



**HAL**  
open science

# Étude des vibrations de pièce mince durant l'usinage par stéréo corrélation d'images

Toufic Wehbe

► **To cite this version:**

Toufic Wehbe. Étude des vibrations de pièce mince durant l'usinage par stéréo corrélation d'images. Génie mécanique [physics.class-ph]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2010. Français. NNT : 2010INPT0128 . tel-00744372v2

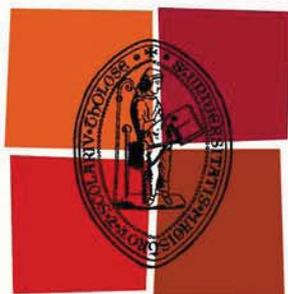
**HAL Id: tel-00744372**

**<https://theses.hal.science/tel-00744372v2>**

Submitted on 10 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du  
**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

**Délivré par :**  
Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

**Discipline ou spécialité :**  
Génie mécanique

---

**Présentée et soutenue par :**  
Toufic WEHBE

**le :** vendredi 24 septembre 2010

**Titre :**

Étude des vibrations de pièce mince durant l'usinage  
par stéréo corrélation d'images

---

**JURY**

Serge CAPERAA, Professeur des Universités, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes  
Walter RUBIO, Professeur des Universités, Université Paul Sabatier - Toulouse 3  
Lionel ARNAUD, Maître de Conférences, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes  
Gilles DESSEIN, Professeur des Universités, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes

---

**Ecole doctorale :**

Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés (MEGeP)

**Unité de recherche :**

Laboratoire Génie de Production - École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes - France

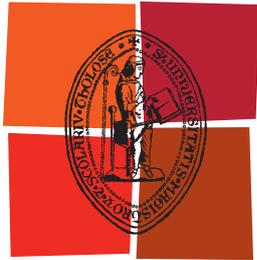
**Directeur(s) de Thèse :**

Serge CAPERAA, Professeur des Universités, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes

**Rapporteurs :**

Evelyne TOUSSAINT, Maître de Conférences, Université Blaise Pascal - Clermont Ferrand  
Olivier CAHUC, Professeur des Universités, Université Bordeaux I





Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par

l'Institut National Polytechnique de Toulouse - France

Spécialité

Génie mécanique

---

Présentée et soutenue par

. Toufic . WEHBE .

Le 24 Septembre 2010

Titre

Étude des vibrations de pièce mince durant l'usinage  
par stéréo corrélation d'images

---

### École doctorale

Mécanique, Énergétique, Génie Civil et Procédés

### Unité de recherche

Laboratoire Génie de Production - École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes - France

### Président

M. Walter RUBIO      Professeur des Universités      Université Paul Sabatier - Toulouse 3

### Rapporteurs

Mme. Evelyne TOUSSAINT      Maître de Conférences - HDR      Université Blaise Pascal - Clermont Ferrand  
M. Olivier CAHUC      Professeur des Universités      Université Bordeaux I

### Directeur de Thèse

M. Serge CAPERAA      Professeur des Universités      École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes

### Examineurs

M. Lionel ARNAUD      Maître de Conférences      École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes  
M. Gilles DESSEIN      Professeur des Universités      École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes



## **Remerciements**

*Je tiens à remercier M. Walter RUBIO, Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, de l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury de thèse.*

*Je remercie vivement Mme. Evelyne TOUSSAINT, Maître de conférences HDR à l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand et M. Olivier CAHUC, Professeur à l'université Bordeaux 1, pour avoir accepté la tâche de rapporteurs, et pour l'intérêt qu'ils ont porté à ces travaux de thèse.*

*Merci à Serge CAPERAA d'avoir dirigé cette thèse, et toujours trouvé les mots justes dans les moments difficiles. Qu'il reçoive l'expression de toute mon estime.*

*Merci à Gilles DESSEIN, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes et à Lionel ARNAUD, Maître de conférences à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes pour avoir co-encadré ces travaux. Merci pour leurs apports respectifs dans le cadre de cette thèse.*

*Mes voisins de bureau Sébastien SEGUY, Etienne GOURC et Andrei POPA m'ont supporté dans les deux sens du terme. Je n'oublie pas leurs encouragements, tout comme ceux de Bouchra HASSOUNE-RHABBOUR et de Bernard LORRAIN, dont l'humeur et l'humour sont toujours les bienvenus.*

*J'adresse de chaleureux remerciements à mes amis Charly, Jérôme Derek, Caro, Lydia, le grand Nico, le petit Nico et Thom, qui n'ont jamais compté ni les encouragements ni les kilomètres pour passer un week-end « à l'ancienne ».*

*Rien n'aurait été possible sans la présence et le soutien indéfectible de ma famille : les ANDRIEU - WEHBE. Que mes parents, Claudine, Daad, Pierre, Raymond, mes frères et soeurs et leurs familles, Arz, Charlotte-Capucine, Cyril, Florence, Françoise, Frédéric, Jules, Lola, Manuel, Nathalie, Tarek et Victoire trouvent en cet aboutissement le fruit de la confiance qu'ils m'ont toujours accordée, et des sacrifices qu'ils ont faits pour moi durant ces années.*

*Enfin, je souhaite remercier l'association « Liban Fraternité » pour son concours, et exprimer toute ma gratitude à la France qui m'a permis d'en arriver là.*

Étude des vibrations de pièce mince durant l'usinage  
par stéréo corrélation d'images.

. Toufic . WEHBE .

# Table des matières

Liste des figures . . . . .	v
Liste des tables . . . . .	ix
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1. ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE . . . . .</b>	<b>5</b>
1.1. La maîtrise des vibrations d’usinage . . . . .	5
1.1.1. La modélisation et la connaissance du phénomène . . . . .	5
1.1.1.1. Les vibrations d’usinage . . . . .	5
1.1.1.2. L’approche analytique . . . . .	7
1.1.1.3. La modélisation du fraisage des parois minces . . . . .	9
1.1.2. La génération des états de surface . . . . .	13
1.1.3. Approches expérimentales et mesures des vibrations d’usinage . . . . .	17
1.1.3.1. Approches dédiées à la suppression des vibrations . . . . .	17
1.1.3.2. Mesures des vibrations d’usinage . . . . .	18
1.1.3.3. Synthèse et apports des techniques de mesure vibratoire . . . . .	22
1.1.4. Bilan partiel et problématique des parois minces . . . . .	24
1.2. La mesure de champs, une alternative adaptée ? . . . . .	26
1.2.1. La mesure de champs par stéréo corrélation d’images . . . . .	26
1.2.1.1. Principe de la stéréo corrélation d’images . . . . .	26
1.2.1.2. Champs d’applications . . . . .	27
1.2.2. Mise en œuvre de la technique . . . . .	29
1.2.2.1. Déroulement d’une mesure . . . . .	29
1.2.2.2. Sources matérielles d’imprécisions . . . . .	33
1.2.3. Bilan partiel sur la mesure de champs . . . . .	35
1.3. Synthèse et objectifs des travaux de thèse . . . . .	35
<b>Chapitre 2. PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL . . . . .</b>	<b>37</b>
2.1. Objectifs des mesures . . . . .	37
2.1.1. Opération d’usinage étudiée et moyens disponibles . . . . .	37
2.1.2. Cahier des charges des mesures . . . . .	39
2.1.3. Dispositif mis en place . . . . .	39
2.1.4. Paramétrages des capteurs ponctuels . . . . .	41

2.2.	Mise en œuvre de la mesure de champ en usinage . . . . .	43
2.2.1.	La mesure de champs dans le contexte de l'usinage . . . . .	43
2.2.1.1.	Mise en situation . . . . .	43
2.2.1.2.	Contraintes à respecter en phase préparatoire . . . . .	44
2.2.1.3.	Premières observations in situ . . . . .	45
2.2.2.	Formalisation des contraintes en phase de cadrage . . . . .	48
2.2.2.1.	Hypothèses utilisées . . . . .	48
2.2.2.2.	Restrictions liées à l'équipement et à la technique . . . . .	49
2.2.2.3.	Garantie du cadrage de la pièce . . . . .	50
2.2.3.	Formalisation des contraintes en phase de mise au point . . . . .	53
2.2.3.1.	Profondeur de champ d'un capteur . . . . .	53
2.2.3.2.	Garantie de la netteté de la pièce . . . . .	57
2.2.4.	Synthèse du problème . . . . .	59
2.3.	Représentation graphique de la faisabilité . . . . .	59
2.3.1.	Application à la mesure des vibrations d'usinage . . . . .	60
2.3.1.1.	Choix des paramètres d'entrée . . . . .	60
2.3.1.2.	Carte de réglage . . . . .	61
2.3.2.	Transposition à un autre cas et optimisation des réglages . . . . .	62
2.3.3.	Évaluation expérimentale de la méthode . . . . .	64
2.3.3.1.	Mise en place du test de floutage . . . . .	64
2.3.3.2.	Analyse des résultats . . . . .	66
2.3.4.	Discussion de la méthode développée . . . . .	68
2.4.	Conclusion du chapitre . . . . .	69
<b>Chapitre 3. ESSAIS ET PROCÉDURES DE TRAITEMENT . . . . .</b>		<b>71</b>
3.1.	Évaluation du protocole expérimental . . . . .	71
3.1.1.	Instrumentation de la pièce de test . . . . .	71
3.1.2.	Mesures vibratoires sans outil coupant . . . . .	72
3.1.2.1.	Excitation ponctuelle fixe . . . . .	72
3.1.2.2.	Excitation ponctuelle mobile . . . . .	75
3.2.	Essais d'usinage et mesures du comportement vibratoire de la pièce . . . . .	77
3.2.1.	Introduction des essais . . . . .	77
3.2.2.	Lobes de stabilité de la pièce . . . . .	78
3.2.3.	Essais d'usinage . . . . .	80
3.2.3.1.	Campagne préliminaire de sélection . . . . .	80
3.2.3.2.	Essais de redondance . . . . .	81
3.3.	Procédures de traitement des informations . . . . .	83
3.3.1.	Traitement des informations spatiales instantanées . . . . .	83
3.3.1.1.	Estimation de l'effort moyen de fraisage . . . . .	83
3.3.1.2.	Méthode d'investigation basée sur les modes propres . . . . .	84
3.3.1.3.	Évaluation de l'interpolation polynomiale . . . . .	88
3.3.2.	Traitement des informations ponctuelles temporelles . . . . .	89

3.4. Conclusion du chapitre . . . . .	90
<b>Chapitre 4. ANALYSE DES MODES RÉELS . . . . .</b>	<b>93</b>
4.1. Introduction de l'analyse . . . . .	93
4.1.1. Impact de la perte de matière . . . . .	93
4.1.2. Présentation des approches retenues . . . . .	94
4.2. Étude d'un essai à état de surface fortement variable (Pièce A) . . . . .	95
4.2.1. Comportement de la pièce à l'échelle de l'usinage . . . . .	95
4.2.1.1. Analyse temporelle globale . . . . .	95
4.2.1.2. Analyse fréquentielle globale . . . . .	99
4.2.2. Analyse du comportement de la pièce à l'échelle locale . . . . .	102
4.2.3. Bilan partiel . . . . .	109
4.2.4. Étude complémentaire . . . . .	110
4.3. Étude d'un essai à état de surface fortement dégradé (Pièce B) . . . . .	112
4.3.1. Comportement de la pièce à l'échelle de l'usinage . . . . .	112
4.3.1.1. Analyse temporelle globale . . . . .	112
4.3.1.2. Analyse fréquentielle globale . . . . .	115
4.3.2. Analyse du comportement de la pièce à l'échelle locale . . . . .	119
4.3.3. Bilan partiel . . . . .	127
4.4. Conclusion du chapitre . . . . .	128
<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES . . . . .</b>	<b>131</b>
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>Annexes . . . . .</b>	<b>143</b>
A. 1. Matériel expérimental et logiciels associés . . . . .	143
A. 2. Résultats du calibrage pour différents réglages . . . . .	146
A. 3. Identification du cercle de confusion . . . . .	147
A. 4. Optimisation de la mesure dans un cas restreint . . . . .	148
A. 5. Bornage des dimensions de la pièce . . . . .	151
A. 6. Polynômes d'interpolation des modes utilisés en ingrédients . . . . .	152
A. 7. Classement des contributions modales (essai A) . . . . .	157
A. 8. Résultats complémentaires (essai A) . . . . .	159
A. 9. Classement des contributions modales (essai B) . . . . .	163
A. 10. Résultats complémentaires (essai B) . . . . .	165
A. 11. Analyse modale par Éléments Finis sous l'effet d'un contact . . . . .	168



# Liste des figures

1.1	Fraisage radial modélisé par Altintas [Alt95] . . . . .	8
1.2	Allure des lobes de stabilité pour un mode [Alt95] . . . . .	8
1.3	Évolution des lobes selon l’engagement radial et l’angle d’hélice de l’outil [Pat08] . . . . .	10
1.4	Lobes tridimensionnels pour le fraisage latéral [Seg08a] . . . . .	11
1.5	Quelques états de surfaces typiques de vibrations de pièces . . . . .	13
1.6	Confrontation de la prédiction par simulation à la réalité . . . . .	15
1.7	Reconstitution post-opération du profil [Mor10] . . . . .	16
1.8	Impact du préchauffage de la pièce sur le spectre des accélérations [Ami03] . . . . .	18
1.9	Principe de la stéréo corrélation d’images . . . . .	26
1.10	Résultats de champ de déplacements vibratoire [Sie09] . . . . .	29
1.11	Déroulement d’une mesure de champs par stéréo corrélation d’image . . . . .	32
2.1	Usinage étudié . . . . .	37
2.2	Moyens expérimentaux dans le contexte d’usinage . . . . .	38
2.3	Schéma du dispositif retenu . . . . .	40
2.4	Démarrage de l’usinage . . . . .	40
2.5	Pièce instrumentée d’accéléromètres . . . . .	41
2.6	Dispositif vu de dessus . . . . .	44
2.7	Principe de l’éclairage . . . . .	45
2.8	Précision de calibrage selon l’angle entre les caméras . . . . .	46
2.9	Précision de calibrage selon la distance de mise au point . . . . .	47
2.10	Garantie du cadrage de la pièce . . . . .	51
2.11	Cadrage vertical. Caméra de droite vue de droite. . . . .	53
2.12	Profondeur de champs . . . . .	54
2.13	Mesure du contraste . . . . .	55
2.14	Interpolation de la profondeur de champs expérimentale . . . . .	56
2.15	Profondeur de champs en stéréo vision . . . . .	57
2.16	Cartographie des contraintes et faisabilité du réglage . . . . .	61
2.17	Synthèse des étapes de réglage et solutions d’optimisation . . . . .	63
2.18	Évolution du flou avec le rapprochement de la pièce . . . . .	65
2.19	Résultats du test de floutage . . . . .	66
3.1	Résultats du premier mode propre . . . . .	73

3.2	Résultats du deuxième mode propre . . . . .	74
3.3	Excitation par galet excentré . . . . .	75
3.4	Excitation mobile aux alentours du premier mode . . . . .	76
3.5	Lobes de stabilité de la pièce d'après [Alt95] . . . . .	79
3.6	Exemples d'états de surfaces obtenus . . . . .	81
3.7	États de surfaces obtenus par essais de redondance . . . . .	82
3.8	Mesures de l'effort radial de fraisage . . . . .	84
3.9	Champs mesuré et modes utilisés dans la décomposition . . . . .	85
3.10	Intégration du signal des vitesses . . . . .	89
4.1	Impact de la perte de masse sur les fréquences propres . . . . .	93
4.2	Comportement temporel de la pièce à l'échelle de l'opération . . . . .	97
4.3	Comportement fréquentiel de la pièce (première moitié de l'opération) . . . . .	100
4.4	Comportement fréquentiel de la pièce (deuxième moitié de l'opération) . . . . .	101
4.5	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la première zone . . . . .	103
4.6	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la deuxième zone . . . . .	104
4.7	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la troisième zone . . . . .	106
4.8	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la quatrième zone . . . . .	107
4.9	Signes des contributions modales . . . . .	110
4.10	Comportement temporel de la pièce à l'échelle de l'opération . . . . .	114
4.11	Comportement fréquentiel de la pièce (premier tiers de l'opération) . . . . .	116
4.12	Comportement fréquentiel de la pièce (deuxième tiers de l'opération) . . . . .	117
4.13	Comportement fréquentiel de la pièce (dernier tiers de l'opération) . . . . .	118
4.14	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la première zone . . . . .	120
4.15	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la deuxième zone . . . . .	121
4.16	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la troisième zone . . . . .	122
4.17	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la quatrième zone . . . . .	124
4.18	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la cinquième zone . . . . .	125
4.19	Signes des contributions modales . . . . .	127
5.1	Plage d'utilisation du vélocimètre laser . . . . .	144
5.2	Identification de la zone nette par l'évolution des niveaux de gris . . . . .	147
5.3	Carte de réglage initiale . . . . .	148
5.4	Optimisation du choix des objectifs . . . . .	149
5.5	Optimisation de l'ouverture de diaphragme . . . . .	149
5.6	Optimisation par redimensionnement de la pièce . . . . .	149
5.7	Optimisation par recul additionnel de la pièce . . . . .	150
5.8	Bornage des dimensions de la pièce . . . . .	151
5.9	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la cinquième zone . . . . .	159
5.10	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la sixième zone . . . . .	160
5.11	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la septième zone . . . . .	161
5.12	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la huitième zone . . . . .	162

---

5.13	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la sixième zone . . . . .	165
5.14	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la septième zone . . . . .	166
5.15	Comportement de la pièce pendant l'usinage de la huitième zone . . . . .	167
5.16	Fréquences propres après l'ajout d'un contact de type rotule . . . . .	168



# Liste des tables

1.1	Comparatif des techniques de mesure pour la compréhension du broutement . . . . .	24
2.1	Limitations et potentiels de la méthode de réglage . . . . .	68
3.1	Modes propres de la pièce à différents stades d'instrumentation . . . . .	72
3.2	Caractéristiques modales de la pièce . . . . .	79
5.1	Résultats du calibrage selon différents réglages . . . . .	146
5.2	Classement des contributions modales pour l'essai A . . . . .	157
5.3	Classement des contributions modales pour l'essai B . . . . .	163



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

En France, l'industrie mécanique fait vivre plusieurs milliers de familles. Parmi les grands secteurs représentés, on trouve notamment l'aéronautique, l'automobile, le ferroviaire, l'armement... On compte également des milliers de petites entreprises de « mécanique générale ». Dans un contexte de mondialisation, les entreprises sont dorénavant exposées à la dé-localisation. Leur survie est liée à un impératif permanent de compétitivité.

Lors de la fabrication du produit, la rentabilité des procédés d'obtention passe par la maîtrise et l'amélioration des savoirs faire existants. Parmi les procédés de mise en forme d'une pièce mécanique, l'usinage par outil coupant est fortement représenté. Il est utilisé pour finir bon nombre de surfaces fonctionnelles, ou fabriquer des outillages de forme tels que les matrices d'estampage, les moules d'injection...etc. Par la force des choses, l'évolution des cahiers des charges des pièces a poussé l'usinage à évoluer.

Le problème de vibrations liées à la coupe est présent depuis les origines de l'usinage. Cela dit, les évolutions du procédé ont progressivement favorisé son apparition. Quelques exemples simples permettent d'illustrer ces contextes.

Avec l'évolution des exigences des cahiers des charges, les formes des pièces évoluent. La conception de pièces aérodynamiques, assistée de simulation numérique d'écoulements, débouche à des surfaces complexes. Pour ces pièces, les exigences de rugosité peuvent aller du « poli miroir » à l'isocrête, avec orientation précise des sillons. Les spécialistes de la FAO développent des stratégies d'usinage multi axes pour ces formes, en garantissant les critères de rugosité requis. Mais dans certains cas, l'accessibilité aux zones à usiner ou les courbures des surfaces obligent à affiner les outils. Ces outils moins rigides présentent, selon les conditions d'engagement le risque de flexion et de vibration pendant l'opération. Pour pallier à cette problématique, ce sont les conditions d'usinage qui ont dû être optimisées.

Prenons l'exemple de l'évolution des métaux à usiner. Certaines pièces sont vouées à des environnements de plus en plus sévères. Elles se voient imposer des exigences métallurgiques importantes (biocompatibilité, tenue thermomécanique). De par leurs propriétés physico-chimiques, les alliages de titane par exemple répondent efficacement à ces demandes. Toutefois, leur usinabilité est difficile, et la détermination des meilleures conditions de coupe est un vrai casse-tête lorsque des vibrations interviennent. En ébauche

de pièces massives, il est courant de voir un outil « refuser la coupe » et fléchir au point de se détruire. En finition de parois minces, le titane étant très résistant ces parois peuvent être très minces. Les vibrations deviennent alors un phénomène très présent, et délicat à maîtriser.

Par ailleurs en aéronautique, l'allègement des structures représente un gain considérable pour les avionneurs. Cela pousse à affiner certaines pièces, en enlevant toute matière superflue. L'exemple typique est le raidisseur de voilure d'aéronefs qui présente des parois relativement minces. Pendant l'usinage, ce sont cette fois ci les pièces qui risquent de fléchir ou vibrer. Les défauts de surface étant préjudiciables à la fiabilité, les taux de rebuts augmentent, et la rentabilité du procédé affectée. Afin d'assurer à tout prix que la pièce « sorte bonne », il est courant de diminuer d'un facteur 2 ou 4 la productivité des opérations de finition de telles pièces. Ainsi, en réponse à des exigences de sécurité de plus en plus draconiennes, la moindre marque d'usinage implique de rejeter la pièce, malgré une importante valeur ajoutée acquise jusque-là.

D'autre part, depuis les années 90, la volonté d'augmenter la productivité a vu l'Usinage Grande Vitesse remplacer l'usinage conventionnel pour bon nombre d'opérations. Dans certains cas, les vitesses de coupe passent du simple au double. Ceci implique de multiplier les vitesses de rotation, mais aussi la fréquence de passage des dents à travers la matière en fraisage. Ce nouveau contexte couplé à des outils et des pièces plus flexibles est un terrain favorable aux vibrations d'usinage.

Ce broutement se manifeste souvent par un bruit strident pendant l'opération, et par des stries laissées sur les pièces. Ce phénomène est hautement contre-productif en raison des nombreux dégâts occasionnés sur la pièce et l'outil. Son apparition oblige à des contrôles systématiques de pièces, occasionnant des goulots d'étranglement des chaînes de production. Un polissage supplémentaire sera nécessaire lorsqu'il est autorisé, sinon les pièces vibrées sont rejetées. Les moyens de production sont également touchés avec des chocs qui usent prématurément les arêtes coupantes, les paliers des broches, et peuvent même perturber des machines avoisinantes. Quant aux moyens humains, leurs conditions de travail sont affectées par les nuisances sonores, parfois insupportables dans un rayon de plusieurs dizaines de mètres.

Les pertes engendrées par les vibrations sont difficiles à quantifier (productivité machine, rebuts, temps de mise au point, temps de contrôle systématique... etc). Cela étant, selon la technicité des pièces concernées, elles peuvent se chiffrer en milliers d'euros par jour dans un atelier. Les vibrations d'usinage sont une « bête noire » pour l'industriel, notamment du fait que leur apparition semble souvent aléatoire.

Pour les scientifiques qui s'y intéressent, il s'agit d'un problème plus compliqué qu'il n'y paraît. Les paramètres incriminés sont nombreux, et les vibrations peuvent s'installer ou disparaître en quelques millisecondes.

Les vibrations d'usinage ont suscité l'intérêt de la communauté scientifique bien avant

---

l'apparition de l'UGV. Les premiers travaux de modélisation remontent aux années 20 et jusqu'à l'aube des années 90, ils étaient essentiellement dédiés aux vibrations d'outil. Les objectifs étaient de comprendre le phénomène, d'en expliquer les causes, de prédire son apparition par le biais de modélisations en vue de l'éviter. Dans une grande majorité de modélisations, l'étude du comportement dynamique de l'usinage (outil + pièce) a abouti à la représentation d'un graphe de stabilité. Cette représentation permet de prédire l'apparition du broutement dans des conditions d'usinage données.

Au terme d'années d'efforts, la communauté scientifique a acquis suffisamment de recul sur les vibrations d'outil, pour un transfert de quelques technologies dans l'industrie. Des solutions commerciales « clé en main » existent depuis plus de 20 ans pour aider les industriels dans l'élimination des vibrations. Ces solutions sont composées du matériel nécessaire au sonnage de l'outil, accompagné d'interfaces logicielles donnant le tracé des lobes de stabilité.

Depuis les années 90, et avec l'évolution du contexte industriel, ce sont les problèmes de vibrations de pièce qui ont à leur tour attiré l'attention des chercheurs. Dans un réflexe assez naturel, les approches utilisées pour modéliser les vibrations d'outils ont été transposées aux vibrations des pièces.

Toutefois, la problématique des pièces minces est nettement plus complète et complexe. En fraisage de finition, les profondeurs radiales de passe étant généralement faibles, des sorties de matière surviennent fréquemment en présence de vibrations, même relativement faibles. Les efforts de coupe s'en trouvent alors modifiés de façon très complexe, soulevant des aspects non linéaires et discontinus de la coupe, qu'il serait difficile de négliger dans la modélisation. Aussi, l'outil lors de son parcours est susceptible d'usiner sur des nœuds ou des ventres de vibration de la pièce. De plus, l'enlèvement progressif de matière entraîne une variation de fréquences propres de la pièce, sans parler de l'interaction de plusieurs modes, couplés par le phénomène de coupe.

Bien que ces aspects aient été intégrés dans les modélisations, celles-ci peinent à décrire le comportement des pièces fines avec robustesse. En d'autres termes, il reste difficile de garantir un usinage sans broutement. Des essais sont toujours nécessaires, et les simulations des états de surface se confrontent à des écarts importants avec la réalité. Parmi les éléments susceptibles d'être mis en cause, nous avons choisi de focaliser sur la nature des modes réels de vibration en présence de l'outil. Ceux-ci n'ont jamais été vraiment observés jusqu'à présent.

La compréhension fine des modes réels de vibration est impossible à partir des états de surface. La seule solution est la mesure pendant l'usinage. Les mesures ponctuelles représentent un investissement lourd relativement aux informations livrées. Hormis les coûts de mise en œuvre, les contraintes de faisabilité (instrumentation, accessibilité) et de traitement des signaux, la mesure des vibrations d'usinage est facilement mise à mal par le phénomène lui-même. En UGV plusieurs événements peuvent intervenir à l'échelle de

la milliseconde (talonnage, sortie de matière, transition de mode...). Plus particulièrement dans le cas des vibrations de pièces, la mesure ponctuelle ne livre pas le comportement vibratoire spatial de la pièce.

En somme, comprendre finement les vibrations d'usinage de pièces minces comporte un enjeu autant scientifique qu'industriel.

Ces travaux de thèse ont visé à mieux connaître les mécanismes qui régissent les vibrations de pièce fine. L'impact de la présence de l'outil sur les modes réels de vibration a été investigué en particulier. Pour cela, une approche expérimentale novatrice basée notamment sur la mesure de champs de déplacement a été adoptée.

Ce mémoire est organisé en cinq chapitres. Le CHAPITRE 1 expose un travail bibliographique divisé en deux parties. La première partie s'intéresse aux travaux et avancées sur la maîtrise des vibrations d'usinage, en matière de modélisation et de mesure. La deuxième partie aborde la mesure de champs, plus particulièrement la stéréo corrélation d'images. Un tour d'horizon est effectué sur ses champs d'application, ainsi que les points clés de sa mise en oeuvre. Le CHAPITRE 2 décrit le protocole expérimental mis en place pour la mesure du comportement d'une paroi fine en fraisage radial. La mise en oeuvre de la mesure de champs de déplacements 3D par stéréo corrélation d'images est formalisée. Une représentation graphique de la faisabilité est proposée. Le CHAPITRE 3 détaille la mise en place et le déroulement de la procédure d'essais. Il inclut la conception de l'éprouvette, les essais d'usinage et de mesures, ainsi que les procédures de traitement des données. Le chapitre CHAPITRE 4 présente l'analyse des résultats pour deux usinages différents. Pour chaque cas, les comportements temporels ponctuels sont d'abord examinés. Ensuite, les fréquentiels couplés aux mesures de champs de déplacements sont analysés, en vue de mieux comprendre l'action de l'outil sur les modes de vibration de la pièce. Enfin, les conclusions sur l'apport de ces travaux par rapport à la problématique sont données ainsi que des perspectives potentielles.

## Chapitre 1

# ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Ces travaux de thèse s'intéressent à une double problématique. Premièrement, ils visent à mieux comprendre le comportement vibratoire de pièces fines en usinage. Parallèlement, ils explorent les possibilités d'explorer ce comportement par la mesure de champs. En raison de cela, le travail bibliographique exposé dans ce chapitre est organisé autour de ces deux thèmes. Le premier thème est développé dans la section 1.1, où un tour d'horizon de recherche sur la maîtrise des vibrations d'usinage est dressé.

### 1.1. La maîtrise des vibrations d'usinage

De nombreuses opérations existent en usinage par outil coupant : fraisage tournage perçage... Elles sont toutes soumises au problème des vibrations d'usinage, initiées par la coupe elle-même. Ceci fait de l'étude des vibrations d'usinage une thématique consistante. Une quantité considérable de travaux a été publiée, comprenant pour la plupart un aspect modélisation, des essais de validation et parfois la simulation d'états de surface. Plutôt que de dresser un état de l'art purement chronologique, nous avons choisi d'organiser cette partie selon les approches adoptées. Afin de recenser les différents facteurs intervenant dans les vibrations d'usinage, plus particulièrement des parois minces, la partie 1.1.1 met en perspective des travaux approchant le problème par la modélisation.

#### 1.1.1. La modélisation et la connaissance du phénomène

##### 1.1.1.1. Les vibrations d'usinage

Dans le cadre des travaux sur les vibrations d'usinage, trois types de vibrations sont recensées.

Premièrement les **vibrations libres** ; Il s'agit de vibrations d'une structure (outil, broche, pièce) en réponse à un choc ou un lâcher. Ce type de vibrations n'intervient généralement pas pendant l'usinage. Elles sont par contre mises à profit lors des sonnages, afin de déterminer les caractéristiques dynamiques de la structure.

Le second type de vibrations comprend les **vibrations forcées**, qui apparaissent en réponse à un chargement cyclique. Elles sont très présentes en coupe interrompue. En

tournage continu où le chargement nominal est constant, elles peuvent être induites par un défaut d'excentricité de la pièce lors de son montage, ou par une pièce ébauchée en « patatoïde ». En fraisage, elles sont plus inhérentes à l'opération, puisque par définition l'effort de fraisage est cyclique à la fréquence de dent. En plus de l'état de surface qui est dégradé, ces vibrations induisent des défauts d'ordre géométrique sur les pièces.

Le troisième type de vibrations regroupe les **vibrations auto-entretenues**. Elles sont également connues sous le nom de « **broutement** » ou de « **chatter** » en anglais. Celles-ci interviennent suite à une perturbation du système, qui peut parfois s'auto-entretenir et mener à des amplitudes importantes. À la différence des vibrations forcées, la structure vibre à des fréquences distinctes de la fréquence de dent en fraisage ou de broche en tournage. Lorsqu'elles surviennent, ces vibrations affectent la rugosité des pièces, induisent des chocs sur les arêtes de coupe et les broches. Pour toutes ces raisons, elles sont fortement redoutées des industriels.

Il y a déjà plus d'un siècle, le broutement était présenté par Taylor comme le problème le plus obscur et délicat auquel est confronté l'usineur [Tay07]. Les instigateurs des travaux publiés se sont d'abord intéressés aux origines du phénomène. Deux d'entre elles sont relatées ci-après.

Le phénomène de broutement régénératif, cause jugée principale actuellement, a été clairement explicité par TOBIAS [Tob58]. En cause, la variation de la section de copeau, issue du passage d'une dent sur la trace laissée par la dent précédente en fraisage (ou au tour précédent en tournage), et qui comporte déjà une ondulation. Cette variation de la section de copeau induit des fluctuations de l'effort de coupe, qui peuvent parfois fortement s'accroître. Cette notion a été communément admise par les membres de la communauté. Elle a été depuis reprise et illustrée dans de nombreux travaux.

Parmi d'autres phénomènes inhérents à l'usinage par outil coupant, le couplage des modes a été incriminé [Tlu63]. Dans cette configuration la vibration de l'outil selon deux modes orthogonaux lui confère un parcours elliptique. En conséquence, une variation de la section coupée en résulte, ce qui peut être un élément déclencheur de broutement. Historiquement, la dépendance de l'amortissement avec la vitesse avait été la première origine suspectée du broutement [Arn48], mais son importance s'est révélée mineure par la suite.

Suite aux premières explications ainsi avancées, de nombreux travaux ont été menés dans l'objectif de s'affranchir des vibrations. Une majorité d'approches abordent le problème par la modélisation, alors que d'autres impliquent une dominante expérimentale. La partie 1.1.1.2 dresse un état des lieux de la modélisation et de la connaissance du phénomène.

### 1.1.1.2. L'approche analytique

Les modèles analytiques sont bâtis sur l'analyse de l'équation de la dynamique du système usinant. Dans cette équation, le point délicat réside surtout dans la modélisation des efforts de coupe qui constituent le moteur des vibrations d'usinage. Pour cela, la régénération de surface implique de garder en mémoire la trace de la dent précédente, induisant un terme retard dans les équations.

Les premiers travaux avaient commencé avec des configurations simples. [Tob58] a proposé une des premières modélisations de coupe orthogonale en tournage, en prenant en compte la régénération de surface. Par la suite, [Mer65] s'est intéressé plus finement à l'étude de la dynamique en tournage. Le passage de l'équation dans le domaine de Laplace puis l'étude de ses racines caractéristiques a permis de qualifier son évolution de façon binaire. Au final, l'approche statue si l'usinage sera stable ou instable. En tournage, le fait que la valeur de l'effort de coupe soit nominalement constante, il a été possible d'aboutir quasi analytiquement.

Par la suite, l'étude de la dynamique en tournage a été transposée au cas du fraisage radial [Alt95]. Cette formulation est actuellement la plus utilisée. Le système de référence considéré compte une pièce fixe et un outil à deux modes de vibrations perpendiculaires (figure 1.1). L'équation de ce système de type masse ressort intègre les caractéristiques dynamiques de l'outil. Celles-ci sont composées des fréquences propres, des raideurs et des taux d'amortissements modaux. Classiquement, elles sont déterminées expérimentalement avant l'opération d'usinage, par un test de sonnage.

L'effort comprend une composante constante due à l'avance par dent (effort de fraisage) et une composante dynamique due aux vibrations. L'effort de fraisage est obtenu après la détermination expérimentale des coefficients spécifiques de coupe en coupe orthogonale. Ensuite ils sont transformés en coupe oblique, puis étendus à l'intégralité de l'outil avec l'hypothèse d'une loi de coupe linéaire.

La composante dynamique de l'effort inclut la variation de la section de copeau et le déphasage des ondulations laissées par deux dents successives (régénération de surface). Au final, l'expression de l'effort dans l'équation de la dynamique aboutit à des coefficients variables au cours du temps, rendant le déroulement analytique peu aisé. Afin de contourner ce problème, et appliquer un critère de stabilité sur le déphasage de deux traces de dents successives, l'effort de fraisage a été moyenné. Pour cela, il est assimilé en première approximation au seul premier terme de la décomposition en série de Fourier.

En guise de solution, une représentation appelée « diagramme des lobes de stabilité » a été universellement adoptée. L'allure des lobes de stabilité est illustrée en figure 1.2 pour un mode propre de l'outil. Pour les autres modes, les lobes sont superposés, et la limite basse est conservée comme frontière globale de stabilité. Cette représentation cartographie la stabilité sous forme binaire en fonction de la vitesse de rotation et de la profondeur de

passee axiale. Si les conditions d'usinage sont choisies en dessous de la frontière, l'opération sera stable. Au dessus de la frontière, l'usinage sera instable. En aucun cas cette méthode ne prédit les vibrations en terme d'amplitudes, de fréquences ou de rugosité générée...

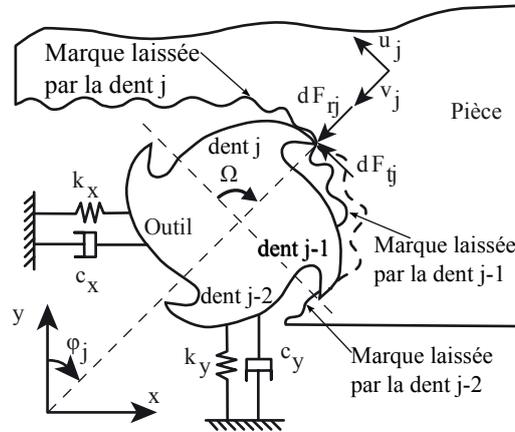


FIGURE 1.1: Fraisage radial modélisé par Altintas [Alt95]

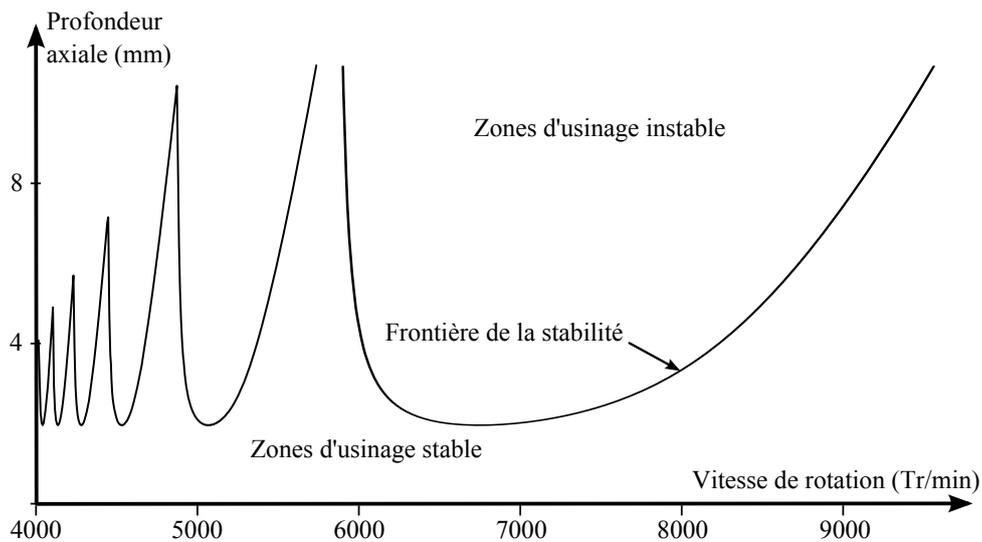


FIGURE 1.2: Allure des lobes de stabilité pour un mode [Alt95]

Cette approche semi-analytique a été reprise dans d'autres travaux [Bud98, Bud8b]. La méthode des lobes de stabilités présente les avantages de simplicité et de rapidité de mise en œuvre. Elle permet rapidement de trouver des conditions d'usinage sans vibrations. Un des inconvénients majeurs réside dans les simplifications effectuées lors des calculs, notamment sur l'effort de fraisage. Ces simplifications la rendent délicate à utiliser en calculs prédictifs.

Par ailleurs, il convient de considérer que sur les lobes de stabilité issus de [Alt95], la limite de stabilité comporte en réalité une enveloppe d'incertitude non négligeable. Cette imprécision provient essentiellement de l'approximation de la loi de coupe et dans une moindre mesure, des incertitudes sur les caractéristiques dynamiques de l'outil (fréquences

propres, amortissements modaux) obtenues par sonnage. La recherche de son lieu exact nécessite bien souvent des ajustements expérimentaux, comme l'usinage en rampe effectué par [Arn02]. Dans cette procédure, la vitesse de rotation est fixe et la profondeur de passe est augmentée linéairement pendant l'opération. Ainsi pour la vitesse de rotation considérée, il est possible d'identifier la profondeur de passe critique à partir de laquelle l'état de surface se dégrade subitement. On peut également citer [Qui08] sur l'identification expérimentale des lobes de stabilité en fraisage. Par ailleurs, il est considéré que les angles d'immersion de l'outil sont constants. Ceci reste globalement valable pour des engagements radiaux importants. En revanche lors de faibles engagements, la dépendance de ces angles d'entrée-sortie avec la moindre vibration ne peut plus être négligée.

Pour résumer, les lobes de stabilité analytiques de [Alt95] se basent sur des hypothèses suivantes :

- La loi de coupe est linéaire que l'on soit en usinage conventionnel ou en Usinage Grande Vitesse, et ce, quelle que soit l'épaisseur coupée.
- La zone de coupe est localement rigide. Cette configuration ne prend pas en compte les déformations de la pièce ou de l'outil selon la hauteur de coupe. Le mouvement relatif pris en compte est une translation.
- L'immersion de l'outil est supposée constante, même pour les faibles engagements radiaux.
- Les modes sont indépendants. Les transitions entre modes ne sont pas abordées par cette modélisation.
- Les caractéristiques dynamiques du système usinant sont constantes.

Ces suppositions bien que simplificatrices s'avèrent relativement fiables en cas de vibrations d'outil, et avec de forts engagements radiaux. C'est souvent le cas d'opérations d'ébauche. Cela dit, les hypothèses employées perdent rapidement en réalisme et en efficacité en cas de faibles profondeurs radiales. C'est fréquemment le cas en fraisage de pièces fines. La partie 1.1.1.3 s'intéresse au cas particulier du fraisage des pièces flexibles.

### 1.1.1.3. La modélisation du fraisage des parois minces

Comparé à l'usinage où seul l'outil est susceptible de vibrer, l'usinage de pièces minces présente de fortes particularités :

- lors de la finition UGV de pièces fines, on emploie généralement de faibles profondeurs de passes radiales
- les lois de coupe varient en fonction des sections coupées, mais également de la vitesse de coupe
- la pièce est sujette à la déflexion statique non négligeable
- la pièce vibre selon plusieurs modes, l'outil rencontrant des noeuds et des ventres de vibration de ces modes
- les parois évoluent rapidement au fur et à mesure de leur usinage

-des états de surface aux aspects très changeants apparaissent, témoignant de mécanismes plus complexes.

### Les faibles engagements radiaux

Dans le contexte de production, les faibles engagements radiaux couramment utilisés ne sont pas sans conséquence sur la stabilité de l'usinage. L'impact de la coupe fortement interrompue a été étudié analytiquement initialement par [Dav00] [Dav02]. En dehors du temps de coupe supposé très court, les vibrations sont supposées libres. Cette modélisation extrême a permis de faire apparaître un dédoublement des lobes classiques. Cela dit, il est difficile de prendre en compte analytiquement les éléments spécifiques aux parois minces. Certains mécanismes comme les multiples fréquences propres, le talonnage obligent à raisonner à des échelles de fréquence bien au-delà de la fréquence de broche ou de dent. L'instabilité en coupe interrompue (très présente avec de faibles engagements radiaux) a été étudiée par [Ins03a]. L'auteur a établi, plus finement que DAVIES, qu'en coupe discontinue, les lobes de stabilité ont tendance à se scinder verticalement en deux. Concrètement, ces nouvelles zones d'instabilité appelées « flip » lobes correspondant au cas où la coupe est assurée par une dent sur deux. Cette configuration surtout présente à haute vitesse de rotation est illustrée par la figure 1.3.

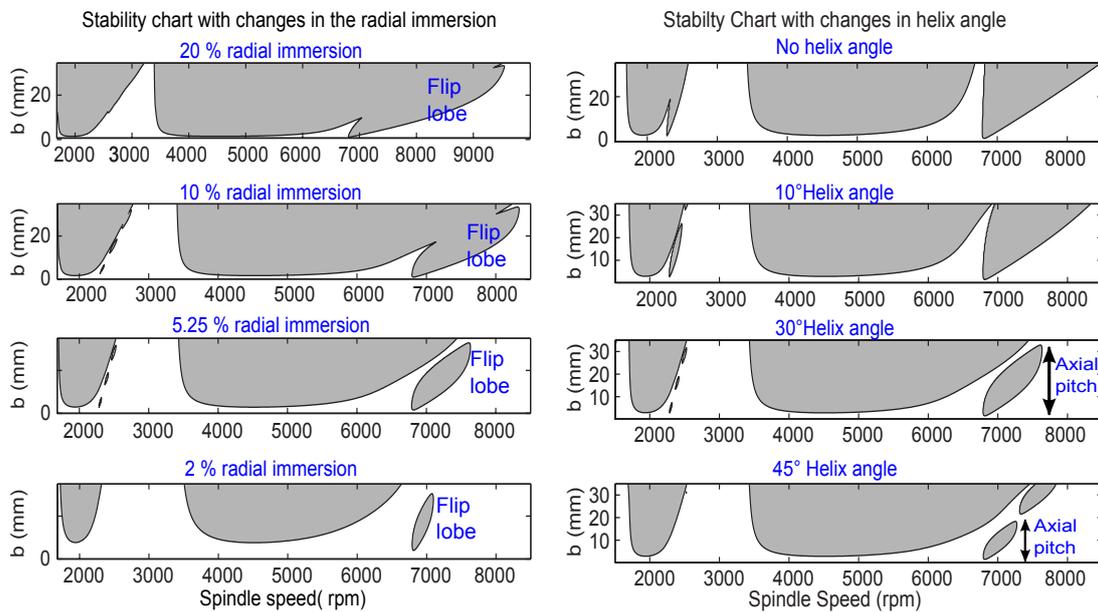


FIGURE 1.3: Évolution des lobes selon l'engagement radial et l'angle d'hélice de l'outil [Pat08]

Les outils hélicoïdaux permettant d'augmenter le temps de coupe. L'impact de l'angle d'hélice sur les lobes de stabilité a été étudié, citons un exemple récent [Pat08]. Ainsi, en augmentant l'angle d'hélice, les flip lobes se referment au niveau du pas axial de l'hélice, et forment des îlots.

Parmi les travaux dédiés au fraisage avec de faibles profondeurs radiales, on peut citer notamment [Cam03] pour l'approche temporelle et [Mer04] multi-fréquentielle.

### Les changements de caractéristiques dynamiques en cours d'usinage

Une forte particularité des pièces fines vient du changement rapide des propriétés dynamiques en cours d'opération. L'usinage de paroi mince a d'abord été assimilé à une succession d'usinages élémentaires dans [Lap02]. Des réponses de la pièce différentes selon l'avancement de l'outil avaient été démontrées, nécessitant d'actualiser les lobes de stabilité selon la position de l'outil.

Cette approche par les lobes évolutifs a été appliquée au fraisage radial de parois minces, en tenant compte de la perte de masse de la pièce [The06]. Dans cette configuration, l'enlèvement de matière progressif a été simulé par éléments finis à plusieurs étapes de l'usinage. Dans le cas de forts enlèvements de matière, une variation non négligeable de fréquences propres de la pièce survient. Cette variation a été intégrée dans les lobes semi-analytiques issus de [Alt95], aboutissant à une représentation tridimensionnelle. Cette méthode comporte une particularité non triviale. Afin de simuler l'enlèvement nominal de matière, une profondeur de passe axiale doit être fixée. Autrement dit, contrairement aux lobes 2D classiques, cette représentation n'est valable que pour une profondeur de passe donnée. On peut également citer [Bra05] pour le développement de lobes de stabilité en 3D.

L'application par [Seg08a] des lobes tridimensionnels à l'usinage de poches a montré que la généralisation des lobes évolutifs ne donne pas forcément des solutions exploitables en pratique. La figure 1.4 montre les lobes 3D pour le fraisage radial des parois latérales.

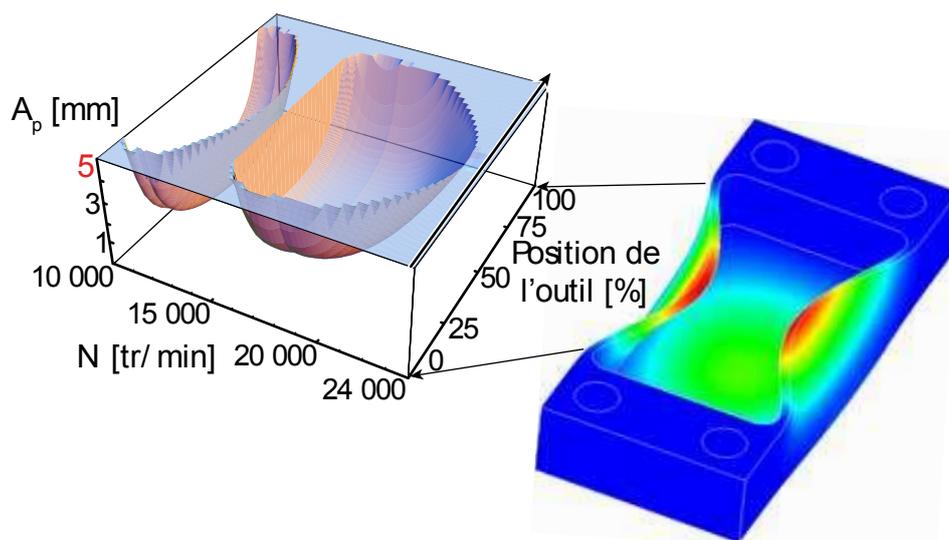


FIGURE 1.4: Lobes tridimensionnels pour le fraisage latéral [Seg08a]

Cette approche appliquée également au fraisage en bout a permis d'étudier l'impact

des stratégies d'usinage pour le fond de poche. Les déformées modales de la pièce ont été prises en compte [Cof07]. [Seg08b] intègre également cet aspect ainsi que le couplage des modes, et parvient à une corrélation entre comportement vibratoire et état de surface de la pièce. La notion de variation des propriétés dynamiques a également été discutée dans [Par07b].

### **Efforts de fraisage et déflexion statique de paroi mince.**

En dehors des aspects vibratoires, une pièce fine subit une déflexion statique sous l'effort de fraisage [Rat04]. À l'aide d'un modèle EF adaptatif, et en en tenant compte de la déflexion statique, l'auteur recalcule les efforts de fraisage réels en fraisage radial. L'effort radial est quasiment constant quelle que soit la position de l'outil. En revanche, lorsque l'outil se situe sur les bords, les déflexions de la zone de coupe sont 25 % supérieures que lorsqu'il agit au milieu de la pièce. On peut également citer [Ade10b] pour la prédiction des efforts pour un outil à goujures droites en supposant les vibrations inexistantes, ou encore [Bi09] pour la prise en compte des efforts de fraisage pour le calcul des déflexions de pièce flexible.

Des travaux ont été dédiés à la détermination des efforts de coupe pour la prédiction de la stabilité. Pour cela, la section théorique coupée a été calculée analytiquement pour différentes géométries d'outils [Eng01]. Dans bon nombre de modélisations, des lois de coupe linéaires sont employées par simplicité. Mais en présence de vibrations régénératives, force est de noter que l'engagement radial nominal (angles d'entrée et de sortie) n'est plus préservé. Une faible vibration radiale conduit à une variation non négligeable de l'angle d'engagement. La nécessité de prendre en compte la variation d'épaisseur de copeau qui en résulte a été établie [Lap02]. Afin de mieux représenter les faibles épaisseurs de copeau, une loi de coupe hyperbolique linéaire avait été adaptée à l'épaisseur coupée à chaque instant.

Dernièrement, une investigation des coefficients de coupe sous l'effet de régénération de surface a été menée par [Alt08]. Pour cela, les efforts de coupe sont mesurés au niveau du porte-outil (coupe orthogonale) en présence de vibrations imposées, donnant des ondulations connues. Parallèlement, l'effort d'usinage est exprimé analytiquement en fonction des courbures de l'oscillation de la surface, elles-mêmes issues de la vitesse de coupe. En analysant cette expression, l'auteur souligne que l'effet de la vitesse de coupe sur l'effort diminue à hautes vitesses.

### **Autres aspects spécifiques des parois minces**

L'influence du **talonnage** a été étudiée au moyen de simulations numériques. Celui-ci a tendance à stabiliser l'usinage [Cor06]. Ce constat est relayé par d'autres travaux [Seg08b].

Les auteurs s'accordent sur l'importance de prendre en compte ce phénomène, au cours duquel des chocs entraînent de fortes non-linéarités dans l'interaction outil-pièce.

L'impact des défauts géométriques de l'outil sur la dynamique a également été étudié [Par07a]. Dans [Ins03b], la semi-discrétisation est utilisée pour calculer les fréquences de broutement en fraisage, en modélisant un système à 1 DDL. Aussi, une représentation des lobes de stabilité basée sur la méthode FEAT (Finite Element Analysis in Time) a permis de comparer finement la stabilité en avalant et en opposition [Ins03a].

De nombreux autres travaux non détaillés ici existent à propos des vibrations de pièces minces en usinage.

La richesse des phénomènes dynamiques en usinage intéresse peu les industriels. Leur seul intérêt réside dans les conséquences sur les pièces. En effet la surface finale est le critère prépondérant dans la décision de rejeter une pièce. De ce fait, l'enjeu de la compréhension des états de surface a suscité l'intérêt des chercheurs. Sa prédiction est devenue une finalité en soi. La partie suivante s'intéresse à cet aspect.

### 1.1.2. La génération des états de surface

Les vibrations de pièce sont connues pour donner des états de surface complexes. La figure 1.5 illustre quelques aspects caractéristiques. L'état de surface peut être variable pendant toute l'opération (première pièce), ou uniquement sur une portion avant de prendre une allure plus constante (deuxième pièce). Il peut également passer d'un extrême à l'autre comme sur la troisième pièce, où une portion centrale sans défaut apparent côtoie de larges stries.

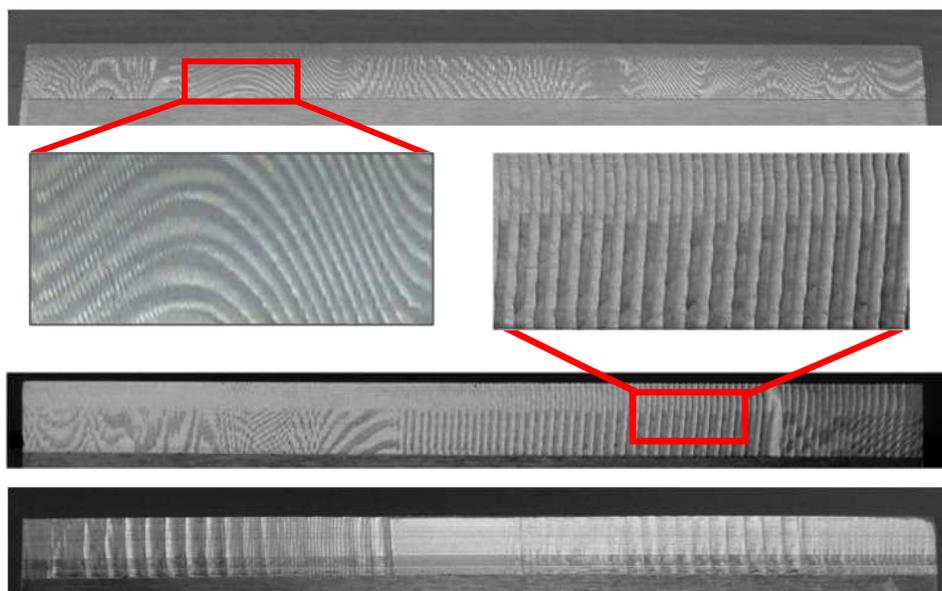


FIGURE 1.5: Quelques états de surfaces typiques de vibrations de pièces

La génération d'état de surface (par coupe réelle ou par simulation) est riche d'apports, et ce, à deux titres. En recherche, la confrontation d'une surface prédite par calcul à une surface mesurée permet d'estimer la validité de la modélisation utilisée. L'apport secondaire se situe au niveau du transfert de technologie à l'industrie. En effet, une surface prédite est plus parlante pour un industriel qu'un tracé des lobes de stabilité.

Un certain nombre de travaux s'intéressent à la génération de surface de profil. En fraisage sans vibration, l'expression de la trajectoire des dents ne présente pas de difficulté dans le plan (trochoïde exprimée analytiquement). Cela permet d'étudier l'effet des défauts de la géométrie d'outil ou d'optimiser l'avance à la dent avec un critère de rugosité [Bae01].

Si des vibrations régénératives surviennent, il est nécessaire de connaître leurs amplitudes et fréquences qui s'ajoutent à la trajectoire nominale. Actuellement, ceci a été rendu possible grâce à la simulation numérique qui donne les déplacements vibratoires. La trajectoire réelle des dents est donnée par le déplacement vibratoire, combiné à la rotation de l'outil et à l'avance. Ensuite le principe de l'outil « effaceur de matière » est appliqué pour ôter l'interférence des dents avec la matière coupée.

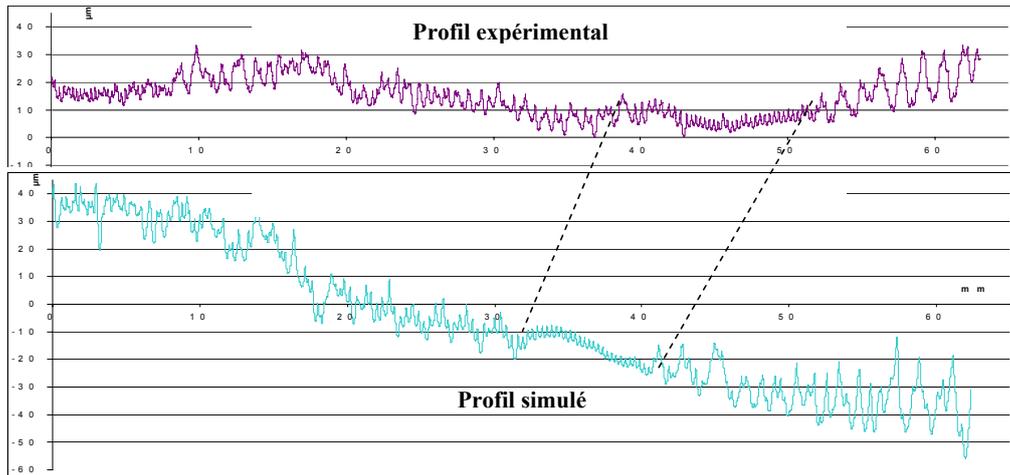
La démarche de simulation d'état de surface met en œuvre des calculs lourds. Afin d'accéder à des grandeurs réalistes (1  $\mu\text{m}$ ), le temps doit être discrétisé avec un pas suffisamment fin. Ceci engendre des temps de calcul longs, avec un grand risque d'erreurs numériques [Par04]. Une des premières simulations très réalistes du profil de surface a été effectuée par [Pei04]. Ici la pièce est un système de type masse ressort à un seul degré de liberté. L'outil n'a pas d'angle d'hélice. Ces deux éléments permettent de se placer dans le cas plan, pour ne raisonner que sur le profil en deux dimensions. Les expérimentations sont concluantes, et le dispositif sera repris par la suite [Riv07]. Dans le contexte de production, les outils à goujures droites sont évités au profit de goujures hélicoïdales. Le but est de réduire les efforts et d'assurer la continuité du contact outil pièce. Cela est d'autant plus primordial pour l'usinage de pièces flexibles. La configuration est alors plus complexe, surtout si plusieurs modes vibrent simultanément, ce qui est fréquemment le cas pour les pièces fines. La présence de l'angle d'hélice et les déplacements non constants le long de l'axe de l'outil doivent alors être pris en compte.

Des simulations de surface ont été effectuées pour du fraisage en bout de paroi fine [Cor06]. La Fig. 1.6a montre une comparaison entre prédiction et réalité. Bien que des similitudes de rugosités soient observées entre profils prédits et réels, l'auteur note bien les divergences importantes sur les écarts de forme. L'auteur souligne de plus la nécessité de raisonner à l'aide d'indicateurs chiffrés (moyennes) de rugosité, plutôt que sur les profils eux-mêmes.

La simulation de vibrations d'outil à partir de modèle mécanique a également permis de générer des états de surface en fraisage radial [Sur08]. Les comparaisons de résultats

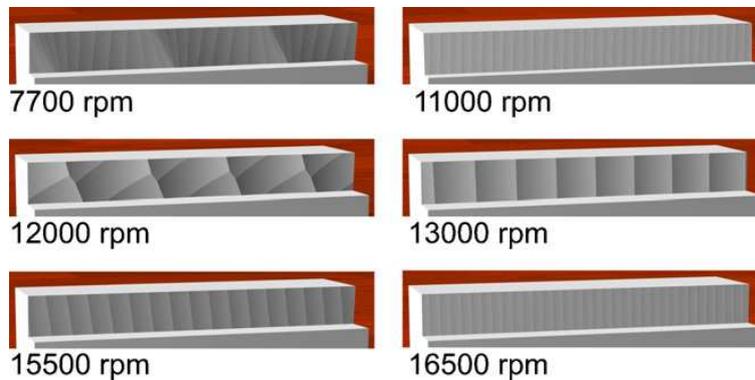
obtenus (voir Fig. 1.6b) montrent de légères divergences entre simulation et réalité. Des comparaisons chiffrées de rugosités et d'erreurs de forme montrent de faibles écarts entre simulation et mesure.

Ces deux derniers travaux sont tous deux basés sur la prédiction par simulation. En comparant leurs résultats (voir figures 1.6a et 1.6b) il apparaît que la simulation des vibrations de parois minces est moins réaliste que celle des vibrations d'outil.

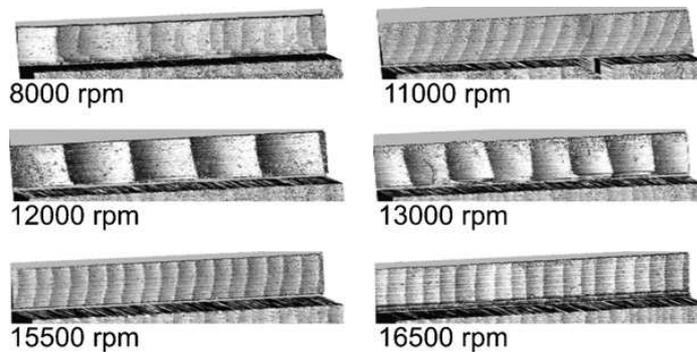


(a) Comparaison entre profil simulé et mesuré [Cor06]

#### Surfaces prédites par simulation



#### Surfaces mesurées



(b) Comparaison entre surface simulée et mesurée [Sur08]

FIGURE 1.6: Confrontation de la prédiction par simulation à la réalité

Plus récemment, une reconstitution du profil a été proposée par MOREAU [Mor10], mais avec une approche totalement différente. Dans ce travail, il s'agit d'une reconstitution plus que d'une prédiction, puisque l'usinage doit être effectué au préalable. Les déplacements de l'outil sont mesurés puis superposés à sa trajectoire nominale. La figure 1.7 illustre cette procédure, ainsi qu'une confrontation entre profils mesurés et recalculés.

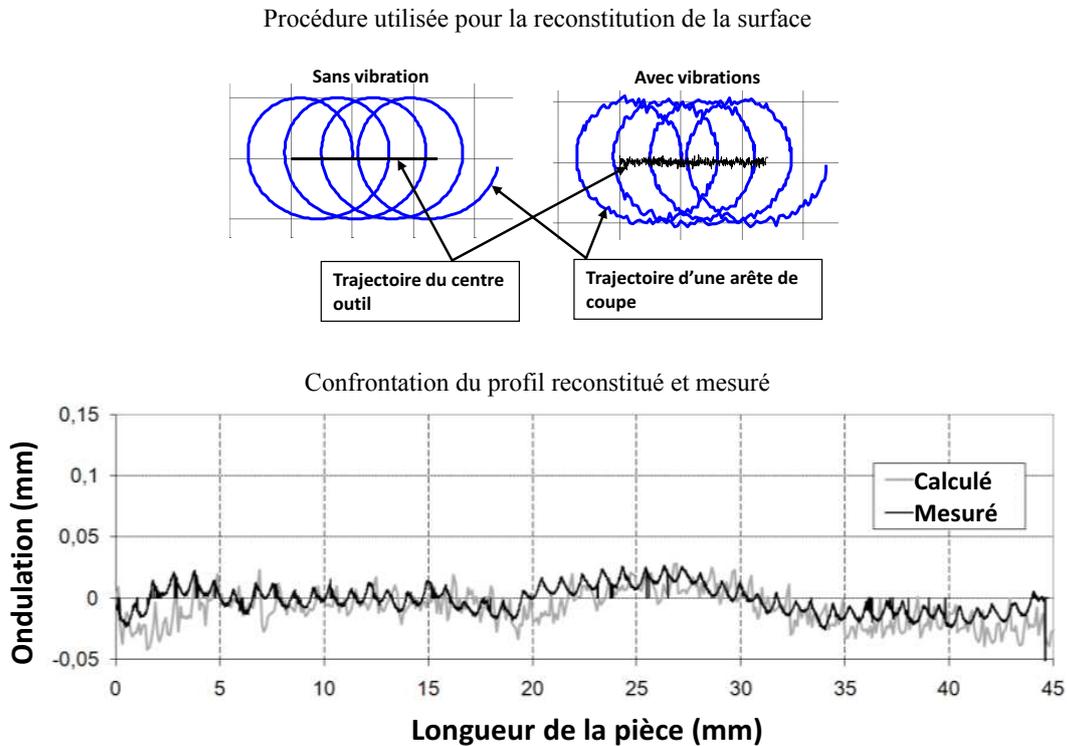


FIGURE 1.7: Reconstitution post-opération du profil [Mor10]

En comparant ces approches (figures 1.6a et 1.7), nous pouvons voir premièrement que la simulation donne des résultats moins fidèles à la surface mesurée que la reconstitution post usinage. Notons que la première approche concerne le fraisage en bout [Cor06], et les deux dernières le fraisage en roulant. Hormis ce fait, soulignons deux différences fondamentales. Les approches utilisées par CORDUAN [Cor06] et SURMANN [Sur08] simulent le comportement vibratoire à partir d'un modèle mécanique et prédisent la surface, alors que l'approche de MOREAU [Mor10] utilise le comportement vibratoire réel pour reconstruire le profil. Même si le profil global est retrouvé, la rugosité à l'échelle de la crête n'est pas en correspondance.

Ce constat montre qu'une prédiction fiable de la surface vibrée est tout sauf simple, surtout dans le cas des pièces minces. Et pour cause, les paramètres influents sur la rugosité sont nombreux, liés entre eux, et pour certains variables en cours d'opération. À ce propos, dix-neuf paramètres ont été recensés par [Ben03] comme influents sur la rugosité. Force est de constater la difficulté à modéliser avec réalisme l'intégralité des mécanismes

en présence.

En fraisage, la surface finie est générée par la dernière trace laissée par l'outil. Lorsque des vibrations surviennent, ADETORO [Ade10a] rappelle bien qu'une grande quantité d'informations est perdue, puisque l'ondulation laissée par une dent est aussitôt effacée par la dent suivante. Autrement dit, une surface vibrée n'est qu'une représentation partielle des vibrations survenues. Son étude post opération ne permet pas de reconstituer les vibrations survenues, dans l'objectif de les comprendre pour ensuite les prédire fidèlement.

Parallèlement aux travaux de modélisation, des méthodes de réduction des vibrations ont été développées. Face aux difficultés de modélisation, des méthodes d'observation ont été mises au point. La partie suivante s'intéresse à l'aspect expérimental dans l'approche des vibrations, notamment leur mesure in situ.

### 1.1.3. Approches expérimentales et mesures des vibrations d'usinage

#### 1.1.3.1. Approches dédiées à la suppression des vibrations

##### **Le contrôle actif du procédé**

Le contrôle actif consiste à modifier les caractéristiques dynamiques du système usinant en temps réel. Pour être appliqué à l'outil en fraisage, il nécessite l'intégration dans les broches de dispositifs relativement sophistiqués. L'application du contrôle actif est plus aisée en tournage ou sur les pièces.

Il est ainsi possible d'augmenter l'amortissement d'une pièce fine pendant l'usinage [Sim03]. Pour cela, un capteur piézoélectrique collé sur une face de la pièce mesure son comportement dynamique. Un amortisseur piézoélectrique disposé sur l'autre face est alors asservi pour augmenter son amortissement. Cette technique est efficace, mais sa faisabilité est limitée essentiellement pour des raisons d'étanchéité des piézoélectriques, ainsi que le posage puis l'enlèvement systématique nécessaire. De plus, l'efficacité du dispositif est altérée par le décollage des capteurs en cours d'opération, situation soulignée ultérieurement par les mêmes auteurs [Zha05].

Le contrôle des vibrations de pièce est également possible par amortisseur électromécanique, monté en association à un accéléromètre [Gan05]. Ici, il s'agit de générer une force magnétique allant à l'encontre des vibrations mesurées. Bien qu'efficace, cette pratique est palliative. Aussi, l'encombrement et la mise en oeuvre rendent délicate sa transposition en production.

Également, l'emploi de broches à paliers magnétiques est une autre voie de contrôle actif. Des travaux au Laboratoire Génie de Production sont en cours sur ce sujet.

## La modification des efforts de coupe

Les efforts de coupe étant l'élément moteur des vibrations, il est possible de les réduire en facilitant les conditions de formation du copeau. L'impact de la température du métal usiné sur les vibrations a été étudié en fraisage [Ami03]. La pièce est usinée en bout au moyen de plaquettes rectangulaires, à température ambiante (25°), puis après préchauffage par induction (260°). Dans ce deuxième cas, l'amplitude des pics d'accélérations vibratoires peut diminuer jusqu'à 98 % (figure 1.8). En revanche l'état de surface ne s'améliore que de 19 %. L'auteur souligne bien que la réduction de l'amplitude des vibrations ne rime pas systématiquement avec l'amélioration de l'état de surface. D'autres résultats ont été publiés avec des plaquettes circulaires [Ami07]. Les tendances sont identiques, et les constats d'autant plus vrais en augmentant la vitesse de coupe. L'auteur explique ce fait par la réduction des efforts de coupe, notamment due à l'absence d'arête rapportée. Dans cette même approche, on peut également citer [Hos08].

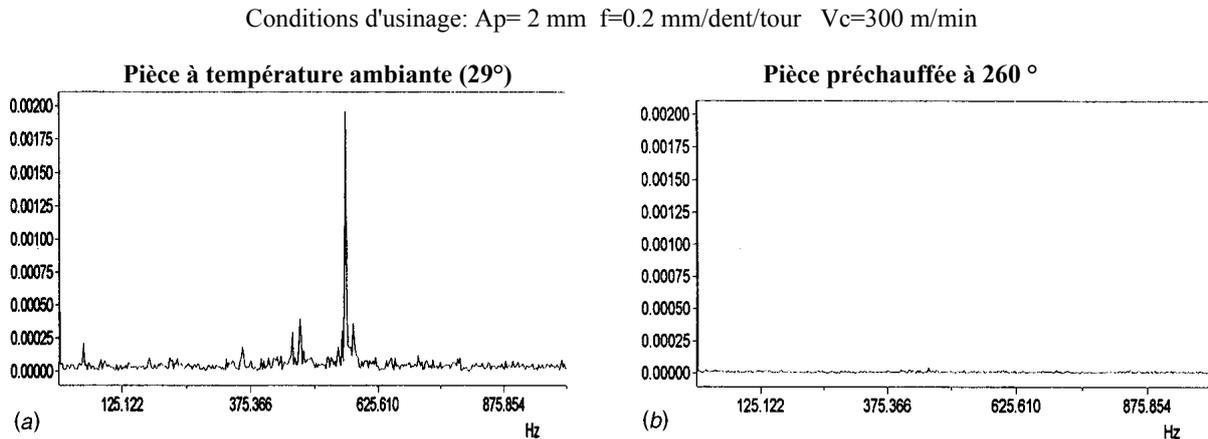


FIGURE 1.8: Impact du préchauffage de la pièce sur le spectre des accélérations [Ami03]

La mise en œuvre de dispositifs de chauffage est contraignante. Son implantation dans un contexte de production n'est pas envisageable pour certains métaux. Elle l'est encore moins avec l'emploi de lubrifiant. Cette méthode d'usinage permet surtout de montrer la forte incrimination de l'interaction outil-copeau, et des efforts de fraisage dans l'instabilité.

