



**HAL**  
open science

# Rôle des paramètres matériaux et structuraux dans l'homogénéisation numérique des composites C/C. Cas des sollicitations tribologiques de freinage

Coumba Mbodj

► **To cite this version:**

Coumba Mbodj. Rôle des paramètres matériaux et structuraux dans l'homogénéisation numérique des composites C/C. Cas des sollicitations tribologiques de freinage. Autre. INSA de Lyon, 2011. Français. NNT : 2011ISAL0028 . tel-00743548

**HAL Id: tel-00743548**

**<https://theses.hal.science/tel-00743548>**

Submitted on 19 Oct 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

## **Rôle des paramètres matériaux et structuraux dans l'homogénéisation numérique des composites C/C** *Cas des sollicitations tribologiques de freinage*

Présentée devant

**I'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

pour obtenir

**le GRADE DE DOCTEUR**

École doctorale :

**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

Spécialité :

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

par

**Coumba MBODJ**

Thèse soutenue le jour mois année devant la Commission d'examen

### **Jury**

P. ALART	Professeur	Examineur
P. BOISSE	Professeur	Examineur
A. ELEÛD	Professeur	Rapporteur
Y. MONERIE	Ingénieur de Recherches HDR	Rapporteur
L. BAILLET	Professeur	Invité
P. JACQUEMARD	Docteur-Ingénieur	Invitée
M. RENOUF	Chargé de Recherches	Directeur de thèse
Y. BERTHIER	Chargé de Recherches	Directeur de thèse

LaMCoS - UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon  
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)



**INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quadriennal  
2007-2010**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://sakura.cpe.fr/ED206">http://sakura.cpe.fr/ED206</a>  M. Jean Marc LANCELIN  Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/eea">http://www.insa-lyon.fr/eea</a> M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 - Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a>  M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ</b>  Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> M. Alain MILLE	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 <a href="mailto:infomaths@bat710.univ-lyon1.fr">infomaths@bat710.univ-lyon1.fr</a> - <a href="mailto:alain.mille@liris.cnrs.fr">alain.mille@liris.cnrs.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b>  M. Jean Marc PELLETIER  Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 <a href="mailto:Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr">Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b>  M. Jean Louis GUYADER  Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 <a href="mailto:mega@lva.insa-lyon.fr">mega@lva.insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b>  M. OBADIA Lionel  Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 <a href="mailto:Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr">Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



# Remerciements



# Résumé

Le comportement des composites carbone/carbone (C/C) lors du freinage reste un problème très complexe, dû aux forts couplages entre les différentes échelles et les différents phénomènes physiques mis en jeu. Afin d'isoler les effets mécaniques sur le comportement tribologique des composites C/C et de mettre en évidence le rôle des différentes échelles de leur structure, un modèle numérique existant, basé sur la méthode des éléments finis, est utilisé pour simuler un VER du composite à l'échelle mésoscopique frottant sur une surface rigide. A cette échelle, le matériau est décrit par une matrice en carbone et des "paquets" de fibres de carbone appelés torons, perpendiculaires à la surface frottante. Afin d'assurer la représentativité des résultats, plusieurs modèles hétérogènes aléatoires sont étudiés. Ensuite, en vue de passer à l'échelle macroscopique (disque de frein complet), une technique d'homogénéisation est utilisée afin de déterminer un modèle homogène équivalent.

Pour cela, la stratégie retenue compare les résultats obtenus avec les modèles hétérogènes à ceux obtenus avec le modèle homogène. Sous certaines conditions de pressions imposées, les modèles hétérogènes présentent des régimes de vibrations différents les uns des autres et par conséquent différents de celui du modèle homogène. Ces différences proviennent des conditions de contact (rigidité) et/ou de la répartition des torons dans la structure. L'étude des différents régimes de vibrations a mis en évidence que si la rigidité au contact influence le comportement d'un modèle hétérogène, elle n'influence pas le regroupement de comportements des modèles hétérogènes. Ces regroupements sont caractérisés par le taux surfacique des torons à la surface de contact. Par conséquent, les différents comportements sont liés à la distribution des torons proches de la surface frottante.

Afin d'être encore plus représentatif du problème de freinage, la même étude est menée avec un contact entre deux composites en prenant ou non en compte les porosités. Il est ainsi mis en évidence que l'augmentation des contraintes maximales est localisée principalement dans les torons présents à la surface frottante. Ces fortes localisations de contraintes peuvent avoir pour conséquence l'endommagement des torons ce qui induit la dégradation de la surface frottante jusqu'aux détachements de particules. Ces conclusions rejoignent les observations expérimentales.

**MOTS CLÉS:** Tribologie numérique, éléments finis, composites, homogénéisation, dynamique non-linéaire, frottement





# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Etude Bibliographique</b>	<b>5</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	8
1.2 Contexte Industriel . . . . .	8
1.3 Contexte Tribologique . . . . .	10
1.3.1 Notion de tribologie . . . . .	10
1.3.2 Tribologie des Composites C/C . . . . .	11
1.4 De la structure des composites C/C vers leur modélisation . . . . .	13
1.4.1 Description du matériau composite C/C . . . . .	13
1.5 Conclusions . . . . .	16
<b>2 Modélisation numérique des composites C/C sous conditions dynamiques de contact frottant</b>	<b>17</b>
2.1 Introduction . . . . .	19
2.2 Approches multi-échelles : homogénéisation . . . . .	19
2.2.1 Le Volume Élémentaire Représentatif . . . . .	20
2.2.2 Séparation d'échelles . . . . .	20
2.2.3 Techniques d'homogénéisation . . . . .	21
2.2.4 Conclusion . . . . .	25
2.3 Représentation du Matériau C/C à l'échelle mésoscopique . . . . .	25
2.3.1 Mise en place des morphologies à l'échelle mésoscopique . . . . .	27
2.3.2 Mise en place du modèle homogène équivalent . . . . .	27
2.4 Présentation des équations mécaniques et du modèle numérique . . . . .	27
2.4.1 Présentation des équations mécaniques . . . . .	28

2.4.2	Formulation variationnelle . . . . .	29
2.4.3	Discrétisation spatiale . . . . .	30
2.4.4	Intégration temporelle . . . . .	31
2.4.5	Algorithmes de gestion du contact . . . . .	34
2.4.6	Lois de frottement . . . . .	36
2.4.7	Présentation des modèles numériques . . . . .	40
2.5	Comportements dynamiques du composite C/C . . . . .	41
 <b>II Extension des Modèles Numériques des Composites C/C</b>		<b>43</b>
<b>3</b>	<b>Caractérisation des comportements tribologiques</b>	<b>45</b>
3.1	Introduction . . . . .	47
3.2	Influence du “contraste” des propriétés élastiques au contact . . . . .	47
3.2.1	Mise au point des modèles numériques . . . . .	47
3.2.2	Analyse dynamique avec contact frottant . . . . .	49
3.2.3	Conclusions . . . . .	57
3.3	Influence de la mésostructure du matériau : effets des torons . . . . .	59
3.3.1	Technique de seillage . . . . .	59
3.3.2	Effet de la géométrie des morphologies . . . . .	60
3.3.3	Effets de la distribution des contraintes maximales . . . . .	61
3.4	Discussions et conclusions . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Modélisation de contact entre deux composites C/C</b>	<b>65</b>
4.1	Introduction . . . . .	67
4.2	Influence de la répartition des torons . . . . .	67
4.2.1	Mise en place des modèles . . . . .	67
4.2.2	Cas de référence : modèle homogène / modèle homogène . . . . .	68
4.2.3	Contact entre morphologies et modèle homogène équivalent . . . . .	70
4.2.4	Contact entre deux morphologies . . . . .	76
4.2.5	Etude paramétrique de $\mu, \kappa$ . . . . .	83
4.2.6	Conclusions . . . . .	88
4.3	Prise en compte des porosités . . . . .	88
4.4	Vers une tentative de validation expérimentale . . . . .	92
4.5	Conclusions . . . . .	96
 <b>III Conclusions et perspectives</b>		<b>99</b>
<b>Conclusions et Perspectives</b>		<b>101</b>

<b>IV Annexe</b>	<b>107</b>
<b>Composites à microstructure régulière</b>	<b>109</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>129</b>



# Table des figures

1.1	Frein carbone de l'A300-600 : puits de chaleur (a) et schéma du système multi-disques du frein (b) . . . . .	9
1.2	Illustration du triplet tribologique . . . . .	11
1.3	Mécanisme contenant (a) l'atterrisseur d'un Airbus A380 et (b) un puits de chaleur d'un Airbus A340 . . . . .	12
1.4	Fibre de carbone entourée de sa gaine de matrice [ROL 07] . . . . .	14
1.5	Schéma de la disposition des strates et des torons dans le matériau . . . . .	15
1.6	Frein aéronautique (crédit Messier-Bugatti) . . . . .	15
2.1	Modèle de matériau hétérogène avec des fractions volumiques d'hétérogénéités $v_h$ et de matrice $v_m$ . . . . .	21
2.2	Evolution du module d'Young homogénéisé $E_{homo}$ en fonction de la fraction volumique d'hétérogénéités $v_h$ en utilisant les bornes de Voigt, Reuss et Hashin-Strickman [HAS 63]. Ces estimations sont valables pour tout modèle de matériau hétérogène isotrope dans lequel le module d'Young des hétérogénéités vaut 100 <i>GPa</i> et celui de la matrice 10 <i>GPa</i> . . . . .	22
2.3	Conditions aux limites homogènes : (a) déformations homogènes au contour et (b) contraintes homogènes au contour . . . . .	24
2.4	Valeurs moyennes et intervalles de confiance du module de compressibilité $k^{app}$ en fonction de la taille du VER pour une fraction volumique d'hétérogénéités de 70%. Le contraste du module d'Young entre hétérogénéités et matrice est de 100. Les conditions aux limites homogènes en déformations ("KUBC" (Kinematic Uniform Boundary Conditions)), homogènes en contraintes ("SUBC" (Static Uniform Boundary Conditions)) et périodiques ("PERIODIC") sont considérées. Pour la clarté les barres d'erreurs sont légèrement décalées autour des différentes tailles de VER étudiées [KAN 03] . . . . .	25
2.5	Modélisation du matériau : (a) portion du matériau réel, (b) identification des torons, (c) composite biphasique constitué d'une matrice et de torons . . . . .	26
2.6	Schéma d'un corps déformable $\Omega$ soumis à des champs de déplacement, de force et en contact avec une surface rigide . . . . .	28
2.7	Illustration de la discrétisation spatiale du domaine $\Omega$ par éléments finis quadrangles . . . . .	30
2.8	Représentations graphiques de la loi de Coulomb . . . . .	37

2.9	Représentation graphique de la loi de Coulomb à coefficient de frottement statique et dynamique . . . . .	37
2.10	Évolution de la contrainte tangentielle après un saut sur la contrainte normale pour deux lois de frottement différentes . . . . .	39
2.11	Géométrie réelle simplifiée du pion et le modèle par éléments finis . . . . .	40
3.1	Illustration des quatre morphologies étudiées . . . . .	48
3.2	Modèle hétérogène frottant sur une surface déformable (acier) . . . . .	49
3.3	Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles au cours de la simulation (a) et zoom lors du régime établi (b) . . . . .	52
3.4	Spectre fréquentiel du coefficient de frottement global pour une pression de 0.5 MPa . . . . .	53
3.5	Evolution temporelle du coefficient de frottement global pour une pression de 0.5 MPa pour le contact déformable/rigide (a) et le contact déformable/déformable	54
3.6	Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles pour une pression de 1 MPa (a) et zoom dans le régime établi (b) . . . . .	56
3.7	Spectre fréquentiel du coefficient de frottement global pour une pression de 1 MPa . . . . .	57
3.8	Evolution temporelle du coefficient de frottement global pour une pression de 1 MPa pour le contact déformable/rigide (a) et le contact déformable/déformable (b) . . . . .	58
3.9	binarisation des images des morphologies en niveau de gris . . . . .	60
3.10	Variation de la hauteur pour calculer le taux surfacique des torons . . . . .	61
3.11	a) Variation du taux surfacique de torons dans les morphologies et b) fenêtre de hauteur $h$ . . . . .	61
3.12	Test de cisaillement numérique en statique . . . . .	62
3.13	Champ de contraintes de cisaillement : (a) image originale et (b) image binarisée en niveau de gris . . . . .	62
3.14	Variation du taux surfacique de contraintes maximales dans les morphologies . . . . .	63
3.15	Champ des contraintes de cisaillement maximale obtenu après un temps de simulation de 5 ms et pour une pression de 1 MPa : (a) morphologie 1 et (b) morphologie 2 . . . . .	63
4.1	Modèle de contact entre deux composites (exemple de contact entre la morphologie 1 et la morphologie 1) . . . . .	68
4.2	(a) Evolution temporelle et (b) spectre fréquentiel du coefficient de frottement global du modèle homogène équivalent . . . . .	69
4.3	Spectrogramme de l'évolution temporelle du coefficient de frottement global . . . . .	70

4.4	Enveloppe de l'évolution temporelle du coefficient de frottement global dans le cas d'un contact entre morphologie et modèle homogène équivalent pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500$ ns . . . . .	71
4.5	Energie interne emmagasinée au cours de la simulation . . . . .	73
4.6	Profils du taux de glissement à la surface de contact pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500$ ns . . . . .	73
4.7	localisation des contraintes maximales à la surface de contact des modèles pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500$ ns . . . . .	74
4.8	Champ de contrainte de cisaillement maximale des morphologies 3 et 4 à $t = 5$ ms pour une pression de 0.5 MPa, $\mu = 0.25$ et $\kappa = 1500$ ns . . . . .	75
4.9	Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles dans le cas de contact entre deux morphologies pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500$ ns . . . . .	77
4.10	Energie interne des différents modèles pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500$ ns . . . . .	78
4.11	a) Augmentation d'énergie interne et b) localisation des contraintes de cisaillement maximales à $t = 1.15$ ms dans le modèle 1 <sub>1</sub> . . . . .	79
4.12	Comparaison de la position des corps au champ de contrainte de cisaillement maximale à $t = 1.15$ ms . . . . .	79
4.13	Parallèle entre la propagation des ondes dans le modèle 1 <sub>1</sub> et l'apparition des perturbations sur l'évolution temporelle de $\mu_{global}$ . . . . .	80
4.14	Evolution temporelle de $\mu_{global}$ des cas de modèles $i_j$ avec $i \neq j$ pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500$ ns . . . . .	81
4.15	Comparaison des contraintes maximales localisées en surface de contact des morphologies 1 et 2 dans les deux cas de contact entre composites . . . . .	82
4.16	Comparaison des énergies internes cumulées des morphologies dans les deux cas de contact entre composites pour un chargement de 1 MPa. . . . .	83
4.17	Energie interne cumulée pour les modèles 1 <sub>1</sub> et 2 <sub>2</sub> pour une pression de 0.5 MPa, une vitesse de glissement de 2 m/s, un temps de régularisation de 1500 ns . . . . .	85
4.18	Coefficient directeur de l'énergie interne cumulée en fonction du coefficient de frottement local pour les modèles 1 <sub>1</sub> et 2 <sub>2</sub> pour une pression de 0.5 MPa, une vitesse de glissement de 2 m/s, un temps de régularisation de 1500 ns . . . . .	85
4.19	Variation de l'énergie interne (a) et l'énergie interne cumulée (b) de la morphologie 1 pour différents temps de régularisation pour un jeu de données ( $P=0.5$ MPa, $\mu_{local} = 0.25$ et $V=2$ m/s) . . . . .	87



## Table des figures

---

4.20	Modèle numérique après introduction des porosités . . . . .	89
4.21	Profils de taux d'instabilités des surfaces de contact . . . . .	90
4.22	Comparaison des contraintes maximales localisées en surface de contact pour les modèles 1 <sub>1</sub> et 2 <sub>2</sub> dans les cas avec et sans porosités . . . . .	91
4.23	Comparaison des énergies emmagasinées par les modèles avec et sans porosités . . . . .	92
4.24	Eprouvettes (Disque et pion) utilisées . . . . .	93
4.25	Coefficient de frottement mesuré au cours des essais des différents pions .	94
4.26	Rayures observées sur la surface de contact des pions 2 et 3 (flèches rouges)	95
4.27	Présence de matrice dégradée sur la surface de contact des pions 2 et 3 . .	95
4.28	Fissure de la matrice dégradée sur la surface de contact des pions 2 et 3 .	95
4.29	Illustration d'une cellule élémentaire de composite à mésostructure régulière et une cellule de base . . . . .	110
4.30	Algorithme général . . . . .	112
4.31	Cellule de base de l'ensemble des 5 morphologies . . . . .	113
4.32	Exemple d'un VER périodique utilisant la cellule de base n°1 . . . . .	114
4.33	Conditions limites type BC1 (a) et type BC2 (b). . . . .	117
4.34	Erreur relative des modèles du VER constitué de 4 par 4 cellules de base pour les 20 premiers modes propres . . . . .	119
4.35	Erreur relative des modèles du VER constitué de 5 par 5 cellules de base pour les 20 premiers modes propres . . . . .	120
4.36	Evolution temporelle du coefficient de frottement global des différents modèles du VER pour $n = 5$ (a) et $n = 6$ (b) cellules de base et zoom dans le régime établi, pour une pression égale à 0.5 MPa, un coefficient de frottement $\mu$ imposé localement égal à 0.25 et un temps de régularisation $\kappa$ égal à 1500 ns . . . . .	121
4.37	a) Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles du VER pour $n = 7$ cellules de base et b) zoom dans le régime établi, pour une pression égale à 0.5 MPa, un coefficient de frottement $\mu$ imposé localement égal à 0.25 et un temps de régularisation $\kappa$ égal à 1500 ns . . . . .	122
4.38	Profils des taux d'instabilités des différents modèles . . . . .	124
4.39	Contraintes normales maximales à la surface de contact des différents modèles au cours de la simulation . . . . .	125
4.40	Valeurs moyennes de l'évolution du coefficient de frottement global pour : a) différentes pressions ( $P=[0.5 ; 0.75 ; 1]$ MPa) et b) différentes valeurs de $\mu$ ( $\mu = [0.1; 0.25; 0.5]$ ) imposées à l'interface de contact . . . . .	126

# Liste des tableaux

1.1	Propriétés élastiques des fibres et de la matrice carbone suivant le repère donné dans la figure 1.4 [DOU 00] . . . . .	14
2.1	Propriétés élastiques des torons et de la matrice . . . . .	26
3.1	Données géométriques des modèles . . . . .	48
3.2	Valeur moyenne du coefficient de frottement global des modèles pour une pression de 0.5 MPa . . . . .	51
3.3	Tableau récapitulatif des comportements dynamiques pour $P = 0.5 \text{ MPa}$ .	53
3.4	Tableau récapitulatif des comportements dynamiques pour $P = 1 \text{ MPa}$ . .	57
4.1	Valeur moyenne du coefficient de frottement global dans le cas d'un contact entre morphologie et modèle homogène équivalent pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500 \text{ ns}$ . . . . .	72
4.2	Taux d'instabilités moyen à la surface de contact pour un contact entre morphologie/modèle homogène équivalent pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500 \text{ ns}$ . . . . .	73
4.3	Résultats du modèle 1 <sub>1</sub> . . . . .	84
4.4	Résultats du modèle 2 <sub>2</sub> . . . . .	84
4.5	Etude avec différents temps de régularisation du modèle 1 <sub>1</sub> . . . . .	86
4.6	Tableau récapitulatifs des résultats pour $P = 0.5 \text{ MPa}$ , $\mu = 0.25$ et $\kappa = 1500 \text{ ns}$ . . . . .	90
4.7	Densité de torons à la surface des différents pions . . . . .	93
4.8	Matrice de raideur effective des modèles issus du VER constitué de $4 \times 4$ cellules de base . . . . .	118
4.9	Matrice de raideur effective des modèles issus du VER constitué de 5 par 5 cellules de basse . . . . .	119
4.10	Valeur moyenne du coefficient de frottement des modèles du VER de taille $n = 5$ et $n = 6$ , pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500 \text{ ns}$ .	122

4.11	Valeur moyenne du coefficient de frottement des modèles du VER pour $n = 7$ cellules de base, pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500 \text{ ns}$ . . .	123
4.12	Taux d'instabilités moyen à la surface de contact des différents modèles pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local $\mu = 0.25$ et un temps de régularisation de $\kappa = 1500 \text{ ns}$ . . . . .	123
4.13	Tableau récapitulatif des morphologies qui convergent vers le modèle homogène équivalent . . . . .	127

# Introduction générale

Les matériaux composites Carbone/Carbone (C/C) ont fait leur apparition dans la fabrication des disques de frein d'avions au cours des années 70. L'industrie aéronautique a su tirer profit de leur performance, ce qui leur vaut une utilisation croissante sur le marché du freinage aéronautique. En effet, la faible masse volumique du matériau permet un gain de masse de près de 50% par rapport aux matériaux métalliques utilisés jusqu'alors. De plus, leurs propriétés thermomécaniques exceptionnelles leur permettent de supporter de hautes températures ( $> 2000^{\circ}\text{C}$ ) sans dégradation de leurs propriétés mécaniques, même si ces dernières peuvent être toutefois altérées. Même s'ils sont la meilleure solution technologique actuelle pour le freinage aéronautique, les matériaux composites C/C présentent néanmoins un comportement singulier vis-à-vis de l'usure. En effet lors de freinages à hautes énergies (freinages continus pour l'atterrissage où les freins peuvent absorber chacun jusqu'à 80MJ pour l'A300-600, soit environ 2.2MJ par kilogramme de matériau), l'usure n'est pas importante. Lors de "taxiages", i.e. freinages effectués lors de manoeuvres au sol pour amener l'avion sur la piste de décollage ou sur l'aire de débarquement, l'usure est plus importante.

Afin de comprendre le mécanisme d'usure des disques de freins en composite C/C, de nombreuses études expérimentales, utilisant des tribomètres en configuration pion/disque et disque/disque, ont été menées durant ces dernières années [GOU 04b, FRA 07, KAS 07]. Même si des avancées ont été faites dans la compréhension de certains phénomènes, le comportement des composites C/C lors du freinage reste encore un problème très complexe, dû notamment aux forts couplages entre les différentes échelles et les différents phénomènes physiques qui interviennent lors de ce processus.

Le problème lié au couplage d'échelles est double. Il vient dans un premier temps des différentes échelles présentes dans le système mécanique complet d'un atterrisseur contenant le frein ; dont l'échelle du mécanisme global qui l'atterrisseur, l'échelle des différents composants de ce dernier ou encore l'échelle des interfaces entre les disques, en référence au triplet tribologique [GOD 84, BER 90]. Le problème lié au couplage d'échelles vient ensuite des différentes échelles de la structure du matériau composite C/C utilisé. En effet, le composite est constitué d'une matrice en pyrocarbone renforcée par des fibres en carbone. Elles sont disposées en strates et densifiées par des paquets de fibres de carbone, appelés **torons**, perpendiculaires aux strates dont la rigidité est plus importante que celle d'une simple fibre. Du fait de cette structure, trois échelles caractéristiques du composite peuvent être distinguées : une échelle macroscopique

caractérisant le disque dans son ensemble, une échelle microscopique qui est celle des fibres et une échelle intermédiaire, appelée mésoscopique, représentant un certain volume élémentaire représentatif (**VER**) du composite. Le choix du VER dépend, d'une part, des longueurs caractéristiques des torons, et d'autre part du type de sollicitations auquel le matériau est soumis.

En plus des problèmes multi-échelles, il y a l'existence de problèmes multi-physiques. Cette dernière est due aux différents phénomènes mis en jeu, notamment les effets mécaniques (frottements, vibrations,...), les effets thermiques (variation importante de la température) et les effets physico-chimiques (perte de masse par oxydation). Pour illustrer ce couplage, Awasthi et al. [AWA 88] ont montré, dans leurs travaux, une transition rapide du coefficient de frottement qui passe d'une valeur faible (0.15) à des valeurs plus élevées (0.3 à 0.4) dans des conditions de freinages.

Cependant, même si le matériau a un comportement multi-échelles et multi-physiques et que certains auteurs [KAS 07] ont montré récemment que l'investigation simultanée des différents phénomènes est nécessaire afin de comprendre ce comportement singulier, il est important de comprendre et de déterminer le rôle de chacun. Pour cela dans le contexte de la tribologie numérique [BAI 05a, REN 10], des outils numériques ont été développés et utilisés pour contrôler le rôle et l'influence des différentes échelles et physiques, ainsi que si possible, leurs différentes interactions. De plus, contrairement aux essais expérimentaux, les outils numériques offrent la possibilité d'observer le comportement de l'interface de contact durant le processus dynamique.

Afin d'isoler et d'identifier les effets mécaniques pouvant agir sur l'initialisation du mécanisme d'usure des composites C/C, un modèle numérique a été développé [PEI 08] pour simuler un pion en composite C/C à l'échelle mésoscopique frottant sur un disque rigide. Pour assurer la représentativité de la structure du matériau, des modèles hétérogènes aléatoires, appelés morphologies, ont été utilisés. Cependant l'utilisation de modèles hétérogènes pour ce type de simulation peut conduire à des temps de calculs prohibitifs. Même si une partie du temps de calcul peut être réduit grâce aux capacités de calcul actuelles, une autre partie peut être réduite en ayant recours à des techniques d'homogénéisation, largement utilisées dans l'étude des matériaux composites pour obtenir un modèle homogène moyen [ALA 98, FEY 00, BOR 01, BAR 03]. Ainsi les premières simulations ont permis de relier les régimes d'instabilités [PEI 07] aux morphologies. Les régimes d'instabilités sont à l'origine de vibrations locales dues à la dynamique locale au contact. Cependant sous certaines sollicitations, elles s'avèrent avoir des régimes d'instabilités différents et par conséquent différents aussi du comportement du modèle homogène moyen.

Dans ce contexte, ce travail se place dans la continuité directe des travaux de thèse de G. Peillex [PEI 07]. L'objectif ici est d'une part de comprendre le comportement mécanique du composite C/C, en particulier de déterminer l'origine des différents régimes d'instabilités et d'autre part de déterminer le rôle des paramètres significatifs du matériau sur son comportement tribologique. Pour cela, le modèle numérique initial

[PEI 07], est étendu à un modèle numérique de contact entre deux composites afin d'évoluer vers un modèle de contact plus proche d'un contact réel et une nouvelle approche d'homogénéisation sous sollicitations tribologiques est mise en place. Par conséquent, ce mémoire de thèse est divisé en trois parties.

La **première partie** présente l'acquis sur le comportement tribologique des composites C/C et comporte trois chapitres. Le **chapitre 1** propose un état de l'art sur l'utilisation des composites C/C dans les applications industrielles notamment dans la fabrication des disques de freins aéronautiques, une description des approches multi-échelles utilisées pour l'étude des matériaux hétérogènes, une description des différentes échelles du matériau, et enfin, une introduction à la tribologie numérique. Le **chapitre 2** présente la mise en place de la méthode numérique utilisée pour la résolution du problème de contact entre deux corps, aussi bien d'un point de vue global (échelle du VER) que local (échelle des torons) pour lesquels la loi de frottement imposée est détaillée. Les premiers travaux de modélisation du comportement dynamique des composites C/C frottant sur une surface rigide sont résumés ainsi que les premières observations qui en découlent et les solutions qu'elles proposent (objet des deux parties suivantes).

La **deuxième partie** qui est dédiée à la première solution concerne l'extension des modèles numériques utilisés. Elle aborde la modélisation des composites en contact, et est divisée en deux chapitres. Le **chapitre 3** expose la caractérisation des différents comportements tribologiques du composite C/C. Dans une première étude, les effets de la rigidité sont étudiés afin de déterminer leur influence sur la réponse mécanique du matériau. Pour cela, un contact entre un composite et un autre matériau déformable (type acier) est étudié avec différents cas de chargements. Les résultats sont présentés ainsi que leurs comparaisons par rapport à ceux obtenus avec un contact entre composite et disque rigide. Ensuite dans une seconde étude, les effets de la distribution des torons, paramètres déterminants de l'architecture du matériau, sont mis en évidence. Le **chapitre 4** aborde l'extension du modèle numérique vers un contact plus "réaliste" c'est-à-dire plus proche d'un contact entre deux composites, ainsi que la prise en compte des porosités du matériau. Dans un premier temps une étude paramétrique effectuée sur un composite sans porosité est présentée. Puis dans un deuxième temps, le cas de composite avec porosité est mis en place, afin de mettre en évidence leur rôle sur la réponse mécanique du matériau.

La **troisième partie** est consacrée à la mise en place d'une nouvelle approche d'homogénéisation sous sollicitations tribologiques. Cette partie soulève le problème de l'homogénéisation au niveau du contact. L'homogénéisation est appliquée sur des composites à structure régulière. Cette dernière permet ainsi d'optimiser les modèles du matériau en contrôlant la distribution des torons dans le volume, ainsi que leur répartition au niveau du contact. Pour garder une cohérence dans la lecture du manuscrit, cette dernière partie purement numérique, est mise en Annexe.

Enfin pour conclure ce travail, l'ensemble des résultats obtenus est synthétisé et discuté. Les nouvelles données apportées pour la compréhension du comportement tribologique des composites C/C seront exposées ainsi que les principales perspectives aussi bien d'un point de vue numériques, physiques et qu'industrielles.

# **Première partie**

## **Etude Bibliographique**





# Chapitre 1

## État de l'art

*Ce premier chapitre présente un "état de l'art" de l'utilisation des composites dans l'industrie et plus particulièrement, les composites carbone/carbone (C/C) utilisés en freinage aéronautique. Le contexte scientifique des travaux de cette thèse est aussi présenté avec l'introduction des différentes notions souvent utilisés dans les problèmes tribologiques. Enfin, la description du composite C/C, ainsi que les modélisations qui sont utilisées dans les études des problèmes tribologiques, seront exposées.*

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>1.2</b>	<b>Contexte Industriel</b>	<b>8</b>
<b>1.3</b>	<b>Contexte Tribologique</b>	<b>10</b>
1.3.1	Notion de tribologie	10
1.3.2	Tribologie des Composites C/C	11
<b>1.4</b>	<b>De la structure des composites C/C vers leur modélisation</b>	<b>13</b>
1.4.1	Description du matériau composite C/C	13
<b>1.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>16</b>

---

### 1.1 Introduction

L'utilisation des matériaux composites est devenue une alternative dans de nombreuses applications liées à différents secteurs industriels (automobile, aéronautique, aérospatiale, ...).

Un matériau composite se définit comme un assemblage d'au moins deux matériaux non miscibles, de nature différente et complémentaire, ayant une forte capacité d'adhésion l'un par rapport à l'autre pour donner naissance à un nouveau matériau hétérogène possédant des performances globales supérieures à celles des composants pris individuellement. Du fait des hautes performances (très bonnes résistances) et la légèreté que présentent certains composites, ils ont remplacé beaucoup de matériaux classiques (métaux) largement utilisés jusqu'alors dans l'industrie aéronautique. Ces matériaux composites sont constitués d'une ossature, appelée renfort, qui assure la tenue mécanique et d'une protection, appelée matrice, qui assure la cohésion de la structure et transmet les sollicitations vers le renfort. Les composites carbone/carbone, dit C/C, utilisés dans la fabrication des disques de frein aéronautique, sont originaux du fait que le renfort fibreux et la matrice sont tous les deux en carbone mais de structure complètement différente.

Le problème du freinage aéronautique est un phénomène complexe présentant de forts couplages aussi bien entre les différents phénomènes physiques (mécaniques, thermiques, et physico-chimiques) qu'entre les différentes échelles (échelles du mécanisme global, échelles des différents composants, échelles du matériau, ...). Lors des freinages, les composites C/C présentent un comportement singulier vis-à-vis du frottement et de l'usure. En effet, lors des freinages à très énergétiques (atterrissage) l'usure est faible, alors que lors des freinages peu énergétiques ("taxiage") l'usure est importante. Dans l'objectif de comprendre ce comportement, une étude des matériaux composites C/C sous sollicitations tribologiques est réalisée. Dans cette optique, les contextes industriels et tribologiques des composites C/C sont exposés dans ce chapitre. Ensuite, les différentes échelles du composite C/C sont décrites, et enfin une revue bibliographique sur les modélisations tribologiques sera présentée.

### 1.2 Contexte Industriel

Les matériaux composites offrent à diverses industries de nouvelles possibilités telles que l'association des fonctions, des formes et des matériaux pour la réalisation de systèmes de plus en plus performants. De nouveaux processus de conception, d'industrialisation et de fabrication permettent d'étendre les possibilités techniques, et ainsi de mieux satisfaire des besoins parfois contradictoires (poids, résistances,...) auxquels les matériaux classiques (métaux) ne peuvent pas répondre.

Deux types de composites peuvent être distingués suivant la nature des constituants qui les composent (matrice et renforts) : les composites "grande diffusion" (GD) et les composites "haute performance" (HP).

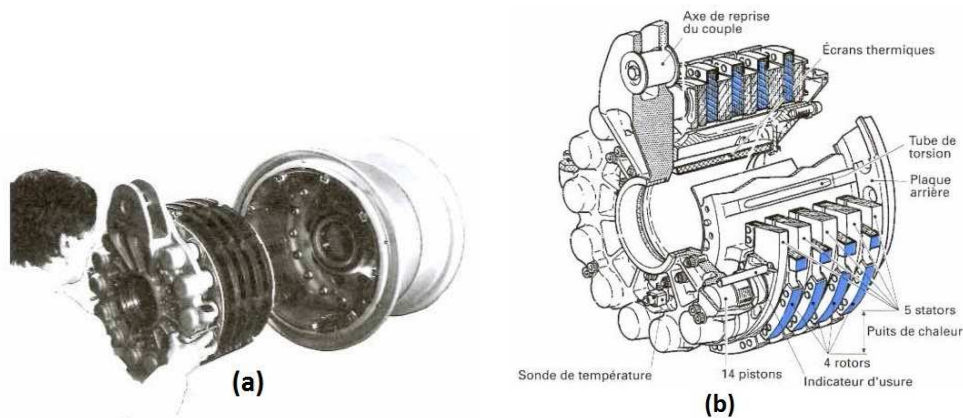
Les composites "GD" sont largement utilisés dans les applications de l'industrie auto-

mobile. Par exemple, l'habitacle d'un véhicule est constitué essentiellement de matériaux polymères et autres composites qui représentent à eux seul 50% de la quantité utilisée dans un véhicule tant en Europe qu'aux États-Unis.

Les composites "HP" se distinguent des composites "GD" par leurs meilleures propriétés mécaniques (rigidité et résistance à la traction) et, en contre partie, par leur coût plus élevé. Ils sont dédiés principalement, en particulier les composites thermostructuraux, aux secteurs de l'aéronautique et de l'aérospatiale. Ils sont constitués de fibres et de matrice en carbone ou en céramique.

Parmi les différents composites présents dans l'aéronautique, les composites C/C sont un des plus répandus. Du fait de leurs propriétés thermomécaniques remarquables, pouvant supporter de hautes températures sans dégradations de leurs propriétés mécaniques, et de leurs faibles densités, les composites Carbone/Carbone (C/C), constitués de fibres et de matrice en carbone, ont été conçus initialement pour les applications spatiales notamment pour la fabrication des tuyères des moteurs-fusées. Dans les années 70, ils sont tout d'abord utilisés dans la fabrication des disques de frein d'avions militaires. Il faudra attendre le milieu des années 80 pour voir les premiers avions civils dotés de disques de frein en composite C/C, notamment le Concorde.

Les disques de frein en composite C/C sont aujourd'hui la meilleure solution technologique pour assurer le freinage aéronautique dit à haute énergie en relation avec la quantité d'énergie qu'ils peuvent absorber (jusqu'à  $80MJ$  par frein pour l'A300-600, soit environ  $2.2MJ$  par kg de matériau). Les disques de frein (cf. figure 1.1), en général au nombre de 8 à 10 sur les avions, sont empilés les uns sur les autres constituant un *puits de chaleur*.



**FIGURE 1.1:** Frein carbone de l'A300-600 : puits de chaleur (a) et schéma du système multi-disques du frein (b)

Dans ce système, une moitié des disques est solidaire de la roue et tourne avec elle : ce sont les rotors. L'autre moitié des disques est solidaire de l'avion par l'intermédiaire de l'essieu et ne tournent pas : ce sont les stators. Les rotors et les stators sont montés en alternance. Pour assurer le freinage, une pression est appliquée, grâce à des pistons

hydrauliques sur les stators (cf. figure 1.1b) qui viennent alors plaquer les rotors. Le frottement entre les stators et les rotors transforme une grande partie de l'énergie cinétique de l'avion en chaleur emmagasinée, puis restituée, d'où le nom de *puits de chaleur*.

Lors du freinage, un coefficient de frottement stable et relativement élevé est recherché afin d'assurer la sécurité et le confort des passagers. Une usure modérée est également exigée pour prolonger la durée de vie des disques de frein qui sont particulièrement coûteux et longs à fabriquer.

Cependant suivant les opérations de freinage effectuées, les composites C/C possèdent un comportement singulier vis-à-vis de l'usure. En effet, suivant la quantité d'énergie absorbée, deux types de freinage peuvent être distingués : les freinages à hautes énergies et les freinages à basses énergies.

Lors des *freinages à hautes énergies* qui correspondent aux freinages permettant de ralentir et d'immobiliser l'avion au sol, ou encore aux freinages d'urgence ("Rejected Take-Off" ou RTO), la vitesse initiale de l'avion est de l'ordre de 150 à 200km/h soit une vitesse linéaire au niveau des rotors de l'ordre de 15m/s. L'énergie absorbée est de l'ordre de 14MJ pour un Airbus A300-600 et selon Awashi *et al.* [AWA 88], dans ces opérations de freinages, le coefficient de frottement varie entre 0.3 et 0.4 et l'usure reste faible.

Lors de *freinages à basses énergies*, qui correspondent aux freinages effectués lors de manoeuvres au sol pour amener l'avion sur la piste de décollage ou dans l'aire de débarquement, la vitesse de l'avion reste relativement faible jusqu'à 15km/h soit une vitesse linéaire au niveau des rotors de quelques m/s. Ainsi l'énergie absorbée n'est de l'ordre que de 1MJ, mais curieusement c'est dans ce type de freinage que l'usure est la plus importante.

Cette différence de comportement correspond à une "bosse d'usure", c'est à dire à l'existence d'une plage de température autour de 150°C, pour laquelle la vitesse d'usure est maximale. Ainsi pour maîtriser la durée de vie des disques de freins en composites C/C, le défi majeur reste la compréhension des mécanismes qui peuvent être à l'origine de l'usure des composites C/C.

C'est dans ce contexte qu'un programme de recherche "Friction des composites carbone/carbone C/C" a été lancé conjointement par le CNRS, la SNECMA et Messier-Bugatti en décembre 1998. Plusieurs travaux de thèses et projets ANR découlent de ce programme [GOU 04b, PEI 07, KAS 07, RIE 09].

## 1.3 Contexte Tribologique

### 1.3.1 Notion de tribologie

La tribologie est définie comme la science qui étudie les mouvements relatifs entre deux corps en contact. Elle s'intéresse aux relations entre frottement, adhérence, lubrification et usure. C'est une science caractérisée par la pluridisciplinarité. Elle fait appel aussi bien à des connaissances en sciences des matériaux, en physico-chimie, qu'à des connaissances sur les surfaces et la mécanique.

Au cours de ces dernières décennies, la tribologie a connu une grande évolution. En effet, si initialement elle considérait uniquement le volume des matériaux en contact [BOW 64], elle a connu un raffinement au profit de la tribologie des surfaces qui traitait le comportement tribologique comme étant plutôt lié aux surfaces en contact [GEO 82]. Aujourd'hui, grâce aux nombreuses avancées scientifiques, la tribologie a su évoluer jusqu'à la tribologie des interfaces [GOD 84]. Cette dernière considère différemment le milieu interfacial et les corps solides en contact afin d'aider à mieux comprendre mécanismes de frottement et d'usure. Pour cela, une approche conceptuelle introduite par Godet [GOD 84], a été développée par Berthier [BER 95] pour appréhender un problème de tribologie. Le concept de triplet tribologique met en évidence le caractère multi-échelles d'un problème tribologique (cf. Figure 1.2) et souligne l'importance de prendre en compte chaque élément dans la résolution du problème. Les différentes échelles à prendre en compte lors d'une étude de mécanisme frottant sont :

- *l'échelle du mécanisme global* qui relie les différents composants et exerce diverses sollicitations (pressions, déplacement, ...) transmises via un certain nombre de composants introduisant une certaine raideur et un certain amortissement (par exemple, l'atterrisseur d'un avion, cf. Figure 1.3a) ;
- *l'échelle des premiers corps* correspondant aux éléments en contact (par exemple un disque de frein, cf. Figure 1.3b) ;
- *l'échelle du troisième corps* faisant référence à l'échelle de l'interface de contact entre les premiers corps.

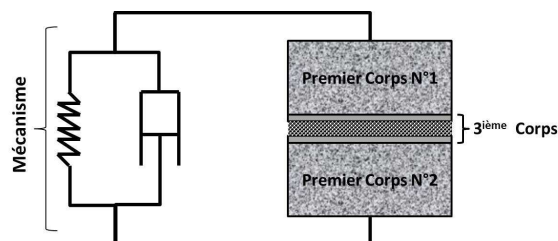
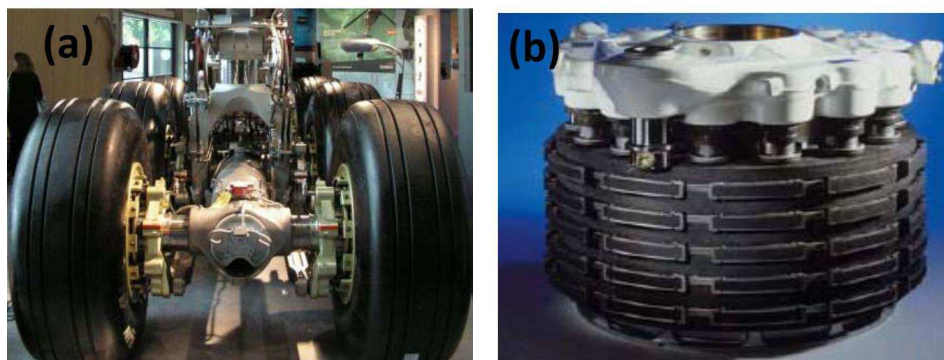


FIGURE 1.2: Illustration du triplet tribologique

### 1.3.2 Tribologie des Composites C/C

La compréhension des mécanismes de frottement et d'usure des composites C/C a fait l'objet de nombreuses études principalement expérimentales. Les matériaux montrent un frottement à deux régimes. Dans ses travaux, Lancaster [LAN 75] a effectivement constaté l'existence d'un frottement à deux régimes séparés par une transition brutale. D'autres auteurs comme Tanvir et al. [TAN 84] ont montré que cette transition peut être précédée par des pics de nature transitoire. Dans leurs travaux, Awasthi et al. [AWA 88] ont montré que lors de cette transition rapide, le coefficient de frottement passe de valeurs faibles (0.15) à des valeurs hautes (0.3 à 0.4) lorsque les matériaux composites C/C sont soumis à des sollicitations tribologiques. Cette transition est accompagnée d'une usure très



**FIGURE 1.3:** Mécanisme contenant (a) l'atterrisseur d'un Airbus A380 et (b) un puits de chaleur d'un Airbus A340

élevée appelée "dusting". Récemment, des études sur le comportement tribologique des composites C/C utilisant des tribomètres en configuration pion/disque et disque/disque ont été menées [GOU 04b, KAS 07]. Ces études ont conforté les observations issues de la littérature en mettant en évidence l'existence d'un frottement *non réactif* qui correspond à des valeurs faibles du coefficient de frottement et d'un frottement *réactif* qui correspond à des valeurs hautes. Dans ses travaux de thèse, H. Kasem [KAS 08] a également montré que le passage de la transition de frottement est gouverné par deux facteurs, à savoir :

- l'initiation d'un débit source de troisième corps, élevé et suffisant. Celui-ci résulterait de la localisation du contact soit par une déformation thermomécanique, soit par la formation de particules de troisième corps par "fatigue" et/ou par présence de défauts intrinsèques au matériau ou induit par l'usure.
- une consommation des complexes de surfaces (écrans) par cisaillement, "raclage" (action mécanique) ou par désorption (action physico-chimique). Pour qu'elle soit complète et irréversible, cette consommation nécessite une température critique minimale de l'ordre  $110^{\circ}\text{C}$  ; en-dessous de cette température, les écrans peuvent se reconstituer évitant ainsi le maintien d'un régime de frottement réactif. Dans ce cas, le frottement est dit non réactif.

En effet, le comportement tribologique des composites C/C est fortement influencé par la présence de troisième corps, l'environnement du contact (présence d'oxygène et de vapeur d'eau, ...), les conditions opératoires (pression, vitesse et température) et enfin par les caractéristiques intrinsèques du composite lui-même (propriétés mécaniques, thermiques, chimiques, nature des constituants, mise en oeuvre, etc.).

Grâce à un couplage d'un tribomètre pion/disque et un spectromètre de masse, Gouider et al. [GOU 04b] ont pu suivre les échanges gazeux qui se produisent in situ au cours du frottement d'un composite C/C. Les auteurs ont montré qu'une oxydation importante caractérisée par une production significative de  $\text{CO}_2$  est observée simultanément avec la transition du frottement. Cette oxydation coïncide donc avec la formation de particules du troisième corps dans le contact. Cette coïncidence montre qu'il y a une

gazéification des particules de troisième corps à température relativement basse. Enfin, la production de  $CO_2$  est parfaitement corrélée avec une consommation d'oxygène et d'eau. Des approches chimiques ont été réalisées durant la thèse de J.C. Rietsch [RIE 09]. Dans ces travaux, l'auteur a montré que l'environnement peut modifier le comportement tribologique des composites C/C en mettant en place une caractérisation chimique des composites C/C sous sollicitations tribologiques.

