



HAL
open science

Etudes de commande par décomposition-coordination pour l'optimisation de la conduite de vallées hydroélectriques

Jennifer Zarate-Florez

► **To cite this version:**

Jennifer Zarate-Florez. Etudes de commande par décomposition-coordination pour l'optimisation de la conduite de vallées hydroélectriques. Autre. Université de Grenoble, 2012. Français. NNT : 2012GRENT018 . tel-00745001

HAL Id: tel-00745001

<https://theses.hal.science/tel-00745001>

Submitted on 24 Oct 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : Automatique - Productique

Arrêté ministériel : 7 août 2006

PRÉSENTÉE PAR

Jennifer ZÁRATE FLÓREZ

THÈSE DIRIGÉE PAR **M. Gildas BESANÇON** ET

CODIRIGÉE PAR **M. John J. MARTINEZ**

PRÉPARÉE AU SEIN DU

Laboratoire GIPSA - Lab

DANS L'École Doctorale : **E.E.A.T.S**

Études de commande par décomposition-coordination pour l'optimisation de la conduite de vallées hydroélectriques

THÈSE SOUTENUE PUBLIQUEMENT LE **4 mai 2012**,

DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

M. Jean Luc THOMAS, PRÉSIDENT

Professeur titulaire de chaire, CNAM

M. Sorin OLARU, RAPPORTEUR

Enseignant Chercheur, HDR, Supélec

M. Philippe CHEVREL, RAPPORTEUR

Professeur des Universités, École des Mines de Nantes

M. Frans DAVELAAR, EXAMINATEUR

Ingénieur Chercheur, EDF R&D

M. Mohammed M'SAAD, EXAMINATEUR

Professeur des Universités, ENSICAEN

M. Gildas BESANÇON, DIRECTEUR DE THÈSE

Professeur des Universités, Grenoble-INP

M. John J. MARTINEZ, CO-DIRECTEUR DE THÈSE

Maître de conférences, Grenoble-INP



*A mis padres Rosalba y Luis Alberto
por su constante apoyo y confianza en mí.*

*“Entre más conocimientos tengo, más grande es mi ignorancia”
Anónimo*

Remerciements

Je voudrais tout d'abord adresser mes sincères remerciements à mes directeurs scientifiques : M. Gildas Besançon et John Martinez et mes directeurs industriels : M. Serge Maurin et M. Frans Davelaar, pour leur soutien et encouragements constants, leurs conseils et orientation, leur aide, et surtout leur patience ainsi que leurs enseignements. Je vous suis très reconnaissante de m'avoir encadré.

Je tiens à remercier également les membres du jury. Je remercie M. Philippe Chevrel et M. Sorin Olaru d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail. Merci pour leurs commentaires et leurs remarques pertinentes et surtout constructives. Je souhaite aussi remercier M. Jean-Luc Thomas de m'avoir fait l'honneur de présider ma soutenance et M. Mohammed M'Saad d'avoir accepté également d'examiner ma thèse.

J'aimerais remercier M. German Pot, M. Arnaud Fourniguet et Mme. Marie Cosne pour m'avoir accueilli au sein du département STEP- EDF R&D, groupe P1B. Ma gratitude va également aux chercheurs du groupe P1B, merci pour vos conseils, pour la bonne ambiance de travail, merci également à M. Damien Faille pour son implication et sa collaboration au début de ma thèse.

Merci à Pierre-Louis Filiot, Alain Ribiere et Alexandre Girard pour avoir eu la patience de lire et corriger mes fautes de français dans ce mémoire ! Je tiens à remercier aussi à Guillaume, Pierre-Louis, Liz, Joumanna, Andra et Pham mes chers collègues de bureau à EDF et à GIPSA qui ont vécu la thèse avec moi.

Je remercie également le département automatique du GIPSA-Lab et ses doctorants, mes séjours à Grenoble étaient chargés de travail mais il y avait toujours le soutien, la bonne humeur et la complicité entre doctorants au rendez-vous, merci à Lizeth, Lara, Joumanna, Pham, Andra, Lam, Hieu, Oumayma, Simona, Antoine, Gabriel, Federico,...

Je remercie les personnes que se sont déplacés de Paris à Grenoble le jour de ma soutenance : Noémie, Serge et Christian votre geste m'a vraiment touché.

Je pense qu'une thèse en plus d'être une formation académique est également une formation personnelle. C'est une période particulièrement pleine de hauts et de bas comme une montagne russe. Pour moi particulièrement, cette thèse est le sommet d'une longue période de préparation académique où heureusement j'étais entouré de personnes magnifiques. Je voudrais remercier les personnes qui ont été présentes en particulière pendant mes études en France.

Merci à Monique, Christiane et Luc pour m'avoir donné un coup de main au début des différents étapes de cette aventure en France. Moi et les miens vous serons toujours reconnaissants.

Merci à Fidel qui m'a vendu l'idée de l'échange universitaire avec la France. Merci aux Erasmus lyonnais avec qui j'ai commencé ma découverte de la France et la culture française! Je tiens à remercier également à mes amis de Grenoble et de Paris qui étaient toujours là pour partager les très bons et moins bons moments, merci pour me remonter toujours le moral! Paola, Lupita, Marcia, Lulu, Diana, Carlitos, Gabriel, Luis, Noé, Carlos Jaime, Mickael, Eli, Gyna, Julian, Adriana, Catalina, Noémie, Christian, Greg ...

Merci à mes amis en Colombie, Espagne, Brésil qui même dans la distance m'ont toujours soutenu : Lina, Diana C, Gretty, Fidel, Mamen, Viani, Jairo Andrés, Rachel, MSc. Perver, Piti ... Merci pour votre amitié.

Para finalizar, Muchas GRACIAS a mi familia, especialmente a mis papas a quienes les debo todo lo que soy y lo que tengo. Muchas gracias por estar siempre presentes, por apoyarme y por confiar en mí, gracias por sus enseñanzas y por la fortaleza que me dan para seguir siempre adelante. Gracias por todos sus esfuerzos y sacrificios para brindarnos lo mejor!. Mami gracias por todas las velitas alumbradas en mi nombre!. A mis hermanos Janneth, Julieth y Lucho igualmente muchas gracias por escucharme y estar siempre pendientes de mí. A Janneth y Rafa gracias por sus consejos y aliento constante, por conocimiento de causa, sobre la vida del extranjero. A Luisito al que la tía Jefili quiere a montones gracias por traer felicidad a nuestra casa.

Gracias Fernan por haber sido una de las principales motivaciones para aceptar este doctorado, gracias por haberme animado, acompañado, escuchado y vuelto a animar durante casi todo este periodo ... Gracias a tu familia, a la señora María, Andrés y Úrsula, por haberme acogido tantas veces y tan bien.

MERCI beaucoup à vous tous! Muchas GRACIAS a todos!
Y sobretodo muchas GRACIAS a El, en el que todo es posible...

Jen

Résumé

Une vallée hydroélectrique est constituée d'un nombre important de centrales interconnectées du fait de l'utilisation de la même ressource en eau. Pour pouvoir optimiser en temps réel sa production, il a été proposé dans cette thèse d'utiliser les méthodes associées aux systèmes à grande échelle pour développer les outils nécessaires. Cette étude de la commande globale du système a été orientée vers l'utilisation des méthodes de décomposition-coordination. Ces méthodes ont été examinées et appliquées à un cas d'étude simplifié (une partie de la vallée hydraulique) mis à disposition par EDF. Plus particulièrement, les méthodes de décomposition-coordination par les prix, ou encore par les prédictions des interactions, s'appuyant sur des commandes MPC, ont été considérées et comparées avec une commande centralisée. En vue d'une implémentation temps-réel, nous nous sommes intéressés à exprimer les problèmes d'optimisation comme des problèmes QP, pour ensuite obtenir des solutions explicites en utilisant une méthodologie de caractérisation géométrique. Nous avons proposé des formulations complètement explicites (niveau coordinateur et sous-systèmes) pour les deux méthodes. Des résultats de simulation avec des données réelles mises à disposition par EDF sont présentés. Afin de valider les méthodes conçues, une première phase d'implantation sur la plate-forme Supervision NG d'EDF permettant la communication avec un modèle de la vallée hydroélectrique (basé sur les équations de Saint Venant et la bathymétrie de la rivière), est enfin incluse dans ce mémoire.

Mots-clés : Méthodes de décomposition-coordination, commande optimale, MPC explicite, vallée hydroélectrique.

Abstract

This study is mainly about the hydroelectric production problem. What we aim to do, is to develop optimization tools for a chain of hydroelectric plants, using appropriate control methodologies. A hydroelectric valley is a large scale system, made up of interconnected plants. The study of the global control system has been focused to the use of decomposition-coordination methods. Those methods have been examined and applied to a simplified case study (a part of a hydroelectric valley) given by EDF. To be more specific, the price decomposition - coordination method and the interactions prediction method, based on MPC controls, have been considered and compared to a centralized control. Because of the need of implementation in real time, we have expressed the optimization problems as QP problems, so as to obtain explicit solutions using the geometric characterization methodology. We have proposed a completely explicit formulation (both at the coordinator level and at the subsystems level) for both methods. Simulation results with real data information given by EDF are also presented. To verify and validate the designed methods, a first step of implementation on the supervision platform NG by EDF, that allows the communication with a model of the hydroelectric valley (based on the equations of Saint Venant and on the river bathymetry) is finally also included in this thesis.

Keywords : Decomposition-coordination methods, optimal control, explicit MPC, hydro-power valley.

Resumen

Un valle hidroeléctrico está constituido de un número considerable de centrales interconectadas, debido a la utilización del mismo recurso de agua. Para poder optimizar en tiempo real su producción de electricidad, en esta tesis se propone utilizar los métodos de control asociados a los sistemas de gran dimensión para desarrollar las herramientas de control necesarias. El estudio del control global del sistema ha sido orientado hacia el uso de métodos de descomposición - coordinación. Estos métodos han sido examinados y aplicados a un caso de estudio simplificado (una parte de un valle hidroeléctrico) proporcionado por EDF. Más específicamente, los métodos de descomposición - coordinación por los precios o por la predicción de las interacciones, apoyados en controles MPC, han sido considerados y comparados con un control centralizado. En vista de una implementación en tiempo real, nos hemos interesado en expresar los problemas de optimización como problemas QP, para luego llegar a obtener soluciones explícitas utilizando la metodología de caracterización geométrica. Hemos propuesto una formulación completamente explícita (a nivel del coordinador y de los subsistemas) para los dos métodos. Resultados de simulación con datos reales proporcionados por EDF son también presentados. Con el fin de validar los métodos diseñados, una primera fase de implementación sobre la plataforma Supervisión NG de EDF, que permite la comunicación con un modelo del valle hidroeléctrico (basado en las ecuaciones de Saint Venant y en la batimetría del río) es también presentada en esta tesis.

Palabras clave : Métodos de descomposición-coordinación, control óptimo, MPC explícito, valle hidroeléctrico.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
Resumen	vii
1 Introduction Générale	1
2 Problématique	5
2.1 Problématique industrielle	5
2.2 Problématique scientifique	7
2.3 Vallée hydroélectrique d'étude	8
2.3.1 Notion de vallée hydroélectrique	8
2.3.2 Modélisation de la vallée hydroélectrique	10
2.3.3 Cas d'étude simplifié	11
2.4 Conclusions	13
3 La commande des grands systèmes	15
3.1 Introduction	16
3.2 Commande centralisée des grands systèmes	17
3.3 Commande décentralisée des grands systèmes	18
3.3.1 Décentralisation	18
3.3.2 Décomposition d'un grand système	20
3.4 Commande distribuée des grands systèmes	22
3.5 Commande décomposée-coordonnée des grands systèmes	23
3.5.1 Les méthodes de coordination	24
3.5.2 La méthode de décomposition-coordination par les prix	25
3.5.3 La méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions	27
3.6 Discussion et conclusions	28

4	Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée	31
4.1	Introduction à la commande RHC	32
4.2	Formulation de la commande RHC explicite	34
4.2.1	Gestion des contraintes	37
4.2.1.1	Contraintes sur les états	38
4.2.1.2	Contraintes sur les entrées	39
4.2.1.3	Contraintes sur la dérivée des entrées	39
4.2.1.4	Polyèdre des contraintes	40
4.2.2	Formulation de la commande RHC explicite sous contraintes	41
4.2.2.1	Caractérisation géométrique de la solution QP . . .	42
4.2.2.2	Adaptation de la caractérisation géométrique	47
4.3	Discussion sur la combinaison de la commande décentralisée-coordonnée et RHC explicite	51
4.4	Conclusions	53
5	Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions	55
5.1	Introduction	56
5.2	Décomposition du système global	57
5.3	Le coordinateur	58
5.4	Les sous-systèmes	60
5.4.1	Définition des contraintes locales	60
5.4.1.1	Contraintes sur les états	61
5.4.1.2	Contraintes sur les entrées	62
5.4.1.3	Polyèdre des contraintes locales	62
5.4.2	Le problème d'optimisation local	63
5.5	Simulations avec des données réelles	65
5.5.1	Scénario 1	67
5.5.2	Scénario 2	72
5.6	Conclusions	75
6	Méthode de décomposition-coordination par les prix	77
6.1	Introduction	78
6.2	Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites	79
6.2.1	Décomposition du système global	79
6.2.2	Les sous-systèmes	81
6.2.2.1	Définition des contraintes locales	81
6.2.2.1.1	Contraintes sur les états	81
6.2.2.1.2	Contraintes sur les entrées	82
6.2.2.1.3	Polyèdre des contraintes locales	82
6.2.2.2	Le problème d'optimisation local sans contraintes .	83
6.2.3	Le coordinateur	85

Table des matières

6.3	Formulation de la méthode de coordination par les prix avec coordination explicite	86
6.3.1	Coordination par les prix explicite sans contraintes	87
6.3.2	Coordination par les prix explicite sous contraintes	89
6.4	Simulations avec des données réelles	93
6.4.1	Scénario 1	93
6.4.2	Scénario 2	99
6.5	Conclusions	104
7	Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF	105
7.1	Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination	106
7.1.1	Tests de performance	106
7.1.2	Tests de robustesse	113
7.1.2.1	Test 1 : Défaillance de l'entité centrale	115
7.1.2.2	Test 2 : Défaillance de communication	117
7.1.2.3	Test 3 : Défaillance locale	119
7.2	Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG	121
7.2.1	Présentation de la plate-forme	121
7.2.2	Architecture de la plate-forme	122
7.2.2.1	Architecture matérielle	123
7.2.2.2	Architecture Panorama	124
7.2.3	Configuration de la plate-forme	124
7.2.3.1	Organisation générale	124
7.2.3.2	Modélisation hydraulique sous SciCos	126
7.2.4	Exemple d'implantation	128
7.3	Conclusions	132
8	Conclusions générales et perspectives	135
	Bibliographie	139

Table des figures

2.1	La vallée hydroélectrique du Tarn	9
2.2	Configuration de la vallée hydroélectrique simplifiée (cas d'étude).	12
3.1	Structure centralisée	17
3.2	Structure décentralisée	19
3.3	Exemple d'une division verticale	21
3.4	Structure distribuée	22
3.5	Structure décomposée-coordonnée	24
3.6	La méthode de coordination par les prix	26
3.7	La méthode de coordination par la prédiction des interactions	27
4.1	Conduite d'une automobile - stratégie MPC [9]	33
4.2	Schéma général de la commande MPC	34
4.3	Interpretation géométrique du problème d'optimisation QP.	43
4.4	Interpretation géométrique du problème d'optimisation QP après de la transformation de coordonnées.	44
4.5	Division en régions de l'espace d'entrées.	45
4.6	Adaptation de la méthode de caractérisation géométrique - cas A.	50
4.7	Adaptation de la méthode de caractérisation géométrique - Exemple du cas B.	51
5.1	La méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions.	56
5.2	Schéma de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions sans contraintes	65
5.3	Scénario 1 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{(i)}$	67
5.4	Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 (Commandes du sous-système 1 $\mathbf{u}_{(1)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(1)}$).	68
5.5	Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 (Commandes des sous-systèmes $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(i)}$).	68
5.6	Scénario 1 sans contraintes - Niveaux des réservoirs (États des sous-systèmes $\mathbf{x}_{(i)}$ et références $\mathbf{x}_{s(i)}$).	69
5.7	Scénario 1 - Débits turbinés sous-système 1 (Commandes du sous-système 1 $\mathbf{u}_{(1)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(1)}$).	70

5.8	Scénario 1 - Débits turbinés sous-système 2 et 3 (Commandes des sous-systèmes $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(i)}$).	71
5.9	Scénario 1 - Niveaux des réservoirs (États des sous-systèmes $\mathbf{x}_{(i)}$ et références $\mathbf{x}_{s(i)}$).	71
5.10	Scénario 2 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{(i)}$	73
5.11	Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 1 (Commandes du sous-système 1 $\mathbf{u}_{(1)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(1)}$).	73
5.12	Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 2 et 3 (Commandes des sous-systèmes $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(i)}$).	74
5.13	Scénario 2 - Niveaux des réservoirs (États des sous-systèmes $\mathbf{x}_{(i)}$ et références $\mathbf{x}_{s(i)}$).	74
6.1	Méthode classique de décomposition-coordination par les prix.	78
6.2	Méthode de décomposition-coordination par les prix avec optimisations locales explicites	86
6.3	Méthode de décomposition-coordination par les prix avec coordination explicite sans contraintes	89
6.4	Scénario 1 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{s(i)}$ et réelles $d_{(i)}$	94
6.5	Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode par les prix explicite.	94
6.6	Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode par les prix explicite.	95
6.7	Scénario 1 sans contraintes - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$).	95
6.8	Scénario 1 sans contraintes - Evolution des valeurs des prix pour l'algorithme explicite et pour l'algorithme itératif avec $\epsilon_{max} \in \{10^{-5}\}$	96
6.9	Scénario 1 sans contraintes - Evolution des itérations pour $\epsilon_{max} = \{1, 10^{-2}, 10^{-5}\}$	97
6.10	Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.	98
6.11	Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.	98
6.12	Scénario 1 sans contraintes - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$).	99
6.13	Scénario 2 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{s(i)}$ et réelle $d_{(i)}$	100
6.14	Scénario 2 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.	100

Table des figures

6.15	Scénario 2 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.	101
6.16	Scénario 2 sans contraintes - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$).	101
6.17	Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite. . . .	102
6.18	Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite. . .	103
6.19	Scénario 2 - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$).	103
7.1	Cas d'étude - 3 sous-systèmes.	106
7.2	Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{s(i)}$ and real $d_{(i)}$	107
7.3	Débits turbinés du sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) calculés avec la méthode par les prix explicite	108
7.4	Débits turbinés des sous-systèmes 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) calculés avec la méthode par les prix explicite	108
7.5	Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$) calculés avec la méthode par les prix explicite	109
7.6	Débits turbinés 1 et 2 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) pour la méthode par les prix explicite et la prédiction des interactions . .	111
7.7	Débits turbinés 3 et 4 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) pour la méthode par les prix explicite et la prédiction des interactions . .	111
7.8	Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$) pour la méthode par les prix explicite et la prédiction des interactions	112
7.9	Méthode centralisée - 3 sous-systèmes	113
7.10	Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{(i)}$	114
7.11	Schéma d'exemple d'une défaillance de l'entité centrale	116
7.12	Schéma d'un exemple d'une défaillance de communication	118
7.13	Schéma d'un exemple d'une défaillance locale	119
7.14	Architecture matérielle de la plate-forme Supervision NG	123
7.15	Exemple de communication par le serveur OPC entre la régulation, le modèle et l'HMI	125
7.16	Toolbox Metalido pour SciLab/SciCos	128
7.17	Modèle de la vallée du Tarn sur Scicos	129
7.18	Débits turbinés et niveau du sous-système 1	130
7.19	Débits turbinés et niveau du sous-système 2	130
7.20	Débits turbinés et niveau du sous-système 3	130
7.21	Cas d'étude - 5 sous-systèmes.	131
7.22	Débits turbinés et niveau du sous-système 1	132
7.23	Débits turbinés et niveau du sous-système 2	132
7.24	Débits turbinés et niveau du sous-système 3	132
7.25	Débits turbinés et niveau du sous-système 4	133

7.26 Débits turbinés et niveau du sous-système 5 133

Liste des tableaux

5.1	Scénario 1 - Erreur moyenne de suivi (%) des commandes et des états, pour les valeurs de $T_{com} = \{5, 150\}[\text{min}]$	69
5.2	Scénario 1 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions pour différentes valeurs de T_{com}	72
5.3	Scénario 1 - Erreur moyenne de suivi (%) des commandes et des états, pour les valeurs de $T_{com} = \{5, 150\}[\text{min}]$	72
5.4	Scénario 2 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions pour différentes valeurs de T_{com}	75
6.1	Scénario 1 sans contraintes - Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée	96
6.2	Scénario 1 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée	99
6.3	Scénario 2 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée	103
7.1	Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée	109
7.2	Performance de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions pour différentes valeurs de T_{com}	109
7.3	Fonction du coût des méthodes d'étude sous contraintes	112
7.4	[%] d'erreur de suivi accumulé pour les méthodes d'étude	112
7.5	Fonction du coût des différents méthodes d'étude en fonctionnement normal sans contraintes	114
7.6	Fonction du coût des différents méthodes d'étude en fonctionnement normal sous contraintes	115
7.7	Défaillance de l'entité centrale, cas a : fonction du coût pour différents méthodes d'étude sous contraintes	116
7.8	Défaillance de l'entité centrale, cas a : [%] d'erreur de suivi	117
7.9	Défaillance de l'entité centrale, cas b : fonction du coût pour différents méthodes d'étude sous contraintes	117
7.10	Défaillance de l'entité centrale, cas b : [%] d'erreur de suivi	117
7.11	Défaillance de communication : fonction du coût des différents méthodes d'étude sous contraintes	118

7.12	Défaillance de communication : : [%] d'erreur de suivi	119
7.13	Défaillance locale : fonction du coût des différents méthodes d'étude sous contraintes	120
7.14	Défaillance locale : [%] d'erreur de suivi	120
7.15	Comparaison des fonctions de coût J_{totale} pour les trois types de défaillances étudiées	121
7.16	Comparaison des fonctions de coût J_{erreur} pour les trois types de défaillances étudiées	121

Introduction Générale

Contexte de la thèse : La thèse présentée dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre d'une convention CIFRE -*Conventions Industrielles de Formation par la Recherche*-. Celle-ci résulte d'une collaboration de recherche entre l'entreprise EDF R&D -*Électricité de France, Recherche & Développement*-, département STEP -*Simulation et Traitement de l'Information pour l'Exploitation des systèmes de Production*- et le laboratoire GIPSA-Lab -*Grenoble, Image, Parole, Signal et Automatique*-, département Automatique.

Contexte Industriel : L'hydro-électricité représente 16% de la production électrique mondiale et constitue avec 12% la deuxième source de production électrique en France, derrière l'énergie nucléaire. Cette forme d'énergie représente 95% de la production française d'électricité d'origine renouvelable et 89% au niveau mondial [83].

La production hydroélectrique est de mieux en mieux valorisée pour sa réactivité, sa souplesse, sa production propre sans gaz à effet de serre (par exemple CO_2) et très faible en déchets. Face aux évolutions du contexte institutionnel, du réchauffement climatique et du marché de l'énergie, EDF investit dans cette filière en engageant progressivement un certain nombre de projets visant à répondre à de nouveaux enjeux tels que l'utilisation partagée de la ressource en eau (l'agriculture, l'eau potable, les usages industriels, les activités ludiques telles que la pêche et les sports d'eau vive, entre autres), le renouvellement de concession, l'augmentation des exigences de sûreté hydraulique, l'utilisation de l'hydraulique comme levier d'optimisation supplémentaire. Un de ces leviers est l'amélioration de la conduite en temps réel d'une chaîne d'ouvrages hydroélectriques en prenant en compte une problématique globale d'optimisation.

La thèse porte donc sur la problématique de la production hydroélectrique. Son objectif principal est de développer des méthodes d'optimisation pour une chaîne d'aménagements hydroélectriques¹ (qui se trouvent typiquement le long d'une rivière), en recourant à des méthodologies d'automatique appropriées.

Une chaîne d'aménagements hydroélectriques, que nous appellerons par la suite *vallée hydroélectrique*, peut être considérée comme un grand système et l'optimisation de son fonctionnement pose donc le problème de "contrôle de systèmes à grande échelle". Parmi les approches possibles, cette étude traite plus particulièrement de l'application de méthodes dites de décomposition-coordination, à deux niveaux de hiérarchie, et en se concentrant sur deux d'entre elles : la méthode de prédiction des interactions et la méthode des prix, en vue de la conduite optimale sous contraintes d'une vallée hydroélectrique.

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le deuxième chapitre est dédié à la présentation de la double problématique industrielle et scientifique à laquelle nous essayons de répondre dans cette étude. Nous décrivons également dans ce chapitre la vallée hydroélectrique proposée par EDF R&D comme cas d'étude.

Dans le troisième chapitre, nous discuterons des différentes méthodes qui ont été utilisées pour la commande de grands systèmes, méthodes telles que la décentralisation, la distribution et la décomposition-coordination.

Dans le quatrième chapitre, nous rappellerons les principaux concepts de la commande à horizon glissant, sa formulation comme un problème de programmation quadratique permettant d'obtenir directement des lois de commande explicites pour les problèmes d'optimisation sans contraintes. Ensuite, nous formulerons les contraintes et détaillerons la méthode de caractérisation géométrique afin d'obtenir cette fois-ci des solutions explicites aux problèmes d'optimisation sous contraintes linéaires.

En vue d'une application en temps-réel, nous porterons un intérêt particulier aux solutions explicites.

Dans le cinquième chapitre, nous présenterons nos contributions à la méthode de coordination par la prédiction des interactions. Nous discuterons des modifications faites à la méthode originale qui permettent d'obtenir des solutions explicites. Nous présenterons aussi des résultats de simulations du cas d'étude, en utilisant des données réelles mises à disposition par EDF.

1. Le terme général d'aménagement désigne l'ensemble des installations hydrauliques permettant de produire de l'électricité. Un aménagement comporte une retenue, formée par un barrage, une usine, pouvant être proche ou éloignée du barrage, éventuellement des galeries, conduites forcées, canaux de dérivation. La structure et l'étendue de l'aménagement dépendent de la configuration du site [44]

Dans le sixième chapitre, nous présenterons nos contributions à la méthode de coordination par les prix, en particulier, nous soulignerons le fait de pouvoir exprimer la tâche du coordinateur d'une manière explicite. De même, nous présenterons des résultats de simulations du cas d'étude.

En complément, le septième chapitre discutera de l'implémentation des algorithmes étudiés sur une plate-forme hydraulique qui a été développée au sein du département STEP.

Enfin, le dernier chapitre synthétisera les différentes conclusions données au cours de ce mémoire et définira les perspectives intéressantes à suivre pour la pérennisation et la continuité des travaux présentés.

Pour conclure, nous pouvons mentionner qu'une partie des résultats présentés dans ce mémoire a déjà été publiée dans des conférences internationales de spécialité, notamment sur :

- La présentation de la problématique d'optimisation d'une vallée hydroélectrique et la possibilité d'utiliser les méthodes de décomposition-coordination pour la résoudre [90].
- La commande avancée d'une vallée hydroélectrique en utilisant les méthodes de décomposition-coordination par la prédiction des interactions et par les prix sans contraintes [91]. Suite à cette conférence, un article plus complet sur le même sujet a été publié dans la revue internationale *Mathematics and computers in Simulation* (idem dans référence [93]).
- La méthode de prédiction des interactions sous contraintes [92] et la méthode par les prix explicite [89] appliquées à une vallée hydroélectrique.

Problématique

Sommaire

2.1	Problématique industrielle	5
2.2	Problématique scientifique	7
2.3	Vallée hydroélectrique d'étude	8
2.3.1	Notion de vallée hydroélectrique	8
2.3.2	Modélisation de la vallée hydroélectrique	10
2.3.3	Cas d'étude simplifié	11
2.4	Conclusions	13

Dans ce chapitre nous présentons la double problématique industrielle et scientifique à laquelle nous essayons de répondre dans cette étude. Nous décrivons également la vallée hydroélectrique proposée par EDF R&D comme cas d'étude.

2.1 Problématique industrielle

A la différence de la production d'électricité par des centrales thermiques (classiques ou nucléaires) où l'interconnexion est seulement électrique, la production hydroélectrique doit gérer à la fois l'interconnexion liée à la ressource en eau et celle liée au réseau électrique ainsi que des contraintes locales.

Des systèmes de contrôle locaux sont déjà bien développés. Cependant une amélioration qualitative est toujours possible, par une meilleure optimisation en temps-réel des ressources en eau, en maximisant l'efficacité de centrales hydroélectriques, tandis que les contraintes de sécurité, environnementales et de fonctionnement sont respectées. Ceci est d'un intérêt particulier dans un contexte de développement des

énergies renouvelables et/ou d'optimisation de la production énergétique. Un des objectifs de cette étude est de proposer des contributions à cet égard.

Actuellement, la plupart des centrales hydroélectriques du groupe EDF sont commandées individuellement par des régulateurs décentralisés PID -*Proportionnel Intégral Dérivé*- de puissance et de niveau, sous des contraintes de type environnementales comme celles portant sur le niveau, ainsi que des contraintes de nature plus physiques comme celles liées aux actionneurs par exemple. Les références de ces régulateurs sont calculées la veille pour le lendemain par des optimisations hors ligne, et doivent être respectées autant que possible [45], [47]. Si, au cours de la journée, des événements n'ayant pas été pris en compte lors de l'optimisation de la veille surviennent, les opérateurs doivent suivre une procédure pour demander à l'entité déterminant les optimisations hors ligne de réajuster les références. Ce réajustement n'est donc pas rapide, et il peut prendre quelques heures. Pendant ce temps, les opérateurs sont chargés de piloter la centrale en se basant sur leur expertise, de surveiller le respect des contraintes locales, en particulier celles liées à la sécurité et de communiquer les conséquences de ces actions en particulier aux centrales se situant en aval. Le concept de pilotage en temps-réel d'un ensemble d'aménagements hydroélectriques de façon coordonnée est donc quasi inexistant.

Le pilotage d'un ensemble d'aménagements hydroélectriques présente certaines difficultés en raison des fortes interactions entre les centrales. Les actions locales ont des conséquences, en particulier sur les niveaux des autres centrales (qui doivent respecter leurs bandes de marnage), une optimisation locale est alors à réaliser pour limiter ces effets, au détriment de l'optimisation globale de l'ensemble.

Afin d'améliorer la conduite de la vallée hydroélectrique, il serait donc nécessaire de considérer l'ensemble des aménagements pour l'optimisation et la conception de la régulation, en visant comme objectif l'optimisation globale de la vallée. En considérant la vallée complète, les interactions entre les centrales sont implicitement prises en compte afin de limiter les conséquences des commandes appliquées sur les centrales en aval ou en amont. Néanmoins, en considérant également toute la vallée, nous nous retrouvons d'une part face à un problème de grande échelle qui peut être difficile à résoudre en utilisant les méthodes classiques de régulation et d'optimisation hydraulique et, d'autre part, face à une structure difficile à implémenter et à maintenir.

De même, il est important de remarquer également que, comme tout process industriel, la sécurité (exprimée en termes de contraintes) est impérative pour le fonctionnement de la vallée hydroélectrique. Même face à des défaillances, le système global doit rester robuste et surtout sûr. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir au niveau de chaque centrale un régulateur local qui puisse assurer un fonctionnement optimal local.

2.2 Problématique scientifique

Le problème de la commande optimale en temps-réel de systèmes tels qu'une vallée hydroélectrique comporte des difficultés scientifiques et techniques majeures :

- La complexité et la taille du problème d'optimisation.
- L'aspect distribué et interdépendant des moyens de production.
- Les incertitudes de modélisation, mesures, perturbations.
- La définition des critères d'optimisation, et donc des objectifs de performance.
- La multiplicité des contraintes, etc...

La complexité du problème de commande entraîne en général une architecture de résolution où les traitements des différentes fonctions sont séparés, avec en prime un découpage par aménagement. La mise en cohérence de ces différents traitements, en vue d'atteindre un optimum global est extrêmement difficile.

Après avoir discuté la problématique industrielle et scientifique, plusieurs questions restent ouvertes à analyser :

- Comment traiter un problème à grande échelle ?
- Comment gérer les interactions entre les aménagements et comment les mettre d'accord pour arriver à un fonctionnement optimal de la vallée hydroélectrique ?
- En temps-réel, comment déterminer les évolutions optimales d'un aménagement sous contraintes de puissance et de niveau ?

Face à ces questions et problèmes, les outils de commande de type "décentralisé", d'une part, et à caractère d'optimisation (comme en MPC - Model Predictive Control) d'autre part, apparaissent naturellement comme des voies à explorer. Nous nous intéressons particulièrement à l'aspect explicite de la commande, voie qui semble intéressante pour les applications pratiques en temps-réel. Un état des lieux sur ces outils est présenté aux chapitres 3 et 4, et les contributions proposées sur cette base aux chapitres suivants.

Il est important de souligner que les difficultés présentées ci-dessus, sont des difficultés présentes généralement dans d'autres moyens de production d'électricité. Les exploitants devront faire face à la gestion des futures complexifications des systèmes de production d'électricité du fait de l'augmentation des énergies renouvelables et de la prise en compte de ces sources intermittentes dans les systèmes déjà existants. Les solutions étudiées dans ce mémoire pourraient donc être adaptées à d'autres problèmes intéressant EDF et constituer également des outils d'aide à la décision.

2.3 Vallée hydroélectrique d'étude

2.3.1 Notion de vallée hydroélectrique

Une chaîne d'aménagements hydroélectriques peut aussi être désignée sous le nom de vallée hydroélectrique, ou *HPV* en anglais -*Hydro-Power Valley*-.

L'ensemble de centrales de production hydroélectrique dépend de ressources en eau interconnectées, généralement, le long d'une rivière, celles-ci visant à produire une quantité donnée d'électricité selon un programme journalier de production d'électricité proposé à chaque aménagement, et qui doit être suivi autant que possible.

Dans chaque centrale, la puissance générée est commandée via les vannes d'entrée des turbines. Les actions des vannes ont un effet sur les niveaux des réservoirs qui ont des contraintes à respecter. Dans la pratique, la vallée hydroélectrique globale doit faire face à des événements imprévisibles tels que, par exemple, la défaillance des turbines d'une centrale, un changement météorologique imprévu, etc. Les actions locales pour remédier à ces problèmes affectent l'ensemble et par conséquent la performance globale de la vallée.

A titre d'exemple, la figure 2.1 présente la configuration de la vallée hydroélectrique du Tarn¹. Elle correspond à la vallée choisie comme cas d'étude, en raison de sa complexité et de la variété d'ouvrages qui la composent. Cette vallée a une capacité de génération d'approximativement 550 [MW]. Elle est composée de trois types d'aménagements : fil de l'eau, lac et STEP -*Stations de Transfert d'Énergie par Pompage*-, décrits ci-après [44] :

Les aménagements au *fil de l'eau* sont des aménagements pour lesquels l'eau ne peut pas véritablement être stockée, la durée de remplissage du réservoir étant inférieure ou égale à 2 heures. L'énergie produite est qualifiée de fatale, l'eau non turbinée étant déversée. Ces aménagements sont des moyens de production dits de base. Ce type d'aménagement est en général de basse chute.

Les aménagements de *lac* sont ceux dont le remplissage du réservoir naturel ou artificiel nécessite plus de 400 heures (un grand barrage formant une grande retenue). Ces aménagements peuvent être de haute chute ou moyenne chute selon l'emplacement de la centrale par rapport au barrage.

Les *STEP* sont des aménagements dans lesquels tout ou une partie des groupes ont un fonctionnement réversible : turbine ou pompe.

1. Le Tarn est une rivière du sud de la France. Elle se situe dans le Massif central, prend sa source sur le mont Lozère et se jette dans la Garonne. Sa longueur est de 381 [km]. Elle est soumise à un régime pluvio-nival.

2.3. Vallée hydroélectrique d'étude

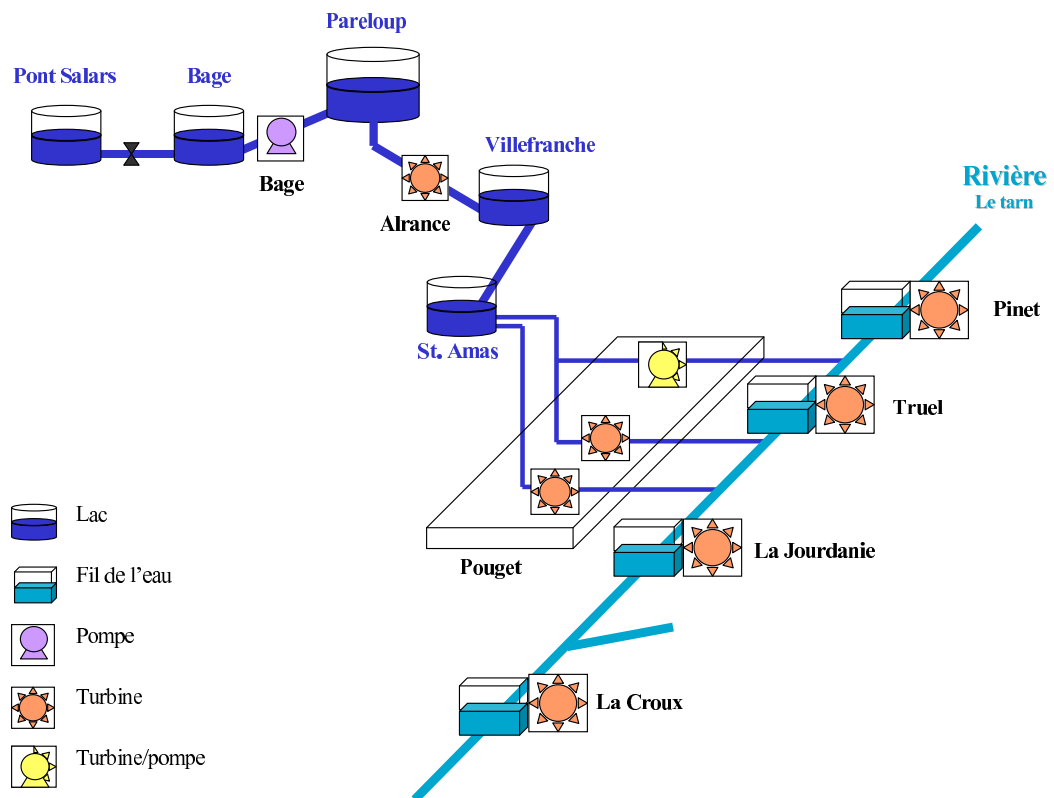


FIGURE 2.1 – La vallée hydroélectrique du Tarn

Dans la vallée d'étude (voir figure 2.1), les aménagements : Pont de Salars, Bage, Pareloup, Villefranche et Saint Amans sont des lacs, l'aménagement Pouget est une STEP et ceux qui sont au cours de la rivière du Tarn : Pinet, Truel, La Jourdanie et La Croux sont des aménagements au fil de l'eau.

La vallée hydroélectrique est soumise à des contraintes de niveau, de débit, ainsi qu'aux contraintes physiques des équipements qui se traduisent en contrainte sur la puissance générée. Les principales caractéristiques des éléments qui composent la vallée hydroélectrique peuvent se résumer comme suit [26] [29] :

- Les retenues des lacs ont des cotes approximativement entre 700 m et 810 m, avec leurs bandes de marnage entre 30 m et 70 m.
- Les retenues des aménagements au fil de l'eau ont des cotes approximativement entre 225 m et 320 m, avec leurs bandes de marnage entre 2 m et 7 m.
- Le débit turbiné approximativement par les centrales hydroélectriques peut varier selon la centrale d'entre $25 \frac{m^3}{s}$ et $160 \frac{m^3}{s}$ et le débit pompé entre $6 \frac{m^3}{s}$ et $14 \frac{m^3}{s}$, également, la puissance peut varier selon la centrale entre 450 MW et 15 MW.

2.3.2 Modélisation de la vallée hydroélectrique

Dans la modélisation mathématique de systèmes physiques, nous sommes toujours confrontés à un dilemme : utiliser un modèle précis, très détaillé, mais qui peut être plus difficile à gérer, ou travailler avec un modèle plus simple et donc plus facile à manipuler, mais avec moins de confiance [79].

Les modèles de complexité croissante ne sont pas souvent la meilleure approche à suivre. Lorsque le nombre de variables devient grand, il est prudent, mais non impératif, de commencer l'analyse avec des modèles de structure simple, qui offrent des moyens relativement simples pour identifier les configurations du système qui ne sont pas convenables ou souhaitables, les causes du manque des propriétés désirées et les solutions simples.

Dans le cas d'une vallée hydroélectrique, la modélisation peut aller d'une version très simple à un modèle très complet, incluant la représentation des divers éléments qui la composent (réservoirs, machines, et leur régulation, ...) ainsi que les dynamiques distribuées qui les relie (principalement les dynamiques d'écoulement). Dans ce travail, nous avons choisi de mettre l'accent sur des stratégies de commande plus que sur la modélisation, et pour cette raison de travailler avec un modèle simple pour la conception de la commande, mais que nous considérons comme suffisamment représentatif de la dynamique dominante du système réel. Néanmoins, l'extension des méthodologies étudiées à l'utilisation de modèles plus fins pourrait être envisagée [48].

2.3. Vallée hydroélectrique d'étude

En tout état de cause, même développées sur la base de modèles simplifiés, les méthodes de commande proposées pourront être testées sur un modèle de validation beaucoup plus complet (incluant les équations de Saint-Venant et la bathymétrie de la rivière par exemple) à travers un outil dédié correspondant à la *plate-forme Supervision NG d'EDF*.

En résumé, pour notre étude, chaque centrale sera principalement caractérisée par la dynamique de sa retenue, laquelle peut être modélisée en temps continu par :

$$S \frac{dh}{dt} = q_{in} - q_{out} \quad (2.1)$$

où S est la surface moyenne du réservoir, h est le niveau d'eau dans le réservoir et q_{in} , q_{out} sont les débits d'entrée et sortie du réservoir, respectivement. Ces débits dépendent des interconnexions entre les centrales ainsi que des débits turbinés. Ils peuvent être considérés comme les commandes et les perturbations d'entrée. La puissance générée est supposée proportionnelle au débit turbiné.

En considérant une version échantillonnée des données de l'équation (2.1) pour un but de commande en temps discret, et en rassemblant toutes les équations des centrales de cette manière, la vallée hydroélectrique globale peut être modélisée par une représentation classique dans l'espace d'états :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ed_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (2.2)$$

où :

k est le temps courant, le vecteur d'état actuel $x_k \in R^\eta$ correspond aux η niveaux des réservoirs, $x_{k+1} \in R^\eta$ est le vecteur d'états au pas de temps suivant, le vecteur d'entrée $u_k \in R^m$ rassemble les m débits turbinés, $d_k \in R^\eta$ représente les débits des perturbations d'entrée et $y \in R^\eta$ représente la sortie mesurée.

Les stratégies de commande proposées seront donc développées sur la base d'une représentation (2.2).

2.3.3 Cas d'étude simplifié

Nous avons défini un cas d'étude simplifié qui prend en compte les éléments représentatifs de la vallée hydroélectrique. Ce cas d'étude est composé par les trois types d'aménagements : lac, fil de l'eau et STEP. Celui-ci prend en compte la centrale du Pouget qui fournit la majeure partie de la production d'électricité de la vallée avec approximativement 80% et qui est le lien entre les lacs et les aménagements fil de l'eau. Pour ces raisons nous considérons que ce cas simplifié est représentatif de la vallée et pourra donc être utilisé pour tester les méthodologies conçues au cours de la thèse.

La figure 2.3.3 illustre la vallée hydroélectrique simplifiée d'étude.

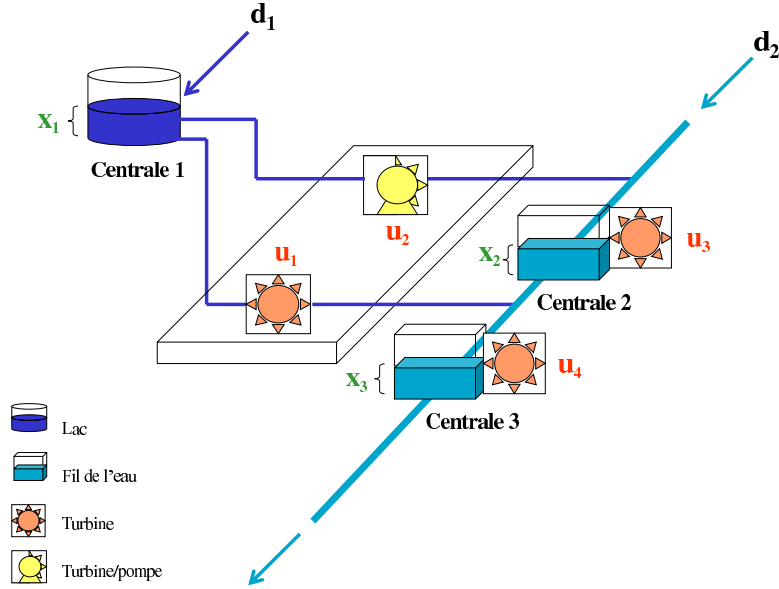


FIGURE 2.2 – Configuration de la vallée hydroélectrique simplifiée (cas d'étude).

Le modèle du cas d'étude est représenté comme suit :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_{1(k+1)} \\ x_{2(k+1)} \\ x_{3(k+1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1(k)} \\ x_{2(k)} \\ x_{3(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -T_s S_1^{-1} & -T_s S_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & T_s S_2^{-1} & -T_s S_2^{-1} & 0 \\ T_s S_3^{-1} & 0 & T_s S_3^{-1} & -T_s S_3^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1(k)} \\ u_{2(k)} \\ u_{3(k)} \\ u_{4(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_s S_1^{-1} & 0 \\ 0 & T_s S_2^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{1(k)} \\ d_{2(k)} \end{bmatrix} \quad (2.3) \\
 \begin{bmatrix} y_{1(k)} \\ y_{2(k)} \\ y_{3(k)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1(k)} \\ x_{2(k)} \\ x_{3(k)} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Où :

T_s est la période d'échantillonnage.

S_i est la surface du réservoir i , avec $i = 1, \dots, 3$

Néanmoins, il est important de remarquer qu'il n'existe pas de problème à étendre les méthodes développées à des modèles plus complexes. Dans le chapitre 7 sont présentés des résultats en simulation et sur la plate-forme Supervision NG pour un système composé de 5 aménagements.

2.4 Conclusions

Dans ce chapitre ont été présentées les problématiques liées à notre étude, et en particulier, la problématique industrielle liée à l'optimisation en temps-réel d'une vallée hydroélectrique et la problématique scientifique liée à la commande en temps réel de systèmes distribués et interdépendants sous contraintes ont été soulignés. Nous pouvons retenir également que la problématique générale de cette étude est présente dans d'autres moyens de production d'électricité, donc les résultats de ce mémoire pourraient être adaptés à d'autres problèmes intéressant EDF.

Par ailleurs, une description de la vallée hydroélectrique d'étude proposée par EDF R&D en termes de fonctionnement et caractéristiques a été présentée dans ce chapitre, de façon à introduire le type de modèle utilisé dans la suite. Nous avons en particulier indiqué le choix de se concentrer sur une modélisation des retenues qui composent la vallée hydroélectrique, en soulignant l'utilisation d'un modèle plus fin basé sur les équations de Saint Venant pour la validation sur la plate-forme hydraulique qui sera présentée au chapitre 7.

Nous pouvons noter néanmoins que l'extension des méthodologies de commande discutées dans ce mémoire à des modèles d'emblée plus détaillés constitue une perspective directe de ce travail.