Ces approches sont palliatives, dans le sens où elles visent à limiter le broutement. Elles n'ont pas pour finalité principale d'investiguer sur le phénomène. La partie suivante expose les principaux moyens de mesure, à travers des travaux dédiés spécifiquement à l'identification et l'investigation du broutement.

### 1.1.3.2. Mesures des vibrations d'usinage

Les procédures de mesure vibratoires en usinage constituent une vaste thématique. Généralement, afin de collecter un maximum de mesurandes, l'usinage est instrumenté

par différents capteurs. Afin de discerner les apports de la mesure de vibrations d'usinage dans le cadre général, des travaux ont été classés selon leur finalité : industrielle (process monitoring) ou académique (en complément de modélisation). Un paragraphe synthétisera les avantages, les points faibles et les apports des différents types de mesures.

### **La surveillance en temps réel et l'identification du broutement**

La surveillance en temps réel (process monitoring) consiste à surveiller l'usinage par la mesure, et à adapter les conditions en temps réel. Ici, la survenue du broutement est mise à profit pour détecter des changements de la coupe, par rapport à un état de référence. En raison de sa simplicité de mise en œuvre et de son coût relativement bas, la mesure de l'intensité acoustique dégagée par l'usinage est très répandue.

Comparée à d'autres moyens de mesure, la mesure acoustique offre à moindre coût la possibilité d'identifier les fréquences de broutement [Del92]. Elle a permis d'investiguer sur le lien entre niveaux vibratoires et usure d'outil [Pra01]. [Ism02] utilise des mesures acoustiques et définit différents niveaux de sévérité des vibrations selon les plages de décibels mesurées. Pour isoler le bruit uniquement dû à la coupe, une mesure préalable de référence est nécessaire avec l'outil hors matière. Elle est ensuite retranchée au signal durant l'usinage. Un traitement statistique de la variance du signal permet efficacement d'identifier des usinages instables [Sch03c]. Pour cela un seul échantillon du signal acoustique est collecté par tour d'outil. Il est donc nécessaire de maîtriser sa position angulaire au cours du temps.

La mesure d'efforts de coupe est peu pratique en process monitoring. Que ce soit en tournage ou en fraisage, elle nécessite l'équipement des centres d'usinage par des platines de mesure. De plus, la dynamique de l'usinage (donc la pièce usinée) sera vite affectée par les modes de résonance des platines, généralement en dessous de 2500 Hz. Facilement accessible via les courants de broche, la puissance consommée par la coupe est un bon indicateur des efforts [Sol97]. Dans cette étude, la fiabilité du courant de broche pour détecter le broutement est établie. Cela a été mené par comparaison avec des mesures d'efforts dans le domaine fréquentiel. Le retard de la chaîne d'acquisition est souligné, avec un retard de 50 ms entre les signaux temporels. L'auteur note également que la mesure de la puissance est plus bruitée, car celle-ci inclut les moments.

Les relevés accélérométriques sont un moyen très efficace pour détecter le broutement [Kul08]. La mesure des vibrations par accéléromètre permet par exemple de suivre l'usure d'outil lors d'un surfaçage en bout [Orh07]. Dans l'expérience présentée, le capteur est collé sur la face latérale du bloc de matière, dans la direction d'avance de l'outil. Les temporels recueillis sont ensuite passés dans le domaine fréquentiel, où il est plus simple de mettre des seuils que sur des temporels.

Pour des raisons liées au capteur (câblage, saturation) ou à l'opération (fraisage multi axe), il est peu commode de disposer des accéléromètres près de la zone d'usinage. Toutefois, le fait d'être des capteurs par contact améliore leur sensibilité aux chocs et aux

vibrations. Cela permet de recueillir des informations pertinentes sur le montage d'usinage ou le bâti de broche.

De nombreux travaux sur le process monitoring existent. Deux états de l'art disponibles dans [Lia04] puis [Reh05] les classent selon le type d'application, de phénomène mesuré, de signal ou de traitement...

Après l'usinage, il est possible d'identifier des vibrations survenues en amont par analyse d'image d'état de surface [Kha06]. La procédure se base entre autres sur les histogrammes des niveaux de gris de l'image, leur moyenne arithmétique et leur écart type. L'identification de marques de vibrations est possible après l'établissement de paramètres de différenciation entre surfaces vibrées et non vibrées.

Dans le cadre du process monitoring, les mesures sont utilisées comme indicateur d'évènements. Ces procédures amènent peu d'apports à la connaissance des phénomènes vibratoires. Cette recherche a toutefois permis de retenir des points essentiels à prendre en compte en mesure vibratoire : instrumentation, bruit, retard, compatibilité d'un capteur avec l'opération...

Le paragraphe suivant expose l'emploi de mesures visant plus spécifiquement à la compréhension des phénomènes vibratoires.

### **La mesure pour l'étude des vibrations**

Dans le cadre spécifique à l'étude des vibrations d'usinage, la plupart des travaux de modélisation ont été complétés par des validations expérimentales. Pour mieux cerner l'apport de la mesure à la connaissance du broutement, une classification par catégories a été adoptée. Il est possible de relever les phénomènes vibratoires par mesure indirecte, ou d'y accéder par mesure plus ciblée.

#### *Mesures indirectes*

La mesure acoustique s'utilise généralement pour estimer les fréquences après traitement des signaux. L'information est collectée par un microphone placé dans l'enceinte du centre d'usinage. Elle est utilisée afin de valider des fréquences de broutement prédites [Wei06]. Pendant les essais présentés, la fréquence de passage des dents atteint environ 1600 Hertz. L'auteur justifie l'emploi de microphone pour son importante bande fréquentielle, et son aptitude à détecter des phénomènes liés aussi bien à la pièce, l'outil ou la machine. Ce qui est vu comme un avantage ici constitue la principale limite des mesures audio. Un microphone collectera également le bruit pouvant venir d'autres sources extérieures. Un travail de débruitage est incontournable. Une autre limitation importante est que seules les vibrations qui génèrent du bruit sont détectées, naturellement.

La mesure d'efforts est principalement utilisée en laboratoire pour estimer les coef-

ficients spécifiques de coupe, ou valider des modèles d'efforts. Elle a permis notamment l'étude des moments en présence de vibrations régénératives [Cah10]. Tout comme les mesures acoustiques, l'étude dans le domaine fréquentiel des efforts est couramment pratiquée [Liu05]. Toutefois, l'étude des vibrations via la mesure sur platine d'effort est très délicate. Les informations mesurées sont fréquemment polluées par la mise en vibration des modes de la platine, qui se superposent aux vibrations issues de la coupe. Par conséquent, il est extrêmement difficile d'accéder à certains phénomènes exceptionnels extrêmement courts : talonnage, sortie de la matière, coupe d'épaisseurs de copeaux très faibles.

L'apport des mesures indirectes se situe essentiellement au niveau de la confirmation de l'instabilité, notamment par l'étude des FFT. Cela dit, les informations livrées incluent les vibrations issues de la coupe parmi d'autres phénomènes. D'autres moyens plus directs permettent de mieux cibler les aspects dynamiques visés.

### Mesures ciblées

Il est entendu par mesure ciblée la collecte d'information dans une zone bien précise. Les grandeurs mesurées sont celles contenues l'équation de la dynamique à savoir l'accélération, la vitesse et le déplacement.

Comme évoqué précédemment, **la mesure par accéléromètres** est très répandue pour la surveillance de procédé. En cas de capteurs à contact avec câblage, elle s'effectue sur des éléments non rotatifs (bâti de broche, table, porte-outil, pièce). En vue de la mesure des vibrations pour leur compréhension, il est possible de les disposer directement sur la pièce [Weh07]. Du fait de leur aspect ponctuel, il est primordial de les disposer sur un ventre de vibration. Ceci est aisé pour les modes propres d'une pièce d'essai rectangulaire. Pour une pièce complexe (aillette d'aube de turbine par exemple), des calculs par éléments finis sont nécessaires pour déterminer ses nœuds et ventres de vibration. En conséquence, plusieurs capteurs peuvent être nécessaires, ce qui peut changer significativement les propriétés dynamiques de la pièce usinée.

Aussi, l'extraction de la vitesse par double intégration de l'accélération nécessite le filtrage des basses fréquences. En d'autres termes, les mesures accélérométriques peuvent uniquement donner des amplitudes vibratoires, sans renseigner sur la part statique du mouvement. Pour cette raison, les accélérations permettent essentiellement de déterminer les fréquences de broutement, après l'application de FFT.

Les vitesses de vibration peuvent être relevées sans contact, au moyen de **vélocimétrie Laser**. Dans ce cas, la mesure peut s'effectuer à plusieurs mètres, en pointant le « spot » sur l'outil ou la pièce. Dans le cas particulier des vibrations d'outil, celui-ci peut vibrer

dans différentes directions. Par conséquent, il peut s'avérer nécessaire d'orienter deux capteurs dans la direction d'avance et la direction radiale [Nak08]. Cette contrainte est moins présente si la pièce vibre. Un seul capteur perpendiculaire à la surface suffit à mesurer son comportement. La vélocimétrie Laser a permis d'établir le lien entre variations du comportement dynamique et variations d'état de surface à l'échelle de l'usinage [Seg08b]. Au même titre que les mesures par accéléromètres, la vélocimétrie ponctuelle est conditionnée par le choix du point de mesure et l'extraction de déplacements reste contraignante. Cette technique optique peut également être limitée par l'emploi de lubrifiant ou la traversée du faisceau par les copeaux.

Les mesures de **déplacements ponctuels** sont également utilisées en analyse du broutement. Pour cela les capteurs inductifs sont disposés à quelques millimètres de la surface à mesurer. [Cor06] utilise simultanément trois capteurs afin de mesurer les déplacements d'une plaque fine en usinage en bout. Ici il s'agit de chercher le lien entre déplacement et état de surface, par comparaison des FFT de déplacements et de profil. [Rat04] utilise des capteurs inductifs pour valider un modèle d'effort en fraisage radial de pièce fine. Pour cela, trois capteurs disposés à différentes hauteurs selon l'axe outil mesurent le déplacement statique de la zone de coupe. Un descriptif des familles de capteurs existants est dressé par [Mor10]. Une limitation de ces capteurs vient du risque de collision en cas de fortes amplitudes de déplacement. Leur efficacité peut être altérée par des sources extérieures de courant, ou le passage de copeaux entre le capteur et la pièce. Un des points forts réside dans la plage fréquentielle mesurable, qui peut atteindre plusieurs dizaines de Kilo Hertz. Comme autre point fort, la mesure par capteurs de déplacement permet de relever la composante statique du mouvement.

La section suivante synthétise les principales techniques de mesure, et discute leurs apports vis-à-vis de la dynamique d'usinage.

### 1.1.3.3. Synthèse et apports des techniques de mesure vibratoire

La table 1.1 page 24 synthétise les principales techniques pratiquées pour relever les vibrations en usinage. Elle liste les principaux avantages et inconvénients vis-à-vis de la compréhension des vibrations d'usinage.

Il ressort ici que les mesures acoustiques d'effort ou de puissance n'offrent pas la possibilité d'étudier le phénomène de broutement. En effet ici, celui-ci est relevé parmi d'autres phénomènes, provenant d'une multitude de sources (bruit ambiant, déplacement des axes machine, résonance de platine ...). L'apport principal de ces mesures reste la détection ou l'identification du broutement.

Les mesures par accéléromètre, vélocimètre ou capteur de déplacement sont mieux adaptées à approcher le phénomène. En effet elles permettent de mieux l'isoler, en ciblant

un point précis. Malgré ceci, il convient de souligner deux limitations importantes vis-à-vis de l'étude du broutement :

- Les mesures de vitesse ou d'accélération permettent uniquement d'extraire la composante vibratoire (déplacement absolu). La nécessité de filtrer les basses fréquences pour intégrer le signal supprime la composante statique du mouvement. Ceci est fort préjudiciable à la compréhension fine du comportement, puisqu'il est impossible de visualiser la déflexion statique due à l'effort moyen de fraisage. Au prix d'une instrumentation plus lourde, les capteurs de déplacement permettent de contourner cette limitation.
- Bien qu'ils permettent de cibler le broutement, l'aspect ponctuel ne donne accès qu'à un seul point de la structure. Pour des vibrations d'outil, cela engendre l'utilisation d'au moins deux capteurs orientés dans des directions différentes. Pour les vibrations de pièce, l'existence de nœuds et ventres vibratoires le long du parcours de l'outil nécessite d'en optimiser la localisation. D'autre part, il est nécessaire d'en augmenter le nombre pour fiabiliser l'information. Hormis la multiplication des coûts, l'instrumentation d'une pièce aux dimensions restreintes (quelques dizaines de  $cm^2$ ) limite rapidement le nombre de capteurs. Dans ce cas, la mesure perd en fiabilité. Par exemple, si des modes d'ordre élevé interviennent, un ventre situé entre deux capteurs ne pourra être relevé.

En d'autres termes, les relevés ponctuels peuvent s'avérer limités pour l'investigation des déformées vibratoires des pièces. La partie suivante dresse un bilan sur les modélisations des vibrations d'usinage, plus particulièrement des pièces minces ainsi que l'apport de la mesure.

Moyen utilisé	Points forts	Limitations	Informations vibratoires
<b>Microphone</b>	Simplicité Coût Sans contact	Sensibilité au bruit Dépollution du signal requise Interprétation	Non ciblée ( <i>Décibels</i> ) ( <i>Hz</i> )
<b>Platine d'effort</b>	Mesure de l'effort de coupe	Résonnance de la platine Insensible aux efforts faibles	Non ciblée ( <i>Newtons</i> ) ( <i>Hz</i> )
<b>Puissance</b>	Simplicité Coût Sans contact	Ciblage des phénomènes	Non ciblée ( <i>Watts</i> ) ( <i>Hz</i> )
<b>Accéléro - mètre</b>	Étanchéité Sensibilité Accessibilité Suivi d'usinage multi axe	Choix du point d'application Ajout de masse Saturation Intégration du signal	Ponctuelle ( <i>m.sec<sup>-2</sup></i> ) ( <i>m</i> ) en absolu ( <i>Hz</i> )
<b>Vélocimètre Laser</b>	Sans contact Distance de mesure Peu sensible au bruit	Choix du point de mesure Incompatible si lubrification Interruption du faisceau Intégration du signal	Ponctuelle ( <i>m.sec</i> ) ( <i>m</i> ) en absolu ( <i>Hz</i> )
<b>Capteur de déplacement</b>	Sans contact Mesure de la statique Plage de mesure	Choix du point d'application Instrumentation, encombrement Déplacement limité Sensibilité au passage des copeaux	Ponctuelle ( <i>m</i> ) en relatif ( <i>Hz</i> )

TABLE 1.1: Comparatif des techniques de mesure pour la compréhension du broutement

#### 1.1.4. Bilan partiel et problématique des parois minces

Dans la section 1.1.1.2, nous avons vu que le broutement a d'abord été modélisé analytiquement. Pour ce faire, certaines hypothèses ont dû être simplifiées. On peut citer la loi de coupe linéaire, l'engagement radial supposé constant tout comme les propriétés dynamiques du système, ou encore l'indépendance des directions des modes. Les lobes de stabilité basés sur cette modélisation s'avèrent assez efficaces pour les vibrations d'outil avec fort engagement radial. Dans ces conditions, la modélisation des efforts de fraisage (loi de coupe et angles d'immersion) reste réaliste. De plus, les propriétés dynamiques de l'outil sont inchangées à l'échelle de l'opération, puisque celui-ci ne perd pas de matière.

En usinage de pièce fine, ces conditions ne sont plus conservées. Dès la moindre vibration, les faibles engagements donnent de faibles épaisseurs de copeau et des sorties de la matière. Des non-linéarités de la coupe apparaissent, ainsi que du talonnage. Par ailleurs, l'outil rencontre de multiples nœuds et ventres des modes de vibration de la pièce. Les vibrations sont alors régies par des transitions de modes comme montré dans [Seg08b]. De plus, la pièce voit ses caractéristiques dynamiques modifiées par la perte progressive de matière. Ces phénomènes spécifiques aux pièces minces parviennent rapidement à mettre

en échec toute modélisation analytique, et en grande difficulté les modélisations numériques.

Face à ce contexte, la modélisation a été affinée grâce à la simulation numérique, qui permet mieux d'intégrer ces phénomènes. L'immersion de l'outil, en réalité variable avec la vibration, a pu être calculée à chaque pas de temps. La loi de coupe linéaire a pu être revue et ajustée à la section réellement coupée, en intégrant le talonnage. La coexistence de plusieurs modes a été prise en compte. La perte de matière a été intégrée, conduisant à des lobes de stabilité en trois dimensions. Pour être suffisamment réalistes, ces modèles sont devenus de plus en plus sophistiqués. Les temps de calcul s'en sont trouvés allongés. En contrepartie, le calcul des déplacements instantanés a donné la possibilité de prédire les états de surface dans toute leur complexité.

Comme souligné dans la partie 1.1.2, et ce malgré l'intégration des nombreuses particularités des parois minces, il subsiste des écarts importants entre surfaces prédites et réelles. Autrement dit, en dépit d'hypothèses très enrichies, la modélisation numérique ne parvient pas à prédire la dynamique réelle de l'usinage. Certains ingrédients pourraient être trop approximatifs dans la modélisation, voire manquants. Les multiples raffinements de calculs peinent à rapprocher les simulations des résultats. Actuellement, la source de ces écarts reste encore cachée. Nous arrivons ici au cœur de notre problématique.

Parmi les éléments incriminables, l'emploi des modes propres de la pièce suscite notre attention. En effet, pendant l'usinage, des fréquences évolutives sont observées, indépendamment de l'enlèvement de matière.

Les modes propres sont déterminés par sonnage de la pièce hors usinage, sans le contact de l'outil. Or durant l'opération, l'outil est en contact avec la pièce, jouant le rôle d'un appui. À ce stade, il est légitime de s'interroger sur la pertinence de l'emploi de modes d'une paroi encastrée libre, pour décrire son comportement en présence de l'outil. Une question apparaît ici : L'outil qui est en contact avec la pièce tout en la parcourant, modifie-t-il ses modes au point de les dénaturer ? Si oui, agit-il en apportant des noeuds ou des ventres supplémentaires ? Ou simplement en décalant légèrement ceux existants ? Cette zone d'ombre vaut la peine d'être éclaircie. Si elle était vérifiée, la modification des modes propres de la pièce par la présence de l'outil s'avérerait manquante à la modélisation.

À défaut d'être modélisée, cette hypothèse n'a pas non plus été vérifiée expérimentalement. Les mesures vibratoires effectuées jusqu'à présent étaient vouées à valider des modèles. Il s'agissait là d'examiner le comportement temporel et fréquentiel de quelques points de la pièce. Outre ce fait, les mesures ponctuelles ne permettent pas de valider

aisément l'hypothèse de modes propres modifiés par l'outil. Premièrement, quelques capteurs disposés sur les ventres des modes propres ne détecteront pas d'éventuels nœuds ou ventres supplémentaires, apportés par l'outil. Deuxièmement, le nombre de capteurs ne pourra être augmenté significativement.

Face aux limites des mesures ponctuelles pour ce problème, la mesure de champs apparaît comme une voie intéressante. La partie suivante expose ses potentialités vis-à-vis de ce problème.

## 1.2. La mesure de champs, une alternative adaptée ?

La mesure de champs consiste à relever le comportement d'une structure en tout point. Elle remplace une multitude de capteurs ponctuels, pour donner accès à l'information spatiale, sans perturber les phénomènes étudiés. En raison de ces deux avantages, son emploi s'est répandu en mécanique expérimentale. Il existe de nombreuses techniques de mesure de champs décrites par [Gré04]. Parmi celles-ci, la stéréo corrélation d'images est connue pour être peu sensible aux vibrations. Cette technique déjà présente au laboratoire est utilisée pour de nombreuses caractérisations. Dans l'étude suivante, nous avons exploré ses potentialités pour mesurer des vibrations d'usinage.

### 1.2.1. La mesure de champs par stéréo corrélation d'images

#### 1.2.1.1. Principe de la stéréo corrélation d'images

La stéréo corrélation d'images consiste à reconstituer un champ 3D d'une surface, à partir de deux images 2D [Ort09]. Pour cela, la surface à mesurer est photographiée simultanément par deux caméras sous des angles différents. Le principe utilise la triangulation pour retrouver un point dans l'espace (figure 1.9a).

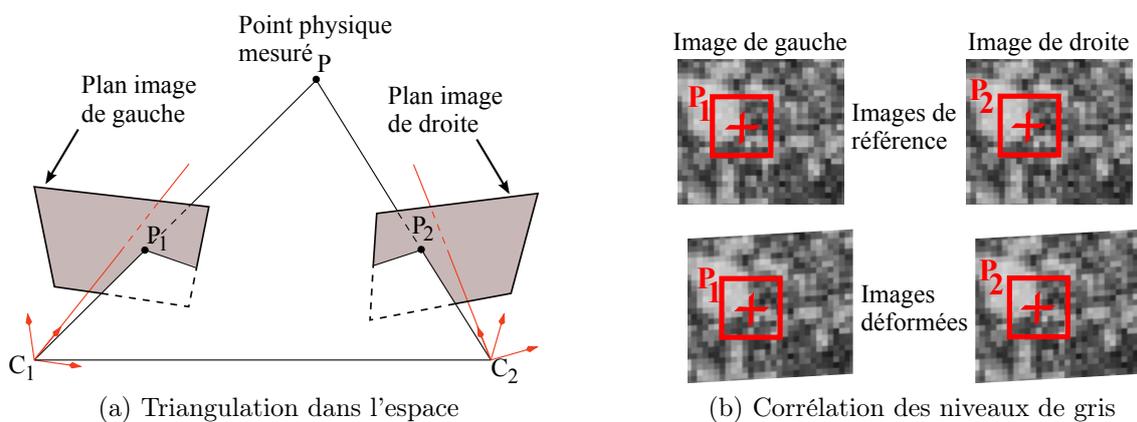


FIGURE 1.9: Principe de la stéréo corrélation d'images

L'écartement des capteurs (distance  $C_1C_2$ ) et leur orientation sont précisément connus grâce à un calibrage. Soit un point physique  $P$  de la surface, et les points  $P_1$  et  $P_2$  ses

projections sur les plans images. En connaissant les positions des points P1 et P2 dans les plans images, il est possible de localiser P dans l'espace comme l'intersection de deux droites coplanaires.

Pour localiser précisément les deux points P1 et P2 (et appliquer la triangulation), la technique utilise des algorithmes qui corrélerent les facettes en se basant sur les niveaux de gris (figure 1.9b). Le point P est assimilé à un pixel de l'image, autour duquel est définie une fenêtre de corrélation. La corrélation consiste à retrouver cette fenêtre sur les deux images grâce à son niveau de gris moyen. Au préalable, les niveaux de gris sont aléatoirement générés en déposant un mouchetis de peinture sur la pièce.

Une fois le point P localisé dans l'espace, la corrélation et la triangulation sont étendues aux pixels alentour. De proche en proche, toute la surface est reconstituée. En pratique, une paire d'images de référence est prise au repos, puis des images à différents stades du chargement. Les champs de déplacements sont retrouvés en soustrayant les champs déformés du champ de référence.

Pour fonctionner, le mouchetis doit être suffisamment aléatoire et contrasté. Si la surface n'est pas naturellement texturée, un mouchetis de gris est déposé au préalable. Les aspects techniques de la stéréo corrélation sont abordés dans la section 1.2.2.

Comparée à d'autres techniques de mesure, la mesure par stéréo corrélation comporte une particularité. Généralement, la précision d'un moyen de mesure est connue et garantie lors de son acquisition. Nous entendons ici par précision la résolution de mesure, qui régit l'écart entre une valeur mesurée et une valeur appliquée supposée connue. Ici elle dépend du contexte, de la configuration des caméras, de l'essai. Cette technique est relativement récente en métrologie. Son emploi s'est vulgarisé depuis une vingtaine d'années. Par conséquent, de nombreux travaux ont visé à la caractériser et estimer sa fiabilité. [Sch05] a testé cette technique par comparaison avec des mesures par capteurs de déplacements et jauges de contraintes. L'auteur qualifie même ses performances d'inégalables. Dans une même approche, [LeB06] teste la robustesse de la technique pour la mesure de contraintes. Il souligne que par rapport aux jauges, la stéréo corrélation offre l'avantage de ne pas être limitée mécaniquement. Elle permet de relever des grandes déformations. D'autre part, les champs mesurés peuvent atteindre le mètre carré. D'autres études ont été publiées à propos de la technique [Cha09].

Tous ces travaux de caractérisation sont unanimes sur la précision et la fiabilité de la stéréo corrélation d'images. Depuis une dizaine d'années, les applications se sont multipliées. La partie suivante expose quelques exemples d'applications.

#### 1.2.1.2. Champs d'applications

Depuis une dizaine d'années, de nombreuses applications ont utilisé la mesure de champs par stéréo corrélation d'images. En statique, elle a par exemple été mise à profit

pour mesurer les champs de déplacements 3D et de déformations d'un ballon polymère sous pression en situation de haute atmosphère [Via06]. Pendant le test, les deux caméras numériques photographient le ballon à travers deux hublots, conçus spécifiquement dans l'enceinte d'essai.

En dynamique, elle offre des capacités inégalées pour mesurer des réponses à hautes vitesses ou non-stationnaires [Sch03b]. Dans cette publication, la stéréo corrélation a permis de mesurer le comportement d'un échantillon polymère de forme gauche, soumis à des cycles de fatigue en flexion à 0.5 Hz. Ici, les images sont prises en rafale à 20 images/sec, avec un temps d'obturation de 1 ms pour éviter le flou. L'auteur note une perte d'information spatiale pendant le test, lorsque l'échantillon quitte le champ de vue des caméras. D'autres applications en dynamique sont exposées par [Sch03a], comme la mesure de film caoutchouc en allongement rapide (125 % d'allongement), ou encore les contraintes centrifuges dans un disque composite en rotation.

Les champs de contraintes ont été également mesurés en test rapide de compression (test aux barres de Hopkinson) [Gil08]. Durant ce test, une fréquence d'acquisition d'environ 105000 images / sec est utilisée, avec une résolution spatiale de 128\*80 pixels. Cette technique permet également de mesurer les déplacements 3D d'une plaque soumise à un soufflage par explosion [Tiw09]. Ainsi, jusqu'à 15 mm de déplacements hors plans sont relevés avec une résolution de 0.026 mm. L'auteur détaille certaines caractéristiques techniques et les réglages pour cette performance (images de 800\*600 pixels codées sur 8 bits, lentilles de 28 mm, indice d'ouverture de diaphragme 8, distance de mise au point de 1 mètre, angle de 27 ° entre les axes des caméras).

En analyse vibratoire, l'intérêt de la stéréo corrélation d'images a été montré par [Sie09]. Ici, les formes modales d'une membrane en caoutchouc sont mesurées. L'auteur souligne que l'aspect poreux de la surface facilite la préparation aléatoire du mouchetis. La pièce de dimensions 300\*260 mm est excitée à sa fréquence propre de 36.5 Hz. L'excitation est appliquée à l'aide d'un microphone. La fréquence d'acquisition des caméras est de 625 Hz, avec une résolution de 1280\*1024 pixels. Des amplitudes maximales de 5 mm sont relevées. La figure 1.10 montre une déformée instantanée en excitation forcée (à gauche).

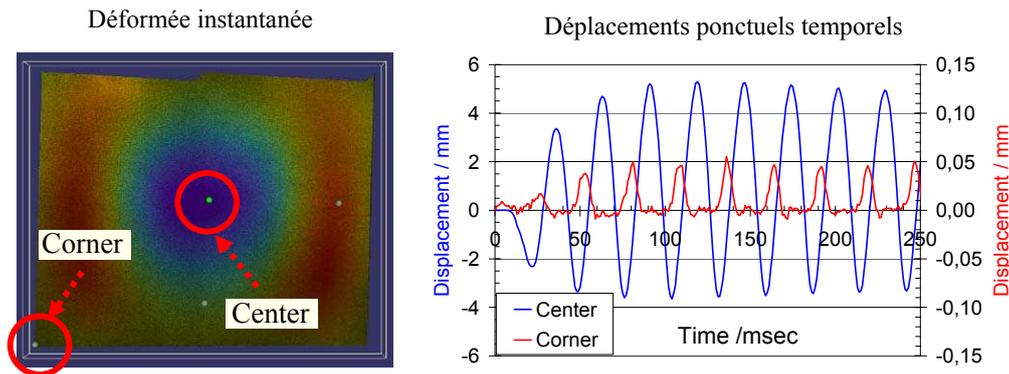


FIGURE 1.10: Résultats de champ de déplacements vibratoire [Sie09]

Ainsi, il est possible d'en extraire les déplacements temporels en tout point (exemples de droite). Avec de plus hautes fréquences d'acquisition (5 KHz), le comportement transitoire d'une plaque d'aluminium (70\*70 cm) est mesuré sous l'effet d'une implosion. L'amplitude relevée ici va de 0.3 à 1.5 mm. Sur un autre essai, des formes modales sont retrouvées avec des amplitudes de l'ordre de 0.01 mm.

À notre connaissance, aucune investigation de l'usinage a été effectuée à l'aide de cette technique. Elle a été utilisée dans le cadre du perçage [Nel06] mais dans ce travail, l'objectif est d'étudier l'apport de la technique pour relever des contraintes radiales. Le perçage est uniquement utilisé pour générer des contraintes.

Les travaux cités ci-dessus confirment que la technique est compatible avec le contexte vibratoire. A priori, la faisabilité à haute fréquence dépend beaucoup de la capacité informatique de transfert et de stockage des images. Parallèlement aux nombreuses applications, des travaux sont menés pour améliorer la technique et caractériser ses limites. Basés sur quelques travaux, et en vue de la mesure en usinage, nous avons identifié quelques points essentiels de sa mise en œuvre. Ils sont exposés dans la partie suivante.

## 1.2.2. Mise en œuvre de la technique

### 1.2.2.1. Déroulement d'une mesure

La mesure par stéréocorrélation d'images se déroule en plusieurs phases. Celles-ci sont illustrées par la figure 1.11. Sur cette illustration, une image signifie la prise d'une paire d'images.

La préparation de l'éprouvette consiste à recouvrir sa surface d'un mouchetis de gris. Pour cela, elle est recouverte d'un film noir de peinture, puis mouchetée de taches blanches. Cette opération entièrement manuelle doit répondre à deux exigences. Elles sont rappelées dans une grande majorité de publications. D'une part, le mouchetis doit être contrasté à l'échelle des pixels afin de permettre la distinction des points. D'autre part, l'aspect doit être homogène sur toute l'éprouvette, pour permettre d'étendre le calcul à toute la surface (ce point est détaillé en étape 7). Aussi, un mouchetis éclairci favorise la réflexion

de lumière, mais va à l'encontre du contraste. Les histogrammes de niveaux de gris sont utilisés pour en juger l'adéquation. En raison de ces exigences, la préparation est un point délicat de la procédure et nécessite d'être menée avec un soin irréprochable.

L'étape suivante consiste à cadrer la pièce par les deux caméras. Ici il s'agit de choisir l'écartement des caméras (appelé base) et une distance de mesure permettant de cadrer la surface. De plus, un angle de  $30^\circ$  entre les axes des caméras est préconisé par les constructeurs. Il s'agit donc de trouver un premier compromis. Par exemple, pour cadrer un disque de diamètre 92 cm et atteindre cet angle de  $30^\circ$ , [Nan09] place les caméras à 5.5 mètres de la cible, avec un écartement de 2.7 mètres. [Tiw09] utilise un angle de  $27^\circ$  avec une distance de mesure de 1 mètre. [McG05] évoque un angle optimal de  $25^\circ$ , sans apporter de justifications chiffrées. L'auteur précise qu'un angle inférieur réduit la précision de triangulation, donc des déplacements hors plan calculés. Un angle trop élevé améliore la précision, mais augmente la perspective et réduit le champ de vue utile.

En réalité, le cadrage dépend de l'angle de vue (fonction des focales utilisées et de la résolution des caméras), de la dimension de la cible, de la distance de mise au point (nous revenons sur ce point dans la section 2.2.2.3). La notion d'angle optimal entre les capteurs reste subjective.

Une fois l'éprouvette cadrée, la mise au net est effectuée. Le temps d'exposition est choisi selon le phénomène à mesurer. L'éprouvette est ensuite éclairée en évitant les régions surexposées (ou l'inverse). De plus, l'exposition doit être du même ordre pour les deux capteurs, ce qui constitue une réelle difficulté selon l'environnement. En effet, le niveau d'éclairage peut être différent d'une zone à l'autre, et/ou entre cliché droit et gauche. Ceci a été souligné par [Ton05] qui propose un algorithme de compensation, lors du calcul de la stéréo corrélation des points.

Après éclairage de l'éprouvette, l'indice de focale est sélectionné, en adaptant l'ouverture du diaphragme à la lumière disponible. Enfin, la mise au point est effectuée en recherchant le meilleur contraste. Afin d'éviter les disparités de niveaux de gris lors de la corrélation, le contraste doit être de qualité identique pour les deux caméras [Kim05]. Cette contrainte constitue une difficulté réelle lors d'une mise au point visuelle. L'effet de la présence de flou sur l'image est évoqué par [Sut08]. Dans cette publication, l'auteur caractérise l'impact du déplacement hors plan sur la précision des résultats. En avançant / reculant la pièce de quelques millimètres, certaines zones ne sont plus contrastées. Passé ce stade, l'auteur relève des contraintes biaisées non-linéairement avec l'évolution du flou.

Si de telles imprécisions surviennent sur des champs de déplacements vibratoires, ils comporteraient une forte similarité avec des ventres de modes. Autrement dit, si la netteté n'est pas maîtrisée, ses conséquences pourraient être préjudiciables à l'analyse et l'inter-

prétation. Afin de limiter ces risques, il conviendra de s'assurer que la pièce reste nette durant tout le test.

Une fois le dispositif réglé, le système est calibré. Le calibrage s'effectue à l'aide d'une mire noire comportant une grille de points clairs. Leur diamètre et leur espacement sont précisément connus par l'algorithme. La mire est photographiée dans différentes orientations de l'espace. À ce propos, [Hei00] souligne que les variations de lumière dégradent la qualité du calibrage. Autrement dit, l'éclairage doit être adapté systématiquement aux différentes orientations du calibre. Ainsi, l'algorithme reconnaît des ellipses et peut retrouver leur centre. En se basant sur ces éléments, il calcule les paramètres du système et des caméras (distance de mise au point, base, angle...) et la résolution associée en pixels (ex  $0.02 \text{ pixels}$ ). Celle-ci est convertie en millimètres avec la taille réelle représentée par un pixel à la distance de mesure considérée. Par exemple, une pièce de dimension 100 mm est recouverte par 400 pixels sur une image prise à 0.5 mètre. Un pixel représente donc 0.25 mm. Avec ce calibrage, la résolution de la mesure est de  $0.02 * 0.25 = 0.005 \text{ mm}$ . Si la pièce est éloignée à 1 mètre, elle sera représentée par 200 pixels, ce qui donne une résolution de mesure de 0.01 mm. Autrement dit, la précision diminue linéairement avec le champ de vue (différente de l'angle de vue). Cet aspect est détaillé par [McG05].

À ce stade de la procédure, des mesures peuvent être effectuées. Avant le test et la destruction de l'éprouvette, il convient de vérifier la qualité de la préparation effectuée en amont (mouchetis, éclairage, calibrage). Des prises d'images « à blanc » sont effectuées, et suivies des étapes 6 et 7.

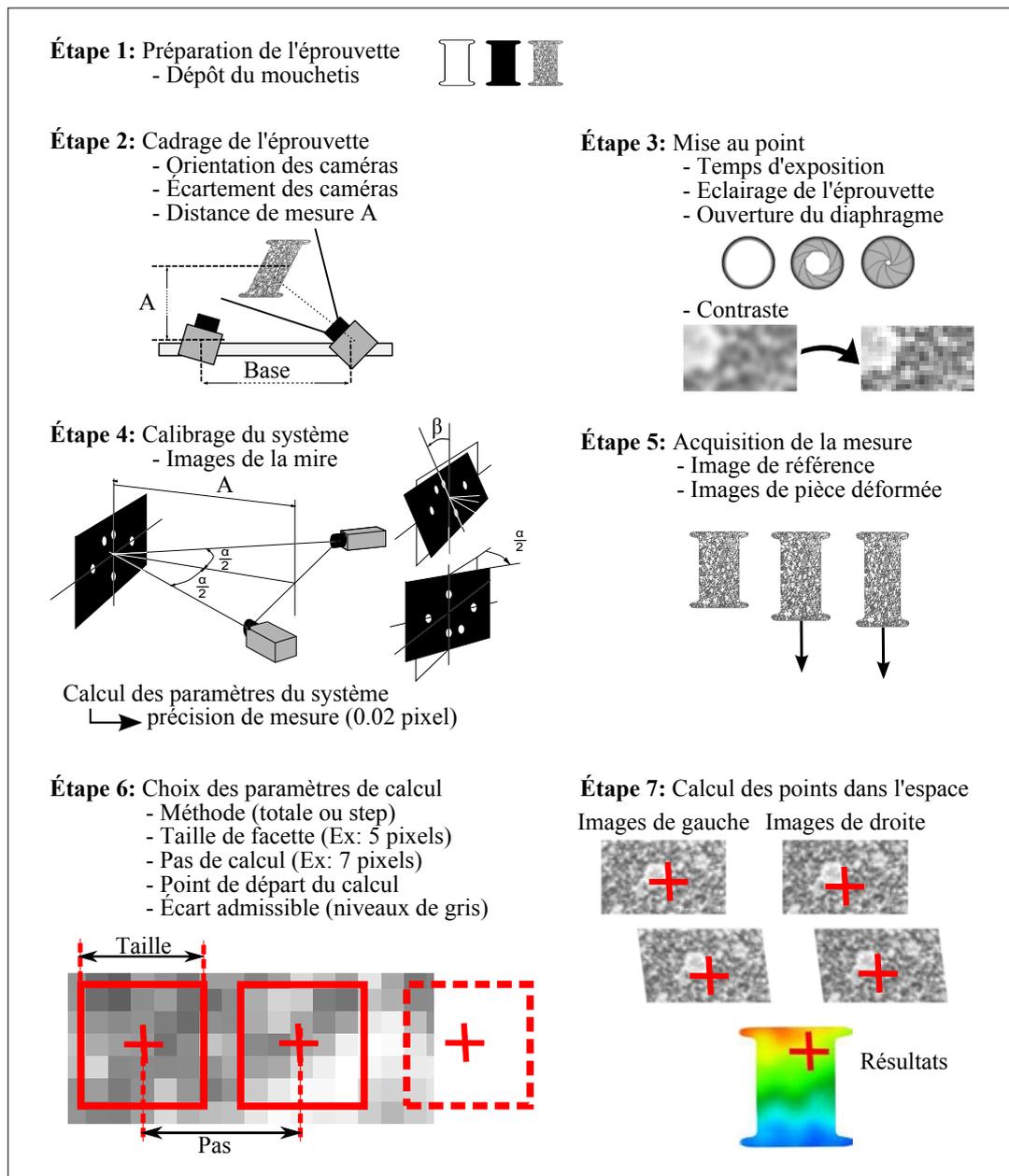


FIGURE 1.11: Déroulement d'une mesure de champs par stéréo corrélation d'image

Une fois le test effectué et les images prises, l'étape 6 consiste à renseigner les paramètres pour le calcul des points. Le logiciel ARAMIS 3D utilisé pendant ces travaux offre la possibilité d'effectuer le calcul selon la méthode « totale » ou « step ». En méthode « totale », toutes les images prises sont calculées à partir de la même image de référence. En méthode « step », chaque image est calculée à partir de sa précédente. Cette méthode trouve son utilisation lorsque le mouchetis subit de grandes déformations (supérieures à 15 %). En revanche, comparée à la méthode « totale », la méthode step cumule les erreurs d'une image à l'autre.

Le choix de la taille de fenêtre de corrélation est intimement lié au mouchetis. Pour distinguer deux points avoisinants, une même facette de pixels doit contenir du contraste.

Augmenter sa taille permettra d'inclure des pixels de différents niveaux de gris. Une taille de fenêtre trop restreinte ou excessivement grande détériorera la performance de la stéréo corrélation [Kim05]. À ce propos, l'existence d'une taille de fenêtre optimale pour un mouchetis donné a été démontrée [Bor09]. D'après l'auteur, augmenter la taille des facettes réduit les incertitudes de calcul.

Lorsque le centre d'une facette est localisé, le pas donne la distance de recherche du point voisin. En réduisant le pas (inférieur à la taille de facette), un chevauchement des facettes sera assuré. Cela donne une meilleure continuité spatiale des résultats. En revanche, les temps de calcul augmentent. Le choix du pas est régi par la densité de points désirée. Le point de départ du calcul est généralement pris au centre de l'éprouvette. Ici apparaît l'importance d'un mouchetis et d'un éclairage homogènes à l'échelle de la pièce. Si des zones non homogènes de niveaux de gris sont présentes, les paramètres initialement choisis ne seront pas adaptés. Le champ ne sera retrouvé que localement. L'association de ces trois paramètres est donc un compromis, pour permettre d'étendre le calcul à l'intégralité de la pièce.

Lorsque le calcul atteint le bord du mouchetis, les facettes contiendront simultanément du mouchetis et la couleur de fond de l'image (facette pointillée). Ce point particulier est abordé par [Hir02]. Il en résulte des points aberrants. Pour en réduire le nombre, la taille de fenêtre de corrélation doit être réduite.

Après avoir fixé les paramètres de résolution, l'algorithme calcule les champs de déplacements à tous les stades de l'acquisition.

En conclusion, il apparaît manifeste que l'implication de l'expérimentateur est une source prépondérante d'imprécisions : mouchetis, montage, éclairage, mise au point, etc. Un maximum de soin est requis en phase préparatoire de la mesure. En phase de traitement, il est difficile pour l'utilisateur de choisir des paramètres optimaux de calcul. Ils sont souvent figés par tâtonnement, de sorte à calculer tout le champ, avec un nombre de points suffisant. Ceci peut conférer à cette étape un caractère empirique.

Hormis le facteur humain, des éléments matériels peuvent également dégrader la qualité des mesures. Certains sont abordés dans le paragraphe suivant.

#### 1.2.2.2. Sources matérielles d'imprécisions

Certaines sources matérielles d'imprécisions sont inhérentes à l'optique (prise d'image caméra). Quelques-unes ont été recensées en suivant le cheminement de l'information mesurée.

Lors de la prise d'image, l'information traverse les lentilles des objectifs. À ce stade, l'acquisition est sujette au phénomène de distorsion radiale. Il s'agit de la déformation des bords de l'image par rapport à son centre. Si ce phénomène n'est pas corrigé, il engendre des erreurs lors du calcul des points. Des algorithmes existent pour corriger ce phénomène [Lin05]. À propos des phénomènes de bord inhérents à l'optique, notons également le

phénomène de vignettage. Il s'agit de l'assombrissement de l'image en allant du centre vers le bord de l'image. Selon leur degré d'implication, ces deux phénomènes pourraient engendrer des imprécisions de mesure aux bords de l'image. Dans le cadre des vibrations de parois minces, cela serait préjudiciable à l'analyse, en cas d'apparition de ventres de faibles amplitudes aux bords de la pièce.

Après avoir traversé les lentilles, l'information arrive aux pixels du capteur. Elle est recueillie sous forme de photons pour être convertie en volts. À ce niveau, du bruit thermique est apporté par le capteur et s'ajoute au signal. Ce bruit appelé « dark current » est lié à la température des capteurs CCD [Zha09]. Il se traduit par une génération d'électrons au sein de leurs constituants, provoquée par leur échauffement. Dans le cadre de longues campagnes d'essais, cela pourrait se traduire par une dérive de la qualité d'images.

Aussi, le codage des images joue un rôle sur le bruit de mesure (RMS des déplacements). Si celui-ci est trop pauvre, il augmente l'erreur de reconstruction des points dans l'espace [Faz09]. Ceci a été établi par comparaison de niveaux de gris codés sur 4 et 8 bits, issus d'un même mouchetis synthétique.

Hormis l'aspect optique, le fait d'associer deux capteurs apporte ses propres contributions à l'imprécision. La précision de montage des deux caméras est cruciale. Si leurs axes optiques ne sont pas coplanaires, une même ligne de pixels sera décalée verticalement entre l'image de droite et de gauche. Ainsi, ce désalignement des facettes pour un même point physique engendrera une erreur de calcul importante. Ceci est souligné par [Kim05]. Ce phénomène s'amplifie avec la distance de mise au point. Par exemple sur des images prises à 1 mètre de distance, un pixel représente  $0.134\text{ mm}$ . À cette distance, un défaut de coplanarité de  $0.05^\circ$  entre les axes des caméras décale verticalement les images de  $0.872\text{ mm}$ . Autrement dit, les facettes seront décalées d'environ 7 pixels.

Le désalignement vertical est également causé par les distorsions d'image, spécialement avec les objectifs à grand angle [Woo93]. L'emploi de systèmes avec caméras figées permet de limiter ce défaut. Avec des caméras orientables, il conviendra donc de soigner leur montage en phases préparatives.

De façon générale, un système de stéréo corrélation d'image nécessite un environnement thermiquement stable. Les variations de température ambiante affectent la dispersion des mesures au cours du temps [Kru03]. L'auteur note qu'un environnement parfaitement stable est difficile à maintenir. C'est typiquement le cas dans un atelier d'usinage. Des fluctuations peuvent survenir durant la phase même de calibration, provoquant des premières imprécisions. Celles-ci seront transposées à l'étape de calcul des points. De plus, durant une journée d'essai par exemple, un changement de température ambiante de  $10^\circ$  déformera significativement le support des caméras, ainsi que les objectifs. Les paramètres géométriques qui lient les deux caméras sont modifiés, et le calibrage n'est plus valable.

Dans ce cas, les images prises ne pourront pas être résolues et un nouveau calibrage sera nécessaire en cours de campagne.

En règle générale, les défauts inhérents à la technique sont compensés dans les algorithmes de stéréo corrélation. Ceci étant, pour l'utilisateur il s'agit de « boîtes noires », dont les limites ne sont pas forcément connues. Par conséquent, il est essentiel de connaître ces sources d'erreur et dans la mesure du possible, les limiter.

### 1.2.3. Bilan partiel sur la mesure de champs

L'adéquation de la mesure de champs avec la mesure vibratoire n'est plus à prouver. Des déplacements de l'ordre de quelques microns sont mesurables en dynamique. Cela dit, les sources d'imprécision sont nombreuses et leur impact n'est pas exactement quantifié. Toutefois, il pourra être minimisé à condition de prendre quelques précautions de mise en œuvre. À ce niveau, il ressort que toutes les étapes de mise en œuvre sont dépendantes entre elles. Elles doivent être menées avec soin pour limiter les erreurs.

De plus, l'étude bibliographique montre que la majorité des travaux s'attardent à caractériser la technique au niveau des étapes 4, 5 et 6, en lien avec le mouchetis étudié. De plus, les travaux de caractérisation sont majoritairement dédiés à la corrélation 2D<sup>1</sup>. Par exemple, le logiciel CORRELI propose des paramètres de résolution optimisés selon le mouchetis. Cela suppose que les images ont déjà été prises. De plus, les conditions d'acquisition sont souvent considérées idéales (mouchetis synthétiques maîtrisés, environnement stable thermiquement...).

En pratique, le contexte expérimental ne permet pas toujours de reproduire ces conditions (bruit, éclairage difficile, mouchetis non répétable...). Dans la littérature, les paramètres de mesures sont donnés à titres indicatifs. Peu de travaux sont dédiés à optimiser la mise en œuvre au niveau du réglage et de la prise d'image (étapes 2 et 3). L'absence d'outils d'aide à ce niveau pousse l'utilisateur à procéder de manière intuitive. Le risque de cumuler les erreurs d'étape en étape est réel. Cela peut aboutir à des imprécisions de mesure inacceptables selon les résultats recherchés.

Dans le contexte des mesures de vibrations d'usinage, nous avons dû optimiser la prise d'image, pour avoir véritablement une chance de détecter les variations que nous cherchions.

## 1.3. Synthèse et objectifs des travaux de thèse

Au terme de l'étude bibliographique, il ressort que les vibrations de pièce fine diffèrent beaucoup des vibrations d'outil. Les efforts déployés jusqu'à présent sont parvenus à maîtriser assez bien les vibrations d'outil. Pour être adaptées aux pièces minces, les

---

1. Reconstruction de champ de déplacement dans le plan, à partir d'une seule image.

modélisations ont été enrichies par de nombreuses spécificités. Cela étant, la modélisation peine vraiment à être robuste dans ce domaine. À ce propos, la question des modes propres utilisés comme ingrédients « standards » a été soulevée. Les déformations réelles, sous l'action de l'outil, sont encore mal connues et jusqu'à présent, cette piste n'a pas été explorée par mesure directe.

L'étude des états de surface générés n'apportera pas d'éléments de réponses précis à cette question. La surface résultante n'est qu'une représentation partielle de l'usinage. Impossible donc de s'y appuyer pour remonter à l'historique de l'opération. La seule issue est de mesurer durant l'usinage. Cela dit, les mesures effectuées classiquement sont ponctuelles. Elles ne permettent pas de connaître la nature exacte des formes vibratoires qui apparaissent. Explorer l'hypothèse de modes standards inadaptés nécessite de mesurer finement les déformées de la pièce pendant l'opération. Pour cela, la mesure de champs offre une information plus riche spatialement.

Pour se donner les moyens de mesurer précisément les déformées, un travail bibliographique a été mené sur la technique de stéréo corrélation d'images. L'étude révèle que cette technique peut rapidement être sujette au bruit (quantifiable par le RMS du déplacement), et aux imprécisions (écart entre valeur mesurée et appliquée). De plus, ces imprécisions sont inhérentes à la technique ou peuvent être dues au facteur humain. Cela étant, cette technique de mesure est largement adaptée à la mesure de déformées vibratoires. Elle présente donc un potentiel intéressant pour mesurer des vibrations des pièces fines en usinage.

L'objectif de ces travaux de thèse est double. Premièrement, il s'agit de mesurer les vibrations d'une pièce mince en usinage. À notre connaissance, l'usinage n'a jamais été investigué par mesure de champs. Ce premier objectif revêt un caractère novateur du point de vue technique. En deuxième lieu, il s'agira d'étudier les formes réelles de vibrations de la pièce, mesurées en la présence du contact outil-pièce.

En première réponse à ces objectifs, le chapitre 2 expose le protocole expérimental mis en place. Des mesures vibratoires ponctuelles sont couplées à la mesure de champs. Le contexte de la mesure est défini conjointement avec les essais envisagés. Dans un souci de précision maximale, les réglages des différents équipements sont optimisés. La faisabilité de la mesure de champs, particulièrement en usinage, est étudiée. Une méthode d'optimisation des étapes de réglage est enfin mise en place.

Ce premier travail a été mené en lien étroit avec les essais envisagés. Malgré cette transversalité entre mesure vibratoire et dynamique d'usinage, la procédure d'essais sera exposée en chapitre 3 pour plus de clarté.

## Chapitre 2

# PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

Ce chapitre décrit la mise en place du protocole de mesure. Initialement, il est question d'adapter la technique de mesure de champs par stéréo corrélation d'images à l'usinage. Concrètement, ce travail a été bâti parallèlement à des essais de prise en main et des manipulations in situ du matériel expérimental.

### 2.1. Objectifs des mesures

#### 2.1.1. Opération d'usinage étudiée et moyens disponibles

Nous envisageons de mesurer le comportement d'une paroi mince en fraisage radial (figure 2.1). La pièce est encastrée sur toute sa longueur. Elle est de forme rectangulaire et sera usinée par un outil cylindrique à goujures hélicoïdales. L'usinage se fait sans lubrification. L'essai sera réalisé sur le centre d'usinage 3 axes HURON KX 10 (voir annexe A. 1 page 143). La vitesse de rotation de la broche peut atteindre 24000 trs/min. Durant l'usinage, la table est nominalelement fixe et la broche translate selon les axes X et Z. A ce stade du travail, de nombreux éléments n'étaient pas encore fixés : dimensions de la pièce, conditions de coupe, temps copeau ... De ce fait, nous raisonnons pour un cas général.

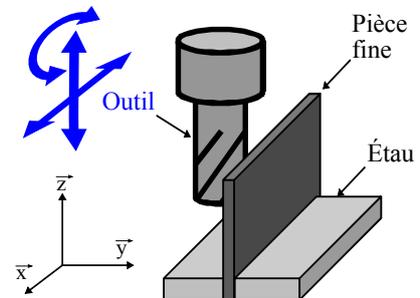


FIGURE 2.1: Usinage étudié

Pour mesurer le comportement de la pièce, nous disposons de différents moyens. La plupart sont illustrés dans le contexte d'essai sur la figure 2.2. Leurs caractéristiques sont détaillées dans l'annexe A. 1 .

Des accéléromètres uniaxiaux relèvent l'accélération en plusieurs points. Les sollicitations sont mesurables dans un intervalle de  $\pm 700 m.sec^{-2}$  et une plage fréquentielle de  $[1 ; 2000 Hz]$ . L'accéléromètre est monté sur un clip, lui-même collé sur la pièce. Un

clip nécessite une surface de collage de  $10 * 10 \text{ mm}^2$ , et occupe un encombrement de  $14.5 * 14.5 \text{ mm}^2$ . Au final, la masse (clip + accéléromètre + câble) avoisine 5.5 grammes.

Un vélocimètre Laser sans contact permet de relever ponctuellement la vitesse. Son domaine de fonctionnement n'est pas unique et dépend des sollicitations en jeu (ex : 100 mm / sec mesurables jusqu'à 10000 Hz, avec une accélération de 1000 g et un déplacement d'amplitude 0.005 mm). Ceci est détaillé d'avantage dans l'annexe A. 1 par la figure 5.1. En pratique, la mesure peut s'effectuer à plusieurs mètres, à travers la vitre de la machine. Pour une sensibilité optimale, le faisceau doit être perpendiculaire à la surface.

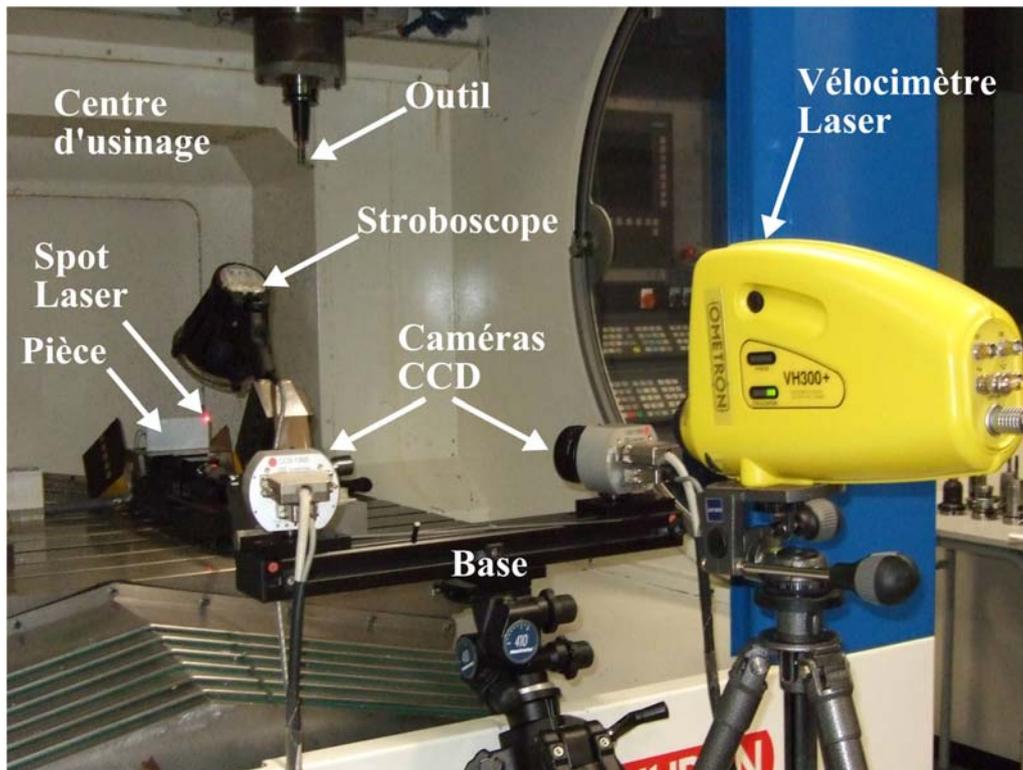


FIGURE 2.2: Moyens expérimentaux dans le contexte d'usinage

Pour effectuer des mesures de champs, deux caméras avec une résolution de  $1280 * 1024$  pixels sont utilisées. En pleine résolution elles donnent 5 images/sec en mode rafale, avec un temps d'obturation allant de 0.001 à 0.5 sec. Elles sont équipées d'objectifs de taille 50 mm. L'ensemble est monté sur un support rigide de 0.5 m de long (base). Les caméras sont orientables et leur écartement réglable. Pour illuminer la pièce, un stroboscope est utilisé. Il génère un flash d'une durée de  $1/100000$  sec. Après la mesure, le calcul de stéréo corrélation est effectué par le logiciel ARAMIS fourni par GOM.

En vue de concevoir un dispositif adapté, la partie suivante dresse un cahier des charges pour les mesures.

### 2.1.2. Cahier des charges des mesures

Afin d'utiliser l'ensemble des moyens en compatibilité entre eux et avec l'usinage, un cahier des charges a été dressé. Il comprend plusieurs contraintes à satisfaire par les techniques de mesure, l'équipement et les capteurs. Les conditions sont les suivantes :

**C 1** : S'adapter à l'Usinage Grande Vitesse. Les capteurs doivent être adaptés au contexte vibratoire. Leurs plages de fonctionnement doivent inclure les fréquences et les amplitudes en jeu.

**C 2** : Respecter l'environnement extérieur. Les capteurs doivent s'adapter à l'encombrement permis par le centre d'usinage. De plus, leur disposition doit prendre en compte les déplacements des axes machine pendant l'opération. Enfin, un capteur ne doit pas interférer avec un autre capteur, la pièce ou l'outil.

**C 3** : Permettre de localiser l'outil sur la pièce. Cette contrainte s'applique essentiellement à la mesure de champs. Afin d'étudier l'impact de l'outil sur les modes propres de la pièce, il est indispensable d'en connaître la position.

**C 4** : Être en compatibilité avec les dimensions de la pièce. Il s'agit de vérifier l'adéquation du matériel avec une pièce existante, ou de dimensionner la pièce selon les capacités du matériel existant. Cette deuxième option sera retenue en partant d'une pièce à priori inconnue.

**C 5** : Limiter les sources d'erreurs. Pour détecter d'éventuelles modifications de modes par l'outil, la précision des mesures doit être maximale (écart entre déplacement mesuré et déplacement réel minimal). Elle doit également être répétable.

### 2.1.3. Dispositif mis en place

La figure 2.3 illustre le dispositif retenu. Elle montre l'association des différents moyens expérimentaux. Plusieurs accéléromètres sont collés sur la face usinée de la pièce. Sur l'autre face, le vélocimètre mesure la vitesse temporelle ponctuelle. Sur cette même face, un mouchetis est déposé pour effectuer la mesure de champs de déplacements. La prise d'image est éclairée par le stroboscope.

Tous les signaux sont collectés dans le même repère temporel à l'aide du logiciel PULSE. L'instant où débute l'usinage est précisément relevé sur la vitesse ou les accélérations. En superposant les signaux, l'instant de chaque flash du stroboscope est également connu. Ainsi pour chaque champ mesuré, la vitesse d'avance appliquée permet de calculer la position instantané de l'outil sur la pièce. Ici, nous raisonnons sur la position réelle de l'axe outil.

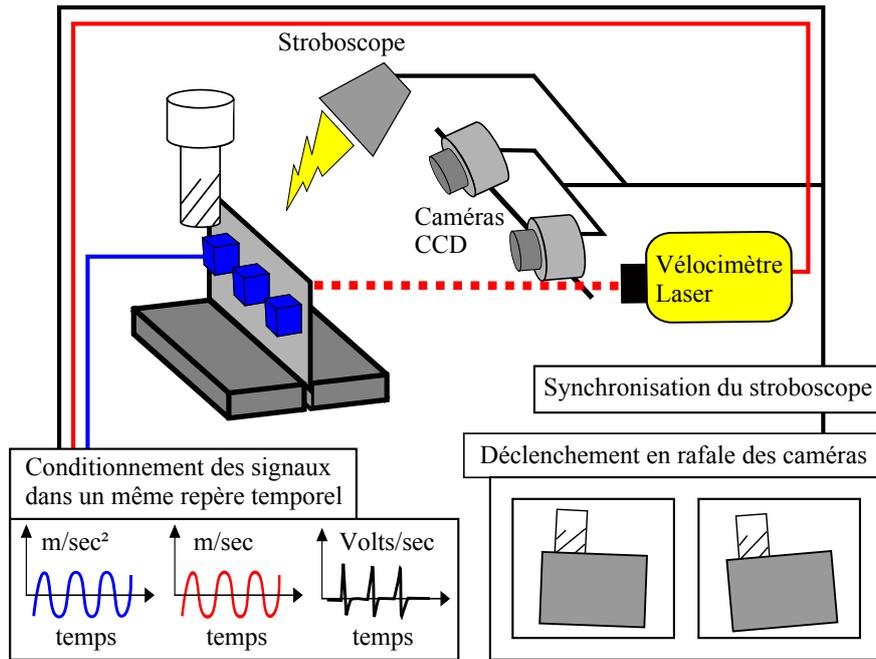


FIGURE 2.3: Schéma du dispositif retenu

Dans le calcul, nous intégrons le décalage du centre outil, lorsque la première dent effleure la pièce. (Pour un outil de rayon 10 mm, et une profondeur radiale de 0.3 mm, le décalage vaut 2.43 mm).

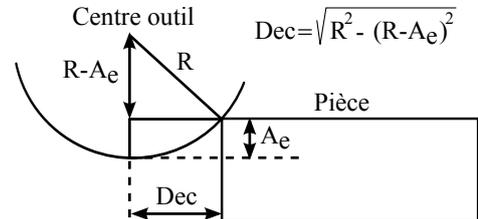


FIGURE 2.4: Démarrage de l'usinage

Malgré cette précaution, l'estimation de la position de l'outil comporte une incertitude. Cette incertitude est liée au retard de la chaîne d'acquisition. Le logiciel PULSE est dédié à la mesure vibratoire. À l'aide d'un simple impact sur la pièce, il permet parfaitement de synchroniser les signaux du laser et des accéléromètres (capteurs montés en boucle fermée). En revanche, le retard affecte le signal du stroboscope qui est un émetteur en boucle ouverte. Par la suite, nous avons ré-estimé ce retard, en relevant la position d'outil sur les mesures de champs. L'examen de plusieurs essais a révélé un retard compris entre 15 et 20 ms. Avec une vitesse d'avance de 5 m/min, l'incertitude est d'environ  $\pm 1.6$  mm.

Le dispositif retenu connaît donc quelques limitations. Pour la mesure de champs, l'incertitude sur la position de l'outil est acceptable, à condition de ne pas excéder la distance entre un nœud et un ventre de mode.

La position angulaire de l'outil n'est pas connue. Les mesures temporelles ne permettent pas d'étudier le comportement de la pièce entre deux coups de dent. Pour cela, il est nécessaire de relever la trace de servo de la position angulaire de la broche. Nous n'avons pas entrepris cette action. Elle nécessitait l'emploi d'un top-tour, et de lourdes procédures de recalage.

En résumé, ce dispositif ne permet pas de connaître l'interaction outil-pièce à l'échelle du coup de dent. En revanche, il permet de raisonner à l'échelle de tout l'usinage. Les mesures permettront d'examiner l'impact de la présence de l'outil sur les déformées vibratoires.

Les paramétrages des capteurs ponctuels sont abordés dans le paragraphe suivant.

#### 2.1.4. Paramétrages des capteurs ponctuels

##### La disposition des capteurs.

Comme relevé dans la littérature, la mesure ponctuelle doit être effectuée sur un ventre de vibration pour être efficace. Classiquement, les capteurs à contact sont disposés sur la face non usinée de la paroi mince.

Dans notre cas, la face non usinée est dédiée au mouchetis. Par conséquent, les accéléromètres seront montés sur la face recevant l'outil. Leur disposition verticale a fait l'objet d'un compromis. D'une part, ils doivent être suffisamment éloignés de l'encastrement pour relever du signal. D'autre part, ils ne doivent pas interférer avec le passage de l'outil et être suffisamment éloignés pour éviter les saturations. Nous les plaçons à 20 mm du bord libre (figure 2.5). Il sera ainsi possible de tester différentes profondeurs axiales de passe.

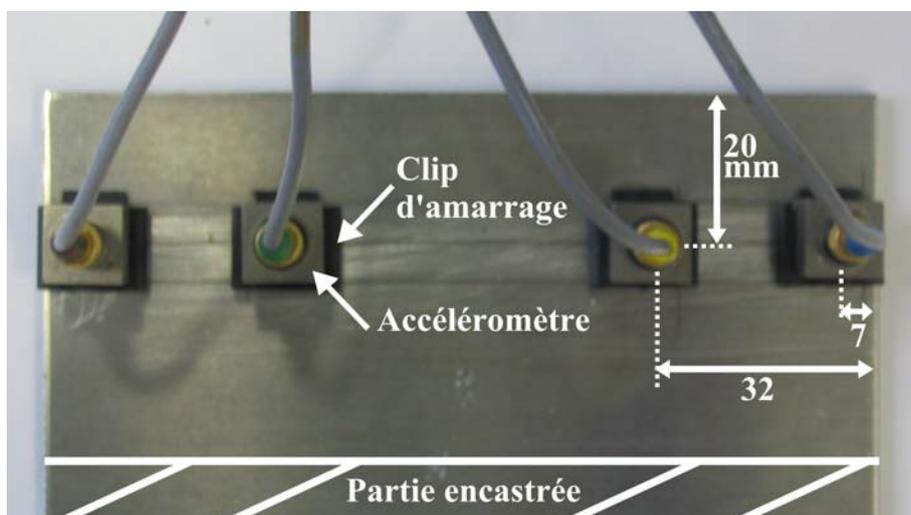


FIGURE 2.5: Pièce instrumentée d'accéléromètres

Quant à la répartition horizontale des capteurs, elle est d'abord régie par leur nombre. Nous avons instrumenté une pièce de longueur 110 mm. Elle est représentative d'une pièce industrielle mince en terme de raideur. Bien qu'elle puisse loger jusqu'à sept capteurs, le taux de masse ajoutée devenait trop important. Pour rester fidèles aux propriétés dynamiques d'une pièce industrielle, 4 accéléromètres ont été utilisés. Ils garantissent ainsi de mesurer les quatre premiers modes propres. Ils ont été distribués sur les ventres des 4 premiers modes propres, en accord avec les pratiques préconisées de la littérature. Pour cela, les ventres de vibration ont été localisés par calcul EF des déformées modales. L'impact de l'instrumentation sur les propriétés modales de la pièce sera exposé dans la section 3.1.1. L'instrumentation d'une pièce dure environ 40 minutes (marquage des emplacements, collage, séchage).

Le vélocimètre Laser est pointé sur la face mouchetée. Ce capteur a déjà été utilisé au laboratoire pour relever les fréquences de broutement. Pendant l'usinage, la pièce est fixe et l'outil mobile. L'inverse était possible, mais ce choix est effectué pour mieux « filmer » la pièce (voir § 2.2.1.1). Ceci rend impossible de suivre la trajectoire de l'outil et mesurer le comportement de la pièce au niveau de la zone de coupe. Le faisceau est pointé au coin supérieur de la pièce comme illustré précédemment sur la figure 2.2. Ce point particulier constitue un ventre de vibration pour tous les modes propres. En un usinage, le laser livrera uniquement l'information relative au point mesuré. Par la suite, nous déplacerons le point de mesure à d'autres zones intéressantes.

Le faisceau passe entre les deux caméras numériques, puis à travers la vitre du centre d'usinage. Il est orienté perpendiculairement à la surface. La présence du mouchetis au niveau du spot laser est sans conséquence.

### **Les fréquences d'échantillonnage.**

En mesure vibratoire classique, comme le sonnage d'une structure, le régime est supposé établi pendant un temps assez long. Dans ce cas, le théorème de Shannon établit qu'au moins deux points par période sont nécessaires à retrouver la fréquence de vibration. En revanche, la forme du signal n'est pas connue. Ceci constitue un réel risque, si la règle des deux points n'est pas respectée. Dans ce cas, une immobilité apparente montrera le signal échantillonné à basse fréquence, voire constant. (C'est l'équivalent des effets d'illusion en stroboscopie).

Dans le cas d'une pièce mince en usinage, les transitions de régime interviennent en quelques périodes de vibration. Dans ce contexte particulier, deux échantillons par période sont insuffisants pour une mesure robuste, et le signal doit être enrichi davantage. Par mesure de sécurité, l'expérimentateur est souvent tenté d'utiliser la fréquence d'acquisition

maximale permise. Ce choix n'est pas sans conséquence, puisqu'il augmente considérablement le bruit dans le signal (cette option dépend également des capacités informatiques de stockage des fichiers).

En pratique, il convient d'utiliser une fréquence d'échantillonnage 5 à 10 fois supérieure à celle des phénomènes à relever. Dans notre cas, il s'agit de la plus haute fréquence en jeu (la fréquence de dent ou des modes étudiés). La vitesse et les accélérations seront échantillonnées selon cette règle, après avoir défini les conditions d'essai, et sélectionné les fréquences propres susceptibles d'intervenir.

Les mesures d'accélération et de vitesses sont couramment employées pour l'étude du broutement. Dans la littérature, les capteurs sont répartis selon les formes modales d'une pièce encastrée libre. Or, nos travaux s'intéressent à des modes propres éventuellement modifiés par l'outil. Malgré cela, nous reprenons la pratique présente dans la littérature.

La mise en place des mesures de champ a nécessité une étude plus approfondie. Ce travail est exposé dans la section 2.2.