Cependant, en outre des forts couplages multi-physiques, le problème de frottement des composites C/C est un phénomène qui présente de forts couplages entre les différentes échelles (échelles du mécanisme global, échelles des différents constituants et échelles de la structure du matériau). Même si les études expérimentales restent aujourd'hui nécessaires pour comprendre le rôle des différents phénomènes physiques sur le comportement tribologique du composite C/C, elles peuvent devenir rapidement très coûteuses et limitées pour l'investigation du comportement dynamique local du composite C/C sous sollicitations tribologiques.

Par conséquent, pour comprendre et prédire le comportement dynamique de tels matériaux sous sollicitations tribologiques, l'utilisation des approches numériques est nécessaire. Dans cette optique, les approches par éléments finis apparaissent comme l'outil le plus approprié. Elles permettent de découpler les différents phénomènes pouvant intervenir durant le processus de "frottement" et de distinguer le rôle des différentes échelles du matériau. Par conséquent, cela permet de déterminer la dynamique du matériau, en particulier la dynamique locale (champs de contraintes, de déformations, vibrations locales, ...).

## 1.4 De la structure des composites C/C vers leur modélisation

### 1.4.1 Description du matériau composite C/C

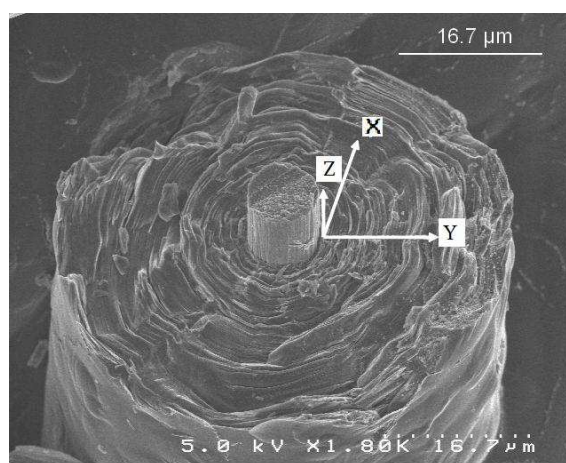
Comme il a été exposé dans l'introduction, le composite C/C, que nous proposons d'étudier, est constitué de fibres en carbone noyées dans une matrice de pyrocarbone. Les fibres de carbone qui représentent la *préforme* sont fabriquées à partir de l'oxydation puis de la carbonisation d'un fil précurseur en PolyAcryloNitrile (PAN). La matrice carbone sert à la fois à combler les vides entre les fibres au sein de la préforme, à garantir la cohésion de la structure et à assurer la transmission des sollicitations extérieures vers les fibres. Elle est obtenue en générale à partir du craquage par pyrolyse d'hydrocarbures légers au contact du renfort fibreux porté à haute température ( $\sim 1000^\circ C$ ). Ce procédé est appelé Infiltration Chimique en phase Vapeur (CVI pour Chemical Vapor Infiltration). Pour plus de détails sur le processus et les propriétés physico-chimiques, le lecteur pourra se référer aux travaux de thèses de M. Gouider [GOU 04b] et H. Kasem [KAS 07]. La différenciation des processus de fabrication entre les fibres et la matrice (cf. Figure 1.4) se traduit par des propriétés élastiques différentes. Les valeurs des propriétés élastiques



issues de la thèse de N. Douarche [DOU 00] sont résumées dans le tableau 1.1.

	$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$E_3$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$G_{13}$ (GPa)	$G_{23}$ (GPa)	$\nu_{12}$ -	$\nu_{13}$ -	$\nu_{23}$ -
Fibre	15	15	130	6	15	15	0.25	0.15	0.15
Matrice	10	10	40	3.85	5	5	0.3	0.15	0.15

**TABLE 1.1:** Propriétés élastiques des fibres et de la matrice carbone suivant le repère donné dans la figure 1.4 [DOU 00]



**FIGURE 1.4:** Fibre de carbone entourée de sa gaine de matrice [ROL 07]

Le processus de fabrication du matériau conduit à une structuration des fibres très particulière. En effet, celles-ci sont regroupées en **strates** (plan  $(x,y)$ ) (cf. Figure 1.5a) selon une direction principale, puis empilées avec une rotation de  $60^\circ$ . Ensuite, un système d'aiguilletage (cf. Figure 1.5c) transfère des paquets de fibres issus des strates dans la direction  $z$  autrement dit perpendiculairement au plan des strates. Ces paquets de fibres, appelées **torons**, sont les piliers du matériau (cf. Figure 1.5d).

Un groupe de trois strates est appelé **couche** (cf. Figure 1.5b), supposée isotrope dans le plan. Il faut noter également qu'à cette échelle, le matériau possède des porosités qui sont présentes pour la majorité d'entre elles entre les strates et entre les couches. L'épaisseur moyenne d'une strate est de  $500\mu m$ , par conséquent celle d'une couche est de  $1.5mm$ . Les torons ont un diamètre moyen d'environ  $200\mu m$ . Ainsi la longueur caractéristique à cette échelle du matériau est le dizaine de millimètres.

L'empilement de l'ensemble des couches de strate et le processus d'aiguilletage permettent la création de la préforme du matériau composite C/C. Celui-ci est macroscopique.

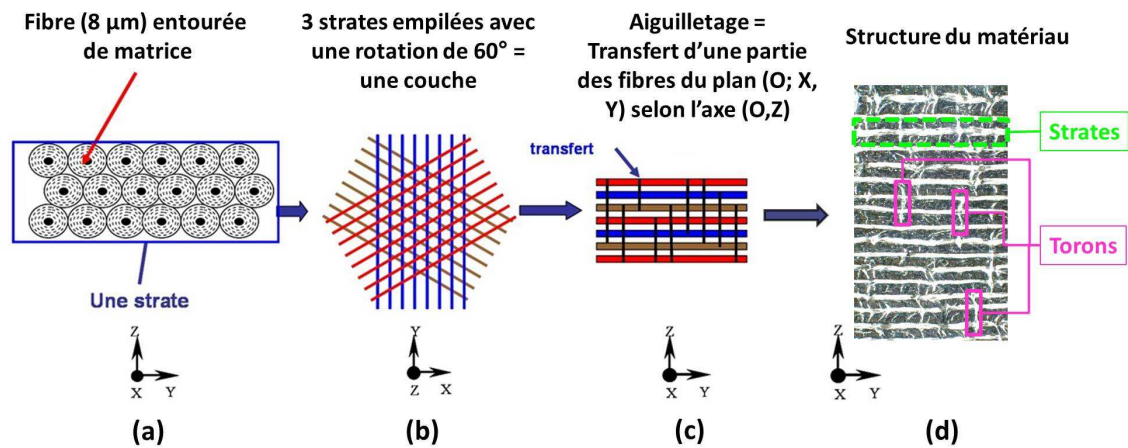


FIGURE 1.5: Schéma de la disposition des strates et des torons dans le matériau

piquement orthotrope de révolution (dont l'axe de révolution est l'axe (O;  $\underline{Z}$ ) sur la figure 1.6), appelé aussi isotrope transverse. Du fait de cette structure, trois échelles ca-

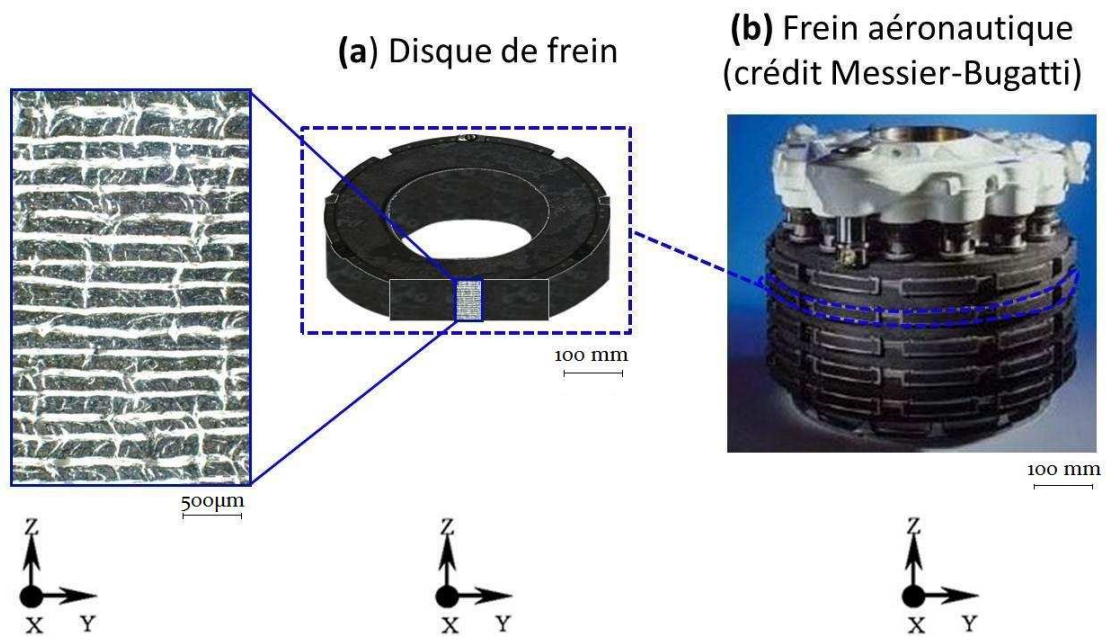


FIGURE 1.6: Frein aéronautique (crédit Messier-Bugatti)

ractéristiques peuvent être distinguées :

- une échelle **microscopique** qui est celle des fibres (cf. Figure 1.4) ;
- une échelle **macroscopique** qui caractérise celle du disque de frein (cf. Figure 1.6a) ;

- et une échelle intermédiaire, appelée **mésoscopique**, qui représente un certain volume de matériau à l'échelle des strates et des torons (cf. Figure 1.5d).

Afin de comprendre le comportement tribologique du composite C/C ainsi que le rôle des différents paramètres, il est nécessaire de déterminer l'échelle à laquelle il faut se placer afin de savoir comment modéliser les premiers corps en contact, le mécanisme et le troisième corps. Dans l'objectif d'isoler et d'identifier les effets mécaniques pouvant agir sur l'initialisation des mécanismes de détachements de particules des composites C/C, un premier modèle numérique a été développé pour simuler un pion en composite C/C frottant sur une surface rigide [PEI 07].

## 1.5 Conclusions

Ce chapitre présente la complexité du matériau des composites C/C utilisés en freinage aéronautique, ainsi que les différents travaux expérimentaux pour la compréhension du comportement tribologique de ces composites. Les caractères multi-échelles et multi-physiques présents dans les problèmes tribologiques, et la complexité du matériau limite en général les investigations expérimentales. Ainsi, l'utilisation d'approches numériques est nécessaire pour aller au-delà de ces limites, afin de prédire le comportement dynamique des matériaux composites C/C lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations tribologiques. Dans ce contexte, les premières approches numériques du comportement tribologique des composites C/C, réalisées dans des études antérieures seront présentées dans le chapitre suivant.

## Chapitre 2

# Modélisation numérique des composites C/C sous conditions dynamiques de contact frottant

*Dans ce second chapitre, le choix de la représentation du matériau et les approches multi-échelles pour l'étude mécanique des composites sont présentés. Les équations de la dynamique et les méthodes utilisées pour la modélisation par éléments finis, la loi de contact et de frottement imposée localement sont introduites. Pour conclure, les comportements tribologiques qui découlent de l'étude dynamique des composites C/C frottant sur une surface rigide sont résumés.*

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>2.2</b>	<b>Approches multi-échelles : homogénéisation</b>	<b>19</b>
2.2.1	Le Volume Elémentaire Représentatif	20
2.2.2	Séparation d'échelles	20
2.2.3	Techniques d'homogénéisation	21
2.2.4	Conclusion	25
<b>2.3</b>	<b>Représentation du Matériau C/C à l'échelle mésoscopique</b>	<b>25</b>
2.3.1	Mise en place des morphologies à l'échelle mésoscopique	27

2.3.2	Mise en place du modèle homogène équivalent . . . . .	27
<b>2.4</b>	<b>Présentation des équations mécaniques et du modèle numérique . . . . .</b>	<b>27</b>
2.4.1	Présentation des équations mécaniques . . . . .	28
2.4.2	Formulation variationnelle . . . . .	29
2.4.3	Discretisation spatiale . . . . .	30
2.4.4	Intégration temporelle . . . . .	31
2.4.5	Algorithmes de gestion du contact . . . . .	34
2.4.6	Lois de frottement . . . . .	36
2.4.7	Présentation des modèles numériques . . . . .	40
<b>2.5</b>	<b>Comportements dynamiques du composite C/C . . . . .</b>	<b>41</b>

---

## 2.1 Introduction

Le premier modèle numérique développé est basé sur une approche par éléments finis dite semi-implicite ou semi-explicite car l'intégration temporelle est explicite tandis que la gestion globale des contacts est implicite. Ce type d'approche a été retenue car elle permet d'une part de découpler les différents phénomènes et d'autre part de dégager le rôle des différentes échelles et ainsi déterminer le comportement dynamique des composites C/C au contact (i.e les contraintes, les déformations, les vibrations). Le modèle numérique (en deux dimensions) est appliqué à l'échelle mésoscopique du matériau sous des hypothèses de déformations planes. Cependant à l'échelle mésoscopique le composite est hétérogène, et l'utilisation de modèles représentant matrice et hétérogénéités peut conduire à des temps de simulation prohibitifs, même si une partie du temps de calcul peut être réduite grâce à la capacité de calcul actuelle. Une autre façon de diminuer ce temps de calcul est le recours à des techniques d'homogénéisation largement utilisées dans l'étude des matériaux composites pour obtenir un modèle homogène moyen [ALA 98, BAR 03]. Cependant de telles techniques peuvent poser certains problèmes sous conditions de contact frottant puisque les hypothèses concernant les conditions limites ne sont plus respectées.

Par conséquent, dans la suite de ce chapitre les différentes techniques d'homogénéisation sont présentées, puis le choix de la représentation de la structure du matériau est exposé. Les équations de la dynamique et le modèle numérique sont ensuite détaillés. Enfin, les différents comportements dynamiques des modèles hétérogènes et homogène équivalent obtenus avec le premier modèle sont discutés.

## 2.2 Approches multi-échelles : homogénéisation

Le développement de nouveaux matériaux tels que les composites a fait émerger au cours de ces dernières années un domaine nouveau de la mécanique des solides : le domaine de l'homogénéisation. Celui-ci est dédié aux approches multi-échelles qui permettent, pour un matériau hétérogène (échelle mésoscopique ou microscopique), de déterminer les caractéristiques d'un matériau homogène équivalent (échelle macroscopique), et de préciser le lien entre le comportement macroscopique des matériaux et leurs caractéristiques microstructurales, tout en réduisant les temps de simulation qui peuvent devenir prohibitifs.

La procédure d'homogénéisation repose sur le choix d'un volume particulier, appelé volume élémentaire représentatif (VER), qui doit satisfaire la condition des échelles c'est à dire séparées. En effet, le rapport existant entre la taille des hétérogénéités, notée  $d$ , la longueur d'onde du chargement  $\lambda$  et la taille  $v$  du VER, permet de déterminer la séparation des échelles. Deux méthodes de prise en compte de la microstructure peuvent alors être distinguées : les méthodes séquentielles et les méthodes intégrées. Les méthodes séquentielles consistent à remplacer la microstructure par une description particulière

du comportement macroscopique du matériau : c'est le cas de l'homogénéisation. Les méthodes intégrées sont quant à elles des méthodes numériques qui prennent en compte explicitement la microstructure. Les travaux de Feyel et Chaboche [CAR 02, FEY 00] peuvent être cités avec l'introduction de la méthode de  $FE^2$ , ainsi que ceux de Dvorak [DVO 01] avec le développement de la méthode "Transformation Field Analysis" (TFA).

### 2.2.1 Le Volume Élémentaire Représentatif

La définition du volume élémentaire représentatif (VER) n'est pas toujours simple et fait l'objet dans certains cas de nombreuses discussions. Par définition, un VER est un volume élémentaire de matière suffisamment grand pour représenter de façon sans équivoque l'ensemble des configurations morphologiques du matériau. Une morphologie est définie comme étant la distribution géométrique aléatoire ou régulière d'hétérogénéités dans la matrice. Par suffisamment grand, il est sous-entendu que le VER doit être très grand devant les hétérogénéités afin de "moyenner" statistiquement les propriétés des composants du composite, par exemple hétérogénéités et matrice. Le VER doit être également suffisamment petit pour que, une fois la théorie de l'homogénéisation appliquée, les résultats obtenus soit représentatifs du comportement macroscopique du milieu hétérogène. Kanit *et al.* [KAN 03] ont montré que la taille du VER dépend explicitement de la propriété morphologique ou physique à étudier, du degré de précision désiré sur cette propriété ainsi que de la fraction volumique (taux d'hétérogénéités en volume) et du contraste entre constituants, c'est à dire la différence des propriétés entre hétérogénéités et matrice.

### 2.2.2 Séparation d'échelles

L'homogénéisation est utilisée dans le cas où la condition des échelles séparées est satisfaite. Dans Bornert *et al.* [BOR 01], la condition de séparation d'échelles est définie par la relation suivante :

$$d \ll v \ll \lambda, \quad (2.1)$$

avec  $d$  la taille caractéristique des hétérogénéités (par exemple les torons),  $v$  la taille du VER, et  $\lambda$  la longueur d'onde du chargement.

Cependant, différents travaux [KAN 03, FOR 04] ont mis en évidence la variabilité de la taille  $v$  du VER. Par conséquent l'inégalité (2.1) devient plus difficile à déterminer. On gardera alors le fait que la longueur d'onde  $\lambda$  doit être largement plus important que la longueur caractéristique des hétérogénéités  $d$  pour pouvoir considérer les échelles séparées :

$$d \ll \lambda. \quad (2.2)$$

Quand la condition de séparation des échelles est satisfaite, on peut alors passer à l'étape d'homogénéisation.

### 2.2.3 Techniques d'homogénéisation

L'homogénéisation consiste à réaliser des opérations de moyenne pour déterminer le comportement effectif ou macroscopique d'un matériau hétérogène. Pour cela, il existe différentes techniques d'homogénéisation se divisant en deux grandes familles : les *méthodes analytiques* et les *méthodes numériques*.

#### 2.2.3.1 Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques sont constituées essentiellement d'approches par estimation pour les composites périodiques [BEN 78] ou par des bornes pour les matériaux hétérogènes aléatoires. Les bornes consistent à donner un encadrement des propriétés effectives d'un matériau homogène. Ainsi pour un volume de matière donné, constitué d'une matrice  $m$  et des hétérogénéités  $h$  (figure 2.1), les propriétés macroscopiques peuvent être encadrées par différents calculs.

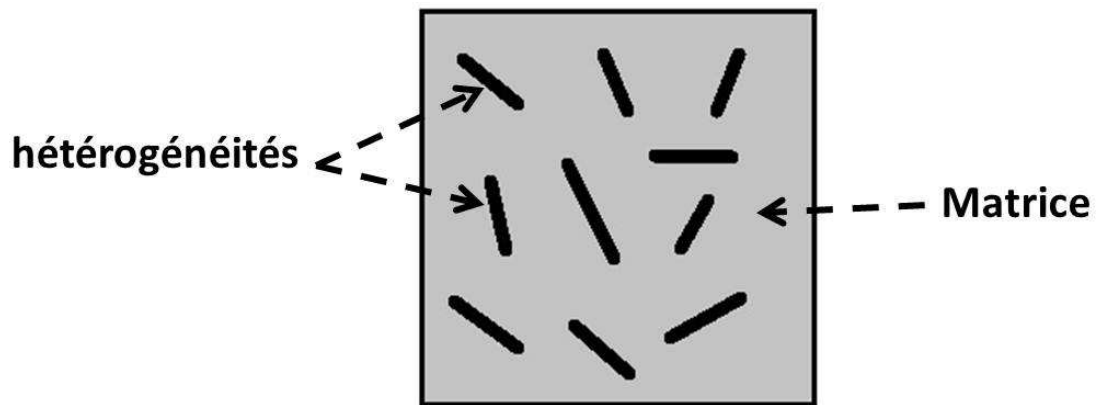


FIGURE 2.1: Modèle de matériau hétérogène avec des fractions volumiques d'hétérogénéités  $v_h$  et de matrice  $v_m$

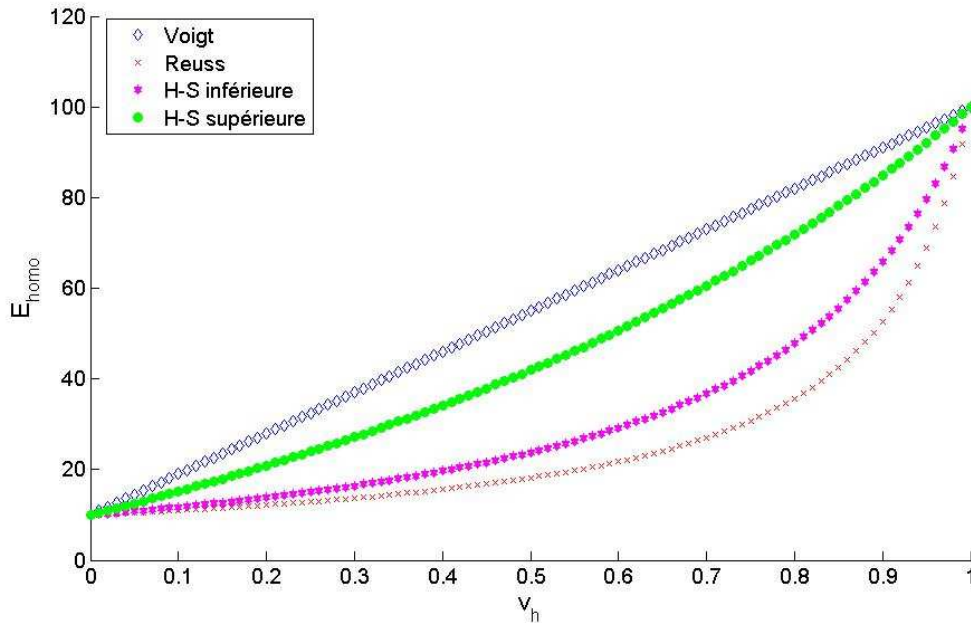
L'encadrement le plus large possible est celui donné par les bornes de Voigt et Reuss [BOR 01]. L'approximation de Voigt consiste à supposer que les déformations sont uniformes dans le volume. Ainsi, la borne de Voigt de la matrice de raideur  $\tilde{\mathbb{C}}_V$  du matériau homogène équivalent est approchée par la moyenne des matrices de raideur des constituants  $\mathbb{C}_h$  et  $\mathbb{C}_m$  :

$$\tilde{\mathbb{C}}_V = v_h \mathbb{C}_h + v_m \mathbb{C}_m. \quad (2.3)$$

Contrairement à celle de Voigt, l'approximation de Reuss consiste à supposer que les contraintes sont uniformes dans le volume. Par conséquent, la borne de Reuss de la matrice de souplesse  $\tilde{\mathbb{S}}_V$  du matériau homogène équivalent est donnée par la moyenne des matrices de souplesse des constituants  $\mathbb{S}_h$  et  $\mathbb{S}_m$  :

$$\tilde{\mathbb{S}}_V = v_h \mathbb{S}_h + v_m \mathbb{S}_m. \quad (2.4)$$





**FIGURE 2.2:** Evolution du module d'Young homogénéisé  $E_{homo}$  en fonction de la fraction volumique d'hétérogénéités  $v_h$  en utilisant les bornes de Voigt, Reuss et Hashin-Strickman [HAS 63]. Ces estimations sont valables pour tout modèle de matériau hétérogène isotrope dans lequel le module d'Young des hétérogénéités vaut  $100 \text{ GPa}$  et celui de la matrice  $10 \text{ GPa}$ .

Les bornes de Voigt et Reuss ne prennent en considération que l'information sur la fraction volumique et non sur la forme des géométries ou encore la distribution spatiale des hétérogénéités dans le volume. Nous pouvons voir sur la figure 2.2 qui représente l'évolution du module d'Young homogénéisé  $E_{homo}$  en fonction de la fraction volumique d'hétérogénéités  $v_h$ , que la borne de Voigt majore le résultat tandis que celle de Reuss le minore.

Des bornes plus raffinées, incorporant la notion de distribution isotrope des constituants, ont été introduites par Hashin et Shtrikman [HAS 63] en se basant sur une approche variationnelle. La figure 2.2 montre que les bornes d'Hashin-Shtrikman encadrent plus finement la valeur réelle du matériau homogénéisé que les bornes de Voigt et Reuss. Il faut noter que dans toutes les approches précédentes, seule la fraction volumique d'hétérogénéités intervient comme paramètre. Il existe d'autres méthodes qui ont un encadrement des propriétés effectives plus précis en utilisant la fraction volumique d'hétérogénéités et en incorporant des informations statistiques [BER 68, KRö 80]. Nous pouvons citer aussi d'autres approches, telles que le schéma auto-cohérent ou le modèle de Mori-Tanaka [MOR 73]. A l'inverse des modèles d'encadrement, ces approches estiment les propriétés effectives du matériau homogène équivalent.

### 2.2.3.2 Méthodes numériques

Les différentes méthodes de calcul des propriétés effectives du matériau homogène, que ce soit par bornes ou par estimations, sont des calculs asymptotiques dans le sens où ils ne sont valables que pour des volumes de matériau considérés très grands. Il s'agit pour la plupart de méthodes dont la précision dépend de la description statistique de la morphologie du matériau. Il existe un autre type d'approche basée sur le calcul numérique des propriétés effectives du matériau à l'intérieur d'un VER, pour laquelle les propriétés macroscopiques sont déterminées à partir de résultats obtenus après modélisation numérique du comportement mécanique du VER. Ces modélisations numériques dépendent du type de sollicitations auquel est soumis le VER, ces dernières pouvant être assimilées à des conditions aux limites imposées sur le contour  $\partial\Omega$  du VER  $\Omega$ . Trois types peuvent donc être distingués :

#### 1. Les conditions homogènes en déformations

Appelées aussi conditions cinématiques (cf. Fig. 2.3a), elles considèrent que la déformation homogène  $\varepsilon_0$  appliquée sur  $\partial\Omega$  est identique à la déformation moyenne dans  $\Omega$ . En moyennant les contraintes sur l'ensemble du volume, il est possible de déterminer la matrice de raideur  $\tilde{\mathbb{C}}$  liant les contraintes moyennes mesurées  $\bar{\sigma}$  à la déformation moyenne imposée,  $\bar{\varepsilon}$  :

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \varepsilon(x) d\Omega = \varepsilon_0 \\ \bar{\sigma} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma(x) d\Omega \\ \bar{\sigma} = \tilde{\mathbb{C}} \bar{\varepsilon} \end{cases} . \quad (2.5)$$

#### 2. Les conditions homogènes en contraintes

Appelées également conditions statiques, elles sont appliquées au contour  $\partial\Omega$  du volume  $\Omega$  (cf. Fig. 2.3b). Il est possible de lier la contrainte moyenne appliquée  $\sigma_0$  à la moyenne des déformations mesurées  $\bar{\varepsilon}$  par l'intermédiaire de la matrice de souplesse  $\tilde{\mathbb{S}}$  :

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma(x) d\Omega = \sigma_0 \\ \bar{\varepsilon} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \varepsilon(x) d\Omega \\ \bar{\varepsilon} = \tilde{\mathbb{S}} \bar{\sigma} \end{cases} . \quad (2.6)$$

#### 3. Les conditions périodiques

Elles sont utilisées pour l'homogénéisation des composites à microstructure périodique. Un milieu périodique est défini par une cellule de base qui est répétée par translation le long de deux vecteurs (en deux dimensions). Les conditions limites périodiques consistent à appliquer au contour de la cellule de base un déplacement périodique. Nous y reviendrons plus en détail par la suite.

Quelque soit la méthode numérique utilisée pour l'analyse mécanique du VER, les différentes conditions aux limites doivent aboutir à la même valeur de la propriété homogénéisée. Cependant la matrice de raideur obtenue en condition de contrainte ho-

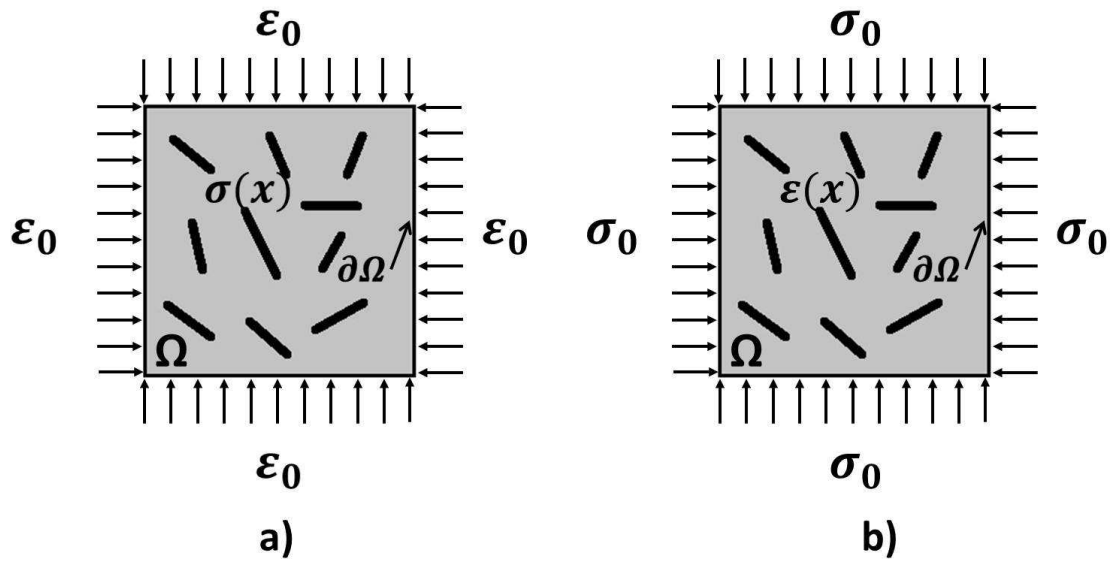
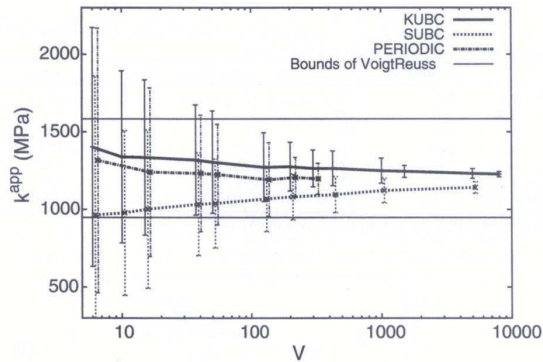


FIGURE 2.3: Conditions aux limites homogènes : (a) déformations homogènes au contour et (b) contraintes homogènes au contour

mogène au contour n'est pas systématiquement l'inverse de la matrice de souplesse obtenue en condition de déformation homogène. Les résultats dépendent également de la taille du VER et plus particulièrement de la répartition des hétérogénéités dans la matrice, et de leurs dimensions pour une fraction volumique donnée. Dans leurs travaux, Kanit *et al.* [KAN 03] ont montré que la détermination de la taille du VER était soumise à certaines conditions. En effet, il existe deux moyens pour déterminer une propriété homogénéisée. Le premier consiste à modéliser et résoudre le problème mécanique d'un VER avec une taille suffisamment grande pour une précision donnée. Le second consiste à résoudre une multitude de problèmes d'homogénéisation sur un VER de taille quelconque, mais pas très petit, en modélisant plusieurs morphologies aléatoires du composite.

La figure 2.4 montre ainsi que les trois conditions aux limites convergent vers la même réponse quand la taille du VER augmente. Elle met en évidence également la précision des réponses suivant le type de conditions aux limites utilisées : c'est le cas des conditions aux limites périodiques. D'autre part, l'augmentation du VER réduit la dispersion des résultats entre plusieurs morphologies. Il est donc possible de déterminer la propriété effective comme étant la moyenne de celles obtenues avec un grand nombre de VER ayant différentes morphologies ou alors comme étant la valeur déterminée par un faible nombre de grande taille de VER. Dans tous les cas, la figure 2.4 montre également que la notion de la taille du VER est conditionnée par la précision de la propriété recherchée. Elle démontre également que les méthodes numériques sont plus précises que les méthodes des bornes type Voigt et Reuss.



**FIGURE 2.4:** Valeurs moyennes et intervalles de confiance du module de compressibilité  $k^{app}$  en fonction de la taille du VER pour une fraction volumique d'hétérogénéités de 70%. Le contraste du module d'Young entre hétérogénéités et matrice est de 100. Les conditions aux limites homogènes en déformations ("KUBC" (Kinematic Uniform Boundary Conditions)), homogènes en contraintes ("SUBC" (Static Uniform Boundary Conditions)) et périodiques ("PERIODIC") sont considérées. Pour la clarté les barres d'erreurs sont légèrement décalées autour des différentes tailles de VER étudiées [KAN 03]

## 2.2.4 Conclusion

Les différentes méthodes d'homogénéisation présentées sont largement utilisées dans l'étude des matériaux composites. Elles permettent chacune de déterminer les propriétés effectives de modèles hétérogènes, soit par estimations, soit par encadrement via des bornes, soit par calcul numérique. Ces méthodes sont efficaces au coeur du matériau mais peuvent présenter des limites près des bords quand, par exemple, le matériau est soumis à certains chargements tels que des sollicitations tribologiques (pression et cisaillement), où l'un des bords va être soumis à des conditions de contact.

## 2.3 Représentation du Matériau C/C à l'échelle mésoscopique

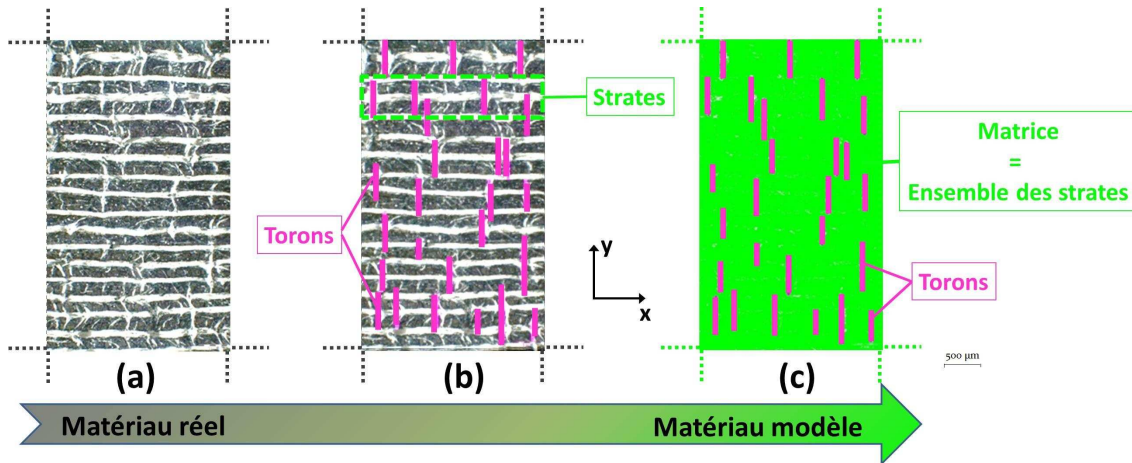
Afin de mettre en place les modèles numériques et simuler un pion en composite C/C frottant sur une surface rigide, de fortes hypothèses sur le matériau sont nécessaires. Néanmoins, même si elles sont restrictives, ces hypothèses permettent de faire ressortir les paramètres significatifs du matériau et de mettre en évidence leur rôle sur le comportement tribologique du composite C/C. Les modèles numériques sont associés à l'échelle mésoscopique du composite C/C, échelle constituée de couches de strates perpendiculaires aux torons, ces derniers étant déterminants dans la conception du matériau. Du fait des modélisations en deux dimensions, toutes les orientations des strates ne sont pas représentées. Cependant, l'ensemble des strates forme un ensemble isotrope transverse qui peut être considéré comme homogène. Le matériau à l'échelle mésoscopique est ainsi

## 2. Modélisation numérique des composites C/C sous conditions dynamiques de contact frottant

		Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Densité (kg/m <sup>3</sup> )
Matrice		30	0.2	1770
Toron	faible	80	0.2	1770
	fort	240	0.2	1770

**TABLE 2.1:** Propriétés élastiques des torons et de la matrice

décrit par un composite "biphasique" constitué d'un ensemble de torons et d'une matrice homogène (cf. figure 2.5) qui représente l'ensemble des couches de strates. Il est important de noter que celle-ci est différente de la matrice physique qui entoure les fibres (cf. figure 1.4).



**FIGURE 2.5:** Modélisation du matériau : (a) portion du matériau réel, (b) identification des torons, (c) composite biphasique constitué d'une matrice et de torons

Grâce à cette description du composite, il est possible de dissocier l'influence des torons du reste du matériau. Les propriétés élastiques des torons et de la matrice, issues des données bibliographiques [DOU 00, TAL 96] sont résumées dans le tableau 2.1. Les valeurs des torons forts et des torons faibles correspondent aux extrema des données bibliographiques représentant les contrastes entre la matrice et les torons [PEI 07].

Lors de la modélisation des composites, il est nécessaire de simuler plusieurs modèles hétérogènes à morphologies différentes afin d'assurer une bonne représentativité de la description du matériau, une morphologie correspondant à une distribution aléatoire ou régulière de torons dans le volume. Malgré la puissance de calcul actuelle, l'étude de plusieurs modèles hétérogènes peut conduire à des temps de simulation très importants. Dans le but de réduire ces temps de calcul, l'ensemble des modèles hétérogènes étudiés est remplacé par un modèle homogène équivalent dont les propriétés élastiques sont obtenues en ayant recourt à des techniques d'homogénéisation. Cependant sous les sollicitations

tribologiques, rien ne garantit que le comportement du modèle homogène équivalent soit représentatif du comportement des modèles hétérogènes.

C'est pour cela que dans ses travaux de thèse, Peillex [PEI 07] s'est intéressé à cette représentativité et a mis en évidence des cas de simulations où le modèle homogène est en accord avec les modèles hétérogènes, et des cas où il ne l'est pas.

### 2.3.1 Mise en place des morphologies à l'échelle mésoscopique

Un algorithme développé sous Matlab (cf. annexe) a été utilisé pour créer différentes morphologies. Il permet de générer une distribution aléatoire de torons dans la matrice respectant des caractéristiques issues de mesures et d'estimations faites sur le matériau. Chaque morphologie est ainsi unique et possède macroscopiquement les mêmes propriétés élastiques. Concernant les caractéristiques identiques, il s'agit de :

- la fraction volumique de torons ( $\tau_v = 9\% \pm 1\%$ ) ;
- la distance séparant deux torons qui ne peut être supérieure à  $800 \mu m$  (dans le sens des strates) ;
- la hauteur de chaque toron qui est multiple de  $1.2 mm$  (1, 2, ou 3) ;
- la longueur de chaque torons qui est de  $0.2 mm$  ;
- la base de chaque torons qui se situe à une ordonnée multiple de  $1.2 mm$

### 2.3.2 Mise en place du modèle homogène équivalent

Le modèle homogène équivalent permet une description macroscopique du matériau. Le matériau considéré est macroscopiquement isotrope transverse. Ceci est caractérisé par cinq constantes d'élasticités [LEM 04], à savoir les valeurs des modules de Young longitudinal et transversal, deux coefficients de Poisson et un module de cisaillement. Afin de faciliter l'implémentation des propriétés élastiques d'un matériau isotrope transverse dans le code d'éléments finis employé, la matrice de raideur  $\tilde{\mathbb{C}}$  qui relie les contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  aux déformations  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ , décrite par le système 2.7, est directement utilisée.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & 0 \\ \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}. \quad (2.7)$$

Les valeurs des composantes de la matrice de raideur sont obtenues à partir des propriétés des constituants du matériau en utilisant des techniques d'homogénéisation.

## 2.4 Présentation des équations mécaniques et du modèle numérique

Dans ce travail, le modèle numérique utilisé a été développé pour l'étude d'un composite biphasique, i.e. décrit par une matrice et des torons, sous des conditions dynamiques

et des conditions de contact frottant sur une surface rigide [PEI 07]. Il est basé sur une approche par éléments finis qui s'appuie sur une formulation variationnelle en déplacement des équations aux dérivées partielles de l'équation d'équilibre du système. Les méthodes pour l'intégration temporelle et la gestion du contact sont implémentées dans le code de calcul PLAST2<sup>1</sup> [BAI 06], logiciel développé par L. Baillet et sont présentées dans la suite ainsi que leur cadre théorique.

### 2.4.1 Présentation des équations mécaniques

Soit un corps élastique de domaine  $\Omega$  soumis à des sollicitations extérieures ainsi qu'à des conditions de contact frottant sur une partie de sa frontière. La frontière  $\partial\Omega$  est alors divisée en quatre parties disjointes :

$$\begin{cases} \partial\Omega = \Gamma_{\mathbf{u}} \cup \Gamma_c \cup \Gamma_{\mathbf{F}} \cup \Gamma \\ \Gamma_{\mathbf{u}} \cup \Gamma_c \cup \Gamma_{\mathbf{F}} \cup \Gamma = \emptyset \end{cases} \quad (2.8)$$

La frontière  $\Gamma_{\mathbf{u}}$  est soumise à un champ de déplacement  $\mathbf{u}$ , la frontière  $\Gamma_{\mathbf{F}}$  à un champ de force  $\mathbf{F}$  et la frontière  $\Gamma_c$  est contrainte par un contact avec une surface rigide. La frontière  $\Gamma$  n'est soumise à aucun chargement.

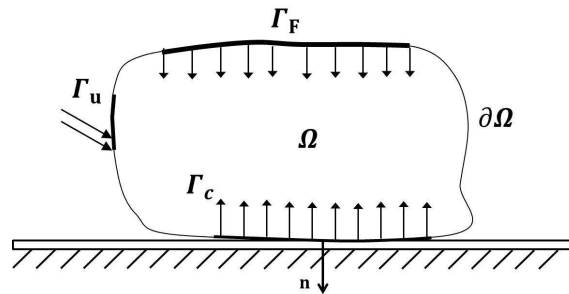


FIGURE 2.6: Schéma d'un corps déformable  $\Omega$  soumis à des champs de déplacement, de force et en contact avec une surface rigide

Le problème étudié peut être représenté par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\text{div}}}\underline{\underline{\sigma}} = \rho \underline{\underline{\ddot{\mathbf{u}}}} & \text{(a)} \\ \underline{\underline{\sigma}} \mathbf{n} = \mathbf{F} & \text{(b)} \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_d & \text{(c)} \\ \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbb{C}}} \underline{\underline{\varepsilon}} & \text{(d)} \end{cases} \quad (2.9)$$

où les équations (2.9a), (2.9b), (2.9c) et (2.9d) jouent respectivement le rôle d'équation d'équilibre dans  $\Omega$ , de conditions limites mécaniques sur  $\Gamma_{\mathbf{F}}$  et géométriques sur  $\Gamma_{\mathbf{u}}$  et d'équation de comportement reliant les tenseurs de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  et de déformation  $\underline{\underline{\varepsilon}}$

---

1. [http://www-lgit.obs.ujf-grenoble.fr/users/lbaillet/logiciel\\_plast2.htm](http://www-lgit.obs.ujf-grenoble.fr/users/lbaillet/logiciel_plast2.htm)

par l'intermédiaire du tenseur de comportement du matériau  $\underline{\underline{\mathbb{C}}}$ . L'objectif est alors de déterminer le champ de déplacement  $\mathbf{u}$  qui satisfait le système d'équations (2.9). Pour cela, des équations complémentaires sont nécessaires pour représenter les conditions de contact.

Le contact est décrit par des conditions de type Signorini (contact unilatéral) augmenté de conditions de loi de frottement imposées à l'interface de contact. En effet, les conditions de contact unilatéral doivent être satisfaites pour chaque point  $\mathbf{x}$  de la zone de contact  $\Gamma_c$  et elles sont représentées par le problème de complémentarité suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_n(\mathbf{x}) \leq 0 & \text{(a)} \\ \sigma_n(\mathbf{x}) \leq 0 & \text{(b)} \\ u_n(\mathbf{x})\sigma_n(\mathbf{x}) = 0 & \text{(c)} \end{array} \right. , \quad (2.10)$$

où  $n$  est la normale au corps au point de contact,  $u_n$  le déplacement du point de contact dans la direction de la normale, et  $\sigma_n$  la contrainte normale en ce point.

L'inéquation (2.10a) traduit la condition d'imperméabilité et l'inéquation (2.10b) traduit la condition de compression des solides au niveau de l'interface de contact. L'équation (2.10c) est la condition de complémentarité c'est à dire si le contact est établi alors  $u_n = 0$  et  $\sigma_n < 0$  sinon  $u_n < 0$  et  $\sigma_n = 0$ .