La commande des grands systèmes

Sommaire

3.1	Introduction	16
3.2	Commande centralisée des grands systèmes	17
3.3	Commande décentralisée des grands systèmes	18
3.3.1	Décentralisation	18
3.3.2	Décomposition d'un grand système	20
3.4	Commande distribuée des grands systèmes	22
3.5	Commande décomposée-coordonnée des grands systèmes	23
3.5.1	Les méthodes de coordination	24
3.5.2	La méthode de décomposition-coordination par les prix	25
3.5.3	La méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions	27
3.6	Discussion et conclusions	28

Dans ce chapitre, nous discutons des différentes méthodes utilisées pour la commande des grands systèmes, méthodes telles que la *décentralisation*, la *distribution* et la *décomposition-coordination*. Plus particulièrement, deux méthodes de coordination seront examinées : d'une part la méthode de coordination par la *prédiction des interactions* et d'autre part, la méthode de coordination par les *prix*.

3.1 Introduction

L'homme construit des systèmes toujours plus grands et plus sophistiqués [79], tout en voulant les contrôler. Si bien que la complexité est devenue l'un des principaux problèmes tant dans la théorie moderne du contrôle que dans la pratique.

La complexité des grands systèmes ou systèmes à grande échelle est liée à différents facteurs, qui peuvent être caractérisés selon les critères suivants [21] :

- ◊ Modélisation complexe : le système est décrit par un grand nombre de variables et de contraintes.
- ◊ Structure spatiale complexe : le système est constitué par des sous-systèmes inter-connectés.
- ◊ Structure temporelle complexe : le système est soumis à des phénomènes à plusieurs échelles de temps.
- ◊ Structure hiérarchique complexe : le système est commandé simultanément par plusieurs décideurs.

On retrouve traditionnellement les systèmes à grande échelle dans des domaines tels que l'énergie, l'eau, le gaz, les réseaux de distribution et transport, les procédés industriels. Et moins couramment dans d'autres domaines comme la robotique, la gestion des risques, la prise de décisions, etc...

La commande en temps-réel des grands systèmes est un problème qui reste toujours ouvert et d'actualité, puisque ce type de commande doit gérer une grande quantité d'information et résoudre notamment un problème d'optimisation à grande échelle dans une très courte période de temps [66], [58], [12]. Autrement dit, ces contraintes ne peuvent pas être résolues simplement en utilisant des ordinateurs plus rapides et/ou en augmentant la capacité de la mémoire.

Étant donné qu'une vallée hydroélectrique est constituée par un ensemble d'aménagements interconnectés, comme présenté dans le chapitre 2, nous nous intéressons plus particulièrement aux techniques de commande appropriées pour le pilotage des grands systèmes avec une structure spatiale complexe et aussi une possible modélisation complexe. Les vallées hydroélectriques présentent des caractéristiques et des dynamiques similaires à celles des systèmes d'irrigation. Plusieurs méthodologies ont été développées pour commander ce type de système, parmi lesquelles la commande centralisée comme dans [5], [48], la commande décentralisée, qui est présentée dans les travaux [53], [37], [32] ou la commande distribuée [58]. Nous passons en revue les différents types de commande dans ce qui suit.

3.2 Commande centralisée des grands systèmes

L'approche globale d'un problème de commande optimale peut être représentée par le schéma blocs de la figure 3.1.

Dans le cadre de la commande centralisée, il n'existe pas de réelle distinction entre les unités constituant le process, celui-ci est considéré comme un tout. La commande centralisée est formulée comme un problème d'optimisation compact qui prend en compte toutes les variables du process, sans aucune distinction.

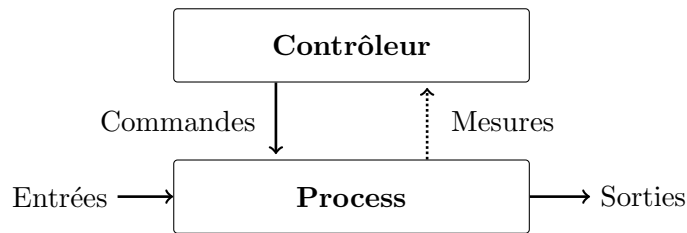


FIGURE 3.1 – Structure centralisée

Les hypothèses du problème classique de commande centralisée sont les suivantes [2] :

- ◇ Il existe un seul contrôleur.
- ◇ Le contrôleur connaît la modélisation mathématique des dynamiques du système (information *a priori*).
- ◇ Le contrôleur connaît les relations entre les mesures et les variables du système.
- ◇ Le contrôleur connaît à l'avance les densités de probabilité des variables stochastiques (perturbations, erreurs de mesures, incertitudes dans les paramètres du système, etc...)
- ◇ A n'importe quel instant k , le contrôleur connaît toutes les variables du passé et les mesures à l'instant présent (information *a posteriori*).

Sous les hypothèses précédentes, la stratégie de commande purement centralisée peut conduire à des performances optimales du process, mais présente aussi quelques inconvénients :

- ◇ Ces types de schémas ont besoin d'une plateforme centralisée de calcul haute performance.
- ◇ Ils peuvent être difficiles à régler.
- ◇ Ils peuvent présenter une faible tolérance aux défaillances et par conséquent, une faible robustesse.
- ◇ La centralisation des tâches implique un manque de flexibilité en termes de fonctionnement et d'entretien.
- ◇ Le problème de commande est souvent un problème de grande dimension.

L'utilisation d'ordinateurs rapides avec des grandes capacités de mémoire et/ou de calcul, n'est souvent pas suffisant pour résoudre le problème du fait de sa complexité (calculatoire). En outre, ces systèmes sont soumis à plusieurs événements imprévisibles qui exigent une solution de commande plus robuste afin de respecter les contraintes du système et/ou les spécifications. D'autre part, les process industriels sont caractérisés par un grand nombre d'informations à gérer et à échanger, impliquant trop de sensibilité aux problèmes de communication possibles. En raison de tous ces inconvénients, en particulier les problèmes de type organisationnel, la commande centralisée n'est pas toujours souhaitable pour les grands process industriels.

Néanmoins, elle peut être utilisée comme méthode de base de comparaison et d'évaluation d'autres stratégies de commande. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à la commande centralisée à horizon glissant, plus particulièrement, à la commande prédictive basée sur le modèle - *MPC Model (based) Predictive Control* -. La MPC est une technique de contrôle de process, souvent étudiée et de plus en plus utilisée dans les applications industrielles [56], [62], [10], pour piloter d'une manière optimale des process sous contraintes [54].

Dans la section 4, nous faisons un rappel des notions de base de cette commande.

Plusieurs méthodologies ont été proposées pour faire face aux difficultés présentées par la commande centralisée des grands systèmes, la plupart d'entre elles appartiennent à l'un des groupes suivants : la décentralisation [79], la distribution [85], la décomposition-coordination [11], ou la réduction [1] et/ou simplification du modèle. La simplification du modèle peut faire référence à plusieurs sujets, dont : la simplification dynamique, i.e. la réduction d'ordre ou la simplification structurale, consistant à se ramener à une réalisation structurée pour le système, comme cela a été présenté par exemple dans [17], [19] et [7]. Dans [18] nous pouvons trouver une application à un système de tapis roulant à trois moteurs, commandé par contrôleurs structurés.

Les trois premières approches (la décentralisation, la distribution et la décomposition-coordination), correspondant à des techniques non centralisées, sont rappelées dans les 3 sections suivantes

3.3 Commande décentralisée des grands systèmes

3.3.1 Décentralisation

Dans [49], les auteurs considèrent trois types de structures de commande décentralisée : *complètement décentralisée* (voir figure 3.2), *partiellement décentralisée* et *hiérarchiquement décentralisée*. Pour d'autres auteurs comme [3], [85] et dans

3.3. Commande décentralisée des grands systèmes

le cadre de cette étude, nous considérons la commande partiellement décentralisée équivalente à la *commande distribuée* qui sera présentée dans la section 3.4, et la commande hiérarchiquement décentralisée, équivalente à la commande issue des méthodes de *décomposition-coordination* qui sera présentée dans la section 3.5.

Dans la présente section, nous discutons de la commande complètement décentralisée que nous appellerons dans la suite de ce mémoire, commande décentralisée.

La décentralisation d'un process fait référence au modèle du système global mais aussi aux objectifs de conception globale. L'idée principale de la commande décentralisée est de considérer que le système global est composé par des sous-systèmes indépendants, de plus petite taille et donc plus faciles à gérer. Par conséquent, le système global n'est plus commandé par un seul contrôleur, mais par plusieurs contrôleurs locaux indépendants. L'ensemble des contrôleurs locaux constituent un *contrôleur décentralisé* [3] [74].

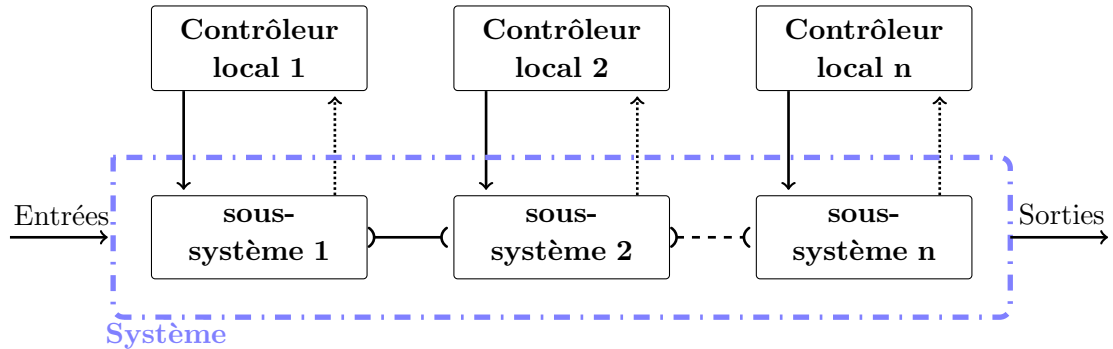


FIGURE 3.2 – Structure décentralisée

Le fait d'avoir des contrôleurs indépendants qui n'échangent pas d'information entre eux rend imprévisible la réponse du système global aux actions locales qui les affectent. La solution globale sera donc une solution sous-optimale. Le degré de sous-optimalité dépendra de la nature forte ou faible des couplages (interactions) entre les sous-systèmes. Si les interactions sont fortes, la performance globale sera sérieusement détériorée [35]. D'autres limitations dans la performance de la commande décentralisée sont présentées dans [22].

Les principaux moyens pour décentraliser les tâches de conception appartiennent à deux groupes [4] :

- ◇ La conception décentralisée pour les sous-systèmes fortement couplés.
- ◇ La conception décentralisée pour les sous-systèmes faiblement couplés.

Dans la conception décentralisée de systèmes fortement couplés, un modèle approximatif de tous les autres sous-systèmes doit être au moins disponible pour la conception locale de n'importe quel autre sous-système [3]. Ceci n'est pas nécessaire

dans le cas des systèmes faiblement couplés. Dans ce contexte, la conception des contrôleurs locaux pour systèmes fortement couplés peut devenir compliquée pour les systèmes divisés en un grand nombre de sous-systèmes.

3.3.2 Décomposition d'un grand système

Plusieurs critères peuvent être pris en compte pour décomposer un grand système. Nous allons citer principalement trois approches : la division horizontale, la division verticale et la division temporelle.

◇ *Division horizontale ou décomposition par blocs :*

Dans la division horizontale, le grand système est redéfini comme un système interconnecté afin de diminuer les difficultés de calcul. Le problème d'optimisation globale peut être formulé comme un ensemble séparable de sous-problèmes d'ordre inférieur qui peuvent être traités plus facilement. Un exemple de la division horizontale est présenté dans le schéma de la structure décentralisée dans la figure 3.2.

Selon [4], [79] et la synthèse proposée par [3] sur la commande décentralisée, les approches pour décomposer un grand système en sous-systèmes interconnectés, peuvent se classer comme suit :

- ▷ sous-systèmes disjoints : les sous-systèmes n'ont pas d'états en commun.
- ▷ sous-systèmes superposés : les sous-systèmes partagent certaines parties communes. Dans [14], l'auteur explore différents types de superpositions.
- ▷ sous-systèmes symétriques composites : ce type de systèmes appartient à une classe de sous-systèmes disjoints avec une structure spécifique. Ceux-ci sont caractérisés par l'identité de la dynamique du sous-système et la symétrie des interconnexions.

Ce type de division est utilisé dans les systèmes fortement couplés.

◇ *Division verticale :*

Dans la division verticale, la tâche de commande est divisée verticalement en tâches plus élémentaires. [81] donne l'exemple suivant de division verticale (du plus bas niveau au plus haut niveau, voir figure 3.3) :

1. Régulation ou commande directe
2. Optimisation (détermination des références des régulateurs)
3. Adaptation (auto-adaptation du modèle et de la loi de commande directement)
4. Auto-organisation (choix de la structure du modèle et de la commande)

Ce type de division est utilisé dans les systèmes faiblement couplés.

3.3. Commande décentralisée des grands systèmes

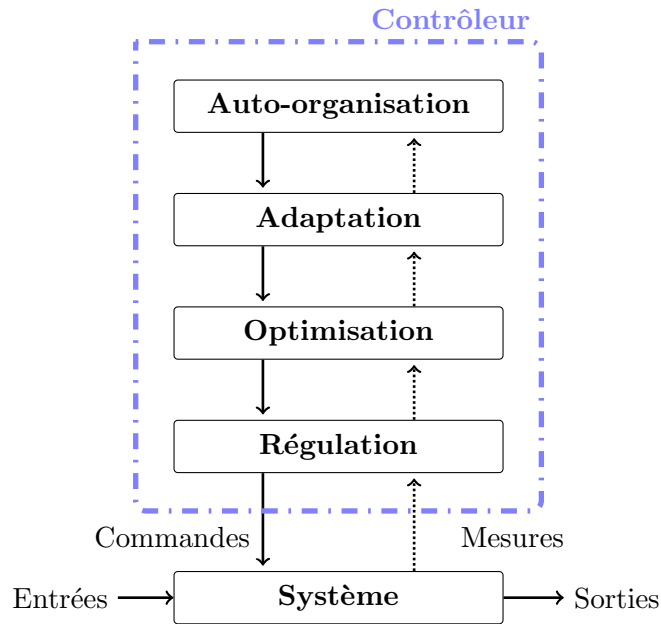


FIGURE 3.3 – Exemple d'une division verticale

◇ *Division temporelle ou division fonctionnelle :*

Un système complexe peut se retrouver dans de nombreuses situations (états) différents et il peut être utile de les reconnaître. Par exemple, un système avec des éléments qui travaillent à différentes échelles de temps (dynamiques rapides et dynamiques lentes) peut se décomposer en fonction de ces échelles de temps. Ce type de division est utilisé dans les systèmes faiblement couplés.

Étant donné la structure physique de notre cas d'étude, i.e. la vallée hydroélectrique, nous suggérons naturellement une décomposition horizontale en aménagements hydroélectriques.

Dans [43], chaque sous-système admet une commande MPC qui calcule ses propres références et celles de tous ses voisins. Les auteurs établissent une condition suffisante pour la stabilité, mais pour la satisfaire, le taux d'échange d'information entre les sous-systèmes doit progressivement croître à mesure que le système s'approche de l'équilibre. Les auteurs dans [28] soulignent qu'en utilisant la commande décentralisée, dans certains cas, il est impossible de stabiliser les sous-systèmes et le système global simultanément. Pour illustrer cette affirmation, un système interconnecté composé de deux sous-systèmes est présenté. La stabilité des systèmes interconnectés ne dépend pas seulement du degré de stabilité des sous-systèmes, elle est également très dépendante des interactions. Pour résoudre ce problème, les auteurs proposent d'inclure un échange d'information entre les deux sous-systèmes : ceux-ci coopèrent entre eux.

Dans le cadre de notre cas d'étude, la connexion entre les différents aménagements est le débit de la rivière, qui est en d'autres termes l'interaction entre eux. Ceci implique qu'une action locale affecte de façon importante les interactions et par conséquent, le système global. Ce point nous apprend que la prise en compte des interactions est impérative pour notre étude. Dans la prochaine section, nous présenterons la commande distribuée, méthode qui permet un dialogue entre les différents sous-systèmes.

3.4 Commande distribuée des grands systèmes

Le contrôleur centralisé et le contrôleur décentralisé représentent les deux cas extrêmes dans la conception des contrôleurs. La commande centralisée prend en compte toutes les interactions possibles, tandis que la commande décentralisée les ignore complètement.

Dans la méthode de commande distribuée, contrairement à la méthode décentralisée présentée dans la section précédente, il existe des échanges d'information entre les sous-systèmes (voir figure 3.4).

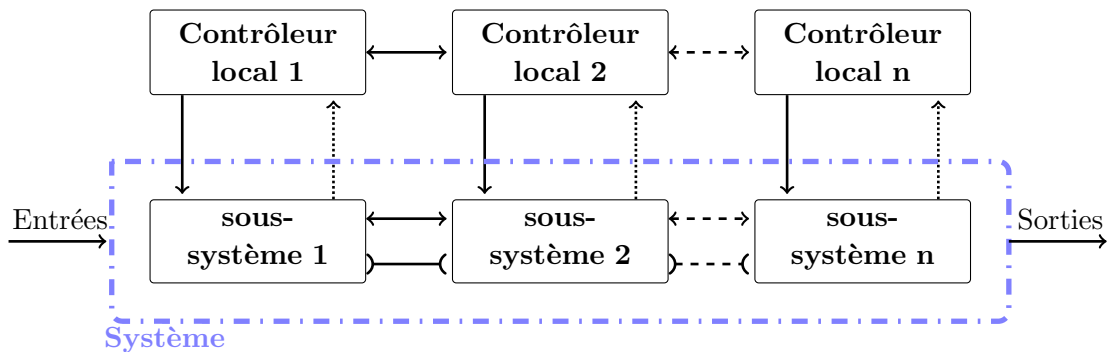


FIGURE 3.4 – Structure distribuée

L'échange d'informations entre les sous-systèmes peut se faire à différents niveaux. Dans [3] est présentée la commande distribuée avec un schéma où l'échange d'informations se fait entre chaque contrôleur local et les autres sous-systèmes, ce qui veut dire, en d'autres termes, informer le sous-système local des interactions avec les autres sous-systèmes. Dans [65], la communication se fait uniquement au niveau des contrôleurs.

Dans [65], les auteurs comparent la méthode de commande basée sur la communication - *Communication-based control* - et la méthode de commande basée sur la coopération réalisable - *Feasible cooperation-based MPC* - [87] [88]. La commu-

3.5. Commande décomposée-coordonnée des grands systèmes

nication a pour avantage de permettre aux sous-systèmes de connaître les effets des autres sous-systèmes sur leurs propres objectifs locaux. Néanmoins, les auteurs montrent que cette méthode peut amener des instabilités en boucle fermée pour les systèmes fortement couplés, ils proposent alors, avec la méthode FC-MPC, de maintenir la structure distribuée et de changer les fonctions objectifs de telle manière que les sous-systèmes coopèrent entre eux. [85] prouve dans des exemples que la méthode FC-MPC est stable en boucle fermée.

Plusieurs schémas de commande distribuée basée sur le modèle - *Distributed MPC* - ont déjà été proposés pour les systèmes interconnectés, et principalement sur la coordination des contrôleurs MPC qui communiquent entre eux afin d'obtenir les références optimales de manière distribuée [11] [65]. Dans [71], l'effet du couplage a été modélisé comme une perturbation bornée qui est compensée par la formulation de MPC robuste. Dans [43], la commande distribuée de systèmes découplés a été étudiée. Un aperçu sur la commande distribuée est présenté dans [76], [66], [42], [11]. Le problème de coordination peut être vu comme un jeu coopératif [50] ou comme une négociation entre les sous-systèmes [51]. Récemment, d'autres méthodes pour commander les systèmes distribués ont été étudiées, par exemple, dans le cadre du projet européen HDMPC - *Hierarchical Distributed Model Predictive Control* - : [75] présente une méthode de multiple shooting, [77] présente une méthodologie de coordination basée sur la sensibilité et [27] un schéma itératif en utilisant la dualité de Fenchel.

Dans la littérature, plusieurs types d'applications distribuées sont contrôlés en utilisant la commande distribuée, pour ne citer que quelques exemples : [46], [86], [33]. Plusieurs travaux supposent que chaque sous-système peut accéder au modèle du système global, ce qui, dans le cas des grands systèmes, peut être impossible ou ne peut pas être calculé en un temps raisonnable. Une alternative peut être l'adjonction d'un "coordinateur".

3.5 Commande décomposée-coordonnée des grands systèmes

La décomposition des grands systèmes en sous-systèmes de plus petite taille et de moindre complexité, et donc plus faciles à gérer, peut être organisée sous une forme hiérarchique (multi-niveaux). Les auteurs de [81] considère que deux notions sont fondamentales dans la conception de structures multi-niveaux, à savoir la division de tâches ou *décomposition* et la *coordination*. La figure 3.5 représente une structure à deux niveaux de hiérarchie.

La décomposition a été traitée dans la section 3.3. Pour rappel, la structure de composition de la vallée hydroélectrique suggère naturellement une division horizontale en sous-systèmes interconnectés, les aménagements hydroélectriques. En

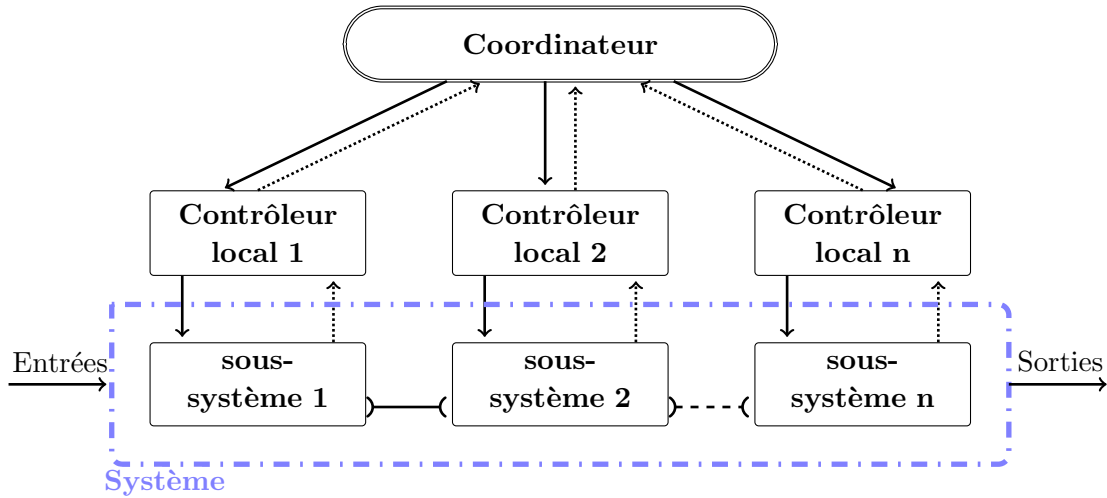


FIGURE 3.5 – Structure décomposée-coordonnée

principe, une structure à deux niveaux de hiérarchie serait suffisante pour les coordonner (voir figure 3.5).

3.5.1 Les méthodes de coordination

Le principe de la commande multi-niveaux est de décomposer le problème global J associé à un système complexe en plusieurs sous-problèmes J_i (avec $i = 1, \dots, n$ et $n =$ nombre de sous-systèmes), comme présenté dans le paragraphe précédente. Les solutions de J_i sont trouvées par des optimisations locales :

La solution du système global J est la solution composée de $[J_1, J_2, \dots, J_n]$.

Cette solution composée n'est souvent pas optimale ou ne peut pas être satisfaite, en raison de l'existence des interactions entre les sous-problèmes J_i qui ne sont pas prises en compte et qui peuvent donc produire des conflits. Il est nécessaire d'introduire un *paramètre de coordination*. Plusieurs méthodes de coordination ont été développées, parmi lesquelles nous trouvons la méthode de *coordination par modèle* (model-coordination method), la méthode de *coordination principale* (goal-coordination method) ou la méthode de coordination par les *prédictions des interactions* (interaction prediction method). Ces méthodes ont été proposées initialement par [55] et également considérées par plusieurs autres chercheurs qui ont fait d'importantes contributions à ces idées [41], [20], [80], [30], [40], [8].

Deux approches ont été étudiées pour prendre en compte les interactions entre les sous-problèmes [81] :

3.5. Commande décomposée-coordonnée des grands systèmes

- ◇ En agissant sur les fonctions objectifs des sous-problèmes : méthode de coordination principale.
- ◇ En prédisant les interactions. Dans ce cas, deux situations sont à distinguer :
 - a. la prédiction des interactions de sortie au niveau des sous-systèmes : méthode de coordination par modèle.
 - b. la prédiction des interactions d'entrée aux sous-systèmes : méthode de coordination par la prédiction des interactions.

Les méthodes de décomposition-coordination les plus citées dans la littérature ont été développées il y a plus de trente ans, mais celles-ci ont été utilisées sans succès pour certaines applications de contrôle, pour plusieurs raisons :

- ◇ Le problème d'optimisation doit avoir la propriété de séparabilité.
- ◇ La plupart des algorithmes de décomposition-coordination doivent résoudre un problème d'optimisation qui ne converge pas pour des problèmes d'optimisation non convexes.
- ◇ Ces approches ont besoin de beaucoup d'échange de données (problèmes de temps de transfert et de perte des données) ainsi qu'une communication adéquate.

Les travaux développés dans cette thèse proviennent d'un nouvel intérêt pour ces méthodes [34], [63], [15], [52].

Nous nous intéressons principalement à deux méthodes de décomposition-coordination : la méthode par les prix et la méthode par la prédiction des interactions.

3.5.2 La méthode de décomposition-coordination par les prix

La méthode de coordination par les prix est connue comme la méthode de coordination principale. Cette méthode a été proposée par [55]. La démarche de la méthode par les prix est présentée dans la figure 3.6.

Dans cette méthode, les interactions, i.e. les contraintes de couplage, sont enlevées en coupant tous les liens entre les sous-systèmes. Afin de s'assurer que les sous-problèmes individuels aboutissent à une solution au problème global (initial), il est nécessaire que le *principe de compensation des interactions* soit satisfait, raison pour laquelle cette méthode est connue sous le nom *d'approche par compensation des interactions* [30].

Cette méthode peut se décrire en deux étapes (le nombre d'étapes est proportionnel au nombre de niveaux du problème) [41] :

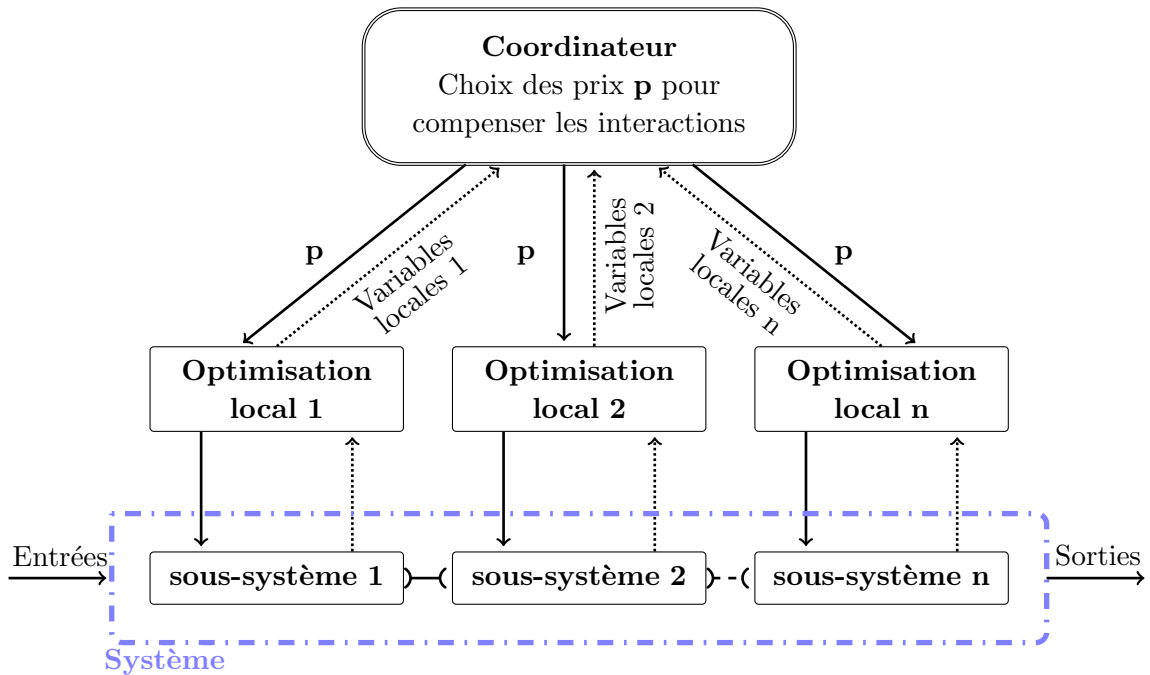


FIGURE 3.6 – La méthode de coordination par les prix

- ◇ Le problème global est décomposé en plusieurs sous-systèmes. Ceux-ci constituent les sous-problèmes du niveau le plus bas.
- ◇ Le problème du niveau le plus haut, ou *le coordinateur*, contraint les sous-problèmes du niveau le plus bas à trouver une solution qui vérifie le principe de compensation des interactions.

La formulation mathématique multi-niveaux peut être mise en place en introduisant un paramètre de pondération \mathbf{p} , aussi connu comme *variable de coordination*, qui pénalise la performance du système lorsque les interactions ne se compensent pas. Cette variable de coordination \mathbf{p} peut être interprétée comme un vecteur de multiplicateurs de Lagrange et donc, le problème du niveau le plus haut peut être résolu par des méthodes itératives bien connues telles que la méthode de gradient, de Newton, entre autres.

Cette variable de coordination \mathbf{p} , fixée au niveau le plus haut de la hiérarchie, est donnée en entrée aux sous-problèmes d'optimisation locaux. Les fonctions objectif locales sont modifiées de telle sorte que celles-ci prennent en compte la variable de coordination. Cette modification est connue sous le nom de *modification principale*.

La méthode de coordination principale a été utilisée en économie où cette variable de coordination inclut une notion de prix, ce qui explique que cette méthode est connue dans la littérature comme la *méthode de coordination par les prix*. Dans

3.5. Commande décomposée-coordonnée des grands systèmes

[20], la coordination par les prix est interprétée comme la situation de l'économie libérale basée sur des incitations par les prix, l'ajustement de ces prix se faisant par la loi de l'offre et de la demande.

3.5.3 La méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions des interactions

Nous nous intéressons maintenant à la méthode par la prédiction des interactions, qui a été formalisée pour la première fois dans [55]. Plusieurs auteurs ont repris ces travaux pour étendre ou compléter la méthode : [81], [20]. Le coeur de la méthode a toujours été conservé et son nom d'origine avec. La méthode de coordination par la prédiction des interactions doit faire simultanément deux tâches importantes : la *prédiction des interactions* et la *modification principale* [81].

La démarche de la méthode de coordination par la prédiction des interactions est présentée dans la figure 3.7 et peut être décrite comme suit : le coordinateur reçoit des informations locales des sous-systèmes et à partir de celles-ci, fait une *prédiction des interactions* entre les sous-systèmes. Les sous-problèmes d'optimisation

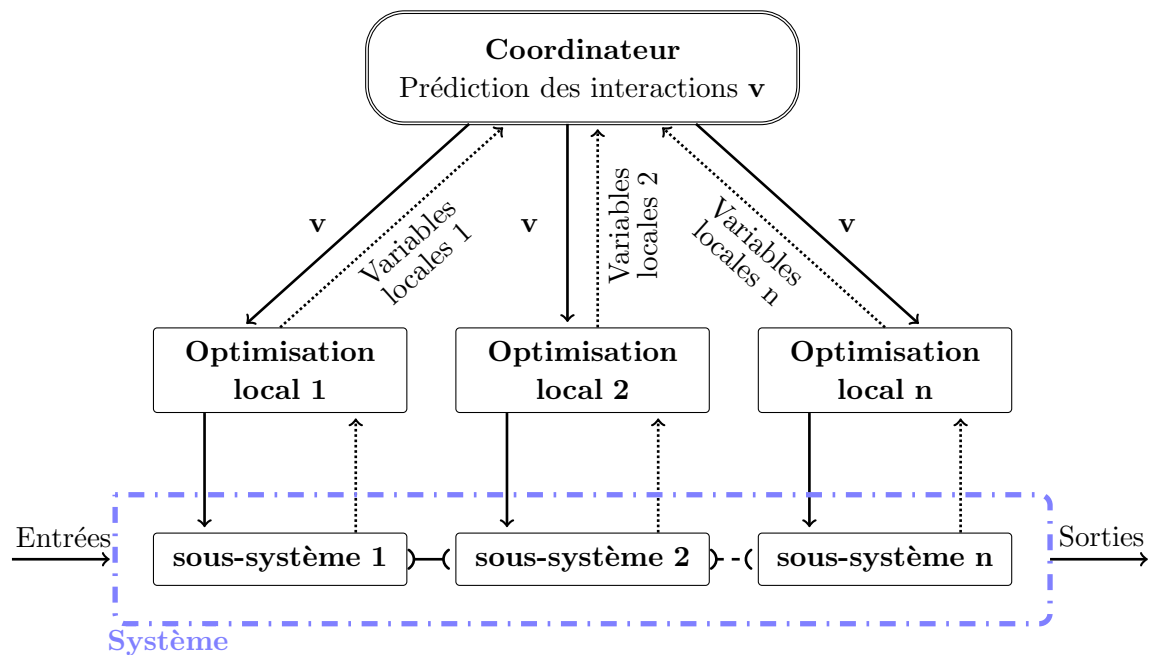


FIGURE 3.7 – La méthode de coordination par la prédiction des interactions

locaux utilisent la variable de coordination v qui a été prédite par le coordinateur, comme donnée d'entrée. Afin de prendre en compte cette variable de coordination, les fonctions objectif sont modifiées (*modification principale*).

3.6 Discussion et conclusions

La section 3.1 présente d'abord les systèmes de grande dimension et les difficultés pour les commander. La commande centralisée présente certains inconvénients pour ce type d'applications, néanmoins, celle-ci sera utilisée comme méthode de référence de comparaison avec les autres méthodologies qui seront étudiées. Dans la section 3.3, nous avons exprimé notre préférence pour la division horizontale comme approche pour diviser la structure complexe de la vallée hydroélectrique. Nous avons remarqué aussi l'importance d'avoir des informations sur les interactions entre les sous-systèmes. La commande décentralisée telle que présentée ci-dessus n'est pas appropriée à notre étude, il faut tenir compte des interactions entre les sous-systèmes.

Dans la section 3.4, nous avons cité diverses méthodes pour coordonner une structure distribuée. Pour la plupart de ces méthodes, les sous-systèmes doivent connaître le modèle du système global, ce qui est compliqué pour les grands systèmes. Nous avons montré dans la section 3.5 notre intérêt pour les structures à deux niveaux de hiérarchie, où un coordinateur est chargé de mettre d'accord les sous-systèmes et de distribuer l'information entre eux, principalement, dans les méthodes de décomposition-coordination par les prix et la prédiction des interactions. Dans [65], une liste de pistes à étudier pour la commande des systèmes distribués est donnée, parmi lesquelles se trouve la possibilité d'utiliser les techniques de MPC explicite pour les systèmes qui ont besoin d'une rapide évaluation du problème MPC d'optimisation. Nous nous intéressons aux lois de commande appropriées pour piloter la vallée hydroélectrique globale, en prenant en compte sa nature distribuée, i.e., en prenant en compte l'importance des interactions entre les centrales hydroélectriques et la manière dont celles-ci sont coordonnées. L'objectif est d'obtenir des optimisations locales contribuant à la performance du système global.

Pour conclure, dans ce chapitre, nous avons présenté un état de lieux sur la commande des grands systèmes. Nous avons cité notamment quatre approches pour la conception du contrôleur :

- ◇ La commande centralisée : Un seul contrôleur. Le modèle est un modèle centralisé du système global et de même la fonction objectif est la fonction objectif du système complet. La performance de cette commande optimale est nominale.
- ◇ La commande décentralisée : Plusieurs contrôleurs. Chaque modèle est le modèle du sous-système local. Chaque fonction objectif est la fonction objectif du sous-système local. Les interactions entre les sous-systèmes ne sont pas connues.
- ◇ La commande distribuée : Plusieurs contrôleurs. Le modèle est le modèle du sous-système local plus une partie du système global. Chaque fonction objectif est la fonction objectif du sous-système local. Il est nécessaire ici d'avoir des communications et/ou coopérations entre les contrôleurs.

3.6. Discussion et conclusions

- ◇ La commande décomposée-coordonnée : Plusieurs contrôleurs et un coordinateur. Chaque modèle est le modèle du sous-système local plus un modèle des interactions. Chaque fonction objectif est la fonction objectif locale plus un terme provenant du coordinateur qui permet obtenir l'optimum du système global. Les interactions sont prises en compte dans la conception de la commande.

Étant donnée notre application, la vallée hydroélectrique, sa structure et l'importance des interactions entre les éléments qui la composent, nous avons souligné l'intérêt des méthodes de décomposition-coordination. La structure de ce cas d'étude suggère naturellement une décomposition horizontale (par blocs). Nous avons choisi d'étudier deux approches pour la coordination, ces approches prennent en compte les interactions entre les sous-systèmes : la coordination par les prix et la coordination par la prédictions des interactions.

Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

Sommaire

4.1	Introduction à la commande RHC	32
4.2	Formulation de la commande RHC explicite	34
4.2.1	Gestion des contraintes	37
4.2.2	Formulation de la commande RHC explicite sous contraintes	41
4.3	Discussion sur la combinaison de la commande décentralisée-coordonnée et RHC explicite	51
4.4	Conclusions	53

Dans le contexte de commande temps-réel des systèmes à grande échelle et dans l'objectif de commande à caractère optimal permettant de prendre en compte un certain nombre de contraintes, nous rappelons ici les principaux concepts de la commande à horizon glissant *RHC -Receding Horizon Control-*, et plus particulièrement, la méthode de commande basée sur modèle *MPC -Model Predictive Control-*. Nous revenons tout d'abord sur sa formulation comme un problème de programmation quadratique *QP - Quadratic Programming*, permettant d'obtenir directement des lois de commande explicites pour les problèmes d'optimisation sans contraintes. Ensuite, nous formulons les contraintes et détaillons la méthode de caractérisation

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

géométrique afin d'obtenir cette fois-ci des solutions explicites aux problèmes d'optimisation sous contraintes. Nous nous intéressons plus particulièrement au caractère explicite des solutions qui permettront de diminuer la charge de calcul. Nous discutons enfin des avantages de combiner les méthodes de décomposition-coordination décrits dans le chapitre précédent avec la commande RHC explicite.

Les méthodologies mentionnées dans ce chapitre seront mises en oeuvre aux chapitres suivants.

4.1 Introduction à la commande RHC

La commande à horizon glissant RHC, aussi connue comme la commande prédictive basée sur modèle, quand un modèle du système est disponible, a été développée à la fin des années soixante-dix [70] [23]. Depuis cette époque, cette technique a connu une considérable évolution à la fois théorique [82], [72], [57], [10], [64] et pratique. Quelques exemples d'applications industrielles sont discutés dans [31], [69],[62], [5], [73], [36].

Le principe de la commande MPC est comparable au comportement humain quand il s'agit de sélectionner des actions de commande, qui nous amènent aux meilleurs résultats envisagés sur une période déterminée (horizon). Nous nous basons sur un modèle interne de la situation pour faire la sélection de ces actions. Nous mettons à jour nos choix dès que de nouvelles observations sont disponibles.

Dans [10], les auteurs comparent la stratégie de la commande prédictive avec la conduite d'une automobile (voir figure 4.1) : le conducteur connaît la trajectoire de référence pour un horizon de commande fini (la longueur de route qu'il peut voir). En prenant en compte les caractéristiques de l'automobile (modèle mental de la voiture), le conducteur choisit la bonne action de commande à effectuer (l'accélérateur, les freins, le volant, la boîte de vitesses) pour continuer la trajectoire souhaitée. Néanmoins, la première action de la séquence calculée est appliquée par le conducteur à chaque instant et la procédure est répétée successivement en utilisant le concept d'horizon glissant (l'automobile étant en déplacement, de nouveaux mètres de route apparaissent aux yeux du conducteur).

La commande MPC ne désigne pas une stratégie de commande en particulier mais un ensemble de méthodes de commande qui utilisent un modèle du process pour calculer le signal de commande en minimisant une fonction de coût, aussi connue comme fonction "objectif".

Les régulateurs issus de ces méthodes ont essentiellement la même structure et les mêmes éléments suivants :

4.1. Introduction à la commande RHC

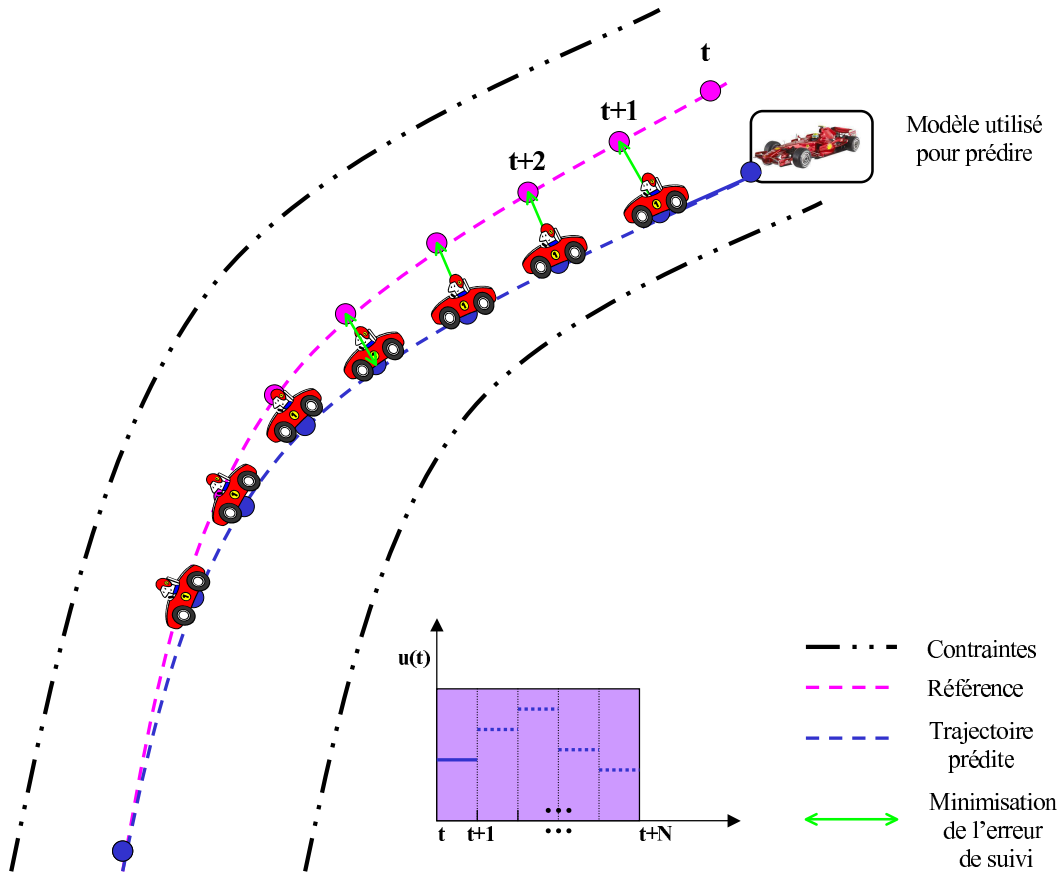


FIGURE 4.1 – Conduite d'une automobile - stratégie MPC [9]

- ◇ Utilisation d'un modèle pour prédire l'évolution du process dans les instants futurs.
- ◇ Minimisation d'une fonction de coût.
- ◇ Définition d'un horizon fini et glissant de commande pour lequel on calcule la séquence de commande en utilisant l'état courant du process comme état initial. On applique seulement le premier élément de la séquence de commande optimale au process et on réitère la procédure dans le temps (à un pas d'échantillonnage donné).

Étant donné que nous nous intéressons à la commande des grands systèmes en temps-réel, nous proposons de formuler les problèmes d'optimisation afin que ceux-ci puissent être résolus par des solutions explicites de commande [78] [84]. Ceci allégera nettement les calculs.

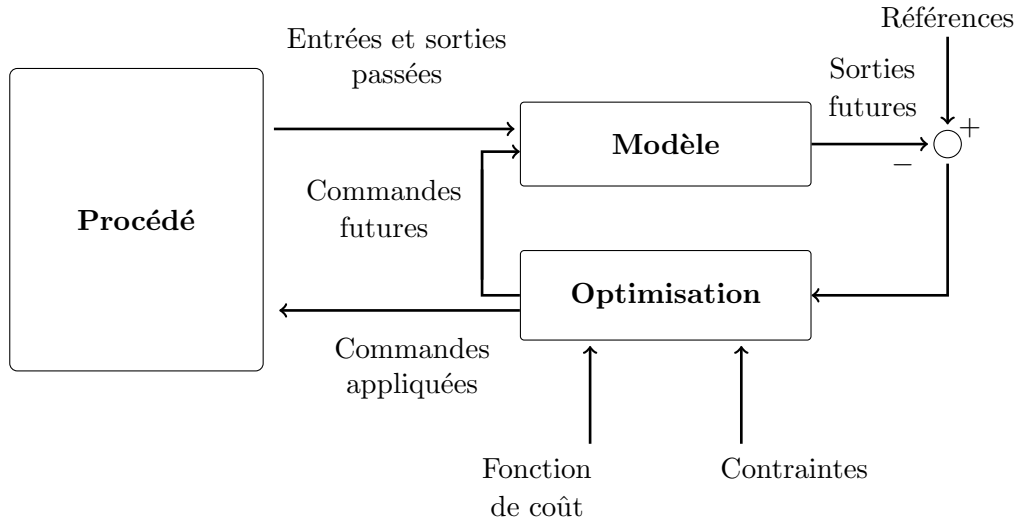


FIGURE 4.2 – Schéma général de la commande MPC

4.2 Formulation de la commande RHC explicite

Considérons dans un premier temps un problème dépourvu de contraintes. Le système est modélisé par une représentation discrète de l'espace d'états et il est considéré comme linéaire :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ed_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (4.1)$$

où :

k est le temps courant, le vecteur d'état actuel $x_k \in R^\eta$ correspond aux η états du système. Le vecteur d'entrée $u_k \in R^m$ contient les m commandes et $d_k \in R^{n_d}$ est le vecteur des perturbations d'entrée. $y \in R^p$ représente le vecteur des sorties mesurées. A est la matrice dynamique d'états de dimension $\dim[A] = \eta \times \eta$, B est la matrice de commande de dimension $\dim[B] = \eta \times m$ et C la matrice d'observation de dimension $\dim[C] = p \times \eta$.

En considérant la représentation (4.1), et en supposant que les valeurs des références u_s, x_s correspondent aux valeurs de consigne pour une perturbation d'entrée d_s donnée ou prévue, le problème classique d'optimisation à horizon fini consiste à minimiser l'erreur de suivi de la commande $\tilde{u}_k = u_k - u_s$ et aussi l'erreur de suivi de l'état $\tilde{x}_k = x_k - x_s$ sur un horizon fini, en prenant en compte l'erreur de suivi de l'état final $\tilde{x}_N = x_N - x_s$, sous l'effet des perturbations d'entrée d_k .

