



**HAL**  
open science

# Etude de l'effet du conflit multicritère sur l'expression des préférences : Une approche empirique

Stéphane Deparis

► **To cite this version:**

Stéphane Deparis. Etude de l'effet du conflit multicritère sur l'expression des préférences : Une approche empirique. Autre. Ecole Centrale Paris, 2012. Français. NNT : 2012ECAP0029 . tel-00740658

**HAL Id: tel-00740658**

**<https://theses.hal.science/tel-00740658v1>**

Submitted on 10 Oct 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**ÉCOLE CENTRALE DES ARTS  
ET MANUFACTURES  
« ÉCOLE CENTRALE PARIS »**

**THÈSE**  
présentée par  
**Stéphane DEPARIS**

pour l'obtention du

**GRADE DE DOCTEUR**

**Spécialité : Informatique**

**Laboratoire d'accueil : Laboratoire Génie Industriel**

**SUJET : Etude de l'Effet du Conflit Multicritère sur l'Expression des  
Préférences : une Approche Empirique**

**soutenue le : 15 juin 2012**

**devant un jury composé de :**

**Denis BOUYSSOU  
Eric DANAN  
Vincent MOUSSEAU  
Patrice PERNY  
Marc PIRLOT  
Meltem ÖZTÜRK  
Alexis TSOUKIÀS**

**Rapporteur  
Examineur  
Directeur de thèse  
Rapporteur  
Rapporteur  
Co-encadrante  
Examineur**

# Résumé

Le travail de recherche présenté dans cette thèse s'inscrit dans le champ de l'aide multicritère à la décision. Ce champ concerne la décision dans un contexte où les alternatives sont jugées sous divers aspects, souvent conflictuels. Notre travail s'insère dans une approche descriptive et cherche à observer l'effet du conflit multicritère sur les préférences exprimées par le décideur. Dans un premier temps, nous proposons une définition de l'intensité du conflit multicritère entre deux alternatives puis nous nous intéressons aux préférences incomplètes et identifions deux classes de modèles de préférences incomplètes.

Notre principale contribution est ensuite d'observer et analyser l'effet du conflit lors du recueil des préférences d'un décideur. Nous avons pour cela conçu et mené deux expérimentations permettant de tester le recueil de préférences à travers des comparaisons par paires, et à travers des matchings. La première expérimentation nous permet de mettre en évidence une forme d'intransitivité de l'indifférence le long des chaînes d'isopréférence. Un fort conflit multicritère conduit les sujets à exprimer des préférences incomplètes. Les résultats obtenus lors de cette expérimentation sont en cours de publication (Deparis et al. [2012]). La seconde expérimentation nous permet de montrer que les asymétries déjà observées dans la littérature en réponse à un bi-matching sont fortement amplifiées par l'effet du conflit multicritère. Nous discutons des implications de ces résultats en termes d'élicitation des préférences. Enfin, nous analysons les résultats expérimentaux au regard de la labilité des préférences qu'ils révèlent.

Au-delà de cette contribution, notre thèse permet de mieux comprendre les interactions qui peuvent exister entre les approches normative, descriptive et prescriptive en décision multicritère.

---

Mots-clé : Aide multicritère à la décision, Conflit multicritère, Préférences incomplètes.

# Abstract

The research presented in this thesis lies in the field of multicriteria decision aid. This field deals with decision in a context where several aspects, usually in conflict, are considered when judging the alternatives. Our work stands in the descriptive approach and aims at observing the effect of multicriteria conflict on the preferences expressed by decision-makers. First, we propose a definition of the intensity of inter-alternative multicriteria conflict and then we consider incomplete preferences and identify two types of incomplete preference models.

Our main contribution is then to observe and analyse the effect of conflict when assessing the preferences of a decision-maker. In order to do so, we designed and led two experiments allowing to test the assessment of preferences through pairwise comparisons and matchings. The first experiment allows us to exhibit an intransitivity of indifference along isopreference chains. A large multicriteria conflict leads subjects to express incomplete preferences. Results obtained from this experiment are under publication (Deparis et al. [2012]). The second experiment allows us to show that asymmetries already observed in the literature in response to bimatnings are strongly amplified by multicriteria conflict. We discuss the implications of these results on elicitation of preferences. Finally, we analyse the experimental results with regard to the lability of preferences that they reveal.

Beyond this contribution, our thesis sheds a light on the interactions that exist between the normative, descriptive and prescriptive approaches in multicriteria decision-making.

Keywords: Multicriteria decision-making, Multicriteria conflict, Incomplete preferences.



# Remerciements

J'ai eu la chance de choisir le cours « Analyse expérimentale du comportement décisionnel » donné par Vincent Mousseau pendant mon master recherche au LAMSADE. J'ai aussi eu la chance de suivre avec plaisir le cours de modélisation des préférences de Denis Bouyssou lors de ce master. C'est en grande partie l'intérêt pour les sujets abordés lors de ces cours qui m'a conduit jusqu'ici. Vincent Mousseau et Meltem Öztürk ont accepté de m'encadrer pour ce travail de thèse. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec eux, et j'aimerais leur exprimer toute ma gratitude pour leurs conseils, qui m'ont été très précieux, et pour le temps qu'ils m'ont consacré.

J'ai pu en outre collaborer avec Caroline Huron et Christophe Pallier pour concevoir l'expérimentation présentée au Chapitre 5. J'aimerais les remercier pour leur aide. Au cours de ma thèse, j'ai encadré Walid Oukachbi pour son master recherche au LGI. C'est un travail en commun avec lui qui m'a permis d'obtenir les résultats présentés au Chapitre 6. J'aimerais le remercier ici.

Les professeurs Denis Bouyssou, Patrice Perny et Marc Pirlot ont accepté la charge de rapporteurs. Avec le professeur Alexis Tsoukiàs ils ont accepté de faire partie du Jury. Je suis honoré de pouvoir recevoir l'avis de spécialistes du domaine et j'aimerais vivement les en remercier. Eric Danan, dont les papiers ont fait partie de mes premières lectures de thèse, a accepté de se joindre à eux comme membre du Jury. Je lui suis extrêmement reconnaissant d'apporter son point de vue d'économiste.

Tout au long de ma thèse, j'ai eu la chance de discuter et d'être contredit par mes collègues du LGI, et spécialement par Olivier. Avec Guillaume et Yann, il m'a en outre permis de mettre en application la décision dans le risque

---

et expliqué le concept de *minimum blind*. Je leur dis merci, malgré les résultats hasardeux obtenus. Je remercie les membres du LGI, qui ont contribué à créer l’ambiance chaleureuse dont j’ai bénéficié tout au long de ma thèse, et en particulier Anne, Corinne, Delphine et Sylvie sans qui la vie au labo n’aurait pas été aussi agréable. Merci à tous mes collègues étrangers pour l’élévation de mon cosmopolitisme linguistique : Oliver Stone (le vrai), Chaaben, Abir, Shuangqing, Goknür, Ronay, Elisa, Rodrigo et Nicla. J’aimerais adresser des remerciements spéciaux à mes collègues et à mes amis sur qui j’ai testé mes algorithmes au début de ma thèse : Thibault, Oualid, Adel, Clément, Shuangqing, Nicolas, Chaaben, Arthur, Carlo, François, Yann, Guillaume, Moustapha et Laura. Mention spéciale à Yann, dont les préférences quasi-robotiques m’ont permis de détecter une erreur de programmation. Je remercie également tous les étudiants qui ont participé à mes expérimentations.

Wassila Ouerdane m’a proposé son aide dans la relecture de la thèse. Je la remercie chaleureusement d’avoir évité de nombreuses approximations et erreurs. Olivier Cailloux m’a grandement aidé dans le domptage de L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X pour la mise en forme finale de ce document. Je lui dis, en belge : “Merci !” J’aimerais aussi remercier mes parents, Duc et Georges, qui m’ont permis de mener des études longues et sinueuses, ma sœur Marie qui a sincèrement essayé de comprendre le titre de la thèse, et Xavier, mon frère jumeau, qui a relu certains passages et a supporté mes explications lorsque j’avais besoin de présenter impitoyablement le multicritère à un néophyte. Ana, tu as aussi toute ma gratitude (le manque de naturel de cette dernière phrase est dû à des menaces sur mon intégrité physique).

Enfin, ce travail n’aurait pas été le même sans la présence, le soutien, et les currys de Kathleen. Je lui exprime toute mon affection.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 L'Aide Multicritère à la Décision</b>	<b>5</b>
1.1 L'aide à la décision, qu'est-ce que c'est?	7
1.1.1 La décision multicritère ou l'art du compromis	7
1.1.2 L'aide à la décision en pratique : intervenants et déroulement	9
1.1.3 Trois approches en aide à la décision	11
1.2 Modélisation des préférences	15
1.2.1 Structures de préférence	16
1.2.2 Représentation numérique des structures de préférence	20
1.3 Agrégation et modélisation des préférences multicritères	22
1.3.1 Objets manipulés en modélisation multicritère des préférences	22
1.3.2 Agrégation des préférences	24
1.3.3 Agrégation par une fonction de synthèse : théorie de la valeur multi-attribut	25
1.3.4 Agrégation de relations binaires : surclassement	29
1.4 Elicitation des préférences	35
1.4.1 Nécessité d'une information préférentielle	35

TABLE DES MATIÈRES

---

1.4.2	Forme de l'information préférentielle . . . . .	37
1.4.3	Le comportement réel du décideur : intérêt de l'approche descriptive . . . . .	39
<b>2</b>	<b>Expérimentation des préférences pour l'AMCD</b>	<b>43</b>
2.1	Normes de rationalité et renversements de préférence . . . . .	46
2.1.1	Un exemple de renversement de préférence . . . . .	47
2.1.2	Invariance procédurale . . . . .	49
2.1.3	Invariance descriptive et invariance contextuelle . . . . .	54
2.2	Vers un Enrichissement des Modèles Descriptifs . . . . .	58
2.3	Eliciter les Préférences du Décideur Réel . . . . .	61
2.4	Conclusion . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Le Conflit en Décision Multicritère</b>	<b>67</b>
3.1	Définition et remarques préliminaires . . . . .	69
3.2	Différentes manifestations expérimentales du conflit . . . . .	73
3.3	Intensité du conflit bicritère entre deux alternatives . . . . .	77
3.4	Comment mesurer l'intensité du conflit multicritère ? . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Préférences Incomplètes</b>	<b>87</b>
4.1	Nécessité et sémantique des modèles de préférences incomplètes	90
4.1.1	Motivations pour modéliser des préférences incomplètes .	90
4.1.2	Sources de l'incomplétude en modélisation des préférences	92
4.2	Spécification incomplète des préférences . . . . .	94
4.2.1	L'exemple des relations de préférence possible et nécessaire dans UTA <sup>GMS</sup> . . . . .	94
4.2.2	Spécification incomplète d'un modèle de préférences, complet ou incomplet . . . . .	97
4.3	Incomplétude représentative d'un effet de veto . . . . .	99

<b>5</b>	<b>Effet du Conflit lors d'une Comparaison</b>	<b>105</b>
5.1	Hypothèses . . . . .	107
5.2	Méthode . . . . .	109
5.2.1	Participants . . . . .	111
5.2.2	Stimulus . . . . .	112
5.2.3	Procédure . . . . .	113
5.2.4	Mise en place de la Tâche principale . . . . .	116
5.2.5	Filtrage des données . . . . .	117
5.3	Résultats . . . . .	119
5.3.1	Incomparabilité . . . . .	121
5.3.2	Indifférence . . . . .	121
5.3.3	Préférences Strictes vs Réponses Symétriques . . . . .	122
5.3.4	Apprentissage et Temps de Réponse . . . . .	125
5.4	Discussion . . . . .	125
5.4.1	Expression de Préférences Incomplètes liées au Conflit . . . . .	126
5.4.2	Stratégies Cognitives Sous-jacentes à l'Expression de Pré- férences Incomplètes . . . . .	129
5.5	Recommandations pour l'élicitation au moyen de comparaisons par paire . . . . .	132
5.6	Conclusion . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Effet du Conflit lors d'un Matching</b>	<b>137</b>
6.1	La procédure de matching pour éliciter un taux de compensation	139
6.1.1	Description de la procédure . . . . .	139
6.1.2	Différents matchings possibles pour un même taux de compensation . . . . .	140
6.2	Asymétrie d'ajustement lors d'un double matching . . . . .	144
6.2.1	Description de la procédure de double matching . . . . .	144

*TABLE DES MATIÈRES*

---

6.2.2	Influences de la direction et de la valence sur les ajustements . . . . .	146
6.3	Hypothèses . . . . .	150
6.4	Méthode . . . . .	150
6.4.1	Variables dépendante et indépendantes lors de la tâche principale . . . . .	154
6.5	Résultats . . . . .	156
6.5.1	Asymétrie mesurée en minutes . . . . .	157
6.5.2	Asymétrie encodée en valeur partielle . . . . .	160
6.6	Interprétation . . . . .	163
6.6.1	Ancrage sur l'alternative-cible . . . . .	166
6.7	Recommandations pour l'élicitation à l'aide d'un matching . . .	171
<b>7</b>	<b>Les préférences comme objet versatile</b>	<b>175</b>
7.1	Variabilité de l'indifférence . . . . .	179
7.2	Elicitation d'isopréférences par des comparaisons à faible conflit : cohérence . . . . .	181
7.3	Variabilité des réponses à une comparaison par paire . . . . .	183
	<b>Conclusion</b>	<b>193</b>
<b>A</b>	<b>Algorithme d'Elicitation des Isopréférences</b>	<b>199</b>
<b>B</b>	<b>Consignes Exp. Comparaison par paire</b>	<b>203</b>
<b>C</b>	<b>Consignes Exp. Matching</b>	<b>211</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>221</b>
	<b>Liste des tables</b>	<b>225</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>227</b>

# Introduction

Choisir l'emplacement d'une maison, attribuer des priorités de financement à plusieurs projets intéressants, choisir quels vêtements emporter pour un week-end sur la côte. Ces problèmes de décision nécessitent d'évaluer les alternatives sur différents critères. Ils nécessitent d'effectuer des compromis. Lorsqu'il est important de considérer plusieurs aspects simultanément pour juger les alternatives en jeu dans une décision, cette dernière peut être modélisée de manière multicritère.

Un certain nombre de modèles normatifs ont été proposés en théorie de la décision pour ce type de problèmes, ainsi que pour les décisions dans le risque et dans l'incertain. Ces modèles décrivent des normes de rationalité. Maximiser l'utilité espérée, comparer deux alternatives indépendamment de la présence d'une troisième alternative qui est de toute façon inférieure à tout point de vue, accorder de l'importance à un critère en appréciant l'étendue de l'échelle sur laquelle il est mesuré. . . L'ensemble des règles associées à chaque modèle de décision garantit qu'une cohérence, définie explicitement, sera respectée dans la décision.

La façon dont les gens décident en réalité s'écartent régulièrement des modèles normatifs, ce qui permet d'affirmer que les décideurs réels ne sont pas rationnels du point de vue de ces modèles. La littérature décrit depuis la moitié du XXIème siècle les limitations cognitives du décideur humain (Simon [1955]). Le décideur réel utilise des stratégies heuristiques de décision pour résoudre les problèmes qu'il rencontre, ce qui apporte une économie cognitive mais au prix de raccourcis et d'approximations. Même des joueurs experts de casino changent de décision au sujet d'un même problème en fonction de la façon dont

il est présenté (Lichtenstein and Slovic [1973]), et contredisent ainsi les axiomes normatifs de Von Neumann et Morgenstern (Von Neumann et al. [2007]).

En parallèle à ces deux approches, normative et descriptive, l'aide à la décision à visée prescriptive se fixe comme objectif d'aider un décideur en structurant le problème de décision et en construisant un modèle de ses préférences sur lequel peut se baser une prescription. Au sein d'une démarche prescriptive, il faut en particulier questionner le décideur pour recueillir ses préférences et les intégrer au modèle.

Les travaux présentés dans cette thèse s'insèrent dans le courant descriptif avec une visée prescriptive. Faire de l'ingénierie de la décision nécessite de comprendre comment raisonnent les décideurs réels. L'analyste doit savoir faire face au comportement réel du décideur lors du recueil de ses préférences, et lors de l'élaboration d'une prescription. La *cumulative prospect theory* (Wakker [2010]) a montré que l'observation du comportement décisionnel peut également conduire à formuler des modèles normatifs plus compatibles avec les modalités de raisonnement effectives des décideurs.

Cette thèse entend contribuer à éclaircir la notion de conflit multicritère en adoptant une approche descriptive. Le conflit multicritère s'entend comme la divergence entre les performances sur les critères, qui empêche d'évaluer une alternative ou de comparer un couple d'alternatives sans opérer de compromis. Plus les différences d'évaluation sur les critères sont grandes entre deux alternatives, plus le décideur se trouve dans une situation discordante. Le bénéfice de toute décision s'accompagne alors de pertes considérables, qui peuvent entraîner un regret.

La contribution majeure de la thèse est de chercher à examiner et analyser les effets du conflit sur l'expression des préférences des décideurs effectifs, lorsqu'ils sont interrogés au moyen de deux procédures distinctes : la comparaison par paire et le matching. Nous avons pour cela conçu et mené deux expérimentations sur une quarantaine et une trentaine de sujets respectivement. Le conflit n'a pas le même effet selon la procédure utilisée pour questionner le décideur. Le conflit multicritère peut empêcher le décideur de se prononcer sur la comparaison entre deux alternatives et ainsi l'amener à exprimer des préférences incomplètes. Il peut aussi induire une variabilité systématique, dans une

direction bien définie, des réponses du décideur lorsqu'on interroge celui-ci par matching. Au-delà de cette contribution, notre thèse permet de mieux comprendre les liens qui peuvent exister entre les approches normative, descriptive et prescriptive en décision multicritère.

## Organisation de la thèse

Dans le premier chapitre, on présente le domaine de la décision multicritère. On décrit notamment deux classes de modèles d'agrégation qui présentent des différences intéressantes : les modèles construisant une fonction de synthèse pour évaluer les alternatives, et les modèles construisant un surclassement en se basant sur des comparaisons par paires. Peu de travaux empiriques ont été menés au sujet de cette dernière classe de modèles.

Le second chapitre nous sert à présenter le courant descriptif à travers des exemples de violations des normes de rationalité tirés de la littérature expérimentale en décision. Nous discutons de l'apport du courant descriptif dans la conception des modèles normatifs mais également de son impact sur l'approche prescriptive.

Nous définissons le conflit multicritère dans le troisième chapitre, et relations divers effets du conflit sur le comportement décisionnel issus de la littérature expérimentale. Nous identifions les composantes du conflit qu'il nous semble intéressant de contrôler expérimentalement. Nous proposons enfin des idées pour concevoir une mesure de l'intensité du conflit qui puisse guider une élicitation.

Dans le quatrième chapitre, nous discutons des modèles permettant de représenter des préférences incomplètes. Nous nous demandons quand est-ce qu'il est pertinent d'autoriser l'incomplétude des préférences. Nous distinguons ensuite entre deux types de modèle de préférences incomplètes : ceux où un modèle est insuffisamment spécifié, de manière volontaire, ce qui permet de définir des relations de préférences possibles et nécessaires, et ceux où c'est l'incapacité de comparer, due au conflit multicritère, qui est modélisée à l'aide de seuils de veto.

Nous présentons dans les chapitres 5 et 6 deux expérimentations sur les

préférences que nous avons réalisées et fait passer à des groupes de sujets. La première expérimentation vise à observer l'effet du conflit multicritère lors de la comparaison d'alternatives, en fonction de la possibilité pour le sujet d'exprimer de l'incomparabilité. Le conflit est manipulé à travers la différence d'évaluation sur un critère et la différence d'attractivité globale entre les alternatives. Nous avons observé une forme d'intransitivité de l'indifférence le long des courbes d'isopréférences. La seconde expérimentation a pour but d'examiner l'effet du conflit sur l'expression de préférences à l'aide de matchings. Des asymétries dans les réponses ont déjà été observées dans la littérature lorsque l'on fait effectuer un matching et le matching réciproque à un même sujet. Nous avons mis à jour un effet considérable du conflit sur ces asymétries.

Le dernier chapitre concerne la nature labile des préférences. Les jugements de préférences exprimés par les décideurs réels présentent une variabilité que l'on peut attribuer à l'erreur de mesure expérimentale, mais aussi à l'évolution des préférences du décideur. Nous examinons les données recueillies au cours de nos expérimentations afin d'analyser la variabilité des réponses. Nous discutons également de l'effet du conflit multicritère sur cette labilité des préférences.



# Chapitre 1

## L'Aide Multicritère à la Décision

**Résumé :**

Ce chapitre présente un aperçu du champ de l'aide multicritère à la décision (AMCD), dans lequel s'inscrit cette thèse. L'AMCD propose une méthodologie pour aider un décideur à comprendre et modéliser un problème, et à structurer ses préférences au sujet d'alternatives jugées sur des aspects multiples, potentiellement conflictuels.

Dans un premier temps, nous exposons les objectifs et la démarche de l'aide multicritère à la décision. Ensuite, nous présentons les résultats essentiels de la modélisation des préférences, sur lesquels s'appuient l'AMCD, avant de décrire deux classes de méthodes d'agrégation des préférences qui présentent des différences intéressantes : celles procédant par construction d'une fonction de synthèse, et celles basées sur la comparaison par paires des alternatives.

Enfin, nous présentons une étape de l'AMCD qui revêt une importance particulière pour cette thèse : celle du recueil des préférences du décideur par l'homme d'étude afin de les intégrer à un modèle de préférence. Il s'agit de l'élicitation des préférences.

## 1.1 L'aide à la décision, qu'est-ce que c'est ?

### 1.1.1 La décision multicritère ou l'art du compromis

Mettons-nous à la place d'un responsable politique qui doit donner son aval pour l'emplacement d'un nouvel aéroport <sup>1</sup>. Le choix de l'emplacement a des conséquences sur de nombreux aspects, ce qui rend le problème complexe. Cet aéroport va entre autres augmenter l'activité commerciale et touristique de la zone, il va aussi augmenter les nuisances sonores. Le terrain et le climat de tel emplacement potentiel font que le coût de construction est moins élevé que pour les autres, mais un comité local est opposé à l'apparition d'un aéroport à cet endroit, etc. À supposer que pour chaque emplacement potentiel, les conséquences sur tous les aspects sont prévues avec une précision raisonnable, il reste à faire des compromis entre tous les objectifs de la décision. L'aide à la décision a pour but de formaliser un tel problème afin de clarifier la manière dont les compromis seront effectués, et d'aider le décideur à structurer ses préférences. Elle permet de s'assurer que l'action choisie soit optimale *compte tenu* des préférences du décideur. L'aide à la décision permet également de s'assurer que la procédure de décision respecte certaines normes de rationalité explicites.

Il existe toujours une part d'incertitude dans un problème réel de décision, mais il existe des cas où l'on peut raisonnablement l'ignorer, et d'autres où l'incertitude a une grande influence sur la décision. On distingue trois domaines selon le traitement accordé à l'incertitude. *La décision multicritère* concerne les problèmes où les actions sont jugées selon plusieurs points de vues ou critères, en négligeant toute incertitude (voir Keeney and Raiffa [1976], Saaty [1980] et Roy [1996]). Le choix d'une voiture, connaissant les caractéristiques de tous les modèles disponibles (coût, consommation, sécurité, etc.) constitue un bon exemple d'une telle situation. Une action n'étant généralement pas la meilleure sur tous les critères à la fois, il est nécessaire d'effectuer des compromis ou des jugements de valeur. On cherche à intégrer de manière formelle les jugements de valeur et à en déduire les conséquences pour le problème. *La décision dans le risque* traite des problèmes où les distributions de probabilités

---

<sup>1</sup>Cet exemple est adapté de Keeney and Raiffa [1976].

des conséquences attachées aux actions existent et sont parfaitement connues (voir Von Neumann et al. [2007] et Wakker [2010]). L'exemple classique dans ce domaine est le choix entre des loteries dont les gains et les probabilités associées sont donnés à l'avance. Enfin, *la décision dans l'incertain* traite des problèmes de décision pour lesquels les distributions de probabilité n'existent pas ou sont inconnues (Savage [1954], Allais [1953], Ellsberg [1961]). On se demande comment faire des choix avec le peu d'informations disponibles. Par exemple, comment choisir sur quel cheval parier lors d'une course, sachant qu'on ne peut prévoir le vainqueur même en connaissant le résultat de toutes les courses précédentes ?

Dans cette thèse, on s'intéresse exclusivement aux problèmes de décision multicritère. A ce titre, on considère que les informations sur les conséquences des actions sont connues avec certitude (en tout cas assez de certitude). Dans ce type de situations, il est en général impossible de maximiser tous les objectifs à la fois. Pour le décideur, le cœur du problème est d'effectuer des compromis entre les objectifs (*value trade-offs*). Il faut remarquer ici que le problème central de la valeur demeure dans les deux autres types de décision, même si l'on résout les problèmes liés à l'incertitude. Mentionnons simplement qu'il existe de nombreux concepts et résultats communs au domaine qui nous intéresse et aux deux autres (dans le risque, dans l'incertain). Considérant le domaine de la décision multicritère, on peut distinguer trois types de problématique (voir Roy [1985], chap.6 et Bana e Costa [1996] pour une réflexion plus approfondie) :

**la sélection** consiste à choisir un sous-ensemble d'actions, voire un singleton ("la meilleure action", par exemple choisir un site de localisation pour une centrale),

**l'affectation** consiste à répartir les actions dans des catégories prédéfinies (par exemple pour trier des dossiers d'attribution de crédit, des dossiers médicaux en fonction du diagnostic),

**le classement** consiste à ranger les actions de la moins bonne à la meilleure (par exemple un classement olympique des différents athlètes).

Ces problématiques sont aussi appelées respectivement **choix**, **tri** et **range-ment**. Elles correspondent chacune à un objectif final, demandent plus ou

moins d'efforts, et ont donné lieu à l'élaboration de méthodes spécifiques. Néanmoins, elles renvoient toutes à l'action fondamentale de *comparer* des actions, en prenant en compte plusieurs critères. Par exemple, pour résoudre un problème de type affectation, il paraît naturel de comparer les alternatives que l'on souhaite ranger aux profils inférieur et supérieur qui définissent chaque catégorie (ce principe est utilisé dans Mousseau and Slowinski [1998]).

### 1.1.2 L'aide à la décision en pratique : intervenants et déroulement

Pour décrire la pratique de l'aide à la décision, nous renvoyons à la définition donnée par Roy [1985], chap.1 :

**Définition 1.1.2.1** (Aide à la décision). *L'aide à la décision est l'activité de celui qui, prenant appui sur des modèles clairement explicités mais non nécessairement complètement formalisés, aide à obtenir des éléments de réponses aux questions que se pose un intervenant dans un processus de décision, éléments concourant à éclairer la décision et normalement à prescrire, ou simplement à favoriser, un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution du processus d'une part, les objectifs et le système de valeurs au service desquels cet intervenant se trouve placé d'autre part.*

Les objets auxquels on se ramène pour modéliser un problème de décision multicritère sont :

- l'ensemble des alternatives. On peut aussi les appeler actions ou options.
- l'ensemble des critères ou points de vue selon lesquels sont jugées les actions.

Ils seront définis plus précisément à la Sous-section 1.3.1.

On prend comme hypothèse que l'aide à la décision est une pratique faisant intervenir au moins deux acteurs : le *décideur* (decision-maker ou DM en anglais), qui est confronté à un problème de décision. Il possède habituellement une certaine expertise dans le domaine concerné. Il souhaite se faire

assister. L'*analyste* ou homme d'étude, qui est habilité à structurer le problème de décision et modéliser les préférences du décideur afin de produire une recommandation finale. Par sa connaissance des modèles formels de décision, il peut apporter une garantie de rationalité, i.e., assurer que la structure de préférences issue du processus respecte certains axiomes (voir théorèmes de représentation 1.3.3). Parmi les enjeux principaux de l'analyste figurent : aider le décideur à trouver une représentation adaptée du problème, et aider le décideur à identifier où interviennent ses jugements de valeurs ou préférences. Enfin, il doit représenter les préférences du DM à l'aide d'un langage formel permettant de s'assurer que le processus de décision suit des règles de rationalité, choisies en fonction du décideur et de la nature du problème. Bien entendu, il se peut que le problème concerne un groupe de décideurs. Il existe des problématiques spécifiques à cette situation, comme celle d'agrèger les préférences de l'ensemble des décideurs. Nous nous intéressons dans cette thèse au cas de base, avec un décideur.

Le décideur fait appel à l'analyste alors qu'il est confronté à un problème de décision complexe. En général, le problème n'est pas encore clairement et exhaustivement formulé. Trouver la bonne représentation du problème, avant même de le résoudre formellement, constitue une part cruciale de l'aide à la décision. On considère ainsi que le processus d'aide à la décision se décompose en quatre étapes (Tsoukiàs [2007], voir aussi Roy [1985], chap.4) :

1. une représentation du problème de décision : quels sont les participants, les enjeux, les conséquences liées au problème de décision ? La décision peut-elle être légitimement prise par le décideur ?
2. une formulation du problème : quelles sont les actions potentielles ? De quels points de vue seront-elles jugées ? Quel doit être le produit de la décision (voir les problématiques décrites en introduction.)
3. un modèle d'évaluation : une description formelle incluant : les alternatives, les attributs, les échelles, la méthode d'agrégation.
4. des recommandations finales, supportées par des justifications.

Voir Bouyssou et al. [2006], chap. 2, pour une présentation détaillée des produits d'un processus d'aide à la décision.

Pour construire une recommandation à partir du modèle d'évaluation, il est nécessaire de recueillir les préférences du décideur, et de les représenter dans un modèle. En pratique, il est courant que plusieurs décideurs interviennent simultanément dans le processus de décision. L'aide à la décision fournit un cadre permettant aux décideurs d'argumenter et de communiquer leurs points de vue respectifs.

### 1.1.3 Trois approches en aide à la décision

La décision intéresse les communautés de diverses disciplines, avec une lentille particulière pour chacune. Pour faire court, disons que les mathématiciens et économistes cherchent à proposer des modèles et des procédures de décision rationnelle. Les psychologues cherchent à décrire le comportement des gens et à déterminer quelles limitations cognitives expliquent les déviations par rapport aux canons rationnels. Enfin, les analystes et chercheurs en science de gestion et recherche opérationnelle cherchent à aider des décideurs réels à prendre des décisions de meilleure qualité. Ils cherchent à améliorer la pratique de la décision. Il est important d'avoir conscience de ces trois approches et de leurs interactions lorsque l'on parle d'aide à la décision (voir Bell et al. [1988], Bouyssou et al. [2006], pp.21-27, Stanovich and West [1999], Gál et al. [1999], chap.5, Weber and Coskunoglu [1990]) :

**approche normative** Étant donné les préférences du décideur, quelle décision est optimale ? Quelles règles devrait suivre un agent rationnel ? Quels modèles de décision permettent de suivre ces règles ?

**approche descriptive** Comment les décideurs réels se comportent-ils ? Comment utilisent-ils leurs préférences lorsqu'ils prennent une décision ? Peut-on construire un modèle rendant compte de ces observations ?

**approche prescriptive** Comment aider un décideur qui aspire à faire un choix rationnel malgré ses limitations cognitives ? Comment recueillir

ses préférences ? Comment bâtir des recommandations pour qu'il prenne une décision conforme à ses points de vue ?

Dans les paragraphes qui suivent, nous essayons de présenter en détail l'approche normative. Nous ne donnons qu'une rapide description des approches descriptive et prescriptive, car le Chapitre 2 est tout entier consacré à l'approche descriptive et à son intérêt quant aux deux autres approches. En effet, cette thèse s'inscrit principalement dans l'approche descriptive. On présente notamment dans les Chapitres 5 et 6, deux expérimentations visant à observer l'expression de préférences au moyen de tâches spécifiques (comparaison par paire et matching), et en contrôlant l'intensité du conflit multicritère (voir Chapitre 3) entre les alternatives jugées par le décideur.

Au sein de la théorie normative, on trouve des modèles de décision (certains seront décrits dans la suite de ce chapitre) qui prennent en entrée, outre les évaluations de chaque alternative sur chaque critère, les préférences du décideur, à travers des *paramètres* (poids des critères, seuils de veto, fonction d'utilité, etc.) et qui donnent en sortie une réponse initiale à la problématique de décision : la meilleure alternative, un classement, un rangement. Cette solution permet de bâtir une recommandation. Insistons cependant sur le fait que c'est tout le processus de structuration des préférences qui doit être vu comme l'apport principal de l'aide à la décision. Il permet au décideur de construire, asseoir et faire partager des convictions (Roy [1985]). La prescription finale n'est qu'une préconisation qui dérive de ce processus. Les modèles se différencient notamment par le type et la quantité d'information demandée en entrée, mais aussi par les propriétés de la structure que le modèle fournit : est-ce que les alternatives sont toutes comparables ? Est-ce que les préférences établies sont transitives ? Est-ce que la structure finale est sensible à de petits changements sur les paramètres qui représentent le jugement du décideur ? Une partie de la recherche en aide à la décision consiste à caractériser les modèles de représentation des préférences, c'est-à-dire à décrire ces modèles par des conditions nécessaires et suffisantes portant sur les structures de préférences que le modèle est susceptible de fournir (cf. Słowiński et al. [2002]).

Pour éclairer ces notions, prenons un exemple familier de modèle de préférences : la somme pondérée. Tout le monde a déjà calculé une moyenne scolaire



en additionnant la moyenne dans chaque matière, pondérée par le coefficient correspondant. La somme pondérée est aussi largement utilisée dans les magazines de consommateurs, pour comparer les produits, à partir d'évaluations sur des critères (prix, longévité, design, qualité du service, etc.). Si les poids sont dans ces deux cas établis par une instance supérieure et acceptés en tant que tels (l'éducation nationale définit les coefficients pour la moyenne au baccalauréat, la rédaction du magazine de consommateurs définit des poids pour la note finale des produits), on peut facilement imaginer qu'un décideur puisse décider d'utiliser un autre jeu de poids, correspondant à ses objectifs, ou à ses préférences, pour calculer une note globale. Ainsi, une directrice de classes préparatoires scientifiques souhaitant évaluer des dossiers d'élèves candidats va donner un poids plus important aux mathématiques et aux sciences physiques que les poids accordés au baccalauréat. Ou encore, un consommateur sensible à l'impact écologique peut décider de calculer les notes de plusieurs produits en accordant une plus grande importance aux critères en lien avec le coût écologique : longévité, endroit de fabrication, etc.

La somme pondérée est donc bien un modèle de préférences, au sens où elle prend en entrée les évaluations des alternatives (notes) et les préférences d'un décideur (à travers des poids, représentant les compromis autorisés par le décideur), et donne en sortie un classement des alternatives, censé représenter les préférences du décideur. Mais ce modèle, certes simple et intuitif, possède quelques désavantages : entre autres, il nécessite qu'une évaluation numérique soit disponible sur chaque critère, et, pour que les poids aient un sens, il faut qu'on puisse comparer ces évaluations entre les critères, et que les échelles associées à chaque critère soient définies auparavant. Il est d'ailleurs à noter qu'on trouve souvent des utilisations de la somme pondérée qui, faute de prendre en compte ses restrictions, aboutissent à des notes arbitraires (voir Bouyssou et al. [2000], pp.97-105, pour une discussion générale et Billaut et al. [2010] pour l'exemple du classement de Shanghai).

La somme pondérée comporte également un désavantage notable au niveau de son pouvoir de représentation : il se peut qu'aucun jeu de poids ne permette de donner la meilleure note à l'alternative la plus équilibrée disponible. Par exemple, dans le Tableau 1.1, seuls Arthur et Michel sont susceptibles d'avoir

TABLE 1.1 – Un concours avec deux épreuves : mathématiques et français.

	MATH	FRA
Michel	20	5
Arthur	6	18
Ana	12	12

la meilleure moyenne, parmi les trois candidats, selon les poids accordés à chacune des deux matières. Pourtant Ana a un profil de notes plus équilibré. On peut imaginer nombre de situations de décision où il serait souhaitable de favoriser les alternatives ayant seulement des évaluations correctes par rapport aux alternatives présentant de forts désavantages compensés par de forts avantages. Par exemple, Ana aurait le plus de chance de remporter un concours dans lequel une note inférieure à 7 est éliminatoire. La somme pondérée ne permet pas de représenter de telles préférences, où existe une “prime à l’équilibre”.

Un des objectifs de recherche dans l’approche normative est donc de caractériser les modèles de préférences par leurs propriétés. Une telle connaissance intervient de manière cruciale dans l’aide pour un problème de décision : dans le choix du modèle de préférence adapté, dans le choix de la méthode faisant intervenir le modèle de préférences, et enfin dans le choix de la méthode d’élicitation, i.e. de recueil des préférences.

L’approche descriptive, quant à elle, consiste à observer le comportement effectif de décision et à décrire les stratégies utilisées par un décideur réel. Deux courants distincts coexistent : les expérimentations contrôlées en laboratoire, où l’on teste des hypothèses en utilisant des protocoles intra ou inter-sujet (e.g. Kahneman and Tversky [1984]), et l’étude du comportement décisionnel sur le terrain, le plus souvent en s’intéressant à un expert du domaine comme un pilote d’avion ou un docteur par exemple (“*naturalistic decision-making*”, voir Zsombok and Klein [1997]). Nous nous intéresserons particulièrement à la première approche dans cette thèse (la description de l’approche expérimentale en décision fait l’objet du Chapitre 2). Elle a permis de mettre en lumière le décalage entre les caractéristiques cognitives des décideurs et les hypothèses de rationalité de l’agent qui sous-tendent les théories normatives, ouvrant la

voie à une amélioration de la capacité descriptive des modèles.

Enfin, l'approche prescriptive tire parti des résultats des deux approches précédentes. On s'intéresse à ce que l'homme d'étude peut faire pour aider le décideur ici et maintenant, c'est-à-dire face à un problème spécifique, et en considérant ses limitations cognitives. Par exemple, étudier l'influence du mode de questionnement sur l'élaboration des préférences permet d'avoir une meilleure compréhension de la nature des préférences et d'utiliser des méthodes appropriées pour recueillir les préférences. Dans la pratique, prescrire peut consister à reformuler le problème de décision sous diverses formes pour aider le décideur à se forger une conviction sur ses préférences. Par exemple, si le décideur est devant un choix binaire, entre  $A$  et  $C$ , l'analyste, après s'être assuré que le décideur souhaite exprimer des préférences transitives, peut introduire une alternative fictive  $B$  qui aide le décideur à choisir (voir les exemples dans Bell et al. [1988], pp.9-14).

Dans la suite du chapitre, on présente les principales structures mathématiques utilisées pour représenter les préférences multicritères. On décrit également le processus de recueil des préférences qui sert à paramétrer un modèle : l'élicitation des préférences.

## 1.2 Modélisation des préférences

Avant de prendre en considération plusieurs points de vue ou critères, on doit se demander comment représenter les préférences d'un décideur au sujet d'alternatives évaluées de manière univoque. Étant donné un ensemble d'alternatives fini,  $A = \{a, b, c, \dots\}$ , il y a plusieurs façon de modéliser les préférence d'un décideur sur  $A$ . Ces représentations sont utiles à deux niveaux lorsque l'on veut représenter des préférences multicritères :

1. on veut identifier et quantifier, sur un critère donné, les préférences du décideur.
2. après agrégation des préférences monocritère, c'est-à-dire lorsque l'on s'intéresse aux préférences du décideur prenant en compte tous les critères, on veut identifier et quantifier ces préférences globales.

Les définitions des deux sous-sections suivantes sont tirées ou adaptées de Oztürk et al. [2005] et Roubens and Vincke [1985], auxquels on peut se reporter pour une revue plus détaillée de la modélisation des préférences.

### 1.2.1 Structures de préférence

C'est à travers la façon dont le décideur compare des alternatives que l'on tente de cerner ses préférences. Il est donc naturel de faire appel à la notion fondamentale de *relation binaire* pour parler de comment se comparent deux objets.

**Définition 1.2.1.1** (Relation Binaire). *Une relation binaire  $B$  est un sous-ensemble du produit cartésien  $A \times A$ .*

Pour indiquer que la paire ordonnée  $(a, b)$  appartient à  $B$ , on note le plus souvent  $aBb$ .

**Définition 1.2.1.2** (Quelques propriétés remarquables des relations binaires). *Soit  $B$  une relation binaire sur un ensemble  $A$ .  $B$  est qualifiée de :*

*réflexive lorsque :  $\forall a \in A, aBa$ .*

*irréflexive lorsque :  $\forall a \in A, \neg(aBa)$ .*

*symétrique lorsque :  $\forall a, b \in A, aBb \Rightarrow bBa$ .*

*asymétrique lorsque :  $\forall a, b \in A, aBb \Rightarrow \neg(bBa)$ .*

*antisymétrique lorsque :  $\forall a, b \in A, \{aBb \text{ et } bBa\} \Rightarrow a = b$ .*

*transitive lorsque :  $\forall a, b, c \in A, \{aBb \text{ et } bBc\} \Rightarrow aBc$ .*

*négativement transitive lorsque :  $\forall a, b, c \in A, \{\neg(aBb) \text{ et } \neg(bBc)\} \Rightarrow \neg(aBc)$ .*

*semitransitif lorsque :  $\forall a, b, c \in A, \{aBb \text{ et } bBc\} \Rightarrow \forall d \in A, aBd \text{ ou } dBc$ .*

*de Ferrers lorsque :  $\forall a, b, c, d \in A, \{aBb \text{ et } cBd\} \Rightarrow \{aBd \text{ ou } cBb\}$ .*

*complète lorsque :  $\forall a, b \in A, aBb \text{ ou } bBa$ .*

On considère généralement que trois états ou trois attitudes suffisent en première approximation pour décrire le jugement possible du décideur à propos de la comparaison de deux alternatives. Chacune de ses attitudes est exprimée à l'aide d'une relation binaire :

- le décideur préfère l'alternative  $a$  à l'alternative  $b$ . On l'exprime par la relation de préférence :  $a \succ b$ .
- le décideur est indifférent(e) entre les deux alternatives. On l'exprime par la relation d'indifférence :  $a \sim b$ .
- le décideur considère que les alternatives  $a$  et  $b$  sont incomparables. On l'exprime par la relation d'incomparabilité :  $a?b$ .

La première relation s'appelle relation de *préférence* ou de *préférence stricte*. Pour le triplet  $\{\succ, \sim, ?\}$  on utilise aussi les notations  $\{P, I, J\}$  ou  $\{P, I, R\}$  (respectivement). La relation d'incomparabilité correspond aux situations où le décideur n'est pas en mesure d'exprimer une préférence ou une indifférence entre les deux alternatives. Il peut paraître malvenu de représenter une telle situation à première vue : parce qu'on aimerait éviter de laisser le décideur hésiter, ou parce qu'on ne souhaite pas arriver à cette conclusion à la fin de l'analyse. Certains modèles négligent cette situation et se fondent uniquement sur  $\succ$  et  $\sim$ . On verra dans la suite pour quelles raisons il peut être utile de modéliser la situation d'incomparabilité (voir le Chapitre 4). En pratique, les raisons de cette incapacité à exprimer une préférence ou une indifférence diffèrent selon les modèles envisagés. On en citera deux pour le moment. En termes d'élicitation des préférences (recueil des préférences du décideur afin de les incorporer au modèle, voir Section 1.4) : pour autoriser une phase transitoire au cours de laquelle le DM n'est pas obligé de se prononcer. Dans la perspective d'une interaction avec le décideur, cela permet de n'utiliser que les jugements pour lesquels il n'a aucune hésitation dans une première phase d'élicitation. En termes de modélisation, il se peut que cette réponse ne représente pas un comportement, mais soit utilisée dans des cas où les données ne permettent pas de conclure, où une situation de préférence stricte serait arbitraire. Ces trois relations permettent de définir une structure sur l'ensemble des alternatives  $A$  :

**Définition 1.2.1.3** (Structure de Préférence). *Une structure de préférence sur l'ensemble  $A$  est un triplet  $\{\succ, \sim, ?\}$  de relations binaires sur  $A$  vérifiant les propriétés suivantes :*

- $\succ$  est asymétrique,
- $\sim$  est réflexive et symétrique,
- $?$  est irréflexive et symétrique,
- $\succ \cup \sim \cup ?$  est complète,
- $\succ \cap \sim = \emptyset, \sim \cap ? = \emptyset, \succ \cap ? = \emptyset$ .

Une unique relation binaire suffit à caractériser toute structure de préférence :

**Définition 1.2.1.4** (Relation Caractéristique). *Soit un ensemble  $A$  muni d'une structure de préférence  $\{\succ, \sim, ?\}$ . La relation binaire  $\succ \cup \sim$  s'appelle relation caractéristique et se note  $\succcurlyeq$ .*

$$\forall (a, b) \in A^2, a \succcurlyeq b \text{ ssi } a(\succ \cup \sim)b.$$

On trouve également la notation  $S$  pour la relation caractéristique. On appelle généralement cette relation *préférence faible* (par opposition à la préférence stricte  $\succ$ ), ou *surclassement*. “ $a \succcurlyeq b$ ” peut se lire “ $a$  est au moins aussi bon que  $b$ ”. Par définition, la relation caractéristique est réflexive. Certains ouvrages définissent d'ailleurs les structures de préférences comme des relations binaires réflexives. Enfin,  $\succ$  et  $\sim$  étant respectivement la partie asymétrique et symétrique de  $\succcurlyeq$ , on peut déduire  $\succ, \sim, ?$  de  $\succcurlyeq$  et réciproquement, grâce aux équivalences suivantes :

$$\begin{cases} a \succ b & \Leftrightarrow a \succcurlyeq b \text{ et non}(b \succcurlyeq a), \\ a \sim b & \Leftrightarrow a \succcurlyeq b \text{ et } b \succcurlyeq a, \\ a ? b & \Leftrightarrow \text{non}(a \succcurlyeq b) \text{ et non}(b \succcurlyeq a). \end{cases}$$

En fonction des propriétés dont on dote les relations, on peut définir différents types de structures, en particulier les ordres et les préordres.

**Définition 1.2.1.5** (Ordre). *Une relation d'ordre ou un ordre est une relation binaire  $B$  qui est :*

- *réflexive,*
- *antisymétrique,*
- *transitive.*

**Définition 1.2.1.6** (Préordre). *Un préordre est une relation binaire  $B$  qui est réflexive et transitive.*

On voit que ce qui différencie un ordre d'un préordre est l'exigence (ou non) d'antisymétrie. La propriété d'antisymétrie empêche l'existence d'*ex æquo*, ou d'alternatives indifférentes mais distinctes, dans un ordre. On a donc que dans un ordre, par définition,  $\sim = \{(a, a) \in A^2\}$ , et donc  $\succsim$  se réduit à  $\succ$  pour toutes les paires d'alternatives différentes.

Dans beaucoup de modèles, on suppose que toutes les alternatives sont comparables, et on parle alors de préférences complètes. Pour tout couple  $(a, b) \in A^2$ ,  $a \succsim b$  est vrai ou bien  $b \succsim a$  est vrai. En particulier, on peut définir un ordre complet et un préordre complet (en anglais : total order et total preorder).

Il se peut que les décideurs n'expriment pas une indifférence transitive. Cette idée a notamment été évoquée par Poincaré [1905] et Luce [1956]. Un exemple classique de Luce [1956] permet de saisir l'idée de cette intransitivité. Considérons que Guillaume a l'habitude de boire son café avec un sucre. On sait qu'il préfère un café contenant un morceau de sucre ( $1m$ ) à un café en contenant deux ( $2m$ ), ce que l'on peut noter  $1m \succ 2m$ . Par contre, les capacités gustatives humaines de Guillaume l'empêche de percevoir la différence entre un morceau de sucre et un morceau de sucre *plus* un grain ( $1m1g$ ). Il est donc nécessairement indifférent entre les deux, ce que l'on peut noter  $1m \sim 1m1g$ . Cette indifférence liée à une absence de discrimination vaut de proche en proche pour tout grain que l'on peut ajouter, jusqu'à obtenir deux morceaux de sucre :  $1m \sim 1m1g \sim 1m2g \sim \dots \sim 1m7999g \sim 2m$ . Si l'indifférence est transitive, elle impose alors  $1m \sim 2m$ , ce qui contredit les préférences de Guillaume.

L'intransitivité de l'indifférence est dans l'exemple précédent directement due à une limitation sensorielle. Il faut noter que l'on peut trouver des exemples d'intransitivité où la différence est détectable. Ainsi, considérons que Diana est indifférente entre acheter un PC portable coûtant 800€ et un Macbook coûtant 1200€. Il en sera de même malgré 3€ de plus pour acheter le Macbook. On a alors :  $(\text{Mac}, 1200\text{€}) \sim (\text{PC}, 800\text{€}) \sim (\text{Mac}, 1203\text{€})$ . Pourtant, il est clair que  $(\text{Mac}, 1200\text{€}) \succ (\text{Mac}, 1203\text{€})$ . Autrement dit, la différence de 3€ est détectable et suffisante pour entraîner une préférence, mais peut être insuffisante pour se dégager d'une indifférence.

Luce [1956] et Fishburn [1985] ont proposé des structures qui n'imposent pas d'indifférence transitive, parmi lesquelles :

**Définition 1.2.1.7** (Ordre d'intervalle). *Un ordre d'intervalle est une relation binaire  $B$  qui est de Ferrers et complète.*

**Définition 1.2.1.8** (Semi-ordre). *Un semi-ordre est un ordre d'intervalle  $B$  qui est semitransitif.*

Enfin, il existe d'autres modèles de préférences permettant de prendre en compte la connaissance imparfaite des évaluations des actions ou des préférences du décideur. Ils font par exemple appel aux notions de pseudo-critères, de relations de préférence munies de seuils de discrimination (voir par exemple Roy [1985], chap. 9). On trouvera une présentation exhaustive des relations binaires et des structures de préférences dans Bouyssou et al. [2003].

## 1.2.2 Représentation numérique des structures de préférence

Dans de nombreux domaines d'application, modéliser les préférences n'est qu'une étape nécessaire à la résolution d'un problème de décision. Par exemple, en économie, on cherche à modéliser les préférences du consommateur, afin de prévoir son comportement au cours de divers scénarios, et pouvoir formuler des politiques d'incitations. On a rapidement cherché à ramener les problèmes de décision impliquant des préférences à des problèmes d'optimisation classiques. Pour cela, il est pratique de passer d'une relation binaire à une représentation



numérique par une fonction. L'un des résultats centraux de la modélisation des préférences est le théorème de représentation (Krantz et al. [1971]). Par exemple, dans le cas des préordres complets :

**Théorème 1.2.2.1** (Représentation numérique d'un préordre complet). *Une relation binaire  $\succsim$  sur un ensemble dénombrable  $A$ , est un préordre complet si et seulement si il existe une fonction  $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ , telle que :*

$$\begin{cases} a \succ b & \Leftrightarrow g(a) > g(b), \\ a \sim b & \Leftrightarrow g(a) = g(b). \end{cases}$$

où  $\succ$  et  $\sim$  sont respectivement la partie symétrique et asymétrique de  $\succsim$ .

La fonction de représentation  $g$  n'est pas unique. Toute transformation strictement croissante de  $g$  est également une fonction de représentation.

**Théorème 1.2.2.2** (Représentation numérique d'un semi-ordre). *Une relation binaire  $\succsim$  sur un ensemble fini  $A$ , est un semi-ordre si et seulement si il existe une fonction  $g : A \rightarrow \mathbb{R}$  et une constante  $q \geq 0$  telles que :*

$$\begin{cases} a \succ b & \Leftrightarrow g(a) > g(b) + q, \\ a \sim b & \Leftrightarrow |g(a) - g(b)| \leq q. \end{cases}$$

où  $\succ$  et  $\sim$  sont respectivement la partie symétrique et asymétrique de  $\succsim$ .

La représentation numérique permet de décrire plus simplement la structure de préférence associée que par les propriétés des relations binaires. Dans le cas des semi-ordres, on voit bien pourquoi le seuil  $q$  permet de définir une indifférence non transitive. On peut représenter les préférences de Guillaume au sujet du nombre de sucres dans son café en utilisant un seuil  $q$  correspondant à la différence en quantité de sucre qu'il peut percevoir.

**Théorème 1.2.2.3** (Représentation numérique d'un ordre d'intervalle). *Une relation binaire  $\succsim$  sur un ensemble fini  $A$ , est un ordre d'intervalle si et seulement si il existe une fonction  $g : A \rightarrow \mathbb{R}$  et une fonction  $q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  telles que :*

$$\begin{cases} a \succ b & \Leftrightarrow g(a) > g(b) + q(g(b)), \\ a \sim b & \Leftrightarrow \begin{aligned} g(a) &\leq g(b) + q(g(b)), \\ g(b) &\leq g(a) + q(g(a)). \end{aligned} \end{cases}$$

où  $\succ$  et  $\sim$  sont respectivement la partie symétrique et asymétrique de  $\succsim$ .

Une description intuitive des ordre d'intervalle vient en considérant que chaque alternative  $a$  est représentée par un intervalle  $[g(a), g(a) + q(g((a)))]$  réel. Deux intervalles d'intersection non nulle représentent des alternatives indifférentes, et un intervalle est préféré à un autre si sa borne inférieure est plus grande que la borne supérieure de l'autre.

Jusqu'à présent, on s'est intéressé à la manière de représenter les préférences entre des objets, sans considérer que ces préférences holistiques peuvent dépendre des diverses caractéristiques de ces objets. Les modèles de préférences que l'on a décrits permettent de formuler comment se comparent deux objets sur un critère donné. Par exemple, il est raisonnable d'utiliser un ordre d'intervalle pour formaliser des préférences sur un critère où les évaluations sont connues de manière imprécise. Mais on aimerait également avoir la possibilité d'imposer une structure sur des préférences au sujet d'objets considérés à travers leurs qualités multiples. On aimerait modéliser des préférences multicritères, i.e. des préférences au sujets d'alternatives jugées sur leur performance dans différents domaines. Le nœud du problème étant que ces performances peuvent être conflictuelles. Pour représenter de telles préférences, il faut formaliser comment s'agrègent les préférences sur chaque critère, en des préférences holistiques. C'est l'objet de l'agrégation des préférences.

On va présenter deux classes de méthodes d'agrégation des préférences dans la suite. Ces méthodes aboutissent à des structures de préférences holistiques différentes.

## 1.3 Agrégation et modélisation des préférences multicritères

### 1.3.1 Objets manipulés en modélisation multicritère des préférences

Dans cette partie, nous allons donner les notations utilisées dans l'ensemble du document et définir les concepts de base utilisés en modélisation multicritère des préférences. On s'intéresse aux situations dans lesquelles un décideur doit

comparer des alternatives en se basant sur plusieurs points de vue ou critères. On va considérer dans l'ensemble du document, et sans perte de généralité, que le décideur souhaite maximiser les critères (sauf mention contraire).

On peut aussi parler d'attribut, cependant un attribut n'est qu'une caractéristique permettant de décrire les actions, alors qu'un critère est une fonction permettant de mesurer les préférences du décideur relativement à un point de vue. Considérons par exemple l'âge des candidats dans un problème de recrutement. On peut l'envisager simplement comme attribut, et se baser simplement sur l'information de l'âge ou bien construire un critère âge qui prenne sa valeur maximale pour une tranche d'âge que l'on souhaite favoriser.

- L'ensemble des alternatives est fini, et il est noté  $A = \{a, b, c, \dots\}$ . Dans la pratique, il arrive que  $A$  soit défini en extension (les alternatives sont explicitement énumérées) ou en compréhension (les alternatives sont connues par le système d'équations modélisant les contraintes auxquelles elles sont soumises).
- L'ensemble des critères est noté  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ , les critères prenant leurs indices dans  $J = \{1, \dots, n\}$ .

$g_j(a)$  désigne ainsi l'évaluation de l'alternative  $a$  selon le  $j^{\text{me}}$  critère, et  $X_j$  l'échelle d'évaluation associée au critère  $j$ .  $g_j$  est donc une fonction de  $A$  vers  $X_j$ . Seules les performances d'une alternative importe dans la résolution d'un problème. C'est pourquoi on pourra aussi représenter une alternative par son vecteur d'évaluations :  $a = (g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)) \in \prod_{j=1}^n X_j$ , noté en simplifiant :  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ .

Pour que la représentation du problème soit acceptée, il est nécessaire que la famille de critères  $G$  respecte certaines propriétés. On ne les énonce pas de manière formelle ici (on peut se reporter à Bouyssou and Vansnick [1990] et Bouyssou and Roy [1993]). Mentionnons seulement que  $G$  doit être :

- exhaustive. Tous les aspects sur lesquels la décision a des conséquences sont pris en compte.

- non redondante. Aucun critère ne peut être éliminé sans retirer d'information liée aux préférences.
- indépendante. Les préférences au sujet d'un critère ne changent pas en fonction des performances sur un autre critère.

Au delà de ces aspects liés à la cohérence entre les préférences étudiées et les critères utilisés pour les décrire, des principes pragmatiques de bonne construction conduisent à chercher à ce que la famille de critère retenue soit également lisible : le nombre de critères est assez petit pour que l'on puisse raisonner sur le problème, et opérationnelle : les critères sont acceptés comme base de travail pour la suite de l'étude.

