour une excitation $\sigma_0 / 2\Omega_0 = 0,6$ et une vitesse de rotation

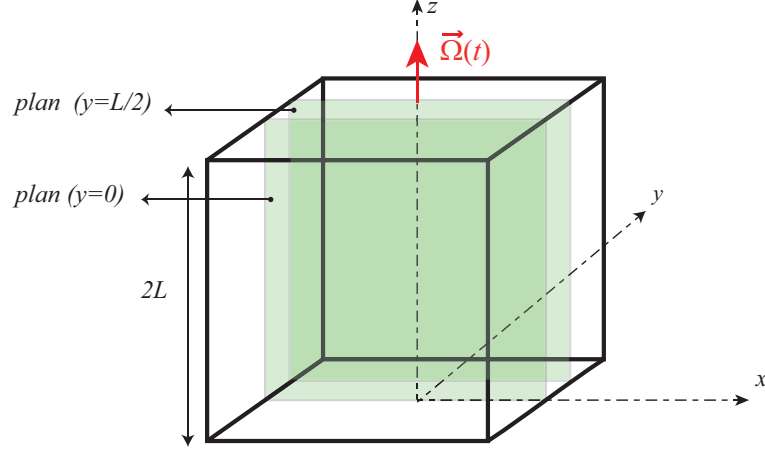


FIGURE 5.1 – Schéma de la cuve cubique de dimension $2L = 30$ cm, et des deux plans verticaux d'observation $y = 0$ et $y = L/2$.

$\Omega_0 = 4$ tr/min, l'amplitude des oscillations $\Delta\Omega$ peut varier de 0 à $0,083 \text{ rad s}^{-1}$, c'est-à-dire jusqu'à environ 20% de la rotation moyenne, valeur à partir de laquelle il y a saturation de l'amplitude de modulation. Cette valeur doit par ailleurs être revue à la baisse pour une fréquence d'excitation plus grande.

A partir d'un état de rotation solide, il faut imposer une libration pendant une durée d'environ 5 fois le temps d'Ekman $t_E = L/\sqrt{\nu\Omega_0}$ pour l'obtention d'un régime permanent, ce qui correspond à une trentaine de minutes. Pendant ce temps, le signal de rotation de la plateforme est enregistré. L'enregistrement se poursuit pendant l'acquisition des images : le signal expérimental $\Omega(t)$ obtenu permet de déceler d'éventuels défauts mécaniques de la plateforme et surtout d'estimer la précision de la rotation et de sa modulation.

2.2 Acquisition des images et extraction du mode d'inertie

Comme dans les chapitres précédents, nous mettons en œuvre une mesure de vitesse par PIV 2D-2C : nous avons accès à deux composantes de la vitesse, et à leurs dépendances en (x, z, t) . Les mesures seront faites dans les plans $y = 0$ ou $y = L/2$. A partir du champ de vitesse 2D, nous effectuons le traitement décrit au chapitre 3, rappelé brièvement ci-après. Nous calculons la transformée de Fourier temporelle en chaque point :

$$\hat{u}_\sigma(x, z) = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \vec{u}(x, z, t) e^{i\sigma t} dt,$$

où t_0 correspond au lancement de l'acquisition et Δt à sa durée. Nous définissons également la densité spectrale d'énergie associée, moyennée dans l'espace :

$$E(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \langle |\hat{u}_\sigma(x,z)|^2 \rangle_{x,z}.$$

Nous procédons ensuite à un filtrage passe-bande en chaque point du plan, après avoir repéré le pic de plus grande amplitude (qui correspond à l'écoulement de fréquence σ_0). Notons également que la fréquence d'acquisition des images doit être suffisamment grande pour avoir une bonne résolution temporelle de l'écoulement, mais en même temps suffisamment basse pour que le déplacement des particules représente un tiers de la taille de la fenêtre d'acquisition (cf. chapitre 2, section 2.2). Il est donc nécessaire de trouver un compromis : entre 10 et 20 images par période, pour une fréquence d'acquisition entre 1 et 2 Hz s'avère être le choix optimal pour les mesures de vitesses mises en jeu à faible amplitude de libration.

2.3 Thermalisation

Pour ces expériences de libration, les vitesses mises en jeu sont bien plus faibles que pour les expériences de turbulence. Ceci nécessite de prendre des précautions quant à d'éventuels écoulements induits par des gradients de température. Pour commencer, toute expérience est systématiquement précédée d'une attente de quelques heures entre le remplissage de la cuve et le début de l'acquisition. C'est une étape importante destinée à thermaliser l'eau de la cuve avec l'air ambiant. En effet, juste après le remplissage de la cuve, l'eau est à une température comprise entre 14 et 19°C. La température de la salle est environ à 20°C. Le gradient de température $\Delta T/L$ qui s'installe est largement suffisant pour initier des mouvements de convection qui peuvent s'avérer particulièrement gênants. Nous pouvons en effet évaluer le nombre de Rayleigh pour une différence de température de $\Delta T = 1^\circ \text{C}$:

$$Ra = \frac{\alpha \Delta T g L^3}{\nu \kappa} \sim 1,5 \cdot 10^6,$$

où α et κ désignent respectivement le coefficient de dilatation de l'eau et la diffusivité thermique de l'eau. Cette valeur dépasse très nettement celle du nombre de Rayleigh critique à partir de laquelle s'amorce l'instabilité de Rayleigh-Bénard, qui vaut environ 2000. Ceci est confirmé expérimentalement : la figure 5.2 représente deux champs de vitesse à un instant donné pour deux expériences pour lesquelles les températures de l'eau et de la salle sont différentes : en figure 5.2(a), l'eau est environ à la même température que la salle, tandis qu'en 5.2(b), l'écart de température vaut $\Delta T = 3^\circ \text{C}$. On observe l'apparition de structures verticales associées aux mouvements de convection thermique. Ces « colonnes thermiques » contaminent de manière significative le champ de vitesses dans le cas d'une différence de température $\Delta T = 3^\circ \text{C}$. Les vitesses mesurées sont de l'ordre de 10^{-3} m s^{-1} , ce qui est supérieur à l'ordre de grandeur des vitesses

des écoulements forcés par la libration, et justifie la nécessité de supprimer ces effets thermiques.

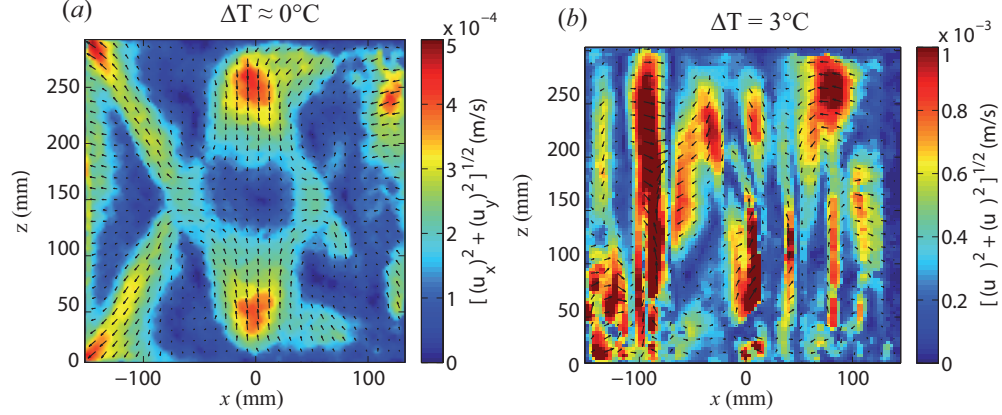


FIGURE 5.2 – (a) : champ de vitesse obtenu pour une fréquence d'excitation de $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,4642$ et à une amplitude de forçage $\varepsilon = 0,08$. La différence de température entre les parois supérieure et inférieure est proche de zéro. (b) : champ de vitesse obtenu à une fréquence d'excitation de $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,6742$, et à une amplitude de libration identique. La différence de température est cette fois de $\Delta T = 3^\circ\text{C}$. On constate une très forte contamination par des colonnes thermiques verticales. La vitesse de rotation imposée est $\Omega_0 = 4$ tr/min dans les deux expériences.

Notons également qu'une fois la thermalisation réalisée, l'échauffement de la plateforme après quelques heures d'expériences conduit à réchauffer le fluide sur la face inférieure (d'environ 1°C), et favorise l'apparition de mouvements thermiques. Pour remédier à cela, nous évitons de mettre la cuve en contact direct avec la plateforme, en surélevant légèrement la cuve. Malgré cela, de légers gradients de température peuvent subsister. Pour s'affranchir des colonnes thermiques résiduelles, nous exploitons le fait que ces colonnes ont une dynamique très lente par rapport à la fréquence de la modulation. L'expérience montre que ces colonnes se déplacent aléatoirement pendant l'expérience, avec un temps de dérive dans le cube de l'ordre de la dizaine de minutes. L'utilisation d'un filtrage passe-bande, décrit dans le paragraphe précédent, permet alors d'éliminer ces colonnes du signal de vitesse, et de conserver en chaque point les oscillations du vecteur vitesse à la fréquence d'excitation imposée.

3 Écoulement de libration

3.1 Solution en l'absence de viscosité

Cette partie est consacrée à l'étude de l'écoulement de base forcé par la libration, i.e. en l'absence d'ondes d'inertie. Dans le référentiel en rotation uniforme, les parois oscillent à une fréquence σ_0 , ce qui génère un écoulement dans le référentiel en libration. Dans

nos expériences, la période de forçage sera de l'ordre d'une dizaine de secondes ; elle est très petite devant le temps d'Ekman, qui vaut $t_E = L/\sqrt{\nu\Omega_0} \sim 230$ s. Cette condition de libration rapide par rapport au temps d'Ekman s'écrit $\sigma_0/2\Omega_0 \gg E^{1/2}$. Sous cette hypothèse, l'écoulement est dominé par l'inertie du fluide, et l'équation d'Euler (5.3) décrit convenablement l'écoulement suffisamment loin des parois. La zone centrale du fluide peut ainsi être en première approximation considérée comme étant au repos dans le référentiel en rotation uniforme. Ceci implique notamment que si notre géométrie avait été axisymétrique, la solution inviscide de l'équation d'Euler correspondrait à une rotation solide oscillant à la fréquence de forçage σ_0 qui traduirait l'immobilité du fluide dans le référentiel en rotation à Ω_0 . Dans un cube, la solution de l'équation d'Euler est plus complexe.

L'équation (5.3) admet une solution bidimensionnelle caractérisée par une fonction de courant $\psi(x,y,t) = \Psi(x,y) \cos(\sigma_0 t)$, où le facteur spatial $\Psi(x,y)$ satisfait une équation de Poisson [7] :

$$\Delta\Psi = -2\varepsilon\Omega_0.$$

La solution analytique à cette équation, choisie nulle aux parois, s'écrit pour les coordonnées normalisées $(\tilde{x}, \tilde{y}) = (x,y)/L$:

$$\Psi = \varepsilon\Omega_0 \left(1 - \frac{1}{2}(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2) - 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(d_n \tilde{x}) \cosh(d_n \tilde{y}) + \cos(d_n \tilde{y}) \cosh(d_n \tilde{x})}{d_n^3 \cosh(d_n)} \right), \quad (5.6)$$

où $d_n = (2n+1)\frac{\pi}{2}$. L'écoulement associé est à chaque instant perpendiculaire au plan $y = 0$, et donc non détectable par une mesure 2D dans ce plan. Nous choisissons donc le plan $y = L/2$ pour faire les mesures de vitesse de cet écoulement de libration.

3.2 Structure verticale de l'écoulement de libration

Paramètres expérimentaux

Pour étudier l'écoulement de libration dans le plan vertical, nous choisissons une fréquence de libration σ_0 dans l'intervalle de fréquences interdit aux ondes d'inertie, à savoir supérieure à $4\Omega_0$, et de mesurer les vitesses dans le plan $y = L/2$. En effet, bien que le spectre des modes d'inertie s'étende de 0 à $2\Omega_0$, le choix d'une fréquence d'excitation comprise entre $2\Omega_0$ et $4\Omega_0$ permet l'excitation indirecte de mode d'inertie via une instabilité paramétrique à l'origine d'un doublement de période [23, 47]. Nous choisissons ainsi une fréquence d'excitation de $\sigma_0/2\Omega_0 = 2,1 > 2$ ($\sigma_0/2\pi = 140$ mHz).

Nous nous plaçons également à faible amplitude de forçage, notre intention étant de rester dans un régime linéaire : $\Delta\Omega/\Omega_0 = 4\%$. Expérimentalement, pour avoir une fréquence de modulation plus de 4 fois supérieure à la vitesse de rotation moyenne, il est nécessaire de choisir cette dernière assez basse : $\Omega_0 = 2$ tr/min = $0,209$ rad.s⁻¹. La fréquence d'acquisition est $f = 2$ Hz, nous disposons donc d'environ 14 images par période.

Nous représentons successivement les spectres de l'énergie $E(\sigma)$ de l'écoulement et de la rotation de la plateforme $\Omega(t)$ (figure 5.3).