## 2.4.2 Formulation variationnelle

Pour mettre en équation, le système mécanique, la formulation variationnelle de Galerkin, appelée également formulation faible, est prise comme base. Elle se repose sur le principe des puissances virtuelles (PPV). Si on note  $U_{ad}$  l'espace des champs cinématiquement admissible défini par :

$$U_{ad} = \{ \mathbf{v} / \mathbf{v} = \mathbf{u}_d \text{ sur } \Gamma_u \}, \quad (2.11)$$

les conditions de contact restreignent cet espace en un ensemble  $K$  défini par :

$$K = \{ \mathbf{v} \in U_{ad} / \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \geq 0 \text{ sur } \Gamma_c \}. \quad (2.12)$$

Le principe des puissances virtuelles (PPV) sur cet ensemble est alors donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists \mathbf{u} \in K \text{ et } \forall \mathbf{u}^* \in K \\ \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u}^* d\Omega + \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \delta \underline{\underline{\varepsilon}} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{f} \delta \mathbf{u}^* d\Omega - \int_{\Gamma_F} \mathbf{F} \delta \mathbf{u}^* d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \delta \mathbf{u}^* d\Gamma_c = 0 \end{array} \right. \cdot \quad (2.13)$$

Après l'introduction d'une formulation variationnelle du problème mécanique dans le domaine, l'étape suivante est donc la discrétisation spatiale du domaine au moyen de la méthode des éléments finis [BAT 82, BRU 03, DHA 84, ODE 85, ZIE 00].



### 2.4.3 Discrétisation spatiale

La méthode consiste à décomposer le domaine  $\Omega$  en sous-domaines finis  $\Omega_e$  (cf. Figure 2.7). Cette discrétisation doit être effectuée de manière à approcher le mieux possible la géométrie et doit bien gérer le compromis entre le nombre d'éléments et la précision souhaitée.

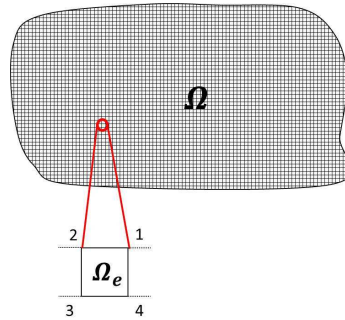


FIGURE 2.7: Illustration de la discrétisation spatiale du domaine  $\Omega$  par éléments finis quadrangles

Dans chaque sous domaine  $\Omega_e$ , le vecteur coordonnées  $\mathbf{x}$  et le champ de déplacement  $\mathbf{u}$  sont donnés par des approximations nodales représentées par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \sum_{i=1}^k N_i \mathbf{x}_i \\ \mathbf{u} = \sum_{i=1}^k N_i \mathbf{u}_i \end{cases}, \quad (2.14)$$

où les  $N_i$ ,  $\mathbf{x}_i$  et  $\mathbf{u}_i$  sont respectivement les fonctions de forme, les coordonnées, le déplacement du nœud  $i$  et  $k$  le nombre de nœuds de l'élément. Le nombre de nœuds dépend du type d'éléments choisi par l'utilisateur. Dans ce travail, les éléments sont des quadrangles à champ linéaire c'est à dire que  $k = 4$ . Les fonctions de formes utilisées pour l'interpolation des coordonnées sont identiques à celles du champ de déplacement. Les éléments sont donc des quadrangles linéaires isoparamétriques. Les fonctions de forme dépendent des coordonnées spatiales mais sont indépendantes du temps. Par conséquent, les dérivées première et seconde du déplacement peuvent être interpolées de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{u}} = \sum_{i=1}^k N_i \dot{\mathbf{u}}_i \\ \ddot{\mathbf{u}} = \sum_{i=1}^k N_i \ddot{\mathbf{u}}_i \end{cases}. \quad (2.15)$$

Ainsi la formulation variationnelle intégrée (équation 2.13) peut s'écrire sous une forme matricielle :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}^{int} = \mathbf{F}^{ext}, \quad (2.16)$$

où :  $\mathbb{M}$  représente la matrice de masse cohérente :

$$\mathbb{M} = A_e \int_{\Omega_e} \rho \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^T d\Omega_e, \quad (2.17)$$

$\mathbb{C}$  la matrice d'amortissement proportionnelle à la matrice de masse,  $\mathbf{F}^{int}$  le vecteur des forces internes :

$$\mathbf{F}^{int} = A_e \int_{\Omega_e} \mathbb{B}^T \underline{\sigma} d\Omega_e, \quad (2.18)$$

et  $\mathbf{F}^{ext}$  le vecteur des forces extérieures :

$$\mathbf{F}^{ext} = A_e \int_{\Gamma_{F_e}} \mathbf{N}^T \mathbf{F} d\Gamma_{F_e} + A_e \int_{\Gamma_{c_e}} \mathbf{F}_c d\Gamma_{c_e}. \quad (2.19)$$

Dans ces expressions,  $\mathbf{N}$  est le vecteur des fonctions de forme,  $A_e$  symbolise le passage des intégrales élémentaires aux intégrales sur l'ensemble du maillage et  $\mathbb{B}$  est la matrice des gradients des fonctions de formes.

En remplaçant les forces internes par le produit  $\mathbb{K}\mathbf{u}$ , où  $\mathbb{K}$  représente matrice de rigidité, l'équation (2.16) peut s'écrire sous cette forme :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbb{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}^{ext}. \quad (2.20)$$

Les intégrales sont calculées pour chaque élément sur les quatre points d'intégration, ou points de Gauss, car l'intégration n'est pas réduite.

La méthode de calcul dépend de la configuration choisie pour la description du problème. Dans le cas de traitement des grandes déformations ou de grands déplacements, deux représentations du problème sont possibles :

- la configuration Lagrangienne totale qui consiste à calculer les intégrales sur l'élément au temps  $t = 0$ , c'est à dire sur l'état non déformé de l'élément ;
- la configuration Lagrangienne réactualisée qui consiste à calculer les intégrales à l'instant  $t$  sur l'élément déjà déformé.

Dans cette étude, la configuration Lagrangienne réactualisée a été retenue.

#### 2.4.4 Intégration temporelle

L'étude des problèmes dynamiques non-linéaires par la méthode des éléments finis nécessite l'utilisation d'algorithmes d'intégration pas à pas pour résoudre l'équation d'équilibre (2.20) au cours du temps. Cette intégration temporelle peut se réaliser en utilisant des méthodes explicites ou implicites.

L'avantage des méthodes implicites est l'utilisation de grand pas de temps. Cependant pour résoudre l'équation d'équilibre à un instant donné, une convergence sur la solution doit être effectuée. L'utilisation de schémas implicites dans les problèmes de contact frottant reste efficace lorsqu'on s'intéresse à la réponse macroscopique de la structure. Cependant, ils ne sont pas adaptés pour observer des phénomènes qui peuvent avoir de hautes fréquences. En effet, l'observation de ces phénomènes nécessite un pas de temps

réduit, bien souvent plus petit que les pas de temps utilisés dans les schémas implicites.

Contrairement aux schémas implicites, les schémas explicites nécessitent naturellement des pas de temps très petits pour satisfaire des conditions de convergence. Ils sont souvent utilisés pour les simulations d'impact des solides et dans des phénomènes de très courtes durées où la propagation d'ondes à hautes fréquences est importante. Par conséquent, les schémas explicites sont les plus appropriés dans notre étude où les modèles présentent de hautes fréquences [PEI 07] et sont donc retenus par la suite de l'étude.

#### 2.4.4.1 Les méthodes explicites

##### Les différences finis centrées

Les méthodes explicites présentent de nombreux avantages pour les problèmes non linéaires et elles permettent de calculer le résultat de l'équation d'équilibre à  $t + \Delta t$  uniquement à partir des quantités connues à l'instant  $t$  grâce au schéma des différences centrées qui exprime les vitesses et les accélérations au temps  $t$  en fonction des déplacements aux temps  $t + \Delta t$  et  $t - \Delta t$  :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{2\Delta t}(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_{t-\Delta t}) \\ \ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{\Delta t^2}(\mathbf{u}_{t+\Delta t} - 2\mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{t-\Delta t}) \end{cases} \quad (2.21)$$

En remplaçant le système d'équations (2.21) dans l'équation d'équilibre (2.20) écrit au temps  $t$ , le déplacement  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$  est obtenu à partir des valeurs connues à  $t$  et on obtient l'expression des déplacements  $\mathbf{u}$  au temps  $t + \Delta t$  :

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = [\mathbb{M} + \frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}]^{-1}(\Delta t^2 \mathbf{F}_t^{ext} + (2\mathbb{M} - \Delta t^2 \mathbb{K})\mathbf{u}_t - [\mathbb{M} - \frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}]\mathbf{u}_{t-\Delta t}). \quad (2.22)$$

Afin de simplifier l'expression de l'équation (2.22) dans la cas où la matrice  $\mathbb{C}$  n'est pas diagonale, il est usuel d'exprimer les vitesses au temps  $t - \frac{\Delta t}{2}$ , ce qui introduit des perturbations dans le système.

Dans ce cas, les déplacements au temps  $t + \Delta t$  sont donnés par l'expression simplifiée :

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbb{M}^{-1}\Delta t^2(\mathbf{F}_t^{ext} - \mathbb{C}\dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{\Delta t}{2}} - \mathbb{K}\mathbf{u}_t) + 2\mathbf{u}_t - \mathbf{u}_{t-\Delta t}. \quad (2.23)$$

Afin de résoudre facilement l'équation (2.23), il est nécessaire d'inverser la matrice de masse à chaque pas de temps. Cette procédure pouvant être très coûteuse en temps de calcul, on utilise une matrice concentrée donc diagonale et immédiatement inversible [ZIE 00].

##### La méthode $\beta_2$

L'utilisation de la méthode des différences centrées dans des problèmes présentant de hautes fréquences peut introduire du bruit dans la réponse des modèles. Afin de pouvoir

amortir ces hautes fréquences, la méthode  $\beta_2$  qui dérive de la méthode des différences centrées est utilisée et consiste à introduire un paramètre noté  $\beta_2$  dans l'expression de la vitesse à l'instant  $t$  :

$$\dot{\mathbf{u}}_t = \frac{1}{(1 + 2\beta_2)\Delta t} [2\beta_2 \mathbf{u}_{t+\Delta t} - 2(1 - \beta_2) \mathbf{u}_{t-\Delta t} + 2(1 - 2\beta_2) \mathbf{u}_t + \Delta t (2\beta_2 - 1) \dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t}]. \quad (2.24)$$

En utilisant l'expression de l'accélération :

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \frac{2}{\Delta t^2} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t), \quad (2.25)$$

le déplacement à l'instant  $t + \Delta t$  est alors défini par :

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \frac{1+2\beta_2}{2} \mathbb{M}^{-1} \Delta t^2 (\mathbf{F}_t^{ext} - \mathbf{F}_t^{int} - \mathbb{C} \dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{\Delta t}{2}}) + (3 - 2\beta_2) \mathbf{u}_t - 2(1 - \beta_2) \mathbf{u}_{t-\Delta t} + \Delta t (2\beta_2 - 1) \dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t} \quad (2.26)$$

Les équations (2.26) et (2.23) montrent que les champs de déplacement à l'instant  $t + \Delta t$  sont obtenus directement, dès lors que les champs de déplacements à  $t$  et à  $t - \Delta t$  sont connus. Cependant, certaines conditions de stabilité doivent être respectées.

### Condition de stabilité

La condition pour assurer la stabilité des schémas explicites est d'utiliser une valeur de pas de temps inférieure à une valeur critique liée à la matrice d'amplification  $\mathbb{M}^{-1} \mathbb{K}$  :

$$\Delta t_{critique} = \frac{2}{\omega_{max}}, \quad (2.27)$$

où  $\omega_{max}$  correspond au rayon spectral de la matrice d'amplification.  $\omega_{max}$  peut être également interprété comme la plus haute pulsation susceptible d'être représentée dans le modèle. En d'autres termes, la limite de la stabilité peut être approximée par le temps mis par une onde de compression, ayant une vitesse  $C_p$  pour parcourir la longueur  $l_{min}$  du plus petit élément du maillage :

$$\text{où } \Delta t < \frac{l_{min}}{C_p}, \quad C_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}. \quad (2.28)$$

$E$ ,  $\nu$  et  $\rho$  sont respectivement le module de Young, le coefficient de Poisson et la masse volumique du matériau isotrope considéré. Lorsqu'un facteur d'amortissement  $\xi$  est introduit, alors la condition de stabilité devient :

$$\Delta t_{critique2} = \frac{2}{\omega_{max}} (\sqrt{1 + \xi^2} - \xi). \quad (2.29)$$

L'augmentation de l'amortissement entraîne la diminution du pas de critique et donc par conséquent un pas de temps très petit pour les simulations numériques.

### 2.4.4.2 Conclusions

La méthode  $\beta_2$  des différences finis centrées, implémentée dans le code d'éléments finis Plast2, a été retenue pour ce travail. Car elle est plus appropriée pour les phénomènes de courtes durées où la propagation des ondes de hautes fréquences est importante. Cependant le traitement du contact dans une formulation explicite est très délicat, car les réactions de contact ne sont pas des fonctions continues liées aux variables d'état cinématique. Afin de traiter correctement le problème de contact avec ce type de schéma, il est nécessaire d'utiliser une méthode robuste basée sur une approximation de la surface de contact [CAR 91, BAI 05b]. C'est ce qui fait l'objet de la section suivante avec la présentation des algorithmes de gestion du contact.

### 2.4.5 Algorithmes de gestion du contact

Le contact unilatéral introduit une forte non linéarité pouvant être difficile à traiter. Il existe différentes méthodes numériques pour gérer le contact entre deux solides déformables, ou entre un solide et une surface rigide, dont les deux principales sont la méthode de pénalisation et la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

La méthode de pénalisation permet de gérer le contact entre un noeud appartenant à un corps déformable en contact avec une surface qui peut être soit rigide (contact Déformable-Rigide) ou soit un segment déformable (contact Déformable-Déformable). Cette méthode ne respecte alors plus les conditions de Signorini puisqu'elle autorise une interpénétration entre les deux corps en contact. Cette méthode ne nécessite pas d'itérations supplémentaires lors de la résolution du problème de contact. Cependant, l'inconvénient de la méthode est l'introduction de paramètres de raideurs au contact pour calculer les forces de contact et suivant le choix de ces paramètres, les résultats peuvent influencer la physique du contact [JU 66, BEL 91, MOT 92, ZON 93, BAI 96] et ne sont donc pas utilisées.

Contrairement à la méthode de pénalisation, celle des multiplicateurs de Lagrange [DHA 84, COO 02] permet de respecter strictement les conditions de Signorini sans l'introduction de paramètres de calage, mais nécessite l'utilisation d'un algorithme (ou solveur de contact) pour résoudre le problème global.

#### 2.4.5.1 La méthode des multiplicateurs de Lagrange

Les algorithmes de gestion de contact implémentés dans le code de calcul PLAST2, sont basés sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange avants proposée par Carpenter *et al.* [CAR 91] en deux dimensions. Cette méthode permet une gestion précise du contact normal et tangentielle entre deux corps en contact. Elle nécessite la définition

d'une surface maître et d'une surface esclave. Les conditions de contact imposées aux noeuds esclaves qui ne doivent pas pénétrer la surface maître à  $t + \Delta t$ , conduisent à l'introduction de multiplicateurs de Lagrange, notés  $\lambda$ , homogènes à des forces nodales de contact définies au temps  $t$ . Formulée ainsi, la méthode des multiplicateurs est compatible avec les schémas d'intégrations temporelles explicites. La formulation matricielle de l'équation d'équilibre augmentée des multiplicateurs de Lagrange est alors donnée par :

$$\begin{cases} \mathbb{M}\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbb{K}\mathbf{u}_{t+\Delta t} + \mathbb{G}_{t+\Delta t}^T \lambda_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t}^{ext} \\ \mathbb{G}_{t+\Delta t} \mathbf{X}_t + \mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t \leq 0 \end{cases}, \quad (2.30)$$

où  $\mathbb{G}_{t+\Delta t}$  est la matrice liant les multiplicateurs de Lagrange aux déplacements, ayant le rôle de répartir les efforts entre les noeuds de contact. Le vecteur  $\lambda_{t+\Delta t}$  est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange. L'obtention de ce couple  $(\mathbb{G}, \lambda)$  peut se faire par raccord intégral ou par raccord ponctuel. Le raccord intégral est une approche globale qui est basée sur une formulation intégrale des conditions de contact unilatéral, tandis que le raccord ponctuel est une approche locale basée sur une condition de non-pénétration entre un noeud de la surface esclave et le segment de la surface maître. Les deux méthodes sont détaillées dans les paragraphes ci-dessous.

### Le raccord intégral

L'équation (2.10c) issue des conditions de Signorini peut être écrite sous une forme intégrale :

$$\int_{\Gamma_c} \sigma_c[\mathbf{u}] d\Gamma = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \int_{\Gamma_c} \lambda^T \Psi \Phi^T (\mathbf{u}^M - \mathbf{u}^S) d\Gamma = 0, \quad (2.31)$$

où  $\mathbf{u}^M$  est le champ de déplacement des noeuds appartenant à la surface maître,  $\mathbf{u}^S$  le champ de déplacement des noeuds de la surface esclave et  $\Phi$  des fonctions d'interpolations des deux champs. Les contraintes  $\sigma_c$  sont décomposées en un champ de multiplicateurs de Lagrange  $\lambda$  et un vecteur de fonctions de forme  $\Psi$ . Ainsi deux matrices dépendant des fonctions de forme  $\Phi$  et  $\Psi$  sont identifiées,  $\mathbb{G}_S^M$  et  $\mathbb{G}_S$ , qui lient à l'instant  $t + \Delta t$  le vecteur des multiplicateurs de Lagrange au vecteur déplacement de la surface maître pour  $\mathbb{G}_S^M$  et à celui de la surface esclave pour  $\mathbb{G}_S$ .

Selon le degré d'interpolation des fonctions de forme associées aux multiplicateurs ou aux déplacements, les composantes des matrices  $\mathbb{G}_S^M$  et  $\mathbb{G}_S$  sont différentes [BAI 05c].

La matrice  $\mathbb{G}_{t+\Delta t}$  est ensuite définie comme l'assemblage des matrices  $\mathbb{G}_S^M$  et  $\mathbb{G}_S$  et permet de résoudre le problème du contact grâce à l'algorithme suivant.

1. Les déplacements inconnus à l'instant  $t + \Delta t$  sont calculés avec l'hypothèse de forces de contact nulles. Le champ de déplacement  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}^*$  est obtenu.
2. En cas d'interpénétration des surfaces, les multiplicateurs de Lagrange sont calculés avec la relation :

$$\lambda_{t+\Delta t} = \Delta t^2 \mathbb{G}_{t+\Delta t} \mathbb{M}^{-1} \mathbb{G}_{t+\Delta t}^T \mathbb{G}_{t+\Delta t}^{-1} \mathbb{G}_{t+\Delta t} \mathbf{X}_t + \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* - \mathbf{u}_t. \quad (2.32)$$

3. Une fois les multiplicateurs de Lagrange déterminés, une corrélation sur le champ des déplacements  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}^*$  est faite, en ajoutant un champ correcteur  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}^c$  déterminé par :

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t}^c = -\Delta t^2 \mathbb{M}^{-1} \mathbb{G}_{t+\Delta t}^T \lambda_{t+\Delta t} \quad , \quad (2.33)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_{t+\Delta t}^* + \mathbf{u}_{t+\Delta t}^c \quad . \quad (2.34)$$

### Le raccord ponctuel

Dans l'approche ponctuelle, la non pénétration n'est imposée que localement dans le sens où un noeud de la surface esclave ne doit pas pénétrer le segment antagoniste de la surface maître. En d'autres termes, elle n'a d'influence que sur les deux noeuds de la surface maître sur laquelle elle se projette. Baillet et Sassi [BAI 05c] ont montré les avantages et inconvénients relatifs du raccord ponctuel et intégral pour diverses applications. Dans les premiers travaux où un pion en composite C/C frottant sur surface rigide est simulé, le raccord ponctuel a été utilisé pour conserver le caractère local des forces de contact agissant sur les hétérogénéités (torons) et la matrice [PEI 07].

Dans les travaux présentés dans ce mémoire, les deux méthodes sont utilisées, notamment le raccord ponctuel pour le contact entre une surface déformable et une surface rigide, et le raccord intégral pour un contact entre deux corps déformables.

## 2.4.6 Lois de frottement

La loi de Coulomb est la plus ancienne loi utilisée pour décrire le frottement. En effet, Amontons [AMO 99] et Coulomb [COU 85] ont été les premiers scientifiques à décrire le frottement par des équations. La loi de Coulomb peut être décrite par le système suivant :

$$[\mathbf{u}_n] = 0 \Rightarrow \mathbf{F}_n = 0 \Rightarrow \begin{cases} \|\mathbf{F}_t\| < \mu \mathbf{F}_n \Rightarrow \mathbf{V}_{gliss} = 0 & (statut = adhérence) \\ \|\mathbf{F}_t\| = \mu \mathbf{F}_n \Rightarrow \exists A > 0 | \mathbf{V}_{gliss} = -A \mathbf{F}_t & (statut = glissement) \end{cases} \quad , \quad (2.35)$$

où  $\mathbf{F}_n$  et  $\mathbf{F}_t$  représentent respectivement les forces normales et tangentielles de contact,  $\mu$  est le coefficient de frottement et  $\mathbf{V}_{gliss}$  la vitesse relative de glissement à l'interface de contact. En effet, selon que les corps en contact glissent ou non l'un contre l'autre, on parle de glissement ou d'adhérence. On a un statut d'adhérence tant que la force tangentielle n'atteint pas une force limite proportionnelle à la force normale, et un statut de glissement lorsque la force tangentielle est indépendante de la vitesse de glissement. Deux représentations graphiques sont possibles pour cette loi. Elles sont données par la figure (2.8).

Il existe des lois de frottement dérivées de la loi classique de Coulomb utilisant un frottement variable. Ces lois consistent à dissocier un coefficient de frottement statique  $\mu_{stat}$  et un coefficient de frottement dynamique  $\mu_{dyn}$ .  $\mu_{stat}$  correspond au coefficient de frottement qui intervient lorsque les deux corps sont en contact sans vitesse relative imposée et  $\mu_{dyn}$  correspond au coefficient de frottement qui intervient ensuite dès que les deux corps sont en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre (cf. Figure 2.9).

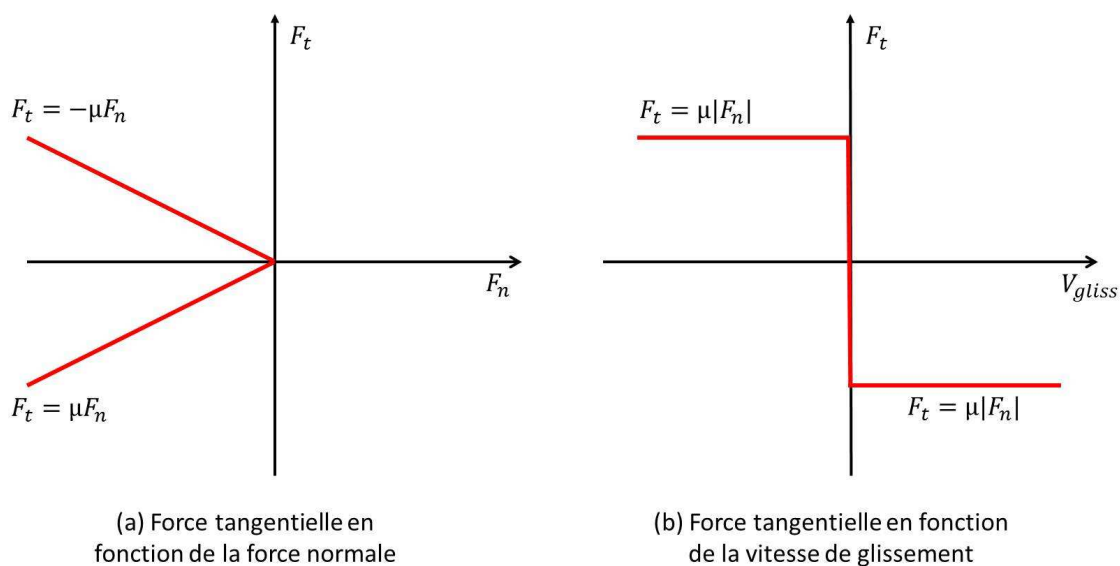


FIGURE 2.8: Représentations graphiques de la loi de Coulomb

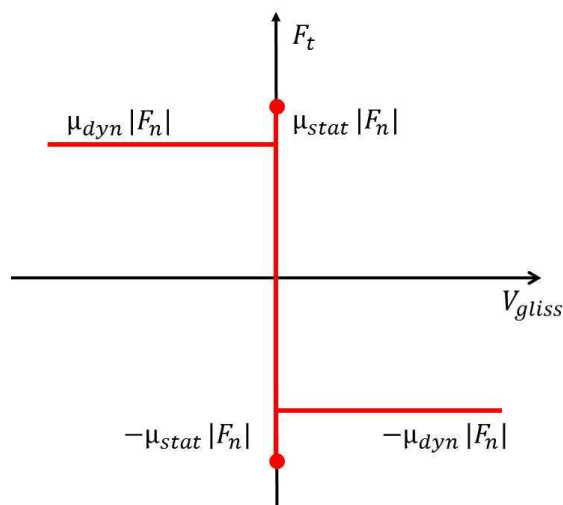


FIGURE 2.9: Représentation graphique de la loi de Coulomb à coefficient de frottement statique et dynamique

D'autres lois de frottement ont été développées également pour mettre en évidence l'évolution du coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement, de la contrainte normale appliquée ou d'autres paramètres. Il s'agit de lois de types *state and rate* [ODE 85, RIC 01]. Ces lois permettent de prendre en compte les effets dynamiques du contact, notamment les effets de temps de réponse de la contrainte tangentielle au changement brusque de la contrainte normale ou de la vitesse de glissement [PRA 93].



En effet, de nombreux travaux théoriques [REN 92, ADA 95, MAR 99, RAN 01] ont montré que le problème de contact entre deux corps différents sous l'action de la loi de Coulomb est souvent mal posé et n'a pas de solution. Le fait que le problème soit mal posé se caractérise par une croissance exponentielle des perturbations interfaciales de toutes longueurs d'ondes, le taux de croissance étant inversement proportionnel à la longueur d'onde. Autrement dit la croissance est d'autant plus rapide que les fréquences sont élevées. Les conséquences du problème mal posé sont illustrés dans un premier temps par les travaux de Andrews et Ben-Zion [AND 97] qui ont rendu compte de simulations numériques de pulses hautement instables le long de l'interface entre deux matériaux différents. Cochard et Rice [COC 00] ont montré que le modèle numérique employé ne peut pas converger en réduisant la taille des mailles employées. Cette non convergence est la conséquence directe du fait que le problème est mal posé. Ils ont montrés également que les lois de Coulomb régularisées basées sur les lois de type *State and Rate* pouvaient permettre de palier ce problème.

La loi proposée par Ranjith et Rice [RAN 01], basée sur les expériences de Pakash et Pakash-Clifton [PRA 93, PRA 98], nommée de loi de "Pakash-Clifton" appartient à cette catégorie de lois de Coulomb régularisées. Cette loi suggère qu'il n'y a pas de relation instantanée entre l'évolution de la contrainte normale de contact et l'évolution de la contrainte tangentielle, mais un changement graduel qui intervient au bout d'un certain temps ou sur une certaine distance. Ainsi, Cochard et Rice [COC 00] ont montré que la version simplifiée de cette loi permettrait de traiter des problèmes, qui avec la loi classique de Coulomb, étaient mal posés. Cette loi peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_t = -\frac{1}{\kappa}(\sigma_t + \mu\sigma_n) \\ \kappa = \frac{L}{V}; V > 0; L > 0 \end{cases}, \quad (2.36)$$

où  $\sigma_t$  est la contrainte tangentielle,  $\sigma_n$  la contrainte normale et  $\mu$  le coefficient de frottement. Le rapport  $\frac{L}{V}$ , nommé  $\kappa$ , a la dimension de temps. Cette loi simplifiée ne prend en considération qu'une évolution graduelle de la contrainte normale  $\sigma_n$ . Les figures 2.10(a) et 2.10(b) montrent respectivement l'évolution de la contrainte tangentielle  $\sigma_t$  dans la loi classique de Coulomb et dans la loi simplifiée de "Prakash-Clifton" suite à un saut de la contrainte normale  $\sigma_n$ .

La loi n'est prise en compte que lorsqu'un point sur la surface antagoniste a un statut glissant, et est décrite par le système suivant :

$$\begin{cases} |\sigma_t^*| < \mu|\sigma_n| \Rightarrow [\dot{\mathbf{u}}] = 0; \sigma_t = \sigma_t^* \quad (statut = adhérence) \\ |\sigma_t^*| > \mu|\sigma_n| \Rightarrow \begin{cases} \dot{\sigma}_t = -\frac{|\dot{u}_t|}{u_t}(\sigma_t - \alpha\mu|\sigma_n|) \\ \exists \gamma \geq t.q. [\dot{\mathbf{u}}] = -\gamma\sigma_t \end{cases}; \alpha = sign(\sigma_t^*) \quad (statut = glissement) \end{cases}, \quad (2.37)$$

où  $\sigma_t^*$  est la contrainte tangentielle obtenue sous l'hypothèse d'une adhérence pendant le pas de temps  $\Delta t$ . Si l'hypothèse est vérifiée alors la contrainte vraie est égale à la

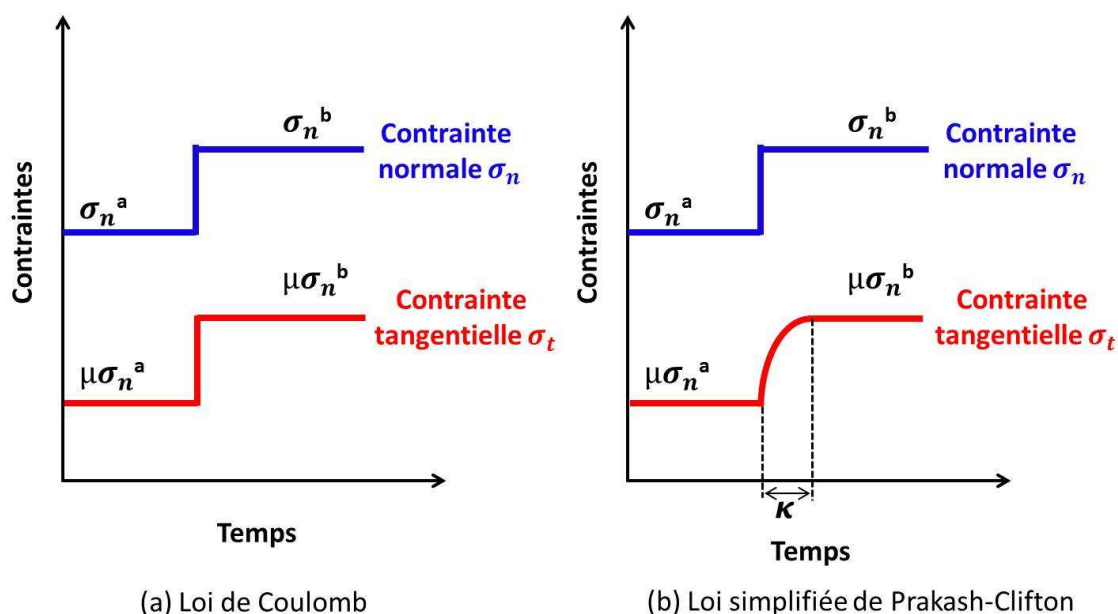


FIGURE 2.10: Évolution de la contrainte tangentielle après un saut sur la contrainte normale pour deux lois de frottement différentes

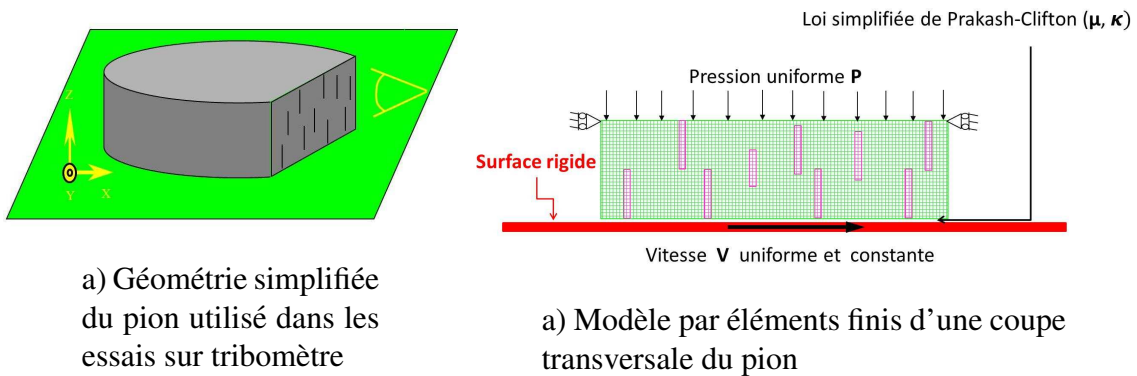
contrainte  $\tau^*$  sinon la contrainte vraie est celle obtenue par la loi simplifiée de "Prakash-Clifton".

Ainsi, si un seul paramètre intervient dans la loi de frottement de Coulomb (coefficient de frottement  $\mu$ ), deux paramètres sont nécessaires avec la loi simplifiée de "Prakash-Clifton" à savoir, le coefficient de frottement  $\mu$  et le temps de régularisation  $\kappa$ . En effet  $\mu$  intervient pour décrire le rapport entre la contrainte tangentielle et la contrainte normale longtemps après la perturbation, tandis que  $\kappa$  n'intervient que pendant la perturbation et son influence s'estompe au fur et à mesure que le temps passe. Il est intéressant de noter que la loi simplifiée de "Prakash-Clifton" tend de façon asymptotique vers la loi de Coulomb avec le temps, et que cette dernière est un cas limite de la loi simplifiée de "Prakash-Clifton" lorsque le temps de régularisation est nul.

L'utilisation de cette loi dans les simulations numériques effectuées dans ce travail permet de prendre en compte le décalage temporel entre les contraintes normale et tangentielle, mais aussi d'obtenir une bonne convergence des modèles numériques. En effet dans ces travaux de thèse, Peillex [PEI 07] a montré que l'utilisation de la loi classique de Coulomb ne permettait pas d'obtenir une convergence que ce soit spatiale ou temporelle, et que les hautes fréquences qu'elle génère sont néfastes au processus d'homogénéisation classique utilisé dans l'étude des composites. Lors de l'utilisation de la loi simplifiée de "Prakash-Clifton", il obtient une convergence spatiale et temporelle. Par conséquent, cette loi est utilisée dans le travail présenté dans ce mémoire.

### 2.4.7 Présentation des modèles numériques

Les premiers modèles numériques étudiés ici ont été réalisés avec un VER de composite biphasique constitué d'une matrice et de torons (cf. Figure 2.5), caractérisé par une distribution aléatoire et une fraction volumique donnée de torons. Les modélisations numériques ont été réalisées en deux dimensions sous l'hypothèse des déformations planes. Les dimensions minimales du VER modélisé sont  $28\text{ mm}$  de long (suivant l'axe  $(O; x)$ ) sur  $8\text{ mm}$  de hauteur (suivant l'axe  $(O; y)$ ) dans le cas où les propriétés élastiques de torons "faible" (cf. section 2.3) sont utilisées. Ces dimensions de VER correspondent à celles d'une section de pion utilisé sur le tribomètre en configuration pion/disque de LaMCoS [GOU 04b, KAS 07]. Dans le cas où les propriétés élastiques des torons forts (cf. section 2.3) sont utilisées alors les dimensions du VER sont multipliées par 2, soit  $56\text{ mm}$  de long sur  $16\text{ mm}$  de hauteur, afin de conserver les mêmes caractéristiques du VER telles que la fraction volumique des torons. La surface antagoniste (rigide ou déformable) du modèle est animée d'une vitesse de translation uniforme  $V$  dans la direction  $(o; X)$ . Une pression uniforme  $P$  est appliquée sur la face supérieure du modèle. La mise en pression s'effectue progressivement sur  $50\ \mu\text{s}$ . Initialement le modèle et la surface rigide sont séparés d' $1\ \mu\text{m}$ . Les éléments finis utilisés sont des quadrilatères à quatre noeuds isoparamétriques dont les fonctions de forme sont linéaires. La taille des éléments est de  $0.1\text{ mm}$  afin de mieux représenter les torons qui ont une taille de  $0.2\text{ mm}$ . La figure 2.11 illustre le modèle par éléments finis.



a) Géométrie simplifiée du pion utilisé dans les essais sur tribomètre

a) Modèle par éléments finis d'une coupe transversale du pion

**FIGURE 2.11:** Géométrie réelle simplifiée du pion et le modèle par éléments finis

Le schéma d'intégration numérique est celui de Newmark- $\beta_2$  avec  $\beta_2 = 0.5$ , c'est à dire le schéma des différences centrées. Le seul amortissement introduit dans les modèles est celui de Rayleigh. La matrice d'amortissement  $C$  est ainsi proportionnelle à la matrice de raideur  $K$  :

$$C = \beta K. \quad (2.38)$$

La valeur de  $\beta$  est égale à  $0.42E - 08\text{ s}^{-1}$  dans ce cas d'étude. Le frottement est géré par la loi simplifiée de "Prakash-Clifton".

## 2.5 Comportements dynamiques du composite C/C

Dans ses travaux de thèse, Peillex [PEI 07] a montré qu'à partir du processus d'homogénéisation classique, le comportement tribologique d'un composite frottant sur une surface rigide peut être étudié sous certaines conditions de chargement avec une loi de frottement de type Prakash-Clifton. En effet, le composite à l'échelle mésoscopique est représenté par des modèles hétérogènes de morphologies différentes. Afin de réduire les temps de calcul de simulations, le modèle homogène équivalent déterminé par homogénéisation classique des modèles hétérogènes est étudié [PEI 08]. Cependant, rien ne garantit la représentativité de la réponse mécanique du modèle homogène équivalent aux réponses mécaniques des modèles hétérogènes. Pour s'affranchir de ce problème, l'influence de la mésostructure (structure à l'échelle mésoscopique) du matériau est étudiée en comparant les résultats obtenus en utilisant des modèles hétérogènes à ceux obtenus avec le modèle homogène équivalent. Si les résultats sont identiques cela indiquera que la mésostructure n'a pas d'effets directs sur le comportement dynamique du composite, sinon il existe des effets directs de la mésostructure.

Pour certains cas de chargement (pressions appliquées différentes, vitesse, coefficient de frottement local), correspondant à différents comportements dynamiques, les modèles hétérogènes donnent des régimes d'instabilités équivalents entre eux et à ceux obtenus grâce au modèle homogène. Les régimes d'instabilités sont des vibrations locales générées au contact (nous en reviendrons dans la suite). Par conséquent, la structure hétérogène sous conditions dynamiques avec contact frottant peut être "remplacée" par la structure homogénéisée. La structure à l'échelle mésoscopique n'a pas alors d'effets directs sur le comportement du matériau.

Cependant, pour d'autres cas de chargements, les comportements des modèles hétérogènes sont différents entre eux et donc différent du modèle homogène équivalent. Par conséquent, la structure hétérogène sous conditions dynamiques avec contact frottant ne peut pas être "remplacée" par la structure homogénéisée. Et donc, la structure à l'échelle mésoscopique peut avoir des effets directs sur le comportement du matériau.

Ces comportements dynamiques sont caractérisés par des vibrations locales au contact, une fréquence principale de vibration et un coefficient de frottement global spécifique. Il a été montré que les modèles hétérogènes déterminent les comportements dynamiques pouvant se manifester au contact et le modèle homogène sélectionne un de ces comportements pour un jeu de paramètre donné. Par conséquent, le résultat principal de ces travaux est la séparation des échelles. Cependant les raisons de cette sélection semble être due à une influence de la dynamique locale de contact mais ne sont pas établies. Afin de mettre en évidence cette influence, il est nécessaire de caractériser les différents comportements dynamiques obtenus en réalisant de plus amples d'investigations.

Dans cette optique, la stratégie adoptée dans cette thèse est divisée trois étapes.

1. La première étape consiste, dans un premier temps, l'étude de l'influence du

## 2. Modélisation numérique des composites C/C sous conditions dynamiques de contact frottant

---

”contraste” des propriétés élastiques au contact sur le comportement tribologique et la caractérisation des différents comportements. Pour cela, la description du contact est modifiée en considérant un contact entre un composite C/C et un autre corps déformable avec une rigidité importante (par exemple un disque en acier comme dans les essais de tribomètre pion/disque) afin d’étudier les effets de la rigidité au contact sur les différents comportements. Puis, dans un deuxième temps, l’influence de la description de la structure du matériau sur le comportement tribologique. Pour cela, les effets de la distribution des torons sont étudiés par rapport à la matrice.

2. La deuxième étape est consacrée à l’extension des modèles numériques vers un modèle de contact plus ”réaliste” c’est à dire contact entre deux composites pour se rapprocher du problème de freinage aéronautique. Dans le but de comprendre comportement tribologique, le rôle de certains paramètres du matériau tels que les torons, ainsi que les porosités seront mis en évidence. Les observations numériques seront confrontées aux observations expérimentales.
3. La dernière étape est dédiée à une étude de composites à mésostructure régulière afin de contrôler l’influence sur le comportement tribologique des paramètres influents du matériau comme les torons. Pour cela une méthodologie qui s’appuie sur l’homogénéisation périodique a été mise en place, afin d’étendre l’homogénéisation à des conditions de contacts. Pour conserver la logique du manuscrit, cette étape principalement numérique est mise en annexe.

## **Deuxième partie**

# **Extension des Modèles Numériques des Composites C/C**



# Chapitre 3

## Caractérisation des comportements tribologiques

*Ce chapitre dresse un bilan de la caractérisation des différents comportements tribologiques qui ont été obtenus dans les travaux précédents [PEI 07]. Après une brève introduction, l'influence du contraste des propriétés élastiques entre deux corps en contact sur la réponse dynamique du matériau est présentée. Puis, pour mettre en évidence l'influence de paramètres significatifs, une analyse de la structure du matériau est réalisée. Pour conclure, une discussion générale sur les différents résultats est présentée.*

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>47</b>
<b>3.2</b>	<b>Influence du “contraste” des propriétés élastiques au contact</b>	<b>47</b>
3.2.1	Mise au point des modèles numériques	47
3.2.2	Analyse dynamique avec contact frottant	49
3.2.3	Conclusions	57
<b>3.3</b>	<b>Influence de la mésostructure du matériau : effets des torons</b>	<b>59</b>
3.3.1	Technique de seuillage	59
3.3.2	Effet de la géométrie des morphologies	60



3.3.3 Effets de la distribution des contraintes maximales . . . . .	61
<b>3.4 Discussions et conclusions . . . . .</b>	<b>64</b>

---

## 3.1 Introduction

Les premières simulations numériques qui ont été réalisées sur le comportement dynamique d'un composite sous sollicitations tribologiques [PEI 07] ont permis de relier modèles hétérogènes et homogène et régimes d'instabilités. Si pour certains chargements (pression appliquée), les régimes d'instabilités des modèles hétérogènes et homogènes sont similaires, pour d'autres chargements les modèles hétérogènes présentent des régimes différents et par conséquent, différents du régime d'instabilités du modèle homogène. Ces différences semblent avoir pour origine la dynamique locale au contact tout en pouvant être liées au modèle. En effet, de fortes hypothèses ont été prises lors de ces simulations pour décrire le contact, car celui-ci met en opposition une surface déformable (pion C/C) et une surface rigide (disque). De ce fait, pour caractériser ces régimes d'instabilités, il est nécessaire de réaliser de plus amples investigations au niveau du contact afin de mettre en évidence l'influence de la rigidité au contact sur la dynamique locale (si elle existe).

Dans ce contexte, une modélisation du contact entre deux corps déformables (contact déformable/déformable) est proposée. L'objectif est de déterminer l'influence du "contraste" des propriétés élastiques entre les deux corps en contact sur les régimes d'instabilités. Pour cela, considérons que le composite est en contact avec une surface déformable ayant une forte rigidité, par exemple l'acier. Une étude statique est ensuite réalisée sur les morphologies en analysant les effets de la distribution des paramètres significatifs du matériau.

Après une mise au point des modèles, les résultats des simulations numériques d'un contact déformable/déformable seront présentés. Ils seront également comparés à ceux obtenus avec un contact déformable/rigide. Pour finir, les résultats de l'influence des torons seront exposés et l'influence de la rigidité du contact et leur distribution discutée.