Formellement, cela signifie qu'il faut trouver la séquence de commande

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

$\{u_0, u_1 \dots, u_{N-1}\}$ qui minimise :

$$J = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_N^T P \tilde{x}_N + \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}_k^T Q \tilde{x}_k + \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k^T R \tilde{u}_k \right) \quad (4.2)$$

sous les contraintes liées à la dynamique du système (4.1).

N est l'horizon de prédiction, et P , Q , R sont des matrices symétriques telles que $P \geq 0$, $Q \geq 0$, $R > 0$.

Dans le cadre de *la commande à horizon glissant*, le problème d'optimisation à horizon fixe (nous considérons que N est une valeur finie) est résolu à chaque instant pour les valeurs actuelles d'état et de perturbations. Le premier élément de la séquence de commande prédite est utilisé comme commande actuelle. La procédure est répétée à chaque instant.

Le problème d'optimisation à horizon fixe avec la fonction objectif (4.2) et le système (4.1) peut être transformé en un problème QP en anglais -*Quadratic Programming*- [38]. Nous allons expliquer cette étape dans ce qui suit :

L'ensemble des vecteurs de dimension N qui seront manipulés est donné par :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{N-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_{s_0} \\ x_{s_1} \\ \vdots \\ x_{s_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} u_{s_0} \\ u_{s_1} \\ \vdots \\ u_{s_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}_s = \begin{bmatrix} d_{s_0} \\ d_{s_1} \\ \vdots \\ d_{s_{(N-1)}} \end{bmatrix}$$

Remarque : Nous considérons que la mesure de la perturbation d'entrée d et son estimation le long de l'horizon de prédiction \mathbf{d} sont disponibles, ainsi que la perturbation d'entrée \mathbf{d}_s prévue par l'entité qui fixe les références.

Définissons également les matrices suivantes :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \begin{bmatrix} B & 0 & \cdots & 0 \\ AB & B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \cdots & B \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} \\ \Theta &= \begin{bmatrix} E & 0 & \cdots & 0 \\ AE & E & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{N-1}E & A^{N-2}E & \cdots & E \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nous utiliserons de plus les erreurs de suivi suivantes : $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_s$ et $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_s$.

La fonction de coût (4.2) devient alors :

$$J = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_0^T Q \tilde{x}_0 + \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}} \right) \quad (4.4)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \text{diag}\{Q, \dots, Q, P\} \\ \mathbf{R} &= \text{diag}\{R, \dots, R\} \end{aligned}$$

Remarque : La pondération des matrices Q , R et P peut être choisie pour avoir le comportement désiré du système.

D'autre part, $\tilde{\mathbf{x}}$ peut être exprimé en fonction de la séquence de commande comme suit :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \Gamma(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) + \Omega(x_0 - x_s) + \Theta(\mathbf{d} - \mathbf{d}_s) \quad (4.5)$$

Ainsi, en substituant (4.5) dans (4.4), la fonction de coût peut être exprimée en fonction de la séquence de commande \mathbf{u} :

$$J = \bar{V} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{K}_1(x_0 - x_s) + \mathbf{K}_2(\mathbf{d} - \mathbf{d}_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s] \quad (4.6)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \text{termes indépendants de la commande } \mathbf{u} \\ \mathbf{H} &= \Gamma^T \mathbf{Q} \Gamma + \mathbf{R} \\ \mathbf{K}_1 &= \Gamma^T \mathbf{Q} \Omega \\ \mathbf{K}_2 &= \Gamma^T \mathbf{Q} \Theta \end{aligned} \quad (4.7)$$

Par conséquent, la minimisation de la fonction de coût (4.6) est un problème QP dont la solution explicite est :

$$\mathbf{u}_{\text{SC}}^{\text{opt}} = -\mathbf{H}^{-1} [\mathbf{K}_1(x_0 - x_s) + \mathbf{K}_2(\mathbf{d} - \mathbf{d}_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s] \quad (4.8)$$

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

où le sous-indice “SC” veut dire *sans contraintes*.

Remarquons que cette solution explicite fait de la commande à horizon glissant une approche intéressante pour les applications pratiques, mais celle-ci pourrait ne pas être suffisante pour des implémentations en *temps-réel* de systèmes de *très grande* échelle, à cause de la grande quantité de données qu’il faut échanger à chaque temps de calcul et à cause de la complexité des calculs qui peuvent être très lourds (surtout en présence de contraintes).

En plus des objectifs de suivi des références, la commande doit également prendre en compte les contraintes auxquelles le système est soumis.

4.2.1 Gestion des contraintes

Les systèmes réels sont soumis à des contraintes physiques et/ou opérationnelles qui peuvent se traduire comme des contraintes sur les états, les entrées, les sorties, etc. Les contraintes physiques proviennent du fait que le système ne peut pas être repoussé au-delà de certaines limites sans le risque d’entraîner des endommagements du matériel. D’autre part, les contraintes opérationnelles n’existent pas physiquement, mais peuvent être établies à partir des spécifications de sécurité, de lois environnementales, pour des raisons écologiques, de qualité et économiques entre autres.

Typiquement, un système est soumis aux contraintes sur les amplitudes de l’état, de l’entrée et de la sortie et aussi sur les variations d’entrée :

$$\begin{aligned}x_{min} &\leq x_k &&\leq x_{max} \\u_{min} &\leq u_k &&\leq u_{max} \\ \delta u_{min} &\leq u_k - u_{k-1} &&\leq \delta u_{max} \\y_{min} &\leq y_k &&\leq y_{max}\end{aligned}\tag{4.9}$$

où les inégalités sur les vecteurs sont à entendre ferme par terme.

La sortie est fonction des états comme nous pouvons le constater dans l’équation (4.1), et par conséquent, nous pourrions nous intéresser principalement aux contraintes sur les entrées et sur les états.

D’après [38], toutes les contraintes (4.9) peuvent être exprimées en fonction de la variable d’action \mathbf{u} sur l’horizon de prédiction.

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

4.2.1.1 Contraintes sur les états

Les contraintes sur les états sont considérées sous la forme suivante :

$$x_{min} \leq x_k \leq x_{max} \quad (4.10)$$

Nous pouvons remarquer que tout ce qui suit est facilement généralisable au cas de contraintes sous forme $m_1 \leq Mx_k \leq m_2$.

L'équation (4.10) peut se réécrire sous la forme :

$$x_k \leq x_{max} \quad (4.11)$$

$$-x_k \leq -x_{min} \quad (4.12)$$

En injectant (4.1) dans l'équation (4.11), nous pouvons obtenir l'équation de récurrence suivante :

$$Ax_0 + Bu_0 + Ed_{max} \leq x_{max} \quad (4.13)$$

$$A^2x_0 + ABu_0 + AEd_{max} + Bu_1 + Ed_{max} \leq x_{max}$$

⋮

$$A^Nx_0 + A^{N-1}Bu_0 + A^{N-1}Ed_{max} + \dots + A^{N-1}Bu_{N-1} + A^{N-1}Ed_{max} \leq x_{max}$$

De même, en développant (4.12), nous obtenons :

$$-(Ax_0 + Bu_0 + Ed_{min}) \leq -x_{min} \quad (4.14)$$

$$-(A^2x_0 + ABu_0 + AEd_{min} + Bu_1 + Ed_{min}) \leq -x_{min}$$

⋮

$$-(A^Nx_0 + A^{N-1}Bu_0 + A^{N-1}Ed_{min} + \dots + A^{N-1}Bu_{N-1} + A^{N-1}Ed_{min}) \leq -x_{min}$$

Finalement, les contraintes sur les états (4.11) et (4.12) peuvent s'écrire en fonction de la variable \mathbf{u} :

$$\Gamma \mathbf{u} \leq \mathbf{x}_{max} - \Omega x_0 - \Theta \mathbf{d}_{max} \quad (4.15)$$

$$-\Gamma \mathbf{u} \leq -\mathbf{x}_{min} + \Omega x_0 + \Theta \mathbf{d}_{min} \quad (4.16)$$

Les matrices Γ , Ω , Θ ont été définies dans (4.3). Les vecteurs \mathbf{x}_{max} , \mathbf{x}_{min} , \mathbf{d}_{max} et \mathbf{d}_{min} sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{max} &= \begin{bmatrix} x_{max_0} \\ x_{max_1} \\ \dots \\ x_{max_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{min} = \begin{bmatrix} x_{min_0} \\ x_{min_1} \\ \dots \\ x_{min_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{d}_{max} &= \begin{bmatrix} d_{max_0} \\ d_{max_1} \\ \dots \\ d_{max_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}_{min} = \begin{bmatrix} d_{min_0} \\ d_{min_1} \\ \dots \\ d_{min_{(N-1)}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

Remarque : S'il existe une estimation de la perturbation d'entrée le long de l'horizon de prédiction, les valeurs de cette estimation pourraient alors remplacer \mathbf{d}_{\max} et \mathbf{d}_{\min} dans les équations (4.15) et (4.16).

4.2.1.2 Contraintes sur les entrées

Les contraintes sur les entrées sont définies ainsi :

$$u_{\min} \leq u_k \leq u_{\max} \quad (4.18)$$

Les contraintes (4.18) s'écrivent en fonction de \mathbf{u} :

$$I_{(N \times m)} \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (4.19)$$

$$-I_{(N \times m)} \mathbf{u} \leq -\mathbf{u}_{\min} \quad (4.20)$$

où

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} u_{\max_0} \\ u_{\max_1} \\ \vdots \\ u_{\max_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} u_{\min_0} \\ u_{\min_1} \\ \vdots \\ u_{\min_{(N-1)}} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

N est l'horizon de commande et m est le nombre d'entrées.

4.2.1.3 Contraintes sur la dérivée des entrées

Les contraintes sur l'écart des entrées sont définies comme suit :

$$\delta u_{\min} \leq u_k - u_{k-1} \leq \delta u_{\max} \quad (4.22)$$

Les contraintes (4.22) peuvent se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} u_k &\leq \delta u_{\max} + u_{k-1} \\ -u_k &\leq -\delta u_{\min} - u_{k-1} \end{aligned} \quad (4.23)$$

À partir de (4.23), nous obtenons les équations de récurrence suivantes :

$$\begin{aligned} u_0 &\leq \delta u_{\max} + u_{-1} \\ u_1 - u_0 &\leq \delta u_{\max} \\ u_2 - u_1 &\leq \delta u_{\max} \\ &\vdots \\ u_N - u_{N-1} &\leq \delta u_{\max} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

et

$$\begin{aligned}
 -u_0 &\leq -\delta u_{min} + u_{-1} \\
 -(u_1 - u_0) &\leq -\delta u_{min} \\
 -(u_2 - u_1) &\leq -\delta u_{min} \\
 &\vdots \\
 -(u_N - u_{N-1}) &\leq -\delta u_{min}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Les contraintes (4.24) et (4.25) peuvent s'écrire en fonction de la commande \mathbf{u} :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}\mathbf{u} &\leq \delta\mathbf{u}_{max} + u_{-1} \\
 -\mathbf{E}\mathbf{u} &\leq -\delta\mathbf{u}_{min} - u_{-1}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

où

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E} &= \begin{bmatrix} I_m & 0 & \cdots & 0 \\ -I_m & I_m & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & -I_m & I_m \end{bmatrix}, \\
 \delta\mathbf{u}_{max} &= \begin{bmatrix} \delta u_{max} \\ \delta u_{max} \\ \vdots \\ \delta u_{max} \end{bmatrix}, \quad \delta\mathbf{u}_{min} = \begin{bmatrix} \delta u_{min} \\ \delta u_{min} \\ \vdots \\ \delta u_{min} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

4.2.1.4 Polyèdre des contraintes

En résumé de ce qui précède, toutes les contraintes peuvent s'exprimer comme une fonction linéaire de la variable de commande \mathbf{u} :

$$\mathbf{L}\mathbf{u} \leq \mathbf{W} \tag{4.28}$$

avec

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \Phi \\ -\Phi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} \\ \underline{\Delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\zeta \\ \zeta \end{bmatrix} x_0 \tag{4.29}$$

où

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \begin{bmatrix} \Gamma \\ I_{M \times m} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} & \bar{\Delta} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{max} - \Theta \mathbf{d}_{max} \\ \mathbf{u}_{max} \\ \delta\mathbf{u}_{max} \end{bmatrix} \\
 \underline{\Delta} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{x}_{min} + \Theta \mathbf{d}_{min} \\ -\mathbf{u}_{min} \\ -\delta\mathbf{u}_{min} \end{bmatrix} & \zeta &= \begin{bmatrix} \Omega & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

Pour simplifier les notations, nous noterons également x_0 l'état étendu $x_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ u_{-1} \end{bmatrix}$ dans l'équation (4.29). Cette notation sera utilisée seulement dans le cadre de la définition du polyèdre des contraintes.

Le problème d'optimisation QP (4.6), prenant en compte les contraintes d'inégalité (4.28) devient donc :

$$\min_{\mathbf{u}} \quad \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{K}_1(x_0 - x_s) + \mathbf{K}_2(\mathbf{d} - \mathbf{d}_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s]$$

sous (4.1) et $\mathbf{L} \mathbf{u} \leq \mathbf{W}$
avec \mathbf{L} et \mathbf{W} définies dans (4.29).

Les problèmes QP peuvent être résolus en utilisant des solveurs QP standards. Néanmoins, nous explorons l'applicabilité des solutions explicites pour obtenir plus d'efficacité dans les calculs.

Plusieurs auteurs [6], [78], [59] ont proposé des méthodologies pour obtenir des solutions explicites dans le contexte des problèmes de commande sous contraintes. Les auteurs de [6] étudient notamment la forme mp-QP (*multi-parametric quadratic programs*) et proposent un algorithme basé sur les conditions algébriques d'optimalité pour trouver des solutions explicites. Dans [59] les auteurs présentent une approche géométrique basée sur des polyèdres paramétrés, permettant la construction de solutions explicites pour les problèmes d'optimisation quadratiques multiparamétriques et pour la commande prédictive (voir aussi [61]). Nous pouvons également trouver une étude sur la redondance des ensembles de contraintes et la possibilité de réduire le nombre de calculs (la charge calculatoire) dans [60].

La partie suivante présente la formulation de la commande RHC explicite sous contraintes, selon les techniques synthétisées dans [38].

4.2.2 Formulation de la commande RHC explicite sous contraintes

Dans plusieurs travaux [78], [38], [6] les auteurs présentent la caractérisation globale de la commande optimale linéaire quadratique sous contraintes. Ils montrent qu'il existe une caractérisation géométrique finie de la solution relativement simple, qui peut être calculée et stockée efficacement pour des horizons courts et pour des dimensions d'états petites. Cette caractérisation est une forme explicite pour la commande à horizon glissant. Dans cette étude, nous nous basons sur les principes de cette méthode et nous l'adaptions pour obtenir des solutions en temps réel. En effet, nous proposons une adaptation de l'algorithme de caractérisation géométrique où il n'est pas nécessaire de caractériser tout l'espace d'états ni de stocker beaucoup de données, par conséquent la dimension des états et de l'horizon est moins contraignante que dans la méthode originale.

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

4.2.2.1 Caractérisation géométrique de la solution QP

Nous nous intéressons particulièrement à la méthode de caractérisation géométrique du problème QP, proposée par [78] et [38]. La solution résultante proposée par ces auteurs consiste à diviser l'espace d'état en régions dont la loi de commande correspondant a une forme analytique affine. Les régions et la loi de commande sont caractérisées en termes de paramètres du problème de commande optimale en boucle ouverte. L'algorithme proposé par ces auteurs calcule la solution dans l'espace des entrées pour toutes les combinaisons de contraintes et sélectionne celles qui définissent un ensemble non vide par projection sur l'espace d'états. Après que la division de l'espace d'état et les lois de commande sont calculées hors ligne, celles-ci peuvent être stockées pour les utiliser en ligne.

Ci-dessous nous décrivons la méthode telle qu'elle a été conçue dans [78] et [38]. La méthode est développée sous les hypothèses suivantes : le modèle du système est linéaire, invariant dans le temps, discret, avec une fonction de coût quadratique et des contraintes d'inégalité linéaires.

Soit le problème QP :

$$\mathbf{u}_C^{opt} = \arg \min_{\mathbf{u} \in R_C} \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{K}_1(x_0 - x_s) + \mathbf{K}_2(\mathbf{d} - \mathbf{d}_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s] \quad (4.31)$$

où R_C est la région des contraintes, définie par (4.28).

Ce problème peut se réécrire comme :

$$\mathbf{u}_C^{opt} = \arg \min_{\mathbf{u} \in R_C} \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{F} x_0 + c_s]$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{K}_1 \\ c_s &= -\mathbf{K}_1 x_s + \mathbf{K}_2(\mathbf{d} - \mathbf{d}_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s \end{aligned} \quad (4.32)$$

Le problème QP (4.32) a une interprétation géométrique intéressante dans l'espace de commande qui sera présentée par la suite :

Considérons l'équation suivante :

$$\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{F} x_0 + c_s] = c \quad (4.33)$$

où c est une valeur constante. Cette équation (4.33) définit un ellipsoïde en $\mathbb{R}^{N \times m}$ et il est centré sur

$$\mathbf{u}_{SC}^{opt} = -\mathbf{H}^{-1}[\mathbf{F} x_0 + c_s] \quad (4.34)$$

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

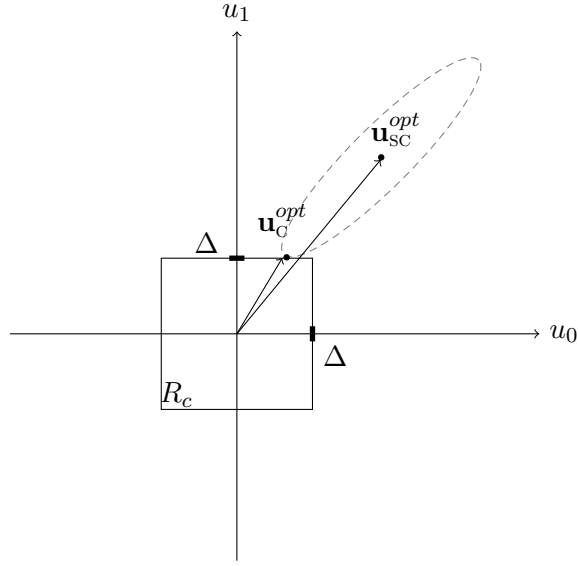


FIGURE 4.3 – Interpretation géométrique du problème d'optimisation QP.

Le problème d'optimisation QP (4.32) peut être reformulé ainsi : trouver le plus petit ellipsoïde intersectant les limites de la région de contraintes R_C , le point d'intersection \mathbf{u}_C^{opt} représente la commande qui prend en compte les contraintes.

La figure 4.3 illustre un exemple de la méthode qui a été présentée dans [78]. Le problème d'optimisation en exemple a une entrée unique, l'horizon de prédiction est $N = 2$ et il est sous la contrainte d'entrée Δ . Pour cet exemple, le polyèdre de contraintes est un carré en \mathbb{R}^2 centré à l'origine.

Le problème peut se simplifier par un changement de coordonnées :

$$\tilde{\mathbf{u}} = H^{\frac{1}{2}} \mathbf{u} \quad (4.35)$$

La matrice Hessienne H est la matrice de changement de coordonnées.

Dans ce nouveau repère, l'ellipsoïde devient une sphère centrée en

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}_{SC}^{opt} = -\mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} [\mathbf{F}x_0 + c_s] \quad (4.36)$$

Pour simplifier les notations, nous noterons également R_C le nouveau polyèdre des contraintes projeté dans ce repère.

Après changement de coordonnées, le problème d'optimisation peut être reformulé comme : trouver le point dans la région de contraintes R_C qui est le plus proche de $\tilde{\mathbf{u}}_{SC}^{opt}$ en distance euclidienne¹. La figure 4.4 reprend l'exemple précédent après changement de coordonnées.

1. La distance euclidienne d entre les points $M = (m_1, m_2, \dots, m_n)$ et $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, de l'espace euclidien de dimension n , est définie comme : $d = \sqrt{\sum_{i=1}^n (m_i - p_i)^2}$.

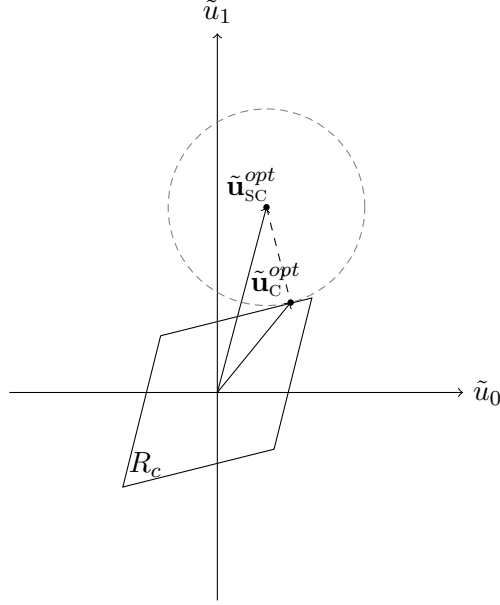


FIGURE 4.4 – Interpretation géométrique du problème d'optimisation QP après de la transformation de coordonnées.

Le polyèdre des contraintes convexe défini en coordonnées- \mathbf{u} dans (4.29) peut être transformé en un polyèdre de contraintes en coordonnées- $\tilde{\mathbf{u}}$ comme suit :

$$\tilde{\Phi}\tilde{\mathbf{u}} \leq \bar{\Delta} - \zeta x_0 \quad (4.37)$$

$$-\tilde{\Phi}\tilde{\mathbf{u}} \leq \underline{\Delta} + \zeta x_0 \quad (4.38)$$

où

$$\tilde{\Phi} = \Phi \mathbf{H}^{-1/2} \quad (4.39)$$

Le polyèdre des contraintes définit une division de l'espace d'entrée en régions. L'expression analytique pour le point $\tilde{\mathbf{u}}_C^{opt}$ dépend de la région où se trouve la solution sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$.

Dans [78], les auteurs proposent de diviser l'espace comme présenté dans la figure 4.5. La première région est celle qui correspond au polyèdre des contraintes R_c . De manière évidente, si $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt} \in R_c$ alors $\tilde{\mathbf{u}}_C^{opt} = \tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$. Les régions en dehors de ce polyèdre sont nommées $R_1 - R_8$, ces régions sont délimitées par les lignes qui sont perpendiculaires aux côtés du parallélogramme et qui passent par les sommets de celui-ci, voir figure 4.5. La solution optimale sous contraintes dans chacune des régions R_1, R_3, R_5 et R_7 est le sommet contenu dans la région respective. Finalement, les solutions optimales sous contraintes dans les régions R_2, R_4, R_6 et R_8 sont définies par la projection orthogonale de la solution sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ sur les côtés du parallélogramme des contraintes.

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

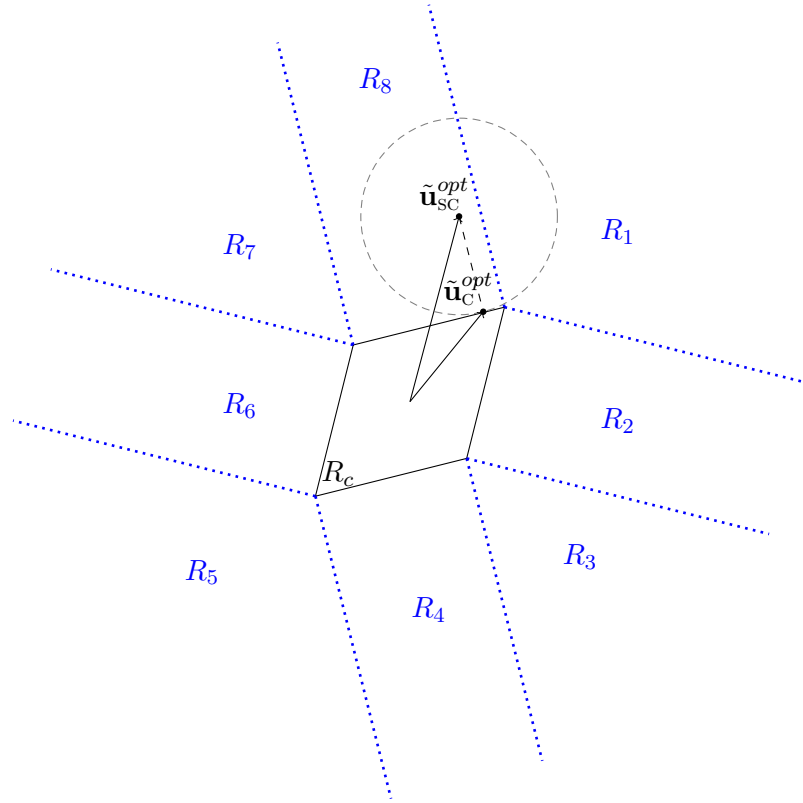


FIGURE 4.5 – Division en régions de l'espace d'entrées.

Une fois que l'expression analytique de la solution sous contraintes est obtenue dans les $\tilde{\mathbf{u}}$ -coordonnées, la solution en termes de la transformation (4.35) est comme suit :

$$\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}[\mathbf{F}x_0 + c_s] \quad (4.40)$$

Nous remarquons que (4.40) projette la solution obtenue dans les $\tilde{\mathbf{u}}$ -coordonnées sur l'espace d'états, en définissant la division correspondante dans le x -coordonnées.

Afin d'obtenir une solution complète dans l'espace d'états, une procédure est nécessaire pour énumérer toutes les combinaisons possibles des contraintes actives et de calculer la région correspondante et la loi de commande optimale pour chaque combinaison. Un algorithme répondant à ce problème est présenté dans [78].

Remarque : Il est important de remarquer que la caractérisation géométrique est à faire chaque fois qu'il y a un changement dans les contraintes ou dans le point du fonctionnement du système.

Nous introduisons la notation suivante, qui sera utilisée dans la suite de cette partie :

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

Notation : Soit W une matrice quelconque et $\bar{\ell}$ un ensemble d'indices (de taille maximale le nombre de lignes de W), $W_{\bar{\ell}}$ dénote la sous-matrice de W formée par les lignes correspondant aux indices de $\bar{\ell}$ et toutes ses colonnes. Par exemple, si $\bar{\ell} = \{1, 3\}$, $W_{\bar{\ell}} = \{W_1, W_3\}$ est la première et troisième ligne de la matrice W .

Nous considérons dans cette étude, qu'il est possible de simplifier l'implémentation de cette méthode sans avoir besoin de caractériser tout l'espace d'entrées. Pour ce propos, il est possible d'identifier à chaque instant, les contraintes qui sont actives.

Considérons les définitions suivantes :

- ◇ “l'ensemble actif ℓ ” inclut les indices des contraintes qui sont actives. Ces indices proviennent de la vérification des inégalités qui définissent le polyèdre des contraintes (4.38), i.e. ils correspondent alors aux lignes qui ne respectent pas ces inégalités.
- ◇ “Le vecteur de la valeur active Δ ” identifie si la contrainte active dont l'indice est ℓ correspond à une des lignes d'une des inégalités de (4.38).

$$\begin{aligned} \Delta &= \bar{\Delta}_\ell & \text{si } \tilde{\Phi}_\ell \tilde{\mathbf{u}} &= \bar{\Delta}_\ell - \zeta_\ell x_0 \\ \Delta &= -\underline{\Delta}_\ell & \text{si } \tilde{\Phi}_\ell \tilde{\mathbf{u}} &= -\underline{\Delta}_\ell - \zeta_\ell x_0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

avec $\tilde{\mathbf{u}}$ définie dans (4.35).

- ◇ “l'ensemble inactif s ” inclut les indices des contraintes qui ne sont pas actives.

Le côté actif du polyèdre de contraintes est donné par l'intersection entre le polyèdre et l'hyperplan défini par la contrainte d'égalité suivante :

$$\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\mathbf{u}} = \Delta - \zeta_\ell x_0 \quad (4.42)$$

Ce côté actif peut être complètement caractérisé par la paire (ℓ, Δ) .

Pour chaque côté actif, il existe une *région active* associée. Dans cette région, la solution optimale \mathbf{u}_C^{opt} est donnée par le point du côté actif le plus proche en distance euclidienne de la solution optimale sans contraintes \mathbf{u}_{SC}^{opt} .

Lemme [38] : La région active associée au côté actif caractérisé par la contrainte d'égalité (4.42) est donnée par :

$$\mathbf{S}\{\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T\}^{-1} [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\mathbf{u}} + \zeta_\ell x_0 - \Delta] \leq 0 \quad (4.43)$$

$$-\underline{\Delta}_s \leq \tilde{\Phi}_s \tilde{\mathbf{u}} + \zeta_s x_0 - \tilde{\Phi}_s \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1} [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\mathbf{u}} + \zeta_\ell x_0 - \Delta] \leq \bar{\Delta}_s \quad (4.44)$$

Avec les ℓ et s qui denotent l'ensemble d'indices des contraintes actives et inactives, respectivement. Et avec les matrices $\tilde{\Phi}$, ζ , Δ déterminées à partir de (4.37) - (4.39) et (4.41).

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

Pour chaque région active caractérisée par (4.43) et (4.44), la transformation (4.35) assigne une région équivalente dans l'espace d'états.

Théorème[38] : Sous la condition du lemme, la projection X_ℓ sur l'espace d'états de la région active définie par (4.43) et (4.44) est donnée par :

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}\{[\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1}[-\tilde{\Phi}_\ell \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}x_0 + c_s) + \Lambda_\ell x_0 - \Delta]\} &\leq 0 \\
-\tilde{\Phi}_s \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}x_0 + c_s) + \zeta_s x_0 - \tilde{\Phi}_s \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1}[-\tilde{\Phi}_\ell \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}x_0 + c_s) + \zeta_\ell x_0 - \Delta] &\leq \bar{\Delta}_s \\
\tilde{\Phi}_s \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}x_0 + c_s) - \zeta_s x_0 + \tilde{\Phi}_s \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1}[-\tilde{\Phi}_\ell \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}x_0 + c_s) + \zeta_\ell x_0 - \Delta] &\leq \underline{\Delta}_s
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Par conséquent, si $x_0 \in X_\ell$, la commande optimale sous contraintes explicite \mathbf{u}_C^{opt} est donnée par :

$$\mathbf{u}_C^{opt} = \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1} (\Delta - \zeta_\ell x_0) - \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} [I - \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1} \tilde{\Phi}_\ell] \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{F}x_0 + c_s) \tag{4.46}$$

avec $\tilde{\Phi}_\ell$, ζ_ℓ , Δ déterminées à partir de (4.37), (4.38) et (4.41), respectivement et les termes \mathbf{F} , c_s définis dans (4.32).

Remarque : L'équation (4.46) peut se voir comme la projection de la solution sans contraintes \mathbf{u}_{sC}^{opt} sur les contraintes actives. L'équation (4.46) nécessite en particulier de connaître l'ensemble des contraintes actives " ℓ ", celui-ci est déterminé à partir des inégalités (4.37) et (4.38), de l'état courant x_0 et de la prévision des perturbations d'entrée \mathbf{d}_s et ses mesures \mathbf{d} .

4.2.2.2 Adaptation de la caractérisation géométrique

Dans le paragraphe précédent nous avons décrit la méthode proposée par [38] et [78]. Dans le cadre de cet étude cette méthode de caractérisation géométrique est adaptée pour son utilisation en ligne. La méthode originale peut se résumer comme suit : cette méthode géométrique réalise une division de l'espace des entrées en prenant en compte toutes les combinaisons possibles des contraintes actives, cette division est projetée sur l'espace d'états et un tableau avec l'information sur ces régions est enregistré hors ligne. Ainsi, quand le système est en ligne, pour un état courant à un instant donné et les contraintes actives au même instant, il faut aller chercher donc dans le tableau (qui a été enregistré hors ligne au préalable), la région correspondante et calculer la valeur de la commande. Dans notre cas particulier, nous considérons qu'il n'est pas nécessaire de calculer hors ligne l'ensemble des

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

régions, dans la mesure où, connaissant la solution explicite sans contraintes et le caractère actif ou non des différentes contraintes, il est possible de trouver la solution explicite sous contraintes, tout en restant dans l'espace des entrées. Le fait de n'avoir pas défini les régions est compensé par la vérification que la solution sous contraintes soit bien dans le polyèdre des contraintes.

Les principales motivations pour explorer cette voie d'utilisation de la méthode de caractérisation géométrique originale sont les suivantes :

- ◇ Dans le cas où les contraintes ne sont pas constantes, le polyèdre de contraintes change avec le temps : avec la méthode originale, il faudrait recalculer les régions à chaque fois qu'il y a un changement de ce type.
- ◇ La possibilité d'utiliser l'équation (4.46) que nous considérons explicite, étant donnée qu'elle dépend que des calculs matriciels qui peuvent se faire en ligne et qui sont moins contraignants qu'une optimisation en ligne ou également qu'une caractérisation géométrique complète de l'espace d'états en ligne.

L'équation (4.46) permet de calculer la commande optimale sous contraintes \mathbf{u}_C^{opt} pour la plupart des cas, sans avoir besoin de calculer les régions actives décrites par (4.44), cette équation peut s'interpréter comme la projection \mathbf{u}' de la solution sans contraintes \mathbf{u}_{SC}^{opt} sur les hyperplans des contraintes actives.

$$\mathbf{u}' = \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1} (\Delta - \zeta_\ell x_0) - \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} [I - \tilde{\Phi}_\ell^T [\tilde{\Phi}_\ell \tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1} \tilde{\Phi}_\ell] \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{F}x_0 + c_s) \quad (4.47)$$

Néanmoins, si les régions ne sont pas définies, ces projections \mathbf{u}' peuvent ne pas être suffisantes pour trouver la solution sous contraintes \mathbf{u}_C^{opt} . Il faut également vérifier si celles-ci sont sur le polyèdre des contraintes. Pour rappel, le polyèdre des contraintes est construit à partir de la combinaison des hyperplans des contraintes. Nous proposons donc une adaptation de l'algorithme original qui prend en compte les idées présentées ci-dessus. La démarche pour trouver la solution explicite sous contraintes \mathbf{u}_C^{opt} est décrite dans l'Algorithme 1.

Plusieurs situations peuvent se présenter selon où nous retrouvons les projections \mathbf{u}' . Nous présentons ci-dessous deux situations en particulier :

Cas A. Dans les cas où toutes les projections de la solution sans contraintes sur les hyperplans des contraintes actives \mathbf{u}' sont en dehors du polyèdre des contraintes R_c , la solution retenue correspondrait au sommet le plus proche à la solution sans contraintes \mathbf{u}_{SC}^{opt} .

Cas B. Dans le cas où il y a plusieurs contraintes actives, la solution retenue correspondra à la projection \mathbf{u}' qui appartient à la région R_c dont la distance

4.2. Formulation de la commande RHC explicite

Algorithme 1 :

Algorithme de calcul de la solution explicite sous contraintes.

Calcul hors ligne

Requiert :

- ◇ Matrices du problème QP : $\Gamma, \Omega, \Theta, \mathbf{H}, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ définies dans (4.3) et (4.8).
- ◇ Matrices des contraintes : $\Phi, \bar{\Delta}, \underline{\Delta}, \zeta$ définies dans (4.30) -Si les contraintes ne sont pas constantes, il faut calculer ces matrices en ligne-

Calcul en ligne

1. A l'instant t , calcul de la solution explicite sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ (4.8).
2. Vérifier $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt} \in R_c$.
3. Si $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt} \in R_c \rightarrow \tilde{\mathbf{u}}_c^{opt} = \tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$. Aller au point 5.
4. Si $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt} \notin R_c \rightarrow$ faire :
 - a. Recherche des contraintes actives ℓ à partir de vérifier (4.28) et détermination des matrices $\tilde{\Phi}_\ell, \zeta_\ell$ (4.38) et Δ (4.41).
 - b. Recherche les sommets du polyèdre des contraintes v .
 - c. Calculer les projections orthogonales \mathbf{u}' de la solution sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ sur les contraintes actives (4.47).
 - d. Construire l'ensemble de solutions possibles \mathbf{u}_{R_c} :
 $\mathbf{u}_{R_c} = [\mathbf{u}' \in R_c \ \& \ v]$.
 - e. Calculer les distances euclidiennes \bar{d} de la solution sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ aux éléments de \mathbf{u}_{R_c} .
 - f. La solution sous contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_c^{opt}$ est l'élément de \mathbf{u}_{R_c} qui a la distance euclidienne minimale :
 $\tilde{\mathbf{u}}_c^{opt} = \mathbf{u}_{R_c}(\min(\bar{d}))$.
5. Application du premier élément de la séquence de commande optimale sous contraintes trouvée \mathbf{u}_c^{opt} , i.e. $u^{opt}(t) = u_0$
6. Attendre $t=t+1$, et retourner au pas 1.

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

euclidienne est la plus courte (minimale). Si aucune des projections n'appartient au polyèdre de contraintes R_c , nous nous retrouvons dans le cas A.

Afin d'illustrer les cas particuliers définis ci-dessus, considérons l'exemple du paragraphe précédent (voir figure 4.5), il est important de remarquer que la division en "zones" que nous montrons dans les exemples suivants est fait seulement pour illustrer la méthode.

Si la solution sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ est dans les zones R_2 ou R_5 (voir figures 4.6 et 4.7), la solution sous contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_c^{opt}$ est bien calculée par l'équation (4.46). Les zones rouges R_1 , R_3 , R_4 et R_6 correspondent au zones des cas particuliers décrits ci-dessus :

- ◇ Exemple du cas A : si seulement une des contraintes ℓ_1 ou ℓ_2 est active, et la solution sans contraintes est dans une des zones rouges R_1 ou R_3 : la projection orthogonale correspondant à la distance euclidienne minimale à la contrainte active de la solution sans contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ donnerait un point \mathbf{u}' en dehors du polyèdre des contraintes (voir figure 4.6). Dans ce cas, nous cherchons le point dans le polyèdre des contraintes qui soit plus proche, ce point correspondrait au sommet a , i.e. $\tilde{\mathbf{u}}_c^{opt} = a$.

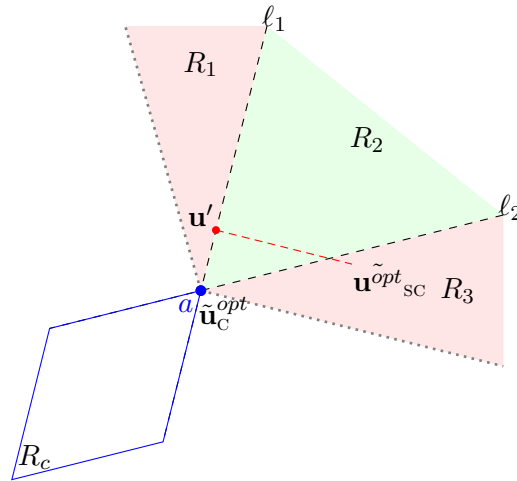


FIGURE 4.6 – Adaptation de la méthode de caractérisation géométrique - cas A.

- ◇ Exemple du cas B : les deux contraintes ℓ_1 et ℓ_3 sont actives et la solution sans contraintes pour l'état courant $\tilde{\mathbf{u}}_{sc}^{opt}$ est dans une des zones rouges R_4 ou R_6 : la distance euclidienne minimale sera en dehors du polyèdre (voir figure 4.7). Il faut donc vérifier les autres projections orthogonales et identifier celle qui soit sur le polyèdre des contraintes $\tilde{\mathbf{u}}_c^{opt} = \mathbf{u}'$.

L'algorithme 1 résume la méthode de calcul de la solution explicite sous contraintes,

4.3. Discussion sur la combinaison de la commande décentralisée-coordonnée et RHC explicite

en utilisant notre proposition d'adaptation de la méthode de caractérisation géométrique originale.

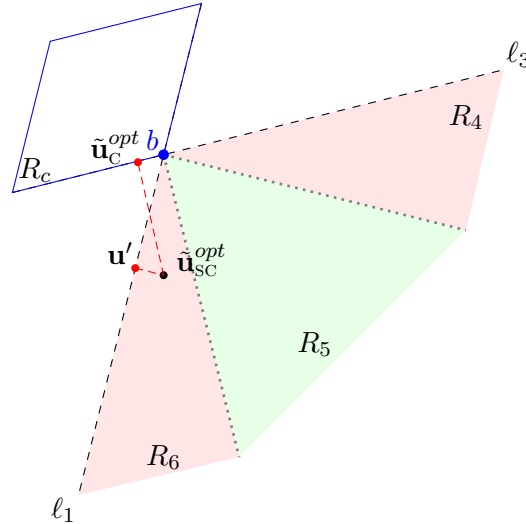


FIGURE 4.7 – Adaptation de la méthode de caractérisation géométrique - Exemple du cas B.

4.3 Discussion sur la combinaison de la commande décentralisée-coordonnée et RHC explicite

Le chapitre 3 présente différentes méthodes pour traiter les systèmes à grande échelle. Nous avons souligné notre intérêt pour obtenir des optimisations locales contribuant à la performance du système global, ce qui est nécessaire pour le pilotage optimal d'une vallée hydroélectrique. Les méthodologies d'étude choisies pour le pilotage de la vallée doivent donc prendre en compte : sa nature distribuée, l'importance des interactions entre les centrales qui le composent et la manière dont celles-ci sont coordonnées, également la prise en compte des contraintes locales et surtout elles doivent être suffisamment robustes pour assurer le bon exercice local (respect des contraintes liées à la sécurité et à la norme) en période de défaillance.

La méthode pour traiter la structure complexe de la vallée hydroélectrique que nous avons choisi d'étudier est la méthode de décomposition-coordination. La configuration de la vallée (un système interconnecté) suggère naturellement une décomposition par centrales hydroélectriques. D'autre part, pour la coordination nous avons choisi de nous concentrer sur deux approches : par les prix et par la prédiction des interactions, qui par l'intermédiaire des interactions (soit par leur compensation ou par la prédiction de celles-ci, respectivement) permettent de coordonner les sous-systèmes en vue d'une optimisation globale.

Chapitre 4. Notions sur la commande RHC explicite et sa combinaison avec la commande décomposée-coordonnée

Au niveau local, nous nous intéressons à la méthode de régulation basée sur le principe de l'horizon glissant, qui pour une application en temps-réel semble appropriée, étant donné qu'elle permet d'avoir une prédiction de ce qui pourrait arriver à un horizon fixé et donc de pouvoir préparer une réaction en avance. De plus, ce type de méthode peut être formulé explicitement, pour les deux cas, avec et sans contraintes. Dans ce dernier cas, malgré la limitation en termes de calculs que peut présenter la solution explicite en raison de la combinatoire liée au nombre de contraintes actives à explorer, nous pouvons souligner que l'approche par décomposition permet de maintenir une certaine viabilité calculatoire grâce à une décomposition aussi en termes de contraintes. De cette façon l'effet combinatoire est réparti sur les sous-systèmes, où sont traités des problèmes de dimension réduite.

Pour les raisons précédemment exposées, la combinaison de ces deux approches : décomposition-coordination pour le traitement du système global et commande RHC explicite pour le traitement local, apparaît comme une bonne voie d'exploration.

4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté un rappel des notions de base de la commande MPC. Cette méthode permet d'exprimer le problème d'optimisation comme un problème QP et d'obtenir des solutions explicites. Le problème QP sous contraintes a une interprétation géométrique qui permet d'obtenir des solutions explicites aussi dans le cas sous contraintes, correspondant à une approche par *caractérisation géométrique*. Dans cette approche l'espace d'entrées est divisé en régions et projeté dans l'espace d'états, de telle façon que nous pouvons trouver une solution explicite par région, simplement en cherchant l'information sur les régions dans un tableau préalablement enregistré hors ligne. Afin de diminuer les calculs à effectuer en ligne, nous avons proposé une adaptation de cette méthode, en restant sur l'espace d'entrées et qui prend principalement en compte la possibilité de traiter les contraintes qui changent avec le temps. La combinaison des méthodes de décomposition-coordination pour le traitement global du système et de la méthode RHC explicite pour le calcul de la commande locale semble alors une voie intéressante d'exploration.

L'étude plus approfondie de cette combinaison pour deux types de coordination, et son application à un cas d'étude d'une vallée hydroélectrique constituent les principales contributions de la thèse décrits dans les chapitres suivants.

Contribution à la méthode de coordination par la prédiction des interactions

Sommaire

5.1	Introduction	56
5.2	Décomposition du système global	57
5.3	Le coordinateur	58
5.4	Les sous-systèmes	60
5.4.1	Définition des contraintes locales	60
5.4.2	Le problème d'optimisation local	63
5.5	Simulations avec des données réelles	65
5.5.1	Scénario 1	67
5.5.2	Scénario 2	72
5.6	Conclusions	75

Dans ce chapitre, nous présentons nos contributions à la méthode de coordination par la prédiction des interactions. Nous décomposons le modèle centralisé du système. Nous discutons des modifications faites à la méthode classique qui permettent d'obtenir des solutions explicites au niveau des sous-systèmes et aussi une coordination explicite. Nous présentons également des résultats de simulations du cas d'étude, en utilisant des données réelles mises à disposition par EDF.

5.1 Introduction

La méthode de prédiction des interactions présentée dans cette étude conserve la principale caractéristique de la méthode décrite dans [55] et [81] (voir § 3.5), c'est-à-dire, l'information calculée et transmise par le coordinateur est la prédiction des interactions entre les sous-systèmes, d'où le nom de cette méthode. La principale caractéristique de notre travail, par rapport à la méthode classique originale, réside dans la manière de calculer les prédictions des interactions au niveau du coordinateur, ainsi que dans, l'utilisation du cadre général de la commande MPC, l'idée étant de tirer profit des solutions explicites discutées un chapitre précédent.

Rappelons brièvement le schéma d'une structure de commande combinant MPC, décomposition et coordination par prédiction des interactions : le système global de commande u , est divisé en n sous-systèmes d'indice i admettant chacun à l'instant k sa commande $u_{k(i)}$, son état $x_{k(i)}$, ses perturbations $d_{k(i)}$ et ses interactions avec les autres $v_{k(i)}$, tandis que l'objectif de commande est considéré comme caractérisé par la minimisation d'un critère $J(u)$, décomposable en sous-critères $J_{(i)}(u_{(i)})$. Le fonctionnement de la commande avec ces notations est schématisé par la figure 6.1 ($k = 0$ désigne l'instant courant) :

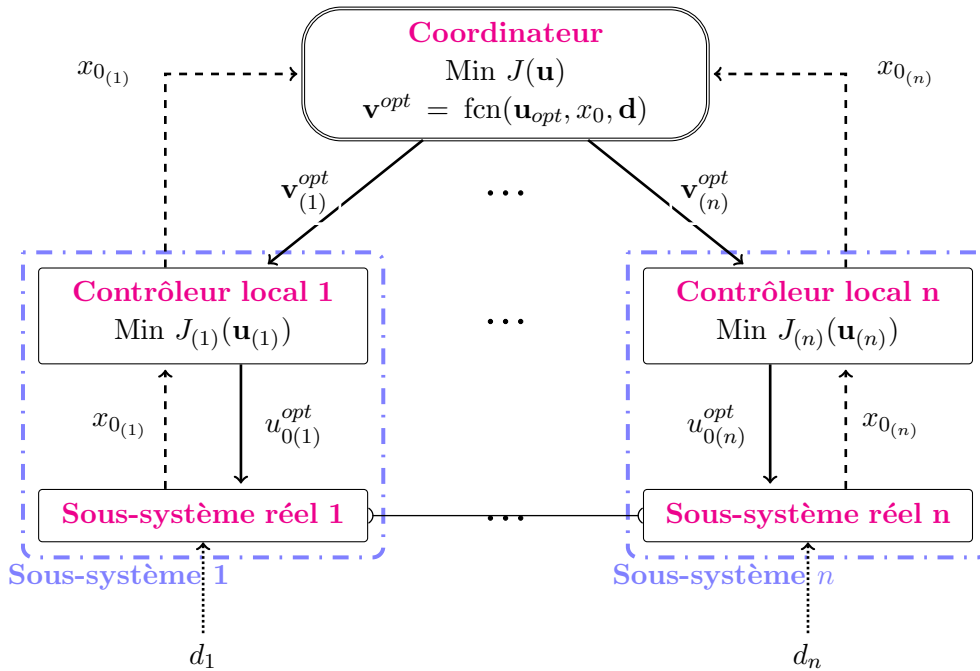


FIGURE 5.1 – La méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions.