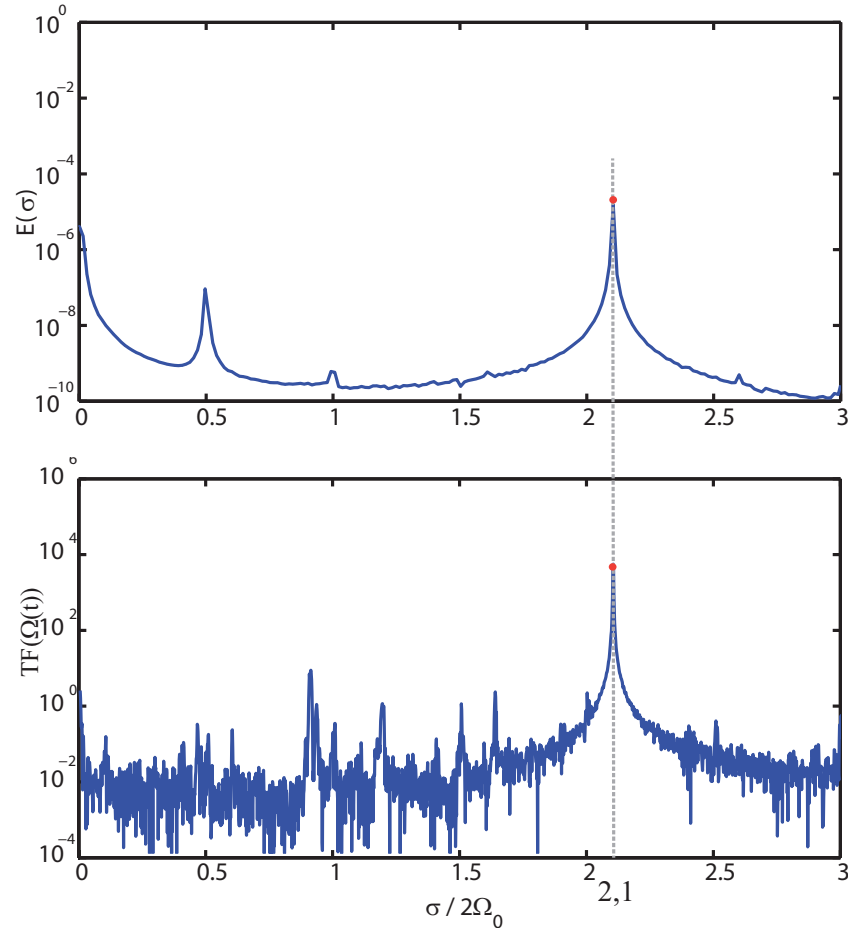


FIGURE 5.3 – En haut : spectre de l'énergie de l'écoulement dans le plan $y = L/2$. En bas : spectre du signal de rotation de la plateforme $\Omega(t)$.

On constate que le spectre mécanique présente bien un pic principal à la fréquence attendue $\sigma_0/2\Omega_0 = 2,1$. Toutefois, d'autres pics sont présents, en particulier à des fréquences susceptibles d'exciter directement des modes d'inertie (entre 0 et 1). Ces pics proviennent sans doute de défauts mécaniques de la rotation, dus aux choix de paramètres expérimentaux éloignés des conditions nominales d'utilisation de la plateforme. Plus précisément, la fréquence de modulation imposée est ici particulièrement élevée. Les paramètres d'asservissement de la vitesse de rotation, déterminés dans des conditions de rotation uniforme (fréquence de modulation nulle), sont sans doute inadaptés pour

l'obtention d'un signal $\Omega(t)$ purement monochromatique.

Toutefois, ces fréquences présentes dans le spectre mécanique ne correspondent pas nécessairement à des modes d'inertie excitables. Il est clair, au vu du spectre de l'énergie de l'écoulement moyenné spatialement, que seules subsistent deux fréquences parasites dans l'écoulement : une à $\sigma/2\Omega_0 = 0,5$, et l'autre à $\sigma_0/2\Omega_0 = 1$ (première harmonique). Les pics correspondants ont des amplitudes nettement plus basses, respectivement 10^2 et environ 10^4 fois plus faibles que le pic principal à la fréquence $\sigma_0/2\Omega_0 = 2,1$. Par ailleurs, le spectre affiche clairement la présence d'énergie à basse fréquence. Ceci est dû à l'apparition d'une dynamique lente dans l'écoulement qui n'est pas directement imputable à l'excitation imposée par la plateforme puisque ces basses fréquences sont absentes du spectre mécanique. Une origine des mouvements lents de fluide a été identifiée précédemment : les colonnes de convection thermique. Les écoulements à basses fréquences peuvent également être associés à la présence de courants moyens, qui résultent d'une réponse non linéaire au forçage par libration. Ces courants moyens ne seront pas étudiés par la suite. Puisque que nous filtrons à la fréquence d'excitation, les écoulements aux basses fréquences ainsi que ceux associés aux pics mécaniques parasites ne seront pas observés : nous ne conservons que l'écoulement correspondant à la fréquence σ_0 imposée.

Champ de vitesse dans le plan $y = L/2$

La figure 5.4 présente un champ de vitesse instantané dans le plan $y = L/2$ pour une fréquence d'excitation de $\sigma_0/2\Omega_0 = 2,1$. Cet écoulement de libration présente une forte invariance selon l'axe de rotation, et une composante verticale négligeable pour $|x| < 98$ mm. Ceci suggère que l'écoulement inviscide solution de l'équation d'Euler, caractérisé par la fonction de courant (5.6) indépendante de z , décrit convenablement l'écoulement du fluide assez loin des parois. En revanche, on constate que l'écoulement présente une composante verticale non négligeable sur une épaisseur de 10 mm à partir des parois, épaisseur sur laquelle la prédiction inviscide est mise en défaut. Les vitesses verticales sont dues à l'expulsion du flux d'Ekman des parois horizontales vers les parois verticales, qui sera explicitée un peu plus loin. Il s'agit d'un mécanisme lié à la viscosité, et qui n'est donc pas décrit par la solution inviscide.

Il est important de noter que cette invariance verticale est incompatible avec la structure verticale d'un mode d'inertie $[n,m,s]$. L'invariance verticale correspond en effet à une structure $n = 0$, alors qu'un mode a nécessairement un nombre d'onde normalisé $n \geq 1$. Ceci suggère que le forçage éventuel d'un mode d'inertie ne sera pas lié à un mécanisme inviscide.

3.3 Comparaison entre la structure horizontale et la solution inviscide

La fonction de courant (5.6) est une fonction de x et y . Une comparaison quantitative est possible avec une mesure dans un plan horizontal. La mesure des champs de vitesse horizontaux a été réalisée par J. Boisson, dans le cadre de son post-doctorat au laboratoire. Les mesures ont été réalisées dans le plan situé en $z = 4L/3$, à une fréquence

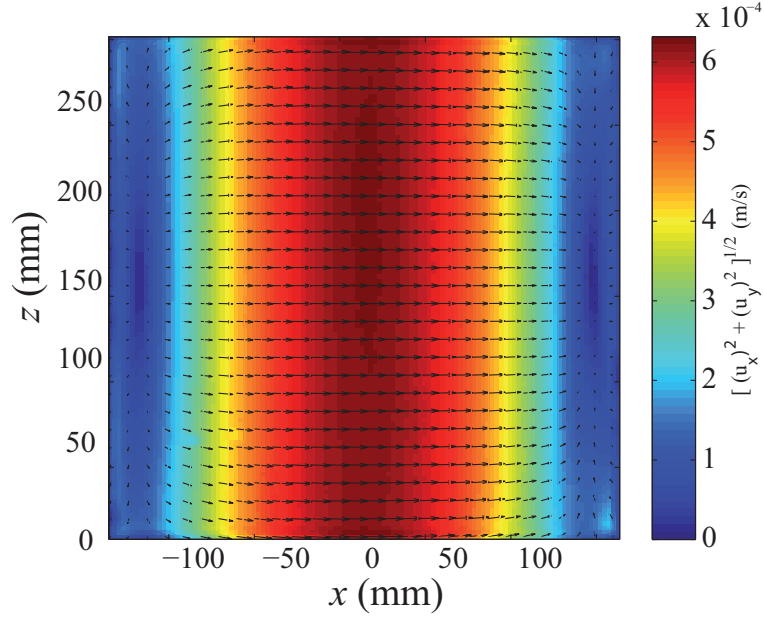


FIGURE 5.4 – Champ de vitesse obtenu dans le plan vertical $y = L/2$, pour une fréquence d’excitation égale à $\sigma_0/2\Omega_0 = 2,1$ et à amplitude de modulation $\varepsilon = 0,02$. La vitesse angulaire de rotation moyenne est $\Omega_0 = 2$ tr/min.

d’excitation de $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,648$ [7]. Cette fréquence s’identifie à la fréquence propre du mode $[2,2,+]$. Nous verrons, lors de l’étude de la réponse fréquentielle du système, que ce mode n’est pas excitable par libration. La figure 5.5 fait la comparaison entre le champ de vitesse théorique, dérivé de la fonction de courant (5.6) [Fig. 5.5(a)] et le champ de vitesse expérimental obtenu dans le plan horizontal [Fig. 5.5(b)]. On constate que l’accord entre l’écoulement de libration inviscide et le champ expérimental est excellent dans la partie centrale. Près des parois verticales, on remarque en revanche que l’accord est moins bon : la vitesse décroît, et on s’attend à ce qu’elle s’annule sur une distance de l’ordre de l’épaisseur de la couche d’Ekman $\delta = LE^{1/2} \simeq 1$ mm. Nous obtenons expérimentalement une épaisseur plus grande probablement liée à la résolution de la PIV, limitée à 3 mm.

Il est intéressant de noter qu’en figure 5.5, les lignes iso-vitesses sont légèrement sinueuses pour le champ expérimental (b). Cette forme résulte de la présence de faisceaux d’ondes d’inertie, qui seront étudiées en section suivante. Rappelons en effet que cette mesure dans le plan horizontal a été réalisée à une fréquence de $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,648 < 1$ pour laquelle la présence d’onde d’inertie est possible.

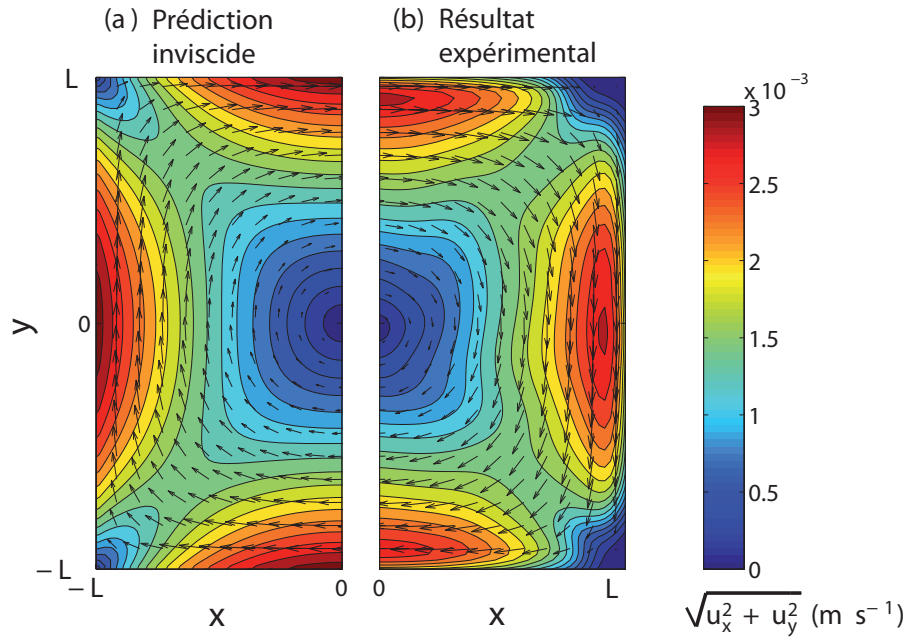


FIGURE 5.5 – Champ de vitesse horizontal obtenu par libration. (a) Solution inviscide, calculée à partir de la fonction de courant (5.6). (b) Champ de vitesse obtenu expérimentalement dans le plan horizontal $z = 4L/3$, pour une fréquence de libration $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,648$ et à une amplitude de forçage $\varepsilon = 0,04$. La vitesse angulaire de rotation moyenne est $\Omega_0 = 4$ tr/min.

4 Ondes de coin et mode d'inertie

Les modes d'inertie inviscides ont un spectre dense dans l'intervalle $[0, 2\Omega_0]$: toute fréquence contenue dans cet intervalle peut être associée à un mode d'inertie $[n, m, s]$. Nous nous proposons dans cette partie d'étudier la réponse du fluide lorsque la fréquence de libration est choisie dans cet intervalle.

4.1 Sélectivité de la libration

Pour un fluide visqueux, on s'attend à ce que les prédictions obtenues en l'absence de viscosité décrivent correctement l'écoulement à des nombres d'Ekman suffisamment faibles pour que les couches limites soient petites devant la taille du cube. Cependant, même à faible nombre d'Ekman, les modes d'ordre élevés (grand n et/ou m) seront difficilement excitables à cause du cisaillement important dans le mode qui génère une dissipation visqueuse importante dans tout le fluide. Nous nous attendons donc à ce que seuls les modes de faibles n ou m puissent être excités par libration. C'est la principale origine de la sélection des modes excitables.