## 2.2. Mise en œuvre de la mesure de champ en usinage

Dans la section 1.2, le travail bibliographique sur la stéréo corrélation d'image a souligné les principales sources d'imprécisions. Dans certains travaux utilisant cette technique, quelques paramètres sont précisés (distance de mesure, angle entre les caméras, équipement...). Les expérimentateurs ne justifient pas explicitement leurs choix. À ce propos, l'étude a révélé l'absence de règles établies pour mettre en place la mesure. Pour procéder avec rigueur et minimiser les sources d'imprécisions (condition requise pour notre application), nous avons cherché à optimiser le réglage des capteurs.

### 2.2.1. La mesure de champs dans le contexte de l'usinage

#### 2.2.1.1. Mise en situation

L'orientation du montage d'usinage a été le point de départ du protocole. Ce choix doit permettre l'accès de tous les moyens de mesure à la pièce. Les cinématiques des axes machine permettaient deux orientations.

Il était possible d'orienter la pièce face à la vitre latérale (figure 2.6 page suivante). Dans ce cas la table avance selon Y et l'outil reste fixe pendant l'opération. Il était ainsi possible de pointer le vélocimètre laser au niveau de l'outil. Ceci offrait l'avantage de mesurer la vitesse de la zone de coupe pendant toute l'opération. En revanche, l'avance entraînait la pièce hors du champ de vue des caméras.

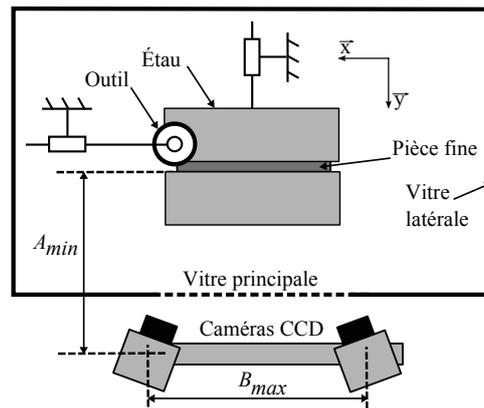


FIGURE 2.6: Dispositif vu de dessus

Par conséquent, une concession est faite sur la mesure par laser, au profit de la mesure de champ. Pour garder la pièce dans le champ de vue des caméras, la table reste fixe. L'outil avance selon X avec la pièce face à la vitre latérale (cas de la figure 2.6).

Les contraintes de réglage sont exposées dans la partie suivante.

#### 2.2.1.2. Contraintes à respecter en phase préparatoire

La mise en place de la mesure correspond aux étapes 2 et 3 de la figure 1.11. Ces étapes de réglage influent sur toute la procédure, elles sont essentielles. À ce niveau, le réglage des caméras doit répondre à plusieurs contraintes. Celles-ci sont liées à l'environnement, à l'essai, à l'équipement, à la technique...

1. Le système d'acquisition doit respecter l'encombrement. Il est disposé en dehors du centre d'usinage en respectant la distance minimale  $A_{min}$  (figure 2.6).
2. L'écartement des caméras est limité par la longueur utile du support. La base maximale autorisée est  $B_{max}$  (figure 2.6).
3. L'angle entre les axes des caméras doit être de  $30^\circ$ . Il s'agit de l'angle optimal à atteindre. Cela dit, le logiciel ARAMIS effectue la triangulation dans une fourchette de  $[20^\circ ; 60^\circ]$ .
4. La pièce doit être intégralement cadrée par les deux caméras.
5. Le mouchetis doit être perceptible sur les deux clichés. En d'autres termes, les images ne doivent pas être sombres.
6. Enfin, le mouchetis doit être contrasté pour permettre une bonne reconnaissance des niveaux de gris (corrélation). Cela implique une paire d'images nettes pour l'ensemble de la surface.

Pour limiter les imprécisions, les points 4 à 6 doivent être respectés au repos (image de

référence) et pendant l'usinage (image déformée). Au départ des travaux, nous avons effectué quelques mesures de prise en main.

### 2.2.1.3. Premières observations in situ

Des manipulations de prise en main ont permis de se familiariser avec la stéréo corrélation d'images. Dès les premiers réglages, des difficultés sont apparues à plusieurs niveaux :

#### Problématiques de l'éclairage

L'ajustement de l'éclairage a comporté deux aspects. En premier lieu, il a été question de synchroniser les caméras et le stroboscope. Au départ le temps minimal d'obturation a été testé (1 ms). Il était possible de déclencher le flash pendant ce laps (par simple déphasage), mais ici, la moindre dérive du stroboscope transgressait cet ajustement. Les images d'une même rafale étaient alors éclairées différemment. Pour englober ces effets, le temps d'obturation a dû être étendu à 5 ms. Malgré cette précaution, les images restaient relativement sombres.

La clarté d'image est liée à l'énergie reçue par les pixels CCD du capteur. Cette énergie provient du flux ambiant de photons pendant l'obturation et du flux pulsé pendant le flash (supposés constants). Autrement dit, le choix du compromis {temps d'obturation / instant du flash} a joué un rôle primordial. Du fait de la faible luminosité ambiante du centre d'usinage, le flash a été déclenché en fin d'obturation<sup>1</sup> et ce, à sa puissance maximale. Malgré ces précautions, le mouchetis n'était pas suffisamment clair pour la corrélation.

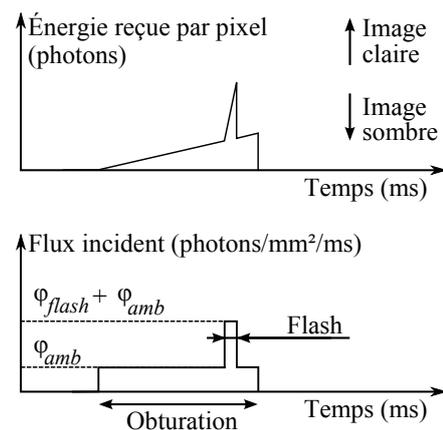


FIGURE 2.7: Principe de l'éclairage

La surface de la pièce ne pouvant être « blanchie », la solution restante pour compenser le manque d'éclairage était d'ouvrir le diaphragme.

#### Problématique du réglage des caméras

Les premiers réglages ont été effectués en choisissant arbitrairement la distance de mesure, la base et l'indice d'ouverture diaphragme. Ces paramètres sont les plus contraignants dans notre cas. Selon le cas, la précision du calibrage (déterminée par le logiciel

1. Les échelles ne sont pas respectées par souci de clarté

ARAMIS) variait du simple au double, à priori sans explication. Cette absence de répétabilité n'était pas acceptable pour les mesures envisagées. En vue d'améliorer la maîtrise du calibrage, l'impact des trois réglages cités ci-dessus a été examiné.

Pour cela, une campagne de 48 calibrages a été menée. Les manipulations et une table de résultats sont détaillées dans l'annexe A. 2 page 146. Les résultats de la table (5.1) (présente dans l'annexe) montrent que la précision de calibrage déterminée par le logiciel ne suit pas de tendance particulière en augmentant séparément la distance de mesure OU la base. Afin de comprendre l'impact simultané de ces deux paramètres, nous nous sommes intéressés aux grandeurs qui en résultent :

### Impact de l'angle entre les caméras

Le graphe de la figure 2.8 montre les précisions du calibrage selon l'angle entre les capteurs, avec trois indices de diaphragme différents. En premier constat il semble que pour un indice donné, l'angle n'a pas d'impact véritable sur la précision. Bien qu'aucune conclusion ne puisse en être tirée, ce constat est observé pour les trois diaphragmes testés. De plus, il intervient malgré le dérèglement puis le réglage du système pour chaque angle. Toutefois, on note une légère convergence des précisions de calibrage entre 20 et 22 °.

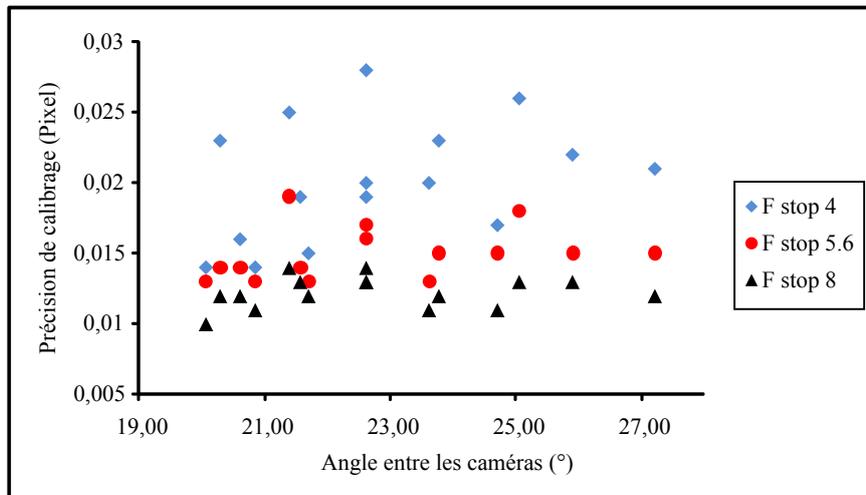


FIGURE 2.8: Précision de calibrage selon l'angle entre les caméras

Par ailleurs, il apparaît clairement que le niveau global de précision se dégrade en ouvrant le diaphragme (nécessaire avec un éclairage faible). En effet quel que soit l'angle, l'indice 4 ne donne jamais une précision meilleure que l'indice 5.6. Il en est de même entre les indices 5,6 et 8. En plus de la dégradation du niveau global de précision, la dispersion de la précision augmente clairement avec l'ouverture du diaphragme.

### Impact de la distance de mise au point

Le graphe de la figure 2.9 montre les précisions du calibrage selon la distance de mise au point (hypoténuse de la demi-base et de la distance de mesure).

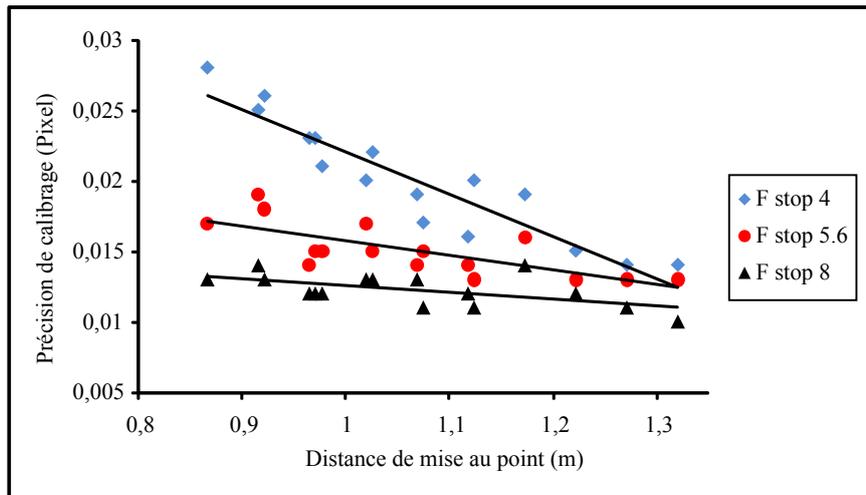


FIGURE 2.9: Précision de calibrage selon la distance de mise au point

Ici, il apparaît clairement qu'en plus de l'ouverture du diaphragme, la distance de mise au point impacte clairement la précision de calibrage. Celle-ci tend à être optimale à partir de 1.2 m de distance de mise au point.

En résumé, l'analyse révèle que l'ouverture de diaphragme affecte fortement la précision de la procédure de réglage (capabilité), mais aussi la dispersion (répétabilité). Dans notre cas ce constat est primordial, car il montre la limitation de la mesure par l'éclairage. Cette campagne de calibrages a également permis de dégager une tendance claire selon la distance de mise au point. Toutefois, il convient de préciser que ces observations sont avancées uniquement pour les pages de réglages testées.

Comme explication probable, il semble que la mise au point soit incriminée, puisque le diaphragme et la distance de mise au point régissent la profondeur de champ (volume net). Ceci sera approfondi dans la section 2.2.3.1.

### Préparation du mouchetis

L'explication avancée précédemment a été confortée par la présence de flou sur les mouchetis. Une fois la mesure effectuée et les images résolues, les écarts types du champ de déplacement au repos pouvaient atteindre 60  $\mu\text{m}$ . Parfois, l'algorithme ne parvenait pas à s'étendre à tout le champ. Seule une zone centrale de la pièce était corrélée correctement. Au préalable, la qualité de préparation de la surface avait été estimée à l'aide d'histogrammes de niveaux de gris. En comparant l'histogramme de toute la pièce à des histogrammes locaux, la répartition homogène du mouchetis sur la pièce a été vérifiée. Par ailleurs, nous avons vérifié que les histogrammes de l'image de droite et de gauche

étaient homogènes entre-eux. Ceci a permis de minimiser les disparités de mise au point et d'éclairage entre les deux capteurs.

Différents types de mouchetis ont été testés, avec des niveaux de gris plus ou moins clairs. Également, des résolutions d'images ont été lancées avec différentes fenêtres de corrélation, et différents points de départ ...

Les écarts types des nuages de points ne permettaient pas de rechercher des déformées modales de faibles amplitudes. Afin de mettre l'algorithme de corrélation dans les meilleures conditions et améliorer les résultats, une attention particulière a été portée à la mise au point. Mais ici, la difficulté vient du fait qu'après le montage des capteurs la pièce ou le calibre étaient cadrés, mais en comportant du flou aux bords. De ce fait, il n'était pas trivial d'aboutir empiriquement à une configuration garantissant le cadrage et le contraste. Afin d'améliorer notre procédure, il était nécessaire de maîtriser l'influence des réglages. Pour cela, la faisabilité de la mesure a été formalisée dans la partie suivante.

### 2.2.2. Formalisation des contraintes en phase de cadrage

Dans cette partie, nous formalisons les six contraintes énoncées dans la partie 2.2.1.2. Le problème a été initié en posant quelques hypothèses.

#### 2.2.2.1. Hypothèses utilisées

Afin de formaliser toutes les contraintes, nous nous sommes munis des hypothèses suivantes. Elles sont basées sur la figure 2.10 page 51. F est le point de mise au point. Il coïncide avec le milieu de la pièce. C est le milieu de la base.

- Les caméras sont écartées symétriquement par rapport à la droite (CF)
- Les caméras sont orientées symétriquement par rapport à la droite (CF)
- La mise au point est effectuée pour les deux caméras au point F. La qualité de la mise au point est supposée identique pour les deux capteurs.
- La pièce est disposée symétriquement par rapport à (CF)
- L'équipement a un comportement stable dans le temps
- Le mouchetis est contrasté localement et son niveau de gris global est homogène sur toute la pièce
- L'éclairage est homogène sur toute la pièce
- Le temps d'ouverture de l'obturateur (avec diaphragme figé) influe uniquement sur la clarté des images

En pratique, il est difficile de satisfaire parfaitement ces hypothèses (instabilité thermique du capteur CCD et du support des caméras). En cas de longue campagne de mesures, un calibrage régulier est nécessaire pour prendre en compte ces évolutions.

D'autre part, le facteur humain est une grande source d'imprécisions. En phase de montage manuel des caméras, il est impossible d'assurer une symétrie parfaite. L'erreur augmente avec l'éloignement de l'éprouvette. (Cette erreur est considérablement réduite avec des systèmes à caméras fixes. En revanche ils n'offrent aucune flexibilité sur l'orientation des capteurs). Quant à la phase de mise au point, une netteté identique pour les deux capteurs est peu triviale à ajuster visuellement.

Dans le souci de choisir correctement les paramètres de mesure, nous avons analysé le problème. L'analyse a permis de traduire analytiquement les contraintes dans les parties suivantes.

### 2.2.2.2. Restrictions liées à l'équipement et à la technique

Dans l'étude, A et B représentent respectivement la distance de mesure et l'espacement des caméras. Pour respecter l'accessibilité du centre d'usinage et l'écartement maximal des caméras (figure 2.6 page 44), il suffit de respecter les deux inégalités suivantes :

$$A \geq A_{min} \quad (2.1)$$

$$B \leq B_{max} \quad (2.2)$$

Indépendamment, pour inclure l'angle des caméras dans l'intervalle requis par ARAMIS, celui-ci doit respecter l'inégalité :

$$2 * \alpha_{min} \leq 2 * \alpha \leq 2 * \alpha_{max}$$

où  $2 * \alpha_{min}$  et  $2 * \alpha_{max}$  sont respectivement l'angle minimal et maximal de stéréo corrélation.

En exprimant  $\alpha$  en fonction de A et B, l'inégalité devient :

$$\alpha_{min} \leq \arctan\left(\frac{B}{2 * A}\right) \leq \alpha_{max}$$

La fonction tangente étant strictement croissante, nous obtenons les deux inéquations suivantes :

$$2 * A * \tan(\alpha_{min}) - B \leq 0 \quad (2.3a)$$

$$B - 2 * A * \tan(\alpha_{max}) \leq 0 \quad (2.3b)$$

De la même manière, il est possible d'écrire l'angle optimal préconisé avec l'égalité :

$$B - 2 * A * \tan(\alpha_{optim}) = 0 \quad (2.4)$$

Les parties suivantes formalisent la garantie du cadrage, en tenant compte des dimensions

de la pièce et de l'équipement utilisé.

### 2.2.2.3. Garantie du cadrage de la pièce

La figure 2.10 illustre le cadrage de la pièce par une caméra en configuration de stéréo corrélation. Le champ de vision d'un capteur optique dépend des objectifs utilisés. Il se quantifie par son angle de vue, exprimé comme suit :

$$\beta_{horiz} = 2 * \arctan \left( \frac{s_{horiz}}{2 * f} \right) = 2 * \arctan \left( \frac{p_{horiz} * r_{horiz}}{2 * f} \right) \quad (2.5a)$$

où  $f$  est la longueur focale,  $s_{horiz}$  la dimension horizontale du capteur CCD,  $p_{horiz}$  la dimension horizontale d'un pixel,  $r_{horiz}$  la résolution horizontale. Similairement, nous pouvons écrire pour la direction verticale :

$$\beta_{vertic} = 2 * \arctan \left( \frac{s_{vertic}}{2 * f} \right) = 2 * \arctan \left( \frac{p_{vertic} * r_{vertic}}{2 * f} \right) \quad (2.5b)$$

Le cadrage de l'objet dépend des angles de vue, des dimensions de l'objet et de sa distance au capteur. Pour prendre en compte ces éléments, la longueur de la pièce  $L$  et la distance de mise au point  $D$  sont introduites. Les points C, F et J sont respectivement le milieu de la base, le lieu de mise au point (MaP) et le milieu de la pièce en position de référence. Classiquement, les caméras sont orientées de sorte à viser un même point physique du mouchetis. Généralement il s'agit du milieu de l'éprouvette (F et J confondus). Cela dit, après le calibrage, il est possible de reculer la pièce pour les mesures (image au repos et pièce déformée). Pour considérer cette possibilité, nous introduisons un déplacement additionnel  $\Delta$  de la pièce. Il traduit le recul possible de la pièce par rapport à la position de mise au point.

Pour ne pas perdre d'informations spatiales pendant l'essai, le mouchetis ne doit pas sortir de l'image. Ici la pièce ne subit pas de translation dans le plan (voir section 2.2.1.1 page 43). En revanche, elle peut transgresser le champ de vue suite à un rapprochement trop important. Pour intégrer ceci, nous utilisons le paramètre  $\delta$  qui représente un déplacement hors plan critique que la pièce est susceptible d'atteindre. Dans le cadre de nos mesures, il correspond au déplacement de translation du premier mode propre.

Pour que la pièce soit entièrement cadrée, ses deux bords doivent rester dans le champ de vue. Ici (figure 2.10), Son éloignement par rapport au système de mesure n'est pas problématique. En revanche, son rapprochement induit un grossissement sur l'image pouvant transgresser le cadrage. Donc d'après la figure, si un bord est cadré après rapprochement, il l'est obligatoirement sur l'image de référence. Pour le bord droit (figure 2.10a) la condition suivante doit être respectée.

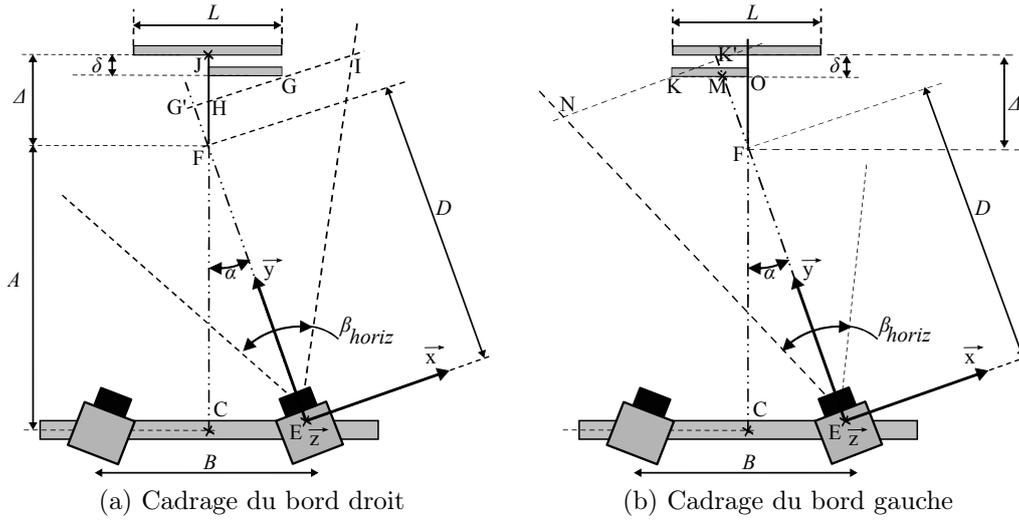


FIGURE 2.10: Garantie du cadrage de la pièce

$$G'I > G'G$$

$$(D + G'F) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > G'H + HG$$

$$(D + HF * \cos \alpha) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > HF * \sin \alpha + \frac{0.5 * L}{\cos \alpha}$$

$$\left[ D + ((\Delta - \delta) - 0.5 * L * \tan \alpha) * \cos \alpha \right] * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > ((\Delta - \delta) - 0.5 * L * \tan \alpha) * \sin \alpha + \frac{0.5 * L}{\cos \alpha}$$

En exprimant  $\cos \alpha$ ,  $\sin \alpha$  et  $\tan \alpha$  en fonction de  $A$ ,  $B$ ,  $D$  (figure 2.10a), l'inégalité devient :

$$\left[ D + ((\Delta - \delta) - 0.5 * L * \frac{0.5 * B}{A}) * \frac{A}{D} \right] * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > ((\Delta - \delta) - 0.5 * L * \frac{0.5 * B}{A}) * \frac{0.5 * B}{D} + \frac{0.5 * L}{\frac{A}{D}}$$

$$\left( D + \frac{(\Delta - \delta) * A}{D} - \frac{0.5^2 * L * B}{D} \right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \left( (\Delta - \delta) - \frac{0.5^2 * L * B}{A} \right) * \frac{0.5 * B}{D} + \frac{0.5 * L * D}{A}$$

$$\left( \frac{D^2 + (\Delta - \delta) * A - 0.5^2 * L * B}{D} \right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \frac{0.5 * B * (\Delta - \delta)}{D} - \frac{0.5^3 * L * B^2}{A * D} + \frac{0.5 * L * D}{A}$$

$$\left( \frac{A * D^2 + (\Delta - \delta) * A^2 - 0.5^2 * L * B * A}{A * D} \right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \frac{0.5 * B * (\Delta - \delta) * A - 0.5^3 * L * B^2 + 0.5 * L * D^2}{A * D}$$

Enfin, en remplaçant  $\beta_{horiz}$  par son expression (eq. 2.5a) et  $D^2$  d'après la relation de Pythagore, l'inégalité est totalement écrite en fonction de  $A$  et  $B$ .

$$\left( \frac{A * ((0.5 * B)^2 + A^2) + (\Delta - \delta) * A^2 - 0.5^2 * L * B * A}{A * ((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} \right) * \frac{p_{horiz} * r_{horiz}}{2 * f} > \frac{0.5 * B * (\Delta - \delta) * A - 0.5^3 * L * B^2 + 0.5 * L * ((0.5 * B)^2 + A^2)}{A * ((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}}$$

En simplifiant par  $A$  et après arrangement nous obtenons :

$$\frac{(0.5^2 * B^2 + A^2 + (\Delta - \delta) * A - 0.5^2 * L * B) * \frac{p_{horiz} * r_{horiz}}{2 * f} - 0.5 * B * (\Delta - \delta) - 0.5 * L * A}{((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} > 0 \quad (2.6)$$

De façon similaire, la condition est exprimée pour le bord gauche de la pièce (Fig. 2.10b).

Cela donne :

$$K'N > K'K$$

$$(EK') * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > KM * \cos \alpha$$

$$(EF + FM + MK') * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \left(\frac{L}{2} - MO\right) * \cos \alpha$$

$$\left(D + \frac{FO}{\cos \alpha} + KM * \sin \alpha\right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \left(\frac{L}{2} - FO * \tan \alpha\right) * \cos \alpha$$

$$\left(D + \frac{FO}{\cos \alpha} + \left(\frac{L}{2} - MO\right) * \sin \alpha\right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \left(\frac{L}{2} - (\Delta - \delta) * \tan \alpha\right) * \cos \alpha$$

$$\left(D + \frac{\Delta - \delta}{\cos \alpha} + \left(\frac{L}{2} - FO * \tan \alpha\right) * \sin \alpha\right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \left(\frac{L}{2} - (\Delta - \delta) * \tan \alpha\right) * \cos \alpha$$

$$\left(D + \frac{(\Delta - \delta)}{\cos \alpha} + \left(\frac{L}{2} - (\Delta - \delta) * \tan \alpha\right) * \sin \alpha\right) * \tan \frac{\beta_{horiz}}{2} > \left(\frac{L}{2} - (\Delta - \delta) * \tan \alpha\right) * \cos \alpha$$

Ici les variables  $D$ ,  $\alpha$  et  $\beta_{horiz}$  sont substituées comme précédemment pour le bord droit. Le calcul donne au final :

$$\frac{(A^3 + 0.5^2 * B^2 * A + (\Delta - \delta) * (A^2 - 0.5^2 * B^2) + 0.5^2 * B * L * A) * \frac{p_{horiz} * r_{horiz}}{2 * f}}{A * ((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} + \frac{-0.5 * L * A^2 + (\Delta - \delta) * 0.5 * B * A}{A * ((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} > 0 \quad (2.7)$$

Pour le cadrage vertical, le problème doit être vu en trois dimensions. Il est nécessaire d'imaginer les quatre coins de la pièce, ainsi que les quatre plans délimitant les angles de vue. Pour formaliser le cadrage, la pièce doit être observée dans l'angle de vue vertical, perpendiculairement à l'axe de la caméra. Nous introduisons ici sa hauteur  $l$ . Pour cela, nous nous basons sur les figures 2.10a et 2.11.

Il ressort de cela que le bord droit est le plus critique. Par conséquent, le cadrage vertical du bord droit garantira celui de toute la pièce. Cette condition peut être écrite comme suit :

$$G'P' > G'P$$

$$EG' * \tan \frac{\beta_{vertical}}{2} > l$$

$$(EF + FG') * \tan \frac{\beta_{vertical}}{2} > l$$

$$(D + HF * \cos \alpha) * \tan \frac{\beta_{vertical}}{2} > l$$

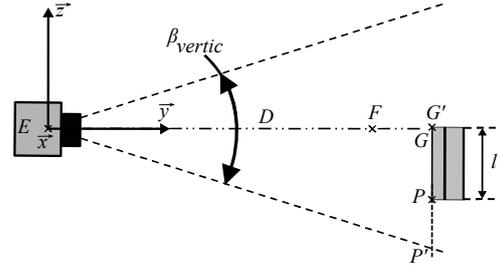


FIGURE 2.11: Cadrage vertical. Caméra de droite vue de droite.

$$(D + ((\Delta - \delta) - 0.5 * L * \tan \alpha) * \cos \alpha) * \tan \frac{\beta_{vertical}}{2} > l$$

Avec le même déroulement, nous obtenons l'inéquation garantissant le cadrage vertical.

$$\left( \frac{((0.5^2 * B^2 + A^2 + (\Delta - \delta) * A - 0.5^2 * L * B) * \frac{\beta_{vertical} * r_{vertical}}{2 * f} - l * ((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2})}{((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} \right) > 0 \quad (2.8)$$

Le cadrage de la pièce pendant l'essai (donc au repos) est garanti par les inéquations 2.6, 2.7 et 2.8. Celles doivent donc être respectées simultanément au stade du montage des caméras (étape 1). À l'observation des trois expressions, nous remarquons que la hauteur de la pièce n'impacte pas le cadrage horizontal, alors que la largeur intervient dans le cadrage vertical. Ceci vient du fait de disposer la base parallèlement à la longueur, ce qui permet de traiter le cadrage horizontal en 2D.

Les paramètres respectant ces inéquations devront également permettre la netteté de toute la pièce. Au même titre que le cadrage, la mise au point est formalisée dans la partie suivante.

### 2.2.3. Formalisation des contraintes en phase de mise au point

En vue d'écrire la garantie de la netteté en phase de mise au point, nous avons d'abord exprimé la profondeur de champ pour une caméra.

#### 2.2.3.1. Profondeur de champ d'un capteur

*Définition de la profondeur de champ.*

La profondeur de champ (PdC) correspond au volume net autour du plan de mise au point (MaP) (figure 2.12). Ce volume est délimité par un premier et un dernier plan

net. La localisation des plans résulte de la mise au point de la caméra. La mise au point comporte plusieurs réglages.

Premièrement, le temps d'ouverture d'obturateur est choisi selon le phénomène mesuré. Sa réduction réduit l'éclairage du capteur CCD. Pour compenser, l'ouverture du diaphragme est adaptée à la lumière disponible, en fixant l'indice  $F_{stop}$ . Cet indice commence à 2 et suit une suite géométrique de raison  $\sqrt{2}$ . Il diminue en ouvrant le diaphragme, ce qui est pratiqué en cas de sous-éclairage pendant le temps d'obturation. Enfin, la netteté est recherchée visuellement pour la distance de mise au point, fixée en amont lors du cadrage. Avec notre matériel ce réglage est manuel.

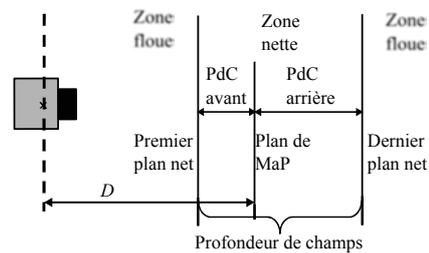


FIGURE 2.12: Profondeur de champs

Une fois ces paramètres fixés, ils donnent la profondeur de champ (PdC). Afin de quantifier la PdC, nous avons utilisé une règle d'optique simplifiée. Elle s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} PdC &= D_{max} - D_{min} \\ &= \frac{hyp_{dist} * D}{hyp_{dist} - D} - \frac{hyp_{dist} * D}{hyp_{dist} + D} \end{aligned}$$

ou encore

$$PdC = \frac{2 * hyp_{dist} * D^2}{hyp_{dist}^2 - D^2} \quad (2.9)$$

où  $hyp_{dist}$  représente la distance hyperfocale exprimée par :

$$hyp_{dist} = \frac{f^2}{F_{stop} * C_{confusion}}$$

$f$  est la taille des objectifs utilisés,  $F_{stop}$  l'indice d'ouverture de diaphragme et  $C_{confusion}$  le diamètre du cercle de confusion. Le cercle de confusion pris est généralement de  $0.03 \text{ mm}$  en photographie argentique. Nous n'avons pas trouvé de travaux qui l'explicitent clairement en photographie numérique. Nous l'avons identifié expérimentalement, en mesurant la profondeur de champ. Une procédure rapide a été utilisée (figure 2.13).

### Mesure de la profondeur de champ.

La procédure utilise du papier millimétré incliné de  $60^\circ$  autour de l'axe X. Il est situé à une distance connue par rapport au centre optique de la caméra. Pour cette distance de

mise au point D, la netteté est ajustée et une est image prise. La procédure est répétée en faisant varier D entre 800 à 1400 mm par pas de 100 mm.

Le papier millimétré a été déplacé à l'aide de la table du centre d'usinage.

Ici le placement de la cible est extrêmement précis. Malgré cela, du fait de la mise au point visuelle, nous considérons que la distance D de MaP comporte une incertitude de  $\pm 10$  mm.

Ensuite, le travail a consisté à identifier la profondeur de champ pour chaque image. Au départ, l'identification visuelle de la frontière net-flou a été envisagée. Les clichés ont été soumis à plusieurs expérimentateurs. Mais ici, le discernement dépendait de la capacité visuelle de chacun. Trop de divergences ont été observées. Cette option a été abandonnée au profit d'un discernement moins empirique. Pour être plus rigoureux, il a été nécessaire d'utiliser un critère quantifiable. Il nous a semblé pertinent de reprendre celui utilisé en stéréo-corrélation, à savoir les niveaux de gris des pixels. Par conséquent, nous avons utilisé ce critère pour rechercher la transition net / flou.

#### Quantification de la profondeur de champ.

Concrètement, l'évolution des niveaux de gris à travers la PdC a été examinée. Par simplicité, nous supposons la PdC constante selon la direction X (figure 2.13). Ainsi, au lieu d'étudier des facettes 2D de pixels, nous examinons une ligne de pixels. Ceci permet de simplifier l'étude, en ramenant les histogrammes 2D de niveaux de gris à une courbe 1D par image. Cette supposition est possible grâce à la régularité des lignes du papier millimétré, et l'alternance entre noir et blanc.

Pour toutes les images, la courbe des niveaux de gris comporte une zone d'oscillations nettes et régulières. Son allure est illustrée en figure 2.13. Cette allure montre que dans la zone centrale, les niveaux de gris sont distingués avec contraste. Nous supposons donc que l'absence d'oscillations régulières signifie la perte du contraste, et le franchissement de la zone floue.

L'annexe A.3 page 147 illustre un exemple en image et détaille l'extraction de la PdC expérimentale. À ce stade, le cercle de confusion peut être identifié.

#### Identification du cercle de confusion.

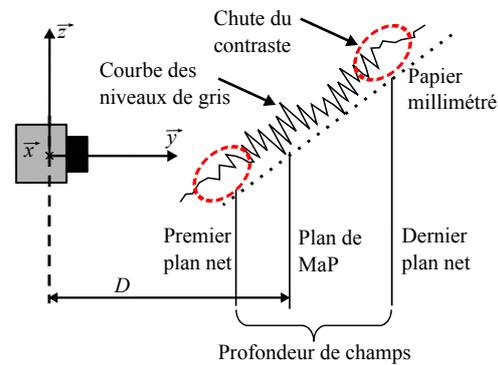


FIGURE 2.13: Mesure du contraste

Enfin, le diamètre du cercle de confusion est trouvé en interpolant les points expérimentaux par le modèle décrit par l'équation (2.9).

La figure 2.14 montre les résultats pour une ouverture de diaphragme de 2.8. Ici, le cercle de confusion trouvé est de  $34.64 \pm 1.1 \mu m$ . Nous pouvons constater une description acceptable de la PdC expérimentale par le modèle. La procédure a été effectuée pour les indices de diaphragme 4 et 5.6. Elle donne des cercles de confusion respectifs de  $29.35 \pm 0.98 \mu m$  et de  $26.49 \pm 0.88 \mu m$ . Les intervalles d'incertitude peuvent sembler négligeables. Cela dit, une variation de  $1 \mu m$  de  $C_{confusion}$  peut modifier la PdC d'une dizaine de millimètres.

Par ailleurs, la profondeur de champ n'est pas symétriquement répartie par rapport au plan focal. Nous avons également identifié sa répartition moyenne à 35 % pour la PdC avant, et 65% pour la PdC arrière. Contrairement au cercle de confusion, ces pourcentages sont valables pour les trois diaphragmes testés. Ici, notons qu'un écart de 20 mm sur une distance de focalisation de 1 mètre peut inverser ces proportions. Il convient de souligner l'importance du facteur humain, qui rend cette étape fastidieuse.

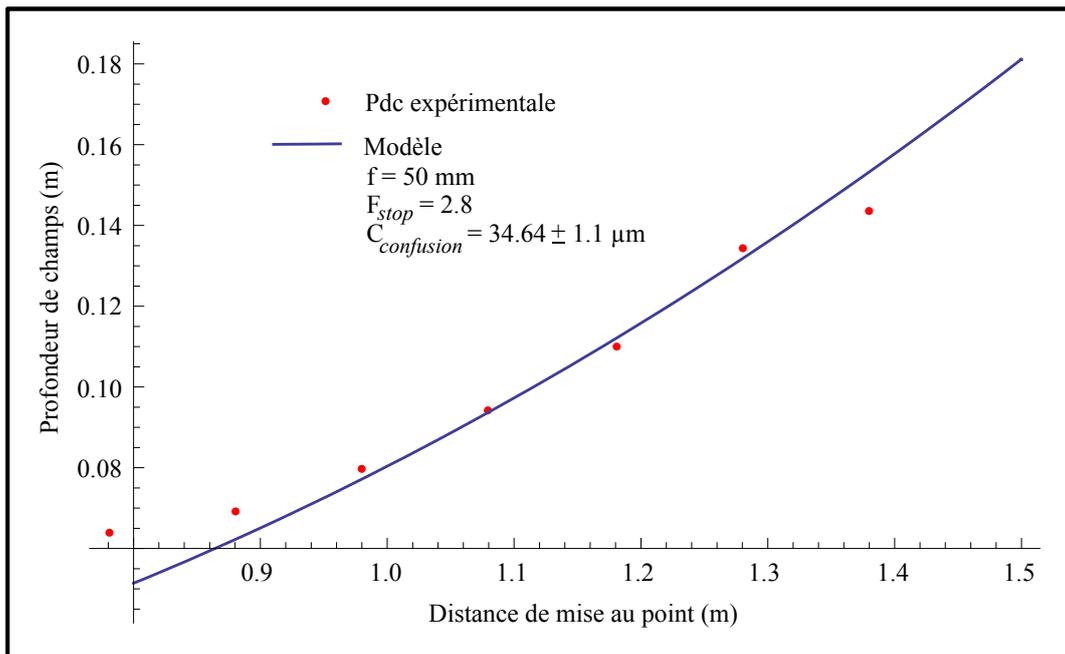


FIGURE 2.14: Interpolation de la profondeur de champs expérimentale

Après analyse des courbes, il ressort que le volume net de travail augmente avec la distance de mise au point. Il décroît en réduisant l'indice de diaphragme (cas de sous éclairage) ou en augmentant la taille des objectifs. Autrement dit pour distinguer nettement un objet tridimensionnel, il doit être généreusement éclairé, et/ou éloigné du capteur.

La partie suivante transpose la profondeur de champs d'un capteur en stéréo corrélation d'image, afin de garantir la netteté de la pièce.

### 2.2.3.2. Garantie de la netteté de la pièce

La figure 2.15a illustre la PdC dans le contexte de mesure. Ici la PdC dépend de la distance de mise au point D, qui est la combinaison de la distance de mesure A et l'écartement des caméras B. Considérons fixes la longueur de la pièce, la distance de mesure et les objectifs et le diaphragme. Pour éviter le flou sur les bords de la pièce, les caméras sont écartées. D'une part, l'augmentation de la distance EF sur la figure augmentera la PdC, mais également l'angle  $\alpha$ . Ainsi, le premier plan net subira un éloignement, mais aussi une rotation qui peut l'emmener à intersecter la pièce, si celle-ci est surdimensionnée. De la même manière, si nous augmentons la distance de mesure, l'angle  $\alpha$  diminuera. D'une part, cela réduira l'impact du flou sur la pièce. En contrepartie, l'angle entre les caméras risque de s'approcher de l'angle minimum autorisé. Cette fois-ci c'est le calcul ultérieur de triangulation qui sera affecté.

Comme pour le cadrage, nous avons formalisé l'évitement du flou aux coins de la pièce. Pour cela, le positionnement de la pièce est paramétré en figure 2.15b. Étant donné la non-symétrie de la PdC, une portion de la PdC arrière sera perdue lorsque la pièce est au point F. Pour bénéficier de cette zone, le paramètre  $\Delta$  introduit précédemment prend tout son sens.

Pour les applications non vibratoires (emboutissage, flexion...) le déplacement a lieu dans le même sens. Pour un déplacement vibration, le paramètre  $\delta$  est introduit de part et d'autre de la position de référence.

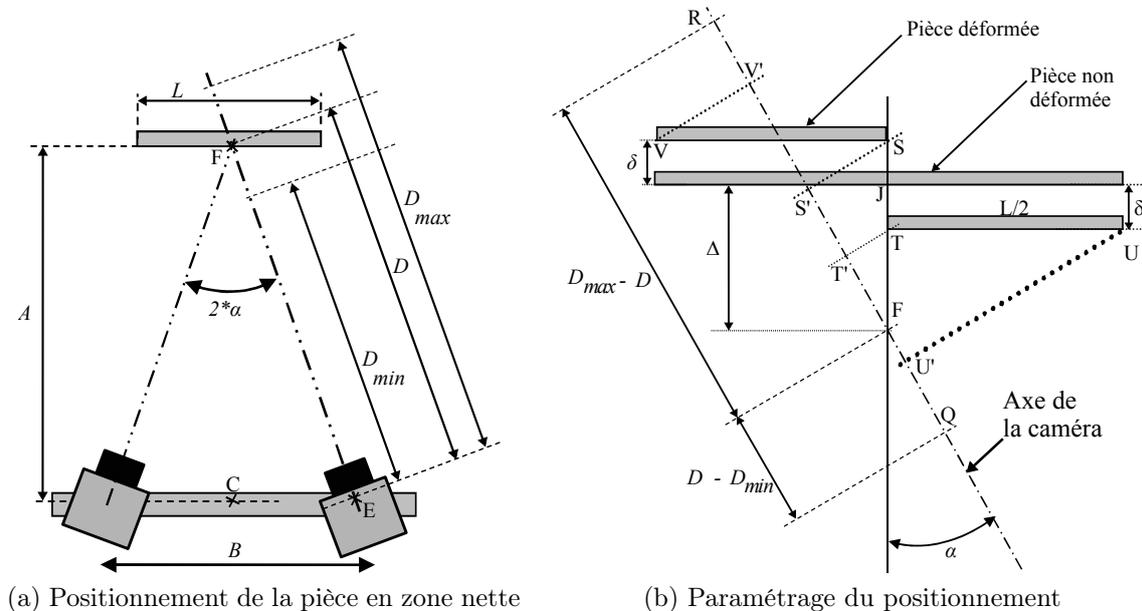


FIGURE 2.15: Profondeur de champs en stéréo vision

La garantie de contraste exige que le coin droit soit inclus dans la PdC. Pour formaliser

cette contrainte, les points S, T, U et V sont projetés sur l'axe des caméras en S', T', U' et V'. la condition de netteté donne alors :

$$FQ \geq FU'$$

$$D - D_{min} \geq T'U' - T'F$$

$D - D_{min}$  représente la profondeur de champ avant. Elle a été identifiée comme étant 35 % de la PdC totale.

$$0.35 * PdC \geq 0.5 * L * \sin \alpha - (\Delta - \delta) * \cos \alpha$$

A ce stade, l'expression de la PdC est remplacée par son expression (eq. 2.9). Également,  $\sin \alpha$  et  $\cos \alpha$  sont écrits en fonction de D :

$$\frac{0.35*2*hyp_{dist}*D^2}{hyp_{dist}^2-D^2} \geq \frac{0.5*L*0.5*B}{D} - \frac{(\Delta-\delta)*A}{D}$$

En exprimant D en fonction de A et B l'inéquation devient :

$$\frac{0.35*2*hyp_{dist}*((0.5*B)^2+A^2)}{hyp_{dist}^2-((0.5*B)^2+A^2)} \geq \frac{0.5*L*0.5*B-(\Delta-\delta)*A}{((0.5*B)^2+A^2)^{1/2}}$$

Au final nous obtenons la forme finale en fonction de A, B,  $\Delta$ , et  $\delta$

$$\frac{0.35 * 2 * hyp_{dist} * ((0.5 * B)^2 + A^2)}{hyp_{dist}^2 - ((0.5 * B)^2 + A^2)} - \frac{0.5^2 * L * B - (\Delta - \delta) * A}{((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} \geq 0 \quad (2.10)$$

$$\text{où } hyp_{dist} = \frac{f^2}{F_{number} * C_{confusion}}$$

La même procédure a été appliquée pour le coin gauche, avec le dernier plan net

$$FR \geq FV'$$

$$D_{max} - D \geq FS' + S'V'$$

$D_{max} - D$  représente la profondeur de champ arrière. Elle a été identifiée comme étant 65 % de la PdC totale.

$$0.65 * PdC \geq (\Delta + \delta) * \cos \alpha + 0.5 * L * \sin \alpha$$

soit

$$\frac{0.65*2*hyp_{dist}*D^2}{hyp_{dist}^2-D^2} \geq (\Delta + \delta) * \cos \alpha + 0.5 * L * \sin \alpha$$

Au final, nous obtenons la condition suivante à respecter :

$$\frac{0.65 * 2 * hyp_{dist} * ((0.5 * B)^2 + A^2)}{hyp_{dist}^2 - ((0.5 * B)^2 + A^2)} - \frac{(\Delta + \delta) * A + 0.5^2 * L * B}{((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} \geq 0 \quad (2.11)$$

Le paragraphe suivant synthétise le problème de réglage.

#### 2.2.4. Synthèse du problème

L'analyse du problème et la formalisation des contraintes donnent un système à neuf inéquations et huit inconnues. Ces inconnues sont les paramètres à fixer par l'utilisateur pendant le réglage et la mise au point. Si chaque paramètre prend deux valeurs, il s'agira de choisir une association de paramètres parmi  $2^8$ , soit 256 possibilités. Bien entendu, la combinaison doit respecter le système.

Du point de vue pratique, il est impossible de trouver intuitivement la meilleure solution. L'ajustement des réglages s'effectue expérimentalement, jusqu'à l'obtention d'un compromis satisfaisant. La sélection s'effectue sur la précision du calibrage, en tâtonnant parmi quelques possibilités.

Il n'est pas envisageable de tester expérimentalement toutes les combinaisons. Ce travail représenterait un investissement lourd pour différentes raisons.

Premièrement en changeant un paramètre, tout le réglage est remis en cause. Les six étapes doivent alors être refaites. Les temps de réglage seraient extrêmement longs et coûteux. De plus, l'investissement serait systématique à chaque nouvelle mesure (nouvelle application, nouvelle pièce, nouvel environnement, nouveau test ...).

Deuxièmement, si la pièce est surdimensionnée, il est probable que le matériel et les réglages utilisés soient non optimaux, voire la mesure impossible. Autrement dit, tout le travail d'ajustement peut s'avérer inutile et ce, à l'insu de l'utilisateur. Là est le principal risque, car les réglages reposent souvent sur l'intuition et le savoir-faire.

Il serait donc intéressant de pouvoir estimer ces risques avant l'expérimentation. À notre connaissance, aucune méthode d'aide au réglage n'existe. Nous avons utilisé la formalisation des contraintes, pour proposer une solution graphique applicable en amont. Elle est exposée dans la section suivante.

### 2.3. Représentation graphique de la faisabilité

En analysant les inéquations 2.1 et 2.11, nous voyons que toutes incluent la distance de mesure A et la base B. Autrement dit, ces deux réglages ont bien le rôle prépondérant dans la faisabilité de la mesure. Pour y voir plus clair, nous représentons graphiquement les inégalités en fonction du couplet  $\{A, B\}$ .

### 2.3.1. Application à la mesure des vibrations d'usinage

#### 2.3.1.1. Choix des paramètres d'entrée

Les paramètres considérés peuvent être regroupés en trois catégories.  $\{L, \delta, A_{min}\}$  et  $\{C_{diameter}, f, B_{max}\}$  sont respectivement liés à l'essai d'usinage et à l'équipement de mesure utilisé.  $\{F_{number}, A, E, \Delta\}$  sont des réglages plus flexibles. Ils permettant d'adapter la mesure à l'essai et son environnement. Pour choisir les paramètres dans un ordre cohérent, nous partons des paramètres fixes, vers les plus flexibles.

Premièrement, la pièce est de longueur  $L = 140 \text{ mm}$  de hauteur  $l = 40 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $e = 2 \text{ mm}$ . Son dimensionnement est évoqué dans la partie 3.2.2. Les cinq fréquences propres vont de 992 à 4050 Hz, et la période la plus courte est de  $2.47 * 10^{-4} \text{ sec}$ . Dans un tel cas, il aurait été prudent de pouvoir prendre le temps d'obturation minimal des caméras ( $0.001 \text{ sec}$ ). Cela dit, comme évoqué précédemment à propos de l'éclairage (c.f. section 2.2.1.3), par conséquent, un temps d'obturation de  $0.005 \text{ sec}$  est choisi, associé à une ouverture de diaphragme d'indice  $F_{stop} = 4$ .

Pour englober de grandes amplitudes de vibrations pendant l'essai, le paramètre  $\delta$  est fixé à  $3 \text{ mm}$ . L'accès au centre d'usinage est intégré avec  $A_{min} = 0.995 \text{ m}$ . La base maximale autorisée est  $B_{max} = 0.478 \text{ m}$  (longueur du support des caméras). La distance focale des objectifs utilisés est de  $50 \text{ mm}$ . Dans une première approche, la pièce sera maintenue dans sa position de mise au point ( $\Delta = 0 \text{ mm}$ ). Une fois tous ces paramètres fixés, nous traçons les inégalités du système en fonction des deux paramètres influents, la distance de mesure  $A$  et la base  $B$ . Les résultats sont exposés dans la partie suivante.

### 2.3.1.2. Carte de réglage

La solution graphique est illustrée par la figure 2.16. La ligne pointillée correspond à l'angle optimal préconisé. Chaque contrainte est représentée par une courbe continue. Les hachures montrent le domaine des solutions interdites. La zone représentée en gris et appelée îlot de réglage représente le domaine de solutions permettant de respecter simultanément toutes les contraintes de mesure. Autrement dit, en phase de montage du système de stéréo corrélation, il conviendra de choisir une base et une distance appartenant à cet îlot.

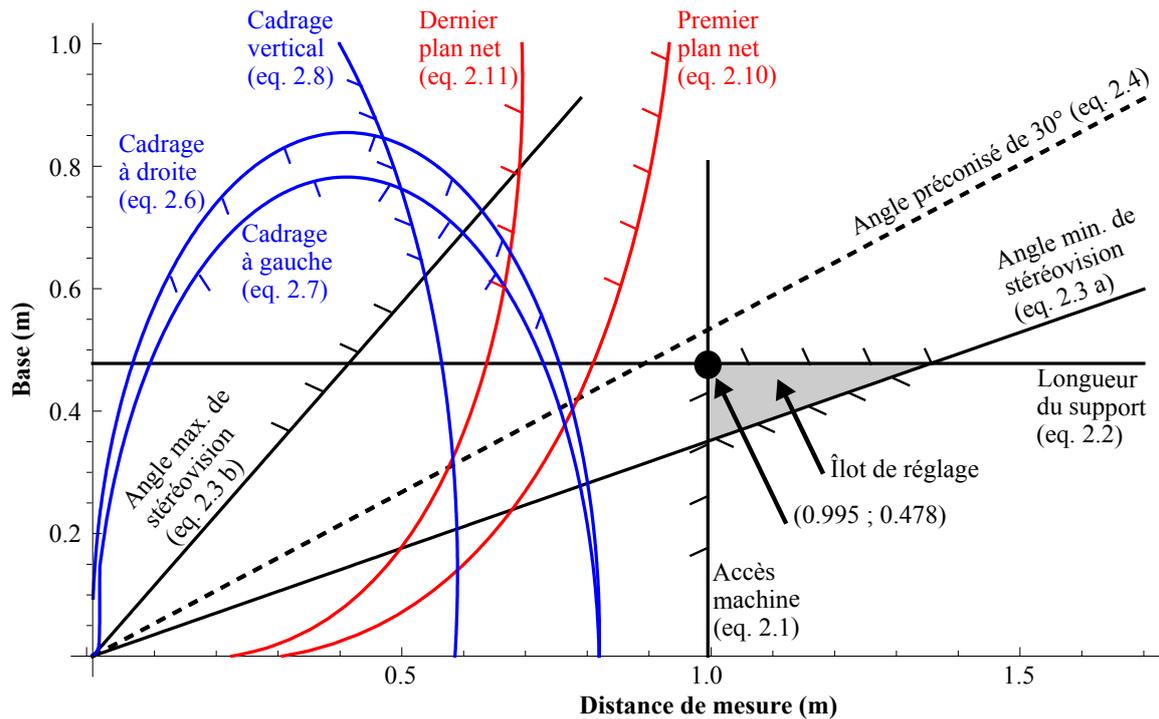


FIGURE 2.16: Cartographie des contraintes et faisabilité du réglage

L'îlot de réglage est délimité par trois frontières. La première, qui est l'angle minimal de stéréo corrélation est mathématique. Si elle est transgressée, elle n'impacte pas la mesure en phase de réglage proprement dit. En effet, si l'angle entre les capteurs est trop faible, ses conséquences se répercuteront par la suite lors de la triangulation des points. Les deux autres limites sont l'accès à la machine et la longueur du support des caméras. Ces frontières sont mécaniques et ne peuvent être transgressées.

Dans le cas étudié, les limites de cadrage n'influent pas sur l'îlot de réglage. La pièce restera entièrement dans le champ de vision des deux caméras et ce, pendant tout l'essai. Également, les courbes correspondant à la netteté n'interviennent pas. Le contraste de tout le mouchetis sera théoriquement garanti. Cela dit il convient de rappeler que les frontières de netteté comportent une enveloppe d'incertitudes. Ces incertitudes sont dues à l'identification du cercle de confusion (section 2.2.3.1 page 53), ainsi qu'au facteur humain lors de la mise au point. Si l'enveloppe d'incertitudes recouvre le couplet  $\{A, B\}$  choisi,

le coin droit de la pièce sera flou sur l'image de droite et net sur l'image de gauche. Cette situation interviendra symétriquement au coin gauche.

En cas de flou, les conséquences se répercuteront sur le calcul des points. Dans ce cas, la corrélation d'une facette nette avec une facette floue rencontrera des disparités de niveau de gris. Mais à cette étape, la mesure aura été effectuée et l'éprouvette détruite. Pour permettre à l'algorithme d'effectuer le calcul, il faudra alors augmenter le seuil du résidu admissible, ce qui détériorera la précision de calcul des points. (L'impact de la présence de flou sur le mouchetis a été étudié expérimentalement. Ce travail est exposé plus loin dans la section 2.3.3).

De plus, le graphe montre que l'angle préconisé de  $30^\circ$  est inaccessible. Nous pourrions seulement maximiser l'angle au sein de l'îlot de réglage. En disposant le système de stéréo corrélation à  $0.996\text{ m}$  et en écartant les caméras de  $0.478\text{ m}$ , nous obtenons un angle maximal de  $27.1^\circ$ .

Grâce à la carte de réglage mise en place, il est possible d'étudier la faisabilité de la mesure. Les facteurs limitants sont rapidement identifiés. Ainsi, il est possible d'estimer les risques notamment d'imprécision, et ce avant les mesures. Dans un cadre plus général, la formalisation des contraintes offre la possibilité d'optimiser la mesure en amont. Afin d'illustrer ce potentiel, la partie suivante montre l'application de la méthode à une situation d'usinage différente.

### 2.3.2. Transposition à un autre cas et optimisation des réglages

Dans cet exemple, nous envisageons d'étudier la faisabilité de la mesure pour un usinage différent. Les caméras, leur support ainsi que le stroboscope sont identiques. Les dimensions de la pièce sont  $L = 80\text{ mm}$  et  $l = 20\text{ mm}$ . Elle est usinée sur une machine de type MIKRON UCP 600 Vario. Ce centre d'usinage permet d'approcher les caméras à  $0.5\text{ m}$  de la cible. Les objectifs testés sont de  $80\text{ mm}$ . Les conditions d'éclairage sont très défavorables. La réduction du temps d'obturation oblige à ouvrir les diaphragmes ( $F_{stop} = 2.8$ ).

Ce cas nouveau a été étudié avec la méthode développée. Pour procéder avec rigueur, nous avons écrit et suivi la procédure illustrée par la figure 2.17 page ci-contre. Elle comprend les étapes de tracé des graphes, et des stratégies d'optimisation. D'après le graphe de réglage, l'utilisation d'un angle de  $30^\circ$  impliquera la présence de flou sur les bords de la pièce. Pour éviter cela, il convient d'écartier les caméras au maximum ( $0.478\text{ m}$ ) et de les disposer à une distance de  $1.046\text{ m}$  de la pièce. Dans ce cas, l'angle permis maximal est de  $25.73^\circ$ .

Le graphe de réglage trouve ici toute son utilité. Dans ce cas précis, l'angle permis par l'îlot de réglage ( $25.73^\circ$ ) reste éloigné de l'angle optimal préconisé  $30^\circ$ .

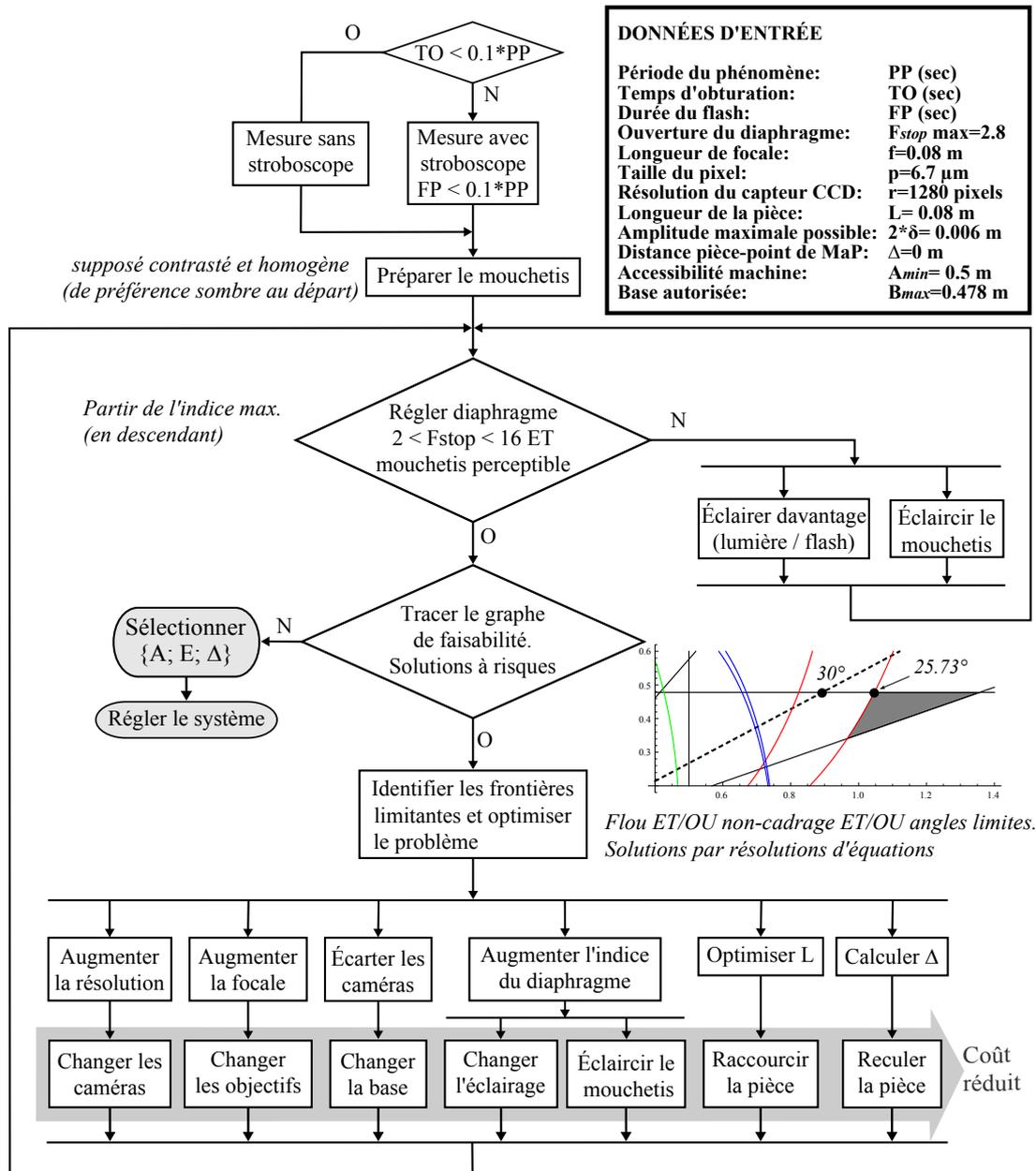


FIGURE 2.17: Synthèse des étapes de réglage et solutions d'optimisation

Afin d'améliorer la faisabilité de la mesure, nous proposons plusieurs solutions. Le principe est d'agrandir l'îlot de réglage de sorte à inclure l'angle de  $30^\circ$ . La première possibilité est de repousser la frontière horizontale supérieure. Cette frontière qui traduit l'écartement maximal des caméras est mécanique. Pour la repousser, il s'agira d'utiliser un support plus long. Cette solution peut s'avérer coûteuse.

À défaut, il est possible de déplacer la frontière de netteté vers l'origine du graphique. Pour cela nous optimisons les paramètres présents dans son expression (Eq. 2.10). La procédure est effectuée par simple résolution d'équations. La démarche ainsi que les graphes de réglage optimisés sont détaillés dans l'annexe A.4 page 148.

L'étude montre que l'angle optimal peut être atteint en utilisant des objectifs de 50

mm au lieu de 80 mm. Sinon, l'angle optimal est accessible en refermant le diaphragme (F stop 5.6 au lieu de 2.8). L'éclairage étant déjà à puissance maximale, cette deuxième solution nécessite un stroboscope plus puissant. Ces deux premières solutions engendrent un changement d'équipement. Elles ont un coût non négligeable.

Raccourcir la pièce est une autre possibilité. Dans ce cas sa longueur ne devrait pas excéder 0.045 m. Si ses dimensions sont déjà figées (pièce de l'industrie), cette option n'est pas envisageable. En revanche si une flexibilité existe, la pièce sera dimensionnée en adéquation avec les capacités du matériel.

En dernière alternative la pièce peut être reculée, en veillant à ne pas franchir le dernier plan net. Ici,  $\Delta = 0.004 \text{ m}$  permet un réglage à  $28.98^\circ$ . Cette solution est intéressante car elle n'engendre aucun investissement.

La stratégie d'optimisation doit être choisie selon les flexibilités. Dans le cadre de ces travaux de thèse, il s'agit de mettre en place des essais avec un matériel de mesure et une machine donnés. La possibilité de dimensionner la pièce selon l'équipement de mesure et l'éclairage constitue un apport précieux. Elle sera utilisée par la suite lors du dimensionnement des pièces d'essais.

### 2.3.3. Évaluation expérimentale de la méthode

Un test spécifique a été conçu pour estimer notre méthode graphique. Sur le graphe, l'incertitude principale situe au niveau des courbes de netteté. Afin d'en estimer l'ampleur, nous avons essentiellement exploré l'impact du flou. L'expérience mise en place est détaillée ci-après.

#### 2.3.3.1. Mise en place du test de floutage

Afin d'estimer l'impact de zones floues sur la pièce, nous nous sommes basés sur les cartes de réglage. De prime abord, il semble séduisant de comparer une configuration  $\{A, B\}$  en zone floue, avec une configuration dans l'îlot de réglage. Cela dit, la mise au point change entre deux configurations ce qui ne permettrait pas de les comparer.

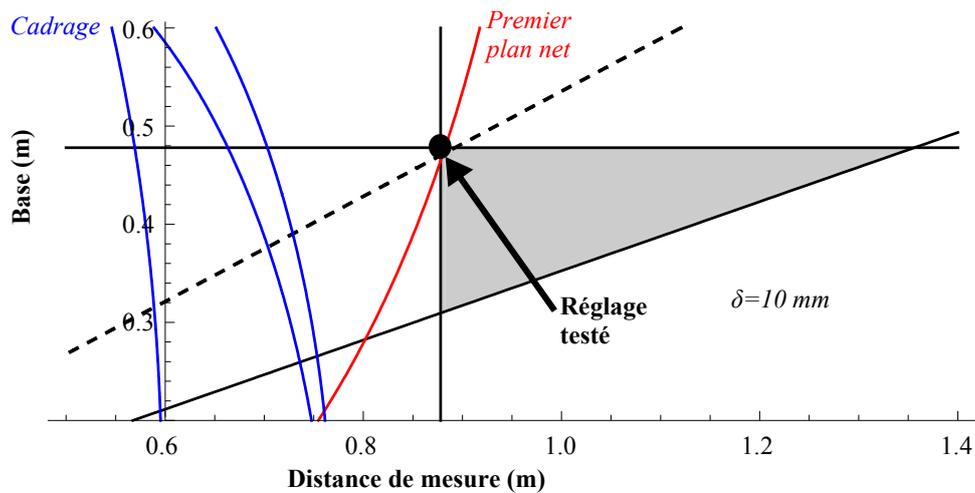
Nous avons donc écarté cette stratégie. Pour rester rigoureux, il convient de conserver les mêmes paramètres de réglage. Pour cela, nous décidons d'effectuer un réglage unique dans l'îlot et de rapprocher progressivement la pièce. Lorsque ses bords franchiront les zones floues, l'essai ne respectera plus la contrainte de netteté (figure 2.18).

Afin d'obtenir cette configuration critique, la disposition des capteurs a été adaptée. Les caméras sont écartées au maximum ( $B=0.478 \text{ m}$ ). Dans l'essai envisagé, la table de la machine peut être rapprochée. Nous choisissons une distance de mesure A de 0.875 m. Ces choix sont justifiés. Premièrement, s'approcher de la cible réduit la distance de mise au point, donc la profondeur de champ. Cela facilitera l'apparition et la détection du flou. Deuxièmement, ces distances permettent d'utiliser un angle de  $30.55^\circ$ . Ainsi, l'emploi d'un

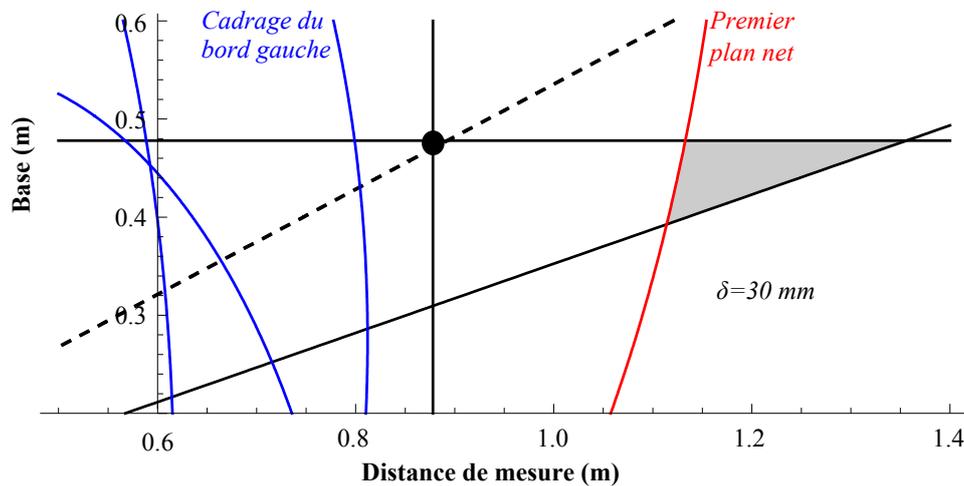
angle non optimal ne sera pas incriminé. Les objectifs utilisés sont de 50 mm et l'indice de diaphragme de 4.

Le déplacement maximal  $\delta$  est fixé à 30 mm. Naturellement, c'est irréaliste pour des vibrations d'usinage. Cette valeur a été choisie pour englober les incertitudes sur les distances de mise au point, qui sont de l'ordre de 20 mm (c.f section 2.2.3.1 page 53).

Une fois ces paramètres fixés, la pièce a été conçue en ré évaluant le graphique pour différentes dimensions. Il apparaît qu'avec un déplacement de 30 mm, une pièce de longueur 130 mm doit rester cadrée, tout en devenant floue.



(a) Apparition théorique du flou ( $\delta = 10 \text{ mm}$ )



(b) Franchissement du flou ( $\delta = 30 \text{ mm}$ )

FIGURE 2.18: Évolution du flou avec le rapprochement de la pièce

La figure 2.18 montre l'évolution de la carte de réglage en rapprochant la pièce. Théoriquement, les bords de la pièce commencent à devenir flous au bout de 10 mm de déplacement hors plan (figure 2.18a). Passé ce déplacement, le réglage transgresse de plus en plus la contrainte du premier plan net. La figure 2.18b montre le résultat à 30 mm

de rapprochement. Ces hypothèses ont été testées expérimentalement. Les résultats sont analysés dans la section suivante.

### 2.3.3.2. Analyse des résultats

Pendant le test, la pièce est déplacée à l'aide de la table du centre d'usinage. Elle est progressivement rapprochée de 0 à 25 mm, par incrément de 1 mm. Une paire d'images a été prise pour chaque position. Après calcul des champs de déplacements, une ligne de points est sélectionnée selon une coupe horizontale. Le graphe de la figure 2.19 montre les déplacements calculés au niveau de cette coupe.

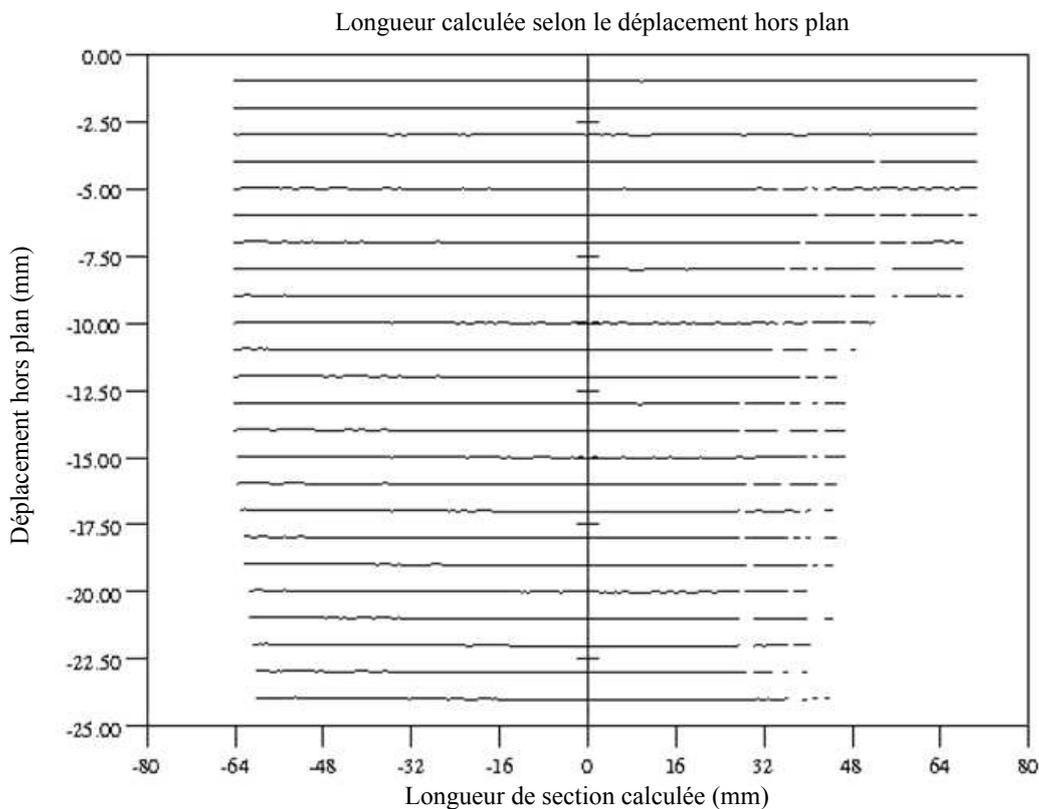


FIGURE 2.19: Résultats du test de floutage

Jusqu'à  $-6\text{ mm}$  de déplacement imposé, le déplacement est calculé pour toute la longueur de la pièce. Entre  $-7$  et  $-9\text{ mm}$  de déplacement, la longueur calculée décroît légèrement (bord droit de la pièce). À partir de  $-10\text{ mm}$ , une perte brutale d'information intervient. Une grande partie de la pièce n'est plus retrouvée par l'algorithme. Ceci est en bonne corrélation avec les prédictions graphiques (figure 2.18). Cela dit, cette perte d'information n'est pas observée au bord gauche. Étant donné la non-symétrie du résultat, il est difficile d'attester qu'il est causé par l'apparition du flou. Ici, plusieurs éléments pourraient être incriminés.