A chaque instant de communication T_{com} , le coordinateur reçoit l'état courant de tous les sous-systèmes. La procédure est répétée à chaque instant. Une particularité

5.2. Décomposition du système global

de cette approche est que le coordinateur doit résoudre un problème d'optimisation global à chaque T_{com} . Ceci motive tout spécialement l'idée d'exploiter les solutions explicites de commande MPC (voir § 4.2) [91] [89]. Dans les prochains paragraphes nous formulons mathématiquement cette méthode.

5.2 Décomposition du système global

Dans ce paragraphe, nous adaptons comme approche la décomposition horizontale ou par blocs (comme définie au § 3.3) du système global.

Soit le système global :

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ed_k \\ y_k &= Cx_k\end{aligned}\tag{5.1}$$

Chaque sous-système est considéré comme une partition du modèle centralisé du système. Dans le cas centralisé, les effets des variables locales sont combinés à ceux des variables d'interconnexion (couplage). Dans le cas décomposé, les effets sont séparés.

Le modèle pour un sous-système i peut donc s'écrire sous la forme :

$$x_{(i)k+1} = A_{(ii)}x_{(i)k} + B_{(ii)}u_{(i)k} + v_{(i)k} + E_{(i)}d_{(i)k}\tag{5.2}$$

avec $i = 1, \dots, n$, où n représente le nombre de sous-systèmes et où les variables d'interaction $v_{(i)k}$ sont définies par :

$$v_{(i)k} = \sum_{j \neq i} (A_{(ij)}x_{(j)k} + B_{(ij)}u_{(j)k})\tag{5.3}$$

Il est donc facile de démontrer qu'il existe des matrices $v_{A(i)}$ et $v_{B(i)}$ aux dimensions appropriées permettant de réécrire l'équation suivante ainsi :

$$v_{(i)k} = v_{A(i)}x_k + v_{B(i)}u_k\tag{5.4}$$

Par conséquent, en définissant

$$v_k = \begin{bmatrix} v_{(1)k} \\ \vdots \\ v_{(n)k} \end{bmatrix}, v_A = \begin{bmatrix} v_{A(1)} \\ \vdots \\ v_{A(n)} \end{bmatrix} \text{ et } v_B = \begin{bmatrix} v_{B(1)} \\ \vdots \\ v_{B(n)} \end{bmatrix}\tag{5.5}$$

la variable d'interaction globale est donnée par :

$$v_k = v_A x_k + v_B u_k\tag{5.6}$$

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

avec

v_A = Matrice A du (4.1) avec la diagonale égale à zéro.

v_B = Matrice B du (4.1) avec la diagonale égale à zéro.

En développant l'équation (5.4), la variable d'interconnexion v_k peut s'exprimer le long de l'horizon d'optimisation N par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d} \quad (5.7)$$

où

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{(N-1)} \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} v_B & 0 & \cdots & 0 \\ v_A B & v_B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_A A^{(N-2)} B & v_A A^{(N-3)} B v_B & \cdots & v_B \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{(N-1)} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\bar{\mathbf{\Omega}} = \begin{bmatrix} v_A \\ v_A A \\ \vdots \\ v_A A^{(N-1)} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{\Theta}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ v_A E & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_A A^{(N-2)} E & v_A A^{(N-3)} E & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{(N-1)} \end{bmatrix}$$

La contrainte globale, qui permet de respecter le *principe de compensation d'interactions* est définie par :

$$\mathbf{v} - (\mathbf{F}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d}) = 0 \quad (5.9)$$

Cette contrainte peut se décomposer aussi sous la forme :

$$\sum_{i=1}^n (v_{(i)k} - (F_{(i)}u_{(i)k} + \bar{\mathbf{\Omega}}_{(i)}x_{0(i)} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{(i)}d_{(i)k})) = 0 \quad (5.10)$$

avec les matrices $F_{(i)}$, $\bar{\mathbf{\Omega}}_{(i)}$ et $\bar{\mathbf{\Theta}}_{(i)}$ composantes de (5.8).

5.3 Le coordinateur

Le coordinateur résout un problème classique MPC à partir de l'information collectée auprès des sous-systèmes toutes les *périodes de communication* T_{com} , tandis que chaque sous-système résout lui-même son problème d'optimisation locale toutes les périodes d'échantillonnage T_s .

5.3. Le coordinateur

En supposant que des valeurs des références (invariantes dans le temps) x_s et u_s pour les états et les commandes désirées sous la perturbation d'entrée d_s ¹ soient disponibles, le problème d'optimisation à horizon fixe qui doit être résolu par le coordinateur consiste donc à minimiser : l'erreur de suivi $\tilde{u}_k = u_k - u_s$ (proportionnelle à l'erreur de puissance générée), l'erreur courante de suivi d'état $\tilde{x}_k = x_k - x_s$ (régulation du niveau des réservoirs) sur un horizon fini, et aussi l'erreur finale de suivi d'état $\tilde{x}_{N_g} = x_{N_g} - x_s$ (régulation du niveau des réservoirs à l'instant final N_g), pour un système évoluant selon (5.1) et sous l'effet de la perturbation d_k . Formellement, cela signifie de trouver la séquence de commande $\{u_0, \dots, u_{N_g-1}\}$ qui minimise :

$$J = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_{N_g}^T P \tilde{x}_{N_g} + \sum_{k=0}^{N_g-1} \tilde{x}_k^T Q \tilde{x}_k + \sum_{k=0}^{N_g-1} \tilde{u}_k^T R \tilde{u}_k \right) \quad (5.11)$$

où :

$Q \geq 0$, $R > 0$ sont les matrices de pondération respectivement des états et de la commande. $\tilde{x}_{N_g}^T P \tilde{x}_{N_g}$, $P > 0$ est la valeur finale de la fonction de coût. N_g est l'horizon de prédiction du *coordinateur* qui correspond à une période de prédiction T_{pred}^{coord} .

Supposons que T_{pred}^{loc} représente la période de prédiction des sous-systèmes (ou au moins la plus grande des périodes de prédiction locales), et que T_{com} représente la période de communication, il est nécessaire donc afin que le coordinateur puisse fournir suffisamment d'information aux sous-systèmes pour leur optimisation locale que :

$$T_{pred}^{coord} \geq T_{pred}^{loc} + T_{com} \quad (5.12)$$

Si N est l'horizon de prédiction pour les régulateurs locaux, et si la période d'échantillonnage locale T_s est la même pour tous les régulateurs (ce qui n'est pas strictement nécessaire), cela signifie que l'horizon de prédiction du coordinateur peut être choisi comme suit :

$$N_g = \frac{T_{com}}{T_s} + N \quad (5.13)$$

où T_{com} est un entier multiple de T_s .

Nous remarquons que le problème d'optimisation résolu au niveau du coordinateur est similaire au problème d'optimisation classique décrit dans § 4.2. Ce problème peut être transformé en un problème QP, pour faciliter l'obtention des solutions explicites. Pour le cas sans contraintes, la solution est donnée par (4.8), et pour le cas sous les contraintes (4.28), la solution est donnée par (4.46).

1. Typiquement, les valeurs de référence sont données par un organisme superviseur qui établit la puissance à générer et les niveaux associés à cette production, à partir par exemple, d'une optimisation économique hors-ligne.

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

Remarque : Il est important de souligner que l'optimisation globale résolue au niveau du coordinateur pourrait utiliser un modèle du système global plus simple (par exemple un modèle simplifié et/ou réduit) que les modèles utilisés dans les optimisations locales au niveau des sous-systèmes.

Les commandes issues de l'optimisation sont nécessaires pour le calcul de la prédiction des interactions, qui est aussi un calcul explicite donné par l'équation (5.7) :

$$\mathbf{v}^{opt} = \mathbf{F}\mathbf{u}^{opt} + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d} \quad (5.14)$$

Avec les matrices \mathbf{F} , $\bar{\mathbf{\Omega}}$ et $\bar{\mathbf{\Theta}}$ définies dans (5.8), x_0 l'état courant et \mathbf{d} défini dans (5.8).

Le coordinateur peut calculer également,

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}^{opt} - \mathbf{v}_s \quad (5.15)$$

avec $\mathbf{v}_s = \mathbf{F}\mathbf{u}_s + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d}_s$.

Remarque : l'information $\Delta\mathbf{v}$ peut être transmise pour garantir la prise en compte complète au niveau local de l'effet des interactions avec les autres sous-systèmes. Ceci est particulièrement vrai dans le cas où les contraintes locales sont définies seulement à partir de ses propres variables locales.

Finalement, l'information sur la prédiction des interactions organisée par sous-système $\mathbf{v}_{(i)}^{opt}$ et $\Delta\mathbf{v}_{(i)}$ est envoyée par le coordinateur à chaque sous-système i toutes les périodes T_{com} .

L'étape d'optimisation globale proposée pour cette méthode est rendue possible grâce aux avantages des solutions MPC explicites présentées dans § 4.2. Ce type de coordination peut être utilisé pour réduire les échanges de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes, en ne réduisant que faiblement la performance du système global, comme nous l'illustrerons par la suite.

5.4 Les sous-systèmes

5.4.1 Définition des contraintes locales

Les contraintes locales peuvent être définies principalement de deux manières. Elles peuvent être définies à partir de la décomposition des contraintes du système global et donc prendre en compte de façon implicite l'effet des états courants des autres sous-systèmes ; ou elles peuvent être définies pour chaque sous-système individuellement avec la prise en compte seulement des variables locales. Dans ce

5.4. Les sous-systèmes

deuxième cas, il est donc nécessaire de prendre en compte le terme $\Delta \mathbf{v}$ défini dans (5.3) dans l'optimisation locale.

Nous illustrons par la suite la définition de contraintes locales.

Les contraintes locales sur les états et les commandes peuvent être exprimées en fonction de la variable d'action locale $\mathbf{u}_{(i)}$, comme dans la partie § 4.2.1.

$$x_{\min(i)} \leq x_{(i)k} \leq x_{\max(i)} \quad (5.16)$$

$$u_{\min(i)} \leq u_{(i)k} \leq u_{\max(i)} \quad (5.17)$$

5.4.1.1 Contraintes sur les états

Les contraintes sur les états à un instant k sont définies par :

$$x_{\min(i)} \leq x_{(i)k} \leq x_{\max(i)} \quad (5.18)$$

Les contraintes sur les états le long de l'horizon de prédiction s'expriment comme suit :

$$\Omega_{(i)}x_{0(i)} + \Gamma_{(i)}\mathbf{u}_{(i)} + \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{\max(i)} + \Psi_{(i)}\mathbf{v}_{\max(i)} \leq \mathbf{x}_{\max(i)} \quad (5.19)$$

$$-(\Omega_{(i)}x_{0(i)} + \Gamma_{(i)}\mathbf{u}_{(i)} + \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{\min(i)} + \Psi_{(i)}\mathbf{v}_{\min(i)}) \leq -\mathbf{x}_{\min(i)} \quad (5.20)$$

où $\mathbf{v}_{\max(i)}$ et $\mathbf{v}_{\min(i)}$ sont définies à partir de (5.7) :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\max(i)} &= \mathbf{F}_{(i)}\mathbf{u}_{\max} + \overline{\Omega}_{(i)}x_{0(i)} + \overline{\Theta}_{(i)}\mathbf{d}_{\max} \\ \mathbf{v}_{\min(i)} &= \mathbf{F}_{(i)}\mathbf{u}_{\min} + \overline{\Omega}_{(i)}x_{0(i)} + \overline{\Theta}_{(i)}\mathbf{d}_{\min} \end{aligned} \quad (5.21)$$

avec les matrices locales appropriées $\mathbf{F}_{(i)}$, $\overline{\Omega}_{(i)}$ et $\overline{\Theta}_{(i)}$ définies dans (5.8). Les matrices $\Gamma_{(i)}$, $\Psi_{(i)}$, $\Omega_{(i)}$, $\Theta_{(i)}$, pour chaque sous-système i définies comme suit :

$$\begin{aligned} \Gamma_{(i)} &= \begin{bmatrix} B_{(ii)} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{(ii)}B_{(ii)} & B_{(ii)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{(ii)}^{N-1}B_{(ii)} & A_{(ii)}^{N-2}B_{(ii)} & \cdots & B_{(ii)} \end{bmatrix}, & \Omega_{(i)} &= \begin{bmatrix} A_{(ii)} \\ A_{(ii)}^2 \\ \vdots \\ A_{(ii)}^N \end{bmatrix}, & (5.22) \\ \Theta_{(i)} &= \begin{bmatrix} E_{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{(ii)}E_{(i)} & E_{(i)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{(ii)}^{N-1}E_{(i)} & A_{(ii)}^{N-2}E_{(i)} & \cdots & E_{(i)} \end{bmatrix}, & \Psi_{(i)} &= \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ A_{(ii)} & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{(ii)}^{N-1} & A_{(ii)}^{N-2} & \cdots & I \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Q}_{(i)} &= \text{diag}\{Q_{(i)}, \dots, Q_{(i)}, P_{(i)}\}, & \mathbf{R}_{(i)} &= \text{diag}\{R_{(i)}, \dots, R_{(i)}\} \end{aligned}$$

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

Et les vecteurs :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\max(i)} &= \begin{bmatrix} x_{\max(i)0} \\ \vdots \\ x_{\max(i)(N-1)} \end{bmatrix}, & \mathbf{x}_{\min(i)} &= \begin{bmatrix} x_{\min(i)0} \\ \vdots \\ x_{\min(i)(N-1)} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{d}_{\max(i)} &= \begin{bmatrix} d_{\max(i)0} \\ \vdots \\ d_{\max(i)(N-1)} \end{bmatrix}, & \mathbf{d}_{\min(i)} &= \begin{bmatrix} d_{\min(i)0} \\ \vdots \\ d_{\min(i)(N-1)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Finalement, l'ensemble des contraintes sur les états peut être réorganisé en fonction de $\mathbf{u}_{(i)}$ comme suit :

$$\Gamma_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} \leq \mathbf{x}_{\max(i)} - \Theta_{(i)} \mathbf{d}_{\max(i)} - \Omega_{(i)} x_{0(i)} - \Psi_{(i)} \mathbf{v}_{\max(i)} \quad (5.24)$$

$$-\Gamma_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} \leq -\mathbf{x}_{\min(i)} + \Theta_{(i)} \mathbf{d}_{\min(i)} + \Omega_{(i)} x_{0(i)} + \Psi_{(i)} \mathbf{v}_{\min(i)} \quad (5.25)$$

5.4.1.2 Contraintes sur les entrées

Les contraintes sur les entrées à un instant k sont définies par :

$$u_{\min(i)} \leq u_{(i)} \leq u_{\max(i)} \quad (5.26)$$

Les contraintes locales sur les entrées (5.26) peuvent être ré-écrites en fonction de la commande locale $\mathbf{u}_{(i)}$ comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{I} \mathbf{u}_{(i)} &\leq \mathbf{u}_{\max(i)} \\ -\mathbf{I} \mathbf{u}_{(i)} &\leq -\mathbf{u}_{\min(i)} \end{aligned} \quad (5.27)$$

5.4.1.3 Polyèdre des contraintes locales

Les contraintes locales sont rassemblées dans un *polyèdre local* des contraintes :

$$\begin{aligned} \Phi_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} &\leq \bar{\Delta}_{(i)} - \zeta_{(i)} x_{0(i)} \\ -\Phi_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} &\leq \underline{\Delta}_{(i)} + \zeta_{(i)} x_{0(i)} \end{aligned} \quad (5.28)$$

avec

$$\begin{aligned} \Phi_{(i)} &= \begin{bmatrix} \Gamma_{(i)} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} & \bar{\Delta}_{(i)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\max(i)} - \Theta_{(i)} \mathbf{d}_{\max(i)} - \Psi_{(i)} \mathbf{v}_{\max(i)} \\ \mathbf{u}_{\max(i)} \end{bmatrix} \\ \zeta_{(i)} &= \begin{bmatrix} \Omega_{(i)} \\ 0 \end{bmatrix} & \underline{\Delta}_{(i)} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{x}_{\min(i)} + \Theta_{(i)} \mathbf{d}_{\min(i)} + \Psi_{(i)} \mathbf{v}_{\min(i)} \\ -\mathbf{u}_{\min(i)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.29)$$

5.4. Les sous-systèmes

Remarque : S'il existe une estimation de la perturbation d'entrée le long de l'horizon de prédiction, les valeurs de cette estimation pourraient remplacer $\mathbf{d}_{\max(i)}$ et $\mathbf{d}_{\min(i)}$. Également, $\mathbf{v}_{\max(i)}$ et $\mathbf{v}_{\min(i)}$ pourraient être remplacées par ses valeurs estimées.

Afin de simplifier la notation, l'ensemble des contraintes peut être ré-écrit comme :

$$\mathbf{L}_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} \leq \mathbf{W}_{(i)} \quad (5.30)$$

où

$$\mathbf{L}_{(i)} = \begin{bmatrix} \Phi_{(i)} \\ -\Phi_{(i)} \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{W}_{(i)} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_{(i)} \\ \underline{\Delta}_{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\zeta_{(i)} \\ \zeta_{(i)} \end{bmatrix} x_{0(i)} \quad (5.31)$$

5.4.2 Le problème d'optimisation local

Supposons que les valeurs des références $u_{s(i)}$, $x_{s(i)}$ correspondent aux valeurs de consigne pour une perturbation d'entrée $d_{s(i)}$ donnée ou prévue, le problème *d'optimisation à horizon fini* local (voir § 4.2) consiste à minimiser l'erreur de suivi de la commande locale $\tilde{u}_{(i)k} = u_{(i)k} - u_{s(i)}$ et aussi l'erreur de suivi de l'état local $\tilde{x}_{(i)k} = x_{(i)k} - x_{s(i)}$ sur un horizon fini, en prenant en compte l'erreur de suivi de l'état local final $\tilde{x}_{(i)N} = x_{(i)N} - x_{s(i)}$, sous l'effet des perturbations d'entrée $d_{(i)k}$.

Formellement, cela signifie qu'il faut trouver la séquence de commande $\{u_{(i)0}, u_{(i)1}, \dots, u_{(i)N-1}\}$ qui minimise :

$$J_{(i)} = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_{(i)N}^T P_{(i)} \tilde{x}_{(i)N} + \sum_{k=0}^{N-1} (\tilde{x}_{(i)k}^T Q_{(i)} \tilde{x}_{(i)k} + \tilde{u}_{(i)k}^T R_{(i)} \tilde{u}_{(i)k}) \right) \quad (5.32)$$

Le problème d'optimisation local peut s'exprimer aussi comme le problème QP suivant :

$$J_{(i)} = \bar{V} + \frac{1}{2} \mathbf{u}_{(i)}^T \mathbf{H}_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} + \mathbf{u}_{(i)}^T [\mathbf{K}_{1(i)} x_{0(i)} + \mathbf{c}_{(i)}] \quad (5.33)$$

sous (5.2) et les contraintes $\mathbf{L}_{(i)} \mathbf{u}_{(i)} \leq \mathbf{W}_{(i)}$,
où :

$$\mathbf{c}_{(i)} = -\mathbf{K}_{1(i)} x_{s(i)} + \mathbf{K}_{2(i)} (\mathbf{d}_{(i)} - \mathbf{d}_{s(i)}) + \mathbf{K}_{3(i)} (\mathbf{v}_{(i)} - \mathbf{v}_{s(i)}) + \mathbf{K}_{3(i)} \Delta \mathbf{v}_{(i)} - \mathbf{H}_{(i)} \mathbf{u}_{s(i)} \quad (5.34)$$

avec

$$\mathbf{v}_{s(i)} = \mathbf{F}_{(i)} \mathbf{u}_s + \bar{\mathbf{N}}_{(i)} x_{0s(i)} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{(i)} \mathbf{d}_s$$

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

et avec les matrices $\bar{\mathbf{\Omega}}_{(i)}$, $\bar{\mathbf{\Theta}}_{(i)}$ et $\bar{\mathbf{\Psi}}_{(i)}$ appropriées, définies à partir de (5.8).

Et

$$\begin{aligned}
 \bar{V} &= \text{termes indépendants de } \mathbf{u}_{(i)}, \\
 \mathbf{H}_{(i)} &= \Gamma_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Gamma_{(i)} + \mathbf{R}_{(i)}, \\
 \mathbf{K}_{1(i)} &= \Gamma_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Omega_{(i)}, \\
 \mathbf{K}_{2(i)} &= \Gamma_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Theta_{(i)}, \\
 \mathbf{K}_{3(i)} &= \Gamma_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Psi_{(i)}
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

avec les matrices $\Gamma_{(i)}$, $\Omega_{(i)}$, $\Theta_{(i)}$, $\Psi_{(i)}$, $\mathbf{Q}_{(i)}$ et $\mathbf{R}_{(i)}$ pour chaque sous-système i définies dans (5.22) et (5.8).

Remarque : Dans l'équation (5.33)-(5.34), l'information sur la prédiction des interactions n'est pas disponible au niveau local. Cette information provient du coordinateur.

Les optimisations locales peuvent être exprimées comme des problèmes QP et avoir des solutions explicites (voir § 4.2).

La commande explicite locale sans contraintes est donnée par :

$$\mathbf{u}_{(i)SC}^{opt} = -\mathbf{H}_{(i)}^{-1} [\mathbf{K}_{1(i)} x_{0(i)} + \mathbf{c}_{(i)}] \tag{5.36}$$

avec $\mathbf{c}_{(i)}$ définie dans (5.34) et les matrices dans (5.35).

La commande explicite locale sous les contraintes locales (5.30) est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_{(i)C}^{opt} &= H_{(i)}^{-\frac{1}{2}} \tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T [\tilde{\Phi}_{(i)\ell} \tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T]^{-1} (\Delta_{(i)\ell} - \zeta_{(i)\ell} x_{0(i)}) - \\
 & H_{(i)}^{-\frac{1}{2}} [I - \tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T [\tilde{\Phi}_{(i)\ell} \tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T]^{-1} \tilde{\Phi}_{(i)\ell}] H_{(i)}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{K}_{1(i)} x_{0(i)} + \mathbf{c}_{(i)})
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

avec les matrices définies dans (5.35) et $\mathbf{c}_{(i)}$ définie dans (5.34).

Remarque : les lois de commande $\mathbf{u}_{(i)SC}^{opt}$ et $\mathbf{u}_{(i)C}^{opt}$ ont besoin d'informations à propos des perturbations, en particulier, des interactions, afin d'obtenir une bonne compensation. Si cette information manque, ces perturbations (ou interactions) ne sont pas compensées et par conséquent, le système est dégradé.

Après avoir résolu le problème d'optimisation locale, le premier élément de la séquence de commande $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ est appliqué au système local à l'instant k . Le sous-système calcule et applique la solution de l'optimisation locale pendant $N_g - N + 1$ pas de temps, ce qui correspond à la durée nécessaire avant le prochain échange de communication T_{com} , i.e. le temps nécessaire pour recevoir le prochain *vecteur de prédiction des interactions*

$$\mathbf{v}_{(i)} = \begin{bmatrix} v_{(i)0} \\ v_{(i)1} \\ \vdots \\ v_{(i)N_g-1} \end{bmatrix} \tag{5.38}$$

5.5. Simulations avec des données réelles

qui provient du coordinateur, pour ensuite réaliser les optimisations locales suivantes.

Cette solution semble adaptée pour les applications temps-réel, puisque seules les prédictions des interactions sont imposées, alors que les commandes locales sont solutions des problèmes d'optimisation locaux. Cela veut dire que les sous-systèmes ont une certaine indépendance, contrairement à ce qui se passe dans un cas de commande complètement centralisée.

La méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions sans contraintes est résumée dans la figure 5.2

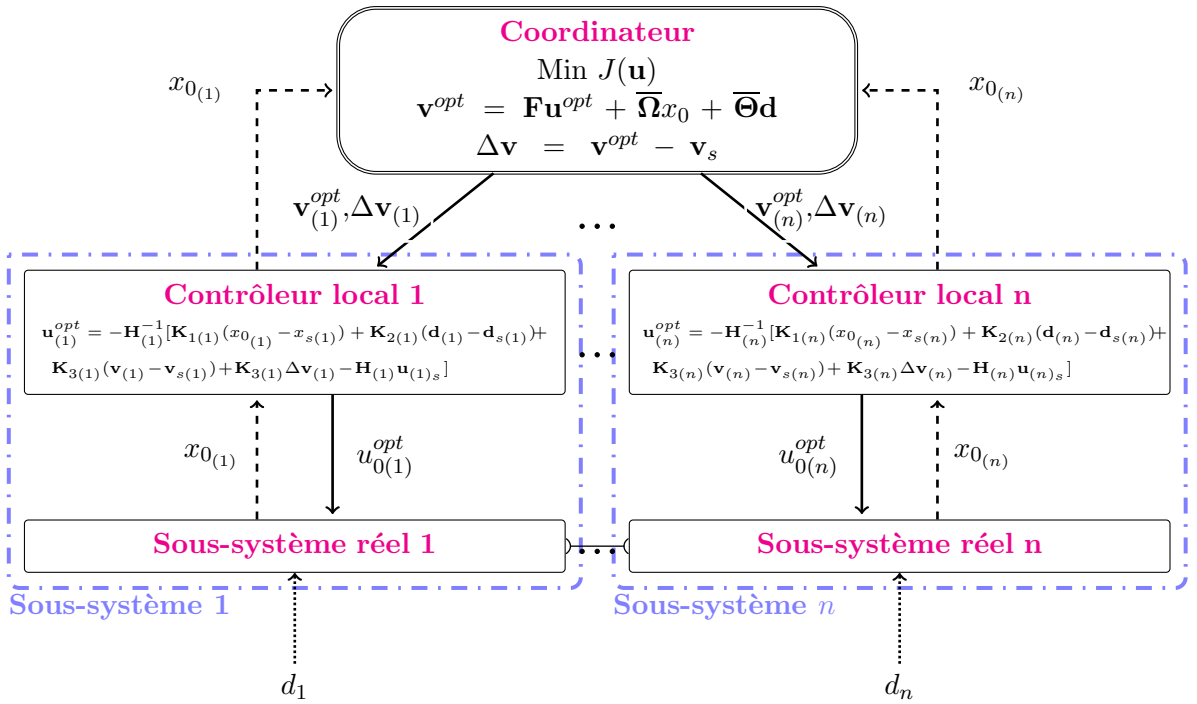


FIGURE 5.2 – Schéma de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions sans contraintes

La prochaine partie présente un exemple de simulation du cas d'étude en appliquant la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions.

5.5 Simulations avec des données réelles

Cette partie présente les résultats de simulation d'application de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions au cas d'étude

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

introduit au § 2.3. La méthode a été implémentée sous Matlab[®] 2007b. Les données utilisées dans les simulations sont des données réelles mises à disposition par EDF. Nous supposons que le modèle local et les perturbations locales sont connues. La connaissance des perturbations d'entrée provient de la disponibilité/connaissance du débit turbiné de la centrale en amont.

Les retenues de la vallée sont modélisées par des réservoirs ouverts, elles sont perturbées par des débits d'entrée. Les niveaux sont contrôlés par des débits de sortie qui sont déterminés à partir d'un programme de référence de génération de puissance électrique. Nous supposons aussi que les mesures des niveaux des réservoirs sont disponibles.

Le système a été décomposé en trois sous-systèmes, selon la démarche présentée dans § 5.2.

Les données de référence journalières sont connues la veille, ces valeurs sont calculées à partir de optimisations hors-ligne. Dans le cas d'un événement imprévu qui ferait que les références deviennent infaisables, une procédure est lancée pour le recalcul des références. Les nouvelles références peuvent être prises en compte à l'heure exacte suivante. Nous considérons que le temps minimal nécessaire pour recevoir les nouvelles références est d'une demi heure. Le temps d'échantillonnage des données disponibles est 5 minutes. L'horizon de prédiction pour la conception de la commande MPC est choisi donc à 30 minutes.

Les simulations ont été réalisées avec les paramètres suivants :

- ◇ Le temps d'échantillonnage est $T_s = 5$ minutes.
- ◇ L'horizon de prédiction local est $N = 6$.
- ◇ L'horizon de prédiction du coordinateur dépend des temps de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes (selon (5.13))
- ◇ la matrice de pondération R dans la fonction de coût est représentée par la matrice identité, la matrice Q est réglée selon le scénario et la matrice P est solution de l'équation de Ricatti.

Les valeurs des perturbations d'entrée correspondent à un enregistrement réel de 120 heures, soit 5 journées. Nous supposons la disponibilité de la mesure des débits d'entrée. Toutes les simulations présentées sont fournies pour la même période de temps. Les variables sont initialisées chaque jour avec les premières valeurs de ces données de référence.

Nous présentons les résultats de simulation pour 3 scénarios correspondant à 2 jeux de perturbations d'entrée différents. Les hypothèses et paramètres de simulation sont les mêmes pour les 2 cas.

5.5. Simulations avec des données réelles

5.5.1 Scénario 1

Les prédictions des perturbations d'entrée pour le scénario 1 sont présentées dans la figure 5.3.

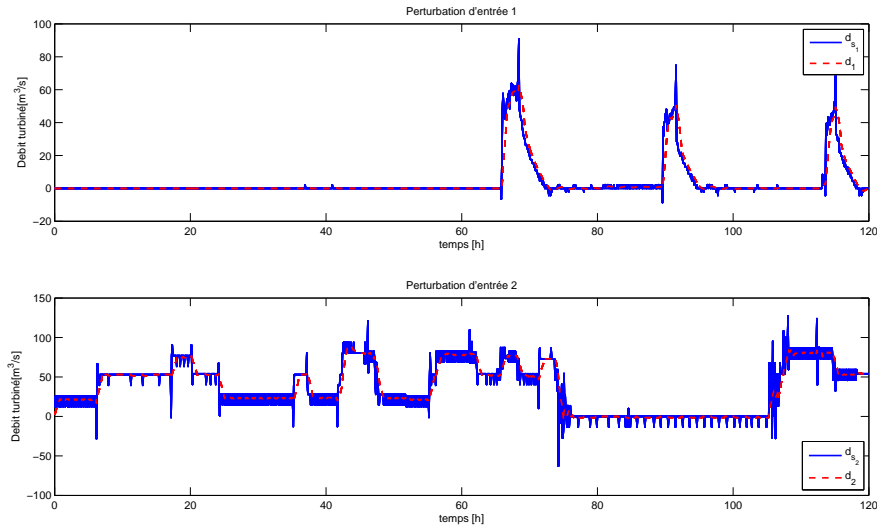


FIGURE 5.3 – Scénario 1 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{(i)}$.

Les prochains paragraphes présentent deux cas de simulation : dans le premier cas les contraintes ne sont pas prises en compte. Dans le deuxième cas nous imposons des contraintes sur les débits turbinés et aussi sur les niveaux des réservoirs. Pour la vallée hydroélectrique en particulier, les contraintes sur les niveaux sont des contraintes fortes. Ces contraintes sont directement liées à la sécurité et au respect des consignes environnementales.

Simulation sans contraintes

Les figures 5.4 et 5.5 présentent les débits turbinés, qui sont représentatifs de la puissance générée par chaque aménagement hydroélectrique. Les courbes des commandes en trait continu bleu suivent les courbes des programmes de production consigne en trait discontinu magenta. Les commandes locales ont été calculées avec l'équation (5.36).

Également, la figure 5.6 illustre les niveaux de référence des réservoirs et les niveaux obtenus en appliquant les commandes calculées avec la méthode de prédictions des interactions.

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

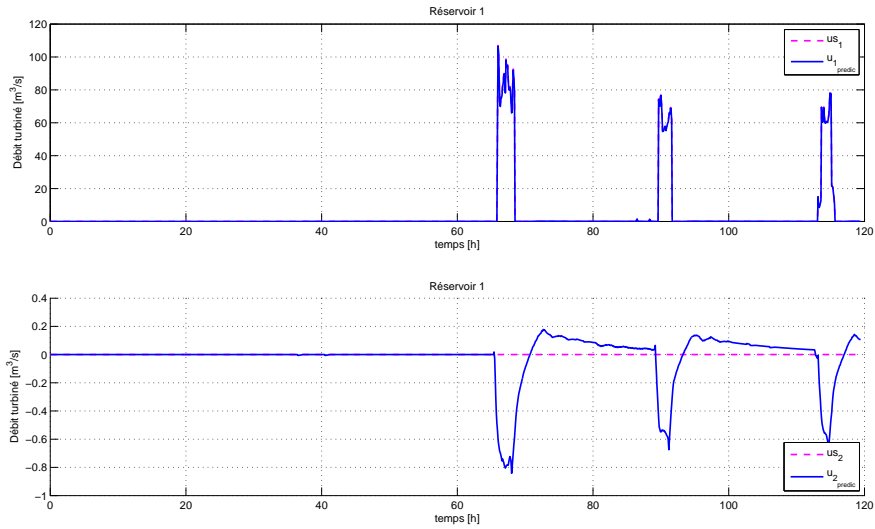


FIGURE 5.4 – Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 (Commandes du sous-système 1 $\mathbf{u}_{(1)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(1)}$).

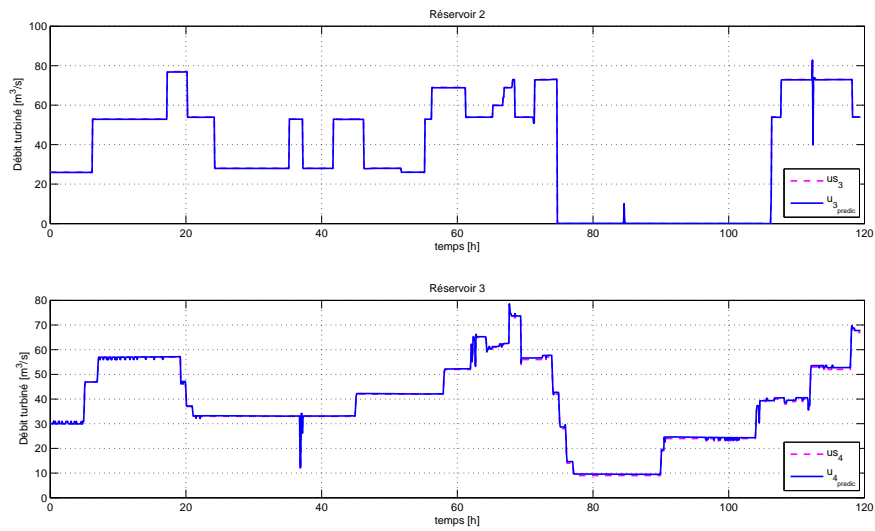


FIGURE 5.5 – Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 (Commandes des sous-systèmes $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(i)}$).

Le tableau 5.1 présente les pourcentages d'erreur moyenne de suivi pour les intervalles de communication $T_{com} = \{5, 150\}[\text{min}]$. Remarquons que sans contraintes et

5.5. Simulations avec des données réelles

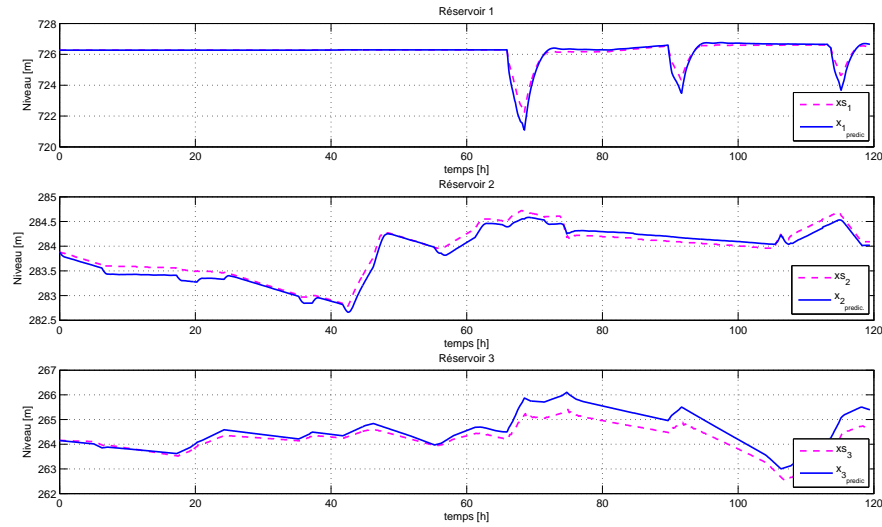


FIGURE 5.6 – Scénario 1 sans contraintes - Niveaux des réservoirs (États des sous-systèmes $\mathbf{x}_{(i)}$ et références $\mathbf{x}_{s(i)}$).

pour ces deux périodes de communication différentes, l'information de la prédiction des interactions envoyée par le coordinateur a permis d'obtenir des performances proches dans les deux cas.

Les pourcentages d'erreur moyenne de suivi présentés dans ce mémoire sont calculés avec l'équation suivante :

$$\text{Erreur} = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T |f_{\text{ref}_k} - f_k| 100\% \quad (5.39)$$

avec f_{ref_k} : le signal de référence à l'instant k.

f_k : le signal calculé à l'instant k.

T_{com} [min]	u_1	u_2	u_3	u_4	x_1	x_2	x_3
5[min]	5.1907	6.0286	10.109	27.829	8.1930	10.040	27.899
150[min]	5.1907	6.0286	10.128	27.980	8.1930	10.058	28.047

TABLE 5.1 – Scénario 1 - Erreur moyenne de suivi (%) des commandes et des états, pour les valeurs de $T_{com} = \{5, 150\}$ [min]

Afin de tester davantage les performances de la méthode, nous imposons des contraintes sur les consignes de débit turbiné et des niveaux. Pour donner priorité au respect des contraintes sur les niveaux, la matrice de pondération Q doit être réglée.

Simulation avec contraintes

Les contraintes sur les niveaux en mètres et les débits en $\frac{m^3}{s}$ sont définies comme suit :

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \\ 60 \\ 60 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 729.5 \\ 287.5 \\ 268.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 716.2 \\ 282 \\ 259.5 \end{bmatrix}$$

La matrice de pondération Q est réglée comme suit : $Q = \text{diag}\{1, 1, 100\}$

Les figures 5.7 et 5.8 présentent les débits commandés (courbe en trait plein bleu) en suivant les consignes demandées (courbe en trait discontinu magenta), par rapport aux contraintes imposées (courbe en trait mixte vert). Les commandes locales ont été calculées avec l'équation (5.37).

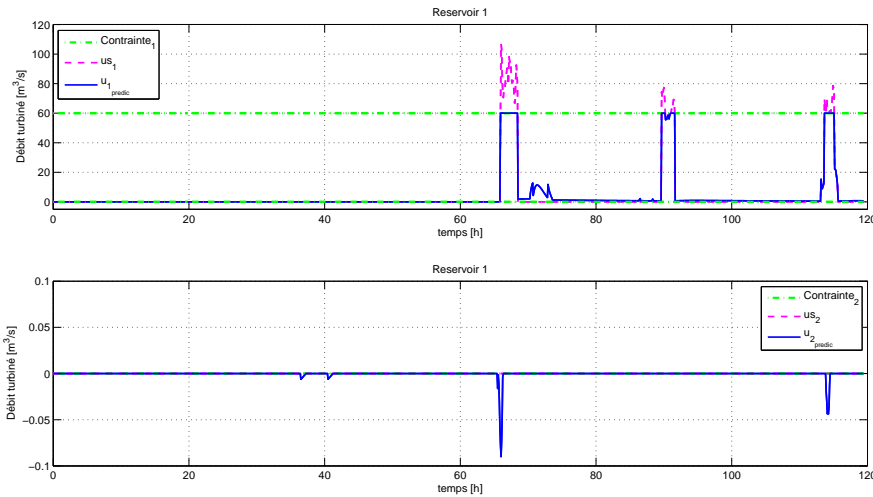


FIGURE 5.7 – Scénario 1 - Débits turbinés sous-système 1 (Commandes du sous-système 1 $\mathbf{u}_{(1)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(1)}$).

Remarquons que dans le cas idéal, sans limitations/contraintes dans la période de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes, i.e. temps de communication $T_{com} = T_s$, et avec une puissance suffisante de calcul disponible, la performance est similaire au cas de l'implémentation d'une commande centralisée, qui présente la meilleure performance. Mais en considérant que les contraintes sur les communications imposent un temps de communication plus long que le temps d'optimisation locale T_s , des simulations ont été réalisées pour différentes valeurs de T_{com} .

5.5. Simulations avec des données réelles

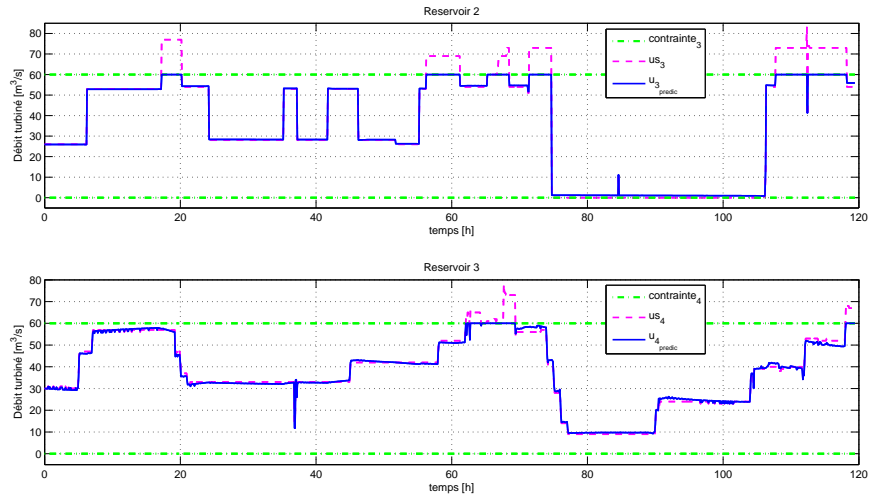


FIGURE 5.8 – Scénario 1 - Débits turbinés sous-système 2 et 3 (Commandes des sous-systèmes $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(i)}$).

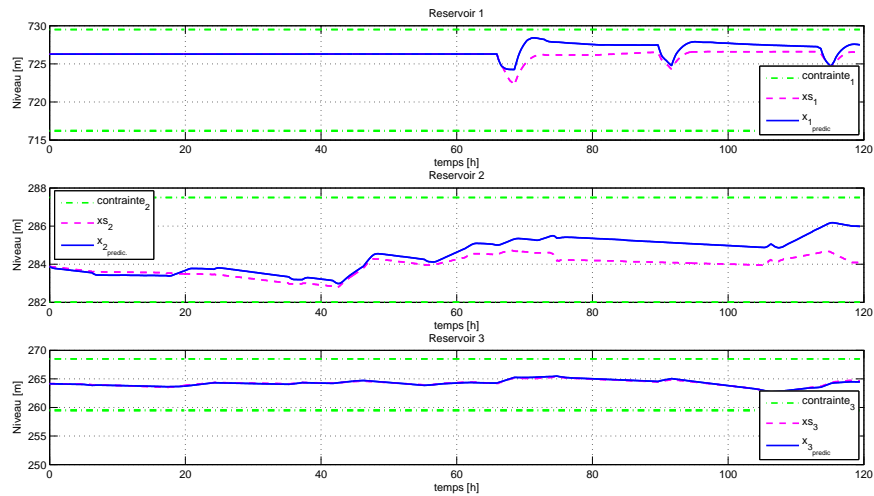


FIGURE 5.9 – Scénario 1 - Niveaux des réservoirs (États des sous-systèmes $\mathbf{x}_{(i)}$ et références $\mathbf{x}_{s(i)}$).

La table 5.2 compare les performances obtenues pour différentes périodes T_{com} . La performance étant évaluée par la fonction de coût obtenue normalisée par le cas idéal de communication $J_{T_{com}=T_s}$ qui est équivalent au cas centralisée. À l'inverse le $T_{com} \rightarrow \infty$ pourrait être équivalent au cas complètement décentralisé ou à un cas avec une performance encore plus dégradée conséquence directe du long

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

horizon de prédiction considéré par le coordinateur. Le tableau 5.2 permet donc d'illustrer comment la performance par rapport au cas centralisé quand la période de communication T_{com} augmente.

T_{com} [min]	Performance $\left(\frac{J_{pred}}{J_{5min}}\right)$
5	1.000000
30	1.000010
150	1.001106
600	1.293239

TABLE 5.2 – Scénario 1 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions pour différentes valeurs de T_{com}

T_{com} [min]	u_1	u_2	u_3	u_4	x_1	x_2	x_3
5[min]	105.77	0.0470	219.97	94.209	46.250	40.899	5.4933
150[min]	105.77	0.0470	219.97	96.629	46.250	40.899	5.4956
600[min]	105.77	0.0470	219.99	192.50	46.250	40.888	32.889

TABLE 5.3 – Scénario 1 - Erreur moyenne de suivi (%) des commandes et des états, pour les valeurs de $T_{com} = \{5, 150\}$ [min]

Le tableau 5.3 synthétise les pourcentages d'erreurs de suivi moyenne (5.39) à différents périodes de communication T_{com} . Nous remarquons que le sous-système 3 est le plus affecté par la prédiction des interactions donnée par le coordinateur pour un horizon de prédiction de 10[h].

5.5.2 Scénario 2

La figure 5.10 illustre les perturbations d'entrée pour un deuxième scénario d'étude.

Pour le scénario 2, les contraintes sur les niveaux en mètres et les débits en $\frac{m^3}{s}$ sont définies comme suit :

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \\ 50 \\ 60 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 284.9 \\ 265.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 282 \\ 259.4 \end{bmatrix}$$

Les contraintes sur les niveaux sont un peu plus restrictives que dans le scénario 1. Il est nécessaire donc de régler la matrice Q pour donner priorité au respect des contraintes sur les niveaux. Pour cette simulation $Q = \text{diag}\{100, 10, 800\}$.

5.5. Simulations avec des données réelles

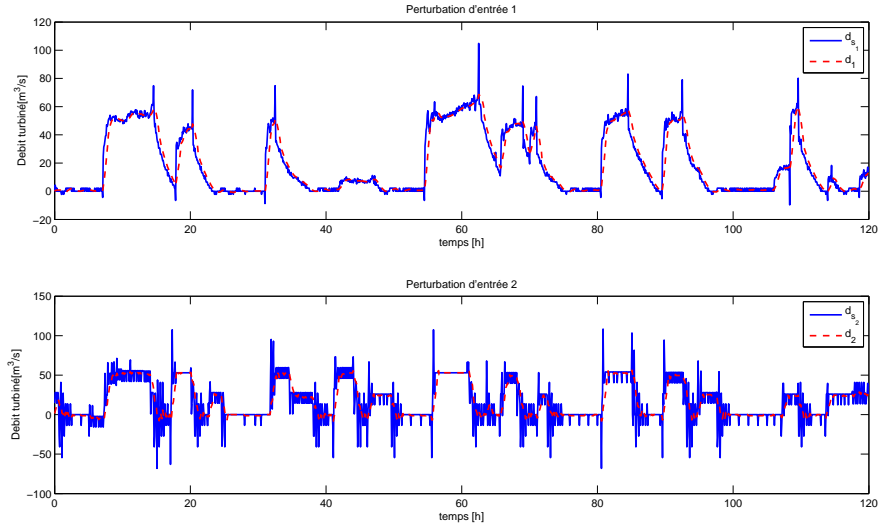


FIGURE 5.10 – Scénario 2 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{(i)}$.