Par ailleurs, la symétrie du forçage doit être compatible avec la symétrie du mode à

exciter, ce qui constitue une autre source de sélectivité indépendante de la viscosité. En effet, dans le référentiel en rotation uniforme à $\vec{\Omega}_0$, les parois supérieure et inférieure oscillent en phase à une vitesse $\vec{u}(x,y,z=0) = \vec{u}(x,y,z=2L) = \varepsilon\Omega_0 \cos(\sigma_0 t)(-y\vec{e}_x + x\vec{e}_y)$. Cette symétrie de forçage n'est compatible qu'avec les modes de symétrie $s = +$. De plus, la condition de non-glissement impose des vitesses horizontales identiques en $z = 0$ et en $z = 2L$, ce qui n'est possible que pour les modes de n pair. Les symétries associées au nombre m doivent également être compatibles avec la géométrie de la libration longitudinale, ce qui sélectionne à nouveau un sous-ensemble parmi les modes de n pair et de symétrie $s = +$.

Pour résumer, la libration d'un fluide réel ne peut exciter un mode d'inertie $[n,m,s]$ que si les conditions suivantes sont réalisées :

- n et m sont suffisamment faibles
- n est pair
- $s = +$
- la symétrie du mode dans le plan horizontal, associée à m , est compatible avec les symétries du forçage.

4.2 Etude d'un mode résonnant : le mode $[4,1,+]$

Nous nous proposons ici d'exciter un mode d'inertie qui n'est pas interdit *a priori*, le mode $[4,1,+]$, de fréquence propre $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,874$. Pour s'affranchir de l'écoulement de libration, les mesures sont faites dans le plan $y = 0$ car l'écoulement de libration y est orthogonal. Le filtrage passe-bande suivi de la reconstruction spatiale du mode, obtenu en traitant 2000 champs de vitesse dans le plan $y = 0$, fournit le champ de vitesse représenté à un instant donné en figure 5.6(a).

Le champ de vorticité associé est donné en figure 5.6(b). Cette figure révèle la présence de faisceaux d'ondes d'inertie, qui seront étudiés plus en détail lors de l'étude de la résonance du mode $[2,1,+]$. Ces faisceaux d'ondes naissent au niveau des coins, et c'est pour cette raison que le champ de vorticité prend un aspect rectiligne plus marqué au niveau des quatre coins du cube. Nous verrons un peu plus loin que les pr dictiones numériques ne prévoient pas une répartition aussi rectiligne de la vorticité pour le mode d'inertie, mais quatre extrema plus lisses de vorticité de signe alterné.

Les trajectoires des vecteurs vitesse sont représentées en figure 5.7. A première vue, on constate que la structure globale semble compatible avec un écoulement verticalement stationnaire : par exemple le point $(0,L)$ est un nœud de vitesse horizontale et verticale. De même, la droite $z = L$ correspond à une zone où toutes les vitesses verticales sont nulles. De plus, les champs de vitesses confirment qu'il s'agit bien d'un écoulement symétrique. En effet, la symétrie par rapport à l'axe $x = 0$ inverse la vitesse horizontale mais conserve la vitesse verticale.

Pour affiner cette étude, il est intéressant de comparer les profils obtenus exp riment-

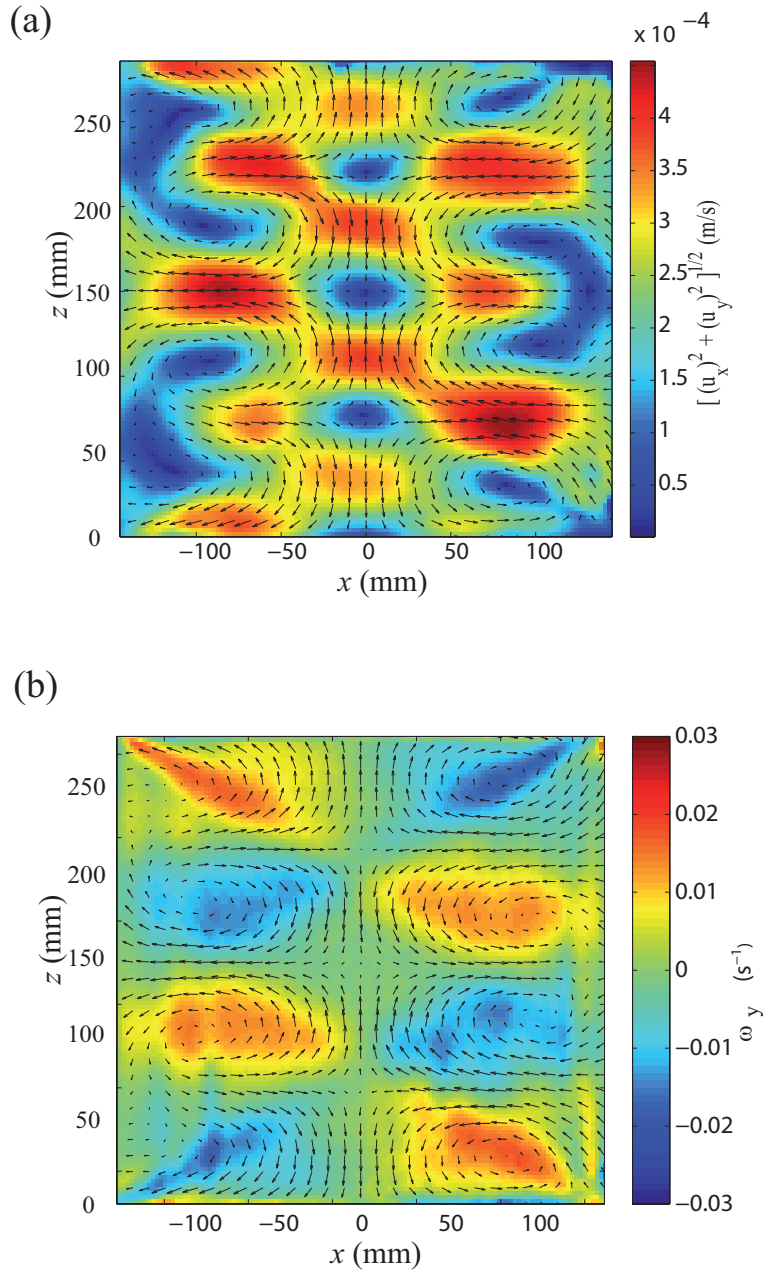


FIGURE 5.6 – (a) Champ de vitesse du mode $[4,1,+]$ ($\sigma_0/2\Omega_0 = 0,874$) à un maximum de l'amplitude de vitesse dans le plan $y = 0$, la couleur représentant la norme de la vitesse. (b) Champ de vorticité associé. L'expérience a été réalisée à $\Omega_0 = 4$ tr/min et $\varepsilon = 0,04$.

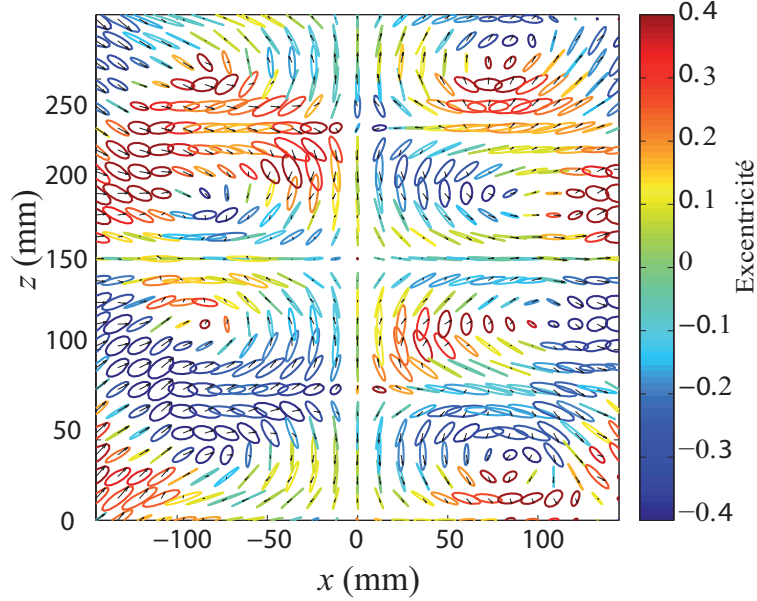


FIGURE 5.7 – Trajectoires des vecteurs vitesse du mode $[4,1,+]$ ($\sigma_0/2\Omega_0 = 0,874$). L'expérience a été réalisée à $\Omega_0 = 4$ tr/min et $\varepsilon = 0,04$. La couleur code l'excentricité de la trajectoire. Les vecteurs vitesses sont représentés à une phase arbitraire de l'oscillation et seul un vecteur sur quatre est représenté pour des raisons de clarté.

talement avec la structure théorique d'un mode inviscide, donnée ici :

$$u_x(x,z,t) = \frac{U_0}{2} \cos\left(\frac{n\pi z}{2L}\right) (\phi_{n,m,s} e^{i\sigma_{nm}st} + \phi_{n,m,s}^* e^{-i\sigma_{nm}st})$$

$$u_z(x,z,t) = \frac{U_0}{2} \sin\left(\frac{n\pi z}{2L}\right) (\psi_{n,m,s} e^{i\sigma_{nm}st} + \psi_{n,m,s}^* e^{-i\sigma_{nm}st}).$$

Afin de s'affranchir de la dépendance en x des fonctions complexes $\psi_{n,m,s}$ et $\phi_{n,m,s}$, il est judicieux de s'intéresser au profil selon z du carré des vitesses moyennées à la fois temporellement (moyennage sur une période) et spatialement (moyennage selon x). On peut effectivement montrer que :

$$\begin{aligned} \langle u_x^2(x,z,t) \rangle_{x,t} &= C_x^2 \cos^2\left(\frac{n\pi z}{2L}\right) \\ \langle u_z^2(x,z,t) \rangle_{x,t} &= C_z^2 \sin^2\left(\frac{n\pi z}{2L}\right) \end{aligned} \quad (5.7)$$

où $C_x^2 = U_0^2 \langle |\phi_{n,m,s}|^2(x) \rangle_x$ et $C_z^2 = U_0^2 \langle |\psi_{n,m,s}|^2(x) \rangle_x$. On peut remarquer au passage que ces constantes sont liées à l'énergie cinétique k_v du mode : $k_v = \langle u_x^2(x,z,t) + u_z^2(x,z,t) \rangle_{x,z,t} = C_x^2 + C_z^2$. L'avantage de s'intéresser aux profils verticaux est que la dépendance en z est connue analytiquement. Les grandeurs $\langle \langle u_x^2(x,z,t) \rangle_t \rangle_x$ et $\langle \langle u_z^2(x,z,t) \rangle_t \rangle_x$

sont représentées comme fonctions de z dans la figure 5.8.

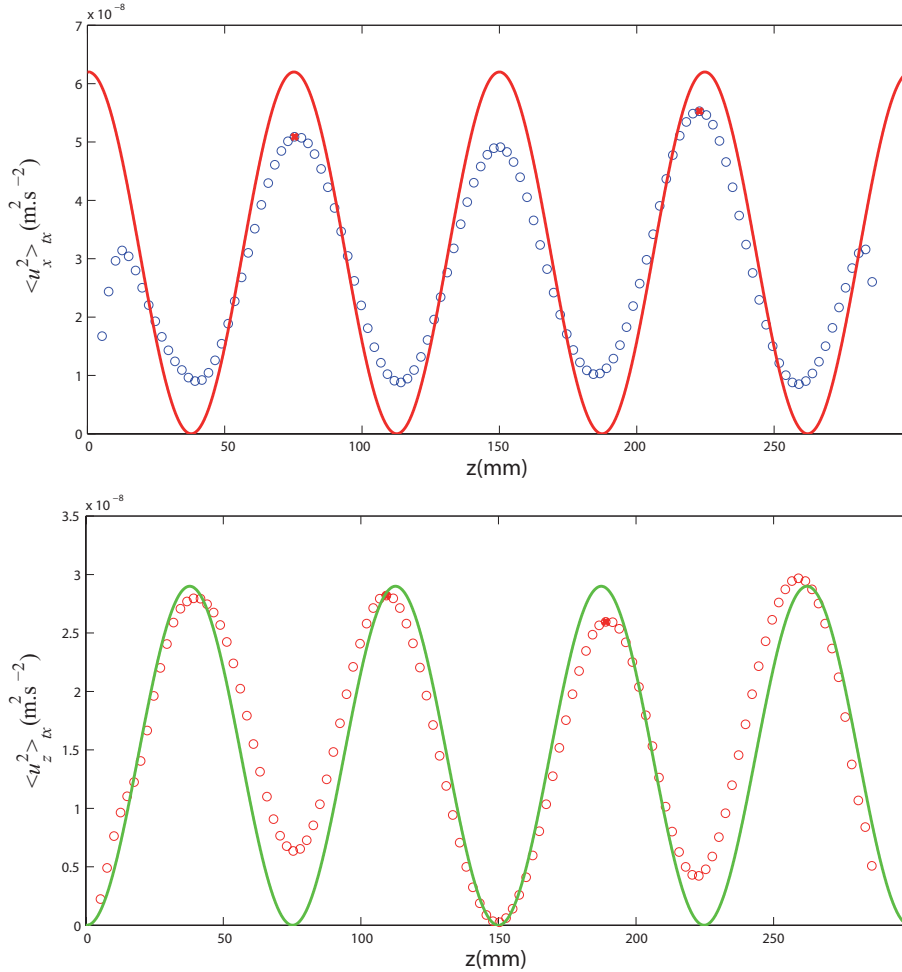


FIGURE 5.8 – Profils verticaux du carré de la vitesse horizontale (en haut) et verticale (en bas) moyennés sur une période et selon x , avec les courbes d’ajustements correspondants aux profils attendus pour un mode d’inertie inviscide $n = 4$ (respectivement $C_x^2 \cos^2(4\pi z/2L)$ et $C_z^2 \sin^2(4\pi z/2L)$).