L'homogénéité du mouchetis pourrait être un facteur important. Dans la mesure où le mouchetage est manuel, il est difficile de garantir l'hypothèse selon laquelle le niveau

de gris est homogène sur toute la surface. Dans ce cas le calcul serait mis en défaut dans des régions où la fenêtre de corrélation et le pas ne sont plus adaptés. Pourtant, le calcul s'étend sur toute la pièce pour les 7 premiers millimètres de rapprochement. Pour vérifier si le problème est causé par le déplacement ou par une fenêtre et un pas de résolution inadaptés, ces deux paramètres ont été changés (le choix du point de départ du calcul n'a pas été testé, car il est plus empirique). Les calculs donnent des résultats identiques, ce qui laisse penser que la perte d'information n'est pas liée aux paramètres de corrélation.

Comme autre hypothèse, nous retenons les dissymétries du montage, de la mise au point et/ou de l'éclairage. Ces trois ajustements sont totalement manuels et visuels. Ici, il est quasiment impossible de respecter les hypothèses posées en section 2.2.2.1. De plus, il est probable que le modèle de profondeur de champ utilisé soit trop approximatif pour nos caméras numériques. Aussi, la répartition entre PdC avant (35 %) et arrière (65 %) peuvent être remises en cause. La difficulté vient du fait que tous ces facteurs peuvent intervenir simultanément. Par conséquent, il est difficile de les discriminer et d'expliquer le non-calcul des points du côté droit de la pièce.

Sur le côté gauche, une réduction de la longueur calculée intervient à partir de  $-14$  mm. Elle progresse selon une évolution linéaire. Après examen des images prises, il s'est avéré que le coin gauche sortait du champ de vue de la caméra de droite. Or le cadrage était garanti par les graphes. La comparaison des images droite/gauche a confirmé une dissymétrie dans l'orientation des caméras. Une fois de plus, nous soulignons le fossé entre les hypothèses théoriques et la mise en pratique.

L'impact du flou sur le calcul des points n'a pu être clairement identifié. Cette manipulation trop simpliste doit être enrichie par des tests complémentaires. Un test en rapprochement puis éloignement permettra de flouter la pièce avec le premier et le dernier plan net. Aussi, une étude de la précision obtenue à l'échelle du  $100^{\text{ème}}$  permettra d'y voir plus clair. Si l'impact du flou est avéré, il sera possible de recalibrer le modèle de la PdC et de tester l'apport du recul additionnel de la pièce ( $\Delta$ ).

Dans le cadre des travaux de thèse, ces résultats sont encourageants à deux titres. Premièrement, ils montrent l'impact de l'expérimentateur sur la mesure par stéréo corrélation d'images. Cet impact ne semble pas pénalisant en dessous de 10 mm d'amplitude. Avec un minimum de précautions, notre matériel permet de mesurer des déplacements de l'ordre des vibrations d'usinage. Ils pourront être garantis sur toute la pièce.

Deuxièmement, bien que le modèle graphique ne soit pas totalement validé, il n'a pas été mis en défaut. Il servira de base pertinente pour le dimensionnement de la pièce d'essai. C'est dans ce cadre précis que se situe l'intérêt de la méthode graphique.

Dans le cadre plus général, d'autres potentialités existent. La partie suivante synthétise les avantages et inconvénients de la méthode proposée.

### 2.3.4. Discussion de la méthode développée

Les avantages et inconvénients de la méthode sont listés dans le tableau 2.1. Il apparaît que les potentialités sont nombreuses comparées aux limitations. Certes il est nécessaire d'identifier le cercle de confusion. Cela dit, cette démarche doit être menée une seule fois pour le matériel. La luminosité ambiante disponible est moins évidente à quantifier. Pour être prise en compte dans l'ouverture du diaphragme, elle doit être évaluée in situ. Cette manipulation est inévitable.

La plus grande limitation vient de la difficulté à respecter les hypothèses du problème (voir section 2.2.2.1). Le facteur humain joue ici un rôle majeur pour assurer la symétrie du montage et de la mise au point.

Parmi les points forts de la méthode, nous soulignons le caractère prédictif sur la qualité des mesures, la possibilité de transposition à un cas nouveau et les gains de temps associés. Initialement, la méthode a été développée pour les pièces rectangulaires planes. Une pièce trapézoïdale peut être considérée par ses dimensions maximales. Aussi, le paramètre  $\delta$  permet de raisonner en terme de volume englobant. Une pièce de forme gauche pourrait être envisagée, si elle ne comporte pas de fortes concavités.

On note également la flexibilité de l'approche, qui permet d'accueillir d'autres contraintes. Pour mesurer des pièces de faibles dimensions (ex :  $10 * 10 \text{ mm}^2$ ), il est possible d'intégrer le rapprochement minimal des caméras. En plus des contraintes, la méthode peut accueillir des critères liés à la qualité des mesures (taille du pixel sur l'image ou résolution spatiale, angle incident avec les facettes évoqué par [Nan09] ...)

Limitations	Avantages potentiels
Identification du cercle de confusion	Simplification d'un problème compliqué
Mesure systématique de la luminosité	Tracé analytique rapide
Hypothèses éloignées de la pratique	Approche flexible
Ne prend pas en compte le facteur humain	Environnement-essai-équipement pris en compte
Limitée aux pièces rectangulaires planes	Estimation de la faisabilité avant les mesures
	Potentiel d'optimisation en amont
	Gains de temps de réglage et de coût
	Solution peu coûteuse
	Transposable à un autre contexte

TABLE 2.1: Limitations et potentiels de la méthode de réglage

Quant aux perspectives, il reste beaucoup à faire avant que la méthode soit aboutie. Cette approche du problème est naissante, et faute de temps, nous n'avons pu l'affiner davantage.

À court terme, des validations expérimentales plus poussées sont nécessaires (impact du flou sur le RMS à l'échelle du 1/100 ème). Également, l'intégration des incertitudes (dues au facteur humain) rapprochera de la pratique. Cela permettra d'affiner les cartes

de réglage. Enfin, l'identification des frontières pénalisantes pourrait être automatisée. En cas de marge d'action restreinte, elle permettrait une optimisation plus systématique.

À moyen terme, la méthode pourrait être étendue aux éprouvettes non planes. Dans ce cas, des difficultés nouvelles apparaîtront. Des zones convexes de la pièce pourront dissimuler des zones concaves. Des contraintes supplémentaires de visibilité seront à prévoir. De plus, pour garantir la visibilité tout le long de l'essai, le paramètre  $\delta$  devra être adapté aux cinématiques particulières : torsion, voilures d'avion en flexion, fraisage multi axes d'ailettes de turbine ...

## 2.4. Conclusion du chapitre

Le premier objectif des travaux consistait à mettre en place les mesures. Initialement, seuls le type d'opération d'usinage et l'équipement étaient connus. Les contraintes expérimentales sont nombreuses : objectif des mesures, divers équipements, environnement... La mise en place d'un cahier des charges a permis d'associer les différents moyens.

Les mesures ponctuelles sont déjà largement utilisées pour les vibrations d'usinage. Les précautions d'usage sont relativement bien connues. Elles ont permis d'optimiser la disposition nos capteurs. Pour cela, l'usinage radial a été pris en compte. Également, les règles d'échantillonnage ont été définies. Elles seront prises en compte lors des essais.

Quant aux mesures de champs, leur application est novatrice en usinage. Les premières mesures ont montré d'importants risques de bruit et d'imprécision. Le lien avec la synthèse bibliographique a permis de soulever les difficultés de réglage. Après analyse dans notre contexte, il ressort la quasi-impossibilité de trouver les réglages optimaux empiriquement. En effet, les paramètres à choisir par l'expérimentateur sont nombreux. Celui-ci est de plus confronté à de nombreuses contraintes.

Pour minimiser les risques, le problème de réglage a été analysé. Les contraintes ont été formalisées en empruntant des formules simplifiées d'optique. Une représentation graphique de la faisabilité en a découlé<sup>2</sup>. Cette représentation pratique a permis d'estimer l'optimalité de nos mesures. L'estimation expérimentale de la méthode a permis de confirmer l'impact du facteur humain.

Initialement, la méthode a été développée pour l'usinage. Bien qu'elle reste à valider expérimentalement, elle présente un potentiel intéressant de transposition à d'autres applications. Un exemple d'usinage illustre l'intérêt de la méthode en amont des mesures. Selon les flexibilités de l'environnement, des possibilités d'optimisation rapides sont présentées.

Pour les mesures envisagées, les graphes de réglage montrent les marges d'action. À ce stade du travail, il apparaît que la longueur et la hauteur de la pièce sont les points

---

2. Cette approche a été soumise à une revue internationale pour publication.

charnières entre le protocole de mesures et l'essai d'usinage. L'environnement et les équipements étant fixes, le seul élément flexible est donc le dimensionnement de l'éprouvette.

Cette étape constitue l'introduction du chapitre III, qui expose la procédure expérimentale, les essais d'usinage et le traitement des mesures.

## Chapitre 3

# ESSAIS ET PROCÉDURES DE TRAITEMENT

Ce chapitre détaille les essais et le traitement des mesures. L'objectif est de mesurer le comportement de la pièce lors d'usinages volontairement instables, afin de mettre en exergue les modes de vibration de la pièce pendant l'usinage. Au préalable, des mesures vibratoires « hors usinage » ont servi à tester les capacités de la mesure dans ce contexte, en termes de précisions et de fiabilité.

### 3.1. Évaluation du protocole expérimental

Les mesures ont été effectuées sous une excitation fixe (pot vibrant) puis mobile (galet excentré). L'idée était de tester le protocole en s'approchant progressivement du fraisage radial. Ces premiers tests effectués sans outil coupant s'affranchissent d'une variation des propriétés dynamiques de la pièce dues à la perte de matière. De plus l'essai étant non destructif, différents tests peuvent être effectués avec la même instrumentation (mouchetis, disposition des accéléromètres) et le même serrage.

#### 3.1.1. Instrumentation de la pièce de test

La pièce a été découpée dans une tôle d'aluminium 2017 A T4. Elle est rectangulaire de dimensions  $110 * 50 * 2\text{ mm}$ . Une étude reprenant les résultats du chapitre 2 montre que ces dimensions sont compatibles avec la mesure de champs (annexe [A. 5 page 151](#)). Après son instrumentation (4 accéléromètres), la pièce passe de 30.7 à 52.7 grammes soit une augmentation de 40 %. Ici apparaît clairement la problématique des mesures par contact, puisque ce taux relativement élevé modifie les caractéristiques dynamiques de la pièce. La table [3.1](#) montre les fréquences et les taux d'amortissement propres après différentes étapes de l'instrumentation. Ces valeurs ont été obtenues par sonnage à l'aide d'un marteau d'impact et du vélocimètre Laser.

	Mode 1		Mode 2		Mode 3		Mode 4	
	$f_1$ (Hz)	$\xi_1$ (%)	$f_2$ (Hz)	$\xi_2$ (%)	$f_3$ (Hz)	$\xi_3$ (%)	$f_4$ (Hz)	$\xi_4$ (%)
Pièce seule	679	0.164	973	0.115	1776	0.056	3234	0.035
Collage clips	591	0.415	874	0.283	1679	0.188	3062	0.153
Montage accél.	472	0.516	642	0.420	1172	0.445	1812	0.876
Câblage	440	2.880	590	2.000	1034	4.960	1476	7.580
Pot vibrant	402	4.370	638	3.360	1263	8.210	ND	ND

ND = Mode non détecté

TABLE 3.1: Modes propres de la pièce à différents stades d'instrumentation

Nous pouvons voir que l'ajout des clips ( $4 * 0.2$  grammes seulement) diminue les trois premières fréquences propres d'environ 100 Hz. Le câblage quant à lui va décupler les taux d'amortissement du troisième et quatrième mode. Après cette instrumentation pour la mesure, un pot vibrant est fixé à l'ensemble en vue des tests vibratoires. Comme lors du câblage, la première fréquence diminue. En revanche,  $f_2$  et  $f_3$  augmentent. Ceci s'explique par la forte inertie du pot vibrant dans le sens du premier mode de la pièce.

Ces résultats montrent que l'apport de quelques dixièmes de gramme affecte notablement les propriétés modales. Aussi avec l'ajout d'un contact extérieur même flexible (câbles), la pièce devient fortement amortie. Incontestablement, ces changements ne pouvaient être négligés durant les essais.

### 3.1.2. Mesures vibratoires sans outil coupant

#### 3.1.2.1. Excitation ponctuelle fixe

Afin d'exciter ponctuellement la pièce, la tige du pot vibrant est amarrée au niveau du coin supérieur gauche. La sollicitation est uniquement vibratoire. La fréquence (constante) de la force appliquée par le pot vibrant est maîtrisée. En revanche, l'amplitude n'a pu être déterminée avec précision puisqu'elle est variable en fonction de la fréquence choisie. Les mesures sont effectuées en régime établi, en réglant le pot vibrant au pics de résonance de la pièce.

Pour ces premières mesures, le vélocimètre n'a pas été utilisé. Seuls les accéléromètres et la mesure de champ ont été mis en œuvre. L'excitation du premier mode (402 Hz) donne les résultats illustrés en figure 3.1. Un champ instantané est représenté, ainsi que les déplacements des quatre accéléromètres durant quelques périodes de vibration. S'il a été permis d'extraire ces déplacements en intégrant les accélérations, c'est sous l'hypothèse d'une sollicitation uniquement vibratoire et stationnaire (pas de transitoire).

L'examen des temporels à un même instant (0.51 sec par exemple) montre que les quatre points (A, B, C et D) vibrent en phase. Ce constat est en accord avec le premier mode de flexion dominant. En revanche, une perte d'amplitude d'environ 0.01 mm inter-

vient en s'éloignant du point d'excitation (du capteur A vers D). Ceci s'explique par le fait qu'en présence de la tige excitatrice à gauche, la pièce n'est plus symétrique.

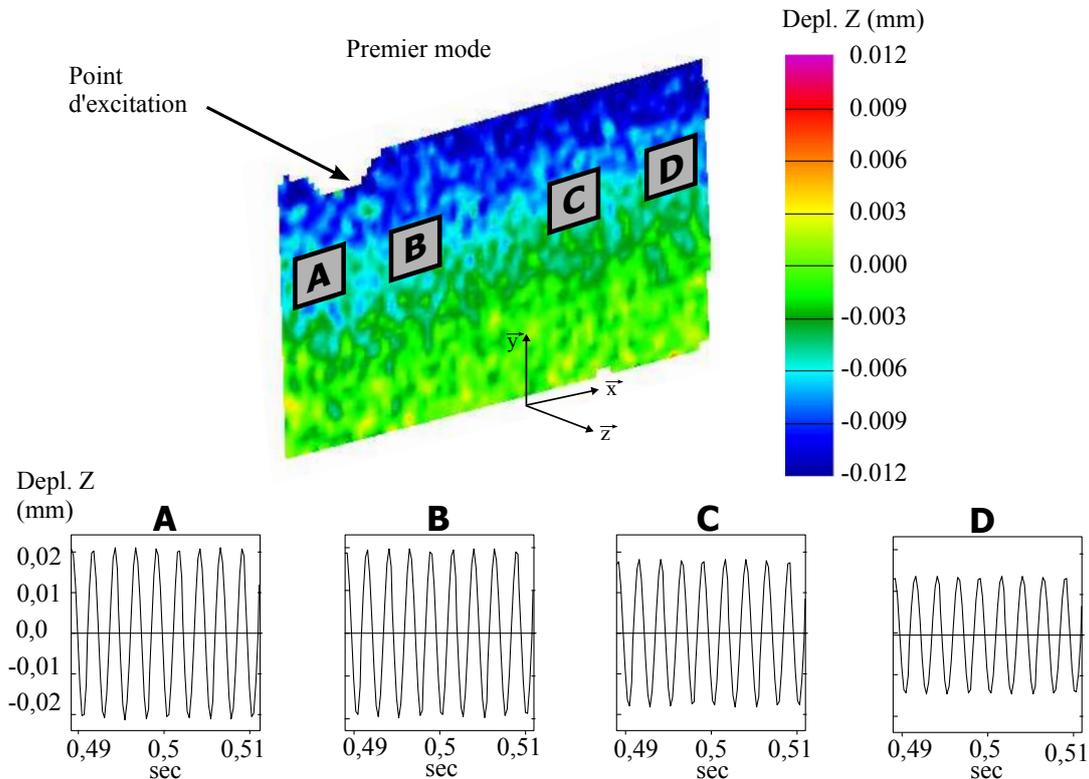


FIGURE 3.1: Résultats du premier mode propre

D'autre part, la déformée instantanée (figure 3.1) nous confirme ce premier mode dominant. En revanche ici, la chute d'amplitude relevée par les différents accéléromètres est moins perceptible. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à l'instant de la prise d'image, le déplacement des points A, B, C et D sur le champ (environ  $-0.006$  mm), est assez proche du bruit de mesure. Au passage, nous pouvons constater que cette valeur de  $-0.006$  mm issue du champ instantané n'excède pas les maximas des courbes livrées par les accéléromètres ( $0.03$  à  $0.04$  mm), le contraire aurait signifié un incohérence entre les deux capteurs. Le déplacement imposé ne nous étant pas exactement connu, un troisième capteur aurait été nécessaire pour les départager (Vélocimètre Laser ou capteur de déplacement par exemple). Toutefois, l'examen des autres champs n'a pas relevé d'incohérences de ce type.

La figure 3.2 montre les mesures du deuxième mode propre excité à  $638$  Hz. Si l'on considère l'instant  $t=0.5$  sec, les trois points A, B et C possèdent un déplacement négatif, ce qui montre qu'ils vibrent en phase. À ce même instant, le point D subit un déplacement positif. Ce changement de signe confirme la présence d'un noeud de vibration, propre au deuxième mode. Pour une paroi encastree libre, la déformée du deuxième mode comporte un noeud au milieu de la pièce. Mais ici, l'amplitude au niveau du point C ( $0.010$  mm) confirme le décalage de ce noeud sous le contact de la tige excitatrice.

Sur le champ de la figure 3.2, bien que l'instant de l'image ne soit pas exactement connu sur les courbes temporelles, le champ instantané retrouve assez fidèlement cette déformée de deuxième mode. On y voit bien un déplacement négatif au point A et positif en D.

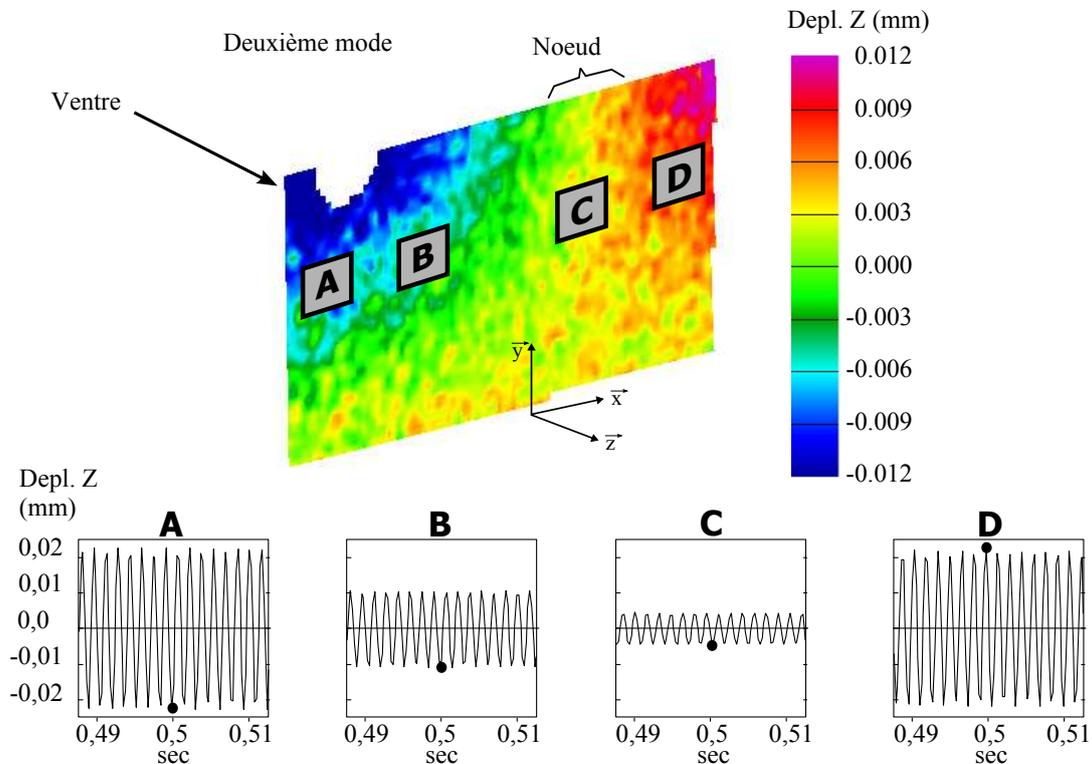


FIGURE 3.2: Résultats du deuxième mode propre

La déformée montre également le décalage du nœud aux alentours du point C. De plus, les déplacements des quatre points issus de la mesure de champ n'excèdent pas les maxima des amplitudes livrées par les accéléromètres.

Cela étant, malgré des paramètres de corrélation identiques pour les deux champs présentés, le champ du deuxième mode présente un bruit légèrement supérieur au premier. Ceci pourrait provenir d'un flou de mouvement du fait d'une fréquence de vibration supérieure, ou d'une dérive thermique du capteur de mesure.

Ces premiers résultats montrent une corrélation satisfaisante entre les deux types de mesure. Ici, la mesure de champs offre une résolution de mesure remarquable vis-à-vis de notre problématique. Ainsi, des phénomènes vibratoires éventuellement méconnus pourront être détectés et identifiés, à condition que leurs amplitudes excèdent le niveau de bruit. Cependant, notons que les performances atteintes en terme de bruit n'ont pas été validées à des fréquences plus élevées.

Bien que les deux moyens de mesure aient détecté le nœud décalé par la présence de la tige du pot vibrant, nous soulignons l'avantage de la mesure de champ dans ce contexte. La déformée 3D livre l'amplitude en chaque point de la plaque, et permet de localiser le

noeud sans traitement de mesure particulier. En revanche, l'accès aux amplitudes via les accéléromètres a nécessité le filtrage des basses fréquences et une double intégration (qui détériorent la qualité des informations). Avec ce traitement supplémentaire, les courbes temporelles permettent juste de détecter l'existence du noeud (entre les accéléromètres C et D) sans le localiser précisément. Rappelons qu'ici il n'y avait pas de composante d'effort statique, mais un déplacement statique n'aurait pu être détecté par les accéléromètres.

Ce test par pot vibrant a comparé les aspects ponctuel et spatial de nos mesures. Il ressort que les accéléromètres apportent une continuité temporelle de l'information, inaccessible par les caméras. En revanche, un seul champ apporte une continuité spatiale d'information impossible à relever avec quelques accéléromètres. De plus, l'essai a permis de souligner la nécessité d'intégrer les signaux temporels, qui au passage efface la partie statique du signal. Cette manipulation reste fiable dans des conditions de sollicitation maîtrisées, et sans composante statique. Dans le cadre des vibrations d'usinage, ces conditions simples sont loin d'être respectées. Afin de voir les limites des capteurs dans ce contexte, nous avons mené des tests non destructifs plus proches de l'application d'usinage. Un exemple est exposé dans la partie suivante.

### 3.1.2.2. Excitation ponctuelle mobile

En fraisage radial, la pièce est excitée à la fréquence du coup de dent. Elle est parcourue d'une extrémité à l'autre par l'outil qui rencontre alors les noeuds et ventres des modes. De plus, ces modes se superposent à une déflexion quasi-statique induite par l'effort moyen de fraisage.

Afin d'assurer une excitation mobile proche de ce cas, un galet excentré de 0.3 mm est monté à la place de l'outil (figure 3.3).

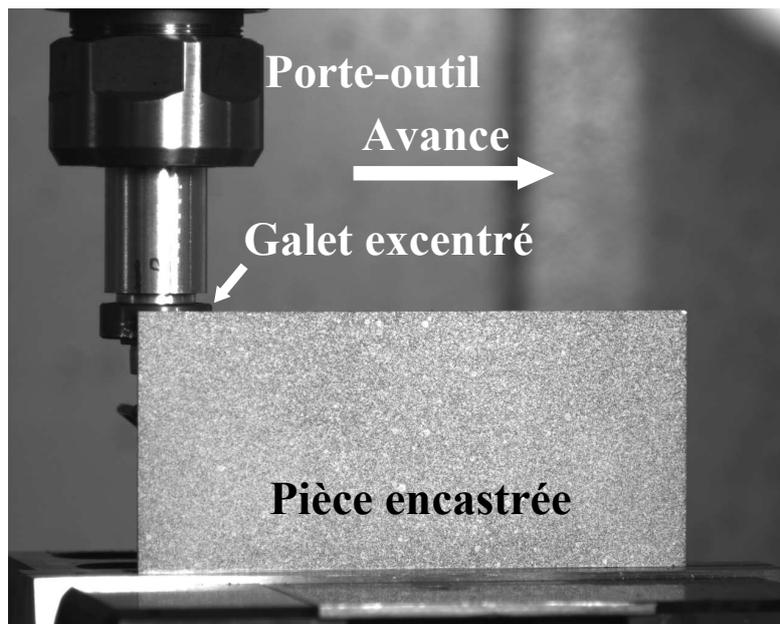


FIGURE 3.3: Excitation par galet excentré

Concrètement il est composé d'un roulement à billes, ce qui permet de préserver l'intégrité de la pièce en limitant les phénomènes de friction (échauffement, plastification...).

Pour le test, le galet excentré est mis en contact avec la pièce et après la mise en rotation de la broche, le mouvement de l'avance est appliqué. Bien que sur certains aspects ce test soit comparable à l'excitation de l'usinage, il ne comporte pas de coupe. Le contact est un appui linéique selon l'axe de la broche et la pièce ne peut qu'être repoussée. Également, le contact autorise le décollement de la pièce donc les chocs, qui sont des phénomènes typiques de vibrations d'usinage sévères.

La figure 3.4 montre un essai sous excitation mobile. Le galet tourne à 24000 tours / min soit une fréquence d'excitation voisine de 400 Hz (car le galet n'est pas parfaitement en roulement sans glissement), assez proche du premier mode propre. Avec une vitesse d'avance de 3 m / min, l'essai ne dure que 2.2 sec et permet de prendre 12 images.

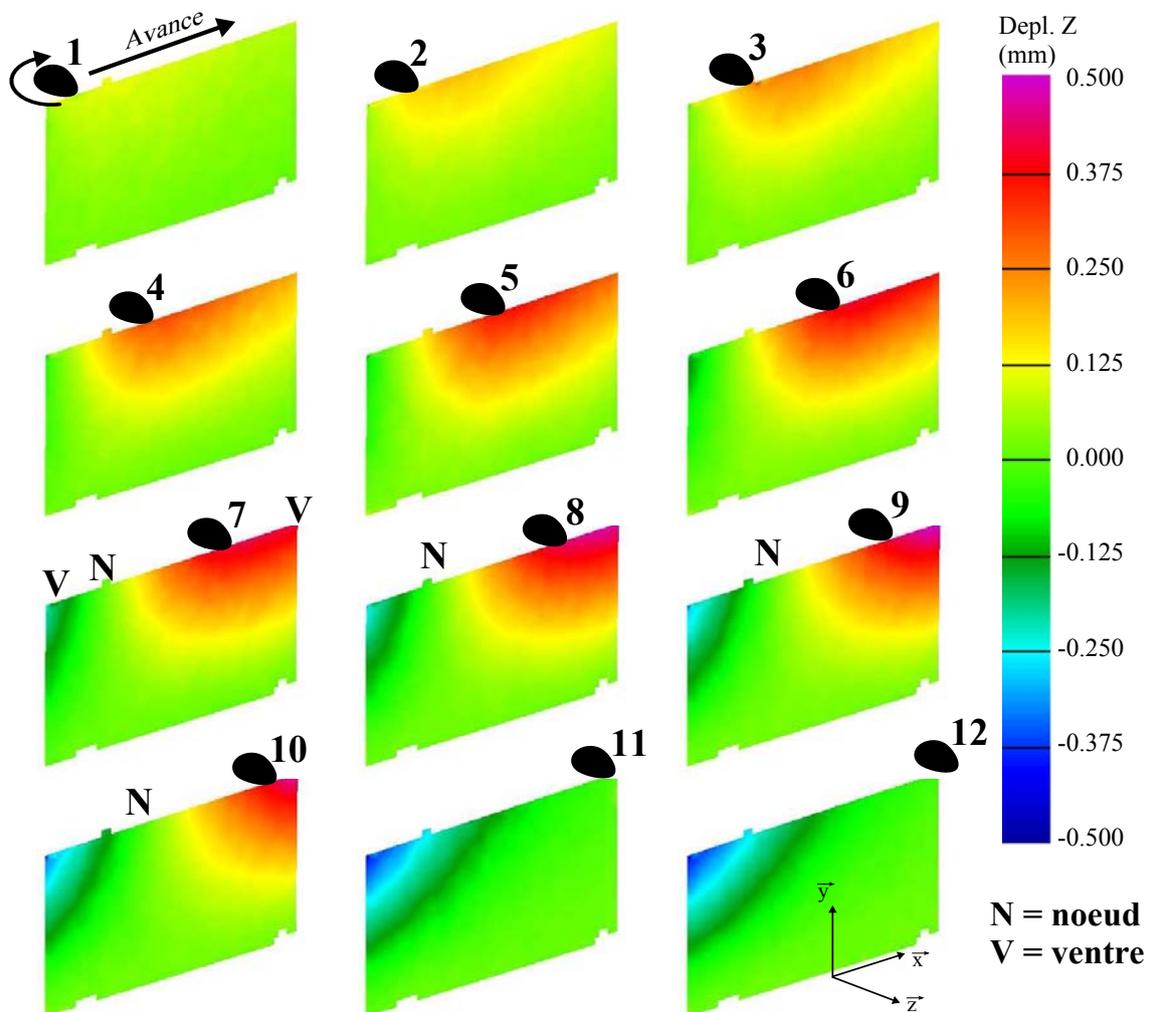


FIGURE 3.4: Excitation mobile aux alentours du premier mode

Durant le test, un bruit de chocs a été observé. Du fait de la proximité des accéléromètres et du galet, la sévérité des chocs a rapidement mené à leur saturation, allant

jusqu'au décollage de certains capteurs. Les informations livrées par les accéléromètres se sont donc avérées inexploitable.

Alors que la limite de la mesure par contact est atteinte, la mesure de champs ne connaît ici aucune limitation. Des déplacements allant jusqu'à 0.5 mm sont relevés.

Sur l'ensemble des champs, le déplacement toujours positif de la zone excitée confirme bien la sollicitation de « repoussement » orchestrée par le galet excentré. Également, ce déplacement excédant l'excentration du galet témoigne du décollement de la pièce (images 8, 9, et 10). Par ailleurs, soulignons que sur les images 7 à 9, la pièce apparaît dans la même phase du mouvement. Mais ici, il serait infondé de conclure à un phénomène particulier. Il s'agit plus d'une immobilité apparente, puisque la fréquence d'image ne respecte pas du tout le théorème de SHANNON (c.f. § 2.1.4).

Alors que le test au pot vibrant comparait l'aspect temporel-continu / spatial-instantané de la mesure, ce deuxième essai illustre les limitations liées au choix des accéléromètres. Ces essais préliminaires ont permis de lancer les campagnes de mesures en usinage, exposées dans la partie suivante.

## 3.2. Essais d'usinage et mesures du comportement vibratoire de la pièce

La pièce utilisée pour valider le protocole a été usinée en abaissant les accéléromètres et en pointant le vélocimètre Laser sur la face mouchetée. Les analyses présentées en partie dans l'article [Weh08] avaient abouti à plusieurs conclusions. Ces constats présentés dans la section suivante ont servi de point de départ à des essais optimisés.

### 3.2.1. Introduction des essais

Les premiers usinages avaient montré qu'en présence de chocs, les accéléromètres utilisés n'étaient pas adaptés car même éloignés de l'outil, ils restaient sujets à la saturation. En revanche, le vélocimètre laser sans contact a permis d'extraire les composantes vibratoires et fréquentielles du déplacement. L'étude des pics fréquentiels avait conclu à l'usinage par une dent sur deux, vraisemblablement dû à la présence d'un flip lobe.

Parallèlement, la mesure de champ avait révélé un nœud décalé. En raison de la faible fréquence d'acquisition des caméras, il avait été impossible de suivre l'évolution du nœud, et d'attribuer son décalage à un mode seul mais modifié par le contact outil-pièce, à la simple superposition de deux modes propres, ou encore au premier mode propre superposé à la flexion statique de la pièce.

En effet, avec un temps d'usinage de l'ordre de la seconde, cinq champs de déplacements pour tout l'usinage ne suffisent pas à étudier le mode réel en présence pendant une période

de vibration. Pour multiplier le nombre d'images, il a été nécessaire de répéter l'essai. La difficulté de la répétabilité du comportement de la pièce avait été soulignée, en lien avec la préparation des éprouvettes et leur serrage. À l'issue de ces premiers travaux, l'essai a été optimisé notamment par l'absence de mesures accélérométriques, et en redimensionnant la pièce pour allonger le temps d'usinage.

### 3.2.2. Lobes de stabilité de la pièce

En vue de définir une grille d'essais, nous nous sommes basés sur les résultats de [Alt95], issus de la théorie des lobes de stabilité. Les paragraphes suivants décrivent les paramètres nécessaires au tracé des lobes, ainsi que la carte de stabilité qui en résulte.

#### Conditions d'usinage

La pièce a été découpée dans une tôle d'aluminium 2017 A T4. Elle est rectangulaire de dimensions  $140 * 40 * 2 \text{ mm}$ . Celle - ci a été allongée afin d'augmenter le temps copeau et ainsi augmenter le nombre d'images. L'outil est une fraise cylindrique de diamètre 20 mm à goujures hélicoïdales avec un angle d'hélice de  $45^\circ$ . Elle possède 10 dents revêtues de nitrure de titane avec un angle de coupe de  $8^\circ$ . Une fois montée dans le porte-outil, la fraise comporte un faux rond maximal d'environ 0.01 mm.

L'usinage est effectué en avalant. Les engagements sont choisis de sorte à placer l'usinage en configuration de finition, à savoir une avance à la dent  $f$  de 0.05 mm/dent/tour et une profondeur radiale  $A_e$  de 0.2 mm. Pour ce couple outil-matière, les coefficients spécifiques de coupe ne sont pas connus avec exactitude. Pour le tracé des lobes, un coefficient de coupe tangentiel  $k_t = 400 \text{ N.mm}^{-2}$  et radial  $k_r = 0.15 * k_t$  sont utilisés, en cohérence avec la littérature et nos mesures d'effort. L'incertitude sur ces deux paramètres sera discutée suite au tracé des lobes.

#### Analyse modale de la pièce

Les caractéristiques dynamiques de la pièce sont données dans la table 3.2 pour les cinq premiers modes propres. Un sonnage par marteau d'impact a permis de mesurer les fréquences propres et les taux d'amortissement. Ici, il s'agit des modes d'une paroi encastrée libre, dans la mesure où l'impact est donné à la pièce en l'absence du contact de l'outil. Les raideurs modales ont été calculées à partir des masses modales, déterminées à l'aide d'un modèle par Éléments Finis de type coque. Il est construit avec des éléments de longueur 0.5 mm, préalablement déterminés par une étude de convergence du maillage. Un recalage sur les cinq premières fréquences propres mesurées a permis d'affiner les dimensions du modèle avec moins de 3 % d'erreur. Au final, le modèle compte 69605 noeuds et 22960 éléments.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
$f$ (Hz)	992	1195	1750	2656	3996
$\xi$ (%)	0.418	0.209	0.134	0.151	0.125
$k$ ( $N.m^{-1}$ )	$310.10^{-3}$	$209.10^{-3}$	$363.10^{-3}$	$794.10^{-3}$	$2061.10^{-3}$

TABLE 3.2: Caractéristiques modales de la pièce

Lobes de stabilité

La carte de stabilité de la pièce (figure 3.5) a été tracée à l'aide des données d'entrée listées précédemment. Elle comprend les lobes correspondant aux cinq premiers modes propres. Rappelons que du fait des approximations des paramètres d'entrées, les courbes comportent des enveloppes d'incertitudes, comme illustrées par [The06]. Dans le cadre de notre campagne d'essais, il était essentiel de connaître l'évolution des courbes selon les différents paramètres.

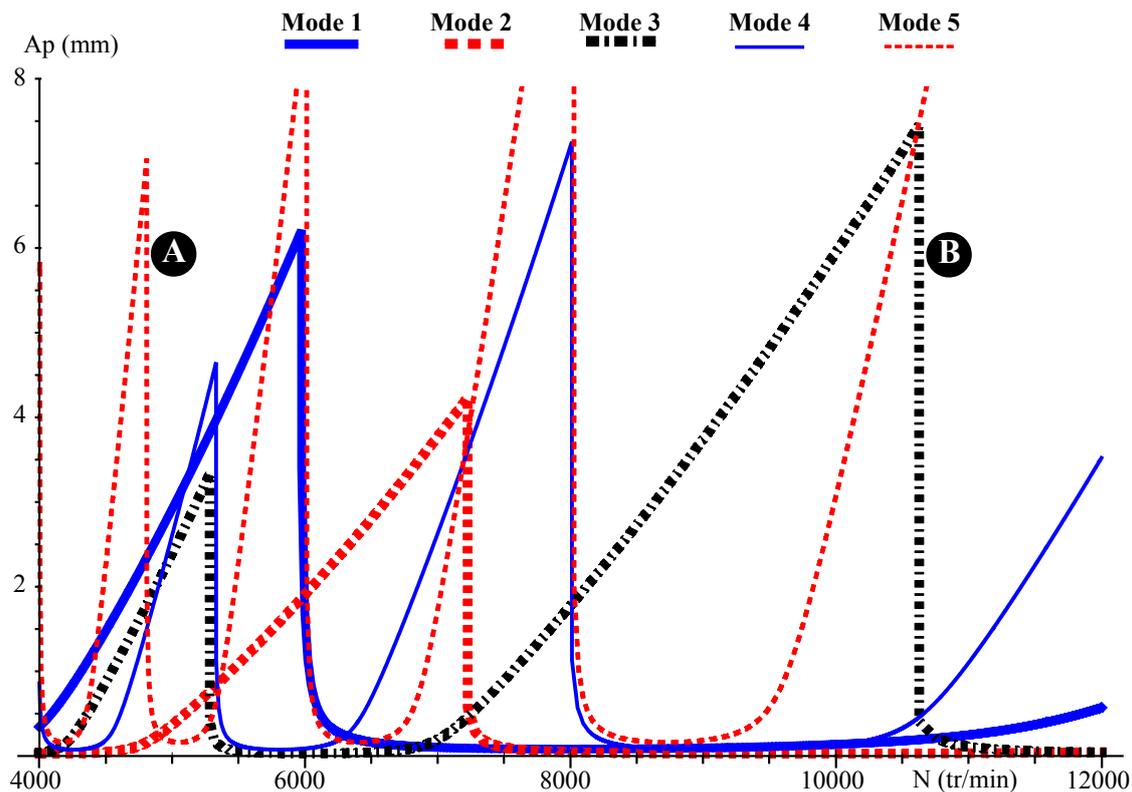


FIGURE 3.5: Lobes de stabilité de la pièce d'après [Alt95]

Les coefficients spécifiques de coupe influent essentiellement sur l'altitude de la zone de transition stabilité-instabilité. Des essais en rampe auraient permis de les recaler et de localiser précisément la frontière d'instabilité. Mais dans le cadre spécifique de nos essais, la maîtrise de ces deux paramètres n'est pas capitale puisque l'objectif est d'effectuer des usinages instables, auxquels nous sommes parvenus sans difficulté.

En revanche, afin de savoir quels modes sont susceptibles de vibrer, l'imprécision est moins acceptable sur la répartition horizontale des courbes. La distribution des lobes sur l'axe des abscisses ainsi que leur concavité sont régies par les fréquences et les taux d'amortissement modaux. Ces paramètres étant déterminés par sonnage, l'imprécision se limite donc majoritairement aux erreurs de mesure des propriétés modales. Celles-ci sont abordées en lien avec la préparation des éprouvettes dans la partie suivante, ainsi que les essais effectués en s'appuyant sur les lobes de stabilité.

### 3.2.3. Essais d'usinage

#### 3.2.3.1. Campagne préliminaire de sélection

##### *Préparation des éprouvettes*

En vue d'effectuer des essais de répétabilité, une attention particulière a été portée à la préparation des éprouvettes. Des vérifications avaient montré qu'en préparant les pièces par simple découpe, les écarts sur les dimensions étaient trop importants pour être négligés. Quelques centièmes de dispersion au sein du même lot donnaient jusqu'à 7 % d'écart sur les fréquences propres, et 57 % sur les taux d'amortissements (rappelons que les amortissements modaux sont également sensibles aux conditions d'encastrement ou la force de l'impact lors du sonnage).

Pour minimiser les divergences dues à la préparation, cinquante pièces prédécoupées ont été empilées, et leurs quatre bords repris en surfaçant le lot entier. Ainsi, un intervalle de tolérance de 0.01 mm a pu être respecté.

##### *Essais de sélection*

Quinze pièces (non exposées ici) ont été usinées en se basant sur les lobes de stabilité. L'objectif de cette campagne était d'appliquer des conditions de coupe menant au broutement pour pouvoir visualiser leurs modes réels.

La profondeur axiale de passe a été choisie en se basant sur la géométrie de l'outil, de sorte à limiter la discontinuité de la coupe. Une profondeur axiale de passe de 6 mm a été appliquée. Avec un pas axial de l'outil de 6.28 mm, le contact est assuré pendant 95.5 % de la période de dent. L'engagement radial de 0.2 mm permet d'avoir une seule arête coupante en prise<sup>1</sup>. Ceci s'approche d'une coupe quasi continue, sachant toutefois que ces conditions d'engagement ne sont plus exactes en cas de fortes amplitudes de vibrations, qui induisent la variation des angles d'entrée et de sortie de la matière.

---

1. L'angle d'engagement est de 11.47 ° pour un pas angulaire de 36 °

Les vitesses de rotation ont été variées de sorte à solliciter différentes combinaisons de modes. Par exemple, sur la carte de stabilité de la figure 3.5, l'essai A se situe aux frontières des lobes des modes 1, 3 et 4 aux imprécisions près, et plus nettement dans les lobes des modes 2 et 5. L'essai B est censé solliciter les modes 1, 2, 3 et 4.

La sélection des essais pour leur répétition est expliquée dans le paragraphe suivant.

### Sélection visuelle

Durant tous les essais effectués, le comportement de la pièce a été instable générant des états de surface plus ou moins marqués. Comme illustrés par la figure 3.6, certains d'entre eux traduisent un régime constamment évolutif (pièces 1 et 2), ou établi localement comme pour la pièce 3. Pour cette dernière pièce, l'état de surface est localement dégradé avec de fortes stries, ou tout simplement stable comme au milieu de la pièce.

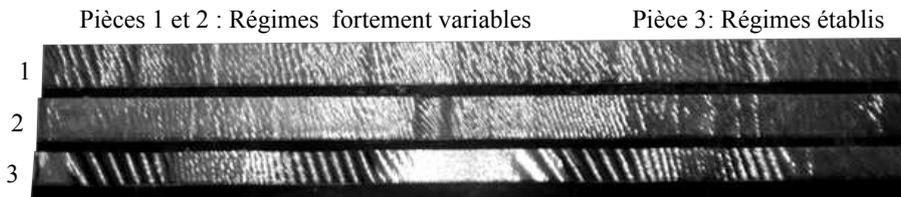


FIGURE 3.6: Exemples d'états de surfaces obtenus

Selon les vitesses de rotation testées, les temps de cycle n'excèdent pas 3 secondes et donnent de 6 à 15 images par usinage. Ce nombre d'échantillons ne permet pas d'étudier finement l'évolution des déformées vibratoires. Par conséquent, pour multiplier le nombre d'images il a été nécessaire de répéter certains essais. Mais pouvoir intercaler les images suppose des régimes vibratoires établis et identiques d'un essai à l'autre.

La sélection des essais à répéter s'est donc orientée vers les pièces de type 3, où des régimes clairement établis donnent des zones bien distinctes et étendues sur plusieurs centimètres. Pour la suite, deux pièces usinées aux conditions A ( $N = 5000 \text{ tours/min}$  et  $A_p = 6 \text{ mm}$ ) et B ( $N = 11900 \text{ tours/min}$  et  $A_p = 6 \text{ mm}$ ) sur les lobes ont été sélectionnées et répétées.

#### **3.2.3.2. Essais de redondance**

La répétition des essais a pour objectif de multiplier les informations mesurées. En plus de cela, le vélocimètre Laser est déplacé sur une zone distincte d'un essai à l'autre. En d'autres termes, en répétant l'essai autant de fois que de zones en présence, il est possible de relever le comportement temporel d'une zone pendant son usinage, mais aussi pendant l'usinage des autres régions.

### Mode opératoire

En vue de reproduire le comportement d'un essai à l'autre, il est essentiel de solliciter la pièce identiquement. Avec le centre d'usinage, la vitesse de rotation et la profondeur axiale de passe sont supposées reproductibles à l'identique. En revanche, la profondeur radiale de passe varie selon les défauts de planéité des pièces. Afin de garantir un engagement radial constant, les défauts de planéité de chaque pièce ont été mesurés par palpage, et la trajectoire relative outil-pièce corrigée avant chaque usinage. Nous avons supposé légitime de simplifier la correction en considérant les défauts selon une droite dans la direction de l'avance, ce qui ramène à des défauts de rectitude de la pièce et de parallélisme de l'étau. L'examen d'un lot de 20 pièces a révélé des défauts de rectitude inférieurs à 0.01 mm et un défaut d'orientation de l'étau de 0.098 mm pour 140 mm de longueur. La correction a pris en compte ces deux défauts.

### Validation des états de surface

Sachant qu'il est impossible de reproduire identiquement le même essai à l'échelle du coup de dent, nous prenons pour hypothèse que deux états de surface proches ou fortement semblables sont le résultat d'un même comportement vibratoire. La figure 3.7 montre les états de surface de neuf pièces usinées aux mêmes conditions de coupe.

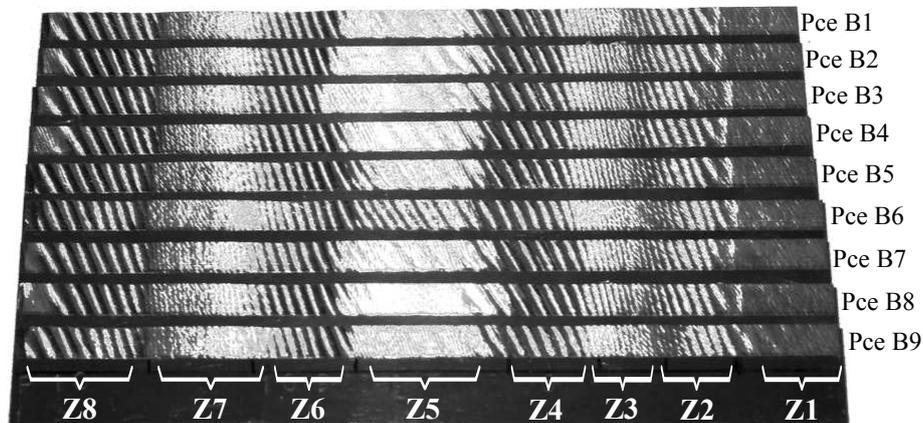


FIGURE 3.7: États de surfaces obtenus par essais de redondance

Il apparaît que les états de surface comportent de fortes similitudes. Globalement, les transitions de zones interviennent à la même position sur la pièce, ce qui traduit une bonne reproductibilité de l'essai. Toutefois, la dispersion est plus importante sur l'étendue des zones centrales et malgré une sollicitation et des fréquences propres très proches. Ici, les taux d'amortissements (plus sensibles à la répétition du serrage) pourraient être incriminés dans la durée du régime vibratoire en place à cet instant. Également, la zone centrale de

la pièce B6 montre des ondulations plus marquées, synonymes d'une dispersion dans le comportement.

Ces résultats valident la procédure de redondance de manière visuelle. L'analyse fréquentielle des différents relevés (exposée en chapitre 4) a confirmé la répétabilité des fréquences de broutement avec moins de 10 % d'écart. Ceci étaye les observations visuelles qui permettent donc d'assimiler les essais répétés à un seul et même usinage.

La partie suivante détaille les procédures de traitement des différentes mesures effectuées durant l'usinage.

### 3.3. Procédures de traitement des informations

#### 3.3.1. Traitement des informations spatiales instantanées

Les champs de déplacement mesurés montrent la composante vibratoire du mouvement, superposée à la déflexion statique induite par l'effort moyen de fraisage. Afin d'analyser les modes vibratoires réels, une procédure a été bâtie afin de dissocier les deux composantes. Les modes vibratoires étant inconnus, cela implique de connaître la déflexion statique nominale appliquée. Dans ce but, nous avons d'abord estimé l'effort moyen de fraisage.

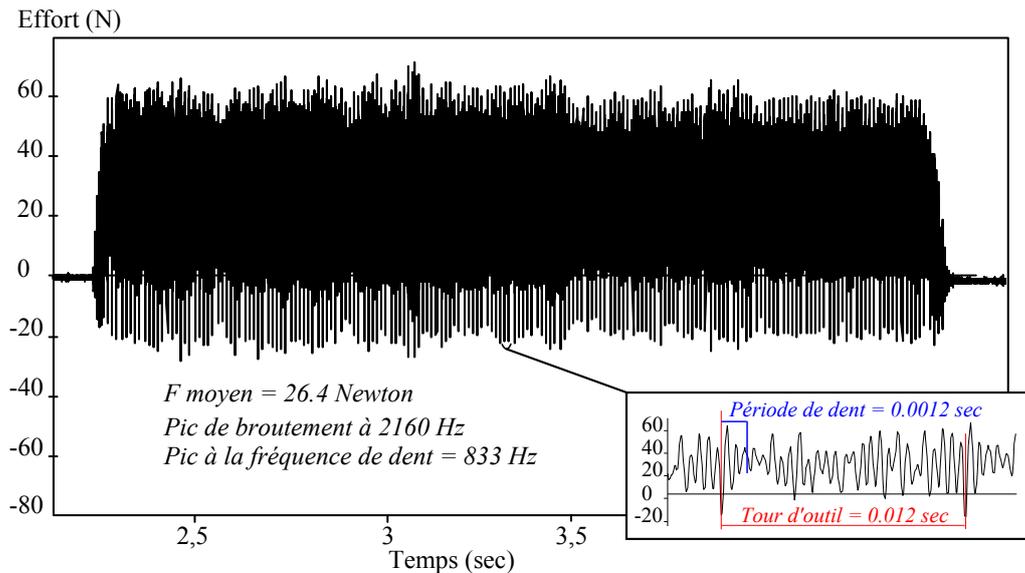
##### 3.3.1.1. Estimation de l'effort moyen de fraisage

L'effort radial de fraisage a été mesuré en reprenant les conditions d'usinage des deux essais (A et B). Les efforts mesurés sont illustrés dans les figures 3.8a et 3.8b.

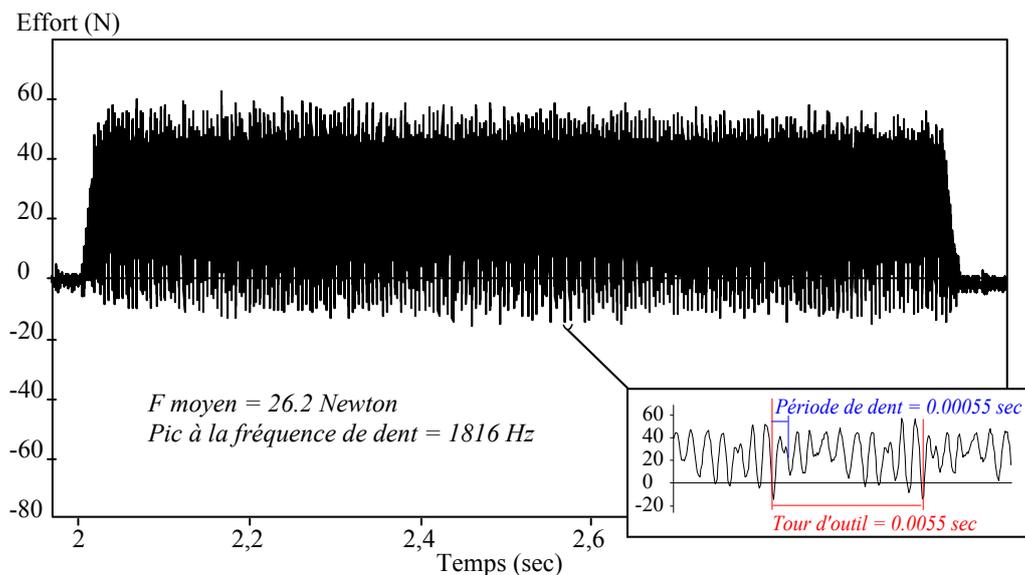
Durant le premier usinage, le signal temporel montre une valeur négative d'effort à chaque tour de broche. Ceci s'explique par un « retour » de l'ensemble {pièce - platine} sous l'effet de l'inertie, permis par l'excentration de l'outil. Par ailleurs, l'étude du relevé dans le domaine fréquentiel a révélé la fréquence de dent (833 Hertz), ainsi qu'un pic de vibration à 2160 Hertz.

Ce second pic confirme le broutement du mode propre de la platine (2300 Hz), avec plus de deux vibrations au sein d'une période de dent. Nous avons moyenné la mesure brute, puis après avoir filtré le pic parasite. Dans les deux cas, l'effort radial moyen est d'environ 26.4 Newtons.

Le deuxième essai s'est avéré moins instable, avec la présence d'un pic unique à la fréquence de dent. Là également, l'excentration de l'outil est retrouvée, mais dans une moindre mesure en l'absence de vibrations. Ici, la valeur moyenne de l'effort radial est de 26.2 Newtons. Ces efforts nominaux ont permis d'établir la déformation statique de la paroi, nécessaire au traitement des images.



(a) Mesure d'effort ( $A_e = 0.2 \text{ mm}$ ,  $A_p = 6 \text{ mm}$ ,  $f = 0.05 \text{ mm/dent/tour}$ ,  $N = 5000 \text{ tours/min}$ )



(b) Mesure d'effort ( $A_e = 0.2 \text{ mm}$ ,  $A_p = 6 \text{ mm}$ ,  $f = 0.05 \text{ mm/dent/tour}$ ,  $N = 10900 \text{ tours/min}$ )

FIGURE 3.8: Mesures de l'effort radial de fraisage

### 3.3.1.2. Méthode d'investigation basée sur les modes propres

#### Principe de la procédure

À l'issue de la mesure, l'exploitation des informations spatiales n'est pas aisée, car chaque déformée comprend une composante statique (effort moyen de fraisage) et vibratoire (broutement). En vue d'isoler les modes vibratoires en présence, nous avons construit

une procédure spécifique de traitement. Dans l'idée, il s'agit de reconstituer le nuage de points mesurés comme étant la somme d'une déflexion statique et des modes propres libres. La figure 3.9 illustre une forme mesurée ainsi que les ingrédients utilisés pour sa décomposition. Au final, la recherche du poids de chaque composante permettra d'étudier les modes réels.

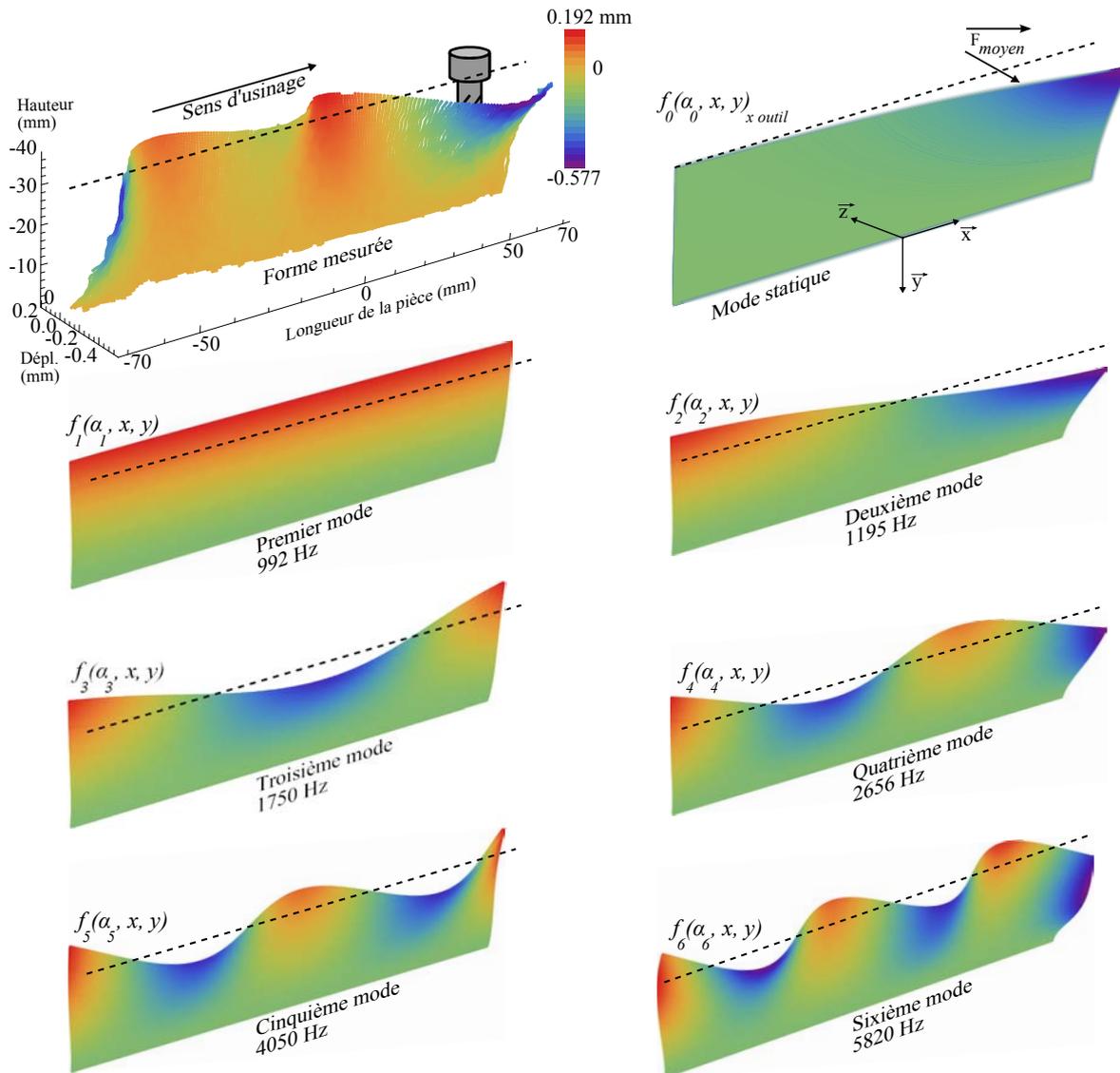


FIGURE 3.9: Champs mesuré et modes utilisés dans la décomposition

Certes initialement nous suspectons les modes propres d'être modifiés par le contact de l'outil, mais cela reste à prouver. En cas de modification des modes réels par la présence de l'outil, notre approche visera via l'étude des écarts avec la mesure, à mettre en défaut les ingrédients utilisés. Dans ce cas, l'emploi des modes propres d'une paroi encastree-libre pourra être incriminé, et il sera possible de modifier les déformées et de relancer l'analyse.

### Traitement du nuage de points

Telle qu'elle est représentée sur la figure 3.9, la mesure a subi deux traitements. Premièrement, les points aberrants dus aux effets de bords et à la surexposition du spot Laser sont supprimés. Deuxièmement, la correction de rectitude expliquée précédemment est retranchée du champ de déplacement. Pour chaque image, la correction de rectitude est chiffrée en moyennant le déplacement hors plan des points au niveau de l'encastrement (points dont la coordonnée  $y$  se situe entre -2 et 0).

Bien que le logiciel ARAMIS 3D permette de lisser le nuage de points et filtrer le bruit de mesure, cette option a été écartée car les algorithmes appliqués nous étaient inconnus. Toutefois, il était possible d'approximer le nuage par un polynôme connu pour minimiser l'effet du bruit. Cette approche est notamment utilisée dans le cadre de l'identification de propriétés à partir de mesure de champs [SM08]. L'idée était concevable ici, mais au risque de supprimer d'éventuels modes d'amplitude proche du bruit. Nous n'avons donc pas filtré le bruit pour préserver l'intégralité de l'information.

### Ingrédients de la procédure

Les ingrédients utilisés pour reconstruire la mesure sont les modes obtenus à l'aide du modèle EF de la pièce (recalé sur les fréquences propres mesurées par sonnage). Les déformées des modes propres normées à 1 mm d'amplitude maximale sont extraites par analyse modale du modèle, en configuration de paroi encastree - libre.

Afin d'obtenir la forme du mode statique, un effort normé à 100 Newtons a été utilisé. Dans la mesure où durant l'essai une seule arête coupante est en prise, cet effort est supposé ponctuel. Par ailleurs les goujures de l'outil étant hélicoïdales, la position du point de coupe évolue selon l'axe de l'outil pendant le passage de la dent. L'impact de cette variation sur la déformée est supposé minime, en appliquant le vecteur effort à la mi-hauteur de la bande usinée ( $Y = -37$  mm). En revanche, la variation de la déflexion statique avec l'avance de l'outil ne pouvait être négligée. Ainsi, la déformée a été actualisée pour différentes positions de l'outil en appliquant l'effort tous les 5 mm selon X.

### Prise en compte des déformées simulées

La reconstruction du nuage expérimental à l'aide des déformées EF s'est heurtée à une difficulté liée à la différence entre la taille d'élément du modèle EF (0.5 mm) et l'espacement des points expérimentaux. Il était certes possible d'imaginer un modèle EF dont les nœuds seraient les coordonnées des points expérimentaux. Cela impliquait pour des mouchetis différents d'utiliser le même pas de corrélation d'une part, mais également le même pixel comme point de départ du calcul (c.f. étape 6 sur la figure 1.11 page 32). Ce-

pendant, le bruit de mesure et les erreurs de triangulation spécifiques à chaque mouchetis auraient compliqué la démarche.

Face à la difficulté de combiner les nuages de points simulés et mesurés, les points calculés en EF sont approximés par des polynômes surfaciques. Ces polynômes sont obtenus par la méthode des moindres carrés à l'aide du logiciel MATHEMATICA. Le degré des fonctions a été déterminé de sorte à contenir les écarts d'interpolation dans un intervalle de 1 micron (ce critère assez restrictif limite le cumul des écarts lors de la sommation). L'annexe [A. 6 page 152](#) détaille les différentes fonctions obtenues.

Après interpolation, la déformée statique s'exprime comme suit :

$$f_0(\alpha_0, x, y)_{x_{outil}} = \alpha_0 * (a_{0,9}x^9y^9 + \dots + a_{0,0}x^0y^0)_{x_{outil}}$$

Au final, nous disposons de 29 polynômes pour la déformée statique, différenciés par la position d'outil  $x_{outil}$ . Similairement, les déformées modales sont extraites et interpolées par les six polynômes suivants :

$$\begin{aligned} f_1(\alpha_1, x, y) &= \alpha_1 * (a_{1,9}x^9y^9 + \dots + a_{1,0}x^0y^0) \\ f_2(\alpha_2, x, y) &= \alpha_2 * (a_{2,9}x^9y^9 + \dots + a_{2,0}x^0y^0) \\ f_3(\alpha_3, x, y) &= \alpha_3 * (a_{3,9}x^9y^9 + \dots + a_{3,0}x^0y^0) \\ f_4(\alpha_4, x, y) &= \alpha_4 * (a_{4,10}x^{10}y^{10} + \dots + a_{4,0}x^0y^0) \\ f_5(\alpha_5, x, y) &= \alpha_5 * (a_{5,13}x^{13}y^{12} + \dots + a_{5,0}x^0y^0) \\ f_6(\alpha_6, x, y) &= \alpha_6 * (a_{6,13}x^{13}y^{13} + \dots + a_{6,0}x^0y^0) \end{aligned}$$

Ici,  $\alpha_i$  représente le poids recherché du mode propre  $i$ .  $a_{i;j}$  est le coefficient du terme de degré  $j$  du polynôme interpolant le mode  $i$ . Une fois tous les modes ainsi représentés, leur somme est construite pour reconstituer la déformée mesurée.

$$S(x, y)_{x_{outil}} = f(\alpha_0, x, y)_{x_{outil}} + \sum_1^6 f_i(\alpha_i, x, y)$$

À ce stade, l'interpolation du nuage mesuré par la fonction somme  $S(x, y, z)_{x_{outil}}$  donne  $\alpha_i$  la contribution de chaque mode vibratoire ainsi que  $\alpha_0$  l'équivalent de l'effort de fraisage. Ici, les modes vibratoires peuvent avoir des contributions de signe positif ou négatif, ce n'implique pas de restriction sur le signe des solutions  $\alpha_i$ . En revanche, l'effort statique supposé constant implique un vecteur force toujours négatif selon l'axe Z. Pour prendre cet aspect en compte, l'interpolation est accompagnée du bornage de l'effort statique aux alentours de l'effort moyen. Afin de ne pas trop restreindre le calcul, une marge de liberté de  $\pm 20\%$  est donnée au logiciel via la condition suivante :

$$-1.2 * F_{moyen} < \alpha_0 < -0.8 * F_{moyen}$$

Initialement, le traitement d'une image nécessite environ deux minutes de calcul (chaque nuage contient environ 12000 points). Ce temps a été décuplé par l'ajout de la condition sur l'effort de fraisage.

Après l'interpolation des points expérimentaux par la fonction  $S(x, y)_{x_{outil}}$ , les écarts sur tout le champ sont examinés via leur écart pour statuer sur la précision de la décomposition. Cet indicateur permettra alors d'estimer la fidélité des ingrédients, qui sont issus des hypothèses de la modélisation. Le traitement des mesures spatiales et le choix des ingrédients ont constitué un point clé de la réflexion. Avant d'appliquer la procédure aux mesures, il a semblé judicieux d'en évaluer la robustesse.

### 3.3.1.3. Évaluation de l'interpolation polynomiale

L'objectif ici a été de tester la robustesse de la procédure. Celle-ci a été évaluée du point de vue mathématique, mais aussi vis-à-vis des données expérimentales (présence de bruit, points aberrants...). Le principe est de substituer le nuage expérimental (de composition inconnue) par une mesure artificielle dont les constituants sont maîtrisés. Faute de connaître les modes réels, nous utilisons la base des modes propres. Via cette approche, il est possible d'examiner la fidélité de la décomposition mise en place. Lors de ce travail, une batterie de 174 tests a été lancée et pour alléger les temps de calcul, la condition sur l'effort de fraisage a été désactivée. Les conclusions tirées de cette étude sont résumées dans les points suivants :

- Les modes injectés sans bruit sont restitués pour toutes plages d'amplitudes, avec pour chaque mode des déperditions numériques inférieures au micromètre.
- Quelles que soient les amplitudes des modes injectés, les contributions retrouvées pour les différents modes ne sont pas influées par l'ajout et l'amplification du bruit (au moins jusqu'à 30  $\mu\text{m}$  de bruit).
- L'impact des points aberrants sur le poids d'un mode tend à devenir nul, lorsque ces points sont proches du nœud théorique du mode (selon  $x$ ). Les tests ont été effectués avec une concentration de 6 points aberrants correspondant à la surface du spot Laser.
- Lorsque des points aberrants sont présents au niveau du ventre d'un mode (selon  $x$ ), ils ont deux effets. S'ils sont situés du côté opposé au ventre par rapport à la plaque au repos (selon  $z$ ), ils ont tendance à diminuer le poids retrouvé. S'ils sont du même côté que le ventre ils ont tendance à l'amplifier.
- Si un mode présent dans la mesure manque aux ingrédients, il ne ne « dispatche » pas sur les modes proposés. On retrouve sa déformée en écart.
- Si un mode présent en ingrédient est absent de la mesure, il ne perturbe pas l'interpolation en s'appropriant un poids qui ne lui correspond pas. Il apparaît simplement négligeable.
- Si la déflexion statique est présente dans les ingrédients, elle ne peut pas être appropriée par des déformées de modes vibratoires.

- En revanche, si la déflexion statique est absente des ingrédients, elle peut pour certaines positions d'outil être approchée par les modes  $M1 + M2$  ou  $M1 + M3$ . Dans ce cas l'écart type global avoisine 0.002 mm, mais localement des zones avec des écarts entre de 0.010 à 0.015 mm subsistent.

En résumé, cette étude a permis de vérifier que la procédure est bien robuste du point de vue mathématique et vis-à-vis de mesures bruitées. Toutefois, la vigilance est de mise pour quelques positions d'outil, où la somme de modes vibratoires peut s'approcher dangereusement de la déflexion statique si celle-ci manque aux ingrédients.

Le traitement des mesures ponctuelles est détaillé dans la section ci-après.

### 3.3.2. Traitement des informations ponctuelles temporelles

Pour les essais d'usinage, l'échantillonnage du signal Laser est choisi en respect de la règle fixée en section 2.1.4 du chapitre 2. Dans notre cas, la fréquence la plus élevée est celle du cinquième mode propre (3996 Hz). Un échantillonnage à 32000 Hz a été retenu, ce qui permet d'avoir plus de huit échantillons par période de vibration. Les vitesses mesurées ont subi un premier traitement afin d'extraire le déplacement.