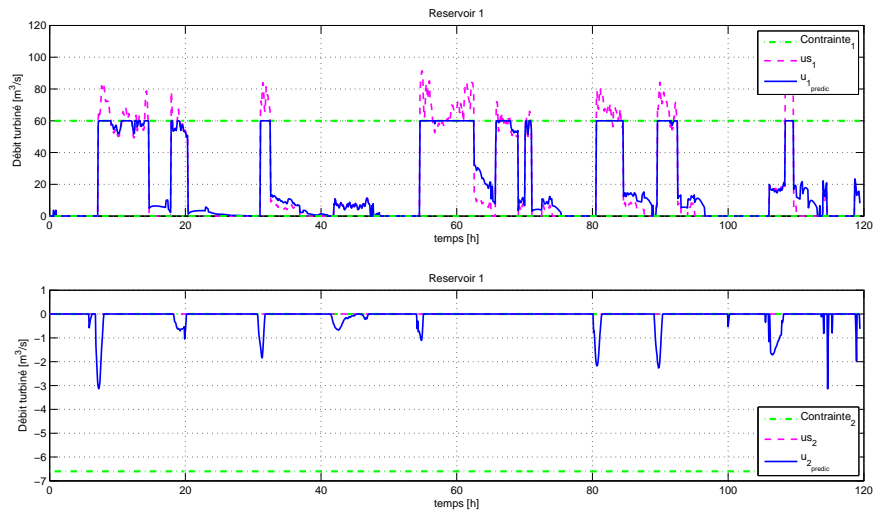


FIGURE 5.11 – Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 1 (Commandes du sous-système 1 $\mathbf{u}_{(1)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(1)}$).

Nous présentons les mêmes figures que dans la simulation avec le scénario 1, c'est-à-dire, les figures 5.11 et 5.12 présentent les débits commandés (courbe en trait plein bleu) en suivant les consignes demandées (courbe en trait discontinu magenta), par rapport aux contraintes imposées (courbe en trait mixte vert).

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

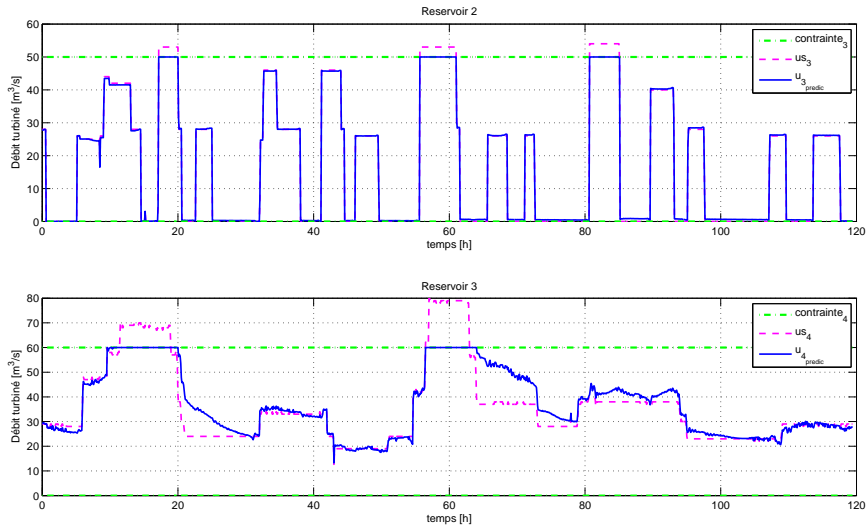


FIGURE 5.12 – Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 2 et 3 (Commandes des sous-systèmes $\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et références $\mathbf{u}_{s(i)}$).

Les commandes locales ont été calculées avec l'équation (5.37).

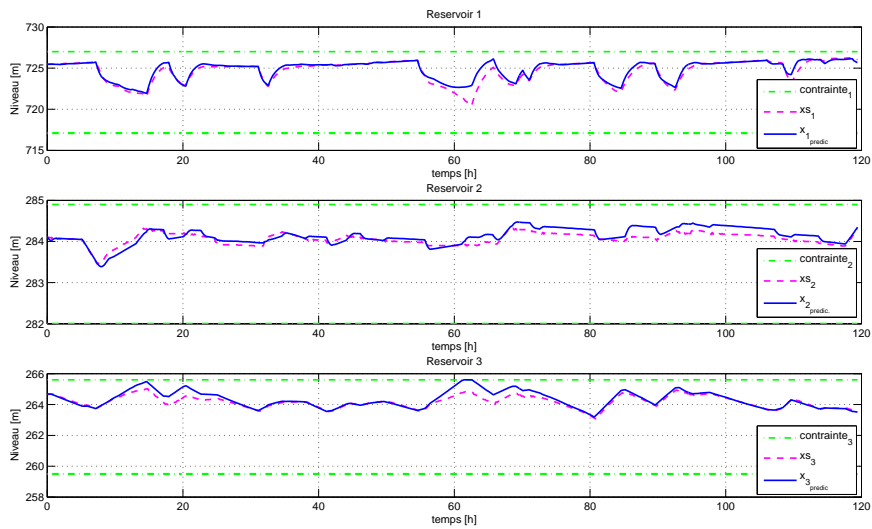


FIGURE 5.13 – Scénario 2 - Niveaux des réservoirs (États des sous-systèmes $\mathbf{x}_{(i)}$ et références $\mathbf{x}_{s(i)}$).

La figure 5.13 présente les niveaux des réservoirs. Remarquons que la pondéra-

5.6. Conclusions

tion de la matrice Q utilisée privilégie le suivi des niveaux, en particulier le niveau 3 qui présente des instantes de rapprochement à la contrainte, en détriment du suivi de la commande 3.

Le tableau 5.4 compare les performances obtenues pour différentes périodes T_{com} par rapport au cas idéal de communication $J_{T_{com}=T_s}$ qui est équivalent au cas centralisé.

T_{com} [min]	Performance $\left(\frac{J_{pred}}{J_{5min}}\right)$
5	1.000000
30	1.000000
150	1.034677
600	1.065560

TABLE 5.4 – Scénario 2 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions pour différentes valeurs de T_{com}

Pour ce scénario en particulier, nous remarquons que la faible dégradation de la performance quand la période de communication T_{com} augmente est due à la bonne prédiction faite par le coordinateur pour les horizons de prédictions longs.

5.6 Conclusions

L'objectif de ce chapitre a été de présenter la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions. Nos contributions à cette méthode sont notamment l'utilisation d'une optimisation globale pour prédire de manière explicite les interactions entre les sous-systèmes au niveau du coordinateur et aussi l'utilisation des techniques de commande MPC explicite au niveau de sous-systèmes locaux. Nous avons souligné en particulier l'intérêt d'étudier cette méthode sous des conditions de limitations/contraintes liées aux communications entre le coordinateur et les sous-systèmes.

Nous avons présenté la décomposition du système global en utilisant la décomposition par blocs. Chaque sous-système est modélisé en prenant en compte les effets des variables locales et ceux des variables de couplage (interactions).

Nous avons traité les deux niveaux de la méthode : le coordinateur et les sous-systèmes. Le coordinateur réalise une optimisation globale qui permet de prédire les interactions entre les sous-systèmes et de prendre en compte les limitations en communication, cette information sur les interactions est envoyée aux sous-systèmes. Nous avons souligné que pour des systèmes très complexes, le modèle utilisé pour l'optimisation globale pourrait être un modèle simplifié.

Chapitre 5. Méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions

Nous avons présenté aussi la formulation des contraintes locales, qui en particulier prennent en compte la variable contenant l'information des interactions. Les sous-systèmes résolvent un problème d'optimisation locale, qui dans la définition de sa fonction objectif prend en compte l'information provenant du coordinateur. Les optimisations locales sous contraintes utilisent l'approche de caractérisation géométrique pour trouver des solutions explicites à ce problème.

Nous avons proposé également des résultats de simulation avec des données réelles mises à disposition par EDF pour illustrer les performances de la méthode conçue. Nous remarquons la perte de performance avec l'augmentation du temps de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes, néanmoins, celle-ci est moins contraignante que dans le cas centralisé. En perspective de ces travaux, une étude plus approfondie de la robustesse de la méthode développée pourra être menée. L'approche alternative de coordination par les prix est présentée au chapitre suivant.

Contribution à la méthode de coordination par les prix

Sommaire

6.1	Introduction	78
6.2	Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites	79
6.2.1	Décomposition du système global	79
6.2.2	Les sous-systèmes	81
6.2.3	Le coordinateur	85
6.3	Formulation de la méthode de coordination par les prix avec coordination explicite	86
6.3.1	Coordination par les prix explicite sans contraintes	87
6.3.2	Coordination par les prix explicite sous contraintes	89
6.4	Simulations avec des données réelles	93
6.4.1	Scénario 1	93
6.4.2	Scénario 2	99
6.5	Conclusions	104

Dans ce chapitre, nous présentons nos contributions à la méthode de coordination par les prix, notamment celle de pouvoir exprimer la tâche du coordinateur d'une manière explicite, principale contribution à la méthode par les prix classique. De même, nous présentons des résultats de simulations obtenus sur le cas d'étude.

6.1 Introduction

Le principe général de base de la méthode de décomposition-coordination par les prix a été présenté dans § 3.5. Dans cette partie en particulier, nous détaillons la formulation mathématique des deux niveaux de la méthode : les sous-systèmes et le coordinateur.

En général, la méthode classique par les prix présentée par [15] peut être décrite comme suit : Considérons comme au chapitre précédent un système global de commande u , divisé en n sous-systèmes d'indice i admettant chacun à l'instant k sa commande $u_{k(i)}$, son état $x_{k(i)}$, ses perturbations $d_{k(i)}$ et ses interactions avec les autres $v_{k(i)}$, et un objectif de commande donné par la minimisation d'un critère décomposable en sous-critères $J_{(i)}(u_{(i)}, v_{k(i)})$, et une contrainte de vérification des interactions prise en compte à travers un *multiplicateur de Lagrange* p dans le critère- aussi interprétable comme un *prix*. Le principe de fonctionnement de ce type de commande avec ces notations est schématisé par la figure 6.1 ci-après :

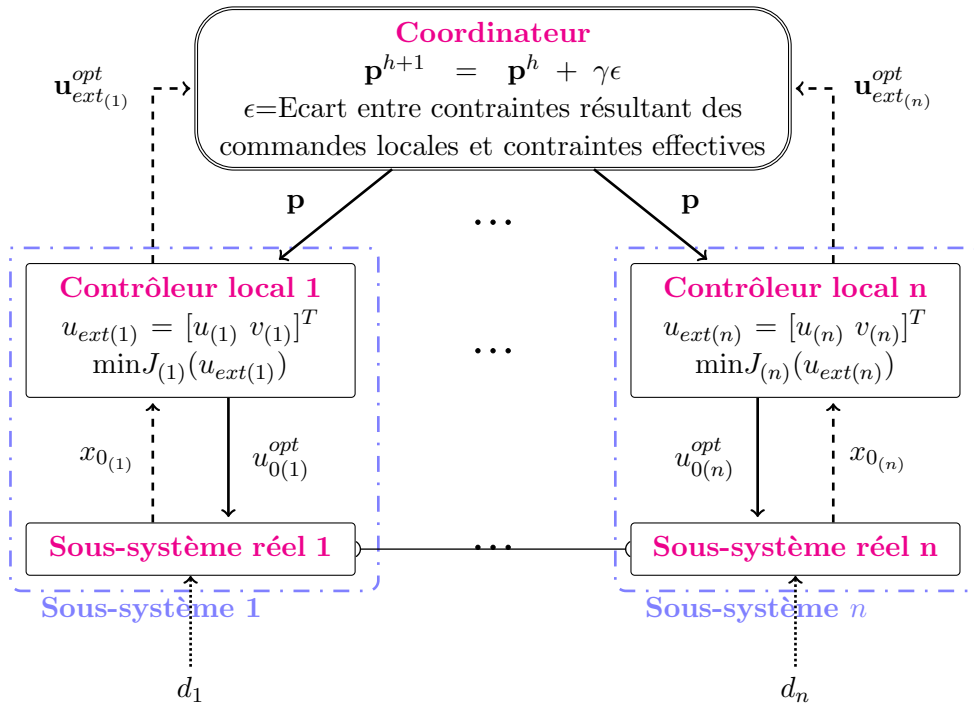


FIGURE 6.1 – Méthode classique de décomposition-coordination par les prix.

Chaque sous système i résout un problème d'optimisation à deux variables de décision $u_{(i)}$ et $v_{(i)}$, en utilisant le multiplicateur de Lagrange (le *prix* \mathbf{p}), qui provient de l'algorithme du coordinateur, tandis que dans le même temps le coordinateur essaie d'adapter le prix afin d'assurer que la contrainte d'interaction soit vérifiée. Ces optimisations se font sur une série de "sous-instants" h entre deux instants de com-

6.2. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites

mande k et $k + 1$. La coordination se fait classiquement par une méthode itérative de gradient ascendant, et dès que la contrainte d'interaction est vérifiée (ou jugée comme telle), ces itérations sont stoppées et chaque sous-système peut appliquer la commande résultant du dernier prix calculé $u_{k(i)}^{opt}$ ($k = 0$ pour l'instant courant dans la figure). La procédure est réitérée à chaque instant k . On peut donc noter que cette méthode nécessite classiquement de nombreuses optimisations et communications associées entre coordinateur et sous-systèmes. Elle requiert de plus la convergence des algorithmes locaux, comme de celui de coordination. Plusieurs travaux sur les réglages à faire ou les solutions sous optimales possibles ont été menés pour ce type de schéma (voir [63]), mais ici nous nous proposons plutôt d'explorer de nouveau l'exploitation des solutions explicites aux problèmes d'optimisation en vue de simplifier la mise en oeuvre de ce type de méthode.

6.2 Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites

6.2.1 Décomposition du système global

La décomposition du système global est faite par division du modèle centralisé en blocs et en prenant en compte les effets des variables locales et des variables d'interconnexion, comme présenté dans la partie § 5.2.

Pour synthétiser : Les sous-systèmes locaux sont définis par (5.2)

$$x_{(i)k+1} = A_{(ii)}x_{(i)k} + B_{(ii)}u_{(i)k} + v_{(i)k} + E_{(i)}d_{(i)k}$$

avec les variables d'interactions $v_{(i)k}$ définies par (5.3)

$$v_{(i)k} = \sum_{j \neq i} (A_{(ij)}x_{(j)k} + B_{(ij)}u_{(j)k})$$

Ces interactions peuvent être exprimées le long de l'horizon de prédiction N comme dans(5.7),

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}\mathbf{u} + \overline{\mathbf{\Omega}}x_0 + \overline{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d} \quad (6.1)$$

Les matrices \mathbf{F} , $\overline{\mathbf{\Omega}}$, $\overline{\mathbf{\Theta}}$ étant définies dans (5.8).

Les interactions, i.e. les contraintes de couplage, doivent être compensées (voir § 3.5.2).

Soit

$$\overline{\mathbf{M}} = [\mathbf{F} \quad -\mathbf{I}] \quad (6.2)$$

et

$$\bar{\mathbf{u}}_{ext} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

la contrainte (5.7) peut s'écrire comme suit :

$$\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{u}}_{ext} + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d} = 0 \quad (6.4)$$

Le vecteur $\bar{\mathbf{u}}_{ext}$ est réorganisé en rassemblant pour chaque sous-système i les commandes et les interactions, le long de l'horizon de commande N :

$$\mathbf{u}_{ext} = [u_{(i)}^0, v_{(i)}^0, \dots, u_{(i)}^{N-1}, v_{(i)}^{N-1}]^T \quad (6.5)$$

Et de la même manière, la matrice $\bar{\mathbf{M}}$ est réorganisée en \mathbf{M} . Par conséquent, l'équation (6.4) devient :

$$\mathbf{M}\mathbf{u}_{ext} + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\mathbf{d} = 0 \quad (6.6)$$

Il est donc facile de démontrer qu'il existe des matrices M , $\bar{\mathbf{\Omega}}$ et $\bar{\mathbf{\Theta}}$ avec les dimensions appropriées, telles que la contrainte globale (6.6) le long de l'horizon N s'écrit comme une contrainte globale à chaque instant k :

$$M\mathbf{u}_{ext_k} + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}d_k = 0 \quad (6.7)$$

avec

$$\mathbf{u}_{ext_k} = [u_{(1)k}, v_{(1)k}, \dots, u_{(n)k}, v_{(n)k}]^T \quad (6.8)$$

pour toutes les valeurs de temps $k = 0, 1, \dots, (N - 1)$.

Pour des matrices locales $M_{(i)}$, $\bar{\mathbf{\Omega}}_{(i)}$ et $\bar{\mathbf{\Theta}}_{(i)}$ appropriées. La contrainte (6.7) peut alors s'exprimer en fonction des variables locales comme suit :

$$\sum_{i=1}^n M_{(i)} \begin{bmatrix} u_{(i)k} \\ v_{(i)k} \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{\Omega}}_{(i)}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}_{(i)}d_k = 0 \quad (6.9)$$

Dans la suite de ce mémoire, nous noterons $u_{ext(i)k}$ la commande locale étendue et définie par :

$$u_{ext(i)k} = \begin{bmatrix} u_{(i)k} \\ v_{(i)k} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Dans le prochain paragraphe nous présentons la méthode de coordination par les prix que nous proposons. En particulier, nous soulignons l'utilisation de la commande à horizon glissant explicite comme solution au problème d'optimisation local.

6.2. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites

6.2.2 Les sous-systèmes

6.2.2.1 Définition des contraintes locales

Les contraintes locales sur les états et les commandes peuvent être exprimées en fonction la variable d'action locale $\mathbf{u}_{ext(i)}$, en utilisant une démarche similaire à celle présentée dans § 5.4.1.

Pour cette méthode en particulier, nous nous intéressons à la commande étendue, i.e. la commande composée par la commande locale et les interactions avec les autres sous-systèmes (6.10).

$$x_{min(i)} \leq x_{(i)_k} \leq x_{max(i)} \quad (6.11)$$

$$u_{ext_{min(i)}} \leq u_{ext(i)_k} \leq u_{ext_{max(i)}} \quad (6.12)$$

6.2.2.1.1 Contraintes sur les états

Les contraintes sur les états à un instant k sont définies par :

$$x_{min(i)} \leq x_{(i)_k} \leq x_{max(i)} \quad (6.13)$$

Ces mêmes contraintes sur les états, le long de l'horizon de prédiction, s'expriment comme suit :

$$\Omega_{(i)}x_{0(i)} + \Gamma_{(i)}\mathbf{u}_{(i)} + \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{max(i)} + \Psi_{(i)}\mathbf{v}_{(i)} \leq \mathbf{x}_{max(i)} \quad (6.14)$$

$$-(\Omega_{(i)}x_{0(i)} + \Gamma_{(i)}\mathbf{u}_{(i)} + \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{min(i)} + \Psi_{(i)}\mathbf{v}_{(i)}) \leq -\mathbf{x}_{min(i)} \quad (6.15)$$

où $\mathbf{v}_{(i)}$ est définie à partir de (5.7) :

$$\mathbf{v}_{(i)} = \mathbf{F}_{(i)}\mathbf{u} + \bar{\Omega}_{(i)}x_{0(i)} + \bar{\Theta}_{(i)}\mathbf{d} \quad (6.16)$$

avec les matrices locales appropriées $\Gamma_{(i)}$, $\Psi_{(i)}$, $\Omega_{(i)}$, $\Theta_{(i)}$, $\mathbf{F}_{(i)}$, $\bar{\Omega}_{(i)}$ et $\bar{\Theta}_{(i)}$ définies dans (5.22) et (5.8), et les vecteurs $\mathbf{x}_{max(i)}$, $\mathbf{x}_{min(i)}$, $\mathbf{d}_{max(i)}$, $\mathbf{d}_{min(i)}$ dans (5.23).

Finalement, l'ensemble des contraintes sur les états le long de l'horizon de prédiction peuvent être exprimées en fonction de $\mathbf{u}_{ext(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{(i)} \\ \mathbf{v}_{(i)} \end{bmatrix}$

$$\Lambda_{(i)}\mathbf{u}_{ext(i)} \leq \mathbf{x}_{max(i)} - \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{max(i)} - \Omega_{(i)}x_{0(i)} \quad (6.17)$$

$$-\Lambda_{(i)}\mathbf{u}_{ext(i)} \leq -\mathbf{x}_{min(i)} + \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{min(i)} + \Omega_{(i)}x_{0(i)} \quad (6.18)$$

avec $\Lambda_{(i)} = [\Gamma_{(i)} \quad \Psi_{(i)}]$.

6.2.2.1.2 Contraintes sur les entrées

Les contraintes sur les entrées à un instant k sont définies par :

$$u_{ext_{min(i)}} \leq u_{ext(i)} \leq u_{ext_{max(i)}} \quad (6.19)$$

Les contraintes locales sur les entrées (6.19), le long de l'horizon de prédiction, peuvent être ré-écrites en fonction de la commande locale $\mathbf{u}_{ext(i)}$ comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}\mathbf{u}_{ext(i)} &\leq \mathbf{u}_{ext_{max(i)}} \\ -\mathbf{I}\mathbf{u}_{ext(i)} &\leq -\mathbf{u}_{ext_{min(i)}} \end{aligned} \quad (6.20)$$

où

$$\mathbf{u}_{ext_{max(i)}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{max(i)} \\ \mathbf{v}_{max(i)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{ext_{min(i)}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{min(i)} \\ \mathbf{v}_{min(i)} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

avec $\mathbf{v}_{max(i)}$ et $\mathbf{v}_{min(i)}$ définis dans (5.21).

6.2.2.1.3 Polyèdre des contraintes locales

Les contraintes locales sont rassemblées dans le *polyèdre local* des contraintes suivant :

$$\begin{aligned} \Phi_{(i)}\mathbf{u}_{ext(i)} &\leq \bar{\Delta}_{(i)} - \zeta_{(i)}x_{0(i)} \\ -\Phi_{(i)}\mathbf{u}_{ext(i)} &\leq \underline{\Delta}_{(i)} + \zeta_{(i)}x_{0(i)} \end{aligned} \quad (6.22)$$

avec

$$\begin{aligned} \Phi_{(i)} &= \begin{bmatrix} \Lambda_{(i)} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} & \bar{\Delta}_{(i)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{max(i)} - \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{max(i)} \\ \mathbf{u}_{ext_{max(i)}} \end{bmatrix} \\ \zeta_{(i)} &= \begin{bmatrix} \Omega_{(i)} \\ 0 \end{bmatrix} & \underline{\Delta}_{(i)} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{x}_{min(i)} + \Theta_{(i)}\mathbf{d}_{min(i)} \\ -\mathbf{u}_{ext_{min(i)}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Afin de simplifier la notation (comme dans (5.30)), l'ensemble des contraintes peut être ré-écrit comme :

$$\mathbf{L}_{(i)}\mathbf{u}_{ext(i)} \leq \mathbf{W}_{(i)} \quad (6.24)$$

avec $\mathbf{L}_{(i)}$ et $\mathbf{W}_{(i)}$ définies par (5.31).

6.2. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites

6.2.2.2 Le problème d'optimisation local sans contraintes

Le problème d'optimisation globale peut s'écrire comme :

$$J = J_o + \sum_{k=0}^{N-1} p_k^T (M u_{ext_k} + \bar{\Omega} x_0 + \bar{\Theta} d_k) \quad (6.25)$$

où J_o correspond à la fonction de coût du cas centralisé (4.2) ; le vecteur des prix $p = [p_1^T, \dots, p_n^T]$ est composé par des multiplicateur de Lagrange, ce terme additionnel à la fonction de coût J_o permet de prendre en compte la contrainte globale (6.7).

Remarque : si le terme dépendant des prix (correspondant à la satisfaction des interactions) est bien égal à zéro, la fonction de coût (6.25) est équivalente à la fonction de coût centralisée (4.2).

La fonction de coût centralisée J peut s'écrire comme la somme des fonctions de coût de chaque sous- système i (propriété d'additivité), par conséquent, celle-ci peut être décomposée, i.e.

$$J = \sum_{i=1}^n J_{(i)} \quad (6.26)$$

avec n le nombre total des sous-systèmes et $J_{(i)}$ la fonction de coût du sous-système i définie par :

$$J_{(i)} = J_{o(i)} + \sum_{k=0}^{N-1} p_k^T (M_{(i)} u_{ext(i)_k} + \bar{\Omega}_{(i)} x_{0(i)} + \bar{\Theta}_{(i)} d_{(i)_k}) \quad (6.27)$$

où

$$J_{o(i)} = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_{(i)N}^T P_i \tilde{x}_{(i)N} + \sum_{k=0}^{N-1} (\tilde{x}_{(i)k}^T Q_i \tilde{x}_{(i)k} + \tilde{u}_{(i)k}^T R_i \tilde{u}_{(i)k}) \right) \quad (6.28)$$

Remarque : Le terme $(\bar{\Omega}_{(i)} x_{0(i)} + \bar{\Theta}_{(i)} d_{(i)_k})$ provenant de (6.9) est indépendant de la commande étendue locale $u_{ext(i)_k}$.

Le problème d'optimisation local peut se formuler comme suit : chaque sous-système i doit trouver la séquence locale $\{u_{ext(i)_0}, u_{ext(i)_1}, \dots, u_{ext(i)_{N-1}}\}$, en minimisant la fonction de coût (6.27) sous (4.1) et $\mathbf{L}_i \mathbf{u}_{(i)} \leq \mathbf{W}_i$ (6.24).

Afin de garantir la convexité du problème local en fonction de la variable de décision $u_{ext(i)_k}$, nous pouvons régulariser la fonction de coût pour le sous-système

i comme suit :

$$J_{o(i)} = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_{(i)N}^T P_{(i)} \tilde{x}_{(i)N} + \sum_{k=0}^{N-1} (\tilde{x}_{(i)k}^T Q_{(i)} \tilde{x}_{(i)k} + \tilde{u}_{ext(i)k}^T \Upsilon_{(i)} \tilde{u}_{ext(i)k}) \right) \quad (6.29)$$

avec

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{(i)k} &= x_{(i)k} - x_{s(i)}, \\ \tilde{x}_{(i)N} &= x_{(i)N} - x_{s(i)}, \\ \tilde{u}_{ext(i)k} &= u_{ext(i)k} - u_{ext_{s(i)}} \\ \Upsilon_{(i)} &= [R_{(i)} \quad R_c] \end{aligned} \quad (6.30)$$

où $u_{ext(i)k}$ est définie par (6.8), $u_{ext_{s(i)}} = \begin{bmatrix} u_{s(i)} \\ v_{s(i)} \end{bmatrix}$ et la matrice diagonale $R_c > 0$ contient des éléments avec des valeurs suffisamment grandes, afin que le problème devienne convexe (i.e. $\Upsilon_{(i)} > 0$). Par conséquent, la fonction de coût $J_{(i)}$ (6.27) avec $J_{o(i)}$ défini dans (6.29) est une fonction convexe.

En utilisant une démarche similaire à celle décrite dans le paragraphe § 4.2, le problème d'optimisation local peut se réécrire comme un problème QP.

La fonction de coût (6.27) s'écrit en fonction de la séquence de commande

$$\mathbf{u}_{ext(i)} = \{u_{ext(i)0}, u_{ext(i)1}, \dots, u_{ext(i)N-1}\} \quad (6.31)$$

(avec $u_{ext(i)k}$ définie dans (6.10)) comme suit :

$$\begin{aligned} J_{(i)} &= \bar{V} + \frac{1}{2} \mathbf{u}_{ext(i)}^T \mathbf{H}_{(i)} \mathbf{u}_{ext(i)} + \mathbf{u}_{ext(i)}^T [\mathbf{K}_{1(i)}(x_{0(i)} - x_{s(i)}) + \\ &\quad \mathbf{K}_{2(i)}(\mathbf{d}_{(i)} - \mathbf{d}_{s(i)}) + \mathbf{K}_{3(i)}\mathbf{p} - \mathbf{H}_{(i)}\mathbf{u}_{ext_{s(i)}}] \end{aligned} \quad (6.32)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \text{termes indépendants de } \mathbf{u}_{ext(i)} \\ \mathbf{H}_{(i)} &= \Lambda_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Lambda_{(i)} + \mathbf{R}_{(i)} \\ \mathbf{K}_{1(i)} &= \Lambda_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Omega_{(i)} \\ \mathbf{K}_{2(i)} &= \Lambda_{(i)}^T \mathbf{Q}_{(i)} \Theta_{(i)} \\ \mathbf{K}_{3(i)} &= \frac{1}{2} \mathbf{M}_{(i)}^T \end{aligned} \quad (6.33)$$

et avec les matrices $\Gamma_{(i)}$, $\Omega_{(i)}$, $\Theta_{(i)}$, $\Psi_{(i)}$, $\mathbf{Q}_{(i)}$ définies dans (5.22), et

$$\begin{aligned} \Lambda_{(i)} &= [\Gamma_{(i)} \quad \Psi_{(i)}] \\ \mathbf{R}_{(i)} &= \text{diag}\{\Upsilon_{(i)}, \dots, \Upsilon_{(i)}\} \\ \mathbf{M}_{(i)} &= \text{diag}\{M_{(i)}, \dots, M_{(i)}\} \\ \mathbf{p} &= [p_{(1)0}, \dots, p_{(n)0}, \dots, p_{(1)N-1}, \dots, p_{(n)N-1}]^T \end{aligned} \quad (6.34)$$

6.2. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec optimisations locales explicites

Le problème de recherche de la séquence de commande locale $\mathbf{u}_{ext(i)sc}$ sans contraintes, minimisant $J_{(i)}$ (6.32), a la solution explicite suivante :

$$\mathbf{u}_{ext(i)sc}^{opt} = -\mathbf{H}_{(i)}^{-1}[\mathbf{K}_{1(i)}(x_{0(i)} - x_{s(i)}) + \mathbf{K}_{2(i)}(\mathbf{d}_{(i)} - \mathbf{d}_{s(i)}) + \mathbf{K}_{3(i)}\mathbf{p} - \mathbf{H}_{(i)}\mathbf{u}_{ext_s(i)}] \quad (6.35)$$

La solution explicite locale sous contraintes $\mathbf{u}_{ext(i)}$ est calculée en utilisant la caractérisation géométrique présentée dans le paragraphe § 4.2.

$$\mathbf{u}_{ext(i)}^{opt} = \tilde{\mathfrak{F}}_{(i)}(\Delta_{(i)\ell} - \zeta_{(i)\ell}x_{0(i)}) - \mathfrak{G}_{(i)}(\mathbf{K}_{1(i)}x_{0(i)} + \mathbf{c}_{(i)}) \quad (6.36)$$

où

$$\tilde{\mathfrak{F}}_{(i)} = H_{(i)}^{-\frac{1}{2}}\tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T[\tilde{\Phi}_{(i)\ell}\tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T]^{-1} \quad (6.37)$$

$$\mathfrak{G}_{(i)} = H_{(i)}^{-\frac{1}{2}}[I - \tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T[\tilde{\Phi}_{(i)\ell}\tilde{\Phi}_{(i)\ell}^T]^{-1}\tilde{\Phi}_{(i)\ell}]H_{(i)}^{-\frac{1}{2}} \quad (6.38)$$

$$\mathbf{c}_{(i)} = -\mathbf{K}_{1(i)}x_{s(i)} + \mathbf{K}_{2(i)}(\mathbf{d}_{(i)} - \mathbf{d}_{s(i)}) + \mathbf{K}_{3(i)}\mathbf{p} - \mathbf{H}_{(i)}\mathbf{u}_{s(i)} \quad (6.39)$$

avec les matrices $\tilde{\Phi}_{(i)\ell}$, $\Delta_{(i)\ell}$, $\zeta_{(i)\ell}$ définies dans le paragraphe § 4.2 et les matrices $H_{(i)}$, $\mathbf{K}_{1(i)}$, $\mathbf{K}_{2(i)}$ et $\mathbf{K}_{3(i)}$ définies dans (6.33).

Remarquons que ces commandes optimales $\mathbf{u}_{ext(i)sc}^{opt}$ et $\mathbf{u}_{ext(i)c}^{opt}$ dépendent explicitement du vecteur des multiplicateurs de Lagrange \mathbf{p} qui provient du coordinateur et qui n'est pas connu a priori.

6.2.3 Le coordinateur

L'algorithme du coordinateur proposé par [20] est un algorithme itératif de gradient ascendant (algorithme d'Uzawa), qui se traduit pour notre problème par les équations suivantes :

$$\mathbf{p}^{h+1} = \mathbf{p}^h + \gamma(\mathbf{F}\mathbf{u}^h + \bar{\Omega}x_0 + \bar{\Theta}\mathbf{d} - \mathbf{v}^h) \quad (6.40)$$

Soit

$$\mathbf{p}^{h+1} = \mathbf{p}^h + \gamma\epsilon^h \quad (6.41)$$

avec les matrices \mathbf{F} , $\bar{\Omega}$ et $\bar{\Theta}$ définies dans (5.8) et γ est une matrice qui doit être convenablement choisi pour garantir la convergence de l'algorithme de gradient [32].

Les termes \mathbf{u}^h et \mathbf{v}^h correspondent aux séquences de solution optimales provenant des optimisations de chaque sous-système (6.36) à l'instant h de l'algorithme du coordinateur (6.41).

Cet algorithme s'arrête lorsque ϵ^h est suffisamment petit, e.g. $\|\epsilon^h\|_2 \leq \epsilon_{max}$.

Nous remarquons que cette méthode de décomposition-coordination par les prix permet de réaliser une optimisation globale plus facile grâce à la décomposition en problèmes de plus petite dimension, mais il faut souligner également que cette méthode nécessite beaucoup d'échanges entre le coordinateur et les sous-systèmes pour faire converger l'algorithme du coordinateur. Par conséquent, cette convergence prend du temps. Pour améliorer davantage cette approche par les prix, l'utilisation des solutions explicites dans la coordination est étudiée dans la prochaine partie.

La méthode de décomposition-coordination par les prix sans contraintes est résumée dans la figure 6.2.

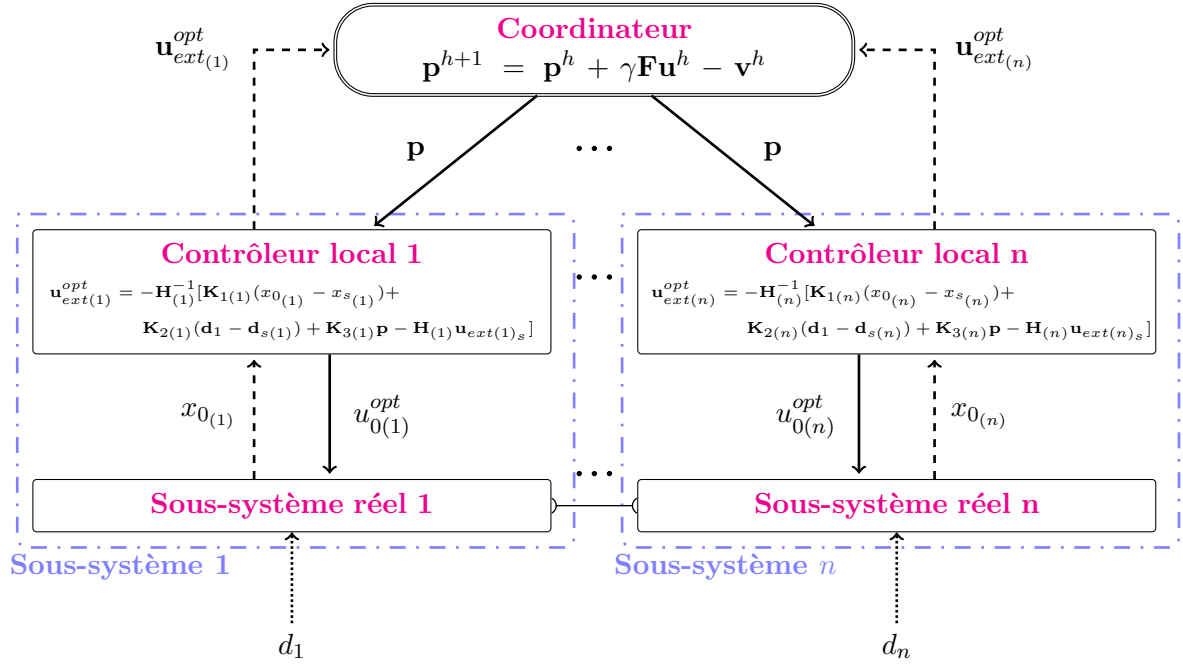


FIGURE 6.2 – Méthode de décomposition-coordination par les prix avec optimisations locales explicites

6.3 Formulation de la méthode de coordination par les prix avec coordination explicite

Au niveau des sous-systèmes, la démarche pour les optimisations locales est similaire à celle décrite dans le paragraphe § 6.2.2.2.

6.3. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec coordination explicite

Le paragraphe suivant présente la formulation des prix explicite sans tenir compte des contraintes.

6.3.1 Coordination par les prix explicite sans contraintes

La solution explicite *globale* \mathbf{u}_{ext} est reconstruite au niveau du coordinateur à partir des solutions explicites *locales* (6.35) comme suit :

$$\mathbf{u}_{ext} = \tilde{\mathbf{K}}_1 \bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{K}}_2 \bar{\mathbf{d}} + \tilde{\mathbf{K}}_3 \mathbf{p} + \mathbf{u}_{ext_s} \quad (6.42)$$

avec

n = nombre de sous-systèmes

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}}_1 &= \text{diag}\{-\mathbf{H}_1^{-1}\mathbf{K}_{1(1)}, \dots, -\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{K}_{1(n)}\} \\ \tilde{\mathbf{K}}_2 &= [-\mathbf{H}_1^{-1}\mathbf{K}_{2(1)}, \dots, -\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{K}_{2(n)}]^T \\ \tilde{\mathbf{K}}_3 &= [-\mathbf{H}_1^{-1}\mathbf{K}_{3(1)}, \dots, -\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{K}_{3(n)}]^T \end{aligned} \quad (6.43)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_{(1)} - x_{s(1)} \\ \vdots \\ x_{(n)} - x_{s(n)} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{(1)} - \mathbf{d}_{s(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{(n)} - \mathbf{d}_{s(n)} \end{bmatrix}, \mathbf{u}_{ext_s} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{ext_{s(1)}} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{ext_{s(n)}} \end{bmatrix}$$

En profitant de la disponibilité des solutions explicites dans le cadre de cette étude, l'algorithme du coordinateur peut s'exprimer en fonction de la solution optimale explicite \mathbf{u}_{ext} .

Soit \mathbf{u}_{ext} définie dans (6.42) et en définissant les matrices

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_1 &= \text{diag}\{[I_{u_{(i)}}^{(0)} \quad 0_{v_{(i)}}^{(0)}], \dots, [I_{u_{(i)}}^{(N-1)} \quad 0_{v_{(i)}}^{(N-1)}]\} \\ \mathbf{W}_2 &= \text{diag}\{[0_{u_{(i)}}^{(0)} \quad I_{v_{(i)}}^{(0)}], \dots, [0_{u_{(i)}}^{(N-1)} \quad I_{v_{(i)}}^{(N-1)}]\} \end{aligned} \quad (6.44)$$

nous pouvons extraire de \mathbf{u}_{ext} les séquences \mathbf{u} et \mathbf{v} suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{W}_1 \mathbf{u}_{ext} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{W}_2 \mathbf{u}_{ext} \end{aligned} \quad (6.45)$$

Ansi l'algorithme du coordinateur (6.41) avec \mathbf{u} et \mathbf{v} définis dans (6.45) peut être ré-écrit comme :

$$\mathbf{p}^{h+1} = \mathbf{p}^h + \gamma \left(\mathbf{F} \mathbf{W}_1 \mathbf{u}_{ext}^h + \bar{\boldsymbol{\Omega}} x_0 + \bar{\boldsymbol{\Theta}} \mathbf{d} - \mathbf{W}_2 \mathbf{u}_{ext}^h \right) \quad (6.46)$$

En substituant la solution optimale explicite \mathbf{u}_{ext} par (6.42) dans l'équation ci-dessus, nous obtenons l'expression suivante :

$$\mathbf{p}^{h+1} = [I + \gamma(\mathbf{F} \mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2) \tilde{\mathbf{K}}_3] \mathbf{p}^h + \delta$$

Chapitre 6. Méthode de décomposition-coordination par les prix

avec la matrice $\tilde{\mathbf{K}}_3$ définie par (6.43), \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 dans (6.44) et

$$\delta = \gamma[(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)(\tilde{\mathbf{K}}_1\bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{K}}_2\bar{\mathbf{d}} + \mathbf{u}_{ext_s}) + \bar{\boldsymbol{\Omega}}x_0 + \bar{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{d}] \quad (6.47)$$

En définissant les variables suivantes,

$$\begin{aligned} \mathbb{A} &= I \\ \mathbb{C} &= -(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\tilde{\mathbf{K}}_3 \\ \mathbb{L} &= \gamma \end{aligned} \quad (6.48)$$

l'algorithme du coordonateur (6.41) peut s'exprimer comme :

$$\mathbf{p}^{h+1} = [\mathbb{A} - \mathbb{L}\mathbb{C}]\mathbf{p}^h + \delta \quad (6.49)$$

Sous cette forme, il devient clair que la matrice \mathbb{L} devrait être choisi pour garantir la *stabilité* de l'algorithme du coordonateur (6.49) lorsque (\mathbb{A}, \mathbb{C}) est observable (ou au moins détectable).

La solution stationnaire de l'algorithme de coordination par les prix (6.49) peut se calculer comme suit :

$$\mathbf{p} = [I - \mathbb{A} + \mathbb{L}\mathbb{C}]^{-1}\delta \quad (6.50)$$

avec \mathbb{A} , \mathbb{L} et \mathbb{C} définis dans (6.48) et δ défini dans (6.47).

Finalement, en utilisant toutes les solutions explicites disponibles, la solution stationnaire peut s'écrire alors comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= -[(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\tilde{\mathbf{K}}_3]^{-1} \\ &\quad [(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)(\tilde{\mathbf{K}}_1\bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{K}}_2\bar{\mathbf{d}} + \mathbf{u}_{ext_s}) + \bar{\boldsymbol{\Omega}}x_0 + \bar{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{d}] \end{aligned} \quad (6.51)$$

Nous remarquons que, le terme $[(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\tilde{\mathbf{K}}_3]$ dans l'équation (6.51) doit être inversible et borné afin de garantir la stabilité de la méthode de coordination par les prix *explicite*.

Dans ce cas, sous les conditions décrites ci-dessus, le prix explicite (6.51) permet de coordonner les sous-systèmes (5.2) par l'application de la commande locale (6.35), toujours avec l'objectif d'obtenir l'optimum du système global.

Nous remarquons que le prix explicite (6.51) sans contraintes a besoin de très peu d'informations des optimisations locales des sous-systèmes à l'instant k .

La méthode de décomposition-coordination par les prix explicite sans contraintes est présentée sur la figure (6.3).

6.3. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec coordination explicite

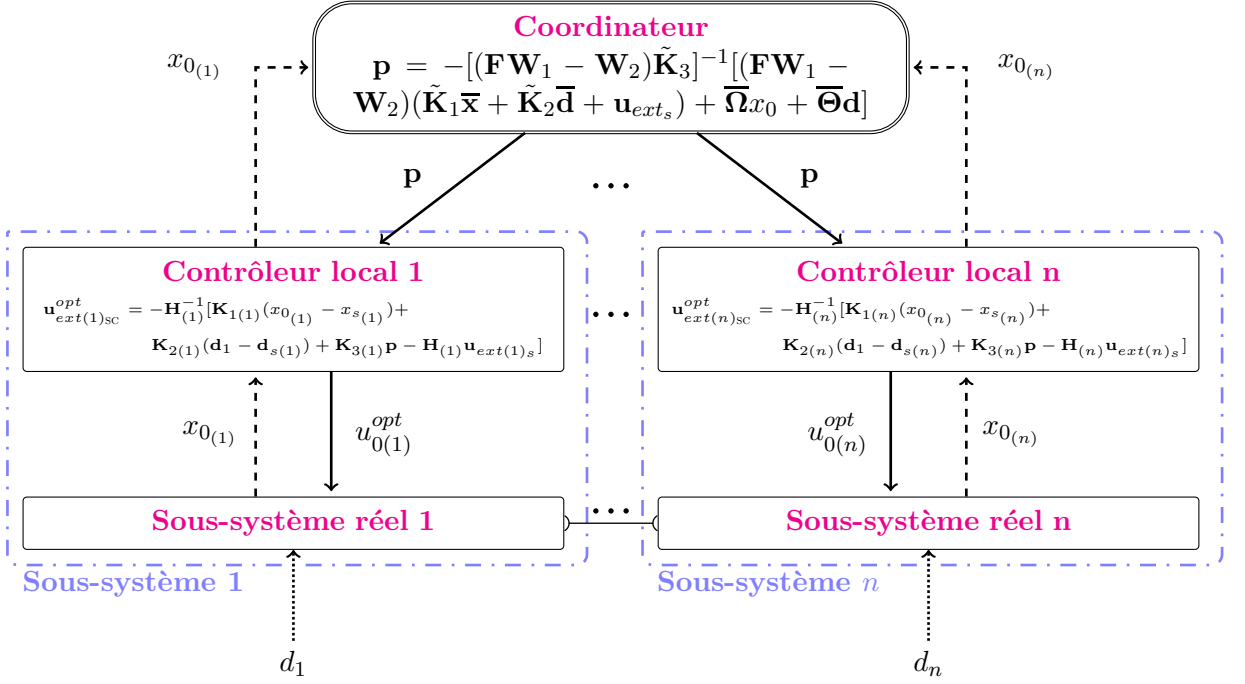


FIGURE 6.3 – Méthode de décomposition-coordination par les prix avec coordination explicite sans contraintes

6.3.2 Coordination par les prix explicite sous contraintes

De la même manière que dans le paragraphe § 6.3.1, le prix peut s'exprimer comme une expression mathématique explicite, en prenant en compte les solutions aux optimisations locales sous contraintes.

La solution explicite globale \mathbf{u}_{ext} qui rassemble les solutions locales peut s'exprimer comme suit :

$$\mathbf{u}_{ext} = \tilde{\mathfrak{F}}(\hat{\Delta}_\ell - \hat{\zeta}_\ell \mathbf{x}_0) - \mathfrak{G}(\hat{\mathbf{K}}_1\bar{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{K}}_2\bar{\mathbf{d}} + \hat{\mathbf{K}}_3\mathbf{p} - \hat{\mathbf{H}}\mathbf{u}_{ext_s}) \quad (6.52)$$

avec

$$\begin{aligned} n &= \text{nombre de sous-systèmes} & \hat{\mathbf{H}} &= \text{diag}\{\mathbf{H}_{(1)}, \dots, \mathbf{H}_{(n)}\} \\ \tilde{\mathfrak{F}} &= \text{diag}\{\tilde{\mathfrak{F}}_{(1)}, \dots, \tilde{\mathfrak{F}}_{(n)}\} & \hat{\mathbf{K}}_1 &= \text{diag}\{\mathbf{K}_{1(1)}, \dots, \mathbf{K}_{1(n)}\} \\ \mathfrak{G} &= \text{diag}\{\mathfrak{G}_{(1)}, \dots, \mathfrak{G}_{(n)}\} & \hat{\mathbf{K}}_2 &= [\mathbf{K}_{2(1)}, \dots, \mathbf{K}_{2(n)}]^T \\ \hat{\Delta}_\ell &= [\Delta_{(1)\ell}, \dots, \Delta_{(n)\ell}]^T & \hat{\mathbf{K}}_3 &= [\mathbf{K}_{3(1)}, \dots, \mathbf{K}_{3(n)}]^T \\ \hat{\zeta}_\ell &= \text{diag}\{\zeta_{(n)\ell}, \dots, \zeta_{(n)\ell}\} & & \end{aligned} \quad (6.53)$$

et

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{0(1)} \\ \vdots \\ x_{0(n)} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_{0(1)} - x_{s(1)} \\ \vdots \\ x_{0(n)} - x_{s(n)} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{(1)} - \mathbf{d}_{s(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{(n)} - \mathbf{d}_{s(n)} \end{bmatrix}, \mathbf{u}_{ext_s} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{ext_{s(1)}} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{ext_{s(n)}} \end{bmatrix}$$

où $\mathfrak{F}_{(i)}$ and $\mathfrak{G}_{(i)}$ ($i = 1, \dots, n$) sont définis dans (6.37).