Les profils de vitesse expérimentaux sont ainsi en bon accord avec ceux du mode inviscide prévu. La périodicité spatiale est en effet compatible avec la valeur $n = 4$, les positions des nœuds et des ventres de vitesse étant bien celles attendues pour chacun des profils de vitesse.

Toutefois, on constate que les valeurs des vitesses moyennes aux minima de $\langle \langle u_x^2(x,z,t) \rangle_t \rangle_x$ ne sont pas rigoureusement nulles. Cela s’explique par le fait que les nœuds de vitesses ne sont pas strictement immobiles au cours du temps, sans doute à cause de la présence des ondes de coin évoquées plus haut. Par suite, le moyennage temporel du carré des

vitesse conduit à une moyenne non nulle au niveau des noeuds, et à un abaissement de l'amplitude maximale.

On constate par ailleurs sur le profil de vitesse horizontale de la figure 5.8 que l'ajustement théorique est mis en défaut au niveau des parois supérieure et inférieure. On s'attend à un effet de la viscosité qui force la vitesse tangentielle, ici u_x , à s'annuler sur une épaisseur e assimilable à l'épaisseur de la couche d'Ekman $\delta \sim 1,5$ mm. Expérimentalement, le décrochage avec le profil théorique se produit à une distance $e = 15$ mm $\sim 10\delta$. En réalité, la qualité des champs au voisinage des parois est très moyenne à cause de réflexions optiques parasites. Dans la suite, nous ne représentons pas les champs de vitesses dans une bande de 12 mm autour des parois.

4.3 Cas non résonnant : ondes de coin

Nous nous intéressons maintenant à l'écoulement obtenu lorsque nous choisissons une fréquence de libration éloignée de la fréquence propre d'un mode excitable. La figure 5.9 présente la structure dans le plan $y = 0$ des champs de vitesses obtenus pour des fréquences de libration $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,60$ (a) et $0,73$ (b). On observe une structure en croix, formée de quatre faisceaux provenant des coins du cube. Ces faisceaux correspondent à des ondes d'inertie propagatives dont l'épaisseur transverse contient environ une longueur d'onde. La direction de propagation de ces ondes est déterminée par la relation de dispersion $\cos \theta = \sigma_0/2\Omega_0$, où θ désigne l'angle par rapport à l'horizontale. Dans ces faisceaux, les particules décrivent un mouvement circulaire anticyclonique à la fréquence σ_0 dans un plan incliné d'un angle $\pm\theta$ (le signe dépendant du faisceau considéré). Le cisaillement, mis en évidence par la vorticité horizontale ω_y , montre une propagation de la phase avec une vitesse \vec{c}_φ dans une direction orthogonale au faisceau, et dirigée vers les parois verticales. Ceci est en accord avec la dynamique des ondes d'inertie présentée au chapitre 1. Dans la figure 5.9 (a), où $\theta = \cos^{-1}(0,60) \simeq 53^\circ$, les faisceaux interfèrent et construisent une structure assez complexe. A l'inverse, dans la figure 5.9(b), où $\theta = \cos^{-1}(0,73) \simeq 43^\circ$, les faisceaux opposés sont presque alignés et interfèrent de manière constructive en formant des ondes quasi-stationnaires le long des diagonales, mais propagatives vers l'extérieur dans la direction transverse.

Ces écoulements provenant des coins sont analogues aux écoulements détachés des parois latérales observés expérimentalement par McEwan [50] (géométrie cylindrique, forçage par inclinaison de la paroi supérieure) et dans les simulations numériques de Duguet *et al.* [24] (en géométrie cylindrique avec un forçage par compression axiale). Plus récemment, les simulations numériques de Sauret [69] pour un cylindre en libration, observent également ce type d'écoulement en régime non-linéaire. Dans le cas d'un cylindre, les faisceaux d'onde sont coniques, et proviennent des deux arêtes supérieure et inférieure.

Ces ondes obliques résultent d'un détachement de la couche d'Ekman oscillante qui se produit dans les coins du cube. En effet, imaginons qu'à $t = 0$, le fluide ait atteint le régime de rotation solide, et que la vitesse de rotation varie de $\vec{\Omega}_0$ à $\vec{\Omega}_0 + \overline{\Delta\vec{\Omega}}$ sur une durée

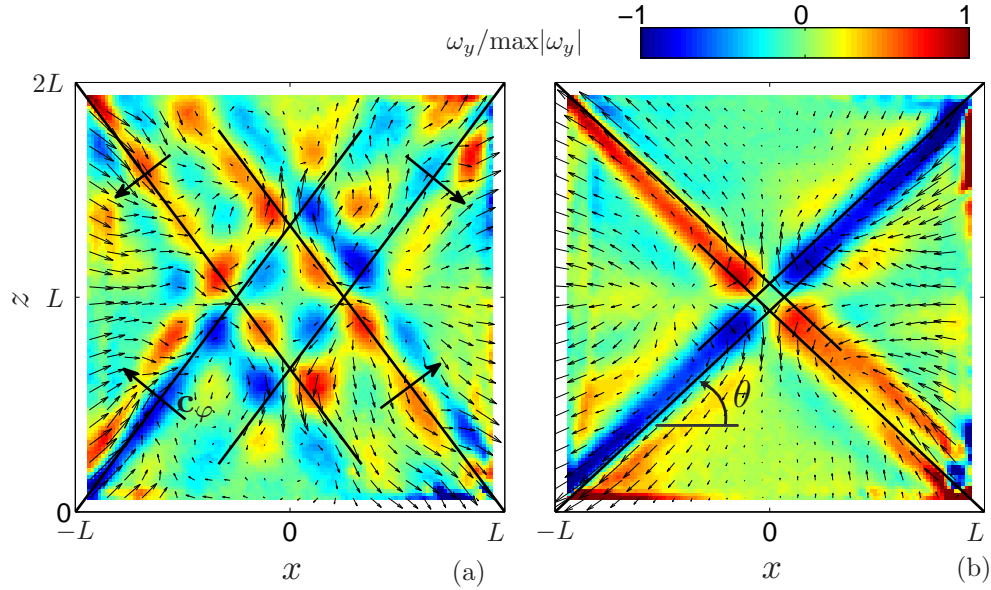


FIGURE 5.9 – Représentation du champ de vorticité normalisée pour $\varepsilon = 0,02$ et des fréquences d'excitation (a) $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,6$ et (b) $0,73$, en l'absence de mode d'inertie. Les lignes noires indiquent les directions de propagation prédites par la relation de dispersion des ondes d'inertie $\cos(\theta) = \sigma_0/2\Omega_0$. Les flèches indiquent la direction de la vitesse de phase.

très grande devant le temps d'Ekman. Si on considère les parois supérieure et inférieure, elles se dotent d'une vitesse orthoradiale $u_\theta \sim L\Delta\Omega$ dans le référentiel en rotation uniforme. La viscosité assure la transmission au fluide de cette vitesse au voisinage des parois horizontales sur une longueur de l'ordre de l'épaisseur de la couche d'Ekman $\delta = \sqrt{\nu/\Omega_0}$. Le fluide se met en mouvement au voisinage des parois horizontales avec une vitesse radiale $u_r \sim L\Delta\Omega$ qui est pour $\Delta\Omega > 0$ dirigée vers l'extérieur. L'écoulement dans la couche d'Ekman est donc divergent. Pour satisfaire la conservation de la masse, il doit être compensé par un écoulement au sein du fluide (pompage d'Ekman) et sur les parois latérales (couches de Stewartson). Cet écoulement explique que le fluide puisse avoir un mouvement axial dans un régime linéaire, alors que l'écoulement de libration inviscide est entièrement azimuthal. La mise en place de ce flux se joue sur une durée de l'ordre du temps d'Ekman $t_E = L/\sqrt{\nu\Omega_0}$.

Si on considère maintenant le cas où les variations de vitesse de rotation sont courtes devant le temps d'Ekman, i.e. $2\pi/\sigma_0 \ll t_E$, le raccordement entre les couches d'Ekman et de Stewartson n'a pas le temps de se faire, et conduit au niveau des coins du cube à un écoulement de cisaillement de vitesse $u \sim L\Delta\Omega = \varepsilon L\Omega_0$. Ces couches de cisaillement n'ont en effet pas le temps de se raccorder aux parois verticales pour former des couches de Stewartson : elles se décollent, et donnent lieu à des faisceaux d'ondes d'inertie inclinés

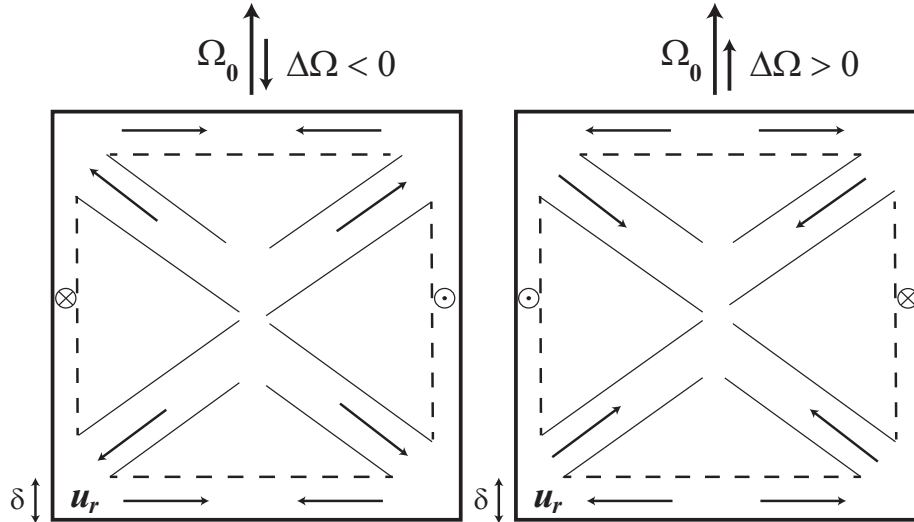


FIGURE 5.10 – Représentation de l'écoulement secondaire généré par un changement de vitesse de rotation dans les cas où $\Delta\Omega > 0$ et $\Delta\Omega < 0$.

(figure 5.10) dans la direction prédites par la relation de dispersion.

Il est intéressant de noter que ce mécanisme, qui repose sur les effets visqueux, force un écoulement dont la vitesse caractéristique est inertielle. La viscosité apparaît donc nécessaire à l'établissement des ondes d'inertie, mais de manière indirecte. C'est le détachement des couches d'Ekman au niveau des coins qui permet au flux d'Ekman de ne plus être localisé au niveau des parois, et de mettre en mouvement le fluide à l'intérieur du cube.

5 Étude de la résonance d'un mode fondamental

5.1 Courbe de résonance

Nous nous proposons désormais d'étudier la réponse fréquentielle du fluide autour du mode de plus bas ordre, compatible avec les symétries du forçage : le mode $[2,1,+]$. Notre objectif est de caractériser l'acuité de la résonance, c'est-à-dire l'étendue de l'intervalle de fréquence autour de la fréquence propre où il est possible d'exciter ce mode. Pour cela, nous faisons varier la fréquence d'excitation dans un intervalle de fréquence adimensionnée centré autour du mode $[2,1,+]$ pour lequel la fréquence de résonance attendue est : $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,6741$. Nous balayons les fréquences comprises entre $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,60$ et $0,73$, à raison d'un point tous les $0,005$, avec un affinement près de la fréquence de résonance. Les modes principaux dont la fréquence propre est contenue dans cet intervalle sont reportés dans le tableau 5.1.

Pour chaque fréquence d'excitation σ_0 , l'acquisition des images est précédée d'une

mode	fréquence
$[n,m,s]$	$\sigma/2\Omega_0$
$[2,1,+]*$	0,6742
$[2,2,+]*$	0,6484
$[3,2,-]$	0,7271
$[3,3,-]$	0,6857
$[3,4,-]$	0,6848
$[3,3,+]$	0,6485
$[3,4,+]$	0,6258
$[4,5,+]*$	0,6960
$[4,6,+]*$	0,6945
$[4,5,-]$	0,6889
$[4,6,-]$	0,6643

TABLE 5.1 – Liste des modes d’inertie $[n,m,s]$ pour lesquels $n \leq 4$ et $m \leq 6$ et dont la fréquence propre est contenue dans l’intervalle $\sigma_0/2\Omega_0 \in [0,60 ; 0,73]$. Les quatre modes marqués d’une étoile ont des symétries compatibles avec le forçage par libration (n pair et $s = +$).

deuxième demi-heure de mise en rotation modulée, suffisante pour atteindre un régime permanent. Nous prenons ensuite $N = 2000$ images dans le plan vertical $y = 0$ à la fréquence $f = 1,5$ Hz, ce qui correspond à une durée d’acquisition de 22 min environ.