Afin de connaître l'amplitude vibratoire au point mesuré, le signal de vitesse a été intégré. La figure 3.10 illustre le résultat de l'intégration du signal mesuré sous deux états différents.

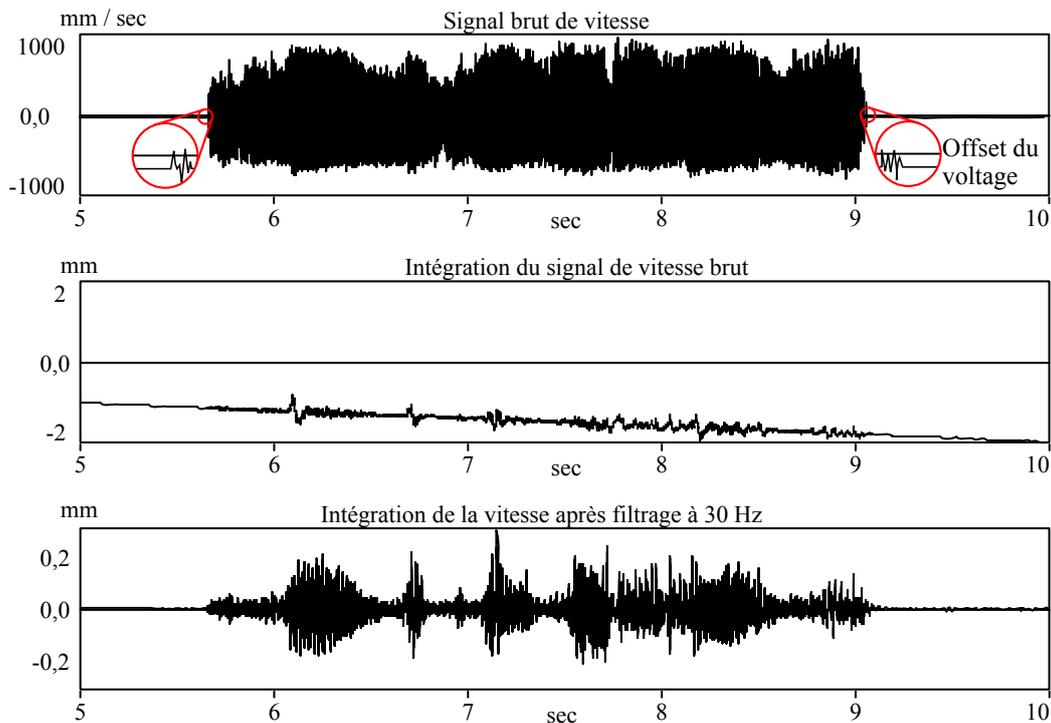


FIGURE 3.10: Intégration du signal des vitesses

Cette étape est rendue délicate par la présence d'une constante qui pollue l'acquisition. Cette constante s'ajoute au signal bien souvent sous l'effet d'un voltage résiduel, inhérent au capteur. Comme illustrée par le deuxième graphe, l'intégration du signal de vitesse en présence de cette constante restitue le déplacement vibratoire autour d'une droite qui n'a pas de sens physique.

Nous avons supprimé cette constante par un filtrage passe-bas à 30 Hz dans le domaine de Fourier. La transformation inverse puis l'intégrale dans le domaine temporel donnent le résultat illustré par le troisième graphe. Nous retrouvons ici un signal de déplacement typique de comportement vibratoire.

Le choix du seuil de filtrage est un point clé. En abaissant ce seuil, des fréquences parasites peuvent subsister (on retrouve souvent un pic à 50 Hz correspondant à la fréquence du courant alternatif EDF). Son augmentation permet de filtrer davantage de bruit, mais des phénomènes vibratoires à basse fréquence peuvent être effacés et affecter les interprétations. Le compromis s'effectue généralement à l'appréciation de l'expérimentateur. Pour nos relevés, des filtrages du signal à différents seuils ont montré la nécessité de ne pas excéder 40 Hz, au risque d'appauvrir l'information.

Parallèlement, les signaux filtrés ont été passés dans le domaine fréquentiel, en sélectionnant des portions de temps correspondant aux zones d'états de surface.

Lors de certains essais, le broutement a été d'une sévérité suffisante à franchir les limites du vélocimètre. Ceci pouvant mener à de fausses interprétations des phénomènes, l'impact de la saturation du signal a été étudié. Pour cela, nous nous sommes basés sur des temporels générés artificiellement. Le traitement de courbes cohérentes puis tronquées a révélé un impact minime sur les fréquences. En revanche, les déplacements peuvent être biaisés.

En vue de l'analyse des essais, l'attention apportée au traitement des signaux était de mise. Les courbes de déplacement seront exploitées à titre uniquement comparatif.

### 3.4. Conclusion du chapitre

En complément de la mise au point du protocole, ce chapitre a exposé les expérimentations effectuées et les traitements des mesures. Différents apprentissages ont été tirés des différentes étapes.

Premièrement, les limitations de nos moyens de mesure sont soulignées. Notamment, on retiendra que l'usage d'accéléromètres collés sur la pièce n'est pas adéquat dans ce contexte. Dans certaines conditions, le vélocimètre sans contact peut également être mis en difficulté. En vue de relever les modes de vibrations d'une pièce mince, la mesure de champs reste la mieux adaptée.

Quant aux essais d'usinage, une démarche a été appliquée en lien avec les objectifs des travaux. Tout d'abord, la démarche comprend le choix des conditions de coupe, par l'intermédiaire d'une carte de stabilité. En vue des analyses, une sélection d'essais a ensuite été effectuée selon l'étendue des zones d'états de surface.

La limitation de la fréquence de prise d'image a impliqué la mise en place d'une procédure de redondance des essais. Cette étape s'est avérée lourde en termes de préparation et de précautions expérimentales. En effet, la répétition des essais a apporté des sources supplémentaires de bruit. Les impacts de certains facteurs de bruit et d'imprécisions ont été identifiés, mais le temps imparti n'a pas permis de les chiffrer précisément.

L'application de la stéréo corrélation d'images étant novatrice dans notre contexte, une procédure de traitement des images a été bâtie. Ce traitement a impliqué des mesures sur platine d'efforts, ainsi que des simulations par éléments finis des déformées de modes propres, utilisés dans la modélisation.

Les travaux exposés dans ce chapitre ont permis de cadrer le dépouillement des mesures. La dernière étape concernant l'analyse des modes réels fait l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 4

# ANALYSE DES MODES RÉELS

### 4.1. Introduction de l'analyse

#### 4.1.1. Impact de la perte de matière

Dans les deux essais étudiés dans ce chapitre, les conditions d'engagement de l'outil sont identiques ( $A_p=6$  mm et  $A_e=0.2$  mm). Afin de quantifier l'effet de la perte progressive de masse sur le comportement de la pièce, nous avons étudié ses fréquences propres selon l'avancement de l'opération. Pour cela, l'enlèvement de matière a été simulé par éléments finis, en actualisant le modèle tous les 5 mm. Le graphe de la figure 4.1 montre les résultats obtenus.

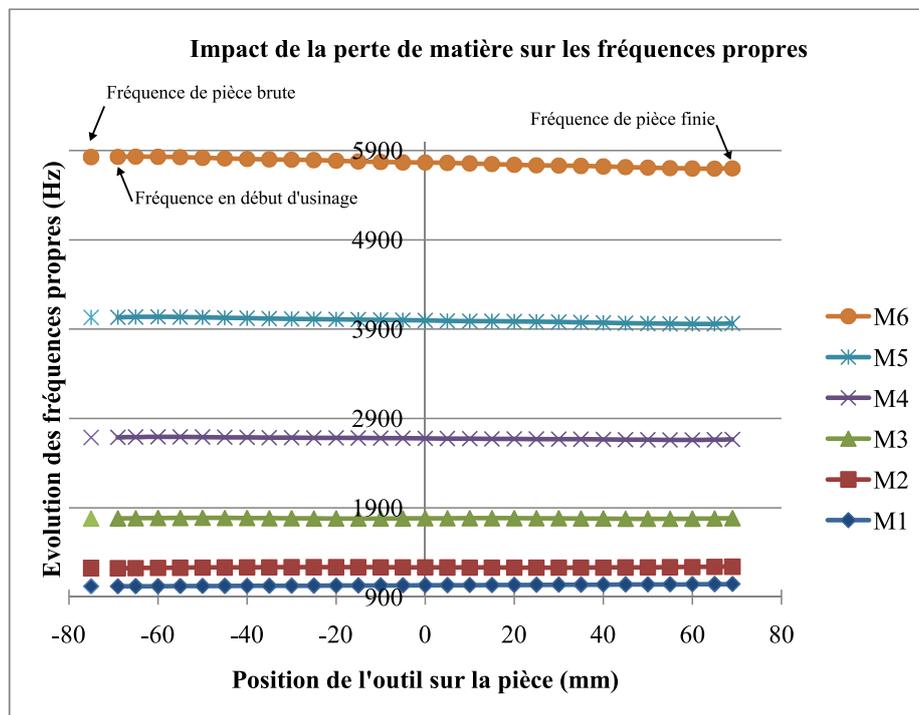


FIGURE 4.1: Impact de la perte de masse sur les fréquences propres

Ces courbes illustrent l'évolution des fréquences propres selon la masse nominale perdue. Ici, les simulations supposent qu'il n'y a pas de défauts de forme conséquents avec l'hypothèse de masse perdue nominale. Ceci étant moins vrai en cas de fortes

instabilités, notre démarche comporte un risque d'erreur. Pour s'en affranchir il aurait été nécessaire de se baser sur la surface réelle obtenue post opération. Cette voie n'a pas été explorée car elle sous-entend de numériser la pièce finie, ce qui nécessite des manipulations relativement lourdes.

En étudiant l'évolution des fréquences, il apparaît que la perte nominale de matière n'a pas un effet très significatif, puisque son impact n'excède pas 2.5 % pour les six premiers modes propres.

#### 4.1.2. Présentation des approches retenues

Dans ce chapitre, nous analysons les deux essais (qui ont été reproduits plusieurs fois pour collecter suffisamment de données). Pour ces deux essais, l'analyse est menée selon trois approches :

- La première approche consiste à étudier le comportement temporel de la pièce pendant l'usinage en s'appuyant sur les mesures laser (figure 4.2) enregistrées durant l'usinage. Le schéma proposé pour l'analyse représente la surface finie décomposée en huit zones caractéristiques. Afin de quantifier l'évolution de l'état de surface, le  $R_t$  de chaque zone a été moyenné sur les essais redondants. Parmi les critères de rugosité existants, et après en avoir testé d'autres celui-ci a été retenu car comparé à un critère arithmétique par exemple, la distance pic-creux traduit de manière assez explicite la variation de l'interférence entre la pièce et l'outil.

Ensuite, huit graphes temporels montrent le comportement associé à un point de mesure laser (Z1 à Z8), mesures réalisées chacune lors d'un usinage répété (nous n'avions qu'un seul laser à disposition). Par souci de clarté un code couleurs a été adopté. Par exemple, le deuxième graphe vert montre le comportement vibratoire mesuré au centre de la deuxième zone Z2 (étoile verte) pendant toute l'opération. Sur ces graphes, les portions temporelles encadrées illustrent le comportement de la zone de coupe, autrement dit lorsque l'outil passe au niveau du spot Laser. Enfin, le niveau RMS (Root Mean Square) a été indiqué pour quantifier le comportement global de la zone de coupe. Nous choisissons ce critère plutôt que l'amplitude totale par exemple, car il prend en compte la possible variation d'amplitude au sein même d'une zone d'usinage.

- La deuxième approche s'intéresse au comportement fréquentiel de la pièce. À partir des mesures temporelles, le comportement fréquentiel de chaque point de mesure a été extrait, et ce pour chaque zone. Les figures 4.3 et 4.4 exposent l'intégralité des résultats sous forme matricielle. En format paysage, une ligne de graphes donne le spectre fréquentiel aux points de mesure, pendant l'usinage d'une zone. Il est pratique de s'imaginer huit Lasers pointés simultanément, donnant chacun un spectre. Par exemple, la lignée 2 montre le comportement fréquentiel de chaque

région lorsque l'outil usine la deuxième zone. Afin de mieux identifier les pics, leur fréquence et leur hauteur sont précisées (voir détail sur le premier graphe). Au sein d'une même ligne, des fréquences récurrentes apparaissent à des amplitudes différentes. Par exemple pendant l'usinage de la première zone, tous les graphes de la première ligne affichent une fréquence prépondérante entre 1025 et 1042 Hertz. Du fait de la répétition des essais, toujours un peu différents les uns des autres, des écarts sont toujours constatés d'un spectre à l'autre mais ils excèdent rarement 5%.

- Une troisième approche examine le comportement de la pièce à l'échelle locale. Nous entendons par échelle locale l'échelle de la zone usinée. Dans cette analyse, les déformées instantanées de la pièce issues des mesures de champs et les fréquences en jeu seront analysées en parallèle. La représentation adoptée sera détaillée ultérieurement.

## 4.2. Étude d'un essai à état de surface fortement variable (Pièce A)

L'essai a été réalisé à 5000 trs/min avec une profondeur de passe axiale de 6 mm. Sur les lobes de stabilité, l'usinage se situe en zone instable dans les lobes des cinq premiers modes propres (figure 3.5 page 79). D'après la géométrie d'outil et l'engagement appliqué (pas axial de 6.28 mm,  $A_p = 6$  mm), le contact outil-pièce s'effectue sur une dent en prise, et théoriquement durant 95.5% de la période de dent, on peut ainsi considérer une coupe quasi - continue.

### 4.2.1. Comportement de la pièce à l'échelle de l'usinage

#### 4.2.1.1. Analyse temporelle globale

Les résultats temporels sont illustrés dans la figure 4.2 page 97.

#### Lecture horizontale de l'état de surface et diagonale des graphes temporels

Les zones les plus dégradées se trouvent au milieu et au bord droit de la pièce, avec des  $R_t$  respectifs de 16.27 et 12.17  $\mu\text{m}$ . Les six autres zones sont globalement moins dégradées, avec des  $R_t$  compris entre 6.58 et 8.71  $\mu\text{m}$ . La recherche d'un lien direct et systématique entre le niveau vibratoire et l'état de surface d'une zone semble impossible, ce qui a déjà été remarqué dans la littérature [Cor06].

Le seul élément systématique qui puisse être avancé ici, est que lorsque l'amplitude de vibration de la zone de coupe augmente, elle creuse d'avantage la surface, mais aucune règle chiffrée simple ne peut être établie entre amplitude de vibration, et ampleur de

dégradation de la surface. De plus, un autre essai considéré dans la partie 4.3 montre quant à lui que cet élément systématique ne s'applique pas toujours et que l'on peut avoir des évolutions contraires entre vibration et état de surface.

Par ailleurs en observant les valeurs du RMS, il apparaît sauf pour Z8 une répartition quasi symétrique par rapport au milieu de la pièce. Cela traduit un comportement des zones de coupe 1 et 7 similaire. Le constat est identique entre Z2 et Z6 ainsi qu'entre Z3 et Z5.

En résumé : malgré leur lien très naturel a priori, les niveaux vibratoires sous l'outil et les états de surface ne sont pas liés de façon simple, nous allons donc continuer en nous intéressant aux niveaux vibratoires de l'ensemble de la pièce lorsque l'outil usine une zone donnée.

#### Lecture verticale des graphes temporels (figure 4.2 page ci-contre)

La lecture verticale se fait au moyen du cadre pointillé (figure 4.2 page suivante). Il permet pour l'exemple donné de voir comment vibrent les huit points de mesure lorsque l'outil usine la zone 1.

On peut observer tout d'abord que lorsque la zone de coupe vibre peu ( $\text{RMS} < 0.020$  mm), l'intégralité de la pièce subit une vibration du même ordre. C'est le cas pendant l'usinage des zones Z1, Z3, Z5, Z7 et Z8. En revanche, lorsque l'usinage est beaucoup plus perturbé ( $\text{RMS} > 0.033$  mm), les niveaux vibratoires du reste de la pièce sont beaucoup plus disparates selon le point de mesure. C'est le cas pendant l'usinage des zones Z2, Z4 et Z6.

On peut remarquer aussi des similitudes d'amplitudes vibratoires, pour des positions d'outil symétriques par rapport au milieu de la pièce. En effet, lorsque l'outil usine en Z1 (20 premiers mm), les temporels entre 0 et 0.5 sec ne montrent pas de différences significatives. Ceci signifie que toutes les zones de la pièce vibrent dans une même plage d'amplitude. Un comportement global similaire est relevé pendant l'usinage des 20 derniers mm, en Z7 et Z8.

De même lorsque l'outil passe à la zone Z2 (0.5 sec), un changement de comportement très marqué est relevé pour toute la pièce, sauf sur les graphes 5 et 6. Cela montre que la moitié gauche de la pièce (où se trouve l'outil), ainsi que bord droit vibrent majoritairement. Ce phénomène se retrouve pendant l'usinage de la zone 6, mais inversé spatialement par rapport au milieu de la pièce. En effet, entre 2.5 et 3 sec, c'est encore la moitié contenant l'outil ainsi que le bord opposé qui vibrent à une amplitude avoisinant 0.2 mm.

Pendant l'usinage de la zone 3, la vibration s'atténue et redevient plus homogène spatialement. Ici, la symétrie de comportement avec la zone 5 est moins visible.

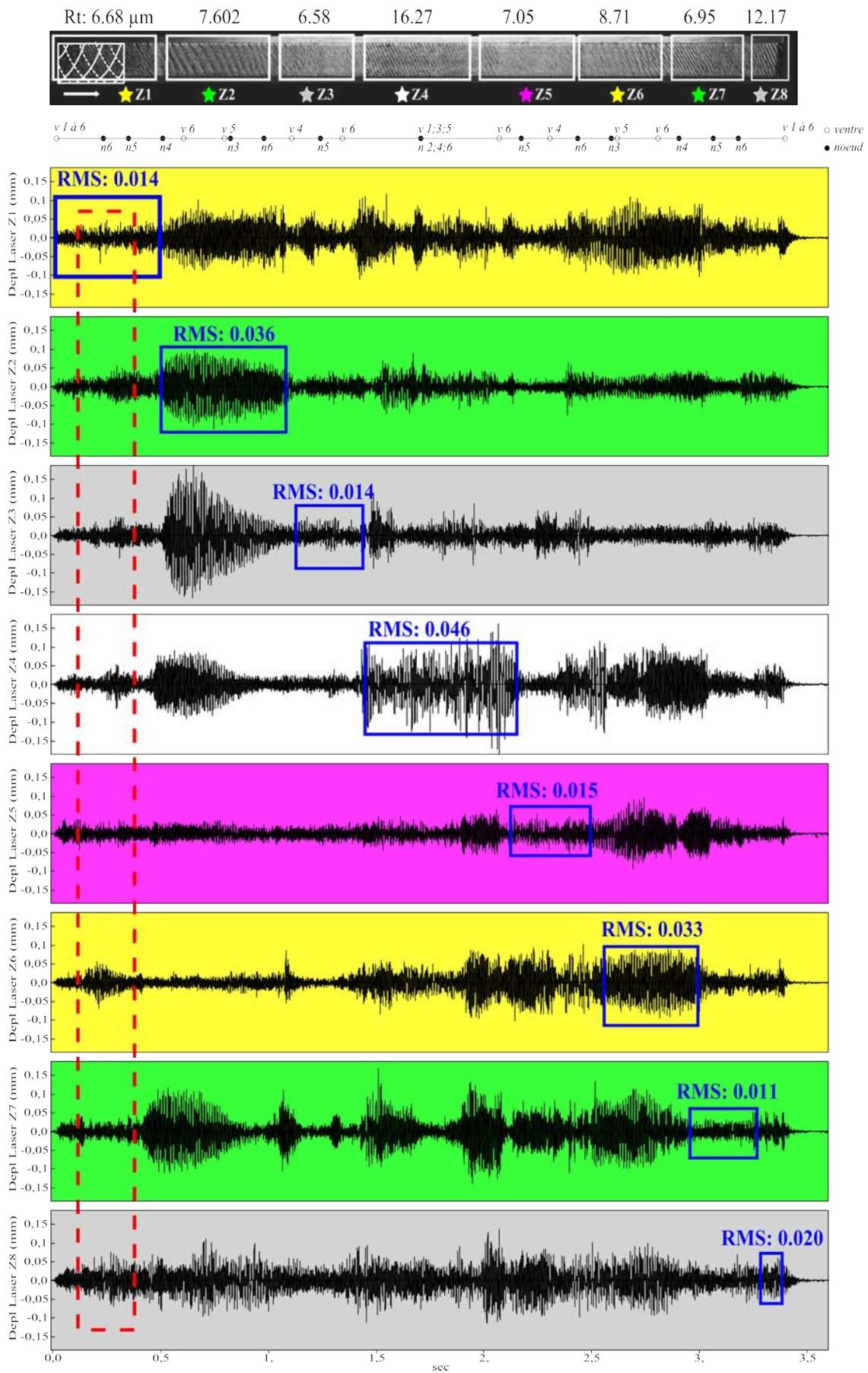


FIGURE 4.2: Comportement temporel de la pièce à l'échelle de l'opération

En zone 4, l'usinage se déstabilise majoritairement au niveau de l'outil avec une enveloppe de près de 0.3 mm d'amplitude.

L'existence de régions aux faibles niveaux vibratoires comparés à d'autres évoque des nœuds de modes vibratoires. Du fait de la non-symétrie de ces nœuds, il n'est pas trivial de conclure à l'action d'un mode propre bien identifié. Le scénario le plus cohérent serait la cohabitation de plusieurs modes propres. Un deuxième mode (de type torsion) superposé au premier (de type flexion) pourrait expliquer cette situation. Cela dit, il est impossible d'aller plus loin sans connaître le contenu fréquentiel et le déphasage entre eux.

Quant au scénario d'un seul mode en présence, des incohérences apparaissent. Si un seul mode propre d'ordre pair était actif, par exemple le mode 2, un nœud central devrait être relevé sur le graphe 4, et deux ventres aux bords sur les graphes 1 et 8. Or cette situation n'apparaît pas au cours de l'usinage, puisque les faibles niveaux vibratoires sont toujours relevés sur une seule moitié de la pièce. Si un mode d'ordre impair était incriminé, celui-ci aurait un ventre central et deux nœuds symétriques de part et d'autre. Ici, cette configuration apparaît, entre 1.5 et 2 sec, où le milieu de la pièce vibre beaucoup plus comparé au reste de la structure. En d'autres termes, si un seul mode propre était actif, il ne pourrait s'agir que d'un mode impair, et cela serait valide uniquement pendant l'usinage de la portion centrale.

Un troisième scénario pouvant expliquer le décalage des nœuds serait la modification des formes modales par la présence de l'outil. Si cette configuration était avérée, elle remettrait en cause l'emploi classique des modes propres d'une paroi encastrée libre. Les mesures temporelles ponctuelles permettent difficilement de vérifier cette hypothèse. Nous notons toutefois que certaines transitions d'états de surface coïncident avec le passage de l'outil aux nœuds du mode 4 et 6.

En résumé : Bien que la répétabilité des mesures et les symétries observées nous encouragent à chercher une relation entre états de surface et vibrations, ce lien n'est pas évident du tout à établir, même en connaissant bien les modes propres en jeu. Afin d'y voir plus clair, la partie suivante expose une analyse spatio-fréquentielle, pendant l'usinage de chaque zone.

#### 4.2.1.2. Analyse fréquentielle globale

Les résultats fréquentiels de l'essai sont illustrés dans les figures [4.3 page suivante](#) et [4.4 page 101](#). Ici nous procédons par lecture horizontale.

En parcourant les spectres, on observe chaque fois entre deux et quatre pics de fréquence. Une analyse globale de la quantité de pics, révélatrice de broutement d'usinage, montre que l'usinage est surtout instable au début (Z1) et au milieu (Z4) de la pièce.

Compte tenu de la grande quantité d'informations fournies par cette représentation, nous nous orientons vers l'analyse pendant l'usinage de chaque zone. Pour chaque ligne (en format paysage), les fréquences récurrentes sont d'abord identifiées. En connaissant la position exacte du spot laser sur la pièce, nous traçons pour chaque fréquence la hauteur du pic en fonction du point de mesure (figure [4.5a page 103](#)). En symétrisant les points obtenus par rapport à la position de repos, on obtient une enveloppe dans laquelle la pièce est susceptible de vibrer selon le mode considéré.

Pour une fréquence de broutement donnée, l'allure de chaque enveloppe renseigne sur la présence d'éventuels nœuds et ventres. Les amplitudes des enveloppes quant à elles, pourront être comparées en vue d'établir un ordre d'importance. Nous reviendrons sur cette notion de mode prépondérant plus loin.

Rappelons que les pics ayant servi à la construction des enveloppes sont prélevés à différents points de mesure. Or les spots laser ont été disposés par rapport aux zones générées, et non d'après les noeuds et ventres des modes propres. Autrement dit, rien n'exclut l'existence d'un noeud ou d'un ventre entre deux points de mesure. Il convient de prendre ces courbes avec précaution.

Pour pallier ce manque, les mesures instantanées de champs de déplacements seront analysées en parallèle. La figure [4.5b page 103](#) expose des coupes de la pièce au niveau du point bas de l'outil. Le graphe intitulé "superposition des déplacements" montre tous les clichés disponibles pendant l'usinage de cette zone. Les trois autres graphes exposent des échantillons instantanés avec leur décomposition modale. L'outil y est représenté en noir. La partie suivante analyse l'usinage de chaque zone.

En résumé : pour tenter de trouver des corrélations invisibles avec les mesures temporelles classiques, nous complétons les spectres par les photos.

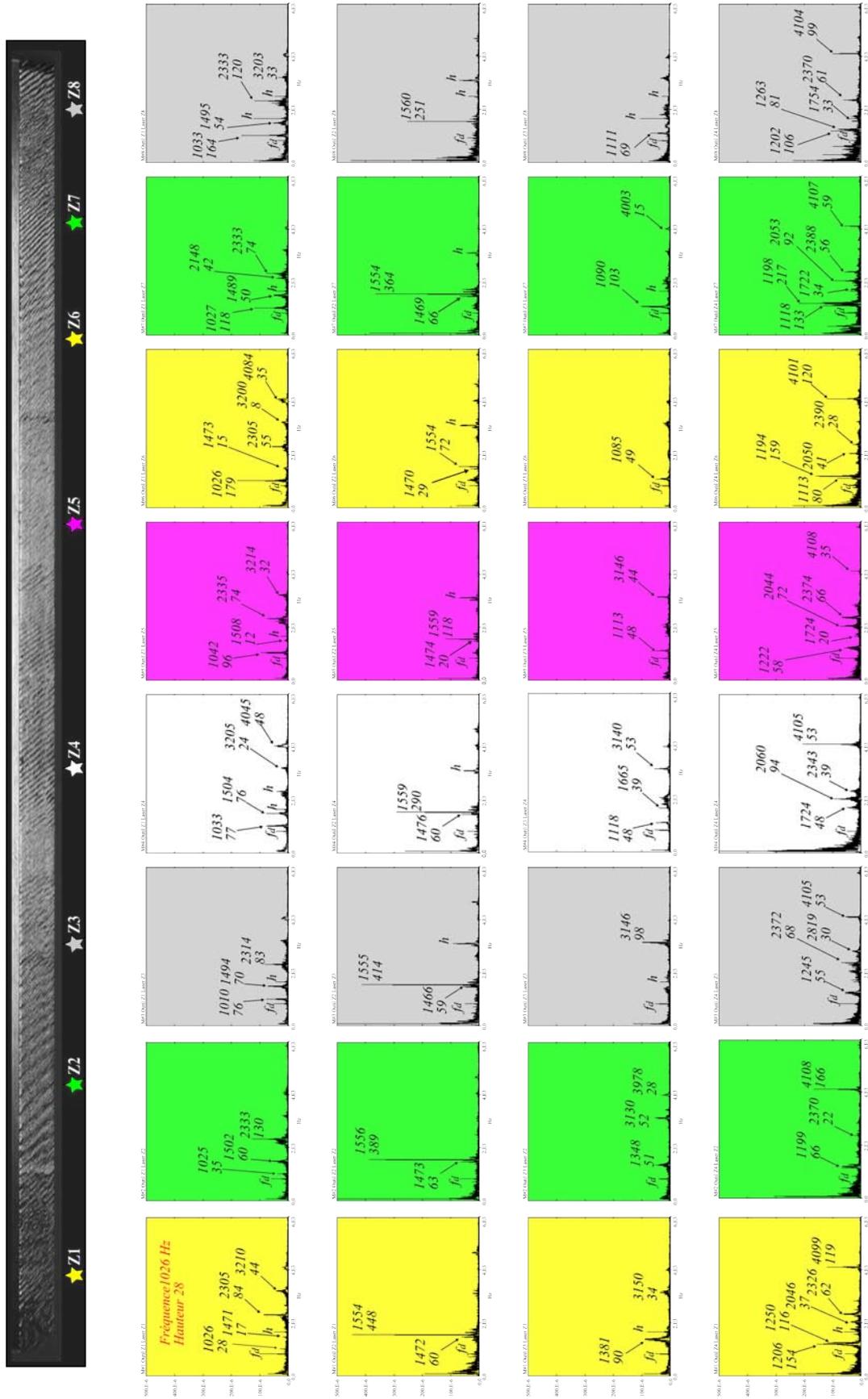


FIGURE 4.3: Comportement fréquentiel de la pièce (première moitié de l'opération)

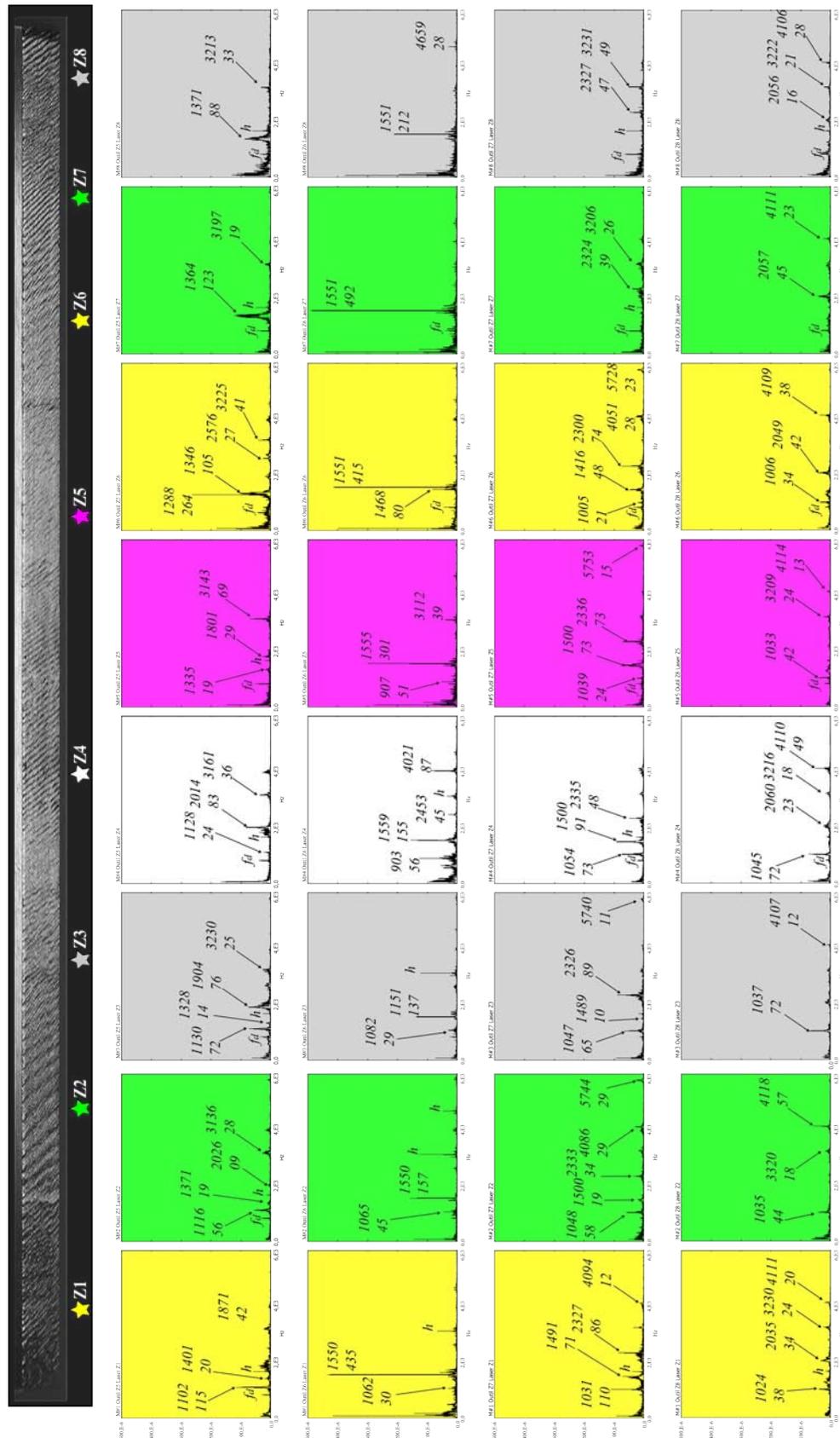


FIGURE 4.4: Comportement fréquentiel de la pièce (deuxième moitié de l'opération)

### 4.2.2. Analyse du comportement de la pièce à l'échelle locale

Ce que nous entendons par analyse à échelle locale, c'est l'examen du comportement pendant l'usinage de chaque zone de l'état de surface.

Dans les analyses de spectres classiques en un seul point, il est aisé de qualifier un mode de prépondérant et d'autres de mineurs. Ici cette notion est plus large, puisque se pose la question de savoir en quel point. Pour contourner ce problème, nous nous basons sur les participations des modes propres (en pourcent) issues des décompositions spatiales. Celles-ci ne prennent pas en compte le mode statique (voir diagrammes en bâtons figure 4.5b page ci-contre). Ce critère basé sur l'aspect spatial nous a semblé aussi cohérent que les mesures temporelles, puisqu'il est basé sur la forme 3D de la pièce qui permet de bien faire apparaître les participations modales. L'annexe A. 7 page 157 détaille la procédure de classement appliquée aux images disponibles.

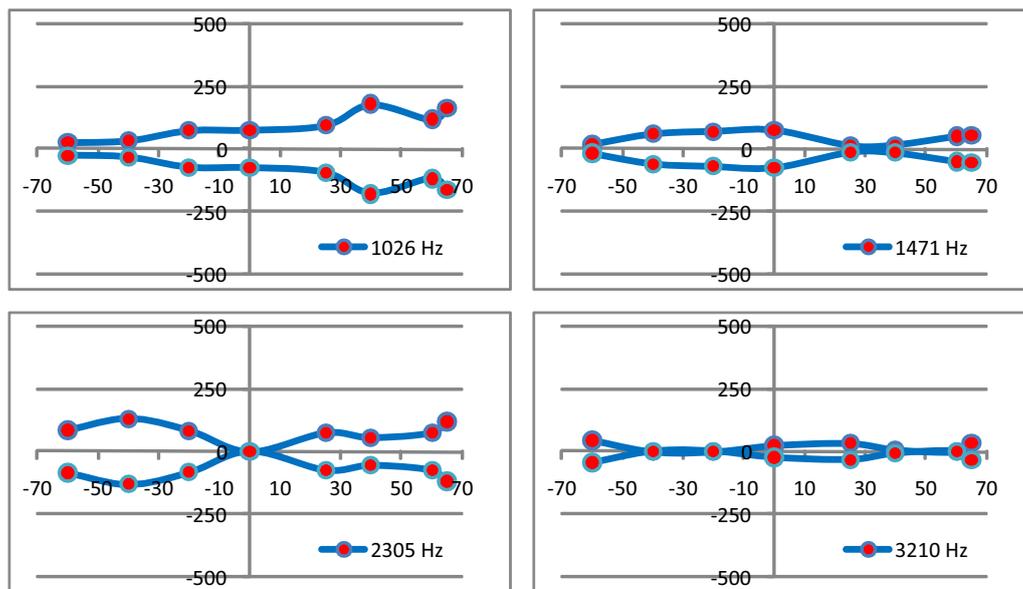
#### Analyse Z1 :

Pendant l'usinage de la première zone (entre -70 et - 50 mm), quatre fréquences ont été relevées (figure 4.5a page ci-contre). Ici, d'après la classification des participations modales, la déformée du mode deux est prépondérante devant celle du troisième mode. Ensuite vient le premier mode. Les trois derniers sont négligeables.

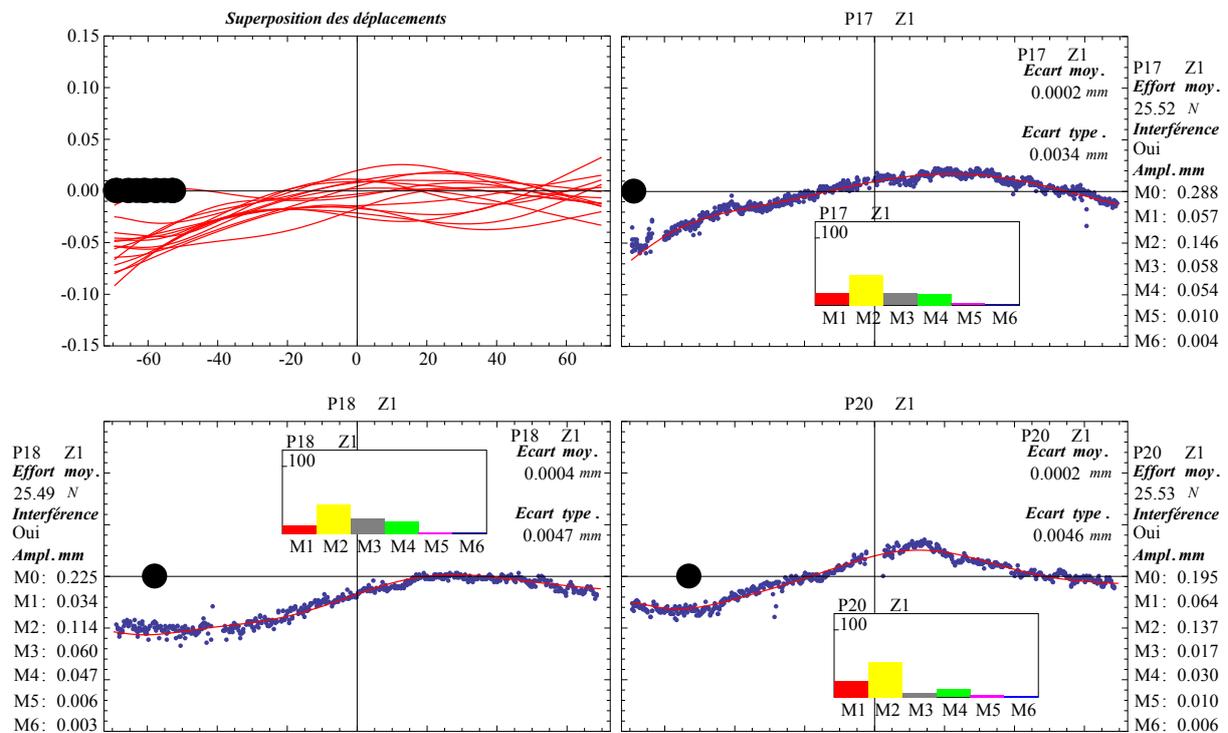
La plus basse fréquence qui est de 1026 Hz est assez proche de la fréquence de broutement du premier mode propre libre (992 Hz). Bien que ce même premier mode propre ne soit jamais négligeable dans les décompositions spatiales, l'enveloppe vibratoire de cette fréquence montre une pièce qui vibre cinq fois moins au niveau de l'outil qu'au bord opposé (figure 4.5a page suivante). La deuxième fréquence relevée est de 1471 Hz. Elle est aussi proche de la deuxième fréquence propre (1195 Hz) que de la troisième (1750 Hz). Malgré que le deuxième mode l'emporte toujours sur le troisième, il est difficile d'incriminer l'un plutôt que l'autre. En effet aucune déformée propre n'est cohérente avec les noeuds et ventres de l'enveloppe vibratoire de ce pic, où le noeud est clairement décalé à droite.

La vibration apparaissant à 2305 Hz est la plus proche du mode propre 4. L'enveloppe vibratoire qui présente un noeud central (caractéristique des modes d'ordre pair) est compatible avec celui-ci.

L'amplitude de la dernière enveloppe est minoritaire par rapport aux trois premières, et ce, quasiment sur toute la pièce. La fréquence en jeu de 2310 Hz se situe entre les fréquences du quatrième et cinquième mode propre, eux aussi classés minoritaires. Cela dit, le ventre de l'enveloppe décalé est difficilement représentatif d'un mode propre classique.



(a) Enveloppes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

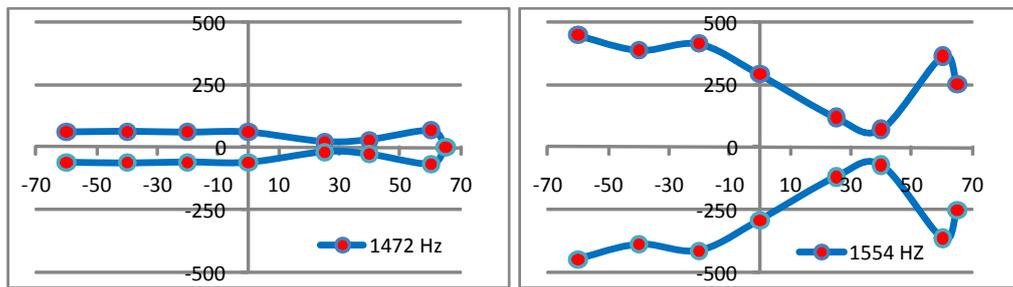
FIGURE 4.5: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la première zone

Analyse Z2 :

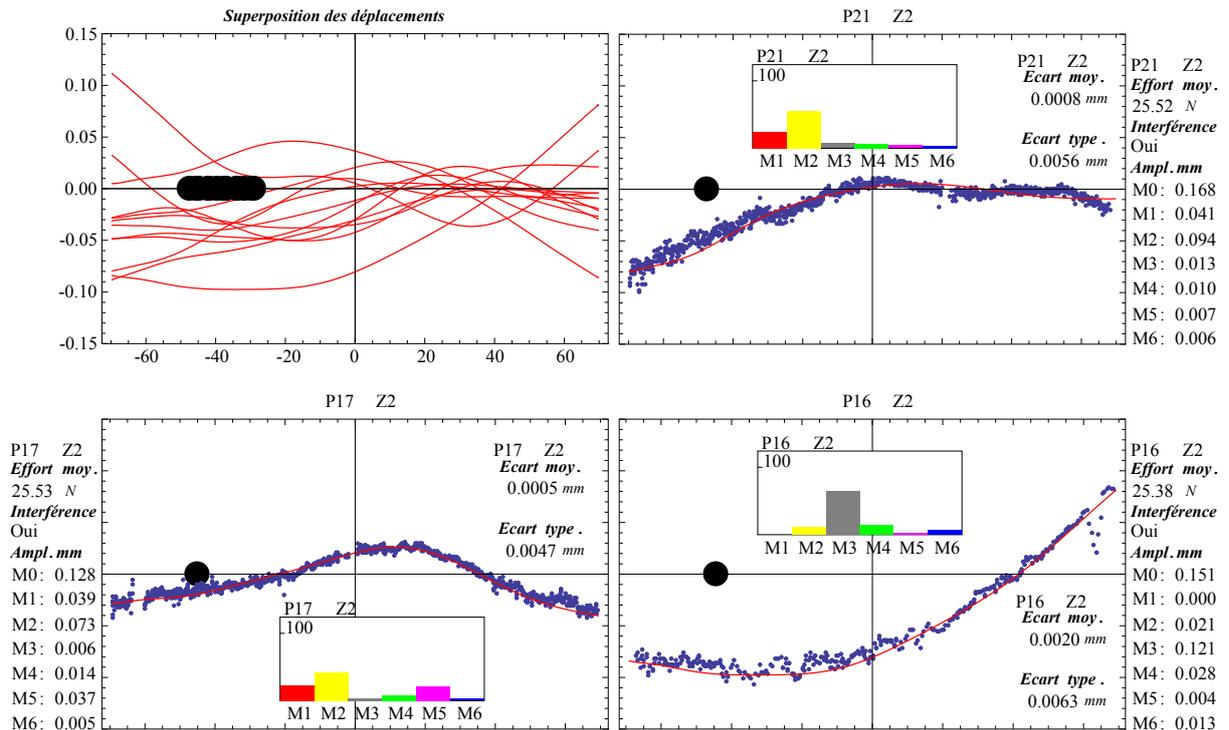
Lorsque l'outil se trouve sur la zone 2, la deuxième forme modale propre est statistiquement toujours prépondérante, devant la première puis la troisième. Ici deux fréquences sont principalement concurrentes (figure 4.6a page suivante). La vibration à 1472 Hz qui est toujours en place a déjà été analysée précédemment. Ici, l'outil ayant quitté le bord gauche, une sensible ouverture de l'enveloppe est apparue à  $x = -70$  mm. Cela laisse

supposer qu'en zone 1, l'outil tendait à empêcher cette région de vibrer. Pour ce qui est du noeud, sa localisation reste inchangée, et la même conclusion subsiste vis-à-vis des modes propres en présence. La pièce vibre également à 1554 Hz, en évoluant cette fois-ci dans enveloppe de forme nouvelle. Celle-ci contient une zone plus calme en amplitude, elle aussi située entre 20 et 40 mm. Ce phénomène est bien confirmé par les courbes de déplacements.

Le "renfermement" de l'enveloppe n'est pas un phénomène localisé, puisqu'invisible sur les cartes de déplacements. Il s'agit d'une imprécision de la mesure Laser. Cela étant, bien que les formes instantanées soient toujours parfaitement reconstruites par la base modale, il subsiste l'incohérence du noeud décalé.



(a) Enveloppes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.6: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la deuxième zone

### Analyse Z3 :

Jusqu'à présent, un classement des déformées modales s'était dégagé. À partir de la troisième zone, elles reviennent à parts égales, et aucune ne s'avère statistiquement majoritaire (voir diagrammes en bâtons figure 4.7b page suivante).

Du point de vue fréquentiel, cela concorde avec l'apparition d'une situation assez particulière. Deux fréquences assez éloignées sont relevées chacune sur une moitié de la pièce (figure 4.7a page suivante). Autrement dit, la partie devant l'outil vibrerait à 1118 Hz ce qui serait conforme au premier mode, et le reste de la pièce selon un autre mode à 1381 Hz ce qui est difficile à justifier. Il est possible qu'ici, la coïncidence de noeuds avec les spots du Laser ait mis en défaut la mesure ponctuelle. En effet, il existe parfois une certaine proximité des spots Laser avec certains noeuds (voir figure 4.2 page 97). Cela dit, il s'agirait de noeuds appartenant à de modes d'ordres élevés, d'autant que les courbures de la pièce déformée ne contiennent pas de ventres localisés. En revanche, la forme instantanée de la pièce sur le graphe 2 figure 4.7b page suivante est en cohérence avec l'enveloppe vibrant à 1118 Hz.

Toutefois, ces deux enveloppes ont un seul point commun qui ne vibre pas relativement aux autres régions. Il s'agit du point coïncidant avec la zone de coupe ( $x = -20$  mm), et on constate sur les courbes de déplacements une légère tendance de la pièce à contourner l'outil. Cela étant, il serait audacieux (d'un point de vue mécanique) de l'assimiler à deux parties dissociées qui vibrent séparément. Quoi qu'il en soit, dans les deux cas ce résultat reste complexe à élucider.

Une troisième fréquence apparaît à 3130 Hz. Elle se situe aux alentours du quatrième harmonique de dent (2330 Hz) et à l'inverse des deux premières, c'est au niveau de l'outil que la pièce vibre le plus. Une fois de plus ici, toutes les déformées modales participent et il reste difficile ici d'incriminer un mode précis.

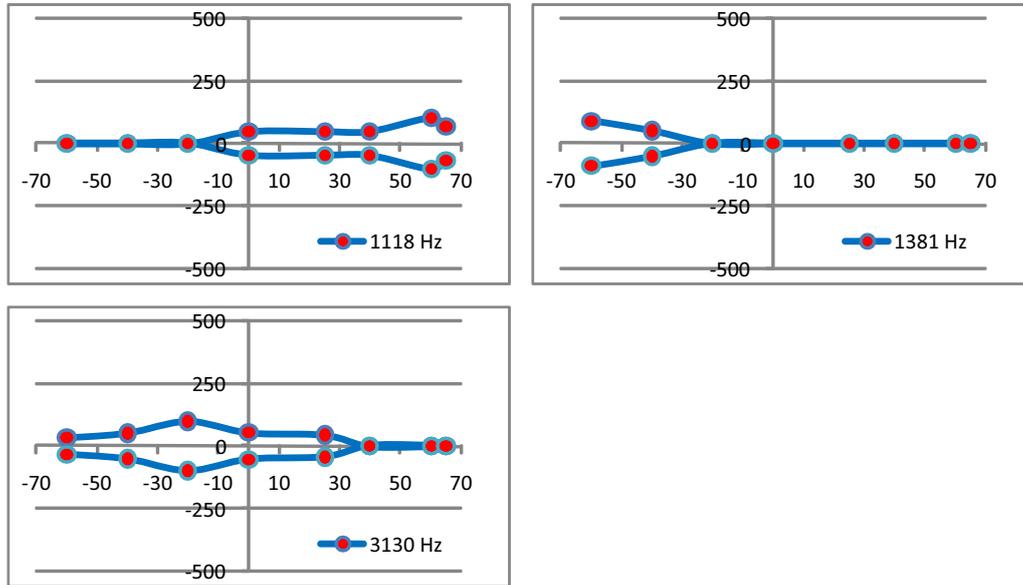
### Analyse Z4 :

Pendant l'usinage de la zone centrale (figure 4.8 page 107), le classement des participations modales a révélé que le mode prépondérant alterne principalement entre les modes 1 et 5. Ensuite viennent le mode 3 puis 2. Ce classement rejoint l'hypothèse selon laquelle l'outil excite les ventres plus que les noeuds, puisqu'il se situe près des noeuds des modes pairs et des ventres des modes impairs.

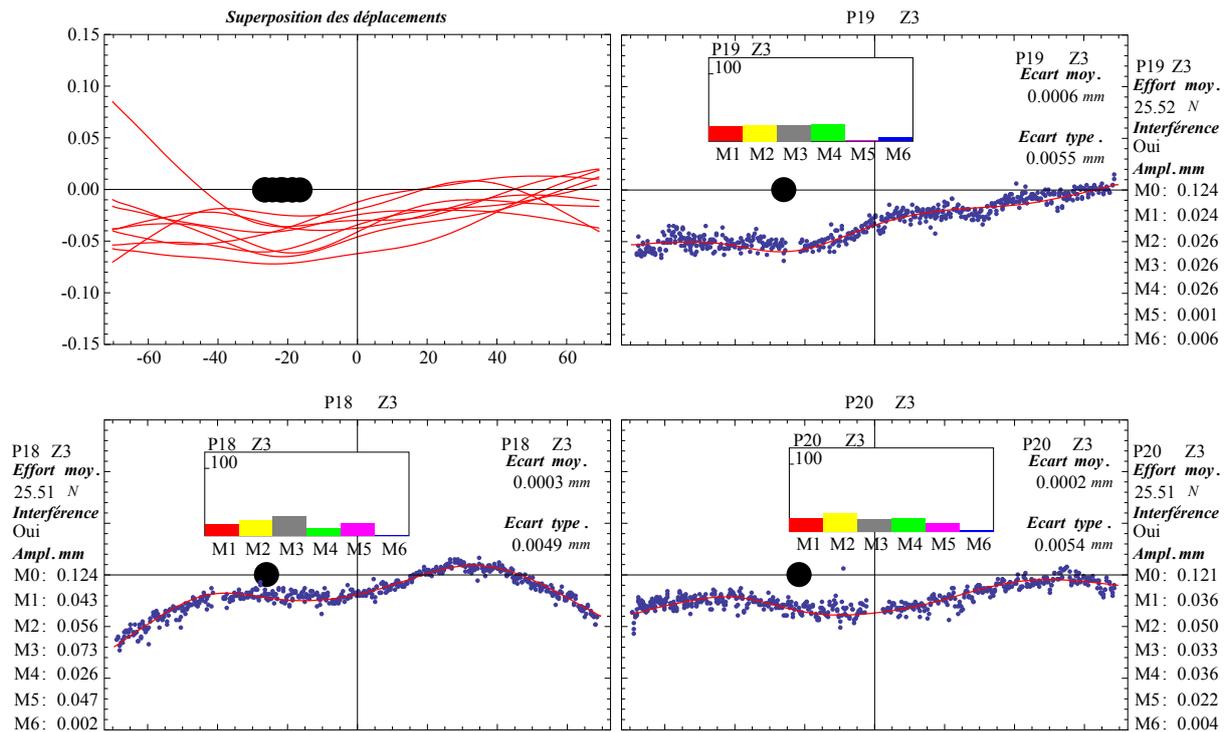
Les enveloppes de certains pics vont également dans ce sens. À 1206 Hz, la fréquence aussi bien que l'enveloppe confirment le deuxième mode propre (1195 Hz). Il en est de même pour le mode à 4099 Hz qui est très proche du cinquième mode propre (4050 Hz).

Le mode à 2326 Hz pourrait être relié au quatrième mode propre, mais la déformée de celui-ci n'a jamais été relevée comme majoritaire. Les noeuds d'enveloppe des pics

concordent plutôt avec les noeuds du troisième mode propre. Ils se situent à -37 et 37 mm.



(a) Enveloppes des pics fréquentiels

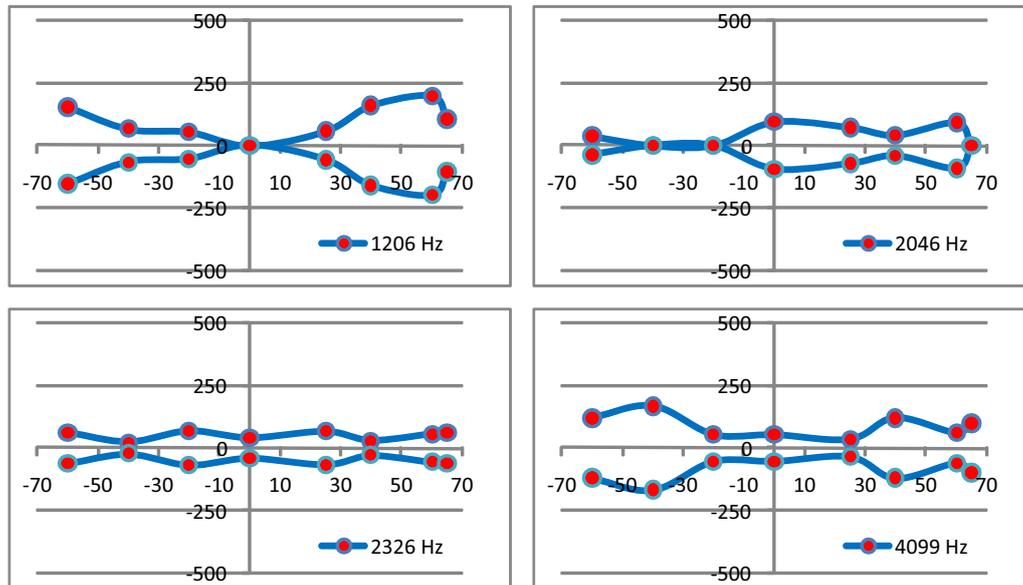


(b) Comportement spatial instantané

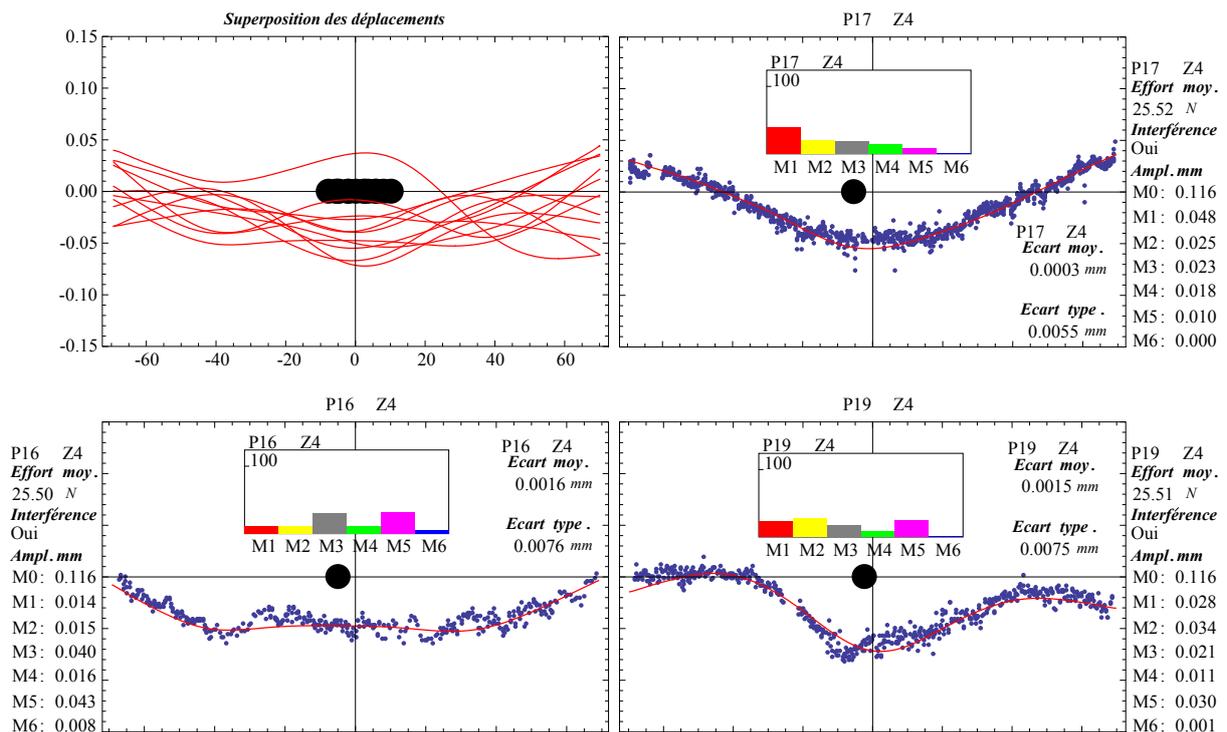
FIGURE 4.7: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la troisième zone

En revanche, le ventre central du mode 3 concorde moins avec le pic situé à  $x=0$  mm, qui témoigne d'une amplitude moins importante que ses pics voisins. Il est probable que l'outil empêche le ventre d'atteindre son amplitude maximale, ce qui pourrait être dû au talonnage. Cela sous-entendrait une configuration de paroi encastrée non libre. Cela dit

les écarts issus de l'interpolation des déformées n'ont pas révélé d'anomalies au niveau de l'outil.



(a) Enveloppes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.8: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la quatrième zone

Une fréquence apparaît également à 2046 Hz. Celle-ci est difficile à rapprocher d'un mode prépondérant. Ici, la pièce vibre dans une enveloppe de forme particulière avec un noeud en  $x = 40$  mm, et un ventre présent au niveau de l'outil. Les points de mesure de la déformée instantanée (4<sup>ème</sup> graphe figure 4.8b) montrent bien ceci, notamment avec

une déformation de la pièce en  $x = -10$  mm. Ici, les modes propres réussissent moins à interpoler localement la forme réelle.

Les résultats pour les zones Z5 à Z8 sont présentés dans l'annexe [A. 8 page 159](#).

#### Analyse Z5 :

Pendant l'usinage de la zone 5, les décompositions spatiales ont donné le mode deux pour majoritaire, suivi du premier puis du quatrième. Le troisième mode quant à lui, il a pu être aussi bien majoritaire que minoritaire. Ceci soulève la difficulté de dégager un classement totalement fiable, dans le sens valable au cours du temps.

Ici (figure [5.9a page 159](#)) la pièce vibre avec un comportement curieusement similaire à celui en zone 3. En effet les trois fréquences présentes en zone 3 (1118, 1381, 3130) réapparaissent à 1 % près. Respectivement comparées les unes aux autres, les enveloppes vibratoires montrent de fortes similitudes, notamment une symétrie par rapport au centre de la pièce. Ici, les ventres qui vibraient devant l'outil se retrouvent derrière, et vice versa.

Qu'il s'agisse d'une mesure erronée (saturation du signal par exemple ...), ou d'un phénomène mécanique, un phénomène particulier intervient ici. Autrement dit, toute une moitié de la pièce vibre à 1102 Hz, alors que l'autre vibre simultanément à 1401 Hz. Ces deux fréquences réparties autour du second mode propre laissent penser à l'installation (ou la disparition) imminente de celui-ci. Si c'était le cas, la transition vers ce mode n'interviendrait pas sur l'intégralité de la pièce en un laps de temps court, mais plutôt progressivement en arrivant par les bords. Il va de soi que des investigations sont nécessaires pour éclaircir cet aspect.

La fréquence de 1871 Hz a une enveloppe proche du troisième mode propre de par sa déformée. Cela dit, cette similitude ne se retrouve pas au niveau de l'outil.

#### Analyse Z6 :

Pendant l'usinage de la sixième zone (figure [5.10 page 160](#)), la deuxième déformée propre apparaît majoritaire, devant la troisième puis la première. Ici, la pièce vibre à 1550 Hz. Du point de vue fréquentiel, la similitude est établie avec le comportement en zone 2 où la pièce vibrait à 1554 Hz. Il s'agit donc du même régime qui s'est installé. L'enveloppe vibratoire tout comme les déformées instantanées confirment bien que cette fois-ci, le noeud de ce mode se trouve derrière, et que la zone de coupe vibre beaucoup plus par rapport aux autres régions.

### Analyse Z7 :

En septième zone (figure 5.11 page 161), la pièce vibre à 1031, 1491 et 2327 Hz, et on retrouve avec ces trois fréquences le même régime qu'en première zone (1026, 1471 et 2305 Hz). Les noeuds sur les enveloppes des pics se retrouvent à la moitié gauche de la pièce (figure 5.11a page 161). Comme dans les cas précédents, ils se retrouvent dans la moitié ne contenant pas l'outil, et il n'est pas trivial de discerner des modes propres.

### Analyse Z8 :

Au passage à la huitième zone (figure 5.12 page 162), les deux plus hautes fréquences de la Z7 laissent place à d'autres, dont deux étaient apparues en zone 1, ce qui confirme à nos yeux l'aspect symétrique du phénomène.

En conclusion : nous avons étudié en détail, zone par zone, les pics de fréquence aussi bien temporellement que spatialement. Dans le bilan partiel suivant, nous allons tenter d'apporter des explications globales aux incohérences relevées séparément.

### **4.2.3. Bilan partiel**

À l'issue de cette analyse, plusieurs éléments sont notés.

- Pour des positions d'outil symétriques par rapport au centre de la pièce, les mêmes régimes vibratoires s'installent, avec des noeuds et des ventres.
- Dans certains cas, la pièce vibre beaucoup plus au niveau de la zone de coupe qu'ailleurs. Dans d'autres cas, c'est l'inverse. On peut interpréter cela comme deux régimes distincts : à faible niveau vibratoire l'outil excite naturellement les ventres des modes alors qu'à haut niveau vibratoire l'outil tend à empêcher la zone de coupe de vibrer, mais le reste de la pièce peut vibrer plus fortement.
- La différence entre noeuds d'enveloppes vibratoires associées à un pic et noeud des modes propres revient systématiquement, sauf pendant l'usinage de la zone centrale. Il est à noter que dans près de 100 % des cas, les points de la forme 3D instantanée sont très bien interpolés par la somme des modes propres avec un écart type inférieur à 10  $\mu\text{m}$ , ce qui renforce la pertinence des modes propres considérés. L'explication de cette différence entre noeuds apparents et noeuds de modes propres est lié au fait que l'usinage peut s'assimiler à une vibration forcée à plusieurs fréquences. Ainsi à une fréquence donnée (un pic observé) correspond la superposition de plusieurs modes propres.
- Enfin, d'après l'analyse des diagrammes en bâtons, les trois premiers modes propres sont toujours majoritaires. Intrigués par ce constat, nous nous sommes intéressés au signe associé à leurs coefficients modaux. Ce signe relate la phase dans laquelle se trouve le mode par rapport à sa position de référence. Cette étude, présentée

ci-après, montre que malgré nos efforts et nos vérifications préliminaires, les deux premiers modes sont difficilement dissociables du mode statique. Cet aspect reste complexe et nécessite encore des approfondissements.

#### 4.2.4. Étude complémentaire

Afin de mieux comprendre l'interaction des déformées retrouvées, nous nous intéressons aux signes des poids modaux correspondants. La figure 4.9 synthétise les signes des contributions des six modes, pour toutes les formes 3D prises tout le long de l'usinage (130 au total). Sur les graphes la ligne centrale représente la position neutre, le long de laquelle évolue l'outil. Un symbole \* au dessus de cette ligne signifie une contribution positive du mode, et négative en dessous.

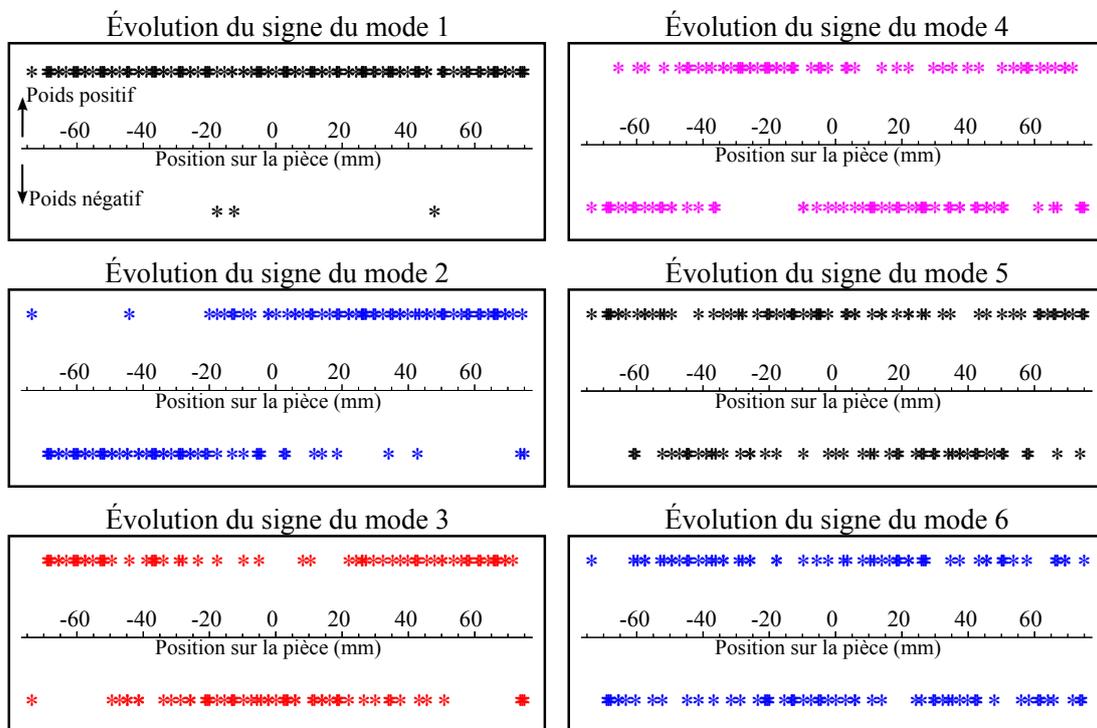


FIGURE 4.9: Signes des contributions modales

Pendant l'usinage des trois premières zones, entre -70 et -20 mm, les modes 1, 2, et 3 sont toujours majoritaires dans la composition des déformées instantanées. Or sur cette portion de l'usinage, en observant les signes de ces modes, nous constatons que leurs contributions respectives sont toujours de même signe à quelques exceptions près. Cela signifie que la déformée de chaque mode reste dans une phase identique par rapport à sa position de repos. Bien que numériquement ces formes modales ont toujours bien interpolé la forme instantanée mesurée, elles n'ont aucun sens physique si elles ne sont pas vibratoires.

Lorsque l'outil usine la zone 4 (de -20 à 20 mm), le mode 1 et 5 se partagent la première place. Sur cette portion, le mode 1 n'a toujours aucun sens physique, alors que les modes

2, 3 et 5 sont bien vibratoires. Cela dit, on note que les modes 2 et 3 changent moins de phase que le mode 5.

Passé la zone 5 et pour tout le reste de l'usinage, les déformées des modes 1, 2 et 3 redeviennent majoritaires. À nouveau ces déformées perdent leur sens physique.

À vrai dire, nous avons initialement suspecté que cette anomalie sur les signes des contributions modales pouvait s'expliquer naturellement par une erreur sur la contribution de la flexion statique, qui ressemble un peu à une superposition mode 1+2. Cela dit dans 100 % des cas, un calcul de la composante statique à partir des mesures de champs a abouti à un effort moyen de fraisage de  $25.5 \pm 0.1$  Newtons. Ce résultat est pourtant en bonne corrélation avec nos mesures d'effort en fraisage qui donnent 26.2 Newtons, soit moins de 3 % d'écart.

Enfin, soulignons qu'en pratique, il reste difficile de déterminer la composante statique de l'usinage d'une pièce flexible en présence de vibrations. D'une part, la flexion de la pièce tend à diminuer l'effort de coupe nominale appliqué. Il pourrait avoisiner 15,5 Newtons dans notre cas. D'autre part, la présence de vibration tend à augmenter l'enlèvement de matière global. Au final, ces deux effets jouent en sens contraires de sorte que tout pronostic est délicat.

En conclusion : nous avons considéré l'hypothèse la plus robuste a priori ( $25.5 \pm 0.1$  N est retrouvé dans 100 % des cas et proche de la valeur mesurée), mais sur la base de ce seul essai, il est difficile d'expliquer cette anomalie concernant le signe des contributions modales.

Dans la partie suivante, nous considérons un deuxième essai, très différent du premier.

### 4.3. Étude d'un essai à état de surface fortement dégradé (Pièce B)

L'essai exposé ici a été effectué à 10900 trs/min avec une profondeur de passe axiale de 6 mm. Sur les lobes de stabilité l'usinage se situe en zone instable, dans les lobes des quatre premiers modes propres. Les conditions d'engagement sont identiques que dans l'essai précédent. Durant la majorité de cet usinage, la vitesse de vibration a atteint la limite du laser (425 mm/sec). Cela a eu pour conséquence d'écarter le profil temporel de vitesse, mais d'après nos investigations sans grand impact sur les fréquences de broutement mesurées. Pour cette raison, les fréquences seront considérées comme fiables, mais les amplitudes des temporels seront utilisées plus à des fins comparatives du fait de leur saturation.