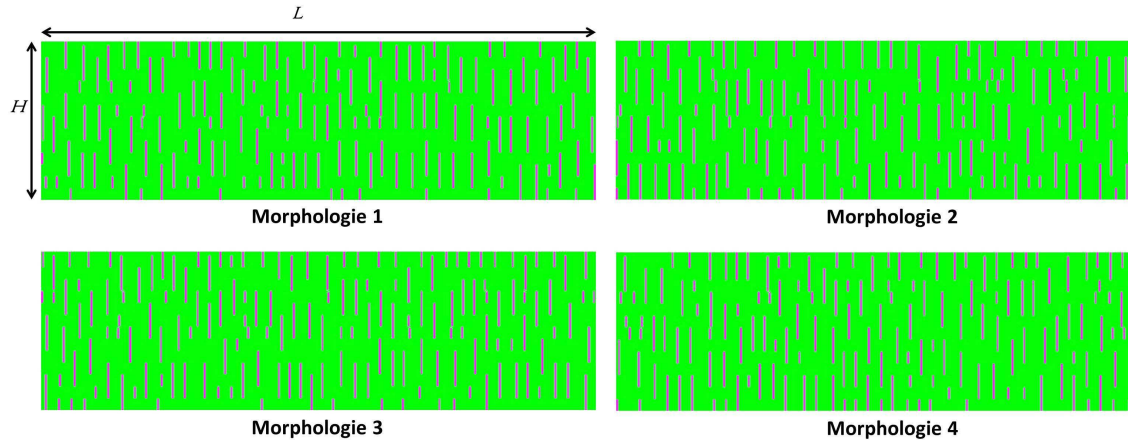
## 3.2 Influence du "contraste" des propriétés élastiques au contact

### 3.2.1 Mise au point des modèles numériques

#### 3.2.1.1 Morphologies étudiées

Dans la continuité des travaux précédents [PEI 07], les modèles hétérogènes possédant un fort contraste entre la matrice et les torons, sont étudiés. En effet, les différences de comportements ont été observées avec ce type de modèles dont les quatre morphologies sont représentées sur la figure 3.1.

Les propriétés géométriques des modèles sont résumées dans le tableau 3.1.



**FIGURE 3.1:** Illustration des quatre morphologies étudiées

Propriétés géométriques	
Longueur ( $L$ )	56 mm
Hauteur ( $H$ )	16 mm
Taux volumique de torons ( $\tau_v$ )	$9 \pm 1\%$

**TABLE 3.1:** Données géométriques des modèles

#### 3.2.1.2 Mise au point du modèle homogène équivalent

Pour créer le modèle homogène équivalent, une homogénéisation classique est réalisée sur chaque modèle hétérogène  $\mathcal{M}_{het}^i$ . Pour cela, la méthode des conditions aux limites homogènes en contraintes et déformations est utilisée fournissant ainsi un modèle homogène  $\mathcal{M}_{hom}^i$  pour chaque modèle hétérogène  $i$ . Une matrice de raideur du modèle homogène  $\mathcal{M}_{hom}^i$  est ainsi explicitée comme dans la section 2.3.2 du chapitre 2 :

$$\tilde{\mathbb{C}}(\mathcal{M}_{hom}^i) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbb{C}}_{11} & \tilde{\mathbb{C}}_{12} & 0 \\ \tilde{\mathbb{C}}_{21} & \tilde{\mathbb{C}}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\mathbb{C}}_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Les variations des propriétés de l'ensemble des modèles homogènes obtenus (coefficients de  $\tilde{\mathbb{C}}$ ) sont inférieures à 0.3%. Par conséquent, pour comparer les modèles hétérogènes avec le même et unique modèle homogène, un modèle homogène moyen équivalent est créé en moyennant les quatre modèles homogènes  $\mathcal{M}_{hom}^i$  :

$$\tilde{\mathbb{C}}_{hom}^{moy} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \tilde{\mathbb{C}}(\mathcal{M}_{hom}^i), \quad (3.2)$$

soit

$$\tilde{\mathbf{C}}_{hom}^{moy} = \begin{bmatrix} 36.505 & 9.236 & 0 \\ 9.250 & 46.525 & 0 \\ 0 & 0 & 13.752 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Analyse dynamique avec contact frottant

La surface rigide antagoniste est prise en acier avec un module de Young de 210 *GPa*. Des frontières périodiques sont imposées sur les parois latérales du corps antagoniste, et la face inférieure est bloquée suivant la direction 2 (cf. figure 3.2). Différents cas de chargements sont étudiés, la vitesse de glissement imposée est égale à 2 *m.s*<sup>-1</sup> et le coefficient de frottement local  $\mu$  à 0.25. Le temps de régularisation donné par la relation  $\kappa = \mathbf{u}_t / \dot{\mathbf{u}}_t$  est égal à 300  $\Delta t$  avec  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-9}$  *s*.

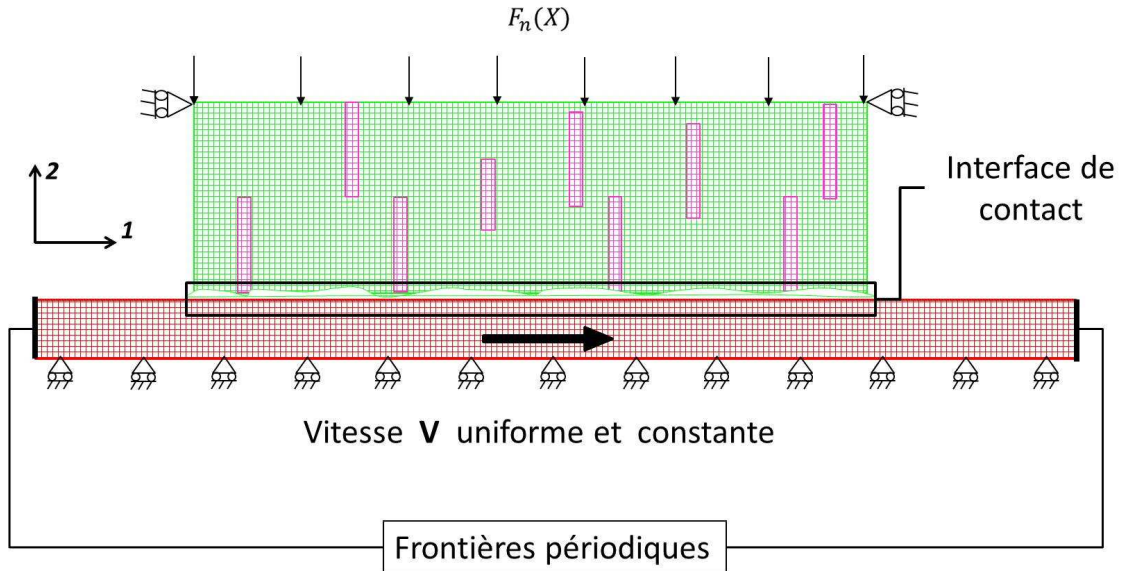


FIGURE 3.2: Modèle hétérogène frottant sur une surface déformable (acier)

Lors de l’analyse dynamique, le coefficient de frottement global, noté  $\mu_{global}$ , est calculé à partir du ratio entre la somme des forces tangentielles ( $\mathbf{F}_t$ ) et la somme des forces normales ( $\mathbf{F}_n$ ) appliquées sur la face supérieure du modèle (cf. figure 3.2) :

$$\mu_{global} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{point}} \mathbf{F}_t(i)}{\sum_{i=1}^{N_{point}} \mathbf{F}_n(i)}. \quad (3.4)$$

### 3. Caractérisation des comportements tribologiques

---

où  $N_{point}$  est le nombre de points sur la face inférieure du modèle. Ce coefficient s'approche le plus de celui mesuré expérimentalement et permet de prendre en compte l'influence de la dynamique ainsi que la distribution des ondes dans le matériau.

Les instabilités générées à l'interface de contact sont déterminées localement au cours de la simulation. Les instabilités sont des conséquences du chargement dynamique non linéaire créé par le contact frottant. Une instabilité de contact caractérise le fait que les points de contact peuvent être, à un instant  $t$ , en contact ou non avec la surface antagoniste. Dans le cas où ils sont en contact, les points peuvent adhérer ou glisser. Il y a adhérence lorsque la vitesse des points en contact est nulle par rapport à la surface antagoniste, ou glissement s'ils évoluent avec une vitesse différente de celle de la surface antagoniste. Quatre types différents d'instabilités peuvent alors être distingués [LIN 03] suivant le statut des points en contact :

- adhérence-glissement-décollement ;
- adhérence-glissement ;
- adhérence-décollement ;
- glissement-décollement.

Pour chaque type d'instabilités, trois paramètres caractéristiques peuvent être définis :

- le taux de glissement  $T_g$  représentant le pourcentage de temps pour lequel la surface de contact glisse sur la surface antagoniste :

$$T_g = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{\mathbf{N}_g}{t}, \quad (3.5)$$

où  $N_p$  est le nombre de points à la surface de contact,  $\mathbf{N}_g$  est le temps pendant lequel un point de la surface de contact glisse et  $t$  le temps total de la simulation ;

- le taux de décollement  $T_d$  représentant le pourcentage de temps pour lequel la surface de contact décolle de la surface antagoniste :

$$T_d = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{\mathbf{N}_d}{t}, \quad (3.6)$$

où  $\mathbf{N}_d$  est le temps pour lequel un point de la surface de contact décolle et  $t$  le temps total de la simulation ;

- le taux d'adhérence  $T_a$  représentant le pourcentage de temps pour lequel la surface de contact adhère à la surface antagoniste :

$$T_a = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{\mathbf{N}_a}{t}, \quad (3.7)$$

où  $\mathbf{N}_a$  est le temps pour lequel un point de la surface de contact a le statut adhérent et  $t$  le temps total de la simulation.

Dans ce mémoire, les résultats présentés comportent majoritairement des instabilités de type **glissement-décollement** caractérisés par différents régimes :

- un régime à fort taux de glissement dit **régime FTG**, c’est à dire  $T_g \geq 70\%$  et  $T_d \leq 30\%$  ;
- un régime à fort décollement dit **régime FTD**, c’est à dire  $T_g \leq 30\%$  et  $T_d \geq 70\%$  ;
- **régime Mixte** représentant un régime où les valeurs des taux de glissement et de décollement sont comprises entre 30% et 70%.

Notons que les % définis sont arbitraires comme toutes valeurs seuils utilisées.

### 3.2.2.1 Cas d’une pression $P=0.5$ MPa

Les simulations ont été tout d’abord réalisées avec un chargement de  $0.5$  MPa. La figure 3.3a montre l’évolution du coefficient de frottement global  $\mu_{global}$  au cours de la simulation. Cette évolution est caractérisée par un régime transitoire située en début de simulation et dure environ  $0.75$  ms, suivi d’un régime établi où les résultats sont constants dans le temps. Un zoom sur le régime établi, représente sur la figure 3.3b, montre également que toutes les morphologies ainsi que le modèle homogène équivalent ont une évolution temporelle de  $\mu_{global}$  quasi-identique. Les valeurs moyennes de  $\mu_{global}$  sont résumées dans le tableau 3.2. On peut y voir que la valeur moyenne de  $\mu_{global}$  du modèle homogène équivalent est égale à  $0.195$  présentant aussi une erreur maximale relativement faible (de l’ordre de  $3.8\%$ ).

Morphologies	1	2	3	4	Modèle homogène équivalent
$\mu_{global}$ moyen	0.192	0.201	0.196	0.200	0.194

**TABLE 3.2:** Valeur moyenne du coefficient de frottement global des modèles pour une pression de  $0.5$  MPa

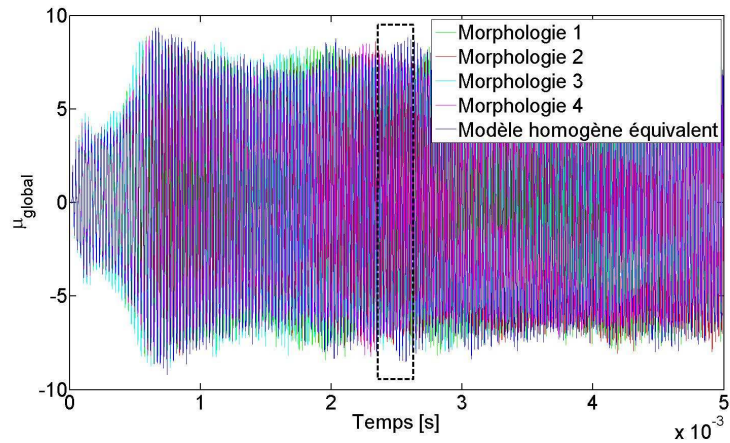
Les spectres fréquentiels du coefficient de frottement global des modèles sont mis en évidences par la figure 3.4. Elle montre que tous les modèles vibrent autour d’une valeur moyenne égale à  $39932$  Hz. Les résultats globaux montrent alors que les modèles hétérogènes présentent un comportement global identique caractérisé par un coefficient de frottement global moyen et une fréquence principale moyenne de vibration.

Ces résultats globaux sont confortés par l’analyse des instabilités à l’interface de contact de chaque modèle. Celle ci montre que les modèles ont un régime d’instabilités de type glissement-décollement **FTD** ( $\approx 80\%$ ).

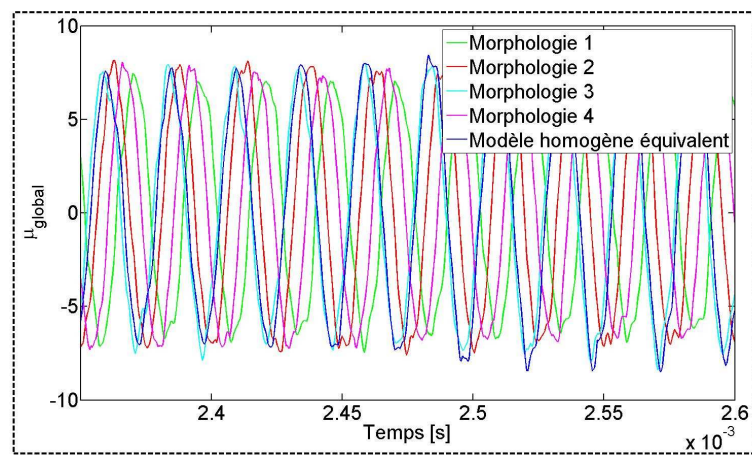
En résumé, au regard de l’évolution temporelle du coefficient de frottement, de la fréquence moyenne et du régime d’instabilités, pour un chargement de  $0.5$  MPa et une

### 3. Caractérisation des comportements tribologiques

---

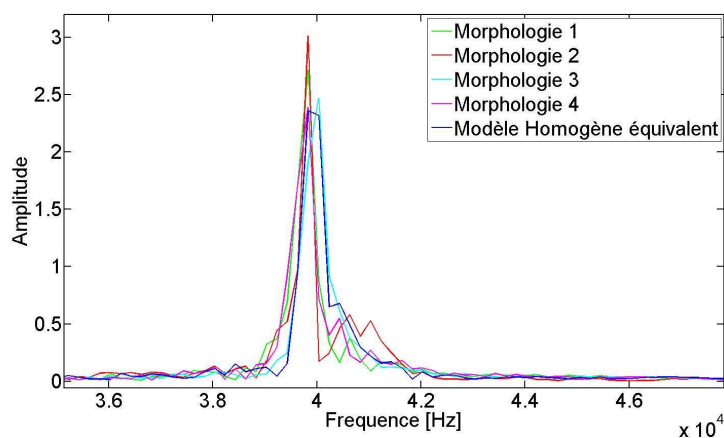


(a)



(b)

**FIGURE 3.3:** Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles au cours de la simulation (a) et zoom lors du régime établi (b)



**FIGURE 3.4:** Spectre fréquentiel du coefficient de frottement global pour une pression de 0.5 MPa

vitesse de  $2 \text{ m.s}^{-1}$ , les morphologies ont le même comportement dynamique, équivalent à celui du modèle homogène moyen [MBO 10]. Donc, pour ce chargement les effets de la structure à l'échelle mésoscopique n'ont pas une influence directe sur le comportement dynamique du matériau.

Lorsque ces résultats sont comparés à ceux obtenus dans le cas de contact déformable/rigide (cf. figure 3.5) pour les mêmes conditions de chargement, des régimes d'instabilités différents sont observés. En effet, dans le cas du contact déformable/rigide l'ensemble des morphologies et le modèle homogène équivalent ont un même régime d'instabilités de type glissement-décollement (**FTG**  $\approx 75\%$ ) avec une fréquence moyenne de vibration de  $41\,000 \text{ Hz}$  [PEI 07], tandis que dans le cas de contact déformable/déformable l'ensemble des modèles suivent un régime d'instabilités de type **FTD** ( $\approx 80\%$ ) avec une fréquence moyenne de vibration proche de  $40\,000 \text{ Hz}$  (cf. tableau 3.3).

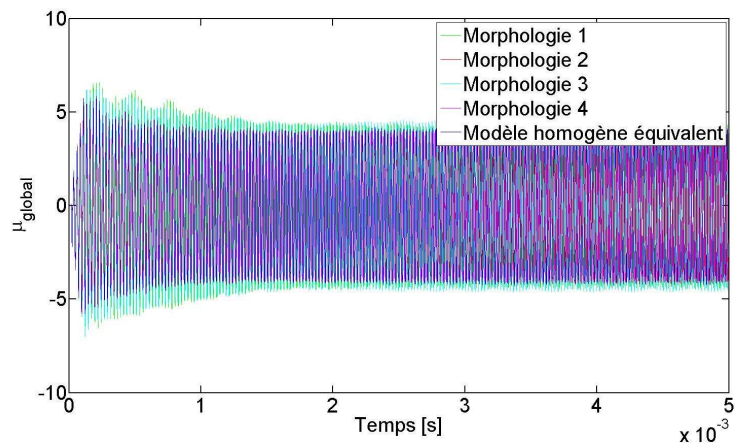
Pression	$P = 0.5 \text{ MPa}$	
Contact	Déformable/rigide	Déformable/déformable
Instabilités	glissement-décollement	
Régime	<b>FTG</b>	<b>FTD</b>
Fréquence moyenne	$41\,000 \text{ Hz}$	$40\,000 \text{ Hz}$
$\mu_{global}$ moyen	0.170	0.197

**TABLE 3.3:** Tableau récapitulatif des comportements dynamiques pour  $P = 0.5 \text{ MPa}$

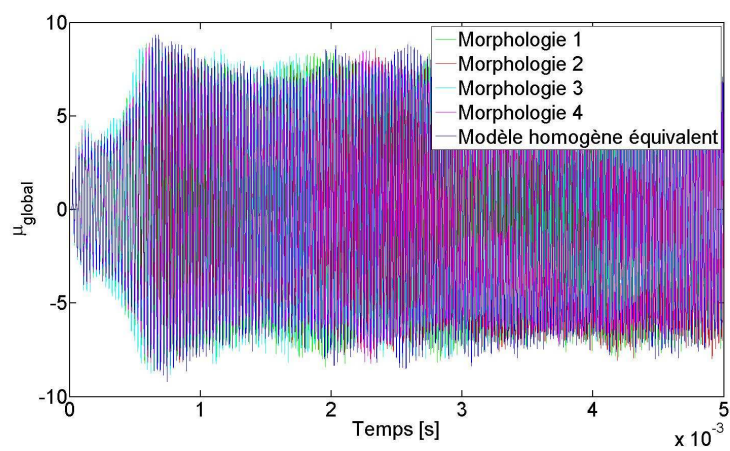


### 3. Caractérisation des comportements tribologiques

---



(a)



(b)

**FIGURE 3.5:** Evolution temporelle du coefficient de frottement global pour une pression de 0.5 MPa pour le contact déformable/rigide (a) et le contact déformable/déformable

Par conséquent, pour une pression égale à  $0.5\text{MPa}$  les régimes d’instabilités obtenus dans les deux modèles de contact sont différents. Donc, la rigidité au contact a une influence sur la dynamique locale au contact. Néanmoins, toutes les morphologies ont le même régime d’instabilités qui, de plus, est identique à celui du modèle homogène équivalent. La rigidité influence donc le comportement dynamique d’une morphologie, cependant elle n’a pas d’effet direct sur le comportement d’un ensemble de morphologies ayant un taux volumique de torons identique. Donc, quelque soit la rigidité du contact (déformable/rigide ou déformable/déformable) et pour une pression de  $0.5\text{MPa}$ , la structure du matériau à l’échelle mésoscopique n’a pas d’influence directe sur le comportement dynamique du matériau.

### 3.2.2.2 Cas d’une pression $P=1\text{MPa}$

Les mêmes séries de simulations ont été réalisées pour une pression de  $1\text{MPa}$ . Contrairement au cas précédent, les résultats montrent que pour un contact déformable/déformable, les morphologies présentent des comportements différents entre eux et donc différents de celui du modèle homogène équivalent (cf. Figure 3.6).

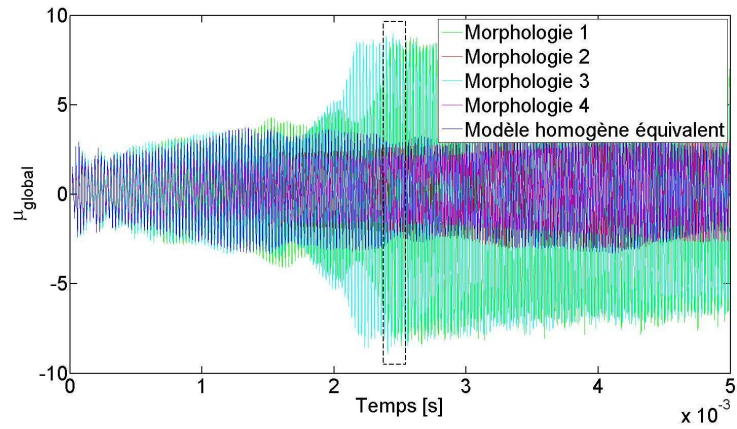
Lorsque le régime est établi à partir de  $t \approx 0.75\text{ms}$ , l’évolution de  $\mu_{global}$  des différentes morphologies est quasi-identique jusqu’à  $t = 2.5\text{ms}$  où nous constatons que les morphologies se regroupent deux à deux. En effet, les morphologies 1 et 3 (groupe 1) puis les morphologies 2 et 4 (groupe 2) se rejoignent et possèdent la même évolution pour  $\mu_{global}$ . De plus, le modèle homogène équivalent rejoint le groupe 2, à savoir les morphologies 2 et 4.

Si les deux groupes ont le même type d’instabilités (glissement-décollement), le groupe 1 évolue selon un régime **Mixte** avec un taux de glissement de 60% en moyenne avec une fréquence de l’ordre de  $40\,000\text{Hz}$  tandis que le groupe 2 suit un régime **FTG** ( $\approx 90\%$ ) avec une fréquence de  $41\,000\text{Hz}$  (cf. figure 3.7). Les fréquences sont toutefois très proche (écart de 2.4%).

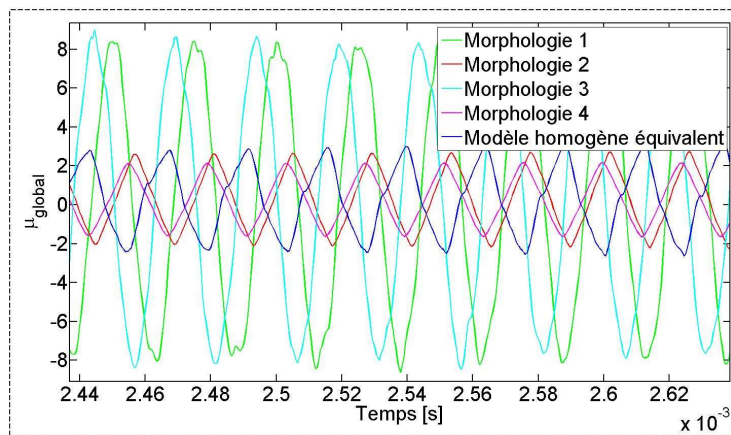
Dans le cas du contact déformable/rigide, même si toutes les morphologies ont le même régime d’instabilités et possèdent la même fréquence moyenne (cf. Tableau 3.4), l’amplitude de l’évolution du coefficient de frottement global est différente. Ces différences corroborent le regroupement de morphologies (cf. Figure 3.8) observé dans le cas de contact déformable/déformable (morphologies 1 et 3 et morphologies 2, 4 et modèle homogène équivalent).

La conclusion faite avec une pression de  $0.5\text{MPa}$  disant que la rigidité du contact influence le régime d’instabilités d’un modèle (homogène ou hétérogène) est alors retrouvée pour une pression  $1\text{MPa}$ . Cependant si deux morphologies ont le même comportement pour un contact déformable/rigide, elles auront le même comportement en contact déformable/déformable [MBO 10]. Donc il y a des regroupements de comportements des modèles hétérogènes qui semblent être liés à la description de la structure à l’échelle mésoscopique. Ce qui confirme également l’existence d’un effet direct de la structure à cette échelle sur le comportement du matériau.

### 3. Caractérisation des comportements tribologiques



(a)



(b)

**FIGURE 3.6:** Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles pour une pression de 1 MPa (a) et zoom dans le régime établi (b)

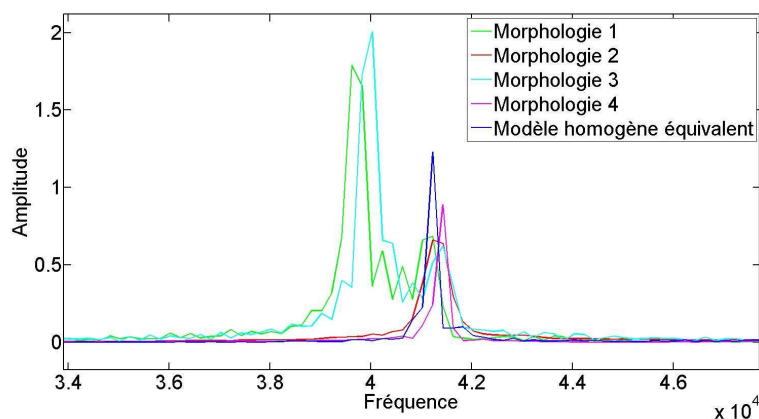


FIGURE 3.7: Spectre fréquentiel du coefficient de frottement global pour une pression de 1 MPa

Pression	$P = 1 \text{ MPa}$		
Contact	Déformable/rigide	Déformable/déformable	
Groupe de morphologies	Morphologies (1, 2, 3, 4 et H)	Groupe 1 (1 et 3)	Groupe 2 (2, 4 et H)
Instabilités	glissement-décollement		
Régime	<b>FTG</b>	<b>Mixte</b>	<b>FTG</b>
Fréquence moyenne	42 000 Hz	40 000 Hz	41 000 Hz

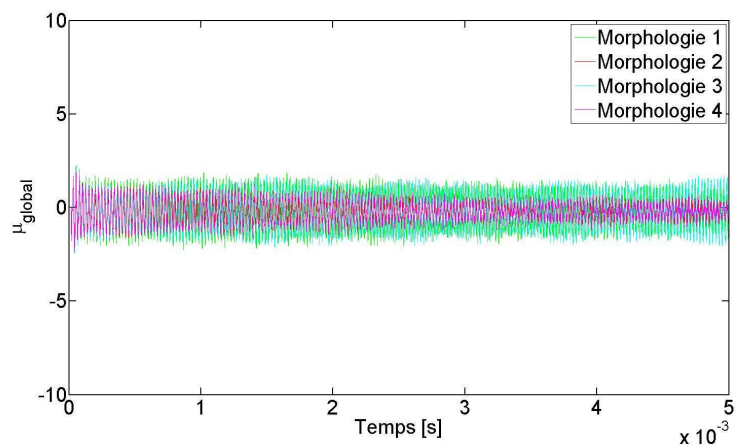
TABLE 3.4: Tableau récapitulatif des comportements dynamiques pour  $P = 1 \text{ MPa}$

### 3.2.3 Conclusions

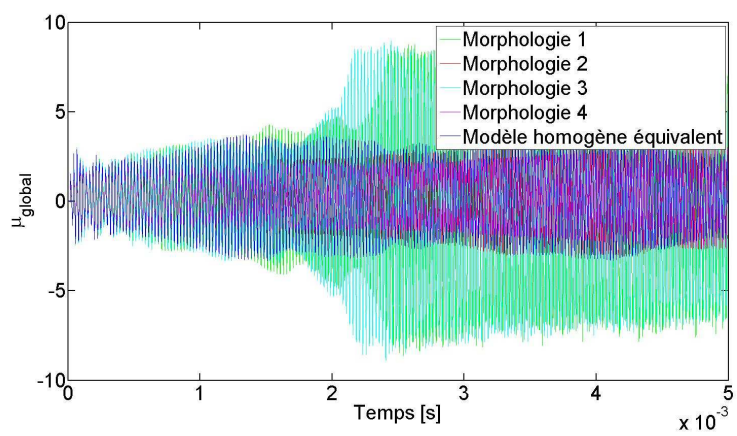
L'étude de différentes descriptions du contact a permis de mettre en évidence l'influence de la rigidité du contact sur le comportement dynamique des composites sous sollicitations tribologiques. En effet, au cours de cette étude nous avons montré que pour une pression donnée, le “contraste” des propriétés mécaniques au contact influence le comportement d'une morphologie. Ce qui montre la nécessité d'étendre le modèle numérique à un contact entre deux composites afin d'étudier le comportement tribologique du matériau sous conditions de freinage. Nous avons montré également que si un groupe de morphologies ayant des taux volumiques de torons identiques a un même régime d'instabilités pour un contact déformable/rigide, il aura le même type de régime en contact déformable/déformable. Donc, il n'y a pas d'influence sur l'étude comparative d'un ensemble de morphologies entre elles. Cette étude soulève alors une nouvelle question à sa-

### 3. Caractérisation des comportements tribologiques

---



(a)



(b)

**FIGURE 3.8:** Evolution temporelle du coefficient de frottement global pour une pression de 1 MPa pour le contact déformable/rigide (a) et le contact déformable/déformable (b)

voir “ d’où vient la différence entre les morphologies, construites à priori avec les mêmes conditions” ? Une piste directe semble être la distribution des torons dans le matériau et les régimes d’instabilités. Afin de répondre à cette question, une étude sur l’effet de la distribution des torons dans le volume, mais aussi au niveau du contact, est proposée dans la section suivante.

### 3.3 Influence de la mésostructure du matériau : effets des torons

La section précédente a mis en évidence le fait que le “contraste” au contact n’est pas un point clé pour comprendre le regroupement des morphologies. Les différents régimes d’instabilités n’étant pas directement liés au “contraste” des propriétés élastiques au contact, il faut chercher la cause des regroupements. Pour cela, une analyse utilisant une technique de seuillage d’images a été employée afin d’étudier l’influence de la distribution des torons dans les morphologies.

#### 3.3.1 Technique de seuillage

Le seuillage, ou la binarisation, est une technique de segmentation d’une image relativement simple à mettre en oeuvre. Se basant sur des images à niveau de gris, elle permet de séparer les pixels de l’image en deux catégories. Suivant une valeur seuil notée  $s$ , un groupe avec les pixels ayant un niveau de gris supérieur à  $s$  est obtenu et un autre avec ceux ayant un niveau de gris inférieur à  $s$ . L’image est alors séparée en deux classes (noir et blanc) de façon à ce que l’information comprise entre 0 et  $s$  soit retenue et l’autre non (ou inversement).

Il existe trois grandes techniques de sélection du seuil  $s$  : *global*, *local* et *dynamique*. La méthode de seuillage global est caractérisée par un seuil unique calculé à partir d’une mesure globale sur toute l’image. Pour le seuillage local, la classification d’un pixel dépend non seulement du pixel mais aussi de l’information locale (i.e. de son voisinage). Pour le seuillage dynamique, le seuil dépend des coordonnées du pixel, de l’information locale et du niveau de gris de l’image. Ces différentes méthodes sont implémentées dans différents logiciels utilisés dans les analyses et les traitements d’images. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer aux différents papiers de la littérature [CHE 99, KAP 85, OTS 78, WU 03].

Dans le cadre de ce travail, un logiciel libre appelé **ImageJ**<sup>1</sup>, est utilisé. Ce logiciel utilise des algorithmes de seuillage globaux permettant ainsi de réaliser la plupart des opérations courantes de traitement d’images telles que la visualisation et l’ajustement

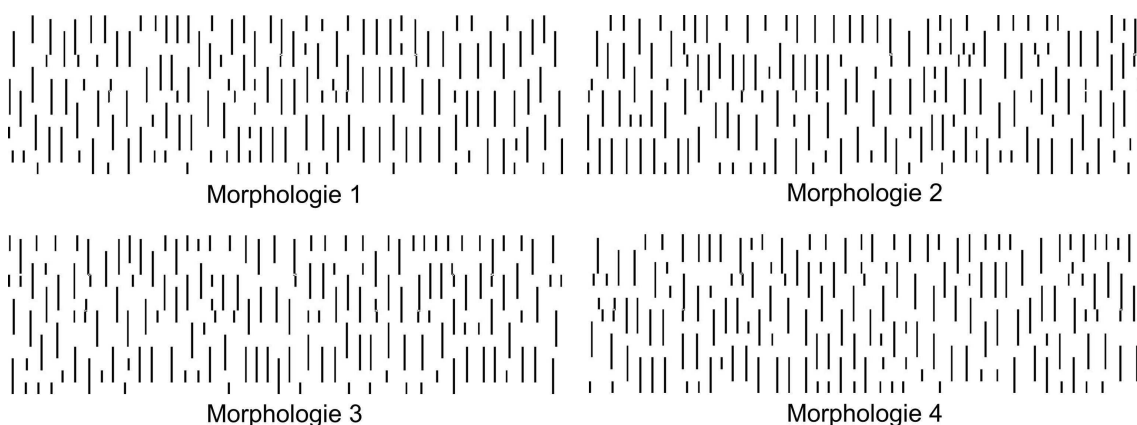
---

1. <http://rsbweb.nih.gov/ij/>

des niveaux de gris, le débruitage, la correction d'éclairage, la détection de contour, la transformation de Fourier, le seuillage, ...

#### 3.3.2 Effet de la géométrie des morphologies

La méthode de seuillage global est appliquée sur chacune des quatre morphologies. Des images binaires sont obtenues permettant de mettre en évidence les torons en "noir", dans la matrice en "blanc" (cf. Figure 3.9).



**FIGURE 3.9:** binarisation des images des morphologies en niveau de gris

Une fois la binarisation effectuée, le taux de torons (pixel noir) pour une surface donnée est calculé. La fenêtre, sur lequel il est calculé, balaie chaque morphologie en fonction d'une hauteur  $h$  ( $0 \leq h \leq H$ ).

Si on note  $\mathcal{S}_t$  la surface totale occupée par les torons pour une fenêtre de hauteur  $h$  et  $\mathcal{S}(h)$  (avec  $\mathcal{S}(h) = h \times L$ ,  $L$  longueur d'une morphologie) la surface d'une fenêtre, le taux surfacique de torons (en pourcentage) est ainsi égal à :

$$\tau_S = 100 \frac{\mathcal{S}_t(h)}{\mathcal{S}(h)}. \quad (3.8)$$

La figure 3.11 montre la variation du taux surfacique de torons pour les différentes morphologies en fonction de la hauteur  $h$ .

Les graphes montrent que, quand  $h = H$ , toutes les morphologies ont quasiment le même taux de torons ( $9\% \pm 1\%$ ) ce qui correspond à la valeur imposée pour le taux volumique de torons à la création des échantillons. Lorsque la surface analysée diminue ( $h \rightarrow 0$ ) des différences sur la répartition des torons dans la matrice apparaissent entre les morphologies. En effet, le taux surfacique de torons en surface de contact des morphologies 1 et 3 diminue en fonction de la hauteur  $h$  ( $\tau_S = 6.53\% \pm 0.15\%$  quand  $h = H/10$ ), tandis que celui des morphologies 2 et 4 augmente légèrement ( $\tau_S = 9.78\% \pm 0.25\%$

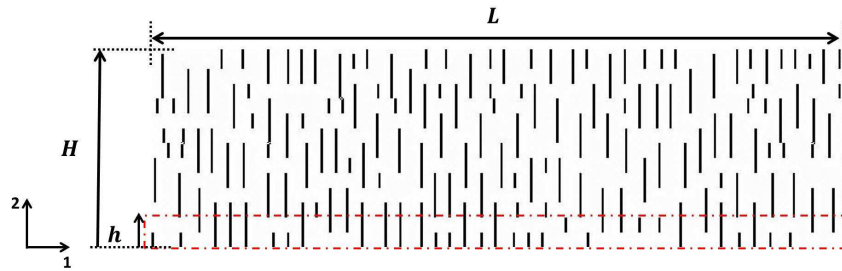


FIGURE 3.10: Variation de la hauteur pour calculer le taux surfacique des torons

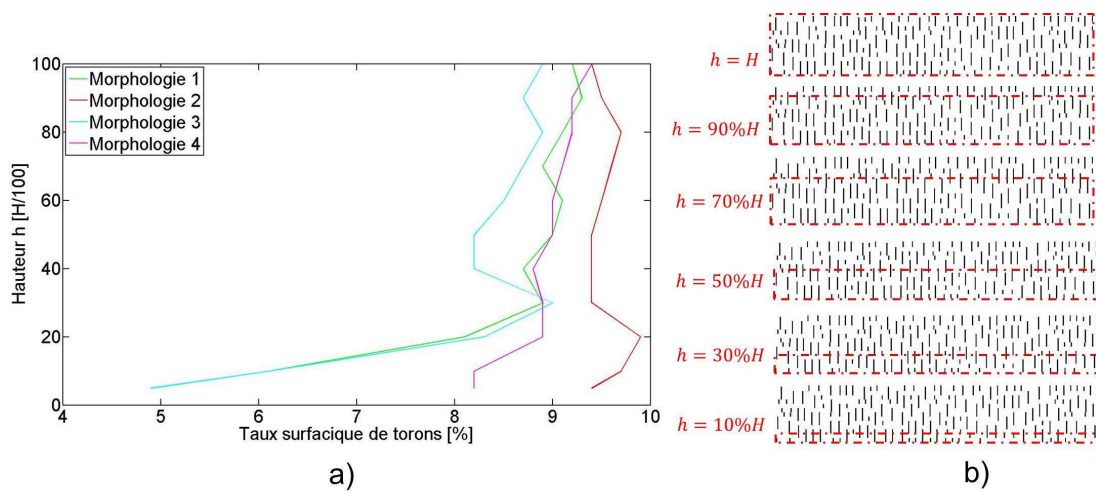


FIGURE 3.11: a) Variation du taux surfacique de torons dans les morphologies et b) fenêtre de hauteur  $h$

pour  $h = H/10$ ). On retrouve ainsi le regroupement de morphologies obtenu en analyse dynamique. Donc il existe une relation entre le taux surfacique de torons au niveau de la surface de contact des morphologies et les régimes d'instabilités qui se manifestent. L'apparition des régimes d'instabilités étant liées aux contraintes locales au contact, il serait intéressant de réaliser une analyse sur la propagation des contraintes dans le matériau afin de comprendre la relation entre le taux surfacique de torons au niveau de la surface de contact et les régimes d'instabilités, ce qui fait l'objet de la section suivante.

### 3.3.3 Effets de la distribution des contraintes maximales

L'analyse de la propagation des contraintes dans le matériau étant très difficile à effectuer de façon dynamique du fait de l'évolution des contraintes au cours du temps, elle est donc réalisée à partir de champs de contraintes obtenus avec des études statiques. Pour cela, un test de cisaillement numérique en statique est réalisé pour chacune des quatre morphologies à l'aide du logiciel de calcul d'éléments finis commercial Abaqus.



### 3. Caractérisation des comportements tribologiques

Des conditions limites homogènes sont appliquées au contour des morphologies et un déplacement  $u$  est imposé (cf. figure 3.12) sur les parois supérieure et inférieure suivant la direction 1.

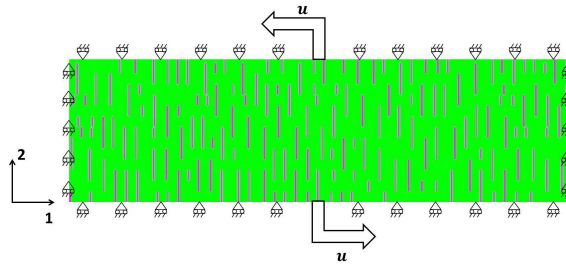


FIGURE 3.12: Test de cisaillement numérique en statique

La technique de seuillage utilisée dans la section 3.3.2 est ensuite appliquée aux champs de contraintes issus du cisaillement des morphologies (cf. figure 3.13a). L'image binarisée obtenue en niveau de gris (cf. figure 3.13b) met en évidence les contraintes maximales représentées par les pixels noirs et les contraintes minimales correspondantes aux pixels blancs.

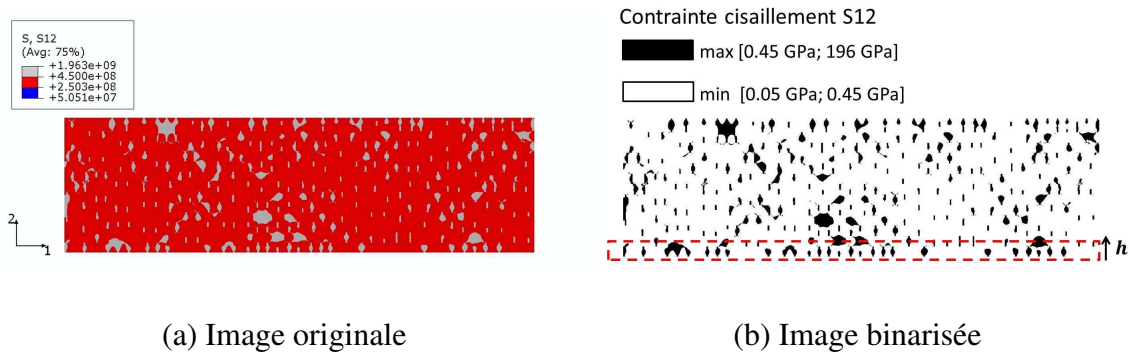
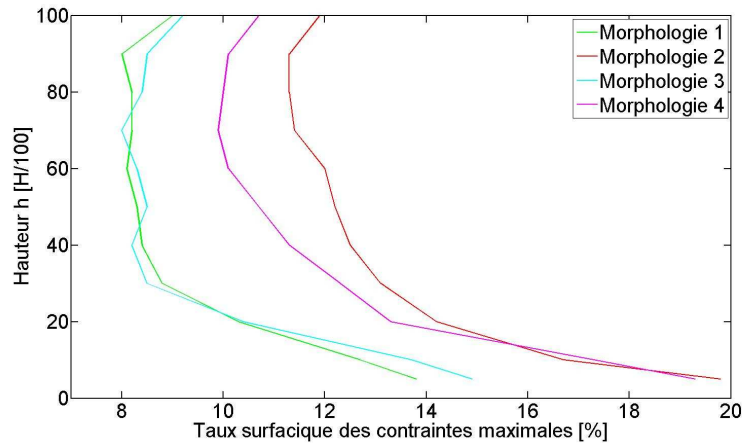


FIGURE 3.13: Champ de contraintes de cisaillement : (a) image originale et (b) image binarisée en niveau de gris

Le taux surfacique de contraintes de cisaillement maximales est alors calculé de la même façon que le taux surfacique de torons puis sa variation en fonction de la hauteur de fenêtre donnée est représentée par la figure 3.14.

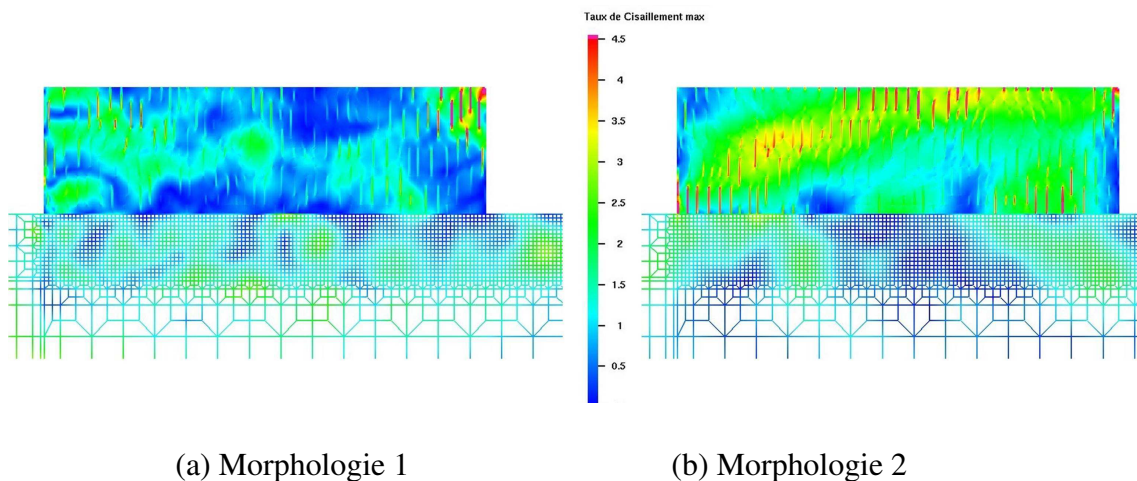
Le graphe de la figure 3.14 confirme les observations faites sur la distribution des torons. En effet, les morphologies 1 et 3 qui constituent un groupe, noté **groupe 1** ont une même évolution de taux surfacique des contraintes maximales, et de même pour les morphologies 2 et 4 qui constituent un autre groupe, noté **groupe 2**. Lorsque  $h \rightarrow 0$ , le



**FIGURE 3.14:** Variation du taux surfacique de contraintes maximales dans les morphologies

groupe 1 présente une valeur de taux surfacique de contraintes maximales de l'ordre de 14% ( $\pm 0.55\%$ ), valeur inférieure à celle groupe 2 ( $19.55\% \pm 0.25\%$ ).

Les modèles ayant une importante répartition de torons au niveau de la surface de contact ont ainsi une forte concentration de contraintes maximales localisées majoritairement dans les torons. De la même façon, nous observons sur la figure 3.15 que les valeurs des contraintes de cisaillement maximales, obtenues en dynamique pour un instant donné, sont localisées dans les torons et par conséquent les modèles ayant un fort taux surfacique de torons en surface de contact, ont également une forte concentration de contraintes maximales.