### 1.3.2 Agrégation des préférences

Dans le cas d'un problème de décision multicritère, on cherche à utiliser une structure de préférences pour aider un décideur à choisir parmi des alternatives identifiables à des vecteurs  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Comment utiliser les évaluations de  $a$  et  $b$  pour arriver à des affirmations du type  $a \succ b$  ou  $a \sim b$ ? Nous allons présenter dans la suite deux classes de procédures d'agrégation : l'agrégation par fonction de synthèse et le surclassement. Les développements théoriques de ces deux approches sont en grande partie dûs à deux communautés distinctes, que l'on peut appeler l'école américaine et l'école européenne, et elles possèdent des différences intéressantes.

Dans le premier type de procédure, impliquant une fonction de synthèse, les alternatives forment un préordre complet sur chaque critère, et l'agrégation fait intervenir une fonction numérique pour aboutir à un préordre complet global, prenant en compte tous les critères. Chaque objet  $a$  dans ce modèle a une évaluation globale, généralement appelée *utilité*, qui dépend de ses évaluations sur chaque critère. La comparaison finale entre deux alternatives dérive directement de la comparaison numérique de leurs utilités respectives. Il n'y a donc pas d'incomparabilité dans ce modèle : la structure de sortie est un préordre *complet* (voir Section 1.2.1).

Dans le second type de procédure, impliquant un surclassement, chaque critère est muni d'un pseudo-ordre<sup>2</sup> avec deux seuils et le modèle résultant de l'agrégation n'a pas nécessairement de propriété autre que la réflexivité. La procédure d'agrégation utilisée est inspirée de la théorie du choix social et des travaux de Condorcet. Elle se fonde sur la disjonction de deux conditions logiques. La comparaison au niveau global de deux alternatives dépend de la satisfaction de ces deux conditions logiques. Ces conditions reviennent à satisfaire la majorité sans pénaliser la minorité des critères. Un travail d'exploitation du modèle est nécessaire. D'autre part, le modèle résultant n'est pas nécessairement complet. Il est possible que deux alternatives soient considérées comme incomparables.

### 1.3.3 Agrégation par une fonction de synthèse : théorie de la valeur multi-attribut

Les modèles basés sur la théorie de la valeur multi-attribut (MAVT : *multiattribute value theory*, voir Fishburn [1970], Keeney and Raiffa [1976]) font intervenir une fonction numérique représentant un préordre complet. Plus précisément, on suppose que les préférences du décideur respectent deux axiomes : qu'elles sont asymétriques et négativement transitives (voir Définition 1.2.1.2). Cela implique que les préférences du décideur forment un préordre complet. Grâce au théorème 1.3.3, on sait alors qu'il existe une fonction numérique permettant de représenter les préférences du décideur.

Deux raisons méthodologiques conduisent à utiliser une représentation numérique (voir Dyer [2005]) : la première est que ce modèle est axiomatisé. On peut donc justifier l'utilisation de ce modèle en se référant aux axiomes associés, qui définissent le comportement d'un décideur rationnel. La deuxième raison est qu'une représentation numérique est facilement compréhensible et manipulable. Une fois que les préférences du décideur sont encodées numériquement, il est aisé de recourir à des techniques de maximisation et de recherche opérationnelle.

---

<sup>2</sup>Nous renvoyons à la définition de Roy [1985], p.150. Voir aussi Section 3.1.

Étant donné deux alternatives  $a$  et  $b$ , la représentation utilisée est la suivante :

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) \succcurlyeq (b_1, b_2, \dots, b_n) \Leftrightarrow u(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq u(b_1, b_2, \dots, b_n).$$

La fonction de représentation numérique  $u$  s'appelle fonction d'utilité ou fonction de valeur (elle est alors notée  $v$ ). En théorie de la décision, il est habituel d'utiliser le terme valeur pour les problèmes de décision certains (multi-critères) et le terme utilité pour les autres types de problèmes de décision (risqué ou incertain). Dans ce dernier cas, les alternatives sont des loteries, et la fonction d'utilité se confond avec la fonction de valeur pour les loteries certaines. En fait, le modèle de la valeur multiattribut provient des travaux de Von Neumann et al. [2007] pour formaliser les préférences dans le risque. Pour une présentation détaillée de la théorie de la valeur multiattribut, voir le livre classique Keeney and Raiffa [1976].

La fonction d'utilité préserve l'ordre : les nombres  $u(a)$ ,  $u(b)$ ,  $u(c)$ ,... sont ordonnés de la même façon que les actions  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,... C'est pourquoi la fonction d'utilité n'est pas unique. Elle est définie à une transformation strictement croissante près. De plus, la fonction d'utilité que l'on a décrite jusqu'ici est simplement ordinale. En effet, la différence  $u(a) - u(b)$  n'a pas de signification vis-à-vis des préférences représentées. Elle ne permet pas de quantifier l'intensité de préférence entre  $a$  et  $b$  dans l'absolu. Seul le signe algébrique (positive, nulle ou négative) de cette différence a un sens au regard des préférences entre  $a$  et  $b$ . On a aussi cherché les hypothèses permettant de garantir l'existence d'une fonction de valeur *mesurable*, i.e. une fonction qui puisse également ordonner les différences d'intensité de préférences (voir Krantz et al. [1971]).

Pour décrire les préférences d'un décideur sur  $A$ , il n'y a donc pas forcément besoin d'énumérer chaque relation existant entre tout couple d'actions, mais il suffit d'associer un nombre réel à chaque action et d'utiliser les propriétés de  $\mathbb{R}$ . Le Théorème 1.3.3 sur la représentation numérique d'un préordre complet n'indique pas comment exhiber la fonction de représentation. En particulier, dans le cas de préférences multiattributs, on aimerait décomposer la fonction de valeur globale en diverses composantes, chacune étant associée à un attribut. Voyons quelles hypothèses permettent d'utiliser une fonctions additive.

### Cas particulier de l'utilité additive

Il existe un cas particulier de la fonction d'utilité, plus couramment utilisé, par simplicité. Il s'agit d'une fonction où l'on suppose que l'on peut additionner, après recodage<sup>3</sup>, les performances de l'alternative sur chaque critère pour obtenir son utilité :

$$u(a) = \sum_{i=1}^n u_i(g_i(a)) \quad (1.1)$$

où les  $u_i$  sont des fonctions strictement croissantes, appelées utilités partielles. Si les échelles d'évaluation associées à chaque critère sont bornées, on peut se ramener dans ce cas à une écriture de la forme  $u(a) = \sum_{i=1}^n k_i u_i(g_i(a))$ , où  $\sum_{i=1}^n k_i = 1$  et les  $u_i$  sont normées ( $u_i(\min X_i) = 0$  et  $u_i(\max X_i) = 1$ ). Une hypothèse sous-jacente à ce modèle est la commensurabilité des critères. Les critères sont exprimés dans des unités différentes a priori, alors que les utilités partielles sont sans unité, et sommables entre elles.

Lorsque les préférences d'un décideur sont représentables par une telle fonction, on peut observer une indépendance des critères entre eux : la préférence entre deux alternatives ne change pas si l'on fait varier une performance commune à ces deux alternatives. Par exemple, en choisissant deux alternatives avec la même évaluation sur le deuxième critère : si  $a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \succ b = (b_1, a_2, b_3, \dots, b_n)$ , alors  $a' = (a_1, a'_2, a_3, \dots, a_n) \succ b' = (b_1, a'_2, b_3, \dots, b_n)$  pour tout  $a'_2 \in X_2$ . On dit que le sous-ensemble de critères  $G \setminus \{g_2\}$  est indépendant au sens des préférences de  $g_2$ . On peut caractériser un ensemble de critères du point de vue de l'indépendance mutuelle (définition adaptée de Keeney and Raiffa [1976]) :

**Définition 1.3.3.1** (Indépendance mutuelle au sens des préférences). *Les critères  $g_1, g_2, \dots, g_n$  sont mutuellement indépendants au sens des préférences si tout sous-ensemble de  $G$  est préférentiellement indépendant du sous-ensemble complémentaire dans  $G$ .*

Cette propriété est suffisante pour garantir l'existence d'une fonction de valeur additive (voir Keeney and Raiffa [1976]). Scott and Suppes [1958] et

---

<sup>3</sup>i.e. réécriture sur une échelle différente ou avec une unité différente.

Debreu et al. [1960] fournissent d'autres systèmes d'axiomes garantissant l'existence d'une fonction de valeur mesurable.

Si l'on prend la fonction identité pour chaque  $u_i$ , on se ramène à la somme pondérée, formule d'agrégation hautement familière car elle est simple et intuitive. Bien entendu, comme on l'a vu plus haut, cela vient au prix de conditions d'applications très restrictives qui ne sont pas toujours respectées par les utilisateurs non avertis. Par exemple, l'utilisation de la somme pondérée implique que la compensation offerte par un écart  $g_i(a) - g_i(b)$  est strictement proportionnelle à cet écart et indépendante de l'endroit où se situe l'intervalle  $[g_i(a), g_i(b)]$  sur l'échelle d'évaluation  $X_i$ . L'utilisation de fonctions d'utilité partielle pour recoder la performance permet d'éviter ces restrictions.

### Propriétés de l'agrégation par une fonction de synthèse

Une hypothèse importante de la représentation numérique est que toutes les actions sont comparables. L'ordre naturel total de  $\mathbb{R}$  impose un ordre total entre les alternatives. Il n'y a donc pas de place pour l'incomparabilité dans la théorie classique. La structure de préférences utilisée est restreinte à  $\{\succ, \sim\}$  car  $?$  =  $\emptyset$ . On verra dans le Chapitre 3 des exemples où il est nécessaire de permettre une incomparabilité. De plus la transitivité de  $\leq$  dans  $\mathbb{R}$  implique également que les préférences représentables numériquement sont transitives.

La représentation numérique présente aussi des inconvénients dans certaines situations : la fonction est parfois dure à interpréter, surtout si les points de vue ou critères sont de nature très différentes. Cette méthode d'agrégation suppose qu'une compensation est possible entre tous les critères, à tout endroit de l'échelle : c'est une méthode totalement compensatoire. Or il peut être préférable de limiter le pouvoir compensatoire d'un critère. Enfin, la nature qualitative d'un critère peut poser problème dans le codage numérique, par exemple si l'évaluation repose uniquement sur des catégories discrètes (par exemple, "mauvais", "neutre", "bon").

La démarche sous-jacente à la représentation numérique peut se formuler par : agréger puis comparer. En effet, la stratégie pour résoudre le problème de décision consiste à agréger, synthétiser les performances de chaque alternative



sur l'ensemble des critères en une performance globale. Cela pour faciliter la comparaison entre ces alternatives, afin de les classer de la “meilleure” à la “moins bonne”, ou de les affecter à des classes. Le modèle que l'on présente dans la suite, le surclassement, se fonde sur une démarche inverse : comparer puis agréger. L'information préférentielle utilisée est la comparaison, sur chaque critère, entre les alternatives. C'est cette information qui est agrégée en un modèle de préférences. On trouve une description formelle de ces deux démarches dans Perny [2000].

### 1.3.4 Agrégation de relations binaires : surclassement

Un domaine de la théorie de la décision est consacré à l'agrégation des préférences d'agents multiples (votants) à propos d'alternatives (candidats à une élection). On s'intéresse aux propriétés des différentes procédures d'agrégation (votes) possibles. Il s'agit de la théorie du choix social (voir Arrow [1963]). Le modèle du surclassement (voir Schärliig [1985], Roy [1996]) s'inspire de ce domaine, en considérant les critères comme des votants, et les alternatives comme des candidats. On établit ainsi une correspondance entre l'agrégation des préférences des votants et l'agrégation des préférences sur chaque critère.

La relation caractéristique  $\succsim$ , appelée relation de surclassement, est définie à partir de deux conditions portant sur la comparaison deux-à-deux des alternatives, *sur chaque critère*. En d'autres termes, ce sont les préférences partielles au sujet de chaque couple d'objets, i.e. les préférences au sujet de  $g_j(a)$  et  $g_j(b)$ ,  $\forall a, b \in A, j \in J$  qui importent dans ce modèle. Deux conditions logiques, appelées concordance et non-discordance, portant sur ces préférences partielles déterminent comment se comparent les alternatives dans le modèle final.

Une méthode basée sur le surclassement se décompose généralement en deux étapes : une étape de construction de la relation de surclassement à partir des conditions de concordance et discordance, et une étape d'exploitation de la relation, afin de tirer parti de la relation de surclassement pour formuler une recommandation, mais aussi pour communiquer au sujet du problème de décision (cf. Bouyssou and Roy [1993], chap. 6). Nous décrivons chacune de ces étapes dans la suite.

### Conditions de concordance et non-discordance

Deux conditions sont nécessaires et suffisantes pour que  $a \succcurlyeq b$ . La concordance, et la non-discordance. Il existe plusieurs définitions de ces conditions, selon la méthode envisagée, mais on présente ici deux définitions simples pour exposer l'idée qui se cache derrière la concordance, et la non-discordance.

1. concordance : une "majorité suffisante" de critères est en faveur de  $a \succcurlyeq b$ . La règle de majorité fait intervenir un indice de concordance  $C(a, b) = |j \in J, g_j(a) \succcurlyeq_i g_j(b)|$  où  $\succcurlyeq_i$  est une relation de préférence partielle, i.e. une relation de préférence entre les performances sur le critère  $i$ .
2. non-discordance : aucun critère ne doit opposer un veto à  $a \succcurlyeq b$ . On définit pour certains critères, un seuil de veto. Pour ce sous-ensemble, la différence de performance, sur tout critère  $k$  où  $b$  est meilleur que  $a$ , ne doit pas excéder ce seuil  $v_k : g_k(b) - g_k(a) \leq v_k$ .

Il existe plusieurs façons de formaliser les conditions de concordance et non-discordance, par exemple en associant un poids à chaque critère, qui représente son pouvoir de vote. Les termes de majorité et de veto évoquent volontairement la théorie du choix social. La règle de concordance est très proche de la règle majoritaire de Condorcet. Il s'agit d'un système de vote où les électeurs doivent se prononcer sur chaque paire de candidats. Si un candidat est majoritairement préféré au cours de tous les duels, il est le vainqueur de Condorcet. Il est clair qu'un tel vainqueur n'existe pas forcément. La règle de concordance fait jouer le rôle de candidat à chaque alternative, et le rôle d'électeur à chaque critère. L'indice  $C(a, b)$  permet de déterminer le vainqueur de chaque duel.

L'agrégation par surclassement a été développée par B.Roy et implémentée dans la famille de méthodes ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) (voir Roy [1991] et Figueira et al. [2005a]). Elle est aussi utilisée dans les méthodes PROMETHEE I et PROMETHEE II (voir Brans and Vincke [1985]). Ces méthodes se répartissent selon la problématique classique qu'elle ont pour but d'aider à résoudre (voir Section 1.1.1). Le Tableau 1.2 donne une présentation d'ensemble des méthodes Electre, avec une description de leurs caractéristiques.

TABLE 1.2 – Revue des méthodes ELECTRE.

choix	classement	tri
Electre I Introduit les conditions de concordance et discordance.	Electre II deux surclassements emboîtés avec $s^1 > s^2$ , vrai critère et condition de non-veto de El.Iv	Electre A
Electre Iv Condition de non veto : seuil de veto dépendant du critère.	Electre III Introduit pseudo-critère et crédibilité de S : $\rho(aSb)$ . Préordres ascendant et descendant : $Z = Z_1 \cap Z_2$ .	Electre TRI Comparaison à des profils limites, crédibilité de S de Electre III, seuil de coupe $\lambda$ pour obtenir un surclassement net, règles d'assignation optimiste et pessimiste.
Electre Is  Pseudo-critère, degré de robustesse de $aSb$ , pas de cycles, noyau unique.	Electre IV  Pas de poids, cinq surclassements emboîtés $s^1 \supset s^2 \supset s^3 \supset s^4 \supset s^5$ .	

Mentionnons enfin que la structure de préférences obtenue par surclassement n'a pas nécessairement de propriétés autres la réflexivité. Une phase d'exploitation de la relation de surclassement est généralement menée avant d'établir une recommandation.

### Propriétés de la relation de surclassement

La relation de surclassement n'a pas d'autres propriétés nécessaires que celle d'être réflexive. En particulier, elle n'est en général ni complète, ni transitive. Bouyssou [1996] montre d'ailleurs que pour toute relation binaire réflexive  $B$ , il existe un ensemble de critères et d'évaluations tels que  $B$  soit le surclassement obtenu en sortie d'ELECTRE I. Un résultat similaire sur les relations valuées réflexives est démontré en utilisant ELECTRE III. Notons cependant qu'à l'issue de la procédure d'exploitation, on peut aboutir à une structure de préordre (cf. Brans and Vincke [1985], Figueira et al. [2005b]). Dans les deux paragraphes qui suivent, nous discutons brièvement de l'incomplétude et de la

TABLE 1.3 – Quelle console acheter ?

Votants	Classement
Alexandre	$SuperNintendo \succ SegaMegadrive \succ GameBoy$
Kathleen	$SegaMegadrive \succ GameBoy \succ SuperNintendo$
Leela	$GameBoy \succ SuperNintendo \succ SegaMegadrive$

non-transitivité du surclassement.

Par définition de  $\succ$ , il est possible que certains couples d'alternatives soient incomparables, lorsqu'une des conditions n'est pas vérifiée pour  $a \succ b$ , et qu'il en est de même pour  $b \succ a$ . C'est l'exigence d'assertions robustes qui fait que le surclassement est une structure de préférences incomplète. En effet, pour les paires d'alternatives comparables, le surclassement repose sur des arguments forts : une majorité de critères, et l'absence de tout veto. Une analyse plus détaillée de l'incomplétude du surclassement est discutée dans le Chapitre 4. La présence d'alternatives incomparables peut donc constituer une information souhaitable de la représentation, car elle permet d'identifier les cas les plus litigieux. De plus, au niveau de l'élicitation elle-même, l'information préférentielle obtenue est potentiellement plus robuste car l'incomparabilité est permise. Le décideur peut ne fournir que les comparaisons dont il est sûr, ce qui peut être un atout appréciable étant donné la nature construite des préférences (voir Chapitre 2).

La possible non-transitivité peut s'illustrer par le paradoxe de Condorcet. Imaginons que trois adolescents, deux sœurs et leur frère, cherchent à se mettre d'accord sur la console de jeu vidéo qu'ils vont acheter avec leur argent de poche mis en commun. Ils décident d'établir chacun un classement des trois consoles disponibles (voir Tableau 1.3), et de déterminer quelle est la préférence de la majorité.

En se basant sur la majorité des votants pour départager chaque duel, ils sont obligés de reconnaître que le classement est le suivant :  $SuperNintendo \succ SegaMegadrive \succ GameBoy \succ SuperNintendo$ . Le classement n'est pas transitif. Quelle que soit la décision finale, deux des trois adolescents se sentiront désavantagés, car ils préféreront tous deux une autre console à celle

choisie. Cette situation montre un paradoxe du vote : les préférences de la population peuvent ne pas être transitives, même si les préférences individuelles des votants le sont toutes. Plusieurs travaux en théorie du choix social s'intéressent à la probabilité qu'un vainqueur de Condorcet (candidat gagnant tout duel contre un autre candidat) existe en fonction de caractéristiques telles que le nombre de votants (Jones et al. [1995], Gehrlein [2002]).

Du point de vue pratique, les modèles de surclassement se distinguent notamment par le fait que :

- le modèle n'est pas totalement compensatoire.
- le modèle peut s'appuyer sur de l'information qualitative.

La seconde remarque est liée au fait que le surclassement repose sur des considérations de type ordinal. Même lorsque les informations manipulées sont numériques, mais qu'elles ne représentent que des ordres, utiliser une règle d'agrégation basée sur un critère unique de synthèse peut produire des résultats arbitraires, dépendant de la représentation particulière choisie (voir Perny [2000], pp.26-30). Notons également que la modélisation à l'aide d'un surclassement demande moins d'information préférentielle que la modélisation par une fonction de valeur.

Cependant, utiliser une méthode reposant sur le surclassement nécessite plus d'accompagnement du décideur, car le modèle est moins familier que celui de l'utilité additive. De plus, la relation de préférence obtenue est non-transitive et incomplète, ce qui impose une étape d'exploitation de la relation de surclassement.

### **Étape d'exploitation du surclassement**

La construction de la relation de surclassement aboutit à un graphe dont les nœuds sont les alternatives et les arcs représentent la relation de surclassement. Ce graphe est plus riche que le graphe de dominance (voir Définition 1.4.1.1), mais est moins contraint que celui qui résulterait d'une agrégation par fonction de synthèse (en particulier, il n'impose pas de transitivité ni de complétude).

L'exploitation de la relation de surclassement dépend du type de problématique considéré. Beaucoup de méthodes ont été proposées pour la problématique de classement (cf. Bouyssou and Vincke [1997]). Dans la méthode PROMETHEE (Brans and Vincke [1985]), la construction aboutit à une relation de surclassement évaluée qui pour toute paire d'alternatives, dépend des différences de performance sur chaque critère. L'exploitation de cette relation est basée sur le flot entrant<sup>4</sup>  $\phi^+(a)$  et sortant<sup>5</sup>  $\phi^-(a)$  de chaque nœud  $a$  du graphe de surclassement. Il permet de définir :

- dans Prométhée I, un préordre partiel basé sur la comparaison des flots entrant et sortant pour toute paire,
- dans Prométhée II, un préordre complet basé sur le flot net  $\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$ .

Il est intéressant de noter que les procédures de classement utilisant le flot net sont caractérisées (Bouyssou and Perny [1992]).

Dans ELECTRE III (Bouyssou and Roy [1993], pp.415-426 et Roy [1978]), deux préordres totaux  $Z_1$  et  $Z_2$  sont construits selon un processus de distillation, respectivement ascendante et descendante. Les distillations visent à déterminer une partition de  $A$  en classes d'alternatives jugées ex-æquo. Le processus de distillation descendante se fonde sur l'identification des couples d'alternatives dont l'indice de crédibilité<sup>6</sup> dépasse un certain seuil, puis la comparaison des indices de crédibilité  $\sigma(a, b)$  et  $\sigma(b, a)$ . La distillation descendante identifie progressivement les alternatives dont il est le plus crédible qu'elles soient les meilleures, établissant des classes de la meilleure à la moins bonne. La distillation ascendante suit les mêmes règles, mais en ordre inverse, en commençant par établir la classe des moins bonnes alternatives. La procédure retient enfin le préordre partiel final résultant de l'intersection de  $Z_1$  et  $Z_2$ .

---

<sup>4</sup>Somme des valeurs des arêtes aboutissant à un nœud donné.

<sup>5</sup>Somme des valeurs des arêtes issues d'un nœud donné.

<sup>6</sup>fonction de  $A^2$  dans  $[0;1]$ .  $\sigma(a, b)$  indique la force des arguments en faveur de  $aSb$ . Voir Roy [1991] et Roy [1993], pp.276-278.

## 1.4 Elicitation des préférences

### 1.4.1 Nécessité d'une information préférentielle

L'activité d'aide à la décision nécessite d'incorporer des informations de description de la situation de décision (les données, les faits associés à la situation) ainsi que de l'information préférentielle (le jugement, les préférences du décideur) à un modèle formel afin de fournir une prescription (voir la Figure 1.1).

La première étape, en supposant que la famille de critères et l'ensemble des actions sont définis, consiste à établir un tableau des performances. Il s'agit de l'évaluation de chaque action sur chaque critère. Cette information suffit à identifier les paires d'actions qui sont en relation de dominance. Supposons que l'on cherche à maximiser chaque critère.

**Définition 1.4.1.1** (Relation de dominance). *Soit  $a$  et  $b \in A$ . L'alternative  $a$  domine l'alternative  $b$ , ce qui se note  $a \triangle b$  lorsque, sur chaque critère, son évaluation est supérieure à celle de  $b$ , avec une supériorité stricte pour au moins un critère :*

$$\begin{cases} \forall j \in J, & g_j(a) \geq g_j(b), \\ \exists k \in J, & g_k(a) > g_k(b) \end{cases}$$

Identifier toutes les paires d'actions en relation de dominance permet d'exclure dans la suite de l'analyse les actions dominées. Le sous-ensemble restant est constitué d'actions qui ne peuvent être exclues sans effectuer de compromis. On appelle cet ensemble front de pareto ou ensemble des solutions efficaces.

**Définition 1.4.1.2** (Solution efficace). *Une solution efficace est une alternative qui n'est pas dominée dans  $A$ .*

Malheureusement, l'ensemble des solutions efficaces est probablement encore vaste. Il est donc nécessaire de choisir un modèle d'agrégation des préférences afin d'aider le décideur dans les compromis à effectuer et de le conduire vers une prescription. Le choix du modèle d'agrégation est crucial en ce sens que les propriétés associées au modèle doivent correspondre à un mode de raisonnement accepté et compris par le décideur.

Dans le cadre du modèle choisi, il est nécessaire d'enrichir la relation de dominance par de l'information préférentielle. C'est cette information qui permettra d'opérer des compromis entre les solutions efficaces. On peut formuler la définition suivante (tirée de Mousseau [1993]) :

**Définition 1.4.1.3** (Information préférentielle). *On appelle information préférentielle toute information qui permet d'opérer des discriminations parmi les alternatives efficaces.*

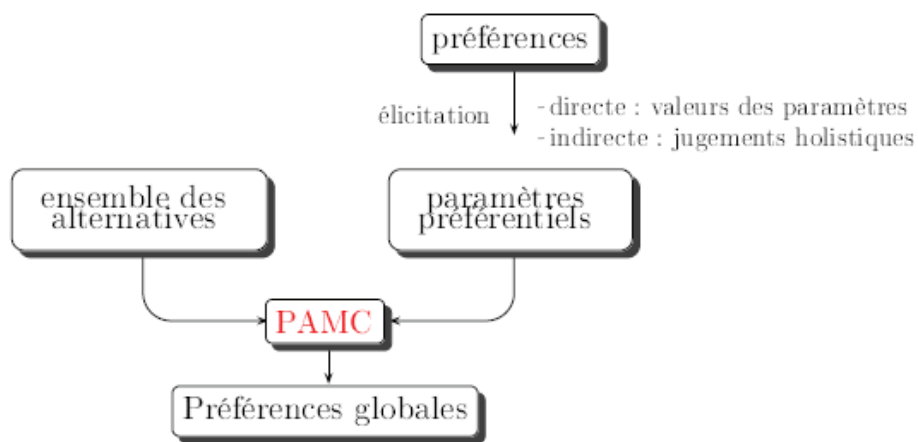


FIGURE 1.1 – La procédure d'agrégation multicritère (PAMC) prend en entrée les préférences du décideur à travers des paramètres.

En dehors de la représentation du problème de décision et du choix d'un modèle d'agrégation, il reste donc à acquérir de l'information préférentielle. Il reste à *mesurer* les préférences du décideur. Comme en économie, la formation des préférences du décideur, à partir de son système de valeurs, de ses opinions, de ses objectifs et de ses croyances est volontairement exclue de l'analyse. On suppose simplement que le décideur est capable d'exprimer des préférences en répondant à des questions portant sur certaines alternatives ou sur des paramètres préférentiels du modèle. On peut distinguer l'information préférentielle selon qu'elle est :



**inter-critère** préférences du décideur sur l'importance relative des critères.

Ce type d'information correspond aux échanges que le décideur est prêt à consentir entre des critères sans changer de niveau de satisfaction.

**intra-critère** préférences du décideur au sujet des évaluations possibles selon un critère donné. Ce type d'information sert à construire une structure de préférence monocritère sur chaque critère.

Ces deux types d'information sont néanmoins indissociables en général, car l'une n'a de sens que combinée à l'autre.

Dans la suite, nous allons nous intéresser à la manière dont on peut obtenir de l'information préférentielle de la part du décideur : les modes de questionnement du décideur. L'influence conjuguée du mode de questionnement et de la nature des exemples d'élicitation utilisés sur l'information préférentielle exprimée par le décideur forme une question centrale de cette thèse.

### 1.4.2 Forme de l'information préférentielle

Une fois qu'un modèle de préférences a été choisi pour travailler, l'information préférentielle est intégrée à l'aide de paramètres propres au modèle. Par exemple, dans MAVT (voir Section 1.3.3), en considérant une fonction de valeur additive, ce sont les poids et les fonctions de valeur partielles qui codent la compensation entre les critères autorisée par le décideur (voir Keeney and Raiffa [1976], pp.96-100). Ce taux de compensation peut varier le long de l'échelle des critères. L'analyste et le décideur peuvent se concerter pour choisir un type de fonction *a priori*. Ces fonctions seront paramétrées en fonction des préférences du décideur (voir Pöyhönen and Hämäläinen [2001] pour différents exemples d'élicitation de poids). Dans l'exemple d'un modèle à base de surclassement, l'information préférentielle sera codée par les seuils d'indifférence, de préférence faible et forte, ainsi que les poids, les éventuels seuils de veto et le seuil de concordance (voir Mousseau [1995]).

Quelle que soit la procédure d'agrégation, la détermination de la valeur des paramètres peut se faire de deux manières.

- Par élicitation directe : l'analyste, après s'être assurée que le décideur a compris la signification du paramètre et les conséquences qui lui sont associées, lui demande de fournir une valeur pour ce paramètre. L'information demandée correspond à une entrée du modèle : "Le taux de substitution entre les critères  $g_1$  et  $g_4$  doit être 2."
- Par élicitation indirecte : l'analyste interroge le décideur sur ses préférences au sujet de certaines alternatives. L'information demandée correspond à une sortie du modèle : "je préfère  $a_5$  à  $a_2$ ". On peut ensuite inférer par calcul les valeurs de paramètres compatibles avec ces jugements, i.e. les valeurs de paramètres qui permettent de restaurer ces jugements en sortie du modèle. On appelle aussi cette démarche agrégation/désagrégation.

On doit ici mettre en garde contre un écueil considérable associé à l'élicitation directe : la valeur d'un paramètre n'a de sens que si le modèle d'agrégation est précisément spécifié. Un exemple simple permet de s'en apercevoir (adapté de Mousseau [1993], chap.2) .

**Exemple 1.4.2.1** (significations du paramètre "poids"). *Considérons les alternatives  $a = (15, 10, 10)$  et  $b = (10, 12, 12)$ . Le décideur affirme : "les critères sont de même importance". Quelle alternative devrions-nous lui conseiller ? Si l'on utilise une agrégation par somme pondérée, on a :*

$$g(a) = 11.67 > g(b) = 11.33.$$

*On conseillera au décideur de choisir  $a$  suivant ce modèle. Mais si l'on utilise une agrégation majoritaire de Condorcet (base du surclassement), on a :*

$$\sum_{j:a \succ_j b} w_j = w_1 = w < \sum_{j:b \succ_j a} w_j = w_2 + w_3 = 2w$$

*Selon cette procédure, c'est  $b$  que le décideur devrait choisir.*

L'affirmation "les critères sont de même importance" n'a de sens qu'à la lumière de la procédure choisie (voir Roy [1985], pp.172-177 et Mousseau [1993], chap.2). En l'occurrence, l'*importance* n'a pas la même définition dans les deux

modèles que l'on a comparés : c'est une information cardinale dans le premier cas, et ordinale dans le second (importance relative de l'augmentation d'une unité dans la somme pondérée vs. pouvoir de vote du critère dans l'agrégation majoritaire). Comme la sémantique des paramètres dépend précisément du modèle considéré, il est dangereux de chercher à obtenir de l'information préférentielle sans que le décideur ne comprenne pleinement le modèle utilisé. L'élicitation directe requiert donc d'expliquer un modèle, potentiellement sophistiqué, au décideur.

L'élicitation indirecte nécessite une étape additionnelle de désagrégation des préférences, i.e. d'inférence de la valeur des paramètres à partir des jugements, mais elle présente plusieurs avantages (voir Mousseau and Slowinski [1998]). L'effort cognitif demandé au décideur est plus restreint. Elle n'a par exemple qu'à se prononcer sur des comparaisons entre des alternatives, fictives ou non, liées au problème de décision, sans se préoccuper du modèle choisi et des conséquences techniques de ces affirmations. Elle peut raisonner dans le paradigme auquel elle est habituée, et s'exprimer dans son langage naturel. Cet avantage est considérable si l'on envisage un problème où une multitude de décideurs ont à intervenir, ce qui est souvent le cas pour des problèmes de politique publique par exemple, où l'on requiert l'avis de différents experts. De plus, un décideur est plus enclin à exercer un jugement qu'à fournir une justification pour son jugement. Il lui est donc plus facile de paramétrer un modèle à partir d'affirmations de préférences holistiques.

### 1.4.3 Le comportement réel du décideur : intérêt de l'approche descriptive

Un enjeu important de l'aide à la décision est de s'assurer que l'élicitation fournit une information préférentielle légitime. Le décideur doit être convaincu que les valeurs de paramètre qu'elle fournit (en cas d'élicitation directe) ou les jugements qu'elle exprime (en cas d'élicitation indirecte) sont une base correcte pour déduire une recommandation portant sur le problème dans son ensemble. En particulier, on devrait rechercher les qualités suivantes lors de l'élicitation :

- cohérence : il n'y a pas de contradiction entre les diverses affirmations

du décideur,

- robustesse : les jugements du décideur ne dépendent pas du mode de questionnement utilisé,
- pertinence : la sémantique des affirmations est pleinement et finement comprise par le décideur.

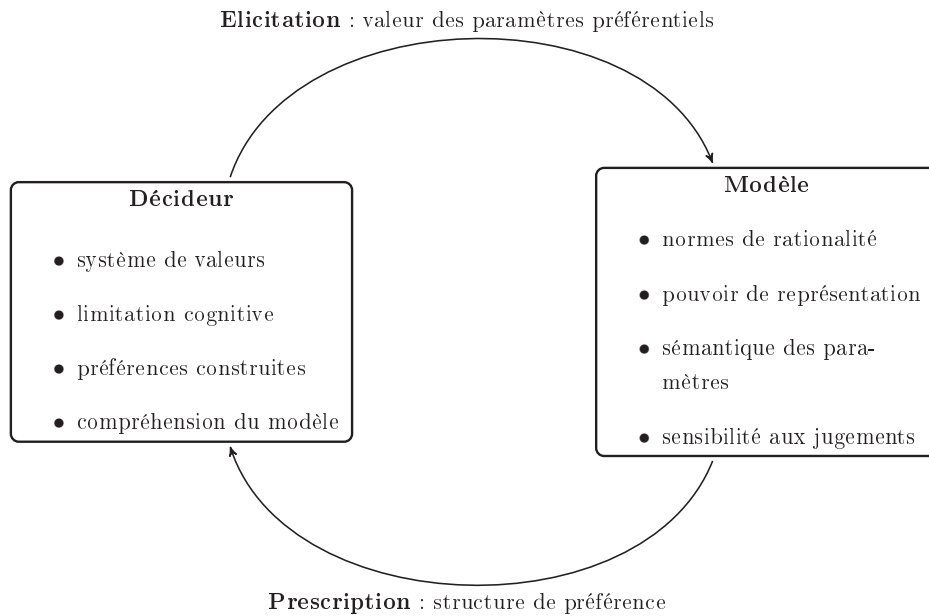


FIGURE 1.2 – Interaction entre décideur et modèle en aide à la décision.

L'objet de l'approche descriptive (voir Section 1.1.3) est d'étudier empiriquement le comportement décisionnel des décideurs et d'analyser ce qui peut les conduire à briser les exigences formulées plus haut. On verra dans le chapitre suivant que la question d'éliciter des préférences "légitimes" s'accompagne de nombreuses difficultés, dues à la manière avec laquelle le décideur réel forme des préférences (voir Figure 1.2). On verra qu'il n'est pas toujours aisé de recueillir des préférences compatibles avec les normes de rationalités définies ou utilisées par les modèles de préférences. L'approche descriptive en aide à la décision permet d'identifier les écarts qui existent entre le décideur rationnel postulé dans les modèles normatifs et le décideur réel. Ils peuvent conduire à

formuler des modèles normatifs “relaxés”, c’est-à-dire des modèles dans lesquels certains axiomes sont abandonnés, ce qui leur confère un pouvoir de représentation plus grand. Ces modèles peuvent ensuite être utilisés pour formuler une prescription dans les cas où les axiomes abandonnés sont effectivement inutiles ou irréalistes étant donné la situation de décision.

Dans cette thèse, c’est le rôle de l’amplitude du conflit multicritère (voir Chapitre 3) associé aux exemples utilisés lors d’une élicitation indirecte qui est examiné selon l’approche descriptive. Lors du recueil des préférences à propos d’alternatives de référence, il existe un compromis à effectuer de la part du décideur. Or l’analyste choisit les exemples de référence, et par là il choisit la taille des compromis (*trade-off size*) sur lesquels le décideur doit se prononcer. Est-ce que la taille du compromis exerce une influence systématique sur l’information préférentielle exprimée par le décideur ? En particulier, on peut s’attendre à ce qu’il soit difficile pour les décideurs d’effectuer des compromis de taille large, par exemple échanger un avantage considérable sur un critère, contre un avantage considérable sur un autre. Il peut alors refuser d’exprimer un jugement, exhibant par là des préférences incomplètes (voir Chapitre 4). Il peut être souhaitable d’intégrer cette information au modèle de préférences.



## Chapitre 2

# Expérimentation des Préférences pour l'Aide Multicritère à la Décision

*“Human rational behavior is shaped by a scissors whose two blades are the structure of task environments and the computational capabilities of the actor.”*

—H.Simon

**Résumé :**

On cherche dans ce chapitre à donner une brève présentation de l'approche descriptive en AMCD, dans laquelle s'inscrit cette thèse.

Chercheurs en aide à la décision, psychologues et économistes ont fourni une large gamme de travaux empiriques montrant les divergences entre le comportement effectif des décideurs et les canons rationnels postulés par les modèles. On rapporte dans la première section divers exemples de violation de l'invariance procédurale et descriptive pris dans la littérature, qui montrent que les préférences des décideurs réels sont soumises à l'influence du contexte et du cadrage.

Dans la section suivante, on décrit, avec l'exemple de la *prospect theory*, comment les connaissances accumulées sur le comportement réel ont une incidence au niveau de la conception des modèles normatifs. Elles permettent de raffiner les capacités descriptives de ces modèles.

Enfin la dernière section discute de l'impact de l'approche empirique sur la pratique de l'aide à la décision. Le prescripteur doit avoir une connaissance fine des nuances qui existent entre les approches normatives et descriptives pour intervenir, en particulier lorsqu'il cherche à éliciter les préférences du décideur.



On a vu dans le Chapitre 1 que le domaine de l'aide à la décision propose une démarche de structuration progressive des préférences du décideur, au cours de laquelle :

1. Une méthode basée sur un modèle de préférences est choisie. Le modèle de préférences définit des normes de rationalité.
2. Les préférences du décideur sont élicitées afin de paramétrer le modèle.
3. Le modèle, paramétré, donne une représentation des préférences du décideur.
4. Une recommandation est déduite de la représentation des préférences.

L'intérêt de cette approche est qu'elle éclaire le choix du décideur (en représentant ses préférences), et qu'elle lui permet de structurer ses préférences en s'appuyant sur des hypothèses explicites (liées au modèle). De plus, les étapes 2 et 3 sont souvent itérées, dans une démarche interactive entre l'analyste et le décideur. Le décideur peut ajouter, supprimer ou modifier des jugements de préférence, en fonction de leur impact sur la représentation globale. Ce processus permet au décideur de forger ses préférences avec une forte conviction.

Cette démarche soulève cependant des questions, liées à la différence entre le comportement rationnel sous-tendu par les modèles et par la théorie de la décision en général, et le comportement réel des décideurs. On peut en particulier se demander : Le modèle normatif choisi est-il assez flexible pour représenter les préférences du décideur ? Comment interpréter des affirmations du décideur qui sont contradictoires dans le cadre du modèle ? Dans quelle mesure la procédure employée influence-t-elle les préférences exprimées par le décideur ?

On sait que le comportement décisionnel du décideur réel s'écarte généralement des modèles normatifs. Des travaux en économie, psychologie, aide à la décision, ont mis en évidence depuis plusieurs décennies que les décideurs réels effectuent des choix qui ne sont "*pas rationnels mais pas capricieux non plus*" (Kahneman et Tversky, cités dans Piattelli-Palmarini [1994]). Cette expression fait référence au fait que les comportements réels de décision s'écartent

de manière systématique et prévisible des modèles rationnels. La Section 2.1 présente des exemples de tels effets. Analyser les déviations existant entre les canons rationnels postulés par les modèles et le comportement effectif revêt une importance particulière. Les observations du comportement réel amènent à remettre en question le pouvoir descriptif des modèles normatifs et aboutissent à un enrichissement des modèles au niveau de leur capacité de représentation. Cet impact sur les modèles normatifs est discuté dans la Section 2.2. De plus, la connaissance fine des constantes de comportements permet d'élaborer des procédures d'élicitation plus pertinentes. 2.3

## 2.1 Normes de rationalité et renversements de préférence

Considérons qu'une personne soit chargée de recueillir les préférences d'un décideur, pour les transmettre à quelqu'un d'autre, ou bien pour le représenter lors d'un vote ou d'une assemblée par exemple. Cette situation est proche de celle dans laquelle se trouve l'analyste en aide à la décision. Elle doit recueillir les préférences du décideur (en les intégrant à un modèle) et utiliser le modèle pour produire une recommandation (la décision la plus "en accord" avec les préférences du décideur). Elle pourra trouver raisonnable de supposer que :

1. il existe, "dans la tête du décideur", ses préférences au sujet de la question étudiée. Tant que des événements significatifs n'ont pas changé les croyances et les valeurs du DM, ses préférences sont stables.
2. Peu importe la manière dont on interroge le décideur sur ses préférences. Si on est assez précis dans les questions, on obtiendra l'information unique recherchée. La forme ne compte pas, pourvu que le fond reste inchangé.

Partant, il paraît assez simple de connaître les préférences du décideur : il suffit de lui demander, en étant rigoureux et précis, et sans se soucier de la manière dont on va l'interroger.

En réalité, les observations accumulées en littérature expérimentale depuis plusieurs décennies contredisent cette description du recueil des préférences. Elles remettent en question les deux postulats précédents. Les préférences exprimées par un décideur varient en général grandement et systématiquement selon le mode de questionnement utilisé. On donne dans la suite quelques exemples de ce phénomène, que l'on appelle renversement de préférence. Pour un décideur, exprimer de tels renversements revient à produire des informations contradictoires. Il n'y a en général pas de raison de considérer l'une des informations contradictoires comme plus légitime que les autres. Comment dans ces conditions recueillir des préférences que l'on peut considérer comme légitimes? Comment asseoir un modèle de préférences sur un jugement dont on sait qu'il aurait été différent si la question avait été posée autrement?

### 2.1.1 Un exemple de renversement de préférence

Présentons ici un exemple concernant le choix d'une politique publique. Il est utilisé dans Tversky and Kahneman [1981], pour illustrer l'effet de cadrage (*framing effect*), dans un contexte de décision risquée.

**Exemple 2.1.1.1** (Epidémie asiatique). *Imaginez que votre pays se prépare aux effets d'une épidémie imminente. Un virus rare provenant d'Asie commence à se répandre sur le territoire. Il est prévu que cette épidémie va faire 600 morts. Deux programmes alternatifs pour combattre l'épidémie ont été proposés.*

#### Formulation 1

*Considérez que les estimations scientifiques exactes des conséquences associées à chaque programme sont les suivantes :*

- *Si le programme A est adopté, 200 personnes seront sauvées.*
- *Si le programme B est adopté, il y a une chance sur trois pour que 600 personnes soient sauvées, et deux chances sur trois pour que personne ne soit sauvé.*

## CHAPITRE 2. EXPÉRIMENTATION DES PRÉFÉRENCES POUR L'AMCD

---

### *Formulation 2*

*Considérez que les estimations scientifiques exactes des conséquences associées à chaque programme sont les suivantes :*

- *Si le programme A' est adopté, 400 personnes vont mourir.*
- *Si le programme B' est adopté, il y a une chance sur trois pour que personne ne meure, et deux chances sur trois pour que 600 personnes meurent.*

Dans le groupe de participants interrogé avec la première formulation, la majorité a choisi le programme A. Dans l'autre groupe, une majorité significative a choisi le programme B'. Pourtant, les programmes A' et A ont des conséquences identiques, de même que les programmes B et B'. Ils ne diffèrent que dans la façon dont ils sont formulés. La description des alternatives, en termes de vies sauvées, ou de morts, influe sur la préférence exprimée par les participants.

On peut formuler trois remarques importantes à propos de l'élicitation des préférences sur cet exemple. Imaginons que l'on propose le choix de la politique de santé publique selon les deux descriptions à un même décideur. On aura bien sûr pris soin de rendre les deux tâches indépendantes dans la mesure du possible, en les espaçant dans le temps, et en proposant d'autres tâches de jugement entre les deux. Imaginons que le décideur choisisse indépendamment les programmes A et B'. On se retrouve face à un dilemme.

Premièrement, il y a fort à parier que le décideur, avec du recul, ne souhaite pas que son jugement diffère entre les deux situations simplement à cause de la formulation. La formulation devrait être extérieure au problème. Une telle règle constitue une norme de rationalité, que l'on peut formuler ainsi : *“les préférences au sujet d'alternatives doivent être indépendantes de la façon dont elles sont décrites.”* Deuxièmement, le décideur en question n'aura généralement pas conscience d'avoir exprimé deux jugements contradictoires. Il y a donc nécessité pour l'analyste et le décideur de s'assurer que les préférences du décideur souscrivent aux normes de rationalité. Enfin, supposons que l'on

cherche à intégrer les préférences du décideur dans un modèle. On ne peut prendre en considération les deux réponses simultanément. On ne peut pas a priori considérer l'une des réponses comme plus légitime que l'autre. On ne sait pas quelle est sa "vraie" préférence. Cela pose un problème de taille pour l'élicitation des préférences.

On comprend, avec cet exemple, l'apport du courant descriptif en théorie de la décision. L'étude du comportement décisionnel permet de dresser un portrait singulier du décideur : bien que ses préférences soient liées à ses croyances, valeurs et besoins personnels, il est soumis à de nombreux effets du contexte qui le rendent manipulable dans une certaine mesure. Par son comportement, le décideur ne ressemble pas à un agent rationnel qui injecterait ses préférences toutes faites dans des modèles calculant l'optimum, mais il semble plutôt mettre en œuvre des heuristiques variées selon les situations et le contexte, et construire ses préférences à mesure qu'elles sont requises.

### 2.1.2 Invariance procédurale

Les expériences contrôlées en laboratoire et en contexte réel montrent que les décideurs ne se comportent pas comme l'agent rationnel postulé dans les modèles normatifs. Il peut paraître évident que dans des situations réelles de décision, les décideurs humains soient en partie imprévisibles ou qu'ils se trompent parfois dans leur choix. Mais ce qui est frappant est que l'on observe des déviations par rapport à la rationalité qui ne constituent pas un bruit aléatoire mais des différences dans des directions systématiques, des déviations statistiquement significatives et reproductibles dans des contextes variés. Ces déviations révèlent des stratégies, localement cohérentes, mises en œuvre selon le contexte par le décideur de manière plus ou moins inconsciente.

Un aspect important de ces déviations est que les décideurs partagent les axiomes de rationalité. Si on leur demande explicitement, ils souhaitent que leurs préférences soient indépendantes de la façon dont on les sonde. Ils sont d'accord sur le fait que l'on devrait respecter des règles de cohérence. Par exemple, il est aisé de reconnaître qu'une politique de sécurité routière ne devrait pas dépendre de détails dans la façon dont les projets sont exposés au

décideur politique, comme la formulation en nombre de morts ou en nombre de vies sauvées. De plus, il est remarquable les décideurs sont souvent confiants en la cohérence globale de leurs choix et ne se rendent pas compte lorsqu'ils violent les axiomes de rationalité auxquels ils aimeraient pourtant souscrire. Nous donnons des exemples de déviations supplémentaires dans la suite.

### Diversité des procédures d'élicitation

De nombreuses tâches de décision sont souvent envisageables pour recueillir la même information préférentielle. Par exemple, pour déterminer laquelle des alternatives  $A(a_1, a_2)$  et  $B(b_1, b_2)$  est préférée par un décideur, on peut utiliser les procédures de questionnement suivantes :

- comparaison par paire : Quelle action préférez-vous ? (Je préfère  $A$  à  $B$ , je préfère  $B$  à  $A$ , je suis indifférente entre  $A$  et  $B$ .)
- matching : Indiquez une valeur  $\underline{a_2}$  telle que vous soyez indifférente entre  $A(a_1, \underline{a_2})$  et  $B(b_1, b_2)$ .
- willingness to pay : Combien êtes-vous prête à payer pour obtenir  $A$  ?
- willingness to sell : Pour combien êtes-vous prête à renoncer à  $A$  ?
- distribution de points : Vous disposez de 100 points, répartissez-les entre  $A$  et  $B$ .
- évaluation : Notez chacune des actions  $A$  et  $B$  entre 0 et 10.

On peut aussi considérer plus de deux alternatives et demander au décideur un rangement de ces alternatives. Pour recueillir directement de l'information sur des paramètres préférentiels, il existe également plusieurs méthodes. Par exemple, pour recueillir des valeurs de poids dans un modèle additif, on peut demander au décideur de classer les critères par ordre d'importance, puis d'assigner des valeurs au poids. On peut aussi lui demander des ratios par paire de poids, etc. En somme, que l'on effectue une élicitation directe ou indirecte des préférences du décideur, il existe un large choix dans la tâche de jugement utilisée, pour recueillir la même information.

Le principe d'invariance procédurale stipule que les préférences exprimées par un décideur rationnel doivent être les mêmes pour toutes procédures d'élicitation normativement équivalentes : "...*the relation of preference should not depend on the description of the options or on the method of elicitation.*" (Tversky et al. [1988]). En d'autres termes, les préférences recueillies doivent être indépendantes de la façon dont on les recueille. Ce principe a été énoncé par Arrow [1982] sous le nom d'extensionnalité. De nombreux effets de la description ou de la procédure sur les préférences exprimées ont été étudiés durant les dernières décennies, en psychologie et en économie. Ils constituent des instances où l'invariance procédurale n'est pas respectée par le comportement du décideur.

Un certain nombre des effets observés ont pu être interprétés et imputés à des biais cognitifs. Parmi ceux-ci, on trouve la pondération non linéaire des probabilités, et le fait qu'un décideur interprète souvent une situation de décision en codant les conséquences en tant que gains et pertes relatifs à son état présent, et non en les considérant dans l'absolu. La littérature fournit ainsi des modèles descriptifs permettant d'expliquer différents effets en modélisant le comportement de décision observé. Quelques exemples seront donnés à la Section 2.2.

### **Un exemple de violation d'invariance procédurale : l'effet de proéminence**

De nombreuses expérimentations ont permis de comparer deux méthodes d'élicitation distinctes : la comparaison par paire et le matching (Slovic [1975], Fischer and Hawkins [1993], Hawkins [1994] et Carmon and Simonson [1998]). Dans la première méthode, l'analyste demande au décideur de comparer deux alternatives et d'exprimer un jugement en faveur de l'une ou l'autre, ou bien une indifférence entre les deux alternatives. Dans la méthode de matching, une paire d'alternatives est également présentée au décideur, mais une évaluation sur un critère est manquante pour une des alternatives. Le décideur doit estimer la valeur manquante en cherchant à rendre les deux alternatives indifférentes. Considérons l'exemple suivant, adapté de Tversky et al. [1988], où la procédure de questionnement varie selon le groupe de sujets interrogés.

## CHAPITRE 2. EXPÉRIMENTATION DES PRÉFÉRENCES POUR L'AMCD

---

**Exemple 2.1.2.1** (Programme de prévention pour la sécurité routière). *Près de 600 personnes sont tuées dans un accident de voiture chaque année en Israël. Le ministre des transports envisage divers programmes pour réduire le nombre de victimes sur les routes.*

### Procédure 1

*Considérez les deux programmes de sécurité routière suivants (voir Table 2.1), évalués en coût annuel (en millions d'euros) et en nombre de morts annuel attendu après implémentation de chaque programme.*

	nb de victimes	coût
Programme X	500	55M€
Programme Y	570	12M€

TABLE 2.1 – Comparaison

*Quel programme préférez-vous ?*

### Procédure 2

*Considérez les deux programmes de sécurité routière suivants (voir Table 2.2), évalués en coût annuel (en millions d'euros) et en nombre de morts annuel attendu après implémentation de chaque programme.*

	nb de victimes	coût
Programme X	500	?
Programme Y	570	12M€

TABLE 2.2 – Matching

*Vous devez déterminer le coût du Programme X qui le rend équivalent au Programme Y. (a) Est-ce que la valeur de 55M€ vous paraît trop haute ou trop basse ? (b) Quelle est la valeur appropriée selon vous ?*

Un effet systématique a été observé. En réponse à la tâche de comparaison, 68% des sujets expérimentaux choisissent le Programme X, qui est plus coûteux mais sauve plus de gens. Pourtant, en réponse au matching, 72% des



sujets estiment un coût inférieur à 55M€ pour le Programme  $X$ , impliquant qu'ils auraient choisi le Programme  $Y$  lors d'une comparaison. Ce pourcentage monte même à 96% lorsqu'on demande la réponse au matching directement, sans demander d'abord si la valeur de 55M€ est trop haute ou trop basse. L'attribut le plus important (ou proéminent, ici, le nombre de morts) est sur-évalué dans une tâche de comparaison par paire, relativement à une tâche de matching. C'est un effet robuste, démontré dans de nombreux contextes de décision : au sujet de politiques de sécurité routière, mais aussi de biens de consommation, d'appartements, de traitement médical, etc. (voir Tversky et al. [1988]). En d'autres termes, le taux de substitution entre deux attributs, qui devrait dépendre uniquement des préférences du décideur, est plus grand s'il est déduit d'une comparaison par paire que s'il est directement demandé à travers une tâche de matching.

D'autres tâches de jugement peuvent être envisagées pour obtenir le même type d'information préférentielle, tels que le matching par comparaisons successives (Keeney and Raiffa [1976], pp. 96-99). Le décideur effectue des séquences de comparaisons dans lesquelles l'une des évaluations est peu à peu ajustée en fonction de ses réponses, jusqu'à obtenir une indifférence entre les deux alternatives présentées. Une version modifiée de cette tâche consiste à entrelacer les séquences correspondant à différents matchings afin que le décideur ne soit pas conscient de l'objectif global de la tâche (effectuer un matching). Fischer et al. [1999] observent que l'effet de proéminence dépend de l'objectif global apparent de la tâche d'élicitation, qui peut être soit de différencier ou discriminer entre les alternatives, soit de les égaliser. Ainsi, vis-à-vis de l'effet de proéminence, on peut distinguer deux classes de tâches : la comparaison par paire et le matching masqué par comparaisons entrelacées (voir Bostic et al. [1990] et Chapitre 5), d'une part, et le matching simple ainsi que le matching par comparaisons successives d'autre part. Les préférences exprimées en utilisant la première catégorie, dont l'objectif perçu par le décideur est de différencier, favorisent le critère proéminent par rapport aux préférences exprimées en utilisant la deuxième catégorie de procédure, dont l'objectif perçu est d'égaliser.

### Un autre exemple : l'effet de dotation initiale

La quantité d'argent qu'un décideur est prêt à échanger pour un bien est censée refléter la valeur que ce décideur accorde au fait de posséder ce bien. Plus précisément, la théorie économique classique prévoit que si l'on contrôle certains paramètres tels que le coût de transaction ou l'effet de revenu, on devrait observer, pour un bien, un prix minimal de vente (WTS : willingness to sell) sensiblement égal au prix maximal d'achat (WTP : willingness to pay).

Or des expérimentations montrent que le WTS est souvent bien supérieur au WTP. Dans une expérimentation où des mugs sont distribués aléatoirement entre des sujets, Kahneman et al. [1990] observent de la part des possesseurs de mugs un WTS plus de deux fois plus grand que le WTA proposé par les sujets non possesseurs. Dans Carmon and Ariely [2000], le WTS hypothétique exprimé par des étudiants pour un ticket d'entrée à un match de basketball universitaire est 14 fois plus grand que le WTP hypothétique.

L'effet de dotation initiale, *endowment effect* en anglais, stipule qu'un décideur attribue plus de valeur à un bien lorsque ce bien est considéré comme lui appartenant. On peut rapprocher cet effet de l'effet de *statu quo* (favoriser l'alternative associée à l'état de fait actuel) et l'effet d'omission (favoriser l'inaction) (Samuelson and Zeckhauser [1988], Kahneman et al. [1991], Schweitzer [1994]).

### 2.1.3 Invariance descriptive et invariance contextuelle

L'un des canons rationnels est l'indépendance des préférences exprimées par rapport à la façon dont est présenté le problème. Or même en fixant le mode de questionnement (comparaison par paire par exemple), on observe des effets systématiques de la description du problème sur les préférences exprimées, comme on l'a vu avec l'Exemple 2.1.1.1 du choix d'une politique de santé, affecté par le *framing*. Hershey and Schoemaker [1980] fournit un autre exemple frappant. Il a observé des choix entre une loterie  $(p, 0; 1 - p, -L)$  et une perte d'argent certaine  $(-S)$ , tels que  $S < L$ , en variant les valeurs de paramètre. Cette situation correspond au choix d'acheter une assurance ou non. Pour les valeurs de paramètres correspondant le plus à une assurance de manière

réaliste (L élevé, p petit), les choix différaient significativement selon que le problème était décrit en termes de loterie ou d'assurance. Le contexte affecte la représentation interne du problème et la présentation sous forme d'assurance évoque une réponse plus averse au risque, pour un choix mathématiquement identique.