#### 4.3.1. Comportement de la pièce à l'échelle de l'usinage

##### 4.3.1.1. Analyse temporelle globale

###### Lecture horizontale de l'état de surface et diagonale des temporels

Ici, l'état de surface comporte huit zones, aux profils fortement variables (encadrés blancs figure 4.10 page 114). Des zones facettées aux  $R_t$  inférieurs à 10  $\mu\text{m}$  alternent avec des zones striées, dont la distance pic-creux excède 250  $\mu\text{m}$ . En raison de la forte inclinaison des stries, des transitions s'étalant sur près de 4 mm apparaissent (encadrés rouges). On notera T1-2 la transition entre zone 1 et zone 2. Le comportement de la zone de coupe montre bien ces transitions.

Si l'on exclut la première zone, une symétrie de l'état de surface par rapport au milieu de la pièce est perceptible. En lecture diagonale, cette symétrie est moins visible pour le comportement de la zone de coupe de part et d'autre de la zone 5. Les niveaux vibratoires sont légèrement plus faibles en deuxième moitié de l'usinage.

D'après les mesures temporelles, et de façon surprenante, l'amplification du niveau vibratoire de la zone de coupe concorde avec une amélioration de l'état de surface. Par exemple, en passant de la zone 2 à 3, le RMS vibratoire passe de 10 à 33  $\mu\text{m}$ , alors que l'état de surface passe de 250 à 7.19  $\mu\text{m}$ . Toutefois cette tendance n'est pas générale, puisque des niveaux vibratoires proches peuvent également donner des états très différents. Il suffit de comparer les zones 1 et 8 pour voir qu'un niveau vibratoire mesuré d'environ 0.022 mm, peut générer aussi bien des facettes au  $R_t$  de 5.81  $\mu\text{m}$ , que des stries dont la profondeur dépasse largement la profondeur de coupe radiale.

En résumé : aucune règle systématique n'a été identifiée entre vibration et état de surface.

### Lecture verticale des temporels

Si l'on procède à une lecture verticale, pendant l'usinage de chaque zone, le niveau vibratoire du reste de la pièce n'est pas très différent de celui de la zone de coupe. Cela dit, du fait d'un signal laser souvent saturé la prudence reste de mise, et aucune conclusion ne peut être tirée sur ces seules informations. Pour s'en rendre compte, il suffit d'observer le niveau vibratoire de l'ensemble de la pièce pendant l'usinage d'une zone fortement dégradée. Par exemple, lorsque l'outil usine la zone 2, il est difficile de croire qu'une vibration globale de la pièce de l'ordre 0.01 mm, donne des distances pics-creux supérieures à 0.25 mm...

De ce fait, l'analyse des amplitudes temporelles ne peut être approfondie davantage. Ce phénomène n'influant pas significativement sur les valeurs de fréquences, ce que nous avons vérifié, le comportement fréquentiel de la pièce est exposé dans le paragraphe suivant.

En résumé : Si l'on croise la qualité de surface avec les niveaux vibratoires globaux ou sous l'outil, toutes les combinaisons apparaissent, réduisant l'espoir de règles simples entre niveau vibratoire et qualité de surface.

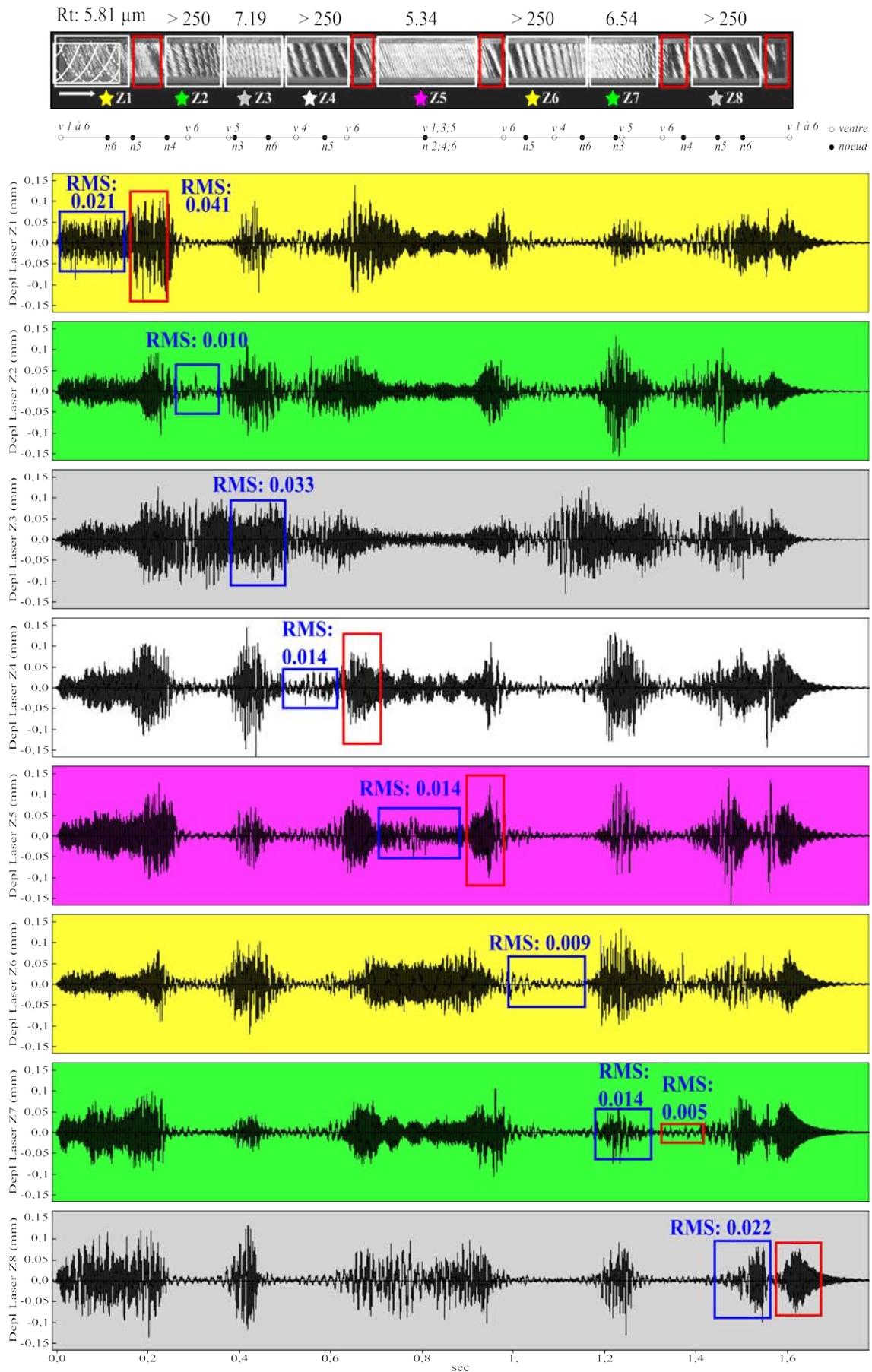


FIGURE 4.10: Comportement temporel de la pièce à l'échelle de l'opération

#### 4.3.1.2. Analyse fréquentielle globale

À partir des courbes temporelles discutées précédemment, des fenêtres ont été sélectionnées. Les régimes établis et les transitions les plus significatives ont été pris en compte. Cela a permis de passer dans le domaine fréquentiel treize portions de temps. Celles-ci sont exposées dans les figures [4.11 page suivante](#), [4.12 page 117](#) et [4.13 page 118](#).

Précédemment, nous avons vérifié que l'écrêtage du temporel menait à des hauteurs de pics erronés, mais qu'il n'avait pas d'influence sur la valeur des fréquences en jeu. Pour cette raison, les pics seront considérés à deux titres. D'une part, des hauteurs significatives de pics à une même fréquence, et ce, en différents endroits de la pièce, attestent bien la vibration à cette fréquence. D'autre part, leur nombre constitue un indicateur pertinent quand au nombre de modes en place.

Tout le long de l'usinage, jusqu'à quatre fréquences apparaissent entre 1000 et 4000 Hz. Une grande majorité d'entre elles sont toutefois en dessous de la fréquence de dent (1816 Hz). La figure [4.11 page suivante](#) illustre le comportement de la plaque pendant l'usinage du premier tiers (Z1, T 1-2, Z2, Z3). En Z1 où l'outil se situe sur les ventres de tous les modes propres, trois pics apparaissent. La surface générée en facettes est pourtant la moins dégradée de toute la pièce. Après la transition T1-2, ces pics laissent place à un seul pic de broutement (1753 Hz), et l'état de surface se dégrade considérablement, avec l'apparition de larges stries en zone Z2. Pendant l'usinage de Z3, un pic à 1933 Hz apparaît et l'état de surface s'améliore par des stries moins profondes.

En zone 4 (ligne 1 figure [4.12 page 117](#)), le broutement d'un seul mode coïncide à nouveau avec de larges et profondes stries. En zone 5 (ligne 3 figure [4.12 page 117](#)), la cohabitation de trois modes (1137, 1254 et 1794) améliore en fait l'état de surface. En zone 6 (ligne 5 figure [4.12 page 117](#)), l'extinction des deux modes à 1137 et 1254 Hz dégrade à nouveau la pièce.

Pendant l'usinage de la zone 7, la ligne 1 de la figure [4.13 page 118](#) montre à nouveau que la vibration de plusieurs modes simultanément mène aux états de surfaces les moins dégradés. En zone 8 (ligne 3 figure [4.13 page 118](#)), cette tendance ne s'applique plus, et plusieurs modes de broutement mènent à une instabilité telle, que certaines zones de la pièce ne sont même pas usinées. Ces zones se présentent sous forme de bandes inclinées de matière brute, d'environ 1 mm de large. Cela correspond à environ vingt coups de dent ou deux tours d'outil (avance de 0.05 mm avec un outil 10 dents).

En résumé : Il apparaît que les relativement bons états de surfaces à « facettes » ont été toujours été générés par la présence de plusieurs modes de broutement simultanés, alors que les profondes stries résultent de la vibration d'un mode prédominant. Précisons qu'il ne s'agit pas d'une règle générale, puisque cette règle ne s'appliquait pas à la pièce précédemment étudiée.

La partie suivante analyse le comportement de la pièce pendant l'usinage de chaque zone, en s'appuyant sur les champs de déplacements mesurés.



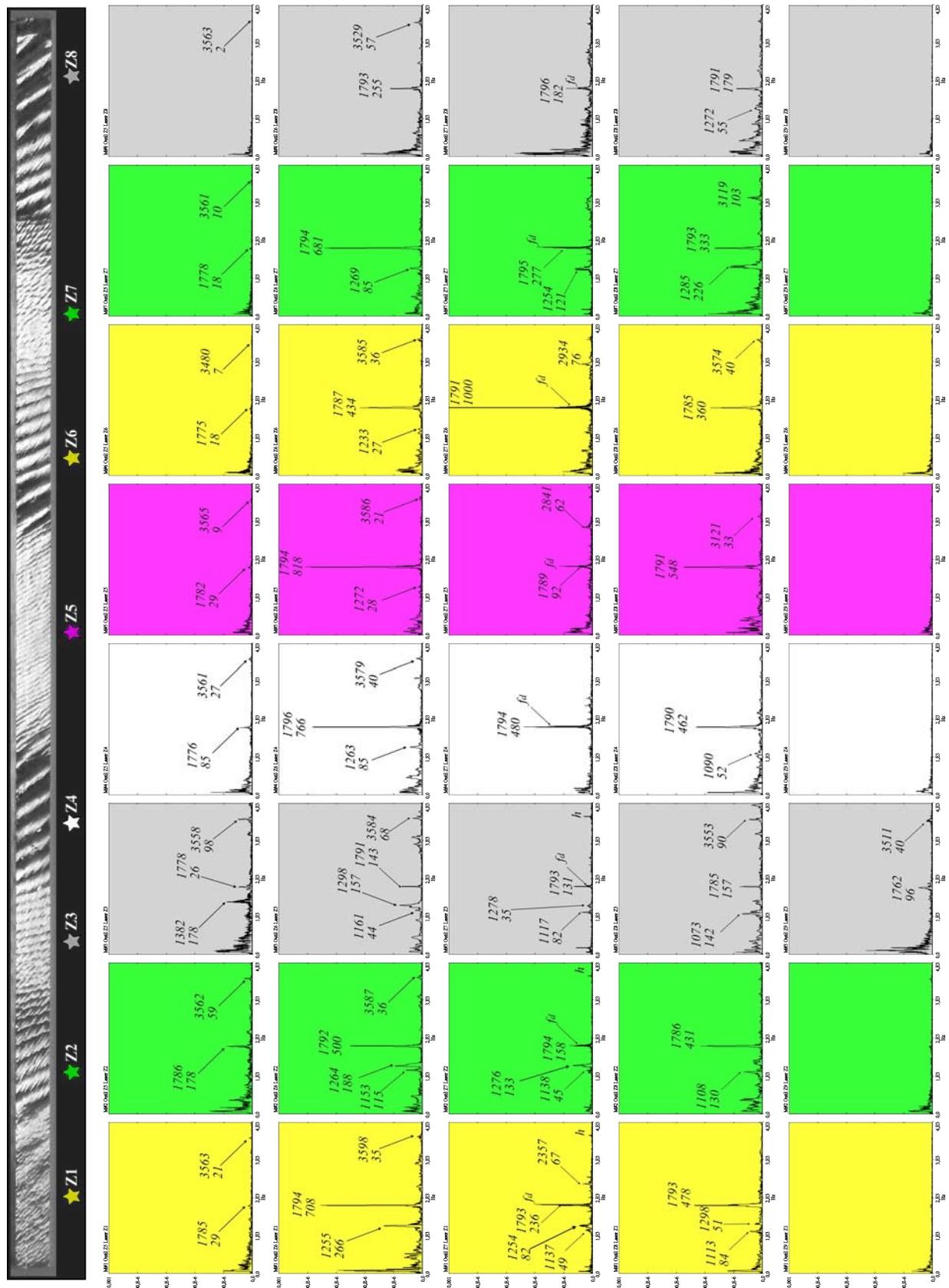


FIGURE 4.12: Comportement fréquentiel de la pièce (deuxième tiers de l'opération)

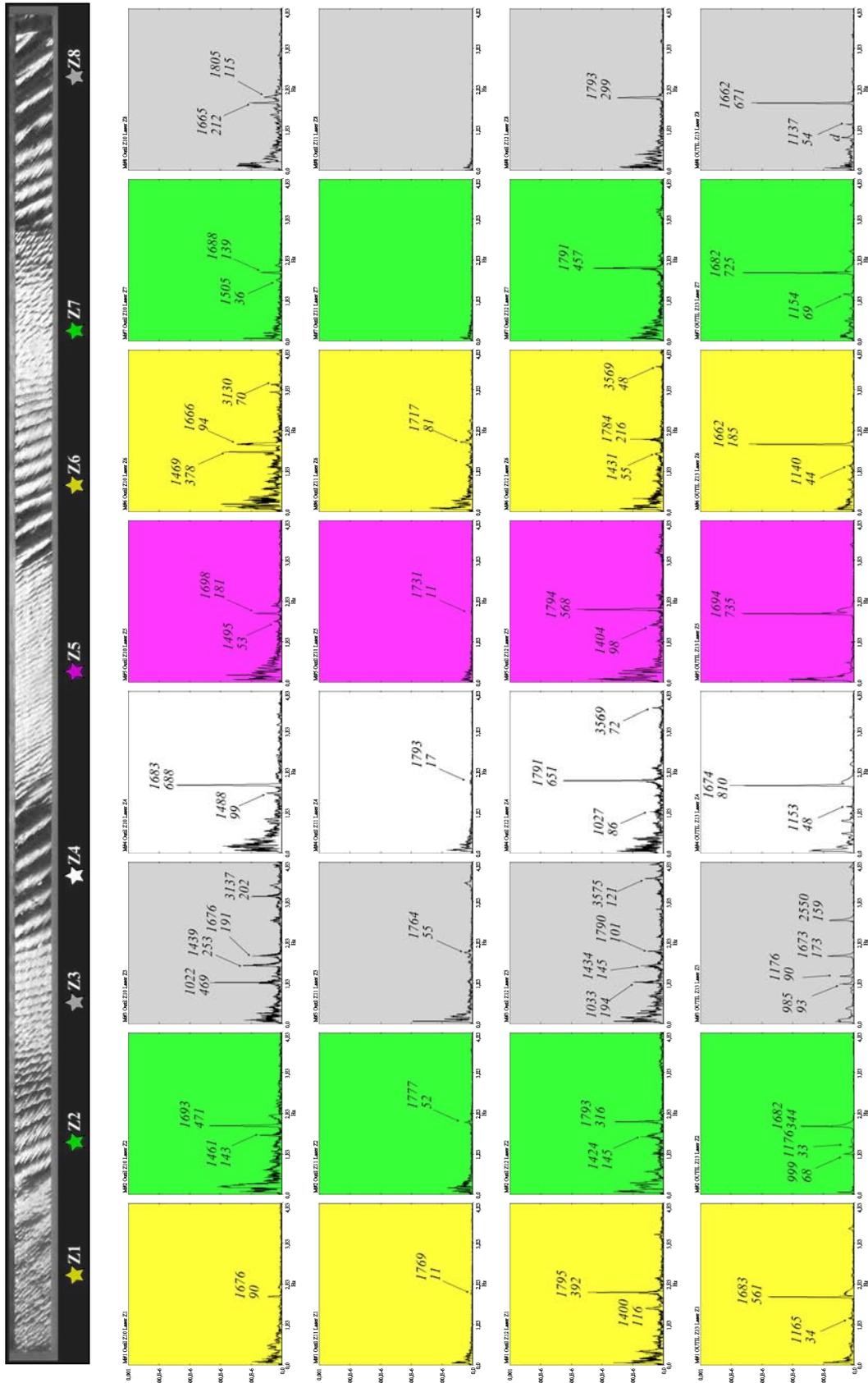


FIGURE 4.13: Comportement fréquentiel de la pièce (dernier tiers de l'opération)

### 4.3.2. Analyse du comportement de la pièce à l'échelle locale

Dans cette partie, nous étudions le comportement de la pièce en régime établi. Les zones de transition ne seront pas abordées en raison du trop peu d'images disponibles.

#### Analyse Z1 :

En zone 1 (figure 4.14 page suivante), l'étude des contributions place les trois premières déformées modales comme prépondérantes (voir Annexe A. 9 page 163). L'étude des pics a également permis de discriminer trois régimes établis. La première fréquence intervient à 1054 Hz et se situe entre les deux premiers modes propres. La deuxième qui est de 1460 Hz se situe à mi-chemin entre le deuxième et le troisième mode. Si l'on néglige le premier mode propre, ceci est assez cohérent avec les modes 2 et 3. À ce propos, les déplacements superposés (figure 4.14b page suivante) qui contiennent la composante statique montrent un noeud à  $x=-10$  mm. En soustrayant cette déformée statique, ce noeud apparent se déplacerait vers le centre de la pièce sur certaines images, et vers l'extérieur pour d'autres.

Bien que la dernière fréquence de 3262 Hz s'intercale entre le quatrième et le cinquième mode propre, les participations de ces deux modes n'ont jamais excédé 10 %, comparés aux trois premiers.

#### Analyse Z2 :

Pendant l'usinage de la zone 2, quatre fréquences sont en jeu (1154, 1525, 1753 et 2054 Hz). Celle de 1753 Hz incrimine incontestablement le troisième mode propre (1750 Hz), dont l'amplitude atteint aisément 1.3 mm sur les mesures de champs. Ici l'outil se situe sur le ventre du mode propre 3, et l'état de surface sur cette zone, largement détérioré, porte les traces des fortes amplitudes relevées. Par conséquent, la première de 1154 Hz serait liée au premier mode (identifié avec des amplitudes de 0.1 mm). Ainsi, la fréquence de 1525 Hz irait dans le sens du deuxième mode, dont la déformée atteint 0.5 mm.

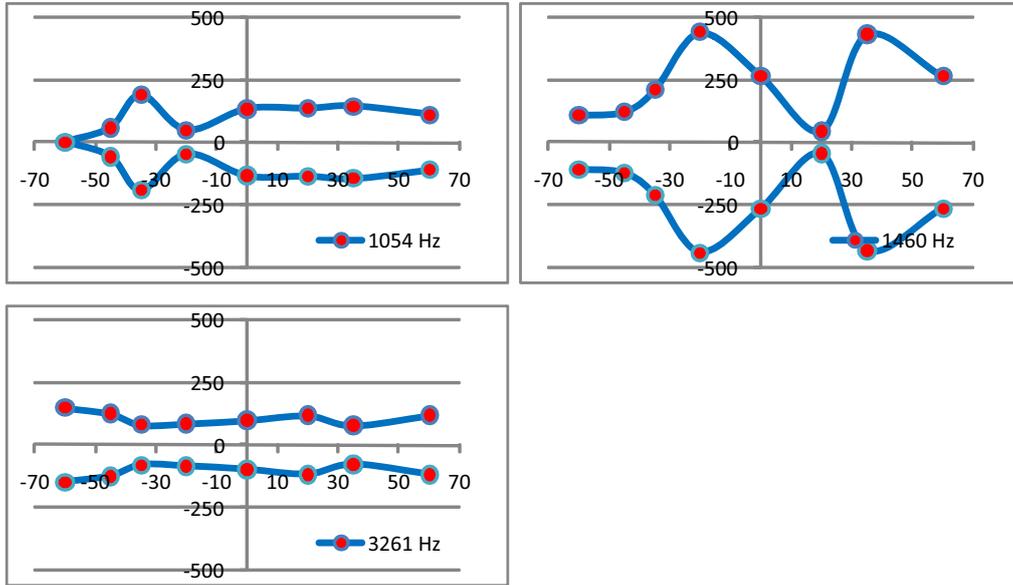
Quant à la fréquence de 2054 Hz, elle pourrait être liée au quatrième mode, qui prend statistiquement une place plus importante que les modes 5 et 6.

#### Analyse Z3 :

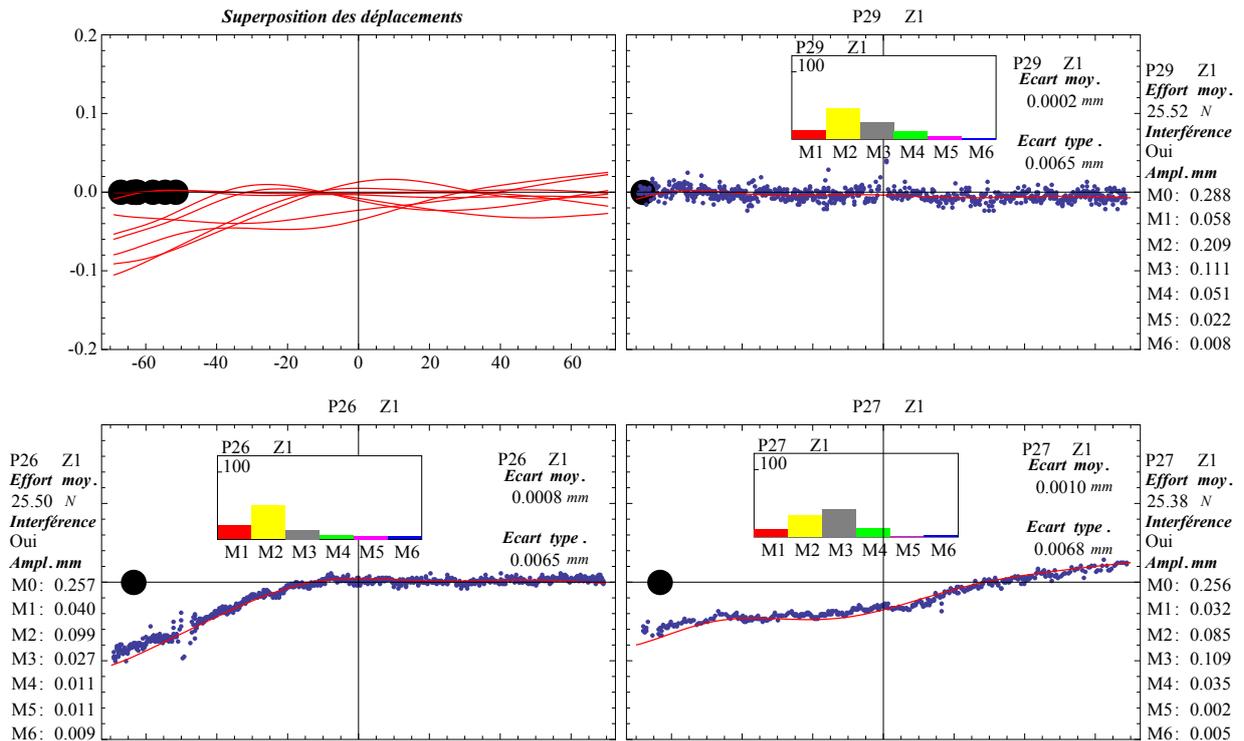
Pendant l'usinage de la zone Z3, le mode 3 est toujours prépondérant. La fréquence de broutement passant de 1753 Hz à 1723 Hz, ce qui colle bien avec le mode 3, et la déformée du mode 3 s'étant notablement amplifiée. L'outil étant situé proche de son noeud, on peut comprendre qu'il l'empêche moins de vibrer que précédemment, tout en l'excitant, conduisant à un niveau global plus important.

Quant aux autres fréquences en jeu, celles à 1521 Hz et 2020 Hz sont toujours en place

depuis la zone précédente. Une nouvelle fréquence apparaît à 1933 Hz et une fois de plus il n'est pas évident de conclure.

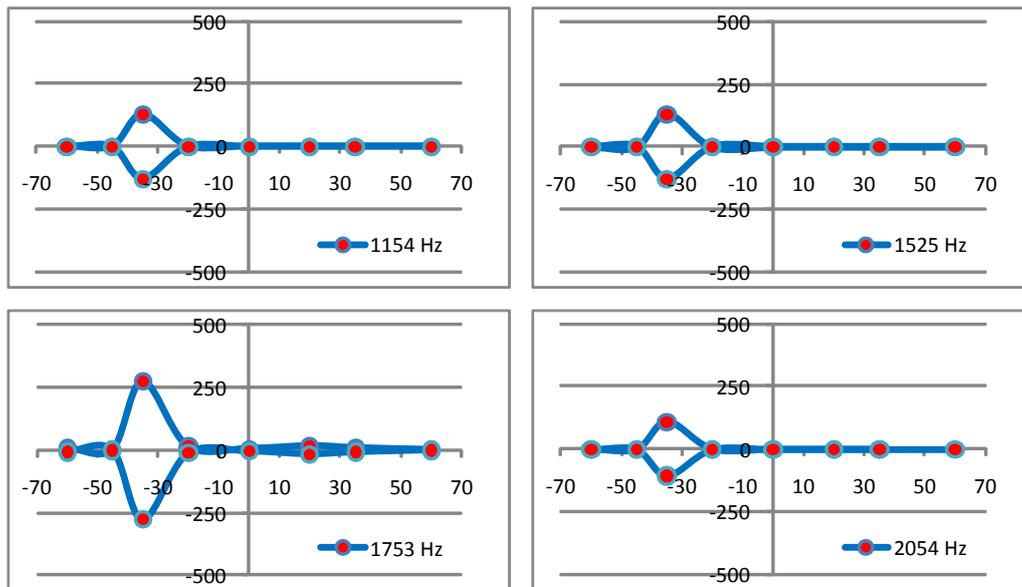


(a) Envelopes des pics fréquentiels

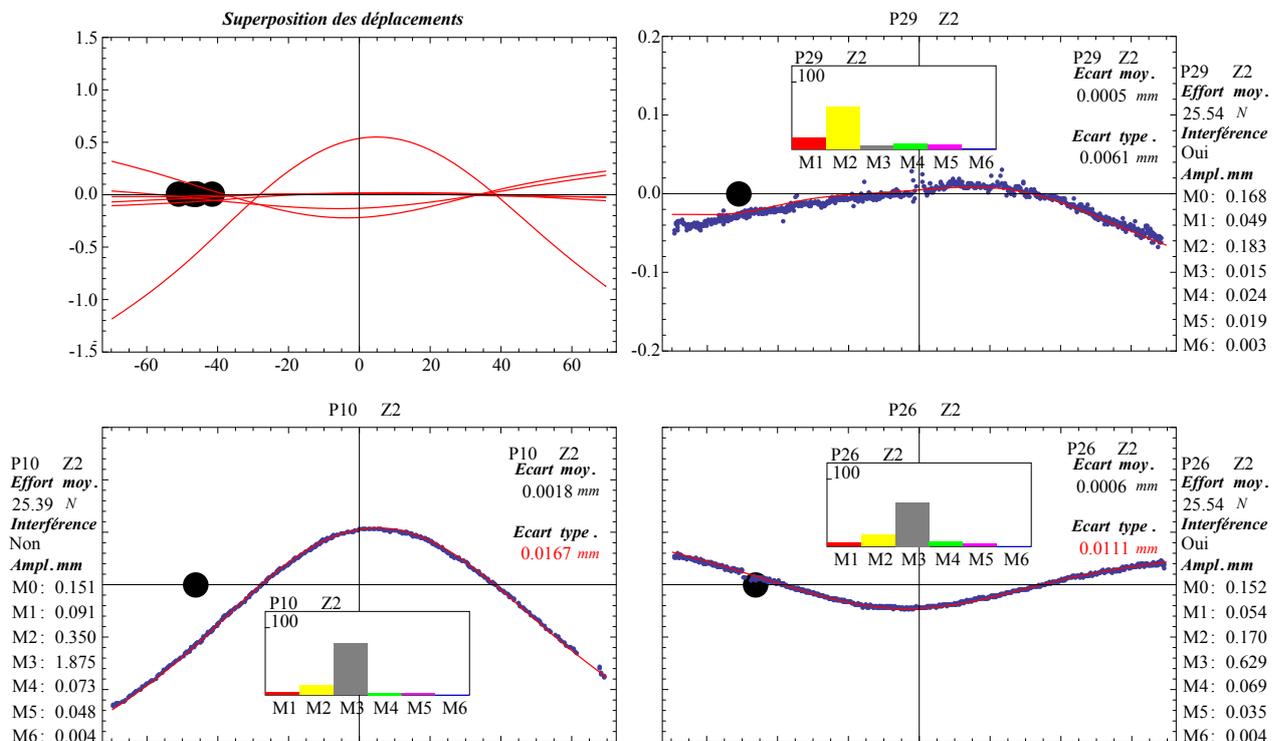


(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.14: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la première zone

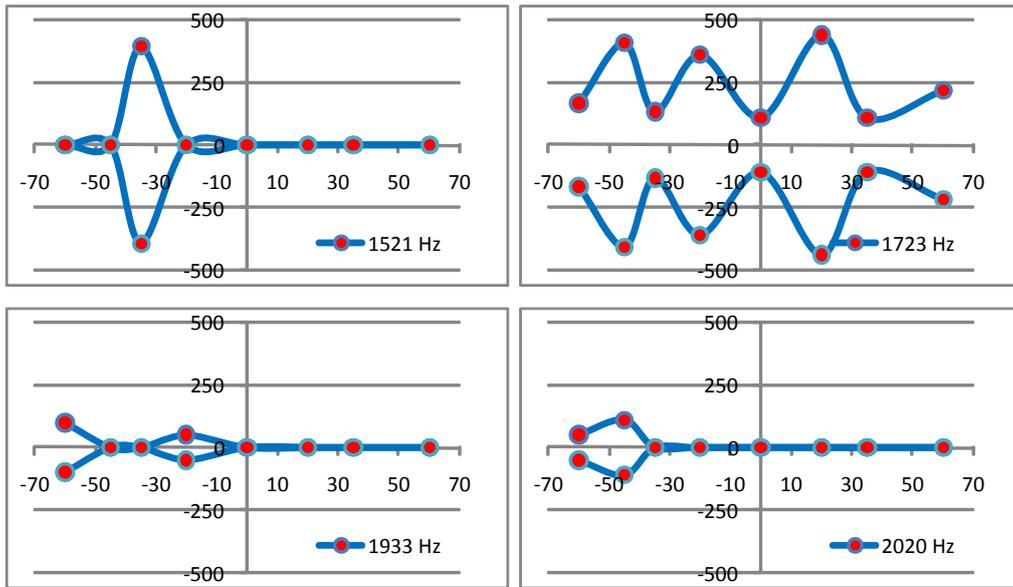


(a) Enveloppes des pics fréquentiels

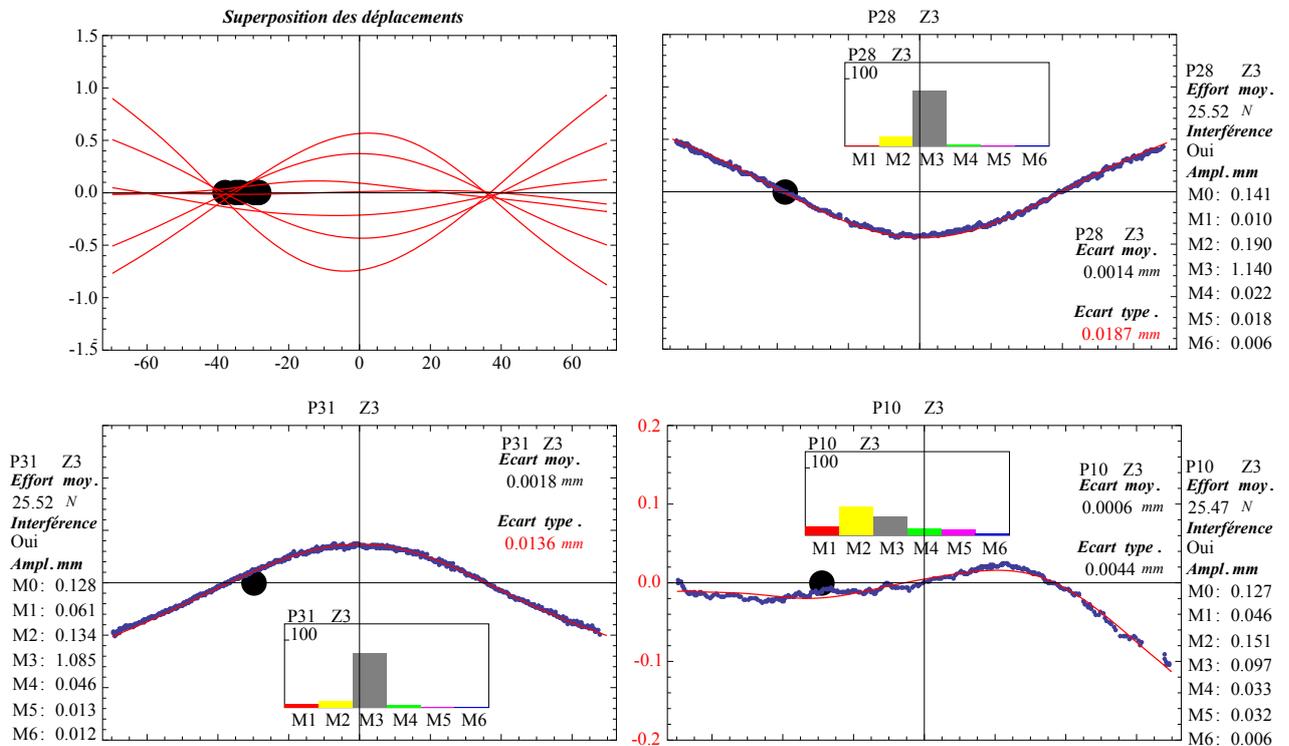


(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.15: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la deuxième zone



(a) Envelopes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.16: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la troisième zone

#### Analyse Z4 :

Lorsque l'outil usine la zone 4, le mode 3 est toujours en première place d'après les déformées de la pièce. La deuxième place est partagée entre première et deuxième déformée propre (992 et 1195 Hz).

Ici il est difficile de rapprocher le premier mode propre avec la vibration à 1382 Hertz, d'autant que la fréquence immédiatement supérieure 1780 Hz est, est liée au troisième mode. Précisons que par rapport à l'usinage de la Z3, l'outil a progressé davantage sur le ventre du mode 3, et après comparaison avec les déformées de la figure 4.16b page ci-contre il ressort un élément important. Sur les cinq clichés superposés de la figure 4.17b page suivante, la déformée du mode apparaît toujours dans la même phase, avec un déplacement négatif du ventre central. Ici, il serait risqué d'en conclure que la présence de l'outil empêche la déformée d'atteindre sa phase inversée. En effet, l'état de surface en Z4 (figure 4.10 page 114) présente des stries avec un  $R_t$  dépassant amplement la profondeur de passe radiale. Ceci montre qu'obligatoirement, la zone de coupe a eu un déplacement positif important. Autrement dit ici, les mesures de champs effectuées ne suffisent pas à visualiser le mécanisme dans son intégralité, et la faible fréquence d'image handicape sérieusement l'analyse.

#### Analyse Z5 :

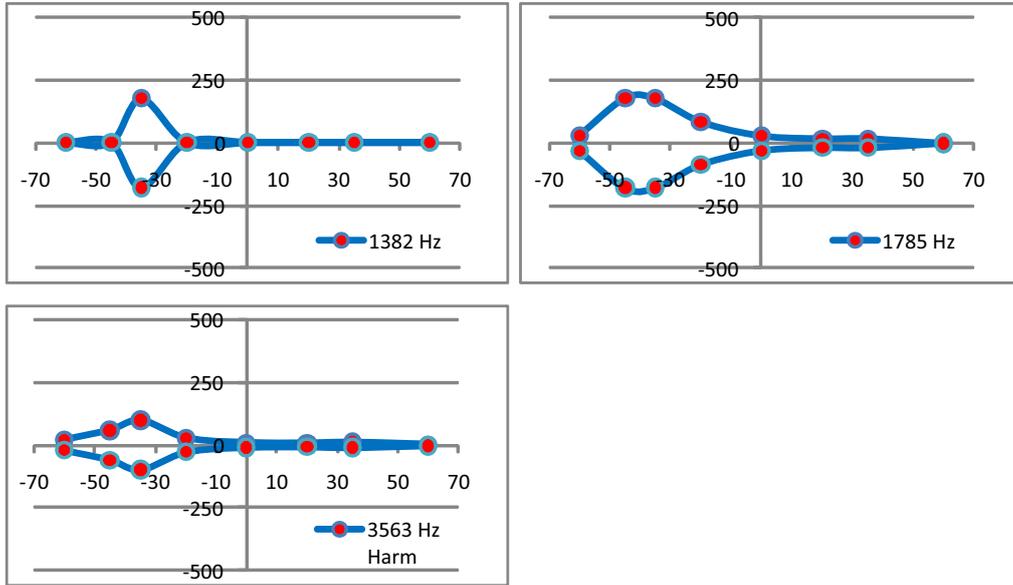
Pendant l'usinage de la zone 5 (figure 4.18 page 125), les déformées classent statistiquement les modes propres 3 puis 1 comme prépondérants. Les modes 5 et 2 alternent en troisième place.

Si l'on compare les enveloppes des pics, ceux relevés à 1793 Hz sont effectivement les plus amples, et vont dans le sens du mode 3. Quant aux pics à 1137 Hz et 1254 Hz, le bon sens permet de les rapprocher respectivement des modes propres 1 et 2, malgré que leurs amplitudes ne soient pas suffisamment éloignées pour pouvoir les classer.

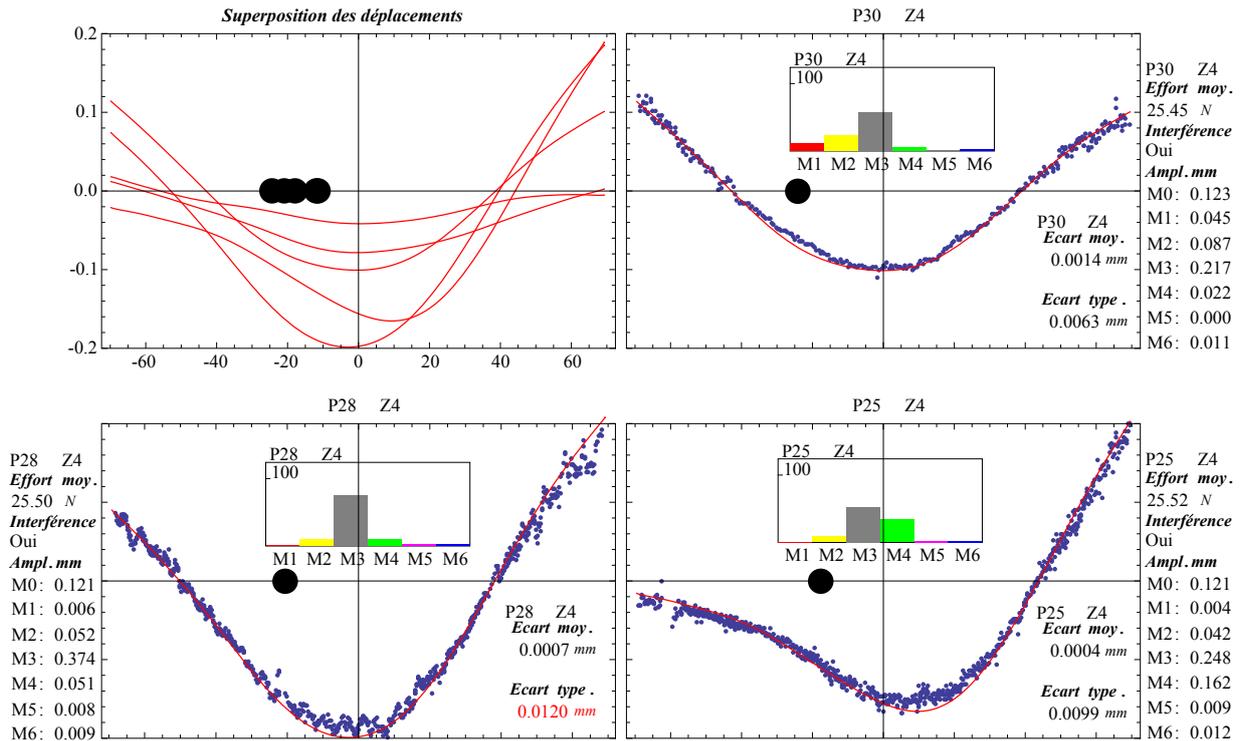
Bien qu'aucune fréquence ne semble incriminer les modes 4 ou 5, ils ont été retrouvés comme prépondérants dans certaines déformées. Il s'agit en fait de cas particuliers où les autres modes étaient proches de leur zéro à l'instant de la prise d'image. Plusieurs images prises au sein d'une même période auraient permis de le visualiser.

Comme relevé pendant l'usinage de la zone précédente (voir figure 4.17b page suivante), la figure 4.18b page 125 montre qu'ici également, la zone de coupe a toujours un déplacement négatif (hormis une image prise à l'abord de la zone 6). En revanche, l'état de surface peu dégradé en Z5 écarte le scénario d'une interférence accrue par un déplacement positif de la zone de coupe. Autrement dit ici, l'outil semble empêcher les déformées de prendre leur forme inversée, avec un déplacement positif pour le ventre central, ce qui

est difficilement compatible avec un modèle vibratoire classique, comme évoqué lors de la pièce usinée précédemment.

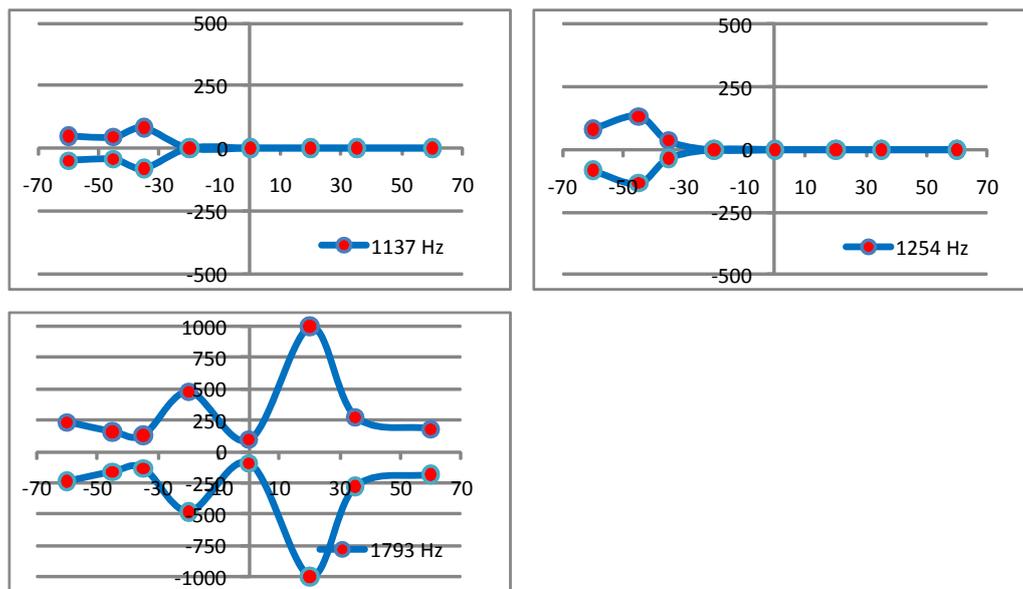


(a) Envelopes des pics fréquentiels

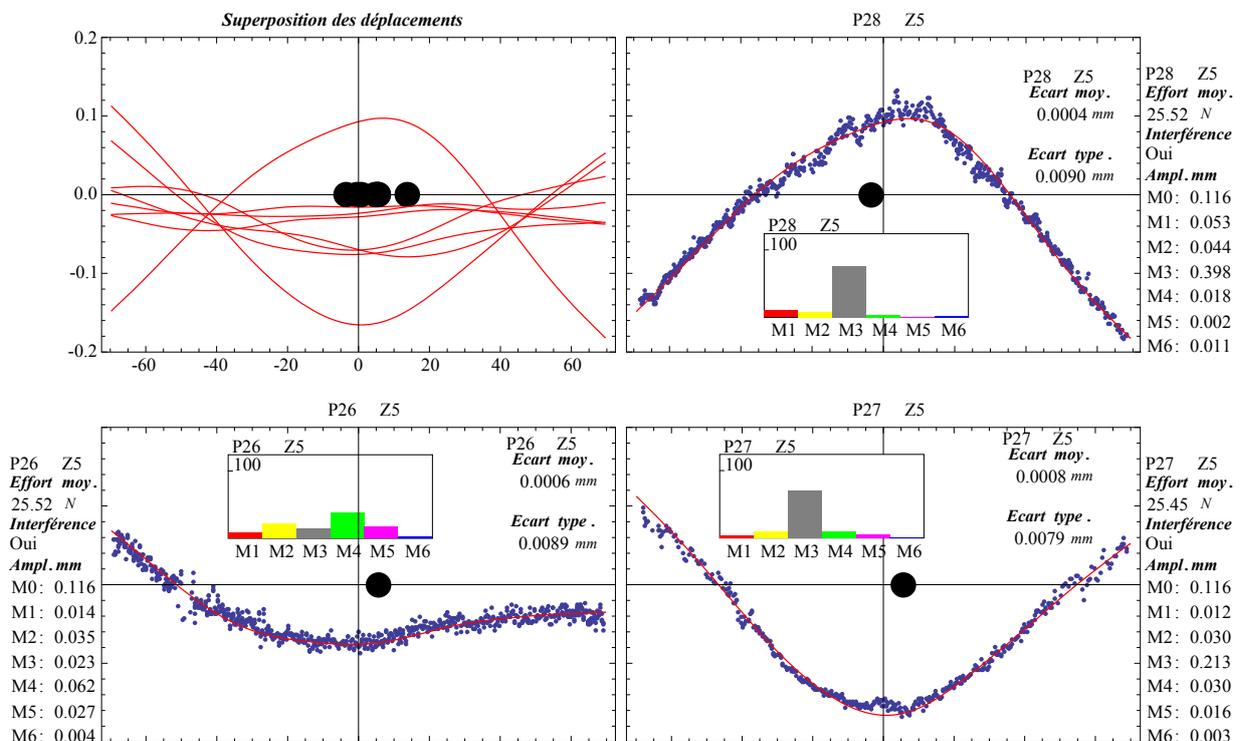


(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.17: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la quatrième zone



(a) Enveloppes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 4.18: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la cinquième zone

Les résultats pour les zones Z6 à Z8 sont illustrés dans l'annexe A.10 page 165.

#### Analyse Z6 :

Pendant l'usinage de la sixième zone (figure 5.13 page 165), le troisième mode est toujours fortement actif. L'état de surface à nouveau strié est fortement semblable à celui

de sa zone symétrique Z4. Cela étant, contrairement aux mesures spatiales prises en Z4 (figure 4.17b page 124) les cartes de déplacement de la figure 5.13b page 165 montrent ici que la zone de coupe a bien des déplacements positifs de l'ordre de 0.5 mm. Ceci est en excellente corrélation avec les profondeurs pics-creux générées.

Cette comparaison conforte bien l'idée que des mesures de champs en trop faible nombre, même couplées avec les mesures laser, laissent échapper des informations essentielles. L'observation de la surface usinée est un complément d'information incontournable, pour éviter des conclusions trop hâtives.

#### Analyse Z7 :

En zone 7, l'outil usine sur le noeud du mode 3, et l'état de surface est très proche de celui de la zone 3. Ici le mode 3 est toujours prépondérant d'après les déformées instantanées, suivi du 2 puis du 1. Ici, la vibration à 1676 Hz correspond bien au troisième mode. Par conséquent, la fréquence de 1461 Hz serait plus liée au deuxième mode, et 1022 Hz au premier mode. Quant à la fréquence à 3137 Hz, il a été impossible de déterminer à quel mode propre elle pouvait être liée.

#### Analyse Z8 :

Sur la dernière zone, les fréquences de 1033 Hz, 1400 Hz, et 3575 Hz sont relevées. Elles correspondent aux trois fréquences présentes en Z1. Cela dit les états de surfaces sont complètement différents. Pour cet essai, l'effet de la perte de matière sur l'évolution des fréquences serait délicat à quantifier. Ici les écarts de forme de la surface usinée sont trop importants (0.5 mm environ) pour pouvoir admettre une profondeur radiale constante.

En plus des trois fréquences évoquées ci-dessus, le mode 3 est clairement présent, mais aussi prépondérant. Sa proximité avec la fréquence de dent (20 Hz d'écart) explique le retour des stries dues au phénomène de battement. Or le comportement n'est pas tout à fait symétrique, car en Z1 ce mode n'était pas encore établi.

A ce propos, une grande différence doit être notée. En Z1, l'outil progressait d'un ventre vers un noeud, alors qu'en Z8, il progresse d'un noeud vers un ventre. Autrement dit une fois arrivé en Z8, l'outil a passé le noeud du mode. Ce constat avait été relevé pour le passage au premier noeud, et l'explication pourrait être la suivante. Un mode avec un taux d'amortissement très faible, couplé à une vitesse d'avance d'outil relativement élevée, n'aura pas le temps de s'éteindre au passage de l'outil sur son noeud. Dans ce cas, cela signifierait que la vitesse d'avance joue un rôle majeur dans le démarrage et l'extinction des modes, le régime étant significativement transitoire.

### 4.3.3. Bilan partiel

Dans cet essai, la saturation du signal temporel a largement pénalisé l'analyse. Le mode propre 3 a été dominant tout le temps de l'usinage. L'étude des mesures de champs couplée à l'analyse de la pièce a révélé que dans la zone centrale de pièce, il est possible que le mode 3 vibre dans sa même phase. Bien entendu, des images supplémentaires sont nécessaires pour vérifier cette hypothèse.

Comme présenté lors de l'analyse de la pièce précédente, la figure 4.19 expose les signes des contributions modales retrouvées pendant l'essai. Ici, l'étude se confronte à la même problématique que l'essai précédent, mais dans une moindre mesure. En effet les signes ne sont pas vraiment compatibles avec un modèle vibratoire classique, mais la répartition des multiples zones où les signes sont quasi-constants reste complètement mystérieuse à nos yeux.

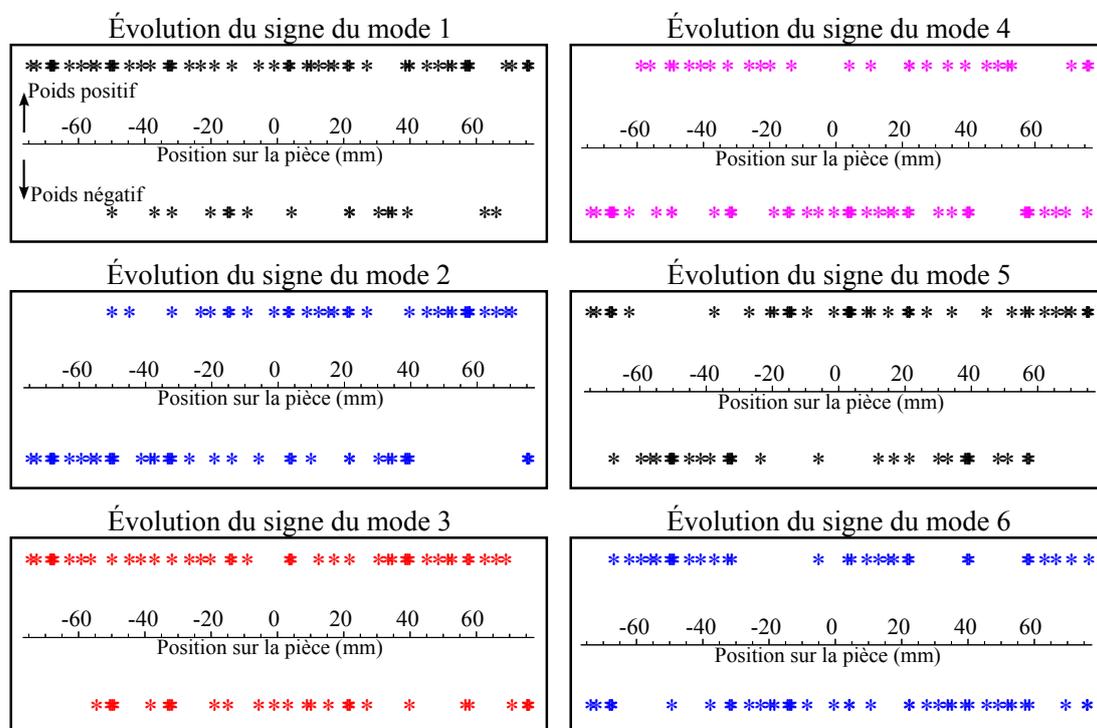


FIGURE 4.19: Signes des contributions modales

Cet essai se démarque du précédent par une vibration du troisième mode propre avec de grandes amplitudes. Pour cet essai, la procédure d'analyse parvient à interpoler les formes instantanées, avec notamment la présence des déformées modales du mode 1 et 2 sans que celles-ci n'aient de sens physique. Cela n'a pas permis de tirer des conclusions générales quant à l'action de l'outil sur les modes de vibration.

Toutefois, l'analyse a permis de constater que le passage de l'outil sur le noeud d'un mode n'empêche pas celui de rester en vibration. Nous avons avancé une explication potentielle, selon laquelle serait incriminée l'association d'un taux d'amortissement faible

avec une haute vitesse d'avance. Bien entendu, cette piste nécessite d'être approfondie, mais son investigation reste compliquée pour deux raisons.

Premièrement, le taux d'amortissement est difficile à quantifier. Jusqu'à présent, cette grandeur était obtenue par un sonnage de la paroi sans la présence de l'outil. Dans cette configuration simplifiée, le taux d'amortissement pouvait varier du simple au double selon le choc appliqué. Cela laisse imaginer qu'en présence de l'outil, il sera extrêmement difficile de quantifier cette grandeur sous l'effet d'excitation, de chocs, d'arrachement de copeaux, de talonnage... qui se déplacent au cours du temps.

Deuxièmement, il est impossible de connaître l'impact de la vitesse d'avance seule. Cela implique de conserver le même nombre de dents à la même vitesse de rotation, et de faire varier l'avance à la dent. Dans ce cas certes la vitesse d'avance varie, mais la section de copeau aussi ce qui donnera un effort de fraisage différent. Autrement dit, sera difficile de savoir si d'éventuelles variations du comportement de la pièce proviennent du changement de la vitesse d'avance ou de l'effort statique de fraisage.

Pour isoler l'impact de la vitesse d'avance il faudrait usiner à ISO-effort, autrement dit appliquer un effort radial de fraisage identique pour deux avances à la dent différentes. Ceci serait envisageable avec deux géométries d'outils strictement identiques, aux coefficients de frottements (avec la matière usinée) différents. Plus concrètement, cela implique d'utiliser deux revêtements existants avec deux lois de coupe différentes, et de chercher pour chacune d'entre elles l'avance à la dent de sorte à obtenir un effort radial identique. Malgré cela l'expérience ne serait pas fiable, car même avec un effort radial moyen identique, des avances à la dent différentes donneront difficilement le même état de surface.

#### 4.4. Conclusion du chapitre

La conclusion présentée ici reprend une synthèse comparative des deux analyses. Notre analyse a été confrontée à des incohérences quant aux modes retrouvés à l'aide des mesures de champs. Il semble que des ingrédients utilisés et les hypothèses associées ne soient pas suffisamment complets ou justes pour décrire fidèlement le comportement de la pièce. Ce comportement est bien plus subtil que celui imaginé a priori et à ce propos, nous notons plusieurs éléments :

La partie statique des déformées de pièce s'est révélée bien plus redoutable à cerner qu'il n'y paraît. La valeur de 25 Newtons a été retrouvée sur les deux essais, et ce, tout le long de l'opération. En dehors des zones centrales, la composante statique est toujours accompagnée de la participation des deux premiers modes propres. Nous avons cherché des explications à cet état de fait difficilement contournable :

La partie [3.3.1.3 page 88](#) avait montré que si la composante statique est présente dans les ingrédients, alors les modes propres n'intervenaient pas dans la composition de la part statique de la mesure. Si celle-ci est absente de la base de représentation, les modes

propres cherchent en quelque sorte à la reconstituer, mais les écarts résiduels restaient importants. Ces éléments avaient été largement vérifiés, mais sans mettre de condition sur le sens physique du mode statique (signe et sa valeur approximative). Ainsi, les mesures d'efforts de fraisage relevaient un effort moyen de 26.2 Newtons. Nous avons considéré ce résultat comme un repère important.

Afin de comprendre la particularité du trio {mode statique + mode 1 + mode 2}, nous avons effectué différents calculs, en imposant au mode statique des intervalles plus ou moins proches des efforts trouvés (ex : [0 ; 50 N], [0 ; 50 N], [0 ; 30 N], [5 ; 40 N], [0 ; infini], aucune condition ...). Cela nous a montré des faiblesses de l'algorithme des moindres carrés avec certaines contraintes, de façon inexplicable à nos yeux. Cela étant, au vu des informations disponibles, l'analyse n'aurait pu être menée autrement.

Finalement à l'issue de toutes ces batteries de calculs, la valeur de 25 Newtons a bien été retenue et ce, pour plusieurs raisons : cette valeur est la seule à être constante pour les deux essais, sur toutes les images (à toutes les positions d'outil), sans jamais se buter aux bornes imposées, et surtout cohérente avec les mesures d'effort. De prime abord, un effort de 25 Newton nous a semblé valide, bien que la décomposition spatiale laisse penser qu'il pourrait être en réalité moins élevé par rapport aux déformées observées.

Pour aller au-delà et s'en assurer, il est nécessaire de pouvoir discerner les modes vibratoires au sein d'une même période. Cela était impossible avec le faible nombre d'images disponibles.

Les modes propres classiques utilisés pour la décomposition modale supposent que le contact de l'outil, absent, s'interprète uniquement comme une force. Or pendant l'opération, l'outil est très présent et il pourrait s'avérer pertinent de prendre en compte ce contact dans la base modale. Cependant, la base modale standard utilisée ici parvient toujours à bien interpoler la mesure, avec des écarts types largement inférieurs au bruit, montrant ainsi son efficacité mathématique. À ce stade, nous ne pouvons difficilement affirmer ou infirmer la pertinence de modes propres « modifiés » par l'outil. Cela dit, une analyse par calcul Éléments Finis d'une paroi soumise à un contact (annexe [A. 11 page 168](#)) montre l'intérêt de renouveler la procédure, à l'aide de déformées modifiées. Cette approche pourra être retenue à titre de perspective.

Outre les deux aspects soulevés précédemment, la fiabilité du nombre d'images disponibles est largement remise en cause pour la compréhension de l'action de l'outil. Premièrement, les images regroupées ont été acquises pendant l'usinage de zones s'étalant sur 20 mm d'usinage. S'il a été possible de les superposer, c'est seulement car l'état de surface (constant) autorisait à supposer un comportement identique pendant toute la zone. En procédant ainsi, nous supposons ces mesures acquises sur une portion d'usinage très courte (ex. 2 à 3 mm). Deuxièmement, il nous est impossible de savoir si à un instant donné, la

pièce est dans une phase d'éloignement ou de rapprochement de l'outil. Cette information manquante est elle aussi un point préjudiciable à la compréhension du mécanisme.

En d'autres termes, seule une fréquence d'acquisition d'image bien supérieure à la fréquence maximale en jeu, permettrait de comprendre finement comment la pièce vibre à l'échelle du coup de dent. À l'heure actuelle, de tels moyens de mesure et de calcul sont hors de notre portée.

# CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cette thèse a porté sur l'étude des vibrations de pièce mince pendant usinage. L'approche à dominante expérimentale s'est en grande partie appuyée sur des mesures de champ par stéréo corrélation d'images.

Le travail bibliographique exposé dans le chapitre 1 a été scindé en deux voies : les vibrations d'usinage et la mesure de champ. Après avoir relaté les efforts de la communauté scientifique concernant les vibrations d'usinage, l'étude a relevé que les modèles même affinés comportent des divergences importantes avec la réalité. À l'issue de l'analyse, la question de l'emploi des modes propres libres dans la modélisation a été soulevée. Ce point précis a constitué la motivation initiale de ce travail.

L'impossibilité d'examiner précisément les déformations des pièces usinées par la mesure ponctuelle classique a été soulignée, et a justifié l'utilisation des mesures de champ. La stéréo corrélation d'image déjà employée en dynamique, a fait son apparition plus récemment en mesure vibratoire. Mais à notre connaissance aucune publication n'en fait état dans le cadre de l'usinage. Cette voie étant relativement novatrice dans le domaine, nous avons étudié cette technique de mesure, et souligné l'absence de règles générales pour sa mise en œuvre dans un contexte restreint tel que l'usinage. Des sources d'imprécisions et de bruit ont été recensées (éclairage, réglage, choix de l'équipement...). Leur impact n'étant pas chiffré, des précautions ont été retenues en vue de le minimiser.

Le protocole expérimental qui fait l'objet du chapitre 2 associe des mesures ponctuelles (utilisées classiquement) et de champ. Grâce aux préconisations courantes de la littérature sur les mesures ponctuelles, le paramétrage de nos capteurs n'a pas constitué de difficulté particulière. En revanche, la mesure de champs s'est butée à des contraintes fortes imposées par l'usinage (accessibilité, dimensions de la pièce, éclairage, etc.). Face à cette situation et en l'absence de préconisations précises pour les réglages, un travail d'analyse des facteurs impliqués a été entrepris. Il s'est traduit par l'écriture formelle de l'ensemble des contraintes, fournissant une représentation graphique du problème à résoudre. Celle-ci a permis de bien cerner l'impact des nombreux facteurs en présence (technique, contexte, essai, matériel, réglages, etc.) et de cartographier le domaine où les mesures sont faisables.

Cette approche initialement développée pour l'usinage est transposable à d'autres

applications. Toutefois, soulignons qu'elle reste encore théorique, car son efficacité n'a pas fait l'objet de validations assez poussées. Cela étant, elle pourrait présenter un potentiel intéressant d'optimisation du réglage en vue d'améliorer la précision de la mesure, critère fortement recherché dans les travaux expérimentaux.

Le chapitre 3 déroule la démarche expérimentale. Dans un souci de rigueur, celle-ci a été menée en évoluant progressivement vers l'usinage. Cette approche a conduit à écarter les mesures accélérométriques par contact, peu intéressantes dans le cadre de nos travaux. Pour mettre en place les usinages, des conditions de coupe ont été sélectionnées en se basant sur une modélisation existante du broutement. À ce stade, la fréquence d'acquisition des caméras a fortement limité la collecte d'images. La mise en place d'essais de redondance a partiellement permis de s'affranchir de cette limitation. Rappelons toutefois que le fait de sélectionner des essais sur l'étendue des zones générées nous a limités à étudier un seul type de pièces. En vue de l'analyse, une procédure spécifique a été bâtie pour le traitement des champs mesurés, et soumise à de nombreux tests.

Dans le chapitre 4, deux essais caractéristiques ont été inspectés sous différentes facettes. Les différentes voies d'inspections ont livré plusieurs apports. Premièrement, la notion de lien quantifiable entre les états de surface et le comportement (temporel, fréquentiel ou spatial) a été écartée. Face à la complexité du phénomène, l'analyse a été pénalisée par la fréquence d'acquisition des caméras. Malgré cette limitation, l'analyse livre deux éléments clés à propos des modes en action :

D'une part, l'effort moyen de fraisage a été identifié fidèlement à celui mesuré sur platine (moins de 1 % d'écart), ce qui confirme bien la présence du mode statique aux niveaux attendus. Mais d'autre part, l'analyse des modes vibratoires basée sur les modes propres a livré une incohérence intéressante. Mathématiquement les déformées de modes propres décrivent bien les champs relevés. Cela dit, les signes des poids retrouvés pour ces déformées montrent que les modes utilisés n'ont aucun sens physique, ce qui laisse penser que ces modes propres communément admis en modélisation pourraient être revus. Une étude plus approfondie, comparant l'utilisation des modes standards et de modes modifiés, permettrait probablement de mieux comprendre la réelle portée de cette observation.

Dans la continuité de ces travaux, des perspectives sont envisageables à plusieurs niveaux.

- Sur l'aspect mesure sans contact, la formalisation proposée pour optimiser la mesure de champ pourra être validée expérimentalement. En premier lieu, il s'agira de quantifier l'impact du flou sur le mouchetis en terme de bruit à l'échelle du centième de millimètre. En deuxième lieu, l'apport des solutions d'optimisation proposées (à ce jour théoriques)

---

pourra alors être estimé. Ensuite, l'approche pourrait se voir étendue aux pièces non planes.

- Par ailleurs, une approche intéressante pourrait résider dans l'application des graphes de réglage à l'étape de calibrage. Tout d'abord, ceci permettrait de rechercher un lien entre la précision de calibrage et la carte analytique de réglage, appliquée aux dimensions du calibre. Ensuite, la superposition de ce graphe à celui de la pièce pourrait relier les deux étapes (calibrage et mesure) en vue d'optimiser la précision de la mesure.

- En perspective immédiate aux investigations sur les modes vibratoires en usinage, l'analyse pourra être renouvelée après quelques améliorations. Premièrement, une procédure de traitement moins sensible numériquement à l'ajout de la contrainte sur le signe de la déformée statique pourrait être recherchée. L'hypothèse des modes propres modifiés par la présence bien réelle de l'outil pourra alors être explorée par la prise en compte de déformées modifiées. Cette procédure implique toutefois un lourd travail de calculs et de traitements, car au même titre que la déformée statique, les modes propres devront être modifiés selon la position de l'outil. À ce propos, la nature du contact et la modification à appliquer restent à définir.

- Comme autre piste, l'existence de modes locaux pourrait être examinée. Ici, la mesure de champs 3D par caméras rapides trouverait tout son intérêt, en donnant accès au déplacement de la zone de coupe à l'échelle du coup de dent, mais aussi selon la position de l'outil. Cela sous entend une fréquence d'échantillonnage de mesure dix fois supérieure à la fréquence maximale en jeu. Pour les essais étudiés, il s'agit de fréquences d'acquisition d'image de l'ordre de 40 000 Hz.

- À plus long terme, il sera intéressant d'intégrer les modes éventuellement modifiés dans la modélisation. Mais sans connaître la nature exacte du contact outil-pièce à introduire, cette étape s'annonce délicate. La prise en compte de cette interaction pourrait être menée « par interrogation », en testant une multitude de types de contacts. Dans ce cas, l'arbitrage se fera par validations expérimentales. En appui, la simulation d'états de surfaces pourra témoigner de l'impact de l'approximation des modes sur le réalisme de la modélisation.



# Bibliographie

- [Ade10a] O. ADETORO, W. SIMB, P. WENA. An improved prediction of stability lobes using nonlinear thin wall dynamics. *Journal of Materials Processing Technology*, 210 :969–979, 2010.
- [Ade10b] O. B. ADETORO, P. H. WEN. Prediction of mechanistic cutting force coefficients using ale formulation. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 46 :79–90, 2010.
- [Alt95] Y. ALTINTAS, E. BUDAK. Analytical prediction of stability lobes in milling. *Annals of the CIRP*, 44 :357–362, 1995.
- [Alt08] Y. ALTINTAS, M. EYNIAN, H. ONOZUKA. Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 57 :371–374, 2008.
- [Ami03] A. K. M. N. AMIN, M. ABDELGADIR. The effect of preheating of work material on chatter during end milling of medium carbon steel performed on a vertical machining center (vmc). *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 125 :674–680, 2003.
- [Ami07] A. N. AMIN, I. ABRAHAM, N. KHAIRUSSHIMA, M. I. AHMED. Influence of preheating on performance of circular carbide inserts in end milling of carbon steel. *Journal of Materials Processing Technology*, 185 :97–105, 2007.
- [Arn48] R. ARNOLD. The mechanism of tool vibration in the cutting of steel. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 154 :261–276, 1948.
- [Arn02] L. ARNAUD, G. DESSEIN. Application de théorie des lobes de stabilité au fraisage des parois minces. In *IDMME, Clermont-Ferrand, France , May 14-16*. 2002.
- [Bae01] D. K. BAEK, T. J. KO, H. S. KIM. Optimization of feedrate in a face milling operation using a surface roughness model. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41 :451–462, 2001.
- [Ben03] P. BENARDOS, G.-C. VOSNIAKOS. Predicting surface roughness in machining : a review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43 :833–844, 2003.
- [Bi09] Y. B. BI, Q. CHENG, H.Y.DONG, Y. L. KE. Machining distortion prediction of aerospace monolithic components. *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, 10 :661–668, 2009.