**FIGURE 3.15:** Champ des contraintes de cisaillement maximale obtenu après un temps de simulation de 5 ms et pour une pression de 1 MPa : (a) morphologie 1 et (b) morphologie 2

L'analyse des effets de la répartition des torons a permis de mettre en évidence l'influence de la distribution des torons dans le matériau, particulièrement au niveau de la surface de contact. Par conséquent, les morphologies ayant un important taux surfacique de torons ont des contraintes de cisaillement maximales majoritairement localisées dans les torons au niveau de la surface de contact. Cette forte concentration de contraintes au contact influence la dynamique locale au contact entraînant des régimes d'instabilités différents selon la pression imposée en étude dynamique. Donc la capacité d'une morphologie à changer de régimes d'instabilités sous certains chargements est caractérisée par la répartition de torons à la surface de contact. Ces observations montrent le rôle prépondérant de la surface frottante appelé l'effet de peau.

## 3.4 Discussions et conclusions

Ces premiers résultats présentent une continuité et un éclaircissement des travaux précédents [PEI 07]. Pour une pression et un type de contraste de contact donnés, une morphologie peut donc avoir des régimes d'instabilités distincts. Cependant un ensemble de morphologies possédant un régime d'instabilités en contact déformable/rigide, aura un régime d'instabilités similaire en contact déformable/déformable. Toutefois le type de régime d'instabilités peut être différent. De ce fait, il en ressort que la différence des modules d'élasticité des corps (composite, disque) en contact a une influence sur le régime d'instabilités d'une morphologie, mais elle n'influence pas le regroupement des morphologies. Cependant, la capacité des modèles à changer de régime d'instabilités sous certains chargements est liée au taux surfacique de torons en surface de contact. Les scénarii possibles peuvent être ainsi les conséquences des régimes d'instabilités, qui peuvent entraîner l'endommagement de la surface de contact dans certains cas de chargement, ou générer des vitesses tangentielles maximales qui sont généralement sources de dégradation de la surface frottante. Ces conclusions rejoignent également celles des travaux précédents, notamment l'effet de peau des modèles. De plus, les localisations des contraintes maximales observées dans les torons peuvent être aussi un scénario qui conduit aux dégradations des torons, pouvant entraîner des fissurations ou des décohésions toron-matrice.

Ces conclusions établies avec le contact un composite et une surface rigide et un contact entre un composite et une surface déformable soulignent le rôle prépondérant des torons dans la réponse mécanique des matériaux composites C/C. L'existence d'une influence de la distribution des torons à la surface de contact sur les régimes d'instabilités est ainsi montré. Cependant, l'influence de la distribution des torons intervient-elle dans le cas d'un contact entre deux composites C/C comme dans le cas d'un freinage aéronautique ? La réponse de cette question est l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Modélisation de contact entre deux composites C/C

*Ce chapitre présente l'enrichissement des modèles numériques pour tendre vers un modèle de contact "plus réaliste" (contact entre deux composites) afin de faire un pas de plus vers les conditions de freinage aéronautique. Dans un premier temps, l'influence de la distribution des torons est étudiée en utilisant les précédentes morphologies. Dans un deuxième temps, les porosités présentes dans le matériau sont introduites dans les différentes morphologies afin d'évaluer leur rôle dans le comportement dynamique du matériau.*

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>67</b>
<b>4.2</b>	<b>Influence de la répartition des torons</b>	<b>67</b>
4.2.1	Mise en place des modèles	67
4.2.2	Cas de référence : modèle homogène / modèle homogène	68
4.2.3	Contact entre morphologies et modèle homogène équivalent	70
4.2.4	Contact entre deux morphologies	76
4.2.5	Etude paramétrique de $\mu, \kappa$	83
4.2.6	Conclusions	88

<b>4.3</b>	<b>Prise en compte des porosités . . . . .</b>	<b>88</b>
<b>4.4</b>	<b>Vers une tentative de validation expérimentale . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>4.5</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>96</b>

---

## 4.1 Introduction

Pour se rapprocher des conditions de freinage, le modèle de contact composite/surface rigide est laissé de côté pour être étendu à un modèle de contact entre composites. Comme il a été montré dans la section précédente, il existe une relation entre la distribution des torons à la surface de contact et les régimes d'instabilités des morphologies. De ce fait, la suite de ces travaux a pour objectif d'étudier cette influence dans le cas d'un contact entre deux composites. Les porosités du matériau sont également modélisées afin de tendre un peu plus vers un modèle plus réaliste. Les rôles de la répartition des torons et de la présence des porosités sur le comportement dynamique, et sur la réponse mécanique du matériau à l'échelle mésoscopique sont ainsi étudiés.

Ces travaux sont donc partagés en deux étapes. La première étape permet d'évaluer uniquement l'influence de la répartition des torons lors d'un contact entre deux composites. Pour cela, nous considérons que les morphologies sont en contact entre elles ou en contact avec le modèle homogène équivalent. La deuxième étape consiste à introduire des porosités dans les morphologies afin de réaliser des investigations sur le rôle des porosités dans un contact composite/composite.

## 4.2 Influence de la répartition des torons

### 4.2.1 Mise en place des modèles

Afin d'étendre les modèles numériques à des contacts entre deux composites, un algorithme a été développé sous Matlab pour mettre en place la surface antagoniste de contact. En effet, pour conserver toutes les caractéristiques des morphologies telles que le taux surfacique de torons à la surface de contact, l'algorithme utilise une des 4 morphologies précédentes, nommé corps 1, pour créer un corps antagoniste, nommé corps 2 en effectuant les opérations suivantes :

- une duplication dans la direction horizontale de la morphologie,
- une symétrie par rapport à l'axe vertical,
- une nouvelle numérotation des éléments et des noeuds.

Le résultat est illustré par la figure 4.1.

Nous rappelons que la vitesse de glissement est égale à  $2 \text{ m/s}$ . Différents cas de chargements ( $P$ ) ainsi que différentes valeurs des paramètres de la loi de frottement ( $\mu$ ,  $\kappa$ ) sont utilisés afin de mettre en évidence leur influence sur le comportement dynamique du matériau. Comme dans le chapitre précédent, lors de l'analyse dynamique, le coefficient de frottement global et les instabilités au contact sont évalués. En complément de ces différentes grandeurs, les variations des énergies interne et emmagasinée au cours de la simulation sont également calculées respectivement grâce aux équations (4.1) et (4.2).

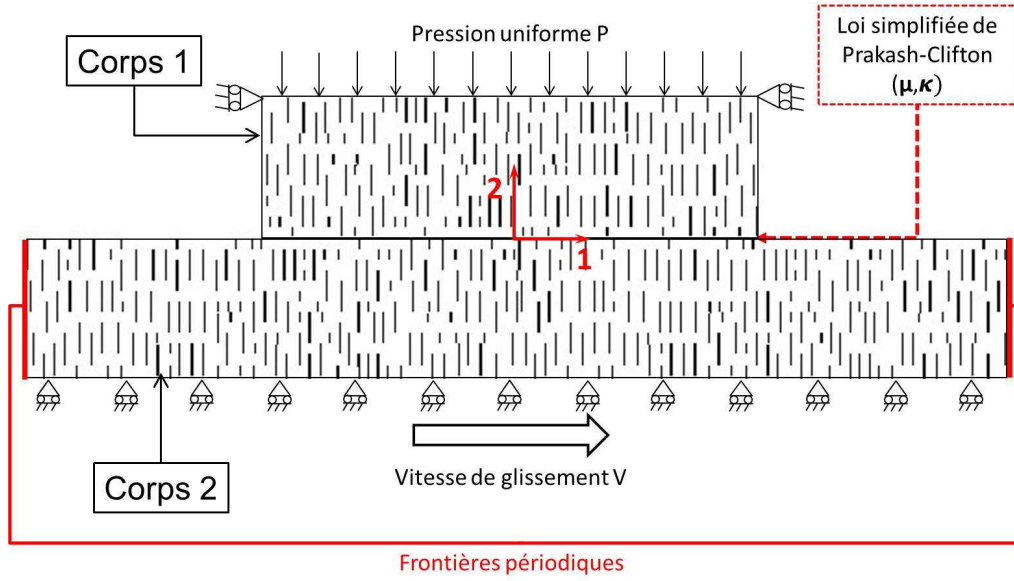


FIGURE 4.1: Modèle de contact entre deux composites (exemple de contact entre la morphologie 1 et la morphologie 1)

$$\xi^{int}(t) = \dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{\Delta t}{2}} \cdot \left( \frac{\mathbf{F}^{int}(t) + \mathbf{F}^{int}(t-\Delta t)}{2} \right) \Delta t \quad , \quad (4.1)$$

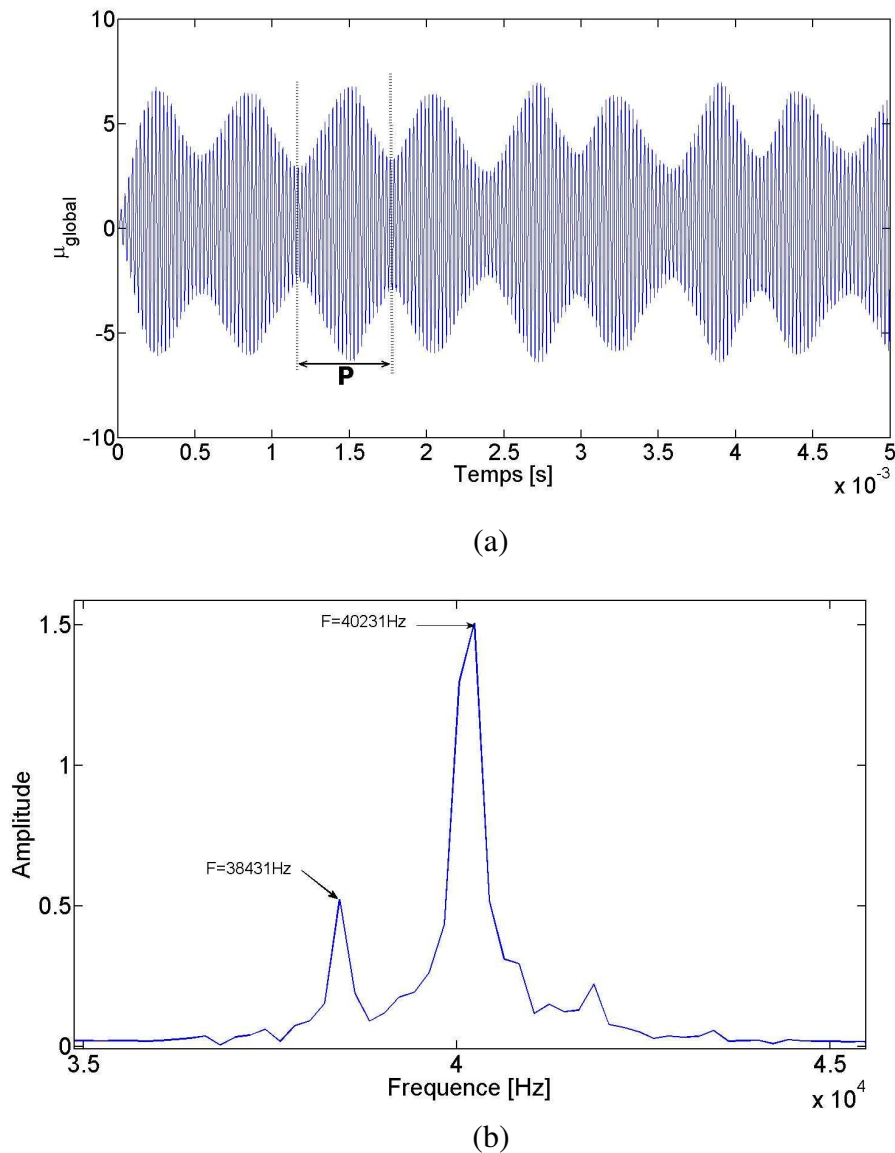
$$\xi_e^{int}(t) = \sum_{s=0}^t \xi^{int}(s) \quad , \quad (4.2)$$

où  $\dot{\mathbf{u}}_{t-\frac{\Delta t}{2}}$  est la vitesse à mi-parcours sur l'intervalle de temps  $[t - \Delta t, t]$ ,  $\mathbf{F}_{t-\Delta t}^{int}$  et  $\mathbf{F}_t^{int}$  respectivement les forces internes obtenues à  $t - \Delta t$  et  $t$ .

L'énergie interne peut être définie comme l'énergie mésoscopique provenant des forces d'interaction entre les éléments du composites (torons, matrice).

#### 4.2.2 Cas de référence : modèle homogène / modèle homogène

Dans un premier temps, les simulations sont réalisées avec le modèle homogène équivalent. La pression et la vitesse de cisaillement appliquées sont respectivement égales à  $0.5 \text{ MPa}$  et  $2 \text{ m/s}$ . La figure 4.2a montre l'évolution temporelle du coefficient de frottement global, celle-ci est caractérisée par un changement d'amplitude périodique, changement qui n'apparaissait pas précédemment. Ce phénomène, bien connu en acoustique, est appelé phénomène de battements. Ces "battements" sont le résultat des vibrations de deux corps en contact ayant des fréquences propres voisines. La transformée de fourier rapide FFT (Fast Fourier Transform) du coefficient de frottement global montre deux pics de fréquence à  $F = 38431 \text{ Hz}$  et  $F = 40231 \text{ Hz}$  (cf. figure 4.2b).



**FIGURE 4.2:** (a) Evolution temporelle et (b) spectre fréquentiel du coefficient de frottement global du modèle homogène équivalent

Pour vérifier que ces deux pics de fréquence sont les fréquences principales des corps en contact, une analyse temps-fréquence du signal du coefficient de frottement global est réalisée. Elle consiste à découper le signal en différents intervalles sur lesquels une Transformée de Fourier rapide FFT est réalisée. Sur chaque intervalle de temps, le spectre est tracé, ce qui nous permet de reconstruire un spectrogramme.

La figure 4.3 illustre le spectrogramme du signal de  $\mu_{global}$  au cours du temps. L'axe des X représente le temps tandis que l'axe des Y les fréquences. Une échelle de couleurs



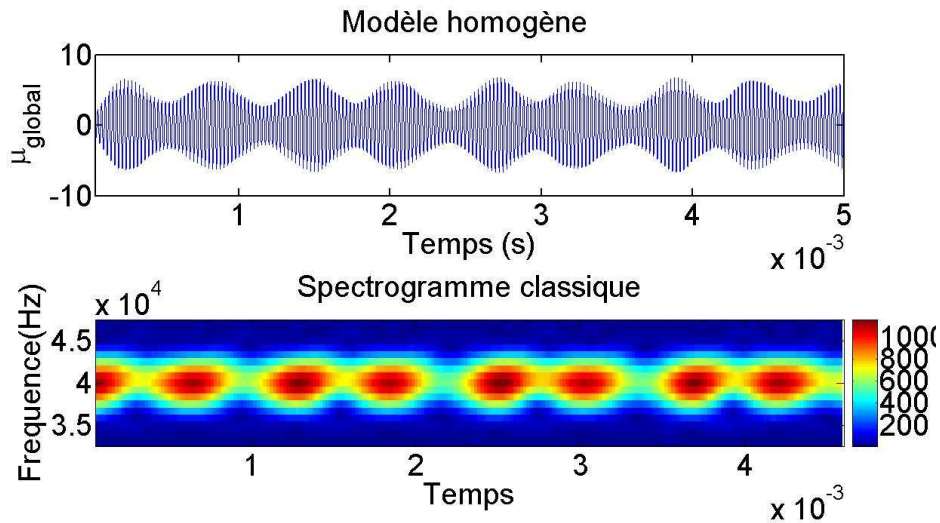


FIGURE 4.3: Spectrogramme de l'évolution temporelle du coefficient de frottement global

permet de retrouver les amplitudes des spectres au cours du temps. Le spectrogramme classique révèle ainsi des taches de couleurs qui correspondent aux fréquences principales de l'évolution temporelle de  $\mu_{global}$ . Contrairement aux études précédentes (la rigidité du contact), le contact entre deux composites met en exergue l'influence des propriétés élastiques de la surface antagoniste sur le comportement dynamique du matériau.

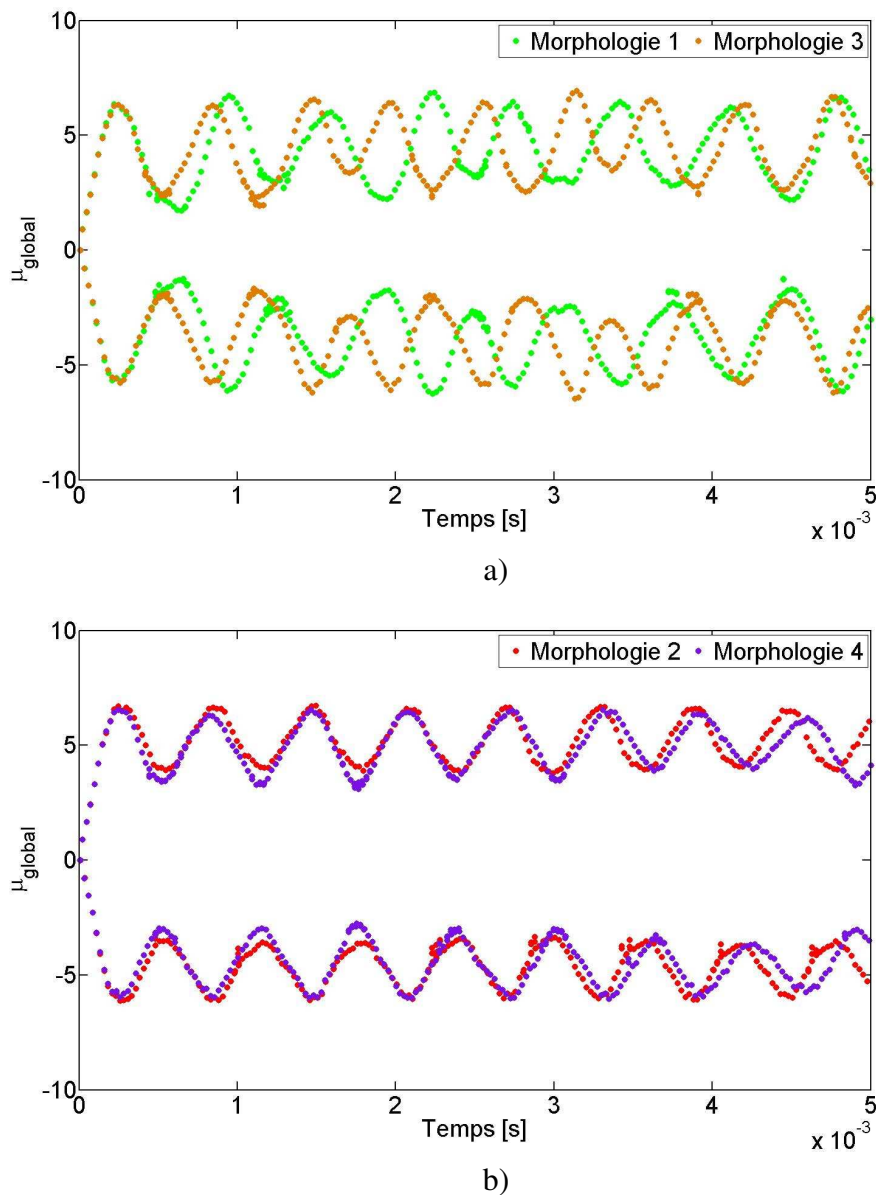
Ainsi donc, nous passerons dans la section suivante à l'étude des différentes morphologies afin de comparer les résultats à ceux de l'étude du cas de référence. Pour cela, considérons un couple de corps en contact noté (corps 1, corps 2). Afin de dissocier l'influence de la distribution des torons du corps 1 et du corps 2, deux cas de contact sont étudiés :

- **cas de contact 1** : couple de contact “morphologie/modèle homogène équivalent” ;
- **cas de contact 2** : couple de contact “morphologie/morphologie”.

### 4.2.3 Contact entre morphologies et modèle homogène équivalent

La figure 4.4 illustre l'évolution temporelle du coefficient de frottement global  $\mu_{global}$  des différentes morphologies. Pour plus de clarté, seule les enveloppes sont représentées. Comme dans la section 4.2.2, nous observons des phénomènes de battements qui sont dus aux fréquences de vibrations voisines des corps 1 et 2.

On peut voir sur la figure 4.4b que l'enveloppe de l'évolution temporelle de  $\mu_{global}$  des morphologies 2 et 4 est caractérisée par un changement périodique d'amplitude quasi constant. Ce premier regroupement de morphologies coïncide avec le regroupement de morphologies d'un contact morphologie/acier observé dans le chapitre précédent. Par conséquent, l'influence de la distribution des torons reste toujours un rôle prépondérant sur le comportement du matériau.



**FIGURE 4.4:** Enveloppe de l'évolution temporelle du coefficient de frottement global dans le cas d'un contact entre morphologie et modèle homogène équivalent pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500$  ns

Sur la figure 4.4a, l'évolution temporelle de  $\mu_{global}$  des morphologies 1 (en vert) et 3 (en orange) présente des changements d'amplitude irréguliers différents l'un de l'autre. Ces différences sont observées également dans les valeurs moyennes du coefficient de frottement global exposées dans le tableau 4.1. Ces changements d'amplitude irréguliers semblent alors être liés au faible taux surfacique de torons à la surface de contact de ces deux morphologies.

Morphologies	1	2	3	4	Modèle homogène équivalent
$\mu_{global}$ moyen	0.228	0.218	0.224	0.222	0.219

**TABLE 4.1:** Valeur moyenne du coefficient de frottement global dans le cas d'un contact entre morphologie et modèle homogène équivalent pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500$  ns

N'observant pas de regroupements flagrants comme précédemment, afin de vérifier la relation entre les différences et le regroupement obtenus, nous avons choisi d'évaluer l'énergie interne cumulée par les modèles au cours de la simulation (cf. figure 4.5). Ceci confirme le regroupement des morphologies 2 et 4 dont les courbes d'évolution d'énergie interne ont des pentes égales respectivement à 185 *Joule/s* et 171 *Joule/s* mais aussi le regroupement des morphologies 1 et 3 dont les pentes des courbes d'énergie sont égales respectivement à 139 *Joule/s* et 131 *Joule/s*. L'observation de l'énergie interne du modèle homogène équivalent montre que ce dernier rejoint le groupe 2 (i.e les morphologies 2 et 4). On retrouve ainsi les regroupements des chapitres précédents. Ces observations établies révèlent ainsi l'influence de la distribution des torons sur le comportement dynamique du matériau lors d'un contact entre deux composites. En outre, l'homogénéisation peut être suffisante pour déterminer le comportement global, car le modèle homogène rejoint toujours le comportement d'un des groupes. Cependant, il serait intéressant d'établir une relation entre le taux surfacique des torons à la surface de contact des morphologies et les paramètres des conditions de contact pour le modèle homogène afin de pouvoir prévoir le comportement global du modèle homogène.

Après l'analyse du comportement global des morphologies, nous passons à l'analyse des interfaces de contact afin de déterminer la dynamique locale au contact. Si l'on représente le taux de glissement de la surface de contact (cf. figure 4.6), autrement dit le taux de glissement de chaque point de contact au cours de la simulation on trouve des profils différents suivant le taux surfacique de torons présent au niveau de la surface de contact. Les profils des morphologies 2 et 4 (respectivement des morphologies 1 et 3) présentent de fortes similarités. Cependant, contrairement à l'évolution de l'énergie interne, le profil d'instabilités du modèle homogène se situe entre celui des morphologies 1 et 3 et celui des morphologies 2 et 4. Le taux de glissement moyenné à la surface de contact montre que les différents modèles ont un type d'instabilités glissement-décollement avec un régime **FTG** (cf. tableau 4.2), mais avec des pourcentages différents qui sont supérieurs à 80% pour les morphologies 1 et 3 et inférieurs à 80% pour les morphologies 2 et 4.

Le taux de glissement n'est donc pas suffisant pour caractériser le regroupement et

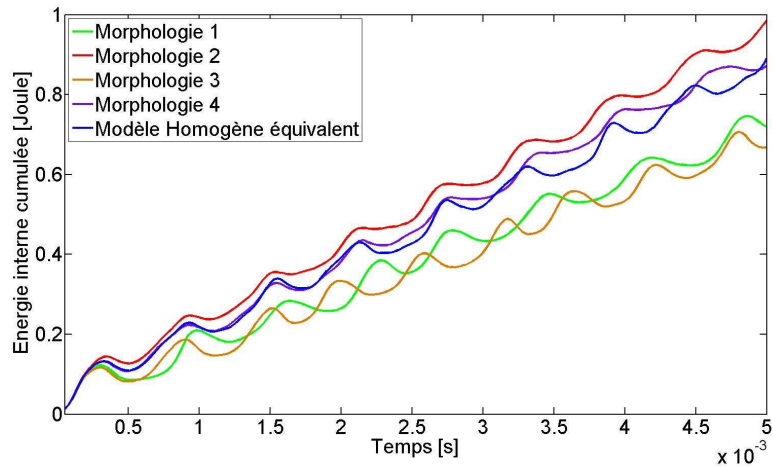


FIGURE 4.5: Energie interne emmagasinée au cours de la simulation

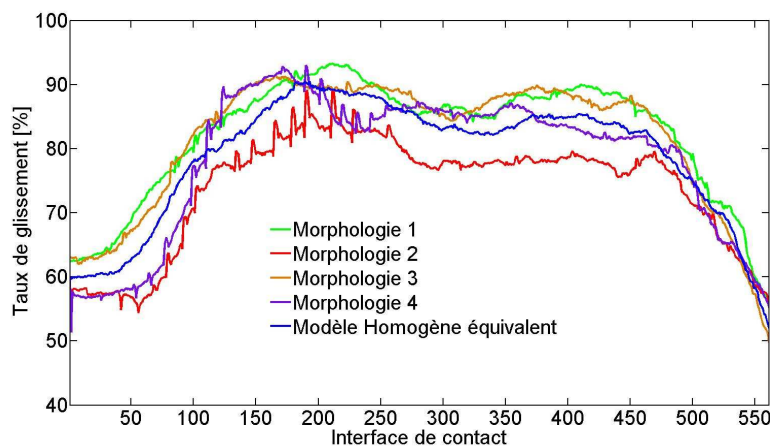


FIGURE 4.6: Profils du taux de glissement à la surface de contact pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500$  ns

Morphologies	1	2	3	4	Modèle homogène équivalent
Taux de glissement (%)	82	74	82	78	79
Taux de décollement (%)	18	26	18	22	21

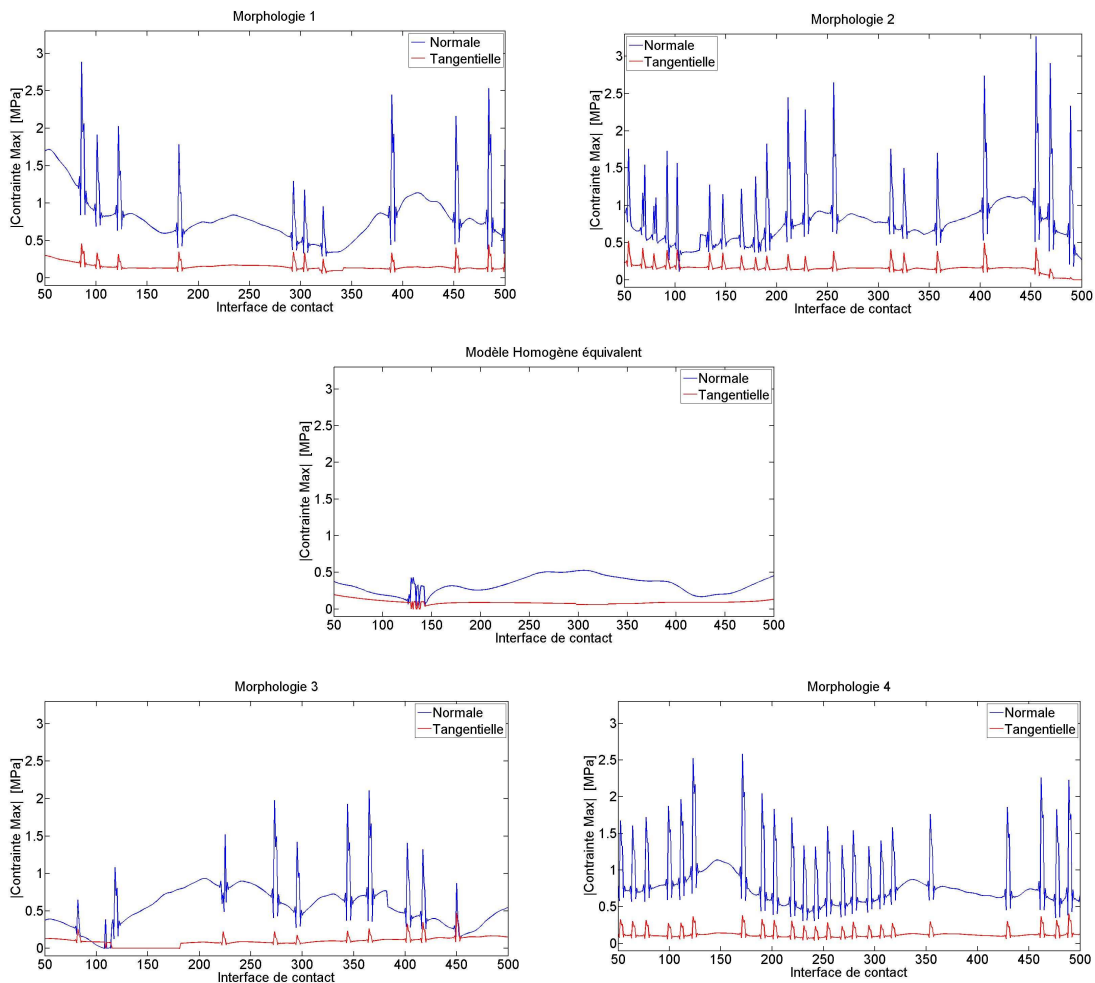
TABLE 4.2: Taux d'instabilités moyen à la surface de contact pour un contact entre morphologie/modèle homogène équivalent pour une pression de 0.5 MPa, un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500$  ns

souligne que même si les mesures globales sont identiques, il peut y avoir différente dynamique locale correspondante. Par conséquent, le comportement global peut être différent

#### 4. Modélisation de contact entre deux composites C/C

du comportement local au contact. Ceci soulève la question sur la représentativité des résultats expérimentaux qui sont mesurés loin du contact, et utilisés pour interpréter le comportement tribologique du matériau.

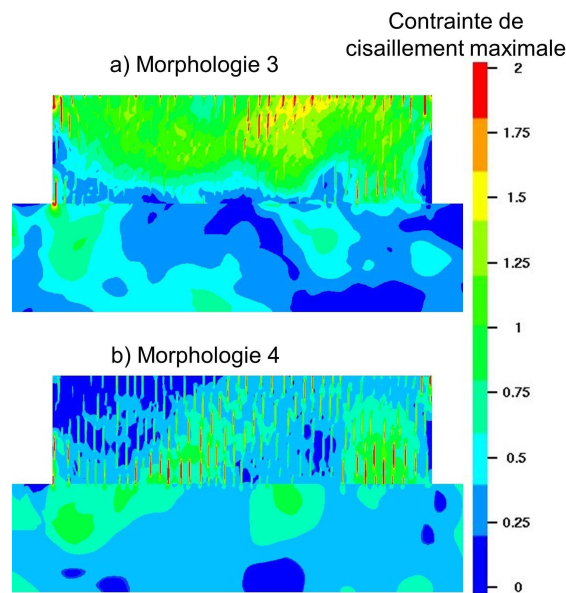
Ces dernières observation montrent ainsi la nécessité d'effectuer des investigations locales au contact puisque même si les modèles évoluent avec un régime d'instabilités identique en moyenne, la dynamique locale à la surface de contact n'est pas homogène.



**FIGURE 4.7:** localisation des contraintes maximales à la surface de contact des modèles pour une pression de  $0.5 \text{ MPa}$ , un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 \text{ ns}$

La figure 4.7 nous permet d'observer les contraintes normale et tangentielle maximales localisées à l'interface de contact. Au cours de la simulation, pour chaque point de contact, nous enregistrons les valeurs maximales des contraintes normales (courbes bleues) et tangentielles (courbes rouges). Lorsque l'on compare les morphologies entre elles, nous constatons que les morphologies 2 et 4, qui ont une importante

présence de torons à la surface de contact, présentent une densité de pics de contraintes maximales plus importante que les morphologies 1 et 3. Ces pics correspondent aux contraintes maximales localisées dans les torons et n'apparaissent donc pas avec le modèle homogène. On retrouve encore une fois les regroupements de morphologies observés précédemment, un groupe caractérisé par une forte concentration de contraintes maximales et un autre groupe caractérisé par une faible concentration de contraintes maximales localisées toutes à la surface frottante. Du fait de ces regroupements, nous ne présentons ici le champ de contraintes de cisaillement maximales des morphologies 3 et 4 afin d'observer leur répartition à un temps  $t = 5 \text{ ms}$  (cf. figure 4.8). L'observation des champs de contraintes de cisaillement maximales montre également une forte localisation des valeurs maximales des contraintes de cisaillement dans les torons. Ce qui peut entraîner différents types d'endommagement des surfaces frottantes.



**FIGURE 4.8:** Champ de contrainte de cisaillement maximale des morphologies 3 et 4 à  $t = 5 \text{ ms}$  pour une pression de  $0.5 \text{ MPa}$ ,  $\mu = 0.25$  et  $\kappa = 1500 \text{ ns}$

Les résultats obtenus dans le cas d'un contact entre morphologies et modèle homogène équivalent ont permis de confirmer que l'influence du taux surfacique de torons au niveau de la surface de contact intervient dans le comportement dynamique du matériau, et la dynamique locale au contact. En effet, la répartition des contraintes maximales observées rejoint celle qui a été effectuée dans les chapitres précédents. Dans cette étude, seule l'influence de la distribution des torons du corps 1 est prise en compte. Il serait intéressant de déterminer cette influence lorsque les deux corps sont hétérogènes. Car si la répartition des torons du corps 1 modifie le comportement global et la dynamique locale au contact, comment serait cette influence lorsque les deux corps en contact sont hétérogènes. C'est ce qui fait l'objet de la section suivante.

### 4.2.4 Contact entre deux morphologies

Dans cette section nous supposons que les morphologies sont en contact avec une morphologie similaire (cf. figure 4.1). Ainsi, nous considérons qu'un modèle est caractérisé par un couple "morphologie  $i$  / morphologie  $j$ " et noté **modèle**  $i_j$  (avec  $i, j = 1, 2, 3, 4$ ). La figure 4.9 montre l'évolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles  $i_j$ . On se restreint au cas où les morphologies  $i$  et  $j$  sont identiques afin de conserver certains caractéristiques des morphologies tels que le taux surfacique de torons à la surface de contact.

Nous remarquons que les modèles  $2_2$  et  $4_4$  présentent toujours une évolution temporelle de  $\mu_{global}$  caractérisée par un changement périodique d'amplitude constant qui semble similaire. Cependant nous observons un déphasage entre les deux modèles contrairement au cas précédent. Pour les modèles  $1_1$  et  $3_3$ , le début et la fin de l'évolution semblent similaire, mais la comparaison devient difficile dû à la présence d'une perturbation qui se manifeste par une diminution d'amplitude et de période des battements.

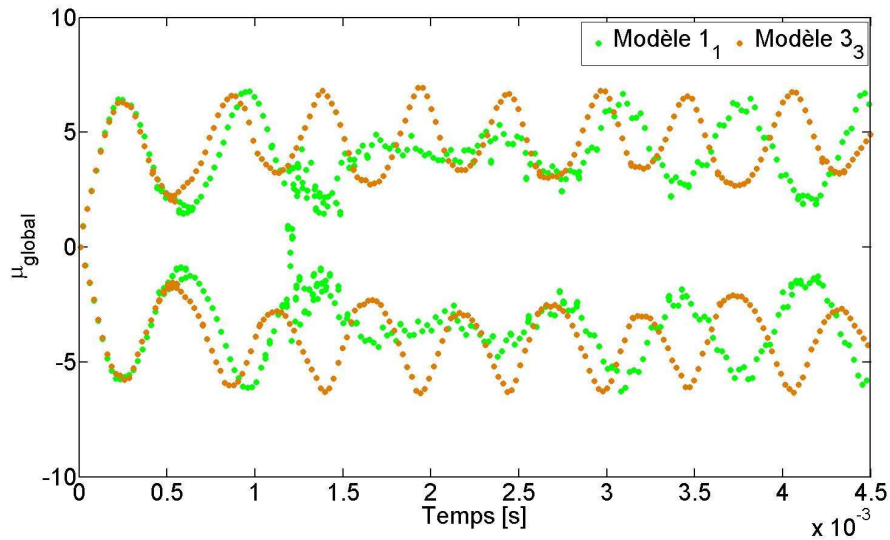
On retrouve cette perturbation sur la figure 4.10 illustrant les variations des énergies interne et interne cumulée des différents modèles au cours du temps. En effet, nous pouvons voir une augmentation de l'énergie interne du modèle  $1_1$  à partir de l'instant  $t = 1.15 \text{ ms}$  avec un coefficient directeur égale à  $224 \text{ Joule/s}$ . Les énergies internes des modèles  $2_2$ ,  $3_3$  et  $4_4$  évoluent avec des coefficients directeurs égaux respectivement à  $188 \text{ Joule/s}$ ,  $150 \text{ Joule/s}$  et  $216 \text{ Joule/s}$ . Et enfin, l'énergie interne du modèle homogène est encadrée par celle des modèles  $2_2$  et  $3_3$  avec un coefficient directeur égal à  $165 \text{ joule/s}$ .

Au moment où intervient l'augmentation de l'énergie du modèle  $1_1$ , on observe une forte concentration de la contrainte de cisaillement maximale au niveau du coin gauche du corps 1 (cf. figure 4.11).

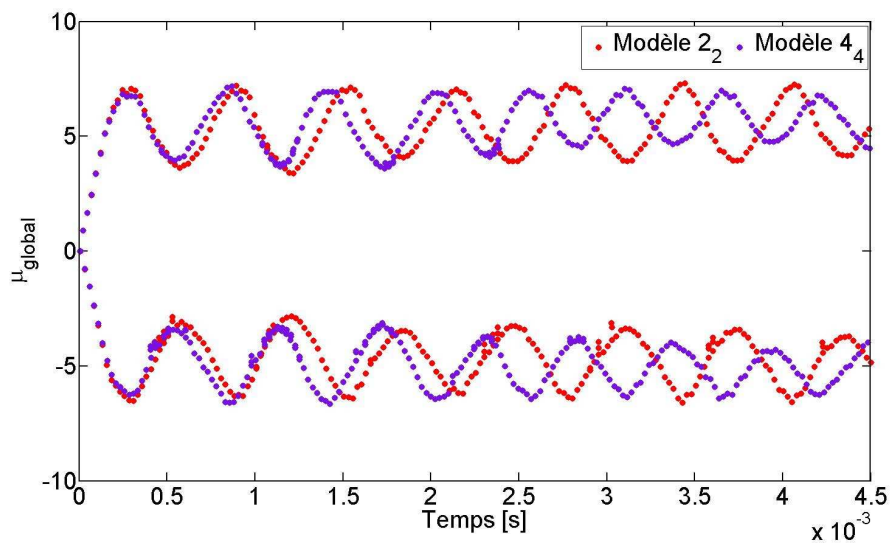
Cette forte concentration de contraintes est provoquée par un coincement du corps 1 sur le corps 2. C'est à dire qu'une partie de la matrice inférieure se retrouve bloquée contre un toron créant une forte résistance au cisaillement (cf. figure 4.12).

Mais ce n'est pas ce coincement qui perturbe le frottement. En effet, la figure 4.13a montre la propagation de l'onde de cisaillement dans le corps 2 au cours du temps. C'est le retour de cette onde qui entraîne la perturbation de l'évolution temporelle du coefficient de frottement global vers  $t = 1.2 \text{ ms}$  illustrée par la figure 4.13b. Le coincement crée ainsi une onde parasite perturbant le frottement qui retrouve un régime "normal" une fois cette onde dissipée.

Les mêmes types de perturbations sont retrouvées lors des simulations des modèles  $1_j$  avec  $j = 2, 3, 4$ . Les évolutions temporelles de  $\mu_{global}$  obtenues sont illustrées par la



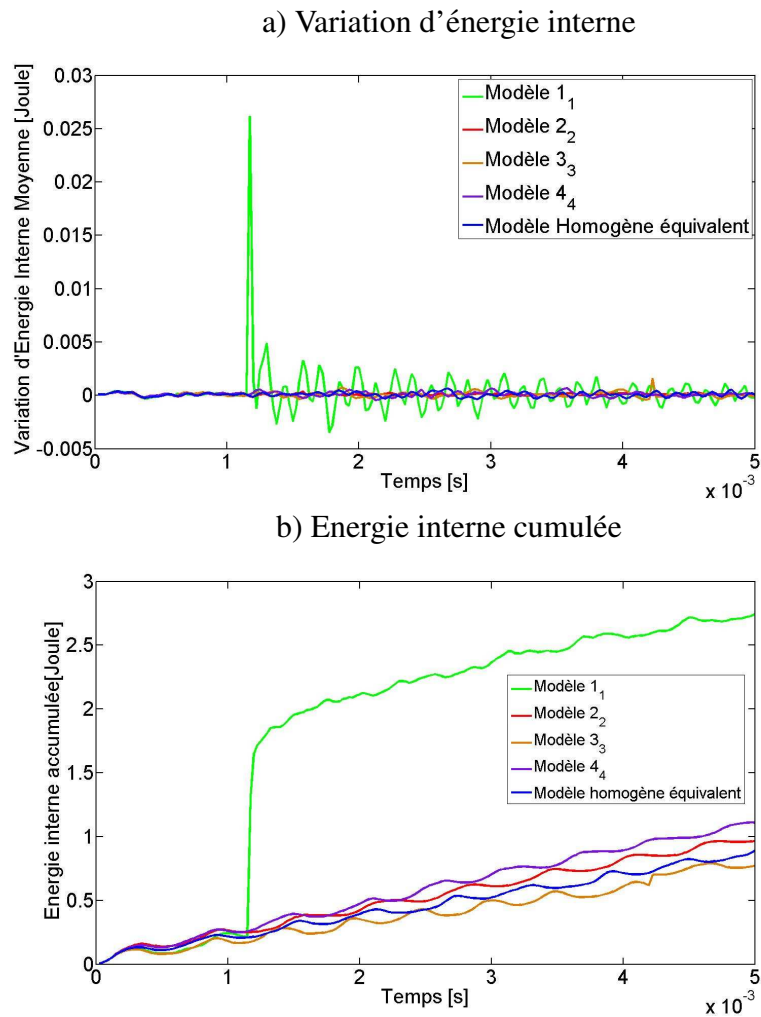
a)



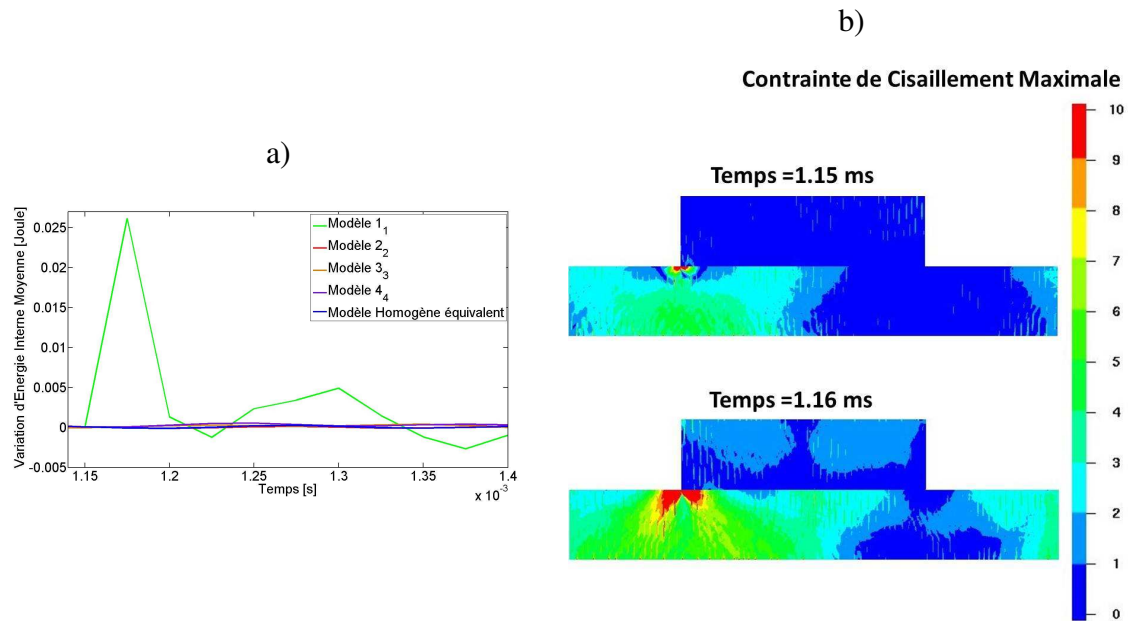
b)

**FIGURE 4.9:** Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles dans le cas de contact entre deux morphologies pour une pression de  $0.5 \text{ MPa}$ , un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 \text{ ns}$

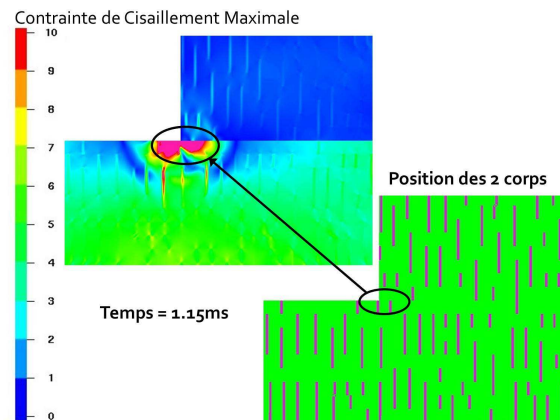




**FIGURE 4.10:** Énergie interne des différents modèles pour une pression de  $0.5 \text{ MPa}$ , un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 \text{ ns}$



**FIGURE 4.11:** a) Augmentation d'énergie interne et b) localisation des contraintes de cisaillement maximales à  $t = 1.15 \text{ ms}$  dans le modèle  $1_1$

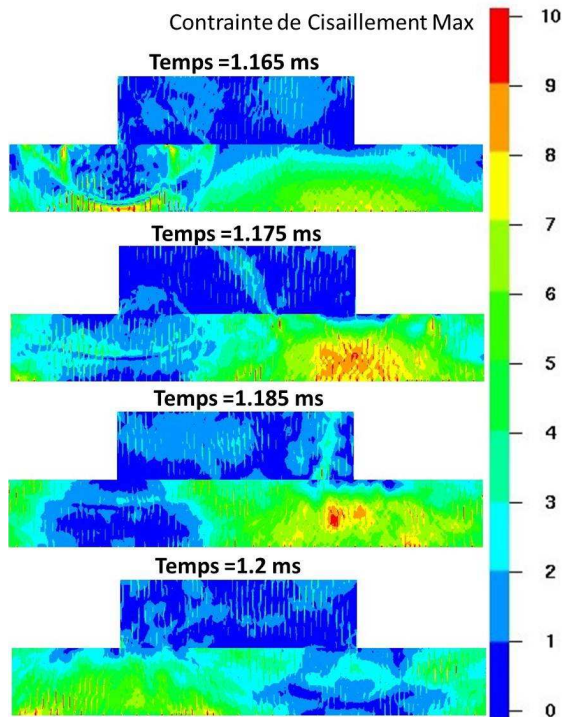


**FIGURE 4.12:** Comparaison de la position des corps au champ de contrainte de cisaillement maximale à  $t = 1.15 \text{ ms}$

figure 4.14a. Le début et la durée des perturbations varient en fonction de la morphologie en vis-à-vis. Ces différentes perturbations observées avec le modèle  $1_j$  (avec  $j = 2, 3, 4$ ) peuvent être des conséquences de la faible présence de torons au niveau de la surface de contact de la morphologie 1, car cette dernière a le plus faible taux surfacique de torons à la surface de contact.