L’énergie cinétique de l’écoulement à σ_0 est définie de la manière suivante :

$$k_v = \langle \langle \vec{u}^2(x,z,t) \rangle_{x,z} \rangle_t.$$

Elle peut être calculée après filtrage et reconstruction spatiale du mode $\vec{u}(x,z,t)$. En pratique, l’amplitude est également accessible à partir du spectre d’énergie de l’écoulement. Celui-ci présente un pic contenant plus de 97% de l’énergie (comme montré en figure 5.3), si bien que l’on peut obtenir l’énergie du mode en intégrant sur une fenêtre de largeur $\delta\sigma$ qui contient ce pic :

$$k_v = \int_{\sigma-\delta\sigma/2}^{\sigma+\delta\sigma/2} E(\sigma) d\sigma.$$

En pratique, le spectre, dont la résolution est $p = \frac{2\pi f}{N}$, est suffisamment étroit pour qu’un choix de $\delta\sigma = 3p$ suffise pour obtenir l’énergie de l’écoulement associé.

L’évolution de l’énergie de l’écoulement mesurée dans le plan vertical en fonction de la fréquence d’excitation σ_0 correspond à la courbe de résonance, représentée en figure 5.11. Dans le plan $y = 0$, la plus grande énergie est obtenue pour une fréquence d’excitation égale à la fréquence propre attendue du mode $[2,1,+]$: $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,674$, dont la hauteur est $k_v = 3 \times 10^{-3}(\varepsilon\Omega_0 L)^2$. Aucun autre mode dont la fréquence est

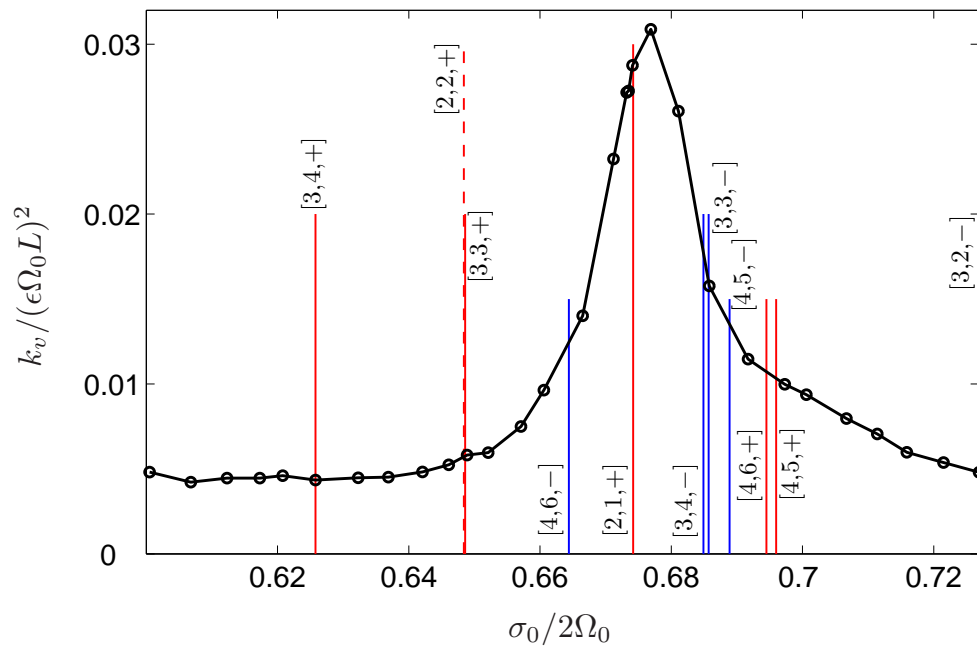


FIGURE 5.11 – Energie cinétique de l'écoulement obtenu en fonction de la fréquence d'excitation imposée. L'amplitude de modulation est $\epsilon = 0,02$. Les fréquences propres des modes d'inertie $[n, m, s]$ tels que $n \leq 4$ et $m \leq 6$ sont repérés par des traits verticaux bleus pour les modes $s = -$ et rouges pour les modes de symétrie $s = +$. La vitesse angulaire de rotation moyenne est $\Omega = 4$ tr/min.

contenue dans l'intervalle de fréquence étudié ne donne de pic visible dans la courbe de résonance. On note également que l'énergie ne tend pas vers zéro lorsque l'on s'éloigne du pic mais vers un niveau d'énergie indépendant de la fréquence d'énergie environ six fois plus faible que la hauteur du pic de résonance. Ce niveau d'énergie correspond aux ondes de coin étudiées en section 4.3. et confirme que ces ondes sont observées quelle que soit la fréquence d'excitation imposée.

5.2 Cas des modes $[2,1,+]$ et $[2,2,+]$

La courbe de résonance révèle une forte sélectivité de modes, en particulier, les modes $[2,2,+]$, $[4,5,+]$ et $[4,6,+]$ ne donnent pas de pic alors qu'ils ont a priori une géométrie compatible avec le forçage par libration. Nous allons plus particulièrement nous intéresser au mode $[2,2,+]$, qui ne résonne pas alors que sa structure verticale est assez similaire à celle de $[2,1,+]$ (elles doivent présenter la même périodicité spatiale selon z dans la mesure où $n = 2$ pour ces deux modes).

La figure 5.12 présente les résultats expérimentaux pour les modes $[2,1,+]$ [(a) et (b)] et $[2,2,+]$ [(d) et (e)]. Les prédictions numériques fournies par Maas sont présentées en (c) et (f). Ces dernières sont à première vue assez comparables dans le plan vertical : elles font apparaître quatre maxima de vorticité. En revanche, les champs de vitesse diff rent : le mode $[2,1,+]$ présente clairement quatre cellules de recirculation, contrairement au mode $[2,2,+]$. On note également que l'amplitude de la vitesse verticale du mode $[2,1,+]$ est maximale le long de l'axe vertical $x = 0$, alors qu'elle est nulle pour le mode $[2,2,+]$.

Les résultats expérimentaux montrent qu'à la phase fixée à $\sigma_0 t = 0$ dans la figure 5.12), le motif en croix des ondes d'inertie est présent pour les deux modes et il a la particularité de présenter une symétrie $n = 2$, compatible avec les deux modes. A la phase $\sigma_0 t = \pi/2$, on remarque que seul le mode $[2,1,+]$ présente une allure conforme à la prédiction numérique, alors que le mode $[2,2,+]$ présente lui une structure verticale toujours dominée par le motif en croix des ondes d'inertie. On peut interpréter ce résultat de la manière suivante :   la phase $\sigma_0 t = 0$, l'amplitude du mode $[2,1,+]$ est nulle dans le plan $y = 0$. Seules sont observées les ondes de coin. A la phase $\sigma_0 t = \pi/2$, le mode a une amplitude maximale, et on retrouve la structure prévue pour le mode $[2,1,+]$. Le mode $[2,2,+]$ semble lui, ne pas être excité du tout.

Afin d'interpréter l'absence de résonance pour le mode $[2,2,+]$, on peut s'intéresser à la structure horizontale des écoulements obtenus. Les résultats des mesures dans le plan horizontal $z = 4L/3$ sont présentés en figure 5.13(a)(b) pour le mode $[2,1,+]$ et (d)(e) pour le mode $[2,2,+]$, après suppression de l'écoulement de libration. Les prédictions numériques des structures horizontales sont également fournies en figure 5.13(c)(f). Ces dernières prévoient des structures horizontales différentes, à la fois pour le champ de vitesse et pour le champ de vorticité. Le champ de vitesse du mode $[2,1,+]$ est quasiment axisymétrique. Pendant une période, les vecteurs vitesses décrivent une trajectoire anticyclonique, de façon à ce que le champ soit successivement cyclonique, centrifuge, anticyclonique, centripète. Le mode $[2,2,+]$ a une structure très différente : les maxima

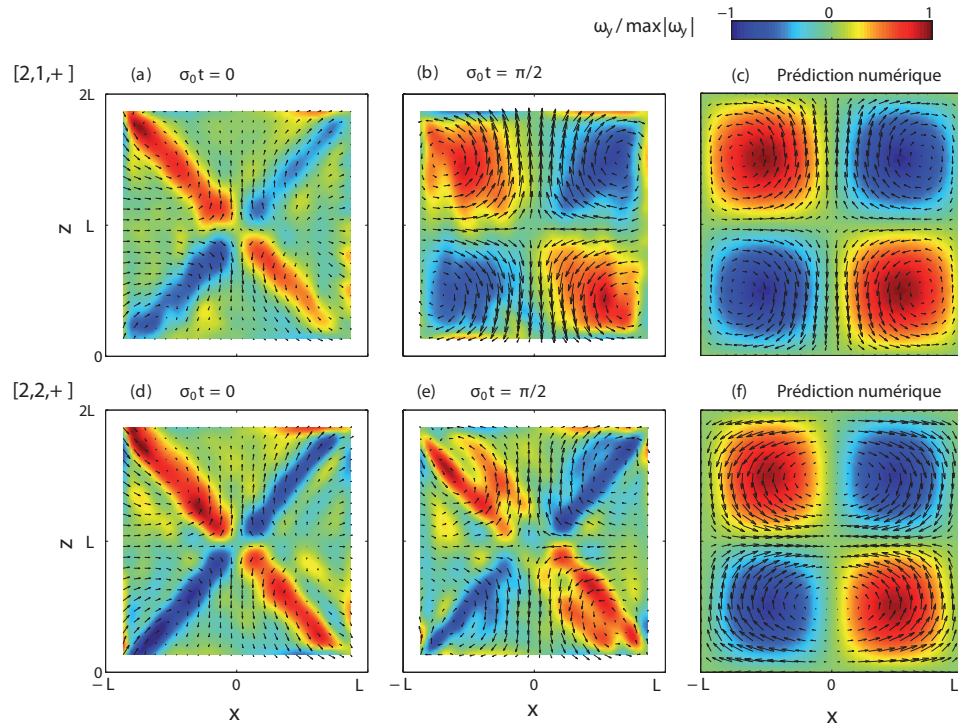


FIGURE 5.12 – Champs de vitesse obtenu dans le plan $y = 0$ après filtrage passe-bande : (a)(d) à une phase fixée à 0, (b)(e) à une phase de $\pi/2$. (c)(f) Prédiction numérique. (a)(b)(c) correspondent aux données pour le mode $[2,1,+]$; (d)(e)(f) pour le mode $[2,2,+]$. Les champs expérimentaux sont obtenus pour une amplitude de libration de $\varepsilon = 0,02$ et aux fréquences d'excitation $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,674$ pour le mode $[2,1,+]$ et $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,648$ pour le mode $[2,2,+]$. La vitesse angulaire de rotation moyenne est $\Omega_0 = 4$ tr/min. La couleur représente la vorticité horizontale normalisée.

de vorticité sont localisés au niveau des parois, avec un point fixe au centre. Pendant une période, l'ensemble de la structure tourne autour de l'axe de rotation, avec quelques légères déformations liées au caractère non-axisymétrique de la cuve.