- [Bor09] M. BORNERT, F. BRÉMAND, P. DOUMALIN, J.-C. DUPRÉ, M. FAZZINI, M. GRÉDIAC, F. HILD, S. MISTOU, J. MOLIMARD, J.-J. ORTEU, L. ROBERT, Y. SURREL, P. VACHER, B. WATTRISSE. Assessment of digital image correlation measurement errors : Methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49(3) :353–370, 2009. EXME6 CNRS GDR 2519.
- [Bra05] U. BRAVO, O. ALTUZARRA, L. L. DE LACALLE, J. SANCHEZ, F. CAMPA. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 45 :1669–1680, 2005.
- [Bud98] E. BUDAK, Y. ALTINTAS. Analytical prediction of chatter stability in milling-part i : General formulation. *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120 :22 – 30, 1998.
- [Bud8b] E. BUDAK, Y. ALTINTAS. Analytical prediction of chatter stability in milling-part ii : application of the general formulation to common milling systems. *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120 :31 – 36, 1998b.
- [Cah10] O. CAHUC, J. Y. KNEVEZ, A. GÉRARD, P. DARNIS, G. ALBERT, C. F. BISU, C. GÉRARD. Self-excited vibrations in turning : cutting moment analysis. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 47 :217–225, 2010.
- [Cam03] M. CAMPOMANES, Y. ALTINTAS. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions. *Transactions of the ASME*, 125 :416–422, 2003.
- [Cha09] J. CHAMBARDE, S. JAMINION1, M. TAZEROUALTI, C. GALERNE, F. HILD. Mesure de champs de déplacements 3d par corrélation d’images. etude métrologique et application sur structures composites. In *Comptes Rendus des JNC 16 - Toulouse 2009*. 2009.
- [Cof07] G. COFFIGNAL, P. LORONG, J. PLANCHAT, S. YAQUB, A. LARUE. Virtual machining : a general approach to deal with flexible workpieces. In *10th CIRP International Workshop on Modeling in Machining Operations, Reggio di Calabria, Italie*. 2007.
- [Cor06] N. CORDUAN. *Etude des phénomènes vibratoires en fraisage de finition de plaques minces : Application aux aubages de turbines aéronautiques*. Ph.D. thesis, Thèse de Doctorat de l’Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, 2006.
- [Dav00] M. DAVIES, B. BALACHANDRAN. Impact dynamics in milling of thin walled structures. *Nonlinear Dynamics*, 22 :375 – 392, 2000.
- [Dav02] M. A. DAVIES, J. R. PRATT, B. DUTTERER. Stability prediction for low radial immersion milling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 124 :217–225, 2002.
- [Del92] T. DELIO, J. TLUSTY, S. SMITH. Use of audio signal for chatter detection and control. *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, 114 :146 – 157, 1992.

- [Eng01] S. ENGIN, Y. ALTINTAS. Mechanics and dynamics of general milling cutters. part i : helical end mills. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41 :2195–2212, 2001.
- [Faz09] M. FAZZINI, S. MISTOU, O. DALVERNY, L. ROBERT. Study of image characteristics on digital image correlation error assessment. *Optics and Lasers in Engineering*, In Press, Corrected Proof, 2009.
- [Gan05] A. GANGULI. *Chatter reduction through active vibration damping*. Ph.D. thesis, Université Libre de Bruxelles, Faculté des Sciences Appliquées, 2005.
- [Gil08] A. GILAT, T. SCHMIDT, A. WALKER. Full field strain measurement in compression and tensile split hopkinson bar experiments. *Experimental Mechanics*, Vol. 49 NO.2 :291 – 302, 2008.
- [Gré04] M. GRÉDIAC. The use of full-field measurement methods in composite material characterization : interest and limitations. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 35(7-8) :751 – 761, 2004.
- [Hei00] J. HEIKKILA. Geometric camera calibration using circular control points. *IEEE Transactions on patterns analysis and machine intelligence*, October 2000, 22 - NO 10, 2000.
- [Hir02] H. HIRSCHMULLER, P. R. INNOCENT, J. GARIBALDI. Real-time correlation-based stereo vision with reduced border errors. *International Journal of Computer Vision*, 47 (1-2-3) :229–246, 2002.
- [Hos08] M. HOSSAIN, A. N. AMIN, A. PATWARI, A. KARIM. Enhancement of machinability by workpiece preheating in end milling of ti-6al-4v. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 31, 2 :320–326, 2008.
- [Ins03a] T. INSPERGER, B. MANN, G. STÉPAN, P. BAYLY. Stability of up-milling and down-milling, part 1 : alternative analytical methods. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43 :25–34, 2003.
- [Ins03b] T. INSPERGER, G. STÉPAN, P. BAYLY, B. MANN. Multiple chatter frequencies in milling processes. *Journal of Sound and Vibration*, 262 :333–345, 2003.
- [Ism02] F. ISMAIL, R. ZIAEI. Chatter suppression in five-axis machining of flexible parts. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42 :115–122, 2002.
- [Kha06] O. O. KHALIFA, A. DENSIBALI, W. FARIS. Image processing for chatter identification in machining processes. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 31 :443–449, 2006.
- [Kim05] W. S. KIM, A. I. ANSAR, R. D. STEELE, R. C. STEINKE. Performance analysis and validation of a stereo vision system. In *Systems, Man and Cybernetics, 2005 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1409–1416. 2005.
- [Kru03] J.-P. KRUTH, L. ZHOU, P. VANHERCK. Thermal error analysis and compensation of an led-cmos camera 3d measuring system. *Measurement Science Review*, Volume 3 :Section 3, 2003.

- [Kul08] E. KULJANIC, M. SORTINO, G. TOTIS. Multisensor approaches for chatter detection in milling. *Journal of Sound and Vibration*, 312(4-5) :672 – 693, 2008.
- [Lap02] F. LAPUJOLADE, T. MABROUKI, K. RAÏSSI. Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces. *Mécanique et Industries*, 3 :403 – 418, 2002.
- [LeB06] M. LEBLANC, J. FLORANDO, D. LASSILA, T. SCHMIDT, J. TYSON. Image correlation applied to single crystal plasticity experiments and comparison to strain gage data. *Experimental Techniques*, July / August 2006 :33–37, 2006.
- [Lia04] S. Y. LIANG, R. L. HECKER, R. G. LANDERS. Machining process monitoring and control : The state-of-the-art. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 126 :297–310, 2004.
- [Lin05] J. LIN, M. XING, D. SHA, D. SU, T. SHEN. Distortion measurement of ccd imaging system with short focal length and large-field objective. *Optics and Lasers in Engineering*, 43(10) :1137 – 1144, 2005. Optical metrology in China.
- [Liu05] X. LIU, K. CHENG. Modelling the machining dynamics of peripheral milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 45 :1301–1320, 2005.
- [McG05] M. MCGINNIS, S. PESSIKI, H. TURKER. Application of three-dimensional digital image correlation to the core-drilling method. *Experimental Mechanics*, 45 NO 4 :359–367, 2005.
- [Mer65] H. E. MERRIT. Theory of self-excited machine-tool chatter, contribution to machine-tool chatter, research-1. *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, 87 :447–454, 1965.
- [Mer04] S. D. MERDOL, Y. ALTINTAS. Multi frequency solution of chatter stability for low immersion milling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 126 :459–466, 2004.
- [Mor10] V. MOREAU. *Etude dynamique de l'usinage et de l'interaction pièce-outil par mesure de déplacements : application au fraisage et au tournage*. Ph.D. thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2010.
- [Nak08] H. NAKAGAWA, Y. KURITA, K. OGAWA, Y. SUGIYAMA, H. HASEGAWA. Experimental analysis of chatter vibration in end-milling using laser doppler vibrometers. *Int. J. of Automation Technology*, 2 No.6, 2008.
- [Nan09] M. W. NANSTEEL, C. C.-T. CHEN. High speed photography and digital image correlation for the study of blast structural response. *The International Test and Evaluation Association*, 30 :45–56, 2009.
- [Nel06] D. NELSON, A. MAKINO, T. SCHMIDT. Residual stress determination using hole drilling and 3d image correlation. *Experimental Mechanics*, 46 :31–38, 2006.
- [Orh07] S. ORHAN, A. O. ER, N. CAMUSCU, E. ASLAN. Tool wear evaluation by vibration analysis during end milling of aisi d3 cold work tool steel with 35 hrc hardness. *Independent Nondestructive Testing and Evaluation International*, 40 :121–126, 2007.

- [Ort09] J.-J. ORTEU. 3-d computer vision in experimental mechanics. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4) :282 – 291, 2009. Optical Measurements.
- [Par04] H. PARIS, G. PEIGNE, R. MAYER. Surface shape prediction in high speed milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 44 :1567–1576, 2004.
- [Par07a] H. PARIS, G. PEIGNE. Influence of the cutting tool geometrical defects on the dynamic behaviour of machining. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 1 :41–49, 2007.
- [Par07b] S. S. PARK, Y. M. QIN. Robust regenerative chatter stability in machine tools. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 33 :389–402, 2007.
- [Pat08] B. PATEL, B. MANN, K. YOUNG. Uncharted islands of chatter instability in milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48 :124–134, 2008.
- [Pei04] G. PEIGNE, H. PARIS, D. BRISSAUD, A. GOUSKOV. Impact of the cutting dynamics of small radial immersion milling operations on machined surface roughness. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 44 :1133–1142, 2004.
- [Pra01] A. PRATEEPASEN, Y. H. J. AU, B. E. JONES. Acoustic emission and vibration for tool wear monitoring in single-point machining using belief network. In *IEEE Instrumentation and Measurement, Technology Conference, Budapest, Hungary May 21-23*. 2001.
- [Qui08] G. QUINTANA, J. CIURANA, D. TEIXIDOR. A new experimental methodology for identification of stability lobes diagram in milling operations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48 :1637–1645, 2008.
- [Rat04] S. RATCHEV, S. LIU, W. HUANG, A. BECKER. Milling error prediction and compensation in machining of low-rigidity parts. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 44 :1629–1641, 2004.
- [Reh05] A. G. REHORN, J. JIANG, P. E. ORBAN. State-of-the-art methods and results in tool condition monitoring : a review. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26 :693 – 710, 2005.
- [Riv07] E. RIVIÈRE, E. FILIPPI, P. DEHOMBREUX. Chatter prediction using dynamic simulation. *International Review of Mechanical Engineering*, 1 :78–86, 2007.
- [Sch03a] T. SCHMIDT, J. TYSON, K. GALANULIS. Full-field dynamic displacement and strain measurement - specific examples using advanced 3d image correlation photogrammetry : Part ii. *Experimental Techniques*, July / August 2003 :22–26, 2003.
- [Sch03b] T. SCHMIDT, J. TYSON, K. GALANULIS. Full-field dynamic displacement and strain measurement using advanced 3d image correlation photogrammetry : Part i. *Experimental Techniques*, May / June 2003 :47–50, 2003.
- [Sch03c] T. L. SCHMITZ. Chatter recognition by a statistical evaluation of the synchronously sampled audio signal. *Journal of Sound and Vibration*, 262 :721–730, 2003.
- [Sch05] T. SCHMIDT, J. TYSON, D. REVILOCK, J. S. PADULA, J. PEREIRA, M. MELIS, K. LYLE. Performance verification of 3d image correlation using digital high-speed

- cameras. In *Proceedings of 2005 SEM Annual Conference and Exposition, Portland, OR, June 7-9, 2005*. 2005.
- [Seg08a] S. SEGUY. *De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Université de Toulouse., 2008.
- [Seg08b] S. SEGUY, G. DESSEIN, L. ARNAUD. Surface roughness variation of thin wall milling, related to modal interactions. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48 :261 – 274, 2008.
- [Sie09] T. SIEBERT, R. WOOD, K. SPLITTHOF. High speed image correlation for vibration analysis. *Journal of Physics, IOP Publishing. 7th International Conference on Modern Practice in Stress and Vibration Analysis*, 181, 2009.
- [Sim03] N. SIMS, Y. ZHANG. Active damping for chatter reduction in high speed machining. *AMAS Workshop on Smart Materials and Structures*, September 2-5 :195–212, 2003.
- [SM08] K. SYED-MUHAMMAD, E. TOUSSAINT, M. GRÉDIAC, S. AVRIL, J. KIM. Characterization of composite plates using the virtual fields method with optimized loading conditions. *Composite Structures*, 85 :70–82, 2008.
- [Sol97] E. SOLIMAN, F. ISMAIL. Chatter detection by monitoring spindle drive current. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 13 :27–34, 1997.
- [Sur08] T. SURMANN, D. BIERMANN. The effect of tool vibrations on the flank surface created by peripheral milling. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 57 :375–378, 2008.
- [Sut08] M. SUTTON, J. YAN, V. TIWARI, H. SCHREIER, J. ORTEU. The effect of out-of-plane motion on 2d and 3d digital image correlation measurements. *Optics and Lasers in Engineering*, 46(10) :746 – 757, 2008.
- [Tay07] F. TAYLOR. *On the art of cutting metals*. Transactions of the ASME, 1907.
- [The06] V. THEVENOT, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. CAZENAVE-LARROCHE. Integration of dynamic behaviour in stability lobes method : 3d lobes construction and application to thin walled structure milling. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 27 :638 – 644, 2006.
- [Tiw09] V. TIWARI, M. A. SUTTON, S. MCNEILL, S. XU, X. DENG, W. L. FOURNEY, D. BRETALL. Application of 3d image correlation for full-field transient plate deformation measurements during blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, 36(6) :862 – 874, 2009.
- [Tlu63] J. TLUSTY, M. POLACEK. The stability of machine tools against self excited vibrations in machining. In *International research in production engineering, ASME, pp.465-474*. 1963.
- [Tob58] S. TOBIAS, W. FISHWICK. Theory of regenerative machine tool chatter. *The engineer*, pages 199–203 238–239, 1958.

- [Ton05] W. TONG. An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications. *Strain*, 41 :167 – 175, 2005.
- [Via06] P. VIALETTES, J.-M. SIGUIER, P. GUIGUE, M. KARAMA, S. MISTOU, O. DALVERNY, S. GRANIER, F. PETITJEAN. Experimental and numerical simulation of super-pressure balloon apex section : Mechanical behavior in realistic flight conditions. *Advances in Space Research*, 37 :2077 – 2081, 2006.
- [Weh07] T. WEHBE, S. SEGUY, G. DESSEIN, L. A. ADN M. FAZZINI. Mesure de champs de déplacements en vibrations : Application à l’usinage de paroi mince. In *18 ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31 août 2007*. 2007.
- [Weh08] T. WEHBE, G. DESSEIN, L. ARNAUD. Étude expérimentale du comportement vibratoire d’une pièce mince en usinage. In *Assises MUGV, Nantes, 5-6 juin 2008*. 2008.
- [Wei06] W. L. WEINGAERTNER, R. B. SCHROETER, M. L. POLLI, J. DE OLIVEIRA GOMES. Evaluation of high-speed end-milling dynamic stability through audio signal measurements. *Journal of Materials Processing Technology*, 179(1-3) :133 – 138, 2006. 3rd Brazilian Congress on Manufacturing Engineering.
- [Woo93] A. WOODS, T. DOCHERTY, R. KOCH. Image distortions in stereoscopic video systems. *Proceedings of the SPIE, Stereoscopic Displays and Applications IV, San Jose, California, February 1993*, 1915 :36–48, 1993.
- [Zha05] Y. ZHANG, N. D. SIMS. Milling workpiece chatter avoidance using piezoelectric active damping : a feasibility study. *Smart materials and structures*, 14 :65–70, 2005.
- [Zha09] W. W. ZHANG, Q. CHEN. Optimum signal-to-noise ratio performance of electron multiplying charge coupled devices. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 54 :264–268, 2009.



## Annexes

### A. 1 . Matériel expérimental et logiciels associés

#### Caractéristiques du centre d'usinage.

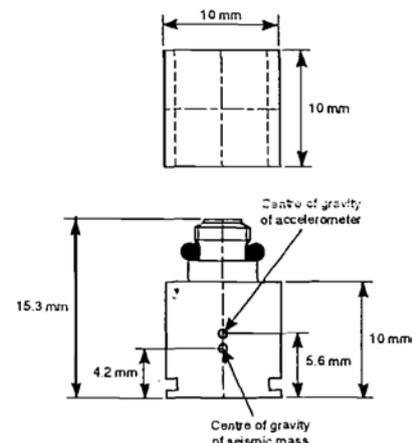
Puissance :	[20 KW]
Vitesse de rotation :	24000 <i>tr/min</i>
Vitesses d'avance (axe X) :	30 <i>m/min</i>
Course (axe X) :	1 <i>m</i>



Centre d'usinage 3 axes HURON KX 10

#### Caractéristiques d'un accéléromètre uniaxial Delta Tron 4508. Source Bruël et Kjaer.

Matériau du corps :	Titane
Poids :	4.8 <i>gramme</i>
Plage fréquentielle	
Collé sur la surface :	[1 ; 8000 <i>Hz</i> ]
Monté sur clip avec graisse :	[1 ; 4000 <i>Hz</i> ]
Monté sur clip sans graisse :	[1 ; 2000 <i>Hz</i> ]
Accélération maximale :	$\pm 700 \text{ m}\cdot\text{sec}^{-2}$
Seuil de destruction :	20 <i>Km}\cdot\text{sec}^{-2}</i>
Température de fonctionnement :	[-54 ; 121 $^{\circ}\text{C}$ ]
Bruit (RMS) :	0.0035 <i>m}\cdot\text{sec}^{-2}</i>



Accéléromètre Delta Tron 4508

Les clips de montage sont en polycarbonate (masse volumique  $2 \cdot 10^{-6} \text{ Kg/mm}^3$ ). Leur masse unitaire est estimée à 0.4 grammes. La masse d'un câble a été estimée par pesage. Un câble ajoute environ 0.3 grammes au montage.

Les signaux temporels sont conditionnés par un frontal d'acquisition. Ils sont traités

par les logiciels PULSE et MESCOPE.

Caractéristiques du vélocimètre Laser VH 300+. Source OMETRON.

Le domaine de fonctionnement du vélocimètre Laser est donnée par la figure 5.1. Le trait épais délimite la plage optimale de mesure. Par exemple le point A signifie qu'une vitesse de 100 mm / sec pourra être mesurée jusqu'à 10000 Hz, avec une accélération de 1000 g, et un déplacement d'amplitude 0.005 mm.

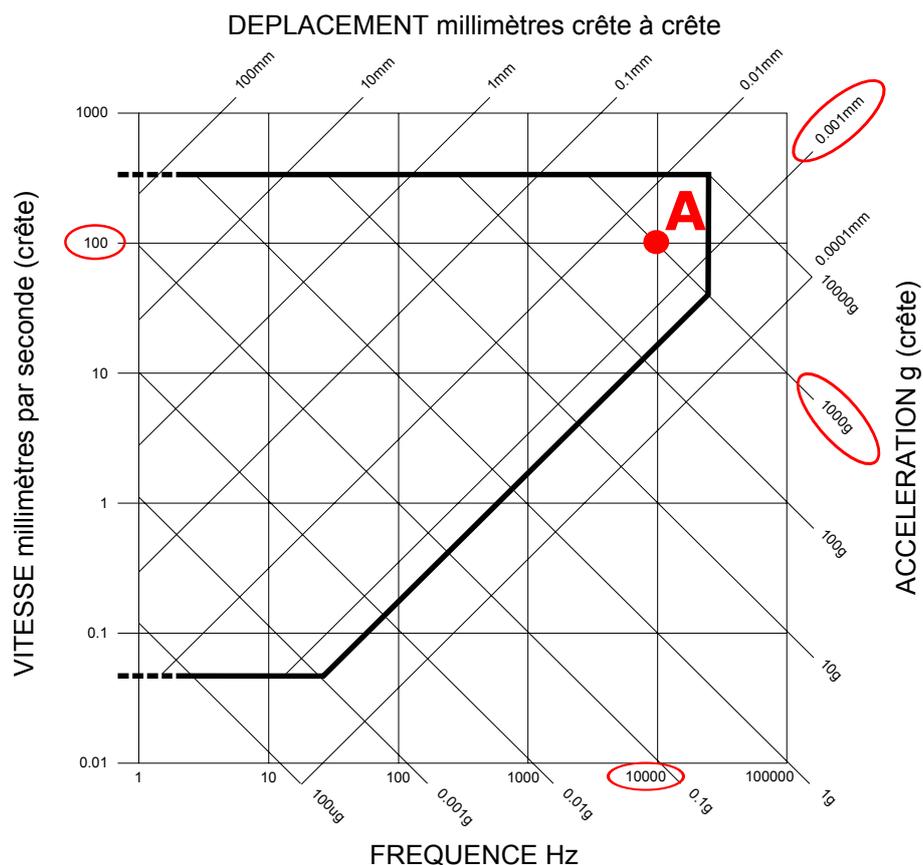


FIGURE 5.1: Plage d'utilisation du vélocimètre laser

Caractéristiques du pot vibrant GWV 4/2. Source GEARING AND WATSON.

Effort :	17.8 N
Accélération maximale :	91 g
Vitesse maximale :	1.52 m.sec <sup>-1</sup>
Déplacement maximal :	5 mm crête à crête
Plage fréquentielle :	[0 ; 14000 Hz]

Caractéristiques du matériel de stéréo-corrélation.

## Support

Longueur utile : 0.478 m

Orientable dans l'espace

## Caméras Vosskuhler 1300 G

Écartement variable

Orientables dans leur plan

Temps d'obturation : [0.001 ; 0.5 sec]

Résolution : 1280 \* 1084 pixels

Taille d'un pixel : 6.7  $\mu\text{m}$ 

Système d'acquisition GOM

En pleine résolution, la fréquence d'acquisition des caméras est de 5.7 Hz. Des lentilles Schneider Kreuznach Componon-S 2.8/50 mm sont utilisées. La prise d'image est couplée à un stroboscope CRI ACT40 RM. Celui ci délivre un flash de 1/100000 sec. Le frontal du stroboscope offre la possibilité de déphaser l'instant du flash par rapport au signal de déclenchement (front montant de l'obturation des caméras).

Après acquisition des images, les calcul de stéréo corrélation 3D sont effectués par le logiciel ARAMIS (GOM).

Caractéristiques de la platine de mesure d'efforts (Source KISTLER).

Plage d'utilisation : [-5 ; 5 KN]

Rigidité X et Y : > 1 KN/ $\mu\text{m}$ Rigidité Sur Z : > 2 KN/ $\mu\text{m}$ 

Fréquences propres sur X et Y : 2.3 KHz

Fréquences propres sur Z : 3.5 KHz

Poids : 7.3 Kg

Plage de température : [0 ; 70 °]



Platine de mesure 9257 B Kistler

L'acquisition et le traitement des mesures d'efforts s'effectuent avec le logiciel DYNOWARE (KISTLER).

## A. 2 . Résultats du calibrage pour différents réglages

Les calibrages ont été effectués à l'aide d'un calibre de  $102 * 80 \text{ mm}$ . Les objectifs sont de taille 50 mm. La table 5.1 présente pour différents réglages les précisions de calibrage calculées par le logiciel ARAMIS. (Ici, le logiciel est une boîte noire, par conséquent l'algorithme utilisé ne nous est pas connu). Pour une disposition des caméras donnée, la mise au point et le calibrage ont été renouvelés 5 fois. La valeur retenue est la meilleure résolution de calibrage atteinte. Par exemple, pour une distance de mesure de 1.3 m et une base de 0.46 m, l'indice  $F_{stop}$  4 est parvenu à donner une résolution de 0.014 Pixel.

Il apparaît dans la table que pour une même base, l'éloignement du dispositif de mesure n'améliore pas forcément le calibrage. Il en est de même en augmentant la base.

Dist. de mesure A (m)	Base B (m)	Dist. de M.a.P D (m)	Angle des caméras $2 * \alpha$ (°)	Précision de calibrage (pixel)		
				Indice F stop 4	Indice F stop 5.6	Indice F stop 8
1.3	0.46	1.32	20.07	0.014	0.013	0.01
1.25	0.46	1.27	20.85	0.014	0.013	0.011
1.2	0.46	1.22	21.70	0.015	0.013	0.012
1.15	0.46	1.17	22.62	0.019	0.016	0.014
1.1	0.46	1.12	23.62	0.02	0.013	0.011
1.05	0.46	1.07	24.71	0.017	0.015	0.011
1	0.46	1.02	25.91	0.022	0.015	0.013
0.95	0.46	0.97	27.22	0.021	0.015	0.012
1.1	0.4	1.11	20.61	0.016	0.014	0.012
1.05	0.4	1.06	21.57	0.019	0.014	0.013
1	0.4	1.01	22.62	0.02	0.017	0.013
0.95	0.4	0.97	23.78	0.023	0.015	0.012
0.9	0.4	0.92	25.06	0.026	0.018	0.013
0.95	0.34	0.96	20.29	0.023	0.014	0.012
0.9	0.34	0.91	21.39	0.025	0.019	0.014
0.85	0.34	0.86	22.62	0.028	0.017	0.013
Moyennes				0.020	0.015	0.012

TABLE 5.1: Résultats du calibrage selon différents réglages

### A. 3 . Identification du cercle de confusion

La figure 5.2 illustre le traitement d'une image. Pour chaque cliché, la courbe de niveaux de gris a été tracée par le logiciel ImageJ<sup>1</sup>. L'examen par plusieurs expérimentateurs a permis de localiser la chute du contraste local à  $\pm 3\text{ mm}$ . La longueur de la zone nette est ensuite relevée ( $41 - (-31) \approx 72 \pm 6\text{ mm}$  dans cet exemple). Elle est ensuite convertie en PdC expérimentale avec l'angle d'inclinaison de la cible.

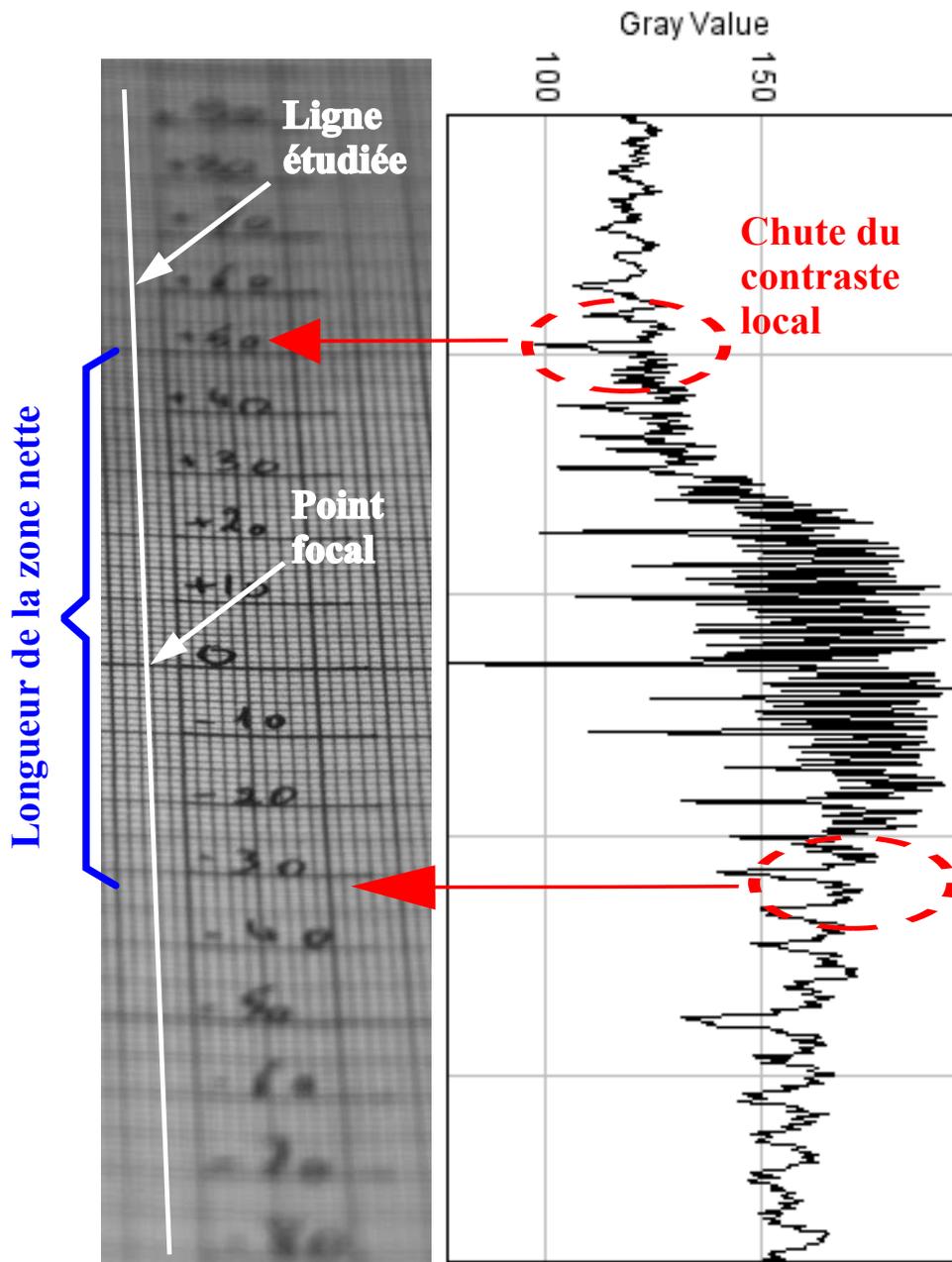


FIGURE 5.2: Identification de la zone nette par l'évolution des niveaux de gris

1. Ce logiciel est disponible gratuitement sur le site web <http://rsb.info.nih.gov/ij/index.html>

## A. 4 . Optimisation de la mesure dans un cas restreint

Après le tracé du cas initial, nous obtenons le graphe de la figure 5.3. La base maximale utilisée est une frontière non déplaçable. Il s'agit de la longueur du support.

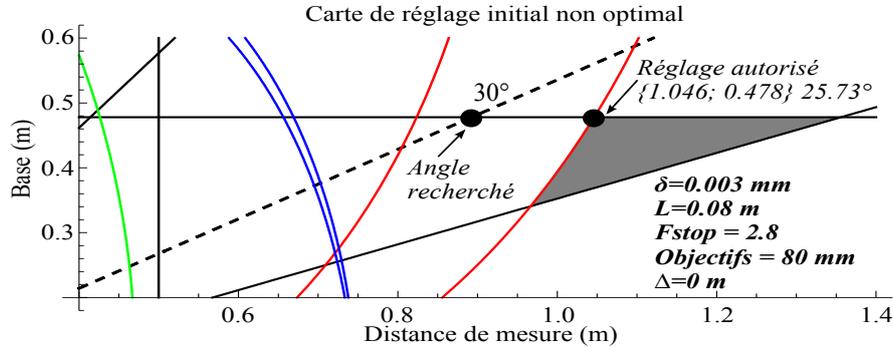


FIGURE 5.3: Carte de réglage initiale

La démarche d'optimisation consiste à déplacer la frontière de netteté vers le point de réglage souhaité. Ce point se situe à l'écartement maximal des caméras, tel que l'angle soit de  $30^\circ$ . Pour emmener la courbe de netteté au point recherché, le système d'équations suivant est construit. Les équations sont tirées des expressions développées dans la partie 2.2 du chapitre 2.

$$\begin{cases} B = B_{max} & \text{Base maximale autorisée (0.478 m)} \\ B - 2 * A * \tan(\alpha_{optim}) = 0 & \text{garantie de l'angle optimal (30°)} \\ \frac{0.35 * 2 * \text{hyp}_{dist} * ((0.5 * B)^2 + A^2)}{\text{hyp}_{dist}^2 - ((0.5 * B)^2 + A^2)} - \frac{0.5^2 * L * B - (\Delta - \delta) * A}{((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} = 0 & \text{garantie du premier plan net} \end{cases}$$

Le système équivaut à :

$$\begin{cases} B = 0.478 & (a) \\ B - 2 * A * \tan(30^\circ) = 0 & (b) \\ \frac{0.35 * 2 * \frac{f^2}{F_{number} * C_{confusion}} * ((0.5 * B)^2 + A^2)}{\left(\frac{f^2}{F_{number} * C_{confusion}}\right)^2 - ((0.5 * B)^2 + A^2)} - \frac{0.5^2 * L * B - (\Delta - \delta) * A}{((0.5 * B)^2 + A^2)^{1/2}} = 0 & (c) \end{cases}$$

Ce système est résolu numériquement par le logiciel MATHEMATICA. Les lignes (a) et (b) des deux premières conditions donnent toujours les mêmes solutions. L'originalité réside dans la flexibilité de l'équation (c). Il est possible de résoudre cette équation en choisissant l'inconnue, et en fixant les autres paramètres.

Par exemple, en définissant  $f$  pour inconnue, la solution est de 65 mm. Il conviendra donc de choisir des objectifs de 50 mm. Après optimisation, toutes les courbes du graphe de réglage évoluent comme illustré ci dessous.

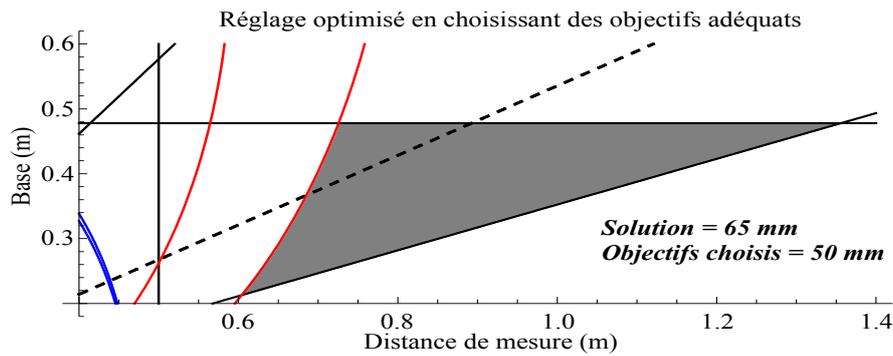


FIGURE 5.4: Optimisation du choix des objectifs

En définissant  $F_{stop}$  comme inconnue, la résolution de l'équation (c) donne 4.22 pour indice de diaphragme. Pour cette valeur numérique, le tracé est illustré ci dessous. Cet indice n'étant pas disponible parmi les indices existants (non multiple de  $\sqrt{2}$ ). Il conviendra de prendre l'indice standard au dessus (5.6) ce qui signifie de fermer le diaphragme. Pour obtenir des images claires, cela implique soit d'apporter plus de lumière, soit d'éclaircir le mouchetis.

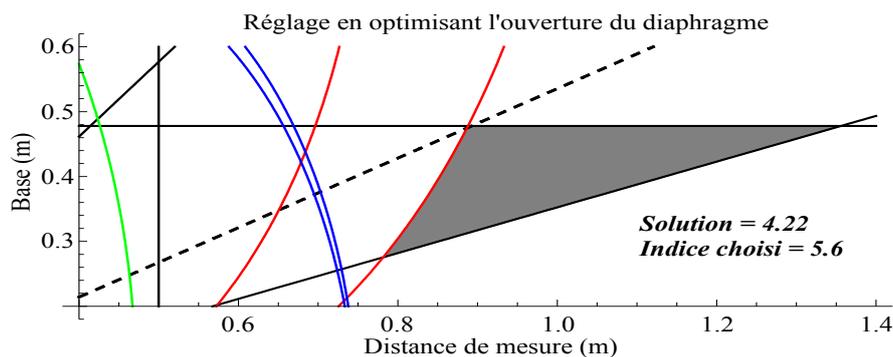


FIGURE 5.5: Optimisation de l'ouverture de diaphragme

En définissant  $L$  comme inconnue, il apparaît que la longueur de la pièce ne doit pas excéder 0.045 m. Le raccourcissement de la pièce donne alors la carte de réglage ci-dessous.

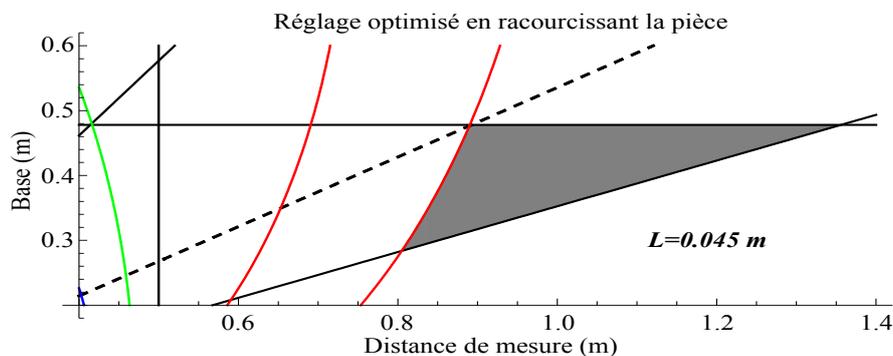


FIGURE 5.6: Optimisation par redimensionnement de la pièce



## A. 5 . Bornage des dimensions de la pièce

Afin de vérifier la compatibilité des éprouvettes avec la mesure de champs, les résultats du premier chapitre ont été utilisés. Dans les premiers graphes, la base et la distance de mesure étaient les inconnues du problème. Ici ces deux paramètres seront fixés à l'écartement maximal des caméras et la distance minimale. L'environnement et l'équipement de mesure sont inchangés. Il devient alors possible de représenter graphiquement le système d'inéquations en fonction des dimensions de la pièce. Le graphe de la figure 5.8 montre les dimensions autorisées.

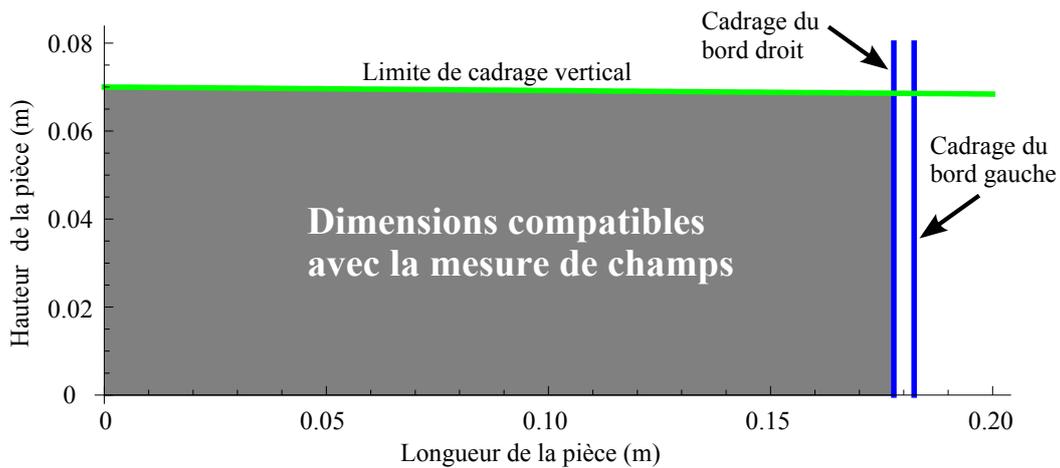


FIGURE 5.8: Bornage des dimensions de la pièce

## A. 6 . Polynômes d'interpolation des modes utilisés en ingrédients

### Polynôme d'interpolation du mode statique

$$\begin{aligned}
f_0(a_0, x, y)_{x \text{ outil } -70 \text{ mm}} = & 1.69737 \times 10^{-7} + 8.34408 \times 10^{-8} x - 1.65652 \times 10^{-9} x^2 - 4.61864 \times 10^{-10} x^3 + 2.07366 \times 10^{-12} \\
& x^4 + 6.93922 \times 10^{-13} x^5 - 4.6854 \times 10^{-16} x^6 - 4.15217 \times 10^{-16} x^7 - 1.54735 \times 10^{-19} x^8 + 1.06514 \times 10^{-19} x^9 + 4.31078 \times 10^{-23} x^{10} - \\
& 9.76521 \times 10^{-24} x^{11} + 6.11059 \times 10^{-6} y - 1.11534 \times 10^{-6} x y - 1.4029 \times 10^{-7} x^2 y + 6.01132 \times 10^{-9} x^3 y + 2.89345 \times 10^{-10} x^4 y - \\
& 8.43484 \times 10^{-12} x^5 y - 1.97118 \times 10^{-13} x^6 y + 4.61863 \times 10^{-15} x^7 y + 5.38068 \times 10^{-17} x^8 y - 1.08723 \times 10^{-18} x^9 y - 4.98607 \times 10^{-21} \\
& x^{10} y + 9.08187 \times 10^{-23} x^{11} y - 0.0000693166 y^2 + 4.11085 \times 10^{-6} x y^2 - 3.92547 \times 10^{-8} x^2 y^2 - 3.28311 \times 10^{-9} x^3 y^2 - \\
& 1.06365 \times 10^{-10} x^4 y^2 + 6.8159 \times 10^{-12} x^5 y^2 + 7.59792 \times 10^{-14} x^6 y^2 - 4.08219 \times 10^{-15} x^7 y^2 - 2.432 \times 10^{-17} x^8 \\
& y^2 + 1.06403 \times 10^{-18} x^9 y^2 + 2.64679 \times 10^{-21} x^{10} y^2 - 9.93375 \times 10^{-23} x^{11} y^2 - 1.1551 \times 10^{-6} y^3 + 4.71382 \times 10^{-7} x \\
& y^3 + 2.64574 \times 10^{-8} x^2 y^3 - 2.60003 \times 10^{-9} x^3 y^3 - 5.88703 \times 10^{-11} x^4 y^3 + 3.82891 \times 10^{-12} x^5 y^3 + 4.36416 \times 10^{-14} x^6 y^3 - \\
& 2.23418 \times 10^{-15} x^7 y^3 - 1.29441 \times 10^{-17} x^8 y^3 + 5.6019 \times 10^{-19} x^9 y^3 + 1.30882 \times 10^{-21} x^{10} y^3 - 5.01635 \times 10^{-23} x^{11} y^3 - \\
& 3.75863 \times 10^{-7} y^4 + 1.03879 \times 10^{-7} x y^4 + 5.67028 \times 10^{-9} x^2 y^4 - 5.6093 \times 10^{-10} x^3 y^4 - 1.2183 \times 10^{-11} x^4 y^4 + 8.13444 \times 10^{-13} x^5 \\
& y^4 + 8.92014 \times 10^{-15} x^6 y^4 - 4.70492 \times 10^{-16} x^7 y^4 - 2.5986 \times 10^{-18} x^8 y^4 + 1.16738 \times 10^{-19} x^9 y^4 + 2.5923 \times 10^{-22} x^{10} y^4 - \\
& 1.03544 \times 10^{-23} x^{11} y^4 - 4.84825 \times 10^{-8} y^5 + 1.24351 \times 10^{-8} x y^5 + 6.76166 \times 10^{-10} x^2 y^5 - 6.62467 \times 10^{-11} x^3 y^5 - 1.44708 \times 10^{-12} \\
& x^4 y^5 + 9.58432 \times 10^{-14} x^5 y^5 + 1.05222 \times 10^{-15} x^6 y^5 - 5.52884 \times 10^{-17} x^7 y^5 - 3.04786 \times 10^{-19} x^8 y^5 + 1.36853 \times 10^{-20} x^9 \\
& y^5 + 3.0302 \times 10^{-23} x^{10} y^5 - 1.21193 \times 10^{-24} x^{11} y^5 - 3.6854 \times 10^{-9} y^6 + 9.06054 \times 10^{-10} x y^6 + 5.10833 \times 10^{-11} x^2 y^6 - \\
& 4.82167 \times 10^{-12} x^3 y^6 - 1.08983 \times 10^{-13} x^4 y^6 + 6.97534 \times 10^{-15} x^5 y^6 + 7.90007 \times 10^{-17} x^6 y^6 - 4.02387 \times 10^{-18} x^7 y^6 - \\
& 2.28383 \times 10^{-20} x^8 y^6 + 9.96447 \times 10^{-22} x^9 y^6 + 2.26852 \times 10^{-24} x^{10} y^6 - 8.83262 \times 10^{-26} x^{11} y^6 - 1.81191 \times 10^{-10} \\
& y^7 + 4.22943 \times 10^{-11} x y^7 + 2.50727 \times 10^{-12} x^2 y^7 - 2.25237 \times 10^{-13} x^3 y^7 - 5.33948 \times 10^{-15} x^4 y^7 + 3.26122 \times 10^{-16} x^5 \\
& y^7 + 3.86547 \times 10^{-18} x^6 y^7 - 1.88335 \times 10^{-19} x^7 y^7 - 1.11673 \times 10^{-21} x^8 y^7 + 4.67048 \times 10^{-23} x^9 y^7 + 1.10906 \times 10^{-25} x^{10} y^7 - \\
& 4.14719 \times 10^{-27} x^{11} y^7 - 5.74488 \times 10^{-12} y^8 + 1.27019 \times 10^{-12} x y^8 + 7.94215 \times 10^{-14} x^2 y^8 - 6.772 \times 10^{-15} x^3 y^8 - 1.68997 \times 10^{-16} \\
& x^4 y^8 + 9.81756 \times 10^{-18} x^5 y^8 + 1.22292 \times 10^{-19} x^6 y^8 - 5.6781 \times 10^{-21} x^7 y^8 - 3.53279 \times 10^{-23} x^8 y^8 + 1.41058 \times 10^{-24} x^9 \\
& y^8 + 3.50925 \times 10^{-27} x^{10} y^8 - 1.255 \times 10^{-28} x^{11} y^8 - 1.13032 \times 10^{-13} y^9 + 2.37317 \times 10^{-14} x y^9 + 1.562 \times 10^{-15} x^2 y^9 - \\
& 1.26685 \times 10^{-16} x^3 y^9 - 3.32305 \times 10^{-18} x^4 y^9 + 1.83919 \times 10^{-19} x^5 y^9 + 2.40487 \times 10^{-21} x^6 y^9 - 1.06546 \times 10^{-22} x^7 y^9 - \\
& 6.94947 \times 10^{-25} x^8 y^9 + 2.65173 \times 10^{-26} x^9 y^9 + 6.90646 \times 10^{-29} x^{10} y^9 - 2.36401 \times 10^{-30} x^{11} y^9 - 1.25267 \times 10^{-15} \\
& y^{10} + 2.50901 \times 10^{-16} x y^{10} + 1.73108 \times 10^{-17} x^2 y^{10} - 1.34109 \times 10^{-18} x^3 y^{10} - 3.68347 \times 10^{-20} x^4 y^{10} + 1.94983 \times 10^{-21} x^5 \\
& y^{10} + 2.66682 \times 10^{-23} x^6 y^{10} - 1.13143 \times 10^{-24} x^7 y^{10} - 7.71102 \times 10^{-27} x^8 y^{10} + 2.82113 \times 10^{-28} x^9 y^{10} + 7.66878 \times 10^{-31} x^{10} y^{10} - \\
& 2.52004 \times 10^{-32} x^{11} y^{10} - 5.96737 \times 10^{-18} y^{11} + 1.14609 \times 10^{-18} x y^{11} + 8.24859 \times 10^{-20} x^2 y^{11} - 6.13388 \times 10^{-21} x^3 y^{11} - \\
& 1.75595 \times 10^{-22} x^4 y^{11} + 8.93107 \times 10^{-24} x^5 y^{11} + 1.27211 \times 10^{-25} x^6 y^{11} - 5.19094 \times 10^{-27} x^7 y^{11} - 3.6812 \times 10^{-29} x^8 \\
& y^{11} + 1.29666 \times 10^{-30} x^9 y^{11} + 3.66437 \times 10^{-33} x^{10} y^{11} - 1.16054 \times 10^{-34} x^{11} y^{11}
\end{aligned}$$

Polynôme d'interpolation du premier mode propre

$$\begin{aligned}
f_1(\alpha_1, x, y) = & 0.0000578632 + 3.71244 \times 10^{-13} x - 7.0392 \times 10^9 x^2 - 9.3367 \times 10^{-16} x^3 + 8.93547 \times 10^{-12} x^4 + 3.36399 \times 10^{-19} \\
& x^5 - 3.22231 \times 10^{-15} x^6 + 2.07372 \times 10^{-23} x^7 + 3.27722 \times 10^{-19} x^8 - 1.08457 \times 10^{-26} x^9 - 0.000245492 y + 2.16273 \times 10^{-12} x y - \\
& 3.62527 \times 10^{-7} x^2 y - 5.79893 \times 10^{-15} x^3 y + 4.85898 \times 10^{-10} x^4 y + 3.10394 \times 10^{-18} x^5 y - 2.01816 \times 10^{-13} x^6 y - 4.78102 \times 10^{-22} \\
& x^7 y + 2.53181 \times 10^{-17} x^8 y + 1.57786 \times 10^{-26} x^9 y + 0.000965021 y^2 + 1.7297 \times 10^{-12} x y^2 + 9.54203 \times 10^{-9} x^2 y^2 - \\
& 4.73054 \times 10^{-15} x^3 y^2 - 1.97925 \times 10^{-11} x^4 y^2 + 2.81347 \times 10^{-18} x^5 y^2 + 1.50003 \times 10^{-14} x^6 y^2 - 5.62957 \times 10^{-22} x^7 y^2 - \\
& 2.92454 \times 10^{-18} x^8 y^2 + 3.69154 \times 10^{-26} x^9 y^2 - 0.0000109589 y^3 + 5.15639 \times 10^{-13} x y^3 + 1.05558 \times 10^{-8} x^2 y^3 - 1.42536 \times 10^{-15} \\
& x^3 y^3 - 1.61587 \times 10^{-11} x^4 y^3 + 9.00251 \times 10^{-19} x^5 y^3 + 7.62358 \times 10^{-15} x^6 y^3 - 2.02117 \times 10^{-22} x^7 y^3 - 1.04491 \times 10^{-18} x^8 \\
& y^3 + 1.56545 \times 10^{-26} x^9 y^3 - 2.41346 \times 10^{-6} y^4 + 7.4165 \times 10^{-14} x y^4 + 1.30878 \times 10^{-9} x^2 y^4 - 2.05504 \times 10^{-16} x^3 y^4 - \\
& 1.91764 \times 10^{-12} x^4 y^4 + 1.34364 \times 10^{-19} x^5 y^4 + 8.37543 \times 10^{-16} x^6 y^4 - 3.20991 \times 10^{-23} x^7 y^4 - 1.06808 \times 10^{-19} x^8 \\
& y^4 + 2.68046 \times 10^{-27} x^9 y^4 - 1.48917 \times 10^{-7} y^5 + 5.81294 \times 10^{-15} x y^5 + 8.11054 \times 10^{-11} x^2 y^5 - 1.60589 \times 10^{-17} x^3 y^5 - \\
& 1.15245 \times 10^{-13} x^4 y^5 + 1.07215 \times 10^{-20} x^5 y^5 + 4.84667 \times 10^{-17} x^6 y^5 - 2.66109 \times 10^{-24} x^7 y^5 - 5.97673 \times 10^{-21} x^8 \\
& y^5 + 2.32051 \times 10^{-28} x^9 y^5 - 5.58271 \times 10^{-9} y^6 + 2.61052 \times 10^{-16} x y^6 + 2.9353 \times 10^{-12} x^2 y^6 - 7.16274 \times 10^{-19} x^3 y^6 - \\
& 4.08455 \times 10^{-15} x^4 y^6 + 4.84386 \times 10^{-22} x^5 y^6 + 1.68144 \times 10^{-18} x^6 y^6 - 1.23333 \times 10^{-25} x^7 y^6 - 2.03549 \times 10^{-22} x^8 \\
& y^6 + 1.10655 \times 10^{-29} x^9 y^6 - 1.25711 \times 10^{-10} y^7 + 6.69611 \times 10^{-18} x y^7 + 6.30081 \times 10^{-14} x^2 y^7 - 1.81953 \times 10^{-20} x^3 y^7 - \\
& 8.64784 \times 10^{-17} x^4 y^7 + 1.24027 \times 10^{-23} x^5 y^7 + 3.51369 \times 10^{-20} x^6 y^7 - 3.21643 \times 10^{-27} x^7 y^7 - 4.20537 \times 10^{-24} x^8 \\
& y^7 + 2.94628 \times 10^{-31} x^9 y^7 - 1.55363 \times 10^{-12} y^8 + 9.11526 \times 10^{-20} x y^8 + 7.44962 \times 10^{-16} x^2 y^8 - 2.44749 \times 10^{-22} x^3 y^8 - \\
& 1.01321 \times 10^{-18} x^4 y^8 + 1.67649 \times 10^{-25} x^5 y^8 + 4.08185 \times 10^{-22} x^6 y^8 - 4.40979 \times 10^{-29} x^7 y^8 - 4.84827 \times 10^{-26} x^8 \\
& y^8 + 4.10662 \times 10^{-33} x^9 y^8 - 8.11089 \times 10^{-15} y^9 + 5.1061 \times 10^{-22} x y^9 + 3.74115 \times 10^{-18} x^2 y^9 - 1.35231 \times 10^{-24} x^3 y^9 - \\
& 5.05751 \times 10^{-21} x^4 y^9 + 9.29064 \times 10^{-28} x^5 y^9 + 2.02576 \times 10^{-24} x^6 y^9 - 2.47258 \times 10^{-31} x^7 y^9 - 2.39325 \times 10^{-28} x^8 \\
& y^9 + 2.33532 \times 10^{-35} x^9 y^9
\end{aligned}$$

Polynôme d'interpolation du deuxième mode propre

$$\begin{aligned}
f_2(\alpha_2, x, y) = & 1.14098 \times 10^{-11} + 1.38333 \times 10^{-6} x - 2.69423 \times 10^{-14} x^2 - 5.18355 \times 10^{-10} x^3 + 2.43616 \times 10^{-17} x^4 + 3.73348 \times 10^{-13} \\
& x^5 - 7.56947 \times 10^{-21} x^6 - 1.11358 \times 10^{-16} x^7 + 7.04523 \times 10^{-25} x^8 + 1.07479 \times 10^{-20} x^9 + 4.51005 \times 10^{-11} y - 8.01262 \times 10^{-7} x \\
& y - 8.34359 \times 10^{-14} x^2 y - 2.08953 \times 10^{-8} x^3 y + 6.74201 \times 10^{-17} x^4 y + 1.99383 \times 10^{-11} x^5 y - 1.97587 \times 10^{-20} x^6 y - \\
& 6.68701 \times 10^{-15} x^7 y + 1.69876 \times 10^{-24} x^8 y + 7.25493 \times 10^{-19} x^9 y + 2.91961 \times 10^{-11} y^2 + 0.0000220491 x y^2 - 3.99717 \times 10^{-14} \\
& x^2 y^2 - 3.34398 \times 10^{-9} x^3 y^2 + 2.67195 \times 10^{-17} x^4 y^2 + 1.25114 \times 10^{-12} x^5 y^2 - 6.98023 \times 10^{-21} x^6 y^2 - 2.07274 \times 10^{-16} x^7 \\
& y^2 + 4.93367 \times 10^{-25} x^8 y^2 + 3.61252 \times 10^{-21} x^9 y^2 + 7.23043 \times 10^{-12} y^3 - 1.78928 \times 10^{-7} x y^3 - 5.6825 \times 10^{-15} x^2 \\
& y^3 + 2.3621 \times 10^{-10} x^3 y^3 + 1.65614 \times 10^{-18} x^4 y^3 - 2.90804 \times 10^{-13} x^5 y^3 - 4.56318 \times 10^{-23} x^6 y^3 + 1.22229 \times 10^{-16} x^7 y^3 - \\
& 5.16303 \times 10^{-26} x^8 y^3 - 1.54665 \times 10^{-20} x^9 y^3 + 8.94149 \times 10^{-13} y^4 - 5.90997 \times 10^{-8} x y^4 - 1.00866 \times 10^{-16} x^2 y^4 + 4.73889 \times 10^{-11} \\
& x^3 y^4 - 4.97841 \times 10^{-19} x^4 y^4 - 4.68089 \times 10^{-14} x^5 y^4 + 2.31686 \times 10^{-22} x^6 y^4 + 1.70416 \times 10^{-17} x^7 y^4 - 3.07697 \times 10^{-26} x^8 y^4 - \\
& 1.95175 \times 10^{-21} x^9 y^4 + 6.20918 \times 10^{-14} y^5 - 3.86674 \times 10^{-9} x y^5 + 3.75412 \times 10^{-17} x^2 y^5 + 3.32373 \times 10^{-12} x^3 y^5 - 8.64517 \times 10^{-20} \\
& x^4 y^5 - 3.13147 \times 10^{-15} x^5 y^5 + 3.35925 \times 10^{-23} x^6 y^5 + 1.08899 \times 10^{-18} x^7 y^5 - 3.93364 \times 10^{-27} x^8 y^5 - 1.20254 \times 10^{-22} x^9 \\
& y^5 + 2.53564 \times 10^{-15} y^6 - 1.47207 \times 10^{-10} x y^6 + 3.3703 \times 10^{-18} x^2 y^6 + 1.28197 \times 10^{-13} x^3 y^6 - 5.66441 \times 10^{-21} x^4 y^6 - \\
& 1.17698 \times 10^{-16} x^5 y^6 + 2.09099 \times 10^{-24} x^6 y^6 + 3.9995 \times 10^{-20} x^7 y^6 - 2.34455 \times 10^{-28} x^8 y^6 - 4.33544 \times 10^{-24} x^9 \\
& y^6 + 6.04393 \times 10^{-17} y^7 - 3.32798 \times 10^{-12} x y^7 + 1.23033 \times 10^{-19} x^2 y^7 + 2.86506 \times 10^{-15} x^3 y^7 - 1.84472 \times 10^{-22} x^4 y^7 - \\
& 2.58702 \times 10^{-18} x^5 y^7 + 6.6488 \times 10^{-26} x^6 y^7 + 8.67353 \times 10^{-22} x^7 y^7 - 7.29697 \times 10^{-30} x^8 y^7 - 9.30099 \times 10^{-26} x^9 \\
& y^7 + 7.78008 \times 10^{-19} y^8 - 4.11319 \times 10^{-14} x y^8 + 2.10827 \times 10^{-21} x^2 y^8 + 3.48092 \times 10^{-17} x^3 y^8 - 2.98064 \times 10^{-24} x^4 y^8 - \\
& 3.10857 \times 10^{-20} x^5 y^8 + 1.05965 \times 10^{-27} x^6 y^8 + 1.03365 \times 10^{-23} x^7 y^8 - 1.14844 \times 10^{-31} x^8 y^8 - 1.10105 \times 10^{-27} x^9 \\
& y^8 + 4.17835 \times 10^{-21} y^9 - 2.14406 \times 10^{-16} x y^9 + 1.39791 \times 10^{-23} x^2 y^9 + 1.78073 \times 10^{-19} x^3 y^9 - 1.9071 \times 10^{-26} x^4 y^9 - \\
& 1.57809 \times 10^{-22} x^5 y^9 + 6.72015 \times 10^{-30} x^6 y^9 + 5.22052 \times 10^{-26} x^7 y^9 - 7.22409 \times 10^{-34} x^8 y^9 - 5.53799 \times 10^{-30} x^9 y^9
\end{aligned}$$

Polynôme d'interpolation du troisième mode propre

$$\begin{aligned}
 f_3(\alpha_3, x, y) = & -0.0000570801 + 1.26227 \times 10^{-13} x + 5.04748 \times 10^{-8} x^2 - 5.55034 \times 10^{-16} x^3 - 8.07403 \times 10^{-12} x^4 + 4.45062 \times 10^{-19} x^5 \\
 & + 1.3572 \times 10^{-15} x^6 - 1.2342 \times 10^{-22} x^7 - 1.26934 \times 10^{-19} x^8 + 1.11954 \times 10^{-26} x^9 + 0.000400319 y + 7.02611 \times 10^{-13} x y - \\
 & 7.01075 \times 10^{-7} x^2 y - 2.34434 \times 10^{-15} x^3 y + 5.61629 \times 10^{-10} x^4 y + 1.82133 \times 10^{-18} x^5 y - 2.11576 \times 10^{-13} x^6 y - 5.00847 \times 10^{-22} x^7 y \\
 & + 2.50691 \times 10^{-17} x^8 y + 4.52173 \times 10^{-26} x^9 y - 0.000987569 y^2 + 5.2001 \times 10^{-13} x y^2 + 8.68434 \times 10^{-7} x^2 y^2 - \\
 & 1.50083 \times 10^{-15} x^3 y^2 - 1.29768 \times 10^{-10} x^4 y^2 + 1.14354 \times 10^{-18} x^5 y^2 + 1.63788 \times 10^{-14} x^6 y^2 - 3.13365 \times 10^{-22} x^7 y^2 - \\
 & 8.84755 \times 10^{-19} x^8 y^2 + 2.82702 \times 10^{-26} x^9 y^2 - 3.44206 \times 10^{-6} y^3 + 1.38677 \times 10^{-13} x y^3 + 8.05296 \times 10^{-9} x^2 y^3 - 3.53433 \times 10^{-16} x^3 y^3 \\
 & - 9.83423 \times 10^{-12} x^4 y^3 + 2.62947 \times 10^{-19} x^5 y^3 + 3.7854 \times 10^{-15} x^6 y^3 - 7.16518 \times 10^{-23} x^7 y^3 - 4.10963 \times 10^{-19} x^8 y^3 \\
 & + 6.4554 \times 10^{-27} x^9 y^3 + 1.90061 \times 10^{-6} y^4 + 1.79191 \times 10^{-14} x y^4 - 1.054 \times 10^{-9} x^2 y^4 - 4.11338 \times 10^{-17} x^3 y^4 - 6.91607 \times 10^{-13} x^4 y^4 \\
 & + 2.9943 \times 10^{-20} x^5 y^4 + 3.20762 \times 10^{-16} x^6 y^4 - 8.12335 \times 10^{-24} x^7 y^4 - 3.6313 \times 10^{-20} x^8 y^4 + 7.31617 \times 10^{-28} x^9 y^4 \\
 & + 1.33179 \times 10^{-7} y^5 + 1.26855 \times 10^{-15} x y^5 - 8.26442 \times 10^{-11} x^2 y^5 - 2.68045 \times 10^{-18} x^3 y^5 - 3.08473 \times 10^{-14} x^4 y^5 \\
 & + 1.91958 \times 10^{-21} x^5 y^5 + 1.54562 \times 10^{-17} x^6 y^5 - 5.19917 \times 10^{-25} x^7 y^5 - 1.77088 \times 10^{-21} x^8 y^5 + 4.68932 \times 10^{-29} x^9 y^5 \\
 & + 5.12217 \times 10^{-9} y^6 + 5.18924 \times 10^{-17} x y^6 - 3.38623 \times 10^{-12} x^2 y^6 - 1.0234 \times 10^{-19} x^3 y^6 - 8.45556 \times 10^{-16} x^4 y^6 \\
 & + 7.24415 \times 10^{-23} x^5 y^6 + 4.64178 \times 10^{-19} x^6 y^6 - 1.96393 \times 10^{-26} x^7 y^6 - 5.38747 \times 10^{-23} x^8 y^6 + 1.77678 \times 10^{-30} x^9 y^6 \\
 & + 1.16589 \times 10^{-10} y^7 + 1.22499 \times 10^{-18} x y^7 - 8.06044 \times 10^{-14} x^2 y^7 - 2.26962 \times 10^{-21} x^3 y^7 - 1.41427 \times 10^{-17} x^4 y^7 \\
 & + 1.59278 \times 10^{-24} x^5 y^7 + 8.67907 \times 10^{-21} x^6 y^7 - 4.33091 \times 10^{-28} x^7 y^7 - 1.02171 \times 10^{-24} x^8 y^7 + 3.93528 \times 10^{-32} x^9 y^7 \\
 & + 1.44945 \times 10^{-12} y^8 + 1.5509 \times 10^{-20} x y^8 - 1.03341 \times 10^{-15} x^2 y^8 - 2.70325 \times 10^{-23} x^3 y^8 - 1.3353 \times 10^{-19} x^4 y^8 \\
 & + 1.88385 \times 10^{-26} x^5 y^8 + 9.27989 \times 10^{-23} x^6 y^8 - 5.14548 \times 10^{-30} x^7 y^8 - 1.10981 \times 10^{-26} x^8 y^8 + 4.70077 \times 10^{-34} x^9 y^8 \\
 & + 7.60747 \times 10^{-15} y^9 + 8.15984 \times 10^{-23} x y^9 - 5.55155 \times 10^{-18} x^2 y^9 - 1.33533 \times 10^{-25} x^3 y^9 - 5.35968 \times 10^{-22} x^4 y^9 \\
 & + 9.24552 \times 10^{-29} x^5 y^9 + 4.30639 \times 10^{-25} x^6 y^9 - 2.53996 \times 10^{-32} x^7 y^9 - 5.24894 \times 10^{-29} x^8 y^9 + 2.33525 \times 10^{-36} x^9 y^9
 \end{aligned}$$

Polynôme d'interpolation du quatrième mode propre

$$\begin{aligned}
 f_4(\alpha_4, x, y) = & 2.12156 \times 10^{-11} - 2.88029 \times 10^{-6} x - 1.63408 \times 10^{-13} x^2 + 2.01159 \times 10^{-9} x^3 + 2.44903 \times 10^{-16} x^4 - 5.58502 \times 10^{-13} x^5 \\
 & - 1.34795 \times 10^{-19} x^6 + 1.13647 \times 10^{-16} x^7 + 3.10701 \times 10^{-23} x^8 - 1.01389 \times 10^{-20} x^9 - 2.55757 \times 10^{-27} x^{10} + 9.7745 \times 10^{-11} y \\
 & + 0.0000415266 x y - 7.08138 \times 10^{-13} x^2 y - 4.58617 \times 10^{-8} x^3 y + 1.04166 \times 10^{-15} x^4 y + 2.60571 \times 10^{-11} x^5 y - \\
 & 5.71401 \times 10^{-19} x^6 y - 7.52431 \times 10^{-15} x^7 y + 1.32249 \times 10^{-22} x^8 y + 7.55806 \times 10^{-19} x^9 y - 1.09714 \times 10^{-26} x^{10} y \\
 & + 7.64901 \times 10^{-11} y^2 - 0.0000656337 x y^2 - 5.27906 \times 10^{-13} x^2 y^2 + 3.97253 \times 10^{-8} x^3 y^2 + 7.642 \times 10^{-16} x^4 y^2 - 6.04059 \times 10^{-12} x^5 y^2 \\
 & - 4.1829 \times 10^{-19} x^6 y^2 + 2.35845 \times 10^{-16} x^7 y^2 + 9.71682 \times 10^{-23} x^8 y^2 + 3.57514 \times 10^{-20} x^9 y^2 - 8.10569 \times 10^{-27} x^{10} y^2 \\
 & + 2.38713 \times 10^{-11} y^3 + 4.63358 \times 10^{-7} x y^3 - 1.61539 \times 10^{-13} x^2 y^3 - 3.29946 \times 10^{-10} x^3 y^3 + 2.30116 \times 10^{-16} x^4 y^3 \\
 & + 6.5978 \times 10^{-14} x^5 y^3 - 1.25462 \times 10^{-19} x^6 y^3 - 2.88844 \times 10^{-17} x^7 y^3 + 2.91862 \times 10^{-23} x^8 y^3 + 6.01099 \times 10^{-21} x^9 y^3 - \\
 & 2.44159 \times 10^{-27} x^{10} y^3 + 3.83157 \times 10^{-12} y^4 + 3.26059 \times 10^{-7} x y^4 - 2.57949 \times 10^{-14} x^2 y^4 - 2.08608 \times 10^{-10} x^3 y^4 + 3.6227 \times 10^{-17} x^4 y^4 \\
 & + 4.51855 \times 10^{-14} x^5 y^4 - 1.96469 \times 10^{-20} x^6 y^4 - 9.45855 \times 10^{-18} x^7 y^4 + 4.56553 \times 10^{-24} x^8 y^4 + 1.10928 \times 10^{-21} x^9 y^4 - \\
 & 3.81954 \times 10^{-28} x^{10} y^4 + 3.55816 \times 10^{-13} y^5 + 2.87698 \times 10^{-8} x y^5 - 2.40306 \times 10^{-15} x^2 y^5 - 1.88499 \times 10^{-11} x^3 y^5 \\
 & + 3.33677 \times 10^{-18} x^4 y^5 + 4.6252 \times 10^{-15} x^5 y^5 - 1.80054 \times 10^{-21} x^6 y^5 - 9.96162 \times 10^{-19} x^7 y^5 + 4.17605 \times 10^{-25} x^8 y^5 \\
 & + 1.05439 \times 10^{-22} x^9 y^5 - 3.48947 \times 10^{-29} x^{10} y^5 + 2.01831 \times 10^{-14} y^6 + 1.47058 \times 10^{-9} x y^6 - 1.37318 \times 10^{-16} x^2 y^6 - \\
 & 9.82903 \times 10^{-13} x^3 y^6 + 1.89025 \times 10^{-19} x^4 y^6 + 2.57161 \times 10^{-16} x^5 y^6 - 1.0158 \times 10^{-22} x^6 y^6 - 5.61094 \times 10^{-20} x^7 y^6 \\
 & + 2.35156 \times 10^{-26} x^8 y^6 + 5.69938 \times 10^{-24} x^9 y^6 - 1.96192 \times 10^{-30} x^{10} y^6 + 7.09255 \times 10^{-16} y^7 + 4.70988 \times 10^{-11} x y^7 - \\
 & 4.869 \times 10^{-18} x^2 y^7 - 3.18623 \times 10^{-14} x^3 y^7 + 6.65903 \times 10^{-21} x^4 y^7 + 8.5894 \times 10^{-18} x^5 y^7 - 3.56753 \times 10^{-24} x^6 y^7 - 1.87625 \times 10^{-21} x^7 y^7 \\
 & + 8.24653 \times 10^{-28} x^8 y^7 + 1.86398 \times 10^{-25} x^9 y^7 - 6.87044 \times 10^{-32} x^{10} y^7 + 1.50566 \times 10^{-17} y^8 + 9.24967 \times 10^{-13} x y^8 - \\
 & 1.04316 \times 10^{-19} x^2 y^8 - 6.29827 \times 10^{-16} x^3 y^8 + 1.41982 \times 10^{-22} x^4 y^8 + 1.72091 \times 10^{-19} x^5 y^8 - 7.59041 \times 10^{-26} x^6 y^8 - \\
 & 3.74887 \times 10^{-23} x^7 y^8 + 1.75284 \times 10^{-29} x^8 y^8 + 3.67436 \times 10^{-27} x^9 y^8 - 1.45875 \times 10^{-33} x^{10} y^8 + 1.76775 \times 10^{-19} y^9 \\
 & + 1.01892 \times 10^{-14} x y^9 - 1.23552 \times 10^{-21} x^2 y^9 - 6.95799 \times 10^{-18} x^3 y^9 + 1.67565 \times 10^{-24} x^4 y^9 + 1.91013 \times 10^{-21} x^5 y^9 - \\
 & 8.94601 \times 10^{-28} x^6 y^9 - 4.14458 \times 10^{-25} x^7 y^9 + 2.06487 \times 10^{-31} x^8 y^9 + 4.02763 \times 10^{-29} x^9 y^9 - 1.71719 \times 10^{-35} x^{10} y^9 \\
 & + 8.80823 \times 10^{-22} y^{10} + 4.8179 \times 10^{-17} x y^{10} - 6.20633 \times 10^{-24} x^2 y^{10} - 3.29099 \times 10^{-20} x^3 y^{10} + 8.39491 \times 10^{-27} x^4 y^{10} \\
 & + 9.02511 \times 10^{-24} x^5 y^{10} - 4.47873 \times 10^{-30} x^6 y^{10} - 1.94932 \times 10^{-27} x^7 y^{10} + 1.03369 \times 10^{-33} x^8 y^{10} + 1.88452 \times 10^{-31} x^9 y^{10} - \\
 & 8.5934 \times 10^{-38} x^{10} y^{10}
 \end{aligned}$$