L'algorithme du coordonateur peut s'exprimer alors en fonction de la solution optimale globale \mathbf{u}_{ext} (6.52) comme suit :

$$\mathbf{p}^{h+1} = \mathbf{p}^h + \gamma \left(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 \mathbf{u}_{ext}^h + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\bar{\mathbf{d}} - \mathbf{W}_2 \mathbf{u}_{ext}^h \right) \quad (6.54)$$

avec les matrices \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 définies dans (6.44) et les matrices \mathbf{F} , $\bar{\mathbf{\Omega}}$ et $\bar{\mathbf{\Theta}}$ dans (5.8).

En substituant la solution explicite \mathbf{u}_{ext} (6.52) dans l'équation ci-dessus, l'algorithme de prix devient :

$$\mathbf{p}^{h+1} = [I - \gamma(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\mathfrak{G}\hat{\mathbf{K}}_3]\mathbf{p}^h + \delta_c \quad (6.55)$$

ave la matrice $\hat{\mathbf{K}}_3$ définie dans (6.53) et

$$\delta_c = \gamma \left[(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2) \left(\mathfrak{F}(\hat{\Delta}_\ell - \hat{\zeta}_\ell \mathbf{x}_0) - \mathfrak{G}(\hat{\mathbf{K}}_1 \bar{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{K}}_2 \bar{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{H}} \mathbf{u}_{ext_s}) \right) + \bar{\mathbf{\Omega}}x_0 + \bar{\mathbf{\Theta}}\bar{\mathbf{d}} \right] \quad (6.56)$$

En définissant les variables suivantes,

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_c &= I \\ \mathbb{C}_c &= (\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\mathfrak{G}\hat{\mathbf{K}}_3 \\ \mathbb{L}_c &= \gamma \end{aligned} \quad (6.57)$$

l'algorithme du coordonateur (6.41) peut s'exprimer alors comme :

$$\mathbf{p}^{h+1} = [\mathbb{A}_c - \mathbb{L}_c \mathbb{C}_c]\mathbf{p}^h + \delta_c \quad (6.58)$$

La solution stationnaire de l'algorithme de coordination par les prix (6.49) est alors :

$$\mathbf{p} = [I - \mathbb{A}_c + \mathbb{L}_c \mathbb{C}_c]^{-1} \delta_c \quad (6.59)$$

avec \mathbb{A}_c , \mathbb{L}_c et \mathbb{C}_c définies dans (6.57) et δ_c comme dans (6.56).

De manière équivalente à la formulation de la coordination par les prix explicites sans contraintes, le terme $(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\mathfrak{G}\hat{\mathbf{K}}_3$ doit être inversible et borné afin de

6.3. Formulation de la méthode de coordination par les prix avec coordination explicite

garantir la stabilité de l'algorithme de coordination.

La matrice \mathbb{L}_c peut être choisie pour garantir la *stabilité* de l'algorithme du coordonnateur (6.59) lorsque $(\mathbb{A}_c, \mathbb{C}_c)$ est observable (ou au moins détectable).

D'autre part, le prix explicite sous contraintes (6.59) a besoin aussi de l'information sur les contraintes qui sont actives localement à l'instant k .

Dans le cas où \mathbb{L}_c peut être un scalaire et en utilisant les solutions explicites disponibles, la solution stationnaire de l'algorithme des prix est la suivante :

$$\mathbf{p} = \begin{aligned} & [(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)\mathfrak{G}\hat{\mathbf{K}}_3]^{-1} & (6.60) \\ & [(\mathbf{F}\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2)(\mathfrak{F}(\hat{\Delta}_\ell - \hat{\zeta}_\ell \mathbf{x}_0) - \mathfrak{G}(\hat{\mathbf{K}}_1 \bar{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{K}}_2 \bar{\mathbf{d}} - \mathbf{H}\mathbf{u}_{ext_s})) + \bar{\boldsymbol{\Omega}}x_0 + \bar{\boldsymbol{\Theta}}\mathbf{d}] \end{aligned}$$

La conception de cet algorithme a été difficile en raison des interdépendances entre variables. Les valeurs des prix sont nécessaires pour calculer la commande optimale sans contraintes, qui au même temps est nécessaire pour trouver les contraintes actives et les matrices pour calculer les prix. Nous proposons une alternative pour limiter cette interdépendance des expressions, illustrée par l'algorithme 2, pour la méthode de décomposition-coordination par les prix explicite sous contraintes.

Algorithme 2 :

Algorithme de la méthode par les prix explicite sous contraintes.

Calcul hors ligne

Chaque sous-système requiert :

- ◇ Les matrices du modèle du sous-système.
- ◇ Les programmes journaliers locaux des débits turbinés et des niveaux.
- ◇ La prédiction des débits d'entrée locaux.
- ◇ Matrices QP : $\Gamma_{(i)}$, $\Omega_{(i)}$, $\Theta_{(i)}$, $\mathbf{H}_{(i)}$, $\mathbf{K}_1(i)$, $\mathbf{K}_2(i)$ définies dans (6.33) et (6.34).
- ◇ Matrices des contraintes : $\Phi_{(i)}$, $\bar{\Delta}_{(i)}$, $\underline{\Delta}_{(i)}$, $\zeta_{(i)}$ définies dans (6.23)

Le coordinateur requiert :

- ◇ Les matrices du système global.
- ◇ Les programmes journaliers globaux des débits turbinés et des niveaux.
- ◇ La prédiction globale des débits d'entrée.

Calcul en ligne

1. *Pour chaque sous-système* : A l'instant t , à partir de l'état courant $x(t)$ et de la valeur de prix explicite $p(t)$, déterminer les contraintes actives ℓ en vérifiant (6.22).
2. Déduire les matrices $\Phi_{(i)\ell}$, $\Delta_{(i)\ell}$, $\zeta_{(i)\ell}$ et $\mathfrak{F}_{(i)}$, $\mathfrak{G}_{(i)}$ (6.37).
3. Envoyer les valeurs des matrices $\Delta_{(i)\ell}$, $\zeta_{(i)\ell}$ et $\mathfrak{F}_{(i)}$, $\mathfrak{G}_{(i)}$ (ou seulement l'ensemble actif ℓ , si le coordinateur connaît ces matrices à priori) et l'état courant $x(t)$.
4. *Le coordinateur* : Vérifier si $(\mathbb{A}_c, \mathbb{C}_c)$ (6.57) est observable.
5. Calculer la matrice \mathbb{L}_c .
6. Calculer $p(t+1)$ avec (6.59). Envoyer les valeurs des prix $p(t+1)$ aux sous-systèmes.
7. *Pour chaque sous-système* : Avec l'information provenant du coordinateur, calculer la commande optimale $u_{ext(i)_{sc}}^{opt}$ sans contraintes.
8. En déduire les nouvelles matrices $\Phi_{(i)\ell}$, $\Delta_{(i)\ell}$, $\zeta_{(i)\ell}$ et $\mathfrak{F}_{(i)}$, $\mathfrak{G}_{(i)}$ (6.37).
9. Calculer les commandes locales sous contraintes $u_{ext(i)_c}^{opt}$ avec l'algorithme de caractérisation géométrique présenté dans § 4.2.2.2.
10. Application des commandes optimales trouvées u^{opt} .
11. Attendre $t=t+1$, et retourner au pas 1.

6.4 Simulations avec des données réelles

Cette partie présente quelques résultats de simulation d'application de la méthode de décomposition-coordination par les prix au cas d'étude présenté dans le paragraphe § 2.3. Comme au § 5.5 Les données des scénarios d'étude sont des données réelles mises à disposition par EDF. Les hypothèses sur le système sont les mêmes que celles présentées dans le paragraphe § 5.5.

Les simulations ont été réalisées avec les paramètres suivants :

- ◇ Le temps d'échantillonnage est $T_s = 5$ minutes.
- ◇ L'horizon de prédiction local est $N = 6$.
- ◇ Les matrices de pondération P , Q , R dans la fonction de coût et la matrice Υ_i dans (6.30) sont représentées par la matrice identité.
- ◇ La matrice γ et la condition d'arrêt ϵ_{max} dans l'algorithme de coordination (6.41) sont respectivement $\gamma = \text{diag}\{4\}$ et $\epsilon_{max} \in \{1, 10^{-2}, 10^{-5}\}$.

Les simulations présentées correspondent à un enregistrement d'une période de 120 heures, soit 5 journées. Les programmes à suivre sont connus la veille pour le lendemain.

Nous présentons les résultats de simulation pour 2 scénarios correspondant à 2 jeux de perturbations d'entrée différents (différents de ceux du chapitre 5 dans le but de montrer un plus large panel d'exemples. Une comparaison entre les deux méthodes est proposée au chapitre 7), les hypothèses et paramètres de simulation sont les mêmes pour les 2 cas. Nous comparons la méthode par les prix itérative et la méthode par les prix explicite avec la méthode centralisée.

6.4.1 Scénario 1

Simulation sans contraintes :

Les perturbations d'entrée sont présentées dans la figure 6.4.

Pour rappel la sensibilité de la compensation des interactions dans l'algorithme du coordinateur est représentée par les valeurs de condition d'arrêt ϵ_{max} , voir paragraphe § 6.2.3.

Les résultats obtenus avec la méthode de coordination par les prix explicite et la méthode par les prix classique pour une condition d'arrêt $\epsilon = 1$ (équivalent presque tout le temps à une itération) sans contraintes sont présentées sur les figures 6.5 et 6.6, pour les débits turbinés (représentatif de la puissance générée) et sur la figure 6.7 pour les niveaux des réservoirs. Sur ces deux figures, nous pouvons voir que les

Chapitre 6. Méthode de décomposition-coordination par les prix

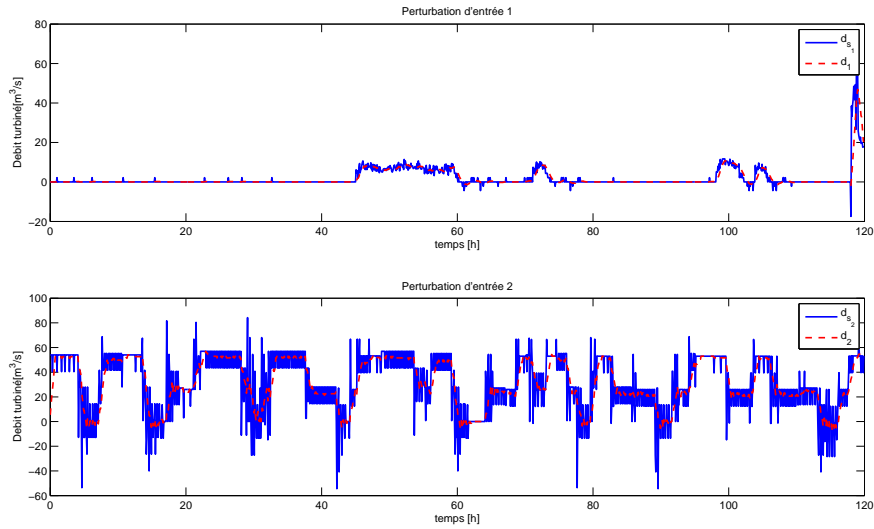


FIGURE 6.4 – Scénario 1 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{s(i)}$ et réelles $d_{(i)}$.

résultats suivent de près les programmes de référence donnés.

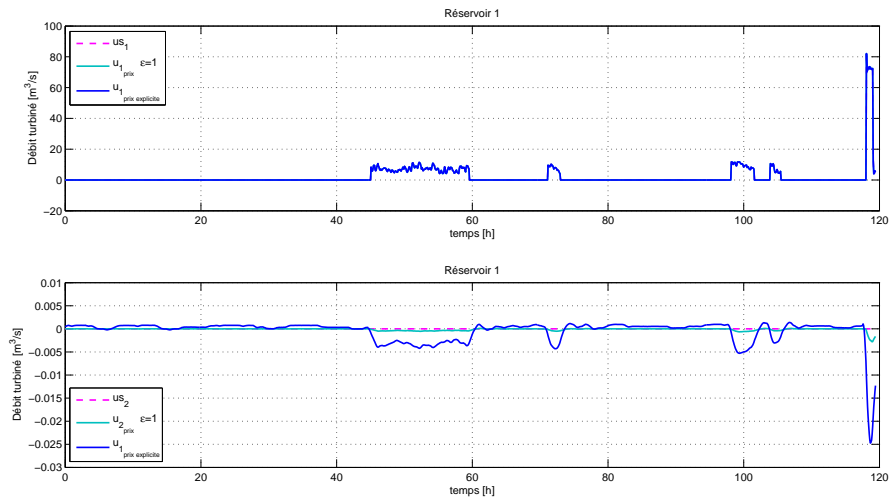


FIGURE 6.5 – Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$) et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$, avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode par les prix explicite.

Le tableau 6.1 présente une comparaison de la performance entre la méthode par les prix classique avec différentes valeurs de condition d'arrêt ϵ_{max} de l'algorithme itératif de coordination (6.49) et la méthode par les prix explicite sans contraintes (6.51). La performance est évaluée par la fonction de coût obtenue normalisée par

6.4. Simulations avec des données réelles

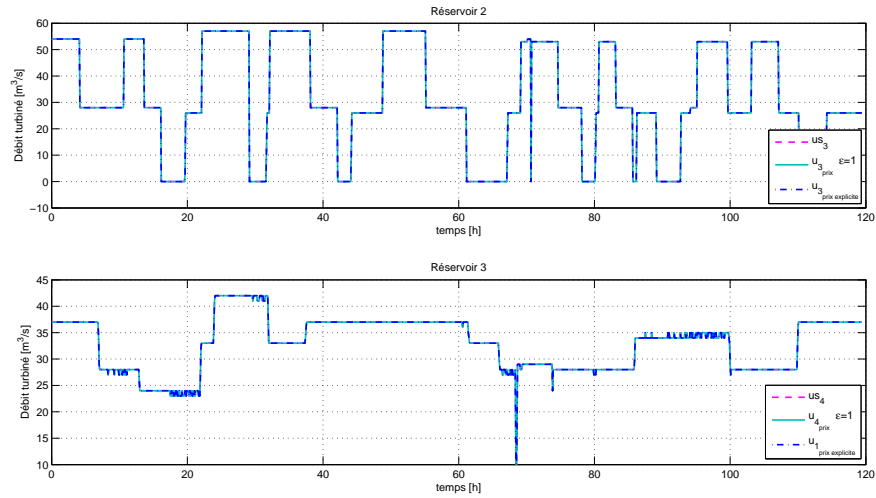


FIGURE 6.6 – Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode par les prix explicite.

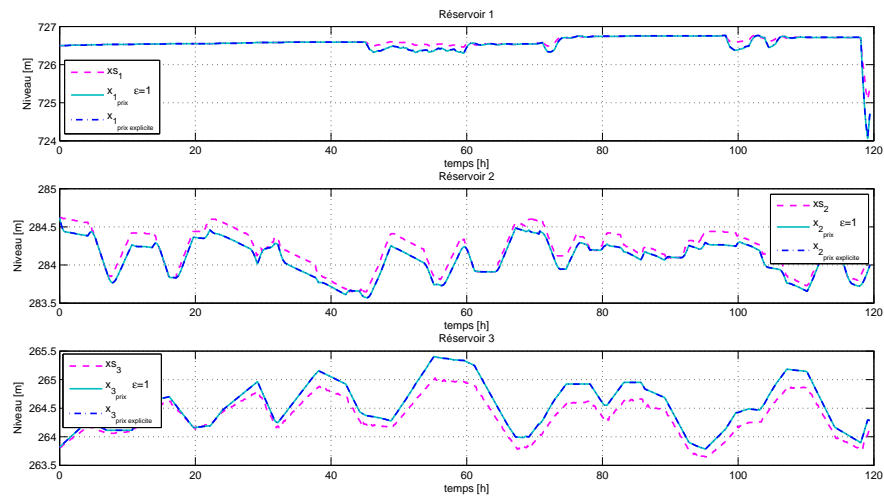


FIGURE 6.7 – Scénario 1 sans contraintes - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$).

la fonction de coût de la méthode centralisée.

La figure 6.8 présente l'évolution des valeurs des prix pour la méthode par les prix explicite et pour la méthode par les prix itérative. La performance de ces deux algorithmes est très proche (voir tableau 6.1) ce qui explique la similitude des valeurs des prix.

Chapitre 6. Méthode de décomposition-coordination par les prix

Décomposition- Coordination par les prix	Performance $\left(\frac{J_{prix}}{J_{centralise}}\right)$	Max. Iterations
Prix ($\epsilon_{max} = 1$)	1.01124106	1
Prix ($\epsilon_{max} = 10^{-2}$)	1.00068715	35
Prix ($\epsilon_{max} = 10^{-5}$)	1.00000068	95
Prix <i>Explicite</i>	1.00000000	N/A

TABLE 6.1 – Scénario 1 sans contraintes - Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée

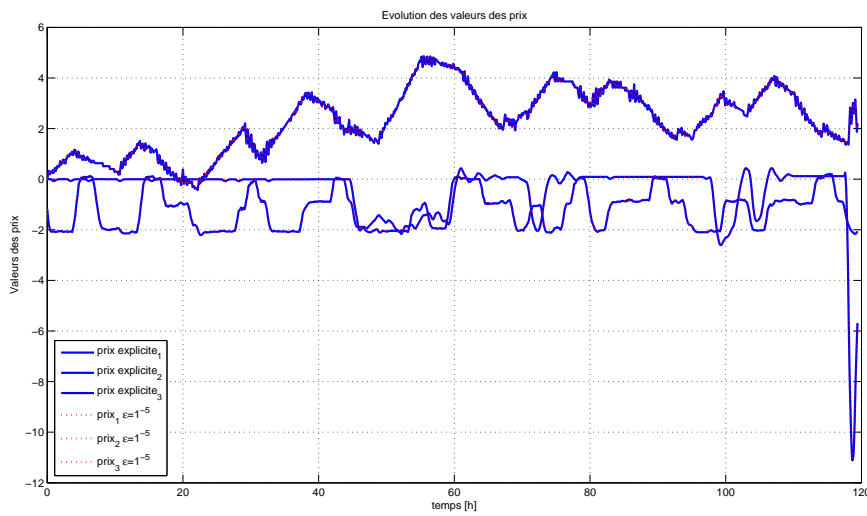


FIGURE 6.8 – Scénario 1 sans contraintes - Evolution des valeurs des prix pour l’algorithme explicite et pour l’algorithme itératif avec $\epsilon_{max} \in \{10^{-5}\}$

La figure 6.9 présente l’évolution du nombre d’itérations pour différents valeurs de ϵ_{max} de l’algorithme de coordination itératif (6.49). Évidemment si la condition d’arrêt est plus restrictive (plus proche de zéro) l’algorithme itératif doit réaliser plus d’itérations pour arriver à satisfaire cette condition.

6.4. Simulations avec des données réelles

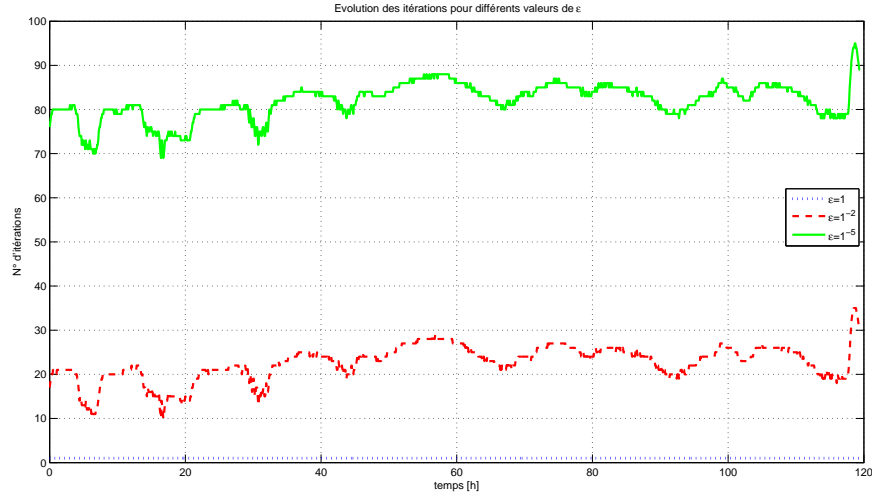


FIGURE 6.9 – Scénario 1 sans contraintes - Evolution des itérations pour $\epsilon_{max} = \{1, 10^{-2}, 10^{-5}\}$

Simulation avec contraintes

Les contraintes sur les niveaux en mètres et les débits en $\frac{m^3}{s}$ sont définies comme suit :

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \\ 55 \\ 40 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 284.9 \\ 266.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 282 \\ 259.4 \end{bmatrix}$$

Les figures 6.10 et 6.11 présentent les débits turbinés trouvés avec la méthode par les prix explicite et la figure 6.12 présente les niveaux des réservoirs.

Les résultats suivent de nouveau de près les programmes de référence donnés, mais cette fois en respectant les contraintes imposées.

Le tableau 6.2 présente une comparaison de la performance des méthodes par les prix. Pour la méthode itérative nous avons limité le nombre maximum d'itérations. Il est important de rappeler que la convergence de cet algorithme dépend de la valeur de γ (voir l'équation (6.41)).

En prenant en compte les contraintes, nous remarquons que la performance de la méthode par les prix explicite ne présente pas la même proximité à celle de la méthode centralisée que dans le cas sans contraintes. Dans la conception de cette méthode, la prise en compte des contraintes n'a pas été facile en raison des interdépendances entre variables. Dans l'algorithme implémenté nous avons fait des choix

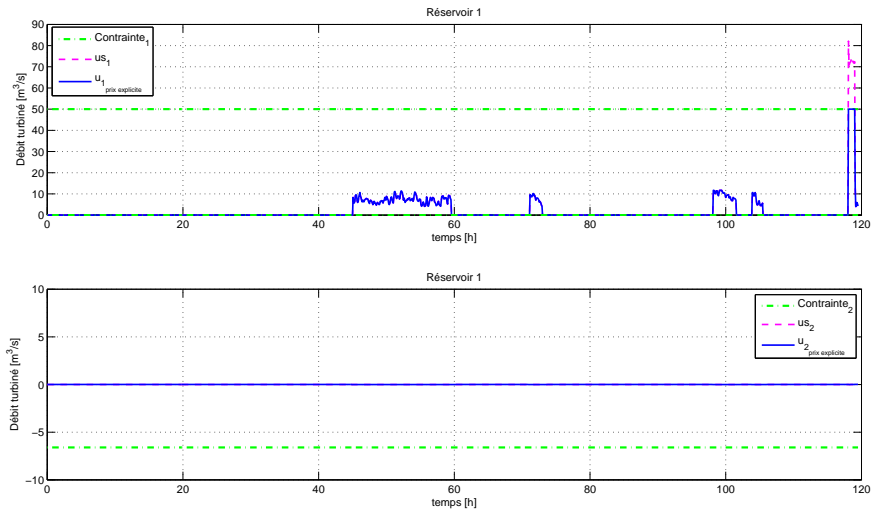


FIGURE 6.10 – Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.

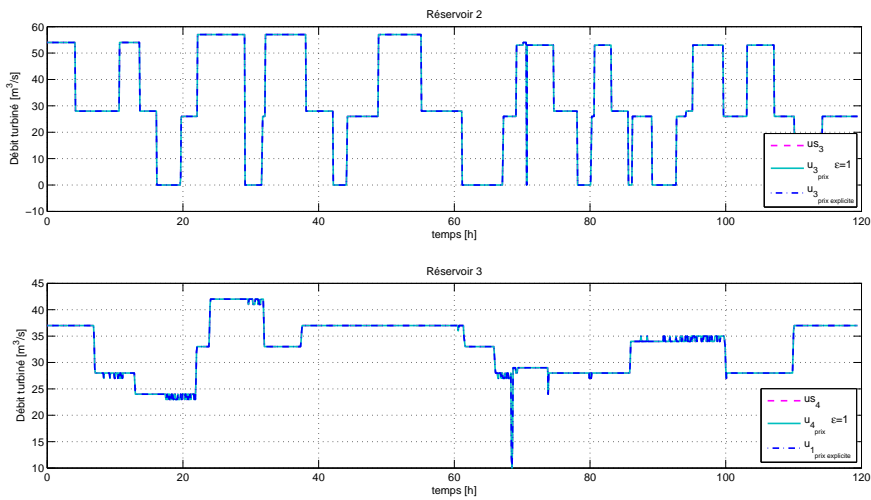


FIGURE 6.11 – Scénario 1 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.

pour le traitement des contraintes pour limiter ces interdépendances (voir §6.3.2), ce qui peut se refléter comme une perte de performance de la méthode. Néanmoins, elle arrive à respecter les contraintes. Cette méthode présente une meilleur performance par rapport à la méthode itérative à un seul pas d'itération.

6.4. Simulations avec des données réelles

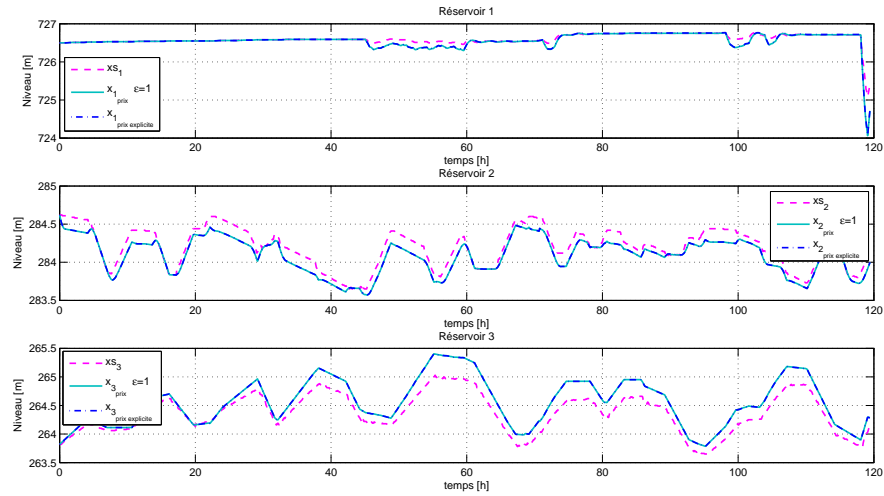


FIGURE 6.12 – Scénario 1 sans contraintes - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}(i)$) et référence $\mathbf{x}_s(i)$.

Décomposition- Coordination par les prix	Performance $\left(\frac{J_{prix}}{J_{centralise}}\right)$	Max. Iterations
Prix ($\epsilon_{max} = 1$)	1.00253716	1
Prix ($\epsilon_{max} = 0.1$)	1.00254188	35
Prix ($\epsilon_{max} = 10^{-2}$)	1.00034482	500
Prix ($\epsilon_{max} = 10^{-5}$)	1.00020186	5000
Prix <i>Explicite</i>	1.00246523	N/A

TABLE 6.2 – Scénario 1 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée

6.4.2 Scénario 2

Les perturbations d'entrée sont présentées dans la figure 6.13.

Simulation sans contraintes :

Les figures 6.14, 6.15 et 6.16 présentent les résultats des débits turbinés et des niveaux des réservoirs pour ce scénario. Là encore, les courbes des résultats suivent de près les programmes de références donnés.

Chapitre 6. Méthode de décomposition-coordination par les prix

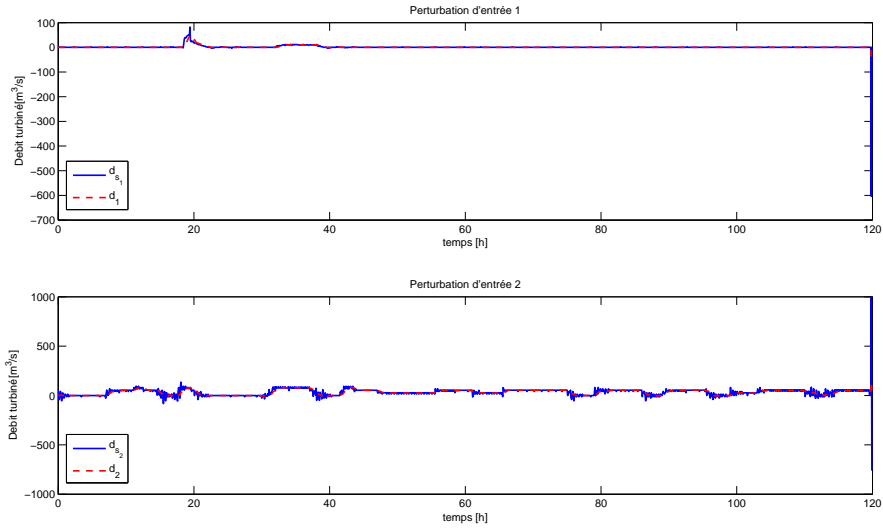


FIGURE 6.13 – Scénario 2 - Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{s(i)}$ et réelle $d(i)$.

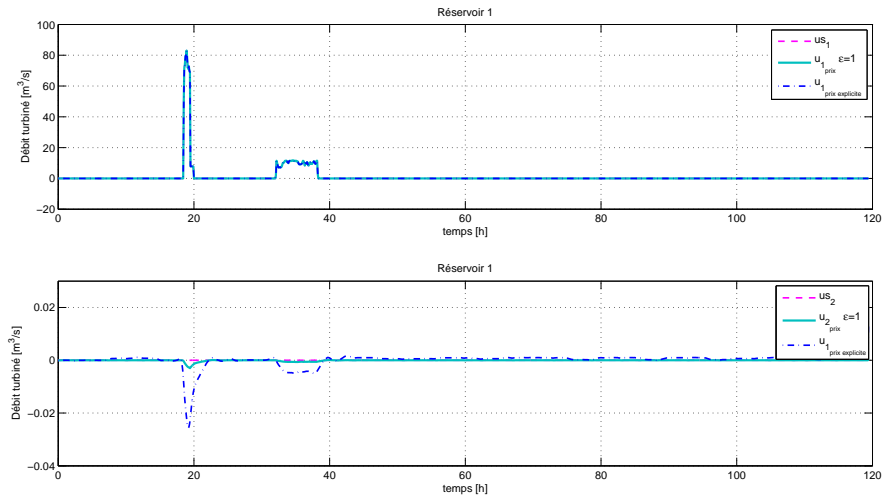


FIGURE 6.14 – Scénario 2 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.

6.4. Simulations avec des données réelles

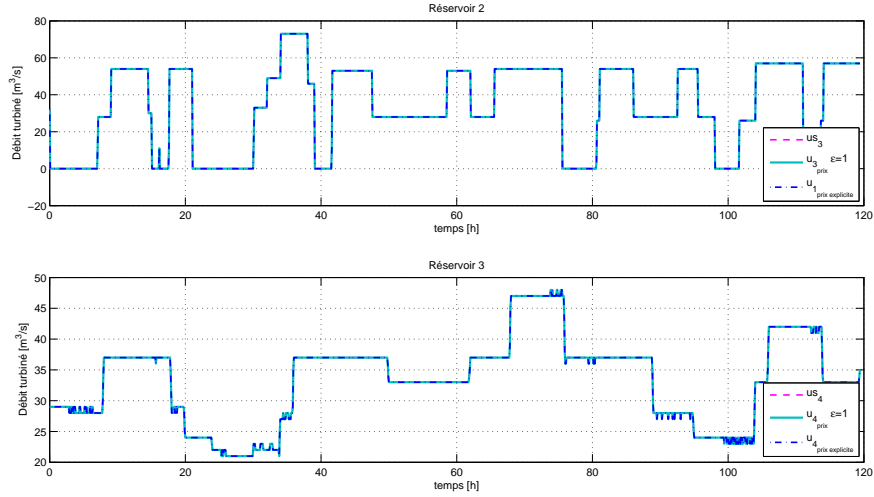


FIGURE 6.15 – Scénario 2 sans contraintes - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$) et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$, avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.

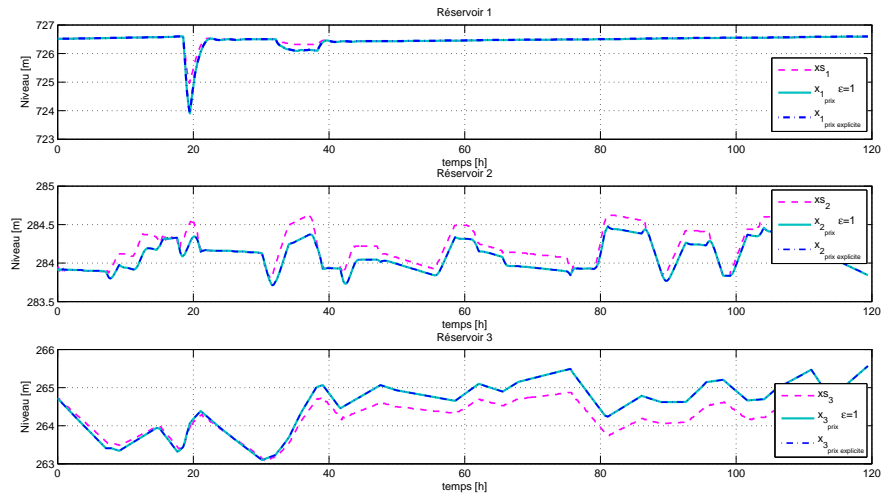


FIGURE 6.16 – Scénario 2 sans contraintes - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$) et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$.

Simulation avec contraintes :

Les contraintes imposées sur les commandes et les niveaux sont les suivantes :

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 60 \\ 60 \\ 60 \\ 40 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 284.9 \\ 266.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 282 \\ 259.4 \end{bmatrix}$$

La matrice de pondération a été réglée comme suit : $Q = \text{diag}\{100, 800, 1000\}$ pour donner priorité au respect des contraintes sur les niveaux.

Les figures 6.17 et 6.18 présentent les débits turbinés et la figure 6.19 présente les niveaux des réservoirs, ces résultats ont été obtenus avec la méthode par les prix explicite. Les résultats suivent de près les programmes de référence donnés en respectant les contraintes imposées.

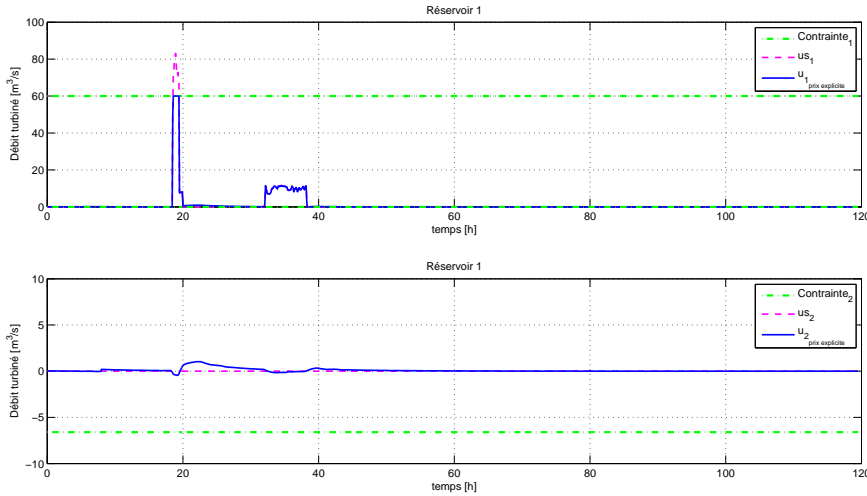


FIGURE 6.17 – Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.

Le tableau 6.3 présente une comparaison de la performance des méthodes par les prix. La performance de la méthode par les prix explicite a le même comportement que celui du scénario 1. Elle n'est pas très proche de la méthode centralisée, néanmoins elle est meilleure que celle de la méthode itérative à un pas d'itération.

Quelques tests de robustesse sont présentés dans le chapitre § 7.

6.4. Simulations avec des données réelles

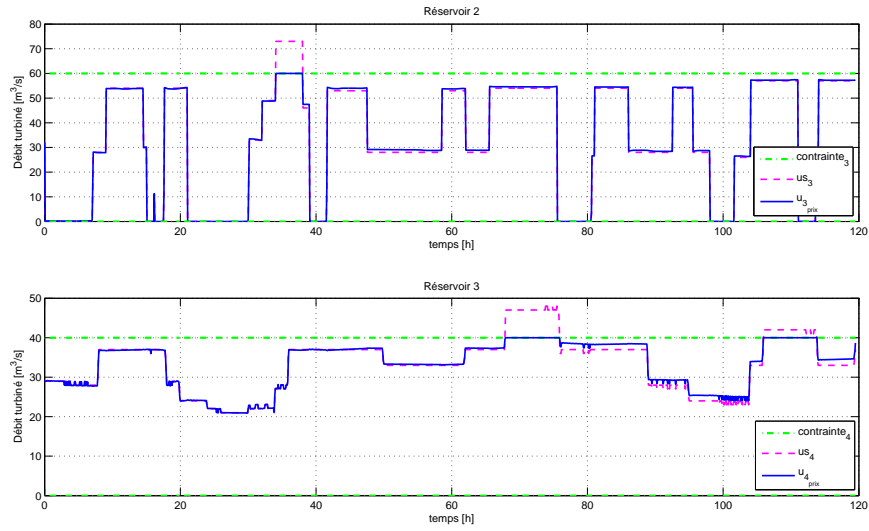


FIGURE 6.18 – Scénario 2 - Débits turbinés sous-système 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$), avec $\epsilon_{max} = 1$ et la méthode des prix explicite.

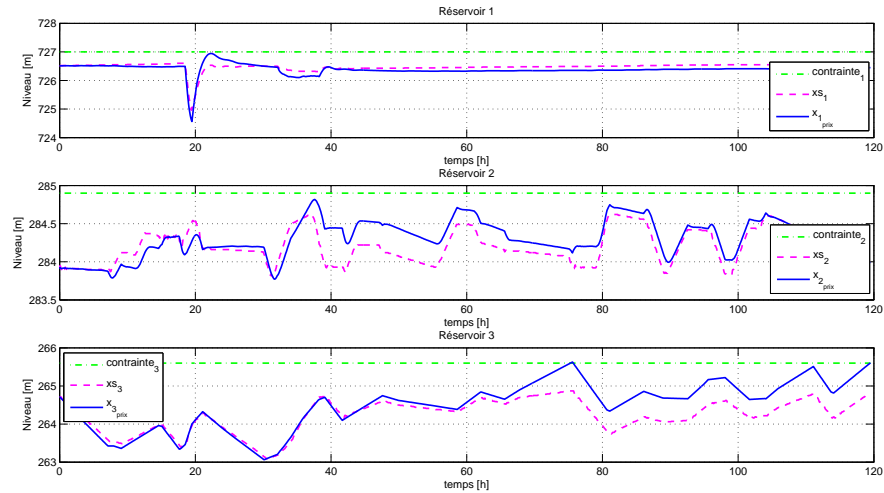


FIGURE 6.19 – Scénario 2 - Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$).

Décomposition- Coordination par les prix	Performance $\left(\frac{J_{prix}}{J_{centralise}}\right)$	Max. Iterations
Prix ($\epsilon_{max} = 1$)	1.37359104	1
Prix <i>Explicite</i>	1.31248607	N/A

TABLE 6.3 – Scénario 2 - Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée

6.5 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté la méthode de décomposition-coordination par les prix. Nous réalisons la décomposition du système globale en utilisant la décomposition par blocs comme cela a été présenté dans le chapitre 5. Nous avons présenté la structure de la méthode classique, et nous avons proposé de traiter les sous-problèmes d'optimisation locaux comme des problèmes QP avec l'objectif d'obtenir une solution explicite. Cette méthode utilise au niveau du coordinateur un algorithme de gradient pour la compensation des interactions et qui permet de trouver les valeurs des *prix* qui sont envoyées aux sous-systèmes pour les intégrer dans les optimisations locales. Un des inconvénients est donc la grande quantité d'échanges d'information à faire (entre deux instant de temps) entre le coordinateur et les sous-systèmes pour arriver à la convergence de cet algorithme.

A partir de la méthode classique, en étudiant la stabilité de l'algorithme itératif du coordinateur et en profitant de la disponibilité des solutions explicites comme cela a été présenté dans le chapitre 3, nous avons proposé une formulation aussi explicite pour le calcul des valeurs des prix au niveau du coordinateur. De cette manière la totalité de la méthode est explicite, i.e. les optimisations locales et la coordination et il n'y a alors plus de dépendance vis à vis d'un algorithme itératif. Sans contraintes cette méthode présente une bonne performance en simulation, néanmoins sous contraintes la formulation des prix n'est pas facile à faire en raison des interdépendances entre variables. Nous avons proposé un algorithme pour cette méthode qui permet d'obtenir des résultats prometteurs mais c'est une piste qui reste à approfondir.

Nous avons présenté aussi quelques résultats de simulation avec des données réelles. Pour la méthode itérative sous contraintes, nous soulignons aussi la difficulté du choix du paramètre γ lié directement à la convergence de l'algorithme itératif.

Une comparaison des performances de cette méthode par rapport à celle du chapitre 5 ainsi qu'une évaluation de leur robustesse sont proposées en simulation au chapitre 7, de même que des essais d'implantation sur plate-forme réaliste.

Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

Sommaire

7.1	Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination	106
7.1.1	Tests de performance	106
7.1.2	Tests de robustesse	113
7.2	Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG	121
7.2.1	Présentation de la plate-forme	121
7.2.2	Architecture de la plate-forme	122
7.2.3	Configuration de la plate-forme	124
7.2.4	Exemple d'implantation	128
7.3	Conclusions	132

Ce chapitre présente une comparaison en simulation des méthodes présentées au cours de ce mémoire, ainsi que l'implantation des algorithmes de commande développés au cours de ce mémoire sur la plate-forme Supervision NG pour la téléconduite hydraulique qui a été développée au sein du département STEP de EDF R&D.

7.1 Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

7.1.1 Tests de performance

Cette partie présente quelques résultats de simulation d'application des méthodes de décomposition-coordination par la prédiction des interactions et par les prix au cas d'étude présenté dans le paragraphe § 2.3.

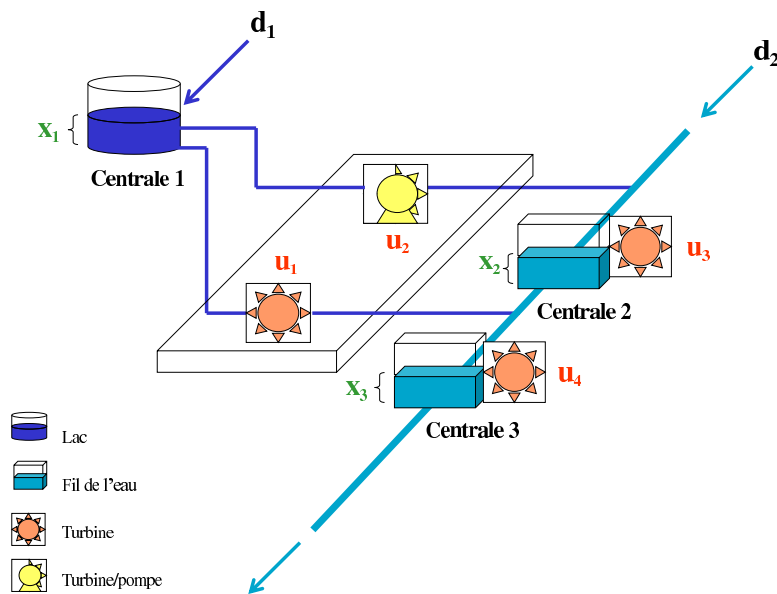


FIGURE 7.1 – Cas d'étude - 3 sous-systèmes.

Les hypothèses sur le système sont les mêmes que celles présentées dans les paragraphes § 5.5 et § 6.4. Nous supposons que le modèle local et les perturbations locales sont connus. La connaissance des perturbations d'entrée provient de la disponibilité/connaissance du débit turbiné de la centrale en amont.

Les retenues de la vallée sont modélisées par des réservoirs ouverts, elles sont perturbées par des débits d'entrée. Les niveaux sont contrôlés par des débits de sortie qui sont déterminés à partir d'un programme de référence de génération de puissance. Nous supposons aussi que les mesures des niveaux des réservoirs sont disponibles.

Les simulations ont été réalisées avec les paramètres suivants :

- ◇ Le temps d'échantillonnage est $T_s = 5$ [minutes].
- ◇ L'horizon de prédiction local est $N = 6$.

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

- ◇ Pour la méthode par la prédictions des interactions : L'horizon de prédiction du coordinateur dépend des temps de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes (selon (5.13))
- ◇ Pour la méthode par les prix : les matrices de pondération P , Q , R dans la fonction de coût et la matrice Υ_i dans (6.30) sont représentées par la matrice identité.
- ◇ La matrice γ et la condition d'arrêt ϵ_{max} dans l'algorithme de coordination (6.41) sont respectivement $\gamma = \text{diag}\{4\}$ et $\epsilon_{max} \in \{1, 10^{-2}, 10^{-5}\}$.

Les simulations présentées correspondent à un enregistrement d'une période de 120 heures, soit 5 journées. Les programmes à suivre sont connus la veille pour le lendemain.

Simulation sans contraintes :

Les perturbations d'entrée sont présentées dans la figure 7.2.

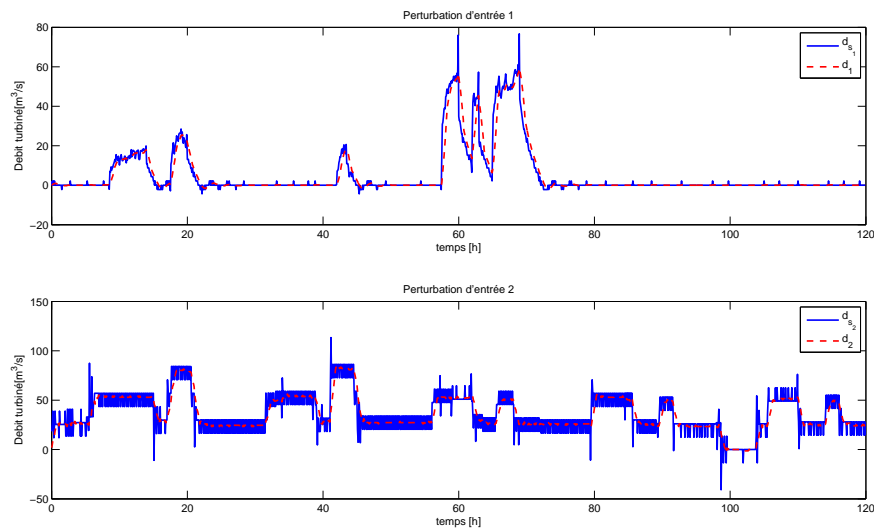


FIGURE 7.2 – Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{s(i)}$ and real $d_{(i)}$.

Les figures 7.3 et 7.4 montrent les débits turbinés calculés avec la méthode de décomposition-coordination par les prix explicite. Les courbes suivent de près les références données. Du même, la figure 7.5 présente les niveaux résultant de l'application des commandes calculées.