D'autre part, contrairement aux modèles  $1_j$ , la figure 4.14b montre que le coefficient de frottement  $\mu_{global}$  des modèles  $2_j$  (avec  $j = 1, 3, 4$ ) ont une évolution temporelle d'amplitude constante. Ces résultats peuvent être comparé à ceux obtenus précédemment avec

a) Propagation de l'onde dans le corps 2



b) Perturbation de l'évolution temporelle de  $\mu_{global}$

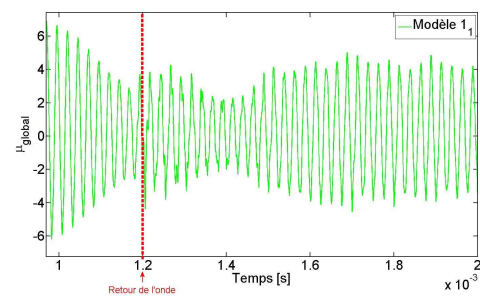
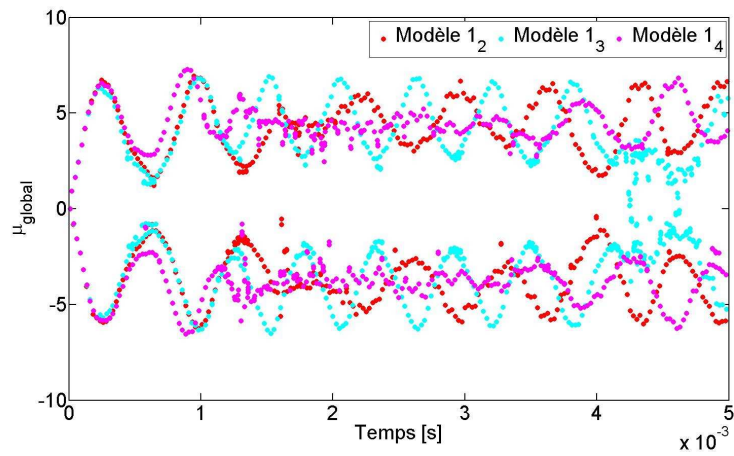


FIGURE 4.13: Parallèle entre la propagation des ondes dans le modèle 1<sub>1</sub> et l'apparition des perturbations sur l'évolution temporelle de  $\mu_{global}$

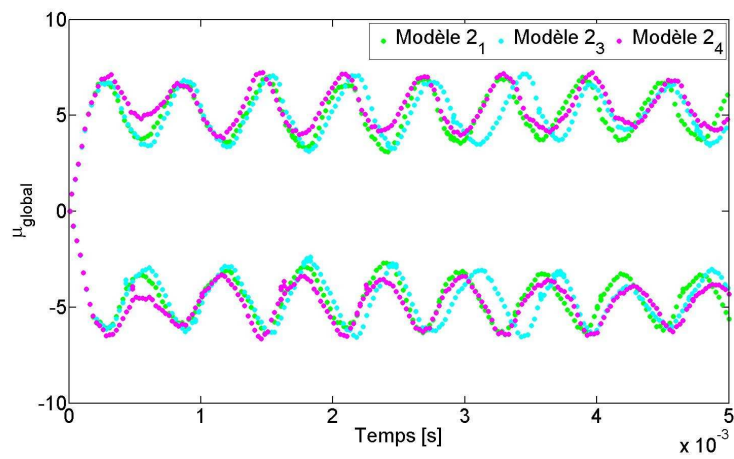
le modèle 2<sub>2</sub>. Étant donné que le taux surfacique de torons du corps 1 (morphologie 2) est supérieure ou égal au taux surfacique de torons du corps 2, nous pouvons dire que le plus important taux surfacique détermine le type de comportement du composite sous sollicitations tribologiques susceptible de se manifester. Ceci est confirmé par les évolutions temporelles de  $\mu_{global}$  des modèles  $i_1$  (avec  $i = 2, 3, 4$ ) illustrés sur la figure 4.14c. Ces différentes observations soulignent également l'importance de prendre en compte l'hétérogénéité du corps 2 dans les simulations numériques.

La prise en compte d'un modèle hétérogène comme surface antagoniste entraîne également une augmentation des contraintes maximales localisées à la surface de contact même si le type de régime d'instabilités reste de type glissement-décollement FTG. La figure 4.15 illustre l'augmentation des pics de contraintes maximales locales dont les valeurs maximales peuvent atteindre 60% des valeurs maximales obtenues dans le cas d'un contact "morphologie/modèle homogène". Cette augmentation est liée, encore une fois, à la forte localisation des contraintes maximales dans les torons. En conséquent, un matériau avec une distribution de torons importante à la surface de contact présente une plus forte localisation des contraintes maximales à l'interface de contact, ce qui peut entraîner l'endommagement de la surface frottante.

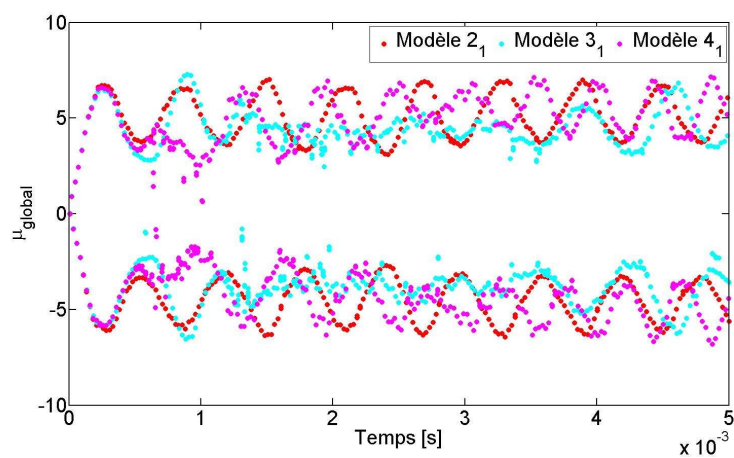
a) Couple Morphologie 1/Morphologie  $j$  avec  $j = 2, 3, 4$



b) Couple Morphologie 2/Morphologie  $j$  avec  $j = 1, 3, 4$

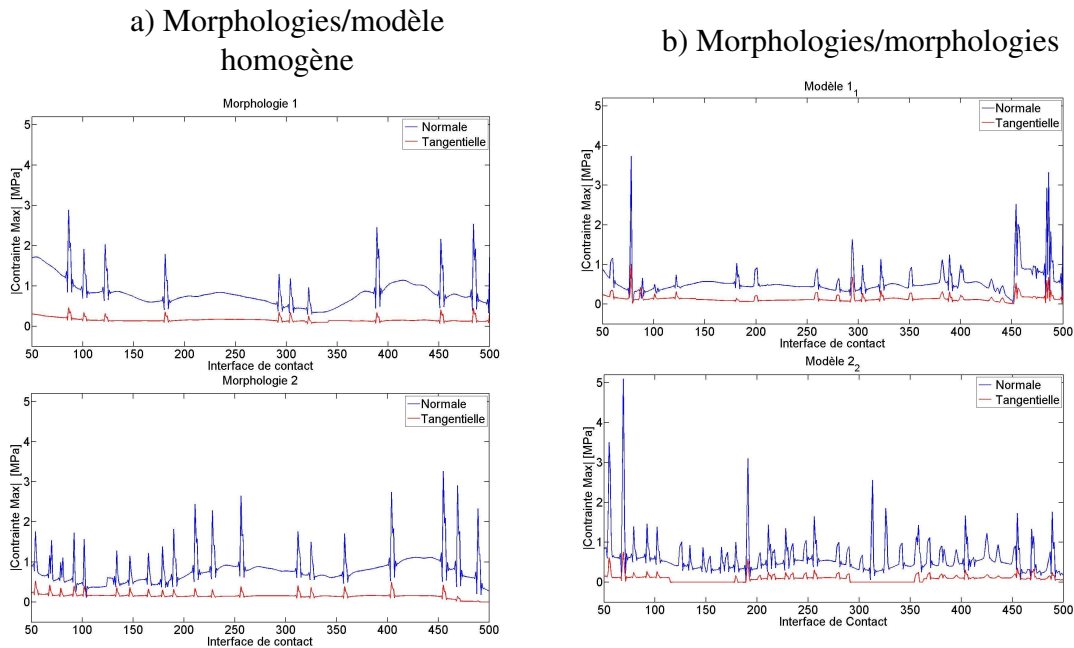


c) Couple Morphologie  $i$ /Morphologie 1 avec  $i = 1, 3, 4$



**FIGURE 4.14:** Evolution temporelle de  $\mu_{global}$  des cas de modèles  $i_j$  avec  $i \neq j$  pour une pression de  $0.5 \text{ MPa}$ , un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 \text{ ns}$

#### 4. Modélisation de contact entre deux composites C/C



**FIGURE 4.15:** Comparaison des contraintes maximales localisées en surface de contact des morphologies 1 et 2 dans les deux cas de contact entre composites

Cette comparaison met en évidence les limites de l'utilisation des techniques d'homogénéisations sous des conditions de contact frottant puisque le modèle homogène ne permet pas de reproduire les phénomènes observés dans cette section. Cette limitation se manifeste également dans la valeur des énergies emmagasinées par les modèles. En effet, comme illustrées par la figure 4.16, l'énergie emmagasinée dans les modèles du cas 2 est supérieure à celle du cas 1. Ceci est lié à la valeur des contraintes de cisaillement maximales, qui sont plus importantes dans le cas 2.

Ces travaux ont donc permis de mettre évidence la nécessité de prendre en compte une surface antagoniste en composite pour comprendre le comportement tribologique des matériaux composites. En effet, nous avons observé une augmentation des contraintes maximales à la surface de contact fortement localisées dans les torons, par conséquent le comportement tribologique du matériau est également influencé par le type de matériau de la surface antagoniste utilisé.

Notons que jusque là cette étude est faite pour le couple  $\mu, \kappa$  donné, paramètres caractérisant la loi de frottement, et donc le comportement à l'interface. La prochaine section fait varier ces paramètres pour voir leur influence sur le comportement des composites.

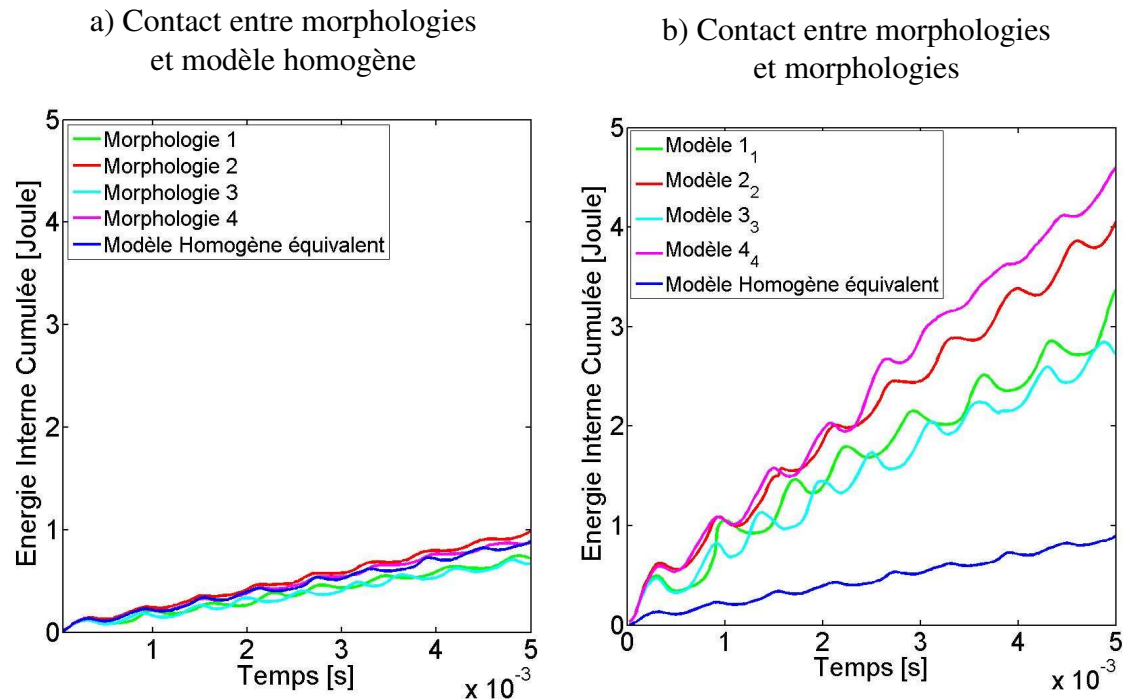


FIGURE 4.16: Comparaison des énergies internes cumulées des morphologies dans les deux cas de contact entre composites pour un chargement de 1 MPa.

## 4.2.5 Etude paramétrique de $\mu$ et $\kappa$

Nous avons montré dans ce mémoire l'influence de la distribution des torons sur le comportement tribologique des composites C/C pour un jeu de paramètre donné (pression imposée, paramètres de la loi de frottement, vitesse de glissement). Nous nous consacrons dans cette partie à étudier l'influence des paramètres de la loi de frottement. Compte tenu des regroupements de morphologies observés dans les travaux précédents et les temps de calculs assez importants, seule une morphologie de chaque groupe (morphologie 1 et 2) est étudiée dans la suite et ce, pour différentes valeurs du coefficient imposé localement et du temps de régularisation.

### 4.2.5.1 Variation du coefficient de frottement local

Dans un premier temps, différentes valeurs du coefficient de frottement imposé localement sont considérées pour une pression et un temps de régularisation donnés. Les résultats obtenus pour les morphologies 1 et 2 sont résumés dans les tableaux respectifs

#### 4. Modélisation de contact entre deux composites C/C

---

4.3 et 4.4.

	Modèle 1 <sub>1</sub>		
$\mu_{local}$	0.1	0.25	0.5
$\mu_{global}$ moyen	0.096	0.222	0.459
Instabilités	glissement-décollement		adhérence-glissement-décollement
Régime	<b>FTG</b> ( $T_g = 93\%$ )	<b>FTG</b> ( $T_g = 80\%$ )	<b>FTD</b> ( $T_d = 70\%$ )

**TABLE 4.3:** Résultats du modèle 1<sub>1</sub>

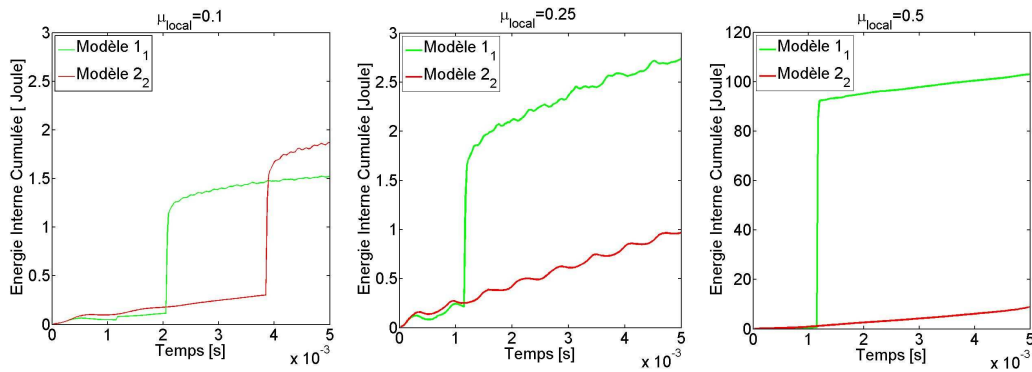
	Modèle 2 <sub>2</sub>		
$\mu_{local}$	0.1	0.25	0.5
$\mu_{global}$ moyen	0.093	0.214	0.336
Instabilités	glissement-décollement		adhérence-glissement-décollement
Régime	<b>FTG</b> ( $T_g = 87\%$ )	<b>FTG</b> ( $T_g = 76\%$ )	<b>Mixte</b> ( $T_g = 56\%$ et $T_d = 44\%$ )

**TABLE 4.4:** Résultats du modèle 2<sub>2</sub>

Pour  $\mu_{local} = 0.1$ , les deux modèles ont un type d'instabilités de type glissement-décollement **FTG** qui s'approche quasiment d'un glissement pur pour le modèle 1<sub>1</sub>. On peut noter que le même type d'instabilités est obtenu lorsque  $\mu_{local} = 0.25$ , avec toutefois un taux moindre.

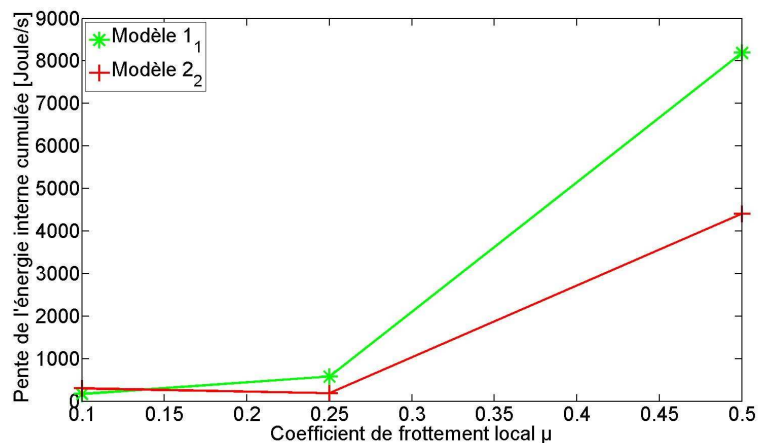
Lorsque  $\mu_{local} = 0.5$ , les modèles révèlent un type d'instabilités adhérence-glissement-décollement avec des régimes différents. En effet, le modèle 1<sub>1</sub> évolue vers un régime **FTD** tandis que le modèle 2<sub>2</sub> évolue vers un régime **Mixte**. Ces différents types et régimes d'instabilités peuvent être interprétés comme la capacité des modèles à emmagasiner de l'énergie suivant le coefficient de frottement local imposé à l'interface de contact. Ces différentes capacités peuvent être illustrées par la figure 4.17, qui met en évidence l'évolution de l'énergie internes cumulée au cours de la simulation pour les deux modèles et les 3 valeurs de frottement.

Les courbes (figure 4.17) révèlent une augmentation d'énergie emmagasinée lorsque le coefficient de frottement local imposé est important. Donc, l'utilisation d'un fort coefficient de frottement local peut conduire à un type d'instabilités adhérence-glissement-décollement qui entraîne une augmentation d'énergie emmagasinée par les



**FIGURE 4.17:** Energie interne cumulée pour les modèles 1<sub>1</sub> et 2<sub>2</sub> pour une pression de 0.5 MPa, une vitesse de glissement de 2 m/s, un temps de régularisation de 1500 ns

modèles (cf. figure 4.18).



**FIGURE 4.18:** Coefficient directeur de l'énergie interne cumulée en fonction du coefficient de frottement local pour les modèles 1<sub>1</sub> et 2<sub>2</sub> pour une pression de 0.5 MPa, une vitesse de glissement de 2 m/s, un temps de régularisation de 1500 ns

De plus, lorsque le modèle évolue en régime **FTD**, la capacité du modèle à emmagasiner de l'énergie peut être 50 fois plus importante que lorsque le modèle évolue en régime **Mixte**. Ce phénomène physique peut être expliqué par le fait qu'en régime **FTD**, le modèle est en phase de décollement et de retour en contact. Par conséquent, il peut engendrer des impacts sur la surface de contact, augmentant ainsi l'énergie. Ces impacts pourraient avoir comme conséquence la fatigue ou l'endommagement de la surface.

Il est intéressant de noter également qu'un modèle avec une faible distribution de torons à la surface de contact a tendance à enregistrer une augmentation d'énergie interne plus importante qu'un modèle avec une forte distribution de torons à la surface de contact.



#### 4.2.5.2 Variation du temps de régularisation

Dans cette section, nous considérons différentes valeurs du temps de régularisation en utilisant les valeurs de références des autres paramètres, à savoir 0.5 MPa pour la pression, 0.25 pour  $\mu_{local}$ . On rappelle que la vitesse de glissement est toujours égale à 2 m/s. Compte tenu des phénomènes présentés par la morphologie 1 dans les travaux précédents, celle-ci est utilisée pour étudier l'influence du temps de régularisation sur le déclenchement des perturbations. Les valeurs de  $\kappa$  sont choisies autour de la valeur de référence ( $\kappa = 1500$  ns) utilisées jusque-là.

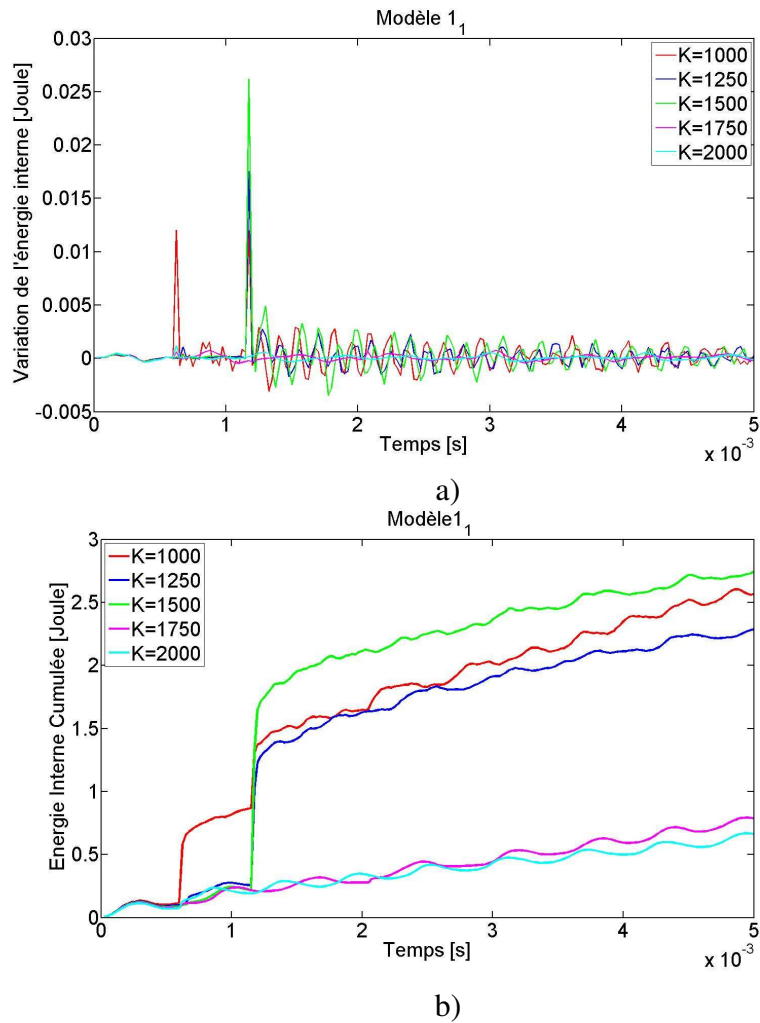
Les différents résultats obtenus sont résumés dans le tableau 4.5. Il en ressort que le temps de régularisation n'influence, en moyenne, pas le régime d'instabilités d'une morphologie. Cette conclusion corrobore celle faite par Peillex dans ses travaux de thèse [PEI 07]. Il avait montré que le modèle homogène peut être influencé par le temps de régularisation, alors que les modèles hétérogènes l'étaient beaucoup moins.

Temps de régularisation $\kappa$ [ns]	1000	1250	1500	1750	2000
$\mu_{global}$ moyen	0.228	0.227	0.222	0.226	0.221
Instabilités	Glissement-décollement				
Régime	<b>FTG</b>				

**TABLE 4.5:** Etude avec différents temps de régularisation du modèle 1<sub>1</sub>

Cependant il existe des phénomènes locaux au contact qui engendrent une augmentation de l'énergie interne emmagasinée (cf. figure 4.19). Comme ils ont été expliqués précédemment (cf. paragraphe 4.2.4), ces phénomènes locaux sont des perturbations locales au contact qui entraînent de fort cisaillement de la surface antagoniste. Il y a donc en réalité une forte influence du temps de régularisation.

En effet, l'observation de la figure 4.19a montre que la perturbation qui génère une augmentation de l'énergie peut arriver à des temps différents suivant la valeur du temps de régularisation ( $\kappa = [1000;1250;1500]$  ns). Le temps de régularisation joue ici un rôle d'amortissement local à l'interface de contact. Dans d'autres cas, la perturbation peut même complètement disparaître ( $\kappa = [1750;2000]$  ns). Dans le cadre de l'homogénéisation il peut également être lié aux effets de torons présents à la surface de contact, car il a été montré que pour deux valeurs de  $\kappa$  données, le modèle homogène moyen peut prendre le régime d'instabilités d'un groupe de morphologies ayant une même densité surfacique de torons au contact [PEI 07].



**FIGURE 4.19:** Variation de l'énergie interne (a) et l'énergie interne cumulée (b) de la morphologie 1 pour différents temps de régularisation pour un jeu de données ( $P=0.5$  MPa,  $\mu_{local} = 0.25$  et  $V=2$  m/s)

### 4.2.6 Conclusions

L'extension du modèle numérique vers un modèle de contact entre composites constitue un premier pas vers une modélisation plus "réaliste" du problème de freinage. Celle-ci a permis de mettre en évidence l'effet de la distribution des torons dans la dynamique locale au contact, et ainsi la localisation des contraintes maximales qui peuvent influencer la capacité des modèles d'emmagasiner de l'énergie. L'influence du coefficient de frottement imposé localement ainsi que celle du temps de régularisation sont également montrées. Le premier a des effets sur le type d'instabilités des modèles tandis que le second amortit certains phénomènes locaux présents à l'interface de contact. Ce dernier peut être lié à la présence des torons à la surface de contact, ce qui permettra de prendre en compte les effets de torons locaux dans le modèle homogène équivalent. L'ensemble des résultats montre le rôle des torons dans le matériau, particulièrement sur la dynamique locale.

Cependant, les conclusions faites dans ces travaux se basent sur un matériau constitué de torons et matrice, alors que le matériau réel contient des porosités. Dans ce contexte, le modèle numérique doit encore évoluer pour prendre en compte les porosités afin de déterminer le rôle que joueront ces dernières dans le comportement tribologique des composites C/C.

## 4.3 Prise en compte des porosités

Le but de cette étude est de mettre en place une première approche qui permet de déterminer le rôle joué par les porosités sur le comportement dynamique des composites sous sollicitations tribologiques. Pour cela, les porosités sont prises en compte de manière implicite en supposant qu'elles sont représentées par un matériau ayant une faible masse volumique et un faible module de Young. Pour construire les nouvelles morphologies, un algorithme développé sous Matlab permet de reprendre les modèles précédents et d'introduire des porosités en gardant des caractéristiques telles que le taux surfacique de torons à la surface de contact. L'algorithme doit également respecter la densité de porosité dans le matériau réel qui est environ égale à 12% du volume. La figure 4.20 illustre le modèle numérique avec les porosités.

Le modèle est soumis aux mêmes sollicitations utilisées dans les sections précédentes. Les simulations sont réalisées avec un chargement égal à  $0.5 \text{ MPa}$ ; un coefficient de frottement et un temps de régularisation imposés localement égaux respectivement à 0.25 et  $1500 \text{ ns}$ , et enfin une vitesse de glissement égale à  $2 \text{ m/s}$ .

Le matériau représentant les porosités possède un module de Young et une densité 1000 fois inférieur au module de Young et à la densité de la matrice.

La figure 4.21 met en évidence les profils de taux d'instabilités des surfaces de contact des différentes morphologies. Les simulations montrent que les modèles ont des instabilités de type adhérence-glissement-décollement avec un régime **Mixte** qui révèlent pour certains modèles des zones d'adhérence plus importantes que d'autres.

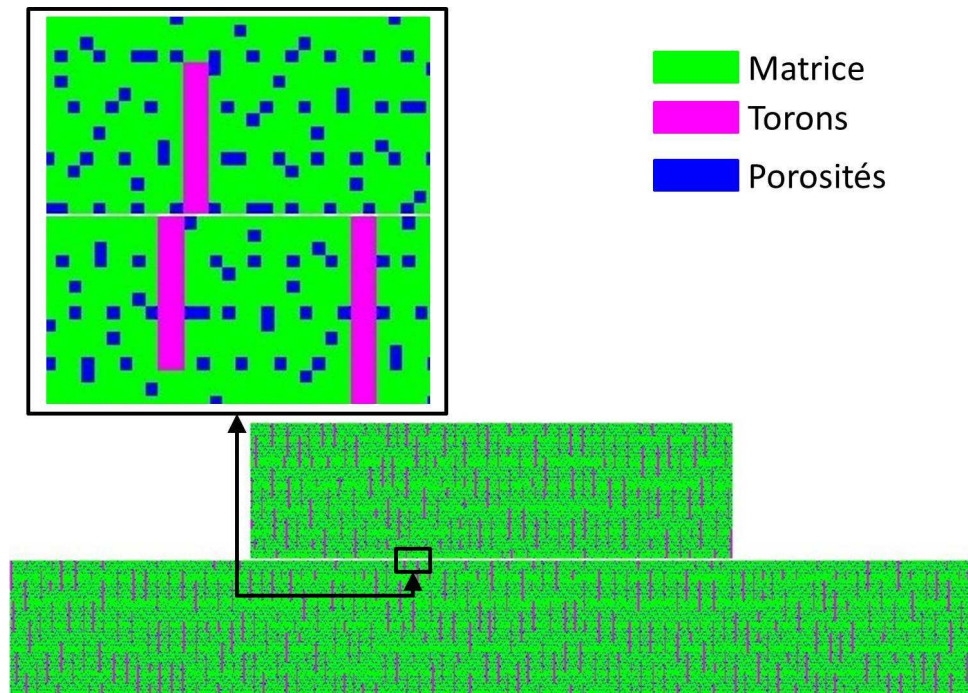


FIGURE 4.20: Modèle numérique après introduction des porosités

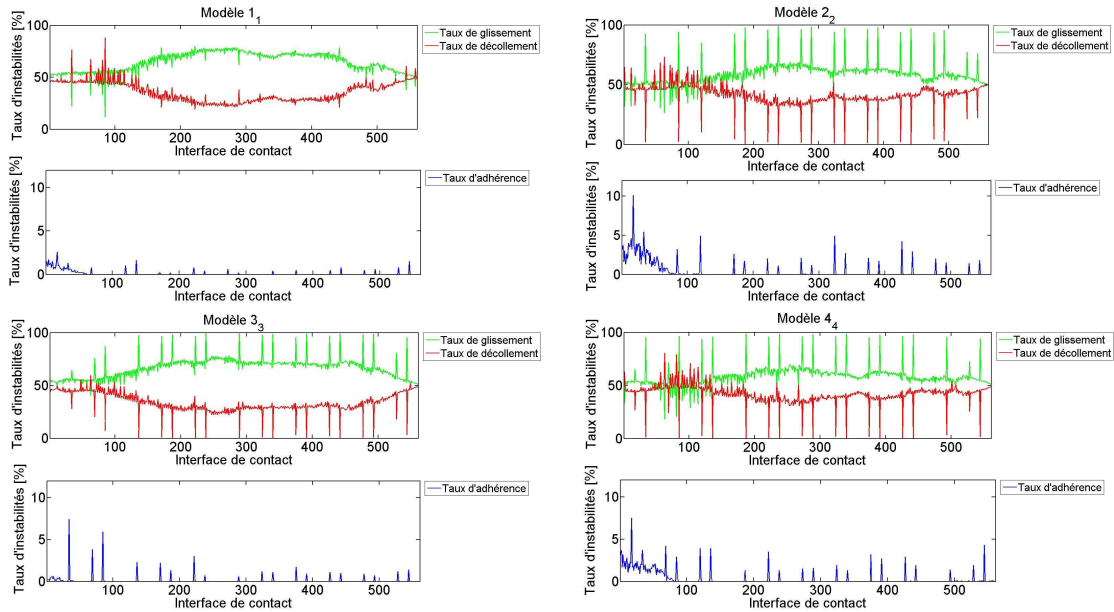
L'apparition de ces zones d'adhérence à la surface de contact peut conduire à d'importantes concentrations de contraintes maximales. Ceci se confirme avec la figure 4.22a qui illustre les contraintes maximales localisées à l'interface de contact. Lorsque nous comparons ces contraintes à celles obtenues avec les modèles sans porosités (cf. figure 4.22b), nous constatons une augmentation d'environ 50% des valeurs moyennes, et des profils beaucoup plus bruités.

L'introduction de porosités dans les modèles modifie donc fortement la dynamique locale au contact en augmentant les contraintes maximales localisées à la surface de contact. Cette augmentation des contraintes maximales locales conduit à une augmentation de l'énergie interne emmagasinée dans les modèles (cf. figure 4.23), c'est à dire une forte interaction des différents éléments du système (matrice, torons et porosités). Ceci peut avoir des conséquences thermiques comme une augmentation de la température dans le système. Elle souligne également l'importance de prendre en compte ultérieurement les effets thermiques du problème.

Le tableau 4.6 résume les principaux résultats qui découlent des simulations des modèles avec la prise en compte (ou non) des porosités dans les modèles.

Ce dernier enrichissement des modèles a permis de mettre en évidence l'influence des porosités sur le comportement tribologique des composites C/C. Cette influence

#### 4. Modélisation de contact entre deux composites C/C

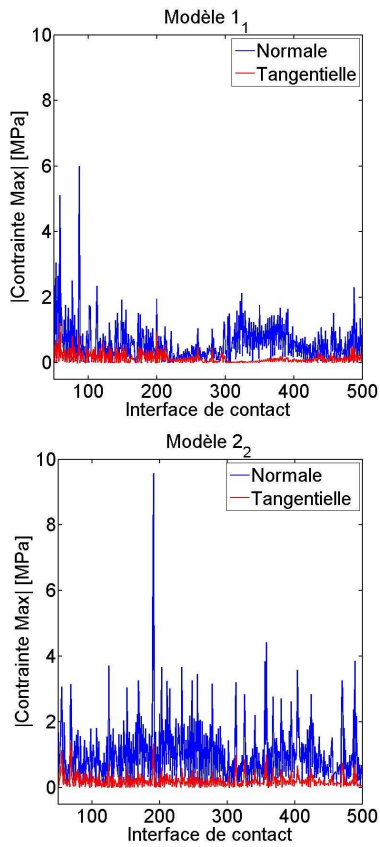


**FIGURE 4.21:** Profils de taux d'instabilités des surfaces de contact

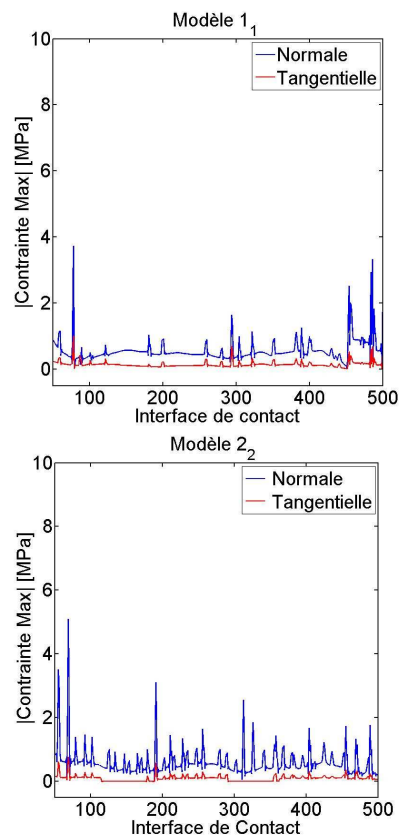
<b>Morphologies</b>	<b>Avec porosités</b>	<b>Sans porosités</b>
<b>Instabilités</b>	Adhérence-glissement-décollement	Glissement-décollement
<b>Régime</b>	<b>Mixte</b>	<b>FTG</b>
Fréquence moyenne	35479 $H_z$	[38529; 40172] $H_z$
$\mu_{global}$ moyen	0.22	0.22

**TABLE 4.6:** Tableau récapitulatifs des résultats pour  $P = 0.5 \text{ MPa}$ ,  $\mu = 0.25$  et  $\kappa = 1500 \text{ ns}$

a) Modèles avec porosités



b) Modèles sans porosités



**FIGURE 4.22:** Comparaison des contraintes maximales localisées en surface de contact pour les modèles 1<sub>1</sub> et 2<sub>2</sub> dans les cas avec et sans porosités

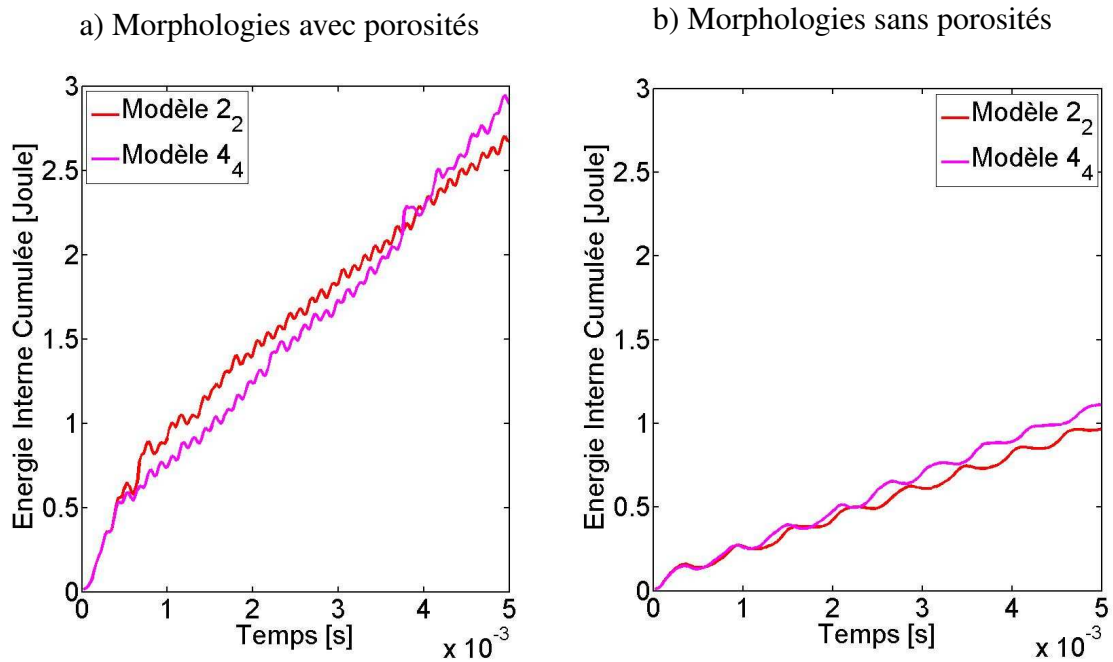


FIGURE 4.23: Comparaison des énergies emmagasinées par les modèles avec et sans porosités

joue sur l'amortissement des vibrations au niveau des premiers corps, mais aussi sur l'augmentation des contraintes maximales locales générées par des instabilités de type adhérence-glisement-décollement. La question qui se pose maintenant de savoir si ces conclusions pourront être observées expérimentalement avec le matériau réel. Afin de répondre à cette question, la section suivante présente des discussions entre les résultats numériques et des résultats expérimentaux.

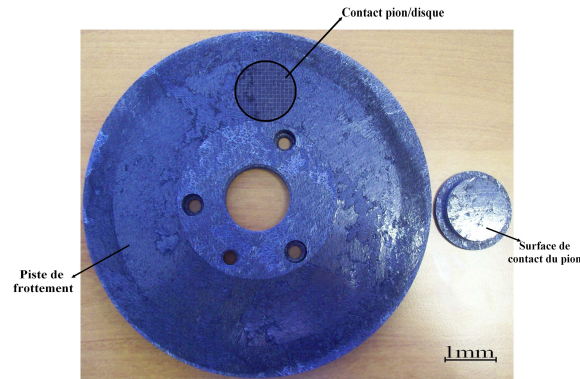
#### 4.4 Vers une tentative de validation expérimentale

Pour recaler les observations numériques à celles du matériau réel, nous pouvons imaginer que les fortes concentrations de contraintes maximales conduisent soit à un endommagement des torons, soit à celui de l'interface toron/matrice, qui pourrait se propager dans le volume du matériau, soit à la dégradation de la surface frottée conduisant à un détachement de particules. Bien entendu une combinaison des deux scénarii est envisageable.

Pour essayer de valider ces hypothèses, une très brève étude expérimentale a été réalisée, sur un tribomètre en configuration pion/disque (cf. figure 4.4). Ce tribomètre à axe vertical permet de réaliser des essais en frottement continu en imposant les pa-

ramètres thermomécaniques : température, pression et vitesse.

Compte tenu des travaux antérieurs [GOU 04a, KAS 08], il est vraisemblable que pour



**FIGURE 4.24:** Eprouvettes (Disque et pion) utilisées

produire des instabilités lors d'un contact entre deux composites C/C, il faille réunir les conditions suivantes :

1. une température d'essais supérieure ou égale à  $370^{\circ}\text{C}$ . Pour cela, le disque est chauffé jusqu'à une température comprise entre  $330^{\circ}\text{C}$  et  $370^{\circ}\text{C}$ ,
2. une pression égale à  $0.5\text{MPa}$  et une vitesse de  $2\text{m/s}$ .

Différents pions ont été utilisés, chacun ayant une densité de torons surfacique différentes (cf. tableau 4.7). La densité surfacique de torons de chaque pion est déterminée à partir de traitement d'images avec le logiciel **ImageJ**<sup>1</sup> en utilisant une technique de seuillage. Les dimensions des pions sont  $28\text{ mm}$  de diamètre et  $8\text{ mm}$  d'épaisseur. Le rayon moyen de la piste de frottement est de  $35\text{ mm}$

Pion	1	2	3
Densité surfacique de torons (%)	8	4.8	12.5
frottement max sans 3 <sup>ème</sup> corps	0.7	0.45	0.7

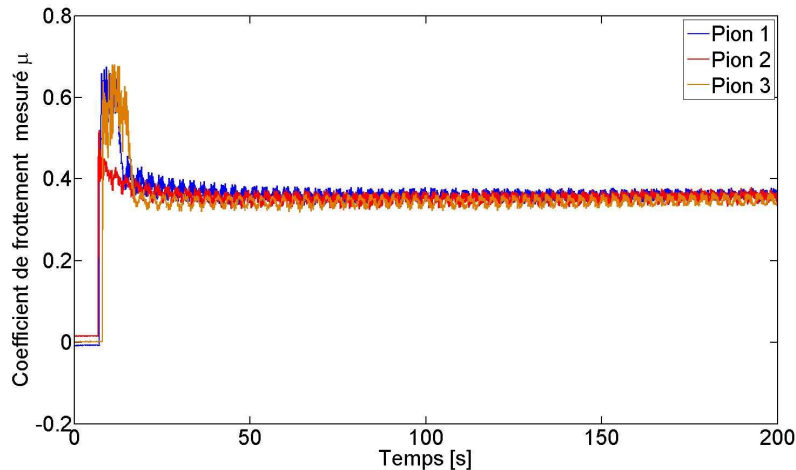
**TABLE 4.7:** Densité de torons à la surface des différents pions

L'évolution du coefficient de frottement pour chaque pion est calculée à partir de la force normale imposée et la force tangentielle mesurée au cours du frottement. Elle est

1. <http://rsbweb.nih.gov/ij/>



illustrée par la figure 4.25. Nous remarquons que les coefficients de frottement mesurés ont des différences significatives reproductibles au début des essais avec des valeurs qui peuvent atteindre 0.7, puis ils évoluent vers une valeur moyenne de l'ordre de 0.35.