### Principe d'indépendance vis-à-vis d'une alternative tierce

L'ensemble d'alternatives envisagé dans un problème de décision peut être considéré comme un élément de contexte de la décision. On peut décrire un même problème de décision en considérant un ensemble d'alternatives  $A$  ou en considérant un ensemble plus grand  $A'$ , tel que  $A \subset A'$ . Cette notion de contexte intervient en particulier lorsque l'on exclut les alternatives dominées d'un problème. On change de contexte en passant d'un ensemble d'alternatives à un ensemble plus réduit.

Le principe d'indépendance vis-à-vis d'une tierce alternative stipule que, étant donné un ensemble d'alternatives  $A \subset A'$ , les préférences sur  $A$  doivent être les mêmes que les préférences sur  $A'$ , restreintes à  $A$ . Par exemple, prenons  $A' = \{a, b, c\}$  et supposons que les préférences du décideur sur  $A'$  sont transitives et que  $b \succ a \succ c$ . Alors le principe d'indépendance dit que si l'on présente au décideur le choix parmi  $A = \{a, b\}$ , il devrait nécessairement déclarer  $b \succ a$ . La théorie de la valeur multiattribut est compatible avec ce principe. Dans la comparaison de deux alternatives, seule la valeur globale de chacune importe, et cette valeur est indépendante de la présence ou non d'une tierce alternative.

Des violations du principe d'indépendance à une tierce alternative ont cependant été mises en évidence dans le comportement décisionnel. Citons le cas particulier de la dominance asymétrique. On rappelle que la relation de dominance se note  $\Delta$ . Considérons  $A' = \{a, b, c\}$  avec  $\neg(a\Delta b)$ ,  $\neg(b\Delta a)$ ,  $\neg(a\Delta c)$  et  $b\Delta c$  (voir Figure 2.1). Le fait que  $c$  soit dominé peut nous conduire à l'exclure de  $A'$  et ne recueillir les préférences du décideur que sur  $A = \{a, b\}$ . Pourtant, des renversements de préférence systématiques ont lieu entre la comparaison de  $a$  et  $b$  dans  $A$  et la comparaison de  $a$  et  $b$  dans  $A'$ . La présence de  $c$  donne un avantage comparatif à  $a$  (Huber et al. [1982], Wedell [1991], Simonson and Tversky [1992], Mousseau and Méric [1999] et Pettibone and Wedell [2000]).

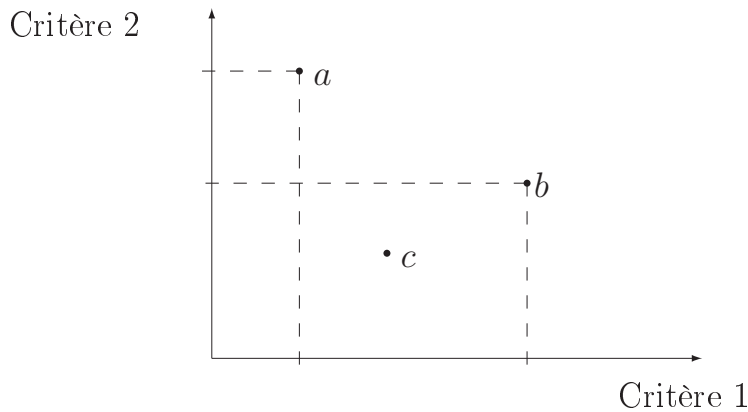


FIGURE 2.1 – Une situation de dominance asymétrique dans le plan bicritère.

On peut également mentionner l'effet de contraste de trade-off (observé sur des pneus jugés sur la durée de garantie et le prix, et sur des lots combinant argent et tickets cadeaux dans Tversky and Simonson [1993]). Considérons une paire d'alternatives  $x$  et  $y$  telle que  $x$  a un avantage sur le critère 1, comme sur la Figure 2.2. Dans la comparaison de  $x$  et  $y$ , les décideurs ont plus tendance à choisir  $x$  s'ils ont auparavant été confrontés à un choix où l'avantage sur le critère 1 est moins fort (choix entre  $x'$  et  $y'$ ), que s'ils ont été confronté à un choix où l'avantage sur le critère 1 est plus fort (choix entre  $x''$  et  $y''$ ). L'ensemble des choix précédents peut être considéré comme faisant partie du contexte de la décision. On observe encore un effet significatif du contexte sur les préférences élicitées, en désaccord avec les hypothèses de la théorie classique.

Les déviations décrites dans cette section découlent des limitations cognitives des décideurs réels et du fait qu'ils utilisent des raisonnements qui s'apparentent à des heuristiques : algorithmes fournissant une solution rapidement mais pas forcément optimale. Kahneman [2003] distingue ainsi deux modes utilisés par le décideur effectif pour réfléchir et décider : le raisonnement (lent, coûteux, fonctionnant en série et neutre) et l'intuition (rapide, peu coûteux, fonctionnant en parallèle et lié à l'émotion). Les travaux descriptifs permettent de mieux connaître le décideur, mais ont aussi un impact sur la conception des modèles normatifs (voir Figure 1.2). Ils invitent à améliorer leur pouvoir de

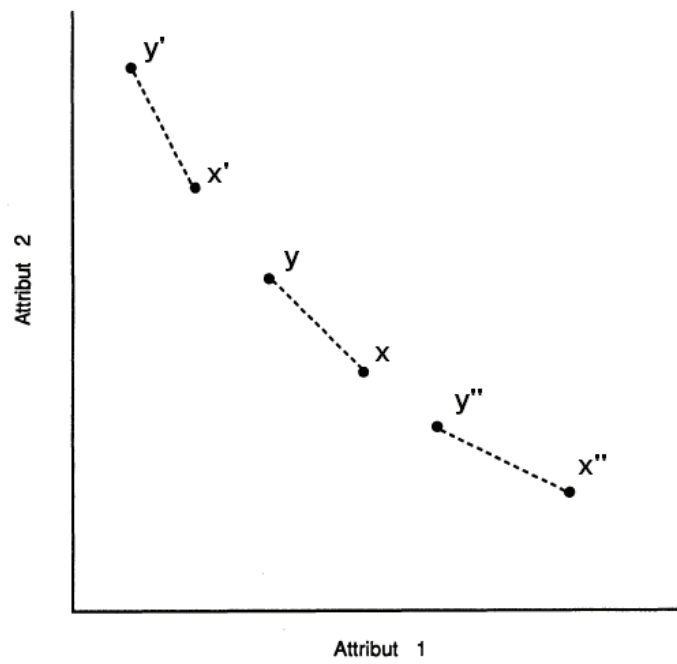


FIGURE 2.2 – Différents trade-offs bicritères (tiré de Tversky and Simonson [1993]).

représentation, comme on va le voir dans la Section suivante.

## 2.2 Vers un Enrichissement des Modèles Descriptifs

L'une des premières descriptions d'ensemble du comportement décisionnel humain est due à Herbert Simon. Il a proposé le terme de “rationalité limitée” (voir par exemple Simon [1955]) pour décrire un aspect essentiel du comportement réel de décision de l'être humain. Pour résoudre un problème de décision, l'homme ne dispose que d'une capacité de traitement finie de l'information. Non seulement, il ne peut effectuer de collecte réellement exhaustive des données relatives au problème, mais il n'a pas non plus de ressources suffisantes pour traiter totalement l'information collectée. La conséquence principale de ces limitations est que le décideur, au lieu de rechercher la solution optimale d'un problème de décision (maximisation de l'utilité), met en place une stratégie de recherche jusqu'à trouver une solution satisfaisante (*satisficing*). Le corollaire est que l'être humain semble utiliser une multitude d'heuristiques lorsqu'il doit résoudre des problèmes de décision. Le contexte et la façon dont est envisagé le problème de décision appellent des heuristiques différentes. C'est pourquoi les préférences sont affectées par des facteurs autres que la seule valeur intrinsèque des alternatives.

Les constantes de comportement observées depuis lors ont incité à construire des modèles descriptifs expliquant de manière simple, formelle, les écarts observés entre le comportement rationnel postulé dans les modèles normatifs et le comportement effectif des décideurs réels. La raison de ces modèles n'est pas de définir le comportement rationnel optimal mais de décrire le plus économiquement possible (i.e. avec le moins d'hypothèses) diverses observations du comportement effectif de décision. En substituant au modèle normatif un modèle descriptif fondé sur une règle explicite, on parvient à “faire disparaître” un paradoxe observé à travers des décisions réelles. Un exemple classique est celui de la *prospect theory* qui incorpore, entre autres, une asymétrie d'encodage entre perte et gains par rapport à un point de référence (Wakker [2010]).

Les modèles descriptifs doivent permettre de faire des prédictions sur le comportement réel. Ils permettent de caractériser les comportements observés.

En se basant sur de nombreuses expérimentations étalées sur une décennie, Amos Tversky et Daniel Kahneman ont proposé un modèle de décision rendant compte du comportement réel d'un décideur en décision risquée (voir Kahneman and Tversky [1979]). Ce modèle s'appelle "Prospect theory", où le mot *prospect* désigne une loterie. Il fait intervenir un point de référence propre au décideur, relativement auquel il ressent les conséquences de sa décision comme une perte ou un gain. Le point de référence s'interprète généralement comme la situation actuelle du décideur (en termes de patrimoine, capital, état de santé, etc., selon l'objet de la décision).

Dans ce modèle est introduite une asymétrie entre l'effet d'une perte et d'un gain. La variation de valeur associée à une perte est plus grande que celle associée au gain correspondant (voir Figure 2.3). Cela se traduit par le fait que la courbe est plus pentue dans le domaine des pertes. De plus, la valeur marginale des gains et des pertes décroît, ce qui est modélisé par une courbe de valeur concave dans le domaine des gains et convexe dans le domaine des pertes. Enfin, ce modèle prévoit également le rôle non linéaire joué par les probabilités aux yeux des décideurs : ceux-ci surpondèrent les événements à faible probabilité et sous-pondèrent les événements à probabilité moyenne et forte en regard des événements certains. Il ne faut pas confondre la pondération de probabilité avec la déformation des probabilités (le fait de surévaluer la probabilité d'occurrence d'un événement rare). La Figure 2.4 montre plusieurs estimations empiriques pour le paramètre de pondération de la probabilité.

Les caractéristiques de la fonction d'utilité et de la fonction de pondération des poids introduites dans la *prospect theory* permettent d'expliquer un grand nombre de déviations du comportement réel par rapport à la théorie de l'utilité espérée. Par exemple, considérons un décideur qui accepte à la fois de payer une assurance (révélant une aversion pour le risque lié à des pertes plutôt importantes, de probabilité assez faible) et de jouer au Loto (ce qui révèle un goût pour le risque lié à un gain très important, de probabilité extrêmement faible). Ce comportement apparaît comme irrationnel dans le cadre de la maximisation de l'utilité espérée, mais est compatible avec la *prospect theory*. De même, la

prospect theory permet de prévoir le résultat de l'expérimentation avec *framing* en nombre de vies sauvées ou de vies perdues (Exemple 2.1.1.1). Pour le voir, calculons l'utilité des programmes proposés (les vies sauvées correspondent à des gains, et les morts non évitées à des pertes).

- Dans la formulation 1, les programmes  $A$  et  $B$  ont pour utilité respective,  $u(A) = u(200)$  et  $u(B) = \frac{1}{3}u(600) + \frac{2}{3}u(0) = \frac{u(600)}{3}$ . Comme la fonction d'utilité est concave dans le domaine des gains,  $\frac{u(600)}{3} < u(\frac{600}{3}) = u(A)$ . Pour ce décideur,  $A$  est préféré à  $B$ .
- Dans la formulation 2,  $u(A') = u(-400)$  et  $u(B') = \frac{1}{3}u(0) + \frac{2}{3}u(-600) = \frac{2}{3}u(-600)$ . Comme la fonction d'utilité est convexe dans le domaine des pertes,  $\frac{2}{3}u(-600) > u(\frac{2}{3}(-600)) = u(-400) = u(A')$ . Pour ce décideur,  $B'$  est préféré à  $A'$ .

Le modèle restitue les observations empiriques. Mais il peut également être vu comme définissant une norme de comportement. A ce titre, la version initiale de la prospect theory avait le défaut d'induire des violations de la dominance stochastique de premier ordre. La loterie  $A$  est en situation de dominance stochastique de premier ordre sur la loterie  $B$  si pour tout gain  $x$ , la probabilité de recevoir au moins  $x$  est plus grande selon  $A$  que selon  $B$ , et que cette inégalité est stricte pour une valeur de gain  $y$  :  $P(A \geq x) \geq P(B \geq x) \forall x$  et  $\exists y, P(A \geq y) > P(B \geq y)$ . Le modèle a été amélioré pour surmonter cette limitation, et la version raffinée, la cumulative prospect theory, s'applique de plus aux décisions dans l'incertain (voir Koehler and Harvey [2004], Chap. 20, pour une présentation de l'évolution de la prospect theory). Dans la cumulative prospect theory, la fonction de pondération des probabilités est cumulative. Ce changement a été inspiré par les modèles à utilité dépendante du rang (voir Quiggin [1993]). Ce modèle est maintenant considéré comme un modèle normatif, mais la genèse du modèle prend sa source dans les observations du comportement réel.

L'approche descriptive permet de raffiner les modèles normatifs et inspire des modèles avec une plus grande capacité de représentation. De plus, ces modèles sont plus compatibles avec les modalités effectives de raisonnement des décideurs. Cette démarche a été particulièrement féconde dans le domaine de



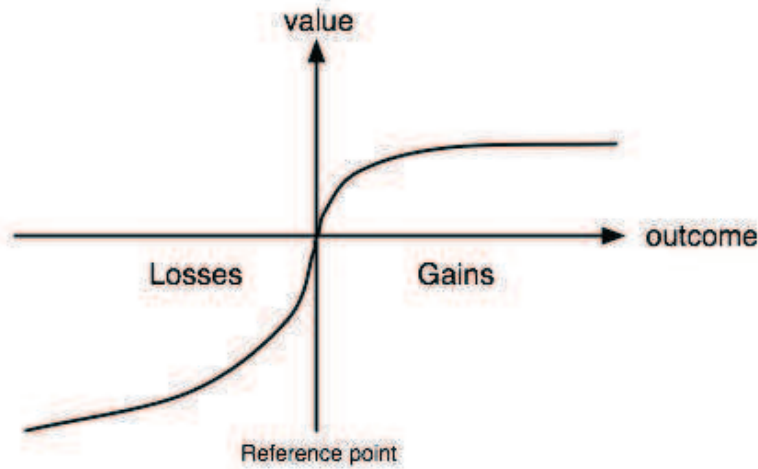


FIGURE 2.3 – Relation empirique entre des pertes et des gains monétaires (*gains and losses*) et la variation de valeur subjective associée. Dessin de M.O. Rieger, tiré de en.wikipedia.org.

la décision dans le risque, aboutissant à des modèles plus généraux que celui de l'utilité espérée. Dans le domaine multicritère, les travaux portent principalement sur les modèles à base d'utilité. On a par exemple cherché à incorporer des normes relatives à un point de référence (voir Tversky and Kahneman [1991]). Des expérimentations ont été menées pour étudier comment les modèles sont appréhendés lors de l'élicitation (voir Section suivante). La démarche consistant à cumuler une quantité de données expérimentales afin de tester la validité des axiomes reste à effectuer pour une grande part concernant les méthodes européennes d'aide à la décision. Bouyssou and Marchant [2007a] et Bouyssou and Marchant [2007b] ont notamment procédé à une axiomatisation d'une version particulière d'ELECTRE Tri. Tester si les décideurs réels respectent ces axiomes constitue un champ de recherche intéressant pour l'avenir.

## 2.3 Eliciter les Préférences du Décideur Réel

D'une manière plus générale, cerner les caractéristiques du comportement des décideurs grâce à l'approche expérimentale permet à l'analyste de mieux

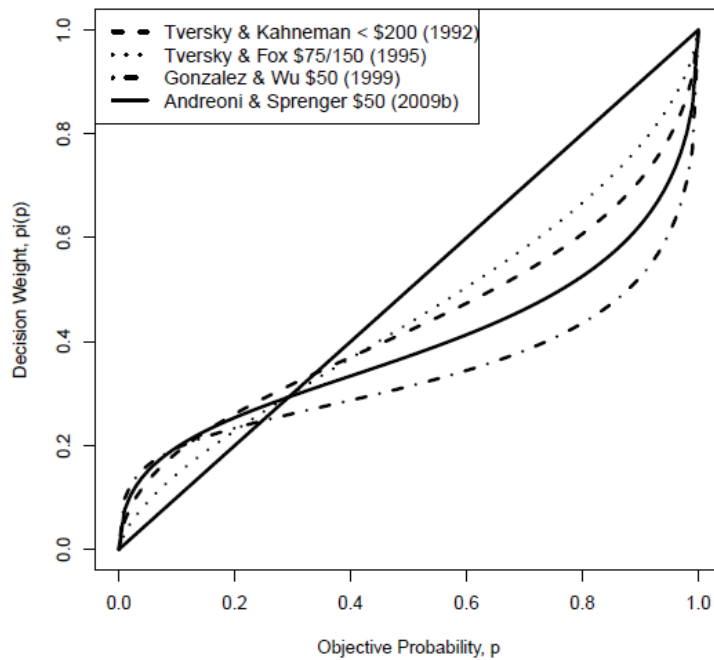


FIGURE 2.4 – Différentes estimations de la pondération de la probabilité. Probabilité pondérée  $p_i$  en fonction de la probabilité objective  $p$ . Issu de Andreoni and Sprenger [2010]

intervenir dans le cadre de l'aide à la décision. En particulier, éliciter des préférences dans le cadre d'un modèle précis peut donner lieu à des problèmes d'interprétation des jugements exprimés (voir Weber and Borchering [1993] par exemple). L'analyste qui souhaite éliciter des préférences doit savoir dans quelle mesure les préférences des décideurs sont labiles et quels facteurs arbitraires sont susceptibles d'influencer la formation des préférences.

De nombreuses expérimentations ont fait émerger le thème de la construction des préférences : l'idée que les préférences ne sont pas un objet préexistant quelque part dans la tête du décideur, qu'il faudrait découvrir, mais qu'elles sont construites par le décideur à mesure qu'elles sont requises (voir le livre Lichtenstein and Slovic [2006] pour une revue d'ensemble). Cette construction fait intervenir les valeurs et objectifs du décideur, mais elle est aussi influen-

cée par le contexte et la formulation particulière du problème. Envisager les préférences comme un objet construit permet à l'analyste d'adopter un point de vue critique vis-à-vis des préférences exprimées dans un contexte et une procédure donnés. Payne et al. [1999] présente des préceptes pour mesurer les préférences construites.

Certains travaux empiriques visent à tester si le décideur s'exprime en cohérence avec la sémantique du modèle utilisé. Même le modèle classique de la valeur multiattribut, dont la compréhension peut sembler relativement simple, pose des problèmes de sémantique des paramètres. On va le voir à propos de l'élicitation de poids dans MAVT.

### Un exemple : la sensibilité à l'étendue de l'échelle

En théorie de la valeur multiattribut (MAVT), une valeur globale est calculée pour une alternative en agrégeant les valeurs marginales associées à chaque critère :

$$v(a) = \sum_{i=1}^n w_i v_i(a) \quad (2.1)$$

où les poids  $w_i$  sont généralement choisis tels que :  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . De plus, chaque fonction de valeur marginale  $v_i$  est normalisée pour varier de 0 à 1 quand l'attribut  $i$  associé varie de la valeur minimale à la valeur maximale de l'échelle  $X_i$ .

Par définition, les poids  $w_i$  représentent les taux de substitution entre critères, en considérant des unités de fonction de valeur marginale. En d'autres termes, le rapport  $w_j/w_i$  représente la quantité de valeur marginale que le décideur est prêt à perdre sur le critère  $i$  en échange du gain d'une unité de valeur marginale sur le critère  $j$ , sans que cela ne change la valeur globale de l'alternative considérée. Pour représenter une même structure de préférences, la valeur des poids dépend donc de l'échelle  $X_i$  considérée sur chaque critère, sur laquelle est mesurée la valeur marginale.

Intéressons-nous au changement qu'on peut attendre dans l'écriture du modèle si on change l'échelle associée au critère  $i$ . Considérons que la fonction de valeur marginale  $v_i$  est normalisée en considérant une échelle de variation

$X'_i$  plus grande que l'échelle  $X_i$ , par exemple. Alors tous les poids devraient refléter ce changement pour que les taux de substitution restent les mêmes :  $w'_i$  devrait être plus grand que  $w_i$ , et les autres poids devraient diminuer (la somme étant égale à 1). Fischer [1995] et Von Nitzsch and Weber [1993] présentent des expériences montrant que ce prérequis n'est pas toujours respecté par les décideurs lorsque la méthode d'élicitation utilisée ne fait pas explicitement considérer l'étendue de l'échelle.

Fischer [1995] comparent expérimentalement, du point de vue de la sensibilité à l'étendue de l'échelle, les méthodes d'élicitation suivantes : direct importance weights (von Winterfeldt and Edwards [1986], pp.278-287), swing weights (von Winterfeldt and Edwards [1986], pp.274-5, 286-7), and trade-off weights (Keeney and Raiffa [1976]), pour recueillir les préférences d'étudiants au sujet d'emplois. Cela les amène à recommander d'éviter l'élicitation par direct importance, et à préférer les deux autres méthodes. Dans swing weights, le décideur considère l'alternative fictive possédant le plus bas niveau sur chaque critère et indique dans quel ordre de priorité elle ferait basculer (*swing*) chaque critère à son meilleur niveau. Ensuite, en considérant un poids de 100 pour le critère classé le plus haut, elle doit assigner des poids aux autres critères, indiquant leur importance relative. Von Nitzsch and Weber [1993] recommandent également d'éviter les tâches d'élicitation ne nécessitant pas de considérer l'étendue de l'échelle. Hobbs [1980] observe un cas d'insensibilité des poids élicités à l'étendue de l'échelle, sur une application réelle (utilisation de MAUT pour choisir le site d'une centrale électrique). Bouyssou et al. [2000], pp.56-57, fournit un exemple frappant de l'influence du choix de l'échelle, lorsque l'on veut mesurer un critère, sur un classement faisant intervenir ce critère, en analysant l'indice de développement humain (IDH) utilisé par l'ONU.

En parallèle à la recherche de cohérence avec les normes, l'approche empirique renseigne sur l'adéquation entre tâches de jugement et modèle. Les observations expérimentales permettent d'utiliser la tâche d'élicitation évoquant le mode de raisonnement le plus compatible avec le modèle utilisé. En particulier, on a vu que les tâches de jugement comparaison par paires et matching induisent des préférences différentes (voir Sous-section 2.1.2). Le matching incite les décideurs à adopter un mode de raisonnement plus compensatoire que

la comparaison par paire, car il focalise le décideur sur un échange de performances. Lorsque l'on interroge le décideur à l'aide de comparaisons par paires, on a plus de chances de recueillir des préférences plus proches de la lexicographie : un attribut est favorisé. Il est donc plus judicieux d'utiliser un matching pour paramétrer un modèle compensatoire comme MAVT.

L'approche empirique permet de mettre en lumière certaines caractéristiques des stratégies utilisées par les décideurs pour formuler leur préférences. Dans Levin et al. [1998], on compare un procédé de choix progressif avec un procédé de rejet progressif. Les étapes sont les mêmes dans les deux cas, en remplaçant toute formule du type "choisissez les options dont vous considérez l'achat sérieusement" par "choisissez les options dont vous ne considérez pas l'achat sérieusement." Ils observent que les choix finaux ne sont pas significativement différents, mais que le nombre d'options durant les étapes intermédiaires est plus élevé dans le cas de la tâche formulée en termes de rejet. Cette observation peut conduire à favoriser un mode de questionnement par rejet dans le cas où il est souhaitable de conserver l'éventail le plus larges d'alternatives.

On voit que la connaissance des problèmes apparaissant dans l'élicitation de paramètres préférentiels conduit à concevoir des procédures d'élicitation compatibles avec les modes de réflexion et d'expression naturels des décideurs. Connaître les déviations entre sémantique des paramètres et comportement réel permet ainsi d'améliorer largement les procédures d'élicitation. Fort de ces connaissances, on peut chercher à corriger des affirmations pour annuler des effets connus, tester la robustesse des jugements exprimés par le décideur, mieux choisir les exemples de référence servant à paramétrer le modèle.

L'intuition de la pratique peut également amener à prendre en compte une gamme plus large de comportements préférentiels au niveau du modèle lui-même. Par exemple, l'interaction entre les critères est prise en compte dans les modèles récents basés sur l'intégrale de Sugeno ou l'intégrale de Choquet (voir Grabisch and Labreuche [2008]), les CP-nets (Boutilier et al. [2004]) ou les réseaux GAI (Gonzales and Perny [2004]). La contrepartie de tels modèles est qu'ils sont plus lourds à éliciter. Il est nécessaire d'effectuer un compromis entre capacité de description et coût en temps d'élicitation.

## 2.4 Conclusion

L'étude empirique des préférences montre que les décideurs réels sont soumis à des effets du contexte et de la tâche de jugement. Ces observations amènent à concevoir des méthodes normatives avec une meilleure capacité descriptive (cf. *prospect theory*). Le fait que ces méthodes présentent une compatibilité plus grande avec les modalités réelles de raisonnement des décideurs présente un avantage lorsque l'on veut éliciter et prescrire. Il existe une littérature extensive sur des travaux descriptifs du comportement décisionnel dans l'incertain et le risque. Les travaux dans le domaine de la décision multicritère concernent principalement la théorie de la valeur multiattribut, et sont rares concernant les méthodes de comparaisons par paires. Cette thèse se propose de contribuer humblement à combler ce manque, en particulier en s'intéressant à l'expression de préférences incomplètes liées au conflit multicritère.

## Chapitre 3

# Le Conflit en Décision Multicritère

**Résumé :**

Nous nous intéressons dans cette thèse à l'effet exercé par le conflit multicritère sur le jugement exprimé par les décideurs. Dans la première section, nous définissons le conflit multicritère et discutons de l'importance de cette notion en AMCD. Il s'agit, d'une manière générale, de la situation dans laquelle les performances sur les différents critères divergent et empêchent de comparer deux alternatives sans établir de compromis.

Le conflit ne joue aucun rôle dans la théorie de maximisation de la valeur, mais il influence la manière dont les décideurs effectifs font des choix. Nous relatons dans la deuxième section quelques effets comportementaux observés dans la littérature qui sont liés au conflit multicritère.

Dans la section suivante, nous nous intéressons à la façon de définir une intensité du conflit bicritère dans la comparaison entre deux alternatives, et identifions deux variables qui seront utilisées dans notre expérimentation rapportée au Chapitres 5.

Enfin nous proposons dans la dernière section un indice de mesure de l'intensité du conflit qui pourrait aider dans le choix d'exemples au cours d'une élicitation.



### 3.1 Définition et remarques préliminaires

On a vu qu'en l'absence d'information préférentielle, la seule structure dont on dispose pour discriminer entre les alternatives est la relation de dominance, qui est généralement très pauvre (en considérant des évaluations aléatoires, Rosinger [1991] calcule que la probabilité pour que deux alternatives soient en relation de dominance est inférieure à 1% pour sept critères). Un aspect essentiel de l'aide à la décision est donc de permettre la prise en compte d'informations supplémentaires, propres au décideur, qui permettent de discriminer entre les alternatives et déterminer une structure de préférences.

Pour simplifier, considérons un problème de décision bicritère où chaque critère est à maximiser. Il est probable qu'il existe deux alternatives  $a$  et  $b$  telles qu'aucune ne domine l'autre.  $a$  est meilleure que  $b$  sur le critère 1, mais présente un désavantage par rapport à  $b$  sur le critère 2. Il est dès lors nécessaire pour le décideur d'exprimer un jugement sur les avantages relatifs de chaque alternative. Dans la vie quotidienne, nous sommes sans cesse amenés à former ce type de jugement : "aujourd'hui, je préfère le tiramisu à 5€ à la part de tarte aux pommes à 3€" (parce que j'ai déjà mangé de la tarte hier, parce que j'ai décidé de dépenser mon argent, etc.). "Pourtant, j'aurais préféré la tarte aux pommes si le tiramisu coûtait 7€". Ce jugement constitue la part irréductible de la décision multicritère : le décideur doit nécessairement effectuer un compromis, peser les arguments en faveur et en défaveur de chaque acte. Et ce compromis est nécessaire car il existe un conflit entre les alternatives dû à leurs évaluations divergentes sur certains critères.

En aide à la décision appliquée à un problème industriel, il est fréquent qu'un conflit existe entre le coût des actions potentielles d'une part et d'autre part leur sûreté (management de risques), leur qualité (conception produit), etc. D'une manière plus générale, allouer un budget à une politique (de sécurité, financière, d'investissement en matériel) requiert d'établir les compromis acceptables entre coût (financier, délai) et objectifs poursuivis.

On peut donc voir le conflit comme la relation complémentaire de la dominance : la situation, pour un couple d'alternative, dans laquelle il est impossible de désigner une alternative comme "meilleure", sans référence à de l'informa-

tion préférentielle. On pourrait aussi choisir une définition plus générale, qui ne soit pas liée à un couple d'alternatives mais seulement à un ensemble de critères. Il existe un conflit dès que l'on doit prendre en compte un avantage sur un critère et un désavantage sur un autre critère *simultanément*. C'est le cas si l'on doit évaluer une alternative unique, sur plusieurs critères, et qu'elle présente des avantages et des désavantages (voir Fischer et al. [2000]). Considérons la décision d'acheter un disque dur externe par exemple. Il est plus facile de se décider si l'on est face à un produit avec une grande capacité de stockage et une vitesse de transfert élevée, que si l'on est face à un produit avec une grande capacité de stockage mais une vitesse de transfert très basse. Mousseau [1993] (pp.144-146) s'intéresse au degré de conflit entre deux coalitions de critères.

Plusieurs définitions du conflit multicritère entre deux alternatives ont été proposées en supposant que des pseudos critères ont été construits. Un pseudo critère est défini ainsi (Bouyssou and Roy [1993]) :

**Définition 3.1.0.1** (pseudo-critère). *Un pseudo-critère est un critère  $g$  associé à deux fonctions seuils  $q$  et  $p$ , telles que,  $\forall a, b \in A^2$  :*

$$g(a) \geq g(b) \Rightarrow \begin{cases} aP_g b & \Leftrightarrow g(a) - g(b) > p(g(b)), \\ aQ_g b & \Leftrightarrow q(g(b)) < g(a) - g(b) \leq p(g(b)), \\ aI_g b & \Leftrightarrow g(a) - g(b) \leq q(g(b)), \end{cases}$$

où  $P_g$ ,  $Q_g$  et  $I_g$  signifient respectivement préférence stricte, quasi-préférence et indifférence partielles relatives au critère  $g$ .

Bouyssou and Roy [1993] (Chap. 3) définit alors le conflit entre les critères  $j$  et  $k$  dans la comparaison de  $a$  et  $b$  de la manière suivante.  $a$  et  $b$  sont en :

**conflit fort** si  $aP_j b$  et  $bP_k a$ ,

**conflit faible** si  $aQ_j b$  et  $bQ_k a$ ,

**conflit dissymétrique présumé favorable à  $a$**  si  $aP_j b$  et  $bQ_k a$ ,

Sans supposer de pseudo-critères, et pour simplifier, on peut considérer la définition donnée par Perny [2000] :

**Définition 3.1.0.2** (conflit multicritère). *On dit que deux critères  $g_j$  et  $g_k$  sont en conflit dans la comparaison de  $a$  et  $b$  si  $a_j - b_j > p_j$  et  $a_k - b_k > p_k$ , où  $p_j$  et  $p_k$  sont les différences minimales qui suffisent pour justifier les préférences  $aP_jb$  et  $bP_k a$ .*

La nature des informations préférentielles dépend du modèle choisi pour représenter les préférences du décideur. Il peut s'agir de poids codant l'importance relative des critères, de seuils d'aspiration, de seuils de veto, etc. Dans tous les cas, l'information est liée à la manière avec laquelle le décideur peut effectuer des compromis (*trade-offs*) entre les avantages et les désavantages associés à divers profils multicritères. C'est l'existence de conflit multicritère qui impose de déterminer une importance relative des critères. Le modèle de représentation est choisi en fonction du fait qu'il autorise à faire des compromis à tout niveau de l'échelle ou non, au fait que le taux de compensation puisse varier le long de l'échelle ou non, etc. Bouyssou and Roy [1993] souligne que c'est la façon de considérer *la résultante des conflits* qui caractérise une procédure d'agrégation, et il se base sur cette notion pour introduire les concepts de concordance et discordance (voir Chapitre 1 et Chapitre 4).

Pouvoir repérer et quantifier le conflit multicritère peut présenter un intérêt particulier pour l'élicitation et la modélisation des préférences. En effet, les questions d'élicitation comportant le plus de conflit sont celles qui apportent le plus d'information : "La connaissance de l'importance relative de deux critères (ou coalitions de critères) est d'autant plus cruciale que ceux-ci sont conflictuels ce qui permet de déterminer les questions dont les réponses sont capitales pour la prescription" (Mousseau [1993]). La présence de conflit pourrait donc être envisagée comme un guide pour l'élicitation, pour définir l'ordre des questions posées au décideur afin que l'algorithme de désagrégation converge le plus rapidement possible par exemple. Elle peut également permettre d'indiquer au décideur l'impact de ses réponses.

Considérons une élicitation dans le cadre de MAUT. Un compromis doit être fait, lorsque l'on choisit la taille du trade-off soumis au décideur, entre l'implication du sujet et la quantité d'information représentée par un trade-off large d'une part, et d'autre part l'erreur de mesure potentielle sur le paramètre estimé, qui résulte de l'erreur de mesure inhérente à toute élicitation.

En effet, une erreur de mesure d'un trade-off se répercute plus largement sur la courbe d'indifférence estimée si le trade-off est petit que s'il est large (voir Figure 3.1). Delquié [2003] propose une méthode pour déterminer la taille de trade-off optimale en tenant compte de ces deux aspects : si l'on représente chaque erreur par un écart-type, l'erreur d'estimation sur le paramètre préférentiel  $\alpha$  vaut  $\sigma_\alpha = \sigma_X \times \left| \frac{d\alpha}{dX}(X_0) \right|$  où  $x_0$  est la valeur de la réponse, sans erreur. Lorsque la taille du trade-off augmente, le premier terme de la multiplication augmente, alors que le second diminue. À l'extrême, si l'on propose un matching  $(X_1, Y_1)I(?, Y_2)$  avec  $Y_2 \leq Y_1$  mais très proche (voir Figure 3.1), l'erreur sur la réponse sera minimale ( $X_2$  très proche de  $X_1$ ), mais la réponse apporte très peu d'information pour localiser la courbe d'indifférence.

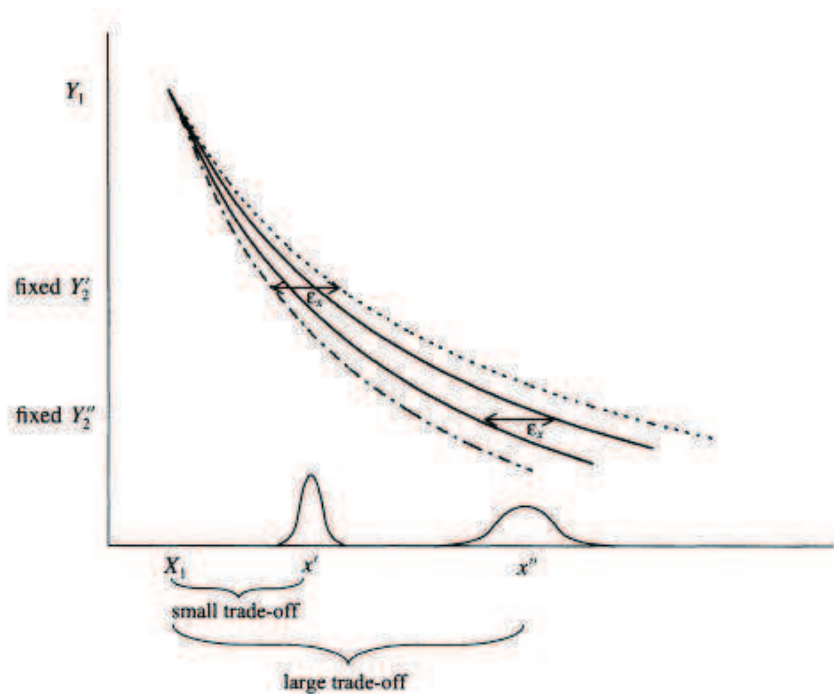


FIGURE 3.1 – Répercussion de l'erreur de mesure de trade-off sur la courbe d'indifférence estimée. Issu de Delquié [2003]

Résoudre une décision conflictuelle implique nécessairement d'abandonner un ou plusieurs avantages, ce qui peut être attaché à un regret futur (Bell [1982], Coricelli et al. [2007]). C'est pourquoi l'on peut s'attendre à ce que

le conflit ait des conséquences sur le comportement décisionnel, bien qu'il ne joue aucun rôle dans la théorie normative de la décision multiattribut. Dans la section suivante, nous rapportons certains effets du conflit relatés dans la littérature.

## 3.2 Différentes manifestations expérimentales du conflit

L'influence de la simple présence de conflit, par opposition à son absence (i.e. une situation de dominance) lors de choix bicritères entre deux alternatives est examinée dans Tversky and Shafir [1992], à travers deux expérimentations impliquant respectivement des loteries et des appartements (voir Figure 3.2). Les sujets expérimentaux ont à choisir entre deux alternatives, qui sont en conflit bicritère (choix entre  $a$  et  $b$ , choix entre  $c$  et  $d$ ) ou en dominance (choix entre  $a$  et  $c$ , choix entre  $b$  et  $d$ ). Ils peuvent également demander l'ajout d'une troisième alternative avant de choisir, mais cela leur coûte de l'argent (loteries) ou le risque de perdre une des alternatives initiales (appartements). Les auteurs observent deux effets. Les sujets ont significativement plus tendance à demander l'ajout d'une troisième alternative lors :

- du choix entre  $c$  et  $d$  que entre  $a$  et  $b$  (i.e. lorsque l'attractivité globale est moins élevée)
- d'un choix impliquant une paire d'alternatives en conflit (et non en relation de dominance).

Le premier trait de comportement exhibé est en accord avec la théorie de la maximisation de la valeur, mais le second montre un effet du conflit, qui n'est pas prévu dans ce cadre. Dans deux expérimentations supplémentaires, les sujets ont la possibilité d'acquérir un produit de consommation ou de ne rien faire. On observe que l'ajout d'un second produit, en conflit avec le premier, augmente la tendance à conserver le statu quo. Cet effet peut être mis en parallèle avec l'effet de dominance asymétrique (voir Sous-section 2.1.3). Le

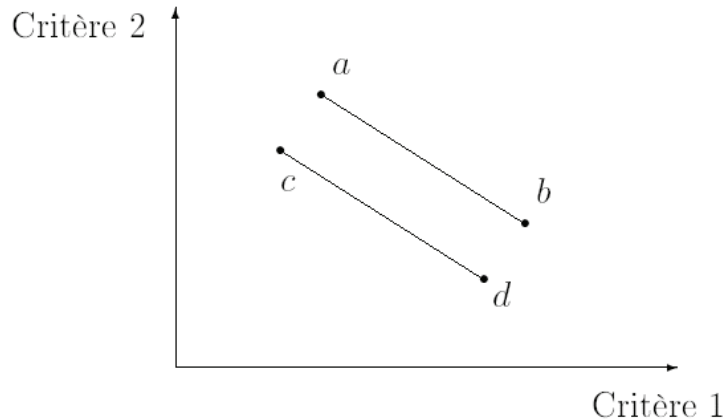


FIGURE 3.2 – Alternatives disponibles dans l’expérimentation de Tversky and Shafir [1992]. Le couple proposé peut être conflictuel ( $a$  et  $b$  par exemple) ou sans aucun conflit ( $a$  et  $c$  par exemple).

choix d’une alternative est rendu plus facile par le fait d’ajouter une alternative dominée dans un cas, et moins facile par le fait d’ajouter une alternative conflictuelle dans l’autre. Ces expérimentations ne font pas intervenir de degré ou d’intensité du conflit. Il serait intéressant d’examiner si les effets observés, de recherche d’une alternative supplémentaire, et de conservation du statu quo, sont plus marqués lorsque les différences d’évaluations augmentent.

Une autre interprétation du conflit repose sur l Luce [1998] fait remarquer que l’aversion à la perte (en décision non risquée, voir Tversky and Kahneman [1991]) associée à des attributs particuliers peut différer entre ces attributs, même si leurs poids (jugements d’importance) sont jugés semblables. Elle détermine lors de tests préliminaires que lors du choix d’une voiture, *survie de l’occupant* et *tenue de route* obtiennent des poids quasi identiques, mais que le premier attribut est associé à une plus grande aversion à la perte<sup>1</sup>. De même, *pollution* et *qualité de l’autoradio* sont jugés d’importance égale mais le premier attribut provoque une aversion à la perte plus grande que le second. Elle définit alors deux niveaux de difficulté de trade-off, qui dépendent uniquement

---

<sup>1</sup>On indique au sujet qu’il possède une alternative donnée, qu’il doit dégrader sur un attribut, pour recueillir cette information.

de l'aversion à la perte associée au jeu d'attributs utilisés, tout en gardant poids, alternatives et évaluations ("good", "average", etc.) constants entre les deux conditions. En contrôlant la présence d'une option d'évitement (une alternative est présentée comme statu quo, une alternative en domine une autre, ou bien il est possible de demander à chercher d'autres alternatives), elle observe que le recours à ces options d'évitement augmente significativement dans la condition de trade-off difficile. Elle observe de plus que le niveau d'émotion négative reporté est plus grand lors des trade-offs difficiles, mais qu'il diminue significativement lorsqu'une option d'évitement est disponible et qu'elle est choisie.

Le conflit multicritère ne concerne pas uniquement la comparaison de deux alternatives. L'influence du conflit intra-alternative (variance des évaluations d'une alternative unique, à travers les critères) sur une tâche d'évaluation est mise en évidence dans Fischer et al. [2000]. Ils observent le temps que mettent des étudiants à donner une évaluation globale à un cours électif en fonction de ses évaluations sur trois critères (*intérêt*, *enseignant* et *note moyenne attendue*). La variance des évaluations associées à une alternative augmente le temps de réponse ainsi que l'instabilité du jugement (variation de la note globale attribuée par le participant quand la tâche est répétée). Cette expérimentation fait intervenir une mesure de l'intensité du conflit multicritère, mais ne concerne que le jugement d'une alternative unique, à évaluer globalement. Elle a permis de montrer, dans le cas intra-alternative, que l'intensité du conflit module la difficulté de la tâche de jugement.

La difficulté à décider entre deux alternatives intéresse également les chercheurs des neurosciences. L'approche neuroscientifique employant l'Imagerie à Résonance Magnétique fonctionnelle a permis de localiser une région du cerveau impliquée lors des décisions difficiles (Sanfey et al. [2003], Greene et al. [2004]) : le cortex antérieur cingulé (ACC). Le conflit peut aussi être interprété comme la proximité en valeur globale de deux alternatives. Pochon et al. [2008] ont testé l'implication de l'ACC sur des hommes devant choisir, entre deux visages féminins, lequel serait considéré le plus séduisant par d'autres hommes, en faisant varier la similarité en attractivité des visages (connue grâce à des tests préliminaires). De plus, en dissociant les étapes de décision et de réponse,

ils ont permis de montrer que l'ACC est impliqué dans la phase de décision elle-même (par opposition à la phase de réponse moteur). La définition du conflit envisagée dans cette expérimentation est différente de la nôtre : le rôle de différents critères n'est pas envisagé explicitement. Cependant on peut présumer que choisir entre des visages différents mais d'attractivité similaire implique de manière implicite des compromis entre plusieurs aspects. Une étude similaire, faisant intervenir le conflit multicritère défini par les différences d'évaluations, reste à envisager.

À un niveau plus fin que celui de la difficulté de la décision, le conflit multicritère peut influencer la stratégie de choix. Payne et al. [1993] proposent un modèle cherchant à prédire quelle stratégie ou heuristique est employée par les décideurs réels en fonction de caractéristiques liées au contexte et à la tâche de décision. Ce modèle définit des actions primaires (comparer deux nombres, lire une évaluation, etc.) pour calculer le coût en effort de plusieurs stratégies de décision. Il se base ensuite sur l'idée que les décideurs cherchent à réaliser le meilleur compromis entre qualité de la décision et effort cognitif nécessaire lorsqu'ils choisissent une stratégie donnée (*effort/accuracy trade-off*). Une interprétation du conflit comme corrélation négative entre les évaluations sur les attributs a été testée dans le cadre du modèle *effort-accuracy*. Bettman et al. [1993] ont observé l'effet de la corrélation entre les attributs (deux conditions : négative ou positive) sur le choix de la stratégie de décision. Comme prédit par le modèle *effort/accuracy*, des ensemble d'alternatives avec une corrélation négative entre les attributs ont mené les sujets à utiliser des stratégies traitant plus d'informations, plus compensatoires et centrées sur les alternatives (plutôt que les attributs).

Les expérimentations décrites dans cette section montrent que si la notion de conflit multicritère est absente de la théorie classique de maximisation de la valeur multiattribut, elle a bien une influence sur le comportement décisionnel réel, notamment en modulant la difficulté de la tâche de jugement, et en appelant des stratégies adaptées. Nous cherchons pour notre part à définir une intensité du conflit bicritère dans la comparaison entre deux alternatives. Nous voulons étudier son influence sur l'expression de préférences incomplètes (voir Chapitre 4). Nous discutons dans la section suivante des caractéristiques



d'une comparaison, en lien avec le conflit, qui sont le plus susceptibles d'induire l'expression de préférences incomplètes.

### 3.3 Intensité du conflit bicritère entre deux alternatives

Considérons une comparaison bicritère dans laquelle aucune alternative ne domine l'autre. La décision nécessite d'effectuer un compromis ou trade-off entre deux performances : “*Est-ce que cet avantage sur le premier critère compense ce désavantage sur le second critère ?*”.

L'intensité du conflit multicritère se rapporte à combien les performances des deux alternatives en comparaison diffèrent. Plus ces différences sont importantes, plus il devrait être difficile pour le décideur d'établir un compromis avec conviction, et d'exprimer des préférences en conséquence.

Par exemple, considérons un décideur qui doit choisir entre deux offres de postes  $a$  et  $d$  (voir la Figure 3.3). Intérêt du poste désigne la diversité des tâches et le degré d'autonomie associés au poste. L'offre  $a$  présente un salaire peu élevé, mais le poste est évalué comme très intéressant. A l'opposé, l'offre  $d$  est bien rémunérée, mais présente peu d'intérêt. Comme les deux offres présentent des profils salaire/intérêt très différents, choisir l'une implique de sacrifier un objectif afin de réaliser l'autre. Considérons maintenant le choix entre les offres  $b$  et  $c$ . Le décideur fait un sacrifice beaucoup moins difficile, que ce soit au niveau du salaire ou de l'intérêt, car la compensation qu'il doit estimer concerne de petites différences. Il y a peu de conflit dans la comparaison de  $b$  et  $c$ . Ainsi, le regret associé à cette décision est beaucoup plus facile à supporter.

Lors d'une comparaison difficile comme celle entre  $a$  et  $d$ , impliquant un conflit large, il se peut qu'un décideur soit réticent à exprimer aussi bien une préférence stricte en faveur d'une des options qu'une indifférence entre elles. Cette volonté de n'affirmer aucun des deux jugements peut être due au fait que les deux alternatives semblent désavantageuses. Un tel phénomène est décrit dans Chatterjee and Heath [1996]. Cependant, même lorsque  $a$  et  $d$  sont perçus

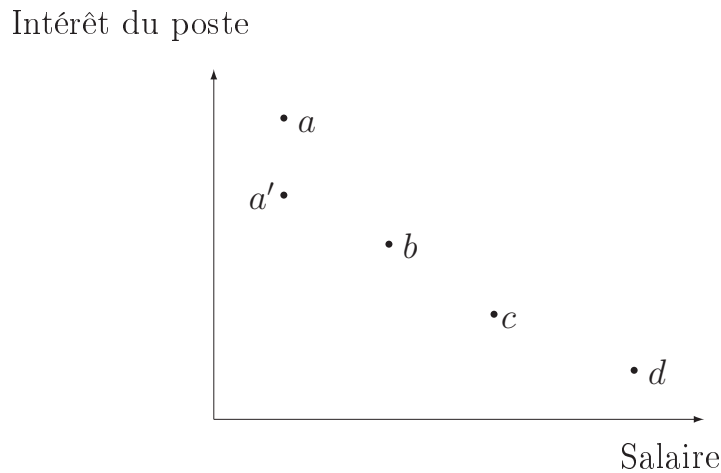


FIGURE 3.3 – Des alternatives à comparer dans le plan bicritère.

comme avantageux, un grand conflit multicritère entre les deux peut induire une difficulté à les comparer.

Si l'on se place dans le cadre du modèle classique de l'utilité dans le certain, les alternatives partageant la même utilité sont considérées comme indifférentes. Ainsi toutes les alternatives appartenant à une même courbe d'isopréférence doivent être considérées comme indifférentes, quelle que soient les différences de performance existant entre ces alternatives sur les critères. En d'autres termes, on suppose une transitivité de l'indifférence le long de toute courbe d'isopréférence (voir Keeney and Raiffa [1976], pp.79-80). L'incomparabilité induite par le conflit multicritère que nous avons décrit plus haut contredit, sur le plan descriptif, cette hypothèse de transitivité de l'indifférence. Il se peut qu'un décideur accepte une série de compromis impliquant de petites différences d'évaluation, alors qu'il a du mal à accepter un trade-off lorsqu'il s'agit de comparer la première et la dernière alternative de la série. Ce type d'incomparabilité, liée au conflit multicritère entre deux alternatives, peut être modélisé à l'aide de seuils de veto, comme ceux utilisés dans les méthodes basées sur le surclassement (Roy [1991] et Chapitre 1, Section 1.3).

Considérons la situation décrite sur la Figure 3.3 et supposons que les affirmations d'indifférence suivantes ont été obtenues du décideur :  $aIb$ ,  $bIc$ , et  $cId$ . Ces affirmations forment une chaîne d'indifférence. Elles impliquent que les

alternatives sont considérées de même valeur globale. Si l'on utilise le modèle classique d'utilité multiattribut, les quatre alternatives se trouvent sur la même courbe d'indifférence. La difficulté provenant du conflit multicritère dans la comparaison de  $a$  et  $d$  est renforcée par le fait que les deux alternatives sont jugées de même valeur globale. Par contraste, considérons  $a'$  qui est dominée par  $a$ .  $a'$  se trouve donc sur une chaîne d'indifférence inférieure à celle sur laquelle se trouvent  $a$  et  $d$ . Dans ce cas, la difficulté liée au conflit dans la comparaison de  $a$  et  $d$  est en partie compensée par le fait qu'une alternative,  $d$  en l'occurrence, a une plus haute valeur globale. De ce fait, malgré que  $a'$  et  $d$  diffèrent fortement sur les deux critères, il semble probable que le décideur préfère  $d$  à  $a'$  (et ne les considère donc pas comme incomparables). Festinger [1964] pointe également le rôle conjoint de la variabilité entre les évaluations et de la similarité en valeur globale dans la tendance à chercher de l'information supplémentaire (et donc à ne pas choisir) : "the closer together the alternatives are in attractiveness, and the more variable is the information the person acquires about them, the more information the person seeks out before he is ready to make a decision."

Ces observations nous amène à distinguer deux variables qui peuvent être utilisées pour qualifier le conflit multicritère entre deux alternatives lors d'une comparaison :

**attribute spread** , qui réfère à la magnitude des différences, sur chaque critère, entre les deux alternatives. L'attribute spread est défini *indépendamment* du décideur.

**overall value difference** , qui désigne l'intensité avec laquelle les deux alternatives diffèrent en valeur globale. Cette différence est basse si les alternatives se trouvent sur des courbes d'isopréférence proches. L'overall value difference repose sur une représentation des préférences à l'aide de la théorie de la valeur multiattribut. Elle est définie *relativement* à de l'information préférentielle de la part du décideur.

Cette distinction entre attribute spread et overall value difference est prise en compte dans notre approche expérimentale du rôle du conflit sur les préférences incomplètes (cf. Chapitre 5).

### 3.4 Comment mesurer l'intensité du conflit multicritère ?

Peu de travaux s'intéressent au fait de mesurer l'intensité du conflit multicritère. Au-delà des variables que l'on a définies dans la Section précédente et qui sont utilisées lors de l'expérimentation rapportée au Chapitre 5, on s'intéresse ici au problème de mesurer l'intensité du conflit multicritère. Nous rapportons quelques moyens de définir une intensité multicritère, en supposant qu'elle dépend uniquement des évaluations des alternatives en considération. On va ainsi chercher à mesurer une intensité de conflit "objective", i.e. indépendante des préférences du décideur. On fait cette hypothèse car on cherche à établir une mesure qui pourrait être utilisée avant élicitation, pour aider à choisir les questions à poser.

#### Conflit multicritère intra-alternative

On s'intéresse d'abord à la mesure de conflit intra-alternative utilisée dans Fischer et al. [2000]. Celle-ci est également indépendante des préférences des décideurs. Fischer et al. [2000] s'intéresse à la difficulté d'évaluer une unique alternative, i.e. attribuer une note globale à une alternative en connaissant ses évaluations sur les critères. Il cherche à étudier l'influence du conflit entre les évaluations sur les critères. Il cherche à étudier l'influence du conflit entre les évaluations d'une unique alternative : "within-alternative conflict". Il choisit de la mesurer ainsi.

Chaque attribut est évalué par une note entière comprise entre 1 et 5. Le conflit intercritère est défini comme l'écart-type de la série des notes pour chaque critère :

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}$$

où :

- $n$  est le nombre de critères ;
- $a_i$  est l'évaluation de  $a$  selon le critère  $i$  ;

- $\bar{a}$  la moyenne des notes de l'alternative  $a$  pour tous les critères :

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

Par exemple, dans le cas où les alternatives sont jugées sur trois critères :

- Si une alternative a pour notes (4, 4, 4), le conflit vaut 0. Il y a concordance entre toutes les évaluations, il devrait être facile pour le décideur de juger cette alternative.
- Si une alternative a pour notes (2, 5, 2), le conflit vaut 1,41. L'alternative a la meilleure note possible sur un critère mais est plutôt médiocre sur les deux autres. Il devrait être moins évident pour le décideur d'évaluer cette alternative que dans le cas précédent.

Notons que l'on pourrait chercher à définir une mesure qui prenne en compte l'importance relative des critères pour le décideur. En effet, que se passe-t-il, dans l'exemple précédent, si le second critère est d'importance très inférieure par rapport aux deux autres ? On pourrait s'attendre à ce qu'il soit alors plus difficile d'évaluer une alternative avec les notes (2, 2, 5) qu'une alternative avec les notes (2, 5, 2). Elles sont pourtant caractérisées par le même écart-type. En supposant que le modèle utilisé est de type MAUT, et que les poids  $k_i$  pour le décideur sont connus, on pourrait utiliser une version pondérée de la mesure de conflit :

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n k_i (a_i - SP(a))^2}{n}} \text{ avec } SP(a) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i a_i$$

On a substitué une somme pondérée à la moyenne, et on pondère également les différences à la somme pondérée sur chaque critère. On pourrait également aller jusqu'à remplacer les évaluations par des utilités si elles sont également connues.

### Conflit bicritère inter-alternative

Considérons le problème de décision bicritère suivant : on doit comparer les alternatives  $a$  et  $b$ , évaluées selon deux critères  $i$  et  $j$ . On doit donc comparer

les vecteurs :  $(a_i, a_j)$  et  $(b_i, b_j)$ . Supposons que les échelles  $X_i$  et  $X_j$  associées aux deux critères sont bornées. Supposons de plus que ces échelles soient au moins des échelles d'intervalle (car on souhaite comparer des différences d'évaluation dans la suite). On peut normaliser les critères et obtenir une évaluation comprise entre 0 et 1.

La mesure du conflit doit être nulle en cas de dominance. Il faut donc imposer une mesure nulle pour le cas où  $(a_i - b_i)(b_j - a_j) \leq 0$ . Pour les cas où  $(a_i - b_i)(b_j - a_j) > 0$ , une extension possible de l'idée de Fischer et al. [2000] serait de considérer l'écart-type de la série des différences d'évaluation entre  $a$  et  $b$  le long des critères. Autrement dit, considérer le vecteur  $a - b$  et utiliser l'écart-type de ses composantes comme mesure du conflit multicritère. L'idée est que lorsque l'on compare des alternatives qui ne sont pas en relation de dominance, c'est la variabilité des écarts qui rend la comparaison difficile.

$$\text{conf}_\sigma(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{si } (a_i - b_i)(b_j - a_j) \leq 0, \\ \sigma(a - b) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - b_i - \bar{a} - \bar{b})^2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

On a représenté la nappe correspondant à cet indice, lorsque  $b_i$  et  $b_j$  varient tous deux entre 0 et 1 et que  $a$  est fixé à  $(0.6; 0.5)$  sur la Figure 3.4. Cet indice présente des propriétés intéressantes. Dans chaque quart de plan où  $a$  et  $b$  ne sont pas en relation de dominance, la nappe forme un plan en biais, de tel sorte que l'indice tend vers 0 quand  $b$  tend vers  $a$ .  $\text{conf}_\sigma(a, b)$  n'est cependant pas satisfaisant pour mesurer l'intensité du conflit, car il ne tend pas vers 0 quand  $b$  tend vers  $a$  sur un des deux critères. Pourtant, on se rapproche alors de la dominance. Ainsi, on s'attend à ce qu'une mesure du conflit entre  $a(0.9; 0.1)$  et  $b(0.1; 0.11)$  soit proche de zéro. Ce n'est pas le cas avec  $\text{conf}_\sigma(a, b)$ .