Le tableau 7.1 présente une comparaison entre la méthode par les prix classique avec différentes valeurs de condition d'arrêt ϵ_{max} de l'algorithme itératif de

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

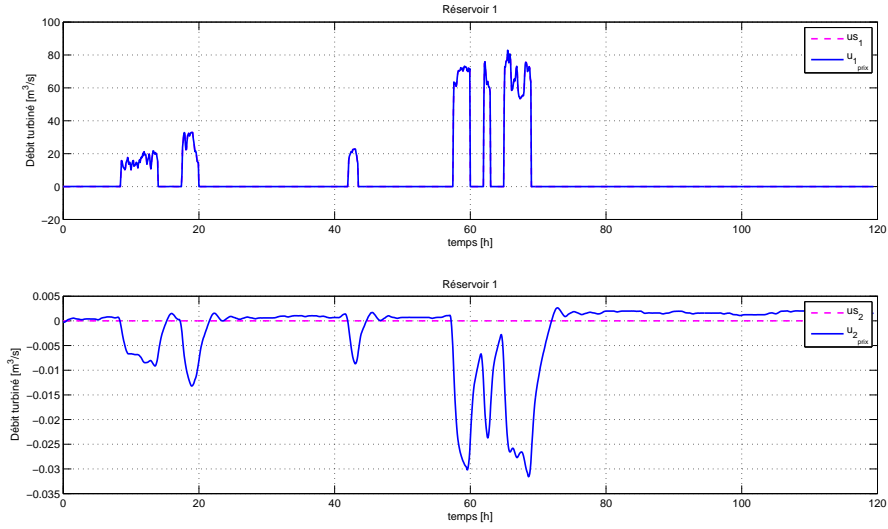


FIGURE 7.3 – Débits turbinés du sous-système 1 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) calculés avec la méthode par les prix explicite

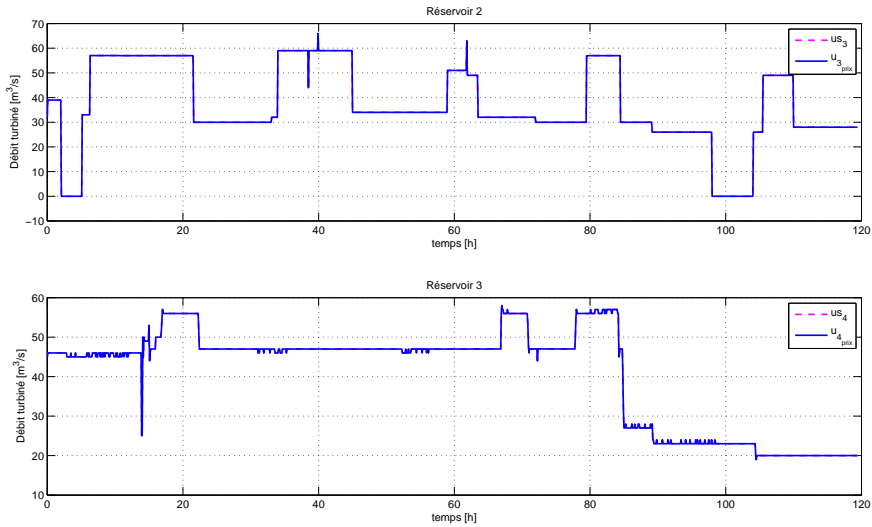


FIGURE 7.4 – Débits turbinés des sous-systèmes 2 et 3 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) calculés avec la méthode par les prix explicite

coordination (6.49) et la méthode par les prix explicites sans contraintes (6.51). La performance est évaluée par la fonction de coût obtenue normalisée par la fonction de coût de la méthode centralisée. Les résultats présentés dans ce tableau 7.2 montrent que si la valeur de ϵ_{max} est plus restrictive (proche à zéro), alors le nombre d'itérations augmente et par conséquent, la performance augmente et se rapproche

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

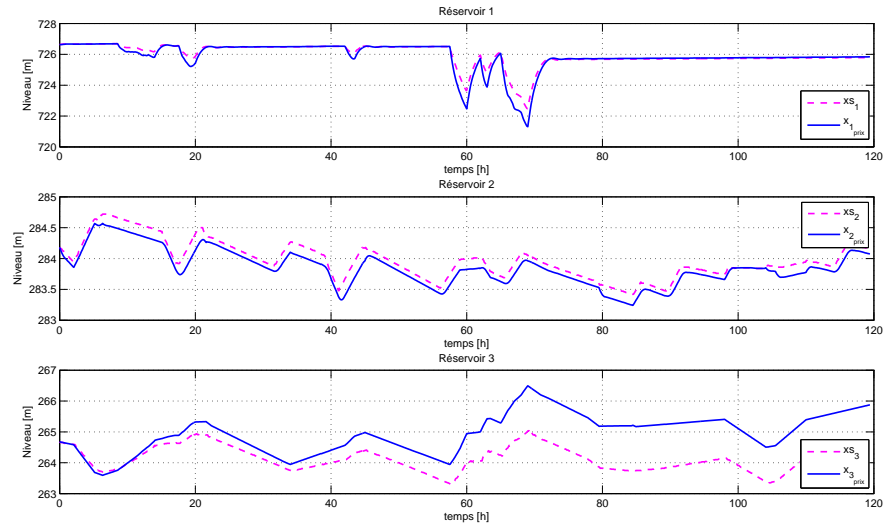


FIGURE 7.5 – Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$ et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$) calculés avec la méthode par les prix explicite

Décomposition- Coordination par les prix	Performance $\left(\frac{J_{prix}}{J_{centralise}}\right)$	Max. Iterations
Prix ($\epsilon_{max} = 1$)	1.01210810	2
Prix ($\epsilon_{max} = 10^{-2}$)	1.00019366	41
Prix ($\epsilon_{max} = 10^{-5}$)	1.00000020	100
Prix <i>Explicite</i>	1.00000000	N/A

TABLE 7.1 – Performance de la méthode de décomposition-coordination par les prix comparée à la méthode centralisée

T_{com} [min]	Performance $\left(\frac{J_{pred}}{J_{5min}}\right)$
5	1.0000
30	1.0007
90	1.0007
150	1.0133
∞	1.2294

TABLE 7.2 – Performance de la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions pour différentes valeurs de T_{com}

de celle du cas centralisé. Cependant, cette amélioration se fait au détriment du nombre d'itérations qu'augmente.

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

Le tableau 7.2 synthétise les performances obtenues avec la méthode de prédiction des interactions pour différents T_{com} . Si la fréquence des temps de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes est plus longue, la performance de la méthode décroît.

Remarque : La méthode de prédiction des interactions avec un $N_g = N$, la méthode des prix explicite, et la méthode des prix itérative avec un ϵ suffisamment petit reviennent à la méthode centralisée. Avec la méthode de décomposition-coordination par les prix explicite, la performance de la méthode centralisée est retrouvée en un seul calcul.

Simulation avec contraintes :

Dans cette partie, nous présentons les résultats de simulation des méthodes étudiées sous contraintes. Les paramètres et hypothèses utilisés dans cette simulation sont similaires à ceux du paragraphe précédente.

Les contraintes sur les niveaux $[m]$ et les débits $[\frac{m^3}{s}]$ sont les suivantes :

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 70 \\ 70 \\ 55 \\ 55 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 284.9 \\ 265.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 282 \\ 259.4 \end{bmatrix}$$

Il a été nécessaire de régler les pondérations de la matrice Q , pour essayer d'assurer le respect des contraintes sur les niveaux : $Q = \text{diag}\{1, 18, 42\} \times 10^3$

Les figures 7.6 et 7.7 présentent les débits turbinés commandés en trace continue bleue. La figure 7.8 présente le niveau des réservoirs également en trace continue bleue. Les résultats consignés dans ces figures ont été calculés avec la méthode par les prix explicite et la méthode par la prédiction des interactions. Nous pouvons voir que les débits turbinés essaient de suivre les programmes demandés (en trace magenta discontinue), en respectant les contraintes imposées (trace mixte verte). Néanmoins, le fait de privilégier le respect des contraintes sur les niveaux (en réglant les pondérations des matrices dans la fonction de coût) affecte fortement le comportement des commandes. Les commandes locales ont été calculées avec la méthode de caractérisation géométrique présentée au chapitre 4.

Le tableau 7.1.1 présente les performances des méthodes de décomposition-coordination étudiées. Le tableau 7.4 synthétise les erreurs de suivi accumulé le long des 5 journées d'étude pour les méthodes d'étude calculés avec (5.39). Dans la méthode par les prix itérative le nombre maximum d'itérations a été fixé à 2000, les résultats avec cette méthode montrent un léger dépassement de la contrainte sur le débit turbiné du sous-système 3, ce qui peut se voir reflété dans la valeur de sa

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

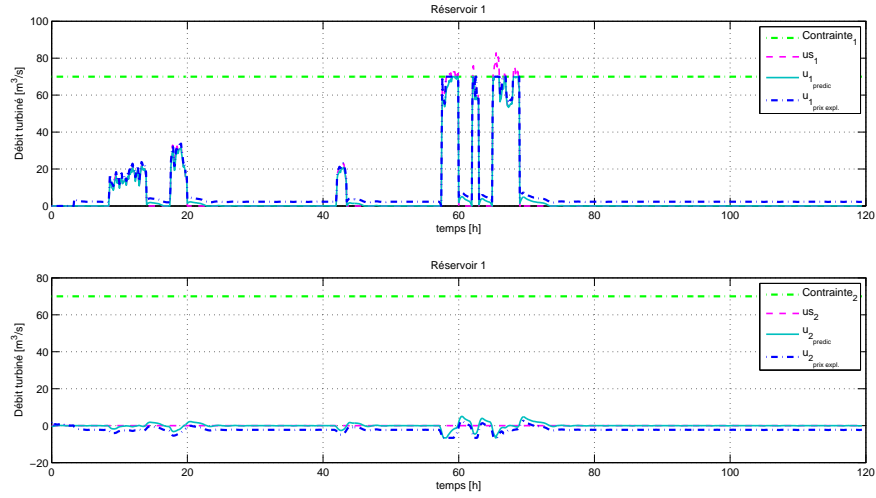


FIGURE 7.6 – Débits turbinés 1 et 2 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) pour la méthode par les prix explicite et la prédiction des interactions

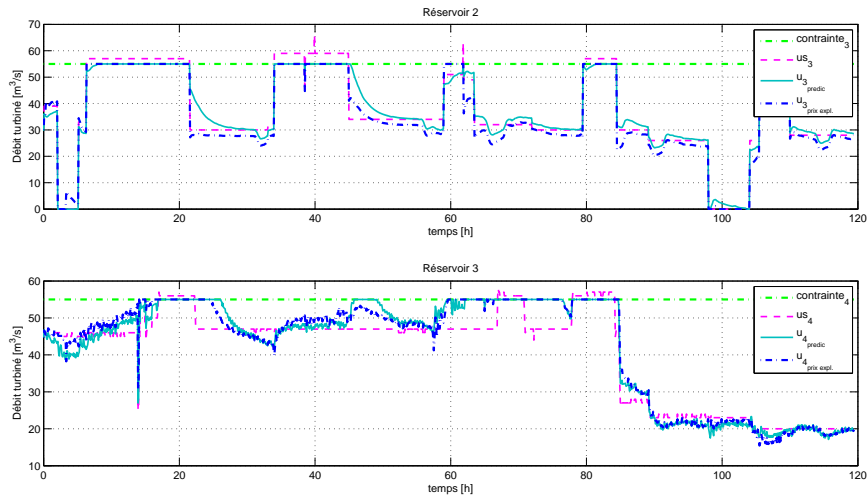


FIGURE 7.7 – Débits turbinés 3 et 4 ($\mathbf{u}_{(i)}^{opt}$ et le programme de référence $\mathbf{u}_{s(i)}$) pour la méthode par les prix explicite et la prédiction des interactions

fonction de coût.

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

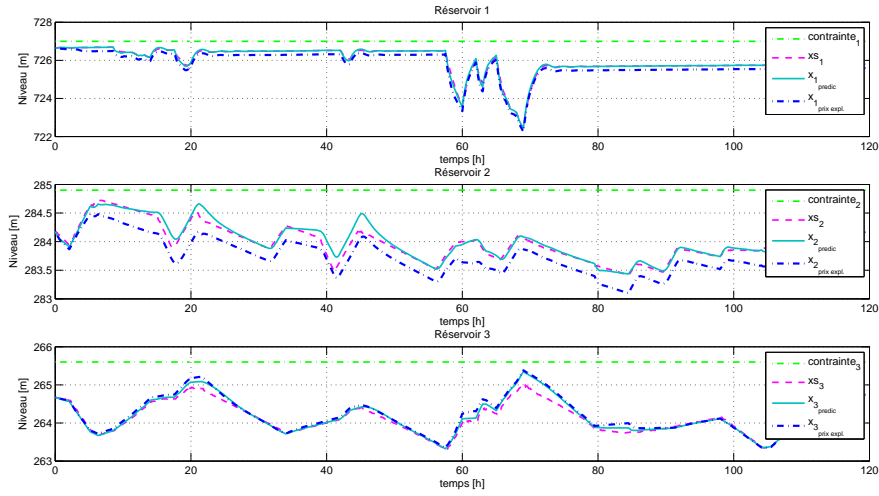


FIGURE 7.8 – Niveaux des réservoirs ($\mathbf{x}_{(i)}$) et référence $\mathbf{x}_{s(i)}$ pour la méthode par les prix explicite et la prédiction des interactions

Méthode	J
Centralisée	6.03×10^5
Prédiction des interactions $N_g = N$	8.23×10^5
Prix itérative $\epsilon = 10^{-5}$	1.93×10^6
Prix explicite	1.38×10^6

TABLE 7.3 – Fonction du coût des méthodes d'étude sous contraintes

Méthode	Centralisée	Prédiction des interactions	Prix explicite	Prix itérative $\epsilon = 10^{-5}$ - Max. itér.=2000
$u_{(1)}$	1.48×10^2	0.58×10^2	0.72×10^2	0.23×10^2
$u_{(2)}$	1.05×10^2	0.56×10^2	0.92×10^2	0.79×10^2
$u_{(3)}$	2.36×10^2	2.50×10^2	2.73×10^2	1.81×10^2
$u_{(4)}$	2.66×10^2	3.07×10^2	3.04×10^2	2.04×10^2
$x_{(1)}$	20.32	2.25	20.21	3.32
$x_{(2)}$	7.59	8.06	5.28	8.03
$x_{(3)}$	4.02	9.92	6.48	13.09

TABLE 7.4 – [%] d'erreur de suivi accumulé pour les méthodes d'étude

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

7.1.2 Tests de robustesse

Nous présentons dans ce paragraphe différents tests de défaillances, qui permettent d'illustrer la robustesse des algorithmes étudiés. Les méthodes explicites sont comparées avec la méthode centralisée.

Le schéma (7.9) présente la méthode centralisée pour un système composé par trois sous-systèmes. L'entité centrale calcule la commande qui doit être appliquée à chaque sous-système et reçoit de retour la réponse à l'application de cette commande.

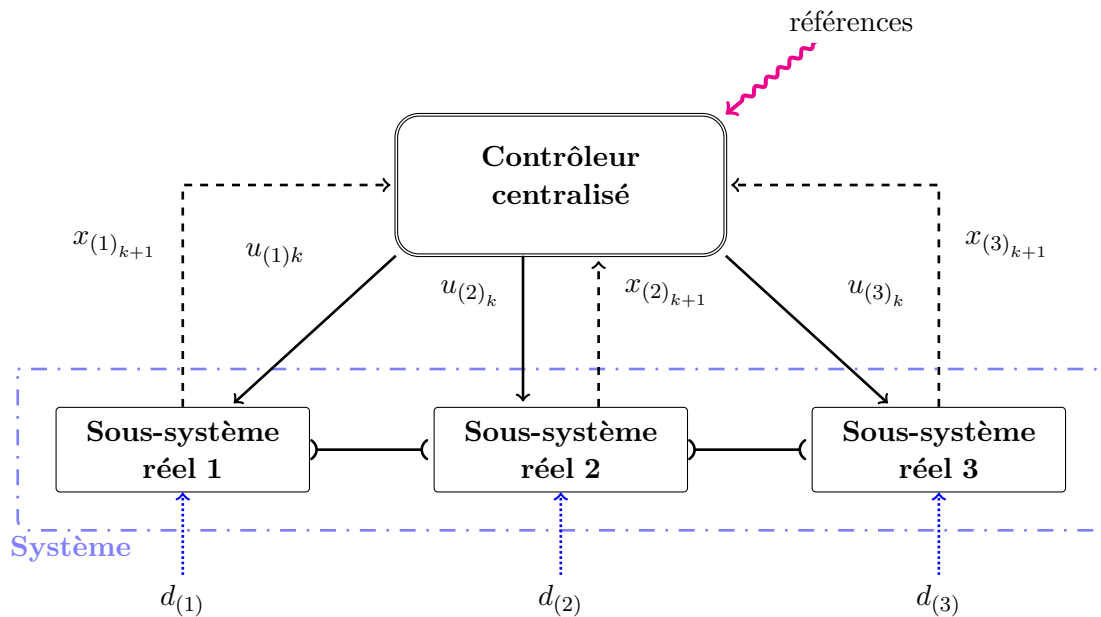


FIGURE 7.9 – Méthode centralisée - 3 sous-systèmes

Les paramètres de simulation sont les suivants :

- ◇ Le temps d'échantillonnage est $T_s = 5$ [minutes].
- ◇ L'horizon de prédiction local est $N = 6$.
- ◇ Pour la méthode par la prédictions des interactions : L'horizon de prédiction du coordinateur dépend des temps de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes (selon (5.13))
- ◇ Pour la méthode par les prix : les matrices de pondération P , Q , R dans la fonction de coût et la matrice Υ_i dans (6.30) sont représentées par la matrice identité.
- ◇ La matrice γ et la condition d'arrêt ϵ_{max} dans l'algorithme de coordination (6.41) sont respectivement $\gamma = \text{diag}\{4\}$ et $\epsilon_{max} \in \{1, 10^{-2}, 10^{-5}\}$.

Les perturbations d'entrée sont présentées dans la figure 7.10. Les valeurs des

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

perturbations d'entrée correspondent à un enregistrement réel de 24 heures. Toutes les simulations présentées pour les tests de défaillances sont fournies pour la même période de temps. Les fonctions de coût ont été calculées avec l'équation (4.2) et pour la méthode par les prix avec l'équation (6.25), en additionnant aux fonctions de coût un terme “ r ” de pénalisation quand une ou plusieurs contraintes ne sont pas respectes.

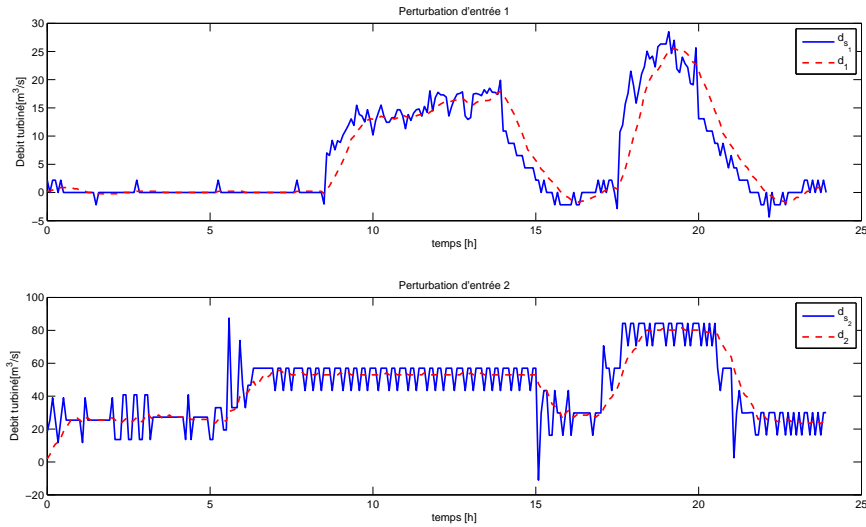


FIGURE 7.10 – Perturbations d'entrée estimées $\mathbf{d}_{(i)}$

En situation de fonctionnement normal (idéal) sans contraintes, les fonctions de coût sont présentées dans le tableau 7.5. Les fonctions de coût totales des méthodes conçues au cours de ce mémoire sont proches de celle de la méthode centralisée.

Méthode	$J_{(1)}$	$J_{(2)}$	$J_{(3)}$	J_{totale}
Centralisée	12.03	6.86	8.43	27.31
Prédiction des interactions $N_g = N$	12.00	6.86	8.43	27.29
Prix itérative $\epsilon = 10^{-5}$	12.03	6.86	8.43	27.31
Prix explicite	12.03	6.86	8.43	27.31

TABLE 7.5 – Fonction du coût des différents méthodes d'étude en fonctionnement normal sans contraintes

Nous définissons les contraintes sur les débits turbinés et niveaux suivantes :

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \\ 55 \\ 50 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 284.9 \\ 265.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 282 \\ 259.4 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Le tableau 7.6 présente les pourcentages d'erreur de suivi accumulé le long de la journée de simulation.

Méthode	$J_{(1)}$	$J_{(2)}$	$J_{(3)}$	J_{totale}
Centralisée	12.02	7.06×10^2	1.78×10^3	2.50×10^3
Prédiction des interactions $N_g = N$	12.00	7.06×10^2	1.78×10^3	2.50×10^3
Prix itérative $\epsilon = 10^{-5}$	12.01	7.06×10^2	1.78×10^3	2.50×10^3
Prix explicite	12.06	7.06×10^2	1.78×10^3	2.50×10^3

TABLE 7.6 – Fonction du coût des différents méthodes d'étude en fonctionnement normal sous contraintes

Nous nous intéressons en particulier aux trois tests de défaillances suivants :

1. Défaillance de l'entité centrale.
2. Défaillance de communication.
3. Défaillance locale.

Les prochains paragraphes § 7.1.2.1 à 7.1.2.3 reprennent chacun de ces défaillances nommés ci-dessus et présentent aussi quelques résultats de simulation sous les contraintes définies dans (7.1).

7.1.2.1 Test 1 : Défaillance de l'entité centrale

L'entité centrale tombe en panne : pour le cas centralisé cette entité correspond au contrôleur du système. Pour le cas multiniveaux décomposé-coordonné cette entité correspond au coordinateur. La figure 7.11 représente ce type de défaillance.

Nous avons défini deux situations pendant ce type de défaillance :

- a. Les valeurs transmises restent les mêmes de l'instant précédent à la panne.
- b. Les valeurs transmises sont aberrantes, par exemple zéros.

Nous simulons une défaillance dans l'intervalle compris entre $T_{\text{erreur}} = \{10[h] - 12[h]\}$ pour une simulation d'une journée.

Les tables 7.7 et 7.9 présentent les fonctions de coût pour les différents méthodes explicites pour les deux cas (nommés ci-dessus) qui peuvent se présenter dans la

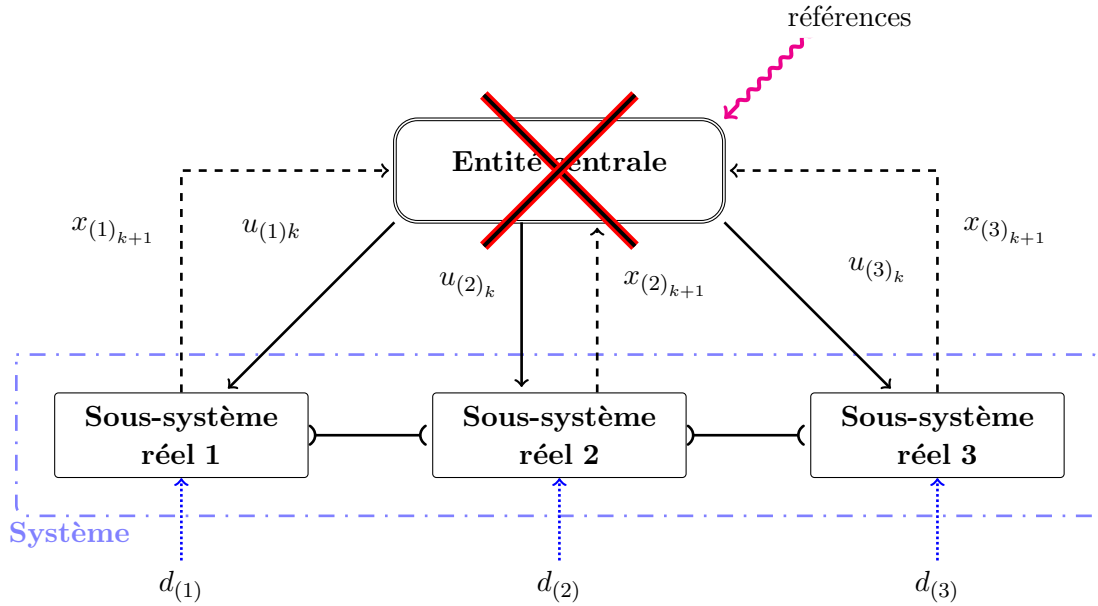


FIGURE 7.11 – Schéma d'exemple d'une défaillance de l'entité centrale

période de défaillance de l'entité centrale. Nous présentons en particulier la fonction de coût du système global J_{totale} et la fonction de coût de la période de défaillance J_{erreur} .

Les tables 7.8 et 7.10 présentent l'erreur de suivi accumulé des commandes et des états. L'erreur de suivi est la différence entre les valeurs calculées et les références données, accumulée le long de la journée de simulation.

Méthode	J_{erreur}	J_{totale}
Centralisée	1.36×10^3	2.14×10^4
Prédiction des interactions $N_g = N$	1.93×10^2	2.50×10^3
Prix explicite	1.93×10^2	2.50×10^3

TABLE 7.7 – Défaillance de l'entité centrale, cas a : fonction du coût pour différents méthodes d'étude sous contraintes

Nous remarquons que la défaillance de l'entité centrale affecte gravement la performance de la méthode centralisée tandis que les performances des méthodes de décomposition-coordination sont dégradées très peu, restant proches de celles du fonctionnement idéal. Surtout pour le cas b, la commande centralisée n'arrive même pas à respecter les contraintes imposées.

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

Méthode	Centralisée	Prédiction des interactions	Prix explicite
$u_{(1)}$	1.13×10^2	0.34	0.35
$u_{(2)}$	0.18	0.396	0.39
$u_{(3)}$	1.40×10^2	1.40×10^2	1.40×10^2
$u_{(4)}$	1.32×10^2	1.19×10^2	1.18×10^2
$x_{(1)}$	14.70	14.36	14.37
$x_{(2)}$	8.06	8.07	8.07
$x_{(3)}$	8.37	9.92	9.92

TABLE 7.8 – Défaillance de l'entité centrale, cas a : [%] d'erreur de suivi

Méthode	J_{erreur}	J_{totale}
Centralisée	3.00×10^5	4.21×10^5
Prédiction des interactions $N_g = N$	1.93×10^2	2.50×10^3
Prix explicite	1.93×10^2	2.50×10^3

TABLE 7.9 – Défaillance de l'entité centrale, cas b : fonction du coût pour différents méthodes d'étude sous contraintes

Méthode	Centralisée	Prédiction des interactions	Prix explicite
$u_{(1)}$	0.59×10^3	0.34	0.35
$u_{(2)}$	0.04×10^3	0.39	0.39
$u_{(3)}$	1.16×10^3	1.40×10^2	1.40×10^2
$u_{(4)}$	0.97×10^3	1.19×10^2	1.19×10^2
$x_{(1)}$	48.40	14.36	14.36
$x_{(2)}$	84.52	8.07	8.07
$x_{(3)}$	13.87	9.92	9.92

TABLE 7.10 – Défaillance de l'entité centrale, cas b : [%] d'erreur de suivi

7.1.2.2 Test 2 : Défaillance de communication

La défaillance de communication représente par exemple un problème de communication entre l'entité centralisée et un des sous-systèmes. Nous simulons un problème de communication dans l'intervalle compris entre $T_{erreur} = \{10[h] - 12[h]\}$, pendant la défaillance les données qui devraient s'échanger seront les mêmes que celles du dernier instant avant la défaillance. La défaillance simulée est dans la communication entre l'entité centrale et le sous-système 3 (voir figure 7.12).

Le tableau 7.11 présente les fonctions de coût pour les différents méthodes explicites conçues.

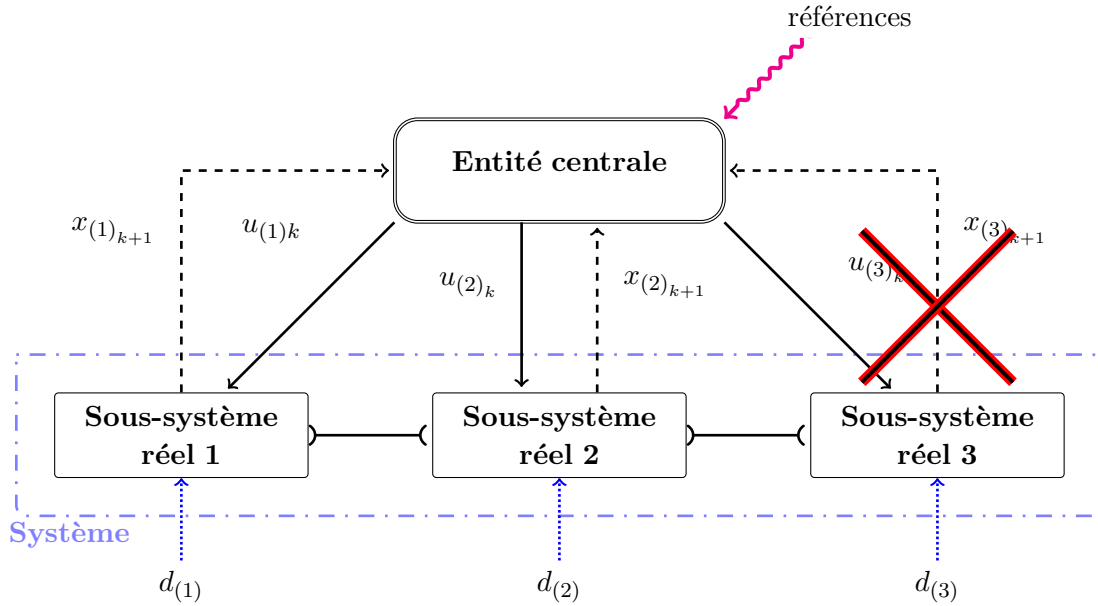


FIGURE 7.12 – Schéma d'un exemple d'une défaillance de communication

Méthode	J_{erreur}	J_{totale}
Centralisée	2.31×10^3	2.55×10^3
Prédiction des interactions $N_g = N$	1.97×10^2	2.52×10^3
Prix explicite	1.98×10^2	2.51×10^3

TABLE 7.11 – Défaillance de communication : fonction du coût des différents méthodes d'étude sous contraintes

La défaillance de communication fait que les valeurs des fonctions de coût augmentent, spécialement pour la méthode centralisée qui doit cette augmentation à la difficulté de respecter le niveau 3. D'autre part, les méthodes explicites augmentant légèrement la valeur de ces fonctions de coût restent toutefois près des valeurs du cas de fonctionnement normal.

Dans le tableau 7.12 nous présentons les erreurs de suivi des commandes et des états.

Pour le cas centralisé, cette perte de communication avec le sous-système 3, peut se voir reflétée dans l'augmentation de l'erreur de suivi de la commande u_4 .

7.1. Comparaison en simulation des méthodes de décomposition-coordination

Méthode	Centralisée	Prédiction des interactions	Prix explicite
$u_{(1)}$	0.333	0.343	0.346
$u_{(2)}$	0.382	0.394	0.391
$u_{(3)}$	1.40×10^2	1.40×10^2	1.40×10^2
$u_{(4)}$	1.32×10^2	1.19×10^2	1.19×10^2
$x_{(1)}$	14.38	14.36	14.37
$x_{(2)}$	8.07	8.07	8.07
$x_{(3)}$	24.08	24.08	24.08

TABLE 7.12 – Défaillance de communication : : [%] d'erreur de suivi

7.1.2.3 Test 3 : Défaillance locale

Nous simulons une défaillance au niveau des sous-systèmes, i.e. la centrale n'a pas la disponibilité de produire la quantité d'électricité qui lui est demandée. Dans notre exemple, nous supposons une défaillance dans le sous-système 2 (voire figure 7.13). Nous considérons que cette centrale peut produire seulement 70% de l'électricité demandée.

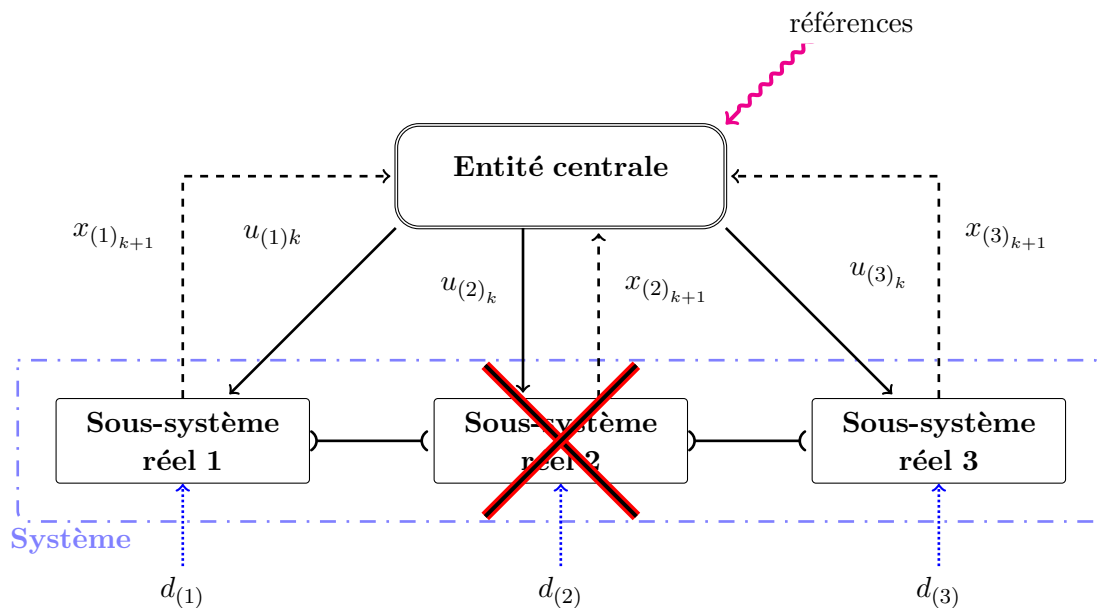


FIGURE 7.13 – Schéma d'un exemple d'une défaillance locale

Comme nous pouvons le voir dans le tableau 7.13, les valeurs des fonctions de coût totales des méthodes explicites par rapport à la méthode centralisée sont plus grandes. Néanmoins, les valeurs des fonctions de coût pour les méthodes de

**Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme
hydraulique Supervision NG d'EDF**

Méthode	J_{erreur}	J_{totale}
Centralisée	2.53×10^4	5.79×10^4
Prédiction des interactions $N_g = N$	2.51×10^4	6.34×10^4
Prix explicite	2.51×10^4	6.34×10^4

TABLE 7.13 – Défaillance locale : fonction du coût des différents méthodes d'étude sous contraintes

décomposition-coordination pendant la période de défaillance sont plus petites que dans la méthode centralisée. Les valeurs des erreurs de suivi sont assez proches, la plus grande différence étant dans l'erreur de suivi du niveau x_2 . Avec les méthodes explicites la contrainte sur ce niveau est légèrement dépassée, en conséquence, c'est l'addition du terme de pénalisation qui marque la différence entre les valeurs des fonctions de coût des méthodes.

Méthode	Centralisée	Prédiction des interactions	Prix explicite
$u_{(1)}$	0.38	0.34	0.34
$u_{(2)}$	30.07	0.39	0.39
$u_{(3)}$	4.47×10^2	4.47×10^2	4.47×10^2
$u_{(4)}$	1.19×10^2	1.19×10^2	1.19×10^2
$x_{(1)}$	13.33	14.36	14.37
$x_{(2)}$	27.16	28.73	28.73
$x_{(3)}$	14.26	14.27	14.27

TABLE 7.14 – Défaillance locale : [%] d'erreur de suivi

Le tableau 7.15 et 7.16 synthétise les fonctions de coût J_{totale} et J_{erreur} présentées dans cette section pour les méthodes de commande étudiées en présence des différents types de défaillances. Nous soulignons la perte de performance de la méthode centralisée face aux défaillances étudiées.

Pour conclure, cette partie sur les tests de défaillances, il est important de remarquer que dans les implémentations réelles des commandes centralisées, il doit y avoir un système de détection de défauts, qui permet de réagir, en faisant appel à une commande d'appui qui doit exister et être utilisée également pour les périodes de maintenance, etc.

D'autre part, la présence de défaillances devrait lancer une vérification des programmes demandés, parce qu'il existe la possibilité qu'avec la défaillance ces programmes deviennent non réalisables. Ce point est une piste importante pour la continuité de ces travaux, en particulier dans le milieu de l'hydraulique, où il serait possible de recalculer les programmes et de faire la re-déclaration au niveau de la vallée pour pouvoir réagir, respecter les contraintes et adapter la production plus

7.2. Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

rapidement.

J_{totale} -Méthode	J - Centralisée	J - Prédiction des interactions	J - Prix explicite
Fonctionnement normal	2.50×10^3	2.50×10^3	2.50×10^3
Défaillance 1 cas a	2.14×10^4	2.50×10^3	2.50×10^3
Défaillance 1 cas b	4.21×10^5	2.50×10^3	2.50×10^3
Défaillance 2	2.56×10^3	2.52×10^3	2.52×10^3
Défaillance 3	5.79×10^4	6.34×10^4	6.34×10^4

TABLE 7.15 – Comparaison des fonctions de coût J_{totale} pour les trois types de défaillances étudiées

J_{erreur} -Méthode	J - Centralisée	J - Prédiction des interactions	J - Prix explicite
Défaillance 1 cas a	1.36×10^3	1.93×10^2	1.93×10^2
Défaillance 1 cas b	3.00×10^5	1.93×10^2	1.93×10^2
Défaillance 2	2.31×10^3	1.97×10^2	1.98×10^2
Défaillance 3	2.53×10^4	2.50×10^4	2.50×10^4

TABLE 7.16 – Comparaison des fonctions de coût J_{erreur} pour les trois types de défaillances étudiées

7.2 Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

7.2.1 Présentation de la plate-forme

Supervision NG (pour Nouvelle Generation) est une maquette de supervision de conduite hydraulique qui a été développée en visant l'évaluation d'un produit du commerce pour la conduite et la programmation des centrales hydro-électriques. La vallée du Tarn est représentée dans cette plate-forme.

Toute l'information concernant la plate-forme hydraulique présentée dans ce mémoire est consignée dans les documents [67], [16], [68].

Cette plate-forme de supervision présente les modules fonctionnels (en termes de conduite) suivants :

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

- ◇ Le module Supervision et conduite, qui est chargé de l'acquisition des données process et l'envoi de commandes, du traitement des données, de la restitution des données d'exploitation à l'opérateur de conduite (alarmes, synoptiques, valeurs sous forme de courbes de tendances et de tableaux de valeurs, journal de bord, etc), de la saisie d'événements dans le journal de bord, de la gestion des contextes opérateurs (mémorisation de vues de conduites, etc), de la gestion des données en heure UTC (Temps Universel Coordonné), de l'archivage des données d'historique.

- ◇ Le module Alarmes, qui fournit à l'opérateur de conduite une vue synthétique des alarmes les plus importantes et une vue exhaustive de l'ensemble des alarmes présentes dans la vallée.

- ◇ Le module Journal de bord et Historiques. Le journal de bord a pour objectif de tracer tous les événements significatifs qui se produisent en exploitation, à la fois les événements liés à la surveillance des process (alarmes), mais aussi les événements que l'opérateur saisit dans l'outil de supervision. En ce qui concerne la partie Historiques, il permet de visualiser les données d'historique du process sous forme de courbes ou bien de tableaux de valeurs. Ce module permet également la consultation de ces informations (courantes ou historiques).

- ◇ Le module de Programmation est composé de plusieurs activités :
 - ▷ La simulation qui a pour objectif de valider la faisabilité d'un programme sans avoir à recalculer l'ensemble des programmes réalisables.
 - ▷ L'optimisation qui a pour objectif de sélectionner le meilleur programme physique correspondant au programme prévisionnel envoyé par l'optimiseur.
 - ▷ La construction de l'espace des programmes faisables qui a pour objectif de construire périodiquement (paramètre configurable) l'ensemble des programmes réalisables pour une file hydraulique.

7.2.2 Architecture de la plate-forme

La plate-forme de supervision hydraulique est basée principalement sur deux produits :

- ◇ Le logiciel de supervision industriel Panorama v3.0 utilisé pour l'affichage ainsi que différents traitements sur les données du process.

- ◇ Le produit IGC (Interface Générique de Communication) v4.1.5 utilisé dans la plate-forme comme base et serveur des données de la vallée. Ce produit est utilisé par CIH-MII (Centre d'Ingénierie Hydraulique) comme passerelle

7.2. Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

multi-protocoles de communication entre différents équipements du système de télé-conduite hydraulique.

7.2.2.1 Architecture matérielle

La figure 7.14 présente l'architecture en termes du matériel de la maquette de la plate-forme de supervision hydraulique et les différents modules de sa composition.

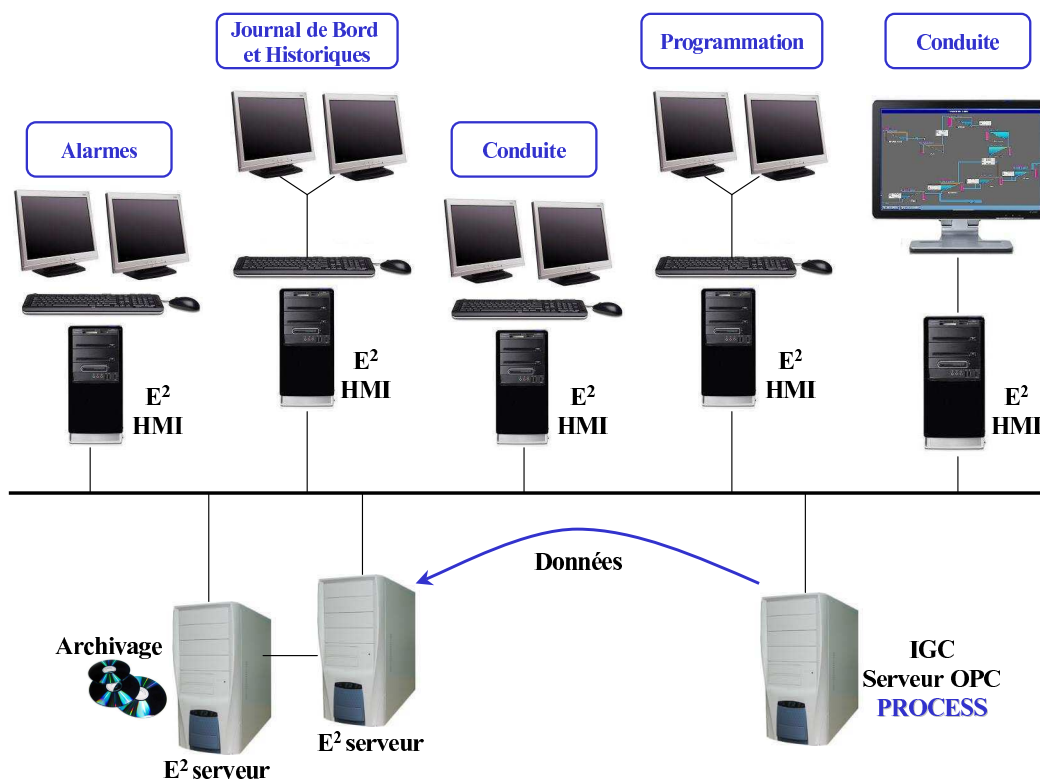


FIGURE 7.14 – Architecture matérielle de la plate-forme Supervision NG

La maquette se compose du matériel suivant :

- ◇ Deux PC serveurs Panorama E² redondants, réalisant l'acquisition des données process (en provenance d'un IGC serveur OPC), les traitements, l'archivage.
- ◇ Cinq PC HMI (Interface Homme-Machine) Panorama E² pour l'exploitation :
 - ▷ Un PC bi-écran pour la conduite.
 - ▷ Un PC muni d'un écran tactile de 42" pour la conduite.
 - ▷ Un PC bi-écran pour les alarmes.
 - ▷ Un PC bi-écran pour la programmation.

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

- ▷ Un PC bi-écran pour la consultation du journal de bord et des historiques.
- ◇ Un IGC v4.1.5 utilisé comme serveur OPC-DA.

7.2.2.2 Architecture Panorama

L'architecture d'une application Panorama E² est divisée en trois niveaux :

- ◇ Le niveau exploitation : “est constitué des outils permettant l'exploitation de l'installation, et dont le fonctionnement est lié aux activités des opérateurs. Plus généralement, ce niveau prend en charge la mise en oeuvre de fonctions d'exploitation non critiques pour le fonctionnement de l'installation (affichage de synoptique, de courbes de tendance, etc)”. Ce niveau est constitué des postes HMI dans le cas de la maquette de la plate-forme.
- ◇ Le niveau fonctionnel : “constitue le noyau de la supervision. Il comprend les fonctions de communication avec les systèmes d'acquisition de données, avec lesquels Panorama E² communique pour connaître et agir sur l'état du procédé. Il prend également en charge les traitements étroitement associés au fonctionnement opérationnel du procédé (gestion des alarmes, archivage des données, automatisation, etc). Pour garantir un haut niveau de disponibilité, les machines de ce niveau peuvent être redondées. » Les deux serveurs redondants ont ce rôle ici.
- ◇ Le niveau procédé : “est situé hors du périmètre de Panorama E². Les fonctions prises en charge par le niveau procédé sont nombreuses (gestion d'entrées-sorties, automatisation, régulation, etc). Les échanges entre Panorama E² et ce niveau se font de façon usuelle au moyen de l'interface OPC.” Dans la plate-forme, le serveur OPC-DA d'un IGC v4.1.5 est celui qui joue ce rôle. Les développements en termes de régulation communiquent avec la plate-forme par intermédiaire du serveur OPC.

7.2.3 Configuration de la plate-forme

7.2.3.1 Organisation générale

Le serveur OPC peut fonctionner comme intermédiaire en permettant la communication avec d'autres logiciels. Des clients OPC sont utilisés pour la connexion entre les logiciels de calcul et le serveur OPC.

La figure 7.15 représente la configuration logiciel de la plate-forme.