## Polynôme d'interpolation du cinquième mode propre

$$\begin{aligned}
f_5(\alpha_5, x, y) = & 0.0000264178 + 4.11494 \times 10^{-12} x - 8.63245 \times 10^{-8} x^2 - 4.25754 \times 10^{-14} x^3 + 4.67541 \times 10^{-11} x^4 + 8.84567 \times 10^{-17} x^5 \\
& - 8.18668 \times 10^{-15} x^6 - 6.82167 \times 10^{-20} x^7 - 1.73517 \times 10^{-19} x^8 + 2.47312 \times 10^{-23} x^9 + 2.89362 \times 10^{-22} x^{10} - 4.29186 \times 10^{-27} x^{11} \\
& - 3.10399 \times 10^{-26} x^{12} + 2.87732 \times 10^{-31} x^{13} - 0.000989905 y + 9.49465 \times 10^{-11} x y + 2.43888 \times 10^{-6} x^2 y - 7.25977 \times 10^{-13} x^3 y \\
& + 9.90151 \times 10^{-10} x^4 y + 1.42551 \times 10^{-15} x^5 y - 2.60159 \times 10^{-12} x^6 y - 1.0878 \times 10^{-18} x^7 y + 1.34548 \times 10^{-15} x^8 y \\
& + 3.92547 \times 10^{-22} x^9 y - 2.88642 \times 10^{-19} x^{10} y - 6.76238 \times 10^{-26} x^{11} y + 2.23941 \times 10^{-23} x^{12} y + 4.48072 \times 10^{-30} x^{13} y \\
& + 0.00115684 y^2 + 1.11301 \times 10^{-10} x y^2 - 4.0374 \times 10^{-6} x^2 y^2 - 9.28142 \times 10^{-13} x^3 y^2 + 2.91385 \times 10^{-9} x^4 y^2 + 1.89314 \times 10^{-15} x^5 y^2 \\
& - 1.28832 \times 10^{-12} x^6 y^2 - 1.46796 \times 10^{-18} x^7 y^2 + 4.26074 \times 10^{-16} x^8 y^2 + 5.33617 \times 10^{-22} x^9 y^2 - 7.92416 \times 10^{-20} x^{10} y^2 - \\
& 9.21859 \times 10^{-26} x^{11} y^2 + 5.88652 \times 10^{-24} x^{12} y^2 + 6.10982 \times 10^{-30} x^{13} y^2 - 0.0000974248 y^3 + 6.31851 \times 10^{-11} x y^3 \\
& + 2.78479 \times 10^{-7} x^2 y^3 - 5.09301 \times 10^{-13} x^3 y^3 - 4.79519 \times 10^{-11} x^4 y^3 + 1.01644 \times 10^{-15} x^5 y^3 - 9.79545 \times 10^{-14} x^6 y^3 - \\
& 7.81793 \times 10^{-19} x^7 y^3 + 5.79269 \times 10^{-17} x^8 y^3 + 2.82858 \times 10^{-22} x^9 y^3 - 1.28557 \times 10^{-20} x^{10} y^3 - 4.86706 \times 10^{-26} x^{11} y^3 \\
& + 1.03259 \times 10^{-24} x^{12} y^3 + 3.2132 \times 10^{-30} x^{13} y^3 - 0.0000286655 y^4 + 1.74192 \times 10^{-11} x y^4 + 8.8757 \times 10^{-8} x^2 y^4 - \\
& 1.3805 \times 10^{-13} x^3 y^4 - 3.48818 \times 10^{-11} x^4 y^4 + 2.73319 \times 10^{-16} x^5 y^4 - 7.56077 \times 10^{-15} x^6 y^4 - 2.09499 \times 10^{-19} x^7 y^4 \\
& + 7.68417 \times 10^{-18} x^8 y^4 + 7.5588 \times 10^{-23} x^9 y^4 - 1.89236 \times 10^{-21} x^{10} y^4 - 1.29681 \times 10^{-26} x^{11} y^4 + 1.58912 \times 10^{-25} x^{12} y^4 \\
& + 8.53518 \times 10^{-31} x^{13} y^4 - 3.52928 \times 10^{-6} y^5 + 2.74471 \times 10^{-12} x y^5 + 1.10423 \times 10^{-8} x^2 y^5 - 2.15654 \times 10^{-14} x^3 y^5 - \\
& 4.60009 \times 10^{-12} x^4 y^5 + 4.24837 \times 10^{-17} x^5 y^5 - 6.48272 \times 10^{-16} x^6 y^5 - 3.24652 \times 10^{-20} x^7 y^5 + 8.35465 \times 10^{-19} x^8 y^5 \\
& + 1.16805 \times 10^{-23} x^9 y^5 - 2.12494 \times 10^{-22} x^{10} y^5 - 1.99812 \times 10^{-27} x^{11} y^5 + 1.804 \times 10^{-26} x^{12} y^5 + 1.31127 \times 10^{-31} x^{13} y^5 - \\
& 2.76575 \times 10^{-7} y^6 + 2.70169 \times 10^{-13} x y^6 + 8.67258 \times 10^{-10} x^2 y^6 - 2.10978 \times 10^{-15} x^3 y^6 - 3.65072 \times 10^{-13} x^4 y^6 + 4.13634 \times 10^{-18} x^5 y^6 \\
& - 4.76045 \times 10^{-17} x^6 y^6 - 3.1502 \times 10^{-21} x^7 y^6 + 6.46082 \times 10^{-20} x^8 y^6 + 1.12985 \times 10^{-24} x^9 y^6 - 1.65255 \times 10^{-23} x^{10} y^6 - \\
& 1.92681 \times 10^{-28} x^{11} y^6 + 1.40272 \times 10^{-27} x^{12} y^6 + 1.26075 \times 10^{-32} x^{13} y^6 - 1.46127 \times 10^{-8} y^7 + 1.73544 \times 10^{-14} x y^7 \\
& + 4.5841 \times 10^{-11} x^2 y^7 - 1.34814 \times 10^{-16} x^3 y^7 - 1.93144 \times 10^{-14} x^4 y^7 + 2.63014 \times 10^{-19} x^5 y^7 - 2.53019 \times 10^{-18} x^6 y^7 - \\
& 1.99583 \times 10^{-22} x^7 y^7 + 3.43168 \times 10^{-21} x^8 y^7 + 7.13452 \times 10^{-26} x^9 y^7 - 8.76933 \times 10^{-25} x^{10} y^7 - 1.21285 \times 10^{-29} x^{11} y^7 \\
& + 7.42682 \times 10^{-29} x^{12} y^7 + 7.91241 \times 10^{-34} x^{13} y^7 - 5.2577 \times 10^{-10} y^8 + 7.38731 \times 10^{-16} x y^8 + 1.64949 \times 10^{-12} x^2 y^8 - \\
& 5.71222 \times 10^{-18} x^3 y^8 - 6.9445 \times 10^{-16} x^4 y^8 + 1.10902 \times 10^{-20} x^5 y^8 - 9.22937 \times 10^{-20} x^6 y^8 - 8.38476 \times 10^{-24} x^7 y^8 \\
& + 1.24164 \times 10^{-22} x^8 y^8 + 2.98736 \times 10^{-27} x^9 y^8 - 3.1671 \times 10^{-26} x^{10} y^8 - 5.06247 \times 10^{-31} x^{11} y^8 + 2.67672 \times 10^{-30} x^{12} y^8 \\
& + 3.29302 \times 10^{-35} x^{13} y^8 - 1.26999 \times 10^{-11} y^9 + 2.06486 \times 10^{-17} x y^9 + 3.98447 \times 10^{-14} x^2 y^9 - 1.59036 \times 10^{-19} x^3 y^9 - \\
& 1.67659 \times 10^{-17} x^4 y^9 + 3.07352 \times 10^{-22} x^5 y^9 - 2.24729 \times 10^{-21} x^6 y^9 - 2.31555 \times 10^{-25} x^7 y^9 + 3.00776 \times 10^{-24} x^8 y^9 \\
& + 8.22349 \times 10^{-29} x^9 y^9 - 7.6615 \times 10^{-28} x^{10} y^9 - 1.38935 \times 10^{-32} x^{11} y^9 + 6.46574 \times 10^{-32} x^{12} y^9 + 9.01193 \times 10^{-37} x^{13} y^9 - \\
& 1.97022 \times 10^{-13} y^{10} + 3.6401 \times 10^{-19} x y^{10} + 6.1819 \times 10^{-16} x^2 y^{10} - 2.7946 \times 10^{-21} x^3 y^{10} - 2.60146 \times 10^{-19} x^4 y^{10} \\
& + 5.37841 \times 10^{-24} x^5 y^{10} - 3.48991 \times 10^{-23} x^6 y^{10} - 4.03879 \times 10^{-27} x^7 y^{10} + 4.66753 \times 10^{-26} x^8 y^{10} + 1.43004 \times 10^{-30} x^9 y^{10} - \\
& 1.18811 \times 10^{-29} x^{10} y^{10} - 2.40914 \times 10^{-34} x^{11} y^{10} + 1.00178 \times 10^{-33} x^{12} y^{10} + 1.5585 \times 10^{-38} x^{13} y^{10} - 1.77356 \times 10^{-15} y^{11} \\
& + 3.66732 \times 10^{-21} x y^{11} + 5.56576 \times 10^{-18} x^2 y^{11} - 2.8085 \times 10^{-23} x^3 y^{11} - 2.34402 \times 10^{-21} x^4 y^{11} + 5.38556 \times 10^{-26} x^5 y^{11} - \\
& 3.12377 \times 10^{-25} x^6 y^{11} - 4.03229 \times 10^{-29} x^7 y^{11} + 4.19362 \times 10^{-28} x^8 y^{11} + 1.42382 \times 10^{-32} x^9 y^{11} - 1.06746 \times 10^{-31} x^{10} y^{11} - \\
& 2.39232 \times 10^{-36} x^{11} y^{11} + 8.99693 \times 10^{-36} x^{12} y^{11} + 1.54378 \times 10^{-40} x^{13} y^{11} - 7.04113 \times 10^{-18} y^{12} + 1.60862 \times 10^{-23} x y^{12} \\
& + 2.21022 \times 10^{-20} x^2 y^{12} - 1.22971 \times 10^{-25} x^3 y^{12} - 9.32253 \times 10^{-24} x^4 y^{12} + 2.35085 \times 10^{-28} x^5 y^{12} - 1.22479 \times 10^{-27} x^6 y^{12} - \\
& 1.75561 \times 10^{-31} x^7 y^{12} + 1.65819 \times 10^{-30} x^8 y^{12} + 6.18388 \times 10^{-35} x^9 y^{12} - 4.22355 \times 10^{-34} x^{10} y^{12} - 1.03652 \times 10^{-38} x^{11} y^{12} \\
& + 3.55995 \times 10^{-38} x^{12} y^{12} + 6.67346 \times 10^{-43} x^{13} y^{12}
\end{aligned}$$

## Polynôme d'interpolation du sixième mode propre

$$\begin{aligned}
f_6(\alpha_6, x, y) = & -5.53502 \times 10^{-11} + 2.30394 \times 10^{-6} x - 4.62341 \times 10^{-12} x^2 - 3.62961 \times 10^{-9} x^3 + 9.76656 \times 10^{-15} x^4 + 1.80822 \times 10^{-12} x^5 \\
& - 7.5067 \times 10^{-18} x^6 - 3.6969 \times 10^{-16} x^7 + 2.70303 \times 10^{-21} x^8 + 2.34588 \times 10^{-20} x^9 - 4.64454 \times 10^{-25} x^{10} + 3.19464 \times 10^{-24} x^{11} \\
& + 3.08756 \times 10^{-29} x^{12} - 4.46756 \times 10^{-28} x^{13} + 9.01246 \times 10^{-10} y - 0.000152701 x y + 5.49794 \times 10^{-12} x^2 y + 1.55633 \times 10^{-7} x^3 y \\
& - 3.59062 \times 10^{-14} x^4 y + 8.84801 \times 10^{-11} x^5 y + 4.84206 \times 10^{-17} x^6 y - 1.56404 \times 10^{-13} x^7 y - 2.48455 \times 10^{-20} x^8 y \\
& + 7.088 \times 10^{-17} x^9 y + 5.42505 \times 10^{-24} x^{10} y - 1.3787 \times 10^{-20} x^{11} y - 4.24641 \times 10^{-28} x^{12} y + 9.9128 \times 10^{-25} x^{13} y - \\
& 7.90885 \times 10^{-11} y^2 + 0.000142562 x y^2 + 2.48581 \times 10^{-11} x^2 y^2 - 2.6059 \times 10^{-7} x^3 y^2 - 7.97641 \times 10^{-14} x^4 y^2 + 1.94095 \times 10^{-10} x^5 y^2 \\
& + 8.88392 \times 10^{-17} x^6 y^2 - 9.20639 \times 10^{-14} x^7 y^2 - 4.20612 \times 10^{-20} x^8 y^2 + 2.86018 \times 10^{-17} x^9 y^2 + 8.79713 \times 10^{-24} x^{10} y^2 - \\
& 4.84138 \times 10^{-21} x^{11} y^2 - 6.70743 \times 10^{-28} x^{12} y^2 + 3.29484 \times 10^{-25} x^{13} y^2 + 2.40165 \times 10^{-10} y^3 - 0.000022121 x y^3 \\
& + 1.00671 \times 10^{-11} x^2 y^3 + 2.95093 \times 10^{-8} x^3 y^3 - 3.56379 \times 10^{-14} x^4 y^3 - 5.32083 \times 10^{-12} x^5 y^3 + 4.14981 \times 10^{-17} x^6 y^3 - \\
& 6.76378 \times 10^{-15} x^7 y^3 - 2.0125 \times 10^{-20} x^8 y^3 + 3.88209 \times 10^{-18} x^9 y^3 + 4.27416 \times 10^{-24} x^{10} y^3 - 8.03175 \times 10^{-22} x^{11} y^3 - \\
& 3.2942 \times 10^{-28} x^{12} y^3 + 5.9837 \times 10^{-26} x^{13} y^3 + 7.32826 \times 10^{-11} y^4 - 6.92717 \times 10^{-6} x y^4 + 2.70225 \times 10^{-12} x^2 y^4 + 1.03699 \times 10^{-8} x^3 y^4 \\
& - 9.52507 \times 10^{-15} x^4 y^4 - 4.12223 \times 10^{-12} x^5 y^4 + 1.1103 \times 10^{-17} x^6 y^4 - 9.0217 \times 10^{-17} x^7 y^4 - 5.39627 \times 10^{-21} x^8 y^4 \\
& + 4.36902 \times 10^{-19} x^9 y^4 + 1.14874 \times 10^{-24} x^{10} y^4 - 1.10018 \times 10^{-22} x^{11} y^4 - 8.87309 \times 10^{-29} x^{12} y^4 + 8.87439 \times 10^{-27} x^{13} y^4 \\
& + 1.15463 \times 10^{-11} y^5 - 1.00436 \times 10^{-6} x y^5 + 4.52011 \times 10^{-13} x^2 y^5 + 1.54646 \times 10^{-9} x^3 y^5 - 1.55754 \times 10^{-15} x^4 y^5 - \\
& 6.81592 \times 10^{-13} x^5 y^5 + 1.80525 \times 10^{-18} x^6 y^5 + 5.20758 \times 10^{-17} x^7 y^5 - 8.76634 \times 10^{-22} x^8 y^5 + 3.95259 \times 10^{-20} x^9 y^5 \\
& + 1.86731 \times 10^{-25} x^{10} y^5 - 1.17915 \times 10^{-23} x^{11} y^5 - 1.44395 \times 10^{-29} x^{12} y^5 + 1.00523 \times 10^{-27} x^{13} y^5 + 1.12369 \times 10^{-12} y^6 - \\
& 9.45414 \times 10^{-8} x y^6 + 4.88543 \times 10^{-14} x^2 y^6 + 1.47451 \times 10^{-10} x^3 y^6 - 1.64487 \times 10^{-16} x^4 y^6 - 6.80408 \times 10^{-14} x^5 y^6 \\
& + 1.89512 \times 10^{-19} x^6 y^6 + 7.90338 \times 10^{-18} x^7 y^6 - 9.19409 \times 10^{-23} x^8 y^6 + 2.63065 \times 10^{-21} x^9 y^6 + 1.95971 \times 10^{-26} x^{10} y^6 - \\
& 9.19993 \times 10^{-25} x^{11} y^6 - 1.5172 \times 10^{-30} x^{12} y^6 + 8.17571 \times 10^{-29} x^{13} y^6 + 6.88453 \times 10^{-14} y^7 - 6.11673 \times 10^{-9} x y^7 \\
& + 3.55555 \times 10^{-15} x^2 y^7 + 9.61915 \times 10^{-12} x^3 y^7 - 1.16875 \times 10^{-17} x^4 y^7 - 4.57255 \times 10^{-15} x^5 y^7 + 1.33808 \times 10^{-20} x^6 y^7 \\
& + 6.44835 \times 10^{-19} x^7 y^7 - 6.48488 \times 10^{-24} x^8 y^7 + 1.21064 \times 10^{-22} x^9 y^7 + 1.3832 \times 10^{-27} x^{10} y^7 - 5.08442 \times 10^{-26} x^{11} y^7 - \\
& 1.07223 \times 10^{-31} x^{12} y^7 + 4.6956 \times 10^{-30} x^{13} y^7 + 2.59822 \times 10^{-15} y^8 - 2.76703 \times 10^{-10} x y^8 + 1.78209 \times 10^{-16} x^2 y^8 \\
& + 4.37992 \times 10^{-13} x^3 y^8 - 5.70926 \times 10^{-19} x^4 y^8 - 2.13064 \times 10^{-16} x^5 y^8 + 6.49011 \times 10^{-22} x^6 y^8 + 3.41012 \times 10^{-20} x^7 y^8 - \\
& 3.14107 \times 10^{-25} x^8 y^8 + 3.63737 \times 10^{-24} x^9 y^8 + 6.7037 \times 10^{-29} x^{10} y^8 - 1.97168 \times 10^{-27} x^{11} y^8 - 5.2032 \times 10^{-33} x^{12} y^8 \\
& + 1.89793 \times 10^{-31} x^{13} y^8 + 5.50751 \times 10^{-17} y^9 - 8.73756 \times 10^{-12} x y^9 + 6.17 \times 10^{-18} x^2 y^9 + 1.39084 \times 10^{-14} x^3 y^9 - \\
& 1.92363 \times 10^{-20} x^4 y^9 - 6.89909 \times 10^{-18} x^5 y^9 + 2.16924 \times 10^{-23} x^6 y^9 + 1.21393 \times 10^{-21} x^7 y^9 - 1.04798 \times 10^{-26} x^8 y^9 \\
& + 6.32529 \times 10^{-26} x^9 y^9 + 2.23746 \times 10^{-30} x^{10} y^9 - 5.29891 \times 10^{-29} x^{11} y^9 - 1.73871 \times 10^{-34} x^{12} y^9 + 5.35256 \times 10^{-33} x^{13} y^9 \\
& + 4.06828 \times 10^{-19} y^{10} - 1.88699 \times 10^{-13} x y^{10} + 1.44963 \times 10^{-19} x^2 y^{10} + 3.01876 \times 10^{-16} x^3 y^{10} - 4.39532 \times 10^{-22} x^4 y^{10} - \\
& 1.5233 \times 10^{-19} x^5 y^{10} + 4.91307 \times 10^{-25} x^6 y^{10} + 2.89082 \times 10^{-23} x^7 y^{10} - 2.36822 \times 10^{-28} x^8 y^{10} + 3.4697 \times 10^{-28} x^9 y^{10} \\
& + 5.05703 \times 10^{-32} x^{10} y^{10} - 9.60635 \times 10^{-31} x^{11} y^{10} - 3.934 \times 10^{-36} x^{12} y^{10} + 1.02883 \times 10^{-34} x^{13} y^{10} - 7.49607 \times 10^{-21} y^{11} - \\
& 2.65598 \times 10^{-15} x y^{11} + 2.20549 \times 10^{-21} x^2 y^{11} + 4.2683 \times 10^{-18} x^3 y^{11} - 6.50504 \times 10^{-24} x^4 y^{11} - 2.18716 \times 10^{-21} x^5 y^{11} \\
& + 7.20362 \times 10^{-27} x^6 y^{11} + 4.4183 \times 10^{-25} x^7 y^{11} - 3.46327 \times 10^{-30} x^8 y^{11} - 8.39604 \times 10^{-30} x^9 y^{11} + 7.39497 \times 10^{-34} x^{10} y^{11} - \\
& 1.11213 \times 10^{-32} x^{11} y^{11} - 5.75823 \times 10^{-38} x^{12} y^{11} + 1.28193 \times 10^{-36} x^{13} y^{11} - 1.84076 \times 10^{-22} y^{12} - 2.19502 \times 10^{-17} x y^{12} \\
& + 1.95898 \times 10^{-23} x^2 y^{12} + 3.54223 \times 10^{-20} x^3 y^{12} - 5.62626 \times 10^{-26} x^4 y^{12} - 1.84049 \times 10^{-23} x^5 y^{12} + 6.1707 \times 10^{-29} x^6 y^{12} \\
& + 3.91955 \times 10^{-27} x^7 y^{12} - 2.9581 \times 10^{-32} x^8 y^{12} - 1.71568 \times 10^{-31} x^9 y^{12} + 6.31486 \times 10^{-36} x^{10} y^{12} - 7.34112 \times 10^{-35} x^{11} y^{12} - \\
& 4.92132 \times 10^{-40} x^{12} y^{12} + 9.31223 \times 10^{-39} x^{13} y^{12} - 1.15558 \times 10^{-24} y^{13} - 8.079 \times 10^{-20} x y^{13} + 7.70862 \times 10^{-26} x^2 y^{13} \\
& + 1.30877 \times 10^{-22} x^3 y^{13} - 2.15905 \times 10^{-28} x^4 y^{13} - 6.88658 \times 10^{-26} x^5 y^{13} + 2.34511 \times 10^{-31} x^6 y^{13} + 1.53445 \times 10^{-29} x^7 y^{13} - \\
& 1.12074 \times 10^{-34} x^8 y^{13} - 9.82307 \times 10^{-34} x^9 y^{13} + 2.39164 \times 10^{-38} x^{10} y^{13} - 2.0657 \times 10^{-37} x^{11} y^{13} - 1.86525 \times 10^{-42} x^{12} y^{13} \\
& + 2.98599 \times 10^{-41} x^{13} y^{13}
\end{aligned}$$

## A. 7. Classement des contributions modales (essai A)

Cette annexe détaille la procédure de classement des modes pendant l'usinage de chaque zone. Ici, il s'agit de trouver les modes prépondérants, en dégageant un ordre d'importance en terme d'amplitude. Pour cela nous utilisons les diagrammes en bâtons des images. En comptabilisant le nombre d'occurrences de chaque mode à chaque rang du classement, nous obtenons la Table 5.2. Par exemple dans la première table, le mode 2 apparaît 15 fois au premier rang.

Z1	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	6	7	2	0	0
M2	15	0	0	0	0	0
M3	0	9	2	3	1	0
M4	0	0	5	7	2	1
M5	0	0	1	2	11	1
M6	0	0	0	1	1	13

Z2	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	12	1	1	0	1
M2	13	1	1	0	0	0
M3	2	0	7	0	4	2
M4	0	1	2	3	6	3
M5	0	2	4	7	2	1
M6	0	0	0	4	3	8

Z3	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	4	3	2	0	0
M2	5	1	2	1	0	0
M3	1	3	1	1	2	1
M4	3	0	2	1	0	3
M5	0	0	1	4	2	2
M6	0	1	0	0	5	3

Z4	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	3	3	4	0	2	0
M2	1	4	1	4	2	0
M3	5	2	3	1	0	1
M4	0	2	2	2	5	1
M5	3	1	2	5	1	0
M6	0	0	0	0	2	10

Z5	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	7	3	0	1	1
M2	8	1	1	0	1	1
M3	3	1	2	2	2	2
M4	1	1	4	4	1	1
M5	0	2	1	4	3	2
M6	0	0	1	2	4	5

Z6	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	3	7	0	0	0
M2	6	2	0	0	2	0
M3	2	3	3	2	0	0
M4	1	2	0	2	2	3
M5	1	0	0	3	3	3
M6	0	0	0	3	3	4

Z7	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	0	4	2	0	0
M2	5	1	0	0	0	0
M3	1	3	1	0	0	1
M4	0	1	0	2	2	1
M5	0	1	0	2	2	1
M6	0	0	1	0	2	3

Z8	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	0	5	0	0	0
M2	5	0	0	0	0	0
M3	0	5	0	0	0	0
M4	0	0	0	3	0	2
M5	0	0	0	1	4	0
M6	0	0	0	1	1	3

TABLE 5.2: Classement des contributions modales pour l'essai A

Le fait que les contributions soient valables à l'instant de l'image, plusieurs modes peuvent apparaître autant de fois au même rang. Ceci rend le classement des contributions délicat voire impossible dans certains cas. Pour adopter une démarche logique, les trois

règles suivantes ont été mises en place. Elles sont expliquées en se basant sur le tableau pendant l'usinage de la zone 3.

- Pour chaque rang, le nombre maximal d'occurrences ( $Occ_{max}$ ) est repéré (cases rouges). Par exemple, le mode 2 apparaît 5 fois au 1er rang. Ici il est prépondérant.
- Dans ce même rang, si un nombre d'occurrences égal à ( $Occ_{max} - 1$ ) existe, il est également retenu. Exemple, au 2ème rang, le mode 3 qui apparaît 3 fois est retenu comme prépondérant, au même titre que le mode 1 présent 4 fois. Cette condition est utilisée pour ne pas négliger des modes présents quasiment autant de fois que  $Occ_{max}$ . Elle est surtout utile pour un nombre impair d'images, où deux modes se partagent un même rang.
- Enfin, un nombre d'occurrences égal à 1 ne sera pas retenu. Nous estimons qu'un mode peut difficilement être prépondérant dans ce cas. Cela vient plus du fait que les autres modes sont dans leur position de référence à cet instant.

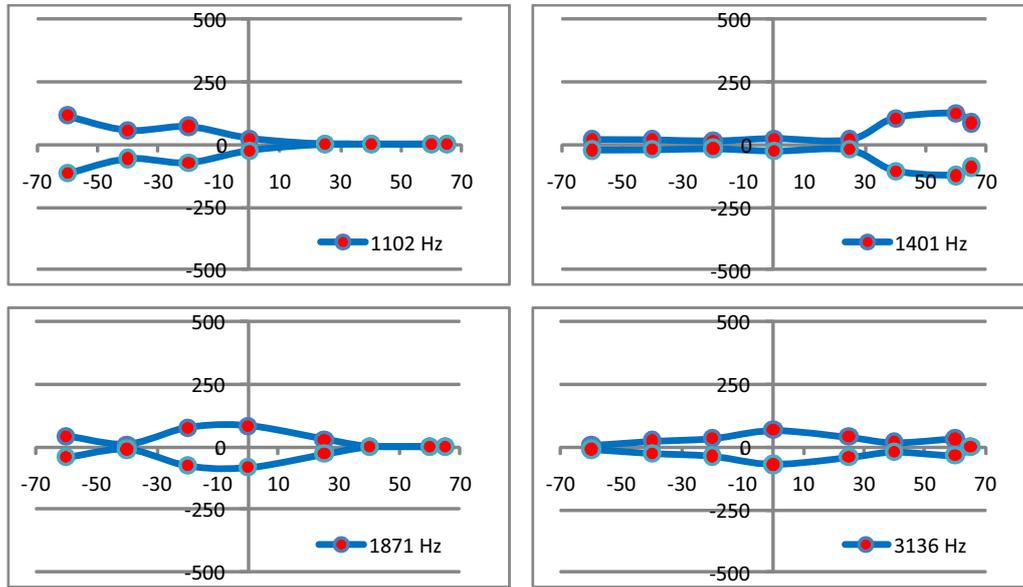
À l'issue de ce traitement, les classements pour chaque zone sont synthétisés comme suit :

$$\begin{array}{ll}
 Z1 : \{ M2; M3; M1; M4; M5; M6 \} & Z2 : \{ M2; M1; M3; M5; M4; M6 \} \\
 Z3 : \left\{ \begin{array}{cccc} M1 & & & M4 \\ M2; & M1 & & \\ M3 & ; & M2 & ; M4; M5; \\ & & M4 & \\ & & & M5 \\ & & & M6 \end{array} \right\} & Z4 : \left\{ \begin{array}{cccc} M1 & & & M2 \\ M3; & M1 & & \\ M2 & ; & M3 & ; \\ & & & M5 \\ & & & M4; M6 \end{array} \right\} \\
 Z5 : \left\{ \begin{array}{cccc} M1 & & & M4 \\ M2; M1; & M1 & & \\ M4 & ; & M5 & ; \\ & & M5 & \\ & & & M6 \\ & & & M6 \end{array} \right\} & Z6 : \left\{ \begin{array}{cccc} M1 & & & M2 \\ M2; & M2 & & \\ M3 & ; M1; & M4 & \\ & & M5 & \\ & & M5 & \\ & & & M5 \\ & & & M6 \end{array} \right\} \\
 Z7 : \left\{ \begin{array}{cccc} M1 & & & M4 \\ M2; M3; M1; & M4 & & \\ & & M5 & \\ & & & M6 \end{array} \right\} & Z8 : \{ M2; M3; M1; M4; M5; M6 \}
 \end{array}$$

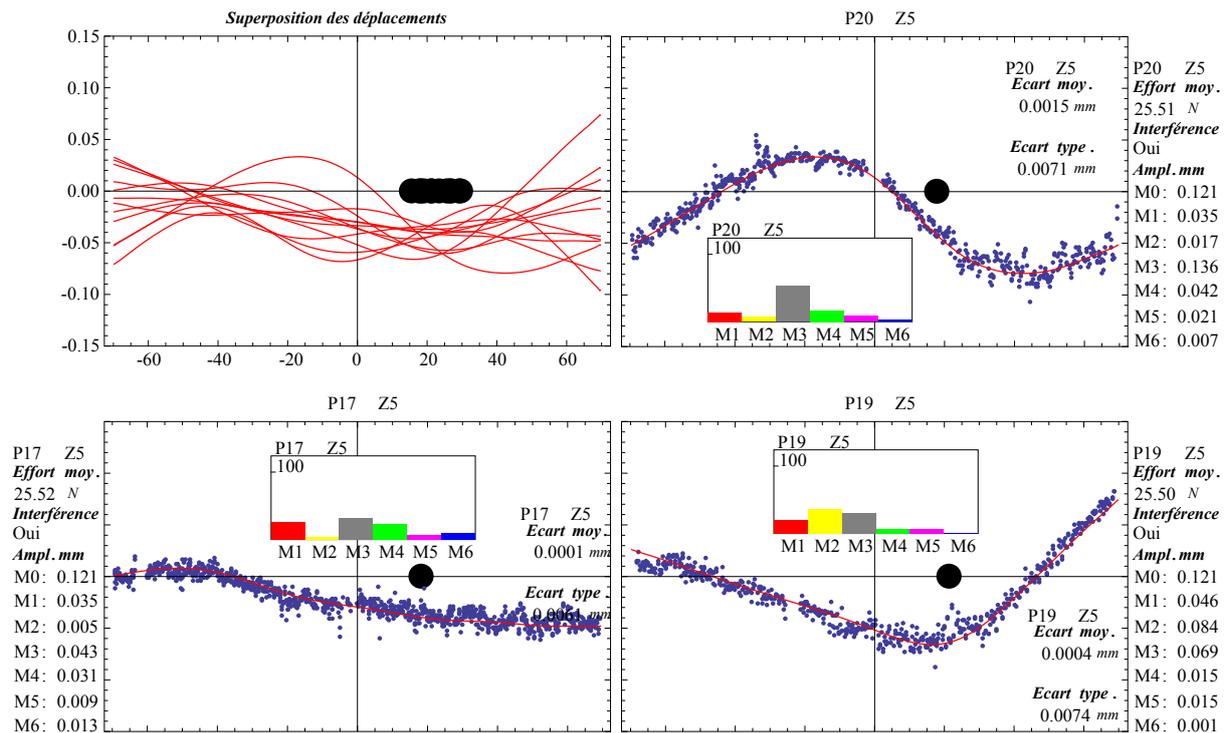
Dans les zones 1 et 2 l'ordre est clairement établi. En zone 3, le mode 2 domine, suivi du 3 puis du 1. Les trois derniers modes alternent aux trois dernières places. En zone 6 par exemple, un ordre simple ne peut être établi. Les quatre premiers modes alternent à la deuxième place.

## A. 8 . Résultats complémentaires (essai A)

Résultats pour la zone Z5 :



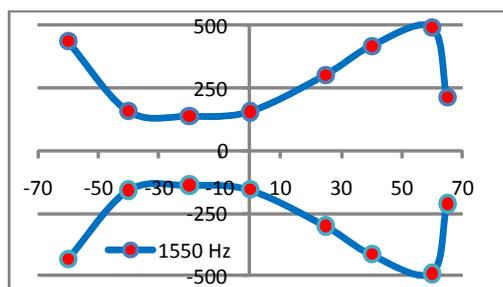
(a) Enveloppes des pics fréquents



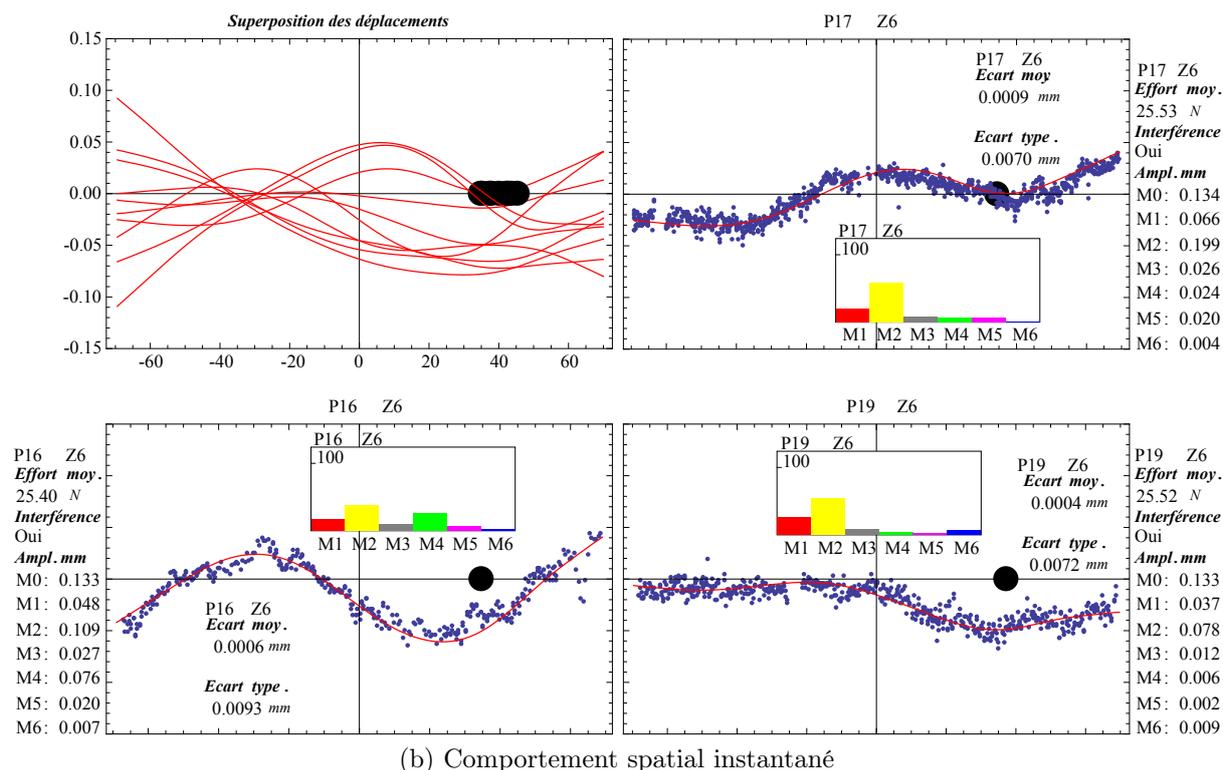
(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.9: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la cinquième zone

Résultats pour la zone Z6 :



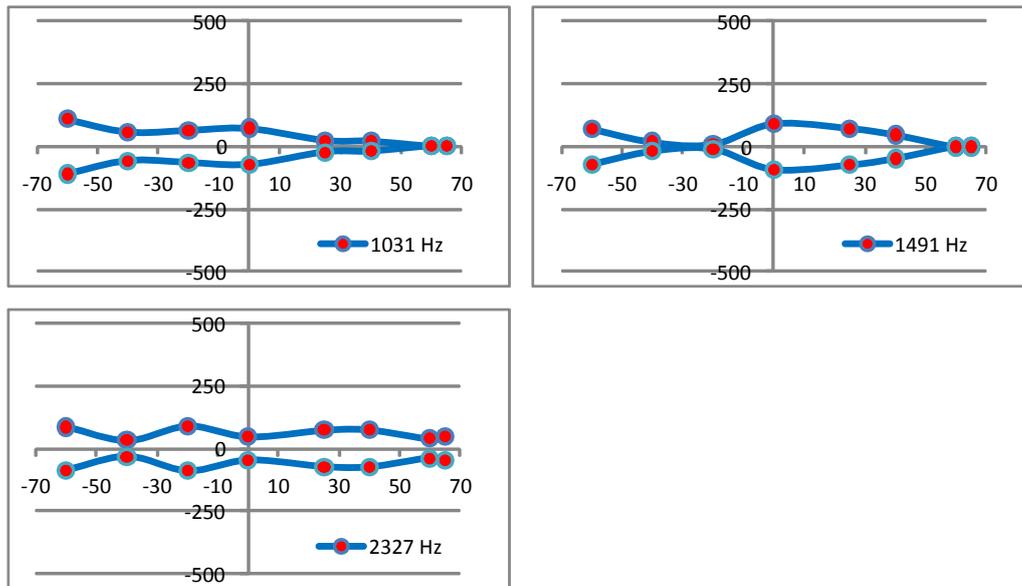
(a) Envelopes des pics fréquentiels



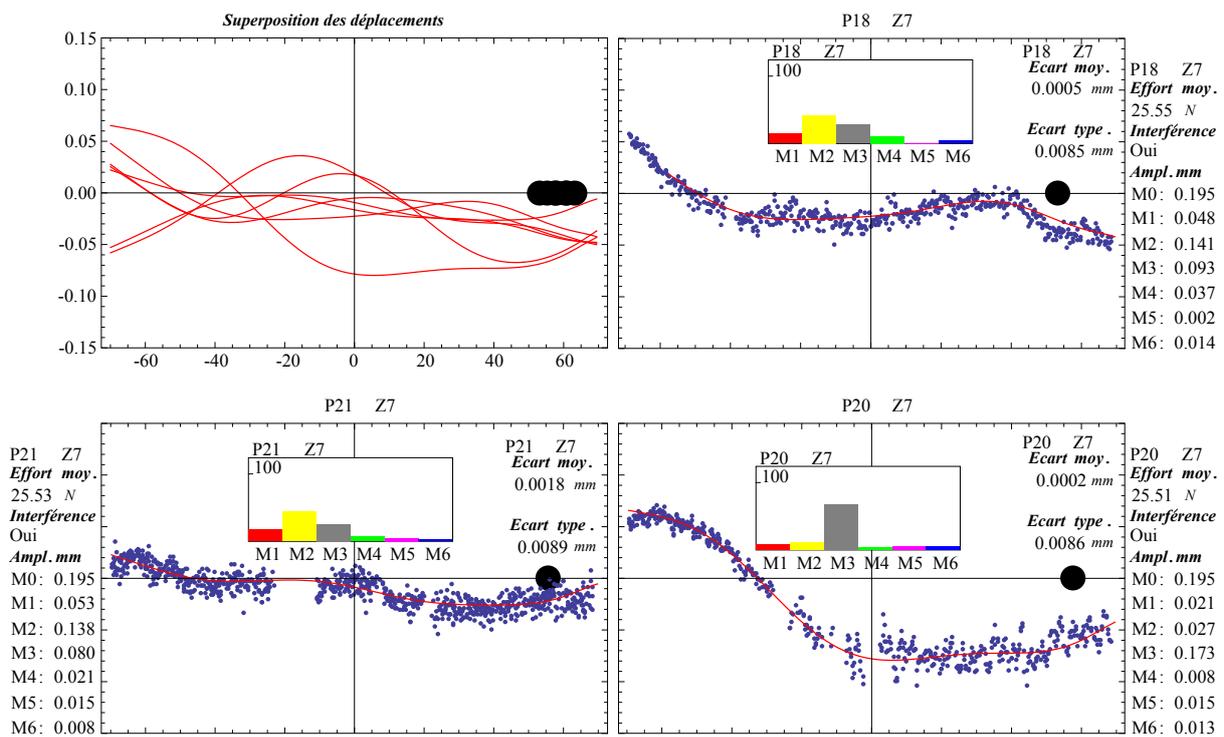
(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.10: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la sixième zone

Résultats pour la zone Z7 :



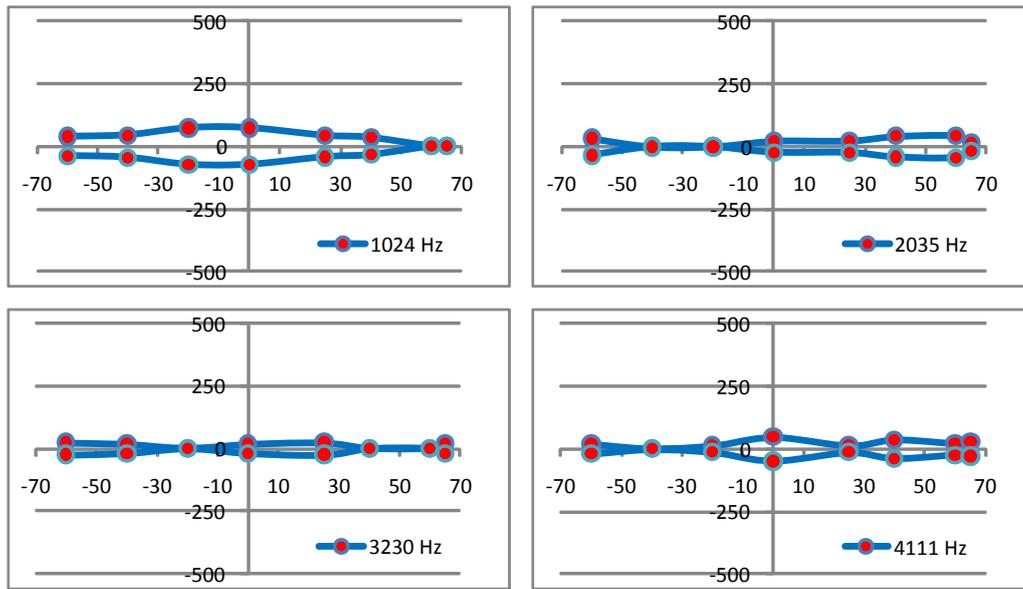
(a) Enveloppes des pics fréquentiels



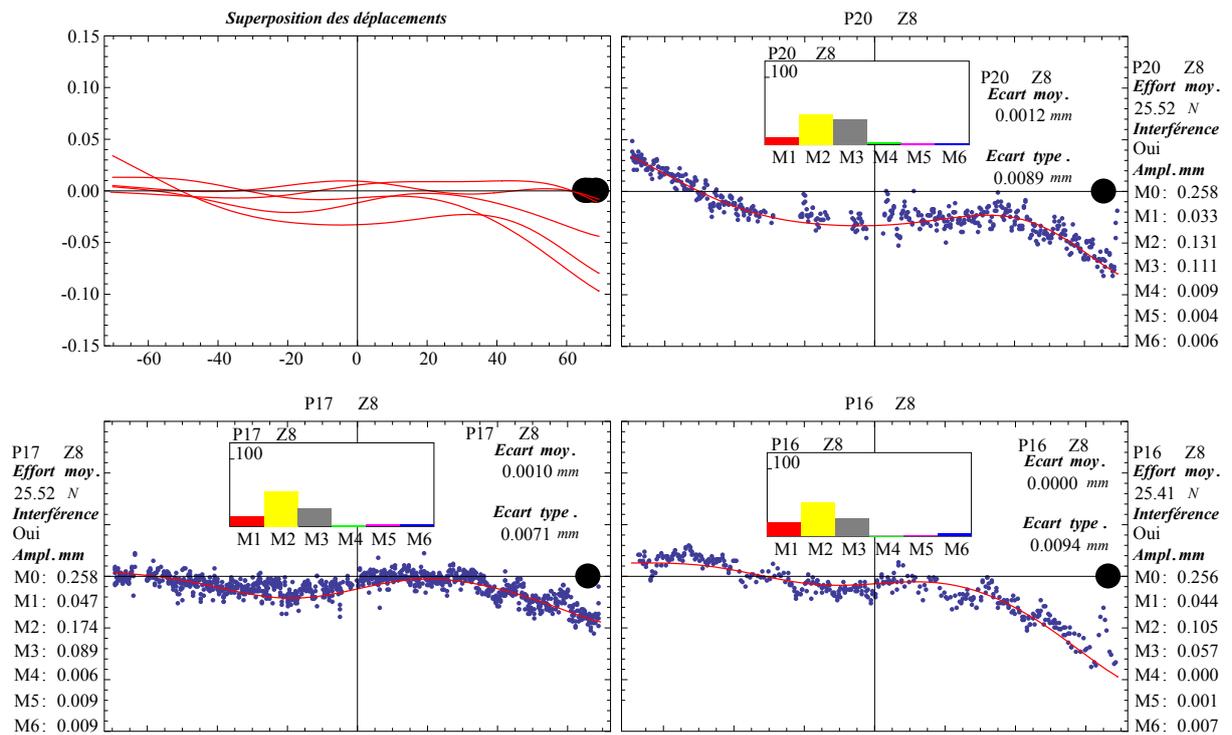
(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.11: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la septième zone

Résultats pour la zone Z8 :



(a) Enveloppes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.12: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la huitième zone

## A. 9 . Classement des contributions modales (essai B)

Pour cet essai, la procédure de classement détaillée en annexe A. 7 a été appliquée. Les résultats figurent dans la table 5.3. On voit clairement ici que le mode 3 domine pendant tout l'usinage mise à part pendant l'usinage de la première zone.

Z1	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	4	2	2	0	0
M2	7	1	0	0	0	0
M3	1	3	2	0	0	2
M4	0	0	3	5	0	0
M5	0	0	1	1	5	1
M6	0	0	0	0	3	5

Z2	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	2	3	1	0	0
M2	2	3	0	1	0	0
M3	4	0	1	0	1	0
M4	0	1	2	3	0	0
M5	0	0	0	1	5	0
M6	0	0	0	0	0	6

Z3	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	1	3	1	2	0
M2	2	3	1	0	0	1
M3	5	2	0	0	0	0
M4	0	1	2	3	0	1
M5	0	0	0	3	2	2
M6	0	0	1	0	3	3

Z4	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	2	1	1	0	2
M2	2	2	1	1	0	0
M3	4	1	1	0	0	0
M4	0	1	2	2	0	1
M5	0	0	1	0	3	2
M6	0	0	0	2	3	1

Z5	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	4	1	0	3	0
M2	1	2	3	2	0	0
M3	5	1	0	2	0	0
M4	1	1	1	3	2	0
M5	1	0	3	1	2	1
M6	0	0	0	0	1	7

Z6	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	1	2	2	1	0
M2	2	2	2	0	0	0
M3	4	1	0	1	0	0
M4	0	2	2	1	1	0
M5	0	0	0	2	2	2
M6	0	0	0	0	2	4

Z7	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	0	5	1	1	0
M2	1	5	0	0	0	1
M3	6	1	0	0	0	0
M4	0	0	2	2	1	2
M5	0	1	0	3	2	1
M6	0	0	0	1	3	3

Z8	1 <sup>er</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
M1	0	1	2	1	4	2
M2	2	7	1	0	0	0
M3	8	1	1	0	0	0
M4	0	1	2	5	1	1
M5	0	0	3	2	2	3
M6	0	0	1	2	3	4

TABLE 5.3: Classement des contributions modales pour l'essai B

La classification finale issue de la table 5.3 est synthétisée ci-dessous :

$$Z1 : \left\{ \begin{array}{l} M2; \begin{array}{l} M1 \\ M3 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M4 \end{array} ; M3 ; M4; M5; M6 \end{array} \right\}$$

$$Z2 : \left\{ M3; \begin{array}{l} M1 \\ M2 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M4 \end{array} ; M4; M5; M6 \right\}$$

$$Z3 : \left\{ M3; \begin{array}{l} M2 \\ M3 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M4 \end{array} ; \begin{array}{l} M4 \\ M5 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M6 \end{array} ; M5; M6 \right\}$$

$$Z4 : \left\{ M3; \begin{array}{l} M1 \\ M2 \end{array} ; M4; M4; \begin{array}{l} M5 \\ M6 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M6 \end{array} \right\}$$

$$Z5 : \left\{ M3; M1; \begin{array}{l} M2 \\ M5 \end{array} ; \begin{array}{l} M2 \\ M4 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M5 \end{array} ; M6 \right\}$$

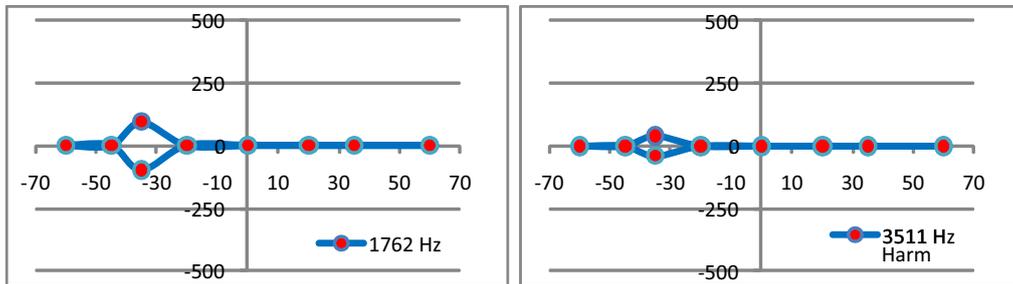
$$Z6 : \left\{ M3; \begin{array}{l} M2 \\ M4 \end{array} ; \begin{array}{l} M2 \\ M4 \end{array} ; \begin{array}{l} M1 \\ M5 \end{array} ; \begin{array}{l} M5 \\ M6 \end{array} ; M6 \right\}$$

$$Z7 : \left\{ M3; M2; M1; \begin{array}{l} M4 \\ M5 \end{array} ; \begin{array}{l} M5 \\ M6 \end{array} ; \begin{array}{l} M4 \\ M6 \end{array} \right\}$$

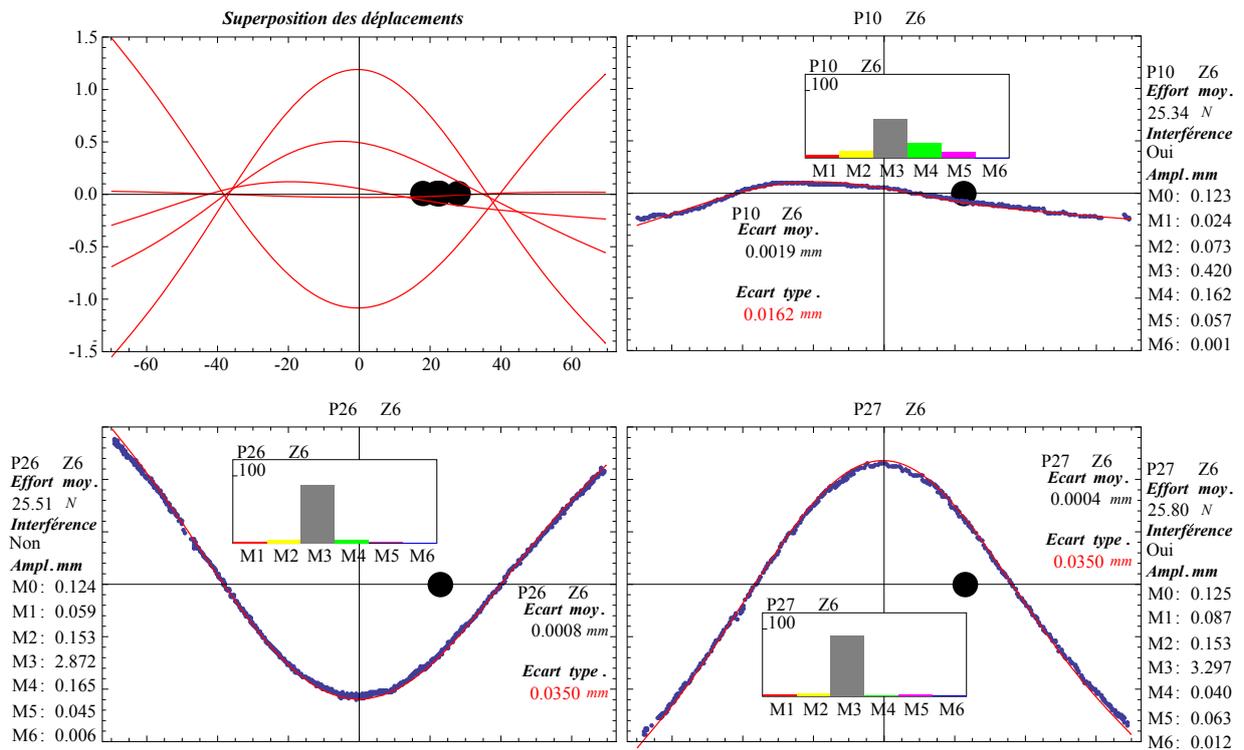
$$Z8 : \left\{ \begin{array}{l} M1 \\ M5 \end{array} ; M3; M2; \begin{array}{l} M4 \\ M4 \end{array} ; M4; \begin{array}{l} M1 \\ M6 \end{array} ; \begin{array}{l} M5 \\ M6 \end{array} \right\}$$

## A. 10 . Résultats complémentaires (essai B)

Résultats pour la zone Z6 :



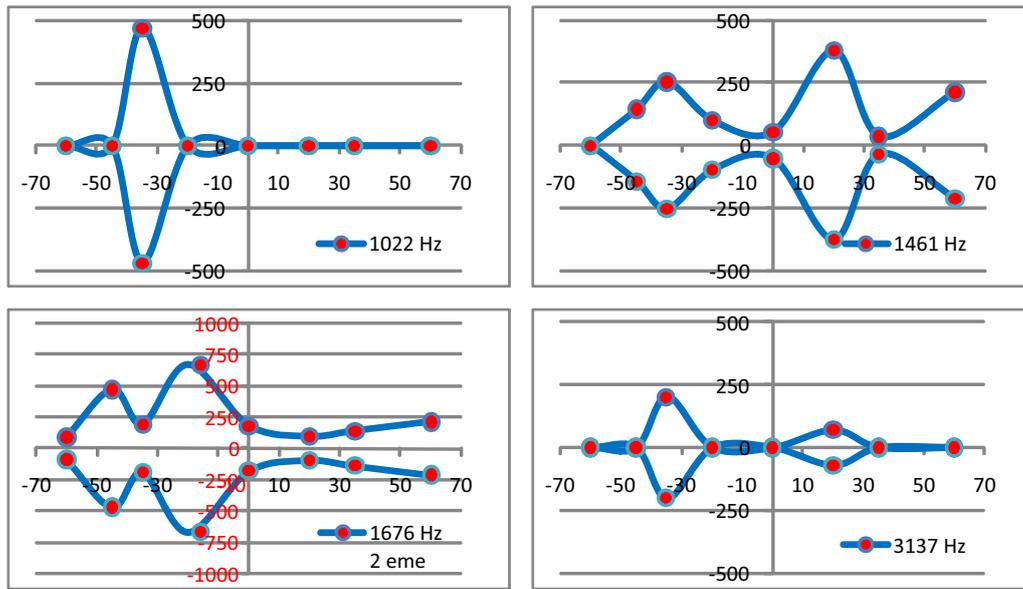
(a) Enveloppes des pics fréquentiels



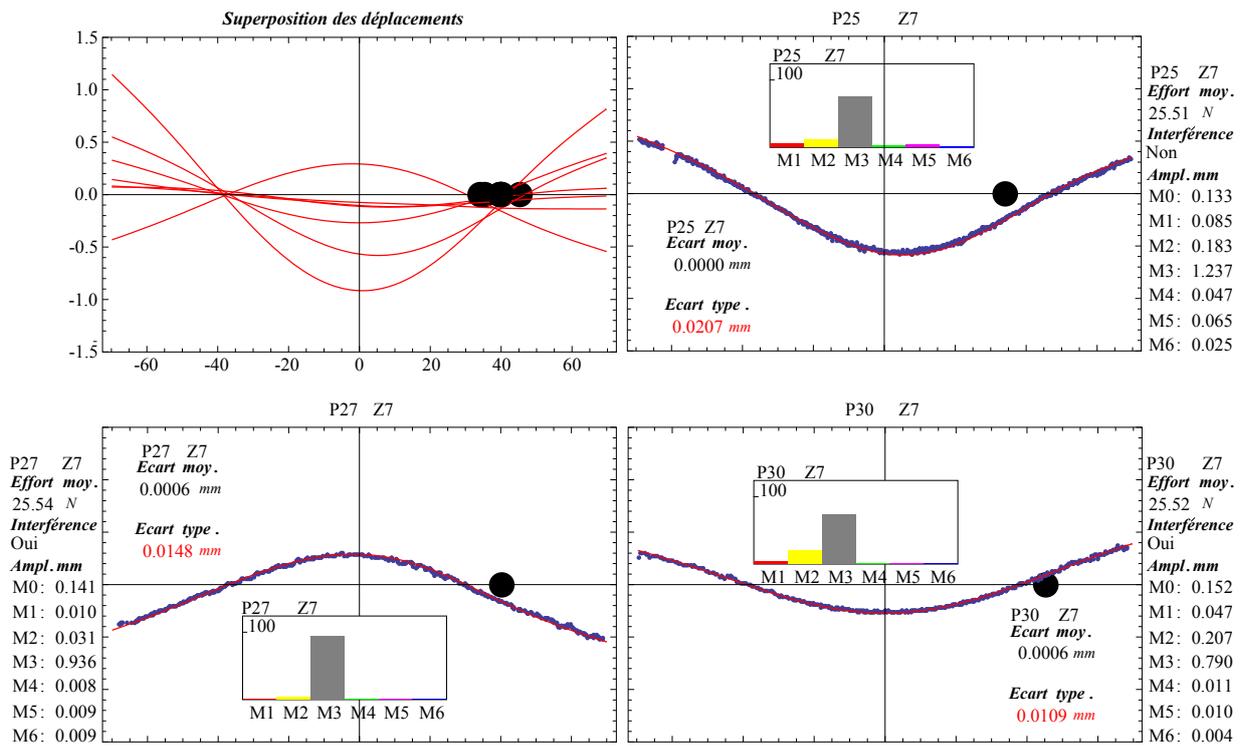
(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.13: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la sixième zone

Résultats pour la zone Z7 :



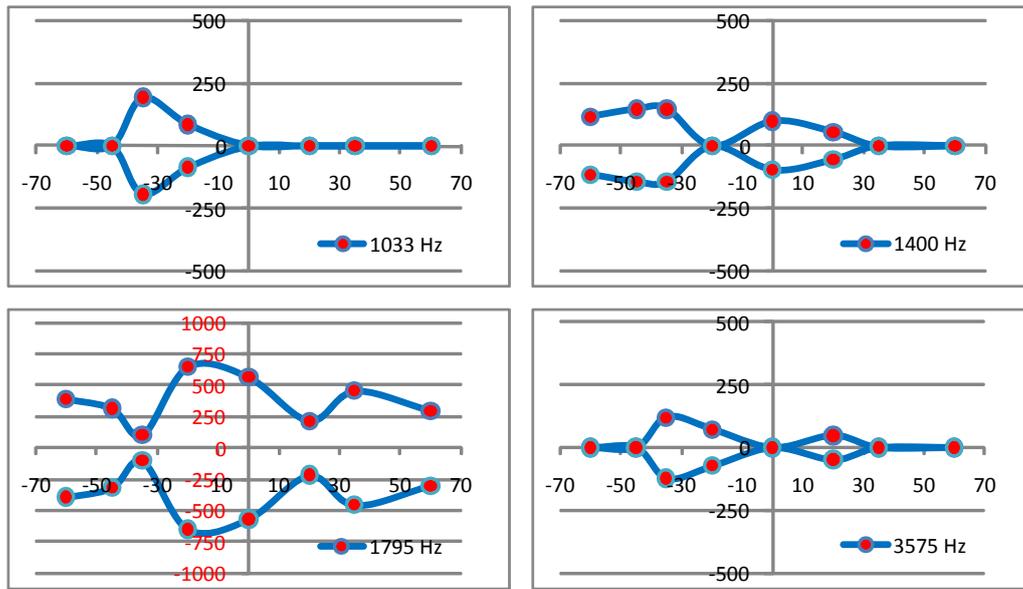
(a) Enveloppes des pics fréquentiels



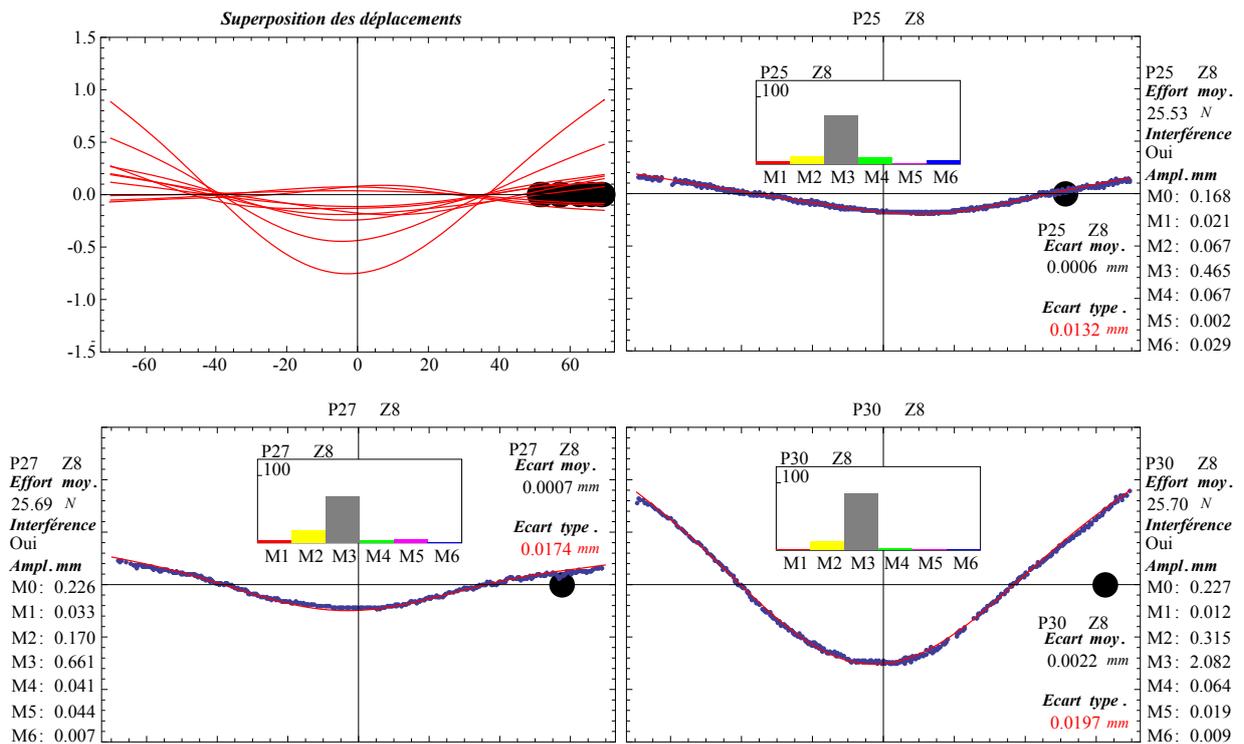
(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.14: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la septième zone

Résultats pour la zone Z8 :



(a) Enveloppes des pics fréquentiels



(b) Comportement spatial instantané

FIGURE 5.15: Comportement de la pièce pendant l'usinage de la huitième zone

## A. 11 . Analyse modale par Éléments Finis sous l'effet d'un contact

Le graphe de la figure 5.16 montre les fréquences propres des modes libres, et leur évolution sous l'effet d'un contact mobile le long du trajet de l'outil. Les courbes ont été obtenues par une analyse modale du modèle Éléments Finis de la pièce. Le contact a été réalisé par une liaison de type rotule.

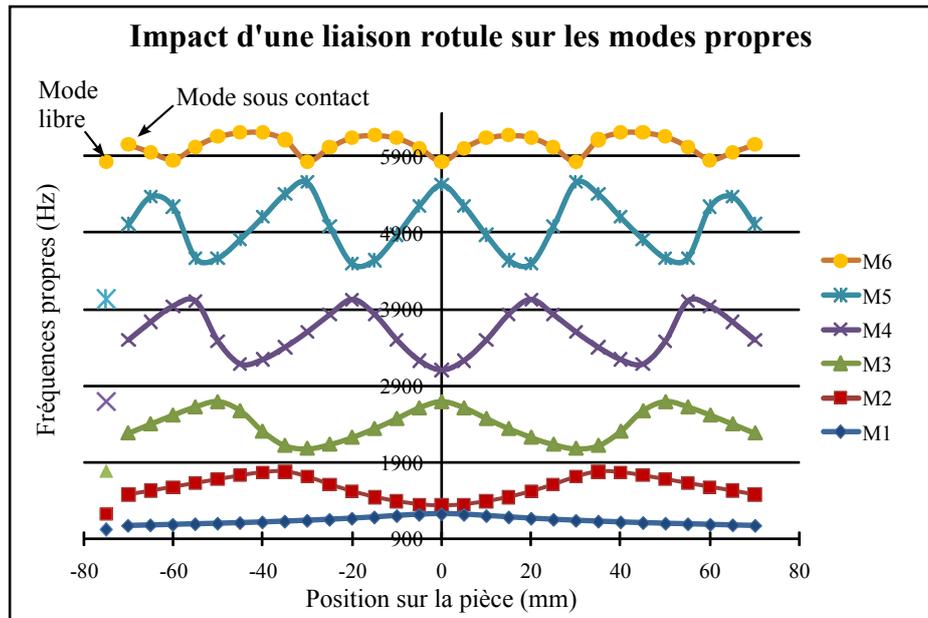


FIGURE 5.16: Fréquences propres après l'ajout d'un contact de type rotule

Naturellement cette liaison très restrictive ne retranscrit pas la réalité du contact outil - pièce. Elle a pour unique but de perturber la structure, et permettre l'observation des fréquences propres lorsque la pièce est en configuration encastrée non libre. Ici trois éléments intéressants peuvent être soulignés.

- Premièrement, nous pouvons voir les fréquences propres de la pièce ( $x_{outil} = -75\text{ mm}$ ) augmentent simplement avec l'ajout du contact ( $x_{outil} = -70\text{ mm}$ ).

- Deuxièmement, on remarque que selon la position du contact, deux modes distincts peuvent voir leurs fréquences se rapprocher au point de quasiment se confondre. C'est par exemple le cas des modes 1 et 2 sous contact qui pour  $x_{outil} = 0\text{ mm}$ , voient leur fréquences converger vers 1200 Hz, la fréquence du mode libre 2. On relève également cette proximité pour les modes 2 et 3 sous contact pour  $x_{outil} = -35\text{ mm}$ , où d'ailleurs la fréquence du mode 2 sous contact avoisine la fréquence du mode 3 libre...

- Enfin, en observant les modes un à un, il apparaît que déplacement du contact modifie considérablement les fréquences. Le mode 3 accuse une variation relative de fréquence de près de 800 Hz. Les fréquences des modes 4 et 5 varient d'environ 1000 Hz. Ces plages de variations assez considérables englobent certaines fréquences observées (1460 Hz, 1550

Hz, 2326 Hz, 3563 Hz), ce qui pousse fortement à penser que l'apparition de ces fréquences pourrait être liée à la présence d'un contact sur la pièce.



## **Résumé :**

Le travail présenté dans cette thèse vise à comprendre les vibrations de pièce mince durant l'usinage. De nombreux travaux proposent des modélisations de ce phénomène, mais des écarts persistent entre résultats de modélisation et réalité. Ce constat nous pousse à nous interroger sur l'emploi dans les modèles des modes propres de la pièce, sans y intégrer le contact de l'outil. Face à l'incapacité de vérifier la validité de cette hypothèse par mesures ponctuelles, la mesure de champ s'impose comme une alternative prometteuse.

La deuxième partie du travail porte sur la mise au point d'un protocole expérimental novateur. Il inclut le relevé des déformées vibratoires d'une pièce mince en usinage par mesure de champs de déplacements. La stéréo corrélation d'images numériques se confronte à de nombreuses limitations dans ce contexte. Nous avons développé une méthode de réglage des capteurs permettant de contourner rapidement certaines difficultés. Cette méthode présentée sous forme graphique souligne la nécessité d'optimiser les paramètres de mesure dans un tel contexte.

La troisième partie met en oeuvre le protocole de mesures. Le test des capteurs montre le fort intérêt de la mesure sans contact vis-à-vis de l'objectif recherché. Des essais d'usinage sont présentés en se basant sur une modélisation existante du broutement. Les déformées mesurées pendant l'usinage livrent des informations d'un type nouveau. Leur exploitation a impliqué la mise en place d'une procédure spécifique de traitement.

La dernière partie présente les analyses de deux usinages. L'étude est effectuée au regard des états de surface obtenus, du comportement temporel, fréquentiel, et spatial. Cette approche souligne les subtilités de la génération d'état de surface en la présence de vibrations. L'examen des mesures de champs permet de relever des incohérences avec l'emploi des modes propres, classiquement utilisés en modélisation.

**Mots clés :** Stéréo corrélation d'images - Champ de déplacement - Vibration d'usinage - Pièce mince - Modes propres.

## **Abstract :**

The work presented in this thesis aims at understanding thin part vibrations during machining. Many works propose modelings of this phenomenon but differences still exist between modeling results and tests. This observation lead us to wonder about the employment of natural modes of the part in the models, without taking into account the tool presence. The fact that punctual measurements don't enable to verify the validity of this hypothesis, field measurement prove to be a hopeful alternative.

The second part focuses on adjusting a novel experimental protocol. It includes the recording of the thin part vibrating shapes by displacement field measurement. Digital Image Stereo Correlation is confronted to many limitations in this context. We developed a method to set sensors enabling the quick avoidance of difficulties. This method is presented in a graphical form, and underlines the need of optimising measurement parameters in such an environment.

In the third part of the work, the measurement protocol is used. The sensors testing shows the high interest of contactless measurement for the aimed goal. Machining tests are presented in connection with an existing model of chatter. The measured shapes during machining give a new sort of informations. So, their analyse implied the building of a specific processing procedure.

The last part presents analyses of two machining tests. The study is done by parallely looking at the machined surface, and the behavior in temporal and frequency space as so as the part displacement fields. This approach underlines subtleties of surface generation under vibration conditions. The fields inspection enables to mark inconsistencies if employing the natural modes that are classically used in models.

**Key words :** Image Stereo correlation - Displacement field - Machining vibration - Thin part - Natural modes.