On peut envisager un indice de conflit qui comme  $\text{conf}_\sigma(a, b)$  soit nul en cas de dominance de  $a$  ou  $b$ , qui dépende uniquement des écarts sur chaque critère, et qui soit maximal pour les deux cas où chaque alternative a la meilleure note sur un critère et la pire sur l'autre, et uniquement dans ces deux cas. On propose l'indice suivant :

$$\text{conf}(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{si } (a_i - b_i)(b_j - a_j) \leq 0 \text{ (dominance),} \\ (a_i - b_i)(b_j - a_j) & \text{sinon} \end{cases}$$

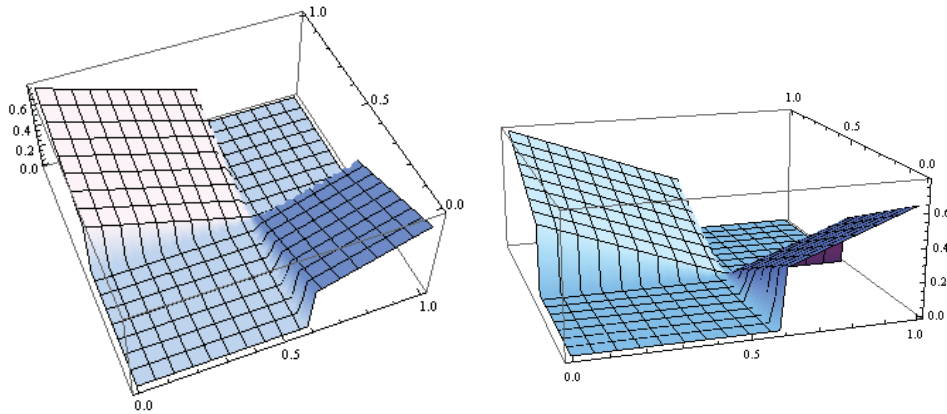


FIGURE 3.4 – Nappe représentant  $conf_{\sigma}(a, b)$  en fonction de la position relative de l'alternative  $b$  par rapport à l'alternative  $a(0.6; 0.5)$  dans le plan bicritère.

ce que l'on peut reformuler ainsi :

$$conf(a, b) = \max \{0 ; (a_i - b_i)(b_j - a_j)\}$$

On a représenté la nappe correspondant à cet indice, encore une fois dans le cas où  $b_i$  et  $b_j$  varient entre 0 et 1 et que  $a$  est fixé à  $(0.6 ; 0.5)$ , sur la Figure 3.5.

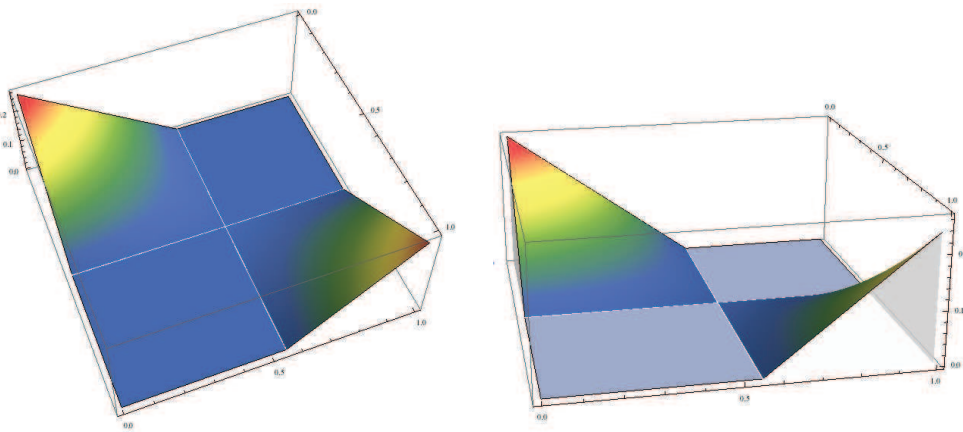


FIGURE 3.5 – Nappe représentant la valeur de l'indice de conflit en fonction de la position relative de l'alternative  $b$  par rapport à l'alternative  $a(0.6; 0.5)$  dans le plan bicritère.

L'indice  $conf$  a une valeur comprise entre 0 et 1, et il est commutatif :

$conf(a; b) = conf(b; a)$ . Si l'écart entre les deux alternatives sur un critère est fixé, l'indice croît linéairement avec l'écart sur l'autre critère. De plus, si l'on fixe un écart quelconque entre les alternatives sur un critère, l'indice tend vers 0 lorsque l'écart sur l'autre critère diminue (on se rapproche de la dominance). Par exemple, pour  $a(0.5, 0.5)$  et  $b(1.0, 0.49)$ ,  $conf(a; b) = 0.005$ . L'un des intérêts de l'indice que nous avons défini est qu'il ne somme pas des termes contenant la différence sur le premier critère et celle sur le second. C'était le cas avec  $conf_{\sigma}(a, b)$ .

On peut donner une interprétation graphique à l'indice ainsi défini en considérant le plan bicritère. La quantité calculée correspond à l'aire du rectangle comportant une alternative en son coin supérieur gauche et l'autre en son coin inférieur droit (voir Figure 3.6). Cette aire tend bien vers zéro lorsque l'on se rapproche d'une situation de dominance (une alternative se rapproche de l'autre selon un critère) ou de similitude (les alternatives se rapprochent sur les deux critères).

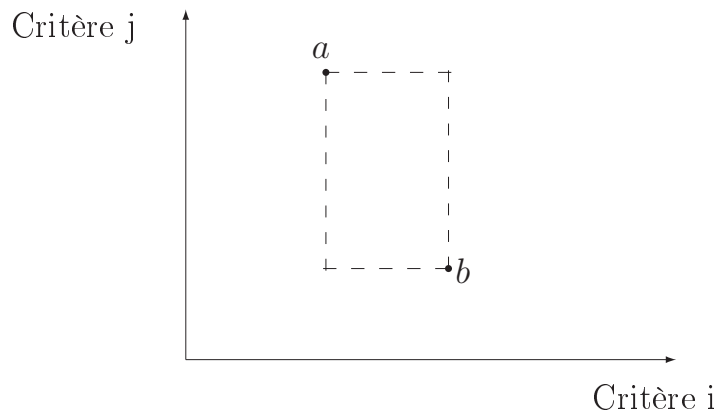


FIGURE 3.6 – Interprétation de  $conf(a; b)$  lorsque  $\neg(a\Delta b)$  et  $\neg(b\Delta a)$ .

L'indice que l'on a défini permet de quantifier et comparer le conflit entre divers couples d'alternatives. Il pourrait être utilisé dans le choix des comparaisons par paires à assigner lors d'une élicitation. On a fait l'hypothèse que l'on ne dispose pas d'information préférentielle lors de la mesure du conflit. Si l'on souhaite incorporer de l'information préférentielle, la façon de procéder dépendra de la procédure d'agrégation choisie. Par exemple, si l'on se place dans le



cadre de MAUT, et que l'on suppose que les fonctions d'utilité partielles ont été élicitées, on pourrait utiliser l'indice :

$$conf(a, b) = \max \{0 ; (u_i(a_i) - u_i(b_i))(u_j(b_j) - u_j(a_j))\}$$

Les différence d'évaluations ne jouent alors pas forcément le même rôle selon le niveau de l'échelle où elles se situent.

### Remarques sur la généralisation à $n$ critères, $n > 2$

Prenons le cas de trois critères, appelés  $i$ ,  $j$  et  $k$ . Remarquons tout d'abord que l'indice ne peut être généralisé simplement en ajoutant un troisième terme représentant la différence sur le troisième critère (à une multiplication par -1 près), obtenant un indice du type :

$$conf(a; b) = \max \{0 ; (a_i - b_i)(b_j - a_j)(a_k - b_k)\}$$

En effet, l'indice serait alors nul dès que les deux options sont égales sur un des trois critères. Pourtant, on peut avoir un conflit sur les deux dimensions restantes.

Remarquons qu'en dimension 3, il peut exister un conflit bicritère entre  $i$  et  $j$ ,  $i$  et  $k$ , ou  $j$  et  $k$ . Chacun a un indice de conflit bicritère (défini comme précédemment) associé. De plus, par des considérations graphiques ou logiques, on peut montrer que :

- Les trois indices ne peuvent être simultanément non nuls. Il y a au plus deux plans de projection selon chacun desquels un conflit bicritère a lieu. Autrement dit, il existe toujours un plan bicritère tels que les alternatives sont en relation de dominance si l'on se restreint à ce plan.
- Si l'un des indices est non-nul, deux cas peuvent se présenter : soit les deux options sont identiques selon la dimension non concernée, et les deux autres indices sont donc nuls (on retrouve le cas particulier du bicritère), soit elles diffèrent selon la dimension restante, et il y a exactement un conflit émanant de cette dimension qui s'ajoute. Il y a donc deux indices non-nuls dans ce cas.

## Conclusion

On a précisé la notion de conflit multicritère dans ce chapitre. On a vu que cette notion ne joue pas de rôle dans la théorie de maximisation de la valeur, mais qu'elle a un impact sur le comportement décisionnel. Mesurer l'intensité du conflit représente un enjeu intéressant en lien avec la conduite de l'élicitation. Les idées que l'on propose pour mesurer le conflit pourraient être approfondies en supposant qu'une partie de l'information préférentielle (intervalle pour les poids par exemple) est disponible dans les premières étapes de l'élicitation.

L'intensité du conflit multicritère influence la stratégie de décision employée par les décideurs, et rend en général la décision plus difficile. On aimerait observer plus finement l'effet du conflit, en fonction de son intensité, sur l'expression des préférences. On peut s'attendre à ce qu'un conflit large empêche le décideur de se prononcer au sujet d'une comparaison. Le fait de considérer des alternatives comme incomparables est envisagé dans les modèles de préférences incomplètes. Dans le chapitre suivant, on analyse la signification des préférences incomplètes telles qu'elles sont envisagées dans les modèles.

# Chapitre 4

## Préférences Incomplètes

*“Our decision makers are not economic automatons; they make mistakes, have remorse, suffer anxieties, and cannot make up their minds.”*

—D. E. Bell, H. Raiffa et A. Tversky

**Résumé :**

Certaines méthodes d'AMCD font intervenir une structure de préférence incomplète pour modéliser les préférences du décideur et élaborer une prescription. Dans ces modèles, il existe des paires d'alternatives jugées incomparables : aucune n'est considérée comme meilleure que l'autre, mais elles ne sont pas jugées indifférentes pour autant.

Dans ce chapitre, nous tentons de montrer que la prise en compte de l'incomplétude peut répondre à divers besoins. Nous distinguons ensuite deux sémantiques de l'incomplétude telle qu'elle est mise en œuvre dans les modèles. Dans certains modèles, c'est l'imprécision et la connaissance limitée du décideur à propos de ses préférences qui est modélisée. L'incomparabilité résulte alors de préférences insuffisamment spécifiées. Dans une autre classe de modèles, c'est la volonté de ne pas comparer des alternatives présentant des évaluations trop discordantes qui est prise en compte. Une incomparabilité de ce type est utilisée dans les relations de surclassement, où elle est modélisée à l'aide de seuils de veto.

On a vu que dans certaines conditions, qui se rencontrent dans nombre de situations de décision, les préférences ne peuvent pas être considérées comme un objet préexistant, que l'on découvre au fur et à mesure de l'élicitation, mais comme un objet construit en fonction des besoins de la situation. De ce fait, elles sont en grande partie influencées par des facteurs extérieurs au problème, dont on aimerait pourtant qu'elles soient indépendantes. Reconnaisant ce phénomène, il est tentant d'isoler la part la plus robuste des préférences que peut exprimer le décideur. Les modèles de préférences incomplètes sont un moyen de favoriser une telle robustesse dans les préférences recueillies auprès du décideur. En outre, l'incomplétude est particulièrement adaptée pour formuler des recommandations lorsque des données manquent en entrée du problème.

Dans ce chapitre, on s'intéresse en particulier à deux approches parmi les méthodes existantes autorisant les préférences incomplètes. En laissant le décideur admettre que certaines alternatives sont incomparables à ses yeux, on peut espérer obtenir des jugements plus sûrs au sujet des alternatives qu'il accepte de comparer, et identifier les compromis qui posent problème. Une autre approche est d'utiliser les informations fournies par le décideur pour ne spécifier qu'*en partie* un modèle de préférences, même complet en théorie. Cette démarche sera fructueuse en particulier dans le cadre d'une démarche interactive, avec des boucles d'élicitation-représentation.

Dans le premier cas, il s'agit de permettre au décideur de réserver son jugement au sujet de certaines comparaisons, notamment à l'aide de veto pour refuser les comparaisons à fort conflit multicritère. Dans le second cas, on cherche à représenter les conséquences d'une spécification seulement partielle d'un modèle de préférence.

## 4.1 Nécessité et sémantique des modèles de préférences incomplètes

### 4.1.1 Motivations pour modéliser des préférences incomplètes

Les modèles de préférences incomplètes présentent un grand intérêt pour représenter le comportement réel des décideurs. On trouve d'ailleurs une remarque sur le manque de validité descriptive de l'axiome de complétude dans la théorie de l'utilité multi-attribut dès 1944, dans la première édition de Von Neumann et al. [2007]. Pourtant, l'intérêt porté aux modèles de préférences incomplètes est assez récent.

D'un point de vue méthodologique, il est également intéressant de disposer de modèles de préférences incomplètes. Par exemple, parce que les données obtenues dans le cadre de préférences révélées sont généralement incomplètes. Ainsi, dans un problème où l'ensemble des alternatives contient un point de référence variable, on ne connaît pas la relation entre les alternatives considérées comme inférieures au point de référence (voir Bleichrodt [2007]). Dans Danan [2003], Danan propose un modèle de préférences incomplètes, dans un cadre de préférences révélées. Et dans Danan and Ziegelmeyer [2004], il propose une méthode expérimentale pour mesurer l'incomplétude de préférences révélées. Dans cette méthode, on propose au décideur les choix successifs :

- une loterie  $l$  ou une somme certaine  $c$  ;
- une loterie  $l$  accompagnés de 0.10€ sûrs ou le menu  $\{ l, c \}$  ;
- la somme certaine  $c$  augmentée de 0.10€ ou le menu  $\{ l, c \}$ .

Le premier choix est un choix standard pour éliciter une fonction d'utilité. En revanche, les deux choix suivants permettent de révéler une *préférence pour la flexibilité*. Les menus, écrits entre accolades, correspondent à un report du choix à une session suivante. Danan a exhibé expérimentalement une préférence significative pour la flexibilité, apportant du crédit à l'intuition de Von Neumann et al. [2007].

L'incomplétude des préférences peut être liée à l'aversion pour la perte. Shin and Ariely [2004] ont mis en place une expérimentation impliquant un choix entre des portes colorées à cliquer pour gagner de l'argent. A chaque porte était associée une distribution avec une moyenne et un écart type caractéristique, de la somme gagnée à chaque clic. Pour un groupe de participants, une porte pouvait disparaître si elle n'était pas cliquée douze fois d'affilée. Ce groupe montrait une tendance irrationnelle à garder toutes les portes ouvertes, qui les pénalisait financièrement, et cela même lorsqu'on leur donnait 50 clics d'apprentissage ou qu'on leur décrivait les trois distributions possibles.

D'un point de vue descriptif, un décideur peut exprimer des préférences incomplètes lorsque la décision met en jeu des valeurs telles que amitié, souffrance ou sécurité physique (dilemme moral). Les trade-offs à résoudre sont alors considérés comme difficiles : (Beattie and Barlas [2001] observent le lien entre difficulté de la décision et catégories auxquelles appartiennent les alternatives, parmi marchandises, monnaie et non échangeables). Dans ce type de décision, il est courant que le décideur évite d'estimer un trade-off mettant en jeu des critères directement liés à des règles morales. Par exemple, on comprend qu'il est difficile, en situation de ressources limitées, de choisir quel enfant pauvre aider financièrement parmi plusieurs, en tant que membre d'une organisation caritative. Le problème du dilemme moral se rencontre aisément dans les décisions de politique publique (trade-off entre vies sauvées et coût pour un programme de sécurité routière) ou en économie environnementale (donner un prix à la perte d'un lac ou d'une espèce menacée). Luce [1998] montre que face à des décisions de ce type, le décideur utilise des stratégies de choix dont le but est d'éviter les trade-offs difficiles, associés à une forte émotion négative. Le décideur va avoir tendance à choisir le statu quo, choisir une alternative qui en domine une autre, ou prolonger la recherche.

Un décideur peut également exprimer des préférences incomplètes par peur d'être tenu pour responsable dans une décision dont l'enjeu est très important. Tetlock and Boettger [1994] montre que l'aversion pour la perte et le désir d'éviter toute critique, dans une décision où le décideur est responsable face à un groupe, se renforcent mutuellement. Ils augmentent la probabilité de ne pas sortir du statu quo. Les auteurs décrivent une expérience où le décideur doit

arbitrer l'introduction d'un nouveau médicament risqué ou l'interdiction de ce médicament déjà sur le marché, en fonction de la probabilité de vies sauvées et de vies perdues. Le trade-off entre vies sauvées et vies perdues implicitement utilisé est significativement différent entre les deux groupes.

D'autres facteurs peuvent amener le décideur à exprimer des préférences incomplètes : une expérience limitée ou inexistante dans le domaine concerné par la décision, ou une description imprécise des alternatives. Payne et al. [1993], se référant à la limitation cognitive des décideurs, ont développé un modèle effort-précision (*effort-accuracy*) pour rendre compte du comportement des décideurs face à des décisions complexes par le nombre de critères ou d'alternatives. Enfin, même lorsque le décideur est expérimenté et a les ressources adaptées pour prendre une décision, il peut être bénéfique de prendre en compte l'aspect d'apprentissage au cours du processus de décision et de volontairement restreindre l'ensemble d'alternatives sur lequel il peut se prononcer.

Dans cette thèse, on s'intéresse à l'incomplétude des préférences liée au conflit multicritère entre deux alternatives dans une comparaison binaire. Un tel conflit existe dès lors que les deux alternatives possèdent chacune un avantage sur l'autre. Lors d'une décision conflictuelle (i.e. la majorité des décisions multicritères), le décideur est placé face à des "mutually exclusive courses of action such that each satisfies some goal relatively better than another" (Luce et al. [2000]). On peut définir le conflit multicritère entre deux alternatives en se basant sur l'amplitude des différences de performance entre les deux alternatives, sur l'ensemble des critères. On s'intéresse au problème de définir une mesure du conflit au Chapitre 3.

### 4.1.2 Sources de l'incomplétude en modélisation des préférences

La relation d'incomparabilité a été introduite au Chapitre 1 comme une attitude fondamentale que le décideur peut adopter lors de la comparaison de deux alternatives. Cette relation est utile d'un point de vue descriptif, pour prendre en compte des situations variées comme on l'a vu dans la section précédente. Par exemple, le décideur peut avoir une expérience limitée dans



le domaine concerné par la décision, ou ne pas être totalement convaincu au sujet de ses préférences.

Mais représenter des préférences incomplètes présente également un intérêt du point de vue du processus de l'élicitation en lui-même (même en considérant qu'il existe des préférences complètes "dans la tête" du décideur). Considérant que l'élicitation correspond à un recueil progressif d'informations au sujet des préférences du décideur, l'analyste peut être confronté au problème de fournir une recommandation partielle avant la toute fin du processus d'élicitation. Cette question est indépendante du fait que les préférences du décideur soient *vraiment* complètes ou incomplètes.

Par exemple, considérons un modèle de somme pondérée, qui induit une relation totale sur  $A$ . Si le décideur n'a donné que des intervalles de ratio au sujet de l'importance des critères, il peut exister des paires d'alternatives  $a$  et  $b$  qui ne peuvent être comparées de manière univoque dans le modèle considéré. Pour que cette situation se produise, il suffit qu'il existe à la fois une combinaison de poids qui place  $a$  plus haut que  $b$ , et une autre combinaison qui place  $b$  plus haut que  $a$ . Bien entendu, il faut que ces deux combinaisons soient compatibles avec les ratios fournis par le décideur.

Dans la suite, on appelle ce type d'incomplétude "préférences incomplètement spécifiées". On peut avoir besoin d'un tel type d'incomplétude pour rendre compte du fait que le décideur n'a pas encore tranché certaines questions d'élicitation, ou bien pour tirer certaines conclusions avant même que toutes les préférences n'aient été intégrées au modèle. Une telle sémantique attachée à l'incomplétude est analysée dans la Section suivante.

Par ailleurs, on peut invoquer l'incomparabilité pour rendre compte d'une incapacité à comparer, dû à un fort conflit multicritère. Prenons l'exemple d'une professeur qui raisonnerait de la manière suivante : "Si l'étudiante  $a$  obtient une note inférieure de six point à celle de l'étudiante  $b$  (une grande différence) dans une matière, il m'est impossible de considérer  $a$  comme globalement meilleure que  $b$ , même si sa moyenne générale est significativement plus élevée." Dans un pareil cas, on considère qu'un handicap sévère de  $a$  sur un critère est un argument suffisant pour ne pas considérer  $a$  comme préférable à  $b$ , en dépit de plusieurs avantages de  $a$  sur  $b$ .  $a$  et  $b$  sont alors considérés comme

incomparables. On peut aussi considérer que deux alternatives sont incomparables si chacune fait preuve, sur un critère donné, d'une sérieuse faiblesse relativement à l'autre. On appelle ce type d'incomparabilité "incomplétude représentative d'un effet de veto" et on l'analyse dans la Section 4.3.

## 4.2 Spécification incomplète des préférences

Considérons un modèle d'agrégation multicritère qui fait intervenir un certain nombre de paramètres préférentiels (comme des poids, des fonctions de valeurs, etc.). Lorsque l'on veut représenter les préférences du décideur, il est prudent de ne pas assigner une valeur unique à chaque paramètre préférentiel. Ainsi, un grand nombre de méthodes permettent de ne pas spécifier une valeur unique, mais proposent à la place d'associer un intervalle de valeurs dans lequel le paramètre préférentiel peut varier. Dans une telle perspective, l'information préférentielle représentant le jugement du décideur est constituée par l'ensemble des valeurs possibles pour chaque paramètre.

Dans ce type de modèle, il est nécessaire d'envisager toutes les valeurs possibles de paramètres pour déterminer comment deux alternatives se comparent. Des difficultés apparaissent dans la comparaison de  $a$  et  $b$  lorsque  $a$  est préféré à  $b$  d'après un ensemble de valeurs admissibles et  $b$  est préféré à  $a$  d'après un autre ensemble de valeurs admissibles. Cette situation est généralement interprétée comme une incomparabilité.

### 4.2.1 L'exemple des relations de préférence possible et nécessaire dans $UTA^{GMS}$

Dans cette sous-section, nous allons considérer l'exemple de la méthode  $UTA^{GMS}$  (voir Greco et al. [2008]). Cette méthode repose sur l'idée d'utiliser un modèle de préférence complet (une fonction de valeur additive en l'occurrence) et de ne le spécifier que jusqu'à un certain point, ce qui permet de représenter des préférences incomplètes. Le modèle général, permettant l'incomplétude, est un ensemble de fonctions de valeur additives, croissantes, i.e. des fonctions

$U$  telles que :

$$\begin{aligned} U &: X \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \sum_{j=1}^n u_j(x_j) \end{aligned}$$

où les  $u_j$  sont des fonctions de valeur partielle non décroissantes,  $u_j : X_j \mapsto \mathbb{R}$ ,  $j = 1, \dots, n$  et  $X$  est le produit cartésien des échelles d'évaluation  $X_j$  sur chaque critère  $g_j$ .

La méthode fait intervenir une élicitation indirecte. Le décideur fournit des préférences en rangeant les alternatives d'un ensemble de référence  $A^R \subset A$ . Ce rangement induit un ensemble  $\mathcal{U}$  de fonctions de valeur compatibles avec les préférences du décideur.

### Quand l'incomparabilité peut-elle survenir ?

Dans la comparaison de  $a$  et  $b$ , selon  $\mathcal{U}$ , la situation suivante peut se présenter : il existe  $U_1 \in \mathcal{U}$  telle que  $U_1(a) < U_1(b)$  et  $U_2 \in \mathcal{U}$  telle que  $U_2(a) > U_2(b)$ . Dans une telle situation,  $a$  et  $b$  peuvent être considérées comme incomparables, puisque la spécification de la fonction de valeur  $U \in \mathcal{U}$  est trop insuffisante pour décider si  $U(a) > U(b)$  ou  $U(b) > U(a)$ . Tant que l'information préférentielle fournie par le décideur est trop pauvre, la plupart des paires d'alternatives de  $A \times A$  sont incomparables.

Pour être plus précis, le modèle construit deux relations de préférences imbriquées, en suivant les règles suivantes. Considérons une paire d'alternatives  $a$  et  $b$  dans  $A$  :

- $a$  est *possiblement* préféré faiblement à  $b$  ssi  $U(a) \geq U(b)$ , pour *au moins une* fonction de valeur compatible  $U \in \mathcal{U}$ . Dans ce cas,  $a \succsim^P b$ . La relation de préférence faible possible  $\succsim^P$  est une relation complète et négativement transitive.
- $a$  est *nécessairement* préféré faiblement à  $b$  ssi  $U(a) \geq U(b)$ , pour *toute* fonction de valeur compatible  $U \in \mathcal{U}$ . Dans ce cas,  $a \succsim^N b$ . La relation de préférence faible nécessaire  $\succsim^N$  forme un préordre partiel. L'incomplétude de  $\succsim^N$  s'interprète comme de l'incomparabilité.

À mesure que le décideur donne des informations préférentielles supplémentaires, le cardinal de la relation  $\succsim^P$  décroît alors que celui de la relation  $\succsim^N$  augmente. De moins en moins de paires d'alternatives sont possiblement indifférentes, et de plus en plus de paires contiennent une alternative qui est nécessairement préférée à l'autre. Remarquons qu'il n'y a pas d'incomparabilité selon  $\succsim^P$  puisque c'est une relation complète, alors que deux alternatives peuvent être incomparables selon  $\succsim^N$  (lorsque ni  $a \succsim^N b$  ni  $b \succsim^N a$  ne sont vérifiées). Chaque comparaison supplémentaire formulée par le décideur implique qu'au moins une paire d'alternatives n'est plus incomparable selon  $\succsim^N$ . La modélisation des préférences est envisagée comme un processus constructif et autorise une formulation graduelle de l'information préférentielle.

### Construction des relations de préférence

La méthode UTA<sup>GMS</sup> généralise la méthode UTA (voir Jacquet-Lagrange and Siskos [1982]) en ce sens que toutes les fonctions de valeurs compatibles sont considérées, au lieu qu'une seule ne soit choisie. De plus, les fonctions de valeur partielles sont seulement supposées non décroissantes et non pas linéaires par morceaux. Nous donnons dans la suite une description rapide des contraintes sur les fonctions. L'ensemble des alternatives à propos desquelles le décideur a formulé un jugement s'appelle l'ensemble de référence  $A^R = \{a_1, \dots, a_m\}$ . Les variables considérées dans le modèle sont les valeurs marginales, sur chaque critère, de chaque alternative de  $A^R$  ( $u_j(g_j(a)), \forall j \in J, \forall a \in A^R$ ). Une telle modélisation permet de prendre en compte toute fonction de valeur partielle non décroissante. Afin d'être conforme à l'ordre de préférence sur  $A^R$ , les fonctions de valeur considérées par le modèle doivent suivre les contraintes suivantes.

$$\mathcal{U} \left\{ \begin{array}{l} U(a) > U(b) \text{ si } a \succ b \\ U(a) = U(b) \text{ si } a \sim b \end{array} \right\} \text{ pour tout } a, b \in A^R \quad (4.1)$$

$$u_j(g_j(a_{\tau_j(k)})) - u_j(g_j(a_{\tau_j(k-1)})) \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 2, \dots, m \quad (4.2)$$

$$u_j(g_j(a_{\tau_j(1)})) \geq 0, \quad u_j(g_j(a_{\tau_j(m)})) \leq u_j(g_i^*), \quad j = 1, \dots, n \quad (4.3)$$

$$u_j(g_{i^*}) = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad \sum_{j=1}^n u_j(g_i^*) = 1 \quad (4.4)$$

où  $\tau_j$  est la permutation sur l'ensemble d'indices des alternatives de  $A^R$  qui les

réarrange de manière croissante selon leur évaluation sur le critère  $g_j$ , i.e.

$$g_j(a_{\tau_j(1)}) \leq g_j(a_{\tau_j(2)}) \leq \dots \leq g_j(a_{\tau_j(m-1)}) \leq g_j(a_{\tau_j(m)})$$

$g_{i*}$  et  $g_i^*$  sont les bornes inférieure et supérieure de  $X_j$ , i.e.  $X_j = [g_{i*}, g_i^*]$ . La contrainte (4.1) intègre les jugements de préférence du décideur. La contrainte (4.2) garantit que les fonctions de valeur partielles sont croissantes relativement aux évaluations des alternatives de  $A^R$  sur chaque critère. (4.4) est un ensemble de contraintes de normalisation.

Dans UTA<sup>GMS</sup>,  $\mathcal{U}$  est défini d'après l'ensemble des comparaisons par paires effectuées par le décideur. Il est simplement censé considérer le sous-ensemble  $A^R \subseteq A$  d'alternatives à propos desquelles il peut porter des jugements holistiques avec confiance. La liste de affirmations préférentielles peut être révisée et/ou enrichie à chaque étape de l'interaction. Chaque comparaison induit des contraintes sur  $\mathcal{U}$ . Considérons deux alternatives  $x$  et  $y$  de  $A$ , et supposons que le polyèdre défini par (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) n'est pas vide. Afin de comparer  $x$  et  $y$ , le modèle calcule :

$$d(x, y) = \min_{U \in \mathcal{U}} \{U(x) - U(y)\} \text{ et } D(x, y) = \max_{U \in \mathcal{U}} \{U(x) - U(y)\}$$

et en déduit les relations possible et nécessaire entre  $x$  et  $y$ .

### 4.2.2 Spécification incomplète d'un modèle de préférences, complet ou incomplet

Les modèles existant qui permettent la spécification incomplète des préférences sont pour la plupart basés sur des fonctions de valeur. L'insuffisante spécification permet effectivement de représenter de l'incomparabilité, même si le modèle MAVT est complet. Cependant, l'idée sous-jacente peut être appliquée en utilisant tout modèle complet. Illustrons cela à l'aide d'un modèle simple de préférence lexicographique. Dans ce modèle, l'information préférentielle donnée par le décideur est un ordre total  $\gg$  sur l'ensemble des critères  $J$ . Un tel ordre d'importance  $\gg$  sur les critères peut être représenté par la permutation  $\sigma$  sur  $J$  qui réarrange les critères par ordre d'importance décroissante :

$$\forall i, j \in J, \sigma(j) < \sigma(i) \text{ iff } j \gg i$$

Dans une agrégation lexicographique, les relations de préférence  $\succ_\sigma$  et d'indifférence  $\sim_\sigma$  entre les alternatives de  $A$  sont définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned} a \succ_\sigma b &\Leftrightarrow \begin{cases} \exists i \in J, & g_{\sigma(i)}(a) > g_{\sigma(i)}(b) \\ \forall j \in J \text{ t.q. } \sigma(j) < \sigma(i), & g_{\sigma(j)}(a) = g_{\sigma(j)}(b), \end{cases} \\ a \sim_\sigma b &\Leftrightarrow g_j(a) = g_j(b), \forall j \in J \end{aligned}$$

Tout couple de  $A$  est concerné par la relation de préférences lexicographique, i.e.  $A^2 \in \text{succurlyeq}_\sigma$ . Ajoutons l'hypothèse que le décideur n'exprime que des préférences lexicographiques incomplètes, i.e. un ordre *partiel*  $\gg$  sur l'ensemble des critères  $J$ . Soit  $E_{\gg}$  l'ensemble de toutes les permutations  $\sigma$  sur  $J$  compatibles avec  $\gg$ . Utilisant l'idée de la spécification incomplète, on peut définir entre les alternatives un ordre lexicographique *nécessaire*  $\succ_{lex}^N$  comme suit :

$$a \succ_{lex}^N b \text{ ssi } a \succ_\sigma b, \forall \sigma \in E_{\gg}.$$

La relation  $\succ_{lex}^N$  est incomplète, même si tout ordre lexicographique est à l'évidence complet. Supposons par exemple que le décideur a fourni les informations suivantes :  $1 \gg 2$  et  $1 \gg 3$ . Considérant un ensemble de trois alternatives :  $a = (0, 1, 0)$ ,  $b = (0, 0, 1)$ ,  $c = (1, 0, 0)$ , nous pouvons écrire les relations de préférence suivantes :

$$c \succ_{lex}^N a, c \succ_{lex}^N b \text{ et } a ?_{lex}^N b.$$

Les alternatives  $a$  et  $b$  sont incomparables selon  $\succ_{lex}^N$ , à cause de l'absence d'information sur l'importance relative des critères 2 et 3. Cet exemple montre comment l'incomparabilité peut être autorisée dans tout modèle, par spécification incomplète, même si le modèle sous-jacent est complet. Cependant, ce type d'incomplétude a été principalement implémenté en utilisant des fonctions de valeur additives comme base du modèle sous-jacent.

Faire face aux affirmations imprécises du décideur n'implique pas forcément de prendre en compte toutes les valeurs de paramétrage compatibles. Dans les méthodes de *preference programming* (voir RICH présentée dans Salo and Punkka [2005] et PRIME dans Salo and Hamalainen [2001]), les informations imprécises de spécification du décideur, qui portent sur les poids dans ces modèles, n'entraînent pas nécessairement d'incomparabilité. Des règles définies *a priori* sont choisies pour faire disparaître l'imprécision (voir Salo and

Hämäläinen [2004]). Ces règles peuvent être relatives au choix du jeu de poids utilisé, comme la règle du centroïde : “choisir le centre du polyèdre des jeux de poids compatibles avec les affirmations du décideur”. Elles peuvent également être relatives au choix de la solution comme la règle *maximin* : “choisir l’alternative dont la valeur minimale, sur l’ensemble des poids compatibles, est la plus grande.”, ou bien la règle de regret *minimax* : “choisir l’alternative qui minimise la perte de valeur maximale sur l’ensemble des poids compatibles”. Dans les méthodes de *preference programming*, on cherche également à identifier les dominances robustes, i.e. les couples tels qu’une alternative domine nécessairement l’autre étant donné l’information imprécise sur les poids.

Enfin, on peut également envisager la spécification incomplète de modèles eux-mêmes incomplets, comme ceux basés sur le surclassement. Dans ce cas, certaines relations d’incomparabilité peuvent découler de l’imprécision sur des paramètres, alors que d’autres relations d’incomparabilité seront directement liées au modèle incomplet sous-jacent. La méthode ELECTRE<sup>GKMS</sup>, proposée dans Greco et al. [2011], met en œuvre une telle approche. La valeur des paramètres de surclassement, tels que les seuils de préférence faible et d’indifférence, est fixée de manière imprécise, selon la même logique que celle autorisant une multitude de fonctions de valeur dans la méthode UTA<sup>GMS</sup> (i.e. avec une élicitation indirecte). Le modèle général prend en considération toutes les relations de surclassement qui permettent de restaurer certains jugements de référence exprimés par le décideur. Dans la section suivante, on s’intéresse à l’incomplétude qui découle de la prise en compte d’effets de veto. Les modèles à base de surclassement permettent la représentation d’une telle incomplétude.

### 4.3 Incomplétude représentative d’un effet de veto

L’incomplétude des préférences peut aussi découler d’une information positive, liée au conflit multicritère entre les alternatives. Dans les méthodes basées sur le surclassement, comme la famille de méthode ELECTRE (voir Roy [1991], Figueira et al. [2005a] et Figueira et al. [2010]), la relation caractéristique

est incomplète et s'appelle relation de surclassement. Pour que l'affirmation  $a \succsim b$  soit valide, deux conditions doivent être satisfaites :

1. concordance : une majorité "suffisante" de critères doit être en faveur de  $a \succsim b$ ,
2. non-discordance : dans la minorité de critères en désaccord, aucun critère ne doit s'opposer "trop fortement" à  $a \succsim b$ . En d'autres termes, aucun critère ne doit exercer un veto.

Le terme de veto provient du champ de la théorie du choix social : l'étude de l'agrégation des préférences de votants à propos de candidats. Les principes généraux du surclassement sont inspirés de ce champ de recherche, en considérant les candidats comme les alternatives, et les votants comme les critères. Le concept de veto est au centre de l'interprétation de l'incomplétude telle qu'elle est modélisée dans les méthodes de surclassement.

Considérons l'exemple d'ELECTRE I, dans lequel les indices de concordance et de discordance sont définis ainsi :

$$C(a \succsim b) = \sum_{j \in J_{ab}} w_j \quad (4.5)$$

$$D(a \succsim b) = \max_{j \in J \setminus J_{ab}} \{g_j(b) - g_j(a)\} \quad (4.6)$$

où  $J_{ab} = \{j \in J : g_j(a) \geq g_j(b)\}$  est l'ensemble indexant les critères sur lesquels  $a$  est meilleure que  $b$ , et en choisissant les poids tels que  $\sum_{j \in J} w_j = 1$ .

La relation de surclassement  $\succsim$  se calcule en fonction d'un seuil de concordance  $s$  et un seuil de discordance  $v$  :

- $C(a \succsim b) \geq s$  : la coalition en faveur de  $a \succsim b$  est assez "forte".
- $D(a \succsim b) \leq v$  : la coalition en défaveur de  $a \succsim b$  n'exerce pas de veto.

$s$  est choisi entre 0.5 et  $1 - \min_{j \in J} w_j$ . Étant donné les conditions à satisfaire pour qu'il y ait surclassement, il peut se produire trois situations dans lesquelles ni  $(a, b)$  ni  $(b, a)$  ne soient dans  $\succsim$ . Deux d'entre elles sont liées à ce que l'on peut appeler un "effet de veto".



- Considérons la condition de discordance pour les deux paires ordonnées  $(a, b)$  et  $(b, a)$  : il est possible qu'il existe  $j \in J \setminus J_{ab}$  pour lequel  $g_j(b) - g_j(a) \geq v$ , et  $k \in J_{ab}$  pour lequel  $g_k(a) - g_k(b) \geq v$ . Dans un pareil cas, ni  $a \succsim b$ , ni  $b \succsim a$  ne peuvent être vérifiés, un critère mettant son veto sur chacune des assertions. Un conflit multicritère élevé, dans la comparaison de  $a$  et  $b$ , les rend incomparables du point de vue du surclassement.
- Considérons la condition de discordance pour  $a \succsim b$  et la condition de concordance pour  $b \succsim a$  : seul  $a \succsim b$  est possible d'après la majorité des critères. Cependant, il existe un critère sur lequel  $b$  surpasse "de loin"  $a$ , opposant un veto à  $a \succsim b$ .
- Considérons la condition de concordance pour les deux paires ordonnées  $(a, b)$  et  $(b, a)$  : il se peut que  $C(a \succcurlyeq b) < s$  et  $C(b \succcurlyeq a) < s$  (c'est possible si  $s > 0.5$ ). Cette situation s'interprète comme une insuffisance simultanée de la coalition en faveur de  $a \succcurlyeq b$  et de celle en faveur de  $b \succcurlyeq a$ . Cette incomparabilité n'est pas liée à un effet de veto.

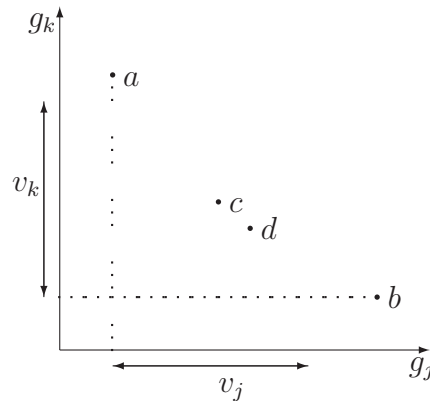


FIGURE 4.1 – Le conflit bicritère peut être élevé  $(a, b)$  ou faible  $(c, d)$ .

Dans les deux premiers cas, un conflit multicritère élevé est la cause de l'incomparabilité. Dans la première situation, un conflit bicritère est en cause (voir Fig 4.1). Dans le second cas, le conflit oppose un critère, sur lequel un fort désavantage de  $a$ , relativement à  $b$ , existe, et une majorité de critères en faveur de  $a$ . L'incomplétude de la relation de surclassement ne provient pas d'une absence d'information, mais plutôt de l'existence d'un conflit significatif

entre les critères, du fait des préférences du décideur. Il faut insister ici sur le fait que contrairement aux modèles décrits dans la section précédente, c'est la présence d'une information préférentielle, en l'occurrence l'effet de veto, et non l'absence d'information qui fonde l'incomparabilité dans le modèle. Une différence substantielle en termes de performances sur un critère contredit quelques arguments en faveur d'une préférence stricte. D'un point de vue pratique, au cours de l'élicitation pour une méthode ELECTRE, le décideur a la possibilité de définir un seuil de discordance pour les critères de son choix afin qu'un effet de veto puisse être pris en compte.

Parmi les méthodes de surclassement permettant la représentation du veto, on peut également citer PROMETHEE (voir Brans and Vincke [1985]) et TACTIC (Vansnick [1986] définit les méthodes non compensatoires avec veto). Dans Dias and Mousseau [2006], les affirmations d'incomparabilité sont utilisées afin d'inférer des seuils de discordance par résolution d'un programme linéaire, en supposant que les autres paramètres préférentiels, comme les poids ou le seuil de concordance, sont connus.

Nous avons décrit dans cette section l'incomplétude de la relation  $\succsim$ , impliquée dans les méthodes de surclassement. Cette relation n'est pas nécessairement transitive. C'est pourquoi, afin d'établir des recommandations, les méthodes de surclassement font intervenir une phase d'exploitation de  $\succsim$  afin de calculer un classement, un rangement ou une affectation des alternatives à des catégories prédéfinies. Dans le cas du classement, certaines procédures d'exploitation qui ont été proposées produisent un préordre partiel sur les alternatives. Insistons sur le fait que la sémantique de l'incomplétude de ce classement est plus difficile à analyser que celle de l'incomplétude de la relation  $\succsim$ . C'est le cas de la méthode ELECTRE III, dans laquelle l'incomplétude du classement n'est pas liée au phénomène de veto.

## Conclusion

Un grand nombre de méthodes font intervenir des structures de préférences incomplètes pour représenter les préférences du décideur selon plusieurs critères, et ce particulièrement dans une perspective d'aide à la décision. On s'est

concentré dans ce chapitre sur la modélisation de préférences incomplètes, et on a examiné la signification associée aux préférences incomplètes dans différents modèles. On a pu observer que l'incomparabilité revêt un sens particulier qui n'est pas le même dans tous les modèles. En particulier, on a distingué deux classes de modèles de préférences incomplètes :

1. les modèles dans lesquels l'incomparabilité résulte d'une spécification incomplète des préférences du décideur,
2. les modèles dans lesquels l'incomparabilité est due au fait que l'agrégation prend en compte des effets de veto. En cas de conflit multicritère élevé, les veto peuvent provoquer une incomparabilité.

Une compréhension fine de la sémantique des préférences incomplètes a un impact significatif sur la conception de procédures d'élicitation utilisant ce type de structures de préférences.



## Chapitre 5

Effet du Conflit Multicritère sur  
l'Expression de Préférences  
Incomplètes lors d'une Élicitation  
par Comparaison par Paire :  
Analyse Expérimentale

**Résumé :**

Un conflit multicritère dans la comparaison de deux alternatives impose d'établir un compromis entre les avantages et désavantages respectifs des alternatives. Celui-ci est d'autant plus difficile à faire que les différences d'évaluation entre les alternatives sont de taille considérable. Nous présentons dans ce chapitre une investigation empirique visant à déterminer dans quelle mesure le conflit peut conduire un décideur à exprimer des préférences incomplètes, i.e à refuser de comparer les deux alternatives, ou à ne pouvoir le faire avec une certaine assurance.

Nous présentons une expérimentation au cours de laquelle les participants comparent des paires d'alternatives présentant des conflits d'intensité variée. Les résultats montrent que selon que les participants disposent de la possibilité d'exprimer de l'incomparabilité ou non, l'écart en performance entre les alternatives (*attribute spread*) a un effet différent : un *attribute spread* élevé augmente la fréquence de la réponse *incomparable* lorsqu'elle est permise, alors que c'est la réponse *indifférence* qui est utilisée plus fréquemment lorsque seules *indifférence* et *préférence stricte* sont permises.

Ces résultats nous amènent à formuler des recommandations au sujet des méthodes d'élicitation des préférences mettant en jeu des comparaisons par paire.

Un article basé sur ce chapitre est en cours de publication. Voir Deparis et al. [2012].

Quel rôle le conflit multicritère joue-t-il au cours de l'élicitation des préférences d'un décideur ? Nous cherchons dans ce chapitre à tester le lien entre le conflit multicritère entre les alternatives mises en jeu dans une tâche d'élicitation et la nature des préférences élicitées : est-ce que les préférences exprimées par le décideur sont cohérentes dans le cadre d'un modèle fondé sur une valeur globale ? Est-ce que le décideur change spontanément d'avis à propos de la comparaison de deux alternatives ? Est-il vérifié empiriquement que le décideur est moins sûr de lui quand il est confronté à une décision comportant un fort conflit ? Dans une première expérimentation, on s'intéresse à l'expression de préférences incomplètes lors des tâches de comparaison par paire. Dans la seconde expérimentation présentée, on teste l'influence du conflit lors des tâches de matching. Dans un souci de simplicité, les situations de décision utilisées lors des deux expérimentations sont bicritères.

## 5.1 Hypothèses

Nous investiguons expérimentalement le rôle du conflit multicritère à travers les deux dimensions que nous avons identifiées au Chapitre 3, Section 3.3 : *Différence d'évaluation par attribut* ou AS pour attribute spread et *Différence d'évaluation globale* ou OVD pour overall value difference.

Attribute spread désigne la taille du trade-off à effectuer, i.e., l'amplitude des différences entre les alternatives, sur chaque critère.

**Hypothèse 5.1.1** (Effet de l'Attribute spread). *La proportion de décideurs qui considèrent deux alternatives comme incomparables augmente avec l'écart d'évaluation sur les deux attributs entre les deux alternatives en considération.*

En supposant qu'il est possible de représenter les préférences du décideur à l'aide d'une valeur globale attribuée à chaque alternative, on peut pour chaque paire s'intéresser à la différence de valeur globale qui existe entre les alternatives en jeu. Notre deuxième hypothèse décrit l'idée intuitive selon laquelle il devrait être plus aisé pour le décideur d'avoir un jugement relatif au sujet

d'une paire d'alternatives si l'une d'entre elle est bien supérieure à l'autre en valeur globale.

**Hypothèse 5.1.2** (Effet de l'Overall value difference). *La proportion de décideurs qui considèrent deux alternatives comme incomparables baisse quand la différence de valeur globale entre les deux alternatives en jeu augmente.*

La troisième hypothèse testée concerne le comportement des décideurs lorsque la procédure d'élicitation ne leur permet pas d'exprimer l'incomparabilité entre les alternatives de manière explicite. Ils ne disposent que de la *préférence stricte* et de l'*indifférence* comme réponses possibles à chaque comparaison par paire.

**Hypothèse 5.1.3** (Indifférence signifiant Incomparabilité). *Si l'incomparabilité n'est pas fournie comme réponse possible aux décideurs (l'indifférence est la seule réponse symétrique disponible), alors ils utilisent l'indifférence pour exprimer aussi bien l'indifférence que l'incomparabilité entre les alternatives.*

Cette dernière hypothèse se fonde sur le fait que I et R sont toutes deux des relations symétriques, alors que P est une relation antisymétrique. Les deux relations I et R ont la propriété commune de ne favoriser aucune alternative par rapport à l'autre. Il est donc plus naturel pour un décideur d'employer l'*indifférence* que la *préférence stricte* lorsqu'il est confronté à une comparaison entre des alternatives qu'il juge incomparables. Cette dernière hypothèse peut se formuler ainsi : quand aucune réponse exprimant l'incomparabilité n'est disponible, certaines réponses *indifférence* correspondent à une sémantique d'incomparabilité (un refus de comparer ou un manque de confiance dans son propre jugement) au lieu d'une sémantique d'indifférence (l'affirmation que les alternatives sont globalement de valeur égale).



## 5.2 Méthode

Dans cette section, on décrit en détail une expérience comportementale mise au point pour tester les hypothèses précédentes. Des étudiants ont été recrutés pour comparer des appartements qui diffèrent uniquement sur deux aspects : le loyer et la distance au centre-ville. L'expérience se divise en deux séries de comparaisons par paires.

La première série de comparaisons, appelée *Construction de chaînes d'isopréférence*, est conçue afin d'éliciter, pour chaque participant, trois ensembles distincts d'alternatives, chaque ensemble comportant des alternatives de valeur globale similaire (voir Figure 5.1). Ces chaînes d'isopréférence sont utilisées au cours de la deuxième série de comparaisons. Celle-ci, appelée *Tâche principale*, fait intervenir uniquement des alternatives appartenant aux chaînes élicitées précédemment. La différence d'évaluation sur les attributs, ainsi que la différence de valeur globale entre les alternatives est variée aléatoirement au cours de la Tâche principale. Cela nous permet de tester l'influence de AS et OVD sur l'expression d'incomparabilité.

Pendant la Construction de chaînes d'isopréférence, les participants peuvent exprimer leurs préférences à l'aide de trois réponses : les deux premières sont la *préférence stricte* pour l'une ou l'autre des alternatives (P) et la troisième est l'*indifférence* entre les deux alternatives (I). L'indifférence est définie ainsi : "*Je suis indifférent quant au choix de l'un de ces deux appartements car ils m'apportent le même niveau de satisfaction*". Les participants sont également informés que le choix de cette réponse implique qu'ils accepteraient qu'on choisisse un des deux appartements au hasard pour eux.

Pour la tâche principale, les participants ont été aléatoirement répartis en deux groupes, à leur insu : le groupe IP et le groupe IRP. Le nom de chacun des groupes, utilisé ici, indique les réponses disponibles pour les participants du groupe. En effet, une réponse *incomparabilité* (R) a été ajoutée aux réponses disponibles, pour les membres du groupe IRP uniquement. L'incomparabilité est définie en ces termes : "*Je ne peux comparer ces deux appartements. Il m'est très difficile de choisir entre ces deux appartements. Je préfère ne pas me prononcer*". Les participants sont également informés que le choix de cette réponse

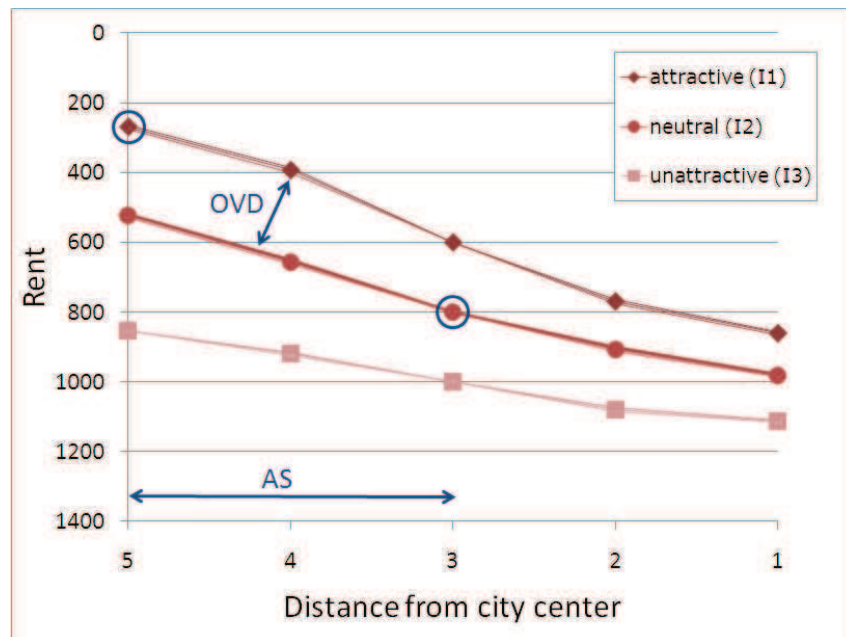


FIGURE 5.1 – Chaînes élicitées pour un participant durant le première série (*Construction des chaînes d'isopréférence*). OVD : Overall value difference, AS : Attribute spread.

implique qu'ils considèrent les trois autres réponses comme inadéquates pour représenter leur jugement sur la comparaison en question. Les participants peuvent indiquer leur réponse à chaque comparaison à l'aide des flèches du clavier : gauche et droite pour la préférence stricte, bas pour l'indifférence et haut pour l'incomparabilité.

### 5.2.1 Participants

Quarante-deux étudiants en dernière année à l'École Centrale Paris ont participé à cette expérimentation contre une indemnisation de 20€. Ils parlaient couramment français. Les instructions (reproduites en annexe) leur étaient lues à voix haute par l'expérimentateur. Les stimuli ainsi que des instructions additionnelles étaient affichées sur un écran d'ordinateur, au moyen d'un programme codé sous E-Prime 2.0 (Psychological Software Tools, Inc. USA, Schneider et al. [2002]).

L'expérimentation ne comportait pas de mécanisme d'incitation par gain, mais elle proposait une situation de décision réaliste. Le problème de décision revêtait un sens particulier pour les participants au moment de l'expérimentation : des étudiants de dernière année ont été spécifiquement choisis car ils ont à effectuer un stage de fin d'études à l'étranger, et ils sont donc concernés par la problématique de chercher un logement.

Un débat existe depuis longtemps au sujet de l'utilisation d'expérimentations où les sujets expriment des préférences, par opposition à celles où ils révèlent des préférences (voir Kühberger et al. [2002]). Bien qu'un certain nombre d'auteurs considèrent les préférences révélées comme seul moyen légitime d'étudier les préférences expérimentalement, nous pensons qu'un protocole utilisant une tâche hypothétique (expression de préférences) permet également de révéler des effets comportementaux au sujet des préférences, à condition que la tâche ait un sens pour les participants et que l'on trouve des preuves de consistance dans les résultats. Cette opinion est répandue dans la littérature en aide à la décision. Par exemple, même un article classique comme Kahneman and Tversky [1979] ne rapporte que des tâches hypothétiques sans gains réels associés (choix entre des loteries, décision d'acheter ou non une assurance, . . .). Dans

notre cas, nous avons délibérément rejeté l'utilisation d'incitations monétaires car cela requiert pour notre question de recherche de définir une "incomparabilité révélée", tâche qui s'accompagne de sérieuses difficultés.

Pour finir, notre intérêt porte sur l'élicitation des préférences pour l'aide à la décision. Dans ce domaine, où un analyste a pour tâche d'assister un décideur dans la résolution d'un problème de décision, la démarche standard est d'éliciter un modèle de préférences du décideur, sur lequel baser une prescription. La majorité des méthodes d'élicitation pour l'aide à la décision fait intervenir des comparaisons par paire entre des alternatives, comparaisons qui *ne correspondent pas* à des choix réalisés. Employer des tâches de choix hypothétiques est donc une pratique courante an aide à la décision, pour paramétrer un modèle. Examiner les aspects comportementaux liés à de telles procédures de comparaison présente donc un intérêt indéniable.

### 5.2.2 Stimulus

La tâche expérimentale élémentaire est de comparer deux appartements, décrits chacun en termes de *loyer* et de *distance au centre-ville*, et égaux en ce qui concerne tout autre critère. Pour chaque appartement, l'évaluation relative à la distance au centre ville était donnée sous la forme d'une carte schématique de la ville, divisée en cinq régions concentriques et numérotées du centre (zone 1) à la zone la plus périphérique (zone 5). La zone où se situe l'appartement est mise en valeur, sans indication plus précise sur l'endroit exact de l'appartement dans la zone (voir Figure 5.2). De plus, le centre-ville revêt une importance particulière aux yeux du participant car durant les instructions, il est signalé que l'institution l'accueillant pour son stage s'y trouve, ainsi que trois items choisis par le participant comme importants durant un questionnaire préliminaire (voir section 5.2.3). Traverser une zone en transport en commun prend environ quinze à vingt minutes. Ainsi l'emplacement d'un appartement donne une indication approximative du temps qu'il faudra à l'étudiante pour se rendre en zone 1, où se trouve divers lieux d'importance pour elle. Le loyer est indiqué en Euros par mois.