Dans le cadre de cette étude pour la validation des régulations, le serveur OPC

7.2. Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

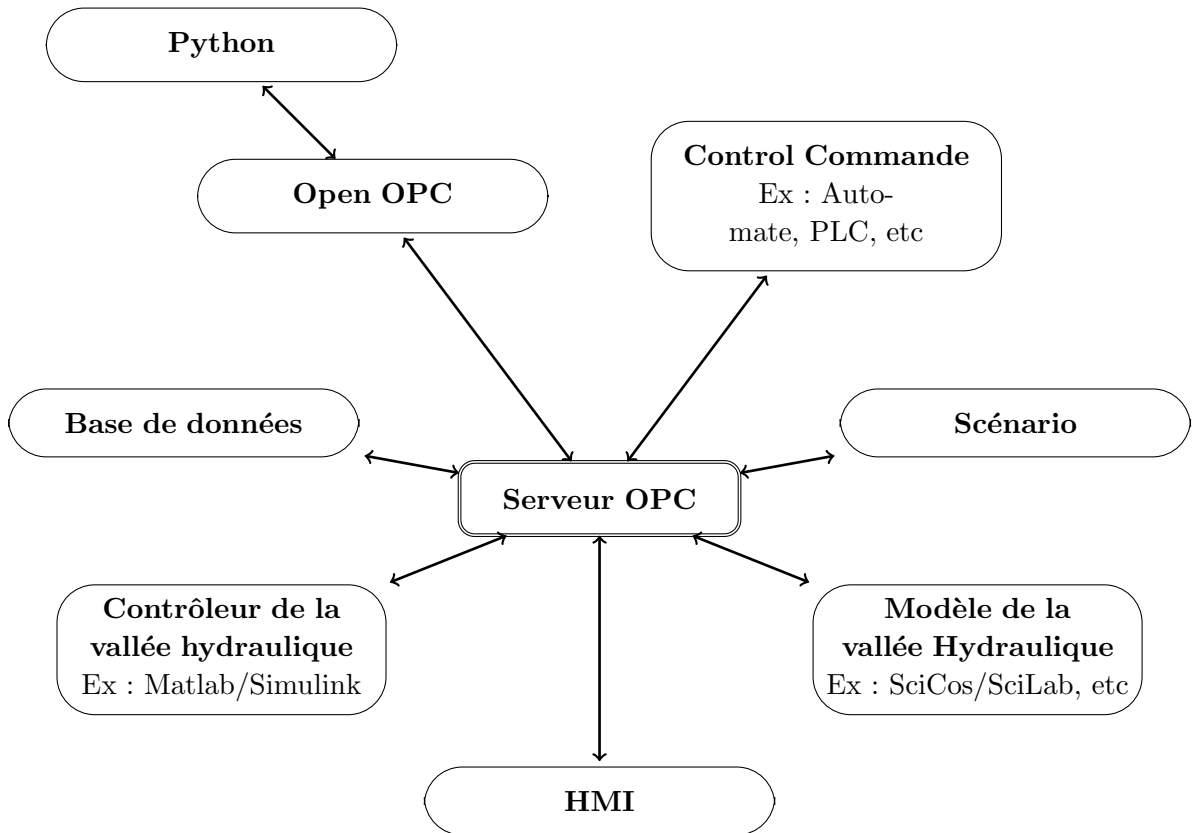


FIGURE 7.15 – Exemple de communication par le serveur OPC entre la régulation, le modèle et l'HMI

de l'IGC est connecté aux logiciels suivants :

- ◇ SciLab/SciCos (open source) pour un modèle dynamique de simulation de la vallée hydraulique d'étude.
 - ▷ Version 4.2 de SciLab.
 - ▷ Toolbox OPC version 1.2.
- ◇ Matlab/Simulink, pour le calcul des commandes avec les méthodes développées au cours de cette étude.
 - ▷ Matlab version 2007b
 - ▷ Toolbox OPC proposé par Mathworks®

Le logiciel de simulation de la vallée hydraulique (SciLab/SciCos) envoie les valeurs physiques vers le serveur OPC et reçoit de celui-ci les commandes, tandis que le logiciel de calcul des régulations (Matlab/Simulink) envoie les commandes au serveur OPC et reçoit les valeurs physiques de celui-ci.

Les développeurs de cette maquette ont remarqué qu'en présence de temps de

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

retard sur le réseau, il est nécessaire de s'assurer que la communication est bien effectuée. Pour cela, des tests supplémentaires ont été ajoutés au code initial, afin de contrôler que les valeurs envoyées sont bien prises en compte dans le serveur OPC et ré-envoyées si ce n'est pas le cas.

7.2.3.2 Modélisation hydraulique sous SciCos

Des modèles hydrauliques ont été développés par le LNHE (Laboratoire Nationale d'Hydraulique et Environnement) en utilisant le logiciel Fudaa-Mascaret [39],[13].

Mascaret est un outil de simulation industrielle des écoulements à surface libre basé sur la résolution des équations de Saint-Venant mono-dimensionnelles (1D), qui a été développé au sein du Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement (LNHE) d'EDF en collaboration avec le Centre d'Etudes Techniques Maritimes et Fluviales (CETMEF).

Fudaa est une IHM (Java), qui permet de saisir : les différents paramètres constituant un modèle hydraulique 1D et les paramètres de calcul (conditions limites, etc.), de les sauvegarder, de générer les fichiers ascii utilisés par le code Mascaret, de lancer l'exécutable Mascaret, de récupérer les fichiers résultats et de les visualiser. Fudaa v2.2 fonctionne avec la version 5.2.8 de Mascaret.

Les équations de Barré de Saint-Venant (1871) sont les plus utilisées pour décrire le comportement hydraulique, en particulier pour modéliser les écoulements non stationnaires, graduellement et rapidement variés à surface libre¹. Ces équations sont non linéaires et de type hyperbolique. Celles-ci décrivent l'évolution du niveau d'eau et de débit au cours d'une rivière et elles ont l'avantage que ces paramètres peuvent être déterminés à partir des données de la géométrie de la rivière et des mesures en état d'équilibre.[48]

Les équations de Saint Venant pour la conservation de la masse (équation de continuité) et de quantité de mouvement d'un volume élémentaire du fluide (équation dynamique) sont les suivantes :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = q \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^2}{S} \right) + gS \frac{\partial z}{\partial x} + gSJ = kq \frac{Q^2}{S} \quad (7.3)$$

avec :
t est la variable de temps [s].

1. Les écoulements à surface libre sont caractérisés par une interface eau-air

7.2. Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

x est la variable d'espace [m].

S est la section mouillée [m²].

Q est le débit [m³/s].

q est le débit latéral par unité de longueur [m²/s].

g est l'accélération de la pesanteur [m/s²].

z est cote absolue de l'eau [m].

J est la pente de frottement.

La pente de frottement est modélisé par la formule de Manning-Strickler :

$$\frac{Q^2}{K^2 S^2 R^{\frac{4}{3}}} \quad (7.4)$$

où,

K est le coefficient de Strickler qui est fonction de la rugosité de parois et R est le rayon hydraulique $R = \frac{S}{P}$.

Les hypothèses de modélisation sur Mascaret sont les suivantes [24] :

- ◇ L'écoulement est :
 - ▷ 1D : existence d'une direction privilégiée (axe de l'écoulement) pour les vitesses.
 - ▷ à Surface libre.
- ◇ Les équations sont simplifiées en supposant :
 - ▷ que la répartition des vitesses est homogène sur chaque section perpendiculaire à l'axe de l'écoulement.
 - ▷ que la pression est hydrostatique.
 - ▷ fluide incompressible, parois indéformables, frottement visqueux négligeable

Les modèles hydrauliques développés avec Fudaa-Mascaret peuvent être importés dans SciLab/SciCos par intermédiaire de la toolbox Metalido. Cette toolbox compte avec des palettes hydrauliques et de contrôle [25] qui permettent de modéliser les aménagements hydrauliques et donc une vallée hydro-électrique entière (voir figure 7.16).

La vallée d'étude a été modélisée sur SciCos (voir la figure 7.17), afin de valider les commandes issues des algorithmes étudiés par EDF R&D - STEP. Cette plate-forme a été utilisée dans plusieurs occasions, notamment : projet européen HDMPC, études sur les HMI, etc. Les simulations qui seront présentées dans la suite sont le résultat de l'implantations des algorithmes étudiés dans cette thèse sur la même plate-forme.

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

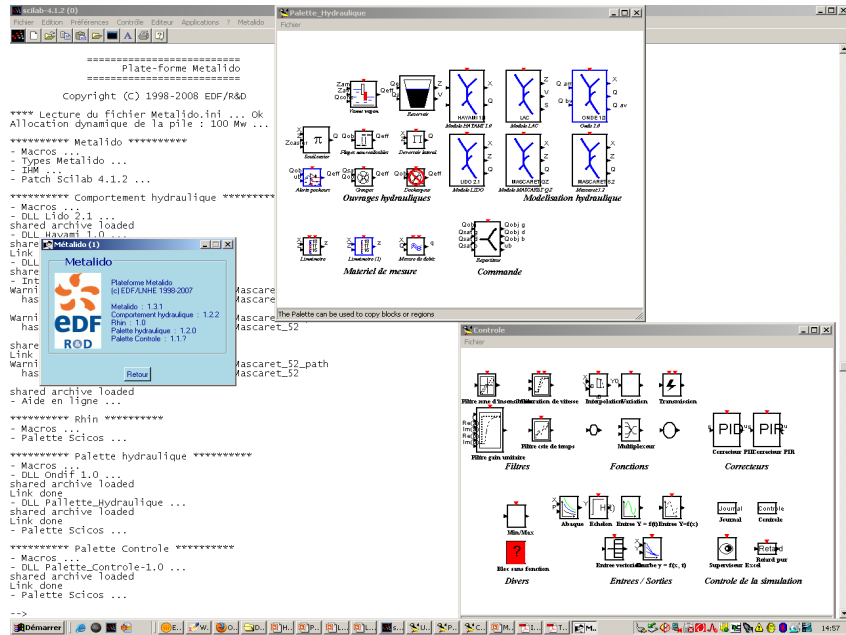


FIGURE 7.16 – Toolbox Metalido pour SciLab/SciCos

7.2.4 Exemple d'implantation

Nous avons commencé l'implantation sur la plate-forme Supervision NG des méthodes conçues dans ce mémoire.

Le modèle SciCos/SciLab utilisé est celui présenté dans le paragraphe précédent § 7.2.3.2. La méthode de décomposition-coordination par les prix explicite présentée dans le chapitre § 6 a été implémentée et testée pour le cas d'étude de trois et cinq réservoirs.

Nous présentons des résultats de cette implantation, pour le même scénario présenté dans le paragraphe § 7.1. Dans l'application sur la plate-forme la mesure des perturbations d'entrées est répliquée le long de l'horizon de prédiction.

Cas d'étude de trois réservoirs :

Les cas d'étude de trois réservoirs est présenté dans la figure 7.1.1.

Les contraintes imposées sont les suivantes :

$$\mathbf{u}_{\max} = \begin{bmatrix} 70 \\ 70 \\ 55 \\ 55 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 284.9 \\ 265.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\min} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 282 \\ 259.4 \end{bmatrix}$$

7.2. Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

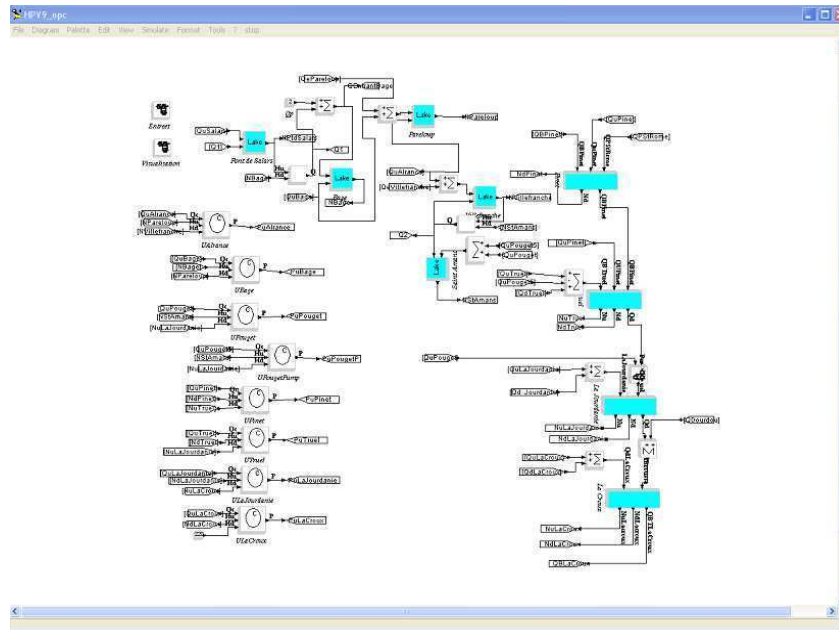


FIGURE 7.17 – Modèle de la vallée du Tarn sur Scicos

Les figures 7.18, 7.19 et 7.20 présentent les débits turbinés et les niveaux pour chaque sous-système respectivement. Les débits commandés sont représentés par les courbes en trait plein bleu, les consignes demandées par les courbes en trait discontinu rouge et les contraintes imposées par les droites en trait discontinu noir.

Dans ces figures, nous pouvons voir que les débits commandés suivent de près les programmes de référence donnés en respectant les contraintes imposées, néanmoins il y a certaines difficultés pour respecter la contrainte sur le niveau du sous-système 3.

Le modèle de la vallée du Tarn modélisé sur SciCos considère les lacs de Villefrance et Saint Amans comme un seul lac, raison pour laquelle le niveau sur le lac (voir figure 7.18) a des difficultés à suivre la référence donnée.

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

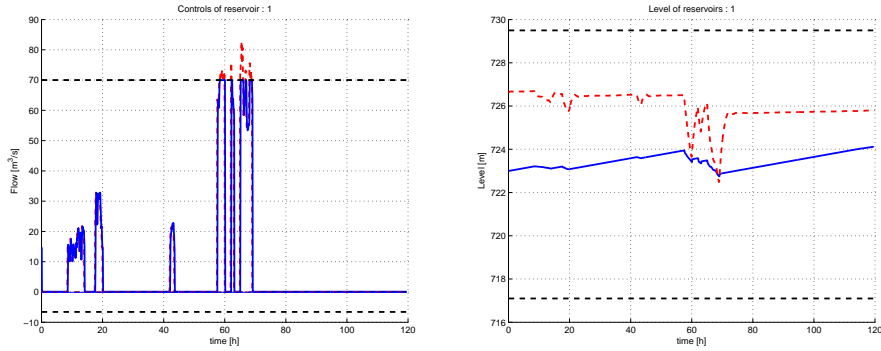


FIGURE 7.18 – Débits turbinés et niveau du sous-système 1

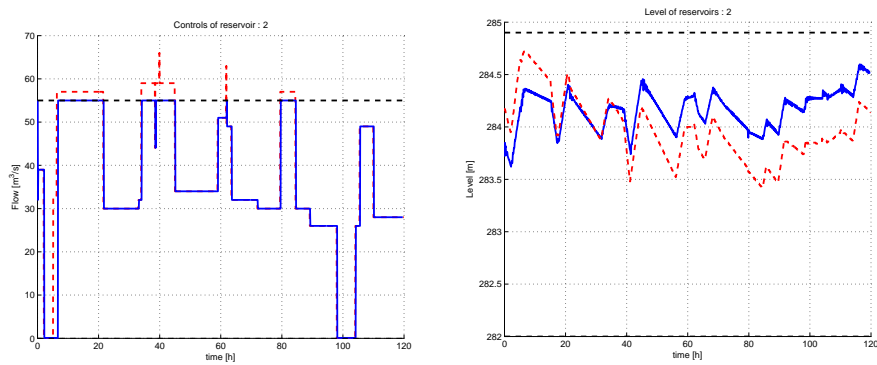


FIGURE 7.19 – Débits turbinés et niveau du sous-système 2

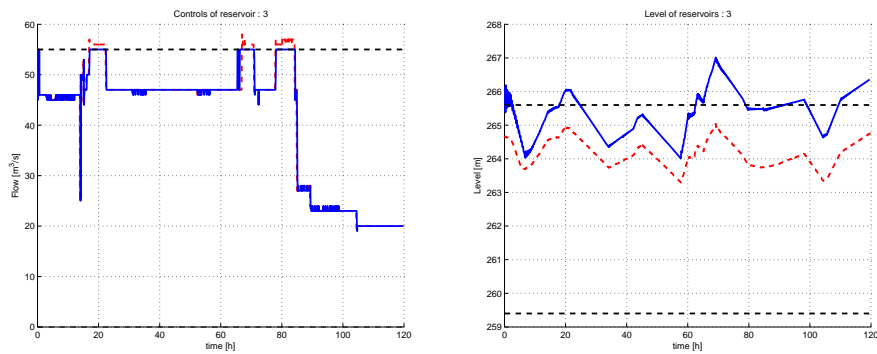


FIGURE 7.20 – Débits turbinés et niveau du sous-système 3

Cas d'étude de cinq réservoirs :

La vallée hydroélectrique d'étude a été étendue à 5 aménagements. Elle est constituée des 4 aménagements fil de l'eau et du lac Saint Amans (voir figure 7.2.4).

Le modèle SciCos/SciLab de la vallée a été parallélisé afin de réduire le temps

7.2. Implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG

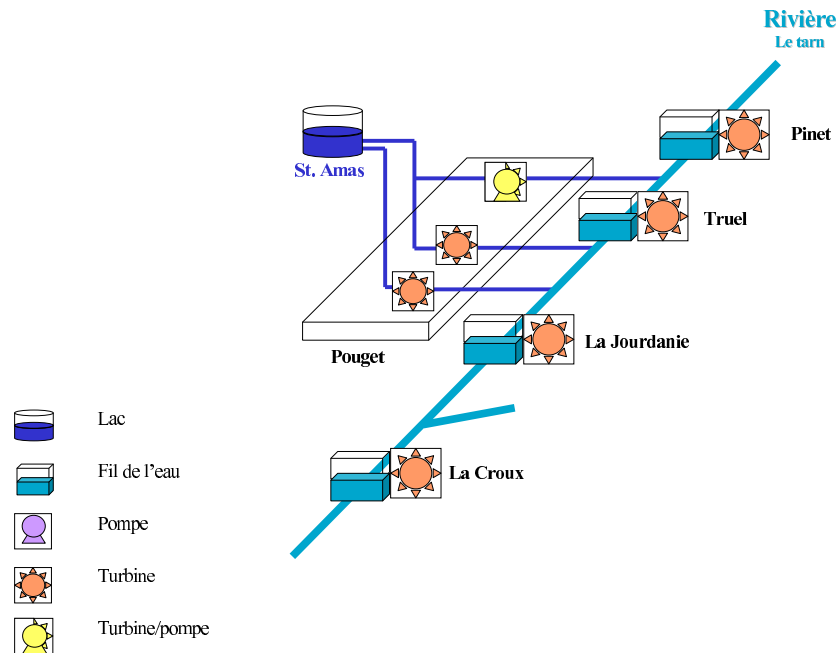


FIGURE 7.21 – Cas d'étude - 5 sous-systèmes.

de simulation : nous avons réduit ce temps d'un facteur de 3.6.

Les contraintes sur les débits turbinés sont imposées à $100 \frac{m^3}{s}$ pour les turbines et pour la turbine/pompe (commande 2 dans le sous-système 1) à des valeurs entre $20 \frac{m^3}{s}$ et $-6 \frac{m^3}{s}$. Les contraintes sur les niveaux en mètres sont les suivantes :

$$\mathbf{x}_{\max} = \begin{bmatrix} 727 \\ 320 \\ 284.9 \\ 265.6 \\ 229 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \begin{bmatrix} 717.1 \\ 315 \\ 282 \\ 259.4 \\ 227 \end{bmatrix}$$

Les figures 7.22, 7.23, 7.24, 7.25 et 7.26 présentent les débits turbinés et les niveaux pour chaque sous-système.

Nous pouvons voir dans les graphiques le suivi de près des références de la commande, et des niveaux pour les premiers aménagements. Nous remarquons à nouveau les difficultés de maintenir le niveau de l'aménagement La Jourdanie (sous-système 4). Le fait de n'avoir pas une connaissance précise du modèle rend difficile de pouvoir déterminer les raisons de ce comportement.

Chapitre 7. Comparaison et implantation sur la plate-forme hydraulique Supervision NG d'EDF

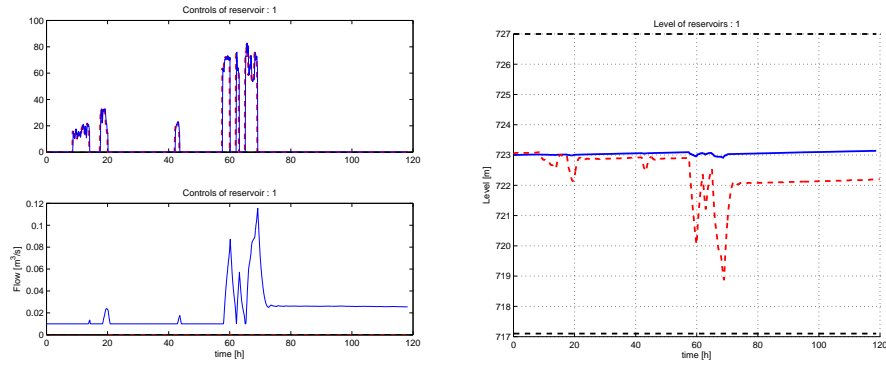


FIGURE 7.22 – Débits turbinés et niveau du sous-système 1

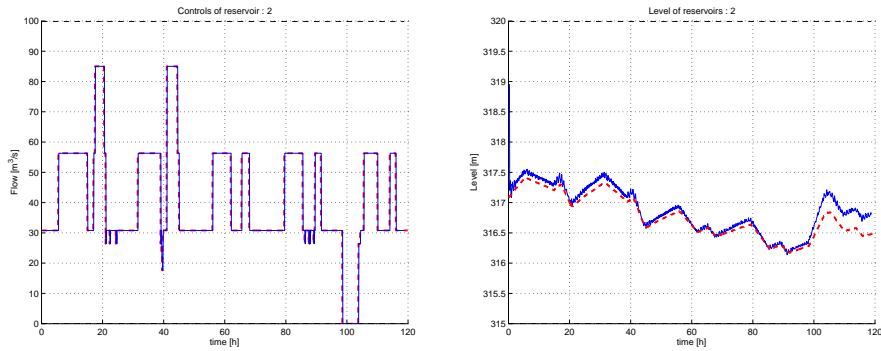


FIGURE 7.23 – Débits turbinés et niveau du sous-système 2

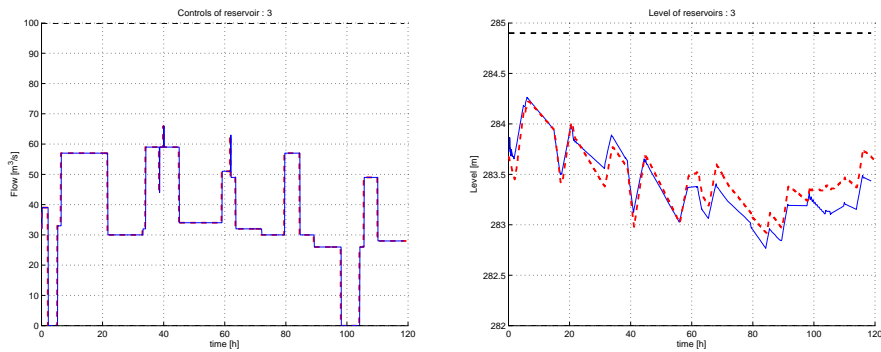


FIGURE 7.24 – Débits turbinés et niveau du sous-système 3

7.3 Conclusions

L'objectif de ce chapitre a été d'une part de comparer les performances de deux méthodes étudiées au cours de ce mémoire, la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions et la méthode de décomposition-

7.3. Conclusions

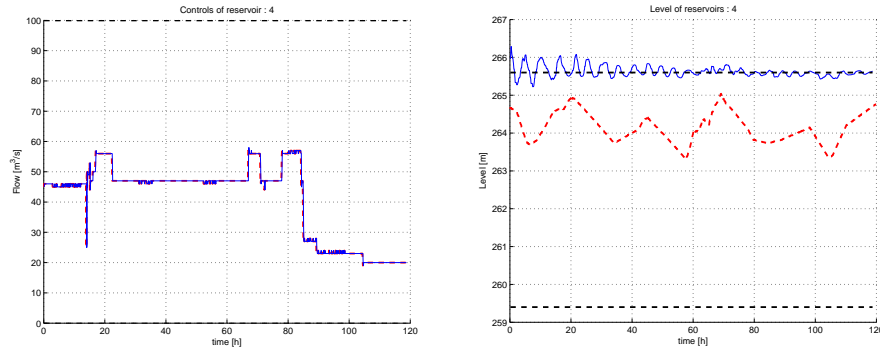


FIGURE 7.25 – Débits turbinés et niveau du sous-système 4

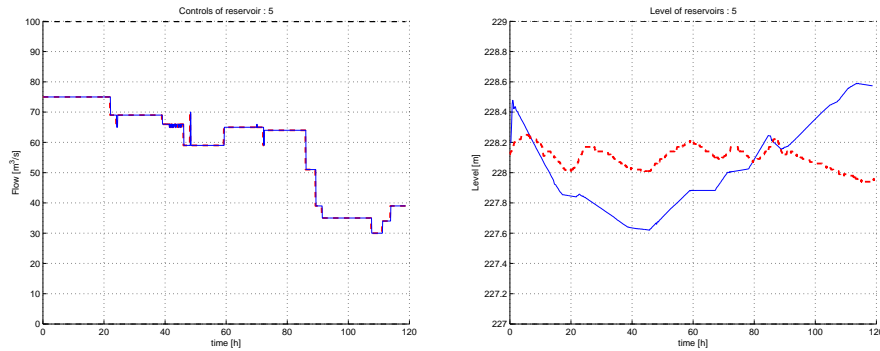


FIGURE 7.26 – Débits turbinés et niveau du sous-système 5

coordination par les prix explicite. D'autre part, nous avons illustré aussi en simulation la robustesse de la méthode face à trois types de défaillances : défaillance de l'entité centrale, défaillance au niveau de la communication et défaillance locale. En perspective de ces travaux, une étude plus approfondie de la robustesse de la méthode développée pourra être menée.

Nous avons présenté également la plate-forme de Supervision NG, qui permet de faire communiquer par OPC le modèle Scilab/SciCos de la vallée hydroélectrique avec les méthodes de régulation étudiées au cours de ce mémoire, qui ont été développées sur Matlab et d'afficher l'état de la vallée dans un HMI. La phase initiale de l'implantation de nos algorithmes sur la plate-forme NG d'EDF a été présentée avec les premiers résultats obtenus pour la méthode par les prix explicite. En perspective, il reste encore à implanter la méthode par la prédiction des interactions et élargir la commande à la vallée complète.

Conclusions générales et perspectives

Ce dernier chapitre fait un bilan des conclusions données au cours de ce mémoire et recense quelques perspectives possibles et intéressantes à suivre pour la pérennisation des travaux présentés.

Étant donné notre cas d'étude, la vallée hydroélectrique, sa structure et l'importance des interactions entre les éléments qui la composent, nous avons souligné l'intérêt des méthodes de décomposition-coordination. La structure de ce cas d'étude suggère naturellement une décomposition horizontale (par blocs). Nous avons choisi deux approches pour la coordination, ces approches prennent en compte les interactions entre les sous-systèmes : la coordination par les prix et la coordination par la prédiction des interactions.

D'autre part, la disponibilité des solutions explicites pour la commande à horizon glissant, rend cette approche intéressante pour les applications pratiques avec objectifs d'optimisation. En ce qui concerne la méthode de caractérisation géométrique, l'adaptation que nous proposons consiste à trouver la solution optimale sous contraintes à partir de la projection de la solution explicite sans contraintes sur les hyperplans des contraintes actives à un instant donné, faisant attention à vérifier que la solution soit sur le polyèdre des contraintes.

Les contributions principales de la thèse portent alors sur la combinaison de ces deux techniques (décomposition -coordination et commande à horizon glissant explicite) pour application au pilotage de vallée hydroélectrique. Pour la méthode de décomposition-coordination par la prédiction des interactions notre contribution est

notamment sur l'utilisation d'une optimisation globale pour prédire de manière explicite les interactions entre les sous-systèmes au niveau du coordinateur et aussi sur l'utilisation des techniques de commande MPC explicite au niveau de sous-systèmes locaux.

Il est important de souligner que l'optimisation globale résolue au niveau du coordinateur pourrait utiliser un modèle du système global plus simple (par exemple un modèle simplifié et/ou réduit) que les modèles utilisés dans les optimisations locales au niveau des sous-systèmes. Un des principaux intérêt d'étudier cette méthode réside dans le cas de limitations/contraintes de communication entre le coordinateur et les sous-systèmes.

La méthode classique par les prix utilise au niveau du coordinateur un algorithme de gradient pour la compensation des interactions, qui permet de trouver les valeurs des *prix* qui sont intégrés dans les optimisations locales. Un des inconvénients est donc la grande quantité d'échanges d'information à faire (entre deux instants) entre le coordinateur et les sous-systèmes pour arriver à la convergence de cet algorithme. Nous proposons l'utilisation de l'approche de la commande RHC explicite au niveau des sous-systèmes et une formulation aussi explicite pour le calcul des valeurs des prix au niveau du coordinateur. De cette manière la totalité de la méthode par les prix est explicite, i.e. les optimisations locales et la coordination et il n'y a alors plus de dépendance vis-à-vis d'un algorithme itératif.

La formulation des prix explicite sous contraintes n'est néanmoins pas facile à faire en raison des interdépendances entre variables. Nous avons proposé un algorithme pour cette méthode qui permet d'obtenir résultats prometteurs mais c'est une piste qui pourrait être approfondie.

Enfin ces différentes techniques de commande ont été illustrées en simulation sur un cas d'étude simplifié de vallée hydroélectrique réelle, avec des données EDF. Leur performances comme leur robustesse ont été comparées dans ce cadre, et de premiers essais d'implantation sur une plate-forme plus réaliste ont été proposés.

En ce qui concerne les perspectives, plusieurs pistes ont été indiquées au cours de ce mémoire, nous pouvons en rappeler quelques unes ici :

Les méthodologies de commande discutées dans ce mémoire peuvent être étendues à des modèles d'emblée plus détaillés.

Avec la complexification de la modélisation et de la structure de la vallée l'utilisation d'un modèle simplifié ou réduit au niveau du coordinateur dans la méthode de prédiction des interactions peut être évaluée.

Les résultats de robustesse présentés étant issus exclusivement de simulations, une étude plus approfondie (théorique) sur la robustesse des méthodes de décomposition-coordination pourrait être menée.

La méthode de décomposition-coordination par les prix explicite sous contraintes présentée dans ce mémoire montre des résultats prometteurs. Néanmoins, nous considérons que cette piste pourrait être approfondie, par exemple en explorant d'autres manières de réduire l'interdépendance entre variables, ou par l'étude du Lagrangien pour trouver une autre formulation explicite pour les prix.

En ce qui concerne l'implantation en plate-forme, les premiers essais pour la méthode par les prix explicite ont été présentés mais il reste à planter la méthode par la prédiction des interactions. Une meilleure connaissance du modèle est nécessaire pour comprendre les comportements inattendus de quelques aménagements.

En complément des perspectives déjà discutées, nous pouvons ajouter que, afin de valoriser les méthodes étudiées prenant en compte la structure actuelle des biefs régulés, deux pistes à étudier pourraient être envisagées :

- ◇ D'une part, calculer les références optimales pour les PID qui sont déjà sur place, en appliquant l'approche décomposition-coordination, i.e. considérer des modèles locaux étendus avec les PID locaux et leurs consignes comme variables d'action et résoudre le problème décomposé-coordonné selon un critère global.
- ◇ D'autre part, nous pouvons essayer de coordonner les PID qui sont déjà sur place, ce qui nécessite de trouver les critères d'optimisation locaux pour reconstruire à partir de ceux-ci le critère d'optimisation global à utiliser pour la coordination. Cette dernière piste peut présenter l'avantage d'essayer d'améliorer par la coordination l'effet des stratégies adoptées localement, mais avec l'inconvénient de subir ces stratégies qui ne sont peut-être pas ce qu'il y aurait de mieux par rapport à un critère global.

Bibliographie

- [1] A. C. Antoulas. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems. Advances in Design and Control*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2005.
- [2] M. Athans. *Survey of decentralized control methods*. Paper. Massachusetts Institute of Technology, Electronic Systems Laboratory, 1974.
- [3] L. Bakule. Decentralized control : An overview. *Annual Reviews in Control*, 32(1) :87 – 98, 2008.
- [4] L. Bakule and J. Lunze. Decentralized design of feedback control for large-scale systems. *Kybernetika*, 24, 1988.
- [5] O. Begovich, G. Besançon, C. Aldana, and D. Georges. Predictive control with constraints of a multi-pool irrigation canal prototype. *Latin American Applied Research*, 37 :177–185, 2007.
- [6] A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E. N. Pistikopoulos. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. *Automatica*, 38(1) :3 – 20, 2002.
- [7] M.B. Ben Slimen. *Conception de lois de commande structurées (hiérarchisées, décentralisées) pour les chaînes de traction pilotées*. PhD thesis, Ecole polytechnique de l'Université de Nantes, 2010.
- [8] A. Benhammou. *Contribution a l'étude de la commande adaptative décentralisée des systèmes interconnectés*. PhD thesis, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1988.
- [9] E. F. Camacho. *Model Predictive Control*. Cours de l'European Embedded Control Institute, Paris, 2009.
- [10] E. F. Camacho and C. Bordons. *Model Predictive Control*. Springer, E.Cliffs NJ, USA, 2004.
- [11] E. Camponogara, D. Jia, B. H. Krogh, and S. N. Talukdar. Distributed model predictive control. *Special issue on control of complex networks*, 22(1) :44–52, 2002.

- [12] M. Cantoni, E. Weyer, Y. Li, S. Ko Ooi, I. Mareels, and M. Ryan. Control of large-scale irrigation networks. *Proceedings of the IEEE*, pages 75 – 91, 2007.
- [13] P. Chasse. Guide de prise en main Fudaa-Mascaret 2.0. Technical report, CETMEF (Centre d’Etudes Techniques Maritimes Et Fluviales), 2007.
- [14] X. Chen and S.S. Stankovic. Decomposition and decentralized control of systems with multi-overlapping structure. *Automatica*, 41(10) :1765 – 1772, 2005.
- [15] R. Cheng, J.F. Forbes, and W.S. Yip. Price-driven coordination method for solving plant-wide mpc problems. *Journal of Process Control*, 17(5) :429 – 438, 2007.
- [16] C. CLarenc-Mace, P. E. Delon, and J. Daviaud. Projet Cosinus Phy - supervision et conduite nouvelle génération pour la téléconduite hydraulique : Cahier des charges fonctionnel et technique pour la réalisation d’une maquette. Technical report, EDF R&D, Département STEP (Simulation et Traitement de l’information pour l’Exploitation des Systèmes de Production), 2007.
- [17] F. Claveau. *Contribution à l’analyse et la commande structurée des grands systèmes*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2005.
- [18] F. Claveau and P. Chevrel. Comparaison of some h₂-based control design methodologies for multilevel large-scale systems. In *10th IFAC Symposium on Large Scale Systems : Theory and Applications, Osaka*, 2004.
- [19] F. Claveau, P. Chevrel, and M. Yagoubi. A cooperative local observers - based control for web handling systems : a dilated LMI solution. In *14th Mediterranean Conference on Control and Automation*, 2006.
- [20] G. Cohen. Optimization by decomposition and coordination : a unified approach. *IEEE Trans. Automatic Control*, pages 222–232, 1978.
- [21] G. Cohen. Optimisation des grands systèmes. *Cours DEA Modélisation et méthodes mathématiques en économie*, 2004.
- [22] H. Cui and E.W. Jacobsen. Performance limitations in decentralized control. *Journal of Process Control*, 12(4) :485 – 494, 2002.
- [23] C. R. Cutler and B. L. Ramaker. Dynamic matrix control-a computer control algorithm. 1980.
- [24] E. Demay. Cours : Modélisation hydraulique 1d - métalido. Technical report, EDF R&D, Département LNHE (Laboratoire National d’Hydraulique et Environnement), 2009.
- [25] E. Demay, PH. Couché, J Ottavi, and J.M. Lacombe. Métalido module “spécifications et simulation” palette hydraulique version 1.0. Technical report, EDF R&D, Département LNHE (Laboratoire National d’Hydraulique et Environnement), 2000.

Bibliographie

- [26] E. Demay and E. Gallet. Utilisation de cockpit (argos v0) pour l'aide à la conduite de la vallée du tarn. Pré-étude sur la modélisation des aménagements. Technical report, EDF R&D, Département LNHE (Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement), 2003.
- [27] M. D. Doan, T. Keviczky, and B. De Schutter. An iterative scheme for distributed model predictive control using fenchel's duality. *Journal of Process Control*, 21(5) :746–755, 2011.
- [28] Z. Duan, J. Wang, and L. Huang. Special decentralized control problems in discrete-time interconnected systems composed of two subsystems. *Systems & Control Letters*, 56(3) :206 – 214, 2007.
- [29] G. Duvivier. Méthodes hydrauliques adaptées pour l'entraînement des exploitants. Recueil des données du tarn. Technical report, EDF R&D, Département LNHE (Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement), 2003.
- [30] W. Findeisen, F. N. Bailey, M. Brdys, K. Malinowski, P. Tatjewski, and A. Wozniak. *Control and coordination in hierarchical systems*. John Wiley & Sons, Chichester, 1980.
- [31] C. E. García, D. M. Prett, and M. Morari. Model predictive control : Theory and practice. a survey. *Automatica*, 25(3) :335 – 348, 1989.
- [32] D. Georges. Decentralized adaptive control for a water distribution system. In *3rd IEEE Conf. Control Appli.*, pages 1411–6, Glasgow, 1994.
- [33] D. Georges. Distributed model predicted control via decomposition-coordination techniques and the use of an augmented lagrangian. In *IFAC Workshop on NMPC for Fast Systems*, pages 111–116, Grenoble, France, 2006.
- [34] D. Georges. Distributed model predictive control based on decomposition-coordination and networking. In *European Control Conference*, Hongrie, 2009.
- [35] P. Giselsson and A. Rantzer. Distributed model predictive control with suboptimality and stability guarantees. In *In Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, Atlanta, GA, dec 2010.
- [36] G. Glanzmann, M. von Siebenthal, T. Geyer, G. Papafotiou, and M. Morari. Supervisory Water Level Control for Cascaded River Power Plants. In *International Conference on Hydropower*, Stavanger, Norway, May 2005.
- [37] M. Gómez, J. Rodellar, and J. A. Mantecón. Predictive control method for decentralized operation of irrigation canals. *Applied Mathematical Modelling*, 26(11) :1039 – 1056, 2002.
- [38] G. Goodwin, M. Seron, and J. De Doná. *Constrained control & estimation. An optimisation approach*. Springer, E.Cliffs NJ, USA, 2005.

- [39] N Goutal, A Obe, and C Rissoan. Manuel d'utilisation de mascaret v5p2. Technical report, EDF R&D, Département LNHE (Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement), 2004.
- [40] R. Hurteau. *Calcul et commande hierarchises des systemes dynamiques : mise en oeuvre numerique et hybride*. PhD thesis, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1977.
- [41] M. Jamshidi. *Large-scale systems : modeling and control*. North-Holland series in system science and engineering. North-Holland, 1983.
- [42] D. Jia, B. H. Krogh, and S. Talukdar. Distributed model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, 22(1) :44–52, 2002.
- [43] T. Keviczky, F. Borrelli, and G. J. Balas. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems. *Automatica*, 42(12) :2105 – 2115, 2006.
- [44] J. M. Legros. Synthèse des fonctions de conduite des groupes hydrauliques. Technical report, EDF R&D, Département STEP (Simulation et Traitement de l'information pour l'Exploitation des Systèmes de Production), 2006.
- [45] J. M. Legros, C. Mondon, and S. Maurin. EDF hydropower plants operation : new challenges and technical solutions. In *Waterpower XVI. New roles for Hydro in a changing world*, Washington, USA, 2009.
- [46] S. Leirens, C. Zamora, R. R. Negenborn, and B. De Schutter. In *Coordination in urban water supply networks using distributed model predictive control*, 2010.
- [47] A. Libaux, J. P. Deleuze, and J. M. Legros. Water level control : Requirements, constraints and solutions. In *HydroVision 2006, Solutions, Perf., New Oportunities*, Portland, USA, 2006.
- [48] X. Litrico, V. Fromion, J. P. Baume, and P. O. Malaterre. Modélisation et commande robuste de systèmes hydrauliques à surface libre : application aux rivières et canaux d'irrigation. In *Journées Automatique et Environnement*, Nancy, France, 2000.
- [49] J.P. Lynch and K.H. Law. Decentralized control techniques for large-scale civil structural systems. In *In Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference, IMAC XX*, 2002.
- [50] J. M. Maestre, D. Muñoz de la Peña, and E. F. Camacho. Distributed model predictive control based on a cooperative game. *Optimal Control Applications and Methods*, 32(4) :153 – 176, 2011.
- [51] J. M. Maestre, D. Muñoz De La Peña, E. F. Camacho, and T. Alamo. Distributed model predictive control based on agent negotiation. *Journal of Process Control*, 21(5) :685–697, 2011.

Bibliographie

- [52] N. I. Marcos, J. F. Forbes, and M. Guay. Coordination of distributed model predictive controllers for constrained dynamic processes. *ADCHEM 2009 International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*, 2008.
- [53] I. Mareels, E. Weyer, S. K. Ooi, M. Cantoni, Y. Li, and G. Nair. Systems engineering for irrigation systems : Successes and challenges. *An. Reviews in Control*, 29(2) :191 – 204, 2005.
- [54] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert. Constrained model predictive control : Stability and optimality. *Automatica*, 36(6) :789 – 814, 2000.
- [55] M. D. Mesarovic, D. Macko, and Y. Takahara. *Theory of hierarchical, multilevel, systems*. Academic Press. Mathematics in Science and Engineering, E.Cliffs NJ, USA, 1970.
- [56] M. Morari and J.H. Lee. Model predictive control : past, present and future. *Computers & Chemical Engineering*, 23(4-5) :667 – 682, 1999.
- [57] E. Mosca. *Optimal, predictive, and adaptive control*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1995.
- [58] R. R. Negenborn, P. J. van Overloop, T. Keviczky, and B. De Schutter. Distributed model predictive control for irrigation canals. *Networks & Heterogen. Media*, 4 :359–380, 2009.
- [59] S. Olaru and D. Dumur. A parameterized polyhedra approach for explicit constrained predictive control. In *43th IEEE Conference on Decision and Control, Atlantis, Bahamas*, pages 1580 – 1585, 2004.
- [60] S. Olaru and D. Dumur. Explicit constrained model predictive control. the influence of constraints redundancy. In *International Conference on Control and Automation ICCA, Budapest, Hungary*, 2005.
- [61] S. Olaru, D. Dumur, and Tebbani S. Parameterized polyhedra approach for robust constrained generalized predictive control. In *IEEE International Conference on Control Applications, Toronto, Canada*, pages 428 – 433, 2005.
- [62] S. J. Qin and T. A. Badgwell. An overview of industrial model predictive control technology. pages 232–256, 1997.
- [63] A. Rantzer. Dynamic dual decomposition for distributed control. In *American Control Conference, St. Louis, USA*, pages 884–888, 2009.
- [64] J. B. Rawlings. Tutorial overview of model predictive control. *Control Systems, IEEE*, 20(3) :38 –52, jun 2000.
- [65] J. B. Rawlings and B. T. Stewart. Coordinating multiple optimization-based controllers : New opportunities and challenges. In *Journal of Process Control*, pages 839–845, 2008.

- [66] J. B. Rawlings, A. Venkat, and S. J. Wright. Distributed model predictive control of large-scale systems. *International workshop on Assessment and future directions of Nonlinear Model Predictive Control*, pages 839–845, 2005.
- [67] A. Ribiere. Projet Cosinus Phy - supervision et conduite nouvelle génération pour la téléconduite hydraulique : Bilan de la maquette - Panorama E² v3.0. Technical report, EDF R&D, Département STEP (Simulation et Traitement de l'information pour l'Exploitation des Systèmes de Production), 2009.
- [68] A. Ribiere and F. Davelaar. Etat et devenir de la plate-forme supervision NG. Technical report, EDF R&D, Département STEP (Simulation et Traitement de l'information pour l'Exploitation des Systèmes de Production), 2011.
- [69] J. Richalet. Industrial applications of model based predictive control. *Automatica*, 29(5) :1251 – 1274, 1993.
- [70] J. Richalet, A. Rault, J. L. Testud, and J. Papon. Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes. *Automatica*, 14(5) :413 – 428, 1978.
- [71] A. Richards and J. P. How. Robust distributed model predictive control. *International Journal of Control*, 80 :1517–1537, 2007.
- [72] J. A. Rossiter. *Model-Based Predictive Control : A Practical Approach*. CRC Press, Abingdon, 2003.
- [73] A. Sahin. *Model predictive control for large scale systems. Two industrial applications*. PhD thesis, Swiss Federal Insititute of Technology Zurich - ETH Zürich, 2009.
- [74] N. Sandell, P. Varaiya, M. Athans, and M. Safonov. Survey of decentralized control methods for large scale systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 23(2) :108–128, April 1978.
- [75] C. Savorgnan, C. Romani, A. Kozma, and M. Diehl. Multiple shooting for distributed systems with applications in hydro electricity production. *Journal of Process Control*, 21(5) :738–745, 2011.
- [76] R. Scattolini. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control - a review. *Journal of Process Control*, 19(5) :723 – 731, 2009.
- [77] H. Scheu and W. Marquardt. Sensitivity-based coordination in distributed model predictive control. *Journal of Process Control*, 21(5) :715–728, 2011.
- [78] M. Seron, G. Goodwin, and J. De Doná. Characterisation of receding horizon control for constrained linear systems. *Asian Journal of Control*, 5(2) :271–286, 2003.
- [79] D. D. Siljak. *Decentralized control of complex systems*. Academic Press, 1991.

Bibliographie

- [80] M. G. Singh, A. W. Drew, and J. F. Coales. Comparisons of practical hierarchical control methods for interconnected dynamical systems. *Automatica*, 11(3) :331–350, 1975.
- [81] M. G. Singh and A. Titli. *Systems. Decomposition, Optimization & Control*. Pergamon Press, 1978.
- [82] R. Soeterboek. *Predictive control : a unified approach*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1992.
- [83] Syndicat des énergies renouvelables. L’hydroélectricité en france [en ligne]. In *Site du syndicat des énergies renouvelables. Hydroélectricité*. <http://www.enr.fr>, 2009. (Page consulté en octobre 2011).
- [84] P. Tondel, T. A. Johansen, and A. Bemporad. An algorithm for multi-parametric quadratic programming and explicit mpc solutions. *Automatica*, 39(3) :489 – 497, 2003.
- [85] A. N. Venkat. *Distributed Model Predictive Control : Theory and Applications*. PhD thesis, University of Wisconsin-Madison, 2006.
- [86] A. N. Venkat, I. A. Hiskens, J. B. Rawlings, and S. J. Wright. Distributed MPC strategies with application to power system automatic generation control. In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, pages 1192–1206, 2008.
- [87] A. N. Venkat, J. B. Rawlings, and S. J. Wright. Stability and optimality of distributed, linear model predictive control. part i : state feedback. *Texas-Wisconsin Modeling and Control Consortium*, 2006.
- [88] A. N. Venkat, J. B. Rawlings, and S. J. Wright. Stability and optimality of distributed, linear model predictive control. part ii : Output feedback. *Texas-Wisconsin Modeling and Control Consortium*, 2006.
- [89] J. Zárate Flórez, G. Besançon, J. J. Martinez, and F. Davelaar. Explicit price method for coordinated control and hydro-power production example. In *8th IFAC Power Plant & Power Systems Control, Toulouse, France*, 2012.
- [90] J. Zárate Flórez, J. J. Martinez, G. Besançon, and D. Faille. Hydro-power valley control : decomposition/coordination methods. In *14th Belgian-French-German conference on Optimization, Leuven, Belgium*, 2009.
- [91] J. Zárate Flórez, J. J. Martinez, G. Besançon, and D. Faille. Advanced coordinated control for a hydro-power valley. In *IMACS International Conf. on Modeling and Simulation of Electric machines, Converters and Systems, Paris, France*, 2011.
- [92] J. Zárate Flórez, J. J. Martinez, G. Besançon, and D. Faille. Explicit MPC-based decomposition-coordination control with application to hydro-power valleys. In *50th IEEE Conference on Decision and Control and 20th European Control Conference, Orlando, FL, USA*, pages 830 – 835, 2011.

- [93] J. Zárate Flórez, J. J. Martínez, G. Besançon, and D. Faille. Decentralized-coordinated Model Predictive Control for a hydro-power valley. *Mathematics and computers in Simulation*, 2012.