**FIGURE 4.25:** Coefficient de frottement mesuré au cours des essais des différents pions

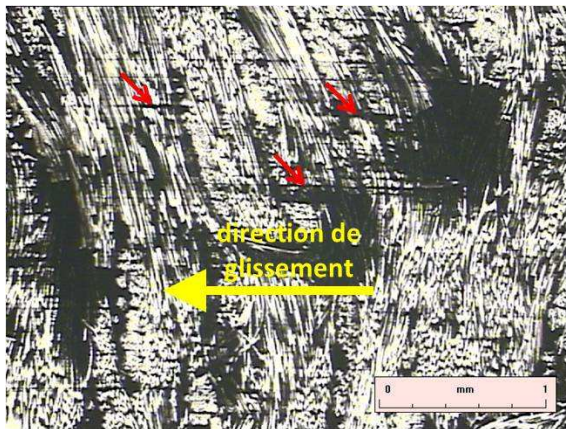
Comme pour les essais numériques, nous essayons de corrélérer cette différence à l'état de surface. Nous avons effectué des observations optiques des surfaces frottées des pions 3 et 2 qui ont le plus grand écart de densité surfacique. Elles révèlent également des différences entre les pions. En effet, la surface du pion 3 présente plus de rayures que la surface du pion 2 (cf. figure 4.26). Le pion qui a une plus grande densité surfacique de torons a plus de rayures à la surface de contact. Ces observations permettent de mettre en parallèle les faciès d'abrasion, qui se manifestent en rayures, et densité surfacique de torons.

L'observation de faciès d'abrasion peut donner des renseignements sur l'état d'endommagement des surfaces frottées.

En effet, nous observons une plus forte dégradation de la matrice entourant les fibres verticales sur la surface du pion 3 (cf. figure 4.27) que celle du pion 2 (cf. figure 4.28). En plus de la relation "évolution de  $\mu$  / état de surface", on peut également noter une "similarité", ou du moins faire un parallèle, entre la forte concentration de fissures dans la matrice expérimentale et la localisation des contraintes maximales dans les torons du modèle numérique. Ce qui irait vers une relation de taille relative torons/rayures. Les rayures peuvent être soit des marques des fibres de torons, donc liées à la taille des torons, soit des marques de fibres détachées des fibres de torons.

De plus, un matériau contenant plus de torons a une conductivité thermique plus élevée. En conséquence, la température de la surface du pion 3 est vraisemblablement plus faible que celle de la surface du pion 2. Les effets mécaniques combinés à cette

a) surface frottée du pion 3



b) surface frottée du pion 2

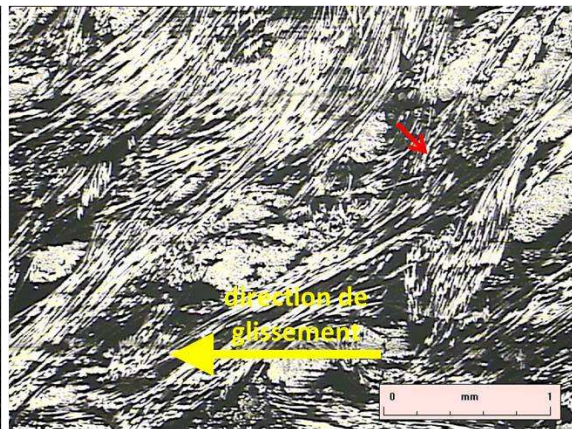
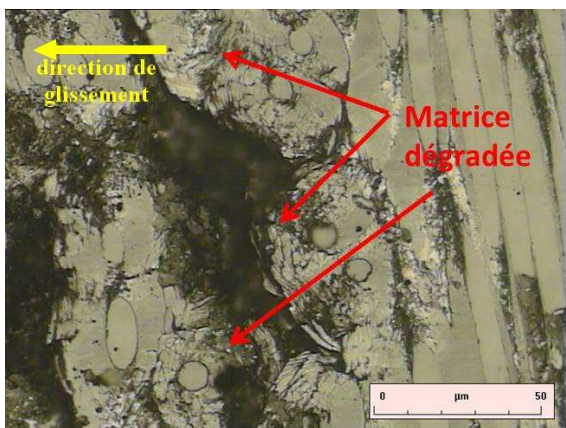


FIGURE 4.26: Rayures observées sur la surface de contact des pions 2 et 3 (flèches rouges)

a) surface frottée du pion 3



b) surface frottée du pion 2

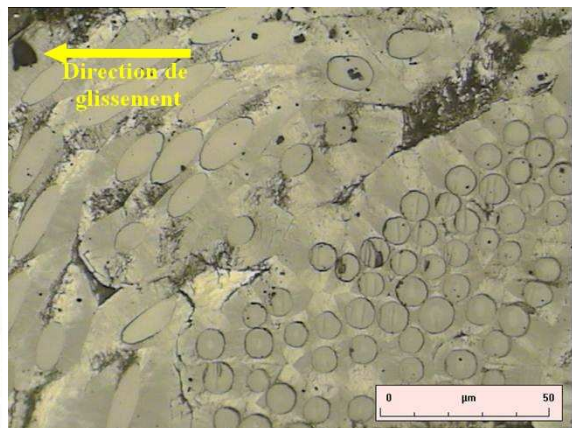
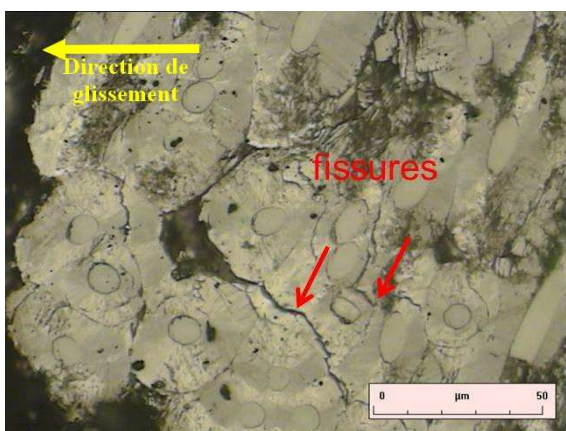


FIGURE 4.27: Présence de matrice dégradée sur la surface de contact des pions 2 et 3

a) surface frottée du pion 3



b) surface frottée du pion 2

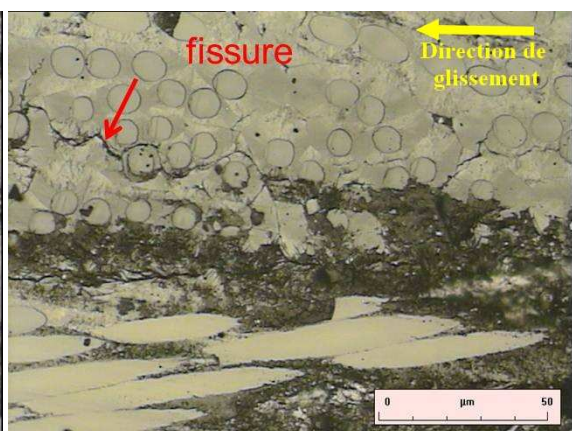


FIGURE 4.28: Fissure de la matrice dégradée sur la surface de contact des pions 2 et 3

conductivité élevée peuvent contribuer à la dégradation de la surface frottement entraînant l'usure du matériau.

Ces différents résultats montrent qu'il peut y avoir des différences de comportement lorsque les pions ont des densités surfaciques de torons différentes. En d'autre terme, la distribution de torons à la surface de contact peut avoir des effets locaux qui peuvent avoir des conséquences sur la dynamique locale au contact (contraintes, déformations, ...). Ceci rejoint les observations faites avec les modèles numériques, ce qui est encourageant. Toutefois du fait des fortes hypothèses prises pour la modélisation numérique, des fortes hypothèses expérimentales aussi (observation en fin d'essai, mesures loin du contact, etc.) et la non prise en compte de certains phénomènes comme les effets thermiques qui peuvent avoir des conséquences sur le comportement du matériau, nous ne pouvons donc pas comparer qualitativement les résultats expérimentaux et ceux de l'analyse numérique. Il faut noter également qu'il n'est pas possible à l'échelle de cette thèse de réaliser des essais pour retrouver les conditions de contact (impact, glissement, ...), ce qui demande un long travail d'observation dans des conditions d'arrêt qui ne doivent pas perturber le contact. On peut quand même noter quelques similarités telles que la forte concentration de fissures dans la matrice qui entoure les fibres verticales observée expérimentalement et la forte localisation des contraintes maximales dans les torons qui représentent, dans le modèle numérique, les fibres verticales noyées dans de la matrice du matériau réel. Dans ce cas là, la question sur la propagation des fissures entre la matrice pyrocarbone et les fibres de carbone se pose.

## 4.5 Conclusions

L'extension du modèle numérique vers une modélisation plus "réaliste" du problème de freinage a permis de réaliser une investigation sur le rôle des paramètres significatifs du matériau composite C/C dans leur comportement tribologique. Les simulations des modèles sous conditions de contact frottant entre deux composites ont révélé que les modèles évoluent en général vers un type d'instabilités glissement-décollement avec un régime **FTG**. Cependant, la distribution des torons à la surface de contact peut avoir une influence locale qui entraîne des profils d'instabilités différents selon les modèles et avoir pour conséquence des localisations de contraintes maximales différentes. En effet, nous avons observé au cours de ces travaux qu'un matériau avec une importante distribution de torons en surface de contact a des contraintes maximales plus importantes et majoritairement localisées dans les torons. Ceci soulève alors la question du choix du modèle, sur la prise en compte de l'interface matrice-torons afin de mettre en évidence la propagation des contraintes des torons à la matrice. Ce qui permettra de prédire le type de dégradations qui peut se manifester, c'est à dire dégradations qui se limitent aux torons, ou qui peuvent se propager des torons à la matrice.

L'introduction d'un autre paramètre important du matériau à savoir les porosités dans les modèles a été mise en oeuvre afin de déterminer leurs effets possibles sur le comportement tribologique des composites C/C. Pour cela, une première approche qui inclue implicitement les porosités dans les modèles a permis de montrer que les porosités peuvent avoir un effet amortissant sur les vibrations du matériau. Elles engendrent également des contraintes maximales plus importantes sur toute la surface de contact. Ces effets, combinés à l'influence de la distribution des torons à la surface de contact, révèlent des instabilités de type adhérence-glissement-décollement suivant un régime **Mixte**. Ce type d'instabilités peut avoir différentes formes de conséquences comme la dégradation de la surface de contact qui se propagent dans tout le matériau, ou une source de détachements de particules entraînant l'usure du matériau. Les comparaisons des résultats numériques et expérimentaux confortent les conclusions qui découlent des simulations numériques, notamment les scénarii avancés sur l'endommagement de la surface de contact.

Ces travaux ont également soulevé le problème de l'utilisation des techniques d'homogénéisation sous des conditions de contact frottant. Ils ont montré en effet une possibilité de perte d'informations ou de restitutions des phénomènes locaux qui peuvent avoir des influences sur le comportement global du modèle comme la capacité d'énergies à emmagasiner par exemple. Il semble donc que pour avoir recours à de telles techniques, un travail est à faire au niveau de l'interface de contact comme l'introduction d'un champ de surface, un enrichissement du maillage, ou l'introduction d'une loi de frottement plus complexe.



# **Troisième partie**

## **Conclusions et perspectives**



# Conclusions et Perspectives

Ce travail de thèse s'inscrit dans une thématique liée à la compréhension du comportement tribologique des composites C/C utilisés en freinage aéronautique. Du fait des caractères multi-échelles du matériau et multi-physiques du problème, la portée des études expérimentales peut être souvent limitée. D'où l'intérêt d'une investigation numérique qui permet de découpler les différents phénomènes physiques et les différentes échelles. Pour cela, un modèle mécanique numérique du composite à une échelle mésoscopique a été développé afin d'isoler et d'identifier les effets mécaniques qui peuvent agir sur le comportement tribologique des composites C/C. A cette échelle, le composite est décrit comme un composite "biphasique" constitué de matrice, qui représente l'ensemble des strates, et de torons. Cette description du composite a été retenue car elle permet de dissocier l'influence des torons du reste du matériau.

Le modèle numérique repose sur l'utilisation d'une approche par éléments finis et de techniques d'homogénéisation appliquées sur un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau. Pour reproduire les conditions de freinage, il est mis en contact avec une surface antagoniste selon différentes conditions de chargement (pression et vitesse de cisaillement). Le contact et le frottement locaux sont gérés respectivement par multiplicateurs de Lagrange et un loi de frottement de type Prakash-Clifton. Afin d'assurer la représentativité de la structure du matériau, un ensemble de modèles hétérogènes, appelés morphologies, possédant une distribution aléatoire de torons et un taux volumique de torons identique ont été étudiés. Ensuite, pour passer à l'échelle macroscopique du matériau, un modèle homogène équivalent est construit à l'aide de techniques d'homogénéisation. Lors des simulations numériques, les modèles sont comparés en fonction de leurs régimes d'instabilités, présentant des réponses spécifiques suivant les sollicitations appliquées. Ces régimes d'instabilités sont reliées au différents statuts de la surface de contact (adhérence, glissement, décollement). Ils sont à l'origine des vibrations locales se propageant dans les premiers corps. Quatre types d'instabilités peuvent être alors distingués lors des simulations : adhérence-glissement, adhérence-décollement, adhérence-glissement-décollement et glissement-décollement. Pour chaque type d'instabilités, différents régimes peuvent être définis. Dans le cas du type d'instabilités "glissement-décollement" le plus courant dans les simulations réalisées, trois régimes peuvent être définis au cours de la simulation :

- régime à fort taux de glissement (**FTG**) correspondant à une surface qui glisse beaucoup plus qu'elle ne décolle ;



- régime à fort taux de décollement (**FTD**) correspondant à une surface qui décolle beaucoup plus qu'elle ne glisse ;
- régime mixte correspondant à une surface qui peut glisser autant qu'elle peut décoller.

Ces différents régimes d'instabilités ont été mis en évidence lors des premières simulations effectuées selon le chargement (pression appliquée). Pour certaines pressions appliquées, les régimes d'instabilités des modèles hétérogènes et homogènes sont identiques, mais pour d'autres pressions, on assiste à des regroupements des différents modèles à travers leur réponse.

### *Caractérisation des différents régimes d'instabilités*

Les différents régimes d'instabilités des modèles semblent avoir comme origine la dynamique locale au contact. Afin de les caractériser, des investigations sur l'influence de la dynamique locale au contact ont été menées. Comme de fortes hypothèses ont été prises lors des études précédentes [PEI 07], notamment sur les conditions au contact (composite frottant sur surface rigide), il est nécessaire d'étudier l'influence de la rigidité du contact sur la réponse des modèles. Pour cela, un modèle de composite frottant sur un autre corps déformable avec une importante rigidité (acier) est proposée. Les investigations numériques menées montrent que la rigidité au contact a une influence sur l'étude du comportement d'un modèle hétérogène, mais qu'elle n'influence pas l'étude de comportement d'un ensemble de modèles hétérogènes ayant des taux volumique de torons identiques. De plus, des regroupements des modèles hétérogènes sont mis en évidence par leur comportement. En effet, un groupe de modèles hétérogènes ayant un régime d'instabilités similaire en contact déformable/rigide, aura un régime d'instabilités similaire en contact déformable/déformable. Cependant les deux régimes d'instabilités peuvent être différents. Par conséquent, même si la rigidité du contact a une influence sur la réponse du matériau, elle n'est pas un point clé pour la caractérisation des différents comportements entre les différents modèles hétérogènes.

Une étude de l'influence de la distribution des torons dans le matériau est donc proposée. Une analyse de la structure du matériau à travers les modèles hétérogènes est réalisée en utilisant une technique de seuillage d'images. La technique est appliquée sur deux types d'images binaires : celle de chaque modèle hétérogène et celle du champ de contrainte de cisaillement obtenu après un test statique de cisaillement de chaque modèle hétérogène. Le premier type d'images a permis de déterminer le taux surfacique de torons à différentes hauteurs de chaque modèle hétérogène, et le second le taux surfacique des contraintes de cisaillement maximales. Ces études ont permis de mettre en évidence les effets des torons. En effet, l'analyse des modèles hétérogènes a révélé que, même si les modèles ont un taux volumique de torons identique, ils ont des taux surfaciques de torons différents au niveau du contact. L'analyse des champs de contrainte de cisaillement a montré que les modèles, qui avaient un taux surfacique de torons le plus important au niveau du contact, avaient également un taux surfacique de contraintes de cisaillement maximales très important. Cela veut dire qu'il y a une forte concentration des contraintes

maximales dans les torons qui se situent particulièrement au niveau du contact. Les mêmes regroupements obtenus en dynamique, sont retrouvés en statique à travers les taux surfaciques de torons et de contraintes de cisaillement maximales. De ce fait, la conclusion des ces analyses est que la capacité d'un modèle à évoluer vers un régime d'instabilités est fortement caractérisée par le taux surfacique de torons présent à la surface de contact. Ces conclusions soulignent l'influence de la distribution des torons dans le comportement des matériaux composites C/C sous sollicitations tribologiques.

### ***Vers un modèle numérique de contact entre deux composites***

Après avoir identifié le rôle des torons sur les régimes d'instabilités, le modèle numérique est étendu à un contact entre deux composites afin de se rapprocher du problème de freinage. Pour conserver les caractéristiques des modèles hétérogènes précédents (taux surfacique de torons), la surface antagoniste est obtenue à partir de la transformation (duplication et rotation) des modèles précédents. Le comportement du matériau est alors étudié dans un premier temps en considérant un contact entre modèles hétérogènes et homogène moyen, puis dans un deuxième temps en considérant un contact entre deux modèles hétérogènes. Dans le premier cas de contact, les modèles évoluent en moyenne vers un régime à FTG. Cependant la comparaison des énergies emmagasinées par les modèles montre que la quantité des énergies dépend du taux surfacique des torons à la surface de contact. Donc, la répartition des torons dans à la surface de contact influence la capacité à emmagasiner de l'énergie du matériau.

La prise en compte d'un contact entre 2 modèles hétérogènes a montré une augmentation des contraintes maximales localisées à la surface de contact. De plus, les morphologies qui ont le plus important taux surfacique de torons présentent des valeurs de contraintes maximales très importantes et localisées dans les torons se trouvant à la surface de contact. Ces fortes localisations de contraintes maximales dans les torons présents au niveau du contact peuvent avoir différentes conséquences telles que la dégradation de la surface de contact qui peut conduire à l'endommagement de la surface frottante entraînant des détachements de particules. Ces conclusions confirment l'existence d'un effet de peau qui a un rôle prépondérant sur le comportement tribologique du matériau.

D'un autre côté, il faut noter des phénomènes de perturbations sur l'évolution du coefficient de frottement global qui est calculé sur la face supérieure du modèle au cours du temps. En effet, ces perturbations sont observées lorsque la surface de contact a un faible taux surfacique de torons. Ce qui entraîne un mouvement entre matrice (surface supérieure) et torons (surface antagoniste), ceci engendre de forts cisaillements de la surface antagoniste et une augmentation d'énergie emmagasinée. L'onde de cisaillement se propagera tout le long du matériau entraînant les perturbations de l'évolution temporelle du coefficient de frottement global.

L'influence de la variation des paramètres de la loi de frottement (coefficient de frottement local  $\mu$  et temps de régularisation  $\kappa$ ) sur le comportement du matériau sous sollicitations tribologiques a également été étudiée. Les résultats montrent que l'augmentation du coefficient de frottement local conduit vers un régime Mixte pour les modèles qui ont

un important taux surfacique de torons à la surface de contact, et un régime FTD pour les modèles avec un faible taux surfacique de torons à la surface de contact. Le régime FTD correspond en majorité à des phases de décollement et de retour en contact qui peut avoir comme conséquence des impacts sur la surface pouvant conduire à l'endommagement de la surface frottée. Le régime Mixte correspond à un mélange de phase de glissement et de décollement avec des pourcentages quasi-égaux. Donc il s'avère que les matériaux avec un faible nombre de torons à la surface de contact peuvent avoir tendance à une dégradation de la surface de contact en cas d'augmentation du coefficient de frottement local. Les simulations avec différentes valeurs du temps de régularisation ont montré aussi que ce paramètre pouvait avoir un rôle d'amortissement des phénomènes de perturbations. Ces derniers sont provoqués par un faible taux surfacique de torons à la surface de contact. Par conséquent, un scénario qui relie le temps de régularisation et densité de torons à la surface de contact peut être envisageable. D'autant plus, celui-ci permettrait de reproduire les effets de torons dans la réponse du modèle homogène équivalent.

Ces simulations ont toutes été réalisées à partir de modèles basés sur un matériau constitué de torons et de matrice, alors que le matériau réel présente en plus des porosités. Donc, dans le but de réaliser une modélisation plus "réaliste" du matériau, les porosités sont prises en compte de manière implicite dans les modèles. En effet, nous supposons que les porosités sont représentées par un matériau dont le module d'Young est 1000 fois inférieur à celui de la matrice. Dans ces conditions, les simulations ont révélés que la prise en compte des porosités entraîne une forte augmentation des contraintes maximales localisées à la surface de contact. Cet effet, combiné à l'influence de la distribution des torons, conduisent les modèles vers un type d'instabilités adhérence-glissement-décollement avec un régime Mixte, c'est à dire que la surface de contact est autant en phase de glissement qu'en phase de décollement. Ce type de régime d'instabilités peut avoir pour conséquences la dégradation :

- des torons ou de l'interface toron/matrice,
- de la surface de contact qui peuvent se propager dans le volume et être une source de détachement de particules.

Ces conclusions ont été confortées par les résultats d'essais expérimentaux avec un tribomètre en configuration pion/disque. En effet, les observations de ces pions en Microscopie Optique ont révélé de fortes concentrations de fissures dans la matrice physique (i.e. matrice pyrocarbone) qui entoure les fibres perpendiculaires au contact. Ces fortes concentrations de fissures peuvent avoir des conséquences d'endommagement du matériau.

### *Perspectives*

L'instrumentation numérique a permis de déterminer les effets de l'échelle mésoscopique de la structure du composite C/C sur la dynamique locale du contact (in situ) et donc les champs de contraintes. La dépendance de la dynamique locale à la densité de torons (fibres en Z) en surface de contact a été également mise en évidence,

ainsi que la localisation des contraintes maximales en surface de contact, principalement dans les torons. Celle-ci peut avoir comme conséquence l'endommagement de la surface frottée qui pourra se propager dans le volume. Il sera donc intéressant de déterminer comment le matériau composite C/C s'endommage. Pour cela, il est nécessaire de réaliser des investigations numériques et expérimentales sur l'endommagement du composite C/C, afin de comprendre les mécanismes de détachement de particules qui peuvent être la première étape du processus d'usure du matériau. Les résultats de l'instrumentation numérique pourront être utilisés pour interpréter les endommagements observés dans des conditions d'essais simples telles que compression, compression puis cisaillement, ou encore compression et cisaillement simultanément.

L'endommagement du matériau sous sollicitations tribologiques peut entraîner des détachements de particules. Les particules détachées forment le troisième corps qui peut être piégé ou éjecté du contact. De plus, les différentes études expérimentales ont également montré qu'il existe une influence du troisième corps sur le comportement tribologique des composites C/C. Par conséquent, la prise en compte du troisième corps explicitement est donc nécessaire dans l'instrumentation numérique. Pour cela, une des pistes serait les couplages des éléments finis - éléments discrets [CAO 11].

En outre, l'influence des aspects thermiques a été montrée dans différentes études expérimentales. Un des scénarii qui peut être envisageable serait un matériau qui a un important nombre de fibres en Z entraîne une conductivité thermique plus élevée. Ce dernier conduit à une température plus faible à la surface lors du frottement. Il faut maintenant pouvoir intégrer ses aspects dans les modèles et voir l'influence du couplage thermo-mécanique sur les réponses du matériau. Ce qui permettra de concevoir un matériau optimisé en fonction des applications.

A terme, on peut également envisager la fusion de ces perspectives pour avoir un modèle d'endommagement thermo-mécanique des composites C/C.



# **Quatrième partie**

## **Annexe**



# Composites à microstructure régulière

*Ce chapitre présente l'étude de composites à structure régulière. L'objectif ici est, d'une part de contrôler la distribution des torons dans le volume et leur répartition à la surface de contact afin de mieux comprendre les effets des torons sur la réponse mécanique des composites C/C, et d'autre part d'étendre les techniques d'homogénéisation sous sollicitations dynamiques à des conditions de contact frottant. Pour cela, le composite est considéré comme une structure périodique définie par translation d'une cellule élémentaire et une approche heuristique est utilisée pour déterminer la taille du volume élémentaire représentatif (VER) nécessaire sous des conditions de contact frottant.*



## Introduction

Suites aux questions soulevées concernant l'homogénéisation, une nouvelle étude basée sur un composite à structure régulière, pour contrôler la répartition des torons, est proposée. L'objectif est mettre en place une nouvelle méthode d'homogénéisation sous conditions dynamiques et de contact frottant, tout en contrôlant l'effet des torons. Pour cela, le composite est vu comme une structure périodique, défini par une cellule de base, répétée par translation selon deux directions.

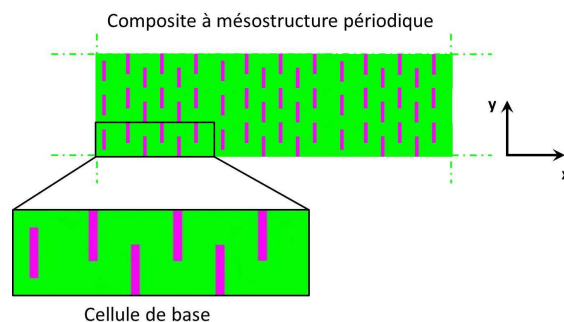
Afin de trouver la taille du volume élémentaire représentatif du composite à structure régulière sous sollicitations tribologiques, une approche heuristique est utilisée. Cette approche est divisée en deux étapes :

- une étude modale qui a pour but de déterminer la taille nécessaire du VER en se basant sur l'étude des modes de la structure ;
- une étude temporelle qui a pour objectif de trouver la taille nécessaire du VER sous conditions dynamiques avec contact frottant en utilisant comme modèle initial le modèle obtenu après convergence de l'étude modale.

Après la présentation de la mise en place des modèles, les différentes étapes de l'approche sont exposées ainsi que les résultats qui en découlent. La méthode sera ensuite appliquée à un contact entre composites.

## Méthodologie générale

Cette étude est basée sur l'utilisation de techniques d'homogénéisation périodique de volumes élémentaires ayant une microstructure régulière. Ce volume élémentaire est construit à partir de cellule de base correspondant à un motif simple (cf. figure 4.29).



**FIGURE 4.29:** Illustration d'une cellule élémentaire de composite à mésostructure régulière et une cellule de base

## Généralités

L'homogénéisation est une méthode micro-mécanique qui permet de déterminer le comportement global de matériaux composites à partir des propriétés connues de leurs différents constituants (fibres et matrice) à partir d'une analyse d'un VER. Il existe plusieurs méthodes micro-mécaniques utilisées pour l'analyse et la prédiction du comportement global des matériaux composites. Cependant, les méthodes telles que les bornes de Hashin-Strickman [HAS 63] sont très difficiles à généraliser pour certains problèmes linéaires. Pour cela, d'autres types de méthodes ont été développées par d'autres auteurs comme Aboudi [ABO 91] qui a développé une théorie micro-mécanique unifiée basée sur l'interaction de cellules périodiques. Dans son travail, des conditions aux limites homogènes ont été appliquées au VER périodique pour des composites de constituants élastiques et inélastiques. Cependant, elles ne sont valable que dans le cas où les bords sont soumis à une traction normale. Dans le cas de cisaillement, plusieurs auteurs dont Suquet [SUQ 87], ont montré que les conditions limites homogènes entraînent une sur-contrainte des conditions limites... Plus récemment, Xia et *al.* [XIA 03] ont montré également qu'au problème de sur-contrainte, s'ajoute une violation des conditions de périodicité contraintes et déformations lors d'une étude d'un VER périodique.

Les méthodes micro-mécaniques ci-dessus peuvent être considérées comme des modèles mécaniques d'ingénierie. En effet, une contrepartie mathématique est apparue dans les années 1970 sous le nom de "théorie de l'homogénéisation asymptotique". Les fondamentaux de cette théorie peuvent être retrouver par exemple dans les travaux de Bessoussan *al.* [BEN 78], Sanchez-Palencia [SAN 80], Suquet [SUQ 87]. La théorie de l'homogénéisation asymptotique utilise de manière explicite des conditions de limites périodiques dans la modélisation de matériaux composites linéaires et non-linéaires. Les différentes applications de cette théorie ont montré que les résultats qui en découlent sont plus précis que ceux obtenus avec les conditions aux limites homogènes [NEM 99, RAG 01]. Ainsi, dans cette partie des travaux, nous appliquons cette théorie en utilisant la méthode des éléments finis.

## Démarche de la méthode

La méthodologie générale repose sur deux grandes étapes (figure 4.30). Lors de la première étape, nous réalisons tout d'abord l'homogénéisation d'un volume élémentaire en utilisant des conditions limites périodiques. Ce volume est initialement constitué de  $n \times n$  cellules de base. Le modèle homogène résultant, ainsi que le volume élémentaire hétérogène, sont soumis tous deux à une analyse modale. Si les résultats sont identiques alors les volumes hétérogène et homogène sont soumis à des sollicitations dynamiques de contact frottant sinon, le nombre de cellules de base est augmenté et le processus "homogénéisation + analyse modale" est réitéré jusqu'à obtenir des résultats équivalents, ce qui définira la taille du V.E.R utilisé pour initialiser l'étape suivante.

Lors de la seconde étape, le volume obtenu après convergence de l'étape précédente est soumis à des sollicitations dynamiques avec contact frottant et les résultats obtenus avec les modèles hétérogènes sont comparés à ceux obtenus avec le modèle homogène. S'il y a équivalence entre les deux résultats alors la convergence est atteinte sinon, le volume utilisé comme condition initiale sera augmentée d'une cellule de base supplémentaire, et le processus est réitéré.

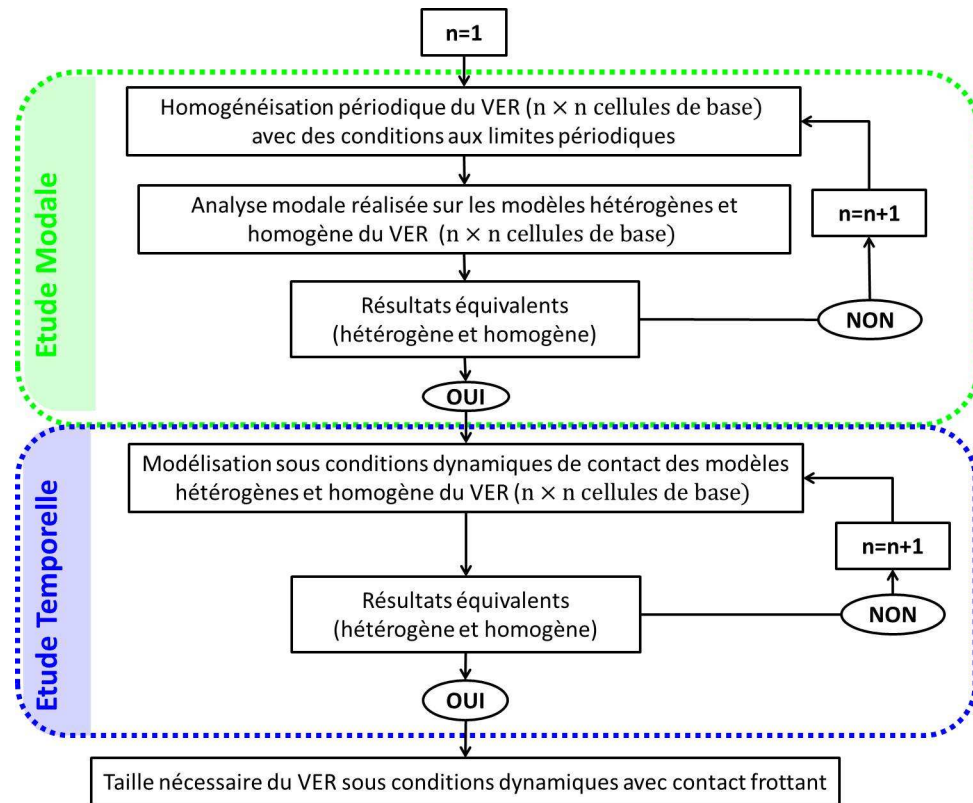


FIGURE 4.30: Algorithme général

## Mise en place des modèles

Considérons un matériau composite à mésostructure périodique dans l'espace. Un milieu périodique est défini par une cellule de base qui est déplacée par translation le long de deux vecteurs en 2D (trois vecteurs en 3D). Cette cellule de base n'est pas définie de manière unique, puisque un composite peut être constitué de différentes formes géométriques ou motifs simples. Toutefois les propriétés effectives du composite, mêmes calculées sur des cellules de base différentes, doivent être indépendantes du choix de la cellule de base [BOR 01]. C'est d'ailleurs une des raisons qui nous a poussé à étudier plusieurs morphologies aléatoires dans les chapitres précédents.

Un algorithme développé sous Matlab a été utilisé pour créer des morphologies à mésostructure régulière. Pour cela, une cellule de base est créée en respectant les conditions caractéristiques du matériau utilisé, énoncées dans la section 2.3.1. Les dimensions de la cellule de base reposent sur le rapport des dimensions d'un pion de 28 mm de longueur et 8 mm de hauteur, soit un rapport de 3.5. Les dimensions de la cellule de base sont de 7 mm sur 2 mm avec un taux volumique de torons de  $\approx 10.28\%$ .

Pour cette étude, 5 cellules de base sont créées. Les différentes morphologies ont un taux volumique de torons identique mais un taux surfacique de torons au niveau du contact différent (cf. figure 4.31). Cette différence n'est pas faite aléatoirement, mais est reliée à une "usure implicite" de la cellule de base 1. En effet, pour passer de la cellule 1 à la cellule 2 on retire la couche inférieure (épaisseur de 0.2 mm) que l'on remplace au niveau supérieur (de même pour le passage de la cellule 2 à 3, 3 à 4 et 4 à 5). Ainsi dans le volume, le matériau est identique, mais près des bords il présente une structure différente.

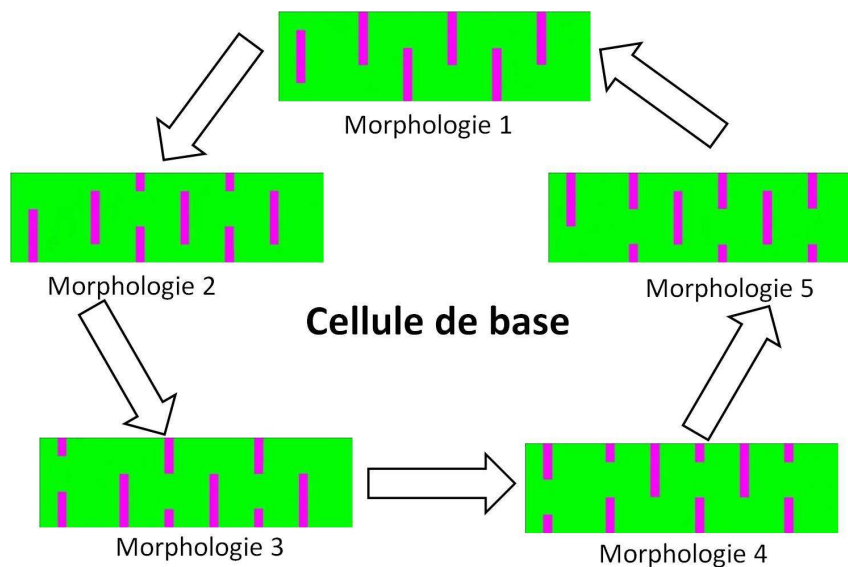


FIGURE 4.31: Cellule de base de l'ensemble des 5 morphologies

## Etude modale

Cette étape correspond à la recherche de la taille nécessaire d'un VER, constitué de  $n \times n$  cellules de base, sans conditions de contact frottant. Pour cela, une homogénéisation périodique est réalisée sur le volume  $V^n$  puis une analyse modale est effectuée sur le modèle  $V^n$  (hétérogène) et sa version homogène.

## Homogénéisation périodique

### Méthodologie

Considérons un élément de volume périodique (VER) de frontière  $\delta\Omega$  contenant un nombre de cellules de base  $n \times n$ . L'application des conditions aux limites périodiques impliquent que chaque cellule de base du composite subit le même mode de déformation et qu'il n'y a pas de séparation ou de chevauchement entre deux cellules de base voisines. Comme établi par Suquet [SUQ 87], les conditions de périodicité sur la frontière sont données par :

$$u_i = \bar{\varepsilon}_{ik} x_k + u_i^{per}, \quad i, k \in 1, 2 \quad (4.3)$$

où  $\bar{\varepsilon}_{ik}$  sont les déformations moyennes,  $u_i^{per}$  est la partie périodique des composantes du déplacement sur les bords limites et est généralement une inconnue dépendante des chargements globaux imposés.

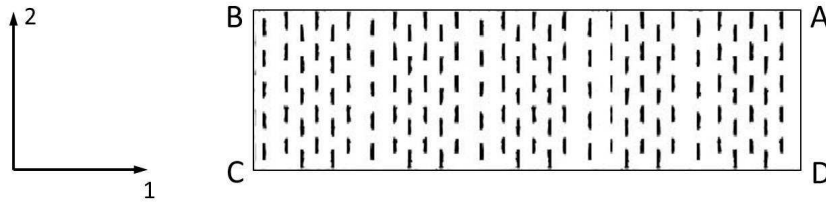


FIGURE 4.32: Exemple d'un VER périodique utilisant la cellule de base n°1

En 2D, une forme plus explicite des conditions limites périodiques peut être extraite de l'expression (4.3). Pour un volume rectangulaire (illustré par la figure 4.32), les déplacements sur une paire de frontière opposée (avec leurs normales le long des axes  $X_j$ ) sont ainsi donnés par :

$$u_i^{j+} = \bar{\varepsilon}_{ik} x_k^{j+} + u_i^{per} \quad (4.4)$$

$$u_i^{j-} = \bar{\varepsilon}_{ik} x_k^{j-} + u_i^{per} \quad (4.5)$$

où les indices “j+” et “j-” signifient respectivement le long des directions positive et négative de l'axe  $X_j$ .

La différence des équations (4.4) et (4.5) fournit la relation :

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \bar{\varepsilon}_{ik} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \bar{\varepsilon}_{ik} \Delta x_k^j. \quad (4.6)$$

Le terme  $\Delta x_k^j$  étant constant, on obtient des conditions limites périodiques unifiées sous la forme suivante :

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = c_i^j \quad (i, j = 1, 2) \quad (4.7)$$

Les constantes,  $c_1^1$  et  $c_2^2$  représentent l'étirement moyen ou la contraction moyenne sous l'action de traction simple des composants normaux, tandis que la constante,  $c_2^1 = c_1^2$  correspond aux déformations de cisaillement sous l'action d'un cisaillement plan. L'écriture des conditions limites sous cette forme permet de satisfaire l'exigence de périodicité en déplacements ainsi que la continuité. L'équation (4.7) ne contient pas la partie périodique, qui est inconnue. Il devient alors plus facile d'adopter cette dernière forme dans une procédure d'éléments finis, contrairement à l'application directe de l'équation (4.3) comme conditions limites.

Les déformations et contraintes moyennes sont respectivement définies par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\|\Omega\|} \int_{\Omega} \varepsilon(x) d\Omega \quad (4.8)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\|\Omega\|} \int_{\Omega} \sigma(x) d\Omega \quad (4.9)$$

où  $\Omega$  est le volume du VER périodique.

Comme le matériau étudié est isotrope transverse (cf. section 2.3.2), les contraintes et les déformations moyennes sont reliées par la matrice de raideur effective  $\tilde{C}$  :

$$\bar{\sigma} = \tilde{C} \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & 0 \\ \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{33} \end{bmatrix} \cdot \bar{\varepsilon}. \quad (4.10)$$

Dans notre cas d'étude, nous utilisons le logiciel commercial appelé "COMSOL Multiphysics" pour appliquer et résoudre le problème aux conditions limites périodiques.

### Exemples d'application

Considérons le VER illustré par la figure 4.32. Des essais numériques de traction et de cisaillement en statique sont réalisés en imposant un déplacement  $\mathbf{U}_0$  sur l'une des frontières. On note  $u$  et  $v$  les composantes respectives du déplacement suivant les directions 1 et 2. Pour un essai de traction simple suivant la direction 1, on obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_{AD} - u_{BC} = \mathbf{U}_0 \\ v_{AD} - v_{BC} = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_{AB} - u_{DC} = 0 \\ v_{AB} - v_{DC} = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

où  $AD$ ,  $BC$ ,  $AB$  et  $DC$  sont les frontières du VER ; pour un essai de traction simple suivant la direction 2, on obtient :

$$\begin{cases} u_{AD} - u_{BC} = 0 \\ v_{AD} - v_{BC} = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_{AB} - u_{DC} = 0 \\ v_{AB} - v_{DC} = u_0 \end{cases} \quad (4.12)$$

et finalement pour un essai de cisaillement dans le plan 1 – 2, on a :

$$\begin{cases} u_{AD} - u_{BC} = 0 \\ v_{AD} - v_{BC} = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_{AB} - u_{DC} = u_0 \\ v_{AB} - v_{DC} = 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Les résultats des essais numériques permettront ainsi de déterminer les propriétés mécaniques effectives. En effet, si on considère la traction suivant la direction 1, les conditions limites peuvent être assimilées à l'application d'une déformation  $\varepsilon_{11}$  sur tous les points des frontières opposées dans cette direction, et des déformations nulles dans les autres directions. Ainsi la moyenne des déformations dans le volume peut être obtenue en l'assimilant à la déformation  $\varepsilon_{11}$  :

$$\bar{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\sigma} = \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{12} \end{Bmatrix}. \quad (4.14)$$

Le système (4.10) devient ainsi :

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & 0 \\ \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

Lors des simulations numériques effectuées avec le logiciel COMSOL Multiphysics, les contraintes relevées dans chaque élément du modèle sont stockées dans un fichier, ce qui permet de calculer le vecteur des contraintes moyennes  $\bar{\sigma}$  dans le modèle. Par conséquent, on peut déduire du système (4.15) les valeurs des coefficients  $\tilde{C}_{11}$  et  $\tilde{C}_{21}$  de la façon suivante :

$$\tilde{C}_{11} = \frac{\bar{\sigma}_{11}}{\varepsilon_{11}} \quad \text{et} \quad \tilde{C}_{21} = \frac{\bar{\sigma}_{22}}{\varepsilon_{11}}. \quad (4.16)$$

De la même manière, la traction suivant la direction 2 et le cisaillement dans le plan 1 – 2, nous permettent de déterminer respectivement les valeurs de  $\tilde{C}_{12}$ ,  $\tilde{C}_{22}$  et  $\tilde{C}_{33}$  :

$$\tilde{C}_{12} = \frac{\bar{\sigma}_{11}}{\varepsilon_{22}}, \quad \tilde{C}_{22} = \frac{\bar{\sigma}_{22}}{\varepsilon_{22}} \quad \text{et} \quad \tilde{C}_{33} = \frac{\bar{\sigma}_{12}}{\varepsilon_{12}}. \quad (4.17)$$

La matrice de raideur effective de chaque morphologie est alors égale à :

$$\tilde{C}(j) = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & 0 \\ \tilde{C}_{21} & \tilde{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{33} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

où  $j$  est le numéro de la morphologie. Comme dans l'analyse des morphologies aléatoires, on détermine ici un modèle homogène équivalent dont la matrice de raideur est égale à la moyenne des matrices de raideurs effectives de l'ensemble des morphologies :

$$\tilde{C}_{eq} = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^{j=5} \tilde{C}(j). \quad (4.19)$$

## Analyse modale

L'analyse modale est réalisée sur l'ensemble des morphologies ainsi que sur le modèle homogène équivalent obtenu après homogénéisation. Deux types de conditions limites, correspondant à deux cas limites de contact, sont imposées. Le premier type, appelé BC1, correspond au cas où tous les points de la surface de contact sont décollés, c'est-à-dire la face inférieure du VER est libre (cf. figure 4.33a). Le second type, appelé BC2, correspond au cas où on a un glissement pur à la surface de contact qui se traduit par un glissement de face inférieure suivant l'axe 1 (cf. figure 4.33b). Dans les deux cas, la face supérieure du VER est bloquée suivant les axes 1 et 2.