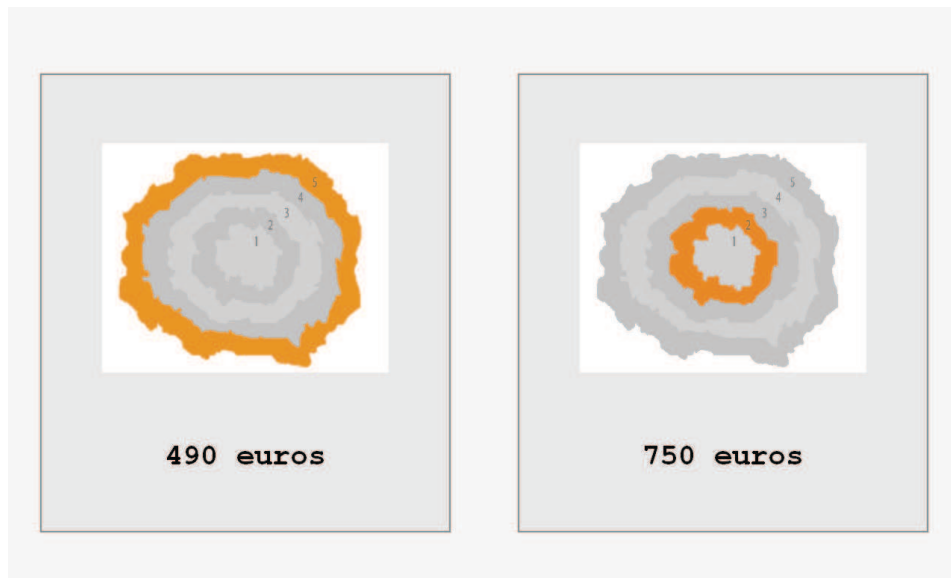


FIGURE 5.2 – Un exemple de stimulus durant la série de comparaisons principale.

### 5.2.3 Procédure

#### Contexte.

Au début de l'expérimentation, on demande aux participants d'imaginer que leur stage de fin d'étude aura lieu dans une grande ville, loin de leur famille et de là où ils résident actuellement. Le montant de leur indemnité de stage s'élève à 1600€/mois, et ils auront à couvrir l'intégralité de leurs dépenses, y compris le loyer, avec cette somme exclusivement. En conséquence, plus ils paieront un loyer élevé, moins ils pourront dépenser d'argent pour autre chose.

Après avoir reçu des instructions générales, un questionnaire était soumis aux participants, sur écran, concernant leurs habitudes, leur expérience et leurs goûts à propos du choix d'une habitation d'étudiant. Le but de ce questionnaire était de les immerger dans le contexte et de les faire réfléchir une première fois sur la question d'évaluer les avantages et désavantages que procure un loyer donné ou un emplacement d'appartement donné. Des niveaux de loyer étaient ensuite élicités pour chaque étudiant : cinq montants monétaires représentatifs des divers sentiments que pouvaient leur procurer un loyer, de très désavan-

tageux à très avantageux. Ces niveaux étaient utilisés pour ancrer l'échelle de l'attribut *loyer*. La durée moyenne pour délivrer les instructions, compléter le questionnaire et éliciter l'échelle de loyer était de 24 minutes.

### Construction des Chaînes d'Isopreference.

Ensuite, trois comparaisons d'entraînement étaient soumises aux participants. En plus de les familiariser avec les modes de réponse, elles servaient à s'assurer que les participants ne choisissent pas d'alternative dominée, et qu'ils refusent de dégrader un attribut de toute l'étendue de l'échelle pour améliorer l'autre attribut d'un seul pas de l'échelle.

Ensuite les participants répondent à une première série de comparaisons par paire. Leurs réponses sont utilisées afin de déterminer douze valeurs sur l'attribut loyer, distribuées en trois chaînes d'isopréférence locale  $I_1, I_2$  et  $I_3$ . Chaque chaîne est construite par matching d'une alternative avec loyer attractif ( $j=1$ ), neutre ( $j=2$ ) ou désavantageux ( $j=3$ ), et situé en zone 3 (niveau moyen sur l'attribut *distance*), avec une alternative située dans la zone immédiatement supérieure (sone 4) et inférieure (zone 2). Les appartements ainsi élicités sont eux-mêmes utilisés dans un matching pour obtenir leur équivalent en zone 1 et en zone 5. Les chaînes d'isopréférence locales sont ainsi constituées de cinq alternatives chacune, distribuées le long de l'échelle *distance*. Les alternatives composant une chaîne sont considérées comme indifférentes voisin à voisin par le décideur (voir Figure 5.1).

Les comparaisons posées lors de la première série impliquent uniquement des couples d'alternatives dont les performances sur *distance* sont adjacentes (la différence sur distance entre les alternatives vaut exactement 1). Cette contrainte sert à minimiser la difficulté des comparaisons posées lors de l'élicitation des chaînes d'isopréférence locale. Toute alternative appartenant à une chaîne d'isopréférence est considérée comme très proche en valeur globale des autres alternatives de la chaîne. Pour toute paire d'alternatives sur la même chaîne, il existe un enchaînement d'affirmations d'indifférence qui les relie.

L'élicitation des chaînes est basée sur les réponses (P et I) du participant aux comparaisons, en utilisant une procédure *hidden matching* telle que celle

décrite dans Fischer et al. [1999]. Chacune des douze valeurs de loyer a été déterminée par un matching indirect basé sur des comparaisons. L'algorithme utilise un principe de dichotomie, et calcule des bornes supérieure et inférieure sur la valeur de loyer cherchée. Ces bornes sont actualisées avec chaque réponse P ou I du décideur à une comparaison. De plus, les séquences de comparaisons correspondant à chaque matching ont été entremêlées (par groupe de six) afin de cacher le matching au participant, comme recommandé dans Fischer et al. [1999].

Une situation d'indifférence entre deux alternatives pouvait être élicitée de deux manières. Soit le DM exprimait directement une indifférence pour une comparaison donnée, soit les bornes inférieure et supérieure associées à la valeur cherchée étaient égales à 15€ près, après une actualisation. Dans les deux cas, l'enregistrement d'une indifférence mettait fin à la séquence de matching. En outre, on a utilisé des propriétés de monotonie des préférences lors de l'actualisation des bornes, afin de réduire le nombre de comparaisons nécessaires par matching. La description formelle de l'algorithme et des propriétés de monotonie est donnée en annexe.

Le nombre de comparaisons nécessaire pour effectuer chaque matching était variable entre les participants. La première série de comparaison a été complétée en 17 minutes en moyenne. Les participants étaient ensuite encouragés à faire une pause.

### **Tâche Principale**

Enfin, après trois comparaisons d'essai pour se réhabituer aux modes de réponses (et éventuellement à l'introduction de la réponse "incomparable"), les participants ont complété la deuxième série, composée de soixante comparaisons, entre des alternatives appartenant toutes à une des chaînes d'isopréférence élicitées durant la première série. Le conflit était contrôlé à travers les deux variables décrites dans la suite. Les participants ont mis 8 minutes en moyenne pour répondre à la seconde série. La durée totale moyenne de l'expérience était de 53 minutes.

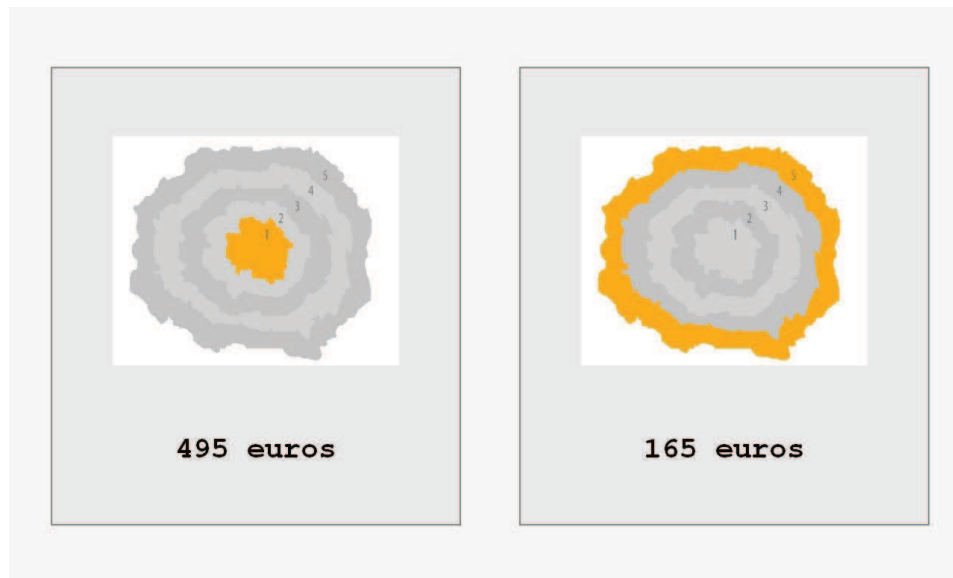


FIGURE 5.3 – Une comparaison AS4 lors de la tâche principale.

#### 5.2.4 Mise en place de la Tâche principale

L'observation des données se fait selon deux variables : la différence de valeur globale entre les deux alternatives, appelée *Overall value difference* ou OVD et la différence de valeur sur l'attribut *distance au centre ville* entre les deux alternatives en comparaison, appelée *Attribute spread* ou AS (voir la Figure 5.1).

- Les trois chaînes élicitées sont caractérisées par leur valeur globale associée (*overall value*) : avantageux ( $I_1$ ), neutre ( $I_2$ ) ou désavantageux ( $I_3$ ). La variable OVD a donc trois valeurs possibles : les appartements appartiennent à la même chaîne d'isopréférence (OVD=0), appartiennent à deux chaînes consécutives (OVD=1) ou appartiennent respectivement à la chaîne avantageuse et la chaîne désavantageuse (OVD=2). Par exemple, pour la comparaison entre un appartement de valeur globale avantageuse (chaîne  $I_1$ ) et un appartement de valeur globale neutre (chaîne  $I_2$ ) la valeur de OVD associée est 1.
- La variable Attribute spread, telle que définie auparavant, fait intervenir



les *deux* critères. Cependant, il faut remarquer la chose suivante. Considérons un couple d'alternatives, avec une valeur de OVD quelconque. Si l'on déplace l'une des deux alternatives le long de sa chaîne d'isopréférence, toute augmentation de la différence sur *distance au centre-ville* entre les deux alternatives entraîne une augmentation de la différence sur le critère *loyer* également. On a donc utilisé la différence sur un critère uniquement, le critère *distance au centre-ville* comme proxy pour Attribute spread, et on l'appellera *Attribute spread* dans la suite<sup>1</sup>. Etant donné que le critère *distance au centre-ville* admet cinq niveaux d'évaluation, AS peut donc prendre quatre valeurs possibles.

Pour chacun des douze couples (AS, OVD) possibles, cinq stimuli ont été présentés au participant. La tâche principale était ainsi constituée de soixante comparaisons. Pour certaines valeurs de (AS, OVD), (4, 0) par exemple, il y a strictement moins de cinq comparaisons différentes possibles. Dans ce cas, des comparaisons choisies au hasard ont été répétées, afin qu'il y ait exactement cinq comparaisons par cas (AS, OVD). Les soixante comparaisons ont été affichées dans un ordre aléatoire durant la Tâche principale.

### 5.2.5 Filtrage des données

Les données brutes sont constituées des réponses à soixante comparaisons consécutives pour chaque participant. Chacun des deux groupes était constitué de 21 participants, mais les données de tous les participants n'ont pas été utilisées (voir plus bas).

Nous avons analysé l'effet des variables AS et OVD sur la proportion de chaque type de réponse ( $P$ ,  $I$ , et pour le groupe IRP,  $R$ ). Ces proportions ont été calculées pour chaque participant, par valeur de (AS, OVD). Nous avons ensuite agrégé ces données à travers tous les participants d'un même groupe, et nous avons effectué une transformation afin d'annuler les différences intra-individuelles.

---

<sup>1</sup>Le critère *distance* a été choisi plutôt que *loyer* parce que les niveaux de ce critère sont communs à tous les participants et parce que le traitement statistique requiert des classes de valeurs discrètes pour AS.

Ces données ont ensuite été analysées au moyen d'une Analyse de Variance, incluant deux facteurs intra-sujet, AS avec 4 niveaux et OVD avec 3 niveaux, et un facteur inter-sujet, Groupe (IP vs. IRP).

Avant cette analyse, un filtrage a été effectué sur les données. Premièrement, trois participants (2 IP et 1 IRP) ont été rejetés de l'analyse car leurs préférences étaient lexicographiques à partir d'une valeur de loyer donnée. Deuxièmement, nous avons vérifié que toute comparaison prise en compte dans l'analyse vérifiait deux conditions.

1. *séparation des chaînes d'isopréférences* : Pour une valeur donnée sur l'attribut *distance*, les deux valeurs de loyer correspondantes, attachées respectivement à deux chaînes d'isopréférence distinctes, doivent différer d'au moins 30€. Cette condition renforce l'hypothèse de monotonie des préférences utilisée lors de l'élicitation des chaînes. Lorsque ce cas se présentait, nous avons exclu les deux alternatives de l'analyse.
2. *Loyer minimal* : un montant de loyer doit valoir au minimum 50€. Si un participant, par ses réponses, établissait un matching avec un loyer valant moins de 50€, la procédure marquait la valeur comme extrême et considérait un montant de 50€ dans les étapes ultérieures. Cette situation pouvait se produire spécifiquement lorsqu'une comparaison impliquait une alternative ayant une mauvaise évaluation en *distance*, tout en se trouvant sur l'isopréférence avantageuse.

Toutes les comparaisons dont une alternative ne respectait pas ces deux conditions ont été exclues des analyses. Après ce filtrage, tout participant qui ne possédait pas au moins une réponse par cas (AS, OVD), pour les douze cas, a été rejeté intégralement de l'analyse. Les données de 2 participants du groupe IRP et de 5 participants du groupe IP ont ainsi été retirées. À l'issue de ce filtrage, les données comprenaient 1006 comparaisons pour le groupe IRP et 759 comparaisons pour le groupe IP.

TABLE 5.1 – Résultats pour le groupe IRP, n = 18, 1006 comparaisons.

OVD	0				1				2				Mean	SD
	AS	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
%P	74	70	73	57	88	73	66	48	99	91	80	53	73	15
%I	24	20	4	12	9	16	9	7	0	1	1	0	9	8
%R	3	10	22	31	4	11	25	45	1	7	19	47	19	15

TABLE 5.2 – Résultats pour le groupe IP, n = 14, 759 comparaisons

OVD	0				1				2				Mean	SD
	AS	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
%P	80	76	75	74	91	75	77	66	99	93	80	66	79	10
%I	20	24	25	26	9	25	23	34	1	7	20	34	21	

### 5.3 Résultats

La Table 5.1 et la Table 5.2 indiquent, pour chaque groupe, la proportion de chaque type de réponse en fonction de AS et OVD. Pour faciliter la visualisation des données, ces résultats sont également représentés sur la Figure 5.4. Les moyennes ont été calculées en considérant les réponses indépendamment des participants. Les moyennes des moyennes individuelles donnent les mêmes résultats. Les écart-types sont calculés par rapport aux moyennes individuelles.

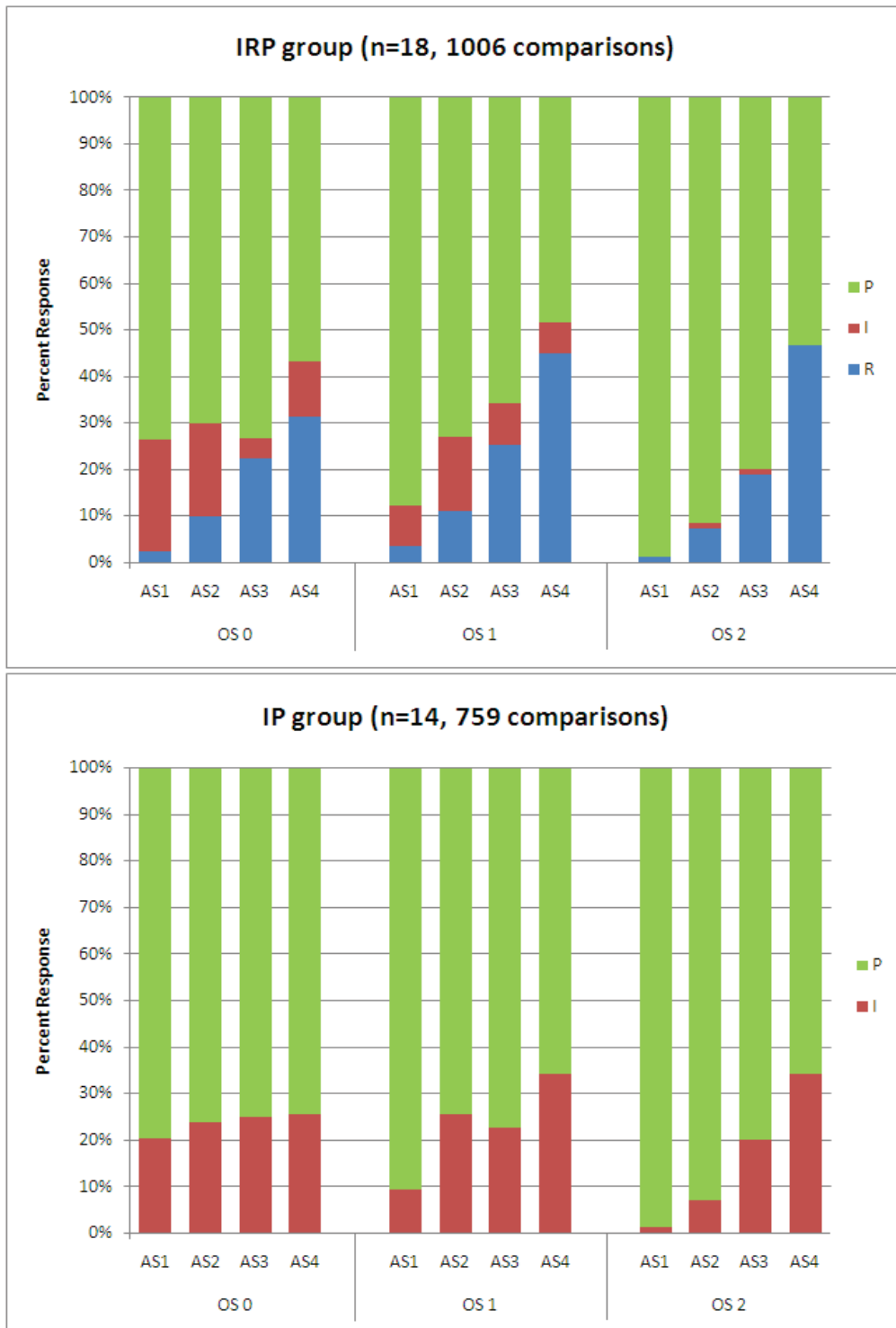


FIGURE 5.4 – Fréquence de chaque type de réponse en fonction de Overall Value Difference et Attribute Spread, par groupe.

TABLE 5.3 – Incomparabilité en fonction de attribute spread (groupe IRP)

AS	1	2	3	4	Moy.	ET
%R	3	10	22	41	19	15

### 5.3.1 Incomparabilité

La réponse R (incomparabilité) a été utilisé pour 19% des comparaisons. AS exerce un effet significatif d'accroissement sur le proportion d'incomparabilité ( $F(3, 51) = 27.1, p < .001$ , voir Table 5.3).

Attribute spread est la seule variable a avoir un impact significatif sur R. Un effet significatif de OVD ou une interaction significative entre OVD et AS n'ont pas pu être démontrés ( $p = 0.53$  et  $p = 0.38$  respectivement). Cela met en défaut notre hypothèse selon laquelle la fréquence d'incomparabilité décroîtrait à mesure que Overall value difference augmente. Il suffit que les appartements diffèrent fortement sur leurs évaluations pour qu'ils soient considérés comme incomparables, et cela même si l'un des deux a été globalement évalué comme bien meilleur durant la construction des chaînes d'isopréférence.

### 5.3.2 Indifférence

Les distributions de réponses indifférence diffèrent radicalement entre les deux groupes (IP et IRP). Premièrement, la proportion moyenne d'indifférence est significativement plus grande pour le groupe IP que pour le groupe IRP (21% vs 9%,  $F(1, 30) = 6040.2, p = 0.005$ ).

Deuxièmement, l'influence de AS est très différente selon le groupe (interaction :  $F(3, 90) = 8.0, p < 0.001$ , voir Figure 5.5). Dans le groupe IP, la proportion d'indifférence augmente avec AS alors qu'elle décroît légèrement dans le groupe IRP. Une Analyse de Variance restreinte à chaque groupe confirme que chaque effet est significatif (augmentation pour le groupe IP :  $F(3, 39) = 4.8, p = 0.006$  ; baisse pour le groupe IRP :  $F(3, 51) = 4.0, p = 0.01$ ).

Enfin, l'absence quasi-totale d'indifférence dans le groupe IRP, pour les comparaisons OVD2 est en cohérence avec la définition de chaîne d'isopréfé-

rence. Par contraste, la proportion relativement élevée d'indifférence dans le groupe IP pour ce type de comparaisons (16%) est en contradiction avec la notion de Overall value difference (voir Figure 5.5).

### 5.3.3 Préférences Strictes vs Réponses Symétriques

Dans cette section, nous examinons comment les variables AS, OVD et Groupe affectent la répartition en réponses asymétriques (préférence stricte) et réponses symétriques (en confondant indifférence et incomparabilité lorsque la dernière est disponible). Comme toute réponse tombe dans l'une des deux catégories, nous avons choisi de décrire les résultats du point de vue des préférences strictes, mais on aurait très bien pu les décrire du point de vue des réponses symétriques, en utilisant les proportions complémentaires.

Premièrement, plus la différence d'évaluation sur l'attribut *distance au centre-ville* était élevée, moins les participants ont choisi un appartement au détriment de l'autre ( $F(3, 90) = 20.1, p < .001$ ). Quand AS est minimal, seul 12% des affirmations sont symétriques, alors que cette proportion est de 39% quand AS est maximal (voir Figure 5.6).

Deuxièmement, en cohérence avec la définition de chaîne d'isopréférence, les participants ont plus souvent choisi un appartement quand sa valeur globale était plus élevée, i.e. pour OVD maximal ( $F(2, 60) = 6.4, p = 0.003$ , voir Figure 5.6).

Enfin, on n'observe pas d'effet significatif du Groupe ( $p = 0.21$ ) ni d'interaction du Groupe avec AS ( $p = 0.23$ ), OVD ( $p = 0.70$ ) ou  $AS \times OVD$  ( $p = 0.98$ ). Si l'on considère la proportion des réponses symétriques ( $I$  in IP and  $I \cup R$  in IRP), ce résultat signifie que les distributions de réponses symétriques selon AS et OVD ne peuvent être distinguées significativement entre les groupes IP et IRP. En d'autres termes, on ne peut rejeter l'hypothèse selon laquelle les affirmations I du groupe IP et les affirmations I et R, prises ensemble, du groupe IRP, évoluent de façon semblable quand AS et OVD varient.

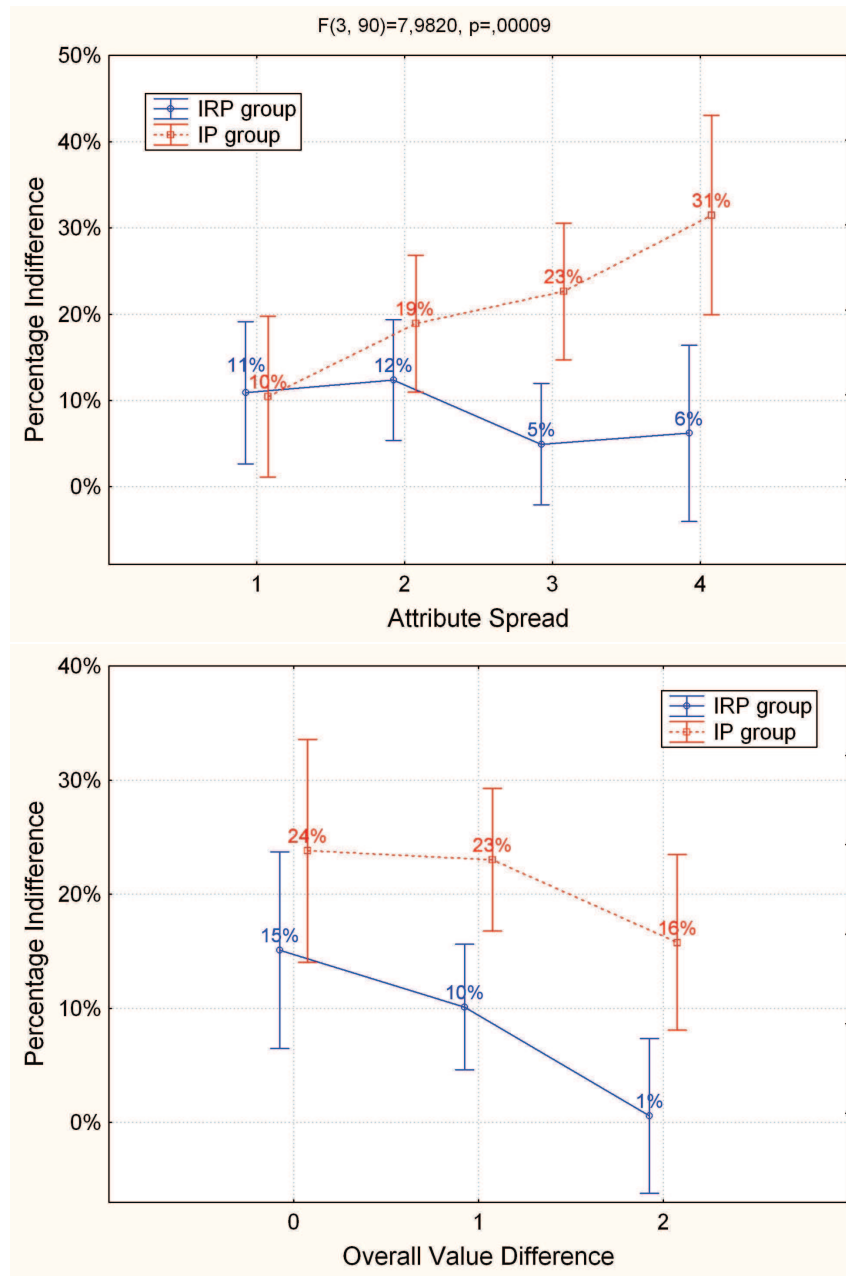


FIGURE 5.5 – Proportion d'Indifférence  $I$  en fonction du groupe et de (a) AS et (b) OVD.

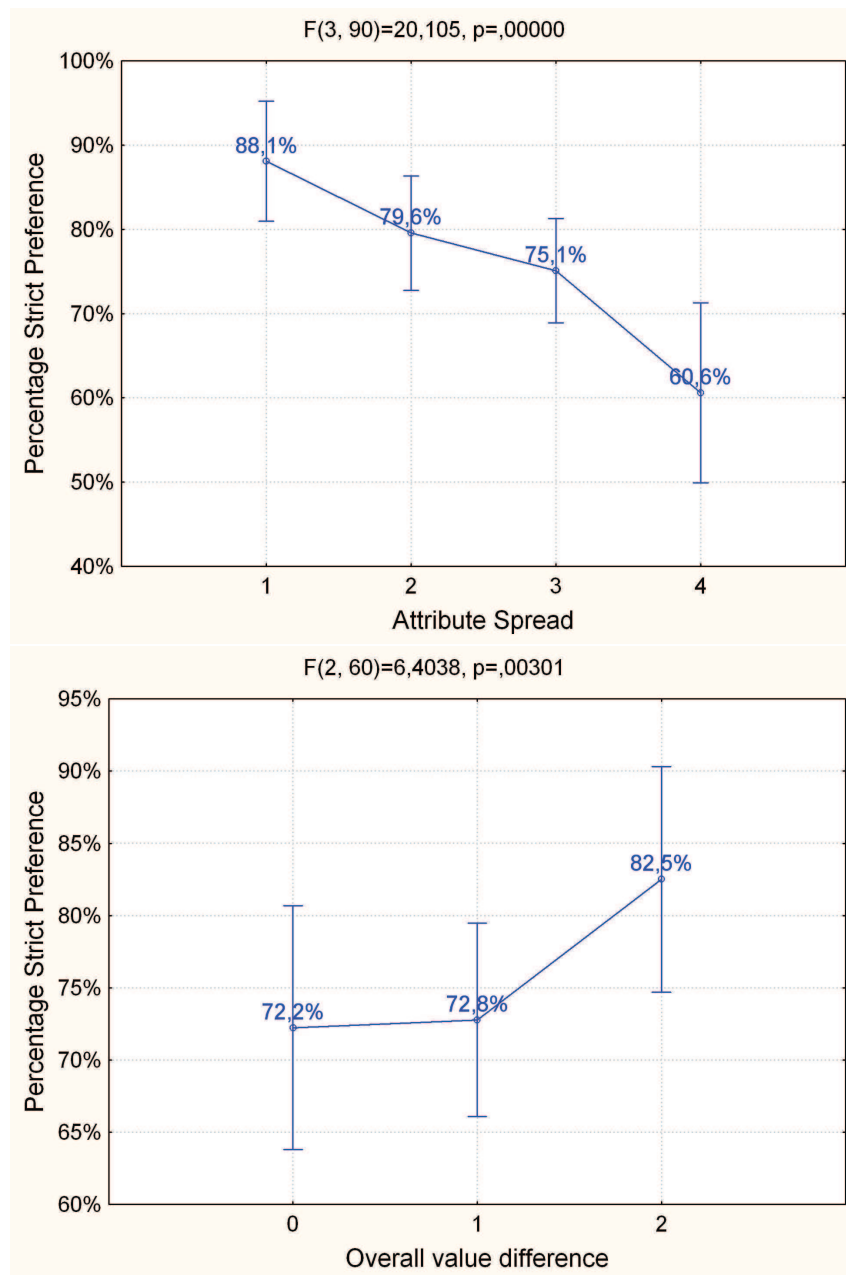


FIGURE 5.6 – Proportion de Préférences strictes  $P$  en fonction de (a) AS et (b) OVD, tous groupes confondus.



### 5.3.4 Apprentissage et Temps de Réponse

Afin d'investiguer d'éventuels effets d'apprentissage, nous avons divisé la séquence des soixante comparaisons faites par chaque participant en quatre quartiles de quinze comparaisons consécutives. La variation du temps de réponse moyen selon le quartile a ensuite été évaluée pour chaque type de réponse (I, R, P).

Il s'avère qu'un effet statistiquement significatif du quartile est observé pour tous les types de réponses, excepté les préférences strictes pour le groupe IP. Les temps de réponse moyens sont décroissants dans l'ensemble, pour tous les types de réponse (en confondant les types, 9.4s pour le premier quartile vs 7.6s pour le dernier). Cela montre que les participants se sont familiarisés avec la tâche au cours de l'expérimentation. Cependant, les résultats principaux, décrits dans les sections précédentes (notamment l'effet de AS sur I et sur R), restent statistiquement significatifs si l'on néglige les deux premiers quartiles de réponses (les trente premières comparaisons sur les soixante). La diminution des temps de réponse ne doit donc pas être interprétée comme due à une lassitude de la part des participants, qui aurait mené à des réponses automatiques ou peu réfléchies.

## 5.4 Discussion

Les résultats principaux de notre expérimentation sont les suivants : la proportion d'incomparabilité croît significativement avec attribute spread. En revanche, on n'observe pas d'effet significatif de overall value difference sur l'incomparabilité. Il existe une interaction significative entre le groupe (IP ou IRP) et attribute spread sur la proportion d'indifférence : cette proportion croît significativement dans le groupe IP alors qu'elle décroît significativement dans le groupe IRP. La proportion d'indifférence dans le groupe IP varie, en fonction de attribute spread et overall value difference, de la même manière que les proportions sommées d'indifférence et d'incomparabilité dans le groupe IRP.

### 5.4.1 Expression de Préférences Incomplètes liées au Conflit

Les résultats obtenus montrent que l'on peut exhiber des préférences incomplètes chez les décideurs, à propos de la comparaison multicritère d'alternatives. Cette incomplétude des préférences est affirmée positivement par les décideurs lorsqu'une réponse explicite d'incomparabilité est disponible dans le cadre de la procédure d'élicitation. Du point de vue des décideurs, la réponse *incomparabilité* reflète mieux leur jugement à propos de la comparaison des deux alternatives que les réponses *preference* ou *indifference*. Les participants du groupe IRP ont utilisé la réponse *incomparabilité* dans une proportion loin d'être négligeable (187 sur 1006, 19% total) et qui n'a pas baissé au cours de l'expérimentation (53 sur 245, 22% si l'on considère uniquement les quinze dernières comparaisons pour chaque participant). Cela montre que les affirmations d'incomparabilité ne peuvent être interprétées comme dues à un manque d'expérience au sujet des comparaisons, mais correspondent à des aspects structurels du comportement de décision.

Notre hypothèse concernant l'effet de l'écart d'évaluation (attribute spread) est fortement supportée par l'analyse des données. La proportion de réponses incomparabilité augmente avec l'amplitude de la différence sur l'attribut *distance au centre-ville* ( $F(3, 51) = 27.1, p < .001$ ). L'affirmation positive de préférences incomplètes est plus fréquente quand les valeurs d'attributs présentées dans la comparaison sont plus conflictuelles. Quand les alternatives présentent des profils d'évaluations bicritères très en contraste l'un par rapport à l'autre, les décideurs éprouvent une difficulté à les comparer. Ce résultat étend le travail décrit dans Tversky and Shafir [1992] aux comparaisons par paires. Ces auteurs montrent que lors du choix entre deux produits de consommation, des sujets expérimentaux vont plus souvent chercher des alternatives additionnelles lorsque la paire initiale est conflictuelle (sans alternative dominante) que dans le cas contraire.

Les résultats supportent l'hypothèse relative à l'indifférence signifiant l'incomparabilité. De nombreuses observations laissent penser que les sujets qui n'avaient pas de réponse incomparabilité disponible ont utilisé la réponse indifférence à la fois pour exprimer de l'indifférence (i.e. équivalence en valeur globale) et de l'incomparabilité (i.e. le refus d'effectuer un compromis). Premiè-

rement, la proportion d'indifférence est significativement plus importante dans le groupe IP que dans le groupe IRP (21% vs. 9% en moyenne,  $F(1, 30) = 9.1$ ,  $p = 0.005$ ). Cette différence est due principalement à l'interaction significative du Groupe (i.e. la disponibilité d'une réponse incomparabilité) sur l'effet d'attribut spread ( $F(3, 90) = 8.0$ ,  $p < .001$ ). Quand les participants avaient l'indifférence pour seule relation symétrique, la proportion de cette réponse montait de 10% à 31% avec le niveau d'attribut spread, alors qu'elle décroît de 11% à 6% dans l'autre groupe. Il y a une ressemblance évidente entre l'augmentation du nombre de réponses indifférence dans le groupe IP et l'augmentation du nombre de réponses incomparabilité dans le groupe IRP, quand attribut spread augmente.

En outre, attribut spread a des effets opposés sur le temps de réponse pour l'indifférence suivant le groupe (interaction significative :  $F(1, 14) = 5.8$ ,  $p = 0.03$ , voir Table 5.4). Quand AS est à son plus haut niveau, les affirmations  $I$  prennent plus de temps que pour des comparaisons avec AS plus faible dans le groupe IRP, et moins de temps dans le groupe IP. Encore une fois, on peut mettre en parallèle, cette fois-ci au niveau du temps de réponse, le comportement des participants du groupe IP quand ils utilisent  $I$  en réponse à un fort conflit, et celui des participants du groupe IRP quand ils utilisent  $R$  pour le même type de comparaisons. En effet, les valeurs AS élevées font baisser significativement le temps de réponse moyen pour la réponse  $R$  dans le groupe IRP ( $F(1, 13) = 8.6$ ,  $p = 0.01$ , voir Table 5.4).

Enfin, aucun test ne permet de rejeter l'assertion selon laquelle les réponses symétriques ont été utilisées de la même manière dans les deux groupes, en dépit de la signification particulière de la réponse incomparabilité. Les distributions pour  $I$  et pour  $I \cup R$ , dans les groupes IP et IRP respectivement, ne sont pas significativement différentes. On n'observe pas d'effet significatif du groupe ( $p = 0.208$ ), ni d'interaction du groupe avec AS ( $p = 0.231$ ), OVD ( $p = 0.700$ ) ou  $AS \times OVD$  ( $p = 0.977$ ).

Si l'on considère les comparaisons entre alternatives appartenant à la même chaîne d'isopréférence, l'effet de Attribut spread sur la proportion de réponses incomparabilité est encore significatif ( $p < .0001$ ). Selon nous, cette augmentation d'incomparabilité le long des chaînes d'isopréférences démontre une in-

TABLE 5.4 – Temps de réponse moyen (*s*)

AS	1 à 3	4
R	13.3	10.9
I (groupe IP)	11.7	8.5
I (groupe IRP)	9.5	11.5

transitivité de l'indifférence. L'intransitivité de l'indifférence a été initialement évoquée par Luce [1956] : il a soulevé le fait que sur un seul critère, une intransitivité de l'indifférence peut mener à une préférence stricte. Une séquence de différences négligeables peut constituer une différence significative. Ici nous démontrons un effet concernant l'intransitivité de l'indifférence dans une décision multicritère. Une séquence de jugements d'indifférence peut mener à une situation d'incomparabilité. En d'autres termes, de petits trade-offs acceptables, mis bout-à-bout, peuvent constituer un trade-off inacceptable.

Une telle mise en évidence empirique remet profondément en question la notion de courbe d'indifférence elle-même. En effet, la signification même des courbes d'isopréférence se fonde sur le principe que pour toute paire d'alternatives appartenant à la même courbe d'isopréférence, les alternatives sont égales en valeur et sont donc jugées comme indifférentes. Notre résultat empirique montre qu'un tel principe n'est valide que localement.

La possibilité d'une indifférence intransitive le long des courbes d'isopréférence est envisagée dans les méthodes de surclassement. La relation d'indifférence n'est pas permise au-delà d'une différence d'évaluation donnée sur un critère. Ce principe est mis en œuvre à l'aide d'un veto, comme proposé dans Roy [1991]. Dans les méthodes de surclassement, un seuil définit la différence de performance maximale admissible pour chaque critère. Lorsque l'alternative *a* surpasse l'alternative *b* sur un critère, avec une différence d'évaluation dépassant ce seuil, un veto est mis sur l'assertion  $a \succ b$ , ce qui empêche de considérer *a* et *b* comme indifférents.

Notre hypothèse selon laquelle la proportion d'incomparabilité serait décroissante avec OVD n'est pas supportée par les données. La fréquence avec laquelle les sujets expérimentaux exprime une incomparabilité n'est pas liée de

manière significative au fait que les deux alternatives en comparaison appartiennent à la même isopréférence ou diffèrent en valeur globale. Pour expliquer ce phénomène, nous proposons l'idée que le conflit entre critères "brouille" les courbes d'isopréférences, ce qui signifie que les courbes d'isopréférences ne sont peut être pas un objet pertinent pour représenter les préférences entre des alternatives qui diffèrent radicalement sur au moins un critère. Il est difficile pour les décideur de juger de la valeur globale relative de deux alternatives lorsqu'un conflit multicritère élevé existe entre elles.

Chatterjee and Heath [1996] a montré un effet de l'attractivité globale des alternatives sur la difficulté de la décision. Les décisions impliquant un conflit *avoidance-avoidance* (i.e. des alternatives toutes deux inattractives) sont plus difficiles que les décisions impliquant un conflit *approach-approach* (i.e. des alternatives toutes deux attractives). Nagpal and Krishnamurthy [2008] a montré que cet effet est lié à la tâche de choix et que, de manière symétrique, des paires d'alternatives inattractives rendent une tâche de rejet (de l'une des deux) plus facile. En utilisant une tâche de comparaison, nous observons également un effet de l'attractivité globale des alternatives sur la difficulté de la décision : en se restreignant aux paires de même valeur globale (même isopréférence), on constate que l'incomparabilité est significativement plus fréquente quand la valeur globale des alternatives diminue ( $F(2, 30) = 3.6, p = 0.04$ ). Notre expérimentation réplique ces effets observés précédemment, indépendamment de l'effet du conflit multicritère. De plus, tous les tests statistiques sur les effets de AS restent significatifs si l'on se restreint à chaque ensemble d'isopréférence (attractif, neutre ou inattractif).

#### 5.4.2 Stratégies Cognitives Sous-jacentes à l'Expression de Préférences Incomplètes

Au-delà des résultats observés dans notre expérimentation, sur la façon dont les sujets expriment des préférences incomplètes dues au conflit multicritère entre les alternatives, une question importante est liée à la compréhension des processus cognitifs qui sous-tendent l'expression de préférences. Est-ce que les stratégies diffèrent fortement selon qu'un réponse incomparable est dispo-

nible ou pas ? Lorsqu'ils comparent les alternatives, est-ce que les participants engagent plusieurs tâches parallèles, liées à chaque réponse possible, ou bien est-ce qu'ils utilisent une stratégie séquentielle pour arriver à une décision ? Quel est le rôle de la métacognition dans la réponse à une tâche de comparaison ?

Les données recueillies ne permettent pas d'aboutir à une conclusion claire à propos des stratégies utilisées par les sujets. L'expérimentation n'a pas été conçue initialement avec cet objectif. Cependant, les données sur les temps de réponses révèlent que l'expression d'un jugement symétrique (indifférence ou incomparabilité) mettait significativement plus de temps que l'expression d'un jugement asymétrique (préférence stricte). Le temps de réponse moyen de groupe pour affirmer P était similaire dans les groupes IP (7.6 s) et IRP (8.0 s). De même, les temps de réponse moyens pour affirmer I dans le groupe IP (13.4 s), I dans le groupe IRP (11.6 s), et R (11.7 s) étaient du même ordre. Interpréter ces observations nécessite des expérimentations supplémentaires. Comprendre les processus cognitifs mis en œuvre lorsque les participants répondent à des comparaisons par paires pourrait apporter des connaissances cruciales au sujet de l'expression de préférences incomplètes.

Faisons l'hypothèse qu'à chaque réponse (I, R, P) est associé un processus conduisant à l'expression de la réponse une fois que des arguments suffisants en faveur de cette réponse ont été identifiés. Ce processus pourrait impliquer un seuil de temps ou un seuil de confiance. Nous suggérons deux manières d'enchaîner ces processus dans le temps, en série ou bien en parallèle (voir Figure 5.8 et Figure 5.7).

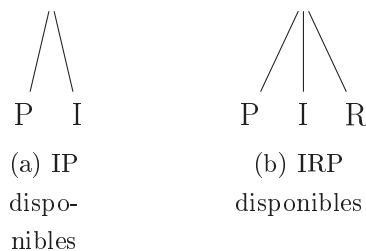


FIGURE 5.7 – modèle parallèle : choix entre toutes les réponses au même moment

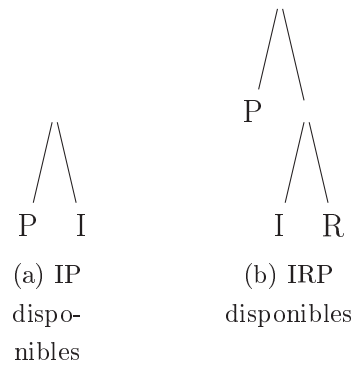


FIGURE 5.8 – modèle séquentiel : deux choix successifs entre des groupes de réponses

- Dans le premier type de stratégie, le décideur considère toutes les réponses à la fois. Il utilise l'information comme éventuellement favorable à tout jugement. Cela signifie que toute réponse est susceptible d'être choisie en premier (parce que le seuil de confiance correspondant est atteint). Par exemple, le décideur peut exprimer une indifférence, sans même avoir considéré la possibilité qu'une alternative soit préférée.
- Dans le second type de stratégie, le décideur a pour premier objectif d'établir une préférence stricte. Il ne considère les réponses symétriques (I et R) que dans le cas où il n'arrive pas à se forger une conviction suffisante en faveur d'une alternative. Cela implique qu'il ne peut déclarer une indifférence avant d'avoir essayé de choisir une alternative au détriment de l'autre, et d'avoir renoncé à choisir par manque de conviction.

Selon nous, une stratégie séquentielle est plus réaliste, pour deux raisons. La première est liée aux temps de réponses moyens observés. Si la stratégie parallèle était utilisée, l'ajout de la réponse incomparable devrait rendre la tâche plus complexe et devrait par conséquent augmenter le temps moyen requis pour exprimer une préférence stricte. Si c'est la stratégie séquentielle qui est utilisée, l'ajout de R n'importe que pour la deuxième étape (choix entre I et R) et n'a pas de conséquence sur le temps moyen pour exprimer P. Or les temps moyens dans les groupes IP et IRP ne sont pas significativement différents (7.6 s

dans le groupe IP et 8.0 s dans le groupe IRP). Le deuxième argument en faveur d'une stratégie séquentielle repose sur l'idée qu'en pratique, dans la majorité des problèmes, comparer n'est qu'une étape avant de choisir. C'est donc une bonne stratégie de détecter aussi tôt que possible si une alternative possède un profil multicritère suffisamment convaincant pour être jugée préférable.

D'autres approches devraient également être considérées pour investiguer plus en avant les processus cognitifs impliqués dans la formulation de jugements de comparaisons. Une approche récente basée sur la technique d'Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf) vise à établir une carte du cerveau par l'identification des corrélats neuronaux associés à une fonction cognitive spécifique. Cette approche a donné des résultats concernant la décision dans le risque (Breiter et al. [2001]) ainsi que la décision multicritère (Zysset et al. [2006]). Plusieurs expérimentations utilisant l'IRMf ont montré l'activation du cortex antérieur cingulé (ACC) des sujets lorsqu'ils sont confrontés à une tâche conflictuelle. Pochon et al. [2008] a observé une telle activation lors de la comparaison entre des alternatives jugées sur un critère, les paires d'alternatives les plus conflictuelles correspondant aux alternatives de valeur proche. Il a montré que l'activation avait lieu lors de l'étape même de décision, en la distinguant de la phase de réponse moteur. De Martino et al. [2006] a montré une activation de l'ACC quand les sujets font des choix en contradiction avec le cadrage de la décision. Il interprète le rôle de l'ACC comme contrôlant le conflit entre la tendance à répondre de manière émotionnelle et celle à répondre de manière analytique lors de cette expérimentation. Un débat est toujours en cours à propos du rôle de l'ACC, qui serait de contrôler le conflit lors du traitement de l'information ou de guider la prise de décision en contrôlant les conséquences. Les données expérimentales abondent pour supporter les deux hypothèses (voir Botvinick [2007]). Une étude par IRMf du conflit multicritère reste à envisager.

## 5.5 Recommandations pour l'élicitation au moyen de comparaisons par paire

Une fois le modèle choisi pour représenter les préférences du décideur, l'élicitation consiste à questionner le décideur afin de spécifier la valeur des pa-



ramètres préférentiels du modèle. Le fait de paramétrer le modèle en fonction des réponses du décideur permet de représenter fidèlement la manière dont il compare les alternatives, et d'en déduire des recommandations pertinentes. Demander directement au décideur quelle valeur assigner à chaque paramètre présente plusieurs inconvénients. Le décideur doit avoir une compréhension fine du modèle. Il doit comprendre quelles conséquences découlent de tel choix de valeur (voir Podinovski [1994]). La plupart des auteurs recommandent donc d'utiliser des méthodes d'élicitation indirecte. Il s'agit de méthodes dans lesquelles la valeur de tout ou partie des paramètres est inférée à partir de jugements de préférence.

Une élicitation indirecte garantit que les valeurs prises par les paramètres préférentiels sont cohérentes avec la sémantique associée à ces paramètres dans le modèle d'agrégation. Par exemple, rappelons que dans MAVT (Keeney and Raiffa [1976]), le poids du critère  $X$  représente le gain de valeur associé au fait d'augmenter  $X$  de sa valeur la plus basse à la plus élevée, relativement à la même augmentation sur un autre critère. Cette définition est souvent mal comprise par les décideurs, comme en atteste le phénomène observé de manque de sensibilité à l'étendue de l'échelle (Fischer [1995]). C'est pourquoi un certain nombre de procédures d'élicitation font intervenir des jugements à propos de l'étendue de l'échelle liée à chaque critère. Ces procédures utilisent des alternatives fictives possédant des évaluations extrêmes sur certains critères.

Par exemple, dans la procédure d'élicitation de poids *swing weights* ("poids déduits par basculement"), qui est utilisée dans les méthodes SMART et SMARTER (présentées dans Edwards and Barron [1994]), le décideur doit comparer ou classer des alternatives fictives avec la meilleure évaluation possible sur un critère et la pire sur les autres. Il est évident que de telles tâches de jugement présentent un conflit entre alternatives très élevé. C'est aussi le cas dans la méthode proposée par Keeney and Raiffa [1976] pour éliciter les poids.

La méthode MACBETH, proposée par Bana e Costa and Vansnick [1994], fait également intervenir des alternatives fictives qui diffèrent sur deux critères au plus afin d'éliciter des poids. Mais ces alternatives ne possèdent pas l'évaluation minimale ou maximale sur chaque critère. À la place, les performances sur chaque critère sont fixées à un niveau de référence choisi par l'analyste, par

exemple un niveau neutre, et un niveau attractif. Cela permet de contrôler le niveau de conflit multicritère entre les alternatives lors de l'élicitation.

Les résultats obtenus lors de notre expérimentation conduisent à formuler certaines recommandations au sujet des méthodes d'élicitation au moyen de comparaisons par paire. Quand la procédure d'élicitation ne permet pas d'exprimer des préférences incomplètes, il faut choisir les comparaisons par paire proposées au décideur avec une grande précaution. En particulier, assigner des comparaisons présentant un conflit multicritère élevé peut être dangereux car les réponses indifférence pourront poser un problème d'interprétation. Elles peuvent signifier que le décideur considère les alternatives comme aussi attractives, mais elles peuvent aussi révéler qu'elle a du mal à les comparer. On ne peut que déconseiller d'utiliser les réponses à des comparaisons avec fort conflit pour mesurer les poids dans les modèles évoqués plus haut. Cette recommandation ne s'applique pas aux méthodes autorisant l'expression de préférences incomplètes, comme celles faisant intervenir un veto.

Delquié [2003] pointe également le danger présenté par un fort conflit en élicitation des préférences. Plus précisément, il soutient que la taille du trade-off, i.e. le conflit, associée à une question d'élicitation augmente sa difficulté (et par là l'erreur dans le mesurage des préférences) mais diminue en même temps l'erreur dans l'estimation du paramètre décrivant les courbes d'indifférence (parce qu'on estime mieux une courbe à l'aide de points plus distants). Il propose une méthode analytique dont le but est de déterminer le conflit optimal pour une question d'élicitation. Ce conflit est celui pour lequel la somme des deux erreurs évoquées précédemment est minimale.

Une autre interprétation de nos résultats serait qu'il ne vaut mieux pas prescrire de choix impliquant un fort conflit en se basant sur un modèle calibré à partir de comparaisons à faible conflit. Afin de prescrire des décisions à propos d'alternatives en fort conflit multicritère, on peut considérer d'éliciter des trade-offs à conflit élevé, à condition qu'une réponse incomparabilité soit disponible au cours du processus d'élicitation.

## 5.6 Conclusion

Nous avons mené une expérimentation dans le but d'investiguer l'expression de préférences incomplètes liées au conflit multicritère entre deux alternatives. Nous avons mis en évidence une augmentation de la proportion d'incomparabilité avec le conflit entre les alternatives comparées. En outre, plusieurs résultats que nous avons obtenus appuient l'idée que les participants pour lesquels la réponse incomparable n'était pas disponible ont utilisé la réponse indifférence pour exprimer de l'incomparabilité. En particulier, l'expression d'indifférence pour ces participants était significativement plus fréquente pour les comparaisons plus conflictuelles, alors qu'elle était au contraire significativement plus rare pour l'autre groupe de participants. Ajoutons que la distribution d'indifférence, quand l'incomparabilité n'est pas permise, est similaire à la distribution combinée d'indifférence et d'incomparabilité quand cette dernière est disponible.

Ces résultats montrent une forme d'intransitivité de l'indifférence le long des courbes d'isopréférence. Cette intransitivité est due à un manque de confiance au sujet de la comparaison des alternatives lorsque le conflit multicritère est élevé. Nos résultats suggèrent que lors de la phase d'élicitation des préférences, en aide à la décision, il faut éviter de proposer des comparaisons par paires présentant un conflit multicritère élevé. Dans le cas contraire, une affirmation d'incomparabilité devrait être incluse comme réponse possible lors du processus d'élicitation. Une réponse incomparabilité permet en outre de déterminer la taille des trade-offs que le décideur est prêt à résoudre, et ainsi de calibrer le conflit lors de l'élicitation. Des expérimentations supplémentaires devraient être menées afin de mieux comprendre comment le conflit influence les stratégies de décision impliquées dans la comparaison de deux alternatives.



## Chapitre 6

# Effet du Conflit Multicritère sur l'Asymétrie d'Ajustement lors d'un Double Matching : Analyse Expérimentale

**Résumé :**

Pour mesurer un taux de compensation entre deux critères, la méthode la plus simple et directe consiste à faire effectuer un matching par le décideur. Plusieurs matchings sont envisageables par l'analyste, selon qu'il propose au décideur d'ajuster un critère ou l'autre, ou selon qu'il lui laisse ajuster l'évaluation favorable ou défavorable de l'alternative (matching avantageux ou désavantageux).

Des travaux empiriques ont permis d'observer que le taux de compensation exprimé par un décideur est affecté par ces paramètres, en contradiction avec les postulats de la décision rationnelle. Les courbes d'indifférence que l'on peut déduire de matchings ne sont donc pas uniques. En particulier, le critère ajusté est favorisé (Delquié [1993]). Un double matching révèle donc une asymétrie d'ajustement. De plus, cette asymétrie est plus marquée lorsque les deux matchings sont défavorables que lorsqu'ils sont favorables (Willemsen and Keren [2003]).

Nous avons conduit une expérimentation afin d'observer, en parallèle aux deux effets mentionnés précédemment, l'influence du conflit, mesuré comme la différence d'évaluation entre les deux alternatives sur le critère entièrement spécifié. Les résultats montrent que le conflit augmente considérablement l'asymétrie d'ajustement pour un double matching avantageux, et que cet effet est encore plus marqué pour un double matching désavantageux. Une interprétation faisant jouer le rôle de point de référence à l'alternative-cible ne suffit pas à expliquer ces asymétries. Nous formulons des recommandations sur l'utilisation de la tâche de matching pour mesurer les préférences d'un décideur.

L'expérimentation décrite dans la suite résulte du travail en commun de Walid Oukachbi et moi-même. J'ai encadré Walid durant son stage de master recherche au laboratoire de Génie Industriel, pour lequel nous avons réalisé cette expérimentation, en se basant sur l'expérimentation sur les comparaisons par paire présentée et discutée au Chapitre 5. Walid Oukachbi a joué le rôle d'expérimentateur durant les sessions. Certaines figures sont issues de son mémoire de master.

## 6.1 La procédure de matching pour éliciter un taux de compensation

### 6.1.1 Description de la procédure

Le matching est une tâche largement utilisée pour l'élicitation des préférences. Lors d'un matching, le décideur considère deux alternatives. Toutes les évaluations sur les critères sont connues sauf une. Le décideur est invité à indiquer, pour l'évaluation manquante, la valeur qui la rend indifférente entre les deux alternatives. Autrement dit, elle doit évaluer la performance non spécifiée sur un critère de telle sorte que les deux alternatives atteignent le même niveau de satisfaction globale à ses yeux.

Dans le cas bicritère, considérant deux critères *critère 1* et *critère 2*, on peut noter un matching entre deux alternatives  $X$  et  $Y$  de la façon suivante :

$$X(x_1, x_2) I Y(y_1, ?)$$

Dans cette tâche de matching, on demande la valeur de  $Y$  sur le critère 2 telle que le décideur est indifférent entre  $X$  et  $Y$ .  $X$  est l'alternative-cible et  $Y$  l'alternative ajustée ou matchée.

Notons que le niveau de satisfaction global que les alternatives sont censées apporter de manière égale est déjà fixé par l'alternative entièrement spécifiée, l'alternative-cible. De plus, on suppose en utilisant cette procédure qu'il existe une valeur précise (et non une plage de valeurs) qui rend le décideur indifférent. Enfin, l'indifférence entre les alternatives implique une non-dominance, ce qui

impose une contrainte sur l'ensemble des valeurs que le décideur peut indiquer (à moins que le décideur soit insensible à la différence  $x_1 - y_1$ ). Supposons que les deux critères sont à maximiser, et que  $X$  est meilleur que  $Y$  sur le premier critère :  $x_1 > y_1$ . Alors, le décideur est censé indiquer une valeur  $y_2 > x_2$  nécessairement.

La valeur recherchée correspond à un avantage de  $Y$  (par rapport à  $X$ ) sur le second critère, qui doit exactement compenser l'avantage de  $X$  (par rapport à  $Y$ ) sur le premier critère. Cette tâche est souvent utilisée pour estimer le taux de compensation entre les critères, à un endroit donné de chacune des deux échelles, jugé nécessaire et suffisant par le décideur pour conserver le même niveau de satisfaction global.

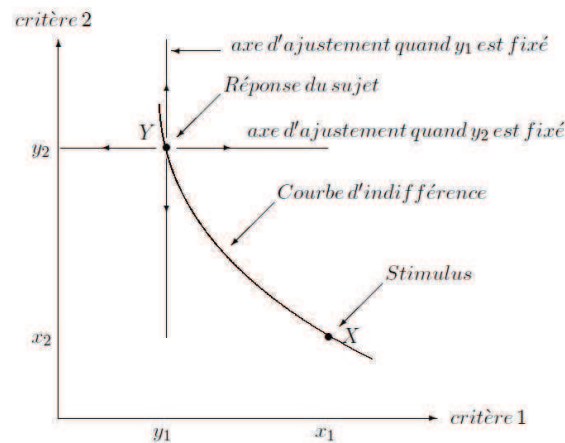


FIGURE 6.1 – Deux tâches de matching possibles en fonction du critère ajusté (d'après Delquié [1993]).