A la phase $\sigma_0 t = 0$, les champs de vorticité expérimentaux présentent pour chaque mode des structures complexes, correspondant aux interférences des ondes de coin des figures 5.12(a) et (d), observées cette fois dans le plan horizontal $z = 4L/3$. Cependant, pour le mode $[2,1,+]$, au motif des ondes d'inertie s'ajoute un écoulement analogue à celui prédit numériquement. On constate que l'écoulement en $y = 0$ est orthogonal à ce plan, donc non visible dans le plan vertical. Ceci est en accord avec le fait qu'à cette phase, le mode disparaît dans le plan vertical, comme le montrait la figure 5.12(a). A l'inverse, la structure horizontale du mode $[2,2,+]$ n'est jamais conforme aux prédictions

Ceci peut être interprété en avançant des arguments de symétrie. On constate que

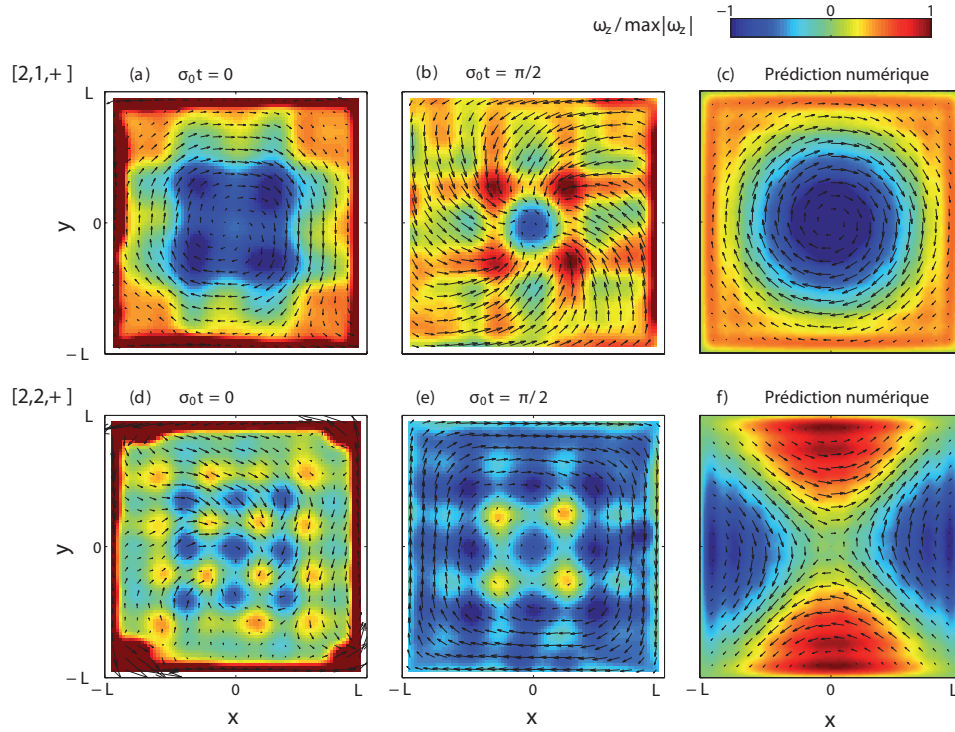


FIGURE 5.13 – Champs de vitesse obtenu dans le plan horizontal $z = 4L/3$ après filtrage passe-bande : (a)(d) phase fixée à 0, (b)(e) à un phase de $\pi/2$. (c)(f) Prédiction numérique. (a)(b) correspondent aux données pour le mode $[2,1,+]$; (d)(e) pour le mode $[2,2,+]$. Les champs expérimentaux sont obtenus pour une amplitude de libration de $\varepsilon = 0,02$ et aux fréquences d'excitation $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,674$ pour le mode $[2,1,+]$ et $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,648$ pour le mode $[2,2,+]$. La vitesse angulaire de rotation moyenne est $\Omega_0 = 4$ tr/min. La couleur représente la vorticité verticale normalisée.

seul le mode $[2,1,+]$ est invariant par rotation de $\pi/2$ autour de l'axe de rotation. Le mode $[2,2,+]$ ne possède lui qu'une symétrie d'angle π autour de l'axe z . C'est donc à nouveau une incompatibilité de symétrie avec le forçage qui est à l'origine de l'absence d'excitation du mode $[2,2,+]$. En effet, les quatre parois verticales du cube tournent dans le même sens pendant une période de libration, ce qui impose une symétrie de $\pi/2$ autour de l'axe de rotation, incompatible avec la symétrie du champ horizontal du mode $[2,2,+]$. L'apparition de légères cellules de recirculation observée à la figure 5.12(e) marque en réalité la présence du mode $[2,1,+]$, qui commence à être excité pour une fréquence égale à la fréquence propre du mode $[2,2,+]$ d'après ce que montre la courbe de résonance.

5.3 Acuité et temps de dissipation

Nous nous penchons dans cette section sur une caractéristique importante de la résonance : son acuité qui est caractérisée par son facteur de qualité. La largeur du pic de résonance que nous obtenons est bien plus grande que la largeur du pic apparaissant sur le spectre de $\Omega(t)$ (figure 5.3). Ceci indique que ce sont les effets dissipatifs qui contrôlent la largeur du pic, et non la précision du forçage en terme de fréquence.

Nous pouvons, en première approche, modéliser le système par un oscillateur harmonique à un degré de liberté de déplacement $X(t)$ soumis à un frottement visqueux de temps caractéristique τ , et de fréquence propre σ_{res} . Dans ce type de modèle, la résonance est caractérisée par un facteur de qualité Q qui est directement lié au temps de dissipation τ par $Q = \sigma_{res}\tau$. Cette relation signale bien que c'est la dissipation qui contrôle l'acuité de la résonance.

Un tel oscillateur est gouverné par l'équation suivante :

$$\ddot{X} + \frac{\dot{X}}{\tau} + \sigma_{res}^2 X = F \cos(\sigma_0 t), \quad (5.8)$$

où F désigne l'amplitude du forçage, et σ_0 la fréquence de forçage. La réponse fréquentielle en vitesse est alors : $\dot{X}(\sigma_0, t) = \dot{X}_m(\sigma_0) \cos(\sigma_0 t)$, où l'amplitude de la réponse $\dot{X}_m(\sigma_0)$ dépend du facteur de qualité $Q = \sigma_{res}\tau$. Cette amplitude est donnée par :

$$\dot{X}_m(\sigma_0) = \frac{\frac{FQ}{\sigma_{res}}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{res}} - \frac{\sigma_{res}}{\sigma_0} \right)^2}}. \quad (5.9)$$

$\dot{X}_m(\sigma_0)$ représente dans notre cas l'amplitude de la vitesse du mode $\vec{u}(x, z, t)$ et est donc liée à $\sqrt{k_v}$. L'analogie avec un oscillateur harmonique n'est bien entendu pas évidente théoriquement : chaque point du fluide a une vitesse qui oscille à cause d'un forçage inhomogène. Il n'est pas clair que l'on puisse décrire une oscillation moyennée spatialement par une telle équation, en moyennant l'intensité du forçage.

Toutefois, l'allure en cloche de la courbe de résonance obtenue expérimentalement est assez voisine de celle attendue par (5.9), à l'exception du niveau d'énergie constant pour des fréquences d'excitation éloignées de la fréquence propre. Nous effectuons donc un ajustement (figure 5.14) de la partie centrale de la courbe de résonance, en laissant libre les valeurs des paramètres F , Q , σ_{res} et τ . L'ajustement fournit les valeurs suivantes : $Q = 38$, $\tau \sim 60$ s, $F = 3 \cdot 10^{-6}$ m.s⁻² et $\sigma_{res} = 0,565$ rad s⁻¹ (soit : $\sigma_{res}/2\Omega_0 = 0,676$). Sans surprise, la fréquence propre est proche de la fréquence propre du mode [2,1,+] ($\sigma_{res}/2\Omega_0 = 0,674$). On constate que τ est du même ordre que le temps d'Ekman. Plus précisément, nous obtenons un temps de dissipation pour le mode [2,1,+] égal à $\tau = 0,26 t_E$. Il n'est pas surprenant que le temps d'Ekman, qui correspond à l'échelle caractéristique d'établissement du mode, soit aussi, en ordre de grandeur, le temps caractéristique de sa dissipation. Notons que cette valeur obtenue expérimentalement pour un mode d'inertie dans un cube est compatible avec les valeurs typiques des temps de

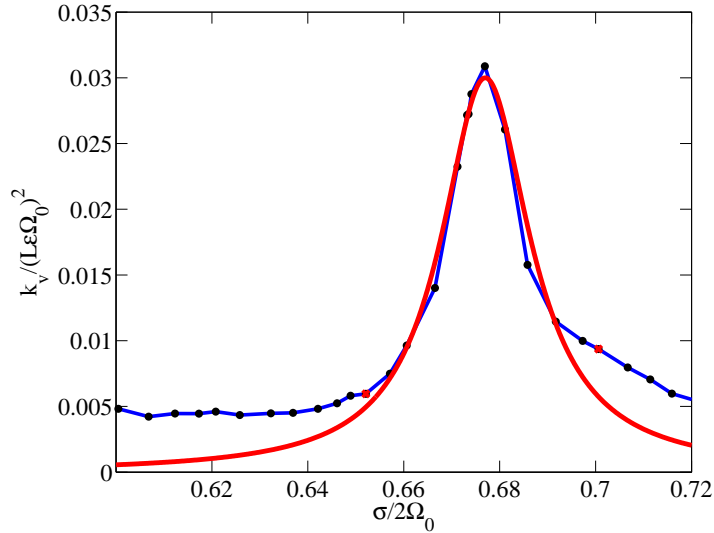


FIGURE 5.14 – Ajustement de la courbe de résonance par la réponse fréquentielle d’un oscillateur harmonique soumis à un frottement visqueux. Les bornes pour le calcul de l’ajustement correspondent aux points rouges de la courbe expérimentale.

dissipation théoriques des modes d’inertie de bas ordre dans une sphère [32].

6 Conclusion

L’étude que nous venons de présenter montre que l’écoulement forcé par libration dans un cube peut être vu comme la superposition de trois écoulements :

- un écoulement de libration, présent à toutes les fréquences d’excitation. Cet écoulement s’est avéré être très bien décrit loin des parois par une théorie inviscide. Il est généré par la force d’Euler, et son invariance selon l’axe de rotation suggère qu’il n’est pas responsable de l’excitation des modes d’inertie.
- des ondes d’inertie provenant des coins, présentes pour toutes fréquences d’excitation comprises entre 0 et $2\Omega_0$. Elles sont le résultat d’un décollement des couches d’Ekman dû au non-raccordement des flux entre la couche d’Ekman et la couche de Stewartson pour des périodes de libration courtes devant le temps d’Ekman. Elles résultent donc d’un effet visqueux, mais conduisent à des écoulements qui ne sont plus localisés aux parois.
- des modes d’inertie, qui n’apparaissent au final que très rarement, pour des fréquences d’excitation correspondant à des fréquences propres de modes dont les symétries sont exactement compatibles avec les symétries du forçage.

Nous avons, en particulier, réussi à exciter les modes $[2,1,+]$ et $[4,1,+]$. La figure 5.15(a)(c) montre les champs de vorticités obtenus expérimentalement. D’une manière in-

téressante, on constate que les champs présentent une structure en croix, qui témoignent de la présence des ondes se propageant d'un coin à un autre après k réflexions sur les parois verticales ($k = 0$ pour le mode $[2,1,+]$, $k = 1$ pour le mode $[4,1,+]$). Ceci suggère que les ondes de coin, présentes à toutes les fréquences $\sigma_0 < 2\Omega_0$, sont capables d'exciter un mode lorsque que leur direction de propagation leur fait adopter une configuration spatiale où elles coïncident avec la structure d'un mode $[2(k+1),m,+]$. Ceci implique notamment que la libration dans un cube ne peut exciter que les modes $[n,m,+]$ avec n pair, conformément à ce que suggérait l'analyse des symétries du problème.

Cette constatation permet de formuler une condition de résonance qui porte sur la valeur de l'angle de propagation des ondes d'inertie pour lesquelles la structure spatiale est bien compatible avec celle d'un mode. Les figures 5.15(c) et (d) correspondent respectivement à une direction de propagation de $\tan^{-1}(L/L) = 45^\circ$ et $\tan^{-1}(2L/L) = 26,6^\circ$. La relation de dispersion permet alors de déduire la fréquence associée : respectivement $\sigma_0/2\Omega_0 = 0,707$ et $0,894$. Ces valeurs sont très proches des fréquences propres des modes $[2,1,+]$ et $[4,1,+]$ (les écarts respectifs par rapport à la fréquence propre attendue sont de 4,7 et 2,1%), ce qui valide l'interprétation selon laquelle la résonance d'un mode n'est possible que si le motif en croix des ondes d'inertie coïncide avec la structure d'un mode $[2(k+1),m,+]$. Dans cette configuration géométrique, les ondes d'inertie sont alors capables d'apporter au mode l'énergie nécessaire pour provoquer sa résonance. Le forçage d'un mode par libration est donc rendu possible par l'existence des ondes de coin, qui proviennent elles-mêmes du décollement des couches d'Ekman, c'est-à-dire par un mécanisme dominé par la viscosité.

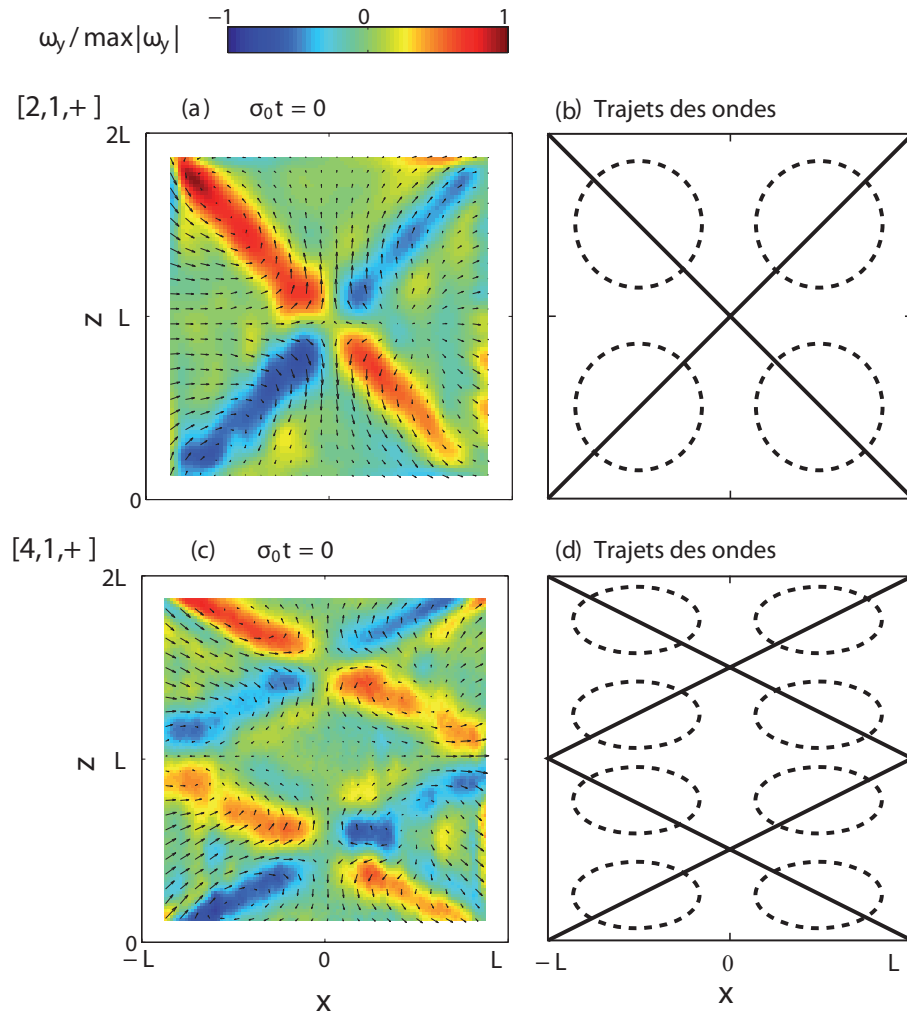


FIGURE 5.15 – A gauche : champ de vorticité normalisée pour le mode [2,1,+] (a) et [4,1,+] (c) A droite, trajets des ondes d’inertie dont la structure coïncide avec la structure du mode [2,1,+] en (b) et [4,1,+] en (d).