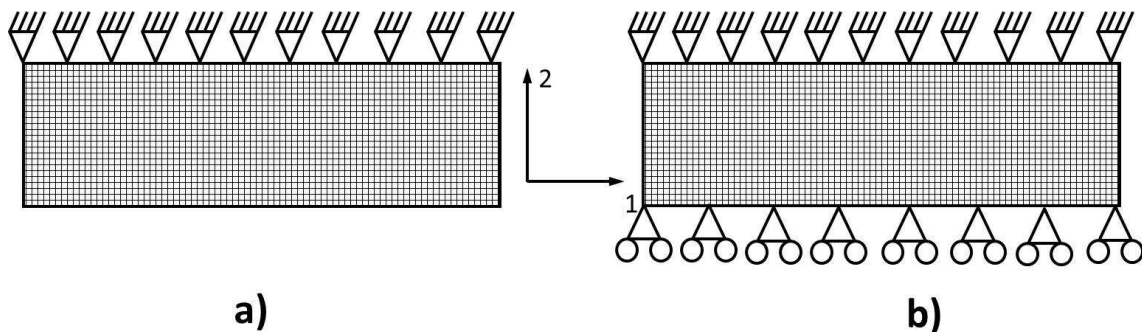


FIGURE 4.33: Conditions limites type BC1 (a) et type BC2 (b).

Afin de comparer les résultats obtenus à partir des modèles hétérogènes et homogène, on définit un critère de convergence basé sur les fréquences propres des modèles. On calcule l'erreur relative entre les fréquences propres du modèle homogène équivalent et des morphologies pour chaque mode de vibration  $i$  :

$$ErreurRelative(i) = \frac{f_{Ho}(i) - f_{Het}(i)}{f_{Ho}(i)} \quad (4.20)$$

$f(i)$  désigne la fréquence de vibrations du mode de vibration  $i$  de la structure.

On prend ensuite la valeur maximale de ces erreurs pour définir notre critère de convergence :

$$ER = \max_{i=1, \dots, m} (ErreurRelative(i)); \quad (4.21)$$

où  $m$  est le nombre total des modes vibrations fixés.

On considère que le critère de convergence est satisfait lorsque la valeur maximale des erreurs relatives est inférieure à 2%.



## Résultats des simulations

Les simulations sont réalisées sur l'ensemble des 5 morphologies présentées sur la figure 4.31. Initialement le nombre de cellules de base du VER est fixé à  $n = 4$ , ce qui correspond à un VER de dimensions 28 mm de longueur et 8 mm de hauteur.

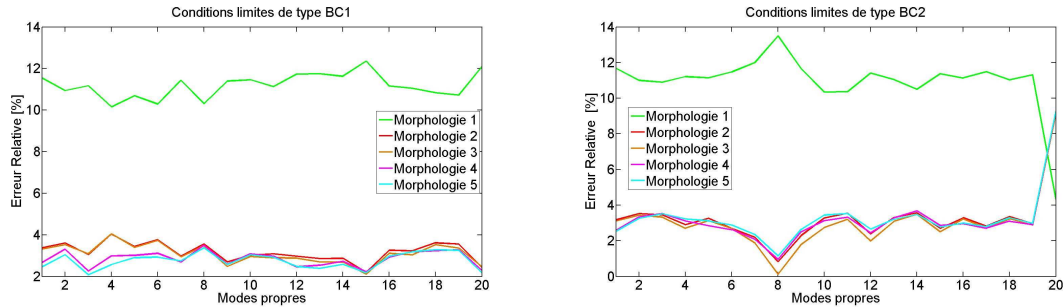
Les propriétés effectives de chaque morphologies ainsi que les valeurs des propriétés effectives sont ainsi exposées dans le tableau 4.8. Nous remarquons une grande disparité entre les propriétés de la morphologie 1 et celles des autres morphologies. Notons également que les propriétés effectives sont identiques pour les morphologies 2, 3 et 5.

Morphologies	Matrice de raideur
1	$\begin{bmatrix} 49.1204 & 12.4743 & 0 \\ 12.4793 & 56.3833 & 0 \\ 0 & 0 & 18.4739 \end{bmatrix} \text{ GPa}$
2, 3 et 5	$\begin{bmatrix} 37.0688 & 9.4417 & 0 \\ 9.4455 & 43.9304 & 0 \\ 0 & 0 & 13.9483 \end{bmatrix} \text{ GPa}$
4	$\begin{bmatrix} 37.0433 & 9.4352 & 0 \\ 9.4390 & 46.4089 & 0 \\ 0 & 0 & 13.9390 \end{bmatrix} \text{ GPa}$
Modèle homogène équivalent	$\begin{bmatrix} 39.4740 & 10.0469 & 0 \\ 10.0511 & 46.4089 & 0 \\ 0 & 0 & 14.8516 \end{bmatrix} \text{ GPa}$

**TABLE 4.8:** Matrice de raideur effective des modèles issus du VER constitué de  $4 \times 4$  cellules de base

Après l'obtention du modèle homogène équivalent, on applique l'analyse modale sur les morphologies de volume  $V^4$  et le modèle homogène équivalent. La figure 4.34 montre l'évolution de l'erreur relative pour chaque morphologie pour les 20 premiers modes propres de vibration. On peut observer sur la figure 4.34 que pour 4 cellules de base, l'erreur relative de la plupart des morphologies est supérieur à 2%, en particulier celle de la morphologie 1 qui dépasse 11%. La grande disparité entre les propriétés effectives obtenues en homogénéisation se manifestent sur les erreurs relatives des fréquences de

vibrations entre les morphologies et le modèle homogène équivalent. Par conséquent, le critère de convergence n'est pas satisfait pour un VER constitué de  $4 \times 4$  cellules de base.



**FIGURE 4.34:** Erreur relative des modèles du VER constitué de 4 par 4 cellules de base pour les 20 premiers modes propres

Le processus est réitéré en augmentant le nombre de cellules de base du VER. Lorsqu'on passe à  $5 \times 5$  cellules de base dans le VER, les matrices de raideur effectives obtenues après homogénéisation des modèles sont quasi-égales pour l'ensemble des modèles (cf. tableau 4.9). De plus, l'analyse modale révèle une erreur relative inférieure à 2% pour toutes les morphologies (cf. figure 4.35). Le critère de convergence est ainsi satisfait pour un VER constitué de  $5 \times 5$  cellules de base.

Morphologies	Matrice de raideur
1, 2, 3 et 5	$\begin{bmatrix} 37.054 & 9.4417 & 0 \\ 9.4417 & 43.9434 & 0 \\ 0 & 0 & 13.9483 \end{bmatrix} \text{ GPa}$
4	$\begin{bmatrix} 37.0531 & 9.4447 & 0 \\ 9.4447 & 43.9362 & 0 \\ 0 & 0 & 13.9492 \end{bmatrix} \text{ GPa}$
Modèle homogène équivalent	$\begin{bmatrix} 37.054 & 9.4423 & 0 \\ 9.4423 & 43.9420 & 0 \\ 0 & 0 & 13.9485 \end{bmatrix} \text{ GPa}$

**TABLE 4.9:** Matrice de raideur effective des modèles issus du VER constitué de  $5 \times 5$  cellules de basse

Nous passons alors à l'étape temporelle en utilisant ce modèle comme modèle initial.

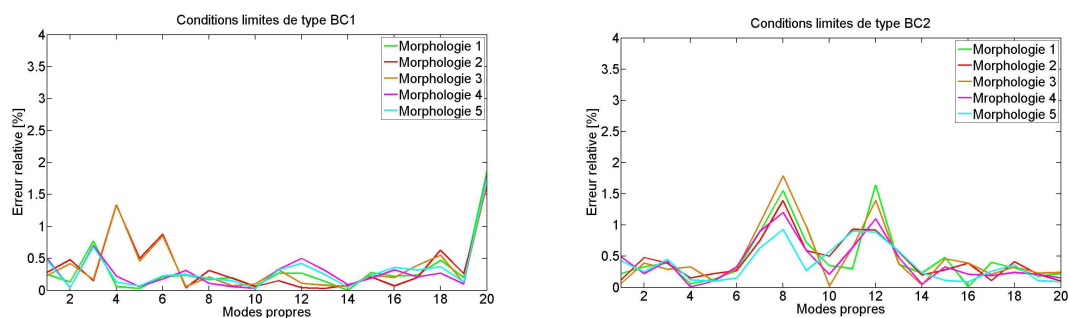


FIGURE 4.35: Erreur relative des modèles du VER constitué de 5 par 5 cellules de base pour les 20 premiers modes propres

## Etude Temporelle

### Méthodologie

L'étude temporelle consiste à trouver la taille du VER du matériau composite à mésostructure périodique nécessaire pour obtenir une convergence sous sollicitations tribologiques (pression et cisaillement). Pour cela, le VER initial utilisé est celui du modèle obtenu lors de l'étude modale.

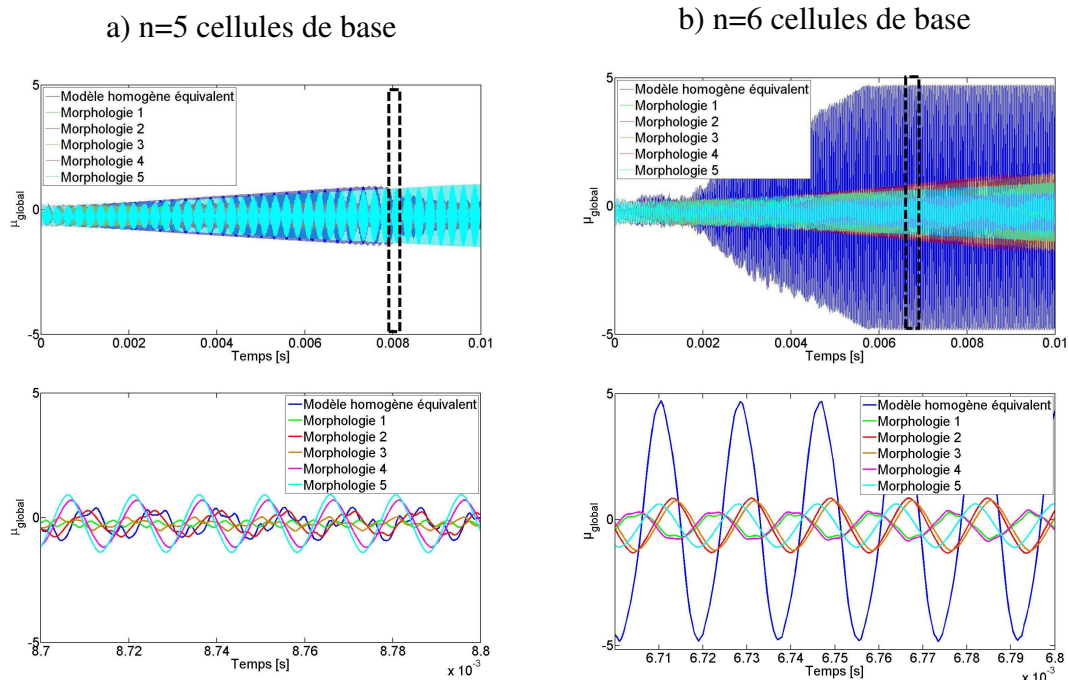
Les morphologies régulières sont étudiées sous les mêmes conditions que les morphologies aléatoires étudiés dans les chapitres précédents. Nous rappelons ainsi qu'une loi simplifiée de Prakash-Clifton et les multiplicateurs de Lagrange sont utilisés pour décrire le contact. Comme cette étape peut nécessiter des temps de calcul très volumineux, nous allons supposer que le VER frotte sur une surface rigide. Cette hypothèse ne gênera pas le regroupement de morphologies et la convergence. De plus nous souhaitons ici, surtout étudier la "faisabilité" de notre démarche. Si celle-ci est efficace, nous pourrions alors passer à un cas déformable-déformable par la suite.

Dans les différentes simulations, la vitesse de glissement est égale à  $2 \text{ m/s}$  et les paramètres de loi de frottement  $\mu$  et  $\kappa$  sont respectivement égaux à 0.25 et 1500 ns. La pression imposée est comprise entre 0.5 MPa et 1 MPa.

Les modélisations de morphologies aléatoires ont révélé que le modèle homogène équivalent fixe les régimes d'instabilités pouvant se manifester, tandis que les morphologies choisissent parmi ces régimes d'instabilités. En se basant sur ce critère, nous considérons que le comportement mécanique du modèle homogène équivalent doit être identique à, au moins, un des comportements des morphologies. Au cours des simulations, l'évolution temporelle du coefficient de frottement global ainsi que la dynamique locale au contact (instabilités, contraintes, ...) de chaque morphologie est comparée à celles du modèle homogène équivalent. Si le comportement du modèle homogène équivalent est identique à celui au moins d'une des morphologies, alors le critère de convergence est satisfait.

## Résultats des simulations

Pour un nombre de cellules  $n$  égale à 5 et 6, l'évolution temporelle du coefficient de frottement global du modèle homogène équivalent est différente de celle des morphologies (cf. figure 4.36) en terme d'amplitude, de régimes établis. En effet, la figure 4.36 met en évidence l'évolution du coefficient de frottement global des différentes morphologies et du modèle homogène équivalent au cours du temps. Pour  $n=5$ , un comportement singulier est observé pour chaque morphologie et qui est différent de celui du modèle homogène équivalent (cf. figure 4.36a). Pour  $n=6$ , la figure 4.36b montre que l'évolution de  $\mu_{global}$  du modèle homogène équivalent est également différente de celle des différentes morphologies (cf. figure 4.36b). Ces observations sont confortées par les valeurs moyennes de  $\mu_{global}$  (cf. tableau 4.10). La valeur moyenne pour les différentes morphologies est de 0.249, alors que celle du modèle homogène équivalent est égale à 0.206.



**FIGURE 4.36:** Evolution temporelle du coefficient de frottement global des différents modèles du VER pour  $n = 5$  (a) et  $n = 6$  (b) cellules de base et zoom dans le régime établi, pour une pression égale à 0.5 MPa, un coefficient de frottement  $\mu$  imposé localement égal à 0.25 et un temps de régularisation  $\kappa$  égal à 1500 ns

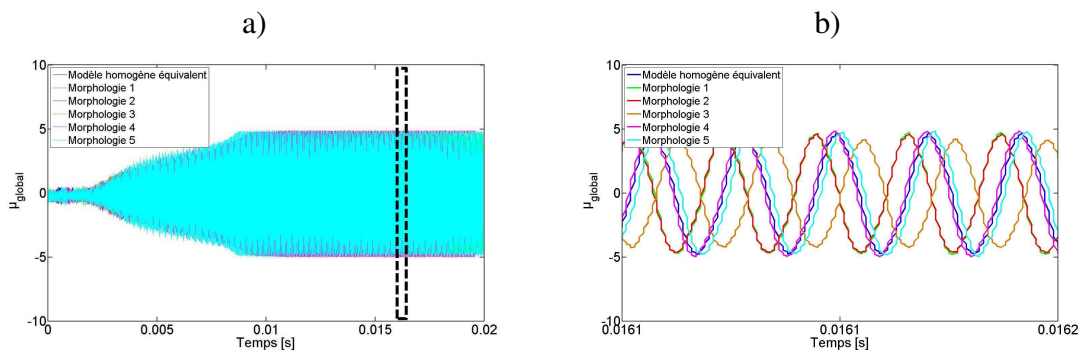
Le critère de convergence pour l'étude temporelle n'est donc pas atteint pour les modèles de tailles  $n = 5$  et  $n = 6$ . Ceci souligne le fait qu'il ne suffit pas que les modèles de taille  $n \times n$  cellules de base convergent en statique pour qu'ils convergent sous sollicitations dynamiques avec contact frottant, donc il faut réitérer le processus en augmentant la taille du VER.

Les figures 4.37a et 4.37b mettent en évidence l'évolution temporelle du coefficient de

	Morphologies	1	2	3	4	5	Modèle homogène équivalent
n=5	$\mu_{global}$ moyen	0.248					0.235
n=6	$\mu_{global}$ moyen	0.249					0.206

**TABLE 4.10:** Valeur moyenne du coefficient de frottement des modèles du VER de taille  $n = 5$  et  $n = 6$ , pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 ns$

frottement global des différents modèles pour  $n = 7$ . Les courbes montrent qu'au cours de la simulation, l'évolution de  $\mu_{global}$  pour les différentes morphologies et celle du modèle homogène équivalent sont similaires, malgré un déphasage.



**FIGURE 4.37:** a) Evolution temporelle du coefficient de frottement global des modèles du VER pour  $n = 7$  cellules de base et b) zoom dans le régime établi, pour une pression égale à 0.5 MPa, un coefficient de frottement  $\mu$  imposé localement égal à 0.25 et un temps de régularisation  $\kappa$  égal à 1500 ns

Ces résultats sont confortés par les valeurs moyennes de  $\mu_{global}$ , calculées dans le régime établi (cf. tableau 4.11). La valeur moyenne de  $\mu_{global}$  est de 0.21 pour le modèle homogène équivalent, et cette valeur est comprise entre 0.204 et 0.213 pour les différentes morphologies. Le modèle homogène peut alors être considéré comme la moyenne des morphologies, donc un comportement local équivalent.

De plus, l'observation des instabilités au contact montre que les profils des taux d'instabilités à la surface de contact présentent également des similarités entre les morphologies et le modèle homogène équivalent (cf. figure 4.38).

La figure 4.38 montre un regroupement de morphologies par leur profil de taux d'instabilités. Les morphologies 2 et 3 ont un profil de taux d'instabilités similaire

Morphologies	1	2	3	4	5	Modèle homogène équivalent
$\mu_{global}$ moyen	0.206	0.213	0.204	0.207	0.206	0.210

**TABLE 4.11:** Valeur moyenne du coefficient de frottement des modèles du VER pour  $n = 7$  cellules de base, pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 ns$

(glissement, décollement et adhérence), les morphologies 4 et 5 présentent également des similarités et la morphologie 1 présente un profil différent des autres. Les courbes sont modulées par le bruit relié à l'effet de surface des différentes morphologies. Le modèle homogène équivalent rejoint les morphologies 2 et 3 qui présentent ce même type de profils mais sans bruitages. La morphologie 1 reste un cas à part au niveau de son profil de taux d'instabilités. Ceci peut s'expliquer par la forme de la cellule de base qui ne possède que 2 torons au contact. Les mêmes remarques se dégagent lorsqu'on calcule les taux d'instabilités moyennés sur toute la surface de contact des différents modèles (cf. tableau 4.12). Ils révèlent un type d'instabilités **adhérence-glisement-décollement**, avec un régime **FTG** pour la morphologie 1 et un régime **Mixte** pour les autres modèles.

Morphologies	1	2	3	4	5	Modèle homogène équivalent
Taux de glissement	75.31	64.28	66.15	57.53	65.17	63.87
Taux de décollement	24.62	36.65	33.78	42.40	34.76	36.07
Taux d'adhérence	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.06

**TABLE 4.12:** Taux d'instabilités moyen à la surface de contact des différents modèles pour une pression de 0.5 MPa un coefficient de frottement local  $\mu = 0.25$  et un temps de régularisation de  $\kappa = 1500 ns$

Les bruitages observés sur les profils de taux d'instabilités des différentes morphologies sont également présents sur les contraintes maximales calculées à la surface de contact de chaque morphologie (cf. figure 4.39). En effet, ces bruitages, liés à la présence des torons dans le matériau (absents dans le modèle homogène équivalent) représentent les pics de contraintes maximales dans les torons entraînant l'effet de peau observé dans les études précédentes. Par conséquent suivant les pics de contraintes maximales, on peut dire que "l'effet de peau" dépend du nombre et de la hauteur des torons présents à la surface de contact. La morphologie 1 qui a 2 torons de hauteur constante par cellule de base présente les pics de contraintes maximales les plus importantes donc un "effet de peau" plus important. Tandis la morphologie 5 qui a une densité de torons moins importante à la surface de contact, présente effectivement un "effet de peau" moins important. Les

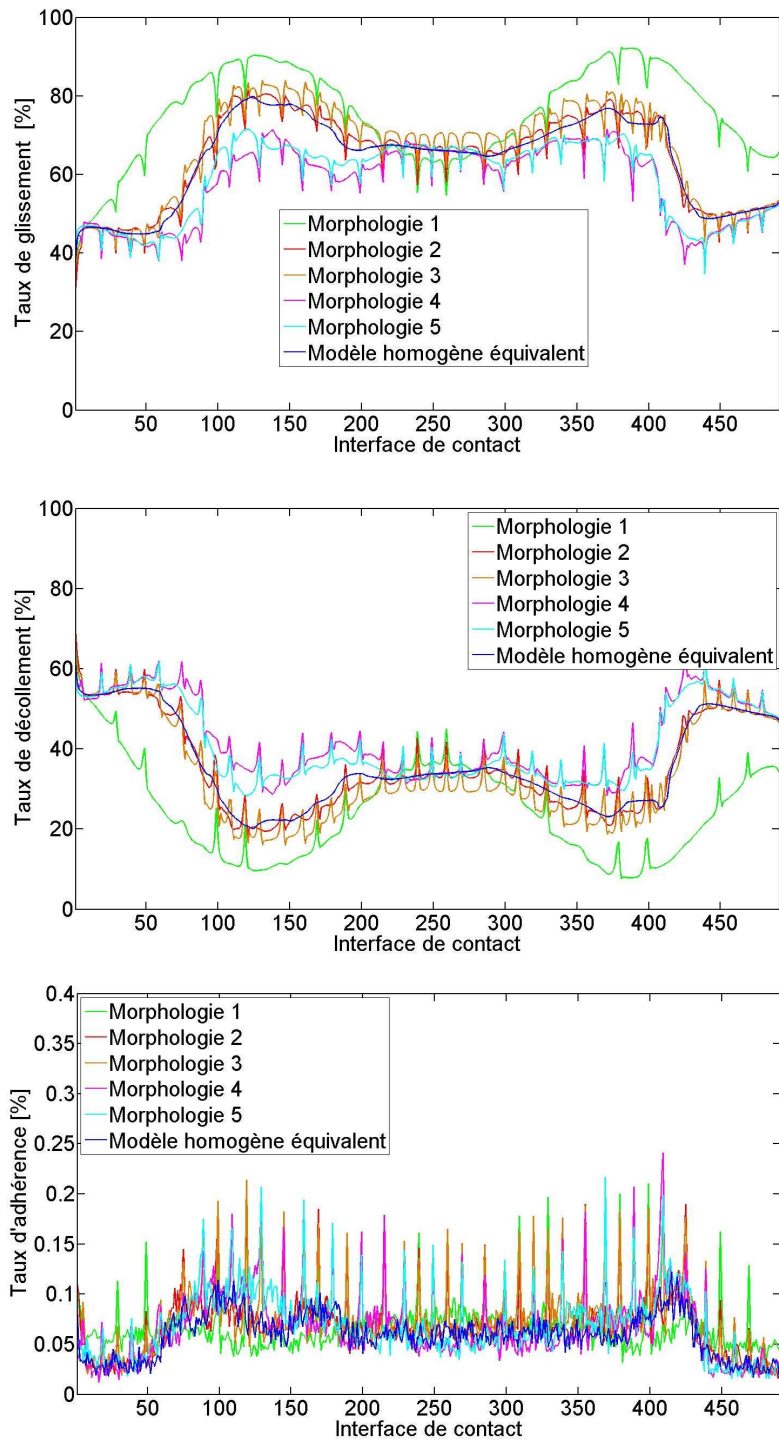
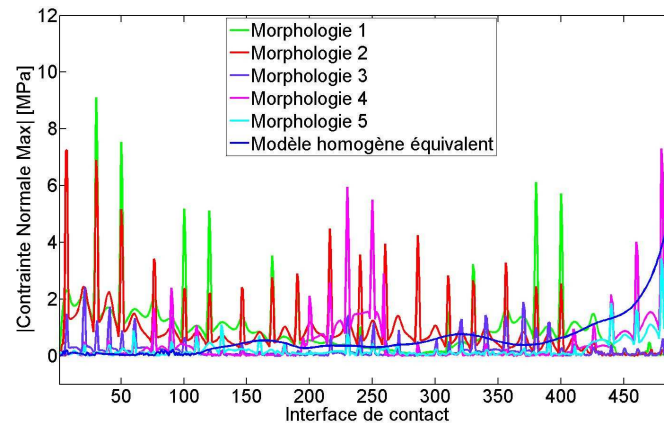


FIGURE 4.38: Profils des taux d'instabilités des différents modèles

contraintes normales maximales du modèle homogène équivalent moyennent ainsi celles des morphologies.



**FIGURE 4.39:** Contraintes normales maximales à la surface de contact des différents modèles au cours de la simulation

Même si toutes les morphologies ne présentent pas des résultats similaires au modèle homogène équivalent, (chose quasi impossible à la vue des résultats des chapitres précédents), on trouve une ou plusieurs morphologies rejoignant le comportement du modèle homogène équivalent. En conclusion, on peut dire que pour un VER ayant un nombre de cellules de base  $n = 7$ , le modèle converge lors de l'étude temporelle sous sollicitations tribologiques.

## Remarque

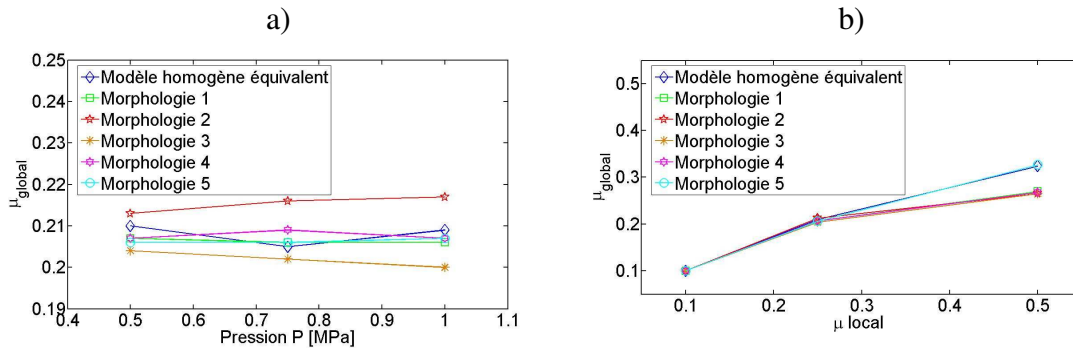
Cette étude est réalisée avec un jeu de paramètres donné ( $P = 0.5 \text{ MPa}$ ,  $\mu = 0.25$  et  $\kappa = 1500 \text{ ns}$ ). Une étude paramétrique a alors été effectuée afin de vérifier l'influence de ce jeu sur la réponse des modèles ainsi que sur la convergence. Cette dernière montre que les comportements globaux des modèles peuvent être différents d'un paramètre à un autre. Cependant le modèle homogène équivalent prend toujours un des comportements d'une ou plusieurs morphologies. Ceci peut être illustré par les valeurs moyennes de l'évolution de  $\mu_{global}$  des différents modèles pour différentes pressions et valeurs de  $\mu$  local (cf. figure 4.40).

Le tableau 4.13 résume les différentes morphologies qui convergent vers le modèle homogène équivalent.

## Conclusions

Une nouvelle approche heuristique est développée pour étendre les techniques d'homogénéisations sous sollicitations dynamiques à des conditions de contact frottant. Pour





**FIGURE 4.40:** Valeurs moyennes de l'évolution du coefficient de frottement global pour : a) différentes pressions ( $P=[0.5; 0.75; 1]$  MPa) et b) différentes valeurs de  $\mu$  ( $\mu = [0.1; 0.25; 0.5]$ ) imposées à l'interface de contact

étudier des matériaux composites à mésostructure périodique. Cette approche se base sur deux étapes pour déterminer la taille nécessaire d'un VER de composite à mésostructure régulière sous sollicitations tribologiques.

Le modèle homogène obtenu peut ainsi présenter des réponses mécaniques similaires à celles des morphologies. Il peut donc être suffisant pour une étude macroscopique d'une structure sous sollicitations dynamiques en contact frottant. Cependant pour les phénomènes locaux au contact, la représentativité de la réponse du modèle homogène soulève encore des questions telles que les contraintes maximales à la surface de contact qui peuvent être l'origine des dégradations de la surface de contact ou encore l'endommagement des torons à la surface de contact.

Jeu de paramètres ( $P, \mu, \kappa$ )	Morphologie (s) équivalente au modèle homogène
(0.5, 0.25, 1500)	1, 2, 4, et 5 $\mu_{global} \approx 0.21$ <i>Tauxdeglissement</i> $\approx 64\%$
(0.75, 0.25, 1500)	1, 3, 4, et 5 $\mu_{global} \approx 0.205$ <i>Tauxdeglissement</i> $\approx 74\%$
(1, 0.25, 1500)	1, 4, et 5 $\mu_{global} \approx 0.209$ <i>Tauxdeglissement</i> $\approx 66\%$
(0.5, 0.1, 1500)	1, 2, 3, 4, et 5 $\mu_{global} \approx 0.1$ <i>Tauxdeglissement</i> $\approx 99.92\%$
(0.5, 0.5, 1500)	5 $\mu_{global} \approx 0.324$ <i>Tauxdeglissement</i> $\approx 35\%$
(0.5, 0.25, 1250)	2, 3, et 5 $\mu_{global} \approx 0.213$ <i>Tauxdeglissement</i> $\approx 77\%$

**TABLE 4.13:** Tableau récapitulatif des morphologies qui convergent vers le modèle homogène équivalent



# Bibliographie

- [ABO 91] ABOUDI J.  
Mechanics of composite materials - A unified micromechanical approach. *NASA STI/Recon Technical Report A*, vol. 93, 1991, p. 29778–+.
- [ADA 95] ADAMS G.-G.  
Self-excited oscillations of two elastic half-spaces sliding with a constant coefficient of friction. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 62, 1995, p. 867–872.
- [ALA 98] ALART P., LEBON F.  
Numerical Study of a Stratified Composite Coupling Homogenization and Frictional Contact. *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 28, n° 4-8, 1998, p. 273–286.
- [AMO 99] AMONTONS G.  
*De la résistance causée dans les machines*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Paris, 1699.
- [AND 97] ANDREWS D.-J., BEN-ZION Y.  
Wrinkle-like slip pulse on a fault between different materials. *Journal of Geophysical Research*, vol. 102, 1997, p. 553–571.
- [AWA 88] AWASTHI S., WOOD J.-L.  
C/C composites materials for aircraft brakes. *Advanced Ceramics Materials*, vol. 3, 1988, p. 449–51.
- [BAI 96] BAILLET L., BRUNET M., BERTHIER Y.  
Experimental and numerical dynamic modelling of ironing process. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 60, 1996, p. 677–684.
- [BAI 05a] BAILLET L., LINCK V., D'ERRICO S., LAULAGNET B., BERTHIER Y.  
Finite Element Simulation of Dynamic Instabilities in Frictional Sliding Contact. *Journal of Tribology, Transaction of the ASME*, vol. 127, 2005, p. 652–657.
- [BAI 05b] BAILLET L., SASSI T.  
Mixed finite element formulation in large deformation frictional contact problem. *Revue Européenne des Eléments Finis*, vol. 14, n° 2-3, 2005, p. 287–304. Gestion du contact-loi de frottement-instabilités.
- [BAI 05c] BAILLET L., SASSI T.  
Mixed finite element formulation in large deformation frictional contact problem. *Revue Européenne des Eléments Finis*, vol. 14, n° 2-3, 2005, p. 287-304. Gestion du contact-loi de frottement-instabilités.

- [BAI 06] BAILLET L.  
Notice d'utilisation de Plast2. LaMCoS - LGIT, 2006.
- [BAR 03] BARTHÉLÉMY J.-F., DORMIEUX L.  
Détermination du critère de rupture macroscopique d'un milieu poreux par homogénéisation non linéaire. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 331, 2003, p. 271-276.
- [BAT 82] BATHE K.-J.  
*Finite element procedures in engineering analysis*. Prentice Hall, New York, 1982.
- [BEL 91] BELYTSCHKO T., NEAL M.-O.  
Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and lagrangian methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 31, 1991, p. 547-572.
- [BEN 78] BENSOUSSAN A., LIONS J.-L., PAPANICOLAOU G.  
*Asymptotic Analysis for periodic structures*. North-Holland, 1978.
- [BER 68] BERAN M.-J.  
*Statistical Continuum Theories*. John Wiley, 1968.
- [BER 90] BERTHIER Y.  
Experimental evidence for friction and wear modelling. *Wear*, vol. 139, 1990, p. 77 – 92.
- [BER 95] BERTHIER Y.  
Maurice Godet's third body. *22<sup>nd</sup> Leeds Lyon Symposium on Tribology*, 1995, p. 21-30.
- [BOR 01] BORNERT M., BRETHER T., GILORMINI P.  
*Homogénéisation en mécanique des matériaux 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*, vol. 1. Hermès Science, 2001.
- [BOW 64] BOWDEN F.-P., TABOR D.  
*The friction and lubrication of solids. Part II*. Clarendon Press Oxford, 1964.
- [BRU 03] BRUNET M.  
*Analyses non-linéaires des structures et des solides par éléments-finis*. INSA-Lyon, Lyon, 2002-2003.
- [CAO 11] CAO H.-P.  
Modélisation par éléments discrets rigide et/ou déformables des milieux granulaires et des troisième corps solides. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011.
- [CAR 91] CARPENTER N.-J., TAYLOR R.-L., KATONA M.-G.  
Lagrange Constraints for transient finite element surface contact. *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, vol. 32, 1991, p. 103-128.
- [CAR 02] CARRÈRE N., FEYEL F., KANOUTÉ P., CHABOCHE J.-L.  
New advances on the mechanical multiscale modelling of non linear composites based on various homogenization methods. *Onera*, vol. 53, 2002, p. 1-10.

- [CHE 99] CHENG H.-D., CHEN Y.-H.  
Fuzzy partition of two dimensional histogram and its application to thresholding. *Pattern Recognition*, vol. 32, 1999, p. 825-843.
- [COC 00] COCHARD A., RICE J.-R.  
Fault rupture between dissimilar materials Ill-posedness, regularization, and slip-pulse response. *Journal of Geophysical Research*, vol. 105, 2000, p. 25,891-25,907.
- [COO 02] COOK R.-D., MALKUS D.-S., PLESHA M.-E., WITT R.-J.  
*Concepts and applications of finite element analysis*. John Wiley & sons, New York, 4<sup>th</sup> édition, 2002.
- [COU 85] COULOMB C.-A.  
*Théorie de Machines Simples*. Mémoire de Mathématique et de Physique de l'Académie Royale, Paris, 1785.
- [DHA 84] DHATT G., TOUZOT G.  
*Une présentation de la méthode des éléments finis*. Maloine, Paris, 2ème édition, 1984.
- [DOU 00] DOUARCHE N.  
Optimisation de l'architecture et de la nature des constituants pour latenu en service des composites Carbone-Carbone pour application de freinage. Thèse de doctorat, INSA-Lyon Ecole doctorale : Matériaux de Lyon, Octobre 2000.
- [DVO 01] DVORAK G. J., ZHANG J.  
Transformation field analysis of damage evolution in composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, 2001, p. 2517-2541.
- [FEY 00] FEYEL F., CHABOCHE J. L.  
FE2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC Ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 183, 2000, p. 309-330.
- [FOR 04] FOREST S.  
*Milieux continus généralisés et matériaux hétérogènes*. Ecole des Mines de Paris, Mars 2004.
- [FRA 07] FRANÇOIS M., LOLY J., KAPSA P., JACQUEMARD P.  
A temperature-programmed adsorption and oxidation investigation of wear debris from carbon/carbon composites aircraft brakes. *Carbon*, vol. 45, 2007, p. 124-31.
- [GEO 82] GEORGES J.-M.  
*Microscopic aspects of adhesion and lubrication*. Tribology's series 5, Elsevier, 1982.
- [GOD 84] GODET M.  
The third body approach : a mechanical view of wear. *Wear Journal*, vol. 100, 1984, p. 437-452.
- [GOU 04a] GOUIDER M.  
Tribologie des composites C/C : Echelles et contribution relatives de la mécanique et de la physico-chimie. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2004.

- [GOU 04b] GOUIDER M., BERTHIER Y., JACQUEMARD P., ROUSSEAU B., BONNAMY S., ESTRADÉ-SZWARCKOPF H.  
Mass spectrometry during C/C composite friction : carbon oxidation associated with high friction coefficient and high wear rate. *Wear Journal*, vol. 256, 2004, p. 1082–1087.
- [HAS 63] HASHIN Z., SHTRIKMAN S.  
A variational approach to the theory of elastic behavior of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, 1963, p. 127–140.
- [JU 66] JU S.-H., ROWLANDS R.-E.  
A three-Dimensional Frictional Contact Element Whose Stiffness Matrix is Symmetric. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 1999, 66, p. 460–467.
- [KAN 03] KANIT T., FOREST S., GALLIET I., MOUNOURY V., JEULIN D.  
Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, 2003, p. 3647–3679.
- [KAP 85] KAPUR J.-N., SAHOO P.-K., WONG A.-K.-C.  
A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram. *Graphical Models and Image Processing*, vol. 29, 1985.
- [KAS 07] KASEM H., BONNAMY S., ROUSSEAU B., ESTRADÉ-SWARCKOPF H., BERTHIER Y., JACQUEMARD P.  
Interdependence between wear process, size of detached particles and CO<sub>2</sub> production during carbon/carbon composite friction. *Wear*, vol. 263, 2007, p. 1220–1229.
- [KAS 08] KASEM H.  
Etude du comportement tribologique de composites carbone/carbone sous sollicitations de freinage aéronautique. Approches mécaniques et physico-chimique. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2008.
- [KRö 80] KRÖNER E.  
Linear properties of random media-the systematic theory. *Comportements rhéologiques et structure des matériaux-CR 15ème Coll. GFR*, Paris, 1980.
- [LAN 75] LANCASTER J.-K.  
Instabilities in the frictional behaviour of carbons and graphites. *Wear*, vol. 34, 1975, p. 275–290.
- [LEM 04] LEMAITRE J., CHABOCHE J.-L.  
*Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 2004.
- [LIN 03] LINCK V., BAILLET L., BERTHIER Y.  
Modeling the consequences of local kinematics of the first body on friction and on third body sources in wear. *Wear*, vol. 255, 2003, p. 299–308. Gestion du contact-loi de frottement-instabilités.
- [MAR 99] MARTINS J.-A.-C., BARBARIN S., RAOUS M., PINTO DA COSTA A.  
Dynamic stability of finite dimensional linearly elastic systems with unilateral contact

- and Coulomb friction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 177, 1999, p. 289–328. Gestion du contact-loi de frottement-instabilités.
- [MBO 10] MBODJ C., PEILLEX G., RENOUF M., BAILLET L., BERTHIER Y., JACQUEMARD P.  
Influence du "contraste" des propriétés élastiques des composites carbone/carbone (C/C) sous conditions dynamiques de contact frottant. *Mécanique et Industries*, vol. 11, 2010, p. 289–294.
- [MOR 73] MORI T., TANAKA K.  
Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 21, 1973, p. 597–629.
- [MOT 92] MOTTERSHEAD J.-E., PASCOE S.-K., ENGLISH R.-G.  
A General Finite Element Approach for Contact Stress Analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, 1992, p. 765–779.
- [NEM 99] NEMAT-NASSER S., HORI M.  
*Micromechanics : Overall Properties of Heterogenous Materials*. Elsevier Science Publishers, 1999.
- [ODE 85] ODEN J.-T., MARTINS J.-A.-C.  
Models and computational methods for dynamic friction phenomena. *Comp. Meth. Appl. Mech. And Engng*, vol. 52, 1985, p. 527–634.
- [OTS 78] OTSU N.  
*A thresold selection method from grey-level histograms*. IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., 1978.
- [PEI 07] PEILLEX G.  
Modélisation numériques multi-échelles du comportement dynamique de matériaux composites sous sollicitations tribologiques : Cas des composites Carbone/Carbone utilisés en freinage aéronautique. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2007.
- [PEI 08] PEILLEX G., BAILLET L., BERTHIER Y.  
Homogenization in non-linear dynamics due to frictional contact. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 45, 2008, p. 2451–2469.
- [PRA 93] PRAKASH J.-R., CLIFTON R.-J.  
Time resolved dynamic friction measurements in presure-shear. *Exp. Tech. Dyna. Deform. Solids*, vol. 165, 1993, p. 33–48.
- [PRA 98] PRAKASH V.  
Frictionnal response of sliding interfaces subjected to time varying normal pressures. *Journal of Tribology, Transaction of the ASME*, vol. 120, 1998, p. 97–102.
- [RAG 01] RAGHAVAN P., MOORTHY S., GHOSH S., PAGANO N.-J.  
Revisiting the composite laminate problem with an adaptive multi-level computational model. *Composite Science and Technology*, vol. 61, 2001, p. 1017–1040.
- [RAN 01] RANJITH K., RICE J.-R.  
Slip dynamics at an interface between dissimilar materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, 2001, p. 341–361.



- [REN 92] RENARDY M.  
Ill-posedness at the boundary for elastic solids sliding under Coulomb friction. *Journal of Elasticity*, vol. 27, 1992, p. 281–287.
- [REN 10] RENOUF M.  
Simulations numériques en tribologie Contact sec et Lubrification solide. *Techniques de l'Ingénieur*, vol. TRI 2 800, 2010, p. p. 1-8.
- [RIC 01] RICE J.-R., LAPUSTA N., RANJITH K.  
Rate and state dependent friction and the stability of sliding between elastically deformable solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, 2001, p. 1865-1898.
- [RIE 09] RIETSCH J.-C.  
Influence de l'environnement sur le comportement tribologiques des carbones - Application au freinage aéronautique de compoistes Carbone/Carbone. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Jean-Henri LAMBERT, 2009.
- [ROL 07] ROLLIN M.  
Composites Carbone/Carbone à interface modulée : Elaboration et relation microstructure - comportement. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux1, Janvier 2007.
- [SAN 80] SANCHEZ PALENCIA E.  
Non-homogeneous media and vibration theory. *Lecture Notes in Physics*, vol. 127, 1980.
- [SUQ 87] SUQUET P.  
*Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. Homogenization Techniques for Composite Media*, vol. 272 of Lecture Notes in Physics. Springer, Berlin, 1987.
- [TAL 96] TALLARON C.  
Comportement thermomecanique en présence ou non d'une entaille, sous regimess-tatique et dynamique, d'un composite multidirectionnel carbone-carbone. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1996.
- [TAN 84] TANVIR M. A.  
Friction in carbon-carbon railway brakes. *10th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, vol. Paper XII (ii), 1984, p. 341–8.
- [WU 03] WU S., AMIN A.  
Automatic thresholding of grey-level using multi-stage approach. *7th Conference on Document Analysis and Recognition, Vol. 1*, August 2003.
- [XIA 03] XIA Z., ZHANG Y. ANDELLYN F.  
A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, 2003, p. 1907–1921.
- [ZIE 00] ZIENKIEWICZ O.-C., TAYLOR R.-L.  
*The Finite Element Method. Volume 1 : The basis*, vol. 1. Butterworth-Heinemann, Oxford, 5<sup>th</sup> édition, 2000.

[ZON 93] ZONG Z.-H.

*Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems.* Oxford University Press, Oxford, 1993.



## FOLIO ADMINISTRATIF

### THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : MBODJ

DATE de SOUTENANCE : jour mois année

Prénoms : Coumba

TITRE : Rôle des paramètres matériaux et structuraux dans l'homogénéisation numérique des composites C/C. Cas des sollicitation tribologiques de freinage

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2011-ISAL-XXX

École doctorale : MEGA

Spécialité : Mécanique - Génie Mécanique - Génie Civil

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis

CLASSE :

RÉSUMÉ :

Afin de comprendre les mécanismes d'usure et de frottement des composites carbone/carbone (C/C) utilisés en freinage aéronautique, un modèle numérique est utilisé pour dissocier les effets mécaniques des effets physico-chimiques et thermiques. Le modèle repose sur l'utilisation d'une approche par éléments finis et de techniques d'homogénéisation appliquées à un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau à l'échelle mésoscopique frottant sur une surface rigide ou déformable. A cette échelle, le matériau est décrit par une matrice en carbone et des paquets de fibres de carbone appelés torons, perpendiculaires à la surface frottante. Pour assurer la représentativité de la structure du matériau, plusieurs modèles hétérogènes sont étudiés. Les résultats sont comparés à ceux obtenus avec le modèle homogène équivalent qui découle de l'homogénéisation. L'influence des conditions de contact (la rigidité), ainsi que l'influence de la distribution des torons proches de la surface frottante sur les régimes de vibrations des différents modèles sont mises en évidence. L'extension du modèle numérique à un contact entre deux composites a mis en évidence une forte augmentation des contraintes maximales localisées principales dans les torons présents à la surface frottante. Ces fortes localisations de contraintes peuvent avoir pour conséquence l'endommagement des torons ce qui induit la dégradation de la surface frottante jusqu'aux détachements de particules.

MOTS-CLÉS : Tribologie numérique, éléments finis, composites, homogénéisation, dynamique non-linéaire, frottement

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures  
UMR CNRS 5259 - INSA de Lyon  
18-20 rue des Sciences  
69621 Villeurbanne Cedex FRANCE

Co-Directeur de thèse : Monsieur le Directeur de Recherche Yves BERTHIER

Co-Directeur de thèse : Monsieur le Chargé de Recherche Mathieu RENOUF

Composition du jury : P. ALART  
A. ELEŌD  
L. BAILLET  
M. RENOUF  
P. BOISSE  
Y. MONERIE  
P. JACQUEMARD  
Y. BERTHIER