### 6.1.2 Différents matchings possibles pour un même taux de compensation

Remarquons que dans notre exemple, évaluer  $y_2$ , à  $y_1$  fixé, c'est raisonner sur une évaluation favorable à  $Y$  (dans la comparaison par rapport à  $X$ ). Notons qu'on peut estimer le même taux de compensation en fixant  $y_2$  et en demandant au décideur d'ajuster  $Y$  sur le premier critère (voir Figure 6.1).



Dans ce cas, le décideur va raisonner sur une évaluation défavorable à  $Y$ , par rapport à  $X$ . On parlera dans le premier cas de matching vers le haut ou de matching avantageux. Dans le second cas, on parlera de matching vers le bas ou matching désavantageux. Remarquons enfin que le caractère avantageux ou désavantageux du matching n'est pas dépendant du critère évalué : on peut aussi bien envisager un matching avantageux que désavantageux, sur le même critère (voir figure 6.2).

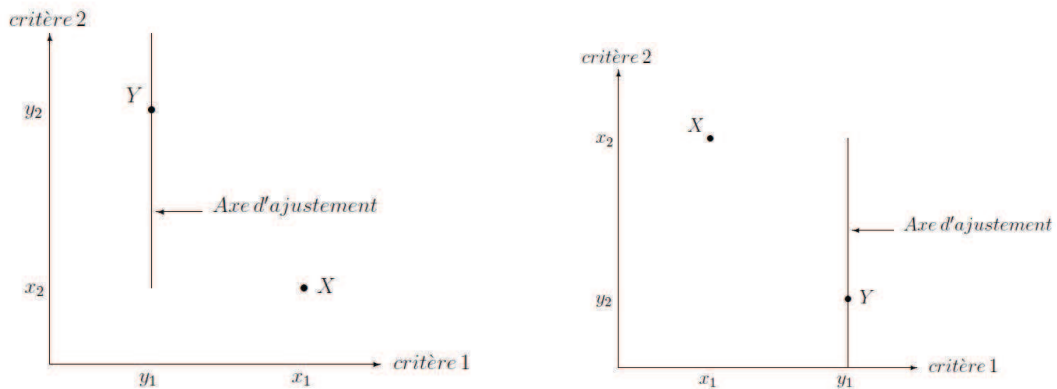


FIGURE 6.2 – Matching vers le haut et vers le bas, sur le critère 2.

On vient de décrire deux caractéristiques indépendantes d'une tâche de matching :

le **critère évalué** est le critère sur lequel le décideur donne une évaluation.

On peut aussi l'appeler critère ajusté, en considérant que le décideur ajuste la valeur sur ce critère par rapport à celle de l'alternative-cible, mais cette appellation suppose d'avance l'effet d'ancrage-ajustement que l'on décrit dans la suite. Le décideur va raisonner et s'exprimer dans l'unité du critère considéré.

la **direction** indique si le décideur estime un avantage ou un désavantage de l'alternative, par rapport à l'alternative-cible. Matching vers le haut ou matching up : le décideur estime un avantage. Matching vers le bas ou matching down : le décideur estime un désavantage.

On notera que la procédure de matching permet d'obtenir une plus grande quantité d'information qu'une procédure de comparaison par paire. En effet, du matching on peut dériver directement un taux de compensation, ce qui permet de prédire des choix ultérieurs, alors qu'une comparaison par paire ne donne qu'une borne inférieure ou supérieure sur le taux de compensation implicitement utilisé par le décideur.

Dans le paragraphe qui suit, on va définir une troisième caractéristique d'une procédure de matching, indépendante des deux premières. Supposons que le décideur raisonne en utilisant un point de référence. Il peut s'agir d'une alternative que le décideur possède déjà, d'un archétype d'alternative définissant des évaluations standards, etc. Dans ce cas, on peut définir :

**la valence** d'un critère indique la position relative des évaluations des deux alternatives sur ce critère par rapport à celle du point de référence.

La valence d'un critère est :

- positive si les deux alternatives ont une meilleure évaluation que le point de référence sur le critère,
- négative si les deux alternatives ont une évaluation inférieure à celle du point de référence sur le critère,
- mixte si, sur ce critère, une alternative possède une meilleure évaluation que celle du point de référence, alors que l'autre alternative possède une évaluation inférieure à celle du point de référence.

Sur la Figure 6.3 et la Table 6.1, trois exemples de situations sont présentées. Notons que l'on peut imaginer d'autres cas, avec un critère mixte et l'autre positif par exemple.

Enfin, on peut définir

**le conflit** lors d'un matching comme la différence d'évaluation entre les deux alternatives, sur le critère où les deux évaluations sont fixées.

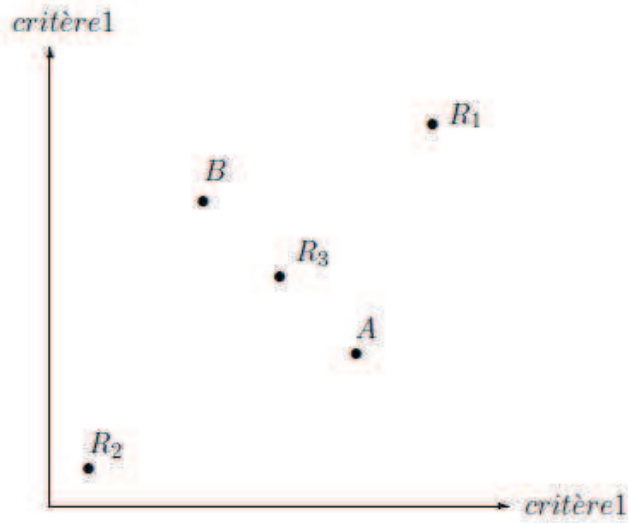


FIGURE 6.3 – Trois exemples de points de référence lors d'un matching.

A la Section 3.3, on a défini l'intensité du conflit bicritère entre deux alternatives lors d'une comparaison (tâche où toutes les évaluations sont spécifiées). On a alors identifié deux composantes, que l'on peut respectivement qualifier d'objective et subjective : la différence d'évaluation sur les deux critères (*attribute spread*) et la différence de valeur globale (*overall value difference*). On a vu également que, à OVD fixé, la différence de valeur sur un seul des deux critères suffit comme proxy pour l'attribute spread. Dans le cas du matching, l'overall value difference n'a pas de sens car seule une alternative définit un niveau de valeur globale. De plus, on ne peut prendre en compte de différence sur les deux critères puisque une seule évaluation est disponible sur l'un des deux critères. Comme l'objectif pour le décideur est d'égaliser les deux alternatives durant une tâche de matching, il est légitime d'utiliser la différence d'évaluation sur le critère spécifié pour les deux alternatives comme mesure de l'intensité du conflit. En effet, la taille du trade-off que le décideur doit spécifier dépend directement de cette unique différence. Contrairement à l'expérimentation décrite au Chapitre 5, on a utilisé non pas la différence d'évaluation brute mais la différence en nombre de pas sur une échelle de préférence monocritère

TABLE 6.1 – La valence de chaque critère varie en fonction du point de référence utilisé par le décideur.

Point de référence	Valence	
	Critère 1	Critère 2
$R_1$	neg.	neg.
$R_2$	pos.	pos.
$R_3$	mixte	mixte

dans l'expérimentation présentée dans la suite. La façon dont nous avons mesuré le conflit pour l'expérimentation décrite dans ce chapitre est décrite en détail à la Sous-section 6.4.1.

Dans la section suivante, on introduit la procédure de double matching, utilisée pour examiner la réversibilité du matching. On décrit certains effets d'asymétrie reportés dans la littérature, que l'on se propose d'étudier en contrôlant le niveau de conflit multicritère.

## 6.2 Asymétrie d'ajustement lors d'un double matching

### 6.2.1 Description de la procédure de double matching

La procédure de double matching, ou bimaghing, est composée de deux matchings consécutifs : un premier matching que l'on appellera matching aller dans la suite, et un deuxième que l'on appellera matching retour. Le matching retour est un matching réciproque du matching aller. L'évaluation obtenue en réponse au matching aller est utilisée comme stimulus lors du matching retour. En d'autres termes, l'alternative ajustée lors du premier matching est proposée comme alternative-cible lors du second matching. La réponse au premier matching est comprise dans les performances de l'alternative-cible proposée au second matching. A l'inverse, l'une des performances de l'alternative-cible du

premier matching n'est plus spécifiée, et doit être ajustée par le décideur. Un exemple est présenté dans la Table 6.2.

Rang	Alternative $X$	Alternative $Y$	Réponse
1 (matching aller)	$(x_1, x_2)$	$(y_1, ?)$	<u><math>y_2</math></u>
2 (matching retour)	$(x_1, ?)$	$(y_1, \underline{y_2})$	<u><math>x_2</math></u>

TABLE 6.2 – Un exemple de double matching.

L'invariance procédurale, que l'on a présentée au chapitre 2, postule que le taux de compensation mesuré lors d'une tâche de matching devrait être le même lors des deux étapes. En conséquence, la réponse obtenue durant le matching retour ( $x_2$  dans l'exemple) devrait être égale à la valeur correspondante présentée comme stimulus lors du matching aller ( $x_2$ ). C'est pourquoi il est intéressant d'examiner si la différence  $\delta = \underline{x_2} - x_2$  est souvent nulle ou proche de zéro. Dans l'exemple donné sur la Figure 6.4, la valeur  $\delta$  représente la quantité de sous-ajustement effectué par le décideur. L'évaluation de  $X$  sur le critère 2 qu'il a estimée durant le matching retour est moins désavantageuse que celle correspondant au taux de compensation élicité durant le matching aller. C'est un sous-ajustement dans le sens où  $x_2$  est plus proche de  $y_2$  que ne l'est  $x_2$ .  $\delta$  est une quantité algébrique. Une valeur négative de  $\delta$  indiquerait au contraire un sur-ajustement.

Le double matching a été proposé par Hershey and Schoemaker [1985] pour examiner la variance procédurale dans un contexte de décision risquée. Ils ont comparé deux modes de réponse lors de l'élicitation d'une fonction d'utilité pour la décision dans le risque : spécifier l'équivalent certain d'une loterie ou spécifier la probabilité de gain pour une loterie équivalente. Delquié [1993] et Delquié [1997] l'a adaptée au contexte certain multicritère.

Étant donnée la définition du double matching et les caractéristiques définissant un matching simple, une multitude de combinaisons sont possibles (mais pas toutes) pour le critère ajusté, la direction, la valence à chaque étape. En particulier, on peut définir un double matching qui soit avantageux (i.e. vers le haut) aux deux étapes, mais cela impose que le critère ajusté varie entre

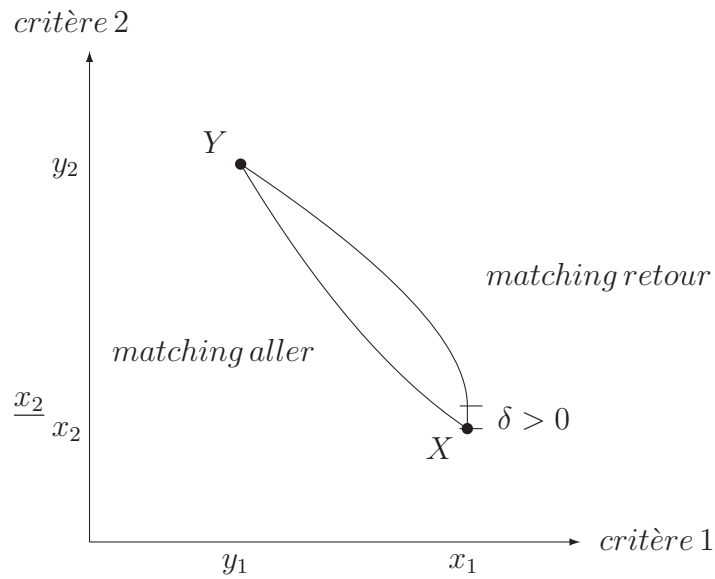


FIGURE 6.4 – Double matching (critère 2-up, critère 2-down).

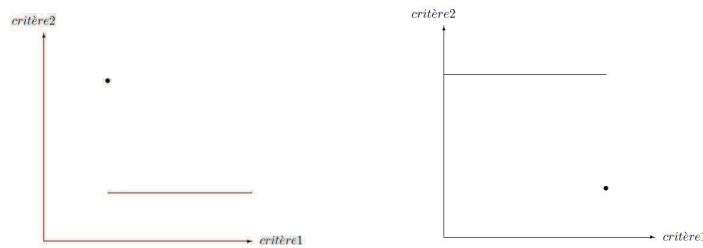


FIGURE 6.5 – Matching Up/Down,  $\delta$  sur le critère 1.

les deux. Les huit double matchings possibles en faisant varier critère ajusté et direction sont représentés sur les Figures 6.5 à 6.12.

### 6.2.2 Influences de la direction et de la valence sur les ajustements

Plusieurs travaux empiriques montrent que le taux de compensation élicité lors d'un matching bicritère diffère en fonction du critère ajusté (Fischer and Hawkins [1993], Slovic et al. [1990]). Utilisant des expérimentations impliquant du risque (loteries) et des expérimentations avec des alternatives certaines,

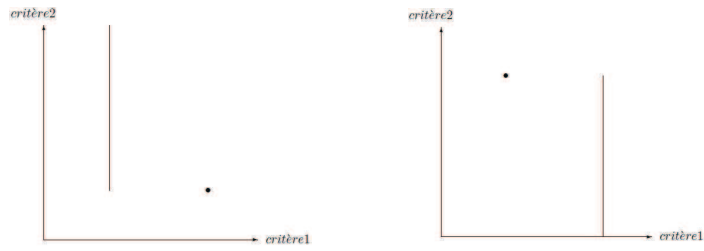


FIGURE 6.6 – Matching Up/Down,  $\delta$  sur le critère 2.

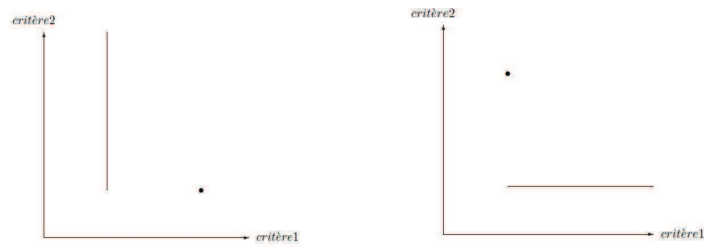


FIGURE 6.7 – Matching Up/Up,  $\delta$  sur le critère 1.

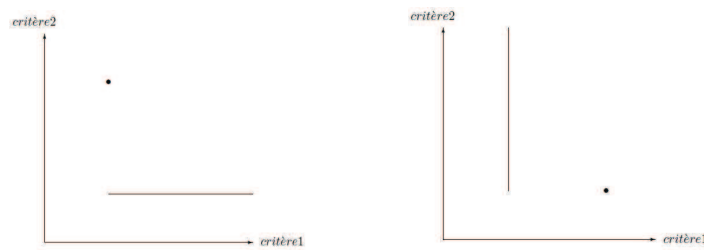


FIGURE 6.8 – Matching Up/Up,  $\delta$  sur le critère 2.

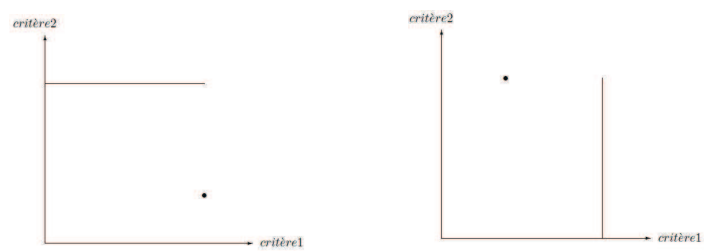


FIGURE 6.9 – Matching Down/Down,  $\delta$  sur le critère 2.

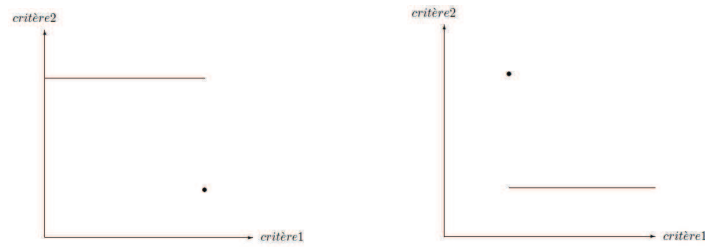


FIGURE 6.10 – Matching Down/Up,  $\delta$  sur le critère 1.

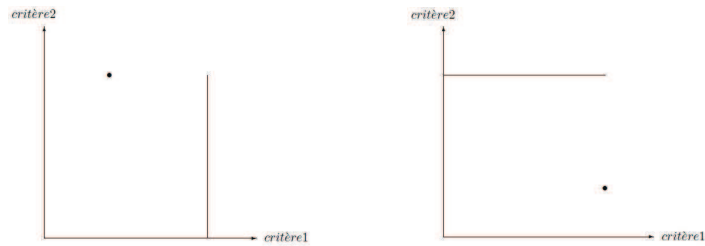


FIGURE 6.11 – Matching Down/Down,  $\delta$  sur le critère 1.

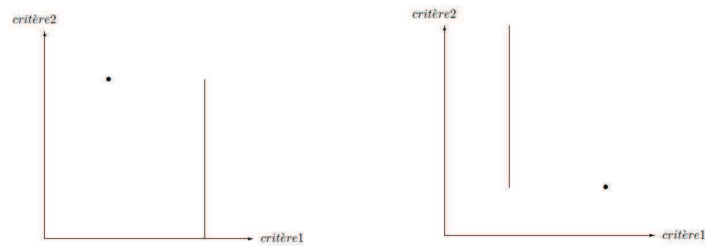


FIGURE 6.12 – matching Down/Up,  $\delta$  sur le critère 2.

Delquié [1993] observe des sous-ajustements systématiques lors du matching retour. La valeur estimée est comprise entre la valeur benchmark (valeur cohérente) et la valeur cible (valeur de l'alternative entièrement spécifiée), comme sur la Figure 6.4. Il interprète cette observation en termes d'effet de compatibilité : le critère ajusté à chaque étape est favorisé par les sujets expérimentaux, relativement à l'autre critère. Cet effet implique que les courbes d'indifférence déduites de matchings sur le critère  $Y$  sont plus pentues que celles déduites de matchings sur le critère  $X$ .



Critère	matching vers le bas		matching vers le haut	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
vitesse (pages/min.)	7	10	7	10
prix (euros)	11	$y_2 ?$	$x_2 ?$	14

TABLE 6.3 – Matching avantageux ou désavantageux pour estimer le même taux de compensation.

Il faut remarquer que les effets observés lors de double matchings se situent à un niveau plus fin encore que celui de l'invariance procédurale discutée à la Section 2.1.2 : en effet on ne compare pas deux procédures d'élicitation différentes dans leur nature (comme matching vs. comparaison) mais une même procédure dans des configurations différentes (aller ou retour, critère 1 ajusté vs. critère 2 ajusté). Il est important de comprendre et prévoir les effets observés puisque même en utilisant une unique procédure afin de recueillir des préférences, il est plausible qu'il faille faire appel des configurations différentes de cette procédure lors de l'élicitation en aide à la décision.

En organisant les résultats de Delquié [1993] selon la direction de chaque matching, Willemsen and Keren [2003] remarquent qu'une asymétrie significative est plus fréquemment observée lors d'un double matching bas/bas que haut/haut. Ils retrouvent ce résultat à l'aide d'une expérimentation. Par ailleurs, ils observent également un effet de la direction concernant un matching simple. Pour une même différence d'évaluation à un niveau fixé de l'échelle, le taux de compensation peut être élicité par un matching avantageux ou désavantageux. Par exemple, la Table 6.3 présente deux matchings possibles pour un même taux de compensation au sujet d'imprimantes (exemple repris de Willemsen and Keren [2003]). Si le critère évalué est de valence négative lors d'un matching simple, on observe une asymétrie d'ajustement entre ces deux matchings : l'ajustement est plus faible dans le cas du matching désavantageux. Dans l'exemple,  $y_2 - 11$  est significativement plus petit que  $14 - x_2$ , les deux grandeurs étant positives vu les évaluations sur le critère *vitesse*.

Dans la suite, nous proposons des hypothèses mettant en lien les effets décrits précédemment avec l'intensité du conflit bicritère entre les alternatives,

tel que décrit à la Sous-section 6.1.2.

## 6.3 Hypothèses

On désire examiner à l'aide d'une expérimentation le rôle du conflit sur les asymétries d'ajustement, et son interaction avec la direction de matching et la valence des critères.

**Hypothèse 6.3.1.** *La différence d'ajustement observée lors d'un double matching croît avec l'intensité du conflit multicritère.*

**Hypothèse 6.3.2.** *La différence d'ajustement est plus importante lors d'un double matching désavantageux aux deux étapes que lors d'un double matching avantageux aux deux étapes. Cet effet de la direction s'accroît avec le conflit multicritère.*

**Hypothèse 6.3.3.** *La différence d'ajustement est plus importante lors d'un double matching sur des critères de valence négative que lors d'un double matching sur des critères de valence positive. Cet effet de la valence s'accroît avec le conflit multicritère.*

## 6.4 Méthode

### Participants

Trente étudiants (14 filles et 16 garçons) de l'Ecole Centrale Paris et de l'Université Paris-Dauphine ont participé à cette expérimentation en échange d'une indemnité de 15€. Les consignes expérimentales (voir C) étaient lues à voix haute par l'expérimentateur, les stimuli ainsi que des instructions supplémentaires étaient affichés à l'aide du logiciel E-prime 2.0 sur un écran d'ordinateur.

## Stimulus

La tâche expérimentale élémentaire est un matching (voir Section 6.1) entre deux appartements, décrits chacun en termes de *loyer* et de *temps de trajet* au centre-ville, et égaux en ce qui concerne tout autre critère. La figure 6.13 présente un exemple de stimulus affiché à l'écran lors d'un matching. Les évaluations des deux appartements à matcher sont affichées dans deux cadres gris clairs représentant chacun un appartement. Le loyer est indiqué en Euros par mois. Le temps de trajet au centre-ville est indiqué en minutes. Ce temps de trajet revêt une importance particulière aux yeux du participant car durant les instructions, il est signalé que l'institution l'accueillant pour son stage se situe au centre-ville, ainsi que trois items choisis par le participant comme importants durant un questionnaire préliminaire (par exemple, un centre sportif, la bibliothèque municipale et un musée).

L'appartement A est décrit exhaustivement, dans le cadre affiché à gauche de l'écran. Les évaluations sur les deux critères sont fournies. Seule une évaluation est fournie pour l'appartement B, décrit dans le cadre de droite. Le participant doit renseigner l'évaluation manquante pour l'appartement B, qui est un loyer pour les matchings aller, et un temps de trajet pour les matchings retour.

Un appartement de référence était également attribué à chaque participant afin d'attribuer une valence aux critères (voir 6.4). Un cadre supplémentaire, gris foncé, situé dans la partie inférieure de l'écran, rappelle les évaluations de l'appartement de référence. Pour le groupe 1, l'appartement de référence dominait les appartements A et B. Les critères étaient tous de valence négative. Pour le groupe 2, l'appartement de référence était dominé à la fois par l'appartement A et par l'appartement B. Les critères étaient tous de valence positive.

## Procédure

Le contexte imaginé pour l'expérimentation sur les comparaisons par paires (Chapitre 5) a été légèrement modifié et réutilisé pour cette expérimentation. Au début de l'expérimentation, on demande au participant d'imaginer que

	Appartement A	Appartement B
Loyer	400 euro/mois	- euro/mois
Temps de trajet	70 min/aller	40 min/aller

Appartement en attente de réponse
240 euro/mois
18 min/aller

Appuyer sur espace pour valider votre réponse

FIGURE 6.13 – Un exemple de matching.

son stage de fin d'étude aura lieu dans une grande ville, loin de sa famille et de là où elle réside actuellement. Le montant de son indemnité de stage s'élève à 1600€/mois, et elle aura à couvrir l'intégralité de ses dépenses, y compris le loyer, avec cette somme exclusivement. En conséquence, plus elle paiera un loyer élevé, moins elle pourra dépenser d'argent pour autre chose. Le lieu d'accueil pour son stage se trouve en plein centre-ville, où les loyers sont généralement chers, mais elle peut envisager d'habiter un appartement excentré, moins cher, à condition d'accepter un certain temps de transport chaque jour. Dans cette situation, un agent immobilier va l'aider et lui proposer des appartements.

Après avoir reçu des instructions générales, un questionnaire était soumis aux participants, sur écran, concernant leurs habitudes, leur expérience et leurs goûts à propos du choix d'une habitation d'étudiant. Le but de ce questionnaire était de les immerger dans le contexte et de les faire réfléchir une première fois sur la question d'évaluer les avantages et désavantages que procure un loyer donné ou un emplacement d'appartement donné. Des niveaux de loyer étaient ensuite élicités pour chaque étudiant : sept montants monétaires représentatifs des divers sentiments que pouvaient leur procurer un loyer, de très désavantageux à très avantageux. De même, une échelle de sept niveaux (de pire emplacement à emplacement idéal) était ensuite construite pour le critère temps de transport.

Les participants étaient ensuite informés qu'un appartement leur était déjà attribué pour le stage. Cependant, une difficulté liée à cet appartement devait les conduire à en rechercher un autre. La difficulté présentée n'était pas la même pour tous les participants. Pour la moitié d'entre eux, le groupe 1, il était annoncé que cet appartement possédait de très bonnes évaluations sur les deux critères, mais que le dossier de location était en concurrence avec d'autres locataires potentiels. En conséquence, ils ne pouvaient être certains de l'obtenir. Ils avaient donc intérêt à en chercher un autre, même si tous les appartements présentés seraient moins bons sur les deux critères. Pour l'autre moitié des participants, le groupe 2, on présentait un appartement aux évaluations très défavorables. Le participant avait intérêt à en chercher un autre, puisque tous les appartements présentés seraient meilleurs sur les deux

critères.

Avant de débiter effectivement l'expérience, les participants répondaient à trois exemples de matching afin de s'assurer que leurs réponses n'induisent pas une situation de dominance (un appartement meilleur que l'autre sur les deux aspects). En cas de réponse induisant une dominance, un message d'avertissement était affiché à l'écran et le participant était invité à revoir sa réponse.

Après ces trois exemples, le début de l'expérience était annoncé aux participants. Chaque sujet effectuait une série de 32 tâches de double matching (soit 64 tâches de matching simple).

### 6.4.1 Variables dépendante et indépendantes lors de la tâche principale

Les caractéristiques des matchings présentés ne recourent pas toutes les combinaisons théoriquement possibles de direction et de critère ajusté. Afin que l'effet de la direction soit le même lors du matching aller et du matching retour de chaque double matching, on a présenté des double matchings avec une direction commune. De plus, la direction constante impose un changement du critère ajusté lors du double matching, comme on l'a vu à la section 6.1.2. On a imposé respectivement le *loyer* puis le *temps de transport* comme critère ajusté lors du matching aller et du matching retour. Les variables que nous considérons dans cette expérimentation sont les suivantes (les trois premières sont les variables indépendantes contrôlées, la quatrième est la variable dépendante examinée).

**La direction** du double matching est une variable intra-sujet. Pour chaque participant, la moitié des doubles matchings étaient avantageux aux deux étapes et l'autre moitié désavantageux aux deux étapes. Ils sont notés "up" et "down", respectivement, dans la suite.

**Le conflit** lors d'un double matching est déterminé par le conflit lors du matching aller. Il dépend uniquement de la différence d'évaluation entre les deux alternatives, sur le critère où elles sont toutes deux données : le *temps de transport*. Le conflit est également une variable intra-sujet. On

a défini quatre niveaux de conflit à partir de l'échelle d'encodage pour le critère *temps de transport*, en négligeant les deux pas extremum (correspondant à pire emplacement et emplacement idéal). Un conflit valant 1 signifie que l'écart d'évaluation vaut une différence d'un pas sur l'échelle, par exemple temps neutre pour une alternative et temps avantageux pour l'autre (voir Table 6.4). Les pas utilisés étaient choisis aléatoirement par le programme.

**La valence** est la seule variable inter-sujet. Pour le groupe 1, les deux critères étaient de valence négative. Pour le groupe 2, les deux critères étaient de valence positive.

**L'asymétrie d'ajustement** entre les deux étapes d'un double matching est la variable dépendante examinée. Par simplicité, on l'appelle  $\delta$  dans la suite.  $\delta$  se lit sur le critère *temps de transport*, en minutes, et vaut :  $\delta = \text{temps}_{A'} - \text{temps}_A$ , où  $A$  désigne l'alternative benchmark (entièrement spécifiée lors du matching aller) et  $A'$  désigne l'alternative ajustée lors du matching retour (voir Figure 6.14).  $\delta$  est donc une variable algébrique.  $\delta > 0$  signifie que le temps estimé par le sujet lors du matching retour est plus grand que le temps imposé par l'alternative benchmark lors du matching aller.

Notons à propos de  $\delta$  que l'interprétation du signe, en termes d'ajustement, varie selon la direction du double matching : pour un double matching up,  $\delta > 0$  signifie qu'il y a sous-ajustement. La réponse au matching retour s'éloigne de la valeur benchmark en allant vers l'alternative cible du matching retour, celle avec une plus mauvaise évaluation sur le temps de transport. Pour un double matching down en revanche, un sous-ajustement correspond à  $\delta < 0$ . Un temps de transport plus réduit que la valeur benchmark est plus proche de l'alternative cible du matching retour.

Chaque participant a répondu à huit double-matchings par niveau de conflit (quatre de direction avantageuse et quatre de direction désavantageuse). L'ordre des matchings était aléatoire. Chaque matching était tiré au hasard par le programme dans une liste contenant les 32 matchings aller au départ. À chaque

TABLE 6.4 – Un exemple d'échelle de temps de transport obtenue pour un sujet expérimental.

Description du niveau	Durée (min.)
emplacement idéal	5
emplacement attractif	15
emplacement plutôt avantageux	25
emplacement neutre	30
emplacement plutôt désavantageux	60
emplacement désavantageux	90
pire emplacement	120

réponse à un matching aller, le matching retour correspondant était automatiquement ajouté à la liste. Au cours de l'expérimentation, la probabilité de tirer un matching aller était donc décroissante dans le temps, et celle de tirer un matching retour, croissante dans le temps.

## 6.5 Résultats

Les données brutes sont constituées des réponses à soixante-quatre matchings (regroupés en trente-deux paires) pour chaque participant. Le groupe 1 comptait 15 participants et le groupe 2 en comptait 14.

Nous avons analysé l'effet des variables direction et conflit sur  $\delta = temps_{A'} - temps_A$ , la différence entre la réponse au matching retour et le stimulus correspondant du matching aller. Pour un couple de valeur (direction, conflit), chaque participant a effectué quatre double matchings, ce qui correspond à quatre valeurs de  $\delta$ . Nous avons utilisé pour l'analyse de données la moyenne de ces quatre valeurs pour chaque cas (direction, conflit). Nous avons ensuite agrégé ces données à travers tous les participants d'un même groupe. Lorsque c'était possible, nous avons effectué une transformation afin d'annuler les différences intra-individuelles (translation de toutes les données pour que les moyennes individuelles soient égales à la moyenne globale). Les données



comprenaient 480 couples de réponses (correspondant à un double matching) pour le groupe 1 et 448 pour le groupe 2.

Deux études similaires ont été menées. Pour la première, la donnée d'entrée est le  $\delta$  moyen, en minutes. Pour la deuxième, nous avons encodé le  $\delta$  moyen à l'aide de l'échelle de temps fournie par chaque sujet au début de l'expérience. Cette échelle a été interpolée linéairement, afin d'encoder la réponse au matching retour par son emplacement sur l'échelle à sept niveaux, de pire emplacement à emplacement idéal. Le  $\delta$  moyen pouvait alors être mesuré comme une différence de valeur en préférence partielle sur le critère temps (sans unité).

Ces données ont ensuite été analysées au moyen d'une Analyse de Variance, incluant deux facteurs intra-sujet, Direction avec 2 niveaux et Conflit avec 4 niveaux, et un facteur inter-sujet, Valence (positive vs. négative).

### 6.5.1 Asymétrie mesurée en minutes

Nous avons d'abord examiné le delta algébrique, sans transformation. Un test de Student pour le  $\delta$  restreint aux bimatching vers le haut, tous niveaux de conflit confondus, révèle une déviation significative par rapport à zéro (+10.6 minutes en moyenne,  $t(28) = 13.68$ ,  $p < .001$ ). De même pour les bimatchings vers le bas (-15.6 minutes en moyenne,  $t(28) = -11.05$ ,  $p < .001$ ). Pour les double matchings avantageux, le temps de transport rendant le sujet indifférent à la seconde étape est supérieur de 10.6 minutes en moyenne au temps benchmark. Cela signifie que le critère temps de transport est favorisé lors du matching retour par rapport au matching aller. Pour les double matchings désavantageux, le temps rendant le sujet indifférent à la seconde étape est cette fois inférieur de 15.6 minutes en moyenne au temps de transport stimulus de la première étape. Le décalage est également *en direction de* la valeur du benchmark. Cela signifie encore que le critère temps de transport est favorisé lors du matching retour par rapport au matching aller.

Dans les deux cas, les courbes d'indifférence induites par la réponse au matching aller et celle au matching retour sont différentes. La courbe associée au retour est plus pentue que celle associée au matching aller (si l'on considère le loyer en ordonnée et le temps de transport en abscisse, voir Figure 6.14).

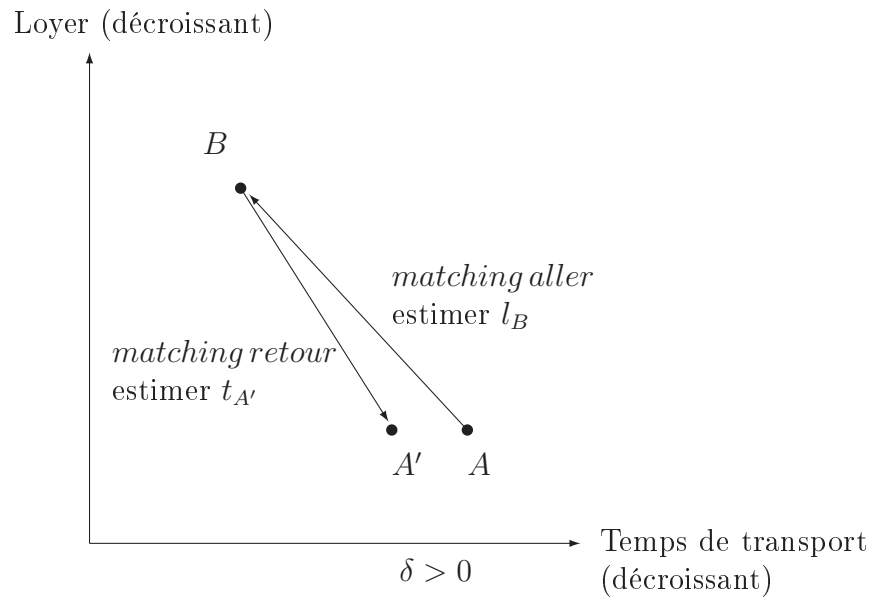


FIGURE 6.14 – Différence de trade-off entre le matching aller et le matching retour, tous deux avantageux.

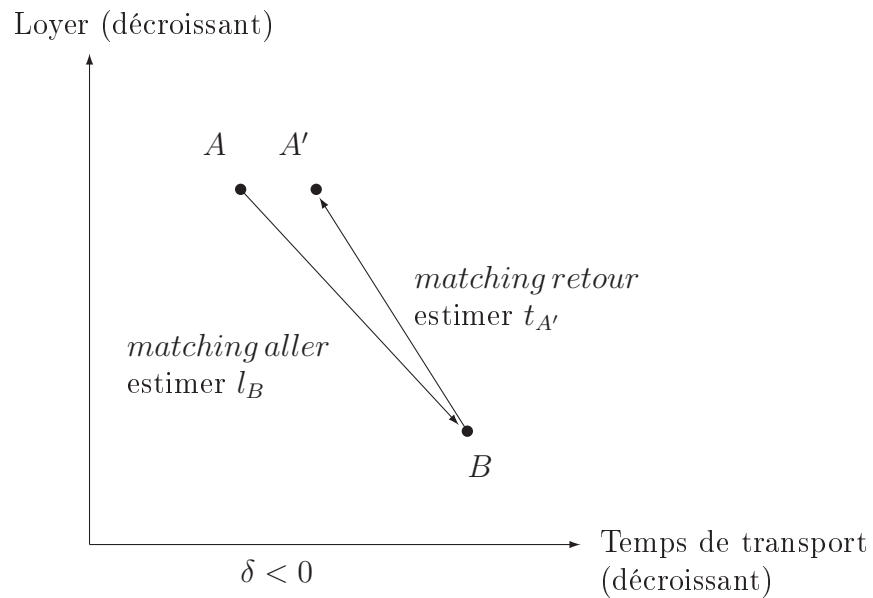


FIGURE 6.15 – Différence de trade-off entre le matching aller et le matching retour, tous deux désavantageux.

L'Analyse de variance montre qu'il existe une interaction significative entre

conflit et direction ( $F(3, 81) = 142.69, p < .001$ , voir Figure 6.16). L'effet isolé du conflit est significatif ( $F(3, 81) = 7.47, p < .001$ ), de même que l'effet isolé de la direction ( $F(1, 27) = 219.58, p < .001$ ). L'effet de la direction est augmenté par le conflit caractérisant le matching. Plus les alternatives sont éloignées sur l'évaluation temps de transport lors du premier matching (où le décideur estime un loyer), plus la réponse au second matching est décalée par rapport au stimulus aller, d'une manière telle que les évaluations en temps de transport des alternatives du second matching ( $A'$  et  $B$ ) sont plus proches. Pour les matchings avantageux, cela se traduit par un  $\delta$  de valeur positive de plus en plus élevée, alors que pour les matchings désavantageux, cela se traduit par un  $\delta$  de valeur négative de plus en plus élevée.

Par ailleurs, on n'observe pas d'effet isolé significatif de la valence ni aucune interaction significative de la valence avec la direction ou le conflit. Enfin, l'asymétrie entre matching aller et retour semble plus forte dans le cas de matchings vers le bas. Cette observation est testée statistiquement dans la suite.

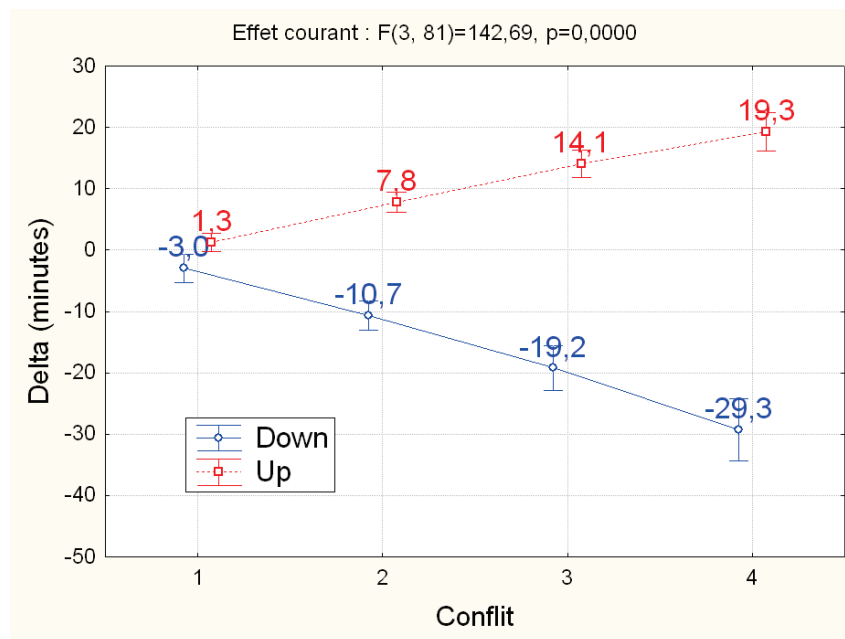


FIGURE 6.16 – Effet de la direction et du conflit sur l'asymétrie d'ajustement entre matching aller et retour, en minutes.

La différence de signe pour l'asymétrie ajustement  $\delta$ , entre les bimatçhings vers le haut et vers le bas, reflète le fait que l'évaluation en temps de transport estimée par le décideur au retour est supérieure ou inférieure à l'évaluation stimulus du matching aller. Dans les deux cas, l'asymétrie est *en direction de la valeur stimulus*.

Afin de comparer l'intensité de cet effet selon la direction du bimatçhing, on a inversé le signe des valeurs  $\delta$  pour les bimatçhings down uniquement. On a ensuite transformé les données par translation. On retrouve des effets significatifs pour les mêmes variables contrôlées que précédemment. L'effet significatif de la direction (voir Figure 6.17,  $F(1, 27) = 13.22$ ,  $p = .001$ ) signifie que l'intensité de l'asymétrie, et pas seulement son signe, diffère entre les bimatçhings vers le haut et vers le bas. On observe de plus une interaction significative entre conflit et direction (voir Figure 6.18,  $F(3, 81) = 7.47$ ,  $p < .001$ ). Cela signifie encore que l'effet *en intensité* de la direction est modulé de manière différente par le conflit selon que le bimatçhing est avantageux aux deux étapes, ou désavantageux aux deux étapes. L'asymétrie entre matching aller et retour augmente significativement plus avec le conflit lors des bimatçhings désavantageux. Cette affirmation a été testée plus finement en considérant le taux d'accroissement de  $\delta$  entre deux pas de conflit consécutifs, selon la direction. Il est significativement plus grand pour les double matchings désavantageux (+8.8 min vs. +6.1 min,  $F(1, 27) = 15.39$ ,  $p < .001$ ).

Considérons maintenant l'effet de la valence. Comme la valence est une variable interpersonnelle, son effet sur l'amplitude d'ajustement a été testé avant transformation. Les asymétries entre matchings aller et retour semblent plus larges lorsque la valence des critères est négative (14.8 min vs. 11.4 min), cependant cet effet n'est pas significatif au niveau alpha 0.05 ( $p = 0.07$ ).

### 6.5.2 Asymétrie encodée en valeur partielle

Nous avons également examiné les résultats en mesurant l'asymétrie d'une manière qui prenne en compte les préférences des sujets au niveau du critère temps de transport. Nous avons encodé les asymétries entre matchings aller et retour en termes de valeur (au sens des préférences partielles sur le critère

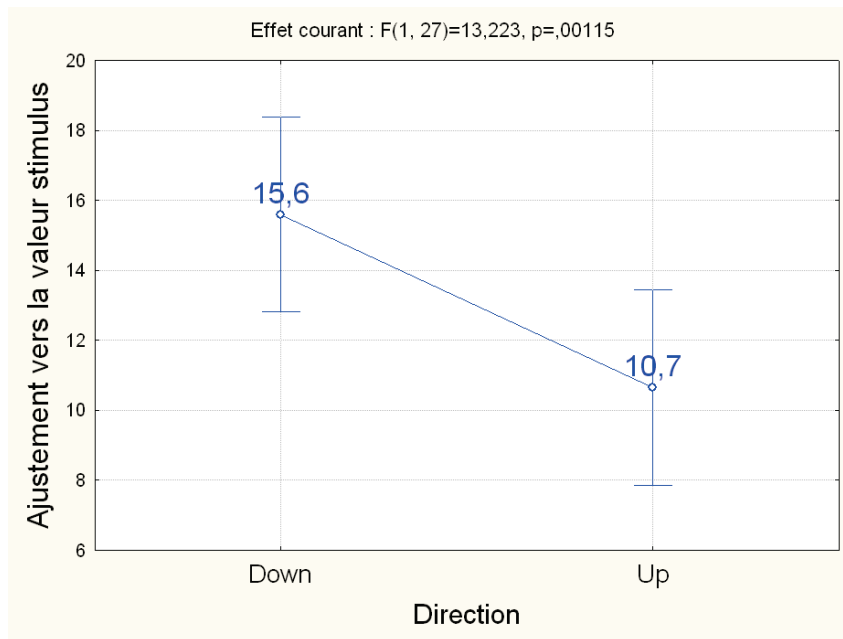


FIGURE 6.17 – Effet de la direction sur l’amplitude de l’asymétrie vers la valeur stimulus, en minutes.

temps de transport) à l’aide des échelles de temps construites avec chaque sujet au début de l’expérience (Voir Table 6.4). Tout d’abord, décrivons sommairement les échelles obtenues sur l’ensemble des sujets. En agrégeant les sujets, le temps moyen maximum de l’échelle était de 110 minutes, et le minimum de 8 minutes. L’unité de valeur était en moyenne de 10 minutes en bas de l’échelle (écart entre *idéal* et *très avantageux*) et de 27 minutes en haut de l’échelle (écart entre *très désavantageux* et *pire emplacement*). Pour chaque sujet, nous avons utilisé son échelle de temps individuelle afin d’inférer une fonction de valeur partielle pour le critère temps de transport, linéaire par morceaux (linéaire entre chacun des sept pas de l’échelle).

L’évaluation du stimulus pour le matching aller est par construction égale à l’un des pas de l’échelle indiquée par le sujet. Pour le matching retour, la valeur sur l’échelle (entre 0 : pire emplacement et 7 : emplacement idéal) de la réponse du sujet peut être interpolée linéairement. La différence  $\delta_{val} = \text{valeur partielle}(\text{temps}_{A'}) - \text{valeur partielle}(\text{temps}_A)$  représente l’asymétrie

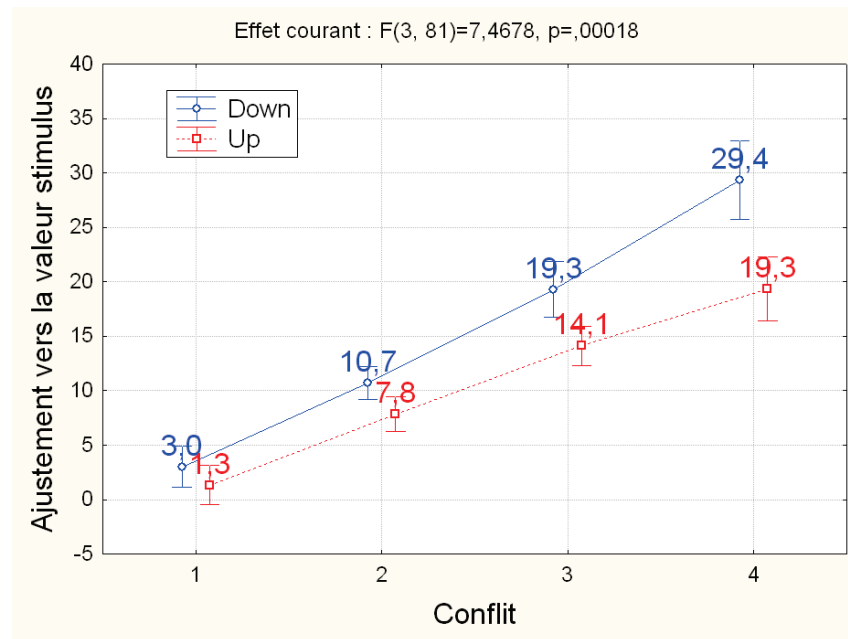


FIGURE 6.18 – Effet de la direction et du conflit sur l’amplitude de l’asymétrie vers la valeur stimulus, en minutes.

d’ajustement, mesurée en unités de valeur partielle sur une échelle de sept unités. Nous avons répliqué l’étude décrite dans la sous-section précédente sur la variable dépendante  $\delta_{val}$ .

Si l’on considère  $\delta_{val}$ , on retrouve les mêmes effets significatifs que sur  $\delta$ . Encodées en unités de valeur partielle, les asymétries sont en moyenne de +0.9 unité entre matchings aller et retour avantageux et de -0.8 unité entre matchings aller et retour désavantageux.

Nous avons également comparé l’intensité de l’effet selon la direction, comme pour l’étude de la sous-section précédente, en analysant les données après inversion du signe pour les bmatchings down. Une observation remarquable est que la direction n’exerce pas d’effet significatif sur l’asymétrie mesurée en unités de valeur, contrairement au cas où elle est mesurée en minutes (1.1 unité pour les matchings up vs. 0.9 unité pour les matchings down,  $p = 0.09$ ). L’analyse de variance révèle que l’amplitude de l’asymétrie augmente significativement avec le conflit (de 0.1 unité à 1.9 unité de valeur,  $F(3, 81) = 88,063$ ,

$p < 0.001$ ). De plus, il y a une interaction significative entre direction et conflit ( $F(3, 81) = 4.56, p = .005$ , voir Figure 6.19). On observe que l'interaction de la direction avec le conflit est contraire à celle observée quand  $\delta$  est pris en minutes : l'asymétrie devient plus forte avec le conflit pour les matchings avantageux que pour les matchings désavantageux.

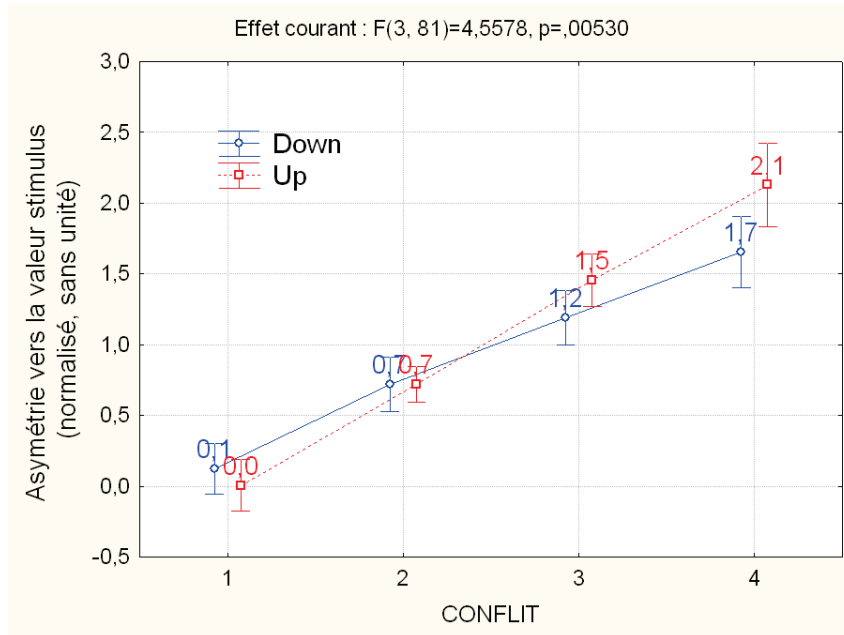


FIGURE 6.19 – Effet de la direction et du conflit sur l'asymétrie d'ajustement encodée en valeur partielle ( $\delta_{val}$  normalisé).

## 6.6 Interprétation

L'expérimentation utilisée permet de répliquer le résultat principal de Delquie [1993], à savoir, une asymétrie d'ajustement entre matching aller et retour, la réponse retour s'éloignant du benchmark dans la direction de la valeur stimulus. Comme Willemsen and Keren [2003], on trouve que la déviation est plus importante pour les bimatchings désavantageux. Cependant, alors que dans l'article cité précédemment, les auteurs n'observent de déviation significative que pour les bimatchings vers le bas, nous observons également des

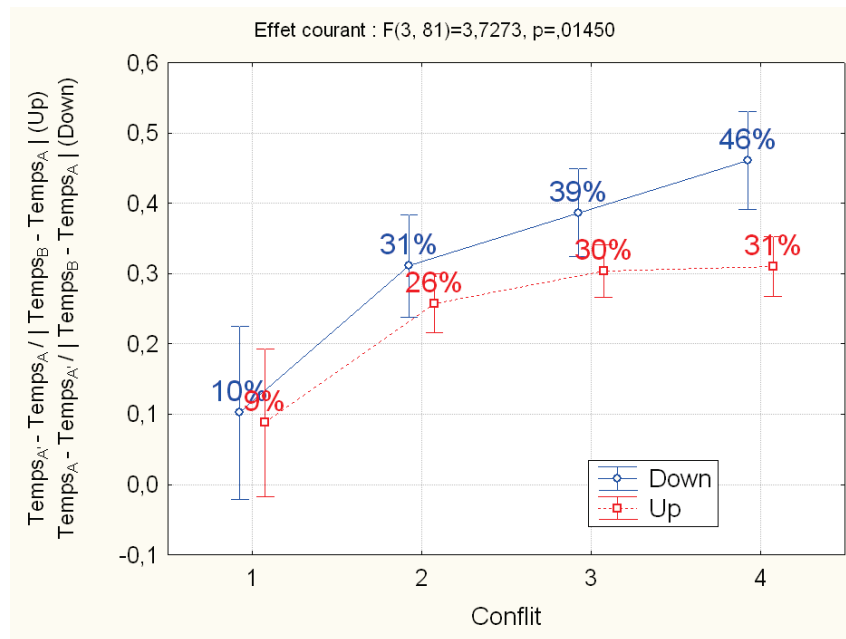


FIGURE 6.20 – Effet de la direction et du conflit sur l’asymétrie d’ajustement, relativement à l’écart initial sur le critère temps de transport.

déviations significatives pour les bimatchings vers le haut. Une différence importante entre l’expérimentation 1 de Willemsen and Keren [2003] et notre expérimentation est que nous contrôlons le niveau de conflit, et avons de ce fait proposé des matchings parfois très conflictuels. Un ajustement large entre la valeur stimulus imposée et la valeur requise était alors nécessaire. Etant donné la différence d’effet que le conflit exerce sur l’asymétrie, selon que le bimatching est avantageux ou désavantageux (voir Figure 6.18), il est possible que les bimatchings utilisés dans Willemsen and Keren [2003] aient été à un niveau de conflit assez bas pour n’observer de déviation significative que pour les bimatchings désavantageux.

Notre expérimentation permet d’apprécier l’effet du conflit sur les asymétries d’ajustement. Cet effet est significativement plus élevé pour les bimatchings vers le bas. Pour les bimatchings avec le conflit le plus élevé, l’amplitude de l’asymétrie observée (29 minutes en moyenne pour les bimatchings vers le bas et 19 minutes pour les bimatchings vers le haut) est considérable. Un conflit



de valeur 4 correspond à une différence de temps de transport entre les deux alternatives à égaliser de l'ordre d'une heure (en moyenne à travers les sujets). La taille de l'asymétrie représente donc une large part de cette différence. Pour être plus précis, les écarts moyens en temps de transport correspondant aux niveaux de conflit 1, 2, 3 et 4 sont respectivement de : 16, 31, 47 et 63 minutes. L'erreur  $\delta$  maximale (29 min) est donc largement supérieure au temps moyen correspondant à la différence d'intensité perçue entre deux pas de l'échelle (16 min). La Figure 6.20 permet également de bien apprécier la taille de l'asymétrie relativement au conflit initial. On y a reporté les asymétries en pourcentage relatif de l'écart en temps de transport entre les deux alternatives à matcher à l'aller. On trouve des ajustements considérables. Pour comparaison, nous avons calculé ceux de l'Expérimentation 1 de Willemsen and Keren [2003]. Ils sont de 14.7% et 17% pour leurs deux types de matching down.

Nous n'avons observé aucun effet significatif de la valence des critères sur l'asymétrie d'ajustement. Nous pensons simplement que cela est dû à un effet insuffisant du dispositif expérimental. Comme les critères utilisés sont familiers de la plupart des sujets, les évaluations fournies pour l'appartenance de référence ne sont pas indispensables pour former un jugement à propos des appartements à matcher. Il est probable que les alternatives de référence aient été négligées par un certain nombre de sujets.

Il est remarquable que la mesure des asymétries d'ajustement, en termes de valeur partielle, fait apparaître un effet du conflit plus fort pour les bimatchings avantageux que désavantageux, contrairement au cas où les asymétries sont encodées en minutes. Il faut cependant considérer ce résultat avec précaution, car notre dispositif expérimental ne visait pas la construction d'une fonction de valeur partielle.

Dans cette expérimentation, ainsi que dans celle présentée au chapitre précédent, le conflit caractérisant le stimulus fait augmenter la variabilité des réponses, que ce soit l'évaluation sur un critère en réponse à un matching ou le type de réponse (I,P,R) à une comparaison par paire (voir aussi le Chapitre 7). Ces résultats peuvent se rapprocher de l'observation empirique de Fischer et al. [2000] sur l'augmentation de la variabilité d'une évaluation multicritère avec l'écart-type des évaluations sur les critères.

### 6.6.1 Ancrage sur l'alternative-cible

Il nous semble probable que le sujet raisonne en considérant l'alternative cible comme point de référence, pour plusieurs raisons. Tout d'abord, l'alternative-cible est entièrement spécifiée. Il est facile pour le sujet de visualiser cette alternative et de se fonder sur elle pour raisonner. De plus, l'alternative-cible définit la valeur globale qui caractérise le matching, la valeur globale à laquelle aura lieu l'échange. La courbe d'indifférence associée au matching est imposée par l'alternative-cible.

Si l'on considère l'alternative-cible comme point de référence, l'asymétrie de variation de valeur entre perte et gain (représentable par une courbe convexe pour les pertes et concave pour les gains) a des conséquences sur les ajustements effectués. La perte d'une quantité en évaluation a un plus grand impact sur la variation de valeur, que le gain de cette même quantité (voir Tversky and Kahneman [1991] et Highhouse and Johnson [1996]), ce qui est résumé par la phrase : "Losses loom larger than corresponding gains". Nous allons décomposer le bmatching en plusieurs étapes et identifier ces conséquences. Nous noterons  $\Delta t$  pour désigner une quantité échangée sur l'attribut temps de transport, en minutes, et  $\Delta l$  pour une quantité échangée sur l'attribut loyer, en euros. Par quantité échangée, on entend une quantité ajoutée ou retirée sur une évaluation, lorsque l'on passe d'une alternative à l'autre. Pour rendre le raisonnement plus concis, on considère que les deux critères sont encodés de manière décroissante : *temps de transport décroissant* et *loyer décroissant*. Comme le décideur cherche le temps le plus court et le loyer le moins élevé, il cherche à maximiser les deux critères.