Conclusion générale et perspectives

L'objectif central de cette thèse était une meilleure compréhension de l'effet de la force de Coriolis sur la dynamique des transferts d'énergie dans un écoulement turbulent. D'un point de vue expérimental, le choix s'est porté sur l'étude d'une turbulence en déclin, afin de satisfaire au mieux l'hypothèse d'homogénéité, quitte à avoir à considérer une turbulence instationnaire.

Cette étude a été rendue possible par la mise en place d'un dispositif de PIV embarqué sur la plateforme tournante Gyroflow, ayant permis de mettre en œuvre des mesures de champs de vitesse dans un plan vertical (contenant ainsi l'axe de rotation, qui impose la direction de l'anisotropie). Ceci constitue une avancée par rapport à l'expérience de turbulence en rotation existant précédemment au laboratoire FAST, et ayant fait l'objet de la thèse de C. Morize [58] : seules des mesures dans un plan horizontal avaient pu être réalisées.

L'hypothèse d'homogénéité confrontée à l'expérience

En réalisant cette étude, nous avons été confrontés à une difficulté qui tient au caractère confiné de l'écoulement, et déjà soulignée dans les travaux de Bewley *et al.* [6] : satisfaire expérimentalement l'hypothèse d'homogénéité n'est pas trivial. L'étude de l'écoulement généré par la grille dans le fluide en rotation a en effet révélé qu'une proportion non négligeable de l'énergie totale, environ la moitié, est stockée dans un écoulement moyen *reproductible*. Cet écoulement moyen se compose de modes d'inertie de la cavité parallélépipédique, et l'analyse spectrale de l'écoulement obtenu dans notre expérience a révélé un très bon accord avec les prédictions numériques de Maas [48], tant sur les fréquences propres que sur la structure spatiale des modes excités par la grille. En examinant l'écoulement moyen, on constate qu'il se compose majoritairement de modes $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$, ces derniers ayant une amplitude plus faible.

Toute cette étude de l'écoulement moyen nous incite à nous interroger sur la prise en compte théorique de l'inhomogénéité de la turbulence, qui est une conséquence des

gradients de vitesse des modes d'inertie qui coexistent avec la composante turbulente de l'écoulement. S'il est d'évidence que la turbulence homogène n'est que difficilement observable dans la nature (les écoulements géophysiques, par exemple, sont certes turbulents mais existent au sein de structures grande échelle ayant un comportement assez prévisible), il apparaît tout aussi délicat de produire en laboratoire une turbulence homogène. Ceci nous amène à remettre en question la portée des résultats numériques et théoriques de la turbulence homogène pour l'interprétation de résultats expérimentaux.

Transferts spatiaux et transferts à travers les échelles

En soi, le système modes d'inertie-turbulence est un sujet d'étude original. C'est un système de choix pour la compréhension de la turbulence telle qu'elle est observée dans la nature, avec toutes les applications géophysiques qui en découlent. Les grandeurs centrales qui décrivent la dynamique d'un tel écoulement sont les transferts spatiaux d'énergie entre la turbulence et les modes, ainsi que les transferts d'énergie turbulente à travers les échelles. Notons bien que ces deux types de transferts ne sont pas de même nature : les transferts spatiaux d'énergie décrivent le couplage entre les deux écoulements dans l'espace physique, alors que les transferts d'énergie turbulente décrivent un transport d'énergie dans l'espace des échelles. Il est malgré tout intéressant de noter que, dans les deux cas, la rotation a un effet subtil sur ces transferts : la force de Coriolis ne travaillant pas, la rotation ne modifie pas la forme des équations qui gouvernent les processus physiques (équations de couplage énergétique mode-turbulence, et équation de Kármán-Howarth-Monin).

Les transferts spatiaux n'ont pas été mesurés au cours de cette thèse, mais sont sans doute une perspective intéressante de ce travail. Comme évoqué à la fin du chapitre 3, la difficulté est principalement d'ordre technique : pour être complète, cette mesure nécessite de disposer d'un matériel de vélocimétrie permettant d'accéder aux trois composantes de vitesse dans tout le volume de fluide. En première approche toutefois, on peut se contenter d'un dispositif de PIV stéréoscopique 2D-3C, nettement moins lourd à mettre en œuvre et avec lequel on s'attend à avoir des effets de restriction de mesure à un plan nettement moins marqué qu'avec un dispositif de PIV 2C-2D.

Il semble en particulier, d'après des résultats préliminaires obtenus à partir de nos mesures 2D-2C, que la rotation ait tendance à inhiber le transfert d'énergie entre l'écoulement moyen et la turbulence. Mais ceci mérite d'être confirmé et permettrait peut-être une relecture des résultats obtenus lors d'expériences précédentes de déclin de la turbulence [59, 55], notamment de comprendre les écarts entre les résultats et les prédictions théoriques.

Les transferts à travers les échelles de l'énergie turbulente

Après avoir identifié les deux composantes de l'écoulement (turbulence et modes d'inertie), nous avons fait le choix classique de simplifier l'étude de ce système en consi-

dérant séparément ces deux composantes. Nous avons commencé par étudier la turbulence, ce qui a nécessité d'évacuer les problèmes de couplage en évitant d'exciter les modes d'inertie. En s'inspirant d'une configuration présentée par Staplehurst *et al.* [73], nous avons modifié la géométrie de l'excitation en ajoutant des parois verticales sur la grille. La façon dont ces dernières inhibent l'excitation des modes n'a pas été vraiment comprise, et le lien entre excitation et écoulement moyen obtenu en réponse reste à explorer. Toutefois, ce dispositif s'est avéré très efficace (réduction de l'énergie moyenne d'un facteur 10) et nous a permis d'atteindre notre objectif, à savoir créer une turbulence en rotation et en déclin approximativement *libre*. Ce résultat remet en question les conclusions de Bewley *et al.* [6], qui ont toutefois eu le mérite de souligner l'importance des modes d'inertie dans les expériences de turbulence en rotation confinées.

Dès lors, l'étude de l'influence de la rotation sur les transferts d'énergie a été rendue possible dans l'espace physique, guidée par le seul résultat exact de la turbulence homogène anisotrope exprimée dans l'espace physique : l'équation de Kármán-Howarth-Monin. La particularité de cette étude est que la densité de flux d'énergie $\vec{F}(\vec{r},t)$, fonction de structure vectorielle d'ordre 3, n'est accessible qu'au prix d'un nombre important de réalisations indépendantes (plusieurs centaines), conséquence de l'instationnarité de la turbulence qui empêche de remplacer le moyennage d'ensemble par un moyennage dans le temps. Nos résultats montrent que la rotation n'impose pas une modification considérable de l'orientation de $\vec{F}(\vec{r},t)$, alors que la distribution d'énergie témoigne, elle, d'une très forte bidimensionnalisation de l'écoulement. Effectivement, les cartes du champ $\vec{F}(\vec{r},t)$ révèlent que la densité de flux reste quasiment radiale presque à toutes les échelles, illustrant visuellement la cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles. Le flux d'énergie $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r},t)$ témoigne quant à lui d'un affaiblissement des transferts verticaux. Il s'agit sans doute là de l'apport principal de ce travail de thèse : la forte bidimensionnalisation de la distribution d'énergie est le résultat cumulatif d'un affaiblissement du flux d'énergie dans la direction verticale.

Un autre point important est que la rotation affecte les petites échelles en premier. Ce résultat n'est pas nouveau par rapport aux prédictions numériques [14], mais nous avons fourni une preuve expérimentale que l'anisotropie croît des petites échelles vers les grandes, en suivant une évolution approximativement linéaire en temps, et d'autant plus rapide que la vitesse de rotation imposée est grande. Le fait que la phénoménologie classique [83] va à l'encontre de ce résultat devrait motiver des efforts théoriques dans l'avenir.

Bien entendu, on pourra à nouveau suggérer une amélioration de la mesure des champs de vitesse, grâce à un dispositif de PIV stéréoscopique 2D-3C. Un tel dispositif permettrait effectivement de mesurer les trois composantes des incréments de vitesse, et donc les trois composantes de la densité de flux $\vec{F}(\vec{r},t)$. On peut remarquer d'ailleurs que la turbulence étant axisymétrique, il n'est pas nécessaire d'aller plus loin en mesurant

les vitesses dans tout le volume. La mise en œuvre des mesures de densité de flux avec un tel dispositif risque d'être particulièrement fastidieuse, mais malgré la lourdeur des données à gérer (mesure 3C de plusieurs centaines d'expériences indépendantes, temps de calcul de corrélation PIV, temps de calcul des fonctions de structure à partir des champs de vitesse), elle pourrait apporter un éclairage nouveau du problème, dépourvu des effets de restriction à deux composantes des mesures de vitesse.

Les modes d'inertie : vers une meilleure connaissance du régime non-linéaire

Pour terminer, nous nous sommes focalisés sur les modes d'inertie, la composante *reproductible* de l'écoulement obtenu lors des expériences de turbulence en rotation. Nous avons choisi de forcer les modes d'inertie par libration, méthode simple à mettre en œuvre avec notre plateforme tournante, et qui permet de sélectionner chaque mode séparément en fonction de sa fréquence de résonance. Nous avons vu que l'inadéquation entre les symétries d'un mode à exciter et les symétries du forçage est rédhibitoire pour espérer exciter un mode. En effet, nous n'avons réussi à en exciter que deux. De plus, l'amplitude du mode ne représente que quelques centièmes de l'amplitude du forçage. Paradoxalement, la translation de la grille dans les expériences de turbulence s'avère bien plus efficace du point de vue de l'excitation de ces modes d'inertie.

Nous avons vu, comme pour les expériences de turbulence, que l'accord avec les prédictions numériques de Maas [48] est très bon, bien que ces dernières résultent d'une théorie purement inviscide.

L'intérêt de cette étude réside sans doute dans la richesse observée de l'écoulement total généré dans la cuve *dans un régime linéaire*. En plus des modes d'inertie, deux écoulements ont été identifiés à toutes les fréquences d'excitation : l'écoulement de libration, lié uniquement à la méthode de forçage, et des ondes de coin qui sont susceptibles d'exciter les modes. On comprend donc que la libration des planètes soit à l'origine d'écoulements particulièrement complexes, encore plus quand interviennent des effets non-linéaires dont font partie les courants moyens de type vents zonaux. Les réponses non-linéaires de chaque écoulement, ainsi que les couplages non-linéaires entre ces écoulements, restent encore à explorer. D'autres types de forçage peuvent également être envisagés (précession, forçage de marée), d'autant qu'ils correspondent à des forçages existant à l'état naturel dans les systèmes planétaires. Dans ce contexte, le choix d'une géométrie sphérique serait sans doute plus pertinent pour démarrer une telle étude. Beaucoup d'études ont permis de mieux comprendre le lien entre le forçage et la réponse du fluide en géométrie sphérique, mais les mécanismes physiques mis en jeu, notamment dans le domaine non-linéaire, ne sont pas tous compris et devraient susciter encore beaucoup d'efforts dans les années qui viennent.