Considérons un bmatching désavantageux aux deux étapes. Lors du matching aller ( $A(t_A, l_A) \ I \ B(t_B, ?)$ , voir Figure 6.21), le sujet constate un avantage en évaluation  $+\Delta t$  de  $B$  sur  $A$ . Cela correspond à un gain en valeur  $v(+\Delta t)$ , qu'elle doit compenser par une perte de même valeur en spécifiant un désavantage de  $B$  sur le critère loyer, par rapport à  $A$ . Cette compensation doit être exacte, car les deux alternatives  $A$  et  $B$  sont censées être indifférentes. Le décideur estime donc une quantité  $\Delta l$  telle que :

$$|v(-\Delta l)| = v(+\Delta t) \tag{6.1}$$

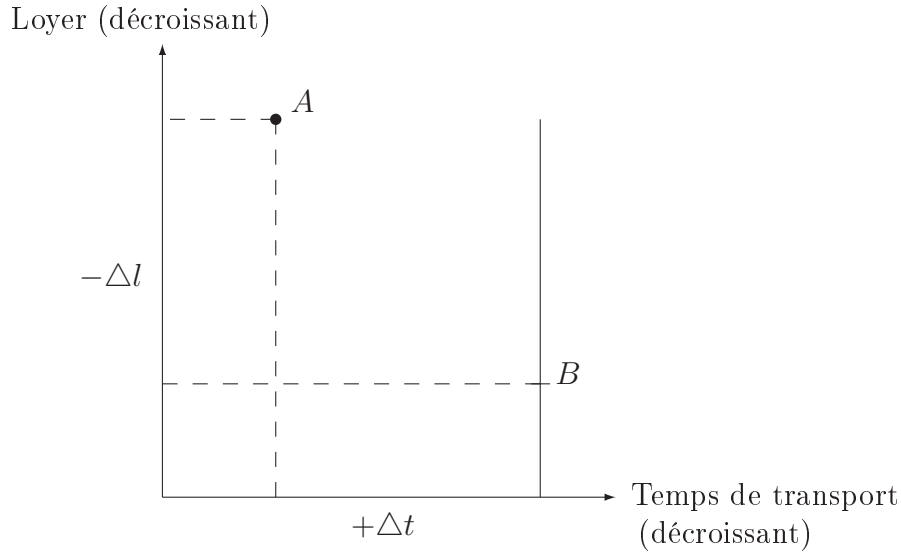


FIGURE 6.21 – Ajustement  $-\Delta l$  lors du matching aller vers le bas.

Cette égalité traduit l'indifférence attendue à la fin du matching aller.

Lors du matching retour (voir Figure 6.22), le décideur constate un avantage de  $A'$  sur  $B$ , sur l'évaluation en loyer, de quantité  $\Delta l$ . Par construction, cette quantité est celle estimée par le décideur au matching aller. Mais cette quantité est cette fois envisagée positivement. Le décideur doit pour ce matching compenser le gain en valeur  $v(+\Delta l)$ . Elle doit estimer la quantité  $\Delta't$  telle que :

$$|v(-\Delta't)| = v(+\Delta l) \quad (6.2)$$

Cette égalité traduit l'indifférence attendue à la fin du matching retour.

Comment se comparent  $\Delta t$  et  $\Delta't$ ? La quantité  $\Delta l$  est commune aux matchings aller et retour. Cependant, son "encodage psychologique" n'est pas le même aux deux étapes. L'asymétrie entre gain et perte implique l'inégalité suivante :

$$v(+\Delta l) < |v(-\Delta l)| \quad (6.3)$$

En remplaçant les termes de 6.3 à l'aide des deux équations précédentes, on obtient que  $|v(-\Delta't)| < v(+\Delta t)$ . Or l'asymétrie entre gain et perte, appliquée au critère temps cette fois, implique que :  $v(+\Delta't) < |v(-\Delta't)|$ . Finalement,

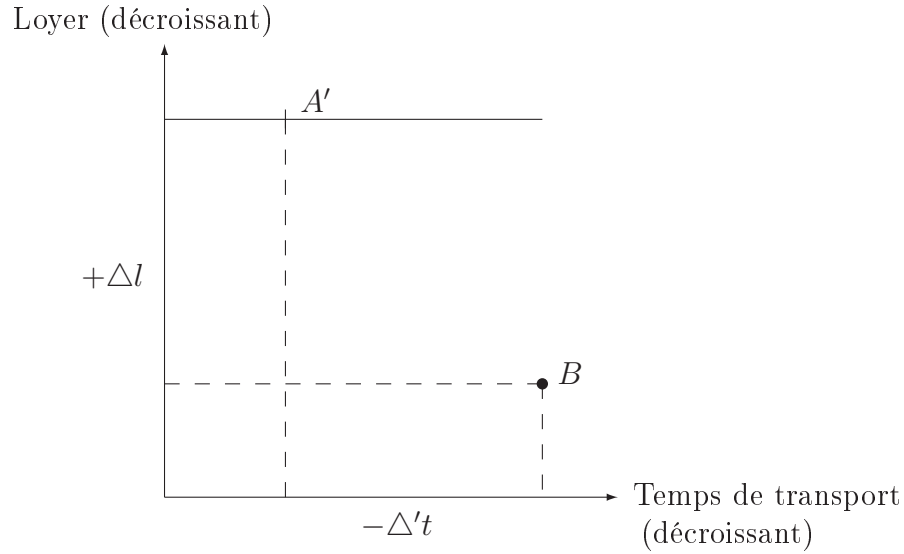


FIGURE 6.22 – Ajustement  $-\Delta't$  lors du matching retour vers le bas.

par transitivité :  $v(+\Delta't) < v(+\Delta t)$ . Et comme la fonction de valeur partielle est monotone strictement croissante, on en déduit :

$$+\Delta't < +\Delta t \quad (6.4)$$

Cette inégalité résulte de l'asymétrie entre gain et perte, appliquée à chaque critère, et en considérant que lors d'un matching, le sujet échange des quantités de valeur égales. Notre raisonnement, se basant sur le fait que le décideur utilise l'alternative-cible comme point de référence, prédit un sous-ajustement lors du matching retour, par rapport au matching aller. Il prédit que l'écart en évaluation entre les alternatives sur le critère temps de transport doit être plus petit après le matching retour que celui imposé au matching aller.

Si l'on conduit le même raisonnement pour un bimatching avantageux aux deux étapes, est-ce que l'on peut prévoir un sous-ajustement entre aller et retour ? Lors du matching aller (voir Figure 6.23), le sujet constate un désavantage en évaluation  $-\Delta t$  de  $B$  par rapport à  $A$ . Cela correspond à une perte en valeur  $v(-\Delta t)$ , qu'elle doit compenser par un avantage de même valeur en faveur de  $B$  sur le critère loyer, par rapport à  $A$ . Cette compensation doit être exacte, car les deux alternatives  $A$  et  $B$  sont censées être indifférentes. Le

décideur estime donc une quantité  $\Delta l$  telle que :

$$v(+\Delta l) = |v(-\Delta t)| \quad (6.5)$$

Cette égalité traduit l'indifférence attendue à la fin du matching aller.

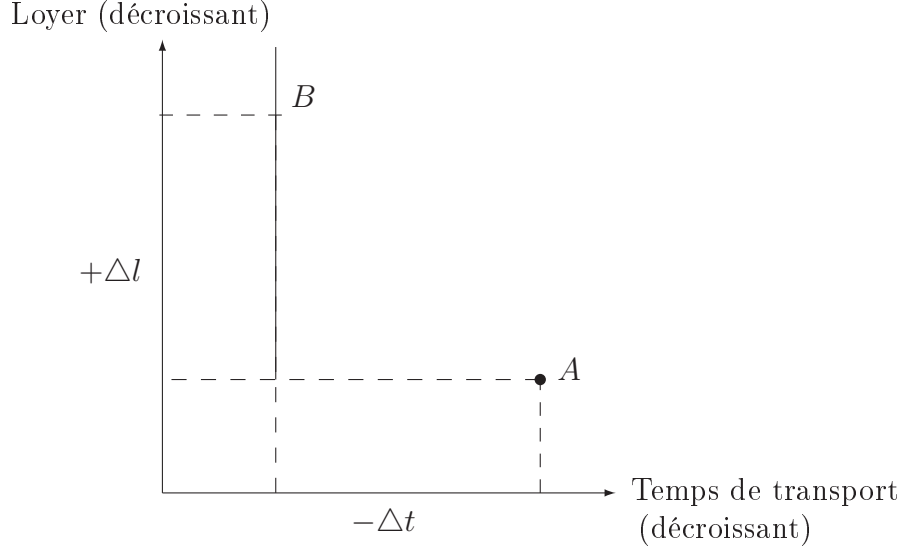


FIGURE 6.23 – Ajustement  $+\Delta l$  lors du matching aller vers le haut.

Lors du matching retour (voir Figure 6.24), le décideur constate un désavantage de  $A'$  par rapport à  $B$ , sur l'évaluation en loyer, de quantité  $\Delta l$ . Par construction, cette quantité est celle estimée par le décideur au matching aller. Mais cette quantité est cette fois envisagée négativement. Le décideur doit pour ce matching compenser le désavantage en valeur  $v(-\Delta l)$ . Elle doit estimer la quantité  $\Delta't$  telle que :

$$v(+\Delta't) = |v(-\Delta l)| \quad (6.6)$$

Cette égalité traduit l'indifférence attendue à la fin du matching retour.

Comment se comparent  $\Delta t$  et  $\Delta't$  pour un bimatching avantageux ? La quantité  $\Delta l$  est, par construction du bimatching, commune aux matchings aller et retour. Cependant, l'asymétrie entre gain et perte implique que la quantité ne joue pas le même rôle selon qu'elle est gagnée ou perdue. Ce qui s'écrit :

$$v(+\Delta l) < |v(-\Delta l)| \quad (6.7)$$

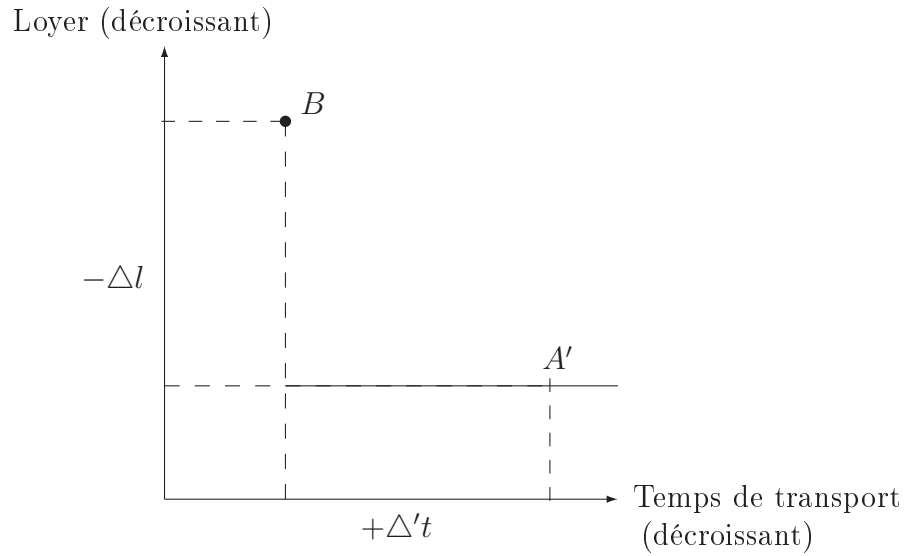


FIGURE 6.24 – Ajustement  $+\Delta't$  lors du matching retour vers le haut.

En remplaçant les termes de 6.7 à l'aide des deux équations précédentes, on obtient que  $|v(-\Delta t)| < v(+\Delta't)$ . Or l'asymétrie entre gain et perte, appliquée au critère temps cette fois, implique que :  $v(+\Delta t) < |v(-\Delta t)|$ . Finalement, par transitivité :  $v(+\Delta t) < v(+\Delta't)$ . Et comme la fonction de valeur partielle est monotone strictement croissante, on en déduit :

$$+\Delta t < +\Delta't \quad (6.8)$$

On arrive dans le cas d'un bimatching avantageux à une inégalité de sens opposé à celle obtenue pour un bimatching désavantageux. Il y a dans le cas du bimatching avantageux sur-ajustement au retour par rapport à l'aller, si l'on suppose que le décideur utilise l'alternative-cible comme point de référence et que l'on prend en compte l'asymétrie entre perte et gain pour les deux critères. Ce modèle simple est donc insuffisant pour rendre compte des asymétries d'ajustement constatées dans notre expérimentation.

## 6.7 Recommandations pour l'élicitation à l'aide d'un matching

Les modèles utilisés pour représenter les préférences affectent une sémantique clairement identifiée à chaque paramètre et aux jugements des décideurs. Ils peuvent donner l'impression que le recueil des préférences n'est qu'une tâche secondaire et relativement simple de l'aide à la décision. Mais l'approche descriptive révèle combien le jugement des décideurs, par la façon dont il est construit, dépend de caractéristiques normativement neutres de la tâche. Il est important de considérer les résultats de l'approche descriptive afin d'utiliser les modèles de décision en connaissance de cause. La manière dont réagissent les décideurs à une procédure d'élicitation dans telle ou telle configuration est une information cruciale pour bien recueillir les préférences.

La connaissance des constantes de comportement permet de choisir le mode de questionnement le plus adapté au modèle utilisé et au contexte de décision d'une part, et de mieux choisir les exemples d'élicitation proposés (e.g. les alternatives de référence à comparer) d'autre part. On peut illustrer la première idée par la mise en évidence de l'effet de proéminence (*prominence effect*, Fischer and Hawkins [1993] et Fischer et al. [1999], voir le Chapitre 2) et les implications de cet effet pour l'élicitation. Il ressort des expérimentations qu'interroger un décideur à l'aide de comparaisons induit des préférences plus proches de la lexicographie que le matching, qui induit des préférences de nature plus compensatoire. La connaissance détaillée de cet effet comportemental est une information cruciale pour l'analyste. elle permet de bâtir une doctrine d'intervention plus solide. L'analyste peut faire appel à la tâche le plus adaptée selon les caractéristiques du problème de décision, ainsi que les propriétés du modèle d'agrégation.

Les résultats de notre expérimentation sur les matchings nous permettent de formuler des recommandations sur la manière de conduire une élicitation faisant intervenir cette tâche de jugement. Il existe une variation significative du taux de compensation élicité selon le critère ajusté lors du matching. Dans notre expérimentation, le loyer était ajusté lors des matchings allers et le temps de transport était ajusté lors des matchings retours. Or le taux de compensa-

tion moyen était de 6.9€/min pour les matching aller et de 10.7€/min pour les matching retour.

Cette asymétrie augmente de manière drastique avec le conflit associé au matching, c'est-à-dire la différence de valeur partielle sur le critère non ajusté. Cette observation doit conduire tout analyste à privilégier des tâches de matching imposant un niveau de conflit faible.

Etant donné que cet effet du conflit sur la variabilité des réponses dépend fortement de la direction du matching, il nous paraît en outre plus prudent d'utiliser des matchings avantageux, c'est-à-dire des matchings dans lesquels le décideur est invité à spécifier une évaluation favorable.

Une dernière recommandation porte sur l'utilisation de la tâche de matching dans le cas où un certain niveau de conflit s'impose. Il peut être envisageable de proposer un double matching, si possible caché, et d'utiliser le taux de compensation correspondant à la moyenne des matchings aller et retour.

L'expérimentation présentée au Chapitre 5 nous a permis d'observer l'influence du niveau de conflit, mesuré comme écart d'évaluation entre les alternatives sur un critère, sur la réponse à une comparaison par paire. Nous avons mis en évidence une forme d'intransitivité de l'indifférence, le long d'une isopréférence. On obtenait en effet des affirmations de la forme  $aIb$ ,  $bIc$  (faible conflit entre  $a$  et  $b$  et entre  $b$  et  $c$ ) mais  $non(aIc)$ . Un effet de veto empêchait le décideur de considérer  $a$  et  $c$  comme indifférents malgré la chaîne d'indifférence exhibée auparavant, car une trop grande différence d'évaluation existait entre eux.

Les résultats de notre expérimentation mettant en jeu le matching peuvent également s'interpréter comme révélant une forme d'intransitivité de l'indifférence : on a obtenu des affirmations du type  $aIb$  et  $bIa'$  (aux matchings aller et retour respectivement). Pourtant, il est clair que pour le décideur  $non(aIa')$ , puisque  $a$  et  $a'$  ont la même évaluation sur un critère et qu'il existe une différence notable sur l'autre : les alternatives sont en relation de dominance, avec une différence sur un critère qui est non négligeable pour le décideur. On a vu qu'en réponse à un conflit élevé lors du bi-matching, la différence d'évaluation obtenue entre  $a$  et  $a'$  peut être considérable. On ne peut donc pas expliquer cet effet par l'intransitivité de l'indifférence pointée par Luce [1956] et décrite



au Chapitre 1. La différence d'évaluation entre  $a$  et  $a'$  n'est ni difficile à détecter (comme un grain de sucre entre deux tasses de café) ni même négligeable (comme 5€ entre le prix de deux ordinateurs). Nous pensons que l'effet s'explique plus probablement par des différences de stratégie en réponse aux deux tâches (matching aller et retour).



## Chapitre 7

### Les préférences comme objet versatile

**Résumé :**

Au-delà des effets mis en évidence aux Chapitres 5 et 6, il existe une labilité des préférences qu'il est intéressant d'étudier car elle rentre en compte dans l'ingénierie de la décision. Cette variabilité prend sa source d'une part dans l'erreur expérimentale (l'attention et la motivation du sujet fluctuent) et d'autre part dans le fait que les préférences se construisent et peuvent évoluer (les convictions du sujet changent à mesure qu'il considère différents aspects de la décision).

On cherche à apprécier cette variabilité sur les données recueillies lors de notre expérimentation sur les comparaisons par paires. On observe tout d'abord la variabilité des jugements d'indifférence. On propose une interprétation de cette variabilité liée à l'effet de proéminence (Fischer and Hawkins [1993]). On teste ensuite la cohérence d'isopréférence construite par comparaisons successives. Il s'avère que la variabilité des jugements vis-à-vis des isopréférences dépend significativement du conflit multicritère. Enfin, on donne des éléments de description pour apprécier la variabilité des réponses à une même tâche de comparaison lorsqu'elle est répétée.

Dans le Chapitre 2, nous avons observé sur de nombreux exemples combien les préférences exprimées par des décideurs réels peuvent varier en fonction de paramètres qui devraient être contingents au problème de décision lui-même : la procédure de questionnement utilisée, la façon dont sont décrites les données du problème, etc. De l'examen de ces effets a émergé l'idée que les décideurs construisent en grande partie leurs préférences *online*, au cours de l'élicitation<sup>1</sup>. Il existe de nombreuses situations où les données expérimentales contribuent à faire penser que les préférences du décideur ne sont pas préexistantes, mais construites à la demande, au fur et à mesure qu'elles sont requises (Lichtenstein and Slovic [2006]). Les préférences sont ainsi un objet labile, influencé non seulement par le contexte tel qu'on le contrôle lors d'une expérimentation, mais d'une manière plus large, par des éléments du contexte qui ne peuvent être contrôlés par l'expérimentateur, mais dont il doit être conscient. Celui qui cherche à mesurer des préférences fait nécessairement face à une variabilité dont la source se trouve dans l'erreur expérimentale mais aussi dans l'évolution des préférences du sujet dans le temps. Certains chercheurs suggèrent par ailleurs d'incorporer ce phénomène de variabilité dans la modélisation des préférences. Regenwetter and Davis-Stober [2012] propose un modèle probabiliste permettant de définir des préférences labiles mais compatibles avec une représentation numérique. Ce modèle repose sur une distribution probabiliste de fonctions d'utilité.

Au delà des hypothèses testées et des effets du conflit démontrés dans nos deux expérimentations, il est donc important de s'intéresser aux préférences recueillies pour en observer la cohérence et la variabilité. Il s'agit d'examiner les données non pas relativement aux variables contrôlées pour tester les hypothèses (groupe, conflit) mais par exemple à l'intérieur d'une même condition pour observer la variabilité des réponses à une même question.

On va dans ce chapitre s'intéresser à la variabilité des préférences recueillies lors de notre expérimentation 1 (voir Chapitre 5. Afin que le lecteur comprenne bien les observations qui suivent, nous rappelons ici le plan de cette expérimentation.

---

<sup>1</sup>voire au cours de l'action (Ariely and Norton [2008]).

## Rappel du plan de l'expérimentation 1

### Questionnaire préliminaire

Familiarisation au contexte et aux critères, construction d'échelle.

### Comparaisons par paire : Bloc 1 (B1)

Elicitation des chaînes d'isopréférence

- nombre de comparaisons dépendant du sujet car elles servent à effectuer des matchings ;
- trois réponses possibles :  $aPb$ ,  $bPa$  et  $aIb$  ;
- différence sur le critère *distance au centre-ville* constante égale à 1 (AS = 1) entre les deux alternatives en comparaison ;
- construction des chaînes en partant du milieu de l'échelle *distance* : élicitation des alternatives en zone 2 et 4 d'abord, puis en zone 1 et zone 5.

### Comparaisons par paire : Bloc 2 (B2)

Mesure de l'incomplétude des préférences

- 60 comparaisons ;
- réponses possibles selon le groupe :
  - $aPb$ ,  $bPa$ ,  $aIb$  (groupe IP)
  - $aPb$ ,  $bPa$ ,  $aIb$  et  $aRb$  (groupe IRP) ;
- attribute spread (AS) varie entre 1 et 4 ;
- overall value difference (OVD) varie entre 0 et 2.

## 7.1 Variabilité de l'indifférence

Le jugement d'indifférence entre deux alternatives est un jugement particulier. On a vu qu'il peut être associé au fait que le décideur trouve les différences entre deux alternatives négligeables (voir Chapitre 1). Dans le cas où ces différences sont notables, il est associé au fait que les forces et faiblesses évoquées par chacune des alternatives sont "assez équilibrées" pour que le décideur les considère aussi attractives. Lors de l'expérimentation 1, des indifférences ont été recueillies lors du premier bloc par comparaisons successives. Nous allons dans la suite observer comment les réponses des sujets varient entre les deux blocs.

Dans l'expérimentation 1, il existe des comparaisons communes aux deux blocs : ce sont les comparaisons du type OVD0-AS1. Elles correspondent aux paires d'alternatives qui ont été déterminées comme indifférentes lors du premier bloc (construction des isopréférences). On peut donc considérer toute réponse autre que l'indifférence, lors du bloc 2, à ces comparaisons, comme un renversement de préférence. L'incomparabilité R constitue un cas particulier, car cette réponse n'est pas disponible lors du premier bloc, mais R ne constitue que 3% des réponses pour ce type de comparaisons. On observe par contre des taux très élevés de préférence strictes pour ces comparaisons lors de B2 : 74% IRP, 80% IP.

Il est nécessaire d'apporter une nuance quant à ces chiffres. Rappelons que lors du premier bloc (B1), les réponses Préférence stricte des sujets sont utilisées afin d'encadrer le loyer équivalent, jusqu'à ce que l'intervalle d'encadrement ait une largeur de moins de 15€, ou que le sujet déclare une indifférence (voir la sous-section 5.2.3 et l'Annexe A). Il existe donc deux types de paires d'alternatives adjacentes et de même isopréférence : celles dont l'indifférence a été déduite d'affirmations P (par encadrements successifs jusqu'au seuil), et celles qui ont été déclarée explicitement comme indifférentes (par une affirmation I). Considérant uniquement ce deuxième type d'alternatives, les taux de préférence strictes lors de B2 sont de 59% IRP et 70% IP. Bien qu'il serait naïf d'attendre 100% d'indifférence lors de B2 pour ces questions, on peut se demander ce que révèlent ces taux de renversement.

Remarquons qu'il s'agit là de renversements du type  $I \rightarrow P$ , et non du type  $P \rightarrow P^{-1}$ . Or on comprend bien, intuitivement, qu'il est plus facile de passer d'une indifférence à une préférence entre deux options, que d'une préférence à la préférence inverse (ce dernier cas étant le renversement de préférence typique que l'on rencontre dans la littérature). En effet, l'indifférence correspond à la situation dans laquelle les alternatives présentées possèdent des évaluations qui se "compensent exactement". On a atteint le taux de compensation précis (associé à cette zone du plan bicritère) qui rend le décideur indifférent. Il suffit donc que le taux implicitement utilisé par le décideur change "infinitement peu" pour que l'avantage d'une des alternatives soit finalement considéré comme suffisant pour la préférer.

On peut également avancer l'idée que l'apparition, lors du bloc 2, de comparaisons avec un conflit parfois très large (comparer un appartement très cher en centre-ville et un appartement économique dans la zone la plus excentrée) a sans doute eu une influence sur les compromis effectués par les sujets.

### **Choix entre des alternatives indifférentes**

Slovic [1975] a reporté des expérimentations dans lesquelles des paires d'alternatives indifférentes sont élicitées pour le sujet, puis un choix binaire entre les alternatives de chaque paire lui est imposé. Ces expérimentations ont montré que le critère le plus important aux yeux du sujet est favorisé lors de la tâche forcée. Notre protocole expérimental fait également intervenir une première phase d'élicitation dans laquelle sont construits des ensembles d'alternatives indifférentes entre elles, suivie par une seconde phase d'élicitation portant sur les alternatives appartenant à ces ensembles. Cependant, exprimer une indifférence est impossible dans la seconde phase des expérimentations de Slovic, alors qu'il est toujours possible de le faire dans la seconde phase de notre expérimentation. On peut cependant s'intéresser aux renversements  $I \rightarrow P$  que l'on a observés et se demander si l'effet démontré par Slovic est répliqué ici.

Il n'est pas possible, directement, de juger de manière formelle si on retrouve le même effet, parce que notre expérimentation n'a pas été conçue dans ce but. Ainsi, nous n'avons pas demandé aux sujets quel attribut est le plus important pour eux. De plus, le nombre de comparaisons OVD0-AS1 par sujet



est trop petit (cinq ou moins) pour effectuer une analyse statistique intra-sujet. Cependant, on peut observer au niveau interindividuel qu'il existe une asymétrie significative au sujet du critère favorisé par les affirmations P. On s'attendrait à ce que les choix soient répartis de manière à peu près uniforme entre des alternatives indifférentes. Pourtant 64% des préférences strictes sont en faveur du critère *distance au centre-ville* (test binomial à deux directions :  $p = .005$ , 70 sur 110 affirmations P en réponse à des comparaisons de type OVD0-AS1). Si l'on se restreint aux paires d'alternatives élicitées par une affirmation I explicite, l'asymétrie est encore plus marquée (73%, 36 réponses P sur 49,  $p = .001$ ).

Cette asymétrie fait du critère *distance au centre-ville*, de facto, le critère *proéminent* ou saillant, c'est-à-dire le critère considéré comme le plus important (voir Chapitre 2, Sous-section 2.1.2). Tversky et al. [1988] et Fischer and Hawkins [1993] ont observé à travers de nombreuses expérimentations que lorsqu'ils doivent choisir entre deux alternatives considérées comme indifférentes par matching, les décideurs favorisent celle qui est supérieure sur le critère *proéminent*.

## 7.2 Elicitation d'isopréférences par des comparaisons à faible conflit : cohérence

Etant donné la variabilité de l'indifférence dont on a discuté lors de la sous-section précédente, on peut se demander jusqu'à quel point il est pertinent d'utiliser des isopréférences reposant sur ces affirmations d'indifférence. Nous allons observer la cohérence des isopréférences élicitées en répondant aux questions suivantes : les indifférences lors de B2 sont-elles moins fréquentes quand les alternatives comparées appartiennent à des isopréférences "éloignées" en valeur globale ? Lorsque les alternatives appartiennent à des isopréférences distinctes, les préférences strictes sont-elles en faveur de l'alternative située sur une isopréférence supérieure ?

Pour commencer, la proportion d'indifférence exprimée dans le groupe IRP décroît significativement avec OVD (voir Figure 5.5,  $F(2, 34) = 12.3$ ,  $p =$

.0001). C'est aussi le cas pour le groupe IP si l'on se restreint aux comparaisons avec  $AS \leq 2$ , afin d'exclure les affirmations I dont l'interprétation est rendue ambiguë (I ou R) par le fort conflit entre les alternatives (pour  $OVD=0,1,2$  respectivement : 22%, 18%, 5%,  $F(2, 26) = 4.4$ ,  $p = .02$ ).

Ensuite, afin de juger la cohérence des chaînes d'isopréférence, il faut se demander : lorsque les participants expriment une préférence stricte, le font-ils en respectant l'ordre relatif des isopréférences ? Là encore, on ne saurait s'attendre à des préférences parfaitement en accord avec la structure élicitée. Néanmoins, nous avons fait la prédiction que les réponses lors de B2 seraient d'autant plus en contradiction avec les isopréférences que le conflit serait fort dans la comparaison. Il s'avère que c'est bien le cas. Considérant uniquement les comparaisons  $OVD \neq 0$  (i.e. celles entre des alternatives sur des isopréférences différentes), la proportion d'affirmations P favorisant l'alternative située sur la chaîne supérieure (relativement à toutes les affirmations P pour des comparaisons de même OVD) est indiquée dans la Table 7.1.

On observe une interaction significative entre AS et OVD ( $F(3, 60) = 4.9$ ,  $p = .004$ ). Une affirmation P dans la direction prédite est plus fréquente pour OVD2 que pour OVD1 ( $F(1, 20) = 19.0$ ,  $p = .0003$ ). Pour les comparaisons OVD1 uniquement, la part d'affirmations P contredisant les isopréférences grandit significativement avec AS ( $F(3, 60) = 8.1$ ,  $p = .0001$ ).

En premier lieu, il faut remarquer que les isopréférences permettent de prédire la direction du choix avec un fort taux de succès malgré la variabilité des préférences discutée jusqu'à présent. Quelle explication sied à la fois à cette observation et à celle des renversements  $I \rightarrow P$  ? Nous suggérons que l'indifférence se situe dans des bandes autour des isopréférences construites. Les isopréférences que nous avons élicitées sont assez espacées pour que la variable OVD permette de prédire la direction des choix, mais les bandes d'indifférence implicitement utilisées par les décideurs sont assez imprécises (ou larges) pour que des renversements  $I \rightarrow P$  soient observés.

Deuxièmement, ces résultats sur la cohérence des isopréférences présentent un intérêt particulier en rapport avec le conflit multicritère. Ils montrent que la labilité ou variabilité des préférences entre bloc 1 et bloc 2 dépend de l'intensité du conflit entre les alternatives (L'écart d'évaluation sur le critère *distance* aug-

TABLE 7.1 – Comparaisons OVD  $\neq 0$ , pourcentage d’affirmations P favorisant l’isopréférence supérieure.

AS	1	2	3	4	Moy.	Ecart-type
OVD1	96	77	70	63	76	12
OVD2	97	96	91	90	93	3

mente la probabilité d’une affirmation P dans la direction non prédite). Cette observation fournit un argument supplémentaire fort pour les recommandations fournies au Chapitre 5, Section 5.5. En particulier, il faut éviter d’utiliser des questions comportant un trade-off large pour éliciter des préférences.

### 7.3 Variabilité des réponses à une comparaison par paire

Les réponses à l’expérimentation 1 permettent d’apprécier la variabilité des réponses à une comparaison par paire, notamment en fonction du conflit multicritère. Au cours de B2 (tâche principale), certaines paires d’alternatives ont été données à comparer plusieurs fois (entre 2 et 5 fois, nombre de comparaisons : 142 IP, 184 IRP). Il est difficile d’apprécier pleinement la variabilité des réponses, car de nombreux facteurs sont importants à considérer : le nombre total d’occurrences d’une question donnée, le type de changement de réponses (I  $\rightarrow$  P, P  $\rightarrow$  R, etc.), le type de comparaison. En première approche, remarquons que 25% des paires proposées plusieurs fois n’ont pas donné lieu à la même réponse pour toutes les occurrences.

Stott [2006] offre une revue de la variabilité observée des préférences lors d’expérimentations d’élicitation (dans le cadre de la *prospect theory*). Les papiers étudiés font intervenir une élicitation par choix binaire (i.e. requérant des affirmations P uniquement) où certains des choix sont répétés. Le taux de renversement de choix observé oscille entre 12% et 32%. Le taux de 25% de renversements que l’on observe dans notre expérimentation paraît comparable avec le benchmark établi par Stott [2006], surtout si l’on tient compte des

TABLE 7.2 – Nombre d’occurrences des comparaisons répétées pour un sujet lors de l’Expérimentation 1, Bloc 2.

AS	1	2	3	4
OVD0				2
OVD1			2	2 ou 3
OVD2	2	2	2 ou 3	5

différences suivantes :

- nous considérons plus de deux occurrences (jusqu’à cinq),
- les réponses disponibles sont plus nombreuses (I, P, P, ainsi que R pour le groupe IRP),
- les paires pour lesquelles des répétitions étaient nécessaires (parce que moins de cinq couples d’alternatives différents correspondent au cas (AS, OVD) donné) font intervenir un conflit élevé en général. Cela implique que le taux de renversement aurait été a priori plus faible en considérant l’ensemble des paires d’alternatives de l’expérimentation.

Nous allons observer plus en détail la variabilité en distinguant les cas (AS, OVD). Des paires d’alternatives ont été données à comparer plusieurs fois lorsqu’il en existait moins de cinq différentes pour un cas (AS, OVD) donné. La Table 7.2 donne le nombre de fois où une même question a été posée à un sujet, en fonction de AS et OVD. Pour AS4-OVD2 par exemple, seule une paire d’alternative existe dans cette configuration, donc la même comparaison a été donnée cinq fois.

On peut s’intéresser, pour chaque cas (AS, OVD), au ratio  $V$  comprenant au dénominateur le nombre total de paires d’alternatives différentes répétées, et au numérateur, le nombre de paires ayant recueilli au moins deux réponses différentes. Cette donnée est représentée dans la Table 7.3. Par exemple, pour le cas OVD2-AS3, groupe IP, deux paires d’alternatives était disponibles pour poser cinq comparaisons. Une paire a donc été soumise trois fois à chaque sujet, et l’autre paire a été soumise deux fois. Il y a donc deux paires susceptibles

TABLE 7.3 – Proportion  $V$  selon overall value difference et attribute spread, par groupe.

AS	Groupe IP				Groupe IRP			
	1	2	3	4	1	2	3	4
OVD0				5/24				10/32
OVD1			6/12	6/24			6/16	13/32
OVD2	0/13	2/28	10/28	7/14	1/16	2/35	8/35	7/18
Moy.	0	0.07	0.4	0.55	0.06	0.06	0.27	0.71

de recueillir des réponses différentes, pour chacun des quatorze sujets, soit  $2 \times 14 = 28$  paires au total. L'un des sujets a répondu I puis P à une même comparaison. Un autre sujet a répondu P puis  $P^{-1}$  à une même comparaison. Ces deux paires d'alternatives ont ainsi recueilli des réponses différentes. Pour les 26 autres, chaque sujet a choisi la même réponse aux deux occurrences.

Les deux groupes ont une moyenne quasi identique de renversements (25.2% IP et 25.5% IRP) malgré le fait qu'une réponse de plus est disponible dans le groupe IRP. Le ratio  $V$ , dans les deux groupes, semble croître largement avec attribute spread. On doit considérer les  $V$  moyens par niveau d'attribute spread avec précaution, car la variable OVD ne varie pas de manière homogène dans chaque cas (pas de comparaison OVD0 disponible pour AS1 par exemple). Cependant, pour OVD fixé au niveau maximum,  $V$  augmente avec AS. On peut donc affirmer que pour des comparaisons entre des alternatives situées sur des isopréférences très éloignées, la variabilité des réponses augmente avec le conflit.

On observe que le conflit multicritère augmente la variabilité de la décision, comme Fischer et al. [2000] l'a observé sur les tâches d'évaluation (voir Section 3.2). Les auteurs examinent la variabilité des réponses (*judgment uncertainty*) ainsi que le temps de réponse pour une tâche d'évaluation d'une alternative unique. Ils montrent que ces deux variables croissent significativement avec le conflit intra-alternative, mesuré comme l'écart-type des évaluations de l'alternative.

Si l'on observe plus en détail les données concernant les changements de réponses dans le groupe IRP, on peut faire une observation remarquable : alors que les sujets disposent de quatre réponses à chaque comparaison, aucun n'a utilisé plus de deux réponses différentes à une même comparaison répétée plusieurs fois. Autrement dit, les changements de réponses ont toujours eu lieu entre les deux mêmes réponses, même pour une comparaison répétée cinq fois. Pour illustrer cela, observons la répartition des réponses, pour chaque sujet, aux cinq occurrences de la comparaison AS4-OVD2 dans la Table 7.4 (les sujets ont été réordonnés afin de faciliter la lecture).

On remarque tout d'abord que lorsqu'une préférence est déclarée, c'est l'alternative avec un loyer moins élevé qui est favorisée dans la très grande majorité des cas. On s'attend à ce résultat puisque c'est l'alternative située sur l'isopréférence attractive (OVD2). Seul le sujet 1 a toujours préféré l'alternative sur l'isopréférence désavantageuse. Il semble avoir exprimé des préférences lexicographiques. Ensuite, on peut observer que sur 18 sujets, 11 ont donné cinq fois la même réponse et 5 ont donné quatre fois la même réponse (un seul renversement est observé). Seuls 2 sujets ont exprimé trois réponses d'un type et deux d'un autre type.

Dans le groupe IP, il existe deux sujets ayant utilisé les trois différents types de réponses pour les occurrences d'une même comparaison. Ce sont les deux seuls cas (de toutes les comparaisons répétées pour ce groupe) où c'est arrivé. Encore une fois, on remarque sur la Table 7.3 que les préférences favorisant le critère distance sont très rares. De plus, douze sujets sur quatorze ont utilisé au moins quatre fois la même réponse. On ne peut ici tester des hypothèses statistiquement ou formuler des conclusions claires sur le comportement des sujets, car les expérimentations n'ont pas été conçues en ce sens. Il est néanmoins instructif d'observer sur ces exemples dans quelle mesure varient les réponses des sujets.

Pour donner un aperçu plus en détail, on a reproduit, toujours pour les cinq occurrences de la comparaison OVD0-AS4, les séquences de réponses des sujets ayant utilisé plus d'une réponse. On rappelle que les cinq occurrences ont été aléatoirement réparties durant le bloc 2 (60 comparaisons). On donne dans la Table 7.5 les réponses, dans l'ordre où elles ont été données par chaque

TABLE 7.4 – Répartition des réponses aux cinq occurrences de la comparaison AS4-OVD2 dans le groupe IRP et le groupe IP.

D : préférence pour l'alternative de meilleure *distance*.

L : préférence pour l'alternative de meilleur *loyer*.

sujet	nombre de réponses				sujet	nombre de réponses		
	D	L	R	I		D	L	I
1	5	-	-	-	1	2	2	1
2	1	4	-	-	2	1	2	2
3	-	5	-	-	3	1	4	-
4	-	5	-	-	4	-	5	-
5	-	5	-	-	5	-	5	-
6	-	5	-	-	6	-	5	-
7	-	4	1	-	7	-	5	-
8	-	4	1	-	8	-	5	-
9	-	4	1	-	9	-	5	-
10	-	3	2	-	10	-	1	4
11	-	2	3	-	11	-	1	4
12	-	1	4	-	12	-	1	4
13	-	-	5	-	13	-	1	4
14	-	-	5	-	14	-	-	5
15	-	-	5	-				
16	-	-	5	-				
17	-	-	5	-				
18	-	-	5	-				
total	6	48	42	0	total	4	42	24

sujet. La partie droite de chaque table donne le temps mis par le sujet pour donner chaque réponse (on a mis en gras le temps le plus long pour chaque sujet).

Le sujet 12 a mis un temps considérable avant d'exprimer une préférence pour l'alternative supérieure sur le critère loyer. Il semble avoir eu une difficulté à se forger cette conviction. Il a ensuite utilisé l'incomparabilité à toutes les

TABLE 7.5 – Séquence des réponses à la comparaison AS4-OVD2 dans chaque groupe, pour les sujets ayant utilisé plusieurs réponses.

sujet	séquence					temps de réponse (s)				
12	L	R	R	R	R	<b>19</b>	8	4	5	9
2	D	L	L	L	L	2	2	3	3	<b>4</b>
11	L	L	R	R	R	8	7	<b>10</b>	5	6
7	L	L	R	L	L	<b>9</b>	3	3	4	3
8	L	L	R	L	L	4	3	3	<b>16</b>	2
9	L	L	L	R	L	9	<b>34</b>	4	4	16
10	R	L	R	L	L	<b>20</b>	16	7	11	8

sujet	séquence					temps de réponse (s)				
10	L	I	I	I	I	3	<b>15</b>	4	2	2
11	L	I	I	I	I	<b>14</b>	13	7	7	7
12	L	I	I	I	I	4	<b>12</b>	4	3	4
13	I	I	I	I	L	5	4	4	4	<b>8</b>
3	L	L	L	D	L	1	3	2	<b>5</b>	2
2	D	L	I	D	L	3	3	3	4	<b>5</b>
1	L	D	I	L	I	9	12	<b>16</b>	10	7

occurrences de la comparaison OVD2-AS4 qui ont suivies. Avec les sujets 2 et 11, ainsi que les sujets 10 à 13 du groupe IP, il présente une séquence qui semblent indiquer une évolution des préférences. Ces séquences peuvent se découper en deux phases avec un changement de réponse entre les deux.

Les autres sujets ayant varié dans leur jugement au sujet d'une comparaison répétée présentent des séquences plus difficilement interprétables. La variabilité de leur réponse est peut être liée à l'influence des autres comparaisons, de conflit variable, effectuées entre ces occurrences.

Nous donnons les informations sur les réponses pour le cas OVD2-AS3 dans les Tables 7.6 et 7.7. Les sujets ont encore été ordonnés d'une manière à simplifier la lecture du tableau (les numéros de sujets sont arbitraires). On s'est



restreint aux comparaisons répétées trois fois (omettant celles répétées deux fois), afin d'observer les séquences de réponses. Dans la plupart des séquences, le changement de réponse intervient à la première ou à la dernière occurrence de la comparaison.

Les comparaisons avec un conflit plus faible ( $AS < 3$ ) n'ont été répétées qu'une fois par sujet. On ne peut déceler une évolution de préférence sur une séquence de deux réponses uniquement. En outre, le nombre de renversements pour ces cas est parfois très faible.

Les observations des séquences de réponses que l'on a faites donnent une indication sur la façon de distinguer évolution des préférences et erreur expérimentale de mesure. Il est nécessaire de concevoir un dispositif expérimental spécifique pour distinguer ces deux sources de variabilité lors d'expérimentations futures.

TABLE 7.6 – Répartition et séquences des réponses aux comparaisons AS3-OVD2 répétées trois fois, dans le groupe IRP.

sujet	nombre de réponses				séquence		
	D	L	R	I			
1	2	-	1	-	R	D	D
2	1	-	2	-	R	D	R
3	1	2	-	-	D	L	L
4	-	3	-	-			
5	-	3	-	-			
6	-	3	-	-			
7	-	3	-	-			
8	-	3	-	-			
9	-	3	-	-			
10	-	3	-	-			
11	-	3	-	-			
12	-	3	-	-			
13	-	3	-	-			
14	-	3	-	-			
15	-	3	-	-			
16	-	2	1	-	R	L	L
17	-	-	3	-			
18	-	-	3	-			
total	4	40	10	0			

TABLE 7.7 – Répartition et séquences des réponses aux comparaisons AS3-OVD2 répétées trois fois, dans le groupe IP.

sujet	nombre de réponses			séquence		
	D	L	I			
1	1	-	2	D	I	I
2	2	1	-	L	D	D
3	-	2	1	L	I	L
4	-	3	-			
5	-	3	-			
6	-	3	-			
7	-	3	-			
8	-	3	-			
9	-	3	-			
10	-	3	-			
11	-	1	2	L	I	I
12	-	1	2	L	I	I
13	-	1	2	L	I	I
14	-	1	2	I	I	L
total	3	28	11			



# Conclusion

Nous avons cherché à travers ce travail à décrire le comportement des décideurs lorsqu'ils expriment des préférences. Plus précisément, nous avons examiné le rôle joué par le conflit multicritère sur les préférences exprimées par les décideurs. Notre but a été de contribuer à l'accroissement des connaissances descriptives sur le comportement décisionnel dans le domaine multicritère. Nous croyons que nos travaux constituent également un atout important pour les analystes en aide à la décision, comme source d'information sur la façon dont réagissent les décideurs face à une procédure d'élicitation. Nous allons ici passer en revue les contributions de notre travail, et rappeler quelles en sont les implications pratiques. Nous nous demanderons par ailleurs quelles améliorations pourraient être apportées lors de futurs travaux descriptifs.

Au Chapitre 2, nous avons décrit comment l'approche descriptive en décision dans le risque a initié des développements concernant les travaux normatifs, et influencé également l'approche prescriptive. Notre travail permet de mieux éclairer les interactions entre approche descriptive, normative et prescriptive dans le domaine de l'aide multicritère à la décision fondée sur les comparaisons par paire.

Le Chapitre 3 passe en revue un certain nombre d'effets comportementaux liés au conflit multicritère. Nous avons pointé l'intérêt qu'il y a à définir une mesure de l'intensité du conflit pour guider l'élicitation, et nous avons proposé une telle mesure en considérant une intensité de conflit indépendante des préférences du décideur.

Au Chapitre 4, on a distingué deux types de modèles de préférences permettant la représentation de préférences incomplètes. L'incomplétude repose

dans un premier type sur la spécification incomplète des paramètres préférentiels, permettant de tirer des conclusions partielles sur les relations de préférences entre les alternatives, sous forme de relations nécessaires et de relations possibles. L'incomplétude représente dans un deuxième type de modèle l'incapacité à comparer des alternatives présentant une différence d'évaluation importante sur un critère. Cette deuxième sémantique de l'incomplétude est ainsi en lien avec la notion de conflit.

Le Chapitre 5 présente une expérimentation que nous avons menée, qui met en évidence le lien entre conflit multicritère et préférences incomplètes. Nos observations les plus significatives, publiées dans Deparis et al. [2012], sont les suivantes :

- Une incapacité à comparer des alternatives se manifeste chez les décideurs à mesure que la comparaison présente un conflit multicritère élevé. Cette incomparabilité révèle une intransitivité de l'indifférence le long des courbes d'isopréférence.
- Cette incomparabilité intervient même entre des alternatives qui ont été jugées comme appartenant à des isopréférences "éloignées".
- Les décideurs semblent utiliser l'indifférence pour exprimer l'incomparabilité liée au conflit lorsqu'une réponse correspondant à l'incomparabilité ne leur est pas proposée dans la procédure.

Ces observations nous ont permis de formuler des recommandations pour la pratique prescriptive, concernant l'élicitation utilisant des comparaisons par paires. Pour les méthodes n'autorisant pas les préférences incomplètes, il est préférable de choisir les comparaisons par paires proposées au décideur en évitant un fort conflit multicritère. Dans le cas contraire, l'analyste rencontrera des difficultés à interpréter les jugements d'indifférence à propos de paires conflictuelles. Nous recommandons les méthodes d'élicitation dans lesquelles une réponse d'incomparabilité est disponible, car elle permet d'apprécier le niveau de conflit que le décideur est prêt à résoudre.

Au Chapitre 6, nous présentons une deuxième expérimentation qui met en évidence l'influence du conflit multicritère sur les réponses à des matchings. Les

asymétries entre matching aller et retour lors d'un bi-matching, déjà observées dans la littérature (Willemssen and Keren [2003] et Delquié [1993]) sont considérablement accrues par l'intensité du conflit. La réponse d'un décideur varie largement entre deux matchings normativement équivalents mais qui diffèrent sur le critère ajusté. Le critère ajusté est systématiquement favorisé, et l'intensité du conflit ainsi que le fait que le matching demandé soit désavantageux accroissent significativement cet effet. Le taux de compensation élicité peut donc varier considérablement selon la façon dont est envisagé le matching.

Ces observations nous mènent à déconseiller d'utiliser des matchings présentant un conflit élevé, et de privilégier par ailleurs les matchings de direction avantageuse. En outre, nos résultats montrent qu'il est plus prudent de faire ajuster différents critères lors d'une élicitation par matching. L'analyste aura alors un aperçu de la variation possible du taux de compensation entre deux critères, selon le critère ajusté.

On a proposé une explication de l'effet d'asymétrie par un ancrage du décideur sur l'alternative-cible. On a examiné les conséquences dans ce cas de l'asymétrie de valeur entre gain et perte. Cette asymétrie de valeur ne permet pas d'expliquer l'asymétrie de réponse dans le cas d'un double matching vers le haut. Il reste à examiner une interprétation qui ferait intervenir la concavité et la convexité respective des courbes de valeur dans le domaine des gains et des pertes.

On a conduit une analyse de la variabilité des préférences au Chapitre 7. La source de cette variabilité se trouve d'une part dans l'erreur de mesure (e.g. l'attention des sujets fluctue au cours d'une expérimentation) et d'autre part dans la construction et l'évolution des préférences. Au-delà de l'influence de la procédure et du contexte contrôlé, il existe une labilité des préférences que nos expérimentations permettent d'éclairer finement.

En se basant sur nos contributions, quels points nous paraissent devoir être l'objet de recherches futures ?

Définir une mesure du conflit qui incorpore de l'information préférentielle présente une perspective de recherche intéressante car elle nécessite de trouver un compromis entre quantité d'information préférentielle nécessaire et le gain en robustesse des préférences élicitées. Il faudra alors se demander comment

cette mesure peut s'insérer dans le processus d'élicitation et contribuer à le guider.

L'observation du comportement décisionnel que nous avons menée avec l'expérimentation sur les comparaisons par paire incite à établir un modèle prédictif des réponses des décideurs. Un modèle de ce type prendrait en entrée des paramètres préférentiels et prédirait les comparaisons induisant une réponse incomparable de la part du décideur.

Afin d'étendre les résultats de notre expérimentation, il serait également intéressant de chercher à définir un dispositif expérimental pour mesurer une incomparabilité révélée. La difficulté réside dans le fait que les préférences révélées sont définies par l'observation d'un choix.

Une autre piste à développer concerne l'étude des mécanismes cognitifs et des stratégies sous-jacentes aux réponses choisies par les décideurs. Pour cela, on peut chercher à appréhender le comportement des décideurs plus finement qu'à travers leurs simples réponses. L'ordre dans lequel ils collectent les informations sur les critères peut être enregistré grâce aux outils de suivi oculaire (*eye tracking*, Duchowski [2007]). Les données recueillies avec cette méthode présentent cependant une grande quantité de bruit. Recueillir des informations sur les processus cérébraux en jeu dans la décision multicritère au moyen de l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle (Zysset et al. [2006]) pourrait également permettre de tester des hypothèses sur les stratégies effectives des décideurs.

Sur la procédure de matching, la taille considérable de l'effet du conflit que nous avons observé (l'asymétrie vaut la moitié de l'échelle dans le cas le plus conflictuel), devrait inciter à répliquer l'effet dans d'autres contextes.

Une extension intéressante de notre expérimentation serait de tester une procédure de matching par comparaisons successives, telle que celle utilisée pour construire les isopréférences lors de notre expérimentation 1 (voir Chapitre 5). Le critère ajusté correspond alors à celui sur lequel l'évaluation d'une des alternatives est actualisée en fonction des comparaisons du décideur. On peut envisager de tester une procédure mixte où le critère ajusté serait alterné à chaque réponse. Ce type de procédure permettrait de recueillir l'information de taux de compensation en contrôlant l'influence du critère ajusté.



Nous avons contribué à enrichir la connaissance descriptive dans le cadre d'une décision prise sur la base de points de vue multiples. La connaissance précise des stratégies de décision mises en place par les décideurs dans ce contexte reste un champ demandant largement à être exploré. Cette connaissance est nécessaire pour le développement des modèles normatifs et des méthodes prescriptives. Notre thèse constitue une première avancée en ce sens.



## Annexe A

# Algorithme d'Elicitation des Chaînes d'Isopréférences pour l'Expérimentation 1

Chaque alternative constituant les chaînes d'isopréférences a été élicitée au moyen d'un matching indirect, basé sur une séquence de comparaisons par paire (comparaisons du type AS1). Dans un premier temps, six séquences de matching ont permis d'éliciter les six alternatives se trouvant en zone 2 et 4. Pour ces séquences, les comparaisons faisaient également intervenir trois alternatives benchmark, toutes situées en zone 3. Ensuite, six séquences supplémentaires de matching par comparaisons par paire ont permis d'obtenir les six alternatives restantes, situées en zone 1 et 5. Ces six séquences faisaient intervenir les alternatives en zone 2 et 4 élicitées précédemment. Ainsi, l'écart sur le critère *distance au centre-ville* était exactement de un, pour toutes les comparaisons utilisées lors de la construction des chaînes d'isopréférence.

De plus, pour chacun des deux ensembles de séquences de matching en question, les six séquences de comparaisons étaient entremêlées de façon à cacher au participant le fait qu'un matching avait lieu. Cette disposition permettait de minimiser tout effet de proéminence (*prominence effect*) entre les deux blocs expérimentaux : l'étape de construction d'isopréférences et l'étape de la tâche principale. Le fait de rendre un matching indirect indiscernable en

mélangeant les comparaisons par paires est recommandé dans Fischer et al. [1999].

Pour déterminer une valeur de loyer donnée, des bornes ont été calculées à partir des jugements de préférences du décideur en réponse à des comparaisons successives, en utilisant la Procédure 1 décrite ci-dessous. Les variables  $Sup$  et  $Inf$  contiennent les bornes sur la valeur cible du matching. Le booléen  $P_{inc}$  (resp.  $P_{decr}$ ) indique si une préférence stricte a été exprimée au moins une fois, causant une hausse de  $Inf$  (une baisse de  $Sup$ ). Pour la description de la procédure, on suppose que l'alternative contre laquelle il y a matching (celle dont les évaluations sont connues) est meilleure en *loyer* et moins bonne en *distance*. Le cas opposé est symétrique.

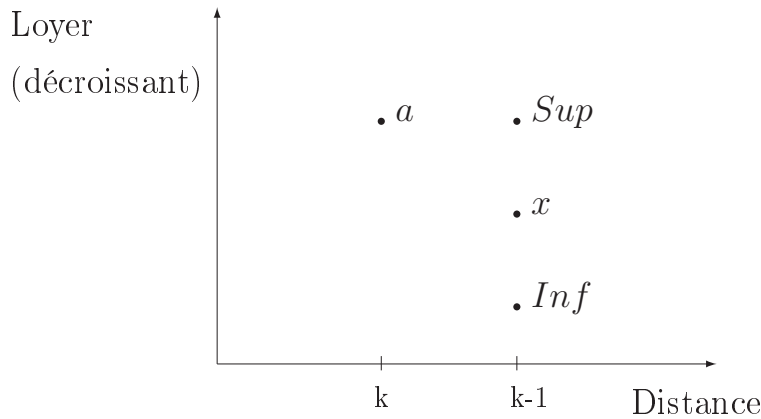


FIGURE A.1 – Une étape lors du matching par comparaisons successives.

Sur la Figure A.1,  $a$  est une alternative benchmark (ou bien une alternative déjà élicitée, selon le cas) sur la chaîne d'isopréférence. La procédure vise à éliciter un équivalent de  $a$  qui soit plus proche du centre, d'une zone. Autrement dit, on cherche un voisin immédiat de  $a$  sur la chaîne d'isopréférence. Au départ, la variable  $Sup$  contient la performance de  $a$  en *loyer* et la variable  $Inf$  contient la pire performance permise par le décideur sur *loyer* (voir Section B). Si l'alternative correspondante appartenant à l'isopréférence immédiatement inférieure a déjà été élicitée,  $Inf$  contient sa performance (en accord avec les hypothèse de monotonie détaillée plus bas).  $Match(a_2, Max_{rent}, false, false)$  retourne

la valeur cible du matching.

---

**Procédure 1**  $Match(Sup, Inf, P_{inc}, P_{decr})$  {Renvoie la valeur cible du matching.}

---

```

 $x_2 \leftarrow \frac{Sup+Inf}{2}$ 
if  $|Sup - Inf| \leq 15$  then
  if  $P_{dec} = false$  then {Loyer favorisé lexicographiquement.}
    return "Erreur."
  else if  $P_{inc} = false$  then {La borne inférieure est abaissée.}
     $Inf \leftarrow Inf + p$ 
    return  $Match(Sup, Inf, P_{inc}, P_{decr})$ 
  else {La valeur du matching est déterminée à 15€ près. Fin.}
    return  $x_2$ 
  end if
else
  Proposer la comparaison  $a?x$ 
  if  $aIx$  then {Le DM exprime une indifférence. Fin.}
    return  $x_2$ 
  else if  $aPx$  then {La valeur cherchée est supérieure à  $x_2$ .}
     $P_{inc} \leftarrow true$ 
     $Inf \leftarrow x_2$ 
    return  $Match(Sup, Inf, P_{inc}, P_{decr})$ 
  else if  $xPa$  then {La valeur cherchée est inférieure à  $x_2$ .}
     $P_{decr} \leftarrow true$ 
     $Sup \leftarrow x_2$ 
    return  $Match(Sup, Inf, P_{inc}, P_{decr})$ 
  end if
end if

```

---

Pour éliciter les chaînes d'isopréférences, nous avons également utilisé deux hypothèses de monotonie lors de l'actualisation des bornes, afin que l'algorithme converge plus rapidement. Considérons l'alternative  $a$  sur la Figure A.1. On désigne l'alternative de même zone que  $a$ , et appartenant à la chaîne d'isopréférence immédiatement inférieure, par  $a'$ .

$a$  domine  $a'$  et elles sont égales sur le critère *distance*. On donne à comparer

ANNEXE A. ALGORITHME D'ELICITATION DES ISOPRÉFÉRENCES

$a$  et  $x$  au décideur afin d'obtenir de l'information sur  $a^I$ , l'équivalent de  $a$  qui est à une zone de moins du centre. On appelle  $a'^I$  l'alternative équivalente à  $a'$  et telle que  $a_1'^I = x_1$ .

En réponse à la comparaison entre  $a$  et  $x$ , si le sujet affirme :

1.  $xPa$ , on en déduit que  $a_2'^I < x_2$  (en plus de  $a_2^I < x_2$ );
2.  $aIx$  i.e.  $a^I = x$ , on en déduit que  $a_2'^I < x_2$ .

Chacune de ces propriétés est dérivée de deux propriétés plus générales sur la monotonie des préférences :

1.  $\Delta P \Delta \subset P$ ;
2.  $\forall a_1, b_1 \in X_1$  and  $a_2, a_2', b_2, b_2' \in X_2$ , 
$$\left. \begin{array}{l} (a_1, a_2)I(b_1, b_2) \\ (a_1, a_2')I(b_1, b_2') \\ a_2' < a_2 \end{array} \right\} \Rightarrow b_2' < b_2$$

## Annexe B

# Consignes pour l'expérimentation sur les comparaisons par paires.

Bonjour, vous allez participer à une étude qui dure environ une heure. Notre recherche vise à mieux comprendre comment les gens font des choix, et comment ils évaluent les options disponibles lorsqu'ils prennent une décision. Le principe de l'étude est le suivant : des paires d'options vous seront présentées à la suite, et pour chaque paire, il vous est demandé de faire une comparaison. Vous nous indiquerez soit que vous avez une préférence pour l'une des options (auquel cas vous annoncerez laquelle), soit que vous les trouvez équivalentes (le niveau de satisfaction qu'elles vous apportent chacune est à peu près le même). Veuillez noter qu'il ne s'agit pas d'un test avec des bonnes ou des mauvaises réponses. Il vous est seulement demandé d'indiquer des préférences, librement. Vous n'avez donc pas à réfléchir pour trouver une solution qui serait juste, mais à vous concentrer pour donner une réponse qui corresponde à vos préférences, à vos goûts, comme lorsque vous faites un choix dans la vie réelle. Pour que l'expérience réussisse, il faut que vous soyez absolument sincère et que vous vous prêtiez au jeu. Veuillez noter que les données collectées servent à faire des statistiques et sont totalement anonymes.

Le contexte dans lequel l'expérience va vous placer est le suivant : Vous partez en stage dans une ville pour au moins un an, à un endroit où vous ne connaissez personne (sauf mention explicite), loin de là où vous habitez actuellement. Vous allez donc louer un appartement. Pour payer le loyer, vous allez

utiliser uniquement votre salaire de 1600 euros nets par mois. Les choix sur lesquels vous aurez à vous prononcer correspondent à des paires d'appartements qui se distinguent sur deux aspects uniquement :

- Le loyer requis pour habiter dedans.
- L'éloignement géographique par rapport aux lieux importants pour vous.

En clair, à chaque paire qu'on vous montre, il s'agit du même appartement dans les deux cas : même surface, même disposition intérieure, même matériau de construction, même vétusté, mais seuls le loyer et l'emplacement changent, et vous devez les comparer uniquement sur la base de ces deux informations. Vous allez tout d'abord procéder à un court questionnaire pour que vous puissiez bien appréhender les deux notions en jeu : le loyer et l'accessibilité.

### **Questionnaire préliminaire**

Vous allez répondre en tapant sur le clavier, il n'y a pas besoin d'appuyer sur MAJ pour rentrer un chiffre sur le clavier. Il vous est demandé d'énoncer à voix haute chacune de vos réponses avant de la rentrer.

*L'écran d'ordinateur affiche une liste d'items. Le participant doit en choisir trois, classés par ordre d'importance.*

Nous allons maintenant évoquer les montants monétaires qui correspondent à des loyers envisageables pour vous.

### **Echelle des loyers envisageables.**

Les choix variés qu'on va vous proposer s'inscriront dans une échelle de loyer large mais pas trop éloignée de vos attentes. Pour que l'on sache dans quelle grille vous raisonnez concernant le loyer, vous allez indiquer 5 loyers étalons qui illustrent bien les jugements possibles que vous pouvez porter sur le loyer d'un appartement. N'hésitez pas à donner une échelle large, car les appartements qui vous seront proposés auront des emplacements très variés : ils pourront être dans un lieu idéal avec tout ce qui vous intéresse à proximité, ou au contraire



**Questions sur : L'ACCESSIBILITE**

Si vous pouviez choisir trois éléments qui soient proches de chez vous (moins de 20 min), quels éléments choisiriez-vous en priorité ?  
(Entrez les trois chiffres en appuyant sur point-virgule entre les réponses).

1. travail
2. lieu pour faire les courses
3. famille
4. lieu de rencontre (bar, restaurant ou café)
5. amis proches
6. petit(e) ami(e)
7. lieu d'activité sportive (terrain, club de sport, piscine)
8. lieu culturel (bibliothèque, cinéma ou musée)
9. lieu de nature (parc, verdure)
0. autre

Votre réponse :

**Valider en appuyant sur ENTREE**

FIGURE B.1 – Ecran de saisie lors du questionnaire préliminaire.

éloigné de ces lieux et requérant des trajets imposants. Rappelez-vous que vous allez vivre seul et payer le loyer seul, et ce grâce à votre salaire (indemnité de stage) qui s'élève à 1600 euros nets par mois.

- “Je trouve ce loyer neutre, je m’attendais à payer ce genre de loyer. Je trouve que c’est normal de payer ce genre de somme.”
- “Je trouve ce loyer désavantageux, je prévoyais de dépenser moins. Je me sens un peu lésé, mais bon. . .”
- “Je trouve ce loyer très désavantageux. C’est vraiment le loyer maximum que je peux accepter pour mon appartement. Je trouve ça incroyable de payer aussi cher.”
- “Je trouve ce loyer avantageux. Je prévoyais de dépenser plus. Je suis assez content d’avoir trouvé ce genre de loyer.”
- “Je trouve ce loyer très avantageux, je pensais que c’était impossible de trouver aussi bas. J’ai vraiment eu une chance incroyable sur ce coup.”

### **Instructions**

Vous allez maintenant avoir à faire des comparaisons.

Exemple un appartement Dans les questions qui vous seront posées, un appartement sera représenté de la façon suivante, par deux éléments : Un graphique montre son éloignement par rapport aux lieux importants pour vous, et un nombre indique le montant du loyer, en euros, toutes charges comprises. La ville dans laquelle vous allez effectuer votre stage (se trouve le laboratoire où vous travaillez) est divisée en 5 zones, à la manière des zones de transport en commun de Paris, de Londres ou d’autres villes. Tous les lieux importants pour vous sont situés au centre, dans la zone 1 :

*L’instructeur indique le centre.*

Les transports en commun de la ville ne sont pas figurés sur le schéma. Ils sont organisés en réseau qui converge vers le centre et il faut environ 15-20 min pour traverser une zone. Par exemple, si vous êtes en zone 4, il vous faudra 40 min/1 heure pour vous rendre au centre en moyenne. Si vous êtes en zone

2, il vous faudra 20-25 min pour vous rendre au centre. La zone dans laquelle est situé l'appartement est celle mise en valeur en orange sur le graphique. L'emplacement exact dans la zone n'est pas figuré car l'appartement peut être situé n'importe où dans la zone. C'est pour cela qu'il y a des fluctuations dans le temps pour se rendre au centre (en plus du trafic, etc.)

*L'instructeur indique des endroits variés dans une même zone.*

Hormis la distance au centre, les zones sont pratiquement homogènes en ce qui concerne le cadre de vie. C'est-à-dire que vous ne pouvez pas vous fier aux zones pour essayer de déduire « ce quartier est sans doute mieux, il a plus de verdure, ou l'ambiance est meilleure ». Seule la distance au centre est pertinente.

*Exemple : une comparaison.*

Un écran type de comparaison est le suivant : Il s'agit de deux panneaux représentant chacun un appartement, et vous devez répondre en comparant ces deux appartements et uniquement ceux-là, en les jugeant sur la seule base de leur loyer et de leur accessibilité. Imaginez que vous arrivez dans cette nouvelle ville et que l'agent immobilier vous dit : "C'est les deux seuls appartements qui nous restent."

### Réponses possibles à l'aide du clavier

A chaque comparaison, une fois certain de votre réponse, vous l'indiquerez grâce aux flèches du clavier. Trois réponses sont possibles :

- "Je préfère louer l'appartement décrit à gauche". Cela veut dire que dans la réalité, si vous deviez choisir entre les deux appartements vous loueriez vraiment celui-là, car il vous apporte plus de satisfaction. Sa valeur subjective est plus grande à vos yeux que celle de l'appartement décrit à droite. Vous utiliserez la touche ← pour indiquer cette réponse.
- "Je préfère louer l'appartement décrit à droite". De même, cela veut dire que dans la vie réelle vous choisiriez celui-ci dans un choix entre les deux. Globalement vous le jugez plus satisfaisant que l'appartement de gauche. Vous utiliserez la touche → pour indiquer cette réponse.

- “Louer l’appartement de droite ou de gauche m’est indifférent”. Pour vous, cela revient au même car les deux appartements vous semblent équivalents dans l’ensemble. Ils ont la même valeur subjective à vos yeux, et vous ne voyez pas de raison de choisir l’un plutôt que l’autre. Attention, être indifférent au choix ne signifie pas nécessairement que vous dénigrez les deux appartements. Cela signifie qu’ils vous apportent autant de satisfaction, que celle-ci soit nulle, moyenne, ou élevée. Vous pouvez globalement apprécier les deux appartements ou globalement les trouver chacun loin de vous satisfaire. Vous utiliserez la touche ↓ pour indiquer cette réponse.

Attention, vous ne pouvez pas revenir en arrière lors des comparaisons. Toute réponse est définitive. Réfléchissez donc bien avant de répondre.

*Les participants reçoivent un court mémo d’une page rappelant les trois réponses possibles et leur signification.*

Avant de débiter effectivement l’expérience, vous allez répondre à quelques questions afin de vous familiariser avec l’interface et les commandes. Ces questions ne seront pas prises en compte lors de l’expérience.

## **Exemples**

*Après que le participant a répondu :*

Ce premier exemple constitue un cas particulier où l’un des appartements est meilleur sur les deux aspects. Ce cas n’apparaîtra plus jamais par la suite : les paires présentées ne comporteront jamais d’appartement qui ait à la fois le loyer le plus bas et soit situé plus près des lieux d’intérêt pour vous.

## **Instructions supplémentaires pour le groupe IRP**

Pour la seconde moitié de l’expérience, vous aurez une quatrième réponse possible à chaque comparaison, qui s’ajoute aux trois réponses précédentes (à savoir le choix pour l’option de gauche, le choix pour l’option de droite et l’indifférence entre les deux options).

- “Ces deux appartements sont incomparables. « Il m’est vraiment très difficile de choisir parmi les deux. Il m’est impossible ou vraiment difficile de les comparer et je ne souhaite pas me prononcer. J’ai du mal à former un jugement sûr concernant cette comparaison.” Vous utiliserez la touche ↑ pour indiquer cette réponse.

Vous exprimez par cette réponse une difficulté à comparer la valeur à vos yeux des deux options, et ne souhaitez pas déclarer que vous préférez l’un des deux ou qu’ils vous semblent équivalents. Autrement dit, aucune des 3 autres réponses ne vous semble adéquate. Attention, à ne pas confondre la réponse déjà disponible dans la première étape : l’indifférence avec cette nouvelle réponse.

1. La réponse “le choix m’est indifférent” signifie que vous affirmez que les deux options vous semblent globalement aussi valables. Vous accepteriez par exemple qu’on choisisse au hasard pour vous car cela revient au même.
2. Alors que la réponse “ils sont incomparables.” signifie que vous ne souhaitez pas affirmer que vous préférez l’un à l’autre ni qu’ils vous semblent globalement équivalents.



## Annexe C

# Consignes pour l'expérimentation sur le matching.

Bonjour, Vous allez participer à une étude qui dure environ une heure. N'hésitez pas à demander une pause à tout moment.

Notre recherche vise à mieux comprendre les préférences et goûts des individus. Par exemple, au sujet d'appartements, on s'intéresse à des questions du type :

- Comment les gens forment-ils des jugements sur des appartements ?
- Comment est-ce qu'ils évaluent des appartements sur la base du loyer et de l'emplacement ?
- Comment opèrent-ils un compromis entre le loyer et la situation géographique ?
- Dans quelle mesure deux appartements différents peuvent-ils leur apporter le même niveau de satisfaction ?

Le principe de cette étude est simple : pour chaque paire, vous aurez à observer les caractéristiques de chaque appartement. Ensuite, vous devrez fournir la valeur pour une des caractéristiques, par exemple le loyer, afin que les deux appartements soient "aussi biens" à vos yeux. En d'autres termes, vous allez exprimer des compromis entre les qualités et les défauts des appartements.

Les appartements qui vous seront donnés à juger peuvent présenter des avantages tels que bar, station de métro à proximité, emplacement à proximité de votre lieu de stage ou loyer peu élevé. . . Mais ils peuvent aussi présenter des inconvénients tels que : endroit mal desservi par les transports en commun et requérant des temps de trajet au centre ville importants, ou loyer élevé.

Veillez noter qu'il ne s'agit pas d'un test avec des bonnes ou des mauvaises réponses, vous n'avez donc pas à réfléchir pour trouver une solution qui serait juste, mais à vous concentrer pour donner une réponse qui corresponde à vos préférences, à vos goûts, comme lorsque vous évaluez des appartements dans la vie réelle. Pour que l'expérience réussisse, il faut que vous soyez absolument sincère et que vous vous prêtiez au jeu. Aucun jugement de performance ne peut être fait sur ce questionnaire, il s'agit donc uniquement pour vous d'exprimer vos préférences, vos goûts, librement.

Veillez noter que les données collectées servent à faire des statistiques et sont totalement anonymes.

## Contexte

Le contexte dans lequel l'expérience va vous placer est le suivant :

Vous partez en stage dans une ville pour une période d'un an, à un endroit où vous ne connaissez personne (sauf mention explicite), loin de là où vous habitez actuellement. Vous allez donc louer un appartement. Pour payer le loyer, vous allez utiliser uniquement votre salaire de 1600 euros nets par mois. Les paires d'appartement qui vous seront présentées se distinguent sur deux aspects uniquement :

- Le loyer mensuel requis pour la location de l'appartement.
- Le temps de trajet entre votre appartement et le centre ville où se trouve votre lieu de stage en transport en commun.

En clair, à chaque paire d'appartement qu'on vous montre, il s'agit du même appartement dans les deux cas : même surface, même disposition intérieure, même matériau de construction, même vétusté, mais seuls le loyer et



l'emplacement par rapport au centre-ville changent, et vous devez les évaluer uniquement sur la base de ces deux informations.

Dans cette situation, vous faites appel à un agent immobilier pour vous guider dans vos recherches. Celui-ci vous propose un appartement à la location. Le loyer et l'emplacement de cet appartement vous seront spécifiés dans la suite. Sachez que vous avez déjà déposé un dossier pour cet appartement.

- *Point de référence dominant* : Vous estimez vos chances d'emporter la location à une sur deux. Dans ces conditions, vous continuez de chercher des offres.
- *Point de référence dominé* : Vous avez tout de même l'impression de pouvoir trouver mieux, et vous continuez de chercher des offres.

Dans la suite, les caractéristiques de l'appartement pour lequel vous avez déposé un dossier vous seront présentées, et, en parallèle, vous allez exprimer des jugements sur de nouvelles offres.

## Questionnaire préliminaire

Vous allez tout d'abord procéder à un court questionnaire pour que vous puissiez bien appréhender les deux notions mises en jeu dans cette étude : le loyer et l'accessibilité.

Vous allez répondre en tapant sur le clavier, il n'y a pas besoin d'appuyer sur MAJ pour rentrer un chiffre sur le clavier. Il vous est demandé d'énoncer à voix haute chacune de vos réponses avant de la rentrer.

Êtes-vous habitué à payer un loyer ?

- oui
- non

Combien de baux avez-vous déjà signé ?

Vous payez un loyer :

- sans support financier
- avec un support financier (aide de vos parents, bourse, autre)

Quel pourcentage de vos revenus (salaire, aide au logement, etc...) êtes-vous prêt à consacrer à votre loyer ?

Vous trouvez que votre loyer actuel est plutôt :

- bas
- moyen
- élevé

En comparaison aux autres, vous pensez que la part de vos revenus que vous consacrez à votre loyer est :

- faible
- équilibrée
- élevée

Lorsque vous devez choisir un nouveau logement, quelle importance accordez-vous à la situation géographique de celui-ci ? (Donnez une note sur 5, où 5 est

la note maximale).

Si vous pouviez choisir trois éléments qui soient proches de chez vous (moins de 20 min), quels éléments choisiriez-vous en priorité ?

- travail
- lieu pour faire les courses
- famille
- lieu de rencontre (bar, restaurant ou café)
- amis proches
- petit(e) ami(e)
- lieu d'activité sportive (terrain, club de sport, piscine)
- lieu culturel (bibliothèque, cinéma ou musée)
- lieu de nature (parc, verdure)
- autre

Lorsque vous choisissez un appartement, la distance aux transports en commun les plus proches est pour vous une information :

- peu importante
- assez importante
- très importante

## Échelle des loyers admissibles

Nous allons maintenant évoquer les montants monétaires qui correspondent à des loyers envisageables pour vous. Appuyer sur espace. Les choix variés qu'on va vous proposer s'inscriront dans une échelle de loyer large mais pas trop éloignée de vos attentes. Pour que l'on sache dans quelle grille vous raisonnez concernant le loyer, vous allez indiquer 7 loyers étalons qui illustrent bien les jugements possibles que vous pouvez porter sur le loyer d'un appartement. Vous pouvez voir à l'écran une échelle que nous allons remplir ensemble, elle est très simple à comprendre : elle se compose d'un niveau neutre au centre et de 3 niveaux de plus en plus favorables et de 3 niveaux de plus en plus défavorables.

Je vais vous donner une description de chaque niveau c'est-à-dire ce que l'on entend par neutre, plutôt avantageux, etc. . Il est très important que vous compreniez les nuances qui existent entre ces différents niveaux. Vous m'indiquerez ensuite les valeurs de loyer qui évoquent ces sentiments pour vous. Vous donnerez ces réponses à l'oral et je remplirai la grille.

Les 7 niveaux de loyer sont les suivants, à vous de nous dire quel montant correspond à vos yeux à chacune des descriptions :

- loyer neutre "Je m'attendais à payer ce genre de loyer, je trouve que c'est normal de payer cette somme pour louer mon appartement. Je ne me sens ni avantageux ni désavantageux si je dois payer ce genre de somme."
- loyer maximum "C'est vraiment le loyer le plus élevé que je peut accepter pour mon appartement, je trouve ça incroyable de payer aussi cher. La situation de devoir payer un tel loyer me paraît catastrophique."
- loyer minimum "Je pensais que c'était impossible de trouver aussi bas, j'ai vraiment eu une chance incroyable sur ce coup. C'est une occasion totalement inespérée."
- loyer plutôt avantageux "Ce loyer est légèrement plus bas que ce à quoi je m'attendais, ce n'est pas une différence substantielle, mais c'est toujours ça."

- loyer plutôt désavantageux "Ce loyer est légèrement plus élevé que ce que je prévoyais de payer, mais il reste facilement envisageable, j'estime seulement faire un petit effort en payant ce loyer."
- loyer avantageux "Je prévoyais de dépenser plus, je suis assez content d'avoir trouvé ce genre de loyer. C'est vraiment pas cher."
- loyer désavantageux "Je prévoyais de dépenser moins, je me sens lésé, un tel loyer représente le principal défaut de l'appartement."

N'hésitez pas à donner une échelle large, car les appartements qui vous seront proposés auront des emplacements très variés : ils pourront être dans un lieu idéal avec tout ce qui vous intéresse à proximité, ou au contraire éloigné de ces lieux et requérant des trajets imposants. Rappelez-vous que vous allez vivre seul et payer le loyer seul, et ce grâce à votre salaire (indemnité de stage) qui s'élève à 1600 euros nets par mois. Tout ce qui va dans le loyer, vous l'aurez donc en moins pour tout le reste.

Vous aller maintenant indiquer le loyer correspondant à chaque niveau de l'échelle. Je vous redonnerai la description de chaque palier. Attention, vous remarquez bien que vous n'êtes obligé d'avoir des paliers espacés par le même montant en euros : l'important est que l'écart entre chaque palier représente à peu près la même "quantité de satisfaction" pour vous, en plus ou en moins.

Appuyer sur espace pour passe à l'étape suivante.

## Échelle des Temps admissibles

Nous allons maintenant évoquer les temps de transport qui correspondent à des emplacements d'appartement envisageables pour vous. Nous allons suivre le même type de logique que précédemment : sept paliers définissent l'échelle. Cette fois-ci vous raisonnerez sur des temps de trajets en minutes. Ils correspondent au temps que vous aurez à parcourir chaque jour pour aller au travail. Vous devez donc indiquer la durée en minutes qui correspond pour vous aux sentiments qui sont décrits dans les situations suivantes :

- emplacement neutre "Je m'attendais à avoir un tel emplacement, je trouve que c'est normal d'avoir un tel temps de trajet, tout le monde fait plus ou moins ce temps pour atteindre son lieu de travail, ce n'est pas une caractéristique notable de cet appartement"
- pire emplacement "C'est pire que tout, je n'arrive pas encore à réaliser que je vais devoir effectuer un tel trajet tous les jours, ça me semble être un cauchemar."
- emplacement idéal "On ne peut rêver mieux comme emplacement. Je vais gagner énormément de temps sur le transport, c'est l'affaire du siècle."
- emplacement plutôt désavantageux "L'emplacement de l'appartement va m'imposer plus de transport que prévu, mais cette différence est acceptable à mes yeux. C'est dommage mais ce n'est pas très grave"
- emplacement plutôt avantageux "Je suis plus proche du centre que ce que m'imaginai trouver. J'aurai quand même du transport à faire, mais gagner un petit peu en distance, ça n'est pas de refus "
- emplacement désavantageux "L'emplacement de cet appartement est clairement un désavantage. je vais devoir passer du temps dans les transports en commun chaque jour."
- emplacement attractif "L'emplacement est un avantage certain de cet appartement, j'ai de la chance d'avoir peu de distance à parcourir pour aller dans le centre ville, y compris au travail."

N'hésitez pas à donner une échelle large, car on veut envisager l'éventail de possibilités le plus large possible. L'important est que vous donniez des valeurs qui évoquent bien chacune des situations selon vous.

Vous aller maintenant indiquer les temps correspondant à chaque niveau de l'échelle. De même que pour l'échelle des loyers, vous n'êtes pas obligé de donner des paliers séparés par la même durée en minutes. L'important est que l'écart entre chaque palier représente à peu près la même "quantité de satisfaction" pour vous, en plus ou en moins. Appuyer sur espace pour passer à l'étape suivante.

## Exemple un appartement

Dans les questions qui vous seront posées, un appartement sera représenté sous la forme suivante (montrer écran). Il est décrit sur deux critères et vous ne devez prendre en compte que ces deux critères : le loyer et le temps de trajet au centre ville. 600 euros représente le montant du loyer mensuel requis pour la location (toutes charges comprises) de cet appartement. L'emplacement de cet appartement dans la ville fait que il vous faut 30 minutes de trajet pour atteindre le centre ville où se trouve votre lieu de stage.

## Appartement avec dossier (*point de référence*)

Cet appartement en gris foncé, correspond à l'appartement pour lequel vous avez déposé un dossier.

Êtes-vous satisfait de cet appartement ?

- **Dominant** : Vous louerez peut-être celui-ci finalement, mais vous avez seulement une chance sur deux de l'obtenir, donc vous continuez à chercher.
- **Dominé** : Vous pouvez le louer, mais vous préférez continuer à explorer les autres offres disponibles.

## Exemple slide

Dans la suite, la fiche représentant l'appartement *en attente de réponse* (groupe 1) / *disponible* (groupe 2) sera affichée en bas de l'écran. Pour chaque question, deux appartement A et B vous seront présentés. Les deux appartement sont décrits selon le loyer et le temps de trajet, comme précédemment.

Il vous est demandé de fixer le montant du loyer pour l'appartement B. Vous devez choisir le montant qui rend les deux appartements équivalents à vos yeux. L'appartement B, avec un tel loyer, doit avoir la même valeur subjective à vos yeux que l'appartement A. Par exemple, ici, vous auriez à indiquer un

loyer qui soit inférieur au loyer de l'appartement A, puisque vous cherchez à rendre les 2 appartements aussi attractifs.

Dans cette étude, deux types de questions vous seront posées : Le deuxième type de question ressemble fortement à la question précédente, mais cette fois-ci on vous demande de donner un temps de trajet associé à l'appartement B. Ce temps doit être tel que vous jugiez les deux appartements comme équivalents. Vous devez déterminer le temps de trajet imposé par l'appartement B, tel que vous jugeriez les deux appartement A et B comme équivalents dans l'ensemble. Vous voyez, dans cet exemple, le temps de trajet à indiquer serait nécessairement inférieur au temps de trajet de l'appartement A, puisque vous cherchez à rendre les deux appartements aussi attractifs.

## Exemple

Avant de débiter effectivement l'expérience, vous allez répondre à quelques questions afin de vous familiariser avec l'interface et les commandes. Ces questions ne seront pas prises en compte lors de l'expérience. Attention, "appartements équivalents" signifie qu'ils vous apportent autant de satisfaction, que celle-ci soit nulle, moyenne, ou élevée. Vous pouvez globalement apprécier les deux appartements ou globalement les trouver chacun loin de vous satisfaire. L'important est qu'ils aient la même valeur globale pour vous.

Tapez votre réponse au clavier et validez en appuyant sur espace.

## Début

Nous allons maintenant commencer effectivement l'expérience Attention, vous ne pouvez pas revenir en arrière lors des comparaisons. Toute réponse est définitive. Réfléchissez donc bien avant de répondre.



# Liste des figures

1.1	La procédure d'agrégation multicritère (PAMC) prend en entrée les préférences du décideur à travers des paramètres. . . . .	36
1.2	Interaction entre décideur et modèle en aide à la décision. . . . .	40
2.1	Une situation de dominance asymétrique dans le plan bicritère. . . . .	56
2.2	Différents trade-offs bicritères (tiré de Tversky and Simonson [1993]). . . . .	57
2.3	Relation empirique entre des pertes et des gains monétaires ( <i>gains and losses</i> ) et la variation de valeur subjective associée. Dessin de M.O. Rieger, tiré de en.wikipedia.org. . . . .	61
2.4	Différentes estimations de la pondération de la probabilité. Probabilité pondérée $p_i$ en fonction de la probabilité objective $p$ . Issu de Andreoni and Sprenger [2010] . . . . .	62
3.1	Répercussion de l'erreur de mesure de trade-off sur la courbe d'indifférence estimée. Issu de Delquié [2003] . . . . .	72
3.2	Alternatives disponibles dans l'expérimentation de Tversky and Shafir [1992]. Le couple proposé peut être conflictuel ( $a$ et $b$ par exemple) ou sans aucun conflit ( $a$ et $c$ par exemple). . . . .	74
3.3	Des alternatives à comparer dans le plan bicritère. . . . .	78
3.4	Nappe représentant $conf_\sigma(a, b)$ en fonction de la position relative de l'alternative $b$ par rapport à l'alternative $a(0.6; 0.5)$ dans le plan bicritère. . . . .	83

3.5	Nappe représentant la valeur de l'indice de conflit en fonction de la position relative de l'alternative $b$ par rapport à l'alternative $a(0.6; 0.5)$ dans le plan bicritère. . . . .	83
3.6	Interprétation de $conf(a; b)$ lorsque $\neg(a\Delta b)$ et $\neg(b\Delta a)$ . . . . .	84
4.1	Le conflit bicritère peut être élevé ( $a, b$ ) ou faible ( $c, d$ ). . . . .	101
5.1	Chaînes élicitées pour un participant durant le première série ( <i>Construction des chaînes d'isopréférence</i> ). OVD : Overall value difference, AS : Attribute spread. . . . .	110
5.2	Un exemple de stimulus durant la série de comparaisons principale. . . . .	113
5.3	Une comparaison AS4 lors de la tâche principale. . . . .	116
5.4	Fréquence de chaque type de réponse en fonction de Overall Value Difference et Attribute Spread, par groupe. . . . .	120
5.5	Proportion d'Indifférence $I$ en fonction du groupe et de (a) AS et (b) OVD. . . . .	123
5.6	Proportion de Préférences strictes $P$ en fonction de (a) AS et (b) OVD, tous groupes confondus. . . . .	124
5.7	modèle parallèle : choix entre toutes les réponses au même moment	130
5.8	modèle séquentiel : deux choix successifs entre des groupes de réponses . . . . .	131
6.1	Deux tâches de matching possibles en fonction du critère ajusté (d'après Delquié [1993]). . . . .	140
6.2	Matching vers le haut et vers le bas, sur le critère 2. . . . .	141
6.3	Trois exemples de points de référence lors d'un matching. . . . .	143
6.4	Double matching (critère 2-up, critère 2-down). . . . .	146
6.5	Matching Up/Down, $\delta$ sur le critère 1. . . . .	146
6.6	Matching Up/Down, $\delta$ sur le critère 2. . . . .	147
6.7	Matching Up/Up, $\delta$ sur le critère 1. . . . .	147

---

6.8	Matching Up/Up, $\delta$ sur le critère 2. . . . .	147
6.9	Matching Down/Down, $\delta$ sur le critère 2. . . . .	147
6.10	Matching Down/Up, $\delta$ sur le critère 1. . . . .	148
6.11	Matching Down/Down, $\delta$ sur le critère 1. . . . .	148
6.12	matching Down/Up, $\delta$ sur le critère 2. . . . .	148
6.13	Un exemple de matching. . . . .	152
6.14	Différence de trade-off entre le matching aller et le matching retour, tous deux avantageux. . . . .	158
6.15	Différence de trade-off entre le matching aller et le matching retour, tous deux désavantageux. . . . .	158
6.16	Effet de la direction et du conflit sur l'asymétrie d'ajustement entre matching aller et retour, en minutes. . . . .	159
6.17	Effet de la direction sur l'amplitude de l'asymétrie vers la valeur stimulus, en minutes. . . . .	161
6.18	Effet de la direction et du conflit sur l'amplitude de l'asymétrie vers la valeur stimulus, en minutes. . . . .	162
6.19	Effet de la direction et du conflit sur l'asymétrie d'ajustement encodée en valeur partielle ( $\delta_{val}$ normalisé). . . . .	163
6.20	Effet de la direction et du conflit sur l'asymétrie d'ajustement, relativement à l'écart initial sur le critère temps de transport. . . . .	164
6.21	Ajustement $-\Delta l$ lors du matching aller vers le bas. . . . .	167
6.22	Ajustement $-\Delta' t$ lors du matching retour vers le bas. . . . .	168
6.23	Ajustement $+\Delta l$ lors du matching aller vers le haut. . . . .	169
6.24	Ajustement $+\Delta' t$ lors du matching retour vers le haut. . . . .	170
A.1	Une étape lors du matching par comparaisons successives. . . . .	200
B.1	Ecran de saisie lors du questionnaire préliminaire. . . . .	205



# Liste des tables

1.1	Un concours avec deux épreuves : mathématiques et français. . .	14
1.2	Revue des méthodes ELECTRE. . . . .	31
1.3	Quelle console acheter ? . . . . .	32
2.1	Comparaison . . . . .	52
2.2	Matching . . . . .	52
5.1	Résultats pour le groupe IRP, $n = 18$ , 1006 comparaisons. . . .	119
5.2	Résultats pour le groupe IP, $n = 14$ , 759 comparaisons . . . . .	119
5.3	Incomparabilité en fonction de attribute spread (groupe IRP) .	121
5.4	Temps de réponse moyen ( $s$ ) . . . . .	128
6.1	La valence de chaque critère varie en fonction du point de référence utilisé par le décideur. . . . .	144
6.2	Un exemple de double matching. . . . .	145
6.3	Matching avantageux ou désavantageux pour estimer le même taux de compensation. . . . .	149
6.4	Un exemple d'échelle de temps de transport obtenue pour un sujet expérimental. . . . .	156
7.1	Comparaisons $OVD \neq 0$ , pourcentage d'affirmations P favorisant l'isopréférence supérieure. . . . .	183

7.2	Nombre d'occurrences des comparaisons répétées pour un sujet lors de l'Expérimentation 1, Bloc 2. . . . .	184
7.3	Proportion $V$ selon overall value difference et attribute spread, par groupe. . . . .	185
7.4	Répartition des réponses aux cinq occurrences de la comparaison AS4-OVD2 dans le groupe IRP et le groupe IP. D : préférence pour l'alternative de meilleure <i>distance</i> . L : préférence pour l'alternative de meilleur <i>loyer</i> . . . . .	187
7.5	Séquence des réponses à la comparaison AS4-OVD2 dans chaque groupe, pour les sujets ayant utilisé plusieurs réponses. . . . .	188
7.6	Répartition et séquences des réponses aux comparaisons AS3-OVD2 répétées trois fois, dans le groupe IRP. . . . .	190
7.7	Répartition et séquences des réponses aux comparaisons AS3-OVD2 répétées trois fois, dans le groupe IP. . . . .	191

# Bibliographie

- M. Allais. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque : Critique des postulats et axiomes de l'école américaine. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pages 503–546, 1953.
- J. Andreoni and C. Sprenger. Certain and uncertain utility : The allais paradox and five decision theory phenomena. *Levines Working Paper Archive*, 2010.
- D. Ariely and M.I. Norton. How actions create-not just reveal-preferences. *Trends in cognitive sciences*, 12(1) :13–16, 2008.
- K.J. Arrow. Social choice and individual values. 1963.
- K.J. Arrow. Risk perception in psychology and economics. *Economic Inquiry*, 20(1) :1–9, 1982.
- C.A. Bana e Costa. Les problématiques de l'aide à la décision : Vers l'enrichissement de la trilogie choix-tri-rangement. *RAIRO. Recherche opérationnelle*, 30(2) :191–216, 1996.
- C.A. Bana e Costa and J.C. Vansnick. Macbeth : An interactive path towards the construction of cardinal value functions. *International Transactions in Operational Research*, 1(4) :489–500, 1994.
- J. Beattie and S. Barlas. Predicting perceived differences in tradeoff difficulty. *Conflict and tradeoffs in decision making*, pages 25–64, 2001.
- D.E. Bell. Regret in decision making under uncertainty. *Operations research*, pages 961–981, 1982.

- D.E. Bell, H. Raiffa, and A. Tversky. Descriptive, normative, and prescriptive interactions in decision making. *Decision making : Descriptive, normative, and prescriptive interactions*, 1 :9–32, 1988.
- J.R. Bettman, E.J. Johnson, M.F. Luce, and J.W. Payne. Correlation, conflict, and choice. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition*, 19(4) :931, 1993.
- J.C. Billaut, D. Bouyssou, and P. Vincke. Should you believe in the shanghai ranking? *Scientometrics*, 84(1) :237–263, 2010.
- H. Bleichrodt. Reference-dependent utility with shifting reference points and incomplete preferences. *Journal of Mathematical Psychology*, 51(4) :266–276, 2007. ISSN 0022-2496.
- R. Bostic, R.J. Herrnstein, and R.D. Luce. The effect on the preference-reversal phenomenon of using choice indifferences. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 13(2) :193–212, 1990.
- M.M. Botvinick. Conflict monitoring and decision making : reconciling two perspectives on anterior cingulate function. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience*, 7(4) :356, 2007. ISSN 1531-135X.
- C. Boutilier, R.I. Brafman, C. Domshlak, H.H. Hoos, and D. Poole. Cp-nets : A tool for representing and reasoning with conditional ceteris paribus preference statements. *J. Artif. Intell. Res. (JAIR)*, 21 :135–191, 2004.
- D. Bouyssou. Outranking relations : do they have special properties? *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 5(2) :99–111, 1996.
- D. Bouyssou and T. Marchant. An axiomatic approach to noncompensatory sorting methods in mcdm, i : The case of two categories. *European Journal of Operational Research*, 178(1) :217–245, April 2007a.
- D. Bouyssou and T. Marchant. An axiomatic approach to noncompensatory sorting methods in mcdm, ii : More than two categories. *European Journal of Operational Research*, 178(1) :246–276, 2007b.



- 
- D. Bouyssou and P. Perny. Ranking methods for valued preference relations : A characterization of a method based on leaving and entering flows. *European Journal of Operational Research*, 61(1-2) :186–194, 1992.
- D. Bouyssou and B. Roy. Aide multicritère à la décision : Méthodes et cas. *Economica, Paris*, 1993.
- D. Bouyssou and J.C. Vansnick. “Utilité cardinale” dans le certain et choix dans le risque. *Revue économique*, pages 979–1000, 1990.
- D. Bouyssou and P. Vincke. Ranking alternatives on the basis of preference relations : a progress report with special emphasis on outranking relations. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 6(2) :77–85, 1997.
- D. Bouyssou, T. Marchant, M. Pirlot, P. Perny, and A. Tsoukiàs. *Evaluation and Decision models : A critical perspective*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- D. Bouyssou, P. Vincke, et al. Relations binaires et modélisation des préférences. *Denis Bouyssou, Didier Dubois, Marc Pirlot et Henri Prade, éditeurs : Concepts et Méthodes pour l’Aide à la Décision*, 1, 2003.
- D. Bouyssou, T. Marchant, P. Perny, M. Pirlot, A. Tsoukiàs, and P. Vincke. *Evaluation and decision models with multiple criteria : Stepping stones for the analyst*, volume 86. Springer, 2006.
- JP Brans and P. Vincke. A preference ranking organisation method : the PROMETHEE method for multiple criteria decision-making. *Management science*, 31(6) :647–656, 1985.
- H.C. Breiter, I. Aharon, D. Kahneman, A. Dale, and P. Shizgal. Functional imaging of neural responses to expectancy and experience of monetary gains and losses. *Neuron*, 30(2) :619–639, 2001. ISSN 0896-6273.
- Z. Carmon and D. Ariely. Focusing on the forgone : How value can appear so different to buyers and sellers. *Journal of Consumer Research*, 27(3) : 360–370, 2000.

- Z. Carmon and I. Simonson. Price-quality trade-offs in choice versus matching : New insights into the prominence effect. *Journal of Consumer Psychology*, 7(4) :323–343, 1998.
- S. Chatterjee and T.B. Heath. Conflict and Loss Aversion in Multiattribute Choice : The Effects of Trade-Off Size and Reference Dependence on Decision Difficulty. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 67(2) : 144–155, 1996. ISSN 0749-5978.
- G. Coricelli, R.J. Dolan, and A. Sirigu. Brain, emotion and decision making : the paradigmatic example of regret. *Trends in cognitive sciences*, 11(6) : 258–265, 2007.
- E. Danan. Revealed cognitive preference theory. Technical report, mimeo, Universite de Paris 1, 2003.
- E. Danan and A. Ziegelmeyer. *Are preferences incomplete ? : An experimental study using flexible choices*. Max-Planck-Inst. for Research into Economic Systems, Strategic Interaction Group, 2004.
- B. De Martino, D. Kumaran, B. Seymour, and R.J. Dolan. Frames, biases, and rational decision-making in the human brain. *Science*, 313(5787) :684, 2006.
- G. Debreu et al. Topological methods in cardinal utility theory. *Mathematical methods in the social sciences*, 1959 :16–26, 1960.
- P. Delquié. Inconsistent trade-offs between attributes : New evidence in preference assessment biases. *Management Science*, pages 1382–1395, 1993.
- P. Delquié. “Bi-matching” : A new preference assessment method to reduce compatibility effects. *Management Science*, pages 640–658, 1997.
- P. Delquié. Optimal conflict in preference assessment. *Management Science*, 49(1) :102–115, 2003. ISSN 0025-1909.
- S. Deparis, V. Mousseau, M. Öztürk, C. Huron, and C. Pallier. When conflict induces the expression of incomplete preferences. *European Journal of Operational Research*, 2012. ISSN 0377-2217.

- doi:10.1016/j.ejor.2012.03.041. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712002512>. In Press, Corrected Proof, Available online 2 April 2012.
- L.C. Dias and V. Mousseau. Inferring Electre's veto-related parameters from outranking examples. *European Journal of Operational Research*, 170(1) : 172–191, 2006. ISSN 0377-2217.
- A.T. Duchowski. *Eye tracking methodology : Theory and practice*. Springer-Verlag New York Inc, 2007.
- J. Dyer. MAUT-multiattribute utility theory. *Multiple criteria decision analysis : State of the art surveys*, pages 265–292, 2005.
- W. Edwards and F.H. Barron. SMARTS and SMARTER : Improved simple methods for multiattribute utility measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 60(3) :306–325, 1994. ISSN 0749-5978.
- D. Ellsberg. Risk, ambiguity, and the savage axioms. *The Quarterly Journal of Economics*, pages 643–669, 1961.
- L. Festinger. *Conflict, decision, and dissonance*, volume 3. Stanford Univ Pr, 1964.
- J. Figueira, S. Greco, and M. Ehrgott. *Multiple Criteria Decision Analysis : State of the Art Surveys*. Springer Verlag, Boston, Dordrecht, London, 2005a. URL <http://www.springeronline.com/sgw/cda/frontpage/0,11855,5-165-22-34954528-0,00.html>.
- J. Figueira, V. Mousseau, and B. Roy. Electre methods. *Multiple criteria decision analysis : State of the art surveys*, pages 133–153, 2005b.
- J.R. Figueira, S. Greco, B. Roy, and R. Słowiński. Electre methods : main features and recent developments. *Handbook of Multicriteria Analysis*, pages 51–89, 2010.
- G.W. Fischer. Range sensitivity of attribute weights in multiattribute value models. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 62(3) : 252–266, 1995. ISSN 0749-5978.

- G.W. Fischer and S.A. Hawkins. Strategy compatibility, scale compatibility, and the prominence effect. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 19(3) :580, 1993.
- G.W. Fischer, Z. Carmon, D. Ariely, and G. Zauberan. Goal-based construction of preferences : Task goals and the prominence effect. *Management Science*, pages 1057–1075, 1999.
- G.W. Fischer, M.F. Luce, and J. Jia. Attribute conflict and preference uncertainty : Effects on judgment time and error. *Management Science*, pages 88–103, 2000.
- P.C. Fishburn. Utility theory for decision making. *Wiley*, 1970.
- P.C. Fishburn. *Interval orders and interval graphs*. John Wiley and Sons, 1985.
- T. Gál, T.J. Stewart, and T. Hanne. *Multicriteria decision making : advances in MCDM models, algorithms, theory, and applications*, volume 21. Springer, 1999.
- W.V. Gehrlein. Condorcet’s paradox and the likelihood of its occurrence : different perspectives on balanced preferences. *Theory and decision*, 52(2) : 171–199, 2002.
- C. Gonzales and P. Perny. Gai networks for utility elicitation. *KR04*, pages 224–234, 2004.
- M. Grabisch and C. Labreuche. A decade of application of the choquet and sugeno integrals in multi-criteria decision aid. *4OR : A Quarterly Journal of Operations Research*, 6(1) :1–44, 2008.
- S. Greco, V. Mousseau, and R. Slowinski. Ordinal regression revisited : multiple criteria ranking using a set of additive value functions. *European Journal of Operational Research*, 191(2) :416–436, 2008. ISSN 0377-2217.
- S. Greco, M. Kadzinski, V. Mousseau, and R. Slowinski. ELECTRE<sup>GKMS</sup> : robust ordinal regression for outranking methods. *European Journal of Operational Research*, 2011. ISSN 0377-2217.

- 
- J.D. Greene, L.E. Nystrom, A.D. Engell, J.M. Darley, and J.D. Cohen. The neural bases of cognitive conflict and control in moral judgment. *Neuron*, 44(2) :389–400, 2004.
- S.A. Hawkins. Information processing strategies in riskless preference reversals : The prominence effect. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 1994.
- J.C. Hershey and P.J.H. Schoemaker. Risk taking and problem context in the domain of losses : An expected utility analysis. *Journal of Risk and Insurance*, pages 111–132, 1980.
- J.C. Hershey and P.J.H. Schoemaker. Probability versus certainty equivalence methods in utility measurement : Are they equivalent? *Management Science*, pages 1213–1231, 1985.
- S. Highhouse and M.A. Johnson. Gain/loss asymmetry and riskless choice : Loss aversion in choices among job finalists. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 68(3) :225–233, 1996.
- B.F. Hobbs. A comparison of weighting methods in power plant siting. *Decision Sciences*, 11(4) :725–737, 1980.
- J. Huber, J.W. Payne, and C. Puto. Adding asymmetrically dominated alternatives : Violations of regularity and the similarity hypothesis. *Journal of Consumer Research*, pages 90–98, 1982.
- E. Jacquet-Lagrange and J. Siskos. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making, the UTA method. *European journal of operational research*, 10(2) :151–164, 1982. ISSN 0377-2217.
- B. Jones, B. Radcliff, C. Taber, and R. Timpone. Condorcet winners and the paradox of voting : probability calculations for weak preference orders. *American Political Science Review*, pages 137–144, 1995.
- D. Kahneman. Maps of bounded rationality : Psychology for behavioral economics. *The American economic review*, 93(5) :1449–1475, 2003.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- D. Kahneman and A. Tversky. Prospect theory : An analysis of decision under risk. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pages 263–291, 1979. ISSN 0012-9682.
- D. Kahneman and A. Tversky. Choices, values, and frames. *American psychologist*, 39(4) :341, 1984.
- D. Kahneman, J.L. Knetsch, and R.H. Thaler. Experimental tests of the endowment effect and the coase theorem. *Journal of political Economy*, pages 1325–1348, 1990.
- D. Kahneman, J.L. Knetsch, and R.H. Thaler. Anomalies : The endowment effect, loss aversion, and status quo bias. *The Journal of Economic Perspectives*, 5(1) :193–206, 1991.
- R.L. Keeney and H. Raiffa. *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. J. Wiley, New York, 1976.
- D.J. Koehler and N. Harvey. *Blackwell handbook of judgment and decision making*, volume 3. Wiley-Blackwell, 2004.
- D.H Krantz, R.D Luce, P. Suppes, and A. Tversky. *Foundations of measurement*, volume 1 : Additive and polynomial representations. Academic Press, New York, 1971.
- A. Kühberger, M. Schulte-Mecklenbeck, and J. Perner. Framing decisions : Hypothetical and real. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 89(2) :1162–1175, 2002.
- I.P. Levin, JD Jasper, and W.S. Forbes. Choosing versus rejecting options at different stages of decision making. *Journal of Behavioral Decision Making*, 11(3) :193–210, 1998.
- S. Lichtenstein and P. Slovic. Response-induced reversals of preference in gambling : An extended replication in las vegas. *Journal of Experimental Psychology*, 101(1) :16, 1973.
- Sarah. Lichtenstein and P. Slovic. *The construction of preference*. Cambridge University Press, 2006.

- M.F. Luce. Choosing to avoid : Coping with negatively emotion-laden consumer decisions. *Journal of Consumer Research*, 24(4) :409–433, 1998. ISSN 0093-5301.
- M.F. Luce, J.W. Payne, and J.R. Bettman. Coping with unfavorable attribute values in choice. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 81(2) :274–299, 2000. ISSN 0749-5978.
- R.D. Luce. Semiorders and a theory of utility discrimination. *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, 24(2) :178–191, 1956. ISSN 0012-9682.
- V. Mousseau. *Problèmes liés à l'évaluation de l'importance relative des critères en aide multicritère à la décision : Réflexions théoriques, expérimentations et implementations informatiques*. PhD thesis, 1993.
- V. Mousseau. Eliciting information concerning the relative importance of criteria. *Advances in Multicriteria Analysis, Nonconvex Optimization and its Applications*, pages 17–43, 1995.
- V. Mousseau and J. Méric. Empirical violation of the third alternative independence principle : implications for multicriteria decision aid. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 24(3) :101–117, 1999.
- V. Mousseau and R. Slowinski. Inferring an electre tri model from assignment examples. *Journal of global optimization*, 12(2) :157–174, 1998.
- A. Nagpal and P. Krishnamurthy. Attribute conflict in consumer decision making : The role of task compatibility. *Journal of Consumer Research*, pages 696–705, 2008. ISSN 0093-5301.
- M. Oztürk, A. Tsoukiàs, and Ph. Vincke. Preference modelling. In J. Figueira, S. Greco, and M. Ehrgott, editors, *Multiple Criteria Decision Analysis : State of the Art Surveys*, pages 27–72. Springer Verlag, Boston, Dordrecht, London, 2005. URL <http://www.springeronline.com/sgw/cda/frontpage/0,11855,5-165-22-34954528-0,00.html>.
- J.W. Payne, J.R. Bettman, and E.J. Johnson. *The adaptive decision maker*. Cambridge Univ Pr, 1993. ISBN 0521425263.

- J.W. Payne, J.R. Bettman, and D.A. Schkade. Measuring constructed preferences : Towards a building code. *Journal of Risk and Uncertainty*, 19(1) : 243–270, 1999.
- P. Perny. Modélisation des préférences, agrégation multicritère et systèmes d'aide à la décision. *Habilitation à diriger des recherches, Université Paris 6*, 2000.
- J.C. Pettibone and D.H. Wedell. Examining models of nondominated decoy effects across judgment and choice. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 81(2) :300–328, 2000.
- M. Piattelli-Palmarini. Inevitable illusions. how mistakes of reason rule our minds. *New York : Wiley*, 1, 1994.
- J.B. Pochon, J. Riis, A.G. Sanfey, L.E. Nystrom, and J.D. Cohen. Functional imaging of decision conflict. *Journal of Neuroscience*, 28(13) :3468, 2008.
- V.V. Podinovski. Criteria importance theory. *Mathematical Social Sciences*, 27 :237–252, 1994.
- H. Poincaré. *Science and hypothesis*. Science Press, 1905.
- M. Pöyhönen and R.P. Hämmäläinen. On the convergence of multiattribute weighting methods. *European Journal of Operational Research*, 129(3) :569–585, 2001.
- J. Quiggin. *Generalized expected utility theory : The rank-dependent model*. Springer, 1993.
- M. Regenwetter and C.P. Davis-Stober. Behavioral variability of choices versus structural inconsistency of preferences. *Psychological Review*, 119(2) :408, 2012.
- E.E. Rosinger. Beyond preference information based multiple criteria decision making. *European Journal of Operational Research*, 53(2) :217–227, 1991.
- M. Roubens and Ph. Vincke. *Preference Modeling*. LNEMS 250, Springer Verlag, Berlin, 1985.



- B. Roy. ELECTRE III : un algorithme de classement fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. *Cahiers du CERO*, 20(1) :3–24, 1978.
- B. Roy. *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. Economica Paris, 1985.
- B. Roy. The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. *Theory and Decision*, 31(1) :49–73, 1991.
- B. Roy. Decision science or decision-aid science? *European Journal of Operational Research*, 66(2) :184–203, 1993.
- B. Roy. *Multicriteria methodology for decision aiding*. Number 12. Springer, 1996.
- T.L. Saaty. *Analytic hierarchy process*. Wiley Online Library, 1980.
- A. Salo and R.P. Hämmäläinen. Preference programming. *Manuscript*. (Downloadable at <http://www.sal.hut.fi/Publications/pdf-files/msal03b.pdf>), 2004.
- A. Salo and A. Punkka. Rank inclusion in criteria hierarchies. *European Journal of Operational Research*, 163(2) :338–356, 2005. ISSN 0377-2217.
- A.A. Salo and R.P. Hamalainen. Preference ratios in multiattribute evaluation (PRIME)-elicitation and decision procedures under incomplete information. *Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans, IEEE Transactions on*, 31(6) :533–545, 2001. ISSN 1083-4427.
- W. Samuelson and R. Zeckhauser. Status quo bias in decision making. *Journal of risk and uncertainty*, 1(1) :7–59, 1988.
- A.G. Sanfey, J.K. Rilling, J.A. Aronson, L.E. Nystrom, and J.D. Cohen. The neural basis of economic decision-making in the ultimatum game. *Science*, 300(5626) :1755–1758, 2003.
- L.J. Savage. *The foundations of statistics*. 1954.
- A. Schärliig. *Décider sur plusieurs critères : panorama de l'aide à la décision multicritère*, volume 1. PPUR, 1985.

- W. Schneider, A. Eschman, and A. Zuccolotto. *E-Prime : User's guide*. Psychology Software Incorporated, 2002.
- M. Schweitzer. Disentangling status quo and omission effects : An experimental analysis. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 1994.
- D. Scott and P. Suppes. Foundational aspects of theories of measurement. *The Journal of Symbolic Logic*, 23(2) :113–128, 1958.
- J. Shin and D. Ariely. Keeping doors open : The effect of unavailability on incentives to keep options viable. *Management Science*, pages 575–586, 2004.
- H.A. Simon. A behavioral model of rational choice. *The quarterly journal of economics*, 69(1) :99–118, 1955. ISSN 0033-5533.
- I. Simonson and A. Tversky. Choice in context : Tradeoff contrast and extremeness aversion. *Journal of Marketing Research ; Journal of Marketing Research*, 1992.
- P. Slovic. Choice between equally valued alternatives. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 1(3) :280–287, 1975.
- P. Slovic, D. Griffin, and A. Tversky. Compatibility effects in judgment and choice. *Insights in decision making : a tribute to Hillel J. Einhorn*, page 5, 1990.
- R. Słowiński, S. Greco, and B. Matarazzo. Axiomatization of utility, outranking and decision-rule preference models for multiple-criteria classification problems under partial inconsistency with the dominance principle. *Control and Cybernetics*, 31(4) :1005–1035, 2002.
- K.E. Stanovich and R.F. West. Discrepancies between normative and descriptive models of decision making and the understanding/acceptance principle. *Cognitive Psychology*, 38(3) :349–385, 1999.
- H.P. Stott. Cumulative prospect theory's functional menagerie. *Journal of Risk and Uncertainty*, 32(2) :101–130, 2006.

- P.E. Tetlock and R. Boettger. Accountability amplifies the status quo effect when change creates victims. *Journal of Behavioral Decision Making*, 7(1) : 1–23, 1994. ISSN 1099-0771.
- A. Tsoukiàs. On the concept of decision aiding process : an operational perspective. *Annals of Operations Research*, 154(1) :3–27, 2007.
- A. Tversky and D. Kahneman. The framing of decisions and the psychology of choice. *Science*, 211(4481) :453, 1981.
- A. Tversky and D. Kahneman. Loss aversion in riskless choice : A reference-dependent model. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(4) :1039, 1991.
- A. Tversky and E. Shafir. Choice under conflict : The dynamics of deferred decision. *Psychological Science*, 3(6) :358–361, 1992.
- A. Tversky and I. Simonson. Context-dependent preferences. *Management Science*, pages 1179–1189, 1993.
- A. Tversky, S. Sattath, and P. Slovic. Contingent weighting in judgment and choice. *Psychological review*, 95(3) :371, 1988.
- J.C. Vansnick. On the problem of weights in multiple criteria decision making (the noncompensatory approach). *European Journal of Operational Research*, 24(2) :288–294, 1986. ISSN 0377-2217.
- J. Von Neumann, O. Morgenstern, A. Rubinstein, and H.W. Kuhn. *Theory of games and economic behavior*. Princeton Univ Pr, 2007. ISBN 0691130612.
- R. Von Nitzsch and M. Weber. The effect of attribute ranges on weights in multiattribute utility measurements. *Management Science*, 39(8) :937–943, 1993. ISSN 0025-1909.
- D. von Winterfeldt and W. Edwards. *Decision Analysis and Behavioral Research*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- P.P. Wakker. *Prospect theory : for risk and ambiguity*. Cambridge Univ Pr, 2010. ISBN 0521765013.

- E.U. Weber and O. Coskunoglu. Descriptive and prescriptive models of decision-making : implications for the development of decision aids. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 20(2) :310–317, 1990.
- M. Weber and K. Borchering. Behavioral influences on weight judgments in multiattribute decision making. *European Journal of Operational Research*, 67(1) :1–12, 1993. ISSN 0377-2217.
- D.H. Wedell. Distinguishing among models of contextually induced preference reversals. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition*, 17(4) :767, 1991.
- M.C. Willemsen and G. Keren. The meaning of indifference in choice behavior : Asymmetries in adjustments embodied in matching. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 90(2) :342–359, 2003.
- C.E. Zsombok and G.A. Klein. *Naturalistic decision making*. Lawrence Erlbaum, 1997.
- S. Zysset, C.S. Wendt, K.G. Volz, J. Neumann, O. Huber, and D.Y. Von Cramon. The neural implementation of multi-attribute decision making : A parametric fMRI study with human subjects. *NeuroImage*, 31(3) :1380–1388, 2006. ISSN 1053-8119.