Bibliographie

- [1] K. D. Aldridge. *An experimental study of axisymmetric inertial oscillations of a rotating liquid sphere. Ph.D. Thesis. Massachusetts Institute of Technology.* 1967.
- [2] K. D. Aldridge and A. Toomre. Axisymmetric inertial oscillations of a fluid in a rotating spherical container. *Journal of Fluid Mechanics*, 37 :307–323, 1969.
- [3] F. Anselmet, Y. Gagne, E. J. Hopfinger, and R. A. Antonia. High-order velocity structure functions in turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 140 :63–89, 1984.
- [4] R. A. Antonia, M. Ould-Rouis, F. Anselmet, and Y. Zhu. Analogy between predictions of Kolmogorov and Yaglom. *Journal of Fluid Mechanics*, 332 :395–409, 1997.
- [5] C. Bailly and G. Comte-Bellot. *Turbulence. Edition CNRS, Paris.* 2003.
- [6] G. P. Bewley, D. P. Lathrop, L. R. M. Maas, and K. R. Sreenivasan. Inertial waves in rotating grid turbulence. *Physics of Fluids*, 19(7) :071701, 2007.
- [7] J. Boisson, C. Lamriben, L. R. M Maas, P.-P. Cortet, and F. Moisy. Inertial waves and modes excited by the libration of a rotating cube. *Physics of Fluids, in press*, 2012.
- [8] G. Bordes, F. Moisy, T. Dauxois, and P.-P. Cortet. Experimental evidence of a triadic resonance of plane inertial waves in a rotating fluid. *Physics of Fluids*, 24(1) :014105, 2012.
- [9] G. H. Bryan. The Waves on a Rotating Liquid Spheroid of Finite Ellipticity. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 180 :187–219, 1889.
- [10] F. H. Busse. Mean zonal flows generated by librations of a rotating spherical cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, 650 :505–512, 2010.
- [11] M. A. Calkins, J. Noir, J. D. Eldredge, and J. M. Aurnou. Axisymmetric simulations of libration-driven fluid dynamics in a spherical shell geometry. *Physics of Fluids*, 22(8) :086602, 2010.

- [12] C. Cambon and L. Jacquin. Spectral approach to non-isotropic turbulence subjected to rotation. *Journal of Fluid Mechanics*, 202 :295–317, 1989.
- [13] C. Cambon, N. N. Mansour, and F. S. Godeferd. Energy transfer in rotating turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 337 :303–332, 1997.
- [14] C. Cambon, R. Rubinstein, and F. S. Godeferd. Advances in wave turbulence : rapidly rotating flows. *New Journal of Physics*, 6 :73, 2004.
- [15] G. Comte-Bellot and S. Corrsin. The use of a contraction to improve the isotropy of grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 25 :657–682, 1966.
- [16] P.-P. Cortet, C. Lamriben, and F. Moisy. Viscous spreading of an inertial wave beam in a rotating fluid. *Physics of Fluids*, 22(8) :086603, 2010.
- [17] B. Cushman-Roisin. *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*. Prentice Hall College Div. 1994.
- [18] S. B. Dalziel. Decay of rotating turbulence : some particle tracking experiments. *Applied Scientific research*, 49 :217–244, 1992.
- [19] L. Danaila, F. Anselmet, T. Zhou, and R. A. Antonia. A generalization of Yaglom’s equation which accounts for the large-scale forcing in heated decaying turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 391 :359–372, 1999.
- [20] L. Danaila, F. Anselmet, T. Zhou, and R. A. Antonia. Turbulent energy scale budget equations in a fully developed channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 430 :87–109, 2001.
- [21] T. de Karman and L. Howarth. On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 164 :192–215, 1938.
- [22] S. C. Dickinson and R. R. Long. Oscillating-grid turbulence including effects of rotation. *Journal of Fluid Mechanics*, 126 :315–333, 1983.
- [23] Y. Duguet, J. F. Scott, and L. Le Penven. Instability inside a rotating gas cylinder subject to axial periodic strain. *Physics of Fluids*, 17(11) :114103, 2005.
- [24] Y. Duguet, J. F. Scott, and L. Le Penven. Oscillatory jets and instabilities in a rotating cylinder. *Physics of Fluids*, 18(10) :104104, 2006.
- [25] U. Frisch. *Turbulence. The legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press. 1995.
- [26] Y. Gagne, B. Castaing, C. Baudet, and Y. Malécot. Reynolds dependence of third-order velocity structure functions. *Physics of Fluids*, 16 :482–485, 2004.

- [27] S. Galtier. Weak inertial-wave turbulence theory. *Physical Review E*, 68(1) :015301, 2003.
- [28] S. Galtier. Exact vectorial law for homogeneous rotating turbulence. *Physical Review E*, 80(4) :046301, 2009.
- [29] F. S. Godeferd. Relating statistics to dynamics in axisymmetric homogeneous turbulence. *Physica D Nonlinear Phenomena*, 241 :794–802, 2012.
- [30] F. S. Godeferd and L. Lollini. Direct numerical simulations of turbulence with confinement and rotation. *Journal of Fluid Mechanics*, 393 :257–308, 1999.
- [31] H. L. Grant, R. W. Stewart, and A. Moilliet. Turbulence spectra from a tidal channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 12 :241–268, 1962.
- [32] H. P. Greenspan. *The theory of Rotating Fluids*. Cambridge University Press. 1995.
- [33] R. J. Hill. Applicability of Kolmogorov’s and Monin’s equations of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 353 :67–81, 1997.
- [34] R. J. Hill. Equations relating structure functions of all orders. *Journal of Fluid Mechanics*, 434 :379–388, 2001.
- [35] R. J. Hill. Exact second-order structure-function relationships. *Journal of Fluid Mechanics*, 468 :317–326, 2002.
- [36] E. J. Hopfinger, F. K. Browand, and Y. Gagne. Turbulence and waves in a rotating tank. *Journal of Fluid Mechanics*, 125 :505–534, 1982.
- [37] A. Ibbetson and D. J. Tritton. Experiments on turbulence in a rotating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 68 :639–672, 1975.
- [38] L. Jacquin, O. Leuchter, C. Cambon, and J. Mathieu. Homogeneous turbulence in the presence of rotation. *Journal of Fluid Mechanics*, 220 :1–52, 1990.
- [39] L. Kelvin. Vibration of columnar vortex. *Philos. Mag.*, 10 :155–168, 1880.
- [40] A. Kolmogorov. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds’ Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30 :301–305, 1941.
- [41] R. H. Kraichnan. Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence. *Physics of Fluids*, 10 :1417–1423, 1967.
- [42] C. Lamriben, P.-P. Cortet, and F. Moisy. Direct Measurements of Anisotropic Energy Transfers in a Rotating Turbulence Experiment. *Physical Review Letters*, 107(2) :024503, 2011.

- [43] C. Lamriben, P.-P. Cortet, F. Moisy, and L. R. M. Maas. Excitation of inertial modes in a closed grid turbulence experiment under rotation. *Physics of Fluids*, 23(1) :015102, 2011.
- [44] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Fluid mechanics*. Butterworth-Heinemann. 1959.
- [45] E. Levêque. *Contributions à la description de l'agitation turbulente d'un fluide visqueux incompressible. Habilitation à diriger des recherches, Ecole Normale Supérieure de Lyon*. 2004.
- [46] J. Lighthill. *Waves in fluids*. Cambridge University Press. 1978.
- [47] J. M. Lopez and F. Marques. Instabilities and inertial waves generated in a librating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 687 :171–193, 2011.
- [48] L. R. M. Maas. On the amphidromic structure of inertial waves in a rectangular parallelepiped. *Fluid Dynamics Research*, 33 :373–401, 2003.
- [49] L. R. M. Maas and F.-P. A. Lam. Geometric focusing of internal waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 300 :1–41, 1995.
- [50] A. D. McEwan. Inertial oscillations in a rotating fluid cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 40 :603–640, 1970.
- [51] S. P. McKenna and W. R. McGillis. Observations of flow repeatability and secondary circulation in an oscillating grid-stirred tank. *Physics of Fluids*, 16 :3499–3502, 2004.
- [52] P. D. Mininni, A. Alexakis, and A. Pouquet. Large-scale flow effects, energy transfer, and self-similarity on turbulence. *Physical Review E*, 74(1) :016303, 2006.
- [53] M. S. Mohamed and J. C. Larue. The decay power law in grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 219 :195–214, 1990.
- [54] F. Moisy, L. Agostini, and Tan G. Structure functions and energy transfers in a decaying rotating turbulence experiment. *Springer Proceedings in Physics*, 132 :427–430, 2009.
- [55] F. Moisy, C. Morize, M. Rabaud, and J. Sommeria. Decay laws, anisotropy, and cyclone anticyclone asymmetry in decaying rotating turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 666 :5–35, 2011.
- [56] F. Moisy, P. Tabeling, and H. Willaime. Kolmogorov Equation in a Fully Developed Turbulence Experiment. *Physical Review Letters*, 82 :3994–3997, 1999.
- [57] A. S. Monin and A. M. Yaglom. *Statistical fluid mechanics : Mechanics of turbulence. Volume 2* . 1975.

- [58] C. Morize. *De la turbulence 3D en déclin à la turbulence anisotrope dominée par la rotation. Thèse de doctorat de l'université Paris 7 - Denis Diderot.* 2006.
- [59] C. Morize and F. Moisy. Energy decay of rotating turbulence with confinement effects. *Physics of Fluids*, 18(6) :065107, 2006.
- [60] C. Morize, F. Moisy, and M. Rabaud. Decaying grid-generated turbulence in a rotating tank. *Physics of Fluids*, 17(9) :095105, 2005.
- [61] C. D. Murray and S. F. Dermott. *Solar system dynamics.* Cambridge University Press. 1999.
- [62] L. Mydlarski and Z. Warhaft. On the onset of high-Reynolds-number grid-generated wind tunnel turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 320 :331–368, 1996.
- [63] J. Noir, F. Hemmerlin, J. Wicht, S. M. Baca, and J. M. Aurnou. An experimental and numerical study of librationally driven flow in planetary cores and subsurface oceans. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 173 :141–152, 2009.
- [64] S. J. Peale and A. P. Boss. A spin-orbit constraint on the viscosity of a Mercurian liquid core. *Journal of Geophysical Research*, 82 :743–749, 1977.
- [65] J. Pedlosky. *Geophysical fluid dynamics.* Springer. 1982.
- [66] D. Prandle. The vertical structure of tidal currents. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 22 :29–49, 1982.
- [67] O. Reynolds. On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 186 :123–164, 1895.
- [68] P. Sagaut and C. Cambon. *Homogeneous Turbulence Dynamics.* Cambridge University Press. 1959.
- [69] A. Sauret, D. Cébron, M. Le Bars, and S. Le Dizès. Fluid flows in a librating cylinder. *Physics of Fluids*, 24(2) :026603, 2012.
- [70] A. Sauret, D. Cébron, C. Morize, and M. Le Bars. Experimental and numerical study of mean zonal flows generated by librations of a rotating spherical cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, 662 :260–268, 2010.
- [71] A. Sen, P. D. Mininni, D. Rosenberg, and A. pouquet. Anisotropy and non-universality in scaling laws of the large scale energy spectrum in rotating turbulence. *ArXiv e-prints*, 2012.
- [72] L. M. Smith and F. Waleffe. Transfer of energy to two-dimensional large scales in forced, rotating three-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 11 :1608–1622, 1999.

- [73] P. J. Staplehurst, P. A. Davidson, and S. B. Dalziel. Structure formation in homogeneous freely decaying rotating turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 598 :81–105, 2008.
- [74] G. I. Taylor. Statistical Theory of Turbulence. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 151 :421–444, 1935.
- [75] J. Tchoufag, P. Sagaut, and C. Cambon. Spectral approach to finite Reynolds number effects on Kolmogorov’s 4/5 law in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 24(1) :015107, 2012.
- [76] A. Tilgner. Driven inertial oscillations in spherical shells. *Physical Review E*, 59 :1789–1794, 1999.
- [77] S. S. Traugott. Influence of solid body rotation on screen produced turbulence. *NACA TN*, 1958.
- [78] L. J. A. van Bokhoven, H. J. H. Clercx, G. J. F. van Heijst, and R. R. Trieling. Experiments on rapidly rotating turbulent flows. *Physics of Fluids*, 21(9) :096601, 2009.
- [79] T. van Hoolst, N. Rambaux, Ö. Karatekin, V. Dehant, and A. Rivoldini. The librations, shape, and icy shell of Europa. *Icarus*, 195 :386–399, 2008.
- [80] F. Waleffe. Inertial transfers in the helical decomposition. *Physics of Fluids*, 5 :677–685, 1993.
- [81] R. A. Wigeland and H. M. Nagib. Effects of rotation on decay of turbulence. *Bulletin of the American Physical Society*, 23 :998, 1978.
- [82] T. Zhou and R. A. Antonia. Reynolds number dependence of the small-scale structure of grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 406 :81–107, 1999.
- [83] Y. Zhou. A phenomenological treatment of rotating turbulence. *Physics of Fluids*, 7 :2092–2094, 1995.
- [84] Y. Zhu, R. A. Antonia, and I. Hosokawa. Refined similarity hypotheses for turbulent velocity and temperature fields. *Physics of Fluids*, 7 :1637–1648, 1995.
- [85] R. Zimmermann, Y. Gasteuil, M. Bourgoïn, R. Volk, A. Pumir, and J.-F. Pinton. Rotational Intermittency and Turbulence Induced Lift Experienced by Large Particles in a Turbulent Flow. *Physical Review Letters*, 106(15) :154501, 2011.
- [86] R. Zimmermann, H. Xu, Y. Gasteuil, M. Bourgoïn, R. Volk, J.-F. Pinton, and E. Bodenschatz. The Lagrangian exploration module : An apparatus for the study of statistically homogeneous and isotropic turbulence. *Review of Scientific Instruments*, 81(5) :055112, 2010.